



İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

THİRİNG İNSTANTONLARININ FAZ UZAYINDA
KARARLILIĞI

Beyrul CANBAZ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji Ve Plazma Fiziği Programı

Danışman

Prof. Dr. K.Gediz AKDENİZ

2008

İSTANBUL



İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**THİRİNG İNSTANTONLARININ FAZ UZAYINDA
KARARLILIĞI**

Beyrul CANBAZ

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji Ve Plazma Fiziği Programı

Danışman

Prof. Dr. K.Gediz AKDENİZ

2008

İSTANBUL

Bu çalışma 17/06/2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziğı programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi



Prof. Dr. K. Gediz AKDENİZ

İstanbul Üniversitesi

(Danışman)



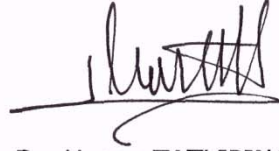
Prof. Dr. Şehsuvar ZEBİTAY

İstanbul Üniversitesi



Prof. Dr. Haşim MUTUŞ

İstanbul Üniversitesi



Prof. Dr. Hasan TATLIPINAR

Yıldız Teknik Üniversitesi



Y. Doç. Dr. Zeynep ÇİÇEK ÖNEM

İstanbul Üniversitesi

ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımdan dolayı çok değerli hocam Prof.Dr.K.Gediz AKDENİZ'e en içten dileklerle teşekkür ederim.

Mayıs, 2008

Beyrul CANBAZ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	I
İÇİNDEKİLER.....	II
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	III
ÖZET	IV
SUMMARY	V
I. GİRİŞ	1
II. GENEL KISIMLAR	3
2.1 ALAN TEORİLERİNE KISA BİR TARİHSEL GİRİŞ.....	3
2.2 NON-LİNEER SPİNÖR DALGA DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ	4
2.3 İNSTANTONLARIN KUANTUM ALAN TEORİSİNDEKİ ÖNEMİ	6
2.4 İNSTANTON DİNAMİĞİNDE KAOTİK ÖZELLİKLER.....	7
III. MALZEME VE YÖNTEM	13
3.1 KONFORMAL DÖNÜŞÜM GRUBU	13
3.2 KÜTLESİZ THİRRİNG MODEL VE HAREKET DENKLEMİ	14
IV. BULGULAR.....	16
4.1 THİRRİNG SPİNÖR İNSTANTONLARI.....	16
4.2 THİRRİNG SPİNÖR İNSTANTONLARININ FAZ UZAYINDAKİ DAVRANIŞLARI.....	19
V. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	28
KAYNAKLAR	32
EKLER	35
ÖZGEÇMİŞ	37

ŞEKİL LİSTESİ

ŞEKİL 2.1	: GARIP ÇEKICILER	11
ŞEKİL 4.1	: $F(z) - G(z)$ UZAYI	20
ŞEKİL 4.2	: $s - F(z)$ UZAYI.....	21
ŞEKİL 4.3	: $s - G(z)$ UZAYI	21
ŞEKİL 4.4	: $F(z) - \dot{F}(z)$ UZAYI.....	22
ŞEKİL 4.5	: $G(z) - \dot{G}(z)$ UZAYI	22
ŞEKİL 4.6	: $\dot{F}(z) - \dot{G}(z)$ UZAYI	23
ŞEKİL 4.7	: $F(z) - G(z)$ UZAYI	24
ŞEKİL 4.8	: $s - F(z)$ UZAYI.....	25
ŞEKİL 4.9	: $s - G(z)$ UZAYI	25
ŞEKİL 4.10	: $F(z) - \dot{F}(z)$ UZAYI.....	26
ŞEKİL 4.11	: $G(z) - \dot{G}(z)$ UZAYI	26
ŞEKİL 4.12	: $\dot{F}(z) - \dot{G}(z)$ UZAYI	27
ŞEKİL 5.1	:DUFFING FAZ UZAYI.....	29
ŞEKİL 5.2	:DUFFING ÇEKICISI	29
ŞEKİL 5.3	: $F(z) - G(z)$ UZAYI.....	30

ÖZET

1958 yılında ilk olarak Walter Thirring tarafından önerilen Kütlesiz Thirring model (1+1) boyutunda tanınmış, kesin çözülebilir bir kuantum alan kuramıdır.

İnstanton hem kuantum mekaniğinde hem de kuantum alanlar teorisinde sonlu sıfırdan farklı eylemlerdeki hareket denklemleri için klasik çözümdür

Tezde W. Thirring tarafından önerilen spinör alanlı, iki boyutlu konformal invaryant non lineer dalga denkleminin nümerik instanton çözümlerinin dinamik yapılaşması ve evrimi incelenmiş ve evrimi ifade eden faz diyagramları çizilmiştir.

SUMMARY

The massless Thirring model is a well-known exactly solvable quantum field theory in (1+1) dimensions, as it has been shown, for the first time, by Walter Thirring in 1958.

An instanton is a classical solution to equations of motion with a finite, non-zero action, either in quantum mechanics or in quantum field theory.

In this thesis, we have investigated dynamic characteristics and evolution of instanton solutions of a two-dimensional conformal invariant wave equation with nonlinear self-coupled spinor term had been proposed by W. Thirring.

I. GİRİŞ

Kütlesiz Thirring model (1+1) boyutunda ünlü, kesin çözülebilir bir kuantum alan kuramıdır, iki boyutlu saf fermiyonsal ve konformal simetriye sahiptir. Modeli 1958 yılında Walter Thirring önermiştir [1]. Daha kesin bir ifade ile Kütlesiz Thirring model, iki boyutta kendi kendine etkileşen tek bir kütlesiz fermiyonun tam olarak çözülebildiği sistemdir. Euler-Lagrange denklemlerinin ve geçerli olan fermiyon veya bozon tekniklerinin özelliklerine dayanarak literatürde pek çok çözüm vardır. Basitliği ve çözünebilirliği göz önünde tutulduğunda bu model alanlar teorisinde yeni fikirler ve metotlar için popüler bir test zemini olmuştur.

İnstantonlar uzay-zaman açılımına sahip soliton tipi çözümlerdir, bu nedenle bunlara teorik fizik ve matematiksel fizikte önemli yerler verilmiştir. İnstantonlar sıfır enerjili çözümlerdir ve eylemleri sonludur. Euclidean uzay-zaman üzerinde klasik alan teorilerinin hareket denklemleri için bir çözümdür. Kuantum karakteri taşırlar, bu nedenle kuarkların vakum durumu olarak yorumlanmışlardır ve sıfır enerjileriyle vakumlar arası geçişi verdiklerinden kuarkların birlikte dolaşmalarını (her zaman ikili ya da üçlü bir yaşantının içine hapsedilmiş olmalarını) açıklamada önem kazanmıştır[2].

Tezi şu şekilde planladık. Genel Kısımlar bölümüne Alan teorilerinin tarihini kısaca anlatarak başladık. Hemen ardından geliştirilmiş olan bazı lineer olmayan spinör dalga denklemleri ve çözümleri hakkında bilgi verdik. Ayrıca tezimiz için önemli olan instantonların fizik camiasındaki öneminden bahsettik. Kaos teorisi hakkında genel bilgiler verdik ve konumuz için önemli olan çekicilerden bahsettikten sonra konuda yapılmış olan gelişmelerden örnekler sunarak bu bölümü bitirdik. Materyal ve Metot bölümünde ise; konformal koordinat dönüşümünün özelliklerini anlattık. 1958 yılında Walter Thirring tarafından önerilen Thirring modeli inceledik. Ayrıca bu bölümde Thirring non lineer fonksiyonlar formundaki instanton çözümünün faz uzayındaki davranışlarını verebilecek non-lineer denklem sistemini bulduk. Bunun için Öklid uzayında yazdığımız Heisenberg ön çözümüyle [3] Gürsey Model için Kortel tarafından uygulanan teknolojiyi takip ettik. Evrime kapalı olmayan, hem uzay ve hem zaman içersinde genişleyen instanton çözümlerinin bulunuşunu yine bu bölümde verdik. Bulgular bölümünde ise Thirring model için bulduğumuz non-lineer denklem sisteminin

nümerik instanton çözümlerinin faz uzayındaki davranışlarını elde ettik ve bu davranışları bağlantı sabitine göre inceledik. Tartışma ve Sonuç bölümünde ise Instanton davranışlarının Duffing tipi dinamiklerle olan benzerliğini yorumlamaya ve bu davranışların kuantum alanlar teorisindeki konformal simetri kırılması teknolojisiyle bulunan sonuçlarla karşılaştırmasını yapmaya çalıştık.

II. GENEL KISIMLAR

2.1 ALAN TEORİLERİNE KISA BİR TARİHSEL GİRİŞ

1926 yılında Schrödinger'in, Bohr tarafından keşfedilen bir atomdaki elektronların acayip davranışlarının de Broglie dalga teorisini kesin matematiksel denklemlere dönüştürmüş olması, yani küçük cisimlerin davranışının non-lineer "kuantum dalga denklemleri" ile belirlenebileceğinin anlaşılması ve 1930'lu yıllarda Dirac tarafından yazılan spinör alanlı non-lineer dalga denklemi çözümlerinin (gene Dirac tarafından bulunan) elektron ve anti-elektron yorumlamasındaki başarısı, teorik fizikçileri yeni non-lineer alan denklemleri yazmaya ve bu denklemlerin fiziksel dalga çözümlerini aramaya teşvik etti. Yeni parçacıkların keşfedilmesi ile bu teorik çalışmalar ve arayışlar daha da cazibeli bir duruma geldi. Özellikle 1950'li yıllardan itibaren teorik fizik dünyasında söz konusu bu çabalarda büyük bir artma gözlemlendi. Tüm parçacıkları kapsayacağı ümit edilen geniş simetrilere sahip birçok sayıda teorik modeller geliştirildi ve önerildi. Non-lineer alan denklemleri üzerine yapılan bu ısrarlı çalışmalar ve arayışlar en sonunda meyvesini verdi. Temel parçacıkları tek bir alan teorisi altında toplayabilmenin önünü açacak matematiksel yapının temelleri atıldı. 1954 yılında iki teorik fizikçi, Yang ve Mills çok önceleri matematikçiler tarafından üzerinde çalışmalar yapılmış Abelyen olmayan Lie gruplarının sınıflandırılmasını bu tip non-lineer alan modellerine uyguladılar.[4] Geometrik olmayan simetrisini de kapsayan (global ayar) ve alanların dinamik yapılaşmasını da verebilecek yerel ayar simetrisine sahip spinli alanları içeren model geliştirdiler.

O yıllardan bugüne alan teorilerinin üzerine yapılan ve yapılanmakta olan çalışmalar sürmektedir; doğadaki gravitasyon dışındaki etkileşimlerin ayar teorilerinin geliştirilmesi, bu teorilerde simetrinin kendiliğinden kırılmasının anlaşılması, zayıf etkileşmelerdeki ara bozonların hızlandırıcılarda bulunması, ayar teorilerinin dinamik özelliklerinin, ara parçacık alış verişi, bu alış verişte ortaya çıkan bozuklukların giderilerek, Feynman diyagramlarıyla ifade edilebilmesi, süper simetri kavramı ve birleşik alan teorileri gibi devrimci görüşler ve buluşlar bu son 30 yıl içine sığmıştır. Parçacık fiziğinin standart modeli diyebileceğimiz bu oluşumlar kümesi kozmolojide de

önemli gelişmelerin önünü açmıştır. Standart modelin arkası üzerine yapılan teorik çalışmalar; kütle çekimli sicim teorileri, yüksek boyutlu modeller sürmektedir.

Parçacık fiziğindeki bu hızlı gelişmeler, modellerle ortaya çıkan non-lineer alan denklemlerin geniş simetrik fiziksel çözümlerinin yeni teknikler geliştirilerek bulunmasını (örneğin yerel ayar teorilerdeki pertürbasyon tekniği) ve bu çözümlerin fiziksel özelliklerinin ve yerinin tartışılmasını hep yanında taşımıştır.

