

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL
AKIL YÜRÜTME VE PROBLEM ÇÖZME KAVRAMLARI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ZÜHAL IŞIKTAŞ

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Selda YILDIRIM

BOLU, AĞUSTOS - 2023

KABUL VE ONAY SAYFASI

Zühal İŞIKTAŞ tarafından hazırlanan “**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME VE PROBLEM ÇÖZME KAVRAMLARI**” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliği/ oy çokluğuyla kabul edilmiştir.
28/07/2023

Jüri Üyeleri

Danışman
Prof. Dr. Selda YILDIRIM
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

İmza

Üye
Prof. Dr. Gözde AKYÜZ
Balıkesir Üniversitesi

Üye
Prof. Dr. Hüseyin Hüsnü YILDIRIM
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir,

aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin __/__/____ tarihinde Turnitin adlı intihal tespit programından enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı % __ olarak tespit edilmiştir.

Bu çalışma için Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan 2022/90 sayısı ile etik izin alınmıştır.

.....
ZÜHAL IŞIKTAŞ

ÖZET

**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL
YÜRÜTME VE PROBLEM ÇÖZME KAVRAMLARI
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ZÜHAL IŞIKTAŞ
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. SELDA YILDIRIM)
BOLU, AĞUSTOS - 2023
XI + 85**

Problem çözme ve matematiksel akıl yürütme, matematik eğitiminde önemli ve birbiriyle ilişkili iki kavramdır. Matematik öğretmenlerinin bu kavramlar hakkındaki inançları veya anlayışları, onların matematiği nasıl öğrettiklerini etkileyebilir. Önceki araştırmalar, öğretmenlerin öğretim uygulamalarını şekillendiren kavramları iyi anlamalarının gerekliliğine işaret etmektedir. Ancak matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarını inceleyen çok az çalışma vardır. Bu nedenle, bu nitel çalışma, matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına odaklanmaktadır. Araştırmada, yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılarak, 13 gönüllü matematik öğretmeninden problem çözme ve matematiksel akıl yürütmeyi açıklamalarının yanı sıra problem çözme ve matematiksel akıl yürütme için metaforlar üretmeleri istenmiştir. Bu görüşmelerin içerik analizi, katılımcı öğretmenlerin üç problem çözme kavramına sahip olduğunu ortaya koymaktadır: a) bir çözüm bulma aracı, b) adımlar veya prosedürler gerektiren bir beceri c) diğer amaçlara ulaşmak için bir yol. Benzer şekilde, bulgular katılımcıların üç matematiksel akıl yürütme kavramına sahip olduğunu ortaya koymaktadır: a) düşünmek, b) problem çözmek, c) çıkarım yapmak. Ayrıca katılımcıların problem çözme ve matematiksel akıl yürütme için nihai ürün veya nihai ürün+süreç metaforları oluşturma eğiliminde oldukları da bulunmuştur. Sonuçlar, matematik öğretmenlerinin çoğunluğunun matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak tanımladığını göstermiştir. Sonuçlar aynı zamanda katılımcı öğretmenlerin çoğunun problem çözme ve matematiksel akıl yürütme farkındalık düzeylerinin yüksek olmadığını göstermektedir. Ek olarak, bu çalışma problem çözümede sergilenen kavramları matematiksel akıl yürütmedekilerle karşılaştırarak öğretmen profilleri betimlemektedir. Bu çalışma, problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarını bir arada inceleyerek mevcut literatüre katkı sağlamaktadır. Bu çalışmanın sonuçları, hizmet öncesi ve hizmet içi matematik öğretmenlerinin kavramlarını geliştirmek için kullanılabilir. Bulgular, problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramları üzerine önceki araştırmalarla ilişkili olarak yorumlanmıştır.

ANAHTAR KELİMELEER: Matematiksel Akıl Yürütme, Problem Çözme, Öğretmen Profilleri, Kavram, Metafor.

ABSTRACT

MATHEMATICS TEACHERS' MATHEMATICAL REASONING AND PROBLEM SOLVING CONCEPTIONS

MSC THESIS

ZÜHAL İŞIKTAŞ

BOLU ABANT İZZET BAYSAL UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

MATHEMATICS EDUCATION

(SUPERVISOR: PROF. DR. SELDA YILDIRIM)

BOLU, AUGUST 2023

XI+85

Problem-solving and mathematical reasoning are two important and interrelated concepts in mathematics education. The beliefs or understandings of mathematics teachers about these concepts may influence how they teach mathematics. Previous research points to the necessity for teachers to have a good understanding of the concepts that shape their teaching practices. However, few studies examined mathematics teachers' conceptions of problem-solving and mathematical reasoning. Therefore, this qualitative study focuses on mathematics teachers' problem-solving and mathematical reasoning conceptions. In the study, using semi-structured interviews, 13 volunteered mathematics teachers were asked to describe problem-solving and mathematical reasoning, as well as generate metaphors for problem-solving and mathematical reasoning. Content analysis of these interviews reveals that participant teachers have three conceptions of problem-solving: a) a means to finding a solution, b) a skill requiring steps or procedures and c) a means to achieving other ends. Similarly, findings reveal that participants have three conceptions of mathematical reasoning: a) thinking, b) problem solving and c) making inference. It was also found that participants tended to create end-product or end-product+process metaphors for problem-solving and mathematical reasoning. The results demonstrated that the majority of mathematics teachers defined mathematical reasoning as problem-solving. The results also show that the most of the participant teachers do not have high levels of awareness of problem-solving and mathematical reasoning. In addition, this study describes teacher profiles by comparing the conceptions exhibited in problem-solving against those in mathematical reasoning. This study contributes to the existing literature by examining problem-solving and mathematical reasoning concepts together. The results of this study could be used to develop pre-service and in-service mathematics teachers' conceptions. The findings are interpreted in relation to previous research on problem-solving and mathematical reasoning conceptions.

KEYWORDS: Mathematical Reasoning, Problem Solving, Teacher Profiles, Conception, Metaphor.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
ETİK BEYAN	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLO LİSTESİ	ix
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	x
TEŞEKKÜR	xi
1. GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı.....	4
1.3 Araştırmanın Önemi	5
1.4 Problem Cümlesi	6
1.4.1 Alt Problemler	6
1.5 Araştırmanın Sayıltıları	6
1.6 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	7
2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ	
ARAŞTIRMALAR	8
2.1 Problem Çözme	8
2.1.1 Problem Çözme ile İlgili Yapılan Araştırmalar.....	11
2.2 Matematiksel Akıl Yürütme	15
2.2.1 Akıl Yürütme Türleri.....	17
2.2.2 Matematiksel Akıl Yürütme ile İlgili Yapılan Araştırmalar	19
3. YÖNTEM	25
3.1 Araştırmanın Modeli.....	25
3.2 Araştırmanın Çalışma Grubu.....	25
3.3 Veri Toplama Aracı	26
3.3.1 Öğretmen Görüşme Formu.....	27
3.4 Veri Toplama Süreci.....	28
3.5 Verilerin Kodlama Çerçevesi	28
3.5.1 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavramlarına Yönelik Kodlama.....	28
3.5.2 Problem Çözme Kavramları Arasındaki Hiyerarşi.....	31
3.5.3 Matematik Öğretmenlerinin Oluşturdukları Metaforlar için Kodlama.....	33
3.5.4 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavramlarına Yönelik Kodlama.....	35
3.6 Veri Analizi	38
4. BULGULAR	43
4.1 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavramları	43

4.2 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Metaforları ve Gerekçeleri	49
4.3 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavram ve Metaforlarının Karşılaştırılması	53
4.4 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavramları	53
4.5 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Metaforları ve Gerekçeleri	57
4.6 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavram ve Metaforlarının Karşılaştırılması	60
4.7 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme ve Matematiksel Akıl Yürütme Kavramlarının Karşılaştırılması	61
4.8 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme ve Matematiksel Akıl Yürütme Metaforlarının Karşılaştırılması	63
5. TARTIŞMA	65
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	73
6.1 Sonuçlar	73
6.2 Öneriler	74
7. KAYNAKLAR	76
8. EKLER	81
EK 1 Problem Çözme Kavramına Ait Kod Listesi	81
EK 2 Matematiksel Akıl Yürütme Kavramına Ait Kod Listesi	83
EK 3 Etik Kurul Onayı	85

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1. Katılımcıların demografik özellikleri.....	26
Tablo 4.1. Matematik öğretmenlerinin problem çözme kavramlarına göre dağılımı	44
Tablo 4.2. Matematik öğretmenlerinin problem çözme metafor kategorilerine göre dağılımı.....	49
Tablo 4.3. Matematik öğretmenlerinin problem çözme kavram ve metaforlarının karşılaştırılması	53
Tablo 4.4. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme kavramlarına göre dağılımı	54
Tablo 4.5. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme metafor kategorilerine göre dağılımı.	58
Tablo 4.6. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme kavram ve metaforlarının karşılaştırılması	61
Tablo 4.7. Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarının karşılaştırılması.....	62
Tablo 4.8. Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme metaforlarının karşılaştırılması.	64

KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
PISA	: Programme for International Student Assessment
TIMMS	: Trends in International Mathematics and Science Study



TEŞEKKÜR

Çalıőmamı ve fikirlerimi geliőtirmem yönünde düőünceleriyle bana yön veren, süreç boyunca derin bilgi ve deneyimlerinden faydalandığım, profesyonelliği, çalıőkanlıđı ve disiplinli oluşuyla bana her daim rol model olan, desteğini esirgemeyen ve beni çalıőmam boyunca cesaretlendiren kıymetli danışman hocam Prof. Dr. Selda YILDIRIM'a teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca ders almıő olduğum ve akademik yetkinlik kazanmamda katkıları olan Prof. Dr. Soner DURMUŐ, Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR, Prof. Dr. Hakan YAMAN, Prof. Dr. Hüseyin Hüsni YILDIRIM, Prof. Dr. Bekir Kürőat DORUK, Doç. Dr. Recai AKKAYA, Doç. Dr. Recai AKKUŐ'a ve çalışmaya katılıp katkı sunan değerli meslektaőlarıma sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Son olarak, hayatım boyunca her anımda yanımda hissettiğim, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, varlıklarıyla bana güç veren, her zaman bana güvenen ve inanan değerli aileme; babam Levent IŞIKTAŞ'a, annem Nurően IŞIKTAŞ'a, ablalarıma ve kardeőime sonsuz sevgilerimi ve teőekkürlerimi sunarım.

1. GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Öğretmenler veya aday öğretmenlerle matematiksel akıl yürütme veya problem çözme konusunda yapılan çalışmalar 3 grup altında incelenebilir. Bunlardan ilki öğretmen veya aday öğretmenlerin problem çözerken veya akıl yürütürken kullandıkları stratejiler vb. üzerine yapılan ve doğrudan matematiksel beceriye dayanan çalışmalardır (Kabael vd., 2017; Çeker & Çimen, 2017; Avcu, 2012; Durak, 2021; Güner & Erbay, 2021; Son & Lee, 2021; Mumcu 2019; Çiftci, 2015; Rodrigues vd., 2021; Mumcu & Aktürk 2017; Rohana, 2015; Çoban, 2010; Benli & Özdemir, 2021). İkincisi, problem çözme ve akıl yürütme kavramlarına yönelik, algular, anlamlandırmalar veya inançlarla ilgili olan çalışmalardır (Gümüş & Şahiner, 2015; Tarhan, 2015; Son ve Lee, 2021; Kayan & Çakıroğlu, 2008; Yavuz & Erbay, 2015; Altıntaş vd., 2022; Karar, 2021; Çelik vd., 2020; Sağlam, 2014; Öz & Işık; 2017; Herbert vd., 2015; Sosa-Moguel & Aparicio-Landa, 2021). Üçüncüsü ise öğretmenlerin bu kavramları öğrenebilmeleri için öğrencilere sınıf ortamında sundukları fırsatlarla bir başka deyişle matematik öğretimi ile ilgilidir (Bergqvist & Lithner, 2012; Öz & Işık, 2020; Birkeland, 2019; Francisco & Maher, 2011; Oğraş, 2011). Bu tezin konusu yukarıda belirtilen ikinci kısımdır ve matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarını nasıl anlamlandırdıkları incelenmiştir.

Problem çözme ve akıl yürütme matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesinde önemli bir yere sahiptir. Literatürde problem, çözülmesi gereken bir sorun ve zorluk olarak tanımlanırken, problem çözme de herhangi bir problem durumu karşısında kişinin, yaratıcılığını geliştiren, zihinsel davranışlarını ve motivasyonunu harekete geçiren entelektüel bir aktivite olarak tanımlanmaktadır (Căprioară, 2015). Ünlü matematikçi Polya (1957) matematiği problem çözme olarak kavramsallaştırarak, problem çözmeyi matematik eğitiminin önemli bir kavramı haline getiren çalışmalar yapmıştır. 1980'lerden itibaren problem çözenin, okul matematiğinin merkezinde yer alan bir kavram olması gerektiği vurgulanmaktadır (NCTM, 2000). Öğrencilere, bir sorun ya da problem durumunda kullanmaları için problem çözme yaklaşımı içeren bir düşünme biçimi

kazandırmak etkili bir matematik öğretimi için önemlidir (Çiltaş, 2011; Liljedahl vd., 2016).

Schoenfeld (1982) problemin kişinin daha önceden karşılaşmadığı dolayısıyla da çözüm yolunu bilmediği rutin olmayan bir durum olarak ele alınmasının önemli olduğunu belirtmektedir. Buna göre problem, öğrencilerin var olan bilgileri ile akıl yürütme becerilerini kullanmaları için fırsat veren bir araç olarak değerlendirilebilir (Çiltaş, 2011). Bu nedenle akıl yürütme rutin olmayan problem çözüme etkin olarak kullanılır (Çelik vd., 2020). Nitekim problem çözmek, analiz etmeyi, strateji geliştirmeyi, analogi ve genelleme yapmayı gerektirdiği gibi akıl yürütmeyi de kullanmayı gerektirmektedir (Căprioară, 2015). Bu anlamda matematiksel akıl yürütme davranışı, matematiksel anlamda sorgulama yaparken kullandığımız bir düşünme biçimi olarak görülmektedir (Umay, 2003).

Akıl yürütme, eldeki bilgilerden yola çıkarak sembol, tanım, ilişki gibi matematiğe özgü araçları ve tümevarım, tündengelim, karşılaştırma ya da genelleme gibi düşünme biçimlerinin kullanılarak yeni bilgilerin elde edildiği bir süreçtir (MEB, 2013). Bir başka ifadeyle matematiksel akıl yürütme, hipotez oluşturulması ve bunun kanıtlanarak sonuca ulaşıldığı süreci ifade etmektedir (NCTM, 2000). Bu açıdan matematiksel akıl yürütme, yapısında kanıt yapmayı bulundurmasıyla matematikte doğruya ulaşmayı sağlayan bir araç olarak görülmektedir (Umay & Kaf, 2005). Buna göre ortaya atılan bir iddia ya da bir bilginin gerekçelendirilmesi, kişinin kendisini ve karşı tarafı ikna edecek şekilde mantıklı açıklamalar yapması, akıl yürütmenin yapıldığını göstermektedir (Umay, 2003). Problem çözüme, akıl yürütmeyi harekete geçiren bir aktivite olduğu için (García vd., 2019), problemlere farklı çözümler bulma konusunda akıl yürütme, problem çözüme sürecinin bir bileşeni olarak değerlendirilmekte ve problem çözüme ile akıl yürütmenin ilişkili kavramlar olduğuna dikkat çekilmektedir (Çelik vd., 2020).

Matematiği, düşünmeyi geliştiren önemli bir araç olarak ele alırsak, matematik eğitiminin, düşünme, olaylar arasında bağ oluşturma, tahminlerde bulunma, akıl yürütme ve problem çözüme gibi öğrencilere önemli faydalar sağlaması gerekir (Umay, 2003). Öğretmenler, problem çözüme becerisinin

matematik öğrenmedeki etkisinin farkında olmalı ve öğrencilerin günlük hayatlarında ve aynı zamanda diğer derslerinde de problem çözme becerilerini kullanabilmelerini ve öğrencilerin problem çözme süreçlerinde farklı stratejiler geliştirebileceği yaratıcı öğrenme, öğretme ortamlarıyla karşılaşmalarını sağlamalıdır. Yine benzer şekilde öğretmenler matematikte akıl yürütmenin ve bununla beraber düşüncelerini açıklayabilmenin ve doğrulayabilmenin matematik öğrenmeyi kolaylaştırdığını bilmeli ve bu anlayışını öğretme stratejilerine entegre edebilmelidir. Öğretmenler, matematiksel akıl yürütmenin matematik öğrenmedeki etkisinin farkında olmalı ve bu doğrultuda öğrencilerin akıl yürütme becerilerini kullanarak çıkarımlar yapmaları konusunda onlara gerekli desteği sağlayabilmelidir (MEB, 2017).

Matematik öğretmenlerinin alana özgü terminolojiye ilişkin kavram tanımlamaları matematik öğretimlerini etkilemektedir (Schoenfeld, 1992). Bu nedenle, matematik öğretmenlerinin bu desteği sağlayabilmeleri için problem çözme ve akıl yürütme becerilerinin iyi olması, bu kavramların matematiksel düşünmedeki rolünü iyi anlamış olmaları gerekmektedir. Öğretmenlerin eğitim ve yeterlikleri konusunda yapılan bazı çalışmaların sonuçları, öğretmenlerin performansları ve benimsedikleri öğrenme yaklaşımlarının, kendi algıları, anlamlandırmaları veya inançlarının bir yansıması olduğunu doğrulamaktadır (Tarhan, 2015; Kayan & Çakıroğlu, 2008; Yavuz & Erbay, 2015; Karar, 2021; Avcu, 2012; Sağlam, 2014; Hacıömeroğlu, 2011; Mumcu, 2019; Rohana, 2015; Çoban, 2010; Başaran, 2011). Öğretmen adaylarının problem çözme ve akıl yürütme kavramlarının doğasını tam olarak anlayamamış olabilecekleri son yıllarda yapılan çalışmaların önemli bulgularındandır (Son & Lee, 2021; Çelik vd., 2020). Ayrıca akıl yürütme kavramı üzerine öğretmenlerin anlamlandırmalarını inceleyen birkaç çalışma olmasına rağmen (Herbert vd., 2015), matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütmeyi nasıl kavramsallaştırdıklarına ait bir çalışmaya literatürde rastlanmamıştır.

Matematik öğretmenlerinin problem çözmeyle ilgili olumlu inanç ve görüşlerinin olmasına rağmen problem çözme başarısı ya da bilgi düzeyi anlamında yetersiz olduğu görülmektedir (Çeker & Çimen, 2017; Yavuz & Erbay, 2015; Avcu, 2012; Tarhan, 2015; Kayan & Çakıroğlu, 2008; Durak, 2021). Aynı zamanda literatürde bu yetersizliklerin problem çözme stratejileriyle ilgili

olduğunu gösteren çalışmalara da rastlanmaktadır. Buna göre, yapılan bazı çalışmalarda öğretmenlerin problem çözme stratejilerini bilme, uygulama ve buna yönelik farkındalıkları konusunda yetersiz oldukları görülmektedir (Altıntaş vd., 2022; Kabael vd., 2017; Çeker & Çimen, 2017; Güner & Erbay, 2021). Bu yetersizliklerinin bir sebebi matematik öğretmenlerinin problem çözme ve akıl yürütme kavramlarının doğasını anlama düzeyleri olabilir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Umay (2003) hızla değişen dünyayla beraber kendisini ve çevresini tanıyan, ne düşündüğünü bilen ve sorgulayan bireylere olan ihtiyacın artmasıyla beraber, akıl yürütmeyi esas alan ve bunu öğrencilere kazandırmayı hedefleyen eğitim anlayışına sahip olunması gerektiğinden bahsetmiştir. Aynı şekilde problem çözme de, sadece matematik değil tüm derslerin amacı olarak değerlendirilmektedir (Soylu & Soylu, 2006). Literatürdeki çalışmaların matematiği tam manasıyla öğrenmenin ve öğretmenin yolu olarak matematiksel akıl yürütmeyi işaret etmesi (Öz & Işık, 2017), benzer şekilde problem çözme kavramının matematik öğretiminde önemli bir yere sahip olmasının bu kavramın iyi anlaşılmasından geçtiğinin belirtilmesi (Gümüş & Şahiner, 2015) matematik öğretmenliğinden mezun olmuş bireylerin bu kavramları ne kadar iyi anladıklarının incelenmesi amacıyla yapılacak çalışmalara yön vermektedir.

Bu çalışmanın amacı da matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramlarını nasıl anlamlandırdıklarını incelemektir. Bu amaca yönelik literatür taramasında öğretmenlerin öğretimlerine yönelik inançlarıyla ilgili bilgi edinmek için onların kendi alanlarına ait olan kavramlarını anlamaya çalışan bazı çalışmaların metaforları kullandıkları da görülmektedir (Cassel & Vincent, 2011; Reeder vd., 2009; Son & Lee, 2021). Cassel ve Vincent, (2011) metaforların, düşüncelerin daha rahat ifade edilmesi konusunda iyi bir araç olduğunu ve kişilerin düşüncelerini ifade etmesine fırsat verdiği gibi yorum yapmaya açık güçlü imgeler ortaya çıkardığını da belirtmektedir. Örneğin, Cassel ve Vincent (2011) çalışmalarında öğretmenlerin metaforlarında hedefe ve/veya sürece odaklandıklarını veya duygusal metaforlar ürettiklerini görmüştür. Sadece hedefe odaklanan öğretmenlerin kavramlarının, öğrenmenin öğrencinin önceden belirlenmiş bilgiyi aldığında gerçekleşeceği yaklaşımına uygun olan geleneksel öğretimi yansıttığını, sadece sürece odaklanan öğretmenlerin kavramlarının ise

daha otantik günlük yaşama ait öğrenme ortamlarına uygun olduğunu belirtmişlerdir (Cassel ve Vincent, 2011). Bu çalışmalar metafor kullanmanın öğretmenlerin sahip olduğu problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarının doğasının betimlenmesinde faydalı olabileceğini göstermektedir. Bu nedenle bu çalışmada öğretmenlerin kavramlarını anlayabilmek için ürettikleri metaforlar da incelenmiştir.

Özetle, öğretmenlerin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme performanslarını inceleyen birçok çalışma olmasına rağmen öğretmenlerin bu kavramların içeriğine ait bilgilerini inceleyen yeterince çalışma olmadığı için bu araştırma matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme nasıl kavramsallaştırdıklarını anlamayı hedeflemektedir. Bu hedefe yönelik olarak öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramları birlikte incelenerek karşılaştırılmıştır.

1.3 Araştırmanın Önemi

Ülkemizdeki matematik başarısı diğer ülkelerle kıyaslandığında ne yazık ki çok iyi bir konumda bulunmamaktadır. Bunu uluslararası öğrenci değerlendirme programı olan PISA ya da TIMSS gibi sınavların sonuçlarından görmek de mümkündür (Sarier, 2020; Bütüner & Güler, 2017; MEB, 2019). Nitekim bu sonuçlar matematiksel anlamda ülkece istenilen düzeye ulaşamadığımızı göstermektedir. Bu başarıyı artırmak için dikkat edilmesi gereken önemli hususlardan biri de öğrenme öğretme yaklaşımıdır. Öğrenme öğretme yaklaşımlarının doğru bir şekilde kullanılması da iyi yetişmiş öğretmenlere bağlıdır. Etkili bir matematik öğretimi için öğretmenlerin kavramsal bilgisinin iyi olması ve bu doğrultuda da iyi açıklamalar yapabilmesi gerekmektedir. Bu anlamda öğretmenlerin iyi yetişmesi için öğretmen yetiştirme programlarının ve öğretmenlerin hizmetiçi eğitimlerinin günümüz şartlarının farkında olarak sürekli yenilenmesi önerilmektedir. (İlgün & Angay, 2022; Karar, 2021, Çelik vd., 2020; Yavuz & Mumcu, 2019; Rodrigues vd., 2021; Son & Lee, 2021). Ayrıca, Cimer ve diğerleri (2010) Türkiye'de öğretmenlere sunulan hizmet içi programların niteliğinin iyi olmadığını belirtmektedir. Böyle bir çalışmadan elde edilecek sonuçlar hem matematik öğretmenlerinin hizmet içi eğitimlerinin niteliğinin artmasına katkıda bulunarak öğretmenlerin sınıftaki öğretim pratiklerini iyileştirebilir hem de aday öğretmenlerin aldıkları eğitimin niteliğinin

artırılabilmesi için öğretmen yetiştiren kurumlardaki eğitimcilere yeni bilgiler sunabilir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin, matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramlarıyla ilgili düşüncelerini ve kavramsallaştırmalarını öğrenmeye çalışmak, onların eğitim anlayışlarını anlamak ve yorumlamak için bir kapı aralayabilir.

Son ve Lee (2021) gibi çalışmaların bulguları öğretmen veya aday öğretmenlerin problem çözme veya akıl yürütme performanslarının yeterince iyi olmayabileceğini ve performanslarının sahip oldukları problem çözme veya akıl yürütme kavramsallaştırmalarıyla ilişkili olabileceği görüşünü desteklemektedir. Bu konuda öğretmenlerle yapılmış çalışmaların olmaması nedeniyle matematik öğretmenlerin problem çözme ve akıl yürütmeyi nasıl anlamlandırdıklarını incelemek bu alandaki bilgi birikimine katkıda bulunabilir. Öğretmenlerin kendi alanlarına ait kavramları açıklamalarına ve bununla ilgili görüşlerini belirtmelerine fırsat veren çalışmalar da öğretmenlerin performanslarını inceleyen çalışmalar kadar önemlidir. Bu sayede öğretmenlerin öğretim esnasında aldıkları tavır, davranış ve kullandıkları tekniklerin niteliğinin artması sağlanabilir. Bu nedenle öğretmenlerin kavramsal bilgilerini ve görüşlerini açığa çıkaran çalışmaların önemli olduğu düşünülmektedir.

1.4 Problem Cümlesi

Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramları nelerdir?

1.4.1 Alt Problemler

1. Matematik öğretmenleri problem çözmeyi ve matematiksel akıl yürütmeyi nasıl kavramsallaştırıyor?
2. Matematik öğretmenleri problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarını tanımlamak için hangi metforları yaratıyor? Bu metforlar kavramsallaştırmalarını nasıl aydınlatıyor?
3. Problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına göre matematik öğretmeni profilleri nelerdir?

