

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ANLIK BASINÇ YÜKÜ ALTINDAKİ SİLİNDİRİK KOMPOZİT
LEVHANIN DİNAMİK DAVRANIŞININ GENELLEŞTİRİLMİŞ
DİFERANSİYEL KUADRATÜR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

Vladislav RAYEVSKIY

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalı
Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Programı

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR

Eş Danışman

Dr. Mustafa TAŞKIN

Temmuz, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ANLIK BASINÇ YÜKÜ ALTINDAKİ SİLİNDİRİK KOMPOZİT
LEVHANIN DİNAMİK DAVRANIŞININ GENELLEŞTİRİLMİŞ
DİFERANSİYEL KUADRATÜR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

Vladislav RAYEVSKIY tarafından hazırlanan tez çalışması 19.07.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalı, Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Dr. Öğr. Üyesi. Özgür DEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Dr. Mustafa TAŞKIN
Milli Savunma Üniversitesi
Eş-Danışman

Jüri Üyeleri

Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. İsmail BAYER, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Aytaç ARIKOĞLU, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Anlık Basınç Yüğü Altındaki Silindirik Kompozit Levhanın Dinamik Davranışının Genelleştirilmiş Diferansiyel Kuadratür Yöntemiyle İncelenmesi başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Vladislav RAYEVSKIY

İmza



Aileme
ve
biricik eşime

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez çalışmamda beni her zaman destekleyen, tecrübesi, yardımı ve katkıları ile bana yol gösteren danışman hocam Sn. Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR'e saygı ve teşekkürlerimi sunarım. Bu önemli uzun ve zorlu süreçte, yardımlarını esirgemeyen ve katkılarından dolayı Sn. Dr. Mustafa TAŞKIN'a teşekkürü bir borç bilirim.

Vladislav RAYEVSKIY



İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vii
KISALTMA LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT	xv
1 GİRİŞ	1
1.1. Literatür Özeti.....	1
1.2. Tezin Amacı	5
1.3. Hipotez	6
2 PATLAMA VE ANLIK BASINÇ YÜKÜ	8
2.1 Patlama Olayı.....	8
2.1.1 Sınırlanmamış Patlamalar.....	8
2.1.2 Sınırlı Patlamalar.....	10
2.2 Anlık Basınç Yüğü Modeli	11
3 SİLİNDİRİK KOMPOZİT LEVHALAR	14
3.1 Kompozit Malzemeler	14
3.2 Kinematik Bağıntılar	14
3.3 Bünye Bağıntıları	16
3.4 Hareketin Denklemi	17
4 GENELLEŞTİRİLMİŞ DİFERANSİYEL KUADRATÜR METODU (GDKM)	20
5 DİNAMİK ANALİZLERDE ZAMAN İNTEGRASYONU	23
5.1. Newmark-Beta Metodu	24
5.1.1 Doğrusal Sistemler	25
6 SAYISAL ANALİZLER VE DOĞRULAMA	27
6.1 Doğrulama Çalışmaları.....	28
6.1.1 Örnek 1	28
6.1.2 Örnek 2	32
6.1.3 Örnek 3	34
6.1.4 Örnek 4	36
6.2 Parametrik Analizler	39

6.2.1 Yakınsama Analizi	40
6.2.2 Levha Kalınlığının Değişimi	41
6.2.3 Eğrilik Açısının Değişimi	43
6.2.4 Elyaf Oryantasyon Açısının Değişimi	45
7 SONUÇ VE ÖNERİLER	48
KAYNAKÇA	51
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	55



SİMGE LİSTESİ

t_p	Anlık basınç yükünün basınç bölgesindeki etki süresi
P_m	Anlık basınç yükünün basınç bölgesindeki maksimum basınç değeri
α	Basınç dalga formu parametresi
$\gamma_{x\theta}^{(i)}, \gamma_{\theta r}^{(i)}, \gamma_{xr}^{(i)}$	Birim kayma şekil değiştirme bileşenleri
$\varepsilon_x^{(i)}, \varepsilon_\theta^{(i)}$	Birim şekil değiştirme bileşenleri
$\bar{P}$	Boyutsuz basınç
$\bar{t}$	Boyutsuz zaman
r	Dalga uzunluk faktörü
$F(t)$	Dış kuvvet
δW	Dış kuvvetlerinin yaptığı işin virtüeli
$\hat{k}$	Efektif rijitlik matrisi
$\hat{p}$	Efektif yük vektörü
θ_x, θ_θ	Eksenel ve çevresel dönme açıları
β_i	i. kompozit lamine katmanının elyaf oryantasyon açısı
δU	İç kuvvetlerinin enerjisinin virtüeli
K_s	Katman sayısı
$\tau_{x\theta}^{(i)}, \tau_{\theta r}^{(i)}, \tau_{xr}^{(i)}$	Kayma gerilmesi bileşenleri
G_{mn}	Kayma modülü
δK	Kinetik enerjinin virtüeli
$QQ_{mn}^{(i)}$	Kompozit lamine i. katmanının indirgenmiş rijitlik bileşeni
m	Levhanın birim alan kütlesi
$\varphi_i, \theta_i, \phi_i$	Levhanın dönme serbestlikleri
a	Levhanın düz kenar uzunluğu
θ_0	Levhanın eğrilik açısı
c	Levhanın hızı
h	Levhanın kalınlığı
h_k	Levhanın katman kalınlığı
ρ	Levhanın malzeme yoğunluğu
R	Levhanın yarıçapı
u_0, v_0, w_0	Levha yer değiştirme bileşenleri
β, γ	Newmark-Beta zaman adımına bağlı varyasyonları

$\sigma_x^{(i)}, \sigma_\theta^{(i)}$	Normal gerilme bileşenleri
$E_1^{(i)}, E_2^{(i)}$	Ortotropik malzemenin i. katmanının x ve θ eksen yönündeki elastisite modülü
$\nu_{12}^{(i)}, \nu_{21}^{(i)}$	Ortotropik malzemenin Poisson oranı bileşenleri
d	Patlamanın gerçekleştiği mesafe
u_0, v_0, w_0	Plak orta düzlem yer değiştirmesi
$\delta\Pi$	Potansiyel enerjinin virtüeli
k	Rijitlik matrisi
x, θ, r	Silindirik koordinat eksen takımı
L_{yay}	Silindirik levhanın eğrisel kenar yay uzunluğu
$f_s(u)$	Sistemin iç kuvvetleri
N, M	x ve θ yönündeki GDKM nokta sayısı
p, r	x ve θ yönündeki türev dereceleri
$c_{ik}^{(p)}, d_{jm}^{(r)}$	x ve θ yönündeki türevlerin GDKM ağırlık katsayıları
u, v, w	Yer değiştirmeler
$\ddot{u}_g(t)$	Yerçekimi ivmesi
$u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$	Yer değiştirme, hız ve ivme bileşenleri
t	Zaman
Δt	Zaman adımı
$P(t)$	Zamana bağlı anlık basınç yükü

KISALTMA LİSTESİ

DKM	Diferansiyel Kuadratür Metodu
GDKM	Genelleştirilmiş Diferansiyel Kuadratür Metodu
SEM	Sonlu Elemanlar Metodu
SFM	Sonlu Farklar Metodu



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Yansımaz serbest hava patlaması	9
Şekil 2.2 Yansımali serbest hava patlaması	9
Şekil 2.3 Yüzey etkili hava patlaması	10
Şekil 2.4 a) Atmosfere açık sınırlı patlamalar, b) Kısmen sınırlı patlamalar, c) Tamamen sınırlı patlamalar [44].....	11
Şekil 2.5 Boyutsuzluk basınç-zaman grafiği	13
Şekil 3.1 Silindirik kompozit levhanın geometrisi [31]	15
Şekil 3.2 Koordinat sistemi ve levhanın yer değıştirmesi [31]	15
Şekil 4.1 Nokta dağılımı [31]	22
Şekil 5.1 Dış kuvvetin zamanla değışimi[49]	23
Şekil 5.2 Yer değıştirmenin zamanla değışimi[49]	24
Şekil 6.1 Katmanlı kompozit plağın görünüşü	29
Şekil 6.2 Kompozit plağın ağ yapısının görünüşü	29
Şekil 6.3 Kare plağın ilk dört mod sonuç şekilleri	31
Şekil 6.4 Elyaf yöneliminin görünüşü ($90^{\circ}/0^{\circ}$)	33
Şekil 6.5 Tüm kenarlardan ankastre mesnetli ($90^{\circ}/0^{\circ}$) elyaf oryantasyon açısına sahip yedi katmanlı kompozit plağın geometrik doğrusal olmayan teoriye göre zamana bağılı analiz sonuçları.....	34
Şekil 6.6 Anlık basınç yükü altındaki kare plağın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre orta nokta deformasyon sonuçları	35
Şekil 6.7 0° derece elyaf oryantasyon açısına sahip silindirik levha.....	37
Şekil 6.8 Anlık basınç yükünün zamana bağılı değışimi	38
Şekil 6.9 Anlık basınç yükü altındaki tüm kenarlardan ankastre mesnetli silindirik levhanın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre orta noktanın deformasyon sonuçları	38
Şekil 6.10 Yakınsama analizi	41
Şekil 6.11 Farklı kalınlıktaki levhaların orta noktalarının zamana bağılı yer değıştirmesi	42
Şekil 6.12 Levha kalınlık değışiminin orta noktanın maksimum yer değıştirmesine etkisi	43
Şekil 6.13 Levha eğrilik açısının değışiminin orta noktanın zamana bağılı yer değıştirme etkisi	44
Şekil 6.14 Levha eğrilik açısının değışiminin orta noktanın maksimum yer değıştirmesine etkisi	45

Şekil 6.15 Levha elyaf oryantasyon açısının değişiminin orta noktanın zamana bağlı yer değiştirmesine etkisi	46
Şekil 6.16 Levha elyaf oryantasyon açısının değişimi orta noktanın maksimum yer değiştirmesine etkisi	47



TABLO LİSTESİ

Tablo 6.1 Malzeme özellikleri ve geometrik özellikler[17]	28
Tablo 6.2 Kare plağın doğal frekans analiz sonuçları	31
Tablo 6.3 Malzeme özellikleri ve geometrik özellikler [17]	32
Tablo 6.4 Basınç Parametreleri [17]	33
Tablo 6.5 Basınç Parametreleri	35
Tablo 6.6 Levhanın geometrik ve malzeme özellikleri	36
Tablo 6.7 Basınç Parametreleri	37
Tablo 6.8 Malzeme özellikleri [31]	39
Tablo 6.9 Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri [31]	39
Tablo 6.10 Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri [31]	40
Tablo 6.11 Eğrilik açısı ve eğrilik yarıçapı.....	44

Anlık Basınç Yüğü Altındaki Silindirik Kompozit Levhanın Dinamik Davranışının Genelleştirilmiş Diferansiyel Kuadratür Yöntemiyle İncelenmesi

Vladislav RAYEVSKIY

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Özgür DEMİR

Eş-Danışman: Dr. Mustafa TAŞKIN

Patlamalar sonucunda yapılar üzerinde oluşan anlık basınç yüklerinin ve etkilerinin incelenmesi, mühendislik hesaplarında büyük önem taşıyan bir konudur. Patlama basınç yüküne maruz kalan yapılarda ön görülmesi zor dinamik tepkiler meydana gelebilir. Patlamalar sonucunda yapılarda oluşabilecek hasarları engellemek için tasarım aşamasında malzeme seçimi ve yapının dinamik yükler altında tepkilerinin incelenmesi önem arz etmektedir.

Gemilerde ve uçaklarda eğrisel yüzeylerin kullanıldığı göz önünde bulundurarak, patlamanın eğrisel yüzeyler üzerindeki yıkıcı etkilerinin incelenmesi son derece önemlidir. Bu çalışmada, anlık basınç yükü altındaki kompozit levhaların dinamik tepkisi genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu (GDKM) ile incelenmiştir. Hava patlaması basınç yükü literatürde mevcut olan Friedlander fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

Tüm kenarları ankastre mesnetli kompozit levhanın hareket denklemi Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiş ve zamana bağlı diferansiyel denklemler Newmark-Beta metodu ile çözülmüştür. Geliştirilen bir kod yardımıyla, GDKM kullanılarak bu denklemler çözülmüş olup levhanın orta noktasının yer değiştirmesi incelenmiştir. Sonuçlar, halihazırda literatürde var olan bir çalışmanın sonuçları ve sonlu elemanlar paket programı analiz sonuçları ile doğrulanmıştır. Sonrasında silindirik kompozit levhanın çeşitli geometrik özelliklerinin değişimi levha orta nokta yer değiştirmesine etkisi parametrik olarak incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında, değişen parametrelere karşılık patlama yükü altındaki silindirik kompozit levhanın dinamik davranışı detaylı olarak incelenmiştir. Levha kalınlığı, eğrilik açısı ve elyaf oryantasyonu gibi çeşitli geometrik özelliklere sahip silindirik kompozit levhanın deformasyonu incelenmiştir. Elyaf oryantasyon açısının, eğrilik açısının ve levha kalınlığının değişiminin levha orta noktasının deformasyonuna ve rijitliğe etkisi olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Silindirik kompozit levha, dinamik analiz, patlama, Genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu.

Investigation of Dynamic Behavior of Cylindrical Composite Shell Subjected to Blast Load by Generalized Differential Quadrature Method

Vladislav RAYEVSKIY

Department of Naval Architecture and Marine Engineering

Master Degree Thesis

Supervisor: Dr.Öğr.Üyesi Özgür DEMİR

Co-supervisor: Dr. Mustafa TAŞKIN

Investigation of the blast effects on structures is an important subject in engineering calculations. Blast, turbulence, and shock waves which occur near structures such as aircraft, vessels, and offshore platforms create blast load forces on these structures. Dynamic behavior, which is difficult to foresee, may occur on structures under blast load. To avoid damage which may occur on structures because of explosions, it is important to choose materials and examine the response of the structure under dynamic loads at the first design stage.

Considering the use of curved surfaces on vessels and aircrafts, mainly important to examine the destructive effects of explosions on curved surfaces. This study presents an investigation of dynamic behavior of composite shells subjected to blast load by the generalized differential quadrature method (GDQM).

Air blast pressure load is defined by the Friedlander function, which is available in literature.

The equation of motion of the composite shell with fixed support was obtained by using the Hamilton principle and differential equations solved by the Newmark-Beta method. With the developed code, these equations are solved by using the GDQM, and the displacement of the composite shell midpoint was examined. The results are compared with existing results which are available in the literature and with the finite element package program analysis. Afterward, the deformation of the shell midpoint subjected to the effect of the change of various geometric properties was parametrically investigated.

In this thesis, the dynamic behavior of the cylindrical composite shell subjected to blast load in response to variable parameters was examined in detail. Deformation of the cylindrical composite shells with various geometric properties such as plate thickness, curvature, and fiber orientation were investigated. It was observed that the change of fiber orientation angle, curvature angle, and plate thickness had an effect on the stiffness of the shell, which affects the deformation.

Keywords: Cylindrical composite shell, dynamic analysis, blast load, Generalized differential quadrature method.

1.1. Literatür Özeti

Kompozit malzemeler, gemi, uçak, otomotiv ve savunma sanayi gibi pek çok farklı sektörde yoğun olarak kullanılmaktadır. Yüksek darbe ve şok dayanımı, özellikle savunma sanayinde kompozit malzemelerin tercih edilmesine sebep olmaktadır. Olası savaş durumunda, savaş gemileri veya uçaklar önemli yapısal hasara neden olabilecek hava patlaması ve su altı patlamalarına maruz kalabilir. Bu sebeple patlama yüküne maruz yapıların incelenmesi literatürde uzun zamandır çalışılan bir konudur. Patlamanın yapısal sistemler üzerindeki etkisi ve bununla beraber kompozit malzemeler üzerine yapılan statik ve dinamik araştırmalar önemini korumaktadır. Eğilmeye maruz kalan kompozit sandviç plakların yönetici denklemlerinin geliştirilmesinde ilk çalışmalar Reissner [1], Libove ve Batdorf [2] tarafından yapılmıştır ve küçük (lineer) yer değiştirmelere sahip izotropik plak ve kabukların yönetici denklemleri verilmiştir. Özellikle ikinci dünya savaşında denizaltıların kullanımının artmasıyla su altı ve su üstü patlama üzerine yapılan çalışmalara yoğunluk verilmiştir [3]. Houlston ve Slater [4] gemi dış kaplamasında kullanılan plak ve sacların serbest alan hava patlamalarına karşı, yapısal elemanlarının davranışını incelemiştir. Çalışmada sonlu elemanlar analizi ile deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır. Librescu ve Nosier [5] lamine düz kompozit panellerin sonik basınç yükü ve patlama basınç yüküne karşı dinamik tepkilerini araştırmışlardır. Kazancı ve Mecitoğlu [6] basit mesnetli lamine kompozit plakların doğrusal olmayan dinamik tepkilerini incelemişlerdir. Yapılan çalışmada plağın en boy oranının azalmasının, titreşim genliğinin azalmasına ve titreşim frekansının artmasına neden olduğu belirtilmiştir. Bunun yanında plağın elyaf katman sayısı artarken titreşim frekansının azaldığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak ince plakların kalın plaklara göre daha yüksek bir titreşim frekansına sahip olduğu anlaşılmıştır. Chen ve arkadaşları [7] tarafından dinamik yüklemeye maruz basit mesnetli kompozit plakların geometrik doğrusal olmayan analizlerinin çözümünde yarı analitik sonlu elemanlar bant yöntemi

geliştirilmiştir. Çalışmada doğrusal olmayan dinamik problemin çözümü, Newton Raphson ile ve zamana bağlı denklemler Newmark yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Tanrıöver ve Şenocak [8] yaptıkları çalışmada dinamik yükleme altındaki orta kalınlıkta katmanlı kompozit plakların geometrik olarak doğrusal olmayan analizleri için yarı analitik bir metodoloji sunmuşlardır.

