

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GENEL İZAFİYET TEORİSİNDE NEGATİF KÜTLE VE
EŞDEĞERLİLİK PRENSİBİ

Sümeyye VEZİROĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Fizik Anabilim Dalı
Fizik Programı

Danışman
Prof. Dr. Murat ÖZER

Ocak, 2019

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GENEL İZAFİYET TEORİSİNDE NEGATİF KÜTLE VE EŞDEĞERLİLİK
PRENSİBİ

Sümeyye VEZİROĞLU tarafından hazırlanan tez çalışması 14.01.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı, Fizik Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Murat ÖZER
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Murat ÖZER, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Reyhan KAYA, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Vedat Nefer ŞENOĞUZ, Üye
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. Murat ÖZER sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Genel İzafiyet Teorisinde Negatif Kütle ve Eşdeğerlilik Prensibi başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Sümeyye VEZİROĞLU

İmza

*Değerli hocam Prof. Dr. Murat Özer'e,
aileme ve tüm fizik severlere*



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca ilminden istifade ettiğim, şahsiyeti ve tecrübesi ile yalnızca akademik hayatıma değil, bütün hayatıma ışık tutan, her soruma sabır ve anlayışla cevap veren, fizik bilgisi ve sevgisi sayesinde benim için çok kıymetli olan bu çalışmayı birlikte yapmış olmaktan her zaman onur duyacağım değerli hocam Sayın Prof. Dr. Murat Özer'e,

Yüksek lisansımı yapmış olduğum Yıldız Teknik Üniversitesi Fizik Bölümü'ndeki hocalarıma,

Akademik hayatıma başladığım Marmara Üniversitesi Fizik Bölümü'nü birincilik ile bitirmemde ve yüksek lisans kararında emeği geçen hocalarıma,

Bu süreçte yanımda olan, fizik okuma arzumu sonuna kadar destekleyen, daima cesaret veren biricik aileme ve arkadaşlarıma,

Şükranlarımı sunarım.

Sümeyye VEZİROĞLU

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vii
KISALTMA LİSTESİ	x
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xiii
ÖZET	xiv
ABSTRACT	xv
1 Giriş	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.1.1 Genel İzafiyet Teorisi Kapsamında Negatif Kütle	1
1.2 Tezin amacı	3
1.3 Orijinal Katkı	4
2 Genel Bilgiler	5
2.1 Değişik Kütle Tarifleri	5
2.1.1 Pasif ve Aktif Gravitasyonel Kütlelerinin Eşitliği	6
2.2 Referans Çerçevesi	8
2.2.1 Eylemsiz ve Eylemsiz Olmayan Referans Çerçevesi	8
2.2.2 Lokal Olarak Eylemsiz Referans Çerçevesi	9
2.3 Genel İzafiyet Teorisinde Önemli Prensipler	12
2.3.1 Genel Kovaryans Prensibi	12
2.3.2 Eşdeğerlilik Prensibi	13
2.4 Einstein Eşdeğerlilik Prensibinin Açıklanması	15
2.5 Einstein Eşdeğerlilik Prensibinin Referans Alan Düşünce Deneyleri . . .	17
2.5.1 Gravitasyonel Alanda Işığın Sapmasını Gösteren Düşünce Deneyi	17
2.5.2 Gravitasyonel Zaman Genişlemesini Gösteren Düşünce Deneyi .	18
2.6 Zayıf Eşdeğerlilik Prensibinin Doğruluğunu Test Etmek için Yapılan Deneyler	23

3 Kendi Kendine Hızlanma Hareketi	25
4 Negatif Gravitasyonel Kütle için Bulduğumuz Sonuçlar	38
4.1 Negatif Gravitasyonel Kütle için Dönme Hareketi için Gözlem Sonuçlarımız	38
4.2 Tek Parçacık Eşdeğerlilik Prensibi	40
4.3 Negatif Kütle için Eşdeğerlilik Prensibi	45
4.3.1 Negatif Kütle için Literatürde Kabul Edilen Eşdeğerlilik Prensibi	45
4.3.2 Gravitasyonel Kütle Negatif, Eylemsizlik Kütle Pozitif Olduğunda Önerilen Eşdeğerlilik Prensibi	47
5 Sonuç ve Öneriler	50
Referanslar	52
Tezden Üretilmiş Yayınlar	56

SİMGE LİSTESİ

\vec{a}_c	Merkezcil İvme
\vec{a}_{cisim}	Cismin İvmesi
\vec{a}_{hayali}	Hayali İvme
\vec{a}_{izafi}	Parçacığın Kabine Göre İvmesi
\vec{A}	Vektörel Potansiyel
A^μ	Dörtlü Potansiyel
c	Işık Hızı
f	Frekans
f_E	Işığın Yayılma Frekansı
f_R	Işığın Alınma Frekansı
Fe	Demir
\vec{F}_G	Gravitasyonel Kuvvet
\vec{F}_{hayali}	Hayali Kuvvet
\vec{F}_{NG}	Gravitasyonel Olmayan Kuvvet
$F^{\mu\nu}$	Elektromanyetik Alan Tensörü
$\vec{g}(\vec{r})$	Gravitasyonel Alanın Vektörel İfadesi
$g(r)$	Gravitasyonel Alanın Büyüklüğü
$g_{\mu\nu}$	Eğri Uzay-Zamanın Metrik Tensörü
$g^{\mu\nu}$	Eğri Uzay-Zamanın Metrik Tensörünün Tersisi
h	Kabinin Boyu
G	Newton Kütle Çekimi Sabiti
J^μ	Dörtlü Akım Vektörü
K	Sistemin Kinetik Enerjisi

m_g	Gravitasyonel Kütle
m_i	Eylemsizlik Kütlesi
m_p	Pasif Gravitasyonel Kütle
M_a	Aktif Gravitasyonel Kütle
\vec{P}	Momentum
P_0	Basınç
\hat{r}	Dışarı Doğru Olan Radyal Birim Vektör
R	Gezegen ile Uydunun Kütle Merkezleri Arasındaki Mesafe
R_G	Gezegenin Yarıçapı
\vec{T}	İpteki Gerilim
$T^{\mu\nu}$	Enerji-Momentum Tensörü
u^μ	Dörtlü Hız Vektörü
\vec{v}	Yükün Üçlü Hız Vektörü
V	Sistemin Potansiyel Enerjisi
$z_E(t)$	E Gözlemcisinin Zamana Bağlı Konumu
$z_R(t)$	R Gözlemcisinin Zamana Bağlı Konumu
$\delta(\vec{r})$	Üç Boyutlu Dirac-Delta Fonksiyonu
Δt	Sonsuzda Ölçülen Zaman Aralığı
$\Delta\tau_E$	Işık Sinyallerinin Yayılma Zaman Aralığı
$\Delta\tau_R$	Işık Sinyallerinin Alınma Zaman Aralığı
$\eta_{\mu\nu}$	Düz Uzay-Zamanın Metrik Tensörü
$\eta^{\mu\nu}$	Düz Uzay-Zamanın Ters Metrik Tensörü
$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$	Christoffel Sembolleri
λ	Dalga boyu
λ_E	Işığın Yayılma Dalga Boyu
λ_R	Işığın Alınma Dalga Boyu
∇	Kovaryant Türev
∂	Normal Türev
ϕ	Skaler Elektrik Potansiyel

Φ	Gravitasyonel Potansiyel
ρ_0	Enerji Yoğunluğu
$\rho_m(\vec{r})$	Kütle Yoğunluğu
ρ_Q	Elektrik Yüğü Yoğunluğu
τ	Öz Zaman



KISALTMA LİSTESİ

EEP	Einstein Eşdeğerlilik Prensibi
GEP	Güçlü Eşdeğerlilik Prensibi
ZEP	Zayıf Eşdeğerlilik Prensibi



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	Gravitasyonel olarak etkileşen kütlelerin birbirine uyguladıkları kuvvetler	7
Şekil 2.2	(a) Dünya gibi bir cismin gravitasyonel alanı içinde serbest olarak düşen bir sistem (eylemsiz bir referans çerçevesi) (b) Eylemsiz olmayan bir referans çerçevesi	9
Şekil 2.3	Küresel bir cismin yaratacağı gravitasyonel alan çizgileri	10
Şekil 2.4	(a) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında serbest düşen bir kabindeki kütleler (b) Derin uzayda havada asılı duran bir kabin içindeki kütleler	10
Şekil 2.5	(a) Derin uzayda uzak yıldızlara göre havada asılı duran bir kabin (b) Gravitasyonel alanda serbest düşme yapan bir kabin	15
Şekil 2.6	(a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabin (b) Gravitasyonel alanda \vec{g} yerçekimi ivmesi ile hareket eden kütle	16
Şekil 2.7	(a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabinde ışığın sapması (b) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında ışığın sapması	17
Şekil 2.8	(a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabinde gravitasyonel zaman genişlemesi (b) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında gravitasyonel zaman genişlemesi	19
Şekil 3.1	(a) Pozitif gravitasyonel kütle alan çizgilerinin yönü (b) Negatif gravitasyonel kütle alan çizgilerinin yönü	26
Şekil 3.2	Negatif eylemsizlik kütlelerine sahip bir cisme gravitasyonel olmayan bir kuvvet uygulanması	31
Şekil 3.3	Newton mekaniğine göre $m_i = +$ ise kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler	32
Şekil 3.4	Newton mekaniğine göre $m_i = -$ ise kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler	32
Şekil 3.5	Zayıf eşdeğerlilik prensibinin kabul edildiği şeklinin yol açtığı gravitasyonel etkileşmeler	33
Şekil 3.6	Genel izafiyet teorisine göre kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler	35

Şekil 3.7	Kendi kendine hızlanma hareketi	35
Şekil 4.1	Negatif gravitasyonel kütleli bir cismi döndürmeye çalışan kişi	38
Şekil 4.2	Negatif gravitasyonel kütleli bir gezegen	40
Şekil 4.3	Harici bir gravitasyon alanında (mesela Dünya'nın) hareket etmekte olan parçacıklar. Mavi ve kırmızı yuvarlaklar m_p/m_i oranları birbirinden farklı parçacıkları temsil etmektedir.	41
Şekil 4.4	Denklem (4.7)'de verilen uzay-zaman dönüşümünün parçacıklara tatbik edilmesi. Burada sadece N 'inci parçacığın pozisyon vektörleri gösterilmiştir.	43
Şekil 4.5	Denklem (4.7)'de verilen uzay-zaman dönüşümünün tatbikinden sonra parçacıkların harici gravitasyon alanında düşmeleri	43
Şekil 4.6	Şekil 4.5'teki parçacıkların hepsinin içine konduğu ve serbest düşmekte olan bir kabin	44
Şekil 4.7	İvme ile gravitasyonun eşdeğerliliğinin kurulabilmesi için m_p/m_i oranları farklı olan parçacıkların ayrı kabinlere konulması	44
Şekil 4.8	(a) Derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = \frac{ m_p }{ m_i } g \hat{r} = g \hat{r}$ ivmesi ile hızlanan bir kabin (b) Pozitif gravitasyonel kütleli bir gezegenin yarattığı gravitasyon alanında $\vec{a}_{cisim} = \vec{g} = g(-\hat{r})$ ivmesi ile hareket eden bir cisim	46
Şekil 4.9	Derin uzayda mı yoksa bir gravitasyon alanının etkisi altında mı olduğunu ayırt edemeyen gözlemci	47
Şekil 4.10	(a) Derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = \left(\frac{ m_p }{m_i}\right)g \hat{r}$ ivmesi ile hızlanan bir kabin (b) Negatif gravitasyonel kütleli bir gezegenin yarattığı gravitasyon alanında $\vec{a}_{cisim} = -\vec{g} = g(-\hat{r})$ ivmesi ile hareket eden bir cisim . . .	48

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1	Eşdeğerlilik prensibinin doğruluğunu test etmek için yapılan deneyler [7]	24
Tablo 3.1	Newton mekaniğine göre muhtemel etkileşmeler için kütlelerin sahip olabileceği değerler	25
Tablo 3.2	Genel izafiyet teorisine göre muhtemel etkileşmeler için kütlelerin sahip olabileceği değerler	33

Genel İzafiyet Teorisinde Negatif Kütle ve Eşdeğerlilik Prensibi

Sümeyye VEZİROĞLU

Fizik Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Murat ÖZER

Bu tez çalışmasında, negatif gravitasyonel kütle, genel izafiyet teorisinin temel almış olduğu eşdeğerlilik prensibine göre incelenmiştir. Negatif gravitasyonel kütleli bir evrende dönme hareketi incelenerek, eylemsizlik kütlesi m_i negatif olduğu takdirde dönme hareketinin mümkün olmadığı gösterilmiştir. Bir gravitasyon alanındaki bir parçacığın hemen civarında üzerindeki gravitasyonel kuvvetin, parçacık üzerinde yapılan bir uzay-zaman transformasyonu ile hayali bir kuvvet tarafından yok edildiği ve parçacığın pasif gravitasyonel kütlesi m_p 'nin eylemsizlik kütlesi m_i 'ye oranının yalnızca ± 1 değil, incelenmekte olan bir gravitasyon teorisinin müsaade ettiği farazi bir değere de sahip olabileceği ifade edilmiştir. İvme ve gravitasyon eşdeğerliliğini muhafaza edebilmek için bir gravitasyon alanında bulunan m_p/m_i oranları birbiri ile aynı olmayan parçacıkların farklı kabinlere konulması ve her kabinin pasif gravitasyonel kütlesinin eylemsizlik kütlesine oranının da içindeki parçacıkların m_p/m_i oranları ile eşit olması gerektiği gösterilmiştir. Eşdeğerlilik prensibinin, pasif gravitasyonel kütle negatif ($m_p = -$) ve eylemsizlik kütlesi pozitifken ($m_i = +$) alacağı şekil anlatılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Newton mekaniğinde ve genel izafiyet teorisinde negatif kütle, eşdeğerlilik prensibi, tek parçacık eşdeğerlilik prensibi

Negative Mass and the Equivalence Principle in General Relativity

Sümeyye VEZİROĞLU

Department of Physics
Master of Science Thesis

Advisor: Prof. Dr. Murat ÖZER

In this thesis, negative gravitational mass has been investigated with regard to the equivalence principle based on the general theory of relativity. It has been shown by examining rotational motion in a world consisting of negative gravitational mass only, that the rotational motion is not possible if inertial mass m_i is negative. It has been shown through a space-time transformation that the gravitational force on a particle in a gravitational field is canceled in the vicinity of the particle by a fictitious force and the ratio of the particle's passive gravitational mass to its inertial mass can be not only ± 1 , but may be a hypothetical value permitted by the gravitational theory under consideration. It has been shown that particles with different m_p/m_i ratio in a gravitational field should be put into separate cabins to maintain the equivalence of acceleration and inertia. And, in addition to this requirement, each cabin and its contents should have the same m_p/m_i ratio. The form of the equivalence principle has been explained when passive gravitational mass is negative ($m_p = -$) and inertial mass is positive ($m_i = +$).

Keywords: Negative mass in Newtonian mechanics and general relativity, equivalence principle, single-particle equivalence principle

1.1 Literatür Özeti

1.1.1 Genel İzafiyet Teorisi Kapsamında Negatif Kütle

1600'lü yıllardan itibaren yapılmış birçok deney neticesinde gravitasyon ve eylemsizlik kütlelerinin eşit olarak bulunması Einstein'ın takdim etmiş olduğu eşdeğerlilik prensibinin temelini teşkil etmiştir [1]. Einstein'ın ivme ile gravitasyonun eşdeğerliliğini sunduğu ve bu eşdeğerlilikten yararlanarak ışığın bir gravitasyonel alanda kırmızıya kaymasını hesapladığı makalesi 1907 yılında yayımlanmıştır [2]. 1911 yılında ise yine eşdeğerlilik prensibinden yararlanarak Güneş'in gravitasyonel alanının etkisi altında ışığın sapmasını tahmin etmiştir [3]. Einstein'ın genel izafiyet teorisinin temellerini oluşturan iki prensipten biri "eşdeğerlilik prensibi" olup diğeri ise "genel kovaryans" prensibidir [1, 4]. Eşdeğerlilik prensibinin neticesi olarak Einstein alan denklemlerinin çözümünde, mesela Schwarzschild çözümünde çok açık olarak görüldüğü gibi kaynak kütleinin etrafında hareket eden bir test parçacığının kütlesi uzay-zaman metriğine girmez. Eşdeğerlilik prensibi, mevcut literatüre bakıldığında genellikle "Einstein eşdeğerlilik prensibi [1, 5]" olarak adlandırılmıştır ve daha sonra ilk defa Dicke [6] tarafından "zayıf eşdeğerlilik prensibi [1, 7, 8]" ve "güçlü eşdeğerlilik prensibi [1, 9]" olarak ikiye ayrılmıştır.

Genel izafiyet teorisi geliştikçe ve gizemleri açığa çıkarıldıkça gravitasyonun klasik teorisi ve elektromanyetizma arasındaki bazı benzerlikler doğal olarak genel izafiyet teorisi kapsamında negatif kütleinin tartışılmasına yol açmıştır [10]. Ferrell 1950 yılında bir cismin sahip olduğu (pasif) gravitasyonel kütleinin negatif olması durumundaki gravitasyonel etkileşmeleri incelerken cismin sahip olacağı eylemsizlik kütleisini hiçbir sebep göstermeden pozitif kabul etmiştir [10]. Luttinger ise 1951'de eşdeğerlilik prensibi gereği pasif gravitasyonel kütleisi negatif olan bir cismin eylemsizlik kütleisinin de negatif olacağını söyleyerek Ferrell'in bu kabulüne itiraz etmiştir [11]. Negatif kütle üzerine yapılan birçok araştırmaya öncülük etmiş olan Bondi'nin 1957 yılındaki "Genel İzafiyet Teorisinde Negatif Kütle" adlı çalışmasında

[12] kütle; pasif, aktif ve eylemsizlik kütlesi olarak üç türde tarif edilmiş ve genel izafiyet teorisine göre, Newton'un üçüncü yasasının gerekliliği olan aktif ve pasif kütlelerin eşitliğinin gerekmediği fakat daha önce de söylenildiği [11] gibi eşdeğerlilik prensibinin, pasif gravitasyonel kütle ile eylemsizlik kütlelerinin eşit olmasını gerektirdiği belirtilmiştir. Böylece pozitif kütleli cisimlerin pozitif ve negatif kütleli cisimleri çektiği, negatif kütleli cisimlerin ise pozitif ve negatif kütleli cisimleri ittiği sonucuna varılmıştır [12]. Negatif kütle için yapılmış sonraki birçok çalışmada da eşdeğerlilik prensibinin bu gerekliliği getirdiği ifade edilmiş, pozitif ve negatif gravitasyonel kütleli iki cisim karşılaştığında pozitif kütleli cismin negatif kütleli cismi çekerken, negatif kütleli cismin ise pozitif cismi ittiği neticesini verdiği [12] ve bu etkileşmelerin "kendi kendine hızlanma hareketi" (self-accelerating motion) veya "kaçak hareket" (runaway motion) olarak bilinen [13] ayrıca "negatif kütleli itici gücü" (negative matter propulsion) [14] olarak da literatüre geçmiş olan tuhaf bir harekete yol açtığı belirtilmiştir. 1989'da Bonnor [13] ve 1990'da Forward [14] tarafından bu harekette enerji ve momentumun korunduğu farklı yollar ile gösterilmiştir. Eşdeğerlilik prensibi gereği eylemsizlik ve gravitasyonel kütleli negatif olan bir cismin gravitasyonel olan ya da olmayan bir kuvvet tarafından harekete geçirildiğinde kuvvetin tersi yönünde bir ivmelenmeye sahip olacağı sonucuna varılmıştır [11–16]. Ayrıca, hem Newton'un üçüncü yasasını hem de eşdeğerlilik prensibini ihlal etmemesinden dolayı m_i (eylemsizlik kütlesi) = m_p (pasif gravitasyonel kütle) = m_a (aktif gravitasyonel kütle) < 0 olarak alan çalışmalar da mevcuttur [13, 17]. 1966'da Hoffmann [15] ve 1968'de Terletskii [16] tarafından elektriksel olarak yüklü parçacıkların, negatif gravitasyonel kütleyle sahip olma durumlarının incelendiği görülür. Hoffman kendi kendine hızlanma hareketini parçacıklar yüklü oldukları için gravitasyonel kuvvetin yanında elektriksel kuvveti de düşünerek incelemiştir [15]. 1975 yılında Winterberg [18] kuarkların hem elektrik hem de manyetik yüke sahip olduklarını ve negatif eylemsizlik kütlelerine sahip olduklarını öne sürmüştür. 1997 yılında Piran tarafından [19] gravitasyonel kütleli negatif olan bir cismin eylemsizlik kütlelerini eşdeğerlilik prensibine rağmen pozitif olarak alınması durumunda, iki negatif gravitasyonel kütleli cisim etkileştiğinde birbirlerini çekeceği, pozitif ve negatif gravitasyonel kütleli cisimler etkileştiğinde ise birbirlerini iteceği sonucuna varılmıştır. Bu durumun kuvvetin işaretinin yönünün değişmesi halinde, elektriksel olarak yüklü parçacıkların birbirleri ile etkileşmesine benzeyeceği belirtilmiştir [19]. Yapılan bazı çalışmalarda ise "bimetrik teoriler" (bimetric theories) olarak adlandırılan, pozitif ve negatif gravitasyonel kütleli cisimler arasındaki etkileşmelerin Bondi [12]'nin tarif ettiği farklı olduğu teoriler sunulmuştur [20–26]. Bu teorilere göre, benzer kütleli cisimlerin birbirini çekerken zıt kütleli cisimlerin ise birbirini ittiği sonucuna varılmış ve böylece kendi kendine hızlanma hareketinin ortadan kalktığı belirtilmiştir [25, 26]. Ayrıca

zıt gravitasyonel kütleli cisimlerin birbirini itmesinden anti-Newton yasası olarak bahsedilmiştir [25]. 2003 yılında yapılan bir çalışmada pozitif enerji teoremi gereği olarak eylemsizlik kütlelerinin negatif olamayacağı ileri sürülmüştür [27]. 2016 yılında yayımlanan başka bir çalışmada bimetrik teorilerin parçacıkların gravitasyon alanı ile iki farklı yoldan etkileştiği gerekçesiyle genellikle eşdeğerlilik prensibini ihlal ettiği belirtilmiş ve yine aynı çalışmada eylemsizlik kütlesi pozitif alınarak gravitasyonel kütleyle oranının +1 ya da -1 olabileceği ifade edilmiştir [28]. 2009'da Hohmann ve Wohlfarth [29] tarafından pasif gravitasyonel kütlesi negatif olan bir cismin eylemsizlik kütlesi pozitif kabul edilerek m_i/m_p oranı -1 olarak alınmış ve bu değişiklik neticesinde aynı gravitasyonel kütleyle sahip cisimlerin birbirini çektiği, farklı gravitasyonel kütleli cisimlerin ise birbirini ittiği ifade edilmiştir. Aynı çalışmada yapılmış gözlemsel araştırmaların sonuçlarına bakıldığında aktif ve pasif gravitasyonel kütlelerin eşitliği [30, 31] ile pasif gravitasyonel kütle ve eylemsizlik kütlelerinin eşitliği [8, 32] görüldüğünden; pasif, aktif ve eylemsizlik kütlelerinin doğru oran seçildiği takdirde eşit olacağı, ayrıca gravitasyonun her zaman çekici olduğunu kanıtlayan gözlemsel kanıtlar göz önüne alındığında tüm kütlelerin pozitif seçilebileceği belirtilmiştir. Fakat Einstein gravitasyon teorisi göz önüne alınarak yapılan modern astronomik gözlemlerin [33] evrendeki görünür maddenin tüm maddenin yalnızca yüzde beş kadarı olduğunu ve evrenin ana bileşenlerinin doğrudan gözlemlenemeyen karanlık madde ve karanlık enerjiden oluştuğunu gösterdiği ve bu nedenle karanlık evrende m_p/m_i oranlarının aynı olmak zorunda olmadığı, başka oranlara da eşit olabileceği belirtilmiştir [29]. Ayrıca, negatif gravitasyonel kütlelerin evrenin ivmelenerek genişlemesinin açıklaması olabileceğinin öne sürüldüğü çalışmalar da mevcuttur [29].

