

T.C.
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**BÜYÜK ÖRNEKLER İÇİN NORMALLİK TESTLERİNİN
DEĞERLENDİRİLMESİ**

Buket TAYLAN BİLİM

BİYOİSTATİSTİK TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMANI

Prof. Dr. Z. Nazan ALPARSLAN

ADANA-2017

T.C.
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**BÜYÜK ÖRNEKLER İÇİN NORMALLİK TESTLERİNİN
DEĞERLENDİRİLMESİ**

Buket TAYLAN BİLİM

BİYOİSTATİSTİK TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMANI

Prof. Dr. Z. Nazan ALPARSLAN

ADANA-2017

KABUL VE ONAY

Biyostatistik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Programı Çerçevesinde yürütülmüş olan

“Büyük Örneklemli Çalışmalar İçin Normallik Testlerinin Değerlendirilmesi”

adlı çalışma, aşağıdaki jüri tarafından **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Tarihi: / /

TEZ SINAV JÜRİSİ

Başkan

Üye

Üye

Yukarıdaki Tez, Yönetim Kurulunun / / tarih ve sayılı kararı ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Behice DURGUN

Sağlık Bilimleri Enstitü Müdürü

T.C. ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ SAĞLIK BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ YÜKSEK LİSANS / DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesini okuduğumu ve anladığımı ve Çukurova Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tez olarak sunduğum bu çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda bu konuda hakkımda yapılacak tüm yasal işlemleri ve aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. .././2017

Buket TAYLAN BİLİM

Kayıtlı olunan Program : Biyoistatistik Tezli YL
Tezin Konusu : Büyük Örneklemli Çalışmalar İçin Normallik Testlerinin Değerlendirilmesi

Tezin Türü : Yüksek Lisans : Doktora:

Danışmanın Adı-Soyadı : Prof. Dr. Z. Nazan ALPARSLAN

Danışmanın İletişim Bilgileri

Telefon : 0 (322) 338 60 84 - 3094

E-Posta : nazan@cu.edu.tr

Öğrencinin İletişim Bilgileri

Telefon : 0 (506) 682 01 79

E-Posta : bktblm@gmail.com

Adresi : Çukurova Üni. Tıp Fakültesi
Biyoistatistik AD. ADANA

**Bu belgenin Lisansüstü eğitim tezleri savunmaya alınmadan önce öğrenci tarafından doldurulup imzalanarak Enstitü Müdürlüğüne teslim edilmesi gerekmektedir.*

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim ve tezim süresince tecrübesi, anlayışı ve sevgisiyle bana yol gösteren, ilgisini ve desteğini esirgemeyen değerli tez danışmanım Prof. Dr. Z. Nazan ALPARSLAN'a, hocalarım Prof. Dr. Gülşah SEYDAOĞLU'na, analizlerime destek konusunda büyük emeği geçen Doç. Dr. Yaşar SERTDEMİR'e, Yrd. Doç. Dr. İlker ÜNAL'a, yazım yönlendirmesi ve yardımları nedeniyle Arş. Gör. Betül DAĞOĞLU'na güler yüzleri ve içtenlikleri için araştırma görevlileri Nazlı TOTİK, Sevinç Püren YÜCEL, Ceren EFE'ye teşekkür ederim. Öğrenim hayatım boyunca destekleri ve anlayışları konusunda hep örnek olan AİLEM'e de teşekkürü borç bilirim.

Buket TAYLAN BİLİM

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	ii
ETİK BEYAN	iii
TEŞEKKÜR	iv
İÇİNDEKİLER	v
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
1. GİRİŞ	1
2.GENEL BİLGİLER	3
2.1. Tip 1, Tip 2 hatalar ve Testin Gücü	3
2.2. Normal Dağılım	4
2.3. Normallik Testleri	5
2.3.1. Pearson'un Ki-Kare Testi	7
2.3.2. Kolmogorov-Smirnov (K-S) Testi	8
2.3.3. Lilliefors Normallik Testi	9
2.3.4. Anderson-Darling Testi	10
2.3.5. Cramer-Von Mises Testi	10
2.3.6. D'Agostino K-Kare Testi	11
2.3.7. Jarque-Bera Testi	13
2.3.8. Shapiro-Wilk Testi	13
2.3.9. Shapiro-Francia Testi	14
3.GEREÇ ve YÖNTEM	15
4.BULGULAR	18
4.1. Standart normal dağılımlı verilere uygulanan normallik testleri	18
4.1.1. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin tip-1 hata oranlarının incelenmesi	19
4.1.2. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin hata olasılıklarının grafik özeti	22
4.2. Standart normal dağılımla üretilip budama (truncation) yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri	23

4.2.1. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri	23
4.2.1.1. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi	23
4.2.1.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin grafik özeti	27
4.2.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri	28
4.2.2.1 Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi	28
4.2.2.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin grafik özeti	32
4.3. Farklı dağılımlardan elde edilen verilere normallik testlerinin uygulanması	33
4.3.1. Beta dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	33
4.3.1.1. Beta(2,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	33
4.3.1.1.1. Beta(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi	33
4.3.1.1.2. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti	37
4.3.1.2. Beta(5,4) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	38
4.3.1.2.1. Beta(5,4) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi	38
4.3.1.2.2. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti	42
4.3.2. Gamma dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	43
4.3.2.1. Gamma(2,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	43

4.3.2.1.1. Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi	43
4.3.2.1.2. Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti	47
4.3.2.2. Gamma(100,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri	48
4.3.2.2.1. Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi	48
4.3.2.2.2. Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti	52
4.4. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak elde edilen verilerin sonuçları	53
4.5. Normallik testlerinin performanslarının genel değerlendirmesi	56
5. TARTIŞMA	62
5.1. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin tip-1 hata oranlarının incelenmesi	62
5.2. Standart normal dağılımla üretilip budama (truncation) yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi	63
5.3. Farklı dağılımlardan elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi	63
5.4. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak elde edilen verilerin sonuçlarının incelenmesi	64
5.5. Testlerin performanslarının genel değerlendirmesi sonuçlarının incelenmesi	65
6.SONUÇLAR VE ÖNERİLER	68
7. KAYNAKLAR	70
ÖZGEÇMİŞ	72

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. Kullanılan normallik testlerin yer bulduğu paket programlar	15
Çizelge 4.1.1 Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin tip 1 hata oranlarının tanımlayıcı değerleri	21
Çizelge 4.2.1. Standart normal dağılımdan üretilen verinin %5'lik kısmı budanarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	26
Çizelge 4.2.2. Standart normal dağılımdan üretilen verinin %10'luk kısmı budanarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	31
Çizelge 4.3.1. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	36
Çizelge 4.3.2. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	41
Çizelge 4.3.3 Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	46
Çizelge 4.3.4. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri	51
Çizelge 4.4.1 Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin p değerlerinin tanımlayıcı değerleri	55
Çizelge 4.4.2 Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin p değerlerinin yüzde dağılımı	55
Çizelge 4.5.1 n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirmesi	57
Çizelge 4.5.2 n:500 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirmesi	59
Çizelge 4.5.3 n:1000 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirmesi	60

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 4.1.1. Standart normal dağılımın üretilen verilerin histogram örnekleri	18
Şekil 4.1.2a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:30, n:50, n:75)	19
Şekil 4.1.2b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:100, n:150, n:200)	19
Şekil 4.1.2c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:250, n:500, n:1000)	20
Şekil 4.1.3. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin hata olasılıklarının grafiği	22
Şekil 4.2.1 . Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında elde edilen verinin histogram örnekleri	23
Şekil 4.2.2a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	24
Şekil 4.2.2b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	24
Şekil 4.2.2c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	25
Şekil 4.2.3. Standart normal dağılımla üretilip %5'lik kısmı budanarak elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin güç değerlerinin grafiği	27
Şekil 4.2.4 Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelerde %10'luk budama sonrasında elde edilen verinin histogram örnekleri	28
Şekil 4.2.5a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	29
Şekil 4.2.5b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	29
Şekil 4.2.5c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	30

Şekil 4.2.6. Standart normal dağılımla üretilip %10'luk kısmı budanarak elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin güç değerlerinin grafiği	32
Şekil 4.3.1. Beta(2,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri	33
Şekil 4.3.2a. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	34
Şekil 4.3.2b. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	34
Şekil 4.3.2c. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	35
Şekil 4.3.3. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği	37
Şekil 4.3.4. Beta(5,4) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri	38
Şekil 4.3.5a. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	39
Şekil 4.3.5b. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	39
Şekil 4.3.5c. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	40
Şekil 4.3.6. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği	42
Şekil 4.3.7. Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri	43
Şekil 4.3.8a. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	44
Şekil 4.3.8b. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	44
Şekil 4.3.8c. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	45
Şekil 4.3.9. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği	47
Şekil 4.3.10. Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri	48

Şekil 4.3.11a. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)	49
Şekil 4.3.11b. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)	49
Şekil 4.3.11c. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)	50
Şekil 4.3.12. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği	52
Şekil 4.4.1. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında Jarque-Bera testinin normalliği kabul ve red durumlarının saçılım grafiği	53
Şekil 4.4.2. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında normallik testlerinin normalliği kabul ve red durumlarının saçılım grafiği	54
Şekil 4.4.3. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğüne uygulanan normallik testlerinin p değerlerinin hata grafiği	56

ÖZET

Büyük Örneklemli Çalışmalar için Normallik Testlerinin Değerlendirilmesi

Farklı istatistiksel çıkarımları yapmak için veri hakkında duruma özel birçok varsayımın yerine getirildiğinin doğrulanması gerekir. Bu farklı varsayımların en önemlilerinden biri de normallik varsayımdır; zira, korelasyon, regresyon, t testleri ve varyans analizi gibi birçok parametrik test bu varsayımla işlemektedir. Tam da bu nedendir ki veri normal dağılıma sahip olduğunda araştırmacılar parametrik analizlerle daha güçlü çıkarımlar yapabilirler. Çalışmamızda büyük örneklemelerde normallikten çok küçük sapmaların dahi istatistiksel olarak anlamlı çıkabiliyor olmasından yola çıkarak sıklıkla kullanılan normallik testlerinin birbirlerine göre güçlü ve zayıf yanlarının çeşitli koşullar altında tespiti amaçlanmıştır. Çalışmadaki testler, araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılan PubMed ile Google Scholar taranarak yapılan incelemelerde gözlemlenen, farklı istatistiksel yaklaşımlara göre temellendirilmiş ve istatistiksel paket programlarda yerini almış normallik testleri arasından seçilmiştir. Testlerin performansları çeşitli koşullarda değerlendirilmektedir. Bu değerlendirmeler için R paket programı ile farklı büyüklük ve özellikte veriler üretilmiştir. Çalışmada yer alan Pearson'un Ki-Kare, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Anderson-Darling, D'Agostino K-Kare, Jarque-Bera, Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia, Cramer-Von Mises normallik testlerinin tip 1 hata oranları değerlendirmelerinin benzer çıktığı, yöntemlerin güçlerinin karşılaştırılması adına, normal dağılımdan üretilen verinin belli kısmını atarak ve farklı dağılımlardan elde edilen veri üzerinde söz konusu normallik testleri çalışıldığında Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia testlerinin gücünün önde olduğu, çeşitli çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak üretilen veri üzerinde yapılan uygulamada ise en güçlü sonuçların D' Agostino K-Kare testinden elde edildiği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: büyük örneklem, çarpıklık ve basıklık, normallik testleri, testin gücü, tip 1 hata

ABSTRACT

The Assessment of Normality Tests for Studies with Large Sample Sizes

In order to reach distinct statistical inferences, it is required to verify that several case-specific assumptions on data are satisfied. One of the most important among these different assumptions is the normality assumption; indeed, many parametric tests such as correlation, regression, t tests and variance analysis depend on this assumption. It is for that reason that researchers will be able to make strong inferences with parametric analyses when the data has normal distribution. In this study, our main aim is to provide comparisons of strengths and weaknesses of commonly used normality tests under various conditions based on the fact that in large samples even minor deviations from normality can still be statistically significant. Our study is based on different statistical approaches observed during searches by scanning PubMed and Google Scholar which are used widely by researchers and chosen among the normality tests which are included in statistical package programs. The performances of tests are assessed under various conditions. For these assessments, data with distinct sizes and properties are produced by the R program. We conclude that the assessments of type 1 error rates of the Pearson's chi-squared, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Anderson-Darling, D'Agostino's K-Squared, Jarque-Bera, Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia, Cramer-Von Mises normality tests are similar for the purpose of comparisons of the powers of methods. When aforementioned normality tests are applied to data obtained by removing a certain part of the data which is produced from normal distribution and to data obtained by different distributions, Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia tests are leading in power. For data produced by using various skewness and kurtosis values the strongest results are obtained by the D'Agostino's K-Squared test.

Keywords: large samples, skewness and kurtosis, normality tests, the power of test, type 1 error

1. GİRİŞ

Araştırmalarda kullanılmak üzere toplanan ve frekans tablosu halinde özetlenen verilerin histogram veya çizgi grafikleri incelendiğinde, değişkenin nicel ya da nitel olmasına, birim sayısının az ya da çok olmasına ve tablodaki sınıf sayısına bağlı olarak bazı görünümeler ortaya çıkar. Bu grafiksel görünümlere deneysel dağılım ya da frekans dağılımı adı verilir.

Kullanılan verilerin fazla sayıda birimden elde edildiği durumlarda frekans dağılımlarının özellikleri, matematiksel yapıları ve fonksiyonları belirli bazı olasılık dağılımlarından birine uygunluk gösterirler. Bu frekans dağılımı matematiksel özellikleri bilinen bir teorik dağılıma uygunluk gösteriyorsa ya da bu dağılıma yaklaşık olarak uyduğu kabul edilebiliyorsa frekans dağılımından elde edilen bilgiler, bu dağılımın özelliklerinden yararlanılarak topluma genellenir ve bu genelleme alınan kararların hata paylarının önemli düzeyde düşük olması sağlar.

Verilerin tiplerine göre değişkenlerin dağılımları, sürekli ya da kesikli teorik dağılımların özelliklerini gösterirler. Sağlık değişkenlerinin büyük bir bölümü sürekli dağılımlarla uyumludur. Sürekli dağılım gösteren frekans dağılımlarının büyük bir kısmının ise Normal dağılım, Gama dağılımı, Weibull dağılımı özellikleri gösterdikleri bilinmekle beraber normal dağılımın sağlık alanında kararların alınmasında büyük önemi vardır.

Ortalama veya oran parametrelerine dayalı olarak hazırlanan, normal dağılımlı değişkenlerin H_0 ve H_1 hipotezlerini test etmek için kullanılan testler parametrik testler olarak adlandırılırlar. Parametrik testlerin uygulanabilmesi için örneklemin çekildiği evrenin normal dağılımlı ve varyansların homojen olması; örneklemelerin ise evrenden rasgele ve birbirinden bağımsız seçilmesi gerekliliği vardır.

Parametrik testler, parametrik olmayan testlere göre istatistiksel olarak daha güçlü testlerdir, parametrik olmayan testlerde alınan kararlar daha esnek niteliktedir. Dağılım normal olduğunda hipotez testleri parametrik testlerle yapılabilecek ve daha güçlü sonuçlar elde edilebilecektir.

Bu bakımdan verilerin normal dağılıma uygunluğunun test edilmesi önemlidir. Normallik varsayımının incelenmesi amacıyla birçok test geliştirilmiştir. Normallik

testlerinin gücü veri setinin yapısına ve örneklem büyüklüğüne göre değişim gösterdiğinden hangi koşullar altında hangi testin kullanılacağı, testlerin güçlü ve zayıf yanlarının bilinmesi çalışmanın sağlıklı yürütülebilmesi için önemlidir.

Küçük veri setlerinin normallik testlerinden geçme eğiliminde olmaları, büyük veri setlerinde ise normallikten uzaklaşmanın çok küçük olmasına rağmen istatistiksel olarak anlamlı sonuçlar vermesi nedeniyle normallik testlerinin, hangi örneklem büyüklüğünden sonra normalliği reddetme eğilimine girdikleri, bu konuda araştırması yapılacak testlerin birbirlerine göre güçlü ve zayıf yanlarının tespitinin yapıp daha sonraki uygulamalarda elde edilen bilgiler ışığında normallik varsayımının irdelenmesi çalışmanın daha sağlıklı ve güvenilir yöntemlerle yürütülmesini sağlayacaktır.

Bu çalışmanın amacı, istatistiksel çalışmalarda sıklıkla kullanıldığı gözlenen normallik testlerinin, farklı koşullar altında büyük örneklemlerdeki performanslarını irdelemektir.

2.GENEL BİLGİLER

İstatistiksel sonuç çıkarmada parametrik ve parametrik olmayan yöntemlerden hangisinin kullanılması gerektiği araştırmacılar açısından soru işaretidir. Bir hastalığın tedavisinde birden çok yöntem olduğu gibi istatistiksel analiz için de birden fazla metot bulunmaktadır. Normallik varsayımının gerçekleşmediği durumlarda parametrik olmayan yöntemleri kullanmak gerekir; ancak istatistiksel olarak parametrik yöntemlere göre daha zayıf olması, güven aralıklarının hesaplanmasındaki zorluklar ve bunun okuyucular tarafından zor anlaşılır olması bu testlerin dezavantajlarıdır. Araştırmacının argümanlarını daha güçlü ve anlaşılır yapacak hangi metot seçilirse seçilsin, parametrik olan yöntemler seçildiğinde araştırmacı bu seçimi için uygun olan şartları yerine getirdiğinden emin olmalıdır.^[1]

Korelasyon, regresyon, t testleri ve varyans analizi gibi birçok istatistiksel yöntem verinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımına göre çalışır. Gerçekte bunun olup olmadığı araştırma sonuçlarının güvenilirliği açısından ciddi öneme sahiptir. Büyük örneklemlerde Merkezi Limit Teoremine dayanarak verinin normal dağılıma sahip olduğu varsayılp gerçekte verinin normal dağılıma uygun olup olmadığı göz ardı edildiğinde araştırmacılar parametrik yöntemlere yönelirler.^[2]

Bununla beraber araştırmanın sonucun etkilemeyecek derecede normallikten sapmaların büyük örneklemlerde anlamlı çıkabiliyor olması mümkündür ve bunun sonucunda araştırmacıların parametrik olmayan yöntemleri tercih etme durumları ortaya çıkmaktadır.

2.1. Tip 1, Tip 2 hatalar ve Testin Gücü

Sıklıkla kullanılan normallik testlerinin performansları, bilimsel araştırma sonuçlarında istatistiksel yanlışlıkların asgari düzeyde olması için önemlidir. Normallik testlerini birbirleriyle kıyaslamadan önce bazı özelliklerini yakından incelemek gerekir bunlardan belki de en önemlisi testin, doğru olan hipotezi reddetme düzeyinin düşük olduğunu garanti etmesidir. Bu koşulu sağlamaması testin tercih edilebilir olma durumunu ortadan kaldıracaktır.^[3] Bir hipotez kabul ya da reddedildiğinde her zaman doğru sonuca varıldığı ya da varılan kararın doğru olduğu söylenemez. Burada iki tip hata çıkabilir. Bu hatalara tip1 ve tip 2 hatalar adı verilir. Tip 1 hataya bağlanan

olasılığa yanılma olasılığı denir ve ‘ α ’ (alfa) sembolü ile gösterilir. Başka bir deyişle α doğru olan bir H_0 hipotezini yanlışlıkla reddedilme olasılığıdır. Alfa yanılma düzeyi araştırmacı tarafından seçilir. En çok 0.05 değeri tercih edilir. Yanlış bir geçersizlik hipotezinin (H_0) reddedilmemesi Tip 2 hatayı (β) ortaya çıkarır. Testin gücü, gerçekte farklılık ya da ilişki olduğunda H_0 hipotezinin doğru olarak reddedilme olasılığıdır. Başka bir anlatımla, gerçekte yanlış olan H_0 hipotezini reddetme olasılığıdır. Testin gücü matematiksel olarak $1-\beta$ olarak tanımlanır. [4]

2.2. Normal Dağılım

Normal dağılım Gaussian dağılımı olarak da bilinen, frekans dağılımları çan eğrisi biçiminde simetrik görünüme sahip olan sürekli değişkenlerin uyduğu bir teorik dağılımdır. [5,6]

Dağılım şekli olan çan eğrisinin altındaki alan bir değişkenin alabileceği tüm değerlerin olasılık toplamını ifade etmektedir. X eksenini ile normal dağılım eğrisi arasında kalan alan 1’ e eşittir. [5,6]

Normal dağılım eğrisi, eğrinin konumunu belirten beklenen değer (μ) ve eğrinin şeklini belirten standart sapma (σ) olmak üzere 2 parametre ile temsil edilir. Beklenen değer değişkenin alabileceği ortalama değer, standart sapma ise bu değerden ne kadar uzaklaşıldığını gösteren parametrelerdir. [6]

X sürekli bir rasgele değişken olmak üzere, olasılık yoğunluk fonksiyonu: [7]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < X < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

ise X rasgele değişkeni μ ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağılır ve $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ şeklinde ifade edilir.

Kümülatif dağılım fonksiyonu ise: [7]

$$F(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

şeklindedir.

Sürekli sağlık değişkenlerinin çok büyük bir bölümünün (örneğin; boy uzunluğu, ağırlık, hemoglobin düzeyi, total kolesterol düzeyi vb) yapılan araştırmalarda normal dağılım gösterdiği, bazı kesikli değişkenlerin belirli varsayımlarla dağılımlarının normal dağılıma dönüştürülebileceği saptanmıştır. [5]

Her farklı μ ve σ farklı dağılımlar ortaya çıkardığı için her dağılıma ayrı bir teorik tablo geliştirmek zorunluluğu vardır. Bu nedenle bu farklı dağılımları standart bir dağılıma dönüştürerek tek teorik tablo kullanmak daha kolay ve pratik bir yoldur. Bu tablo, ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan dağılım için hazırlanmıştır. Bu dağılıma standart normal dağılım denir. Elde edilen herhangi bir normal dağılım $(X - \mu) / \sigma$ formülüyle standart normal dağılıma dönüştürülür. Buradan elde edilen ölçüye z istatistiği denir. [8,9]

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ normal dağılıma sahipse $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ değişkeni $N(0,1)$ standart normal dağılıma sahiptir. [7]

Standart normal dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$F(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

Biyolojik ve tıbbi değişkenlerin büyük bir bölümü toplumda normal dağılım gösterirler. Ayrıca toplum hacmi yeterince büyük olduğunda toplumda nitel değişkenlerin oranları $0,20 < p < 0,80$ sınırlarında ise Binom dağılımın normal dağılıma yaklaşımı koşullarına göre normal dağılım gösterdiği bilinmektedir.

2.3. Normallik Testleri

Normallik testleri, n birimlik gruptan elde edilen nicel verilerin (μ , σ) parametresi normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemeye yönelik yaklaşımlardır. n birimlik

verinin normal dağılıma uygunluğu grafiksel yaklaşımlar ya da istatistiksel testler (normality tests) yardımı ile belirlenir. Grafiksel yöntemler açıklayıcı veri analizi yaklaşımları iken normallik testleri hipoteze ve belirli parametrelili normal dağılıma dayalı testlerdir.

Grafiksel yöntemler; çeşitli grafikler kullanılarak verilerin dağılımını görsel olarak görüntüleyerek verilerin bir doğru üzerinde konumlanarak yayıldığını ya da çan eğrisi biçiminde dağılım gösterip göstermediği izlenerek görmeyi sağlar. Bu grafikler: histogram, kutu grafiği, gövde ve yaprak grafiği, P-P plot, Q-Q plot grafiğidir.

Grafiksel yöntemlerde, görsellik cazip olmasına rağmen değişkenlerin normal dağılıma sahip olup olmadığını belirlemede objektif kriterler sunulmamaktadır. Bu nedenle verilerin normal dağılıp dağılmadığını belirlemek için istatistiksel testlere başvurmak gerekir.

