

**EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGALARIN ÜÇ
PARÇALI REZİSTİF VE KONDÜKTİF DÜZLEMDEN KIRINIMI**

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Osman YILDIRIM

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 29 Temmuz 1994

Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Ağustos 1994

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Alınur BÜYÜKAKSOY

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Mithat İDEMEN

: Prof. Dr. Gökhan UZGÖREN

AĞUSTOS 1994

**F.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Bu tezi hazırlamamda büyük emeği geçen ve tezin her aşamasında bana her türlü desteği veren sayın hocam Prof. Dr. Alinur BYKAK-SOY'a ve çalışmalarımın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen Elektromagnetik Alanlar anabilim dalındaki tüm đretim ye ve yardımcılarına kalpten teşekkürü bir borç bilirim.

Istanbul,1994

Osman YILDIRIM



İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1 Konu ve Önemi	1
1.2 Tezin Amacı ve İçeriği	2
1.2.1 Spektral İterasyon Tekniği (SIT)	3
1.2.2 Empedans, Rezistif ve Kondüktif Sınır Koşulları	5
1.2.3 Tezin İçeriği	8
BÖLÜM 2. EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGANIN ÜÇ PARÇALI REZİSTİF DÜZLEMENDE KIRINIMI	9
2.1. O Ayırıtından Birinci Kırınım	10
2.2. M Ayırıtından İkinci Kırınım	19
2.3. O Ayırıtından Üçüncü Kırınım	26
BÖLÜM 3. EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGANIN ÜÇ PARÇALI KONDÜKTİF DÜZLEMENDE SAÇILMASI	32
3.1. O Ayırıtından Birinci Kırınım	32
3.2. M Ayırıtından İkinci Kırınım	35
3.3. O Ayırıtından Üçüncü Kırınım	36
BÖLÜM 4. EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGANIN ÜÇ PARÇALI EMPEDANS DÜZLEMİNDE SAÇILMASI	38
4.1. M 'den İkinci Kırınım	38
4.2. O 'dan Üçüncü Kırınım	39
BÖLÜM 5. SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLAR	40
KAYNAKLAR	59
ÖZGEÇMİŞ	61

ÖZET

Bu çalışmada, rezistif, kondüktif ve empedans türünden sınır koşullarına sahip üç parçalı düzlemlerden eğik gelişli düzlemsel dalgaların kırınımı incelenmiştir. Yapılan analiz, "Spektral İterasyon Tekniği" adı verilen yöntemle dayanmaktadır. Bu yöntemin esası, herhangi bir ayrıttan kırınan alanı incelerken, bir önceki ayrıttan kırınan alanı gelen alan kabul etmek ve sözkonusu gelen alanın spektral gösterilimini kullanarak olayı spektral domende çözmekten ibarettir. Bu yöntem uygulandığında, problem, hangi mertebeden kırınım incelenirse incelenirse bir Wiener-Hopf problemine indirgenir ve ayrıt koşullarının da yardımıyla sözkonusu Wiener-Hopf problemi kolayca çözülür. Tezde, bir ayrıttan ikinci ve üçüncü mertebeye kadar olan kırınımlar, rezistif ve kondüktif hallerde ayrı ayrı incelenmiştir. Sözkonusu incelemede, ardışık kırınan alanların üniform asimptotik ifadeleri, yüzey dalgalarının muhtemel katkıları da gözönüne alınarak elde edilmiştir. Rezistif ve kondüktif hallerde elde edilen sonuçların uygun bir kombinasyonu yapılarak üç parçalı empedans düzlemi halindeki sonuçların da kolayca elde edileceği görülür. Elde edilen sonuçlar, sayısal olarak değerlendirilerek sözkonusu sonuçlar grafiklerle tartışılmıştır.

SUMMARY

DIFFRACTION OF OBLIQUELY INCIDENT PLANE WAVES BY THREE-PART RESISTIVE AND CONDUCTIVE PLANES

1. Introduction

The aim of this study is to develop an uniform high frequency solution for the diffraction of obliquely incident plane waves by a three-part resistive plane characterized by resistive and conductive type boundary conditions, respectively. In both cases, for high frequency regime, particular attention will be given to the uniform evaluation of surface wave fields and their contributions to the double and triple diffraction.

A three-part resistive plane, shown in Fig.1, is a suitable model for studying the scattering of electromagnetic waves in the presence of discontinuity in the material properties of a surface of finite width, or of composite structures on terrestrial systems, aircrafts, etc. It is well-known that at high frequencies the total diffracted by a three-part plane can be evaluated as the sum of singly and multiply diffracted fields[14]. A part of the fields diffracted at one of the edges(junctions) which is illuminated by the obliquely incident plane wave propagates along the upper and lower faces of the plane and gives rise to secondary diffraction at the other edge. These waves, called the doubly diffracted fields, propagate back to the first edge to excite triply diffracted fields. In this study, higher-order multiple diffracted fields due to wave interaction between the two edges O and M up to and including third order is investigated. By using the traditional Geometrical Theory of Diffraction approach (GTD), singly diffracted fields from a two-part resistive or conductive planes can be evaluated easily by means of canonical solutions. However, in calculating the multiply diffracted fields from the edges O and M, GTD approach which consists of multiplying the single diffraction coefficients of successive edges fails due to the non-rayoptical behaviour of the interacting fields. That is why instead of the traditional Geometrical Theory of diffraction, a spectral iteration technique(SIT) will be employed to obtain the doubly and triply diffracted fields[14]. The Spectral Iteration Technique(SIT) developed by Büyükkaksoy et all[14] consists essentially of taking the spectral(Fourier integral) representation of the n -tuply diffracted field by one discontinuity as the incident field for the two-part plane where the $(n + 1)th$ diffraction will occur. Upon using the field components normal to the diffracting

surface, the $(n + 1)th$ diffracted field is obtained through the approximate solution of a pair of uncoupled Wiener-Hopf equations.

There are two main objectives in this work. First one of them is to provide, via SIT, uniform diffraction coefficients for the double and triple diffraction process associated with a three-part resistive and a conductive planes, including the possible surface wave contributions, also in a uniform manner. The second is to demonstrate that a certain superposition of the solutions related to a three-part resistive and conductive planes is identical to the solution of a three-part impedance plane.

It is well known that an electrically resistive surface is characterized by the relations [12]

$$\vec{n} \wedge \vec{E}|_{\pm}^{\pm} = 0, \quad (1a)$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}) = -R\vec{n} \wedge \vec{H}|_{\pm}^{\pm}, \quad (1b)$$

and a magnetically conductive surface by the relations

$$\vec{n} \wedge \vec{H}|_{\pm}^{\pm} = 0, \quad (2a)$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{H}) = R^*\vec{n} \wedge \vec{E}|_{\pm}^{\pm} \quad (2b)$$

where \vec{n} is the normal unit vector directed into the region (+), $R(R^*)$ is the resistivity(conductivity) of the resistive(conductive) surface. For example such a surface may represent a perfectly conducting plane coated with a non-magnetic thin dielectric. In such a case, the above mentioned surface resistivity and conductivity are given by

$$R = \frac{iZ_o}{(\epsilon_r - 1)2kt}, \quad R^* = \frac{-iZ_o}{(\mu_r - 1)2kt} \quad (2c)$$

Here $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}$ is the intrinsic impedance of the free-space while ϵ_r and t denote the relative dielectric permittivity and the thickness of the coating, respectively.

For an impedance surface with equal face impedances one has [12]

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}^{\pm}) = \pm Z\vec{n} \wedge \vec{H}^{\pm} \quad (3)$$

where Z denotes the surface impedance. Again, it is known that a resistive surface supports only electric currents, and a conductive surface only magnetic currents given by

$$\vec{J} = \vec{n} \wedge \vec{H}|_{\pm}^{\pm}, \quad \vec{J}^* = -\vec{n} \wedge \vec{E}|_{\pm}^{\pm}, \quad (4)$$

respectively; whereas an impedance surface is capable of supporting both currents. This gives the idea that, combined properly, the former two current sheets can simulate an impedance. This "proper" combination can be easily shown to be [12]

$$RR^* = \frac{1}{4}; \quad R = \frac{Z}{2}; \quad R^* = \frac{1}{2Z} \quad (5)$$

assuming R, R^* (hence Z) to be isotropic.

2. Statement of the Problem

In order to obtain the diffracted fields up to the third order, the three-part plane shown in Fig.1 is considered. It is assumed that the plane is illuminated by an obliquely incident electromagnetic plane wave whose electric field is parallel to the O_z axis, namely;

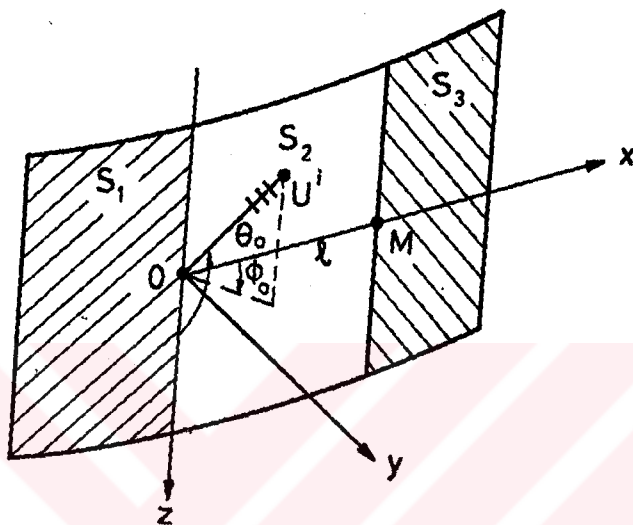


Fig.1. Geometry of the Diffraction Problem

$$\begin{bmatrix} E_y^i \\ Z_0 H_y^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^i(x, y) \\ V^i(x, y) \end{bmatrix} e^{ikz \cos \theta_0} \quad (6a)$$

$$\begin{bmatrix} U^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} e^{-iK(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)} \quad (6b)$$

Since the boundary conditions (1a-3) are very similar, the solution obtained for any of them can be transformed easily to each other. For that reason, in the following, only the solution for the three-part resistive plane are given through the SIT.

A) Secondary Diffraction By M

Consider the geometry in Fig.1 and assume that S_1 , S_2 and S_3 are resistive planes whose resistivities are R_1 , R_2 and R_3 , respectively. When

one illuminates this plane by an electromagnetic wave defined in (6a-b), a diffraction phenomena occurs at the junction O(M). A surface wave due to this diffraction process occurs and propagates along the strip R_2 and diffracts at the junction M(O). The analysis of this first diffraction are well-made in [14]. So, the attention will be given the derivation of the secondary and triply diffracted fields.

An integral representation for the secondary diffracted field, say U_{OM} and V_{OM} can be written as follows;

$$U_{OM}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{OM}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (7a)$$

$$V_{OM}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{OM}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (7b)$$

where $A_{OM}^{\pm}(\nu)$ and $B_{OM}^{\pm}(\nu)$ are the spectral coefficients to be determined. Applying the following boundary, continuity and edge conditions,

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_1[U^T(x, +0) - U^T(x, -0)] = 0, \quad x < 0 \quad (8a)$$

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_2[U^T(x, +0) - U^T(x, -0)] = 0, \quad x > 0 \quad (8b)$$

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (8c)$$

$$\frac{1}{\eta_1}[V^T(x, +0) + V^T(x, -0)] + \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V^T(x, -0)}{\partial y}\right] = 0, \quad x < 0 \quad (8d)$$

$$\frac{1}{\eta_2}[V^T(x, +0) + V^T(x, -0)] + \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V^T(x, -0)}{\partial y}\right] = 0, \quad x > 0 \quad (8e)$$

$$V^T(x, +0) - V^T(x, -0), \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (8f)$$

$$U \sim O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \quad (8g)$$

$$V \sim O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \quad (8h)$$

the problem is reduced to the solution of a Wiener-Hopf equation and these equations can be solved using known procedures and the spectral coefficients are obtained in terms of their solutions. In the application of

the boundary conditions, we used directly the spectral representation of the first diffracted field by O, which constitutes the basis of the SIT. Substituting the spectral coefficients into (7a-b) and evaluating the resulting integrals through the Saddle-Point technique one obtains the secondary diffracted field by M as follows;

$$U_{OM}(r, \psi) = U_{OM}^{(1)}(r, \psi) + U_{OM}^{(2)}(r, \psi) \quad (9a)$$

with

$$U_{OM}^{(j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_3}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_1^{(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \quad (9b)$$

$$U_{OM}^{(j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 - \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_3}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_1^{(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \quad (9c)$$

where (r, ψ) are the polar coordinates associated with the junction M. $V_{OM}(r, \psi)$ can be obtained easily by making the following substitutions in (9a-c)

$$U \rightarrow V, \quad \eta_j \rightarrow \frac{1}{\eta_j}, \quad I_1 \rightarrow J_1$$

By the same consideration, the secondary diffracted field from the junction O can be derived by substituting

$$\eta_1 \rightarrow \eta_3, \quad \phi \rightarrow \pi - \phi, \quad \psi \rightarrow \pi - \psi$$

in (9a-c).

B) Triply Diffraction By O

The secondary diffracted field by the junction M propagates along the strip and diffracts from the junction O. Following the same analysis done for the secondary diffraction. One can obtain the following results for the triply diffracted fields;

$$U_{OMO} = U_{OMO}^{(1,1)} + U_{OMO}^{(1,2)} + U_{OMO}^{(2,1)} + U_{OMO}^{(2,2)} \quad (10a)$$

$$V_{OMO} = V_{OMO}^{(1,1)} + V_{OMO}^{(1,2)} + V_{OMO}^{(2,1)} + V_{OMO}^{(2,2)} \quad (10b)$$

where

$$U_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \quad \psi \in (0, \pi) \\ \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 - \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \quad \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (10c)$$

$$V_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 + \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \quad \psi \in (0, \pi) \\ -\frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 - \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \quad \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (10d)$$

The solutions for the three-part conductive plane can be obtained easily by making the following substitution in (9a-b) and (10a-b) $\eta \rightarrow \frac{1}{\eta^*}$. For the three-part impedance case, the solutions are obtained by directly summing the results of resistive and conductive cases.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 Konu ve Önemi

Mikrodalga haberleşme sistemlerindeki son gelişmeler yüksek frekanslı elektromagnetik dalgaların git gide daha yaygın bir biçimde kullanılmasına neden olmuştur. Bunun doğal bir sonucu olarak söz konusu dalgaların değişik geometrik ve fiziksel yapıya sahip cisimlerden saçılması hem bilimsel hem de uygulama açısından son derece önemli bir konu haline gelmiştir.

Monokromatik elektromagnetik dalgaların bir yüzey üzerindeki geometrik ya da fiziksel süreksizliklerin oluşturduğu "ayrıt" lardan kırımının analitik olarak incelenmesi, genellikle Helmholtz denkleminin ilişkin bir karışık sınır-değer probleminin çözümüne indirgenir. Bu tür problemler, adi sınır-değer problemlerinde olduğu gibi öz fonksiyon açılımları, integral dönüşümler v.b. klasik yöntemlerle çözülemezler. Bu nedenle çözüm için özel tekniklerin geliştirilmesi ve uygulanması gerekir.

Ayrıt kırımına ilişkin incelemelerin Sommerfeld'e kadar uzanan bir geçmişi vardır[1]. Sommerfeld, mükemmel iletken bir yarım düzlemin ayrıtından kırım problemini çok değerli kompleks fonksiyonlara ilişkin Riemann yüzeyine genişleterek dahiyane bir yöntemle çözmüş ve böylece bu olaya ilişkin ilk bilgilerin sağlanmasına ön ayak olmuştur. Daha sonraları aynı problem Schwinger[2] ve Copson[3] tarafından tekrar ele alınarak bir düal integral denklem takımına indirgenmiş ve Fourier integrallerinin analitik özelliklerinden yararlanılarak bir Wiener-Hopf probleminin[4] çözümüne dönüştürülmüştür.

Yarım düzlem ve iki parçalı düzlem problemlerinin sistematik bir şekilde incelemeye olanak veren Wiener-Hopf tekniği, daha sonra değişik fiziksel yapıya sahip yarım düzlem ve iki parçalı düzlem problemlerinin

çözümünde çok büyük önem kazanmış ve başarıyla uygulanmıştır.

Sommerfeld'in ayırıt kırınımı için elde ettiği sonuçlar , yarım yüzyıl kadar sonra, Keller ve arkadaşları tarafından "Kırınımın Geometrik Teorisi" (KGT) [5] ortaya atıldığında, herhangi bir yüzey parçasının ayırıtında oluşan olayın birinci mertebeden yaklaşımı olarak değerlendirilmiş ve mühendisler tarafından yaygın bir biçimde kullanılmıştır.

KGT yöntemi bütün gelen alan terimlerinin "ışın-optik alanlar" olmasını gerektirmektedir. İki ve daha yüksek mertebeden kırınımın söz konusu olduğunda bu koşul sağlanmamaktadır (Örneğin ikinci mertebeden kırınmış alanı elde etmek için kırınım katsayısında gelen dalga için kullanılan açı değeri bu katsayıyı sıfır yapmakta ve ikinci mertebeden kırınım bu yolla elde edilememektedir). Bu güçlüğü yenmek için başka yöntemlere gereksinim duyulduğu açıktır.

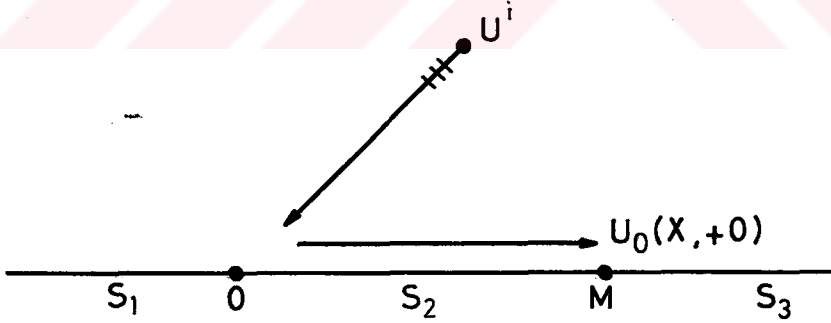
Düzlemsel maddesel yüzeylerin fiziksel bünyesindeki süreksizliklerin neden olduğu kırınım olayı , gerek teorik gerekse mühendislik bakımından taşıdığı önem nedeniyle yoğun incelemelere konu olmuştur. Bu kapsamda, düzlemsel dalgaların iki parçalı empedans düzleminden kırınımları Pathak ve Rojas[6], Rojas[7] ve Uzgören, Büyükaksoy ve Serbest[8] tarafından dik geliş hali, Rojas[9] ve Uzgören, Serbest ve Büyükaksoy[10] tarafından da eğik geliş halinde incelenmiştir. Bu sonuçlar daha sonra Tiberio ve Pelosi[11] tarafından üç parçalı empedans düzlemine, sadece dik geliş hali için, genişletilmiştir. Bu çalışmanın konusu, eğik geliş halinde düzlemsel dalgaların ince, üç parçalı bir maddesel düzlemden ardışık kırınımını incelemekten ibarettir. Üç parçalı maddesel düzlemin rezistif ve kondüktif sınır koşulları ile karakterize edildiği durumlar ayrı ayrı ele alınmış ve üç parçalı düzlemin ayırıtlarında oluşan üçüncü mertebeye kadar ardışık kırınım terimlerinin üniform asimptotik ifadeleri yüzey dalgalarının katkıları da içerecek şekilde elde edilmiştir. Rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlere ilişkin elde edilen sonuçların uygun bir biçimde kombinasyonu yapılarak üç parçalı empedans düzlemine ilişkin sonuçlar da elde edilmiştir.

1.2. Kullanılan yöntem ve Tezin İçeriği

Tezin amacı, maddesel düzlemin rezistif, kondüktif ve empedans türünden sınır koşulları ile karakterize edildiği durumları ayrı ayrı ele alarak, üç parçalı düzlemin ayrıtlarında oluşan üçüncü mertebeye kadar ardışık kırınım terimlerinin üniform asimtotik ifadelerini, yüzey dalgalarının muhtemel katkılarını da içerecek şekilde elde etmektir. Sözkonusu saçılan alanın analizi Spektral İterasyon Tekniği(SIT)'ne dayanarak yapılmıştır. Bu amaçla aşağıda önce SIT'in esaslarını verecek, daha sonra da tezin içeriğini sunacağız.

1.2.1 Spektral İterasyon Tekniği (SIT)

Şekil 1.1 'deki geometriği gözönüne alalım. Burada $y = 0$ düzlemi, maddesel özellikleri birbirinden farklı S_1 ve S_3 yarım düzlemleri ile S_2 şeridinden oluşmaktadır ve U^i ile gösterilen yüksek frekanslı bir düzlemsel dalga ile aydınlatılmaktadır.



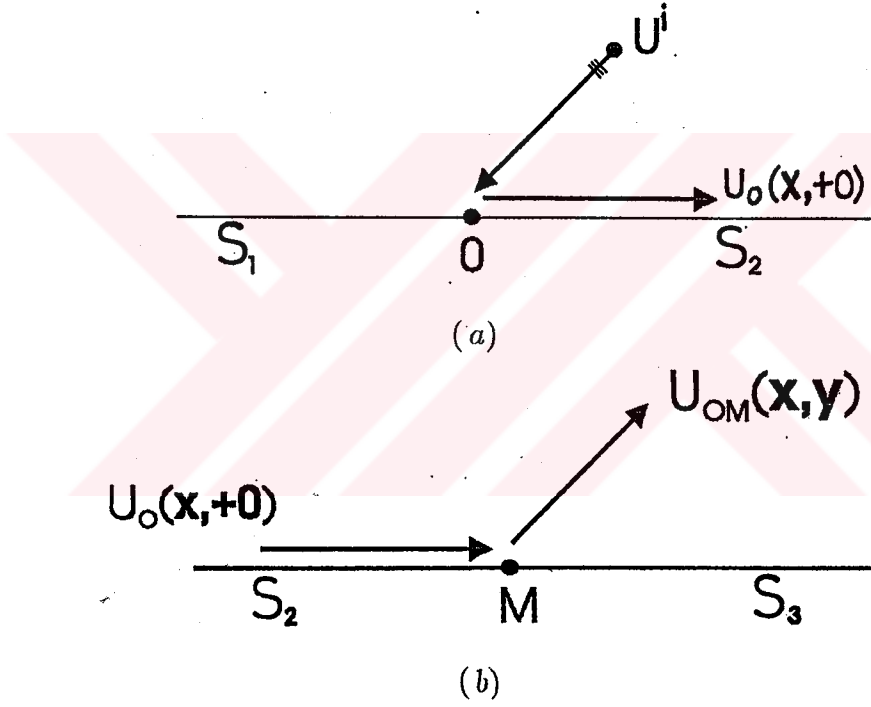
Şekil 1.1 Ardışıl kırınım örnek üç parçalı düzlem

Yüksek frekanslı dalgaların kırınımının yöresel bir olay olduğu gözönünde tutularak, örneğin, O ayrıtlından kırınmış alanın, M ayrıtlında ikinci kırınım sonucu oluşan U_{OM} alanının belirlenmesi Şekil (1.2a,b)'deki iki parçalı düzlem problemine indirgenebilir. Şekil 1.2(a) M ayrıtlının $(+\infty)$

'a, Şekil 1.2(b) ise 0 ayrıtı ($-\infty$) 'a uzatılarak elde edilmiştir. Böylece Şekil 1.2(a) daki ilk iki parçalı düzlem problemi 0 ayrıtından kırınmış olan U_0 alanı için aşağıdaki spektral(Fourier) gösterilimini kullanmamıza olanak verir.

$$U_0(x, y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(\nu) e^{i\sqrt{k^2 - \nu^2}y - i\nu x} d\nu & , y > 0, \\ \int_{-\infty}^{\infty} B_0(\nu) e^{-i\sqrt{k^2 - \nu^2}y - i\nu x} d\nu & , y < 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Burada karekök fonksiyonu uygun şekilde kesilmiş kompleks ν -düzleminde $\nu = 0$ için $+\mathcal{K}$ verecek şekilde tanımlanmıştır. $A_0(\nu)$ ve $B_0(\nu)$ spektral katsayıları ise probleme ilişkin Wiener-Hopf denklem takımının çözümünden elde edilirler.