2.2 NON-LİNEER SPİNÖR DALGA DENKLEMLERİ VE ÇÖZÜMLERİ

1950’li yıllar, keşfedilen parçacık sayısındaki hızlı artışın da etkisiyle, teorik fizikte her temel parçacığı bir denklemle ifade etme çalışmalarının yoğunluk kazandığı yıllardı. Parçacıkları bir denklemle ifade etmenin en önemli nedenlerinden biri de Dirac’ın spinli parçacıklar için yazdığı rölativistik kuantum özelliği olan ve fizik literatüründe “ Dirac Denklemi ” olarak bilinen denklemin, elektronun ve anti-elektron özelliklerine uygun sonuçlar vermesiydi [5]. Fakat her parçacığa bir denklem fikrinin, özellikle parçacıkların kuantum sayılarında karışıklıklara yol açacağı da aşıkardı. Born ve Heisenberg bunun tek bir birleşik denklem yazmakla aşılabileceğini öne sürdüler. Bu fizikçilere göre, tüm parçacıkların inşasına olanak verecek bir alan modeli non-lineer yapıda ve fermiyon özelliği olan bir dalga denklemi olmalıydı. Tüm parçacıklar da bu denklemin çözümünü veren fermionsal parçacıklardan oluşmalıydı. Özellikle 1950’ li yıllarda Heisenberg ve öğrencileri bu tip bir alan modeli yazmak için büyük çabalarda bulundular. Heisenberg ve öğrencileri Dirac denklemine benzeyen, kütle terimine ek olarak fermiyonların diğer parçacıkları oluşturabilmesi için; kendi aralarında bütünleşmeleri ifade eden terimi de içeren modeller geliştirdiler. Heisenberg’ in bu çalışmalarından ve çabalarından etkilenen birçok teorik fizikçi de benzer spinör alanlı modeller geliştirdi. Hızlandırıcıların gelişmesiyle bulunan yeni deney sonuçları ve arkasından Yang-Mills tarafından bulunan yerel ayar teorileri Heisenberg’ in bu rüyasına son verdi. Fakat konformal simetrilere sahip spinör alanlı non-lineer modeller spinli parçacıklar olan kuarkların keşfi ile tekrar önem kazandılar [5].

1970’ li yılların sonuna doğru Yang-Mills teorilerinde instanton tipi çözümler bulundu [7]. Bu çözümlerin uzay-zamana bağlı olmaları yanında, vakum özellikleri göstermeleri

parçacık fizikçilerin büyük bir ilgisini çekti [6]. Bu ilgi çeşitli skaler alan modellerinde instanton çözümlerinin bulunması ile kendini gösterdi. Örneğin Alfaro, Fubini ve Furlan Sigma Modelinde instanton çözümleri buldu [8]. Bu gelişmelere paralel olarak Akdeniz ve Smailagic spinör tipi instanton çözümleri bulmak için, iki boyutlu saf fermiyonsal ve konformal simetriye sahip olan kütleli Thirring Modeli [1] üzerinde bir laboratuvar model olarak çalışmalar yaptılar ve bu modelde konformal simetrisinin kırılması ile fermiyon tipi instanton ve meron tipi çözümleri buldular [9]. Spinör tip instanton ve meron çözümlerini dört boyuta taşımak için yeni bir konformal invariant spinör model Akdeniz-Smailagic [10] tarafından önerildi. Bu modelde konformal invariantlığın sağlanması ve etkileşme terimi kuantizasyon için gerekli pertürbasyon tekniklerine uygun olabilmesi için ancak üçüncü mertebeden türevlerle sağlanabildiğinden, model matematik bir model olmaktan öteye gidemedi.

Konformal invariant alan modelleri üzerine yapılan bu çalışmalar üzerine, Akdeniz [11] 1982 yılında yaptığı çalışma ile 1955 yılında Gürsey tarafından geliştirilmiş bir spinör alan dalga denklemini [11] parçacık fizikçilerinin dikkatine sundu. Heisenberg' in rüyasını [12] gerçekleştirmek için Gürsey tarafından önerilen bu denklem konformal simetriye haiz ilk non-linear spinör dalga denklemdir. Bu özelliklerinden dolayı, Gürsey non-linear spinör dalga denklemi (GSM), Dirac denklemine ve Heisenberg ve arkadaşlarının önerdiği denklemlere göre daha geniş dinamik bir simetriye sahiptir. Ayrıca fermiyonların dışındaki diğer spinli parçacık yapılaşmasına da açıktır. 1950'li yıllarda İstanbul Üniversitesinde çalışmakta olan ve Heisenberg'le bu konularda araştırmalar yapmış olan Kortel 1955 yılında GSM nin bir çözüm sınıfını buldu [13]. Kortel'in çözümleri eliptik fonksiyonların bir sınıfıydı ve Kortel bu çözümleri bulabilmek için, Heisenberg ansatzını (ön çözüm) kullanmıştı. Fakat bu çalışmada Kortel, 1950 yıllardaki teorik fizikteki beklentiler ve yönelmeler nedeni ile bulunduğu çözüm sınıfının simetri özelliklerini tartışmamıştır. Akdeniz [9] yaptığı çalışmada GSM de konformal simetrisinin kırılması ile instanton ve meron tipi çözümlerini buldu. Ayrıca gene bu çalışmada Akdeniz, Kortel tarafından 1956 yılında GSM de bulunan çözüm sınıfının içinde Instanton ve Meron tipi çözümlerin mevcut olduğunu gösterdi. Bu çalışma sonrası GSM dört boyutlu ve birinci mertebeden türev içermesi nedeniyle de tekrar teorik fizik dünyasının gündemine geldi ve gerek denklem gerekse model olarak üzerinde birçok çalışma yapıldı. GSM nin diğer fiziksel çözümlerinin bulunmasında,

modelin kuantum özelliklerinin anlaşılmasında ve yeni versiyonların yapılması çalışmalarında da birçok Türk fizikçisinin de imzası vardır [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. Bu önemli çalışmaların çoğu Türkiye’ de yapılmıştır ve birçok tez çalışmasına konu olmuşlardır [21, 22, 23, 24, 25]. Ayrıca son yıllarda GSM’ nin daha yüksek boyuttaki instanton ve meron çözümleri bulundu [26,27].

GSM üzerine son yıllarda yapılan çalışmalarda Türk teorik fizikçilerin sürekli olarak özgün katkıları olmuştur ve olmaktadır. Türk teorik fizikçilerinin bu konuda yaptıkları katkıların cumhuriyet sonrası Türk Bilim Tarihi açısından da çok anlamlı bir yeri vardır.

2.3 INSTANTONLARIN KUANTUM ALAN TEORİSİNDEKİ ÖNEMİ

Instanton hem kuantum mekaniğinde hem de kuantum alanlar teorisinde sonlu sıfırdan farklı eylemlerdeki hareket denklemleri için klasik çözümdür. Daha kesin bir ifadeyle bu Euclidean uzay-zaman üzerinde klasik alan teorilerinin hareket denklemleri için bir çözümdür. Bu gibi bir teoride hareket denklemleri için çözümler eylemin kritik noktaları olarak düşünülebilir. Eylemin kritik noktaları yerel minimum ya da eyer noktaları olarak eylemin yerel maksimumları olabilir. Instantonlar kuantum alan teorisinde önemlidir; çünkü a) onlar bir sistemin, klasik davranış için önde gelen kuantum doğrulamaları olarak yol integrallerinde görülürler ve b) Yang-Mills Teori gibi çeşitli sistemlerde tünelleme davranışları çalışmalarında kullanılabilirler.

Bir teorinin vakum yapısıyla ilgilenen kuantum alan teori çalışma, instantonlara dikkat çekmiştir. Saf bir vakum, bir alan teorisinde gerçek bir vakum olmayabilir. Dahası bir alan teoride gerçek vakum "topological vakum" olarak adlandırılan topolojik olarak eşit olmayan birkaç kesimin üst üste binebilmesidir.

Belirli bir topolojik olarak vakum (gerçek vakumun bir sektörü) Pontryagin dizin olan topolojik olarak bir değişmez tarafından etiketlenmelidir. S^3 nün üçüncü homotopi grubundan tam sayılar kümesi olması gerektiği bulunmuştur.

$$\pi_3(S^3) = \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

$|N\rangle$ tarafından gösterilmiş olan son derece çok topolojik olarak eşitsiz vakum vardır ki burada N Pontryagin dizine karşılık gelenlerdir. Bir instanton Euclidean uzay - zamanda klasik hareket denklemlerini tatmin eden bir yapılanma alanıdır ki bu topolojik olarak farklı vakumlar arasında bir tünelleme etkisi olarak yorumlanılmaktadır. Bu Q olan Pontryagin dizini olarak bir tam sayı tarafından tekrar etiketlenir.

İstantonlar terimi klasik Euclidean alan denklemleri yerleşmiş sonlu eylem çözümlerine karşılık gelir. Bir $|N\rangle$ ve $|N + Q\rangle$ topolojik olarak vakumlar arasında tünellemeyi ölçmekle, Q dizini ile bir instanton hayal edilebilir.

2.4 İNSTANTON DİNAMİĞİNDE KAOTİK ÖZELLİKLER

Kaos, deterministik bir dinamik sistemin, başlangıç koşullarına aşırı duyarlılık gösteren ve genlik, periyot gibi fiziksel parametrelerin zaman içindeki gelişimi kestirilmeyen sonlu ve rastgele davranışları olarak tanımlanır. Deterministik olmayan ve dış etkilerin rastgele olduğu sistemler ise stokastik sistemlerdir. Kaotik davranış, bir sistemde doğan periyodik olmayan, kestirilmeyen ve başlangıç şartlarına hassas bağımlılık gösteren davranıştır. Kaos teorisine göre, varlıkların ve yasaların basit, tahmin edilebilir bir kümesi; karmaşık ve kestirilmeyen bir sonuca sahip olabilir. Çok küçük değişimlerin daha büyük değişimlere yol açması kaosu önemli bir özelliğidir. Bunun örnekleri; hava durumu, borsa, damlayan bir musluk ya da bazen de insan kalbinin atışı olmak üzere kaos birçok yerde karşımıza çıkar.

Kaosun gerisindeki mekanizmaların anlaşılması, yalnızca suda yüzen bir yaprağın davranışı, düzensiz kalp atışları ve damlayan bir muslukta değil; evrenin küçük ve büyük ölçekte pek çok görünümünü anlamamıza da yardımcı olacaktır. Bu özelliği nedeniyle kaos teorisi bütün bilim dallarında yerini almıştır. Kaosun güzel örneklerini matematikte bulmak mümkündür. Görünüşte çok basit problemlerin çözümü son derece karmaşık davranışlar ortaya koymaktadır. Basit olmasına rağmen lineer olmayan bu tür problemlerin çözümü ancak bilgisayarların devreye girmesiyle kolaylaşmıştır. Bu nedenle kaos, bilgisayar çağının bilimi olarak adlandırılabilir.

Kaos teorisi; açık genel çözümleri olmayan, non-linear problemlere değinmemize izin veren matematik, sayısal ve geometrik teknik topluluğudur. Tüm non-linear problemler kaotik değildir ama tüm kaotik problemler non-lineerdir (en azından şimdi için). Non-linear terimin ihmal edilmediği (lineerleştirme yapılmadığı) durum için başlangıç şartlarına hassastır denir. Gerçek problemlerde lineerleştirme yapılmaz. Karmaşıklık hakkında, fraktal (kesirli) geometri; non-linear dinamik hakkında da; Lypanov katsayıları (tezde değinilmemiştir), non-linear integre-diferansiyel denklemler ve tuhaf çekiciler heyecan verici görüşler sunarlar. Kaos, düzenli olmaya oldukça meyilli düzensizliktir. Kaos, dinamik sistemde öngörülemeyen veya rastgele görüşlerin varlığına işaret eder. Linear sistem kaotik salınımlar göstermez; kaotik sistem non-linear eleman ya da özelliklere sahip olmalıdır. Non-linear problemlerin tam çözümü yoktur ve rastgelelik içerir [28].

Deterministik kaos teorisi, determinizm ve olasılığın paradoksal birlikteliğinin teorisidir. Determinist kaos, keyfi rastgelelik değildir; düzen içerir; stokastik çıkış olan rastgeleliğin integral varlığı anlamına gelir. Stokastik süreçte sistemin parametreleri determinist olarak değil, olasılıksal olarak zamanla gelişir. Bu da tahminde belirsizliğe yol açar. Buna göre her model olasılık dağıtımları ve diğer çeşitli istatistiksel faktörler içermelidir. Kaos teorisi determinist ile stokastiğin ortasıdır. Kaotik olmayan sistemler düşük seviye uyarımına duyarlı değildir.

Dinamik kararlılık durumuna göre: sabit, geçici ya da kaotik olabilir. Non-linear, dengesiz, determinist, dinamik olan, rastgelelik içeren (başlangıç koşullarına duyarlı), garip çekicilere ve pozitif Lypanov katsayılarına (tezde değinilmemiştir) sahip sisteme kaotiktir denir. Determinist süreçler için sebep ve etki ilişkisi yoktur. Kaos teorisi uzun süreli tahminler yapamaz; ama kısa süre için belirli şartlar altında, çekici birkaç boyuta sahipken görüş sağlanmasına neden olur. Kaotik hareket için en belirgin işaret periyot çiftleşmesidir [29]. Bir sistemin kaotik olması için;

Sistem non-linear, zaman serileri düzensiz olmalı, rastgele bileşenleri olmalı,
Sistemin davranışı başlangıç şartlarına duyarlı olmalı,
Sistemin garip çekicisi olmalı (kaosun güçlü işareti); genelde bu fraktal boyuta sahip olacağı anlamına gelir.

Lypanov katsayıları pozitif olmalıdır.

Dağıtıcı sistemlerde Kolmogrov entropisi pozitif olmalıdır.

