

**MOBİL TELSİZ HABERLEŞMESİNDE
GİRİŞİM-GİDERİMLİ OK YOLLU BİRLEŞTİRME VE
KARAR GERİ BESLEMELİ DENKLEŞTİRMENİN
ORTAK KULLANIMI**

Sekin ŞAHİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**OCAK 2011
ANKARA**

Seçkin ŞAHİN tarafından hazırlanan MOBİL TELSİZ HABERLEŞMESİNDE GİRİŞİM-GİDERİMLİ ÇOK YOLLU BİRLEŞTİRME VE KARAR GERİ BESLEMELİ DENKLEŞTİRMENİN ORTAK KULLANIMI adlı bu tezin Yüksek Lisans Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd.Doç.Dr. Özgür ERTUĞ

.....

Tez Danışmanı, Elektrik-Elektronik Müh. A. D.

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erkan AFACAN

.....

Elektrik-Elektronik Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Özgür ERTUĞ

.....

Elektrik-Elektronik Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Suat ÖZDEMİR

.....

Bilgisayar Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Tarih: 28/01/2011

Bu Tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Seçkin ŞAHİN

**MOBİL TELSİZ HABERLEŞMESİNDE
GİRİŞİM-GİDERİMLİ ÇOK YOLLU BİRLEŞTİRME VE
KARAR GERİ BESLEMELİ DENKLEŞTİRMENİN
ORTAK KULLANIMI
(Yüksek Lisans Tezi)**

Seçkin Şahin

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Ocak 2011

ÖZET

Kablosuz iletişimin yapıldığı kanallarda oluşan semboller arası girişim (ISI) değerinin sistem performansına olan olumsuz etkilerini ortadan kaldırmak için denkleştiriciler kullanılır. Her ne kadar bu denkleştiricilerin en uygunu En Büyük Olabilirlik Kestirimi (MLSE) yöntemiyle oluşturulan denkleştiriciler olsa da, bu yöntemin hesaplama karmaşıklığının yüksek olması, başka bir deyişle karmaşıklığın kanal bellek uzunluğuyla (M^L) üstel orantılı olarak artması sebebiyle uygulanması pratik olmamaktadır. Bu yöntem yerine, Sıfıra Zorlayan (ZF) Denkleştiriciler, En Küçük Ortalama Kare Hata (MMSE) Denkleştiriciler ve Karar Geri Beslemeli Denkleştiriciler (DFE) gibi bir takım sinyal işleme yöntemleri geliştirilmiştir. Bu çalışmamızda adı geçen bu denkleştiriciler, QPSK yöntemiyle modüle edilmiş ve kodlanmamış işaretlere uygulanmakta, ayrıca denkleştirilen bu sinyaller de bazı birleştirme yöntemlerine tabi tutulmaktadırlar. Ayrıca alıcıda kullanılan birleştirme yöntemleri olan Seçmeli Birleştirici (SC), Eşit Kazanç Birleştirici (EGC), Maksimum Oran Birleştiricilerin (MRC) de karşılaştırmalı performans analizleri yapılmıştır. Bunların dışında [1]'de lineer denkleştiriciler için genel yapısı verilen bir girişim giderici (IC)

tekniki de hem lineer denkleştiriciler için kullanılmış olup, hem de lineer olmayan DFE denkleştirici için de uygulaması gerçekleştirilmiştir.

Bilim Kodu : 905.1.035

Anahtar Kelimeler : Geri Beslemeli Denkleştirici, Çeşitleme- Birleştirme, Sönümlü Kanallar, Girişim Giderimi

Sayfa Adedi : 60

Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. Özgür ERTUĞ

**JOINT DECISION FEEDBACK EQUALIZATION AND
INTERFERENCE-CANCELLING MULTIPATH COMBINING
FOR LAND MOBILE RADIO SYSTEMS
(M.Sc. Thesis)**

Seçkin Şahin

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
January 2011**

ABSTRACT

Especially in wireless communication links, typical inter-symbol interference (ISI) channels have to be equalized for more reliable communication. It is well known that the optimal equalizer type is maximum likelihood sequence equalizer (MLSE), however complexity of MLSE increases exponentially with the channel memory length (M^L) which makes this equalizer almost impossible to implement. Instead of MLSE, some other solutions such as Zero Forcing (ZF) Equalizers, Minimum Mean Square Error (MMSE) Equalizers and Decision Feedback Equalizers (DFE) have been developed. In this paper we introduced the performance analysis of this equalization methods with known combining techniques as Selection Combining(SC), Equal Gain Combining (EGC) and Maximal Ratio Combining (MRC). Also an Interference Cancellation (IC) technique which is introduced in [1] is applied to equalized symbols.

Science Code : 905.1.035
Key Words : Decision Feedback Equalizer, Diversity, Fading Channels, Interference Cancelling
Page Number : 60
Adviser : Asst. Prof. Dr. Özgür ERTUĞ

TEŞEKKÜR

Tez alıŐmalarım boyunca disiplinli bir alıŐma dzeni kurmamı sağlayan ve tez alıŐmalarının sekteye uğramadan dzgn bir Şekilde ilerlemesini sağlayan danıŐmanım zgr Ertuğ'a ve yksek lisans eğitimim sresince bana desteğini esirgemeyen aileme teŐekkr bir bor bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
1.GİRİŞ	1
2.ARKA PLAN ÇALIŞMALARI	4
2.1. Kablosuz Haberleşmeye Genel Bakış	4
2.1.1. Çok yönlü haberleşme kanalları	6
2.1.2. Sönümlü kanallar	10
2.1.3. Jakes sönümlenme modeli	12
2.1.4. Semboller arası girişim (ISI)	14
2.2. Denkleştiriciler	17
2.2.1. Sıfıra zorlayan (ZF) eşitleyici	20
2.2.2. Minimum ortalama kare hatası denkleştirici(MMSE).....	22
2.2.3. Karar geribeslemeli denkleştiriciler (DFE)	26
2.3. Çeşitleme Birleştirme Teknikleri	30
2.3.1. Seçmeli birleştirici	30
2.3.2. Maksimum oran birleştirici	32
2.3.3. Eşit kazanç birleştirici	35

	Sayfa
2.3.4. Yeni çok yollu birleştirme algoritması	37
3.SİMULASYON	39
3.1. Bit Hata Oranı	39
3.2. Simulasyona Genel Bakış	39
3.3.Kanal Yapısı	40
3.4. Sistem Performans Analizi	46
3.4.1. Simulasyon 1	46
3.4.2. Simulasyon 2	51
3.4.3. Simulasyon 3	53
3.4.4. Simulasyon 4	54
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	57
KAYNAKLAR	59
ÖZGEÇMİŞ	60

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Yıllara göre kablosuz teknoloji kullanıcılarının sayısı	4
Şekil 2.2. Kablosuz haberleşme teknolojileri ve iletişim hızları	5
Şekil 2.3. Çok yönlü yayılımın genel görüntüsü	7
Şekil 2.4. LOS-NLOS tanımı	7
Şekil 2.5. Sönümlü kanal sınıflandırması	9
Şekil 2.6. Farklı doppler frekanslarında kanal darbe yanıtları	10
Şekil 2.7. Rayleigh sönümlü kanalın olasılık yoğunluk fonksiyonu	12
Şekil 2.9. Maksimum Doppler Kayması f_m olan bir sinyalin doppler spektrumu	13
Şekil 2.9. Jakes sönümlenme üretici blok yapısı.....	14
Şekil 2.10. PSK modüle edilmiş bir sinyal üzerindeki ISI etkisi	16
Şekil 2.11. Denkleştiricilerin genel yapısı	18
Şekil 2.12. Kanal frekans cevabı-denkleştirici filtre.....	20
Şekil 2.13. ZF denkleştiricinin genel yapısı.....	21
Şekil 2.14. MMSE denkleştiricinin yapısı	23
Şekil 2.15. DFE denkleştirici genel yapısı.....	27
Şekil 2.16. SC birleştirici	31
Şekil 2.17. SC sinyal seçim yapısı	31
Şekil 2.18. SC için M ile olasılık yoğunluk fonksiyonunun değişimi	32
Şekil 2.19. MRC genel yapısı	33
Şekil 2.20. MRC için M ile olasılık yoğunluk fonksiyonunun değişimi.....	35
Şekil 2.21. EGC birleştiricinin genel yapısı.....	36

Şekil	Sayfa
Şekil 2.22. Yeni birleştirme algoritmasının blok yapısı	38
Şekil 3.1. Jakes sınırlandırılmış doppler spektrumu (4.5Hz-27Hz)	42
Şekil 3.2. QPSK sembolleri.....	44
Şekil 3.3. Herhangi bir t zamanında anlık kanal darbe yanıtı.....	44
Şekil 3.4. Kanal darbe cevabının zamana bağlı değişimi.....	45
Şekil 3.5. Sinyalin kanaldan ve denkleştiriciden geçişi sırasındaki yerleşimi	45
Şekil 3.6. Yeni girişim engelleme tekniği İle DFE denkleştiricinin beraber kullanımı.....	47
Şekil 3.7. Bit hata oranı-ortalama SNR grafiği (ZF-MSE).....	48
Şekil 3.8. Bit hata oranı-ortalama SNR grafiği (DFE).....	49
Şekil 3.9. Yol sayısının ZF ve MMSE denkleştiriciler için etkisi.....	52
Şekil 3.10. Yol sayısının DFE denkleştiriciye için etkisi.....	52
Şekil 3.11. Maksimum doppler frekansındaki değişimin bit hata oranına etkisi.....	53
Şekil 3.12. Geri besleme filtrelerinin sistem performansına etkisi.....	55
Şekil 3.13. İleri besleme filtrelerinin sistem performansına etkisi.....	55

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Farklı denkleştirici – birleştirici kombinasyonlarının 5dB, 10dB ve 15dB SNR'daki BER değerleri.....	47
Çizelge 3.2. Farklı yol sayıları için hesaplatılan BER değerleri.....	49
Çizelge 3.3. Maksimum doppler frekansının değişik değerlerindeki BER değerleri.....	52

