



**T.C.**

**TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ**

**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**YAPAY SİNİR AĞLARI, KRİĞİNG VE POLİNOMLAR İLE  
YEREL JEOİD BELİRLEME YÖNTEMLERİNİN AMASYA İLİ  
ÖRNEĞİNDE KARŞILAŞTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ender ESKİOĞLU**

**Danışman: Prof. Dr. Ersoy ARSLAN**

**TOKAT- 2022**

## ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Ersoy ARSLAN danıŐmanlıęında hazırlamıŐ olduğum ‘‘Yapay Sinir Ağları, Kriging ve Polinomlar ile Yerel Jeoid Belirleme Yöntemlerinin Amasya İli Örneğinde Karşılaştırılması’’ adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

02/08/2022

Ender Eskioglu

## ÖNSÖZ

Başta yüksek lisans eğitimim boyunca bana her türlü konuda öncülük ederek bilgi ve tecrübeleriyle her zaman yanımda olan saygıdeğer hocam Sayın Prof. Dr. Ersoy Arslan'a sonsuz teşekkür ederim.

Tez jürimde yer alan sayın hocalarım Prof. Dr. Serdar Erol'a ve Dr. Öğr. Üyesi Servet Yaprak'a tez için ayırdıkları kıymetli vakitleri ve değerli yorumları için ayrıca teşekkür ederim.

Eğitimim boyunca özverisini ve desteğini esirgemeyen, mesleki tecrübelerinden faydalandığım Dr. Öğr. Üyesi Berkant Konakoğlu'na teşekkür ederim.

Özellikle tez aşamasında desteklerini esirgemeyen arkadaşlarım Öğr. Gör. Recep Çakır ve Öğr. Gör. Sertaç Zobu'ya teşekkür ederim.

Desteklerini ve sevgilerini hayatım boyunca hep yanımda hissettiğim kıymetli ailem ve sevgili eşime teşekkür ederim.

**ÖZET**  
**YAPAY SİNİR AĞLARI, KRİGİNG VE POLİNOMLAR İLE YEREL JEOİD**  
**BELİRLEME YÖNTEMLERİNİN AMASYA İLİ ÖRNEĞİNDE**  
**KARŞILAŞTIRILMASI**

Ender, Eskioğlu  
Yüksek Lisans, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı  
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ersoy Arslan  
Ağustos 2022, xii + 64 sayfa

Klasik haritacılık faaliyetleri yerine günümüzde sıklıkla tercih edilen GNSS ölçüm yöntemleri elipsoidal yüksekliğin kısa sürede belirlenmesini sağlamaktadır. Ancak elipsoid yüksekliği fiziksel bir anlam ifade etmemektedir. Bu nedenle mühendislik hesaplamalarında fiziksel bir anlamı olan ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Ortometrik yüksekliklere geçmek için de jeoid yüksekliğinin bilinmesi gerekmektedir. Jeoid yüksekliği bu tez kapsamında olduğu gibi yerel olarak da belirlenebilir. Yapılan tez kapsamında Amasya ilinde yerel jeoidin belirlenmesi amaçlanmıştır. Yapılan çalışmada altmışiki adet C3 dereceli nokta verisi kullanılmıştır. Veriler dayanak ve eğitim olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Çalışma bölgesinde polinomlar, kriging ve yapay sinir ağları yöntemleri kullanılmıştır. Uygulama sonucunda belirlenen istatistikler karesel ortalama hata kriterine göre değerlendirilmiştir. Çalışma bölgesinde en iyi sonucun çok katmanlı algılayıcı yapay sinir ağları yöntemiyle alındığı görülmüştür. Bu yöntemle en yakın sonuçlar ise kriging yöntemiyle elde edilmiştir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Yapay Sinir Ağları, Kriging, Polinomlar, Jeoid, Ortometrik Yükseklik

## **ABSTRACT**

### **COMPARISON OF LOCAL GEOID DETERMINATION METHODS WITH ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, KRIGING AND POLYNOMIALS IN THE EXAMPLE OF AMASYA PROVINCE**

Ender, Eskioğlu

Master's Thesis, Department of Surveying Engineering

Advisor: Prof.Dr. Ersoy Arslan

August 2022, xii + 64 pages

Instead of conventional surveying techniques, GNSS measurement methods, which are frequently preferred today, enable the ellipsoidal height to be determined in a short time. However, the ellipsoidal height does not make any physical sense. Therefore, orthometric heights, which have a physical meaning, are used in engineering applications. In order to transform the ellipsoidal height to orthometric height, the geoid model must be known. The geoid model can be determined locally as well as within the scope of this thesis. Within the scope of this thesis, it is aimed to determine the local geoid model in Amasya region. Sixty-two C3 grade GNSS/levelling station were used in the study. The data were divided into two groups as model and test points. Polynomials, kriging and artificial neural network methods were used to create the local geoid model in the study area. The statistics determined as a result of the application were evaluated according to the square mean error criterion. It is observed that the best results have been obtained with the multilayer perceptron artificial neural networks method in the study area. The closest results to this method have been obtained with the kriging method.

**KEYWORDS:** Artificial Neural Networks, Kriging, Polynomials. Geoid, Orthometric Height

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ETİK SÖZLEŞME.....	i
ÖNSÖZ .....	ii
ÖZET .....	iii
ABSTRACT.....	iv
İÇİNDEKİLER .....	v
TABLolar LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti .....	3
2. YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ.....	6
2.1 Elipsoidal Yükseklik .....	6
2.2 Ortometrik Yükseklik.....	7
3. JEOİD BELİRLEME.....	8
3.1 Jeoid Belirleme Yöntemleri .....	8
3.1.1 Polinomlarla enterpolasyon yöntemi .....	11
3.1.2 Kriging yöntemi ile enterpolasyon .....	19
3.1.3 Yapay sinir ağı tekniği ile jeoid belirleme .....	26
4. UYGULAMA.....	39
4.1 Polinomlar ile Enterpolasyon Uygulaması.....	41
4.2 Kriging Yöntemi Uygulaması .....	46
4.3 Yapay Sinir Ağları Yöntemi Uygulaması .....	51
5. BULGULAR ve TARTIŞMA .....	54

6. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	57
7. KAYNAKLAR.....	60
EKLER.....	63
ÖZGEÇMİŞ.....	64



## TABLULAR LİSTESİ

### Sayfa

Tablo 4.1 Dayanak noktalarının polinom enterpolasyonu istatistik sonuçları.....	43
Tablo 4.2 Test noktalarının polinom enterpolasyonu istatistik sonuçları.....	43
Tablo 4.3 Dayanak noktalarının kriging enterpolasyonu istatistik sonuçları .....	50
Tablo 4.4 Test noktalarının kriging enterpolasyonu istatistik sonuçları.....	51
Tablo 4.5 Dayanak ve eğitim noktalarının YSA uygulaması istatistik sonuçları.....	54
Tablo 4.6 Test noktalarının YSA uygulaması istatistik sonuçları .....	54
Tablo 5.1 Uygulamalar sonucu dayanak ve eğitim noktalarının istatistik sonuçları .....	55
Tablo 5.2 Uygulamalar sonucu test noktalarının istatistik sonuçları.....	56

## ŞEKİLLER LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1.1 Ortometrik ve elipsoidal yükseklik arasındaki ilişki .....	2
Şekil 2.1 Pizetti (a) ve Helmert (b) izdüşümü .....	7
Şekil 3.1 Kriging kestirimi.....	21
Şekil 3.2 Deneysel ve teorik variogram.....	25
Şekil 3.3 Biyolojik sinir hücresinin yapısı .....	29
Şekil 3.4 Yapay nöronun temel bileşenleri .....	29
Şekil 3.5 Çok katmanlı bir yapay sinir ağının genel görünümü .....	31
Şekil 3.6 Öğrenme ve test etme .....	32
Şekil 3.7 İleri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma prensibi .....	33
Şekil 3.8 Geri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma prensibi.....	33
Şekil 3.9 Danışmanlı öğrenme yapısının genel görünümü .....	34
Şekil 3.10 Danışmansız öğrenme yapısının genel görünümü.....	34
Şekil 3.11 Takviyeli öğrenme yapısının genel görünümü .....	35
Şekil 3.12 Geri yayılım algoritması için akış diyagramı .....	38
Şekil 3.13 Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağının katman görünümü .....	39
Şekil 4.1 Çalışma bölgesinde yer alan tüm noktalar.....	40
Şekil 4.2 Çalışma bölgesinde yer alan dayanak ve test noktalarının dağılımı.....	40
Şekil 4.3 Lineer enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi .....	41
Şekil 4.4 Kuadratik enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi ....	42
Şekil 4.5 Kübik enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi .....	42
Şekil 4.6 Lineer ve Kuadratik yüzey için eşyükseklik haritası.....	43
Şekil 4.7 Kübik yüzey için eşyükseklik haritası .....	44
Şekil 4.8 3B Lineer yüzey haritası.....	44
Şekil 4.9 3B Kuadratik yüzey haritası .....	45
Şekil 4.10 3B Kübik yüzey haritası .....	45
Şekil 4.11 ORD1 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi.....	46
Şekil 4.12 ORD2 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi.....	47
Şekil 4.13 ORD3 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi.....	48
Şekil 4.14 SİM1 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi .....	49
Şekil 4.15 SİM2 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi .....	50

Şekil 4.16 GRYSA yönteminde ağ yapısının görünümü .....	52
Şekil 4.17 ÇKA1 modelinin yapısı .....	52
Şekil 4.18 ÇKA2 modelinin yapısı .....	52
Şekil 4.19 ÇKA3 modelinin yapısı .....	53
Şekil 4.20 ÇKA4 modelinin yapısı .....	53
Şekil 5.1 Uygulanan yöntemlerden elde edilen KOH değerlerinin karşılaştırması (test noktaları için).....	56



## SİMGELER ve KISALTMALAR

Simgeler	Açıklamalar
$h$	Elipsoid Yüksekliği
$H$	Ortometrik Yükseklik
$N$	Jeoid Yüksekliği
$\varphi$	Coğrafi Enlem
$\lambda$	Coğrafi Boylam
$f$	Basıklık
$R$	Eğrilik Yarıçapı
$e^2$	Birinci Eksentrisite
$e'^2$	İkinci Eksentrisite
$W_0$	Jeoidin Potansiyeli
$W_p$	Noktanın Potansiyeli
$g$	Gravite Değeri
$\bar{g}$	Ortalama Gravite Değeri
$C$	Jeopotansiyel Sayı
$a_{ij}$	Polinomun Bilinmeyen Katsayıları
$n$	Polinomun Derecesi
$x$	Noktanın Düzlem Koordinatı
$y$	Noktanın Düzlem Koordinatı
$u$	Polinomun Bilinmeyen Katsayıları
$X$	Bilinmeyen Polinom Katsayıları Vektörü
$A$	Bilinmeyenlere Ait Katsayılar Matrisi
$L$	Ölçü Vektörüdür
$N_{ÖLÇÜ}$	Ölçülen Jeoid Ondülasyonu
$N_{HESAP}$	Hesaplanan Jeoid Ondülasyonu

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklamalar</b>
ABD	Amerika Birleşik Devletleri
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator
BLUP	Best Linear Unbiased Prediction
BÖHHBÜY	Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği
C1	Birinci Derece Nivelman Ağı
C2	İkinci Derece Nivelman Ağı
C3	Üçüncü Derece Nivelman Ağı Noktası
CM	Santimetre
ÇKA	Çok Katmanlı Algılayıcılar
ÇKA1	Çok Katmanlı Algılayıcılı Birinci Model
ÇKA2	Çok Katmanlı Algılayıcılı İkinci Model
ÇKA3	Çok Katmanlı Algılayıcılı Üçüncü Model
ÇKA4	Çok Katmanlı Algılayıcılı Dördüncü Model
EKE	En Küçük Eğrilik
GNSS	Global Navigation Satellite Systems (Küresel Navigasyon Belirleme Sistemi)
GPS	Global Positioning Systems (Küresel Konumlama Sistemi)
GRYSA	Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı
GSH	Geliştirilmiş Shepard
IDW	Inverse Distance Weighting ( Ters Mesafe Ağırlıklı Enterpolasyon Yöntemi)
KOH	Karesel Ortalama Hata
KRG	Kriging Enterpolasyonu
M	Metre
RBF	Radyal Basis Function (Radyal Bazlı Fonksiyon)
ORD1	Birinci Derece Trend Yüzeyiyle Oluşturulan Ordinary Kriging
ORD2	İkinci Derece Trend Yüzeyiyle Oluşturulan Ordinary Kriging
ORD3	Üçüncü Derece Trend Yüzeyiyle Oluşturulan Ordinary Kriging
SIM1	Gauss Variogram Modeli ile Simple Kriging Enterpolasyon

SIM2	Küresel Variogram Modeli ile Simple Kriging Enterpolasyon
TMA	Ters Mesafe Ağırlıklandırma
TUTGA	Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı
YSA	Yapay Sinir Ağları



## 1. GİRİŞ

Jeodezi; Yeryüzünün şekil, boyut ve gravite alanı ile zamana bağlı değişimlerinin üç boyutlu bir koordinat sistemi üzerinde tanımlanmasını amaçlayan bir bilim dalıdır. Antik çağlardan günümüze kadar insanlar yerin şekli konusu üzerinde durmuşlardır. Jeodezinin temel problemlerinden birisinin yerin şekli olduğu düşünülürse, jeodezi tarihinin antik çağlara kadar uzandığı söylenebilir.

Tarih boyunca Yunan, Mısır, Çin, İslam ve Avrupa medeniyetleri jeodezinin gelişmesine katkı sunmuşlardır. Antik çağlarda bu medeniyetler arasında yerin şeklinin düz bir disk gibi olduğu düşüncesi yaygındır. 19. Yüzyıl başlarında ise yerin gravite alanının önemi anlaşıldıktan sonra yeryuvarının jeoid şeklinde olduğu düşünölmeye başlanmıştır (Yetkin ve Bilginer, 2021).

Isı, basınç, yoğunluk, tuzluluk farkı, akıntı ve gelgit gibi etkilerden arındırılmış okyanus yüzeyiyle çakışıp karaların altında da devam ettiği düşünölen eşpotansiyel yüzey jeoid olarak adlandırılmaktadır (Yılmaz, 2012).

Konumlandırmada uzay ve uydu teknolojilerinin gelişimiyle birlikte ABD (Amerika Birleşik Devletleri)'nin sahip olduğu GPS (Global Positioning System) teknolojisi ön plana çıkmaya başlamıştır. GPS teknolojisi soğuk savaş yıllarında özellikle askeri alanda önemi anlaşılmış ve tüm dünyanın elde etmek istediğı bir teknoloji haline gelmiştir. Günümüzde ise Rusya, Çin, Avrupa Birliğı ölkelerinin de sahip olduğu küresel anlamda konumlandırma sistemleri ve bu sistemlerle bağlantılı olan sistemler GNSS (Global Navigation Satellite Systems) teknolojisi adı altında birleşmektedir.

GNSS teknolojisi mühendislik hizmetleri, kadastral ölçmeler, kıta ölçmeleri gibi birçok alanda kullanılmakla birlikte jeoidin geometrik olarak belirlenmesinde doğrudan kullanılmaktadır.

GNSS ile ölçölen yükseklik bilgisi (h) bir referans elipsoidine göre belirlenen yüksekliktir. GNSS den elde edilen yükseklik fiziksel bir anlam taşımamakla birlikte yalnızca geometrik bir anlam içermektedir. Bu sebeple mühendislik uygulamalarında elipsoidal yükseklikler kullanılamamaktadır. Jeoid yüzeyinin matematiksel olarak hesaplanması oldukça zordur. Jeoid, jeodezinin temel hesap yüzeyi olarak kabul edilmektedir.

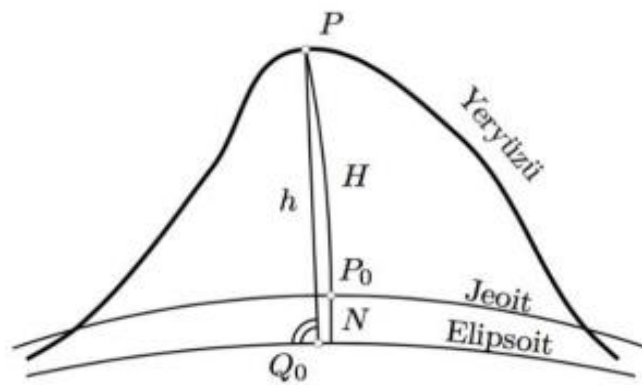
Jeoid yüksekliği, uydu ölçülerinden elde edilen elipsoidal yükseklikler ile nivelman ölçüleri ile türetilen ortometrik yükseklikler arasında bir köprü görevi görmektedir. Bu sebeple jeoid yüksekliklerinin hassas bir şekilde hesaplanması büyük önem arz etmektedir (Featherstone 1998).

Ortometrik yükseklik, sıfır yükseltili bir referans jeoid yüzeyinden çekül doğrultusu boyunca olan uzaklıktır. Ortometrik yükseklikleri belirlemede en sık kullanılan yöntemlerden biri nivelman yöntemidir. Farklı hassasiyetlere sahip birçok nivelman yöntemi olmakla birlikte nivelman işlemi proje sahasının büyüklüğüne bağlı olarak oldukça zaman alan ve maliyeti yüksek bir uygulamadır. Mühendislik hesaplarında kullanılan ortometrik yüksekliklerin daha hızlı ve daha az maliyetle belirlenebilmesi için GNSS gibi daha modern sistemlere ve bir jeoid modeline ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle herhangi bir noktada elde edilen elipsoidal yüksekliğin ortometrik yüksekliğe dönüşümünü sağlayacak bir jeoid belirlenmelidir.

Elipsoidal yükseklikler ( $h$ ) ile ortometrik yükseklikler ( $H$ ) arasındaki geçiş  $N$  jeoid yüksekliği olmak üzere;

$$H = h - N \quad (1)$$

Eşitliği ile sağlanabilmektedir. Eşitliğin geometrik olarak ifadesi Şekil 1.1’de verilmiştir.



Şekil 1.1 Ortometrik ve elipsoidal yükseklik arasındaki ilişki (Abbak, 2017)

Jeoid belirleme ise yatay konumu bilinen bir noktada jeoid yüksekliğinin sayısal ya da analog biçimde elde edilmesini sağlayacak bir modellemenin yapılması işlemidir.

Belirlenecek jeoid modeli ile herhangi bir noktanın jeoid yüksekliği referans yüzeye göre hesaplanacaktır. Jeoid belirleme çalışmaları günümüzde halen önemli bir araştırma konusudur.

### **1.1 Literatür Özeti**

Aşık (2013), alışması kapsamında Yapay Sinir Ağları (YSA) ve Kriging yöntemleri ile oluşturulan lokal jeoid yüzeylerini karşılaştırmış, ve YSA yönteminin lokal jeoid yüzeyi modellenmesi probleminde kullanılabilirliği göstermiştir. Uygulamanın gerçekleştirildiği çalışma alanı olarak; Afyonkarahisar ili ve çevresindeki illeri kapsayan  $37^{\circ}.43 < \varphi < 40^{\circ}.40$ ;  $28^{\circ}.50 < \lambda < 32^{\circ}.50$  coğrafi sınırlar arasındaki yaklaşık 360 km x 340 km (~ 122 400 km<sup>2</sup>) yüzölçümlü bölge seçilmiştir. Çalışma kapsamında toplam 86 adet TUTGA noktalarından oluşan veri seti referans ve test verileri olarak ikiye ayrılmıştır. Jeodezik noktaların jeoid yüksekliği hesabına olan etkisini değerlendirebilmek adına mevcut veri seti üzerinden üç farklı jeodezik ağ modeli oluşturulmuştur. Birinci modelde 36 adet, ikinci modelde 46 adet ve üçüncü modelde 56 adet referans noktası kullanılmıştır. Üç ayrı jeodezik ağ modeli için hem YSA yöntemi hemde Kriging yöntemi uygulaması ile jeoid modeli belirlenmiştir.

Bolat (2013), alışması kapsamında elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri ile yatay konumları bilinen noktalardan hareketle Samsun ili özelinde jeoid modellenmesi üzerine çalışmıştır. Çalışma alanı olarak  $41^{\circ} 27' 36.74''$  ile  $41^{\circ} 07' 38.48''$  enlemleri arası,  $36^{\circ} 06' 56.14''$  ile  $36^{\circ} 40' 17.7''$  boylamları arasında doğuda arşamba İlçesi, batıda Ondokuzmayıs İlçesi, güneyde Kavak ilçesi, kuzeyde Karadeniz ile sınırlı olmak üzere yaklaşık 1000 km<sup>2</sup> lik bir bölge seçilmiştir. Çalışmada veri seti olarak 2 adet TUTGA noktası, 13 adet C1 noktası, 25 adet C2 noktası ve 199 adet C3 noktası olmak üzere toplam 239 nirengi noktasına ait 3 boyutlu koordinatlar kullanılmıştır. Çalışma alanında yer alan toplam 239 adet nirengi noktasının; 2 adet TUTGA noktası, 13 adet C1 noktası ve 25 adet C2 noktası olmak üzere toplam 40 noktası, dayanak noktası olarak, geriye kalan 199 adet C3 noktası ise test noktası olarak kullanılmıştır.