İstatistiksel literatürde kırka yakın normallik testi vardır. Bu testler tarihsel sıralama itibarıyla üç ana başlıkta geliştirilmiştir. Bir veri setinin normal dağılım ile ne kadar iyi modellenip modellenmediğine ya da bir rasgele değişkenin normal dağılıma uygun olup olmadığını hesaplamak için kullanılan normallik test tekniklerinin geliştirilmesine ait çalışmalar basıklık ve çarpıklık katsayıları üzerinde çalışan Pearson tarafından tek örneklem için ki-kare uyum iyiliği testinin normal dağılıma uygulanması ile 1895 yılında başlamıştır.^[10,11] Ki-Kare normallik testinin Pearson tarafından 1900'de geliştirilmesinden sonra normallik testi ile ilgili çalışmalar önem kazanarak birçok araştırmacı tarafından çalışmalar yapılmıştır.^[12,13]

Daha sonra normal dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonuna dayalı tahminlerden yola çıkarak elde edilen deneysel dağılım fonksiyonunun birbirleriyle olan uyumunu değerlendirme esasına dayalı normallik testlerinden olan Cramer von Mises ve Kolmogorov-Smirnov testleri 1931 ve 1933 yıllarında yayınlanmıştır. Yaklaşık 20 yıl sonra da Cramer von Mises testinin modifikasyonu olan Anderson-Darling testi literatürde yerini almıştır.^[13]

Kuiper 1960 yılında normallik testini açıklarken, sıra istatistiklerinden elde edilen ağırlıklandırılmış en küçük kareler tahminleri oranına dayalı testlerden olan Shapiro-Wilk testi 1965 yılında, Kolmogorov-Smirnov testinin modifikasyonu olarak bilinen Lilliefors testi ise 1967 yılında çalışılmıştır.^[14,15] 1968 yılında Ajne normallik testini geliştirmiş iki yıl sonrasında ise Stephens tarafından Kuiper ve Ajne testlerinin

modifikasyonu olan normallik testi çalışmalarda yerini almıştır. 1972 yılında Shapiro-Francia testi yayınlanmış ve normal dağılımdan ayırmanın örneklem momentlerinden çarpıklık ve basıklık değerlerine göre kıyaslanarak tespit yoluna giden D' Agostino K-Kare testi 1973 yılında ve Jarque-Bera testi de 1987 yılında açıklanmıştır. ^[12,14]

2.3.1. Pearson'un Ki-Kare Testi

Bu test kümülatif dağılım fonksiyonu hesaplanan tüm tek değişkenli dağılımlar için kesikli ya da sürekli değişkenlerin testinde kullanılabilir. ^[16]

Test için veri seti gruplandırılır. Gözlenen ve beklenen değerlerin farkından elde edilen fonksiyon test istatistiği olarak kullanılır. Bu yüzden testin sağlıklı yapılabilmesi için verilerin sınıflandırılması dikkatli yapılmalıdır. Dikkat edilmesi gereken başka bir nokta da örneklem büyüklüğüdür. Yeter derecede örneklem alındığında test geçerli bir yaklaşımda bulunacaktır. ^[16]

Veri setimizi k sınıfa ayırdığımızı düşünürsek test istatistiği;

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2}{E_i}$$

formülü ile elde edilir. Formülde;

O_i = i. sınıftaki gözlenen frekans

E_i = i. sınıftaki beklenen frekans

Beklenen frekans $E_i = n(F(Y_U) - F(Y_L))$

F = Test edilen dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonu

Y_U = i. sınıf üst sınır

Y_L = i. sınıf alt sınır

n = örneklem büyüklüğü

olarak ifade edilir.

χ^2 testinin anlamlı olabilmesi için beklenen frekansın en az 5 olması gerektiğinden, eğer 5'ten küçük değer elde edersek bazı sınıflar birleştirilir.

α anlamlılık düzeyinde test istatistiği (k-c) serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir.

k=sınıf sayısı

c=tahmin edilen parametre sayısıdır.

$\chi^2 > \chi^2_{(\alpha, k-c)}$ buna göre H_0 hipotezi reddedilir aksi halde desteklemektedir. [16]

2.3.2. Kolmogorov-Smirnov (K-S) Testi

Bu test, yığılımlı dağılım fonksiyonuna dayanmaktadır. Sıralı olarak verilen N veri için (Y_1, Y_2, \dots, Y_N) yığılımlı dağılım fonksiyonu;

$E_N = \frac{n(i)}{N}$ olarak tanımlanır.

$n(i) = Y_i$ 'den küçük noktaların sayısı

Y_i =Değerlerin küçükten büyüğe doğru sıralanmasıyla oluşur.

Bu her sıralı veri noktasının değeri için $\frac{1}{N}$ şeklinde büyüyen bir adım fonksiyonudur. [16]

Bu test elde edilen eşik fonksiyonu ve normal dağılım eğrisinin birbirinden farkına(uzaklığına) bağlıdır. K-S test istatistiği test edilen dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonuna bağlı değildir. K-S testi ki-kare testi gibi örneklem büyüklüğünden etkilenen bir test değildir. Bu avantajlarının yanı sıra; sadece sürekli dağılımlar için kullanılıyor olması, dağılımın merkezde kuyruklara göre daha duyarlı olması ve en önemlisi dağılımın konum, ölçek ve şekil parametrelerinin veri üzerinden tanımlanması durumunda test kriterinin değerini yitirmesi, bunların simülasyon ile belirlenmesi gerekliliği gibi dezavantajları bulunmaktadır. [16]

Test istatistiği

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left(F(Y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(Y_i) \right)$$

F=Test edilen sürekli dağılımın teorik kümülatif dağılım fonksiyonu

$D_{\max} < D_{(\alpha)}$ $p > \alpha$ H_0 kabul edilir.

$D_{\max} \geq D_{(\alpha)}$ $p < \alpha$ H_0 reddedilir.

2.3.3. Lilliefors Normallik Testi

Kolmogorov-Smirnov testinin özel halidir. Örneklem ortalama ve standart sapması kullanılarak test istatistiği hesaplanmaktadır.

İlk olarak veriye göre ortalama ve varyans hesabı yapılır. Daha sonra yığılımlı dağılım fonksiyonu ve kümülatif yoğunluk fonksiyonu arasındaki maksimum fark tahmini, ortalama ve varyans ile bulunur. Bu fark test istatistiği olarak kullanılır. ^[17]

Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığına karar verilir. Testte örneklem dağılımı Monte-Carlo tekniği kullanılarak bulunmuştur. Her bir örneklem X_i ile ifade edilir. ^[17]

Örneklem ortalaması:

$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i$$

Örneklem varyansı:

$$S_x^2 = \frac{\sum_i^N (X_i - \mu_x)^2}{N-1}$$

Testin ilk adımında X_i ler Z_i değerlerine dönüştürülür. ^[17]

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_x}{S_x}$$

Her bir Z_i değeri için kendi değerinden küçük ya da eşit olduğuna dair $\mathcal{N}(Z_i)$ olarak ifade edilen bir oran hesaplanır. Her Z_i değeri için aynı zamanda bu değer için standart normal dağılımdan gelip gelmediğine ait bir olasılık değeri hesaplanır. ^[17] Bu olasılık,

$$\mathcal{N}(Z_i) = \int_{-\infty}^{Z_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}Z_i^2\right\}$$

Lilliefors' test kriteri

$$L = \max_i \left\{ \left| \mathcal{N}(Z_i) - \mathcal{N}(Z_i) \right|, \left| \mathcal{N}(Z_i) - \mathcal{N}(Z_{i-1}) \right| \right\}$$

H_0 hipotezi $L > L_{kritik}$ ise reddedilir.

2.3.4. Anderson-Darling Testi

Kolmogorov-Smirnov testinin değiştirilip olasılık dağılımının kuyruklara daha çok ağırlık vermesi ile ortaya çıkmış bir testtir.

Testin kullanılmasındaki genel mantıksal temel veri serileri ile belirlenmiş normal dağılım arasında bir uzaklık ifade eden yığılımlı dağılım fonksiyonunun bulunmasıdır. Bu da dağılımın normal dağılımdan ne kadar ayrıldığını tespit etmektedir. [18,19]

X değişkeninin normallik testini yapabilmek için X_i 'ler ($i=1,2,\dots,n$) küçükten büyüğe doğru sıralanır. X_i ortalama ve standart sapma değerleri hesaplanır. X_i değerleri standardize edilerek Y_i 'lere dönüştürülür. Standart normal dağılım kümülatif yoğunluk fonksiyonu Φ olmak üzere A^2 istatistiği hesaplanır. [18,19]

$$A^2 = -n \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) (\ln \Phi(Y_i) + \ln(1 - \Phi(Y_{n+1-i})))$$

A^* ile ifade edilen örneklem büyüklüğü için yaklaşık bir düzeltme hesaplanır.

$$A^* = A^2 \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right)$$

Eğer A^* 0,75 değerini geçerse H_0 hipotezi $\alpha=0,05$ için reddedilir.

Eğer $\sigma=0$ ya da herhangi $\Phi(Y_i)=0$ ya da 1 değerini alırsa A^2 hesaplanamaz ve tanımsızdır.

Standart bir düzeltme formülü olmadığından farklı kaynaklardan karşılaştırma yapılırken dikkatli olunması gereklidir. Örneğin A^* değeri $\alpha=0,1$ için 0,632; $\alpha=0,025$ için 0,870 ve $\alpha=0,01$ için 1,028'dir. [18]

2.3.5. Cramer-Von Mises Testi

Cramer-Von Mises testi yığılımlı dağılım fonksiyonuna dayalı bir testtir. Bu testin uygulanabilmesi için örnek hacmi 7'den büyük olmalı, veriler homojen olmalı ve orta

değerlerde tekrarlanan ölçümlerin uçlara göre daha fazla olmalıdır. Cramer-Von Mises W^2 test istatistiği:

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(X) - F(X)]^2 dF(X)$$

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \left(F_i(X) - \frac{2i-1}{2n} \right)^2 + \frac{1}{12n} \quad i=1,2,\dots,n$$

şeklinde hesaplanır.^[20]

Elde edilen test istatistiği tablo değerinden büyük ise H_0 hipotezi reddedilir.

2.3.6. D'Agostino K-Kare Testi

Bu testte örneklem basıklık ve çarpıklık ölçütleri kullanılır. Çarpıklık $\sqrt{b_1}$, basıklık b_2 olarak gösterilmektedir. Normal dağılıma göre çarpıklık ölçütünün 0, basıklık ölçütünün ise 3'e eşit olması gereklidir.^[21]

$$\sqrt{b_1} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{(\sigma^2)^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$b_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^2}$$

σ^2 , ikinci merkezsiz moment ve μ_3 , μ_4 üçüncü ve dördüncü merkezsiz momentlerdir.

$Z(\sqrt{b_1})$, $\sqrt{b_1}$ 'in bir dönüşümüdür ve sıfır hipotezi doğru ise yaklaşık normal dağılıma sahiptir.

$$Y = \sqrt{b_1} \left\{ \sqrt{\frac{(n+1)(n+3)}{6(n-2)}} \right\}^{1/2}$$

$$\beta_2(\sqrt{b_1}) = \frac{3(n^2 + 27n - 70)(n+1)(n+3)}{(n-2)(n+5)(n+7)(n+9)}$$

$$W^2 = -1 + \{2(\beta_2(\sqrt{b_1}) - 1)\}^{1/2}$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\ln W}}$$

$$\alpha = \{2/(W^2 - 1)\}^{1/2}$$

$$Z(\sqrt{b_1}) = \delta \ln \left(\frac{Y}{\alpha} + \left\{ \left(\frac{Y}{\alpha} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2} \right)$$

b_2 'nin dönüşümü ise $Z(b_2)$ aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$E(b_2) = \frac{3(n-1)}{n+1}$$

$$\text{Var}(b_2) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}$$

b_2 'nin standart hali

$$x = \frac{(b_2 - E(b_2))}{\sqrt{\text{Var}(b_2)}}$$

$$\sqrt{\beta_1(b_2)} = \frac{6(n^2 - 5n + 2)}{(n+7)(n+9)} \sqrt{\frac{6(n+3)(n+5)}{n(n-2)(n-3)}}$$

$$A = 6 + \frac{8}{\sqrt{\beta_1(b_2)}} \left[\frac{2}{\sqrt{\beta_1(b_2)}} + \sqrt{1 + \frac{4}{\beta_1(b_2)}} \right]$$

$$Z(b_2) = \frac{\left\{ \left(1 - \frac{2}{9A}\right) - \left(\frac{1 - \frac{2}{A}}{\sqrt{1 + x \sqrt{\frac{2}{A-4}}}} \right)^{1/3} \right\}}{\sqrt{\frac{2}{9A}}}$$

D'Agostino test istatistiği K^2 , 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahiptir. ^[21]

$$K^2 = (Z(\sqrt{b_1}))^2 + (Z(b_2))^2$$

dir.

2.3.7. Jarque-Bera Testi

Test, örneklem basıklık ve çarpıklığına dayanmaktadır. Bu basıklık ve çarpıklık ölçütü, normal dağılım değerlerden uzaklaştıkça yani çarpıklık 0'dan basıklık 3'ten farklı değer aldıkça test istatistiği değeri büyümektedir. [22]

Test istatistiğinin yaklaşık olarak 2 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına sahip olduğu varsayılır. Test kritik değerleri buna göre değerlendirilir; ancak ($n < 2000$) örneklem büyüklüğünde ve 0,001 ile 0,05 anlamlılık düzeyi için kritik değerler ancak Monte-Carlo simülasyon yapılarak bulunabilir. [22]

S çarpıklık ölçütü, K basıklık ölçütü olmak üzere;

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{(\sigma^2)^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$
$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^2}$$

Test istatistiği:

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right)$$

2.3.8. Shapiro-Wilk Testi

Bu test için sıfır hipotezi bir örneklem veri serisinin (yani x_1, \dots, x_n serisinin) normal dağılım gösteren bir ana kitleden geldiğidir.

Test istatistiği W:

- İlk olarak ($i=1,2,\dots,n$ için $x_{(i)}$ bulunur. Veriler alt-indeksi (i) parantez içinde gösterilir; çünkü veri serisi en küçükten en büyüğe doğru sıralanmıştır ve alt-indeks sıralama düzenini göstermektedir. [23]

- Sonra sabit a_i değerleri bulunur

$$(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^\top V^{-1}}{(m^\top V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$$

Burada

$$m = (m_1, \dots, m_n)^\top$$

m_1, \dots, m_n Standart normal dağılımdan örneklem olarak alınan bağımsız ve aynı dağılım gösteren rassal değişkenlerin sıra istatistiklerinin beklenen değerleridir. [23]

V ise bu sıra istatistikleri için kovaryans matrisidir.

En son olarak test istatistiği hesaplanır.

Test istatistiği;

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

dir.

2.3.9. Shapiro-Francia Testi

Shapiro-Francia testi, Shapiro-Wilk testinin bir modifikasyonudur. Bu testte W' test istatistiği hesaplanırken a_i ağırlık katsayıları yerine, sıralı değerlerin standart normal dönüşüm Z_i değerleri yardımı ile hesaplanan b_i değerleri alınır.

$$b' = (b_1, b_2, \dots, b_n) = Z' (Z' Z)^{-1/2}$$

$$Z' = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$$

$$W' = \frac{\left(\sum_{i=1}^n b_i X_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Shapiro-Francia testi, örnek hacmi $5 \leq n \leq 5000$ olan homojen verilere uygulanabilmektedir. [20]

3.GEREÇ ve YÖNTEM

Bu tez çalışmasında kullanılacak normallik testlerinin seçiminde iki kriter öne çıkmıştır. Bunlardan ilki hangi normallik testlerinin araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanıldığı diğeri ise araştırmacıların hangi testlere ulaşabildiğidir. Böylece daha ‘bilinen’ testlere ulaşıldığı varsayılmıştır. Araştırmacılar tarafından kullanım sıklığı anlamak için PubMed ve Google Scholar taranmış, ulaşılabilirlik için de analizlerde sıklıkla kullanılan ve daha eski bilinen SPSS, SAS, Minitab gibi programlar gözden geçirilmiştir. Bunlara ek olarak kullanılan normallik testlerinin farklı istatistiksel yaklaşımlara ait olmasına da özen gösterilmiştir. Bu değerlendirmelerle dokuz testin kullanımına karar verilmiştir. Bu testler: Pearson’un Ki-Kare testi, Kolmogorov-Smirnov testi, Lilliefors testi, Anderson-Darling testi, D’Agostino K-Kare testi, Jarque-Bera testi, Shapiro-Wilk testi, Shapiro-Francia testi, Cramer-Von Mises testidir. Testlerin araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılan paket programlardaki bulunma durumları Çizelge 3.1’dedir.

Çizelge 3.1. Kullanılan normallik testlerin yer bulduğu paket programlar

	SPSS	Minitab	NCSS	STATA	SAS
D’Agostino			✓		
Anderson Darling		✓	✓		✓
Cramer-VonMises					✓
Jarque-Bera				✓	
Kolmogorov-Smirnov	✓	✓	✓		✓
Lilliefors	✓				
Pearson Kikare	✓				✓
Shapiro-Francia				✓	
Shapiro-Wilk	✓	✓	✓	✓	✓

Bu testlerin istatistiksel yaklaşım özellikleri de şöyle özetlenebilir.

Yığılımlı dağılım fonksiyonunu kullanan testler:

- Kolmogorov-Smirnov

- Anderson-Darling
- Cramer-VonMises
- Lilliefors

Dağılımın çarpıklık ve basıklık ölçülerini kullanan testler:

- D'Agostino K-Kare
- Jarque-Bera

Ki-Kare dağılımına dayalı testler:

- PearsonKikare

Sıra istatistiklerine dayalı testler:

- Shapiro-Wilk
- Shapiro-Francia

Çalışmanın ilk kısmında, özellikle normal dağılımdan üretilen veriler üzerinde uygulanan normallik testlerinin veriyi normal olarak kabul etmeme olasılıkları yani tip 1 hata olasılıkları değerlendirilmiştir. Sonraki kısımlarda normal dağılıma şeklen benzeyen farklı durumların seçilen normallik testleri ile sınanması yapılmıştır. Bu farklı durumlar: Budanmış veri, normal dağılımı andıran şekil veren parametreleri ile beta ve gamma dağılımları, normale yakın çarpıklık ve basıklık parametreleri olan veri olarak üçe ayrılabilir:

- Budanmış veri çalışması normal dağılımdan soldan %5 ve %10 budama yapılarak iki farklı durumda gerçekleştirilmiştir.
- “Normal dağılıma şekil olarak benzeyen veri” çalışması için beta (sola çarpık) ve gamma (sağa çarpık) dağılımlarından veri üretilerek denemeler yapılmış, kullanılan parametreler değiştirilerek bu dağılımlardan elde edilen verinin çan eğrisi görünümünde normal dağılıma benzemesi sağlanmıştır. Bu bölümde literatürde sıklıkla kullanılan beta(2,1), gamma(2,1) dağılımları ile yapılan ön simülasyon çalışmaları sonrası dağılım şeklinin çan eğrisi görünümüne geldiği anlaşılan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımları kullanılmıştır.
- Üçüncü durum olarak da normal dağılımın çarpıklık değerinin ‘0’ ve basıklık değerinin de ‘3’ olması gerekliliğinden yola çıkılıp çeşitli çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak yapılan ön simülasyon çalışması ile üzerinde çalışılabilecek çarpıklık ve basıklık aralıklarının tespiti yapılmıştır. Bütün

testlerin tespit ettiği çarpıklık ve basıklık değerleri dışlanarak çarpıklık için [-0.5,1] aralığı ve basıklık için [2,6] aralığındaki değerler kullanılmıştır. Araştırmalarda çoğunlukla (n = 10, 15, 20, 25, 30, 35) küçük örneklem, (n = 50, 100) ortalama büyüklük ve (n = 200, 500) sayıda örneklem büyük örneklem olarak ele alınmasından^[3] yola çıkılarak çalışmanın bu bölümündeki değerlendirmede n=250 örneklem büyüklüğü yeterli görülmüştür.

Çalışmada kullanılan verileri, R paket programında yapılan simülasyon çalışmalarıyla elde edilen veriler oluşturmaktadır. Aynı zamanda testler yine bu programdan yararlanılarak uygulanmıştır. Çalışmamızın temeli normallik testlerinin büyük örneklemdeki performanslarını irdelemektir. Literatür incelendiğinde diğer simülasyon çalışmalarında 200, 500 örneklem büyüklüğünün gerçek veri gibi sonuç verdiği, 1000 örneklem büyüklüğünün ise ‘büyük örneklem’ tanımını karşılamak adına ideal büyüklük olduğu belirlenmiştir.^[24]

Simülasyon çalışmasında 30, 50, 75, 100, 150, 200, 250, 500, 1000 örneklem büyüklüklerinde veriler 1000 defa üretilmiş ve üretilen bu veriler üzerinde 1000 defa normallik testleri uygulanmıştır. Bu işlem 1000 tekrar halinde gerçekleştirilmiştir.

Testlerin karşılaştırılmasında hata olasılığı $\alpha=0,05$ olarak alınmıştır. İncelenen testlerin hata olasılıkları simülasyon sonucunda reddedilen H_0 hipotezi sayısının binde(%)ye dönüştürülmesi ile elde edilmiştir.

Çalışmada kullanılan normallik testleri sırası ile aşağıdaki veri düzeninde uygulanmış ve hata olasılıkları incelenmiştir.

1. Standart normal dağılım verileri için tip 1 hata değeri
2. Standart normal dağılımın belli oranda veri budaması yapılarak testin gücü
3. Normal olmayan ancak uygulamada sıklıkla rastlanılan beta ve gamma dağılımları üzerinden değerlendirme
4. Çeşitli çarpıklık ve basıklık ölçüleri kullanılarak üretilen veriler üzerinden değerlendirme

4.BULGULAR

Çalışmanın bulguları:

- standart normal dağılım,
 - standard normal dağılımdan verilerin belli kısmının atılarak,
 - beta ve gamma dağılımlarından veri üreterek ve
 - çeşitli çarpıklık ile basıklık ölçülerine göre veri üretilip değerlendirilmesi
- şeklinde dört aşamada değerlendirilecektir.

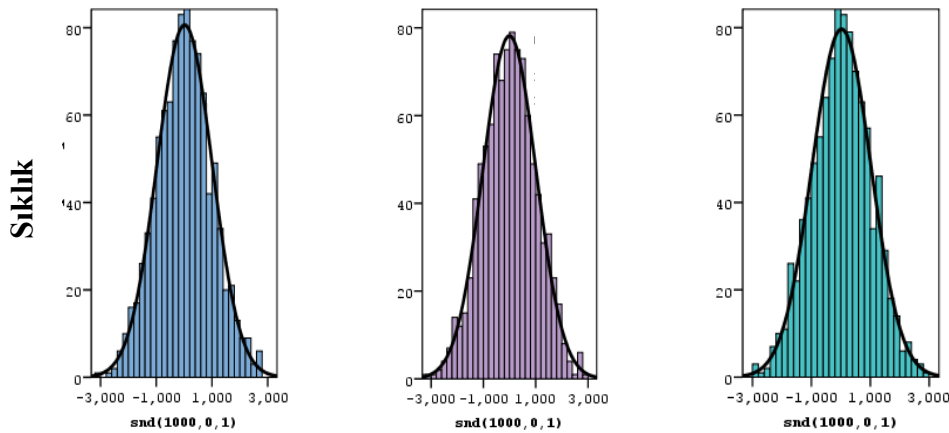
İlk üç grup çalışma için bulgular aşağıdaki formatta sistematize edilecektir.

- Üretilen verilerin görsel tanımlaması yapılacak
- Üretilen veriye uygulanan önemlilik testlerinin farklı örneklem büyüklükleri göz önüne alınarak grafiksel incelemesi yapılacak
- Üretilen veriye uygulanan önemlilik testlerinin farklı örneklem büyüklükleri göz önüne alınarak tanımlayıcı değerler verilecek
- Farklı testlerin hata olasılıklarının grafiksel incelenmesi yapılacaktır.

Çeşitli çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri için sonuçlar anlam kolaylığı açısından grafiklerle özetlenecektir.

4.1. Standart normal dağılımlı verilere uygulanan normallik testleri

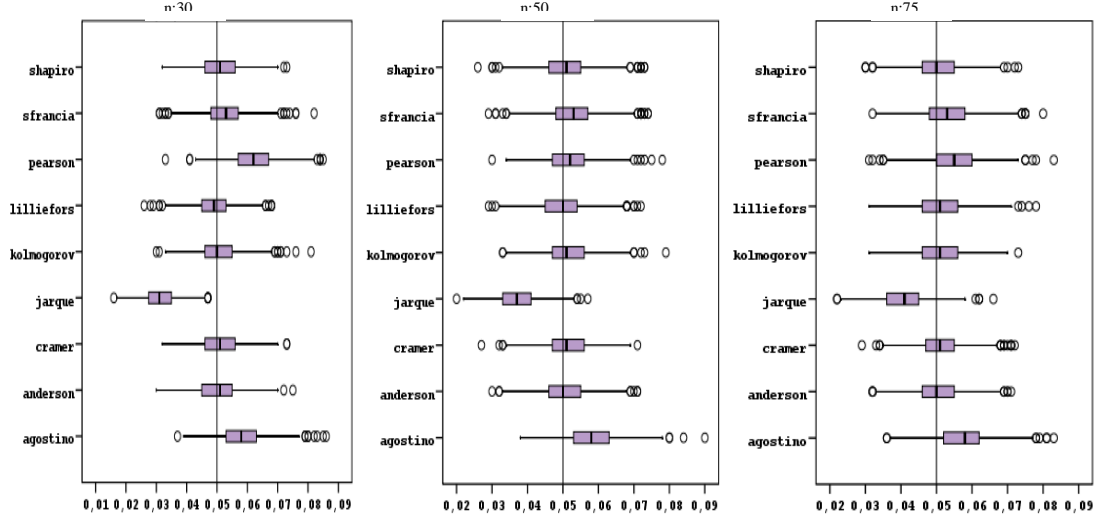
Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin 1.tip hata oranı tespiti yapılmıştır. Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.1.1'de verilmektedir.