Bu fikirleri test etmek için değişik gruplar tarafından halen devam etmekte olan deney projeleri bulunmaktadır [34–37].

1.2 Tezin amacı

Bu tez çalışmasında amaçlarımız şunlardır:

(i) Sadece negatif gravitasyonel kütleli cisimlerin oluşturduğu (hayali) bir evrende dönme hareketinin eylemsizlik kütlesi m_i pozitif olmadıkça mümkün olmadığını göstermek.

(ii) Bir gravitasyon alanı içinde bulunan bir parçacık üzerinde yapılan bir uzay-zaman transformasyonu ile pasif gravitasyonel kütle m_p ile eylemsizlik kütlesi m_i 'nin birbirine oranı m_p/m_i 'nin sanıldığı aksine yalnızca +1 değil, -1 ya da başka herhangi bir değere eşit olabileceğini göstermek.

(iii) Bir gözlem çerçevesi içinde m_p/m_i oranları birbirinden farklı cisimler bulunduğunda, eşdeğerlilik prensibini ihlal etmemek amacıyla cisimleri m_p/m_i oranlarına göre küme küme ayrı gözlem çerçevelerine koyulması ve her kabinin M_p/M_i oranının da içindeki parçacıkların oranı ile aynı olması gerektiğini göstermek.

(iv) Pasif gravitasyonel kütle $m_p = -$ ve eylemsizlik kütlesi $m_i = +$ iken eşdeğerlilik prensibinin alacağı şekli tafsilatlıca anlatmak.

1.3 Orijinal Katkı

Bu tez çalışmasında, sadece negatif gravitasyonel kütlenin bulunduğu bir evrende dönme hareketinin gerçekleşebilmesi için eylemsizlik kütlesi m_i 'nin pozitif olmasının gösterilmesi mevcut literatüre yapılmış ilk katkıdır. Bir diğer önemli katkı ise eşdeğerlilik prensibinde m_p/m_i oranının sadece +1 değil, -1 hatta bir gravitasyon teorisinin müsaade ettiği farazi (hypothetical) bir değere de sahip olabileceğinin gösterilmesidir. İvme ve gravitasyon eşdeğerliliğini kurabilmek için yapılan düşünce deneylerinde kullanılan kabinler ile içindeki parçacıkların pasif gravitasyonel kütle ile eylemsizlik kütlelerinin oranının aynı olması gerektiğinin gösterilmesi bir diğer katkıdır. Ayrıca, pasif gravitasyonel kütle m_p ve eylemsizlik kütlesi m_i negatif olduğunda literatürde mevcut bulunan eşdeğerlilik prensibinin, pasif gravitasyonel kütle m_p negatif ve eylemsizlik kütlesi m_i pozitif olduğunda aldığı şekil ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

2.1 Değişik Kütle Tarifleri

Bir cisim gravitasyonel kütlesi ve eylemsizlik kütlesi olmak üzere iki farklı türde kütleye sahiptir. Sahip olduğu gravitasyonel kütlesi de pasif gravitasyonel kütlesi ve aktif gravitasyonel kütlesi olarak ikiye ayrılmaktadır [12].

Gravitasyonel Kütle (m_g): Bir cismin gravitasyonel alan ile etkileşen kütlesine gravitasyonel kütle denir. İki türlü gravitasyonel kütle mevcuttur:

a) Pasif Gravitasyonel Kütle (m_p): Bulunduğu yerdeki gravitasyonel alan tarafından etkilenen kütledir. Bu kütleye sahip cisim aynı zamanda test parçacığı olarak da adlandırılır. Bunun yarattığı gravitasyonel alanının aktif gravitasyonel kütlesi, M_a 'nın yarattığı alandan ihmal edilebilir derecede küçüktür. Bir elektrik yükü nasıl bulunduğu noktadaki mevcut elektrik alanından etkilenirse ve bu yüzden "elektrik alanının yükü" olarak bilinirse, aynı şekilde pasif gravitasyonel kütle de "gravitasyon alanının yükü"dür [16]. Ayrıca

$$F = -m\nabla\Phi \quad (2.1)$$

denklemindeki m kütlesidir [12]. Burada F gravitasyonel alan tarafından kütleye etki eden kuvvettir ve Φ gravitasyonel potansiyeldir.

b) Aktif Gravitasyonel Kütle (M_a): Bu kütle pasif gravitasyonel kütleye etki eden gravitasyonel alanın kaynağı olarak tanımlanır. Potansiyeli gravitasyon alanının kaynağı olarak ele aldığımız için Poisson denkleminde ve Gauss kanununda görünen kütle olarak da tanımlanmaktadır [12]. Poisson denklemi

$$\nabla^2\Phi(\vec{r}) = 4\pi G\rho_m(\vec{r}) \quad (2.2)$$

ifadesi ile verilir. Burada $G \approx 6.7 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ olarak İngiliz fizikçi Henry Cavendish'in 1798'de tayin etmiş olduğu Newton kütle çekimi sabiti ve $\rho_m(\vec{r})$ kütle

yoğunluğudur. Verilen bir noktada bulunan bir kütle için

$$\rho_m = M\delta(\vec{r}) \quad (2.3)$$

yazılabilir. Burada $\delta(\vec{r})$ üç boyutlu Dirac-Delta fonksiyonudur. Denklem (2.3), Denklem (2.2)'de yerine konduğunda Poisson denklemi

$$\nabla^2\Phi(\vec{r}) = 4\pi GM\delta(\vec{r}) \quad (2.4)$$

olur. M kütesinin yaratacağı gravitasyonel potansiyel

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM}{r} \quad (2.5)$$

olarak yazılabilir ¹. Gauss kanunu ise

$$\iint_S \frac{\partial\Phi}{\partial r} ds = 4\pi GM \quad (2.6)$$

ifadesi ile verilir [38]. Burada S kapalı alan, ds infinitesimal alan elemanı, M kapalı alan içindeki kütledir ve Denklem (2.5)'te verilen gravitasyonel potansiyel ifadesi göz önüne alındığında

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = \frac{GM}{r^2} = g(r) \quad (2.7)$$

olduğu görülür. Burada $g(r)$ gravitasyonel alandır.

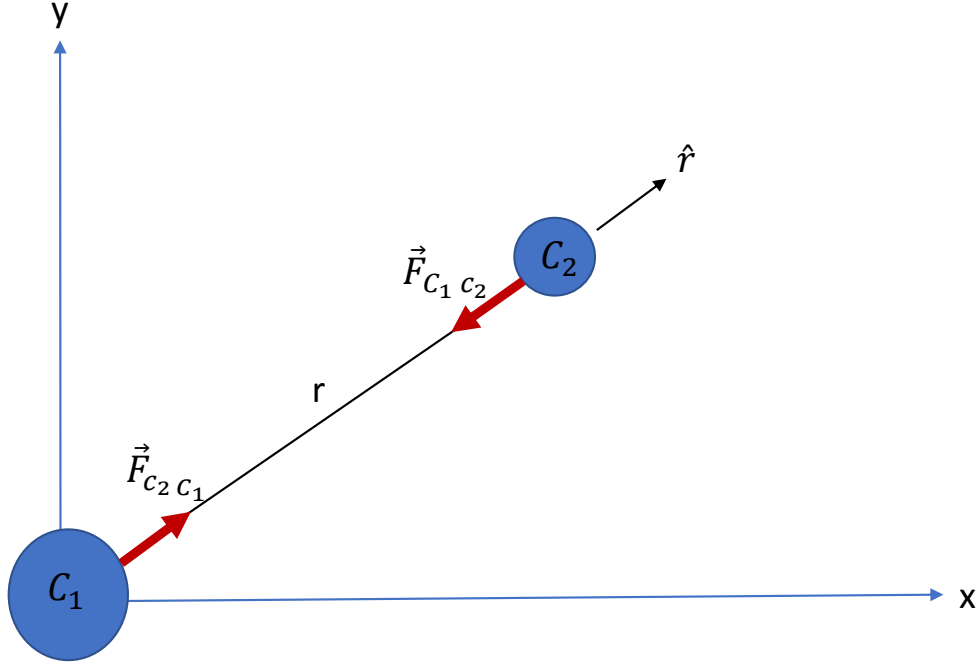
Eylemsizlik Kütleleri (m_i): Newton'un ikinci yasası olan $\vec{F} = m_i\vec{a}$ ifadesine göre cismin ivmelenmesine direnen kütledir.

2.1.1 Pasif ve Aktif Gravitasyonel Kütlelerinin Eşitliği

Şekil 2.1'de iki cisim gravitasyonel olarak etkileşmektedir. Cisimlerin kütle merkezlerinin arasındaki mesafe r , radyal yöndeki birim vektör \hat{r} , C_1 cisminin aktif gravitasyonel kütlesi $M_a(C_1)$, C_2 cisminin pasif gravitasyonel kütlesi $m_p(C_2)$ olmak üzere C_1 cisminin C_2 cismine uyguladığı gravitasyonel kuvvet

$$\vec{F}_{C_1C_2} = -G \frac{m_p(C_2)M_a(C_1)}{r^2} \hat{r} \quad (2.8)$$

¹ $\nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\vec{r})$



Şekil 2.1 Gravitasyonel olarak etkileşen kütlelerin birbirine uyguladıkları kuvvetler ifadesi ile verilir. $M_a(C_1)$ kütesinin oluşturduğu gravitasyonel alan tarafından $m_p(C_2)$ kütesine etki eden gravitasyonel kuvvet için

$$\vec{F}_{G_{C_2}} = m_p(C_2)\vec{g}(C_1) \quad (2.9)$$

yazılır. Burada $\vec{g}(C_1)$, $M_a(C_1)$ kütleli cismin oluşturduğu gravitasyonel alandır. Denklem (2.8) ve (2.9) birbirine eşittir. Buradan

$$\vec{g}(C_1) = -G \frac{M_a(C_1)}{r^2} \hat{r} \quad (2.10)$$

olarak ifade edilir. Diğer taraftan C_2 cisminin aktif gravitasyonel kütesi $M_a(C_2)$, C_1 cisminin pasif gravitasyonel kütesi $m_p(C_1)$ olmak üzere C_2 cisminin C_1 cismine uyguladığı gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F}_{C_2 C_1} = G \frac{m_p(C_1)M_a(C_2)}{r^2} \hat{r} \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir. $M_a(C_2)$ kütesinin oluşturduğu gravitasyonel alan tarafından $m_p(C_1)$ kütesine etki eden gravitasyonel kuvvet için

$$\vec{F}_{G_{C_1}} = m_p(C_1)\vec{g}(C_2) \quad (2.12)$$

yazılır. Burada $\vec{g}(C_2)$, $M_a(C_2)$ kütleli cismin oluşturduğu gravitasyonel alandır. Denklem (2.11) ve (2.12) birbirine eşittir. Buradan

$$\vec{g}(C_2) = G \frac{M_a(C_2)}{r^2} \hat{r} \quad (2.13)$$

olarak ifade edilir. Newton'un üçüncü yasası gereği Denklem (2.8) ve (2.11) için

$$\vec{F}_{C_1 C_2} = -\vec{F}_{C_2 C_1} \quad (2.14)$$

olduğu görülür. Buradan

$$\frac{m_p(C_2)}{M_a(C_2)} = \frac{m_p(C_1)}{M_a(C_1)} \quad (2.15)$$

olur. G 'yi doğru seçerek bu oranlar 1 olarak alınabilir. Yani bütün cisimler için

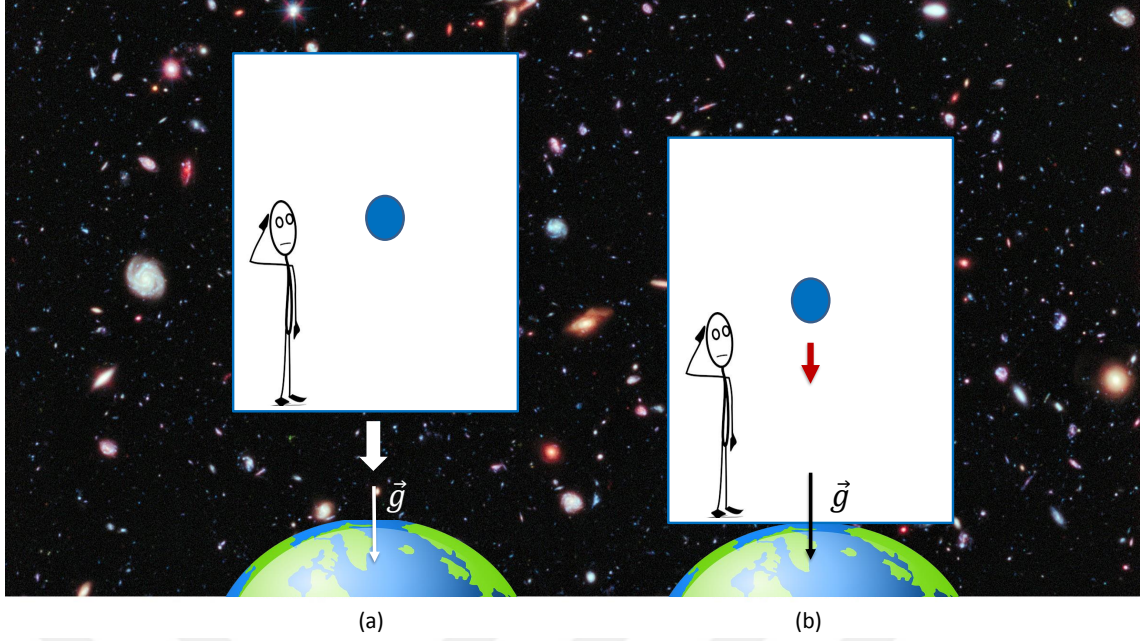
$$m_p = M_a \quad (2.16)$$

olur.

2.2 Referans Çerçevesleri

2.2.1 Eylemsiz ve Eylemsiz Olmayan Referans Çerçevesleri

Bir çerçeve içindeki gözlemciye göre bir test parçacığı başlangıçta durgunsa durmaya, üniform bir hızla hareket ediyorsa da üniform bir hızla hareketini sürdürmeye devam ettiği çerçeveye eylemsiz referans çerçevesi (inertial reference frame) denir [7, 39]. Ayrıca eylemsiz bir referans sistemine göre üniform olarak hareket eden bir sistem de eylemsiz referans sistemidir. Çünkü ilk çerçeveye göre üniform bir hıza sahip bir cisim, bunun gibi olan diğer bütün çerçevelere göre de üniform bir hıza sahip olacaktır [39]. Eylemsiz referans çerçevesi tanımına uymayan çerçeveler ise eylemsiz olmayan referans çerçevesi (non-inertial reference frame) olarak tanımlanır. Örneğin, Dünya yüzeyinde serbest düşen bir kabin içindeki gözlemci tarafından serbest düşmeye bırakılan bir cisim, etkisi altında kaldıkları Dünya'nın gravitasyon alanı sebebiyle kabin içindeki gözlemci ile birlikte aynı ivme ile düşeceklerdir ve gözlemci cismi duruyor olarak görecektir. Yani, gözlemci için başlangıçta durgun olan cisim gözlemciye göre durgun kalmaya devam edecektir. Bu sebeple Dünya yüzeyinde serbest düşen bir kabin Einstein'a göre eylemsiz bir referans çerçevesidir (Şekil 2.2 (a)). Ama Dünya yüzeyinde duran bir kabin içindeki bir gözlemci tarafından serbest düşmeye bırakılan bir cismin gözlemciye göre zamanla hızı artacağından bu kabin eylemsiz referans çerçevesi tarifine uymamaktadır. Bu sebeple Dünya yüzeyinde duran bir kabin, Einstein'a göre eylemsiz olmayan bir referans sistemidir (Şekil 2.2 (b)).

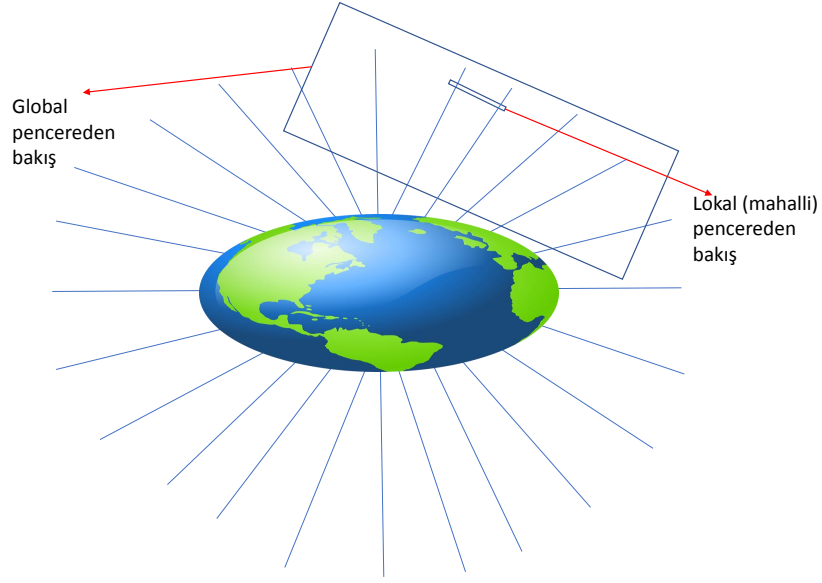


Şekil 2.2 (a) Dünya gibi bir cismin gravitasyonel alanı içinde serbest olarak düşen bir sistem (eylemsiz bir referans çerçevesi) (b) Eylemsiz olmayan bir referans çerçevesi

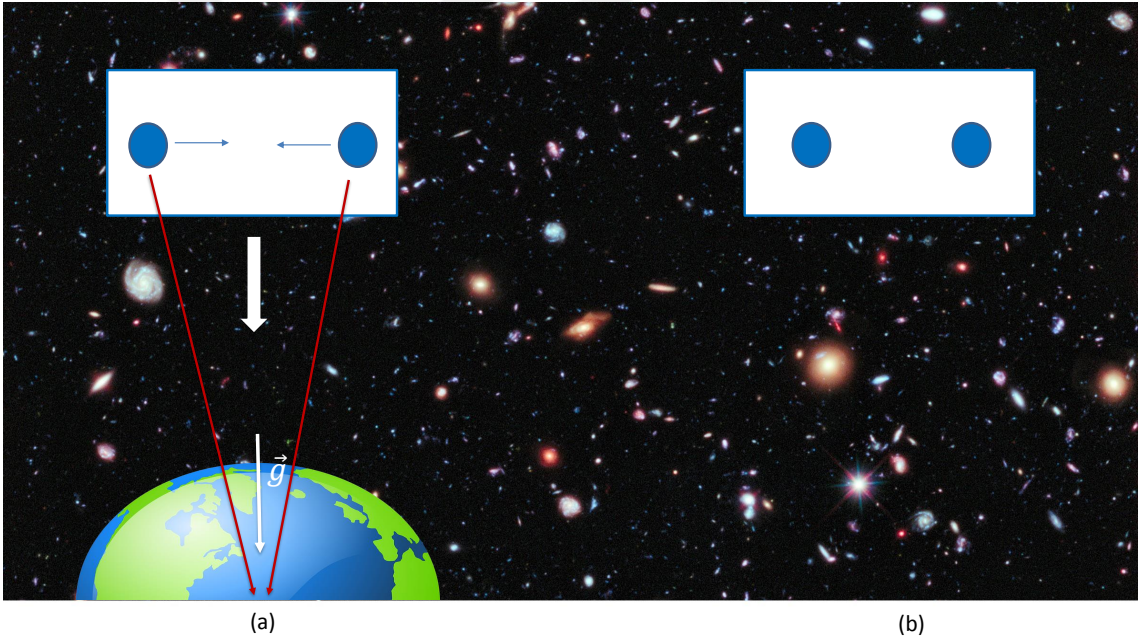
2.2.2 Lokal Olarak Eylemsiz Referans Çerçevesi

Bir gravitasyon alanında serbest düşen bir kabinin eylemsiz referans çerçevesi olarak kabul edilmesi aslında çerçeveye lokal olarak bakmanın sonucu oluşan bir kabullenmedir. Çünkü, Dünya'nın ya da herhangi başka bir gezegenin oluşturacağı gravitasyonel alan çizgileri üniform değildir ve uzay zamanı bükür (Şekil 2.3). Yani global açıdan bakıldığında kabin, düz bir uzay-zamanda değil de eğri bir uzay-zamanda hareket eder. Bu sebeple Şekil 2.3'te gösterildiği gibi küresel bir cismin yaratacağı gravitasyon alanı çizgilerinin üniform olmaması nedeniyle gravitasyon alanı çizgilerinin birbirine paralel kabul edilebildiği yeterince küçük bir çerçeve olarak kabin içindeki gravitasyonel alan üniform olur.