Çalışmada, polinomlar, IDW (Inverse Distance Weighting) ve Kriging yöntemleri denenerek Samsun ili özelinde lokal jeoid yüzeyi oluşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışma sonucunda IDW ve Kriging yöntemlerinin polinomlarla enterpolasyon yöntemine göre daha iyi sonuç verdiği saptanmıştır.

Test noktalarındaki karesel ortalama hataların karşılaştırılmasıyla da en iyi sonucun Kriging enterpolasyon yöntemiyle elde edildiği görülmüştür. IDW yönteminin de kriging yöntemine en yakın sonuç veren metot olduğu gözlemlenmiştir.

Fidancı (2019), çalışması kapsamında yapay sinir ağları yöntemi ile jeoid yüzeyi modellemeyi amaçlamıştır. Çalışma alanı olarak Belçika'nın kuzey doğusunda yaklaşık olarak  $50.2^\circ < \varphi < 50.7^\circ$  kuzey ve  $5.4^\circ < \lambda < 6.1^\circ$  doğu coğrafi sınırlar arasında kalan bölge seçilmiştir. Çalışma bölgesinin yüksekliği 150 m ile 550 m arasında değişmektedir. Çalışmada Belçika Ulusal Coğrafya Enstitüsünden elde edilen 326 adet GNSS/Nivelman noktası kullanılmıştır. Tüm veri setinin konumları ile elipsoidal ve ortometrik yükseklik değerleri bilinmektedir.

Çalışmada ileri beslemeli geri yayımlı yapay sinir ağlarının jeoid yüksekliği tahminindeki performansı belirlenmeye çalışılmıştır. Eldeki veriler eğitim ve test verisi olmak üzere çeşitli yoğunluk oranlarında ikiye ayrılmıştır. Bu sayede bir tanesi homojen olmayan altı farklı jeodezik ağ modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan jeodezik ağ modelleri üzerinde hem yapay sinir ağları hem de polinomlar ile enterpolasyon yöntemiyle jeoid yüzeyi modellemesi yapılmıştır. Homojen dağılımlı jeodezik ağ modellerinde yapay sinir ağları yönteminin yaklaşık olarak iki kat daha doğru sonuçlar ürettiği görülmüştür. Homojen dağılımlı olmayan jeodezik ağ modelinde de yapay sinir ağları yönteminin belirgin biçimde polinomlar ile enterpolasyon yönteminden daha üstün olduğu görülmüştür.

Tetik (2018), çalışması kapsamında jeoid yüzeyinin belirlenmesi için polinomlarla enterpolasyon, radyal bazlı fonksiyonlar, Kriging ve ters mesafe ağırlıklı enterpolasyon yöntemlerini kullanmıştır. Çalışma alanı olarak Trakya Bölgesi seçilmiştir. Çalışmada 143 dayanak ve 32 test olmak üzere toplam 175 adet nokta kullanılmıştır. Yapılan hesaplamalar Surfer yazılımında yapılmıştır. Çalışma sonuçlarına göre polinomal modellerin derecesi arttıkça daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.

Radyal bazlı yöntemler incelediğinde ise birbirine yakın sonuçlar verdiği görülmüştür. Bununla birlikte radyal bazlı fonksiyonlardan natural kübik spline yönteminin diğer yöntemlere göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Çalışmada genel olarak 10 cm doğruluğunda karesel ortalama hata değerleri hesaplanmıştır.

Çalışma sahasının engebeli bir yapıya sahip olması ve dayanak noktalarının dağılımındaki düzensizlikler sebebiyle beklenenin doğruluklar elde edilememiştir.

Kuru (2018), çalışması kapsamında, enlem, boylam, elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri bilinen veri seti ile en uygun enterpolasyon yöntemi kullanılarak jeoid modeli oluşturmayı amaçlamıştır. Çalışma alanı olarak  $36.5^{\circ} < \varphi < 40.5^{\circ}$  enlem ve  $26.5^{\circ} < \lambda < 33^{\circ}$  boylam değerleri aralığını kapsayan bölge seçilmiştir. Çalışmalar Surfer 13 yazılımı kullanılarak yapılmıştır. Çalışmada veri setleri için TMA (Ters Mesafe Ağırlıklandırma) enterpolasyon metodu, KRG (Kriging) enterpolasyon metodu, EKE (En Küçük Eğrilik) enterpolasyon metodu, RBF (Radyal Basis Function) enterpolasyon metodu ve GSH (Geliştirilmiş Shepard) enterpolasyon metodu ayrı ayrı uygulanmıştır. Makro test aşında yapılan çalışmada en doğru sonucun GSH enterpolasyonu metoduyla alındığı görülmüştür.

Çiftci (2019), çalışması kapsamında, nokta yoğunluğu ve farklı jeodezik ağ modellerinin jeoid yüzeyi modellemesine olan etkisi incelemiştir. Çalışmada polinomlarla enterpolasyon, Kriging ve bulanık mantık yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma alanı olarak Burdur ili ve Ankara ili Haymana ilçesi seçilmiştir. Birinci çalışma alanında (Burdur), toplam 101 adet C3 dereceli nirengi noktası kullanılmıştır. İkinci çalışma alanında (Haymana) toplam 110 adet şeritvari düzende seçilmiş C3 dereceli nirengi noktası kullanılmıştır. Uygulama için ilk ikisi Burdur' da olmak üzere dört farklı jeodezik ağ modeli oluşturulmuştur. Birinci modelde 51 adet referans ve 50 adet test noktası, ikinci modelde ise 81 adet referans 20 adet test noktası seçilmiştir. Üçüncü modelde 60 referans ve 50 adet test ve dördüncü modelde ise 90 adet referans 20 adet test noktası seçilmiştir.

Yapılan tüm çalışmalarda test noktalarının jeoid yüksekliği ile hesaplanan jeoid yüksekliği arasındaki farklar belirlenmiştir. Ortaya çıkan farklara göre ise yükseklik fark haritaları oluşturulmuştur. Böylece sonuçların daha kolay değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Solmaz (2019), çalışması kapsamında, belirlenen bir alan için çeşitli enterpolasyon yöntemleri ile jeoid yüzeyi belirlemeye çalışmıştır. Çalışma alanı Batman ilinin yaklaşık 35 km batısından başlayarak Batman havalimanı ve Batman çayı kesişme noktasında sonlandırılmıştır. Belirlenen hat üzerinde 31 adet C3 noktası zemine çeşitli formlarda tesis edilerek ölçümler yapılmıştır.

Ölçümlerin tamamı statik ölçüm tekniğine göre yapılmıştır. Geometrik nivelman ölçümleri ise Leica marka dijital bir nivo ile gerçekleştirilmiştir. Enterpolasyon uygulamaları için Surfer yazılımı kullanılmıştır. Çalışmada ağırlıklı ortalama, kriging, en küçük eğrilik, en yakın komşuluk, doğal komşuluk, lineer enterpolasyon, modified shepards, radyal temelli fonksiyonlar ve polinomlar yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemler arasında en yakın komşuluk yönteminin çakışma artışı ve standart sapma kriterlerine göre en uygun yöntem olduğu gözlemlenmiştir. Uygulanan diğer yöntemlerde ise ağırlıklı ortalama yöntemi, lineer enterpolasyon ile üçgenleme yöntemi ve lokal polinomlar yönteminin birbirine çok yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

## 2. YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ

Yükseklik, yeryüzündeki herhangi bir noktanın bir referans yüzeyine olan düşey uzaklığı olarak tanımlanabilir. Yani bir noktanın yüksekliğini tanımlayabilmek için öncelikle referans yüzeyini tanımlamak gereklidir. Bir noktanın diğerine göre yüksekte olduğunu kanıtlamak için yüksekte olan noktadan bırakılan suyun alçakta olan noktaya doğru akması gerekir. Aslında yüksekte olan noktanın gravitesinin alçakta olan noktaya göre daha az olduğu söylenebilir. Böylece yükseklik, geometrik anlamının dışında fiziksel bir kavram olarak düşünülebilir.

Noktaların yükseklikleri nivelman işlemiyle de hesaplanmaktadır. Ancak nivelman hesabı yola bağımlıdır. Yani nivelman için farklı yollar kullanıldığında aynı noktaya ilişkin farklı yükseklikler elde edilmektedir. Bunun sebebi nivo yüzeylerinin birbirlerine paralel olmaması ile açıklanabilir. Nivelman işlemi yoldan bağımsız hale getirmek için nivelman boyunca gravite değerlerini ölçmek gerekir (Abbak, 2017).

### 2.1 Elipsoidal Yükseklik

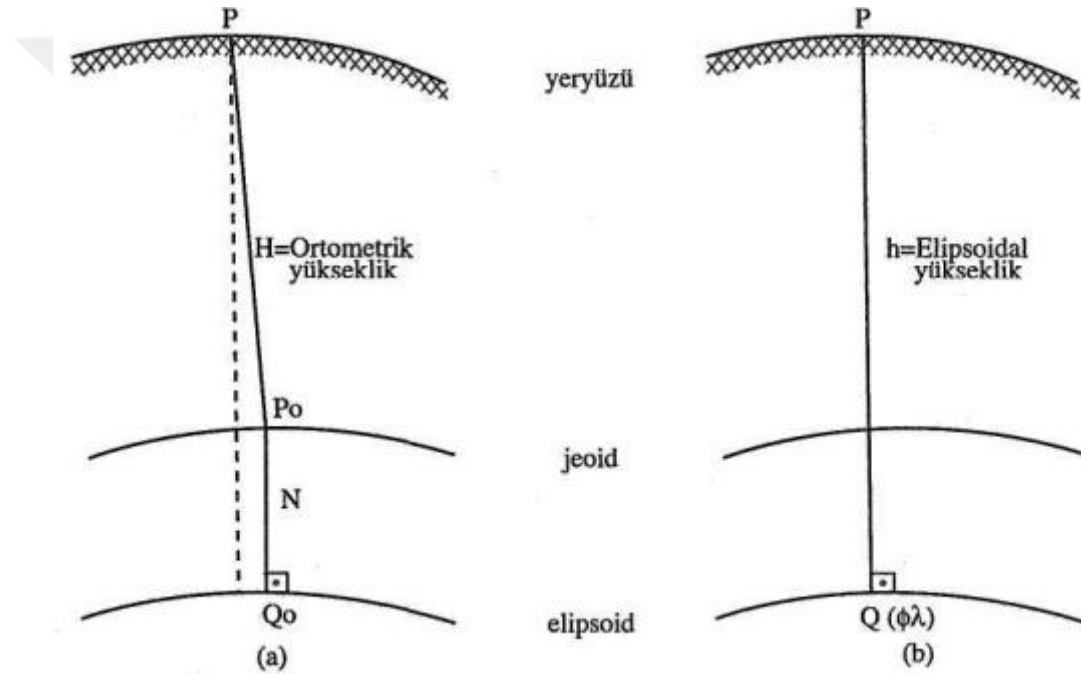
Elipsoid, büyük yarı eksen (a) ve küçük yarı eksen (b) ile belli olan elipsin küçük yarı eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan geometrik bir yüzey olarak tanımlanabilir. Elipsoidin basıklık (f), birinci eksentrisite ( $e^2$ ) ve ikinci eksentrisite ( $e'^2$ ) gibi diğer parametreleri bu iki değerden türetilmektedir. Elipsoid, matematiksel hesaplamalarda oldukça kolaylık sağlar. Ayrıca yeryuvarının şekline benzerliğinden dolayı jeodezik çalışmalarda genellikle ölçülerin indirgenildiği bir referans yüzey olarak kullanılmaktadır.

Bir yeryüzü noktasının elipsoid normali boyunca elipsoid yüzeyinden olan uzaklığı elipsoidal yükseklik (h) olarak tanımlanmaktadır.

Elipsoid yüzeyinde matematiksel hesaplamalar doğrudan yapılabildiğinden fiziksel yeryüzünde yapılan ölçüler bir izdüşüm yöntemine göre elipsoid yüzeyine indirgenmektedir. Bunun için Pizetti ve Helmert olmak üzere iki izdüşüm yöntemi vardır.

Pizetti izdüşüm yönteminde, fiziksel yeryüzü noktasında yapılan ölçüler ilk olarak çekül doğrultusu boyunca jeoid yüzeyi üzerine izdüşümü yapılır. Daha sonra jeoid yüzeyi üzerine iz düşürülen değerler ise elipsoid yüzeyine indirgenir.

Helmert izdüşüm yönteminde ise yeryüzündeki nokta, hesap yüzeyi olan dönele elipsoide bu elipsoidin normali boyunca iz düşürülmektedir (Yurt, 2006).



Şekil 2.1 Pizetti (a) ve Helmert (b) izdüşümü

## 2.2 Ortometrik Yükseklik

Yeryüzünde bir noktanın çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığına ortometrik yükseklik denmektedir (Tetik, 2018). Ortometrik yükseklik, noktanın bulunduğu yerdeki gravite değerine doğrudan bağlıdır. Yani aynı nivo yüzeyi üzerinde iki farklı noktanın ortometrik yükseklikleri birbirinden farklıdır. Bu yüzden ortometrik yükseklik kavramı geometrik bir anlamın dışında daha çok fiziksel bir anlam taşır (Yurt, 2006).

Ortometrik yüksekliğin hesaplanabilmesi için jeopotansiyel sayının bilinmesine ihtiyaç vardır.  $W_0$  jeoidin potansiyeli,  $W_p$  de noktanın potansiyeli olmak üzere potansiyel sayı;

$$C = W_0 - W_p = \int_0^p g \, dn \quad (2)$$

şeklinde gösterilebilir. Eşitlik en genel haliyle gösterilmek istenirse;

$$C = \bar{g} H \quad (3)$$

şeklinde olur. Burada gösterilen  $\bar{g}$  jeoid ile nokta arasındaki ortalama gravite değerini göstermektedir. Buradan ortometrik yükseklik;

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \text{ şeklinde hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz, 1967).} \quad (4)$$

### 3. JEOİD BELİRLEME

Jeoid belirleme, yeryüzünde yatay konumu bilinen bir noktada jeoid yüksekliğinin sayısal olarak tanımlanmasını sağlayacak veri modellemelerinin yapılması olarak açıklanabilir (Ayar, 2009).

Jeoidin basit bir geometrik yüzey olmaması sebebiyle matematiksel olarak tanımlanabilmesi de oldukça zordur. Yükseklik hesaplamalarında jeoidin referans yüzey olarak kabul edilmesi, jeoid belirlemeyi jeodezinin en önemli problemlerinden birisi haline getirmektedir.

En kısa sürede ve en yüksek doğrulukta jeoid belirlemek için yapılan çalışmaların sayısı her geçen gün artmaktadır. Bu sebeple jeoid belirleme, jeodezinin en güncel araştırma konularından birisidir.

#### 3.1 Jeoid Belirleme Yöntemleri

Jeoid modelleri lokal ölçekte belirlenebileceği gibi global ölçekte de belirlenebilmektedir. Jeoid belirleme yöntemleri geçmişten günümüze kadar bilim ve teknolojinin gelişimine bağlı olarak gelişim göstermiştir. Dünyadaki ilk jeoid belirleme çalışmaları yeryüzünde bir noktada astronomik enlem ve boylam ile aynı noktada jeodezik enlem ve boylam arasındaki farkları kullanarak yapılmıştır. Bu modele astro-jeodezik yöntem adı verilmiştir. 1970'li yılların başından itibaren düşük dereceli küresel jeopotansiyel modeller geliştirilerek bilgisayar ortamında hesaplamalar yapılmıştır.

İlerleyen yıllarda gravite verilerinin de elde edilmesiyle Fourier transformasyonu kullanılarak jeoid belirlenmiştir. 1990'lı yılların başından itibaren de uydu tekniklerinin kullanılmaya başlanmasıyla GPS/Nivelman yöntemiyle yerel jeoid modelleri belirlenmeye başlanmıştır.

Jeoid belirleme yöntemleri, kullanılan veriler ve modeller dikkate alınarak aşağıda sınıflandırılmıştır (Arslan ve Yılmaz, 2005):

- 1 Astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme
- 2 Gravite değerlerine göre jeoid belirleme
  - 2.1 Stokes fonksiyonu ile
  - 2.2 Hızlı fourier fonksiyonu ile
    - 2.2.1 Bir boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (1d-fft)
    - 2.2.2 İki boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (2d-fft)
- 3 Sayısal yoğunluk yöntemine göre jeoid belirleme
- 4 Jeopotansiyel yaklaşımı ile jeoid belirleme
- 5 Kombine yöntemle jeoid belirleme (remove – restore)
- 6 GPS/Nivelman yöntemine göre jeoid belirleme
  - 6.1 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemi
    - 6.1.1 Prediksyon yarıçapına göre ağırlıklı ortalama yöntemi
    - 6.1.2 Mesafeye ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemi (IDW)
    - 6.1.3 Maksimum mesafeye göre ağırlıklı ortalama yöntemi
    - 6.1.4 Hiperbolik fonksiyona göre ağırlıklı ortalama yöntemi
    - 6.1.5 Profil fonksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
    - 6.1.6 Gauss fonksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
    - 6.1.7 Donetz fonksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
  - 6.2 Polinomlarla enterpolasyon yöntemi

- 6.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon
- 6.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon
- 6.3 Multiquadratik enterpolasyon yöntemi
- 6.4 Simpson enterpolasyon yöntemi
- 6.5 Non-Simpson enterpolasyon yöntemi
- 6.6 Geoistatiksel enterpolasyon yöntemi
  - 6.6.1 Kriging yöntemi ile enterpolasyon
  - 6.6.2 Ordinary Kriging (Punctual)
  - 6.6.3 Simple Kriging
  - 6.6.4 Universal Kriging
  - 6.6.5 Blok Kriging
  - 6.6.6 İndikatör Kriging
  - 6.6.7 Disjanktiv Kriging
  - 6.6.8 Point Kriging
  - 6.6.9 Probability Kriging
  - 6.6.10 Kokriging
- 6.7 Kollakasyonla modelleme ile jeoid belirleme yöntemi
- 6.8 Sonlu elemanlar yardımı ile jeoid belirleme yöntemi
- 6.9 Yapay Sinir Ağı tekniği ile jeoid belirleme yöntemi
- 6.10 Bulanık mantık ile jeoid belirleme yöntemi (Bolat, 2013).

Ülkemizde yerel GNSS/Nivelman jeoidinin oluşturulması ve kullanılmasına ilişkin esaslar, BÖHNBÜY (Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği)'ün 43. maddesinde belirtilmiştir.

Tez konusu kapsamında Kriging, polinomlarla enterpolasyon ve yapay sinir ağları ile lokal anlamda jeoid modelleme çalışması yapılmıştır.

### 3.1.1 Polinomlarla enterpolasyon yöntemi

Polinomlarla enterpolasyon yönteminin temel amacı çalışma alanının tek bir fonksiyon ile ifade edilmesidir. Yöntemin temel prensibi bölge içerisinde x,y ve N değerleri bilinen dayanak noktalarından faydalanarak bölgedeki konumu belirli bir noktada jeoid ondülasyon değerini bulmak için fonksiyonun bilinmeyen sabitlerini belirlemektir.

Bunun dışında polinomlar kollokasyon, kriging ve multiquadratik gibi yöntemlerin uygulanma aşamasında çalışma alanında trend yüzeyleri olarak da yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Yanalak, 1997).

Bir polinomun derecesi içerisinde ki en yüksek dereceli terimin derecesine eşittir. Polinomun derecesi yüzey hakkında fikir sahibi olmamızı sağlar (İnal ve Yiğit, 2004).

#### 3.1.1.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla belirtilir.

$$N(x,y) = \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

eşitliği ile ortogonal polinomun genel bir ifadesi yapılabilir. Bu eşitlikte;

$a_{ij}$ : Polinomun bilinmeyen katsayıları,

n: Polinomun derecesi,

x,y: Noktaların düzlem koordinatlarıdır.

(5) eşitliğinde polinomun derecesi, n = 1 seçildiğinde oluşan yüzey lineer, n = 2 seçildiğinde quadratik, n = 3 seçildiğinde kübik yüzey olarak adlandırılır (Yiğit, 2003).

5. dereceye kadar olan polinomların isimleri Çizelge 3.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 Ortogonal polinomların derecesi, yüzey adı ve terim sayısı (Yurt, 2006)

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_0 = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+ a_{01}y + a_{10}x$	Birinci	Lineer	3
$+ a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$	İkinci	Kuadratik	6
$+ a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$	Üçüncü	Kübik	10
$+ a_{04}y^4 + a_{13}xy^3 + a_{22}x^2y^2 + a_{31}x^3y + a_{40}x^4$	Dördüncü	Kuartik	15
$+ a_{05}y^5 + a_{14}xy^4 + a_{23}x^2y^3 + a_{32}x^3y^2 + a_{41}x^4y + a_{15}x^5$	Beşinci	Kuintik	21
+ ....	.....	....	....

Ortogonal polinomlarda polinom derecesi ile katsayı sayıları arasındaki ilişki,

$$u = \frac{1}{2}(n+2)(n+1) \quad (6)$$

şeklinindedir. Burada u polinomun bilinmeyen katsayılarının sayısıdır. Buradan derece farketmeksizin bir ortogonal polinomda bölge için gerekli minimum dayanak noktası sayısı bulunabilir.