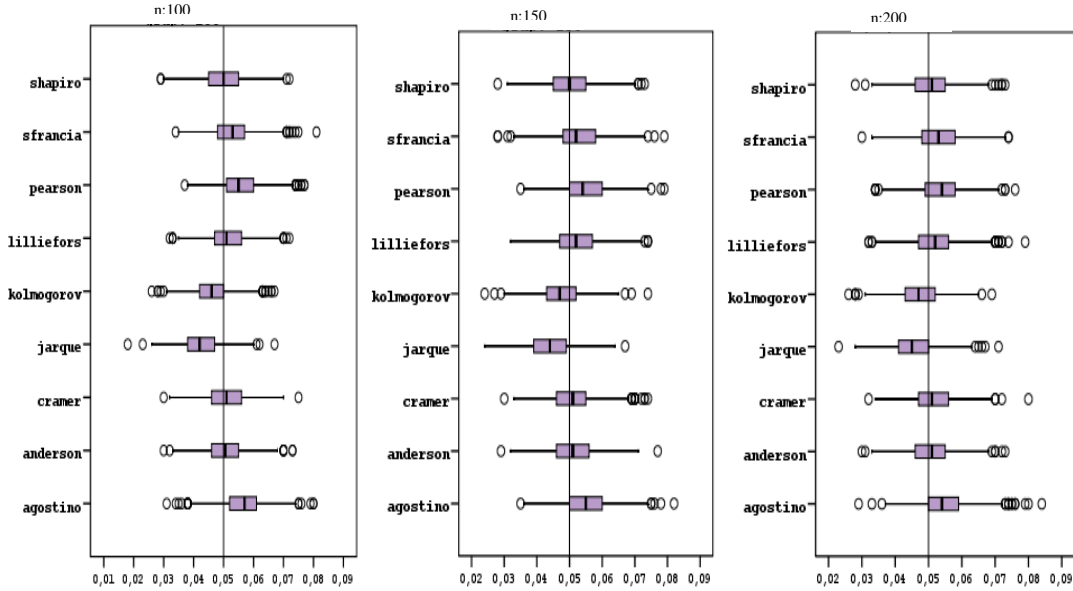
Şekil 4.1.1. Standart normal dağılımdan üretilen verilerin histogram örnekleri

4.1.1. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin tip-1 hata oranlarının incelenmesi

Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin tip-1 hata oranlarının grafik incelemesi Şekil 4.1.2a, 4.1.2b ve 4.1.2c de verilmektedir.



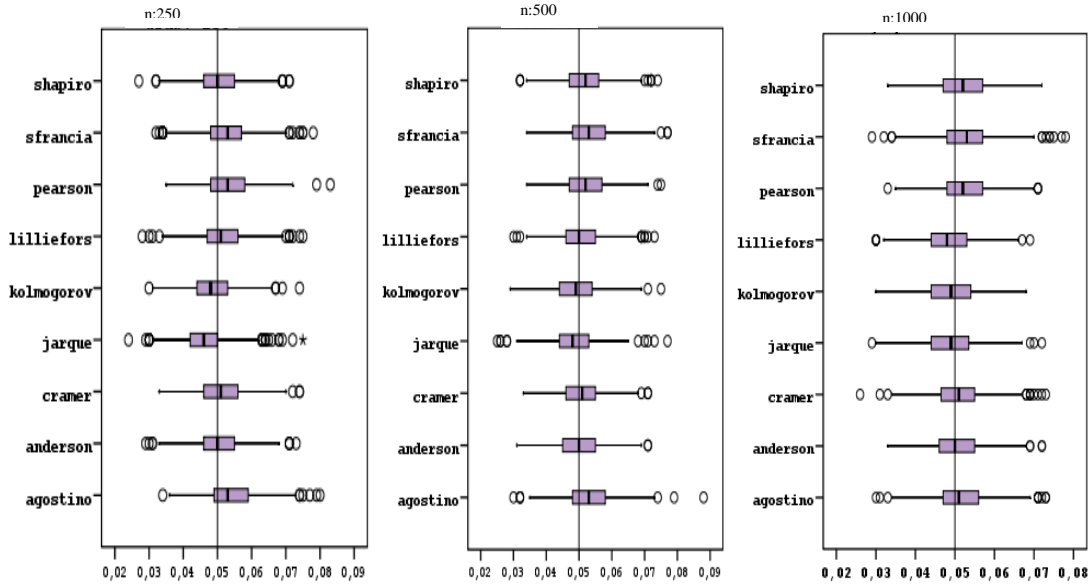
Şekil 4.1.2a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.1.2b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:100, n:150, n:200)

Çalışılan normallik testlerinin örnek büyüklüklerine göre tip 1 hata oranlarına bakıldığında, n:30 örnek büyüklüğünde Jarque-Bera testinin 0,03 oranında olduğu, D'

Agostino K-Kare ve Pearson Ki-Kare testlerinin 0,06 değerinde olduğu görülmektedir. Diğer testler 0,05 değerinde ya da bu değere yakın sonuç vermiştir.



şekil 4.1.2c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin 1. tip hata oranları(n:250, n:500, n:1000)

rnek büyüklüğü arttıķa testlerin tip 1 hata oranlarının 0,05 düzeyine geldiği görülmektedir.

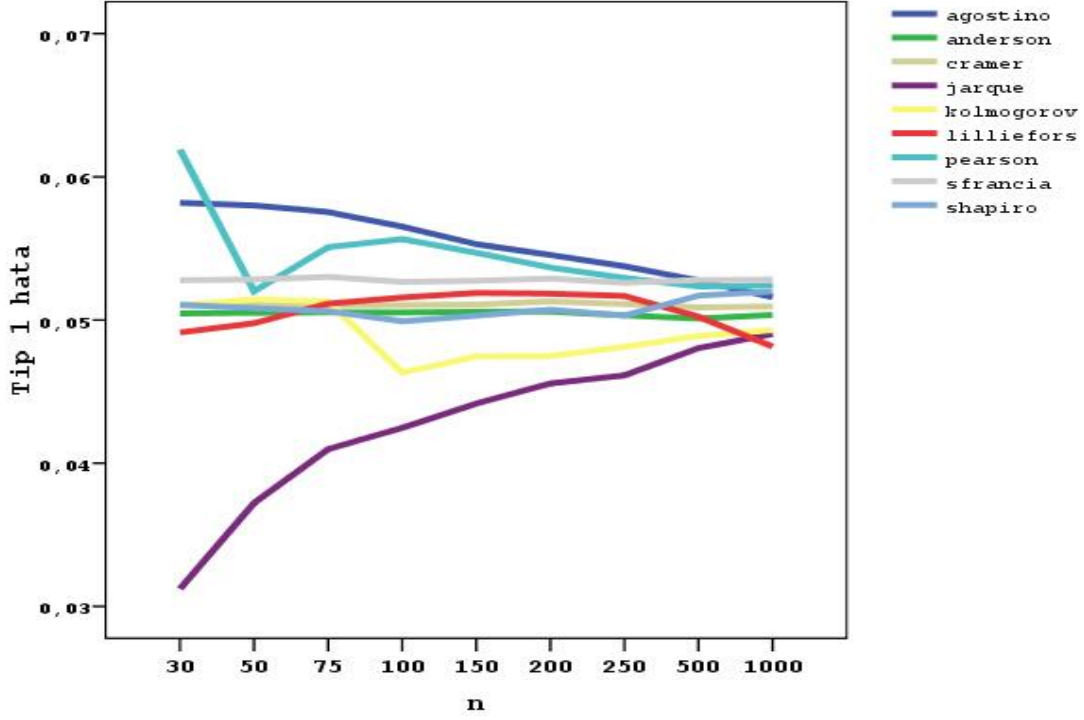
Standart normal dağılımdan üretilen verilere yapılan testlerin tip 1 hata oranlarının tanımlayıcı değerleri izelge 4.1.1’de verilmektedir.

Çizelge 4.1.1 Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin tip 1 hata oranlarının tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro-Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,058±0,007 0,058 (0,037-0,086)	0,050±0,006 0,051 (0,030-0,075)	0,051±0,006 0,051 (0,032-0,073)	0,031±0,005 0,031 (0,016-0,047)	0,051±0,006 0,050 (0,030-0,081)	0,049±0,006 0,049 (0,026-0,068)	0,061±0,007 0,062 (0,033-0,085)	0,052±0,007 0,053 (0,031-0,082)	0,051±0,006 0,051 (0,032-0,073)
50	0,058±0,007 0,058 (0,038-0,090)	0,050±0,006 0,050 (0,030-0,071)	0,051±0,006 0,051 (0,027-0,071)	0,037±0,005 0,037 (0,020-0,057)	0,051±0,006 0,051 (0,033-0,079)	0,049±0,006 0,050 (0,029-0,072)	0,052±0,006 0,052 (0,030-0,078)	0,052±0,007 0,053 (0,029-0,074)	0,050±0,007 0,051 (0,026-0,073)
75	0,057±0,007 0,058 (0,036-0,083)	0,050±0,006 0,050 (0,032-0,071)	0,051±0,006 0,051 (0,029-0,072)	0,040±0,006 0,041 (0,022-0,066)	0,051±0,007 0,051 (0,031-0,073)	0,051±0,006 0,051 (0,031-0,078)	0,055±0,007 0,055 (0,031-0,083)	0,053±0,007 0,053 (0,032-0,080)	0,050±0,007 0,050 (0,030-0,073)
100	0,056±0,007 0,057 (0,031-0,080)	0,050±0,006 0,050 (0,030-0,073)	0,051±0,006 0,051 (0,030-0,075)	0,042±0,006 0,042 (0,018-0,067)	0,046±0,006 0,046 (0,026-0,067)	0,051±0,006 0,051 (0,032-0,072)	0,055±0,007 0,055 (0,037-0,077)	0,052±0,006 0,053 (0,034-0,081)	0,049±0,006 0,050 (0,029-0,072)
150	0,055±0,007 0,055 (0,035-0,082)	0,050±0,007 0,051 (0,029-0,077)	0,051±0,006 0,051 (0,030-0,074)	0,044±0,006 0,044 (0,024-0,067)	0,047±0,006 0,047 (0,024-0,074)	0,051±0,007 0,052 (0,032-0,074)	0,054±0,006 0,054 (0,035-0,079)	0,052±0,007 0,052 (0,028-0,079)	0,050±0,007 0,050 (0,028-0,073)
200	0,054±0,007 0,054 (0,029-0,084)	0,050±0,006 0,051 (0,030-0,073)	0,051±0,006 0,051 (0,032-0,080)	0,045±0,006 0,045 (0,023-0,071)	0,047±0,006 0,047 (0,026-0,069)	0,051±0,007 0,052 (0,032-0,079)	0,0536±0,007 0,054 (0,034-0,076)	0,052±0,006 0,053 (0,030-0,074)	0,050±0,006 0,051 (0,028-0,073)
250	0,053±0,007 0,053 (0,034-0,080)	0,050±0,006 0,050 (0,029-0,073)	0,051±0,006 0,051 (0,033-0,074)	0,046±0,006 0,046 (0,024-0,075)	0,048±0,006 0,048 (0,030-0,074)	0,051±0,006 0,051 (0,028-0,075)	0,052±0,007 0,053 (0,035-0,083)	0,052±0,007 0,053 (0,032-0,078)	0,050±0,006 0,050 (0,027-0,071)
500	0,052±0,007 0,053 (0,030-0,088)	0,050±0,006 0,050 (0,031-0,071)	0,050±0,006 0,051 (0,033-0,071)	0,048±0,006 0,048 (0,025-0,077)	0,048±0,006 0,049 (0,029-0,075)	0,050±0,006 0,050 (0,030-0,073)	0,052±0,006 0,052 (0,034-0,075)	0,052±0,007 0,053 (0,034-0,077)	0,051±0,007 0,052 (0,032-0,074)
1000	0,051±0,006 0,051 (0,030-0,073)	0,050±0,006 0,050 (0,033-0,072)	0,050±0,006 0,051 (0,026-0,073)	0,049±0,006 0,049 (0,029-0,072)	0,049±0,006 0,049 (0,030-0,068)	0,048±0,006 0,048 (0,030-0,069)	0,052±0,007 0,052 (0,033-0,071)	0,052±0,006 0,053 (0,029-0,078)	0,051±0,006 0,052 (0,033-0,072)

4.1.2. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin hata olasılıklarının grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki hata olasılıkları Şekil 4.1.3'te özetlenmiştir.



Şekil 4.1.3. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin hata olasılıklarının grafiği

Standart normal dağılımdan üretilen veriler üzerine uygulanan normallik testlerinin H_0 hipotezini reddetme olasılıkları yani 1.tip hata olasılıkları incelenen tüm örneklem büyüklüklerinde %5 civarında bulunmuştur. Ancak, Jarque-Bera normallik testinin sonucu diğerlerine göre biraz daha düşük (%3-4 civarında) olup, %5'e 1000 örneklem genişliğinde ulaşmaktadır.

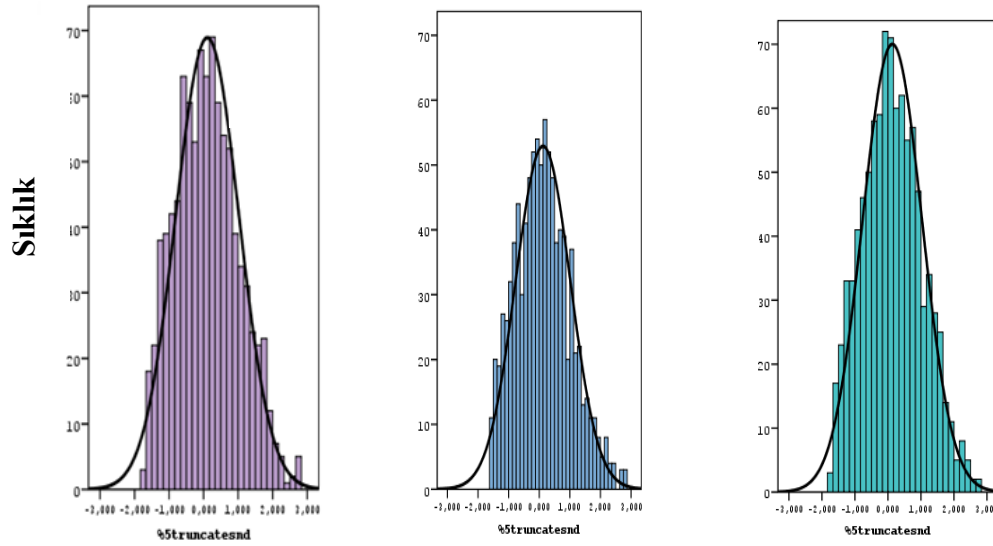
4.2. Standart normal dağılımla üretilip budama (truncation) yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri

Çalışmanın bu bölümünde standart normal dağılımdan üretilen verilerin soldan %5 ve % 10 oranlarında budaması yapılarak, üzerinde çalışılan normallik testlerinin performansları incelenmiştir.

4.2.1. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri

Standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5'lik kısmı kesilerek normallik testi veriye uygulanmış ve testlerin gücü gözlemlenmiştir.

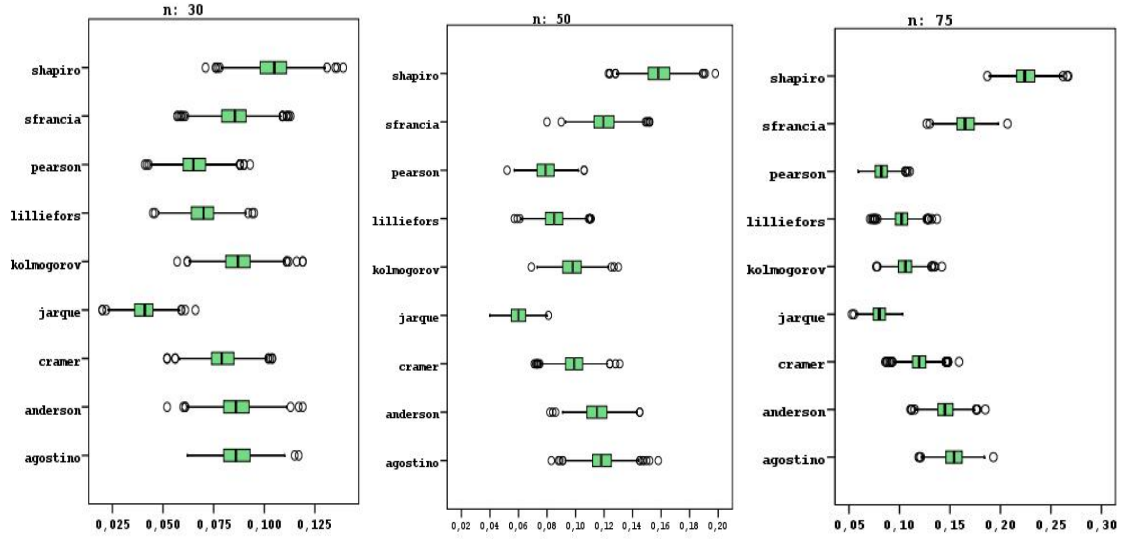
Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.2.1'de verilmektedir.



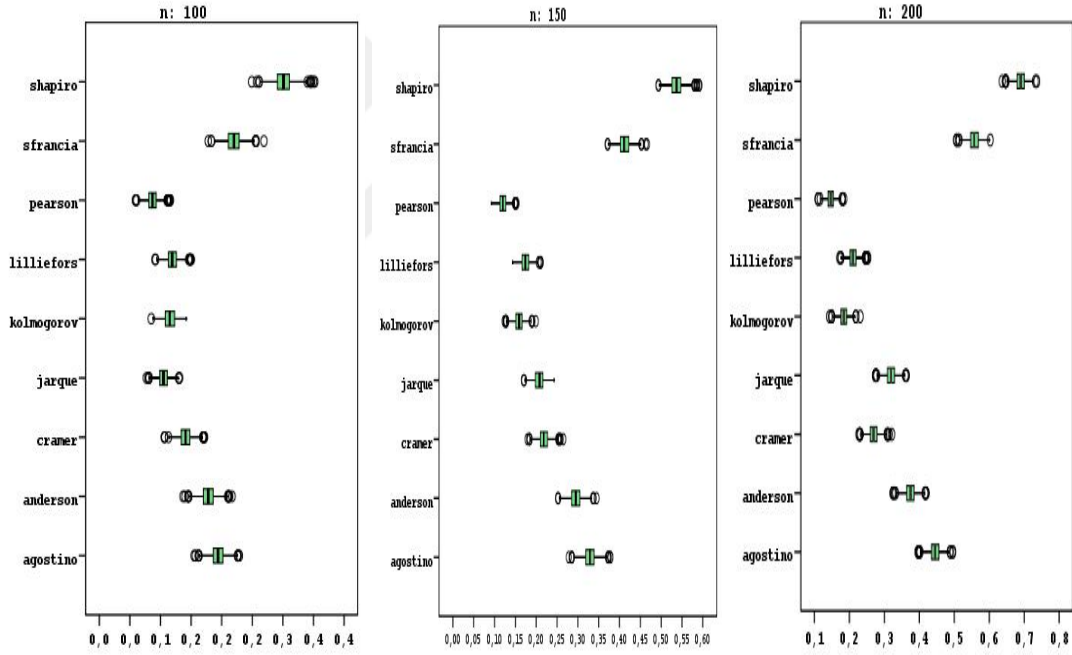
Şekil 4.2.1 . Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında elde edilen verinin histogram örnekleri

4.2.1.1. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi

Standart normal dağılımdan üretilen verinin %5 lik kısmının atılarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin grafiksel incelenmesi şekil 4.2.2a, 4.2.2b ve 4.2.2c'de verilmektedir.

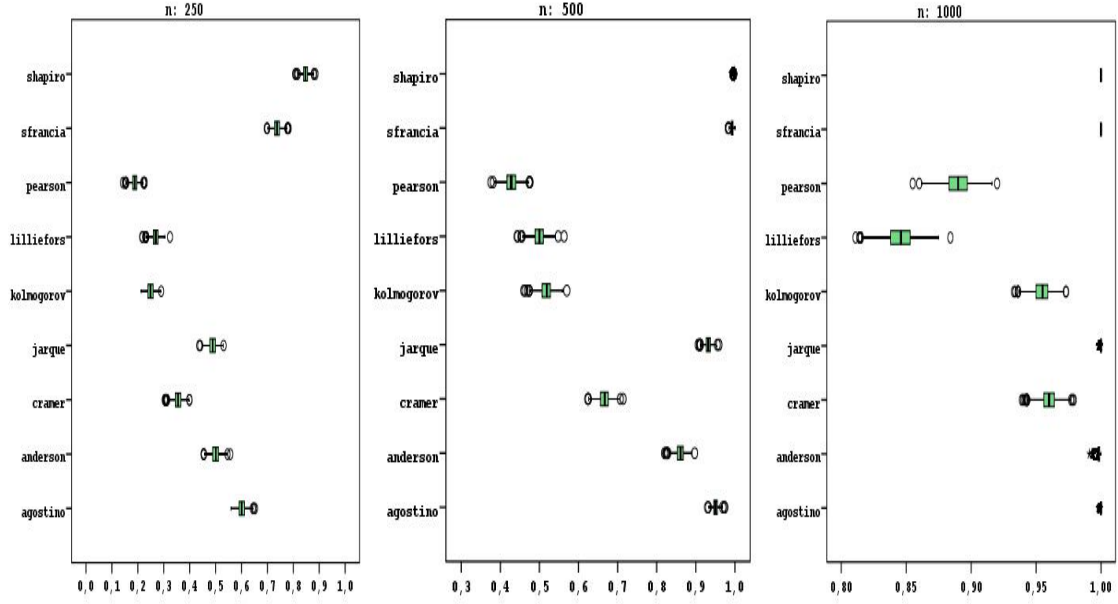


Şekil 4.2.2a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.2.2b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Örnek büyüklüklerine göre çalışılan normallik testleri incelendiğinde, %5 lik veri atılımı sonrası n:200 örnek büyüklüğünde Shapiro-Wilk testinin gücünün %70 iken, Pearson Ki-Kare testinin gücünün % 10 düzeyinde olduğu görülmektedir. Testler bu örnek büyüklüklerinde %5 veri atılımını tespit edememişlerdir.



Şekil 4.2.2c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklere %5 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

n:500 örnek büyüklüğünde Pearson Ki-Kare, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov testlerinin gücü %40-50 düzeyinde iken, Cramer Von-Mises testinin %60-70 güce sahip olduğu, n:1000 örnek büyüklüğünde tüm testlerin %5 lik atılımı tespit edebildikleri gözlenmiştir.