Şekil 1.2 İterasyon için uygun kanonik problem

M ayrıtında uyarılan ikinci mertebeye kırınım terimi U_{OM} ise yukarıda verilen integral gösterilimde $y = 0^\pm$ koyarak elde edilen $U_0(x, 0^\pm)$ alanı tarafından aydınlatıldığı varsayılarak elde edilebilir. Burada $x < \ell$ ve $x > \ell$ için sınır koşullarının gözönüne alınarak ikinci mertebeden kırınım terimlerine ilişkin spektral katsayıların belirlenmesine yarayacak yeni bir Wiener-Hopf problemi kurulabilir. Bu son Wiener-Hopf problemi kuru- lurken dikkat edilecek en önemli nokta, $U_0(x, 0^\pm)$ 'ın $y = 0^\pm, x < \ell$ deki

sınır koşullarını otomatik olarak sağlayacağından, sadece $y = 0^\pm, x > \ell$ için yazılmış koşullarda yer alacaktır.

Kolayca gösterilebilir ki, bu yöntemi ardarda kullanarak, yani bir önceki ayıttan kırınan alanın Fourier integral gösterilimini bir sonraki ayıtt için gelen alan kabul ederek, istenilen mertebeden kırınmış alan terimini elde etmek mümkündür. Burada sözkonusu tekniğin uygulanması esnasında ortaya çıkan Wiener-Hopf problemlerinin çözümü S_1, S_2, S_3 maddesel düzlem parçalarına karşı düşen sınır koşullarının yapısına bağlıdır. Bu tez çerçevesinde, üç parçalı bir düzlemin empedans, rezistif ve kondüktif türden sınır koşullarına sahip olduğu düşünülmektedir. Bu amaçla, önce bu türden sınır koşulları aşağıda ayrıntılı bir biçimde incelenecek ve daha sonrada tezin içeriği verilecektir.

1.2.2 Rezistif, Kondüktif ve Empedans Sınır Koşulları

Gayet iyi bilindiği gibi, iki ortamın sınırındaki bir rezistif tabaka üzerinde elektrik ve magnetik alanlar, \vec{n} + bölgesine doğru yönelmiş normal vektör olmak şartıyla

$$\vec{n} \wedge \vec{E}|_{\pm}^{\pm} = 0, \quad (1.2a)$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}) = -R\vec{n} \wedge \vec{H}|_{\pm}^{\pm} \quad (1.2b)$$

bağıntılarını [2] sağlarlar. Burada R yüzey direncini,

$$R = \frac{iZ_o}{(\epsilon_r - 1)2kt}$$

göstermektedir. Kondüktif bir tabaka üzerinde ise, R^* kondüktiviteyi göstermek üzere,

$$R^* = -i \frac{(\epsilon_r - 1)kt}{2Z_o}$$

şeklinindedir. Burada $Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}$ boşluğun empedansı, ϵ_r bağli dielectrik geçirgenliği ve t ise düzlem üzerine kaplı malzeme kalınlığını göstermektedir. Kondüktif düzlem üzerinde

$$\vec{n} \wedge \vec{H}|_{\pm}^{\pm} = 0, \quad (1.3a)$$

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{H}) = R^* \vec{n} \wedge \vec{E}|_{\pm}^{\pm} \quad (1.3b)$$

geçerlidir.

$$\vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}^{\pm}) = \pm Z \vec{n} \wedge \vec{H}^{\pm} \quad (1.4a)$$

biçimindedir [12],[13].

Dielektrik katsayısı ve magnetik geçirgenliği boşluğunkilerden farklı olan bir tabakayı modellemek için, uygun bir yaklaşım (1.2a-d) ve (1.3a,b) sınır koşulları ile tanımlanan rezistif ve kondüktif tabakaların uygun bir kombinezasyonunu almaktır. \vec{s} ve \vec{t} tabaka düzlemindeki birim vektörler olmak üzere, her nokta için $\vec{s} \cdot \vec{t} = 0$ ve $\vec{s} \wedge \vec{t} = \vec{n}$ olacak şekilde \vec{s} , \vec{t} ve \vec{n} vektörleri bir sağ taraflı sistem oluşturuyorsa (1.2a-d) ve (1.3a,b) denklemleri

$$E_s^+ + E_s^- = -2RH_t^+ - H_t^-$$

$$E_s^+ - E_s^- = -(2R^*)^{-1} H_t^+ + H_t^-$$

$$E_t^+ + E_t^- = 2RH_s^+ - H_s^-$$

$$E_t^+ - E_t^- = (2R^*)^{-1} H_s^+ + H_s^-$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıdaki denklemleri ikişer ikişer taraf tarafa toplayıp çıkararak, kısmen geçirgen bir tabaka için

$$E_s^{\pm} = -R(1 \pm \frac{1}{4RR^*})H_t^+ + R(1 \mp \frac{1}{4RR^*})H_t^- \quad (1.4b)$$

$$E_t^{\pm} = R(1 \pm \frac{1}{4RR^*})H_s^+ - R(1 \mp \frac{1}{4RR^*})H_s^- \quad (1.4c)$$

elde edilir. Eğer,

$$4RR^* = 1 \quad (1.4d)$$

koşulu gerçekleşiyorsa (1.4b,c) koşulları, tabakanın her iki tarafı için geçerli empedans koşuluna dönüşür. Rezistif ve kondüktif yüzeylerin toplamı olan bu tabaka, her iki tarafında yüzey empedansı $\eta = 2R$ olan geçirmez bir empedans yüzeyi oluşturur. (1.4d) bağıntısını gözönüne alarak yüzey empedansı için eşdeğer bir bağıntı $\eta = (\frac{R}{R^*})^{1/2}$ olarak elde edilir. R ve R* ın (1.2c,d) ile verilen ifadelerini kullanarak, beklendiği gibi

$$\eta = Z(\frac{\mu_r - 1}{\epsilon_r - 1}) \sim Z(\frac{\mu_r}{\epsilon_r})^{1/2} \quad (1.4e)$$

olarak bulunur.

Bu çalışma çerçevesinde sözü edilen sınır koşullarının (1.2a – b), (1.3a – b) ve (1.4a) de verilen vektörel gösterimleri yerine bunların, alanın normal bileşenleri cinsinden yazarak iki skaler koşul elde edeceğiz. Bu amaçla, önce sözkonusu ifadeleri elde etmek gerekir. Sözkonusu Z_s yüzey empedansına sahip olan $y = 0$ düzlemi olsun ve alan vektörlerinin de kartezyen koordinatlardaki ifadeleri verilsin. Bu halde (1.4a)'dan, $y > 0$ için

$$\vec{e}_y \wedge (\vec{e}_y \wedge (E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z)) = Z_s \vec{e}_y \wedge (H_x \vec{e}_x + H_y \vec{e}_y + H_z \vec{e}_z) \quad (1.5a)$$

yazılır ve birtakım basit hesaplamalar sonucunda

$$E_x = Z_s H_z \quad , \quad E_z = -Z_s H_x \quad (1.5b)$$

elde edilir. Maxwell denklemlerini ve (1.5b)'yi kullanarak

$$E_y = \frac{-i}{i\omega\epsilon} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] = \frac{-1}{i\omega\epsilon Z_s} \left[-\frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{\partial E_x}{\partial x} \right] \quad (1.5c)$$

yazılır. $\text{div} \vec{E} = 0$ bağıntısından (1.5c)'nin en sağındaki köşeli parantez içindeki terimin $\frac{\partial E_y}{\partial y}$ olduğu kolayca gösterilebilir. Bu ise,

$$\eta = \frac{Z_s}{Z_o} \quad , \quad Z_o = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.5d)$$

olmak üzere

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} + ik\eta E_y = 0 \quad , \quad y > 0 \quad (1.5e)$$

yazmamızı sağlar. (1.5d)'deki η ile normalize yüzey empedansı gösterilmektedir. Yukarıdaki analiz tekrar edilerek kolayca gösterilebilirki;

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{ik}{\eta} H_y = 0 \quad , \quad y > 0 \quad (1.5f)$$

Diğer taraftan bir empedans yüzeyi rezistif ve kondüktif iki yüzeyin uygun bir şekildeki kombinezonu yapılarak elde edilebilir. Yapıların izotropik olması halinde bu uygun kombinasyon için

$$RR^* = \frac{1}{4} ; R = \frac{Z}{2} ; R^* = \frac{1}{2Z} \quad (1.6)$$

seçilmesi gerekli ve yeterlidir.

1.2.3 Tezin İçeriği

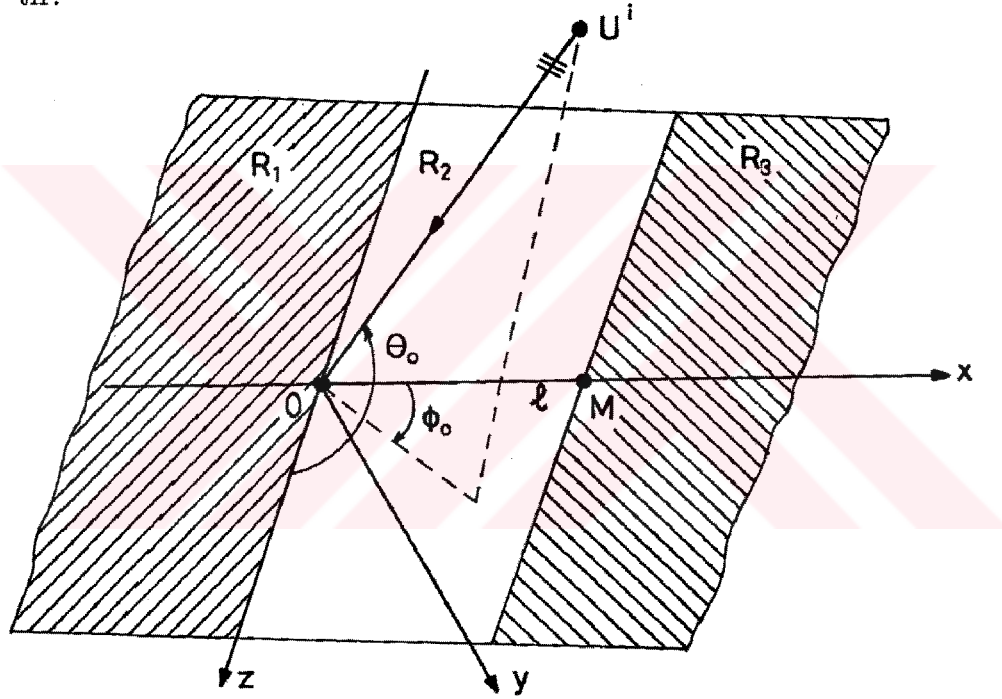
Daha önce esaslarını belirtmiş olduğumuz spektral iterasyon tekniği kullanılarak, ikinci bölümde, üç parçalı rezistif düzleme ilişkin üçüncü mertebeye kadar ardışıl kırınımlar incelenmiş ve muhtemel yüzey dalgası katkıları da göz önüne alınarak kırınmış alanların açık ifadeleri elde edilmiştir. Üçüncü bölümde, aynı analiz üç parçalı kondüktif düzlem için yapılmış ve dördüncü bölümde rezistif ve kondüktif haller için bulunan sonuçların uygun bir kombinezonu yapılmış ve elde edilen sonuçların, üç parçalı empedans düzlemine ilişkin [14]'de verilen sonuçlarla uyduğu gösterilmiştir. Beşinci bölümde, değişik parametreler için ikincil ve üçüncül kırınmış alanlara ilişkin sonuçlar nümerik olarak değerlendirilmiş ve sonuçlar topluca bu bölümde tartışılmıştır.

Tezde zamana bağlılık $e^{-i\omega t}$ olarak kabul edilmiştir.

BÖLÜM 2

EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGALARIN ÜÇ PARÇALI REZİSTİF DÜZLEMDEN KIRINIMI

Bu bölümde, Spektral İterasyon Tekniği kullanılarak üç parçalı bir rezistif düzlemden eğik gelişli düzlemsel dalgaların üçüncü mertebeye kadar kırınımı incelenecektir. Probleme ilişkin geometri Şekil 2.1 de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Üç Parçalı Rezistif Düzlem

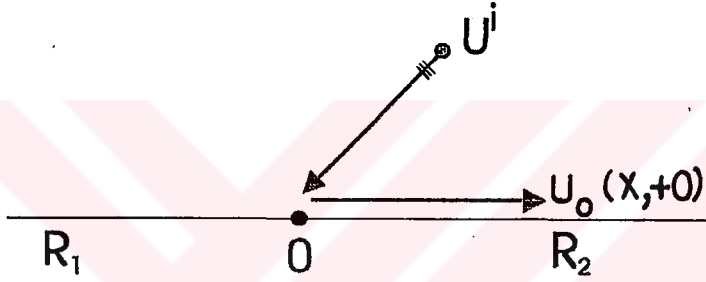
Burada $y = 0$ düzleminin $x \in (-\infty, 0), z \in (-\infty, +\infty)$ parçası R_1 , $x \in (0, l), z \in (-\infty, +\infty)$ parçası R_2 ve $x \in (l, +\infty), z \in (-\infty, +\infty)$ ara parçası R_3 dirençlerine sahip malzemelerden oluşmuştur. Gelen düzlemsel dalga, $x = 0$ ve $x = l$ ayrıtlarından kırınıma uğrayacak ve bu kırınmış alanlar da diğer ayrıttan tekrar ikinci bir kırınıma uğrayacak ve bu olay ardışıl olarak sonsuz defa devam edecektir. Spektral İterasyon Tekniğinin esasları birinci bölümde açıklanmış olduğu gibi, bu ardışıl kırınmış alanları

bir önceki kırınmış alanın spektral gösterilimini gelen alan kabul ederek bulmaktan ibarettir.

Bu nedenle, aşağıda önce birincil kırınan alanın spektral gösterilimi elde edilecektir.

2.1. O Ayrıtından Birinci Kırınım

Yukarıda sözü edilen üç parçalı rezistif düzlem $y > 0$ bölgesinde uyarılmış ,



Şekil 2.2 Uygun Kanonik Problem

$$\begin{bmatrix} E_y^i \\ Z_0 H_y^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^i(x, y) \\ V^i(x, y) \end{bmatrix} e^{ikz \cos \theta_0} \quad (2.1a)$$

$$\begin{bmatrix} U^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} e^{-i\mathcal{K}(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)} \quad (2.1b)$$

ile belirli düzlemsel dalga tarafından aydınlatılsın. Burada, $\mathcal{K} = k \sin \theta_0$ konmuş olup a, b bilinen sabit sayılardır. θ_0 , gelen alanın yayılma doğrultusunun Oz eksenini ile yaptığı açığı, ϕ_0 da yayılma doğrultusunun Oxy düzlemine izdüşümünün Ox eksenini ile yaptığı açığı göstermektedir (Bk. Şekil 2.1). $y = 0$ düzleminin $x = 0$ ve $x = l$ de fiziksel süreksizliklere sahip olması nedeniyle (2.1a) alanı bu noktalarda kırınımına uğrar. Bu bölümün amacı, $O(M)$ ayrıtından bir kez kırınmış alanların açık ifadesini ortaya çıkarmaktır. Kırınımın geometrik teorisinden (KGT) yararlanarak O'dan

kırınmış alanı bulurken, M ayrıtının etkisi ihmal edilebilir. Bu halde, M ayrıtı sonsuza atılmış gibi düşünülerek, problem iki parçalı bir düzlem-den (2.1a) alanının kırınımı problemine indirgenebilir (Bk.Şekil 2.2). Üç parçalı düzlem

üzerindeki sınır koşulları ve problemin geometrisi z 'den bağımsız ol-duğu için alanın tüm bileşenlerinin(saçılan, yansıyan, difrakte gibi..) z 'ye bağılılık $e^{ikz \cos \theta_0}$ şeklindedir. Bu nedenle, aşağıda işlemler bu terim gözö-nüne alınmadan sürdürülecektir. Bu halde, uzaydaki toplam alan

$$U^T(x, y) = U(x, y) + U^u(x, y) \quad (2.2a)$$

$$V^T(x, y) = V(x, y) + V^u(x, y) \quad (2.2b)$$

Şeklinde ifade edilebilir. Burada, (U^u, V^u) $y = 0$ düzleminin sadece R_1 yüzey direnci ile karakterize edilmiş olması halinde uzaydaki toplam alanı, (U, V) ise $y = 0$ düzleminin $x > 0$ ile belirli sağ yarısının R_2 direnci ile ka-rakterize edilmiş olması nedeniyle O ayrıtında oluşan süreksizlikten saçılan alanı göstermektedir. (U^u, V^u) , R_1 direncine sahip rezistif bir düzlem-den düzlemsel dalgaların yansıma ve kırılma problemi çözülerek, kolayca aşağıdaki gibi elde edilir:

$$U^u(x, y) = \begin{cases} U^i(x, y) + U^r(x, y) & ,y > 0 \\ U^t(x, y) & ,y < 0 \end{cases} \quad (2.3a)$$

$$V^u(x, y) = \begin{cases} V^i(x, y) + V^r(x, y) & ,y > 0 \\ V^t(x, y) & ,y < 0 \end{cases} \quad (2.3b)$$

yazılır. Burada (U^r, V^r) ve (U^t, V^t) sırasıyla, yansıyan ve kırılan alanları ifade etmektedirler.

$$U^r(x, y) = a \frac{\sin \theta_0 \sin \phi_0}{[\eta_1 + \sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_0 - y \sin \phi_0]} \quad (2.3c)$$

$$V^r(x, y) = \frac{-b}{[1 + \eta_1 \sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_0 - y \sin \phi_0]} \quad (2.3d)$$

$$U^t(x, y) = a \frac{\eta_1}{[\eta_1 + \sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0]} \quad (2.3e)$$

$$V^t(x, y) = b \frac{\eta_1 \sin \theta_0 \sin \phi_0}{[1 + \eta_1 \sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0]} \quad (2.3f)$$

ile verilir. Burada Z_0 , boşluğun karakteristik empedansını göstermek üzere $\eta_1 = \frac{2R_1}{Z_0}$ olarak tanımlanmış normalize yüzey direncidir. O ayrıttan kırılan alanı gösteren ve $y \neq 0$ için

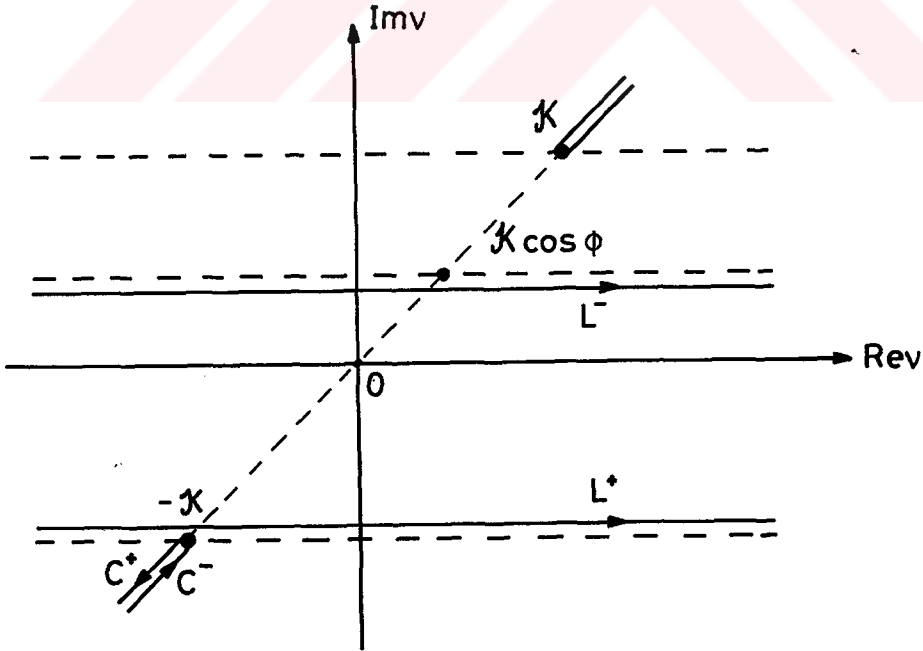
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \mathcal{K}^2 \right) \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = 0 \quad (2.4a)$$

Helmholtz denklemini sağlayan (U, V) nin bir integral gösterilimi

$$U(x, y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} A_O^+(\nu) e^{i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y > 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} A_O^-(\nu) e^{-i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y < 0 \end{cases} \quad (2.4b)$$

$$V(x, y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} B_O^+(\nu) e^{i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y > 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} B_O^-(\nu) e^{-i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y < 0 \end{cases} \quad (2.4c)$$

biçiminde elde edilir. Burada $\chi(\nu) = \sqrt{\mathcal{K}^2 - \nu^2}$ fonksiyonu Şekil 2.3 deki gibi kesilmiş düzlemde $\chi(0) = \mathcal{K}$ olacak şekilde tanımlıdır. (2.4a) ve (2.4b) deki $A_O^\pm(\nu)$ ve $B_O^\pm(\nu)$ spektral katsayıları $y = \pm 0$ da yazılacak sınır süreklilik koşulları ve de O daki ayrıt koşulları yardımıyla bulunabilir. Sınır koşulları;