Kaos kuramının kurucularından olan Mandelbrot, geometride kullandığımız düzenli biçimlerin gerçek dünya ile çelişmesini vurgulayarak 1960'larda kaos manzarasının geometrisini keşfetmiştir. Bu geometrinin temel objeleri "fraktal"lardır. Bunlar bir çizgiden daha belirsizdirler ama asla bir düzlemi doldurmazlar. Fraktallar daha küçük ölçülerde tekrar etmeye devam eden motifler sergilerler. Doğadaki şekiller, Öklid geometrisinden daha çok fraktallara yakındır. Bulutlar, kar taneleri, kıyı şeritleri, borsadaki dalgalanmalar ve ağaçların dalları ve yaprakları fraktal benzeri bir niteliğe sahiptir.

Kaos teorisinden çıkmış bir başka önemli kavram da "çekici öge"dir. Doğrusal olmayan pek çok sistem belli bir davranışı tekrarlamak zorundaymış gibi hareket eder. Bu bir çekim kuvveti ya da sistemde amaca yönelik var olma değildir, sadece sistemdeki hareket kuralları temelinde sistemin nereye yöneldiğini belirtir. Dört tür çekici ögeden bahsedilebilir:

Nokta Çekiciler

Periyodik Çekiciler

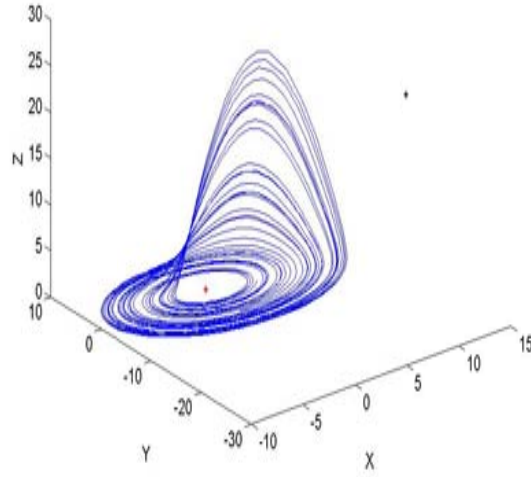
Torus Çekiciler

Tuhaf Çekiciler

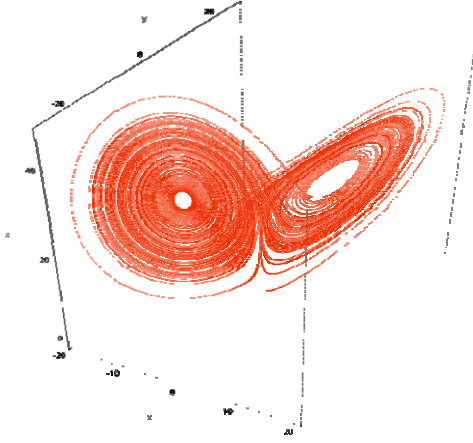
1980'lere kadar bilim adamları, doğal sistemlerin iki tür çekicisi olduğunu düşünmüştür. Nokta çekiciler; bir süre sonra hareketsiz hale gelen, bir noktaya yakınsayan sistemler, periyodik çekiciler ise; durmaksızın aynı yörüngeyi tekrarlayan sistemlerdir. Bu bilgiler ışığında hakim düşünce; "bir sistem ya akar ve bir neticeye ulaşır ya da durmaksızın dalgalanır" şeklindedir. Havanın sürtünmesiyle karşı karşıya olan basit sarkaç nokta çekicilere örnek olarak verilebilir. Periyodik çekicilere ise örnek olarak, bir ormandaki yılanlar ile fareler arasındaki idealleştirilmiş avcı-av sistemi verilebilir. Eğer çok fazla yılan olursa, tavşan nüfusu azalır ve yılanlar yiyecek kaynaklarını yitirir. Ancak, yılanlar açlıktan ölmeye başladığında, fareler kendilerini

rahatsız edecek avcılarının sayısı azaldığından, nüfus olarak tekrar canlanır. Bu şekilde iki hayvan türü birbirleriyle bağlantılıdır, bir çevrime kilitlenmiştir.

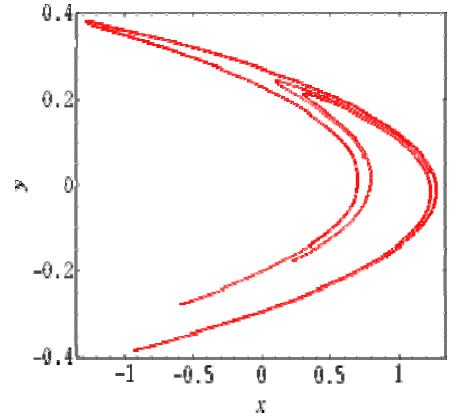
1980'lerde Fransız matematikçisi David Ruelle, tuhaf çekicileri keşfetmiştir. Bu tür çekiciler, kesinlikle kestirilemez olan, kaotik davranış sergileyen çekici öğelerdir. Düzensiz görünmeye meyilli olan tuhaf çekiciler periyodik olmayan dağıtıcı dinamik sistemler için çok önemlidir. Tarif edilmeleri güç olduğundan ancak ekranda görülmeleri gerekir. Kendilerine özgü şekilleri olduğundan bilinen metrikler ve ölçümlerle ifade edilemezler. Karmaşık geometrik özelliklere ve tamsayı olmayan fraktal boyuta sahiptirler. Tuhaf çekicilerde sistemin, kendisini nerede bulacağını bilmesi mümkün değildir. Tam olarak nerede olacağı bilinmese de, bilinen; sistemin, tuhaf çekici üzerinde olacaktır. Bunun nedeni, kaotik çekici dinamiğinin, kendisini hiçbir zaman tekrar etmemesidir. Tuhaf çekicilerin yörüngesi kendi üstüne kapanmaz, ayrı olarak bulunur ve başlangıç durumuna duyarlıdır. Bu kaos ve tuhaf çekicilerin karakteristiğidir ama bu çekicilerin kaotik olma zorunluluğu yoktur. Tuhaf, çekicinin geometrisine; kaotik ise dinamiğine işaret eder. Kaotik çekiciler aynı zamanda tuhaf olabilirler [28]. Bunlara örnek olarak Rössler çekicisi, Lorentz çekicisi ve Henon çekicisi verilebilir.



(a)



(b)



(c)

Şekil 2.1: Garip çekiciler

(a) Rössler çekicisi, (b) Lorenz çekicisi, (c) Henon çekicisi

Şekil 2.1 (a) Rössler çekicisinin ifade ettiği sistem tek noktaya çekiliyor; tek denge noktasına sahip. (b) Lorenz çekicisi iki noktaya çekilen; iki denge noktasına sahip sistemin dinamiğine işaret ediyor. Lorenz denklemleri, hava tahminlerinde kullanılıyordu. Başlangıç şartlarına olan duyarlılık nedeniyle, uzun süreli tahminlerin yapılamayacağı anlaşıldı. (c) Gökbilimci olan Henon yıldızların yörüngelerini tanımlayan bir model çalışmaları sırasında yumurta biçimli kapalı bir eğri elde etti.

Çalışmalarının sonucunda bu eğrinin bir çekiciye ait olabileceğini düşündü. Sonunda kendi adıyla anılan bir çekici bulmuş oldu. Bir Henon çekicisini, bilgisayar yardımıyla ne kadar büyütülürse büyütülsün yine çok sayıda yörüngelerden oluşan bir görüntü elde edilir.

Kaos, sistemde yakında vuku bulacak bir durumun uyarıcısı olarak yararlı olmakta, bazen de probleme yol açmaktadır. Düzen kaosa bozunabileceği gibi, kaos da düzene bozunabilir. Deneysel olarak laboratuarda kaosun kontrolü başarıldı. Kaos varlığında sistem, kontrol edilip istenen duruma getirebilir, kontrol sağlanması sabit değildir eğilebilir. Kaos kontrolünde teorik ve deneysel araştırmalar kaosu bir işaretleyici olarak kullanmayı önerir [28].

III. MALZEME VE YÖNTEM

3.1 KONFORMAL DÖNÜŞÜM GRUBU

Konformal bir simetri altında değişmeyen spinör alanları içeren bir Lagrange fonksiyonunda (modelde) vakum beklenen değerine tekabül edecek bir klasik çözümün konformal simetriyi kendiliğinden nasıl kırdığını ve bu kırılmayla instanton çözümlerinin ne gibi bir teknikle bulunduğunu anlayabilmek için konformal koordinat dönüşümlerini ve bu dönüşümleri oluşturduğu Lie cebirini görelim.

Dört boyutlu konformal dönüşüm grubu;

$$\begin{aligned}
 \text{Öteleme} & & : x_\mu \rightarrow x_\mu = x_\mu + a_\mu & & (\text{Jeneratörü } P_\mu) \\
 \text{Dönme (uzay-zaman)} & & : x_\mu \rightarrow x_\mu = \Omega'_\mu{}^\nu x_\nu & & (\text{Jeneratörü } M_{\mu\nu}) \\
 \text{Dilatasyon (eşel invaryant)} & & : x_\mu \rightarrow x'_\mu = \rho x_\mu & & (\text{Jeneratörü } D_\mu) \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Koordinat dönüşümleri ile ve buna eklenen, sırasıyla tersine çevirme, ötelenme ve tekrar tersine çevirme koordinat dönüşümlerinin arka arkaya tekrarlanmasından meydana gelmiş

$$x_\mu \rightarrow x_\mu = \frac{x_\mu + x^2 c_\mu}{1 + 2\vec{x} \cdot \vec{c} + c^2} \quad (\text{Jeneratörü } K_\mu) \quad (3.2)$$

özel konformal koordinat dönüşümleri adı verilen dönüşümlerden oluşur.

1975-1976 yıllarında skaler alanlarda konformal simetrinin kendiliğinden kırılarak instanton tipi çözümlerin bulunması [7,8] sonrasında 1979 yılında spinör alanlar için instanton tipi klasik çözümler konformal simetrinin kendiliğinden kırılmasıyla ilk kez Thirring modelde bulunmuştur [9]. Ancak bu modelde konformal Simetri, ψ bir spinör alanı göstermek üzere

$$\langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle \neq 0 \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanan vakumun beklenen değerinin sıfırdan farklı seçilmesiyle kendiliğinden kırılmasıyla bulunmuştur.

Kendiliğinden simetri kırılması, dejenere vakum sistemlerinde Lagrangiyende, vakum değerlerinden biriyle çalışma zorunluluğu olması ve vakumun Lagrangiyenin simetrisini paylaşmamasından dolayı dışarıdan hiçbir vasıta olmadan gerçekleşir. Örneğin gravite üç boyutlu simetriyi aşağı ve yukarıyı, sağ ve soldan çok farklı yaparak kırar ya da ince plastik bir cetvel aynı anda kenarlarından sıkılırsa eğri bir görünüş alır. Cetvel hem sağa hem de sola eğilebilir ikisi de sistemin temel seviyeleridir, her biri sağ sol simetriyi kırar. Kendiliğinden olan bu simetri kırılması, sadece iki temel seviyeyle olan simetridir. Sürekli simetriler daha ilginçtir: Cetveli, plastik bir örgü şişi ile değiştirelim. Örgü şişi sadece sağa veya sola değil her yöne bükülür. Sürekli simetri durumunda kütleli skaler (0-spin) parçacıkların belirmesi dikkate değerdir. Bu Goldstone bozonları, mümkün iki vakum değerini birbirine bağlayan 0-enerji uyarımlarıdır.

3.2 KÜTLESİZ THİRRİNG MODEL VE HAREKET DENKLEMİ

1958 yılında Thirring tarafından önerilen bu Thirring modelinin Lagrange fonksiyonu

$$L = i\bar{\psi}\sigma_{\mu}\partial_{\mu}\psi + \frac{g}{2}(\bar{\psi}\psi)^2 \quad (3.4)$$

dur. Burada g bağlantı sabiti boyutsuz bir parametre ($g > 0$), σ ise iki boyutlu Pauli spin matrisleridir.

Modelin hareket denklemi, Euler Lagrange formalizminden

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} = \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial_\mu \psi} \right) \quad (3.5)$$

elde edilen hareket denklemi

$$i\sigma_\mu \partial_\mu \psi + g(\bar{\psi}\psi)\psi = 0 \quad (3.6)$$

dir.