Ayrıca Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında serbest düşme yapan yeterince büyük bir kabindeki iki cisim düşünüldüğünde, Dünya'nın gravitasyonel alan çizgileri birbirine paralel değil de Şekil 2.3'te gösterildiği gibi olduğu için cisimler Dünya'nın merkezine doğru gitmeye çalışacak ve zamanla bu iki cisim birbirine yaklaşacaktır (Şekil 2.4 (a)). Bu durum Dünya'nın gravitasyonel alanının gelgit (medcezir) etkilerinin bir sonucudur. Gelgit etkilerinin bir sonucu olarak Dünya'nın Ay'a ve Ay'ın ters tarafına bakan kısımlarında okyanuslar daha derindir. Yan taraflarında ise daha sığdır [9]. (Güneş'in gravitasyonel alanının etkisi küçük olduğundan ihmal edilmiştir.) Diğer taraftan hiçbir fiziki alanın olmadığı derin uzayda bulunan bir kabin, içindeki cisimler ile birlikte havada asılı kalacaktır (Şekil 2.4 (b)).



Şekil 2.3 Küresel bir cismin yaratacağı gravitasyonel alan çizgileri



Şekil 2.4 (a) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında serbest düşen bir kabindeki kütleler (b) Derin uzayda havada asılı duran bir kabin içindeki kütleler

Eğri uzay zamanda serbest düşen bir kabin içinde cisimlere etkiyen gelgit etkilerini ihmal edebilmek amacıyla yeterince küçük bir kabin seçilmelidir. Dünya üzerinde serbest düşme yapan böyle bir kabin içindeki bir gözlemci elindeki cismi bıraktığında cismi havada asılı olarak görür. Yani, gravitasyon kuvveti böyle bir çerçeve içinde lokal olarak ortadan kalkar ve bu çerçeve içindeki cisimler "ağırlıksız" hale gelirler [7,

9, 39, 40]. Görüldüğü gibi gravitasyon alanı lokal olarak yok edilebilir ancak global olarak yok edilemez. Buradaki gibi, bir gravitasyon alanı içinde çok küçük bir bölgede seçilmiş, serbest düşme yapan gelgit etkilerinin ihmal edilebildiği yeterince küçük bir kabine lokal olarak eylemsiz referans çerçevesi (locally inertial frame) denir. Başka bir tanımı ise şöyle verilir: Bir cismin, bir çerçeve içinde ağırlıksız kaldığı çerçevelere lokal olarak eylemsiz referans çerçevesi denir. Lokal olarak eylemsiz bir referans çerçevesi alınarak, eğik bir uzayda lokal olarak düz bir uzay seçilmiş olur [39].

Ayrıca, lokal olarak eylemsiz referans çerçeveleri fizik kanunlarının özel izafiyet teorisindeki şekillerini aldıkları çerçeveler olarak da tanımlanabilir [1]. Örneğin, üniform olmayan bir gravitasyon alanının meydana getirdiği bir eğik uzay-zamanda elektromanyetik gibi başka kuvvetlerin tesiri altında olmadan serbest düşen bir parçacık şu denklemi sağlamalıdır:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0 \quad (2.17)$$

Bu denklem jeodezik denklem (geodesic equation) olarak adlandırılır. Jeodezik, eğri uzay-zamandaki bir noktadan diğerine bir cismin takip ettiği en düz yol (straightest path) olarak tanımlanır. Bu denklemde verilen τ öz zamanı temsil etmektedir. Öz zaman aralığı (interval), eğri bir uzay-zamanda verilen yolu (worldline) izleyen bir saat tarafından ölçülen, meydana gelen iki olay arasında geçen zaman olarak tanımlanır [9]. $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$ ise Christoffel sembolleri olarak adlandırılır. İfadesi şöyle verilir:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} [\partial_\alpha g_{\beta\sigma} + \partial_\beta g_{\sigma\alpha} - \partial_\sigma g_{\alpha\beta}] \quad (2.18)$$

Burada $g_{\beta\sigma}$ eğri uzay-zamanın metrik tensörü ve $g^{\mu\sigma}$ eğri uzay-zamanın metrik tensörünün tersidir. Denklem (2.18)'de verilen $\partial_\alpha g_{\beta\sigma}$, $\partial_\beta g_{\sigma\alpha}$ ve $\partial_\sigma g_{\alpha\beta}$ ifadeleri lokal olarak eylemsiz bir referans çerçevesinde $\partial_\alpha g_{\beta\sigma} = 0$, $\partial_\beta g_{\sigma\alpha} = 0$ ve $\partial_\sigma g_{\alpha\beta} = 0$ olarak yazılır. Böylece Denklem (2.18) özel izafiyet teorisinde (yani uzay-zaman düz olduğunda) şöyle olur:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = 0 \quad (2.19)$$

Sonuç olarak, lokal olarak eylemsiz bir referans çerçevesinde, Denklem (2.17) ile verilen jeodezik denklemi, bir gravitasyon alanının tesiri altında hareket eden serbest bir parçacık için özel izafiyet teorisinde verilen şu şekline dönüşür:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} = 0 \quad (2.20)$$

2.3 Genel İzafiyet Teorisinde Önemli Prensipler

Genel izafiyet teorisinin yapı taşı olarak kabul edilen iki temel prensip vardır. Bunlar genel kovaryans prensibi ile eşdeğerlilik prensibidir [1].

2.3.1 Genel Kovaryans Prensibi

Bütün koordinat dönüşümleri altında fizik kanunlarının şeklinin değişmemesi yani kovaryant olması gerekliliğine "genel kovaryans prensibi" denir [39]. Bu sebeple fizik kanunlarını ifade ederken başka bir koordinat sisteminde şeklinin değişmeyeceği bir biçimde yazmak gerekmektedir. Tensör denklemler kullanmak koordinat sisteminden bağımsız bir şekilde ifade etmeyi sağladığından fizik kanunları tensör denklemler ile ifade edilmelidir. Örneğin bir fizik kanununun S koordinat sisteminde

$$A_{\mu}^{\nu} = B_{\mu}^{\nu} \quad (2.21)$$

tensör denklemi ile verildiğini düşünelim. Bu fizik kanunu tensör denklem ile verildiğinden dolayı S' koordinat sisteminde

$$A'_{\mu}{}^{\nu} = B'_{\mu}{}^{\nu} \quad (2.22)$$

olarak yazılır. Ayrıca düz uzay-zamanda (Minkowski uzayı) tensör denklemler kullanılarak verilmiş bir fizik kanunu eğri uzay-zamanda (Riemann uzayı) ifade edilmek istendiğinde düz uzay zamanın metrik tensörü olan $\eta_{\mu\nu}$ 'nin eğri uzay zamanın metrik tensörü olan $g_{\mu\nu}$ ile, normal türevlerin de kovaryant (mutlak) türevler ile değiştirilmesi gereklidir [1, 9]. Örneğin elektromanyetizmada, ifadesi

$$F^{\mu\nu} = \partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu} \quad (2.23)$$

ile verilen $F^{\mu\nu}$, dört boyutlu uzay-zamanda ikinci mertebeden elektromanyetik alan tensörüdür. Burada $A^{\mu} = (\phi/c, \vec{A})$ dörtlü potansiyel olup ϕ skaler elektrik potansiyel ve \vec{A} da vektörel potansiyeldir. c ışık hızı, ρ_Q elektrik yükü yoğunluğu ve \vec{v} yükün üçlü hız vektörü olmak üzere ifadesi

$$J^{\mu} = (c\rho_Q, \rho_Q v_x, \rho_Q v_y, \rho_Q v_z) = (c\rho_Q, \vec{J}) = (c\rho_Q, \rho_Q \vec{v}) \quad (2.24)$$

ile verilen J^{μ} ise yine dört boyutlu uzay zamanda dörtlü akım vektörü olmak üzere Maxwell denklemleri düz uzay-zamanda

$$\partial_{\nu}F^{\mu\nu} = 4\pi J^{\mu}, \quad \partial^{\mu}F^{\alpha\beta} + \partial^{\beta}F^{\nu\alpha} + \partial^{\alpha}F^{\beta\nu} = 0 \quad (2.25)$$

olarak verilir. Bu denklemler eğri uzay-zamanda yazılmak istendiğinde denklemlerde verilen normal (∂) türevler yerine kovaryant (∇) türevler yazılır ve eğri uzay-zamanda Maxwell denklemleri

$$\nabla_\nu F^{\mu\nu} = 4\pi J^\mu, \quad \nabla^\mu F^{\alpha\beta} + \nabla^\beta F^{\nu\alpha} + \nabla^\alpha F^{\beta\nu} = 0 \quad (2.26)$$

şeklini alır. Burada

$$\nabla_\nu F^{\mu\nu} = \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\nu\beta}^\mu F^{\beta\nu} + \Gamma_{\nu\beta}^\nu F^{\mu\beta} \quad (2.27)$$

ve

$$\nabla^\mu F^{\alpha\beta} = g^{\mu\nu} \nabla_\nu F^{\alpha\beta} \quad (2.28)$$

ifadesi ile verilir. Denklem (2.27)'de verilen $\Gamma_{\nu\alpha}^\mu$ Christoffel sembollerinin ifadesi ise şöyledir (Denklem 2.18):

$$\Gamma_{\nu\alpha}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} [\partial_\nu g_{\alpha\sigma} + \partial_\alpha g_{\sigma\nu} - \partial_\sigma g_{\nu\alpha}]. \quad (2.29)$$

Düz uzay zamanda mükemmel akışkan için enerji-momentum tensörü [1, 9]

$$T^{\mu\nu} = (\rho_0 + \frac{P_0}{c^2}) u^\mu u^\nu + P_0 \eta^{\mu\nu} \quad (2.30)$$

olarak verilir. Bu tensör eğri uzay zamanda ifade edilmek istendiğinde düz uzay zamanın ters metrik tensörü $\eta^{\mu\nu}$ yerine eğri uzay zamanın ters metrik tensörü $g^{\mu\nu}$ yazılır. Yani, eğri uzay-zamanda mükemmel akışkan için enerji-momentum tensörü ise

$$T^{\mu\nu} = (\rho_0 + \frac{P_0}{c^2}) u^\mu u^\nu + P_0 g^{\mu\nu} \quad (2.31)$$

ifadesi ile verilir. Burada P_0 basıncı, ρ_0 enerji yoğunluğunu ve ifadesi $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$ ile verilen u^μ ise dörtlü hız vektörünü temsil etmektedir.

2.3.2 Eşdeğerlilik Prensibi

Eşdeğerlilik prensibi; "Einstein eşdeğerlilik prensibi", "zayıf (weak) eşdeğerlilik prensibi" ve "güçlü (strong) eşdeğerlilik prensibi" olarak üç şekilde tarif edilmiştir.

2.3.2.1 Einstein Eşdeğerlilik Prensibi

Einstein eşdeğerlilik prensibi (EEP) iki farklı düşünce deneyi ile açıklanabilir [9, 41]:

1. Hiçbir fiziki alanın (gravitasyon, elektromanyetik vs.) olmadığı derin uzayda uzak yıldızlara göre havada asılı olarak duran bir kabin içinde yapılan herhangi bir deney ile Dünya'nın ya da başka bir gezegenin gravitasyonel alanının

etkisi altında serbest düşme hareketi yapan, gelgit etkilerinin ihmal edilebildiği yeterince küçük bir kabinde yapılan herhangi bir mekanik deneyin aynı sonucu vermesi (Şekil 2.5).

2. Hiçbir fiziki alanın olmadığı derin uzayda yukarı doğru ivmelenen bir kabindeki deney ile Dünya yüzeyinde yine gelgit etkilerinin ihmal edilebildiği yeterince küçük, durgun bir kabindeki herhangi bir deneyin aynı sonucu vermesi (Şekil 2.6)

Bu deneylerin eşdeğer sonuçlar vermesi yani ivmelenme ve gravitasyonun eşdeğerliliği "Einstein eşdeğerlilik prensibi" olarak tanımlanır. Deneylerde yeterince küçük bir kabin seçilmesinin sebebi Bölüm 2.2.2'de gösterildiği gibi Dünya'nın oluşturacağı gravitasyon alanı çizgileri üniform olmadığı için küçük bir bölge içinde kabin içindeki gravitasyonel alanın üniform olmasını sağlamaktır. Bu prensip ayrıca şu şekilde de ifade edilebilir: "Herhangi bir gravitasyon alanı içinde her uzay-zaman noktasında mahalli olarak eylemsiz bir koordinat sistemi seçmek mümkündür; öyle ki seçilen noktanın yeterince küçük bir bölgesinde fizik kanunları gravitasyon alanının yokluğunda ivmelenmeyen kartezyen koordinat sistemlerinde aldıkları aynı şekli alırlar [1, 42]". Burada seçilen noktanın hemen etrafında gravitasyon alanının yokluğunda fizik kanunlarının aldığı şekilden, özel izafiyet teorisinde aldıkları şekil kastedilmektedir.

2.3.2.2 Zayıf Eşdeğerlilik Prensibi

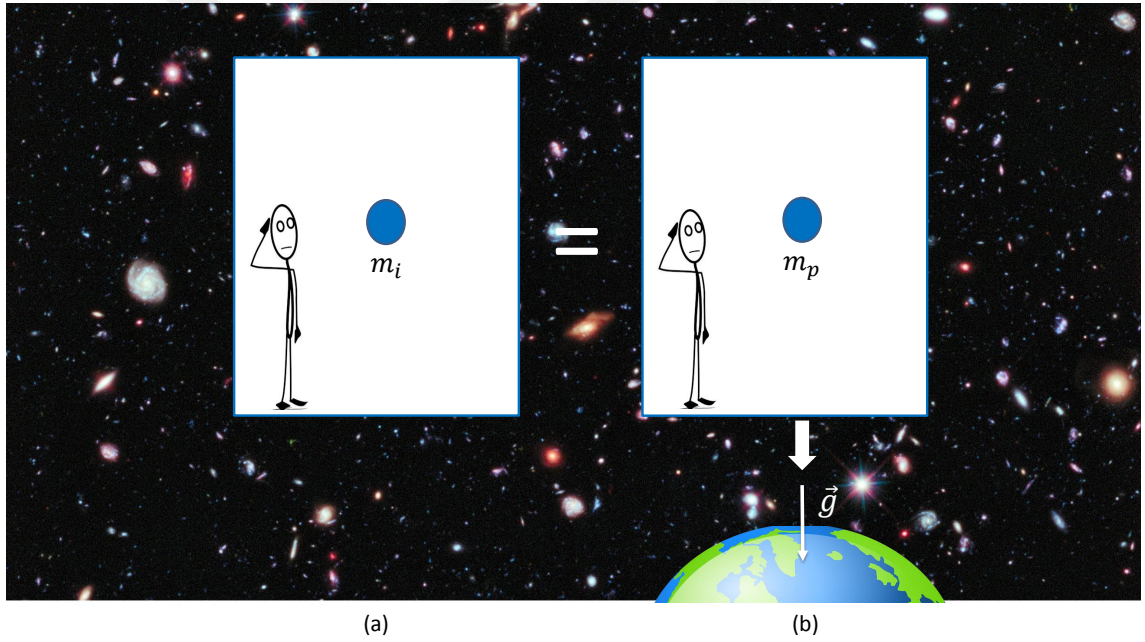
Sadece mekanik ve gravitasyon deneyleri göz önüne alındığında ivme ve gravitasyonun eşdeğerli olduğu yani (i) derin uzayda uzak yıldızlara göre hareketsiz olarak asılı duran bir kabinde yapılan böyle bir deney ile Dünya'ya serbest olarak düşmekte olan bir kabinde yapılan aynı deneyin veya (ii) derin uzayda yukarı doğru ivmelenen bir kabin içinde yapılan böyle bir deney ile Dünya üzerinde sabit bir kabin içinde yapılan deneyin aynı neticeyi vermesi "zayıf eşdeğerlilik prensibi" (ZEP) olarak bilinir. Bu iki ayrı çerçeve içinde yapılan bir deneyin aynı neticeyi vermesi pasif gravitasyonel kütlesi pozitif olan bütün cisimlerin m_p/m_i oranlarının aynı olması sebebiyledir. Bu oran Newton gravitasyon sabiti G 'nin doğru seçilmesi ile 1'e eşitlenebildiğinden m_p ve m_i 'nin eşit olması da literatürde ZEP olarak bilinir. Bütün nokta parçacıklar gravitasyonel alan içinde aynı ivmelenme ile düşerler. (Burada nokta parçacık alınmasının sebebi hava sürtünmesini ihmal etmektir.) Buna Galileo eşdeğerlilik prensibi de denilmektedir [7]. Ayrıca pasif gravitasyonel kütle olan m_p 'nin eylemsizlik kütlesi olan m_i ile eşit olması ise Newton eşdeğerlilik prensibi olarak da adlandırılır [7]. Bir gravitasyon alanının etkisi altında serbest düşen bütün cisimlerin takip ettiği yörünge, cismin iç yapısından bağımsızdır [8].

2.3.2.3 Güçlü Eşdeğerlilik Prensibi

EEP'nin sadece mekanik veya gravitasyon deneyleri için değil, fakat elektromanyetik, zayıf veya kuvvetli etkileşmeler için de doğru olduğu beyanı ise "güçlü eşdeğerlilik prensibi" (GEP) olarak bilinir. (Yani EEP ile GEP aslında aynı ifadelerdir.) Bu prensip, EEP'nin ifadesinin yukarıda belirtildiği gibi herhangi bir gravitasyonel alanda fizik kanunlarının şeklinin özel izafiyet teorisindeki şekillerini aldıkları, gravitasyonun yok edilebildiği lokal olarak eylemsiz bir çerçeve seçmenin mümkün olması olarak da ifade edilmektedir [1]. Zayıf eşdeğerlilik prensibi cisimlerin yalnızca gravitasyon tarafından etkilendiği durumu incelediği için "zayıf" olarak adlandırılmıştır ve bu sebeple doğadaki diğer kuvvetlerin gravitasyonel alanda nasıl davrandığını görmek için eşdeğerlilik prensibinin güçlü olan şekli tanımlanmıştır [5].

2.4 Einstein Eşdeğerlilik Prensibinin Açıklanması

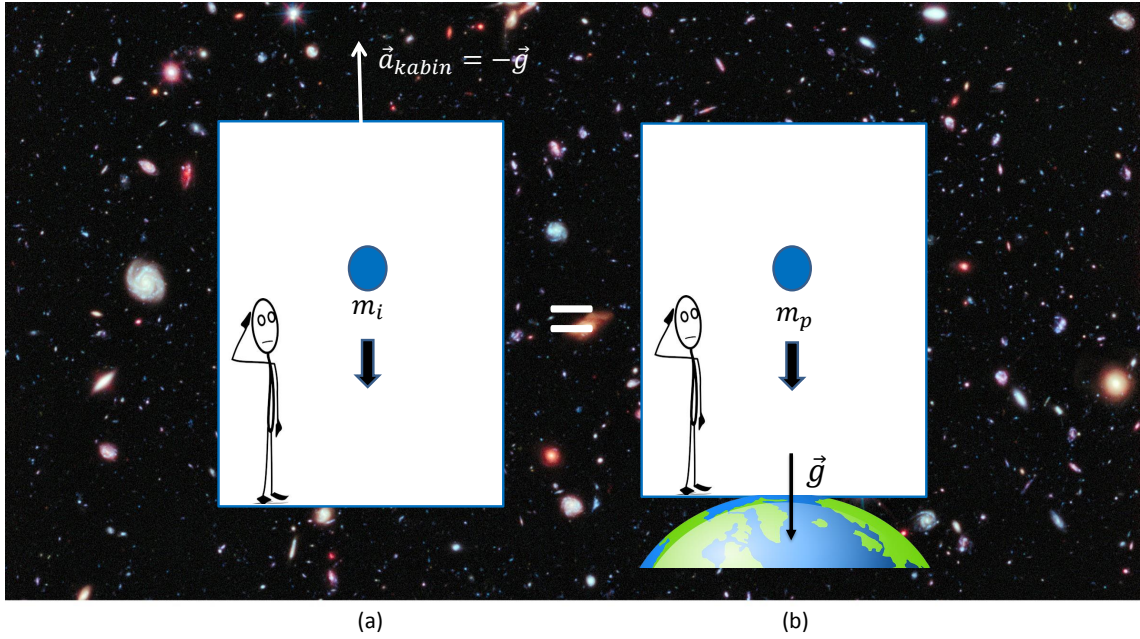
Bu prensibin birbirine eşdeğer iki versiyonu bulunmaktadır. Birinci versiyonda Şekil



Şekil 2.5 (a) Derin uzayda uzak yıldızlara göre havada asılı duran bir kabin (b) Gravitasyonel alanda serbest düşme yapan bir kabin

2.5 (a)'da hiçbir fiziki alanın olmadığı derin uzayda bir kabin ve kabin içinde bir gözlemci durmaktadırlar. Gözlemci elindeki kütle kabine doğru bırakılır. Bu durumda kabin, gözlemci ve kütle uzak yıldızlara göre hareketsizdir ve kütleye etki eden herhangi bir kuvvet olmadığından gözlemci kütle havada asılı olarak durduğunu görecektir. Daha sonra bu gözlemci Dünya'nın gravitasyonel alanının etkisi altında serbest düşme yapacak şekilde penceresiz kabin ile beraber taşınır (Şekil

2.5 (b)). Serbest düşen penceresiz kabinin içindeki gözlemci elindeki kütleli tekrar kabin zeminine doğru elinden bıraksın. Bu durumda hem kütle hem de gözlemci etkisi altında kaldıkları gravitasyon alanı sebebiyle aynı ivme ile yere doğru düştüklerinden dolayı gözlemci kütleli havada asılı olarak duruyormuş gibi görecektir. Bölüm 2.2.2’de anlatıldığı gibi buradaki kabin, bu deneydeki gözlemciye göre eylemsiz bir referans çerçevesidir. Deneylerde penceresiz kabin seçilmesinin sebebi gözlemcinin deneyin nerede yapıldığını anlamasını önlemek içindir. Bundan dolayı penceresiz kabinler ile yapılan bu deneylerde gözlemci derin uzayda havada asılı duran kabinde de gravitasyonel alan etkisi altında düşen kabinde de elinden bıraktığı kütleli havada asılı olarak gördüğü için bu iki kabin sistemi birbirine eşdeğerlidir denir.



