

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

BULANIK KÜMELER VE TIBBİ UYGULAMALARI

**Hazırlayan
Hatice Sevcan BEKTAŞ**

**Danışman
Prof. Dr. Himmet CAN**

Yüksek Lisans Tezi

**Ağustos 2024
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

BULANIK KÜMELER VE TIBBİ UYGULAMALARI

**Hazırlayan
Hatice Sevcan BEKTAŞ**

**Danışman
Prof. Dr. Himmet CAN**

**Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
(TÜBİTAK) 2210-A 1649B022202546 kodlu burs ile desteklenmiştir.**

**Ağustos 2024
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

Hatice Sevcan BEKTAŞ

İmza

“**Bulanık Kümeler ve Tıbbi Uygulamaları**” adlı Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Hazırlayan

Hatice Sevcan BEKTAŞ

Danışman

Prof. Dr. Himmet CAN

Matematik ABD Başkanı

Prof. Dr. Hikmet ÖZARSLAN

TEŞEKKÜR

Yüksek lisansa başladığım ilk günden bugüne bilgisini, tecrübelerini, benden esirgemeyen, sayın hocam Prof. Dr. Himmet Can'a, bilgi, tecrübe ve önerileriyle çalışmamın gelişmesine ve sonuçlanmasına destek olan sayın jüri üyelerine, sonsuz teşekkürler...

Bana çalışmalarım süresince her türlü yardımı ve fedakârlığı sağlayan, anlayışlı, sabırlı canım eşim Doç. Dr. Yasin Bektaş'a; canım oğullarım Bera Bektaş'a, Ali Eymen Bektaş'a ve bu süreçte desteklerini benden esirgemeyen ve emeklerini hiçbir zaman ödeyemeyeceğim aileme yürekten teşekkürler...

Hatice Sevcan BEKTAŞ

Ağustos 2024, KAYSERİ

BULANIK KÜMELER VE TIBBİ UYGULAMALARI

Hatice Sevcan BEKTAŞ

**Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Ağustos 2024
Danışman: Prof. Dr. Himmet CAN**

ÖZET

Bu araştırmada, bulanık küme teorisinin tıbbi bir uygulamasını inşa etmek amaçlanmaktadır. Bulanık kümeler, klasik kümelerden farklı olarak, elemanlarının üyelik derecelerinin 0 ile 1 arasında değiştiği kümelerdir. Bu özellik, biyolojik süreçlerin ve tıbbi uygulamaların doğasındaki belirsizlikleri ve sürekliliği ifade edebilmesi açısından önemlidir. Son yıllarda hızla gelişen teknoloji ile tıp ve tıbbi uygulamalar mühendislik uygulamalarına dönüşmekte, bu da bulanık küme teorisinin kullanımını daha da önemli hale getirmektedir. Bulanık kümeler ve bunun bir sonucu olan bulanık mantık hem tıbbın doğasını ifade etmekte hem de tıpta tanı ve tedavi uygulamalarını anlamlandırmak ve tasarlamak için kullanılmaktadır. Bu araştırmanın temel amacı, tıpta tanı ve tedavi süreçlerinde bulanık küme teorisinin nasıl kullanılabileceğini göstermek ve bu teoriyi kullanarak hastalıkların tedavisini tasarlamak ve ilaç doz ayarlarını belirleyen matematiksel modeller oluşturmaktır. Araştırmada, öncelikle bulanık küme kavramı tanıtılacak, ardından dilsel değişkenler ve kelime atomları, sürekli değişen üyelik derecesi ve üyelik fonksiyonu çeşitleri gibi temel kavramlar üzerinde durulmaktadır. İkinci aşamada, bulanık kümeler üzerinde birleşim, kesişim, tümleme ve kapsama gibi mantıksal işlemler tanıtılmaktadır. Daha sonra, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi bulanık aritmetiksel işlemlerin nasıl inşa edildiği gösterilecektir. Bu işlemler için genişletme prensibi ve α seviye kesme yöntemleri olmak üzere iki yöntem kullanılmaktadır. Genişletme prensibi, bulanık kümeler arasındaki işlemlerin nasıl genelleştirileceğini, α seviye kesme yöntemleri ise bu işlemlerin belirli bir üyelik derecesine göre nasıl kesileceğini açıklar. Ağırlıklı ortalama yöntemi kullanılarak durulaştırma yapılacaktır. Son olarak, tip-1 diyabet hastalığına odaklanarak, kandaki şeker düzeyi, karbonhidrat tüketimi ve uygulanacak insülin miktarını belirlemeye yönelik bir matematiksel model oluşturulmaktadır. Bu model, doktorların daha doğru ve kişiye

özel tedavi planları yapmasına yardımcı olacaktır. Bu çalışma, bulanık küme teorisinin tıbbi uygulamalarda nasıl kullanılabileceğini somut örneklerle açıklayarak, teorisinin pratikte nasıl kullanılabileceğini göstermeyi hedeflemektedir. Böylece, tıp ve tıbbi karar verme süreçlerinin iyileştirilmesini katkı sunacaktır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık Mantık, Bulanık Küme, Matematiksel Modelleme, Tıbbi Uygulamalar



FUZZY SETS AND THEIR MEDICAL APPLICATIONS

Hatice Sevcan BEKTAŞ

Erciyes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences

Master Thesis, August 2024

Supervisor: Prof. Dr. Himmet CAN

ABSTRACT

This study aims to construct a medical application of fuzzy set theory. Unlike classical sets, fuzzy sets have membership degrees ranging between 0 and 1. This characteristic is crucial for representing the uncertainties and continuity inherent in biological processes and medical applications. With the rapid technological advancements in recent years, medicine and medical applications are increasingly becoming akin to engineering applications, making the use of fuzzy set theory even more significant. Fuzzy sets and the resulting fuzzy logic not only represent the nature of medicine but are also utilized to comprehend and design diagnostic and therapeutic applications in medicine. The primary objective of this research is to demonstrate how fuzzy set theory can be employed in medical diagnosis and treatment processes, and to develop mathematical models that utilize this theory to design treatments for diseases and determine the dosage levels of medications. Initially, the concept of fuzzy sets will be introduced, followed by a discussion on fundamental concepts such as linguistic variables, term sets, continuously changing membership degrees, and types of membership functions. In the second stage, logical operations such as union, intersection, complementation, and inclusion on a given fuzzy set will be presented. Subsequently, the construction of fuzzy arithmetic operations such as addition, subtraction, multiplication, and division will be demonstrated. These operations will be implemented using two methods: the extension principle and α -cut level methods. The extension principle generalizes the operations between fuzzy sets, while the α -cut level methods explain how these operations are performed based on a certain membership degree. Defuzzification will be carried out using the weighted average method. Finally, a mathematical model will be developed focusing on type-1 diabetes, aimed at determining the blood sugar level, carbohydrate intake, and the amount of insulin to be administered. This model will assist doctors in creating more accurate and

personalized treatment plans. This study aims to provide concrete examples of how fuzzy set theory can be applied in medical applications, demonstrating its practical use. In doing so, it will contribute to the enhancement of medical decision-making processes.

Keywords: Fuzzy Logic, Fuzzy Set, Mathematical Modeling, Medical Applications



İÇİNDEKİLER

BULANIK KÜMELER VE TIBBİ UYGULAMALARI

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.i
YÖNERGEYE UYGUNLUK.....	iii
KABUL VE ONAY	iv
TEŞEKKÜR.....	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
ÖZET.....	vi
ABSTRACT	viii
İÇİNDEKİLER	x
KISALTMALAR	xiii
TABLolar LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiv

1. BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi	1
1.2. Araştırmanın Kapsamı	2
1.3. Araştırmanın Yöntemi.....	3

2. BÖLÜM

BULANIK KÜME TEORİSİ

2.1.Bulanık Kümeler.....	5
2.1.1. Dilsel Değişkenler ve Kelime Atomları.....	7
2.1.2. Sürekli Değişen Üyelik Derecesi Kavramı.....	9
2.1.3. Üyelik Fonksiyonu Çeşitleri	10
2.2. Bulanık Kümelerde Mantıksal İşlemler	17

2.2.1. Birleşim (Veya'lama).....	17
2.2.2. Kesişim (Ve'leme).....	18
2.2.3. Tümleyen (Değilleme).....	19
2.2.4. Kapsama.....	20
2.3. Bulanık Aritmetik İşlemler.....	21
2.3.1. Ögelere Dayalı (Genişletme) Aritmetik İşlemler.....	21
2.3.2. Alfa Kesimi ile Aritmetik İşlemler.....	25
2.3.2.1. Alfa Kesimine göre Bulanık Sayıların Toplanması ve Çıkarılması....	26
2.3.2.2. Alfa Kesimine göre Bulanık Sayıların Çarpılması ve Bölünmesi.....	27
2.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Durulaştırma.....	28

3. BÖLÜM

BULANIK KÜMELER İLE MATEMATİKSEL MODELLEME VE TIBBİ UYGULAMALARI

3.1 Bulanık Küme Teorisinin Modellemedeki Rolü.....	31
3.2. Şeker Hastalığının İlaç Tedavisinde Kullanılacak Matematiksel Modelin Oluşturulması.....	32
TARTIŞMA-SONUÇ.....	48
KAYNAKÇA.....	50
ÖZGEÇMİŞ.....	52

KISALTMALAR

min : Minimum

max: Maksimum

sup: Supremum

mg/dl: Desilter başına mikrogram

ml: Mililitre

IU (International Unit): Biyolojik maddelerin (örneğin, vitaminler, hormonlar, bazı ilaçlar) etkilerini veya etkinliklerini ölçmek için kullanılan bir ölçü birimi

U- 100: 1 mililitrede 100 ünite insülin

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. İnsülin dozu kullanımı zaman çizelgesi.....	47
--	----



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyon Grafiği	10
Şekil 2.2. Trapezoidal Üyelik Fonksiyon Grafiği	11
Şekil 2.3. Gauss Üyelik Fonksiyon Grafiği	12
Şekil 2.4. Bell Üyelik Fonksiyonu	12
Şekil 2.5. Bulanık Küme Birleşim	17
Şekil 2.6. Bulanık Küme Kesişim	18
Şekil 2.7. Bulanık Küme Tümleme.....	19
Şekil 2.8. Bulanık Küme Kapsama	20
Şekil 2.9. Bulanık Toplama.....	22
Şekil 2.10. Bulanık Çıkarma	23
Şekil 2.11. Bulanık Çarpma	24
Şekil 2.12. Bulanık Bölme	25
Şekil 2.13. Alfa Kesimi ile Bulanık Toplama	26
Şekil 2.14. Alfa Kesimi ile Bulanık Çıkarma.....	27
Şekil 2.15. Alfa Kesimi ile Bulanık Çarpma.....	28
Şekil 2.16. Alfa Kesimi ile Bulanık Bölme.....	28
Şekil 2.17. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Durulaştırma.....	30
Şekil 3.1. Karbonhidrat Tüketim Miktarları için Üyelik Fonksiyonları.....	33
Şekil 3.2. Kan Şekeri Seviyeleri için Üyelik Fonksiyonları.....	35
Şekil 3.3. İnsülin Dozu için Üyelik Fonksiyonları.....	36
Şekil 3.4. Kural 1 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	40
Şekil 3.5. Kural 2 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	40
Şekil 3.6. Kural 3 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	41
Şekil 3.7. Kural 4 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	41
Şekil 3.8. Kural 5 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	41
Şekil 3.9. Kural 6 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	42
Şekil 3.10. Kural 7 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	42
Şekil 3.11. Kural 8 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	42
Şekil 3.12. Kural 9 İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu ve Sonuç Grafiği.....	43
Şekil 3.13. Kuralların Birleştirilmiş Sonuç Grafiği.....	43

1. BÖLÜM

GİRİŞ

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu tezde amacımız, bulanık küme teorisinin tıbbi bir uygulamasını inşa etmektir. Bulanık küme, klasik kümeden farklı olarak, bir derecelenmeyi, bir geçişi ve sürekliliği ifade etmektedir. Bu anlayış ve yaklaşım, biyolojik süreçlerin, dolayısıyla tıbbın doğasına uymaktadır. Ayrıca, son zamanlarda, hızla artan bir biçimde teknoloji ile bütünleşmekte ve bunun sonucu olarak tıp ve tıbbi uygulamalar adeta mühendislik uygulamalarına dönüşmektedir.

Bu itibarla, bulanık kümeler ve bunun bir sonucu olan bulanık mantık hem tıbbın doğasını ifade hem de tıpta tanı ve tedavi uygulamalarını anlamlandırmak ve tasarlamada kullanılmaktadır.

Bu çalışmanın önemi, tıpta tanı ve tedavide, bulanık küme teorisinden nasıl faydalanılacağını somut bir şekilde örneklendirerek, hastalıkların tedavisini tasarlamada ve kullanılacak ilaçların miktarının doz ayarlarının ne düzeyde olacağına dair karar verme sürecini belirleyen bir matematiksel model oluşturmada bulanık küme teorisinin nasıl kullanılacağını göstermektir.

Bu aşamada, tezin konusu ile ilgili birinci dereceden referanslarda verilen eserler incelenecek ve tez konusuyla ilgili detaylı bir kaynak taraması yapılarak literatüre mal olmuş eserlerden yararlanılacaktır.

1.2. Araştırmanın Kapsamı

Bu tez, bulanık küme teorisinin matematiksel modelleme ve tıbbi uygulamalar üzerindeki etkilerini ve kullanımlarını araştırmayı amaçlamaktadır. Çalışmanın kapsamı, bulanık kümeler teorisinin temel ilkelerinden başlayarak, bu teorisinin mantıksal ve aritmetik işlemlerine, dilsel değişkenler ve üyelik fonksiyonlarına kadar geniş bir yelpazede ele alınmıştır. Araştırma ayrıca, bu teorisinin tıbbi uygulamalardaki rolünü ve bir hastalığın tedavisinde kullanılacak matematiksel modellerin nasıl oluşturulacağını incelemektedir.

Giriş bölümünde, araştırmanın amacı, kapsamı ve yöntemi detaylı olarak açıklanmıştır. Araştırmanın amacı, bulanık kümeler teorisinin temel ilkelerini ve bu teorisinin tıbbi uygulamalardaki kullanımını keşfetmektir. Kapsam kısmında, teorik altyapının yanı sıra pratik uygulamaların da inceleneceği belirtilmiştir. Yöntem kısmında ise, araştırmada kullanılacak metodolojik yaklaşımlar ele alınmıştır.

İkinci bölümde, bulanık kümeler teorisinin temel kavramlarını detaylandırmaktadır. İlk olarak, dilsel değişkenler ve kelime atomları gibi temel terimler açıklanmıştır. Sürekli değişen üyelik derecesi kavramı ve üyelik fonksiyonu çeşitleri üzerinde durulmuştur. Daha sonra, bulanık kümelerde mantıksal işlemler (birleşim, kesişim, tümleyen ve kapsama) ve aritmetik işlemler (ögelere dayalı ve alfa kesimi ile aritmetik işlemler) ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Bu bölüm, teorik altyapıyı sağlamlaştırarak, sonraki bölümlerde kullanılacak olan matematiksel modellerin temellerini oluşturur¹.