IV. BULGULAR

4.1 THİRRİNG SPİNÖR İNSTANTONLARI

1956 yılında Kortel tarafından Gürsey Model’de [9,10] bir çözüm sınıfı bulmak için kullanılan Heisenberg ön çözümü [3]; c keyfi bir spinör sabiti, $\chi(s)$ ve $\varphi(s)$ reel fonksiyonlar ve

$$s = x_\mu^2 = t^2 + x^2 \quad (4.1)$$

olmak üzere,

$$\psi = [ix_\mu \sigma_\mu \chi(s) + \varphi(s)]c \quad (4.2)$$

dır. (4.2) Heisenberg ön-çözümünü ve bu çözüm için

$$\sigma_\mu \partial_\mu \psi = \sigma_\mu \partial_\mu [ix_\mu \sigma_\mu \chi(s) + \varphi(s)]c \quad (4.3)$$

$$\sigma_\mu \partial_\mu \psi = \left[2i\chi(s) + 2is \frac{d\chi(s)}{ds} + 2x_\mu \sigma_\mu \frac{d\varphi(s)}{ds} \right] c \quad (4.4)$$

$$-ig(\bar{\psi}\psi) = -ig[s\chi^2(s) + \varphi^2(s)]\bar{c}c \quad (4.5)$$

Sigma matrisli türev operatörü ifadesini(sigma matrisleri ve bu türev operatörünün yapısı Ek.2 de açık olarak verilmiştir.) hesaplayıp (3.6) denkleminde yerine koyarsak, $\chi(s)$ ve $\varphi(s)$ fonksiyonları için aşağıdaki lineer olmayan (non-lineer) diferansiyel denklem sistemini buluruz.

$$2\chi(s) + 2s \frac{d\chi(s)}{ds} - g\varphi(s)[s\chi^2(s) + \varphi^2(s)]\bar{c}c = 0 \quad (4.6)$$

$$2 \frac{d\varphi(s)}{ds} + g\chi(s)[s\chi^2(s) + \varphi^2(s)]\bar{c}c = 0 \quad (4.7)$$

Ayrıca,

$$\chi(s) = A|s|^{-\sigma}F(z) \quad (4.8)$$

$$\varphi(s) = B|s|^{-\tau}G(z) \quad (4.9)$$

$$z = \ln|s| \quad (4.10)$$

ifadelerini tanımlayıp bu ifadeleri (4.6) ve (4.7) denklemlerinde yerine koyarak, $F(z)$ ve $G(z)$ boyutsuz fonksiyonlara bağlı olacak şekilde yapacak olursak.

Yukarıda non-lineer denklemdeki türev ifadelerini $F(z)$ ve $G(z)$ gibi boyutsuz fonksiyonlara bağlı olacak şekilde yazarsak,

$$\dot{\chi}(s) = \frac{d\chi(s)}{ds} = -A\sigma|s|^{-\sigma-1}F(z) + A|s|^{-\sigma}\frac{1}{s}\dot{F}(z) \quad (4.11)$$

$$\dot{\varphi}(s) = \frac{d\varphi(s)}{ds} = -\tau B|s|^{-\tau-1}G(z) + B|s|^{-\tau}\frac{1}{s}\dot{G}(z) \quad (4.12)$$

elde ederiz. Non-lineer kısmı da;

$$g\varphi(s)[s\chi^2(s) + \varphi^2(s)]\bar{c}c = gB|s|^{-\tau}G(z)[sA^2|s|^{-2\sigma}F^2(z) + B^2|s|^{-2\tau}G^2(z)]\bar{c}c \quad (4.13)$$

yazabiliriz ve çözüm için;

$$\tau = \frac{1}{4} \quad , \quad \sigma = \tau + \frac{1}{2} \quad (4.14)$$

$$A^2 = B^2 \quad (4.15)$$

elde eder ve denklemlerde yerlerine yazarsak;

$$2A|s|^{-\sigma}\dot{F}(z) + A|s|^{-\sigma}(2 - 2\sigma)F(z) - \alpha BA^2|s|^{-\sigma}G(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.16)$$

$$2B|s|^{-\tau-1}\dot{G}(z) - 2\tau B|s|^{-\tau-1}G(z) + \alpha AB^2|s|^{-\tau-1}F(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.17)$$

ve sadeleştirmeler sonunda;

$$2\dot{F}(z) + \frac{1}{2}F(z) - gABG(z)(F^2(z) + G^2(z))\bar{c}c = 0 \quad (4.18)$$

$$2\dot{G}(z) - \frac{1}{2}G(z) + gABF(z)(F^2(z) + G^2(z))\bar{c}c = 0 \quad (4.19)$$

$F(z)$ ve $G(z)$ ' ye bağlı boyutsuz denklem sistemi elde ederiz.

$$\bar{c}c = \pm \frac{\text{sabit}}{g} \quad (4.20)$$

İnstantonların kararlı ve eylemleri sonlu olan çözümleri için (4.20) bağıntısı sağlanmalıdır[9].

Bu durumda (4.20) bağıntısına göre denklemlerimizde;

$$\bar{c}c = + \frac{AB}{g} \quad (4.21)$$

dir. Burada A ve B sabitlerdir. İntanton çözümleri için AB değeri 1 olarak seçebiliriz.

Böylece katsayının instanton çözümleri için;

$$gAB\bar{c}c = 1 \quad (4.22)$$

olduğunu söyleyebiliriz.

Sonuç olarak bu işlemlerle denklem (4.18) ve (4.19)' den

$$2\dot{F}(z) + \frac{1}{2}F(z) - G(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.23)$$

$$2\dot{G}(z) - \frac{1}{2}G(z) + F(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.24)$$

şeklinde instanton çözümleri için $F(z)$ ve $G(z)$ ' ye bağlı boyutsuz denklem sistemi elde ederiz.

Ayrıca $\bar{c}c < \frac{1}{g}$ olduğu durum için keyfi bir değer seçilerek yapılan bir uygulama ile $F(z)$ ve $G(z)$ ' ye bağlı boyutsuz lineer olmayan denklemlerin faz uzayı incelemesi yapılarak, değişim inceleyebiliriz. Bu keyfi değeri 0.06 seçecek olursak

$$2\dot{F}(z) + \frac{1}{2}F(z) - 0.06G(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.25)$$

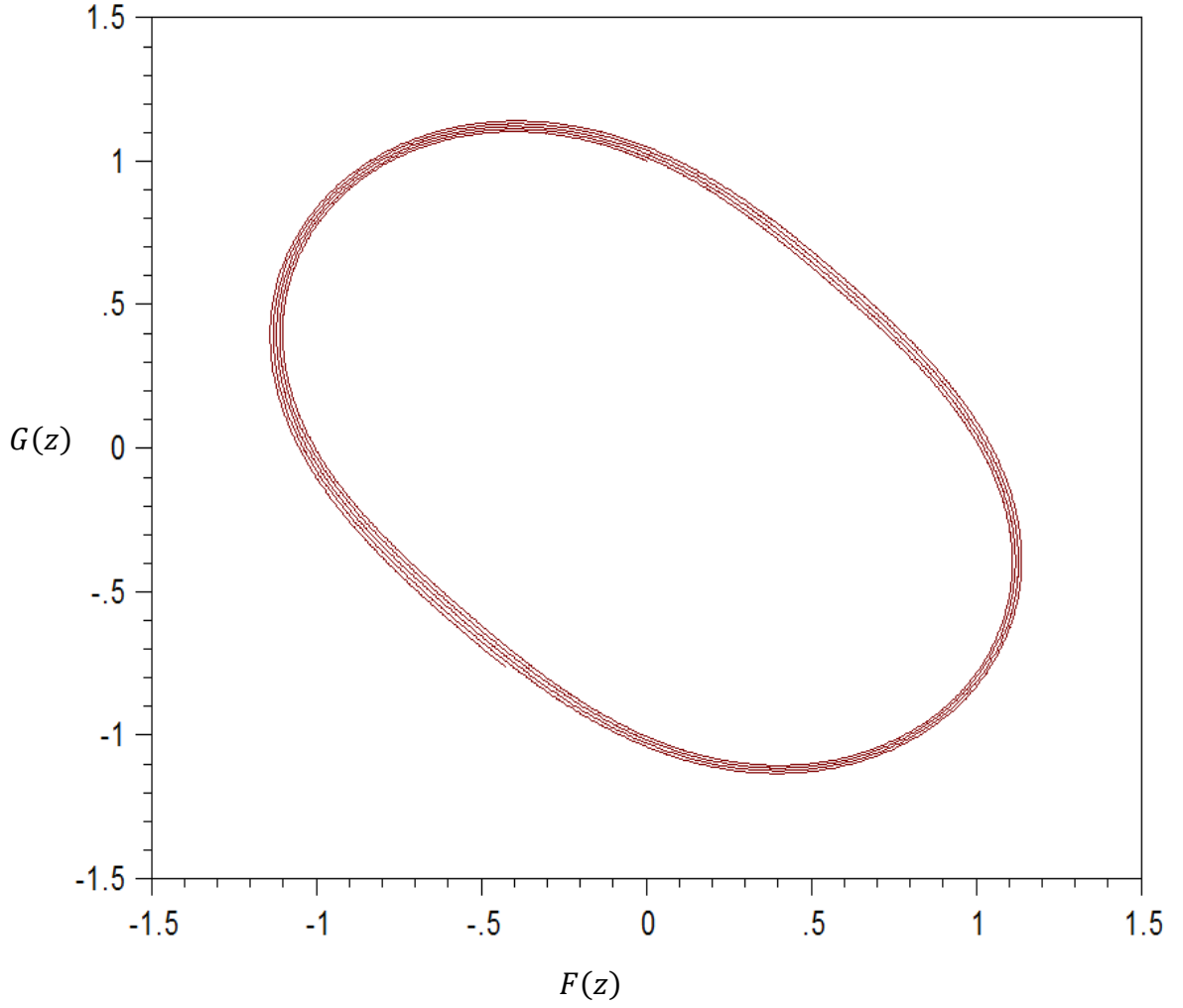
$$2\dot{G}(z) - \frac{1}{2}G(z) + 0.06F(z)(F^2(z) + G^2(z)) = 0 \quad (4.26)$$

denklem sistemini elde ederiz.

4.2 THİRRİNG SPİNÖR İNSTANTONLARININ FAZ UZAYINDAKİ DAVRANIŞLARI

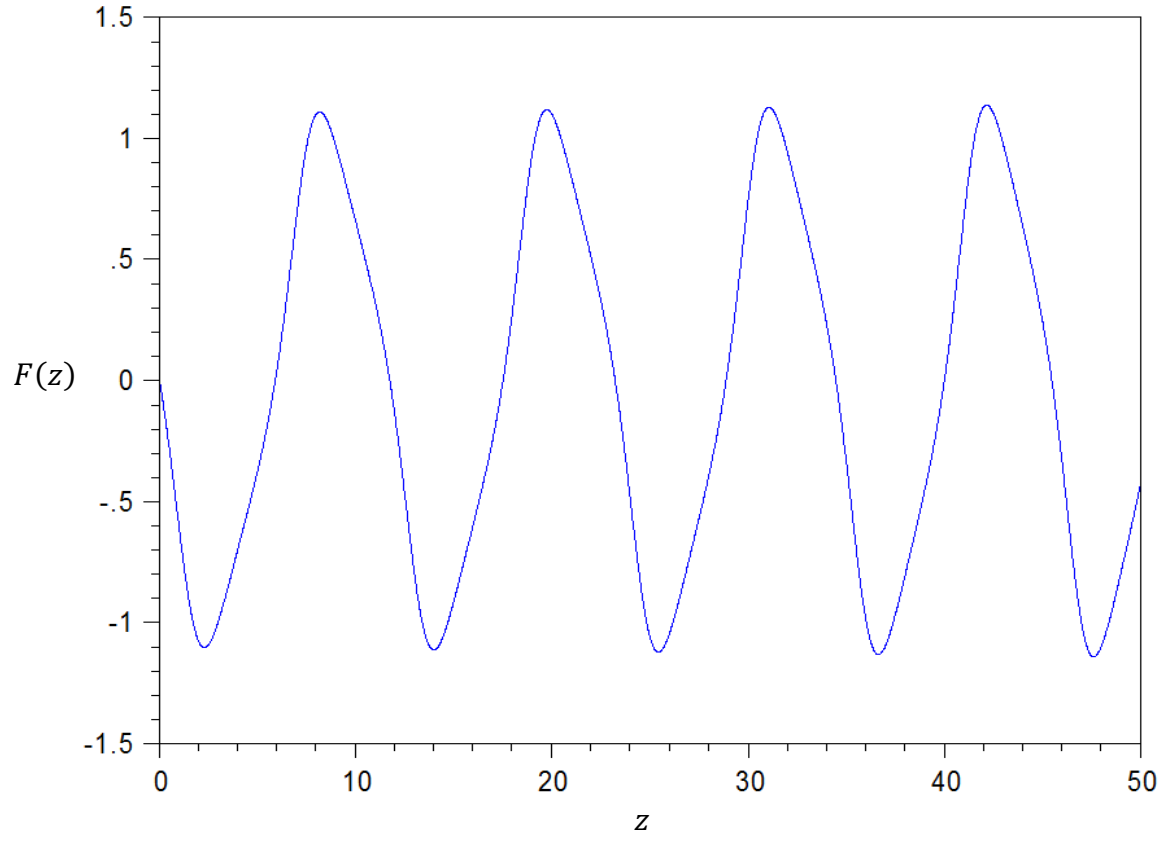
Bu kısımda Thirring Model instanton çözümlerinin dinamik yapısını nümerik olarak inceliyoruz. Non-lineer denklemlerin tam çözümlerinin olmaması, faz diyagramları ve garip çekicilerin non-lineer dinamik yapı hakkında bilgi vermesi nedeniyle; non-lineer denklem çözümlerinin dinamiği ve evrimi hakkında görüşe sahip olmak için, nümerik yöntemlere ve bu yöntemlerden elde edilen çözümlerin faz uzaylarına müracaat edilmektedir.