Şekil 2.3 Kompleks ν Düzlemi

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_1[U^T(x, +0) - U^T(x, -0)] = 0, \quad x < 0 \quad (2.5a)$$

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_2[U^T(x, +0) - U^T(x, -0)] = 0, \quad x > 0 \quad (2.5b)$$

$$\frac{\partial U^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial U^T(x, -0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.5c)$$

$$\frac{1}{\eta_1}[V^T(x, +0) + V^T(x, -0)] + \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V^T(x, -0)}{\partial y}\right] = 0, \quad x < 0 \quad (2.5d)$$

$$\frac{1}{\eta_2}[V^T(x, +0) + V^T(x, -0)] + \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V^T(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V^T(x, -0)}{\partial y}\right] = 0, \quad x > 0 \quad (2.5e)$$

$$V^T(x, +0) - V^T(x, -0), \quad x \in (-\infty, +\infty) = 0 \quad (2.5f)$$

ve ayırıt koşulları da;

$$U \sim O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \quad (2.5g)$$

$$V \sim O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \quad (2.5h)$$

şeklindedir. (2.5a-h) de (2.1a-b) ve (2.4a-b) gözönüne alınarak , ortaya çıkan integral denklemlerin ters çevrilmesi sonucunda

$$A_O^+(\nu) = -A_O^-(\nu) \quad (2.6a)$$

$$B_O^+(\nu) = B_O^-(\nu) \quad (2.6b)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_1]A_O^+(\nu) = \Phi^+(\nu) \quad (2.6c)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_2]A_O^+(\nu) = \Phi^-(\nu) - \frac{a}{\pi} \frac{\mathcal{K} \sin \phi_o (\eta_1 - \eta_2)}{(\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)}, \quad Im \nu < Im(k \cos \phi_o) \quad (2.6d)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_1} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_O^+(\nu) = \Psi^+(\nu) \quad (2.6e)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_2} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_O^+(\nu) = \Psi^-(\nu) + \frac{b}{i\pi} \\ \times \frac{(\eta_1 - \eta_2) \sin \theta_o \sin \phi_o}{(1 + \eta_1 \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)}, \quad \text{Im}\nu < \text{Im}(k \cos \phi_o) \quad (2.6f)$$

Denklemleri elde edilir. Burada, $\Psi^+(\nu)$ ve $\Phi^+(\nu)$, $\text{Im}\nu > \text{Im}[-\mathcal{K}]$ üst yarı bölgesinde, $\Psi^-(\nu)$ ve $\Phi^-(\nu)$ de $\text{Im}\nu < \text{Im}[\mathcal{K}]$ alt yarı düzleminde regüler olan fonksiyonlardır. (2.6a-c) de $A_O^\pm(\nu)$ ve (2.6d-f) de $B_O^\pm(\nu)$ yok edilerek,

$$\text{Im}(-\mathcal{K}) < \text{Im}\nu < \text{Im}(\mathcal{K} \cos \phi_o)$$

bandında yazılmış olan

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} \Phi^+(\nu) = \Phi^-(\nu) \\ - \frac{a}{\pi} \frac{\mathcal{K} \sin \phi_o (\eta_1 - \eta_2)}{(\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \quad (2.7a)$$

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{G(\eta_1, \nu)}{G(\eta_2, \nu)} \Psi^+(\nu) = \Psi^-(\nu) \\ + \frac{b}{i\pi} \frac{(\eta_1 - \eta_2) \sin \theta_o \sin \phi_o}{(1 + \eta_1 \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \quad (2.7b)$$

Wiener-Hopf denklemleri elde edilir. (2.7a-b) de

$$G(\eta, \nu) = \left[\eta + \frac{k}{\chi(\nu)} \right]^{-1} \quad (2.7c)$$

konmuştur. (2.7a) ve (2.7b) nin yapıları aynı olduğu için sadece (2.7a) yı çözerek, Wiener-Hopf analizi yapılacaktır. Bu amaçla, önce (2.7a) nın sol tarafında bulunan

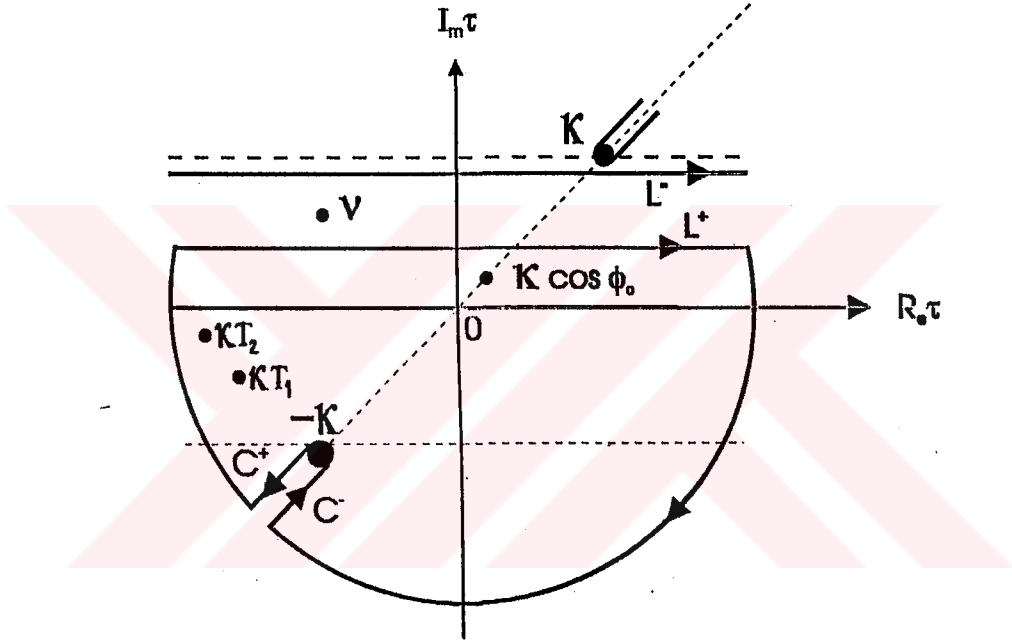
$$\frac{G(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}$$

ifadesinin

$$\frac{G(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} = \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu) G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu) G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}$$

şeklindeki faktörizasyonunun yapıldığını düşünelim. Burada $G^+(\frac{1}{\eta_j}, \nu)$, $Im\nu > Imk$ ile belirli üst yarı düzlemde regüler ve sıfırı olmayan fonksiyonlardır. Bunların açık ifadeleri Maliuzhinets fonksiyonu cinsinden kolayca yazılabilir[15]. Bu durumda (2.7a)'yı aşağıdaki gibi yazalım.

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} \Phi^+(\nu) = \Phi^-(\nu) \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)} - \frac{a}{\pi} \frac{\mathcal{K} \sin \phi_o (\eta_1 - \eta_2)}{(\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)} \quad (2.7d)$$



Şekil 2.4 Kompleks ν Düzleminde İntegrasyon Çizgisi

(2.7d) denkleminin sağındaki terim

$$-\frac{a}{\pi} \frac{\mathcal{K} \sin \phi_o (\eta_1 - \eta_2)}{(\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}$$

Wiener-Hopf anlamında $g(\nu) = g^+(\nu) + g^-(\nu)$ şeklinde dekompoze edilecek olursa

$$g^+(\nu) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} -\frac{a}{\pi} \frac{(\eta_1 - \eta_2) \mathcal{K} \sin \phi_o}{(\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)(\tau - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \times \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \tau)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \tau)} \frac{d\tau}{\tau - \nu} = -R(\mathcal{K} \cos \phi_o) \quad (2.7e)$$

elde edilir. Burada $R(\mathcal{K} \cos \phi_o)$ (2.7e)'nin sol tarafında bulunan entegrandın $\tau = \mathcal{K} \cos \phi_o$ 'daki rezidüsünü göstermektedir. ve integral ifadedeki L^+ çizgisi Şekil 2.4 de gösterilmiştir. Bu halde $g^+(\nu)$,

$$g^+(\nu) = -\frac{a (\eta_1 - \eta_2) \mathcal{K} \cos \phi_o}{\pi (\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o)} \times \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \phi_o)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \phi_o)} \frac{1}{(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \quad (2.7f)$$

olarak elde edilir. (2.7d) denklemi dekompoze edilerek yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} \Phi^+(\nu) - g^+(\nu) = g^-(\nu) + \Phi^-(\nu) \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)} \quad (2.7g)$$

yazılır. (2.7g) eşitliğinin sol yanı $Im[\mathcal{K} \cos \phi_o] < Im[\nu]$ yarı düzleminde, sağ yanı ise $Im[\nu] < Im[\mathcal{K}]$ yarı düzleminde regüler fonksiyonlardır. $Im[\mathcal{K} \cos \phi_o] < Im[\nu] < Im[\mathcal{K}]$ bandında (2.7g) eşitliğinin sağ ile sol tarafı birbirinin analitik devamı olduğundan bu ifadeyi aşağıdaki gibi bir tam fonksiyonun parçaları gibi göstermek mümkündür.

$$P(\nu) = \begin{cases} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} \Phi^+(\nu) - g^+(\nu) & , Im \nu > Im \mathcal{K} \cos \phi_o \\ \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \nu)} \Phi^-(\nu) + g^-(\nu) & , Im \nu < Im \mathcal{K} \end{cases} \quad (2.7h)$$

Kompleks ν düzleminin tamamında regüler ve $\nu \rightarrow \infty$ iken sınırlı kalan bir tam fonksiyon Liouville teoremi gereğince bir sabite eşittir. Yani P_o bir sabit olmak üzere

$$\Phi^+(\nu) \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)} = e_o(\eta_1, \eta_2) \left[\frac{a}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + P_o \right] \quad (2.8a)$$

bulunur. Benzer şekilde ikinci Wiener-Hopf denklemi de ele alınarak (2.7b) denkleminin çözümü[14],

$$\Psi^+(\nu) \frac{G^+(\eta_1, \nu)}{G^+(\eta_2, \nu)} = h_o(\eta_1, \eta_2) \left[\frac{b}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + Q_o \right] \quad (2.8b)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\begin{aligned}
 e_o(\eta_1, \eta_2) &= ikh_o\left(\frac{1}{\eta_1}, \frac{1}{\eta_2}\right) \\
 &= \frac{-1}{\pi} \frac{k \sin \theta_o \sin \phi_o}{\eta_1 + \sin \theta_o \sin \phi_o} (\eta_1 - \eta_2) \frac{\eta_1 G^-\left(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \phi_o\right)}{\eta_2 G^-\left(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \phi_o\right)}
 \end{aligned} \tag{2.8c}$$

konmuştur. (2.8b) de görünen Q_O , Wiener-Hopf analizi sırasında Liouville teoreminin uygulanması sonucunda ortaya çıkan ve henüz bilinmeyen sabittir. Bu sabit, ancak saçılan alanın teğetsel bileşenlerinin de göz önüne alınması ile belirlenebilirler[12]. Maxwell denklemleri kullanılarak kırınan alanın E_x ve E_z bileşenlerinin

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) E_x(x, \pm 0) = k^2 \cos \theta_o V^\pm + \frac{\partial^2 U^\pm(x, \pm 0)}{\partial x \partial y} \tag{2.9a}$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) E_z(x, \pm 0) = ik \left\{ \frac{\partial V^\pm}{\partial x} + \cos \theta_o \frac{\partial^2 U^\pm}{\partial y^2} \right\} \tag{2.9b}$$

bağıntılarıyla U ve V ye bağlı oldukları kolayca gösterilebilir. E_x ve E_z için (2.4a-b) deki gibi $C_O^\pm(\nu)$ ve $D_O^\pm(\nu)$ spektral katsayılarına sahip integral gösterimler kullanılarak

$$C_O^\pm(\nu) = \frac{[k^2 \cos \theta_o B_O^\pm(\nu) + \nu \chi(\nu) A_O^\pm(\nu)]}{(\nu^2 - \nu_o^2)} \tag{2.10a}$$

$$D_O^\pm(\nu) = \frac{[k \nu B_O^\pm(\nu) + k \cos \theta_o \chi(\nu) A_O(\nu)]}{(\nu^2 - \nu_o^2)} \tag{2.10b}$$

$$\nu_o = ik \cos \theta_o \tag{2.10c}$$

elde edilir. Bu katsayılar kullanılarak E_x ve E_z yi veren Fourier integraleri hesaplandığında $\nu = \pm \nu_o$ da bulunan kutupları da göz önüne almak gerekebilir. Bu kutuplar, radyasyon koşulunu sağlamayan yüzey dalgaları ortaya çıkaracağından dolayı bunlara ilişkin rezidülerin sıfır olması gerekir. Bu da (2.10a-b) ve (2.6b,e) uyarınca

$$\eta_1 k \Psi^+(\pm \nu_o) \pm \Phi^+(\pm \nu_o) = 0 \tag{2.11}$$

olması demektir. (2.11) bize P_O ve Q_O katsayılarını belirleme olanağı verir, ve basit bir hesap sonucunda

$$P_O = \frac{k\eta_1 h_o}{e_o} \sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}} \frac{ikb \cos \theta_o \sec(\gamma_2 - \gamma_1)}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} + \frac{ak \cos \theta_o \tan(\gamma_2 - \gamma_1) + a\mathcal{K} \cos \phi_o}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} \quad (2.12a)$$

$$Q_O = \frac{e_o}{\eta_1 h_o} \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}} \frac{ia \cos \theta_o \sec(\gamma_2 - \gamma_1)}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} + \frac{-bk \cos \theta_o \tan(\gamma_2 - \gamma_1) + b\mathcal{K} \cos \phi_o}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} \quad (2.12b)$$

elde edilir. Burada

$$e^{i\gamma_j} = \sqrt{\eta_j} \frac{G^+(\eta_j, \nu_o)}{G^+(\frac{1}{\eta_j}, \nu_o)} = \frac{1}{\sqrt{\eta_j}} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_j}, \nu_o)}{G^-(\eta_j, \nu_o)} \quad (2.12c)$$

konmuştur. Böylece (2.8a-b) ve (2.6b,e) kullanılarak birincil kırınımına uğramış alan için spektral katsayılar aşağıdaki gibi bulunur.

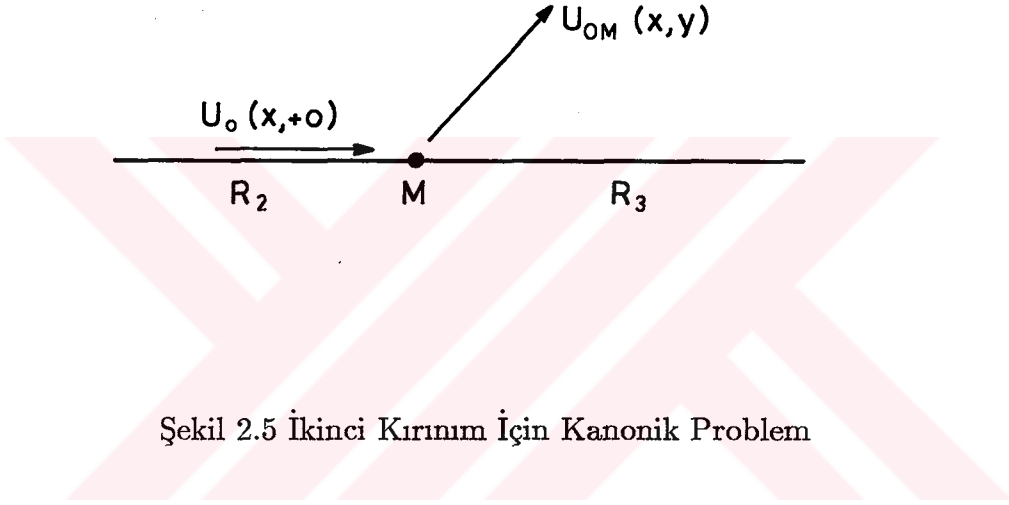
$$A_O^+(\nu) = \frac{\Phi^+(\nu)}{2i[\chi(\nu) + k\eta_1]} = \frac{e_o(\eta_1 - \eta_2)}{2i[\chi(\nu) + k\eta_1]} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \nu)} \left[\frac{a}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + P_O \right] \quad (2.12d)$$

$$B_O^+(\nu) = \frac{\Psi^+(\nu)}{2[\frac{1}{\eta_1} + \frac{\chi(\nu)}{k}]} = \frac{h_o(\eta_1, \eta_2)}{2[\frac{1}{\eta_1} + \frac{\chi(\nu)}{k}]} \frac{G^+(\eta_2, \nu)}{G^+(\eta_1, \nu)} \left[\frac{b}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + Q_O \right] \quad (2.12e)$$

Alanın bir açık ifadesi (2.4b-c) integrallerinin değerlendirilmesi ile elde edilebilir. Bu çalışmanın amacı daha yüksek mertebeden kırınmış alanların açık ifadelerini ortaya çıkarmak olduğundan dolayı bu integraller burada değerlendirilmeyecektir. Aşağıdaki bölümde, O ayırıtından bir kez kırınımına uğramış alanın M ayırıtında uyardığı ikinci kırınımı incelenecek ve kırınmış alanların açık ifadesi elde edilecektir.

2.2 M Ayırıtından ikinci kırınım

O ayırıtından birincil kırınıma uğrayan alan, R_2 şeridi boyunca ilerleyerek M ayırıtına ulaşır ve bu ayırıttan tekrar kırınıma uğrar. Dolayısıyla M ayırıtı için O dan kırınmış alan gelen alan olarak düşünülebilir. Bu halde, M ayırıtından ikinci kırınım incelenirken, problem, spektral iterasyon tekniği(SIT) uyarınca Şekil 2.5 deki iki parçalı düzlem problemine indirgenir.



Şekil 2.5 İkinci Kırınım İçin Kanonik Problem

U_{OM} ve V_{OM} ile göstereceğimiz iki kez kırınmış alanlar için

$$U_{OM}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{OM}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (2.13a)$$

$$V_{OM}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{OM}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (2.13b)$$

şeklinde bir integral gösterilim yazabiliriz. Buradaki $A_{OM}^{\pm}(\nu)$ ve $B_{OM}^{\pm}(\nu)$ spektral katsayıları $y = \pm 0$ daki sınır ve süreklilik koşulları ile belirlenecektir. Bu koşullar, $\{x < 0, y = 0, z \in (-\infty, +\infty)\}$ yarım düzleminin η_2 , $\{x > 0, y = 0, z \in (-\infty, +\infty)\}$ yarım düzleminin de η_3 normalize yüzey direncine sahip buldukları göz önüne alınarak

$$\frac{\partial U_{OM}(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U_{OM}(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_2$$

$$\times [(U_{OM}(x, +0) - U_{OM}(x, -0))] = 0, x < l \quad (2.14a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_{OM}(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U_{OM}(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_3[(U_{OM}(x, +0) - U_{OM}(x, -0))] \\ &= -\left[\frac{\partial U_O(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial U_O(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_3 \right. \\ & \times [(U_O(x, +0) - U_O(x, -0))], x > l \end{aligned} \quad (2.14b)$$

$$\frac{\partial U_{OM}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial U_{OM}(x, -0)}{\partial y} = 0, x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.14c)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\eta_2}[V_{OM}(x, +0) + V_{OM}(x, -0)] + \frac{1}{ik} \\ & \times \left[\frac{\partial V_{OM}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V_{OM}(x, -0)}{\partial y}\right] = 0, x < l \end{aligned} \quad (2.14d)$$

$$V_{OM}(x, +0) - V_{OM}(x, -0) = 0, x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.14e)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\eta_3}[V_{OM}(x, +0) + V_{OM}(x, -0)] + \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V_{OM}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V_{OM}(x, -0)}{\partial y}\right] \\ &= -\frac{1}{\eta_3}[V_O(x, +0) + V_O(x, -0)] - \frac{1}{ik}\left[\frac{\partial V_O(x, +0)}{\partial y} \right. \\ & \left. - \frac{\partial V_O(x, -0)}{\partial y}\right], x > l \end{aligned} \quad (2.14f)$$

şeklinde ifade edilebilir. (2.14a-f) de (2.4b-c) ve (2.13a-b) ifadeleri konarak ve elde edilen integreller ters çevrilerek

$$Im[-\mathcal{K}] < Im\nu < Im[\mathcal{K} \cos \phi_o]$$

şeridinde geçerli olmak üzere

$$A_{OM}^+(\nu) = -A_{OM}^-(\nu) \quad (2.15a)$$

$$B_{OM}^+(\nu) = B_{OM}^-(\nu) \quad (2.15b)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_2]A_{OM}^+(\nu) = \Phi_1^+(\nu)e^{i\nu l} \quad (2.15c)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_3]A_{OM}^+(\nu) = \Phi_1^-(\nu)e^{i\nu l} - 2iA_O^+(\nu)[\chi(\nu) + k\eta_3],$$

$$Im\nu < Im(k \cos \phi_o), \quad (2.15d)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_2} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_{OM}^+ = \Psi_1^+(\nu) e^{i\nu l} \quad (2.15e)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_3} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_{OM}^+ = \Psi_1^-(\nu) e^{i\nu l} - 2 \left[\frac{1}{\eta_3} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_O(\nu), \quad (2.15f)$$

$$Im\nu < Im(k \cos \phi_o) ,$$

yazılır. (2.15a-f) bağıntılarında $A_{OM}^\pm(\nu)$ ve $B_{OM}^\pm(\nu)$ yok edilerek

$$\frac{\eta_3}{\eta_2} \frac{G(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G(\frac{1}{\eta_3}, \nu)} \Phi_1^+(\nu) = \Phi_1^-(\nu) - 2iA_O^+[\chi(\nu) + k\eta_3]e^{-i\nu l} \quad (2.16a)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G(\eta_2, \nu)}{G(\eta_3, \nu)} \Psi_1^+(\nu) = \Psi_1^-(\nu) - 2B_O^+ \left[\frac{\chi(\nu)}{k} + \frac{1}{\eta_3} \right] e^{-i\nu l} \quad (2.16b)$$

Wiener-Hopf denklemleri elde edilir. $\Psi_1^+(\nu)$ ve $\Phi_1^+(\nu)$ $Im\nu > Im[-\mathcal{K}]$ üst yarı düzleminde $\Psi_1^-(\nu)$ ve $\Phi_1^-(\nu)$ fonksiyonları da $Im\nu < Im[\mathcal{K}]$ alt yarı düzleminde regülerdir. (2.16a-b) Wiener-Hopf denklemlerinin çözümleri, kolayca

$$\frac{\eta_3}{\eta_2} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_3}, \nu)} \Phi_1^+(\nu) = [I_1(\nu) + P_1] \quad (2.17a)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^+(\eta_2, \nu)}{G^+(\eta_3, \nu)} \Psi_1^+(\nu) = [J_1(\nu) + Q_1] \quad (2.17b)$$

biçiminde elde edilir. Burada P_1 ve Q_1 belirlenecek katsayılar olup $I_1(\nu)$ ve $J_1(\nu)$ aşağıda verilmiş olan integrallerle tanımlıdır.