Üçüncü bölümde, bulanık küme teorisinin matematiksel modellemedeki rolünü ve tıbbi uygulamalardaki önemini incelemektedir. Bulanık küme teorisinin nasıl kullanılabileceği ve bir hastalığın tedavisinde kullanılacak matematiksel modellerin nasıl oluşturulacağına dair örnekler sunulmuştur. Bu modeller, tıbbi uygulamalarda karar verme süreçlerini desteklemek ve tedavi planlarını optimize etmek için kullanılabilir.

Tartışma-Sonuç bölümünde, araştırmanın bulguları tartışılmakta ve sonuçlar çıkarılmaktadır. Bulanık küme teorisinin tıbbi uygulamalardaki etkinliği ve pratik kullanımı üzerinde durulmaktadır. Sonuç kısmında, araştırmanın genel bulguları özetlenmekte ve gelecekteki çalışmalar için öneriler sunulmaktadır. Tartışma kısmında

¹ Bu tezin literatür taramasında ÜYZ (Üretken Yapay Zekâ) kullanılmıştır. Kaynaklar daha sonra yazar tarafından doğruluğu tespit edildikten sonra tezde yararlanılmıştır.

ise, elde edilen sonuçların mevcut literatürle nasıl örtüştüğü ve hangi yönlerden farklılık gösterdiği ele alınmaktadır.

1.3. Araştırmanın Yöntemi

Tezin hazırlanmasında izlenecek yöntem ise adı geçen çalışma ile ilgili olarak kaynak taraması yapılarak literatüre mal olmuş yayınlardan faydalanılacak ve tıbbi bir uygulamada yer alacak bulanık küme matematiksel modeli inşa edilecektir.

İlk önce, bulanık küme kavramı tanıtılacak, daha sonra dilsel değişkenler ve kelime atomları, sürekli değişen üyelik derecesi ve üyelik fonksiyonu çeşitleri gibi temel kavramlar üzerinde durulacaktır.

İkinci olarak, verilen bir bulanık küme üzerinde birleşim, kesişim, tümleme ve kapsama gibi mantıksal işlemler tanıtılacaktır. Daha sonra, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi bulanık aritmetiksel işlemlerin nasıl inşa edildiği gösterilecektir. Bu işlemler için sırasıyla genişletme prensibi ve α seviye kesme yöntemleri olmak üzere iki yöntem kullanılacaktır. Ardından ağırlıklı ortalama yöntemi anlatılarak durulaştırma yapılacaktır. Son olarak, bir hastalığın tedavisinde kullanılacak ilaç miktarının doz ayarının matematiksel bir model oluşturarak bulanık küme teorisiyle nasıl inşa edileceği gösterilecektir.

Bu çalışmada, ilk iki aylık süre içinde gerekli literatür taraması yapılmış, kaynaklar araştırılarak, bulanık küme kavramı ve bu kavramla ilgili dilsel değişkenler ve kelime atomları, sürekli değişen üyelik derecesi ve üyelik fonksiyonu çeşitleri gibi temel kavramlar incelenmektedir.

İkinci beş aylık süre içinde ise bir bulanık küme üzerinde birleşim, kesişim, tümleme ve kapsama gibi mantıksal işlemler bütün özellikleriyle ele alınacaktır. Ayrıca, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi bulanık aritmetiksel işlemlerin nasıl inşa edildiği gösterilecektir. Bu işlemler için sırasıyla genişletme prensibi ve α seviye kesme yöntemleri olmak üzere iki yöntem kullanılacaktır.

Daha sonra, bulanık küme teorisinin bir uygulaması olarak, bir hastalığın tedavisinde kullanılacak bir matematiksel model oluşturmada bulanık küme teorisinin nasıl kullanılacağı gösterilecektir.

Son olarak, bütün bu elde edilen sonuçlar bir tez formu haline getirilerek hedeflenen tez çalışması elde edilecektir.



2. BÖLÜM

BULANIK KÜME TEORİSİ İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

2.1. Bulanık Kümeler

Bulanık küme teorisi, kesin sınırlara sahip olmayan ve belirsiz verileri işleyebilen matematiksel bir çerçeve sunar. İlk olarak Lotfi A. Zadeh tarafından 1965 yılında tanıtılan bu teori, klasik küme teorisinin genişletilmiş bir versiyonudur ve özellikle belirsizliğin, bulanıklığın ve kesin olmayan bilgilerin işlendiği alanlarda kullanılır (Zadeh, 1965).

Tanım ve Temel Kavramlar

Klasik küme teorisinde, bir eleman ya bir kümeye aittir ya da ait değildir. Bu kesinlik, genellikle gerçek dünyadaki belirsizlikleri ve bulanıklıkları ifade etmekte yetersiz kalır. Bu nedenle, bulanık kümeler, üyelik derecesi kavramını kullanarak bir elemanın bir kümeye ne derece ait olduğunu belirtir. Bir bulanık küme, evrensel kümedeki her elemanın $[0, 1]$ aralığında bir üyelik derecesine sahip olduğu bir fonksiyonla tanımlanır. Bu fonksiyon, " $\mu_A(x)$ " x elemanının A bulanık kümesine üyelik derecesini belirtir. (Zadeh, 1965).

Üyelik Fonksiyonu

Üyelik fonksiyonu, bir elemanın bulanık bir kümeye ne derece ait olduğunu belirten bir fonksiyondur. Örneğin, bir sıcaklık derecesinin "sıcak" bulanık kümesine aitliği, bu sıcaklığın "sıcak" olarak kabul edilme derecesini gösterir. Üyelik fonksiyonları genellikle trapezoidal, üçgensel veya Gauss eğrisi şeklinde olabilir.

Örnek Üyelik Fonksiyonu

Bir sıcaklık değeri için aşağıdaki gibi bir üçgensel üyelik fonksiyonu tanımlanabilir:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ \frac{x - 15}{10} & , 15 < x \leq 25 \\ \frac{35 - x}{10} & , 25 < x \leq 35 \\ 0 & , x > 35 \end{cases}$$

Bu fonksiyon, sıcaklık değerlerinin “sıcak” olarak kabul edilme derecesini gösterir. 15°C altındaki sıcaklıklar “sıcak” olarak kabul edilmezken, 25°C tamamen “sıcak” olarak kabul edilir ve 35°C üzerindeki sıcaklıklar yine “sıcak” olarak kabul edilmez.

Sürekli Değişen Üyelik Derecelerinin Uygulama Alanları

Sürekli değişen üyelik dereceleri, çeşitli uygulama alanlarında belirsizliğin ve bulanıklığın modellenmesi için kullanılır:

1. **Bulanık Mantık Kontrol Sistemleri:** Bu sistemler, ev aletlerinde, otomotiv uygulamalarında ve endüstriyel otomasyon sistemlerinde kullanılır. Sürekli değişen üyelik dereceleri, kontrol parametrelerini belirlemek için kullanılır (Ross, 2005).
2. **Veri Analizi ve Kümeleme:** Sürekli değişen üyelik dereceleri, veri kümelerindeki belirsiz ilişkileri tespit etmek için kullanılır. Örneğin, müşteri segmentasyonu ve biyoinformatik alanlarında yaygın olarak uygulanır (Bezdek, 1981).
3. **Karar Destek Sistemleri:** Tıp, finans ve mühendislik gibi çeşitli alanlarda, sürekli değişen üyelik dereceleri belirsizliklerin ve insan yargısının işlenmesinde kullanılır (Kaufmann ve Gupta, 1991).

2.1.1. Dilsel Değişkenler ve Kelime Atomları

Gerçek dünya problemlerinin çoğu, tam olarak tanımlanamayan veya ölçülemeyen belirsiz ve bulanık verilere dayanır. Bu bağlamda, bulanık küme teorisi, belirsiz bilgilerin işlenmesine olanak tanıyan dilsel değişkenler ve kelime atomları kavramlarını sunar. Bu kavramlar, özellikle insan düşüncesine ve diline yakın bir şekilde belirsizliklerle başa çıkmayı sağlar.

Dilsel Değişkenler

Dilsel değişkenler, değerleri kelimeler veya kelime grupları olan değişkenlerdir. Klasik sayısal değişkenlerin aksine, dilsel değişkenler niteliksel bilgileri ifade eder ve bu bilgi bulanık küme teorisi kullanılarak modellenir. Dilsel değişkenlerin kullanımı, insan dilindeki belirsizlikleri ve bulanıklıkları daha iyi anlamamıza ve işlememize yardımcı olur.

Örneğin, “sıcaklık” bir dilsel değişken olabilir ve değerleri “soğuk”, “ılık”, “sıcak” gibi kelimelerle ifade edilebilir. Bu değerlerin her biri bir bulanık küme tarafından temsil edilir ve bu kümeler, belirli bir sıcaklık değerine üyelik derecelerini gösterir.

Dilsel Değişkenlerin Kullanımı

Dilsel değişkenlerin kullanımı, özellikle bulanık kontrol sistemlerinde yaygındır. Bir örnek olarak, bir klima sisteminde sıcaklık kontrolü dilsel değişkenlerle yapılabilir. Sıcaklık sensöründen gelen veriler, “soğuk”, “ılık” veya “sıcak” gibi dilsel değerlere dönüştürülür ve bu değerlere göre klima sistemi çalıştırılır.

Kelime Atomları

Kelime atomları, dilsel değişkenlerin temel bileşenleridir. Bir dilsel değişkenin her bir değeri, bir kelime atomu olarak adlandırılır. Örneğin, “sıcaklık” dilsel değişkeninin değerleri olan “soğuk”, “ılık” ve “sıcak” kelime atomlarıdır. Her kelime atomu, belirli bir

bulanık küme ile temsil edilir ve bu küme, o kelime atomunun üyelik fonksiyonunu tanımlar.

Kelime Atomlarının Matematiksel Temsili

Kelime atomları, üyelik fonksiyonları ile matematiksel olarak temsil edilir. Bir kelime atomunun üyelik fonksiyonu, belirli bir girdinin o kelime atomuna ne derece ait olduğunu belirler. Örneğin, “ılık” kelime atomunun üyelik fonksiyonu, belirli bir sıcaklık değerinin “ılık” olarak ne derece algılandığını gösterir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ \frac{x - 15}{10} & , 15 < x \leq 25 \\ \frac{35 - x}{10} & , 25 < x \leq 35 \\ 0 & , x > 35 \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonu, 15°C altındaki sıcaklıkların "ılık" olarak algılanmadığını, 25°C'nin tamamen "ılık" olarak kabul edildiğini ve 35°C üzerindeki sıcaklıkların yine "ılık" olarak kabul edilmediğini gösterir.

Dilsel değişkenler ve kelime atomları, bulanık küme teorisinin önemli bileşenleridir ve belirsizliklerin ve bulanıklıkların bulunduğu durumlarda klasik mantık ve küme teorisinin yetersiz kaldığı yerlerde güçlü araçlar olarak ortaya çıkar. Bu kavramlar, çeşitli alanlarda belirsiz verilerin işlenmesi ve insan benzeri karar verme süreçlerinin modellenmesi için etkili çözümler sunar.

2.1.2. Sürekli Değişen Üyelik Derecesi Kavramı

Bulanık küme teorisi, belirli bir elemanın bir kümeye ait olma derecesini ifade eden üyelik dereceleri kavramını kullanır. Klasik küme teorisinde bir eleman ya bir kümeye aittir ya da ait değildir; bu durum üyelik derecesi ile ya 1 ya da 0 olarak gösterilir. Ancak gerçek hayatta, birçok durum kesin sınırlarla tanımlanamaz. Sürekli değişen üyelik derecesi kavramı, bu belirsizlikleri daha iyi ifade eder ve elemanların kümelere kısmi üyeliklerini ifade eder (Zadeh, 1965).

Üyelik Derecesi

Üyelik derecesi, bir elemanın belirli bir bulanık kümeye ne derece ait olduğunu gösteren $[0, 1]$ aralığında bir değerdir. 1, tam üyeliği (kesinlikle ait olma), 0 ise hiç üyeliği (kesinlikle ait olmama) ifade eder. Ara değerler ise kısmi üyeliği gösterir. Bu durum, birçok gerçek dünya uygulamasında belirsizlik ve bulanıklığın modellenmesine olanak tanır (Zadeh, 1965).

Sürekli Değişen Üyelik Derecesinin Matematiksel Temsili

Sürekli değişen üyelik derecesi, bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanır. Bu fonksiyon, evrensel kümeden $[0, 1]$ aralığına bir dönüşüm sağlar. Matematiksel olarak, bir bulanık küme (A) ve evrensel küme X için üyelik fonksiyonu $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ olarak tanımlanır.

Örnek Üyelik Fonksiyonu

Bir sıcaklık değişkeni için sürekli değişen üyelik derecesi şu şekilde tanımlanabilir:

$$\mu_{sıcak}(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ \frac{x - 15}{10} & , 15 < x \leq 25 \\ \frac{35 - x}{10} & , 25 < x \leq 35 \\ 0 & , x > 35 \end{cases}$$

Bu fonksiyon, sıcaklık değerlerinin “sıcak” olarak kabul edilme derecesini gösterir. 15°C altındaki sıcaklıklar “sıcak” olarak kabul edilmezken, 25°C tamamen “sıcak” olarak kabul edilir ve 35°C üzerindeki sıcaklıklar yine “sıcak” olarak kabul edilmez.

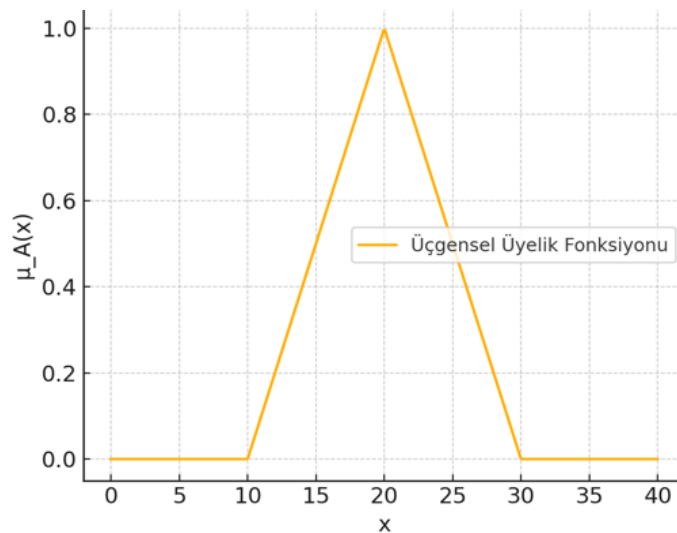
2.1.3. Üyelik Fonksiyonu Çeşitleri

Üyelik fonksiyonu, bulanık küme teorisinin temel bir bileşenidir ve bir elemanın belirli bir bulanık kümeye ait olma derecesini tanımlar. Üyelik fonksiyonları, [0, 1] aralığında değer alır ve 1 tam üyeliği, 0 ise hiçbir üyeliği ifade eder. Bu fonksiyonlar, belirsiz ve bulanık bilgilerin matematiksel olarak modellenmesini sağlar (Zadeh, 1965).

