



**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**SAYISAL YAYIN SİSTEMLERİ İÇİN
KODLANMIŞ OFDM YÖNTEMLERİ**

**Müh. Sarper KARA
Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Elektrik Elektronik Mühendisliği Programı**

**Danışman
Prof.Dr. Aydın AKAN**

Ocak, 2008

İSTANBUL

Bu çalışma 25/02/2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Elektrik Elektronik Mühendisliği programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi



Prof. Dr. Aydın AKAN (Danışman)
İstanbul Üniversitesi



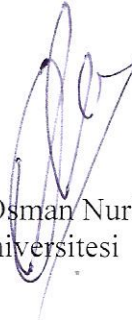
Prof. Dr. Sıddık YARMAN
İstanbul Üniversitesi



Prof. Dr. Hakan Ali ÇIRPAN
İstanbul Üniversitesi



Prof. Dr. Ahmet SERTBAŞ
İstanbul Üniversitesi



Prof. Dr. Osman Nuri UÇAN
İstanbul Üniversitesi

ÖNSÖZ

Bu tezin hazırlanmasında, değerli bilgi ve tecrübelerini esirgemeyen, haberleşme ve sinyal işleme konularına olan ilgimi arttıran Sayın Hocam ***Prof.Dr.Aydın AKAN' a*** teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, bu çalışmanın ortaya çıkmasında gerekli birikime sahip olmamda büyük katkıları olan Sayın ***Arş.Gör.Erol ÖNEN'e***; öğrenim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini hep yanımda bulduğum aileme ve mesai arkadaşlarıma teşekkür ederim.

ÖNSÖZ.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
ÖZET.....	vi
SUMMARY.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. OFDM’İN TERCİH NEDENLERİ.....	2
1.2. OFDM’İN TARİHÇESİ.....	3
2. GENEL KISIMLAR.....	6
2.1. OFDM İN GENEL İLKELERİ.....	6
2.1.1. Paralel veri iletişimi ve çoklu taşıyıcılar.....	6
2.1.1.1. Filtreler kullanarak kanalları tamamen birbirinden ayırmak.....	7
2.1.1.2. Kaymış QAM kullanarak band kullanım verimini artırmak.....	7
2.1.1.3. Ayırık Fourier Dönüşümünü Kullanarak Paralel Veriyi Modüle ve Demodüle etmek.....	7
2.1.2. IFFT Kullanarak Alt Taşıyıcıların Üretilmesi.....	8
2.1.3. Koruma Zamanı Ve Dairesel Ön Ek.....	14
2.1.4. Pencereleme.....	17
2.1.5. OFDM Parametrelerinin Seçimi.....	21
2.1.6. OFDM Sinyal İşleme.....	23
2.1.7. OFDM’in Gerçekleştirme Karmaşıklığının Tek Taşıyıcılı Modülasyonla Karşılaştırılması.....	24
3. MALZEME VE YÖNTEM.....	27
3.1. KODLANMIŞ OFDM (COFDM).....	27

3.1.1. Düşük Yoğunluklu Parite Kontrol Kodları.....	27
3.1.1.1. Düşük Yoğunluklu Parite Kontrol Kodlarının Kodlanması.....	31
3.1.1.2. Düşük Yoğunluklu Parite Kodlarının Çözülmesi.....	33
3.2. ÇOKLU SEVİYE TURBO KODLAYICI.....	36
3.3. ÇOKLU SEVİYE TURBO KOD ÇÖZÜCÜ.....	39
3.4. OFDM SİSTEMLERİNDE KANAL KESTİRİMİ.....	42
3.4.1. Kablosuz İletişim Kanal Modeli.....	44
3.4.2. Kodlanmış OFDM Sinyal Modeli.....	45
3.4.3. AED Kullanılarak Zaman Sıklık Analizi.....	47
3.4.4. Kodlanmış OFDM Kanal Kestirimi.....	48
3.4.5. Zaman Frekans Alıcısı.....	51
4. BULGULAR.....	52
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	61
5.1. SONUÇLAR.....	61
5.2. TARTIŞMA.....	61
KAYNAKLAR.....	63
ÖZGEÇMİŞ.....	66

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	: OFDM Modilatörü.....	9
Şekil 2.2	: Dört alt taşıyıcılı bir OFDM sembol örneği.....	10
Şekil 2.3	: Alt taşıyıcıların izgesi.....	11
Şekil 2.4	: Kelebek radix-4.....	12
Şekil 2.5	: Radix-4 algoritması kullanarak 16-noktalı IFFT.....	13
Şekil 2.6	: Koruma zamanı sıfır olan sinyale çoklu yol etkisi.....	15
Şekil 2.7	: Periyodik uzatma ile birlikte OFDM sembolü.....	16
Şekil 2.8	: İki yöllü çoklu yol kanalında üç alt taşıyıcılı OFDM sinyal örneği. Kesik çizgili olanı gecikmiş çoklu yol öğesi.....	15
Şekil 2.9	: İki yöllü çoklu yol kanalda 48 alt taşıyıcılı OFDM bağının 16-QAM yıldız kümesi, burada ikinci yol ilkinden 6 dB daha küçüktür.....	17
Şekil 2.10	: 16, 64 ve 256 alt taşıyıcı pencereleme yapılmadığı durumda Güç İzge Yoğunluğu (PSD).....	18
Şekil 2.11	: OFDM periyodik uzatma ve pencereleme.....	19
Şekil 2.12	: 0.025, 0.05, ve 0.1 Azalma faktörlü Raised cosine pencereleme.....	20
Şekil 2.13	: İki yöllü çoklu yol kanalı için OFDM sembol pencereleri.....	21
Şekil 2.14	: Bir OFDM alıcı-vericisinin blok diyagramı.....	23
Şekil 2.15	: Karar – geribeslemeli denkleştirici.....	24
Şekil 3.1	: Düzenli (3,4) DYPK koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi.....	29
Şekil 3.2	: Düzensiz DYPK koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi.....	31
Şekil 3.3	: ML-TC yapısının blok şeması.....	36
Şekil 3.4	: ML-TC yapısının grup kümelerine yırıştırılması.....	37
Şekil 3.5	: WSSUS kanal modeline uygulanan 2L-TC yapısı.....	38
Şekil 4.1	: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 50 Hz).....	52
Şekil 4.2	: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 250 Hz).....	53
Şekil 4.3	: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 500 Hz).....	54

- Şekil 4.4** : Bit hata oranının Doppler frekansı ile değişimi ($\dot{I}GO = 15 \text{ dB}$).....55
- Şekil 4.5** : Bit hata oranının Doppler frekansı ile değişimi ($\dot{I}GO = 15 \text{ dB}$).....56
- Şekil 4.6** : $N=100$ çerçeve uzunluğu için ÇSTK-OFDM bit hata başarımı.
- Şekil 4.7** : $N=250$ çerçeve uzunluğu için ÇSTK-OFDM bit hata başarımı.
- Şekil 4.8** : Kanal yayma fonksiyonu kestirimi.

ÖZET

SAYISAL YAYIN SİSTEMLERİ İÇİN KODLANMIŞ OFDM YÖNTEMLERİ

Günümüzde gezgin iletişim sistemleri, internet, video ve çoklu ortam uygulamalarını destekleyebilmek için, verilerin yüksek hızlarda ve düşük hata olasılıklarında iletimini sağlayan modülasyon ve çeşitleme tekniklerine ihtiyaç duyar. Bu tezde, modülasyon tekniği olarak tercih edilen dikgen frekans bölmeli çoğullama ve gezgin iletişim kanalının sınırlamalarının üstesinden gelmek için kullanılan kanal kodlama yöntemleri konu alınmıştır.

Yeni nesil gezgin iletişim sistemlerinin, yüksek hızdaki verilerinin gezgin iletişim kanallarından, istenen servis kalitesinde iletilebilmesi için etkili modülasyon ve çeşitleme teknikleri geliştirilmektedir. Modülasyon tekniklerine en iyi aday olarak çok taşıyıcılı bir modülasyon tekniği olan OFDM gösterilmektedir. Gezgin iletişim kanalının sınırlamalarının üstesinden gelmek için ise verici ve alıcı anten çeşitleme teknikleri ve kodlama ön plana çıkmaktadır. OFDM ve kodlama birleştirilerek elde edilen kodlanmış OFDM sistemleri ile kablosuz iletişim kanallarında yüksek veri hızlarında hareketliliği sağlayan uygulamalarda düşük hata olasılıklarına ulaşılabilmektedir.

Bu çalışmada farklı iki kanal kodlama tekniği ile OFDM yöntemi birlikte kullanılarak gerçekleştirilen kablosuz iletişim sistem modelinde kanal kestirimi ve alıcı başarımı incelenmiştir. Çok Seviyeli Turbo Kodlama ve Düşük yoğunluklu Parite kontrol kodlanmış veri sembolleri OFDM yöntemiyle modüle edildikten sonra zamanla değişen iletişim kanalı parametreleri kestirilmiş ve bit hata oranı gözlenmiştir. Her iki kanal kodlama yönteminin de kodlamasız OFDM iletişim sistemine göre hata başarımının iyileştiği tespit edilmiştir.

SUMMARY

CODED OFDM METHODS FOR DIGITAL BROADCASTING SYSTEMS

Nowadays, mobile communication systems require modulation and diversity techniques that ensure data transmission with high rate and low bit error in order to support internet, video and multimedia applications. In this thesis orthogonal frequency division multiplexing OFDM and coding used as a modulation technique in order to cope with mobile communication channel constraints are constraints.

OFDM is a multi-carrier modulation technique in which a single high rate data-stream is divided into multiple low rate data-streams that are modulated using subcarriers which are orthogonal to each other. OFDM has commonly been utilized to transform a frequency selective fading channel into multiple flat fading subchannels. One of the main advantages of OFDM is its multipath delay spread tolerance and efficient spectrum use by allowing overlapping in the frequency domain. Coded OFDM systems are obtained by combining OFDM and channel coding technique and help to achieve high data rates and low bit error rates in mobile communication systems.

In this study the channel estimation and receiver performance of a wireless communication system which is the combination of two channel coding methods and OFDM are investigated. Mutli Level Turbo Coded (MLTC) and Low Density Parity Check (LDPC) coded data symbols are modulated with OFDM method, then the parameters of a wireless time varying channel are estimated and the bit error rate (BER) is calculated. After all, it was concluded that the bit error rate of a coded OFDM system is much better than that of an uncoded OFDM system.

1. GİRİŞ

Teknolojik gelişme ve yüksek kaliteli servislere olan talep, yayıncılık sektörünü yayın ağlarını tamamen sayısallaştırmaya yöneltmiştir. Halen, başarılı bir şekilde program üretim aşamaları ve iletim hatlarında kullanılan sayısallaştırma, artık yayın zincirinin son halkasını, başka bir deyişle vericiyle kullanıcı arasındaki bağlantıyı, oluşturmak üzere kullanım alanını genişletmiştir.

Bu koşullar altında, sayısal kodlanmış TV yayınlarını iletmek için tamamen yeni teknikler geliştirmek zorunlu hale gelmiştir. Tüm yayın türlerinin ihtiyaçlarının karşılanması, kuvvetli bir sayısal modülasyon yönteminin verimli bir temel band kodlamasıyla birlikte kullanılmasıyla sağlanabilir.

Bu çalışmada, yukarıda bahsedilen modülasyon ve kodlama teknikleri için Dikgen Frekans Çoğullamalı Modülasyon: OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ve kodlanmış OFDM (Coded-OFDM) teknikleri incelenmiştir.

OFDM, teorik temelleri 1950'lere dayanan çok taşıyıcılı bir modülasyon tekniğidir. Sayısal işaret işleme (DSP: Digital Signal Processing) ve geniş çaplı tümdevre tasarımı (VLSI: Very Large Scale Integration) tekniklerindeki son gelişmeler, OFDM'in elektronik pazarında geniş kullanım alanları bulmasına imkan tanımıştır. OFDM'in güncel bir uygulaması sayısal ses yayıncılığı (DAB: Digital audio broadcasting) [1] olmuştur. DAB Avrupa'da hareketli alıcılara yer ve uydu üzerinden çoklu sayısal ses yayını yapılması için geliştirilmiştir. Diğer bir uygulama ise ANSI (American National Standards Institute) tarafından sayısal sıkıştırılmış video işaretlerini telefon hatları üzerinden göndermek amacıyla seçilmiş olan asimetrik sayısal abone hattı ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) teknolojisidir.

OFDM'in Avrupa ve diğer bölgelerde sayısal yer yayıncılığı alanında kullanılması düşünülmektedir. Tüm Avrupa'yı kapsayan, katılımcıları arasında yayıncılar, üreticiler,

taşıyıcılar ve radyo araçları üreticilerinin de bulunduğu Sayısal Video Yayını DVB (Digital Video Broadcasting) projesine başlanmıştır. DVB-T alt projesi kapsamında, OFDM kullanarak 8 Mhz kanal üzerinden 24 Mbps veri iletim hızlarına çıkabilecek bir yer dağıtım sistemi kurulmuştur. DVB-T projesinin çatısı altında bir çok proje geliştirmiştir. Bu projelerden büyük bir kısmı DVB projesi resmi olarak yürürlüğe girmeden başlamıştır. Bu projelere örnek olarak : Kuzey Ülkeleri tarafından geliştirilen HD-DIVINE (Digital Video Narrowband Emission), Thomson-CFS/LER'in geliştirdiği DIAMOND, CCETT (France-Telecom ve TDF' nin ortaklığı)'nın geliştirdiği STERNE (Systeme de Televisionen Radiodiffusion NumeriqE), NTL'nin projesi SPECTRE (Special Purpose Extra Channels for Terrestrial Radio communication Enhancements), Avrupa Birliği Komisyonu (CEC) tarafından hazırlanan dTTb (Digital Television Terrestrial Broadcasting) verilebilir.

Japonya'da ve Avrupa'da OFDM, bir çok kuruluş tarafından yer yayıncılığında kullanılmaktadır. Amerika kıtasında ise COFDM, Birleşik Devletler, Kanada ve Brezilya'ya bağlı yayıncılık kuruluşları tarafından 6 MHz band üzerinde yer dağıtımı için incelenmiş ve kullanılmaya başlanmıştır.

1.1. OFDM'İN TERCİH NEDENLERİ

OFDM tekniğinin Avrupa ve Amerika kıtasında, sayısal yayıncılıkta tercih edilmesinin nedenleri tekniğin getirdiği önemli avantajlardır. Bu avantajları kısaca şu şekilde sıralayabiliriz:

- OFDM özellikle yer yayıncılığında çoklu yol bozulmasına (multipath distorsion) karşı oldukça dayanıklıdır.
- İletim kanalının frekans spektrumunu ufak parçalara ayrılarak, yapay olarak frekansla değişmez hale getir.
- Kanal içi simgeler arası girişimi engeller.
- Tek taşıyıcılı sistemlere göre daha basit kanal eşitleyicilere ihtiyaç duyar.
- Hata düzeltme kodu kullanarak güvenli ve verimli iletişim sağlar.

1.2. OFDM'İN TARİHÇESİ

Paralel veri iletişimi ve frekans çoğullamalı modülasyon kavramı 1960 ların ortalarında ortaya çıkmıştır [2,3]. Bazı uygulamaların tarihi 1950 'lerin başlarına kadar gider [4]. Bu konuda A.B.D 'de 1966 yılında bir patent başvurusu yapılmış bu başvuru 1970 yılında kabul edilmiştir[5].

Temel fikir, paralel veriyi ve frekans çoğullamalı çoğullama (FDM) tekniğini, arka arkaya gelen alt kanallarda kullanarak, yüksek hız eşitlemesinden kaçınmaktır. Anlık gürültülerden ve çoklu yol bozulmalarından kaçınarak, izin verilen band genişliğinin tamamının kullanılması da tekniğin kullanım nedenlerindendir.

Bu konudaki ilk uygulamalar askeri alanda HF (Yüksek Frekans) haberleşmesinde olmuştur [6]. Ayrıca bu tekniğin yüksek hızlı modemlerde de kullanılması düşünülmüştür [7,8]. Fakat bu konuda yapılan çalışmaların yetersiz olması nedeniyle, yüksek hızlı modemler için uluslararası CCITT standardı tek taşıyıcılı sistemler taban alınarak oluşturulmuştur. OFDM'in eski bir uygulamasına örnek olarak yüksek frekans radyo iletişimi için tasarlanmış olan AN/GSC-10 (KATHRYN) değişken veri hızlı modem gösterilebilir [10]. Bu sistem, frekansı çoğullanmış bir grup alt kanal kullanılarak oluşturulmuş, PSK (Phase Shift Keying) modülasyonu kullanan düşük hızlı yaklaşık 34 kanaldan oluşmaktadır. Sinyal birimlerinin arasındaki koruma süresini sağlamak amacıyla dikey frekans ataması 82 Hz arayla yapılmıştır. OFDM, KINEPLEX [4] ve ANDEFT [6] gibi başka askeri amaçlı sistemlerde de kullanılmıştır.

Paralel bir sistemde, çok sayıda alt kanal için gerekli olan sinüzoidal üreteç dizileri ve güçlü demodülatörler, sistemi kaçınılmaz bir şekilde pahalı ve karmaşık hale getirmektedir. Alıcıda, alt kanallar arasındaki karşılıklı konuşmanın korunması için, örnekleme zamanı ve demodülasyon taşıyıcılarının fazlarının ayarlanması işlemlerinin yüksek hassasiyette yapılması gerekmektedir. Weinstein ve Ebert ayırık Fourier dönüşümünü (DFT: Discrete Fourier Transform) paralel sistemlere, modülasyon ve demodülasyon işleminin bir parçası olarak uyarlamışlardır [11]. Sonuç olarak, FDM tekniğinde gerekli olan alt taşıyıcı osilatörleri ve güçlü demodülatörler problemlerinin

çözümü, Hızlı Fourier Dönüşümünü (FFT: Fast Fourier Transform) uygulayabilecek, tamamen sayısal uyarlamaya dayanan, özel amaçlı donanımla sağlanabilecektir. VLSI teknolojisindeki son gelişmeler yüksek hızlı ve büyük boyutlu FFT kırımlarını ticari açıdan karşılanabilir hale getirmiştir [12].

1980'lerde OFDM çalışmaları yüksek hızlı modemler, sayısal hareketli iletişim ve yüksek yoğunluklu kayıt (high density recording) üzerine yoğunlaşmıştı. Hirosaki, çoğullanmış QAM (Quadrature Amplitude Modulation) için DFT kullanan OFDM tekniklerini incelemiştir [13,14]. Ayrıca kendisi çoğullanmış QAM kullanan 19.2 kbps'lik bir ses bandı veri modemi tasarlamıştır [15]. Bu sistemde saat frekansını ve taşıyıcıyı sabitlemek için bir pilot ton kullanılmıştır. Buna ek olarak Trellis kodlaması, istenen taşıyıcı/gürültü (CNR:carrier-to-noise) oranının sağlanması amacıyla kullanılmıştır. Telefon ağları için bir çok hız modemleri tasarlanmıştır [6,7,8,10].

1980'lerin ortalarında OFDM Avrupa'da Sayısal Ses Yayını (DAB:Digital Audio Broadcasting) üzerine hazırlanmış Eureka 147 projesiyle birlikte popüler hale gelmiştir [16]. Bu uygulama için Kodlanmış OFDM (COFDM: Coded-OFDM) seçilmiştir. Artık bu teknik, uzun bir standartlaşma işleminin son basamaklarına girmiştir. DAB uygulamalarında kullanılan QPSK modülasyonu ile beraber kullanıldığında, OFDM kullanımı kanalın diferansiyel olarak eşitlenmesini sağlamaktadır. Başka bir deyişle çoklu yol iletimiyle kanal tanımlaması gerektirmeden ve alıcıda başka uyarlamalı parametre kullanmadan başa çıkabilmektedir. 1990'ların başında, ilgi sayısal TV yer yayıncılığı (terrestrial Broadcasting) yöntemine kaydı. Avrupa'da ise olay DAB projesindeki çizgiyi benzer şekilde takip etti. Bugün, genel bir kaniye göre, sadece COFDM zorlu yayınlama koşullarıyla baş edebilir ve tek frekans ağları için ümit verebilir.

1990'larda ayrıca, OFDM, hareketli radyo (mobile radio) FM kanalları üzerinde geniş band veri iletişimi için, yüksek-bit-hızlı sayısal abone hatlarında (HDSL:High-bit-rate Digital Subscriber Line), asimetrik sayısal abone hatlarında (ADSL:Asymmetric Digital Subscriber Line) [17,18] ki bu sistem abonelere mevcut bulunan ikili telefon kabloları üzerinden 6 Mbit/s veri seviyesiyle iletim yapılmasına olanak sağlamaktadır, çok hızlı sayısal abone hatlarında (VHDSL: Very High-bit-rate Digital Subscriber Line), yüksek

özünürlüklü TV (HDTV:High Definition Television) yeryüzü yayınlarında kullanılmaktadır [19].

Yakın zamanda OFDM özellikle COFDM, sayısal TV ve HDTV'nin yeryüzü yayınında kullanılması için incelenmiş ve uygulanmıştır. DAB'nin başarılı denemeleri araştırmacılara televizyon yayıncılığı için OFDM ve COFDM kullanımı üzerine yoğun çalışmalar yapılmasına yol açmaktadır.

Bu tez çalışmasında her geçen gün daha fazla önem kazanan kablosuz COFDM iletişim sistemleri üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Kablosuz iletişim kanalları, yapıları gereği, özellikleri yakın zamanda kullanımı öngörülen hareketli internet uygulamaları göz önüne alındığında zamanla değişen bir yapıya sahiptir. Bu kanalların modellenmesi ve kanal parametrelerinin kestirimi toplam iletişim sistemi başarımını çok büyük oranda iyileştirmektedir.

Dolayısı ile COFDM modülasyon kullanımı mobil iletişim sistemlerinde kablosuz ve zamanla hızlı değişen iletişim kanalının kestirimi çok önemli ve güncel bir problemidir. Bu tezde iki farklı kanal kodlaması kullanılarak gerçekleştirilen OFDM sistemleri için zamanla değişen kanal parametreleri üzerinde çalışılmıştır. Çok seviyeli turbo kodlama (MLTC: multi level turbo coding) ve düşük yoğunluklu parite kontrol (LDPC: low density parity check) kodlanmış OFDM sistemlerinde iletişim kanalı parametre kestirim ve alıcı başarımları irdelenmiştir. Elde edilen sonuçlar her iki kodlama yöntemi için de COFDM sistem başarımı kodlanmış OFDM'e göre bit hata başarımı açısından üstünlük sağladığını göstermiştir.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. OFDM'İN GENEL İLKELERİ

2.1.1. Paralel İletişim ve Çoklu Taşıyıcılar

Geleneksel bir seri veri iletişim sisteminde her bir işaret frekans spektrumu, kullanılabilir band genişliğinin tümünü kaplamasına izin verilecek şekilde, sıralı olarak arka arkaya gönderilir.

Paralel bir veri iletişim sistemi, seri sistemlerde görülen bir çok sorunun sistem üzerindeki etkisinin azaltılmasına olanak sağlamaktadır. Paralel bir sistem bir anda birden fazla sıralı veri dizilerinin aynı anda iletildiği ve buna bağlı olarak, seçilen herhangi bir anda, birden fazla verinin iletildiği bir sistemdir. Bu gibi bir sistemde her bir veri işaretin frekans spektrumu kullanılabilir band genişliğinin sadece bir bölümünü kaplar.