Bir bölgede bulunması gerekli dayanak noktalarının sayısına göre ortaya çıkacak ortogonal polinomun maksimum derecesi ise,

$$n = \frac{-3 + \sqrt{1+8u}}{2} \quad (7)$$

formülünden hesaplanabilir.

Ortogonal problemlerin çözümü için sırasıyla önce polinomun derecesi belirlenmelidir. Belirlenen polinom derecesine göre Çizelge 3.1'deki gibi uygun bir denklem oluşturulur. Bilinen değerler tüm dayanak noktaları için yerine koyulur.

Bilinmeyenler katsayılar matrisi ise X matrisi olarak alınır. Bilinmeyen katsayıların yanındaki değerlerle bir A matrisi oluşturulur. Bilinen jeoid ondülasyonlarından ise bir L matrisi oluşturulur. Aşağıdaki örnekte jeoid ondülasyonu bilinen m tane dayanak noktası ile ikinci derece bir yüzey polinomunun oluşumu gösterilmektedir.

$$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (8)$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{20} \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1^2 & x_1y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2^2 & x_2y_2 & x_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_m & x_m & y_m^2 & x_my_m & x_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_m \end{bmatrix} \quad (9)$$

Eşitlik 9'daki veriler eşitlik 8'de verilen denkleme göre düzenlenirse,

$$\underline{L} = \underline{A}\underline{X} \quad (10)$$

olur. Eşitlik 10'da belirtilen denklem bütün polinomlar için geçerlidir. Bilinmeyen katsayıların matris çözümü için oluşturulacak normal denklemler aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir.

$$\underline{N} = \underline{A}^t \underline{A} \quad ; \quad \underline{n} = \underline{A}^t \underline{L} \quad (11)$$

Bilinmeyen katsayıların değerleri ise aşağıdaki formülle hesaplanabilir.

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (12)$$

Elde edilen değerler 8. denkleme yerine koyulursa çalışma alanında istenen noktada enterpolasyon yapılabilir.

### 3.1.1.1.1 Lineer yüzey

5. ortogonal polinom denkleminde n,1 seçilirse, k; 0,1 değerlerini alır.

$$N(x,y) = a_0 + a_1y + a_2x \quad (13)$$

Yukarıdaki eşitlikle lineer yüzey elde edilmiş olur. Denklemin çözümü için en az üç dayanak noktası gereklidir. Dayanak noktası sayısının üç den büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Böylece matrisin çözümü;

$$\underline{N}(x,y) = \underline{A}\underline{X} \quad (14)$$

Normal denklem matrisi,

$$\underline{N} = \underline{A}^t \underline{A} \quad (15)$$

$$\underline{n} = \underline{A}^t \underline{L} \quad (16)$$

bilinmeyenleri içeren matris ise ,

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (17)$$

olur. Yukarıdaki matrislerin açık yazılımı şu şekildedir:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y_2 & x_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix} \quad (18)$$

18 nolu eşitlikte yer alan;

$\underline{X}$  : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$  : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$  : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 13. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.1.1.2 *Quadratik yüzey*

5. denklemde n değeri 2 seçilirse, k değeri 0,1 ve 2 değerlerini alır ve böylece

$$N(x,y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (19)$$

eşitliğiyle altı bilinmeyenden oluşan quadratik yüzey elde edilmiş olur. Bu denklemin çözümü için de en az altı dayanak noktası gereklidir. Dayanak noktası sayısının (s) altı dan büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Böylece matrisler;

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s & x_s^2 & x_s y_s & y_s^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix} \quad (20)$$

şeklinde olur.

20. eşitlikte yer alan,

$\underline{X}$ : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$ : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$ : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 19. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.1.1.3 Kübik yüzey

5. denklemde n değeri 3 seçilirse, k değeri 0,1 ve 2 değerlerini alır ve böylece

$$N(x,y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 \quad (21)$$

eşitliğiyle on bilinmeyenden oluşan kübik yüzey elde edilmiş olur. Bu denklemin çözümü için de en az on dayanak noktası gereklidir.

Dayanak noktası sayısının (s) on dan büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır. Böylece matrisler,

$$\underline{X}^T = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9] \quad (22)$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \ N_2 \ . \ . \ . \ . \ N_s] \quad (23)$$

$$\underline{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2y_1 & x_1y_1^2 & y_1^3 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2^3 & x_2^2y_2 & x_2y_2^2 & y_2^3 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_s & x_s & x_s^2 & x_sy_s & y_s^2 & x_s^3 & x_s^2y_s & x_sy_s^2 & y_s^3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

şeklinde olur.

22, 23 ve 24. eşitliklerde yer alan,

$\underline{X}$ : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$ : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$ : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 21. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.1.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonun matematiksel ifadesi;

$a_{ij}$  : Polinomun katsayıları,

$n$  : Polinomun derecesi,

$x,y$  : Noktanın düzlem koordinatları olmak üzere;

$$N(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (25)$$

şeklindedir (Yurt, 2006).

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon işleminde polinomun derecesi ile bilinmeyen katsayıların arasındaki ilişki aşağıdaki formülle ifade edilebilir.

$$u = (n + 1)^2 \quad (26)$$

Çalışma bölgesinde yer alan dayanak noktası sayısına göre oluşturulabilecek ortogonal olmayan polinomun maksimum derecesi, ya da bir başka ifadeyle seçilecek polinomun derecesinde kullanılması gereken minimum dayanak noktası sayısı aşağıdaki formülle hesaplanabilir.

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (27)$$

Ortogonal olmayan polinomların derecelerine göre terim sayıları ve isimlendirmeleri çizelge 3.2 de verilmiştir.

Çizelge 3.2 Ortogonal olmayan polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı (Yurt, 2006)

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_0 = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01} y + a_{10} x + a_{11} xy$	Birinci	Bi-lineer	4
$+a_{02} y^2 + a_{12} xy^2 + a_{20} x^2 + a_{21} x^2 y + a_{22} x^2 y^2$	İkinci	Bi-kuadratik	9
$+a_{03} y^3 + a_{13} xy^3 + a_{23} x^2 y^3 + a_{30} x^3 + a_{31} x^3 y + a_{32} x^3 y^2 + a_{33} x^3 y^3$	Üçüncü	Bi-kübik	16
+ ....	.....	....	....

Ortogonal olmayan polinomların çözümünde genel polinom fonksiyonu oluşturulduktan sonra bilinmeyen katsayılardan oluşan X matrisi, bilinmeyen katsayıların yanındaki değerlerle A matrisi ve jeoid ondülasyonları ile L matrisi oluşturulur. Sonrasında oluşturulan değerler sırasıyla 10, 11 ve 12. eşitliklerde yerine koyulur. Böylece bilinmeyen katsayı değerleri bulunarak ana polinom denkleminde yerine koyularak çalışma alanındaki her nokta için enterpolasyon yapılabilir. Aşağıdaki örnekte jeoid ondülasyonu bilinen m tane dayanak noktası ile ikinci derece bir yüzey polinomunun oluşumu gösterilmektedir.

$$N(x,y)=a_{00} + a_{01}y + a_{10}x+a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 \quad (28)$$

$$\underline{X}^T = [a_{00} \quad a_{01} \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{02} \quad a_{12} \quad a_{20} \quad a_{21} \quad a_{22}] \quad (29)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_m & x_m & x_my_m & y_m^2 & x_my_m^2 & x_m^2 & x_m^2y_m & x_m^2y_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_m \end{bmatrix} \quad (30)$$

### 3.1.1.2.1 Bi-lineer yüzey

Formül 25'deki ortogonal olmayan polinom denkleminde n,1 seçilirse aşağıdaki formül yardımıyla bi-lineer yüzey elde edilir.

$$N(x,y) = a_0 + a_1y+a_2x+a_3xy \quad (31)$$

Denklemin çözümü için en az dört dayanak noktası gereklidir. Dayanak noktası sayısının dört den büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Matrisin çözümü ise 28, 29 ve 30. eşitliklere göre yapılır.

Buradaki matrislerin açık şekilde yazımı ise;

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix} \quad (32)$$

32. eşitlikte yer alan;

$\underline{X}$  : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$  : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$  : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 31. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.1.2.2 Bi-kuadratik yüzey

25 numaralı eşitlikte ortogonal olmayan polinom denkleminde n, 2 seçilirse aşağıdaki formül yardımıyla bi-kuadratik yüzey elde edilir.

$$N(x,y)=a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7y^2x + a_8x^2y^2 \quad (33)$$

Denklemin çözümü için en az dokuz dayanak noktası gereklidir. Dayanak noktası sayısının dokuz dan büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Matrisin çözümü ise 28,29 ve 30. eşitliklere göre yapılır. Buradaki matrislerin açık şekilde yazımı ise;

$$\underline{X}^T = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8] \quad (34)$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \ N_2 \ . \ . \ . \ N_s] \quad (35)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s & y_s^2 & x_sy_s^2 & x_s^2 & x_s^2y_s & x_s^2y_s^2 \end{bmatrix} \quad (36)$$

34, 35 ve 36. eşitliklerde yer alan,

$\underline{X}$  : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$  : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$  : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 33. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.1.2.3 Bi-kübik yüzey

25 numaralı eşitlikte ortogonal olmayan polinom denkleminde n, 3 seçilirse aşağıdaki formül yardımıyla bi-kübik yüzey elde edilir.

$$N(x,y)=a_0 + a_1y+a_2x + a_3xy + a_4y^2 + a_5xy^2 + a_6x^2 + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 + a_9y^3 + a_{10}xy^3 + a_{11}x^2y^3 + a_{12}x^3 + a_{13}x^3y + a_{14}x^3y^2 + a_{15}x^3y^3 \quad (37)$$

Denklemin çözümü için en az on altı dayanak noktası gereklidir. Dayanak noktası sayısının on altı dan büyük olması durumunda bilinmeyen katsayıların çözümü için en küçük kareler yöntemi kullanılır.

Matrisin çözümü ise 28, 29 ve 30. denklemlere göre yapılır. Buradaki matrislerin açık şekilde yazımı ise;

$$\underline{X}^T = [a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad a_{13} \quad a_{14} \quad a_{15}] \quad (38)$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad \dots \quad N] \quad (39)$$

$$\underline{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & \dots & \dots & \dots & x_1^3y_1^2 & x_1^3y_1^3 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & \dots & \dots & \dots & x_2^3y_2^2 & x_2^3y_2^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s & \dots & \dots & \dots & x_s^3y_s^2 & x_s^3y_s^3 \end{bmatrix} \quad (40)$$

38, 39 ve 40. eşitliklerde yer alan,

$\underline{X}$  : Bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

$\underline{A}$  : Bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

$\underline{L}$  : Ölçü vektörüdür.

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra çalışma alanında bulunmak istenen jeoid ondülasyonları 37. denklem yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.1.2 Kriging yöntemi ile enterpolasyon

Kriging yöntemini diğer yöntemlerden ayıran en önemli özellik, kestirim hatasının minimum olması şartına göre ağırlıkların belirlenmesidir. Yönteme adını veren kişi ise D.G Krige isimli Güney Afrikalı bir maden mühendisidir. Yöntem, bir maden içerisindeki maden cevheri derecesinin değişimlerini kestirim etmek amacıyla kullanılmıştır.

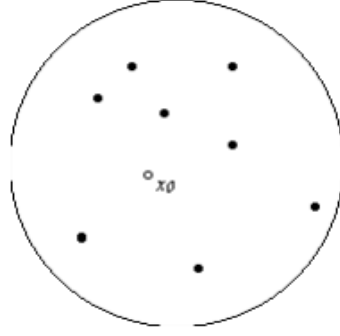
Bu yöntem, matematiksel jeodezide kollokasyon olarak adlandırılan en iyi lineer yansız kestirimci (BLUP [best linear unbiased predictor]) veya en iyi lineer yansız hesaplayıcı (BLUE [Best Linear Unbiased Estimator]) olarak tanımlanmaktadır (Martensson, 2002). Kriging enterpolasyon yöntemi bilinen ve birbirine yakın noktalardan alınan verileri kullanarak diğer noktalardaki verilerin değerlerini kestiren bir enterpolasyon yöntemi olarak tanımlanabilir (Barton ve diğ., 1999). Kriging tekniğini diğer yöntemlerden ayıran bir diğer özellikte de daha yansız sonuçların yanında minimum varyanslı ve kestirime ait standart sapmanın hesaplanmasına olanak vermesidir.

Bu yöntemde, çalışma bölgesinde enterpole edilecek olan parametrelerin bölgesel bir değişken olduğu varsayılmaktadır. Birbirine yakın noktalardaki verilerin daha korelasyonlu olması için bölgesel değişken konumsal olarak sürekli bir çeşitlilik göstermektedir (İnal ve Yiğit, 2003).

Kriging yönteminin esas temeli bölgesel değişkenler teorisine dayanmaktadır. Bu yöntemde en uygun ağırlıkları bulmak için ölçülecek noktalar arasındaki konumsal bağımlılığın bilinmesi gerekir. Bu konumsal bağımlılık ise bir kovaryans fonksiyonu ya da bir variogram fonksiyonu kullanılarak tanımlanabilir (Deutsch and Journel, 1992; İnal ve Yiğit, 2003).

Kriging yöntemi yakındaki noktalardan daha fazla etkilenmeyi sağlayan bir ağırlık modeli kullandığı için ağırlıklı ortalama yöntemine benzemektedir. Kriging yöntemi ile yapılan kestirimin doğruluğu aşağıdaki faktörlere bağlıdır. Bunlar;

- Dayanak noktalarının dağılımı, sayısı ve yapılan ölçünün kalitesi,
- Dayanak noktalarının çalışma alanı içerisindeki konumları ve dayanak noktalarının topografyayı temsil edebilme becerisi,
- Kestirimi yapılacak noktalar ile dayanak noktaları arasındaki mesafe; kestirimi yapılacak noktaların, dayanak noktalarına yakın olması daha iyi sonuçların alınmasını sağlayacaktır (Mert, 2005).



Şekil 3.1 Kriging kestirimi (Yaprak, 2007)

Kestirimi yapılacak  $x_0$  noktasına göre kriging tekniği üç farklı şekilde uygulanabilir. Bir çalışma bölgesinde  $x_0$  noktasındaki değer kestirim sonucu “noktasal kriging”,  $x_0$  noktası merkezli bir alanının ortalama değerinin sonucu alansal kriging ve  $x_0$  noktası merkezli bir bloğun ortalama değerinin sonucu hacimsel kriging olarak adlandırılır.

Kriging yöntemine ait genel denklem aşağıdaki gibidir;

$$N_p = \sum_{i=1}^n P_i N_i \quad (41)$$

41. formülde belirtilen;

$N_p$ : P noktasının aranan ondülasyon değeri,

$P_i$ :  $N_p$ ’ nin hesaplanmasında kullanılan her bir  $N_i$ ’ ye karşılık ağırlık değerleri,

$N_i$ :  $N_p$ ’ nin hesaplanmasında kullanılan noktaların ondülasyon değerleri,

n:  $N_p$ ’ nin hesaplanmasında kullanılan nokta sayısıdır (Yaprak, 2007).

Burada ağırlık vektörü olan P’ yi, iki amaç doğrultusunda belirlemek gerekir;

- I. Yansızlık için  $E [N_p - N_i] = 0$ , bu şartı sağlayabilmemiz için denklem 41’ deki ifadede  $\sum P_i = 1$  olmalıdır (Burada,  $N_p$  kestirim edilen değeri,  $N_i$  ise gerçek bilinen değeri ifade etmektedir),
- II. Minimum varyans için  $\text{Var } E [N_p - N_i] = \text{minimum}$  olmalıdır (Burada belirtilen varyans kriging varyansdır) (Yaprak, 2007).

Kriging yönteminde ağırlık değerleri enterpolasyon sonucunu etkileyecektir. Bu yüzden ağırlıkların yansız olması enterpolasyon değerinin iyi olmasını sağlayacaktır.

Kriging yöntemini diğer yöntemlerden ayıran en önemli özelliklerinden biri tahmin hatasının minimum olması şartına göre ağırlıklar verilmesidir.

Herhangi bir çalışma bölgesinde enterpolasyon yöntemi olarak kriging yöntemi kullanılacak ise bu durumda seçilen variogram modeline ait parametreler bilinmesi veya çalışma bölgesinde bulunan verilerden yararlanarak deneysel variogram modeli oluşturulması gereklidir. Oluşturulan deneysel variogram modelinden yararlanarak teorik modelin bilinmeyen parametreleri hesaplanmalıdır (İnal ve Yiğit, 2003).

### 3.1.2.1 Ordinary kriging yöntemi

Bu yöntemin bir diğer adı da punctural kriging yöntemidir. Yöntemin çözümü için bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayımı kabul edilir. Yapılacak ilk adım enterpolasyonu yapılacak noktalar kümesinden variogram oluşturmaktır.

Burada variogram kavramı deneysel ve teorik olmak üzere ikiye ayrılır. Her noktanın varyansının hesaplanması ile deneysel variogram bulunur. Sonraki aşamada deneysel variogramdaki trendi modelleyen basit matematiksel fonksiyon olan teorik variogram seçilir. Teorik variogramlar 42. formülde hesaplanan deneysel variogramdan belirlenir;

$$\gamma(s) = \frac{1}{2n(s)} \sum_{s_{ij}}^{n(s)} (N(x_i, y_i) - N(x_j, y_j))^2 \quad (42)$$

$$s_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (43)$$

Şeklinde olur. Formüllerde yer alan;

$S_{ij}$ : i ve j noktaları arasındaki yatay uzaklık,

$n(s)$ : S uzunluğundaki nokta çiftleri sayısı,

$\gamma(s)$ : s uzunluğundaki yarıvaryans değeridir (Yaprak, 2007).

Ordinary Kriging yönteminde değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayılarak bilinmeyen değerlerin belirlenmesi sağlanır (İnal ve Yiğit, 2003). Burada öncelikli sorun kestirim değerlerinin hesaplanması için ağırlıkların belirlenmesidir. Ağırlıkların belirlenmesi içinse 44. formülün çözülmesi gerekir.



Ağırlıklar hesaplandıktan sonra kriging genel denkleminde uygulama bölgesindeki herhangi bir p noktası için enterpolasyon değeri şu şekilde hesaplanır;

$$N_p = P_1 N_1 + P_2 N_2 + P_3 N_3 + \dots + P_n N_n \quad (48)$$

Bu formülde;

n: modeli oluşturan nokta sayısı,

$N_i$ : N' in hesabında kullanılan noktaların ondülasyon değerleri,

$N_p$ : Aranılan ondülasyon değeri,

$P_i$ : N' in hesabında kullanılan her  $N_i$  değerine karşılık gelen ağırlık değeridir.

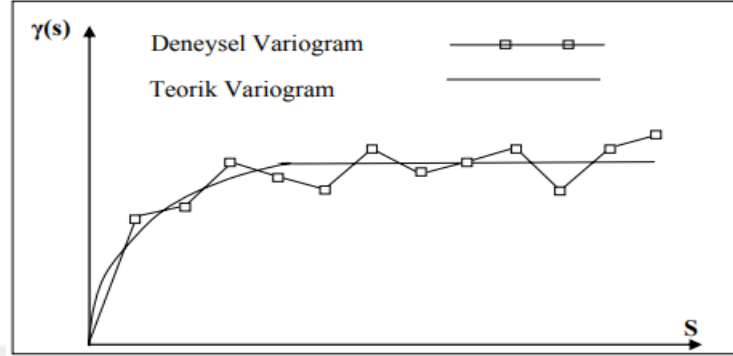
Kriging enterpolasyonunda ağırlıklar deterministik enterpolasyonları gibi olmayıp semivaryans fonksiyonuna bağlıdır. Semivaryans fonksiyonu noktalar arasındaki konumsal bağımlılığın derecesini ölçer. Noktalar arasındaki semivaryansın büyüklüğü noktalar arasındaki mesafeye bağlıdır. Semivaryans belli bir mesafeye kadar artmaktadır. Bu değere ise range adı verilmektedir. Kısa mesafelerde az, uzun mesafelerde fazla semivaryans oluşmaktadır. Semivaryansın çizimi ise semivariogram olarak adlandırılır (Alkanalka, 2005; Yaprak, 2007).

### 3.1.2.2 Simple kriging yöntemi

Simple kriging enterpolasyon yöntemi ordinary kriginge benzemektedir. Ancak burada ağırlıkların toplamının 1'e eşit olması yerine ağırlık, veri setlerinin ortalaması ile hesaplanır. Simple kriging yönteminde ortalama değer bilinmektedir (Yaprak ve Arslan 2008). Bu yöntemde noktaların enterpolasyonu genelleştirilmiş lineer regresyon altında ikinci derece durağanlık varsayımı ile bilinen ortalamaya dayanır.