1.5 Araştırmanın Sayıtları

1. Araştırmaya katılan öğretmenlerin görüşme boyunca ölçme aracındaki sorulara verdikleri cevaplarda samimi oldukları varsayılmaktadır.

2. Araştırmaya katılan 6đretmenlerin g6r6şme sorularına kendi deneyim ve yaşantılarını yansıtıkları varsayılmaktadır.

1.6 Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırmanın sonuçları, bu araştırmada uygulanan 6lme aracından elde edilen veriler ile sınırlıdır.
2. Araştırma, 6đretmenlik deneyimine sahip 13 matematik 6đretmeni ile sınırlıdır.



2. ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde önce problem çözmenin literatürdeki tanımı verilmiş daha sonra problem çözme kavramıyla ilgili araştırma sonuçları sunulmuştur. Benzer şekilde daha sonra matematiksel akıl yürütme kavramının literatürdeki yeri ve matematiksel akıl yürütme kavramıyla ilgili araştırma sonuçlarına yer verilmiştir. Ayrıca bu bölümde daha çok öğretmen veya öğretmen adaylarının problem çözme veya matematiksel akıl yürütme yeterlikleri ve kavramları üzerine yapılmış çalışmalara odaklanılmıştır.

2.1 Problem Çözme

Matematik öğretim programının temel felsefelerinden biri problemlere farklı yönlerden bakarak değerlendirme yapabilen, problem çözme becerileri gelişmiş öğrenciler yetiştirmektir (MEB, 2018). Bu açıdan matematik ve diğer dersler için problem çözmenin önemli bir rolü vardır. Nitekim NCTM (2000), matematiği problem çözme olarak tanımlamış ve matematik eğitiminde problem çözmenin önemine oldukça vurgu yapmıştır. Bu kadar önemli olan problem çözme kavramı için literatüre bakıldığında çeşitli tanımlara rastlanmaktadır. Örneğin, problem çözme, anında yanıtı olmayan bir göreve dahil olmak olarak tanımlanmaktadır (NCTM, 2000). Gail (1996) bu görevi, kişinin yeni durumlarla karşılaştığında farklı ve sonuca götüren çözümler oluşturabilme yeteneği olarak görmektedir. Benzer şekilde Kaur (1997), matematiksel problem çözmeyi, önceki bilgi ve deneyim, matematiksel anlayış ve sezginin organize edilerek yeni bir durumun taleplerinin karşılandığı karmaşık bir süreç olarak tanımlamaktadır. Bu süreç aynı zamanda analiz etmeyi, strateji kullanmayı ve akıl yürütmeyi, analoji ve genelleme yapmayı gerektirmektedir (Căprioară, 2015). Lesh ve Zawojewski (2007) bu sürecin problemin verilerini anlamak, yapılan yorumları ifade etmek, sonuçları test etmek, gözden geçirmek, verileri ayıklamak ya da bütünleştirmek, değiştirmek, yenilemek gibi eylemleri tekrar eden bir döngü olduğunu belirtmektedir. Lakatos (1976)'a göre ise problem çözme, tümevarım ve tümdengelim gibi ispat yöntemlerinin kullanıldığı buluşsal bir etkinliği ifade etmektedir.

Problem çözüme literatür tarafından kötü tanımlanmış ve zayıf bir şekilde temellendirilmiş bir kavramdır (Schoenfeld, 2016). Nitekim Polya'nın problem çözüme bakış açısı farklı şekillerde ifade edilmektedir. Buna göre Polya (1957) problem çözüme, yüzmek gibi pratik bir beceri olarak değerlendirmektedir. Çünkü herhangi bir beceri taklit ederek ve pratik yaparak kazanılabilmektedir. Bu bakış açısının yanı sıra Polya (1957)'ya göre problem çözüme birkaç farklı yönü olan karmaşık bir süreçtir ve problem çözüme deneyimi buluşsal yöntemin üzerine inşa edilen sanatsal bir etkinlik olmalıdır. Polya'nın (1957)'nin bu bakış açısı üstbiliş kavramını ve rutin olmayan problemleri ön plana çıkarmaktadır (Son & Lee, 2021). Üstbiliş, kişinin kendi öğrenme sürecinin farkında olarak bu süreci planlaması, düzenlemesi, seçim yapması, karar vermesi ve kontrol etmesi yani kişinin kendi bilişsel süreçlerini yönetmesidir (Schoenfeld, 2016). Stanic ve Kilpatrick (1989) de problem çözümeyle ilgili farklı bakış açılarının olabileceğini belirtmişlerdir. Buna göre problem çözüme, bir beceri, farklı hedeflere ulaşmak için bir araç veya yaratıcı bir sanat aktivitesi olarak görülebilmektedir. Bununla birlikte, Liljedahl ve diğerlerine (2016) göre, Polya (1957)'nin problem çözümeyle ilgili buluşsal yöntemi en popüler yaklaşımdır.

Polya (1957) kitabında (How to Solve It) geçmiş tecrübelerine dayanan bir problem çözüme buluşsal yöntemi ortaya koymuştur. Buna göre, problem çözüme ana hatlarıyla dört adımda gerçekleşmektedir. Bu adımlar arasında çok belirgin ayrımlar yoktur. Dolayısıyla adımlar doğrusal bir sırayla izlenmek zorunda değildir. Bu adımlar aşağıda açıklanmıştır.

- 1. Problemi Anlama:** Problem çözüme, problemi çözüme aşamasının ilk aşamasında öncelikle problemle tanışmalı ve onu daha iyi anlamak için çalışmalıdır. Bu anlamda problemin sözlü ifadesinin anlaşılması önemlidir. Bu aşamada problemin temel kısımlarıyla ne ifade ediyor, bilinen ve bilinmeyen veriler nelerdir, bunlar arasında bir ilişki var mıdır gibi sorulara cevap vermek esastır.
- 2. Bir Plan Hazırlamak:** Bu adımda bilinmeyeni bulmak yani problemi çözüme için bir plan yapılır. Polya (1957), bir problemin çözümlenmesindeki asıl başarının iyi bir plan tasarlamaktan geçtiğini ifade etmektedir. Bu planın oluşturulması için konu hakkında bir fikrin olması gerekmektedir. Bu anlamda önceden var olan bilgiler, geçmiş deneyimler, önceden

çözülmüş problemler, ispatlanmış teoremler, önceden edinilen matematiksel bilgiler kullanılır.

- 3. Planı Gerçekleştirmek:** Hazırlanan taslağın yani planının problemin çözümü için uygunluğuna karar vermek, her şey netleşene ve bir hatanın olmadığına emin oluncaya kadar sabırla beklemek ve bunun sonunda planı uygulamak önemlidir.
- 4. Geriye Bakmak:** Bu aşamada çözümün doğruluğu, çözüm sürecinde yapılanlara bakılıp teyit edilir. Geriye dönüp tamamlanmış çözüme bakarak, sonucu ve ona götüren yolu yeniden gözden geçirme davranışı bu aşamada yer alır. Böylece problem çözen kişi bilgilerini pekiştirebilir ve sorunları çözme becerilerini geliştirebilirler. Bu nedenle Polya (1957), bu aşamayı gerçekleştirilmeyen problem çözücünün işin önemli ve öğretici kısmını kaçırdığını belirtmektedir.

Polya (1957) ve Schoenfeld (1982) problemleri ikiye ayırmaktadır. Bunlardan biri çözüm yolu önceden bilinen (rutin), diğeri ise çözüm yolu önceden bilinmeyen (rutin olmayan) problemler. Polya (1957) yukarıda adımları belirtilen buluşsal yöntemiyle önceki bilgilerin varlığından yola çıkılarak devam edilen, daha mekanik bir süreci ifade etmiş, kişinin sezgileriyle çözebileceği rutin problemlere dikkat çekmiştir. Fakat bu görüşüne ek olarak rutin olmayan problem çözmeye de vurgu yapmıştır. Polya (1957)'ya göre rutin olmayan problem çözmeye sadece sistematik bir şekilde kazandırılan becerilerle değil üst bilişsel düşünmenin gerçekleşmesiyle sağlanmaktadır (Son & Lee, 2021). Benzer şekilde Schoenfeld (1982) problem çözen kişinin çözüm şemasıyla ilgili ön bilgilerinin olmadığı, rutin olmayan problemlerin varlığına dikkat çekmiştir. Ayrıca Schoenfeld (2016), öğrencilerin bu tarz problemlerle karşı karşıya getirilmesi ve onlara bu problemleri keşfetmelerini sağlayacak fırsatlar sağlanmasının matematik öğretimi için önemli bulmaktadır. Rutin olmayan problem çözmeye rutin problem çözmeye göre daha karmaşık bir süreçtir. Buna göre çözüm yolunun açık olmadığı yani daha önce karşılaşmadığı problemlerle karşılaşan birisi, kendisini yetersiz görebilmekte ve bir süre hiçbir şey yapamamaktadır. Fakat bir süre sonra problemi, önceki karşılaştığı durumlarla eşleştirerek benzerlikleri yakalamaya çalışacak ve birçok yaklaşımla sorunu çözmeye yönelik adımlar atacaktır. Bu adımların çoğunun yanlış olması olası bir durumdur. Nitekim burada sürekli

geriye dönülen, yinelemeli bir süreç içinde olan bir problem çözücünün varlığından bahsedilmektedir. Dolayısıyla problem çözücü bir süre sonra gerçekleştirdiği deneme yanıtlarının sonucunda belki de şans eseri çözümü bulduğunu fark edecektir. Buradan da anlaşılacağı gibi Schoenfeld (1982) hem mekanik hem de yaratıcı bir problem çözme yaklaşımıyla, kişinin çözüm şemasına sahip olmadığı problem durumlarında da problemin çözümüne ulaşabileceğini ifade etmiştir (Liljedahl vd., 2016).

Ayrıca Schoenfeld (1982) problem çözenin, eğitimde öğrencilere kazandırmasını beklediği hedefleri aşağıdaki gibi sıralamıştır:

1. Öğrencilere yaratıcı düşünme becerisi kazandırmak ve onların problem çözme becerilerini geliştirmek,
2. Öğrencileri, içeriği problem çözme olan ulusal sınavlara hazırlamak,
3. Öğrencilere bazı matematiksel teknik ve stratejileri öğretmek,
4. Öğrencilerin eleştirel düşünme ve analitik muhakeme becerilerini geliştirmeleri yönünde onları teşvik etmek.

2.1.1 Problem Çözme ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin problem çözme yeterliklerini geliştirecek şekilde öğretimlerini planlamaları etkili bir matematik öğretimi için önemlidir. Bu nedenle öğretmen eğitimine odaklanan Gümüş ve Şahiner (2015) yaptıkları çalışmada strateji temelli problem çözme eğitimi alan öğretmenlerin almayan öğretmenlere göre problem çözme sürecine ait görüşlerinde öğrencilerin problem çözme süreçlerini destekleyecek yönde farklılıklar olduğunu görmüşlerdir. Bununla birlikte, Gümüş ve Şahiner (2015) çalışmalarında öğretmenlerin problemleri bir pratik yapma aracı olarak gördüklerini ve bu nedenle önceden çözüm yolu bilinen problemleri kullanma eğilimde olabileceklerini dolayısıyla da bu durumun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütmesini köreltecek bir duruma sebep olabileceğini belirtmişlerdir.

Öğretmenlerin mesleki kazanımlarını inceleyen araştırmaların öğretmen eğitimlerinin geliştirilmesi ve yenilenmesi açısından faydalı bilgiler sunduğu görüşünde olan Kayan ve Çakıroğlu (2008), öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye ilgili inançlarını incelemiştir. Çalışmasına katılan toplam 244 öğretmen adayında genel anlamda problem çözmeye ilgili pozitif inançların

olduğu görülmesine rağmen bazı öğretmen adaylarının problem çözmeyle ilgili geleneksel inançlara sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Kayan ve Çakıroğlu (2008)' nun geleneksel inanç olarak nitelendirdiği durumlardan biri, öğretmen adaylarının rutin hesaplama becerilerinin, problemlerden daha önemli olduğunu düşünmeleridir. Buna göre aritmetik işlem becerisine sahip ve problem çözme adımlarını takip eden biri, iyi bir problem çözücü olarak nitelendirilebilir. Kayan ve Çakıroğlu (2008) öğretmen adaylarının bu görüşe sahip olmalarının nedenleri arasında öğrencilerin başarılarının belirlenmesinde kullanılan çoktan seçmeli testleri göstermektedir. Çünkü öğrenciler belirli bir sürede becerilerini akıcı ve hızlı bir şekilde kullandıklarında doğru sonuca ulaşabilmektedir (Kayan & Çakıroğlu, 2008).

Benzer şekilde, Tarhan (2015) farklı branşlardan öğretmenlerle yaptığı çalışmada öğretmenlerin problem çözme ile ilgili olumlu inançlara sahip olsalarda, öğretmenlerin çoğunun problem çözmek için önceden belirlenmiş adımları ya da çözüm yollarını bilmenin gerekli olduğu düşüncesine sahip olduklarını görmüştür. Bu sonuç öğretmenlerin, işlem becerilerine sahip olmayı ve çözüm yollarını bilmeyi problem çözmek için yeterli olarak düşünmelerine sebep olmaktadır. Tarhan (2015) ise problem çözümenin sadece işlem beceresi ile sınırlandırmanın doğru olmadığı görüşündedir ve öğretmenlerin ezberci bir eğitim anlayışına sahip olduklarına işaret etmektedir.

Literatürdeki başka çalışmalarda öğretmenlerin problem çözmeyle ilgili görüşlerinin araştırılmasını, öğrencilerin problem çözümedeki başarı ve başarısızlıklarının yorumlanması açısından önemli bulmaktadır. Örneğin, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişebilmesi için farklı türde problemlerle karşı karşıya gelmeleri gerektiğini düşünen Altıntaş ve diğerleri (2022), çalışmalarında öğretmenlerin rutin olmayan problemlerin üst düzey becerileri geliştirdiğini düşünmelerine rağmen öğrencilerde motivasyon düşüklüğüne sebep olması durumuna karşın daha çok rutin problemleri kullandıklarını görmüşlerdir. Ayrıca çalışmalarında, öğretmenlerin problem çözme stratejilerini bilme ve uygulamada yetersiz oldukları ve matematiksel akıl yürütmenin 15 öğretmen içerisinde sadece bir tanesi tarafından belirtildiği görülmüştür. Ek olarak bu öğretmenler, öğrencilerin özellikle problemi anlama

konusunda zorlandıklarını bu nedenle de okuma ve anlama etkinliklerinin düzenlenmesinin önemli olabileceğini de vurgulamışlardır.

Benzer şekilde, öğrencilerin rutin olmayan problemlerde zorlanmasının sebepleri arasında öğretmenlerin problem çözme inançları olabileceğini düşünen Karar (2021), öğretmen yetiştirme programlarında rutin olmayan problemleri içeren derslere ağırlık verilmesi ve öğrencilerin de problem çözme ve rutin olmayan problemlerle ilgili inançlarının araştırılması gerektiğini düşünmektedir. Karar (2021), matematik öğretmenlerinin problem çözme inançlarının, rutin olmayan problemlere ait eğilimleriyle arasındaki ilişkiyi araştırmış ve bu ilişkinin pozitif yönde bir ilişki olduğunu bulmuştur. Bir başka ifadeyle, katılımcı öğretmenlerin problem çözme inançları geliştikçe, rutin olmayan problemlere olan eğilimleri de artmaktadır.

Literatürde problem çözme ile ilgili inançların çeşitli değişkenlerle ilişkisinin araştırıldığı da görülmektedir. Örneğin, Sağlam (2014) problem çözme inançlarını sınıf düzeyi, bölüm, not ortalaması ve cinsiyet olmak üzere farklı değişkenler açısından araştırmıştır. Bu araştırmada, matematik, fizik, kimya ve biyoloji bölümlerinin farklı sınıf düzeylerinde okuyan toplam 413 öğretmen adayının problem çözme ve matematiksel beceri, problemi anlama, matematiğin önemi ve rolü olmak üzere 5 farklı boyuta ait görüşleri alınmıştır. Araştırmanın sonucunda adayların problem çözme inançlarının, cinsiyet ve not ortalamasına göre farklılık göstermediği, öğrenim gördükleri bölümlere göre ise farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Öğrenim görülen bölüme göre farklılık bulunan bir başka çalışmada da matematik öğretmeni adaylarının problem çözme inançlarının fen ve sınıf öğretmen adaylarına göre daha olumlu olduğu görülmüştür (Yavuz & Erbay, 2015).

Son yıllarda yapılmış bazı çalışmalar öğretmen adaylarının problem çözme kavramlarını incelemiştir. Örneğin, Çelik ve diğerleri (2020), matematik öğretmeni adaylarının problem çözmeye nasıl bir anlam yüklediklerini araştırdıkları çalışmada, 107 öğretmen adayı ile görüşme yapmışlar ve öğretmen adaylarının çoğunun problemi “sorun” olarak ifade ettikleri ve buna paralel olarak da problem çözmeyi “çözüm bulmak” olarak değerlendirdiklerini görmüşlerdir. Benzer şekilde, Son ve Lee (2021) tarafından yapılan çalışmada da aday

öğretmenlerin çoğunun problem çözmeyi sonuç bulmak olarak değerlendirdikleri ve çok az bir kısmının problem çözmeyi rutin olmayan problemlere alternatif çözümler bulmak gibi daha üst düzey becerileri ifade eden tanımlar yaptığı görülmüştür. Bu çalışmada aynı zamanda aday öğretmenlerin problem çözme performansları da incelenmiş ve daha çok problem çözme sürecine ve üst düzey becerilere vurgu yapan öğretmenlerin problem çözme performanslarında daha yüksek düzeyde akıl yürütme kullandıkları görülmüştür. Problem çözmeyi bir amaç ve beceri olarak gören öğretmen adaylarının çoğu ise rutin olmayan problemleri yanlış çözmüşlerdir.

Öğretmen veya öğretmen adaylarının problem çözme kavramları ile performansları arasında ilişki olabileceğini gösteren bu çalışmaların yanında öğretmen adaylarının problem çözerken kullandıkları stratejilere odaklanan çalışmalar da vardır. Örneğin, Kaba ve diğerleri (2017), matematik öğretmen adaylarının problem çözmeye kullandıkları düşünme yollarını klinik görüşme yoluyla analiz etmiştir. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında katılımcıların yarısının problem çözmeye genelleme ve gerekçelendirme kullandıkları diğer yarısının ise önceki bilgi ve çözüm yollarını kullandıkları görülmüştür. Genelleme ve gerekçelendirme yapan katılımcılar, çözümü bulamadıklarında deneme yanılma yoluyla farklı stratejiler geliştirebilmişlerdir. Fakat diğer katılımcılar formülleri ya da önceki bilgilerini hatırlayamadıklarında problemin çözümünü bulamamışlardır.

Matematik öğretmenlerinin problem çözme performanslarına odaklanan bir başka çalışmada da Çeker ve Çimen (2017), matematik öğretmenlerinin hangi problem çözme stratejilerini bildiğini ve bunları ne sıklıkla kullandıklarını araştırmıştır. Araştırma 10 ortaokul matematik öğretmeniyle görüşme yapılarak yürütülmüştür. Araştırmada matematik öğretmenlerinin problem çözme stratejilerini yeterince bilmedikleri, mantıksal akıl yürütme stratejisini kullanan öğretmen sayısının az olduğu ve bilinçli tahmin ve kontrol stratejisinin matematik öğretmenleri tarafından en az kullanılan strateji olduğu görülmüştür. Benzer şekilde, Avcu (2012) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adayları en çok şekil çizme, tahmin etme, formül kullanma, denklem kurma ve mantıksal muhakeme, en azise örüntü bulma stratejisini kullanmışlardır. Aynı zamanda öğretmen adayların sınırlı sayıda ve daha çok ezber gerektiren geleneksel türdeki stratejileri

kullandıkları görülmüştür. Benzer sonuçlar diğer çalışmalarda da görülmektedir. Örneğin, Güner ve Erbay (2021) matematik öğretmen adaylarının problem çözme yeterliklerinin orta düzeyde ve problemi anlama, doğru stratejiyi belirleme ve uygulama, çözümü kontrol etme gibi durumlarda eksikliklerinin olduğunu belirtmiştir. En fazla tercih edilen stratejinin liste yapma, en az tercih edilen stratejinin ise örüntü bulma stratejisi olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin problem çözmeye ait görüşleri ve performanslarını birlikte inceleyen son yıllarda yapılmış bir çalışmada Durak (2021) öğretmenlerin problem çözmenin günlük hayata katkı sunması, eleştirel düşünme, akıl yürütme, somutlaştırma, bağlantı kurma, pekiştirme, dikkat ve mantık geliştirme, kalıcı öğrenme gibi durumlara fayda sağladığı görüşünde olduklarını belirtmiştir. Ayrıca öğretmenlerin problem çözme beceri testinden aldıkları puanların ve problem çözüm aşamasında strateji seçimi değerlendirmesi sonuçlarının orta seviyede olduğu tespit edilmiştir. Yapılan klinik mülakatlar sonucunda ise katılımcıların problem çözme basamaklarına vurgu yapmalarına rağmen uygulama esnasında problem çözme basamaklarını kullanmakta yetersiz kaldıkları görülmüştür.

2.2 Matematiksel Akıl Yürütme

Akıl yürütme matematik eğitimi araştırmalarının önemli bir parçası olmasına rağmen bu kavramla ilgili net bir teorik çerçeve henüz ortaya konulmamıştır (Kollosche, 2021). Son yıllarda yapılan çalışmalarda matematik eğitiminde matematiksel akıl yürütmenin öneminin giderek arttığı ancak literatürde ortak bir tanımın olmadığı ve matematiksel akıl yürütmenin bazen genel bir matematik yeteneği olarak, bazen bir problem çözme yöntemi olarak, bazen de orantısal veya cebirsel akıl yürütme gibi spesifik bir matematik alanındaki yetenek olarak tanımlandığı belirtilmektedir. Ortak bir tanımın olmayışı hem bu alandaki bilginin gelişimini engellemekte hem de öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme olarak neyi ve nasıl dikkate alacakları konusunda zorlukla karşılaşmalarına neden olmaktadır (Hjelte vd., 2020).

Önceki çalışmalar incelendiğinde matematiksel akıl yürütmenin birçok çalışmada betimlenmeye çalışıldığı görülmektedir. Örneğin, Steen (1999), epistemolojik olarak matematiksel akıl yürütmenin matematiğin temeli olduğu görüşündedir. Buna göre, matematiksel akıl yürütme yüzeysel bir anlamın ötesinde derin anlamayı ve bağlantı kurmayı gerektirir. Akıl yürütme terimi, bir

düşüncenin doğru olduğuna başkalarını ya da kendimizi inandırmak, bir sorunu çözmek, birbiriyle ilişkili olan durumları bağlantılar kurarak bir araya getirmek için kullanılmaktadır (Brodie, 2010; Umay, 2003). Umay (2003) akıl yürütmeyi, tüm etmenleri değerlendirerek düşünmek ve bunun sonunda akılcı bir sonuca ulaşma süreci olarak tanımlamaktadır. Altınparmak ve Öziş (2005)'e göre ise akıl yürütme, sonuç çıkarma işi ve bundan emin olma durumudur. Matematiksel akıl yürütme, bireyin matematik yapmasını sağlaması ve bireyi matematiğin mantıklı olduğuna inandırması gibi etkilere sahiptir (Umay & Kaf, 2005). Matematiksel muhakeme, matematiksel aktiviteleri anlamlandırma aracı ya da matematiğin nesnelere hakkında, bu nesnelere kullanarak muhakeme yapmak olarak tanımlanmaktadır. Bu açıdan akıl yürüten bir insan amacına hizmet edecek düşünme yolları ve argümanlar geliştirir (Brodie, 2010).

Bütün matematiksel akıl yürütme biçimlerinin özünde gerekçelendirme ve iddiaları savunmak için güçlü argümanlar oluşturma vardır. İletişim, sezgi, yaratıcılık, hayal gücü, açıklama yapabilme de matematiksel akıl yürütmenin önemli unsurlarındandır (Brodie, 2010). Dolayısıyla ortaya atılan bir iddia ya da düşünce sağlam ve mantıklı bilgilere dayandırılmıyorsa ve en önemlisi gerekçelendirilemiyorsa bunun akıl yürütme olarak değerlendirilmesi doğru olmaz (Umay, 2003).

Akıl yürütme, doğuştan gelen bir yetenektir ve bu becerinin gelişimi bireyin okul öncesinden başlamak üzere diğer dönemlerinde maruz kaldığı formal ya da informal eğitime bağlıdır (Altınparmak & Öziş, 2005). Dolayısıyla akıl yürütmenin gelişimi için alınan eğitimlerin rolü düşünüldüğünde, matematik öğretmenlerinin problem çözme ve eleştirel düşünmeyi matematiksel muhakeme örneği olarak görmeleri ve kanıtın matematiksel akıl yürütmenin merkezinde yer aldığını bilmeleri ve öğrenme öğretme ortamlarını bu doğrultuda oluşturmaları beklenmektedir (Steen, 1999).

Bu çalışmada öğretmen veya öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda karşılaşılan tanımlar dikkate alınarak matematiksel akıl yürütmenin türleri aşağıda 4 başlık altında özetlenmeye çalışılmıştır.

2.2.1 Akıl Yürütme Türleri

Tümdengelim (Dedüksiyon)

Matematiksel akıl yürütme genellikle tümdengelim ile eş anlamlı kullanılmaktadır (Kollosche, 2021). Tümdengelim, matematiğe ve mantığa özgüdür ve belirli öncüllerden mantıksal tutarlılık içinde sonuçların elde edildiği formal bir akıl yürütme şeklidir. Öncüller doğru olduğunda elde edilen sonuçların da doğruluğu kesindir. Bu akıl yürütmedeki düşünce şekli bir önermeler dizisi ile ifade edilebilir. Bu dizideki bir önermenin kendisinden önce gelen önermeler doğru kabul edilmişse, bu önermenin doğruluğu da kabul edilir (Harel, 2014).