Tezimizin özgün kısmını oluşturan Thirring spinör instantonlarının faz uzayındaki davranışları bölümünde ilk olarak instanton çözümleri için Şekil 4.1 ile $F(z) - G(z)$ 'ye göre denklem (4.23) ve (4.24) ile çizilen faz diyagramını veriyoruz. Devamında gelecek olan Şekil - 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 da denklem (4.23) ve (4.24) için çizilmiştir.

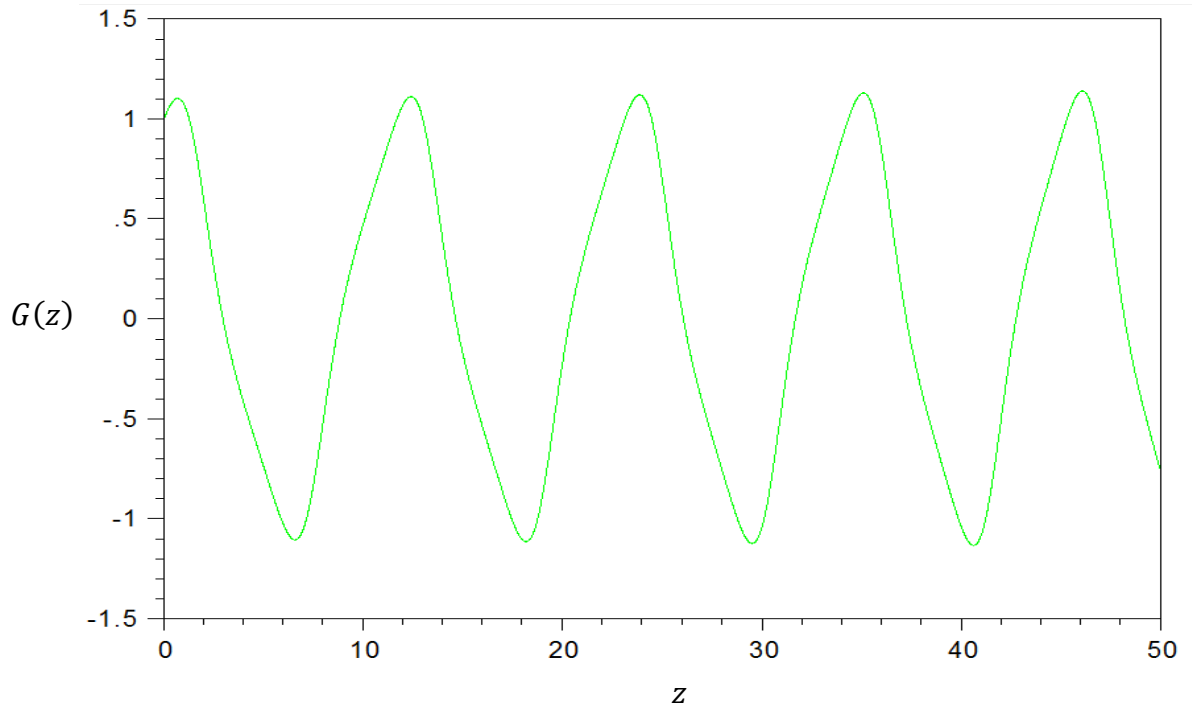


Şekil 4.1: $F(z) - G(z)$ uzayı

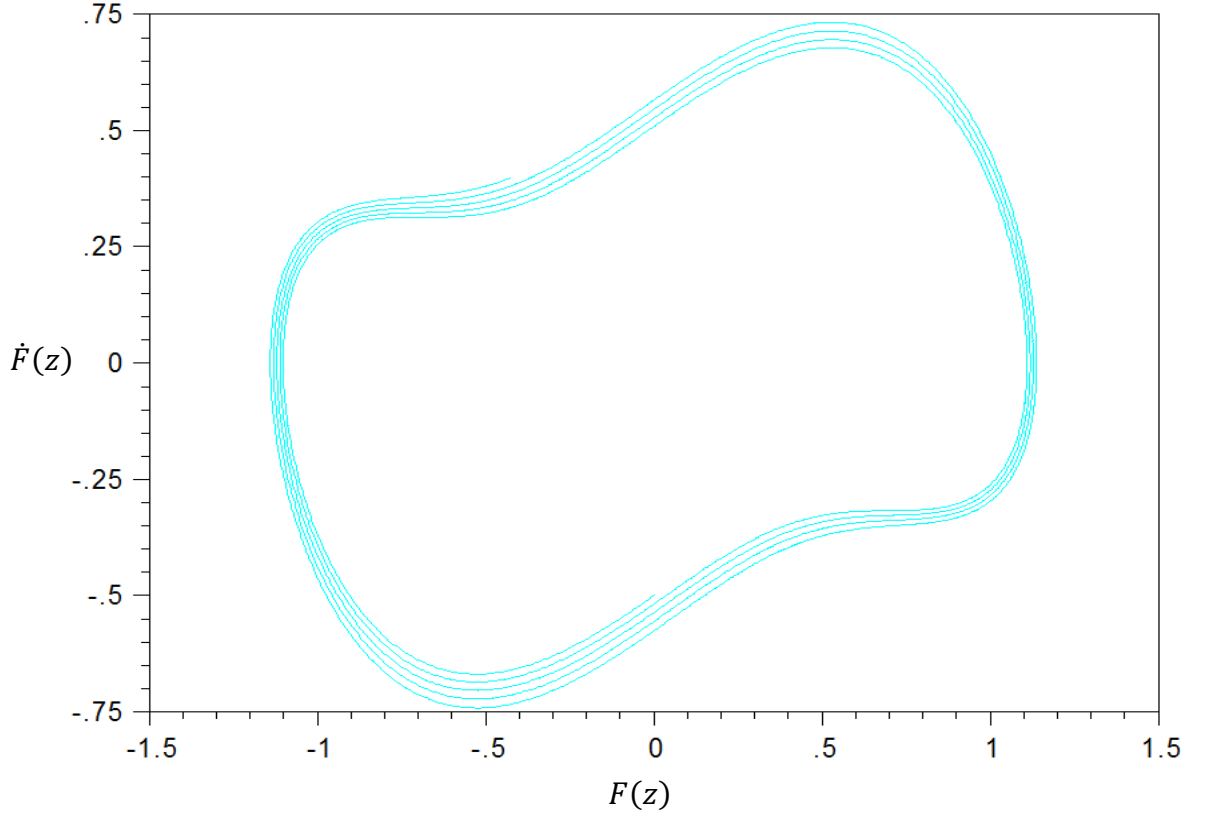
$F(z) - G(z)$ e göre çizilen Şekil 4.1 denklem sisteminin uzaysal faz diyagramı olarak tanımlanır. Şekilden de görülebileceği gibi $F(z) - G(z)$ ye göre çizilen diyagram bize kapalı bir sistem vermektedir. Buradan da $F(z) - G(z)$ nin birlikte kararlı olduğu sonucuna varıyoruz.