Birinci adımda enterpolasyonu yapılacak dağılmış noktalardan variogram oluşturulur. Çalışma alanındaki her bir noktanın diğer noktalarla varyansının hesaplanması ile deneysel variogram bulunur. Bulunan deneysel variogram noktalar arası mesafenin karşılığıdır. Sonra ki adımda modele uygun teorik variogram modeli seçilir. Seçilen model çapraz doğrulama tekniği ile test edilir. Uzaklık parametrelerinin belirlenmesinde örnekleme rastgele bir biçimde yapılmış ise örnekler arasında ortalama, ilk adım uzaklığı olarak kabul edilebilir. Bu değer çalışma alanının örnek sayısına bölünmesi ve çıkan değerın karekökünü alınması ile hesaplanabilir.

Uzaklık toleransı olarak ise adım uzaklığının yarısı alınabilir. Çapraz doğrulama tekniği, teorik variogram parametrelerinin çalışma sahasını temsil yeteneğinde bir ölçüt olarak kullanılmaktadır (Yaprak, 2007).



Şekil 3.2 Deneysel ve teorik variogram (Yaprak, 2007)

Çapraz doğrulama tekniği kriging metodu içerisinde yer alan ölçüm noktalarındaki değerleri çerçevesindeki değerlerle tahmin ederek, gerçek değerlerle tahmin değerlerini karşılaştıran ve aynı zamanda seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir yöntemdir (Vieria ve diğ., 1983; Başkan, 2004; Yaprak, 2007). Test edilen değerlerden uygun sonuç alınması durumunda test noktalarının enterpolasyonu gerçekleştirilir.

Kriging yöntemlerinin genel olarak en önemli özelliği esnek olması ve kestirimin varyansını (o noktadaki belirsizliği) göstermesi olarak kabul edilir. Kestirim varyansı için de en önemli olan kovaryans modelidir. Yani eldeki verilerin kestirimi yapılacak noktaya olan geometrisi önem arz etmektedir.

Test noktalarının modelden hesaplanan değerleri, ölçü değeri ile modelden hesaplanan değer arasındaki fark ( $N_{HESAP-ÖLÇÜ}$ ), KOH, standart hata ve standart sapma değerleri bulunur (Yaprak, 2007).

Simple Kriging yöntemi Ordinary Kriginge göre daha az hassastır. Fakat buna rağmen daha pürüzsüz yüzeyler oluşturur. Simple Krigingde ortalama değeri bilmek zorunlu iken, Ordinary Krigingde bu zorunluluk bulunmamaktadır (Yaprak, 2007).

Kriging yönteminin diğer yöntemlere göre bir başka üstünlüğü, kriging varyansı aracılığıyla kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir imkan sunmasıdır. Kriging varyansı, verilerin gerçek değerlerine bağlı olmayıp daha çok veri sayısının ve veriler arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak adlandırılır (Bolat, 2013).

### 3.1.3 Yapay sinir ağı tekniği ile jeoid belirleme

Yapay sinir ağılar tıpkı insan beyni gibi öğrenme, öğrendiğinden türetme ve keşfetme gibi yeteneklere sahip bilgisayar sistemleridir. Bu sistem en genel haliyle insan beyninin öğrenmeyi sağlayan sinir hücrelerini model alarak, yaşanan örnekleri ve sonuçları kullanıp yeni oluşacak olaylara otomatik tepkiler veren bilgisayar sistemi olarak açıklanabilir.

Yapay sinir ağlarının tarihçesi insanların nörobiyoloji konusuna duyduğu ilgi ve elde ettikleri bilgileri bilgisayar bilimine uyarlaması ile başlamaktadır. Bu alanda yapay sinir ağlarına öncülük edebilecek kaynaklar insan beyninin fonksiyonunu anlatan ilk eser 1870 yılında yayınlanmıştır. Bundan sonra 1940 yıllarına kadar çeşitli çalışmalar yapılsa da bu çalışmalar akademik anlam ifade etmemektedir. 1940 yılından sonra ise Hebb, McCulloch ve Pitts gibi bilim adamları yapay sinir ağlarının temellerini atacak eserler ortaya koymuşlardır (Öztemel, 2016). Yapay sinir ağlarının gelişimi 1970 öncesi ve sonrası olmak üzere iki bölümde incelenebilir. 1970 yılı öncesinde yapılan çalışmalarda yapay sinir ağı yöntemleri yalnızca doğrusal problemlere çözüm üretebilirken bu tarihten sonra yapay sinir ağlarının doğrusal olmayan problemlere de çözümler üretebildiği görülmüştür.

Yapay sinir ağlarının genellikle herhangi bir matematiksel modelle gösterilemeyen yada karmaşık algoritmalara sahip problemlerin çözümü için kullanılır. Bu sebeple çevreden gelen etkileri algılayabilen ve bu etkilere tepkiler verebilen sistemlerdir. Sistemin en temel görevi ise kendisine gösterilen örneklere karşılık bir sonuç belirlemektir. Bunu yapabilmek içinde kurulacak yapay sinir ağı eğitilerek karşısına çıkacak örneklere genelleme yapabilecek yeteneğe kavuşturulmalıdır (Kayabaşı, 2015).

#### 3.1.3.1 Yapay sinir ağlarının genel özellikleri

Yapay sinir ağlarının genel özellikleri aşağıdaki gibi sıralabilir;

- yapay sinir ağları ile makine öğrenmesi gerçekleştirilebilmektedir.
- programları çalışma stili bilinen programlama yöntemlerine benzerlik gösterir.
- yapay sinir ağları kendisine tanıtılan örnekleri kullanarak öğrenir.
- Güvenilirliğinin artırılması için eğitimi ve performansları test edilmesi gerekir.

- daha önce görmediği örnekler hakkında bilgi üretebilir
- algılamaya yönelik uygulamalarda kullanılabilir.
- örüntü ilişkilendirme ve sınıflandırma gerçekleştirebilir.
- örüntü tamamlama yapabilir.
- kendi kendini organize etme ve öğrenebilme yeteneğine sahiptir.
- eksik bilgi olsa dahi çalışabilir.
- hata toleransına mevcuttur.
- belirsiz ve tam olmayan bilgileri de işleme yeteneği vardır.
- dereceli bozulma gösterir.
- dağınık bir bellek yapısına sahiptir.
- sadece nümerik bilgilerle çalışmaktadır (Öztemel, 2016).

Geleneksel yöntemler ile çözüm üretilemeyen problemlere yapay sinir ağları yöntemi ile çözümler üretilebilmektedir. Bunun yanı sıra geleneksel yöntemler eksik ve bozuk veriler ile çözüm üretememektedir. Yapay sinir ağlarının olumsuz özellikleri ise aşağıdaki gibidir;

- bilgisayar donanımına bağlı çalışır,
- probleme uygun ağ yapısının seçimi genellikle deneme-yanılma yoluyla belirlenmektedir,
- proses elemanlarının sayısı, katman sayısı, öğrenme katsayıları, iterasyon sayısı gibi değerlerin belirlenmesinde belirli bir kural yoktur,
- nümerik bilgilere bağımlı çalışmaktadır,
- ağın eğitiminin ne zaman biteceğine dair geliştirilmiş bir yöntem bulunmamaktadır, bunların yanı sıra en önemli eksikliği ağın davranışlarının açıklanamamasıdır (Öztemel, 2016).

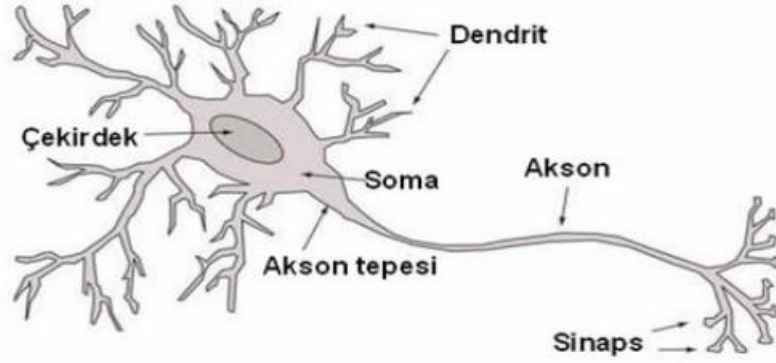
### 3.1.3.2 Yapay sinir ağlarının uygulama alanları

Yapay sinir ağları yöntemiyle çözüm üretilebilecek problemler konusunda genellikle bir sınırlama bulunmamaktadır. Ancak yine de yapay sinir ağları genel olarak doğrusal olmayan, çok karmaşık, eksik ve hata olasılığının yüksek olduğu veri gruplarında, matematiksel model yada düzenli bir algoritmanın kurulamadığı, sadece örneklerin varolması durumunda sıklıkla kullanılır. Günlük yaşamda mühendislik uygulamalarından finansal hesaplara, haberleşmeden otomasyona kadar birçok alanda yapay sinir ağları yöntemi uygulanmaktadır. Yapay sinir ağlarının kullanım alanları aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- olası fonksiyon kestirimleri,
- sınıflandırma,
- veri seti ilişkilendirme,
- sinyal filtreleme,
- kümeleme,
- veri tahmini ve veri yorumlama,
- doğrusal olmayan sinyal işleme,
- zaman serisi analizleri,
- doğrusal olmayan sistem modelleme (Öztemel, 2016).

### 3.1.3.3 Yapay Sinir Ağlarının Teknik Bilgileri

Yapay sinir ağları insan beyninin yapısı taklit edilerek oluşturulan sistemlerdir. İnsan beyninin milyarlarca sinir hücresiyle beraber çalıştığı gibi yapay sinir ağları da sinir hücrelerinin bir araya gelmesiyle çalışmaktadır. Oluşturulan sinir ağları sayesinde beyin fonksiyonlarını yerine getirir.

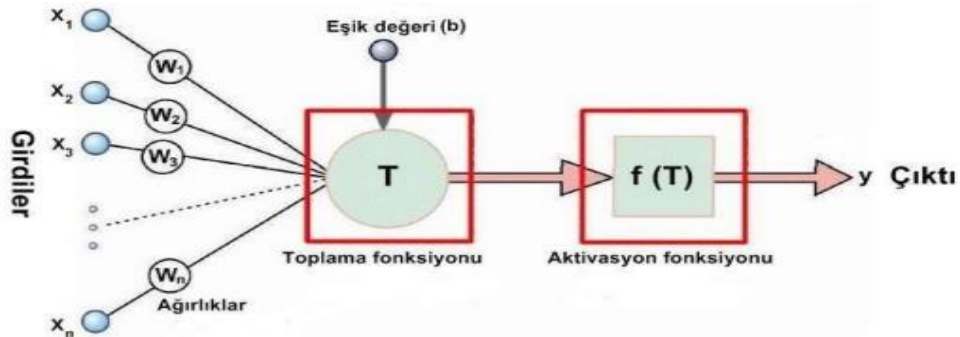


Şekil 3.3 Biyolojik sinir hücresinin yapısı (Fidancı, 2019)

Biyolojik bir sinir hücresi soma, akson, sinapslar ve dentrite'lerden oluşmaktadır. Diğer hücreler arasındaki bağlantı sinapslar aracılığıyla sağlanmaktadır. Aksonlar ise sinapslardan aldığı sinyalleri somalara iletmektedir. Somaya iletilen sinyaller burada işlem gördükten sonra dendritler vasıtasıyla diğer sinir hücrelerine iletilir. Bu şekilde döngü tamamlanarak sinir ağları oluşturulmaktadır. Yapay sinir ağları da bu döngü ile benzer şekilde bilgisayar sistemleri tarafından yapılmaktadır.

### 3.1.3.3.1 Yapay nöron

Yapay sinir ağlarında bilgi işleme birimine yapay nöron adı verilmektedir. Yapay sinir ağlarının temeli nöronlar arasında bağlantılar kurularak katmanlar halinde oluşturulmaktadır. Geliştirilen nöron modellerinde bazı farklılıklar bulunmaktadır. Ancak genel itibarıyla bir nöronun yapısını oluşturan temel elemanlar Şekil 3.4'de görülmektedir.



Şekil 3.4 Yapay nöronun temel bileşenleri (Kaftan, 2010)

**Girdiler:** Nörona dış dünyadan yada bir başka işlem elamanından gelen ve nöronun öğrenmesini istenilen verilerdir.

**Ağırlıklar:** Ağırlıklar bir nöron hücresine giriş yapan verinin önemini ve etkisini belirtir. Nörona giren veriler ağırlıkları ile çarpılarak diğer nörona iletilir. Ağırlık değerinin sıfır olması durumunda verinin herhangi bir etkisi olmadığını gösterir. Ağırlık değerinin eksi veya artı olması ise etkinin pozitif yada negatif olduğunu göstermektedir.

**Eşik değeri:** Yapay sinir ağlarında çıktı değerlerinin sıfır olmasını engelleyen değerdir.

**Toplama fonksiyonu:** Yapay sinir ağlarında ağırlıklandırılan girdi verilerinin hesaplanmasını sağlayan fonksiyona verilen isimdir. Yapay sinir ağlarında genellikle kullanılan ağırlıklı toplam fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\text{Toplam} = \sum_i^n G_i A_i \quad (49)$$

49. formülde gösterilen G girdi verilerini A ise ağırlıkları göstermektedir. Yapay sinir ağlarında kullanılacak fonksiyonlar tasarlanan ağ yapısına göre farklılıklar gösterebilir. Hangi tasarım modeline hangi fonksiyonun kullanılacağı tamamen tasarımcının öngörüsüne bağlıdır. Tasarımcı en doğru yöntemi deneme yanılma yoluyla da hesaplayabilmektedir.

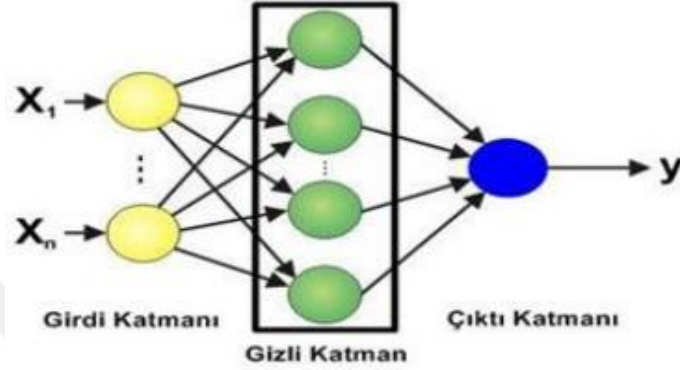
**Aktivasyon fonksiyonu:** Yapay sinir ağlarında temel hesaplamaların yapıldığı ve çıktı değerlerinin belirlendiği fonksiyonlardır. Aktivasyon fonksiyonlarında toplama fonksiyonlarında olduğu gibi genel bir fonksiyon ifadesi bulunmamaktadır. Aktivasyon fonksiyonunun seçiminde de tasarımcının öngörüsü ve deneme yanılma yöntemi etkilidir. Yapay sinir ağlarında genellikle sigmoid, gauss, lineer, basamak ve hiperbolik gibi fonksiyonlar kullanılır.

**Çıktı:** Aktivasyon fonksiyonuna giren verilerin sonucuna çıktı denmektedir. Aktivasyon fonksiyonundan alınan çıktı verileri export edilebileceği gibi bir başka işlem elemanına girdi verisi olarak da kullanılabilir (Fidancı, 2019).

#### *3.1.3.3.2 Yapay sinir hücresinin çalışma ve prensibi*

Yapay sinir ağları verilerin girdi işleminden alınan çıktı verilerine kadar çeşitli aşamalardan oluşmaktadır. Yapay sinir hücresine gelen veriler öncelikle toplama fonksiyonu girer. Toplama fonksiyonundan çıkan veriler bu kez aktivasyon fonksiyonuna girer. Seçilen aktivasyon fonksiyonuna göre oluşan çıktı değerleri ya dışarıya verilir ya da bir başka işlem elemanına girdi verisi olarak gönderilir.

Yapay sinir ağlarında girdi verilerini alan nöronlar ve çıktı verilerini ileten nöronlar dışındaki tüm nöronlar gizli katmanda yer almaktadır. Çok katmanlı bir yapay sinir ağına ait çalışma prensibi Şekil 3.5’de gösterilmektedir.



Şekil 3.5 Çok katmanlı bir yapay sinir ağının genel görünümü (Yılmaz, 2012)

**Girdi katmanı:** Örneklerden gelen verilerin yapay sinir ağına ilk olarak giriş yaptığı katmana verilen isimdir. Görevi ise gelen verileri ara katmana iletmektir.

**Gizli katman:** Girdi katmanından gelen verileri işleyerek çıktı katmanına gönderen katmana denir. Bir yapay sinir ağı içerisinde birden fazla gizli katman bulunabilir.

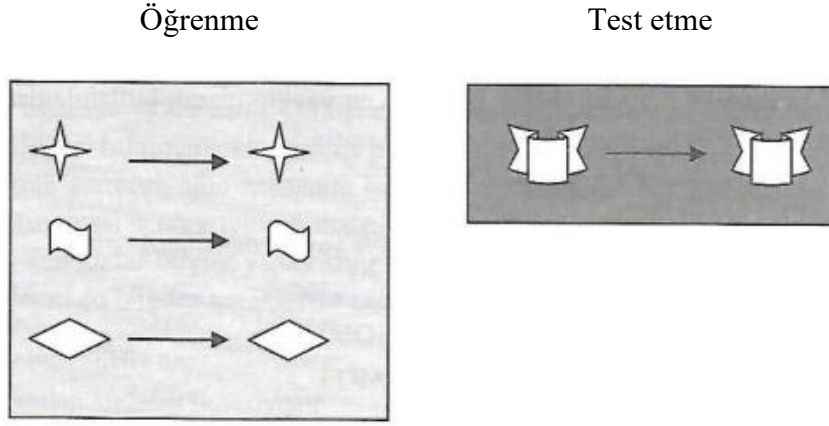
**Çıktı katmanı:** Ara katmandan gelen veriyi işleyerek çıktı sonuçlarını veren katmandır.

Bir yapay sinir ağında işlem elemanları arasındaki bağlantılarda daha önceki kısımlarda da bahsedilen ağırlıklar mevcuttur. Bu ağırlıklar öğrenme aşamasında değişerek, öğrenme işlemi gerçekleştirir.

### 3.1.3.3.3 Yapay sinir ağlarının çalışması ve test edilmesi

Temelde bir yapay sinir ağının görevi ağı gelen verileri işleyerek çıktı verileri elde etmektir. Bu döngünün tamamlanabilmesi için ağı gelen verinin numerik olması gerekmektedir. Kurulan ağın öğrenme yeteneğine kavuşturulmasının nedeni, işlem elemanları arasındaki yer alan bağlantıların ağırlıklarının değiştirilmesidir.

Bir yapay sinir ağının test edilmesi için oluşturulan ağı daha önceden gösterilmemiş veriler gösterilir. Düzgün çalışan bir yapay sinir ağından gösterilen verilere göre doğru sonuçlar vermesi beklenir.



Şekil 3.6 Öğrenme ve test etme (Öztemel, 2016)

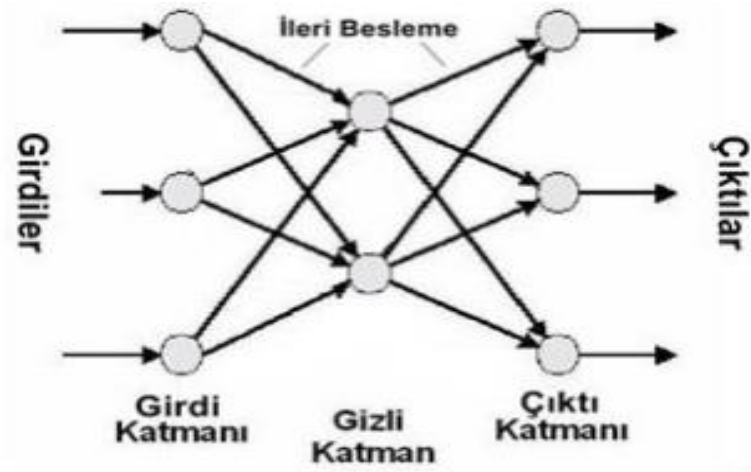
#### 3.1.3.3.4 Yapay sinir ağlarının sınıflandırılması

Yapay sinir ağları; nöronlar arasındaki ve veri akış yönüne göre ileri beslemeli (feed-forward) ve geri beslemeli (feed-back veya recurrent) olarak iki grupta, kullandıkları öğrenme algoritmalarına göre danışmanlı (supervised), danışmansız (unsupervised) ve takviyeli (reinforcement) öğrenme olmak üzere üç grupta sınıflandırılabilir (Zurada 1992; Blackwell 2009).

##### 3.1.3.3.4.1 İleri beslemeli yapay sinir ağları

İleri beslemeli yapay sinir ağlarının bilinen en belirgin özelliği nöronlar arasındaki iletişimin girdi katmanından çıktı katmanına doğru tek yönlü olmasıdır. Girdi katmanı ile çıktı katmanı arasında doğrusal yapıda olmayan gizli bir katman bulunmaktadır. Nöronlar katmanlar arasında ileri yönlü bağlantı kurarlar. Aynı katman içerisindeki nöronlar arasında bağlantı bulunmamaktadır. Bu sebeple nöronlar arasında bir döngü oluşmamakta ve girilen verilere karşılık hızlı bir şekilde çıktı verileri alınmaktadır.