Şekil 2.6 (a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabin (b) Gravitasyonel alanda \vec{g} yerçekimi ivmesi ile hareket eden kütle

Prensibin ikinci versiyonunda ise gravitasyonel ya da başka herhangi bir fiziksel alan bulunmayan derin uzayda bir roket içinde penceresiz bir kabin düşünelim. Roket yukarı doğru $\vec{a}_{kabin} = -\vec{g}$ ivmesi ile ivmelendirilsin. Gözlemci bir kütleli elinden bıraksın (Şekil 2.6 (a)). Kütlenin üzerinde gerçek bir kuvvet olmadığı için uzak yıldızlara göre hareketsizdir. Fakat gözlemci kabin yukarı doğru hareket ettiğinden dolayı kütle üzerinde hayali bir kuvvet (fictitious force) varmış gibi göreceğinden kütleli $\vec{a}_{hayali} = -\vec{a}_{kabin} = \vec{g}$ ivmesi ile düşüyor olarak görecektir. Kütle üzerindeki bu hayali kuvvet

$$\vec{F}_{hayali} = m_i \vec{a}_{hayali} \quad (2.32)$$

olarak verilir. Daha sonra bu kabin ve gözlemci tekrar bir roket içinde Dünya'nın gravitasyonel alanının etkisi altında kalacakları şekle getirilsin. Şekil 2.6 (b)'de Dünya

yüzeyinde durmakta olan bu kabin ve içindeki gözlemci gösterilmektedir. Bölüm 2.2.2'de gösterildiği gibi bu kabin Einstein'a göre eylemsiz olmayan bir referans sistemidir. Gözlemci elindeki bir kütle kabine doğru bırakılır. Bu durumda kütle Dünya'nın gravitasyonel alanının etkisiyle \vec{g} ivmesi ile aşağı doğru düşecektir. Kütle üzerindeki gravitasyonel kuvvet,

$$\vec{F}_G = m_p \vec{g} \quad (2.33)$$

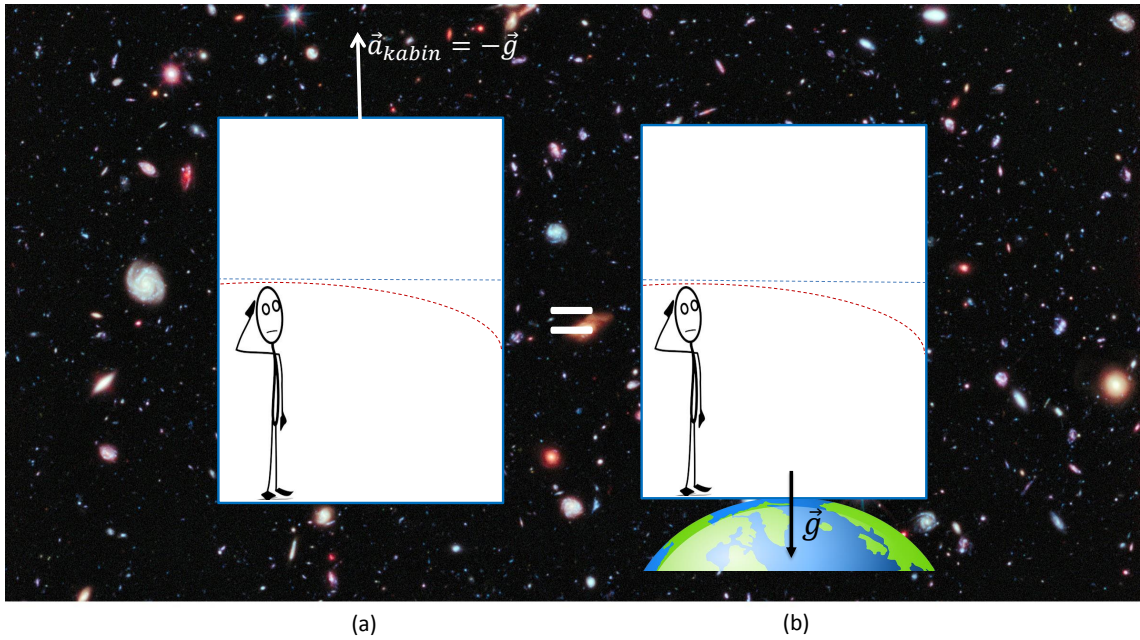
ifadesi ile verilir.

Bu kuvvet Denklem (2.32) ile verilen cisim üzerindeki hayali kuvvete eşittir. Bu deneyler penceresiz kabinler ile yapıldığından ve gözlemci iki durumda da cismin aynı ivme ile aşağıya doğru düştüğünü gördüğünden dolayı deneyin derin uzayda yukarı doğru ivmelenen bir kabinde mi yoksa Dünya yüzeyinde duran bir kabinde mi yapıldığını ayırt edemeyeceği için bu iki kabin sistemi de birbirine eşdeğerlidir.

2.5 Einstein Eşdeğerlilik Prensiplerinin Referans Alan Düşünce Deneyleri

Eşdeğerlilik prensibi temel alınarak tasarlanmış birçok düşünce deneyi mevcuttur.

2.5.1 Gravitasyonel Alanda Işığın Sapmasını Gösteren Düşünce Deneyi



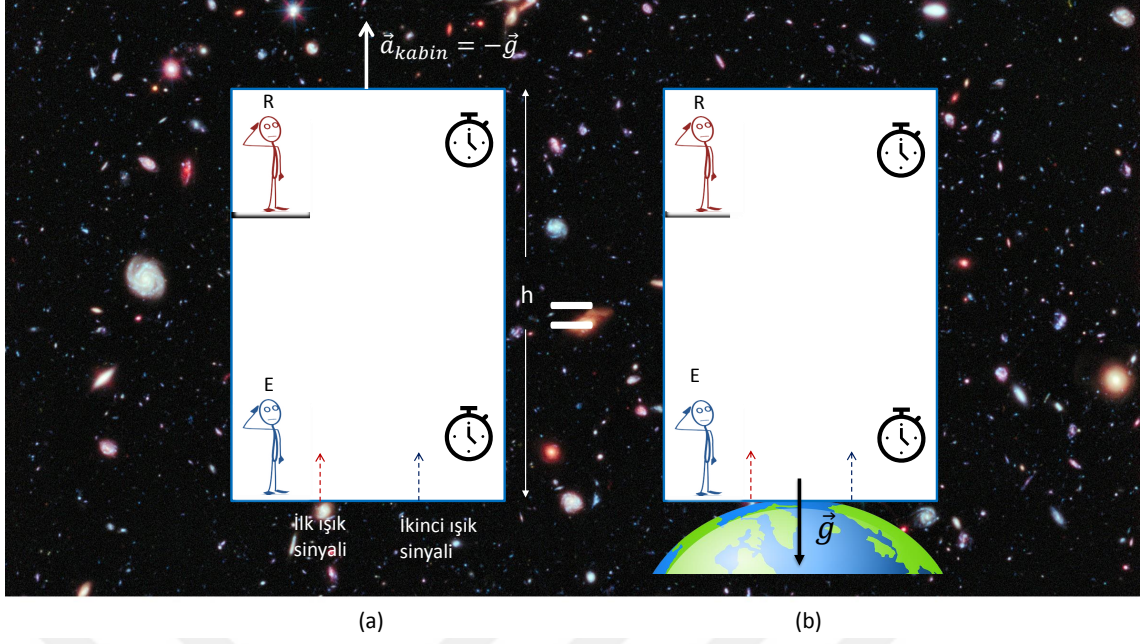
Şekil 2.7 (a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabinde ışığın sapması (b) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında ışığın sapması

Gravitasyonel alanda ışığın nasıl davranacağını öğrenmek için eşdeğerlilik prensibinden faydalanılır. Her türlü çekim alanından uzakta, derin uzayda yukarı doğru ivmelendirilmiş bir kabin düşünelim. Burada eşdeğerlilik prensibinden faydalanabilmek için daha önce gösterildiği gibi, kabinin ivmesini büyüklük olarak Dünya'nın yerçekimi ivmesine eşit ve yön olarak da Dünya'nınkinin tersi yönünde yani $\vec{a} = -\vec{g}$ olarak alalım. Kabin duvarından bir fenerle yere paralel olarak bir ışık sinyali gönderilsin. Işık sinyali kabinin karşı duvarına doğru ilerlerken kabin yukarı doğru çıkacağı için ışık sinyalinin girdiği nokta da yukarı doğru çıkacaktır. Böylece ışık sinyali kabin içindeki gözlemciye göre girdiği noktanın tam karşı tarafında değil de biraz aşağısında bir yere çarpacaktır. Yani içerideki gözlemci ışık sinyalini eğilmiş olarak görecektir (Şekil 2.7'de gösterilen kırmızı kesikli çizgi). Böylece eşdeğerlilik prensibini kullanarak ışığın gravitasyonel alanda düz bir çizgiyi değil de eğri bir yolu takip edeceği sonucuna varılmış olunur [39, 43]. Gravitasyonel alanda duran bir kabin içine giren bir ışık sinyali ile derin uzayda yukarı doğru ivmelendirilmiş bir kabin içine giren ışık sinyalinin eşdeğer davranışları Şekil 2.7 ile gösterilmiştir. Einstein, güçlü bir gravitasyonel alan kaynağının etrafındaki eğik uzay-zamanın, bir ışık ışınının yolunu değiştireceği görüşüyle, ışığın Güneş'in kenarından geçerken 8.47×10^{-6} radyan kadar büküleceğini teorik olarak hesaplamıştır [1, 44]. Işığın Güneş etrafındaki tahmin edilen bu sapma miktarı, ilk olarak Alman bir grup tarafından 1914'teki Güneş tutulmasında deneysel olarak ölçülmek istenmesine rağmen deney yapılamamıştır [45]. Fakat 1919'da İngiltere'deki Greenwich ve Cambridge gözlemevlerinden ekipler tarafından, ışığın sapmasını gözlemlemek için Brezilya ve Batı Afrika'ya gidilmiş, astronomi tarihinin en önemli ölçümleri birkaç ay boyunca Arthur Eddington liderliğinde yapılmış ve 29 Mayıs 1919'da Albert Einstein tarafından öngörülen sapma miktarı gözlemlenmiştir [46, 47]. Gözlem sonuçlarının Newton mekaniğinin öngördüğü miktardan iki misli daha fazla olduğu görülmüş ve bu gözlem Einstein'ın büyük başarısı olarak kabul edilmiştir [9].

2.5.2 Gravitasyonel Zaman Genişlemesini Gösteren Düşünce Deneyi

Gravitasyonel zaman genişlemesi de eşdeğerlilik prensibinden yola çıkılarak bulunabilir [43, 48]. Bunun için derin uzayda h uzunluğunda bir kabinin $\vec{a}_{kabin} = -\vec{g}$ ivmesi ile z eksenini boyunca ivmelendiğini varsayalım. Kabinin üst kısmında bir destek üzerinde bir R (R:reception = alınma) gözlemcisi ve bir saat, alt kısmında da bir E (E:emission = yayılma) gözlemcisi ve yukarıdaki destekte bulunan saat ile özdeş bir saat bulunsun. E gözlemcisinin $t = 0$ anında durduğu konumu, z ekseninin başlangıç noktası olarak alalım. Bu durumda E gözlemcisinin kabinin alt tarafındaki konumu zamanın fonksiyonu olarak:

$$z_E(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad (2.34)$$



Şekil 2.8 (a) Derin uzayda $\vec{a} = -\vec{g}$ ivmesi ile yukarı doğru hareket eden bir kabinde gravitasyonel zaman genişlemesi (b) Dünya'nın gravitasyonel alanı etkisi altında gravitasyonel zaman genişlemesi

ifadesi ile verilir ve R gözlemcisinin kabinin üst bölgesindeki konumu ise

$$z_R(t) = \frac{1}{2}gt^2 + h \quad (2.35)$$

olur. Kabinin alt kısmındaki E gözlemcisi $t = 0$ anında üst kısmına doğru bir ışık sinyali göndersin ve bu sinyal üst kısmındaki R gözlemcisi tarafından t_1 zamanında alınsın. Daha sonra E gözlemcisi tarafından $\Delta\tau_E$ zamanında üst kısma doğru ikinci bir ışık sinyali gönderilsin ve bu sinyal üst kısmdaki R gözlemcisi tarafından $t_1 + \Delta\tau_R$ zamanında alınsın (Şekil 2.8 (a)). Kabin yukarı doğru $\vec{a}_{kabin} = -\vec{g}$ ivmesi ile hareket ettiği için üst kısımdaki R gözlemcisi alt kısımdaki E gözlemcisinin yaydığı ışık sinyallerini daha geç alacak ve böylece R gözlemcisi iki ışık sinyali arasındaki zaman aralığını, E gözlemcisinin bu ışık sinyallerini yaydığı zaman aralığından daha uzun olarak ölçecektir. İlk ışık sinyalinin aldığı yol

$$z_R(t_1) - z_E(0) = ct_1 \quad (2.36)$$

olur. İkinci ışık sinyalinin aldığı yol ise

$$z_R(t_1 + \Delta\tau_R) - z_E(\Delta\tau_E) = c(t_1 + \Delta\tau_R - \Delta\tau_E) \quad (2.37)$$

olur. Denklem (2.34) ve (2.35) kullanılarak

$$z_R(t_1) = h + \frac{1}{2}gt_1^2, \quad z_E(0) = 0 \quad (2.38)$$

olarak yazılır ve Denklem (2.36)'da yerine konursa

$$\frac{1}{2}gt_1^2 + h = ct_1 \quad (2.39)$$

ifadesine ulaşılır. Tekrar Denklem (2.34) ve (2.35) kullanılarak

$$z_R(t_1 + \Delta\tau_R) = \frac{1}{2}g(t_1 + \Delta\tau_R)^2 + h, \quad z_E(\Delta\tau_E) = \frac{1}{2}g\Delta\tau_E^2 \quad (2.40)$$

olarak yazılır ve Denklem (2.37)'de yerine konursa

$$\frac{1}{2}gt_1^2 + \frac{1}{2}g\Delta\tau_R^2 + gt_1\Delta\tau_R + h - \frac{1}{2}g\Delta\tau_E^2 = c(t_1 + \Delta\tau_R - \Delta\tau_E) \quad (2.41)$$

olur. $\Delta\tau_R$ ve $\Delta\tau_E$ 'nin çok küçük oldukları varsayılarak lineer olmayan terimler ihmal edilirse

$$\frac{1}{2}gt_1^2 + gt_1\Delta\tau_R + h = c(t_1 + \Delta\tau_R - \Delta\tau_E) \quad (2.42)$$

olur. Denklem (2.42)'den (2.39) çıkarılır ve $t_1 = \frac{h}{c}$ eşitliği kullanılırsa

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} = 1 + \frac{gh}{c^2} \quad (2.43)$$

ifadesine ulaşılır. Bu ifade ışık sinyallerinin alınma zaman aralıklarının, yayılma zaman aralıklarından daha uzun olduğunu göstermektedir. Eşdeğerlilik prensibi gereğince, bu deney Dünya'da duran bir kabin içinde yapıldığında da aynı sonucu verecektir (Şekil 2.8). Einstein tarafından 1909'da öngörülen bu gravitasyonel zaman genişlemesi ilk kez Pound ve Rebka tarafından 1959'da [49] ve 1960'ta [50] gözlemlenmiştir. 1964 [51] ve 1965'de [52] ise Pound ve Snider tarafından gözlemlenmiştir. Bu deneylerde, kaynak olarak radyoaktif Fe (demir)-57 numunesinin gama ışınları kullanılmış ve Mössbauer hadisesinden (effect) faydalanılmıştır [9], [53].

Denklem (2.43)'te verilen sonuca Schwarzschild metriğini kullanarak da ulaşabiliriz:

2.5.2.1 Schwarzschild Metriğini Kullanarak Zaman Genişlemesinin İfadesinin Çıkarılması

1916 yılında Karl Schwarzschild tarafından Einstein alan denklemlerinin boş uzayda, zamandan bağımsız çözümünü veren küresel bir cismin etrafında oluşturacağı

uzay-zamanın tarifini yapmak için Schwarzschild metriği bulunmuştur. Newton mekaniğinde nokta kütleinin gravitasyonel alan formülü ya da elektrostatikte nokta yükün elektrik alan formülünün önemli olduğu gibi genel izafiyet teorisinde de bu metrik önemlidir [9]. Metriğin ifadesi

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (2.44)$$

ile verilir. Burada (ct, r, θ, ϕ) Schwarzschild koordinatları, M Schwarzschild koordinatları tarafından tarif edilen gravitasyon alanını meydana getiren merkezi cismin kütesidir. Verilen bir r koordinatında bulunan bir saat düşünelim. Böylece $dr = 0, d\theta = 0$ ve $d\phi = 0$ olacaktır. Buradan saatin bulunduğu yerde iki olay arasındaki ölçtüğü zaman farkı olan $\Delta\tau$ 'nın, bu olaylar arasındaki koordinat zamanı farkı olarak tanımlanan, potansiyelin sıfır olduğu yerde yani sonsuzda ölçülen zaman aralığı Δt ile arasındaki ilişkinin

$$\Delta\tau = \int d\tau = \int \sqrt{-\frac{ds^2}{c^2}} = \int \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dt^2 + 0 + 0 + 0 \quad (2.45)$$

olduğu görülür ve buradan

$$\Delta\tau = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} \Delta t \quad (2.46)$$

olur. Şimdi gravitasyonel zaman genişlemesinin ifadesine ulaşabilmek için Dünya yüzeyinde r_E (E:emission = yayılma)'de bulunan bir gözlemcinin, bir ışık kaynağından ardışık iki ışık sinyali gönderdiğini ve bu sinyaller arasındaki zaman farkını $\Delta\tau_E$ olarak ölçtüğünü düşünelim. Uzay-zaman eğri olduğu için bu zaman aralıkları birbirine eşit değildir. Bu ışık sinyalleri Dünya yüzeyinden h kadar yükseklikte r_R (R:reception = alınma)'de bulunan bir başka gözlemci tarafından alınsın ve iki ışık sinyali arasındaki fark $\Delta\tau_R$ olarak ölçülsün. Denklem (2.46)'dan $\Delta\tau_E$ ve $\Delta\tau_R$ için

$$\Delta\tau_E = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_E}} \Delta t_E \quad (2.47)$$

ve

$$\Delta\tau_R = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_R}} \Delta t_R \quad (2.48)$$

ifadeleri yazılır. Burada koordinat zamanı farkı olan Δt_E ve Δt_R , Schwarzschild metriği zamana bağlı olmadığı için aynı olarak ölçülür. Yani $\Delta t_E = \Delta t_R = \Delta t$ olarak ifade edilir. Buradan

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2GM}{c^2 r_R}}{1 - \frac{2GM}{c^2 r_E}}} \quad (2.49)$$

olur. $c^2 r_R$ ve $c^2 r_E$ ifadeleri $2GM$ ile karşılaştırıldığında çok büyük olduğu için $\frac{2GM}{c^2 r_R} \ll 1$ ve $\frac{2GM}{c^2 r_E} \ll 1$ olur ve böylece Binom açılımı kullanılarak $\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E}$ ifadesi

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} \approx \frac{(1 - \frac{GM}{c^2 r_R})}{(1 - \frac{GM}{c^2 r_E})} \approx (1 - \frac{GM}{c^2 r_R})(1 + \frac{GM}{c^2 r_E}) \approx 1 + \frac{GM}{c^2 r_E} - \frac{GM}{c^2 r_R} \quad (2.50)$$

olarak yazılır. Burada $h \equiv r_R - r_E \ll r_E$ olarak tanımlandığında, r_R gördüğümüz yere $r_E + h$ ifadesi yazılırsa

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} \approx 1 + \frac{GM}{c^2 r_E} (1 - \frac{1}{1 + \frac{h}{r_E}}) \quad (2.51)$$

olur. $h \ll r_E$ olduğu için Binom açılımı yapılırsa

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} \approx 1 + \frac{GMh}{c^2 r_E^2} \quad (2.52)$$

olur ve r_E yaklaşık olarak Dünya'nın yarıçapı (radius of earth) olarak alınırsa $\frac{GM}{r_E^2} \approx g$ olur ve böylelikle $\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E}$ için

$$\frac{\Delta\tau_R}{\Delta\tau_E} \approx 1 + \frac{gh}{c^2} \quad (2.53)$$

ifadesi bulunur. Görüldüğü gibi bu sonuç eşdeğerlilik prensibini kullanarak bulduğumuz zaman genişlemesinin ifadesi olan Denklem (2.43) ile aynıdır. Bu denkleme göre, Dünya yüzeyinden h kadar yükseklikte bir mesafeden bir gözlemci tarafından alınan iki ışık sinyali arasındaki ölçülen zaman aralığı, Dünya yüzeyinde bu ışık sinyallerini gönderen gözlemci tarafından ölçülen zaman aralığından daha uzundur. Bu durum "zaman genişlemesi" (seyrekleşmesi, time dilation) olarak adlandırılmaktadır. Yani, yüksek gravitasyonel potansiyel noktasında bulunan saatler daha düşük potansiyel noktasında bulunan saatlerden daha hızlı çalışmaktadır. Ayrıca öz zaman aralığı olan $\Delta\tau$ ile ışığın dalga boyunu temsil eden λ arasında, f frekans olmak üzere

$$f = \frac{1}{\Delta\tau} = \frac{c}{\lambda} \quad (2.54)$$

ilişkisi vardır. Buradan $\Delta\tau$ 'nın λ ile doğru orantılı olduğu görülür. Denklem (2.49)'a bakıldığında $\Delta\tau_R$ yerine ışığın alınma dalga boyu olan λ_R , $\Delta\tau_E$ yerine ise ışığın yayılma dalga boyu olan λ_E konulduğunda $\frac{\lambda_R}{\lambda_E} > 1$ olduğunda ışığın kırmızıya kaydığı (redshifted) görülür. (Işığın dalga boyu büyüdükçe kırmızıya kayar.) Eğer ışığın alınma dalga boyu olan λ_R , ışığın yayılma dalga boyu olan λ_E 'den küçükse ($\lambda_R < \lambda_E$) bu sefer de ışığın maviye kaydığı (blueshifted) görülür. Yani, ışık Dünya yüzeyinden yukarıda bir yere gönderildiği zaman kırmızıya kaydığı, yukarıda bir yerden Dünya yüzeyine gönderildiğinde ise maviye kaydığı görülecektir. Buradaki örnekte ışık Dünya yüzeyindeki bir gözlemci tarafından, Dünya yüzeyinden h kadar yükseklikte bir gözlemciye gönderildiği için kırmızıya kayma gözlenecektir. Ayrıca

Denklem (2.54)'ten görüldüğü üzere frekans ile dalga boyu ters orantılı olduğu için ışığın yayılma frekansı olan f_E ile yayılma dalga boyu λ_E ve ışığın alınma frekansı olan f_R ise alınma dalga boyu λ_R ile ters orantılıdır. Yani $f_R < f_E$ ise kırmızıya kayma, $f_R > f_E$ ise maviye kayma gözlenecektir.