Paralel sistem yaklaşımı, frekansa bağlı zayıflamanın simgeler üzerinde dağıtılması avantajına sahiptir. Bu, zayıflama ve darbe girişimi nedeniyle aniden ortaya çıkan hataların etkili bir biçimde, rastgele dağılmasını sağlar; bu sayede ardışıl verilerin tamamen zarar görmesi yerine çoğu simge az miktarda zarar görür. Bu durum ileri yönde hata düzeltme (FEC:Forward Error Correction) olmaksızın bile, simgelerin büyük bir kısmının başarılı bir şekilde geri elde edilebilmesini sağlar. Kanal band genişliğinin tamamının dar alt bandlara bölünmesinden dolayı, her bir alt bandın frekans yanıtı göreceli olarak düzdür. Her alt kanal asıl kanal genişliğinin belirli bir bölümünü kapladığı için, kanal eşitleme işlemi seri sistemlere oranla daha kolaydır. Basit bir dengeleme algoritması her alt kanaldaki karesel ortalama bozulmasını minimum hale getirebilir, farksal kodlamanın kullanılması ise eşitlemenin tamamen ortadan kalkmasını sağlayabilir[11].

Klasik bir paralel veri sisteminde, tüm işaret frekans bandı, frekansları birbiriyle çakışmayan, N tane alt kanala ayrılır, bu işlemten sonra N alt kanal frekans çoğullamalı olarak modüle edilir. Alt bandları birbirinden ayırmak için kullanılan 3 temel yöntem vardır[57]:

2.1.1.1. Filtreler kullanarak kanalları tamamen birbirinden ayırmak:

Bu yöntem geleneksel frekans çoğullamalı modülasyon (FDM: Frequency Division Multiplexing) tekniğinden alınmıştır. Filtre gerçekleştirmenin getirdiği sınırlama her alt kanalın band genişliğini $(1+a)f_m$ 'e eşit olmaya zorlar, burada a kenar zayıflama (Roll-off) faktörü, f_m ise Nyquist band genişliğidir. Yöntemin diğer bir dezavantajı ise taşıyıcı sayısının fazla olduğu durumlarda bir sıra uyumlu süzgeç oluşturmanın zorluğudur.

2.1.1.2. Kaymış QAM kullanarak band kullanım verimini artırmak:

Bu durumda modüle edilmiş taşıyıcının spektrumu yine a kadar artık band genişliği kullanır, fakat alt kanallar 3 dB frekansında çakışırlar. Bu yöntemin avantajı bileşik spektrumun düz olmasıdır. Ayrılabilirlik ya da diklik, verinin kaymış hale getirilmesiyle sağlanır (veriyi yarım simge kaydırarak). Filtre tasarım gereksinimleri ilk yönteme göre daha az önem taşır.

2.1.1.3. Ayrık Fourier Dönüşümünü (DFT-Discrete Fourier Transform) Kullanarak Paralel Veriyi Modüle ve Demodüle etmek:

Her bir alt kanal spektrumu bu durumda sine fonksiyonudur ve band sınırlı değildir (şekil 2.2b). FDM, band geçiren filtrelemeyle değil, temel band işlemleriyle elde edilmiştir. Bu yöntemde alıcı ve vericide, DFT de N^2 olan işlem sayısını $N \log N$ 'e indiren, verimli hızlı Fourier dönüşümü FFT (Fast Fourier Transform) teknikleri kullanılır.

Ayrıca bilindiği gibi, dik işaretler alıcıda korelasyon teknikleri kullanılarak da elde edilebilir. Böylece kanal üzerindeki simgeler arası girişim önlenmiş olur. Yöntem, taşıyıcı aralığının dikkatli seçilmesiyle, örneğin taşıyıcı aralığının kullanılan simge süresinin tersine eşitleyerek uygulanabilir.

OFDM basitçe, her taşıyıcı diğer alt taşıyıcılara dik olacak şekilde, taşıyıcı aralığı tanımlanmış, çok taşıyıcılı bir modülasyon türü olarak tanımlanabilir.

2.1.2. IFFT Kullanarak Alt Taşıyıcıların Üretilmesi

Bir OFDM işareti faz kaydırmalı anahtarlama (PSK) veya dördün genlik modülasyonu (QAM) kullanılarak modüle edilen alt taşıyıcıların toplamından oluşur. d_i karmaşık QAM sembolleri, N_s alttaşıyıcıların sayısı, T sembol süresi, ve f_c taşıyıcı frekansı olmak üzere $t = t_s$ 'de başlayan bir OFDM sembolü şöyle yazılabilir.

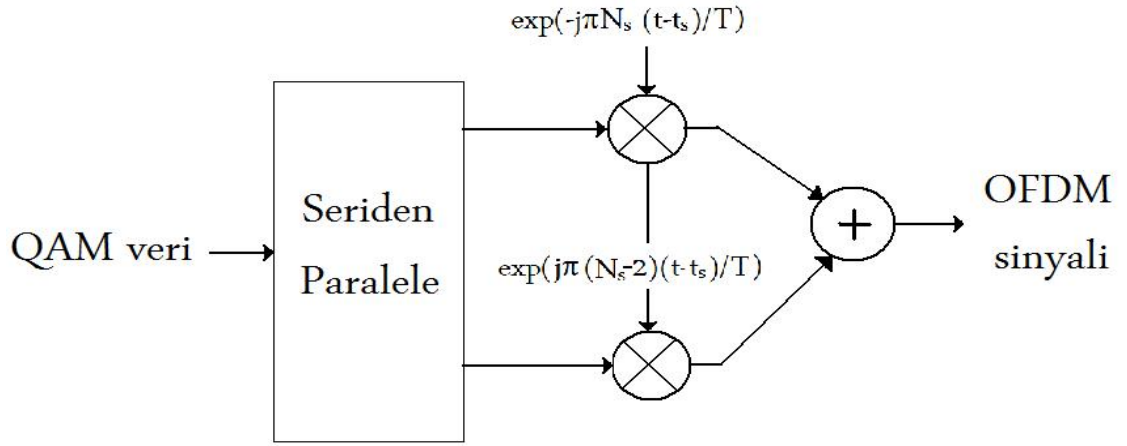
$$s(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp \left(j2\pi \left(f_c - \frac{i+0.5}{T} \right) (t-t_s) \right) \right\}, \quad t_s \leq t \leq t_s + T \quad (2.1)$$

$$s(t) = 0, \quad t < t_s \wedge t > t_s + T$$

Literatürde genelde (2.2)'de verildiği gibi, eşdeğer karmaşık temelbant gösterilimi kullanılır ve burada gerçek ve imajiner kısımlar en son OFDM işaretini üretmek için istenilen taşıyıcı frekansının sinüs ve kosinüsleriyle çarpılmak zorunda olan OFDM işaretinin eş evreli ve dik evreli kısımlarına denk gelir. Şekil 2.1 OFDM modülatörünün çalışmasını bir blok diyagramda gösterir.

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp \left(j2\pi \frac{i}{T} (t-t_s) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T \quad (2.2)$$

$$s(t) = 0, \quad t < t_s \wedge t > t_s + T$$

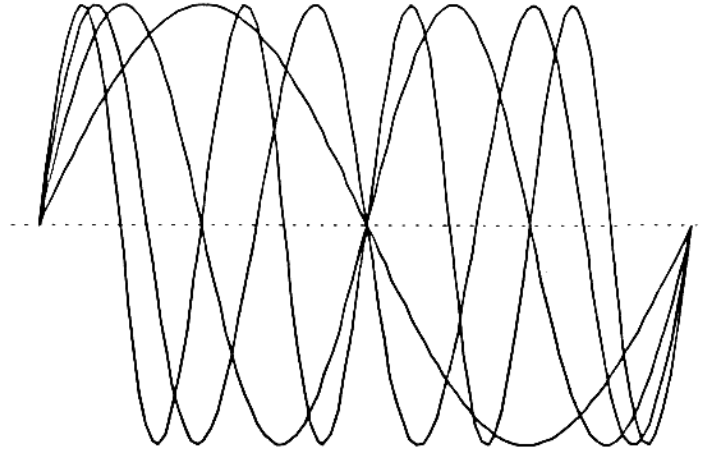


Şekil 2.1 OFDM modülatörü

Örnek olarak Şekil 2.2 bir OFDM işaretinden dört alt taşıyıcıyı gösterir. Bu örnekte bütün alt taşıyıcılar aynı faz ve aynı genliğe sahiptir. Fakat gerçekte, herbir alt taşıyıcı için genlikler ve fazlar farklı modüle edilebilir. Her bir alt taşıyıcının T aralığı içindeki periyotlarının sayısı tam sayı olduğuna ve komşu alt taşıyıcılar arasındaki periyot farkının bir olduğuna dikkat edin. Bu özellik alt taşıyıcılar arasındaki dikliğe karşılık gelir.

Örneğin (2.2) ifadesindeki j . alt taşıyıcı işareti j/T frekansıyla aşağı kaydırılarak demodüle edildiyse ve daha sonra işaret T saniye entegre edildiyse sonuç (2.3)'teki gibi yazılabilir. Ara sonuca bakarak karmaşık taşıyıcının T saniye üzerinden entegre edildiği görülebilir. Demodüle edilmiş alt taşıyıcı j için bu entegrasyon istenilen $d_{j+N/2}$ çıkışını verir.(sabit faktör T ile çarpılmıştır). Bu da özel alt taşıyıcı için QAM değeridir. Bütün diğer alt taşıyıcılar için entegrasyon sıfırdır, çünkü $(i-j)/T$ frekans farkı entegrasyon aralığı T içinde tam sayılı periyotlar üretir, böylece entegrasyon sonucu sıfır olur.

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(-j2\pi \frac{j}{T}(t-t_s)\right) \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp\left(j2\pi \frac{i}{T}(t-t_s)\right) dt \\
 &= \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \int_{t_s}^{t_s+T} \exp\left(j2\pi \frac{i-j}{T}(t-t_s)\right) dt = d_{j+N_s/2} T
 \end{aligned} \tag{2.3}$$



Şekil 2.2 Dört alt taşıyıcılı bir OFDM sembol örneği

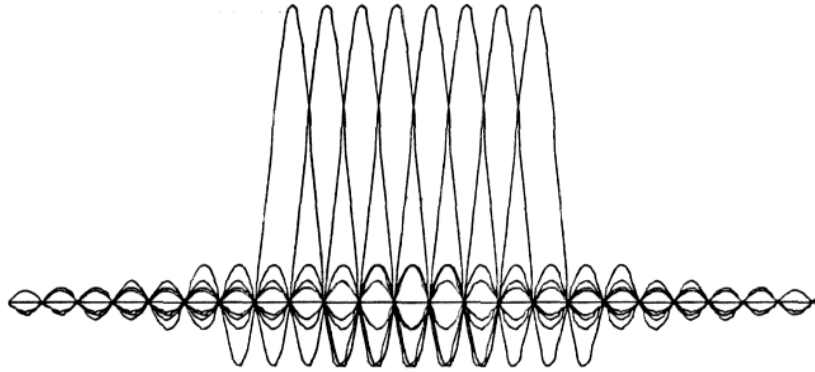
Farklı OFDM alt taşıyıcıların dikliği başka bir yolla da gösterilebilir. (2.1)'e göre her bir OFDM sembolü T saniye aralığı üzerinde sıfır olmayan alt taşıyıcılar bulundurur. Böylece, tek bir sembol spektrumu alt taşıyıcı frekanslarında bulunan Dirac darbeleri grubuyla bir T saniyesi için bir, aksi halde sıfır olan bir kare darbesinin spektrumu ile konvolüsyonudur. Kare darbenin genlik spektrumu $\text{sinc}(\pi fT)$ 'ye eşittir, bu da $1/T$ 'nin tam sayı çarpımları olan bütün f frekansları için sıfırlara sahiptir. Bu etki Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Bu her bir alt taşıyıcının sinc spektrasının üst üste geçtiğini gösterir. Her bir alt taşıyıcı spektrumunun maksimumunda, bütün diğer alt taşıyıcı spektrası sıfırdır.

Çünkü bir OFDM alıcısı özellikle her bir alt taşıyıcının maximumlarına karşı gelen spektrum değerlerini hesaplar, her bir alt taşıyıcıyı diğer başka alt taşıyıcılardan hiçbir şekilde etkilenmeyerek demodüle edebilir. Temel olarak, Şekil 2.3 semboller arası karışım olmayan bir darbe şekli için OFDM spektrumunun Nyquist kriterini yerine getirdiğini gösterir. Darbe şeklinin zaman aralığında değil Nyquist kriterinin genelde uygulandığı frekans aralığında olduğuna dikkat ediniz. Bu nedenle semboller arası karışım (ISI) yerine bütün diğerlerinin sıfır geçişlerine karşı gelen bir alt taşıyıcının maximumuna sahip olarak kaçılan taşıyıcılar arası karışımıdır.(ICI)

(2.2)'de tanımlanan kompleks temelbant OFDM sinyali aslında N_s tane QAM giriş sembolünün ters Fourier transformundan başka birşey değil. (2.4)'de verilen zamanı

bildiren t 'nin örnek sayısını bildiren n ile değiştirildiği ifade ise zamandakinin ayrık karşılığı olan ters ayrık Fourier transformdur (IDFT). Pratikte bu transform ters hızlı Fourier transformuyla (IFFT) çok verimli bir şekilde uygulanabilir. N -noktalı bir IDFT aslında sadece faz çevrilmesi olan toplam N^2 karmaşık çarpım gerektirir. Elbette bunun yanında IDFT yapmak için toplamalarda gerekiyor fakat toplayıcılar donanımsal olarak çarpıcılara veya faz çeviricilere nispeten kayda değer azlıkta karmaşıklığa sahip olduğundan, karşılaştırmalarda çarpımlar söylenecek. IFFT IDFT 'deki düzenli işlemleri kendi lehine kullanarak hesap miktarını güçlü bir şekilde azaltır. Radix-2 algoritmasını kullanarak N – noktalı bir IFFT $(N/2)\log_2(N)$ karmaşık çarpım gerektirir. 16 – noktalı bir transform için örneğin fark IDFT için 256 çarpıma karşılık IFFT 'de 32 çarpım gerektirir, azalma 8 kat olmuş. Bu fark daha büyük sayıda alt taşıyıcılar için büyüyecektir. IDFT 'nin karmaşıklığı N^2 'in karesiyle artarken, IFFT 'nin sadece küçük bir farkla lineer olarak artmasından hızlı olur.

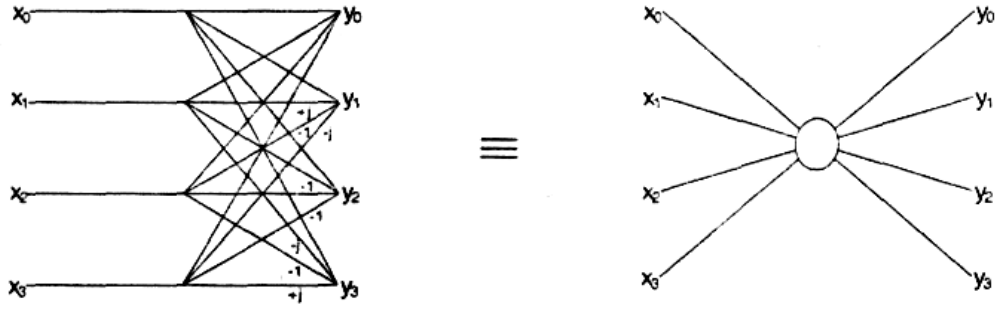
$$s(n) = \sum_{i=0}^{N_i-1} d_i \exp(j2\pi \frac{in}{N}) \quad (2.4)$$



Şekil 2.3 Alt taşıyıcıların izgesi

Bundan başka IFFT 'deki çarpım sayısı radix-4 algoritmasıyla da azaltılabilir. Bu teknik gerçekte 4-noktalı bir IFFT 'den yararlanır, sadece $\{ 1, -1, j, -j \}$ ile çarpımlar vardır. Böylece bir tam çarpıcıyla gerçekleştirilmesi gerekmeyen fakat j veya $-j$ ile çarpım durumuna göre reel ve imajiner kısımları değişen toplama veya çıkarmalardır. Radix-4 algoritmasında,

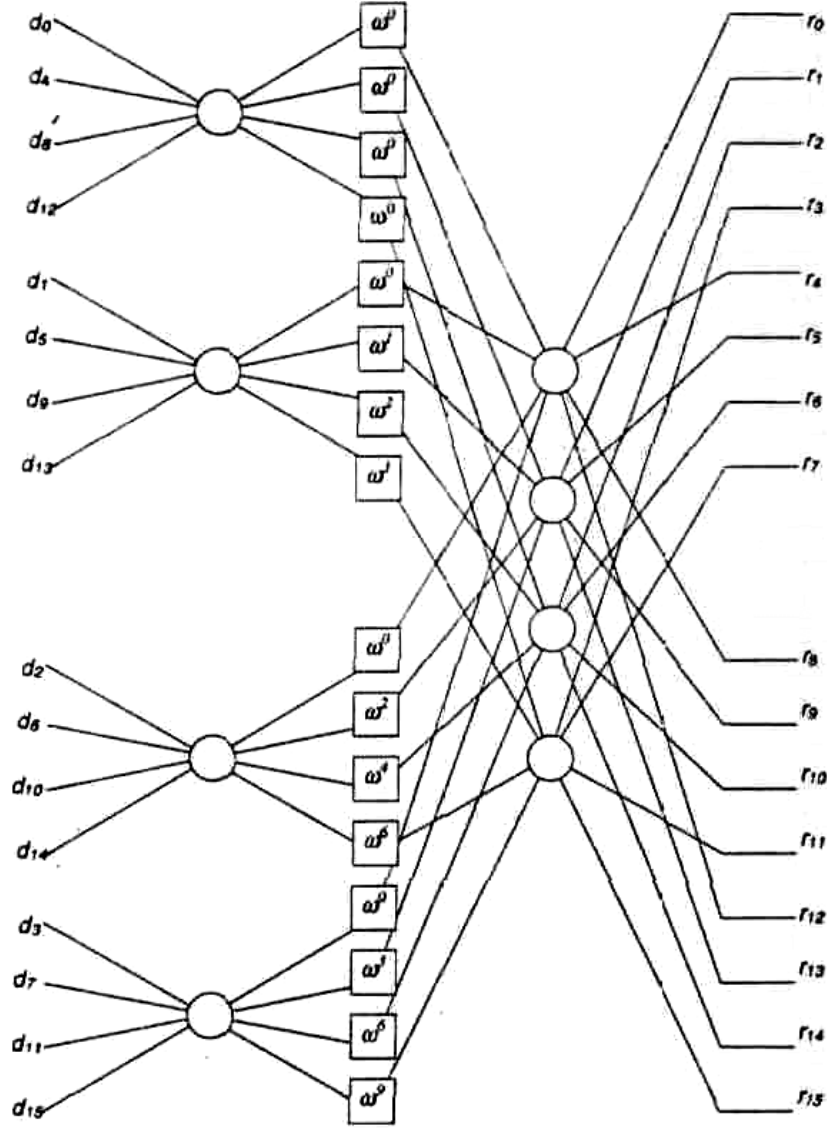
transform birkaç basit 4-noktalı transform bölünür ve basit olmayan çarpımlar ise bu dört noktalı transformlar arasında kademeli bir şekilde uygulanıp sonuca ulaşılır. Bu yolla N -noktalı bir FFT radix-4 algoritmasını kullanarak sadece $(3/8)N(\log_2 N - 2)$ karmaşık çarpım veya faz döndürmesi ve $N \log_2 N$ karmaşık toplama gerekir. 64-noktalı FFT için örneğin 96 döndürme ve 384 toplama demektir ya da örnek başına 1,5 döndürme ve 6 toplama demektir.



Şekil 2.4 Kelebek radix – 4

Şekil 2.4 büyük boyutlu IFFT ‘leri yapmanın bir formatı olan ve *kelebek radix-4* diye bilinen 4-noktalı IFFT ‘yi gösterir. x_0 dan x_3 ’e dört giriş y_0 dan y_3 e basit toplamalar ve basit faz döndürmeleriyle dönüştürülür. Örneğin y_1 dört toplamına ek olarak j ve -1 ile çarpmayı izah eden birkaç I/Q değiş tokuşu ve ters alma işlemiyle $x_0 + jx_1 - x_2 - jx_3$, şeklinde verilir.

Kelebek radix-4 büyük ölçekli IFFT işlemlerini bina etmede verimli bir şekilde kullanılabilir. Örneğin 16-noktalı bir IFFT Şekil 2.5’ teki gibi resmedilebilir. 16-noktalı IFFT dörder kelebek radix-4 ‘lü iki aşamaya sahiptir. Aradaki aşamada fazı $\exp(j2\pi / N)$ şeklinde tanımlı ω^i oynatma faktörleriyle döndürülmüş ara sonuçlar var. Dikkat edilirse $N=16$ için oynatma faktörü ω^i ile döndürme, basit işlemlere indirgenir. $i=0,4,8$ ve 12 için ω^i sırasıyla $1, j, -1$ ve $-j$ dir. İzaha şunu da katalım, 16-noktalı IFFT aslında IDFT ‘deki faz döndürmesi miktarından 32 kat daha az olan sadece 8 basit olmayan faz döndürmesine sahiptir. Bu basit olmayan faz döndürmeleri büyük ölçüde uygulamadaki karmaşıklığı belirler, çünkü faz kaydırmanın veya karmaşık çarpımın karmaşıklığı toplamının karmaşıklık büyüklüğünün mertebesinden büyüktür.



Şekil 2.5 Radix-4 algoritması kullanarak 16-noktalı IFFT

Nasıl OFDM sembolü üreteceğimize örnek olarak, 8 tane ikilik değeri $\{1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1\}$ 8 alt taşıyıcıda ileteceğimizi farz edelim. IDFT veya IFFT şöyle hesaplanır.

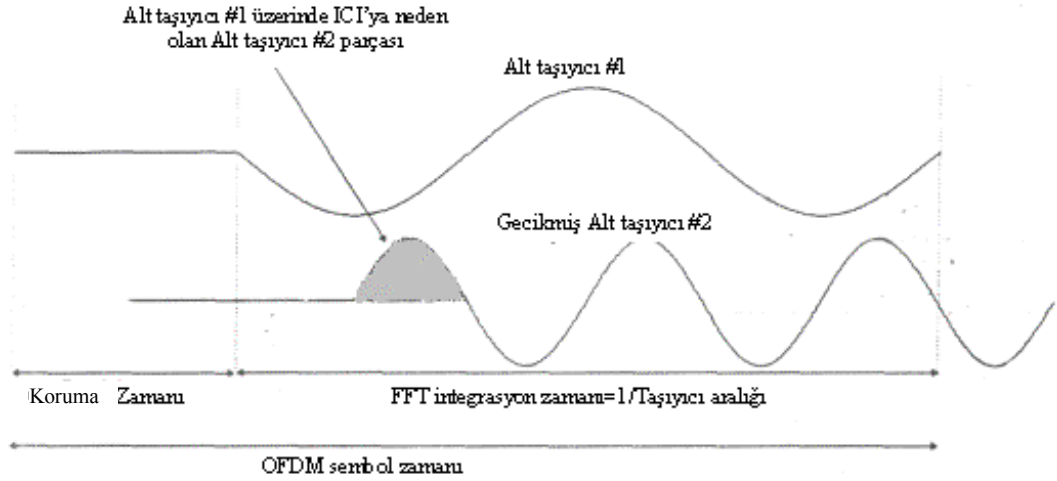
$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) \\ 1 & j & -1 & -j & 1 & j & -1 & -j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) \\ 1 & -j & -1 & j & 1 & -j & -1 & j \\ 1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1-j) & -j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1-j) & -1 & \frac{1}{2}\sqrt{2}(-1+j) & j & \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 \\ \sqrt{2}(1+j(\sqrt{2}-1)) \\ 2+2j \\ -\sqrt{2}(1+j(\sqrt{2}+1)) \\ 0 \\ -\sqrt{2}(1-j(\sqrt{2}+1)) \\ 2-2j \\ \sqrt{2}(1-j(\sqrt{2}-1)) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

(2.5)'in sol tarafında IDFT matrisi vardır. Her kolonu normalize edilmiş frekans aralığı -4 ila $+3$ olan karmaşık alt taşıyıcılara tekabül etmektedir. (2.5)'in sağ tarafı ise bir OFDM sembolünü teşkil eden sekiz IFFT çıkış örneği verir. Ancak pratikte bu örnekler gerçek bir OFDM sinyalinin oluşturmak için yeterli değildir. Çünkü aşırı örnekleme yoktur ve buda Dijital Analog çeviriciden geçirildiği de tolere edilmeyecek ölçüde örtüşme meydana çıkartır. Aşırı örnekleme yapmak için giriş verilerine sıfır eklenebilir. Örneğin bir önceki örnekteki sekiz giriş örneğine sekiz sıfır eklenilebilir. Böylelikle 16-noktalı bir IFFT iki kez aşırı örneklenmiş OFDM sinyalinin 16 çıkış örneğini verir. Dikkat edilirse (2.5)'teki IFFT'ye satırların ilk yarısı pozitif frekanslara tekabül ederken ikinci yarısı negatif frekanslara tekabül etmektedir. Bu nedenle aşırı örnekleme uygulandığında sıfırlar veri vektörünün sonundan ziyade ortasına ilâştirilmelidir. Bu sıfır olmayan veri değerlerinin 0 Hz etrafındaki alt taşıyıcılara yerleştirirken sıfır olan veri değerlerinin hemen hemen artı ve eksi örnekleme hızının yarısına yerleştirilmesine garanti eder. Önceki örnek için veri aşırı örnekleme edilen giriş vektörü şöyle olur: $\{1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1\}$.