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
t_c	Eş Evre Süresi
f_d	Maksimum Doppler Frekansı
BW_{sin}	Sinyal Bant Genişliği
BW_{kanal}	Kanal Bant Genişliği
τ	Gecikme Yayınımı
c	Işık Hızı
δ	Birim Darbe
T_s	Sembol Süresi
ψ	Anlık SNR Değeri
$\bar{\psi}$	Ortalama SNR Değeri
H_{eq}	Denkleştirici Filtresi
Kısaltmalar	Açıklama(İngilizce) / Açıklama (Türkçe)
AWGN	Additive White Gaussian Noise / Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü
BER	Bit Error Rate / Bit Hata Oranı
DFE	Decision-Feedback Equalizer / Karar Geri Beslemeli Denkleştirici
EGC	Equal Gain Combiner / Eşit Kazanç Birleştirici
ISI	Intersymbol Interference / Semboller arası Girişim
LOS	Line of Sight / Direk Görüş Çizgisi

Kısaltmalar	Açıklama(İngilizce) / Açıklama (Türkçe)
MGF	Moment Generating Function / Moment Üretim Fonksiyonu
MIMO	Multiple Input Multiple Output / Çok Girdili Çok Çıktılı
MLSE	Maximum Likelihood Sequence Estimation / En Büyük Olabilirlik Kestirimi
MMSE	Minimum Mean-Square Error Estimation / En Küçük Ortalama Kare Hata Kestirimi
MRC	Maximum Ratio Combiner / Maksimum Oran Birleştirici
MSE	Mean Square Error / Ortalama Kare Hata
NLOS	Non Line of Sight / Endirek Görüş
PDF	Probability Density Function / Olasılık Yoğunluk
PSD	Power Spectral Density / Güç Spektrum Yoğunluğu Fonksiyonu
PSK	Phase Shift Keying / Evre Kayırmalı Kiplenim
SC	Selection Combiner / Seçmeli Birleştirici
SNR	Signal to Noise Ratio / Sinyal-Gürültü Oranı
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying / Dördün Evre Kaydırmalı Kiplenim
ZF	Zero Forcing / Sıfıra Zorlayan

1. GİRİŞ

Zamanla değişen ve ISI (semboller arası girişim) içeren yapıdaki kanallarda, girişimin sistem performansına olan etkisini azaltmak için denkleştiriciler kullanılmaktadır. Kullanılan yöntemlere göre farklılık gösteren denkleştiriciler, kanalın sebep olduğu girişimi, kanaldan alınan sinyeller üzerinden temizlerken, bir yandan da gürültü bileşenini olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Bu yüzden tüm uygulamalar için tek doğru bir denkleştirme yönteminden bahsetmek doğru olmayacaktır. Sistemin ihtiyacına göre seçilebilecek ve uyarlanabilecek bu denkleştiricileri lineer ve lineer olmayan denkleştiriciler olarak ikiye ayırabiliriz. Bu durumda bahsi daha sonra ayrıntılı açıklamaları verilecek Sıfıra Zorlayan (ZF) ve Minimum Ortalama Kare Hatası (MMSE) denkleştiriciler lineer, Karar Geri Beslemeli (DFE) denkleştirici ise lineer olmayan denkleştiriciler sınıfında yer almaktadır.

ZF denkleştirici, en basit yapıdaki, başka bir deyişle hesap karmaşıklığı en düşük olan denkleştirme yöntemidir. Temel olarak kanalın darbe yanıtının (CIR) matematiksel tersini, alıcıdan alınan sinyale uygulama işlemini içerip, alınan sinyallerde ISI etkisini tamamen ortadan kaldırmaktadır. Bu işlem yapılırken ZF denkleştirme yöntemi ile alınan sinyalin gürültü bileşenininin gücünü de arttırmış oluruz. Bu durum ZF denkleştiricileri gürültü gücünden ödün verilmemesi gereken sistemler için tercih edilmeyen bir yöntem kılmaktadır. Bu yüzden ZF denkleştiriciler yerine, çoğunlukla, hem ISI'yı azaltmaya yarayan, hem de gürültünün düşmesi için bir çözüm içeren MMSE denkleştiriciler tercih edilmektedir. Buna rağmen MMSE denkleştiricinin yapısında bulunan ISI düşürme tekniği, özellikle yüksek girişimin olduğu kanallarda yeterli performans vermemektedir. İşte bu yüzden, özellikle de yüksek Sinyal-Gürültü Oranı (SNR) değerlerinde kullanılmak üzere, bir çok lineer olmayan denkleştirici yöntemi geliştirilmiştir. Bunlardan biri de bu tezin temel odak noktalarından biri olarak tartışılacak DFE denkleştiricilerdir. DFE denkleştiriciler özellikle girişimin çok yüksek olduğu kanallarda iyi bir

performans sağlamaktadırlar. Bununla birlikte bir çok optimum olarak görülen denkleştiricinin tersine hesap karmaşıklığı MMSE denkleştiriciye yakındır.

Kablosuz haberleşme sistemlerinin en büyük problemlerinden birisi de kanalın sebebiyet verdiği çok yollu yayınımdır. Çok yollu yayınımda temel olarak bir sinyalin, çevredeki objelerden yansiyarak kendisiyle beraber ama belirli bir gecikmeyle alıcıya ulaşması durumudur. Bu şekilde alıcıya ulaşan orjinal sinyal ve onun yansıyan kopyalarının her birini "dal" olarak ifade edebiliriz. Bu dalların her biri çok yüksek bir olasılıkla farklı Sinyal-Gürültü Oranına (SNR) sahip olacaktır. İşte bu olumsuz durumu ortadan kaldırmak, çok yollu sinyalleri belirli bir matematiksel ifadeye göre birleştirmek ve sistem performansını yükseltmek için birleştiricilere ihtiyaç duyulmaktadır. Mevcut birleştirici çeşitlerini SC, EGC ve MRC birleştiriciler olarak sıralayabiliriz. Bu üç birleştirme tekniği için ayrıntısız bir performans analizi [1]'de verilmiştir. Bunlardan kısaca bahsetmek gerekirse; MRC birleştirici tüm dallardan gelen sinyalleri alarak SNR'ı en yüksek olan dalın çıkışa etkisi en fazla, en düşük olanın en az olacak şekilde bir birleştirme işlemi yapar. Yani dalın SNR değerine göre bir ağırlıklandırma yapılmaktadır. EGC birleştirici ise yine MRC gibi çalışmakta olup tek farkı tüm dallardaki sinyal SNR'ları için eşit kazanç önermesidir. SC ise en yüksek SNR değerine sahip daldaki sinyalin, direkt olarak çıkışa verilmesi prensibini benimser.

Alıcıda kullanılan bir diğer yöntem ise [1]'de temel yapsından bahsedilen girişim giderme yöntemidir. Bahsi geçen bu girişim giderme (IC) yönteminin herhangi bir birleştirici ile birlikte kullanımları lineer ve lineer olmayan denkleştiriciler için ayrı ayrı incelenmiştir.

Genel performans analizleri dışında alıcının performansının hareket halindeki (mobil) kullanıcılar için bir takım parametreler cinsinden analizi de önem taşımaktadır. Bu bağlamda mobil kullanıcı hızıyla orantılı bir değişken olan Doppler frekansında yaşanan değişimin alıcı performansına etkisinin hesaplanma yöntemi ve analizi de verilmiştir.

Bunun dışında, denkleştiricilerin yapısında bulunan filitrelerin analizi de denkleştiricilerin doğru bir şekilde irdelenebilmesi açısından önemli bir durumdur. Lineer filitreler olan ZF ve MMSE denkleştiriciler için ileri besleme filitreleri, lineer olmayan DFE denkleştirici için ise hem ileri besleme hem de geri besleme filitrelerinin analizi yapılmış, bu filitrelerin filtre boylarının alıcı genel performansına etkileri analiz edilmiş ve tartışılmıştır.

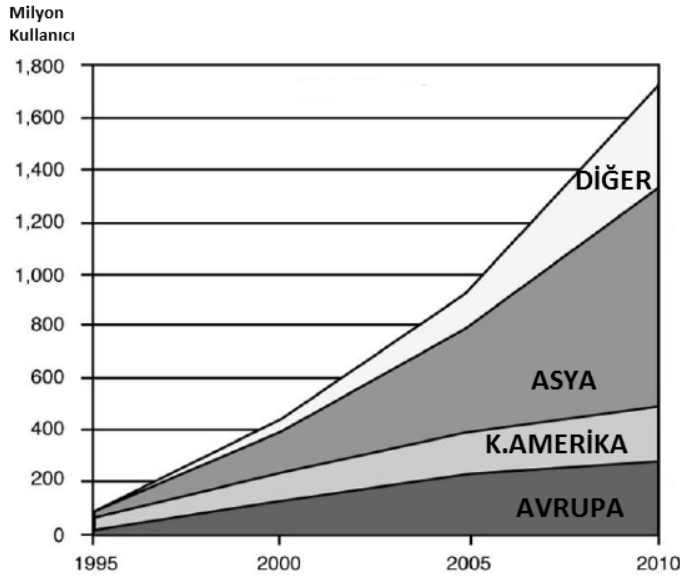
Tüm bunların ışığında tez'in genel gidişatını özetlemek gerekirse, öncelikle kanal yapılarından bahsedilecek ve bu kanalların sistem performansına etkileri teorik ifadeler eşliğinde tartışılacaktır. Bunun dışında tasarlanan alıcının temel blokları olan denkleştirici ve birleştirici katlarından bahsedilecek, verilen farklı eşitleyici ve birleştirici tipleri arasından sistem çıkışına optimum sonucu verecek yöntemin seçimi konusunda kararın alınışı açıklanacaktır.

Teorik geri plan bilgileri sonucunda tez kapsamında gerçekleştirilen MATLAB simülasyonu ile teorik sonuçların karşılaştırması yapılacak, simülasyonun tutarlılığı tartışılacak, akabinde kullanılan yöntemlerin bir takım parametreler ışığında performans analizleri yapılacaktır.