Üyelik Fonksiyonlarının Türleri

1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonu: Basit ve yaygın olarak kullanılan bir üyelik fonksiyonudur.

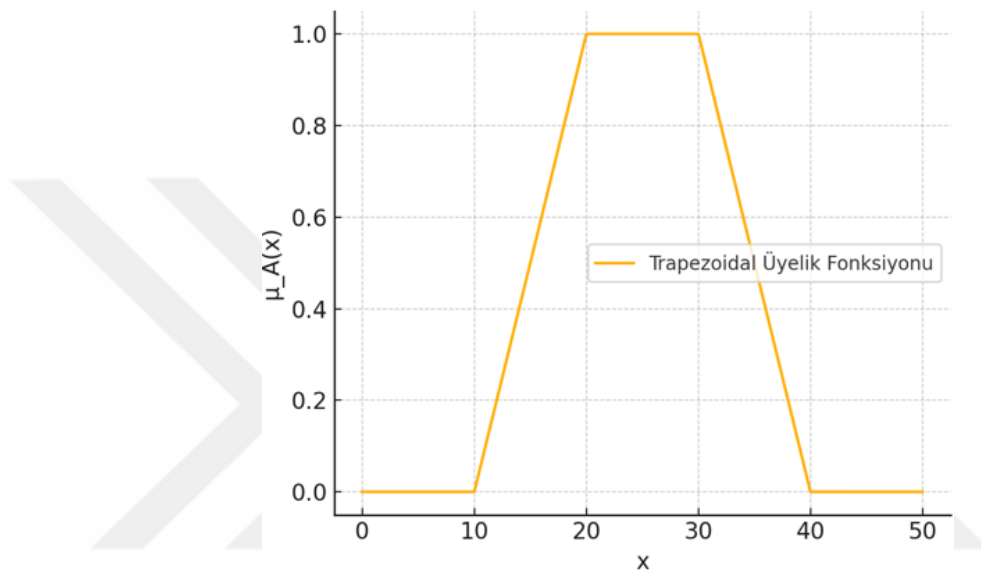
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & , b < x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$



Şekil 2.1. Üçgensel üyelik fonksiyon grafiği

2. Trapezoidal Üyelik Fonksiyonu: Üçgensel fonksiyonun genelleştirilmiş halidir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & , a < x \leq b \\ 1 & , b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & , c < x \leq d \\ 0 & , x > d \end{cases}$$

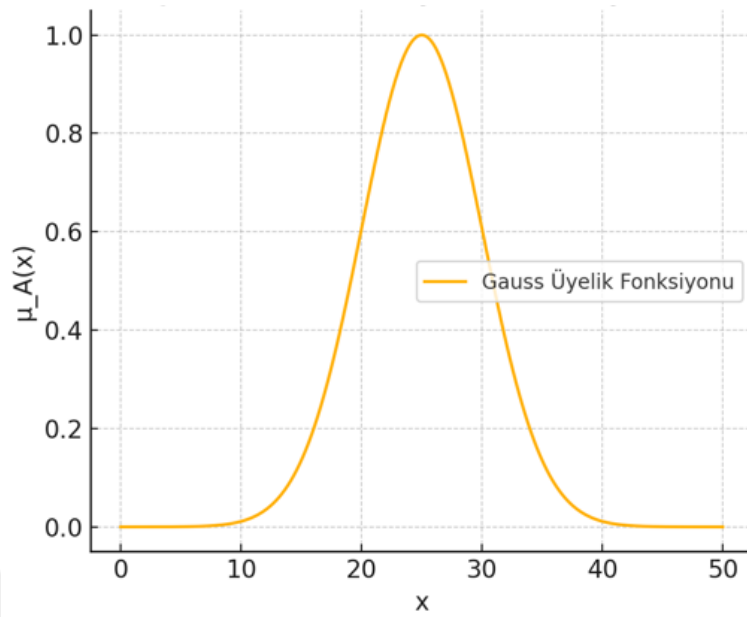


Şekil 2.2. Trapezoidal üyelik fonksiyon grafiği

3. Gauss Üyelik Fonksiyonu: Belirsizliklerin ve bulanık sınırların modellenmesinde yaygın olarak kullanılır.

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

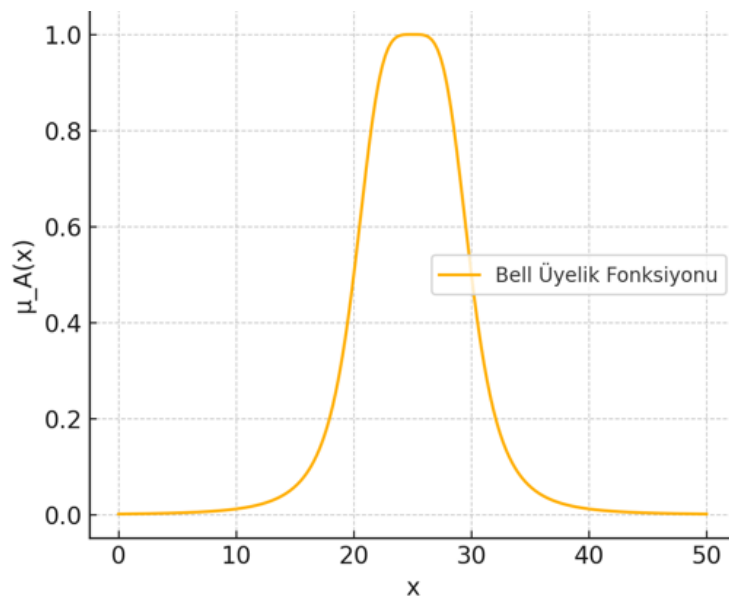
Burada c ortalama değeri, σ ise standart sapmayı temsil eder.



Şekil 2.3. Gauss üyelik fonksiyon grafiği

- 4. Bell (Çan) Üyelik Fonksiyonu:** Bell üyelik fonksiyonu, belirsizliklerin ve bulanık sınırların modellenmesinde kullanılabilir ve genellikle bulanık kontrol sistemlerinde kullanılır.

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$



Şekil 2.4. Bell üyelik fonksiyonu

Üyelik Fonksiyonu Kısımları

Üyelik fonksiyonları genellikle belirli kısımlara ayrılır:

1. **Destek:** Üyelik derecesinin sıfırdan farklı olduğu değerler kümesidir.

$$Destek(A) = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\}$$

2. **Çekirdek:** Üyelik derecesinin 1 olduğu değerler kümesidir.

$$Çekirdek(A) = \{x \in X | \mu_A(x) = 1\}$$

3. **α –Kümesi:** Üyelik derecesinin en az α olduğu değerler kümesidir.

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Bir bulanık küme A , sıcaklıkları temsil ediyor ve X kümesi de olası sıcaklık değerlerinden oluşsun,

$$X = \{10^\circ C, 15^\circ C, 20^\circ C, 25^\circ C, 30^\circ C\}$$

Bulanık küme A ise, her bir sıcaklık değerine karşılık gelen bir üyelik derecesiyle tanımlansın:

- $\mu_A(10^\circ C) = 0,1$
- $\mu_A(15^\circ C) = 0,4$
- $\mu_A(20^\circ C) = 0,7$
- $\mu_A(25^\circ C) = 0,9$
- $\mu_A(30^\circ C) = 0,6$

Bu durumda, α –kümeleri aşağıdaki gibi tanımlanırsa,

1. **$\alpha = 0$:** A_0 kümesi, $\mu_A(x) \geq 0$ olan tüm x değerlerini içerir. Yani, A kümesindeki tüm elemanlar:

$$A_0 = \{10^\circ C, 15^\circ C, 20^\circ C, 25^\circ C, 30^\circ C\}$$

2. $\alpha = 0,5$: $A_{0,5}$ kümesi, $\mu_A(x) \geq 0,5$ olan x değerlerini içerir. Bu durumda:

$$A_{0,5} = \{20^\circ C, 25^\circ C, 30^\circ C\}$$

3. $\alpha = 0,8$: $A_{0,8}$ kümesi, $\mu_A(x) \geq 0,8$ olan x değerlerini içerir. Bu durumda:

$$A_{0,8} = \{25^\circ C\}$$

Görüldüğü gibi, α değeri arttıkça, α -kümesine giren elemanların sayısı azalır, çünkü daha yüksek bir üyelik derecesi eşiği belirlenmiş olur. α -kümesi, bir bulanık kümenin belirli bir üyelik derecesine sahip olan elemanlarını tanımlamak için kullanılır.

Normal ve Normal Olmayan Bulanık Kümeler

Bir bulanık küme, üyelik fonksiyonunun maksimum değerinin 1 olması durumunda normal olarak adlandırılır. Eğer bu maksimum değer 1 değilse, kümeye normal olmayan bulanık küme denir (Ross, 2005).

Normal Bulanık Küme

$$\max \mu_A(x) = 1$$

Normal Olmayan Bulanık Küme

$$\max \mu_A(x) < 1$$

Bulanık Kümelerin Alfa Kesimi, Geçiş Noktası, Boş Küme, Eşitlik ve Normallik Tanımları

Bulanık kümeler, klasik kümelerin belirsizliği ve kesin olmayan bilgileri ifade etmedeki yetersizliklerini aşmak için geliştirilmiştir. Bu kapsamda bulanık kümelerin çeşitli kavramsal araçları bulunur: alfa kesimi, geçiş noktası, boş küme, eşitlik ve normallik. Bu araçlar, bulanık kümelerin daha iyi anlaşılmasını ve uygulanmasını sağlar.

Alfa Kesimi (α -Kesimi)

Alfa kesimi, bir bulanık kümenin belirli bir üyelik derecesine sahip elemanlarını içeren bir kesittir. Bir bulanık küme A'nın alfa kesimi, üyelik derecesi en az α olan elemanlar kümesi olarak tanımlanır. Bu kavram, bulanık kümenin belirli bir güven seviyesindeki elemanlarını belirlemek için kullanılır.

Bir bulanık küme A'nın alfa kesimi A_α şu şekilde tanımlanır:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Bu ifade, X evrensel kümesindeki elemanlardan, üyelik derecesi en az α olanları içerir.

Geçiş Noktası

Geçiş noktası, bir üyelik fonksiyonunun belirli bir değere (genellikle 0.5) eşit olduğu noktadır. Bu nokta, bulanık kümelerde belirsizliğin en yüksek olduğu değeri temsil eder.

Geçiş noktası x_0 , şu koşulu sağlar:

$$\mu_A(x_0) = 0.5$$

Bu nokta, genellikle üyelik fonksiyonunun ortasında yer alır ve belirsizliklerin en yoğun olduğu yeri gösterir.

Boş Küme

Bulanık kümeler bağlamında, boş küme, tüm elemanlarının üyelik derecesinin sıfır olduğu kümeyi ifade eder.

Bir bulanık küme A, boş küme ise:

$$\forall x \in X, \mu_A(x) = 0$$

Bu ifade, X evrensel kümesindeki hiçbir elemanın kümeye ait olmadığını belirtir.

Eşitlik

İki bulanık kümenin eşitliği, her iki kümenin üyelik fonksiyonlarının tüm elemanlar için aynı olduğu durumu ifade eder. Bu durumda, iki küme de aynı elemanlara aynı üyelik dereceleriyle sahip olmalıdır.

İki bulanık küme A ve B eşit ise:

$$\forall x \in X, \mu_A(x) = \mu_B(x)$$

Bu ifade, A ve B kümelerinin her x elemanı için aynı üyelik derecesine sahip olduğunu gösterir.

Normallik

Bir bulanık küme, eğer üyelik fonksiyonunun maksimum değeri 1 ise normal olarak adlandırılır. Normallik, bulanık kümenin en az bir elemanının tam üyelik derecesine (yani 1) sahip olduğunu belirtir.

Bir bulanık küme A, normal ise:

$$\max_{x \in X} \mu_A(x) = 1$$

Bu ifade, A kümesinin en az bir elemanının tam üyelik derecesine sahip olduğunu gösterir.

Alfa kesimi, geçiş noktası, boş küme, eşitlik ve normallik kavramları, bulanık kümelerin anlaşılması ve uygulanması için temel araçlardır. Bu kavramlar, belirsiz verilerin işlenmesinde ve bulanık kümelerin matematiksel olarak modellenmesinde önemli rol oynar.

2.2. Bulanık Kümelerde Mantıksal İşlemler

Bulanık küme teorisi, belirsizlikleri ve bulanıklıkları işlemek için klasik kümelerden farklı bir yaklaşımla mantıksal işlemler kullanır. Bu işlemler, bulanık mantık kuralları çerçevesinde tanımlanır ve çeşitli uygulama alanlarında belirsizliklerin modellenmesinde kullanılır.

2.2.1. Birleşim (Veya 'lama)

Bulanık kümelerde birleşim işlemi, iki bulanık kümenin bir elemanının en yüksek üyelik derecesini alır. Bu işlem, klasik mantıkta "VEYA" işlemine karşılık gelir.

İki bulanık küme A ve B için birleşim işlemi şu şekilde tanımlanır:

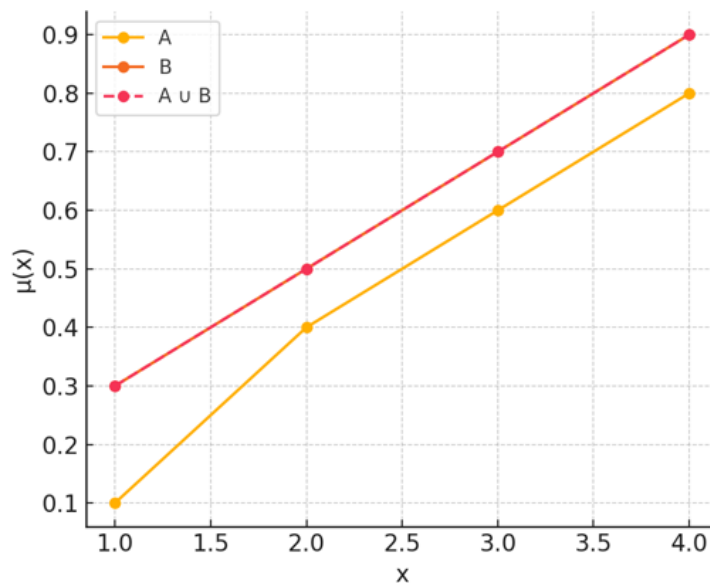
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_B(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$



Şekil 2.5. Bulanık küme birleşim

2.2.2. Kesişim (Ve 'leme)

Bulanık kümelerde kesişim işlemi, iki bulanık kümenin bir elemanının en düşük üyelik derecesini alır. Bu işlem, klasik mantıkta "VE" işlemine karşılık gelir.