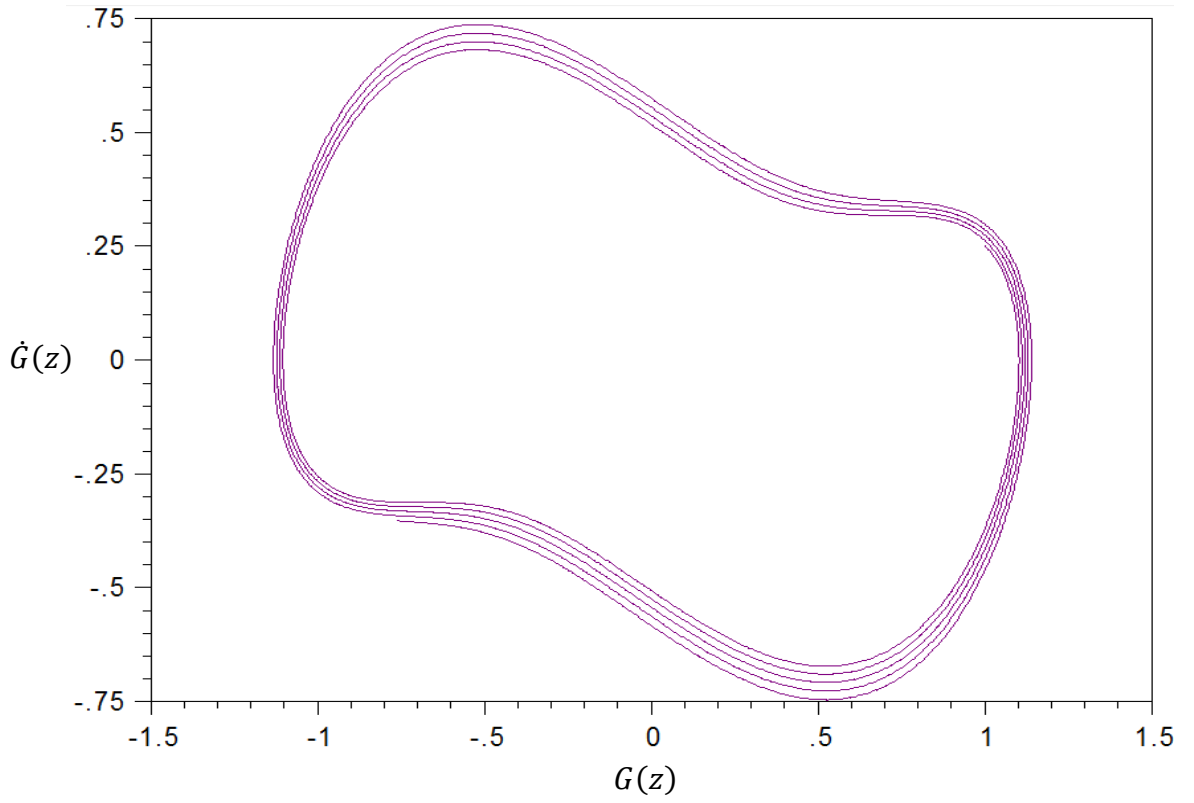
Şekil 4.2: $z - F(z)$ uzayı



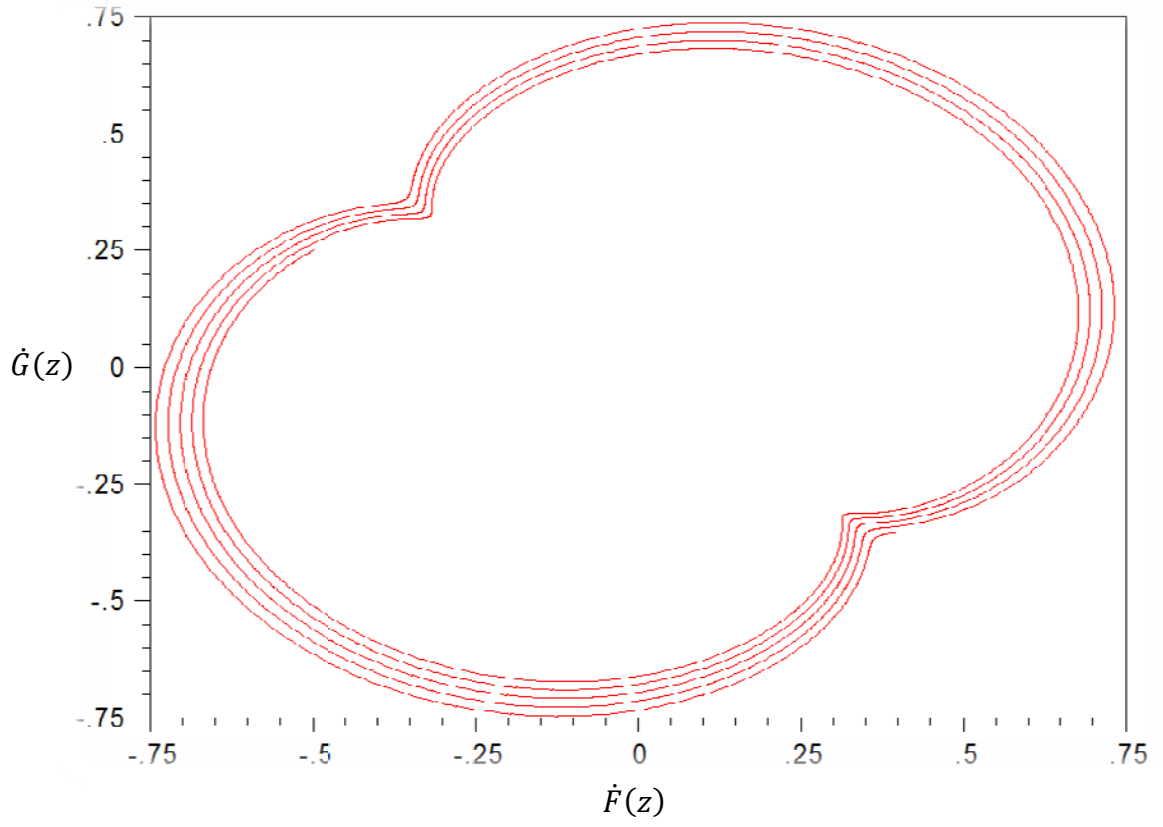
Şekil 4.3: $z - G(z)$ uzayı



Şekil 4.4: $F(z) - \dot{F}(z)$ uzayı



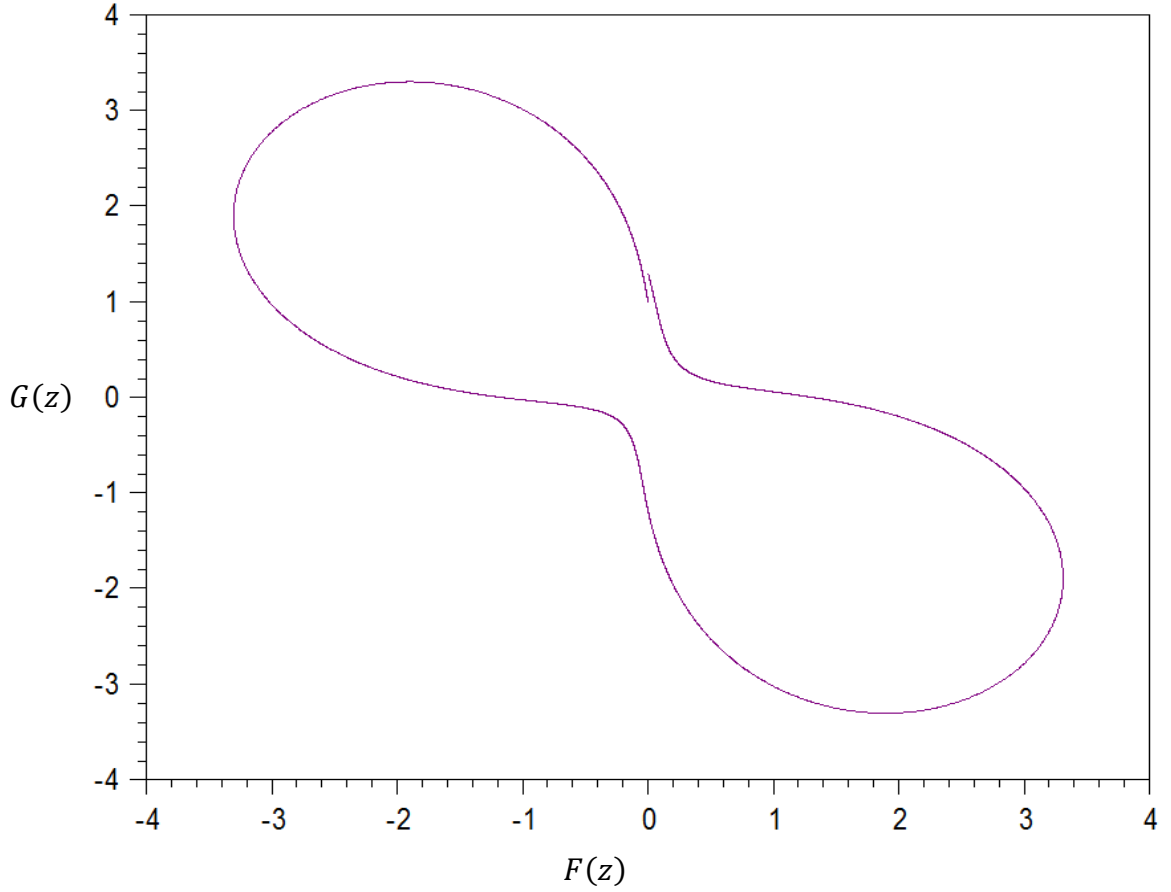
Şekil 4.5: $G(z) - \dot{G}(z)$ uzayı



Şekil 4.6: $\dot{F}(z) - \dot{G}(z)$ uzayı

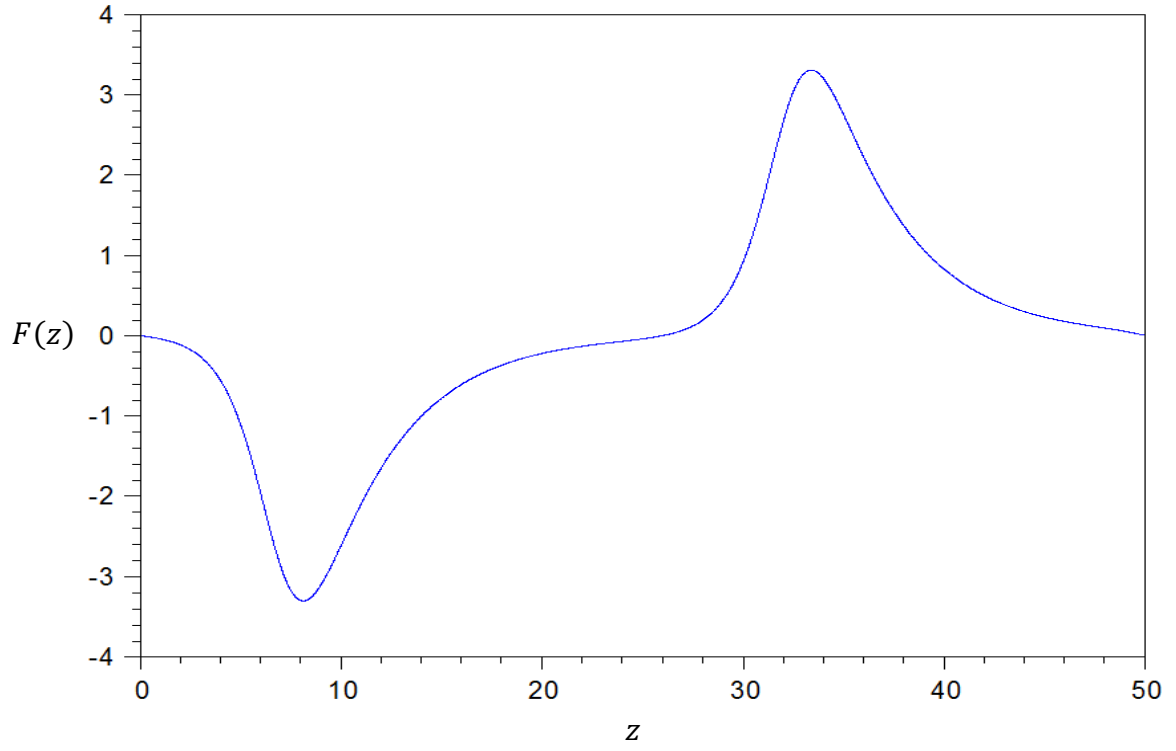
Şekil, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 runge kutta metodu ve w-plot grafik programı kullanılarak çizilen $F(z) - G(z)$, $z - F(z)$, $z - G(z)$, $F(z) - \dot{F}(z)$, $G(z) - \dot{G}(z)$ ve $\dot{F}(z) - \dot{G}(z)$ faz uzaylarını göstermektedir.

Şekil - 4.7 ve devamında gelecek Şekil - 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12; denklem (4.25) ve (4.26) için çizilmiştir.

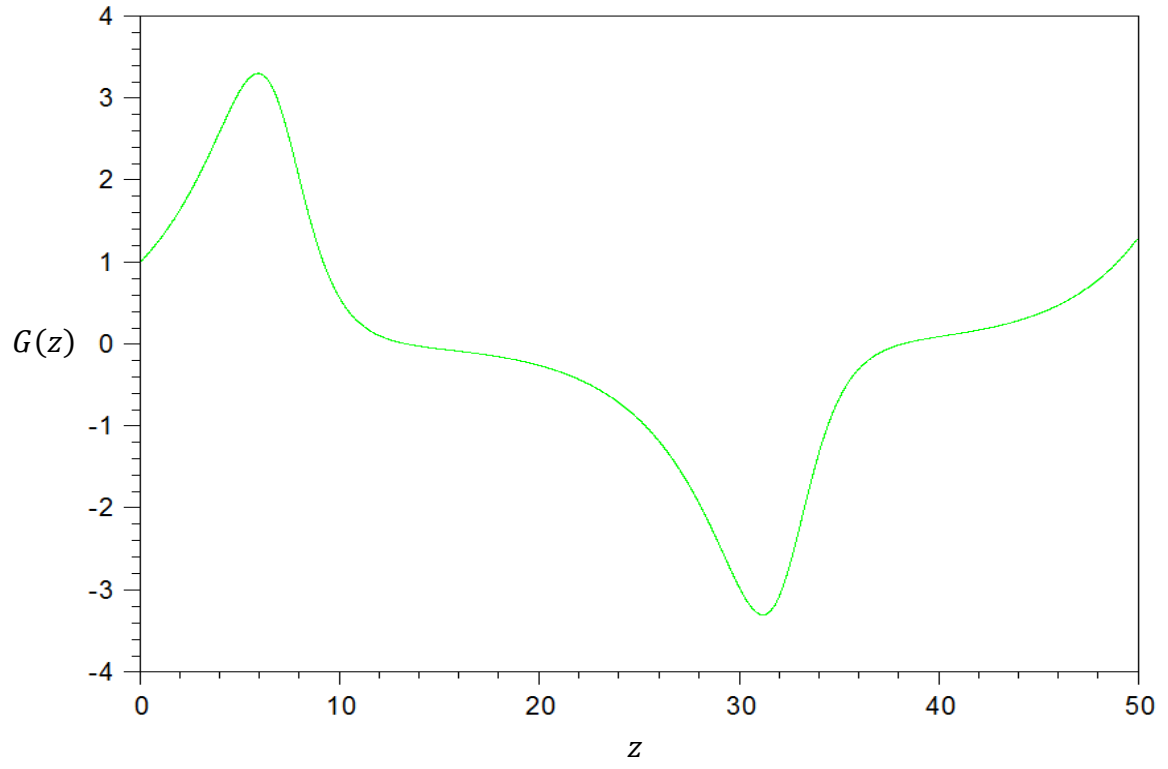


Şekil 4.7: $F(z) - G(z)$ uzayı

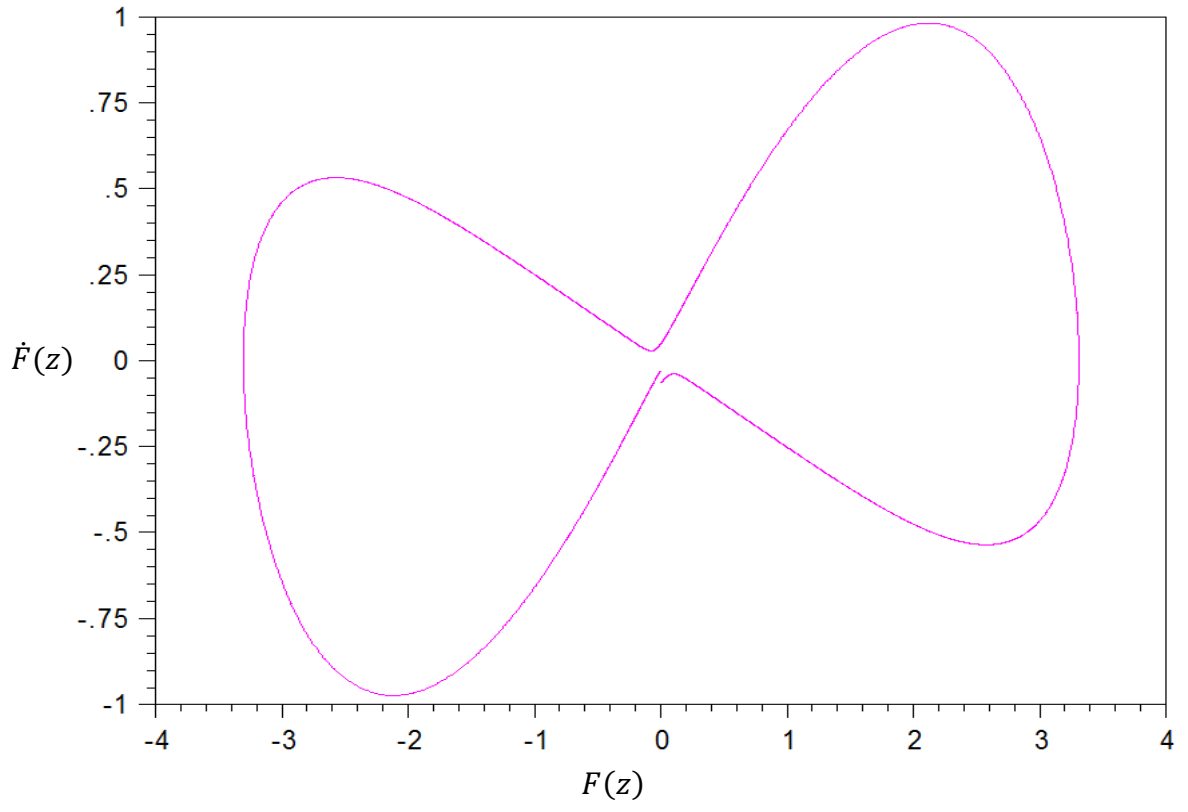
$F(z) - G(z)$ e göre çizilen Şekil (4.7) denklem sisteminin uzaysal faz diyagramı olarak tanımlanır. Şekilden de görülebileceği gibi $F(z) - G(z)$ ye göre çizilen diyagram bize kapalı bir sistem vermektedir. Buradan da $F(z) - G(z)$ nin birlikte kararlı olduğu sonucuna varıyoruz.