Çalışma sonucunda elde edilen sonuçları literatürde bilinen yaklaşım yöntemleri (sonlu bant eleman yöntemi, Chebyshev serileri, sonlu elemanlar) ile karşılaştırmışlardır. Chandrasekharappa ve Srirangarajan [9], [10] darbe yüküne maruz kalan elastik kare ve dairesel plakların çeşitli sınır koşulları için doğrusal olmayan tepkilerini incelenmiştir. Srinivasan ve arkadaşları [11] poliüretanı patlamada şok azaltma malzemesi olarak kompozit malzeme ile birlikte kullanmışlardır. Çalışmada, poliüretanı ve E-cam vinilester kullanılarak katmanlı ve sandviç kompozit malzemelerin şok dalgasına karşı dinamik analizleri deneysel olarak incelenmiştir. Sonuç olarak, darbe yüzeyine poliüretan tabakanın eklenmesinin patlama direncini önemli ölçüde arttırdığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, poliüretanın iki E-cam vinilester plak arasına sıkıştırılmasıyla hazırlanan sandviç malzemenin, katmanlı ve sadece E-cam vinilester plaklara kıyasla en iyi patlama direncine sahip olduğunu belirtmişlerdir. Balkan ve Mecitoğlu [12] homojen olmayan patlama yüküne maruz kalmış tüm kenarlardan ankastre viskoelastik sandviç kompozit levhanın dinamik davranışını sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Doğrusal olmayan denklem sistemi MATHEMATICA programı ile kodlanıp çözülmüştür. Hause ve Librescu [13] patlama yüküne maruz anizotropik yüzey ve ortotropik çekirdek ile oluşturulmuş sandviç panelin dinamik davranışını parametrik olarak incelemişlerdir. Hause ve Librescu [14] diğer çalışmalarında çift eğriliğe sahip sandviç levhaların patlamaya karşı dinamik davranışını incelemişlerdir. Rajamani ve Prabhakaran [15] merkezi dairesel deliklere sahip olan ve olmayan kompozit plakların, patlama yüküne karşı tepkisini incelemiş ve deneysel olarak doğrulama çalışmaları yapmışlardır. Türkmen, Mecitoğlu ve Borat ankastre mesnetli, 0/90/0 derece elyaf oryantasyonuna sahip kompozit silindirik levhanın, farklı eğrilik açısında anlık basınç yükü altındaki dinamik davranışını sayısal olarak incelemiştir [16]. Silindirik, kavisli lamine plakların lineer olmayan dinamik denklemleri Runge Kutta-Verner yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Sonuç olarak plağın eğriliğindeki artışın, titreşim frekansının artışına sebep olurken, deformasyonun azalmasına neden olduğu görülmüştür. Türkmen ve Mecitoğlu [17] yaptıkları diğer çalışmada, patlama yüküne maruz kompozit levhanın dinamik tepkisini sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Yapılan çalışmada, plağa uygulanan basınç değişiminin karakteristik özellikleri ve basınç dağılımının, patlamanın plaka olan mesafesine bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Türkmen ve Mecitoğlu [18] farklı elyaf oryantasyonunda ve farklı panel eğrilik derecesinde kompozit panelin anlık basınç yükü parametrelerine göre dinamik davranışını sayısal olarak incelemişlerdir. Sonuç olarak silindirik eksene paralel elyaf yönelimindeki panellerin, doğrusal eksene paralel olanlara nazaran daha rijit olduğu görülmüştür. Panelin eğriliğindeki artış ile titreşim frekansının artışı arasında bir korelasyon olduğu belirtilmiştir. Wei ve arkadaşları [19] yerde bulunan bir bombanın patlamasından kaynaklanan ve patlama yüküne maruz kalmış lamine filmlerle katmalı olarak üretilmiş camın dinamik tepkisini incelemişlerdir. Camın dış tarafları lineer elastik olarak modellenmiş olup, ara tabakası viskoelastik malzeme olarak modellenmiştir. Patlama sonrası yapıların serbest titreşimi, ilgili yapının doğal frekanslarıyla uyumludur. Bu sebeple yapıların doğal frekanslarının incelenmesi patlama sonrasında yapı hasara uğramasına dahi oluşan serbest titreşimlerin etkisinin incelenmesi amacıyla büyük öneme sahiptir. Literatürde patlama sonrası serbest titreşim hareketinin incelendiği çalışmalar mevcuttur. Burton ve Noor [20] bal peteği çekirdek malzemeye sahip basit mesnetli dikdörtgen sandviç plakların yüksek mertebe sandviç teorisine göre serbest titreşimlerini incelemişlerdir. Doğal frekans analiz sonuçları sonlu elemanlar analizleri ile doğrulanmıştır. Amabili [21], [22] farklı sınır koşullarına sahip dikdörtgen izotropik plakların geometrik olarak doğrusal olmayan titreşimlerini sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Mohan ve Kingsbury [23] kare kesitli ince kompozit plağın, farklı sınır koşulları için doğal frekans analizlerini gerçekleştirmiş ve sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Hareket denklemlerinin elde edilmesinde Galerkin yönteminden yararlanılmıştır. Leissa [24] dikdörtgen plakların farklı sınır koşulları için serbest titreşim analizleri kapsamlı olarak incelenmiştir. Çalışmada Poisson oranının değişimi parametrik olarak incelenmiş olup, doğal frekansa etkisi incelenmiştir. McGee ve Leissa [25]

tarafından yapılan çalışmada yalnızca bir kenarından ankastre mesnet sınır şartına sahip çarpık kalın plakların doğal frekans analizleri Ritz yöntemi ile gerçekleştirilmiş olup, çarpıklık açısının değişiminin doğal frekansa etkileri incelenmiştir. Chen ve Liu [26] tarafından yapılan çalışmada Levy tipi seri çözümü kullanılarak izotropik ve ortotropik katmanlı kompozit plakların statik çökme ve serbest titreşimi incelenmiştir. Parametrik analizlerde Mindlin kalın plak teorisi kullanılmış olup, elyaf oryantasyon açısının değişimi, geometrik malzeme özelliklerinin değişimi ve katmanların dizilim sırasının değişimi gibi parametrelerin etkileri incelenmiş ve literatürdeki çalışmalar ile karşılaştırılmıştır.

Diferansiyel Kuadratür Metodu (DKM) ilk olarak Bellman ve Casti tarafından yapılan çalışmada kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için oldukça verimli bir sayısal yöntem olarak ortaya konulmuştur [27]. DKM, ilk önerildiği haliyle büyük sistemlerin çözümünde ağırlık katsayılarının elde edilmesinde kötü koşullu matrisler oluşturmaktaydı [28]. Daha sonra Shu'nun [29] yaptığı çalışmada, Genelleştirilmiş Diferansiyel Kuadratür Metodu (GDKM) olarak adlandırılan, integrasyon noktalarının sayısı ve dağılımı ile birinci ve daha yüksek mertebeden türevler için ağırlık katsayılarını hesaplamasında yardımcı olacak bir yöntem tanıtılmıştır. Wang ve Bert yaptıkları çalışmada farklı sınır koşulları için DKM uygulayarak statik ve doğal frekans analizler çözmüş ve sonuçları yorumlamışlardır [30]. Yapılan çalışmada kirişler ve plakların eğilme, burkulma gibi uygulamalarında da DKM kullanılmış olup, çıkan sonuçlar farklı sayısal yöntemlerin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, DKM'nun tatmin edici sonuçlar verdiği kanaatine varılmıştır. Taşkın ve arkadaşları [31] viskoelastik çekirdekli kompozit sandviç silindirik kabukların doğal frekans analizini GDKM ile gerçekleştirmişlerdir. Geometrik özelliklerinin değişimi doğal frekans ve sönüm faktörüne etkisi parametrik olarak incelenmiştir. Arıkoğlu [32] minimum ağırlık ve minimum titreşim tepkisi için hibrit viskoelastik/kompozit sandviç kirişler üzerine çalışmalar yapmış olup, sayısal çözümler için genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodunu (GDKM) kullanmıştır. Kurtaran [33] kompozit levhaların dinamik analizlerini geometrik doğrusal olmayan teoriye göre gerçekleştirmiş, sayısal çözümlerde genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür yöntemini kullanmıştır. Süsler ve arkadaşları [34] bazalt kompozit plakların, hava patlamasına maruz

geometrik doğrusal olmayan dinamik analizlerini GDKM ile çözmüş ve deneysel analizler ile karşılaştırıp doğrulamışlardır. Çalışmada cam/epoksi, kevlar/epoksi ve karbon/epoksi kompozit levhaların tepkileri GDKM yöntemi ile araştırılmış ve sonuçları bazalt/epoksi kompozit levha ile karşılaştırılmıştır. Bahsedilen çalışmalara ek olarak DKM, GDKM ve daha da gelişmiş formlarının, termo-mekanik, eğilme, burkulma, titreşim analizleri ve daha birçok çalışmada çözüm yöntemi olarak kullanılmıştır. Maleki ve Tahani [35] termo-mekanik yükler altında kalınlık ve elyaf oryantasyon değişimini dikkate alarak elyaf takviyeli açık konik kabuk panellerin dinamik tepkilerini GDKM ile incelemişlerdir. Alibeigloo ve Shakeri [36] üç boyutlu ve çapraz oryantasyon açısına sahip silindirik, katmanlı kompozit levhanın statik analizlerini diferansiyel kuadratür yöntemi (DKM) ve Fourier serisi yaklaşımı kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Malekzadeh [37] ince ve orta kalınlıktaki lamine kompozit eğrisel levhaların serbest titreşim analizini, birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayalı olarak diferansiyel kuadratür metodu ile parametrik olarak gerçekleştirmiştir. Diferansiyel kuadratür yönteminin detayları ve uygulama yöntemleri [38], [39]'da incelenebilir.

1.2. Tezin Amacı

Malzeme ve üretim teknolojileri gelişirken buna paralel olarak birçok sektörde yapıların üretiminde kullanılan malzemelerin çeşitliliği artmaktadır. Gelişen ve değişen malzeme üretim teknolojileri, kompozit malzemelerin kullanım alanlarını da genişletmiştir. Kompozit malzemeler, metal malzemelere nazaran daha hafif olmalarıyla birlikte, mukavemet bakımından daha sağlam ve korozyona karşı daha dayanıklıdır. Üstün mekanik özelliklerine ek olarak metal malzemelere nazaran daha iyi şekillenebilme, çevre koşullarından daha az etkilenme, bakım ihtiyacının az olması gibi sebeplerden dolayı gemi inşaatı, savunma sanayi, otomotiv gibi sektörlerde yaygın bir şekilde ana veya yardımcı malzeme olarak kullanılmaktadır.

Özellikle savaş gemilerinin tasarımından yüzdürülmesine veya savaş uçaklarının tasarımından uçurulmasına kadar geçen süreçte dışarıdan gelebilecek tehlikelere karşı yapılan mühendislik faaliyetlerinin içerisinde, gemi ve uçak yapısının patlamalara karşı dinamik tepkisinin bilinmesi son derece önemlidir. Bu çalışmalar sonucunda tehlikelere karşı alınacak önlemler hem yapıların hem de

içindeki mürettebatın güvenliği için hayati önem taşımaktadır. Bu sebeple yapı malzemesinden, kullanılacak savaş ekipmanlarına kadar birçok yapı için patlamadan dolayı oluşacak basınç yükleri hesaplanıp dinamik analizler gerçekleştirilmelidir. Yapılacak olan dinamik analizler imkanlar el vermesiyle deneysel çalışmalarla karşılaştırıp doğrulanmalıdır. Savunma sanayinde veya denizcilikte yapıların mukavemet hesapları tasarım aşamasında yapılmalıdır.

Patlama, yapılar üzerinde hızla değişen bir basınç yükü oluşturur. Yapıların yakınlarında oluşan patlamaların basınç yükü, zamana ve yapı üzerindeki konuma bağlı olarak düzlemsel olmayan sinüzoidal bir dağılım göstermektedir. Ancak, eğer patlamanın kaynağı yapıdan yeteri kadar uzakta ise, yükün etkileri yapıya düzlemsel olarak dağılır ve oluşan yük ideal anlık basınç yükü olarak adlandırılır [17]. Hava ortamında yapıların yakınlarında oluşan patlamalar literatürde sıklıkla kullanılan Friedlander basınç fonksiyonu ile tanımlanmaktadır [40]–[42]

Bu çalışmada, patlama yüküne maruz silindirik kompozit levhaların farklı elyaf oryantasyon açılarındaki dinamik tepkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Literatürde etkili bir çözüm metodu olarak karşımıza çıkan GDKM zamana bağlı lineer analizlerin gerçekleştirilmesinde kullanılmıştır. Geliştirilen bir kod yardımıyla aşağıdaki parametrelerin değişimi, yer değiştirmeye etkisi parametrik olarak incelenmiştir.

- Levha kalınlığının değişimi
- Eğrilik açısının değişimi
- Elyaf oryantasyon açısının değişimi

1.3. Hipotez

Bu tez çalışmasında aşağıdaki önermeler sınanacaktır.

- GDKM geometrik doğrusal dinamik analizlerde kullanılabilecek etkin bir çözüm metodudur.
- Düz levhalarda global koordinat sistemine göre açılı duran elyaf oryantasyonlarında eksenel yöndeki rijitliğin azalması ve kayma rijitliğinin artması sebebi ile maksimum deformasyonların global koordinat eksenine paralel yöndeki elyaf oryantasyon açısına sahip plakların maksimum

deformasyonuna nazaran daha büyük çıktığı bilinmektedir. Ancak eğrisel levhalarda elyaf oryantasyon açısı silindirik eksene doğru yöneldikçe eğriselliğin katmış olduğu rijitlik artışının maksimum deformasyonları her koşulda azaltacağı öngörülmektedir.

- Silindirik levhanın eğriliğinin artışı ile levha orta noktasının maksimum yer değiştirmesinin azalacağı ön görülmektedir.

Bunun yanında hava patlamasına maruz silindirik kompozit plakların parametrik analiz sonuçları literatüre katkı sağlamak amacıyla sunulmaktadır.



2.1 Patlama Olayı

Patlama olayı, birkaç mili saniye içinde gerçekleşen ani ve kararlı bir kimyasal reaksiyon olarak tanımlanır. Patlama reaksiyonu, patlayıcı maddeyi hızlı bir şekilde çok yüksek sıcaklıklara çıkarır ve yüksek basınçlı bir gaza dönüştürür. Patlama reaksiyonu sonucunda oluşan patlama dalgası, patlayıcıdan dışa doğru yüksek yoğunlukta görülmektedir. Şok dalgasının ön yüzü sıkıştırılmış hava duvarı gibidir ve arka bölgesinden çok daha yüksek bir basınca sahiptir. Dalga genişledikçe yıkıcı kuvveti ve yayılma hızı azalmaktadır. Kısa bir süre sonra şok dalgasının arka bölgesindeki basınç atmosfer basıncının altına düşerek negatif bölgede kısmi vakum oluşur ve hava içeri doğru emilir. Vakum etkisinden sonra basınç atmosfer basıncı seviyesine geri gelir [43].

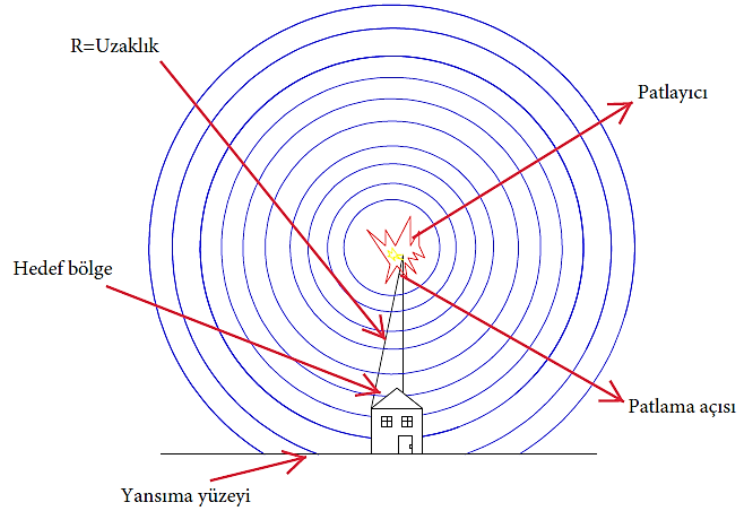
Patlama yükü iki ana gruba ayrılarak, patlayıcı yükün bulunduğu ortama bağlı olarak sınırlanmamış ve sınırlı patlamalar olarak tanımlanabilir [44].

2.1.1 Sınırlanmamış Patlamalar

Bu grupta, şok dalgası yansımali ve yansıma olmadan doğrudan yapıya ulaşır. Sınırlanmamış patlamalar kendi içinde üçe ayrılır:

2.1.1.1 Serbest Yansımasız Hava Patlaması

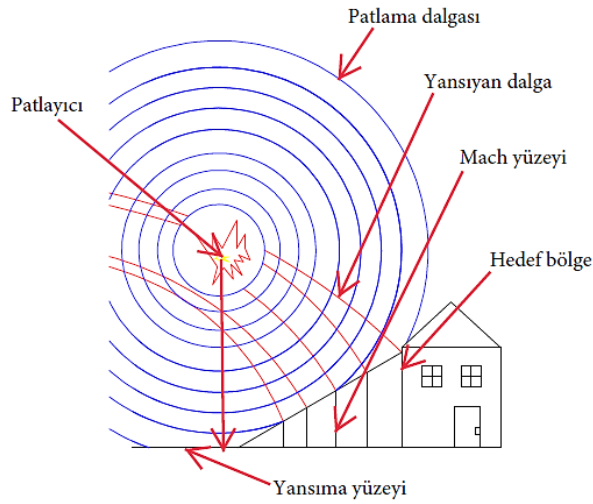
Patlama yapının üzerinde gerçekleşir ve patlayıcı ile hedef yapı arasında şok dalgasını engelleyecek başka bir yapı bulunmaz, böylece oluşan patlama basıncı merkezden yayılır ve ilk şok dalgasının yansıması olmadan doğrudan yapıya çarpar. Patlama sonucu oluşan şok dalgası Şekil 2.1’de gösterildiği gibi incelenebilir.



Şekil 2.1 Yansımatsız serbest hava patlaması

2.1.1.2 Yansımalı Serbest Hava Patlaması

Patlama sırasında oluşan şok dalgası yapıya direk ulaşmadan önce, Şekil 2.2’de görüldüğü gibi önce zemine ulaşır ve daha sonra zeminden yapıya doğru yansır. Şok dalgası yayılmaya devam ettikçe patlama sonucu oluşan ilk dalga ile yansıyan dalganın kesiştiği yerde Mach adı verilen bir bileşke dalga oluşur ve yapıya çarpar.

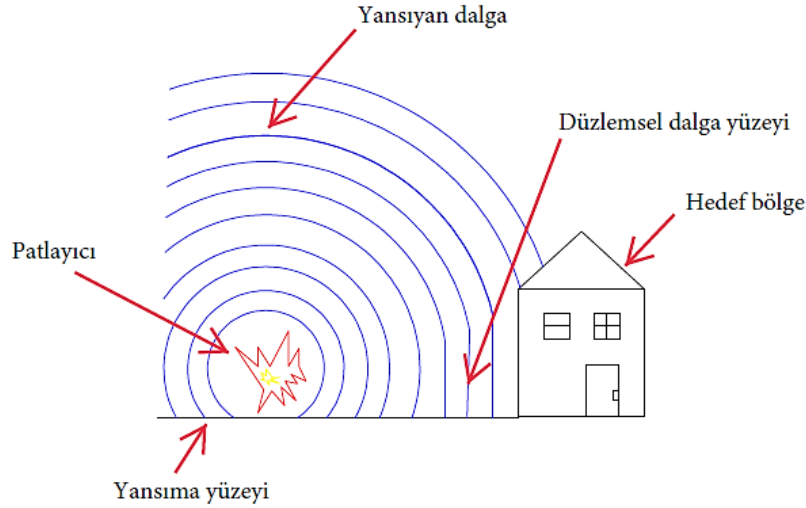


Şekil 2.2 Yansımalı serbest hava patlaması

2.1.1.3 Yüzey Etkili Hava Patlaması

Patlayıcının zemin üzerinde veya zemine çok yakın yerlerde konumlandırılması ile oluşan patlama durumudur.

