

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
2024- YL- 73

TÜREV ALT ÖĞRENME ALANI KAPSAMINDA MEB
ONAYLI DERS KİTAPLARI İLE ÜNİVERSİTE SINAV
SORULARININ PISA MATEMATİK OKURYAZARLIĞI
YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Özge ÖZDEMİRGİL ŞAHİN
YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN
Dr. Öğr. Üyesi Müjdat AĞCAYAZI

AYDIN – 2024

KABUL VE ONAY

T.C. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi Özge ÖZDEMİRGİL ŞAHİN tarafından hazırlanan “TÜREV ALT ÖĞRENME ALANI KAPSAMINDA MEB ONAYLI DERS KİTAPLARI İLE ÜNİVERSİTE SINAV SORULARININ PISA MATEMATİK OKURYAZARLIĞI YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ” başlıklı tez, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 05/08/2024

Jüri Üyeleri

ONAY:

Başkan : Doç. Dr. İbrahim ÇETİN
Necmettin Erbakan Üniversitesi

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Müjdat AĞCAYAZI
Aydın Adnan Menderes Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Deniz ÖZEN ÜNAL
Aydın Adnan Menderes Üniversitesi

Bu tez Aydın Adnan Menderes Üniversitesi Lisansüstü Eğitim- Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri tarafından uygun görülmüş ve Fen Bilimleri Enstitüsünün tarih ve sayılı oturumunda alınan numaralı Yönetim Kurulu kararıyla kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ethem AKTÜRK

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmamdaki ilgi ve katkılarından dolayı danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Müjdat AĞCAYAZI' ya teşekkür ederim.

Tezimin şekillenmesine destek ve rehberliğiyle yön veren Prof. Dr. Ersen YAZICI' ya çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans derslerini aldığım Dr. Öğr. Üyesi Serhan ULUSAN' a, Doç. Dr. Deniz ÖZEN ÜNAL' a ve Doç. Dr. Gökhan AKSU' ya bana kattıkları için teşekkür ederim.

Tez jürimde bulunarak değerli değerlendirmelerini paylaşan Doç. Dr. İbrahim ÇETİN' e çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans sürecim boyunca yardımını ve desteğini hep yanımda hissettiğim sevgili eşim Sedat ŞAHİN' e, motivasyon kaynağım olan canım kızlarım Eda ŞAHİN ve Ezgi ŞAHİN' e gösterdikleri sabır ve anlayış için çok teşekkür ederim.

Beni bugünlere getiren, bana inanan, güvenen annem Esma ÖZDEMİRGİL ve babam Uğur ÖZDEMİRGİL' e, hep yanımda olan ablam Doç. Dr. Özlem BİLGİÇ ve eniştem Prof. Dr. Ayhan BİLGİÇ' e teşekkür ederim.

Öğretmen arkadaşım Sinem GÜRASLAN' a, bu süreçte birbirimizden güç aldığımız yüksek lisans arkadaşım Meltem VAROL' a, ders dönemimde kızlarımın bakımı konusunda bana yardımcı olan, her zaman destek ve moral veren Serap AKAT' a ve son olarak bu süreçte bana destek olan tüm yakınlarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Özge ÖZDEMİRGİL ŞAHİN

T.C.
AYDIN ADNAN MENDERES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİLİMSEL ETİK BEYANI

“Türev Alt Öğrenme Alanı Kapsamında MEB Onaylı Ders Kitapları ile Üniversite Sınav Sorularının PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeylerinin İncelenmesi” başlıklı Yüksek Lisans tezimdeki bütün bilgileri etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada, bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yaptığımı bildiririm. İfade ettiklerimin aksi ortaya çıktığında ise her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.

Özge ÖZDEMİRGİL ŞAHİN

20/08/2024

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY.....	i
TEŞEKKÜR	iii
BİLİMSEL ETİK BEYANI.....	v
SİMGELER DİZİNİ	ix
KISALTMALAR DİZİNİ	xi
RESİMLER DİZİNİ	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xv
ÖZET	xvii
ABSTRACT	xxi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	6
1.3. Problem Cümlesi ve Alt Problemler.....	7
1.4. Sınırlılıklar.....	7
1.5. Teorik Çerçeve	8
1.5.1. PISA ve Türkiye	8
1.5.2. PISA Matematik Okuryazarlığı	13
1.5.3. PISA Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesi	13
1.5.3.1. Matematiksel Süreçler	14
1.5.3.2. Matematiksel İçerik Alanları	17
1.5.3.3. Genel İçerik Alanları	18
1.5.4. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri	19
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	21
2.1. Matematik Okuryazarlığı ve PISA ile İlgili Çalışmalar	22
2.2. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeğine Göre Ders Kitaplarındaki Soruların İncelendiği Araştırmalar	29

2.3. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeğine Göre Liseye Geçiş Sınavlarındaki Soruların İncelendiği Araştırmalar.....	33
3. MATERİYAL VE YÖNTEM.....	35
3.1. Araştırmanın Modeli.....	35
3.2. Araştırmanın Verisi, Veri Kaynağı Dokümanlar ve Verinin Toplanması.....	35
3.2.1. Araştırmanın Verisi	35
3.2.2. Veri Kaynağı Dokümanlara İlişkin Açıklamalar.....	36
3.2.3. Veri Kaynağı Dokümanlarda Yer Alan ve Veri Setine Dahil Edilen/ Edilmeyen Sorulara İlişkin Açıklamalar.....	38
3.2.4. Materyallerin Öğretim Programlarıyla Birlikte İncelenmesi.....	44
3.2.5. Verilerin Kodlanması	47
3.2.6. Soruların Materyallere ve Konulara Göre Dağılımları.....	48
3.2.7. Ders Kitaplarındaki Soruların İçerik Yapılarına Göre Dağılımları	50
3.3. Verilerin Analizi	51
3.4. Örnek Veri Analizi	57
3.5. Araştırmanın Niteliği.....	62
4. BULGULAR	65
4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular.....	65
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular	82
4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular	88
5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER.....	97
5.1. Tartışma ve Sonuç	97
5.1.1. Birinci Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç.....	97
5.1.2. İkinci Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç	105
5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç	108
5.2. Öneriler.....	112
KAYNAKLAR.....	113
ÖZ GEÇMİŞ.....	127

SİMGELER DİZİNİ

$\%$	Yüzde
$\mathbb{N}$	Doğal sayılar kümesi
$\mathbb{Q}$	Rasyonel sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$\mathbb{R}^+$	Pozitif reel sayılar kümesi
$\pm\infty$	Artı eksi sonsuz
Δ	Diskriminant
$\lim$	Limit
$x \rightarrow \alpha$	x, α ' ya yaklaşıırken
$x \rightarrow \alpha^+$	x, α ' ya sağdan yaklaşıırken
$x \rightarrow \alpha^-$	x, α ' ya soldan yaklaşıırken
$f \circ g$	f bileşke g fonksiyonu
f'	f fonksiyonunun türevi
f''	f fonksiyonunun ikinci türevi
$\log$	Logaritma fonksiyonu
$\ln$	Doğal logaritma fonksiyonu
$\log_a b$	b nin a tabanına göre logaritması
$ AB $	$[AB]$ nın uzunluğu
$\forall$	Her, tüm
$//$	Paralellik
$\in$	Elemanı olma
m	Eğim
m_T	Teğet doğrusunun eğimi
$>$	Büyük
$<$	Küçük
$\geq$	Büyük eşit
$\leq$	Küçük eşit

KISALTMALAR DİZİNİ

AYT	: Alan Yeterlilik Testi
EBA	: Eğitim Bilişim Ağı
LGS	: Liselere Geçiş Sistemi
M12BTE	: Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
OECD	: Organisation for Economic Co- operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı)
OGM	: Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
OM12	: Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı
OFLM12	: Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı
ÖSYM	: Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi Başkanlığı
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
3 Adım AYT	: 3 Adım AYT Matematik Kitabı
ÜSS	: Üniversite Sınavı Soruları
YEĞİTEK	: Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü
YKS	: Yükseköğretim Kurumları Sınavı

RESİMLER DİZİNİ

Resim 1.1. 2018- 2023 Yılları Arasındaki AYT Matematik Testi Doğru Cevap Sayısı Dağılımları	4
Resim 1.2. PISA 2015, 2018 ve 2022 Uygulamalarında Matematik Alanında Asgari ve Üst Performans Düzeyine Ulaşan Öğrenci Oranları	12
Resim 1.3. PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Modeli.....	15
Resim 1.4. PISA 2022 Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesinin Boyutları Arasındaki İlişki	16
Resim 1.5. Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeylerinin Özeti	20
Resim 3.1a. 3 Adım AYT- 3.2.8. Kodlu Soru	39
Resim 3.1b. OFLM12 Kitabındaki 5.3.31. Kodlu Soru	39
Resim 3.2. 3 Adım AYT- 2.1.2. Kodlu Soru	40
Resim 3.3. M12BTE- 5.3.E63. Kodlu Etkinlik	42
Resim 3.4. 3 Adım AYT- 2.3.6. Kodlu Soru	43
Resim 3.5. OM12- 5.1.1.A.5. Kodlu Soru	57
Resim 3.6. OM12- 5.2.1.10. Kodlu Soru	57
Resim 3.7. ÜSS- 2019AYT.1.1. Kodlu Soru.	58
Resim 3.8. OFLM12- ÖD5.27. Kodlu Soru.....	59
Resim 3.9. OM12- 5.3.4.5. Kodlu Soru.	60
Resim 3.10. OFLM12- 5.2.21. Kodlu Soru.....	61
Resim 4.1. OM12- 5.1.2.4.ç. Kodlu Soru.	67
Resim 4.2. OM12- 5.1.2.11. Kodlu Soru.	68
Resim 4.3. OM12- 5.1.2.27. Kodlu Soru	69
Resim 4.4. OM12- 5.2.1.4. Kodlu Soru.	70
Resim 4.5. OM12- 5.3.1.10.e. Kodlu Soru.	71
Resim 4.6. OFLM12- 5.1.A.2.3. Kodlu Soru.....	72
Resim 4.7. OFLM12- 5.1.18.c. Kodlu Soru.....	72
Resim 4.8. OFLM12- 5.2.16.g. Kodlu Soru.....	73
Resim 4.9. 3 Adım AYT- 1.3.10. Kodlu Soru	74
Resim 4.10. 3 Adım AYT- 2.3.12. Kodlu Soru	75
Resim 4.11. M12BTE- 5.2.E53. Kodlu Soru	76

Resim 4.12. M12BTE- 5.3.E68. Kodlu Soru	81
Resim 4.13. ÜSS- 2022AYT.2.2. Kodlu Soru.	82
Resim 4.14. OM12- 5.1.3.6. Kodlu Soru.	84
Resim 4.15. OM12- ÖD3.19. Kodlu Soru.	84
Resim 4.16. OM12- 5.2.1.18. Kodlu Soru.	85
Resim 4.17. 3 Adım AYT- 2.1.11. Kodlu Soru.	86
Resim 4.18. OFLM12- 5.3.10. Kodlu Soru.....	86
Resim 4.19. 3 Adım AYT- 3.3.11. Kodlu Soru.	87
Resim 4.20. OFLM12- 5.1.3.a. Kodlu Soru.....	90
Resim 4.21. OM12- 5.2.1.14. Kodlu Soru	90
Resim 4.22. OFLM12- 5.2.14. Kodlu Soru.....	91
Resim 4.23. OM12- 5.1.2.A.3. Kodlu Soru	92
Resim 4.24. OFLM12- 5.1.A.4.4. Kodlu Soru.....	92
Resim 4.25. OFLM12- 5.1.S.2. Kodlu Soru	93
Resim 4.26. OFLM12- 5.3.T.1. Kodlu Soru	94
Resim 4.27. OFLM12- ÖD5.6. Kodlu Soru	95
Resim 4.28. OFLM12- ÖD5.1. Kodlu Soru	95

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1. 1. PISA Döngülerinde Temel ve Ağırlıklı Alanlar .	9
Çizelge 1. 2. Türkiye' nin Tüm Ülkeler ve OECD Ülkeleri Sıralamasındaki Yeri	10
Çizelge 1. 3. PISA 2022' de Tüm Ülkeler, OECD ve Türkiye Ortalamaları	10
Çizelge 3. 1. Materyalleri Tanıtıcı Bilgiler	36
Çizelge 3. 2. Materyallerde Bulunan Soru Sayıları	38
Çizelge 3. 3. Veri Setine Dahil Edilen Soruların Veri Kaynaklarına (Materyallere) Göre Dağılımı	44
Çizelge 3. 4. Türev Alt Öğrenme Alanına İlişkin Kazanım Sayısı ve Süre Tablosu	44
Çizelge 3. 5. Türev Alt Öğrenme Alanına İlişkin Kazanım Sayısı ve Süre Tablosu	45
Çizelge 3. 6. Soruların Materyallere ve Konulara Göre Dağılımları	49
Çizelge 3. 7. Ders Kitaplarındaki Soruların İçerik Yapılarına Göre Dağılımları	50
Çizelge 3. 8. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeylerinin Özeti	52
Çizelge 3. 9. Gösterge Tablosu	54
Çizelge 4. 1. Soruların Yer Aldığı Materyallere Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri	65
Çizelge 4. 2. Soruların Konulara Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri	82
Çizelge 4. 3. Soruların Ders Kitaplarındaki İçerik Yapılarına Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri	88

ÖZET

TÜREV ALT ÖĞRENME ALANI KAPSAMINDA MEB ONAYLI DERS KİTAPLARI İLE ÜNİVERSİTE SINAV SORULARININ PISA MATEMATİK OKURYAZARLIĞI YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Özdemirgil Şahin Ö. Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı, Yüksek Lisans Tezi, Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Müjdat Ağcayazı, Aydın, 2024.

Amaç: Bu araştırma Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı kapsamında MEB onaylı ders kitapları ile üniversite sınav sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelemek amacıyla yapılmıştır.

Materyal ve Yöntem: Araştırmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Türev alt öğrenme alanı kapsamında, Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı (OM12), Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı (OFLM12), 3 Adım AYT Matematik (3 Adım AYT) ve Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı'nda (M12BTE) yer alan sorular ile 2018- 2023 yılları arasında üniversite sınavlarında sorulmuş olan sorular (ÜSS), PISA 2018 matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre analiz edilmiştir. Önce soruların materyal ve konulara göre dağılımları ile ders kitaplarındaki soruların içerik yapılarına göre dağılımlarına bakılmıştır. Ardından soruların yeterlik düzeylerinin soruların yer aldığı materyallere, Türev alt öğrenme alanındaki konulara ve ders kitaplarındaki içerik yapılarına göre nasıl farklılık gösterdiği karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

Bulgular: 3 Adım AYT ile ÜSS' deki soruların, diğer materyallerdeki sorulara göre, konulara daha dengeli dağılım gösterdiği görülmektedir. Örnek, Alıştırma ve Ölçme-Değerlendirme içerik yapılarına her iki ders kitabında da yer verilirken, Sıra Sizde ve Teknoloji sorularına yalnız OFLM12 kitabında ve diğer içerik yapılarına kıyasla düşük oranlarda yer verilmiştir. OM12 kitabında 427, OFLM12 kitabında 339 soru incelenmiş

olup, her iki ders kitabında da en çok Örnek sorular ve ardından Alıştırma soruları yer almaktadır.

Materyallere göre yapılan inceleme sonucunda alt düzey sorular yalnız OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında ve yakın oranlarda bulunmaktadır. Orta düzey sorular en çok OM12 ders kitabında, en az M12BTE kitabında yer almaktadır. Üst düzey sorular en çok M12BTE kitabında ve ardından ÜSS' de yer alırken, en az OM12 ders kitabında yer almaktadır.

Konulara göre yapılan inceleme sonucunda alt düzey sorular yalnız Limit ve Süreklilik ile Anlık Değişim Oranı ve Türev konularında bulunmakla birlikte, alt düzey sorulara Limit ve Süreklilik konusunda daha çok yer verilmiştir. Orta düzey sorular en çok Limit ve Süreklilik konusunda, en az Türevin Uygulamaları konusunda bulunmaktadır. Üst düzey sorular en çok Türevin Uygulamaları konusunda, en az Limit ve Süreklilik konusunda bulunmaktadır.

İçerik yapılarına göre yapılan inceleme sonucunda alt düzey sorular yalnız Örnek, Alıştırma ve Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında bulunmaktadır. Alt düzey sorular en çok Örnek, en az Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında bulunmaktadır. Orta düzey sorular Teknoloji dışındaki tüm içerik yapılarında bulunmaktadır. Orta düzey sorulara en çok Sıra Sizde, en az Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında yer verilmiştir. Üst düzey sorulara en çok Teknoloji içerik yapısında (tamamı üst düzey), ardından Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında yer verilirken, en az Örnek ve Alıştırma içerik yapılarında yer verilmiştir. Örnek ve Alıştırma içerik yapılarında üst düzey soru oranları birbirine yakın olmakla birlikte, Alıştırma içerik yapısında üst düzey soru oranı daha fazladır.

Sonuç: Materyallere ve konulara göre 899, içerik yapılarına göre 766 soru üzerinde yürütülen veri analiz süreci sonucunda en çok üst düzey, en az alt düzey sorulara yer verildiği görülmüştür. Sorular en çok 5. düzeyde, ardından 4. düzeyde yer alırken, en az 1. düzey sorulara yer verilmiştir.

Materyallere göre yapılan inceleme sonucunda; M12BTE ve 3 Adım AYT kitaplarındaki orta ve üst düzey soru oranları, ders kitaplarına kıyasla ÜSS' deki orta ve üst düzey soru oranlarına daha yakın olduğundan, bu materyallerdeki soruların ÜSS' yi ders kitaplarına göre daha iyi yordadığı söylenebilir.

Konulara göre yapılan inceleme sonucunda; konular ilerlerken, konularda yer alan alt düzey soru oranlarının azaldığı, üst düzey soru oranlarının arttığı görülmüştür. Bu durumun konuların ilerledikçe zorlaşması ve soruların gerektirdiği matematiksel becerilerin karmaşıklaşması ve derinleşmesi ile ilgili olabileceği düşünülmektedir.

İçerik yapılarına göre yapılan inceleme sonucunda; Teknoloji ve Ölçme- Değerlendirme içerik yapılarında üst düzey soru oranları diğer içerik yapılarına kıyasla fazla olduğundan, bu içerik yapılarındaki soruların ÜSS' yi diğer içerik yapılarına kıyasla daha iyi yordadığı söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: PISA, Matematik okuryazarlığı, Türev öğrenme alanı, Matematik ders kitabı, Üniversite sınav soruları

ABSTRACT

INVESTIGATION OF PISA MATHEMATICAL LITERACY PROFICIENCY LEVELS OF UNIVERSITY EXAM QUESTIONS WITH MEB APPROVED TEXTBOOKS WITHIN THE SCOPE OF DERIVATIVE SUB-LEARNING AREA

Özdemirgil Şahin Ö. Aydın Adnan Menderes University, Institute of Science,
Department of Mathematics and Science Education, Mathematics Education
Master's Program, Master's Thesis, Thesis Advisor: Assist. Prof. Müjdat
Ağcayazı, Aydın, 2024.

Objective: This research was conducted to examine the PISA mathematical literacy proficiency levels of MEB approved textbooks and university exam questions within the scope of the 12th grade Derivative sub-learning area of high school education.

Material and Method: Document analysis method was used in the research. Within the scope of the derivative sub-learning area, the questions in the High School Education Mathematics 12 Textbook (OM12), Science High School Mathematics 12 Textbook (OFLM12), 3 Steps AYT Mathematics (3 Steps AYT) and Mathematics 12 Skill-Based Activity Book (M12BTE) and the questions asked in university exams (ÜSS) between 2018 and 2023, were analyzed according to the PISA 2018 mathematical literacy proficiency scale.

First, the distribution of the questions according to materials and topics and the distribution of the questions in the textbooks according to their content structure were examined. Then, it was comparatively examined how the proficiency levels of the questions differ according to the materials in which the questions were included, the subjects in the Derivative sub-learning field, and the content structures of the textbooks.

Findings: It is observed that the questions in 3 Steps AYT and ÜSS have a more balanced distribution among the topics compared to the questions in other materials. While Example, Practice and Measurement- Evaluation content structures are included in both textbooks, It's Your Turn and Technology questions are included only in the OFLM12 book and at low rates compared to other content structures. 427 questions in

the OM12 book and 339 questions in the OFLM12 book were examined, and both textbooks contain the most Sample questions followed by Practice questions.

As a result of the examination of the materials, lower level questions are found only in OM12 and OFLM12 textbooks at similar rates. Medium-level questions are found at most in the OM12 textbook and at least in the M12BTE book. While higher- level questions are mostly included in the M12BTE book and then in ÜSS, they are least included in the OM12 textbook.

As a result of the examination conducted by topics, lower- level questions are found in the topics of Limits and Continuity and Instantaneous Rate of Change and Derivative. Lower- level questions were given more space in the topic of Limits and Continuity. Medium- level questions are found most in the topic of Limits and Continuity and least in the Applications of Derivative topic. High-level questions are found most in the topic of Applications of Derivative and least in the topic of Limits and Continuity.

As a result of the examination made according to the content structures, lower- level questions are found only in Example, Practice, and Measurement and Evaluation content structures. Lower- level questions are found mostly in Example content structures and least in Measurement and Evaluation content structures. Medium-level questions are found in all content structures except Technology. Medium-level questions were included most in the It's Your Turn content structure and least in the Measurement and Evaluation content structures. High-level questions are found most in Technology content structure (all high- level), followed by Measurement and Evaluation, and least in Example and Practice content structures. While the rates of high- level questions in Example and Practice are similar, the rate is higher in Practice content structure.

Conclusion: As a result of the data analysis process conducted on 899 questions by materials and topics, and on 766 questions by content structures, it was observed that high- level questions were the most and lower- level questions were the least included. Questions were mostly at level 5, followed by level 4, and least at level 1.

As a result of the examination made according to the materials; Since the rates of middle and high level questions in M12BTE and 3 Steps AYT books are closer to the rates of middle and high level questions in ÜSS compared to the textbooks, it can be said that the questions in these materials predict ÜSS better than the textbooks.

As a result of the examination made according to the subjects; It was observed that as the topics progressed, the rates of lower- level questions in the topics decreased and the

rates of higher- level questions increased. It is thought that this may be related to the subjects becoming more difficult as they progress and the mathematical skills required by the questions becoming more complex and deepened.

As a result of the examination made according to the content structures; Since the rates of high- level questions in Technology and Measurement- Evaluation content structures are higher than in other content structures, it can be said that the questions in these content structures predict ÜSS better than other content structures.

Keywords: PISA, Mathematical literacy, Derivative learning area, Mathematics Textbook, University exam questions

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sınırlılıklar ve araştırmanın teorik çerçevesi sunulacaktır.

1.1. Problem Durumu

Toplumlar bir değişim ve gelişim süreci içindedir. Bilim ve teknolojiadaki gelişim ekonomik ve sosyal alanda kalkınmayı harekete geçirirken, bilginin önemini kavrayarak üreten ve gelişen toplumlar ilerleme gösterebilmektedir. Bireylerin etkili değişimler yaratabilmeleri ise okuryazar olmalarıyla mümkündür (Önal, 2010). Bireyler okuryazarlıkla ekonomik, sosyal ve vatandaşlık görev ve sorumluluklarına hazırlanırlar. Okuryazarlık, geri kalmışlık ve fakirlikle de ilişkili olup, ulusların kalkınabilmelerinde ve varlıklarını devam ettirebilmelerinde kritik bir öneme sahiptir (Güneş, 2019).

21. yüzyılda, kendini gerçekleştirebilen bireylerin ve rekabet gücü olan toplumların sahip oldukları becerilerin başında okuryazarlık gelmektedir. Temel anlamda bir metni okuma ve anlama, söyleneni doğru şekilde yazma becerisi olarak ifade edilebilen okuryazarlığın kapsamı bilgi çağıyla birlikte giderek genişlemiş ve siyaset, hukuk, sağlık, finans, bilgi, veri okuryazarlığı, dijital okuryazarlık gibi pek çok okuryazarlık türü ortaya çıkmıştır (Sur, 2022). Bireylerin kişisel, toplumsal, bilimsel, iş hayatı ve benzeri alanlarda karşılaştıkları anlamlı problemlerle baş edebilme yeterliklerinin ifadesi olarak da matematik okuryazarlığı kavramı öne çıkmaktadır (Programme for International Student Assessment- Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [PISA], 2012).

Matematik okuryazarlığı kavramı, bireyin temel bilgi ve becerileri edinmesinin yanında, matematik üzerine düşünmeyi, matematikle ilgili pozitif tutum geliştirmeyi, problem çözmeyi ve gerçek hayattaki matematiğin önemini takdir etmeyi amaçlaması yönüyle önem arz etmektedir (Özgen ve Bindak, 2008). Matematik okuryazarlığında anlatılmak istenen bireyin gerçek hayat durumlarını formüle ve analiz edebilmesi, problemleri çözüme kavuşturabilmesidir (Taşkın vd. 2018). Akyüz ve Pala da (2010), PISA 2003 verileriyle Türkiye, Finlandiya ve Yunanistan için yaptıkları yapısal eşitlik

modellemesi sonuçlarında, matematik okuryazarlığı ile problem çözme arasında yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki olduğunu belirtmektedir.

Eğitim yaşanan zamana göre ihtiyaç duyulan nitelikte bireyler yetiştirmek üzere şekillenmektedir. Bu durumun yansımaları eğitim programlarında, öğretim yöntem ve tekniklerinde ve ölçme ve değerlendirme yaklaşımlarındaki değişimlerde görülebilmektedir (PISA, 2015). Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında da günlük yaşamda çözülmeyi bekleyen birçok problemin çözümü için matematiksel yetkinliğe sahip bireyler yetiştirilmesi hedeflenmiştir. Bu yetkinliklerde ise matematiksel olarak düşünebilme ve çeşitli şekillerde sunabilme isteği ve becerileri yer almaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Ülkeler ulusal ve uluslararası düzeyde yapılan izleme ve değerlendirme çalışmalarının sonuçlarını, eğitim sistemlerinin mevcut durumunu görebilmek, diğer ülkelerle karşılaştırmak, gerekli güncellemeleri yapmak ve politika geliştirebilmek üzere kullanmaktadırlar (PISA, 2018).

Matematik okuryazarlığıyla ilgili ülkelere dönüt veren uluslararası uygulamalardan biri de PISA' dır. PISA, matematik temel alanındaki ölçme ve değerlendirmelerini matematik okuryazarlığı üzerine inşa eder (PISA, 2012). PISA' ya göre matematik okuryazarlığı öğrencilerin formülleştirme, matematiği işe koşma ve yorumlayabilme kapasitelerini ele alır ve matematiksel kavram ve ilişkileri kullanarak durumları açıklayabilme, yorumlama, akıl yürütme, tahminde bulunma becerilerini içerir. Matematik yeterliği de bireylerin hayatlarında ve dünyada matematiğin oynadığı rolü fark ederek kararlarını bilinçli bir şekilde almalarını sağlar (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı [OECD], 2019a).

Öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeyleri, zenginleştirilmiş eğitim almaları ve aldıkları eğitimin yeterliliğiyle ilişkilendirilmektedir (PISA, 2012). Öğrencilerin matematik okuryazarlığı kapasitelerinin gelişebilmesi için matematik derslerindeki öğrenme yaşantılarının yeterliği artırılmalıdır (OECD, 2019a). MEB (2018) ortaöğretim matematik dersi öğretim programında da matematiksel bilgilerin yapılandırılması sürecinde çeşitli gösterim/ temsillerin kullanılması ve bu sürecin materyallerle desteklenmesi gerektiği ifade edilmiştir. Bu süreçte ders kitapları en çok kullanılan temel materyallerden biri olmakla birlikte, öğretmen için ders içeriğinin sunumunda yol gösterici olması, öğrenci için de öğretmenin olmadığı durumlarda bilgi alınabilmesi, çalışma ve ödevlerin yapılabilmesi yönleriyle öğrenen ile öğrenen arasında görmüş

olduğu köprü göreviyle, ayrıca birey- aile- toplum üzerindeki etkileri yönüyle de eğitim- öğretim sürecinde önemli bir yere sahiptir (Altun vd., 2004; Dede ve Arslan, 2019; Dursun, 2006). Bu yönleriyle ders kitaplarının incelenmesini konu alan birçok çalışma bulunmaktadır.

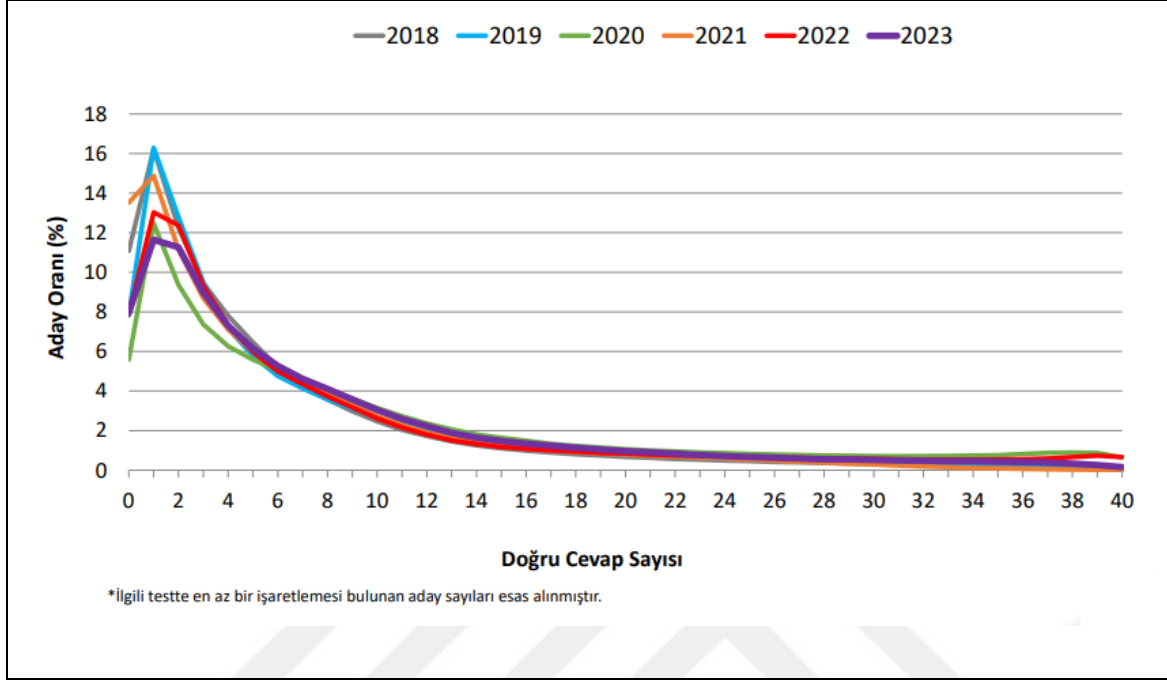
Matematik ders kitaplarında bulunan soruların matematik okuryazarlığı açısından incelendiği çalışmalarda, genel olarak soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelendiği görülmüştür (Al Cihan, 2023; Altuntaş, 2023; Baltacı ve Biber, 2021; İskenderoğlu ve Baki, 2011; Karataş, 2019; Öngel, 2023; Sarıkaya ve Yenilmez, 2023; Şaban, 2019; Şahin, 2022; Tarku, 2022; Yeğit, 2020).

Bu çalışmaların yanında ders kitaplarının PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine (içerik, süreç ve bağlam) göre (Altuntaş, 2023; Çankal Çetmili, 2024; Öngel, 2023; Tarku, 2022), öğrenme alanlarına (Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve Olasılık) göre (Al Cihan, 2023; Baltacı ve Biber, 2021; Şaban, 2019; Şahin, 2022), yapısal özelliklere (konulara ayrılan sayfa sayıları, içerik düzeni, başlıklar ve başlıkların sıralanışı) göre (Yeğit, 2020) ve madde tiplerine (örnek-çözüm, açık uçlu,...) göre (Tarku, 2022) incelendiği çalışmalar da bulunmaktadır.

Matematik yeterlik düzeyleri ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda aynı ya da farklı sınıf seviyelerindeki kitapların tamamının incelendiği (Altuntaş, 2023; İskenderoğlu ve Baki, 2011; Karataş, 2019; Öngel, 2023; Sarıkaya ve Yenilmez, 2023; Tarku, 2022) ya da bir öğrenme alanı kapsamında incelendiği (Al Cihan, 2023; Baltacı ve Biber, 2021; Şaban, 2019; Şahin, 2022) çalışmalar bulunurken; aynı sınıf seviyesinde ve belirlenmiş bir konuda derinlemesine inceleme yapılması konusunda bir ihtiyaç olduğu görülmüştür. Ayrıca lise düzeyinde matematik ders kitaplarındaki soruların yeterlik düzeyleriyle ilgili çalışmalara (Karataş, 2019; Tarku, 2022) ortaokul seviyesinde yapılmış olan çalışmalara göre oldukça az rastlanılmıştır.

PISA matematik yeterlik düzeyleriyle ilgili Liselere Geçiş Sistemi [LGS] sorularının incelendiği çalışmalar da (Gümüş, 2023; İlhan, 2023; İskenderoğlu vd., 2013; Öztürk ve Masal, 2020) bulunmaktadır, ancak üniversite sınav sorularının matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerinin incelendiği bir araştırmaya rastlanılmamıştır. Bu durumla ilgili olarak Baltacı (2021), Alan Yeterlilik Testi [AYT] matematik/ geometri sorularının PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesiyle, matematik ders kitaplarının üniversite sınavlarını ne ölçüde yordadığı hakkında bilgi edinilebileceğini ifade etmiştir. Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS),

Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) tarafından 2018’ den beri uygulanmakta olup, bu sınavın AYT matematik alanı için 2018- 2023 yılları arasındaki doğru cevap sayılarının dağılımları aşağıdaki resimde verilmiştir.



Resim 1.1. 2018- 2023 Yılları Arasındaki AYT Matematik Testi Doğru Cevap Sayısı Dağılımları (ÖSYM, 2023).

2018- 2023 yılları arasındaki doğru cevap sayılarının dağılımları incelendiğinde, doğru cevap sayılarının 0- 7 aralığında yoğunlaştığı görüldüğünden, AYT Matematik testi sorularının da çalışmaya dahil edilebileceği ve hangi materyallerde üniversite sorularına benzer düzeyde sorular bulunduğu araştırılabileceği düşünülmektedir.

Bingölbalı (2015) tarafından analizin, Leibniz ve Newton’ un çalışmaları sonucunda ortaya çıktığı; fonksiyon, limit, türev, integral gibi anlaşılması güç olan ve üst düzey düşünme becerileri gerektiren kavramlardan oluştuğu; değişim ve hareketi anlamlandırarak bunlarla ilgili konuları inceleyen disiplinlere bunlarla çalışma ve matematiksel sembollerle ifade etme imkanı verdiği; öğrencilerin lise ve üniversite eğitimlerinde oldukça önemli bir yere sahip olduğu ve içinde barındırdığı kavramlara ilişkin zorluklar ve kavram yanılgıları sebebiyle araştırmacıların çalışmalarında odak noktası haline geldiği belirtilmektedir.

Literatürde limit- süreklilik ile ilgili (Arıkan vd., 2014; Aydın ve Kutluca, 2010; Barak, 2007; Baştürk ve Dönmez, 2011; Duru, 2011) ve türev kavramı ile türevin diğer kavramlarla ilişkilerinde (Açıkyıldız, 2013; Açıkyıldız ve Gökçek, 2015; Gür ve Barak,

2007) zorluklar ve kavram yanlışlarının tespit edildiği, lise ve üniversite düzeyinde çalışmaların yapıldığı görülmektedir.

Bu çalışmaların yanında Gülgör (2023), türev kavramını ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki ilişkilendirme becerileri açısından incelemiştir. Kertil vd. (2023), matematik öğretmen adaylarının bir model geliştirme dizisi boyunca değişim oranına ilişkin anlayışlarını incelemiştir. Talib vd. (2023), ortaöğretim matematik öğretmenlerinin değişim oranı ve eğitim kavramlarının konu bilgilerini araştırmışlardır. Erol (2022), matematik eğitimcileri ve matematik öğretmen adaylarının eğitim, değişim oranı ve türev hakkındaki kavram imajlarını incelerken, Prihandhika vd. (2022) türevsel temsile yönelik kavram imajlarını incelemiştir. Coşkun ve Turanlı (2021), matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusundaki kavram imajlarını incelemiştir. Haghjoo ve Reyhani (2021), lisans temel bilimler ve mühendislik öğrencilerinin türev kavramına ilişkin anlayışlarını incelemiştir. Alkan ve Güven (2018), limit konusunda ders kitaplarında yer verilen örnek türlerini analiz etmişlerdir. Mumcu (2018), öğretmen adaylarının türev kavramıyla ilgili olarak matematiksel ilişkilendirmelerini incelemiştir. Duran ve Kaplan (2016) ise türevin tanımına ve türev- süreklilik ilişkisine yönelik lise matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini incelemiştir.

Bu çalışmalarda türev kavramı ve bu kavramla ilişkili olan kavramlar ile temsillerin anlaşılmasında, ilişkilendirilmesinde güçlük çekildiği ifade edilmiştir. Tutar (2023), 2001-2020 yılları arasında Türkiye’ de lise matematik eğitimi üzerine yapılan kavram yanlışları çalışmalarının % 9,2’ sinin Limit ve Süreklilik; %4,6’ sının da Türev ve Uygulamaları konuları kapsamında gerçekleştirildiğini ifade etmektedir. Bu oranlara bakıldığında, Türev alt öğrenme alanı kapsamındaki konularda, diğer konulara kıyasla daha fazla çalışma yapılmış olduğu görülmektedir.

Türevin kavramsal olarak anlaşılabilmesi, çok sayıda temsilin kullanılması ve bu temsiller arasındaki ilişkilerin kurularak bağlantılarının anlaşılabilmesiyle mümkündür (Bingölbali, 2015). Bu bağlamda türev alt öğrenme alanındaki soruların gerektirdiği matematiksel beceriler, temsiller ve ilişkilendirmelerin PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre incelenebileceği düşünülmüştür.

Ayrıca, PISA matematik okuryazarlığında öğrencilerin gerçek yaşamlarının farklı alanlarındaki problemlerin çözümünde matematiksel becerilerini kullanabilme kapasitelerinin ölçülmesine odaklanılırken, uygulama içeriğinde aşına olunan durumların yanı sıra, matematiksel modelleme içeren sorulara da yer verilmektedir

(PISA, 2018). Türev konusunun gerçek yaşam problemlerine çokça ev sahipliği yapması ve dolayısıyla matematiksel modellemeye imkan vermesi de (Özturan Sağırılı vd., 2014) bu çalışmanın Türev alt öğrenme alanı ile sınırlandırılma sebeplerinden biridir.

Toprak (2019), Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının yatay ve dikey analizini yaptığı çalışmada, yatay analiz sonuçlarında Türkiye’ de kullanılan ders kitabında içerikler düzenlenirken kullanılan yapıların (Hazır mıyız?, Hatırlayalım!, Birlikte Yapalım! gibi) diğer kitaba kıyasla sayıca daha fazla olduğunu belirtmiştir. Ders kitaplarındaki soruların incelendiği bazı çalışmalarda soruların içerik ve ölçme ve değerlendirme olmak üzere sınıflandırılarak bu sınıflandırmaya göre soruların incelendiği görülmüştür (Karataş, 2019; Şirin, 2019; Yeğit, 2020). Kitaplarda kullanılan içerik yapılarındaki soruların matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri arasında fark olup olmadığının ve hangi içerik yapılarında üniversite sınavlarına benzer düzeyde soruların bulunduğu araştırılabileceği düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Matematik ders kitaplarındaki soruların yeterlik düzeylerinin tespit edilmesine duyulan ihtiyaç, önceki çalışmalardaki öneriler ve literatürde görülen eksiklikler doğrultusunda, bu çalışmanın amacı: Türev alt öğrenme alanı kapsamında, 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programına uygun olarak hazırlanmış MEB onaylı ders kitaplarında yer alan ve üniversite sınavlarında sorulmuş olan soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelemektir.

Bu çalışmada soruların düzeylerinin, soruların yer aldığı materyallere, Türev alt öğrenme alanındaki konulara ve ders kitaplarındaki içerik yapılarına göre nasıl farklılık gösterdiği ortaya koyulmaya çalışılacaktır. Materyallere, konulara ve içerik yapılarına göre yapılacak incelemelerin sonuçları ile üniversite sınav sorularından elde edilen sonuçların karşılaştırılması ve incelenen konular açısından sınırlı da olsa, bir değerlendirme yapılması amaçlanmaktadır. Araştırmanın sonuçlarının bu materyallerden faydalanan öğrenci ve öğretmenlere, bu tür materyalleri hazırlayacak olan komisyon üyelerine ve öğretim programları ile ilgili alınacak kararlar için karar vericilere fikir verebileceği düşünülmektedir.

Ayrıca bu çalışma, Limit ve Süreklilik, Anlık Değişim Oranı ve Türev ile Türevin Uygulamaları konularıyla ilişkilendirilmiş matematiksel becerilerin ortaya çıkarılması yönüyle, benzer çalışmalar yapacak olanlar için bir bakış açısı oluşturabilir.

Çalışmanın raporunun hazırlandığı günlerde, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 2024 kapsamında hazırlanarak kamuoyunun görüşüne sunulan yeni müfredat taslağında, Ortaöğretim Matematik Programında lise eğitimi boyunca değişimleri incelemeyi esas alan bir yaklaşımla, limit ve türev konularının öne çıkarıldığının ve daha kapsamlı bir şekilde ele alındığının belirtilmesi de bu çalışmanın önemini ortaya koymaktadır (MEB, 2024).