2. ARKA PLAN ÇALIŞMALARI

2.1 Kablosuz Haberleşmeye Genel Bakış

Şüphesiz ki kablosuz haberleşme, haberleşme sektörü içinde en hızlı büyüme ve gelişmenin yaşandığı alandır. Kablosuz teknolojiyi kullananların sayısının artması ile bu alandaki ihtiyaç ve gelişmeler de artış göstermektedir.



Şekil 2.1 Yıllara göre kablosuz teknoloji kullanıcılarının sayısı

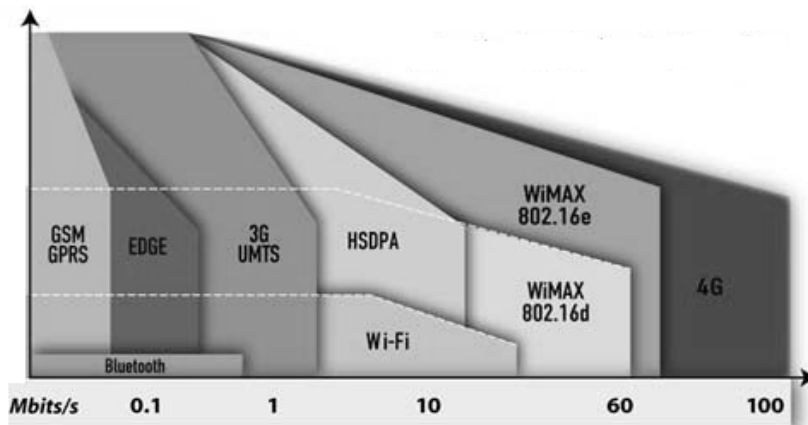
Şekil 2.1’de dünya üzerindeki kablosuz teknoloji kullanan kişi sayısının kıtalara göre değişimi ve bu kullanıcı sayısının yıllara göre artışı gözlemlenmektedir. Her ne kadar kablosuz haberleşme denildiğinde akla ilk gelen ürün mobil telefonlar olsa da kablosuz haberleşme, kablosuz yerel ağlar, uydu haberleşmesi, bluetooth teknolojisi, ultra-geniş band radyoları gibi bir çok ana kavram üzerine kuruludur. Tüm bu kavramlar göz önüne alındığında kablosuz haberleşme teknolojilerinin, diğer haberleşme teknolojilerine karşı bu denli hızlı gelişimindeki temel sebepleri şöyle sıralayabiliriz.

- Yüksek Band Genişliği
- Geniş Kapsama Alanı
- Düşük Güç Tüketimi
- Hızlı Veri İletimi
- Yüksek Kapasite
- Yüksek Kalite
- Yüksek Güvenlik

Tüm bu şartların sürekli daha ileri gitmesi için haberleşme sistemlerinde bulunan bazı parametre ve sistemlerin optimum düzeye çekilmesi gereksinimi ortaya çıkmıştır. Bu parametre ve sistemleri,

- Kodlama Teknikleri
- Modülasyon Teknikleri
- Denkleştirme Algoritmaları
- Anten Tipleri
- Haberleşme Frekans Aralığı
- Erişim Yöntemi (Çoklu Erişim Teknikleri)

olarak sıralayabiliriz. Tüm bu sistemlerin, sürekli olarak yenilenme ve ideale yaklaşma durumu söz konusudur. Bu ideale yaklaşım süreci şekil 2.2'de teknolojinin desteklediği veri aktarım hızına göre grafiklendirilmiştir.



Şekil 2.2 Kablosuz haberleşme teknolojileri ve iletişim hızları

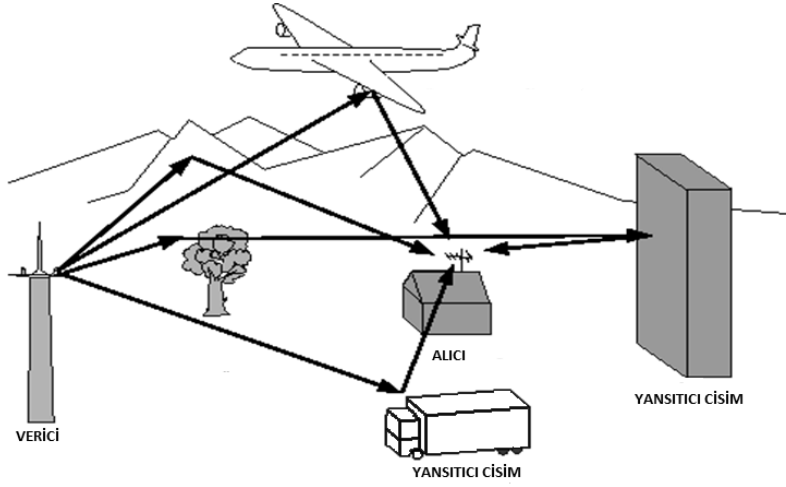
Tüm bu teknolojilerde farklı sistemler kullanılıyor olabilmekle beraber ortak yönleri de mevcuttur. Bu ortak yönlerden ilki şüphesiz ki haberleşmenin gerçekleştirildiği kanaldır. Bir sonraki bölümde işte bu kanal yapılarından bahsedilecektir.

2.1.1 Çok yollu haberleşme kanalları

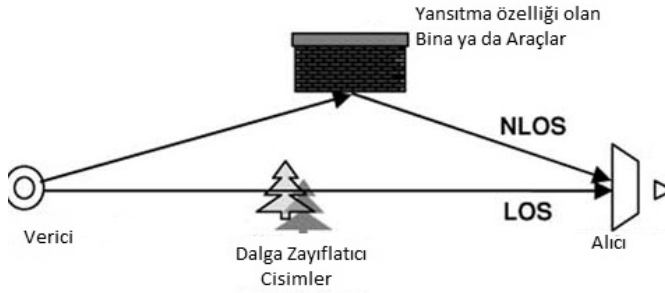
Günümüzde sönümlü kanallar, haberleşme sistemleri içerisinde önemli bir yere sahiptir. Özellikle kablosuz haberleşme ve MIMO (Çoklu Giriş – Çoklu Çıkış) teknolojilerinin hızlı gelişimi ve kullanım alanlarının genişlemesi ile sönümlü kanallar üzerinde araştırmaların ve uygulamaların sayısında artış olmuştur. Sönümlü kanallarda yayının kontrol altında tutulması zorluğu gibi bilinen bir çok dezavantajları vardır. Çalışmalar sadece bu dezavantajların giderilmesine yönelik olmakla kalmamış aynı zamanda bu dezavantajı yaratan çok yollu yayının bir avantaja dönüştürülmesi süreci gerçekleştirmiştir. Öncelikle bu kanal yapısından bahsetmek, tezin sağlam bir temel üzerinde gözükmeye önemli bir adım olacaktır.

Çok yollu yayılım ne demektir? Bu soruya gündelik hayattan bir örnekle cevap vermekte yarar var. Elimizde cep telefonumuz ile evimizde oturduğumuzu düşünelim. Cep telefonumuz yapılan bir mobil çağrının, yer istasyonundan telefonumuzun alıcısına ulaşması tek bir yolla gerçekleşmeyecektir.

Şekil 2.3 ve Şekil 2.4'te de görüldüğü üzere alıcının, vericiden almak istediği esas sinyalin dışında, alıcı ve verici arasında bulunan ve yansıtıcı özelliği olan bir çok cisimden yansıyan sinyaller de alıcıya ulaşacaktır. İşte alıcı ve verici arasındaki direkt yola İngilizce Line of Sight kelimelerinin baş harfleri olan "LOS" adı verilir. Direkt yol dışındaki sinyalleri (yansımalar sonucu alıcıya ulaşan sinyaller) ise "NLOS" olarak adlandıracağız.



Şekil 2.3 Çok yollu yayılım genel görüntüsü



Şekil 2.4 LOS-NLOS Tanımı

NLOS sinyalleri LOS sinyallerinden farklı yollar izlediğinden, farklı mesafeler kat etmiş, dolayısı ile alıcıya farklı zamanlarda ulaşır. Bu durumda alıcı anten tarafından yakalanan bu sinyaller arasında, gecikmelerin sebep olduğu bir faz farkının oluşacağı söylenebilir. Böyle bir durumda aralarında faz farkı bulunan bu sinyalleri direkt olarak toplamak sinyalin bilinmez bir şekle bürünmesine sebep olabileceken, bu sinyalleri belirli bir matematiksel kurala göre toplamak orjinal sinyalden daha güçlü bir sinyal elde etmeye yarayabilecektir.