Patlama sonucu oluşan şok dalgası yansıyıp çoğalır ve patlama noktasındaki ilk dalga ile birleşip birlikte yapıya ulaşır. Şekil 2.3' te yüzey etkili hava patlaması görülmektedir. Patlama sonucu oluşan Mach bileşke dalgası serbest hava patlamasına benzer ancak şekil olarak yarı küresel şekildedir.



Şekil 2.3 Yüzey etkili hava patlaması

2.1.2 Sınırlı Patlamalar

Bu grupta, patlama tamamen veya kısmen kapalı bir yapı içinde gerçekleşir. Ortamda şok dalgasının yansıyabileceği duvarlar bulunmaktadır. Bu sebepten yansıyan şok dalgasının basınç değeri patlama basıncından daha yüksek değerlere ulaşmaktadır. Sınırlı patlamalar kendi içinde Şekil 2.4' te gösterildiği gibi üç gruba ayrılır.

2.1.2.1 Atmosfere Açık Sınırlı Patlamalar

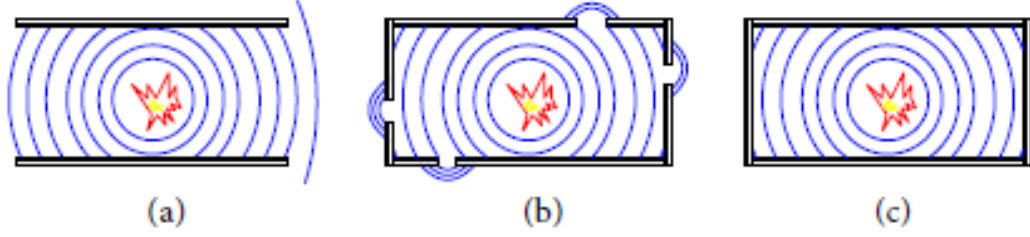
Atmosfere açık sınırlı patlamada, patlayıcı yük bir veya daha fazla açık yüzeyi olan bir yapının içinde patlar. Patlama sonucu oluşan ilk şok dalgası, kapalı yüzeyler tarafından yansıtılır ve daha önce de bahsedildiği gibi patlama basıncından daha yüksek değerlere ulaşarak, hedef yapıya ulaştıktan sonra açık yüzeyden atmosfere doğru açılır.

2.1.2.2 Kısmen Sınırlı Patlamalar

Kısmen sınırlı patlamada, patlayıcı yük sınırlı büyüklükte açıklıklara sahip bir yapıda patlar. İlk oluşan dalga yüzeylere temastan sonra birleşerek güçlendirilir ve bir süre sonra açıklıklardan atmosfere gider.

2.1.2.3 Tamamen Sınırlı Patlamalar

Tam sınırlı patlamada, patlayıcı yük tamamen veya tamamına yakın kapalı bir alanda patlar. Birçok kez yansıyan şok dalgası diğer patlama tiplerine nazaran çok daha yıkıcı etkilere sahip olabilir. Şok dalgasının duvarlara çarpıp yansıması esnasında enerjisinin bir kısmı duvarın titreşimine harcanır ve bir müddet sonra ortadan kaybolur.



Şekil 2.4 a) Atmosfere açık sınırlı patlamalar, b) Kısmen sınırlı patlamalar, c) Tamamen sınırlı patlamalar [44]

2.2 Anlık Basınç Yükü Modeli

Anlık basınç yükleri atmosferde şok veya patlama dalgası şeklide ortaya çıkar. Gemi ve diğer yapıların yakınlarında oluşan hava patlamaları, türbülanslar ve şok dalgaları sonucunda oluşan basınç dalgasının çok kısa süre içerisinde pik değerine ulaşması sonucunda bu yapılar üzerinde anlık basınç kuvveti oluştururlar. Şiddetine bağlı olarak patlama dalgası yakın ve uzak çevresindeki yapılara değişik ölçeklerde hasar verebilir. Patlama olayı sadece birkaç milisaniye sürer ve çok yüksek basınca neden olmaktadır. Yapıların yakınlarında oluşan patlamaların basınç yükünün hem zamana hem de yapı üzerinde konuma bağlı uniform olmayan sinüzoidal bir dağılım gösterdiğini Türkmen ve Mecitoğlu [17] çalışmalarında ortaya koymuşlardır. Eğer patlamalar yapıdan yeteri kadar uzakta oluşuyorsa, basınç yükünün etkileri yapı üzerinde düzlemsel olarak dağılır ve yük ideal anlık basınç yükü olarak adlandırılır. Literatürde sıklıkla kullanılan, zamana bağlı ideal anlık basınç yükünün fonksiyonları arasında;

I. Adım yükü:

$$p(t) = \begin{cases} P_m, & 0 \leq t \leq t_p \\ 0, & t_p < t \end{cases} \quad (2.1)$$

II. N-Basınç dalgası:

$$p(t) = \begin{cases} P_m(1 - \frac{t}{t_p}), & 0 \leq t \leq rt_p \\ 0, & rt_p < t \end{cases} \quad (2.2)$$

III. Friedlander fonksiyonu:

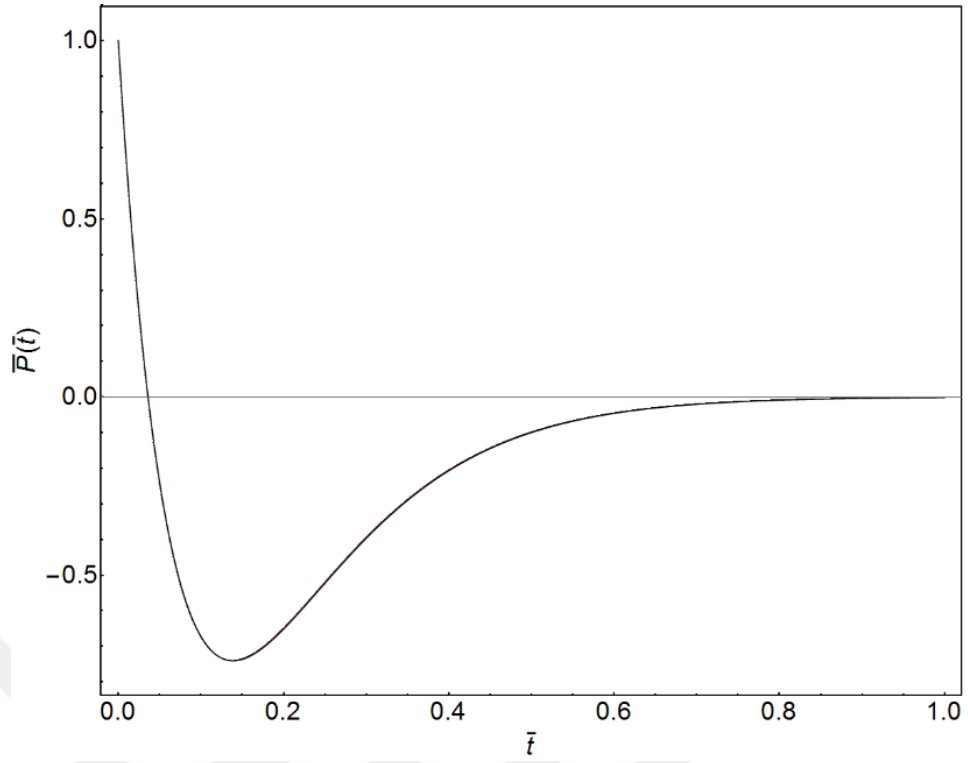
$$p(t) = p_m \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) e^{-\alpha t/t_p} \quad (2.3)$$

sayılabilir [5], [41].

Denklem 2.1, 2.2 ve 2.3' te P_m anlık basınç yükünün basınç bölgesindeki maksimum basınç değeri, t_p anlık basınç yükünün basınç bölgesindeki etki süresini ifade eder. Denklem 2.3'te α basınç dalga formu parametresidir. Denklem 2.2' de r uzunluk faktörüdür ve $r=1$ üçgen yüklemeyi, $r=2$ simetrik yüklemeyi, $1 < r < 2$ ise asimetrik yüklemeyi tanımlar.

Bu çalışmada gemi ve uçaklarda sıklıkla yapı elemanı olarak kullanılan eğrisel levhaların hava patlamasına maruz dinamik tepkileri incelenmiş ve patlama yükünün zamana bağlı basınç denklemi literatürde sıklıkla kullanılan Friedlander fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

Şekil 2.5' te anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi verilmiştir. Burada $\bar{P}(\bar{t})$ boyutsuz zamana bağlı boyutsuz basıncı ve $\bar{t}$ boyutsuz zamanı ifade eder.



Şekil 2.5 Boyutsuzluk basınç-zaman grafiği

Şekil 2.5' te tipik patlama basıncı grafiği görülmektedir; oluşan patlama ile basıncın aniden pik noktaya ulaştığı görülür. Daha sonra belirli bir zaman sonra ise pik basınç ortam basıncına kadar düşerek negatif basınca ulaşır ve vakum etkisi görülür. Vakum etkisinden sonra basınç tekrar atmosfer basıncı seviyesine geri döner.

3.1 Kompozit Malzemeler

Kompozit malzemeler; en az iki malzemenin birbiri içerisinde çözölmeyecek şekilde birleştirilmesiyle oluşan malzemelerdir. Kompozit yapılar ise genellikle iki veya daha fazla katmanın laminasyon ile birleştirilmesiyle ortaya çıkan, fiziksel ve mekanik özellikleri her bir katmanın malzemesine, kalınlığına, elyaf oryantasyon açısına bağılı parametrelerle şekillenirler. Her bir kompozit katmanın birleşmesi sonucunda kompozit lamine levhalar matematiksel olarak yekpare tek bir levha gibi davranırlar. Kompozit malzemelerin başlıca özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir;

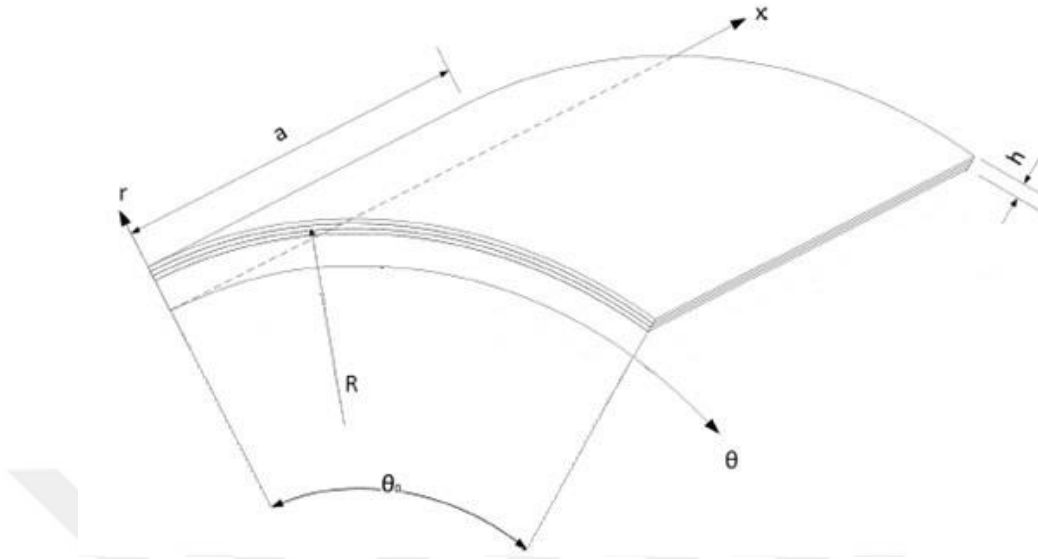
- Malzeme bileşenleri arasında atom alışverişi bulunmamaktadır.
- Kompozit malzemeler genel olarak “matris” ismi verilen bir ana ve “takviye elemanı” ismi verilen bir yardımcı malzemeden oluşmaktadır.
- Ana ve takviye malzemeler arasında, takviye malzemesi kompozit malzemelerde mukavemet ve yük taşıma özelliğine sahipken, matris malzeme ise plastik deformasyon geçişinde oluşabilecek çatlak ilerlemelerini önleyerek kompozit malzemenin kompasını geciktirmektedir.

3.2 Kinematik Bağıntılar

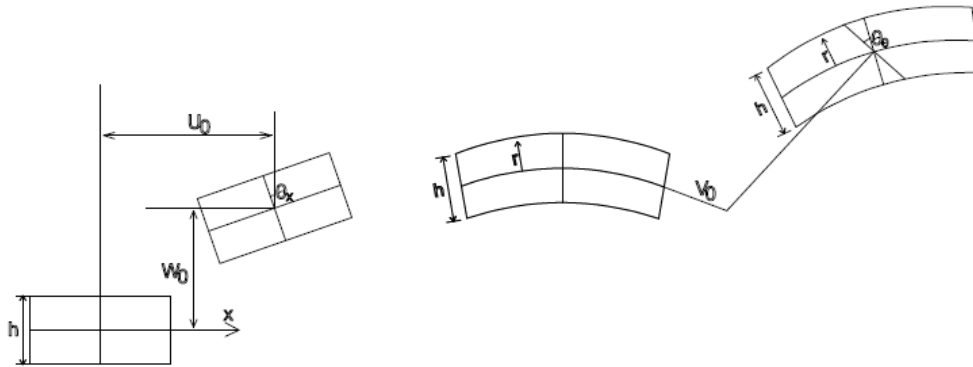
Kompozit plağın hareket denklemleri oluşturulurken aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

- Malzeme homojen ve lineer elastiktir.
- Katmanlar arası bağlantı mükemmeldir ve katmanlar arasında delaminasyon (ayrılma) oluşmaz.
- Plak deformasyon esnasında kalınlık değişimi olmaz.
- Kinematik bağıntılar birinci dereceden kayma deformasyon teorisine göre elde edilmektedir.

Silindirik kompozit sandviç levhanın geometrisi yer değıştirme serbestlikleri sırayla Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de gösterilmektedir.



Şekil 3.1 Silindirik kompozit levhanın geometrisi [31]



Şekil 3.2 Koordinat sistemi ve levhanın yer değıştirmesi [31]

Eğrisel bir levha için kinematik bağıntılar ve yer değıştirmeler bölüm başında belirtilen kabullere ve Şekil 3.2’ ye göre aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, r, t) &= u_0(x, \theta, t) + r\theta_x(x, \theta, t) \\ v(x, \theta, r, t) &= v_0(x, \theta, t) + r\theta_\theta(x, \theta, t) \\ w(x, \theta, r, t) &= w_0(x, \theta, t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada matematiksel model, 5 serbestlik derecesine sahiptir ve u_0 , v_0 , w_0 plak orta düzlem yer değiştirmesi iken, θ_x ve θ_θ ise eksenel ve çevresel dönme açılarıdır.

Her bir katmanın silindirik koordinat sisteminde geometrik doğrusal olarak gerinim-yer değiştirme ilişkileri aşağıdaki gibi yazılabilir [45].

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v_0}{\partial \theta} + w \right) \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial \theta} \frac{1}{R} \\ \gamma_{xr} &= \frac{\partial u_0}{\partial r} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{\theta r} &= \frac{\partial v_0}{\partial r} + \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} - \frac{v_0}{R}\end{aligned} \quad (3.2)$$

3.3 Bünye Bağlılıları

Ortotropik kompozit lamine plakların silindirik koordinat sisteminde gerilme-gerinim ilişkisi aşağıdaki gibi yazılır [45].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^{(i)} \\ \sigma_\theta^{(i)} \\ \tau_{x\theta}^{(i)} \\ \tau_{\theta r}^{(i)} \\ \tau_{xr}^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} QQ_{11}^{(i)} & QQ_{12}^{(i)} & QQ_{16}^{(i)} & 0 & 0 \\ QQ_{12}^{(i)} & QQ_{22}^{(i)} & QQ_{26}^{(i)} & 0 & 0 \\ QQ_{16}^{(i)} & QQ_{26}^{(i)} & QQ_{66}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & QQ_{44}^{(i)} & QQ_{45}^{(i)} \\ 0 & 0 & 0 & QQ_{45}^{(i)} & QQ_{55}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(i)} \\ \varepsilon_\theta^{(i)} \\ \gamma_{x\theta}^{(i)} \\ \gamma_{yr}^{(i)} \\ \gamma_{xr}^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Burada $QQ_{mn}^{(i)}$ i. katmanın indirgenmiş rijitlik bileşenidir. İndirgenmiş rijitlik katsayısının malzemenin lokal koordinatlarına göre her bir katmanın rijitlik katsayısı ile ilişkisi aşağıdaki şekilde gibidir [45]:

$$\begin{aligned}
QQ_{11}^{(i)} &= QQ_{11}^{(i)} \cos^4 \beta_i + 2(QQ_{12}^{(i)} + 2QQ_{66}^{(i)}) \sin^2 \beta_i \cos^2 \beta_i + QQ_{22}^{(i)} \sin^4 \beta_i \\
QQ_{12}^{(i)} &= (QQ_{11}^{(i)} + QQ_{22}^{(i)} - 4QQ_{66}^{(i)}) \sin^2 \beta_i \cos^2 \beta_i + QQ_{12}^{(i)} (\sin^4 \beta_i + \cos^4 \beta_i) \\
QQ_{22}^{(i)} &= QQ_{11}^{(i)} \sin^4 \beta_i + 2(QQ_{12}^{(i)} + 2QQ_{66}^{(i)}) \sin^2 \beta_i \cos^2 \beta_i + QQ_{22}^{(i)} \sin^4 \beta_i \\
QQ_{16}^{(i)} &= (QQ_{11}^{(i)} - QQ_{12}^{(i)} - 2QQ_{66}^{(i)}) \sin \beta_i \cos^3 \beta_i + (QQ_{12}^{(i)} - QQ_{22}^{(i)} + \\
&\quad 2QQ_{66}^{(i)}) \sin^3 \beta_i \cos \beta_i \\
QQ_{26}^{(i)} &= (QQ_{11}^{(i)} - QQ_{12}^{(i)} - 2QQ_{66}^{(i)}) \sin^3 \beta_i \cos \beta_i + (QQ_{12}^{(i)} - QQ_{22}^{(i)} + \\
&\quad 2QQ_{66}^{(i)}) \sin \beta_i \cos^3 \beta_i \\
QQ_{66}^{(i)} &= (QQ_{11}^{(i)} + QQ_{22}^{(i)} - 2QQ_{12}^{(i)}) \sin^2 \beta_i \cos^2 \beta_i + QQ_{66}^{(i)} (\sin^4 \beta_i + \cos^4 \beta_i) \\
QQ_{44}^{(i)} &= QQ_{44}^{(i)} \cos^2 \beta_i + QQ_{55}^{(i)} \sin^2 \beta_i \\
QQ_{45}^{(i)} &= (QQ_{55}^{(i)} - QQ_{44}^{(i)}) \sin \beta_i \cos \beta_i \\
QQ_{55}^{(i)} &= QQ_{55}^{(i)} \cos^2 \beta_i + QQ_{44}^{(i)} \sin^2 \beta_i
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Denklem 3.4'te β_i i. katmanın elyaf oryantasyon açısıdır. QQ_{mn} aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned}
QQ_{11}^{(i)} &= \frac{E_1^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}}, \quad QQ_{12}^{(i)} = \frac{v_{12}^{(i)} E_2^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}}, \quad QQ_{22}^{(i)} = \frac{E_2^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}}, \\
QQ_{44}^{(i)} &= QQ_{23}^{(i)}, \quad QQ_{55}^{(i)} = QQ_{13}^{(i)}, \quad QQ_{66}^{(i)} = QQ_{12}^{(i)}, \quad v_{21}^{(i)} = \frac{v_{12}^{(i)} E_2^{(i)}}{E_1^{(i)}}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Yukarıdaki ifadelerde E_1 ve E_2 kompozit katmanın elyaf yönündeki elastisite modüllerini, $v_{12}^{(i)}$ ve $v_{21}^{(i)}$ elyaf yönü Poisson oranlarını ifade etmektedir. Bu ifadeleri kullanarak kompozit malzemenin mekanik özellikleri hesaplanabilir, buna ek olarak malzemelerin mekanik özelliklerinin belirlenmesinde en sağlıklı yöntem numune çekme testleri gerçekleştirmektedir.