1.3. Problem Cümlesi ve Alt Problemler

Araştırmanın problem cümlesi: "Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini ortaya çıkarma potansiyelleri nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

Araştırma problemine bağlı olarak belirlenen alt problemler aşağıda sıralanmıştır:

1. Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri soruların yer aldığı materyallere (OM12, OFLM12, 3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS) göre nasıl farklılık göstermektedir?
2. Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri konulara (Limit ve Süreklilik, Anlık Değişim Oranı ve Türev, Türevin Uygulamaları) göre nasıl farklılık göstermektedir?
3. Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri ders kitaplarındaki içerik yapılarına (Örnek, Alıştırma, Sıra Sizde, Teknoloji, Ölçme ve Değerlendirme) göre nasıl farklılık göstermektedir?

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma 2018 Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programına göre yapılmıştır.

Araştırma 12. Sınıf Sayılar ve Cebir öğrenme alanındaki Türev alt öğrenme alanı ile sınırlıdır.

İncelenen kitaplar Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, 3 Adım AYT Matematik, Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı olmak üzere dört kitap ile sınırlıdır.

İncelenen üniversite sınav soruları 2018- 2023 yılları arasındaki AYT matematik soruları ile sınırlıdır.

Araştırmanın bağımsız değişkenleri konular, içerik yapıları ve materyaller ile sınırlıdır.

1.5. Teorik Çerçeve

Bu araştırmada PISA 2018 çatisına göre değerlendirme yapılmıştır. Araştırmada incelenen dokümanlardaki soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri PISA 2018’ de yer alan matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre incelenmiştir. Bu bölümde PISA uygulaması, Türkiye’ nin PISA uygulaması sonuçları, PISA matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesi ve PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri hakkında bilgi verilecektir.

1.5.1. PISA ve Türkiye

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (OECD) tarafından geliştirilen ve gerçekleştirilen uluslararası bir izleme araştırmasıdır. Üçer yıllık periyotlarla uygulanan PISA, 15 yaşındaki öğrencilerin okulda edindikleri bilgi ve becerileri günlük hayatlarında kullanabilme becerilerini ve bu becerilere sahip olma derecelerini değerlendirmektedir. PISA araştırmasının temel özellikleri şunlardır (PISA, 2022):

1. Eğitim politikalarını yönlendirme özelliği
2. Yenilikçi bir okuryazarlık kavramı
3. Kapsam Genişliği (Katılımcı ülke sayısı ile ilgilidir.)
4. Yaşam boyu öğrenme
5. Düzenlilik (Ülkelerin öğrenme hedeflerine ulaşma durumlarının düzenli olarak izlenmesine yöneliktir.)

PISA’ da öğrencilerin matematik ile fen okuryazarlıkları ile okuma becerileri değerlendirilmektedir. Her araştırmada bu üç alandan biri, ağırlıklı alan olarak belirlenmekte ve böylece ağırlıklı alanlarla ilgili derinlemesine analizler yapılmaktadır. PISA 2018’ de ağırlıklı alan okuma becerileri iken, PISA 2022’ de matematik okuryazarlığıdır (PISA, 2022). Aşağıdaki çizelgede yıllara göre temel ve ağırlıklı alanlar verilmiştir.

Çizelge 1. 1. PISA Döngülerinde Temel ve Ağırlıklı Alanlar (PISA, 2022).

	2003	2006	2009	2012	2015	2018	2022
Okuma Becerileri			✓			✓	
Matematik Okuryazarlığı	✓			✓			✓
Fen Okuryazarlığı		✓			✓		

Not: İşaretli alanlar ağırlıklı alanlardır.

Bu temel alanlar dışında, 2012 PISA uygulamasıyla birlikte yenilikçi bir alanda da değerlendirme yapılmaya başlanmış ve bu uygulamaya devam edilmiştir. PISA 2018’ de yenilikçi alan olarak küresel yeterlikler, PISA 2022’ de ise yaratıcı düşünme becerileri belirlenmiştir (PISA, 2022).

PISA uygulaması için seçilen örneklemdaki öğrencilerin üç bilişsel alandaki test sonuçlarına göre, katılımcı ülkeler ile ülke ekonomilerinin performansları değerlendirilmekte; bölgeye, okul türüne, cinsiyete ve sosyoekonomik düzeye göre görülen farklılıklar ortaya koyulmaktadır (PISA, 2018, 2022).

2000 yılında 43 ülke ile uygulanmaya başlanan PISA uygulamasına Türkiye 2003’ ten beri katılım göstermektedir. Yıllar içinde katılımcı ülke sayısı artmış, PISA 2018’ e 37’ si OECD üyesi olan 79 ülke katılırken, PISA 2022’ ye 81 ülke katılmıştır. PISA 2022’ ye katılan öğrenci sayılarına bakıldığında ise Türkiye’ den 12 bölgeyi temsilen 196 okul ve 7250 öğrenci katılırken, toplamda 81 ülkeden 690.000’ den fazla öğrencinin katılım gösterdiği görülmektedir. Covid-19 salgını sebebiyle 2021 yılında uygulanması planlanan PISA, 1 yıl sonra 2022 yılında uygulanmış ve uygulama birçok ülkede bilgisayar tabanlı olarak yapılmıştır. Türkiye’ de de 2015’ ten beri bilgisayar tabanlı uygulama gerçekleştirilmektedir (PISA, 2018, 2022). Aşağıda Türkiye’ nin son iki uygulamadaki sıralaması verilmiştir.

Çizelge 1. 2. Türkiye’ nin Tüm Ülkeler ve OECD Ülkeleri Sıralamasındaki Yeri (MEB, 2023).

	PISA 2018		PISA 2022	
Alan	79 ülke arasında Türkiye sıralaması	37 OECD ülkesi arasında Türkiye sıralaması	81 ülke arasında Türkiye sıralaması	37 OECD ülkesi arasında Türkiye sıralaması
Matematik	42	33	39	32
Fen	39	30	34	29
Okuma Becerisi	40	31	36	30

Tabloya göre, 2022 yılında katılımcı ülke sayısı 79’ dan 81’ e yükselirken, Türkiye’ nin ülkeler arası sıralamada üç alanda da iyileşme gösterdiği görülmektedir. Aşağıda tüm ülkelerin, OECD üyesi ülkelerin ve Türkiye’ nin PISA 2022 ortalamaları verilmiştir.

Çizelge 1. 3. PISA 2022’ de Tüm Ülkeler, OECD ve Türkiye Ortalamaları (PISA, 2022).

	PISA 2022		
Alan	Tüm ülkeler ortalaması	OECD ortalaması	Türkiye ortalaması
Matematik	438	472	453
Fen	447	485	476
Okuma Becerisi	435	476	456

PISA 2022 sonuçlarına göre Türkiye’ nin üç bilişsel alanda da ortalama puanı katılımcı ülkelerin ortalamasının üzerinde iken OECD ortalamasının altındadır. 2015’ ten itibaren katılımcı ülke sayısı artış gösterse de, Türkiye’nin matematik ve fen alanında tüm ülkeler ve OECD ülkeleri arasındaki sıralaması yükselmekte ve dolayısıyla bu alanlardaki performansının artış eğiliminde olduğu görülmektedir.

Türkiye, PISA 2022’ de matematik ve fen alanlarındaki ortalamalarında, şimdiye kadarki en yüksek başarısını elde etmiştir. Okuma becerileri alanında ise diğer ülkelere kıyasla daha iyi olduğu izlenmekle birlikte, performansında anlamlı bir artış ya da düşüş eğilimi görülmemektedir. Son 20 yıla bakıldığında ise Türkiye matematik ve fen alanlarında istikrarlı ilerleme gösteren dört ülke arasında yer almaktadır. Türkiye’ deki öğrencilerde sosyoekonomik farklılıklar olarak bir değişim izlenmemesine rağmen matematikte avantajlı/ dezavantajlı öğrencilerin performanslarındaki artışın dikkat çektiği belirtilmektedir (PISA 2022; MEB, 2023).

PISA 2018' de Türkiye' nin üç bilişsel alanda da ortalama puanlarının artması yüksek yeterlik düzeylerindeki öğrenci oranlarını 2015 yılına göre artırmıştır. PISA 2022' de ise en çok fen alanında (%75,3), en az matematik (%61,3) alanında asgari performans gösterilirken, en yüksek matematik alanında (%5,4) ve en düşük okuma becerileri alanında (%1,9) üst düzey performans gösterildiği görülmüştür (PISA, 2018; PISA, 2022).

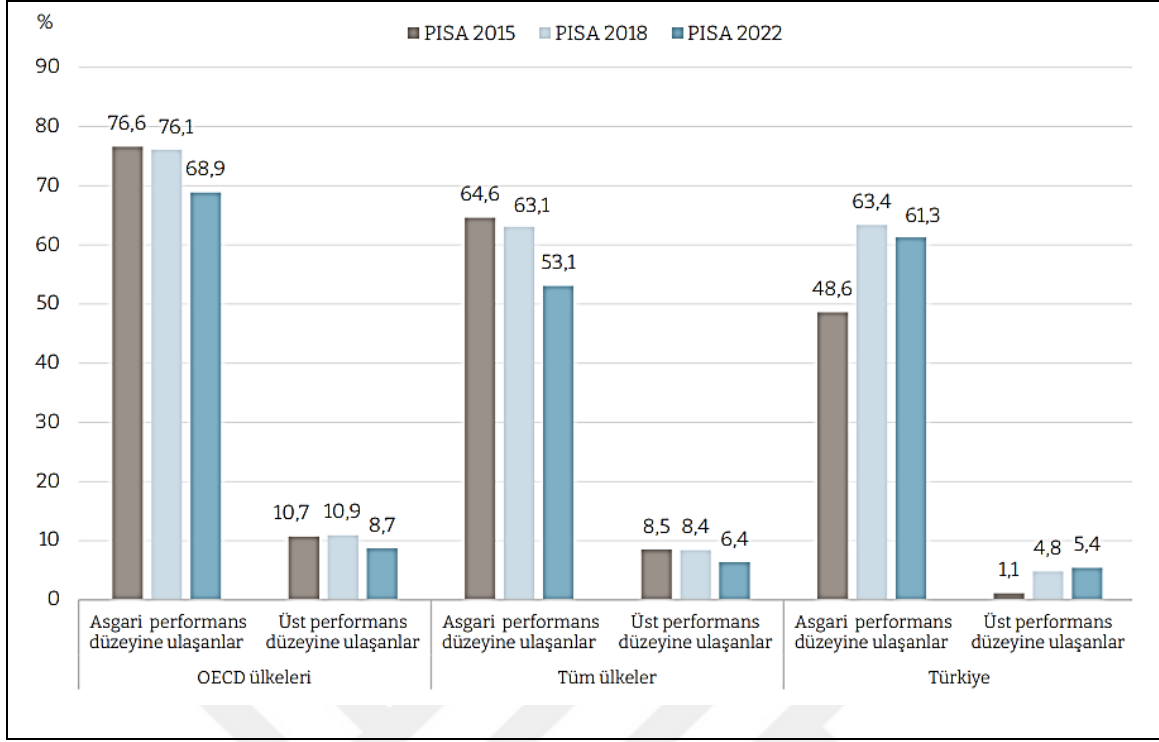
Türkiye'de PISA 2022' ye göre öğrenciler matematik alanında 2. düzeyde %25, 3. düzeyde %19 ve 4. düzeyde %11 oranında başarı göstermişlerdir. En az bir alanda üst düzey başarı gösteren öğrenci oranları ile üç alanda da asgari başarı düzeyine ulaşan öğrenci oranları, OECD ortalamasına göre Türkiye' de daha azdır (PISA 2022).

PISA 2022 uygulamasında, PISA 2018' e göre OECD üyesi ülkeler ile tüm ülkelerin ortalama matematik puanlarında düşüşün gözlemlendiği, bu durumun COVID-19 salgınıyla ilişkilendirildiği ve Türkiye' nin salgına rağmen PISA 2018' deki performans düzeyini koruyabildiği belirtilmektedir (PISA, 2022).

PISA 2022' de matematik alanında ortalama puanı en yüksek olan ilk beş ülke Singapur, Makao (Çin), Tayvan (Çin), Hong Kong (Çin) ve Japonya olup, bu ülkelerde asgari ve üst performans seviyesine ulaşan öğrenci oranlarının da en yüksek olduğu görülmektedir. Ortalama puanı en düşük olan beş ülke ise Kamboçya, Paraguay, Dominik Cumhuriyeti, El Salvador ve Guatemala olup, bu ülkelerde asgari performans seviyesine ulaşan öğrenci oranlarının da en düşük olduğu görülmektedir (PISA, 2022).

PISA 2022' de matematik alanındaki ortalama puanlara göre yapılan ikili karşılaştırmalar sonucunda Türkiye ile İsrail arasında anlamlı fark görülmediği belirtilmiştir (PISA, 2022).

PISA 2022 uygulamasında matematik alanı, 2003 ve 2012 yıllarından sonra tekrar ağırlıklı alan olarak belirlenmiştir. PISA uygulamalarında matematik alanında asgari ve üst performans düzeyine ulaşan öğrenci oranları aşağıda verilmiştir.



Resim 1.2. PISA 2015, 2018 ve 2022 Uygulamalarında Matematik Alanında Asgari ve Üst Performans Düzeyine Ulaşan Öğrenci Oranları (PISA, 2022).

PISA’ da asgari (temel) performans düzeyi, öğrencilerin günlük hayatlarında matematiği kullanma becerisi gösterdikleri 2. yeterli düzey olarak kabul edilmektedir. OECD ve tüm ülkelerde 2015’ ten 2022 yılına kadar matematik alanında asgari performans düzeyine ulaşan öğrenci oranları azalırken, Türkiye’ de ise artış göstermiştir. PISA 2022 uygulamasında Türkiye’de en az 2. yeterli düzeyine ulaşan öğrencilerin oranı (%61), OECD ülkeleri ortalamasının (%69) altındadır (PISA 2022).

Üst performans düzeyi ise karmaşık bilişsel yeterliklere sahip, ülkelerin ekonomik kalkınmalarında en fazla rol oynayabilecek öğrencilerin bulunduğu düzey olarak kabul edilmektedir. OECD ve tüm ülkelerde 2015 ve 2018’ e göre, PISA 2022’ de matematik alanında üst performans düzeyine ulaşan öğrenci oranları azalırken, Türkiye’ de ise artmıştır. PISA 2022 uygulamasında Türkiye’ de öğrencilerin yaklaşık %5’ i matematikte en iyi performans gösteren öğrenciler arasındadır ve bu oran OECD ortalamasının (%9) altındadır (PISA 2022).

1.5.2. PISA Matematik Okuryazarlığı

PISA’ da matematik okuryazarlığı, bireylerin günlük hayatlarında karşılaşacakları problemleri çözebilmek için akıl yürüterek kavram, işlem ve araçlarla çeşitli olguları tanımlama, açıklama, tahminde bulunma, yani matematiği formüle etme, kullanabilme ve yorumlayabilme kapasitesidir. Bu kavram, bireylerin matematiğin hayattaki rolünü anlamalarına ve derinlemesine akıl yürüterek isabetli kararlar veren, üretken 21. yüzyıl vatandaşları olmalarına yardımcı olur (PISA, 2022).

PISA (2022), ülkelerin öğrencilerini 21. yüzyıl vatandaşları olarak, yaşamlarının tüm alanlarında matematiği kullanmaya ne derecede iyi hazırladıklarını değerlendirmektedir. PISA uygulamalarında fen, matematik ve okuma becerileri alanlarında yapılan uygulamaların değerlendirilebilmesi için her alana özel değerlendirme çerçeveleri geliştirilmektedir ve bu çerçevelerde konu alanlarına dair yetkinliklerin neler olduğu açıklanmaktadır. Değerlendirme çerçevelerinde konu alanları; ölçülen temel süreçler, matematiksel içerikler ve genel içerik alanları esas alınarak tanımlanmaktadır.

PISA 2022’ de ağırlıklı alan olan matematik alanındaki değerlendirme çerçevesi güncellenerek değerlendirmenin teorik temelleri tanımlanmıştır. Bu tanımlama, matematik okuryazarlığı kavramını temel alan ve matematiksel akıl yürütme ile problem çözme döngüsündeki üç süreç ilişkilendirilerek yapılmıştır (PISA, 2022).

PISA 2022’ de önceki PISA çerçevelerindeki matematiksel akıl yürütme ön plana çıkarılarak, öğrencilerin yaratıcı ve katılımcı birer 21. yüzyıl vatandaşı olarak hem kendi hayatlarıyla hem de toplumla ilgili rutin olmayan yargılarda bulunabilmeleri, teknolojinin gelişimiyle hızla değişen dünyada, bilgi işlemsel düşünme kavramlarını anlayabilmeleri ve matematiksel değerlendirmelerde bulunabilmeleri amaçlanmaktadır (PISA, 2022).

1.5.3. PISA Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesi

Bu bölümde PISA matematik değerlendirme çerçevesi, araştırmada esas alınan PISA 2018 ile güncellenmiş olan PISA 2022 çerçevesi temel alınarak sunulmuştur.

PISA 2018’ de, PISA 2012’ de güncellenen matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesi kullanılmaya devam edilmiştir. Bu çerçevede tanımlanan alt boyutlar aşağıda verilmiştir (PISA, 2018) :

- Matematiksel süreçler ve temel matematik yetenekleri
- İçerik alanları
- Gerçek yaşam bağlamları (içerikleri)

PISA 2022’ deki değerlendirme çerçevesinde tanımlanan boyutlar ise şunlardır (PISA, 2022) :

- Matematiksel süreçler
- Matematiksel içerik alanları
- Genel içerik alanları

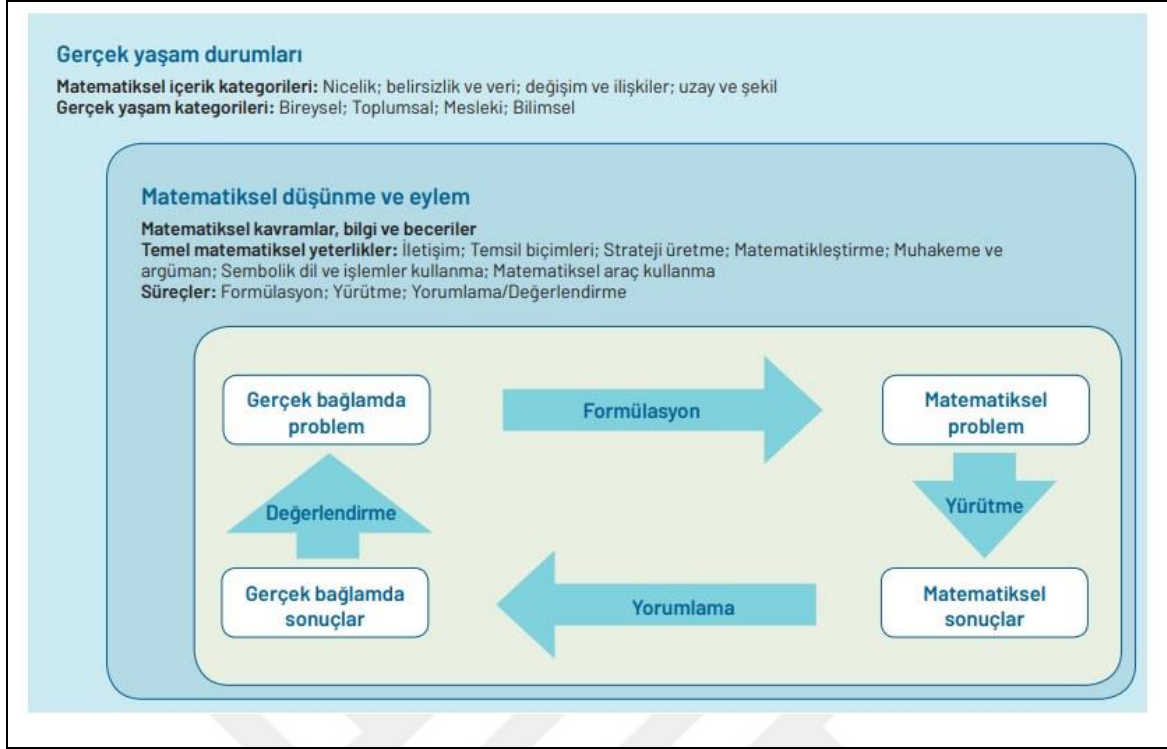
PISA matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesi, PISA 2022’ de yer alan boyutlara göre, her iki uygulamaya da yer verilecek şekilde açıklanmıştır.

1.5.3.1. Matematiksel Süreçler

PISA 2018 matematik değerlendirme çerçevesinin ağırlıklı alt boyutunu oluşturan matematiksel süreçler şu şekilde tanımlanmıştır (OECD, 2019a) :

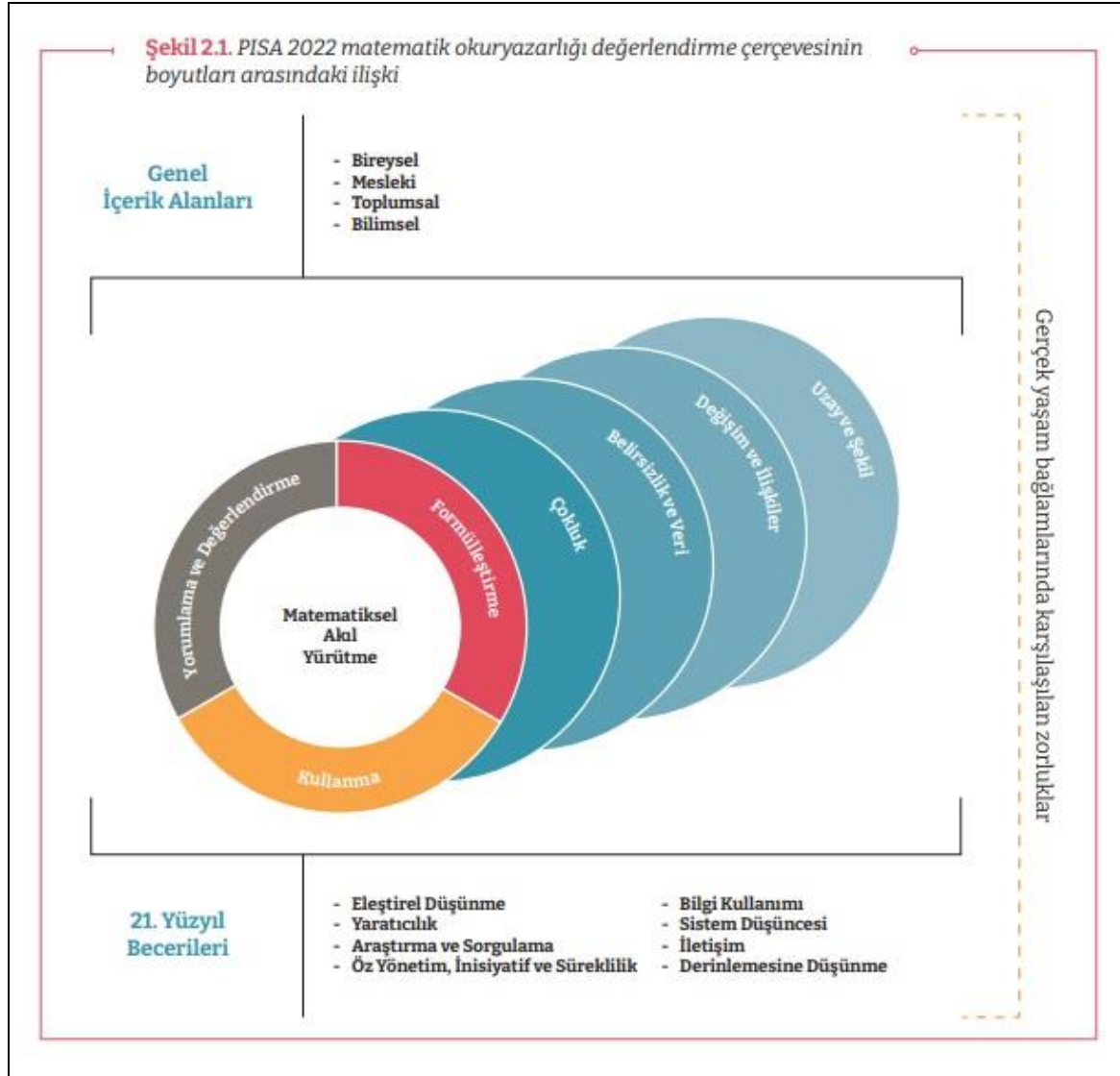
- Durumları matematiksel olarak formülleştirme
- Matematiksel kavram, olgu, süreçleri kullanma
- Matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme.

PISA 2018’ de yer alan iletişim, matematikleştirme, gösterim, akıl yürütme ve kanıt gösterme, problem çözme stratejisi tasarlama, sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma ve matematiksel araçları kullanma becerileri de matematiksel süreçlerin temelini oluşturan beceriler olarak tanımlanmıştır. PISA 2018 matematik okuryazarlığı modeli aşağıdaki resimde verilmiştir.



Resim 1.3. PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Modeli (PISA, 2018).

PISA 2022’ de ise PISA 2018 uygulamasındaki matematiksel süreçlere matematiksel akıl yürütme süreci de eklenmiş ve bu süreçlerin her biri için alt ölçekler geliştirilmiştir. Matematik testindeki her bir maddede bu süreçlerden biri yer almaktadır. Bu süreçler ile matematiksel ve genel içerik alanlarıyla 21. yüzyıl becerileri arasındaki ilişki aşağıdaki resimde verilmiştir.



Resim 1.4. PISA 2022 Matematik Okuryazarlığı Değerlendirme Çerçevesinin Boyutları Arasındaki İlişki (PISA, 2022).

Araştırmada esas alınan PISA 2018 matematik değerlendirme çerçevesindeki matematiksel süreçler, PISA 2022’ deki güncellenmiş şekliyle aşağıda açıklanmıştır.

Matematiksel Akıl Yürütme:

Matematiksel düşünme de denilebilecek matematiksel akıl yürütme süreci, gerçek problem durumlarındaki matematiksel yapının tanınması, kavramsallaştırılması ve mantık yürütülerek çözüme yönelik matematiksel kavramların ve araçların kullanılması kapasitesidir. Bilgi işlemsel düşünme becerisinin kullanımını, mantık yürütülerek sonuçlar çıkarmayı, çözüme yönelik strateji geliştirmeyi ve gerçek yaşamda çözümlerin uygulanabilirliğini anlamayı gerektirir. Akıl yürütme, problem çözme sürecinin

tamamını düşünmeyi gerektirdiğinden formülleştirme, kullanma ve yorumlama–değerlendirme süreçlerinden farklıdır (PISA, 2022).

Durumları Matematiksel Olarak Formülleştirme:

Bu süreçte, karşılaşılan problem matematiksel terimlerle formüleştirelerek net olarak tanımlanmış bir probleme dönüştürölür. Böylelikle çözüm için gerekli matematiksel araçlar kullanılabilir hale gelmiş olur (PISA, 2022).

Matematiksel Kavram, Olgü ve Süreçleri Kullanma:

Bu süreçte aritmetik hesaplamalar, denklem çözümü, varsayımlardan ve tablo-grafiklerden mantıksal çıkarımlarda bulunulması, simgesel düzenlemeler yapılması, uzamsal şekillerin gösterilmesi ve düzenlenmesi, verilerin analiz edilmesi gibi becerilerin ortaya koyulması gerekir (PISA, 2022).

Matematiksel Çıktıları Yorumlama, Uygulama ve Değerlendirme:

Bu süreçte yapılmış olan çözümler, ortaya konmuş çıkarımlar ve ulaşılmış sonuçlar çözülmeye çalışılan problem bağlamında ele alınıp, bunların anlamı üzerine düşünölür, yorumlanıp, değerlendirilir (PISA, 2022).

1.5.3.2. Matematiksel İçerik Alanları

PISA 2018 matematik değerlendirme çerçevesinin bir diğer alt boyutu olan matematiksel içerik alanları şu şekilde tanımlanmıştır (PISA, 2018) :

- Değişim ve ilişkiler
- Uzay ve şekil
- Çokluk
- Belirsizlik ve veri

PISA 2022’ de her bir içerik alanı için bir alt ölçek geliştirilmiştir (PISA, 2022). Araştırmada esas alınan PISA 2018 matematik değerlendirme çerçevesindeki içerik alanları PISA 2022’ deki güncellenmiş şekliyle aşağıda açıklanmıştır.

Değişim ve İlişkiler:

Değişim ve ilişkiler konusu; değişimi tanımlamak ve tahmin etmek için uygun matematiksel modelleri kullanmak amacıyla temel değişim türlerini anlamak ve ne zaman meydana geldiklerini fark etmek gibi alt eylemleri ve konuları içerir. Uygun

fonksiyonların ve denklem/ eşitsizliklerin yanı sıra ilişkilerin simgesel ve grafiksel gösterimleri arasında oluşturma, yorumlama ve dönüştürme işlemleri de bu kategoriye dâhildir.

Uzay ve Şekil:

Uzay ve şekil konusu; örüntüler, nesnelerin özellikleri, mekânsal görselleştirmeler, konumlar ve yönelimler, nesnelerin gösterimleri, görsel bilginin çözümlenmesi ve kodlanması, gerçek şekillerle navigasyon ve dinamik etkileşimin yanı sıra gösterimler, hareket, yer değiştirme ve uzaydaki eylemleri tahmin etme becerilerini içerir.

Çokluk:

Sayı algısı, tahmin, sayısal olarak ifade etme, çeşitli sayısal gösterimlerin anlaşılması ve bunları esas alan yorumların ve argümanların değerlendirilmesini gerektirir.

Belirsizlik ve Veri:

Değişkenliğin sayısal şekilde ifadesi, çıkarımlardaki belirsizlik ve hatanın kabulü, belirsizlik durumlarındaki sonuçların biçimlendirilmesi, yorumlanması ve değerlendirilmesi, verilerin sunumu ve yorumlanması, olasılığın temel konuları bu alan içindedir.

1.5.3.3. Genel İçerik Alanları

PISA 2018 matematik değerlendirme çerçevesinin bir diğer alt boyutu da matematiksel becerilerin farklı alanlarda ölçülebilmesine imkan veren genel içerik alanları olup bu alanlar aşağıda verilmiştir:

- Kişisel
- Mesleki
- Toplumsal
- Bilimsel

PISA 2022' de de önceki döngülerde kullanılan genel içerik alanları kullanılmıştır. Araştırmada esas alınan PISA 2018 matematik değerlendirme

çerçevesindeki genel içerik alanları PISA 2022'deki güncellenmiş şekliyle aşağıda açıklanmıştır.

Kişisel: Bireyin kendisi, ailesi veya arkadaş grubuyla ilgili etkinliklere yer verilir (alışveriş, boş zaman etkinlikleri gibi).

Mesleki: İş hayatıyla ilgili durumlara yer verilir (malzeme maliyeti, kalite-kontrol, tasarım gibi).

Toplumsal: Bireyin içinde bulunduğu toplumla ilgilidir (oy kullanma, toplu taşıma, ekonomi gibi).

Bilimsel: Matematiğin hayata uygulaması, bilimsel ve teknolojik konuları içerir (iklim, genetik, uzay bilimi gibi) (PISA, 2022).

1.5.4. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri

PISA' da öğrenci başarılarının daha net bir şekilde ölçülüp değerlendirilebilmesi için, öğrencilerin puanlarına göre başarabildiği ve başaramadığı davranışları belirten bir ölçek geliştirilmiştir. Bu ölçekte yeterlik düzeyleri, düzeylerdeki alt puanlar ve düzeylere göre öğrenci yeterlilikleri tanımlanmıştır. Araştırma kapsamında kullanılan PISA 2018 matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğinde 6 düzey belirlenmiş olup, bu ölçeğe verilerin analizi kısmında yer verilecektir. PISA 2022' de, PISA 2018 matematik okuryazarlığı ölçeği güncellenmiş ve (1a, 1b, 1c, 2, 3, 4, 5, 6 olmak üzere) 8 matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyi belirlenmiş olup, güncellenmiş düzeylere ait detaylı bilgi aşağıdaki tabloda yer almaktadır (OECD, 2019b; PISA 2022).

Düzyey	Alt Puan Limiti	Yeterlik Düzeyinde Bulunan Öğrencilerin Davranışları
6	669	Bu düzeydeki öğrenciler; soyut problemler üzerinde çalışabilir, çözüm geliştirmek için yaratıcılık ve esnek düşünme becerisi sergileyebilir. Örneğin verilen görevde belirtilmeyen bir işlemin alışılmış dışında bir bağlamda ne zaman kullanılabilceğini veya matematikte ilgili bir kavramın tam olarak anlaşılmasının yapacakları gereçlendirmenin bir unsuru olarak ne zaman gerekli olduğunu fark edebilir. Çözümlerinin bir bölümü olarak simülasyonları veya elektronik tabloları etkin bir şekilde kullanmak da dâhil olmak üzere farklı bilgi kaynakları ve bilgi gösterimleri arasında bağlantı kurabilir. Bu düzeydeki öğrenciler eleştirel düşünme yeteneğine sahiptir ve akıl yürütme becerilerini açık bir şekilde ifade etmek için kullandıkları simgesel ve biçimsel matematik işlemleri ve ilişkileri konusunda yetkinlik sahibidir. Bu öğrenciler, buldukları çözüm ve başlangıçtaki durumla ilgili olarak yaptıklarının uygunluğu üzerine derinlemesine düşünebilir.
5	607	Bu düzeydeki öğrenciler, var olan kısıtlamaları belirleyerek veya yeni kısıtlamalar getirerek ve varsayımları tanımlayarak karmaşık durumlar için modeller geliştirebilir ve bu modellerle çalışabilir. Daha zorlu görevlerle başa çıkmak için sistematik, iyi planlanmış problem çözme stratejileri uygulayabilir. Örneğin bir deneyin nasıl geliştirileceğine karar verebilir, en uygun işlemi kurgulayabilir veya görevde verilmeyen daha karmaşık görsellerle çalışabilir. Bu öğrenciler, çözümleri genellikle görevde açıkça belirtilmeyen matematiksel bilgileri bir araya getirmeyi gerektiren problemleri çözme konusunda ileri düzeyde beceri gösterir. Bu düzeydeki öğrenciler çalışmalarını üzerinde derinlemesine düşünür ve matematiksel sonuçları gerçek dünya bağlamında değerlendirir.
4	545	Bu düzeydeki öğrenciler, bazen iki değişken içeren karmaşık somut durumlarda açıkça tanımlanmış modellerle etkili bir şekilde çalışabilir ve daha karmaşık bir bilgi işlemsel düşünme yaklaşımı kullanarak oluşturdıkları tanımlanmamış modellerle çalışma becerisi gösterebilir. Bu öğrenciler, verilen bilgilerden hesaplama yapmak mümkün olmadığında nitel yargılarda bulunarak bir sonucun akla uygunluğunu değerlendirmek gibi eleştirel düşünme boyutlarıyla meşgul olmaya başlar. Simgesel veya grafiksel gösterimler de dâhil olmak üzere farklı bilgi gösterimlerini seçip bütünleştirebilir ve bunları gerçek yaşam durumlarının özellikleriyle doğrudan ilişkilendirebilir. Bu düzeyde öğrenciler yorumlarına, akıl yürütmelerine ve metodolojilerine dayalı açıklamalar ve argümanlar oluşturabilir ve bunları sunabilir.
3	482	Bu düzeydeki öğrenciler, bilindik kavramların anlaşılmasında aşamalı karar verme becerisi veya esneklik gerektiren stratejiler de dâhil olmak üzere çözüm stratejileri geliştirebilir. Bu öğrenciler, çözüm stratejilerini geliştirmek için bilgi işlemsel düşünme becerilerini kullanmaya başlar. Tamamı problem cümlesinde açıkça belirtilmeyen farklı ancak standart hesaplamaların yapılmasını gerektiren birkaç görevi çözebilir. Uzamsal görselleştirmeyi bir çözüm stratejisinin bileşeni olarak kullanabilir veya göreve uygun verileri toplamak için bir simülasyonun nasıl kullanılacağını belirleyebilir. Bu düzeydeki öğrenciler; farklı bilgi kaynaklarına dayalı gösterimleri yorumlayabilir ve kullanabilir, iki yönlü bir tablo kullanarak koşullu karar verme de dâhil olmak üzere doğrudan bu gösterimlerden yola çıkarak akıl yürütebilir. Genellikle yüzdeleri, kesirleri ve ondalık sayıları kullanma ve orantısız ilişkilerle çalışma becerisi sergiler.
2	420	Bu düzeydeki öğrenciler, çözüm stratejilerinin bir bileşeni olarak tek değişken içeren basit simülasyonlar kullanmak da dâhil olmak üzere problemleri çözmek için basit stratejiler tasarlamaları gereken durumları fark edebilir. İki yönlü tablolar, grafikler veya üç boyutlu nesnelerin iki boyutlu gösterimleri gibi biraz daha karmaşık gösterim biçimlerini kullanan bir veya daha fazla kaynaktan ilgili bilgileri çıkarabilir. Bu öğrenciler, fonksiyonel ilişkiler konusunda temel bir anlayışa sahiptir ve basit oranlar içeren problemleri çözebilir. Bu öğrencilerin sonuçlar hakkında gerçekçi yorumlar yapabilme becerileri vardır.
1a	358	Bu düzeydeki öğrenciler, gerekli tüm bilgilerin mevcut olduğu ve soruların açıkça tanımlandığı basit bağlamları içeren soruları yanıtlayabilir. Bilgiler çeşitli basit formatlarda sunulabilir ve öğrencilerin ilgili bilgileri bulup çıkarmak için aynı anda iki kaynaktan çalışması gerekebilir. Bazen bir problemi çözmek için rutin bir işlemin birden fazla tekrarlanmasını gerektirebilen açık durumlarda direkt olarak verilen yönergelerle göre basit, rutin işlemleri gerçekleştirebilir. Öğrenciler anlaşılır olan veya çok az bilgi sentezi gerektiren eylemleri gerçekleştirebilir ancak tüm durumlarda bu eylemler verilen uyarıcıları net bir şekilde takip eder. Bu düzeydeki öğrenciler, çoğunlukla tam sayıları içeren problemleri çözmek için temel algoritmaları, formülleri, işlemleri veya kuralları kullanabilir.
1b	295	Bu düzeydeki öğrenciler; ihtiyaç duyulan tüm bilgilerin basit bir gösterimle (ör. tablo veya grafik) açıkça verildiği, anlaşılması kolay bağlamları içeren sorulara yanıt verebilir, gerektiğinde bazı bilgilerin gereksiz olduğunu ve soruların belirli bir soru açısından göz ardı edilebileceğini fark edebilir. Kısa, söz dizimsel olarak basit bir metinle tanımlanmış, açıkça belirtilmiş yönergeleri takip ederek tam sayılarla basit hesaplamalar yapabilir.
1c	233	Bu düzeydeki öğrenciler; ilgili tüm bilgilerin basit, tanıdık bir formatta (ör. küçük bir tablo veya resim) açıkça verildiği ve çok kısa, söz dizimsel olarak basit bir metinde tanımlandığı, anlaşılması kolay bağlamları içeren sorulara yanıt verebilir. Tek bir adımı veya işlemi açıklayan net bir yönergeyi takip edebilir.

Resim 1.5. Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeylerinin Özeti (PISA, 2022).

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Bu bölümde araştırmaya yönelik literatür taramasına ve araştırma bağlamında önemli görülen bazı çalışmaların özetlerine yer verilecektir.

Literatür incelendiğinde, matematik okuryazarlığı ile ilgili olarak: Yeğit (2019), 5. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeylerini incelemiştir. Altun vd. (2018), 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı beceri düzeylerini incelemişler ve öğrencilerin zorlandıkları beceri düzeylerini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Demir ve Altun (2018), matematik okuryazarlığı soru yazma süreç ve becerilerinin gelişimini incelemişlerdir. Taşkın vd. (2018), altıncı sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısına etkisini araştırmışlardır. Altun ve Bozkurt (2017), matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisinde bulunmuşlardır. Dinçer vd. (2016), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı öz- yeterlik algıları ile matematik öğretimi yeterlik inanç düzeylerini incelemişlerdir.

Bu çalışmaların yanı sıra, Kabael ve Barak (2016), ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlık becerilerini PISA soruları üzerinden incelemişlerdir. Gürbüz (2014), PISA matematik okuryazarlık öğretiminin PISA sorusu yazma ve matematik okuryazarlık düzeyleri üzerine etkisini incelemiştir. Uysal ve Yenilmez (2011), 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeylerini belirlemişler ve öğrencilerin bu düzeylere dağılımlarının çeşitli değişkenler ile ilişkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Özgen ve Bindak (2008), matematik okuryazarlığı öz- yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi çalışması yapmışlardır.

Literatürde PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre: Türkiye ve Kanada'ya ait 8. sınıf ders kitaplarının incelendiği ve karşılaştırıldığı (Çankal Çetmili, 2024), LGS sorularının değerlendirildiği (Aydına, 2022; Köksal, 2022) ve yedinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı becerilerinin ortaya koyulduğu (Kır, 2023) çalışmaların yapıldığı görülmüştür.

PISA matematik yeterlik ölçeğine göre ortaokul ders kitaplarındaki soruların incelendiği araştırmalara bakıldığında: 5., 6., 7. ve 8. sınıf ortaokul matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarının (Al Cihan, 2023; İskenderoğlu ve Baki, 2011;

Öngel, 2023; Sarıkaya ve Yenilmez, 2023; Şaban, 2019; Şahin, 2022), 8. sınıf matematik Türkiye ve Singapur ders kitaplarının (Baltacı ve Biber, 2021) ve LGS çalışma kitabında yer alan soruların (Altuntaş, 2023) incelendiği görülmüştür.

PISA matematik yeterlik ölçeğine göre lise ders kitaplarındaki soruların incelendiği araştırmalara bakıldığında ise 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki sorular (Tarku, 2022) ile 11. ve 12. sınıf temel düzey matematik ders kitaplarındaki soruların (Karataş, 2019) incelendiği çalışmaların yapıldığı görülmüştür.

PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre liseye geçiş sınavlarındaki soruların incelendiği araştırmalara bakıldığında: 2008- 2013 yılları arasında uygulanan SBS matematik sorularının (İskenderoğlu vd., 2013), 2018 ve 2019 yıllarında uygulanan Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınav sorularının (Öztürk ve Masal, 2020) ve 2018- 2022 yılları arasında uygulanan LGS matematik sorularının (Gümüş, 2023; İlhan, 2023) incelendiği görülmüştür.

Bunların dışında ders kitaplarının, PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelendiği (Şirin, 2019), PISA 2013 belirsizlik ölçeğine göre incelendiği (Seis, 2011), PISA değişim ve ilişkiler ölçeğine göre incelendiği (Yıldırım, 2019), PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelendiği (Şirin ve Yıldız, 2020) çalışmalar ve ders kitapları ile LGS sorularının PISA temsil yeterliğine göre incelendiği (Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2021) çalışmalar da bulunmaktadır. Aşağıda bazı kaynaklar ile ilgili kısa özetlere yer verilmiştir.

2.1. Matematik Okuryazarlığı ve PISA ile İlgili Çalışmalar

Çankal Çetmili (2024), Türkiye ve Kanada’ da kullanılan 8. sınıf matematik ders kitaplarını PISA matematik çerçevesine göre karşılaştırmalı olarak analiz etmeyi amaçlamıştır. Bu ülkelerde yaygın olarak kullanılan ders kitaplarından birer tane seçilmiş ve doküman incelemesi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda Türkiye ders kitabındaki sorularda çoğunlukla, içerik alanına göre nicelik ve uzay ile şekil alanına, matematiksel süreçlere göre uygulama sürecine, bağlama göre ise bilimsel bağlama yer verildiği belirtilmiştir. Kanada ders kitabındaki sorularda ise en çok, içerik alanına göre nicelik alanına, matematiksel süreçlere göre uygulama sürecine, bağlama göre de bilimsel bağlama yer verildiği belirtilmiştir. Ayrıca PISA değerlendirme çerçevesi kategorilerine göre Kanada ders kitabındaki soruların dağılımlarının daha

dengeli olduğu ifade edilmekle birlikte, bu kitaptaki farklı matematiksel süreçlerin kullanıldığı soru sayısındaki fazlalığa ve soru çeşitliliğine dikkat çekilmiş, Türkiye ders kitabındaki soruların dağılımlarının düzenlenmesi ve çeşitlendirilmesine yönelik önerilerde bulunulmuştur.

San Martin Soares (2024), Brezilya' nın eğitim sisteminin uluslararası standartların gerisinde kaldığına ve öğrencilerin beşte ikisinin matematik, fen ve okuma alanında minimum yeterlik seviyesinin altında puan aldıklarına değinmiş ve yaptığı çalışmada en önemli yordayıcıları belirlemeyi ve bunların PISA 2018 matematik, fen ve okuma testlerinde yeterlilik üzerindeki etkilerini yorumlamayı amaçlamıştır. Çalışmada bir makine öğrenimi yöntemi olan rastgele orman analizi kullanılarak yordayıcıların önemi karşılaştırılmış, ardından çok düzeyli lojistik regresyon analizleri ile en önemli belirleyiciler ile sonuçlar arasındaki ilişki araştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda belirlenen en önemli yordayıcılar arasında yıllık hane geliri, ebeveynlerin en yüksek mesleki statüsü ve erken çocukluk eğitimi ve bakımı matematik, fen ve okuma yeterliliği ile pozitif ilişkiliyken, sınıf tekrarı ve ek öğretimin bu sonuçlarla negatif ilişkili olduğu belirtilmiştir. Brezilyalı politika yapıcılar ile eğitimcilere erken çocukluk programlarını güçlendiren, sınıf tekrarını en aza indiren ve etkili öğrenme stratejilerini teşvik eden girişimlere öncelik vermeleri önerilerinde bulunulmuştur.

Kır (2023), yedinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı becerilerini PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışma bir özel durum çalışması olup, veriler bir devlet okulunda öğrenim gören 25 yedinci sınıf öğrencisinin, araştırmacının PISA örnek sorularını dikkate alarak hazırlamış olduğu Matematik Okuryazarlığı Testine verdikleri cevapların incelenmesiyle toplanmış ve PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin içerik alanlarına göre en çok belirsizlik ve veri içerik alanında, matematiksel süreçlere göre de en çok formüle etme sürecinde başarılı oldukları belirtilmiştir. Öğrencilerin soruları çözerken temsil, akıl yürütme, kanıt gösterme, matematikleştirme ve iletişim becerilerini kullandıkları belirtilmiştir.

Kusmaryono ve Kusumaningsih (2023), çalışmalarında (a) öğrencilerin matematik okuryazarlık becerilerini PISA testinde test etmeyi ve sonuçları OECD ülkelerindeki ortalamaların toplamını kullanarak karşılaştırmayı; (b) PISA testinde öğrencilerin matematiksel yeterlilikleri, kesinlikleri ve matematik okuryazarlığı becerilerine ilişkin benlik algıları arasındaki ilişkiyi incelemeyi; ve (c) okulda matematik öğretiminin

uygulanması ile PISA testinde ölçülen matematik okuryazarlığı arasında var olan boşlukları analiz etmeyi amaçlamışlardır. Çalışma karma bir yöntem olarak tasarlanmış ve çalışmanın verileri test prosedürleri, anketler ve görüşmeler yardımıyla toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, elde edilen genel puan ortalamasının OECD ortalamasının altında olduğu, genel olarak katılımcıların sadece 2. seviye matematik yeterliğine ulaştıkları, matematiksel becerilerle matematiksel yeterlik, kesinlik ve benlik algısı arasında anlamlı bir ilişki bulunduğu belirtilmiştir. Ayrıca PISA ile ölçülen matematik okuryazarlığının okuldaki öğretmenlerin matematik öğrenme başarısını ölçmesinden farklılaştığı bir boşluğun, uygulama düzeyinde bir farkın söz konusu olduğu ifade edilmiş; sadece problem çözme prosedürlerini vurgulayan öğretimin düşük matematiksel yeterliği etkilediği ve öğrencilerin PISA matematik testiyle başa çıkmaları için yeterince yararlı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Aksu vd. (2022), çalışmalarında OECD tarafından düzenlenen PISA 2015 sınavından elde edilen veriler aracılığıyla, araştırmaya katılan Singapur, Japonya, Norveç, ABD, Türkiye ve Dominik Cumhuriyeti'nden farklı yeterlik seviyelerinde olan öğrencilerin matematik okuryazarlık düzeyleri ve matematik okuryazarlık düzeylerini etkileyen değişkenleri veri madenciliği kullanarak analiz etmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonucunda Japonya dışındaki ülkelerin matematik okuryazarlığını etkileyen değişkenlerin sosyoekonomik durum endeksi olduğu, Japonya için ise matematik öğrenme süresi ve baba eğitim düzeyi olduğu tespit edilirken, farklı yeterlik düzeyindeki ülkeler için matematik okuryazarlığını etkileyen değişkenler arasında farklılaşma görülmüştür.

Aydına (2022), 2018- 2022 yılları arasında uygulanan LGS sınavlarındaki matematik bölümü sorularını PISA matematik okuryazarlığı değerlendirme kriterlerine göre değerlendirmeyi amaçlamıştır. Doküman analizi yöntemiyle toplanan veriler, betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularında içerik alanlarına göre uzay ve şekil öğrenme alanıyla ilgili soru sayısının fazla olduğu, gerçek yaşam bağlamındaki sorulara yeterince yer verilmediği, matematiksel süreçlere göre de akıl yürütme ve değerlendirme sorularına ağırlık verildiği belirtilmiştir. Araştırmanın sonucunda LGS matematik sorularının dengeli bir dağılıma sahip olmadığı belirtilerek, soruların PISA matematik okuryazarlığı değerlendirme kriterleri göz önüne alınarak dengeli olarak dağılımının sağlanması önerisinde bulunulmuş ve bu şekilde sınavın matematik okuryazarlığı ayırt ediciliğinin artırılacağı ifade edilmiştir.

Köksal (2022), 2021 LGS matematik sorularını 2021 PISA matematik çerçevesine göre matematik eğitimi alanında uzmanların, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının görüşlerine göre incelemeyi amaçlamıştır. Sorular önce alan uzmanlarınca sınıflandırılmış, ardından anket aracılığıyla öğretmen ve öğretmen adaylarının görüşleri alınmıştır. Araştırmanın sonucunda, konu alanlarına göre en çok nicelik konu alanına, matematiksel süreçlere göre en fazla kullanma sürecine ve en az formüle etme sürecine, günlük hayat bağlamları açısından da en çok bilimsel bağlama yer verildiği belirtilmiştir.

Özbal (2022), LGS matematik soruları ile PISA matematik sorularını karşılaştırarak benzerlik ve farklılıkları ortaya koymayı amaçlamıştır. 2017- 2018 eğitim öğretim yılından 2020- 2021 eğitim öğretim yılına kadar uygulanan LGS matematik soruları ile 2000- 2003- 2006 ve 2012 yıllarında uygulanmış olan PISA matematik soruları, yenilenmiş Bloom Taksonomisinin bilgi birikimi boyutu ve bilişsel süreç boyutuna göre doküman incelemesi yöntemiyle incelenmiş, betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, LGS ve PISA sorularının bilgi birikimi boyutuna dağılım oranlarında farklılıklar görülmekle birlikte, iki sınavın sorularının tamamının bu boyutta bulunan kavramsal ve işlemsel bilgi kategorilerinde olduğu, PISA' da kavramsal bilgi boyutundaki sorulara daha fazla yer verilirken, iki sınavda da işlemsel bilgi boyutundaki sorulara daha çok yer verildiği belirtilmiştir. Bilişsel süreç boyutunda tüm sorular anlama, uygulama ve çözümleme basamaklarında yer alırken, iki sınavda da sorular en çok uygulama basamağında yer almaktadır. Soruların anlama ve çözümleme basamaklarına dağılım oranları farklılık göstermektedir.

Pulkkinen ve Rautopuro (2022), Finlandiya' da PISA performansı ile okul başarısı arasındaki ilişkiyi inceledikleri çalışmalarında, Finlandiya PISA 2015 ve 2018 verilerini ulusal eğitim kayıtları ile birlikte kullanmışlar ve PISA performansı ile okul başarısı arasında orta düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Araştırmada PISA yeterlilik düzeylerinin karşılık gelen okul notlarını yordadığı ve PISA yeterlilik puanlarının sadece ilgili notlarla değil, aynı zamanda diğer teorik derslerin notlarıyla da ilişkili olduğu, bunun da PISA testinin çok çeşitli okul başarılarını değerlendirdiğini gösterdiği ifade edilmiştir. Çalışmada sosyoekonomik durum, ebeveynlerin eğitim düzeyine ek olarak, ebeveynlerin mesleki durumlarını ve hane halkına sahip olma durumlarını tanımlamakla birlikte, cinsiyet ve sosyoekonomik durum kontrolünden sonra bile PISA yeterliliğinin notlarla ilişkili olduğu belirtilmiştir. Çalışmada PISA

performansının okuldaki başarıyı yordadığı gösterilmiştir. Yapılacak araştırmalarda PISA performansının lise ve yükseköğretimde öğrenme sonuçlarını nasıl öngördüğünü araştırmaya daha fazla odaklanılması önerisinde bulunulmuştur.

Cohen (2021), çalışmasında PISA 2015 sonuçlarına göre, İsrail ile Finlandiya eğitim sistemlerindeki öğrencilerin başarılarını karşılaştırmayı, İsrail eğitim sisteminin sorunlarını belirlemeyi ve onu iyileştirmek için dersler çıkarmayı amaçlamaktadır. Araştırmanın sonucunda matematikte öğrenci başarıları ile en güçlü pozitif korelasyona sahip faktörün İsrail için sosyal- kültürel- ekonomik durum ve ebeveyn eğitimi iken, Finlandiya için gelecekteki mesleğe yönelik öğrenci beklentileri ve sosyal- kültürel- ekonomik durum olduğu görülmüştür.

Kandeel (2021), çalışmasında Suudi öğrenciler arasındaki matematik yeterlik düzeylerini belirlemeyi ve bunları PISA 2018 sonuçlarına göre küresel olarak (B-S-J-Z- Çin) ve bölgesel olarak (Birleşik Arap Emirlikleri) birinci ülkenin öğrenci düzeyleriyle karşılaştırmının yanı sıra öğrencilerin sonuçlarını ve matematik yeterlik düzeylerini etkileyen bazı özellikleri tanımlamayı amaçlamıştır. Bu araştırmanın sonucunda Suudi ve Emirlik öğrencileri arasında matematik yeterliğinin düşük düzeylerde olup 0 ve 1. düzeylerde yoğunlaştığı, Emirlik öğrencilerinin düzeylerinin özellikle 3, 4 ve 5. düzeylerde Suudi öğrencilerden biraz daha yüksek olduğu, Çinli öğrenciler arasında ise matematik yeterliği düzeylerinin çok yüksek olduğu ve 5. ve 6. düzeylerde yoğunlaştığı görülmüştür. Çalışmada 3 veya 4 yaşında anaokuluna, 6 yaşında ilkokula başlayan öğrencilerin diğerlerine göre daha iyi sonuçlar elde ettiği ve matematik yeterlik düzeylerinin yüksek olduğu belirtilmiştir. Emirlik ve Çinli öğrencilerin genellikle 3 veya 4 yaşında anaokuluna kaydolduklarına, çok yüksek sayıda Suudi öğrencinin ise anaokuluna kaydolmadığına ve 7 yaşında ilkokula kaydolduğuna değinilerek bu durumun Suudi öğrencilerin PISA 2018' deki sonuçları ve matematik yeterlilik seviyeleri üzerinde önemli bir etkisi olabileceği ifade edilmiştir. Suudi Arabistan ve Birleşik Arap Emirlikleri gibi PISA testlerindeki başarısını artırmayı amaçlayan ülkelere, kız öğrencilere gösterilen ilgiyi artırmaya odaklanılması ve erkek öğrencilerin bu testlerin önemi konusunda eğitilmesi, sınavlarda ebeveynleri yüksek niteliklere sahip olan öğrencilerin seçilmesi ve daha düşük niteliklere sahip olan ebeveynlerin farkındalıklarının artırılması, sınavlara ülke içinde doğmuş olan öğrencilerin katılımının sağlanması, ebeveyn desteğinin artırılması, öğrencilerin yaşam memnuniyet düzeylerinin iyileştirilmeye çalışılması, öğrencilerin disiplinli olmaya teşvik edilmesi ve

öğrencilerin beklentilerinin seviyesini yükseltmeye odaklanılması önerilerinde bulunulmuştur.

Küçükgençay vd. (2021), 2017- 2018 ve 2018- 2019 eğitim öğretim yıllarında Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü tarafından yayımlanmış örnek matematik soruları ile 2018 ve 2019 yıllarında uygulanan LGS matematik sorularını, öğrenme alanları ve PISA 2012 çerçevesinde yer alan problemin bağlamı, problem durumunun doğası ve problem çözme süreçleri bakımından incelemeyi amaçlamışlardır. Doküman incelemesiyle toplanan veriler içerik analizine tabi tutulmuştur. Araştırmanın sonucunda, LGS matematik sorularında geometri ve ölçme öğrenme alanlarına ait sorular daha fazla bulunurken, Örnek sorularda en çok sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait soruların bulunduğu görülmüştür. Çoğu soruda öğrenme alanlarının iç içe olduğu, birden çok kazanımı ölçen sorulara rastlandığı, önceki sınav sistemlerine kıyasla soruların bağlamlarındaki çeşitliliğin ve üst düzey becerilerin ortaya koyulmasını gerektiren soru sayısının arttığı belirtilmiştir.

Şirin (2019), 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre dağılımlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada 7. sınıf ve 8. sınıf düzeylerinden birer tane matematik ders kitabı seçilmiş, bu kitaplar içerik ve ölçme ve değerlendirme olmak üzere iki bölüme ayrılmış ve bu bölümlerde ayrı ayrı PISA temel matematiksel becerilerinin dağılımları doküman incelemesi yöntemiyle incelenmiştir. İletişim, strateji oluşturma, temsil, sembol, matematikleştirme ve muhakeme olmak üzere altı temel matematik becerisinin her biri 0. ve 3. seviye arasında sınıflandırılmıştır. Araştırmanın sonucunda her iki ders kitabında da tüm becerilerde 0. ve 1. seviye sorulara ağırlık verildiği görülmüştür.

Yeğit (2019), 5. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma 5. sınıfta okuyan 20 öğrenciyle durum incelemesi yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere PISA uygulamasının uzay ve şekil, belirsizlik ve nicelik alanları kapsamında, 12 soruluk bir matematik okuryazarlık testi uygulanmış ve PISA uygulamasındaki puanlama sistemine göre değerlendirilmiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin en başarılı oldukları alan belirsizlik alanı iken, nicelik alanındaki sorularda zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin yalnızca %5' inin orta düzeyin üzerine çıkabildiği belirtilmiştir.

Altun vd. (2018), 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı beceri düzeylerini incelemeyi ve öğrencilerin zorlandıkları beceri düzeylerini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın verileri başarı olarak üç farklı seviyede olan 726 sekizinci sınıf öğrencisine, PISA sorularından oluşturulmuş 16 soruluk PISA Matematik Testi uygulanarak elde edilmiştir. Toplanan veriler betimsel olarak analiz edilerek ve varyans analizi uygulanarak, araştırmanın sonucunda öğrencilerin zorlandıkları soruların, ilişkilendirici ve yansıtıcı becerilerin ortaya koyulması gereken sorular olduğu ve bu zorlanmanın altında modelleme, matematiksel çıktıları yorumlayabilme ve matematiksel araçları kullanma yeterliklerindeki zayıflıklar olduğu tespit edilmiştir. Derslerde bağlamsal problemlere yer verilerek, öğrencilerin kendi düşüncelerini ortaya koyup savunabileceği ve tartışabileceği ortamların yaratılması önerisinde bulunulmuştur.

Murtiyasa vd. (2016), çalışmalarında sekizinci sınıf matematik ders kitabını PISA Çerçeve Programı açısından analiz etmeyi amaçlamışlardır. Araştırma sonucunda, ders kitabının içeriğinin PISA çerçevesi ile uyumlu olduğu, 1. yarıyılta değişim ve ilişki içeriği ağırlıkta iken, 2. yarıyılta mekân ve şekil içeriğinin ağırlıkta olduğu, ders kitabındaki sürecin, uygulama, akıl yürütme, eleştirel düşünme ve problem çözme içerdiği ve sorunlarda kişisel bağlamın hakim olduğu görülmüştür.

Uysal ve Yenilmez (2011), 8. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeylerini belirlemek ve öğrencilerin bu düzeylere dağılımlarının çeşitli değişkenler ile ilişkisini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırmaya 12 farklı okulun 8. sınıf öğrencileri arasından rastgele seçilmiş 1047 öğrenci katılmıştır. Veriler tarama modeli ile, PISA 2003 matematik soruları ve kişisel bilgi formu aracılığıyla toplanmış, frekans-yüzde değerleri ve ki- kare testi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeylerinin çoğunlukla üçüncü düzeyin altında olduğu belirtilmiştir. Düzeylere dağılımlarda bazı değişkenlerde anlamlı düzeyde ilişkiler bulunduğu ifade edilmiştir.

2.2. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeğine Göre Ders Kitaplarındaki Soruların İncelendiği Araştırmalar

Al Cihan (2023), ortaokul matematik ders kitaplarındaki geometri ve ölçme öğrenme alanı problemlerinin PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma PISA matematik sınavının uzay ve şekil alanı kapsamında gerçekleştirilmiş olup, 5., 6., 7. ve 8. sınıf seviyelerinin her birinden ikişer kitap seçilerek toplamda 8 kitaptaki sorular doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda üst düzey sorulara rastlanmazken, soruların genel olarak 1., 2. ve 3. düzeylerde bulunduğu, sınıf seviyesi arttıkça orta düzey soru sayılarının da arttığı belirtilmiştir.

Altuntaş (2023), LGS çalışma kitabındaki matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerine, içerik alanlarına ve öğretmen görüşlerine göre incelemeyi amaçlamıştır. Kitaptaki sorular doküman analizi ile incelenmiş, yarı yapılandırılmış görüşme sorularıyla öğretmenlerin görüşleri alınarak toplanan verilerin içerik analizi yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda PISA yeterlik düzeylerine göre 6. düzey soru bulunmazken, en çok sırasıyla 3. düzey ve 2. düzey sorulara, en az 1. düzey sorulara yer verildiği belirtilmiştir. Soruların PISA' daki içerik alanlarının tamamını içerdiği ancak bu alanlara eşit dağılım göstermediği, sorularda en çok değişim ve ilişkiler ile nicelik içerik alanına ait sorulara yer verilirken, en az uzay ve şekil içerik alanına yer verildiği görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin görüşlerine göre, soruların çoğunun 3. ve 4. düzeylerde bulunduğu belirtilmiş, üst düzey soru sayısının artırılması, açık uçlu sorulara yer verilmesi ve soruların içerik alanlarına dağılımlarının düzenlenmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Öngel (2023), ortaokul matematik ders kitaplarındaki soruları PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre incelemeyi amaçlamıştır. 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki sorular doküman incelemesi yöntemiyle incelemiş ve betimsel olarak analiz edilmiştir. Yeterlik düzeylerine göre, soruların büyük bir bölümü alt düzeyde yer alırken, 5., 6. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında en çok 2. düzey sorulara, 7. sınıf kitabında ise en çok 3. düzey sorulara yer verildiği görülmektedir. Sorular içerik, süreç ve bağlamlara göre incelendiğinde soruların alt boyutlara eşit dağılım göstermediği görülmüştür. İçerik alanlarına göre, 5., 6. ve 7. sınıf matematik ders kitaplarında en çok nicelik alanına yer verilirken, 8. sınıf kitabında en çok uzay ve şekil alanına yer verildiği

görülmektedir. Süreçlere göre, tüm kitaplarda en çok matematiği kullanma/ yürütme alanına yer verilmiştir. Bağlamlara göre ise 5. sınıf matematik kitabında en çok toplumsal, 6. sınıf kitabında en çok mesleki bağlama yer verilirken, 7. ve 8. sınıf kitaplarında en çok kişisel bağlama yer verilmiştir.

Sarıkaya ve Yenilmez (2023), ortaokul matematik uygulamaları ders kitaplarında bulunan soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini inceleyip, soruların düzeylere dağılımlarını belirlemeyi amaçlamışlardır. 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik uygulamaları kitaplarındaki toplam 319 soru doküman analizi ile incelenmiş ve betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda tüm kitaplarda her düzeye ait soru bulunmakta olup, 5. sınıf kitabında en çok orta düzey, 6. ve 7. sınıf kitaplarında en çok alt düzey, 8. sınıf kitabında ise en çok üst düzey sorulara yer verildiği görülmüştür.

Liu vd. (2022), çalışmalarında ders kitabı içeriklerini analiz ederek Çin matematik ders kitabı geliştirme yörüngesini incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda ilgi uyandırıcı stratejilere ders kitaplarında daha fazla yer verilirken, ezberciliğe yol açabilecek stratejileri kullanan metin içeriğinin genel olarak azaldığı görülmüştür. Öğrencileri öğrenmeye teşvik etmeye odaklanılarak ders kitaplarının yeniden düzenlendiği ve matematik eğitimi reformunun Çin’ de önemli farklılıklara sahip olan otuzdan fazla eyalette başarıyla uygulandığı belirtilmiştir.

Şahin (2022), ortaokul matematik kitaplarındaki Geometri ve Ölçme öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. 7. ve 8. sınıf matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarından toplam dört kitap belirlenerek bu kitaplardaki toplam 347 sorunun düzeyleri doküman incelemesi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda 7. ve 8. sınıf matematik kitaplarında en çok 3. düzey sorulara, 7. ve 8. sınıf matematik uygulamaları kitaplarında ise en çok 4. düzey sorulara yer verildiği görülmüştür. İncelenen kitaplarda 1., 5. ve 6. düzey soru sayısının yetersiz olduğu, matematik kitaplarında 2. düzey, matematik uygulamaları kitaplarında ise 3. düzey sorularının oldukça fazla olduğu belirtilmiştir. Matematik uygulamaları kitaplarındaki 5. düzey soru sayısının matematik kitaplarındakinden fazla olduğu görülmüştür.

Tarku (2022), 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruları PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde incelemeyi ve bu bağlamda ders kitaplarını değerlendirerek,

ders kitaplarının niteliğinin artırılmasına yönelik katkı sunmayı amaçlamıştır. Okullarda kullanılmakta olan iki 9. sınıf matematik ders kitabında bulunan sorular PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre, PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre ve soru tiplerine göre doküman incelemesi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda, içerik alanına göre soruların en çok uzay ve şekil, en az ise belirsizlik ve veriler kategorisinde bulunduğu, bağlama göre en çok bilimsel bağlam tercih edilirken, toplumsal bağlama neredeyse yer verilmediği, süreçlere göre soruların en çok matematiksel kavramlar, olgular, prosedürler ve muhakeme kullanma kategorilerinde, en az ise formüle etme kategorisinde bulunduğu belirtilmiştir. PISA yeterlik düzeylerine göre, incelenen sorularının %94,8' inin 2. ve 3. düzey sorulardan oluştuğu, üst düzey sorulara yer verilmezken, 4. düzey sorulara da oldukça az yer verildiği ifade edilmiştir. Üst düzey sorularda madde tipi olarak en çok örnek-çözüm ve açık uçlu madde tiplerinin kullanıldığı görülmüştür.

Baltacı ve Biber (2021), Türkiye ve Singapur 8. sınıf matematik ders kitaplarının geometri ve ölçme alanına ait sorularının PISA matematik yeterlik düzeylerini inceleyip, kitaplar arasında karşılaştırmalar yaparak verileri analiz etmeyi amaçlamışlardır. Türkiye ve Singapur' da kullanılmakta olan kitaplarda bulunan 621 soru doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda, Türkiye' nin 8. sınıf matematik ders kitabında üst düzey sorulara yer verilmezken, Singapur' un kitabında üst düzey sorulara yer verildiği, Türkiye' de kullanılan kitapta en çok 2. düzey sorular bulunmakta iken, Singapur' da kullanılan kitapta en çok 3. düzey soruların bulunduğu belirtilmiştir.

Wulandari ve Pujiastuti (2021), çalışmalarında ilköğretim beşinci sınıf matematik ders kitabındaki soruların matematik okuryazarlığı düzeylerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada bölüm sonlarında yer alan değerlendirme soruları doküman incelemesi yöntemiyle incelenmiş ve her düzeye yer verildiği görülmüştür. En çok 3. düzey (%44) sorulara yer verilirken, en az beşinci ve altıncı düzey sorulara (sırasıyla %4 ve %6) yer verildiği görülmüştür. Öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilebilmesi için 4. ve 6. düzey soruların geliştirilmesi önerisinde bulunulmuştur.

Yeğit (2020), Türkiye ve Almanya' da okutulmakta olan matematik ders kitaplarını matematik okuryazarlığı açısından incelemeyi ve karşılaştırmalar yapmayı amaçlamıştır. Çalışmada 5. sınıf kitaplarındaki ortak konular dikkate alınmıştır. Kitaplar

yapısal özellikler (konulara ayrılan sayfa sayıları, içerik düzeni, başlıklar ve başlıkların sıralanışı) yönünden yatay analiz çerçevesine göre, kitap içerikleri yönünden de matematik okuryazarlığı çerçevesine göre analiz edilmiştir. Sorular içerik ve değerlendirme olarak ele alınmış, içerik soruları yapılandırmacı yaklaşıma göre, değerlendirme soruları da matematiksel süreçler ve matematik okuryazarlık yeterliklerine göre doküman incelemesi yöntemi ile incelenmiştir. Yatay analiz sonucunda kitaplarda toplam ve konulara göre ayrılmış olan sayfa sayılarında, ana ve yardımcı yapıların sayı ve işleyişinde, içeriklerin oluşturulması ve konuların sıralanmasında sergilenen yaklaşımlarda farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. İçerik olarak ise, Almanya' ya ait kitapta daha fazla içerik sorusuna yer verildiği ve etkinlik kavramı açısından bu kitabın etkinlik kavramı özelliklerini daha fazla sağladığı görülmüştür. Değerlendirme bölümünde ise her iki kitapta da en çok alt düzey sorular yer almaktadır. Türkiye' ye ait kitapta üst düzey sorular bulunmazken, diğer kitapta üst düzey sorulara da yer verilmiştir. Matematiksel süreçler açısından Türkiye' ye ait kitapta yorumlamayla ilgili sorulara yer verilmezken, Almanya' ya ait kitapta üç sürece de yer verilmiştir. Ayrıca kitapların ikisinde de en çok kullanma sürecine ait sorular olduğu belirtilmiştir.

Karataş (2019), 11. ve 12. sınıf temel düzey matematik ders kitaplarındaki örnek ve soruların PISA matematik yeterlik düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. Her sınıf düzeyinden ikişer kitap seçilerek araştırmanın verileri doküman incelemesi yöntemi ile toplanmıştır. Sorular kitaplara, alt öğrenme alanlarına ve içerik ya da ölçme ve değerlendirme sorusu olmalarına göre sınıflanarak düzeyleri belirlenmiştir. İçerik ve ölçme ve değerlendirme sorularının ve düzeylerinin, kitaplara ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımları verilmiştir. Araştırmanın sonucunda örnek ve soruların düzeylere uygun dağılım göstermediği, 3. ve 4. düzeylerde yoğunluk görüldüğü, 2. düzey sorulara yeterince yer verilirken, 1. ve 5. düzey sorulara yeterince yer verilmediği, 6. düzey soruların ise neredeyse bulunmadığını belirtmiştir.

Şaban (2019), 6- 8. sınıf matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarındaki cebir alt öğrenme alanına ait soruların PISA matematik yeterlik düzeylerini inceleyerek farklı sınıf seviyelerine göre soruların düzeylerinin ve dağılımlarının değişimini izlemeyi amaçlamıştır. Araştırma PISA matematik sınavının değişim ve ilişkiler alanı kapsamında gerçekleştirilmiş olup, her sınıf düzeyinden ikişer kitap seçilerek doküman incelemesi yöntemiyle sorular incelenmiştir. Araştırmanın

sonucunda soruların büyük bir kısmının alt düzeylerde yer aldığı, üst düzey sorulara yalnız matematik uygulamaları kitaplarında yer verildiği ve sınıf seviyesinin artışına bağlı olarak soruların zorluk düzeylerinin arttığı belirtilmiştir.

İskenderoğlu ve Baki (2011), 8. sınıf matematik ders kitabındaki soruları PISA matematik yeterlik düzeylerine göre sınıflandırmayı amaçlamışlardır. Kullanımda olan bir kitaptaki sorular incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda sorularda tüm düzeylere yer verilmediği, ünitelere göre yeterlik düzeylerinin farklılık gösterdiği, kitapta 1., 2., 3. ve 4. düzey sorular bulunurken 2. düzey soruların ağırlıklı olduğu belirtilmiştir.

2.3. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeğine Göre Liseye Geçiş Sınavlarındaki Soruların İncelendiği Araştırmalar

Gümüş (2023), LGS matematik sorularının öğrenme alanlarına ve PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerine göre dağılımını ortaya koymayı amaçlamıştır. 2018- 2022 yılları arasında uygulanan LGS matematik soruları doküman analizi yöntemiyle incelenmiştir. Sonuç olarak soruların 2. ve 3. düzeyde yoğunlaştığı, en çok 4. düzey sorular bulunurken, üst düzey sorulara ise yer verilmediği belirtilmiştir. Soruların sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme ve olasılık öğrenme alanlarına dağılımlarının öğretim programındaki kazanım yoğunluğuyla genel olarak uyumlu olduğu ancak kazanımların işlenme süresi açısından uyumlu olmadığı belirtilmiştir.

İlhan (2023), 2018- 2021 yılları arasında uygulanan liselere geçiş sistemi matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelemeyi amaçlamıştır. Sorular doküman analizi yöntemiyle analiz edilmiş ve araştırmanın sonucunda, soruların en çok 3. düzeyde yer aldığı, 2018, 2019 ve 2020 yıllarında 3. düzeyi 2. düzey takip ederken, 2021 yılında ise 3. düzeyi 4 düzeyin takip ettiği belirtilmiştir.

Öztürk ve Masal (2020), 2018 ve 2019 yıllarında uygulanan Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınavda yer alan matematik sorularını PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerine göre sınıflandırmayı amaçlamışlardır. PISA matematik yeterlik ölçeğine göre doküman analizi ile yapılan sınıflama sonucunda, iki sınavda da soruların 2. düzeyde yoğunlaşmakla birlikte

düzeylerin tamamının kapsanmadığı, 2018 yılında üst düzey sorulara yer verilmezken, 2019 yılında ise üst düzey olarak bir tane 5. düzey soruya yer verildiği belirtilmiştir.

İskenderoğlu vd. (2013), 2008- 2013 yılları arasında uygulanan SBS matematik sorularını PISA yeterlik ölçeğine göre incelemeyi amaçlamışlardır. Verilerin doküman incelemesi yöntemiyle toplandığı çalışmanın sonucunda, soruların genellikle 2., 3. ve 4. düzeylerde yer aldığı, 5. düzeye 1 soruyla yer verilirken, 6. düzey sorulara yer verilmediği belirtilmiştir. SBS sorularının tüm düzeylerden sorulara yer verilerek hazırlanması önerisinde bulunulmuştur.



3. MATERİYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın verisi, veri kaynağı dokümanlar ve verinin toplanması, verilerin analizi, örnek veri analizi ve araştırmanın niteliğine ilişkin bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın amacı ve belirlenen alt problemler doğrultusunda verilerin toplanması ve analizi sürecinde, nicel olarak derinlemesine analiz yapılması mümkün görülmediğinden, verilerin nitel olarak irdelenmesinin daha uygun olacağı düşünülmüştür.

Bu çalışmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Doküman analizinde ele alınan dokümanlar bilimsel temellere uygun şekilde incelenir (Kıral, 2020). Belgesel tarama (doküman analizi) mevcut belgeler ile kayıtlardan verilerin toplandığı bir tekniktir (Karasar, 2020).

Nitel araştırmalarda veriler yalnızca dokümanlardan elde edilebildiği gibi, doküman analizi, gözlem ve görüşme gibi yöntemlerle birlikte kullanıldığında veri çeşitliliği açısından araştırmanın geçerliğini artırılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Doküman analizi belgelerin sistematik bir şekilde derinlemesine araştırılmasını içerir ve çalışmada veriler sayısal olarak saptanırsa, verilerle sayısal analizler yapılabilir (Sönmez ve G. Alacapınar, 2019).

3.2. Araştırmanın Verisi, Veri Kaynağı Dokümanlar ve Verinin Toplanması

Bu bölümde araştırmanın veri kaynakları, veri kaynaklarına ilişkin açıklamalar ve verilerin toplanması üzerinde durulacaktır.

3.2.1. Araştırmanın Verisi

Bu çalışmada Milli Eğitim Bakanlığı'na (MEB) bağlı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü (YEĞİTEK) tarafından tasarlanan ve işletilen Eğitim

Bilişim Ağı (EBA) platformunda, Ortaöğretim Genel Müdürlüğü (OGM) Öğretim Materyalleri ve İçerik Geliştirme Daire Başkanlığı' nın OGM MATERYAL web adresinde yayınlanan ve tüm öğrenci, öğretmen ve velilerin erişimine açık kitaplar olan (1) Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı, (2) Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı, (3) 3 Adım AYT Matematik ve (4) Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı olmak üzere toplam dört kitap veri kaynağı olarak seçilmiş ve incelenmiştir.

2018- 2023 yılları arasında uygulanan Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) temel soru kitapçıkları ve cevap anahtarları da Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi Başkanlığı' nın (ÖSYM) web adresinde (<https://www.osym.gov.tr/>), Sınavlar kısmında herkesin erişimine açık olarak tüm kamuoyuyla paylaşılmaktadır. Türev alt öğrenme alanı kapsamında sorulmuş olan tüm sorulara buradan ulaşılabildiğinden konu ile ilgili yayınlanan tüm sorular araştırmanın veri setine dahil edilmiştir.

3.2.2. Veri Kaynağı Dokümanlara İlişkin Açıklamalar

Araştırmanın veri kaynağı dokümanlara (materyallere) ilişkin bilgiler Çizelge 3.1.' de verilmiştir.

Çizelge 3. 1. Materyalleri Tanıtıcı Bilgiler

Materyalin Adı	Yayın Bilgileri
Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı	T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı	T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
3 Adım AYT Matematik	MEB Yayınları • 7878 Yardımcı Kaynak Eğitim Materyali • 1806 2. Baskı ISBN 978-975-11-6000-3 Sertifika No:49461 MEB, 2022
Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı	T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
Üniversite Sınavı Soruları	T.C. Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı ile Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı OGM MATERYAL web adresinde, Etkileşimli Kitaplar kısmında yayınlanan ders kitaplarıdır. Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabında Hatırlatma, Bilgi Notu, Uyarı, Yönerge, Tanım, Özellik, Sonuç, Örnek, Çözüm, Konunun Tarihsel Gelişimi ve Tarihi Kişilikler, Alıştırmalar, Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarının olduğu görülmektedir. Türev alt öğrenme alanında ise Bilgi notu ve Yönerge dışındaki

tüm içerik yapılarına yer verilmiştir. Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabında alt öğrenme alanları kısaca tanıttıldıktan sonra konulara geçilmektedir. Konu içeriklerinde ise Bu Bölümde Neler Öğreneceksiniz?, Terimler ve Kavramlar, Hatırlatma, Tanım, Teorem, Sonuç, Örnek, Çözüm, Sıra Sizde, Konunun Tarihsel Gelişimi ve Tarihi Kişilikler, Alıştırmalar, Teknoloji, Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarının olduğu görülmektedir. Türev alt öğrenme alanında ise Hatırlatma dışındaki tüm içerik yapılarına yer verilmiştir. Her iki ders kitabında da bu içerik yapılarından Örnek, Alıştırmalar, Ölçme ve Değerlendirme, Sıra Sizde ve Teknoloji bölümlerinde öğrencilere soru yöneltilmiş olduğu görülmektedir. Bundan sonraki anlatımlarda içerik yapısı denildiğinde, öğrencilere soru yöneltilen bu içerik yapıları anlaşılmalıdır.

Ders kitaplarında Alıştırmalar, konularla ilişkili çıkarımlarda bulunmayı ve yorum yapmayı sağlayacak soruların; Sıra Sizde, konu aralarında sorulan soruların, Ölçme ve Değerlendirme de öğrenme alanındaki tüm konulara yönelik bilgilerin değerlendirildiği soruların bulunduğu bölümler olarak açıklanmıştır.

Her iki ders kitabında da boşluk doldurma, eşleştirme, açık uçlu, çoktan seçmeli ve üst düzey beceri sorularına yer verildiği görülmektedir. Her iki ders kitabında da kare kod ile video, animasyon, soru vb. kaynaklara ulaşılabilir. Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabında tüm soruların cevap anahtarı mevcutken, Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabında yalnız Ölçme ve Değerlendirme sorularının cevap anahtarına yer verilmiştir.

3 Adım AYT kitabı OGM MATERİYAL web adresinde (<https://ogmmateryal.eba.gov.tr/>), YKS Hazırlık kısmında yayınlanan bir soru bankası kitabıdır. Bu kitapta, her konuda 1. Adım, 2. Adım ve 3. Adım şeklinde, kolaydan zora doğru, soru sayıları 9 ile 12 arasında değişen, çoktan seçmeli sorulardan oluşmuş üç test yer almaktadır. 3. Adım testlerinde 2018- 2021 yılları arasındaki Alan Yeterlilik Testi (AYT) sorularına da yer verildiği görülmektedir. Testlerin cevap anahtarı bulunmakla birlikte, kare kod ile video çözümlerine de ulaşılabilir. Kitabın 3 Adım Mobil Soru Bankası şeklinde kullanımı da mümkündür.

Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı, yine OGM MATERİYAL web adresinde (<https://ogmmateryal.eba.gov.tr/>), Beceri Temelli Kitaplar kısmında, Beceri Temelli Etkileşimli Kitap olarak yer almaktadır. Bu kitapta farklı içeriklerdeki beceri temelli etkinliklerle, öğrencilerin bilgi ve becerilerini yeniden ve sürekli olarak kullanmaları yoluyla içselleştirmeleri ve gerçek hayatta kullanabilmeleri

hedeflenmektedir. Her etkinlikte etkinliğin numarası, ait olduğu konu ve kazanım bilgileri, alan becerileri, genel beceriler, etkinliğin ismi, amacı, etkinlik için önerilen süre, etkinliğin bireysel ya da grupta yapılacağı bilgisi ve hazırlayan bilgileri yer almaktadır. Kitap, bilgisayara indirilebildiği gibi, kitap üzerindeki kare kod yardımıyla etkinliklerin cevap anahtarları ve ilgili konu anlatım videolarına da ulaşılabilir. Kitabın kullanımı için, kullanım rehberi de mevcuttur.

AYT 2018 yılında uygulanmaya başlandığından, 2018- 2023 yılları arasındaki üniversite sınav soruları araştırmaya dahil edilmiş ve bu sorular ile cevaplarına da ÖSYM’ nin web adresinden (<https://www.osym.gov.tr/TR,25587/2023.html>) ulaşılmıştır. Ayrıca soruların çözüm videolarına OGM MATERYAL web adresinden (<https://ogmmateryal.eba.gov.tr/yks-cikmis-sorular>) ulaşılabilir.