İşte bahsi geçen sinyalleri toplamak için kullanılacak matematiksel kural "Merkezi Limit Teoremi"dir. Merkezi limit teoreminin tanımına baktığımızda şöyle bir ifadeyle karşılaşırız. "Herhangi (Uniform) bir dağılıma göre dağılmış

rassal değişkenlerin toplamları uniform değil, Gauss Değişkeni(Çan Eğrisi Dağılımlı) şeklinde olur". İşte bu Gauss değişkenleri aslında kullanılan alıcının elde ettiği değerler olacaktır. Bu değerlerin hesaplanmasında kullanılan dağılım şekli ise çok yollu yayınıma ismini verecektir. Yani eğer değişkenler Rayleigh dağılımına göre kombine edilirse çok yollu kanalın adı Rayleigh Sönümlü, Ricean yaklaşımı ile kombine edilirse Ricean Sönümlü, Nakigami yaklaşımına göre kombine edilirse Nakagami Sönümlü kanal olacaktır. Aşağıdaki formüllerde sık kullanılan bu kanal modellerinin Moment Üretim Fonksiyonları (MGF) Eş. 2.1, Eş. 2.2 ve Eş. 2.3'te verilmiştir.

$$\text{Rayleigh Sönümlü: } \mathcal{M}_{\gamma_s}(s) = (1 - s\bar{\gamma}_s)^{-1} \quad (2.1)$$

$$\text{Ricean Sönümlü: } \mathcal{M}_{\gamma_s}(s) = \frac{1 + K}{1 + K - s\bar{\gamma}_s} \exp \left[\frac{K s\bar{\gamma}_s}{1 + K - s\bar{\gamma}_s} \right] \quad (2.2)$$

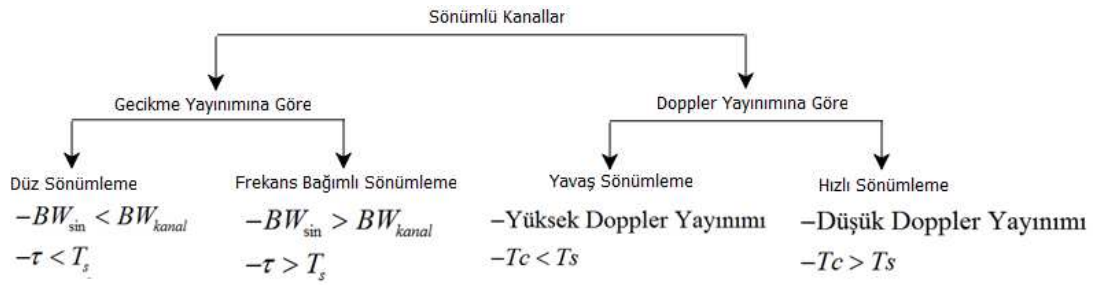
$$\text{Nakagami Sönümlü: } \mathcal{M}_{\gamma_s}(s) = \left(1 - \frac{s\bar{\gamma}_s}{m} \right)^{-m} \quad (2.3)$$

Moment Üretim Fonksiyonu (MGF) hata analizlerinin yapılması esnasında kullanılan çok önemli bir parametredir. İlerideki bölümlerde MGF'nin çeşitleme birleştirme teknikleri irdelenirken nasıl kullanıldığından ayrıntılı biçimde bahsedilecektir. Yine de kısaca değinmek gerekirse, formüllerde Ricean sönümlü kanal için "K" katsayısı göze çarpmaktadır. Bu katsayı daha önce bahsettiğimiz LOS değerini temsil etmektedir. Yani LOS olarak elde edilen sinyalin MGF'teki ağırlığı diğer tüm NLOS sinyallerinden daha güçlü olacaktır.

Bunun dışında bir de kanalın zamanla değişimi kavramından bahsedelim. Bilindiği gibi kablosuz haberleşme kanalları her ne kadar teoride zamanla değişen ve değişmeyen kanallar olarak ayrılıp, analizler bu şekilde yapılsa da gerçek uygulamalarda bu kanallar zamanla değişen bir yapıya sahiptir. Eş evre süresi kanalın değişime uğramadığı zaman aralığını ifade eden bir terim

olmakla beraber Doppler frekansı ile arasındaki ilişki $t_c = 9/16\pi f_d$ şeklindedir.

Eş evre süresinin, sembol süresine oranla daha uzun olduğu durumda, kanal yavaş sönümlü, aksi taktirde ise hızlı sönümlü olarak ifade edilir. Sönümlenme kavramıyla ilgili diğer bilinmesi gereken değişken ise gecikme yayınıdır. Gecikme yayını bir kanalın çok yolluluk açısından ne kadar zengin olduğunu ifade etmektedir. Bu ifade göz önüne alınarak, sönümlü kanallar için diğer bir sınıflandırma yapılabilir. Gecikme yayınının sembol süresinden çok küçük olduğu durumlarda kanala düz sönümlü kanal, aksi durumda ise frekansa bağımlı sönümlü kanal denir. Bu bahsettiğimiz kavramlar Şekil 2.5'te görülebilmektedir.



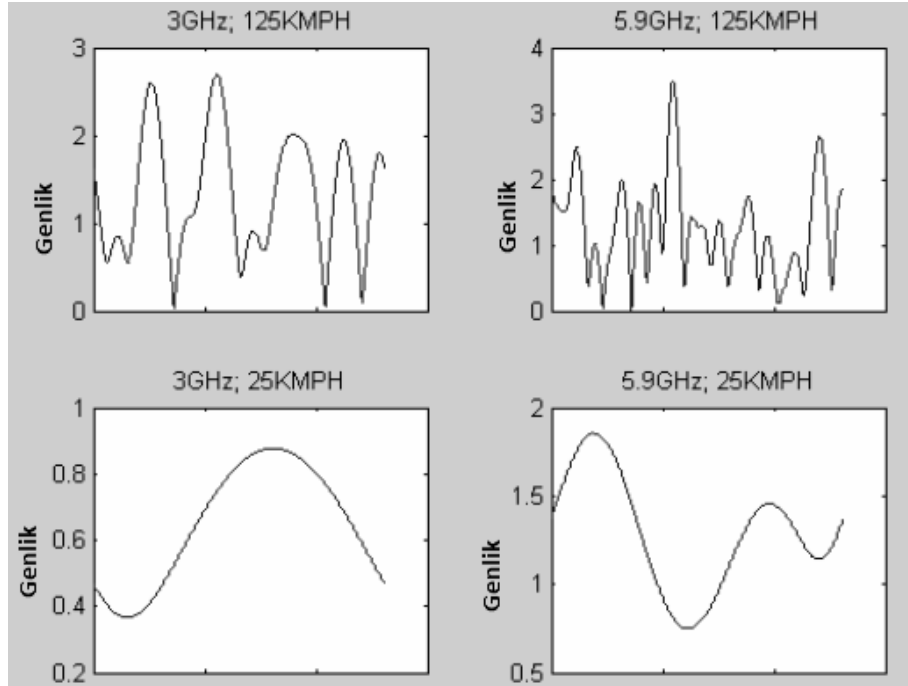
Şekil 2.5 Sönümlü kanal sınıflandırması

Burada BW_{sin} sinyal band genişliği, BW_{kanal} kanal band genişliği, τ gecikme yayını, T_s sinyal periyodunu T_c ise eş evre süresini göstermektedir. Doppler Kayması, haberleşme sisteminde kullanılan alıcı ve verici arasındaki göreceli hareketten kaynaklanan zamanı ifade etmekle beraber, matematiksel ifadesi Eş. 2.4'teki gibidir.

$$f_d = \frac{v(m/s) * f(Hz)}{c(m/s)} \quad (2.4)$$

Buna göre Şekil 2.6'da Doppler frekansının kanal yapısına etkisini gösterebilmek amacıyla, Doppler frekansı sırasıyla 350Hz, 680Hz, 70Hz,

135Hz iken farklı frekans ve hız değerlerine göre teorik olarak bazı kanal darbe yanıtlarının zamana bağlı değişimi verilmiştir.



Şekil 2.6 Farklı doppler frekanslarında kanal darbe yanıtları

2.1.2 Sönümlü kanallar

Bir önceki bölümde frekans bağımlı ve düz sönümlü kanal arasındaki ayırmadan bahsedilmişti. Buna göre düz sönümlü kanallar daha ideal bir haberleşme için daha uygun olmakla beraber, yüksek veri hızlarına çıkılan uygulamalarda sinyal band genişliği artmakta ve sembol periyodu bir kaç mikrosaniye seviyelerinde seyretmektedir. Frekans bağımlı kanalın, kanala giren sinyaller üzerindeki etkisini L adet dala sahip bir filtre olarak düşünebiliriz. Bu L adet daldaki her bir darbenin aslında birim darbenin (δ) bir katsayıyla çarpılıp, belirli bir fazda kaydırılmış hali olarak ifade edilebileceği aşikardır. Buna göre kanalın darbe cevabının zamana göre değişim fonksiyonu Eş. 2.5'teki gibi ifade edilebilir.

$$h(\tau, t) = \sum_{k=1}^L h_k(t) \delta(\tau - kT_s) \quad (2.5)$$

Daha önce de bahsi geçen Rayleigh dağılımı göz önünde bulundurularak, çok yollu kanaldan geçmiş sinyalin alıcıdaki durumunu matematiksel olarak Eş. 2.6 gibi genelleyebiliriz.

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) e^{j\theta_k(t)} s(t - \tau_k) + n(t) \quad (2.6)$$

Buradaki α_k çarpımsal kazancı, θ_k k. sıradaki yolun faz kaymasını, $n(t)$ AWGN gürültüsünü, $s(t)$ ise kanala giden sinyal dizini ifade etmektedir. Bu formülde bahsi geçen gecikme süresi (τ_k) sembol süresine oranla çok küçük değerdeyse $s(t - \tau_k) = s(t)$ olarak alınarak Eş. 2.6 nolu denklem Eş. 2.7 gibi sadeleştirilebilecektir.

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) e^{j\theta_k(t)} s(t) + n(t) \quad (2.7)$$

Bu formülde bir sadeleştirmeye giderek $g(t) = \alpha_k(t) e^{j\theta_k(t)}$ varsayımı yapılırsa formül Eş. 2.8 gibi yazılabilir.

$$r(t) = g(t)s(t) + n(t) \quad (2.8)$$

Eş. 2.8'e göre $g(t)$ ölçeklendirme faktörü değişkenini eşevre(in-phase) ve dördün(quadrature) komponentleri olarak yazacağız. Bunun için $g(t)$ 'yi $g(t) = x(t) + jy(t)$ eşitliğini sağlayacak şekilde $x(t)$ ve $y(t)$ değişkenleri Eş. 2.9 ve Eş. 2.10'daki gibi oluşturulabilir.