2.6 Zayıf Eşdeğerlilik Prensibinin Doğruluğunu Test Etmek için Yapılan Deneyler

Eşdeğerlilik prensibinin ilk testinin 1600'lü yıllarda Galileo tarafından Pisa Kulesi'nde yapıldığı uzun yıllardan beri bilinmektedir [54]. Newton, eşdeğerlilik prensibini sarkaç deneyleri ile test edip ilk baskısı 1687 yılında Latince yayımlanan ve daha sonraki baskılarında İngilizce'ye de çevrilen "Principia" adlı kitabında bu deneyde gözlemlediklerine ve çıkarımlarına da yer vermiştir [55]. Serbest düşmede cismin hareket ettiren kuvvetin ağırlık ve bu ağırlığın cismin kütlesi ile ivmelenmesinin çarpımı ile doğru orantılı olduğunu söyleyerek hava direncinin ihmal edilebildiği herhangi bir yerde serbest düşen cisimlerin farklı ağırlıkta olsalar bile aynı ivme ile düşüklerini bulmuştur. Buradan hareketle de kütleyi eylemsizlik kuvveti, ağırlığı ise gravitasyon kuvveti ile ilişkilendirerek bir cismin kütlesi ile ağırlığının orantılı olduğunu belirtmiştir.

Literatürde "Eötvös Deneyleri" olarak sıklıkla adından söz edilen deneylerden biri 1890 yılında Eötvös [56] tarafından yapılmıştır ve $m_p/m_i = 1 + 5 \times 10^{-8}$ olarak bulunmuştur. Diğeri ise Eötvös, Pekar ve Fekete tarafından yapılan, gravitasyonel kütle ile eylemsizlik kütlesinin oranının cismin yapıldığı malzemenin türünden türüne 3×10^{-9} 'dan daha fazla değişmediğini gösteren deneydir [32].

Roll, Krothov ve Dicke tarafından yapılan deney sonucunda ise aktif gravitasyonel, pasif gravitasyonel ve eylemsizlik kütlesi tanımlarından da bahsedilip farklı iç yapıya sahip kütlelerin gravitasyonel ivmelenmelerinin 3×10^{-11} değerinden daha da küçük bir hassasiyet ile aynı olduğu belirtilmiştir [8]. Prensibin bir başka testini de Braginsky ve Panov yapmış ve 0.9×10^{-12} hassasiyeti ile yani oldukça yüksek bir doğruluk ile alüminyumun gravitasyonel kütlesinin eylemsizlik kütlesine oranının tıpkı platininki gibi olduğunu bulmuşlardır [57].

Tablo 2.1 Eşdeğerlilik prensibinin doğruluğunu test etmek için yapılan deneyler [7]

Deneyi yapan	Sonuçlarının yayımlandığı yıl	$ m_p - m_i /m_i$
Galileo	1638	2×10^{-3}
Newton	1687	10^{-3}
Eötvös	1890	5×10^{-8}
Eötvös, Pekar, and Fekete	1922	3×10^{-9}
Roll, Krotkov ve Dicke	1964	3×10^{-11}
Braginsky ve Panov	1972	0.9×10^{-12}

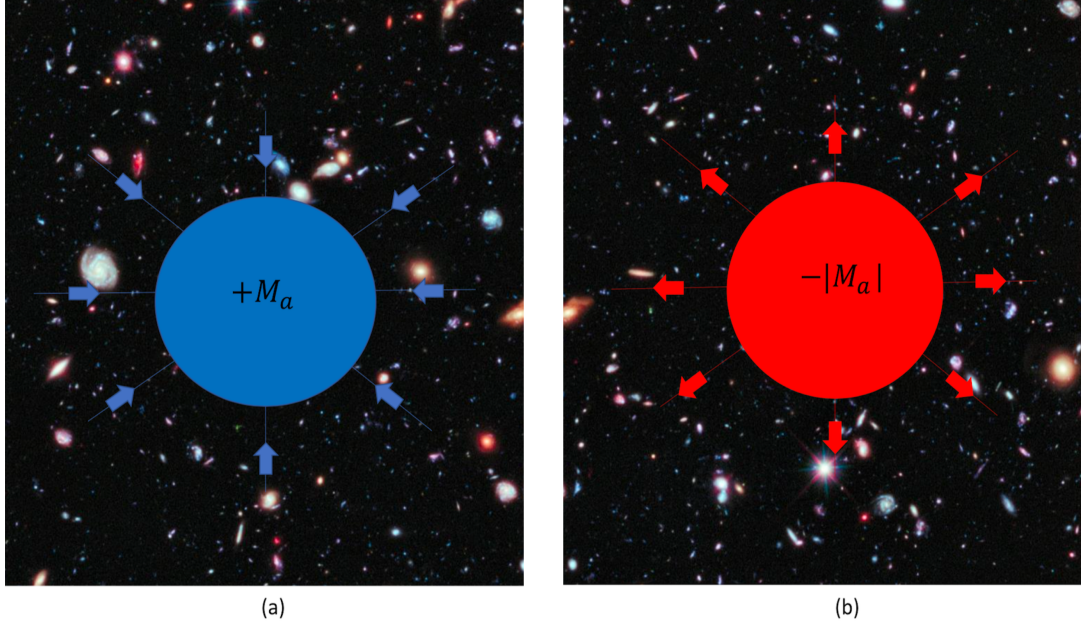
1957 yılında Bondi [12] tarafından aktif gravitasyonel, pasif gravitasyonel ve eylemsizlik kütleleri arasındaki ilişkinin Newton mekaniği ve genel izafiyet teorisinde aynı olmadığı şöyle belirtilmiştir:

1. Newton mekaniğine göre: Newton'un üçüncü yasasına göre bir cismin sahip olabileceği aktif ve pasif gravitasyonel kütleler eşit, eylemsizlik kütlesi ise bunlarla aynı ya da farklı olabilir. Böylece Newton mekaniğine göre gravitasyonel olarak etkileşen, kütleleri m ve M olan iki cisim için kütlelerin sahip olabileceği değerler Tablo 3.1'de verildiği gibi olacaktır. Bu etkileşmelerin sonucunda ne olduğunu anlamak için negatif gravitasyonel kütlelerin oluşturacağı gravitasyonel alan çizgilerinin nasıl olduğunu bilmek gerekir.

Tablo 3.1 Newton mekaniğine göre muhtemel etkileşmeler için kütlelerin sahip olabileceği değerler

	m_p	M_a	m_i
(a)	+	+	+
(b)	+	+	-
(c)	-	-	+
(d)	-	-	-
(e)	+	-	+
(f)	+	-	-
(g)	-	+	+
(h)	-	+	-

Bildiğimiz üzere pozitif kütle oluşturduğu gravitasyonel alan çizgileri Şekil 3.1(a)'da gösterildiği gibidir. Negatif kütle oluşturacağı alan çizgileri ise "gravitasyonel alan yükü" ile "elektriksel alan yükü" benzetmesinden (Bu benzetme Bölüm 2.1'de anlatılmıştır.) faydalanılarak, negatif elektrik yükünün oluşturduğu alan çizgilerinin yönünün, pozitif elektrik yükünün oluşturduğu alan çizgilerinin yönünün tersi olduğu için negatif gravitasyonel kütle alan çizgilerinin yönünün de Şekil 3.1(b)'de gösterildiği gibi pozitif olanın tersi yönünde olması gerekir [16].



Şekil 3.1 (a) Pozitif gravitasyonel kütle alan çizgilerinin yönü (b) Negatif gravitasyonel kütle alan çizgilerinin yönü

Tablo 3.1'de verilen muhtemel kütle türlerinin oluşturacağı gravitasyonel olmayan (nongravitational) ve gravitasyonel olan etkileşmeler:

$$(a) \underline{m_p = + \quad M_a = + \quad m_i = +}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında üzerindeki kuvvet

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.1)$$

olur. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{NG}}{m_i} \quad (3.2)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ve \vec{F}_{NG} aynı yöndedir. Yani cisim uygulanan gravitasyonel olmayan \vec{F}_{NG} kuvvetinin yönünde bir ivmeye sahip olur. Bu durumda verilen kütleler

için gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = -G \frac{m_p M_a}{r^2} \hat{r} \quad (3.3)$$

ifadesi ile verilir ve buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = -G \frac{m_p M_a}{m_i r^2} \hat{r} \quad (3.4)$$

olur. Görüldüğü gibi bu ivmenin yönü cisme uygulanan gravitasyonel kuvvetin yönü ile aynıdır. Bu durumda verilen türden kütlelerin olduğu bir evrende cisim gravitasyonel alan tarafından çekilecektir.

$$\underline{(b) \ m_p = + \quad M_a = + \quad m_i = -}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında cismin üzerindeki gravitasyonel olmayan kuvveti

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = -|m_i| \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.5)$$

olarak ifade ederiz. Burada $m_i = -|m_i|$ olarak alınmıştır. Cismin ivmesi

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}_{NG}}{|m_i|} \quad (3.6)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ile \vec{F}_{NG} 'nin yönleri farklıdır. Yani cisim üzerine etki eden gravitasyonel olmayan kuvvetin tersi yönünde bir ivme kazanmaktadır. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = -G \frac{m_p M_a}{r^2} \hat{r} \quad (3.7)$$

olur. Buradan cismin ivmesi için

$$\vec{a} = +G \frac{m_p M_a}{|m_i| r^2} \hat{r} \quad (3.8)$$

ifadesine ulaşırız. Bu ivme cismin üzerindeki gravitasyonel kuvvet ile ters yöndedir. Yani, bu durumda verilen türden kütleyle sahip olan cisimler gravitasyonel alanın kaynağı olan aktif kütle tarafından maruz kaldıkları kuvvet itici bir kuvvet olsa da cismin hareket yönünü ivme belirlediğinden bu cisimler aktif kütleyle doğru çekilirler.

$$\underline{(c) \ m_p = - \quad M_a = - \quad m_i = +}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında

üzerindeki kuvveti

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.9)$$

olarak ifade ederiz. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{NG}}{m_i} \quad (3.10)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ve \vec{F}_{NG} aynı yöndedir. Bu durumda verilen kütleler için gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = -G \frac{|m_p||M_a|}{r^2} \hat{r} \quad (3.11)$$

olacaktır. Buradan cismin ivmesinin

$$\vec{a} = -G \frac{|m_p||M_a|}{m_i r^2} \hat{r} \quad (3.12)$$

olduğu görülür. Bu ivme cismin üzerindeki kuvvet ile aynı yöndedir. Cisim gravitasyonel alan tarafından çekilmektedir.

$$\underline{(d) \ m_p = - \quad M_a = - \quad m_i = -}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında cismin üzerindeki gravitasyonel olmayan kuvveti

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.13)$$

olarak ifade ederiz. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}_{NG}}{|m_i|} \quad (3.14)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ile \vec{F}_{NG} 'nin yönleri farklıdır. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = -G \frac{|m_p||M_a|}{r^2} \hat{r} \quad (3.15)$$

olacaktır. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = +G \frac{|m_p||M_a|}{|m_i| r^2} \hat{r} \quad (3.16)$$

olur. Görüldüğü gibi bu \vec{a} ivmesi ile gravitasyonel olan \vec{F} kuvvetinin yönleri terstir. Cisim aktif gravitasyonel kuvvet tarafından çekici bir kuvvete maruz kalmasına rağmen üzerindeki ivme cismin itildiğini göstermektedir.

$$\underline{(e) \ m_p = + \quad M_a = - \quad m_i = +}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında üzerindeki kuvveti

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.17)$$

olarak ifade ederiz. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{NG}}{m_i} \quad (3.18)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ve \vec{F}_{NG} aynı yöndedir. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = +G \frac{m_p |M_a|}{r^2} \hat{r} \quad (3.19)$$

olur ve buradan cismin ivmesinin

$$\vec{a} = +G \frac{m_p |M_a| \hat{r}}{m_i r^2} \quad (3.20)$$

olduğu görülür. Bu ivme cismin üzerine uygulanan gravitasyonel kuvvet ile aynı yöndedir.

$$\underline{(f) \ m_p = + \quad M_a = - \quad m_i = -}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında cismin üzerindeki gravitasyonel olmayan kuvveti

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.21)$$

olarak ifade ederiz ve cisim üzerindeki ivme

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}_{NG}}{|m_i|} \quad (3.22)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ile \vec{F}_{NG} 'nin yönleri terstir. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = +G \frac{m_p |M_a|}{r^2} \hat{r} \quad (3.23)$$

olacaktır. Buradan cismin ivmesinin

$$\vec{a} = -G \frac{m_p |M_a| \hat{r}}{|m_i| r^2} \quad (3.24)$$

olduğu görülür. Bu ivme cismin üzerindeki kuvvet ile ters yöndedir.

$$(g) \underline{m_p = - \quad M_a = + \quad m_i = +}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında üzerindeki kuvvet

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.25)$$

olur. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{NG}}{m_i} \quad (3.26)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ve \vec{F}_{NG} aynı yöndedir. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = +G \frac{|m_p| M_a}{r^2} \hat{r} \quad (3.27)$$

olacaktır. Buradan cismin ivmesi

$$\vec{a} = +G \frac{|m_p| M_a \hat{r}}{m_i r^2} \quad (3.28)$$

ifadesine ulaşırız. Görüldüğü gibi bu ivme cismin üzerindeki gravitasyonel kuvvet ile aynı yöndedir. Cisim gravitasyonel alan tarafından itici bir kuvvete maruz kalırken kuvvet yönünde bir ivmeye sahip olacaktır. Yani aktif gravitasyonel kütle tarafından itilecektir .

$$(h) \underline{m_p = - \quad M_a = + \quad m_i = -}$$

Bu durumda cisim gravitasyonel olmayan bir \vec{F}_{NG} kuvvetine maruz kaldığında cismin üzerindeki gravitasyonel olmayan kuvveti

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = \vec{F}_{NG} \quad (3.29)$$

olarak ifade ederiz ve cisim üzerindeki ivme

$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}_{NG}}{|m_i|} \quad (3.30)$$

olur. Görüldüğü gibi \vec{a} ifadesinin yönü ile \vec{F}_{NG} ifadesinin yönü terstir. Gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F} = -|m_i| \vec{a} = +G \frac{|m_p| M_a}{r^2} \hat{r} \quad (3.31)$$

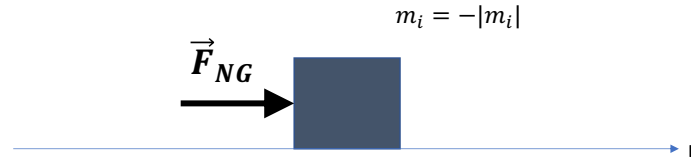
olacaktır. Buradan cismin ivmesi için

$$\vec{a} = -G \frac{|m_p| M_a \hat{r}}{|m_i| r^2} \quad (3.32)$$

ifadesine ulaşırız. Görüldüğü gibi bu ivme cismin üzerindeki gravitasyonel kuvvet ile ters yöndedir.

Tüm bu durumlardan şu sonuçları çıkarabiliriz:

Bir cisim gravitasyonel olmayan bir kuvvet tarafından etkilendiğinde cismin sahip olduğu eylemsizlik kütlesi pozitifse Newton'un ikinci yasasına göre cismin ivmesi, üzerine etkiyen kuvvet ile aynı yönde olacaktır. Fakat cismin sahip olduğu eylemsizlik kütlesi negatifse yine Newton'un ikinci kanununa göre cismin sahip olacağı ivme negatif eylemsizlik kütlesi sebebiyle Şekil 3.2'de gösterildiği gibi üzerine etkiyen kuvvet ile ters yönde olacaktır [14].



Gravitasyonel olmayan (nongravitational) bir \vec{F}_{NG} kuvveti negatif eylemsiz kütleli bir cisme uygulanır.



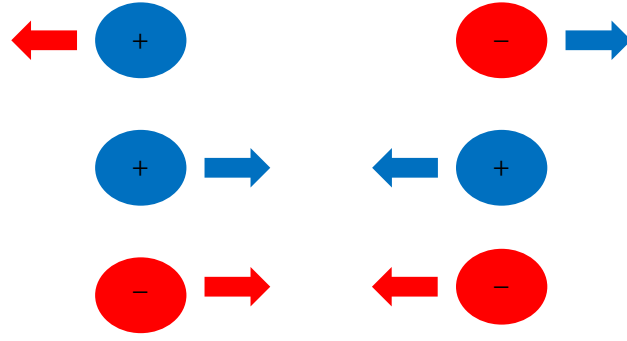
$$\vec{F} = F\hat{r} = -|m_i|\vec{a}$$

$$\vec{a} = -\frac{F(\hat{r})}{|m_i|} \leftarrow \text{SOL tarafa doğru bir ivme kazanır.}$$

(\hat{r} = radyal yöndeki birim vektördür)

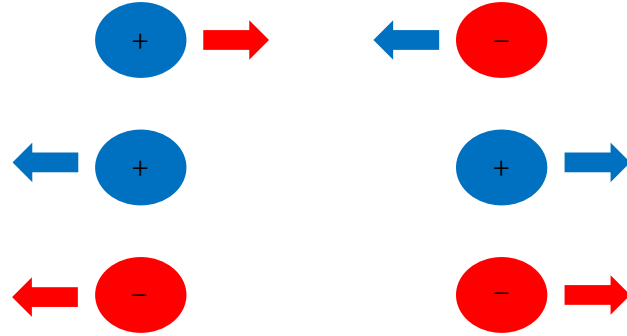
Şekil 3.2 Negatif eylemsizlik kütlesine sahip bir cisme gravitasyonel olmayan bir kuvvet uygulanması

Gravitasyonel etkileşmeler ise eylemsizlik kütlesi pozitifse Coulomb yasasının gerektirdiğinin negatifi (tersi) gibi olacaktır [12]. Yani, Şekil 3.3'te gösterildiği gibi aynı işaretli gravitasyonel kütleyle sahip olan cisimler birbirini çekecek ve zıt işaretli olanlar ise birbirini itecektir. (Coulomb yasasına göre aynı işaretli elektrik yükleri birbirini iterken, zıt işaretli elektrik yükleri ise birbirini çeker.)



Şekil 3.3 Newton mekaniğine göre $m_i = +$ ise kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler

Fakat eylemsizlik kütlesi negatifse etkileşmeler Coulomb yasasının tarif ettiği gibi olacaktır. Yani Şekil 3.4'te gösterildiği gibi aynı işaretli gravitasyonel kütleyle sahip cisimler birbirini iterken, zıt işaretli gravitasyonel kütleyle sahip cisimler birbirini çekecektir.



Şekil 3.4 Newton mekaniğine göre $m_i = -$ ise kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler

2. Genel izafiyet teorisine göre: Genel izafiyet teorisinde eşdeğerlilik prensibi gereği $\frac{m_p}{m_i}$ oranı 1'dir ve Newton'un üçüncü yasası gibi aktif ve pasif gravitasyonel kütlelerin eşit olmasını gerektiren bir yasa yoktur. Böylece genel izafiyet teorisine göre gravitasyonel olarak etkileşen, kütleleri m ve M olan iki cisim için kütlelerin sahip olabileceği değerler Tablo 3.2'de verildiği gibi olacaktır.

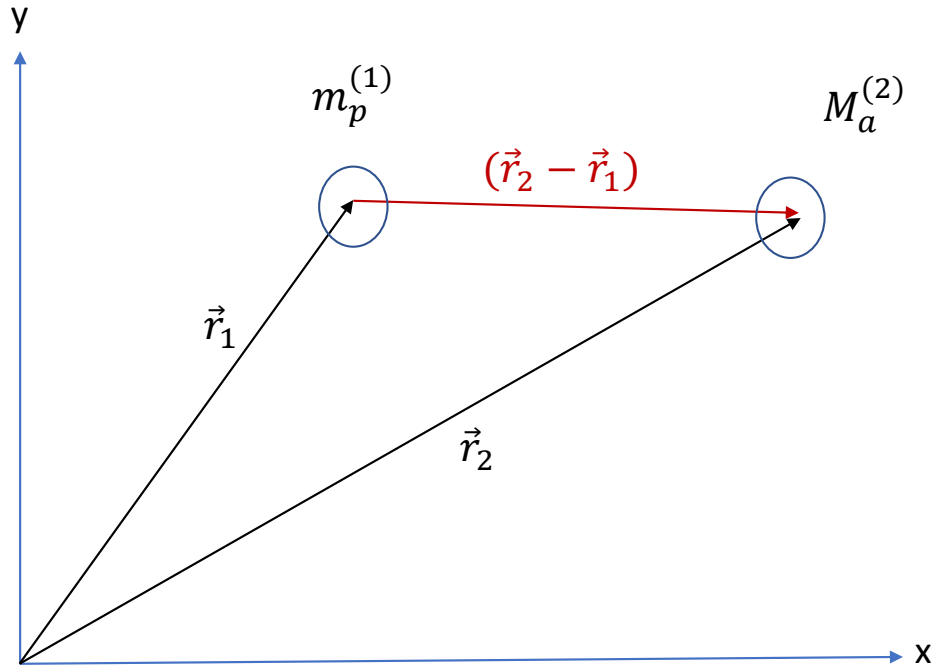
Genel izafiyetin yalnızca bir gravitasyon teorisi olduğu düşünüldüğü sürece pasif gravitasyonel kütle ile eylemsizlik kütlesi cisimler arası etkileşmeler üzerine bir rol

Tablo 3.2 Genel izafiyet teorisine göre muhtemel etkileşmeler için kütlelerin sahip olabileceği değerler

	m_p	M_a	m_i
(a)	+	+	+
(b)	-	+	-
(c)	+	-	+
(d)	-	-	-

oyunmayacaktır. Yani etkileşmeler bu kütlelerin işaretinden bağımsız olacaktır. Bunun ayrıntılı ispatı Whittaker [38] ve Synge-Ruse [58] tarafından yapılmıştır. Aktif gravitasyonel kütle ilk defa Schwarzschild çözümünde integral sabiti olarak ortaya çıkar [12].