Günlük yaşamda da veriye ve sezgilere dayalı akıl yürütmeler vardır. Ancak bu tür akıl yürütmeler soyut matematiksel bilginin nasıl oluşturulduğunu anlamada her zaman işe yaramayabilir. Bu nedenle matematiksel akıl yürütme denildiğinde tümdengelim akıl yürütme anlaşılır ve ispat kavramı ile eş anlamlı olarak kullanılır. Genel olarak matematiksel akıl yürütme ve ispat kavramları da birbirini yerine kullanılabilen, sınırlarının tam olarak ne olduğu konusunda bir görüş birliği olmayan kavramlardır. Yine de genellikle matematiksel akıl yürütmeyi daha geniş bir kavram olarak ele almak mantıklıdır. Akıl yürütme tümdengelim olsun veya olmasın matematiğin öğretimindeki kullanılışlılıkları nedeniyle matematik öğretiminde önemli bir yere sahiptir (Hanna, 2014). Matematiksel akıl yürütmenin matematik eğitimi çalışmalarında sıklıkla karşılaşılan diğer türleri de aşağıdaki gibidir.

Tümevarım (İndüksiyon)

Polya (1957) tümevarımı belirli örneklerin gözlemlenmesi ve analiz edilmesiyle genel bir kuralı keşfetme süreci olarak tanımlamaktadır. Bu akıl yürütme gözlemlerle başlar ve kesin olmayan genelleştirilmiş bir sonucun elde edilmesiyle biter. Belirli durumları gözlemek, örüntü aramak ve gözlenen durumu açıklamak için hipotez veya teori oluşturmak ve yeni özel durumlarla doğrulama adımları bu akıl yürütmenin parçalarıdır ve birçok bilimsel araştırmanın da yöntemini oluşturur. Genellikle olası tüm kanıtlardan yola çıkılmadığı ve bazı deneysel kanıtlardan yola çıkılarak bir sonuca ulaşıldığı için sonucun kesin olarak doğru olduğu bilinmemekle birlikte doğru kabul edilir çünkü sonuç muhtemelen doğrudur (Durhan, 2020). Okul matematiğinde örüntü

bulmayı gerektiren matematiksel problemlerin çözümünde kullanılan akıl yürütme tümevarımsal akıl yürütmenin bir örneğidir (Haverty vd., 2000).

Abdüktif akıl yürütme (Retrodüksiyon)

Abdüktif akıl yürütme de matematik eğitimi araştırmalarında ele alınan önemli bir kavram haline gelmiştir (Reid, 2018). Tümevarımda olduğu gibi abdüktif akıl yürütme de tümdengelim dışındaki akıl yürütme sınıfında yer alır. Ancak, tümevarımda birden fazla örnek için bir açıklama bulunurken, abdüktif akıl yürütmede ise tek bir örneğe dayalı bir açıklama yapılır. Tümevarımda yapılan açıklama yeni örneklerin açıklanmasında da kullanılırken, abdüktif akıl yürütmede böyle bir durum sözkonusu değildir. Abdüktif akıl yürütürken, gözlenen bir durumun nasıl ortaya çıktığına dair muhtemel bir açıklamanın ne olabileceği bulunmaya çalışılır. Bu şekilde yeni fikirlerin ortaya çıkması sağlanmış olur. Ancak açıklama bireyin bilgisine ve deneyimine bağlı olan bir tahmindir. Bu nedenle kesin doğru bir açıklama olmayabilir. Bu akıl yürütmenin de hipoteze dayalı olduğu söylenebilir. Bir açıklamanın yapılması hipotez oluşturma, ve bu açıklamanın olabilecek açıklamalar içinden seçilmiş en iyi tahmin olması hipotez seçimi olarak düşünülebilir. Hem günlük hayatta hem de bilimsel buluşların ortaya çıkmasında kullanılan bir akıl yürütme şeklidir (Aliseda, 2006; Durhan, 2020). Öğrencilerin matematiksel problem çözerken bu akıl yürütme şeklini kullanmayı öğrenmeleri önemlidir. Öğrenciler sahip oldukları matematiksel bilgiye dayanarak bir problem durumuna yönelik çözüm üretme aşamasında bu akıl yürütme şeklini kullanabildiklerinde yaratıcı çözümler bulabilirler. Bu akıl yürütme şekli Polya (1957)'nin problem çözme basamaklarıyla da uyumludur. Problem çözerken abdüktif akıl yürütebilen öğrenciler alternatif çözüm yolları üzerinde düşünmeye, çözümün işe yarayıp yaramadığını kontrol etmeye ve gerekirse farklı bakış açılarıyla düşünmeye eğilimlidirler (Cifarelli, 2016).

Adaptif Akıl Yürütme

Adaptif akıl yürütme okul matematiğinde öğrencilerin akıl yürütmelerini tanımlamak için kullanılmış bir terimdir. Adaptif akıl yürütme matematiksel bir problemin çözümü için mantıksal bir süreç oluşturabilme ve bu sürecin doğruluğunu savunabilmektir. Bu süreç, analogi, metafor, sezgi ve tümevarım gibi

düşünme biçimlerini kapsar. Bir öğrencinin adaptif akıl yürütebilmesi için ilk olarak bulduğu sonucu nedenleriyle açıklayabilmesi yani gerekçelendirme yapması, ikinci olarak da öğrencinin kavramsal anlamayı tam olarak gerçekleştirmesi ve kavramlar arasında bağlantılar kurabilmesi gerekir (Kilpatrick vd., 2001).

2.2.2 Matematiksel Akıl Yürütme ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Stylianides (2008) akıl yürütme ve ispat yapmanın matematiksel, pedagojik ve psikolojik olmak üzere 3 bileşeni olduğu belirtmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütme becerilerine odaklanan çalışmalar matematiksel bileşen içinde yer almaktadır. Psikolojik bileşen akıl yürüten kişinin algıları ve kavramsallaştırmaları ile ilgilidir. Pedagojik bileşen ise akıl yürütmenin öğretimi ile ilgilidir ve öğretmenlerin öğrencilere sundukları matematiksel akıl yürütmeye dayalı öğrenme ortamlarını inceleyen çalışmalar pedagojik bileşene örnek olarak gösterilebilir.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde matematiksel akıl yürütme konusunda öğretmenler veya öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların çoğunluğunun matematiksel akıl yürütme performanslarıyla ilgili olduğu ve matematiksel bileşene daha fazla odaklandıkları görülmektedir (Mumcu, 2019; Çiftci, 2015; Rodrigues vd., 2021; Mumcu & Aktürk, 2017; Rohana, 2015; Çoban, 2010; Benli & Özdemir, 2021). Bu çalışmalarda öğretmen veya öğretmen adaylarının yaratıcı akıl yürütme düzeylerinin zayıf olduğu gösteren birçok bulguya rastlanılmaktadır. Örneğin, Benli ve Özdemir (2021) öğretmenlerin karar verme, analiz ve genelleme yapma performanslarının, rutin olmayan problemleri çözme ve ilişki kurma performanslarına göre daha iyi olduğunu görmüşlerdir. Ayrıca öğretmenlerin rutin olmayan problemleri farklı yollarla çözme konusunda zorlandıkları ve bu tür problemlerde muhakeme yapamadıklarını tespit etmişlerdir. Benzer şekilde, Mumcu ve Aktürk (2017) matematiksel akıl yürütmeyle ilgili yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının “genelleme-soyutlama-modelleme, akıl yürütme-bağlama” puanlarının, “iyileştirme, yaratıcı düşünme” puanlarına göre daha iyi olduğunu göstermişlerdir. Çiftci (2015) çalışmasında da ezber ve algoritmaya dayalı düşünen matematik öğretmeni adaylarının kavramsal bilgilerini ve düşünme biçimlerini bütüncül olarak kullanamadıkları, bunun aksine yaratıcılığa dayalı düşünen öğretmen adaylarının

ise konuya ve matematiksel kavramlara hakimiyetlerinin fazla olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmaların, bu tezin de konusu olan akıl yürütmenin psikolojik bileşenine daha az odaklandıkları görülmektedir. Örneğin, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeyi nasıl algıladıklarının literatürde henüz yeterince incelenmediğini belirten Herbert ve diğerleri (2015), yaptıkları çalışmada, matematiksel akıl yürütmenin öğretmenler tarafından basitten karmaşığa düşünmek, düşünceyi iletmek, problem çözmek, düşünceyi doğrulamak, varsayım oluşturmak, varsayımları doğrulamak için mantıksal argümanlar kullanmak ve matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurmak olmak üzere farklı şekillerde algılayabileceklerini göstererek bu algıların matematiksel akıl yürütmeyle ilgili yapılacak araştırmalar için bir çerçeve oluşturabileceğini belirtmişlerdir. Benzer şekilde matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütmeye yönelik algılarını araştıran Çelik ve diğerleri (2020), matematik öğretmeni adaylarının algılarının günlük hayat, düşünme, problem çözme ve çıkarım yapma şeklinde farklı kategoriler altında toplanabileceğini göstermiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının akıl yürütmeyi daha çok problem çözmeye kullanılan bir yöntem olarak algıladıkları ve matematiksel akıl yürütmeyle ilgili çok sınırlı düzeyde bilgi birikimine sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeyi nasıl algıladıkları ile ilgili yapılan başka bir çalışmada, öğretmen adaylarının akıl yürütmeyi daha çok günlük hayat ve problem çözmeye ilişkilendirdiği görülmektedir. Öğretmen adayları matematiksel akıl yürütmeyi genel olarak işlemler ve kavramlar arasında bağlantı kurmak, problemlere farklı çözüm yolları getirmek, olaylara hızlı çözüm üretebilmek ve bilinenden hareketle bilinmeyene ulaşmak olarak algılamaktadırlar. Bununla birlikte katılımcıların matematiksel akıl yürütme tanımlarında çıkarım yapma kategorisinin kodları olan, tündengelemler ve tümevarımı bilme, genelleme yapma, yeni bir fikir üretmekle ilgili bulgulara ise çok az rastlanılmıştır (Öz & Işık, 2017).

Son yıllarda yapılan bir çalışmada Sosa-Moguel ve Aparicio-Landa (2021) matematiksel akıl yürütme türlerinden tümevarımsal akıl yürütmeye odaklanmış,

ortaokul matematik öğretmenlerinin tümevarımsal muhakeme algılarını anlamaya çalışarak, bu algının ikinci dereceden denklemin öğretiminde nasıl karşılık bulduğunu yorumlamışlardır. Çalışmanın sonucunda katılımcı öğretmenlerin tümevarımsal muhakeme algıları, a) matematiksel bilgi edinmenin yolu, b) bilişsel süreç, c) genellemeler formülasyon ve doğrulama, d) problem çözme stratejisi, e) mantıksal düşünme olarak 5 kategori altında toplanmıştır. İlk kategori katılımcı öğretmenlerin baskın algısıdır. Bu kategoriye göre öğretmenler, tümevarımsal akıl yürütmeyi öğrencilerin önceki bilgilerini kullanarak yeni bilgilere ulaşmasında kullandıkları pedagojik bir yöntem olarak algılamaktadırlar. Bir diğer baskın algı ise bilişsel süreç kategorisidir. Bu kategoriye göre tümevarımsal akıl yürütme belirli ya da bilinen bir durumdan hareketle sonuç çıkarma işi olarak algılanmaktadır. Ayrıca bu kategori özelden genele gitme anlayışı taşıdığı için tümevarımsal muhakemenin doğasında yer alan bir özellik olarak kabul edilmiştir. Genelleme yapmak, genellemeleri formülleştirmek, tahminde bulunmak ve bunların doğruluğunu göstermek gibi tümevarımsal akıl yürütmenin daha çok deneysel yönüne atıfta bulunan “genellemeler formülasyon ve doğrulama” kategorisi, katılımcıları çeyreği tarafından tanımlanmıştır. Tümevarımsal akıl yürütmeyi problem çözümede kullanılan bir strateji olarak algılayan katılımcılar, problem çözme yöntemlerini tanımada tümevarımsal akıl yürütmenin yararına değinmemişlerdir. Bu durum araştırmacılar tarafından bu kategorideki katılımcıların sınırlı algılara sahip oldukları ve bu yüzden problem çözme becerilerini geliştirme konusunda yetersiz olabilecekleri şeklinde değerlendirilmiştir. Mantıksal düşünme kategorisindeki katılımcılar ise daha geniş bir tümevarımsal muhakemeye ihtiyaç olduğunu, özellikle önermeleri ispatlamak için tümdengelimin kullanılması gerektiğinden bahsetmişlerdir. Çalışmanın bir diğer bulgusu olarak da öğretmenlerin ikinci dereceden denklemleri öğretme aşamasında, tümevarımsal akıl yürütmeyi dört farklı şekilde yorumlandığı bulunmuştur. Bunlar: bilgi edinmenin yolu, özelden genele, genelden özele, ikonik. Araştırmacılar çalışmanın bulgularını katılımcıların tümevarımsal muhakeme ile ilgili algılarının net ve yeterli olmadığı şeklinde yorumlamıştır. Ayrıca öğretmenlerin tümevarımsal akıl yürütme yorumlarının geliştirmelerinin, bu akıl yürütme türünü öğrencilerde geliştirmeyi ve matematiksel kavramları oluşturmayı sağladığına dikkat çekmişlerdir.

Başka bir çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeye ait öz-yeterlik algılarını incelemek için Mumcu (2019) bir ölçek geliştirmiştir. Bu çalışmada matematiksel akıl yürütme becerisi; genelleme-soyutlama-modelleme, akıl yürütme-ilişkilendirme, geliştirme ve yaratıcı düşünme olmak üzere 4 farklı alt boyutta ele alınmıştır. Sonuçlararaştırmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeyeterliklerine ait öz-yeterlik algılarının düşük olduğunu göstermiştir. Alt boyutlar ayrıca incelendiğinde ise akıl yürütme-ilişkilendirme ve geliştirme boyutlarına ait öz-yeterlik puanlarının ortalamanın üzerinde; genelleme-soyutlama-modelleme ve yaratıcı düşünme boyutlarına ait öz-yeterlik puanlarının ise ortalamanın altında olduğu tespit edilmiştir. Genelleme-soyutlama-modelleme boyutu, olası durumları tahmin etme, varsayımda bulunma, düşünceleri gerekçelendirme, sonuca ulaşma, ulaşılan sonucu savunabilme ve açıklayabilme gibi durumları temsil etmektedir. Bu açıdan matematiksel akıl yürütmeyle ilgili önemli göstergelere işaret eden genelleme-soyutlama-modelleme boyutunun ortalamanın altında kalması dikkat çekicidir. Mumcu (2019) öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeperformansları ve öz-yeterlik algılarıyla ilgili iyi bir sonucun ortaya çıkmadığını belirtmiş ve matematiksel akıl yürütmenin her alanda öneminin arttığını, bu nedenle de öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütme becerisini geliştirecek akademik çalışmaların yapılması gerektiğine vurgu yapmıştır.

Öğrencilerin, başkalarının akıl yürütme süreçlerini gözlemleyerek de bu beceriyi öğrenebileceğini ifade eden Bergqvist ve Lithner (2012), bu noktada öğretmenlerin önemli bir rolü olduğunu düşünmektedir. Buna göre öğretmenlerin sınıf ortamında bir problem durumundaki çözüm bulma süreci öğrenciler tarafından bir akıl yürütme örneği olarak alınabilmektedir. Bu anlamda Bergqvist ve Lithner (2012), çalışmasında öğrencilerin öğrenme-öğretme ortamlarında, öğretmenlerinden kazanabilecekleri farklı türde matematiksel akıl yürütme fırsatlarını “problem tipini tanımlama, çözüm metodu tanımlama, yaratıcı düşünme, tartışma-kanıtlama, matematiksel temel ve bağlantı” olmak üzere 6 boyutta incelemiştir. Bu doğrultuda öğretmenlerin ders sunumları sırasında öğrencilerin, ezberci öğrenmeye yol açan algoritmik akıl yürütme ve yaratıcı akıl yürütmeyi kullanmaları için nasıl fırsatlar sunduğu araştırılmıştır. Çalışmanın bulgularına göre incelenen dersler, yansıtma, tartışma-kanıtlama ve matematiksel

temel açıdan yetersiz bulunmuştur. Ayrıca bu derslerin öğrencilerin algoritmik akıl yürütmelerini sağlamaları konusunda, yaratıcı akıl yürütmeye oranla daha fazla fırsatlar sunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Benzer şekilde Lithner (2008)'in çerçevesinin kullanıldığı, öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmelerini inceleyen başka bir çalışmada ise Birkeland (2019), bir öğretim deneyi düzenlemiştir. Bu çalışmada öğretmen adaylarını gruplara ayırmış ve onların problem çözme süreçlerini video kaydına almıştır. Çalışmanın bulgularına göre öğretmen adaylarının bazılarının taklitçi akıl yürütme yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Taklit yoluyla akıl yürüten öğretmen adayları benzer örnekler üzerinden problem çözmeye çalışmışlardır. Yeni bir fikir geliştirmek olarak yaratıcı akıl yürütmenin ise hiçbir öğretmen adayı tarafından kullanılmadığı görülmüştür. Birkeland (2019), bazı öğretmen adaylarının akıl yürütmelerini ne yaratıcı ne de taklitçi akıl yürütme olarak değerlendirebildiklerini söylemiştir. Bu açıdan Birkeland (2019), çalışmaya katılan öğretmen adaylarının akıl yürütmelerini anlamak için daha geniş bir çerçeveye ihtiyacın olduğunu belirtmiştir.

Yine başka bir çalışmada Bergqvist ve Lithner (2012)'in çerçevesi esas alınmış ve öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme performansları araştırılmaya değer bulunmuştur. Buna göre öğretmenlerin, matematiksel akıl yürütme yapmaları için öğrencilere fırsat vermelerini onların eğitim ortamları açısından önemli bulan Öz ve Işık (2020), öğretmen adaylarının öğrencilere sağladıkları matematiksel akıl yürütme fırsatlarını incelemiştir. Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan ve öğretmenlik uygulaması dersi kapsamında staj gören toplam 4 öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Her bir öğretmen adayının ders sunumları video kaydına alınmış ve sonrasında yazılı hale getirilerek betimsel analiz yoluyla analiz edilmiştir. Analizler Bergqvist ve Lithner (2012)'in çerçevesi olan “problem tipini tanımlama, çözüm metodu tanımlama, yaratıcı düşünme, tartışma-kanıtlama, matematiksel temel ve bağlantı” olmak üzere toplam 6 farklı bakış açısı esas alınarak yapılmıştır. Problem tipini tanımlamayı, matematiksel akıl yürütme becerisinin gelişiminde etkili olan ilk durum olarak ele alan Öz ve Işık (2020), çalışmasındaki öğretmen adaylarının problemi tanımlamada yetersiz olduklarını görmüştür. Buna ek olarak öğretmen adaylarının, çözüm metodu tanımlama ve bağlantı açısından da yetersiz olduğu ve

tartışma-kanıtlamanın bazı öğretmen adayları tarafından kısmen yapıldığı sonucuna ulaşmışlardır. Özetle bu çalışma öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri açısından sınırlı fırsatlar sunduğunu ortaya koymuştur. Çalışmanın sonunda Öz ve Işık (2020), hem öğretmenlerin hem öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerisiyle ilgili bilgilendirilmeleri ve bu becerinin eğitim ortamlarında kullanılmasıyla ilgili gerekli özenin gösterilmesini önermişlerdir.

Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel aktivitelerine ilişkin gözlemlerinin, onların matematiksel muhakemelerini öğrenmeleri konusunda fırsat sağladığını düşünen Marcus ve Francisco (2011)'unun çalışmasında, 9 matematik öğretmeni, 1 yıl boyunca bir grup öğrencinin matematiksel aktivitelerine yönelik gözlem yapmıştır. Gözlem sırasında öğretmenler öğrencileri yönlendirmekten kaçınarak onları daha çok düşündürmeye ve kendilerini ifade etmelerine fırsat vermeye çalışmıştır. Öğretmenlerin gözlem raporlarından elde edilen verilere göre öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel muhakemeleri hakkında iç görüşleri 5 kategoride tanımlanmıştır. Bunlar: Kavramsal anlama, muhakeme biçimleri, matematiksel fikirlerin ifade edilmesi, matematiksel gerekçelendirme ve öğrencilerin matematiksel muhakeme gelişimini destekleyen koşullar. Buna göre bazı öğretmenler gözlem raporlarında öğrencilerin kavramsal anlamalarına, bazıları ise öğrencilerin problem çözerken kullandıkları farklı problem çözme stratejilerine dikkat çekmiştir. Matematiksel fikirlerin ifade edilmesi kategorisine yönelik olarak ise öğretmenler öğrencilerin matematiksel düşünce, tanım ve açıklamalarına odaklanmıştır. Matematiksel gerekçelendirme kategorisi, öğrencilerin akıl yürütmelerinin doğruluğunu akranlarına veya araştırmacılara göstermeye çalışmalarına, son kategori ise öğrencilerin bir şeyi yaparken başka bir şeyi keşfetmesi duruma dikkat çekmiştir. Araştırmacılar, matematik sınıflarında öğrencilerin zengin matematiksel muhakeme örneklerinin çoğunlukla öğretmenler tarafından fark edilemediğini de belirtmiştir.

3. YÖNTEM

3.1 Araştırmanın Modeli

Nitel araştırma insanların yaşamlarını nasıl anlamlandırdıklarını analiz ederve yaşadıkları deneyimleri nasıl yorumladıklarını betimlemeyi amaçlar (Merriam, 2018). Merriam (2018) nitel araştırma türlerine ait sınıflamasında en yaygın nitel araştırma türü olan çalışmaları temel ve yorumsamacı olarak nitelendirmiş ve tanımlamıştır. Eğitim alanında yapılan birçok çalışmayı da temel nitel araştırma kategorisinde gören Merriam (2018), temel nitel araştırmaların amacının insanların hayatları ve deneyimleriyle oluşturdukları anlamları ortaya çıkarmak ve yorumlamak olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmadaki amaç da matematik öğretmenlerinin deneyimleri sonucunda problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına hangi anlamları yüklediklerini araştırmak ve yorumlamak olduğundan çalışmanın deseni temel nitel araştırmadır.

3.2 Araştırmanın Çalışma Grubu

Çalışma grubu nitel araştırmalarda kullanılan amaçlı örnekleme ile belirlenmiştir. Katılımcılar çalışmanın amacına uygun olacak şekilde matematik öğretmenliğinden mezun ve öğretmenlik deneyimi olan bireylerden oluşmaktadır. Katılımcılar 3 erkek, 10 kadın olmak üzere 13 kişidir ve deneyimleri 1 ile 13 yıl arasında değişmektedir. Aynı zamanda katılımcıların yaklaşık yarısı (6 kişi) matematik eğitimi bilim dalında lisansüstü eğitimine devam etmekte ve 1 kişi ise doktora diplomasına sahiptir. Ayrıca katılımcılar farklı (5 farklı) üniversitelerden mezun olmuşlardır. Katılımcıların bu şekilde farklı demografik özelliklere sahip olmalarının matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramlarının çeşitliliğinin anlaşılmasına katkısı olabilir. Katılımcıların demografik özellikleri Tablo 3.1’ de gösterilmiştir.

Katılımcıların problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına yükledikleri anlamlar öğrenim gördükleri alanda aldıkları derslerde ve öğrencilerle etkileşim gibi mesleki deneyimleri ile oluşmuştur. Katılımcılar bunların dışında bu kavramlarla ilgili hizmet içi eğitim, seminer vb. farklı eğitimler almamışlardır.

Tablo 3.1. Katılımcıların demografik özellikleri

İsim	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Mesleki Kıdem
Ö1	Kadın	Lisans mezunu	1 yıl
Ö2	Kadın	Lisans mezunu	1 yıl
Ö3	Kadın	Yüksek lisans yapıyor	1 yıl
Ö4	Kadın	Yüksek lisans yapıyor	1 yıl
Ö5	Kadın	Lisans mezunu	2 yıl
Ö6	Erkek	Doktora yapıyor	2-3 yıl
Ö7	Kadın	Yüksek lisans yapıyor	2-3 yıl
Ö8	Erkek	Lisans mezunu	2 yıl
Ö9	Erkek	Lisans mezunu	6-7 yıl
Ö10	Kadın	Yüksek lisans yapıyor	2-3 yıl
Ö11	Kadın	Lisans mezunu	4-5 yıl
Ö12	Kadın	Doktora mezunu	12 yıl
Ö13	Kadın	Doktora yapıyor	13 yıl

3.3 Veri Toplama Aracı

Araştırmanın verisini toplamak için yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına ilişkin tanımlarını ortaya çıkarmak için literatür taranmış ve Son ve Lee (2021), Herbert ve diğerleri (2015), Çelik ve diğerlerinin (2020) çalışmalarındaki görüşme sorularından yararlanılarak bir görüşme formu oluşturulmuştur. İki bölümden oluşan görüşme formunun birinci bölümünde problem çözme kavramına yönelik, ikinci bölümünde ise matematiksel akıl yürütme kavramına yönelik sorular bulunmaktadır. Görüşme formundaki sorular aşağıda verilmiştir.

Araştırma problemlerinde görüleceği üzere öğretmenlere problem çözme ve matematiksel akıl yürütme tanımları sorulurken ek olarak metafor oluşturmaları da istenmiştir. Literatür matematik ve özellikle problem çözme öğretimi ile ilgili araştırmalarda metaforların detaylı bilgi edinmede oldukça kullanışlı olduğunu belirtmektedir (Chapman, 1997). Benzer şekilde Jensen (2006) metafor analizinin eğitim araştırmaları için iyi bir nitel araştırma metodolojisi olduğuna dikkat çekmektedir. Birçok çalışmada da metafor kullanımının araştırmacıların inceledikleri konuyu daha detaylı araştırabilmelerine

olanak sağladığının örnekleri görülmektedir (Son & Lee, 2021; Cassel & Vincent, 2011). Bu nedenle bu çalışmada da metafor analizinin öğretmenlerin problem çözme ve akıl yürütme kavramlarının daha detaylı anlaşılmasında faydası olabileceği varsayılmıştır.

3.3.1 Öğretmen Görüşme Formu

Görüşme formunun birinci bölümünde yer alan problem çözme kavramına yönelik aşağıdaki sorular hazırlanırken Son ve Lee (2021) ve Çelik ve diğerlerinin (2020) çalışmaları dikkate alınmıştır.