İki bulanık küme A ve B için kesişim işlemi şu şekilde tanımlanır:

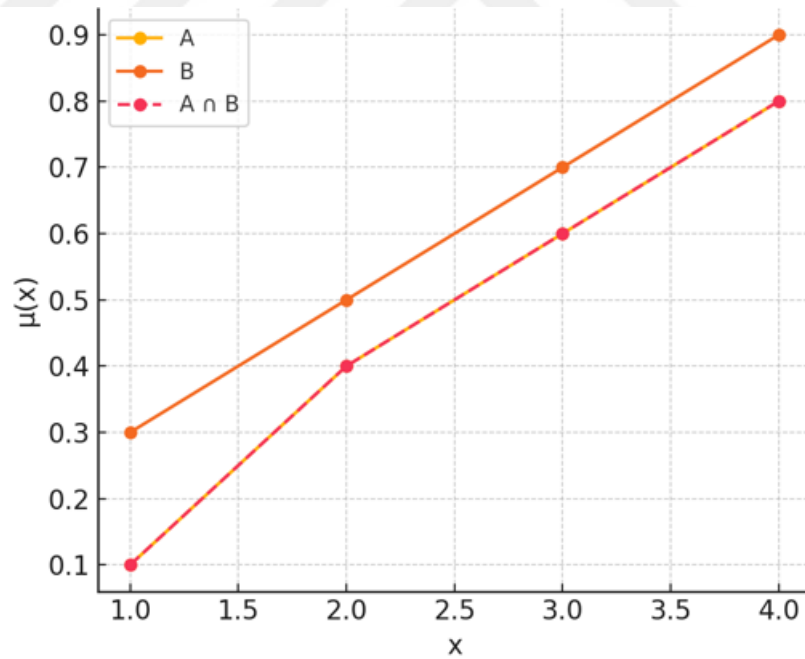
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_B(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$



Şekil 2.6. Bulanık küme kesişim

2.2.3. Tümlen (Değilleme)

Bulanık kümelerde tümlenme işlemi, bir elemanın bir kümeye ait olma derecesinin tamamlayıcısını alır. Bu işlem, klasik mantıkta "DEĞİL" işlemine karşılık gelir.

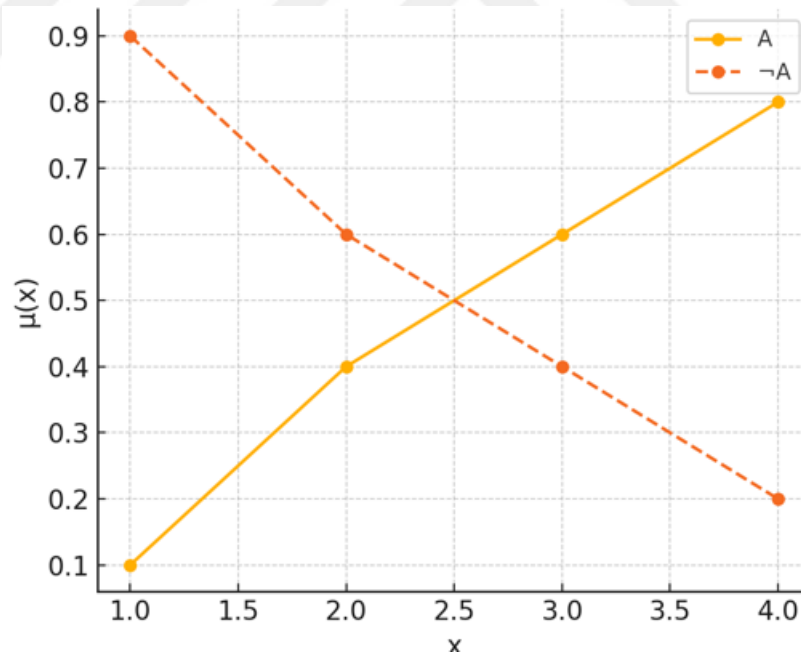
Bir bulanık küme A için tümlenme işlemi şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Örnek olarak bir bulanık küme A olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_{\neg A}(x) = \{0.9, 0.6, 0.4, 0.2\}$$



Şekil 2.7. Bulanık küme tümlenme

2.2.4. Kapsama

Bulanık kümelerde kapsama işlemi, bir kümenin diğer bir kümenin alt kümesi olup olmadığını belirler. Bu, her bir elemanın üyelik derecesinin diğer kümedeki karşılık gelen elemanın üyelik derecesinden küçük veya eşit olmasını gerektirir.

Bir bulanık küme A, bulanık küme B'nin alt kümesi ise:

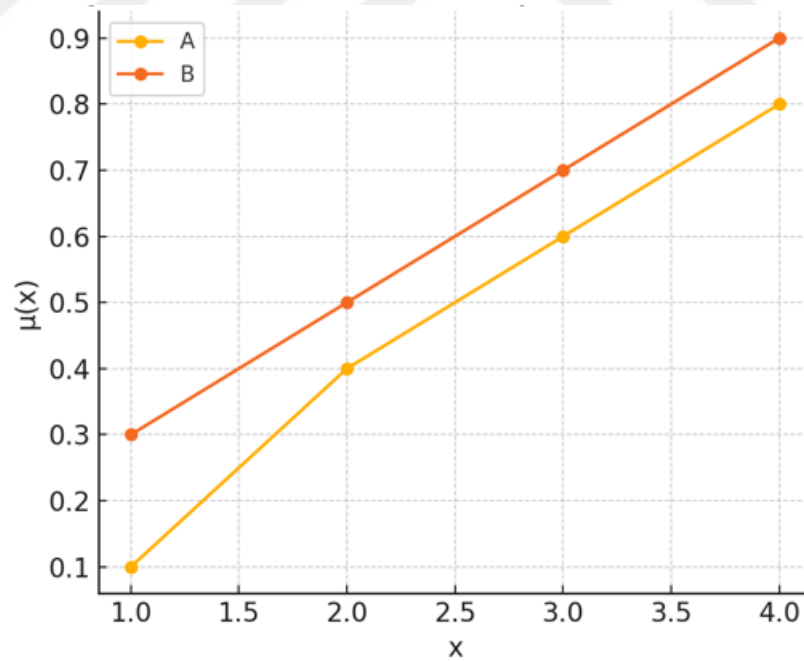
$$\forall x \in X, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_B(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

$$A \subseteq B$$



Şekil 2.8. Bulanık küme kapsama

2.3. Bulanık Aritmetik İşlemler

2.3.1. Ögelere Dayalı (Genişletme) Aritmetik İşlemler

Bulanık kümelerde öğelere dayalı aritmetik işlemler, klasik aritmetik işlemlerin belirsizlik ve bulanıklık içeren durumlara uyarlanmasıdır. Bu işlemler, üyelik fonksiyonları kullanılarak gerçekleştirilir ve çeşitli uygulamalarda belirsizliklerin ve bulanıklıkların işlenmesinde kullanılır.

Bulanık Toplama (Fuzzy Addition)

Bulanık toplama, iki bulanık sayının üyelik fonksiyonlarının toplamı olarak tanımlanır. Bu işlem, her bir girdinin üyelik derecelerinin toplanması ile gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için bulanık toplama şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A+B}(z) = \sup_{x+y=z} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

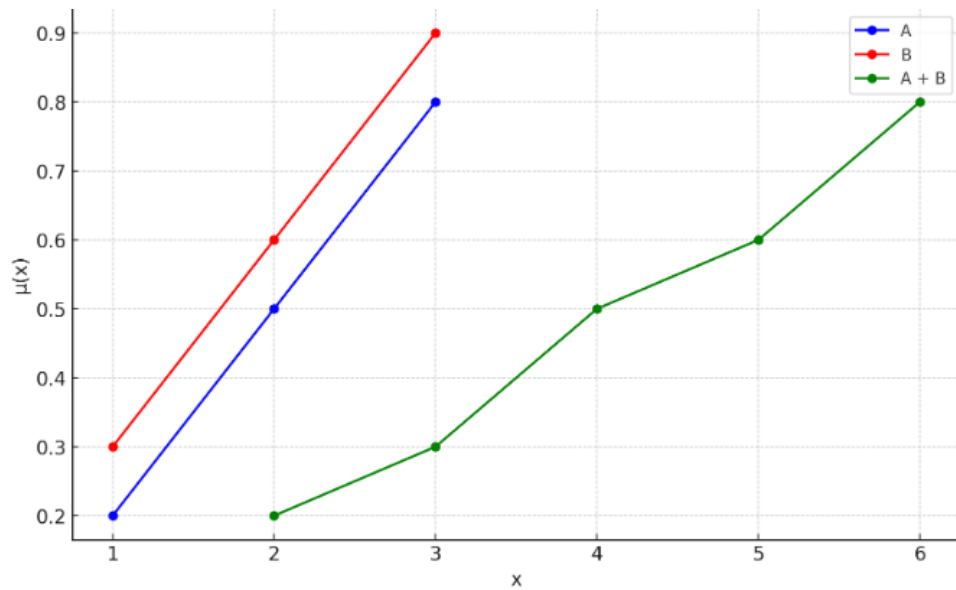
$$A = \{(1,0.2), (2,0.5), (3,0.8)\}$$

$$B = \{(1,0.3), (2,0.6), (3,0.9)\}$$

$$A + B = \{(2,0.2), (3,0.2), (3,0.3), (4,0.2), (4,0.3), (4,0.5), (5,0.5), (5,0.6), (6,0.8)\}$$

Bu sonuç, her iki kümeyi toplarken elde edilen tüm olası yeni elemanları ve onların minimum üyelik derecelerini temsil eder. Eğer kümeleri daha basitleştirilmiş şekilde gösterirsek, aynı elemanlar arasındaki en yüksek üyelik derecesini alarak kümeyi yeniden yazarız.

$$A + B = \{(2,0.2), (3,0.3), (4,0.5), (5,0.6), (6,0.8)\}$$



Şekil 2.9. Bulanık toplama

Bulanık Çıkarma (Fuzzy Subtraction)

Bulanık çıkarma, iki bulanık sayının üyelik fonksiyonlarının farkı olarak tanımlanır. Bu işlem, her bir girdinin üyelik derecelerinin çıkarılması ile gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için bulanık çıkarma şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A-B}(z) = \sup_{x-y=z} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

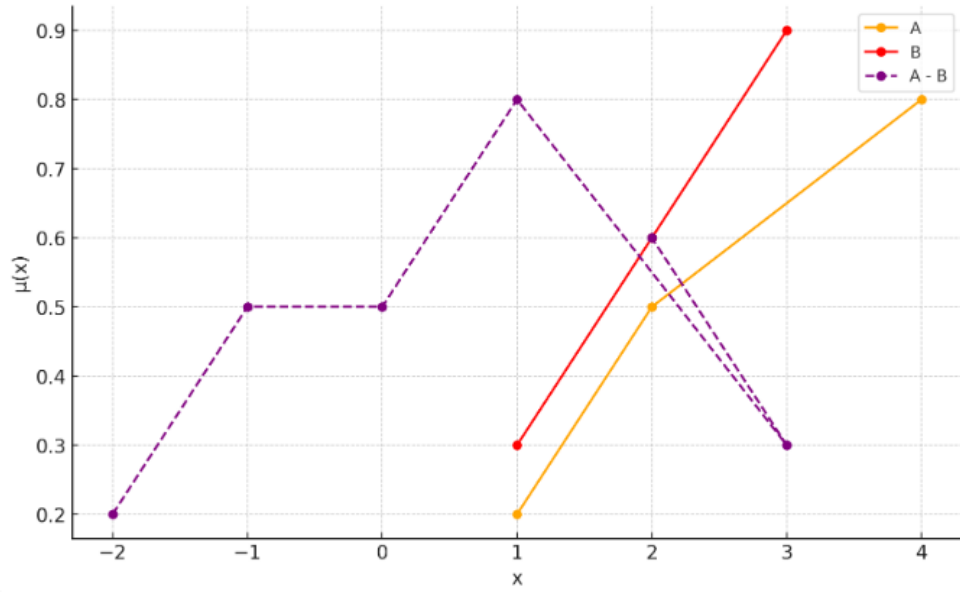
$$A = \{(1,0.2), (2,0.5), (4,0.8)\}$$

$$B = \{(1,0.3), (2,0.6), (3,0.9)\}$$

$$A - B = \{(0,0.2), (-1,0.2), (-2,0.2), (1,0.3), (0,0.5), (-1,0.5), (3,0.3), (2,0.6), (1,0.8)\}$$

Bu sonuç, çıkarma işleminden elde edilen tüm olası yeni elemanları ve onların minimum üyelik derecelerini temsil eder. Eğer kümeleri daha basitleştirilmiş şekilde gösterirsek, aynı elemanlar arasındaki en yüksek üyelik derecesini alarak kümeyi yeniden yazarız.

$$A - B = \{(-2,0.2), (-1,0.5), (0,0.5), (1,0.8), (3,0.3), (2,0.6)\}$$



Şekil 2.10. Bulanık çıkarma

Bulanık Çarpma (Fuzzy Multiplication)

Bulanık çarpma, iki bulanık sayının üyelik fonksiyonlarının çarpımı olarak tanımlanır. Bu işlem, her bir girdinin üyelik derecelerinin çarpılması ile gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için bulanık çarpma şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A.B}(z) = \sup_{x,y=z} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

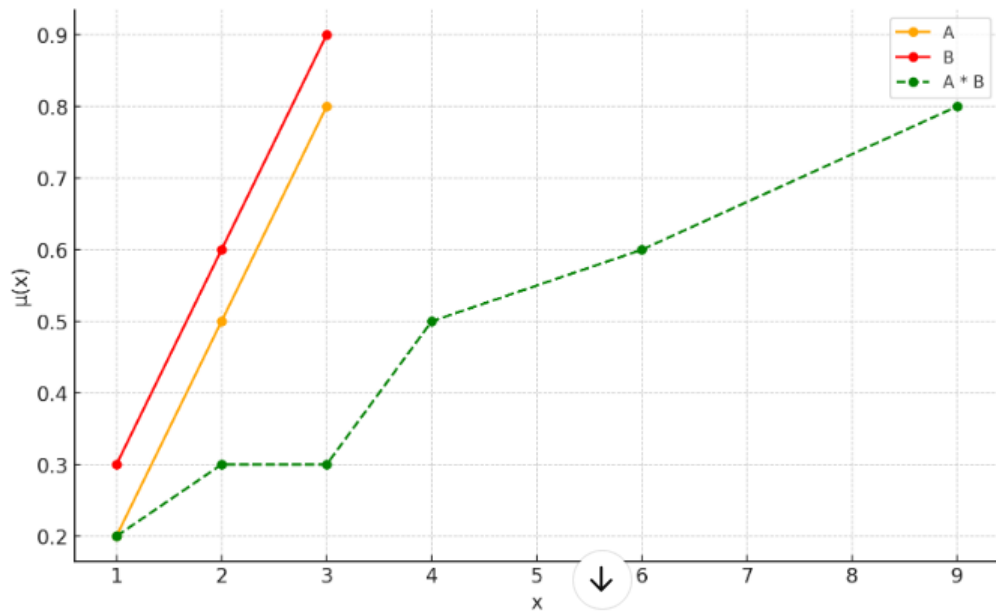
$$A = \{(1,0.2), (2,0.5), (3,0.8)\}$$

$$B = \{(1,0.3), (2,0.6), (3,0.9)\}$$

$$A.B = \{(1,0.2), (2,0.2), (3,0.2), (2,0.3), (4,0.5), (6,0.5), (3,0.3), (6,0.6), (9,0.8)\}$$

Bu sonuç, çarpma işleminden elde edilen tüm olası yeni elemanları ve onların minimum üyelik derecelerini temsil eder. Eğer kümeleri daha basitleştirilmiş şekilde gösterirsek, aynı elemanlar arasındaki en yüksek üyelik derecesini alarak kümeyi yeniden yazarız.