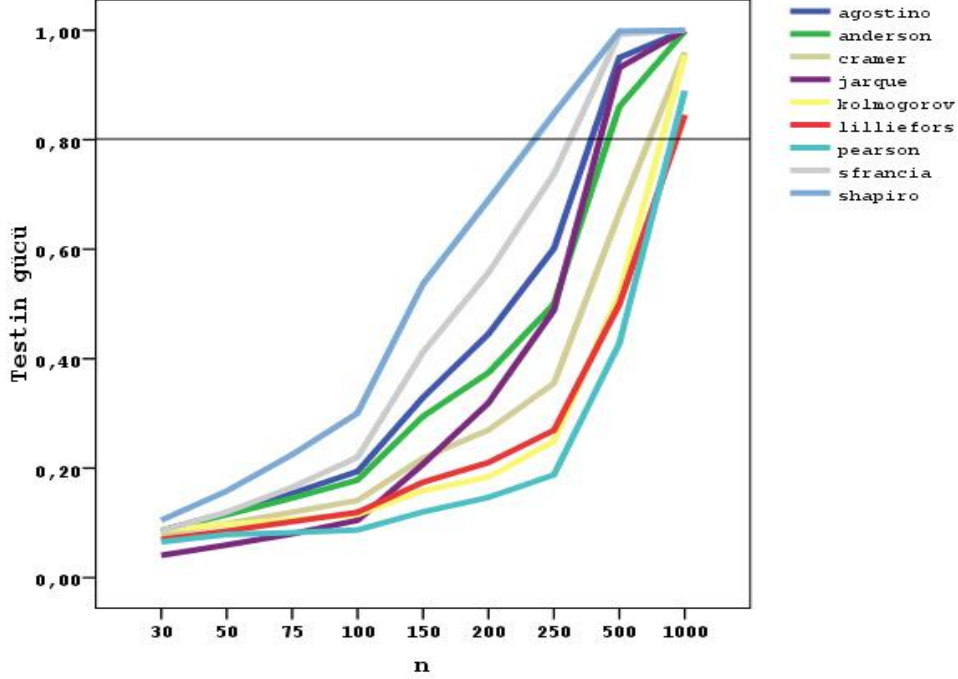
Standart normal dağılımdan üretilip soldan %5'lik kısmının budaması sonrasında elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.2.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.2.1. Standart normal dağılımdan üretilen verinin %5'lik kısmı budanarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,086±0,009 0,086 (0,062-0,117)	0,086±0,008 0,086 (0,052-0,119)	0,079±0,008 0,079 (0,052-0,104)	0,040±0,006 0,041 (0,020-0,066)	0,087±0,008 0,087 (0,057-0,119)	0,069±0,008 0,070 (0,045-0,095)	0,065±0,008 0,065 (0,041-0,093)	0,085±0,009 0,085 (0,057-0,113)	0,104±0,009 0,105 (0,071-0,139)
50	0,118±0,010 0,118 (0,083-0,158)	0,114±0,010 0,115 (0,082-0,145)	0,098±0,009 0,099 (0,071-0,131)	0,059±0,007 0,060 (0,040-0,081)	0,097±0,009 0,098 (0,069-0,130)	0,085±0,008 0,085 (0,057-0,111)	0,078±0,008 0,079 (0,052-0,106)	0,119±0,010 0,119 (0,080-0,152)	0,158± 0,011 0,158 (0,123-0,198)
75	0,153±0,011 0,154 (0,119-0,193)	0,145±0,011 0,145 (0,111-0,185)	0,119±0,010 0,119 (0,086-0,159)	0,079±0,008 0,080 (0,053-0,103)	0,105±0,010 0,106 (0,077-0,142)	0,102±0,009 0,102 (0,071-0,137)	0,082±0,008 0,082 (0,059-0,110)	0,165±0,011 0,165 (0,127-0,207)	0,224±0,013 0,224 (0,187-0,267)
100	0,194±0,012 0,194 (0,155-0,229)	0,178±0,012 0,178 (0,137-0,217)	0,141±0,010 0,141 (0,106-0,172)	0,104±0,009 0,105 (0,077-0,131)	0,115±0,010 0,115 (0,085-0,142)	0,119±0,010 0,119 (0,091-0,150)	0,087±0,009 0,087 (0,059-0,116)	0,219±0,012 0,220 (0,178-0,269)	0,300±0,014 0,301 (0,249-0,352)
150	0,329±0,014 0,329 (0,278-0,378)	0,294±0,014 0,295 (0,252-0,345)	0,218±0,013 0,218 (0,179-0,265)	0,207±0,012 0,208 (0,170-0,243)	0,158±0,011 0,159 (0,124-0,199)	0,174±0,011 0,174 (0,143-0,211)	0,120±0,010 0,120 (0,092-0,153)	0,412±0,015 0,411 (0,371-0,466)	0,536±0,015 0,537 (0,493-0,592)
200	0,445±0,015 0,445 (0,396-0,496)	0,374±0,015 0,375 (0,324-0,420)	0,269±0,014 0,269 (0,227-0,321)	0,319±0,014 0,319 (0,274-0,363)	0,183±0,012 0,184 (0,143-0,231)	0,210±0,013 0,210 (0,172-0,253)	0,146±0,011 0,147 (0,110-0,184)	0,557±0,015 0,557 (0,506-0,603)	0,690±0,015 0,690 (0,637-0,736)
250	0,601±0,015 0,601 (0,560-0,652)	0,500±0,015 0,500 (0,454-0,557)	0,355±0,015 0,355 (0,304-0,399)	0,488±0,156 0,489 (0,437-0,531)	0,249±0,013 0,249 (0,213-0,290)	0,269±0,014 0,269 (0,217-0,324)	0,187±0,012 0,188 (0,143-0,226)	0,737±0,013 0,737 (0,698-0,782)	0,847±0,011 0,847 (0,807-0,886)
500	0,950±0,006 0,950 (0,930-0,974)	0,860±0,010 0,861 (0,820-0,897)	0,665±0,014 0,667 (0,624-0,714)	0,931±0,007 0,932 (0,906-0,959)	0,517±0,015 0,519 (0,460-0,570)	0,499±0,015 0,500 (0,443-0,563)	0,427±0,015 0,428 (0,376-0,476)	0,992±0,002 0,993 (0,983-1,000)	0,998±0,001 0,998 (0,992-1,000)
1000	0,999±0,0003 1,000 (0,998-1,000)	0,998±0,001 0,998 (0,991-1,000)	0,959±0,006 0,960 (0,939-0,979)	0,999±0,003 1,000 (0,998-1,000)	0,954±0,006 0,955 (0,933-0,973)	0,845±0,011 0,846 (0,811-0,884)	0,889±0,009 0,890 (0,855-0,920)	1,000	1,000

4.2.1.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %5'lik kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki gücü Şekil 4.2.3'te özetlenmiştir.



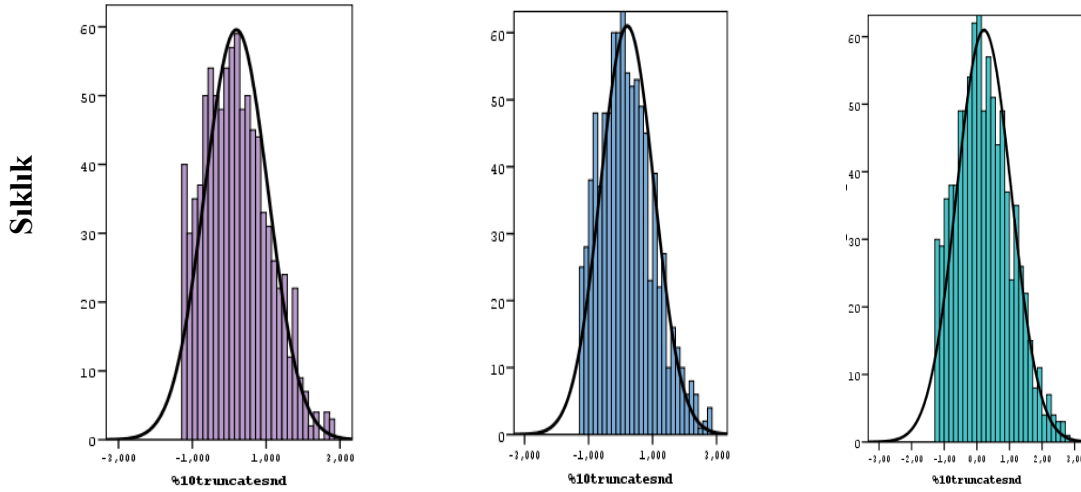
Şekil 4.2.3. Standart normal dağılımla üretilip %5'lik kısmı budanarak elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin güç değerlerinin grafiği

Testlerin güçleri incelendiğinde D'Agostino K-Kare, Shapiro-Francia ve Shapiro-Wilk testlerinin güçleri diğerlerine göre daha yüksek çıkmıştır. Shapiro-Francia ve Shapiro-Wilk testleri n=500 den sonra %100 güce ulaşmıştır. En düşük güç değerler Lilliefors ve Pearson Ki-Kare testlerine aittir. Shapiro-Wilk testi diğerlerine göre yüksek güçlere daha erken ulaşmaktadır.

4.2.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testleri

Standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %10 luk kısmı atılarak normallik testleri veriye uygulanmış ve testlerin güçleri gözlenmiştir.

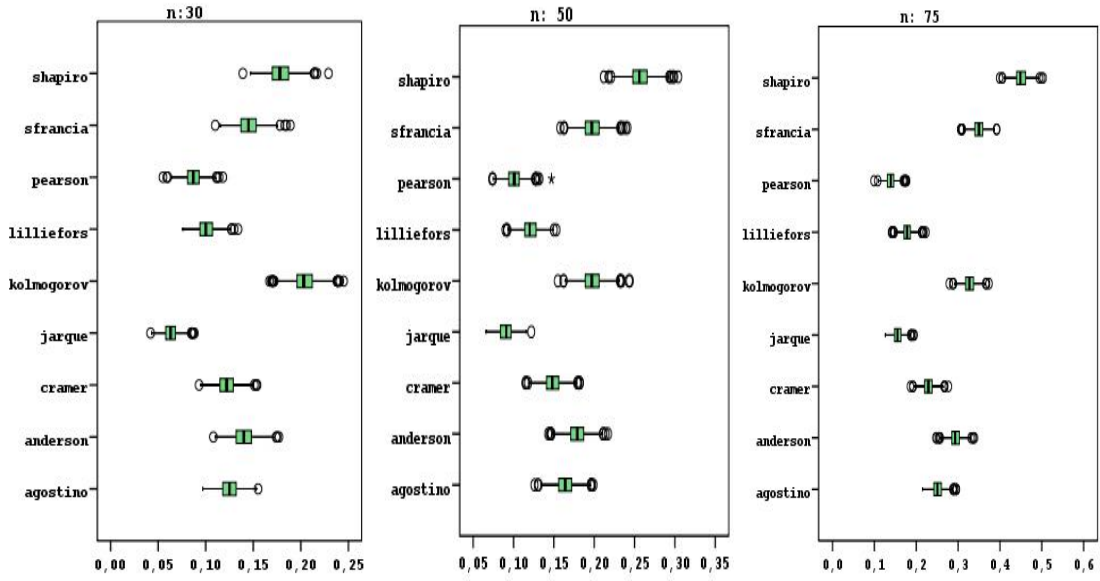
Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.2.4 de verilmektedir.



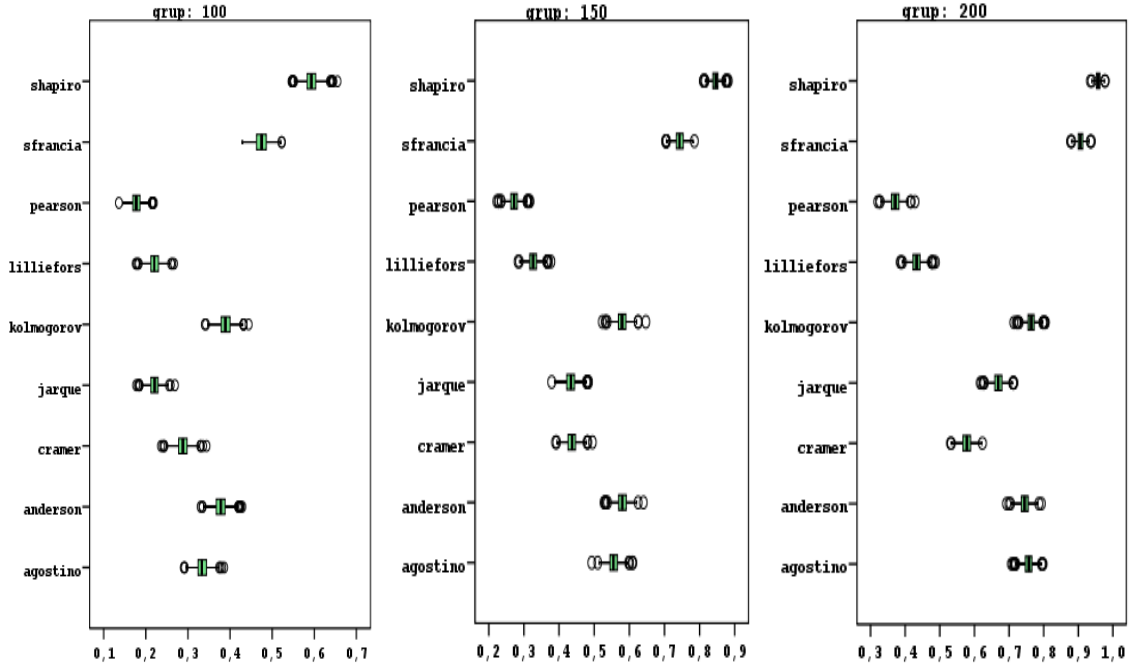
Şekil 4.2.4 Standart normal dağılımdan üretilen örneklerde %10'luk budama sonrasında elde edilen verinin histogram örnekleri

4.2.2.1 Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi

Standart normal dağılımdan üretilen verinin %10 luk kısmının atılarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin grafiksel incelenmesi şekil 4.2.5a, 4.2.5 b ve 4.2.5c de verilmektedir.

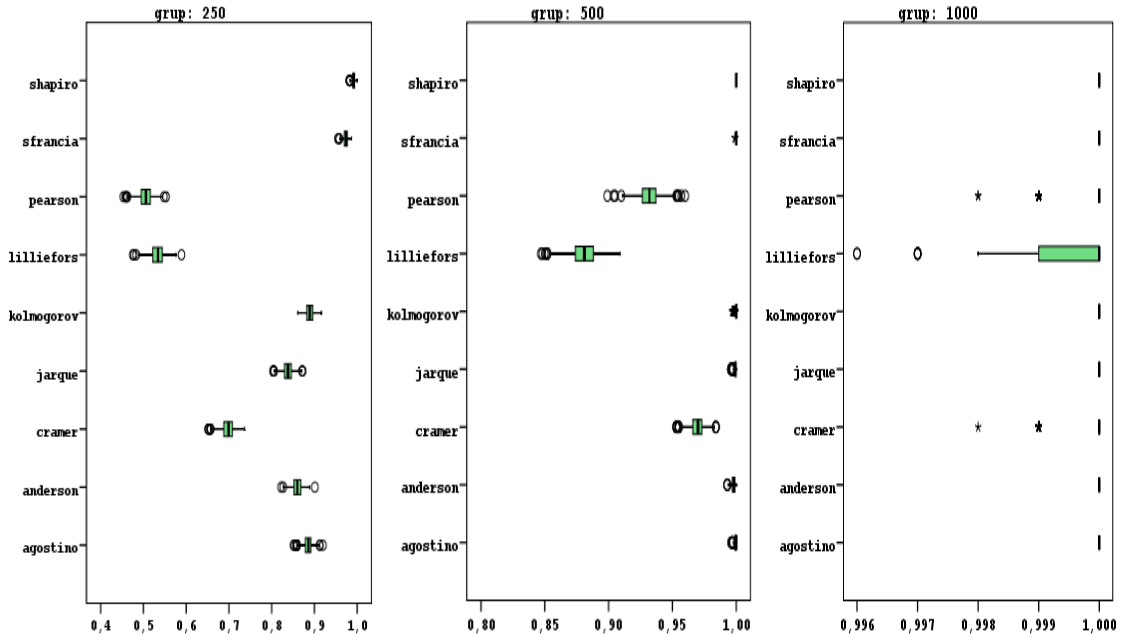


Şekil 4.2.5a. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.2.5b. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Çalışılan verinin soldan %10 luk kısmının atılması sonrası uygulanan normallik testlerinden Pearson Ki-Kare ve Lilliefors testlerinin güçlerinin n:200 örnek büyüklüğünde %30-40 düzeyinde olduğu görülmüş olup; Shapiro-Francia ve Shapiro-Wilk dışındakilerin bu durumu tespit edemedikleri anlaşılmaktadır.



Şekil 4.2.5c. Standart normal dağılımdan üretilen örneklemelere %10 veri budaması sonrasında uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

Çalışılan normallik testlerinden Cramer Von-Mises, Pearson Kİ-Kare ve Lilliefors testleri dışındakilerin n:250 örnek büyüklüğünde verinin soldan %10 luk kısmının atılması durumunu tespit eder duruma geldikleri görülmüştür. n:500 örnek büyüklüğünde tüm testler bu durumda güçlü sonuçlar vermiştir.

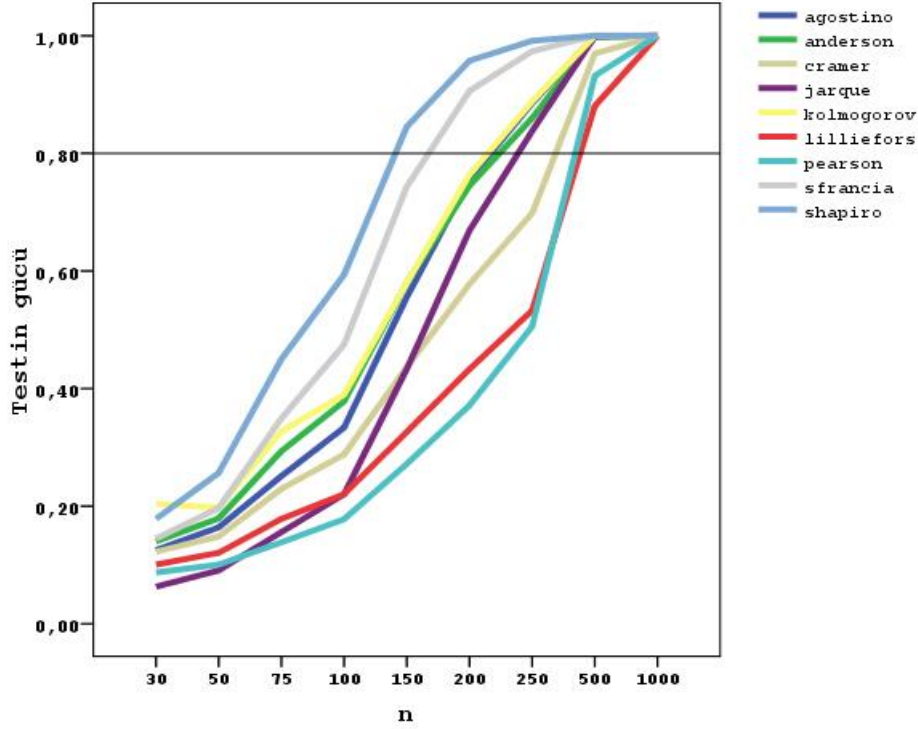
Standart normal dağılımdan üretilen verinin %10'luk kısmı budanarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.2.2'de verilmiştir.

Çizelge 4.2.2. Standart normal dağılımdan üretilen verinin %10'luk kısmı budanarak verilere uygulanan normallik testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,125±0,010 0,125 (0,097-0,155)	0,140±0,010 0,140 (0,108-0,177)	0,122±0,010 0,122 (0,093-0,154)	0,063±0,007 0,063 (0,042-0,088)	0,203±0,012 0,203 (0,167-0,245)	0,100±0,009 0,100 (0,076-0,134)	0,087±0,008 0,087 (0,055-0,118)	0,144±0,011 0,145 (0,110-0,189)	0,178±0,012 0,178 (0,139-0,229)
50	0,163±0,011 0,164 (0,126-0,199)	0,179±0,011 0,179 (0,143-0,217)	0,148±0,011 0,148 (0,115-0,182)	0,090±0,008 0,091 (0,066-0,122)	0,197±0,012 0,197 (0,155-0,244)	0,120±0,010 0,120 (0,090-0,153)	0,100±0,009 0,101 (0,074-0,147)	0,196±0,012 0,197 (0,158-0,241)	0,256±0,013 0,256 (0,212-0,304)
75	0,251±0,013 0,250 (0,215-0,296)	0,293±0,014 0,293 (0,247-0,339)	0,229±0,013 0,229 (0,186-0,277)	0,155±0,011 0,155 (0,126-0,195)	0,327±0,014 0,327 (0,279-0,374)	0,178±0,012 0,178 (0,141-0,223)	0,138±0,010 0,139 (0,099-0,177)	0,349±0,014 0,350 (0,306-0,392)	0,449±0,015 0,449 (0,399-0,503)
100	0,333±0,015 0,333 (0,290-0,386)	0,378±0,016 0,378 (0,330-0,429)	0,287±0,014 0,288 (0,236-0,344)	0,220±0,012 0,221 (0,177-0,269)	0,389±0,015 0,389 (0,340-0,444)	0,220±0,013 0,220 (0,176-0,267)	0,177±0,011 0,177 (0,136-0,219)	0,474±0,016 0,475 (0,429-0,523)	0,593±0,015 0,593 (0,546-0,655)
150	0,555±0,015 0,555 (0,493-0,610)	0,579±0,015 0,580 (0,528-0,640)	0,436±0,015 0,437 (0,390-0,495)	0,433±0,015 0,431 (0,379-0,484)	0,579±0,015 0,579 (0,523-0,647)	0,326±0,014 0,326 (0,283-0,377)	0,271±0,014 0,272 (0,223-0,317)	0,743±0,013 0,743 (0,703-0,785)	0,845±0,010 0,846 (0,811-0,882)
200	0,756±0,013 0,757 (0,707-0,798)	0,745±0,014 0,745 (0,693-0,793)	0,577±0,016 0,578 (0,531-0,623)	0,668±0,015 0,669 (0,617-0,713)	0,763±0,013 0,763 (0,714-0,804)	0,432±0,015 0,433 (0,386-0,487)	0,371±0,015 0,371 (0,321-0,428)	0,906±0,009 0,906 (0,878-0,937)	0,957±0,006 0,958 (0,935-0,977)
250	0,885±0,010 0,886 (0,851-0,920)	0,859±0,011 0,860 (0,822-0,901)	0,698±0,014 0,699 (0,651-0,736)	0,837±0,011 0,838 (0,803-0,872)	0,888±0,010 0,889 (0,861-0,916)	0,532±0,015 0,534 (0,475-0,589)	0,505±0,015 0,506 (0,453-0,553)	0,973±0,005 0,974 (0,955-0,987)	0,991±0,002 0,992 (0,982-1,000)
500	0,999±0,000 1,000 (0,996-1,000)	0,997±0,001 0,998 (0,993-1,000)	0,969±0,005 0,970 (0,953-0,984)	0,999±0,000 0,999 (0,996-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,880±0,010 0,881 (0,847-0,909)	0,931±0,008 0,932 (0,899-0,960)	1,000±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000
1000	1,000	1,000	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	1,000	1,000	0,999±0,000 1,000 (0,996-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	1,000	1,000

4.2.2.2. Standart normal dağılımla üretilip soldan %10'luk kısmına budama yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki gücü Şekil 4.2.6 da özetlenmiştir



Şekil 4.2.6. Standart normal dağılımla üretilip %10'luk kısmı budanarak elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin güç değerlerinin grafiği

Testlerin güçleri %5 veri budamasına kıyasla daha yüksek çıkmıştır. Karşılaştırılmalı performansları %5 ile benzer şekildedir. Diğer testlerin güçleri n=1000' de %100'e ulaşırken, Shapiro-Wilk ve Shapiro-Francia test güçleri n=200' de %90' a çıkmış, n=250'den sonra %100' e ulaşmıştır.

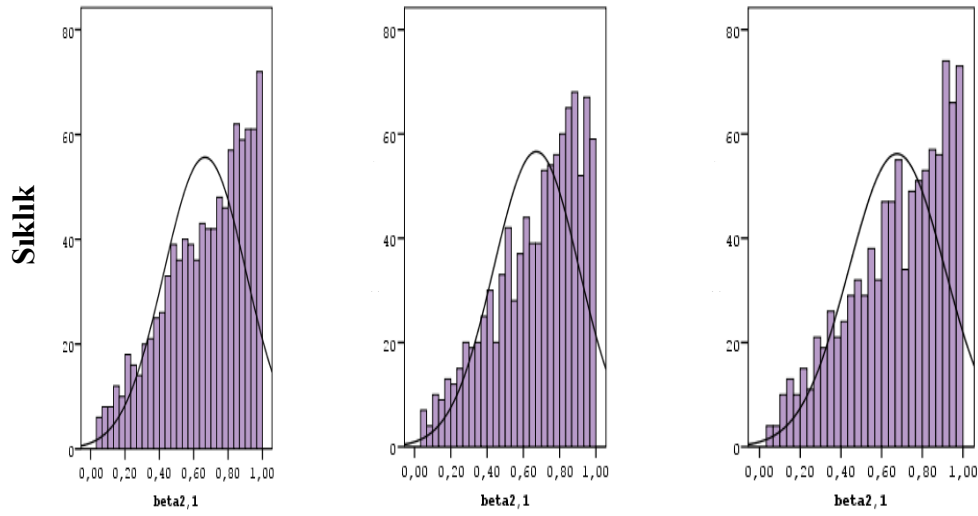
Genel olarak bakıldığında, %5 veri budamasına benzer olarak bu durumda da Shapiro-Wilk testi diğerlerine göre daha erken yüksek güçlere ulaşmaktadır.

4.3. Farklı dağılımlardan elde edilen verilere normallik testlerinin uygulanması

4.3.1. Beta dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

4.3.1.1. Beta(2,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

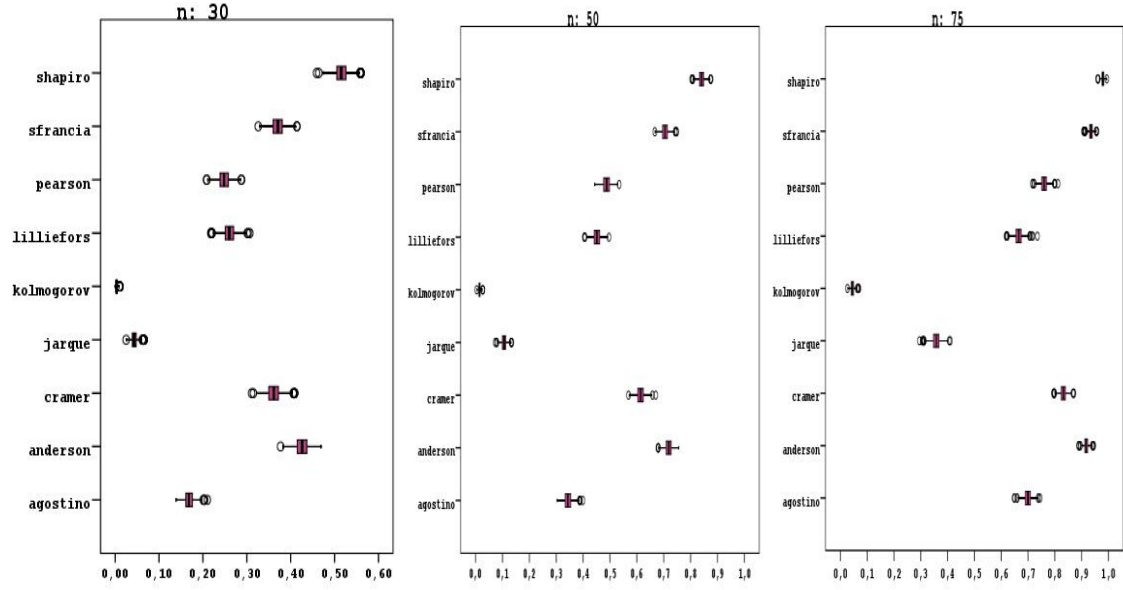
Bu aşamada beta(2,1) dağılımından veriler üretilmiş ve testler yapılmıştır. Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.3.1 de verilmektedir.