1. Okul matematiğinde problem çözme denildiğinde, "problem çözme" size ne ifade ediyor? Nasıl tanımlarsınız?
2. Problem çözmeyi bir metaforla anlatabilir misiniz? / Problem çözmeyi neye benzetirsiniz?
3. Neden bu metaforun problem çözmeye alakalı olduğunu düşünüyorsunuz?

Görüşme formunun ikinci bölümünde yer alan matematiksel akıl yürütme soruları ise birinci bölüm sorularının matematiksel akıl yürütmeye uyarlanmasıyla oluşturulmuştur. Aynı zamanda bu araştırmanın ikinci bölümünün ilk sorusu, ilkökul öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme algılarını inceleyen Herbert ve diğerleri (2015) tarafından da kullanılmış ve öğretmenlerin matematiksel akıl yürütmeyle ilgili algılarına yönelik bir çerçeve ortaya çıkarılmıştır. Benzer şekilde ikinci bölümün soruları:

1. Matematiksel akıl yürütme sizin için ne anlam ifade ediyor? Açıklar mısınız?
2. Matematiksel akıl yürütmeyi bir metaforla anlatabilir misiniz? / Matematiksel akıl yürütmeyi neye benzetirsiniz?
3. Neden bu metaforun matematiksel akıl yürütmeyle alakalı olduğunu düşünüyorsunuz?

Birinci ve ikinci bölümdeki bu sorulara ek olarak görüşme soruları dışında araştırmacı tarafından gerekli görülen yerlerde katılımcıların ifadelerini daha detaylı hale getirebilmek için, "Bu söylediğinizi açıklar mısınız?", "Ne yaparsak problem çözmüş (akıl yürütmüş) oluruz?" soruları da katılımcılara yöneltilmiştir.

3.4 Veri Toplama Süreci

Çalışmanın veri toplama sürecinde, matematik öğretmenlerine araştırmayla ilgili bilgiler önceden verilmiş, araştırmaya katılacaklarına dair onay alındıktan sonra gönüllü katılımcılarla görüşmelerin planlamaları yapılmıştır. Görüşmelerin, katılımcının ve araştırmacının uygun oldukları vakitlerde yapılmasına dikkat edilmiştir. Görüşmeler ses kaydı alınarak yapılmıştır. Alınan ses kayıtları sadece araştırmacılar tarafından incelenmiş olup, araştırma bittikten sonra ses kayıtları silinmiştir. Katılımcıların isimleri araştırmada kullanılmamış, isimler Ö1, Ö2,... şeklinde kodlanarak kullanılmıştır. Bu açıdan görüşme kayıtlarının ve görüşme verilerinin tamamen gizli tutulacağı görüşme öncesinde özellikle belirtilmiştir. Ayrıca katılımcılara araştırmacı tarafından görüşme süreci ve araştırmanın amacıyla ilgili detaylı bilgiler verilmiştir. Katılımcıların görüşme anında kendilerini iyi ifade edebilmeleri için rahat olmalarının önemli olduğu düşünüldüğünden, katılımcılar kendilerini hazır hissettiklerinde görüşmeye başlamaya özen gösterilmiştir. Görüşme verileri 2022-2023 yılları içerisinde farklı zaman aralıklarında toplanmıştır. Bu zaman içerisinde toplam 13 katılımcı ile görüşme yapılmış olup, en kısa süren görüşme yaklaşık 15 dakika, en uzun süren görüşme ise yaklaşık 40 dakikadır. Alınan ses kayıtları araştırmacı tarafından yazılı hale getirilerek, iki araştırmacı tarafından analiz edilmiştir.

3.5 Verilerin Kodlama Çerçevesi

3.5.1 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavramlarına Yönelik Kodlama

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin problem çözme kavramlarına ait kodlamalar, öğretmenlerin verdikleri yanıtlardan ve Stanic ve Kipatrick (1988)'in çerçevesinden elde edilmiştir. Aynı zamanda bu çerçeveyi kullanan Son ve Lee (2021) çalışmasındaki problem çözme kategorileri de dikkate alınmıştır. Bu kategoriler aşağıda açıklanmıştır.

Bağlam Olarak Problem Çözme (Diğer Amaçlara Ulaşmak İçin Bir Yol (Araç) Olarak)

Stanic ve Kilpatrick (1988) problem çözmenin kullanımına yönelik üç ana tema olduğunu belirtmişlerdir. Bu temalardan biri “bağlam olarak problem

çözme” anlayışıdır. Bu anlayışa göre problemler, müfredatın diğer hedeflerine hizmet eden araçlar olarak tanımlanır. Bu tanımda problem çözenin kendisi bir hedef olarak görülmez, bunun yerine problem çözmek başka hedeflere ulaşmayı sağlar. Problem çözmeye amaç değil araçtır. Stanic ve Kilpatrick (1988) problem çözenin diğer başka hangi amaçlara hizmet edebileceğine örnekler de vermiştir.

Örneğin, problemler matematik öğretimi için bir gerektir. Dolayısıyla özellikle günlük hayatla ilişkili olan problem çözmeye, öğrencileri ve öğretmenleri matematik öğrenmenin değerine ikna etmek için kullanılır. Benzer şekilde problem çözmeye matematik öğrenmeyi sağlar. Matematik derslerinde öğrenciler bir konuyu öğrendiklerinde bu konuyla ilgili benzer problemleri çözebileceklerine dair bir anlayış geliştirebilirler. Böylece öğrencilerin matematik öğrenmeye karşı motivasyonları artar. Eğlenceli problemlerin sunulduğu öğrenme ortamlarında da öğrenciler problem çözmeyi iyi vakit geçirme aracı olarak görebilirler (Stanic & Kilpatrick, 1988).

Ayrıca problem çözmeye düşünme ortamı sağlar. Böylece öğrenciler yeni problemlerle karşılaştıklarında çözümün nasıl olması gerektiğini düşünürler. Ek olarak belirli bir yöntemle çözülen problemlerle pratik yapmak bu yöntemin öğrenilmesini de sağlar. Burada amaç yöntem öğrenmektir ve bu amaca ulaşmak için problem çözülür (Stanic & Kilpatrick, 1988).

Problem çözmeye, bunlar gibi bazı amaçlara ulaşabilmeyi kolaylaştırır. Örneğin, Son ve Lee (2021) yaptıkları çalışmada "problem çözmeye bir beyin egzersizidir" şeklinde verilen yanıtları bu tema altında değerlendirmişlerdir. Çünkü problem çözenin kendisi hedef değildir. Burada beyin egzersizi yapmayı sağlamak gibi farklı bir hedefe ulaşma söz konusudur. Burada amaç problem çözmeye değil beyin egzersizi yapmaktır. Bu nedenle, Son ve Lee (2021) çalışmasında olduğu gibi bu çalışmada da kategori tanımını daha iyi ifade ettiği düşünüldüğünden bu kategori "Diğer amaçlara ulaşmak için bir yol (araç) olarak" isimlendirilmiştir.

Bir Beceri Olarak Problem Çözme

Bu anlayışa göre problem çözmeye, öğretmenlerin öğrencilerine kazandırması gereken bir beceri olarak görülmektedir. Bir beceri olarak problem

çözme anlayışı, Thorndike'ın matematik gibi alanlarda akıl yürütme becerisini öğrenmenin diğer alanlarda akıl yürütme performansını geliştirdiğini varsayan “zihinsel egzersiz” kavramına karşıdır (Schoenfeld, 2016). Buna göre, matematiksel problem çözmenin önemli olmasının sebebi, kişiyi daha iyi problem çözen biri haline getirmesi değil, problem çözmenin başlı başına değerli olmasındandır (Schoenfeld, 2016). Bu nedenle problem çözme kendi başına bir eğitim olarak değerlendirilmelidir. Problem çözme okul matematiğinde öğretilmesi gereken bir takım becerilerden oluşur. Bu nedenle problem çözme eğitimi alacak öğrenciler için öğretmenin rolü de önemli görülmektedir. Bu anlayış, öğretmeni her tür problem için gerekli olan bilişsel becerileri analiz eden ve ardından bunları sistematik olarak öğreten bir eğitmen olarak konumlandırır (Son & Lee, 2021).

Bir beceri olarak problem çözme anlayışı rutin ve rutin olmayan problemler arasında da bir ayrım yapmaktadır. Rutin olmayan problemleri çözme, rutin problemleri çözme becerisi kazanıldıktan sonra oluşabilecek daha üst düzey bir beceridir (Schoenfeld, 2016). Son ve Lee (2021) çalışmalarında bu yaklaşımı benimseyen katılımcıların rutin problemlerin çözümünde Polya (1957)'nin belirttiği problemi anlama, çözüm için bir plan belirleme, planı gerçekleştirme ve geriye bakma (sonucu kontrol etme) adımlarına vurgu yaptıklarını görmüşlerdir. Bu nedenle, Son ve Lee (2021) çalışmalarında bu tanımlamada yer alan problem çözme becerisinde, problem çözerken temel basamakları takip etme ve çözümde farklı stratejileri bir arada kullanmanın birbirinden ayrılarak, "adımlar/prosedürler gerektiren bir beceri" ve "çoklu yaklaşımlar/stratejiler kullanmak" olarak iki farklı kategori altında incelenebileceğini de belirtmişlerdir.

Sanat Olarak Problem Çözme

Bu yaklaşım Polya (1957)'nin buluşsal yöntem kavramına dayanmaktadır (Son & Lee, 2021). Analiz etme, yorumlama, açıklama yapma, yansıtma, keşfetme gibi zihinsel süreçlerin aktif olması, sanat olarak problem çözme anlayışının bir özelliğidir (Stanic & Kilpatrick, 1989). Sanat olarak problem çözme, bağlam olarak ve beceri olarak problem çözme anlayışının tam tersine rutin olmayan, şaşırtıcı, sonucu belli olmayan, zor problemleri çözmeyi matematiğin kalbi olarak görmektedir (Schoenfeld, 2016). Bu yaklaşımda

matematiğin problemlerden ve çözümlerden oluştuğu düşüncesi vardır. Dolayısıyla matematik yapmak problem çözmeye eş anlamlı olarak görülmektedir (Schoenfeld, 2016). Bu görüşü benimseyen önemli matematikçilerden Polya, problem çözmeyi matematiğin odak noktası olarak görmüştür. Polya'ya göre matematik biçimsel olmaktan ziyade, tahmin etme ve aktif bir katılımı keşif yapma gibi süreçlere dayanmaktadır (Schoenfeld, 2016). Ayrıca problem çözen kişi iyi bir izleyici olmalı, kendi bilişsel süreçlerinin ve eylemlerinin bilincinde olmalıdır. Son ve Lee (2021) de sanat olarak problem çözmeyi, kişinin kendi bilişsel sürecini kontrol ederek neyi neden ve nasıl yaptığının farkında olması, bir seçim yapmaya karar vermesi, yapacağı seçimleri değiştirmesi, düzenlemesi olarak ele alarak üstbiliş kavramını vurgulamaktadır.

Ayrıca sanat olarak problem çözmeye, rutin olan problemlere ek rutin olmayan problem çözmeyi önemsemektedir ve bu yönüyle diğer problem çözmeye kavramlarından niteliksel olarak ayrılmaktadır (Son & Lee, 2021).

Bir Çözüm Bulma Aracı Olarak Problem Çözme

Yukarıdaki kategorilere ek olarak Son ve Lee (2021) çalışmalarında bazı öğretmen adaylarının problem çözmeyi tanımlarken sadece çözüme ve cevap bulmaya odaklandıklarını görmüşlerdir. Bu anlayışta problem çözmeye karmaşık bir süreç değil doğrudan hedefe yöneliktir. Problemin çözümü dışında başka hedefler söz konusu değildir. Daha net bir ifadeyle problem çözmek var olan bir soruna çözüm bulmak demektir.

3.5.2 Problem Çözme Kavramları Arasındaki Hiyerarşi

Matematik öğrenilmesi gereken kurallar üzerine inşa edilmiştir fakat matematik dilini kullanabilmek için bu kuralların ötesine geçmek gerekmektedir (Schoenfeld, 2016). Dolayısıyla sadece formül ve kalıpları ezberlemek, prosedürleri uygulamak ile kalmayıp ilişkileri ve örüntüleri keşfetmek, varsayımlar oluşturarak farklı çözümler arayabilmek gerekmektedir (Schoenfeld, 2016). Buna göre matematik yapmayı, ezberlemek, kurallara uymak ve pratik yapmak olarak görenlerin, hazır bir yöntemi olmayan problemler (rutin olmayan problemler) karşısında zorlanmaları olası bir durumdur (Schoenfeld, 2016).

Rutin problemler, bir beceri olarak problem çözüme kavramıyla ilişkilidir. Problem çözüme becerisi ise matematiksel kavramlara hakim olmak ve problem çözüme tekniklerini kazanmakla gelişmektedir (Schoenfeld, 2016). Matematiksel kavram, teknik ve beceriler kazanıldıktan sonra ise rutin olmayan problem çözüme konusunda yetkinlik kazanılmaktadır. Bir beceri olarak problem çözümenin tersine rutin olmayan yani daha çok şaşırtıcı, zor, keşfetmeye ve sorgulamaya açık problemlerin varlığından bahseden problem çözüme anlayışı ise sanat olarak problem çözümedir (Schoenfeld, 2016). Ayrıca sanat olarak problem çözümede, rutin olmayan problemlere alternatif çözümler bulma amacı vardır (Son & Lee, 2021). Bu nedenle rutin olmayan problem çözüme, rutin problem çözüme göre daha üst düzey bir problem çözüme becerisidir (Stanic & Kilpatrick, 1989). Dolayısıyla da sanat olarak problem çözüme de bir beceri olarak problem çözüme kapsayan bir kavramdır. Nitekim Polya (1957) Mayer (1998) ve Schoenfeld (2016)'a göre de sanat olarak problem çözüme daha yüksek düzey bir problem çözüme anlayışını temsil etmektedir (Son & Lee, 2021). Ayrıca Son ve Lee (2021) sanat olarak problem çözümenin matematiğin daha iyi anlaşılmasını sağladığını belirtmektedir. Dolayısıyla literatür, sanat olarak problem çözüme anlayışının özellikle bir beceri olarak problem çözüme anlayışına göre daha üst düzey bir kavram olduğunu söylemektedir (Stanic & Kilpatrick, 1989; Polya, 1957; Schoenfeld, 2016; Son & Lee, 2021).

Bir beceri olarak problem çözüme, bilinen yöntemlere ve formüllere güvenerek ilerleme ve uygulamayı ifade edebileceği için sınırlı ve öğretme becerisi açısından da yetersiz bir problem çözüme anlayışı olarak değerlendirilebilir. Bu anlayışa sahip öğretmenler öğrencilere üst bilişsel beceri kazandırma ve rutin olmayan problem çözümlerini sağlama konusunda yetersiz kalabilirler (Son & Lee, 2021).

Bir çözüm bulma aracı olarak problem çözüme ise diğer problem çözüme kavramlarına göre en sınırlı anlayıştır. Çünkü bir çözüm bulma aracı olarak problem çözümenin tek bir özelliği (çözüm bulmaya odaklanmak) vardır. Bu özellik zaten problem çözümenin kendi yapısı gereğiyle diğer problem çözüme kavramlarında da bulunmaktadır. Dolayısıyla diğer problem çözüme kavramlarının, bir çözüm bulma aracı olarak problem çözüme kapsadığı söylenebilir. Buna göre

sanat olarak problem çözme diğer problem çözme anlayışlarına göre daha üst düzey, bir çözüm bulma aracı olarak problem çözme ise en alt düzey kavramdır.

3.5.3 Matematik Öğretmenlerinin Oluşturdukları Metaforlar için Kodlama

Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme metaforlarının analizini yapmak için Cassel ve Vincent (2011)'in çerçevesi kullanılmıştır. Literatürde yer alan ve bu çalışmanın metafor analizlerinde kullanılan kategorilerin açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Nihai Ürün

Bu kategorinin en önemli özelliği öğretmenlerin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme ile ilgili oluşturdukları metaforları açıklarken “önceden belirlenmiş bir hedefe” odaklanmış şekilde gerekçe sunmalarıdır. Buna göre öğretmenler problem çözme ve matematiksel akıl yürütmeyi bir hedefe ulaşmak olarak görmektedirler. Ve bu hedef problem çözme ve matematiksel akıl yürütmenin sonunda karşılaşılan beklenmedik bir sonuç değil, daha önceden bilinen ya da belirlenen bir hedefdir. Kişi önceden bilinen hedefe ulaşmak için problem çözmekte ya da matematiksel akıl yürütmektedir. Hedefe ulaşıldıktan sonra ise ulaşılabilecek başka bir hedef kalmaz. Ayrıca bu kategorinin metaforlarında süreç ve yöntemle ilgili bir vurguya rastlanmaz. Katılımcılar, metaforları gerekçelendirirken süreç ve yöntemle ilgili tanımlama yapmak yerine doğru sonuç, çözüm bulma gibi hedefe yönelik ifadeler kullanmaktadırlar. Bu metaforu oluşturan öğretmenlerin yaklaşımının geleneksel öğretime uygun olduğu ve öğrenmenin öğrencinin önceden belirlenmiş bilgiyi aldığı anda gerçekleşeceği yaklaşımını ifade ettiği belirtilmektedir (Cassel & Vincent, 2011).

Süreç

Bu kategorinin en önemli özelliği öğretmenlerin oluşturdukları metaforları açıklarken problem çözmenin ve matematiksel akıl yürütmenin bir süreç olduğuna vurgu yapmalarıdır. Burada nihai ürün (1. kategori) kategorisindeki gibi sonuca odaklanma durumu yoktur. Buna göre katılımcılar metaforların gerekçelendirmelerini yaparken bir şeyin olmasından değil, olan şeylerden

bahsederler. Yani bu kategorinin metaforlarında problem çözmeye veya matematiksel akıl yürütmeye elde edilecek bir sonuç yoktur.

Ayrıca bu kategoriye göre katılımcılar gerçek yaşam durumlarına odaklanmaktadır (Son & Lee, 2021). Dolayısıyla katılımcıların metafor açıklamalarında, problem çözen ve matematiksel akıl yürüten kişinin süreç içerisinde kullandığı yöntem, teknik, beceri ve planlar yer almaktadır. Bu nedenle, Cassel ve Vincent (2011) bu metaforu oluşturan öğretmenlerin yaklaşımının durumlu öğrenme ortamlarına uygun olduğunu ve öğrenmenin gerçek hayatta bilginin bulunduğu ortamdan bağımsız olamayacağı ve öğrencilerin ancak bu ortamlarda öğrenebileceği yaklaşımına uygun olduğunu belirtmektedir.

Nihai Ürün/Süreç

Bu kategorinin en önemli özelliği öğretmenlerin oluşturdukları metaforları açıklarken hem nihai ürüne hem de sürece vurgu yapmalarıdır. Yani bu kategori ilk iki kategorinin de özelliklerini içermektedir. Buna göre katılımcılar, metaforlarını oluştururken son ürüne yani hedefe ulaşmak için o süreçte yaşanan tüm duruma odaklanırlar. Bu durumlar, süreçte kullanılan yöntem ve teknik olarak ele alınabilir. Cassel ve Vincent (2011) bu kategorinin de öğrenmenin, önceden belirlenmiş bilginin edinilmesiyle gerçekleşmediği, aksine öğrenenin kendi yolunu seçtiği ve öğretmenin ise rehber rolünün olduğu yapılandırmacı veya bilişsel yaklaşımı ifade ettiğini belirtmektedir.

Bu 3 metafora uymayan diğer metaforlar da aşağıdaki gibi sınıflandırılmıştır.

Duygu

Bu kategorinin metaforlarında nihai ürüne ya da sürece vurgu yapılmaz. Burada katılımcılar metaforlarını gerekçelendirirken olumlu, olumsuz ya da her iki duyguyu anlatan ifadeler kullanılmaktadır. Cassel ve Vincent (2011) sadece olumsuz duygular için bir kategori oluşturmuştur ancak bu çalışmada Son ve Lee (2021)'deki gibi hem olumlu hem de olumsuz duygular tek bir kategori altında değerlendirilmiştir.

Yanıt yok

Metafor üretemeyen ya da metafor üretmesine rağmen neden bu metaforu oluşturduğuna ilişkin bir açıklama yapamayan katılımcılar için bu kategori kullanılmıştır.

3.5.4 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavramlarına Yönelik Kodlama

Matematik öğretmenlerinin, matematiksel akıl yürütme kavramlarını anlamak için kodlar oluşturulurken, öğretmenlerin verdikleri yanıtlarla birlikte Öz ve Işık (2017) ve Herbert ve diğerleri (2015)'nin çalışmalarındaki kategoriler ve tanımlamalar dikkate alınmıştır. Bu çalışmalar incelendiğinde her ikisinde de "düşünme" ve "problem çözme" kategorilerinin ortak olduğu görülmektedir. Öz ve Işık (2017)'in çalışmasında yer alan "çıkarım yapma" kategorisinin Herbert ve diğerlerinin (2015) çalışmasında "düşünceyi doğrulamak", "varsayım (sanı) oluşturmak", "varsayımı doğrulamak için matematiksel argümanlar kullanmak" gibi daha detaylı alt kategorilerle ifade edilebileceği de görülmektedir. Ayrıca Herbert ve diğerleri (2015) "matematiğin birleştirici (bağlantı) yönleri" gibi öğretmenlerin daha üst düzey bir matematiksel akıl yürütme kavramı olabileceğini de belirtmektedir. Öğretmen yanıtları da dikkate alınarak kategoriler için Öz ve Işık (2017)'in çalışmasındaki gibi 3 kategori ile başlanmış ve kategorileri oluşturan kodların oluşturulmasında Herbert ve diğerlerinin (2015) çalışması da kullanılmıştır. Herbert ve diğerlerine (2015) göre öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme kavramları arasında bir hiyerarşi söz konusudur. Bu hiyerarşi ve kavramlarla ilgili detaylı bilgi aşağıda verilmiştir.

Düşünmek

İlk kategori olan "düşünmek" kategorisine göre matematiksel akıl yürütme düşünmek olarak sınırlandırılmaktadır. Buna göre matematiksel akıl yürüten birisi ne düşündüğünü analiz etmektedir. Bu kategori diğer kategorilere göre kapsamı en dar olandır. Burada sadece düşünmek üzerine vurgular yapılmaktadır.

Düşünmeyi İletmek

Düşünmek kategorisinde matematiksel akıl yürüten birisi sadece düşünen ve düşüncelerini kendisi analiz eden birisi olarak algılanmaktadır. Bu kategori

düşünmek kategorisinden farklı olarak düşüncenin paylaşılmasına vurgu yapmaktadır. Dolayısıyla matematiksel akıl yürüten birisi ne düşündüğünü sözlü olarak ifade edebilme becerisine sahiptir.

Problem çözmek

Bu kategoriye göre matematiksel akıl yürütme problem çözme olarak algılanmaktadır. Dolayısıyla burada da düşünmek ve düşünceyi paylaşmaktan bahsedilmektedir. Fakat asıl vurgu bir sorunu çözmek üzerinedir (Herbert vd., 2015). Buna göre matematiksel akıl yürütme sorunları çözmek için düşünmek ve bu düşünceyi paylaşmak olarak algılanmaktadır (Herbert vd., 2015). Problem çözmeden bahsedildiği için düşünme süreci içerisinde çözüme ulaşmak için doğru seçimler yapmak ve tümevarımsal bir düşünme tekniğini kullanmaktan bahsetmek mümkündür (Herbert vd., 2015).

Düşünceyi Doğrulamak

Bu kategori matematiksel akıl yürütmenin düşünceyi açıklama yönüne vurgu yapmaktadır. Açıklama yapmak düşüncenin sözlü ifade edilmesinden farklıdır. Burada düşünce açıklanırken gerekçelendirme yapılır. Dolayısıyla bir neden sonuç ilişkisi kurmaktan bahsedebiliriz. Bu kategoriye göre matematiksel akıl yürüten dolayısıyla düşünen bir bireyin odaklandığı nokta gerekçelendirme yaparak düşüncesinin doğru olduğuna başkalarını inandırmaktır (Herbert vd., 2015). Burada düşüncenin doğruluğuna inandırmak için neden sonuç ilişkisi kurmak gibi sözlü ya da diyagram kullanmak gibi yazılı yollardan faydalanılmaktadır.

Varsayımlar Oluşturmak

Bu kategori matematiksel akıl yürüten birisinin varsayımlar oluşturmaya vurgu yapmaktadır. Buna göre matematiksel akıl yürüten birisi varsayımlar (hipotezler) oluşturmalı ve sonrasında bu varsayımların gerekçelendirmelerini yapabilmelidir. Dolayısıyla bu kategori yukarıda açıklanmış olan kategorilerin tüm özelliklerini kapsamakla birlikte varsayım oluşturma gerekliliğine vurgu yapmasıyla da farklılığını ortaya koymaktadır. Bu kategoriye göre matematiksel akıl yürüten birisinden varsayımların doğru olduğuna dair nedenler bularak diğer insanları inandırması yani düşüncesini savunması beklenmektedir. Savunma

yapmak için sözlü ve simgesel yollarla gerekçelendirmeler yapılabilir. Ayrıca düşünceyi doğrulamak kategorisinden farklı olarak, birey genellemeler yapar ve tümevarımsal düşünme yöntemini kullanabilir.

Varsayımları Doğrulamak İçin Mantıksal Argümanlar Kullanmak

Bu kategoride varsayımların doğrulaması için mantıksal argümanlar kullanılmaktadır (Herbert vd., 2015). Dolayısıyla burada varsayımları doğrulamak ifadesinin ötesine geçerek varsayımları kanıtlamak ifadesini kullanmak daha doğru olabilir. Varsayımları kanıtlamak için yine aynı şekilde neden sonuç ilişkisi kurularak uygun gerekçelendirmeler yapmak, diğerlerinden farklı olarak adım adım tartışmak, sonucu değerlendirmek gibi bir takım eylemler gerçekleştirilmelidir. Bu kategoriye göre matematiksel akıl yürüten birisi varsayımlarını kanıtlarken sözlü ifadelere başvurabileceği gibi jest ve mimikleriyle de anlatımlarını destekleyebilmektedir. Bu kategori daha çok kanıtlama yani ispata atıfta bulunduğu için varsayım oluşturmak kategorisinden farklı olarak tümevarımsal düşünmenin yanında tündengelimsel düşünmeyi de içermektedir. Buna göre öğrenciler çok daha zor problemleri çözerken ilişkileri görür, varsayımları oluşturur, tartışma ve değerlendirmeler yaparak elde ettiği verileri kanıtlatabilmektedir (Herbert vd., 2015).