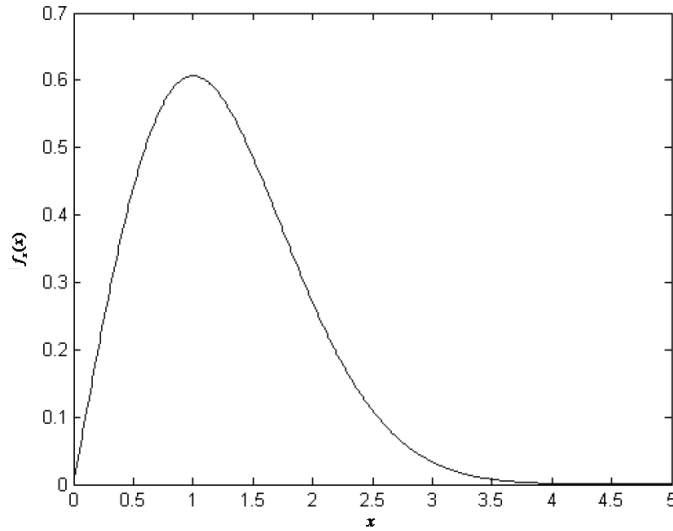
$$x(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) \cos \theta_k(t) \quad (2.9)$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k(t) \sin \theta_k(t) \quad (2.10)$$

Bu denklemleri şöyle yorumlayabiliriz. $s(t)$ gönderilen sinyali, zamanla değişen bir $g(t)$ sinyali ile modüle edilmektedir. $x(t)$ ve $y(t)$ de $g(t)$ sinyalinin eş evre ve dördün komponentleridir. $x(t)$ ve $y(t)$ komponentlerinin bağımsız

rassal Gauss değişkeni oldukları merkezi limit teoremi ile ispatlanabilir. Bu tipteki bir sönülmeye Rayleigh tipi sönümlenme denir.

Rayleigh sönümlenmeli bir kanalın olasılık yoğunluk fonksiyonu(pdf) Şekil 2.7 görülebilmektedir.

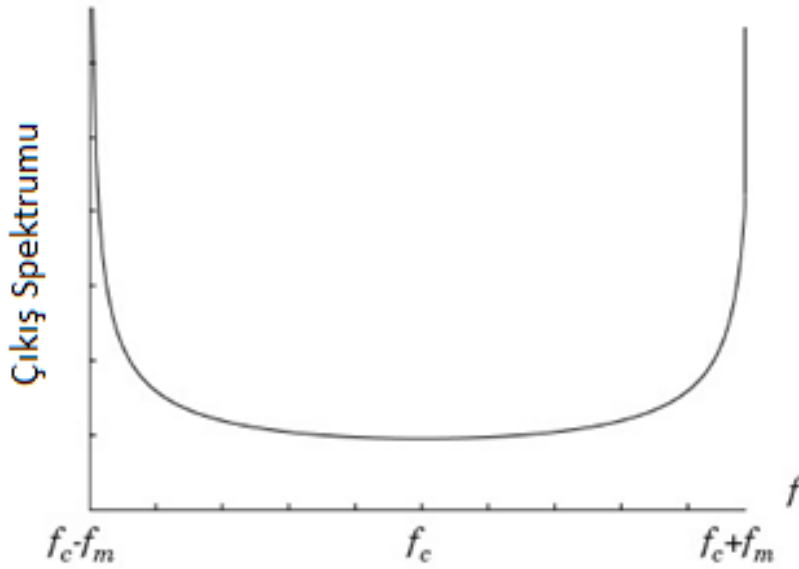


Şekil 2.7 Rayleigh sönümlü kanalın olasılık yoğunluk fonksiyonu

Rayleigh sönümlenme modeli, yerleşimin olduğu sokak benzeri alanlar için iyi bir model olarak kabul edilmektedir. Daha önce de belirttiğimiz üzere Rayleigh modelinde direkt görüş yolunu ifade eden LOS parametresi bulunmamaktadır.

2.1.3 Jakes sönümlenme modeli

Yukarıda bahsi geçen Rayleigh sönümlenme modeline göre $x(t)$ ve $y(t)$ şeklinde iki bağımsız rassal Gauss değişkeni elde edebildiğimizden bahsedilmiştir. Rayleigh sönümlü bir kanal yapısı oluşturmaya çalışmamızın temel nedeninin Doppler spektrumu Şekil 2.8'dekine benzer bir sinyal üretebilmektir.



Şekil 2.8 Maks. Doppler kayması f_m olan bir sinyalin doppler spektrumu

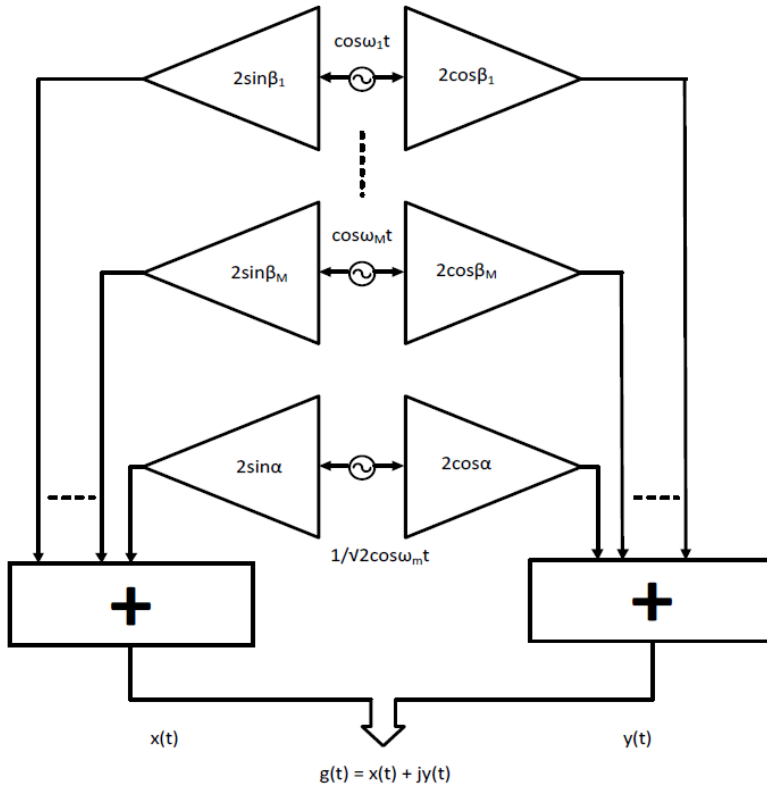
Buna göre bahsi geçen Rayleigh modelinden Jakes modeline geçiş yapmak için önceki bölümde verdiğimiz $g(t) = x(t) + jy(t)$ formülünü izleyeceğiz. Bu formüle göre $x(t)$ ve $y(t)$ sinüsoid dalgaları aşağıdaki matematiksel yapıda kullanmamız gerekmektedir.

$$g(t) = x(t) + jy(t) \quad (2.11)$$

$$g(t) = \sqrt{2} \left(\left(\sum_{n=1}^M \cos \beta_n \cos \pi f_n t + \sqrt{2} \cos \alpha \cos 2\pi f_d t \right) \right. \\ \left. + j \left(2 \sum_{n=1}^M \cos \beta_n \cos \pi f_n t + \sqrt{2} \cos \alpha \cos 2\pi f_d t \right) \right) \quad (2.12)$$

Eş. 2.12'e göre $\hat{\phi}_n = -2\pi(f_c + f_m)\tau_n$ olmak üzere α ve β katsayıları $\alpha = \hat{\phi}_N = -\hat{\phi}_{-N}$ ve $\beta_n = \hat{\phi}_n = -\hat{\phi}_{-n}$ olarak tanımlanabilirler. Daha önce bahsedildiği üzere maksimum Doppler frekansı ise $f_d = v / \lambda_c$ olarak hesaplanmaktadır.

Eş. 2.12'ye göre Jakes sönmüleme üreticinin diyagramını Şekil 2.9 daki gibi çizebiliriz.



Şekil 2.9 Jakes sönümlenme üretici blok yapısı

Şekilde Jakes modeline göre sönümlenme sinyallerinin nasıl oluşturulduğu görülmektedir. Burada M adet olan frekans osilatörünün çalışma frekansı $f_n = f_m \cos 2\pi n / N$ 'dir.

2.1.4 Semboller arası girişim (ISI)

Çok yollu yayılım ile beraber en fazla telaffuz edilen kavramlardan birisi de semboller arası girişimdir (ISI). Bunun sebebi frekans bağımlı kanallarda gecikmeye uğrayan orijinal sinyalin, kendi kopyaları ile iç içe girişimidir. Her ne kadar sinyal gücü, ISI gücünü de artırıyor olsa da, bu girişim hata oranlarını kabul edilebilir sınırların dışına çekebilmektedir.

ISI ile ilgili ilk yayınları Bello ve Nelin ortaya koymuştur. Bu makalenin üzerine farklı modülasyon tipleri için girişim değerlerinin hesaplandığı ve analizlerinin yapıldığı pek çok araştırma yapılmıştır. ISI'nin ortaya konması ve analizlerinin

gerçekleştirilmesinden sonra ise bu girişim değerinin kanaldaki etkilerinin alıcı ve verici anten kısmında nasıl düşürülebileceği üzerine çalışmalar yapılmıştır.

Bahsedilen bu çalışmalar üzerine ISI'nın etkisi ve matematiksel modellemesi yapılabilir. Önceki bölümde $s(t)$ olarak verilen giriş sinyalini

$$s(t) = \sum_n b_n u(t - nT) \quad (2.11)$$

olacak şekilde açalım. Burada b_n n. sıradaki sinyali, $u(t)$ ise birim darbe cevabını temsil etmektedir. Buna göre alıcı tarafından alınan sinyali Eş. 2.12 gibi yazabiliriz.