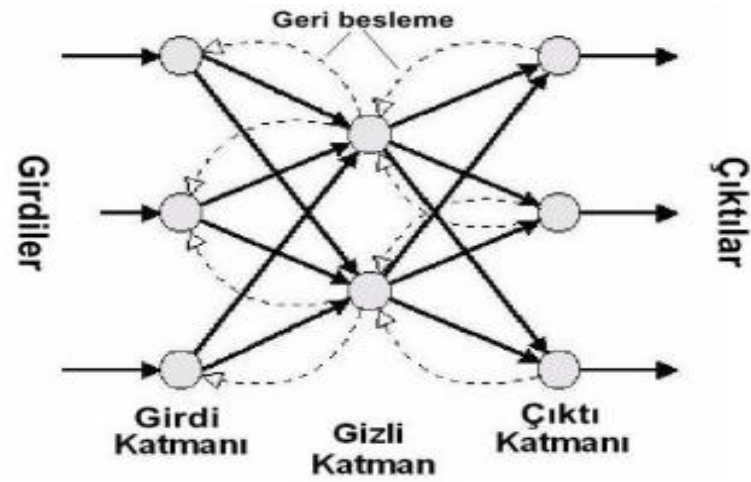
İleri beslemeli yapay sinir ağında herhangi bir andaki çıktı değeri sadece o andaki girdi verisinin bir fonksiyonudur. Şekil 3.7’de ileri beslemeli yapay sinir ağının çalışma prensibi gösterilmiştir.



Şekil 3.7 İleri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma prensibi (Yılmaz, 2012)

#### 3.1.3.3.4.2 Geri beslemeli yapay sinir ağları

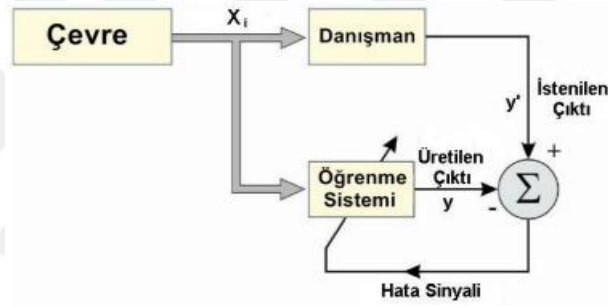
Geri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma prensibi çıkış katmanındaki ya da gizli katmandaki nöronların tekrardan girdi yada önceki gizli katmandaki nöronlara giriş olarak iletilmesine dayanmaktadır. Bu sayede veri akışı hem ileri hem de geri yönlü yapılabilmektedir. Geri beslemeli yapay sinir ağlarında bir andaki alınan çıktı verileri hem o anın hem de önceki verilerin bir fonksiyonudur. Bu özelliği sayesinde gürültülü sistemlerdeki tahmin ve sınıflandırma işlemlerinde kullanılması uygundur. Geri besleme yöntemi aynı katmandaki nöronlar yada farklı katmanlardaki nöronlar arasında da olabilmektedir. Şekil 3.8’de ileri beslemeli yapay sinir ağının çalışma prensibi gösterilmiştir.



Şekil 3.8 Geri beslemeli yapay sinir ağlarının çalışma prensibi (Yılmaz, 2012)

### 3.1.3.3.4.3 Danışmanlı öğrenme

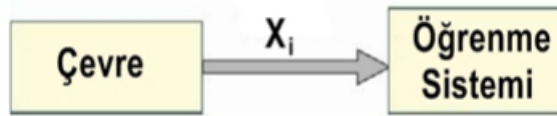
Yapay sinir ağlarında, bağımsız değişkenleri yani girdi değerlerini ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) ve bunlara karşılık gelen bağımlı değişkeni yani istenilen çıktı değerini ( $y'$ ) göstererek, YSA tarafından üretilen çıktı ( $y$ ) ile bağımlı değişken arasındaki farkın yani hatanın ( $\epsilon$ ) minimize edilmesi yöntemine dayanan öğrenme algoritması, danışmanlı öğrenme olarak adlandırılır (MacKay 2004). Burada önemli olan aradaki farkın kabul edilebilir bir seviyeye gelene kadar yapay sinir ağının bağlantı ağırlıkları güncellenmelidir. Burada amaç yapay sinir ağının danışmana benzemesidir. Bu yöntemde en önemli nokta ise oluşturulacak veri seti hem öğrenme hem de genellemeyi sağlayacak biçimde olmalıdır. Şekil 3.9'da danışmanlı öğrenme yönteminin çalışma prensibi gösterilmektedir.



Şekil 3.9 Danışmanlı öğrenme yapısının genel görünümü (Yılmaz, 2012)

### 3.1.3.3.4.4 Danışmansız öğrenme

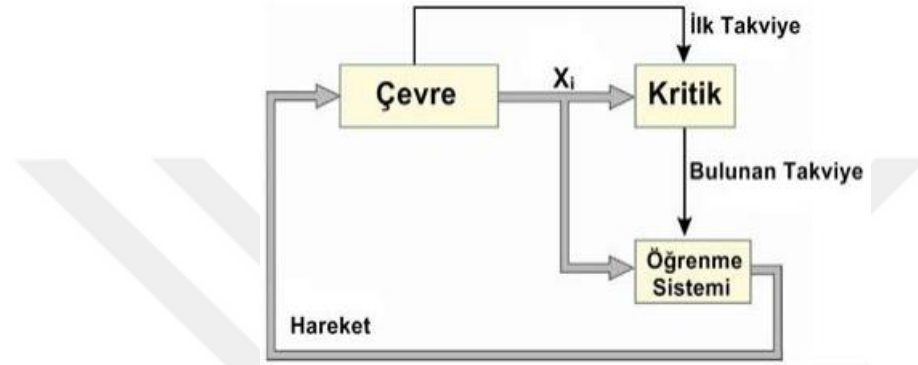
Öğrenme süreci boyunca yapay sinir ağlarına yalnızca girdi değerlerinin sunulduğu çıktı değerlerinin ise verilmediği algoritma yapısı danışmansız öğrenme olarak adlandırılır. Burada eğitim veri seti sadece girdi değerlerinden meydana gelmektedir. Yapay sinir ağının ürettiği çıktı değerlerini karşılaştırarak kontrol edebileceği bir danışman bulunmamaktadır. Bu yöntemde yapay sinir ağı girdi değerlerinin özelliklerine göre desenler oluşturarak bağlantı ağırlıklarını güncellemektedir. Şekil 3.10'da danışmansız öğrenme yönteminin çalışma prensibi gösterilmiştir.



Şekil 3.10 Danışmansız öğrenme yapısının genel görünümü (Yılmaz, 2012)

### 3.1.3.3.4.5 Takviyeli öğrenme

Bu yöntemde istenilen çıktı değerlerine ulaşmak için yapay sinir ağının ürettiği çıktı değerini ve girdi değerini değerlendiren bir uygunluk derecesi kullanılmaktadır (Sutton and Barto, 1998). Şekil 3.11’de takviyeli öğrenme yönteminin çalışma prensibi gösterilmiştir.



Şekil 3.11 Takviyeli öğrenme yapısının genel görünümü (Yılmaz, 2012)

### 3.1.3.3.5 Çok katmanlı algılayıcıların öğrenme kuralları

Çok katmanlı algılayıcılar öğretmenli öğrenme yöntemine göre çalışmaktadır. Ağlara eğitim esnasında hem girdiler hem de bu girdilere karşılık üretilmesi istenen çıktılar gösterilir. Burada ağın görevi her girdi için bir çıktı değeri üretmektir. Çok katmanlı algılayıcı ağın öğrenme kuralı en küçük kareler yöntemine dayalı Delta öğrenme kuralının geliştirilmiş halidir (Öztemel, 2016). Geliştirilmiş delta kuralı ise ileri doğru hesaplama ve geri doğru hesaplama olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır.

#### 3.1.3.3.5.1 İleri doğru hesaplama

Yapay sinir ağlarında öğrenme için girdi verileri girdi katmanına girer ve bu değerler herhangi bir işleme tabi olmadan girdi katmanından çıkar.

$$Ç_k^i = G_k \quad (50)$$

Girdi katmanından çıkan veri gizli katmana gönderilir. Girdi katmanı ile gizli katman arasındaki bağlantılarda önceki kısımlarda da bahsedilen ağırlıklar bulunur. Daha sonra ağırlık değerleri ile seçilen toplama fonksiyonuna göre toplama işlemi yapılır. Burada dikkat edilmesi gereken konu gizli katman işlem elemanının her birisi için NET değerinin hesaplanması gerekir.

Sonra NET işlem elemanına giriş değeri aktivasyon fonksiyonunda yerine konularak işlem elemanına ait çıktı değeri hesaplanmaktadır. NET değer ağırlıklı toplama ve aktivasyon fonksiyonu sigmoid olmak üzere;

$$NET_j^a = \sum_{k=1}^n A_{kj} \zeta_k^i \quad (51)$$

işlem elemanına giriş değeri üreten fonksiyon olur. Burada  $A_{kj}$  ağırlık değerleri  $\zeta_k^i$  ise,

$$\zeta_j^a = \frac{1}{1+e^{-(NET_j^a+B_j^a)}} \quad (52)$$

işlem elemanlarından çıktı değerleridir. Bu formüldeki  $B_a^j$  gizli katmandaki j işlem elemanına bağlanan eşik değer ağırlığını ifade etmektedir. Eşik değer işlem elemanının çıktı değeri sabit olup daima 1'dir. Bu eleman girdi değerlerinin tamamının sıfır olması halinde sonucun sürekli olarak sıfır olmasını önlemek için kullanılır.

Gizli katmanda yapılan tüm işlemler diğer gizli katman elemanları ve çıktı katmanı için de yapılarak ağırlıklı çıktı üretmesi sağlanmaktadır. Burada yapılan hesaplamaların tamamı ileri doğru hesaplama olarak adlandırılır.

### 3.1.3.3.5.2 Geriye doğru hesaplama

Çok katmanlı algılayıcı bir yapay sinir ağında ileri doğru hesaplama yoluyla bulunan çıktı değeri ile örneğin sonucu arasındaki fark belirlenen ağırlıktaki değeri için hatasını göstermektedir. Önceki kısımlarda da bahsedildiği üzere ağırlık öğrenmesi işlem elemanları arasındaki bağlantılardaki ağırlıklar ile gerçekleşmektedir. Geriye doğru hesaplama yönteminde işlem elemanları arasındaki ağırlık değerleri değiştirilmektedir.

Geriye doğru hesaplama yönteminde ilk olarak yapılması gereken beklenen çıktı ile ağırlıklı çıktı değeri arasındaki fark hesaplanarak hata değeri bulunmalıdır. Bulunan hata değeri ağırlıklara paylaştırılmalıdır. Böylece hata değeri 53. formüldeki gibi olur.

$$E_m = B_m - \zeta_m \quad (53)$$

Oluşturulan ağırlık birden fazla sonuç üretmesi istenirse bu durumda toplam hata 54. formülde gösterildiği gibi hesaplanır.

$$TH = \sqrt{\sum_m E_m^2} \quad (54)$$

İkinci sırada yapılması gereken işlem hatanın dağıtılması işlemidir.

Yeni örneğe geçmeden önce bulunan hatanın dağıtılması gerekmektedir.

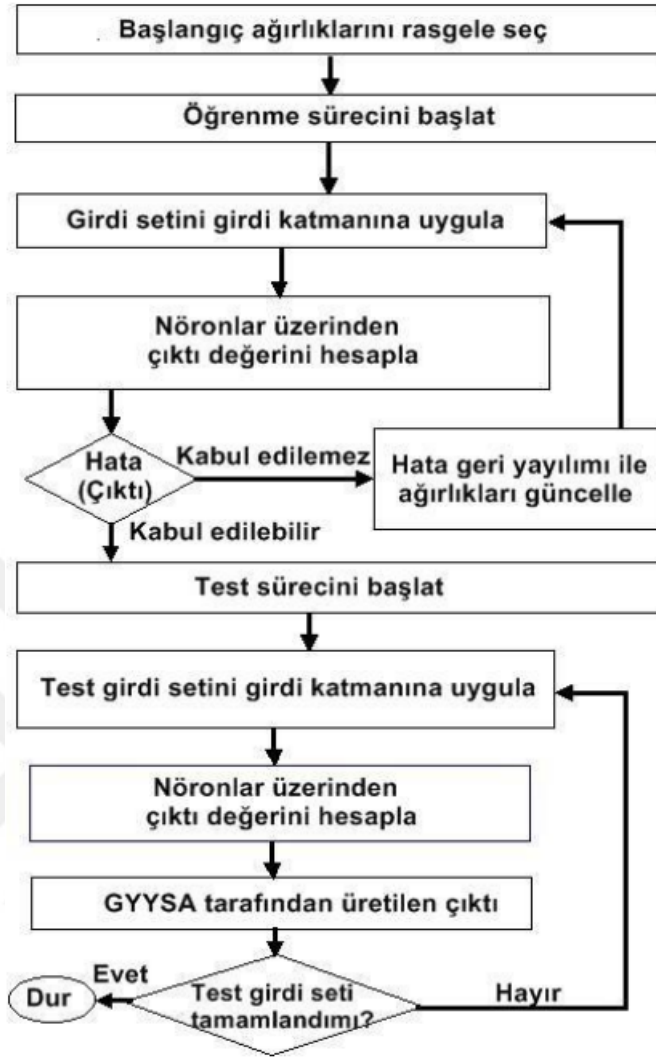
Kurulan ağ örneklerin tamamını istenilen hata toleransında öğrenene kadar işlemlere devam edilir.

Çok katmanlı algılayıcılar tasarlanırken göz önüne alınması gereken detaylar;

- problemin net olarak tespit edilmesi,
- seçilen örneklerin problemi tam temsil edecek şekilde olması,
- girdi verilerinin gösterim şekli,
- parametrelerin seçimi ve ilk değerlerin belirlenmesi,
- ağın topolojik yapısı,
- örneklerin kurulan ağa sunulma yöntemi,
- ağın öğrenme ve durdurma kriterleri,

olarak ifade edilebilir (Fidancı, 2019).

Kurulan ağda performans değerleri beklenen seviyenin altında kalır ise ağ bir miktar daha eğitilerek deneme yapılabilir. Ancak halen performans verilerinde iyileşme görülüyor ise ağın topolojik yapısında bir hata olduğu düşünülebilir.

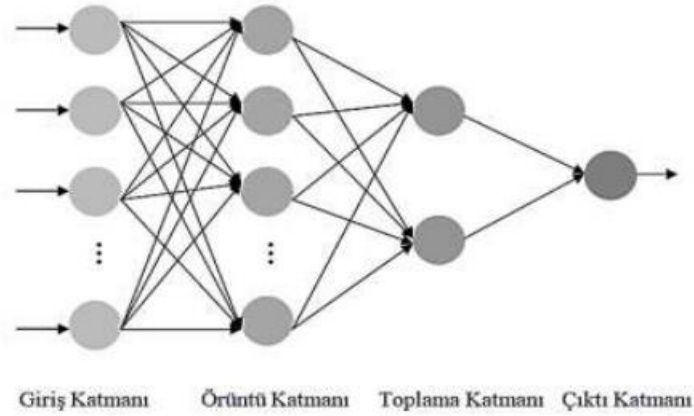


Şekil 3.12 Geri yayılım algoritması için akış diyagramı (Yılmaz, 2012)

### 3.1.3.3.6 Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağları (GRYSA)

Bu yöntem geri beslemeli yapay sinir ağlarından farklı olarak tek bir geçişte tüm hesaplamaları yapabilmektedir. Bu sayede hızlı bir şekilde sonuç üretebilmektedir. Herhangi bir ön işlemci algoritması kullanılmadığından dolayı örüntü katmanındaki nöron sayısı eğitim verisi sayısına eşit olmaktadır (Oral vd., 2018).

Geri beslemeli yapay sinir ağlarına alternatif olarak geliştirilen genelleştirilmiş regresyon sinir ağları giriş katmanı, toplama katmanı, örüntü katmanı ve çıktı katmanı olmak üzere toplam dört katmandan oluşmaktadır.



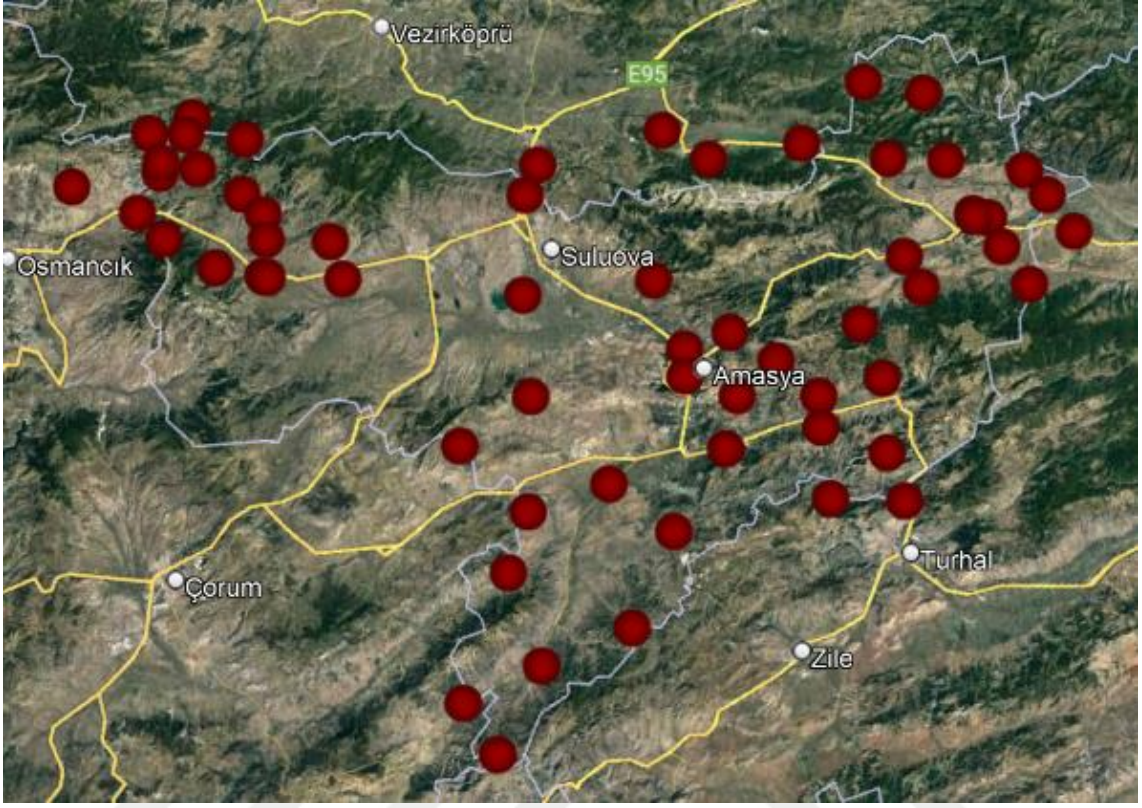
Şekil 3.13 Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağının katman görünümü (Ocak, 2021)

Örüntü katmanının görevi doğrusal olmayan bir aktivasyon fonksiyon kullanarak mesafe ve dağılım parametresi ile ağırlık değerlerini hesaplayarak toplama katmanına iletmektir. Toplama katmanının görevi ise örüntü katmanından gelen ağırlık vektörü ve vektörlerin oluşturduğu sinyaller arasında bir iç çarpım yapıp pay-payda nöron değerleri hesaplayarak çıkış katmanına göndermektir. Son olarak da çıkış katmanında pay nöronundaki değer payda nöronundaki değere bölünerek hesaplanan çıktı değeri elde edilmiş olur (Spect, 1991; Oral vd., 2018; Konakoğlu ve Çakır, 2018; Ocak, 2021).