3.4 Hareketin Denklemleri

Kompozit levhanın hareketinin yönetici denklemlerini elde etmek için Hamilton prensibi kullanılmıştır.

Hamilton prensibi, virtüel iş prensibinin dinamik hale genelleştirilmesidir. Virtüel iş prensibinde malzeme sıcaklık değişiminden ve elektrik alan etkisinden bağımsız olduğu kabul edilir ve buna göre dengede olan bir sistemde virtüel şekil değiştirmenin enerjisi dış kuvvetin yaptığı virtüel işe eşittir. Bu kapsamda Hamilton prensibine göre dinamik sistemleri için virtüel iş prensibi aşağıdaki gibi hesaplanabilir [46]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta \Pi) dt = 0 \quad (3.6)$$

Denklem 3.6'da δK kinetik enerjinin virtüelini ve $\delta \Pi$ potansiyel enerjinin virtüelini ifade etmektedir. Burada potansiyel enerji kendi içerisinde iç kuvvetlerin ve dış kuvvetlerin yaptığı işi barındırmaktadır.

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W \quad (3.7)$$

Denklem 3.7'yi Denklem 3.6'nın içine yazarsak

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - (\delta U - \delta W)) dt = 0 \quad (3.8)$$

Yukarıdaki ifadede yer alan δU virtüel şekil değiştirme enerjisini, δW dış kuvvetlerin yaptığı işin virtüelini ifade etmektedir.

Enerji denklemlerinin fiziğin minimum eylem prensibi ilkesine göre yer değiştirme fonksiyonlarının varyasyonu alınıp sifıra eşitlendiğinde sisteme ait bünye denklemleri elde edilir.

$$\delta U = \sum_{k=1}^{K_s} \int_0^a \int_0^{\theta_0} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_\theta \delta \varepsilon_\theta + \tau_{x\theta} \delta \gamma_{x\theta} + \tau_{\theta r} \delta \gamma_{\theta r} + \tau_{xr} \delta \gamma_{xr}) dr R d\theta dx \quad (3.9)$$

K_s = katman sayısı

$$\delta K = \sum_{k=1}^{K_s} \int_0^a \int_0^{\theta_0} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left[\rho \left[\left(\frac{\partial u(x,\theta,r,t)}{\partial t} \frac{\partial \delta u(x,\theta,r,t)}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial v(x,\theta,r,t)}{\partial t} \frac{\partial \delta v(x,\theta,r,t)}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial w(x,\theta,r,t)}{\partial t} \frac{\partial \delta w(x,\theta,r,t)}{\partial t} \right) \right] \right] dr R d\theta dx \quad (3.10)$$

$$\delta W = \int_0^a \int_0^{\theta_0} [q(x, \theta, t) \delta w(x, \theta, r, t)] R dx d\theta \quad (3.11)$$

Levhanın yönetici denklemleri ve sınır koşulları,

$u_0(x, \theta, t), v_0(x, \theta, t), w_0(x, \theta, t), \theta_x(x, \theta, t), \theta_\theta(x, \theta, t)$ için sırayla aşağıdaki gibi yazılır [45] ve burada “L” ifadesi kinetik enerji ve potansiyel enerjinin farkını ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial u_{0x}} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial u_{0\theta}} \right) &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial v_{0x}} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial v_{0\theta}} \right) &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial w} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial w_{0x}} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial w_{0\theta}} \right) &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{xx}} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{x\theta}} \right) &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_\theta} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{\theta x}} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta_{\theta\theta}} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Levha başlangıçta hareketsiz olduğu için $t=0$ anında tüm yer değiştirme ve hız bileşenleri sıfırdır. Bu çalışmada levhaların kenarlarında ankastre mesnet ($u_0, v_0, w_0 = 0, \theta_x, \theta_\theta = 0$) sınır şartı kullanılmıştır.

GENELLEŞTİRİLMİŞ DİFERANSİYEL KUADRATÜR METODU (GDKM)

Diferansiyel Kuadratür Metodu (DKM) ilk olarak Bellman ve Casti tarafından yapılan çalışmada kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için oldukça verimli bir sayısal yöntem olarak ortaya konulmuştur [27]. DKM, ilk önerildiği haliyle büyük sistemlerin çözümünde ağırlık katsayılarının elde edilmesinde kötü koşullu matrisler oluşturmaktaydı [28]. Bu dezavantaj, daha sonra Shu'nun [29] yaptığı çalışması ile aşılmıştır, Shu tarafından Genelleştirilmiş Diferansiyel Kuadratür Metodu (GDKM) olarak adlandırılan, integrasyon noktalarının sayısı ve dağılımı ile birinci ve daha yüksek mertebeden türevler için ağırlık katsayılarını hesaplamasında yardımcı olacak bir yöntem tanıtılmıştır. Bu yöntemde yer değiştirme fonksiyonlarının türevleri, fonksiyonun çözüm alanındaki ayırık noktalar üzerindeki değerleri kullanarak yaklaşık olarak elde edilir. Yani parçalara ayrılmış sistemin herhangi bir noktasındaki türevini hesaplamak için o yerdeki bir parça yerine sistemdeki tüm noktalar kullanılmaktadır. Böylece daha az nokta kullanarak doğru ve daha hızlı sonuca ulaşmak mümkün olmaktadır. Silindirik koordinat düzlemindeki $f(x, \theta)$ fonksiyonunun GDKM ile türev ifadesi aşağıdaki denklem ile elde edilebilir [31], [47].

$$\frac{\partial^p}{\partial x^p} f(x_i, \theta_j) = \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(p)} f(x_k, \theta_j) \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial^r}{\partial \theta^r} f(x_i, \theta_j) = \sum_{m=1}^M d_{jm}^{(r)} f(x_i, \theta_m) \quad (4.2)$$

$f(x, y)$ fonksiyonunun bileşik türevinin GDK formülasyonu cinsinden ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial^{p+r}}{\partial x^p \partial \theta^r} f(x_i, \theta_j) = \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(p)} \sum_{m=1}^M d_{jm}^{(r)} f(x_k, \theta_m) \quad (4.3)$$

Burada N ve M sırasıyla x ve θ koordinatları üzerindeki nokta sayısıdır. Buna ek olarak $c_{ik}^{(p)}$ ve $d_{jm}^{(r)}$ ağırlık katsayılarını ifade etmektedir. GDKM katsayıları Lagrange interpolasyon fonksiyonun türevlerinden oluşmaktadır. Birinci dereceden kısmi türev ifadesinin ağırlık katsayıları Denklem 4.4 ve 4.5 ile elde edilir :

$$c_{ik}^{(1)} = \begin{cases} \frac{M_x^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_k)M_x^{(1)}(x_k)} & i \neq k \text{ ve } i, k = 1, 2, \dots, N \\ - \sum_{s=1, s \neq i}^N c_{is}^{(1)} & i = k \text{ ve } i, k = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (4.4)$$

$$d_{jm}^{(1)} = \begin{cases} \frac{M_\theta^{(1)}(\theta_j)}{(\theta_j - \theta_m)M_\theta^{(1)}(\theta_m)} & j \neq m \text{ ve } j, m = 1, 2, \dots, M \\ - \sum_{s=1, s \neq j}^M d_{js}^{(1)} & j = m \text{ ve } j, m = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (4.5)$$

Denklem 4.4 ve 4.5'teki M ifadesi

$$M_x(x) = \prod_{s=1}^N (x - x_s), \quad M_\theta(\theta) = \prod_{s=1}^M (\theta - \theta_s) \quad (4.6)$$

şeklinde hesaplanır. M' in ayrık x_i ve θ_j noktalarındaki türevleri ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$M_x^{(1)}(x_i) = \prod_{s=1, s \neq i}^N (x_i - x_s), \quad M_\theta^{(1)}(\theta_j) = \prod_{s=1, s \neq j}^M (\theta_j - \theta_s) \quad (4.7)$$

Birinci dereceden kısmi türev ağırlık katsayıları hesaplandıktan sonra bulunan ağırlık katsayılarını kullanarak yüksek mertebeden türev ifadelerinin ağırlık katsayıları aşağıdaki denklemler ile hesaplanır:

$$c_{ik}^{(p)} = \begin{cases} p(c_{ii}^{(p-1)}c_{ik}^{(1)} - \frac{c_{ik}^{(p-1)}}{x_i - x_k}) & i \neq k \text{ ve } i, k = 1, 2, \dots, N \\ - \sum_{s=1, s \neq i}^N c_{is}^{(p)} & i = k \text{ ve } i, k = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (4.8)$$

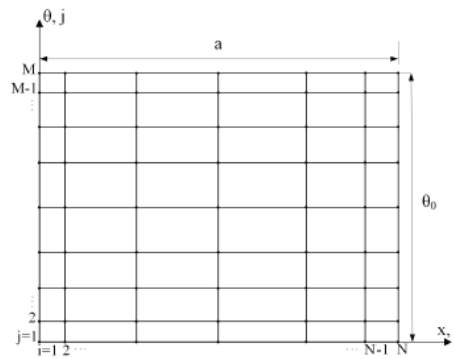
$$d_{jm}^{(r)} = \begin{cases} r(d_{jj}^{(r-1)}d_{jm}^{(1)} - \frac{d_{jm}^{(r-1)}}{\theta_j - \theta_m}) & j \neq m \text{ ve } j, m = 1, 2, \dots, N \\ - \sum_{s=1, s \neq j}^M d_{js}^{(r)} & j = m \text{ ve } j, m = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (4.9)$$

GDKM ile kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü yapılırken seçilen nokta sayısı ve konumu hassas çözüm elde etmek için oldukça önemlidir. İnterpolasyon, bilimsel çalışmalarda ve mühendislik çalışmalarında temel bir veri işleme aracıdır. Bununla birlikte, polinomları kullanarak eşit uzaklıkta nokta dağılımı seçilmesi, Runge fenomeni olarak adlandırılan ve polinomun entegrasyonunda sınır noktalarında salınımlara sebep olan bir hassasiyet problemine sebep olmaktadır [48]. Runge fenomenini aşabilmek için sınırlarda daha yoğun nokta dağılımı Chebyshev-Gauss-Lobatto nokta dağılımı denklemi ile uygulanabilir [32].

$$x_i = \frac{a}{2} [1 - \cos(\frac{i-1}{N-1}\pi)], i = 1, 2, \dots, N \quad (4.10)$$

$$\theta_j = \frac{\theta_0}{2} [1 - \cos(\frac{j-1}{M-1}\pi)], j = 1, 2, \dots, M$$

Denklem 4.10'a göre noktalarının dağılımı aşağıdaki Şekil 4.1' de gösterilmiştir.



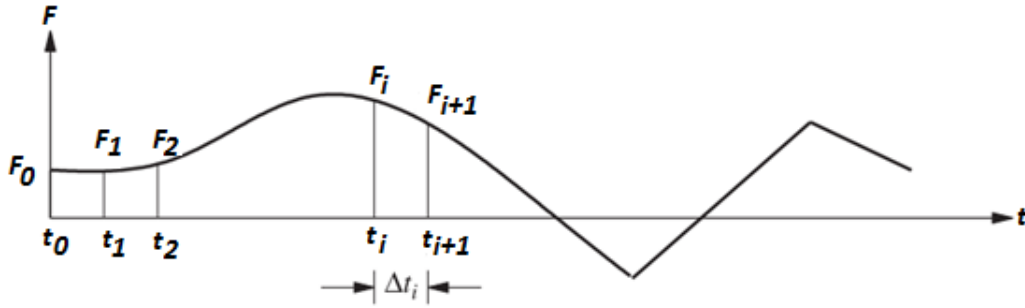
Şekil 4.1 Nokta dağılımı [31]

Tek serbestlik dereceli bir sistem için hareket denkleminin analitik çözümü, eğer uygulanan dış kuvvet $F(t)$ veya yerçekimi ivmesi $\ddot{u}_g(t)$ zamanla keyfi olarak değişiyorsa veya sistem geometrik doğrusal değilse mümkün değildir. Bu tür problemler, diferansiyel denklemlerin entegrasyonu için sayısal zaman adımli yöntemlerle çözülebilir [49].

Bir sistemin hareketi için, konumunun zamana bağlı değişimi olarak genel hareket denklemi $u_0 = u(0)$ ve $\dot{u} = \dot{u}(0)$ koşullarına tabi olarak aşağıdaki gibi yazılır:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + f_s(u) = F(t) \quad (5.1)$$

Denklemde verilen $f_s(u)$ sistemin iç kuvvetleri ve $F(t)$ uygulanan dış kuvvettir. Uygulanan dış kuvvet, zamana bağlı ayrıklaştırılmış değerlerden oluşan $F_i = F(t_i)$, $i=0$ 'dan N 'e kadar yazılabilir (Şekil 5.1).



Şekil 5.1 Dış kuvvetin zamanla değişimi[49]

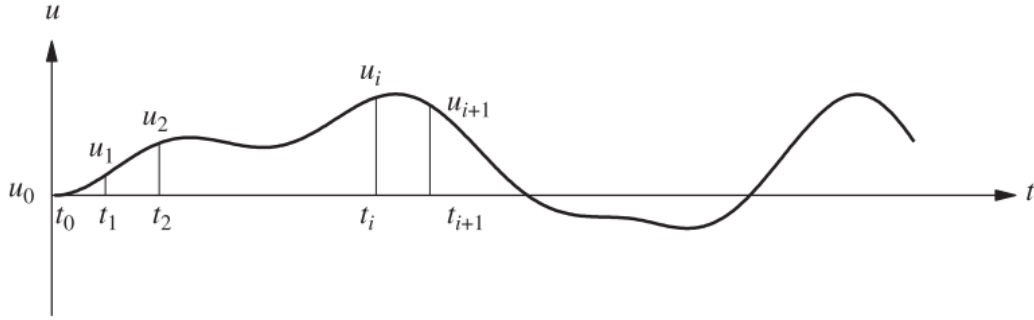
Her bir zaman aralığı

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \quad (5.2)$$

ile ifade edilir ve t_i ayrık zaman anlarında belirlenir. Bunun sonucunda Denklem 5.1 i zaman adımına ayrıklaşırsa;

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + (f_s)_i = F_i \quad (5.3)$$

denkleminde dönüşür (Şekil 5.2). Burada $(f_s)_i$, i zamanındaki iç kuvvet olup lineer elastik bir sistem için $(f_s)_i = ku_i$ olarak ifade edilir.



Şekil 5.2 Yer değıştirmenin zamanla değışimi[49]

Her bir i zamanındaki yer değıştirme hız ve ivmelerin hesabında literatürde bulabileceğimiz çeşitli zaman integrasyon metotları kullanılmaktadır. Zaman integrasyon metotlarında, yakınsama kabiliyeti, yöntemin stabilitesi ve doğruluk hassasiyeti en önemli parametreler olup bu parametreleri sağlayan metotların seçimi hedeflenir. Bu çalışmada kullanılacak olan Newmark-Beta metodu bu parametreleri karşılayan zaman integrasyon metotlarından biri olup, hareket denklemlerinin zamana bağlı olarak çözümü bu metotla yapılacaktır.

5.1. Newmark-Beta Metodu

Diferansiyel denklemlerin zamana bağlı hesaplamalarında sıklıkla kullanılan sayısal bir yöntem olan Newmark-Beta metodu, N.M Newmark tarafından 1955 yılında sunulmuştur [49]. Bu yöntem, şok dalgaları, türbülans, patlama ve titreşim gibi dinamik yüklere maruz kalmış yapıların analizi, elastik veya elastik olmayan malzeme davranışının incelenmesi gibi çok geniş bir mühendislik uygulama alanında kullanılmaktadır [50]. Yöntem 5.4 ve 5.5 denklemlerine dayanmaktadır.

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (5.4)$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (5.5)$$

β ve γ parametreleri, zaman adımı boyunca ivme değışiminin varyasyonunu tanımlamaktadır ve yöntemin stabilite ve hassasiyetini belirlemektedir. $\gamma=0.5$ ve $\frac{1}{6} \leq \beta \leq \frac{1}{4}$ seçilmesi sonuç koşulsuz dengeli durumunu oluşturur.

Ancak çözümün stabilitesinin bozulmaması her zaman doğru sonuç alınacağı anlamına gelmez. Bu sebeple analizlerde Δt yeterince küçük seçilmelidir.