Eşdeğerlilik prensibininin zayıf şeklinin $\frac{m_p}{m_i} = 1$ olarak kabul edilmesinin sonucu meydana gelen gravitasyonel etkileşmelerin nasıl olduğunu şöyle açıklayabiliriz:



Şekil 3.5 Zayıf eşdeğerlilik prensibinin kabul edildiği şeklinin yol açtığı gravitasyonel etkileşmeler

Şekil 3.5'te gösterildiği gibi gravitasyonel olarak etkileşen iki cisim düşünelim. Newton'un ikinci kanununa göre (1) numaralı cisim için

$$m_i^{(1)} \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G m_p^{(1)} M_a^{(2)} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.33)$$

yazılır. (Şekil 3.5'te görüldüğü gibi $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ vektörü test parçacığından $(m_p^{(1)})$ gravitasyon alanının kaynağı $M_a^{(2)}$ kütesine doğru olduğundan, denklemin sağ tarafına ayrıca bir $-$ işareti konmamıştır.) Burada ZEP'in kabul edildiği şekli $(m_i^{(1)} = m_p^{(1)})$ ile alıp Denklem (3.34)'e uygularsak

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G M_a^{(2)} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.34)$$

denkleme ulaşılır. Bu denklemden görüldüğü gibi (1) numaralı cismin hareketini belirleyen (2) numaralı cismin aktif gravitasyonel kütlesi olacaktır. $M_a^{(2)}$ pozitif olduğunda bütün cisimleri çektiği görülürken, negatif olduğunda ise Denklem (3.34) şöyle olacaktır:

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = -G |M_a^{(2)}| \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.35)$$

Bu denklemden cismin aktif kütlesi negatifken bütün cisimleri ittiği görülür. Ayrıca yine Newton'un ikinci kanununa göre (2) numaralı cisim için

$$m_i^{(2)} \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = G m_p^{(2)} M_a^{(1)} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (3.36)$$

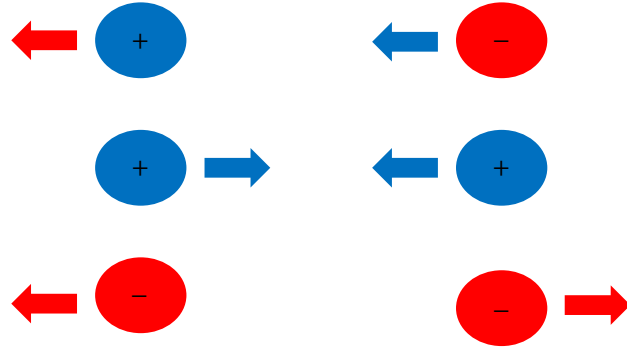
yazılır. Burada yine ZEP gereği $m_i^{(2)} = m_p^{(2)}$ olarak kabul edildiğinden

$$\frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G M_a^{(1)} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = G M_a^{(1)} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (3.37)$$

olur. Bu denklemden görüldüğü gibi (2) numaralı cismin hareketini belirleyen (1) numaralı cismin aktif gravitasyonel kütlesi olacaktır. $M_a^{(1)}$ pozitif olduğunda bütün cisimleri çektiği görülürken, negatif olduğunda ise Denklem (3.37) şöyle olacaktır:

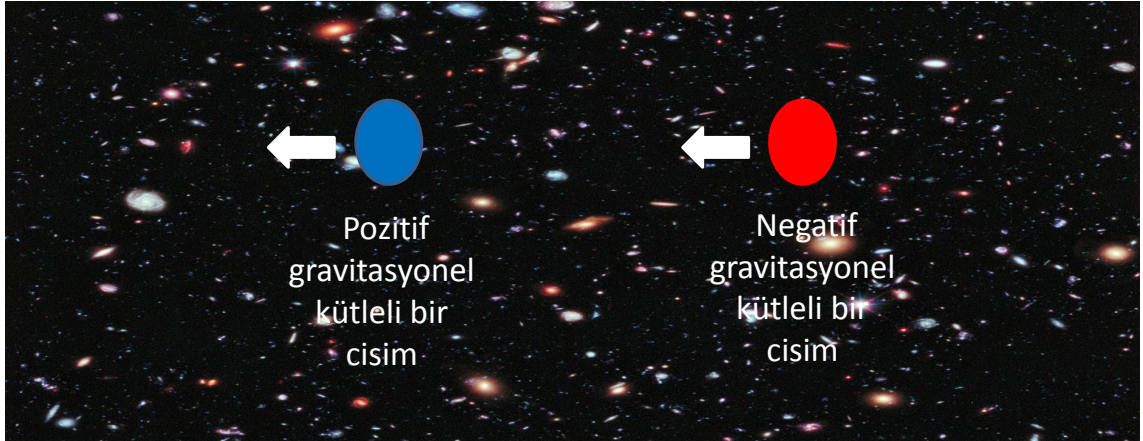
$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = -G |M_a^{(1)}| \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (3.38)$$

Bu denklemden yine cismin aktif kütlesi negatifken bütün cisimleri ittiği görülür. Böylece genel izafiyet teorisine göre kütleler arası gravitasyonel etkileşimler Şekil 3.6'da gösterildiği gibi olur.



Şekil 3.6 Genel izafiyet teorisine göre kütleler arası gravitasyonel etkileşmeler

Bu durum, pozitif gravitasyonel kütleli bir cismin negatif gravitasyonel kütleli bir cisimle gravitasyonel olarak etkileşmesi göz önüne alındığında dikkate değer bir sonuç verecektir:



Şekil 3.7 Kendi kendine hızlanma hareketi

Pozitif gravitasyonel kütleli cisimler tarafından bütün cisimler çekildiği için negatif kütleli cisim çekilecek, negatif kütleli cisimler ise bütün cisimleri ittiği için pozitif olan cisim itilecektir (Şekil 3.7'deki gibi). Bondi [12], bu sonucun oldukça şaşırtıcı olduğunu belirtmiştir. 1989'da ise Bonnor [13] yine eşdeğerlilik prensibinin, eylemsizlik kütesinin ve pasif gravitasyonel kütleinin eşit yani $\frac{m_p}{m_i}$ oranı için daima +1 olmasını gerektirdiğine inanarak daha önce Bondi [12]'nin tarif ettiği fakat isim vermediği, Şekil 3.7'de gösterildiği gibi pozitif gravitasyonel kütleli cisim kaçarken negatif gravitasyonel kütleli cismin onu takip ettiği bu hareketi "kendi kendine hızlanma hareketi" ya da "kaçak hareket" olarak tanımlamayı tercih etmiştir. 1990'da ise Forward da ZEP'i kabul gören şekliyle alıp bu hareketi "negatif kütleli itici gücü" olarak tanımlamış ve böyle bir sistemin herhangi bir enerji kaynağına ya da

reaksiyon kütlesine ihtiyaç duymadan tek yönlü ivme sağlayacağını söyleyerek bu hareketi gerçekten mucizevi bulduğunu belirtmiştir.

Newton'un üçüncü yasasına göre

$$\frac{M_a^{(1)}}{m_p^{(1)}} = \frac{M_a^{(2)}}{m_p^{(2)}} = k \quad (3.39)$$

olur. Momentum ifadesi için $\frac{d\vec{r}_1}{dt} = \dot{\vec{r}}_1$ ve $\frac{d\vec{r}_2}{dt} = \dot{\vec{r}}_2$ olmak üzere Denklem (3.33) ve (3.36) toplanarak [13]

$$\frac{d}{dt}(m_i^{(1)}\dot{\vec{r}}_1 + m_i^{(2)}\dot{\vec{r}}_2) = \frac{G(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)(m_p^{(1)}M_a^{(2)} - m_p^{(2)}M_a^{(1)})}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.40)$$

denkleme ulaşılır. Denklem (3.39)'a göre bu denklem düzenlendiğinde

$$\frac{d}{dt}(m_i^{(1)}\dot{\vec{r}}_1 + m_i^{(2)}\dot{\vec{r}}_2) = \frac{G(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)m_p^{(2)}(m_p^{(1)}\frac{M_a^{(2)}}{m_p^{(2)}} - M_a^{(1)})}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

$$\frac{d}{dt}(m_i^{(1)}\dot{\vec{r}}_1 + m_i^{(2)}\dot{\vec{r}}_2) = \frac{G(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)m_p^{(2)}(m_p^{(1)}k - M_a^{(1)})}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

$$\frac{d}{dt}(m_i^{(1)}\dot{\vec{r}}_1 + m_i^{(2)}\dot{\vec{r}}_2) = \frac{G(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)m_p^{(2)}(m_p^{(1)}k - m_p^{(1)}k)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = 0 \quad (3.41)$$

olur. Buradan

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2) = 0 \quad (3.42)$$

ve

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \text{sabit} \quad (3.43)$$

olduğu görülür. Buradan bütün $m_i^{(1)}$ ve $m_i^{(2)}$ kütleleri için türleri ne olursa olsun toplam momentum sabit olduğundan momentumun korunduğu görülür. Böylece kendi kendine hızlanma hareketi için de momentum korunur.

Diğer taraftan sistemin kinetik enerjisi için

$$K = \frac{1}{2}m_i^{(1)}(\dot{\vec{r}}_1)^2 + \frac{1}{2}m_i^{(2)}(\dot{\vec{r}}_2)^2 \quad (3.44)$$

yazılır. Buradan $\frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}_1$ ve $\frac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}_2$ olmak üzere kinetik enerjinin zamanla değişimi

$$\frac{dK}{dt} = m_i^{(1)}\ddot{\vec{r}}_1 \cdot \dot{\vec{r}}_1 + m_i^{(2)}\ddot{\vec{r}}_2 \cdot \dot{\vec{r}}_2 \quad (3.45)$$

olur. Denklem (3.33) ve (3.36) kullanılarak bu ifade

$$\frac{dK}{dt} = Gm_p^{(1)}M_a^{(2)}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot \dot{\vec{r}}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} - Gm_p^{(2)}M_a^{(1)}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot \dot{\vec{r}}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.46)$$

olur. Denklem (3.39)'a göre $m_p^{(1)}M_a^{(2)} = m_p^{(2)}M_a^{(1)}$ olduğundan kinetik enerjinin zamanla değişimi

$$\frac{dK}{dt} = -Gm_p^{(1)}M_a^{(2)}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot (\dot{\vec{r}}_2 - \dot{\vec{r}}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.47)$$

olur. Potansiyel enerji için ise

$$V = \frac{1}{2}G(m_p^{(1)}M_a^{(2)} + m_p^{(2)}M_a^{(1)})\frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (3.48)$$

ifadesi yazılır. Buradan $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}\right)$ için

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.49)$$

olduğu hatırlanarak

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}\right) = -\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot (\dot{\vec{r}}_2 - \dot{\vec{r}}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.50)$$

bulunur. Denklem (3.39) göz önüne alınarak $m_p^{(2)}M_a^{(1)}$ yerine $m_p^{(1)}M_a^{(2)}$ yazılır ve potansiyel enerjinin zamanla değişimi

$$\frac{dV}{dt} = +Gm_p^{(1)}M_a^{(2)}\frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot (\dot{\vec{r}}_2 - \dot{\vec{r}}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \quad (3.51)$$

olur. Buradan

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{dK}{dt} \quad (3.52)$$

olduğu görülür. Buradan toplam enerjinin zamanla değişimi için

$$\frac{d(K + V)}{dt} = 0 \quad (3.53)$$

yazılır. Böylece

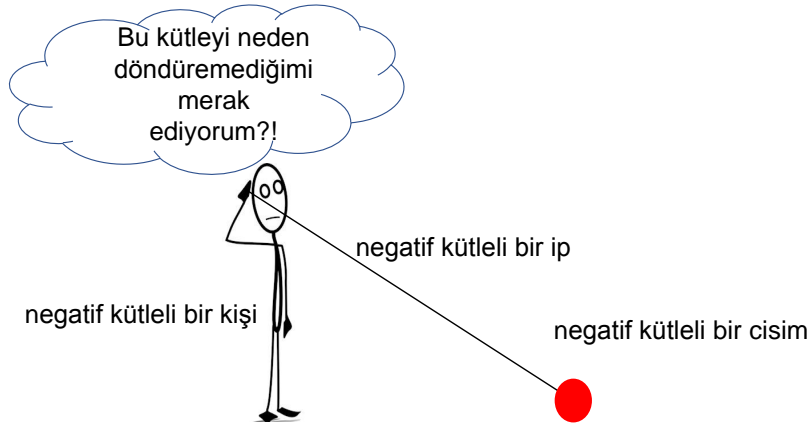
$$K + V = \text{sabit} \quad (3.54)$$

olur. Böylece yine bütün $m_i^{(1)}$ ve $m_i^{(2)}$ kütlelerinin işaretinden bağımsız olarak enerji de korunur. Dolayısıyla kendi kendine hızlanma hareketinde de enerji korunur.

Negatif Gravitasyonel Kütle için Bulduğumuz Sonuçlar

4.1 Negatif Gravitasyonel Kütleli Dönme Hareketi için Gözlem Sonuçlarımız

Bu bölümde eylemsizlik kütlesi negatif olduğunda ($m_i = -$) dönme (rotasyon) hareketinin nasıl olması gerektiğini inceleyeceğiz. Bu amaçla, sadece negatif gravitasyonel kütleli bir evrende dönme hareketi için; Şekil 4.1'de gösterildiği gibi negatif kütleli bir kişinin negatif eylemsizlik kütleli bir cismi bir ipin ucunda döndürmeye çalıştığını düşünelim.



Şekil 4.1 Negatif gravitasyonel kütleli bir cismi döndürmeye çalışan kişi

Kişinin cismi bir daire içinde döndürebilmesi için ipteki gerilimin kişinin eline doğru olması gerekir. Bu gerilimi T ile temsil edelim ve merkezci ivmeyi sağlamak için gerekli olan etmen olduğunu belirtelim. Cismin gravitasyonel kütleli negatif olmasının yanı sıra eylemsizlik kütleli de negatif olduğu varsayımıyla merkezci

ivme (centripetal acceleration)

$$\vec{a}_c = \frac{\vec{T}}{m_i} = \frac{-T\hat{r}}{-|m_i|} = \frac{T\hat{r}}{|m_i|} \quad (4.1)$$

olacaktır. Burada \hat{r} dışarı doğru olan radyal birim vektördür. Dolayısıyla gördüğümüz gibi merkezci ivmenin yönü kişinin eline doğru değil, kişinin elinden dışarı doğru olacaktır. Bunun sebebi eylemsizlik kütlesi olan m_i 'nin, gravitasyonel kütle olan m_p ile beraber negatif kabul edilmesidir. Dolayısıyla dönme hareketi mümkün olmayacaktır.

Bütün kütleleri negatif olan parçacıklardan meydana gelen hayali bir evren düşünürsek, bu evrende negatif kütleli atom çekirdekleri negatif kütleli elektronları iteceklerdir. Buna rağmen böyle bir evrende atomlar meydana gelecektir. Bunun sebebi, atom seviyesinde elektrik kuvvetinin gravitasyon kuvvetinden çok daha kuvvetli olmasıdır. Buradan yola çıkarak gravitasyon kütlelerinin negatif olduğu bir evrende gezegenlerin etraflarında dönen uyduları olamayacağını gösterelim. Aktif gravitasyonel kütlesi negatif olan bir gezegen ($M_a = -|M_a|$) etrafında dönmeye çalışan pasif gravitasyonel kütlesi negatif olan bir uydu ($m_p = -|m_p|$) göz önüne alındığında eylemsizlik kütlesi m_i 'nin negatif olması bu dönme hareketinin olmasına izin vermeyecektir. Bu gezegen ve uydu arasındaki gravitasyonel kuvvet

$$\vec{F}_G = m_p \vec{g} = -|m_p|g\hat{r} \quad (4.2)$$

şeklinde yazılır. Görüldüğü gibi bu kuvvet çekici bir kuvvettir. R gezegen ile uydunun kütle merkezleri arasındaki mesafe olmak üzere gezegenin yarattığı gravitasyon alanı

$$\vec{g} = \frac{-GM_a}{R^2}\hat{r} = \frac{-G(-|M_a|)}{R^2}\hat{r} = \frac{G|M_a|}{R^2}\hat{r} = g\hat{r} \quad (4.3)$$

olur. Newton'un ikinci kanununa göre uydu üzerindeki merkezci kuvvet (centripetal force)

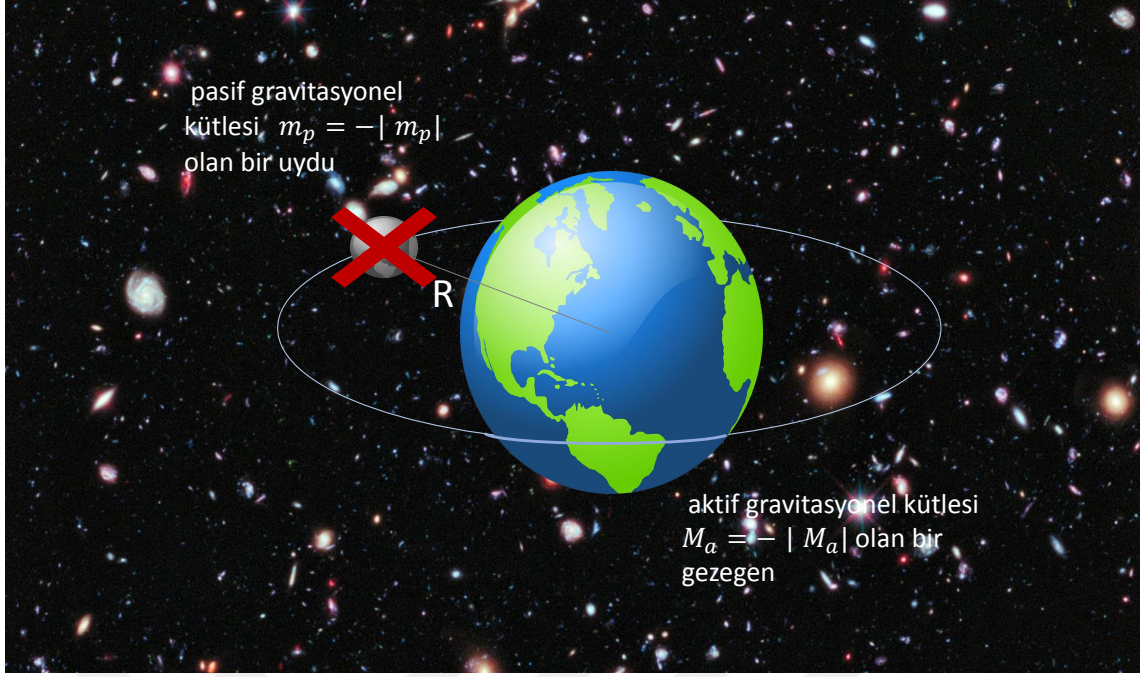
$$\vec{F}_c = m_i \vec{a}_c = -|m_p|g\hat{r} \quad (4.4)$$

olarak ifade edilir. Buradan uydunun merkezci ivmesi

$$\vec{a}_c = \frac{-|m_p|}{m_i}g\hat{r} = \frac{-|m_p|}{-|m_i|}g\hat{r} = \frac{|m_p|}{|m_i|}g\hat{r} \quad (4.5)$$

olarak bulunur.

Burada mevcut literatürdeki eşdeğerlilik ilkesinin gereği olarak $\frac{m_p}{m_i} = \frac{-|m_p|}{(-|m_i|)} = 1$ alınmıştır. Bunun sonucu olarak uydunun tahmin edilen merkezci ivmesi \vec{a}_c merkeze doğru değil de merkezden dışarı doğru olacaktır. Dolayısıyla uydunun dönme hareketi



Şekil 4.2 Negatif gravitasyonel kütleli bir gezegen

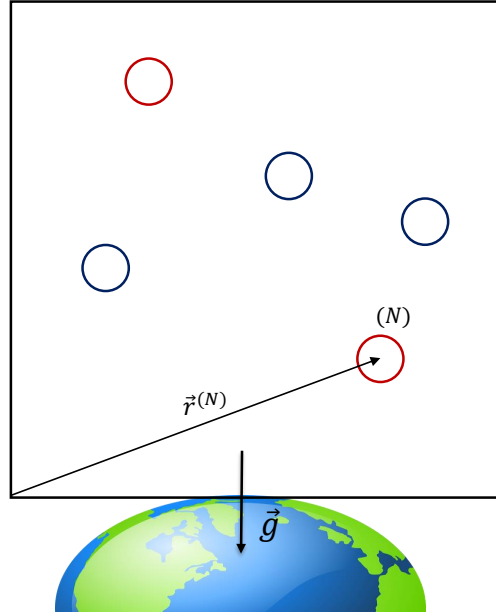
yapması mümkün olmayacaktır. Eğer uydunun eylemsizlik kütlesi m_i pozitif alınırsa yani $m_i = -m_p = |m_p|$ olursa bu imkansızlık ortadan kalkacak ve $\frac{m_p}{m_i} = -1$ olacaktır. Bu halde $\vec{a}_c = \frac{-|m_p|}{m_i} g \hat{r} = -g \hat{r}$ olacağından merkezci ivme içeriye doğru yönelir ve böylece dönme hareketi mümkün olur. Buradan hareketle; sadece negatif gravitasyonel kütleli bir evren düşünüldüğünde, dönme hareketinin yalnızca eylemsizlik kütlelerinin pozitif olması koşuluyla gerçekleşebileceği sonucuna ulaşılmış olur.

Dönme hareketinde pasif gravitasyonel kütle m_p negatifken, eylemsizlik kütlesi m_i 'nin pozitif olmak zorunda olduğunu gösterdik. Fakat sadece dönme hareketinde değil, diğer hareketlerde de eylemsizlik kütlesi m_i pozitif olabilir. Şimdi $\frac{m_p}{m_i}$ oranının sadece +1 değil -1, hatta herhangi bir değere sahip olabileceğini göstereceğiz.