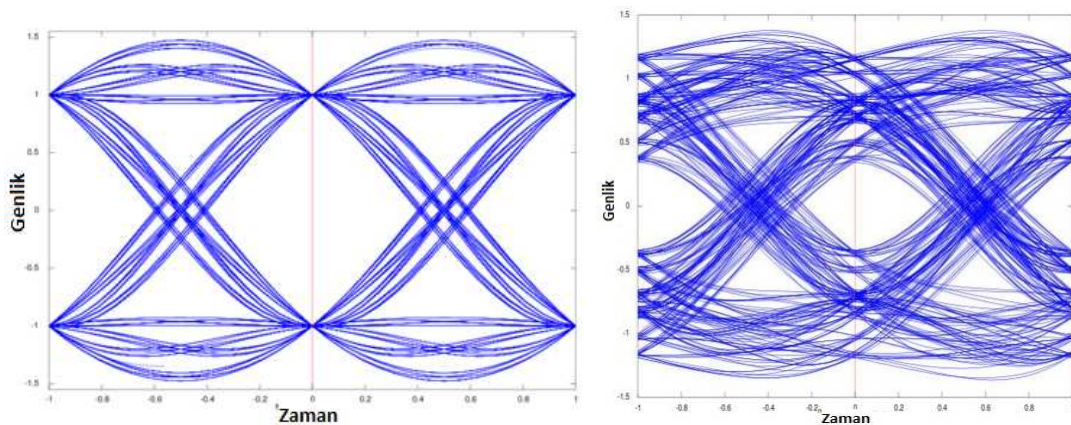
$$r(t) = \sum_n b_n v(t - nT) + n(t) \quad (2.12)$$

Burada $v(t)$ gönderilen sinyalin kanaldan geçmiş durumunu ifade etmekle beraber h_k kanalı ifade etmek üzere, $v(t) = u * h_k(t)$ olarak yazılabilir. Eğer b_0 gibi tek bir sembol kanal üzerinden gönderilirse bu durumda kullanılacak optimum demodülatör, uyumlu süzgeç olacaktır. Diğer bir deyişle $\tilde{v}(t) = v(-t)$ olarak ifade edilebilen uyumlu süzgeçten geçirilecek ve uyumlu filtre çıkışında örneklenecektir. Eğer tek bir sembol değil de bir sembol dizini gönderilecekse, yine demodülasyon için uyumlu süzgeç kullanabiliriz. Fakat bu sefer filtre çıkışındaki semboller $t = mT$ anında örneklendirilmelidir ki b_m sinyali için istatistiksel değerler üretilebilsin. Buna göre $t = mT$ anındaki uyumlu filtrenin çıkışını Eş. 2.13'teki gibi modelleyebiliriz.

$$\begin{aligned} z_m &= \sum_n b_n v * \tilde{v}(mT - nT) + n_m \\ &= \underbrace{b_m \|v\|^2}_1 + \underbrace{\sum_{n \neq m} b_n v * \tilde{v}(mT - nT) + n_m}_2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Bu formülde n_m kanalın gürültü etkisini ifade etmekle beraber varyansı $\frac{N_0 \|v\|^2}{2}$ olan ve sıfır ortalamalı bir Gauss rassal değişkenidir. Yukarıda görüldüğü üzere denklem (2.13) 2 parça olarak işaretlenmiştir. Bu parçalardan ilki alıcıdaki arzulanan sinyali, ikincisi ise istenmeyen(kanal etkisiyle oluşan) sinyalleri ifade etmektedir. İşte bu istenmeyen sinyallere semboller arası girişim(ISI) denmektedir.

ISI'nin var olduğu ve olmadığı durumların matematiksel olarak ifade edilmişinden bahsetmek için, $v(t)$ 'nin zamanla limitli, yani $0 \leq t \leq T$ dışındaki t değerleri için $v(t)=0$ olduğunu varsayalım. Bu durumda $-T \leq t \leq T$ dışındaki t değerleri için $v^* \tilde{v}(t)=0$ olacaktır. Buna göre $n \neq m$ olduğu sürece $v^* \tilde{v}(mT - nT)=0$ olacağından ISI'nin varlığından söz edilemeyecektir. Bunun yanında ne yazık ki zaman limitli bir dalga şekline sahip sinyal asla band limitli olamayacaktır. Bu bağlamda band limitli kanal için öncelikle $v(t)$ buna bağlı olarak da $v^* \tilde{v}(t)$ zaman limitli olamayacak, bu yüzden de ISI'nın varlığı söz konusu olacaktır.



Şekil 2.10 PSK modüle edilmiş bir sinyal üzerindeki ISI etkisi

ISI'nın var ya da yok olma durumu matematiksel olarak bu şekilde ifade edilirken, ISI'nın hesaplanması ve varlığının tespiti için göz çizeneği(eye pattern) adı verilen grafiklere başvurulur. Şekil 2.10'da sırasıyla PSK ile

modüle edilmiş bir sinyal ve bu sinyalin kanalda ISI'dan etkilenmesi ile oluşan etkisi gösterilmektedir.

Buraya kadar ISI'in haberleşme sistemleri üzerindeki etkisi, hesaplanması, modellenmesi gibi kavramlar üzerinde durulmuştur. Bundan sonraki bölümde özellikle kablosuz haberleşme kanallarında oluşan ISI etkisini, alıcı tarafından alınan sinyalin içinden eleyen sinyal işleme işlemleri, Denkleştirciler başlığı altında incelenecektir.

2.2 Denkleştirciler

Bir önceki kısımda gördüğümüz üzere çok yollu kanallarda yansımalar sebebiyle oluşan gecikmeli sinyaller (NLOS) semboller arası girişime (ISI) sebep olmaktadır. Bu girişimler hata oranlarının çok yüksek değerlere çıkmasına sebep olduklarından bu durumun ortadan kaldırılması için denkleştirici adı verilen sinyal işleme tekniği geliştirilmiştir.

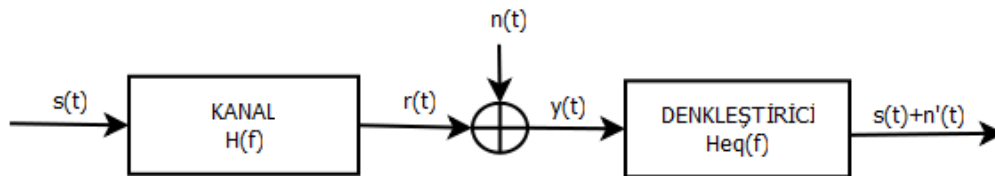
Denkleştirciler sistemlerin alıcı kısımlarında olabilecekleri gibi, verici antenlerinde bulunabilir. Alıcıda bulunan denkleştirciler gelen sinyalden ISI ve gürültüyü temizlerken, verici kısmındaki denkleştirciler gönderilen sinyalin ISI'ya daha az duyarlı olmasını sağlamakla görevlidir.

“ISI'yi hangi durumlarda düşürmek gerekli olmaktadır?” sorusunun cevabı iletişimde kullanılan modülasyon sembol zamanıyla alakalıdır. Eğer modülasyon sembol zamanı (T_s), kanalın gecikme yayılımı (τ) ile aynı ya da yakın büyüklüğe sahipse daha güvenilir bir iletişim için ISI'yi düşürecek tedbirler alınmalıdır. Bunu bir örnekle açıklamak gerekirse, kablosuz ev telefonları, ev içinde kullanıldığı için gecikme yayınımları küçük değerlerde olmasına karşın bu telefonlarda ses iletişimi yapıldığından ve sesin veri oranı gecikme yayınımlarına oranla çok küçük bir değerde olduğundan denkleştircilere gerek yoktur. Buna karşın σ_{T_m} ve T_s değerleri birbirine çok

yakın olan mobil haberleşme standardı IS-54'te denkleştiriciler standardın bir parçası haline gelmiştir.

Çoğu durumda tek başına sinyalleri denkleştirmek sinyal girişimini azaltabiliyor olsa da kanaldan gelen sinyalin gürültü miktarını arttırabilmektedir. İşte bu yüzden belirli bir sistem için denkleştirici seçerken dikkat edilmesi gereken husus, ISI'nın elenme miktarı ile gürültü katkısını sisteme uygun bir şekilde dengelemektir.

Peki denkleştiriciler gürültüyü nasıl arttırabilirler, şimdi bu sorunun cevabını arayalım. Şekil 2.11'de basit bir denkleştirici yapısı görülmektedir.



Şekil 2.11 Denkleştiricilerin genel yapısı

Burada $s(t)$, frekans cevabı $H(f)$ olan ve zamanla değişen bir kanaldan geçirilmiş, kanaldan çıkan sinyal olan $r(t)$ ise üzerine beyaz Gauss gürültüsü(AWGN) eklenerek denkleştiriciden geçirilmiştir. Denkleştiricinin frekans cevabı ise $H_{eq}(f)$ 'tir.

Yani bu durumda;

$$Y(f) = S(f)H(f) + N(f) \quad (2.14)$$

$n(t)$ 'nin AWGN olduğunu çalışmanın geride kalan bölümlerinde belirtilmişti. Bu da $n(t)$ 'nin psd değerinin N_0 olduğunu ifade etmektedir. $s(t)$ 'nin bant genişliğinin B olduğunu kabul edelim. Bu durumda gürültü gücü $N_0 \cdot B$ olacaktır. Eğer kanalın sebep olduğu tüm ISI ortadan kaldırılmak isteniyorsa denkleştiricinin frekans cevabı $H_{eq} = \frac{1}{H(f)}$ olarak seçilmelidir. Şekil 2.9'da

görülen denkleştirici yapısına göre frekans domenindeki matematiksel model şu şekilde olacaktır.

$$[S(f)H(f) + N(f) + N(f)]H_{eq} = S(f) + N'(f) \quad (2.15)$$

Burada $N'(f)$ beyaz olmayan Gauss gürültüsü olup psd'si $\frac{N_0}{|H(f)|^2}$ 'ye eşittir.

Böylelikle tüm ISI $S(f)$ 'ten çıkarılmış olur. Her ne kadar $H(f)$ spektral sıfırlara sahip olsa da, $s(t)$ 'nin bant genişliği içinde $N'(f)$ 'nin gürültü gücü sonsuza eşittir. Hatta $H(f)$ 'de spektral sıfırlar bulunmasa bile, eğer $H(f)$ bazı frekans değerleri için çok fazla zayıflatılmışsa denkleştirici bu frekans değerleri için gürültüyü arttıracaktır (Spektral Sıfır: Bazı f_0 değerleri için $H(f_0)=0$ olması durumudur). Bu durumda her ne kadar ISI ortadan kaldırılmış olsa da gürültünün artması sebebi ile tüm sistemin performansı düşüş olacaktır. Diğer bir deyişle, sistemin SNR değerinde düşük olacaktır. İşte, daha önce de söylediğimiz gibi, denkleştirici seçiminin önemi de bu noktada ortaya çıkmaktadır.