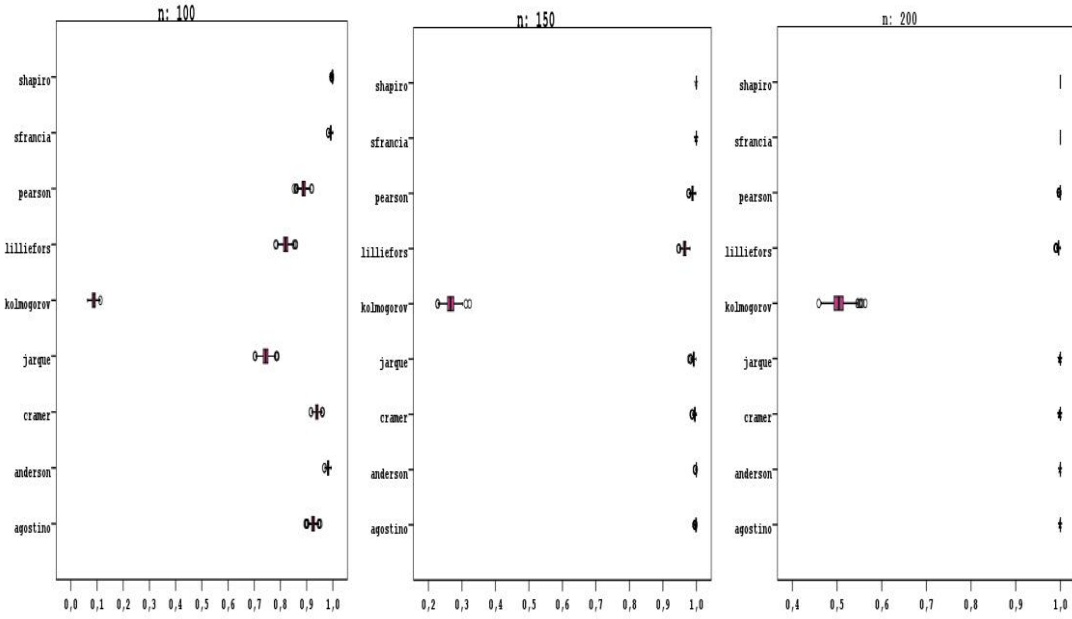
Şekil 4.3.1. Beta(2,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri

4.3.1.1.1. Beta(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi

Beta(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi şekil 4.3.2a, 4.3.2b ve 4.3.2c de verilmektedir.

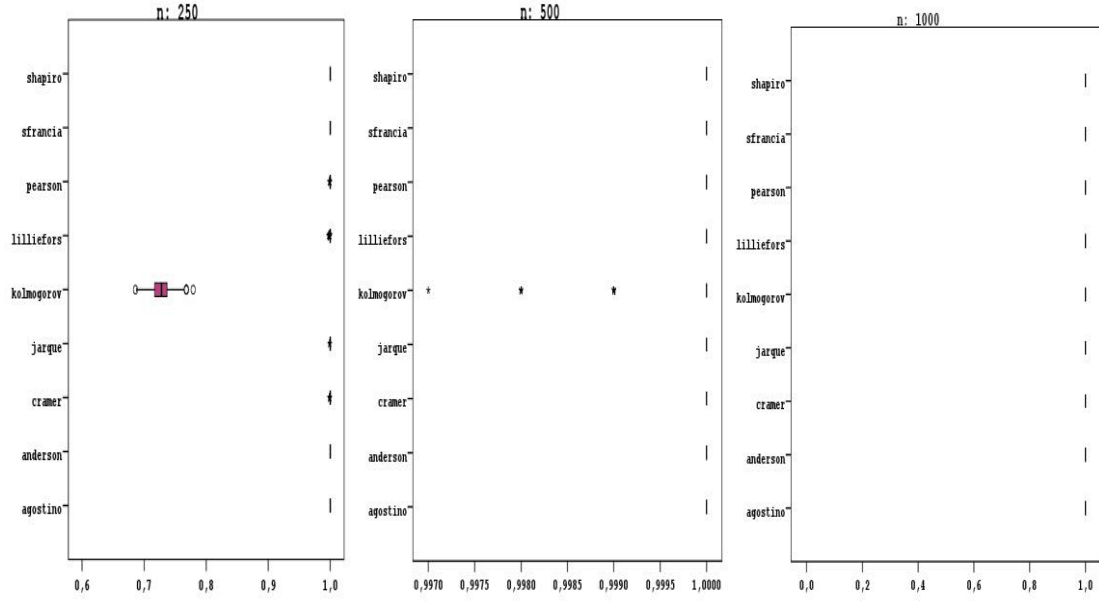


Şekil 4.3.2a. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.3.2b. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Örnek büyüklüklerine göre testlerin performansları incelendiğinde, Shapiro-Wilk testinin n:50 örnek büyüklüğünden itibaren % 85 lere güce sahip olduğu, Kolmogorov-Smirnov ve Jarque-Bera testi dışındakilerin n:100 örnek büyüklüğünden itibaren güçlü oldukları, Jarque-Bera testinin n:150 de gücünün %90 lara ulaştığı görülmüştür. Kolmogorov-Smirnov testi ise n:200 örnek büyüklüğünde gücünün % 50 düzeyinde kalmıştır.



Şekil 4.3.2c. Beta(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

Kolmogorov-Smirnov testinin gücünün, n:250 örnek büyüklüğünde %70 lerede olduğu n:500 den itibaren yeterli tespit yapabildiği anlaşılmaktadır. Diğer testler bu örnek büyüklüklerinde güçlü performanslara sahiptir.

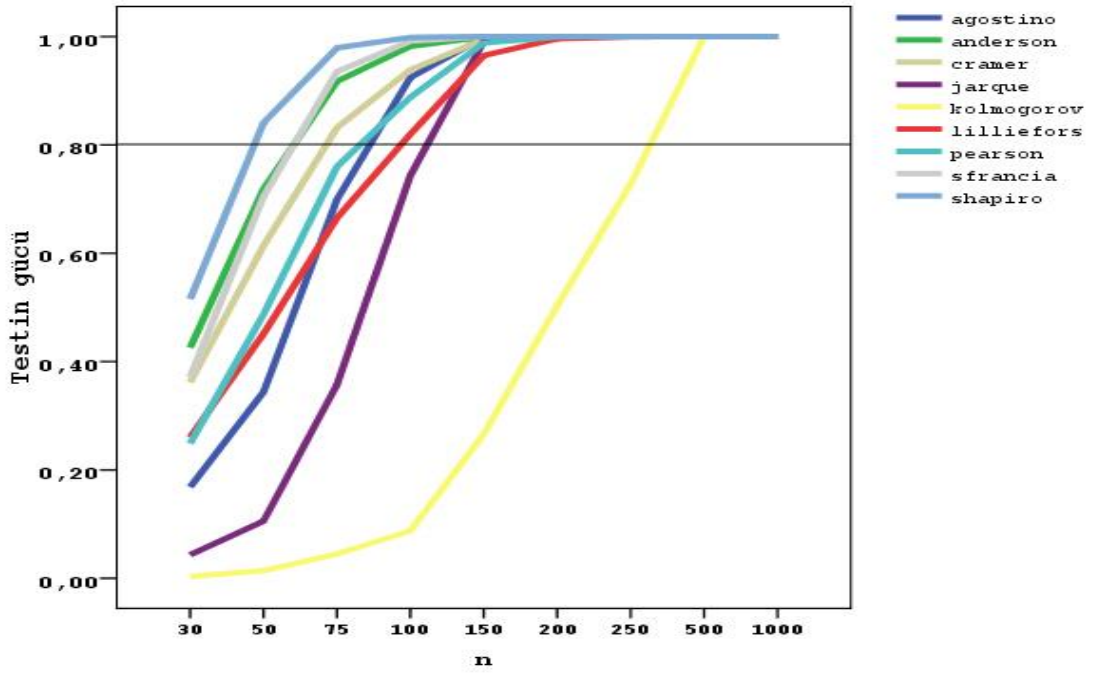
Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere yapılan testlerin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.3.1’de verilmektedir.

Çizelge 4.3.1. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,168±0,011 0,168 (0,139-0,210)	0,429±015 0,430 (0,375-0,470)	0,364±0,014 0,365 (0,315-0,412)	0,044±0,006 0,044 (0,027-0,064)	0,003±0,001 0,003 (0,000-0,011)	0,263±0,014 0,263 (0,217-0,307)	0,269±0,014 0,269 (0,219-0,313)	0,375±0,014 0,375 (0,328-0,423)	0,519±0,015 0,519 (0,473-0,573)
50	0,344±0,015 0,343 (0,303-0,399)	0,723±0,014 0,724 (0,681-0,774)	0,618±0,015 0,619 (0,574-0,676)	0,107±0,009 0,108 (0,077-0,135)	0,014±0,003 0,014 (0,004-0,011)	0,456±0,016 0,456 (0,396-0,513)	0,487±0,016 0,488 (0,442-0,545)	0,709±0,014 0,710 (0,662-0,762)	0,844±0,011 0,844 (0,812-0,885)
75	0,699±0,014 0,700 (0,648-0,745)	0,919±0,008 0,920 (0,883-0,947)	0,834±0,012 0,834 (0,796-0,867)	0,363±0,014 0,366 (0,320-0,413)	0,044±0,006 0,044 (0,026-0,069)	0,669±0,015 0,669 (0,619-0,732)	0,760±0,013 0,760 (0,722-0,798)	0,937±0,007 0,937 (0,913-0,960)	0,979±0,004 0,980 (0,963-0,991)
100	0,924±0,008 0,925 (0,896-0,952)	0,982±0,004 0,983 (0,963-0,995)	0,940±0,007 0,940 (0,916-0,962)	0,751±0,013 0,752 (0,708-0,709)	0,087±0,008 0,088 (0,064-0,113)	0,823±0,011 0,823 (0,787-0,863)	0,892±0,009 0,892 (0,866-0,925)	0,992±0,002 0,992 (0,983-1,000)	0,998±0,001 0,999 (0,991-1,000)
150	0,998±0,001 0,999 (0,994-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,995±0,002 0,995 (0,987-1,000)	0,991±0,002 0,992 (0,980-0,999)	0,266±0,014 0,266 (0,227-0,323)	0,965±0,005 0,966 (0,946-0,982)	0,988±0,003 0,989 (0,976-0,997)	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)
200	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	0,503±0,153 0,504 (0,459-0,563)	0,996±0,001 0,996 (0,990-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,995-1,000)	1,000	1,000
250	1,000	1,000	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,727±0,145 0,728 (0,686-0,779)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000	1,000
500	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999±0,004 1,000 (0,997-1,000)	1,000	1,000	1,000	1,000
1000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

4.3.1.1.2. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki güç değişimi Şekil 4.3.3 te özetlenmiştir.

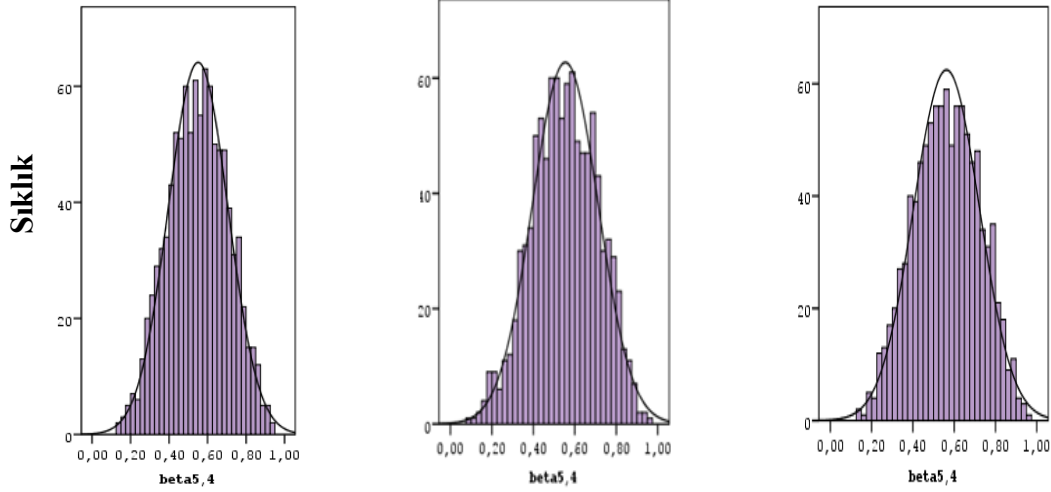


Şekil 4.3.3. Beta(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği

Testler incelendiğinde n=100' de Jarque-Bera testi dışındaki testlerin güçlerinin %90'a ulaştığı, Jarque-Bera testinin gücünün %75' te kaldığı görülmüştür. Genel olarak Kolmogorov-Smirnov testi daha düşük güçtedir.

4.3.1.2. Beta(5,4) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

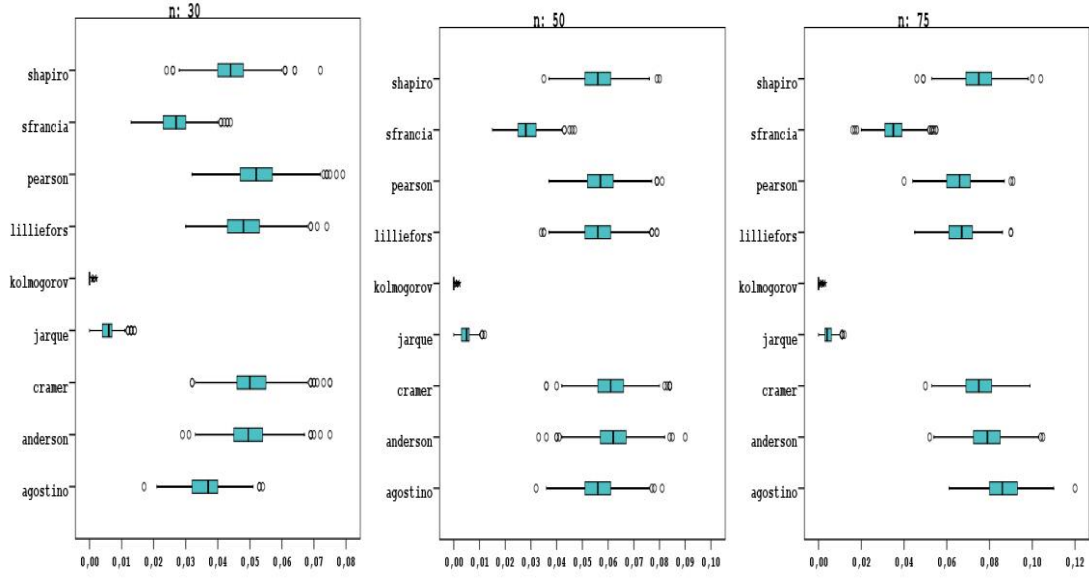
Bu aşamada beta(5,4) dağılımından veriler üretilmiş ve testler yapılmıştır. Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.3.4 te verilmektedir.



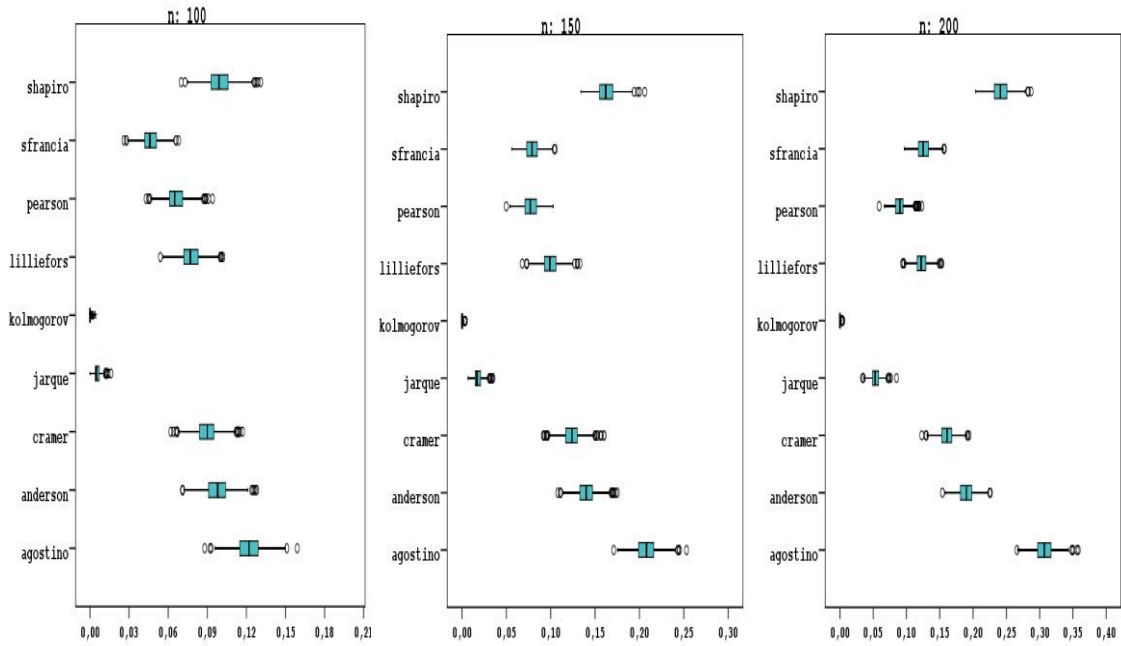
Şekil 4.3.4. Beta(5,4) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri

4.3.1.2.1. Beta(5,4) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi

Beta(5,4) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerine ait güç değerleri grafik incelemesi Şekil 4.3.5a, 4.3.5b ve 4.3.5c de verilmektedir.

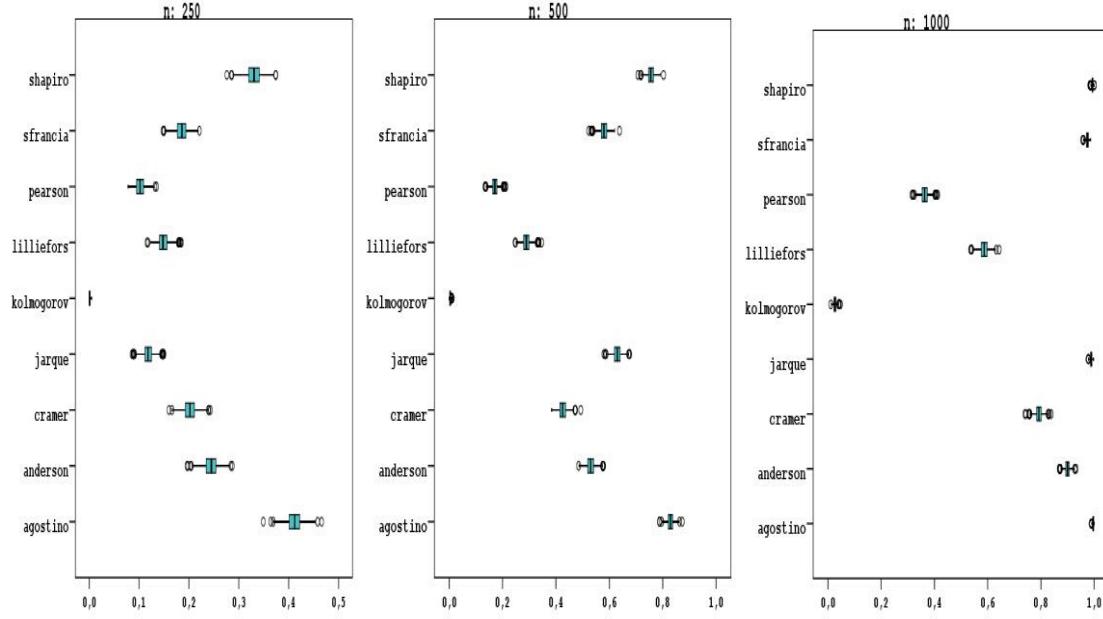


Şekil 4.3.5a. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.3.5b. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Çalışılan normallik testlerinin beta(5,4) dağılımı üzerindeki durumları incelendiğinde, n:200 örnek büyüklüğü de dahil olmak üzere güçlerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir.



Şekil 4.3.5c. Beta(5,4) dağılımdan üretilen örneklemelere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

D'Agostino testinin n:500 örnek büyüklüğünde gücünün % 80 düzeyine geldiği görülürken, n:1000 örnek büyüklüğünde Cramer Von-Mises testinin gücünün %80 düzeyine ulaştığı, Pearson Ki-Kare ve Lilliefors testlerinin güçlerinin %40-60 düzeyinde olduğu, Kolmogorov-Smirnov testinin ise hiçbir örnek büyüklüğünde tespit yapamadığı görülmüştür.

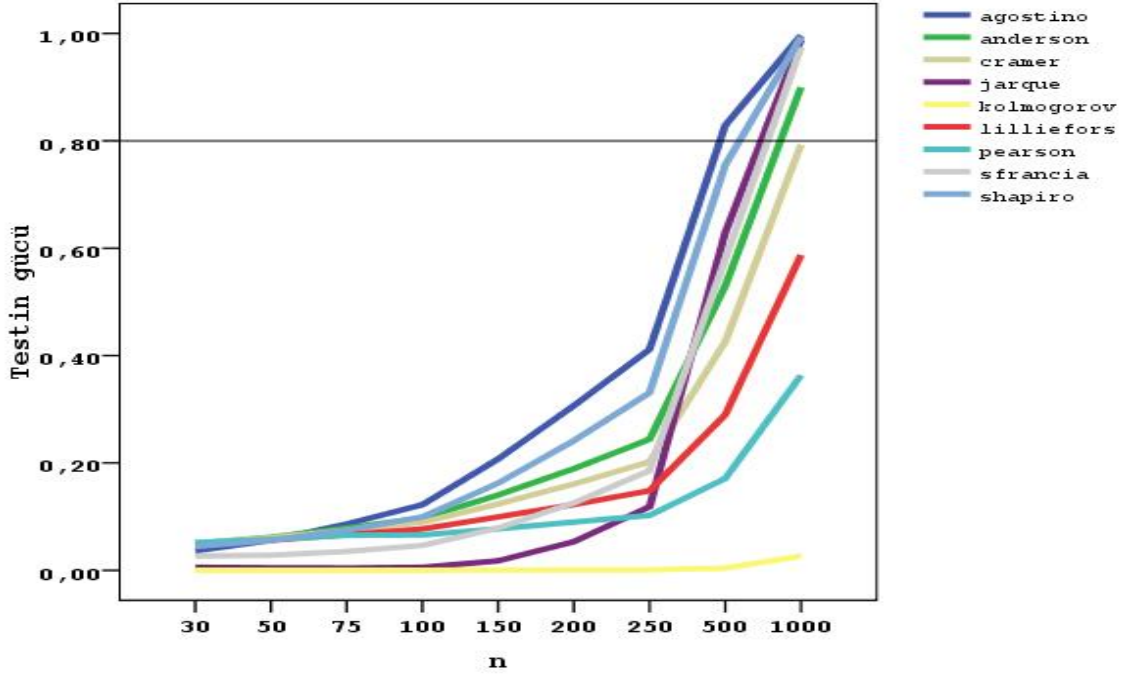
Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere yapılan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.3.2'de verilmektedir.

Çizelge 4.3.2. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,036±0,005 0,037 (0,017-0,054)	0,050±0,006 0,051 (0,034-0,074)	0,051±0,006 0,051 (0,032-0,043)	0,005±0,002 0,006 (0,00-0,014)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,002)	0,049±0,006 0,049 (0,031-0,071)	0,063±0,007 0,063 (0,040-0,088)	0,027±0,005 0,027 (0,012-0,044)	0,045±0,006 0,045 (0,026-0,068)
50	0,055±0,007 0,056 (0,032-0,081)	0,062±0,007 0,062 (0,039-0,088)	0,061±0,007 0,061 (0,035-0,084)	0,004±0,002 0,005 (0,000-0,013)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,002)	0,057±0,007 0,057 (0,037-0,080)	0,056±0,007 0,056 (0,037-0,082)	0,028±0,005 0,029 (0,012-0,047)	0,056±0,007 0,056 (0,037-0,084)
75	0,086±0,008 0,086 (0,061-0,120)	0,080±0,008 0,080 (0,055-0,110)	0,075±0,008 0,076 (0,054-0,107)	0,004±0,002 0,004 (0,000-0,014)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,003)	0,067±0,07 0,067 (0,042-0,093)	0,065±0,007 0,065 (0,043-0,089)	0,036±0,006 0,036 (0,018-0,057)	0,076±0,008 0,077 (0,049-0,107)
100	0,122±0,010 0,122 (0,088-0,159)	0,099±0,009 0,099 (0,072-0,131)	0,091±0,009 0,091 (0,063-0,125)	0,006±0,002 0,006 (0,000-0,018)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,004)	0,079±0,008 0,079 (0,055-0,107)	0,071±0,008 0,072 (0,043-0,099)	0,047±0,007 0,047 (0,025-0,075)	0,101±0,009 0,101 (0,066-0,136)
150	0,207±0,129 0,208 (0,171-0,253)	0,142±0,010 0,143 (0,109-0,181)	0,0125±0,010 0,126 (0,093-0,161)	0,018±0,004 0,018 (0,006-0,034)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,004)	0,101±0,009 0,101 (0,079-0,135)	0,081±0,008 0,081 (0,056-0,109)	0,080±0,008 0,081 (0,055-0,114)	0,0165±0,011 0,166 (0,127-0,205)
200	0,306±0,014 0,307 (0,266-0,358)	0,192±0,012 0,193 (0,154-0,227)	0,163±0,011 0,164 (0,126-0,200)	0,055±0,007 0,056 (0,035-0,079)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,004)	0,125±0,010 0,125 (0,095-0,158)	0,090±0,009 0,091 (0,060-0,119)	0,128±0,010 0,128 (0,094-0,161)	0,245±0,013 0,245 (0,204-0,294)
250	0,411±0,015 0,412 (0,349-0,466)	0,246±0,013 0,246 (0,198-0,302)	0,204±0,012 0,204 (0,161-0,249)	0,121±0,013 0,122 (0,093-0,164)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,005)	0,150±0,011 0,150 (0,114-0,200)	0,102±0,009 0,102 (0,079-0,133)	0,188±0,012 0,188 (0,152-0,240)	0,334±0,015 0,336 (0,288-0,393)
500	0,828±0,011 0,829 (0,788-0,873)	0,534±0,015 0,534 (0,474-0,582)	0,428±0,016 0,428 (0,372-0,484)	0,636±0,014 0,637 (0,587-0,688)	0,004±0,001 0,004 (0,000-0,012)	0,294±0,014 0,294 (0,250-0,341)	0,174±0,012 0,175 (0,133-0,216)	0,584±0,014 0,584 (0,523-0,633)	0,759±0,010 0,760 (0,715-0,799)
1000	0,996±0,001 0,996 (0,989-1,000)	0,902±0,009 0,902 (0,875-0,931)	0,796±0,013 0,797 (0,757-0,835)	0,988±0,003 0,989 (0,976-0,999)	0,026±0,005 0,027 (0,011-0,047)	0,593±0,015 0,594 (0,534-0,640)	0,366±0,014 0,366 (0,322-0,414)	0,974±0,005 0,975 (0,956-0,990)	0,993±0,002 0,994 (0,984-0,999)

4.3.1.2.2. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti

Çalışılan testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki güç değerleri Şekil 4.3.6'da özetlenmiştir.