#### 4. UYGULAMA

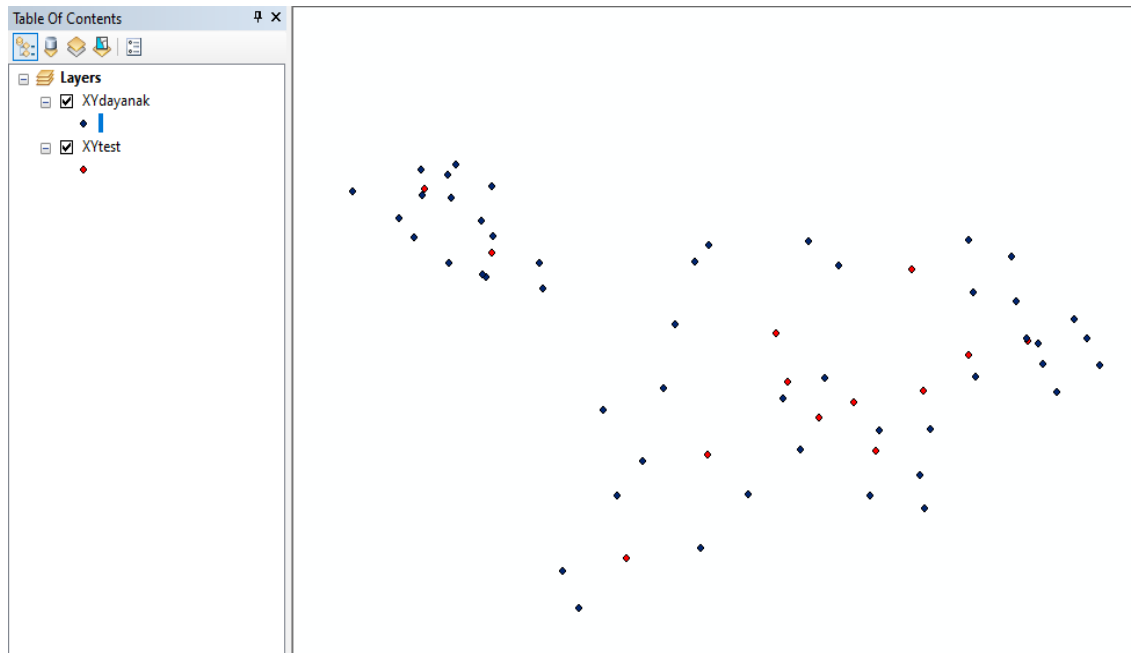
Çalışma alanı olarak  $34^{\circ} 57' 06''$  -  $36^{\circ} 31' 53''$  doğu boylamları ile  $41^{\circ} 04' 54''$  -  $40^{\circ} 16' 16''$  kuzey enlemleri arasında yer alan Amasya ili seçilmiştir. Oldukça engebeli bir arazi yapısına sahip olan Amasya' da il genelinin deniz seviyesinden yüksekliği 1150 metre olup en yüksek noktası olan Akdağ Tepesi denizden 2061 metre yüksekliktedir. Bu çalışmada seçilen bölge özelinde kriging, polinomlar ve yapay sinir ağları yöntemleriyle yerel jeoid modelinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Kullanılan üç farklı yöntem kendi içinde kıyaslanarak çalışma bölgesine en çok uyum sağlayan metodun belirlenmesi hedeflenmiştir.

Çalışma kapsamında Amasya iline ait enlem ve boylam değerleri, sağa ve yukarı değerleri, elipsoidal yüksekliği, ortometrik yüksekliği ve jeoid ondülasyonu bilinen 62 adet C3 dereceli yatay kontrol ağı noktası kullanılmıştır. Çalışma alanının toplam yüz ölçümüne göre ise yaklaşık her  $92 \text{ km}^2$  'ye bir adet nokta düşmektedir. Kullanılan noktalar 49 adedi dayanak ve 13 adedi test noktası olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Çalışma bölgesine ait tüm noktalar Şekil 4.1'de gösterilmiştir.



Şekil 4.1 Çalışma bölgesinde yer alan tüm noktalar

Test verileri tüm noktalar içerisinde homojen bir yapıda seçilmeye çalışılmıştır. Test ve dayanak noktalarının ayrı ayrı görünüşleri ise Şekil 4.2’de gösterilmektedir.

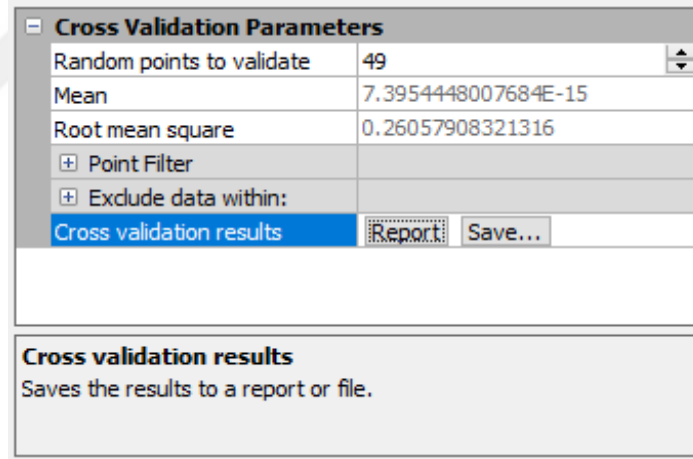


Şekil 4.2 Çalışma bölgesinde yer alan dayanak ve test noktalarının dağılımı

#### 4.1 Polinomlar ile Enterpolasyon Uygulaması

Polinomlarla enterpolasyon uygulaması ile çalışma bölgesi tek bir fonksiyon ile ifade edilebilmektedir. Bu yöntemin amacı koordinatı ve jeoid ondülasyonu bilinen noktalar yardımıyla polinomun bilinmeyen katsayılarını hesaplayarak çalışma bölgesindeki jeoid ondülasyonu bilinmeyen noktaların ondülasyonlarını hesaplamaktır.

Polinomlarla enterpolasyon uygulaması için öncelikle ikiye ayrılan veri setlerinin bağımsız değişken ve bağımlı değişken değerleri hazırlanmıştır. Girdi değerleri noktaların enlem ve boylam koordinatları, çıktı değerleri ise noktaların jeoid ondülasyonlarından oluşmaktadır. Surfer yazılımında polinomal enterpolasyon yöntemi seçilerek uygulanacak polinom derecesi belirlenmiştir. İlk polinom yüzeyi olarak birinci derece “linner” polinom seçilerek enterpolasyon işlemi yapılmıştır. Bu sayede 49 adet dayanak noktasından oluşan lineer bir yüzey elde edilmiştir. Elde edilen modelin istatistik bilgilerini gösteren çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.3’de yer almaktadır.



Şekil 4.3 Linear enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi

Oluşturulan lineer modelde  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre dayanak noktaları  $\pm 26.08$  cm KOH (Karsel Ortalama Hata) değeri ile hesaplanmıştır. Dayanak noktalarından oluşturulan yüzeye göre 13 adet test noktasının enterpolasyonu yapılarak jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 26.62$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

Daha sonra Surfer programında ikinci derece polinom seçilerek 49 adet dayanak noktası için “kuadratik” enterpolasyon uygulaması yapılmıştır. Uygulamaya ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.4’de gösterilmiştir.

Cross Validation Parameters	
Random points to validate	49
Mean	6.9857951622945E-13
Root mean square	0.19934129310393
<input type="checkbox"/> Point Filter	
<input type="checkbox"/> Exclude data within:	
Cross validation results	Report Save...

Şekil 4.4 Kuadratik enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi

Dayanak noktalarından oluşturulan kuadratik modelde  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 19.93$  cm KOH değeri hesaplanmıştır. Oluşturulan yüzeye göre 13 adet test noktasının enterpolasyonu yapılarak jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 19.50$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

Son olarak da Surfer yazılımında üçüncü derece polinom yüzeyi seçilerek 49 adet dayanak noktası ile “kübik” enterpolasyon yöntemi uygulanmıştır. Uygulanan yöntemle ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.5’de gösterilmiştir.

Cross Validation Parameters	
Random points to validate	49
Mean	7.1147731697071E-11
Root mean square	0.18106857256162
<input type="checkbox"/> Point Filter	
<input type="checkbox"/> Exclude data within:	
Cross validation results	Report Save...

Şekil 4.5 Kübik enterpolasyon uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi

49 adet dayanak noktası ile oluşturulan kübik modelde  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 18.11$  cm KOH değeri hesaplanmıştır. Oluşturulan yüzeye göre 13 adet test noktasının enterpolasyonu yapılarak jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 18.52$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir. Uygulanan tüm polinom yöntemlerinden çıkan sonuçlar ve bulunan polinom katsayıları rapor olarak kaydedilmiştir. Tüm uygulamalara ait kontur ve 3D surface haritaları oluşturulmuştur.

Uygulamalar sonucunda veri setleri üzerinde üçüncü dereceden “kübik” enterpolasyon yönteminin daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Uygulanan üç farklı modelden hesaplanan  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  fark değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.1’de gösterilmiştir.

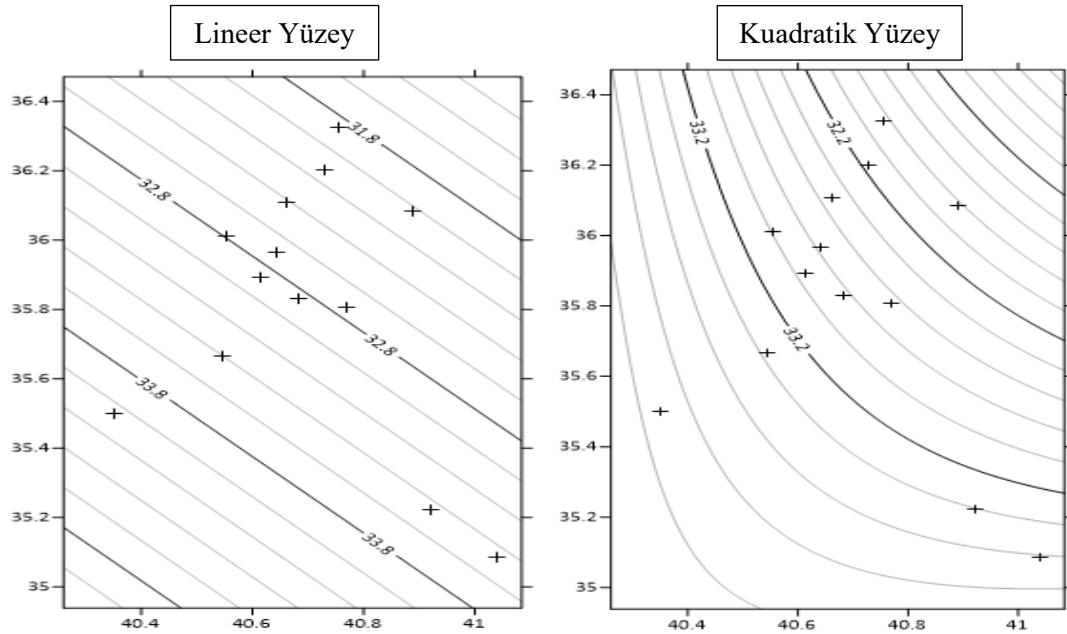
Tablo 4.1 Dayanak noktalarının polinom enterpolasyonu istatistik sonuçları

İstatistik	Lineer (m)	Kuadratik (m)	Kübik (m)
MİN	-0.6363	-0.4259	-0.3572
MAK	0.7156	0.6029	0.5230
ORT	0.2078	0.1613	0.1449
KOH	0.2606	0.1993	0.1811

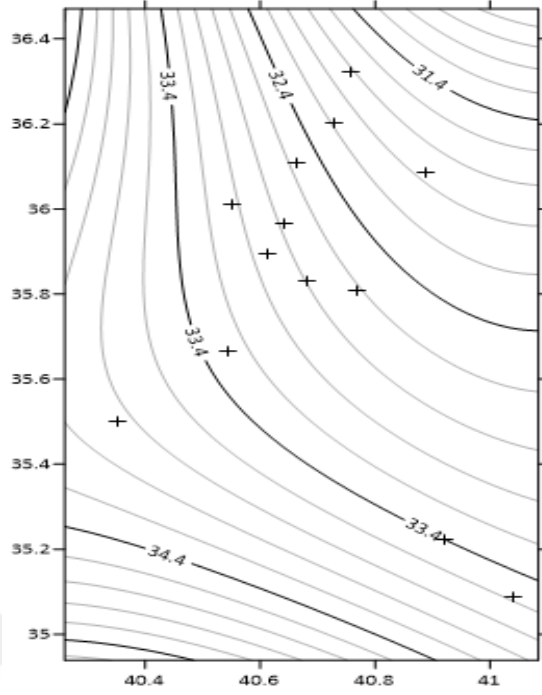
Veri setinde yer alan 13 adet test noktası için uygulanan üç model farklı polinom enterpolasyonu ile hesaplanan  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.2’de gösterilmiştir.

Tablo 4.2 Test noktalarının polinom enterpolasyonu istatistik sonuçları

İstatistik	Lineer (m)	Kuadratik (m)	Kübik (m)
MİN	-0.2503	-0.1731	-0.1383
MAK	0.4721	0.3916	0.3919
ORT	0.2238	0.1566	0.1453
KOH	0.2662	0.1950	0.1852

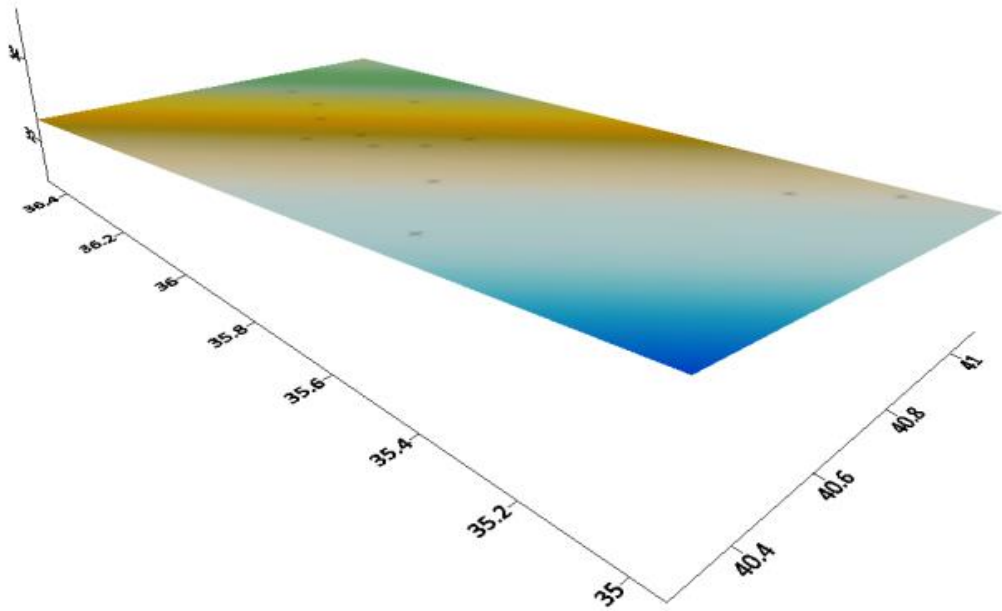


Şekil 4.6 Lineer ve Kuadratik yüzey için eşyükseklik haritası

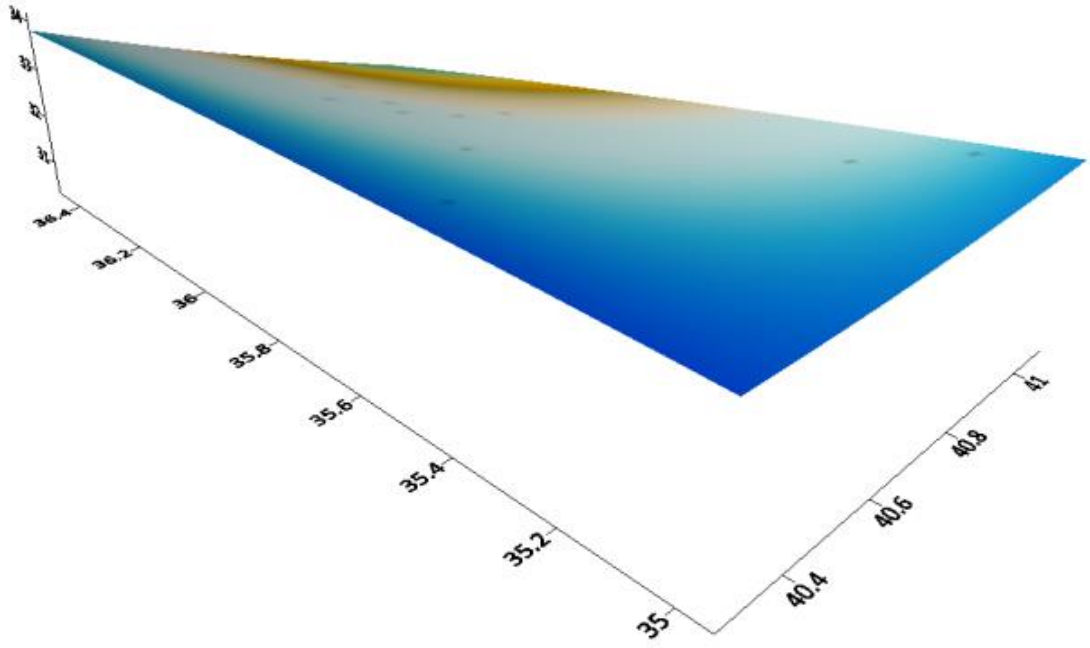


Kübik Yüzey

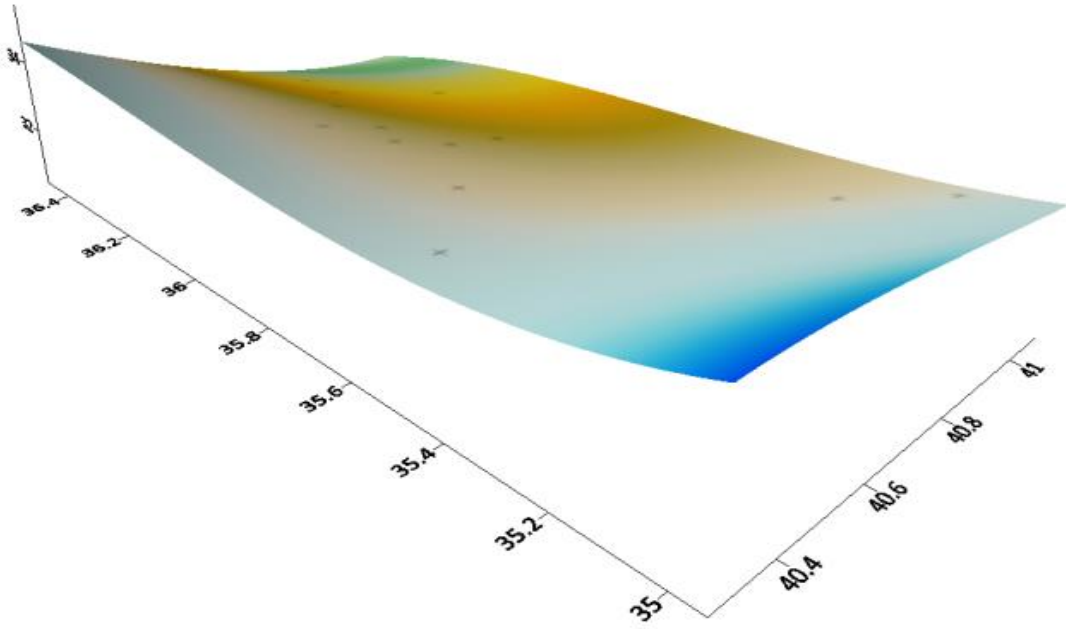
Şekil 4.7 Kübik yüzey için eşyükseklik haritası



Şekil 4.8 3B Lineer yüzey haritası



Şekil 4.9 3B Kuadratik yüzey haritası

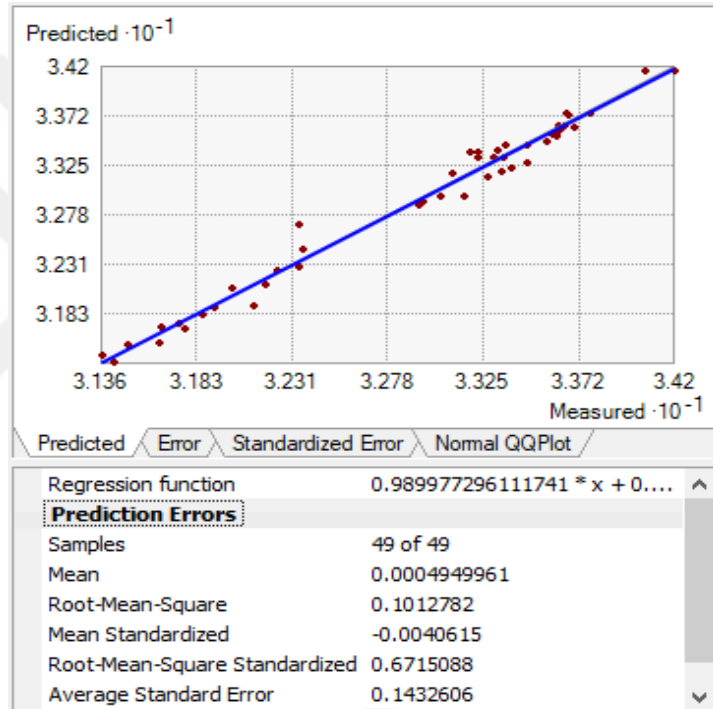


Şekil 4.10 3B Kübik yüzey haritası

## 4.2 Kriging Yöntemi Uygulaması

Bilindiği gibi kriging yöntemini diğer yöntemlerden ayıran en önemli özelliği ağırlıkların tahmin hatasının minimum olma koşuluna göre belirlenmesidir. Kriging uygulaması için öncelikle veriler dayanak ve test grubu olarak ikiye ayrılmıştır. Hazırlanan dayanak noktaları ile beş farklı durum incelenmiştir.

Öncelikle dayanak noktaları ile ordinary kriging yöntemine göre birinci derece trend yüzeyi olarak seçilmiştir. Teorik variogram modeli olarak ise küresel variogram seçilmiştir. Uygulamaya ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.11’de gösterilmiştir.