$$I_1(\nu) = -\frac{e_o}{2\pi i} \frac{\eta_3}{\eta_1} \int_{L^+} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \tau) G^+(\frac{1}{\eta_2}, \tau)}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \tau) G^+(\frac{1}{\eta_3}, \tau)} \left[\frac{a}{\tau - \mathcal{K} \cos \phi_o} + P_O \right] \frac{e^{-i\tau l}}{\tau - \nu} d\tau \quad (2.18)$$

$$J_1(\nu) = -\frac{h_o}{2\pi i} \frac{\eta_1}{\eta_3} \int_{L^+} \frac{G^-(\eta_1, \tau) G^+(\eta_2, \tau)}{G^-(\eta_2, \tau) G^+(\eta_3, \tau)} \left[\frac{b}{\tau - \mathcal{K} \cos \phi_o} + Q_O \right] \frac{e^{-i\tau l}}{\tau - \nu} d\tau \quad (2.19)$$

Şimdi, $I_1(\nu)$ integralini göz önüne alarak aşağıdaki gibi yeniden düzenleyelim,

$$I_1(\nu) = -\frac{e_o}{2\pi i} \frac{\eta_3}{\eta_1} \int_{L^+} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \tau) G^-(\frac{1}{\eta_3}, \tau) [k\eta_3 + \sqrt{\mathcal{K}^2 - \tau^2}]}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \tau) G^-(\frac{1}{\eta_2}, \tau) (\tau - \mathcal{K}T_2)} \frac{[k\eta_2 - \sqrt{\mathcal{K}^2 - \tau^2}]}{(\tau + \mathcal{K}T_2)} \left[\frac{a}{\tau - \mathcal{K} \cos \phi_o} + P_O \right] \frac{e^{-i\tau l}}{\tau - \nu} d\tau \quad (2.20a)$$

burada,

$$T_j = \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_j}{\sin \theta_o}\right)^2} \quad (2.20b)$$

konmuştur. Jordan lemması uyarınca (2.20a) integralindeki L^+ integrasyon çizgisi, $l > 0$ olduğu için, $\tau = -\mathcal{K}$ dallanma noktasına ilişkin $C^+ + C^-$ kesim çizgisi üzerine deforme edilebilir. Bu bize,

$$I_1(\nu) = I_1^{(1)}(\nu) + I_1^{(2)}(\nu) \quad (2.21a)$$

yazma olanağı verir. Burada $I_1^{(1)}(\nu)$, $\tau = -\mathcal{K}T_2$ kutbundan dolayı ortaya çıkan yüzey dalgası katkısını, $I_1^{(2)}(\nu)$ ise kesim çizgilerinden gelen katkıyı ifade eder. Rezidü teoremi uygulanarak $I_1^{(1)}(\nu)$ integrali aşağıdaki gibi elde edilir.

$$I_1^{(1)}(\nu) = \frac{k^2 \eta_2^2 e_o}{\mathcal{K}T_2 \eta_1} \frac{G^+(1/\eta_1, \mathcal{K}T_2)G^+(1/\eta_3, \mathcal{K}T_2)}{[G^+(1/\eta_2, \mathcal{K}T_2)]^2} \frac{(\eta_2 - \eta_3)}{(\nu + \mathcal{K}T_2)} \left\{ \frac{a}{\mathcal{K}(T_2 + \cos \phi_o)} - P_O \right\} e^{i\mathcal{K}T_2 l} \quad (2.21b)$$

Kesim çizgisi katkısını gösteren $I_1^{(2)}(\nu)$ integralinin üniform integralini aşağıdaki gibi yeniden düzenleyelim.

$$I_1^{(2)}(\nu) = \int_{C^++C^-} m^-(\tau) \left\{ a \left[\frac{q_1(\nu)}{\tau + \mathcal{K}T_2} + \frac{q_2(\nu)}{\tau - \nu} + \frac{q_3(\nu)}{\tau - \mathcal{K} \cos \phi_o} \right] + \frac{P_O}{\nu + \mathcal{K}T_2} \left[\frac{1}{\tau - \nu} - \frac{1}{\nu + \mathcal{K}T_2} \right] \right\} \sqrt{\mathcal{K} + \tau} e^{-i\tau l} d\tau \quad (2.21c)$$

Burada

$$m^-(\tau) = -\frac{k}{2i\pi} e_o \frac{\eta_2}{\eta_1} (\eta_2 - \eta_3) \frac{G^-(\frac{1}{\eta_1}, \tau)G^-(\frac{1}{\eta_3}, \tau)}{[G^-(\frac{1}{\eta_2}, \tau)]^2} \frac{\sqrt{\mathcal{K} - \tau}}{\tau - \mathcal{K}T_2} \quad (2.21d)$$

ve

$$q_j(\nu), (j = 1, 2, 3)$$

$$q_1(\nu) = [\mathcal{K}(\mathcal{K}T_2 + \nu)(T_2 + \cos \phi_o)]^{-1}$$

$$q_2(\nu) = [(\mathcal{K}T_2 + \nu)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)]^{-1}$$

$$q_3(\nu) = [\mathcal{K}(1 + T_2)(\mathcal{K} \cos \phi_o - \nu)]^{-1}$$

konmuştur.

Kesim çizgileri üzerindeki integral (C^+ ve C^-), aşağıdaki dönüşümler kullanılarak pozitif reel eksen üzerindeki integrallere dönüştürülür.

$$\mathcal{K} + \tau = te^{i(\beta-\pi)} \quad , \quad t > 0 \quad , \quad C^+$$

$$\mathcal{K} + \tau = te^{i(\beta+\pi)} \quad , \quad t < 0 \quad , \quad C^-$$

β , kesim çizgisinin reel eksen ile yaptığı açıyı göstermektedir.

$$\begin{aligned} I_1^{(2)}(\nu) &= -ie^{i\mathcal{K}l} e^{\frac{i\beta}{2}} \int_0^{+\infty} m^-(-\mathcal{K} - te^{i\beta}) \\ &\quad \left\{ a \left[\frac{q_1(\nu)}{t + \mathcal{K}e^{-i\beta}(1 - T_2)} + \frac{q_2(\nu)}{t + \mathcal{K}e^{-i\beta}(1 + \frac{\nu}{\mathcal{K}})} + \frac{q_3(\nu)}{t + \mathcal{K}e^{-i\beta}(1 + \cos \phi_o)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{P_o}{\nu + \mathcal{K}T_2} \left[\frac{1}{t + \mathcal{K}e^{-i\beta}(1 + \frac{\nu}{\mathcal{K}})} - \frac{1}{t + \mathcal{K}e^{-i\beta}(1 - T_2)} \right] \right\} \\ &\quad e^{itl(\cos \beta + i \sin \beta)} \sqrt{t} dt \end{aligned} \quad (2.21e)$$

Eğer kl çok büyükse, bu integrale en büyük katkı $t = 0$ daki uç noktasından gelir. Buna göre aşağıdaki eşitlik

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\mu t} \sqrt{t}}{t + z} dt = \sqrt{\frac{\pi}{\mu}} [1 - F(i\mu z)]$$

ve asimtotik teknikler kullanılarak $I_1^{(2)}(\nu)$ integrali de aşağıdaki gibi bulunur[14].

$$\begin{aligned} I_1^{(2)}(\nu) &\sim -\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{e_o k}{1 + T_2} e^{i\frac{\pi}{4}} (\eta_2 - \eta_3) \frac{e^{i\mathcal{K}l}}{\sqrt{\mathcal{K}l}} \frac{G^+(1/\eta_1, \mathcal{K}) G^+(1/\eta_3, \mathcal{K})}{[G^+(1/\eta_2, \mathcal{K})]^2} \\ &\quad \left\{ a \left[\frac{[1 - F(\mathcal{K}l(1 - T_2))]}{\mathcal{K}(\nu + \mathcal{K}T_2)(T_2 + \cos \phi_o)} + \frac{[1 - F(\mathcal{K}l(1 + \frac{\nu}{\mathcal{K}}))]}{(\nu + \mathcal{K}T_2)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{[1 - F(\mathcal{K}l(1 + \cos \phi_o))]}{\mathcal{K}(T_2 + \cos \phi_o)(\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o)} \right] - P_o \left[\frac{F(\mathcal{K}l(1 + \frac{\nu}{\mathcal{K}})) - F(\mathcal{K}l(1 - T_2))}{\nu + \mathcal{K}T_2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.21f)$$

burada

$$F(z) = -2i\sqrt{z} e^{-iz} \int_{\sqrt{z}}^{\infty} e^{it^2} dt \quad (2.21g)$$

ile tanımlı Modifiye Fresnel integralidir. Benzer şekilde,

$$J_1(\nu) = J_1^{(1)}(\nu) + J_1^{(2)}(2) \quad (2.21h)$$

yazılabilir. Burada, $J_1^{(1)}$ ve $J_1^{(2)}$ sırasıyla $I_1^{(1)}$ ve $I_1^{(2)}$ ifadelerinde

$$\eta_j \rightarrow 1/\eta_j, e_o \rightarrow h_o, a \rightarrow b, P_O \rightarrow Q_O$$

konarak elde edilebilir. Bunun sonucu olarak

$$\Phi_1^+(\nu) = \Phi_1^{+(1)}(\nu) + \Phi_1^{+(2)}(\nu) \quad (2.22a)$$

$$\Psi_1^+(\nu) = \Psi_1^{+(1)}(\nu) + \Psi_1^{+(2)}(\nu) \quad (2.22b)$$

yazılabilir. Bu ifadeler, yukarıda elde edilmiş bulunan Wiener-Hopf denklemlerine taşındığında aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\eta_3}{\eta_2} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_3}, \nu)} \Phi_1^{+(j)}(\nu) = [I_1^{(j)}(\nu) + P_1^{(j)}], j = 1, 2 \quad (2.22c)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^+(\eta_2, \nu)}{G^+(\eta_3, \nu)} \Psi_1^{+(j)}(\nu) = [J_1^{(j)}(\nu) + Q_1^{(j)}], j = 1, 2 \quad (2.22d)$$

Burada, P_1 ve Q_1 sabitleri de iki terimin toplamı şeklinde düşünülmüştür. Şöyleki,

$$P_1 = P_1^{(1)} + P_1^{(2)}, \quad Q_1 = Q_1^{(1)} + Q_1^{(2)} \quad (2.22e)$$

$P_1^{(j)}$ ve $Q_1^{(j)}$ sabitleri, alanın $\nu_o = \pm ik \cos \theta_o$ da kutbunun olmaması koşulu ile belirlenir. Bu ise

$$\eta_2 k \Psi_1^{+(j)}(\pm \nu_o) \pm \Phi_1^{+(j)}(\pm \nu_o) = 0 \quad (2.23)$$

bağıntısını verir. Birtakım basit hesaplamalar sonucunda

$$P_1^{(j)} = \frac{1}{2 \cos(\gamma_3 - \gamma_2)} \left\{ \eta_3 k \sqrt{\frac{\eta_3}{\eta_2}} [J_1^{(j)}(-\nu_o) - J_1^{(j)}(\nu_o)] \right. \\ \left. - [I_1^{(j)}(\nu_o) e^{-i(\gamma_3 - \gamma_2)} + I_1^{(j)}(-\nu_o) e^{i(\gamma_3 - \gamma_2)}] \right\} \quad (2.24a)$$

ve benzer şekilde

$$Q_1^{(j)} = \frac{1}{2 \cos(\gamma_3 - \gamma_2)} \left\{ \frac{1}{\eta_3 k} \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_3}} [I_1^{(j)}(-\nu_o) - I_1^{(j)}(\nu_o)] \right. \\ \left. - [J_1^{(j)}(\nu_o) e^{i(\gamma_3 - \gamma_2)} + J_1^{(j)}(-\nu_o) e^{-i(\gamma_3 - \gamma_2)}] \right\} \quad (2.24b)$$

elde edilir. $\Phi_1^+(\nu)$ ve $\Psi_1^+(\nu)$ ifadeleri tamamen belirlendiğine göre $A_{OM}^\pm(\nu)$ ve $B_{OM}^\pm(\nu)$ katsayıları, (2.15a-f) denklemleri yardımıyla elde edilir. Bu ifadeler (2.13a-b) denklemlerine taşınır ve Semer noktası yöntemiyle asimtotik olarak değerlendirilirse

$$U_{OM}(r, \psi) = U_{OM}^{(1)}(r, \psi) + U_{OM}^{(2)}(r, \psi) \quad (2.25a)$$

$$U_{OM}^{(j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_3}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_1^{(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \quad (2.25b)$$

$$U_{OM}^{(j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 - \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_3} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_3}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^-(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_1^{(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \quad (2.25c)$$

bulunur. Burada (r, ψ) , M jonksiyonuna ilişkin polar koordinatları göstermektedir. $V_{OM}(r, \psi)$, ise yukarıdaki ifadelerde

$$U \rightarrow V, \quad \eta_j \rightarrow 1/\eta_j, P_1 \rightarrow Q_1, I_1 \rightarrow J_1$$

koymakla elde edilir.

Dik geliş halinde Fresnel integralinin aşağıdaki asimtotik ifadesini kullanarak M ayırıtından ikinci difraksiyona uğramış alanın üniform olmayan ifadesini, etmek mümkündür. Örneğin TE_z hali için

$$F(z) \sim 1 + \frac{1}{2iz} \quad (2.26)$$

$$H_{zOM} = H_z^i(0) \{ T_{sw}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) e^{ikT_2 l} T_e^{sw}(\psi, \eta_3, \eta_2) + T_{sr}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} T_e^{sr}(\psi, \eta_3, \eta_2) \} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} \quad (2.27)$$

elde edilir. Burada,

$$T_{sw}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) = e^{-i\frac{3\pi}{8}} \sqrt{\frac{\eta_2}{T_2}} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{(\eta_1 - \eta_2)}{T_2 + \cos \phi_o} \frac{\sin \phi_o}{\eta_1 + \sin \phi_o} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, kT_2)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, kT_2)} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, k \cos \phi_o)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, k \cos \phi_o)} \quad (2.27a)$$

$$T_e^{sw}(\psi, \eta_3, \eta_2) = T_{sw}^e(\pi - \psi, \eta_3, \eta_2) \quad (2.27b)$$

$$T_{sr}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) = \frac{i}{\eta_2 \sqrt{2\pi}} \frac{(\eta_1 - \eta_2)}{\eta_1 + \sin \phi_o} \frac{\sin \phi_o}{1 + \cos \phi_o} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, k)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, k)} \frac{G^-(\frac{1}{\eta_2}, k \cos \phi_o)}{G^-(\frac{1}{\eta_1}, k \cos \phi_o)} \quad (2.27c)$$

$$T_e^{sr}(\psi, \eta_3, \eta_2) = T_{sr}^e(\pi - \psi, \eta_3, \eta_2) \quad (2.27d)$$

Konmuştur. T_{sw}^e ve T_{sr}^e , sırasıyla gelen dalgayı yüzey dalgasına ve uzay ışını alanına çeviren difraksiyon katsayılarıdır. Kolayca gösterilebilirki, M ayırıtından kırınmış alanlar (2.25b-c) de aşağıdaki değişiklikler yapılarak elde edilir.

$$U^i(0) \rightarrow U^i(M), \eta_1 \rightarrow \eta_3, \phi_o \rightarrow \pi - \phi_o, \psi \rightarrow \pi - \phi_o$$

2.3 O Ayırıtından üçüncü kırınım

M ayırıtından ikincil kırınıma uğramış alan gelen alan kabul edilerek, O noktasından kırınan alan incelendiğinde üçüncül mertebeden kırınıma uğramış alan elde edilebilir[Bk.Şekil 2.6]. Bu amaçla, önce üçüncül kırınım uğramış alan için

$$U_{OMO}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{OMO}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (2.28a)$$

$$V_{OMO}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{OMO}^{\pm}(\nu) e^{\pm i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu \quad (2.28b)$$

yazılır. Bu halde $U_{OMO}(x, y)$ ve $V_{OMO}(x, y)$ nin sağlaması gereken sınır koşulları;

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} + ik\eta_1 \right] [U_{OMO}(x, +0) + U_{OM}(x, +0)] + \left[\frac{\partial}{\partial y} - ik\eta_1 \right] [U_{OMO}(x, -0) + U_{OM}(x, -0)] = 0, x < 0 \quad (2.29a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [U_{OMO}(x, +0) - U_{OMO}(x, -0)] = 0, x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.29b)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} + ik\eta_2 \right] U_{OMO}(x, +0) + \left[\frac{\partial}{\partial y} - ik\eta_2 \right] U_{OMO}(x, -0) = 0, x > 0 \quad (2.29c)$$

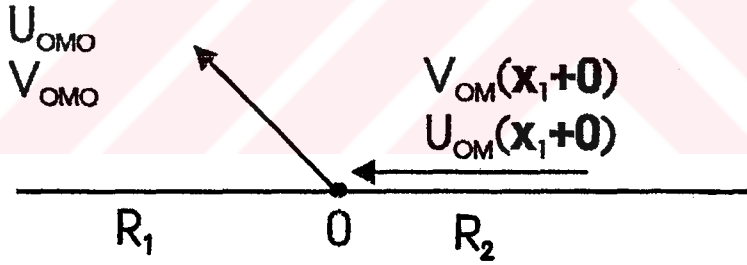
ve

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial y} + \frac{ik}{\eta_1} \right] [V_{OMO}(x, +0) + V_{OM}(x, +0)] \\ & - \left[\frac{\partial}{\partial y} - \frac{ik}{\eta_1} \right] [V_{OMO}(x, -0) + V_{OM}(x, -0)] = 0, x < 0 \end{aligned} \quad (2.29d)$$

$$V_{OMO}(x, +0) - V_{OMO}(x, -0) = 0, x \in (-\infty, +\infty) \quad (2.29e)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} + \frac{ik}{\eta_2} \right] V_{OMO}(x, +0) + \left[\frac{\partial}{\partial y} - \frac{ik}{\eta_2} \right] V_{OMO}(x, -0) = 0, x > 0 \quad (2.29f)$$

dan ibarettir.



Şekil 2.6 Üçüncü Kırınım İçin Kanonik Problem

(2.28a) yi (2.29a-c)

de (2.28b) yi de (2.29d-f) de yerine koyduktan sonra ortaya çıkan integrallerin ters çevrilmeleri sonucunda

$$A_{OMO}^+(\nu) = A_{OMO}^-(\nu) \quad (2.30a)$$

$$B_{OMO}^+(\nu) = -B_{OMO}^-(\nu) \quad (2.30b)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_1]A_{OMO}^+ = \Phi_2^+ - 2i[\chi(\nu) + k\eta_1]A_{OM}^+ \quad (2.30c)$$

$$2i[\chi(\nu) + k\eta_2]A_{OMO}^+ = \Phi_2^- \quad (2.30d)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_1} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] [B_{OMO}^+ + B_{OM}^+] = \psi_2^+(\nu) \quad (2.30e)$$

$$2 \left[\frac{1}{\eta_2} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_{OMO}^+ = \psi_2^+(\nu) \quad (2.30f)$$

bağıntıları elde edilir. Burada Φ_2^\pm, ψ_2^\pm fonksiyonları kompleks ν - düzleminin bir üst ve alt yarısında regüler olan fonksiyonları göstermektedir. Yukarıdaki denklemlerde A_{OMO}^+ ve B_{OMO}^+ katsayıları yok edildiğinde

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{G(1/\eta_2, \nu)}{G(1/\eta_1, \nu)} \Phi_2^-(\nu) = \Phi_2^+(\nu) - 2i[\chi(\nu) + k\eta_1]A_{OM}^+(\nu) \quad (2.31a)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G(\eta_2, \nu)}{G(\eta_1, \nu)} \Psi_2^-(\nu) = \Psi_2^+(\nu) - 2 \left[\frac{1}{\eta_1} + \frac{\chi(\nu)}{k} \right] B_{OM}^+(\nu) \quad (2.31b)$$

şeklindeki Wiener-Hopf denklemleri elde edilir. Bu denklemlerin çözümü aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{G^-(1/\eta_2, \nu)}{G^-(1/\eta_1, \nu)} \Phi_2^-(\nu) = I_2(\nu) + P_2 \quad (2.32a)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^-(\eta_2, \nu)}{G^-(\eta_1, \nu)} \Psi_2^-(\nu) = J_2(\nu) + Q_2 \quad (2.32b)$$

Burada

$$I_2(\nu) = -\frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_1}{\eta_2} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(1/\eta_2, \tau)}{G^-(1/\eta_1, \tau)} \frac{\Phi_1^+(\tau)}{\tau - \nu} e^{i\tau l} d\tau \quad (2.32c)$$

$$J_2(\nu) = -\frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_2}{\eta_1} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(\eta_2, \tau)}{G^-(\eta_1, \tau)} \frac{\Psi_1^+(\tau)}{\tau - \nu} e^{i\tau l} d\tau \quad (2.32d)$$

konmuştur. $I_2(\nu)$ ve $J_2(\nu)$ integralleri

$$\Phi_1^+(\nu) = \Phi_1^{+(1)} + \Phi_1^{+(2)}$$

ve

$$\Psi_1^+(\nu) = \Psi_1^{+(1)} + \Psi_1^{+(2)}$$

olduğu göz önünde bulundurularak

$$I_2(\nu) = -\frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_1}{\eta_2} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(1/\eta_2, \tau)}{G^-(1/\eta_1, \tau)} \frac{\Phi_1^{+(1)}(\tau)}{\tau - \nu} d\tau \\ - \frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_1}{\eta_2} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(1/\eta_2, \tau)}{G^-(1/\eta_1, \tau)} \frac{\Phi_1^{+(2)}(\tau)}{\tau - \nu} e^{i\tau l} d\tau \quad (2.32e)$$

ve

$$J_2(\nu) = -\frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_2}{\eta_1} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(\eta_2, \tau)}{G^-(\eta_1, \tau)} \frac{\Psi_1^{+(1)}(\tau)}{\tau - \nu} d\tau \\ - \frac{1}{2\pi i} \frac{\eta_2}{\eta_1} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{G^-(\eta_2, \tau)}{G^-(\eta_1, \tau)} \frac{\Psi_1^{+(2)}(\tau)}{\tau - \nu} e^{i\tau l} d\tau \quad (2.32f)$$

yazılabilir. (2.32e) ve (2.32f) de görülen her bir integralde bir kutup katkısı ve bir kesim çizgisi katkısı vardır. Bu durumda her bir integral iki kısımdan oluşmuş gibi düşünülebilir ve

$$I_2(\nu) = I_2^{(1,1)} + I_2^{(1,2)} + I_2^{(2,1)} + I_2^{(2,2)} \quad (2.33a)$$

$$J_2(\nu) = J_2^{(1,1)} + J_2^{(1,2)} + J_2^{(2,1)} + J_2^{(2,2)} \quad (2.33b)$$

yazılabilir. Bu halde (2.32a) ve (2.32b) çözümleri

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{G^-(1/\eta_2, \nu)}{G^-(1/\eta_1, \nu)} \sum_{j=1}^2 \left[\Phi_2^{-(1,j)}(\nu) + \Phi_2^{-(2,j)}(\nu) \right] = \\ \sum_{j=1}^2 \left[I_2^{(1,j)}(\nu) + P_2^{(1,j)}(\nu) \right] + \sum_{j=1}^2 \left[I_2^{(2,j)}(\nu) + P_2^{(2,j)}(\nu) \right] \quad (2.33c)$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^-(\eta_2, \nu)}{G^-(\eta_1, \nu)} \sum_{j=1}^2 \left[\Psi_2^{-(1,j)}(\nu) + \Psi_2^{-(2,j)}(\nu) \right] = \\ \sum_{j=1}^2 \left[J_2^{(1,j)}(\nu) + Q_2^{(1,j)}(\nu) \right] + \sum_{j=1}^2 \left[J_2^{(2,j)}(\nu) + Q_2^{(2,j)}(\nu) \right] \quad (2.33d)$$