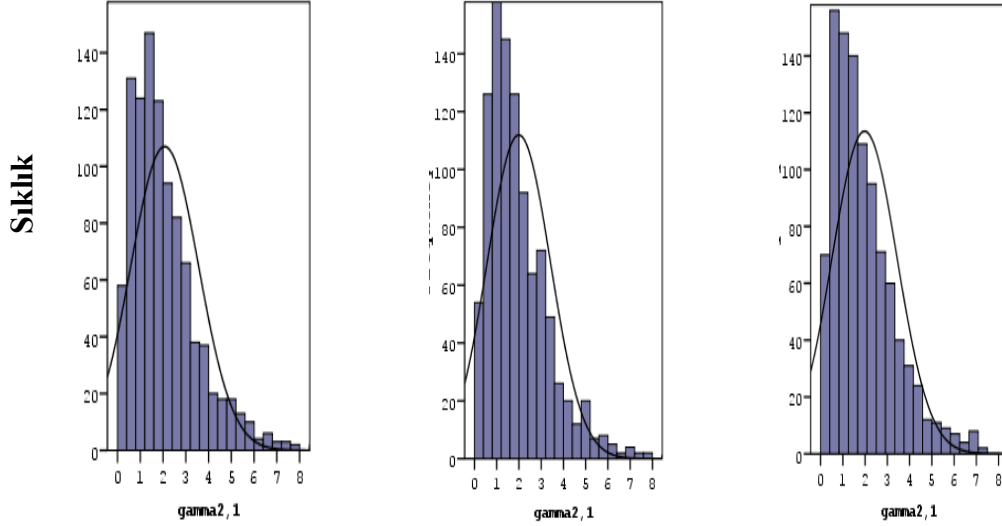
Şekil 4.3.6. Beta(5,4) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği

Beta(5,4) dağılımından veri üretilip dağılımın normal dağılıma yaklaşımının sağlanması amaçlanmıştır. Cramer-von Mises testi, %80 güce örnek büyüklüğü n:500 den sonra ulaşırken bu büyüklükte Lilliefors testi %60 güce sahipken Pearson Ki-Kare testi gücü %36 seviyesindedir. Kolmogorov-Smirnov testi gücü n: 1000 ' de %3 lerde kalmıştır.

4.3.2. Gamma dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

4.3.2.1. Gamma(2,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

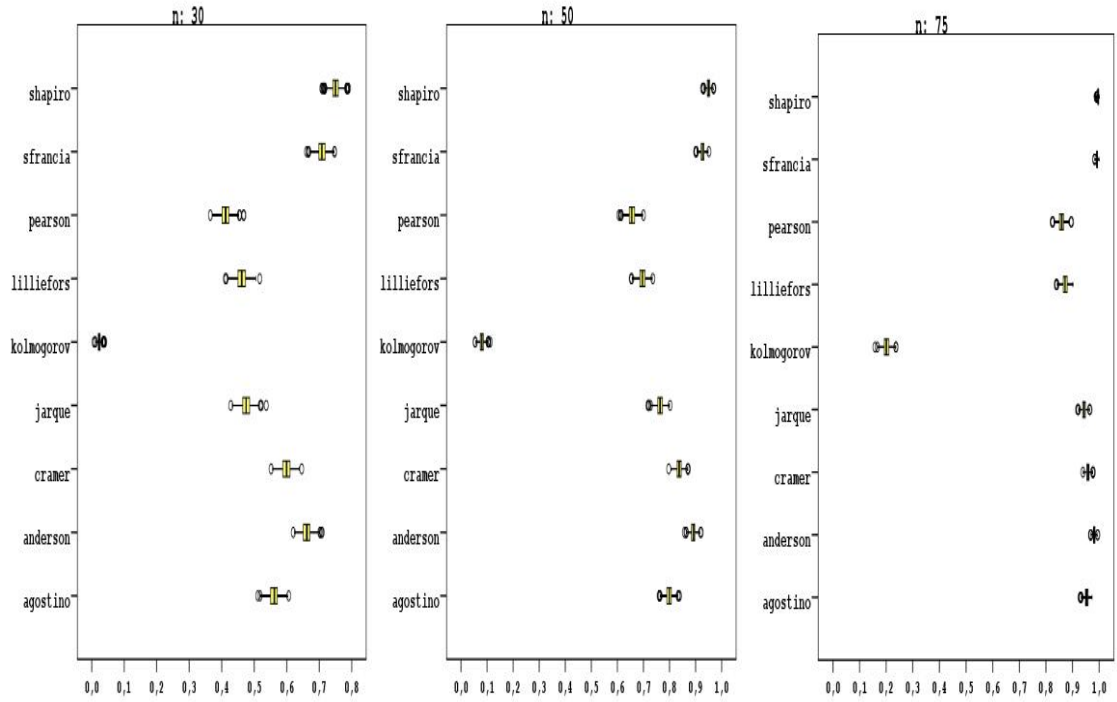
Bu aşamada gamma(2,1) dağılımından veriler üretilmiş ve testler yapılmıştır. Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.3.7’de verilmektedir.



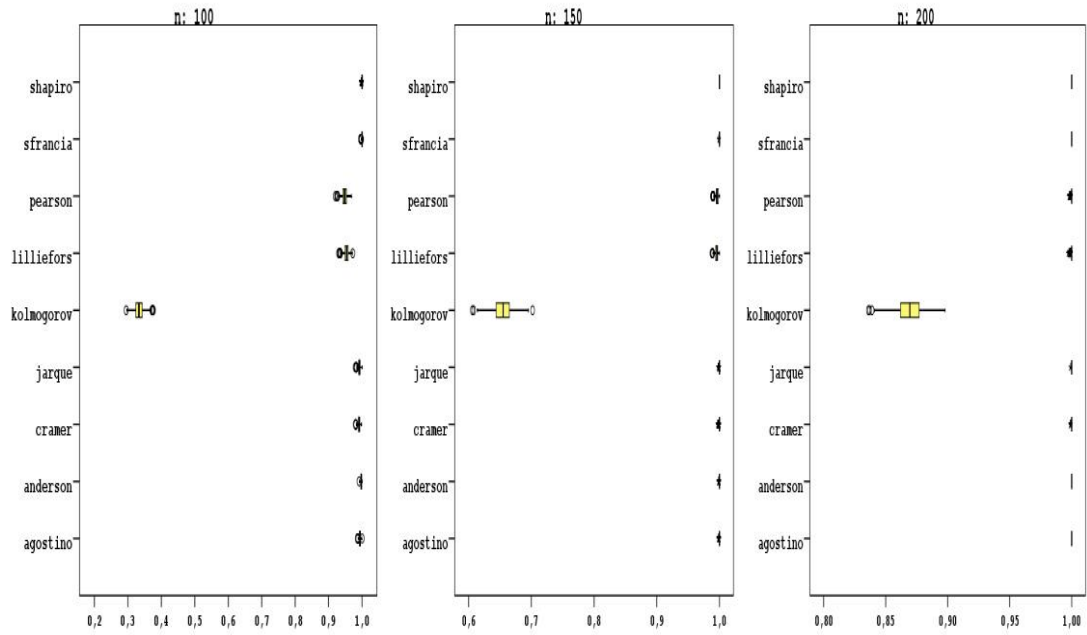
Şekil 4.3.7. Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri

4.3.2.1.1. Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi

Gamma(2,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin grafik incelemesi Şekil 4.3.8a, 4.3.8b ve 4.3.8c de verilmektedir.



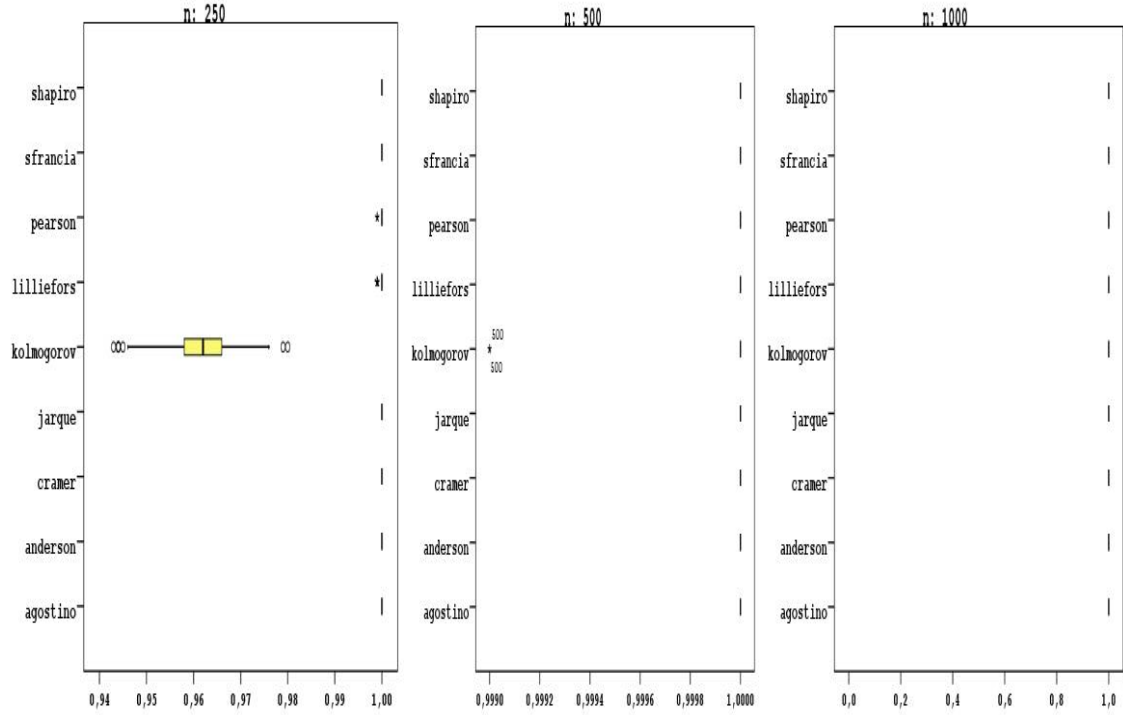
Şekil 4.3.8a. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.3.8b. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Çalışılan normallik testlerinin gamma(2,1) dağılımından üretilen veri üzerindeki performansı örnek büyüklüklerine göre incelendiğinde, Shapiro-Wilk testi n:30 örnek büyüklüğünden itibaren diğer testlere göre daha güçlüdür. n:50 örnek büyüklüğünde

Anderson-Darling ve Cramer von-Mises testlerinin gücü %80 düzeyine gelmiştir. n:75 örnek büyüklüğünde ise Kolmogorov-Smirnov testi dışındaki tüm testler güçlü performansa sahiptir.



Şekil 4.3.8c Gamma(2,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

Kolmogorov-Smirnov testi, örnek büyüklüğü arttıkça gücünü arttırmıştır. Çalışılan diğer testler n:100 örnek büyüklüğünde itibaren %95 güç düzeyindedir, Kolmogorov-Smirnov testi bu güce ancak n:250 örnek büyüklüğünde ulaşabilmiştir.

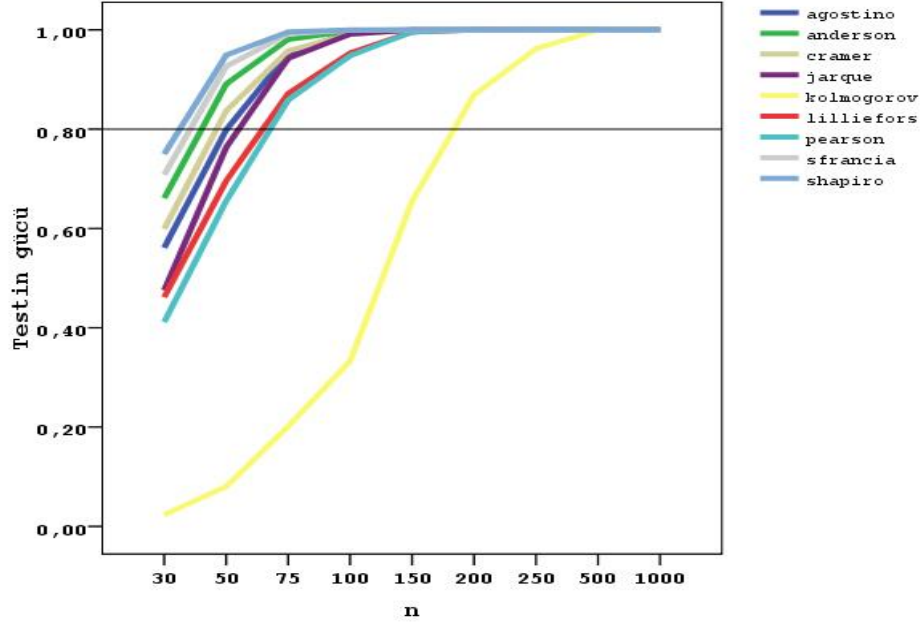
Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere yapılan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.3.3'te verilmektedir.

Çizelge 4.3.3 Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,561±0,015 0,562 (0,511-0,606)	0,663±0,014 0,664 (0,620-0,705)	0,601±0,014 0,601 (0,552-0,648)	0,476±0,015 0,477 (0,431-0,524)	0,023±0,004 0,023 (0,007-0,040)	0,464±0,015 0,464 (0,420-0,515)	0,438±0,015 0,439 (0,389-0,489)	0,710±0,014 0,711 (0,667-0,762)	0,751±0,013 0,751 (0,711-0,803)
50	0,798±0,012 0,799 (0,761-0,838)	0,892±0,009 0,892 (0,859-0,925)	0,838±0,011 0,838 (0,796-0,878)	0,765±0,013 0,765 (0,722-0,807)	0,080±0,008 0,080 (0,054-0,112)	0,697±0,014 0,698 (0,648-0,752)	0,635±0,015 0,654 (0,603-0,703)	0,927±0,008 0,928 (0,984-0,956)	0,950±0,006 0,950 (0,924-0,971)
75	0,952±0,006 0,953 (0,928-0,973)	0,980±0,004 0,981 (0,967-0,994)	0,958±0,006 0,959 (0,938-0,976)	0,944±0,007 0,944 (0,920-0,968)	0,201±0,123 0,201 (0,158-0,237)	0,873±0,010 0,874 (0,837-0,902)	0,858±0,010 0,858 (0,825-0,905)	0,992±0,002 0,992 (0,982-0,998)	0,995±0,001 0,996 (0,987-1,000)
100	0,993±0,002 0,994 (0,986-1,000)	0,997±0,001 0,998 (0,991-1,000)	0,991±0,002 0,991 (0,983-0,999)	0,991±0,002 0,992 (0,981-0,999)	0,333±0,014 0,333 (0,295-0,376)	0,954±0,006 0,955 (0,930-0,974)	0,951±0,006 0,952 (0,927-0,970)	0,999±0,000 1,000 (0,996-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)
150	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	0,654±0,015 0,654 (0,606-0,702)	0,995±0,001 0,996 (0,989-1,000)	0,996±0,001 0,997 (0,989-1,000)	1,000±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000
200	1,000	1,000	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,869±0,106 0,869 (0,836-0,898)	0,999±0,000 1,000 (0,997-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,998-1,000)	1,000	1,000
250	1,000	1,000	1,000	1,000	0,962±0,005 0,962 (0,943-0,980)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	0,999±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000	1,000
500	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000±0,000 1,000 (0,999-1,000)	1,000	1,000	1,000	1,000
1000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

4.3.2.1.2. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki güç değerleri Şekil 4.3.9'da özetlenmiştir.

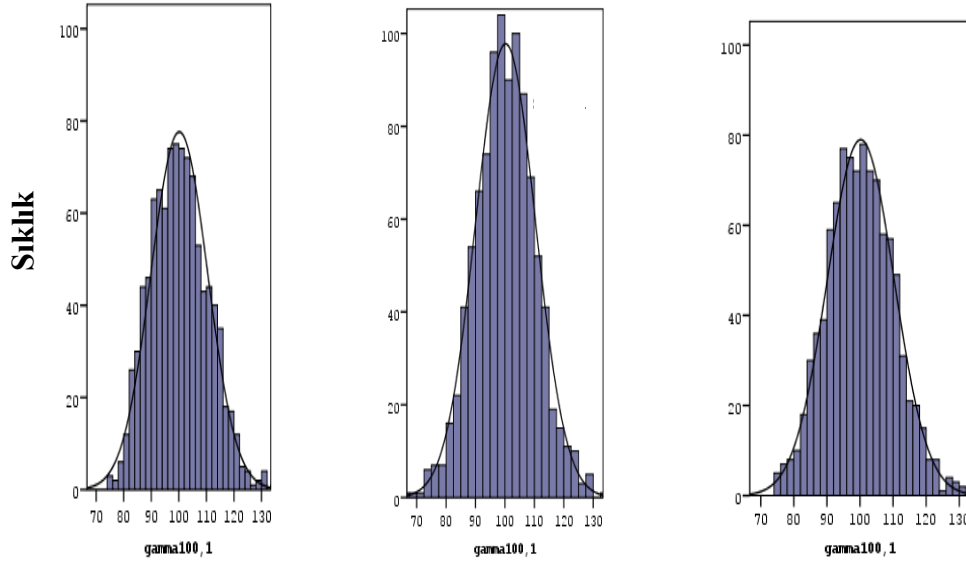


Şekil 4.3.9. Gamma(2,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği

Diğer testler n=50' den itibaren %80-90 güce ulaşırken Pearson Ki-Kare ve Lilliefors testlerinin güçleri %60-70' te kalmıştır. Testlerin güçleri n=150' den sonra %99'lara çıkmıştır. Kolmogorov-Smirnov testi n:150 örnek büyüklüğünden sonra gücünü %80 üzerine çıkarabilmiştir. Shapiro-Wilk testi genel olarak en güçlü sonuçları vermiştir.

4.3.2.2. Gamma(100,1) dağılımı ile üretilmiş verilere uygulanan normallik testleri

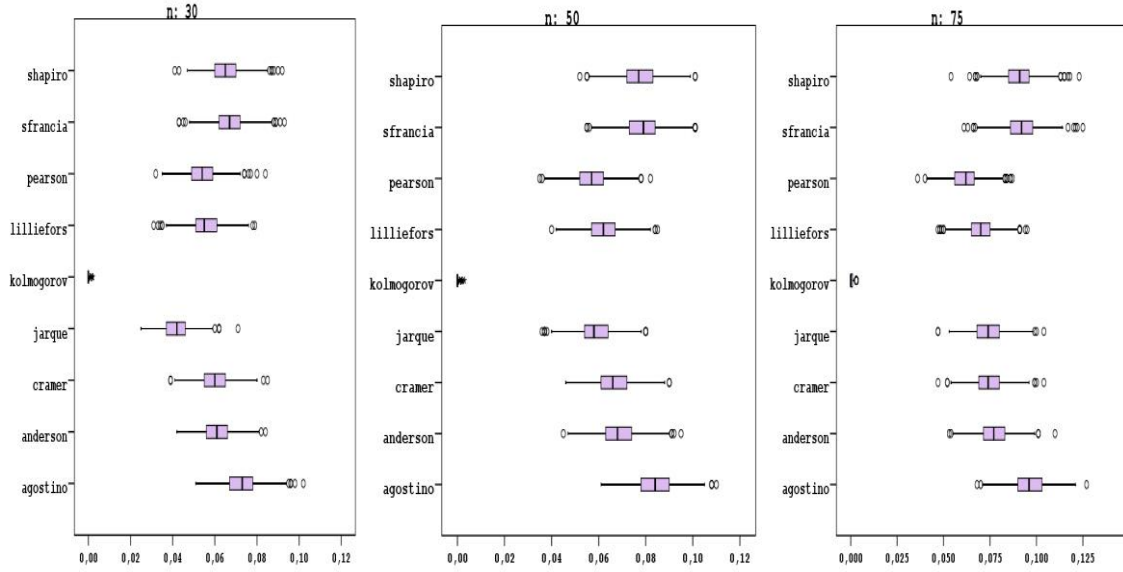
Bu aşamada gamma(100,1) dağılımından veriler üretilmiş ve testler yapılmıştır. Üretilen verilerin prototip histogramlarına örnekler Şekil 4.3.10 da verilmektedir.



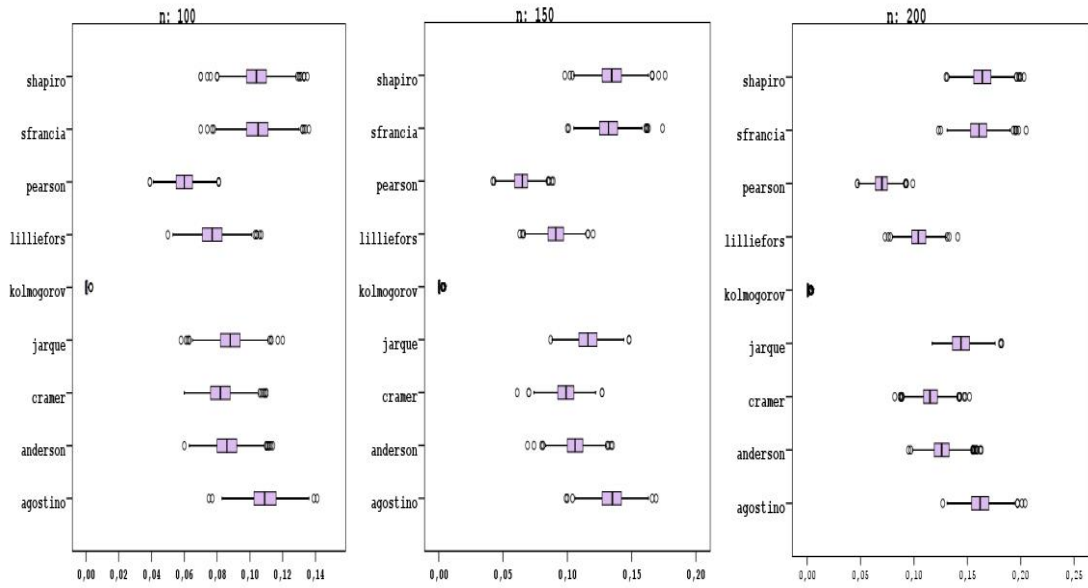
Şekil 4.3.10. Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilerin histogram örnekleri

4.3.2.2.1. Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin güçlerinin incelenmesi

Gamma(100,1) dağılımından üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin grafik incelemesi Şekil 4.3.11a, 4.3.11b ve 4.3.11c de verilmektedir.