5.1.1 Doğrusal Sistemler

Denklem 5.1'den yola çıkarak, doğrusal bir sistemin başlangıç hareketinin çözümünde $i + 1$ zaman adımı için, hareket denklemi aşağıdaki biçimde yazılır:

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = F_{i+1} \quad (5.6)$$

Denklem 5.5 düzenlenerek $i + 1$ zaman adımındaki ivme aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} (u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{u}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{u}_i \quad (5.7)$$

Denklem 5.7 Denklem 5.4' ün içine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\dot{u}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} (u_{i+1} - u_i) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{u}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{u}_i \quad (5.8)$$

Daha sonra Denklem 5.7 ve Denklem 5.8, i anında hareketin denklemi 5.6' da yerine yazılır ve aşağıdaki denklem 5.9 elde edilir:

$$\hat{k}u_{i+1} = \hat{F}_{i+1} \quad (5.9)$$

Burada;

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m \quad (5.10)$$

ve

$$\begin{aligned} \hat{F}_{i+1} = F_{i+1} + & \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c \right] u_i + \left[\frac{1}{\beta\Delta t} m + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) c \right] \dot{u}_i \\ & + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) m + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \right] \ddot{u}_i \end{aligned} \quad (5.11)$$

şeklini alır. Burada $\hat{p}$ efektif yük vektörü ve $\hat{k}$ efektif rijitli matrisidir. $i + 1$ zaman anındaki yer değiştirme aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$u_{i+1} = \frac{\hat{F}_{i+1}}{\hat{k}} \quad (5.12)$$

Buradan u_{i+1} elde edildikten sonra, hız $\dot{u}_{i+1}$ ve ivme $\ddot{u}_{i+1}$ Denklem 5.7 ve Denklem 5.8 yardımıyla hesaplanabilir.

Geometrik doğrusal bir sistemin zamana bağlı çözümlerinde Newmark-Beta metodunun uygulama adımları aşağıda sıralanmıştır[49].

Özel durumlar

1) Sabit ortalama ivme yöntemi $\left(\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}\right)$

2) Doğrusal ivme yöntemi $\left(\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}\right)$

1. Başlangıç değerlerinin girilmesi

I. $\ddot{u}_0 = \frac{F_0 - c\dot{u}_0 - ku_0}{m}$

II. Δt seçilir

III. $a_1 = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c; a_2 = \frac{1}{\beta \Delta t} m + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) c; a_3 = \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) m + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) c$

IV. $\hat{k} = k + a_1$

2. Her bir zaman adımı $i = 0, 1, 2, \dots$

I. $\hat{F}_{i+1} = F_{i+1} + a_1 u_i + a_2 \dot{u}_i + a_3 \ddot{u}_i$

II. $u_{i+1} = \frac{\hat{F}_{i+1}}{\hat{k}}$

III. $\dot{u}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} (u_{i+1} - u_i) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{u}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{u}_i$

IV. $\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} (u_{i+1} - u_i) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{u}_i$

3. Bir sonraki zaman adımı için i 'yi $i + 1$ ile değiştirilir ve II' den IV'e kadar işlem adımlarını bir sonraki zaman adımı için tekrar uygulanır.

Çalışmamızın başında, seçilen yaklaşım fonksiyonunun ve diğer matematiksel verilerin uygun olup olmadığının anlaşılabilmesi için öncelikle ankastre mesnetli kare plağın sonlu elemanlar ticari programı ile serbest titreşim analizleri yapılmış olup, daha sonra MATHEMATICA yazılımı kullanılarak hazırlanmış koddaki çıkan sonuçlar ile mukayese edilmiştir. Ayrıca ticari sonlu elemanlar programı ile tüm kenarlardan ankastre mesnetli kare kompozit plağın sonlu elemanlar modeli oluşturularak dinamik analizler gerçekleştirilmiştir. GDKM ve sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen plak orta noktasının deformasyonları literatürde mevcut olan anlık basınç yüküne maruz kalmış kare kompozit plağın sonuçları ile mukayese edilmiştir. Ankastre mesnetli kare plak için literatür ile doğrulama çalışmaları yapıldıktan sonra, eğrisel plağın dinamik analizlerinin incelenmesine karar verilmiştir. Parametrik çalışmaya başlamadan önce silindirik kompozit levhanın geometrik doğrusal dinamik ve doğal frekans analizleri sonlu elemanlar ve GDKM çözdürücü kodu ile doğrulama çalışmaları yapılmış olup çözümlerde kaç nokta kullanılacağına DGKM çözdürücü kodu ile karar verilmiştir. Sonrasında anlık basınç yüküne maruz kalmış levhanın parametrik analizleri gerçekleştirilmiştir. Hareket denklemleri zamana bağlı olarak Newmark-Beta metodu ile çözdürülmüştür.

Parametrik analizler sırasında aşağıdaki parametrelerin değişimi, levha orta noktasının yer değiştirmesine olan etkisi detaylı olarak irdelenmiş ve sonuçlar yazılmıştır.

- Levha kalınlığının değişimi
- Eğrilik açısının değişimi
- Elyaf oryantasyon açısının değişimi

6.1 Doğrulama Çalışmaları

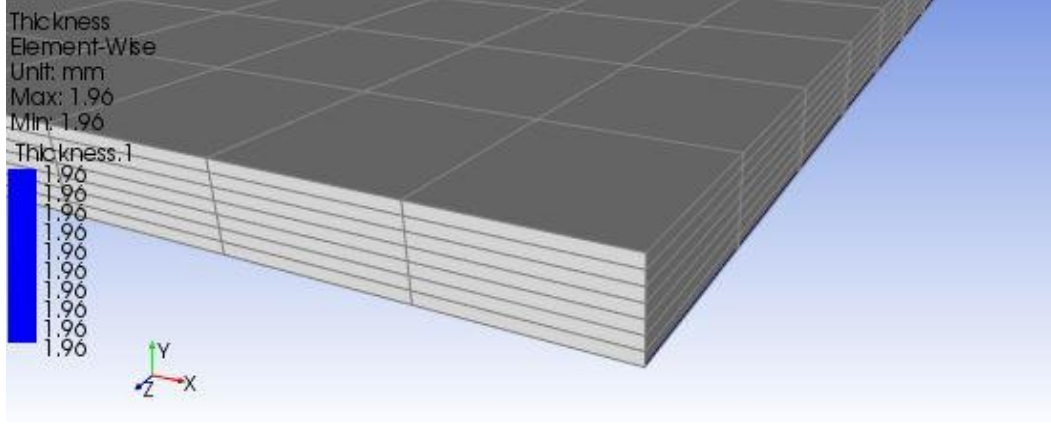
Bu bölümde tez kapsamında kullanılan eğrisel kompozit levhanın geometrik lineer teoriye göre hazırlanmış sonlu elemanlar modeli ile GDKM çözdürücü kodun doğrulama çalışmaları sıralanmıştır.

6.1.1 Örnek 1

Kare plak için GDKM kodu ve sonlu elemanlar programında doğal frekans analizleri yapılmış sonuçlar mukayese edilmiştir. Yapılan doğal frekans analizinde ($90^\circ/0^\circ$) elyaf oryantasyon açısına sahip, yedi katmanlı plak kullanılmıştır. Her bir kompozit katman cam elyafı/epoksi malzemeden oluşmaktadır. Bu örnekte kullanılan malzeme özellikleri ve plağa ait geometrik özellikler aşağıdaki Tablo 6.1’de verilmiştir.

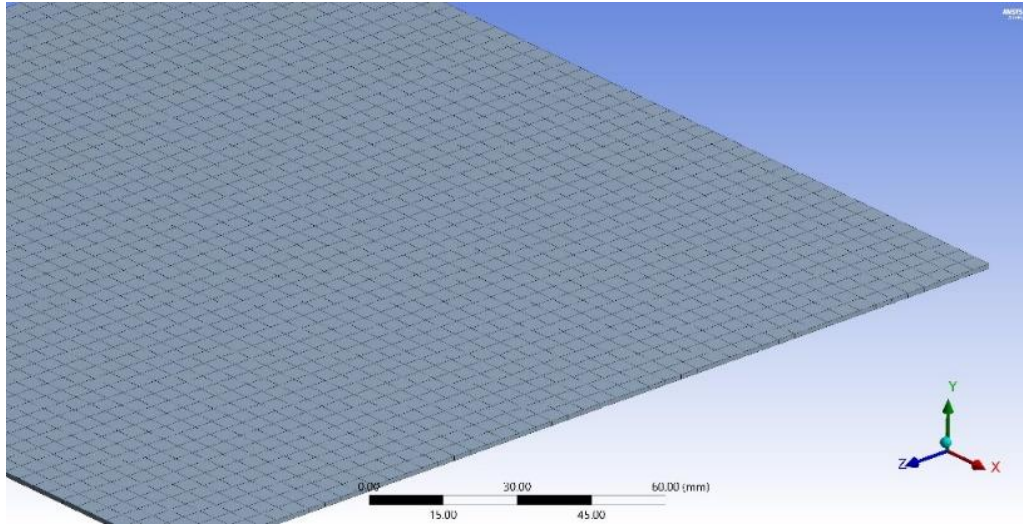
Tablo 6.1 Malzeme özellikleri ve geometrik özellikler[17]

<i>Elastisite Modülü</i>	$E_1 = E_2 = 24.14 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü</i>	$G_{12} = 3.79 \text{ GPa}$
<i>Poisson Oranı</i>	$\nu_{12} = 0.11$
<i>Yoğunluk</i>	$\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$
<i>Boy</i>	$a = b = 0.22 \text{ m}$
<i>Toplam Kalınlık</i>	$h = 1.96 \text{ mm}$
<i>Katman Kalınlığı</i>	$h_k = 0.28 \text{ mm}$



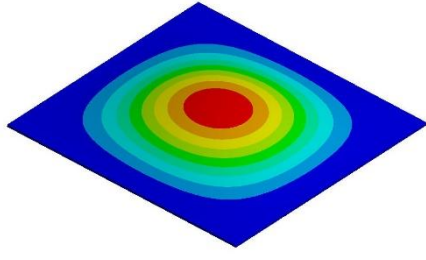
Şekil 6.1 Katmanlı kompozit plağın görünüşü

Sonlu elemanlar modeli ANSYS Workbench'te ACP (Pre) ve Modal Analysis modülü kullanılarak hazırlanmış ve kompozit plağın lineer serbest titreşim analizleri yapılmıştır. ACP (Pre) modülü kompozit yapıları modellemek için kullanılan bir bölümdür. Modülde malzeme özellikleri, elyaf özellikleri, oryantasyon açıları, laminasyon sırası ve katman kalınlığı gibi bilgiler girilir. Sonlu elemanlar modeli oluştururken SHELL181 – QUAD 4 eleman tipi ve 2500 eleman sayısı kullanılmıştır. Şekil 6.2' de kompozit plağın ağ yapısının görünüşü verilmiştir.

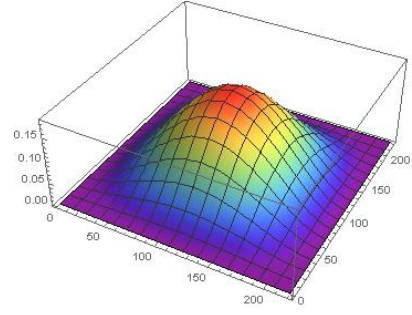


Şekil 6.2 Kompozit plağın ağ yapısının görünüşü

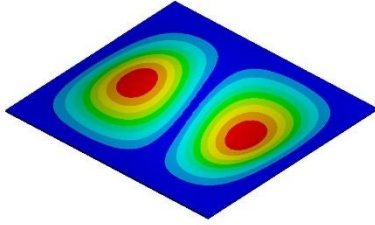
Bu analizde sınır şartı olarak plağın kenarlarında ankastre mesnet ($u_0, v_0, w_0 = 0$, $\theta_x, \theta_y, \theta_z = 0$) sınır şartı kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda elde edilen, katmanlı kompozit plağın GDKM ve sonlu elemanlar doğal frekans analiz sonuçları Şekil 6.3'te verilmiştir.



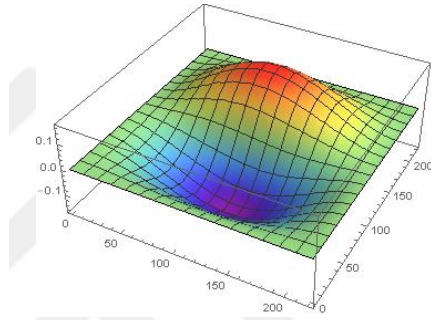
a) 1.mod şekli SEM



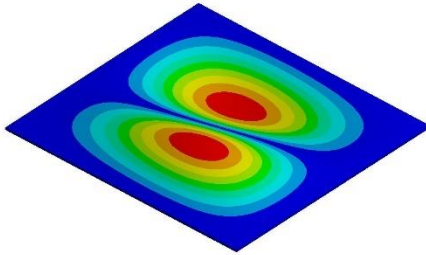
b) 1.mod şekli GDKM



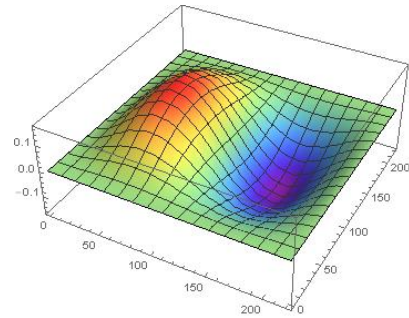
c) 2.mod şekli SEM



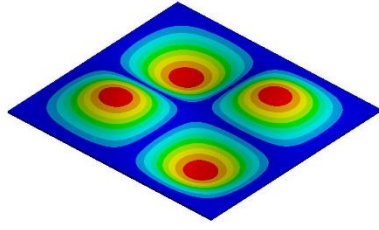
d) 2.mod şekli GDKM



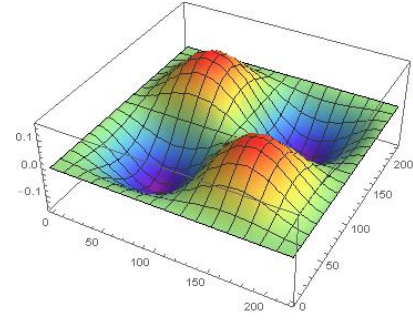
e) 3.mod şekli SEM



f) 3.mod şekli GDKM



g) 4.mod şekilleri SEM



h) 4.mod şekilleri
GDKM

Şekil 6.3 Kare plağın ilk dört mod sonuç şekilleri

Yapılan doğal frekans analizinin on mod şekli için doğal frekans değerleri Tablo 6.2'de incelenebilir.

Tablo 6.2 Kare plağın doğal frekans analiz sonuçları

<i>Mod</i>	<i>GDKM Doğal Frekans (Hz)</i>	<i>SEM Doğal Frekans (Hz)</i>
1	229.75	229.95
2	472.11	473.24
3	472.11	473.24
4	660.94	662.55
5	864.38	868.8
6	867.22	871.65
7	1015.78	1020.20
8	1015.78	1020.20
9	1317.21	1323.50
10	1396.92	1409.10

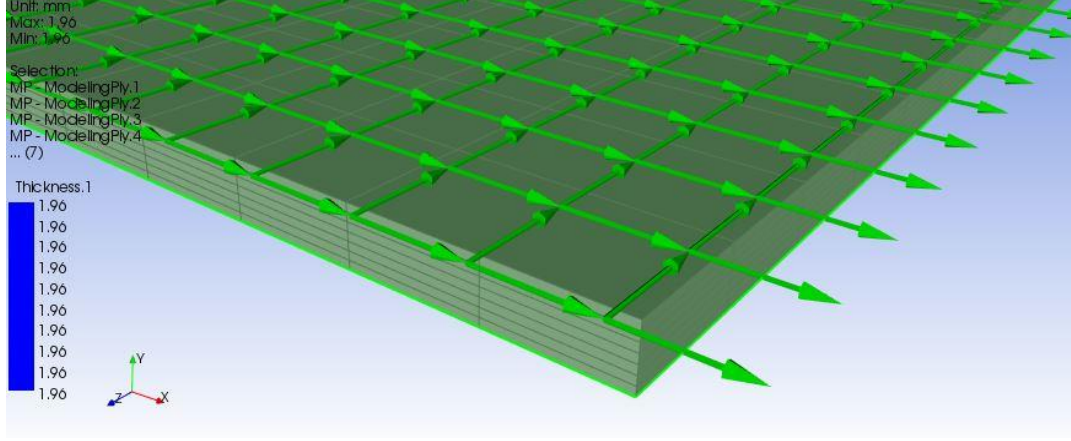
Analiz sonuçları incelendiğinde yapılan GDKM doğal frekans analizi SEM ile uyumlu olduğu görülmüştür.

6.1.2 Örnek 2

İkinci örnekte, katmanlı düz kompozit plağın anlık basınç yükü altındaki dinamik tepkileri incelenmiştir. Parametrik analizlere geçmeden önce SEM ile hazırlanan modelin doğru çalıştığından emin olmak için, literatürde mevcut olan Türkmen ve Mecitoğlu [17] tarafından yapılan çalışma, bu çalışma kapsamında hazırlanan sonlu elemanlar analizi ile kıyaslanmıştır. Kaynak çalışmada geometrik doğrusal olmayan analiz tipi kullanıldığından sonlu elemanlar modeli kurulurken geometrik doğrusal olmayan teoriye göre oluşturulmuş ve analiz sonuçları kıyaslanmıştır. Yapılan dinamik analizde (90°/0°) elyaf oryantasyon açısına sahip (Şekil 6.4), yedi katmanlı kare plak kullanılmıştır. Her bir kompozit katman cam elyafı/epoksi malzemeden oluşmaktadır. Bu analizde kullanılan malzeme özellikleri ve plağa ait geometrik özellikler Tablo 6.3'te verilmiştir.

Tablo 6.3 Malzeme özellikleri ve geometrik özellikler [17]

<i>Elastisite Modülü</i>	$E_1 = E_2 = 24.14 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{12})</i>	$G_{12} = 3.79 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{13})</i>	$G_{13} = 3.5 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{23})</i>	$G_{23} = 3.5 \text{ GPa}$
<i>Poisson Oranı</i>	$\nu_{12} = 0.11$
<i>Yoğunluk</i>	$\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$
<i>Boy</i>	$a = b = 0.22 \text{ m}$
<i>Toplam Kalınlık</i>	$h = 1.96 \text{ mm}$
<i>Katman Kalınlığı</i>	$h_k = 0.28 \text{ mm}$



Şekil 6.4 Elyaf yöneliminin görünüşü (90°/0°)

Yapıların yakınlarında oluşan patlamaların basınç yükünün hem zamana hem de yapı üzerinde konuma bağlı üniform olmayan sinüzoidal bir dağılım gösterdiğini Türkmen ve Mecitoğlu [17] çalışmalarında ortaya koymuşlardır. Eğer patlamalar yeteri kadar uzakta ise, yükün etkileri plak üzerinde düzgün yayılı yük olarak tanımlanır ve yük anlık basınç yükü olarak adlandırılır. Bu örnek kapsamında literatür ile doğrulama çalışmasında, geometrik doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizleri düzgün yayılı anlık basınç yükü için yapılmıştır. Problem sonlu elemanlar paket programı ile modellenerek zamana bağlı analizler gerçekleştirilmiştir.