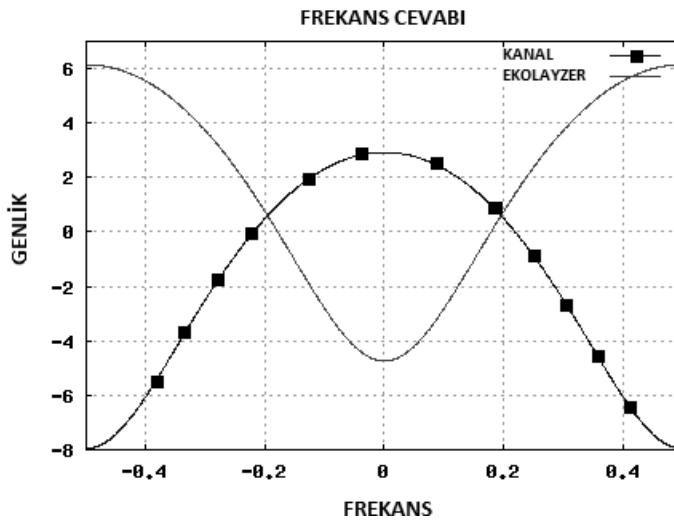
ISI'nın düşürülmesi ile gürültünün artması arasında bir denge kurulmalı, gerekirse ISI'nın tamamen ortadan kaldırılması yerine, bundan belli bir miktarda feragat ederek gürültü miktarı düşük tutulmalıdır.

Denkleştiricilerle ilgili diğer bir husus da kullanılan yöntemlerin farklılığıdır. Denkleştirme teknikleri lineer teknikler ve lineer olmayan teknikler olmak üzere 2 ana kategori altında incelenebilir. Lineer teknikler genel olarak uygulaması daha basit olan tekniklerdir. Bununla birlikte lineer denkleştiriciler gürültüyü azaltma konusunda oldukça başarısızdırlar, bu yüzden de kablosuz haberleşmede kullanım alanları oldukça sınırlıdır. Lineer olmayan denkleştirici teknikleri arasında ise en optimum teknik Karar Beslemeli Denkleştirme (DFE) tekniğidir. DFE tekniğiyle dizayn edilmiş denkleştiricilerin hem uygulaması nispeten kolay olup hem de hata giderimi konusunda lineer denkleştiricilere göre çok daha başarılıdırlar. Bununla birlikte düşük SNR

değerine sahip kanallarda DFE gürültü yayılımı konusunda sorunlar yaşar. Kısacası DFE denkleştiriciyi yüksek SNR değerleri için kullanmak daha mantıklı olmaktadır. Tabii tüm bu pozitif ve negatif yönlerle beraber, mükemmel denkleştiricinin matematiksel modelinin bulunması gerekliliği ortaya çıkmış ve Maksimum Benzetimli Kestirim(MLSE) denkleştiricileri geliştirilmiştir. Fakat bu denkleştiriciler de hem algoritmanın girift yapısından hem de yavaş işlemesi sebepleri ile fazla uygulama alanı bulamamaktadır. Tüm bu anlatılanların ışığında tez için hazırlanan simülasyonlarda kullanılmış olan Sıfıra Zorlayan (ZF) Denkleştirici, Maksimum Ortalama Kare Hata (MMSE) Denkleştiriciler ve Karar Geri Beslemeli Denkleştiriciler(DFE) incelenmiştir.

2.2.1 Sıfıra zorlayan (ZF) eşitleyici

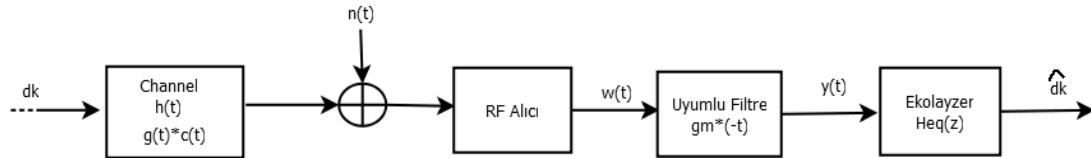
ZF Denkleştirici temel olarak kanalın frekans cevabının tersinin bir filtre aracılığı ile kanal çıkışına uygulanması prensibini gütmektedir. Bu durumu Şekil 2.10'da grafiksel olarak görebiliriz.



Şekil 2.12 Kanal frekans cevabı-denkleştirici filtre

Bununla beraber ZF denkleştiricinin matematiksel modelini açıklamak ve bu matematiksel model üzerinden yorumlar yapmak şüphesiz ki daha gerçekçi

yorumlar yapmamızı sağlayacaktır. Bunun için öncelikle Şekil 2.11'deki basit sistem diyagramı üzerinden gidebiliriz.



Şekil 2.13 ZF Denkleştiricinin genel yapısı

Şekil 2.11'e göre $f(t)$ fonksiyonu işlemlere kolaylık getirilmek adına kanal ve uyumlu filtrenin kombinasyonu olarak tanımlanmış bir fonksiyondur. Buna göre $f(t)$ 'yi Eş. 2.16'deki şekliyle ifade edebiliriz.

$$f(t) = g(t) * c(t) * g_m^*(-t) \quad (2.16)$$

Eş. 2.16'da tanımlı $f(t)$ fonksiyonunu göz önüne alarak uyumlu filtrenin çıkışı Eş. 2.17'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} y(t) &= d(t) * f(t) + n_g(t) \\ &= \sum d_k \cdot f(t - kT) + n_g(t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ayrıca burada $n_g(t) = n(t) * g_m^*(-t)$ olacaktır. Bununla birlikte T_s sembol süresi iken $f[n] = f(nT_s)$ yazabileceğimizden formülü şu hale getirebiliriz.

$$\begin{aligned} y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \cdot f(nT_s - kT_s) + n_g(nT_s) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \cdot f[n - k] + v[n] \\ &= d_n \cdot f[0] + \sum_{k \neq n} d_k f[n - k] + v[n] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Son elde ettiğimiz sinyal bazındaki bileşenleri z dönüşümü yardımı ile Eş. 2.19'a çevirmemiz mümkün olacaktır.

$$Y(z) = D(z)F(z) + N_g(z) \quad (2.19)$$

Buradaki N_g , uyumlu filtreden geçen sinyalin beyaz gürültüsünün güç spektrumunu ifade etmektedir. Böylece $F(z)$ yi şöyle yazabiliriz.

$$F(z) = H(z)G_m^*\left(\frac{1}{z^*}\right) = \sum_n f(nT_s)z^{-n} \quad (2.20)$$

Eş. 2.20'de dikkat edileceği üzere denkleştiricinin bileşeni denkleme müdahil olmuştur. ZF denkleştiricinin ISI'yi tamamen ortadan kaldırıldığı çalışmanın önceki bölümlerinde açıklanmıştır. İşte bu amaçla $H_{ZF}(z) = \frac{1}{F(z)}$ olarak seçilir. ZF denkleştiricinin gürültü eleme konusunda herhangi bir mekanizması olmadığından bahsedilmişti. Buna göre oluşan gürültünün güç spektrumunu da şöyle verebiliriz.

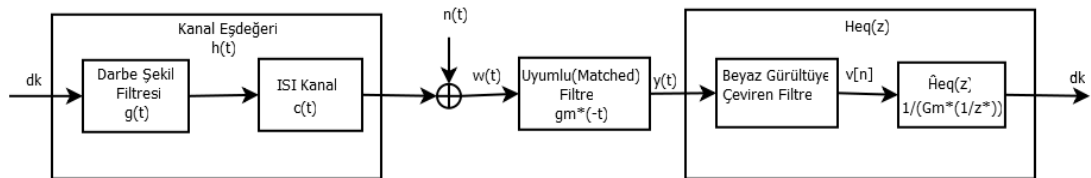
$$N(z) = N_g(z) |H_{ZF}(z)|^2 = \frac{N_0 \left| G_m^*\left(\frac{1}{z^*}\right) \right|^2}{|F(z)|^2} = \frac{N_0}{|H(z)|^2} \quad (2.21)$$

2.2.2 Minimum ortalama kare hatası denkleştirici

ZF denkleştirici dışındaki bir diğer denkleştirici tipi ise MMSE denkleştiricidir. Bu denkleştiricinin temel mantığı ise yine isminden de anlaşılacağı üzere vericiden çıkan sembol ile denkleştiriciden çıkan sembol arasındaki ortalama kare hatasını minimize etmektir. Şekil 2.12'de MMSE denkleştiricinin temel yapısı görülmektedir. Buradaki yapı üzerinden konuşacak olursak MMSE denkleştiricinin görevi $E[d_k - \hat{d}_k]^2$ değerini minimum değerde tutacak $\{w_i\}$ değerlerini seçmektir. MMSE lineer denkleştirici olduğundan \hat{d}_k çıkış değerleri $y[k]$ 'nin elemanlarının lineer birer kombinasyonu olacaktır. Yani;

$$\hat{d}_k = \sum_{i=-L}^L w_i y[k-i] \quad (2.22)$$

Bu durumdaki $\{w_i\}$ değerlerinin seçilmesi bir lineer kestirim problemidir. Eğer denkleştiriciye giriş yapan gürültü beyaz gürültü ise bu problem Wiener Filtresi ile çözümlenebilecek bir problem halini alırdı.