şeklinde ifade edilebilirler. Burada

$$I_2^{(1,j)}(\nu) = \frac{k^2 \eta^2}{\mathcal{K}T_2} (\eta_1 - \eta_2) \frac{\Phi_1^{+(j)}(\mathcal{K}T_2)}{\mathcal{K}T_2 - \nu} \frac{G^+(1/\eta_1, \mathcal{K}T_2)}{G^+(1/\eta_2, \mathcal{K}T_2)} e^{i\mathcal{K}T_2 l} \quad (2.34a)$$

$$I_2^{(2,j)}(\nu) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} k(\eta_2 - \eta_1) \frac{\Phi_1^{+(j)}(\mathcal{K})}{1 + T_2} e^{i\pi/4} \frac{G^+(1/\eta_1, \mathcal{K})}{G^+(1/\eta_2, \mathcal{K})} \left[\frac{F(\mathcal{K}l(1 - \nu/\mathcal{K})) - F(\mathcal{K}l(1 - T_2))}{\mathcal{K}T_2 - \nu} \right] \frac{e^{i\mathcal{K}l}}{\sqrt{\mathcal{K}l}} \quad (2.34b)$$

$J_2^{(1,j)}$ ve $J_2^{(2,j)}$ yukarıdaki ifadelerde, $\eta \rightarrow \frac{1}{\eta}$ ve $\Phi_1^{+(j)} \rightarrow \Psi_1^{+(j)}$ konarak kolayca elde edilir. $Q_2^{(n,j)}$ ve $P_2^{(n,j)}$ sabitleri ise

$$\eta_2 k \Psi_2^{-(n,j)}(\pm\nu_0) \pm \Phi_2^{-(n,j)}(\pm\nu_0) = 0 \quad (2.35a)$$

koşulundan

$$P_2^{(n,j)} = \frac{1}{2 \cos(\gamma_2 - \gamma_1)} \left\{ \eta_1 k \sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}} [J_2^{(n,j)}(-\nu_0) - J_2^{(n,j)}(\nu_0)] - [I_2^{(n,j)}(\nu_0) e^{-i(\gamma_2 - \gamma_1)} + I_2^{(n,j)}(-\nu_0) e^{i(\gamma_2 - \gamma_1)}] \right\} \quad (2.35b)$$

$$Q_2^{(n,j)} = \frac{1}{2 \cos(\gamma_2 - \gamma_1)} \left\{ \frac{1}{\eta_1 k} \sqrt{\frac{\eta_2}{\eta_1}} [I_2^{(n,j)}(-\nu_0) - I_2^{(n,j)}(\nu_0)] - [J_2^{(n,j)}(\nu_0) e^{i(\gamma_2 - \gamma_1)} + J_2^{(n,j)}(-\nu_0) e^{-i(\gamma_2 - \gamma_1)}] \right\} \quad (2.35c)$$

olarak bulunur. Bu halde (2.30d) ve (2.30f) yardımıyla

$$A_{OMO}^{+(n,j)}(\nu) = \frac{1}{2i[\chi(\nu) + k\eta_2]} \frac{\eta_2 G^-(1/\eta_1, \nu)}{\eta_1 G^-(1/\eta_2, \nu)} [I_2^{(n,j)}(\nu) + P_2^{(n,j)}] \quad (2.36a)$$

$$B_{OMO}^{+(n,j)}(\nu) = \frac{1}{2[\frac{1}{\eta_2} + \frac{\chi(\nu)}{k}]} \frac{\eta_1 G^-(\eta_1, \nu)}{\eta_2 G^-(\eta_2, \nu)} [J_2^{(n,j)}(\nu) + Q_2^{(n,j)}] \quad (2.36b)$$

elde edilir. (2.36a) ve (2.36b) sırasıyla (2.28a) ve (2.28b) ye taşındıktan sonra ortaya çıkan integraller semer noktası yöntemiyle asimptotik olarak değerlendirilerek

$$U_{OMO} = U_{OMO}^{(1,1)} + U_{OMO}^{(1,2)} + U_{OMO}^{(2,1)} + U_{OMO}^{(2,2)} \quad (2.37a)$$

$$V_{OMO} = V_{OMO}^{(1,1)} + V_{OMO}^{(1,2)} + V_{OMO}^{(2,1)} + V_{OMO}^{(2,2)} \quad (2.37b)$$

elde edilir. Burada

$$U_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, & \psi \in (0, \pi) \\ \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 - \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, & \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (2.37c)$$

$$V_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 + \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \\ -\frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 - \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (2.37d)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.37c) ve (2.37d) ifadelerindeki (r, ψ) , merkezi O'da bulunan silindirik koordinatları göstermektedir.

Dik geliş halinde Fresnel integralinin asimtotik ifadesini kullanarak O ayırıtından üçüncü difraksiyona uğramış alanın üniform olmayan ifadesi, örneğin TE_z hali için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} H_{zOMO} = H_z^i(0) \{ & T_{sw}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) e^{ikT_2 l} T_{sw}^{sw}(\eta_2, \eta_3) e^{ikT_2 l} \\ & T_e^{sw}(\pi - \phi; \eta_1, \eta_2) + T_{sr}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} \\ & T_{sr}^{sr}(\eta_2, \eta_3) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} T_e^{sr}(\pi - \phi; \eta_1, \eta_2) + T_{sw}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) e^{ikT_2 l} \\ & T_{sr}^{sw}(\eta_2, \eta_3) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} T_e^{sr}(\pi - \phi; \eta_1, \eta_2) + T_{sr}^e(\phi_o, \eta_1, \eta_2) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} \\ & T_{sw}^{sr}(\eta_2, \eta_3) \frac{e^{ikl}}{(kl)^{\frac{3}{2}}} T_e^{sw}(\pi - \phi; \eta_1, \eta_2) \} \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Burada,

$$T_{sw}^{sw}(\eta_2, \eta_3) = \frac{\eta_2^2 (\eta_3 - \eta_2)}{\eta_3 (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} T_2^2} \left[\frac{G^+(\frac{1}{\eta_3}, kT_2)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, kT_2)} \right]^2 \quad (2.39a)$$

$$T_{sr}^{sw}(\eta_2, \eta_3) = i \frac{\eta_2}{\eta_3} \sqrt{\frac{\eta_2}{T_2}} \frac{e^{i\frac{3\pi}{8}}}{(\frac{\pi}{2})^{\frac{1}{3}}} \frac{\eta_3 - \eta_2}{1 + T_2} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_3}, k) G^+(\frac{1}{\eta_3}, kT_2)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, k) G^+(\frac{1}{\eta_2}, kT_2)} \quad (2.39b)$$

$$T_{sw}^{sr} = T_{sr}^{sw} \quad (2.39c)$$

$$T_{sr}^{sr} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2^{\frac{1}{3}} \sqrt{\pi}} \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_2 \eta_3} \left[\frac{G^+(\frac{1}{\eta_3}, k)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, k)} \right]^2 \quad (2.39d)$$

konmuştur. T_{sw}^e ve T_{sr}^e , sırasıyla gelen dalgayı yüzey dalgasına ve uzay ışını alanına çeviren difraksiyon katsayılarıdır.

M ayırıtından üçüncü mertebeden kırınmış alanları elde etmek için yukarıda elde edilen sonuçlarda

$$U^i(0) \rightarrow U^i(M), \eta_1 \rightarrow \eta_3, \phi_o \rightarrow \pi - \phi_o, \psi \rightarrow \pi - \phi_o$$

dönüşümlerini yapmak yeterlidir.

BÖLÜM 3

EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGALARIN ÜÇ PARÇALI KONDÜKTİF DÜZLEMDEN SAÇILMASI

Bu bölümde, üç parçalı bir kondüktif düzlemden eğik geliş halinde düzlemsel dalgaların üçüncü mertebeden ardışık kırınımları incelenecektir. Kondüktif düzlem, rezistif düzlemin elektromagnetik düali olduğundan dolayı analiz, bir önceki bölümde yapılanlara tamamen benzemektedir. Buradaki tek değişiklik, sınır koşullarında R yerine $\frac{1}{R^*}$ konacaktır. Bu nedenle, bu bölümde ayrıntıya girmeden sadece sonuçlar verilecektir.

3.1. O Ayrıtından Birinci Kırınım

İkinci bölümde açık ifadesi (2.1a,b) bağıntıları ile verilen düzlemsel dalga ile aydınlatılan üç parçalı kondüktif düzlem Şekil 3.1 de gösterilmiştir. $x \in (0, l)$, $y = 0$, $z \in (-\infty, +\infty)$ ile tanımlı ortadaki S_2 şeride ilişkin maddesel özellik R_2^* ile gösterilen sabit yüzey iletkenliği ile, benzer şekilde orta şeridin her iki yanı da R_1^* ve R_3^* ile gösterilen sabit yüzey iletkenlikleri ile karakterize edildikleri varsayılmaktadır. Üç parçalı rezistif düzlemden yapıldığı gibi burada da yüksek frekanslı dalgaların kırınımının yöreselliğine dayanarak O'dan kırınmış alanı bulurken M ayrıtının etkisi ihmal edilebilir. Bu halde, M ayrıtı sonsuza atılmış gibi düşünülerek problem, iki parçalı bir düzlemden alanın kırınım problemine indirgenir. Bu halde, uzaydaki toplam alan,

$$U^{*T}(x, y) = U^*(x, y) + U^{*u}(x, y) \quad (3.1a)$$

$$V^{*T}(x, y) = V^*(x, y) + V^{*u}(x, y) \quad (3.1b)$$

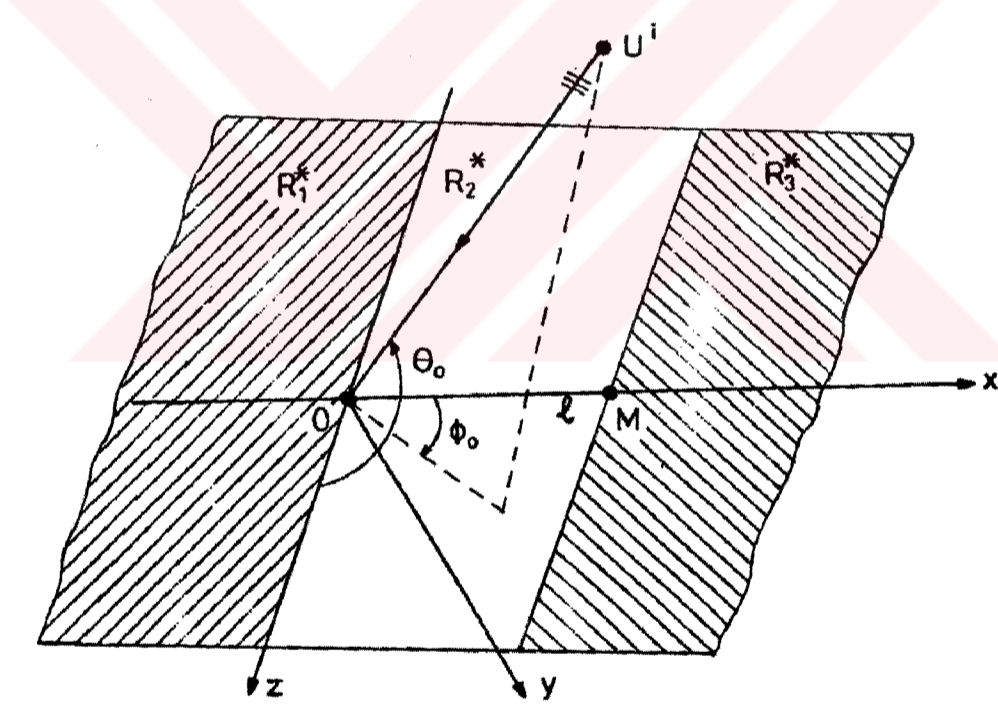
şeklinde ifade edilebilir. Burada, (U^{*u}, V^{*u}) $y = 0$ düzleminin sadece R_1^* yüzey iletkenliği ile karakterize edilmiş olması halinde uzaydaki toplam alanı, (U^*, V^*) ise $y = 0$ düzleminin $x > 0$ ile belirli sağ yarısının

R_2^* iletkenliği ile karakterize edilmiş olması nedeniyle O ayrıtında oluşan süreksizlikten saçılan alanı göstermektedir. (U^{*u}, V^{*u}) R_1^* iletkenliğine sahip kondüktif bir düzlemden düzlemsel dalgaların yansıma ve kırılma problemi çözülerek, kolayca aşağıdaki gibi elde edilir:

$$U^{*u}(x, y) = \begin{cases} U^i(x, y) + U^{*r}(x, y) & ,y > 0 \\ U^{*t}(x, y) & ,y < 0 \end{cases} \quad (3.2a)$$

$$V^{*u}(x, y) = \begin{cases} V^i(x, y) + V^{*r}(x, y) & ,y > 0 \\ V^{*t}(x, y) & ,y < 0 \end{cases} \quad (3.2b)$$

yazılır. Burada (U^{*r}, V^{*r}) ve (U^{*t}, V^{*t}) sırasıyla, yansıyan ve kırılan alanları ifade etmektedirler.



Şekil 3.1 Üç parçalı kondüktif düzlem

$$U^{*r}(x, y) = -a \frac{\eta_1^*}{[\eta_1^* + \sin \theta_0 \sin \phi_0]} e^{-iK[x \cos \phi_0 - y \sin \phi_0]} \quad (3.2c)$$

$$V^{*r}(x, y) = b \frac{\eta_1^* \sin \theta_o \sin \phi_o}{[1 + \eta_1^* \sin \theta_o \sin \phi_o]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_o - y \sin \phi_o]} \quad (3.2d)$$

$$U^{*t}(x, y) = a \frac{\sin \theta_o \sin \phi_o}{[\eta_1^* + \sin \theta_o \sin \phi_o]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_o + y \sin \phi_o]} \quad (3.2e)$$

$$V^{*t}(x, y) = b \frac{1}{[1 + \eta_1^* \sin \theta_o \sin \phi_o]} e^{-i\mathcal{K}[x \cos \phi_o + y \sin \phi_o]} \quad (3.2f)$$

ile verilir. Burada Z_O , boşluğun karakteristik empedansını göstermek üzere $\eta_1^* = \frac{2R_1^*}{Z_O}$ olarak tanımlanmış normalize yüzey iletkenliğidir. Helmholtz denklemini sağlayan (U^*, V^*) nin bir integral gösterilimi

$$U^*(x, y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} A_O^{*+}(\nu) e^{i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y > 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} A_O^{*-}(\nu) e^{-i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y < 0 \end{cases} \quad (3.3b)$$

$$V^*(x, y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} B_O^{*+}(\nu) e^{i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y > 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} B_O^{*-}(\nu) e^{-i\chi(\nu)y - i\nu x} d\nu & , y < 0 \end{cases} \quad (3.3c)$$

Şeklinde yazılabilir. (3.3a) ve (3.3b) deki $A_O^{*\pm}(\nu)$ ve $B_O^{*\pm}(\nu)$ spektral katsayıları $y = \pm 0$ da yazılacak sınır ve süreklilik koşulları yardımıyla bulunur.

Bu koşullar;

$$\frac{\partial V^{*T}(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial V^{*T}(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_1^*(V^{*T}(x, +0) - V^{*T}(x, -0)) = 0, \quad x < 0 \quad (3.4a)$$

$$\frac{\partial V^{*T}(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial V^{*T}(x, -0)}{\partial y} + ik\eta_2^*(V^{*T}(x, +0) - V^{*T}(x, -0)) = 0, \quad x > 0 \quad (3.4b)$$

$$\frac{1}{ik} \frac{\partial V^{*T}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial V^{*T}(x, -0)}{\partial y} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (3.4c)$$

$$ik\eta_1^*[U^{*T}(x, +0) + U^{*T}(x, -0)] + \left[\frac{\partial U^{*T}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial U^{*T}(x, -0)}{\partial y} \right] = 0, \quad x < 0 \quad (3.4d)$$

$$ik\eta_2^*[U^{*T}(x, +0) + U^{*T}(x, -0)] + \left[\frac{\partial U^{*T}(x, +0)}{\partial y} - \frac{\partial U^{*T}(x, -0)}{\partial y} \right] = 0, \quad x > 0 \quad (3.4e)$$

$$U^{*T}(x, +0) - U^{*T}(x, -0), \quad x \in (-\infty, +\infty) \quad (3.4f)$$

şeklinindedir. (3.4a-f) de gelen alan ifadesi ve (3.3a-b) gözönüne alınarak, bir önceki bölümde iki parçalı rezistif düzlem problemi için yapılanlara benzer bir şekilde

$$A_O^{*+} = \frac{e_o^*}{2[\eta_2^* + \frac{\chi(\nu)}{k}]} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_2^*}, \nu)}{G^+(\frac{1}{\eta_1^*}, \nu)} \left[\frac{a}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + P_O^* \right] \quad (3.5a)$$

$$B_O^{*+} = \frac{h_o^*}{2i[\chi(\nu) + \frac{k}{\eta_1^*}] G^+(\eta_1^*, \nu)} \left[\frac{b}{\nu - \mathcal{K} \cos \phi_o} + Q_O^* \right] \quad (3.5b)$$

elde edilir. Burada

$$e_o^*(\eta_1^*, \eta_2^*) = ikh_o^* \left(\frac{1}{\eta_1^*}, \frac{1}{\eta_2^*} \right) = \frac{-i \sin \theta_o \sin \phi_o}{\pi \eta_1^* + \sin \theta_o \sin \phi_o} (\eta_2^* - \eta_1^*) \frac{\eta_1^* G^-(\frac{1}{\eta_2^*}, \mathcal{K} \cos \phi_o)}{\eta_2^* G^-(\frac{1}{\eta_1^*}, \mathcal{K} \cos \phi_o)} \quad (3.5c)$$

$$P_O^* = - \frac{\frac{\eta_1^* h_o^*}{e_o^*} \sqrt{\frac{\eta_1^*}{\eta_2^*}} ib \cos \theta_o \sec(\gamma_2 - \gamma_1)}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} + \frac{ak \cos \theta_o \tan(\gamma_2 - \gamma_1) + a\mathcal{K} \cos \phi_o}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} \quad (3.5d)$$

$$Q_O^* = - \frac{\frac{e_o^*}{\eta_1^* h_o^*} \sqrt{\frac{\eta_2^*}{\eta_1^*}} ia \cos \theta_o \sec(\gamma_2 - \gamma_1)}{(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} + \frac{bk \cos \theta_o \tan(\gamma_2 - \gamma_1) + b\mathcal{K} \cos \phi_o}{k^2(1 - \sin^2 \theta_o \sin^2 \phi_o)} \quad (3.5e)$$

şeklindedir.

3.2 M Ayırıtından İkinci Kırınım

O ayırıtından birincil kırınıma uğrayan alan R_2^* şeridi boyunca ilerleyerek M ayırıtına ulaşır ve bu ayırıtın tekrar kırınımına uğrar. Bu halde kırınan alan

$$U_{OM}^* = U_{OM}^{*(1)} + U_{OM}^{*(2)} \quad (3.6a)$$

$$V_{OM}^* = V_{OM}^{*(1)} + V_{OM}^{*(2)} \quad (3.6b)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,

$$U_{OM}^{(*)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{k \sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2^* + k \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2^* G^-(\frac{1}{\eta_3^*}, \mathcal{K} \cos \psi)}{\eta_3^* G^-(\frac{1}{\eta_2^*}, \mathcal{K} \cos \psi)} [I_1^{*(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{*(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \quad (3.7a)$$

$$U_{OM}^{(*)}(r, \psi) = -\frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{k \sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2^* - k \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2^* G^-(\frac{1}{\eta_3^*}, \mathcal{K} \cos \psi)}{\eta_3^* G^-(\frac{1}{\eta_2^*}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [I_1^{*(j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_1^{*(j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \quad (3.7b)$$

konmuştur. Burada (r, ψ) , M jonksiyonuna ilişkin polar koordinatları göstermektedir.

$V_{OM}^*(r, \psi)$ ise, aşağıdaki dönüşümler yardımıyla kolayca bulunabilir.

$$\eta^* \rightarrow \frac{1}{\eta^*}, P_1^* \rightarrow Q_1^*, I_1^* \rightarrow J_1^*$$

3.3 O Ayırıtından Üçüncü Mertebe Kırınım

M 'den ikincil kırınıma uğramış alan gelen alan kabul edilerek, O noktasından kırınan alan incelendiğinde üçüncül mertebeden kırınıma uğramış alan elde edilebilir. Bu halde, alan

$$U_{OMO}^* = U_{OMO}^{*(1,1)} + U_{OMO}^{*(1,2)} + U_{OMO}^{*(2,1)} + U_{OMO}^{*(2,2)} \quad (3.8a)$$

$$V_{OMO}^* = V_{OMO}^{*(1,1)} + V_{OMO}^{*(1,2)} + V_{OMO}^{*(2,1)} + V_{OMO}^{*(2,2)} \quad (3.8b)$$

şeklindedir. Burada

$$U_{OMO}^{*(n,j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{k \sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2^* + k \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2^* G^+(\frac{1}{\eta_1^*}, \mathcal{K} \cos \psi)}{\eta_1^* G^+(\frac{1}{\eta_2^*}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [I_2^{*(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{*(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \quad (3.8c)$$

$$U_{OMO}^{*(n,j)}(r, \psi) = -\frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{k \sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2^* - k \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2^* G^+(\frac{1}{\eta_1^*}, \mathcal{K} \cos \psi)}{\eta_1^* G^+(\frac{1}{\eta_2^*}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [I_2^{*(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{*(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \quad (3.8d)$$

$$V_{OMO}^{*(n,j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{k \sin \theta_o \sin \psi}{1 + \eta_2^* \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_1^* G^+(\eta_1^*, \mathcal{K} \cos \psi)}{\eta_2^* G^+(\eta_2^*, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [J_2^{*(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{*(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \quad (3.8e)$$

$$V_{OMO}^{*(n,j)}(r, \psi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 - \eta_2^* \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1^* \frac{G^+(\eta_1^*, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2^*, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ [J_2^{*(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{*(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (-\pi, 0) \quad (3.8f)$$

konmuştur.