4.2 Tek Parçacık Eşdeğerlilik Prensibi

Harici bir \vec{g} gravitasyon alanında Şekil 4.3'te olduğu gibi hareket etmekte olan pozitif ve negatif gravitasyonel kütleli parçacıklar olduğunu düşünelim. N 'inci parçacığın hareket denklemi

$$m_i^{(N)} \frac{d^2 \vec{r}^{(N)}}{dt^2} = m_p^{(N)} \vec{g} + \sum_{M=1}^{M=N-1} \vec{F}(\vec{r}^{(N)} - \vec{r}^{(M)}) \quad (4.6)$$



Şekil 4.3 Harici bir gravitasyon alanında (mesela Dünya'nın) hareket etmekte olan parçacıklar. Mavi ve kırmızı yuvarlaklar m_p/m_i oranları birbirinden farklı parçacıkları temsil etmektedir.

ifadesi ile verilir. Burada gravitasyon dahil olmak üzere parçacıklar arasındaki muhtemel bütün etkileşimler göz önüne alınmıştır [1]. Şu uzay-zaman dönüşümünü (transformasyon)

$$t' = t, \quad \vec{r}'^{(N)} = \vec{r}^{(N)} - \frac{1}{2} \frac{m_p^{(N)}}{m_i^{(N)}} \vec{g} t'^2 \quad (4.7)$$

Denklem (4.6)'ya uyguladığımızda elde edilen yeni eşitlik

$$m_i^{(N)} \frac{d^2 \vec{r}'^{(N)}}{dt'^2} + m_i^{(N)} \left(\frac{m_p^{(N)}}{m_i^{(N)}} \right) \vec{g} = m_p^{(N)} \vec{g} + \sum_M \vec{F}(\vec{r}'^{(N)} - \vec{r}'^{(M)}) \quad (4.8)$$

$$m_i^{(N)} \frac{d^2 \vec{r}'^{(N)}}{dt'^2} = \sum_M \vec{F}(\vec{r}'^{(N)} - \vec{r}'^{(M)}) \quad (4.9)$$

olur. N 'inci parçacık üzerindeki harici gravitasyonel kuvvet

$$\vec{F}_G^{(N)} = m_p^{(N)} \vec{g} \quad (4.10)$$

şu hayali kuvvet ile ortadan kalkmış olur:

$$\vec{F}_{hayali}^{(N)} = -m_i^{(N)} \left(m_p^{(N)} / m_i^{(N)} \right) \vec{g} = -m_p^{(N)} \vec{g} \quad (4.11)$$

Yani,

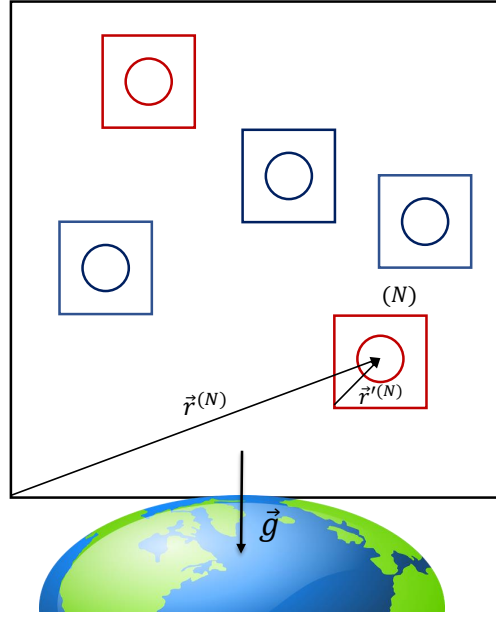
$$\vec{F}_G^{(N)} + \vec{F}_{hayali}^{(N)} = 0 \quad (4.12)$$

olmaktadır. Denklem (4.11)'den açıkça görüldüğü gibi mahalli (lokal) olarak parçacık üzerindeki gravitasyon kuvvetinin yok olması için parçacığın pasif gravitasyonel kütlelerinin eylemsizlik kütlelerine eşit olmasına gerek yoktur. $(m_p^{(N)} / m_i^{(N)})$ değeri +1 ya da -1'e eşit olabilir. Hatta incelenmekte olan farazi bir gravitasyon teorisinin müsaade ettiği herhangi bir değere (hypothetical value) de sahip olabilir. Einstein gravitasyon teorisinde $(m_p^{(N)} / m_i^{(N)})$ oranı eşdeğerliliğin sağlanabilmesi için daima +1 olarak alınmıştır. Fakat Denklem (4.11) ve (4.12)'den görüldüğü gibi bu oranın teorik olarak her değeri alması mümkündür. Bizim dünyamızda, günlük hayatımızda sadece pozitif gravitasyonel kütlelerin var olmasından dolayı işaret ettiğimiz bu ihtimalin basit laboratuvar gravitasyon deneyleri ile test edilmesi mümkün olmamaktadır. Bununla beraber, Özer'in [59] makalesinde işaret edildiği gibi elektrik hadisesi için Einstein teorisine benzer rölativistik bir teori yazıldığında elektrik yükü/eylemsizlik kütlesi birbirinden farklı olan parçacıkların değişik jeodezikler üzerinde hareket ettikleri görülür.

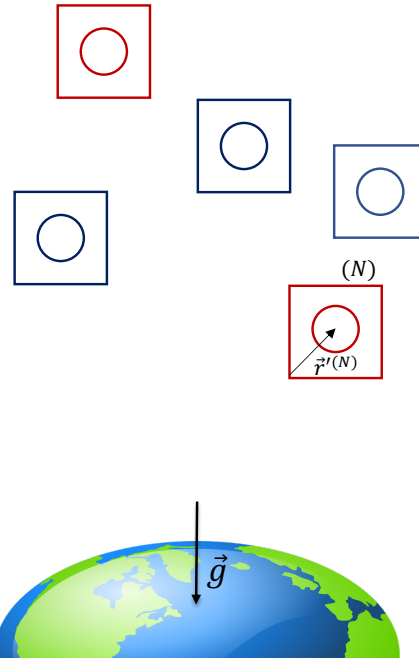
Denklem (4.7) ve (4.8) Şekil 4.4'te, Denklem (4.9) ise Şekil 4.5'te tasvir edilmişlerdir. Şimdi, Şekil 4.5'teki kütlelerin hepsini harici gravitasyon alanı \vec{g} içinde Şekil 4.6'da olduğu gibi, serbestçe düşmekte olan bir kabin içinde düşünelim. Sonra da herhangi bir parçacığın düşerken Şekil 4.6'daki kabine göre ivmesini göz önüne alalım. Bu ivme

$$\vec{a}_{izafi}^{(N)} = \left(\frac{m_p^{(N)}}{m_i^{(N)}} - \frac{M_p}{M_i} \right) \vec{g} \quad (4.13)$$

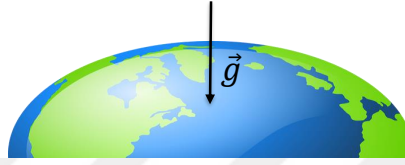
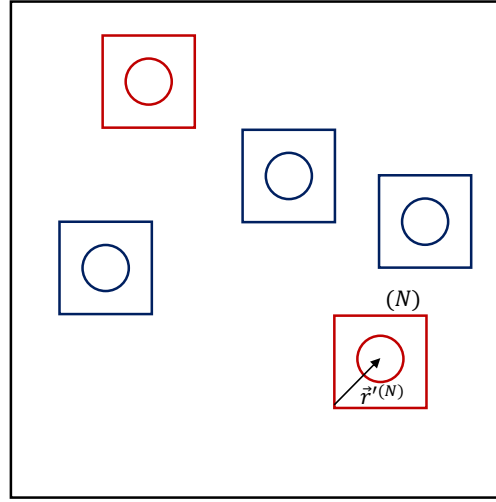
ifadesi ile verilir. Burada M kabinin kütleleridir. Parçacığın kabine göre hareketsiz olarak düşebilmesi için $a_{izafi}^{(N)}$ 'nin sıfır olması gerekmektedir. Bu ise $\frac{m_p^{(N)}}{m_i^{(N)}} = \frac{M_p}{M_i}$ şartını getirmektedir. Yani kabin içindeki bütün cisimlerin kabinle beraber ve kabine göre hareketsiz olarak düşebilmeleri için kütlelerinin $\frac{m_p}{m_i}$ oranı $\frac{M_p}{M_i}$ oranına eşit olmalıdır. Mesela $\frac{M_p}{M_i} = 1$ ise ve de herhangi bir parçacığın $\frac{m_p}{m_i}$ oranı -1 ise bu parçacık $\vec{a}_{izafi} = (-1 - 1)\vec{g} = -2\vec{g}$ ivmesine sahip olur. Eğer $\vec{g} = g(-\hat{r})$ ise böyle bir parçacık için $\vec{a}_{izafi} = 2g\hat{r}$ olacağından parçacık kabinin tavanına doğru hareket eder. (\hat{r} her zaman olduğu gibi yukarı doğru alınmıştır.) İvme ile gravitasyonun eşdeğerliliğinin kurulabilmesi için Şekil 4.6'daki gibi $\frac{m_p}{m_i}$ oranları birbirinden farklı olan parçacıkların ayrı kümeler olarak Şekil 4.7'de olduğu gibi değişik kabinlerde göz önüne alınmaları gerekmektedir. Her kabin sadece $\frac{m_p}{m_i}$ oranları kendisinin $\frac{M_p}{M_i}$ oranı



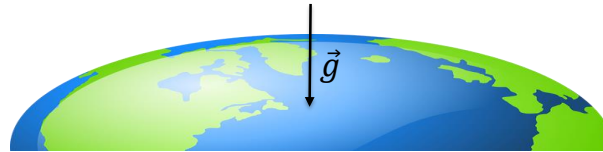
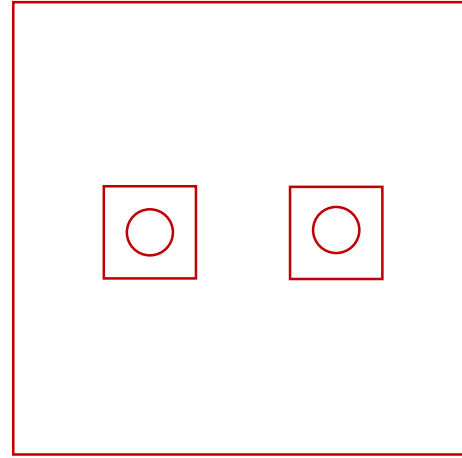
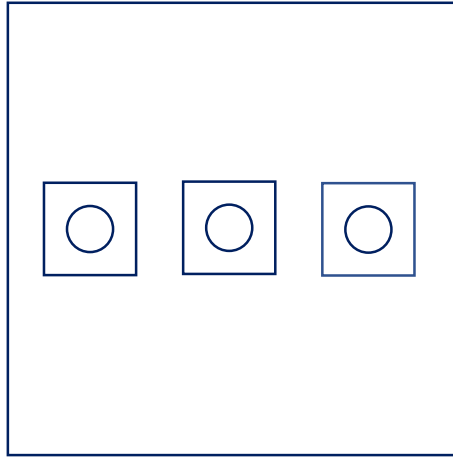
Şekil 4.4 Denklem (4.7)'de verilen uzay-zaman dönüşümünün parçacıklara tatbik edilmesi. Burada sadece N 'inci parçacığın pozisyon vektörleri gösterilmiştir.



Şekil 4.5 Denklem (4.7)'de verilen uzay-zaman dönüşümünün tatbikinden sonra parçacıkların harici gravitasyon alanında düşmeleri



Şekil 4.6 Şekil 4.5'teki parçacıkların hepsinin içine konduğu ve serbest düşmekte olan bir kabin



Şekil 4.7 İvme ile gravitasyonun eşdeğerliliğinin kurulabilmesi için m_p/m_i oranları farklı olan parçacıkların ayrı kabinlere konulması

ile aynı olan parçacıkları ihtiva etmelidir. Aksi takdirde eşdeğerlilik prensibi ihlal edilecektir. Eşdeğerlilik prensibinin bu şekilde ifadesi bu referanslarda "tek parçacık eşdeğerlilik prensibi" olarak adlandırılmıştır [59, 60].

Dikkat edilmesi gereken çok önemli husus Einstein teorisinde eşdeğerliliğin sağlanabilmesi için herhangi bir parçacığın veya cismin m_p değeri ne olursa olsun m_i değerinin de aynı olması gerektiğinin kabulüdür. Denklem (4.11)'den görüleceği gibi bütün cisimler için $\frac{m_p}{m_i} = 1$ alınması gravitasyon teorisine büyük bir kısıtlama getirmektedir. Yukarıda belirtilmemesine rağmen gözlemcinin pasif gravitasyonel kütle/ eylemsizlik kütle oranının da kabininki ile aynı olması gerekir.

4.3 Negatif Kütle için Eşdeğerlilik Prensibi

Pozitif kütle için eşdeğerlilik prensibi yani gravitasyonun ivmeye eşdeğerli oluşu iyi bilindiğinden bu bölümde bir düşünce deneyi vasıtasıyla gravitasyonel kütle negatif, eylemsizlik kütlesi ise pozitif olduğunda prensibi formüle edelim. Fakat daha öncesinde halihazırdaki literatürde kabul edildiği gibi gravitasyonel ve eylemsizlik kütleleri negatif olduğunda eşdeğerlilik prensibini açıklayalım.

4.3.1 Negatif Kütle için Literatürde Kabul Edilen Eşdeğerlilik Prensibi

Şekil 4.8 (a)'da derin uzayda (gravitasyon, elektromanyetik vs. herhangi bir fiziki alanın mevcut olmadığı) $\vec{a}_{roket} = \frac{|m_p|}{|m_i|} g \hat{r} = g \hat{r}$ ivmesi ile bir roket içinde yukarı doğru hızlandırılan penceresiz bir kabin verilmiştir. Kabinin ivmesi $\vec{a}_{kabin} = \vec{a}_{roket}$ olacağından, kabin \vec{a}_{kabin} ivmesi ile yukarı doğru hızlandığında gözlemci negatif kütleli cismi ($m_p = -$, $m_i = -$), $\vec{a}_{hayali} = -\vec{a}_{kabin}$ ivmesi ile aşağı doğru düşüyor olarak görecektir. Böylece cismin hayali ivmesi

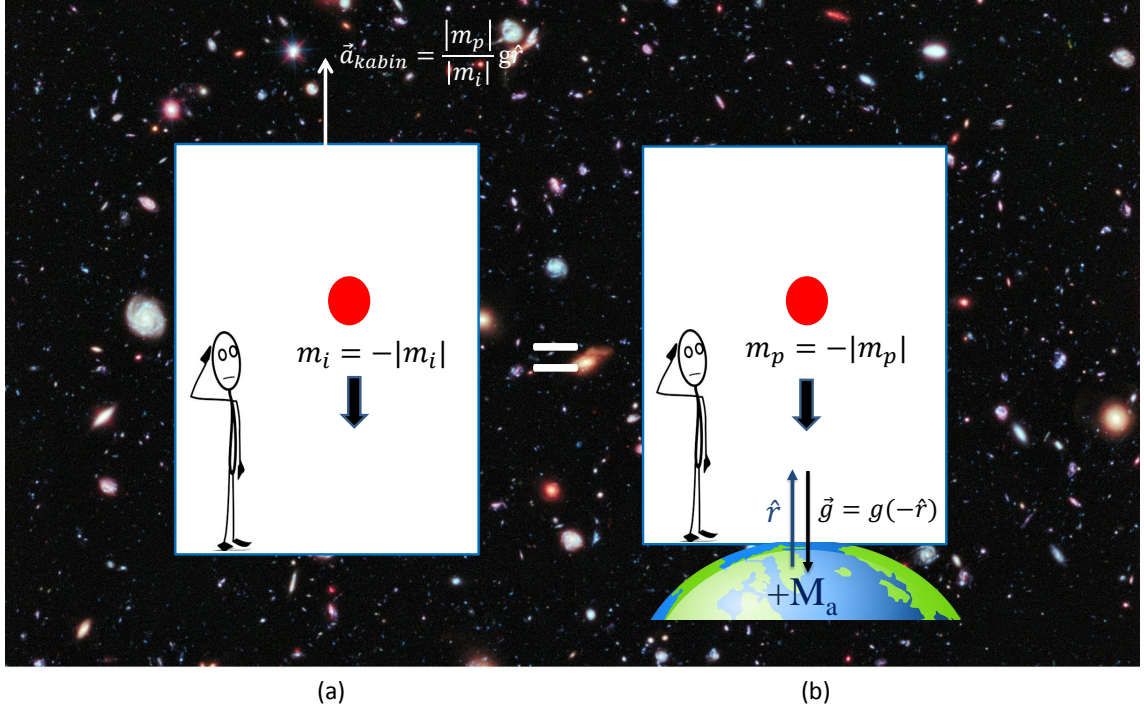
$$\vec{a}_{hayali} = \frac{|m_p|}{|m_i|} g (-\hat{r}) \quad (4.14)$$

olur. Cisim üzerindeki hayali kuvvet ise

$$\vec{F}_{hayali} = m_i \vec{a}_{hayali} = -|m_i| \left(-\frac{|m_p|}{|m_i|} \right) g \hat{r} = |m_p| g \hat{r} \quad (4.15)$$

olur. Dikkat edileceği gibi hayali kuvvet yukarı doğru olmasına rağmen cisim hayali ivmesinin aşağı doğru olması sebebiyle aksi yönde hareket etmektedir. Eylemsizlik kütlesi negatif kabul edildiğinden kuvvet ile ivme aynı yönlü olmamaktadır.

Şimdi cismin bu hayali ivmelenmesine eşdeğer bir gravitasyon alanının ne olması gerektiğini gösterelim. Negatif kütleli bir cismin ($m_p = -$, $m_i = -$) bu gravitasyon



Şekil 4.8 (a) Derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = \frac{|m_p|}{|m_i|} g \hat{r} = g \hat{r}$ ivmesi ile hızlanan bir kabin (b) Pozitif gravitasyonel kütleli bir gezegenin yarattığı gravitasyon alanında $\vec{a}_{cisim} = \vec{g} = g(-\hat{r})$ ivmesi ile hareket eden bir cisim

alanına sahip bir gezegene serbest olarak düştüğünü düşünelim. Cisim üzerindeki gravitasyonel kuvvet

$$\vec{F}_G = m_p \vec{g} = -|m_p| \vec{g} \quad (4.16)$$

ile verilir. Newton'un ikinci kanununa göre

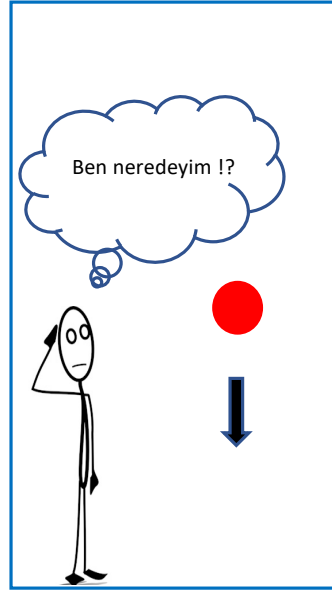
$$\vec{F} = m_i \vec{a}_{cisim} = \vec{F}_G = -|m_i| \vec{a}_{cisim} = -|m_p| \vec{g} \quad (4.17)$$

olur. Eşdeğerlilik cismin derin uzaydaki hayali ivmelenmesinin, gravitasyon alanındaki ivmelenmesine eşdeğer olmasını şart koşar. Bu sebeple yukarıda verilen denklemde \vec{a}_{cisim} yerine Denklem (4.14) ile verilen \vec{a}_{hayali} 'nin ifadesi konulduğunda

$$\vec{g} = g(-\hat{r}) \quad (4.18)$$

olduğu görülür. Bu gravitasyon alanının oluşabilmesi için gezegenin aktif kütesinin pozitif olması gerektiği sonucuna varılır. Böylece eşdeğerlilik kurulur (Şekil 4.8). Bu bulduğumuz sonuç, daha önce de Denklem (3.34)'te gösterildiği gibi pozitif aktif kütlelerin bütün cisimleri kendisine çekmesi neticesi ile uyuşmaktadır. Ayrıca, R_G gezegenin yarıçapı olmak üzere $\vec{g} = \frac{-GM_a}{R_G^2} \hat{r} = g(-\hat{r})$ olur. Yani $g = \frac{GM_a}{R_G^2}$ 'dir. Yine dikkat edileceği gibi \vec{g} 'nin ifadesi Denklem (4.17)'de yerine konulduğunda cismin üzerindeki

gravitasyonel kuvvetin, cismin ivmesi ile zıt yönlü oldukları görülür. Burada dikkat edilecek diğer bir husus da Denklem (4.15) ile verilen hayali kuvvetin, Denklem (4.17) ile verilen gravitasyonel kuvvete eşit olmasıdır. Buradan ivme ve gravitasyon eşitliğinin, hayali kuvvet ile gravitasyonel kuvvet eşitliğini de getirdiği sonucuna varılır. Ayrıca burada dikkat edilmesi gerekir ki kabinler penceresiz olduğundan dolayı gözlemci derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = \left(\frac{|m_p|}{|m_i|}\right)g\hat{r} = g\hat{r}$ ivmesi ile yukarı doğru ivmelenen bir kabinde mi yoksa gravitasyon alanı $\vec{g} = g(-\hat{r})$ ile verilen aktif gravitasyon kütlelerinin pozitif olduğu bir gezegen üzerinde mi olduğunu ayırt edemeyecektir.