2.1.3. Koruma Zamanı ve Dairesel Ön Ek

OFDM'i yapmanın en önemli sebeplerinden birisi bunun çoklu yol yayılma gecikmesinin üstesinden gelen en verimli yol olmasıdır. Giriş veri akışını N_s alt taşıyıcıya bölmekle sembol süresini, göreceli çoklu yol gecikme yayılımını, göreceli sembol zamanını N_s kat azaltmış oluyoruz. Semboller arası girişimi tamamen kaldırmak için her bir OFDM sembolü için koruma zamanı tanımlanmıştır. Koruma zamanı beklenen yayılım gecikmesinden daha büyük seçilir, böylece bir sembole ait çoklu yol parçaları diğer sembole girişim yapamaz. Koruma zamanı hiç sinyal bozulmadan meydana getirilebilir. Ancak o zaman da taşıyıcılar arası girişim (ICI) problemi ortaya çıkabilir. ICI farklı taşıyıcılar arası; artık dik kalamayacakları manasına gelen çapraz karışmadır. Bu etki Şekil 2.6' da gösterilmiştir. Bu örnek için "alt taşıyıcı 1" ve geciken "alt taşıyıcı 2" gösterilmiştir.

OFDM alıcısı ilk alt taşıyıcı demodüle etmeye çalıştığında ikinci alt taşıyıcıdan dolayı girişimle karşı karşıya kalacaktır. Çünkü FFT aralığında 1. ve 2. alt taşıyıcılar arasındaki periyot farkı tamsayı olmayacaktır. Aynı zamanda, yine aynı sebepten dolayı ilk alt taşıyıcıdan da ikinci alt taşıyıcıya çapraz karışma olacaktır.

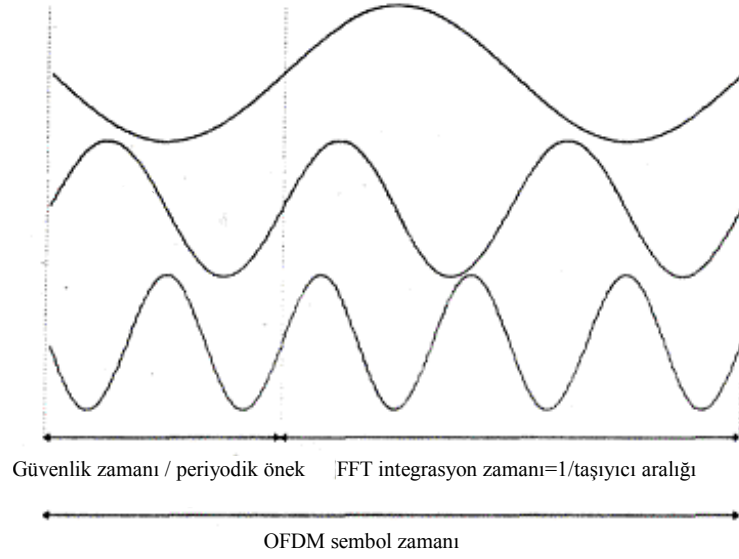


Şekil 2.6 Koruma zamanı sıfır olan sinyale çoklu yol etkisi

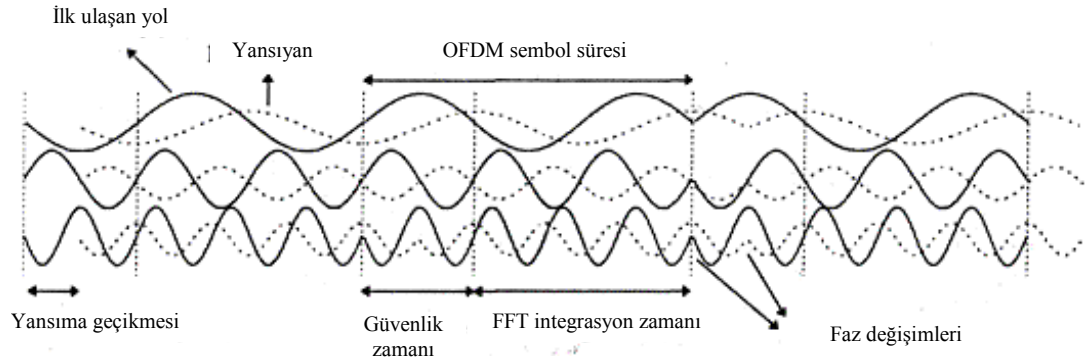
ICI'yı kaldırmak için OFDM sembolü Şekil 2.7 de görüldüğü gibi periyodik olarak uzatılır. Gecikme, koruma zamanından küçük olduğu sürece FFT aralığında geciken OFDM sembol kopyalarının tam sayılı periyotlara sahip olmasını garanti eder. Sonuç olarak koruma zamanından küçük gecikmeli çok yollu sinyaller ICI'ya sebep olmazlar.

Çok yolluluğun OFDM'i nasıl etkilediğine örnek olarak Şekil 2.8' de iki yollu kanalda alınan işaretleri gösteriyor. Noktalı eğriler kesintisiz eğrinin gecikmiş kopyasıdır. Üç sembol süresinde üç ayrı alt taşıyıcı gösterilmiştir. Gerçekte bir OFDM alıcısı sadece bunların toplamını görür fakat bu şekilde ayrı göstererek çok yolun etkisi daha açık görülmektedir. Şekilden, OFDM alt taşıyıcıların sinyal sınırlarında 180 derecelik atlama olabilen BPSK modeli olduğu görülebilir. Noktalı eğri için bu faz atlaması ilk yoldan sonra belirli bir aralıkta gerçekleşir. Bu özel örnekte, çoklu yol gecikmesi koruma zamanından daha küçüktür. Bu da demek oluyor ki FFT aralığında faz değişimi olmuyor demektir. Böylece bir OFDM alıcısı biraz fazı kaymış saf bir sinüs dalga görür. Bu toplam alt taşıyıcılar arasındaki dikliği bozmaz, sadece alt taşıyıcılar için farklı faz kaymaları ortaya koyar.

Eğer çoklu yol gecikmesi koruma zamanından daha büyükse diklik kaybedilir. O durumda, faz geçişleri taşıyıcıdaki FFT aralıklarına düşecektir. İlk yoldaki sinüs dalgalarıyla diğer gecikmeli yoldaki faz modüleli dalganın toplamı artık dik olan saf sinüs dalgası vermeyecektir, belirli seviyede bir girişimle sonuçlanacaktır.



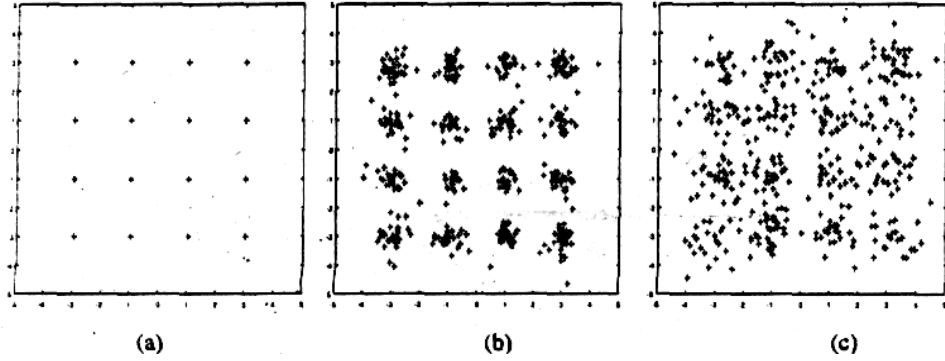
Şekil 2.7 Periyodik uzatma ile birlikte OFDM sembolü



Şekil 2.8 İki yollu çoklu yol kanalında üç alt taşıyıcılı OFDM sinyal örneği. Kesik çizgili olanı gecikmiş çoklu yol ögesi.

Çok yollu gecikme koruma zamanını aştığı zaman hangi seviyede girişim olacağı hakkında fikir edinmek için Şekil 9 her biri 16 QAM kullanılarak modüle edilmiş 48 alt taşıyıcılı OFDM bağından elde edilmiş üç yıldız küme diyagramı resmedilmiştir. Şekil 9 (a) çoklu yol gecikmesi koruma zamanından küçük olduğunda bozulmamış 16 QAM yıldız kümesini gösterir. Şekil 2.9 (b)'de çoklu yol gecikmesi koruma zamanını FFT aralığının %3'üne kadar aşıyor.

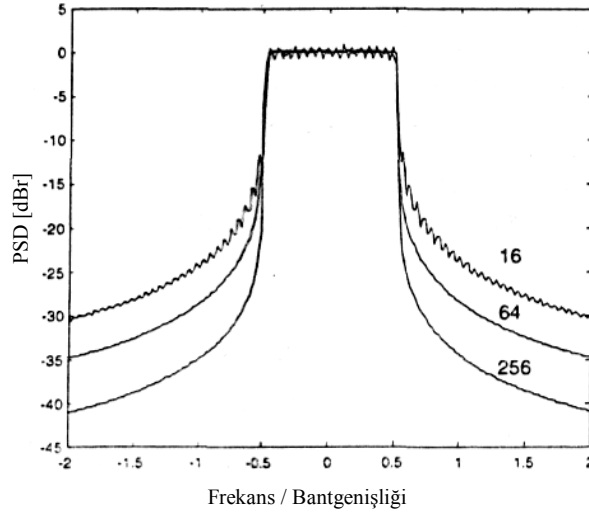
Bundan dolayı alt taşıyıcılar artık dik olmazlar fakat girişim hâlâ makul alınan yıldız kümesi elde etmek için küçük durumdadır. Şekil 2.9 (c)'de çoklu yol gecikmesi koruma zamanını FFT aralığının %10'u kadar aşıyor. Bu durumda girişim büyük boyuttadır ve yıldız kümesi ciddi boyutta bulanıklaşmıştır, kabul edilemez bir hata oranına sebep olmaktadır.



Şekil 2.9 İki yollu çoklu yol kanalda 48 alt taşıyıcılı OFDM bağının 16-QAM yıldız kümesi, burada ikinci yol ilkinden 6 dB daha küçüktür. (a) gecikme < koruma zamanı (b) gecikme koruma zamanını FFT aralığının %3'ü kadar aşıyor. (c) gecikme koruma zamanını FFT aralığının %10'u kadar aşıyor.

2.1.4 Pencereleme

Önceki bölümlerde bir OFDM sinyalinin IFFT uygulanarak ve periyodik uzatma ekleyerek nasıl oluşturulabileceği anlatılmıştı. Şekil 2.8'deki OFDM sinyal örneğine bakılırsa, modülasyondan kaynaklanan sembol sınırlarında keskin faz geçişleri var. Aslında Şekil 2.8'de resmedilen bir OFDM sinyali filtre edilmemiş bir kaç QAM alt taşıyıcılardan oluşmaktadır. Sonuç olarak sinc fonksiyonuna göre bant dışı spektrum daha yavaş aşağıya inmektedir. Buna örnek olarak 16, 64 ve 256 alt taşıyıcı için spektra Şekil 2.10'da çizilmiştir. Daha fazla alt taşıyıcılar için yankulakların yaklaşması gerçeğinin neden olduğu spektrum başlangıçta çok hızlı iner. Ancak 256 alt taşıyıcılı spektrum -3 dB bant genişliğine göre neredeyse 4 kat yeterince büyük -40 dB bant genişliğine sahiptir.



Şekil 2.10 16, 64 ve 256 alt taşıyıcı pencereleme yapılmadığı durumda Güç İzge Yoğunluğu (PSD)

Spektrumun daha hızlı inmesi için pencereleme işlemini her bir OFDM sembolüne uygulanabilir. Bir OFDM sembolünü pencerelemek sembol genliğini sembol sınırları içinde 0'a düzgün bir şekilde ulaşmasını sağlar. Çok kullanılan bir pencereleme tipi olan raised cosine pencereleme tipi şu şekilde tanımlanır:

$$w(t) = \begin{cases} 0.5 + 0.5 \cos(\pi + t\pi / (\beta T_s)) & 0 \leq t \leq \beta T_s \\ 1.0 & \beta T_s \leq t \leq T_s \\ 0.5 + 0.5 \cos((t - T_s)\pi / (\beta T_s)) & T_s \leq t \leq (1 + \beta)T_s \end{cases} \quad (2.6)$$

Burada, T_s toplam sembol süresinden kısa olan sembol aralığıdır. Çünkü bitişik sembollerin etek bölgesinde kısmî olarak üst üste binmesine izin veriyoruz OFDM sinyalinin zaman yapısı şimdi Şekil 2.11'deki gibidir.

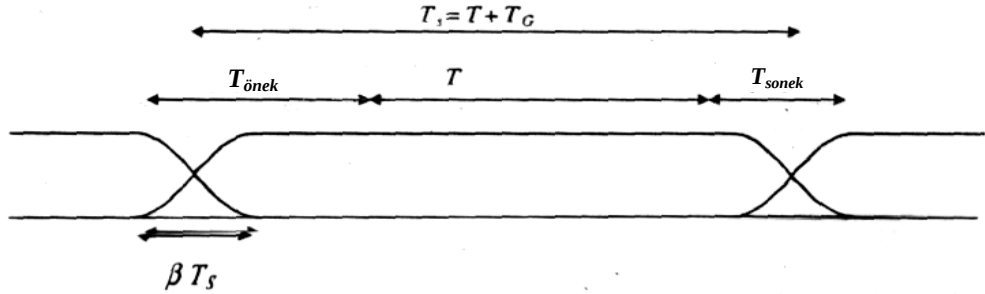
$t = t_s = kT_s$ zamanında başlayan bir OFDM sembolü denklem formunda şöyle tanımlanır.

$$s_k(t) = \text{Re} \left\{ w(t - t_s) \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2(k+1/2)} \exp \left(j2\pi \left(f_c - \frac{i+0.5}{T} \right) (t - t_s - T_{\text{prefix}}) \right) \right\} \quad (2.7)$$

$$, \quad t_s \leq t \leq t_s + T_s(1 + \beta)$$

$$s_k(t) = 0, \quad t < t_s \wedge t > t_s + T_s(1 + \beta)$$

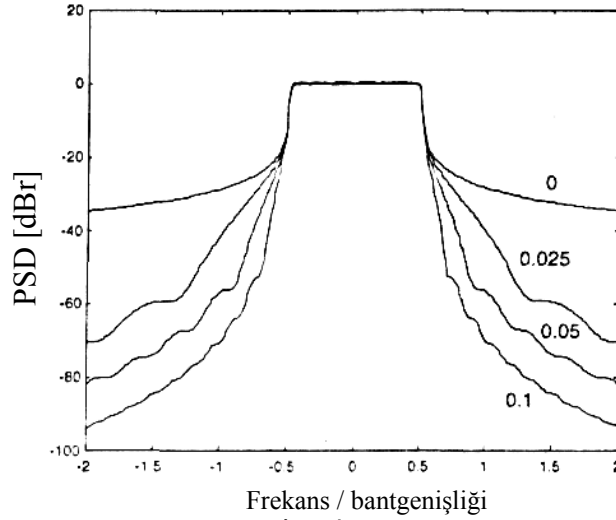
Pratikte OFDM sinyali şöyle üretilir. IFFT'yi hesaplamada kullanılan N tane giriş örneği elde etmek için N_c tane QAM giriş değerleri 0'larla dolgulanır. Sonra IFFT çıkışındaki son Tönek kadar örnek OFDM sinyalinin başına eklenir ve ilk Tsonek kadar örnek sinyalin sonuna eklenir. OFDM sembolü sonra bant dışındaki alt taşıyıcıların gücünü daha çabuk azaltmak için raised cosine penceresi $w(t)$ ile çarpılır. Daha sonra OFDM sembolünün çıkışına T_s gecikme ile eklenir. βT_s kadar bir çakışma bölgesi oluşur ki burada β raised cosine pencerenin etek faktörüdür.



Şekil 2.11 OFDM periyodik uzatma ve pencereleme. T_s sembol süresi, T FFT aralığı, T_G koruma zamanı, $T_{\text{önek}}$ ön koruma aralığı, T_{sonak} son koruma aralığı, ve β azalma faktörü.

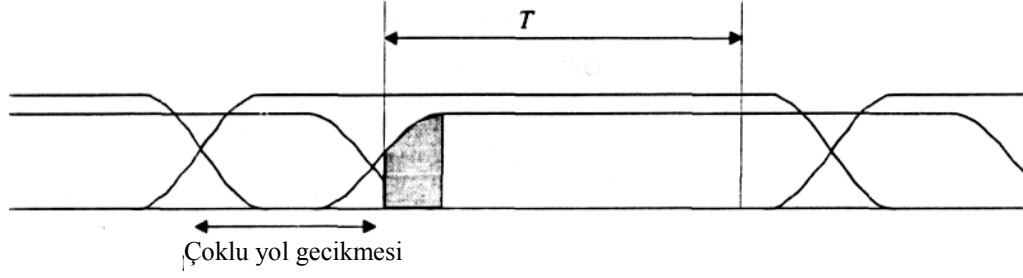
Şekil 2.12'de 64 alt taşıyıcılı ve değişik β değerleri için spektrum görülüyor. 0,025 etek faktörü için (böylece etek bölgesi sembol aralığının %2,5'ü oluyor) görülebiliyor ki bant dışı spektrumda büyük gelişmeler olmuştur. Örneğin -40 dB bant genişliği -3 dB bant genişliğinin yaklaşık iki katından daha fazlaya bölünmüştür. Büyük etek faktörleri spektrumu iyileştirir ancak azalan azalan gecikme yayılma toleransına mal olur. İki izli çok yollu kanal için OFDM sinyal yapısını gösteren son etki Şekil 2.13'te gösterilmiştir. Alıcı alt taşıyıcıları T saniye aralığında noktalı çizgiler arasında FFT'sini alarak demodüle eder.

İki çok yollu sinyal arasındaki bağıl gecikme koruma zamanından küçük olmasına rağmen gecikmiş OFDM sembolünün gri kısmındaki genlik modülasyonu yüzünden ICI ve ISI meydana gelir. (2.3)'le ispatlanan alt taşıyıcıların birbirleri arasındaki dikliği; sadece alt taşıyıcıların genlik ve fazı bütün T saniye aralığında sabit olduğu durumda geçerlidir. Bundan dolayı, etek faktörü β efektif koruma zamanını βT_s ile azaltır.



Şekil 2.12 0 (dikdörtgen pencereleme), 0.025, 0.05, ve 0.1 Azalma faktörlü Raised cosine pencereleme

Pencereleme yerine bant dışı spektrumu azaltmak için geleneksel filtreleme teknikleri kullanılabilir. Pencereleme ve filtreleme çiftleş (dual) tekniklerdir. Bir OFDM sinyalini pencere ile çarpmak demek spectrumu pencere fonksiyonunun spectrumu ile alt taşıyıcı frekanslardaki dürtü kümeleri ile konvolüsyonu demektir. Filtreleme uygulandığında zaman bölgesinde konvolüsyon alınır ve OFDM spectrumu filtrenin frekans yanıtı ile çarpılır. Pencereleme yaklaşımındaki etek bölgesinden daha büyük bir zaman ölçümü süresince OFDM sinyalinin zarfına kırırtı etkisinin etkimemesi dikkate alınmalıdır. OFDM zarfının gürültüsüz kısmının çok küçük olması neticede daha az gecikme yayılımı toleransı olması demektir. Dijital filtreleme teknikleri çerçeveleme yapmaktan daha karmaşık olduğunu dikkate alın. Bir dijital filtreleme tekniği en azından her bir örnekte birkaç çarpım gerektirirken çerçeveleme tekniği etek bölgesine düşen örneklerin her sembolde birkaç çarpım gerektirir. Bundan dolayı sadece yüzde birkaç örnek etek bölgesine düştüğü için çerçeveleme genlik düzeyi dijital filtrelemeden daha az komplekstir.



Şekil 2.13 İki yollu çoklu yol kanal için OFDM sembol pencereleri, ISI ve ICI'yi göstermektedir. Çünkü gri kısımda geciken alt taşıyıcıların genliği sabit değildir.

2.1.5 OFDM Parametrelerinin Seçimi

Farklı OFDM parametrelerinin seçimi, farklı bazen birbirine ters düşen parametreler arasında bir ödünleşimdir. Genellikle, başlamak için üç ana gereksinim vardır: Bant genişliği, bit hızı ve gecikme yayılımıdır. Gecikme yayılımı doğrudan koruma zamanını dikte eder. Kural olarak koruma zamanı yaklaşık rms gecikme yayılımının iki ila dört katıdır. Bu değer kodlamanın tipine ve QAM modülasyonuna bağlıdır. Yüksek dereceli QAM (64 QAM gibi) ICI ve ISI'ya QPSK'dan daha duyarlıdır; daha ağır kodlama açıkça görüldüğü gibi böyle karışımlara duyarlılığı azaltır.

Koruma zamanı belirlendikten sonra sembol süresi ayarlanabilir. Koruma zamanı tarafından meydana getirilen SNR'ı en aza indirmek için koruma zamanından çok daha büyük sembol zamanına sahip olmak istenir. Keyfi olarak büyük olamaz, buna rağmen daha büyük bir sembol zamanı daha küçük alt taşıyıcı aralıklı, daha fazla alt taşıyıcı, daha büyük gerçekleştirme karmaşıklığı faz gürültüsüne karşı daha fazla duyarlılık ve frekans kaydırması, artan tepeden ortalamaya güç oranıyla birlikte, demektir. Böylece, bir pratik tasarım seçeneği sembol zamanını koruma zamanının en az beş katı yapmaktır, buda 1 dB'lik SNR kaybını ifade eder.

Sembol zamanı ve koruma zamanı belirlendikten sonra alt taşıyıcıların sayısı gereksinim duyulan alt taşıyıcı aralığı tarafından bölünen -3 dB'lik bant genişliğini doğrudan takip eder, bu da sembol zamanı ile koruma zamanının farkının tersidir. Alternatif olarak alt taşıyıcıların sayısı ihtiyaç duyulan bit hızının alt taşıyıcı başına bit hızına bölünmesiyle belirlenebilir. Alt taşıyıcı başına bit hızı, modülasyon tipi, (örneğin 16 QAM) kodlama hızı ve sembol hızıyla tanımlanır.

Örneğin aşağıdaki ihtiyaçlara uygun bir sistem tasarlamak istediğimizi düşünelim.