Matematiğin Birleştirici (Bağlantı) Yönleri

Herbert ve diğerleri (2015) matematiksel akıl yürütme kategorilerini bir hiyerarşiye göre oluşturmuştur. Dolayısıyla da bu kategori tüm kategorilerin özelliklerini kapsamaktadır. Burada diğerlerinden farklı olarak özellikle “bağlantı kurmak” eylemine dikkat çekilmektedir. Buna göre tek bir fikirden ziyade birden fazla fikir bir araya getirilir. Bu fikirler tartışılır, değerlendirilir, birbirleriyle ilişkili olan ve olmayan fikirler tespit edilir, yeni bağlantıların nasıl kurulacağı üzerine düşünülür (Herbert vd., 2015). Bu işlemlerin sonunda tek tek bir araya getirilen fikirlerden daha büyük bir bilgiye ulaşılmış olur. Ayrıca burada bu kategorinin sosyal öğrenme ortamının önemine dikkat çektiği görülmektedir.

Problem çözme ve matematiksel akıl yürütmeye ait veri analizinin nasıl yapıldığı aşağıda detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

3.6 Veri Analizi

Katılımcıların yanıtları, yazılı hale getirildikten sonra içerik analizi ile incelenmiştir. İçerik analizi, nitel araştırmalarda toplanan verileri açıklayan kavram ve ilişkileri ortaya çıkarmak için kullanılan bir yöntemdir (Merriam, 2018). Bu yöntem sayesinde verilerin altında yatan gerçeklere, anlatılmak istenen olgulara ulaşılmaya çalışılır (Merriam, 2018). Araştırmanın bulgularının geçerliğinin ve inanırlığının sağlanmasına katkıda bulunduğundan dolayı (Merriam, 2018) bu çalışmada veri analiz sürecine iki araştırmacı katılmış ve yaptıkları analizleri bir araya gelerek karşılaştırmışlardır. Bu süreçte, araştırmancının verileri problem çözme kavramı, problem çözme metaforu, matematiksel akıl yürütme kavramı ve matematiksel akıl yürütme metaforu olmak üzere dört ayrı adımda analiz edilmiştir. Her iki araştırmacı önce yazılı hale getirilmiş yanıtları okuyarak veriye aşina olmuş ve veriden doğrudan elde edilebilecek kodlar için bir ön inceleme yapmışlardır. Daha sonra araştırmacılar bir araya gelerek tümdengelimsel yöntemle literatürde var olan kodları ve kategorileri incelemiş ve literatürde var olan hangi kodların ve kategorilerin bu çalışmada da kullanılabileceğini belirleyerek bir liste oluşturmuşlardır. Daha sonra araştırmacılar birbirinden bağımsız olarak oluşturulan bu listedeki kodları kullanarak veriyi kodlamışlardır. Kodlama yaparken betimleyici kodlarla katılımcı yanıtlarını bir veya birkaç kelime ile özetlemeye çalışmışlar ve birden fazla anlam içeren yanıtları da birbiri ile ilişkili kodlar kullanarak kodlamışlardır. Bu süreçte önceden belirlenmiş kodların dışında, doğrudan veriden yeni kodlar elde edildiğinde var olan kodlarla uyumuna bakılmış ve yanıtların daha iyi sınıflandırılmasını sağladığı düşünülen kodlar da başlangıçtaki kod listesine eklenmiştir. Böylece hem tümdengelimsel (önceden belirlenmiş kodlar) hem de tümevarımsal (veriden elde edilen kodlar) yaklaşımla veri analizi tamamlanmıştır. Problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına ait nihai kodlama listesi EK-1 ve EK-2’de verilmiştir.

Katılımcıların problem çözme kavramlarının analizinde örneğin, “*Problem çözme karşılaşılan sorunlara çözüm önerisi üretme. Bir sonuca ulaşma.*” şeklinde yapılan bir problem çözme tanımı “bir çözüm bulma aracı” kategorisinin kodu olan "sonuç veya çözüm bulmak" ile kodlanmıştır. Yine benzer şekilde “*Problem çözme deyince benim aklıma soyut bir durum geliyor. Örneğin bir çocuğun ya da*

bir öğrencinin ya da bir kişinin bir zorlukla karşılaştığında hani nasıl bu zorluğu aşabilirim, mantığı geliyor aslında benim aklıma.” diyerek açıklama yapan katılımcının ifadesi için de bir çözüm bulma aracı kategorisine ait olan "sonuç veya çözüm bulmak" ve “karşılaşılan sorunlara çözüm bulma” kodları kullanılmıştır. Bu gibi benzer yanıtlar, sadece sonuç ve çözüme vurgu yaptığı için bir çözüm bulma aracı kategorisi olarak değerlendirilmiştir.

“...Problem çözmenin altında bence bir düşünce yolu birçok beceri var. Yaratıcı düşünme becerisi var onun yanı sıra başka ne var? Yani bu tarz problem çözmeye işe yarayabilecek düşüncelerin farkında olunması ve bunların en optimum şekilde problem çözmeye süreçlerini kullanılabilmesi aslında. Yoksa toplama nasıl yapılır, çarpma nasıl yapıldıktan ziyade biraz daha düşünmeye yönelik.” ifadesinde katılımcının problem çözmeye düşünme becerisi olarak algıladığı anlaşılmaktadır. Bu ve benzeri anlam taşıyan yanıtlar “beceri olarak problem çözmeye” kategorisinin kodu olan “düşünme becerisi olarak görme” ile kodlanmıştır.

“Problem çözmeden kastımız öğrencilere matematiksel düşünme ne demek, matematik yapmak ne demek aslında bunları ifade etmeye çalışıyoruz ve öğretmeye çalışıyoruz.” ifadesinde katılımcı, problem çözmenin matematik yapmak için kullanıldığından bahsettiği için bu ifade diğer amaçlara ulaşmak için bir yol (araç) kategorisinin bir kodu olan “matematiği öğrenmeyi sağlama” ile kodlanmıştır.

Metafor analizlerinde ise metaforun kendisinden çok, neden o metaforun kullanıldığına yönelik yapılan açıklamalar dikkate alınmıştır. Örneğin bir katılımcı: *“Problem çözmeye, hesap makinesine benzer çünkü hesap makinesine bir soru yazıyoruz ve onun cevabını istiyoruz”* şeklinde açıklama yapmıştır. Burada problem çözmeye hesap makinesine benzeten katılımcı hesap makinesine bir soru yazıp, bir cevap beklediğinden bahsetmiştir. Bu açıklamada “bir cevap beklemek” ifadesi önceden belirlenmiş bir hedefi belirttiği için nihai ürün kategorisi olarak değerlendirilmiştir. Benzer şekilde hem nihai ürüne hem de sürece vurgu yapan metaforlar da “nihai ürün + süreç” kategorisine atanmıştır. Burada sonuca ulaşmak için belli adımların ve tekniklerin uygulanması durumlarına değinilmektedir. Örneğin, *“Problem çözmek yeni bir arkadaş edinmek gibi bir şey*

benim için. Tanırsın, onun hakkında nasıl yaklaşabilirim, nasıl sevdiklerini öğrenirsin, hayatını öğrenirsin. En son gerçekten yakın arkadaşın olur ya da olmaz.” şeklinde yapılan bir açıklama hem sürece hem de nihai ürüne vurgu yapmaktadır. *“...bulmaca çözerken oradaki olasılıkları değerlendiriyorum aslında. Bir düşünme şekli bir olasılığı değerlendiriyorum. Mesela sudokudaki bir birim, oradaki sayıları yerleştirirken oradaki uzunluk, o karenin içindeki birden dokuza kadar ki sayıların dengesi, satır sütundaki ilişki, aslında satırın sütunun birbiriyle kesişimi, onları ayarlarken ihtimal düşünüyoruz, olasılık düşünüyoruz. Problem çözmeye de öyle yani öyle bir şeyleri birbirleriyle aslında karşılaştırıyoruz. Yani bir şeyler birbirleriyle kesişiyor onların arasındaki uyuma bakıyoruz.”* diyerek bulmaca ve sudoku metaforunu kullanan bir başka katılımcı belirlediği bir hedeften bahsetmemiş, süreç içerisinde yaptıklarından bahsetmiştir. Bu nedenle bu ifade süreç kategorisi olarak değerlendirilmiştir.

Benzer şekilde matematiksel akıl yürütme metaforları incelenirken, bir katılımcı matematiksel akıl yürütmeyi belgesel izlemeye benzetmiştir. Açıklamasında ise yeni bir şey öğrenmek için belgesel izlediğini ifade etmiştir. Dolayısıyla burada önceden belirlenmiş nihai bir hedef söz konusu olduğu için bu metafor nihai ürün kategorisinde değerlendirilmiştir. Matematiksel akıl yürütmeyi “navigasyona” benzeten bir katılımcı da açıklamasında, hem hedefinden yani ulaşmak istediği yerden hem de hedefine ulaşmak için yaşadığı durumlardan bahsetmiştir. Dolayısıyla bu kategorinin metaforlarını oluşturan katılımcıların açıklamaları hem nihai ürünü hem de süreci vurguladığından “nihai ürün+süreç” kategorisine alınmıştır. Başka bir katılımcı matematiksel akıl yürütmeyi zeka oyunlara benzetmiş ve açıklamalarını yaparken sürekli olarak matematiksel işlemin, düşüncenin olduğundan ve bu sürecin takip edilmesiyle ilgili durumlardan bahsetmiştir. Dolayısıyla burada önceden belirlenen bir hedef söz konusu değildir. Burada sadece süreçle ilgili detaylar verildiğinden bu metafor süreç kategorisine alınmıştır. Açıklamasında sadece duygulara vurgu yapan ve örneğin matematiksel akıl yürütmeyi araba kullanmaya benzeterek, araba kullanmayı bilmeden önce işin karmaşık, öğrendikten sonra ise çok keyifli olduğundan bahseden bir katılımcının yanıtı da duygu kategorisine alınmıştır.

Son olarak matematiksel akıl yürütme kavramlarının analizinde örneğin; *“Matematiksel akıl yürütme, yani böyle kafamızda bir şeyler arasında zihinsel*

olarak bence ilişkiler kuruyoruz. Yani akıl yürütme deyince benim aklıma bu geliyor. Matematiksel akıl yürütme aslında düşünme sanatı.” şeklinde açıklama yapan bir katılımcının yanıtı "düşünmek" ve "bağlantı kurmak" ile kodlanmış ve benzeri yanıtlara sahip katılımcılar matematiksel akıl yürütmenin düşünmek olarak tanımlandığı kategori altında değerlendirilmiştir. Benzer şekilde "Herhangi bir durumda karşılaştığım işte hani bir iş yaparken, ne bileyim bir yere gidilecek olur, bir şey yapılacak olur, bunların hepsini organize etme, düzenleme, planlama, uygulama. Bunların hepsini yapabilirken kullanılan o işlevleri, biz matematiksel akıl yürütmeyle de sağlıyoruz diye düşünüyorum." diyen bir katılımcının bu ifadesi ise düşünmek kategorisinin kodları olan "düşünmek" ve "analiz etmek" ile kodlanmıştır. Burada analiz etmek bir durumu detaylarına kadar incelemek ve sonuçlarına ulaştırmak anlamında kullanılmıştır.

Düşünmek kategorisindeki anlama ek olarak, problem (sorun) çözmek, sorunları tespit etmek, sonuçları karşılaştırmak, hesap yapmak gibi ifadelerin kullanılması ya da adaptif (Kilpatrick, Swafford, Findell; 2001, s.129) akıl yürütme örneklerinin verilmesi, matematiksel akıl yürütmenin problem çözmek olarak algılandığı kategoride değerlendirilmiştir. Örneğin; "Problem çözmek bir akıl yürütmedir, akıl yürütme problem çözmek değildir, diyerek çok basit bir cümle kurabilirim. Bunun ötesinde akıl yürütürken biz bir şeyi fark ediyoruz aslında. Belki de ilk basamak fark etmek. Sonra bir sorunu fark etmek ya da bir şeyi anlamayı fark etmek." ifadesi için "problem çözmek" ve "sorunu tespit etmek" kodları kullanılmıştır. Benzer şekilde "Matematiksel akıl yürütme belki şey olabilir: Mesela altıncı sınıfta gördüğün bir konuyla yedinci sınıfta sınıftaki bir konuyu bağdaştırıp böyleyse böyle yapılabilir gibi olabilir. Hani geçmiş yaşantılardan o geçmiş konulardan şu anki konulara bağlantı kurmak olabilir." ifadesi problem çözmek kategorisine ait "adaptif akıl yürütme" kodu ile kodlanmıştır.

Bazı katılımcıların yanıtlarında bu iki kategori dışında ele alınabilecek ve gerekelendirme, sonucu kontrol etme, değerlendirme, abdüktif (Durhan, 2020) ve adaptif akıl yürütme, bilinenden bilinmeyene ulaşmak, hipotez (sanı) oluşturmak ve genelleme yapmak gibi anlamlar olduğu görülmüştür. Bu nedenle bu yanıtların tümü "çıkarım yapmak" kategorisi altında toplanmıştır.

Örneğin, “Google’da bizim yazdığımızı bakarak aslında bunu mu demek istedin diye bir anlamlandırma yapıyoruz. Hani bir de mantıklı bir sonuç lazım bize. Ben mesela ben neden “matematiği” diye bir arama yapayım ki? O yüzden mantıklı bir mantıklı bir sonuç olması lazım. O yüzden Google bana “bunu mu demek istedin?” diyerek mantıklı bir sonuca yönlendirmeye çalışıyor.” ifadesinde bir durum (Google’ a matematiği yazmak) gerçekleştiğinde bu durumun sebebinin ne olabileceğine dair bir tahmin (bu yazılmışsa sebebi şunu aramak olabilir) sözkonusu olduğu için “abdüktif akıl yürütme” ile kodlanmıştır.

Bazı katılımcıların yanıtlarında da“... *Sahip olduğu bilgileri kullanarak bugüne kadar ne elde ettiyse o bilgileri kullanarak, yeni bir bilgi olabilir onun için, bir uygulama olabilir. Bir uygulama, bilgi üretmesi benim için. Mevcut bilgilerini kullanarak daha önce karşılaşmadığı bir soruna probleme dair çıkarımda bulunması.*” ve benzeri açıklamalarda "bilinenden bilinmeyene ulaşmak” ve “hipotez oluşturmak” anlamları olduğu için bu kodlar kullanılmıştır.

Yukarıda örnekleri detaylı bir şekilde verilen süreçte her iki araştırmacı kodlama sürecini bağımsız olarak yürüttükten sonra bir araya gelerek sonuçları karşılaştırmışlardır. Kodlar ve kategoriler arasındaki uyumu belirlemek için, kodlayıcılar arasında görüş birliğini belirten“uzlaşma yüzdesi = uyumlu kodlar/(uyumlu kodlar+uyumsuz kodlar) * 100” formülü kullanılmıştır (Miles &Huberman, 1994).Buna göre, problem çözmeye ait kodlamaların uzlaşma yüzdesi 93, matematiksel akıl yürütmeye ait kodlamaların uzlaşma yüzdesi 97 olarak bulunmuştur. Problem çözme ve matematiksel akıl yürütme metaforlarına ait kodlamalarda ise %100 uyuma sağlanmıştır. Kodlamanın güvenilir olması için uyumun %80’in üzerinde olması gerekmektedir (Miles & Huberman, 1994).

4. BULGULAR

Çalışmanın bu bölümünde, matematik öğretmenleriyle yapılan görüşme verilerinin analizlerinden elde edilen bulgular ve bu bulgulara ait yorumlar yer almaktadır. Bulgular araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavram ve metaforları, tanımlar ile metaforların karşılaştırılması ve problem çözme ile matematiksel akıl yürütme kavramlarının karşılaştırılması olmak üzere farklı başlıklar altında sunulmuştur.

4.1 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavramları

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin problem çözme kavramlarını kavramsallaştırdıklarını anlamak için sorulan araştırmanın birinci bölüm sorularına ilişkin cevaplar incelendiğinde, katılımcıların problem çözme kavramlarının Son ve Lee (2021)'nin kullandığı 5 problem çözme kavramı içerisinde 3'ü altında toplandığı görülmüştür. Buna göre katılımcılar arasında problem çözme kavramını "çoklu yaklaşımlar kullanma" ve "sanat olarak görme" gibi üst düzey problem çözme kavramına sahip olan katılımcıya rastlanmamıştır. Son ve Lee (2021) sanat olarak problem çözme kavramını, diğer amaçlara ulaşmak için bir yol, bir beceri ve çözüm bulma aracı olarak problem çözme anlayışlarına göre çok daha üst düzey bir problem çözme kavramı olarak değerlendirmektedir. Dolayısıyla bu araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin alt düzey problem çözme kavramlarına sahip oldukları görülmektedir. Kavramlar arasında bir hiyerarşinin varlığından bahsedecek olursak sanat olarak problem çözme kavramının en üstünde, bir çözüm bulma aracı olarak problem çözmenin ise hiyerarşinin en altında yer almaktadır (Son & Lee, 2021).

Tablo 4.1. Matematik öğretmenlerinin problem çözme kavramlarına göre dağılımı

Problem Çözme Kavramları	Bir çözüm bulma aracı	Adımlar/Prosedürler gerektiren bir beceri	Diğer amaçlara ulaşmak için bir yol
	Ö1	Ö2	Ö3
	Ö4	Ö5	Ö8
	Ö7	Ö6	Ö9
	Ö10	Ö12	Ö13
	Ö11		
Toplam (%)	5 (%38)	4 (%31)	4 (%31)

Bir Çözüm Bulma Aracı Olarak Problem Çözme

Tablo 4.1'e göre katılımcı matematik öğretmenlerinin bir kısmının (%38) problem çözmeyi sadece "bir çözüm bulma aracı" olarak görme eğiliminde oldukları görülmektedir. Problem çözmeyi çözüm bulma aracı olarak kavramsallaştıran katılımcıların görüşme boyunca çözüm ve cevap bulma, karşılaşılan sorunlara çözüm bulma gibi ifadelerle yoğunlaştıkları görülmüştür. Dolayısıyla burada katılımcıların problem çözmeyi açıklarken nihai hedeflerinin bir sonuca ulaşmak olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca bu araştırmada çözüm bulma aracı olarak problem çözme kavramının kodlarına çoğu katılımcıda rastlanılmıştır. Bu durum bir çözüm bulma aracı olarak problem çözme anlayışının kavramlar arasındaki hiyerarşinin en altında olduğunu destekler niteliktedir. Aşağıda çözüm bulma aracı olarak problem çözme kavramına örnek ifadeler yer almaktadır.

“Bir Çözüm Bulma Aracı Olarak Problem Çözme” Kavramına Örnek Alıntılar

“Problem çözme bir sorunun çözümüdür, şeklinde söyleyebilirim.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö7) çözüm veya cevap bulmaya odaklanmıştır.

“Problem çözme verilen verileri kullanarak bir sonuca ulaşmak belki.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö10) çözüm veya cevap bulmaya odaklanmıştır.

“Problem çözme karşılaşılan sorunlara çözüm önerisi üretme. Bir sonuca ulaşma diyebiliriz bence.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö4) çözüm veya cevap bulmaya odaklanmıştır.

“Problem çözmeyi... Problem çözmeyi tanımlamak (düşünüyor)... Problemi tanımlamak önemli şu an yani hani dediğim gibi somut bir işlem olarak düşünmek istemiyorum problemi. Mesela karşılaşılan zorluklar diyebiliriz. Hedefe yönelik, hedefimize ulaşırken karşılaştığımız sorunlar, anlayarak deneyerek bilgi toplayarak çözüme, doğru çözüme ulaştırma diye bir tanım yapabilirim genel anlamda.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö1) karşılaşılan sorunlara çözüm bulmaktan bahsetmiştir.

“Yani benim aklıma gelen, okul matematiğindeki problem çözmek matematiksel işlemleri akıcı şekilde yaparak önümüzde bize sunulan veya bizden istenen problemi ya da problem durumunu çözmek şeklinde algılıyorum ben.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö12) çözüm veya cevap bulmaya odaklanmıştır.

Adımlar/Prosedürler Gerektiren Bir Beceri Olarak Problem Çözme

Tablo 4.1'e göre bir beceri olarak problem çözme kavramına sahip katılımcıların oranı %31'dir. Problem çözmeyi bir beceri olarak kavramsallaştıran katılımcıların ifadelerine bakıldığında çoğunun problem çözenin bir süreç olduğundan bahsettikleri görülmüştür. Bu anlamda problem çözenin adımları vardır yani problem çözme basamaklarını bilmek esastır. Burada problem çözenin düşünme, okuduğunu anlama ve strateji kullanabilme becerisi olarak algılandığı görülmektedir. Aynı zamanda bu kavramsallaştırmaya göre katılımcılar problem çözenin öğretilbilir ve zamanla kazanılan bir beceri olduğuna vurgu yapmışlardır. Aşağıda bir beceri olarak problem çözme kavramına örnek ifadeler yer almaktadır.

“Adımlar/Prosedürler Gerektiren Bir Beceri Olarak Problem Çözme” Kavramına Örnek Alıntılar

“...Matematiği problem çözmeye indirgediğimde orada okuduğumuzu anlama yani bana ne veriyor benden ne istiyor aslında bunu planlayabiliriz. Yani problem çözmede bunun planını dönebiliriz. Okuduğumda bir kenara not, işte bana verilen bilgiler, daha sonra benden ne isteniyor, en sonda sonuçta bunu nasıl bulurum gibi. Böyle bir belli 3, 4

aşamada problemi çözebilirim. Hani problemi çözerken, problemi çözssem bir şekilde çözerim, daha doğrusu böyle olur herhalde söylesem. Yani bana ilk başta verilenler, benden ne isteniyor, nasıl bir yol almalıyım, en sonda işlemi yaparım. Bana verilen işlemi toplama çıkarma bölme genişletmek sadeleştirme ya da artık bana verilen orada ilerlemeyi ilerleyerek yapmam gereken bulmam gereken sonucun aşamalarını yaparım. O şekilde çözerim. Problem çözme, derse böyle tanımlardım herhalde.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö2) problem çözme basamaklarını takip etmek ve strateji kullanmakla ilgili durumlardan bahsetmiştir.

“...Ortaya bir problem atıldı. Bazı kişiler direkt probleme atlarlar. Yani daha problemi anlamazlar ya da problemin altyapısının olgusunu anlamazlar. Ama bazı kişiler de problem olgusunu, alt yapısını anlamaya çalışırlar. Ona uygun belli başlı stratejiler yöntemler belirlerler. Ve doğru sonuca ulaşmaya çalışırlar.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö6) problem çözme basamaklarını takip etmek ve strateji kullanmakla ilgili durumlardan bahsetmiştir.

“Birincisi elindekileri iyi değerlendirir yani önce şunu sorar: Benim elimde ne var? Yani ne var ne biliyorum? İkincisi neyi arıyorum. Çocuklarda yani problemi ilk çözen çocuklarda bunu görüyorum genelde Ne arıyorum? Üçüncüsü de nasıl gidebilirim? Bir yöntem belirleme. Örneğin genel bir bakış açısıyla şöyle diyor çocuk: Aa (şaşıрма ifadesi) bunu bunu yaparsam ya da buradan buraya gidebilirim bulabilirim sanırım aradığım şeyi. Birincisi dediğim gibi elindekileri yazma. İkincisini ne istediğini belirleme. Üçüncüsü de yöntem belirlemek. Bu üçünü yapabiliyorsak geriye sadece belirli formülleri bilmek ya da temel aritmetik becerisine sahip olmak kalıyor.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcının (Ö5) problem çözme basamaklarını takip etme durumundan bahsettiği görülmektedir. Benzer şekilde aynı katılımcıya ait aşağıdaki alıntıda katılımcının problem çözmeyi öğrenilmesi gereken bir beceri olarak düşündüğü görülmektedir. Bu katılımcı öğrencilerin problemi anlamadan, problem nasıl çözülür bilmeden çözmeye

çalıştıklarına vurgu yaparak problem çözme stratejilerinin öneminden bahsetmektedir.

“...Öğrenci elindekileri yazmayı bilmiyor birincisi bu. Hep onu öğreterek başlıyorum. İkincisi öğrenci ne aradığını bilmiyor yani elimdekiler var ama sadece bir şeyler bulmaya çalışıyor yani sayıları anlamsız yere toplayıp, çıkartmalar, çarpıp, bölmeler yani sadece işlem yapıyor. Tabii doğal olarak amaçsızca yaptığı için ne bulduğunu da anlayamıyor. Üçüncüsü öğrenci problem çözme yöntemini bilmiyor yani nasıl problem çözülür hangi strateji kullanacağını bilmiyor.”

Diğer Amaçlara Ulaşmak İçin Bir Yol Olarak Problem Çözme

Tablo 4.1'e göre katılımcıların %31'i de problem çözme için diğer amaçlara ulaşmak için bir yol olarak kavramsallaştırmıştır. Bu kavrama sahip katılımcıların, problem çözmeyle ilgili ifadeleri incelendiğinde, problem çözmenin kişiye matematik öğrenmeyi, yeni beceriler kazandırabilmeyi, yöntem öğrenmeyi, karşılaşılan sorunları çözmeyi, günlük yaşam problemlerini çözmeyi, akıl yürütmeyi sağlaması ve düşünme ortamı sunmasıyla ilgili durumlara vurgu yaptıkları görülmüştür. Buradan da anlaşılacağı gibi bu kavramın isminde yer alan “başka hedefler” ifadesi problem çözmenin sadece sonucu bulmaktan ibaret olmadığını, problemlerin başka hedeflere ulaşmak için bir araç olduğu görüşünde olan kişilerin problem çözme kavramlarına işaret etmektedir. Aşağıda diğer amaçlara ulaşmak için bir yol olarak problem çözme kavramına ait örnek ifadeler yer almaktadır.