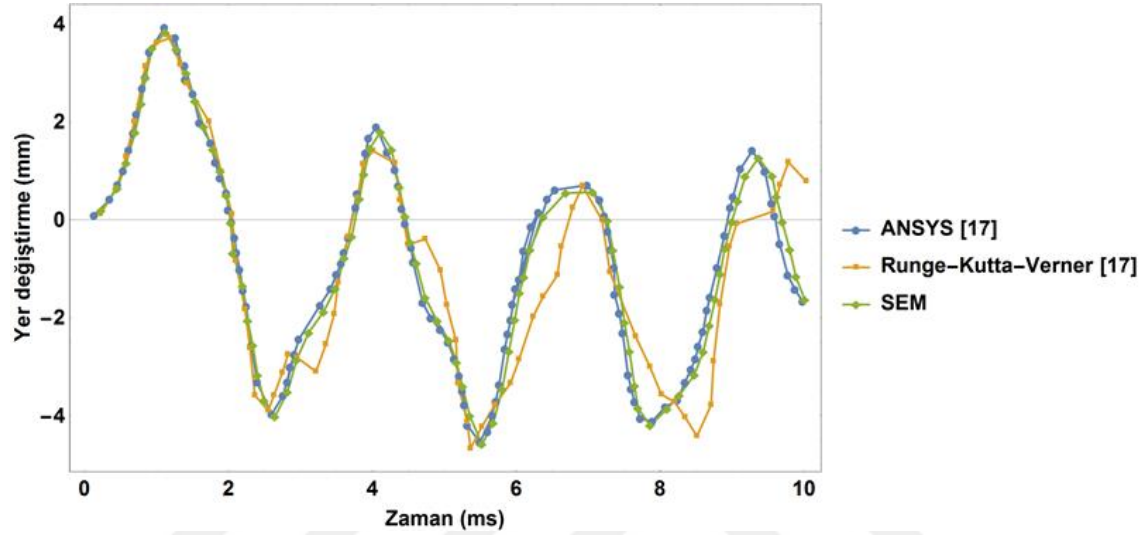
Literatürde sıklıkla bahsedilen zamana bağlı anlık basınç yükü fonksiyon tipleri, Bölüm 5'te detaylıca anlatılmıştır. Anlık basınç yükü, Tablo 6.4'te verilen parametreler kullanılarak Friedlander fonksiyonu olarak adlandırılan Denklem 2.3 yardımıyla hesaplanabilir [17];

Tablo 6.4 Basınç Parametreleri [17]

P_m (Pa)	28906
d (cm)	100
A	0,35
t_p (s)	0,0018
<i>Basınç dalgası</i>	Uniform

Verilen parametrelere göre patlama 100 cm uzaklıkta oluşmaktadır ve analiz süresi 10 ms dir. Basınç dağılımı bu koşullara göre üniform sayılmakta olup yük plakta düzgün bir şekilde yayılmaktadır [17].

Analiz sonuçları tüm kenarlardan ankastre mesnetli kompozit plağın, Denklem 2.3' te verilmiş anlık basınç yükü altında, orta noktanın zamana bağlı deformasyon sonuçları Türkmen ve Mecitoğlu'nun [17] yaptığı çalışma ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 6.5 Tüm kenarlardan ankastre mesnetli (90°/0°) elyaf oryantasyon açısına sahip yedi katmanlı kompozit plağın geometrik doğrusal olmayan teoriye göre zamana bağlı analiz sonuçları

Şekil 6.5' te verilen yer değiştirme/zaman grafiklerine bakıldığında sonuçların birbirleri ile uyduğu görülmektedir.

6.1.3 Örnek 3

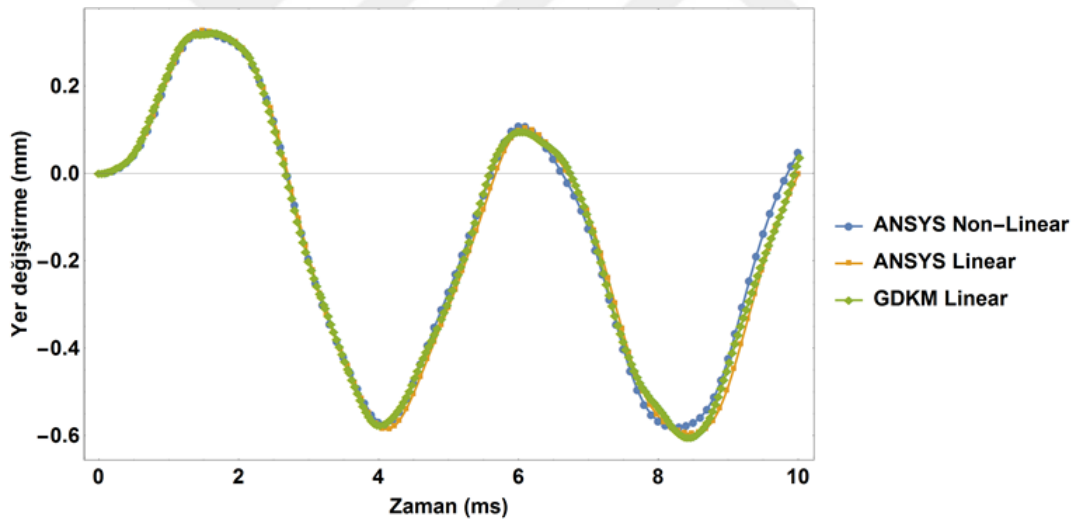
Bu çalışma kapsamında hazırlanan GDKM kodu geometrik doğrusal teoriye göre hazırlanmış olup, parametrik analizler doğrusal teoriye göre yapılacaktır. Tablo 6.5'te verilen basınç parametrelerine göre uygulanan anlık basınç yükü altında plağın doğrusal olmayan şekil değiştirmelere sahip olup olmadığının tespit edilmesi amacıyla, doğrusal ve geometrik doğrusal olmayan teoriye göre iki SEM analizi gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizlerde plak 0° derece elyaf oryantasyon açısına sahip, yedi katmanlıdır. Her bir kompozit katman cam elyafı/epoksi malzemeden oluşmaktadır ve plağın kenarlarında ankastre mesnet sınır şartı uygulanmıştır. Çalışmada SEM analiz sonuçları ve GDKM kodu yardımıyla elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır.

Geometrik lineer teoriye göre hazırlanan GDKM ve sonlu elemanlar analizlerinde Tablo 6.3 ve Tablo 6.5'te verilen parametreler kullanılmıştır.

Tablo 6.5 Basınç Parametreleri

P_m (Pa)	1550
d (cm)	100
A	0,35
t_p (s)	0,0018
Basınç dalgası	Uniform

Anlık basınç yükü altındaki kare plağın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre orta nokta deformasyon analiz sonuçları Şekil 6.6'da verilmektedir.



Şekil 6.6 Anlık basınç yükü altındaki kare plağın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre orta nokta deformasyon sonuçları

Şekil 6.6'da görüldüğü üzere geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan analiz sonuçları birbirleriyle uyumlu olduğundan, doğrusal teoriye göre hazırlanan GDKM modelinin kullanılması uygun bulunmuştur.

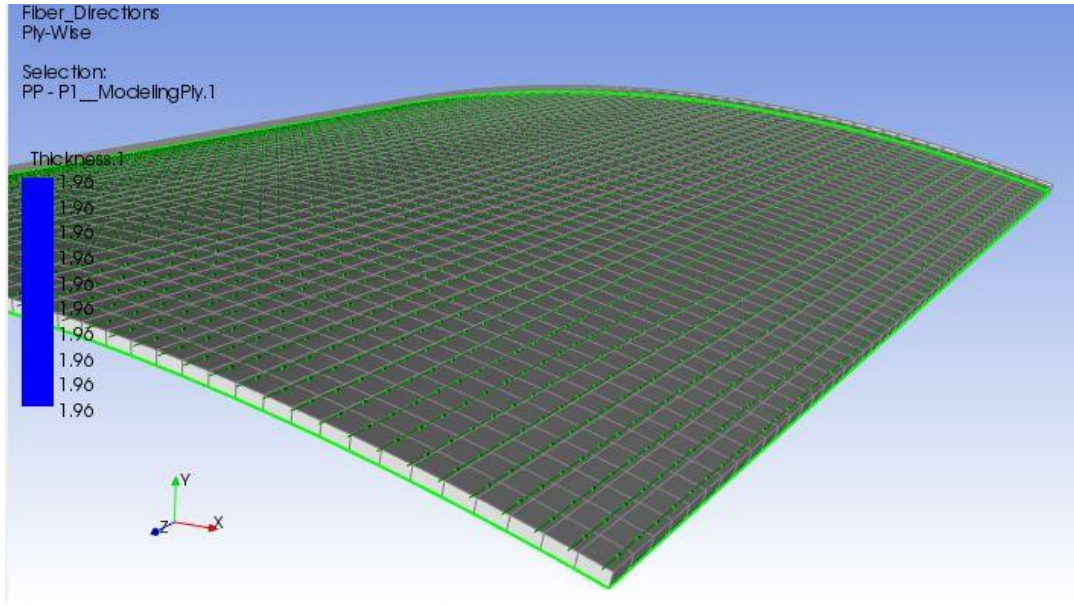
6.1.4 Örnek 4

Bu örnekte, patlama yüküne maruz, kompozit silindirik levhanın doğrusal geometrik ve doğrusal olmayan geometrik teoriye göre dinamik tepkisi GDKM ve SEM ile incelenmiştir.

Levhanın tüm kenarlarına ankastre mesnet şartı uygulanmıştır. Patlama analizinde 0° derece elyaf oryantasyon açısına sahip tek katmanlı levha kullanılmıştır. Levhanın geometrik ve malzeme özellikleri Tablo 6.6'da verilmiştir.

Tablo 6.6 Levhanın geometrik ve malzeme özellikleri

<i>Elastisite Modülü</i>	$E_1 = E_2 = 24.14 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{12})</i>	$G_{12} = 3.79 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{13})</i>	$G_{13} = 3.5 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{23})</i>	$G_{23} = 3.5 \text{ GPa}$
<i>Poisson Oranı</i>	$\nu_{12} = 0.11$
<i>Yoğunluk</i>	$\rho = 1800 \text{ kg/m}^3$
<i>Boy</i>	$a = 0.2 \text{ m}$
<i>Eğrilik Yarıçapı</i>	$R = 0.4 \text{ m}$
<i>Eğrilik Açısı</i>	$\theta_0 = 30^\circ$
<i>Kalınlık</i>	$h = 1.96 \text{ mm}$



Şekil 6.7 0° derece elyaf oryantasyon açısına sahip silindirik levha

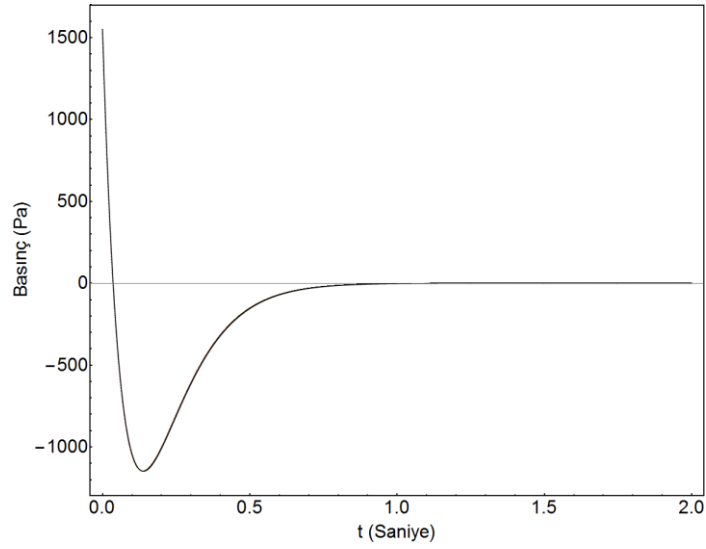
Anlık basınç yükü, Tablo 6.7’de verilen parametreler kullanılarak Denklem 2.3 yardımıyla hesaplanmıştır [17];

Tablo 6.7 Basınç Parametreleri

P_m (Pa)	1550
d (cm)	100
A	0,35
t_p (s)	0,0018
Basınç Dalgası	Üniform

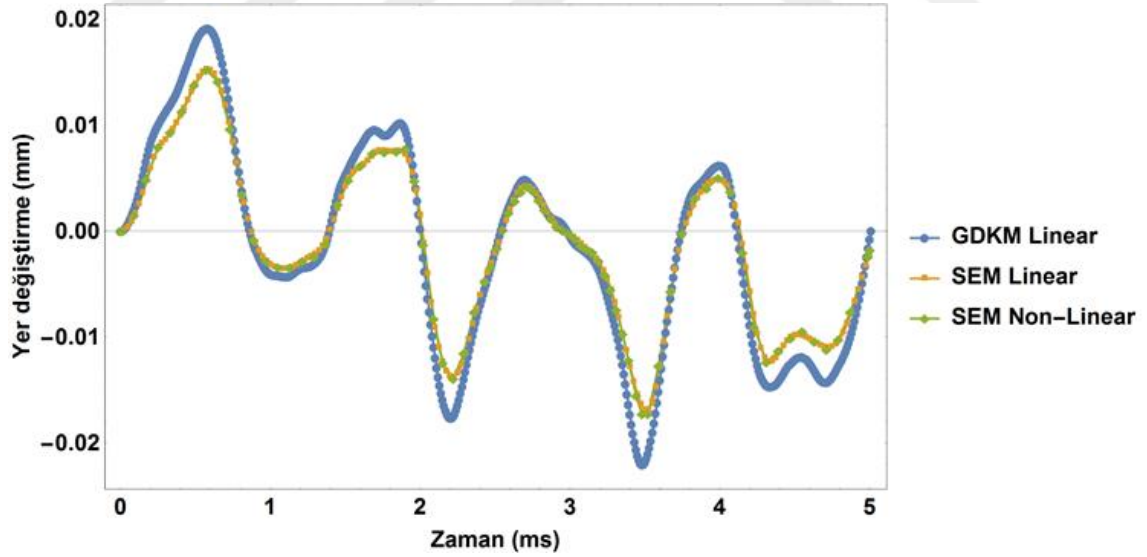
Patlama 100 cm uzaklıkta oluşmakta olup, analiz süresi 5 ms dir. Basınç dağılımı bu koşullara göre üniform sayılmakta ve yük plakta düzgün bir şekilde yayılmaktadır [17].

Tablo 6.7’ de kullanılan basınç parametrelerine göre anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi Şekil 6.8’ de verilmiştir.



Şekil 6.8 Anlık basınç yükünün zamana bağlı değişimi

Geometrik doğrusal dinamik analiz GDKM ile yürütülmüş, analizde 25x25 nokta sayısı kullanılarak çözüm gerçekleştirilmiştir. Silindirik kompozit levhanın orta noktasının zamana bağlı yer değiştirmesi geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre modellenen sonlu elemanlar analizleri ile kıyaslanmıştır. Şekil 6.9'da GDKM ve SEM sonuçları kıyaslanmıştır.



Şekil 6.9 Anlık basınç yükü altındaki tüm kenarlardan ankastre mesnetli silindirik levhanın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan teoriye göre orta noktasının deformasyon sonuçları

Analizler sonucunda patlama yüküne maruz silindirik levhanın geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan SEM sonuçları ve GDKM analiz sonuçları birbirleri ile uyum göstermiştir.

6.2 Parametrik Analizler

Anlık basınç yüküne maruz, tüm kenarları ankastre mesnetli bir katmandan oluşan kompozit silindirik levhanın parametrik analizleri bu bölümde incelenmektedir. Tek katmanlı levha karbon elyafı/epoksi malzemeden oluşmaktadır ve malzeme özellikleri Tablo 6.8’ da vermiştir. Bu çalışmada incelenen parametreler şu şekildedir:

- Levha kalınlığının değişimi
- Levha eğrilik açısının değişimi
- Elyaf oryantasyon açısının değişimi

Tablo 6.8 Malzeme özellikleri [31]

<i>Elastisite Modülü</i>	$E_1 = 131 \text{ GPa}, E_2 = 10.34 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{12})</i>	$G_{12} = 6.895 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{13})</i>	$G_{13} = 6.205 \text{ GPa}$
<i>Kayma Modülü(G_{23})</i>	$G_{23} = 6.895 \text{ GPa}$
<i>Poisson Oranı</i>	$\nu_{12} = 0.22$
<i>Yoğunluk</i>	$\rho = 1580 \text{ kg/m}^3$

Parametrelerdeki değişimin kompozit levha orta noktasının yer değiştirmesine etkisi incelenmiştir. Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri Tablo 6.9’da verilmiştir.

Tablo 6.9 Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri [31]

<i>Boy</i>	$a = 0.22 \text{ m}$
<i>Eğrilik Yarıçapı</i>	$R = \text{Değişken}$
<i>Eğrilik Açısı</i>	$\theta_0 = \text{Değişken}$
<i>Yay Uzunluğu</i>	$L_{\text{yay}} = R \times \theta_0 = 0.22 \text{ m}$

Tablo 6.9 Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri [31](devamı)

<i>Kalınlık</i>	$h = \text{Değişken}$
<i>Oryantasyon Açısı</i>	$\beta = \text{Değişken}$

Patlamayı zamana bağlı tanımlamak için Friedlander fonksiyonu seçilmiş ve Denklem 2.3'e göre hesaplamıştır. Friedlander fonksiyonunda kullanılan basınç parametreleri Tablo 6.7'den alınıp tanımlanmıştır. Dinamik analizin süresi 5 ms dir. Patlayıcının kompozit plağın orta noktasına mesafesi 100 cm'dir ve basınç dağılımı üniform olarak levhada düzgün bir şekilde yayılmaktadır [17].

6.2.1 Yakınsama Analizi

Patlama yüküne maruz lamine kompozit levhanın geometrik doğrusal teoriye göre GDKM analizleri gerçekleştirilirken kullanılan nokta sayısı sonuçlarının hassasiyeti açısından önemlidir. Parametrik analizlerde kullanılacak yeterli nokta sayısını tespit etmek amacıyla bir yakınsama analizi gerçekleştirilmiştir.