Materyaller bundan sonraki anlatımlarda sadelik olması açısından aşağıdaki gibi kodlanarak kullanılacaktır:

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı	: OM12
Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı	: OFLM12
3 Adım AYT Matematik Kitabı	: 3 Adım AYT
Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı	: M12BTE
Üniversite Sınav Soruları	: ÜSS

3.2.3. Veri Kaynağı Dokümanlarda Yer Alan ve Veri Setine Dahil Edilen/ Edilmeyen Sorulara İlişkin Açıklamalar

Materyaller temin edildikten sonra materyallerdeki soru sayıları hesaplanmış ve aşağıda verilmiştir:

Çizelge 3. 2. Materyallerde Bulunan Soru Sayıları

Materyaller	Soru Sayısı	Alt Sorularla Birlikte İncelenen Toplam Soru Sayısı
OM12	330	429
OFLM12	198	346
3 Adım AYT	85	85
M12BTE	29	73
ÜSS	24	24
Toplam	666	957

Tüm materyallerde alt sorularla birlikte toplam 957 soru bulunmaktadır. Soru sayıları belirlendikten sonra, çözümlü olan sorular çözümleriyle birlikte incelenmiş, çözümü öğrenciye bırakılmış olan sorular da araştırmacı tarafından çözümlenmiştir. Sorun tespit edilen sorular alan uzmanı ile birlikte yeniden incelenmiş, sorunları tanımlanarak gruplanmış ve veri analiz sürecinin dışında bırakılmalarına karar verilmiştir.

Veri analizinin dışında bırakılan sorular; (1) farklı materyallerde tekrar eden sorular, (2) cevabı ya da çözümü hatalı verilenler ve (3) kurgusunda problem olan sorular şeklinde gruplanmıştır. (1) Farklı materyallerde tekrar eden sorularla ilgili açıklamalara aşağıda yer verilmiştir:

3 Adım AYT kitabında bulunan 17 üniversite sınavı sorusu bu kitabın kapsamının dışında tutularak 2018-2023 Yılları Arasındaki Üniversite Sınavı Soruları başlığı altında incelemeye alınmıştır.

OM12 kitabındaki 5.3.2.7. kodlu soru ile 3 Adım AYT kitabındaki 3.1.11. kodlu soru aynı olduklarından, bu sorulardan 3 Adım AYT kitabındaki soru tercih edilmiştir. Diğer kitaptaki soru, inceleme kapsamı dışında tutulmuştur.

OFLM12 kitabındaki 5.1.A.2.1.d. kodlu alt soru ile 5.1.A.2.1.e. kodlu alt sorular aynı olduklarından, bu sorulardan 5.1.A.2.1.d. kodlu alt soru kitap kapsamında incelemeye alınmış, diğeri kapsam dışında tutulmuştur.

OFLM12 kitabındaki 5.3.31. kodlu soru (Kemancı vd., (n.d), s. 315) ile 3 Adım AYT kitabındaki 3.2.8. kodlu sorular aynı olduklarından, bu sorulardan 3 Adım AYT kitabındaki soru tercih edilmiştir. Diğer kitaptaki soru, inceleme kapsamı dışında tutulmuştur. Farklı materyallerde tekrar eden sorulara örnek olması için bu soru iki farklı materyalde yer aldığı şekliyle Resim 3.1a. ve Resim 3.1b.' de paylaşılmıştır.

8. $f(x)=x^2 - x + 1$ parabolünün $A(3, 1)$ noktasına en yakın noktasının apsisi kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

Resim 3.1a. 3 Adım AYT- 3.2.8. Kodlu Soru (MEB, 2022, s.104)

ÖRNEK 31
$f(x)=x^2 - x + 1$ parabolünün $A(3, 1)$ noktasına en yakın noktasının apsisini bulunuz.

Resim 3.1b. OFLM12 Kitabındaki 5.3.31. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 315)

(2) Cevabı hatalı verilen sorularla ilgili açıklamalara aşağıda yer verilmiştir:

OM12 kitabındaki ÖD3.18. kodlu sorunun cevap anahtarındaki doğru yanıtı E seçeneği olarak görülmesine rağmen, doğru yanıt A seçeneğidir.

OFLM12 kitabındaki ÖD5.25.ç. kodlu ikinci mertebeden türev sorusunun cevap anahtarındaki doğru yanıtı, verilen fonksiyonun 2. mertebeden değil, 3. mertebeden türevine karşılık geldiğinden, cevap anahtarındaki yanıtın yanlış olduğu tespit edilmiştir.

3 Adım AYT kitabında 2.1.2. kodlu anlık değişim oranı sorusunun cevap anahtarındaki doğru yanıtı A seçeneği olarak görülmesine rağmen, doğru yanıt D seçeneğidir. Cevabı hatalı sorulara örnek olması için bu sorunun görseli verilen cevap ile birlikte aşağıda paylaşılmıştır.

2. $f(x) = \sqrt{x^3}$
fonksiyonu veriliyor.
Buna göre f fonksiyonunun $x = 1$ deki anlık değişim oranı kaçtır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2
Cevap: A

Resim 3.2. 3 Adım AYT- 2.1.2. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 95).

(2) Çözümü hatalı verilen sorularla ilgili açıklamalara aşağıda yer verilmiştir:

OFLM12 kitabındaki 5.2.20. kodlu yüksek mertebeden türev sorusunun çözümünde, verilen fonksiyonun 10. mertebeden türevinin alındığı işlem basamağında -10 çarpanının eklenmesi gerekmektedir.

M12BTE kitabındaki 5.2.E50. kodlu bileşke fonksiyonun anlık değişim hızı etkinliğinin 3. alt sorusunun çözümünde zincir kuralıyla işlem yapılması gerektiğinden verilen çözümün hatalı olduğu tespit edilmiştir.

M12BTE kitabındaki 5.2.E59. kodlu bileşke fonksiyonun anlık değişim oranı etkinliğinin 1. ve 3. alt sorularının çözümlerinde fazla kiloya bağlı anlık değişim oranlarının hesaplanması gereken işlemlerde, geçen süreye bağlı anlık değişim oranları hesaplandığından, verilen çözümlerin hatalı olduğu tespit edilmiştir.

M12BTE kitabındaki 5.3.E63. kodlu ekstremum noktaların belirlenmesi etkinliğinin 2. alt sorusunda, aracın ekstremum hızlara ulaştığı zamana ait hız değerlerinin toplamının ve çarpımının bulunması gerekirken, ekstremum hızlara ulaştığı zaman değerlerinin toplamı ve çarpımı bulunduğundan, verilen çözümün hatalı olduğu tespit edilmiştir. Çözümü hatalı sorulara örnek olması için bu etkinliğin görseli ilgili sorunun çözümüyle birlikte aşağıda paylaşılmıştır.

63

MATEMATİK 12



Ortaöğretim Genel Müdürlüğü

Türevin Uygulamaları Kazanım: 12.5.3.2. Bir fonksiyonun mutlak maksimum ve mutlak minimum, yerel maksimum, yerel minimum noktalarını belirler.

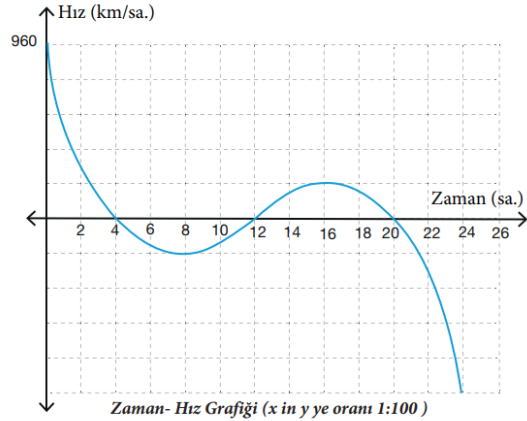
Alan Becerileri: İlişkilendirme Genel Beceriler: Problem çözme

Etkinlik İsmi	TEST UÇUŞU	🕒 15 dk.
Amacı	Bir fonksiyonun mutlak maksimum ve mutlak minimum; yerel maksimum ve yerel minimum noktalarını belirleyebilme.	👤 Bireysel



İnsansız hava aracı (İHA) üreten bir firma ürettiği aracın maksimum hızını ve menzilini (maksimum uzaklığı) belirlemek amacıyla test uçuşu gerçekleştirecektir. Bunun için aracın test noktasından çıkarak 24 saatlik uçuşun ardından yine aynı noktaya gelmesi hedeflenmektedir. Bu test uçuşları için İHA'nın zamana (sa.) bağlı konum (km) fonksiyonunun kuralı $f(t) = at^4 + bt^3 + ct^2 + 960t$ olarak belirlenmiştir. Konum-zaman fonksiyonunun türevi hız-zaman fonksiyonunu vermektedir.

Yapılan test uçuşu sonucunda insansız hava aracının zamana bağlı hız grafiği yandaki şekilde verilmiştir.



Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- ① İnsansız hava aracının menzilini ve bu uzaklığa kaçınıcı saatlerde ulaştığını bulunuz.
- ② Aracın ekstremum hızlara ulaştığı zamana ait hız değerlerinin toplamını ve çarpımını bulunuz.
- ③ Hız-zaman grafiğindeki fonksiyonun mutlak maksimum ve yerel maksimum noktalarını bulunuz.

CEVAP ANAHTARLARI

Etkinlik No.: 63

1. Aracın konum zaman grafiğinin birinci türevi hızın zamana göre değişimini verdiği için $f'(t) = k \cdot (t-4) \cdot (t-12) \cdot (t-20)$ olur. Fonksiyon $(0, 960)$ noktalarından geçtiği için $f'(0) = 960$ olur ve $f'(0) = k \cdot (0-4) \cdot (0-12) \cdot (0-20) = 960$
 $960 = k \cdot (-960)$
 $k = -1$ bulunur.
 $f'(t) = 4at^3 + 3bt^2 + 2ct + 960$
 $(-1) \cdot (t-4) \cdot (t-12) \cdot (t-20) = 4at^3 + 3bt^2 + 2ct + 960$
 $a = -\frac{1}{4}$, $b = 12$ ve $c = -184$ olarak bulunur. Buna göre $f(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 12t^3 - 184t^2 + 960t$ olarak bulunur.
 $f'(t) = 0$ denkleminin kökleri 4, 12 ve 20 olduğundan $f(4) = 1600$, $f(12) = 576$ ve $f(20) = 1600$ elde edilir. Aracın menzili 1600 km dir. 1600 km menzile 4. ve 20. saatlerde ulaşmıştır.
2. Hız fonksiyonunun türevini sıfır yapan değerler hız fonksiyonunun ekstremum noktalarının apisleridir.
 $f''(t) = -3t^2 + 72t - 368 = 0$ denkleminin köklerinin toplamı 24, çarpımı $\frac{368}{3}$ olarak bulunur.
3. Hız-zaman grafiğindeki mutlak maksimum noktası $(0, 960)$ ve yerel maksimum noktası $(16, 196)$ dir.

Resim 3.3. M12BTE- 5.3.E63. Kodlu Etkinlik (MEB, (n.d), s.88).

(3) Kurgusunda problem olan sorularla ilgili açıklamalara aşağıda yer verilmiştir:

OFLM12 kitabındaki 5.1.A.3.3.ç. kodlu limit sorusunda istenen limit değerinin hesaplanabilmesi için soruda verilen $x \rightarrow 0$ yerine $x \rightarrow 2$ alınması gerekmektedir.

OFLM12 kitabındaki 5.2.S.2.3. kodlu bileşke fonksiyonun türevi sorusunda, verilen noktada türevin değerinin bulunması istenmiştir. Ancak verilen noktadaki türevin değeri için 2 farklı sonuç elde edilmektedir. Bu sebeple soru, verilen noktada türev değeri “varsa” bulunuz şeklinde düzenlenmeli veya fonksiyonun bağımsız değişkeni olan x ’ in ait olduğu sayı kümesi belirtilmelidir.

OFLM12 kitabındaki 5.2.A.1.6. kodlu bileşke fonksiyonun türevi sorusunda, verilen noktada fonksiyonun görüntüsünün alacağı değer sorulmuştur. Bu sorunun çözümü için verilenlerin eksik olduğu tespit edilmiştir.

3 Adım AYT kitabında 2.3.6. kodlu parçalı fonksiyonun türevi sorusunda, cevap anahtarında verilen sonuca ulaşılabilmesi için yapılması beklenen işlem, verilen fonksiyonun kritik noktalarında sürekli olması gerektiğidir. Ancak verilen türev fonksiyonuna bakıldığında, fonksiyonun kritik noktalarında türevli olmadığı görülmektedir. Bu durumda fonksiyon sürekli olup türevli olmayabileceği gibi, sürekli olmadığı için de türevli olmayacağı gerekçesiyle, sorunun kurgusunda bir problem olduğu tespit edilmiştir. Kurgusunda problem olan sorulara örnek olması için bu sorunun görseli aşağıda paylaşılmıştır.

6. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı bir f fonksiyonunun türevi

$$f'(x) = \begin{cases} 5, & -1 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 4, & 2 \leq x < 5 \text{ ise} \\ 3, & 5 \leq x \leq 8 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklindedir.

$f(-1) = 4$ olduğuna göre $f(8)$ değeri kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 48 E) 56

Resim 3.4. 3 Adım AYT- 2.3.6. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 99).

OM12 ve OMF12 ders kitaplarındaki soruların alt sorularında düzey farklılıkları görüldüğünden ve alt sorular birbirlerinden bağımsız olarak çözülebildiklerinden, düzey belirleme işleminde alt soruların da ayrı birer soru olarak ele alınmasına; M12BTE kitabında bulunan etkinliklerin alt sorularında düzey farklılıkları görülse de alt sorular birbirleriyle bağlantılı olduklarından, her bir etkinlik için alt sorularıyla birlikte tek bir düzey belirlenmesine karar verilmiştir.

2020 ve 2023 yıllarında uygulanan üniversite sınavlarında Türev alt öğrenme alanı kapsamında soru bulunmadığından, diğer yıllarda sorulmuş olan 24 soru veri setine dahil edilmiştir.

Veri kaynağı dokümanlarda (materyallerde) yer alan konu ile ilgili tüm soruların değerlendirilmesi sonucu veri setine dahil edilen soru sayıları Çizelge 3.3.' te sunulmuştur.

Çizelge 3. 3. Veri Setine Dahil Edilen Soruların Veri Kaynaklarına (Materyallere) Göre Dağılımı

Materyaller	Düzeyi Belirlenen Soru Sayısı	Alt Sorularla Birlikte Düzeyi Belirlenen Toplam Soru Sayısı
OM12	328	427
OFLM12	194	339
3 Adım AYT	83	83
M12BTE	26	26
ÜSS	24	24
Toplam	655	899

Bu araştırmada alt sorularla birlikte toplam 899 soru üzerinde veri analiz süreci yürütülmüştür. Bundan sonra, alt sorularla birlikte düzeyi belirlenen sorular ifadesi yerine, sorular ifadesi kullanılacaktır ve toplam 899 soru üzerinden anlatıma devam edilecektir.

3.2.4. Materyallerin Öğretim Programlarıyla Birlikte İncelenmesi

Araştırma, 2018 Ortaöğretim Matematik Dersi ve 2018 Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programlarında yer alan 12. sınıf Sayılar ve Cebir öğrenme alanındaki Türev alt öğrenme alanı kapsamında gerçekleştirilmiştir.

Aşağıda 2018 Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan Türev alt öğrenme alanına ilişkin kazanım sayısı ve süre tablosu verilmiştir.

Çizelge 3. 4. Türev Alt Öğrenme Alanına İlişkin Kazanım Sayısı ve Süre Tablosu (MEB, 2018).

12. SINIF				
No	Konular	Kazanım Sayısı	Ders Saati	Ağırlık (%)
SAYILAR VE CEBİR				
12.5.	TÜREV	11	46	21
12.5.1.	Limit ve Süreklilik	3	10	5
12.5.2.	Anlık Değişim Oranı ve Türev	4	18	8
12.5.3.	Türevin Uygulamaları	4	18	8
Genel Toplam		34	216	100

Aşağıda 2018 Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan Türev alt öğrenme alanına ilişkin kazanım sayısı ve süre tablosu verilmiştir.

Çizelge 3. 5. Türev Alt Öğrenme Alanına İlişkin Kazanım Sayısı ve Süre Tablosu (MEB, 2018).

12. SINIF				
No	Konular	Kazanım Sayısı	Ders Saati	Ağırlık (%)
SAYILAR VE CEBİR				
12.5.	TÜREV	15	46	21
12.5.1.	Limit ve Süreklilik	5	10	5
12.5.2.	Anlık Değişim Oranı ve Türev	5	18	8
12.5.3.	Türevin Uygulamaları	5	18	8
Genel Toplam		38	216	100

Öğretim programları incelendiğinde, ayrılan sürelerin eşit olduğu görülürken, toplam kazanım sayıları arasındaki farkın, Türev alt öğrenme alanındaki kazanım sayıları arasındaki farktan kaynaklandığı görülmektedir. Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programındaki kazanım sayısı, diğer öğretim programından dört fazladır. Programlardaki kazanım ve kazanım açıklamaları ders kitapları ile birlikte incelenmiş, görülen benzerlik ve farklılıklar aşağıda paylaşılmıştır.

Her iki ders kitabında da bir fonksiyonun bir noktadaki soldan limiti, sağdan limiti ve limitinin, bir bağımsız değişkenin verilen bir sayıya yaklaşmasından hareketle tablo ve grafikler yardımıyla açıklandığı, bilgi ve iletişim teknolojilerinden de yararlanıldığı görülmektedir.

OM12 ders kitabında “Limit ile ilgili özellikleri belirterek uygulamalar yapar.” kazanımında, polinom, köklü, üstel, logaritmik ve trigonometrik fonksiyonlar içeren limit uygulamaları yapıldığı ancak sonucu $\pm\infty$ olan limit durumlarına girilmediği, belirsizliklerle ilgili olarak pay ve paydası çarpanlarına ayrılarak 0/0 belirsizliğinin kaldırılabilmesi için limit örneklerine yer verildiği görülmektedir. OFLM12 ders kitabında ise bu kısımda trigonometrik fonksiyonların limiti ile ilgili örnekler verildiği ancak belirsizlik ve sonucu $\pm\infty$ olan limit durumlarına girilmediği görülmektedir.

OFLM12 ders kitabında diğer kitaptan farklı olarak, genişletilmiş gerçel sayılar kümesinde sonsuz için limit ve sonsuz limit kavramlarının açıklanarak uygulamalar yapıldığı ve sadece 0/0 ile ∞/∞ belirsizlik durumlarının incelendiği limit hesaplamalarına yer verildiği görülmektedir. Ayrıca sıkıştırma teoremi verilerek trigonometrik fonksiyonların limitleri ile ilgili özelliklerin ispatında kullanıldığı gözlemlenmiştir.

“Bir fonksiyonun bir noktadaki sürekliliğini açıklar.” kazanımında, her iki ders kitabında da fonksiyon grafikleri üzerinde fonksiyonun sürekli ve süreksiz olduğu noktaların bulunmasına yer verildiği, OFLM12 ders kitabında diğer kitaptan farklı olarak Ara değer teoreminin verilerek uygulamalar yapıldığı görülmektedir.

“Türev kavramını açıklayarak işlemler yapar.” kazanımında, her iki kitapta da anlık değişim oranının fizik ve geometri modellerinden yararlanılarak açıklandığı, bir fonksiyonun bir noktadaki türevinin o noktadaki teğetin eğimiyle ilişkilendirildiği ve soldan türev ve sağdan türev ile türev arasındaki ilişkinin açıklandığı görülmektedir. OM12 ders kitabında yalnızca “ $f(x) = c$, $f(x) = ax^n$ ($a, c \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Q}$)” şeklindeki fonksiyonlar için türev alma kurallarının verildiği, kapalı ve parametrik fonksiyonlar da dahil olmak üzere bunun dışındaki türev alma kurallarına yer verilmediği, OFLM12 ders kitabında ise polinom, köklü, üstel, logaritmik ve trigonometrik fonksiyonlar içeren türev uygulamalarına yer verildiği görülmektedir.

Her iki ders kitabında da, bir fonksiyonun bir noktadaki limiti ve sürekliliği ile türevlenebilirliği arasındaki ilişkilerin fonksiyonların grafikleriyle ilişkilendirilerek açıklandığı görülmektedir.

Her iki ders kitabında da türevlenebilen iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı ve bölümünün türevine ait kuralların türev tanımı yardımıyla ispatlanarak oluşturulduğu ve bu kurallar yardımıyla işlemler yapıldığı görülmektedir.

OM12 ders kitabında türev alma kurallarında bir fonksiyonun ikinci mertebeden türevine yer verilirken, OFLM12 ders kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusunda, diğer ders kitabından farklı olarak bir fonksiyonun yüksek mertebeden türevlerinin bulunmasına yönelik tanım ve uygulamalara yer verildiği görülmektedir.

Her iki ders kitabında da, iki fonksiyonun bileşkesinin türevine ait kuralın (zincir kuralı) oluşturularak uygulamalar yapıldığı görülmektedir.

Her iki ders kitabında da bir fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıklar ile ekstremum noktalarının türev yardımıyla belirlendiği açıklama ve uygulamalara yer verilirken, OFLM12 ders kitabında ekstremum noktaların belirlenmesinde fonksiyonun kritik noktasının tanımının da verildiği görülmektedir.

“Türevi yardımıyla bir fonksiyonun grafiğini çizer.” kazanımında, OM12 ders kitabında grafik çizimlerinin polinom fonksiyonlarla sınırlandırıldığı görülürken, OFLM12 ders kitabında asimptot kavramının açıklanarak, düşey, yatay ve eğik

asimptotların verildiği, eğri asimptota yer verilmediği ve sadece polinom ve rasyonel fonksiyonların grafik çizimlerinin yapıldığı görülmektedir.

OFLM12 ders kitabında, diğer ders kitabından farklı olarak bir fonksiyonun iç bükey ve dış bükey olduğu aralıklar ile dönüm noktalarının türev yardımıyla belirlendiği uygulamalara yer verildiği görülmektedir.

Her iki ders kitabında da maksimum ve minimum problemlerinde, gerçek hayat problemlerinin modellendiği sorulara yer verilerek türev yardımıyla çözümlerin yapıldığı görülmektedir.

3 Adım AYT kitabındaki soruların konularına göre ayrıldığı ve her konuda üç testin yer aldığı görülmektedir.

M12BTE kitabında her etkinliğin başında etkinliğin konu ve kazanım bilgileri yer almaktadır.

3.2.5. Verilerin Kodlanması

2018 Ortaöğretim Matematik Dersi ve 2018 Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi Öğretim Programlarında ‘‘Sayılar ve Cebir’’, ‘‘Geometri’’ ve ‘‘Veri, Sayma ve Olasılık’’ olmak üzere 3 öğrenme alanı bulunmaktadır. Program içeriğinin öğrenme alanı, alt öğrenme alanı ve konu olarak sıralandığı, kazanımlar numaralandırılırken öğrenme alanlarına numara verilmediği, sırasıyla sınıf düzeyi, alt öğrenme alanı, konu ve kazanım numaralarına yer verildiği görülmektedir. Örneğin 12.5.3.1. numaralı kazanımın 12. sınıf, 5. alt öğrenme alanı, 3. konu, 1. kazanım olduğu anlaşılmaktadır. Bu çalışmada da benzer bir kodlama yapılmıştır. Sorular kodlanırken materyal ismine yer verilmemiştir. Örnek sorular dışındaki Alıştırma soruları için A, Sıra Sizde soruları için S, Teknoloji soruları için T ve Ölçme ve Değerlendirme soruları için ÖD kodları kullanılmıştır.

Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabındaki örnek kodlamalar aşağıda verilmiştir:

5.1.2.26.a. : 5. Alt öğrenme alanı, 1. konu, 2. kazanım, 26. Örnek, a maddesi

5.2.4.A.8. : 5. Alt öğrenme alanı, 2. konu, 4. kazanım, 8. Alıştırma Sorusu

ÖD2.3. : 2. Ölçme ve Değerlendirme, 3. Soru

Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabında, konulara ait kazanımlar numaralandırılmadan verilmiş ve ilgili konu kapsamındaki tüm örnekler kazanımlara

göre ayrılmadan topluca numaralandırılmış olduğundan, karışıklık olmaması için bu kitaptaki sorular kodlanırken ders kitabında da olduğu gibi, kazanım numaralarına yer verilmemiş, konu kapsamındaki sorular topluca kodlanmış ve konu içindeki (varsa) Sıra sizde, Teknoloji ve Alıştırmalar da kendi içinde sıralanarak kodlanmıştır. Ayrıca bu kitapta Ölçme değerlendirme soruları da diğer ders kitabındaki gibi 3 ayrı bölüm olarak değil, 5. Alt öğrenme alanına ait tek bölüm şeklinde Ölçme ve Değerlendirme - 5 olarak verildiğinden, bu bölümün soruları da buna uygun olarak kodlanmıştır. Örnek kodlamalar aşağıda verilmiştir.

- 5.1.S.2. : 5. Alt öğrenme alanı, 1. konu, 2. Sıra Sizde sorusu
- 5.2.S.1.2.a. : 5. Alt öğrenme alanı, 2. konu, 1. Sıra Sizde, 2. soru, a maddesi
- 5.3.T.1. : 5. Alt öğrenme alanı, 3. konu, 1. Teknoloji sorusu
- 5.2.8.a. : 5. Alt öğrenme alanı, 2. konu, 8. Örnek soru, a maddesi
- 5.1.A.4.6.a. : 5. Alt öğrenme alanı, 1. konu, 4. Alıştırmalar, 6. soru, a maddesi
- ÖD5.24.a. : Ölçme ve Değerlendirme – 5, 24. soru, a maddesi.

3 Adım AYT Matematik Kitabındaki sorular kodlanırken sırasıyla konu, adım ve soru numarası yazılarak kodlanmıştır. Örnek kodlamalar aşağıda verilmiştir.

- 2.3.7. : 2. konu, 3. Adım, 7. soru

Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabındaki sorular sırasıyla alt öğrenme alanı, konu ve etkinlik numarası yazılarak kodlanmıştır. Örnek kodlamalar aşağıda verilmiştir.

- 5.1.E44. : 5. Alt öğrenme alanı, 1. konu, 44 numaralı etkinlik

Üniversite sınav soruları kodlanırken sırasıyla sorunun ait olduğu sınav, ilgili olduğu konu ve soru numarası yazılarak kodlanmıştır. Örnek kodlama aşağıda verilmiştir.

- 2018AYT.1.2. : 2018 AYT, 1. konu, 2. soru

3.2.6. Soruların Materyallere ve Konulara Göre Dağılımları

Soruların konulara göre dağılımlarının görülebilmesi için öncelikle ders kitaplarındaki konu başlıklarının dışında kalan Ölçme ve Değerlendirme sorularının konulara göre dağılımları incelenmiştir.

OM12 kitabında Ölçme ve Değerlendirme 1-2-3 olmak üzere 3 testteki toplam 99 soru ile OFLM12 kitabında Ölçme ve Değerlendirme-5 testindeki 61 soru konularına göre gruplanarak aşağıda verilecek olan tabloda ilgili konulardaki soru sayılarına eklenmiştir.

Üniversite sınavı soruları da ders kitapları baz alınarak, konularına göre sınıflandırılmıştır. Sınıflamada 3 Adım AYT kitabında yer alan ve konularına göre sınıflanmış olan sorulardan da yararlanılmıştır.

Aşağıda soruların materyallere ve konulara göre dağılımları verilmiştir.

Çizelge 3. 6. Soruların Materyallere ve Konulara Göre Dağılımları

Materyal \ Konu	Limit ve Süreklilik		Anlık Değişim Oranı ve Türev		Türevin Uygulamaları		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
OM12	177	41,45	124	29,04	126	29,51	427	47,50
OFLM12	149	43,95	97	28,61	93	27,43	339	37,71
3 Adım AYT	28	33,73	30	36,14	25	30,12	83	9,23
M12BTE	6	23,08	10	38,46	10	38,46	26	2,89
ÜSS	8	33,33	7	29,17	9	37,5	24	2,67
Toplam							899	100,00
	f	%	f	%	f	%		
Toplam	368	40,93	268	29,81	263	29,25	899	100,00

Bu çalışmada toplam 899 sorunun düzeyleri belirlenmiştir.

Materyallere göre bakıldığında, soruların %85,2' si ders kitaplarında yer almaktadır. Sorular en çok OM12 kitabında (%47,50) ve en az M12BTE ve ÜSS' de (sırasıyla %2,89 ve %2,67) yer almaktadır.

Konulara göre bakıldığında, en çok Limit ve Süreklilik konusu kapsamında soru bulunurken (%40,93), Anlık Değişim Oranı ve Türev ile Türevin Uygulamaları konularından da yakın oranda (sırasıyla %29,81 ve %29,25) soru bulunduğu görülmektedir.

OM12 kitabında 427 soru incelenmiş olup, en çok Limit ve Süreklilik konusuna ait (%41,45) sorular bulunurken, Anlık Değişim Oranı ve Türev ile Türevin Uygulamaları konularından yakın oranda (sırasıyla %29,04 ve %29,51) soru bulunmaktadır.

OFLM12 kitabında 339 soru incelenmiş olup, en çok Limit ve Süreklilik konusuna ait (%43,95) sorular bulunmaktadır. Anlık Değişim Oranı ve Türev ile Türevin Uygulamaları konularında yakın oranda soru bulunmakla birlikte, en az Türevin Uygulamaları konusuna ait sorular (%27,43) bulunmaktadır.

3 Adım AYT kitabında 83 soru incelenmiştir. Konulara göre soru dağılım oranlarının birbirlerine yakın olduğu görülmekle birlikte, en çok sorunun Anlık Değişim Oranı ve Türev (%36,14) konusuna ait olduğu gözlemlenmektedir.

M12BTE kitabında yer alan 26 etkinlik incelenmiştir. En çok Anlık Değişim Oranı ve Türev ile Türevin Uygulamaları konularına ait (eşit oranda %38,46) etkinlikler bulunurken, en az Limit ve Süreklilik konusuna ait (%23,08) etkinliklere yer verilmiştir.

ÜSS’ de yer alan 24 soru incelenmiş olup, en çok Türevin Uygulamaları (%37,5) konusuna ait sorular bulunurken, en az Anlık Değişim Oranı ve Türev (%29,17) konusuna ait sorulara yer verildiği görülmektedir.

3 Adım AYT ile ÜSS’ deki soruların, diğer materyallerdeki sorulara göre, konulara daha dengeli dağılım gösterdiği görülmektedir.

3.2.7. Ders Kitaplarındaki Soruların İçerik Yapılarına Göre Dağılımları

Aşağıda OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında incelenen soruların içerik yapılarına göre dağılımları verilmiştir.

Çizelge 3. 7. Ders Kitaplarındaki Soruların İçerik Yapılarına Göre Dağılımları

Kitap Yapı	Örnek		Alıştırmalar		Sıra Sizde		Teknoloji		Ölçme ve Değerlendirme		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OM12	191	44,73	137	32,08	0	0,00	0	0,00	99	23,19	427	55,74
OFLM12	167	49,26	93	27,43	14	4,13	4	1,18	61	17,99	339	44,26
Toplam	358	46,74	230	30,03	14	1,83	4	0,52	160	20,89	766	100,00

Ders kitaplarında toplam 766 sorunun düzeyleri belirlenmiştir. Bu soruların %55,74’ ü OM12 kitabında, %44,26’ sı OFLM12 kitabında yer almaktadır.

İçerik yapılarına göre bakıldığında sorular ağırlıklı olarak sırasıyla Örnek, Alıştırma ve Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında bulunmaktadır. Sıra Sizde ve Teknoloji sorularına yalnız OFLM12 kitabında yer verilmiştir. En çok Örnek sorulara

(%46,74) ve Alıştırma sorularına (%30,03), en az Sıra Sizde (%1,83) ve Teknoloji (%0,52) sorularına yer verildiği görülmektedir.

OM12 kitabında 427, OFLM12 kitabında 339 soru incelenmiştir. Her iki ders kitabında da en çok Örnek sorular yer almakla birlikte (sırasıyla %44,73 ve %49,26) soruların yaklaşık %77' si Örnek ve Alıştırma içerik yapılarında bulunmaktadır. OM12 kitabında en az (%23,19) Ölçme ve Değerlendirme sorularına, OFLM12 kitabında ise en az Sıra Sizde (%4,13) ve Teknoloji (%1,18) sorularına yer verilmiştir.

3.3. Verilerin Analizi

Bu araştırmada incelenen dokümanlardaki tüm soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini ortaya çıkarma potansiyelleri materyallere, konulara ve içerik yapılarına göre, OECD tarafından yayımlanan PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeği kullanılarak analiz edilmiştir. Ardından frekans ve yüzde hesaplamalarıyla bu kategorileri temel alan karşılaştırmalı analizler yapılmıştır. Araştırmacı yaptığı tüm kodlamalar ve işlemler için Microsoft Excel 2010 bilgi işlem programını kullanmıştır ve araştırmanın ham verileri, araştırmanın teyit edilebilirliği açısından, istenildiğinde sunulabilmek üzere saklanmıştır.

PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Ölçeğinde 6 düzey bulunmakta olup, 1. ve 2. düzeyler alt düzey, 3. ve 4. düzeyler orta düzey, 5. ve 6. düzeyler ise üst düzey olarak tanımlanmıştır. Düzeylerde görülmesi beklenen davranışlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 3. 8. PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeylerinin Özeti (PISA, 2018)

Düzy	Alt Puan Limiti	Yeterlik Düzeyinde Bulunan Öğrencilerin Davranışları
6	669	Bu düzeydeki öğrenciler; elde ettikleri bilgileri kavramlaştırabilir, genelleayebilir ve kullanabilir. Farklı bilgi kaynaklarını ve gösterimlerini ilişkilendirebilir. Bunları esnek bir şekilde birbirine dönüştürebilir. İleri düzeyde matematiksel düşünme ve akıl yürütme kapasitesine sahiptir. Yeni durumlarla başa çıkmaya yönelik yeni yaklaşımlar ve stratejiler geliştirmede kendi bakış açılarını kullanabilir. Kendi bulgularına, yorumlarına, argümanlarına ulaşabilir. Eylemlerini ve tepkilerini formüle edebilir ve bunlar arasındaki iletişimi tam olarak sağlayabilir.
5	607	Bu düzeydeki öğrenciler: kısıtlamaları ve varsayımları belirleyerek karmaşık durumlar için modeller geliştirebilir ve bu modellerle çalışabilir. Bu modellerle ilişkili karmaşık problemlerle uğraşmaya yönelik uygun problem çözme stratejilerini seçebilir, karşılaştırabilir ve değerlendirebilir. Geniş ve iyi yapılandırılmış düşünme ve akıl yürütme becerilerini, ilişkilendirilmiş uygun gösterimleri, sembolik ve formel tanımlamaları ve bu durumlara yönelik bakış açılarını kullanarak stratejik bir şekilde çalışabilir. Kendi eylemlerini ve formüleştirmelerini yansıtabilir. Kendi yorumları ve akıl yürütmelerine bağlı olarak elde ettiğı çıkarımları arasında bağ kurabilir.
4	545	Bu düzeydeki öğrenciler; varsayımların sağlanmasını gerektiren ya da sınırlılıklar içeren karmaşık durumlarda etkili bir şekilde çalışabilir. Gerçek problem durumları ve farklı gösterimler arasındaki ilişkiyi kurabilir. Kendi becerilerinden ve sezgilerinden yararlanarak basit bağlamlarda akıl yürütebilir. Kendi yorumlarına, argümanlarına ve eylemlerini açıklayabilir ve ilişkilendirebilir.
3	482	Bu düzeydeki öğrenciler; aşamalı kararların verilmesini içeren açıkça tanımlanmış işlemleri yürütebilir. Basit bir model oluşturabilir veya basit problem çözme stratejilerini seçerek uygulayabilir. Farklı bilgi kaynaklarını kullanabilir ve bu kaynaklardan doğrudan çıkarımlar yapabilir. Yüzdelik, kesirler, ondalık sayıları kullanabilir ve oran-orantı ile işlem yapabilir. Kişisel yorumları, sonuçları ve akıl yürütme sonucu elde ettiğı çıkarımları arasındaki ilişkileri sınırlı şekilde kurabilir.
2	420	Bu düzeydeki öğrenciler; ilk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen durumları fark edebilir ve yorumlayabilir. Tek bir kaynağı sahip bilgileri ortaya çıkarabilir ve bu bilgileri tek bir gösterimde kullanabilir. Tamsayıların yer aldığı problemleri çözmek için temel algoritma, formül, işlem ve temel kuralları kullanabilir. Sonuçları sınırlı şekilde yorumlayabilir.
1	358	Bu düzeydeki öğrenciler; tüm gerekli bilginin verildiğı ve soruların açıkça tanımlandığı durumları içeren soruları yanıtlayabilir. Açık durumlar için verilen yönergeleri takip ederek bilgiyi tanıyabilir ve rutin işlemleri gerçekleştirebilir. Bir materyalden (metin, grafik, tablo gibi) hemen sonra açıkça istenen işlemleri yapabilir.

Düzy belirleme işlemine geçilmeden önce benzer çalışmalardaki düzy belirleme süreçleri ve örnek analizler PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğı ile birlikte incelenmiştir. Araştırmacı bu incelemenin ardından düzy belirleme işleminde kullanmak üzere ölçeğı ilişkin anahtar göstergeler oluşturmuştur ve soruların düzeylerini bu anahtar göstergelere uygun olarak incelemiştir.

Araştırmacı soruların düzeylerini incelerken materyalleri OM12, OFLM12, 3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS sıralamasıyla ele almıştır. Önce 1. konu kapsamında tüm materyallerdeki soru düzeyleri belirlenmiş, 1. konudaki düzey belirleme işlemi bittikten sonra sırasıyla 2. ve 3. konu kapsamındaki soruların düzeyleri belirlenmiştir. Bu şekilde düzey belirleme işlemi boyunca ele alınan konudaki tüm sorular birbirleriyle karşılaştırılarak düzey belirleme işleminde tutarlılığın sağlanması hedeflenmiştir.

Çözümleri verilmiş olan örnek soruların çözümleri incelenmiş, çözümü öğrenciye bırakılmış olan sorular da araştırmacı tarafından çözümlenmiştir. Tüm soruların olası çözümleri de göz önünde bulundurularak, soruların çözümlerinde gerekli görülen matematiksel becerilerle, oluşturulan anahtar göstergeler karşılaştırılarak soruların düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aşamada araştırmacı her sorunun düzeyinin tespitinde gerekli olan matematiksel becerileri not almıştır. İlk düzey belirleme işlemi bu şekilde tamamlandıktan sonra, araştırmacı tarafından farklı zamanlarda süreç yeniden ele alınarak belirlenen düzeyler ve alınan notlar güncellenmeye devam edilmiştir. Alan uzmanı da araştırmacıdan bağımsız olarak soruları kodlamış ve kodlama işlemi bittikten sonra yapılan karşılaştırmalarda tüm sorular yeniden gözden geçirilmiş, görüş birliği bulunan ve bulunmayan sorular tespit edilmiş, görüş birliği bulunmayan soruların düzeylerine birlikte karar verilmiştir. Uyuşmanın sağlanamadığı sorularda ikinci bir uzmana danışılarak soruların düzeyleri nihayetlenmiştir.

Araştırmacı inceleme sürecinde anahtar göstergelerle Türev alt öğrenme alanı kapsamındaki konular bağlamında ilişkilendirmeler yaparak anahtar göstergeleri özelleştirmeye çalışmıştır. İki alan uzmanının eşliğinde araştırmacının oluşturduğu anahtar göstergelerin bulunduğu tabloya özelleştirilmiş bazı gösterge örnekleri de eklenerek bu çalışmanın analiz çerçevesini ortaya koyan bir tablo oluşturulmuş ve bu tabloya aşağıda yer verilmiştir.