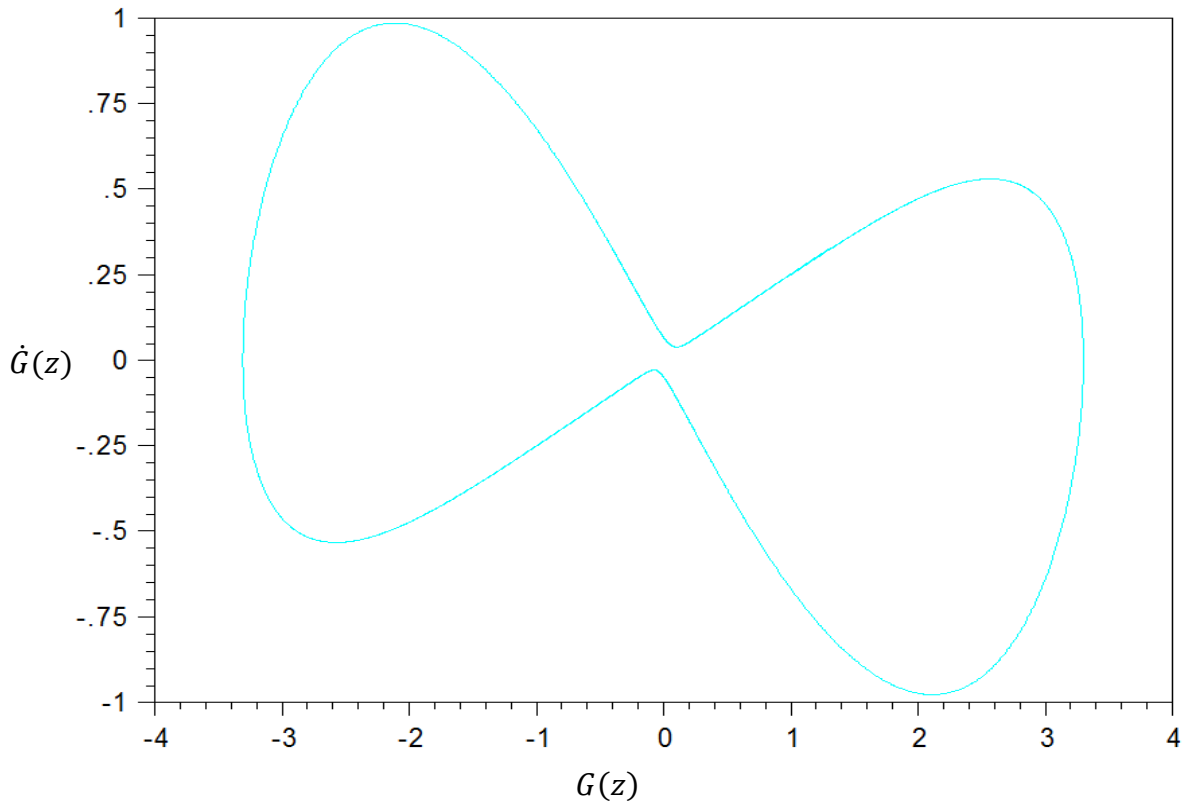
Şekil 4.8: $z - F(z)$ uzayı



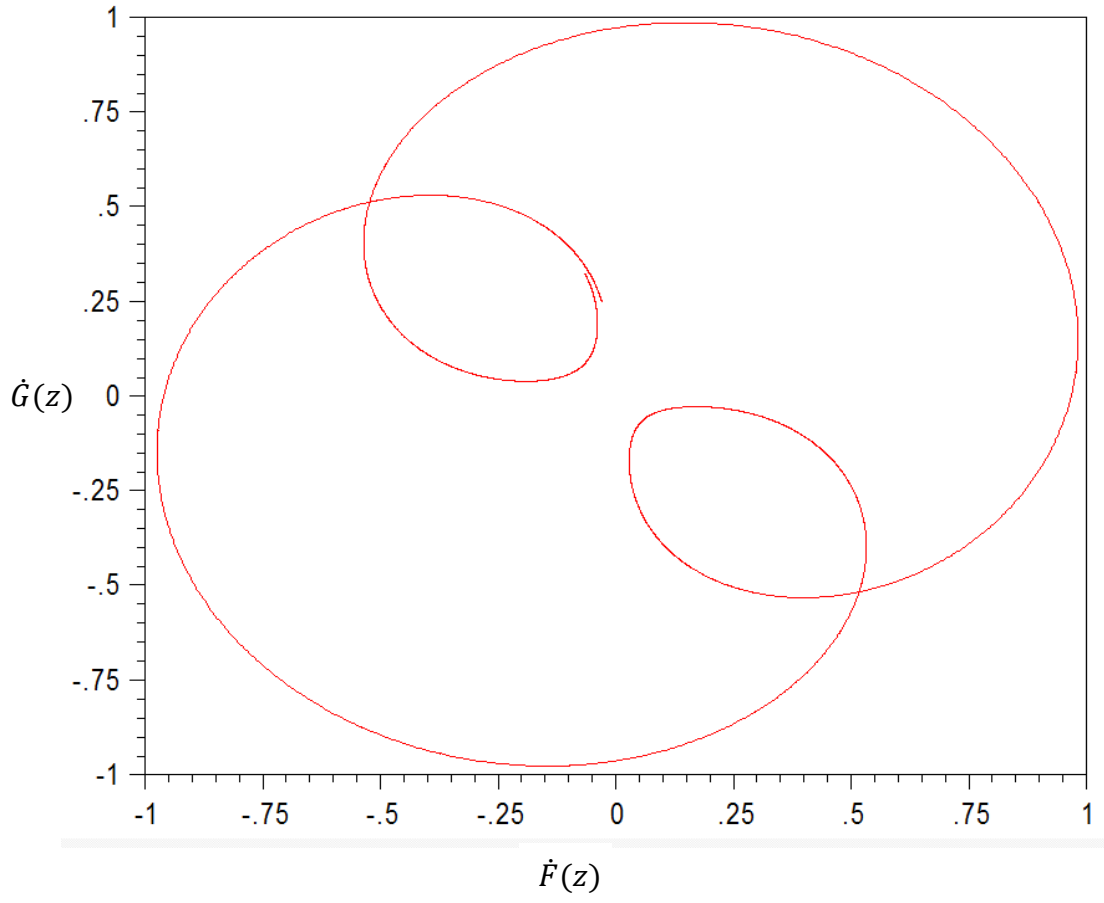
Şekil 4.9: $z - G(z)$ uzayı



Şekil 4.10: $F(z) - \dot{F}(z)$ uzayı



Şekil 4.11: $G(z) - \dot{G}(z)$ uzayı



Şekil 4.12: $\hat{F}(z) - \hat{G}(z)$ uzayı

Şekil, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 runge kutta metodu ve w-plot grafik programı kullanılarak çizilen $F(z) - G(z)$, $z - F(z)$, $z - G(z)$, $F(z) - \hat{F}(z)$, $G(z) - \hat{G}(z)$ ve $\hat{F}(z) - \hat{G}(z)$ faz uzaylarını göstermektedir.

V. TARTIŞMA VE SONUÇ

Tezimizin Genel Kısımlar bölümünde Alan Teorilerine kısa bir tarihsel giriş yaptıktan sonra non-linear spinör dalga denklemleri ve çözümlerinin yanı sıra bu alanda katkıda bulunan fizikçileri inceledik. Son olarak instantonların kuantum alan kuramındaki öneminden ve instanton dinamiğinde kaotik özelliklerden bahsettik.

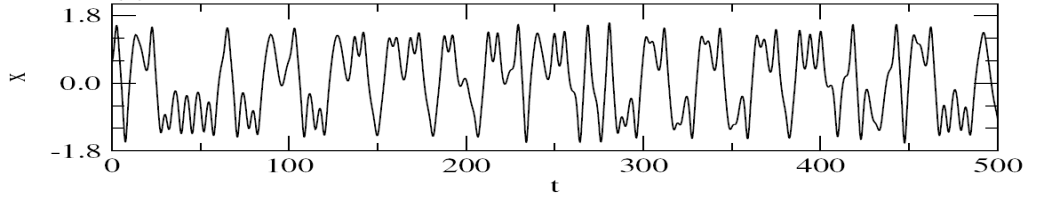
Malzeme ve Yöntem kısmında Thirring Modelin evrime kapalı olmayacak instanton çözümlerinin dinamiklerini incelemeyi önce, konformal dönüşüm gurubu hakkında bilgi verdik ve Thirring Model hareket denklemini çıkardık.

Tezimizin özgün kısmını oluşturan Bulgular bölümünde Thirring Modelin eliptik fonksiyonlar çözüm sınıfını bulmak için Öklid uzayında yazdığımız Heisenberg ön-çözümünü kullanarak nümerik çözümler elde etmemizi sağlayacak olan non linear denklemler elde ettik. Thirring Modelin' in instanton yapısının faz uzaylarındaki dinamiğini nümerik yöntemlere başvurarak inceledik.

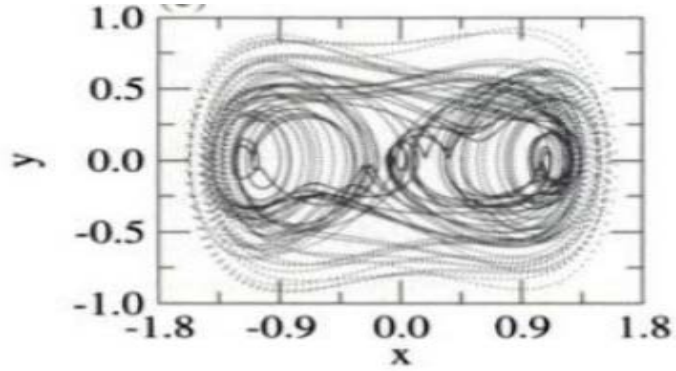
$F(z) - G(z)$ e göre çizilen Şekil 4.1. instanton çözümleri için (4.23) ve (4.24) denklem sisteminin uzaysal faz diyagramı olarak tanımlanır. Şekilden de görülebileceği gibi $F(z) - G(z)$ ye göre çizilen diyagram bize kapalı bir sistem vermektedir. Sistem otonomdur ve uzay-zaman açılımında davranışı kararlılık göstermektedir.

Şekil 4.2, 4.3 de boyutsuzlaştırdığımız uzay-zaman ile fonksiyonumuzun meydana getirdiği faz uzayı gösterilmektedir. Şekil 4.4, 4.5 de ise bu fonksiyonumuz ile türevinin oluşturduğu faz uzayı gösterilmektedir. Bu şekilleri incelediğimizde Şekil 4.2, 4.3 ü zaman-konum benzetimi ilişkisiyle kararlı bir Duffing titreşici özelliği göstermektedir. Buradan da Şekil 4.4, 4.5 teki faz uzayları incelendiğinde sistemin davranışlarında herhangi bir dağılıma olmadığını ve sistemin kararlılık gösterdiği görülmektedir. $F(z) - \dot{F}(z)$ ve $G(z) - \dot{G}(z)$ faz uzayları, konum ve hız benzerliği ile kararlı bir Duffing çekicisi olan limit daire özelliği sunmaktadır.

Duffing denklemi önemli bir non-lineer diferansiyel denklemdir ve bir örnek çözümü Şekil 5.1 de gösterilmiştir[29].



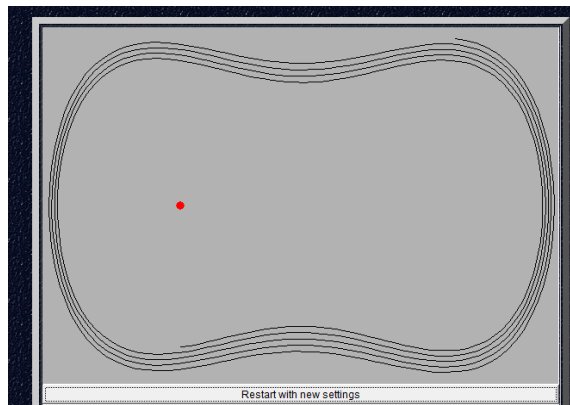
(a)



(b)

Şekil 5.1

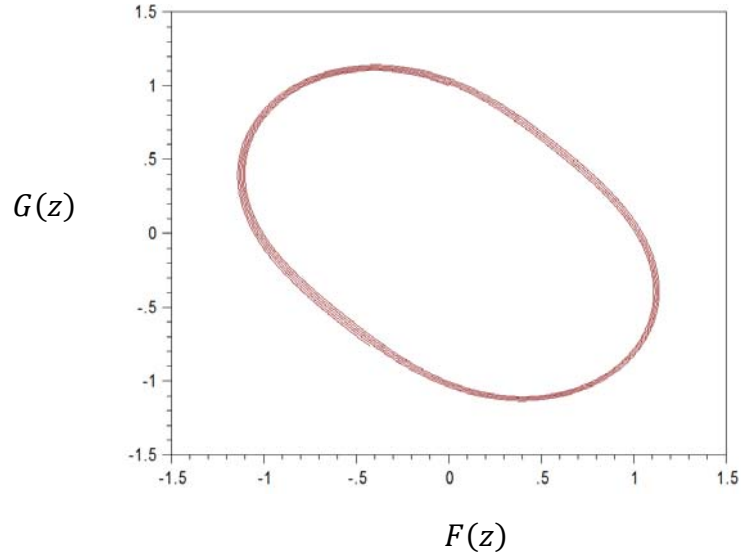
Şekil 5.1 a) Duffing denklem çözümünün zamanın konuma göre faz uzayını göstermektedir. b) Duffing denklem çözümünün konumun hız ile değişimini gösteren faz uzayıdır.