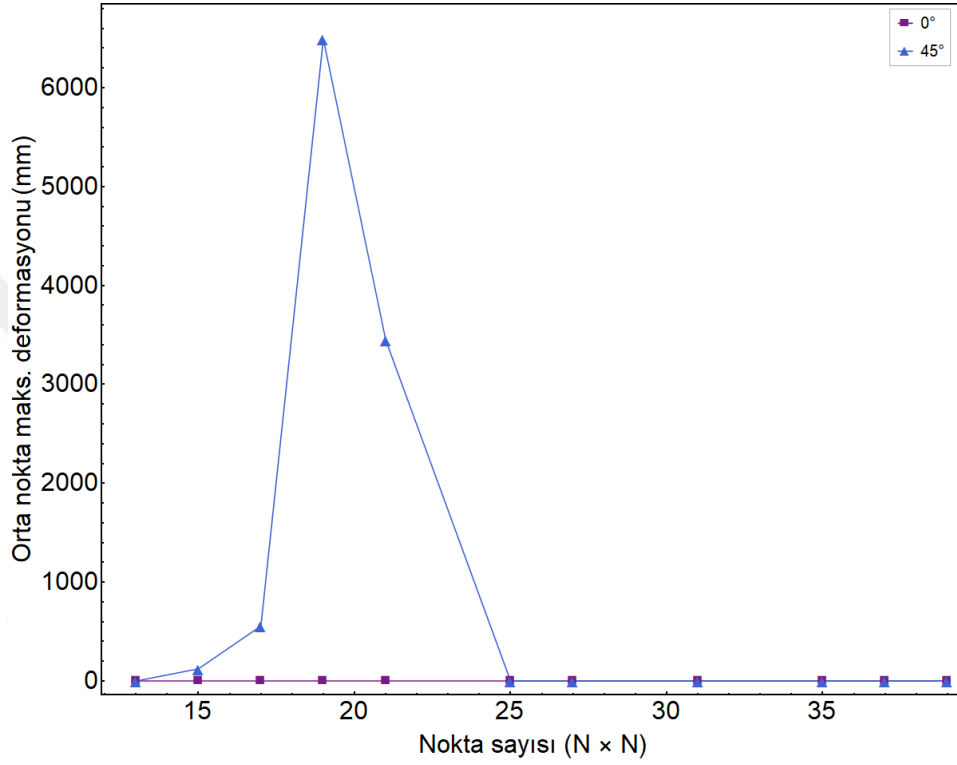
Tablo 6.10 Silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri [31]

<i>Boy</i>	$a = 0.22 \text{ m}$
<i>Eğrilik Yarıçarı</i>	$R = 0.421 \text{ m}$
<i>Eğrilik Açısı</i>	$\theta_0 = 30^\circ$
<i>Toplam Kalınlık</i>	$h = 1.96\text{mm}$
<i>Oryantasyon Açısı (1.Analiz)</i>	$\beta = 0^\circ$
<i>Oryantasyon Açısı (2.Analiz)</i>	$\beta = 45^\circ$

Malzeme ve geometrik özellikler sırayla Tablo 6.8 ve Tablo 6.10'da verilmiş, levhanın tüm kenarlarına ankastre mesnet şartı uygulanmıştır.

Elyaf oryantasyon açısı 0° ve 45° derece olan iki farklı levha için yakınsama analizleri yapılmıştır. Nokta sayısı 13 ile 39 arasında değişirken orta noktanın maksimum deformasyon değerleri incelenmiştir.

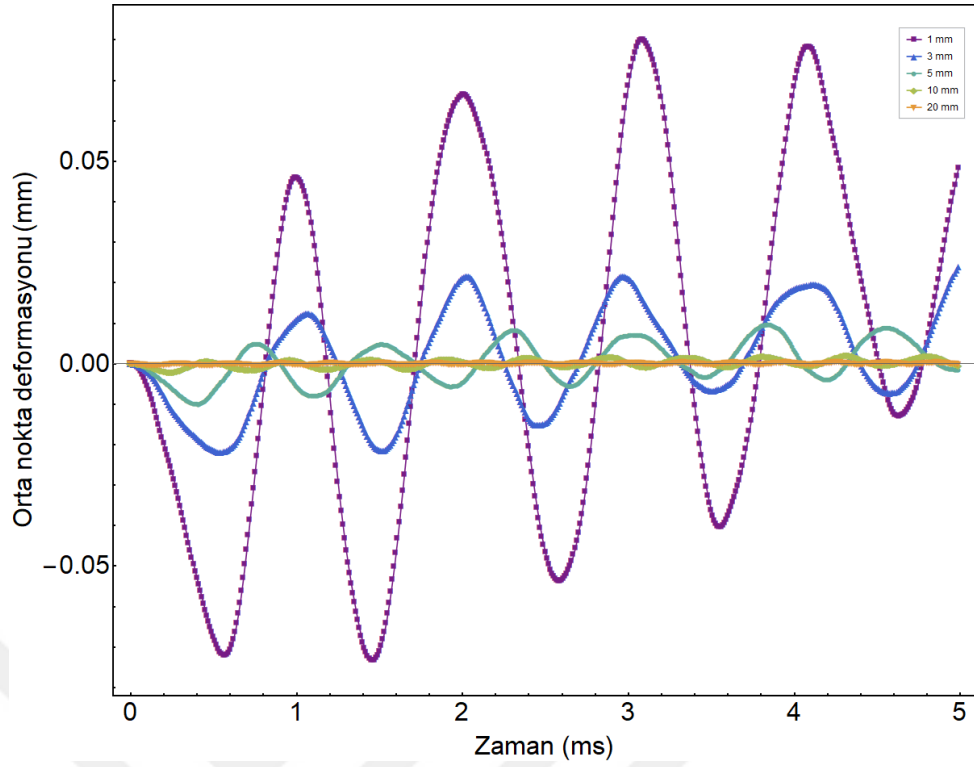
Şekil 6.10'da görüldüğü üzere özellikle 45° derece oryantasyon açısında 25 noktadan sonra analiz sonuçları yakınsamaktadır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda nokta sayısının analiz yakınsaklığına etkisine bakıldığında en az 25×25 nokta dağılımının analiz hassasiyeti için yeterli olacağı görülmüştür. Geometrik lineer dinamik GDKM parametrik analizleri levha üzerinde 31×31 nokta kullanılarak gerçekleştirilmiştir.



Şekil 6.10 Yakınsama analizi

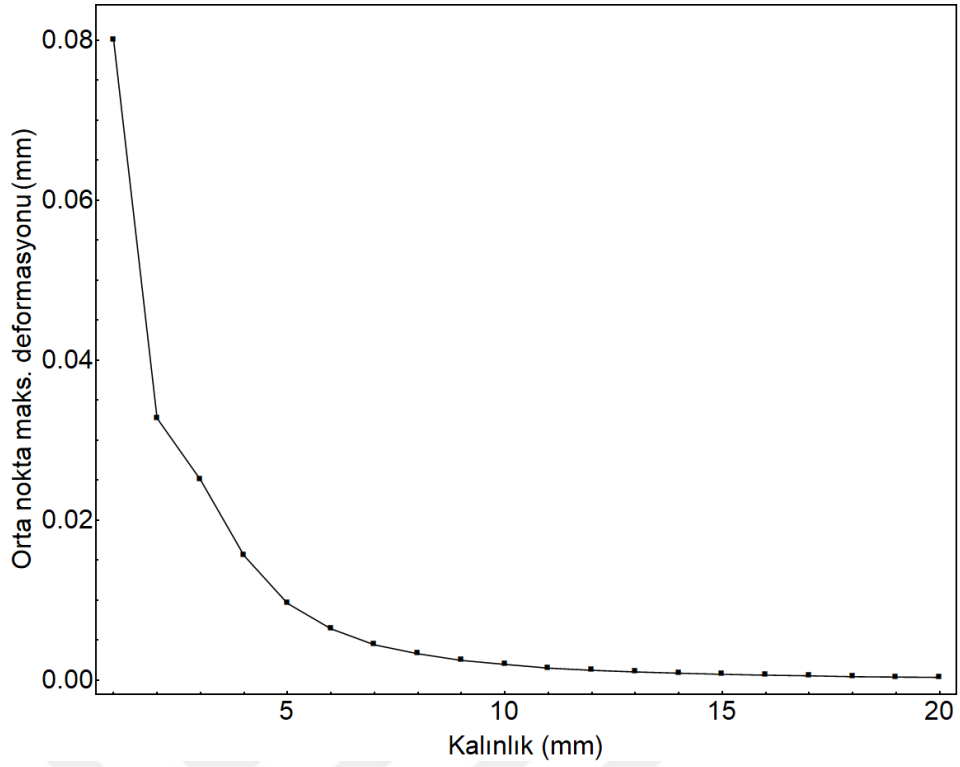
6.2.2 Levha Kalınlığının Değişimi

Bu bölümde silindirik kompozit levha kalınlığının değişimi orta nokta yer değiştirmesine etkisi incelenmiştir. Levha tek katmanlı ve katman kalınlığı $h = 1 - 20\text{mm}$ arasında değişmektedir. Silindirik levhanın eğrilik açısı $\theta_0 = 30^\circ$ ve elyaf oryantasyon açısı 0° 'dir. Levha düz kenar uzunluğu sabit kalacak şekilde eğrilik yarıçapı $R = 0.421\text{ m}$ 'dir.



Şekil 6.11 Farklı kalınlıktaki levhaların orta noktalarının zamana bağlı yer değiştirmesi

Şekil 6.11’de $h = 1, 3, 5, 10, 20$ mm kalınlıktaki silindirik levhalarının zamana bağlı yer değiştirmeleri verilmiştir. Görüldüğü gibi silindirik levhanın kalınlığı arttıkça orta noktanın yer değiştirmesi azalmakta ve salınımların frekanslarında bir artış görülmektedir.



Şekil 6.12 Levha kalınlık değişiminin orta noktanın maksimum yer değiştirmesine etkisi

Farklı kalınlıktaki silindirik kompozit levhaların anlık basınç yükü altında orta noktanın maksimum yer değiştirmesi grafiği Şekil 6.12’de verilmiştir.

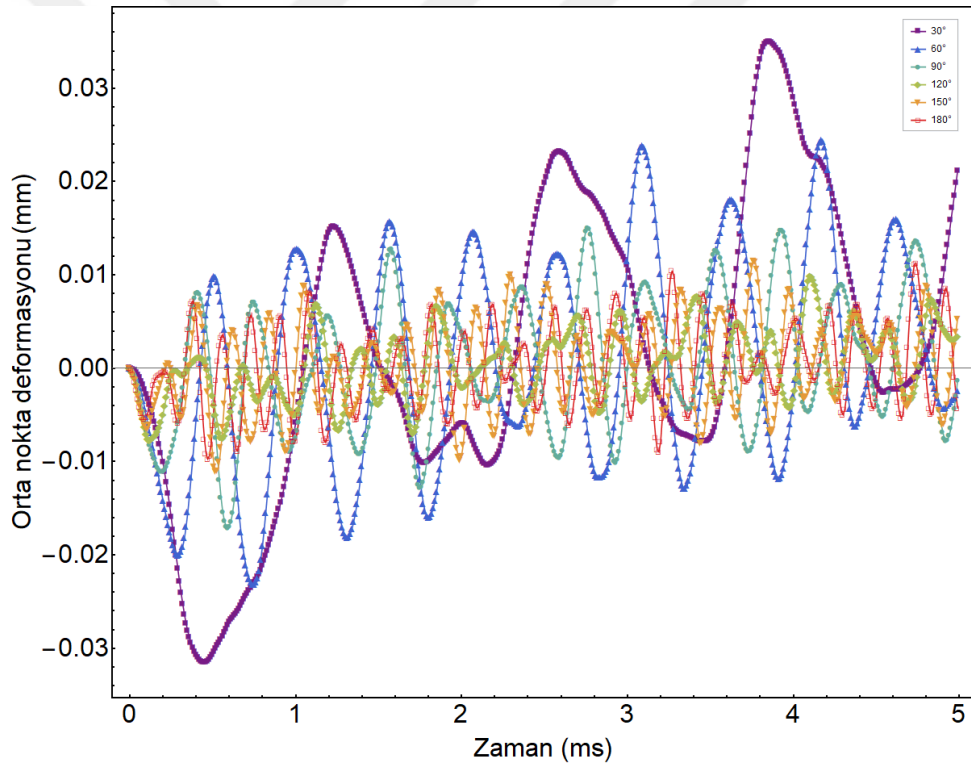
Verilen grafiğe göre kalınlık arttıkça levhanın maksimum orta nokta deformasyonu azalmaktadır. Özellikle 0.08-0.02 mm arasında kompozit levhanın kalınlığı arttıkça rijitliğin etkisi çok daha baskın olduğu için gözle görölür bir değişim meydana gelmektedir.

6.2.3 Eğrilik Açısının Değişimi

Silindirik kompozit levhanın eğri kenarının yay uzunluğu sabit bırakılarak eğrilik açısı θ_0 parametrik olarak değişiminin kompozit levha orta nokta yer değiştirmesine etkisi incelenmiştir. 0° elyaf oryantasyonuna sahip levha tek katmanlı ve katman kalınlığı 1.96 mm dir. Analizlerde silindirik levhanın eğrilik açısı $\theta_0 = 30^\circ$ - 180° arasında 5’er derece değişmektedir. Tablo 6.11’de referans için 6 parametre verilmiştir.

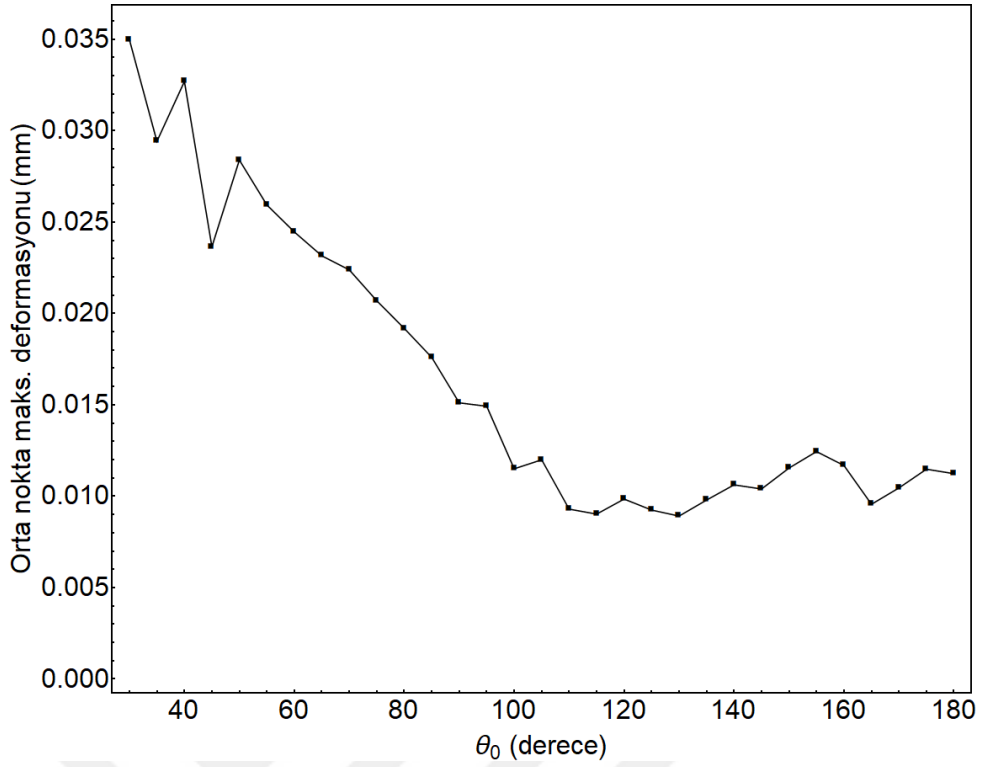
Tablo 6.11 Eğrilik açısı ve eğrilik yarıçapı

<i>Parametre</i>	θ_0°	<i>R (m)</i>
1	30	0.421
2	60	0.210
3	90	0.140
4	120	0.105
5	150	0.084
6	180	0.070



Şekil 6.13 Levha eğrilik açısının değişiminin orta noktanın zamana bağlı yer değiştirme etkisi

Şekil 6.13'te silindirik kompozit levhanın eğrilik açısının değişiminin orta noktanın zaman bağlı yer değiştirme etkisi verilmiştir. Levha eğrilik açısı arttıkça salınımların frekanslarında bir artış görülmektedir ve orta noktanın yer değiştirmesi azalmaktadır.

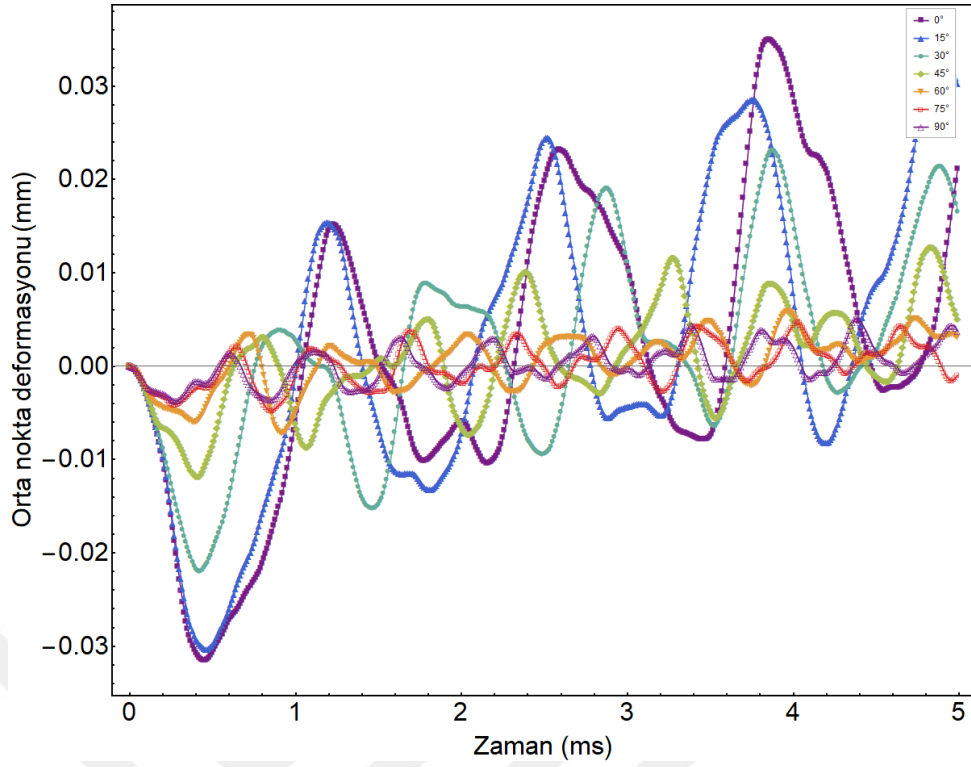


Şekil 6.14 Levha eğrilik açısının değişiminin orta noktanın maksimum yer değiştirmesine etkisi

Şekil 6.14’te silindirik levhanın eğrilik açısının değişimi sonucunda orta noktanın maksimum yer değiştirme değerleri grafiği verilmiştir. Eğrilik açısının artması ile orta noktanın maksimum deformasyonunun azaldığı görülmektedir. Levhanın eğriliği arttıkça rijitliği arttığı için orta noktanın deformasyonunun azaldığı söylenebilir.