Çizelge 3. 9. Gösterge Tablosu

	Düzy	Anahtar Göstergeler	Özelleştirilmiş Gösterge Örnekleri
Alt Düzy	1	- Bilgilerin açıkça - doğrudan verilmesi - Öncüllerin bir temsil biçimiyle sunulması - Rutin işlemlerle (öğrenci katkısı olmadan) sonuca ulaşılması	- Bir temsil aracılığıyla verilen x değişkeninin bir reel sayıya yaklaşım biçiminin ifade edilmesi - Birim ve sabit fonksiyonun limit kuralı - Polinom fonksiyonların sürekli olduğu en geniş kümenin bulunması.
	2	- Tek bir kaynakla ilişkili bilgiler - Bilgilerin tek bir gösterimde (temsil biçimiyle) kullanılması - Temel aritmetik / matematiksel işlemlerle çözüme ulaşma	- Farklı bilgi kaynaklarına başvurmayı gerektirmeyen, doğrudan temel limit ve türev alma kurallarının kullanılması - Parçalı fonksiyonlarda limit hesabı - Alışıldık temel işlemlerin işe koşulması (üsli ve köklü sayılarda temel işlemler, 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklem çözümü, 1. dereceden 2 bilinmeyenli bir denklemde bilinmeyenler arasındaki ilişkinin bulunması gibi) - Polinom fonksiyonların toplam ve farklarının türevlerinin bulunması
Orta Düzy	3	- Aşamalı (algoritmik) işlemler - Basit model / strateji - Farklı bilgi kaynakları + Çıkarım - Çıkarımlar arası ilişkilendirme	- Farklı bilgi kaynaklarının kullanımını ve çıkarım yapmayı gerektiren limit ve türev hesaplamaları (Trigonometrik özdeşlikler, polinomlar ve özel tanımlı fonksiyonlara ait özelliklerin kullanılması, özdeşlikler ve diğer çarpanlara ayırma yöntemlerinin kullanılması, rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi, $0/0$ belirsizliğinin giderilerek istenen değerlerinin hesaplanması, 1. dereceden 2 bilinmeyenli iki denklemin ortak çözümü gibi) - Parçalı fonksiyonların kritik noktalarındaki sürekliliğin incelenmesi - Rasyonel fonksiyonların, paydasında 2.dereceden bir polinom fonksiyon bulunması durumunda sürekli olduğu en geniş kümenin bulunması - Trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonlarının türev alma kurallarının kullanılması - Çarpım ve bölümün türevi - Genelleme yapılmasını gerektirmeyen yüksek mertebeden türev alma işlemleri

Üst Düzey			- Ortalama değişim oranının hesaplanması - Rasyonel ve köklü ifadeler içeren fonksiyonların türevlerinin bulunması.
	4	- Varsayım ya da sınırlılıklar içeren karmaşık durumlar - Gerçek problem durumları - Farklı gösterim/ temsil biçimleri - Akıl yürütme, argüman ortaya koyma ve ilişkilendirme	- Yaklaşma ve limit kavramlarının farklı temsiller arasında ilişki kurularak gösterilmesi - Bir fonksiyonun bir noktada limiti veya sürekliliği ile ilgili varsayımların sağlanmasını gerektiren ve sınırlılıklar içeren karmaşık durumlar (Limit hesabında 0/0 belirsizliğinde pay ile paydanın köklü ifadelerin eşlenikleri ile çarpılması, kosinüsün yarım açı formülünün kullanılması, değişken dönüşümü ile limit hesabı, mutlak değer özelliklerinin kullanılması, süreklilikte ikinci dereceden bir denklemin köklerinin varlığı ve sayısı ile ilgili olarak diskriminantın incelenmesi, 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik çözümü, 2. dereceden 1 bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik çözümü, 1. dereceden 2 bilinmeyenli 2 denklemin ortak çözümü, istenen koşullara uygun köklerin seçilmesi, parçalı fonksiyonlarda varsayımlara göre yapılan işlemler) - Fonksiyonların sürekli olduğu en geniş kümelerin bulunmasında kareköklü ifadelerin tanım kümesinin eşitsizlik çözümleri ile bulunması, trigonometrik denklem çözümü yapılması - Doğrusal olarak hareket eden bir hareketlinin ortalama hızının ve anlık hızının bulunması - Bir fonksiyonun verilen bir noktasındaki ani değişim oranının ve teğetin eğiminin bulunması - Parçalı fonksiyonlarda ve mutlak değer fonksiyonunda türevin varlığının incelenmesi/ varsa değerinin bulunması - Türev tanımının kullanılmasına imkan veren işlemlerin yapılması - Grafiği verilen fonksiyonlarda limit, süreklilik ve türevlenebilme ile ilgili şartların sağlanmasını gerektiren durumlar
	5	- Varsayım + sınırlılıkları belirleme - Model kurma - Birden çok problem çözme stratejisini etkin kullanma	Limitte varsayım ve sınırlılıkların belirlenmesini gerektiren durumlar (2. dereceden denklemin kökler toplamı, Fonksiyon grafiklerinin ötelenmesi, trigonometrik özdeşlikler, yarım açı formülleri ve trigonometrik oranların birlikte kullanımları, tamkare ifadenin karekök dışına çıkarılması, mutlak değer içindeki ifadenin mutlak değer dışına çıkarılması, 2. dereceden bir polinomun çift katlı kökünün olması, parçalı fonksiyonların sürekli oldukları en geniş kümenin bulunması için kritik noktaların yanında, parçalardaki

		- Farklı gösterim/ temsillerin bakış açısına göre kullanılması - Sistematik akıl yürütme	fonksiyonların da incelenmesi, ara değer teoreminin kullanılması gibi) - Anlık hızın türevle ve teğetin eğimi ile ilişkilendirilmesi, teğetin eğimi için grafik üzerinde eğim açısının tanjantının dik üçgen üzerinde hesaplanması - Verilen limit ifadelerinin manipüle edilerek türev tanımının kullanılması - Temel düzeyde analitik geometri bilgisi içeren sorular (teğetin eğimini bulma, doğruların paralel ve dikliği ile eğimlerinin ilişkisi, doğru denklemi yazma) - Bileşke fonksiyonun türevi ve zincir kuralı - Bir fonksiyonun artan/ azalan olduğu aralıklar, daima artan/ azalan olma ve ekstremum noktaların incelenmesi f' ve f grafikleri yardımıyla artanlık/ azalanlık tespiti - Bir fonksiyonun iç bükey ve dış bükey olduğu aralıkların ve fonksiyonun dönüm noktalarının incelenmesi - Karmaşık durumlar için modeller geliştirildiği ve bu modeller üzerinde stratejik olarak çalışıldığı maksimum minimum problemleri
6		- Kavramsallaştırma, genelleme - Farklı bilgi kaynaklarını ve temsilleri ilişkilendirme–dönüştürebilme - İleri düzey akıl yürütme - Formül oluşturma / yaratıcılık	- İkiden fazla fonksiyonun bileşkesinin türevinin bulunması $(\ln(\tan 3x))'$, $(f^3(2x))'$ gibi - Ortak teğet yorumunun yapılması - Genelleme yapmayı içeren yüksek mertebeden türev alma işlemleri f grafiğinde bir noktadaki sağdan ve soldan türevlerin işaretlerinin incelenmesi gereken durumlar. f' grafiği yardımıyla f nin artan azalanlığının farklı temsil biçimleriyle ifade edilip ilişkilendirilmesi f' grafiği yardımıyla f nin iç bükey ve dış bükey olduğu aralıklar ile dönüm noktalarının bulunması f, f' ve f'' arasındaki esnek dönüşümlerin sağlanması - Fonksiyon grafiklerinin çizilmesi (tanım kümesi, eksenleri kestiği noktalar, varsa asimptotları, varsa artan- azalan olduğu aralıklar ile ekstremum noktalar, iç bükey-dış bükey olduğu aralıklar ile dönüm noktalarının bulunması) - Farklı bilgi kaynakları ve gösterimlerin ilişkilendirildiği, formüle edilen eylemler arasında tam iletişimin sağlandığı maksimum ve minimum problemleri

3.4. Örnek Veri Analizi

Bu bölümde hem analizin detaylı olarak açıklanması hem de bulgular ve tartışma bölümünde yapılacak olan yorum ve açıklamalara zemin hazırlaması açısından, soruların düzeylerinin nasıl belirlendiğini açıklayan örnekler sunulacaktır.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 1. düzey bir Alıştırma sorusu aşağıda verilmiştir.

5

- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$

olduğuna göre $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ değerini varsa bulunuz.

Resim 3.5. OM12- 5.1.1.A.5. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 184).

$f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki sağdan ve soldan limitlerinin birbirlerinden farklı olduğu bilgisi açık bir şekilde verilmiştir. Bir fonksiyonun bir noktadaki sağdan ve soldan limitleri birbirinden farklı ise fonksiyonun bu noktada limiti yoktur. Sorunun çözümü için gerekli olan tüm öncül bilgiler verildiğinden (Emin vd., (n.d), s. 179), bilginin tanınması ve rutin işlemlerle sonuca ulaşılacağından sorunun düzeyi 1. düzey olarak tespit edilmiştir.

OM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 2. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK

$f(x) = 3x^5$ ve $g(x) = -2x^4$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

- $f(x) = 3x^5 \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot 3x^{5-1}$
 $= 15x^4$ bulunur.

- $g(x) = -2x^4 \Rightarrow g'(x) = -2 \cdot 4x^{4-1}$
 $= -8x^3$ bulunur.

Resim 3.6. OM12- 5.2.1.10. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 220).

$f(x) = a \cdot x^n$ ($a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Q}$) fonksiyonunun türevine yönelik bir soru olup, bu içerikle ilişkili olarak verilmiş öncül bilginin ortaya çıkarılması gerekir (Emin vd., (n.d), s. 220). Tek bir kaynağa sahip bilginin ortaya çıkarılarak tek bir gösterimde kullanıldığı, temel türev alma kuralının işe koşulmasıyla çözülebilecek, ilk bakışta görüldenden fazlasını gerektirmeyen bir soru olduğundan sorunun düzeyi 2. düzey olarak tespit edilmiştir.

ÜSS’ de sorulmuş Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 3. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

2019-AYT/Matematik

21. Gerçel sayılar kümesinin bir alt kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + \frac{x^2 - 6x + 9}{2x - 6}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

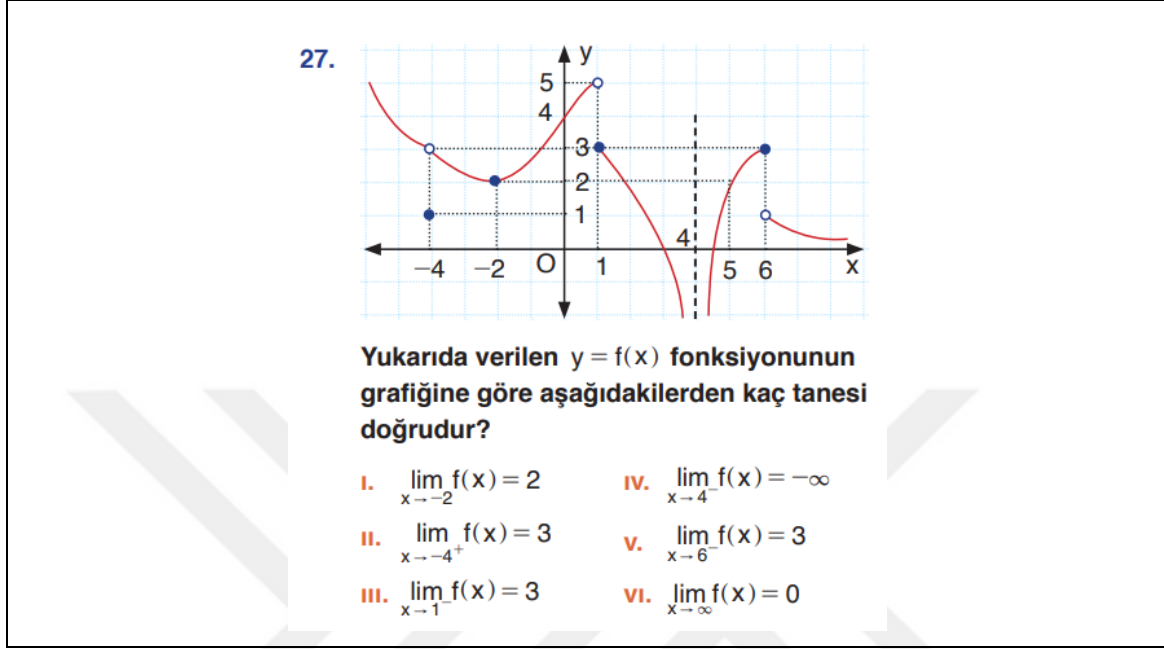
A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

Resim 3.7. ÜSS- 2019AYT.1.1. Kodlu Soru (ÖSYM, 2019).

Toplam ve bölüm ile ilgili limit özellikleri kullanılarak istenen limit değerleri hesaplanmaya çalışıldığında, 0/0 belirsizliği ile karşılaşılır. Belirsizliklerin giderilmesi için, pay ile paydalar çarpanlarına ayrılarak, 0/0 belirsizliğine yol açan pay ile paydalardaki ortak çarpanlar sadeleştirilir. Bu şekilde belirsizliklerin giderilmesinin ardından limit değerleri hesaplanır. Soruda verilenler kullanılarak 0/0 belirsizliği çıkarımına ulaşılır. Farklı bilgi kaynağı olarak çarpanlarına ayırma bilgisi kullanılır. Çıkarımlar sınırlı şekilde ilişkilendirilerek basit bir problem çözme stratejisiyle aşamalı ve rutin işlemlerle sonuca ulaşılabilir olduğundan sorunun düzeyi 3. düzey olarak tespit edilmiştir.

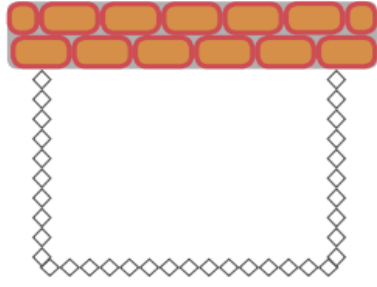
OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir Ölçme ve Değerlendirme sorusu aşağıda verilmiştir.



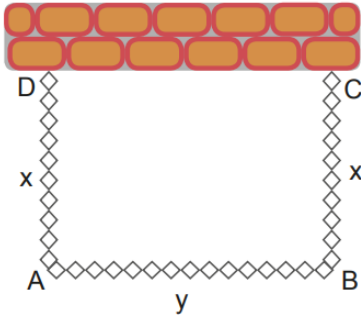
Resim 3.8. OFLM12- ÖD5.27. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 321).

Soruda grafikteki bilgiler ile nümerik formda verilen bilgiler arasında ilişki kurma ve kavramsal olarak öğrenilen limit tanımının şartlarının sağlanıp sağlanmadığına karar verme becerisi gerekmektedir. Varsayımların sağlanmasını gerektiren ve sınırlılıklar içeren bir durumda, farklı gösterim/ temsil biçimlerini ilişkilendirerek çözülebilecek bir soru olduğundan, sorunun düzeyi 4. düzey olarak belirlenmiştir.

OM12 kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK

Bir kişi evinin bahçesi için aldığı 16 metre tel ile şekil-deki gibi bir tarafı duvar olan dikdörtgen biçimde bir kümes yapacaktır. Bu kümesin alanının en fazla kaç metrekare olacağını bulunuz.

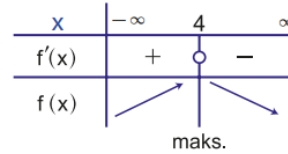
ÇÖZÜM

$|AB| = y$ metre ve $|AD| = |BC| = x$ metre olsun.
Bu durumda $2x + y = 16$ m olur.

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= x \cdot y \\ &= x \cdot (16 - 2x) & (y = 16 - 2x) \\ &= 16x - 2x^2 \text{ m}^2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu durumda ABCD dikdörtgeninin alanı $f(x) = 16x - 2x^2$ fonksiyonu ile ifade edilirse ABCD dikdörtgeninin alanının en çok olması için $f(x) = 16x - 2x^2$ fonksiyonunun maksimum değeri bulunmalıdır.

$$\begin{aligned} f(x) &= 16x - 2x^2 \Rightarrow f'(x) = 16 - 4x \text{ olur.} \\ f'(x) &= 0 \Rightarrow 16 - 4x = 0 \\ &\Rightarrow x = 4 \text{ olur.} \end{aligned}$$



$f(x)$ fonksiyonunun türevinin işaret tablosu incelenirse fonksiyonun maksimum değerini $x = 4$ için aldığı görülür. Bu durumda fonksiyonun maksimum değeri $f(4)$ olup bu değer

$$\begin{aligned} f(4) &= 16 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 \\ &= 32 \text{ olur.} \end{aligned}$$

O hâlde kümesin alanı en fazla 32 metrekare bulunur.

Resim 3.9. OM12- 5.3.4.5. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 276).

Çözüm incelendiğinde dikdörtgen biçiminde yapılacak olan kümesin kenar uzunlukları x ve y metre olarak belirlenmiş, bu varsayıma göre bir tarafı duvar olan dikdörtgen kümesin çevre uzunluğu x ve y bilinmeyenlerine bağlı 1. dereceden bir denklemle ifade edilmiştir. Alan da benzer şekilde iki bilinmeyene bağlı olarak ifade edildikten sonra, alanın en fazla kaç metrekare olacağını bulabilmesi için, x bilinmeyeninin y bilinmeyeni türünden değeri çevreyle ilgili oluşturulan denklemden

elde edilip, alan bağıntısında yerine yazılıp düzenlenmiştir. Bu şekilde dikdörtgenin alanı x değişkenine bağlı 2. dereceden bir fonksiyon olarak ifade edilmiştir. Alan fonksiyonunun türevinin kökü bulunarak, türev fonksiyonunun işaret tablosuna aktarılmış ve işaret tablosu incelenerek alanın en çok olabilmesi için x in alması gereken değer tespit edilmiştir. Ardından bu değer için alanın maksimum değeri hesaplanmıştır. Çözüm incelendiğinde problemin varsayımlarla basitleştirildiği, ekstra çevre ve alan bilgisi kullanılarak yapılandırıldığı, bir fonksiyonun ekstremum değerlerinin bulunmasına yönelik güçlü bir şekilde ekstra matematiksel bilgiye ve bu işlemlerin yapılabilmesi için bireysel matematiksel yeterliliklere ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Soruda verilen karmaşık durum için varsayımlar belirlenmiş, matematiksel modeller geliştirilerek bu modellerle çalışılmış, problemi basitleştirme, mantık yürütme gibi birden çok problem çözme stratejisi etkin bir şekilde kullanılmış olduğundan sorunun düzeyi 5. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 21

$f(x) = \sin(2x + 1)$ fonksiyonu için $\frac{d^{42}f(x)}{dx^{42}}$ türevini bulunuz.



$$f'(x) = \cos(2x + 1) \cdot 2$$

$$f''(x) = -\sin(2x + 1) \cdot 2^2$$

$$f'''(x) = -\cos(2x + 1) \cdot 2^3$$

$$f^4(x) = \sin(2x + 1) \cdot 2^4$$

$$f^5(x) = \cos(2x + 1) \cdot 2^5$$

$\vdots$

Her 4 türevde tekrar

$\sin(2x + 1)$ bulunur.

Bu durumda 42. türevde

$-\sin(2x + 1)$ ifadesi bulunur.

$$f^{(42)}(x) = -\sin(2x + 1) \cdot 2^{42} \text{ olur.}$$

Resim 3.10. OFLM12- 5.2.21. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 285).

Soruda verilen trigonometrik fonksiyonun 42. mertebeden türevi sorulmuştur. Çözüm incelendiğinde trigonometrik fonksiyon ile bileşke fonksiyonda türev alma kuralları kullanılarak türev alma işlemine devam edildiğinde, her 4 türev alma işleminde yeniden $\sin(2x + 1)$ ifadesinin bulunduğu gösterilmiştir. Dolayısıyla 40. türevde de $\sin(2x + 1)$ bulunacaktır. İşleme devam edildiğinde 42. türevde $-\sin(2x + 1)$ ifadesinin bulunduğu ve her türev alma işleminde bileşke fonksiyonda türev alma kuralı

gereği (fonksiyonun içinin türevinden) türev alma sayısı kadar 2 çarpanının eklendiği görülmektedir. Soruda farklı bilgi kaynakları ile temsil biçimlerinin ilişkilendirildiği ve bunlar arasında esnek dönüşümlerin yapılabildiği görülmektedir. Sembolik ve formel matematik işlemlerinin yanında ileri düzeyde akıl yürüterek formül oluşturma ve genelleme yapma becerileri gerektirdiğinden sorunun düzeyi 6. düzey olarak tespit edilmiştir.

3.5. Araştırmanın Niteliği

Verilerin yalnızca dokümanlardan elde edildiği araştırmalarda, verilerin analizinde, belirlenen amaçlar ve problemlere göre geliştirilen kategoriler doğrultusunda, dokümanların kapsamlı ve sistemli bir şekilde birbirleriyle karşılaştırılarak çözümlenmesi gerektiği belirtilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu çalışmanın da tek veri kaynağı dokümanlar olduğundan, belirlenen kategorilere göre veri analiz süreci yürütülmüş ve karşılaştırmalı analizler yapılmıştır.

Doküman analizi yönteminde uzman kişilerce yazılmış ve düzenlenmiş, nitelikli verilerin elde edilebileceği kaynakların kullanılmasının araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini arttırabileceği belirtilmektedir (Bailey, 1982). Bu çalışmada, nitelikli birer veri kaynağı olmaları yönüyle MEB ve ÖSYM' nin yayımlamış olduğu dokümanlar kullanılmıştır. Kitaplardan ikisi ders kitabı, biri soru bankası, biri de etkinlik kitabı olarak seçilmiş, bu dokümanlara üniversite sınav soruları da eklenerek çeşitlilik artırılmaya çalışılmıştır.

Araştırmacı ile danışman olan alan uzmanının kodlamaları karşılaştırılarak kodlamalardaki benzerlik oranı Miles ve Huberman' ın (1994) kodlayıcılar arası görüş birliği formülü ($\text{güvenirlik} = \frac{\text{görüş birliği}}{(\text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı})}$) kullanılarak hesaplanmıştır. Bu değer OM12 için %90,40; OFLM12 için %87,32; 3 Adım AYT için %81,93; M12BTE için %76,92; ÜSS için %87,50 ve toplamda 899 soru için %87,99 olarak bulunmuş olup, çalışmanın içsel tutarlılığının kabul edilebilir seviyede olduğu söylenebilir.

Araştırmanın uzman incelemesi, araştırmacı ile biri danışman olmak üzere iki alan uzmanının katıldığı değerlendirme toplantısı yapılarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tüm sürece ilişkin topladığı verileri ve ulaştığı sonuçları aktarmış, alan uzmanının yönelttiği soruları yanıtlamış, alan uzmanı da ham veriler ile verilerin analizini gözden

geçirmiş, araştırmacıdan aldığı yanıtlarla birlikte değerlendirerek araştırmacının yaklaşımının ve düşünme biçimlerinin uygunluğuna ve araştırmanın geçerlik ile tutarlığına yönelik olumlu geri bildirimde bulunmuştur. Ayrıca araştırmacı ile danışman olan alan uzmanı arasında uyuşma sağlanamayan soruların düzeyleri için alan uzmanından görüş alınmış ve soruların düzeyleri nihayetlendirilmiştir.

Araştırmanın güvenilirliğinin artırılabilmesi için verilerin sayısallaştırılabileceği, sayısal verilere dayalı yapılacak yorumlarda daha tarafsız olunabileceği ve bu yöntemle analiz sonucunda kategorilerin karşılaştırılabileceği belirtilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu çalışmada da veriler frekans ve yüzde hesaplamaları ile sayısallaştırılarak nitel analizi zenginleştirmek amaçlanmıştır. Her bir alt probleme ait elde edilen bulgular kategorik ve sayısal olarak yapılan analizlerle tablolar halinde görselleştirilmiş, karşılaştırmalar yoluyla kategoriler arasındaki ilişkiler yorumlanarak ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği nitel araştırmalardaki inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik kavramları açısından değerlendirilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2021):

Araştırmacı, veri kaynaklarıyla uzun süren bir etkileşimde bulunmuştur. Araştırmada nitelikli veri kaynakları olmaları yönüyle MEB ve ÖSYM' nin yayımladığı dokümanlar kullanılarak, veri kaynakları çeşitlendirilerek, verilerin analizinde PISA 2018 matematik okuryazarlığı ölçeği kullanılarak ve araştırmadaki tüm süreçlerle ilgili uzmanların görüşlerine başvurularak araştırmada nesnel bir yaklaşımla araştırmanın inandırıcılığı sağlanmaya çalışılmıştır.

Nitel araştırmalarda evrene genelleme yapma sorumluluğu bulunurken, nitel araştırmalarda ulaşılan sonuçların benzer ortamlara aktarılabilirlik değeri ortaya koyulmaya çalışılmaktadır. Amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme yöntemleriyle sonuçların aktarılabilirliğinin artırılabilmesi belirtilmektedir (Erlandson vd., 1993). Bu çalışmada da araştırmayı okuyacakların veya benzer araştırma yapacak olanların araştırmanın süreçlerine ve sonucuna ilişkin bir düşünce oluşturabilmeleri için amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme yöntemlerine başvurulmuştur. Amaçlı örnekleme için, veri kaynakları araştırılan probleme ait farklılık ve çeşitliliği yansıtacak şekilde seçilmiş, hem genel olarak veri kaynakları hem de özel olarak kaynaklarda bulunan sorularla ilgili tipik ve farklılık gösteren özellikler ortaya koyulmaya çalışılmıştır.

Ayrıntılı betimleme için de ham veriler kategorilere göre tekrar düzenlenerek yorum katmadan tablolar yardımıyla aktarılmıştır.

Araştırmada, soruların düzeyleri belirlenirken PISA 2018 matematik okuryazarlığı ölçeğindeki gösterge davranışlara sadık kalınmış, düzey belirleme ve analiz sürecinde ulaşılan sonuçlar birbirleriyle devamlı karşılaştırılmış, veriler kategorik hale getirilirken ve toplanan verilerle ulaşılan sonuçlar ilişkilendirilirken tutarlılığın sağlanmasına özen gösterilmiştir.

Araştırmanın tüm süreçlerinde yapılan işlemler ayrıntılı olarak açıklanmış, veri analiz sürecinde kullanılan çerçeve sunulmuş, bu çerçeveye göre yapılan analiz örneklerine yer verilmiş, araştırmanın ham verileri, analiz sürecinde yapılan kodlamalar ve alınan notlar araştırmanın teyit edilebilirliği açısından, istenildiğinde sunulabilmek üzere saklanmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde soruların materyallere, konulara ve içerik yapılarına göre yeterlik düzeylerinin incelenmesinden elde edilen bulgular sunulacaktır.

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri soruların yer aldığı materyallere göre incelenmiş ve elde edilen bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Çizelge 4. 1. Soruların Yer Aldığı Materyallere Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri

Düzye Materyal	Alt Düzey				Orta Düzey				Üst Düzey				Toplam	
	1.düzey		2. düzey		3. düzey		4. düzey		5. düzey		6. düzey			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
OM12	12	2,81	38	8,90	74	17,33	125	29,27	140	32,79	38	8,90	427	47,50
OFLM12	4	1,18	36	10,62	56	16,52	82	24,19	118	34,81	43	12,68	339	37,71
3 Adım AYT	0	0,00	0	0,00	6	7,23	24	28,92	36	43,37	17	20,48	83	9,23
M12BTE	0	0,00	0	0,00	0	0,00	2	7,69	14	53,85	10	38,46	26	2,89
ÜSS	0	0,00	0	0,00	1	4,17	4	16,67	11	45,83	8	33,33	24	2,67
Toplam	16	1,78	74	8,23	137	15,24	237	26,36	319	35,48	116	12,90	899	100,00
	f		%		f		%		f		%			
Toplam	90		10,01		374		41,60		435		48,39		899	100,00

Materyallere göre toplam 899 sorunun düzeyleri belirlenmiştir.

OM12 kitabında 427 soru incelenmiş olup, sorular en çok (%46,60) orta düzeyde, en az (%11,71) alt düzeyde bulunmaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5.düzey (%32,79) ve ardından 4. düzey (%29,27) sorular bulunurken, en az 1. düzey (%2,81) sorulara yer verilmiştir.

OFLM12 kitabında 339 soru incelenmiş olup, sorular en çok (%47,49) üst düzeyde, en az (%11,80) alt düzeyde bulunmaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5.

düzy (%34,81) ve ardından 4. düzy (%24,19) sorular bulunurken, en az 1. düzy (%1,18) sorulara yer verilmiştir.

3 Adım AYT kitabında 83 soru incelenmiş olup, sorular en çok (%63,86) üst düzyde yer almaktadır. Alt düzy soruya rastlanmamıştır. En çok 5. düzy (%43,37) sorular bulunurken, en az 3. düzy (%7,23) sorulara yer verilmiştir.

M12BTE kitabında 26 etkinlik incelenmiş olup, ilk 3 düzyde etkinlik bulunmamaktadır. Etkinliklerin tamamına yakını (%92,31) üst düzydir. En çok 5. düzy (%53,85) etkinlikler bulunurken, en az 4. düzy (%7,69) etkinliklere yer verilmiştir.

ÜSS' de 24 soru incelenmiş olup, sorular en çok (%79,17) üst düzyde yer almaktadır. Alt düzy soruya rastlanmamıştır. En çok 5. düzy (%45,83) sorular bulunurken, en az (%4,17) 3.düzy bir soruya yer verildiği görülmektedir.

Tüm sorular göz önüne alındığında, en çok (%48,39) üst düzy ve en az (%10,01) alt düzy sorulara yer verildiği görülmektedir.

Alt düzy sorulara yalnız OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında yer verilmiştir. Materyallerdeki alt düzy soru oranlarına bakıldığında, alt düzy sorular ders kitaplarında yakın oranlarda (sırasıyla %11,71 ve %11,80) yer almaktadır. Alt düzy içerisinde 2. düzy soru oranının daha fazla olduğu (%8,23) görülmektedir.

Orta düzy sorulara tüm materyallerde yer verilmiştir. Materyallerdeki orta düzy soru oranlarına bakıldığında, orta düzy sorular en çok OM12 (%46,60) ve OFLM12 (%40,71) ders kitaplarında bulunmakla birlikte, en az (%7,69) M12BTE kitabında yer almaktadır. Orta düzy içerisinde 4. düzy soru oranının daha fazla olduğu (%26,36) görülmektedir.

Üst düzy sorulara tüm materyallerde yer verilmiştir. Materyallerdeki üst düzy soru oranlarına bakıldığında, üst düzy sorular en çok (%92,31) M12BTE kitabında ve ÜSS' de (%79,16) bulunurken, en az (%41,69) OM12 kitabında bulunmaktadır. Üst düzy içerisinde 5. düzy soru oranının daha fazla olduğu görülmektedir.

Materyallere göre toplam 899 soru üzerinde yapılan incelemede en az 1. düzy, en çok 5. düzy sorular bulunduğu görülmüştür.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 3. düzy bir örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK |||

Aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

ç) $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{2}-1} (x^3 + 3x^2 + 3x + 2)$

ÇÖZÜM |||

Tüm seçeneklerde polinom fonksiyonların limit değerleri sorulduğundan istenen noktadaki limit değerleri fonksiyonların o noktadaki görüntülerine eşit olacaktır.

ç) $\lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{2}-1} (x^3 + 3x^2 + 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow \sqrt[3]{2}-1} ((x+1)^3 + 1)$
 $= (\sqrt[3]{2} - 1 + 1)^3 + 1$
 $= (\sqrt[3]{2})^3 + 1$
 $= 2 + 1$
 $= 3$

Resim 4.1. OM12- 5.1.2.4.ç. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 186).

Verilen polinom fonksiyonda istenen limit değerinin fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olacağı bilgisi sorudan önce özellik olarak (Emin vd., (n.d), s. 185) ve çözümde açıklama olarak verilmiştir. Çözüm incelendiğinde önce polinomun terimleri ve limit alınan nokta göz önüne alınarak iki terimin toplamının küpü özdeşliği yardımıyla polinomun düzenlendiği, ardından fonksiyonun o noktadaki görüntüsünün hesaplandığı görülmektedir. Bu şekilde bir düzenleme yapılmadan doğrudan fonksiyonun verilen noktadaki görüntüsünün bulunmaya çalışılması durumunda zorluk yaşanacağı açıktır. Bu yönüyle soru ilk bakışta görülenden fazlasını gerektiren bir soru olup, basit bir problem çözme stratejisinin seçilerek uygulanabileceği, farklı bir bilgi kaynağından yapılan çıkarıma dayalı gösterimin yorumlanıp kullanılabileceği ve aşamalı işlemlerle çözülebilecek bir soru olduğundan sorunun düzeyi 3. düzey olarak belirlenmiştir.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 3. düzey bir örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK |||

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x + 2 \cot x}{3 \cos x}$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM |||

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin x + 2 \cot x}{3 \cos x} &= \frac{\sin \frac{\pi}{3} + 2 \cot \frac{\pi}{3}}{3 \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{3 \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{7\sqrt{3}}{6}}{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{7\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{7\sqrt{3}}{9} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Resim 4.2. OM12- 5.1.2.11. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 191).

Sorunun çözümünde Trigonometri konusundaki dar açılarda trigonometrik oranları ile ilgili bilgilerin limit alma işleminde kullanılması gerekmektedir. Soru farklı bilgi kaynakları kullanılarak ve bu kaynaklardan doğrudan çıkarımlar yapılarak aşamalı olarak çözülebilmekte olup, çıkarımlar arasındaki ilişkilerin sınırlı olarak kurulmasının yeterli olduğu bir sorudur. Bu nedenlerle sorunun düzeyi 3. düzey olarak tespit edilmiştir.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK III

- a ve b pozitif gerçel sayılardır.

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (x+2) - b - 1, & x < 0 \text{ ise} \\ \log_2(x^2 + 4), & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ \sqrt{ax^2 + b}, & 2 \leq x \text{ ise} \end{cases}$$

- $f(x)$ fonksiyonunun her x gerçel sayısı için limiti vardır. Buna göre a ve b sayılarını bulunuz.

ÇÖZÜM III

$f(x)$ fonksiyonunun her x gerçel sayısı için limiti olduğuna göre $x = 0$ ve $x = 2$ kritik noktalarında da limiti vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$a \cdot (0+2) - b - 1 = \log_2(0^2 + 4)$$

$$2a - b - 1 = \log_2 4$$

$$2a - b - 1 = 2$$

$$2a - b = 3 \text{(1) olur.}$$

(1) ve (2) denklemleri ortak çözülürse

$$2a - \cancel{b} = 3$$

$$+ 4a + \cancel{b} = 9$$

$$6a = 12 \Rightarrow a = 2 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\log_2(2^2 + 4) = \sqrt{a \cdot 2^2 + b}$$

$$\log_2 8 = \sqrt{4a + b}$$

$$3 = \sqrt{4a + b}$$

$$9 = 4a + b \text{(2) olur.}$$

$$a = 2 \Rightarrow 4 \cdot 2 + b = 9$$

$$b = 1 \text{ bulunur.}$$

Resim 4.3. OM12- 5.1.2.27. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 199).

Verilen $f(x)$ fonksiyonunun her x gerçel sayısı için limitinin olması varsayımına göre, fonksiyonun kritik noktaları olan $x = 0$ ve $x = 2$ noktalarında da limiti vardır. Limit tanımı gereğince kritik noktalardaki sağdan ve soldan limitler eşitlenir. Farklı bilgi kaynakları olarak logaritma fonksiyonunun ilgili özelliği ve köklü denklem çözümü yardımıyla basit bağlamlarda akıl yürütülerek argümanlar ortaya koyulur. Argümanlar ilişkilendirilerek, elde edilen a ve b bilinmeyenlerine bağlı iki bilinmeyenli iki denklem ortak çözülür ve a ve b bilinmeyenleri bulunur. Açıklanan nedenlerle sorunun düzeyi 4. düzey olarak belirlenmiştir.

OM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK

Doğrusal olarak hareket eden bir hareketlinin saat olarak zamana bağlı yer değişimi km olarak $f(t) = t^2 - 4$ fonksiyonu ile tanımlandığına göre bu hareketlinin 3. saatteki anlık hızını (anlık değişim oranını) bulunuz.

ÇÖZÜM

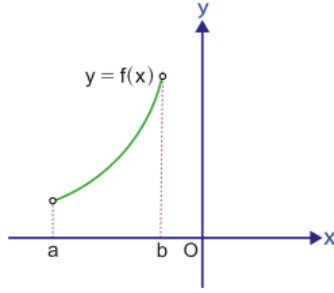
$$\lim_{t \rightarrow 3} \frac{f(t) - f(3)}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 4 - 5}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 9}{t - 3} \quad \left(\frac{0}{0} \text{ belirsizliği} \right)$$

$$\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 9}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-3)(t+3)}{t-3} = 6 \text{ km/sa. bulunur.}$$

Resim 4.4. OM12- 5.2.1.4. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 216).

Çözümde hareketlinin t_0 anındaki anlık hızı t , t_0 a yaklaşırken harekete ilişkin fonksiyonun değişim oranı hesaplanarak bulunmuştur. Limit hesaplanırken karşılaşılan $0/0$ belirsizliği, iki kare farkı özdeşliği ile çarpanlarına ayırma işlemi sonrasında yapılan sadeleştirme işlemiyle giderilmiş ve ardından limit değerine ulaşılmıştır. Bir fonksiyonun t_0 anındaki anlık değişim oranı, fonksiyonun t_0 noktasındaki türevine eşit olduğundan, hareketlinin 3. saatteki anlık hızına, verilen polinom fonksiyonun türevinin $t_0 = 3$ için değeri bulunarak da ulaşılabilir. Farklı gösterim biçimlerinin kullanılabildiği ve gerçek bir problem durumu ile farklı gösterimler arasında ilişki kurulmasını gerektiren bir soru olduğundan, sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

OM12 kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK III

Yanda (a, b) nda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre aşağıda verilen fonksiyonların (a, b) nda artan veya azalan olup olmadıklarını bulunuz.

e) $\frac{f(x)}{x}$

ÇÖZÜM III

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği incelenirse (a, b) nda

$$x < 0$$

$$f(x) > 0$$

$$f'(x) > 0$$

olduğu görülür. Buna göre

$$e) \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{\overbrace{f'(x)}^{+} \cdot \underbrace{x}_{-} - 1 \cdot \overbrace{f(x)}^{+}}{\underbrace{x^2}_{+}} < 0 \text{ olduğundan } \frac{f(x)}{x} \text{ fonksiyonu } (a, b) \text{ nda azalandır.}$$

Resim 4.5. OM12- 5.3.1.10.e. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 251).

Soruda verilen fonksiyonun artan veya azalanlığını incelemek için, çözümde görüldüğü gibi türevinin işaretinin tespit edilmesi gerekir. Bunun için de $x, f(x)$ ve $f'(x)$ in işaretlerinin tespit edilmesine ihtiyaç vardır. Soruda verilen grafik, koordinat sisteminin 2. bölgesinde olduğundan $x < 0$ ve $f(x) > 0$ olarak belirlenir. $\forall x_0 \in (a, b)$ için x_0 apsisi noktasından çizilen teğet doğrusunun eğim açısı α olmak üzere $f'(x_0) = m_T = \tan \alpha$ ve α dar açı olacağından $\tan \alpha > 0$ olup, $f'(x_0) > 0$ ve $y = f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında artan olur veya $\forall x_1, x_2 \in (a, b)$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ olduğundan $y = f(x)$ fonksiyonun artan olduğu söylenebilir. Fonksiyonun grafik temsilinden elde edilen $x, f(x)$ ve $f'(x)$ in işaretlerine ilişkin çıkarımlar matematiksel olarak modellenir ve böylelikle açık şekilde ifade edilmeyen varsayımlar ortaya koyulmuş olur. Bu varsayımlara göre $\left(\frac{f(x)}{x} \right)'$ fonksiyonunun işareti negatif olduğundan $\frac{f(x)}{x}$ fonksiyonu azalandır. Varsayımların belirlendiği, sembolik ve formel tanımlamaların kullanıldığı, farklı gösterim biçimlerinin ilişkilendirilerek sistematik akıl yürütmeyele sonuca ulaşıldığı için sorunun düzeyi 5. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 2. düzey bir Alıştırma sorusu aşağıda verilmiştir.

$$3. f(x) = \begin{cases} ax + 2, & x < 1 \text{ ise} \\ 3x - b, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ ise $a + b$ değeri kaçtır?

Resim 4.6. OFLM12- 5.1.A.2.3. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 246).

$f(x)$ parçalı fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki limiti 4 ise, $f(x)$ fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki sağdan ve soldan limitlerinin de birbirlerine eşit ve 4 olması gerekir. Elde edilen a ve b bilinmeyenlerine bağlı 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklemler çözülerek a ve b bilinmeyenlerine ulaşılır. Sorunun çözümünde limitin varlığı için gerekli koşulun anlaşılması ve kullanılması yeterlidir. Tek bir kaynakla ilişkili belli bir içerikteki durumun fark edilerek yorumlandığı, ilk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen, basit akıl yürütme ve işlemlerle çözülebilecek bir soru olduğundan sorunun düzeyi 2. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 18

Aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

$$c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$$

ÇÖZÜM

$$c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (-\cos x - \sin x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Resim 4.7. OFLM12- 5.1.18.c. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 250).

Sorunun çözümünde $\pi/4$ ve $\pi/2$ radyanlık açılarının kosinüs ve sinüs değerleri limit alma işleminde kullanılarak $0/0$ belirsizliğine ulaşılır. Kosinüs fonksiyonuna ait yarım açı formülünün kullanımı ve iki kare farkı özdeşliği ile çarpanlara ayırma işleminden sonra pay ile paydayı sıfır yaparak belirsizliğe yol açan ortak çarpanlar sadeleştirilir ve belirsizliğin giderilmesinin ardından limit değeri hesaplanır. Açıkça

tanımlanmamış bir durumda, trigonometri ve özdeşliklerle ilgili iyi yapılandırılmış becerilerin sorunun içeriğine göre esnek akıl yürütmeleriyle ilişkilendirilerek çözümün inşa edildiği görüldüğünden sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 16

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

g) $s(x) = \ln(\tan(3x))$

 **ÇÖZÜM**

g) $u = \tan 3x$ olsun.

$$\begin{aligned} s'(x) &= (\ln u)' = \frac{u'}{u} \\ &= \frac{3}{\cos^2 3x} \cdot \frac{1}{\tan 3x} \\ &= \frac{3}{\cos^2 3x \cdot \tan 3x} \text{ olur.} \end{aligned}$$

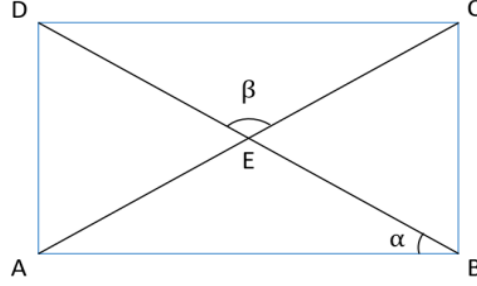
Resim 4.8. OFLM12- 5.2.16.g. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 283).

Sorunun çözümünde $u = \tan 3x$ değişken dönüşümü ile varsayımda bulunulup, logaritma fonksiyonunun türev alma kuralıyla çıkarımda bulunulmuştur. İşlemin devamında $u = \tan 3x$ in türevi alınırken, çözümde değinilmese de $v = 3x$ gibi bir değişken dönüşümü ile yeniden varsayımda bulunulmuş $u = \tan v$ fonksiyonunun türevi $v'/\cos^2 v$ şeklinde alınarak yerine yazılmıştır. Soru varsayımlarda bulunup, sembolik ve formel tanımlamaları kullanarak eylemleri yansıtmayı, sistematik akıl yürütmeye çıkarımlar arasında bağ kurmayı gerektiren bir soru olduğundan 5. düzey bir soru olarak değerlendirilebilir.