- Bit hızı: 20 Mbps
- Tolere edilebilen gerileme yayılımı : 200 ns
- Bant genişliği: < 15 MHz

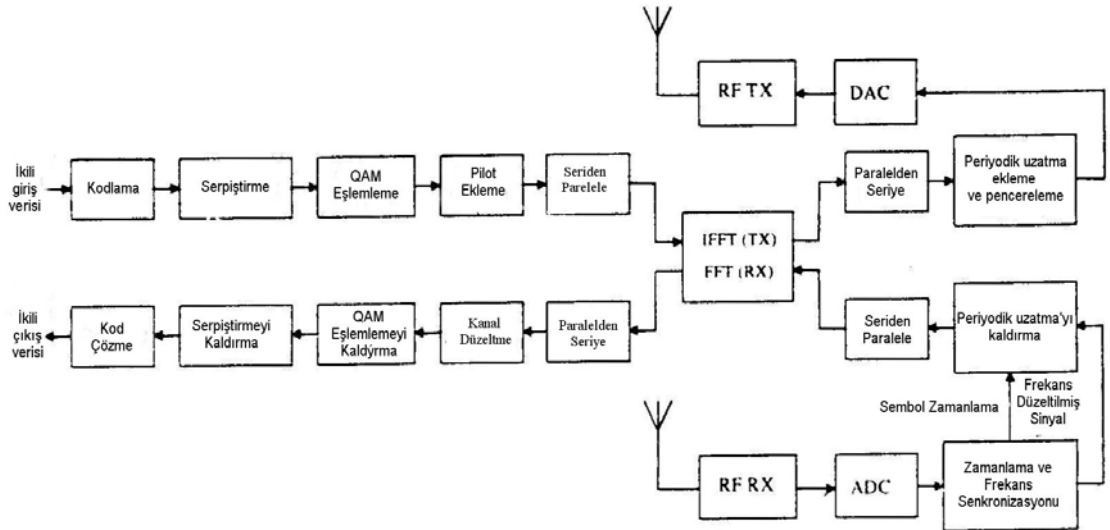
200 ns'nin gecikme yayılımına karşılık koruma zamanı için 800 ns'lik bir değer güvenlidir. OFDM sembol zamanını koruma zamanının 6 katı (4,8 μ s) seçerek koruma zaman kaybı 1dB'den daha küçük yapılır. Alt taşıyıcı aralığı bu durumda 4,8-0,8=4 μ s'nin tersidir. bu da 250 kHz'i verir. İhtiyaç duyulan alt taşıyıcıların sayısını belirlemek için ihtiyaç duyulan bit hızının oranına ve OFDM sembol hızına bakabiliriz. 20 Mbps elde edebilmek için, her bir OFDM sembolü 96 bitlik bilgi (96/4,8 μ s = 20 Mbps) taşımak zorundadır. Bunu yapmak için birkaç değişik seçenek mevcuttur. Bir tanesi alt taşıyıcı başına sembol başına 2 bit elde etmek için 16 QAM hız $\frac{1}{2}$ ile kodlamaktır. Bu durumda, ihtiyaç duyulan sembol başına 96 biti elde etmek için 48 alt taşıyıcıya gerek vardır. Başka bir seçenek alt taşıyıcı başına sembol başına 1,5 bit veren QPSK'yı hız $\frac{3}{4}$ 'te kodlamaktır. Bu durumda, sembol başına 96 bite ulaşmak için 64 alt taşıyıcıya gerek vardır. Buna rağmen, 64 alt taşıyıcı 64x250 kHz = 16 MHz'lik bir bant genişliği demektir, bu da istenilen bant genişliğinden daha büyüktür. 15 MHz den daha küçük bir bant genişliği elde edebilmek için 60 dan daha küçük olmalıdır. Böylece 48 alt taşıyıcılı ve 16 QAM olan birinci seçenek bütün gereksinimleri karşılar. Etkin bir 64 nokta radix-4 FFT/IFFT'nin kullanılabilmesi, örtüşmeden kaçınmak için gerekli aşırı örneklemeyi sağlamak için 16 sıfır alt taşıyıcı bırakarak ekstra avantaja sahiptir.

Seçilen parametreleri etkileyebilecek artı bir gereksinim FFT/IFFT aralığı içinde ve sembol aralığı içinde örneklerin tam sayısına ihtiyaç duyulmasıdır. Örneğin yukarıdaki örnekte alt taşıyıcılar arasında dikliği korumak için FFT/IFFT aralığında tam olarak 64 örneğe ihtiyaç duyarız bu örnekleme hızını 64/4 μ s =16 MHz yaparak elde edilebilir. Buna rağmen bu özel örnekleme hızı için 4,8 μ s'lik sembol aralıklı tam sayılı örnekler yoktur. Bu problemin tek çözümü tam sayı sınırlamasını karşılamak için parametrelerden bir tanesi çok az değişmektir. Örneğin, sembol başına düşen örnek sayısı 78 yapılabilir, bu da 78/4,8 μ s = 16,25 MHz'lik bir örnekleme hızı verir. Bu durumda FFT aralığı 64/16,25 MHz =

3,9385 μ s olur, öyle ki koruma zamanı ve alt taşıyıcı aralığı birlikte orijinal FFT aralığı 4 μ s durumundan çok az daha büyük olurlar.

2.1.6 OFDM Sinyal İşleme

Bir önceki bölümde IFFT kullanarak, periyodik uzatma kullanarak dik spektral etekler elde ederek temel OFDM işaretinin oluşturulmasını anlattık. Bununla beraber tam bir OFDM modem elde etmek için biraz daha altyapı gerekmektedir. Şekil 2.14 bir OFDM modeminin diyagramını göstermektedir. Burada üst yol, verici dizisidir ve alt yolda alıcı dizisine tekabül etmektedir. Şeklin merkezinde giriş QAM değerleri bloğunun alt taşıyıcılara modüle eden IFFT 'yi görüyoruz. Alıcı kısmında alt taşıyıcılar FFT yoluyla demodüle edilmektedir. FFT/IFFT 'in ilginç bir özneliği ki FFT hemen hemen IFFT ile özdeştir. Aslında IFFT 'yi FFT kullanarak şöyle bulunabilir; giriş ve FFT çıkışlarının eşlenikleri alınır ve çıkışı çıkış sayısına bölünür. Böylelikle verici ve alıcıda aynı donanımı kullanabiliriz. Tabi ki, karmaşıklıkta bu tasarruf modemin eş zamanlı olarak almama ve vermemesinde mümkündür.



Şekil 2.14 Bir OFDM alıcı-vericisinin blok diyagramı

IFFT 'den önceki fonksiyonlar şimdiye kadar anlatılmamıştı ikili giriş verisi önce ileri hata düzeltme kodu ile kodlanır. Kodlanmış veri daha sonra serpiştirilir (interleaving) edilir ve

QAM değerleri üzerine eşlemelenir. Bu fonksiyonlar daha detaylı olarak diğer bۆlümde tartışılmıştır.

Alıcı yolunda, RF kısmı ve analogdan dijitale çevirimi geçtikten sonra, sembol zamanlamasını ve frekans kaymasını belirlemek için eğitim safhasıyla birlikte sayısal işaret işleme başlar. Bütün alt taşıyıcıları demodüle etmek için FFT kullanılır. FFT ‘nin ıktısı N_s QAM değerlerini içerir bunlarda ikili değerlere eşlemelenir ve ikili çıkış verisini elde etmek için kodları özölür. QAM değerlerini ikili değerlere başarılı eşlemlemek için ۆnce bütün alt taşıyıcıların referans safhaları ve genlikleri gereklidir. Alternatif olarak diferansiyel teknikler kullanılır. Bütün bu alıcı fonksiyonları ileriki bۆlümelerde açıklanmıştır.

2.1.7 OFDM’in Gerçekleştirme Karmaşıklığının Tek Taşıyıcılı Modülasyonla Karşılaştırılması

OFDM kullanmanın temel nedenlerinden bir tanesi büyük gecikme yayılımlarını makul bir gerçekleştirme karmaşıklığı ile cevap verebilmesidir. Tek taşıyıcılı bir sistemde gerçekleştirme karmaşıklığı denkleştirici tarafından domine edilir, bu da gecikme yayılımı sembol süresinin yaklaşık %10’undan daha büyük olduğu zaman gereklidir. OFDM denkleştiriciye gerek duymaz. Onun yerine, bir OFDM sisteminin karmaşıklığı çoğunlukla FFT tarafından belirlenir bu da farklı alt taşıyıcıları demodüle etmek için kullanılır. Bir sonraki ۆrnekte ikisi de aynı miktarda gecikme yayılımıyla baş edebildiği durumda, OFDM modemin işlem karmaşıklığının tek taşıyıcılı modemden belirgin bir şekilde az olduğu gۆsterilmiřtir. Bazı makalelerin evreuyumlu OFDM alıcının faz düzeltme durumuna atıfta bulunurken OFDM için tek çıkma denkleştiricisi kullanıldığını bahs ettiklerini akılda bulundurunuz.

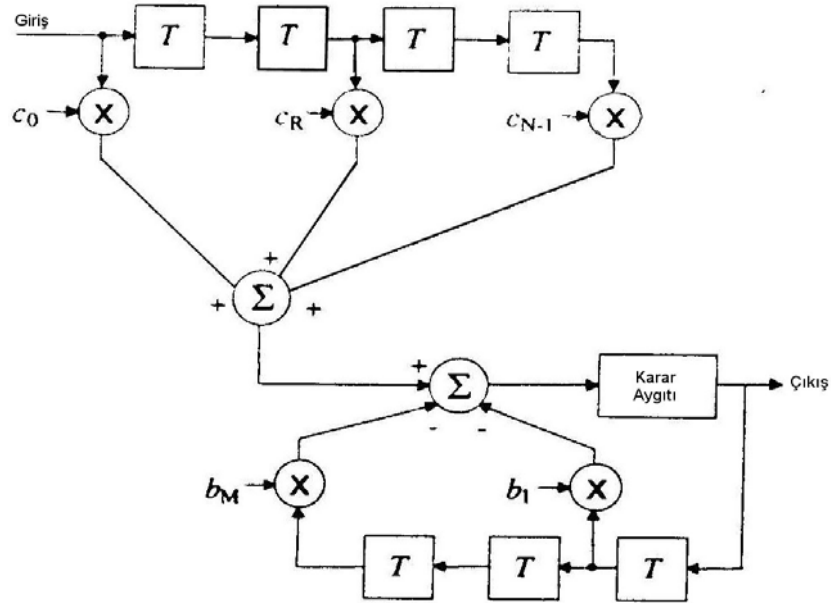
Biz bir şekilde akıl karıştırıcı olan bu terminolojiyi kullanmayacağız çünkü denkleştirme terimi kanalı ters çevirme girişimini ifade eder, OFDM alıcısı tam tersini yapmaktayken; zayıf alt taşıyıcılar kanalı denklemek için fazladan kuvvetlendirilmezler. Bunun yerine, kod özölürken düşük alırlar. Bu yolla, OFDM lineer denkleştirme tekniklerinde bulunan gürültü iyileştirme probleminden kaçınır.

Şekil 2.15 sembol aralıklı çıkmalı bir karar geri besleme denkleştiricisinin blok diyagramını gösterir. Böyle bir denkleştirici tek taşıyıcılı sistemlerde QAM yada GMSK gibi sabit genlik modülasyonunun bazı biçimlerini yada kaymalı QPSK kullanarak tek taşıyıcılı sistemlerde gecikme yayılımını yenmek için kullanılabilir.[5,6] dan 24 Mbps veri hızında bir GMSK modemi için 100 ns 'lik gecikme yayılımı ile başa çıkabilmek için en az sekiz ileri besleme ve sekiz geri besleme çıkmalarının gerektiği öğrenilebilir. Bu bilgiyi tek taşıyıcılı sistemi 64 noktalı FFT kullanarak 250 ns 'lik gecikme yayılımlarıyla başa çıkabilen yeni IEEE 802.11 OFDM standardının 24 Mbps'lik modu ile karşılaştırmak için kullanabiliriz. GMSK modeminin gecikme yayılma toleransını aynı seviyeye getirmek için denkleştirici uzunluğu 250/100 lük bir faktörle artırılmalıdır, öyle ki 20 ileri besleme ve geri besleme çıkmalarına sahiptir. Şanslı olarak, sadece GMSK için karmaşık çarpmaların gerçek çıktıları kullanılır. Böylece her bir çarpan örnek başına iki tane gerçek çarpma gerçekleştirmek zorundadır. Böylece saniyedeki gerçek çarpma sayısı $2.20 \cdot 24 \cdot 10^6 = 960 \cdot 10^6$ olur. İleri besleme çıkmaları bütün çarpımlardan oluşurken geri besleme çımaları önemsiz dönmelerden oluştuğu için bizim burada sadece ileri besleme çıkmalarını saydığımıza dikkat ediniz. OFDM sistemi için 4 µs olan her bir OFDM sembol süresi tarafından 69 noktalı bir FFT işletilmelidir. Radix-4 algoritmasıyla saniye başına $96 \cdot 10^6$ gerçek çarpma işlem yükü veren 96 karmaşık çarpıma ihtiyaç gösterir.[1] Böylece saniye başına çarpma cinsinden tek taşıyıcılı sistemin denkleştiricisi OFDM sisteminin FFT'sinden on kez daha karmaşıktır. Bit hızıyla yada semboller arası karışımın göreceli ölçüsü olan bant genişliği gecikme yayılımı çarpımıyla bu karmaşıklık farkı artar. Örneğin bir önceki örnekte bit hızını bant genişliğinin iki katına çıkarmak isteseydik fakat gecikme yayılımı tolerans aynı kalmak zorunda olsaydı. Bu durumda tek taşıyıcılı sistemde denkleştirici çıkmalarının sayısı ve örnekleme sayısı birlikte iki katına çıkartılırken OFDM için alt taşıyıcıların sayısı ve koruma zamanı iki katına çıkartılacaktı. Buda demektir ki tek taşıyıcılı sistemler için saniye başına çarpım sayısı dört katına çıkmaktadır. Böylece bant genişliği-gecikme yayılımı çarpımı ile denkleştirici karmaşıklığı dört kat artar. OFDM'de hızını iki kat artırılmış FFT'yi aynı sürede hesaplamak gerekir. Radix-2 algoritması için N , yarı hızlı sistemin FFT uzunluğu olmak üzere $N \log_2(2N)/(N/2) \log_2 N = 2(1 + 1/\log_2 N)$ 'nın çarpımlarının sayısında bir artma anlamına gelir. FFT'nin karmaşıklığı bant genişliği – gecikme yayılımı çarpımı ile lineerden çok daha hızlı büyür buda göreceli olarak büyük bant genişliği – gecikme yayılımı çarpımları (1 yakınındaki değerler yada daha fazla) için denkleştiricili tek taşıyıcılı sistemden OFDM'in daha çekici olduğunu açıklar.[7]'de

anlatıldığı gibi denkleştirici frekans bölgesinde yapılırsa FFT ve denkleştirici arasındaki karmaşıklık farkının daha az olacağına dikkat ediniz.

Bu durumda, bir işaret bloğu üzerinde frekans bölgesinde denkleştiriciyi yapmak için FFT ve IFFT birlikte gerçekleştirilmesi gerektiğinden denkleştirici iki katı daha karmaşıktır.

OFDM'in başka bir karmaşıklık avantajı ise FFT'nin aslında tam çarpmaları ihtiyaç duymaması fakat bunun yerine CORDIC algoritması ile etkin olarak gerçekleştirilebilen faz rotasyonlarına ihtiyaç duymasındır. Faz rotasyonları genliği değiştirmedeği için işaretlerin dinamik menzilinı artırmazlar buda sabit nokta tasarımını basitleştirir.



Şekil 2.15 Karar-Geribeslemeli Denkleştirici

Karmaşıklıkta farklı OFDM'in denkleştiricili tek taşıyıcılı sistemlere başka bir üstünlüğü vardır. Bu sistemler için, eğer gecikme yayılımı denkleştirinin tasarlandığı değeri aşarsa performans anı olarak düşer. Hata yayılımı nedeniyle ham (raw) bit hata olasılığı çok hızlı artar öyle ki daha düşük hızlı kodlama yada daha düşük yıldızküme boyutu gecikme yayılımı gürbüzlüğünü belirgin bir şekilde artırmaz. OFDM için, buna rağmen, hata yayılımı gibi böyle lineer olmayan etkiler yoktur, kodlama ve daha düşük yıldızküme boyutları gecikme yayılımına karşı belirgin olarak gürbüz olan son çare hızlarını sağlamak için kullanılır. Kapsama alanını artırdığı ve kullanıcıların kötü noktalarda hiçbir bağlantı kuramamalarını engellediği için bu önemli bir durumdur.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. KODLANMIŞ OFDM (COFDM)

Bölüm 2.1.3 'te anlatıldığı gibi koruma süresiyle ISI engellenebilmesine rağmen oluşan yankıların, kanal içinde oluşturdıkları transmisyon sıfırları bazı alt kanal taşıyıcılarının kaybolacak kadar zayıflamasına neden olmaktadır. Kaybolan bu taşıyıcılar iletilen verinin tümünde, düzeltilmesi mümkün olmayan, ya da istenen sınırlar içinde düzeltilemeyen, hatalara sebep olabilmektedir. Bu problemi ortadan kaldırmak için OFDM sistemine, bitler arası kodlama yapan, ileri yönde hata düzeltici (forward error-correction:FEC) eklenir. Kodlamanın eklenmesiyle kanalda iletilen veri hızı girişteki veri hızının üzerine çıkar. Kanal kapasitesinin sınırlı olduğu düşünülürse girişteki veri hızının azaltılması gerekir. FEC yardımıyla bir taşıyıcı üzerinde kaybolan veri diğer taşıyıcılardan elde edilebilir. OFDM geniş bantlı zayıflaması frekansa bağlı olarak değişen bir kanalı, zayıflaması frekansla değişmez kabul edilebilecek, bir dizi dar bantlı alt kanallara ayırır. Bu tezde, OFDM alt taşıyıcılarını sıra ile kodlamak için, öncelikle MLTC (Çok Katmanlı Turbo Kodlama) daha sonra LDPC (düşük Yoğunluklu Parite Kontrol) Kodlama yöntemleri kullanılmıştır. Bir kodlama tekniği ile kodlanmış OFDM sistemlerine kodlanmış-OFDM yada COFDM sistemi denmektedir. Çok düşük bit hata oranının (BER:Bit Error Rate) istendiği sayısal haberleşme uygulamalarında BER performansını artırmak için kullanılmaktadır.[29]

3.1.1. Düşük Yoğunluklu Parite Kontrol Kodları

Düşük yoğunluklu parite kontrol kodu, ilk olarak Gallager [9] tarafından ortaya atılmış, oldukça seyrek (satır ve sütunlarındaki 1 biti yoğunluğu düşük) bir parite kontrol matrisi (H) ile tanımlanmış doğrusal bir blok koddur. Gallager'in varsaydığı DYPK kodunun H matrisi şu özellikleri sağlamaktadır:

- Her bir sütunda ortalama j adet 1 biti bulunur. Başarımı iyileştirmek için j sayısı 3 ten büyük veya 3 e eşit olmalıdır.

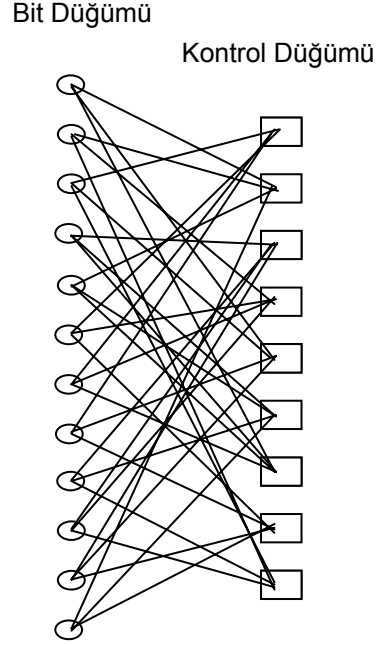
- Her bir satır ortalama $k(> j)$ adet 1 biti içermektedir.

Bu sınırlamaların dışında H rastgele üretilir. Herhangi iki sütun sadece bir satır elemanı dışında örtüşmüyorsa DYPK kodunun başarımı iyileşir. Bu durum Gallager tarafından öngörülemediği [20]’ da Bit Hata Oranı (BHO) ‘nı iyileştirmek için yeni bir yaklaşım olarak düşünülmüştür. Doğrusal bir blok kod, ikili bilgi bitleri ve bu bilgi bitlerinin modulo-2 toplamlarından oluşan kontrol bitleri kümesinden oluşmaktadır. Bu nedenle doğrusal bir blok kod K uzunluklu bir bilgi vektöründen ve $N-K$ kontrol bitinden N uzunluklu kod sözcükleri üretir.

DYPK kod topluluğu H matrisinin satır ve sütunlarının sıfır olmayan elemanları ile tanımlanır. DYPK kodları iki taraflı çizge gösterimiyle kolayca analiz edilebilir. Eşitlik 3.1’de verilen parite kontrol matrisinin iki taraflı çizgesi Şekil 3.1’ deki gibidir.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

İki taraflı çizge iki değişik tip düğüm içermektedir. Çizgenin sol tarafı (bit düğümleri) kodlanmış bitleri gösterir. Bu düğümler, parite kontrol matrisinin sütunlarını temsil etmektedir. Çizgenin sağ tarafı (kontrol düğümleri) ise H tarafından belirlenen kontrol bitlerini gösterir. Sağ taraftaki düğümler de parite kontrol matrisinin satırlarını temsil etmektedir. Her bir bit düğümü, bir kod sözcüğü içindeki kod sembollerini, ve her bir kontrol düğümü de o koda ilişkin parite kontrol denklemlerini göstermektedir. Herhangi bir kod sembolünün bir parite kontrol denkleminde yer alması, o bit düğümünden kontrol düğümüne iki taraflı çizge üzerinde bir hat olması ile gösterilir. H matrisinin N sütun ve L satıra sahip olması durumunda çizgede N tane bit düğümü ve L tane kontrol düğümü bulunur. Bu durumda kod oranı $R = 1 - (L / N)$ olarak ifade edilebilir.



Şekil 3.1 Düzenli (3,4) DYPK koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi

H matrisinin sıfır olmayan elemanlarının sayısı (λ, ρ) derece dağılımı veya Eşitlik 3.2a ve Eşitlik 3.2b'deki üreteç fonksiyonları yardımıyla tanımlanır.

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_{l_{maks}}} \lambda_i x^{i-1} \quad (3.2a)$$

$$\rho(x) = \sum_{i=2}^{d_{r_{maks}}} \rho_i x^{i-1} \quad (3.2b)$$

Burada λ_i ; i dereceli bit düğümlerinin oranı, ρ_i ise i dereceli kontrol düğümlerinin oranıdır. $d_{l_{maks}}$ iki taraflı çizge üzerinde bit düğümlerine ait düğümlerin en yüksek derecesini, $d_{r_{maks}}$ ise kontrol düğümlerinde ait düğümlerin en yüksek derecesini göstermektedir. Bir düğümün derecesi ona bağlı hatların sayısı ile ifade edilir. Kodun

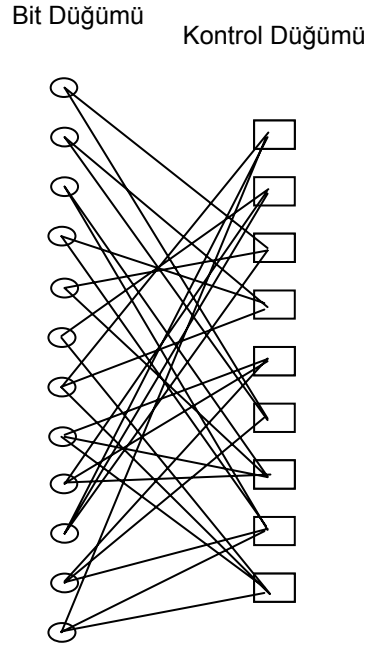
derecesi $1 - \frac{\int \rho(x)}{\int \lambda(x)}$ üreteç fonksiyonları cinsinden de ifade edilebilir. Kullanılacak olan

kanal tipine uygun olarak optimize edilen derece dağılımı göz önüne alınarak kodlayıcı ve kod çözücü tasarlanır.