“Diğer Amaçlara Ulaşmak İçin Bir Yol Olarak Problem Çözme” Kavramına Örnek Alıntılar

“Yani problem çözme aslında matematik dersinde özellikle bu çok çok önemli biliyorsun anlamlandırma, matematiği anlamlandırma soruyu anlamlandırma ve bu anlamlandırmanın sonucunda çıkan ürünlerin oluşması diyebilirim.” diyerek problem çözme kavramını tanımlayan katılımcı (Ö3) problem çözmenin matematik öğrenmeyi sağladığından bahsetmektedir.

“Problem çözme bu bağlamda okul matematiğindeki problem çözme öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları çeşitli durumları yani onlar için

engel teşkil eden durumları ya da ilerlemesine zorluk çıkaran durumları daha rahat atlatabilmesini sağlamak için yürüttüğümüz bir süreç aslında problem çözmeyi öğretme süreci. Dolayısıyla da öğrenciler problem çözmeyi başardıklarında bu yöntemleri düşünce sistemini öğrendiklerinde durumlara farklı bir bakış açısıyla daha geniş ve verimli bir bakış açısıyla diyeyim yaklaştırmaya çalışıyorlar. Öğrenirlerse, içselleştirebilirlerse bu durumu.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö8) problem çözenin karşılaşılan sorunları çözmeyi ve yöntem öğrenmeyi sağladığından bahsettiği anlaşılmaktadır.

“Bu problem çözebilmek öğrencinin aslında yeni karşılaştığı bir durumu biraz adapte olmasını sağlıyor diye düşünüyorum. Yani yeni karşılaştığı bir duruma hiç bilmediği görmediği bir duruma uyum sağlaması için hani problemi buna yeni bir şimdi farklı bakış açılarıyla bakarak onu çözmeye çalışıyor. Dolayısıyla bunun da günlük hayatta karşılaştığı durumlara bakış açıları geliştirdiğini düşünüyorum. Yani matematiksel düşünme kısmına katkı sağladığını düşünüyorum. Karşılaştığı durumu aman bu niye böyle oldu demek yerine nasıl bir çözüm bulabilirim? Bir yol deniyor, o olmuyor diğer yolu deniyor. Bu bakış açısını geliştirdiğini düşünüyorum.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcının (Ö13) problem çözenin akıl yürütme ve günlük yaşam problemlerini çözmeyi sağladığı, kişiye düşünme ortamı sunduğuyla ilgili düşüncelerinin olduğu anlaşılmaktadır.

“...Burada amaç o problemi kullanarak öğrencinin elde etmesi gereken kazanımları, bizim onun öğrenmesi gereken kazanımları öğrenmesine yardımcı olmak ve burada problem aslında bir araç. Öğrenciye daha çok amaç olmaksızın araç olarak kullanılmalı.” diyerek problem çözmeyi tanımlayan katılımcı (Ö9) problem çözenin matematik öğrenmeyi sağladığından bahsetmektedir. Benzer şekilde aşağıdaki ifadeleriyle aynı katılımcı problem çözenin yeni beceriler geliştirmeyi sağladığından bahsetmektedir.

“Şöyle dediğim gibi problem öğrencinin karşılaşmadığı ilk defa karşılaştığı ya da hani daha önce karşılaşmış olmasına rağmen yeni şeyler

içeren öğrenciler bir süreç, öğrencinin bir şeyler kazanmasını sağlayan bir durum olmalı. Eğer problem öğrenciye bir şeyler kazandırıyor problem çözmüş oluruz. Ama öğrenciye katkı sunmuyorsa sadece onun pratikte hızlanmasını sağlıyorsa o problem olmaz. Yani problemi çözmüş olmayız daha çok uygulama yapmış oluruz.”

4.2 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Metaforları ve Gereçekleri

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin problem çözümeyle ilgili metafor oluşturmaları ve metaforları oluşturma gerekçelerini ifade etmeleri istenmiştir. Tablo 4.2 ye göre, katılımcıların çok azı problem çözme metaforlarında sadece sürece odaklanmıştır. Diğer katılımcıların metaforlarında ise mutlaka nihai üründen bahsederek metafor ürettikleri görülmektedir. Hiçbir katılımcı Cassel ve Vincent (2011)’ın kullandığı duygu kategorisiyle ilgili bir metafor oluşturmamıştır. Aynı zamanda tüm katılımcılar bir metafor oluşturmuş ve metaforları oluşturma gerekçelerini ifade edebilmişlerdir.

Tablo 4.2. Matematik öğretmenlerinin problem çözme metafor kategorilerine göre dağılımı

Metafor Kategorileri	Nihai ürün	Nihai ürün+Süreç	Süreç
	Ö4	Ö1	Ö2
	Ö6	Ö3	Ö12
	Ö7	Ö5	
	Ö10	Ö8	
	Ö11	Ö9	
	Ö13		
Toplam (%)	6 (%46)	5 (%39)	2 (%15)

Nihai Ürün

Tablo 4.2’ye göre katılımcı matematik öğretmenlerinin yaklaşık yarısının (%46) nihai ürün metaforu oluşturdukları görülmüştür. Önceden belirlenmiş bir hedefe odaklanmak, metaforu açıklarken bu hedeften bahsetmek, sonuç ve cevap bulmak gibi ifadelerle yer vermek nihai ürün metaforu olarak değerlendirilmiştir. Aşağıda nihai ürün metafor örnekleri yer almaktadır.

“Nihai Ürün” Metaforuna Örnek Alıntılar

Problem çözmeyi hesap makinesine benzeten biri: *“Çünkü hesap makinesine bir soru yazıyor ve onun çözümünü istiyoruz. Aslında bizim problemimiz o orada yapacağımız çözüm yani sorunun cevabı.”* şeklinde açıklama yapmıştır. Burada katılımcının (Ö7) nihai hedefinin çözüm bulmak olduğu anlaşılmaktadır.

Problem çözmeyi anahtara benzeten biri: *“Şöyle anahtar, eğer elinizde doğru anahtar varsa her kapıyı açabilirsiniz. Yani şöyle söyleyeyim elinizdeki doğru anahtarla ilgili kapıyı açabilirsiniz. Matematiğe bunu uyarlırsak eğer ya da probleme bunu uyarlırsak bir problemin çözümünde elinizde belli bir strateji varsa birden fazla strateji olabilir ama o probleme uygun en uygun en doğru stratejiyi seçmeniz gerekiyor. Burada problem bizim kapımız, stratejimiz anahtarımız olabilir. O şekilde anahtara benzettim.”* diyerek açıklama yapmıştır. Burada katılımcının (Ö6) nihai hedefi kapıyı açmaktır.

Nihai Ürün + Süreç

Tablo 4.2’ye göre katılımcı matematik öğretmenlerinin %39’u “nihai ürün+süreç” metaforları oluşturmuşlardır. Bu kategoriye göre katılımcıların metaforları gerekçelendirirken hem nihai ürün hem de süreç kategorilerini tanımlayıcı ifadeler kullandıkları görülmüştür. Aşağıda “nihai ürün + süreç” metafor örnekleri yer almaktadır.

“Nihai Ürün + Süreç” Metaforuna Örnek Alıntılar

Problem çözmeyi yeni bir arkadaş edinmeye benzeten biri: *“Problem çözmek yeni bir arkadaş edinmek gibi bir şey benim için. Tanırsın, onun hakkında nasıl yaklaşabilirim, nasıl sevdiğini öğrenirsin, hayatını öğrenirsin. En son gerçekten yakın arkadaşın olur ya da olmaz. Hani problemin çözümü de doğrudur yanlıştır başa dönersin. Yeni bir arkadaş edinmek de öyledir aslında. Tanırsın görürsün, problemi görürsün kişiyi görürsün. Bir yerde bilgi toplarsın, birkaç kere restorana gidersin vesaire takılırsın, etkinlik yaparsın en son karar verirsin. Arkadaşın mı değil mi? Problem çözmeye yeni bir arkadaş edinmek şeklinde bir metafor*

yapabilirim o zaman.” diyerek açıklama yapmıştır. Burada katılımcı (Ö1) nihai hedefi olan arkadaş edinmekten bahsederken nasıl arkadaş edindiğinden de bahsetmiştir.

Problem çözmeyi tıbbi bir tedaviye benzeten biri: “Çünkü burada orta da tabii kesinlikle bir problem var sizin tıbbi anlamda bir rahatsızlığınız var. Bu kesinlikle gerçek hayattaki en büyük problemlerden hatta. En ciddi problemlerden diyebilirim. Buradaki probleminiz zaten açık. Motiveniz? Motiveye ihtiyacınız bile yok. Canınız yanıyor çünkü. Bu rahatsızlıktan dolayı ondan kurtulmak istiyorsunuz. Aslında problem çözme de o problemden aslında kurtulmak istemesi ile başlıyor. Oradan da aslında bağlantı kurabiliriz. Tedavinin uygulanışı da ya burada tabii doktor da siz oluyorsunuz problemi çözen kişi sizseniz ama bu metaforu da tabii ki doktorunuz olacaktır. Buradaki uygulanan tedavi de yine bahsettiğimiz düşünme becerileri ve probleme nasıl yaklaşacağının bilinmesi ve o sürecin sonunda da uygulanan eylemler olarak özetleyebiliriz.” diyerek açıklama yapmıştır. Burada katılımcının (Ö8) nihai hedefi hastalık ya da rahatsızlıktan kurtulmaktır. Katılımcının düşünme becerilerinden ve probleme nasıl yaklaşılacağıyla ilgili durumlardan bahsetmesi de süreçle ilgili detaylar verdiğini göstermektedir.

Problem çözmeyi maraton koşusuna benzeten biri: “Maraton koşmak uzun soluklu bir şeydir böyle geçenlerde bir video duymuştum. Belli bir kilometreden sonra vücut bittiğini gösteren bir sinyal veriyormuş. İşte o durumlarda koşu esnasında yan taraftaki yerlerden falan böyle şekerli gıdalarla destekleniyormuş sporcular. Yani problem çözme de öyle uzun soluklu bir süreç. Böyle hani hemen başlayıp hemen bitecek bir durum değil. O süreç esnasında kimi zaman da çoğunlukla hem öğrenciler hem biz pes etme noktasına gelebiliyoruz. Çünkü o süreci yaşadığımız için yani hedefe ulaşamayınca insan ister istemez ulaşamıyorum diyor. Pes etme durumuyla karşılaşabiliyor. O esnada da işte öğrencilerin onu yaşadığı esnada öğretmen sorularla hani maratondaki o şekerli gıdalar yerine öğretmene sorularını düşünebiliriz. Öğrencinin o süreçte kalmasını sağlayıp, istenen hedefe götürmeye çalışmak amacımız. O yüzden maratona benzetebiliriz problem çözmeyi.” diyerek açıklama yapmıştır.

Burada katılımcı (Ö9) maraton koşusunun uzun bir süreç olduğuna değinirken hedefe ulaşmak gibi bir amacının olduğundan da bahsetmiştir.

Süreç

Tablo 4.2'ye göre sadece 2 matematik öğretmenin (%15) süreç metaforu oluşturdukları görülmektedir. Bir hedefe ulaşmaktan bahsetmeyen ya da çözüme ve sonuç bulmaya vurgu yapmayan fakat açıklamalarında süreçle ilgili detaylara yer veren katılımcıların metaforları süreç kategorisi olarak değerlendirilmiştir. Katılımcıların açıklamalarında daha çok beceri, yöntem, plan gibi durumlardan bahsettikleri görülmüştür. Burada katılımcılar sonuca odaklanmamış, olan bir durumu tartışmışlardır (Cassel & Vincent, 2011). Aşağıda süreç metafor örnekleri yer almaktadır.

“Süreç” Metaforuna Örnek Alıntılar

Problem çözmeyi bulmacaya benzeten biri: *“Yani bulmacada şimdi bir bulmaca çözerken de düşünüyoruz onun üstünde vakit harcıyoruz. Belli olasılıkları değerlendiriyoruz aslında. Problem çözmede böyle sonuçta genel olarak baktığımızda belki hayatımızda karşımıza çıkabilecek bir kaç yol varken orada mesela kendimizce düşünüp bunu değerlendiriyoruz. O yüzden bulmaca gibi geldi. Yani bulmaca çözerken bir şeyler düşünüyoruz. Acaba nasıl olur, böyle olur mu, şunu denesem buraya uygun olur mu, derim mesela yani. O yüzden bulmacayı problem çözmeye benzettim. O düşünme olarak yani ikisinde de belli bir zaman. O anda soruyor ya da bulmaca çözerken düşünme biçimi, bana problem çözmeyi hatırlattı.”* diyerek metaforunu açıklamıştır. Burada katılımcının (Ö2) nihai bir hedefinin olduğu söylenemez. Katılımcının bulmaca çözerken yaptıklarından bahsetmesi ise süreçle ilgili detaylardır.

Problem çözmeyi yemek yapmaya benzeten biri: *“Yine dediğim gibi her şey açık gibi duruyor ama sonuçta siz onu kendi zihinsel süzgecinizden becerilerinizden, deneyiminizden geçirip bir formata sokuyorsunuz. Bir şekilde sokuyorsunuz. Ve belli adımları var, belli sıraları var, bunları da ona uyararak yapmak zorundasınız. Problem çözmede de öyle hani kaçırdığınız adımlar olabiliyor. Geri dönüyorsunuz. Hani yemek yapmak da öyle bir*

şey hani belli bir rutini var belli bir dengesi var.” diyerek açıklama yapmıştır. Burada katılımcının (Ö12) nihai bir hedefinin olduğu söylenemez. Katılımcı sadece yemek yapma sürecinden bahsetmektedir.

4.3 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Kavram ve Metaforlarının Karşılaştırılması

Tablo 4.3’e bakıldığında problem çözmeyi diğer amaçlara ulaşmak için bir yol olarak kavramsallaştıran katılımcılar daha çok “nihai ürün + süreç” metaforları oluşturma eğilimi göstermişlerdir. Problem çözmeyi “bir çözüm bulma aracı olarak” kavramsallaştıranların ise daha çok nihai ürün metaforu oluşturdukları görülmektedir. Süreç metaforu oluşturan katılımcılar ise problem çözmeyi sadece bir beceri olarak görmektedir.

Tablo 4.3. Matematik öğretmenlerinin problem çözme kavram ve metaforlarının karşılaştırılması

Metafor Kategorileri	<i>Nihai ürün</i>	<i>Nihai ürün + Süreç</i>	<i>Süreç</i>
Problem Çözme Kavramları			
<i>Bir çözüm bulma aracı</i>	Ö4-Ö7-Ö10-Ö11	Ö1	
<i>Adımlar/Prosedürler gerektiren bir beceri</i>	Ö6	Ö5	Ö2-Ö12
<i>Diğer amaçlara ulaşmak için bir yol</i>	Ö13	Ö3-Ö8-Ö9	

4.4 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavramları

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütmeyi nasıl kavramsallaştırdıklarını anlamak için sorulan sorulara verilen cevaplar incelendiğinde, katılımcıların matematiksel akıl yürütme kavramlarının 3 kavram altında toplanabileceği görülmüştür. Tablo 4.4’e göre, katılımcı öğretmenlerin çoğunun “düşünmek” veya “problem çözmek” kavramları olan alt düzey matematiksel akıl yürütme kavramlarına sahip olduğu görülmektedir. Bu grubun çoğunluğu da matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak

görmektedir. Matematiksel akıl yürütmenin sürecini yansıtan “çıkarım yapmak” anlamı ise çok az katılımcının yanıtlarında görülmüştür.

Tablo 4.4. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme kavramlarına göre dağılımı

Matematiksel Akıl Yürütme Kavramları	<i>Düşünmek</i>	<i>Problem çözmek</i>	<i>Çıkarım yapmak</i>
	Ö7	Ö2	Ö1
	Ö10	Ö3	Ö9
		Ö4	Ö12
		Ö5	
		Ö6	
		Ö8	
		Ö11	
		Ö13	
Toplam (%)	2 (%15)	8 (%62)	3 (%23)

Düşünmek

Tablo 4.4'e göre, 2 matematik öğretmenin (%15) matematiksel akıl yürütmeyi “düşünmek” olarak kavramsallaştırdığı görülmektedir. Bu kavrama göre katılımcıların açıklamalarında, çözüm bulmak, seçim yapmak, karar vermek, bağlantı kurmak, analiz etmek gibi ifadeler yer almaktadır. Bu kavramsallaştırmaya sahip katılımcılara ait ifadeler aşağıda sunulmuştur.

“Düşünmek” Kavramına Örnek Alıntılar

“Matematiksel akıl yürütme yani böyle kafamızda bir şeyler arasında zihinsel olarak bence ilişkiler kuruyoruz. Yani akıl yürütme deyince benim aklıma bu geliyor. Matematiksel akıl yürütme aslında düşünme sanatı. Yani yaptığımız şey. Sürekli düşünüyoruz. Hem görsel olarak doyuran bir şey bizi matematik hem estetiksel anlamda hem de düşünce olarak da bence çok doyurucu. Yani düşününce beni çok mutlu ediyor.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö10) matematiksel akıl yürütmeyi düşünmek ve bağlantı kurmak olarak yorumlamaktadır.

“Mantıklı çözüm bulma. Sistematik düşünme söyleyebilirim.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö7) matematiksel akıl yürütmeyi düşünmek ve mantıklı sonuç bulmak olarak yorumlamaktadır.

Problem Çözmek

Tablo 4.4’e göre, matematik öğretmenlerinin çoğunluğunun (%62) matematiksel akıl yürütmeyi “problem çözmek” olarak kavramsallaştırdığı görülmektedir. Burada katılımcıların düşünmek kavramının kodlarına ek olarak sorun çözmek, hesap yapmak, yöntem kullanmak, sonuçları karşılaştırmak ve adaptif akıl yürütme örneklerinden bahsettikleri görülmüştür. Aşağıda problem çözmek kavramına örnek ifadeler yer almaktadır.

“Problem Çözmek” Kavramına Örnek Alıntılar

“Yani işte mesela problemde gördüğümde benden istenenler orada bir akıl yürütme direkt aklıma problem çağırıyor. Akıl yürütme dediğim zaman herhangi bir problem yani herhangi bir matematiksel konunun bir problemi aklıma geliyor.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö2) matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak yorumlamaktadır.

“Matematiksel akıl yürütme deyince mesela hep basamaklar aklıma geliyor. Bir olayı basamaklarla analiz etmek. Yani hani dediğimiz işte sorun, veriler yöntem sonra sonuç. Bu sebeple bunları da kullanacak olursam matematiksel akıl yürütme: bir sorun ya da anlaşılacak istenen bir konuyu, matematiğin (düşünüyor)... Şimdi problem çözmeyi de kullanacağım. Matematiğin problem çözme basamaklarını kullanarak sonuca ulaşmasıdır.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö3) matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak yorumlamaktadır.

“Matematiksel akıl yürütme var olan problemi tümdengelim, tümevarım ya da olmayana ergi yöntemlerinden biriyle analiz edip probleme o şekilde bakmak bence.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö5) matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme ve yöntem kullanmak olarak yorumlamaktadır.

“Akıl yürütme bir sorunla karşılaştığımızda, bir problemle karşılaştığımızda bunu çözmek için neler yapabiliriz şeklinde düşünmedir.”

Burada matematiksel geldiğinde artık bu bizim sürecimiz oluyor. Yani problem çözme becerisinin temelidir diye bahsedebilirim.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö6) matematiksel akıl yürütmeyi düşünmek ve problem çözme olarak yorumlamaktadır.

“Matematiksel akıl yürütmeyi de aslında çok fazla hani problem çözmeden farklı mı aşırı da bir fark olarak düşünmüyorum” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö13) matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak yorumlamaktadır.

Çıkarım Yapmak

Tablo 4.4’de sadece 3 matematik öğretmeninin (%23) matematiksel akıl yürütmeyi “çıkarım yapmak” olarak kavramsallaştırdığı görülmektedir. Bu kavramsallaştırmaya sahip katılımcıların yanıtlarının akıl yürütme sürecine ait abdükatif veya tümdengelim çıkarımlara uygun olduğu görülmektedir. Çıkarım yapmak kavramına göre katılımcılar diğer kavramlara ek olarak, neden sonuç ilişkisi kurmak, bilinenden bilinmeyene ulaşmak, hipotez oluşturmak ve genelleme yapmak gibi durumlardan bahsetmişlerdir. Aşağıda çıkarım yapmak kavramına yönelik örnek ifadeler yer almaktadır.

“Çıkarım yapmak” Kavramına Örnek Alıntılar

“Mesela daha önceden bilinen kurallarla yeni kuralları bağdaştırmak olabilir. Yeni bilgiye ulaşmak olabilir. Mesela akıl yürütmede şöyle de vardır: Hani adım adım bir süreç de vardır. Bu da bir sürece girer aslında adım adım. Yani bu daha önceden böyle bir durum vardı. Örneğin o da buna benziyor demek ki. Bu şekilde bir çözümü olabilir gibi o. Hatta şeyler vardı: akıl yürütme ile ilgili tümevarımlar, tümdengelimler...” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö1) matematiksel akıl yürütmenin farklı yollarından bahsediyor ve *“Bu farklı farklı yolları olan geçmiş deneyimlerden yeni bilgilere ulaşmak diye özetleyebilirim.”* ifadesiyle akıl yürütme sürecinde bilinenden bilinmeyene ulaşma fikrine vurgu yapmaktadır.

“Şöyle kişinin sahip olmak ya da sahip olduğu bilgileri kullanarak bugüne kadar ne elde ettiyse o bilgileri kullanarak yeni bir işte bu bilgi olabilir

onun için bir uygulama olabilir bir uygulama bilgi üretmesi benim için. Mevcut bilgilerini kullanarak daha önce karşılaşmadığı bir soruna probleme dair çıkarımda bulunması. Mantıksal bir tabii süreç bu yani mantıklı olacak şekilde bunları birbirine örerek bir çıkarımda bulunması ona ilişkin bir yöntem elde etmesi. Ya da bilgi ortaya koyması.” diyerek açıklama yapan katılımcı (Ö9) matematiksel akıl yürütme sürecini tündengelim bir çıkarıma uygun olacak şekilde tanımlamıştır. Bu yanıtta daönceki bilgilerden bilinmeyene ulaşmak, tanımlar arasında ilişki kurmak ve genelleme yapmak anlamları yer almaktadır.

Yine benzer şekilde bu kavramsallaştırmaya sahip bir katılımcı: *“Matematiksel akıl yürütme yani matematikte sebep sonuç ilişkisi gözeterek hani çıkarımda bulunmak gibi geliyor. Yani elinizde bir malzeme var bunlarla ne yapabilirim? Şey gibi hani aksiyomlarla teoremleri inşa ediyoruz ya onun gibi. Hani bu varsa ne olur ya da neler olabilir? Matematiksel akıl yürütmek bana bunu çağırıyor.”* diyerek açıklama yapmıştır. Buradaki katılımcı (Ö12) matematiksel akıl yürütme sürecini, sebep sonuç ilişkisi ve varsayımlara dayanarak yeni kurallar oluşturma ile çıkarım yapmayı betimlemektedir.

4.5 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Metaforları ve Gerekçeleri

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütmeye ilgili metafor oluşturmaları ve metaforları oluşturma gerekçelerini ifade etmeleri istenmiştir. Tablo 4.5’de, katılımcıların en fazla nihai ürün, en az ise duygu metaforu oluşturma eğiliminde olduğu görülmektedir. Bazı katılımcılar ise bir metafor oluşturmamıştır.

Tablo 4.5. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme metafor kategorilerine göre dağılımı

Metafor Kategorileri	Nihai ürün	Nihai ürün + Süreç	Süreç	Duygu	Yanıt yok
	Ö8	Ö1	Ö6	Ö10	Ö4
	Ö9	Ö2	Ö13		Ö5
	Ö11	Ö3			Ö7
	Ö12				
Toplam (%)	4 (%31)	3 (%23)	2 (%15)	1 (%8)	3 (%23)

Nihai Ürün

Tablo 4.5'e göre 4 matematik öğretmenin (%31) nihai ürün metaforu oluşturdukları görülmüştür. Önceden belirlenmiş bir hedefe odaklanmak, metaforu açıklarken bu hedeften bahsetmek, sonuç ve cevap bulmak gibi ifadelerle yer vermek nihai ürün metaforu olarak değerlendirilmiştir. Aşağıda nihai ürün metafor örnekleri yer almaktadır.

“Nihai Ürün” Metaforuna Örnek Alıntılar

“Mesela elimizdeki mevcut bilgileri kullanarak amaca uygun, amacımıza uygun yeni şeyler elde edebiliyoruz. Kodlamayı kullanarak. Kodlama deriz aslında akıl yürütme için.” şeklinde açıklama yapan katılımcı (Ö9) yeni bir şey elde etmekten bahsederek nihai ürüne vurgu yapmıştır.

“Yemek yapmak da diyebiliriz akıl yürütme için. Yemeğin meydana çıkması. Birçok malzemenin bir araya gelerek bazen malzemelerin tadından bağımsız olarak bir şeyi elde edebiliyoruz. Bir tat. Ya da hani ona yakın onları da hissettiren bir sonuç elde edebiliyoruz.” açıklamasında bulunan katılımcı (Ö9) bir şey elde etmekten (yemek, tat) bahsederek nihai ürüne vurgu yapmıştır.

Nihai Ürün + Süreç

Tablo 4.5'e göre 3 matematik öğretmenin (%23) “nihai ürün + süreç” metaforları oluşturduğu görülmektedir. Bu kategoriye göre katılımcıların

metaforları gerekçelendirirken hem nihai ürün hem de süreç kategorilerini tanımlayıcı ifadeler kullandıkları görülmüştür. Aşağıda “nihai ürün + süreç” metafor örnekleri yer almaktadır.

“Nihai Ürün + Süreç” Metaforuna Örnek Alıntılar

“Mesela akıl yürütme ile ilgili yol tarifi olabilir. Ama mesela örneğin şu lokantaya, İpekA lokantasına nasıl giderim? Hani arkana kaymakamlığı ver düz git orada karşına çıkacak. Hani İpekA'ya ulaşmak istiyoruz ama o yeni bilgiyi bilmediğimiz için eski bildiğimiz kaymakamlıktan yola çıkıyoruz. Akıl yürütmeye güzel bir örnek bence.” şeklinde açıklamasını yapan katılımcı (Ö1), hem lokantaya ulaşmaktan yani amacından hem de amaca ulaşmak için eski bilgi ile yeni bilgi arasında bağlantı kurduğundan bahsederek sürece vurgu yapmıştır.