Bir diğer bakış açısı olarak $f(x) = \ln x, g(x) = \tan x, h(x) = 3x$ şeklinde düşünüldüğünde, soruda $(f \circ g \circ h)(x)$ bileşke fonksiyonunun türevi sorulmaktadır. Polinom, üstel, logaritmik, trigonometrik ve köklü fonksiyonlar gibi çeşitli fonksiyonları içeren ikiden fazla fonksiyonun bileşkesinin türevini alma işleminde, sorunun öğrenci tarafından sembolik ve formel tanımlamalar kullanılarak yeniden yapılandırıldığı ve bu tür sorular için bir genelleme yapıldığı düşünüldüğünden sorunun düzeyi 6. düzey olarak belirlenmiştir.

3 Adım AYT kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

10. Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeninde [AC] ve [BC] köşegenlerdir.



$m(\widehat{ABD}) = \alpha$ ve $m(\widehat{DEC}) = \beta$ olmak üzere

$\lim_{\alpha \rightarrow \beta} (2 \tan \alpha - 3 \sin \beta)$ ifadesinin değeri kaçtır?

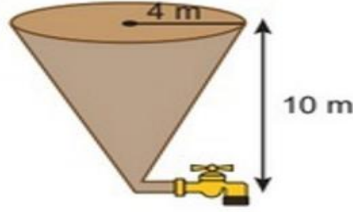
Resim 4.9. 3 Adım AYT- 1.3.10. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 94).

Dikdörtgende çizilen köşegenler eşit uzunlukta olup, birbirini eşit olarak ortalar. $|AE| = |EB|$ olduğundan, AEB üçgeni ikizkenar üçgen olur. İkizkenar üçgenin taban açıları birbirine eşit olduğundan $m(\widehat{EAB}) = m(\widehat{EBA}) = \alpha$ olur. Üçgende bir dış açı, kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olup $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{BEC}) = 2\alpha$ ve komşu bütünler olmaları sebebiyle $2\alpha + \beta = 180^\circ$ dir. $\alpha \rightarrow \beta$ iken $3\beta \rightarrow 180^\circ$ olup, $\beta \rightarrow 60^\circ$ olur. Buna uygun olarak limit ifadesi düzenlenirse:

$\lim_{\beta \rightarrow 60^\circ} (2 \tan \beta - 3 \sin \beta) = 2 \tan 60^\circ - 3 \sin 60^\circ$ ifadesinin değeri trigonometrik oranlar yardımıyla hesaplanarak $2\sqrt{3} - 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur. Nümerik olarak açıklanan işlemler, şekil üzerinde ek çizimler yapılarak da görülebilir. Karmaşık problem durumunun çözümü için tahmin ve kontrol, çizim yapma, mantık yürütme gibi birden çok problem çözme stratejisini etkin bir şekilde kullanma, ekstra matematiksel bilgilerin kullanılabilmesiyle ortaya koyulan argümanlardan yola çıkarak varsayımda bulunma, varsayımlardan yeni çıkarımlar yapma, sistematik akıl yürütme ile elde edilen çıkarımlar arasında bağ kurma becerileri gerektirdiğinden sorunun düzeyi 5. düzey olarak belirlenmiştir.

3 Adım AYT kitabında Anlık Değişim Oran ve Türev konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

12. Aşağıda yükseklik uzunluğu 10 m olan ve taban yarıçap uzunluğu 4 m olan koni biçiminde bir su tankı verilmiştir.



Su tankı tamamen su ile doludur. Dindeki musluk açıldığında suyun hacmi dakikada 2 m^3 azalmaktadır.

Buna göre, su yüzeyinin yarıçap uzunluğu 3 m olduğu anda su yüzeyinin yarıçapının değişim hızı kaç m/dk olur?

Resim 4.10. 3 Adım AYT- 2.3.12. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 100).

Taban yarıçapı r ve yüksekliği h olan koninin hacmi $V_{koni} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ formülü ile bulunmaktadır. Musluk açıldığında geçen zamana bağlı olarak koni şeklindeki su tankının içindeki suyun hacmi azalmaktadır. Suyun hacmi de su yüzeyinin yarıçapına ve yüksekliğe bağlı olarak değişim göstermektedir. Soruda su yüzeyinin yarıçapının zamana göre değişim hızı sorulmaktadır. Bu bilgiler ilişkilendirildiğinde hacmin zamana bağlı değişimini, hacmin yarıçapa ve yarıçapın da zamana bağlı değişimi olarak zincir kuralı yardımıyla ifade edilebileceği anlaşılmaktadır. Şekilde su yüzeyinin yarıçapının r , yüksekliğin h olduğu durumu modelleyen bir üçgen çizilip, üçgenler arasında benzerlik kurularak yükseklik, yarıçapa bağlı olarak ifade edilebilir. Hacim, yarıçap ve yüksekliğe bağlı olarak ifade edilmekteyken, yüksekliğin yarıçap türünden değeri hacim formülünde yerine yazıldığında, hacim yarıçapa bağlı olarak ifade edilmiş olur ve hacmin yarıçapa bağlı değişimi bulunabilir. Zincir kuralını uygulamak için gerekli hazırlıklar yapıldıktan sonra $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$ ifadesinde $r = 3$ metre olduğu anda su yüzeyinin yarıçapının zamana bağlı değişim hızı $(\frac{dr}{dt})$ hesaplanır. Verilen karmaşık problem durumunun çözümü için öğrenci soruyu anlama, yorumlama ve ileri düzeyde akıl yürütme becerisine sahip olmalıdır. Soruda zincir kuralının kullanımına yönelik açık bir bilgi verilmemekle birlikte, doğrudan kuralın kullanımı da mümkün olmadığından, öğrencinin soruyu yapılandırması, eylemlerini formüle etmesi gerekmektedir. Ortaya koyulan argümanlardan yapılan çıkarımlar arasında bağ kurularak farklı bilgi kaynakları ve gösterimler ilişkilendirildiği, bunlar esnek bir şekilde birbirine dönüştürüldüğü için sorunun düzeyi 6. düzey olarak belirlenmiştir.

M12BTE kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir etkinlik aşağıda verilmiştir.



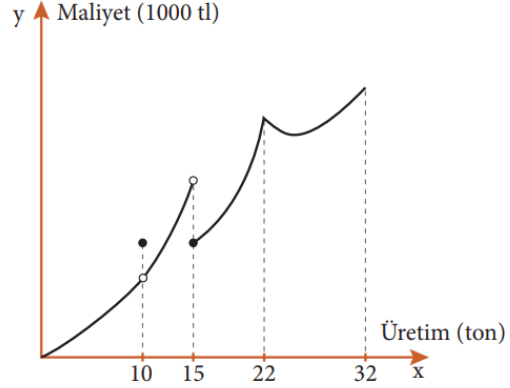
Anlık Değişim Oranı ve Türev Kazanım: 12.5.2.2. Bir fonksiyonun bir noktada ve bir aralıkta türevlenebilirliğini değerlendirir.

Alan Becerileri: İlişkilendirme Genel Beceriler: Problem çözme

Etkinlik İsmi	MARJİNAL MALİYET	20 dk.
Amacı	Gerçek hayatta karşılaşılan bir problemi ifade eden fonksiyonun türevli olmadığı noktalarla grafiği arasında ilişki kurabilme.	Bireysel

Bir üretim sürecinde maliyet, ürün miktarına bağlı bir fonksiyon olarak yazılabilir. Üretim maliyetinin, üretim miktarına göre değişim oranına "marjinal üretim maliyeti" denir. Başka bir deyişle "marjinal üretim maliyeti" üretimi bir birim artırmak istediğinizde maliyette ortaya çıkan artış miktarıdır.

Örneğin $f(x)$ belli bir zaman aralığında x birim ürün üretmek için gerekli olan maliyet olmak üzere ürünün bir birim arttırılması ile ortaya çıkacak üretim maliyet artışı marjinal üretim maliyetini verir. Bu da maliyet fonksiyonunun türevi alınarak hesaplanır. Maliyet eğrisi üzerindeki herhangi bir noktadan geçen teğetin eğimi marjinal maliyet değerini vereceğinden eğri üzerinde teğet çizilemediği ya da birden fazla eğri çizilebildiği noktalarda marjinal maliyet hesaplanamaz.



Grafik, yurt dışından dövizle aldığı ham maddeyi işleyerek üretim yapan bir firmanın belli bir zaman aralığındaki üretimine bağlı maliyetini göstermektedir. 10. ton üretim yapıldığında arızalanan bir makinenin tamir giderleri sebebiyle üretim maliyeti farklılık göstermiştir. Ayrıca 15. ton üretim sırasında dövizdeki ani düşüş üretim maliyetlerini birden düşürürken 22. tondan itibaren ise dövizdeki dalgalanmalar üretim maliyetlerini etkilemiştir.

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. a) Hangi üretim değerlerinde marjinal maliyetin hesaplanamayacağını bulunuz.
b) Üretim maliyetinin ani değişimlere uğramaması durumunda hangi üretim değerinde marjinal maliyetin hesaplanamayacağını bulunuz.
c) Marjinal maliyetin hesaplanabileceği üretim aralıklarını bulunuz.
2. İlk 15 tonluk üretim maliyetini veren f fonksiyonunun kuralı $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$ olduğuna göre 8. tondaki üretim artışının marjinal maliyetini bulunuz.

Hazırlayan: Erol TOSUNER



73

CEVAP ANAHTARLARI

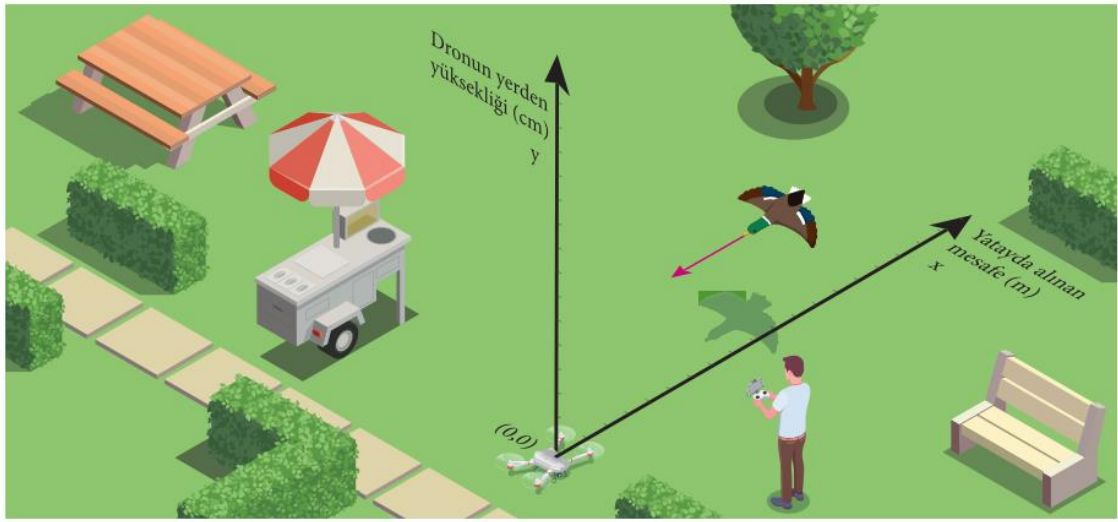
Etkinlik No.: 53

1. a) Maliyet fonksiyonu $x = 10$, $x = 15$ ve $x = 22$ apsisli noktalarda türevlenemediği için 10,15 ve 22. üretim değerlerinde marjinal maliyet hesaplanmaz.
b) 22. tonda üretim maliyetlerinde ani değişimler olmamasına karşın marjinal maliyet hesaplanamaz.
c) (0,10), (10,15), (15,22) ve (22,32) aralıklarında marjinal maliyet hesaplanabilir.
2. $f'(x) = 3x^2 - 12x + 15$ olduğundan $f'(8) = 111$ olur. Buna göre marjinal maliyet 111 000 Türk lirası bulunur.

Etkinlikte bir gerçek hayat probleminin modellendiği fonksiyonun grafiği görülmektedir. Soruda üretim miktarına bağlı tanımlanan maliyet fonksiyonunun türevi alınarak marjinal maliyetin hesaplandığı bilgisi verilmiştir. 1. sorunun a maddesinde marjinal maliyetin hesaplanamayacağı üretim değerleri olarak maliyet fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsisleri ($x = 10, x = 15$ ve $x = 22$) bulunmuştur. 1. sorunun b maddesinde üretim maliyetinin ani değişimlere uğramaması durumunda marjinal maliyetin hesaplanamayacağı üretim değeri olarak maliyet fonksiyonunun sürekli ve türevsiz olduğu noktaların apsisleri ($x = 22$) bulunmuştur. 1. sorunun c maddesinde marjinal maliyetin hesaplanabileceği üretim aralıkları olarak maliyet fonksiyonunun türevlenebilir olduğu aralıklar $((0,32) - \{10,15,22\})$ bulunmuştur. 2. soruda 8. tondaki üretim artışının marjinal maliyeti olarak maliyet fonksiyonunun $x = 8$ apsisli noktasındaki türevinin değeri ($f'(8)$) bulunmuştur. Gerçek problem durumları ile farklı gösterimler arasında ilişki kurulmasını gerektiren bir soru olduğundan, sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

M12BTE kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir etkinlik aşağıda verilmiştir.

68	MATEMATİK 12		Ortaöğretim Genel Müdürlüğü
Türevin Uygulamaları Kazanım: 12.5.3.3. Türevi yardımıyla bir fonksiyonun grafiğini çizer. Alan Becerileri: Muhakeme, ilişkilendirme Genel Beceriler: Problem çözme			
Etkinlik İsmi	DRONUN VE KUŞUN İZLEDİĞİ YOLLARI ÇİZELİM		🕒 20 dk.
Amacı	Gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili fonksiyonların türev yardımıyla grafiğini çizebilme.		👤 Bireysel
Can, öğretmeninin verdiği proje ödevi için doğa fotoğrafı çekecektir. Fotoğrafları dron kullanarak çekmeye karar veren Can, dronunu uçurmak için yerde sabit bir noktaya bırakıyor. Kumanda ile harekete başlayan dron durduğu noktadan aşağı ve yukarı yönlerde düzlemsel olarak hareket ederek yatay doğrultuda 18 metrelik bir mesafe katediyor ve ardından bulunduğu noktada tekrar sabit kalıyor. Can dronun sabit kaldığı bu noktadan istediği fotoğrafları çekiyor ve analitik düzlemde görseldeki gibi modelliyor. Dronun yatay doğrultuda katettiği mesafeye (x metre) göre bulunduğu noktanın yerden yükseklik (cm) değerini ifade eden f fonksiyonunun kuralı $f: [0, 18] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{3} - 10x^2 + 84x$ ile ifade edilmiştir. Dronun harekete başlamadan önce bulunduğu noktanın $(0,0)$ noktası olduğu bilinmektedir.			



Can, dronunu uçururken aynı anda bir kuş doğrusal bir yolda sabit bir hızla hareket etmektedir. Bu doğrusal yol ile ilgili bilgiler aşağıdaki gibidir:

- Bu doğrusal yol, f fonksiyonunun grafiğine $x = 15$ apsisi noktasında çizilen teğet doğrusuna paraleldir.
- f fonksiyonunun $x \in [4, 8]$ için bulunan yerel maksimum noktasının y ekseninde pozitif yönde 38 cm yukarı ötelenerek elde edilen E noktası bu doğrusal yol üzerindedir.

Kuşun ve dronun izledikleri yollar iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir (Hesaplamalar yapılırken dronun ve kuşun kapladığı alanlar ihmal edilecektir.). Hesaplamalar yapılırken dronun ve kuşun kapladığı alanlar ihmal edilecektir.

Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Dronun aldığı mesafeye göre konumunu ifade eden f fonksiyonun grafiğini çiziniz.
2. Kuşun hareket ettiği doğrusal yolu ifade eden doğru denklemini yazınız ve bu doğrunun grafiğini çiziniz.

96



Hazırlayan: Gözde Aslı ÖZCAN

CEVAP ANAHTARLARI

Etkinlik No.: 68

1. Grafiği çizmek için öncelikle f fonksiyonunun eksenleri kestiği noktalar araştırılır.

$x = 0$ için $f(0) = 0$ (y eksenini $(0,0)$ noktasında keser.)

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^3}{3} - 10x^2 + 84x = 0$$

$$x\left(\frac{x^2}{3} - 10x + 84\right) = 0$$

$$x = 0 \text{ veya } \frac{x^2}{3} - 10x + 84 = 0 \text{ olur}$$

$$\frac{x^2}{3} - 10x + 84 = 0 \text{ denkleminin diskriminantı}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 10^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 84 = 100 - 112 = -12 \text{ olur.}$$

Denklemin diskriminantı negatif olduğundan f fonksiyonu x eksenini $(0,0)$ noktası dışında kesmez.

f fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları incelemek için fonksiyonun x 'e göre türevi alınır, türev 0'a eşitlenir ve ekstremum noktaları incelenir.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 10x^2 + 84x \rightarrow f'(x) = x^2 - 20x + 84$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 20x + 84 = 0$$

$$\rightarrow (x - 6)(x - 14) = 0$$

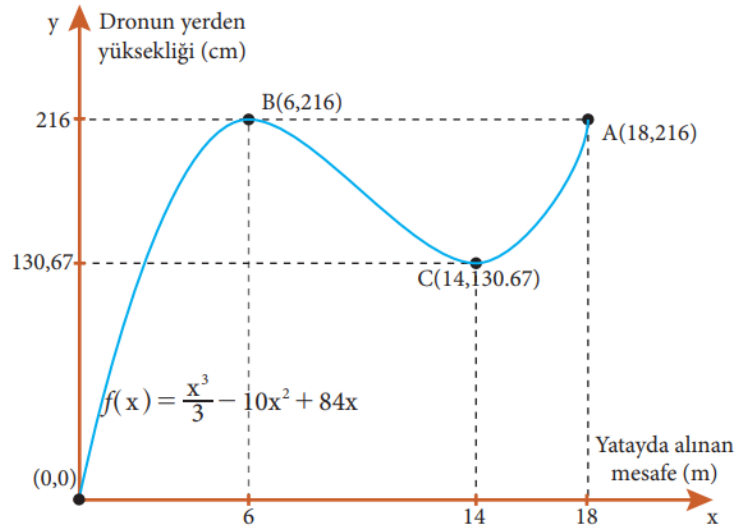
$$\rightarrow x = 6 \text{ veya } x = 14 \text{ olur.}$$

x	0	6	14	18
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$		↗	↘	↗
		artan	maks.	azalan
			min.	artan

f fonksiyonunun türevinin işaret tablosuna göre

- Fonksiyon $[0,18]$ nda çizileceği için $[0,6]$ ve $[14,18]$ nda artan, $[6,14]$ nda azalandır.
- f fonksiyonunun $x = 6$ apsisli noktasında bir maksimumu vardır ve maksimum değeri $f(6) = 216$ olur.
- f fonksiyonunun $x = 14$ apsisli noktasında bir minimumu vardır ve minimum değeri $f(14) = 130,67$ olur.
- $x = 18$ için $f(18) = 216$ olur.

Bu bilgilere göre f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibi çizilir.



2. Verilen paralel olma bilgisine göre kuşun uçtuğu doğrusal yolu modelleyen ifadenin eğimi m_d , f fonksiyonunun grafiğine $x = 15$ apsisi noktasında çizilen teğetin eğimine eşittir. Bu eğimi bulmak için f fonksiyonunun x e göre türevi alınır ve x yerine 15 yazılarak eğim bulunur.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 10x^2 + 84x \text{ için } f'(x) = x^2 - 20x + 84 \text{ olur.}$$

$$m_d = f'(15) = 15^2 - 20 \cdot 15 + 84 = 225 - 300 + 84 = 9 \text{ olur.}$$

Verilen 2. bilgiye göre f fonksiyonunun $x \in [4, 8]$ için bulunan yerel maksimum noktasının apsisi f fonksiyonunun türevinin işaret tablosuna göre $x = 6$ apsisi noktasıdır. Bu değer f fonksiyonunda yerine yazılarak $f(6) = 216$ bulunur.

$(6, 216)$ yerel maksimum noktası y eksenine boyunca pozitif yönde 38 cm yukarı ötelenerek kuşun uçtuğu doğrusal yol üstünde olan E noktası bulunur. $E(6, 216 + 38) = E(6, 254)$ olur.

Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminde bulunan $m_d = 9$ ve $E(6, 254)$ değerleri yerine yazılırsa.

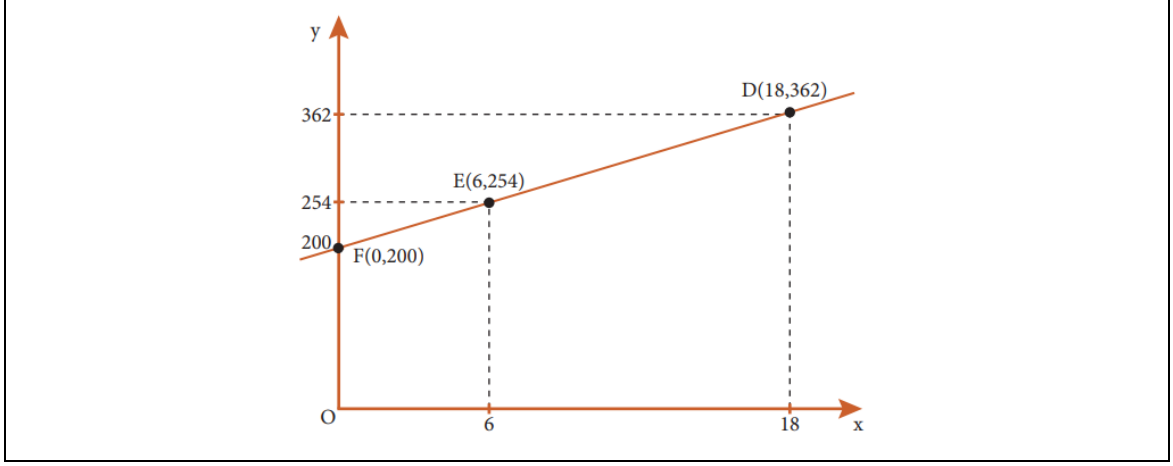
$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ için } y - 254 = 9(x - 6)$$

$$y = 9x + 200 \text{ olur.}$$

$x = 0$ için $y = 200$ bulunur ve doğru $F(0, 200)$ noktasından geçer.

$$x = 18 \text{ için } y = 362 \text{ doğru } D(18, 362) \text{ noktasından geçer.}$$

Bulunan F ve D noktaları koordinat düzleminde işaretlenir ve doğru aşağıdaki gibi çizilir.

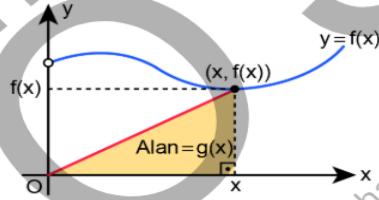


Resim 4.12. M12BTE- 5.3.E68. Kodlu Soru (MEB, (n.d), s. 96)

1. soruda fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar, artan ve azalan olduğu aralıklar ile ekstremum noktaları belirlenerek grafiği çizilmiştir. 2. soruda fonksiyonun türevinin $x = 15$ apsisli noktasındaki değeri, bu noktadan çizilen teğetin eğimi ve çizilen teğete paralel olacak şekilde, kuşun uçtuğu doğrusal yolun eğimi ile ilişkilendirilmiştir. Yönergelere göre fonksiyonun maksimum noktası tespit edilmiş, maksimum noktası y eksenini boyunca pozitif yönde 38 cm ötelenerek kuşun uçtuğu doğrusal yol üzerinde bulunan E noktasının koordinatları bulunmuştur. Ardından bir noktası ve eğimi bilinen doğru deklemini yardımıyla doğrusal yolun denklemi yazılmıştır. Doğrusal denklemde, dronun hareketini ifade eden fonksiyonun tanım kümesinin uç noktalarının görüntüleri hesaplanmış (D ve F noktaları) ve bu noktalar ile E noktasından geçecek şekilde doğrusal fonksiyonun grafiği çizilmiştir. Farklı bilgi kaynakları ile gösterimlerin ilişkilendirildiği, eylemlerin formüle edildiği ve bunlar arasındaki iletişimin tam olarak sağlanabildiği bir soru olduğundan sorunun düzeyi 6. düzey olarak tespit edilmiştir.

ÜSS' de sorulmuş Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

21. Dik koordinat düzleminde, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve pozitif değerler alan türevlenebilir bir f fonksiyonunun grafiği şekilde gösterilmiştir. Bir g fonksiyonu; her x pozitif gerçel sayısındaki değeri, köşeleri $(0, 0)$, $(x, 0)$ ve $(x, f(x))$ noktaları olan dik üçgenin alanına eşit olacak biçimde tanımlanmaktadır.



$$f(3) = 1$$

$$f'(3) = 7$$

olduğuna göre, $g'(3)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

Resim 4.13. ÜSS- 2022AYT.2.2. Kodlu Soru (ÖSYM, 2022).

Sorudaki yönergelerle göre g fonksiyonu, grafikte boyalı olarak verilen dik üçgeninin alanına eşit olacak şekilde tanımlanır. Ardından ilgili türev alma kuralıyla g fonksiyonunun türevi alınır. Verilenler de kullanılarak türevin $x = 3$ noktasındaki değeri hesaplanır. Karmaşık durumlara yönelik belirgin bir model üzerinde etkili bir şekilde çalışabilmeyi gerektirdiğinden sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri konulara göre incelenmiş ve elde edilen bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Çizelge 4. 2. Soruların Konulara Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri

Konu \ Düzey	Alt Düzey				Orta Düzey				Üst Düzey				Toplam	
	1.düzey		2. düzey		3. düzey		4. düzey		5. düzey		6. düzey			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Limit ve Süreklilik	16	4,35	66	17,93	72	19,57	140	38,04	63	17,12	11	2,99	368	40,93
Anlık Değişim Oranı ve Türev	0	0,00	8	2,99	65	24,25	77	28,73	95	35,45	23	8,58	268	29,81
Türevin Uygulamaları	0	0,00	0	0,00	0	0,00	20	7,60	161	61,22	82	31,18	263	29,25
Toplam	16	1,78	74	8,23	137	15,24	237	26,36	319	35,48	116	12,90	899	100,00
	f		%		f		%		f		%			
Toplam	90		10,01		374		41,60		435		48,39		899	100,00

Konulara göre toplam 899 sorunun düzeyleri belirlenmiştir.

Limit ve Süreklilik konusunda tüm düzeylerden sorulara yer verilmiştir. Sorular en çok orta düzeyde (%57,61), en az üst düzeyde (%20,11) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 4. düzey (%38,04), en az 6. düzey sorular (%2,99) bulunmaktadır.

Anlık Değişim Oranı ve Türev konusunda 1. düzey soru bulunmamaktadır. Sorular en çok orta düzeyde (%52,99), en az alt düzeyde (%2,99) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5. düzey (%35,45), en az 2. düzey (%2,99) sorular bulunmaktadır.

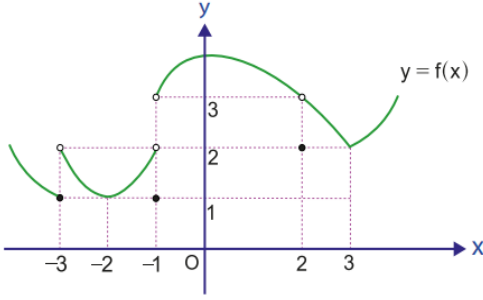
Türevin Uygulamaları konusunda ilk 3 düzeyde soru bulunmamaktadır. Sorular en çok üst düzeyde (%92,40), en az orta düzeyde (%7,60) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5. düzey (%61,22), en az 4. düzey (%7,60) sorular bulunmaktadır.

Alt düzey sorulara yalnız Limit ve Süreklilik ile Anlık Değişim Oranı ve Türev konularında (%10,01) yer verilmiştir. Konulardaki alt düzey soru oranlarına bakıldığında, alt düzey sorular Limit ve Süreklilik konusunda daha fazla (%22,28) yer almaktadır.

Orta düzey sorulara tüm konularda yer verilmiştir. Konulardaki orta düzey soru oranlarına bakıldığında, orta düzey sorular en çok (%57,61) Limit ve Süreklilik konusunda yer alırken, en az (%7,60) Türevin Uygulamaları konusunda yer almaktadır.

Üst düzey sorulara tüm konularda yer verilmiştir. Konulardaki üst düzey soru oranlarına bakıldığında, üst düzey sorular en çok (%92,40) Türevin Uygulamaları konusunda bulunurken, en az (%20,11) Limit ve Süreklilik konusunda bulunmaktadır.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK

Yanda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun hangi x gerçekte sayıları için sürekli olmadığını bulunuz.

ÇÖZÜM

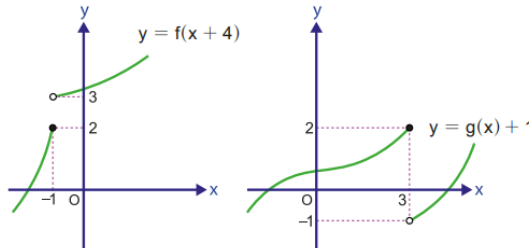
- $x = -3$ apsisli noktada fonksiyonun limiti olmadığından sürekli değildir.
- $x = -1$ apsisli noktada fonksiyonun limiti olmadığından sürekli değildir.
- $x = 2$ apsisli noktada fonksiyonun limiti görüntüsüne eşit olmadığından sürekli değildir.

Resim 4.14. OM12- 5.1.3.6. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 207).

Soru limiti olmadığı için sürekli olmayan ($x = -3$ ve $x = -1$) ve limiti görüntüsüne eşit olmadığından sürekli olmayan ($x = 2$) x gerçekte sayı değerlerinin görülerek grafik okuma becerisi ile çözülebildiği gibi, grafikteki verilerin nümerik veriye dönüştürülmesiyle de çözülebilir. Varsayımların sağlanmasını gerektiren ve farklı gösterim/ temsil biçimlerini kullanarak çözmeye imkan veren bir soru olduğundan sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir Ölçme ve Değerlendirme sorusu aşağıda verilmiştir.

19



Yukarıda $f(x + 4)$ ve $g(x) + 1$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre $\lim_{x \rightarrow 3^+} (f(x) + g(x))$ ifadesinin değeri kaçtır?

Resim 4.15. OM12- ÖD3.19. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 292).

Sorunun çözümü için verilen fonksiyon grafikleriyle çalışılabileceği gibi ötelemeden yararlanılarak yeni grafikler oluşturulabilir veya $y = f(x + 4)$ fonksiyonundan $y = f(x)$ fonksiyonunun kuralı, $y = g(x) + 1$ fonksiyonunun kuralından da $y = g(x)$ fonksiyonunun kuralı oluşturularak yeni bir kurala geçiş yapılabilir. Yeni grafik veya kuralların oluşturulması yaratıcılık olarak değerlendirilebilir. Grafik ve nümerik temsil biçimlerini ilişkilendirme ve birbirine dönüştürme, yeni grafik ve formül oluşturma becerileriyle çözülebilecek bir soru olduğundan sorunun düzeyi 6. düzey olarak belirlenmiştir.

OM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 3. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK |||

$f(x) = 2ax^3$ fonksiyonu veriliyor. $f'(-3) = -108$ olduğuna göre $f'(1)$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM |||

$f(x) = 2ax^3 \Rightarrow f'(x) = 6ax^2$ $\Rightarrow f'(-3) = 6a(-3)^2$ $-108 = 54a$ $a = -2 \text{ olur.}$	$a = -2 \Rightarrow f(x) = -4x^3$ $\Rightarrow f'(x) = -12x^2$ $\Rightarrow f'(1) = -12 \text{ bulunur.}$
--	---

Resim 4.16. OM12- 5.2.1.18. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 223).

Sorunun çözümü incelendiğinde, ilgili türev alma kuralı kullanılarak verilen fonksiyonun türevi alınmıştır. Türev fonksiyonunun $x = -3$ noktasındaki değeri -108 değerine eşitlenerek birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözümü ile a bilinmeyeni bulunmuş, bulunan a değeri türev fonksiyonunda yerine yazıldıktan sonra türev fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki değeri hesaplanmıştır. a bilinmeyeni bulunmadan doğrudan istenen türev değeri bulunamayacağından, öncelikle verilen eşitlikten bir çıkarım yapılması gerekmekte ve sonraki işlemde bu çıkarımın sınırlı şekilde kullanımı yeterli olmaktadır. Aşamalı kararların verilmesini içeren açıkça tanımlanmış işlemlerle sonuca ulaşılabildiğinden sorunun düzeyi 3. düzey olarak tespit edilmiştir.

3 Adım AYT kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

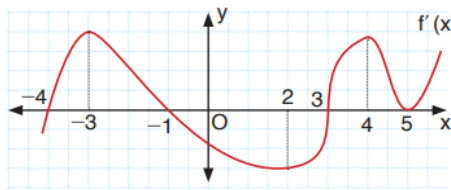
11. $f(x)=x^3-x^2+2ax$ eğrisine $x=-1$ apsisli noktasından çizilen teğeti $2x - y + 1=0$ doğrusuna paralel olduğuna göre a kaçtır?

Resim 4.17. 3 Adım AYT- 2.1.11. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 96).

Verilen fonksiyonun $x = -1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi, fonksiyonun türevinin $x = -1$ noktasındaki değerine eşittir ($m_T = f'(-1)$). Fonksiyonun türevi alındıktan sonra $x = -1$ noktasındaki değeri hesaplanarak, teğetin eğimi a bilinmeyenine bağlı olarak bulunmuş olur. Öte yandan, soruda teğet doğrusuna paralel olan bir doğrunun denklemi verilmiştir. Paralel doğruların eğimleri birbirine eşit olduğundan ($d_1//d_2$ ise $m_1 = m_2$) verilen doğru denkleminde doğrunun eğimi bulunup, teğet doğrusunun eğimine eşitlenir. Bir bilinmeyenli birinci dereceden denklem çözülerek a değerine ulaşılır. Soruda farklı gösterim biçimleri sembolik ve formel tanımlamalara bağlı olarak ekstra matematiksel bilgilerin kullanımıyla ilişkilendirilmiş, ortaya koyulan argümanlardan elde edilen çıkarımlar arasında bağ kurulmuştur. Bu nedenlerle sorunun düzeyi 5. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 10



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Varsa $f(x)$ fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsislerini bulunuz.

ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-4	-1	3	5	$+\infty$
f'(x)	-	○	+	○	+	+
f(x)		Azalan	Artan	Azalan	Artan	Artan
		Yerel minimum	Yerel maksimum	Yerel minimum		

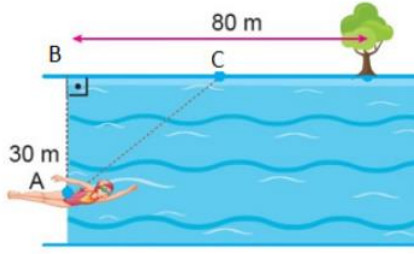
$y = f'(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu yapılarak fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıklar bulunduğunda apsisi $x = -4$ ve $x = 3$ olan noktalarda fonksiyonun yerel minimumu, apsisi $x = -1$ olan noktada ise fonksiyonun yerel maksimum olduğu görülür.

Resim 4.18. OFLM12- 5.3.10. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 295).

Sorunun çözümü için $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiğini anlayabilme ve grafikte temsil edilen bilgilere uygun olarak $y = f'(x)$ fonksiyonunun işaret tablosunu oluşturabilme becerileri gerekmektedir. $f'(x) = 0$ denkleminin kökleri bulunur, köklerin tek veya çift katlı kök olma durumu tespit edilir ve $y = f'(x)$ fonksiyonunun işaretleri ile $y = f(x)$ fonksiyonunun artanlığı ve azalanlığı arasında ilişki kurulur ($f(x)$ in artan olduğu aralıkta $f'(x) > 0$, $f(x)$ in azalan olduğu aralıkta $f'(x) < 0$ olur). $y = f(x)$ fonksiyonunun artanlıktan azalanlığa geçtiği noktada yerel maksimum noktası, azalanlıktan artanlığa geçtiği noktada ise yerel minimum noktası bulunur. $y = f'(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu yapılmadan grafik okuma becerisiyle de soru çözülebilir. Sembolik ve formel tanımlamaları esas alarak farklı gösterimler arasında ilişki kurulabilen, tablo yapma ve sistematik akıl yürütme gibi birden çok stratejinin etkin kullanımıyla çözülebilen bir soru olduğundan sorunun düzeyi 5. düzey olarak tespit edilmiştir.

3 Adım AYT kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir soru aşağıda verilmiştir.

11. Durgun bir su kanalında A noktasında bulunan yüzücünün B noktasına uzaklığı 30 m dir. Yüzücü B noktasına 80 m uzaklıkta bulunan ağacın yanına gitmek istiyor. Yüzücünün sudaki hızı 30 m/dak ve karada yürüme hızı 50 m/dak dır.



Buna göre yüzücünün en kısa sürede ağaca ulaşabilmesi için kanal kenarında çıkması gereken C noktasının B noktasına uzaklığı kaç metre olmalıdır?

Resim 4.19. 3 Adım AYT- 3.3.11. Kodlu Soru (MEB, 2022, s. 106).

$|BC| = x$ metre olsun. ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısı yardımıyla $|AC|$ hesaplanır. C noktasının ağaca uzaklığı da $80 - x$ metre olacağından yüzücünün takip edeceği yolların uzunlukları tespit edilmiş olur. Yüzücünün sudaki hızı dikkate alınarak A noktasından C noktasına varış süresi ile karadaki yürüme hızı dikkate alınarak C

noktasından ağaca varış süresi yazılarak toplanır ve yüzücünün ağaca varış süresi, x ' e bağlı bir fonksiyon olarak modellenmiş olur. Yüzücünün en kısa sürede ağaca ulaşabilmesi, fonksiyonun en küçük değerini alabilmesine karşılık geldiğinden, fonksiyonun yerel minimum noktası araştırılır. $f'(x) = 0$ denkleminin köklerinden biri olan $x = 22,5$ apsisli noktada fonksiyonun en küçük değerini alabildiği görülür. Soruda verilen karmaşık bir problem durumu formüle edilerek modellenmiş ve bu modelle stratejik bir şekilde çalışılmıştır. Farklı bilgi kaynakları ve temsil biçimlerini ilişkilendirme ve birbirine dönüştürebilme, ileri düzeyde akıl yürütme becerisi gerektirdiğinden sorunun düzeyi 6. düzey olarak belirlenmiştir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri ders kitaplarındaki içerik yapılarına göre incelenmiş ve elde edilen bulgular aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Çizelge 4. 3. Soruların Ders Kitaplarındaki İçerik Yapılarına Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Yeterlik Düzeyleri

İçerik Yapısı \ Düzeyler	Alt Düzey				Orta Düzey				Üst Düzey				Toplam	
	1.düzey		2. düzey		3. düzey		4. düzey		5. düzey		6. düzey			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Örnek	9	2,51	44	12,29	69	19,27	94	26,26	113	31,56	29	8,10	358	46,74
Alıştırmalar	4	1,74	27	11,74	43	18,70	63	27,39	70	30,43	23	10,00	230	30,03
Sıra Sizde	0	0,00	0	0,00	4	28,57	3	21,43	6	42,86	1	7,14	14	1,83
Teknoloji	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	3	75,00	1	25,00	4	0,52
Ölçme ve Değerlendirme	3	1,88	3	1,88	14	8,75	47	29,38	66	41,25	27	16,88	160	20,89
Toplam	16	2,09	74	9,66	130	16,97	207	27,02	258	33,68	81	10,57	766	100,00
	f		%		f		%		f		%			
Toplam	90		11,75		337		43,99		339		44,26		766	100,00

İçerik yapılarına göre, ders kitaplarında bulunan toplam 766 sorunun düzeyleri belirlenmiştir.

Örnek sorular en çok orta düzeyde (%45,53), en az alt düzeyde (%14,80) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5. düzeyde (%31,56), en az 1. düzeyde (%2,51) yer almaktadır.

Alıştırma soruları en çok orta düzeyde (%46,09), en az alt düzeyde (%13,48) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5. düzeyde (%30,43), en az 1. düzeyde (%1,74) yer almaktadır.

Sıra Sizde soruları orta ve üst düzeylerde eşit oranlarda (%50,00) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok (%42,86) 5. düzeyde, en az (%7,14) 6. düzeyde yer almaktadır. Alt düzey sıra sizde sorusu bulunmamaktadır.

Teknoloji sorularının tamamı üst düzeyde yer almakta olup, 5. düzey Teknoloji sorularının daha fazla (%75,00) olduğu görülmektedir. Alt ve orta düzey Teknoloji sorusu bulunmamaktadır.

Ölçme ve Değerlendirme soruları en çok üst düzeyde (%58,13), en az alt düzeyde (%3,75) yer almaktadır. Düzeylere bakıldığında en çok 5. düzeyde (%41,25), en az 1. ve 2. düzeylerde (eşit oranla %1,88) yer almaktadır.

Orta ve üst düzey soru oranları birbirine yakın olmakla birlikte en çok (%44,26) üst düzey ve en az (%11,75) alt düzey sorulara yer verildiği görülmektedir.

Alt düzey sorulara Sıra Sizde ve Teknoloji dışındaki tüm içerik yapılarında (%11,75) yer verilmiştir. İçerik yapılarındaki alt düzey soru oranlarına bakıldığında, alt düzey soruların en çok (%14,80) Örnek içerik yapısında bulunduğu, Örnek içerik yapısını Alıştırma içerik yapısının takip ettiği (%13,48) ve en az da (%3,76) Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında bulunduğu görülmektedir.