DYPK kodları, parite kontrol matrisinin satır ve sütunlarındaki 1 değerli bitlerin sayısına göre veya derece dağılımın karakteristiğine göre ikiye ayrılır; düzenli DYPK kodları ve düzensiz DYPK kodları. Düzenli DYPK kodunun parite kontrol matrisinin satırlarındaki ve sütunlarındaki 1 değerli bitlerin sayısı sabit, düzensiz DYPK kodunda ise değişkendir. $A(j,k)$ düzenli DYPK koduna ait ikili grafta her bir bit düğümünden j tane çıkış, her bir kontrol düğümüne ise k tane giriş vardır. Bir başka deyişle $A(j,k)$ kodunun parite kontrol matrisinin tüm satırları j ve tüm sütunları k ağırlığına sahiptir. H matrisi Eşitlik (3.1) tanımlanan ve iki taraflı çizgesi Şekil 3.1’de gösterilen kod düzenli (3,4) DYPK koduna aittir. Burada parite kontrol matrisin satır ve sütun ağırlıkları sırasıyla 4 ve 3’ tür.

Düzensiz DYPK kodları kullanarak düzenli kodlara oranla daha iyi bir BHO başarımı elde edilebileceği fikri ortaya atıldıktan sonra tüm çalışmalar düzensiz kodlar üzerinde yoğunlaşmıştır. Düzensiz bir DYPK koduna ait parite kontrol matrisi ve iki taraflı çizge Eşitlik (3.3)’de ve Şekil 3.2’de verilmektedir.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$



Şekil 3.2 Düzensiz DYPK koduna ilişkin iki taraflı çizge gösterimi

3.1.1.1. Düşük yoğunluklu parite kontrol kodlarının kodlanması

DYPK kodları, çoğunlukla rastgele yapıda oluşturulmuş parite kontrol matrislerine sahiplerdir. Rastgele yapıdaki bu H matrisleri Gauss eleme yöntemi ile sistematik hale dönüştürülür. Çok uzun kod sözcükleri ile çalışıldığından, Gauss eleme yöntemi hesaplama yoğunluğu ve karmaşıklığı bakımından zorlayıcı bir yöntemdir. Kodlama işlemi sistematik yapıdaki parite kontrol matrisine göre yapılırken, kod sözcüklerinin çözülmesi sürecinde seyrek yapısından dolayı rastgele yapıdaki parite kontrol matrisi kullanılır. H matrisi sistematik biçime sokulduğuunda, matrisin parite kısmının genellikle çok seyrek olduğu kolaylıkla görülebilir. Gauss eleme yöntemi uygulandıktan sonra oluşan H matrisi, $I_{(N-K) \times (N-K)}$ boyutlu birim matris ve $P_{(N-K) \times N}$ boyutlu matris olmak üzere şu şekilde tanımlanabilir,

$$H = [I_{N-K} \mid P] \quad (3.4)$$

H matrisi Eşitlik (3.4)'deki gibi olan bir DYPK kodunun üreteç matrisi de aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$G = \begin{bmatrix} P^T & | & I_K \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

DYPK kodları (N, K) doğrusal blok kodunda olduğu gibi, bilgi bitleri dizisi ile G üreteç matrisinin çarpılmasıyla kodlanmış bit dizisine dönüştürülmüş olur. K uzunluklu $\bar{u}$ bilgi vektörü, $K \times N$ boyutlu G üreteç matrisi ile çarpılır ve sonuçta N uzunluklu $\bar{v}$ kod sözcükleri elde edilir.

Parite kontrol matrisi H 'ın sistematik bir yapıda olmadığı durumu inceleyelim. A_1 ve A_2 sırasıyla $(N-K) \times (N-K)$ ve $K \times (N-K)$ boyutlu iki matris olmak üzere;

$$H^T = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

olarak ifade edilir. $\bar{u}$ K adet bilgi biti dizisini, p de $N-K$ adet parite kontrol bitini ifade etmekteyken kodlanmış bit dizisi $\bar{v}$; $\bar{v} = (p | \bar{u})$ şeklinde gösterilebilir. Kodlanmış bit dizisi ile o koda ait parite kontrol matrisinin evriğinin çarpımı tüm sıfır dizisini verir.

$$\bar{v}.H^T = (p | \bar{u}). \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

(2.14) eşitliği düzenlenecek olursa $\bar{p}.A_1 + \bar{u}.A_2 = 0$ denklemi elde edilir. H parite kontrol matrisi ile tanımlanmış DYPK kodunun üreteç matrisi G 'nin, $G = \begin{bmatrix} \bar{\bar{p}} & | & I_K \end{bmatrix}$ olduğunu varsayalım. Burada $\bar{\bar{p}}$ $K \times (N-K)$ boyutlu bir matristir.

$$\bar{v} = \bar{u}.G = \bar{u} \begin{bmatrix} \bar{\bar{p}} & | & I_K \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Buradan $\bar{p} = \bar{u}.\bar{\bar{p}}$ eşitliği elde edilebilir. $\bar{p}.A_1 + \bar{u}.A_2 = 0$ denkleminde $\bar{p}$ 'nin değerini yerine koyarsak ,

$$\bar{u}(\bar{\bar{p}}A_1 + A_2) = 0 \quad (3.9)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\bar{\bar{p}} = A_2A_1^{-1}$ dir. Bulunan bu tanımlamayı G üreteç matrisinde yerine konulacak olursak Eşitlik (3.10) elde edilir.

$$G = [\bar{\bar{p}} | I_k] = [A_2A_1^{-1} | I_K] \quad (3.10)$$

Parite kontrol matrisi bilinen bir kodun üreteç bu şekilde elde etmek mümkündür. Üreteç matrisi ile giriş bilgi bit dizisi çarpılarak yine kodlama işlemi gerçekleştirilmiş olur.

DYPK kodları doğrusal kodlar olduğundan, yani rastgele iki kod sözcüğünün toplamı yine başka bir kod sözcüğü olduğundan dolayı, bu kodların başarımı herhangi bir kod sözcüğü üzerinden incelenebilir.

DYPK kodlarının kodlanma sürecinde $(N-K)$ adet parite kontrol biti elde etmek için $(N-K) \times K$ kez ikili çarpma işlemi ve $(N-K) \times (K-1)$ kez ikili toplama işlemi yapılmaktadır. N uzunluklu kod sözcükleri elde etmek için de $(N-K)$ tane parite kontrol bitine K uzunluklu bilgi bit dizisi eklenmektedir. Bu sebeple DYPK kodlarının kodlama karmaşıklığı N^2 ile doğru orantılıdır. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer önemli nokta ise bilgi bitlerinden kodlanmış kod sözcüklerini elde etmek için üreteç matrisinin parite kontrol bitlerinin saklanma zorunluluğudur. Parite kontrol bitlerini saklamak için $K \times (N-K)$ bitlik bir belleğe ihtiyaç duyulmaktadır. Bu da büyük N değerleri için oldukça büyük bir bellek gereksinimi yaratan bir dezavantaj olarak görülebilir.

3.1.1.2. Düşük yoğunluklu parite kontrol kodlarının çözülmesi

Blok kodlarda kod çözme, demodülatör çıkışında $\hat{x}$ dizisine karar verilmesi, ardından bu bitler yardımıyla $p = \hat{x}H$ parite kontrol bitlerinin bulunması ve son olarak da

başvuru çizelgesi yardımıyla hatalı bitlerin konumlarını belirlenmesi işlemlerini içerir. Kod sözcüklerinin uzunluğu arttıkça, kod çözünün karmaşıklığı ve bellek gereksinimi üstel olarak artmaktadır. DYPK kodları genellikle çok uzun kod sözcüklerine sahip olduklarından aşağıda anlatılacak olan kod çözme algoritması oldukça iyi bir hesaplama duyarlılığına sahip olmakla birlikte çok geniş bir belleğe ihtiyaç duymaktadır.

Mesaj geçiş algoritması kodlanmış bitlerin yumuşak bilgisinin kullanılması olanağını sunar. Mesaj geçiş algoritması, işlenmiş bilgilerin bit düğümleri ve kontrol düğümleri arasında değiş tokuş edilmesi temel prensibine dayanır. Her bir düğüm kendisine bağlı hatlardan gelen dışsal bilgileri alır, bilgilerin çeşidine göre bunları işler ve yine aynı hatlar üzerinden işlenen bilgileri diğer düğümlere geri yollar.

Bit düğümlerinin derecesi d_b ve kontrol düğümlerinin derecesi de d_k olan (d_b, d_k) DYPK kodunu ele alalım. Bit düğümleri $d_k - 1$ adet kontrol düğümünden, kontrol düğümleri de $d_b - 1$ adet bit düğümünden gelen dışsal bilgileri alır. Bu bilgiler düğümlerde işlendikten sonra aynı hatlar yardımıyla geri yollanır. Düğüme bağlı herhangi bir hat üzerinden yollanan bilgi karşı taraftaki ilgili düğümde yeniden işlenir ve tekrar diğer düğüme geri yollanır. Bu süreç bir çok kez tekrarlanır. Düğümler arasında iletilen bilgiler logaritmik olasılık oranlarıdır (Log-Likelihood Ratio, LLR).

Örneğin $\log \frac{P(y|x=1)}{P(y|x=0)}$ şeklinde ifade edilen LLR'da x düğüme ilişkin bitin değerini y

de o ana kadar olan iterasyonlar sonucu elde edilen bilgidir.

Eşitlik (3.11) ve (3.12)'de kod çözme algoritmasında kullanılan iki fonksiyon verilmektedir. r burada uyarlanır filtre çıkışıdır.

$$\theta(x) = \log \left(\tanh \left(\left| \frac{x}{2} \right| \right) \right) \quad (3.11)$$

$$L(x_i) = \log \frac{P(x_i = 0 | r)}{P(x_i = 1 | r)} \quad (3.12)$$

(λ, ρ) derece dağılımına ve H parite kontrol matrisine sahip bir DYPK kodunu ele alarak mesaj geçiş algoritmasını inceleyelim.

$$\begin{aligned} R_j &= \{i \mid H_{j,i} = 1\} \\ C_i &= \{j \mid H_{j,i} = 1\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

R_j , H matrisinin j . satırındaki 1 değerlikli bitlerin sütun numaralarının kümesini göstermekteyken C_i de H matrisinin i . sütunundaki 1 değerlikli bitlerin satır numaralarının kümesini göstermektedir. R_j kümesinin elemanları ile β_j 'ler $R_{j,0}, R_{j,1}, \dots, R_{j,\beta_j-1}$ olarak ifade edilsin. Aynı şekilde C_i kümesinin elemanları olan v_i 'ler de $C_{i,0}, C_{i,1}, \dots, C_{i,v_i-1}$ şeklinde gösterilsin.

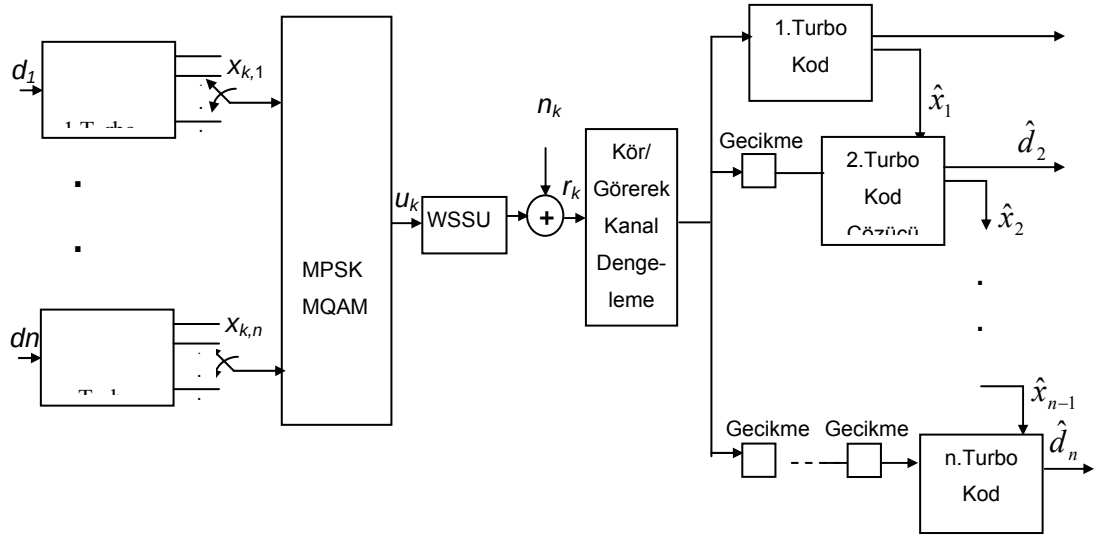
İki taraflı çizge gösterimi düşünülecek olursa $R_{j,0}, R_{j,1}, \dots, R_{j,\beta_j-1}$ terimleri j . kontrol düğümüne bağlı bit düğümleridir (sol düğümler). Görülüyor ki j . kontrol düğümden çıkan β_j tane hat vardır. Benzer şekilde $C_{i,0}, C_{i,1}, \dots, C_{i,v_i-1}$ terimleri de i . bit düğümüne bağlı kontrol düğümlerine karşılık gelmektedir. Buradan da i . bit düğümden çıkan kontrol bitlerinin sayısının v_i olduğu kolayca anlaşılmaktadır.

Gerekli tanımlamaları yaptıktan sonra mesaj geçiş algoritmasını aşağıdaki belirtildiği gibi özetleyebiliriz:

Birinci adımda kanaldan alınan bitlerin LLR (Log Likelihood Ratios) 'leri hesaplanır. Hesaplanan bu olasılıklar DYPK kodunun olasılıkları olarak kullanılır. İkinci adımda da sonuçta karar verilecek bit dizini bulmak için gerekli LLR 'lerin bit ve kontrol düğümleri arasında güncellenerek değiş tokuşu yapılır.

3.2. Çoklu Seviye Turbo Kodlayıcı

Çoklu seviye Turbo kodlayıcı ve Turbo kod çözücüler, Şekil 3.3’de görüldüğü gibi birbirine paralel turbo kodlayıcı/kod çözücülerden meydana gelir. Çoklu seviye Turbo kodlayıcının her seviyesindeki turbo kodlayıcıya karşılık, alıcının her katmanında bir kod çözücü vardır.



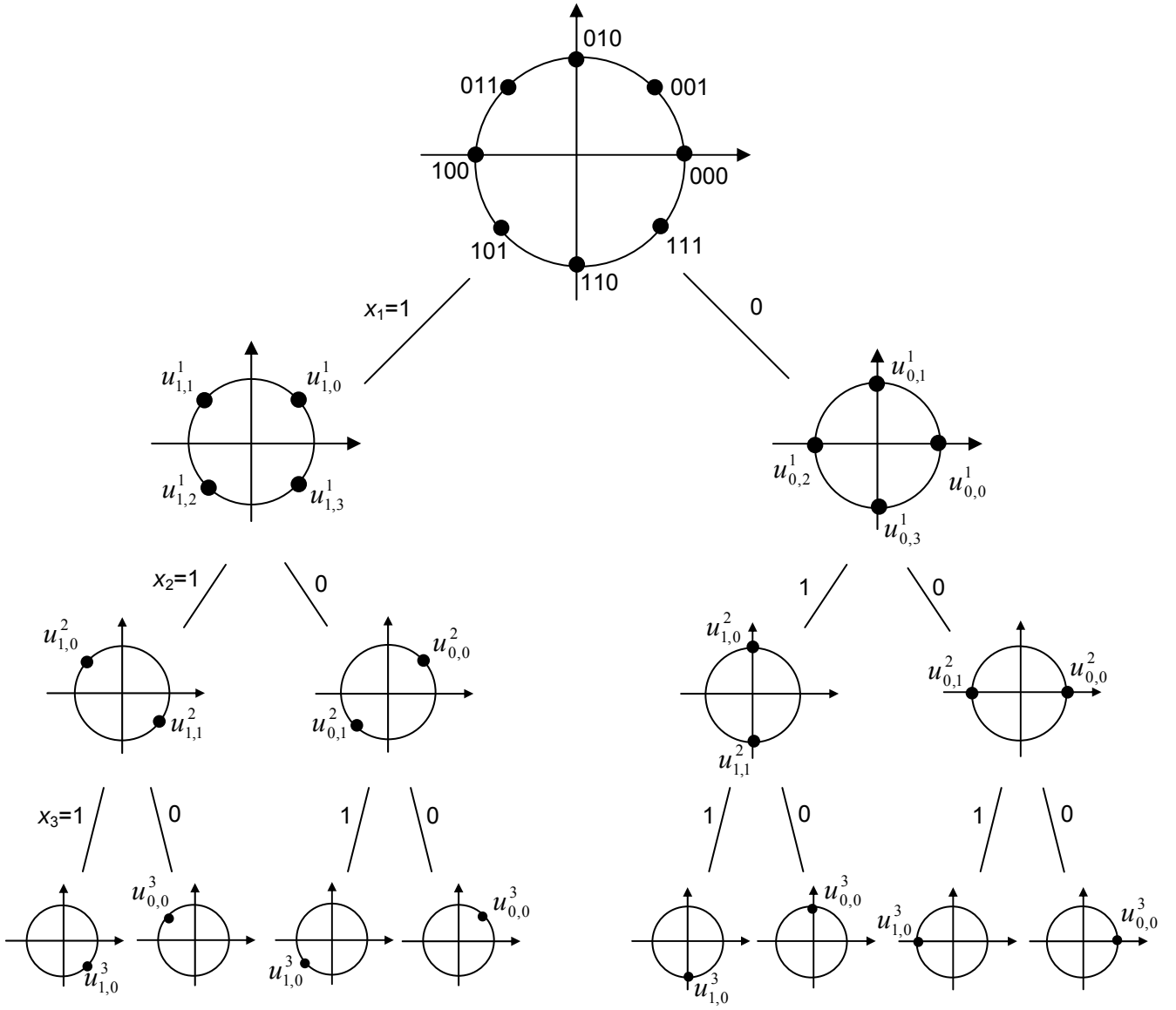
Şekil 3.3 ML-TC yapısının blok şeması

İlk olarak, giriş bit dizileri seri durumdan paralel duruma çevrilir. Her turbo kodlayıcıya bir bit dizisi girer ve kodlama her seviyede aynı anda gerçekleştirilir. Birbirine paralel bütün turbo kodlayıcıların çıkışları deliklenir (punctured), Şekil 3.4’de gösterilen grup kümelerine ayrıştırma tekniği ile herhangi bir modülasyon tipine eşlenir (mapping).

Eğer d_k , çoklu seviye kodlayıcının k zamanındaki girişi kabul edilirse, kodlayıcı çıkışı

$$x_k = f(d_k) \quad (3.14)$$

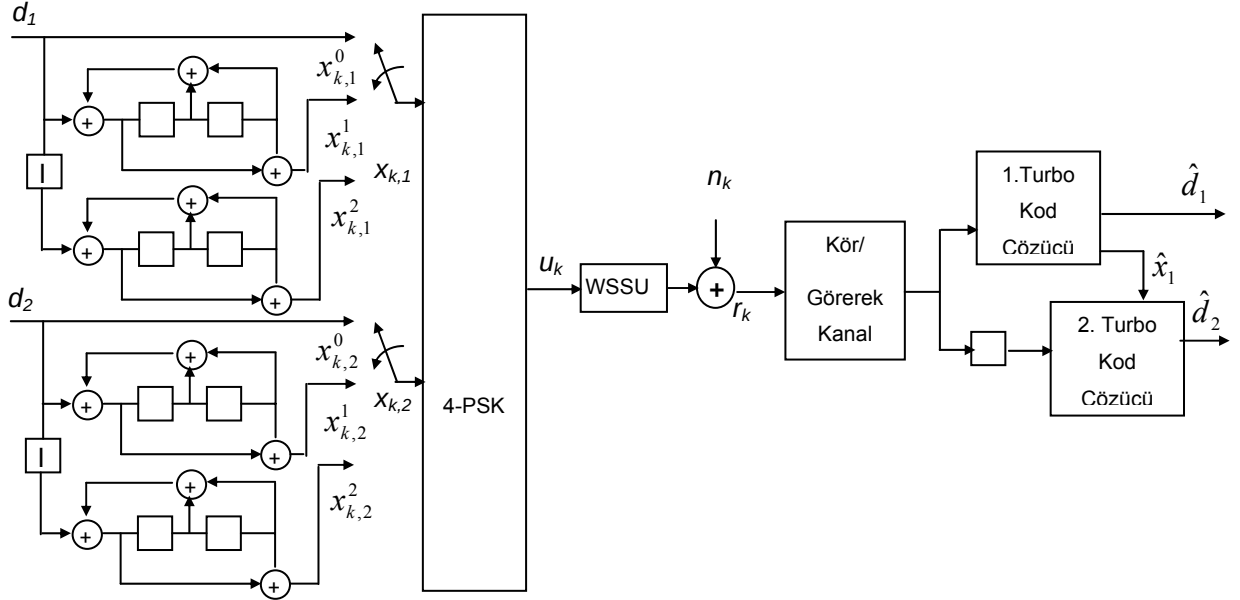
olarak ifade edilir. $f(.)$ kodlayıcının yapısına uygun olmalıdır. $x_{k,1}$, grup ayrıştırmasında, sinyal setinin iki alt gruba ayrıldığı 1. seviye kodlayıcıdaki çıkış bitidir. Eğer $x_{k,1} = 0$ ise birinci alt küme seçilir. Eğer $x_{k,1} = 1$ ise ikinci alt küme seçilir. $x_{k,2}$, 2. seviye



Şekil 3.4 ML-TC yapısının grup kümelerine ayrıştırılması

kodlayıcı çıkış bitidir ve aynı 1. seviyede olduğu gibi kümeyi, alt kümelerine ayırır. Kümelere ayırma işlemi son ayrıştırma seviyesine kadar devam eder. Çoklu seviye Turbo kodlamada grup ayrıştırmasını daha iyi açıklayabilmek için, 8-PSK ile gerçekleştirilen 3 seviyeli turbo kodlama Şekil 3.4’de gösterilmiştir. Eğer 1. seviye turbo kodlamanın çıkış biti $x_{k,1} = 0$ ise u_0^1 kümesi seçilir. Eğer $x_{k,1} = 1$ ise u_1^1 kümesi seçilir. 2. seviye turbo kodlamanın çıkışları u_1^2 veya u_0^2 alt kümelerin seçileceğine karar verir. 3. seviye turbo kodlamanın çıkışı 0 ise u_0^3 sinyali gönderilir, 1 ise u_1^3 sinyali gönderilir.

Şekil 3.5’de, çoklu seviye Turbo kodlama tekniklerinden 4PSK modülasyon tipi ile çalışan 2 Seviyeli Turbo Kodlama (2L-TC) tekniği tasarlanmıştır. Her seviyede, kodlama oranı $r = 1/3$ ve hafızası $m = 2$ olan RSC kodlar kullanılmıştır.



Şekil 3.5 WSSUS kanal modeline uygulanan 2L-TC yapısı

Öncelikle bit dizisi seriden paralele çevrilmiştir. Sonra her seviyede bit dizileri Turbo kodlama ile kodlanmıştır. Kodlayıcı çıkışlarında, bit dizileri delikleme (puncturing) işlemine tabi tutulduktan sonra M-PSK sinyallerine eşleştirilmiştir. 1.seviye turbo kodlama çıkışından 1. bit, 2.seviye turbo kodlama çıkışından 2. bit, 3.seviye turbo kodlama çıkışından 3. bit alınır. Bu silsile n. seviyenin n. bitine kadar devam eder. Elde edilen bitler grup kümelerine ayrıştırma tekniği ile 4PSK sinyallerine dönüştürülür.

Örneğimizde olduğu gibi, kodlayıcının kalanı w_k , geri besleme $g^{(0)}$ ve ileri besleme $g^{(1)}$ polinomları kullanarak bulunur.

Geri besleme değişkeni;

$$w_k = d_k + \sum_{j=1}^K w_{k-j} g_j^{(0)} \quad (3.15)$$

ve parite veri olarak tanımlanan RSC kodlayıcı çıkışları

$$x_k^{1,2} = \sum_{j=0}^K w_{k-j} g_j^{(1)} \quad (3.16)$$

olarak ifade edilmiştir. Çalışmamızda, RSC kodlayıcıların geri besleme polinomu $g^{(0)}=7$, ileri besleme polinomu $g^{(1)}=5$ ve üretici matrisimiz

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

olarak seçilmiştir. D ise hafıza ünitesidir.