BÖLÜM 4

EĞİK GELİŞ HALİNDE DÜZLEMSEL DALGALARIN ÜÇ PARÇALI EMPEDANS DÜZLEMENDE SAÇILMASI

Bölüm 1 de sözü edildiği gibi bu çalışmanın amacı, eğik geliş halinde üç parçalı rezistif ve kondüktif düzlemlere ilişkin yüksek mertebeden kırınım alanları bulmak ve bunları toplayarak üç parçalı empedans düzlemine ilişkin sonuçların elde edilebileceğini göstermektir. Eğik geliş halinde üç parçalı empedans düzlemine ilişkin kırınım problemi [14] de çözülmüş ve sonuçlar verilmiştir. Aşağıda, önce Bölüm 2 ve Bölüm 3 de sırasıyla rezistif ve kondüktif hallere ilişkin çözümler doğrudan doğruya toplanacak ve çıkan sonuçlar [14] de verilenlerle karşılaştırılacaktır.

4.1. M Ayırıtından İkincil Kırınım

Kolayca gösterilebilir ki, rezistif ve kondüktif hallerde elde edilen sonuçlarda görünen bazı fonksiyonlar arasında aşağıdaki ilişkiler vardır.

$$e_o^* = \frac{1}{ik} e_o \quad (4.1a)$$

$$h_o^* = ik h_o \quad (4.1b)$$

$$Q_o^* = Q_o \quad (4.1c)$$

$$P_o^* = P_o \quad (4.1d)$$

$$I_1^*(\nu) = \frac{1}{ik} I_1(\nu) \quad (4.1e)$$

$$J_1^*(\nu) = ik J_1(\nu) \quad (4.1f)$$

$$P_1^* = \frac{1}{ik} P_1 \quad (4.1g)$$

$$Q_1^* = Q_1 \quad (4.1h)$$

Bu ilişkiler gözönüne alınarak rezistif halde elde edilen (2.25b,c) ve kondüktif halde elde edilen (3.7a,b) bağıntıları terim terime toplanacak olursa,

$$U_{OM}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \\ 0, \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (4.2a)$$

$$V_{OM}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 + \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \\ 0, \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (4.2b)$$

elde edilir. Bu ifadeler [14] de verilen (33a,b) ile karşılaştırılacak olursa sonuçların aynı olduğu kolayca görülebilir. Bu da ikincil kırınım söz konusu olduğu zaman empedans düzlemine ilişkin sonuçların rezistif ve kondüktif düzlemlere ilişkin sonuçların toplamıyla elde edilebileceğini göstermektedir.

4.2. O Ayırıtından Üçüncül Kırınım

Yukarıdaki analize benzer şekilde hareket ederek kondüktif hallere ilişkin üçüncül kırınım sonuçları (2.37c-d) ve (3.8c-f) toplanacak olursa

$$U_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2i} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{\eta_2 + \sin \theta_o \sin \psi} \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{G^+(\frac{1}{\eta_1}, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\frac{1}{\eta_2}, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [I_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + P_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \\ 0, \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (4.3a)$$

$$V_{OMO}^{(n,j)}(r, \psi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta_o \sin \psi}{1 + \eta_2 \sin \theta_o \sin \psi} \eta_1 \frac{G^+(\eta_1, \mathcal{K} \cos \psi)}{G^+(\eta_2, \mathcal{K} \cos \psi)} \\ \quad [J_2^{(n,j)}(-\mathcal{K} \cos \psi) + Q_2^{(n,j)}] \frac{e^{i\mathcal{K}r}}{\sqrt{\mathcal{K}r}}, \psi \in (0, \pi) \\ 0, \psi \in (-\pi, 0) \end{cases} \quad (4.3b)$$

elde edilir. (4.3a) ve (4.3b) yine [14] de verilen sonuçlar ile çakışmaktadır.

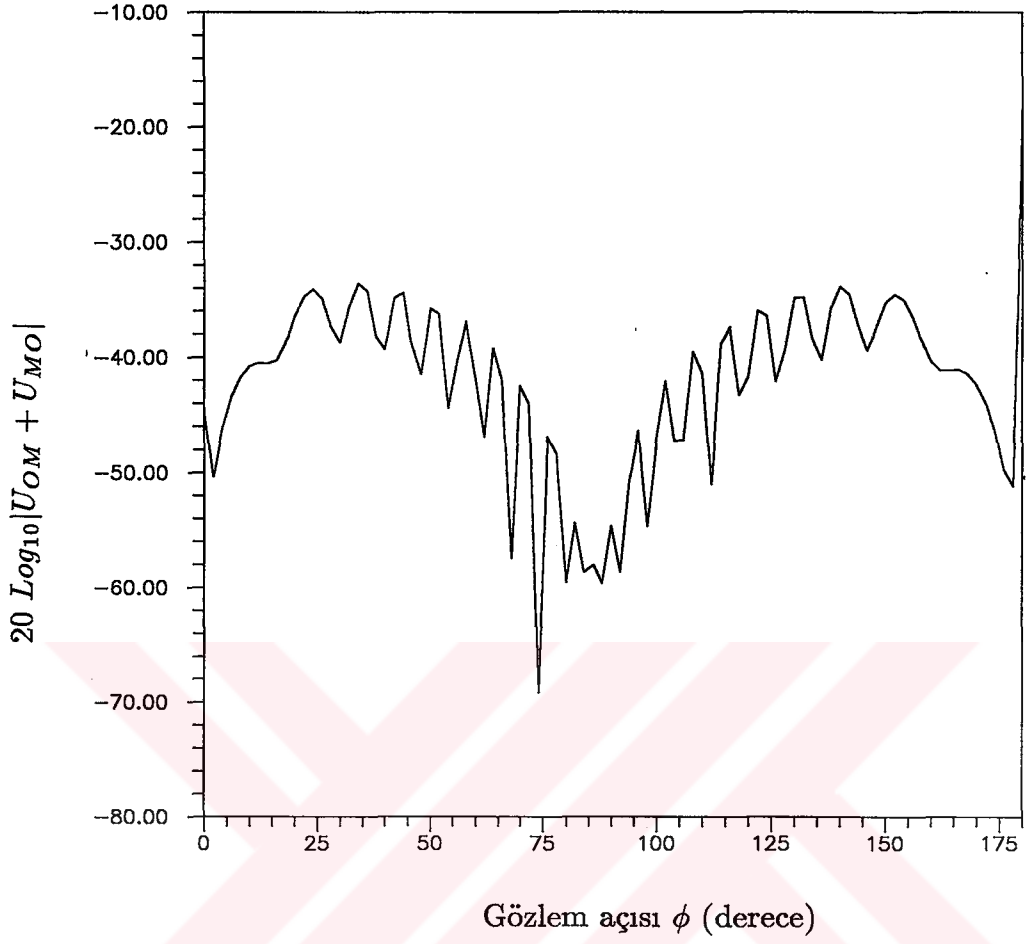
BÖLÜM 5

SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLAR

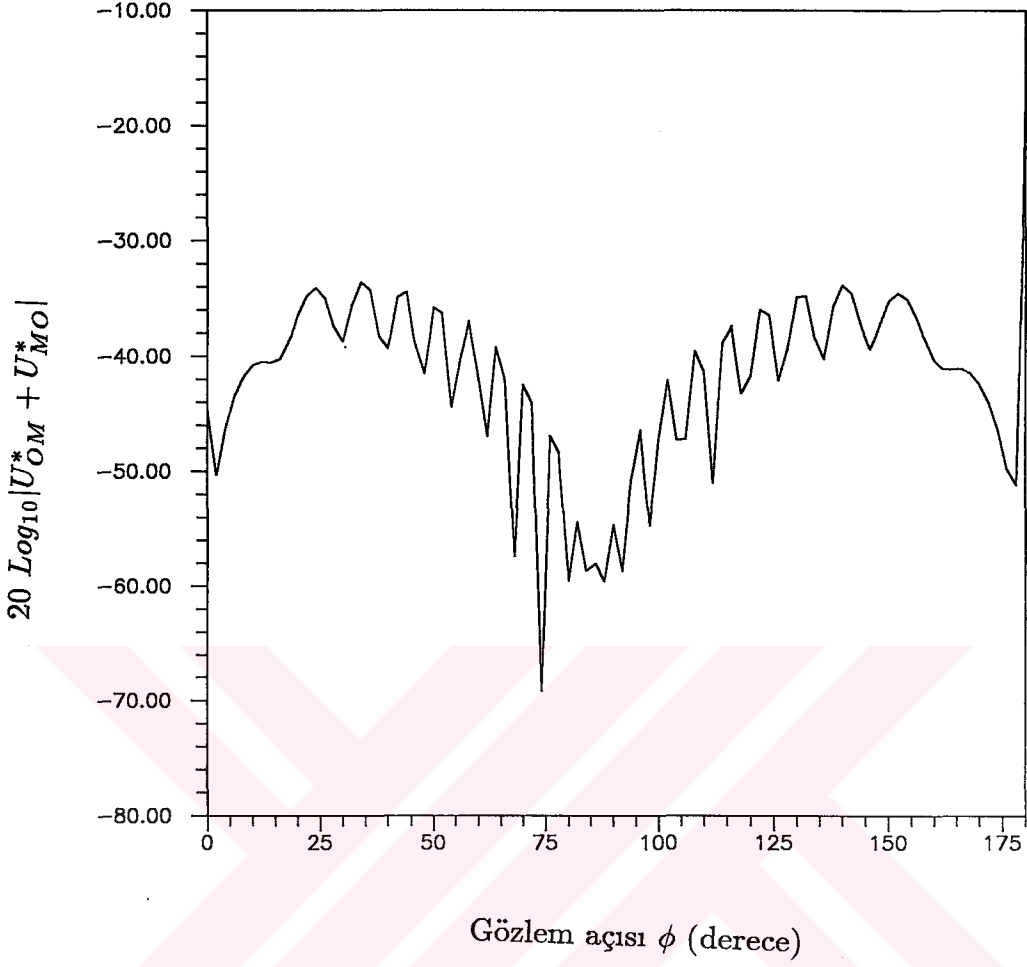
İkinci ve üçüncü bölümlerde sırasıyla rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden eğik gelişli bir monokromatik dalğanın kırınımı üçüncü mertebeye kadar incelendi. Dördüncü bölümde ise, rezistif ve kondüktif düzlemler için elde edilen sonuçların toplamının, aslında, empedans türünden sınır koşuluna sahip üç parçalı düzlem probleminin sonuçları ile aynı olduğu, başka bir deyişle, empedans sınır koşuluna sahip problemin çözümünün rezistif ve kondüktif sınır koşuluna sahip problemlerin çözümlerinin bir süperpozisyonu olarak ifade edilebileceği gösterildi.

Analitik olarak elde edilmiş olan bu sonuçları, sayısal olarak da görebilmek için, değişik parametrelere karşı düşen ikincil ve üçüncül kırınımlara ilişkin sonuçlar Şekil 5.1-Şekil 5.18 de gösterilmiştir. Söz konusu sayısal hesaplamalar sırasında $G^{\pm}(\nu)$ fonksiyonlarının açık ifadelerinin bilinmesine gerek vardır. Bu fonksiyonlar gayet iyi bilinen Maliuzhinetz fonksiyonu cinsinden ifade edilebilirler [15].

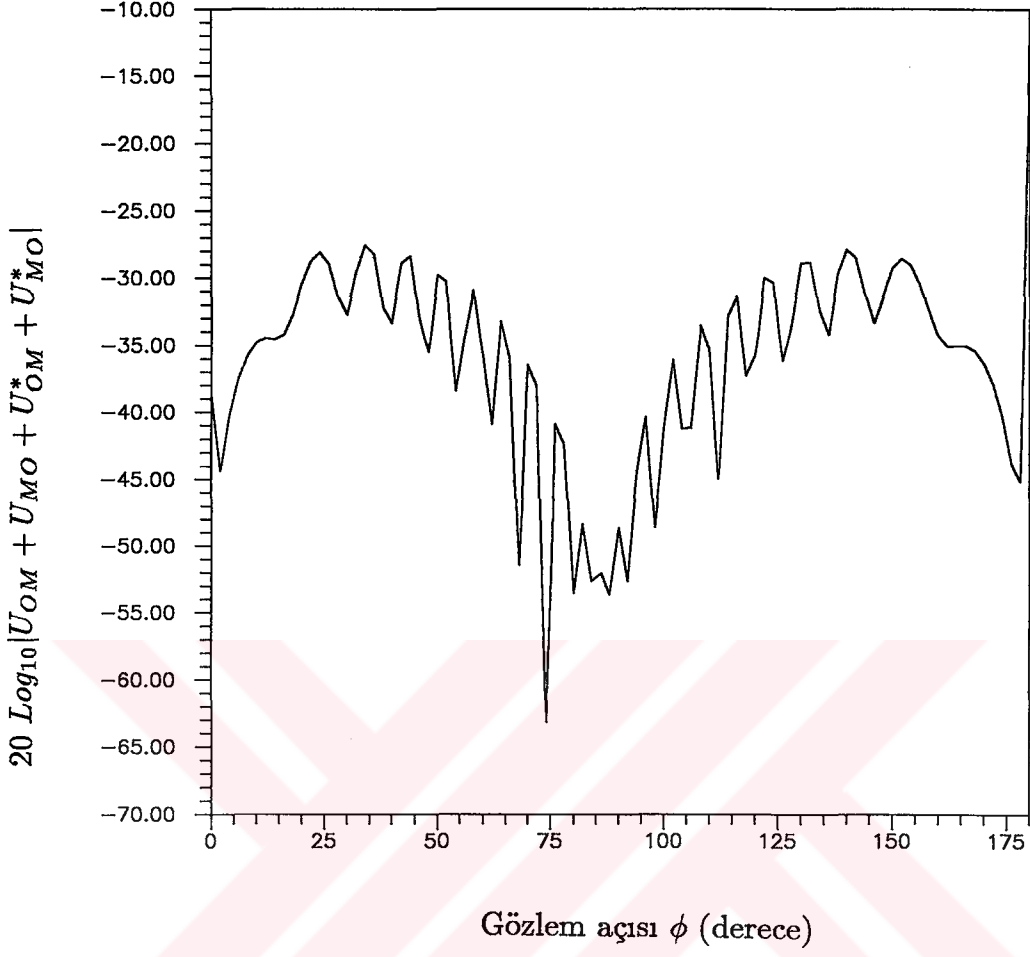
Söz konusu şekillerde ikincil ve üçüncül kırınmış alanın genliklerinin O ayrıtına ilişkin kutup açısı ϕ ile dB cinsinden değişimleri verilmiştir. Aynı mertebeden kırınım söz konusu olduğunda rezistif ve kondüktif hallere ilişkin sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Sonuçta, bunların direk toplamalarının ϕ ile dB cinsinden değişimi empedans haline ilişkin sonuçları vermektedir.



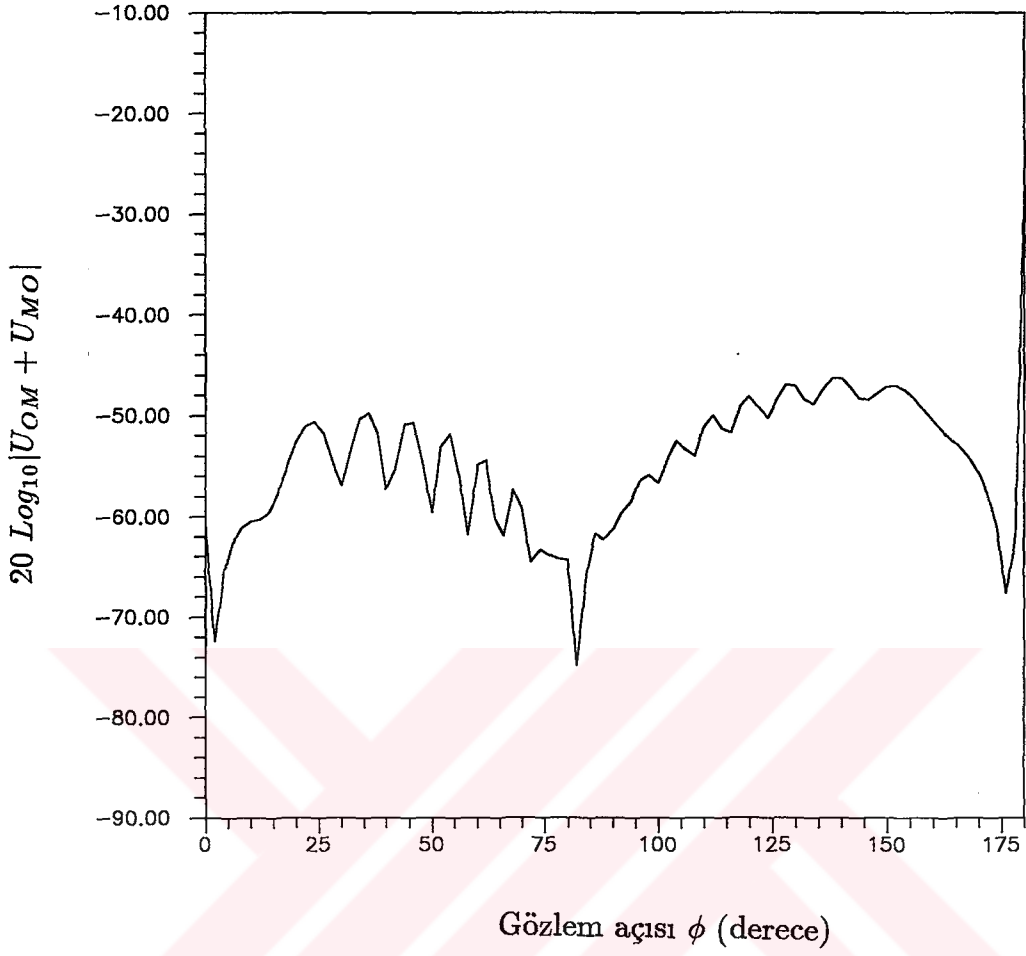
Şekil 5.1 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlemden ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıntının kutup açısı) ile değişimi.



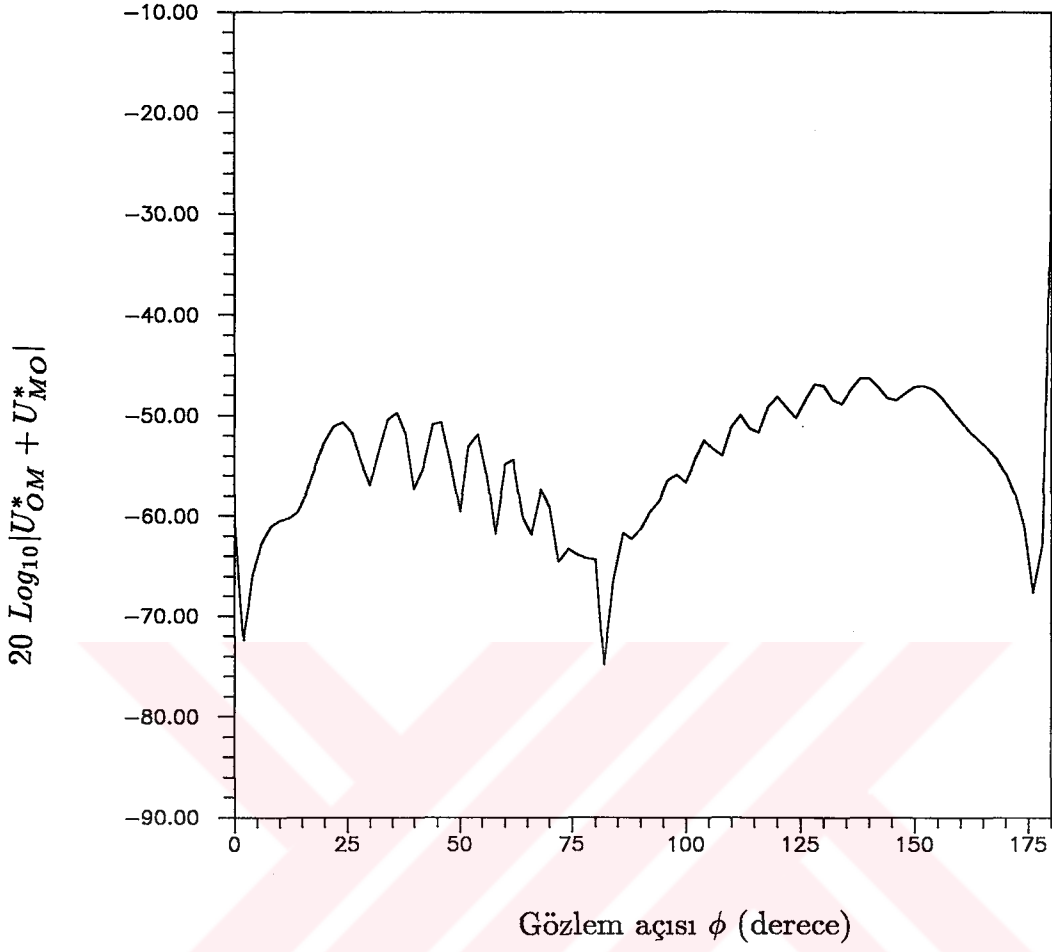
Şekil 5.2 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemden ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