Orta düzey sorulara Teknoloji dışındaki tüm içerik yapılarında yer verilmiştir. İçerik yapılarındaki orta düzey soru oranlarına bakıldığında, orta düzey sorular en çok (%50,00) Sıra Sizde içerik yapısında yer alırken, en az (%38,13) Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında yer almaktadır.

Üst düzey sorulara tüm içerik yapılarında yer verilmiştir. Teknoloji içerik yapısındaki soruların tamamının üst düzey sorulardan oluştuğu görülmektedir. Teknoloji içerik yapısını Ölçme ve Değerlendirme (%58,13) takip etmektedir. Üst düzey sorular en az Örnek ve Alıştırma içerik yapılarında ve yakın oranlarda (sırasıyla %39,66 ve %40,43) bulunmaktadır.

OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 1. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki limit değerlerini bulunuz.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} 2$



a) $\lim_{x \rightarrow 3} 2 = 2$

Resim 4.20. OFLM12- 5.1.3.a. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 239).

Sorunun çözümü için gerekli öncül bilgilerin, limit alma kuralları içerisinde sorudan hemen önce grafik temsili ile açıklandığı görülmektedir (Kemancı vd., (n.d), s. 239). Açıkça verilen bilgi tanınarak, öğrenci katkısı olmadan rutin olarak istenen işlem yapılabileceğinden sorunun düzeyi 1. düzey olarak tespit edilmiştir.

OM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 3. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK

$f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{5\sqrt{x^3}}$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x\sqrt{x}}{5\sqrt{x^3}} \\ &= \frac{x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}} \\ &= x^{1+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} \\ &= x^{\frac{0}{2}} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{\frac{9}{10}} \Rightarrow f'(x) = \frac{9}{10} \cdot x^{\frac{9}{10}-1} \\ &= \frac{9}{10} \cdot x^{-\frac{1}{10}} \\ &= \frac{9}{10 \cdot 10\sqrt{x}} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Resim 4.21. OM12- 5.2.1.14. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 222).

Sorunun çözümü incelendiğinde köklü ifadeler üslü olarak yazıldıktan sonra, üslü sayılarda çarpma ve bölme işlemleriyle fonksiyonun $f(x) = c \cdot x^n$ ($c \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Q}$) formuna getirildiği ve ardından ilgili kuralın kullanımıyla fonksiyonun türevinin alındığı, son olarak da üslü ifadenin yeniden köklü ifade olarak yazıldığı görülmektedir. Soru doğrudan $f(x) = c \cdot x^n$ ($c \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Q}$) şeklinde verilmemiş, ilgili türev alma

kuralı bu gösterim dışında köklü olarak verilen ifadede düzenlemeler yapıldıktan sonra kullanılabilmiştir. Üslü ve köklü sayılar, kesirler ve türev alma ile ilgili temel ve aşamalı işlemlerle sonuca ulaşılabildiğinden sorunun düzeyi 3. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Örnek soru aşağıda verilmiştir.

ÖRNEK 14
 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ ve $g(x) = x^2 + x + 1$ olduğuna göre $(f \circ g)'(2)$ değeri kaçtır?
ÇÖZÜM
 $g'(x) = 2x + 1$
 $g'(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ ve $g(2) = 2^2 + 2 + 1 = 7$
 $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$
 $f'(7) = 3 \cdot 7^2 - 8 \cdot 7 + 5 = 96$ olur.
Bulunan değerler yerine yazılırsa
 $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
 $(f \circ g)'(2) = f'(g(2)) \cdot g'(2)$
 $= f'(7) \cdot 5$
 $= 96 \cdot 5$
 $= 480$ bulunur.

Resim 4.22. OFLM12- 5.2.14. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 282).

Çözümde f ve g fonksiyonlarının türevleri alınmış, tahmin ve kontrol stratejisiyle $g(2)$ ile $g'(2)$ değerleri hesaplanarak çıkarımda bulunulmuş, bu değerler yerlerine yazıldıktan sonra, f fonksiyonunun türevinin $g(2)$ noktasındaki değeri hesaplanarak çıkarımlar arasında bağ kurulmuştur. Bileşke fonksiyonun türevi ile ilgili sorularda, bileşke fonksiyonun türev tanımını kullanmak yerine, önce bileşke fonksiyonu bulup ardından türev almak da tercih edilebilen bir çözüm stratejisi iken, bu soru için türev tanımını kullanmanın tercih edilmesi daha uygun olacaktır. Bileşke fonksiyonun türevine ilişkin sembolik ve formel tanımlamaların ve ilişkilendirilmiş gösterimlerin kullanıldığı, uygun problem çözme stratejilerinin seçilerek uygulandığı, sistematik akıl yürütme becerisi gerektiren bir soru olduğundan, sorunun düzeyi 5. düzey olarak belirlenmiştir.

OM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 2. düzey bir Alıştırma sorusu aşağıda verilmiştir.

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - a + 2) = 3$$

olduğuna göre a değerini bulunuz.

Resim 4.23. OM12- 5.1.2.A.3. Kodlu Soru (Emin vd., (n.d), s. 201).

Limitin Özellikleri ve Uygulamaları bölümünde, polinom fonksiyonların istenen noktalardaki limit değerinin fonksiyonların o noktalardaki görüntülerine eşit olacağı bilgisi özellik olarak verilmiştir (Emin vd., (n.d), s. 185). İlk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen ve tek bir kaynağa sahip bilgilerin ortaya çıkarılmasıyla çözülebilecek bir soru olduğundan sorunun düzeyi 2. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 4. düzey bir Alıştırma sorusu aşağıda verilmiştir.

$$\textcircled{4}. f(x) = \frac{x+3}{x^2 - (a+1)x + a+4}$$

fonksiyonu sadece bir noktada sürekli değil
ise $a \in \mathbb{R}^+$ değeri kaçtır?

Resim 4.24. OFLM12- 5.1.A.4.4. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 265).

Verilen fonksiyonun paydasındaki polinom $x^2 - (a+1)x + a+4$ olması gerektiği kabul edilerek çözüm yapılmıştır. Pay ve paydada polinom fonksiyonlar olduğundan, fonksiyonun tanımlı olduğu en geniş kümede sürekli olduğu söylenebilir. Fonksiyon sadece bir noktada sürekli olmadığından, fonksiyonun sadece bir noktada tanımsız olduğu anlaşılır. Bu durumda fonksiyonun paydasındaki 2. dereceden polinom sıfıra eşitlendiğinde, elde edilen denklemin diskriminantı sıfır ve bu denklemin tek kökü olmalıdır. Hesaplanan diskriminant sıfıra eşitlenip düzenlendiğinde a bilinmeyenine bağlı ikinci dereceden bir denkleme ulaşılır. Bu denklem çarpanlarına ayrılarak denklemin zıt işaretli iki reel kökü bulunur. $a \in \mathbb{R}^+$ olduğundan bu köklerden pozitif olan seçilir. Soru fonksiyonun sadece bir noktada sürekli olmadığı varsayımının sağlanmasını gerektiren ve a nın pozitif değerinin seçilmesi gibi sınırlılıklar içeren karmaşık bir durum barındırmaktadır. Basit bağlamlarda akıl yürütülerek ve ortaya

koyulan argümanlar ilişkilendirilerek etkili bir şekilde çalışılabileceğinden sorunun düzeyi 4. düzey olarak tespit edilmiştir.

OFLM12 kitabında Limit ve Süreklilik konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Sıra Sizde sorusu aşağıda verilmiştir.



SIRA SİZDE

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x^2-25}, & x < 1 \text{ ise} \\ 4, & x = 1 \text{ ise} \\ \frac{x}{x^2-x-6}, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

Resim 4.25. OFLM12- 5.1.S.2. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 261).

Soruda verilen parçalı fonksiyonun sürekliliği için hem kritik noktanın hem de fonksiyonun parçalarındaki fonksiyonların incelenmesi ve yorumlanması gerekir. Kritik noktadaki süreklilik araştırıldığında $x = 1$ noktasındaki soldan ve sağdan limit değerleri birbirine eşit olduğundan fonksiyonun bu noktada limiti vardır ancak limit değeri fonksiyonun bu noktadaki görüntüsünden farklı olduğundan fonksiyon bu noktada süreksizdir. Polinom fonksiyonlar reel sayılarda süreklidir. İki polinom fonksiyonun oranı şeklinde verilen fonksiyonlar da tanımlı oldukları en geniş kümede süreklidir. $-5 < 1$ olup, $x = -5$ değeri için $f(x) = \frac{x+3}{x^2-25}$ fonksiyonu tanımsız ve süreksizdir. $3 > 1$ olup, $x = 3$ değeri için de $f(x) = \frac{x}{x^2-x-6}$ fonksiyonu tanımsız ve süreksizdir. O halde $f(x)$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{-5, 3, 1\}$ olarak bulunur. $f(x)$ fonksiyonunun parçalarındaki fonksiyonların sürekliliği araştırılırken, paydaların kökleri bulunarak, köklerin parçalı fonksiyonun ilgili tanım aralığında bulunması durumuna göre özel varsayımlar belirlendiğinden ve çıkarımlar arasında bağ kurulduğundan sorunun düzeyi 5. düzey olarak belirlenmiştir.

OFLM12 kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Teknoloji sorusu aşağıda verilmiştir.



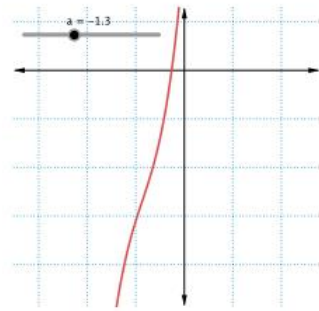
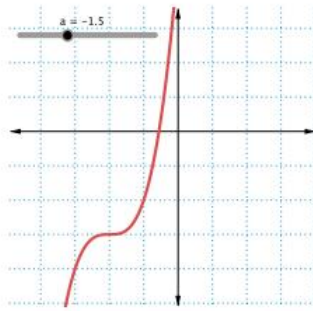
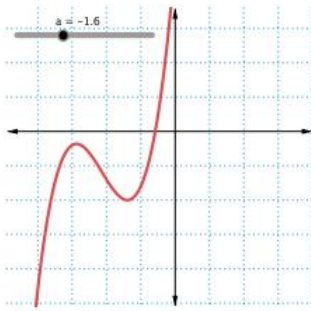
TEKNOLOJİ

Yukarıdaki örnekte verilen $f(x) = x^3 - 4ax^2 + 12x + 5$ fonksiyonunun daima artan olması için $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$ olduğunu GeoGebra programını kullanarak test ediniz.

GeoGebra programının “grafik” bölümünde bir a sürgüsü  tanımlayınız.

Giriş: $f(x) = x^3 - 4ax^2 + 12x + 5$ fonksiyonunu yazınız.

Sürgüyü sağa ve sola çekerek $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$ aralığının dışında fonksiyonun daima artan olmadığını test ediniz.



Resim 4.26. OFLM12- 5.3.T.1. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 290).

Soruda verilen $y = f(x)$ fonksiyonu daima artan ise $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) > 0$ olmalıdır. Bu da $f'(x) = 0$ denklemi için $\Delta \leq 0$ olması ile mümkündür. $f'(x) = 0$ denklemi için diskriminant hesaplandığında a bilinmeyenine bağlı ikinci dereceden bir ifade elde edilir. İki kare farkı özdeşliği yardımıyla diskriminantın kökleri bulunur ve eşitsizlik tablosu yardımıyla $\Delta \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesine ulaşılır. Buna göre $a \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ olmalıdır. Soruda da, verilen fonksiyonun daima artan olması için yukarıda ortaya koyulan argümanlara dayanan $a \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ olması varsayımında bulunularak Geogebra programı yardımıyla bu varsayımın test edilmesi veya doğrulanması istenmiştir. Soruda verilen karmaşık durum için Geogebra programı yardımıyla modelleme yapılmış ve bu model üzerinde çalışılarak yeni çıkarımlar elde edilmiş, karşılaştırma yoluyla varsayımlar doğrulanmıştır. Açıklanan nedenlerle sorunun düzeyi 5. düzey olarak belirlenmiştir.

OFLM12 kitabında Anlık Değişim Oranı ve Türev konusu kapsamında bulunan 5. düzey bir Ölçme ve Değerlendirme sorusu aşağıda verilmiştir.

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sürekli bir fonksiyon olmak üzere

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy, \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 4 \text{ ise}$$

$f'(5)$ değeri kaçtır?

Resim 4.27. OFLM12- ÖD5.6. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 318).

Sorunun çözümünde $f'(5)$ değeri türev tanımı kullanılarak $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h)-f(5)}{h}$ şeklinde yazılır.

Soruda verilenlere göre $f(5+h) = f(5) + f(h) + 5h$ şeklinde yazılırsa, $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5)+f(h)+5h-f(5)}{h}$ ifadesi elde edilir. İfade düzenlendiğinde, fonksiyonların toplamalarının limiti, fonksiyonların limitlerinin toplamına eşit olacağından $f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)+5h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} + 5$ ifadesine ulaşılır.

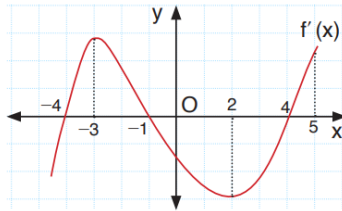
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 4$ olarak verildiğinden işlemin sonucu $4 + 5 = 9$ olarak bulunur.

Soruda türev tanımına ilişkin sembolik ve formel tanımlamalar ile soruda verilen bilgilere yönelik bakış açıları kullanılarak sembol ve formül içeren ifadeleri değişikliğe uğratma (manipüle etme) yoluyla stratejik bir şekilde çalışılmış olduğu görüldüğünden sorunun düzeyi 5. düzey olarak belirlenmiştir.

OFLM12 kitabında Türevin Uygulamaları konusu kapsamında bulunan 6. düzey bir Ölçme ve Değerlendirme sorusu aşağıda verilmiştir.

A) Aşağıda verilen boşluklara $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiğine göre $<$, $>$, $=$ sembollerinden uygun olanı yazınız.

1.



I. $f(-3) \dots f(-2)$ IV. $f''(-3) \dots f''(2)$

II. $f(4) \dots f(5)$ V. $f''(-1) \dots f''(3)$

III. $f'(-4) \dots f'(-1)$ VI. $f''(-4) \dots f''(0)$

Resim 4.28. OFLM12- ÖD5.1. Kodlu Soru (Kemancı vd., (n.d), s. 317).

$y = f'(x)$ grafiğinde temsil edilen bilgilerin anlaşılabilmesi ve $f(x)$, $f'(x)$ ile $f''(x)$ fonksiyonları ile ilgili yorum ve değerlendirme yapılabilmesi gereklidir. $y = f'(x)$ fonksiyonunun kökleri (x eksenini kestiği noktalar), $y = f'(x)$ fonksiyonunun işaretleri (x ekseninin üstünde pozitif değerli, altında ise negatif

değerlidir), $y = f(x)$ fonksiyonunun artan veya azalanlığı ($f'(x) > 0 \Rightarrow f$ artan ve $f'(x) < 0 \Rightarrow f$ azalan), $y = f'(x)$ fonksiyonunun artan veya azalanlığı ($f''(x) > 0 \Rightarrow f'$ artan ve $f''(x) < 0 \Rightarrow f'$ azalan olur. Ayrıca $y = f'(x)$ fonksiyonuna çizilen teğetlerin eğimlerinin işaretine göre de $f''(x)$ fonksiyonunun işareti ile $f'(x)$ fonksiyonunun artan veya azalanlığına karar verilebilir) ile ilgili değerlendirme yapılabilmesi için farklı bilgi kaynakları ve temsil biçimlerini ilişkilendirme ve bunları esnek bir şekilde birbirine dönüştürme becerisi gerektiğinden sorunun düzeyi 6. düzey olarak belirlenmiştir.



5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu bölümde, önceki bölümde ortaya konulmuş olan bulgular, kitapların hazırlanış amaçları, konular, içerik yapıları, öğretim programları, kazanımlar, matematik yeterlik ölçeğindeki düzeylerde yer alan beceriler ve önceki çalışmaların sonuçları açısından değerlendirilerek tartışılacak ve ulaşılan sonuçlara yer verilecektir.

5.1. Tartışma ve Sonuç

5.1.1. Birinci Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerinin, soruların yer aldığı materyallere göre incelenmesinden elde edilen bulguları esas alan tartışma ve sonuç sunulacaktır.

OM12 ders kitabında en çok (%46,60) orta düzey, OFLM12 ders kitabında en çok üst düzey (%47,49) soru bulunurken, her iki ders kitabında da en az alt düzey (sırasıyla %11,71 ve %11,80) sorulara yer verilmiştir. Her iki ders kitabında da en çok 5. düzey (sırasıyla %32,79 ve %34,81), ardından 4. düzey (sırasıyla %29,27 ve %24,19) ve en az 1. düzey (sırasıyla %2,81 ve %1,18) sorular yer almaktadır.

3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS' deki sorular da en çok üst düzeyde (sırasıyla %63,86; % 92,31 ve %79,17) yer almakla birlikte; 3 Adım AYT ve ÜSS' deki sorular 3. düzey ve daha üst düzeylerde, M12BTE' deki sorular da 4. düzey ve daha üst düzeylerde yer almaktadır. Her üç materyalde de en çok 5. düzey sorular bulunmaktadır.

Tüm sorular göz önüne alındığında, en az alt düzey sorulara (%10,01) yer verilmiştir. Alt düzey sorular yalnız OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında ve yakın oranlarda bulunmaktadır.

Alt düzey soruların yalnız ders kitaplarında olması, materyallerin hazırlanma amaçlarıyla ilgili olabilir. OM12 ve OFLM12 ders kitapları, 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programındaki kazanımların öğrencilere kazandırılması sürecinde bir öğretim materyali olarak kullanıldıklarından, bu kitaplarda kazanımların gerektirdiği beceriler yönüyle alt düzey beceri gerektiren sorulara yer verilmiş olabilir.

OM12 ders kitabında daha çok olmak üzere, ders kitaplarında bilgilerin açıkça-doğrudan veya bir temsil aracılığıyla (metin, grafik, tablo vb.) sunulduğu, öğrenci katkısı olmadan rutin işlemlerle çözüme ulaşılabilen 1. düzey sorulara yer verilmiştir. Bir temsil aracılığıyla verilen, x değişkeninin bir reel sayıya yaklaşım biçiminin ifade edilmesi, birim ve sabit fonksiyonun limit kuralının uygulanması, polinom fonksiyonların sürekli olduğu en geniş kümenin bulunması vb. sorular 1. düzey matematiksel becerileri gerektiren sorulardır.

Alt düzey içerisinde her iki ders kitabında da en çok, tek bir kaynakla ilişkili, tek bir gösterim/ temsil biçimine yer verilen, temel algoritma, formül, temel matematiksel işlem ve kuralların kullanılmasını gerektiren 2. düzey sorulara yer verilmiştir. Farklı bilgi kaynaklarının kullanımını gerektirmeyen, doğrudan temel limit ve türev alma kurallarının kullanılması, polinom ve parçalı fonksiyonlarda limit hesabı, polinom fonksiyonların toplam ve farklarının türevlerinin bulunması vb. sorular 2. düzey beceri gerektiren sorulardır.

Orta düzey sorulara tüm materyallerde yer verilmiştir ve orta düzey sorular en çok OM12 ders kitabında bulunmaktadır. OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında diğer materyallere kıyasla daha çok (sırasıyla %46,60 ve %40,71 oranla) orta düzey soru yer almaktadır.

M12BTE kitabı dışındaki tüm materyallerde farklı bilgi kaynaklarının kullanılmasını, çıkarım yapmayı ve çıkarımları ilişkilendirmeyi gerektiren, basit stratejilerin seçilip uygulandığı ve aşamalı kararların verilmesini içeren açıkça tanımlanmış işlemlerin yer aldığı 3. düzey sorulara yer verilmiştir. Trigonometrik, logaritmik fonksiyonlar gibi özel tanımlı fonksiyonların özelliklerinin kullanıldığı limit alma işlemleri ve bu fonksiyonların türevleri, özdeşlikler ve diğer çarpanlara ayırma yöntemlerinin kullanımıyla $0/0$ belirsizliğinin giderildiği durumlar, parçalı fonksiyonların kritik noktalarındaki sürekliliğin incelenmesi, çarpım ve bölümün türevi, rasyonel ve köklü ifade içeren fonksiyonların türevleri vb. sorular 3 düzey beceri gerektiren sorulardır.

Tüm materyallerde, varsayım ya da sınırlılıklar içeren karmaşık problem durumlarını, gerçek hayat problemlerini, farklı gösterim/ temsil biçimlerinin kullanılmasını, akıl yürütmeyi, argüman ortaya koymayı ve bunları ilişkilendirmeyi içeren 4. düzey sorulara yer verilmiştir. Yaklaşma ve limit kavramlarının tablo- grafik ve

nümerik gösterimler arasında ilişki kurularak gösterilmesi, değişken dönüşümü yapılan limit alma işlemleri, limit ve süreklilikle ilgili varsayımların sağlanmasını gerektiren ya da sınırlılıklar içeren durumlar, ortalama hız ve anlık hızın hesaplandığı gerçek problem durumları vb. sorular 4. düzey beceri gerektiren sorulardır.

OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında tüm düzeylerden sorular bulunurken, 3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS' de orta ve üst düzey sorular yer almaktadır. Alt ve orta düzey sorulara OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında daha çok yer verilirken, üst düzey sorulara 3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS' de daha çok yer verildiği görülmektedir.

Tüm sorular göz önüne alındığında, en çok üst düzey sorulara (%48,39) yer verilmiştir. Üst düzey sorular tüm materyallerde yer alırken, en çok (%92,31) M12BTE kitabında, ardından ÜSS' de (%79,16) ve 3 Adım AYT' de (%63,86) yer almaktadır. Üst düzey sorular OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında diğer materyallere kıyasla daha az (sırasıyla %41,69 ve % 47,49) yer almaktadır.

Tüm materyallerde varsayım ve sınırlılıkların belirlendiği, birden çok problem çözme becerisinin etkin olarak kullanıldığı, sembolik- formel tanımlamalar ile farklı gösterim/ temsil biçimlerinin bakış açılarıyla kullanıldığı, sistematik akıl yürütme ve model kurma becerilerinin yer aldığı 5. düzey sorulara yer verildiği görülmektedir. Konular bazında varsayım ve sınırlılıkların belirlenmesini gerektiren durumlar, anlık hızın türevle ve teğetin eğimi ile ilişkilendirilmesi, verilen limit ifadelerinin manipüle edilerek türev tanımının kullanılması, bileşke fonksiyonun türevi ve zincir kuralı, ekstremum noktaların ve dönüm noktalarının incelenmesi, teğetin eğimini bulma, doğruların paralel ve dikliği ile eğimlerinin ilişkisi, doğru denklemi yazma gibi temel düzeyde analitik geometri bilgilerinin kullanıldığı türev soruları, karmaşık durumlar için modeller geliştirildiği ve bu modeller üzerinde stratejik olarak çalışıldığı maksimum minimum problemleri vb. sorular 5. düzey matematiksel becerileri gerektiren sorulardır.

Yine tüm materyallerde, kavramsallaştırma, genelleme, farklı bilgi kaynaklarını ve temsillerini ilişkilendirme- dönüştürme, ileri düzeyde akıl yürütme, formül oluşturma ve yaratıcılık becerilerinin yer aldığı 6. düzey sorulara da yer verildiği görülmektedir. İki den fazla fonksiyonun bileşkesinin türevinin bulunması, ortak teğet yorumlarının yapılması, genelleme içeren yüksek mertebeden türev alma işlemleri, f, f' ve f'' arasındaki esnek dönüşümlerin farklı gösterimler arasında sağlanması, fonksiyon grafiklerinin ekstremum noktalar, dönüm noktaları ve asimptot incelemeleriyle

izilmesi, farklı bilgi kaynakları ve gösterimlerin ilişkilendirildiği, formüle edilen eylemler arasında tam iletişimin sağlandığı maksimum minimum problemleri vb. sorular 6. düzey matematiksel becerileri gerektiren sorulardır.

st düzey sorulara M12BTE, SS ve 3 Adım AYT’ de daha çok yer verilmesinin, bu kitapların hazırlanış amaçlarıyla ilgili olabileceği dşnlmektedir.

M12BTE kitabında, müfredattaki kazanımlara göre belirlenen bilgi ve becerilerin, öğrencilerin yalnız bilgi edinmelerini değil beceri kazanmalarını da sağlayacak etkinliklerle öğrencilere kazandırılması hedeflenmiştir. Bu doğrultuda, farklı konu içeriği olan ve farklı becerileri geliştirebilecek etkinliklerle günlük hayatla ilişki kurmaları, kazandıkları becerileri farklı durumlara aktararak devamlı kullanmaları beklenmektedir. Kitapta da belirtildiği gibi, beceri kazanma sürecinin karmaşık bir süreç olması, kazanılan becerilerin günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve farklı durumlar arasında ilişki kurmayı gerektirmesi yönleriyle, ölçekte 4. düzeyde yer alan karmaşık durumlarda etkili bir şekilde çalışabilme, gerçek problem durumları ve farklı gösterimler arasındaki ilişkiyi kurabilme, akıl yürütme, argüman ortaya koyma ve bunları ilişkilendirme becerilerini karşıladığından, kitapta yer alan etkinliklerin 4. düzey ve üzerindeki düzeylerde yer alması beklenen bir durum olabilir.

LGS’ de, okuduğunu anlama, yorum yapabilme, çıkarımda bulunma, problem çözme, eleştirel düşünme, analiz, bilimsel süreçleri vb. becerileri ölçen nitelikte sorulara yer verilmektedir (MEB, 2023). Bu becerilere bakıldığında LGS’ de alt düzey sorulara da yer verilmiş olabilir ancak; SS’ deki soruların öğrencilerin yükseköğretim kurumlarına seçilme ve yerleştirme amacına uygun nitelikte sorular olmaları gerektiğinden, SS’ de LGS’ ye göre daha st düzey sorulara yer verilmiş olabilir. Benzer şekilde 3 Adım AYT kitabı da niversite sınavına hazırlık için tasarlanmış bir soru bankası kitabı olduğundan, bu kitapta da LGS sorularına kıyasla daha st düzey sorulara yer verilmiş olabilir.

Son yıllardaki AYT Matematik testi doğru cevap sayılarının dağılımları incelendiğinde de, 40 soru üzerinden, doğru cevap sayısının 0-7 aralığında yoğunluk gösterdiği görülmektedir. Çalışma, Türev alt öğrenme alanındaki konular kapsamında gerçekleştirildiğinden, çalışmadaki sonuçların niversite sınavı sonuçları üzerinde sınırlı yorumlar yapmaya imkan verdiği dşnlmektedir.

Üst düzey sorular OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında diğer materyallere kıyasla daha az (sırasıyla %41,69 ve % 47,49) yer alırken, OFLM12 ders kitabında, OM12 ders kitabına göre üst düzey sorulara daha fazla yer verilmiştir.

OFLM12 ders kitabında, OM12 ders kitabına göre üst düzey sorulara daha fazla yer verilmiş olması, öğretim programının hedefleriyle ilişkili olabilir. 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programında, matematik dersinin genel amaçlarının, hayatımızdaki değişimlerden ortaya çıkan problemlerin çözümü için ihtiyaç duyulan, matematiğe değer veren ve günlük hayatındaki problemleri çözerken farklı bakış açılarını, matematiksel düşünme- uygulama ve modelleme becerilerini faydalı bir şekilde kullanabilen bireyleri yetiştirmek olduğu belirtilmiştir. OM12 ders kitabı bu amaçla tasarlanan bir öğretim materyalidir. 2018 ortaöğretim fen lisesi öğretim programının ise 2018 ortaöğretim matematik dersi öğretim programını kapsayacak şekilde hazırlandığı, sunulacak matematik eğitimiyle çağın ihtiyaçlarına cevap verebilecek, ulusal ve uluslararası alanlarda rekabet etme gücü yüksek bireyler yetiştirmek hedeflendiği belirtilmiştir. OFLM12 kitabı da bu amaçla tasarlanan bir öğretim materyali olduğundan, bu durum OFLM12 ders kitabında diğer ders kitabına kıyasla daha çok üst düzey soruya yer verilmesini açıklayabilir.

Bu durumla ilişkisi olduğu düşünülen bir diğer konu da, ders kitaplarının kazanımlarının farklılıklarıdır. Öğretim programındaki kazanımlar incelendiğinde, OFLM12 ders kitabında, OM12 ders kitabından farklı olarak: limit ve süreklilik konusunda genişletilmiş gerçak sayılar kümesinde sonsuz için limit ve sonsuz limit kavramlarının açıklanarak uygulamalar yapıldığı, $0/0$ belirsizliğinin yanında ∞/∞ belirsizlik durumlarının da incelendiği, sıkıştırma teoremine dayanan ispat ve işlemlere yer verildiği, süreklilik konusunda ara değer teoremiyle uygulamalar yapıldığı; anlık değişim oranı ve türev konusunda üstel, logaritmik ve trigonometrik fonksiyonların türevlerine, yüksek mertebeden türevlere yer verildiği; türevin uygulamaları konusunda ise bir fonksiyonun iç bükey ve dış bükey olduğu aralıklar ile dönüm noktalarının bulunduğu, fonksiyon grafiklerinin çiziminde düşey, yatay ve eğik asimptot kavramlarının kullanımıyla rasyonel fonksiyonların da grafik çizimlerinin yapıldığı görülmektedir. OFLM12 ders kitabının kazanımlarının daha üst seviyede matematiksel işlem ve beceri gerektirmesi yönüyle, üst düzey sorulara bu kitapta daha fazla yer verilmiş olabilir.

PISA yeterlik düzeyleriyle ilgili ortaokul matematik ders kitaplarında yapılan çalışmalarda genel olarak soruların alt ve orta düzeylerde bulunduğu görülmektedir. Al Cihan (2023), ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarıyla yapmış olduğu çalışmada, üst düzey sorulara rastlanmadığını, soruların genel olarak 1., 2. ve 3. düzeylerde bulunduğunu belirtmiştir. Bir başka çalışmada Öngel (2023), 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruların büyük bir bölümünün alt düzeyde yer aldığını, 5., 6. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında en çok 2. düzey sorulara, 7. sınıf kitabında ise en çok 3. düzey sorulara yer verildiğini belirtmiştir. Bir diğer çalışmada Baltacı ve Biber (2021), Türkiye ve Singapur 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki sorularının yeterlik düzeylerini inceledikleri araştırmalarında Türkiye'nin 8. sınıf matematik ders kitabında üst düzey sorulara yer verilmezken, en çok 2. düzey sorular bulunduğunu ifade etmişlerdir. Yeğit (2020), Türkiye ve Almanya 5. sınıf matematik ders kitaplarındaki değerlendirme sorularının yeterlik düzeylerini incelemiş, Türkiye kitabında en çok alt düzey sorulara yer verildiğini, üst düzey soru bulunmadığını ifade etmiştir. İskenderoğlu ve Baki (2011), 8. sınıf matematik ders kitabında 1., 2., 3. ve 4. düzey sorular bulunurken 2. düzey soruların ağırlıklı olduğu belirtmişlerdir. Ayrıca, ders kitaplarından farklı olarak, Altuntaş (2023), LGS çalışma kitabındaki soruların düzeylerinin en çok sırasıyla 3. ve 2. düzeylerde yer aldığını, 6. düzey soru bulunmadığını, öğretmen görüşlerine göre ise soruların çoğunun 3. ve 4. düzeylerde bulunduğunu ifade etmiştir. Bu çalışmada üniversiteye hazırlık kitabı olan 3 Adım AYT kitabında en çok 5. ve ardından 4. düzey soruların yoğunlukta olduğu görülmektedir. Liseye hazırlık kitabına kıyasla üniversiteye hazırlık kitabında daha üst düzeyde soruların bulunması, üniversite sınavlarının daha üst seviyelerde matematiksel beceriler gerektirmesiyle açıklanabilir.

PISA yeterlik düzeyleriyle ilgili ortaokul matematik uygulamaları kitaplarındaki sorularda orta ve üst düzey sorulara da yer verildiği görülmektedir. Sarıkaya ve Yenilmez (2023), 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik uygulamaları kitaplarındaki soruların yeterlik düzeyleri ile ilgili olarak 5. sınıf kitabında en çok orta düzey, 6. ve 7. sınıf kitaplarında en çok alt düzey, 8. sınıf kitabında ise en çok üst düzey sorulara yer verildiğini belirtmişlerdir. Bir başka çalışmada Şahin (2022), 7. ve 8. sınıf matematik kitaplarında en çok 3. düzey sorulara, 7. ve 8. sınıf matematik uygulamaları kitaplarında ise en çok 4. düzey sorulara yer verildiğini, matematik kitaplarında 2. düzey, matematik uygulamaları kitaplarında ise 3. düzey sorularının oldukça fazla olduğu, matematik

uygulamaları kitaplarındaki 5. düzey soru sayısının matematik kitaplarındakinden fazla olduğunu ifade etmiştir. Bir diğer çalışmada Şaban (2019), 6-8. sınıf matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarındaki soruların büyük bir kısmının alt düzeylerde yer aldığını, üst düzey sorulara yalnız matematik uygulamaları kitaplarında yer verildiğini belirtmiştir. Genel olarak bakıldığında matematik uygulamaları kitaplarındaki soruların, matematik ders kitaplarındakilere kıyasla daha yüksek düzeyde olduğu görülmektedir. Şaban (2019) bu durumu, matematik uygulamaları kitaplarında PISA tarzı sorulara yer verilmiş olması ve bu kitapların öğrencilerin katıldıkları ulusal/uluslararası sınavlarda matematik başarılarını yükseltmek amacıyla hazırlanmış olmaları ile açıklamıştır.

PISA yeterlik düzeyleriyle ilgili LGS sorularının incelendiği çalışmalarda soruların genel olarak 2., 3. ve 4. düzeylerde yer aldığı görülmektedir. Gümüş (2023), 2018-2022 yılları arasında uygulanan LGS matematik sorularının 2. ve 3. düzeylerde yoğunlaştığını, en çok 4. düzey sorular bulunduğunu ve üst düzey sorulara yer verilmediği belirtilmiştir. Bir başka çalışmada İlhan (2023), 2018- 2021 yılları arasında uygulanan liselere geçiş sistemi matematik sorularının en çok 3. düzeyde yer aldığını, 2018, 2019 ve 2020 yıllarında 3. düzeyi 2. düzeyin takip ettiğini, 2021 yılında ise 3. düzeyi 4 düzeyin takip ettiğini ifade etmiştir. Bir diğer çalışmada Öztürk ve Masal (2020), 2018 ve 2019 yıllarında uygulanan Sınavla Öğrenci Alacak Ortaöğretim Kurumlarına İlişkin Merkezi Sınavda yer alan matematik sorularını incelemişler, iki sınavda da soruların 2. düzeyde yoğunlaştığını, 2018 yılında üst düzey sorulara yer verilmezken, 2019 yılında ise üst düzey olarak bir tane 5. düzey soruya yer verildiğini belirtmişlerdir. Son olarak İskenderoğlu vd. (2013), 2008- 2013 yılları arasında uygulanan SBS matematik sorularının 2., 3. ve 4. düzeylerde yer aldığı, 5. düzeye 1 soruyla yer verilirken, 6. düzey sorulara yer verilmediği sonucuna ulaşmışlardır.

Lise düzeyinde yapılan incelemelerde, kitaplardaki sorularda üst düzey sorulara yeterince yer verilmediği görülmektedir. Çelen (2023), 9. sınıf lise matematik sorularını Yenilenmiş Bloom Taksonomisine göre incelediği çalışmasında ders kitaplarında üst bilişsel düzeydeki becerilere yönelik sorulara yok denecek kadar az yer verildiğini ifade etmiştir. Bir başka çalışmada Karataş (2019), 11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki içerik ve ölçme ve değerlendirme sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelediği çalışmada, soru düzeylerinin 3. ve 4. düzeylerde yoğunlaştığını, 2. düzey soruların yeterli, 1. ve 5. düzey soruların yetersiz, 6.

düzy soruların da yok denecek kadar az olduğunu, soruların düzyelere uygun dağılım göstermediğini belirtmiştir. Ancak bu çalışmada ölçme değerlendirme içerik yapısındaki sorular da dahil olmak üzere, en çok üst düzy ve 5. düzy soruların bulunması, Karataş' ın (2019) çalışmasıyla farklılaşmaktadır. 11. ve 12. sınıf temel düzy matematik dersi öğretim programında, 9. ve 10. sınıflarda öğrenilen bazı kavram ve ilişkilerin gerçek hayat problemleri bağlamında ele alınarak, matematik ağırlıklı bir yükseköğretim programı terciğinde bulunmayacak öğrencilerin, akıl yürütme ve karar verme becerilerini geliştirerek karşılaştıkları problemlerin üstesinden daha iyi gelmeleri hedeflenmektedir (MEB, 2018). Bu doğrultuda hazırlanmış olan temel matematik ders kitaplarındaki soru düzylerinin orta düzyde yoğunluk göstermesi mümkün olabilir. Ancak bu çalışmada 12. sınıf düzyinde okutulan ders kitapları ile üniversite sınavı soruları ve üniversiteye hazırlık kitaplarındaki soruların düzyleri belirlenmiştir. Bu çalışmada incelenen sorular sınıf seviyesi itibariyle diğer çalışmada incelenen sorulara göre daha üst düzy beceriler gerektirebilir. Ayrıca bu çalışmada öğrencileri üniversite sınavına hazırlama amacı güden materyaller de kullanıldığından, üst düzy sorulara daha fazla yer verilmiş olabilir. Bir diğer çalışmada Tarku (2022), 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruların %94,8' inin 2. ve 3. düzy sorulardan oluştuğunu, üst düzy sorulara yer verilmediğini, 4. düzy sorulara da oldukça az yer verildiğini belirtmiştir. Ulaşılan sonuçlardaki farklılığın, 12. sınıf seviyesinde, 9. sınıf seviyesine göre daha üst düzy matematiksel beceriler gerektiren konu ve kazanımlara yer verilmiş olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Materyallere göre yapılan incelemede aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Alt düzy sorular yalnız OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında bulunmaktadır. Bu kitaplardaki alt düzy soru oranları oldukça yakın olmakla birlikte, OFLM12 ders kitabında daha fazladır. Orta düzy sorular en çok OM12 ders kitabında, en az M12BTE kitabında yer almaktadır. Üst düzy sorular ise M12BTE kitabında daha fazla olmak üzere en çok M12BTE ve ÜSS' de yer alırken, en az OM12 ders kitabında yer almaktadır.

M12BTE ve 3 Adım AYT kitaplarındaki orta ve üst düzy soru oranları, ÜSS' deki orta ve üst düzy soru oranlarına, ders kitaplarına kıyasla daha yakındır. Bu açıdan M12BTE ve 3 Adım AYT kitaplarındaki soruların ÜSS' yi ders kitaplarına göre daha iyi yordadığı söylenebilir.

Materyallere göre 899 soru üzerinde yapılan inceleme sonucunda en çok üst düzey, en az alt düzey sorulara yer verildiği görülmüştür.

5.1.2. İkinci Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerinin, konulara göre incelenmesinden elde edilen bulguları esas alan tartışma ve sonuç sunulacaktır.

Limit ve Süreklilik konusunda tüm düzeylerden sorulara yer verilirken, Anlık Değişim Oranı ve Türev konusunda 2. düzey ve daha üst düzeylerde, Türevin Uygulamaları konusunda ise 4. düzey ve daha üst düzeylerde sorulara yer verilmiştir.

Limit ve Süreklilik ile Anlık Değişim Oranı ve Türev konularında sorular en çok orta düzeyde (sırasıyla %57,61 ve %52,99) yer alırken, Türevin Uygulamaları konusunda ise en çok üst düzeyde (92,40) yer almaktadır.

Limit ve süreklilik, Anlık Değişim Oranı ve Türev ve Türevin Uygulamaları şeklinde konular ilerledikçe alt düzey soru oranlarında düşme (sırasıyla %22,28; %2,99 ve %0,00), üst düzey soru oranlarında ise yükselme (sırasıyla %20,11; %44,03 ve %92,40) görülmektedir. Böylelikle, alt düzey sorular en çok Limit ve Süreklilik konusunda (%22,28) ve 2. düzeyde (%17,93) yer alırken, üst düzey sorular da en çok Türevin Uygulamaları konusunda (%92,40) ve 5. düzeyde (%61,22) yer almaktadır. Al Cihan (2023), çalışmasında sınıf seviyesi arttıkça orta düzey soru sayılarının da arttığını belirtirken, Şaban da (2019), sınıf seviyesinin artışına bağlı olarak soruların zorluk düzeylerinin arttığı sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada görülen durumun da, konuların ilerledikçe zorlaşması ve daha yüksek düzeyde matematiksel beceri gerektirmesiyle ilgili olabileceği düşünülmektedir.

İskenderoğlu ve Baki (2011), 8. sınıf matematik ders kitabındaki ünitelere göre kitapta yer alan soruların yeterlik düzeylerinin farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Bu çalışmada da Türev alt öğrenme alanındaki konulara göre soruların yeterlik düzeylerinin farklılık gösterdiği görülmektedir.

Tablo incelendiğinde 5. düzeyde daha çok olmak üzere 4. ve 5. düzeylerde bir yığılma olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum, Limit ve Süreklilik konusu

kapsamındaki 4. düzey soruların (%38,04) ve Türevin Uygulamaları konusu kapsamındaki 5. düzey soruların (%61,22) fazlalığı ile açıklanabilir.