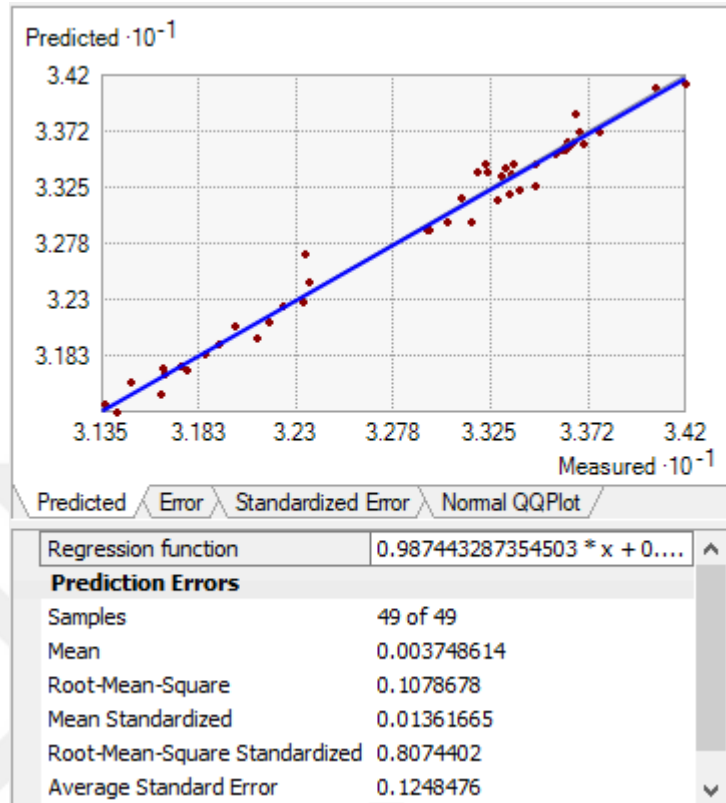


Şekil 4.11 ORD1 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi

Oluşturulan modelde dayanak noktalarına ait ortalama karesel hatanın yaklaşık  $\pm 10.13$  cm olduğu görülmektedir. Daha sonra model üzerinde 13 adet test noktasının jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 8.13$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

İkinci modelde dayanak noktaları ile ordinary kriging yöntemine göre ikinci derece trend yüzeyi seçilmiştir. Teorik variogram modeli olarak da küresel variogram seçilmiştir.

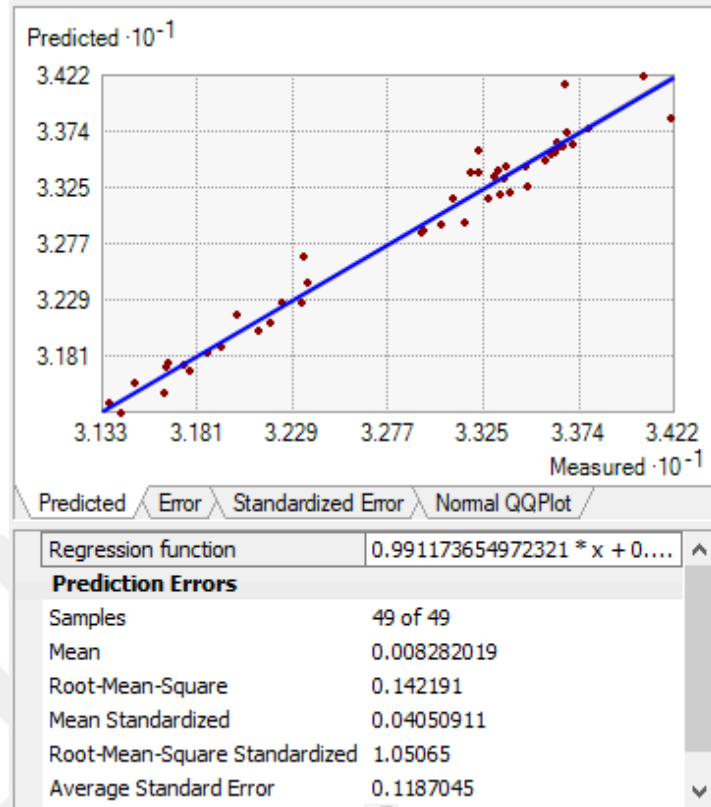
Uygulamaya ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 12’de gösterilmiştir.



Şekil 4.12 ORD2 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi

Oluşturulan modelde dayanak noktalarına ait ortalama karesel hatanın yaklaşık  $\pm 10.79$  cm olduğu görülmektedir. Daha sonra model üzerinde 13 adet test noktasının jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 8.52$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

Üçüncü ordinary kriging modelinde ise üçüncü derece trend yüzeyi olarak seçilmiştir. Teorik variogram modeli olarak da yine küresel variogram kullanılmıştır.. Uygulamaya ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.13’de gösterilmiştir.

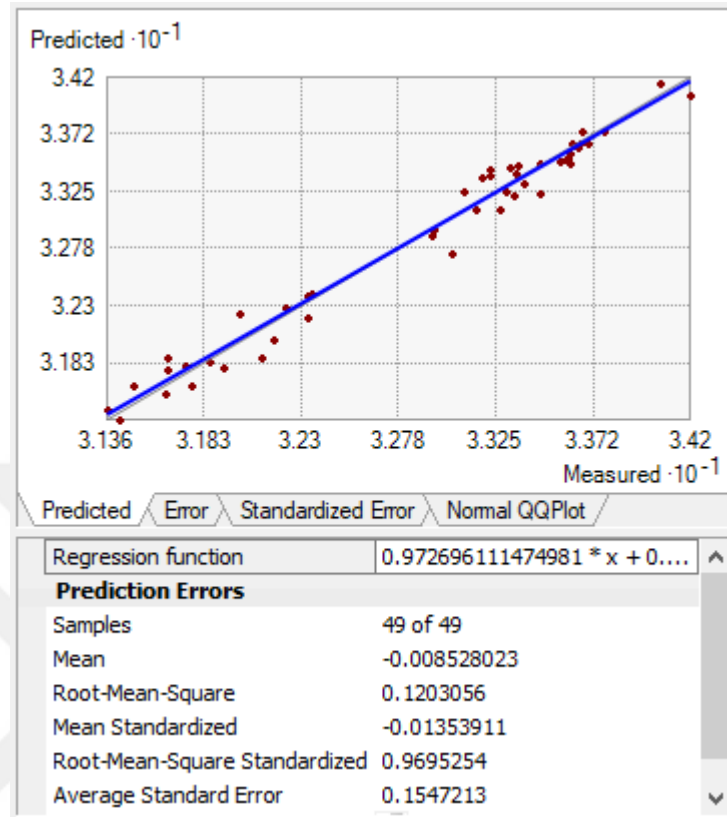


Şekil 4.13 ORD3 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi

Oluşturulan son ordinary kriging modelinde dayanak noktalarına ait ortalama karesel hatanın yaklaşık  $\pm 14.22$  cm olduğu görülmektedir. Daha sonra model üzerinde 13 adet test noktasının jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 8.08$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

Ordinary kriging uygulamalarını tamamlandıktan sonra simple kriging yöntemine geçilmiştir. Bu yöntem bilindiği üzere ortalama değerle çalışmaktadır. Bu sebeple uygulamada ortama jeoid ondülasyonu 32.901 alınmıştır. SİM1 uygulamasında teorik variogram modeli Gauss olarak seçilmiştir. Yine 49 adet dayanak noktası kullanılarak modelleme yapılmıştır.

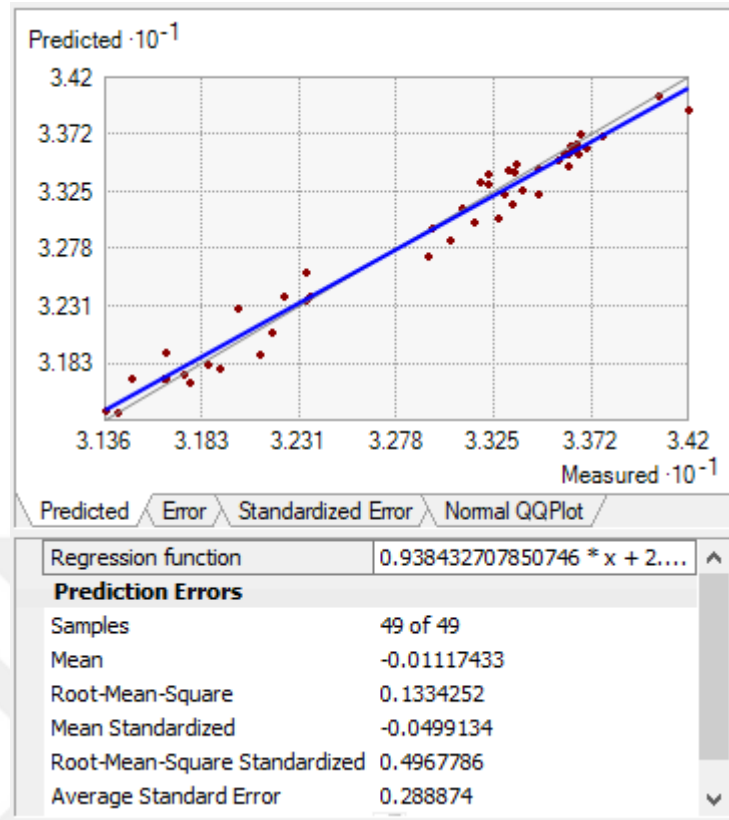
ŞİM1 uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi Şekil 4.14’de gösterilmiştir.



Şekil 4.14 ŞİM1 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi

Oluşturulan simple kriging modelinde dayanak noktalarına ait ortalama karesel hatanın yaklaşık  $\pm 12.03$  cm olduğu görülmektedir. Daha sonra model üzerinde 13 adet test noktasının jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 8.70$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

ŞİM2 uygulamasında ise teorik variogram modeli olarak küresel variogram seçilmiştir. Yine bir önceki uygulamada olduğu 49 adet dayanak noktaları üzerinden bir model oluşturulmuştur. ŞİM2 uygulamasına ait çapraz karşılaştırma penceresi ise Şekil 4.15’de gösterilmiştir.



Şekil 4.15 SIM2 modeline ait çapraz karşılaştırma penceresi

Son olarak SIM2 modeli incelediğinde dayanak noktalarına ait ortalama karesel hatanın yaklaşık  $\pm 13.34$  cm olduğu görülmektedir. Daha sonra model üzerinde 13 adet test noktasının jeoid ondülasyonları  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 12.19$  cm KOH değeri ile belirlenmiştir.

Dayanak noktalarına uygulanan kriging yöntemleri incelendiğinde en iyi sonucun ORD1 uygulaması ile elde edildiği görülmektedir. Uygulanan beş farklı modelden hesaplanan  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.3'de gösterilmiştir.

Tablo 4.3 Dayanak noktalarının kriging enterpolasyonu istatistik sonuçları

İstatistik	ORD1 (m)	ORD2 (m)	ORD3 (m)	SIM1 (m)	SIM2 (m)
MİN	-0.1911	-0.2046	-0.3425	-0.2962	-0.2636
MAK	0.3548	0.3507	0.4837	0.2357	0.2811
ORT	0.0782	0.0816	0.1029	0.0979	0.1043
KOH	0.1013	0.1079	0.1422	0.1203	0.1334

Seçilen 13 adet test noktası için uygulanan beş model farklı modelden hesaplanan  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.4'de gösterilmiştir.

Tablo 4.4 Test noktalarının kriging enterpolasyonu istatistik sonuçları

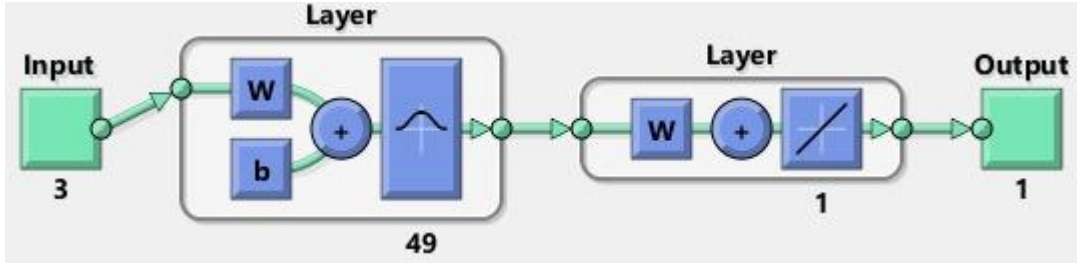
İstatistik	ORD1 (m)	ORD2 (m)	ORD3 (m)	SIM1 (m)	SIM2 (m)
MİN	-0.1479	-0.1591	-0.1551	-0.1734	-0.2563
MAK	0.1188	0.1233	0.1264	0.0953	0.1317
ORT	0.0632	0.0673	0.0632	0.0720	0.0993
KOH	0.0813	0.0852	0.0808	0.0870	0.1219

### 4.3 Yapay Sinir Ağları Yöntemi Uygulaması

YSA uygulaması için, veriler daha önceki kısımlarda da bahsedildiği gibi 49 adet eğitim ve 13 adet test olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. Test noktalarının dağılımı mümkün olduğunca homojen seçilmiştir. Çeşitli YSA teknikleri kullanılarak alınan sonuçların istatistiksel karşılaştırması yapılmıştır. Yapılan uygulamalarda giriş verisi olarak noktaların enlem, boylam ve elipsoidal yükseklikleri kullanılmıştır. Çıkış verisi olarak ise noktaların jeoid ondülasyonu kullanılmıştır. Ağın eğitiminde kullanılan parametreler deneme yanılma yöntemiyle tespit edilmiştir. En uygun ağ yapısı bulunana kadar birçok kez deneme yapılmıştır. Uygulamalarda bir gizli katman kullanımı tercih edilmiştir. Uygulamaların performans değerlendirme kriteri olarak karesel ortalama hata kullanılmıştır.

İlk olarak geri beslemeli yapay sinir ağlarına bir alternatif olarak üretilmiş olan GRYSA (Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı) yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntem geri beslemeli sinir ağlarından farklı olarak hesaplamaları tek seferde daha hızlı yapabilmektedir.

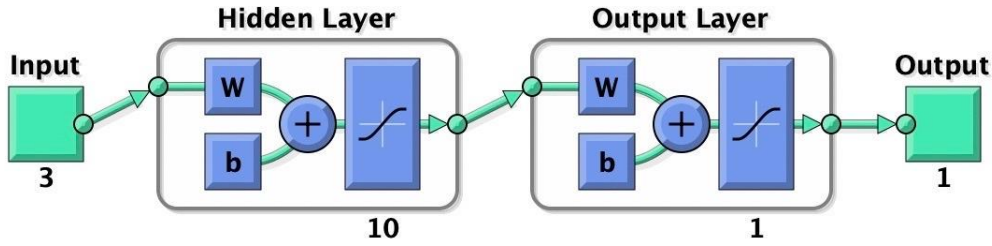
Bu yöntemde örüntü katmanındaki nöron sayısı eğitim noktalarının sayısına eşittir. Yöntemin sonucunu etkileyen tek parametre  $\sigma$  değeridir. Uygulanan ağ yapısı Şekil 4.16'da gösterilmiştir.



Şekil 4.16 GRYSA yönteminde ağ yapısının görünümü

Yapılan uygulama sonucunda eğitim verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  KOH değeri  $\pm 10.04$  cm , test verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  KOH değeri 10.28 cm olarak hesaplanmıştır.

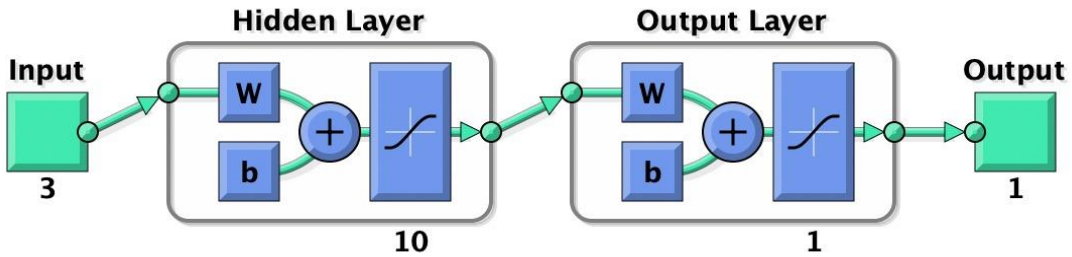
Uygulanan ikinci yöntemde ise ağı yapısı çok katmanlı algılayıcılarla oluşturulmuştur. İki farklı ağ tipi ile dört farklı ÇKA (Çok Katmanlı Ağ) uygulaması yapılmıştır. İlk kurulan ağda 10 adet nöron kullanılarak feed forward back-propagation ağ tipinde uygulama yapılmıştır.



Şekil 4.17 ÇKA1 modelinin yapısı

Yapılan uygulama sonucunda eğitim verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarından elde edilen KOH değeri  $\pm 7.25$  cm , test verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarından elde edilen KOH değeri ise  $\pm 5.94$  cm olarak hesaplanmıştır.

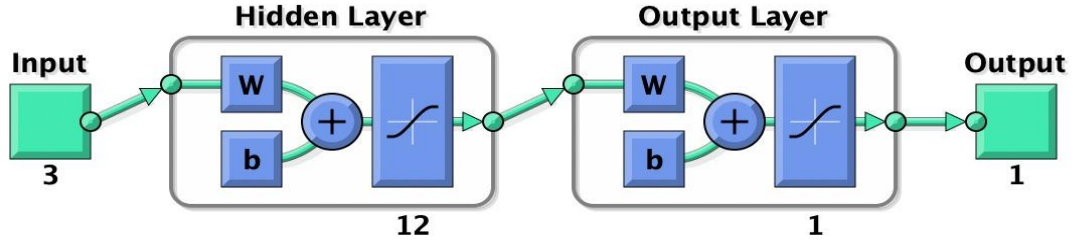
İkinci kurulan ÇKA2 modelinde yine 10 adet nöron kullanılmıştır. Bu kez uygulama ki iterasyon sayısı artırılarak feed forward back-propagation ağ tipiyle veriler eğitilmiştir.



Şekil 4.18 ÇKA2 modelinin yapısı

Yapılan uygulama sonucunda eğitim verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarından elde edilen KOH değeri  $\pm 7.02$  cm , test verilerinin  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarından elde edilen KOH değeri ise  $\pm 7.56$  cm olarak hesaplanmıştır.

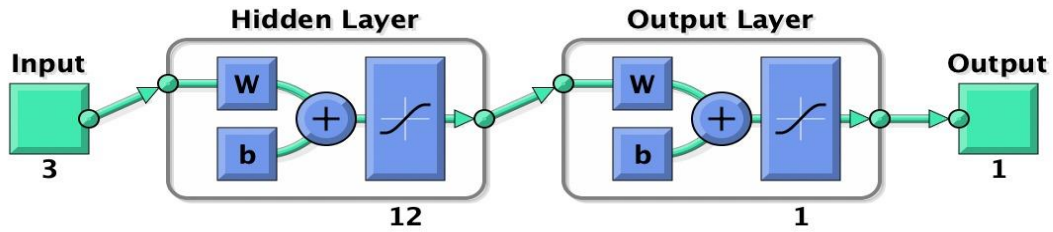
Üçüncü ÇKA3 modelinde 12 adet nöron kullanılarak feed forward back-propagation ağı tipiyle eğitim yapılmıştır.



Şekil 4.19 ÇKA3 modelinin yapısı

Eğitim noktalarının  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre KOH değeri  $\pm 5.70$  cm hesaplanmıştır. Eğitilen ağı üzerinden test noktalarının  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre KOH değeri  $\pm 7.25$  cm elde edilmiştir.

Dördüncü ÇKA4 uygulamasında ağı tipi elman back-propagation seçilmiştir. Uygulamada 12 adet nöron kullanılmıştır.



Şekil 4.20 ÇKA4 modelinin yapısı

Uygulama sonucunda dayanak noktalarının  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre  $\pm 5.70$  cm KOH değeri hesaplanmıştır. Eğitilen ağı üzerinden test noktalarının  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  farklarına göre KOH değeri  $\pm 7.25$  cm hesaplanmıştır. Uygulanan beş farklı modelden hesaplanan  $N_{HESAP} - N_{ÖLÇÜ}$  değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.5’de gösterilmiştir.

Tablo 4.5 Dayanak ve eğitim noktalarının YSA uygulaması istatistik sonuçları

İstatistik	GRYSA (m)	ÇKA1 (m)	ÇKA2 (m)	ÇKA3 (m)	ÇKA4(m)
MİN	-0.2243	-0.2685	-0.2855	-0.1241	-0.1260
MAK	0.2408	0.1471	0.1937	0.2031	0.1210
ORT	0.0814	0.0501	0.0429	0.0420	0.0421
KOH	0.1004	0.0725	0.0702	0.0570	0.0554

13 adet test noktası için uygulanan beş farklı YSA modelinden hesaplanan  $N_{HESAP}$  –  $N_{ÖLÇÜ}$  fark değerleri ve istatistik değerleri Tablo 4.6 ‘da gösterilmiştir.