“Satranç oynarken taşları kafamıza göre oynatabilir miyiz? Oynatamayız. Yani atıyorum bir atı çapraz götürebilir miyiz? Hayır. Yani “L” şeklinde götürebiliriz ya da kaleden bahsedeyim. Kaleyi çaprazlama götürebiliyor muyuz? Hayır. Kaleyi düz götürebilirsin. Peki, senin orada yapman gereken şey ne? Şah mat yapmak. Yani işte karşı tarafın önemli şeyini yok etmek. Bunu elindekilerle de yani elindeki karakterlerin, satranç oyunundaki bu karakterlerin yapabilecekleriyle bir sistem oluşturmak.” açıklamasında bulunan katılımcı (Ö3) satranç oynamasındaki amacından ve bu süreçte yaptıklarından bahsetmiştir.

Süreç

Tablo 4.5'e göre 2 matematik öğretmenin (%15) “süreç” metaforu oluşturdukları görülmektedir. Bir hedefe ulaşmaktan bahsetmeyen ya da çözüme ve sonuç bulmaya vurgu yapmayan fakat açıklamalarında süreçle ilgili detaylara yer veren katılımcıların metaforları süreç kategorisi olarak değerlendirilmiştir. Katılımcıların açıklamalarında daha çok beceri, yöntem, plan gibi durumlardan bahsettikleri görülmüştür. Burada katılımcılar sonuca odaklanmamış, olan bir durumu tartışmışlardır (Cassel & Vincent, 2011). Aşağıda süreç metafor örnekleri yer almaktadır.

“Süreç”Metaforuna Örnek Alıntılar

“Mantık oyunları ya da zeka oyunları diyebiliriz. Genel bir çerçeveden konuşacak olursak eğer sürekli bir matematiksel işlem var bir düşünce var. Yine bir mekanik bir işlem var orada. O süreci takip etmemiz gerekiyor.” açıklamasını yapan katılımcı (Ö6) işlem bilgisi, düşünce, yöntem teknik gibi durumlardan bahsetmiştir, bir hedeften bahsetmemiştir.

“Mesela bir düğün organizasyonu düşündüğümüzde hangi durumlar var nerede ne yapılacak, ne zaman yapılacak, nasıl yapılacak, işte ilk ne olmalı? Bunların hepsini o sıraya koyma, düzenleme. Hani planlama yerli yerine yerleştirme, matematiksel akıl yürütmeyi aklıma getirdi niyeyse. Öyle bir şey canlandı.” açıklamasını yapan katılımcı (Ö13) düşünceyi analiz etmek gibi durumlara dikkat çekmiştir. Bir hedeften bahsetmemiştir.

Duygu

Tablo 4.5’e göre katılımcı matematik öğretmenlerinden sadece birinin (%8) duygu metaforu oluşturduğu görülmektedir. Bu araştırmada duygu metaforu oluşturan katılımcının nihai ürün ya da süreç unsurlarına değinmeden sadece olumlu ve olumsuz duygularını ifade ettiği görülmüştür. Aşağıda duygu metafor örneği yer almaktadır.

“Duygu”Metaforuna Örnek Alıntılar

“Yani araba kullanmak falan denebilir. Yani böyle öğrenmeden önce çok böyle karmaşık görünen ama öğrendikten sonra daha böyle keyifli. İnsan böyle araba sürmekten çok keyif alıyor.” şeklinde açıklama yapan katılımcı (Ö10) araba kullanmanın karmaşık olmasından bahsederek olumsuz duygusundan, araba kullanırken keyif aldığından bahsederek de olumlu duygusundan bahsetmiştir.

4.6 Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme Kavram ve Metaforlarının Karşılaştırılması

Tablo 4.6’da katılımcı matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme kavram ve metaforları karşılaştırıldığında, “duygu” metaforunu oluşturan katılımcının matematiksel akıl yürütmeyi sadece “düşünmek” olarak

kavramsallaştırdığı görülmektedir. Matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak kavramsallaştıranların ise farklı türde metaforlar ürettikleri görülmektedir. Bunlara ek olarak, matematiksel akıl yürütmenin “çıkarım yapmak” gibi daha üst düzey kavramına sahip olan katılımcıların metaforlarında nihai üründen mutlaka bahsettikleri de görülmektedir.

Tablo 4.6. Matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme kavram ve metaforlarının karşılaştırılması

Metafor Kategorileri	<i>Nihai ürün</i>	<i>Nihai ürün + Süreç</i>	<i>Süreç</i>	<i>Duygu</i>	<i>Yanıt yok</i>
Matematiksel Akıl Yürütme Kavramları					
<i>Düşünmek</i>				Ö10	Ö7
<i>Problem çözmek</i>	Ö8-Ö11	Ö2-Ö3	Ö6-Ö13		Ö4-Ö5
<i>Çıkarım yapmak</i>	Ö9-Ö12	Ö1			

4.7 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme ve Matematiksel Akıl Yürütme Kavramlarının Karşılaştırılması

Tablo 4.7'de akıl yürütmeyi problem çözme olarak kavramsallaştırma eğiliminde olan matematik öğretmenlerinin farklı problem çözme kavramlarına sahip oldukları görülmektedir. Ancak bu kavramlar arasında farklı stratejiler kullanma ve problem çözmeyi bir sanat olarak görme eğiliminde olmak gibi üst düzey problem çözme kavramlarının olup olmadığı bu araştırmanın bulgularına göre söylenememektedir. Tablo 4.7 koyu çizgilerle 4 çeyreklige ayrıldığında matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel düşünme algılarını betimleyebilecek 4 öğretmen profili oluşturulabilir.

Tablo 4.7. Matematik öğretmenlerinin problem çözüme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarının karşılaştırılması

Problem Çözme Kavramları	<i>Bir çözüm bulma aracı</i>	<i>Adımlar/Prosedürler gerektiren bir beceri</i>	<i>Diğer amaçlara ulaşmak için bir yol</i>
Matematiksel Akıl Yürütme Kavramları			
<i>Düşünmek</i>	Ö7-Ö10		
<i>Problem çözmek</i>	Ö4-Ö11	Ö2-Ö5-Ö6	Ö3-Ö8-Ö13
<i>Çıkarım yapmak</i>	Ö1	Ö12	Ö9

Profil 1. Matematiksel akıl yürütmenin, düşünmek veya problem çözüme, problem çözümenin de bir sonuç bulma ve bir beceri olduğunu düşünen: Sol üst köşedeki (1. çeyreklik) matematik öğretmenlerinin hem problem çözüme hem de matematiksel akıl yürütme düzeyleri düşüktür. Bu gruptaki öğretmenlerin (Ö7, Ö10) sahip olduğu problem çözüme ve akıl yürütme kavramları en alt düzeydedir. Bu öğretmenler aynı zamanda lisansüstü eğitim alan öğretmenlerdir. Bu öğretmenler akıl yürütmeyi sadece “düşünmek” olarak kavramsallaştırırken, problem çözmeyi de sadece “çözüm bulma aracı” olarak kavramsallaştırıyorlar. Diğer öğretmenler (Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11) ise matematiksel akıl yürütmeyi “problem çözmek” olarak görürken problem çözmeyi de bir çözüm bulma aracı veya prosedür gerektiren bir beceri olarak kavramsallaştırıyorlar. Bu öğretmenler içinde sadece lisans mezunu veya lisansüstü eğitim alan öğretmenler bulunmaktadır.

Profil 2. Matematiksel akıl yürütmenin, düşünmek veya problem çözüme, problem çözümenin de diğer amaçlara ulaşmak için bir araç olduğunu düşünen: Sağ üst köşedeki (2. çeyreklik) öğretmenler (Ö3, Ö8, Ö13) matematiksel akıl yürütmeyi “problem çözmek” olarak görürken problem çözümenin kendisini de matematik öğrenmek gibi işe yarayan bir araç olarak görmektedir. Bu öğretmenlerden ikisi de (Ö3 ve Ö13) lisansüstü eğitim almaktadır.

Profil 3. Problem çözümlerinin bir sonuç bulma veya beceri, matematiksel akıl yürütmenin de problem çözümü kapsayan bir çıkarım yapma olduğunu düşünen: Sol alt köşedeki (3. Çeyreklik) öğretmenler (Ö1 ve Ö12) matematiksel akıl yürütmenin “çıkartım yapmak” olduğunu düşünüyor. Ancak problem çözümlerdeki kavramsallaştırmaları alt düzeydedir. Bu öğretmenler problem çözümü matematiksel akıl yürütmenin altında yer alan bir kavram olarak düşünüyorlar. Bu öğretmenlerden biri (Ö12) lisansüstü eğitimini tamamlamıştır.

Profil 4. Problem çözümlerinin diğer amaçlara ulaşmak için bir yol, matematiksel akıl yürütmenin de problem çözümü kapsayan bir çıkarım yapma olduğunu düşünen: Sağ alt köşedeki (4. Çeyreklik) öğretmen (Ö9) matematiksel akıl yürütmeyi çıkarım yapmak ve akıl yürütmeyi problem çözümü kapsayan bir kavram olarak düşünmektedir. Farklı olarak bu öğretmen problem çözümü örneğin matematik öğrenmenin bir yolu olarak kavramsallaştırmaktadır. Diğer profiller içinde en iyi profil olarak düşünülebilecek bu profildeki öğretmen lisans mezunudur ve lisansüstü eğitim almamaktadır.

4.8 Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme ve Matematiksel Akıl Yürütme Metaforlarının Karşılaştırılması

Tablo 4.8’de matematiksel akıl yürütme ve problem çözme metaforları birlikte değerlendirildiğinde sadece 3 öğretmenin (Ö1, Ö3 ve Ö11) metaforlarının uyumlu olduğu diğerlerinin ise farklılık gösterdiği görülmektedir. Bununla birlikte her ikisinde de sadece süreç metaforunu oluşturan öğretmen sayısının daha az olduğu ve öğretmenlerin çoğunun metaforlarında nihai ürün bulunduğu söylenebilir.

Tablo 4.8. Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme metaforlarının karşılaştırılması

Problem Çözme Metaforları	<i>Nihai ürün</i>	<i>Nihai ürün + Süreç</i>	<i>Süreç</i>
Matematiksel Akıl Yürütme Metaforları			
<i>Nihai ürün</i>	Ö11	Ö8-Ö9	Ö12
<i>Nihai ürün + Süreç</i>		Ö1-Ö3	Ö2
<i>Süreç</i>	Ö6-Ö13		
<i>Duygu</i>	Ö10		
<i>Yanıt yok</i>	Ö4-Ö7	Ö5	

5. TARTIŞMA

Bu bölümde matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarına ve bu iki kavrama göre öğretmen profillerinin neler olabileceğine yönelik elde edilen sonuçlar ilgili literatür ile birlikte detaylı bir şekilde tartışılmıştır.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlara göre katılımcı matematik öğretmenlerinin genel olarak problem çözmenin olumlu yönlerinden bahseden ifadeler kullanarak açıklama yaptıkları görülmüştür. Örneğin, matematik öğretmenleri problem çözmenin, düşünme ortamı sunmayı, matematik öğrenmeyi ve matematik öğrenmenin değerini anlamayı, günlük yaşam problemleri çözmeyi, yeni beceriler geliştirmeyi, yöntem öğrenmeyi, karşılaşılan sorunları çözmeyi ve akıl yürütmeyi sağlaması gibi olumlu katkılarından bahsetmişlerdir. Benzer bulgulara öğretmenlerin problem çözmenin günlük hayata katkı sunması, eleştirel düşünme, akıl yürütme, somutlaştırma, bağlantı kurma, pekiştirme, dikkat ve mantık geliştirme, kalıcı öğrenme gibi durumlara fayda sağladığını belirttikleri sonucuna ulaşan Durak (2021)'in çalışmasında da rastlanılmaktadır. Ayrıca bu çalışmada öğretmenler, problem çözmeden bahsederken; rutin problem çözme, problem çözme basamaklarını takip etme, strateji kullanma, problem çözmeyi öğretilbilir ve deneyimle kazanılan bir beceri olarak görme, okuduğunu anlama ve düşünme becerisi olarak görme, sorunlara çözüm ve cevap bulma olarak görme vb. başka olumlu özelliklerden de bahsetmişlerdir.

Bu çalışmada katılımcı matematik öğretmenlerinin problem çözmeyi "çözüm bulma aracı", "bir beceri" ve "diğer amaçlara ulaşmak için bir yol" olarak üç farklı şekilde kavramsallaştırdıkları görülmüştür. Ayrıca, katılımcı matematik öğretmenlerinin üst düzey problem çözme anlayışını temsil eden ve problem çözmeyi "çoklu yaklaşımları/stratejilerikullanmak" veya "sanat" olarak kavramsallaştırmış olabileceklerine dair bir sonuç elde edilememiştir. Son yıllarda yapılmış bir çalışmada da öğretmen adaylarının çok az bir kısmının bu üst düzey problem çözme kavramlarına sahip olabileceği belirtilmiştir (Son & Lee, 2021). Dolayısıyla bu çalışmanın bulgusu da matematik öğretmenlerinin genel olarak üst düzey problem çözme anlayışına sahip olmadığını, bu anlayışa sahip olan öğretmenler olsa bile çok az sayıda olabileceği sonucunu desteklemektedir.

Benzer şekilde bu çalışmada matematik öğretmenlerinin bir kısmının yanıtlarının "çözüm bulma aracı" kavramı altında yer alması, son yıllarda yaptıkları çalışmayla literatürde bu kavramsallaştırmaya dikkat çeken Son ve Lee (2021)'in bulgularıyla paralellik göstermektedir. Çelik ve diğerlerinin (2020) çalışmasında da öğretmen adaylarının daha çok "çözüm bulmak", "çözmek" gibi ifadelerle problem çözmeyi tanımladıkları görülmüştür. Bu anlamda öğretmenlerin problem çözmeyi çözüm odaklı algılamaları doğal olsa da öğrencilerin eğitim süreçleri için çok istendik bir durum olmadığı da belirtilmektedir (Çelik vd., 2020).

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin yine bir kısmının (%31) problem çözmeyi bir beceri olarak anlamlandırmaları elde edilen bir diğer bulgudur. Son ve Lee (2021) kendi çalışmalarında problem çözmeyi bir beceri olarak gören katılımcıların rutin olmayan problemleri çözerken zorlandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Kabael ve diğerleri (2017) formül kullanmak ve bilinen adımları takip etmek olarak strateji kullanan öğretmenlerin, uygulanacak adım ve formülleri hatırlamamaları durumunda problemin çözümünü bulamadıklarını görmüştür. Bu nedenle problem çözmeyi bir beceri olarak görme anlayışının belirli kalıp ve adımları takip etmenin verdiği bir sınırlılıktan dolayı ortaya çıkabileceği düşünülmektedir (Son& Lee, 2021; Kabael vd., 2017). Bu durum Polya (1957)'nin problem çözmeye adımlarının bir prosedür olarak öğretilmesi ve/veya öğretmenlerin bu adımları bir prosedür olarak algılamaları sonucu ortaya çıkmış da olabilir.

Bir başka çalışmada Tarhan (2015), öğretmenlerin çoğunun matematik problemlerini çözmek için önceden belirlenmiş adımları ya da çözüm yollarını bilmenin gerekli olduğu düşüncesine sahip olduğunu görmüş ve problem çözmeyi sadece işlem becerisi ile sınırlandırmanın doğru olmadığını belirterek öğretmenlerin problem çözmeye ile ilgili görüşlerinin yeteri kadar olgunlaşmadığına dikkat çekmiştir. Bu çalışmadan elde edilen sonuç ve literatürdeki diğer bulgular birleştirildiğinde problem çözmeyi bir beceri olarak anlamlandıran öğretmenler rutin problem çözmeye, problem çözmeye basamaklarını takip etme, strateji kullanma, problem çözmeyi öğretilbilir ve deneyimle kazanılan bir beceri olarak görme eğiliminde oldukları için geleneksel bir problem çözmeye anlayışına sahip olabilirler (Kayan & Çakıroğlu, 2008) ve problem çözmeyi bir pratik yapma aracı olarak

görme eğilimleri daha fazla olabilir (Gümüş & Şahiner, 2015). Öğretmenlerin sahip olduğu inançlar öğretim pratiklerini dolayısıyla da öğrencilerin kavramlarını etkileyeceğinden (Schoenfeld, 1992), matematik öğretmenlerinin problem çözmeyi sonuç bulma veya bir beceri olarak anlamlandırmaları öğrencilerin matematik derslerinde problem çözme becerilerinin yeterince gelişmeyeceği anlamına gelebilir.

Bu çalışmaya katılan matematik öğretmenlerinin bir kısmının da (%31) problem çözmeyi “diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” olarak anlamlandırdıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının da problem çözmeyi bu şekilde kavramsallaştırabilecekleri Son ve Lee'nin (2021) çalışmasında da görülmektedir. “Diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” kavramına göre öğretmenlerin, problem çözmenin çözüm bulmanın yanında birden fazla özelliği olduğu ve birçok konuda işe yaradığına değinmeleri onların problem çözme algıları açısından önemli olabilir. Bu kavramsallaştırmaya sahip olan öğretmenler, problem çözmenin, düşünme ortamı sunmayı, matematik öğrenmeyi ve matematik öğrenmenin değerini anlamayı, günlük yaşam problemleri çözmeyi, yeni beceriler geliştirmeyi, yöntem öğrenmeyi, karşılaşılan sorunları çözmeyi ve akıl yürütmeyi sağlaması gibi amaçlara ulaşmaktan bahsettikleri için, bu amaçlara ulaşmak için rutin problem çözmenin yeterli olmayabileceğinin farkında olabilirler. Bir hiyerarşinin varlığından bahsedecek olursak bu kavramsallaştırmanın “çözüm bulma aracı” ve “beceri” olarak problem çözme anlayışından daha üstte olduğunu söyleyebiliriz.

Bu çalışmada katılımcı matematik öğretmenlerinin problem çözmeye yönelik kavramlarının anlaşılmasına katkıda bulunacak bir diğer bulgu da ürettikleri metaforların içeriğidir. Öğretmenlerinin oluşturdukları metaforlar ile problem çözme kavramları karşılaştırıldığında problem çözmeyi “bir çözüm bulma aracı” olarak kavramsallaştıran öğretmenlerin çoğunun önceden belirlenmiş bir hedefe ulaşmaya odaklanarak “nihai ürün” metaforu oluşturdukları görülmektedir. Cassel ve Vincent (2011) bu metaforun Martinez ve diğerlerinin (2001) çalışmasındaki davranışçı perspektifle benzer olduğunu belirtmektedir. Öğrencilerin pasif öğrenen durumunda olduğu öğretmen merkezli yaklaşımda, metaforda olduğu gibi öğrenciler önceden belirlenmiş bilgileri edindiklerinde öğrenme gerçekleşmiş olur (Cassel & Vincent, 2011, p.321). “Nihai

ürün"metaforunun bu kavramla ilişkili bulunması yine Son ve Lee (2021)'nin çalışmasıyla da paralellik göstermektedir.

Bu çalışmada problem çözmeyi “diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” olarak kavramsallaştıran öğretmenler ise daha çok “nihai ürün+süreç” metaforları oluşturma eğilimi göstermişlerdir. Çalışmanın bu bulgusu beklendik bir durumdur. Çünkü “diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” kavramı hem çözüm bulmayı hem de çözüm bulurken yapılabilecek başka hedeflere vurgu yapmasıyla “nihai ürün+süreci” ifade etmektedir. Çalışmanın bu bulgusundan farklı olarak Son ve Lee (2021) ise problem çözmeyi “sanat” olarak kavramsallaştıranların “nihai ürün+süreç” metaforları oluşturma eğiliminde oldukları sonucuna varmıştır. Cassel ve Vincent (2011) bu metaforun da Martinez ve diğerlerinin (2001) çalışmasındaki yapılandırmacı veya bilişsel perspektifle benzer olduğunu belirtmektedir. Bu yaklaşımda öğrenme bir süreçtir, öğrenci aktiftir kendi yolunu kendi seçer ve öğretmenin rolü rehber olmaktır (Cassel & Vincent, 2011, p.322).

Bu çalışmada birkaç öğretmen de problem çözüme için “süreç” metaforu oluşturmuştur. Her ne kadar Cassel ve Vincent (2011, p.322) bu metaforun Martinez ve diğerlerinin (2001) çalışmasındaki sosyo-kültürel perspektifle benzer olduğunu ve öğrenmenin gerçek yaşam problemlerine katılmakla gerçekleşeceğine yönelik algıyı ifade edebileceğini belirtse de bu çalışmada “süreç” metaforu oluşturan öğretmenlerin problem çözmeyi “bir beceri” olarak tanımladıkları görülmüştür. Bu bulgu beklendik bir durum olabilir, çünkü bir beceri olarak problem çözenin, problem çözüme basamaklarını uygulamak, önceden bilinen adımları takip etmek gibi özellikleri de sürece işaret etmektedir. Bu çalışmada problem çözmeyi bir beceri olarak gören öğretmenlerin çoklu yaklaşımlar ve farklı stratejilere vurgu yapmamış olmalarından dolayı metafor ve kavram arasındaki benzerlik tam olarak ortaya çıkmamış olabilir.

Bu çalışmada katılımcı iki matematik öğretmenin "düşünmek" kavramına sahip olduğu görülmüştür. Çalışmaya katılanların yarısından fazlası (%62) ise matematiksel akıl yürütmeyi “problem çözmek” olarak kavramsallaştırmışlardır. Herbert ve diğerlerinin (2015) çalışmalarında düşünmenin ve problem çözenin alt düzey matematiksel akıl yürütme algısı olduğu dikkate alındığında bu çalışmadaki katılımcı öğretmenlerin çoğunun alt

düzy matematiksel akıl yürütme kavramına sahip oldukları söylenebilir. Benzer şekilde, Öz ve Işık (2017) da çalışmasındaki bazı matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme problem çözme olarak algıladıkları sonucuna ulaşmıştır. Matematiksel akıl yürütme problem çözme olarak gören katılımcıların yanıtlarında düşünmeye ek olarak “mantıklı bir çözüm ya da sonuç bulmak, hesap yapmak” gibi ifadeler de vurgu yaptıkları görülmüştür. Çelik ve diğerleri (2020) bu durumu öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme, bir çözüm bulma stratejisi olarak gördükleri şeklinde yorumlamıştır.

Bu çalışmada matematiksel akıl yürütmeyle ilgili sonuçlara benzer olarak Öz ve Işık (2017)'in çalışmasında da katılımcıların matematiksel akıl yürütme tanımlarında “çıkarmak” kavramının kodları olan, tündengelim ve tümevarımı bilme, genelleme yapma, yeni bir fikir üretmekle ilgili bulgulara çok az rastlanılmıştır. Benzer şekilde Mumcu (2019) matematik öğretmenlerine uyguladığı ölçekte, matematiksel akıl yürütme becerisinin alt boyutu olarak ele aldığı, varsayımda bulunma, düşünceleri gerekçelendirme, ulaşılan sonucu savunabilme ve açıklayabilme gibi durumları temsil eden genelleme-soyutlama alt boyutunun çok alt düzeyde kaldığını görmüştür.

Elde edilen sonuçlarda katılımcı matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme metaforlarında da çoğunlukla nihai üründen bahsettikleri, sadece sürece odaklananların sayısının az olduğu görülmektedir. Metafor açıklamasını sadece duygulara odaklanarak yapan bir öğretmenin ve hiç metafor oluşturamayan öğretmenlerin olması matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütmeyle ilgili metafor oluşturmada problem çözmeyle ilgili metafor oluşturmaya göre daha fazla zorlandıklarını göstermektedir. Katılımcı öğretmenlerin çoğunun matematiksel akıl yürütme metaforlarında mutlaka nihai üründen bahsetmeleri ve sadece "süreç" metaforu oluşturan öğretmenlerin sayısının az olması problem çözme metaforlarının dağılımıyla paralellik göstermiştir. Oluşturulan metaforlara göre katılımcı öğretmenlerin daha çok geleneksel ve bilişsel yaklaşıma uygun kavramlara sahip oldukları söylenebilir. "Süreç" metaforu oluşturan az sayıda öğretmenin de gerçek yaşamla ilişkili daha otantik bir yaklaşıma uygun kavramlara sahip oldukları söylenebilir. Ayrıca çalışmaya katılan matematik öğretmenlerinin çok azının matematiksel akıl yürütme ve problem çözme için aynı türde metafor ürettikleri, öğretmenlerin her iki kavrama yönelik metaforlarının

farklılaştığı da görülmüştür.Örneğin, problem çözmede davranışçı geleneksel yaklaşıma uygun metafor üreten bir öğretmen, matematiksel akıl yürütme için bilişsel yaklaşıma uygun metafor üretebilmiştir.

Literatürde öğretmenlerin problem çözme kavramına yönelik metaforlarını inceleyen bir çalışma (Son & Lee, 2021) olmasına karşılık öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme kavramına yönelik metaforlarını inceleyen bir çalışmayla karşılaşılmamıştır. Fakat literatürde öğretmenlerin öğrenme ve öğretme yolları hakkındaki inançlarıyla ilgili fikir edinmek için metaforu araç olarak kullanan araştırmalar bulunmaktadır (Cassel & Vincent, 2011; Reeder, 2009, Son & Lee, 2021). Bu anlamda metafor, kişilerin görüşlerini, inançları ve kavramlarını aydınlatmada iyi bir yöntem olarak görülmektedir (Cassel & Vincent, 2011; Reeder, 2009; Son & Lee, 2021; Jensen, 2006; Chapman, 1997). Dolayısıyla bu araştırmada da katılımcı matematik öğretmenlerin kavramlar ile ilgili tanım yapmalarının yanı sıra metafor oluşturmaları özellikle istenmiştir. Fakat katılımcı öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme metaforlarını oluşturmada zorlanmaları ve bazı katılımcıların metafor oluşturamamış olması, matematiksel akıl yürütme metafor ve kavramlarının karşılaştırılmasını zorlaştırmıştır. Ancak bu araştırmada öğretmenlerin metafor oluşturmalarının istenmesi matematiksel akıl yürütme kavramlarının daha iyi anlaşılmasına katkıda bulunmuştur. Çalışmada odaklanılan durum metaforun kendisinden çok bu metaforla ilgili öğretmenlerin yaptıkları açıklamalardır. Nitekim görüşme esnasında metafor sorularına verilen yanıtlardan da kavramların analiziyle ilgili kodlar elde edilmiş ve bu kodlar kullanılmıştır. Çünkü katılımcılardan kavramla ilgili tanım yapmaları istendikten sonra metafor üretmelerinin istenmesi onların kendilerini daha iyi ifade etmesine fırsat vermiştir.