Limit ve süreklilik konusunda yaklaşma ve limit işlemlerinin tablo, grafik ve nümerik temsiller arasında ilişki kurularak gösterilmesi, $0/0$ belirsizliğinde açıkça tanımlanmamış durumlarda yarım açılı formlerinin kullanılması, pay ile paydanın köklü ifadelerin eşlenikleri ile çarpılması, özdeşliklerin kullanımı ve rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi ile limit değerinin hesaplanması, varsayımların sağlanmasını gerektiren durumlarda değişken dönüşümü yapılması, ∞/∞ belirsizliğinde karekök içindeki ifadenin mutlak değer dışına çıkarılması ve ardından mutlak değer özellikleriyle mutlak dışına çıkarılması, fonksiyonun $x \rightarrow \infty$ için limitinin varlığı varsayımına dayalı olarak ∞/∞ belirsizliği ile karşılaşılan durumlarda gerekli işlemlerin yapılması gibi karmaşık durumlarda etkili bir şekilde çalışılması, bir fonksiyonun verilen noktalarda limitinin varlığı varsayımına göre gerekli işlemlerin yapılması, bir fonksiyonun limitinin olduğu/ olmadığı noktaların grafik ve nümerik temsiller arasında ilişki kurularak gösterilmesi, bir fonksiyonun verilen noktalarda veya kümede sürekli/ süreksiz olması varsayımına dayalı işlemlerin yapılması, bir fonksiyonun sürekli/ süreksiz olduğu noktaların ya da sürekli/ süreksiz olduğu kümenin grafik ve nümerik veriler arasında ilişki kurularak gösterilmesi, genişletilmiş gerçel sayılar kümesinde limitin grafik ve nümerik temsillerle ilişki kurularak gösterilmesi vb. 4. düzey becerilere çokça yer verildiği görülmektedir. Açıklanan durumlarla ilgili sorularda ayrıca ikinci dereceden bir denklemin köklerinin varlığı ve sayısı ile ilgili olarak diskriminantın incelenmesi, 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik çözümü, 2. dereceden 1 bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik çözümü, 1. dereceden 2 bilinmeyenli 2 denklemin ortak çözümü, istenen koşullara uygun köklerin seçilmesi, kareköklü ifadelerin tanım kümesinin eşitsizlik çözümleri ile bulunması, trigonometrik denklem çözümü gibi işlemlere de yer verildiği görülmüştür.

Anlık Değişim Oranı ve Türev konusunda, anlık hızın türevle ve teğetin eğimi ile ilişkilendirilmesi, verilen limit ifadelerinin manipüle edilerek türev tanımının kullanılması, bileşke fonksiyonun türevi ve zincir kuralının kullanımı gibi en çok 5. düzey becerileri gerektiren sorulara yer verilmesiyle birlikte; 5. düzey sorular en çok Türevin Uygulamaları konusunda yer almaktadır.

Türevin Uygulamaları konusunda, verilen fonksiyonların artan/ azalan olduğu aralıkların, daima artan/ azalan olma durumlarının ve ekstremum noktalarının

incelenmesi; f ve f' grafikleri yardımıyla fonksiyonların artan/ azalanlıklarının tespit edilmesi; fonksiyonların iç bükey/ dış bükey olduğu aralıkların, dönüm noktalarının incelenmesi; teğetin eğimini bulma, doğruların paralel ve dikliği ile eğimlerinin ilişkisi, doğru denklemi yazma gibi temel düzeyde analitik geometri bilgilerinin kullanıldığı sorular; rasyonel fonksiyonların düşey ve eğik asimptotlarının incelenmesi, asimptotların kesim noktalarının bulunması, karmaşık durumlar için modeller geliştirilen ve bu modeller üzerinde stratejik olarak çalışılan maksimum minimum problemleri gibi 5. düzey becerileri gerektiren sorulara çokça yer verildiği görülmüştür.

3 Adım AYT, M12BTE ve ÜSS' de orta düzey soru oranı en fazla olan konu Limit ve Süreklilik konusu iken, üst düzey soru oranı en fazla olan konu Türevin Uygulamaları konusudur.

OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında alt düzey soru oranı en fazla olan konu Limit ve Süreklilik konusudur. Orta düzey soru oranlarının Limit ve Süreklilik ve Anlık Değişim Oranı ve Türev konularında daha yüksek olduğu görülürken, üst düzey soru oranının en fazla olduğu konu Türevin Uygulamaları konusudur.

Konulara göre yapılan incelemede aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Alt düzey sorular yalnız Limit ve Süreklilik ve Anlık Değişim Oranı ve Türev konularında bulunmakla birlikte, alt düzey sorulara Limit ve Süreklilik konusunda daha çok yer verilmiştir. Orta düzey sorular en çok Limit ve Süreklilik konusunda, en az Türevin Uygulamaları konusunda bulunmaktadır. Üst düzey sorular ise en çok Türevin uygulamaları konusunda, en az Limit ve Süreklilik konusunda bulunmaktadır.

Limit ve süreklilik, Anlık Değişim Oranı ve Türev ve Türevin Uygulamaları şeklinde konular ilerledikçe alt düzey soru oranlarında düşme, üst düzey soru oranlarında ise yükselme görülmektedir.

Konulara göre 899 soru üzerinde yapılan inceleme sonucunda en çok üst düzey, en az alt düzey sorulara yer verildiği görülmüştür.

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde Ortaöğretim 12. sınıf Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerinin, OM12 ve OFLM12 ders kitaplarındaki içerik yapılarına göre incelenmesinden elde edilen bulguları esas alan tartışma ve sonuç sunulacaktır.

OM12 ve OFLM12 ders kitaplarında bulunan toplam 766 sorunun matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri içerik yapılarına göre belirlenmiştir.

Örnek sorular ile Alıştırma soruları en çok orta düzeyde (sırasıyla %45,53 ve (%46,09), en az alt düzeyde (sırasıyla %14,80 ve %13,48) yer almaktadır. Her iki içerik yapısında da en çok 5. düzey (sırasıyla %31,56 ve %30,43) ve en az 1. düzey (sırasıyla %2,51 ve %1,74) sorular bulunmaktadır.

Sıra sizde soruları 3. düzey ve daha üst düzeylerde yer alırken, Teknoloji sorularının tamamı üst düzeyde yer almaktadır. Sıra Sizde soruları orta ve üst düzeylere eşit dağılım göstermekle birlikte, en çok 5. düzey (%42,86) Sıra Sizde sorusu bulunmaktadır. Teknoloji soruları da en çok 5. düzeyde (%75,00) yer almaktadır.

Ölçme ve Değerlendirme soruları en çok üst düzeyde (%58,13), en az alt düzeyde (%3,75) yer alırken, en çok 5. düzeyde (%41,25), en az 1. ve 2. düzeylerde (eşit oranla %1,88) yer almaktadır.

Orta ve üst düzey soru oranları birbirine çok yakın olmakla birlikte (sırasıyla %43,99 ve %44,26) en çok (%44,26) üst düzey ve en az (%11,75) alt düzey sorulara yer verildiği görülmektedir.

İçerik yapılarındaki alt düzey soru oranlarına bakıldığında; alt düzey soruların en çok (%14,80) Örnek içerik yapısında bulunduğu, Örnek içerik yapısını Alıştırma içerik yapısının takip ettiği (%13,48) ve en az da (%3,76) Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında bulunduğu görülmektedir.

İçerik yapılarındaki orta düzey soru oranlarına bakıldığında; orta düzey sorular en çok (%50,00) Sıra Sizde içerik yapısında yer alırken, en az (%38,13) Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında yer almaktadır.

İçerik yapılarındaki üst düzey soru oranlarına bakıldığında; Teknoloji sorularının tamamı üst düzeyde yer almakla birlikte, Teknoloji içerik yapısını Ölçme ve

Değerlendirme (%58,13) takip etmekte; en az da Örnek ve Alıştırma içerik yapılarında birbirlerine yakın oranlarla (sırasıyla %39,66 ve %40,43) bulunduğu görülmektedir.

Karataş (2019), 11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki içerik ve ölçme ve değerlendirme sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerini incelediği çalışmada, soru düzeylerinin 3. ve 4. düzeylerde yoğunlaştığını, 2. düzey soruların yeterli, 1. ve 5. düzey soruların yetersiz, 6. düzey soruların da yok denecek kadar az olduğunu, soruların düzeylere uygun dağılım göstermediğini belirtmiştir. Bu çalışmada da, içerik yapısı olarak Örnek ve Alıştırma sorularının orta düzeyde yoğunluk gösterdiği, Limit ve Süreklilik konusunda 4. düzeyde bir yoğunlaşma olduğu ve soruların düzeylere uygun dağılım göstermediği görülmüştür. Bu yönüyle çalışmalar arasında ulaşılan sonuçlar arasında bir benzerlik bulunmaktadır.

Bir diğer çalışmada Tarku (2022), 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruların %94,8' inin 2. ve 3. düzey sorulardan oluştuğunu, üst düzey sorulara yer verilmediğini, 4. düzey sorulara da oldukça az yer verildiğini belirtmiştir. Ayrıca aynı çalışmada Tarku (2022), soru tiplerine göre yapmış olduğu incelemede, en çok örnek- çözüm ve ardından açık uçlu sorulara yer verildiğini, açık uçlu soruları da çoktan seçmeli soruların takip ettiğini ifade etmiştir. Bu çalışmada örnek içerik yapısı, örnek- çözüm madde tipine; alıştırma, sıra sizde ve teknoloji içerik yapıları açık uçlu madde tipine; ölçme ve değerlendirme içerik yapısı da genel olarak çoktan seçmeli ve açık uçlu madde tipine karşılık gelmektedir. Bu çalışmada da, soruların en çok Örnek içerik yapısında (%46,74) ve ardından Alıştırma (%30,03) içerik yapısında bulunması, Alıştırmaları da Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısının takip etmesi, Tarku' nun (2022) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir.

Alt düzey sorular en çok örnek içerik yapısında (%14,80), üst düzey sorular da (Teknoloji sorularının tamamı üst düzeyde olmakla birlikte) Teknoloji içerik yapısından sonra, en çok Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında bulunmaktadır.

Teknoloji içerik yapısında bir fonksiyonun ve türev fonksiyonunun grafiklerini Geogebra programı yardımıyla çizerek model oluşturma ve bu model üzerinde çalışarak; istenen noktalardaki limit değerini tespit etme, fonksiyonun tanımlı ve tanımsız olduğu noktalardaki limitleri inceleme, süreksiz olduğu noktaları tespit etme, bir fonksiyonun daima artan olması için verilen şartın doğruluğunu test etme uygulamalarına yer verildiği görülmektedir. Bu uygulamaların da farklı gösterim/ temsil biçimlerini ilişkilendirme, birden çok strateji ile karmaşık durumlarda modeller üzerinde

etkili bir şekilde çalışabilme gibi 5. düzey becerileri gerektiren uygulamalar olduğu görülmektedir. Teknoloji içerik yapısında ayrıca, yine Geogebra programı yardımıyla fonksiyonun türevinin aldığı değerlerin, fonksiyonun artan/ azalan olduğu aralıklarda ve ekstremum noktalarında incelenmesi ve fonksiyon ile türevi arasındaki ilişkileri bir model üzerinde inceleme uygulamasına yer verildiği, bu uygulamanın da ileri düzeyde matematiksel akıl yürütme ve farklı bilgi kaynağı ve temsil biçimlerini ilişkilendirme/ dönüştürme becerileri gibi 6. düzey becerileri gerektiren bir uygulama olduğu görülmektedir.

Ölçme- Değerlendirme içerik yapısı, öğrenme alanındaki konuların tamamını kapsayacak şekilde bilgilerin değerlendirildiği soruların bulunduğu bölüm olup, bu bölümde en çok açık uçlu ve çoktan seçmeli sorular olmak üzere; boşluk doldurma, eşleştirme, üst düzey beceri sorularına da yer verilmiştir. Ölçme ve Değerlendirme içerik yapısında alt, orta ve üst düzey sorulara artan oranlarda yer verilmiş olup; en çok üst düzeyde ve 5. düzey becerileri içeren sorulara yer verilmiştir.

Yavuz ve Bilgeç (2016), açık uçlu soruların daha az yapılandırılmış olmaları yönüyle, aynı soruda çok sayıda bilginin sorgulanabildiğini ve farklı çözüm stratejileri ile sonuca ulaşılabilirdiğini belirtirken; Yenilmez ve Yaşa (2007) da, açık uçlu soruların yaratıcılık ve düşünme yeteneklerinin gelişimine katkıda bulunduğunu ifade etmişlerdir. Çoktan seçmeli sorularla da yaratıcılığın öne çıktığı sentez düzeyi dışındaki tüm bilişsel düzeylerdeki davranışlar ölçülebildiğinden (Turgut ve Baykul, 2012), bu açıklamalara göre, Teknoloji ve Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarındaki soruların üst düzey beceriler içerebileceği yorumunda bulunulabilir. Ayrıca, üst düzey soru oranının Alıştırma içerik yapısında Örnek içerik yapısına kıyasla daha fazla bulunması da, alıştırma sorularının açık uçlu sorular olmasıyla ilgili olabilir.

İçerik yapılarına göre yapılan incelemede aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Alt düzey sorular yalnız Örnek, Alıştırma ve Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında bulunmaktadır. Alt düzey sorular en çok Örnek, en az Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında bulunmaktadır. Orta düzey sorular Teknoloji dışındaki tüm içerik yapılarında bulunmaktadır. Orta düzey sorulara en çok Sıra Sizde, en az Ölçme ve Değerlendirme içerik yapılarında yer verilmiştir. Üst düzey sorulara en çok Teknoloji içerik yapısında (tamamı üst düzey), ardından sırayla Ölçme ve Değerlendirme sorularında ve Sıra Sizde' de yer verilmiştir. Örnek ve Alıştırmalardaki üst düzey soru oranları birbirine yakın olmakla birlikte, Alıştırmalarda daha fazladır.

Teknoloji ve Ölçme- Değerlendirme içerik yapılarında üst düzey soru oranları diğer içerik yapılarına göre daha fazla olduğundan, Teknoloji ve Ölçme- Değerlendirme içerik yapılarındaki soruların ÜSS' yi diğer içerik yapılarına kıyasla daha iyi yordadığı söylenebilir.

İçerik yapılarına göre 766 soru üzerinde yapılan inceleme sonucunda orta ve üst düzeylerdeki soru oranları birbirine oldukça yakın olmakla birlikte, en çok üst düzey, en az alt düzey sorulara yer verildiği görülmüştür.

Bu çalışmanın sonucunda en çok üst, ardından orta düzey sorulara yer verildiği görülmüştür. Sorular en çok 5. düzeyde, ardından 4. düzeyde yer alırken, en az 1. düzey sorulara yer verilmiştir. Yapılan çalışmada, birçok çalışmada görüldüğü gibi soruların düzeylere dengeli dağılım göstermediği görülmektedir.

AYT matematik testindeki 40 soruda 2021, 2022 ve 2023 yıllarında tüm adayların ortalamaları sırasıyla 5,297; 7,248 ve 7,204 olup oldukça düşüktür (ÖSYM, 2023). PISA 2018 matematik uygulamasında da, Türkiye' nin düzeylerde bulunan öğrenci oranlarının azalan sırayla 2. düzey (%27,3), 1. düzey (%22,9), 3. düzey (%20,4), 4. düzey (%10,9), 5. düzey (%3,9) ve 6. düzey (%0,9) şeklinde olduğu, en çok 2. düzeyde olmak üzere, genel olarak düzeyler artarken öğrenci oranlarının azaldığı görülmektedir (PISA, 2018). Türev alt öğrenme alanı kapsamında gerçekleştirilen bu çalışmada ise bunun aksi bir durum görülmüştür. Düzeylerde bulunan soru oranları azalan sırayla 5. düzey (%33,68), 4. düzey (%27,02), 3.düzyey (%16,97), 6. düzey (%10,57), 2. düzey (%9,66) ve 1. düzey (%2,09) şeklindedir.

MEB' in (2018) matematik dersi öğretim programında, belli bir alandaki yeterliliği ortaya koyan kazanım ve becerilerin ön şart ve ardışıklığı noktasında ve sınıflar seviyesinde derslerin dağılımı ile derslerin diğer derslerle olan ilişkilerinde genelden özele, basitten karmaşığa, somuttan soyuta doğru gibi yönelimlerin dikkate alındığı belirtilmiştir. Ayrıca MEB' in (2020) öğretim programlarını değerlendirme raporunda, sarmal yaklaşımla konuların, farklı sınıf seviyelerinde ve gittikçe artan zorluk seviyeleriyle ele alınması ve böylelikle öğrencilerin konuları tekrar etmeleri ve konularda edindikleri bilgilerin zamanla derinleşmesine olanak sağlandığı ifade edilmiştir.

Bu bilgiler ışığında, sınıf seviyesi ve konuların ilerleyişine bağlı olarak soruların çözümünde gereken matematiksel becerilerin karmaşıklaştığı, soyutlaştığı, özelleştiği ve

derinleştigi düşünöldüğönde, 12. sınıf türev alt öğrenme alanı kapsamında gerçekleştirilen bu çalışmada; ortaokul ders kitaplarındaki, 9. sınıf ders kitabındaki, 11.-12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki ve LGS’ deki soruların düzeylerine kıyasla daha üst düzey sorulara yer verilmiş olabileceğı düşünölmektedir.

Kandeel’ in (2021) çalışmasında da 10, 11 ve 12. sınıflardaki öğrencilerin ortalamalarının 7, 8 ve 9. sınıf öğrencilerinkinden daha iyi olduğı ve matematik yeterlik düzeylerinin yüksek olduğı, üç ölkede de (Suudi Arabistan, Birleşik Arap Emirlikleri ve B- S- J- Z- Çin) en iyi sonuçları sırasıyla 12, 11 ve 10. sınıftaki öğrencilerin elde ettiğı ifade edilmiş; PISA testi gibi uluslararası sınavlara katılacak öğrenci örneklemini seçilirken bu öğrenci grubuna odaklanılması, sonuçları üç ölkede de en kötü olan özellikle 7. sınıf olmak üzere daha düşük sınıflardaki öğrencilerden de uzaklaşılması önerilerinde bulunulmuştur. Bu çalışmadaki sınıf seviyesi göz önüne alındığında, ulaşılan sonuçların Kandeel’ in (2021) çalışmasıyla benzerlik gösterdiği görölmektedir.

5.2. Öneriler

Bu çalışmada, Türev alt öğrenme alanı sorularının PISA matematik okuryazarlığı düzeyleri materyallere, konulara ve içerik yapılarına göre incelenmiş olup, araştırmanın sonucunda aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

3 Adım AYT ile M12BTE kitaplarındaki soruların ÜSS’ yi ders kitaplarına göre daha iyi yordadığı göröldüğönden, bu kitaplardan tüm öğretmenlerin ve öğrencilerin yararlanmaları önerilebilir.

Bu çalışmada Teknoloji içerik yapısındaki ve Türevin uygulamaları konusundaki soruların daha üst düzey sorular olduğı göröldüğönden, üst düzey matematiksel becerilerin kazandırılabilmesi için bu içerik yapısındaki ve konudaki soruların artırılması önerilebilir.

Son yıllarda PISA teknoloji odaklı yapıldığından dolayı, ders kitaplarındaki içerik yapılarının daha çok teknoloji destekli yer alması önerilebilir.

Bu çalışmada en çok 5. ardından 4. düzey soruların yoğunlukta olduğı görölse de çalışmadaki sınıf seviyesi ve konu sınırlılığı sebebiyle çalışmanın sonuçlarının ulusal ve uluslararası sınavlardaki matematik başarılarını sınırlı düzeyde yordayabileceğı düşünölmektedir. Daha net yorumların yapılabilmesi için, lise matematik ders kitaplarındaki soruların ve üniversite sınav sorularının yeterlik düzeylerinin incelendiğı, aynı ya da farklı sınıf seviyelerinde, sorularının tamamı üzerinde ya da seçilen konu özelinde benzer çalışmaların yapılması önerilebilir.

KAYNAKLAR

- Açıkyıldız, G. (2013). *Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Kavramını Anlamaları ve Yaptıkları Hatalar* [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=iTkOhwevEenJZ3onUvs52h9MuTGhJrF_p4h71fPg9ZnhJUsNBxhep8EW0gQlfSEy
- Açıkyıldız, G. ve Gökçek, T. (2015). Matematik Öğretmeni Adaylarının Türev Teget İlişkisi İle İlgili Yaptıkları Hatalar. *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education*, 4(2), 29-42.
- Aksu, N., Aksu, G. ve Saracaloglu, S. (2022). Veri madenciliği yöntemleri kullanılarak farklı ülkelerdeki öğrencilerin PISA matematik okuryazarlığını etkileyen faktörlerin tahmini. *Uluslararası Elektronik İlköğretim Eğitimi Dergisi*, 14 (5), 613-629.
- Akyüz, G. ve Pala, N. M. (2010). PISA 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözme becerilerine etkisi. *İlköğretim Online*, 9(2), 668-678.
- Al Cihan, Ş. (2023). *Ortaokul matematik ders kitaplarındaki geometri ve ölçme problemlerinin PISA matematik okuryazarlığı düzeyleri açısından incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=G_oJ1rKE4SgJUkomyAKpR9DhKIgFQ9oTyYYvOE4y-wcRmgXjNvfHts_qPL-WEBSu
- Alkan, S. ve Güven, B. (2018). Ders Kitaplarında Kullanılan Örnek Türlerinin Analizi: Limit Konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 147-169. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.334530>
- Altun, M., Arslan, Ç. ve Yazgan, Y. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Altun, M. ve Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 42(190), 171-188.

- Altun, M., Gümüş, N. A., Akkaya, R., Bozkurt, I., ve Ülger, T. K. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı beceri düzeylerinin incelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 1(1), 66-88.
- Altuntaş, Ş. (2023). *LGS çalışma kitabındaki matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerine, içerik alanlarına ve öğretmen görüşlerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Kafkas Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=G_oJ1rKE4SgJUkomyAKpR6N-fLdlOhCzATT9m4bXOASzVxg5HFGfFMWhxs4MhenW
- Arıkan, E. E., Özkan, E. M. ve Ünal, H. (2014). L' Hospital kuralının uygulamasında incelenen kavram yanılgıları. *Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2 (3), 21-31.
- Aydın, M. ve Kutluca, T. (2010). 12. sınıf öğrencilerinin süreklilikle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının incelenmesi. *Education Sciences*, 5(3), 687-701.
- Aydina, C. E. (2022). *LGS matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı açısından değerlendirilmesi*. [Yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=kIrIdtdJ31bRgjb6fHvMUcSrP_gxFPBVZaPLz_TXlqmCkhep_3PXhOwBzXXNl120
- Ayyıldız, H. ve Cansız Aktas, M. (2022). 8.sınıf matematik ders kitaplarının ve LGS matematik sorularının PISA temsil yeterliği açısından incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 12(1), 475-489. <https://doi.org/10.24315/tred.910569>
- Bailey, K. D. (1982). *Methods of social research* (2nd ed.). New York: The Free Press.
- Baltacı, A. (2017). Nitel Veri Analizinde Miles-Huberman Modeli. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3(1), 1-14.
- Baltacı, M. (2021). *Türkiye ve Singapur matematik ders kitaplarının PISA Matematik Yeterlik Ölçeğine göre karşılaştırmalı analizi*. [Yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=9MiDp3x86xrwjpi5-14w-aFhDyOcwsDO64vxUWd5_bXVOgwHS-asIHlf8B7-qnC
- Baltacı, M. ve Biber, A. Ç. (2021). Türkiye ve Singapur matematik ders kitaplarının PISA matematik yeterlik ölçeğine göre karşılaştırmalı analizi. *The Journal of International Education Science*, 8(29), 76-95.

- Barak, B. (2007). *Limit Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=biL2P3cCsPgUNjVdV2BsGA1NxJ6eWmjreugPTb4AhXEQI5YyIdtB4XmMCEhsJpgK>
- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Limit ve Süreklilik Konusuyla İlgili Kavram Yanılgıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen Ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(1), 225-249.
- Baykul, Y. ve Turgut, M. F. (2012). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bingölbali, E. (2015). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H. (Ed.) *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri içinde* (s. 223- 255). ISBN 978- 605- 5885- 31- 1
- Cohen, S. (2021). What Can We Learn from the PISA Research about the Factors and Parameters Affecting the Success of Student Achievements in Mathematics? A Comparative Study between Israel and Finland. *Acta Didactica Napocensia*, 14(1), 214-222.
- Coşkun M. ve Turanlı N. (2021). Matematik öğretmen adaylarının süreklilik konusunda kavram imajları. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 15(37), 53-73.
- Çankal Çetmili, G. (2024). *Türkiye ve Kanada 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA matematik çerçevesine göre karşılaştırmalı analizi*. [Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=weFMBHaUra8rsS5wi2bmHKxz7kbE1zvGd7uVjc6nseCbqjXK_OqaqFczyORoB6W
- Çelen, Y. (2023). 9. Sınıf Lise Matematik Sorularının Yenilenmiş Bloom Taksonomisine İncelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 25(3), 837-848. <https://doi.org/10.32709/akusosbil.1073141>
- Dede, S. Ç. ve Arslan, S. (2019). Türkiye’de 2002-2018 Yılları Arasında Matematik Ders Kitapları Üzerine Yapılmış Tezlerin ve Makalelerin Analizi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen Ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 176-195. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.546301>

- Demir, F. ve Altun, M. (2018). Matematik Okuryazarlığı Soru Yazma Süreç ve Becerilerinin Gelişimi. *Eğitim ve Bilim*, 43(194). doi: <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2018.7111>
- Diñçer, B., Akarsu, E. ve Yılmaz, S. (2016). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Okuryazarlığı Özyeterlik Algıları İle Matematik Öğretimi Yeterlik İnanç Düzeylerinin İncelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 207-228. <https://doi.org/10.16949/turcomat.99884>
- Duran, M. ve Kaplan, A. (2016). Lise Matematik Öğretmenlerinin Türevin Tanımına ve Türev-Süreklilik İlişkisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 795-831.
- Dursun, F. (2006). Birleştirilmiş Sınıflarda Eğitim Sorunları ve Çözüm Önerileri. *Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 33-57.
- Duru, A. (2011). Pre-Service Teachers' Perception about the Concept of Limit. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 11(3), 1710-1715.
- Emin, A., Gerboğa, A., Güneş, G. ve Kayacier, M. (n.d). *Ortaöğretim Matematik 12 Ders Kitabı* [e- kitap sürümü] <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/panel/panel/EKitapUniteOnizle.aspx?Id=384> adresinden edinilmiştir.
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L. ve Allen, S.T. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Erol, R. (2022). *Matematik eğitimcileri ve matematik öğretmen adaylarının eğitim, değişim oranı ve türev hakkındaki kavram imajlarının incelenmesi*. [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=kScA8XnrRb0WogX-qPGFkiDLO56MeXHSPsmJs67kRT1a7RJK818bovc6qur3zuZ2>
- Gülgör, M. N. (2023). *Türev kavramının ortaöğretim matematik ders kitaplarındaki ilişkilendirme becerileri açısından incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=sELqxhTlFGAjsbjOuuiyCG3dyW7RUtmN3lp28P3Vx2aDdSsZyhZPTtFBVoWy5hz8>

- Gümüş, Ş. (2023). *Liselere Giriş Sınavı (LGS) matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı seviyelerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=nLNfCsWgUluh5T2iyudShmzCLkXmV_mYoXmh70g1MpvYiJ1uYyWXyhAoZC_3kZbQ
- Güneş, F. (2019). Okuryazarlık yaklaşımları. *The Journal of Limitless Education and Research*, 4(3), 224-246.
- Gür, H. ve Barak, B. (2007). Ortaöğretim 11. Sınıf Öğrencilerinin Türev Konusundaki Hata Örnekleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 7(1), 453-480. TR Dizin.
- Gürbüz, M. Ç. (2014). *PISA matematik okuryazarlık öğretiminin PISA sorusu yazma ve matematik okuryazarlık düzeyleri üzerine etkisi*. [Yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
<https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=48XPj7KKQhKUgntkUiKO3KcoCUj0s6sFmBM0FYaszCfUrVQKXQxkEQN-zsEubER8>
- Haghjoo, S. ve Reyhani, E. (2021). Undergraduate Basic Sciences and Engineering Students' Understanding of the Concept of Derivative. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 6(4), 277-298.
- İlhan, Z. M. (2023). *Liselere geçiş sistemi kapsamında 2018-2021 yıllarında uygulanan matematik testi sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri açısından incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=a0OMTmEd_3mfOBxT8SiBTFRG67D0lYVkybjRq3N2r-QGuZaE1gK8BDna0WtlZ-KS
- İskenderoğlu, T. A. ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre sınıflandırılması. *Eğitim ve Bilim*, 36(161).
- İskenderoğlu, T. A., Erkan, İ. ve Serbest, A. (2013). 2008-2013 Yılları Arasındaki SBS Matematik Sorularının PISA Matematik Yeterlik Düzeylerine Göre Sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(2), 147-168.

- İzleme ve Değerlendirme Daire Başkanlığı (2020). *Öğretim programlarını değerlendirme raporu 2020*. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'ndan edinilmiştir, web adresi:
https://ttkb.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_08/24113242_ogretimprogramlari_dr.pdf Erişim Tarihi: 09.07.2024
- Kabael, T. ve Barak, B. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlık becerilerinin PISA soruları üzerinden incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 321-349.
- Kandeel, R. A. A. (2021). Learners' Mathematics Proficiency Levels on PISA 2018: A Comparative Study. *International Journal of Instruction*, 14(3), 393-416.
- Karasar, N. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemi: kavramlar ilkeler teknikler* (İkinci Yazım, 36. Basım). Nobel Akademik Yayıncılık Sertifika No: 40340, ISBN: 978-605- 5426- 58- 3
- Karataş, Z. (2019). *11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki örnek ve soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=T1mWGp9MngYYkCSgiJvtVqw9Xt2m4O5NF5fbTLfnrZWABHtSnFlDnQXLkbqnrjJ_
- Kemancı, B., Büyükokutan, A., Çelik, S. ve Kemancı, Z. (n.d). *Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 12 Ders Kitabı* [e- kitap sürümü]
<https://ogmmateryal.eba.gov.tr/panel/panel/EKitapUniteOnizle.aspx?Id=357>
adresinden edinilmiştir.
- Kertil, M., Erbas, A. K. ve Cetinkaya, B. (2023). Hizmet Öncesi Matematik Öğretmenlerinin Bir Model Geliştirme Dizisi Boyunca Değişim Oranına İlişkin Anlayışları. *Uluslararası Bilim ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 21 (6), 1769-1796.
- Kır, H. (2023). *7. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı becerilerinin PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre değerlendirilmesi*. [Yüksek lisans tezi, Giresun Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=a0OMTmEd_3mfOBxT8SiBTM5fUkJHilrDfNXqdF6Xc59zO5QD4tPewlbZS7Xt9xJS
- Kıral, B. (2020). Nitel bir veri analizi yöntemi olarak doküman analizi. *Siirt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(15), 170-189.

- Köksal, A. (2022). *Liselere geçiş sistemi kapsamında gerçekleştirilen merkezi sınav matematik sorularının PISA matematik çerçevesi açısından incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=qVqOZFj2DwNmvd1oGFYiM2KAi9uoIz8G8sLAaB04-3MHN0y0HZgvKwq0zvHl0ub>
- Kusmaryono, I. ve Kusumaningsih, W. (2023). Evaluating the Results of PISA Assessment: Are There Gaps Between the Teaching of Mathematical Literacy at Schools and in PISA Assessment?. *European Journal of Educational Research*, 12(3), 1479- 1493. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.3.1479>
- Küçükgençay, N., Karatepe, F. ve Peker, B. (2021). LGS ve örnek matematik sorularının öğrenme alanları ve PISA 2012 çerçevesinde değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(232), 177-198.
- Liselere Geçiş Sistemi. (2023, 19 Eylül). *Milli Eğitim Bakanlığı, Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü*. <https://odsgm.meb.gov.tr/www/liselere-gecis-sistemi/icerik/1012> adresinden erişilmiştir.
- Liu, J., Liu, Q., Zhang, J., Shao, Y. ve Zhang, Z. (2022). The trajectory of Chinese mathematics textbook development for supporting students' interest within the curriculum reform: a grade eight example. *ZDM- Mathematics Education*, 54(3), 625-637.
- MEB (2022). *3 Adım AYT Matematik* (2. Baskı). MEB Yayınları • 7878 Yardımcı Kaynak Eğitim Materyali • 1806, (ISBN 978-975-11-6000-3, Sertifika No:49461)
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage.
- Mumcu, H. Y. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(2), 211-248.
- Murtiyasa, B., Rejeki, S. ve Murdaningsih, S. (2016). An analysis of problems on eight grade of mathematics textbook based on PISA's framework. *In Proceedings of Third International Conference on Research, Implementation and Education of Mathematics and Science* (pp. 305-308).

- OECD (2019a). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. Paris: OECD Publishing. doi: <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- OECD (2019b). *PISA 2018 results (Volume III): What school life means for students' lives*. Paris: OECD Publishing.
- Ortaöğretim Genel Müdürlüğü [OGM] Materyal (n.d). *Matematik 12 Beceri Temelli Etkinlik Kitabı* <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/beceri-temelli-kitap/matematik?s=9&d=51&u=0&k=0> adresinden erişilmiştir.
- Önal, İ. (2010). Tarihsel Değişim Sürecinde Yaşam Boyu Öğrenme ve Okuryazarlık: Türkiye Deneyimi. *Bilgi Dünyası*, 11(1), 101-121.
- Öngel, B. O. (2023). *Ortaokul matematik ders kitaplarının PISA matematik okuryazarlığı çerçevesine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=G_oJ1rKE4SgJUkomyAKpRycfh6GcNxRN0n_AYNlUuO31UZf1mTh2RoJ0aLiAUSAr
- ÖSYM (2022). *Yükseköğretim Kurumları Sınavı, Sınav Soru ve Cevapları* <https://www.osym.gov.tr/TR,23823/2022.html> adresinden erişilmiştir.
- ÖSYM (2023). *2023- YKS Sınav Sonuçlarına İlişkin Sayısal Bilgiler*. <https://www.osym.gov.tr/TR,25647/2023-yks-sinav-sonuclarina-iliskin-sayisal-bilgiler.html> adresinden erişilmiştir.
- Özbal, M. (2022). *Liselere Geçiş Sistemi (LGS) matematik soruları ile PISA matematik sorularının karşılaştırmalı incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=sELqXHtIFGAjsbjOuuiyCICuDGWx9yWmcDBJlqRSu5bDsvu9vlyukL5u9T48Mza>
- Özgen, K., ve Bindak, R. (2008). Matematik Okuryazarlığı Öz-Yeterlik Ölçeğinin Geliştirilmesi. *Kastamonu Education Journal*, 16(2), 517-528.
- Özturan Sağır, M., Kırmacı, U. ve Bulut, S. (2014). Türev Konusunda Uygulanan Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarılarına ve Öz- Düzenleme Becerilerine Etkisi. *Erzincan Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 3(2), 221-247.

- Öztürk, N. ve Masal, E. (2020). Sınavla öğrenci alacak ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezi sınav matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlilik düzeyleri açısından sınıflandırılması. *Journal of Multidisciplinary Studies in Education*, 4(1), 17-33.
- PISA 2022 sonuçlarına göre Türkiye her alanda sıralamasını yükseltti. (2023, 5 Aralık). T. C. Milli Eğitim Bakanlığı. <https://www.meb.gov.tr/pisa-2022-sonuclarina-gore-turkiye-her-alanda-siralamasini-yukseltti/haber/31837/tr> adresinden erişilmiştir.
- Prihandhika, A., Suryadi, D. ve Prabawanto, S. (2022). The Investigation of Concept Image towards Derivative Representation: A Case Study of Prospective Mathematics Teachers. *Mathematics Teaching Research Journal*, 14(4), 148-164.
- Pulkkinen, J. ve Rautopuro, J. (2022). The correspondence between PISA performance and school achievement in Finland. *International Journal of Educational Research*, 114, 102000.
- San Martin Soares, P. (2024). Combining Statistical and Machine Learning Methods to Identify Predictors of Brazilian Students' Proficiency in PISA 2018. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 07342829241262861.
- Sarıkaya, B. K. ve Yenilmez, K. (2023). Ortaokul Matematik Uygulamaları Ders Kitaplarının PISA Yeterlik Düzeyleri Açısından İncelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama Ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 8(1), 25-45.
- Seis, A. (2011). 6. - 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 Belirsizlik Ölçeği'ne göre incelenmesi. [Yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=EEdQgIdFRxX5NbVau-AsPVkNrKnukN3J1BxXfOREd9TWJvm033ya-sEMAWCFHh>
- Sönmez, V. ve G. Alacapınar, F. (2019). *Örneklendirilmiş Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (7. Baskı). Anı Yayıncılık. ISBN: 978- 605- 170- 317- 6
- Sur, E. (2022). Okuryazarlık Kavramı ve Türkiye'deki Okuryazarlık Araştırmaları Üzerine Bir İnceleme. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 445-467.

- Şaban, İ. H. (2019). *Matematik ders kitapları cebir öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
<https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=vjszP7PzV0HebcjFEvDfwp2-bGR6hpTfTrJ3ZhFnHZLE7MgVfWSiyk7CW7nKWQSS>
- Şahin, N. (2022). *Ortaokul matematik kitaplarındaki geometri sorularının PISA matematik yeterliliklerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Giresun Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=CG8WvdvxxJP04Unr7Yecf8UPSug_AuHYdsG3Rqo8dVBhfkPJhRDWvqkSdhJJKjhm
- Şirin, B. (2019). *Ortaokul 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=FgmKgChPKo23qQqBeqzVZq8SAemwLB80qLZKwf_Gir8Y15b-ZbHkleKrpzP4n1JK
- Şirin, B. ve Yıldız, A. (2020). 8. sınıf matematik ders kitabının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(4), 1158-1176.
- Talib, N. A., Abdul Rahim, S. S. ve Zulnaidi, H. (2023). Slope conception as rate of change starter kit: Malaysian pre-service secondary mathematics teachers' subject matter knowledge in rate of change. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(12), em2368. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13862>
- Tarku, H. (2022). *9. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruların pisa matematik okuryazarlığı çerçevesinde incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=RsTBl6RWK25OBMIKtIgYYSeCZhKA8aJ9Eqb0VV1q8HVt6GvYluNk8jtvrfiFck-_
- Taşkın, E., Ezentaş, R., ve Altun, M. (2018). Altıncı sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(6), 2069-2079.

- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü (2022). *PISA 2022 Türkiye raporu*. (ISBN: 978-975-11-7448-2). https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_03/21120745_26152640_pisa2022_rapor.pdf adresinden erişilmiştir.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü (2018). *PISA 2018 Türkiye ön raporu*. (Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi No:10 • Aralık 2019). https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2023_05/15170226_PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf adresinden erişilmiştir.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü (2015). *PISA 2015 ulusal raporu*. (ISBN: 978-975-11-4337-2). https://pisa.meb.gov.tr/eski%20dosyalar/wp-content/uploads/2014/11/PISA2015_UlusalRapor.pdf adresinden erişilmiştir.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü (2012). *PISA 2012 ulusal nihai raporu*. (ISBN: 978-975-11-3899-6). https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/23172540_pisa2012-ulusal-nihai-raporu.pdf adresinden erişilmiştir.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2018). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Öğretim Programı 2018*. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343> adresinden erişilmiştir.
- T. C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2018). *Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Öğretim Programı 2018*. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=340> adresinden erişilmiştir.
- Toprak, Z. (2019). *Türkiye ve Singapur 5. sınıf matematik ders kitaplarının karşılaştırmalı analizi*. [Doktora tezi, Gaziantep Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=FgmKGchPKo23qQqBeqzVZt6ixJwKaMFfISe2wzNmV2sdzaT20G7erIOQV0jWFga8>

- Tutar, M. (2023). 2001-2020 yılları arasında Türkiye’de yapılan ortaöğretim matematik eğitimindeki kavram yanlışları çalışmalarının betimsel içerik analizi. [Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=j_Fjwp4JS4mk97Puqti8rqWvAuenbZfIBv4hk8PUsDJomO7dhgh9tpwtE4_gLjXo
- Uysal, E. ve Yenilmez, K. (2011). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(2), 1-15.
- Wulandari, R. D. ve Pujiastuti, H. (2021). Analysis of mathematics literature problems in mathematics textbook class V elementary school. *Jurnal Pendidikan Sekolah Dasar Ahmad Dahlan*, 8(2), 75-79.
- Yavuz, İ. ve Bilgeç, İ.(2016). Açık uçlu sorularla yapılan matematik sınavlarının ölçme ve değerlendirilmesinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 5(3), 183-193.
- Yeğit, H. (2019). Beşinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlık başarı düzeylerinin incelenmesi. *Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi*, 2(3), 174-195.
- Yeğit, H. (2020). Türkiye ve Almanya’da okutulan matematik ders kitaplarının matematik okuryazarlığı bakımından incelenmesi ve karşılaştırılması. [Yüksek lisans tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=fl0Kw4p1rmMDotyKRdYv1JfPCzwXTGWDBdqhgSuF4VNGnsR-8zMv1Z5-wACrQNF>
- Yeni Müfredatta Matematik Derslerinde "Algoritma- Bilişim" Odakta Olacak (2024, 27 Nisan). *Milli Eğitim Bakanlığı*. <https://www.meb.gov.tr/yeni-mufredatta-matematik-derslerinde-algoritma-bilisim-odakta-olacak/haber/33510/tr> adresinden erişilmiştir.
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme becerileri üzerine bir inceleme. *E-Journal of New World Sciences Academy*, 2(4), 272-287.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (12. Baskı). Seçkin Yayıncılık. Ankara. ISBN 978-975-02-6982-0

Yıldırım, İ. (2019). 5-8. Sınıf matematik ders kitaplarının PISA değişim ve ilişkiler ölçeğine göre incelenmesi. [Yüksek lisans tezi, Bartın Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.

https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=aEzj_IdWAsjiSAfK3qwrBj133IKV-15UIKhWiX_8mmX6ViK4xN3yKsC2qchLeBhB