$$A.B = (1,0.2), (2,0.3), (3,0.3), (4,0.5), (6,0.6), (9,0.8)$$



Şekil 2.11. Bulanık çarpma

Bulanık Bölme (Fuzzy Division)

Bulanık bölme, iki bulanık sayının üyelik fonksiyonlarının bölümü olarak tanımlanır. Bu işlem, her bir girdinin üyelik derecelerinin bölünmesi ile gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için bulanık bölme şu şekilde tanımlanır:

$$\mu_{A/B}(z) = \sup_{x/y=z} \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

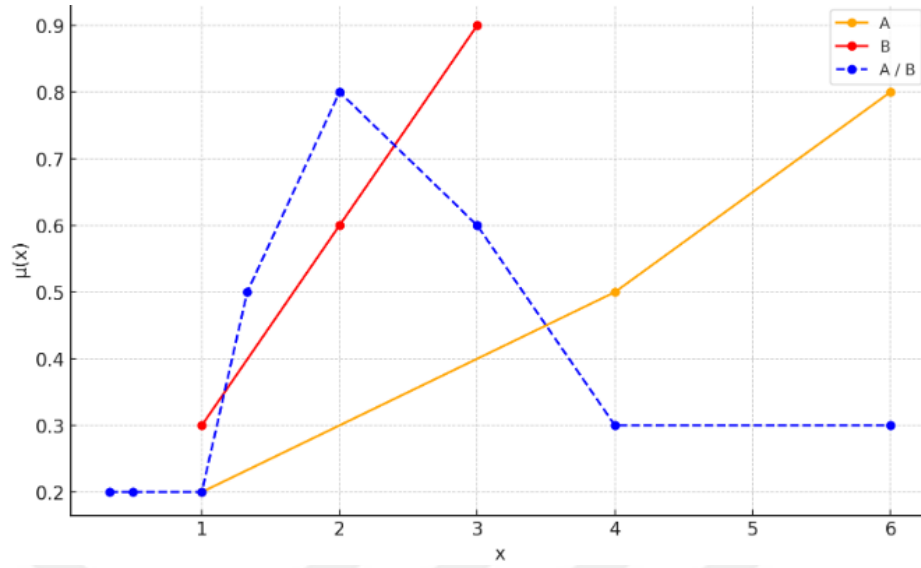
$$A = \{(1,0.2), (4,0.5), (6,0.8)\}$$

$$B = \{(1,0.3), (2,0.6), (3,0.9)\}$$

$$A/B = \{(1,0.2), (0.5,0.2), (0.33,0.2), (4,0.3), (2,0.5), (1.33,0.5), (6,0.3), (3,0.6), (2,0.8)\}$$

Bu sonuç, bölme işleminden elde edilen tüm olası yeni elemanları ve onların minimum üyelik derecelerini temsil eder. Eğer kümeleri daha basitleştirilmiş şekilde gösterirsek, aynı elemanlar arasındaki en yüksek üyelik derecesini alarak kümeyi yeniden yazarız.

$$A/B = \{(0.33,0.2), (0.5,0.2), (1,0.2), (1.33,0.5), (2,0.8), (3,0.6), (4,0.3), (6,0.3)\}$$



Şekil 2.12. Bulanık bölme

2.3.2. Alfa Kesimi ile Aritmetik İşlemler

Bulanık küme teorisinde, alfa kesimi (α -kesimi) bir bulanık kümenin belirli bir üyelik derecesine sahip elemanlarını içeren bir kesittir. Alfa kesimleri, bulanık kümeler üzerinde aritmetik işlemler gerçekleştirilirken kullanışlıdır. Bu işlemler, belirsizliklerin ve bulanıklıkların işlenmesinde kritik bir rol oynar.

Alfa Kesimi (α – Kesimi)

Alfa kesimi, bir bulanık kümenin üyelik derecesi en az α olan elemanlarını içerir. Bu kesit, belirsizliklerin belirli bir güven seviyesinde analiz edilmesini sağlar.

Bir bulanık küme A'nın alfa kesimi A_α şu şekilde tanımlanır:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

2.3.2.1. Alfa Kesimine göre Bulanık Sayıların Toplanması ve Çıkarılması

Alfa kesimi ile toplama ve çıkarma işlemi, iki bulanık kümenin alfa kesimleri üzerinden gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için alfa kesimi ile toplama ve çıkarma şu şekilde tanımlanır:

$$(A + B)_\alpha = \{x + y | x \in A_\alpha, y \in B_\alpha\}$$

$$(A - B)_\alpha = \{x - y | x \in A_\alpha, y \in B_\alpha\}$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_B(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

$$\alpha = 0.5$$

Alfa kesimleri:

$$A_{0.5} = \{3, 4\}$$

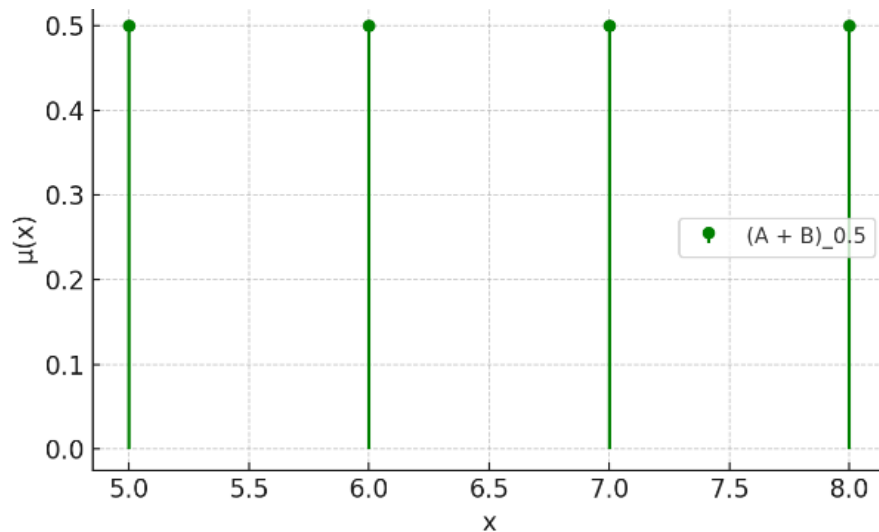
$$B_{0.5} = \{2, 3, 4\}$$

Alfa kesimi ile toplama:

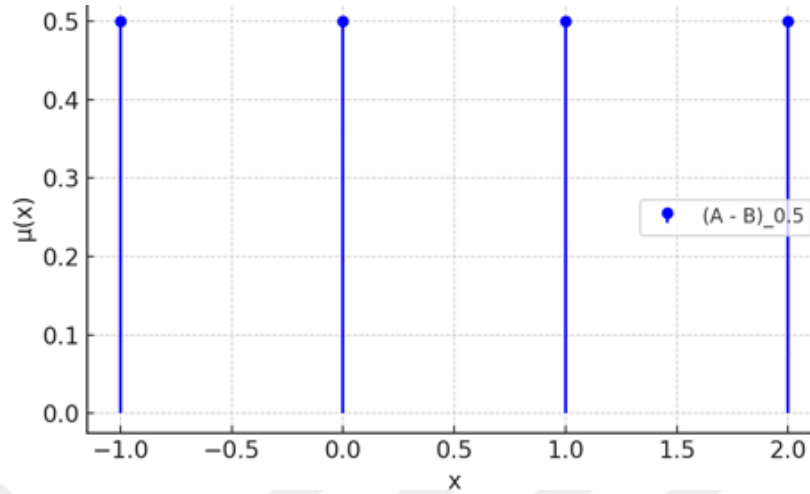
$$(A + B)_{0.5} = \{5, 6, 7, 8\}$$

Alfa kesimi ile çıkarma:

$$(A - B)_{0.5} = \{-1, 0, 1, 2\}$$



Şekil 2.13. Alfa kesimi ile bulanık toplama



Şekil 2.14. Alfa kesimi ile bulanık çıkarma

2.3.2.2. Alfa Kesimine göre Bulanık Sayıların Çarpılması ve Bölünmesi

Alfa kesimi ile çarpma ve bölme işlemi, iki bulanık kümenin alfa kesimleri üzerinden gerçekleştirilir.

İki bulanık küme A ve B için alfa kesimi ile çarpma ve bölme şu şekilde tanımlanır:

$$(A \cdot B)_\alpha = \{x \cdot y | x \in A_\alpha, y \in B_\alpha\}$$

$$(A/B)_\alpha = \{x/y | x \in A_\alpha, y \in B_\alpha\}$$

Örnek olarak iki bulanık küme A ve B olsun.

$$\mu_A(x) = \{0.1, 0.4, 0.6, 0.8\}$$

$$\mu_B(x) = \{0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

$$\alpha = 0.5$$

Alfa kesimleri:

$$A_{0.5} = \{3, 4\}$$

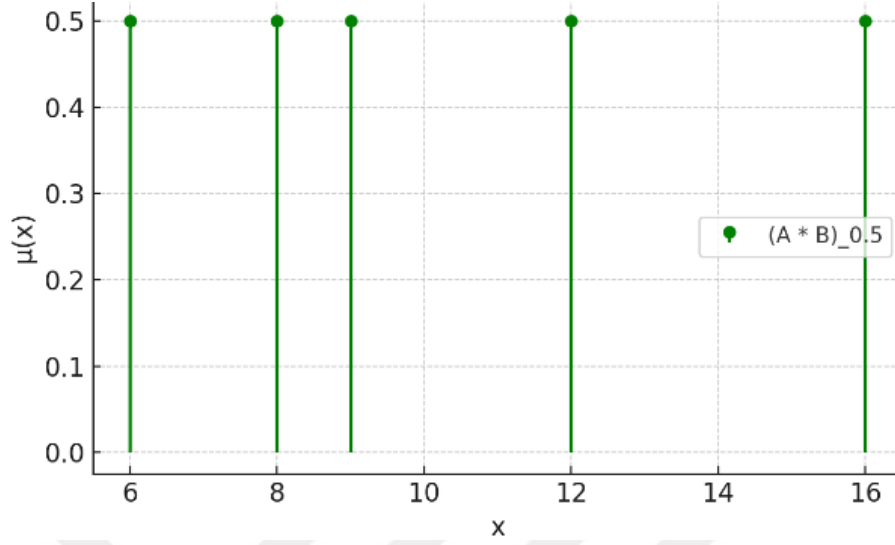
$$B_{0.5} = \{2, 3, 4\}$$

Alfa kesimi ile çarpma:

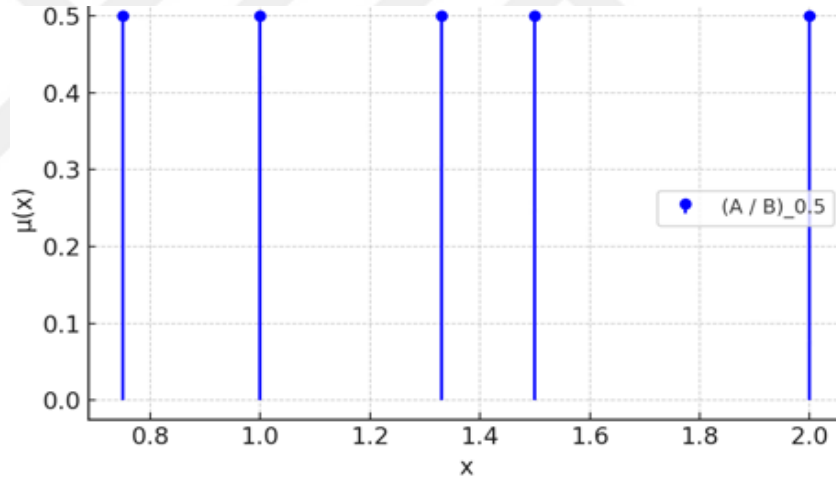
$$(A \cdot B)_{0.5} = \{6, 8, 9, 12, 16\}$$

Alfa kesimi ile bölme:

$$(A/B)_{0.5} = \{0.75, 1, 1.33, 1.5, 2\}$$



Şekil 2.15. Alfa kesimi ile bulanık çarpma



Şekil 2.16. Alfa kesimi ile bulanık bölme

2.4. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Durulaştırma

Ağırlık Ortalama yöntemi, bir bulanık kümeyle ait elemanların maksimum üyelik derecelerine sahip olduğu noktaların ortalamasını alarak kesin bir değer belirler. Bu yöntem, üyelik fonksiyonunun tepe noktalarını dikkate alır ve bu noktaların aritmetik ortalamasını hesaplar.

Bir bulanık küme A için Ağırlık Ortalama yöntemi şu şekilde tanımlanır:

$$z = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

Bu formülde:

- z , durulaştırılmış kesin değeri temsil eder.
- x_i , üyelik derecesi maksimum olan noktaları ifade eder.
- n , bu noktaların sayısını belirtir.