**Şekil 5.2**

Şekil 5.2 de görünen Duffing çekicisi sistemimizin Duffing çekicisine benzemektedir.

Aynı şekilde $\bar{c}c < \frac{1}{g}$ olduğu keyfi bir durum olan $gAB\bar{c}c = 0.06$ ile elde ettiğimiz (4.25) – (4.26) denklem sisteminin $F(z) - G(z)$ e göre çizilen uzaysal faz diyagramı Şekil 4.7 de gösterilmiştir. Burada da çizilen diyagramın kararlı bir sistem olduğu gözlenmektedir.

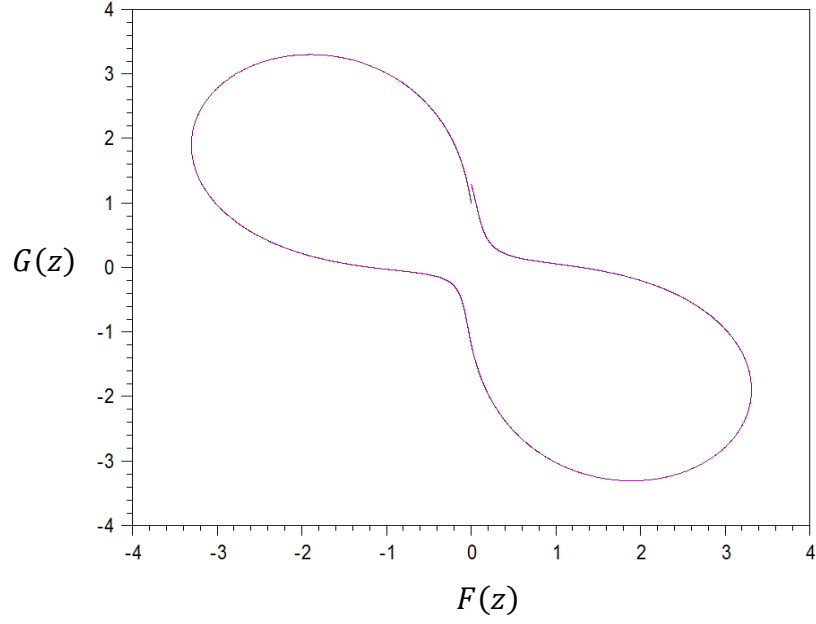
Şekil 4.8, 4.9 da $z - F(z)$ ve $z - G(z)$ nin 4.25 – 4.26 denklemlerine göre çizilmiş faz uzayları görülmektedir. Şekillerden görüldüğü gibi daha belirgin bir Duffing titreşicisi özelliği göstermektedir. Benzer şekilde Şekil 4.10 ve 4.11 deki faz uzaylarına bakıldığında da sistemin davranışlarında kararlılık gözlenmektedir ve Duffing çekicisi daha açık bir şekilde ortaya çıktığı gözlenmektedir.



Şekil 5.3: $F(z) - G(z)$ uzayı

Bu çalışmanın bize verdiği diğer önemli bir bilgiyi de şu şekilde özetleyebiliriz. Şekil 5.3 faz uzayındaki grafiği ($gAB\bar{c}c=K=1$ için) kaynak 9’da konformal simetrisinin kırılmasıyla bulunan instantonun (sonlu eylemli ve sıfır enerjili) vakum etrafındaki kuantum davranışları olarak yorumlayabiliriz. Bu davranışların, yani kuantum geçişlerinin kararlı olduğu, instanton çözümü etrafındaki kuantum tedirgenmelerine bakılarak gösterilmiştir [30]. Şekil 5.3 faz uzayındaki davranışlarda bu kararlılığın (0,0) noktası etrafında olduğunu onaylamaktadır. Yani (0,0) noktası sabit çözüme karşılık

gelen kararlı noktadır ve Şekil 5.3'deki yörüngelerdeki her bir dönüş de vakum civarındaki kuantum geçişlerine karşılık olduğu yorumlanabilir.



Şekil 5.4: $F(z) - G(z)$ uzayı

Şekil 5.4 $\bar{c}c < \frac{1}{g}$ olduğu için instantonun kuantum durumundaki davranışına karşılık olarak yorumlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] THIRRING, W.E., 1958, *A Soluble Relativistic Field Theory*, Annal Physics, Vol.3,91-112.
- [2] RAJARAMAN, R., 1982, *Solitons and Instantons*, North-Holland, Amsterdam, 0444870474.
- [3] HEISENBERG, W. 1954, *Zeits.f. Naturf.* 9a, 292.
- [4] YANG, C. H., 1954, Phys. Rev., 96.
- [5] DIRAC, P. A. M., 1974, *Spinors in Hilbert Space*, Plenum Press, New York, 0306307987.
- [6] EILENBERG, G., 1981, *Solitons in Nuclear and Elemenry Particle Physics*, World Scientific, Singapore.
- [7] POLYAKOF, A, M., SCHWARTZ, A.S. and TYUPKIN, Yu. S. ,1975, PHYS. Lett.B59,85.
- [8] ALFARO, V.D. and FURLAN, G., 1976, Nuovo Cimento, 34a,555.
- [9] AKDENİZ, K. G. ve SMAILAGIC, A., 1979, *Classical Solitons for Fermionic Models*, II Nuova Cimento, vol. 51A, No.3, 345-357.
- [10] AKDENİZ, K. G., 1982, *Classical Solutions of the Gürsey' s Conformal-Invaryant Spinor Model*, Lettere al Nuova Cimento, vol.33, 40-44.
- [11] GÜRSEY, F., 1956, *On a Conform-Invariant Spinor Wave Equation*, II Nuova Cimento, vol. 3, No.5, 988-1006.

- [12] KORTEĒ, F., 1956, *On Some Solutions of Gürsey' s Conformal- Invariant Spinor Wave Equation*, II Nuova Cimento, vol.4, No.2, 210-215.
- [13] AKDENİZ, K. G., ARIK, M., DURGUT, M., HORTAÇSU, M., KAPTANOĐLU, S., PAK, N., 1982, *The Quantization of the Gürsey Model*, Physics Letters, vol. 116 B, 34-36; AKDENİZ, K. G., ARIK, M., DURGUT, M., HORTAÇSU, M., KAPTANOĐLU, S. ve PAK, N., 1982, *Quantization of a Conformal Invariant Pure Spinor Model*, Physics Letters, vol. 118 B, 41-44.
- [14] GÜRSEY, F. ve TZEC, H., 1983, *A Three-Dimensional Model with a Kink and a Higgs Mechanism*, Physics Letters, vol. 129 B, 205-208.
- [15] AKDENİZ, K. G. ve SMAILAGIC, A., 1982, *Merons in a Generaly Covariant Model with Gürsey Term*, ICTP Report No. 82 / 212.
- [16] AÇIKTEPE, T., AKDENİZ, K. G., BARUT, A. O. ve KALAYCI, J., 1987, *Conformally Covariant Couplrd Nonlinear Field Theory on the Hypercone: Vacuum Solutions and Quantization of Normal Modes*, Modern Physics Letters, vol.3A, 161.
- [17] ARIK, M., HORTAÇSU, M. ve KALAYCI, J., 1984, *Monopoles in Gürsey' s Model*, Letterss in Mathematical Physics, vol. 8, 145-149.
- [18] KRASKIEVICZ, J. ve RACZKA, R., 1986, *Trajectories of Excited Fermion States in Pure Fermion Models of Quantum Field Theory*, II Nuova Cimento, vol. 93 A, N.1, 28-38.
- [19] AKDENİZ, K. G., BARUT, A. O., KALAYCI, J., OKAN, Ő. E. ve TEZGR, G., 1990, *Stability of the Static Solutions in a Pure Spinor Theory with Fractional Power Nonlineratiesi*, Int. Journal of Modern Physics, vol. 5A, No.1, 187-193.
- [20] KALAYCI, J., 1984, *On the Classical Solutions of Field Theoretical Models*, *Doktora Tezi*, BoĐaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

- [21] OKAN, Ş. E., 1987, *Non-lineer spinör Modellerde Solitonların Kararlılığı*, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [22] TEZGÖR, G., 1987, *SU(2) Spinör İndeksli Bir Non-lineer Modelde Soliton Çözümler*, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [23] NERGİS, A., 1991, *Spinör Alan Teorilerinde Nümerik Soliton Çözümleri*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [24] NERGİS, A., 2001, *Soliton Yıldızlarının Gürsey Terimli Lee-Wick Modelinde Evrimi*, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [25] KAZAYUKI, F., 1988, *A classical Solution of the Nonlinear Pure Spinor Models with Higher Derivatives*, Lett. Math. Phys., 14,207.
- [26] KEÇECİLER, M., 2001, Yüksek Lisans Tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü.
- [27] ÖNEM, C., 2001, *Alçak Enerji Fiziğinde Bir Birleşik Alan Modeli: Gürsey Spinör Modeli*, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [28] ÇAMBEL, A. B., 1993, *Applied Chaos Theory a Paradigm for Complexity*, Academic Press, Boston, 0121559408.
- [29] SZEMPLINSKA-STUPNICKA, W., IOOSS, G. ve MOON, F. C., 1988, *Chaotic Motions in Nonlinear Dynamical Systems*, Springer Verlag Wien, New York, 3211820620.
- [30] AKDENİZ, K. G. ve M., HORTAÇSU, 1980, *Functional Determinant for the Thirring Model with Instanton*, IL NUOVO CIMENTO, 59 A, N. 2, 181-188.

EKLER

PAULİ VE DIRAC MATRİSLERİ

1) Pauli Spin Matrisleri:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

olarak tanımlanır.

Özellikleri:

a) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = I$

b) i) $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = i \sigma_3$

ii) $\sigma_2 \cdot \sigma_3 = i \sigma_1$

iii) $\sigma_3 \cdot \sigma_1 = i \sigma_2$

c) i) $[\sigma_1, \sigma_2] = \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_2 \cdot \sigma_1 = 2i \sigma_3$

ii) $[\sigma_2, \sigma_3] = \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_3 \cdot \sigma_2 = 2i \sigma_1$

iii) $[\sigma_3, \sigma_1] = \sigma_3 \cdot \sigma_1 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 = 2i \sigma_2$

d) $\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_1 = \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_2 = \sigma_3 \sigma_1 + \sigma_1 \sigma_3 = 0$

e) $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = iI$

2) Dirac Matrisleri:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

olarak tanımlanır, bunlar;

$$\begin{aligned}
\gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} &= & \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= & \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= & \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= & \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\gamma^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} &= & \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Özellikleri:

- a) $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\gamma^{\mu\nu}$ Anti-komütasyon
- b) $\gamma^\mu \gamma_\mu = 4I$
- c) $[\gamma^\mu \gamma^\nu, \gamma^g] = \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^g - \gamma^g \gamma^\mu \gamma^\nu = 2(\gamma^\mu \gamma^{\nu g} - \gamma^\nu \gamma^{\mu g})$
- d) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu = -2\gamma_\nu$
- e) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\mu = 4\gamma_{\nu g}$
- f) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma \gamma_\mu = -2(\gamma_\sigma \gamma_g \gamma_\nu)$
- g) $\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\nu = 2(\gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_g \gamma_\sigma + \gamma_\sigma \gamma_g \gamma_\nu \gamma_\tau)$

ÖZGEÇMİŞ

Beyrul CANBAZ Bulgaristan'ın Haskovo kentinde 26 Nisan 1982 tarihinde doğdu. 1989 yılındaki göç ile Türkiye'ye geldi. İlköğrenimini Çorlu da sırası ile Atatürk İlk Okulu, Reşadiye İlköğretim Okulu ve Mimar Sinan Lisesinde tamamladı. Lise bitiminden sonra Ege Üniversitesi Fizik Bölümünü kazandı ve lisansını orada tamamladı. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği yüksek lisans programına kabul edildi ve halen bu kurumda çalışmalarını sürdürmektedir.