Tablo 4.6 Test noktalarının YSA uygulaması istatistik sonuçları

İstatistik	GRYSA (m)	ÇKA1 (m)	ÇKA2 (m)	ÇKA3 (m)	ÇKA4 (m)
MİN	-0.2358	-0.1288	-0.1901	-0.1107	-0.0805
MAK	0.1929	0.0747	0.1180	0.0992	0.1474
ORT	0.0737	0.0451	0.0597	0.0646	0.0639
KOH	0.1028	0.0594	0.0756	0.0725	0.0736

## 5. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu tez kapsamında polinomlar, kriging ve yapay sinir ağları yöntemleriyle Amasya ili özelinde lokal jeoid modeli belirlenmeye çalışılmıştır. Uygulanan üç farklı yöntemle hesaplanan jeoid ondülasyonları ile ölçülen jeoid ondülasyonları arasındaki farklara göre istatistiksel sonuçlar değerlendirilmiştir. Böylece çalışma bölgesinde hangi yöntemin daha hassas sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Çalışma bölgesindeki verilerin 49 adedi dayanak ve 13 adedi test olmak üzere iki gruba ayrılmıştır. İlk uygulamada birinci derece polinom enterpolasyonu (lineer) uygulaması yapılmıştır. Yapılan uygulama sonucunda dayanak noktaları  $\pm 26.06$  cm, test noktaları ise  $\pm 26.62$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. İkinci dereceden polinom enterpolasyonu (kuadratik) uygulamasında dayanak noktaları  $\pm 19.93$  cm, test noktaları ise  $\pm 19.50$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Üçüncü dereceden polinom enterpolasyonu (kübik) uygulamasında dayanak noktaları  $\pm 18.11$  cm, test noktaları ise  $\pm 18.52$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Çalışma bölgesinde polinomlarla enterpolasyon yönteminde en iyi sonucun üçüncü dereceden polinom enterpolasyonu ile alındığı görülmektedir.

Kriging uygulamasında ise birinci dereceden trend yüzeyi seçilerek oluşturulan ordinary kriging uygulamasında (ORD1) dayanak noktaları  $\pm 10.13$  cm, test noktaları ise  $\pm 8.13$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. İkinci dereceden trend yüzeyi seçilerek oluşturulan ordinary kriging uygulamasında (ORD2) dayanak noktaları  $\pm 10.79$  cm, test noktaları ise  $\pm 8.52$  KOH değeri ile hesaplanmıştır. Üçüncü dereceden trend yüzeyi seçilerek oluşturulan ordinary kriging uygulamasında (ORD3) dayanak noktaları  $\pm 14.22$  cm, test noktaları ise  $\pm 8.08$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır.

Birinci simple kriging uygulamasında (SIM1) dayanak noktaları  $\pm 12.03$  cm, test noktaları ise  $\pm 8.70$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. İkinci simple kriging uygulamasında (SIM2) dayanak noktaları  $\pm 13.34$  cm, test noktaları ise  $12.19$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Çalışma bölgesinde kriging enterpolasyonu yönteminde en iyi sonucun ORD3 modeliyle elde edildiği görülmektedir.

Yapay sinir ağlarında GRYSA uygulamasında dayanak noktaları  $\pm 10.04$  cm, test noktaları ise  $\pm 10.28$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Çok katmanlı algılayıcı yöntemiyle hazırlanan birinci modelde (ÇKA1) eğitim noktaları  $\pm 7.25$  cm, test noktaları ise  $\pm 5.94$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. İkinci çok katmanlı modelde (ÇKA2) eğitim noktaları  $\pm 7.02$  cm, test noktaları ise  $\pm 7.56$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Üçüncü çok katmanlı modelde (ÇKA3) eğitim noktaları  $\pm 5.70$  cm, test noktaları ise  $\pm 7.25$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Dördüncü çok katmanlı modelde (ÇKA4) eğitim noktaları  $\pm 5.54$ , test noktaları ise  $\pm 7.36$  cm KOH değeri ile hesaplanmıştır. Çalışma bölgesinde yapay sinir ağları uygulamasında ÇKA1 modelinin en iyi doğruluk verdiği görülmüştür. Yapılan uygulamaların istatistiksel sonuçları Tablo 5.1 ve 5.2’de gösterilmiştir.

Tablo 5.1 Uygulamalar sonucu dayanak ve eğitim noktalarının istatistik sonuçları

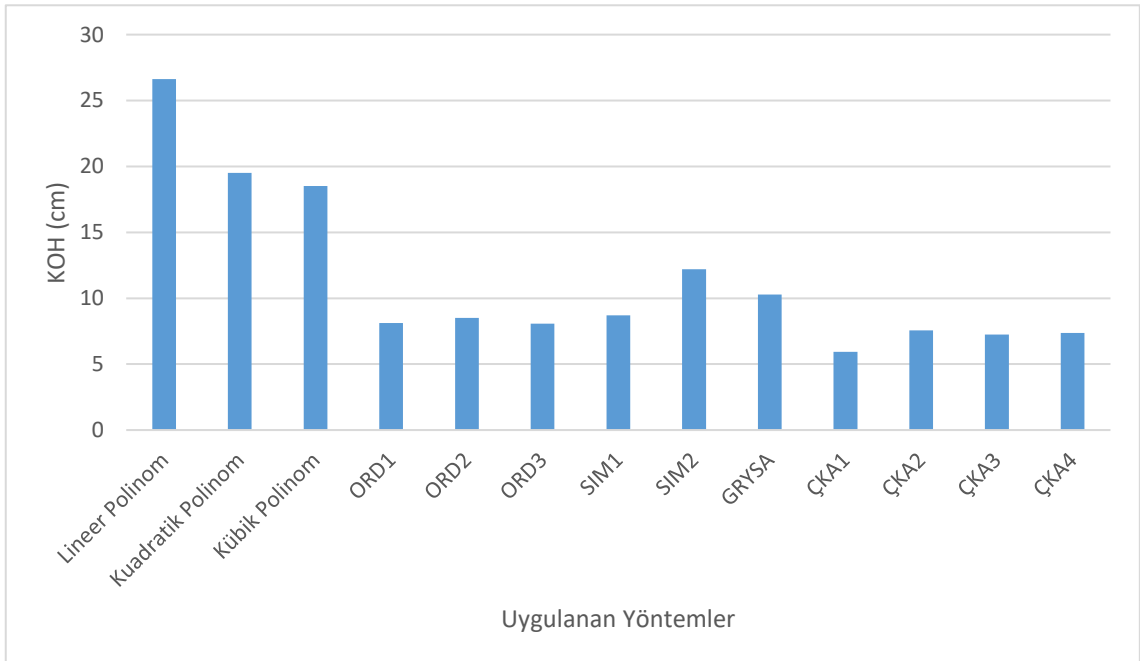
Yöntem	MİN (m)	MAK (m)	ORT (m)	KOH (m)
Lineer Polinom	-0.6363	0.7156	0.2078	0.2606
Kuadratik Polinom	-0.4259	0.6029	0.1613	0.1993
Kübik Polinom	-0.3572	0.5230	0.1449	0.1811
ORD1	-0.1911	0.3548	0.0782	0.1013
ORD2	-0.2046	0.3507	0.0816	0.1079
ORD3	-0.3425	0.4837	0.1029	0.1422
SIM1	-0.2962	0.2357	0.0979	0.1203
SIM2	-0.2636	0.2811	0.1043	0.1334
GRYSA	-0.2243	0.2408	0.0814	0.1004

Tablo 5.1 (Devam) Uygulamalar sonucu dayanak ve eğitim noktalarının istatistik sonuçları

Yöntem	MİN (m)	MAK (m)	ORT (m)	KOH (m)
ÇKA1	-0.2685	0.1471	0.0501	0.0725
ÇKA2	-0.2855	0.1937	0.0429	0.0702
ÇKA3	-0.1241	0.2031	0.0420	0.0570
ÇKA4	-0.1260	0.1210	0.0421	0.0554

Tablo 5.2 Uygulamalar sonucu test noktalarının istatistik sonuçları

Yöntem	MİN (m)	MAK (m)	ORT (m)	KOH (m)
Lineer Polinom	-0.2503	0.4721	0.2238	0.2662
Kuadratik Polinom	-0.1731	0.3916	0.1566	0.1950
Kübik Polinom	-0.1383	0.3919	0.1453	0.1852
ORD1	-0.1479	0.1188	0.0632	0.0813
ORD2	-0.1591	0.1233	0.0673	0.0852
ORD3	-0.1551	0.1264	0.0632	0.0808
SIM1	-0.1734	0.0953	0.0720	0.0870
SIM2	-0.2563	0.1317	0.0993	0.1219
GRYSA	-0.2358	0.1929	0.0737	0.1028
ÇKA1	-0.1288	0.0747	0.0451	0.0594
ÇKA2	-0.1901	0.1180	0.0597	0.0756
ÇKA3	-0.1107	0.0992	0.0646	0.0725
ÇKA4	-0.0805	0.1474	0.0639	0.0736



Şekil 5.1 Uygulanan yöntemlerden elde edilen KOH değerlerinin karşılaştırması (test noktaları için)

## 6. SONUÇ ve ÖNERİLER

GNSS sistemleri hayatımızın her alanında olduğu gibi haritacılık faaliyetlerinde de sıklıkla kullanılmaktadır. Günümüzde klasik haritacılık yöntemlerine göre çok daha hızlı sonuç üretmesi sebebiyle kullanımı giderek yaygınlaşmıştır. GNSS ölçümleri ile elde edilen elipsoidal yükseklik, mühendislik uygulamalarında kullanılan ortometrik yüksekliğe geçiş için bir köprü görevi görmektedir.

Bu bağlantının sağlanabilmesi içinde jeoid yüksekliğinin bilinmesi gerekmektedir. Jeoid yüksekliğinin bu denli öneme sahip olması sebebiyle jeoid belirleme araştırmaları güncelliğini her geçen gün korumaktadır.

Tez konusu kapsamında Amasya il sınırları içerisinde bulunan toplam 62 adet C3 dereceli GNSS/Nivelman ağı noktası kullanılmıştır. Bu noktaların 49 adedi dayanak ve eğitim noktası olarak seçilirken 13 adedi test noktası olarak belirlenmiştir. Seçilen test noktalarının homojen dağılımlı olmasına dikkat edilmiştir. Oluşturulan model üzerinde polinomlar, kriging ve yapay sinir ağları yöntemleri ile yerel jeoid modelleri belirlenmiştir. Uygulanan yöntemlerin sonuçları karesel ortalama hata kriterine göre değerlendirilmiştir.

Polinomlar ile enterpolasyon uygulamasında, polinomun derecesi birden başlayarak sırasıyla lineer, kuadratik ve kübik polinom enterpolasyon işlemleri uygulanmıştır. Yapılan enterpolasyonların sonucunda çalışma bölgesinde üçüncü dereceden kübik enterpolasyon polinomunun diğer polinoma göre daha başarılı olduğu söylenebilir.

Kriging yöntemiyle enterpolasyon işleminde üçü ordinary kriging ve ikisi simple kriging olmak üzere beş farklı durum incelenmiştir. Ordinary kriging yönteminde sırasıyla trend yüzeyleri birden başlamak üzere üçe kadar sırasıyla denenmiştir. Seçilen trend yüzeylerinin modelin sonucunu nasıl etkileyeceği de sorgulanmıştır. Oluşturulan tüm modellerde teorik variogram modeli olarak küresel variogram tercih edilmiştir. Çalışma bölgesinde ordinary kriging yöntemleri kendi içerisinde değerlendirilecek olursa en başarılı sonucun üçüncü modelde alındığı görülmüştür. Çalışma bölgesinde iki farklı simple kriging modeli oluşturulmuştur. Birinci modelde teorik variogram modeli olarak Gauss yöntemi, ikinci modelde ise küresel variogram yöntemi kullanılmıştır.

Birinci simple kriging yönteminin ikinciye göre daha başarılı sonuç verdiği görülmüştür. Kriging yöntemleri genel olarak kendi içinde karşılaştırılırsa en başarılı sonucun ordinary kriging metodunun üçüncü modelinde alındığı görülecektir.

Yapay sinir ağları uygulamasında bir tanesi genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağları ve dört tanesi çok katmanlı yapay sinir ağları yöntemi olmak üzere toplam beş uygulama yapılmıştır. İlk olarak genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağı yöntemi kullanılmıştır. Modelin parametreleri deneme yanılma yoluyla belirlenerek ortaya çıkan sonuçlar içerisinde hassasiyeti en başarılı sonuç yakalanana kadar uygulama yapılmıştır.

İkinci durumda feed forward backpropagation ağ tipinde on adet nöron kullanılarak uygulama yapılmıştır. Üçüncü modelde ikinciden farklı olarak iterasyon sayısı değişimine oluşturulan ağın tepkisi gözlemlenmiştir.

Dördüncü modelde yine aynı ağ tipi kullanılarak nöron sayısının değişimine paralel olarak ağın tepkisi gözlemlenmiştir. Beşinci modelde ise ağ tipi elman backpropagation olarak seçilerek uygulama yapılmıştır. Yapılan uygulamalar sonucunda en iyi sonucun çok katmanlı algılayıcılar yöntemiyle oluşturulan birinci modelde alındığı görülmüştür.

Her üç yöntemi çalışma bölgesi özelinde karşılaştırdığımızda polinomlarla enterpolasyon uygulaması sonuçlarının diğer yöntemlere göre daha başarısız olduğu görülmüştür. Çalışma bölgesinde en iyi sonucu veren yöntemin çok katmanlı algılayıcı yöntemle kurulan birinci yapay sinir ağı modeli olduğu görülmektedir.

Yapay sinir ağlarının bu denli başarılı sonuç vermesi, bu teknolojinin gelecekte çok daha fazla tercih edilebileceğini göstermektedir. Buna karşın aktivasyon fonksiyonu, nöron sayısı, öğrenme ve momentum katsayıları gibi parametrelerin deneme yanılma yoluyla belirlenmesi büyük zaman kaybına yol açmaktadır. Bu yöntem aynı zamanda bu alanda uzman olmayan kişilerin kullanımını da kısıtlamaktadır. Burada önemli olan bir diğer konuda yapay sinir ağlarının diğer yöntemlere nazaran bilgisayar donanımına daha bağımlı çalışmasıdır. Yapılan iterasyonların daha hızlı uygulanabilmesi için kullanılan bilgisayar donanımlarının da mümkün olduğunca performanslı çalışması gerektiği görülmüştür.

Çalışma bölgesinde kullanılan nokta sayısının az olması sebebiyle alan içerisinde daha farklı modeller oluşturmak mümkün olmamıştır. İleride yapılacak çalışmalarda bölge özelinde daha fazla dayanak ve test noktası kullanılarak kurulacak modelin hassasiyeti geliştirilebilir.



## 7. KAYNAKLAR

- Abbak, R. A., (2017) Fiziksel Jeodezi Teori ve Uygulama, Atlas Akademi Yayıncılık, Konya.
- Alkanalka, E., (2005) Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modelleri Üzerindeki Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 198922.
- Arslan, E., Yılmaz, M., (2005) TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28 Mart- 1 Nisan, Ankara.
- Aşık, E., (2013) Lokal Jeoit Belirlemede Yapay Sinir Ağları Ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon, 354548.
- Ayar, A., (2009) Non-Sibson Enterpolasyon Yöntemiyle Yerel Geoit Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 252436.
- Barton, J.M., Buchberger, S.G. and Lange, M.J., (1999) Estimation of error and compliance in surveys by kriging, Journal of Surveying Engineering, 125, 87-108.
- Başkan, O., (2004) Gölbaşı Yöresi Topraklarının Mühendislik-Fiziksel Özellikliklerinde Jeostatistik Uygulaması, Doktora Tezi, A.Ü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 151019.
- Berber, N. Y. ve Karaali, C., (2006) Comparison of Helmert Orthometric Heights and Normal Heights, Fifth International Symposium, Turkish-German Joint Geodetic Days, Technical University, Berlin.
- Blackwell, W.J. and Chen, F.W. (2009). Neural Networks in Atmospheric Remote Sensing. Artech House, Norwood, MA.
- Bolat, S., (2013). Lokal Jeoid Belirleme Yöntemleri:Samsun İli Örneği, Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 334905
- Çiftçi, M., (2019). Lokal Jeoit Belirlemede Kullanılan Çeşitli Enterpolasyon Yöntemlerinin Farklı Jeodezik Ağ Yapılarında Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Konya Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Konya,
- Deutsch, C.V., and Journal, A.G., (1992) Geostatistical Software Library And User's Guide, Oxford University Press, Inc., New York.
- Featherstone W.E., Dentith M.C., Kirby J.F., (1998) Strategies for the Accurate Determination of Orthometric Heights ferom GPS, Survey Rewiew, 34, 267.
- Fidancı, Y., (2019) Yapay Sinir Ağları İle Yerel Jeoit Belirleme, Yüksek Lisans Tezi, Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Konya, 549243.
- Heiskanen, W., A. ve Moritz, H., (1967) Physical Geodesy, W.H. Freeman ve Company, San Francisco ve London.

- İnal, C. ve Yiğit, C. Ö., (2003) Jeodezik uygulamalarda kriging enterpolasyon yönteminin kullanılabilirliği, TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Konya, 24-26 Eylül, s.177-185
- İnal, C. ve Yiğit, C. Ö., (2004) Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, S. Ü. Müh.-Mim. Fak. Derg., 19, 1, 73-84.
- Kaftan, İ. (2010). Batı Türkiye Gravite ve Deprem Katalog Verilerinin Yapay Sinir Ağları ile Değerlendirilmesi. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Kayabaşı, A., (2015) Kompakt Mikroşerit Antenlerin Rezonans Frekansının Yapay Sinir Ağları Ve Bulanık Mantık Sistemine Dayalı Uyarlanır Ağ Kullanarak Hesaplanması, Fen Bilimleri Enstitüsü, Mersin.
- Kuru, B., (2018) Lokal Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon, 511103
- Konakoğlu. B. ve Çakır L., (2018) Generalized Regression Neural Network for Coordinate Transformation, International Symposium on Advancements in Information Sciences and Technologies (AIST), Montenegro, Bildiriler Kitabı: 66-74
- MacKay, D.J.C. (2004) Information Theory, Inference, and Learning Algorithms Cambridge University Press, Cambridge
- Martensson, SG., (2002) Height determination by GPS accuracy with respect to different geoid models in Sweden, FIG XXII. International Congress, Washington DC, U.S.A, April 19-26.
- Mert, B. A. (2005) Jeostatistiksel analiz için bir bilgisayar programının geliştirilmesi ve Antalya-Akseki-Kızıltaş boksit yatağına uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana
- Ocak M., (2021) GNSS/Nivelman ölçüleri ile yerel jeoid modellemede çeşitli enterpolasyon ve yapayzeka yöntemlerinin incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 676026.
- Oral M., Kartal S. ve Özyıldırım B.M (2018) Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağı örüntü katman büyüklüğünü azaltmak için kümeleme tabanlı bir yaklaşım. Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 24(5), 857-863
- Öztemel, E., (2016) Yapay Sinir Ağları, Papatya Bilim Üniversite Yayıncılığı, İstanbul.
- Solmaz, M., (2019) GNSS/Nivelman Verisi Yerel Jeoid Profilinin Farklı Enterpolasyon Yöntemleriyle Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon, 563183
- Specht, D. F., (1991) A General Regression Neural Network. IEEE Transactions on Neural Networks, 2 (6), 568-576.

- Sutton, R. S. and Barto, A.G. (1998) Reinforcement Learning: An Introduction. MIT Press, Cambridge, MA.
- Taktak, F., (2005) Afyonkarahisar’da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon, 170760.
- Tetik, K., (2018) Farklı Enterpolasyon Teknikleri Kullanılarak Yerel Jeoit Belirleme, Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 514015
- Türen, Y., (2010) Astrojeodezik Nivelman ile Yerel Jeoit Belirleme: Konya Örneği, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 251415.
- Vieira, S. R., Hatfield, J. R., Nielsen, D. R. And Biggar, J. W., (1983) Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties, Hilgardia, 51, 3, 1-75. California.
- Yanalak, M., (1997) Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yaprak, S., (2007) Kriging Yönteminin Geoit Yüzeyi Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması ve Varolan Yöntemlerle Karşılaştırılması, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 216846.
- Yaprak, S., Arslan E., (2008) Kriging Yönteminin Geoit Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması, İTÜ Dergisi, Cilt7 ,Sayı 3, sayfa 51-62.
- Yetkin M & Bilginer O (2021). Haritacılık Tarihinde Bir Yolculuk. Türkiye Coğrafi Bilgi Sistemleri Dergisi, 3 (1), 01-09
- Yılmaz, M. (2012) Jeodezik Nokta Hız Kestiriminde Yapay Sinir Ağlarının Kullanılabilirliği. Doktora Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Yiğit, C.Ö., (2003) Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliklere Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 134151
- Yurt, K., (2006) Geometrik ve Gravimetrik Metodlarla Lokal jeoid Belirleme ve Modelleme: Trazon İli Örneği, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 182957.
- Zurada, J.M. (1992) Introduction to Artificial Neural Systems. West Publishing Company, St. Paul, MN.

## EKLER

Üçüncü dereceden polinomal yönteme ait bilinmeyen katsayılar aşağıda belirtilmiştir:

$A_{00} : -114074.37723753$

$A_{01} : -9031.952577868$

$A_{02} : 285.32957228124$

$A_{03} : -1.540040522509$

$A_{10} : 16361.360986321$

$A_{11} : -56.325882485556$

$A_{12} : -2.9393959042678$

$A_{20} : -378.08266475253$

$A_{21} : 3.2483161725089$

$A_{30} : 2.1591740750718$

## ÖZGEÇMİŞ