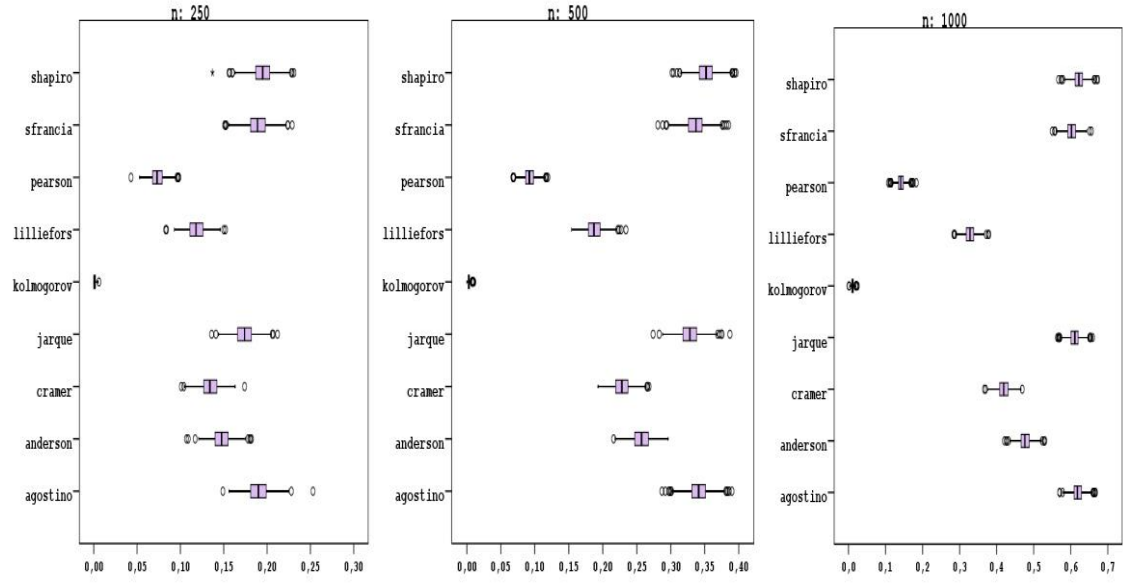


Şekil 4.3.11a. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:30, n:50, n:75)



Şekil 4.3.11b. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:100, n:150, n:200)

Çalışılan normallik testlerinin normal olmayan farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımından üretilen veri üzerindeki performansları örnek büyüklüklerine göre incelendiğinde, veri dağılım şeklinin çan eğrisine benzediği bu durumu tespit edemedikleri anlaşılmıştır. n:200 örnek büyüklüğünde güçleri en çok %15-20 düzeyinde kalmıştır.



Şekil 4.3.11c. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen örneklere uygulanan testlerin güçleri (n:250, n:500, n:1000)

Çalışılan testlerinin güçleri örnek büyüklüğü arttığında da yeterli düzeye gelememiştir. Jarque-Bera, D' Agostino K-Kare, Shapiro-Francia ve Shapiro-Wilk testlerinin n:1000 örnek büyüklüğünde güçleri %60 düzeyinde olmuştur.

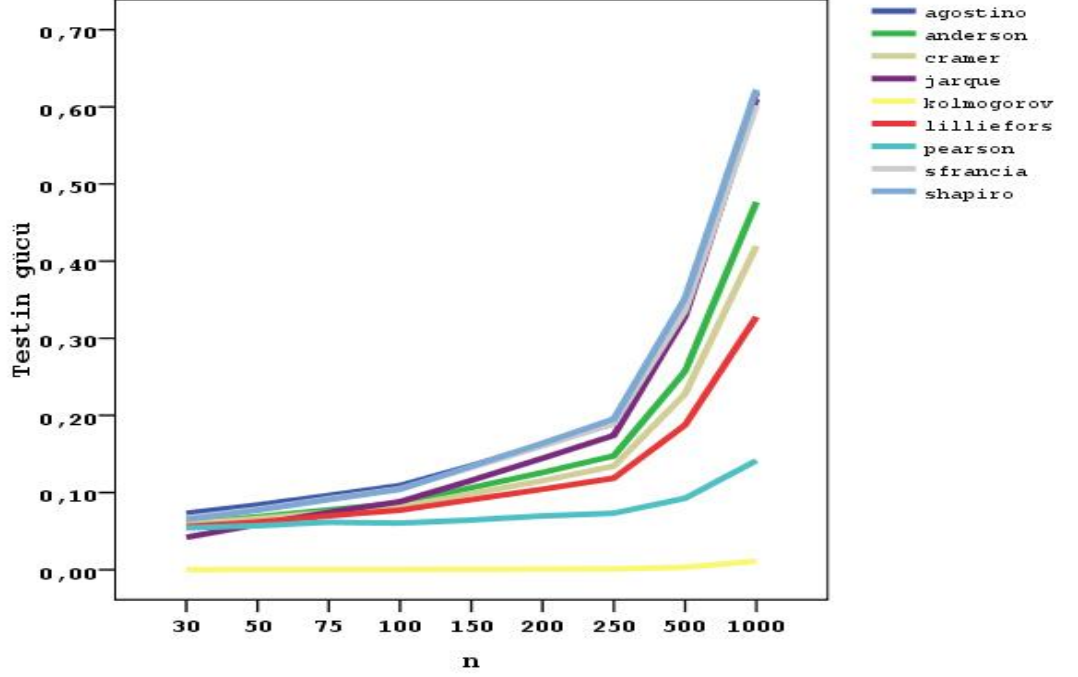
Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere yapılan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri Çizelge 4.3.4'te verilmektedir.

Çizelge 4.3.4. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin tanımlayıcı değerleri

	D'Agostino K-Kare	Anderson Darling	CramerVon Mises	Jarque-Bera	Kolmogorov- Smirnov	Lilliefors	Pearson Ki-kare	Shapiro- Francia	Shapiro-Wilk
	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)	Ort.± ss Medyan (min-max)
30	0,073±0,008 0,073 (0,051-0,102)	0,062±0,007 0,062 (0,037-0,094)	0,061±0,007 0,061 (0,037-0,089)	0,042±0,006 0,042 (0,025-0,063)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,002)	0,057±0,007 0,057 (0,037-0,078)	0,065±0,007 0,066 (0,044-0,086)	0,068±0,007 0,068 (0,046-0,097)	0,066±0,008 0,066 (0,044-0,093)
50	0,083±0,008 0,084 (0,061-0,110)	0,069±0,007 0,070 (0,041-0,094)	0,067±0,007 0,067 (0,045-0,091)	0,058±0,007 0,059 (0,037-0,082)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,003)	0,062±0,007 0,063 (0,041-0,087)	0,057±0,007 0,057 (0,031-0,085)	0,079±0,008 0,080 (0,057-0,108)	0,078±0,008 0,078 (0,052-0,111)
75	0,096±0,009 0,096 (0,068-0,127)	0,079±0,008 0,079 (0,050-0,107)	0,075±0,008 0,076 (0,049-0,106)	0,074±0,008 0,074 (0,051-0,100)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,003)	0,071±0,008 0,071 (0,046-0,098)	0,062±0,007 0,062 (0,036-0,089)	0,093±0,088 0,093 (0,064-0,120)	0,092±0,008 0,092 (0,065-0,119)
100	0,109±0,009 0,109 (0,075-0,141)	0,088±0,009 0,088 (0,060-0,118)	0,083±0,009 0,084 (0,055-0,112)	0,089±0,008 0,089 (0,059-0,118)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,003)	0,078±0,008 0,079 (0,051-0,106)	0,064±0,007 0,064 (0,042-0,088)	0,107±0,009 0,107 (0,075-0,145)	0,106±0,009 0,107 (0,077-0,143)
150	0,134±0,010 0,135 (0,099-0,169)	0,107±0,009 0,108 (0,077-0,138)	0,100±0,009 0,100 (0,066-0,127)	0,117±0,010 0,117 (0,083-0,148)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,005)	0,092±0,008 0,093 (0,063-0,124)	0,068±0,008 0,068 (0,047-0,095)	0,134±0,010 0,134 (0,105-0,162)	0,135±0,013 0,136 (0,107-0,170)
200	0,161±0,011 0,162 (0,127-0,204)	0,128±0,102 0,128 (0,096-0,168)	0,117±0,009 0,118 (0,088-0,146)	0,146±0,011 0,146 (0,117-0,187)	0,000±0,000 0,000 (0,000-0,005)	0,106±0,009 0,107 (0,074-0,136)	0,070±0,008 0,070 (0,039-0,096)	0,162±0,011 0,163 (0,128-0,200)	0,166±0,011 0,166 (0,132-0,204)
250	0,190±0,125 0,190 (0,149-0,253)	0,149±0,011 0,149 (0,107-0,186)	0,135±0,010 0,135 (0,099-0,173)	0,175±0,012 0,175 (0,138-0,225)	0,001±0,001 0,001 (0,000-0,006)	0,119±0,010 0,120 (0,084-0,156)	0,073±0,008 0,073 (0,049-0,103)	0,191±0,012 0,191 (0,156-0,233)	0,197±0,012 0,196 (0,163-0,243)
500	0,340±0,015 0,341 (0,287-0,390)	0,259±0,014 0,260 (0,217-0,306)	0,230±0,013 0,230 (0,183-0,281)	0,330±0,015 0,331 (0,278-0,375)	0,003±0,001 0,003 (0,000-0,010)	0,190±0,012 0,190 (0,148-0,235)	0,094±0,009 0,094 (0,069-0,120)	0,339±0,153 0,339 (0,287-0,387)	0,354±0,015 0,354 (0,308-0,404)
1000	0,618±0,015 0,618 (0,570-0,667)	0,480±0,015 0,480 (0,437-0,536)	0,423±0,015 0,423 (0,374-0,487)	0,613±0,014 0,613 (0,566-0,663)	0,011±0,003 0,011 (0,001-0,024)	0,331±0,014 0,332 (0,282-0,376)	0,143±0,011 0,143 (0,110-0,181)	0,605±0,014 0,605 (0,564-0,657)	0,625±0,014 0,625 (0,585-0,674)

4.3.2.2.2. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güçlerinin grafik özeti

Farklı testlerin farklı örneklem büyüklüklerindeki hata olasılıkları Şekil 4.3.12’de özetlenmiştir.

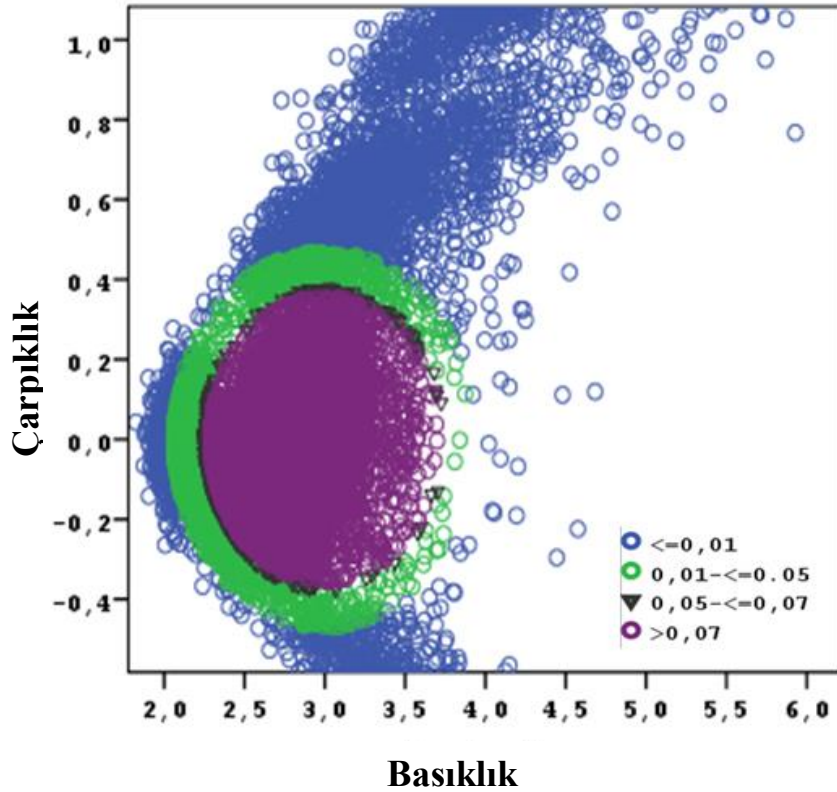


Şekil 4.3.12. Gamma(100,1) dağılımdan üretilen verilere uygulanan testlerin güç değerlerinin grafiği

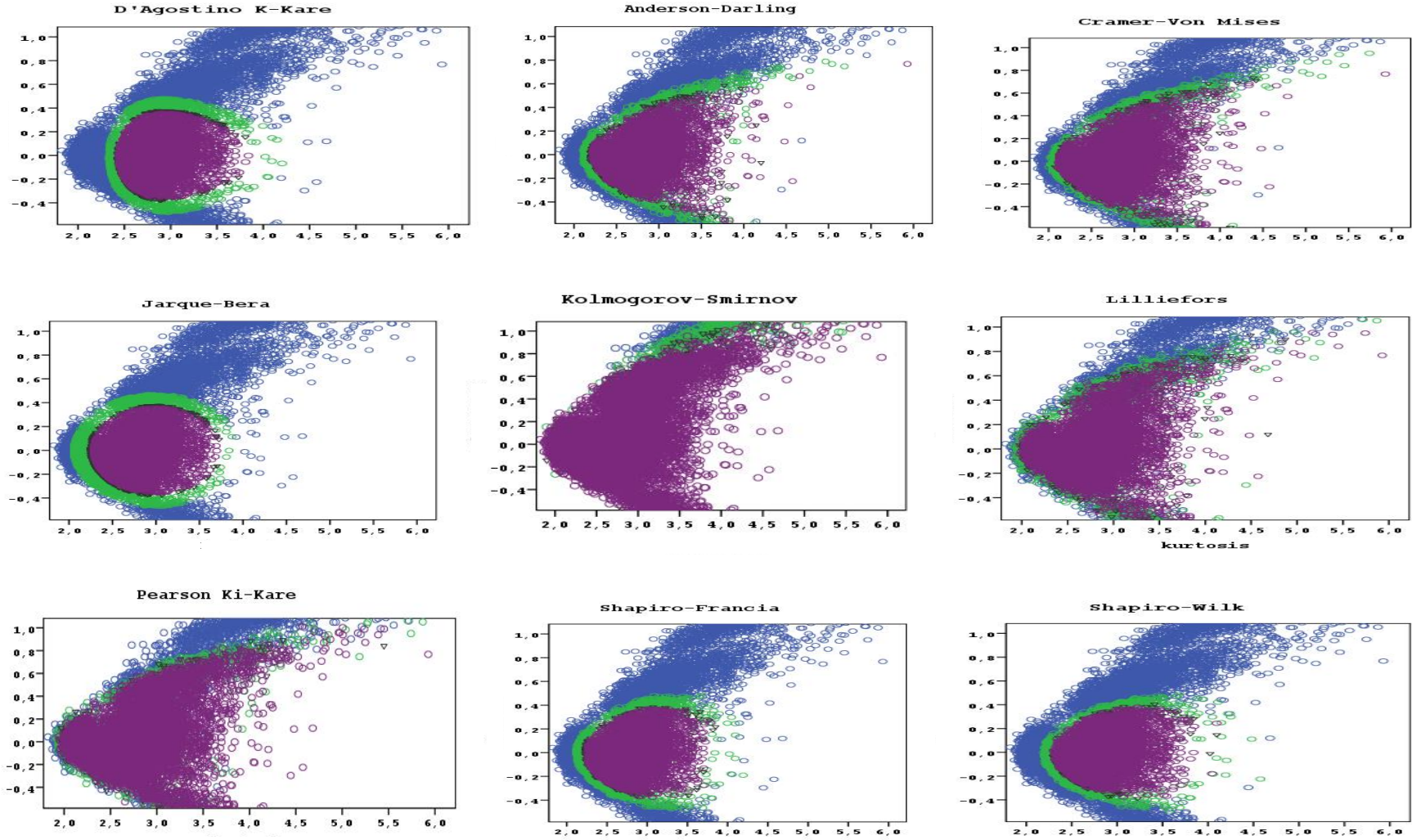
Gamma(100,1) dağılımından veri üretilerek gamma dağılımının normal dağılıma yaklaşımını sağlamak amaçlanmış ve bu koşul altında testlerin performansları gözlenmiştir. Tüm örneklerde Kolmogorov-Smirnov testi durum tespiti yapamayarak en zayıf yaklaşım olmuştur. Pearson Ki-Kare testinin n=1000’ de gücünün %14 olduğu görülmüştür.

4.4. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak elde edilen verilerin sonuçları

Çalışmamızın son bölümünde çarpıklık için $[-0.5,1]$ aralığında, basıklık için $[2,6]$ aralığındaki değerler üretilerek 250 örneklem büyüklüğünde veriler üzerinde testler uygulanmıştır. Bu testlerin örnek gösterimi olarak seçilen grafik(şeki 4.4.1) ve testlerin toplu gösterimi(şekil 4.4.2) aşağıdadır.



Şekil 4.4.1. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında Jarque-Bera testinin normalliği kabul ve red durumlarının saçılım grafiği



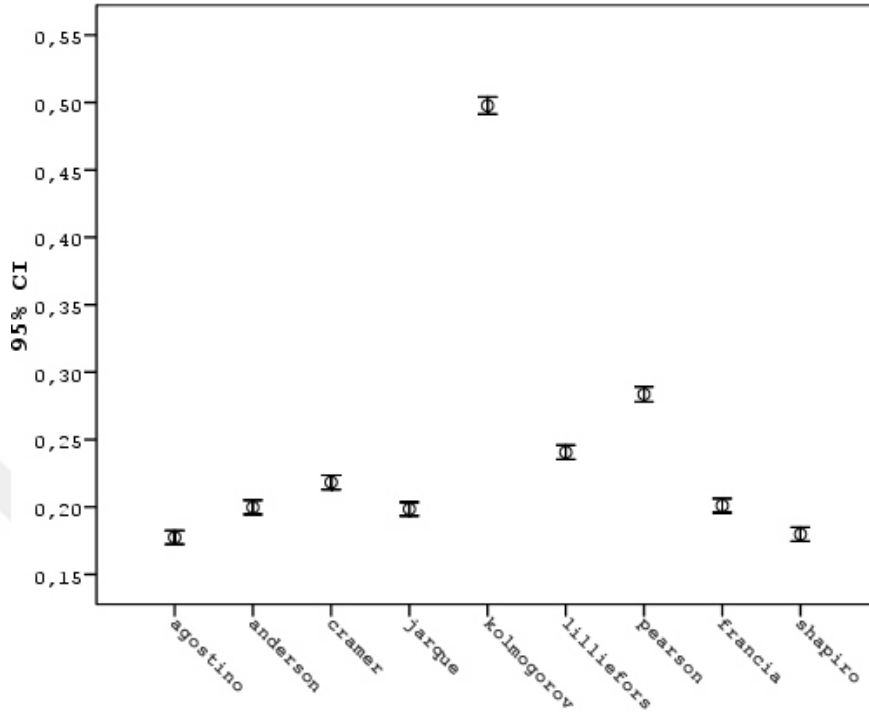
Şekil 4.4.2. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında normallik testlerinin normalliği kabul ve red durumlarının saçılım grafiği

Çizelge 4.4.1 Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin p değerlerinin tanımlayıcı değerleri

Testler	Ort.± ss	Medyan	Min-Max
D'Agostino K-Kare	0,177±0,275	0,009	0,000-1,000
Anderson Darling	0,199±0,277	0,039	0,000-0,998
CramerVon Mises	0,218±0,283	0,066	0,000-0,999
Jarque-Bera	0,198±0,272	0,050	0,000-1,000
Kolmogorov-Smirnov	0,497±0,340	0,528	0,000-1,000
Lilliefors	0,240±0,281	0,113	0,000-1,000
Pearson Ki-kare	0,283±0,300	0,172	0,000-1,000
Shapiro-Francia	0,201±0,280	0,358	0,000-1,000
Shapiro-Wilk	0,179±0,273	0,149	0,000-0,998

Çizelge 4.4.2 Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin p değerlerinin yüzde dağılımı

	$p \leq 0.05$	$p > 0.05$
D' Agostino K-Kare	47,89	52,11
Anderson Darling	36,74	63,26
CramerVon Mises	31,83	68,17
Jarque-Bera	28,54	71,46
Kolmogorov-Smirnov	10,78	89,22
Lilliefors	25,30	74,70
Pearson Ki-kare	23,87	76,13
Shapiro-Francia	36,80	63,20
Shapiro-Wilk	44,00	56,00



Şekil 4.4.3. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri altında n:250 örneklem büyüklüğüne uygulanan normallik testlerinin p değerlerinin hata grafiği

Normallikten uzaklaşan veriyi normal kabul etme oranı en yüksek olarak %89,22 ile Kolmogorov-Smirnov testine aittir. Bu testi sırası ile Pearson Ki-Kare (%76,13) ve Lilliefors (%74,70) testleri takip etmektedir. Veriyi tanıma yüzdesi yüksek olarak bulunan testler sırasıyla D'Agostino K-Kare (%47,89) ve Shapiro-Wilk testi (%44,00) dir.

4.5. Normallik testlerinin performanslarının genel değerlendirilmesi

Çalışmada kullanılan normallik testlerinin birkaç istisnai durum harici farklı koşullar altındaki tercih edilebilirlikleri örneklem büyüklüklerine göre paralel olduğundan, genel performansları n:250, 500 ve 1000 örneklem büyüklüğü üzerinden çizelge 4.5.1 , çizelge 4.5.2 ve çizelge 4.5.3 de verilmiştir.

Çizelge 4.5.1 n:250 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirilmesi

Normallik Testleri	Tip1 hata	Tip2 hata/güç çalışması						Farklı çarpıklık, basıklık değerlerinde verileri tanıma yüzdesi
		Standart Normal dağılım		Normal olmayan farklı dağılımlı				
		%5	%10	Beta(2,1)	Beta(5,4)	Gamma(2,1)	Gamma(100,1)	
D' Agostino K-Kare	0,052	60	89	100	41	100	19	48
Anderson Darling	0,053	50	86	100	25	100	15	37
CramerVon Mises	0,051	36	70	99	20	100	14	32
Jarque-Bera	0,046	49	84	99	12	100	18	29
Kolmogorov-Smirnov	0,048	25	89	73	0	96	0	11
Lilliefors	0,051	27	53	99	15	99	12	25
Pearson Ki-kare	0,053	19	50	99	10	99	7	24
Shapiro-Francia	0,053	74	97	100	19	100	19	37
Shapiro-Wilk	0,050	85	99	100	34	100	20	44

Testler itibariyle bakıldığında çalışılan testlerin n=250 için tespit edemedikleri durumlar aşağıda listelenmiştir:

- D'Agostino K-Kare testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 lik kısmının atılması durumunda, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımları incelemesi ile farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri üzerinde,
- Anderson Darling testi, %5 lik veri atılımı, normal olmayan farklı dağılımlı verinin parametreleri değiştirilerek dağılım şeklinin çan eğrisine benzetildiği beta(5,4) ve gamma(100,1) durumları ile çarpıklığın [-0.5,1], basıklığın da [2,6] aralıklarında olduğu durumdaki tespitlerde,
- Cramer Von-Mises testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 lik ve %10 luk atılım sonrası yapılan uygulamada, beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde, farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri üzerindeki uygulamalarda,

- Jarque-Bera testi, %5 lik veri atılımı, normal olmayan farklı dağılımlı beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımları ile çarpıklığın [-0.5,1], basıklığın da [2,6] aralıklarında olduğu durumdaki tespitlerde,
- Kolmogorov-Smirnov testi, standart normal dağılımlı verinin soldan %5 veri atılımı,normal olmayan farklı dağılımlardan beta(2,1), beta(5,4) ve gamma(100,1) ile farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri üzerinde çalışıldığı durumlarda,
- Lilliefors testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 ve %10 atımlı verilerde, beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veriler üzerinde, farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri üzerinde çalışıldığında,
- Pearson Ki-Kare testi, testi %5 lik ve %10 luk veri atılımı, normal olmayan farklı dağılımlı verinin parametreleri değiştirilerek dağılım şeklinin çan eğrisine benzetildiği beta(5,4) ve gamma(100,1) durumları ile çarpıklığın [-0.5,1], basıklığın da [2,6] aralıklarında olduğu durumdaki tespitlerde,
- Shapiro-Francia testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 lik kısmının atılması durumunda, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlarında, farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen verilerle çalışıldığı durumlarda,
- Shapiro-Wilk testi, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımları incelemesinde ve farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veri üzerindeki çalışmalarda.

Çizelge 4.5.2 n:500 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirilmesi

Normallik Testleri	Tip1 hata	Tip2 hata/güç çalışması					
		Standart Normal dağılım		Normal olmayan farklı dağılımlı			
		%5	%10	Beta(2,1)	Beta(5,4)	Gamma(2,1)	Gamma(100,1)
D' Agostino K-Kare	0,053	95	100	100	83	100	34
Anderson Darling	0,050	86	100	100	53	100	26
Cramer Von Mises	0,051	67	97	100	43	100	23
Jarque-Bera	0,048	93	100	100	64	100	33
Kolmogorov-Smirnov	0,049	51	100	99	0	100	0
Lilliefors	0,050	50	88	100	30	100	19
Pearson Ki-kare	0,052	43	93	100	18	100	9
Shapiro-Francia	0,053	99	100	100	58	100	34
Shapiro-Wilk	0,052	100	100	100	76	100	35

Çalışılan normallik testlerinin n:500 örnek büyüklüğü üzerinden tespit edemedikleri durumlar aşağıda listelenmiştir:

- D'Agostino K-Kare testi, normal olmayan farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde,
- Anderson Darling testi, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı verilerde,
- Cramer Von-Mises testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 lik atılım sonrası yapılan uygulamada, beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde,
- Jarque-Bera testi, normal olmayan farklı dağılımlı beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı verilerde,
- Kolmogorov-Smirnov testi, , standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 lik veri atılımı, farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde,
- Lilliefors testi, standart normal dağılımdan üretilen verinin soldan %5 atımlı verilerde, beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veriler üzerinde,

- Pearson Ki-Kare testi, testi %5 lik veri atılımı, normal olmayan farklı dağılımlı verinin parametreleri değiştirilerek dağılım şeklinin çan eğrisine benzetildiği beta(5,4) ve gamma(100,1) durumdaki tespitlerde,
- Shapiro-Francia testi, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı verilerde,
- Shapiro-Wilk testi, normal olmayan farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımları incelemesinde.