3.3. ÇOKLU SEVİYE TURBO KOD ÇÖZÜCÜ

Turbo kod çözücülerde, her kod çözme ünitesi için 2 adet Markov prosesin birleşik kestirimi kullanılmaktadır. Teoride olduğu gibi, 1 adet Markov prosesi ile de modellenebilirdi. Fakat böyle bir modelleme genellikle karmaşık ve hesaplamaların kontrol edilemeyeceği kod çözücü algoritmalarından meydana gelmektedir.

Turbo kod çözücünde aynı veri setine sahip 2 tane Markov sürecinin olduğundan bahsetmiştik. Böylece kestirim iteratif olarak 2 kod çözücü arasında bilgilerin paylaşımı ile iyileştirilir. Daha açık ifade ile bir kod çözücünün çıkışı, diğer kod çözücünde giriş bilgisi olarak kullanılmaktadır.

Her bir kod çözücünün çıkışı sert-bit (hard-bit) formunda olduğu için bilgilerin paylaşımında çok az bir avantaj sağlamaktadır. Bununla birlikte, kod çözücülerde yumuşak-bit (soft-bit) kararları üretilirse, çok iterasyonlu kod çözme neticesinde önemli bir performans kazancı elde edilmektedir.

Alınan sinyal formülize edildiğinde;

$$r_k = \sum u_k h_{k-l}^c + n_k \quad (3.18)$$

r_k alıcıya gelen kirlenmiş sinyal, u_k vericiden gönderilen M-PSK modülasyonlu sinyal, h_k^c zamanla değişen karmaşık kanalın darbe cevabının bir kesiti ve n_k ise k anındaki Gauss gürültüsüdür. MAP algoritması, her bitin sonsal olasılık değerini mükemmel bir performans ile bulmaktadır.

$\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})$ dal metriğin $\gamma^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})$ doğal logaritmasını ifade eder. Burada s_k , k anındaki durum ve st ise kodlama katmanını ifade eder. Böylece;

$$\begin{aligned}\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) &= \ln \gamma^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) \\ &= \ln P[d_k] + \ln P[r_k | x_k]\end{aligned}\quad (3.19)$$

ve

$$\ln P[d_k] = z_k d_k - \ln(1 + e^{z_k}) \quad (3.20)$$

z_k ise 1. kod çözücünün çıkışı olup diğer kod çözücüye giriş olarak uygulanan veridir.

ML-TC kod çözücüsünün her (katmanında) aşamasında kirlenmiş BPSK girişleri değerlendirilmektedir. Kirlenmiş giriş verileri, alıcıya gelen sinyallerin 1 veya 0 olma olasılıkları ile elde edilebilir. Bu olasılık formülleri;

$$P_{k,0}^{st} = \sum_{j=0}^{M/(2 \cdot st)-1} \frac{1}{(r_k - u_{0,j}^{st})^2} \quad (3.21a)$$

$$P_{k,1}^{st} = \sum_{j=0}^{M/(2 \cdot st)-1} \frac{1}{(r_k - u_{1,j}^{st})^2} \quad (3.21b)$$

olarak ifade edilmektedir. $P_{k,0}^{st}$ ve $P_{k,1}^{st}$, k anındaki alınan sinyalin 0 ve 1 olma olasılıklarıdır. st ise kod çözücü katmanı olup, değişim aralığı $st \in \{1, 2, \dots, \log_2 M\}$ arasında olmaktadır.

ML-TC yapısında, MPSK sinyalinin karşılığı olan ikili sayı sistemindeki her (dijit) bit, en önemliden en önemsiz doğru bir katmana eşlenir. Bunun sonucu olarak katman

sayısı otomatik olarak artmış olacaktır. Şekil 3.4’de görüldüğü gibi, bitlerin 0 veya 1 olma durumlarına göre her bit bir katmana eşlenecek şekilde sinyal kümeleri alt kümelere ayrılır. $u_{0,j}^{st}$ ve $u_{1,j}^{st}$ alt kümeleri, ana sinyal kümelerinden grup ayrıştırması kuralına göre gerçekleştirilmiştir. Grup ayrıştırması kuralında, $u_{0,j}^{st}$ ve $u_{1,j}^{st}$ terimlerinin alt indisleri $\{0,1\}$ alt kümeleri tanımlamaktadır. Bu alt kümelerin oluşturulması, her katmanın 0 veya 1 bitlerine bağlıdır. Kod çözme katmanları arttıkça MPSK sinyalleri, bir önceki kodlama sinyallerine bakılarak oluşturulan sinyal setlerinden seçilmektedir. Bu sinyal setleri Şekil 3.4’de gösterilmektedir.

Eşitlik 3.21a ve 3.21b’ye göre 0 ve 1 olasılık hesapları hesaplandıktan sonra alınan sinyal tek boyutlu BPSK sinyal formatına eşleştirilir.

$$\xi_k^{st,q} = 1 - \frac{2 \cdot P_{k,0}^{st}}{P_{k,0}^{st} + P_{k,1}^{st}} \quad (3.22)$$

Şekil 3.4’deki sinyal setlerine göre kod çözücünün her katmanında bütün olasılık hesapları yapıp ve eşleştirmeler yapıldıktan sonra eşitlik (3.19)’un son durumu;

$$\bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) = \ln P[d_k] - \frac{1}{2} \ln(\pi N_0 / E_s) - \frac{E_s}{N_0} \sum_{q=0}^{n-1} [\xi_k^{st,q} - (2x^q - 1)]^2 \quad (3.23)$$

Şimdi $\bar{\alpha}(s_k)$, $\alpha(s_k)$ nin doğal logaritması olsun

$$\bar{\alpha}^{st}(s_k) = \ln \alpha^{st}(s_k) \quad (3.24)$$

$$= \ln \left\{ \sum_{s_{k-1} \in A} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_{k-1}) + \bar{\gamma}^{st}(s_{k-1} \rightarrow s_k)] \right\}$$

burada A, s_k 'lere bağılı s_{k-l} 'lerin kümesini göstermektedir.

Şimdi $\bar{\beta}^{st}(s_k), \beta^{st}(s_k)$ nin doğal logaritması olsun;

$$\begin{aligned} \bar{\beta}^{st}(s_k) &= \ln \beta^{st}(s_k) \\ &= \ln \left\{ \sum_{s_{k+1} \in B} \exp[\bar{\beta}^{st}(s_{k+1}) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1})] \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

burada B, s_k 'lara bağılı bağılı s_{k+l} 'lerin kümesini göstermektedir.

Kafes yapıdaki tüm durumlar için $\bar{\alpha}(s_k)$ ve $\bar{\beta}(s_k)$ hesaplandıktan sonra LLR bulunur.

$$\Lambda_k^{st} = \ln \frac{\sum_{S_1} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_k) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) + \bar{\beta}^{st}(s_{k+1})]}{\sum_{S_0} \exp[\bar{\alpha}^{st}(s_k) + \bar{\gamma}^{st}(s_k \rightarrow s_{k+1}) + \bar{\beta}^{st}(s_{k+1})]} \quad (3.26)$$

burada $S_1 = \{s_k \rightarrow s_{k+1} : d_k = 1\}$ mesaj bitinin 1 olduğu durumdaki durum geçişlerinin kümesi $S_0 = \{s_k \rightarrow s_{k+1} : d_k = 0\}$ ise mesaj bitinin 0 olduğu durumdaki durum geçişlerinin kümesidir. Son iterasyonda 2. kod çözücünün çıkışı $\Lambda(2)$ göz önünde bulundurularak katı karar olarak verilir;

$$\hat{d}_k = \begin{cases} 1 & \text{if } \Lambda(2) \geq 0 \\ 0 & \text{if } \Lambda(2) < 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

3.4. OFDM İLETİŞİM SİSTEMLERİNDE ZAMANLA DEĞİŞEN KANAL KESTİRİMİ

Bu kısımda, kodlanmış Dikgen Sıklık Bölmeli Çoğullama (DSBÇ-OFDM) kanalları için, zaman-frekans (ZF) temelli, hızlı ve etkin bir kestirim yöntemi sunulmaktadır.

İletişim kanalı sıklık cevabının bir iletim sembolü süresinde bile değişebileceği göz önüne alınmakta ve Ayrık Evrimsel Dönüşümü (AED) kullanılarak, çok yollu sönümlemeli, frekans seçici kanal modeli elde edilmektedir. Kestirilen kanal parametrelerini kullanarak gönderilen çok seviyeli turbo kodlanmış veriyi elde eden bir ZF alıcısı tasarlanmıştır. Önerilen yöntemin başarımı, çeşitli seviyelerdeki kanal gürültüsü ve frekans kaymaları üzerinde test edilmiştir.

OFDM iletişim sistemleri, mevcut bant genişliğini etkin biçimde kullanmaları, zamanla hızlı değişen çok yollu, sönümlemelere ve semboller arası girişimlere (ISI) dayanımlı olmaları sebebiyle yeni nesil geniş bantlı telsiz iletişim sistemleri için verimli bir yöntem olarak kabul edilmektedir [21,22]. OFDM sistemlerinde yüksek bit hızına sahip veri, çok daha düşük hızlı paralel alt bantlara ayrılır ve birbirine dik taşıyıcılarla modüle edilir. Ancak Doppler frekans kaymaları, faz ve osilatör frekans kaymaları ve çok yollu sönümleme etkileri, çok taşıyıcılı iletişim sistemlerinin başarımını büyük oranda zayıflatmaktadır [21]. Bu nedenle, hızlı değişen kanallarda, özellikle gezgin sistemlerde, kanal parametrelerindeki hızlı değişimler, söz konusu sistemlerin tasarımında kanal bilgisinin kestirimini ve alıcıda kullanılmasını gerekli kılmaktadır. Mevcut birçok kanal kestirim yöntemi, çok hızlı değişen kanallar için pek geçerli olmayan, kanal frekans cevabının tamamen ya da bir iletim sembolü süresince değişmediği kabulüne dayanmaktadır [22]. [23]'de OFDM sistemleri için, ayrık evrimsel dönüşüm (AED) tabanlı yeni bir zamanla değişen kanal kestirim yöntemi önerilmiştir. Bu çalışmada ise MLTC ve LDPC kodlanmış verilerin OFDM sistemlerinde kanal kestirimi altında başarımı incelenmektedir. Hata kontrol kodlarının bir çeşidi olan MLTC ve LDPC kodlar Shannon tarafından öngörülen teorik sınırlara yakınsayan etkinlikte iletişim sağlamaktadırlar [24].

Son yıllarda turbo tabanlı sistemlerin başarımı arttırmak için çeşitli çalışmalar sürmektedir. Burada Çok Seviyeli Turbo Kodlanmış (ÇSTK) [24] giriş verileri için OFDM iletişim sisteminde kanal kestirim ve sezim başarımı incelenmektedir. ÇSTK, turbo kodlu sinyallerin hata başarımı arttırmak amacıyla önerilmiş olup seviye adı verilen birden fazla kodlayıcının çıkışını ilişkili bir sembole atar. Her bir seviyede bir kodlayıcı ve bir kod çözücü bulunur ve bu yapıya bir aşama denir. Her aşamanın kod çözücü çıkışı bir sonraki aşamada kullanılır [25]. Öncelikle giriş bit dizisi seriden

paralele dönüştürülür. Herbir turbo kodlayıcı tek girişli olup kodlama eş zamanlı olarak gerçekleştirilir. d_t ÇSTK'nın t anındaki girişi ise, kodlayıcı çıkışı, $x_t = f(d_t)$ olup burada $f(.)$ kodlayıcı yapısını göstermektedir. Grup bölütlemeye ise $x_{t,1}$ birinci seviye kodlayıcının çıkışı olmak üzere sinyal kümesi iki alt kümeye bölünür: $x_{t,1} = 0$ ise birinci alt küme seçilir, $x_{t,1} = 1$ ise ikinci alt küme seçilecektir. $x_{t,2}$ ikinci seviye turbo kodlayıcı çıkışı olmak üzere yine 2 alt kümeye ayrılır. Bu bölütlemeye son seviyeye kadar devam edilir. ÇSTK'nın düşük güç gerektiren uzay ve uydu iletişim uygulamalarında ve yeni nesil kablosuz iletişim sistemlerinde klasik turbo kodlama başarımını arttırdığı gösterilmiştir [25].

3.4.1. Kablosuz İletişim Kanal Modeli

Bir telsiz iletişim sisteminde, çok yollu, sönümlemeli ve dopler frekans ötelemeli kanal, dürtü cevabı aşağıdaki gibi olan zamanla değişen doğrusal bir sistem olarak modellenebilir. [26,27]

$$h(m, \ell) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{j\psi_i m} \delta(\ell - N_i) \quad (3.28)$$

Burada, L toplam iletim yolu sayısını, ψ_i Doppler frekans kaymalarını, α_i bağıl zayıflatma faktörlerini ve N_i ise i . iletim yolunun neden olduğu gecikme miktarını göstermektedir. ω_c frekanslı taşıyıcıda, açılal hızı v olan bir nesne sebebiyle oluşan ψ_i Doppler ötelemesi, c iletişim ortamındaki ışık hızı olmak üzere yaklaşık olarak $\psi_i \cong \frac{v}{c} \omega_c$ olarak hesaplanabilir [27]. Özellikle taşıyıcı frekansının yüksek olduğu telsiz iletişim sistemlerinde Doppler frekans ötelemeleri anlam kazanmakta ve dikkate alınmaları gerekmektedir. Doğrusal kanalın zamanla değişen transfer fonksiyonu, yukarıdaki dürtü cevabının ℓ 'ye göre ayrık Fourier dönüşümü (AFD) hesaplanarak elde edilir:

$$H(m, \omega_k) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{j\psi_i m} e^{-j\omega_k N_i} \quad (3.29)$$

burada, $\omega_k = \frac{2\pi}{K}k, k = 0, 1, \dots, K-1$. Kanalin ikili frekans fonksiyonu $B(\Omega_s, \omega_k)$, $H(m, \omega_k)$ 'nin m 'ye göre AFD'si hesaplanarak elde edilebilir.

$$B(\Omega_s, \omega_k) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{-j\omega_k N_i} \delta(\Omega_s - \psi_i). \quad (3.30)$$

$\Omega_s = \frac{2\pi}{K}s, k = 0, 1, \dots, K-1$. Yine, kanalın yayma fonksiyonu da $h(m, \ell)$ 'nin m 'ye göre AFD'sini veya $B(\Omega_s, \omega_k)$ 'nin ω_k 'ya göre ters AFD'si hesaplanarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$S(\Omega_s, \ell) = \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i \delta(\Omega_s - \psi_i) \delta(\ell - N_i) \quad (3.31)$$

Yukarıdaki yayma fonksiyonu incelendiğinde, ZF konumu zaman gecikmeleri ve Doppler ötelemeleri, genliği ise α_i zayıflama katsayısı ile belirlenen dürtülerden oluştuğu görülmektedir. Eğer bu bilgiler alıcıya gelen işaretten elde edilebilirse kanalın denkleştirilmesi ve iletilen sembollerin kestirimi mümkün olabilecektir.

3.4.2. Kodlanmış OFDM Sinyal Modeli

Bir OFDM iletişim sisteminde, mevcut bant genişliği B_d olan kanal, K tane alt kanala bölünür. İletilecek bit dizisi, $X_{n,k}$ iletim sembolleri ile eşleştirildikten sonra K tane paralel sembol dizisine bölünür. Burada OFDM sistemine giriş veri dizisi ÇSTK veya DYPK kodlanmış olup, n . M-PSK kodlanmış veri bloğu K sembolden oluşmaktadır $U_{n,k}$,

$$U_{n,k} = u_{t+k}, U_n = [u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \dots, u_{t+K-1}]^T,$$

ve burada n zaman indisi, ve $k = 0, 1, \dots, K-1$ frekans veya taşıyıcı indisi. Daha sonra, alıcı tarafından bilinen (n', k') noktalarına $p_{n,k}$ pilot sembolleri eklenir: $(n', k') \in \Pi = \{(n', k') \mid n' \in Z, k' = id + (n' \bmod(d)), i \in [0, P-1]\}$. Burada P , pilot sembol sayısını, $d = K/P$ bir OFDM sembolü içindeki komşu iki pilot veri arasındaki mesafeyi göstermektedir [22]. n anındaki OFDM sembolü $s_n(m)$, $X_{n,k}$ 'nin ters AFD'si alınıp sondaki L_{DT} kadar örneğin, sembolün önüne dairesel takı (DT) olarak eklenmesi ile elde edilir. L_{DT} , kanal dürtü cevabının zaman desteği L 'ye göre seçilir: $L \leq L_{DT} + 1$.

$$s_n(m) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} U_{n,k} e^{j\omega_k m} \quad (3.32)$$

Burada her sembol $N = K + L_{DT}$ örnek uzunluğundadır. Kanaldaki çok yollu yayılma, sönmüleme ve Doppler frekans ötelemesi de hesaba katıldığında kanal çıkışı

$$\begin{aligned} y_n(m) &= \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} U_{n,k} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{j\psi_i m} e^{j\omega_k(m-N_i)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} H_n(m, \omega_k) e^{j\omega_k m} U_{n,k}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Son olarak iletilen sinyalin toplamsal Gauss gürültüsü $\eta(m)$ ile de bozulduğu varsayılırsa n . çerçeve için alınan işaret $r_n(m) = y_n(m) + \eta_n(m)$ şeklinde yazılabilir.

Alıcıda, dairesel takılar atılarak sinyal K noktalı AFD ile demodüle edilir:

$$R_{n,k} = \frac{1}{K} \sum_{s=0}^{K-1} U_{n,s} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{-j\omega_s N_i} \sum_{m=0}^{K-1} e^{j\psi_i m} e^{j(\omega_s - \omega_k)m} + Z_{n,k}. \quad (3.34)$$

Bütün iletim yollarındaki Doppler etkisi ihmal edilebilecek seviyede ise, $\psi_i = 0, \forall i$, kanalın bir OFDM sembolü boyunca durağan olduğu kabul edilebilir. Bu durumda yukarıdaki kanal çıkışı

$$\begin{aligned}
R_{n,k} &= U_{n,k} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{-j\omega_k N_i} + Z_{n,k} \\
&= U_{n,k} H_{n,k} + Z_{n,k}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

şeklinde olacaktır. $H_{n,k}$, n . OFDM çerçevesi için kanalın frekans cevabını, $Z_{n,k}$ ise kanal gürültüsünün ayrık Fourier dönüşümünü göstermektedir. Kanalın frekans cevabı katsayıları, $H_{n,k}$, kestirilerek $U_{n,k}$ veri sembolleri, $\hat{U}_{n,k} = R_{n,k}/H_{n,k}$ şeklindeki basit bir denkleştirici ile elde edilebilir. Ancak, kanalda büyük Doppler ötelemeri söz konusu olduğunda yukarıdaki varsayım geçersiz olacaktır. Bu çalışmada, kanalın bir OFDM sembolü boyunca bile değişebildiği, zamanla değişen kanal modeli üzerinde durularak, probleme ZF yaklaşımı ile bir çözüm getirilmektedir [27].

Aşağıda, telsiz iletişim kanalının çıkışının ZF gösteriminde, bir araç olarak kullanılacak olan, AED kısaca özetlenecektir.

3.4.3. AED Kullanılarak Zaman-Sıklık Analizi

Durağan olmayan rasgele bir $\gamma(n)$ sinyali zamanla değişen faz ve genliklerin sonsuz toplamı olarak ifade edilebilir;

$$\gamma(n) = \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma(n, \omega) e^{j\omega n} dZ(\omega), \tag{3.36}$$

Burada $Z(\omega)$ dikgen indirgenmiş rasgele bir süreç kabul edilir. Bu, durağan süreçlerin genelleştirilmiş spektral gösterimidir. Yukarıdaki anlatıma benzer şekilde durağan olmayan, ayrık zamanlı bir $x(n), 0 \leq n \leq N-1$, işareti, $X(n, \omega_k)$ zaman sıklık kerneli veya $X(\Omega_s, \omega_k)$ ikili sıklık kerneli ile temsil edilebilir. $x(n)$ işaretine ait zaman sıklık AED şöyle verilmektedir [28],

$$x(n) = \sum_{k=0}^{K-1} X(n, \omega_k) e^{j\omega_k n}, \tag{3.37}$$

Burada $\omega_k = 2\pi k/K$, K frekans örneği sayısı ve $X(n, \omega_k)$ evrimsel kerneldir. AED, zamanla değişen kernel $X(n, \omega_k)$ işaret cinsinden ifade edilerek elde edilebilir. Bu amaçla klasik zaman sıklık işaret gösterim yöntemleri kullanılabilir[28]. Çok benzer bir gösterim $X(\Omega_s, \omega_k)$ kernelinin terimleri ile aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$X(n) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{s=0}^{K-1} X(\Omega_s, \omega_k) e^{-j(\omega_k + \Omega_s)n}, \quad (3.38)$$

Burada ω_k ve Ω_s ayrık frekanslardır. AED $X(n, \omega_k)$ ve $X(\Omega_s, \omega_k)$ kernellerinin sinyalin kendisi ile doğrudan ifade edilmesiyle elde edilir. Dolayısıyla, (3.37)'daki gösterim için $X(n, \omega_k)$, $0 \leq k \leq K-1$, evrimsel kernelini veren AED;

$$X(n, \omega_k) = \sum_{\ell=0}^{N-1} x(\ell) \omega_k(n, \ell) e^{-j\omega_k \ell}, \quad (3.39)$$

olup $\omega_k(n, \ell)$ genel olarak zaman ve frakansa bağlı bir pencere fonksiyonudur. AED, pencerelerin sabit olması durumunda kısa zamanlı fourier dönüşümünün bir genelleştirmesi olarak karşımıza çıkar. $\omega_k(n, \ell)$ penceresi dikgen olmayan çerçeveler kullanan Gabor açılımı ile veya dikgen sistemler kullanan Malvar açılımı ile elde edilebilir. Bu pencerenin, örneğin Gabor veya Malvar açılımı gibi sinyal gösterimleri kullanılarak nasıl elde edilebileceği konusunda bilgiler [28]'de yer almaktadır. Ancak çok yollu, sönmülemeli, kablosuz kanal modelleme probleminin çözümü için işaret uyumlu ve Doppler frekansına adapte olabilen pencereler kullanılması gerekecektir [23].