Bir bulanık küme A için üyelik fonksiyonu şu şekilde verilmiş olsun.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 0.2, & 1 < x \leq 2 \\ 0.5, & 2 < x \leq 3 \\ 0.8, & 3 < x < 4 \\ 1.0, & 4 \leq x \leq 5 \\ 0.8, & 5 < x \leq 6 \\ 0.5, & 6 < x \leq 7 \\ 0.2, & 7 < x \leq 8 \\ 0, & x > 8 \end{cases}$$

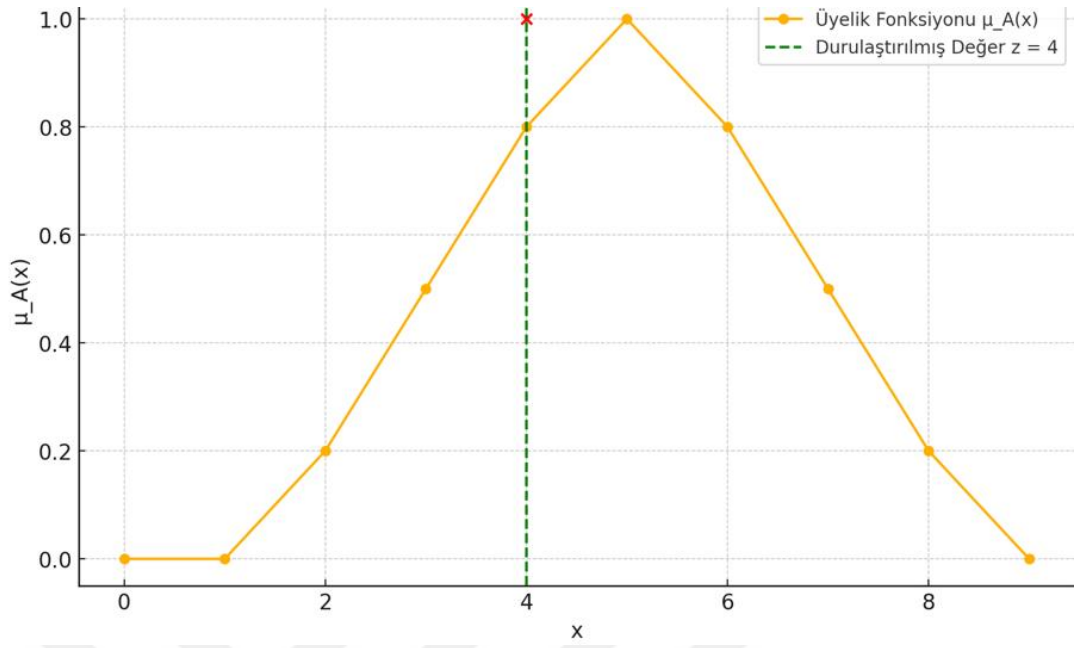
Bu durumda:

- Maksimum üyelik derecesine sahip tek nokta $x = 4$
- Bu noktaların sayısı $n = 1$

$$z = \frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{4}{1} = 4$$

Sonuç olarak, durulaştırılmış kesin değer $z = 4$ olarak bulunur.

Grafikte, maksimum üyelik derecesine sahip noktayı ve durulaştırılmış değer ve maksimum üyelik derecesi olan nokta (4, 1.0) olarak işaretlenmiş ve bu noktadaki durulaştırılmış değer $z = 4$ yeşil kesikli çizgi ile gösterilmiştir.



Şekil 2.17. Ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma

3. BÖLÜM

BULANIK KÜMELER İLE MATEMATİKSEL MODELLEME VE TIBBİ UYGULAMALARI

3.1 Bulanık Küme Teorisinin Modellemedeki Rolü

Bulanık küme teorisi, belirsizlik ve bulanıklığın yüksek olduğu durumlarda kullanılan güçlü bir matematiksel modelleme aracıdır. Zadeh tarafından 1965 yılında ortaya atılan bu teori, klasik küme teorisinden farklı olarak, bir elemanın bir kümeye ait olma derecesini ifade eden üyelik fonksiyonları kullanır. Bu sayede, gerçek dünya problemlerinin çözümünde daha esnek ve gerçekçi modeller oluşturulabilir.

Bulanık küme teorisinin temelini oluşturan üyelik fonksiyonu, bir elemanın belirli bir kümeye olan üyelik derecesini $[0, 1]$ aralığında bir değer olarak tanımlar. Bu üyelik derecesi, elemanın o kümeye tamamen ait olup olmadığını (1) veya tamamen ait olmadığını (0) ifade etmekle kalmaz, aynı zamanda kısmen ait olma durumlarını da (örneğin, 0.3 veya 0.7) kapsar. Bu sayede bulanık küme teorisi, geleneksel mantık ve küme teorisinin ikili (binary) yapısını aşarak, daha esnek ve dinamik bir yaklaşım sunar.

Tıpta bulanık küme teorisinin kullanımı, özellikle tanı ve tedavi süreçlerinde önemli bir yer tutar. Hastaların semptomlarının ve test sonuçlarının genellikle kesin sınırlarla ayrılmadığı düşünüldüğünde, bulanık mantık bu belirsizlikleri yönetmede etkili bir araç sunar. Örneğin, bir hastanın belirli bir hastalık için risk altında olup olmadığını değerlendirmek, geleneksel ikili mantık sistemleriyle zor olabilirken, bulanık mantık bu değerlendirmeyi daha esnek ve hassas bir şekilde yapabilir (Rizzi ve diğerleri, 2002).

3.2 Şeker Hastalığının İlaç Tedavisinde Kullanılacak Matematiksel Modelin Oluşturulması

Bu başlık altında, tüketilen karbonhidrat miktarı ve kandaki şeker seviyesine göre uygun insülin dozajının belirlenmesi, hastaların kan şekerini etkin bir şekilde kontrol altında tutmak için kritik bir rol oynar. Bu bölümde, karbonhidrat alımının ve glikoz seviyelerinin incelenmesi yoluyla, insülin dozlarının nasıl optimize edileceği ve bireysel hasta ihtiyaçlarına göre nasıl ayarlanacağı üzerine odaklanılmaktadır.

Karbonhidrat Tüketimi

Karbonhidrat tüketim miktarı için üçgen üyelik fonksiyonları kullanarak az, normal ve çok tüketim kategorileri tanımlanır. Bu fonksiyonlar genellikle belirli aralıklara göre oluşturulur. Örneğin, bir öğünde tüketilen karbonhidrat miktarı (gram cinsinden) için:

Az Tüketim: 0-50 gram

Normal Tüketim: 30-70 gram

Çok Tüketim: 60-120 gram

Bu bilgilerden hareketle kan şekeri seviyeleri için üyelik fonksiyonları tanımlanır:

- **Az Tüketim:** 0-50 gram aralığında tanımlanmıştır. Maksimum üyelik derecesi 0-25 gram arasında olup, 25-50 gram aralığında azalır.

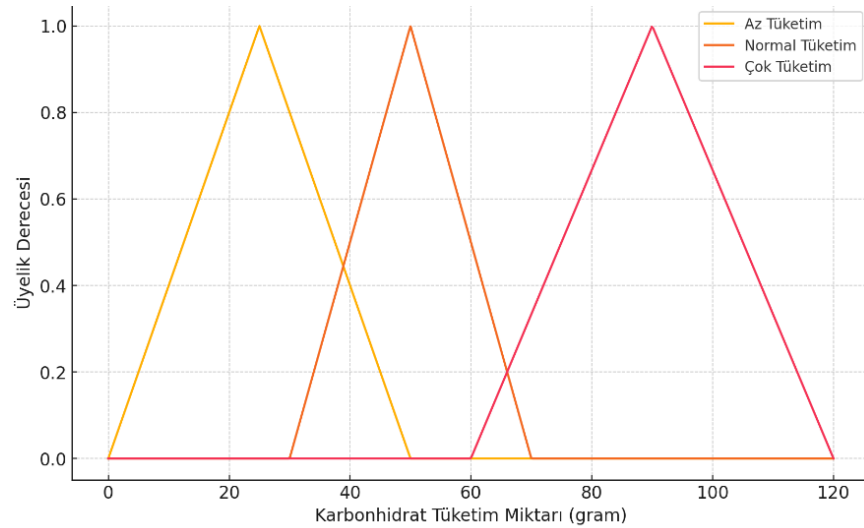
$$\mu_{az}(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x - 0}{25 - 0} & , 0 \leq x \leq 25 \\ \frac{50 - x}{50 - 25} & , 25 \leq x \leq 50 \\ 0 & , x > 50 \end{cases}$$

• **Normal Tüketim:** 30-70 gram aralığında tanımlanmıştır. 30 gramda başlar, 50 gramda maksimuma ulaşır ve 70 gramda sona erer.

$$\mu_{normal}(x) = \begin{cases} 0 & , x < 30 \\ \frac{x - 30}{50 - 30} & , 30 \leq x \leq 50 \\ \frac{70 - x}{70 - 50} & , 50 \leq x \leq 70 \\ 0 & , x > 70 \end{cases}$$

• **Çok Tüketim:** 60-120 gram aralığında tanımlanmıştır. 60 gramda başlar, 90 gramda maksimuma ulaşır ve 120 gramda sona erer.

$$\mu_{çok}(x) = \begin{cases} 0 & , x < 60 \\ \frac{x - 60}{90 - 60} & , 60 \leq x \leq 90 \\ \frac{120 - x}{120 - 90} & , 90 \leq x \leq 120 \\ 0 & , x > 120 \end{cases}$$



Şekil 3.1. Karbonhidrat tüketim miktarları için üyelik fonksiyonları

Kan Şekeri Seviyeleri

Kan şekeri seviyeleri için; düşük, normal ve yüksek terimlerinin üyelik fonksiyonlarını gösterecek kan şekeri seviyeleri aralıkları belirlenmiştir (American Diabetes Association, 2021).

Düşük (Hipoglisemi): Kan şekeri seviyesi, 60-80 mg/dl.

Normal (Hedef Aralık): Kan şekeri seviyesi, 80-120 mg/dl.

Yüksek (Hiperglisemi): Kan şekeri seviyesi, 180 mg/dl'nin üzerinde.

Bu bilgilerden hareketle kan şekeri seviyeleri için üyelik fonksiyonları tanımlanır:

- **Düşük Kan Şekeri Seviyesi (60-80 mg/dl):**

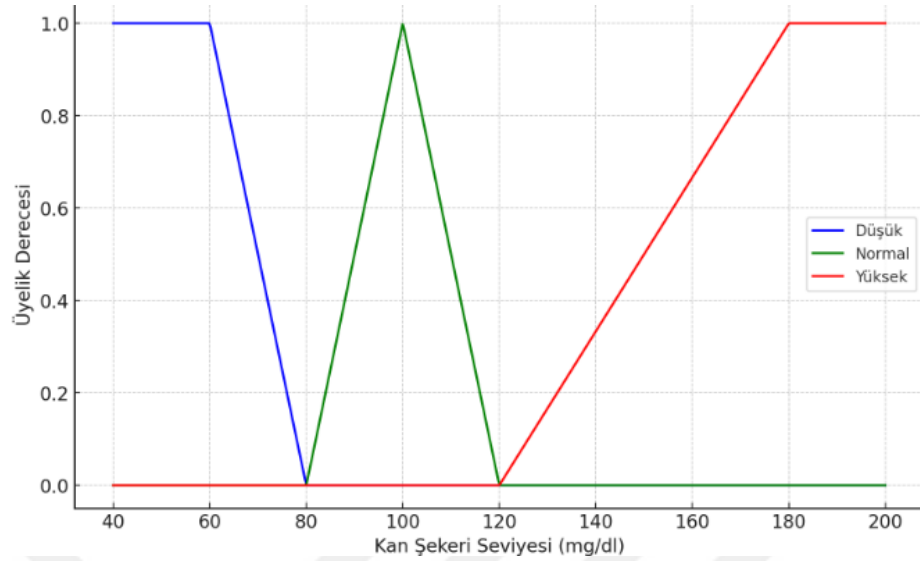
$$\mu_{düşük}(x) = \begin{cases} 1 & , x \leq 60 \\ \frac{80 - x}{80 - 60} & , 60 < x \leq 80 \\ 0 & , x > 80 \end{cases}$$

- **Normal Kan Şekeri Seviyesi (80-120 mg/dl):** En yüksek üyelik değeri 100 mg/dl seviyesinde olabilir.

$$\mu_{normal}(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 80 \\ \frac{x - 80}{100 - 80} & , 80 < x \leq 100 \\ \frac{120 - x}{120 - 100} & , 100 < x \leq 120 \\ 0 & , x \geq 120 \end{cases}$$

- **Yüksek Kan Şekeri Seviyesi (180 mg/dl' nin üzerinde):**

$$\mu_{yüksek}(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 120 \\ \frac{x - 120}{180 - 120} & , 120 < x \leq 180 \\ 1 & , x > 180 \end{cases}$$



Şekil 3.2. Kan şekeri seviyeleri için üyelik fonksiyonları

İnsülin Dozu

İnsülin Dozu, düşük, normal ve yüksek terimlerinin üyelik fonksiyonlarını gösterecek insülin doz aralıkları belirlenmiştir (American Diabetes Association, 2021).

Düşük insülin dozu: 2 ünite

Orta insülin dozu: 4 ünite

Yüksek insülin dozu: 8 ünite

Bu bilgilerden hareketle kan şekeri seviyeleri için üyelik fonksiyonları tanımlanır:

- Düşük İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu**

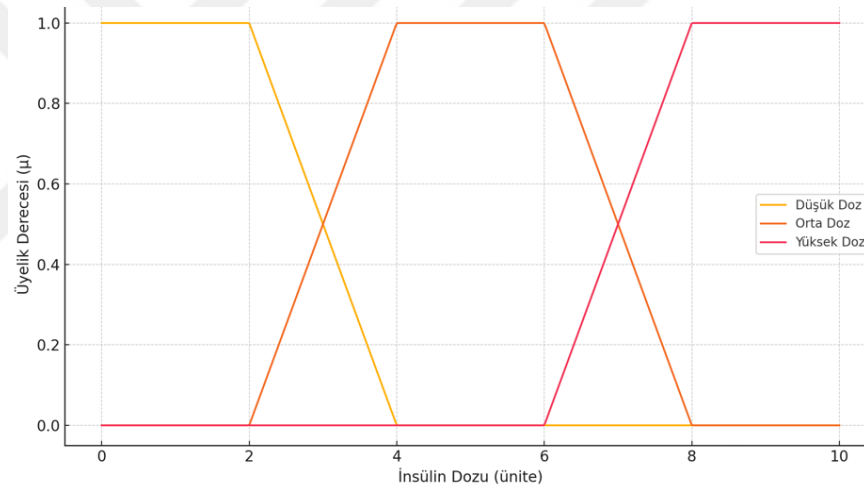
$$\mu_{düşük}(x) = \begin{cases} 1 & , x \leq 2 \\ \frac{4-x}{4-2} & , 2 < x \leq 4 \\ 0 & , x > 4 \end{cases}$$

- **Orta İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu**

$$\mu_{orta}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{4-2} & , 2 < x \leq 4 \\ 1 & , 4 < x \leq 6 \\ \frac{8-x}{8-6} & , 6 < x \leq 8 \\ 0 & , x > 8 \end{cases}$$

- **Yüksek İnsülin Dozu Üyelik Fonksiyonu**

$$\mu_{yüksek}(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 6 \\ \frac{x-6}{8-6} & , 6 < x \leq 8 \\ 1 & , x > 8 \end{cases}$$



Şekil 3.3. İnsülin dozu için üyelik fonksiyonları

Bu grafik, düşük, orta ve yüksek insülin dozları için üyelik fonksiyonlarını göstermektedir. Grafikte, her bir insülin dozu aralığının üyelik dereceleri görünür.

Bulanık mantık ile Tip 1 şeker hastası için kurallar oluşturup insülin dozunu belirleyen bir matematiksel model üretilmiştir.