Çizelge 4.5.3 n:1000 örneklem büyüklüğünde normallik testlerinin genel değerlendirmesi

Normallik Testleri	Tip1 hata	Tip2 hata/güç çalışması					
		Standart Normal dağılım		Normal olmayan farklı dağılımlı			
		%5	%10	Beta(2,1)	Beta(5,4)	Gamma(2,1)	Gamma(100,1)
D' Agostino K-Kare	0,051	100	100	100	100	100	62
Anderson Darling	0,050	100	100	100	90	100	48
Cramer Von Mises	0,051	96	100	100	80	100	42
Jarque-Bera	0,049	100	100	100	100	100	61
Kolmogorov-Smirnov	0,049	96	100	100	3	100	1
Lilliefors	0,048	85	100	100	59	100	33
Pearson Ki-kare	0,052	89	100	100	37	100	14
Shapiro-Francia	0,053	100	100	100	98	100	60
Shapiro-Wilk	0,052	100	100	100	100	100	63

Testler itibariyle bakıldığında çalışılan testlerin n:1000 örnek büyüklüğünde tespit edemedikleri durumlar aşağıda listelenmiştir:

- D'Agostino K-Kare testi, normal olmayan farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde,
- Anderson Darling testi, normal olmayan farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımlı verilerde,
- Cramer Von-Mises testi, gamma(100,1) dağılımlı veri üzerinde,
- Jarque-Bera testi, normal olmayan farklı dağılımlı gamma(100,1) dağılımlı verilerde,

- Kolmogorov-Smirnov testi, beta(5,4) ile gamma(100,1) dağılımlı veriler üzerinde,
- Lilliefors testi, farklı dağılımlardan beta(5,4) ve gamma(100,1) dağılımlı veriler üzerinde,
- Pearson Ki-Kare testi, farklı dağılımlı verinin parametreleri değiştirilerek dağılım şeklinin çan eğrisine benzetildiği beta(5,4) ve gamma(100,1) durumdaki tespitlerde,
- Shapiro-Francia testi, normal olmayan farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımlı verilerde,
- Shapiro-Wilk testi, farklı dağılımlardan gamma(100,1) dağılımları incelemesinde.



5. TARTIŞMA

Araştırmalarda ulaşılan sonuçların sağlam ve isabetli olmasında istatistiksel testlerin rolünün önemlidir. Yapılan çalışmalarda kullanılacak istatistiksel testlerin yanlış belirlenmesi elde edilen sonuçlarda hatalı yorumlamalara sebebiyet verebilir. Bu belirlemede mevcut verinin normallik varsayımını karşılayıp karşılamadığı kilit noktadır. Bu nedendir ki verinin normal olup olmadığını tespit etmeye yönelik yapılan birçok çalışma vardır.

Bu tezde, yaygın olarak kullanılan normallik testleri farklı koşullar altında değerlendirmeye çalışılmış; özellikle bu testlerin büyük örneklerdeki normallik varsayımına yönelik eğilimlerinin tespiti yoluna gidilmiştir.

5.1. Standart normal dağılımdan üretilen verilere uygulanan normallik testlerinin tip-1 hata oranlarının incelenmesi

Çalışmanın ilk bölümünde standart normal dağılımdan veriler üretilerek normallik testleri uygulanmış ve normallik testlerinin bunları reddetme durumlarına bakılarak testlerin hata oranları incelenmiştir. Buna göre testlerin genel anlamda benzer sonuçlar verdiği; ancak Jarque-Bera testinin hataları daha küçük bulunmuştur. Mehmet Mendes ve Akın Pala, standart normal dağılımdan $n= 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 75, 100, 150, 200$ örneklem büyüklüklerinde ürettikleri veri üzerinde 100,000 tekrarlı Monte Carlo tekniği ile simülasyon çalışması yaparak Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk ve Liliefors testlerini tip 1 hata oranları yönüyle değerlendirmişler ve testlerin birbirleriyle benzer olduğu sonucuna varmışlardır. ^[25] Derya Öztuna ve arkadaşları, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk, D'Agostino ve Jarqua-Bera testlerini standart normal dağılımdan $n = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 75, 100, 150, 175, 200$ büyüklüklerinde 1000 örneklem üzerinde 1000 tekrarlı simülasyon çalışmalarını SPSS programı yardımı gerçekleştirmiş ve yaptıkları değerlendirmede tip 1 hata yönünden en iyi sonuçların bizim çalışmamızla uyumlu olarak Jarque-Bera testinden elde edildiğini gözlemlemişlerdir. ^[26] Nurcan Yıldırım ve Fikri Gökpinar MATLAB programı ile yaptıkları simülasyon çalışmasında Monte Carlo tekniği kullanarak $n=(10,20,30,50,100)$ üretilen standart normal dağılımlı örneklemelere Kolmogorov-Smirnov, Anderson Darling, Zhang, Jargue Bera ve Esteban

testlerini uygulamış ve tüm testlerin tip 1 hata olasılıkları bakımından iyi sonuç verdiği kanaatine varmışlardır. [27]

5.2. Standart normal dağılımla üretilip budama (truncation) yapılarak elde edilmiş verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi

Çalışmanın ikinci kısmında normal dağılımdan üretilen verinin sol tarafından %5 ve %10'luk paylarda veriler atılarak normallik testlerinin bu durumdaki davranışları gözlemlenmiştir. Testlerin güçlerinin genel olarak %10 budamasında daha yüksek çıkması ile birlikte, her iki durum için de en iyi sonuçları sırası ile Shapiro-Wilk, Shapiro Francia ve D'Agostino testleri vermiştir. Ancak, Pearson Ki-Kare ve Lillifors testleri ile bu aşamada düşük güç değerleri bulunmuştur.

Normallik testlerinin budanmış verilere uygulanması ile ilgili literatür taramasında herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

5.3. Farklı dağılımlardan elde edilen verilere uygulanan normallik testlerinin incelenmesi

Farklı dağılımlardan veri üretilip testlerin değerlendirilmesi için beta(2,1), beta(5,4), gamma(2,1) ve gamma(100,1) dağılımları kullanılmıştır. Bütün durumlarda uygulanan normallik testlerin arasında en yüksek güçler Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia testleri ile hesaplanmıştır. Farklı dağılımlardan veri üretildiği durumda en düşük güç tespitleri Kolmogorov-Smirnov testi tarafından yapılmıştır.

Fiaz Ahmad ve Rehan Ahmad Khan Sherwani yaptıkları çalışmada Weibull, logistik, üstel ve Cauchy dağılımlarından $n=10$, $n=20$, $n=30$, $n=40$, $n=50$, $n=100$, $n=200$, 500 büyüklüklerinde 10000 örneklem simülasyonu gerçekleştirerek, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Kuiper, Cramer von mises, Anderson-Darling, Shapiro-Francia, Watson, Ki-Kare, Jarque-Bera, Geary, D,Agostino ve Shapiro Wilk testlerini değerlendirmişler ve çalışmamıza paralel olarak Shapiro-Wilk ve Shapiro Francia testlerinin daha iyi sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir. [14]

Berna Yazıcı ve Şenay Yolaçan yaptıkları çalışmada beta(2,2), gamma(2,1), log-normal, Weibull (2,1) ve t(4) dağılımından $n=20$, 30, 40, 50 örneklem büyüklüklerinde Monte Carlo tekniği ile veri simülasyonu yapmış ve araştırmacıların veri dağılımı hakkında bilgileri yok ise Jarque-Bera testini tercih edebilecekleri, özellikle örneklem büyüklüğü arttıkça en iyi sonuçları Jarque-Bera testinin verdiğini

gözlemiş ve genel olarak da yığılımlı dağılım fonksiyonunu kullanan testlerin sıra istatistiklerine dayalı testlere göre dahi iyi sonuçlar verdiği belirtmişlerdir. [28]

Nornadiah Mohd Razali ve Yap Bee Wah, simetrik $U(0,1)$, $Beta(2,2)$, $t(300)$, $t(10)$, $t(7)$, Laplace, $t(5)$ ve asimetrik $Beta(6,2)$, $Beta(2,1)$, $Beta(3,2)$, $\chi^2(20)$, $Gamma(4,5)$, $\chi^2(4)$ ve $Gamma(1,5)$ dağılımlarından $n = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500$ ve 2000 büyüklüklerinde ve her dağılımdan 10.000 örneklemlerle çalışmışlar ve FORTRAN programından faydalanarak ürettikleri verileri üzerinde Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors ve Anderson-Darling testlerini denemişlerdir. [12] Kendi çalışmamızda da olduğu gibi en güçlü sonuçları Shapiro-Wilk testinin verdiği, Anderson-Darling testinin de bu testle yarışacak kadar güçlü sonuçlar verdiğini gözlemişlerdir.

Hadi Alizadeh Noughabi ve Naser Reza Arghami yaptıkları çalışmada Monte Carlo tekniği ile $n = 10, 20, 30, 50$ örneklem büyüklüklerinde beta, gamma, weibul dağılımlarından ölçek ve şekil parametrelerini değiştirerek elde ettikleri 20 farklı dağılımı şekillerine göre 4 gruba ayırmış, Cramer von Mises, Kolmogorov-Smirnov, Anderson -Darling, Kuiper, Shapiro-Wilk, Vasicek, Jarque -Bera testleri ile değerlendirmişlerdir. Sonuç olarak, yoğunluk fonksiyonu $(-\infty, \infty)$ aralığında ve simetrik olan gruptaki dağılımlar üzerinde Jarque-Bera testinin öne çıktığı simetrik olmayan grupta ise Shapiro-Wilk testinin yüksek güçler sağladığı bulunmuştur. [13].

5.4. Farklı çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak elde edilen verilerin sonuçlarının incelenmesi

Çalışmanın çeşitli çarpıklık basıklık ölçüleri kullanarak simülasyon çalışması yapıp testlerin değerlendirildiği kısımda, $[-0.5,1]$ çarpıklık ve $[2,6]$ basıklık değerleri aralıklarında, $n=250$ örneklem büyüklüğünde üretilen veriler üzerine normallik testleri uygulanmış, veriyi en yüksek tanıma yüzdesinin D'Agostino K-Kare ve Shapiro-Wilk testinin de güçlü olduğu gözlenmiştir.

Hamed Tabesh ve arkadaşları Monte Carlo simülasyonu ile $n= 8, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 100, 200$ örneklem büyüklüklerinde simetrik ve çarpık dağılımlardan veri üreterek Jarque-Bera, D'Agostino K-Kare, Ki-Kare, Kolmogrov-Smirnov, Lilliefors, Cramer-Von Mises, Anderson-Darling, Shapiro-Wilk ve Shapiro-Francia normallik testlerini değerlendirmiş, Shapiro-Francia testinin en iyi sonuçları verdiği, bunun yanı sıra çarpıklığın arttığı ve örneklemin büyüdüğü durumlarda ise Shapiro-Wilk ile Jarque-

Bera testlerinin güçlü sonuçlar verdiği, bu nedenle tercih edilmesi gerektiği sonucuna varmışlardır. [29]

Marc Breton ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada [-2,2] çarpıklık ve [1,7] basıklık aralıklarında Johnson dağılımından $n=10$ dan $n=2000$ e kadar farklı büyüklüklerde Monte Carlo tekniği kullanarak veri üretilerek D'Agostino K-kare, Pearson Ki-Kare ve Kolmogorov-Smirnov testlerini uygulamıştır. Bu çalışmada çalışmamız ile benzer şekilde, genel olarak D' Agostino K-Kare testinin daha yüksek güç değerleri verdiği, $n=400$ örneklem büyüklüğünden sonra özellikle tercih edilebileceği sonucuna varılarak, çarpıklık ve basıklık değerlerinin normal dağılım değerlerine yaklaştığı durumlarda ise diğer iki testin de tercih edilebileceği belirtilmiştir. [30]

5.5. Testlerin performanslarının genel değerlendirmesi sonuçlarının incelenmesi

İstatistiksel çalışmalarda çoğunlukla kullanılan normallik testlerinin özellikle büyük örneklemliler için farklı koşullardaki performanslarının bilinmesi ve bu sayede yapılan çalışmaların daha güvenilir olması düşüncesiyle yürüttüğümüz bu çalışmanın sonunda, tip 1 hata durumunda Jarque-Bera kısmen daha düşük çıkmasıyla beraber bütün testler benzer sonuç vermişlerdir.

Testlerin güç değerlendirmesi için yapılan çalışmada üretilen verinin soldan % 5 lik kısmının atılması sonucu testler Shapiro-Wilk dışında bunu tespit etmekte güçlük yaşamışlardır. Bu defa % 10 luk bir atılım yapılmış ve Cramer Von Mises, Liliefors, Pearson Ki-Kare testleri yine bu durumu tespit konusunda zayıf kalmıştır. Normal olmayan dağılımlardan $\beta(2,1)$ ve $\gamma(2,1)$ dağılımlı veri üretildiğinde tüm testler güçlü performansları ile tercih edilebilir olmuştur; ancak verilerin şekil ve ölçek parametreleri değiştirilerek dağılımın şeklinin çan eğrisi görünümüne geldiği veri üzerine uygulama sonucu Shapiro-Wilk testinin veriyi normal olmayan veri olarak tanıma yüzdesi en yüksek bulunmuştur. Farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen veriyi testler yüksek oranda tanımamışlardır. Ancak bu değerlendirme sadece aynı verilere uygulanmış 9 test arasında yapılmış göreceli bir değerlendirmedir, zira üretilen verinin içinde teorik olarak normal kabul edilen veri de olabilir ve bu verinin örneklem içindeki oranı bilinmemektedir.

Eldeki bir verinin şekline göre test seçileceği düşünülürse, testler itibarıyla bakıldığında, $n=250$ iken:

Shapiro-Wilk testinin 3, D'Agostino K-kare Anderson Darling, Jarque Bera ve Shapiro-Francia testlerinin 4, Cramer Von Mises, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors ve Pearson Ki-kare testlerinin 5 durumda tespit güçlüğü yaşadığı anlaşılmaktadır.

Örnek sayısı arttırıldığında, örneklem büyüklüğü 500 iken, D'Agostino K-kare testi 1, Shapiro-Wilk testi 2, Anderson Darling testi 2, Jarque Bera testi 2, Shapiro-Francia testi 2, Cramer Von Mises, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors ve Pearson Ki-kare testleri ise 3 durumda tespit güçlüğü yaşadıkları gözlenmektedir.

Örneklem büyüklüğü 1000 iken Shapiro-Wilk testi 1, D'Agostino K-kare testi 1, Anderson Darling testi 1, Jarque Bera testi 1, Shapiro-Francia testi 1, Cramer Von Mises testi 1, Lilliefors, Kolmogorov-Smirnov ve Pearson Ki-kare testleri ise 2 durumda tespit güçlüğü yaşadığı anlaşılmaktadır.

Testlerin genel değerlendirilmesinde:

- D'Agostino K-Kare testinin, % 5 veri atılımı ve farklı dağılımlarda şeklin çan eğrisine benzediği durumlardan beta(5,4) dağılımı için n:500 den sonra tercih edilebilir olduğu,
- Anderson Darling testinin, beta(5,4) dağılımı için ancak n:1000 örnek büyüklüğünde tercih edilebilir duruma geldiği,
- Cramer Von-Mises testine bakıldığında, %5 lik veri atılımı ile beta (5,4) dağılımlı veri için n:1000 örnek büyüklüğünde, %10 luk veri atılımı için ise n:500 örnek büyüklüğünde tercih edilebilir olduğu,
- Jarque-Bera testinin %5 veri atılımı için n:500, beta (5,4) dağılımlı veri için ise n:1000 örnek büyüklüğünde kullanılabilir olduğu,
- Kolmogorov-Smirnov testinin %5 veri atılımı için n:1000 de kullanılabilir olduğu, farklı dağılımlarda dağılım şeklinin çan eğrisine benzetildiği durumlar ile farklı çarpıklık ve basıklık değerlerinde üretilen verilerde tercih edilmemesi gerekliliği,
- Lilliefors testinin, %5 veri atılımı için n:1000 ve %10 veri atılımı için ise n:500 örnek büyüklüğünde tercih edilebilir konuma geldiği,
- Pearson Ki-Kare testinin, %5 veri atılımı için n:1000 ve %10 veri atılımı için ise n:500 örnek büyüklüğünde kullanılabilir olduğu,

- Shapiro-Francia testinin %5 veri atılımı için n:500 örnek büyüklüğünde, beta(5,4) dağılımı için ise n:1000 örnek büyüklüğünde tercih edilebilir olduğu,
- Shapiro-Wilk testinin beta(5,4) dağılımı için n:1000 örnek büyüklüğünde kullanılabileceği sonucuna varılabilir.



6.SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Testlerin 1.tip hata oranları incelendiğinde D'Agostino K-Kare ve Pearson Ki-Kare testlerinin diğer testlere göre hata oranları kısmen daha yüksek çıkmıştır. Örneklem büyüklüğü arttıkça diğer testler ile benzerlik göstermişlerdir. Tüm örneklem büyüklüklerine bakıldığında en düşük hata oranı Jarque-Bera' ya aittir.

Dağılımın sol kuyruğundan %5 ve %10 ' luk yapılan budamalar sonrasında testlerin incelenmesinde, Lilliefors, Pearson Ki-Kare, Kolmogorov-Smirnov testlerinin diğerlerine göre zayıf olduğu; büyük örneklerde güç değerinin, %50'lerde kaldığı gözlemlenmiştir. D'Agostino K-Kare, Anderson- Darling, Shapiro-Francia ve Shapiro-Wilk testlerinin güç değerleri ise diğer testlerle kıyaslandığında bu kısımda en uygun yaklaşımlar olarak belirlenmiştir.

Farklı dağılımlardan üretilen verileri tespit etmekte Kolmogorov-Smirnov testi en düşük sonucu vermiştir. Lilliefors ve Pearson Ki-Kare testlerinin performansları diğerlerine göre düşük çıkmıştır. En güçlü sonuçları, D'Agostino K-Kare ve Shapiro-Wilk testleri vermiştir.

Çarpıklık ve basıklık değerlendirmesinde; en zayıf yaklaşım Kolmogorov-Smirnov testi olarak belirlenirken bu testi takip eden yaklaşımlar Pearson Ki-Kare ve Lilliefors testleridir. D'Agostino K-Kare ve Shapiro-Wilk testleri ise en güçlü sonuçları vermiştir.

Büyük örneklerde normallik testleri genel olarak değerlendirilirse:

- Kolmogorov-Smirnov, Pearson Ki-Kare ve Lilliefors testlerinin normal dışı veriyi tanıyamadığı,
- Kolmogorov-Smirnov testinin farklı çarpıklık ve basıklık durumlarında tespit konusunda zayıf olduğu,

sonuçlarına varılabilir.

Bundan sonra çalışılabilecek konular:

1-Normal olmayan verilerin dönüşüm teknikleri kullanılarak normal dağılıma yakınsandığı durumlarda dönüşümün başarısına göre normallik testlerinin nasıl sonuç verdiği incelenebilir.

2-Normal dağılım üstel dağılım ailesinden gelen bir dağılımdır. Bu tezde simülasyon çalışmasında bu aileden gelen dağılımlardan ikisi (Beta ve Gamma) üzerinden çalışılmıştır. Bu aileden gelen diğer dağılımlardan ve bu aileden olmayan diğer dağılımlardan elde edilen veri setleri üzerinde de normallik testlerinin başarıları incelenebilir.

3-Normal dağılımlı verinin çarpıklık ve basıklık değerleri, çarpıklık için 0, basıklık içinde 3 değerinden belirli aralıklarla uzaklaştırılarak normallik testlerinin bu durumdaki performansları irdelenebilir.

4-Bu tezde tek popülasyondan elde edilen bir ölçümün normalliğini incelemede kullanılan testler incelenmiştir. Normallik varsayımının çok değişkenli durumlarda da gerekli olduğu senaryolar için bu testlerin ve bu testlerden elde edilen diğer yaklaşımların çok değişkenli normallik durumunu incelemedeki başarıları araştırılabilir.

7. KAYNAKLAR

1. **Nahm FS.** Nonparametric statistical tests for the continuous data: the basic concept and the practical use. *Korean journal of anesthesiology*, **2016**; 69(1), 8-14.
2. **Ghasemi A, Zahediasl S.** Normality tests for statistical analysis: a guide for non-statisticians. *International journal of endocrinology and metabolism*, **2012**; 10(2), 486.
3. **Hain J.** Comparison of Common Tests for Normality, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Institut für Mathematik und Informatik, Lehrstuhl für Mathematik VIII (Statistik), **2010**.
4. **Sümbüloğlu V, Sümbüloğlu K.** *Klinik saha araştırmalarında örnekleme yöntemleri ve örnekleme büyüklüğü*, **2005**.
5. **Özdamar K.** SPSS ile Biyoistatistik, Kaan kitabevi. *Eskisehir*, **2003**.
6. **Çil B.** İstatistik, Detay yayıncılık. Ankara, **2014**.
7. **Akdeniz F.** *Olasılık ve istatistik*. Nobel Kitabevi, **2002**.
8. **Dawson-Saunders B, Trapp RG.** *Basic and clinical biostatistics*. Appleton & Lange, **1990**.
9. **Sümbüloğlu K, Sümbüloğlu V.** Biyoistatistik. Hatipoğlu basım ve yayım san. Tic. Ltd. Şti. Ankara, **2002**.
10. **Judge GG, Hill RC, Griffiths W, Lutkepohl H, Lee TC.** Introduction to the Theory and Practice of Econometrics, **1982**.
11. **Gujarati DN, Porter DC.** Basic Econometrics, 4th. **2003**.
12. **Razali NM, Wah YB.** Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests. *Journal of statistical modeling and analytics*, **2011**; 2(1), 21-33.
13. **Noughabi HA, Arghami NR.** Monte Carlo comparison of seven normality tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **2011**; 81(8), 965-972.
14. **Ahmad F, Khan RA.** A power comparison of various normality tests. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 2015; 11(3).
15. **Saculinggan M, Balase EA.** Empirical power comparison of goodness of fit tests for normality in the presence of outliers. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 435, No. 1, p. 012041). IOP Publishing, **2013**.
16. Engineering Statistics Handbook
Erişim: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35f.htm>] Erişim Tarihi: 15.06.2010.
17. **Abdi H, Molin P.** Lilliefors/Van Soest's test of normality. *Encyclopedia of Measurement and Statistics*. Available at: <http://www.utdallas.edu/~herve/Abdi-Lillie2007-pretty.pdf>, **2007**.
18. **Shorack GR, Wellner JA.** Empirical Processes with Applications to Statistics, **1986**.
19. **Stephens MA.** EDF statistics for goodness of fit and some comparisons. *Journal of the American statistical Association*, **1974**; 69(347), 730-737.
20. **Özdamar, K.** Paket Programlarla Veri Analizi 2. *Eskisehir: Kaan Kitabevi*, **1999**.

21. **D'agostino RB, Belanger A, D'Agostino Jr RB.** A suggestion for using powerful and informative tests of normality. *The American Statistician*, **1990**; 44(4), 316-321.
22. **JARQUE C, BERA.** 'Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals,'. *Economic Letters*, **1980**; (3), 6.
23. **Shapiro SS, Wilk MB.** An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, **1965**; 52(3/4), 591-611.
24. **Reinartz WJ, Echambadi R, Chin WW.** Generating non-normal data for simulation of structural equation models using Mattson's method. *Multivariate Behavioral Research*, **2002**; 37(2), 227-244.
25. **Mendes M, Pala A.** Type I error rate and power of three normality tests. *Pakistan Journal of Information and Technology*, **2003**; 2(2), 135-139.
26. **Öztuna D, Elhan AH, Tüccar E.** Investigation of four different normality tests in terms of type 1 error rate and power under different distributions. *Turkish Journal of Medical Sciences*, **2006**; 36(3), 171-176.
27. **Yildirim N, Gökpinar F.** Bazı Normallik Testlerinin 1. Tip Hataları ve Güçleri Bakımından Kıyaslanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, **2012**; 16(1).
28. **Yazici B, Yolacan S.** A comparison of various tests of normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **2007**; 77(2), 175-183.
29. **Tabesh H, Heidari A, Saki A.** Normality assessment, a substantial appraisal in medical studies: a simulation study for power comparison of various types of normality tests. *British Journal of Applied Science & Technology*, **2014**; 4(18), 2646.
30. **Breton MD, Devore MD, Brown DE.** A tool for systematically comparing the power of tests for normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **2008**; 78(7), 623-638.

ÖZGEÇMİŞ

15/03/1987 tarihinde Adana'da doğdu.

Lise eğitimini, yabancı dil ağırlıklı Adana Erkek Lisesi'nde 2005 yılında tamamladıktan sonra aynı yıl girdiği Çukurova Üniversitesi İstatistik Bölümü'nden 2009 yılında mezun oldu.

2009 yılı güz döneminde, Çukurova Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı Biyoistatistik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı.

2011 yılında Mersin Sosyal Güvenlik İl Müdürlüğü'ne bağlı Mali Hizmetler Sosyal Güvenlik Merkez Müdürlüğü'nde başladığı memuriyet hayatına yüksek lisans eğitimi ile beraber devam etmektedir.

Evli ve bir çocuk annesidir.