3.4.4. Kodlanmış OFDM Kanal Kestirimi

Bu aşamada, alıcıya ulaşan kanal çıkış işaretinin, evrimsel gösterimi yardımı ile kanal yayma fonksiyonunun nasıl hesaplanacağı üzerinde durulacaktır. Dairesel ekler çıkartıldıktan sonra, n . OFDM sembolü (3.31) eşitliğinde verilmektedir. $y_n(m)$ 'nin AED'si hesaplanarak,

$$y_n(m) = \sum_{k=0}^{K-1} Y_n(m, \omega_k) e^{j\omega_k m} \quad (3.40)$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlik matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir. $y = Au$
Burada,

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= [y_n(0), y_n(1), \dots, y_n(K-1)]^T, \\ \mathbf{u} &= [U_{n,0}, U_{n,1}, \dots, U_{n,K-1}]^T \\ &= [u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \dots, u_{t+K-1}]^T, \\ \mathbf{A} &= [a_{m,k}]_{K \times K} = H_n(m, \omega_k) e^{j\omega_k m}. \end{aligned}$$

Eğer kanalın zamanla değişen frekans cevabı $H_n(m, \omega_k)$ biliniyorsa, $U_{n,k}$ aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\hat{u} = A^{-1}y. \quad (3.41)$$

$H_n(m, \omega_k)$ 'yı kestirmek için [23]'de bir ZF prosedürü verilmektedir: $y_n(m)$ 'nin (3.32) ve (3.40) eşitliklerindeki gösterimleri karşılaştırıldığında kernelin,

$$Y_n(m, \omega_k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i e^{j\psi_i m} e^{-j\omega_k N_i} U_{n,k}. \quad (3.42)$$

şeklinde olması gerektiği görülmektedir. Sonuç olarak, n . OFDM sembolü için kanalın zamanla değişen frekans cevabı aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$H_n(m, \omega_k) = \frac{\sqrt{K} Y_n(m, \omega_k)}{U_{n,k}}. \quad (3.43)$$

(3.41) eşitliğini sağlayan $Y_n(m, \omega_k)$ 'nin hesaplanması, sinyale bağlı, Doppler frekanslarına uyarlanmış pencere kullanılarak yapılmaktadır [23]. (3.43) eşitliğine göre, kanalın frekans cevabını kestirebilmek için pilot sembolleri kullanılacaktır. (3.43) eşitliği matris formunda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$H = \sqrt{K} Y U^{-1}, \quad (3.44)$$

yukarıdaki eşitlikte,

$$\begin{aligned} H \Delta &= [h_{m,k}]_{K \times K}, & h_{m,k} &= H_n(m, \omega_k) \\ Y \Delta &= [y_{m,k}]_{K \times K}, & y_{m,k} &= Y_n(m, \omega_k) \\ U \Delta &= I u, \end{aligned} \quad (3.45)$$

Burada I , $K \times K$ boyutlu birim matrisi göstermektedir. (3.44) eşitliği, önceden atanmış $k = k'$ pilot noktalarında da geçerlidir [22]. Yani,

$$H'_n(m, \omega_p) = H_n(m, \omega_{k'}) = \frac{\sqrt{K} Y_n(m, \omega_{k'})}{U_{n,k'}} \quad (3.46)$$

burada, $p = 1, 2, \dots, P$ ve $H'_n(m, \omega_p), H_n(m, \omega_k)$ 'nin örneklenmiş şeklidir. Yine, P pilot sembol sayısını, $d = K/P$ ise komşu iki pilot arasındaki uzaklığı göstermektedir. $H'_n(m, \omega_p)$ 'nin p 'ye göre ters AFD'si, m 'ye göre de AFD'si alınarak aşağıdaki yayma fonksiyonu elde edilir:

$$S'(\Omega_s, \ell) = \frac{1}{d} \sum_{i=0}^{L-1} \alpha_i \delta(\Omega_s - \psi_i) \delta\left(\frac{\ell - N_i}{d}\right) \quad (3.47)$$

$S'(\Omega_s, \ell)$ 'yi, $S(\Omega_s, \ell)$ ile karşılaştırıldığında, $S(\Omega_s, \ell)$ kullanılarak [23]'de hesaplanan α_i, ψ_i , ve N_i kanal parametrelerinin, $S'(\Omega_s, \ell)$ yayma fonsiyonu kullanılarak da hesaplanabileceği açıkça görülmektedir. Böylece $Y_n(m, \omega_k)$ evrimsel kerneli, $y_n(m)$ kullanılarak doğrudan hesaplanıp daha sonra buradan kanal parametreleri (3.46) ve (3.47) eşitlikleri kullanılarak kestirilebilecektir.

3.4.5. Zaman-Frekans Alıcısı

Kanalın yayma fonksiyonu ve bu fonksiyona bağlı olarak frekans cevabı $H_n(m, \omega_k)$ kestirildikten sonra, $U_{n,k}$ giriş sembolleri (3.41)'te verilen ZF alıcısı yardımıyla elde edilir. Diğer taraftan (3.34) eşitliğindeki kanal çıkışı,

$$R_{n,k} = \frac{1}{K} \sum_{s=0}^{K-1} B_n(\omega_s - \omega_k, \omega_k) U_{n,s} + Z_{n,k} \quad (3.48)$$

şeklde de yazılabilir. $B_n(\Omega_s, \omega_k)$ kanalın bir OFDM sembolü süresince ikili sıklık fonksiyonudur. Yukarıdaki eşitlikte, giriş sembolleriyle gerçekleşen bir dairesel konvolüsyon görülmektedir. Bu eşitliği aşağıdaki şekilde matris formunda yazmak da mümkündür:

$$r = Bu + z \quad (3.49)$$

$B = [b_{s,k}]_{K \times K}$, $b_{s,k} = B_n(\omega_s - \omega_k, \omega_k)$, $K \times K$ boyutunda matris; r , u ve z ise sırasıyla, $r = [R_{n,1}, R_{n,2}, \dots, R_{n,K}]^T$, $u = [U_{n,1}, U_{n,2}, \dots, U_{n,K}]^T$, and $z = [Z_{n,1}, Z_{n,2}, \dots, Z_{n,K}]^T$ şeklinde tanımlanan $K \times 1$ boyutlu vektörlerdir. Sonuç olarak $U_{n,k}$ veri sembolleri basit bir ZF alıcısı ile sezilebilir:

$$\hat{u} = B^{-1} r. \quad (3.50)$$

Böylece (3.28)'de verilen zamanla değişen kanal modeli için bir alıcı elde edilmiştir. Kestirilen $U_{n,k}$ sembollerinden, gerek ÇSTK gerekse DYPK kanal kodlaması durumu için kod çözme işleminin ardından veri sembolleri $X_{n,k}$ elde edilmiş olacaktır.

4.BULGULAR

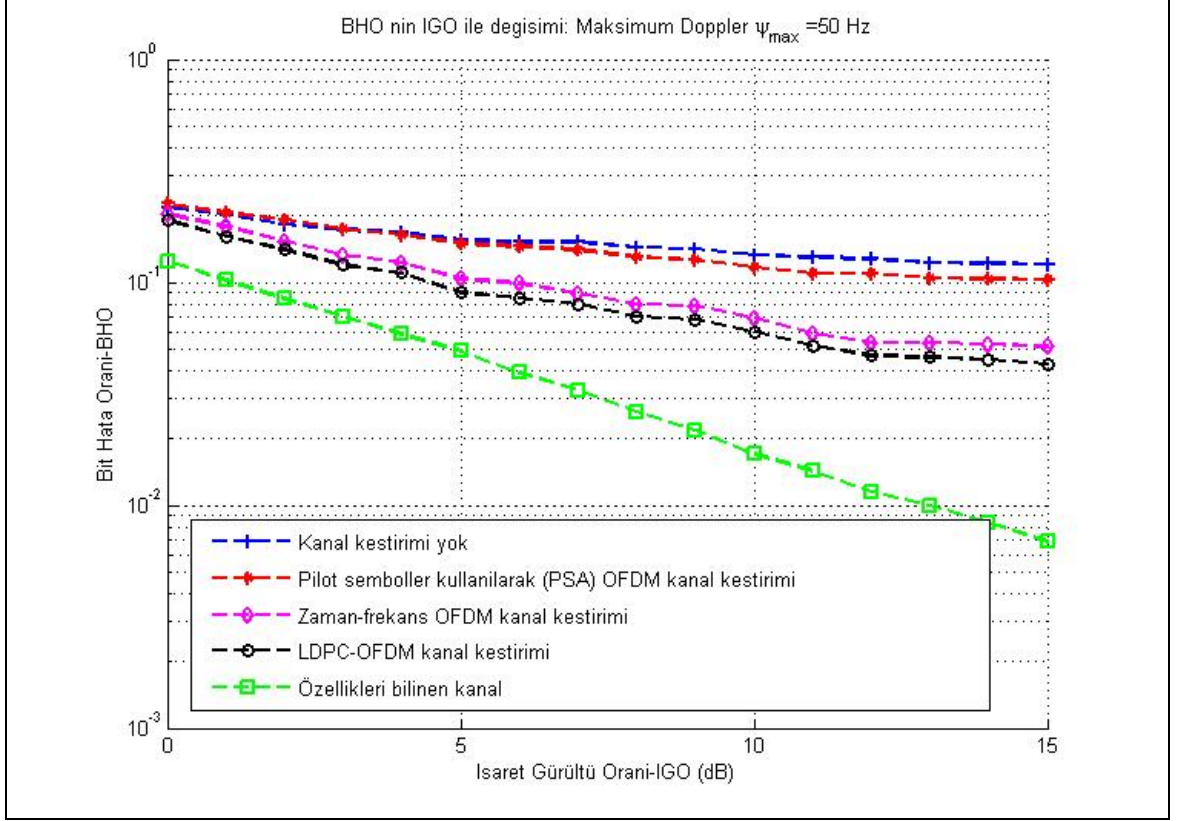
LDPC kodlanmış OFDM iletişim sistemlerinin başarımının incelenmesi amacıyla aşağıdaki benzetimler yapılmıştır.

Öncelikle kablosuz iletişim kanalı, zamanla değişen rasgele doğrusal bir sistem olarak simüle edilmiştir. Kanalin yayılma yol sayısı L , her bir yolun sönümleme katsayısı α_i , gecikmesi N_i ve Doppler frekans kayması ψ_i rasgele seçilerek Monte Carlo testleri yapılmıştır. Veri bitleri BPSK olarak kodlanmıştır. OFDM sembol uzunluğu $N=128$ ve dairesel ön ek uzunluğu $L_{CP} = 32$ seçilmiştir. Alt bant taşıyıcıları frekans aralıkları 5 kHz olarak düşünüldüğünde gerekli bant genişliği $B = 128 \times 5 \text{ kHz} = 640 \text{ kHz}$ olmaktadır. Kablosuz iletişim kanalının birim dürtü cevabı uzunluğu $L_{CP} + 1 = 33$ olarak sınırlandırılmıştır. Kanala verilen temel bantlı OFDM sembol uzunluğu 160 örnek olmuştur.

128 veri sembolünün (16 aralıklarla) 8 tanesi pilot sembol olarak ($X_k=1$) seçilmiştir. Kanal çıkışındaki çok yollu yayılma, sönümleme, gecikme ve Doppler frekans ötelemelerine maruz kalan işarete Toplamsal Gauss Beyaz Kanal Gürültüsü (AWGN) eklenmiştir. Alıcıda kanal kestirimi de yapıldıktan sonra veri dizisi, beş farklı yöntemle kestirilmiştir:

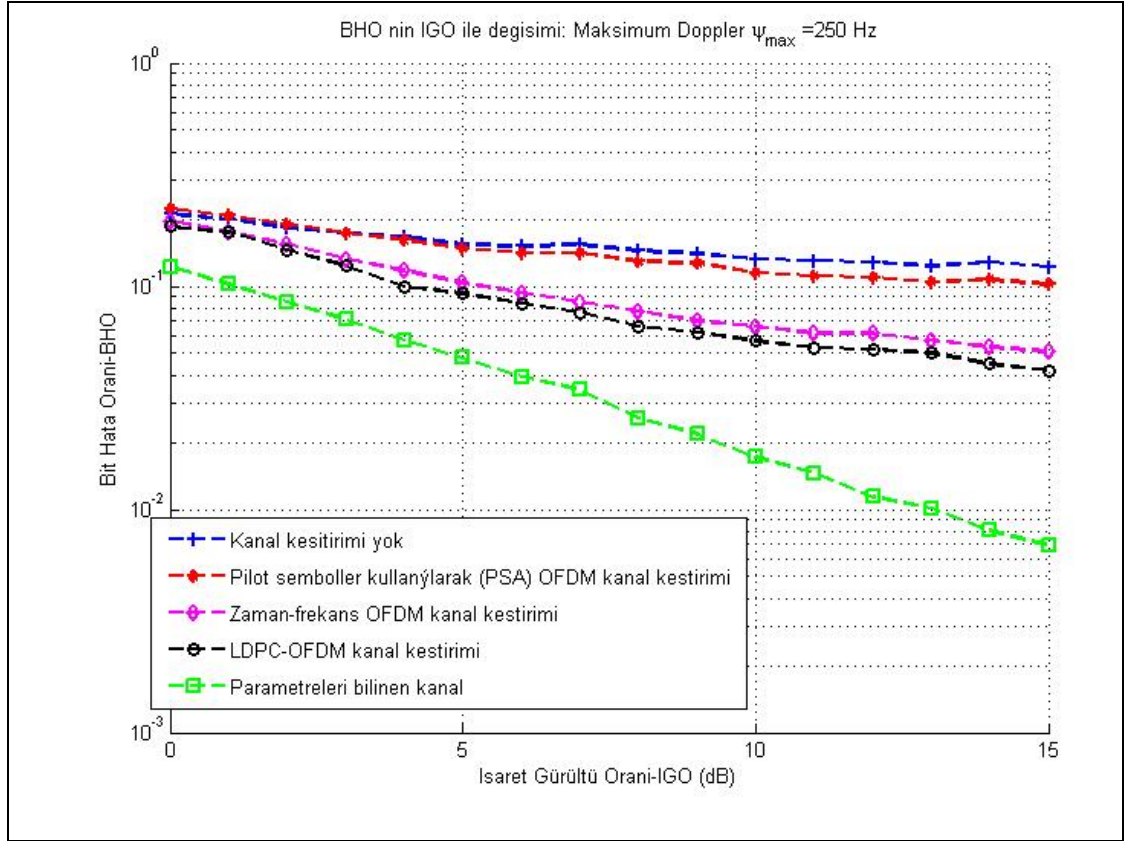
- a) Kanal kestirimi yok
- b) Pilot semboller kullanılarak (PSA) OFDM kanal kestirimi
- c) Zaman-frekans OFDM kanal kestirimi
- d) LDPC-OFDM kanal kestirimi
- e) Parametreleri bilinen kanal

Benzetim çalışmalarının ilk bölümünde kanal gürültü seviyesi 0 ile 15 dB arasında değiştirilmiş, kanaldaki en yüksek Doppler frekans kayması tüm yollarda 0 ile $\psi_{\max}$ arasında sınırlandırılmıştır.



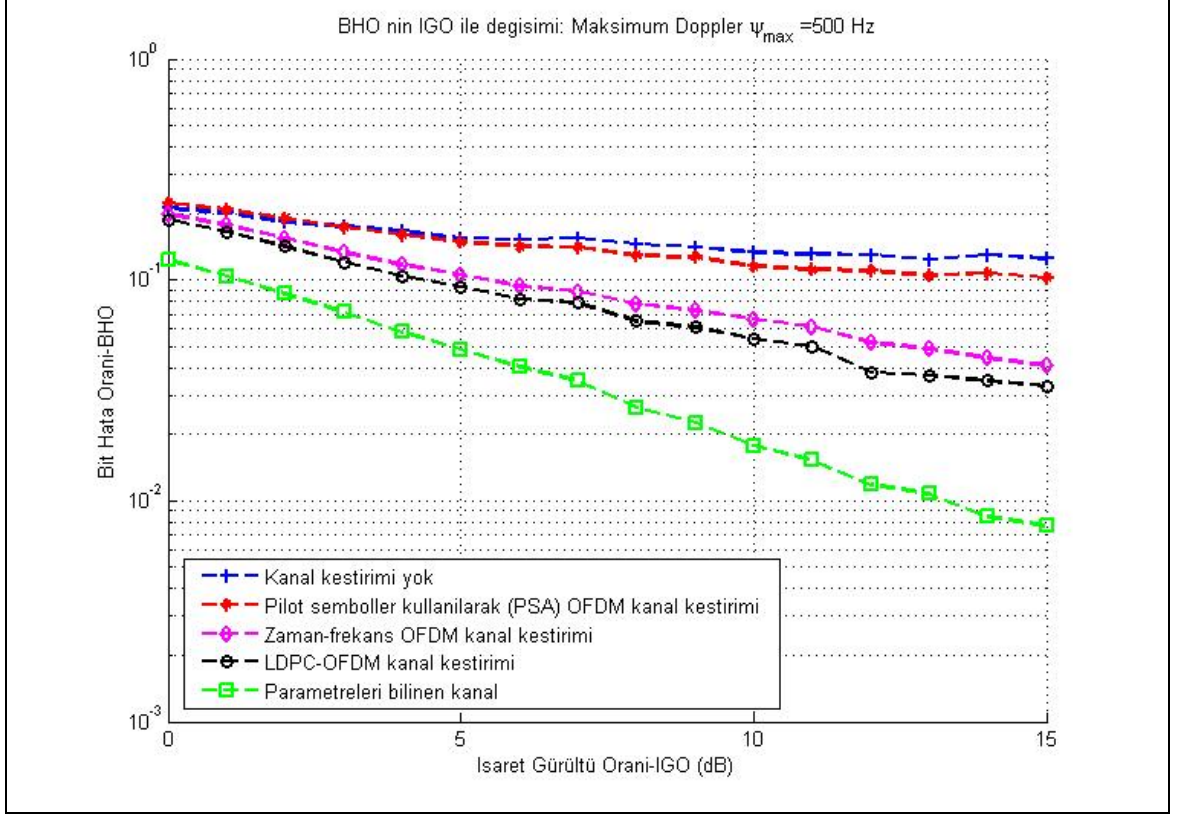
Şekil 4.1: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 50 Hz)

Şekil 4.1’de işaret gürültü oranı 0 ile 15 dB arasında değiştirildiğinde ve en yüksek Doppler frekansı $\psi_{\max} = 50 \text{ Hz}$ sabit iken, bit hata oranının değişimi farklı yöntemler için birlikte verilmiştir. Görüldüğü gibi tüm yöntemlerde İGO arttıkça bit hata başarımı iyileşmektedir. OFDM sembolüne yerleştirilen pilot bilgileri kullanılarak zamanla değişmeyen kanal kestirimi elde edilmiş ve veri dizisi kestirilmiştir. Diğer yöntemde ise, zamanla değişen kanal parametreleri zaman-frekans evrimsel dönüşüm yöntemi ile kestirilmiş ve alıcıda kullanılmıştır. Bu tez çalışmasına konu olan kodlanmış OFDM sistemlerinin başarımını irdelemek için, LDPC kodlanmış veri OFDM modülatöre uygulanarak yukarıdaki kanal kestirimi aynı şekilde tekrarlanmıştır. Elde edilen sonuçların kodlanmamış OFDM sistemine göre daha iyi olduğu ortaya çıkmıştır.



Şekil 4.2: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 250 Hz)

Aynı alışma Şekil 4.2’de $\psi_{max} = 250$ Hz için verilmiştir. Bit hata başarımının İGO ile değişiminin bu Doppler frekanslarında yaklaşık aynı kaldığı görülmektedir.

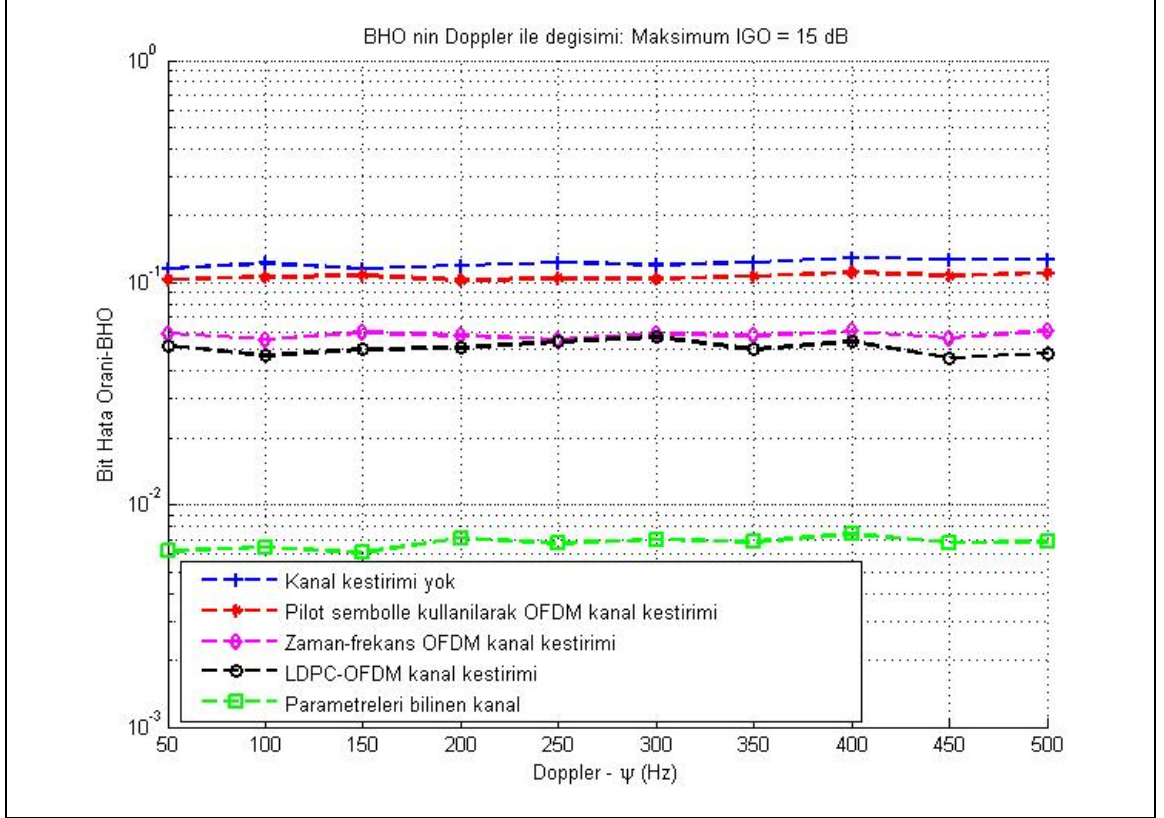


Şekil 4.3: Bit hata başarımının İGO ile değişimi (Doppler frekansı 500 Hz)

Şekil 4.3'te ise Bit hata başarımının $\psi_{max} = 500 \text{ Hz}$ için İGO ile değişimi verilmiştir. Çalışmalarımızda Doppler frekansının daha yüksek değerlerinde BHO'nun daha kötü olduğu tespit edilmiştir.

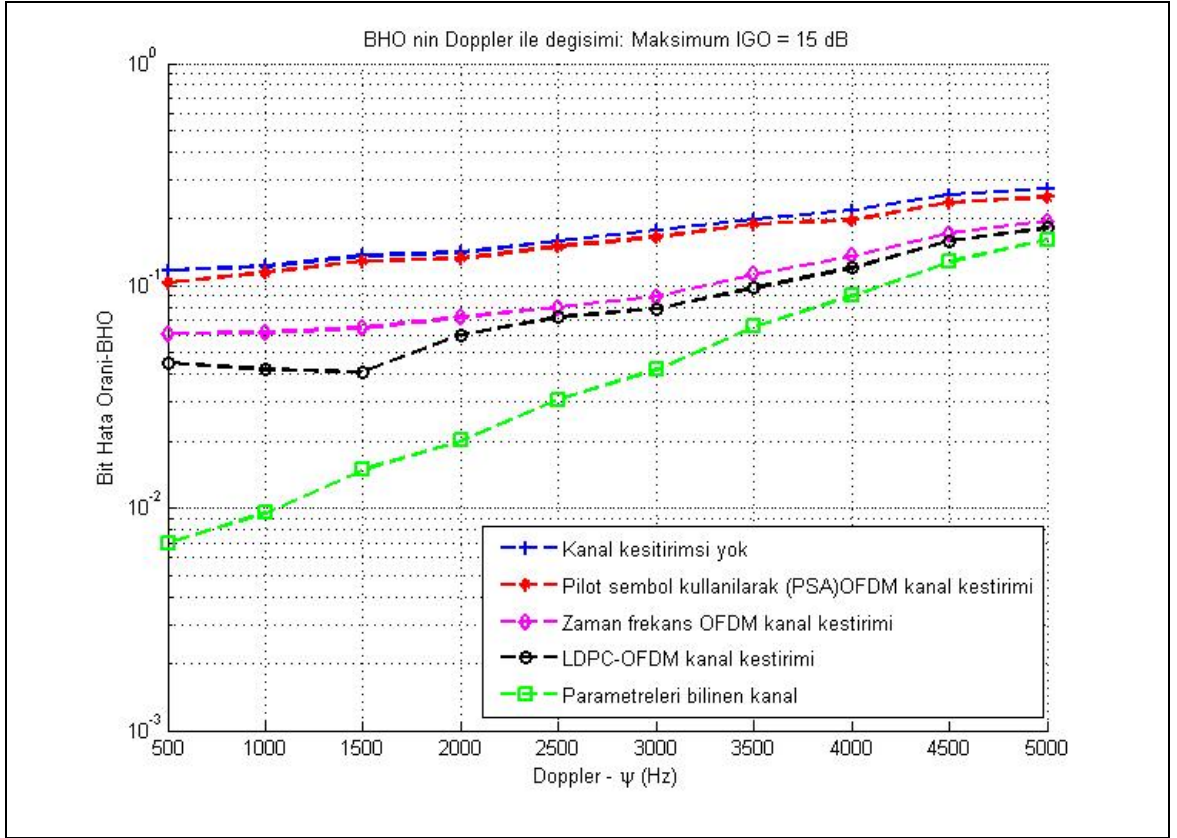
Bunu incelemek amacıyla ikinci aşamadaki benzetimlerde işaret gürültü oranı $\text{İGO} = 15 \text{ dB}$ sabit tutularak yayılma yollarındaki Doppler frekansı değiştirilmiştir. Şekil 4'te kanaldaki en yüksek Doppler frekansı ψ_{max} , 50 Hz ile 500 Hz arasında değiştirilerek bit hata başarımı yine beş farklı yöntem için sunulmuştur. Bu durumda da zaman-frekans kanal kestirimi kullanıldığında OFDM sisteminin başarımı pilot sembol yardımıyla yapılan kanal kestirimine göre daha iyi olmaktadır. Ayrıca LDPC-OFDM sistem başarımının, kodlamasız OFDM sistemine göre daha iyi olduğu görülmüştür. Bu

benzetimlerde tüm yöntemlerin başarımının 50-500 Hz arasındaki Doppler frekanslarında önemli oranda değişmediği şekilden görülmektedir.