Bulanık Kurallar

Aşağıda kan şekeri seviyeleri ve karbonhidrat tüketim miktarlarına göre insülin dozu belirleyen kurallar verilmiştir:

1. Düşük Kan Şekeri Seviyeleri

- Az Karbonhidrat Tüketimi: Düşük insülin dozu (2-3 ünite)
- Normal Karbonhidrat Tüketimi: Düşük insülin dozu (2-4 ünite)
- Çok Karbonhidrat Tüketimi: Orta insülin dozu (4-5 ünite)

2. Normal Kan Şekeri Seviyeleri

- Az Karbonhidrat Tüketimi: Düşük insülin dozu (3-4 ünite)
- Normal Karbonhidrat Tüketimi: Orta insülin dozu (4-6 ünite)
- Çok Karbonhidrat Tüketimi: Yüksek insülin dozu (6-8 ünite)

3. Yüksek Kan Şekeri Seviyeleri

- Az Karbonhidrat Tüketimi: Orta insülin dozu (5-6 ünite)
- Normal Karbonhidrat Tüketimi: Yüksek insülin dozu (6-8 ünite)
- Çok Karbonhidrat Tüketimi: Yüksek insülin dozu (8-10 ünite)

Uygulama olarak: Bir hastanın kan şekeri 125 mg/dl ve hastanın tükettiği karbonhidrat miktarı 35 gram olmak üzere hastanın kullanacağı insülin dozu yukarıda oluşturulan üyelik fonksiyonlarına göre hesaplanacaktır.

Bu hastanın kan şekeri seviyesi ve tükettiği karbonhidrat miktarına göre uygun insülin dozunu belirlemek için bulanık mantık kullanarak aşağıdaki adımlar izlenir.

Kan Şekeri Seviyesi (125 mg/dl)

- **Düşük (60-80 mg/dl):** Düşük üyeliği:

$\mu_{düşük} = 0$ (Çünkü 125 mg/dl bu aralığın dışındadır.)

- **Normal (80-120 mg/dl):** 80 ile 120 arasında doğrusal bir geçiş var. 125 mg/dl, 120'den büyük olduğu için normal üyeliği:

$\mu_{normal} = 0$ (Çünkü 125 mg/dl bu aralığın dışındadır.)

- **Yüksek (120-180 mg/dl):** 120 ile 180 arasında doğrusal bir geçiş var. 125 mg/dl, bu aralıkta olduğu için yüksek üyeliği:

$$\mu_{yüksek} = \frac{125-120}{180-120} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \approx 0.083$$

Karbonhidrat Tüketimi (35 gram)

- **Az (0-50 gram):** 0 ile 50 arasında doğrusal bir geçiş var. 35 gram, bu aralıkta olduğu için az üyeliği:

$$\mu_{az} = \frac{50-35}{50-0} = \frac{15}{50} = 0.3$$

- **Normal (30-70 gram):** 30 ile 70 arasında doğrusal bir geçiş var. 35 gram, bu aralıkta olduğu için normal üyeliği:

$$\mu_{normal} = \frac{35-30}{70-30} = \frac{5}{40} = 0.125$$

- **Çok (60-120 gram):**

$\mu_{çok} = 0$ (Çünkü 35 gram bu aralığın dışındadır.)

Bunlara bakarak kurallar belirleyip bu kurallara göre her bir kombinasyonun üyelik derecesi ve sonuçları hesaplanacaktır.

- **Kural 1:**

- Eğer kan şekeri düşük ve karbonhidrat tüketimi az ise, insülin dozu düşük.

$$\min(0,0.3) = 0$$

- **Kural 2:**

- Eğer kan şekeri düşük ve karbonhidrat tüketimi normal ise, insülin dozu düşük.

$$\min(0,0.125) = 0$$

- **Kural 3:**

- Eğer kan şekeri düşük ve karbonhidrat tüketimi çok ise, insülin dozu orta.

$$\min(0,0) = 0$$

- **Kural 4:**

- Eğer kan şekeri normal ve karbonhidrat tüketimi az ise, insülin dozu düşük.

$$\min(0,0.3) = 0$$

- **Kural 5:**

- Eğer kan şekeri normal ve karbonhidrat tüketimi normal ise, insülin dozu orta.

$$\min(0,0.125) = 0$$

- **Kural 6:**

- Eğer kan şekeri normal ve karbonhidrat tüketimi çok ise, insülin dozu yüksek.

$$\min(0,0) = 0$$

- **Kural 7:**

- Eğer kan şekeri yüksek ve karbonhidrat tüketimi az ise, insülin dozu orta.

$$\min(0.083,0.3) = 0.083$$

- **Kural 8:**

- Eğer kan şekeri yüksek ve karbonhidrat tüketimi normal ise, insülin dozu yüksek.

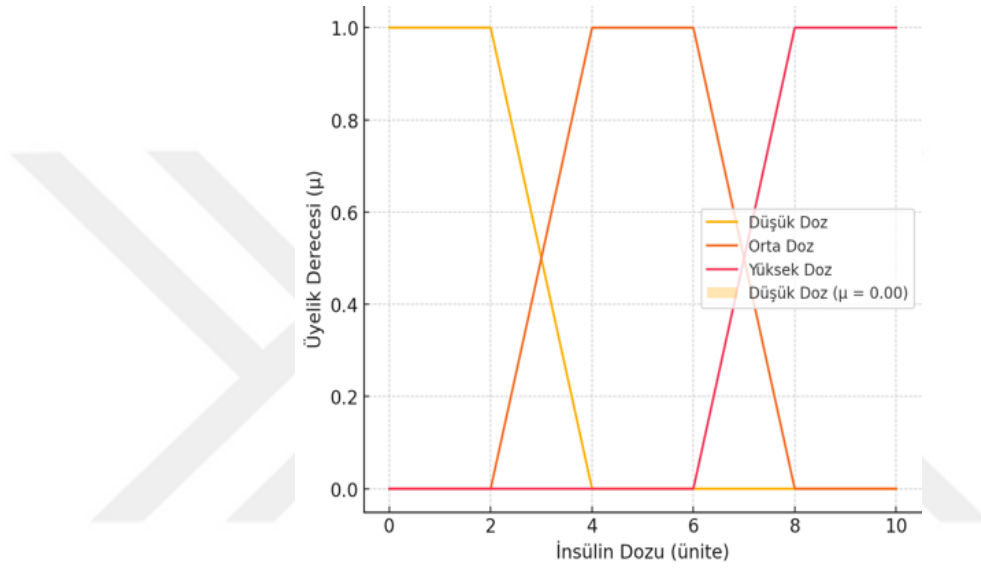
$$\min(0.083,0.125) = 0.083$$

- **Kural 9:**

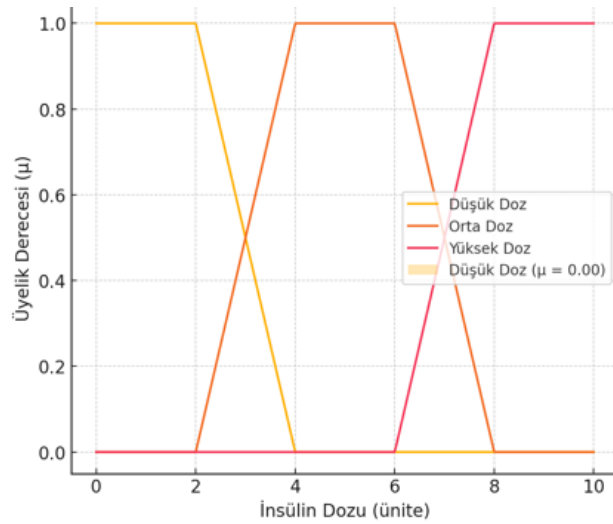
- Eğer kan şekeri yüksek ve karbonhidrat tüketimi çok ise, insülin dozu yüksek.

$$\min(0.083, 0) = 0$$

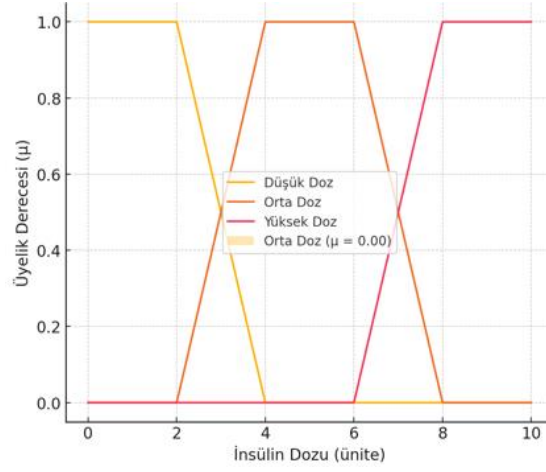
Bu kurallardan yararlanarak insülin üyelik dozu grafikleri oluşturulacaktır.



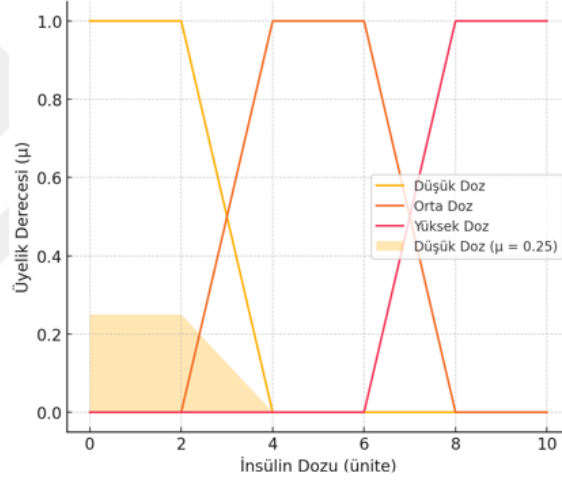
Şekil 3.4. Kural 1 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



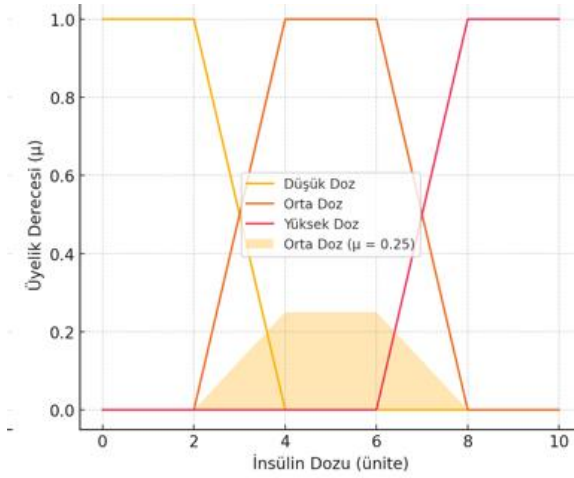
Şekil 3.5. Kural 2 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



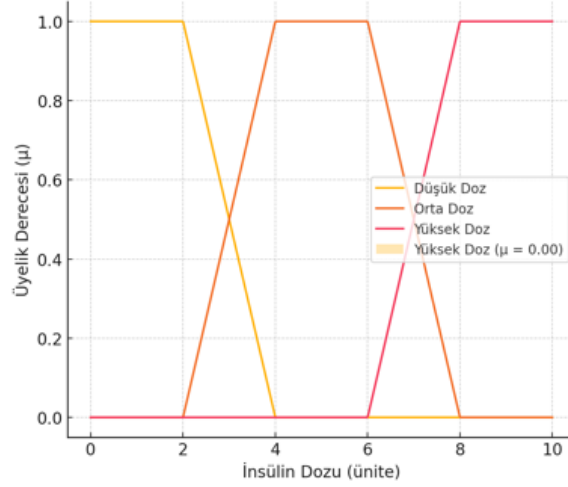
Şekil 3.6. Kural 3 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



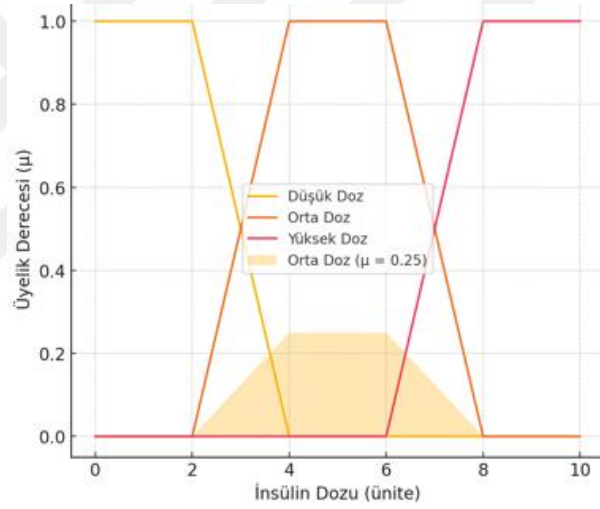
Şekil 3.7 Kural 4 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



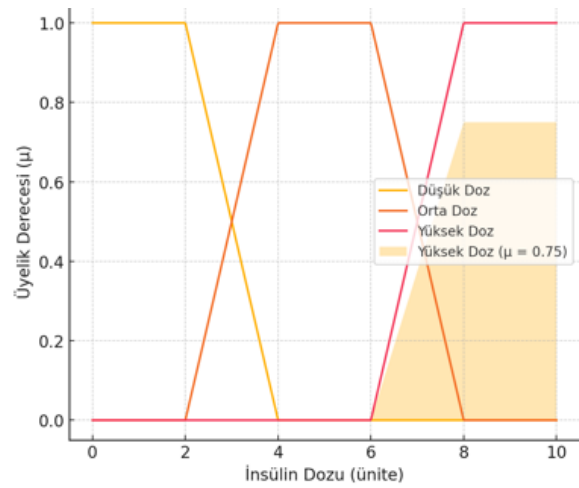
Şekil 3.8. Kural 5 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



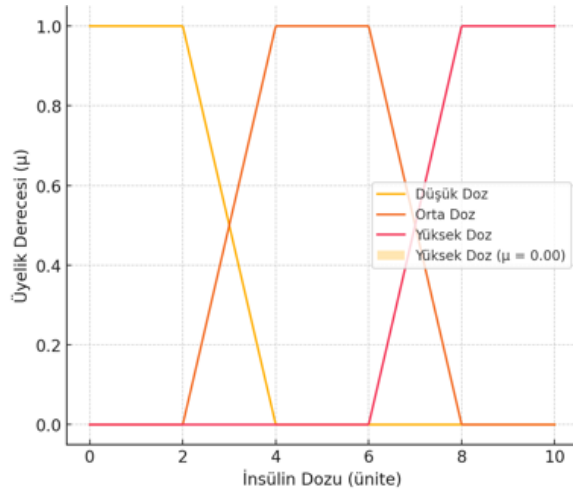
Şekil 3.9. Kural 6 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



Şekil 3.10. Kural 7 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



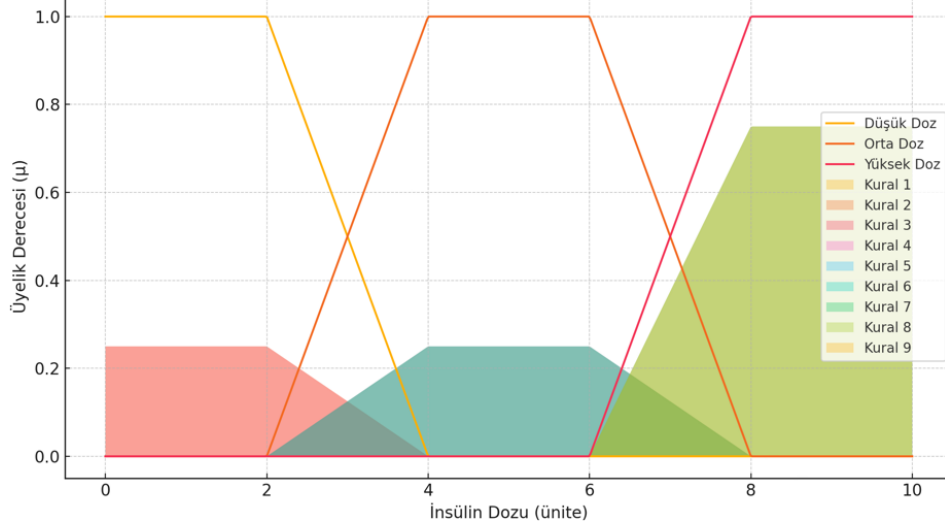
Şekil 3.11. Kural 8 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği



Şekil 3.12. Kural 9 insülin dozu üyelik fonksiyonu ve sonuç grafiği

Yukarıdaki grafikler, her bir kuralın sonuçlarını ayrı ayrı göstermektedir. Her bir grafikte, kan şekeri ve karbonhidrat tüketimine göre belirlenen insülin dozlarının üyelik fonksiyonları ve ilgili kuralın sonucu görselleştirilmiştir.