Tablo 4.7 bu çalışmanın en önemli bulgularından birisidir. Çünkü problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarını karşılaştıran ve bunun sonucunda öğretmen profillerine dikkat çeken bir çalışmanın daha önceden yapılmamış olması bu çalışmayı literatürdeki diğer çalışmalardan ayırmaktadır. Matematiksel akıl yürütme kavramı, “problem çözmek” olan katılımcıların problem çözmede farklı kavramlara sahip olabilecekleri görülmektedir. Ancak bu öğretmenler arasında problem çözmeyi sanat olarak görme gibi üst düzey kavramlara sahip öğretmenlerin de olup olmayacağı bu çalışmanın sonuçlarından

net olarak anlaşılammaktadır. Bununla birlikte elde edilen sonuçlar öğretmenlerin bu kavramlara yönelik profillerine dikkat çekecek bazı ipuçları veriyor olabilir. Örneğin, hem problem çözme hem de matematiksel akıl yürütme kavramlarının alt düzey olduğu bir öğretmen profili tanımlanabilir (Tablo 4.7, 1. çeyreklik). Bu sonuç çözüm bulmaya odaklanan katılımcıların daha üst düzey problem çözme anlayışına sahip olan katılımcılara göre daha düşük düzeyde akıl yürütme yeteneği gösterebileceklerini belirten Son ve Lee (2021)'nin çalışmasındaki sonuçla birlikte değerlendirildiğinde, bu profildeki öğretmenlerin matematiksel akıl yürütme düzeyleri de düşük olabilir. Ayrıca, matematiksel akıl yürütmeyi problem çözme olarak algılayan bir grup öğretmenin “diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” gibi problem çözmeye nispeten daha iyi bir kavramsallaştırmaya sahip olabileceği bulgusu da dikkat çekicidir (Tablo 4.7, 2. çeyreklik). Bu profildeki öğretmenlerin ise problem çözmeye, matematiksel akıl yürütme yeteneklerinin daha iyi olması beklenebilir.

Bu çalışmada, matematiksel akıl yürütme kavramı “çıkarmak yapmak” gibi daha üst düzey olan bir öğretmenin problem çözme kavramının “çözüm bulma aracı” gibi alt düzeyde olabileceği de görülmüştür (Tablo 4.7, 3. çeyreklik). Herbert ve diğerlerinin (2015) çalışmasındaki hiyerarşi ile birlikte düşünüldüğünde bu profildeki öğretmenler matematiksel akıl yürütmeyi problem çözmeyi kapsayan bir kavram olarak algıladıkları için böyle bir sonuç elde edilmiş olabilir. Yine bu çalışmada (Tablo 4.7, 4. çeyreklik) matematiksel akıl yürütmeyi problem çözmeyi kapsayan bir kavram olarak algılayan ve problem çözmeye de nispeten daha iyi bir kavramsallaştırmaya sahip öğretmen profilinde yer alan bir öğretmenin de matematiksel akıl yürütme yeteneğinin daha yüksek olması beklenebilir. Bu sonuçlar matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramlarına göre farklı öğretmen profillerinin olabileceğine işaret etmektedir. Bu profilleri net olarak ortaya çıkaran ve hangi profildeki öğretmenlerin daha iyi bir matematiksel akıl yürütme becerisine sahip olduğu veya daha iyi öğretim pratiklerine sahip olduğunun incelendiği başka araştırmaların yapılması önemli olabilir.

Ayrıca, bu çalışmadaki sonuç lisansüstü eğitim alan öğretmenlerin daha fazla eğitime sahip oldukları için kavramların doğasını daha iyi anlamış olabilecekleri düşüncesini desteklememektedir. Bu çalışmada görülen öğretmen

profilleri öğretmenlerin eğitim düzeyleri dikkate alınarak da incelendiğinde alt düzey kavramsallaştırmaya sahip profilde lisansüstü eğitim alan öğretmenler olabileceği gibi daha üst düzey kavramsallaştırmaya sahip profilde sadece lisans mezunu olan öğretmenlerin de olabileceği görülmüştür. Literatürde öğretmenlerin mezun oldukları alanla ilgili kavramlarının lisansüstü mezunlarında lisans mezunlarına göre daha iyi olabileceği belirten çalışmalar (Demir ve Toraman, 2021) olsa da bu çalışmada elde edilen bulgu bu durumu destekler nitelikte değildir. Bu bulgu öğretmenlerin kendi alanlarında sahip oldukları kavramsallaştırmalarla eğitim düzeyleri arasında bir ilişki olmadığını belirten Özkan (2019)'nın çalışmasıyla uyumludur. Bu nedenle öğretmenlerin eğitim düzeylerine göre problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramsallaştırmalarının farklılaşıp farklılaşmadığını farklı örneklerle daha detaylı bir şekilde inceleyen çalışmaların yapılması önemli olabilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmanın sonuçları verilmiş ve bu sonuçlara göre öneriler sunulmuştur.

6.1 Sonuçlar

Bu araştırma matematik eğitimi için önemli olduğu düşünülen matematiksel akıl yürütme ve problem çözmenin matematik öğretmenleri tarafından nasıl kavramsallaştırıldığını anlamak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre çalışmaya katılan matematik öğretmenleri, problem çözmeyi bir beceri veya çözümü bulmak ya da başka bir hedefe ulaşmak için kullanılan bir araç olarak kavramsallaştırmaktadırlar. Benzer şekilde matematiksel akıl yürütmeyi de düşünmek, problem çözmek ve çıkarım yapmak olarak kavramsallaştırmaktadır. Çalışmaya katılan öğretmenlerin sanat olarak problem çözme gibi daha iyi bir problem çözme kavramına sahip olmadıkları ve matematiksel akıl yürütmede de çoğunlukla alt düzey bir anlayışa sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Matematik öğretmenlerinin sahip oldukları bu iki kavrama yönelik anlayışları birlikte düşünüldüğünde farklı öğretmen profillerinin olabileceği de görülmüştür. Bu profiller; a) Matematiksel akıl yürütmenin düşünmek veya problem çözme, problem çözenin de bir sonuç bulma ve bir beceri olduğunu düşünen, b) Matematiksel akıl yürütmenin düşünmek veya problem çözme, problem çözenin de diğer amaçlara ulaşmak için bir araç olduğunu düşünen, c) Problem çözenin bir sonuç bulma veya beceri, matematiksel akıl yürütmenin de problem çözmeyi kapsayan bir çıkarım yapma olduğunu düşünen, d) Problem çözenin diğer amaçlara ulaşmak için bir yol, matematiksel akıl yürütmenin de problem çözmeyi kapsayan bir çıkarım yapma olduğunu düşünen şeklinde isimlendirilebilir.

Metafor oluşturabilen matematik öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme kavramlarının daha çok geleneksel davranışçı yaklaşım ile bilişsel yaklaşıma uygun, çok azının ise gerçek yaşamla ilişkili daha otantik bir yaklaşıma uygun kavramlara sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, matematiksel akıl yürütme ve problem çözme ilişkili iki kavram olarak düşünülsede öğretmenlerin çoğu bu iki kavram için farklı metaforlar üretmişlerdir.

Çalışmaya katılan matematik öğretmenlerinin problem çözme kavramları ile metaforları karşılaştırıldığında , problem çözmeyi “çözüm bulma aracı” olarak kavramsallaştırılanların nihai ürün metafor oluşturma eğiliminde olduğu, problem çözmeyi “diğer amaçlara ulaşmak için bir yol” olarak kavramsallaştırılanların “nihai ürün + süreç” metaforu oluşturma eğiliminde olduğu, “süreç” metaforu oluşturanların ise sadece “bir beceri olarak” problem çözmeyi kavramsallaştırdığı görülmektedir. Matematiksel akıl yürütme kavramları ve metaforları arasında yapılan karşılaştırmada ise öğretmenleri betimleyebilecek tanımlamalara ulaşamamıştır.

6.2 Öneriler

1. Bu çalışma matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütme kavramlarının birlikte araştırılmasının, öğretmenlerin bu kavramlarla ilgili profillerinin anlaşılabilceğini göstermiştir. Ancak katılımcı öğretmenlerin bu kavramlarla ilgili açıklama yapma, kendini ifade etme gibi sözel beceri düzeyleri bu çalışmanın bir sınırlılığı olabilir. Bu ve benzeri sınırlılıklardan kaynaklanabilecek durumlardan dolayı bu profillerin yeterince anlaşılabilmesi için başka araştırmaların yapılması ve elde edilen sonuçların karşılaştırılması gelecek çalışmaların konusu olabilir.
2. Matematik öğretmenlerinin problem çözme ve matematiksel akıl yürütmeye ait geçmiş deneyimleri değiştirilemez ancak öğretmenlerin bu kavramlara yönelik hizmet içi eğitim almaları bu konudaki farkındalıklarını artırarak öğretim pratiklerini olumlu etkileyebilir. Örneğin, matematiğin daha iyi anlaşılması ve öğretilmesi için daha üst düzey problem çözme anlayışı olan sanat olarak problem çözenin kişiye kazandırılması önemlidir (Son & Lee, 2021). Bazı çalışmalar, hizmet içi eğitimin öğretmenlerin öğretim yöntem ve tekniklerine dair bilgi düzeylerini arttırdığını göstermektedir (Önen vd., 2009), bu eğitimlerin niteliğinin iyi olmadığını belirten çalışmalar da vardır (Cimer vd., 2011). Ayrıca bu çalışmada lisansüstü eğitim alan bazı öğretmenlerin de iyi düzeyde matematiksel akıl yürütme veya problem çözme kavramlarına sahip olmamaları yapılan eğitimlerin niteliğinin artırılmasını gerekliliğini gösteriyor olabilir. Bu çalışmanın sonuçları öğretmenlerin aldıkları hizmet

içi eğitimlerinin niteliğinin artırılmasında kullanılabilir ve hizmet içi eğitimlerde öğretmenlerin üst düzey kavramlara olan farkındalığını ve hakimiyetini artırmak için çalışmalar yapılabilir.

3. Aynı zamanda çalışmada elde edilen sonuçlar öğretmen eğitimcileri tarafından matematiksel akıl yürütme ve problem çözmeyle ilgili lisans dersleri vb. ortamlarda öğretmen adaylarının eğitimini iyileştirmek için de kullanılabilir.



7. KAYNAKLAR

(Bu tez çalışmasında APA 7th Editionatıf sistemi kullanılmıştır.)

- Aliseda, A. (2006). *Abductive Reasoning: Logical Investigations Into Discovery And Explanation*. Springer.
- Altıntaş, E., İlgün, Ş., & Angay, M. (2022). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme ile İlgili Görüşleri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 1223-1244.
- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Avcu, S. (2012). *An Investigation of Prospective Elementary Mathematics Teachers' Strategies Used in Mathematical Problem Solving* [Master's Thesis]. Middle East Technical University.
- Başaran, S. (2011). *An Exploration of Affective and Demographic Factors That are Related to Mathematical Thinking and Reasoning of University Students* [PhD Thesis].
- Benli, A. N., & Özdemir, B. G. (2021). Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerinin TIMSS Standartlarına Göre incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 15(38), 1-28.
- Bergqvist, T., & Lithner, J. (2012). Mathematical Reasoning in Teachers' Presentations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 252-269.
<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.12.002>
- Birkeland, A. (2019). Pre-Service Teachers' Mathematical Reasoning - How Can it Be Developed? *The Mathematics Enthusiast*, 16(1-3), 579-596.
<https://doi.org/10.54870/1551-3440.1474>
- Brodie, K., & Coetzee, K. (2010). *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. Springer.
- Bütüner, S. Ö., & Güler, M. (2017). Gerçeklerle Yüzleşme: Türkiye'nin TIMSS Matematik Başarısı Üzerine Bir Çalışma. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(23).
- Căprioară, D. (2015). Problem Solving Purpose and Means of Learning Mathematics in School. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 191, 1859-1864.
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.332>
- Cassel, D., & Vincent, D. (2011). Metaphors Reveal Preservice Elementary Teachers' Views of Mathematics and Science Teaching. *School Science and Mathematics*, 111(7), 319-324.
- Chapman, O. (1997). Metaphors in The Teaching of Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 32(3), 201-228.
- Cifarelli, V. V. (2016). The Importance of Abductive Reasoning in Mathematical Problem Solving. A. Sáenz-Ludlow & G. Kadunz (Ed.), *Semiotics as a Tool for Learning Mathematics* (pp. 209-225). Sense Publishers.
https://doi.org/10.1007/978-94-6300-337-7_10
- Clivaz, S., Batteau, V., Pellet, J.-P., Bünzli, L.-O., Daina, A., & Presutti, S. (2023). Teachers' Mathematical Problem-Solving Knowledge: In What Way is it Constructed During Teachers' Collaborative Work? *The Journal of Mathematical Behavior*, 69, 101051.
- Çeker, F., & Çimen, E. E. (2017). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözme Stratejilerine İlişkin Görüşleri. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 2(1), 44-60.

- Çelik, H. Ç., Obay, H., & Özdemir, F. (2020). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Akıl Yürütme ve Problem Çözme Becerilerine İlişkin Görüşleri. *Turkish Studies-Educational Sciences*, 15(3), 1651-1673. <https://doi.org/10.29228/TurkishStudies.42682>
- Çiftci, Z., & Akgün, L. (2021). Matematiksel Akıl Yürütme Becerisini Sınıflandırmaya Yönelik Kavramsal Bir Çerçeve. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 556-575. <https://doi.org/10.33418/ataunikkefd.891101>
- Çiftci, Z. (2015). *Ortaöğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi* [Doktora Tezi] Atatürk Üniversitesi.
- Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Cimer, S. O., Çakır, İ., & Çimer, A. (2010). Teachers' views on the effectiveness of in-service courses on the new curriculum in Turkey. *European Journal of Teacher Education*, 33(1), 31-41. <https://doi.org/10.1080/02619760903506689>
- Demir, E., & Toraman, Ç. (2021). Öğretmenlerin Eğitim Programı Okuryazarlığı Düzeyleri. *Trakya Eğitim Dergisi*, 11(3), 1516-1528. <https://doi.org/10.24315/tred.858813>
- Durak, E. (2021). *Sınıf Öğretmenlerinin Problem Çözme Süreçlerinin ve Öğretimsel Açıklamalarının İncelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Trabzon Üniversitesi.
- Durhan, G. (2020). Günlük Yaşamda Kullanılan Bir Düşünme Biçimi Olarak Abdüktif Akıl Yürütme. *Beytulhikme An International Journal of Philosophy*, 10(10:2), 663-675. <https://doi.org/10.18491/beytulhikme.1538>
- Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2011). Teachers attending to students' mathematical reasoning: Lessons from an after-school research program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(1), 49-66. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9144-x>
- Gail, M. (1996). Problem Solving About Problem Solving: Framing a Research Agenda. *Proceedings of the Annual National Educational Computing Conference, Minnesota*, 17, 255-261.
- García, T., Boom, J., Kroesbergen, E. H., Núñez, J. C., & Rodríguez, C. (2019). Planning, Execution, and Revision in Mathematics Problem Solving: Does The Order of The Phases Matter? *Studies in Educational Evaluation*, 61, 83-93. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2019.03.001>
- Gümüş, F. Ö., & Şahiner, Y. (2015). Problem Çözme Stratejileri Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Problem Çözümüne İlişkin Düşüncelerine Etkisi. *İlköğretim Online*, 14(1), 323-332.
- Güner, P., & Erbay, H. N. (2021). Prospective Mathematics Teachers' Thinking Styles and Problem-Solving Skills. *Thinking Skills and Creativity*, 40, 100827.
- Hacıömeroğlu, G. (2011). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Problem Çözmeye İlişkin İnançlarını Yordamada Epistemolojik İnançlarının İncelenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 206-220.
- Haverty, L. A., Koedinger, K. R., Klahr, D., & Alibali, M. W. (2000). Solving Inductive Reasoning Problems in Mathematics: Not-so-Trivial Pursuit. *Cognitive Science*, 24(2), 249-298. https://doi.org/10.1207/s15516709cog2402_3
- Herbert, S., Vale, C., Bragg, L. A., Loong, E., & Widjaja, W. (2015). A Framework for Primary Teachers' Perceptions of Mathematical Reasoning. *International Journal of Educational Research*, 74, 26-37. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.09.005>
- Hjelte, A., Schindler, M., & Nilsson, P. (2020). Kinds of Mathematical Reasoning Addressed in Empirical Research in Mathematics Education: A Systematic Review. *Education Sciences*, 10(10), 289. <https://doi.org/10.3390/educsci10100289>

- Kabael, T., Ayça, A., Kızıltoprak, F., & Toprak, O. (2017). Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Çözme Sürecindeki Düşünme Yolları, Anlama Yolları ve Pedagojik Yaklaşımları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 25(2), 849-868.
- Karar, M. (2021). *Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançları ile Rutin Olmayan Matematik Problemlerine Yönelik Eğilimleri Arasındaki İlişki* [Yüksek Lisans Tezi]. Kocaeli Üniversitesi.
- Kaur, B. (1997). Difficulties With Problem Solving in Mathematics. *Association of Mathematics Educators*, 2(1), 93-112.
- Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 218-226.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., & National Research Council (U.S.) (Ed.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academy Press.
- Kollosche, D. (2021). Styles of Reasoning for Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 107(3), 471-486. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10046-z>
- Lakatos, I., Worrall, J., & Zahar, E. (2015). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery* (Cambridge philosophy classics edition). Cambridge University Press.
- Lerman, S. (Ed.). (2014). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- Lester, F. K. (2007). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of The National Council of Teachers of Mathematics*. IAP.
- Liljedahl, P., Trigo, M. S., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer.
- Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Martínez, M. A., Sauleda, N., & Huber, G. L. (2001). Metaphors as Blueprints of Thinking About Teaching and Learning. *Teaching and Teacher Education*, 17(8), 965-977.
- MEB. (2013). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2019). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2017). *Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlikleri*. Ankara: Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü.
- Merriam, S.B. (2018). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber (S. Turan, Çev.)*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Mumcu, H. Y. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Muhakeme Öz-Yeterlik İnançlarının İncelenmesi: Bir Ölçek Geliştirme ve Uygulama Çalışması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 1239-1280.
- Mumcu, H. Y., & Aktürk, T. (2017). An Analysis of The Reasoning Skills of Pre-Service Teacher in The Context of Mathematical Thinking. *European Journal of Education Studies*, 3(5), 225-254. <https://doi.org/10.5281/ZENODO.495700>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

- Oğraş, A. (2011). *İlköğretim Öğretmenlerinin Matematiksel Problem Çözme Aşamalarını ve Üstbilişsel Düşünme Becerilerini Uygulama Süreçlerinin Değerlendirilmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Gaziantep Üniversitesi.
- Önen, F., Merto, H., Saka, M., & Gürdal, A. (2009). Hizmet İçi Eğitimin Öğretmenlerin Öğretim Yöntem Ve Tekniklerine İlişkin Bilgilerine Etkisi: Öpyep Örneği. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(3), 9-23.
- Öz, T., & Işık, A. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Akıl YürütmeBecerisi Üzerine Görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 228-249. <https://doi.org/10.17556/erziefd.292622>
- Öz, T., & Işık, A. (2020). Öğretmen Adaylarının Öğrencilere Sundukları Matematiksel Akıl Yürütme Beceri Fırsatlarının İncelenmesi. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)*, 1(1), 87-100.
- Özkan, U. B. (2019). Matematik ve Fen Başarısının Belirleyicisi Olarak Öğretmenlerin Eğitim Düzeyi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(6), 29-43. <https://doi.org/10.18506/anemon.521669>
- Polya, G. (2004). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method* (Expanded Princeton Science Library ed). Princeton University Press.
- Reeder, S., Utley, J., & Cassel, D. (2009). Using Metaphors as a Tool for Examining Preservice Elementary Teachers' Beliefs About Mathematics Teaching and Learning. *School Science and Mathematics*, 109(5), 290-297. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.tb18093.x>
- Reid, D. A. (2018). Abductive Reasoning in Mathematics Education: Approaches to and Theorisations of a Complex Idea. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(9). <https://doi.org/10.29333/ejmste/92552>
- Rodrigues, M., Brunheira, L., & Serrazina, L. (2021). A Framework for Prospective Primary Teachers' Knowledge of Mathematical Reasoning Processes. *International Journal of Educational Research*, 107, 101750. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750>
- Sağlam, Y., & Dost, S. (2014). Preservice Science and Mathematics Teachers' Beliefs About Mathematical Problem Solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 303-306.
- Sarier, Y. (2021). PISA Uygulamalarında Türkiye'nin Performansı ve Öğrenci Başarısını Yordayan Değişkenler. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Son, J. W., & Lee, M. Y. (2021). Exploring the Relationship Between Preservice Teachers' Conceptions of Problem Solving and Their Problem-Solving Performances. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(1), 129-150. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10045-w>
- Sosa-Moguel, L. E., & Aparicio-Landa, E. (2021). Secondary School Mathematics Teachers' Perceptions About Inductive Reasoning And Their Interpretation In Teaching. *Journal on Mathematics Education*, 12(2), 239-256. <https://doi.org/10.22342/jme.12.2.12863.239-256>
- Soylu, Y., & Soyly, C. (2006). Matematik Derslerinde Başarıya Giden Yolda Problem Çözmenin Rolü. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Stage, F. K., & Kloosterman, P. (1992). Measuring Beliefs About Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 92(3), 109-115.

- Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles & E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1–22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Steen, L. A. (1999). *Twenty questions about mathematical reasoning: Developing mathematical reasoning in grades K-12*. Lee V. Stiff.
- Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning and Proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9-16.
- Tarhan, V. (2015). Teachers' Beliefs about Mathematical Problem Solving. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 2(1), 38-50.
<https://doi.org/10.17278/ijesim.2015.01.004>
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2003(24).
- Umay, A., & Kaf, Y. (2005). Matematikte Kusurlu Akıl Yürütme Üzerine Bir Çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 88-195.
- Yavuz, G., & Erbay, H. N. (2015). The Analysis of Pre-Service Teachers' Beliefs About Mathematical Problem Solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 174, 2687-2692.

8. EKLER

EK 1 Problem Çözme Kavramına Ait Kod Listesi

Bir Çözüm Bulma Aracı

- Sonuç veya çözüm bulma
- Karşılaşılan sorunlara çözüm bulma

Adımlar/ Prosedürler Gerektiren Bir Beceri

- Problem çözme basamaklarını takip etme
- Rutin problem çözme
- Strateji kullanmak
- Deneyimle kazanılan bir beceri
- Öğretilebilir bir beceri
- Okuduğunu anlama becerisi
- Düşünme becerisi

Diğer Amaçlara Ulaşmak İçin Bir Yol (Araç)

- Düşünme ortamı sağlama
- Günlük yaşam problemlerini çözmeyi sağlama
- Karşılaşılan sorunları çözmeyi sağlama
- Matematik öğrenmenin değerini anlamayı sağlama
- Matematik öğrenmeyi sağlama
- Yeni beceriler geliştirmeyi sağlama
- Yöntem öğretmeyi sağlama
- Akıl yürütmeyi sağlama

Çoklu Stratejiler Kullanmak

- Farklı stratejiler kullanmak (-)
- Birden fazla çözüm yolu kullanmak (-)

Sanat

- Rutin olmayan problemleri çözebilme (-)
- Üst bilişsel stratejileri kullanma (-)
- Zihinsel süreçlere vurgu (-)
- Matematiği problem çözme ile eş değer görme (-)
- Rutin olmayan sorunlara alternatif çözümler düşünme (-)
- Bilişsel süreçleri kontrol etme (-)

(-) : Bu araştırmanın veri analizinde kullanılmayan kodlar



EK 2 Matematiksel Akıl Yürütme Kavramına Ait Kod Listesi

Düşünmek

- Düşünmek (Sistemik, mantıklı, rutin olmayan vb.)
- Bağlantı kurmak
- Keşfetmek
- Seçim yapmak
- Analiz etmek (karşılaştırmak, planlamak, organize etmek, detaylı düşünerek sonuca ulaştırmak anlamında)
- Karar vermek
- Mantıklı sonuç, çözüm bulmak

Problem Çözmek

Düşünmek kavramının kodlarına ek olarak:

- Problemi (sorunu) tespit etmek
- Problem (sorun) çözmek
- Sonuçları karşılaştırmak
- Hesaplamak
- Yöntem kullanmak
- Adaptif akıl yürütme

Çıkarım Yapmak

Problem çözmek kavramının kodlarına ek olarak:

- Yeni bir bilgiye ulaşmak
- Varsayımlara dayanarak yeni kurallar oluşturmak
- Değerlendirmek
- Abdüktif akıl yürütme
- Sebep-sonuç ilişkisi kurmak
- Bilinenden bilinmeyene ulaşmak
- Sonucu kontrol etmek
- Hipotez oluşturmak
- Genelleme yapmak

- Tümdengelim
- Tümevarım



EK 3 Etik Kurul Onayı



Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

Zühal İŞIKTAŞ

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Matematik Eğitimi

Sayın Zühal İŞIKTAŞ,

“Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Akıl Yürütme ve Problem Çözme Kavramları ”
adlı İnsan Araştırmaları Etik Kuruluna yapmış olduğunuz başvurunuz (Protokol NO. 2022/90)
kurulumuzun 06.04.2022 tarihli ve 2022/04 toplantısında değerlendirilerek etik olarak uygun
bulunmuştur. Teşekkürlerimize sunarız.

Prof. Dr. Mustafa COŞKUN (Başkan,

Prof. Dr. Mehmet EKİNGİT (Üye,

Prof. Dr. Aliay EREN (Üye)

Prof. Dr. H. Birol YALÇIN (Üye)

Doç. Dr. Seval ALKOY (Üye)

Doç. Dr. Abdullah DURAKOĞLU (Üye)

Av. Zühal Demirci (Üye)