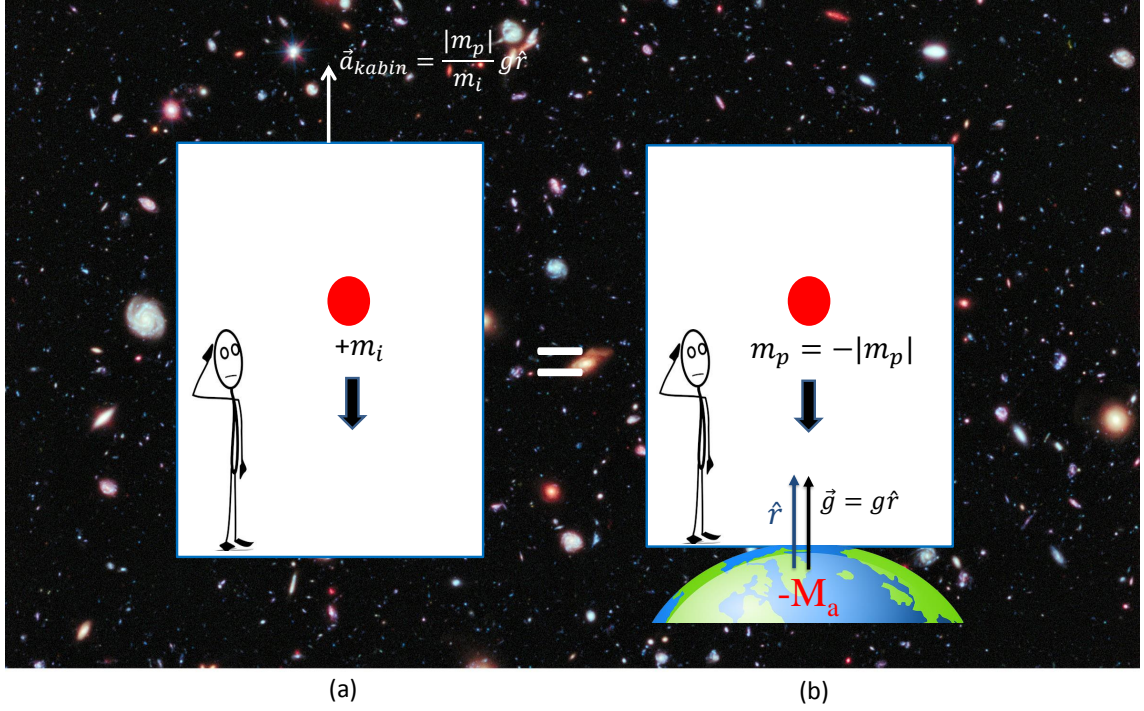


Şekil 4.9 Derin uzayda mı yoksa bir gravitasyon alanının etkisi altında mı olduğunu ayırt edemeyen gözlemci

4.3.2 Gravitasyonel Kütle Negatif, Eylemsizlik Kütle Pozitif Olduğunda Önerilen Eşdeğerlilik Prensibi

Yukarıda olduğu gibi hiçbir fiziki alanın olmadığı (gravitasyon, elektromanyetik vs.) derin uzayda yukarı doğru $\vec{a}_{roket} = \left(\frac{|m_p|}{m_i}\right)g\hat{r}$ ivmesi ile örneğin bir roket (ya da uzay gemisi) içinde yukarı doğru hızlandırılan penceresiz bir kabin düşünelim. Kabin içinde bir gözlemci, bir düzenek ile pasif gravitasyonel kütle negatif ($m_p = -$), eylemsizlik kütle pozitif ($m_i = +$) olan bir cisim havaya bıraksın. Kabin yukarı doğru \vec{a}_{kabin} ivmesi ile hareket ederken gözlemci cismi $\vec{a}_{hayali} = -\vec{a}_{kabin}$ ivmesi ile aşağıya doğru düşüyor olarak görecektir. Böylece cismin hayali ivmesi

$$\vec{a}_{hayali} = \frac{|m_p|}{m_i}g(-\hat{r}) \quad (4.19)$$



Şekil 4.10 (a) Derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = \left(\frac{|m_p|}{m_i}\right)g\hat{r}$ ivmesi ile hızlanan bir kabin (b) Negatif gravitasyonel kütleli bir gezegenin yarattığı gravitasyon alanında $\vec{a}_{cisim} = -\vec{g} = g(-\hat{r})$ ivmesi ile hareket eden bir cisim

olur. Cisim üzerindeki hayali kuvvet ise

$$\vec{F}_{hayali} = m_i \vec{a}_{hayali} = -m_i \left(\frac{|m_p|}{m_i}\right)g\hat{r} = |m_p|g(-\hat{r}) \quad (4.20)$$

ifadesi ile verilir. Burada görüldüğü gibi hayali kuvvetin yönü eylemsizlik kütlelerinin pozitif olması sebebiyle cismin hayali ivmesi ile aynı yöndedir.

Şimdi eşdeğerliliği kurabilmek için cisim üzerindeki bu hayali ivmeye eşdeğer gravitasyon alanının ifadesini bulalım. Bunun için cismin bu gravitasyon alanını yaratan bir gezegene serbest düşmeye bırakıldığını varsayalım. Böyle bir gezegenin negatif pasif gravitasyonel kütleli bir cisme uyguladığı gravitasyonel kuvvet ise

$$\vec{F}_G = m_p \vec{g} = -|m_p|g\hat{r} \quad (4.21)$$

ile verilir. Newton'un ikinci kanununa göre

$$\vec{F} = m_i \vec{a}_{cisim} = \vec{F}_G = -|m_p|g\hat{r} \quad (4.22)$$

olur. Bu denklemden \vec{a}_{cisim} ile gösterilen cismin gravitasyonel alandaki ivmesi yine eşdeğerlilik gereği cismin derin uzaydaki hayali ivmesine eşittir. Bu sebeple

yukarıda verilen denklemde \vec{a}_{cisim} yerine Denklem (4.19) ile verilen \vec{a}_{hayali} 'nin ifadesi konulduğunda

$$\vec{g} = g\hat{r} \quad (4.23)$$

olduğu görülür. Bu gravitasyon alanının oluşabilmesi için gezegenin aktif kütlesi negatif olmalıdır, ki gezegenin gravitasyon alanı radyal olarak yukarıya doğru olsun. Böylece eylemsizlik kütlesi pozitif, pasif gravitasyonel kütlesi negatif olan bir cisim için ivme ile gravitasyon arasındaki eşdeğerlilik kurulur (Şekil 4.10). Ayrıca, $\vec{g} = -\frac{G|(-M_a)|}{R_G^2}\hat{r} = g\hat{r}$ olarak yazılabilir. \vec{g} 'nin ifadesi Denklem (4.22)'de yerine konulduğunda, gezegenin cisme uyguladığı gravitasyonel kuvvet ile cismin ivmesinin aynı yönde oldukları görülür. Buradan, Denklem (4.20) ile verilen cismin derin uzayda üzerine etkiyen hayali kuvvetin, Denklem (4.22) ile verilen cismin gravitasyonel alanda üzerine etkiyen gravitasyonel kuvvete eşit olduğu görülür. Yani ivme ve gravitasyon eşitliği, hayali kuvvet ile gravitasyon kuvveti eşitliğini de getirmektedir.

Burada dikkat edilmesi gereken husus, eşdeğerliliğin meydana gelebilmesi için gezegenin aktif gravitasyon kütlesinin negatif olması gerektiğidir. (Yukarıda gösterildiği gibi mevcut literatürde pasif gravitasyonel kütle m_p negatif olduğunda eylemsizlik kütlesi m_i de negatif alındığından bu eşdeğerliliğin meydana gelebilmesi için gezegenin aktif gravitasyon kütlesinin pozitif olması gerektiğini hatırlayalım.)

Ayrıca burada dikkat edilmesi gerekir ki kabinler penceresiz olduğundan dolayı gözlemci derin uzayda $\vec{a}_{kabin} = (\frac{|m_p|}{m_i})g\hat{r} = g\hat{r}$ ivmesi ile yukarı doğru ivmelenen bir kabinde mi yoksa gravitasyon alanı $\vec{g} = g\hat{r}$ ile verilen aktif gravitasyon kütlesinin negatif olduğu bir gezegen üzerinde mi olduğunu ayırt edemeyecektir. Dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ise eylemsizlik kütlesi pozitif olduğunda negatif gravitasyonel kütle ile negatif aktif kütlelerin birbirini çektiridir. Literatürde m_p 'nin negatif m_i 'nin ise pozitif alınarak yapılan çalışmalarda sadece bu tercihin neticelerine bakılmış, fakat m_p negatifken m_i 'nin hangi prensibe dayanılarak pozitif seçilebileceği üzerine bir beyanda bulunulmamıştır [23, 28, 61].

5 Sonuç ve Öneriler

Tezimizde, negatif gravitasyonel kütle ile birlikte eşdeğerlilik prensibi genel izafiyet teorisi içinde incelenmiştir. Pasif gravitasyon kütlesi m_p ile beraber eylemsizlik kütlesi m_i 'nin de negatif olduğu hayali bir evrende merkezci ivmenin merkezden dışarı doğru olması sebebiyle dönme hareketinin mümkün olamayacağı sonucuna varılmıştır. Eylemsizlik kütlesi m_i 'nin negatif olduğu takdirde, bu evrendeki gezegenlerin etrafında dönen uyduların olmasının mümkün olamayacağı gösterilmiştir. Böyle bir evrende, dönme hareketinin olabilmesi için eylemsizlik kütlelerinin pozitif olması gerekmektedir. Ayrıca, böyle bir evrende negatif kütleli ($M_p = M_i = -$) atom çekirdeklerinin negatif kütleli ($m_p = m_i = -$) elektronları halihazırdaki Einstein gravitasyon teorisine göre gravitasyonel olarak itmesine rağmen cisimler arasındaki elektriksel etkileşmenin gravitasyonel etkileşmeden çok daha kuvvetli olması sebebiyle atomların meydana gelmesine bir engel oluşturmadığı ifade edilmiştir.

Bir gravitasyon alanı içinde bulunan bir parçacık üzerinde yapılan bir uzay-zaman transformasyonu neticesinde elde edilen denklemden, bu parçacığın hemen civarında üzerindeki gravitasyonel kuvvetin bu kuvvete eşit fakat zıt yönde hayali bir kuvvet tarafından yok edildiği gösterilmiştir. Parçacığın üzerindeki hayali kuvvet incelendiğinde, m_p/m_i oranının yalnızca +1 ya da -1 değil, bir gravitasyon teorisinin izin verdiği herhangi bir farazi değere de sahip olabileceği ve m_p/m_i oranının yalnızca 1 olarak alınmasının gravitasyon teorisinin sınırlarını daralttığı ifade edilmiştir. Gerçek dünyada sadece pozitif gravitasyonel kütle gözlemlenebildiği için bu sonucun günlük hayattaki deneylerle ispatlanması mümkün değildir.

m_p/m_i oranının 1'den farklı olması halinde gravitasyon teorisinin alacağı şekli tahayyül edebilmek için elektrik hadisesine müracaat edilebilir. Elektrik alanının yükü q olmak üzere, q/m_i oranının 1'den farklı olduğu sebep gösterilerek elektrik için gravitasyon teorisine benzeyen rölativistik bir teori yazılamayacağı düşüncesinin yanlış olabileceğine işaret edilmiştir [59].

Bir gravitasyon alanında bulunan parçacıkların ivmelenmesini oluşturacak eşdeğer

bir sistem kurabilmek için pasif gravitasyonel kütle/eylemsizlik kütlesi oranı aynı olan parçacıkların beraber kümelenmesi gerektiği ve parçacıkların bu orana göre farklı farklı kabinlere konulması gerektiği gösterilmiştir. Her kabinin içinde yalnızca kendi pasif gravitasyonel kütle/eylemsizlik kütlesi oranı ile eşit pasif gravitasyonel kütle/eylemsizlik kütlesi oranına sahip parçacıklar bulunması gerektiği sonucuna varılmıştır.

Eşdeğerlilik prensibinin m_p/m_i oranı için yalnızca +1 olduğu düşünülerek, $m_p = -$, $m_i = -$ olduğunda literatüre geçmiş olan negatif gravitasyonel kütle için eşdeğerlilik prensibinin $m_p = -$, $m_i = +$ olduğundaki şekli ivme ve gravitasyon eşdeğerliliğinden faydalanılarak sunulmuştur.

Ayrıca pasif gravitasyonel kütle m_p negatifken eylemsizlik kütlesi m_i 'nin pozitif olması durumunda pozitif gravitasyonel kütle ile negatif gravitasyonel kütle arasındaki gravitasyonel etkileşimlerin değiştiği ve kendi kendine hızlanma hareketinin ortadan kalktığı belirtilmiştir.

Aktif gravitasyonel kütlesi kara delik olmasına yeterli fakat negatif olan bir gök cisminin civarındaki parçacıkların m_p ve m_i kütleleri de negatif olduğunda bu cisim kara delik olamayacaktır [13]. Bu gibi hallerde dönmeyen gök cisimleri için Schwarzschild metriği ve dönenler için de Kerr metriği teferruatlı olarak bizim bu çalışmamızın devamı olarak incelenebilir.

Devam etmekte olan ALPHA [34, 37], AEGIS [35] ve GBAR [36] deneyleri antimaddenin gravitasyonel kütlesi m_p ile eylemsizlik kütlesi m_i 'nin işaretlerini tayin edebildiği takdirde burada bizim ileri sürdüğümüz fikirlerin doğru olup olmadığını tespit edebilir.

- [1] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1972.
- [2] A. Einstein, "Über das relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen folgerungen," *Jahrb. Radioakt.*, vol. 4, pp. 411–462, 1907.
- [3] A. Einstein, "Über den einfluß der schwerkraft auf die ausbreitung des lichtetes," *Ann. Phys. Leipzig*, vol. 35, pp. 898–908, 1911.
- [4] A. Einstein, "Grundlagen der allgemeinen relativitätstheorie," *Annalen der Phys.*, vol. 49, no. 7, pp. 769–822, 1916.
- [5] B. Schutz, *A first Course in General Relativity*, 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2009.
- [6] R. H. Dicke, "Experimental Relativity", in *Relativity, Groups and Topology*, B. DeWitt, C. and DeWitt, Ed. New York: Gordon and Breach, 1964.
- [7] H. C. Ohanian, *Gravitation and Spacetime*. New York: W.W Norton and Company, Inc., 1976.
- [8] K. R. Roll P G and R. H. Dicke, "The equivalence of inertial and passive gravitational mass," *Ann. Phys.*, vol. 26, pp. 442–517, 1964.
- [9] T. A. Moore, *A General Relativity Workbook*. Mill Valley: University Science Books, 2013.
- [10] R. Ferrell, "The possibility of new gravitational effect," *Gravity Research Foundation*, Award Essay, 1950.
- [11] L. J. Luttinger, "On "negative" mass in the theory of gravitation," *Gravity Research Foundation*, Award Essay, 1951.
- [12] H. Bondi, "Negative mass in general relativity," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 29, no. 3, pp. 423–428, 1957.
- [13] W. B. Bonnor, "Negative mass in general relativity," *Gen. Rel. Grav.*, vol. 21, no. 11, pp. 1143–1157, 1989.
- [14] R. L. Forward, "Negative matter propulsion," *J. Propulsion*, vol. 6, no. 1, pp. 28–37, 1990.
- [15] B. Hoffmann, *Perspectives in Geometry and Relativity*. Bloomington: Indiana Univ. Press, 1966.
- [16] Y. Terletsii, *Paradoxes in the Theory of Relativity*. New York: Plenum Press, 1968.
- [17] N. Rosen and F. I. Cooperstock, "The mass of a body in general relativity," *Class. Quantum Grav.*, vol. 9, no. 12, pp. 2657–2663, 1992.

- [18] F. Winterberg, “Quarks , magnetic monopoles and negative mass,” *Lett. Nuovo Cimento*, vol. 13, no. 18, pp. 697–703, 1975.
- [19] T. Piran, “On gravitational repulsion,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 2, no. 1, pp. 1363–1370, 1997.
- [20] J. P. Petit, “The missing mass problem,” *Nuov Cim B*, vol. 109, pp. 697–710, 1994. eprint: 1111.2328.
- [21] J. P. Petit, “Twin universes cosmology,” *Astrophys Space Sci*, vol. 226, no. 2, pp. 273–307, 1995.
- [22] H. F. Couannier, “Discrete symmetries and general relativity, the dark side of gravity,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 20, no. 11, pp. 2341–2345, 2005.
- [23] S. Hossenfelder, “Bimetric theory with exchange symmetry,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, no. 4, pp. 1–8, 2008.
- [24] M. Milgrom, “Matter and twin matter in mimetic mond,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, vol. 405, no. 2, pp. 1129–1139, 2010.
- [25] J. P. Petit and G. D’Agostini, “Negative mass hypothesis in cosmology and the nature of dark energy,” *Astrophys Space Sci*, vol. 354, no. 2, pp. 611–615, 2014.
- [26] J. P. Petit and G. D’Agostini, “Cosmological bimetric model with interacting positive and negative masses and two different speeds of light, in agreement with the observed acceleration of the universe,” *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 29, no. 34, pp. 14–15, 2014.
- [27] G.-J. Ni, “A new insight into the negative-mass paradox of gravity and the accelerating universe,” 2003. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/physics/0308038>.
- [28] S. Hossenfelder, “Static scalar field solutions in symmetric gravity,” *Class. Quantum Grav.*, vol. 33, no. 18, pp. 1–10, 2016.
- [29] M. Hohmann and M. N. R. Wohlfarth, “No-go theorem for bimetric gravity with positive and negative mass,” *Phys. Rev. D* 80, vol. 104011, pp. 1–10, 2009.
- [30] L. Kreuzer, “Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass,” *Phys. Rev.*, vol. 169, no. 5, pp. 1007–1012, 1968.
- [31] D. F. Bartlett and D. V. Buren, “Equivalence of active and passive gravitational mass using the moon,” *Phys Rev Lett.*, vol. 57, no. 1, pp. 21–24, 1986.
- [32] P. D. Eötvös R. V. and E. Fekete, “Beiträge zum gesetze der proportionalität von trägheit und gravität,” *Ann der Phys.*, vol. 68, pp. 11–66, 1922.
- [33] E. Komatsu, J. Dunkley, M. R.olta, C. L. Bennett, B. Gold, G. Hinshaw, N. Jarosik, D. Larson, M. Limon, L. Page, D. N. Spergel, M. Halpern, R. S. Hill, A. Kogut, S. S. Meyer, G. S. Tucker, J. L. Weiland, E. Wollack, and E. L. Wright, “Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation,” *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, vol. 180, no. 2, pp. 330–376, 2009.
- [34] “The ALPHA experiment,” 2018. [Online]. Available: [http//alpha.web.cern.ch](http://alpha.web.cern.ch).
- [35] “The AEGIS experiment,” 2018. [Online]. Available: [http//aegis.web.cern.ch/aegis/](http://aegis.web.cern.ch/aegis/).

- [36] “The GBAR experiment,” 2018. [Online]. Available: <http://gbar.web.cern.ch/GBAR/> . .
- [37] C. Amole, M. D. Ashkezari, M. Baquero-Ruiz, W. Bertsche, E. Butler, A. Capra, C. L. Cesar, M. Charlton, S. Eriksson, J. Fajans, T. Friesen, M. C. Fujiwara, D. R. Gill, A. Gutierrez, J. S. Hangst, W. N. Hardy, M. E. Hayden, C. A. Isaac, S. Jonsell, L. Kurchaninov, A. Little, N. Madsen, J. T. McKenna, S. Menary, S. C. Napoli, P. Nolan, A. Olin, P. Pusa, C. Rasmussen, F. Robicheaux, E. Sarid, D. M. Silveira, C. So, R. I. Thompson, D. P. Van Der Werf, J. S. Wurtele, A. I. Zhmoginov, and A. E. Charman, “Description and first application of a new technique to measure the gravitational mass of antihydrogen,” *Nature Communications*, vol. 4, pp. 1785–1789, 2013.
- [38] E. T. Whittaker, “On gauss’ theorem and the concept of mass in general relativity,” *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 149, no. 867, pp. 384–395, 1935.
- [39] H. Yilmaz, *Introduction to the Theory of Relativity and the Principles of Modern Physics*. New York: Blaisdell Pub. Co., 1965.
- [40] C. V. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler, *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman, 1973.
- [41] A. Einstein, *The Meaning Of Relativity*, 5th ed. Princeton: Princeton University Press, 1988.
- [42] R. C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*. Courier Corporation, 1987.
- [43] J. Hartle, *Gravity: An Introduction to Einstein’s General Relativity*. San Francisco: Pearson Education, Inc., 2003.
- [44] A. Einstein, “Erklärung der perihelionbewegung der merkur aus der allgemeinen relativitätstheorie,” *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.*, vol. 47, No. 2, pp. 831–839, 1915, vol. 47, pp. 831–839, 1915.
- [45] M. L. Kutner, *Astronomy: A Physical Perspective*. New York: Cambridge University Press, 2003.
- [46] F. W. Dyson, A. S. Eddington, and C. R. Davidson, “Ix. a determination of the deflection of light by the sun’s gravitational field, from observations made at the total eclipse of may 29, 1919,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, vol. 220, no. 571–581, pp. 291–333, 1920.
- [47] D. Kennefick, “Testing relativity from the 1919 eclipse - a question of bias,” *Phys. Today*, vol. 62, no. 3, pp. 37–42, 2009.
- [48] W. Rindler, *Relativity: Special, General, and Cosmological*, 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2006.
- [49] A. Pound, R. V and Rebka, “Gravitational red-shift in nuclear resonance,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 3, no. 9, pp. 439–441, 1959.
- [50] R. V. Pound and G. A. Rebka Jr., “Apparent weight of photons,” *Phys Rev Lett.*, vol. 4, no. 7, p. 337, 1960.
- [51] R. V. Pound and J. Snider, “Effect of gravity on nuclear resonance,” *Phys Rev Lett.*, vol. 13, no. 18, p. 539, 1964.

- [52] R. V. Pound and J. L. Snider, “Effect of gravity on gamma radiation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 140, no. 3 B, pp. 788–803, 1965.
- [53] C. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press, 1993.
- [54] G. Galilei, *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche Intorno a Due Nuove Scienze*. Appresso gli Elsevirii, Leida, 1638.
- [55] I. Newton, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londini: Jussu Societatis Regiæ ac Typis Joseph Streater, 1687.
- [56] R. V. Eötvös, “Über die anziehung der erde auf verschiedene substanzen,” *Math. Nat. Ber. Urgarn*, vol. 8, pp. 65–68, 1890.
- [57] V. B. Braginskii and V. Panov, “Verification of the equivalence of inertial and gravitational mass,” *Sov. Phys. JETP*, vol. 34, no. 3, pp. 463–466, 1972.
- [58] J. L. Synge and H. S. Ruse, “On the concept of gravitational force and gauss’s theorem in general relativity,” *Proc. Edinburgh Math. Soc.*, vol. 5, no. 2, pp. 93–102, 1937.
- [59] M. Özer, “On the equivalence principle and a unified description of gravitation and electromagnetism,” 1999. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/gr-qc/9910062>.
- [60] C. Jacinto de Matos, M. Özer, and G. L. Izworsk, “Experimental evidences supporting the extension of the equivalence principle to electromagnetic fields,” 2017. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1712.04347>.
- [61] S. Hossenfelder, “Cosmological consequences of anti-gravitation,” 2006. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/gr-qc/0605083>.

Tezden Üretilmiş Yayınlar

İletişim Bilgileri: veziroglusumeyye@gmail.com

Konferans Bildirisi

1. S. Veziroğlu ve M. Özer, "Negative mass and the principle of equivalence in general relativity", in *Turkish Physical Society, 34th International Physics Congress*, Muđla, Türkiye, 5-9 Eylül 2018, pp. 443-443