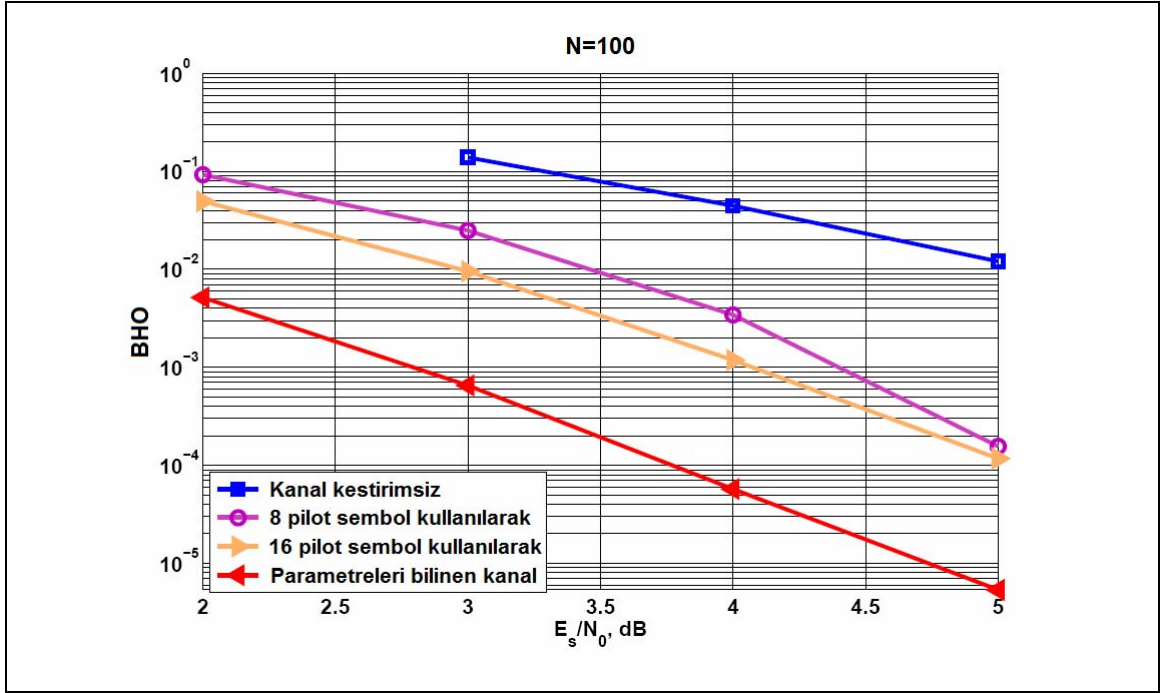
Şekil 4.4: Bit hata oranının Doppler frekansı ile değişimi ($\dot{I}GO = 15$ dB)

Daha sonra aynı çalışma Doppler frekansı 500 Hz ile 5 kHz arasında değiştirilerek tekrarlanmıştır (Şekil 4.4).



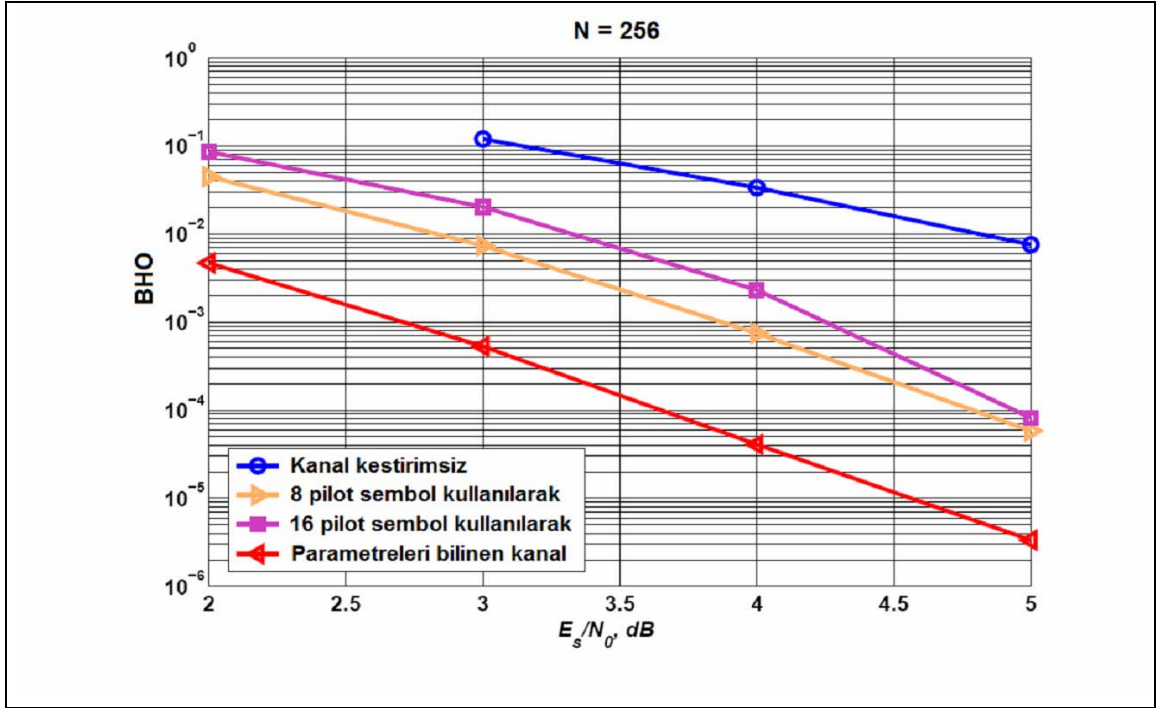
Şekil 4.5: Bit hata oranının Doppler frekansı ile değişimi ($I_{GO} = 15$ dB)

Bu durumda tüm yöntemlerin bit hata başarımı, yaklaşık 2 kHz 'in üzerine çıkıldığında hızla düşmektedir. Şekil 4.5'te yukarıda açıklanan 5 farklı yöntem için BHO başarımı görülmektedir. Bu durumda da LDPC-OFDM sistem başarımı kodlanmamış OFDM sistemine göre daha iyi elde edilmiştir.



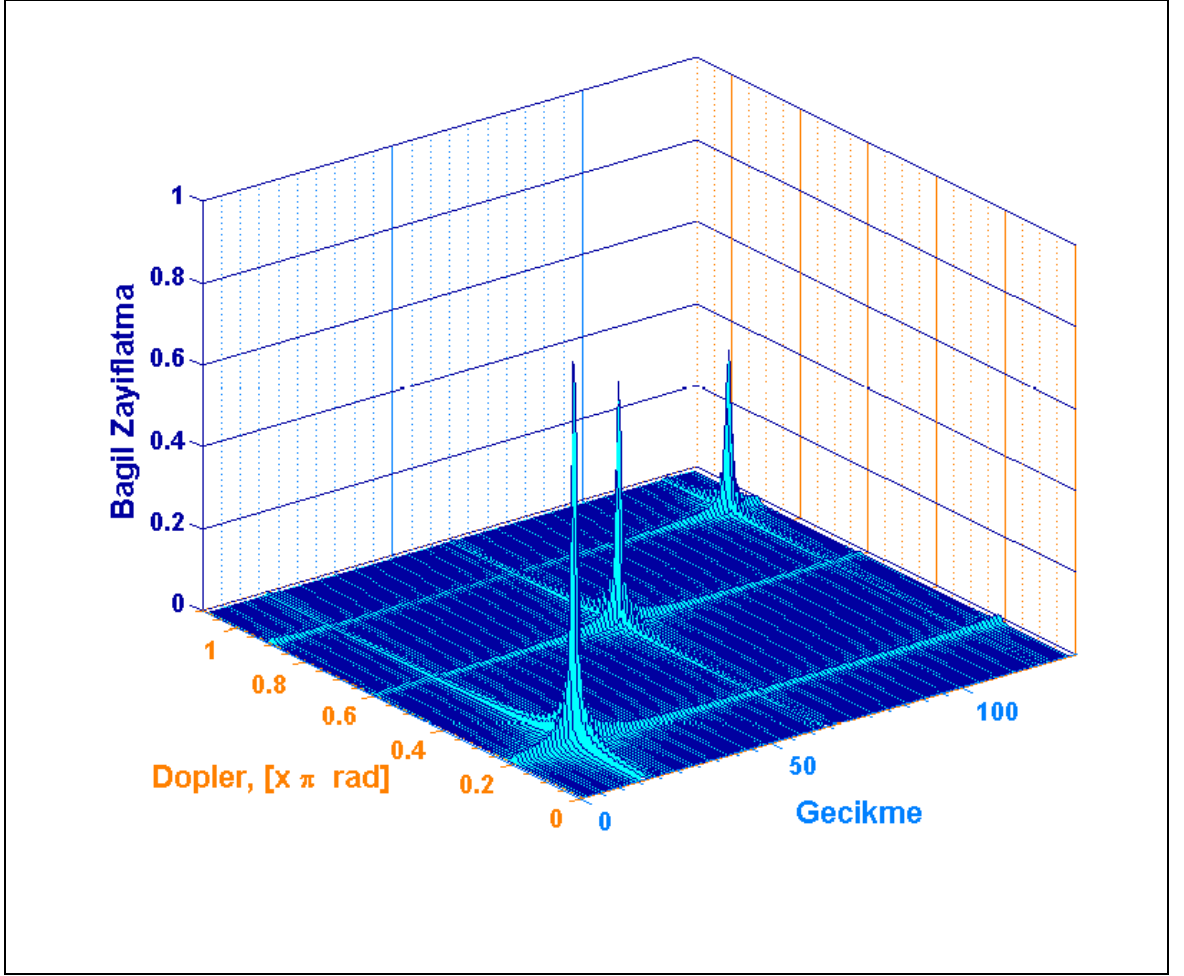
Şekil 4.6: N=100 çerçeve uzunluğu için ÇSTK-OFDM bit hata başarımı.

Şekil 4.6'da, çerçeve uzunluğu 100 seçilmiş ve 10^{-4} bit hata başarımı bilinen kanal için 3.77dB, önerilen yöntem ve 16 pilot kullanıldığında 5.1dB, ve 8 pilot ile 5.25dB işaret gürültü oranında elde edilmiştir.



Şekil 4.7: N=256 çerçeve uzunluğu için ÇSTK-OFDM bit hata başarımı.

Çerçeve uzunlu 256 seçildiğinde, bit hata başarımı bu alıcılar için Şekil 4.7'de verilmektedir. 8 yerine 16 pilot kullanmak her iki çerçeve boyutu için 0.15dB E_s/N_0 kazancı sağlamıştır. Ayrıca kestirilen kanal parametreleri kullanıldığında 100 çerçeve uzunluğu için, bilinen kanal başarımına sadece 1.3 dB, 256 çerçeve uzunluğu için ise 1.1 dB fark ile ulaşılmıştır.



Şekil 4.8: Kanal yayma fonksiyonu kestirimi.

Şekil 4.8'de, bir OFDM çerçevesinde 16 pilot sembol kullanılarak kestirilen yayma fonksiyonu gösterilmiştir.

Sonuç olarak hem MLTC hem de LDPC kullanıldığında kanal kodlamasının OFDM iletişim sistem başarımını artırdığı görülmüştür.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

5.1 SONUÇLAR

OFDM/COFDM yöntemi, sayısal yer yayıncılığında karşılaşılan, çoklu yol bozulması ve zayıflamalara karşı dikkate değer çözümler getirmektedir. OFDM sistemlerinin en önemli özelliklerini şu şekilde sıralayabiliriz:

- Band genişliği verimi, sistem karmaşıklığı, spektrum biçimlendirme, bozuculara karşı duyarlılık gibi bir çok tasarım parametresini karşılamada oldukça esnektir.
- Ani kanal etkilerine karşı herhangi bir adaptasyon gerektirmez. Darbe girişimi ve kanal içi değişimlere karşı dayanıklıdır.
- OFDM paralel bir iletişim tekniği olmasından ötürü, seri iletişim tekniklerine göre örnekleme zamanında meydana gelen değişmelere karşı daha az duyarlıdır.
- Bir OFDM sisteminin kanal genişliği verimi FFT boyutu büyüdükçe Nyquist oranına yakınsar. Bu durum sistem karmaşıklığını artırır. Kanal genişliği verimi, kanal değişimleri ve taşıyıcı ofset frekansı ile sınırlanmıştır.
- Sabit bir band genişliği verimi için, FFT tabanlı OFDM sisteminin karmaşıklığı (simge başına düşen çarpma sayısı), artan çoklu yol kanal dağılmasına (multi path spread) karşı logaritmik olarak artar. Oysa Tek taşıyıcılı bir sistemde bu artış doğrusaldır.
- Uygun kodlanmış ve aralıklandırılmış bir OFDM sistemi BER performansı açısından diğer pek çok sistemi, özellikle güçlü ve dinamik hayaletlerin (ghost) olduğu hareketli sistemlerde, geride bırakır.
- Çok Seviyeli Turbo Kodlama ve Düşük yoğunluklu Parite kontrol kodlanmış veri sembolleri OFDM yöntemiyle modüle edildikten sonra zamanla değişen iletişim kanalı parametreleri kestirilmiş ve her iki kanal kodlama yönteminde de kodlamasız OFDM iletişim sistemine göre hata başarımları iyileşmiştir.

5.2 TARTIŞMA

Günümüz bilgi toplumunda, kaliteli iletişimine duyulan ihtiyaç.iletişim sistemlerini günden güne gelişmeye zorlamaktadır. Halen kullanılan iletişim sistemleri, artan bilgi miktarı ve iletim kalitesini karşılamakta yetersiz kalmaktadır. Çözüm sayısal yayıncılıktadır. Fakat gerek ekonomik gerekse karşılaşılan bazı teknik sorunların halen tamamen giderilememiş olmasından dolayı, analog sistemlerin tamamen sayısal sistemlerle yer değiştirmeleri mümkün değildir. Bu tezde incelenen OFDM ve COFDM yöntemleri, sayısal iletişimde karşılaşılan bu teknik sorunların ortadan kaldırılmasına yönelik sistem önerileridir.

Özellikle Ses ve Video iletişimde OFDM/COFDM kullanımı uygulanabilir gözükmektedir. Sayısal radyo yayıncılığı için halen kullanılmakta olan VHF-II/FM bandından DAB kullanılarak, CD kalitesinde ses yayını yapmak mümkündür. Ayrıca bu kanal üzerinden veri iletiminin de mümkün olması ile uygun sayısal radyo alıcılarıyla hem ses hem de yazılı veri almak mümkün olabilecektir. Pek çok Avrupa ülkesi, tüm radyo yayınlarını DAB 'ye çevirmiştir. Sayısal ses yayının getireceği ses kalitesi, ve dünya standartlarının bu yönde değişimi dikkate alınacak olursa Türkiye'de de sayısal ses yayıncılığının kullanılması yolunda çalışmalar hızlandırılmalıdır. Özellikle özel radyoların yarattıkları frekans karmaşası yayının sayısallaştırılması ve uygun frekans planlamasıyla ortadan kaldırılabilir.

Sayısal TV yayıncılığında OFDM/COFDM kullanımı özellikle yer yayıncılığında karşılaşılan sorunların aşılmasını sağlamıştır. Tek frekans ağları kullanılarak Türkiye gibi dağlık coğrafi yapısı olan ülkelerde, yüksek güçlü vericiler yerine düşük güçte çok sayıda verici kullanarak, hem verimli hem de kaliteli yayın yapmak olanaklı olmaktadır. Ayrıca yüksek tanımlı TV yayınlarının sıradan kullanıcıya ulaşmasından COFDM modülasyonu çözümü gerekli gibi gözükmektedir.

KAYNAKLAR

1. **EUROPEAN TELECOMMUNICATION STANDARD**, "Radio Broadcast Systems: digital audio broadcasting (DAB) to mobile receiver," ETSI final draft prETS300 401, Nov. 1994.
2. **CHANG R.W** "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission, "Bell syst. tech. J. vol.45, pp. 175-1796, Dec. 1996.
3. **SALTZBERG B .R.**, "Performance of an efficient parallel data transmission system,"IEEE Trans. Comm. Technol.,_vol. COM-15, Dec. 1967.
4. **MOSIER R. R. and CLABAUGH R. G. .**"Kineplex, a bandwidth-efficient binary transmission system, "AİEE Trans, vol. 76, pp. 723-728, Jan. 1958.
5. "Orthogonal frequency division multiplexing," U.S. Patent 3,488,445 filled Nov. 14, 1966, issued Jan. 6, 1970.
6. **PORTER G. C. .**"Error distribuiton and diversity performance of a frequency-differential PSK HF modem," IEEE Trans. Comm. Technol., volCOM-16. Aug. 1968, pp. 567-575.
7. **HIROSAKI B.**, "An orthogonally-multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform," IEEE Trans. Comm. Techn., vol. COM-29 no 7, July 1981, pp. 982-989.
8. **HIROSAKI B.**, "Analysis and simulation of automatic equalizers for orthogonally multiplexed QAM systems," IEEE Trans. Comm. Technol. Vol. COM-28, no.1, Jan. 1980, pp.73-83.
9. **GALLAGER, R. G.,** 1962, Low-Density Parity-Check Codes , *IRE Trans. Inform. Theory*, IT-8, 21-28.
10. **BELLO P. A.** "Selective fading limitations of the kathryn modem and some system design considerations," IEEE Trans. Comm. Tecnol., vol. COM-13, pp. 320-333, Sept. 1965.

11. **WEINSTEIN, S. B. EBERT. P.M.,** "Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Comm. Technol.*,_vol. COM-19, no.15, Oct.1971.
12. **BIDET E., JOANBLANG C. and SENN P.,** "A fast 8K FFT VLSI chip for large OFDM single frequency networks," *Proc. Of the Intl. Conf. On HDTV 94*, Torino, Italy, Oct. 1994.
13. **HIROSAKI B. ,** "An orthogonally-multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Comm. Technol.*, vol. COM-29, no. 7, July 1981, pp. 982-989.
14. **HIORASAKI S., HASEGAWA S. B. and SABATO A. /**Advanced groupband data modem using orthogonally multiplexed QAM technique," *IEEE Trans. Comm. Technol.*,_vol. COM-34, pp.587-592, June 1986.
15. **HIROSAKI S., et al,** "A 19.2 kbits voiceband data modem based on orthogonally multiplexed QAM technique," *Proc. of IEEE ICC '85*, pp. **21.1.1-5**, 1985.
16. **ALARD M. and LASSALE R. ,** "Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers," *EBU Review*, no. 224, pp. 3-25, Aug. 1987.
17. **CHOWJ. S. ,TUJ. C. , and CIOFFI, J. M.** "A discrete multitone transceiver system for HDSL applications," *IEEE I SAC*, vol. 9, Aug. 1991, pp. 895-908.
18. **CHOW P. S. etal,** "A multicarrier E1 -HDSL transceiver system with coded modulation," *European Trans. Telecomm*, vol. 4, no.3, May-June 1993, pp. 257-266.
19. **PAIEMENT R. V.,** "evaluation of single carrier and multi-carrier modulation techniques for digital ATV terrestrial broadcasting," *CRC report No. CRC-RP-004*, Ottawa, Dec. 1994.
20. **MACKAY, D. J. C.,** 1999, Good error correcting codes based on very sparse matrices, *IEEE Trans. Inform. Theory*, 45, 399-431.
21. **A. PETROPULU, R. ZHANG, and R. LIN,** ``Blind OFDM Channel Estimation Through Simple Linear Precoding," *IEEE Trans. on Wireless Com.*, Vol. 3, No. 2, pp. 647--655, Mar. 2004.

22. **G.L. STUBER, J.R. BARRY, S.W. MCLOUGHLIN, Y.G. LI, M.A. INGRAM, T.G. PRATT,** ``Broadband MIMO-OFDM wireless communications," *IEEE Proceedings*, Vol. 92, No. 2, pp. 271--294, Feb. 2004.
23. **A. AKAN, A., AND L.F. CHAPARRO,** ``Modeling and Estimation of Wireless OFDM Channels by Using Time-Frequency Analysis," *Circuits, Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 3, pp. 389-403, June 2006.
24. **C. BERROU, A GLAVIEUX, AND P. THITIMASJSHIMA,** ``Near Shannon-limit error correcting coding and decoding: Turbo codes (1)", in *Proc., IEEE Int. Conf. on Commun., (Geneva, Switzerland)*, pp. 1064-1070, May 1993.
25. **O. OSMAN, O.N. UCAN, N. ODABASIOGLU,** ``Performance of Multi Level-Turbo Codes with Group Partitioning over Satellite Channels," *IEE Proc. Communications*, Vol. 152, No.6, pp. 1055-1059, 2005.
26. **P.A. BELLO,** ``Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels," *IEEE Trans. on Com. Systems*, Vol. CS.11, pp. 360--393, 1963.
27. **M.D. HAHM, Z.I. MITROVSKI, AND E.L. TITLEBAUM,** ``Deconvolution in the Presence of Doppler with Application to Specular Multipath Parameter Estimation," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 45, No. 9, pp. 2203--2219, Sep. 1997.
28. **R. SULEESATHIRA, A. AKAN, AND L.F. CHAPARRO,** ``Discrete Evolutionary Transform for Time-Frequency Signal Analysis," *J. Franklin Institute*, pp. 347-364, Vol. 337, No. 4, Jul. 2000.
29. **O.N. UCAN, Y. HEKIM,** ``Düşük Yoğunluklu Parite Kontrol Kodlarının Hata Başarımı” Thesis report, Jun.2005

ÖZGEÇMİŞ

Sarper KARA, 1978 yılında Aksaray’da doğdu. Samsun’da Sakarya İlkokulundan 1989 yılında mezun olduktan sonra orta öğrenimine Samsun Anadolu Lisesi’nde devam etti, Kayseri N.M.B. Anadolu Lisesi’nden mezun oldu ve 1998 yılında İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümünde lisans öğrenimine başladı. 2003 yılında lisans öğrenimini tamamladı. 2004-2005 Akademik yılında İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik - Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Mezun olduğu 2003 yılından itibaren özel sektörde 3,5 seneye yakın bir süre mesleğini yaptıktan sonra 2007 yılı başında İ.Ü. Döner Sermaye İşletme Müdürlüğü’ne bağlı Biyomedikal ve Klinik Mühendisliği Birimi’nde göreve başladı. Halen bu birimdeki görevine devam etmektedir.