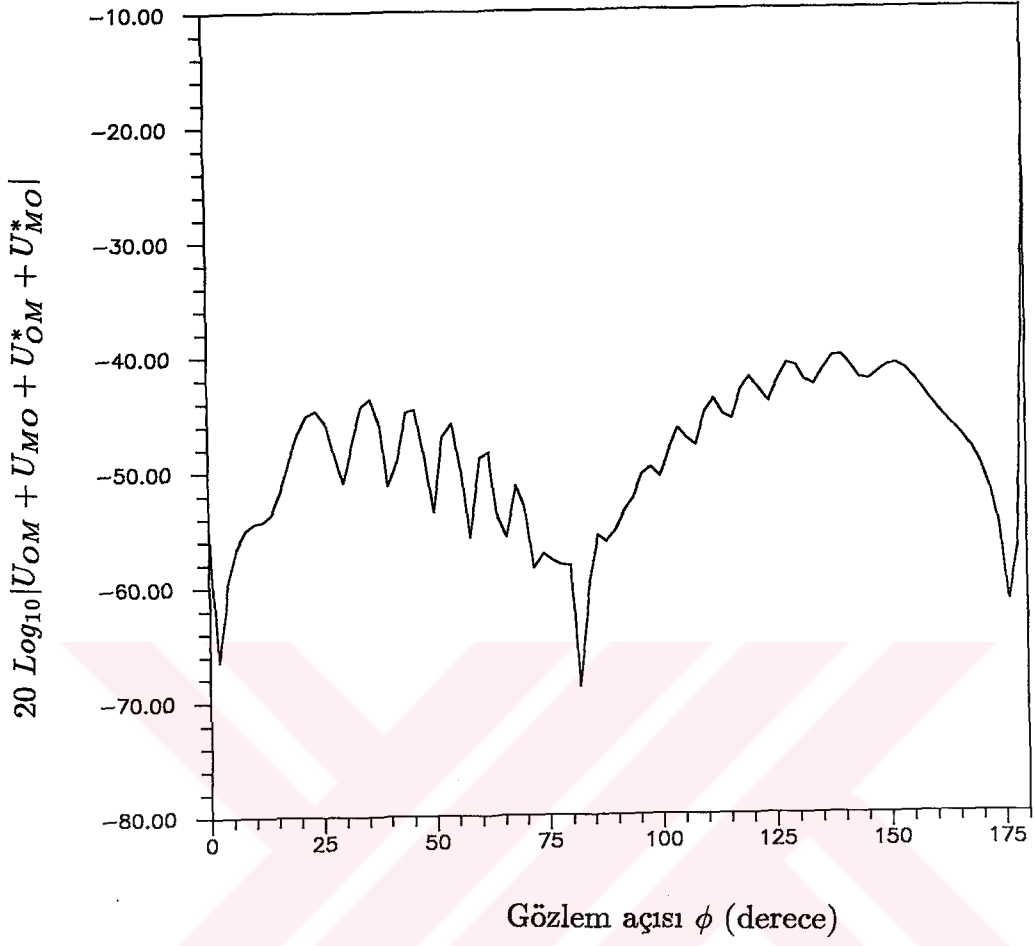
Şekil 5.3 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden ikincil kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



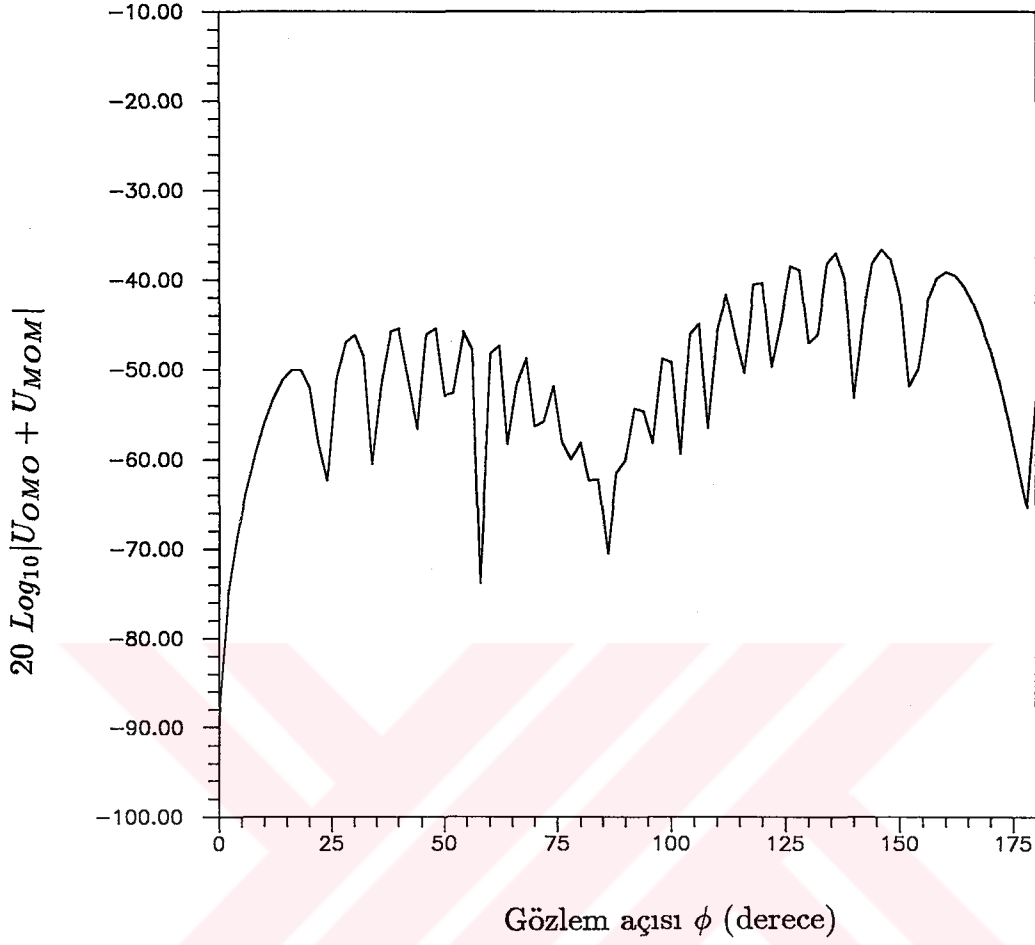
Şekil 5.4 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlem-
den ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıntının kutup
açısı) ile değişimi.



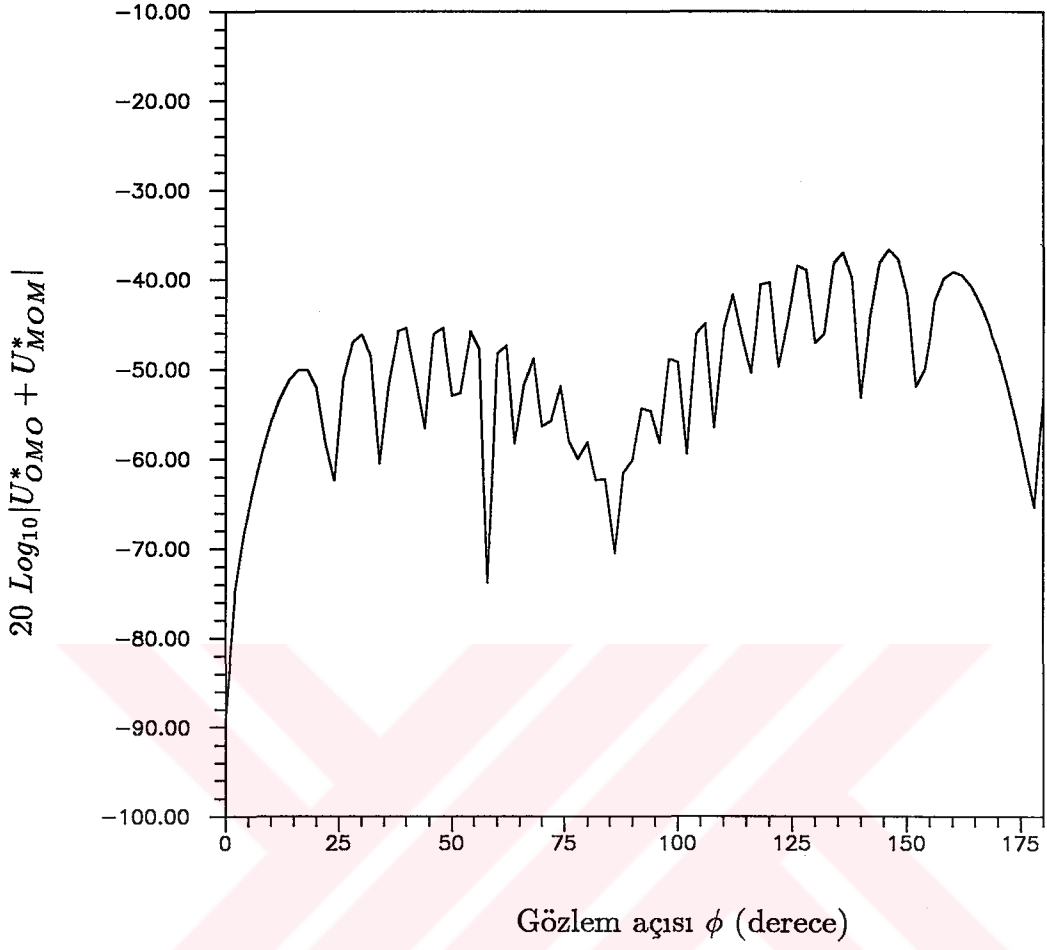
Şekil 5.5 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemden ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



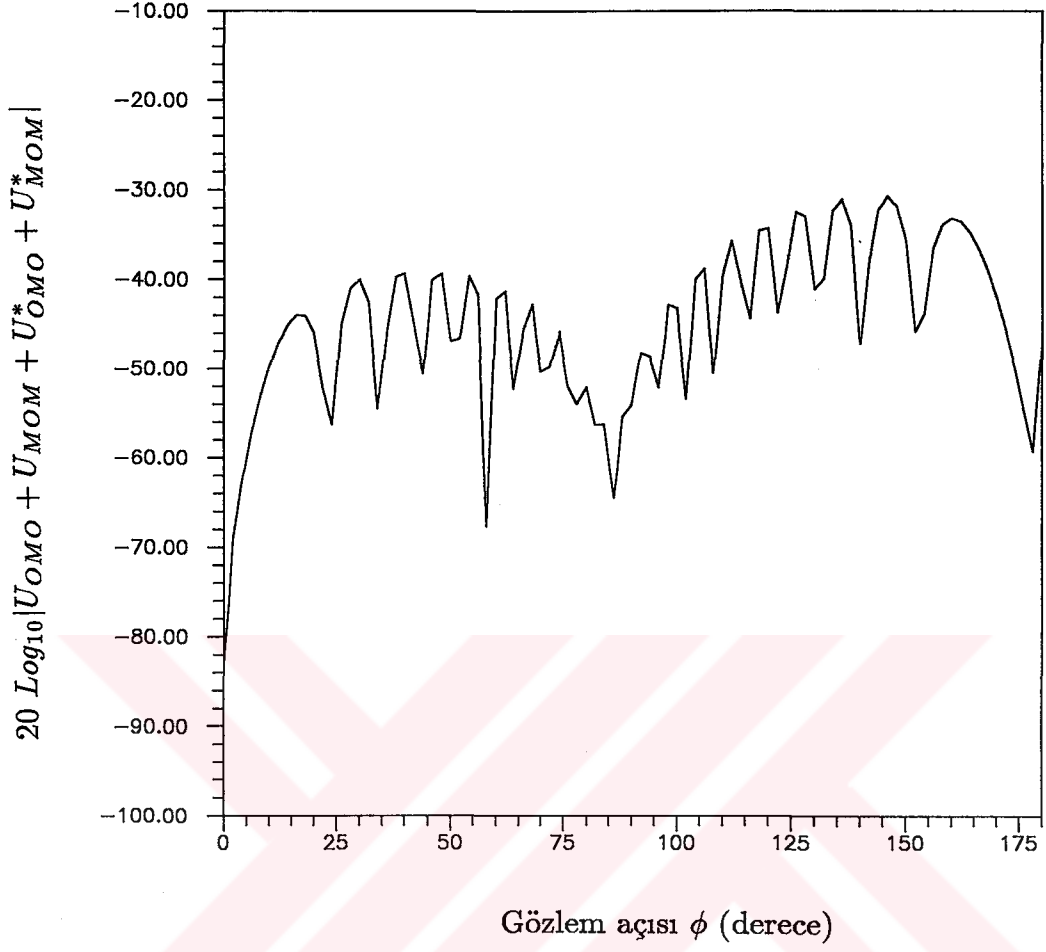
Şekil 5.6 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden ikincil kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



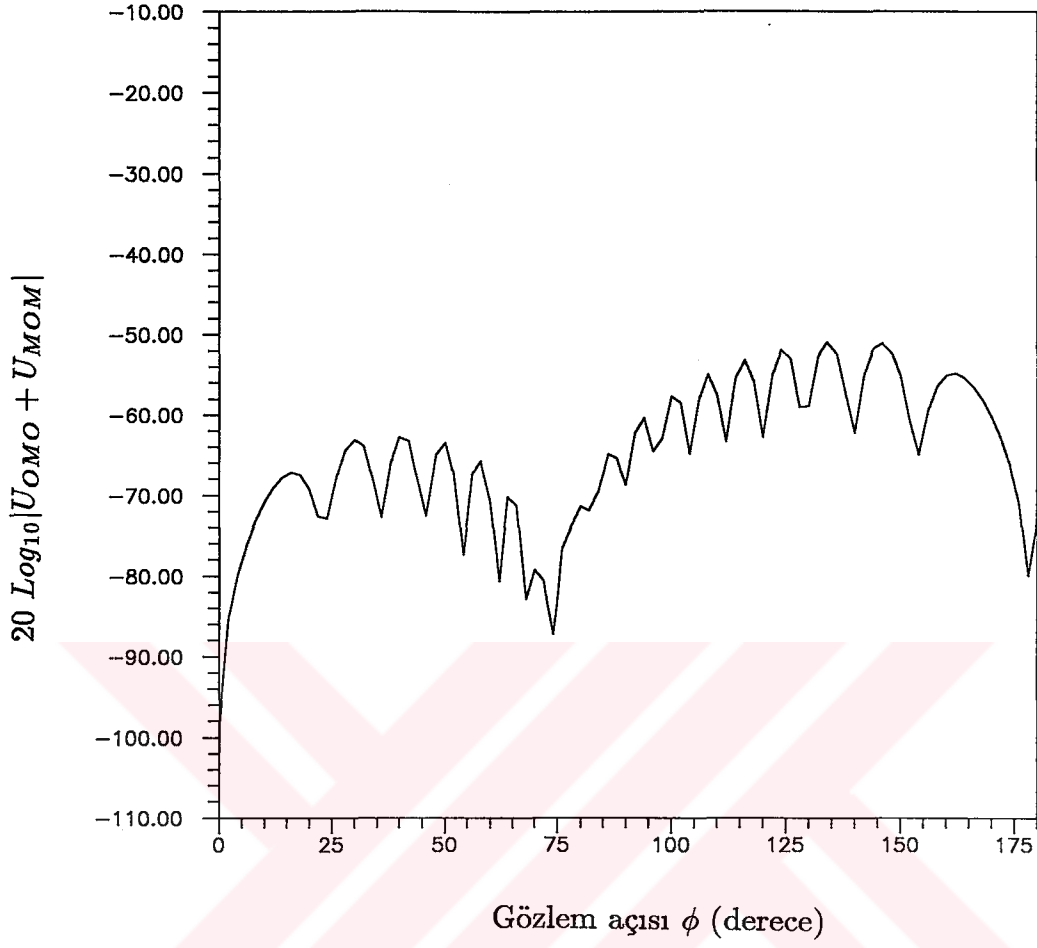
Şekil 5.7 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlemde üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayırıcının kutup açısı) ile değişimi.



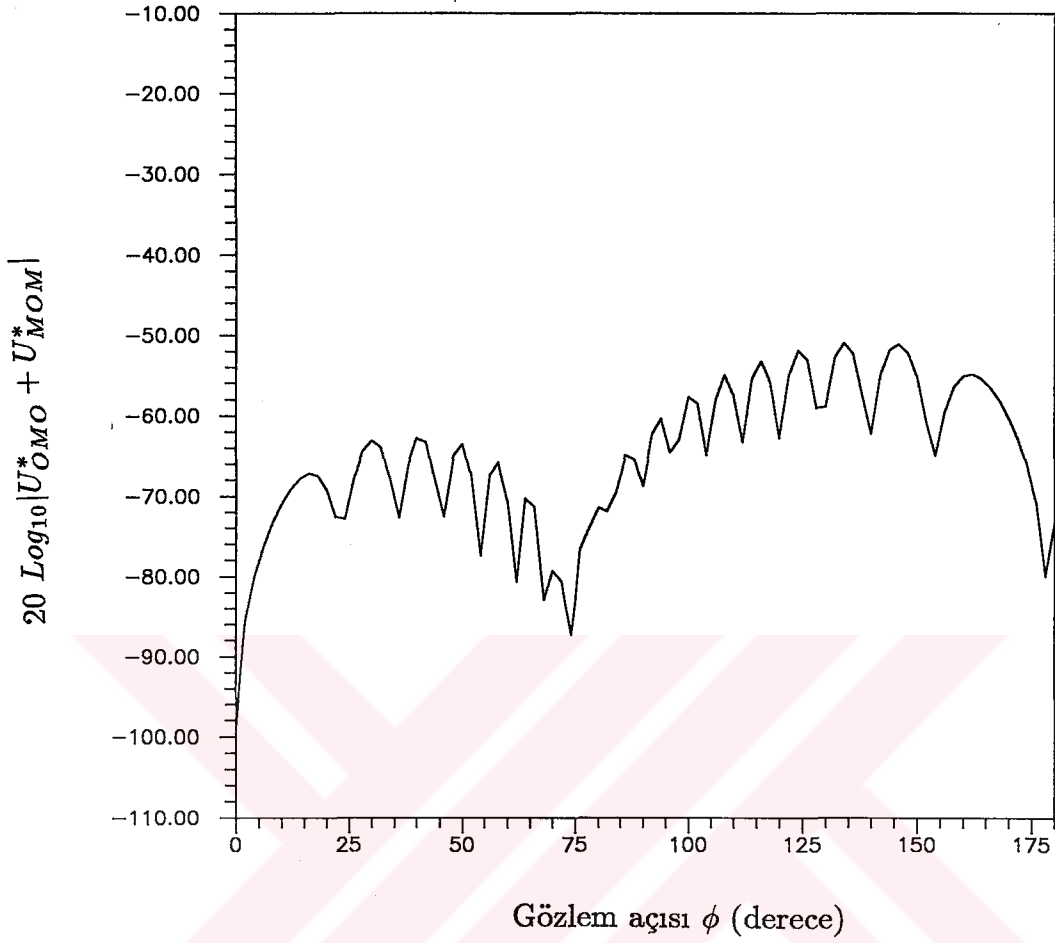
Şekil 5.8 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemde üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıtının kutup açısı) ile değişimi.



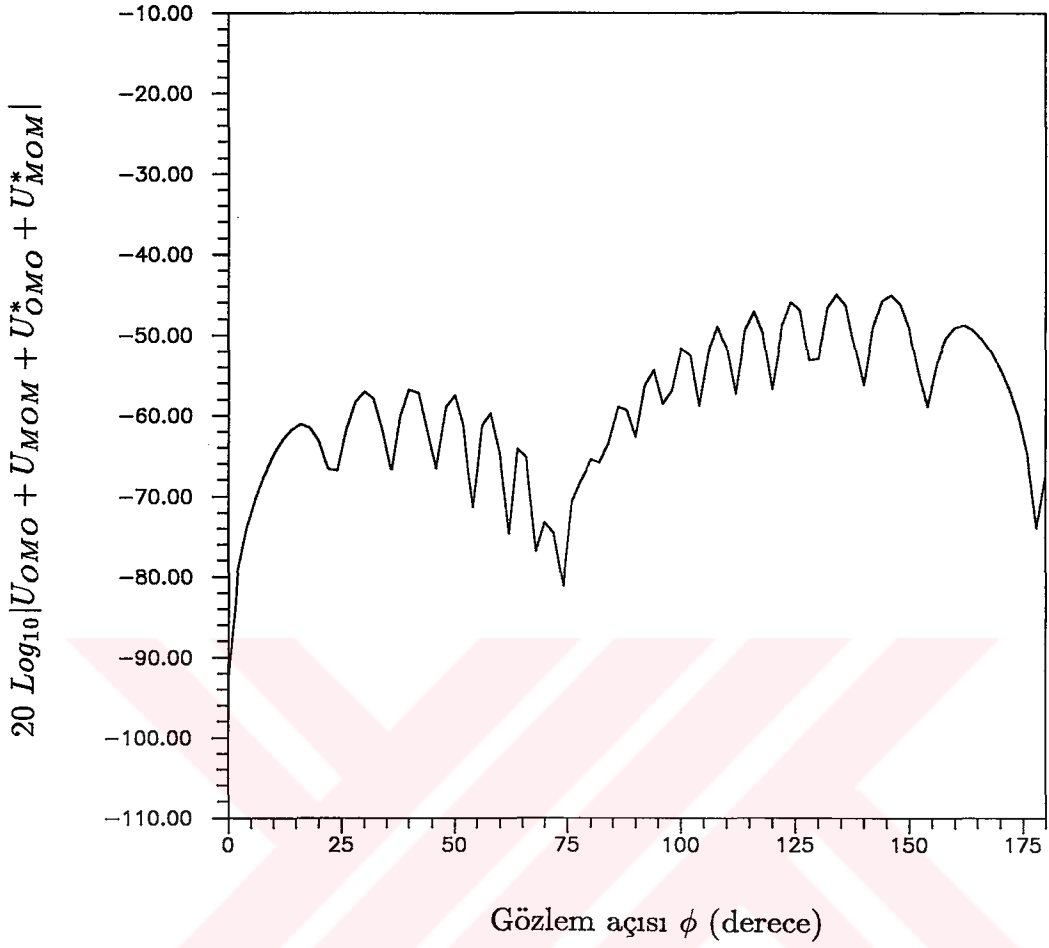
Şekil 5.9 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 80^\circ, \phi_o = 90^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden üçüncül kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayrıntının kutup açısı) ile değişimi.