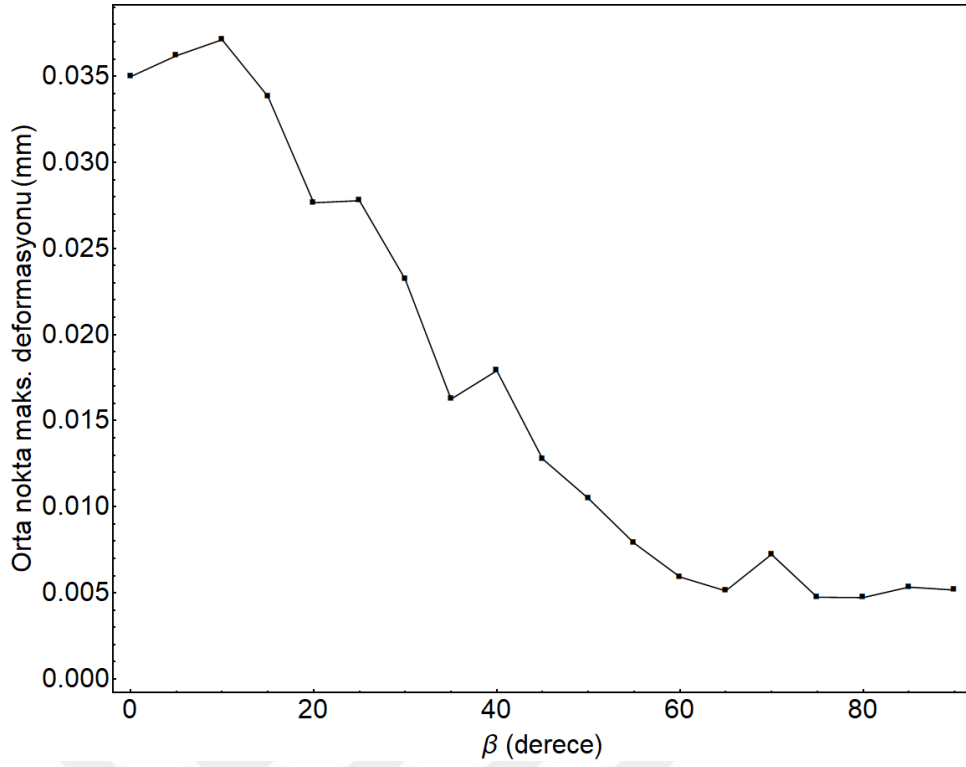
6.2.4 Elyaf Oryantasyon Açısının Değişimi

Bu bölümde kalınlığı $h = 1.96$ mm olan silindirik levhanın elyaf oryantasyon açısının değişimi orta nokta yer değiştirmesine etkisi incelenmiştir. Tablo 6.10’ a göre levhanın eğrilik açısı $\theta_0 = 30^\circ$ ve levha düz kenar uzunluğu sabit kalacak şekilde eğrilik yarıçapı $R = 0.421$ m’dir. Tek katmanlı levhanın oryantasyon açısı $\beta = 0^\circ$ - 90° arasında kademeli olarak değiştirilerek parametrik analizler gerçekleştirilmiştir. Elyaf oryantasyon açısının 0° olduğu durumda elyaf iplikleri x koordinatına paralel iken, 90° olduğu durumda ise θ koordinatına paraleldir.



Şekil 6.15 Levha elyaf oryantasyon açısının değişiminin orta noktanın zamana bağlı yer değiştirmesine etkisi

Şekil 6.15'te silindirik kompozit levhanın farklı elyaf oryantasyon açısındaki orta noktasının zaman bağlı yer değiştirmesi verilmiştir. Elyaf oryantasyon açısı arttıkça salınımların frekanslarında bir artış görülmektedir ve orta noktanın yer değiştirmesi azalmaktadır. Aynı zamanda rijitliğinin artışı maksimum deformasyona ulaşma zamanını da kısaltmaktadır.



Şekil 6.16 Levha elyaf oryantasyon açısının değişimi orta noktanın maksimum yer değiştirmesine etkisi

Şekil 6.16'da elyaf oryantasyon açısının 0° 'den 90° 'ye değişmesi esnasında levhanın rijitliği arttığından maksimum deformasyonun azaldığı görülmektedir. Yapılan analiz sonucu ankastre mesnetli levhalarda ve Tablo 6.8'de verilen malzeme özelliklerine göre, 90° oryantasyon açısına sahip elyaf kullanılması yapıyı daha rijit hale getirmektedir.

7 SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, anlık basınç yüküne maruz kalmış ankastre mesnetli silindirik kompozit levhanın geometrik lineer dinamik tepkileri parametrik olarak incelenmiştir. Silindirik levhaya ait bünye denklemleri ve sınır şartları silindirik koordinat sistemine göre oluşturulmuştur. Silindirik koordinat dönüşümü $y = R \times \theta_0$ denklemi ile gerçekleştirilmiştir. Bünye ve sınır şartı denklemleri dinamik sistemlerin çözümünde kullanılan Hamilton prensibi yardımı ile elde edilmiştir. Hamilton prensibi, virtüel iş prensibinin dinamik hale genelleştirilmesidir. Bünye ve sınır şartı denklemleri genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu (GDKM) ile MATHEMATICA yazılımı yardımıyla çözdürülmüştür. Anlık basınç yükünün zamana bağlı ifadesinde Friedlander basınç fonksiyonu kullanılmıştır. Basıncı tanımlamak için literatürde mevcut olan basınç parametreleri kullanılmıştır. Geometrik doğrusal diferansiyel denklem sisteminin zamana bağlı ifadeleri Newmark-Beta metodu ile hesaplanmıştır. Ortotropik malzeme özelliklerine sahip silindirik levhanın patlama sonucu orta noktanın deformasyon kontrolü gerçekleştirilmiştir.

Tez kapsamında oluşturulan, silindirik kompozit levhanın anlık basınç yükü altındaki geometrik doğrusal dinamik tepkisinin GDKM ile çözüldüğü kodun doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Doğrulama çalışması, levhanın matematiksel modelinin ve çözüm yönteminin doğru ve güvenilir olduğunu göstermektedir. Doğrulama çalışmaları tamamlandıktan sonra, GDKM ile parametrik çalışmalara geçmeden önce çözümün hassasiyetini arttırmak için nokta sayısı tespit amacıyla yakınsama analizleri gerçekleştirilmiştir. Sonrasında silindirik kompozit levhanın geometrik özellikleri değiştirilerek yapının orta noktasının yer değiştirmesine etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Parametrik çalışmalar sonucunda geometrik özelliklerin değişimi etkileri açıklanmıştır.

Genelleştirilmiş diferansiyel kuadratür metodu ile gerçekleştirilen geometrik doğrusal dinamik analizler, bu metodun anlık basınç yüküne maruz silindirik

kompozit levhanın çözümünde kullanılan uygun bir çözüm yöntemi olduğunu göstermiştir.

Sonlu elemanlar analizine kıyasla çok daha az nokta dağılımıyla hızlı ve doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. Ortotropik malzeme özelliğine sahip tek yönlü elyaf yönelimli kompozit lamine levhanın orta noktanın yer değiştirme sonuçları doğru bir şekilde elde edilmektedir. Parametrik çalışmaların sonuçlarına göre:

- Tek katmanlı kompozit levhanın kalınlığı arttıkça rijitliği de artmaktadır. Dolayısıyla orta nokta maksimum deformasyonları azalmakta ve levhanın serbest titreşim frekansı artmaktadır.
- Levhanın eğriliği arttıkça rijitliği de artmaktadır. Dolayısıyla orta nokta maksimum deformasyonları azalmakta ve levhanın serbest titreşim frekansı artmaktadır.
- Elyaf oryantasyon açısı 0° dereceden 90° dereceye giderken, silindirik eksene paralel elyaf yönelimindeki levhaların, doğrusal eksene paralel olanlara nazaran daha rijit olduğu görülmüştür. Dolayısıyla orta nokta maksimum deformasyonları azalmakta ve levhanın serbest titreşim frekansı artmaktadır.

Buna ek olarak gerilme dağılımının detaylı olarak incelenmesi önerilmektedir. Çalışma, GDKM'nun etkili ve dinamik analizlerde kullanılabilecek bir sayısal analiz metodu olduğunu göstermektedir.

Gelecek Çalışmalar

Hava patlamasının yapılar üzerindeki oluşacak dinamik etkisi özellikle savunma sanayinde ve deniz yapılarının tasarımında önceden bilinmesi son derece önemlidir. Bu sebeple imalat öncesi seçilecek olan yapı malzemesinden kullanılacak savaş ekipmanlarına kadar hepsine olabildiğince dinamik analizler yapılmalı ve imkanlar çevresinde deneylerle karşılaştırılmalıdır. Bu tez kapsamında hazırlanan matematiksel model ile patlama yüküne maruz silindirik katmanlı kompozit levhanın dinamik tepkisi hesaplanabilmektedir.

Gelecekteki çalışmalarda aşağıdaki konular incelenecektir:

- Çeşitli hasar kriterlerine göre yapının mukavemetinin incelenmesi.

- Geometrik doğrusal olmayan teorinin kullanılması ile gerçekleştirilecek dinamik analizlerin, kurulacak test düzeneği ile doğrulama çalışmaları.
- Farklı malzeme modellerinin incelenmesi.



-
- [1] E. REISSNER, "Finite Deflections of Sandwich Plates," *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 15, no. 7, pp. 435–440, 1948.
 - [2] L. C. ve B. S.B, "A General Small-Deflection Theory For Flat Sandwich Plates." ABD, 1948.
 - [3] Robert H. Cole, *Underwater Explosions*. 1948.
 - [4] C. G. Houlston, R., Slater, J. E., Pegg, N., and DesRochers, "On Analysis of Structural Response of Ship Panels Subjected to Air Blast Loading," *Compurm & Strucrures*, vol. 21, no. 112, pp. 273–289, 1985.
 - [5] L. Librescu and A. Nosier, "Response of laminated composite flat panels to sonic boom and explosive blast loadings," *AIAA J.*, vol. 28, no. 2, pp. 345–352, 1990.
 - [6] Z. Kazanci and Z. Mecitoğlu, "Nonlinear dynamic behavior of simply supported laminated composite plates subjected to blast load," *J. Sound Vib.*, vol. 317, no. 3–5, pp. 883–897, 2008.
 - [7] D. J. D. b J. Chen a,* and S. Wang c, "Nonlinear transient analysis of rectangular composite laminated plates," *Compos. Struct.* 49, pp. 129–139, 2000.
 - [8] H. Tannöver and E. Şenocak, "Nonlinear transient analysis of moderately thick rectangular composite plates," *Aeronaut. J.*, vol. 114, no. 1157, pp. 437–444, 2010.
 - [9] G. Chandrasekharappa and H. R. Srirangarajan, "Nonlinear response of elastic plates to pulse excitations," *Comput. Struct.*, vol. 27, no. 3, pp. 373–378, 1987.
 - [10] G. Chandrasekharappa and H. R. Srirangarajan, "(Received 51 January 1986 ; accepted for print 28 March 1986)," vol. 13, no. 2, p. 6413, 1986.
 - [11] S. A. Tekalur, A. Shukla, and K. Shivakumar, "Blast resistance of polyurea based layered composite materials," *Compos. Struct.*, vol. 84, no. 3, pp. 271–281, 2008.
 - [12] D. Balkan and Z. Mecitoğlu, "Nonlinear dynamic behavior of viscoelastic sandwich composite plates under non-uniform blast load: Theory and experiment," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 72, pp. 85–104, 2014.
 - [13] T. Hause and L. Librescu, "Dynamic response of anisotropic sandwich flat panels to explosive pressure pulses," *Int. J. Impact Eng.*, vol. 31, no. 5, pp. 607–628, 2005.
 - [14] T. Hause and L. Librescu, "Dynamic response of doubly-curved anisotropic sandwich panels impacted by blast loadings," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 20, pp. 6678–6700, 2007.
 - [15] A. Rajamani and R. Prabhakaran, "Response of composite plates to blast loading," *Exp. Mech.*, vol. 20, no. 7, pp. 245–250, 1980.

- [16] H. Türkmen, Z. Mecitoğlu, and O. Borat, "Nonlinear Structural Response of Laminated Composite Panels Subjected to Blast Loadings," *Math. Comput. Appl.*, vol. 1, no. 1, pp. 126–133, 1996.
- [17] H. S. Türkmen and Z. Mecitoglu, "Nonlinear structural response of laminated composite plates subjected to blast loading," *AIAA J.*, vol. 37, no. 12, pp. 1639–1647, 1999.
- [18] H. S. Türkmen and Z. Mecitoglu, "Nonlinear structural response of laminated composite plates subjected to blast loading," *AIAA J.*, vol. 51, no. 12, pp. 175–180, 1999.
- [19] J. Wei, M. S. Shetty, and L. R. Dharani, "Stress characteristics of a laminated architectural glazing subjected to blast loading," *Comput. Struct.*, vol. 84, no. 10–11, pp. 699–707, 2006.
- [20] W. S. Burton and A. K. Noor, "Assessment of continuum models for sandwich panel honeycomb cores," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 145, no. 3–4, pp. 341–360, 1997.
- [21] M. Amabili, "Theory and experiments for large-amplitude vibrations of rectangular plates with geometric imperfections," *J. Sound Vib.*, vol. 291, no. 3–5, pp. 539–565, 2006.
- [22] M. Amabili, "Nonlinear vibrations of rectangular plates with different boundary conditions: Theory and experiments," *Comput. Struct.*, vol. 82, no. 31–32, pp. 2587–2605, 2004.
- [23] D. Mohan and H. B. Kingsbury, "Free Vibrations of Generally Orthotropic Plates," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 50, no. 1B, pp. 266–269, 1971.
- [24] A. W. Leissa, "The free vibration of rectangular plates," *J. Sound Vib.*, vol. 31, no. 3, pp. 257–293, 1973.
- [25] O. G. McGee and A. W. Leissa, "Three-dimensional free vibrations of thick skewed cantilevered plates," *J. Sound Vib.*, vol. 144, no. 2, pp. 305–322, 1991.
- [26] W. C. Chen and W. H. Liu, "Deflections and free vibrations of laminated plates-Levy-type solutions," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 32, no. 9, pp. 779–793, 1990.
- [27] R. Bellman and J. Casti, "Differential quadrature and long-term integration," *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 34, no. 2, pp. 235–238, 1971.
- [28] R. Bellman, B. G. Kashef, and J. Casti, "Differential quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations," *J. Comput. Phys.*, vol. 10, no. 1, pp. 40–52, 1972.
- [29] C. Shu, *Differential quadrature and its applications in engineering*. Great Britain: Springer-Verlag; 2000.
- [30] X. Wang and C. W. Bert, "A New Approach In Applying Differential Quadrature To Static And Free Vibrational Analyses Of Beams And Plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 162, no. 3, pp. 566–572, 1993.
- [31] M. Taskin, A. Arikoglu, and O. Demir, "Vibration and damping analysis of

- sandwich cylindrical shells by the GDQM,” *AIAA J.*, vol. 57, no. 7, pp. 3040–3051, 2019.
- [32] A. Arikoglu, “Multi-objective optimal design of hybrid viscoelastic/composite sandwich beams by using the generalized differential quadrature method and the non-dominated sorting genetic algorithm II,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 56, no. 4, pp. 885–901, 2017.
 - [33] H. Kurtaran, “Geometrically nonlinear transient analysis of moderately thick laminated composite shallow shells with generalized differential quadrature method,” *Compos. Struct.*, vol. 125, pp. 605–614, 2015.
 - [34] S. Süssler, H. Kurtaran, H. S. Türkmen, Z. Kazancı, and V. Lopresto, “An experimentally validated numerical method for investigating the air blast response of basalt composite plates,” *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 27, no. 6, pp. 441–454, 2020.
 - [35] S. Maleki and M. Tahani, “Composites : Part B Non-linear analysis of fiber-reinforced open conical shell panels considering variation of thickness and fiber orientation under thermo-mechanical loadings,” *Compos. Part B*, vol. 52, pp. 245–261, 2013.
 - [36] A. Alibeigloo and M. Shakeri, “Elasticity solution for static analysis of laminated cylindrical panel using differential quadrature method,” vol. 31, no. 1, pp. 260–267, 2009.
 - [37] P. Malekzadeh, “Differential quadrature large amplitude free vibration analysis of laminated skew plates based on FSDT,” *Compos. Struct.*, vol. 83, no. 2, pp. 189–200, 2008.
 - [38] C. BERT, S. JANG, and A. STRIZ, “New methods for analyzing vibration of structural components,” vol. 26, no. 5, pp. 612–618, 1987.
 - [39] S. K. Jang, C. W. Bert, and A. G. Striz, “Application of differential quadrature to static analysis of structural components,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 28, no. 3, pp. 561–577, 1989.
 - [40] S. W. Alisjahbana, I. Alisjahbana, B. S. Gan, Safrilah, and J. C. P. Putra, “Dynamic behaviour of stiffened orthotropic plates subjected to Friedlander blast load,” *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 615, no. 1, 2019.
 - [41] C. AKSOYLAR and M. H. OMURTAG, “Anlık Basınç Yüğü Altındaki Kompozit Plakların Karışık SEM ile Analizi,” pp. 5689–5711, 2011.
 - [42] H. Uyanık, Z. Mec, and İ. T. O. Ğ. Lu, “Anlık basınç yüğü etkisi altındaki katmanlı kompozit bir plağın titreşimlerinin kontrolü,” no. 212, pp. 61–73, 2008.
 - [43] “U.S. Army Corps of Engineers, ‘Unified Facilities Criteria (UFC) Structures To Resist the Effects of Accidental,.’” 2008.
 - [44] M. L. R. Shaheen, “Numerical Modeling of Blast Loads effects on a Reinforced Concrete Structure Using LS-DYNA Software,” 2015.

- [45] J.N.Reddy, *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. 2006.
- [46] J. N. Reddy, “Energy Principles and Variational Methods,” *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. pp. 58–112, 2020.
- [47] F. Civan and C. M. Sliepcevich, “Differential quadrature for multi-dimensional problems,” *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 101, no. 2, pp. 423–443, 1984.
- [48] H. Lin and L. Sun, “Searching globally optimal parameter sequence for defeating Runge phenomenon by immunity genetic algorithm,” *Appl. Math. Comput.*, vol. 264, pp. 85–98, 2015.
- [49] A. K. Chopra, *Dynamics of structures : theory and applications to earthquake engineering*, 4/E. 2012.
- [50] N. M. Newmark, “Method of Computation for Structural Dynamics.,” *Pressure Vessels Piping Design Anal*, vol. 2. pp. 1235–1264, 1972.



Konferans Bildirileri

1. V. Rayevskiy, O. Demir, M. Taskin, “Investigation of Dynamic Behavior of Composite Plates Subjected to Blast Load at Different Fiber Orientation Angles by Using Generalized Differential Quadrature Method”, 2nd International Symposium of Scientific Research and Innovative Studies, ISBN: 978-605-73639-1-6, 2-5 March 2022. ORCID: 0000-0003-0577-1093