Bu 9 grafikten hareketle insülin dozu için üyelik fonksiyonları ve kuralların sonuçlarını tek bir grafikte ifade edersek,



Şekil 3.13. Kuralların birleştirilmiş sonuç grafiği

Yukarıdaki grafik, 9 kuralın her birinin insülin dozu için üyelik fonksiyonlarına nasıl etki ettiğini göstermektedir. Her bir kural, grafikte ayrı ayrı renklendirilmiş ve doldurulmuştur.

Tüm bu çıkarımlardan hareketle 9 sonuç için ağırlıklı ortalama yöntemi kullanılarak durulaştırma yapılacak, örnek olarak alınan hastanın ne kadar insülin dozu alması gerektiği hesaplanacaktır.

Daha önce hesaplanan üyelik dereceleri:

- **Kan Şekeri (125 mg/dl)**
 - Düşük: $\mu_{düşük} = 0$
 - Normal: $\mu_{normal} = 0$
 - Yüksek: $\mu_{yüksek} \approx 0.083$
- **Karbonhidrat Tüketimi (35 gram)**
 - Az: $\mu_{az} = 0.3$
 - Normal: $\mu_{normal} = 0.125$
 - Çok: $\mu_{çok} = 0$

Kurallar ve hesaplanan üyelik dereceleri:

- **Kural 1:** $\min(0,0.3) = 0$
- **Kural 2:** $\min(0,0.125) = 0$
- **Kural 3:** $\min(0,0) = 0$
- **Kural 4:** $\min(0,0.3) = 0$
- **Kural 5:** $\min(0,0.125) = 0$
- **Kural 6:** $\min(0,0) = 0$
- **Kural 7:** $\min(0.083,0.3) = 0.083$
- **Kural 8:** $\min(0.083,0.125) = 0.083$
- **Kural 9:** $\min(0.083,0) = 0$

Her kuralın belirlediği insülin dozları:

- **Düşük insülin dozu:** 2 ünite
- **Orta insülin dozu:** 4 ünite
- **Yüksek insülin dozu:** 8 ünite

Kural sonuçları:

- **Kural 1:** 0 (Düşük)
- **Kural 2:** 0 (Düşük)
- **Kural 3:** 0 (Orta)
- **Kural 4:** 0 (Düşük)
- **Kural 5:** 0 (Orta)
- **Kural 6:** 0 (Yüksek)
- **Kural 7:** 0.083 (Orta)
- **Kural 8:** 0.083 (Yüksek)
- **Kural 9:** 0 (Yüksek)

$$z^* = \frac{\sum(Kuralın \text{ Üyelik Derecesi} \times \text{İnsülin Dozu})}{\sum Kuralın \text{ Üyelik Derecesi}}$$

$$= \frac{(0 \times 2) + (0 \times 2) + (0 \times 4) + (0 \times 2) + (0 \times 4) + (0 \times 8) + (0.083 \times 4) + (0.083 \times 8) + (0 \times 8)}{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0.083 + 0.083 + 0}$$

$$= \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0.332 + 0.664 + 0}{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0.083 + 0.083 + 0}$$

$$= \frac{0.996}{0.166} \approx 6$$

$$z^* \approx 6$$

Sonuç olarak, kan şekeri 125 mg/dl ve karbonhidrat tüketimi 35 gram olan bir hastaya önerilen insülin dozu yaklaşık 6 ünite olarak hesaplanır.

İnsülin, genellikle ünite (IU) cinsinden ölçülür ancak insülinin litrelik bir hacmi genellikle sıvı halde mililitre (ml) olarak ifade edilir. 6 ünite insülinin kaç litreye denk geldiğini bulmak için, kullanılan insülinin konsantrasyonunu bilmemiz gerekir. En

yaygın insülin konsantrasyonu **U-100**'dür, yani 1 ml sıvı insülin 100 ünite insülin içerir (Milchovich & Dunn-Long, 2007).

Bu durumda:

6 ünite insülin, U-100 konsantrasyonda:

$$\frac{6 \text{ ünite}}{100 \text{ ünite/ml}} = 0.06 \text{ ml} = 0.00006 \text{ litre}$$

Yani, **6 ünite insülin yaklaşık 0.00006 litreye** karşılık gelir (U-100 insülin konsantrasyonunda).

Hastanın kan şekeri 125 mg/dl ve karbonhidrat tüketimi 35 gram olduğunda, günlük insülin dozu 6 ünite, bu dozu öğünler ve gün içerisindeki kan şekeri düzenlemesine göre bölebiliriz. Hızlı etkili insülin kullanımı için bir zaman çizelgesi aşağıda verilmiştir:

Örnek Günlük Zaman Çizelgesi (6 ünite insülin)

Sabah (Kahvaltı öncesi)

- Saat: 07:30
- **İnsülin Dozu: 2 ünite**
- Kahvaltıdan önce kan şekeri ölçülür, ardından 2 ünite hızlı etkili insülin uygulanır.
- Kahvaltı: 07:45- 08:00

Öğlen (Öğle yemeği öncesi)

- Saat: 12:30
- **İnsülin Dozu: 2 ünite**
- Öğle yemeğinden 15-30 dakika önce insülin uygulanır. Kan şekeri tekrar ölçülebilir.
- Öğle Yemeği: 12:45- 13:00

Akşam (Akşam yemeği öncesi)

- Saat: 18:30
- **İnsülin Dozu: 2 ünite**
- Akşam yemeğinden önce insülin yapılır ve kan şekeri kontrol edilir.
- Akşam Yemeği: 18:45- 19:00

Tablo 3.1. İnsülin dozu kullanımı zaman çizelgesi

	Zaman	Öğün	İnsülin Dozu (Ünite)	Not
1	07:30	Kahvaltı	2	Kahvaltı öncesi insülin
2	12:30	Öğle Yemeği	2	Öğle yemeği öncesi insülin
3	18:30	Akşam Yemeği	2	Akşam yemeği öncesi insülin

Alternatif Uzun Etkili İnsülin Çizelgesi (Günlük Tek Doz)

Eğer hastaya uzun etkili insülin reçete edildiye, bu doz genellikle yatmadan önce alınır:

Yatmadan önce (Gece)

- Saat: 22:00
- **İnsülin Dozu: 6 ünite**
- Gece kan şekeri kontrol edildikten sonra uzun etkili insülin uygulanır.

Uzun etkili insülin, tüm gün boyunca sabit bir insülin seviyesi sağlarken, hızlı etkili insülinler yemeklerden önce alınarak yemeklerden sonra kan şekerini kontrol altına alır (Williams, 2010).

TARTIŞMA-SONUÇ

Bulanık kümeler teorisi yardımıyla yaptığımız bu çalışma, insülin dozunun belirlenmesinde kandaki şeker seviyesine ve karbonhidrat tüketimine dayalı olarak hassas ve dinamik bir yaklaşım sunar. Bulanık kümeler teorisinin kullanımı, diyabet yönetiminde önemli bir yenilik olarak kabul edilmelidir. Karbonhidrat tüketimi ve kan şekeri seviyelerine dayalı olarak insülin dozlarının daha hassas bir şekilde belirlenmesi, hastaların günlük yaşamlarını ve uzun vadeli sağlık sonuçlarını olumlu yönde etkiler. Bu yöntemin kullanımı, bireysel farklılıkları göz önünde bulundurarak daha kişiselleştirilmiş ve etkili bir diyabet yönetimi sağlar. Bu yöntemin daha geniş klinik çalışmalarda test edilmesi ve uygulanması önerilmektedir.

Bulanık kümeler teorisi, insülin dozajının belirlenmesinde geleneksel yöntemlere kıyasla daha esnek ve kişiselleştirilmiş bir yaklaşım sunmaktadır. Bu yöntem, bireylerin karbonhidrat tüketimi ve kan şekeri seviyelerindeki değişkenliği daha iyi yönetmelerine olanak tanır. Geleneksel yöntemler, genellikle belirli karbonhidrat miktarlarına sabit insülin dozları atarken, bulanık mantık yaklaşımı bu ilişkiyi daha dinamik ve kişiye özel olarak ele alır (Zadeh, 1965).

Karbonhidrat Tüketimi ve Kan Şeker Seviyeleri

Karbonhidrat tüketimi, kan şekeri seviyelerinde doğrudan bir artışa neden olur ve bu artışın yönetimi, diyabetli bireyler için kritik öneme sahiptir. Bulanık kümeler teorisi, bu ilişkiyi daha hassas bir şekilde modelleyerek, kişisel metabolik tepkileri ve bireysel farklılıkları göz önünde bulundurur. Bu durum, insülin dozajının daha doğru ve etkin bir şekilde ayarlanmasını sağlar (Cox, 1992).

İnsülin Dozu Hesaplamalarının Etkinliği

Bulanık mantık tabanlı insülin dozaj sistemlerinin etkinliği, çeşitli klinik çalışmalarla desteklenmektedir. Bu sistemler, kan şekeri seviyelerindeki dalgalanmaları daha iyi kontrol eder ve hipoglisemi riskini azaltır. Örneğin, Jang (1993) ve Pedrycz (1994) tarafından yapılan çalışmalar, bulanık mantık tabanlı sistemlerin diyabet yönetiminde önemli iyileşmeler sağladığını göstermektedir.

Bulanık kümeler teorisinin kullanımı, diyabet yönetiminde önemli bir yenilik olarak kabul edilmelidir. Bu yöntem, bireylerin karbonhidrat tüketimi ve kan şekeri seviyelerine dayalı olarak insülin dozlarını daha hassas bir şekilde ayarlamalarına olanak tanır. Bu durum, hastaların yaşam kalitesini artırır ve diyabetin uzun vadeli komplikasyonlarını azaltır (Mendel, 1995).

Öneriler

- 1. Klinik Çalışmaların Artırılması:** Bulanık mantık tabanlı insülin dozaj sistemlerinin etkinliğini ve güvenilirliğini daha geniş çaplı klinik çalışmalarda test etmek, bu yöntemlerin daha yaygın bir şekilde benimsenmesini sağlayacaktır.
- 2. Eğitim ve Farkındalık:** Sağlık profesyonelleri ve diyabetli bireyler arasında bulanık mantık ve insülin dozajı konusundaki farkındalığı artırmak, bu yöntemlerin uygulanabilirliğini ve kabulünü artıracaktır.
- 3. Teknolojik Entegrasyon:** Bulanık mantık algoritmalarının, diyabet yönetim cihazları ve mobil uygulamalar gibi teknolojilere entegrasyonu, insülin dozajının daha etkili bir şekilde yönetilmesini sağlayacaktır.
- 4. Kişiselleştirilmiş Tedavi Planları:** Bireysel farklılıkları göz önünde bulundurarak kişiselleştirilmiş tedavi planlarının geliştirilmesi, diyabet yönetiminde daha iyi sonuçlar elde edilmesine katkı sağlayacaktır.

KAYNAKÇA

- American Diabetes Association. (2021). *Standards of medical care in diabetes—2021. Diabetes Care*, **44**(Supplement 1), S1-S232. <https://doi.org/10.2337/dc21-SINT>
- Bezdek, J. C. (1981). *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Springer.
- Cox, E. (1992). Fuzzy fundamentals. *IEEE Spectrum*, **29**(10), 58-61.
- Jang, J.-S. R. (1993). ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **23**(3), 665-685.
- Kaufmann, A., & Gupta, M. M. (1991). *Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications*. Van Nostrand Reinhold.
- Mayo Clinic. (2021). *Diabetes*. Retrieved from <https://www.mayoclinic.org/diseases-conditions/diabetes/diagnosis-treatment/drc-20371451>
- Mendel, J. M. (1995). Fuzzy logic systems for engineering: A tutorial. *Proceedings of the IEEE*, **83**(3), 345-377.
- Pedrycz, W. (1994). Why triangular membership functions?. *Fuzzy Sets and Systems*, **64**(1), 21-30.
- Rizzi, A., Dubois, D., & Yager, R. R. (2002). *Fuzzy Logic and Soft Computing*. Springer.
- Ross, T. J. (2005). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. Wiley.
- World Health Organization. (2019). *Classification of diabetes mellitus 2019*. <https://apps.who.int/iris/handle/10665/325182>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, **8**(3), 338-353.

Zadeh, L. A. (1973). "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, **SMC-3**(1), 28-44.

Milchovich, S. K., & Dunn-Long, B. (2007). *Diabetes mellitus: A practical handbook* (6th ed.). Bull Publishing Company.

Williams, A. S. (2010). *Practical insulin: A handbook for prescribing providers*. Springer Publishing.



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Hatice Sevcan BEKTAŞ
Uyruğu: Türkiye (T.C)
Doğum Tarihi ve Yeri:
Medeni Durum:
E-mail:
Yazışma Adresi:

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Ana Bilim Dalı	2024
Lisans	Gazi Üniversitesi, Matematik	2014
Lise	Selahattin Akbilek Lisesi, Ankara	2009

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görev
2024-	Ahmet Yesevi A. Lisesi	Devam ediyor.
2023-2024	Şehit Hulki Beydili M.T.A. Lisesi	1 yıl
2023-2023	Bünyan Fen Lisesi	6 ay
2022-2022	Şehit Muzaffer Can Ersoy K. A. İ. H. Lisesi	6 ay
2017-2022	Şehit Piyade Kemal Ergen Ç. P. A. Lisesi	5 yıl
2015-2017	Sungu Eğitimciler Ç. P. A. Lisesi	2 yıl

YABANCI DİL

İngilizce

YAYINLAR

1. Bektaş, H.S. & Can, H. (2024). *Fuzzy Sets and Their Medical Applications*. 2nd International Palestra Scientific Research Congress. Retrieved from <https://www.palestracongress.com>