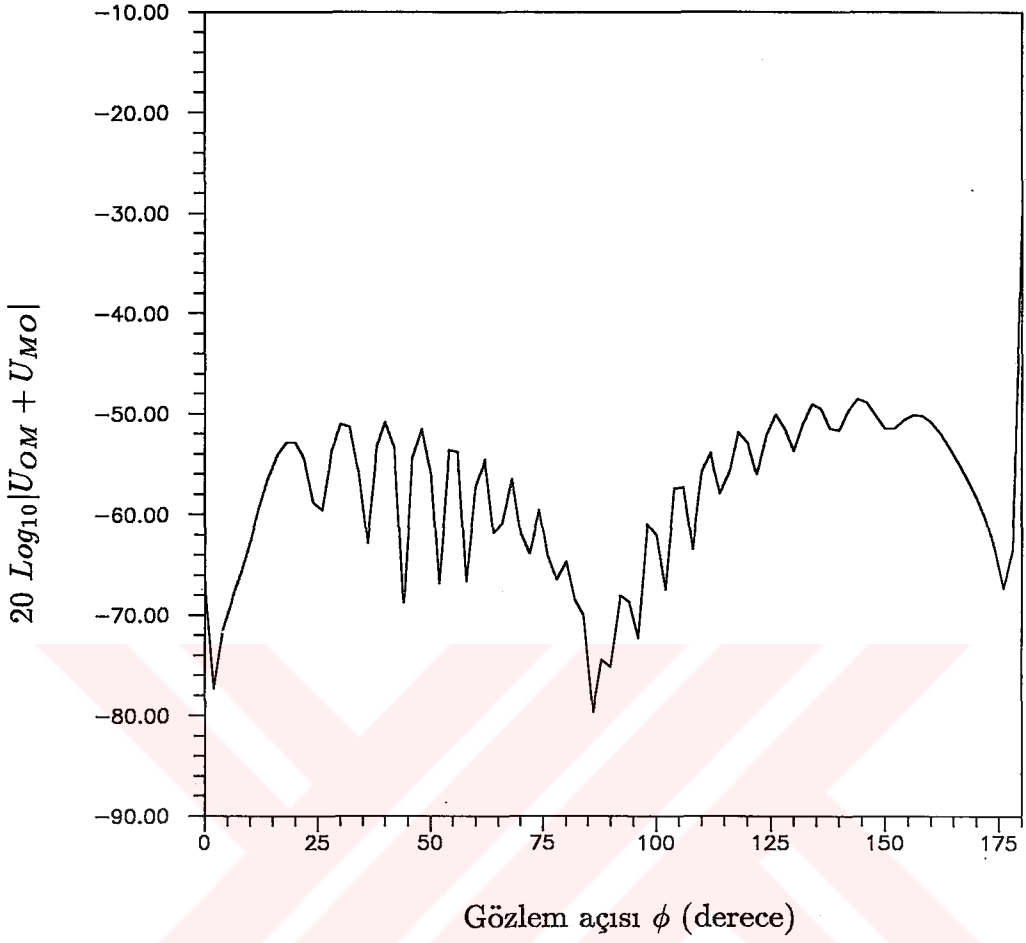
Şekil 5.10 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlemde üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıntısının kutup açısı) ile değişimi.



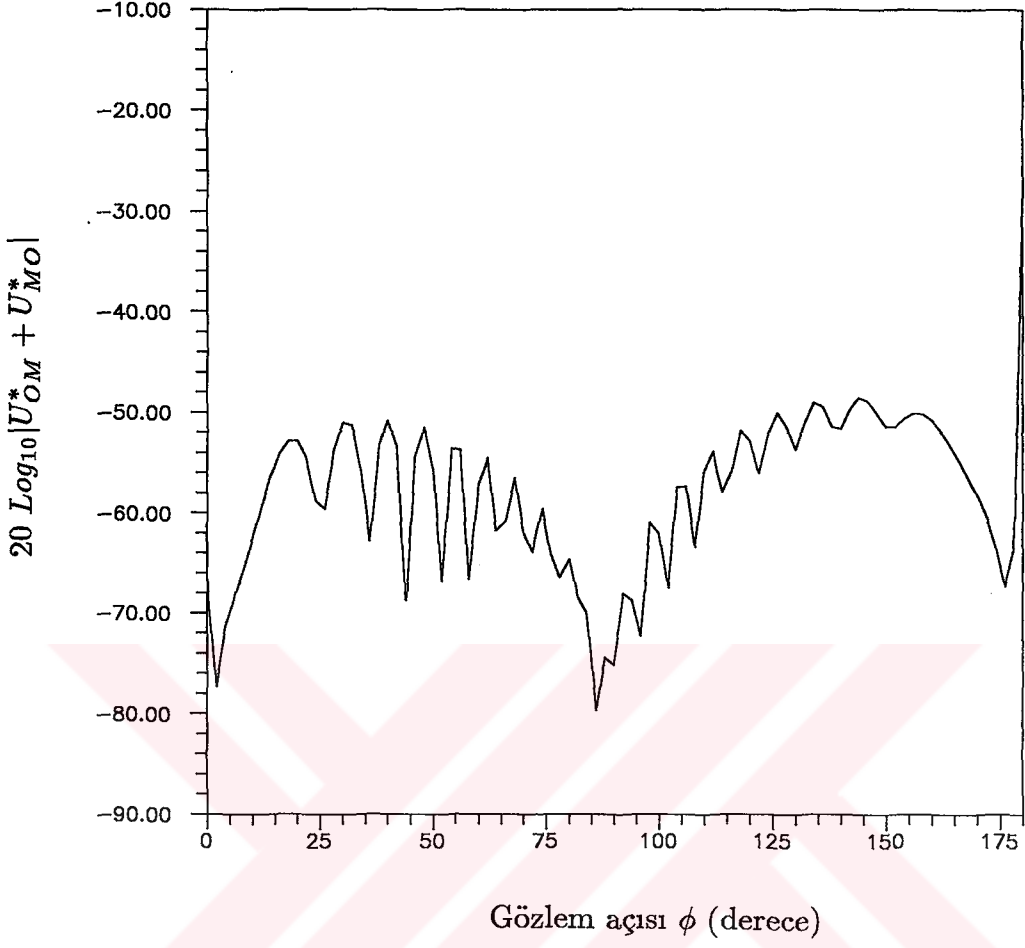
Şekil 5.11 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemden üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıtının kutup açısı) ile değişimi.



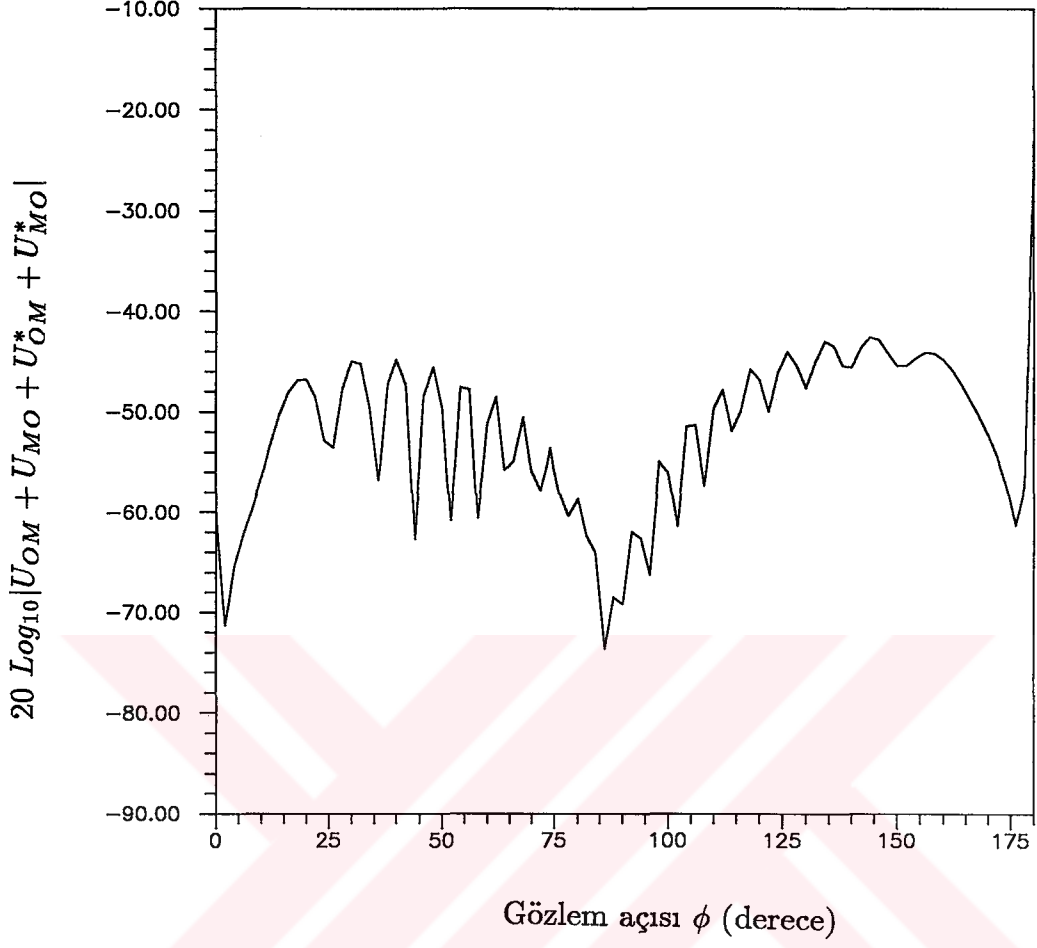
Şekil 5.12 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 60^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden üçüncül kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



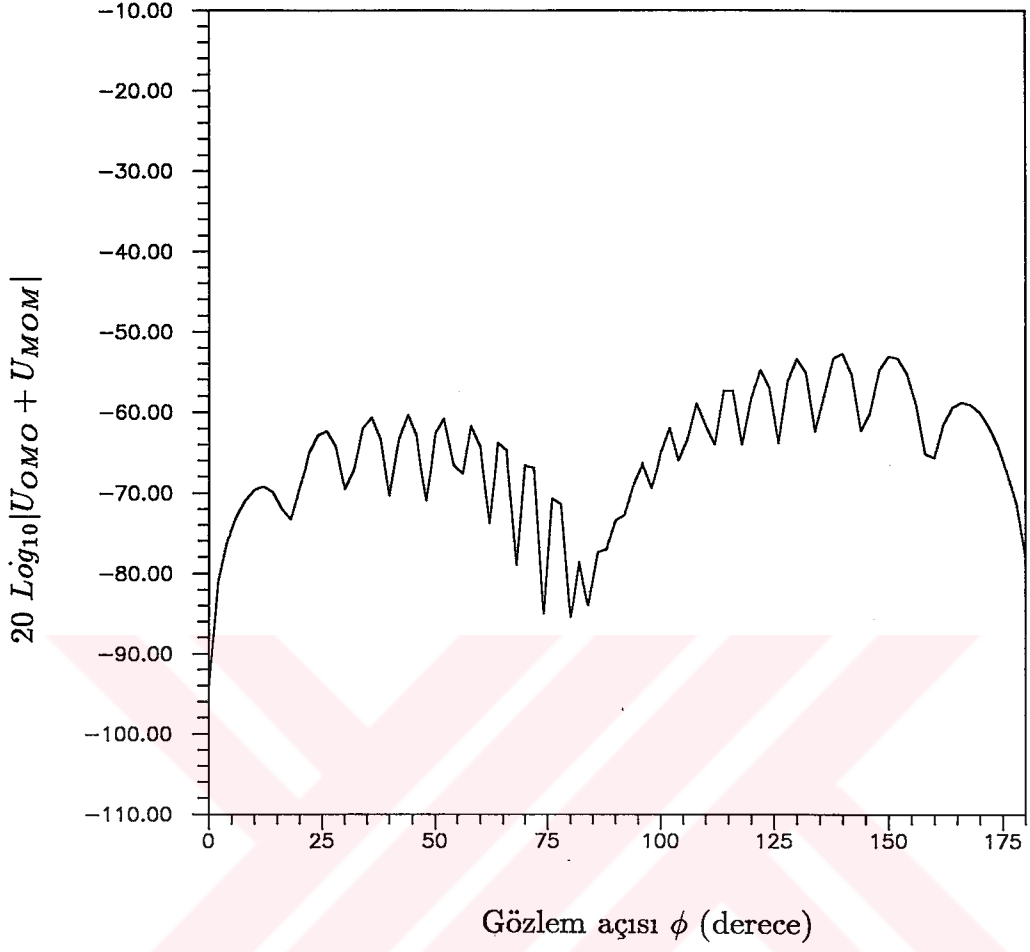
Şekil 5.13 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlem-
den ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıtının kutup açısı) ile değişimi.



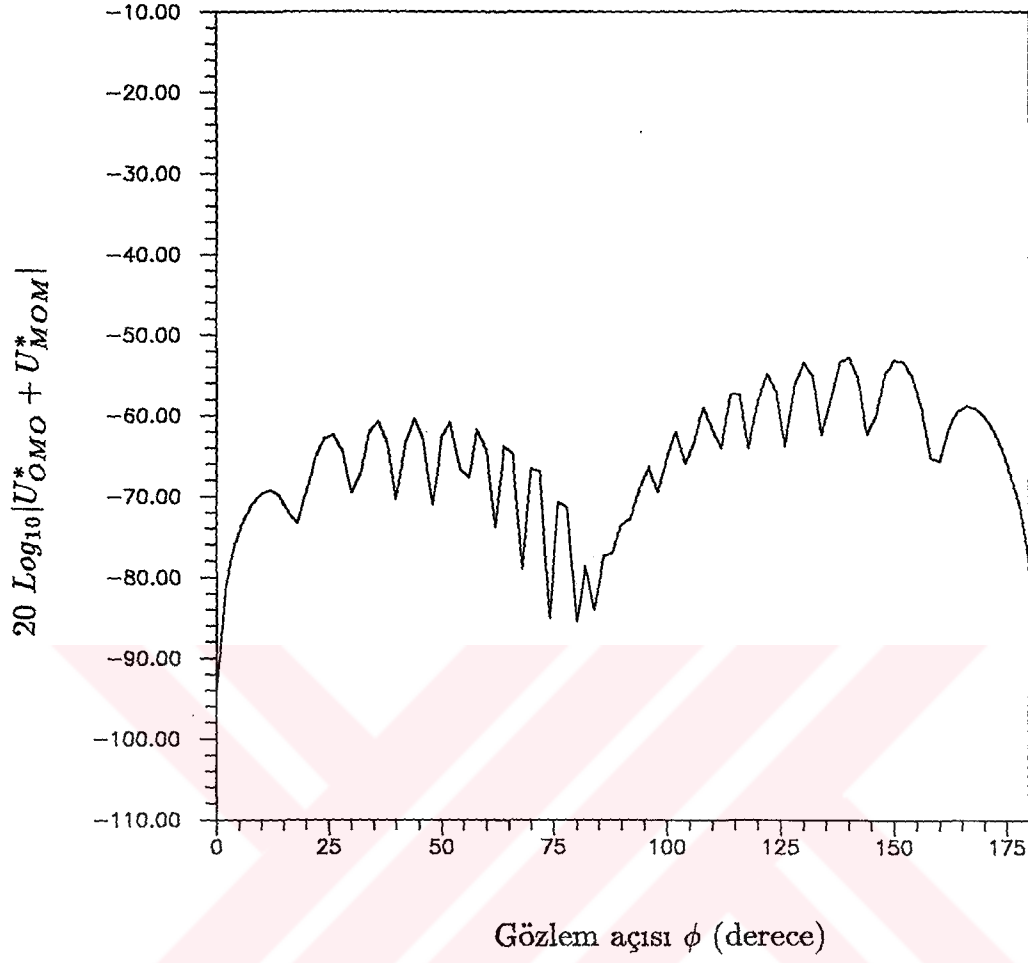
Şekil 5.14 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemden ikincil kırınmış toplam alanın ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



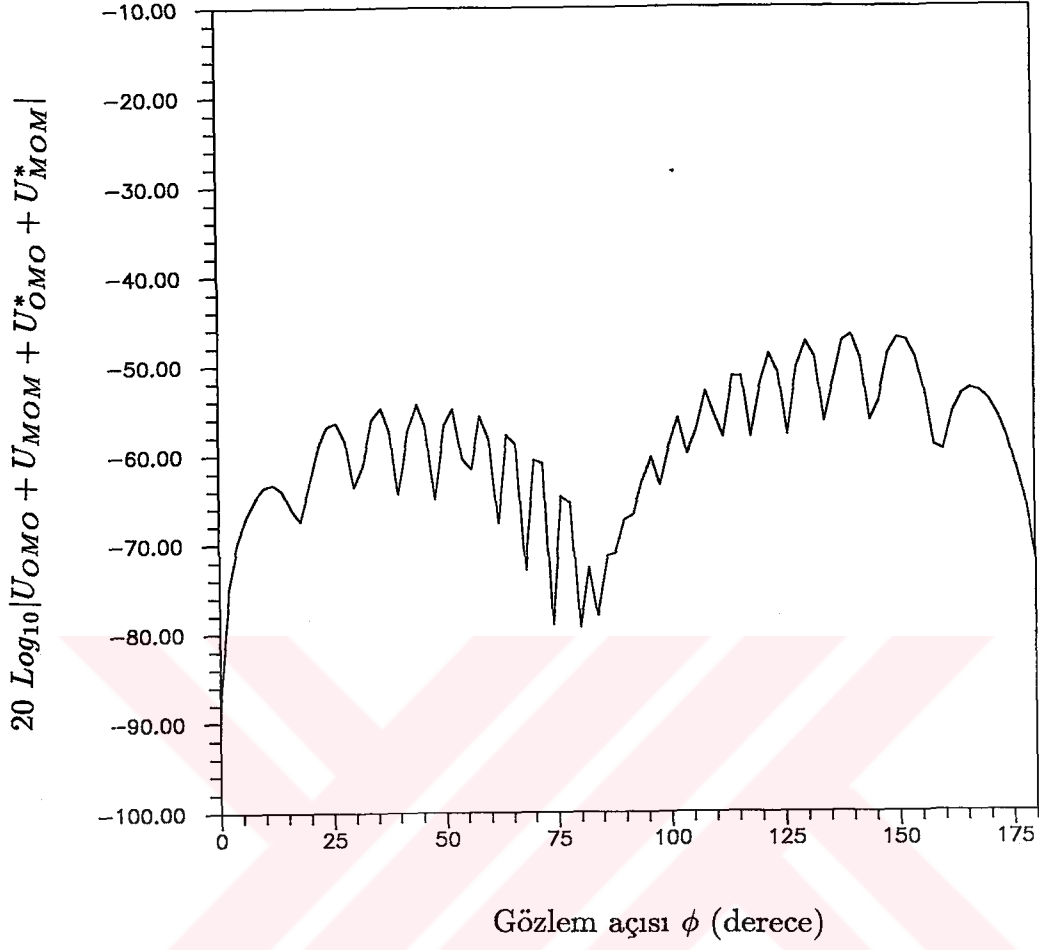
Şekil 5.15 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden ikincil kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.



Şekil 5.16 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif üç parçalı düzlemden üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıntının kutup açısı) ile değişimi.



Şekil 5.17 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için kondüktif üç parçalı düzlemden üçüncül kırınmış toplam alanın ϕ (O ayrıtının kutup açısı) ile değişimi.



Şekil 5.18 $\eta_1 = i, \eta_2 = 2i, \eta_3 = i, \theta_o = 90^\circ, \phi_o = 60^\circ, a = 1, b = 2, k = 20, \rho = 9, l = 3$ için rezistif ve kondüktif üç parçalı düzlemlerden üçüncül kırınmış alanların toplamının genliğinin ϕ (O ayırıtının kutup açısı) ile değişimi.

KAYNAKLAR

- [1] SOMMERFELD, A., Mathematische Theorie der Diffraction, Math. Ann., Vol. 47 , 317-374 , 1896
- [2] SCHWINGER, J., Seminar on the Theory of Guided Waves, MIT Radiation Lab., Boston, 1944
- [3] COPSON, E. T., On an Integral Equation Arising in the Theory of Diffraction, Quart. J. Math. ,17, 19-34,1946
- [4] WIENER, N. and HOPF, E., Über eine Klasse Singulärer Integralgleichungen, S.B. Preuss. Akad. Wiss, 19-34, 1931
- [5] KELLER, J. B., Geometrical Theory of Diffraction, J. Opt. Soc. Am., Vol.52, 116-130, 1962
- [6] ROJAS, R.G.and PATHAK, P.H., Diffraction on EM Waves by a Dielectric /Ferrite Half Plane and Related Configurations, IEEE Trans. Ant. Propagat., Vol.AP(37), No:6, 751-763, 1989
- [7] ROJAS, R.G., Wiener-Hopf Analysis of the EM Diffraction by an Impedance Discontinuity in a Planar Surface and by an Impedance Half Plane, IEEE Trans. Ant. Propagat., Vol.AP(36), No:1, 71-83, 1988
- [8] UZGÖREN G., BÜYÜKAKSOY, A. and SERBEST, A.H., Diffraction Coefficient Related to a Discontinuity Formed by Impedance and Resistive Half-Planes, IEE Proc. 136, PtH, 19-23, 1989
- [9] ROJAS, R.G., A Uniform GTD Analysis of the EM Diffraction by a Thin Dielectric/Ferrite Half-Plane and Related configurations, Ph.D. Dissertation, Ohio State Univ. Columbus, Ohio, 1985
- [10] BÜYÜKAKSOY, A., UZGÖREN, G. and SERBEST A.H., Plane Wave diffraction by a Resistive Half-Plane Located on a Dielectric Interface, Proc. Scnd. National Congress of Electrical Eng. ,318-320, 1987
- [11] TIBERIO, R., BESSI, F., MANARA, G. and PELOSI, G., Scattering by a Strip With Two Face Impedances at Edge-on

Incidence, *Radio Sci.* 17, 1199-1210, 1982

- [12] SENIOR, T.B.A., Skew incidence on a material junction, *Radio Sci.*, vol. 26, pp. 305-311, (1991).
- [13] SENIOR, T.B.A., Combined resistive and Conductive Sheets, *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, AP-33, 577-579, 1985
- [14] BÜYÜKAKSOY, A. and UZGÖREN, G., Multiple Diffraction of Obliquely Incident Plane Waves by a Three-part Impedance Plane, *Radio Sci.*, Vol.24, 455-464, 1989
- [15] VOLAKIS, J.L. and T.B.A. SENIOR, Simple expressions for a function occurring in diffraction theory, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-33, pp. 678-680, 1985.



ÖZGEÇMİŞ

Osman Yıldırım, 1956 yılında Kırşehir'de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Kırşehir ve Yozgat'ta tamamladı. 1975 yılında girdiği Hava Harp Okulu Elektronik Bölümünden 1979 yılında mezun olup Hava Kuvvetlerinde göreve başladı. 1982 yılında transfer öğrenci olarak girdiği Boğaziçi Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümünde lisans tamamlama ve yüksek lisans öğrenimini 1986 yılında tamamladı. Aynı yıl Hava Harp Okulu'nda öğretim elemanı olarak göreve başladı. 1989 yılında bu görevinin yanısıra İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi Elektronik-Haberleşme bölümünde doktora eğitimine başladı.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