Şekil 2.14 MMSE Denkleştiricinin Yapısı

Fakat alıcı kısmında yer alan uyumlu filtre yüzünden böyle bir sistemde denkleştiriciye giren gürültü beyaz gürültü olmayacaktır. Bu gürültünün güç spektrumu $N_0 \left| G_m^* \frac{1}{z^*} \right|^2$ değerinde olacaktır. İşte bu yüzden denkleştiriciyi bilinen şekliyle incelemektense 2 parça halinde incelemek daha doğru olacaktır. Bu iki parça şekil 2.14'de de görüldüğü üzere gürültü beyazlatan filtre ile denkleştirici ünitesi olacaktır. Gürültü beyazlatan filtrenin görevi isminden de anlaşılabilir olduğu üzere gelen renkli (beyaz gürültü olmayan) gürültüyü beyaz gürültüye çevirmektir. Beyaz gürültünün psd'si bildiğimiz üzere N_0 'a eşit olduğundan,

$$\frac{N_0 \left| G_m^* \frac{1}{z^*} \right|^2}{H} = N_0 \quad (2.23)$$

olacak şekilde bir H seçilmelidir. Bu H değeri gürültü beyazlatıcı filtrenin psd'si olarak seçilmelidir. Bu da $G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right)$ 'dir. Yalnız şunu da eklemekte fayda var ki $G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right)$ filtresi gürültü beyazlatacak tek filtre değildir. Bununla birlikte daha stabil başka filtreler de seçilebilir. Tabii buradaki başka bir sorun da uyumlu filtrenin gürültüye etkisini kestirmektir. Bu kestirimi yaparak uyumlu filtrenin etkisini azaltırsak, denkleştiricinin dizaynı nispeten daha kolay olacaktır.

$\hat{H}_{eq}(z)$ filtresi girişi v_n ve tepe sayısı $2L+1$ olan bir lineer filtredir. Bu filtreyi Eş. 2.24'teki şekilde formülize edebiliriz.

$$\hat{H}_{eq}(z) = \sum_{i=L}^L w_i z^{-i} \quad (2.24)$$

Daha önce de söylediğimiz gibi bizim amacımız $E[d_k - \hat{d}_k]^2$ değerini minimum yapan $\{w_i\}$ değerlerini bulabilmektir. Şekilde de denkleştiricinin giriş vektörü olan v 'yi şu şekilde tanımlarsak,

$$v = [v[k+L], v[k+L-1], \dots, v[k-L]] \quad (2.25)$$

$$= [v_{k+L}, v_{k+L-1}, \dots, v_{k-L}] \quad (2.26)$$

\hat{d}_k 'yı da bu oluşturduğumuz v vektörleri cinsinden ifade edebiliriz $\hat{d}_k = w^T v = v^T w$. Burada $w = [w_{-L}, \dots, w_L]$ 'dir. Minimum kare hatayı (MSE) minimize etmek istediğimiz için şimdi $E[d_k - \hat{d}_k]^2$ ifadesini elde ettiğimiz değerler türünden yazmaya çalışalım.

$$E[d_k - \hat{d}_k]^2 = E[w^T v v^H w^* - 2 \operatorname{Re}\{v^H w^* d_k\} + |d_k|^2] \quad (2.37)$$

Burada $E[v v^H] = M_v$ ve $E[v^H d_k] = v_d$ olarak değişken değişimi yaparsak minimum kare hatasını değişik bir şekilde yazabiliriz Eş. 2.28.

$$E[d_k - \hat{d}_k]^2 = w^T M_v w^* - 2 \operatorname{Re}\{v_d w^*\} + 1 \quad (2.28)$$

Böylece optimum tepe vektörünü, bu sonucun gradyanını sıfıra eşitleyerek bulabiliriz. Yani,

$$\nabla_w (E[d_k - \hat{d}_k]^2) = \left(\frac{\partial (E[d_k - \hat{d}_k]^2)}{\partial w_{-L}}, \dots, \frac{\partial (E[d_k - \hat{d}_k]^2)}{\partial w_L} \right) \quad (2.29)$$

$$= 2w^T M_v - 2v_d \quad (2.30)$$

Bu değeri sıfıra eşitlemek için $w^T M_v = v_d$ olarak seçilmelidir. Böylece optimum tepe değerleri

$$w_{opt} = (M_v^T)^{-1} v_d^T \quad (2.31)$$

olacaktır.

Tüm bu matematiksel işlemlerin asıl amacı ortalama kare hatasını(MSE) minimum yapmaktır. Şimdi bunu da göz önünde bulundurarak mevcut sonuçlar için minimum MSE'yi yazalım.

$$E[d_k - \hat{d}_k]^2 \Big|_{\min} = 1 - v_d M_v^{-1} v_d^H \quad (2.32)$$

Şimdi tekrar Şekil 2.14'deki modeli göz önünde bulunduralım. $w^T M_v = v_d$ denklemini bu şekildeki giriş-çıkış sinyal değerlerine göre düzenlersek

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} w_i (f[j-i] + N_0) \delta[j-i] = g_m^*[-j] \quad (2.33)$$

Tekrar bu denklemin z-dönüşümü alınarak Eş. 2.34 ve Eş. 2.35 elde edilebilir.

$$\hat{H}_{eq}(z) \cdot (F(z) + N_0) = G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right) \quad (2.34)$$

$$\hat{H}_{eq}(z) = \frac{G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right)}{F(z) + N_0} \quad (2.35)$$

Daha önce denkleştiricinin gürültü beyazlatan filtre ve ISI eleyen filtre olmak üzere 2 parçadan oluştuğunu belirtmişti. Gürültü beyazlatan filtrenin matematiksel eşdeğeri $G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right)$ olarak verilmişti. Şimdi bu denklemi Eş. 2.35 ile birleştirirsek, Eş. 2.36'yı elde edebiliriz.

$$H_{eq}(z) = \frac{\hat{H}_{eq}(z)}{G_m^* \left(\frac{1}{z^*} \right)} = \frac{1}{F(z) + N_0} \quad (2.36)$$

Yukarıda bulduğumuz bu sonuca göre değerlendirilmesi gereken bir kaç nokta bulunmaktadır. Öncelikle ideal MMSE filtresi gürültü beyazlatan filtrenin etkisini sıfıra indirmektedir. İkinci olarak Eş. 2.36'da görüldüğü üzere ideal

MMSE filtresi, gürültü bileşeni(N_0) dışında Eş. 2.21'de görülen ZF denkleştirici ile aynıdır. Bu da kanalda gürültü olmadığı sürece MMSE ve ZF denkleştiricilerin eşdeğer olduğu anlamına geliyor.

Eş. 2.36'de son ve en önemli olarak görülen nokta ise kanal girişi ile gürültünün belirli bir dengede olmasıdır. Buna göre eğer $F(z)$ bazı frekans değerleri için çok düşük değerler alırsa, gürültü bileşeni(N_0) kanalın aşırı gürültülü olmasını engeller. Bununla birlikte gürültü güç spektrum yoğunluğu (psd) fonksiyonu yeterince küçük değerler aldığında $H_{eq}(z) = \frac{1}{F(z)}$ eşitliği oluşur ve $F(z)$ terslenmiş olur.

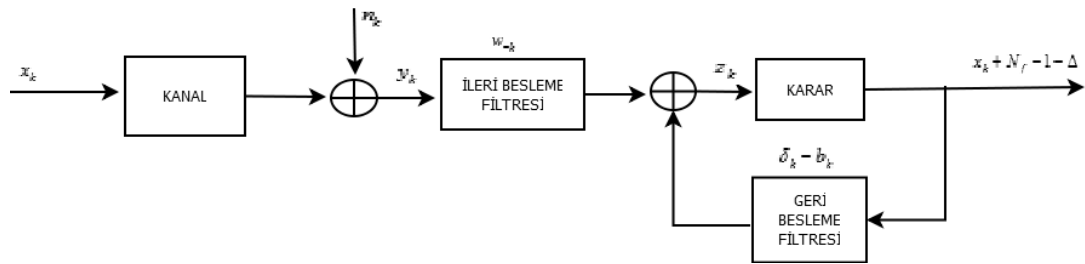
2.2.3 Karar geribeslemeli denkleştiriciler (DFE)

Daha önceki bölümlerde optimum sonuç veren denkleştiricinin Maksimum Benzetimli Kestirim (MLSE) Denkleştirici olduğunu fakat bu denkleştiricinin uygulanmasının zorluğundan bahsedilmişti. Bu girift yapı yerine bir çok alternatif üzerinde çalışılmış ve bir çok sonuç geliştirilmiştir. İşte DFE denkleştirici bu sonuçlardan birisidir.

Bir DFE denkleştirici kendi içinde bulunan bir karar mekanizması sayesinde sembol bazında karşılaştırma ve karar verme yeteneğine sahiptir. Bu da sırayla işleme konulan her sembolün sistemin geneline kattığı ISI'yı tespit edip ortadan kaldırmak adına önemli bir noktadır. DFE denkleştirici daha önce de bahsedildiği üzere lineer bir yöntem olmamakla beraber karar mekanizmasının hiç geri çalışmaması olasılığı gerçekleştiği taktirde bu denkleştirici lineer bir yöntem gibi kullanılmış olabilir.

DFE'nin birden fazla tipi bulunmaktadır. Bu tiplerden hangisinin kullanılacağına kararı ise istenilen performans ve sistemin bulunması istenen karmaşıklık(giriftlik) ile ilgilidir. Haberleşme sistemlerinde en fazla

tercih edilen DFE tipi ise MMSE yaklaşımının kullanıldığı denkleştiricilerdir. Öncelikle DFE denkleştiricinin genel yapısını görelim. Burada ileri besleme filtresi $F(D)$, geri besleme filtresi $1-B(D)$ olarak alınmıştır. Şekil 2.13'te basit olarak görülen sonucu ifade etmek gerekirse, karar mekanizmasından çıkan sonucun bir sonraki sembole beraber kombine edilerek tekrar karar mekanizmasına sokulmasıdır. İdeal sonsuz uzunluklu bir ileri besleme filtresi, gürültü beyazlatan filtredir. Filtrenin sonsuz uzunluklu seçilmesi gecikme optimizasyonunu yok eder, çünkü sistemin genel cevabı, kanalı, örnekleyici ve ileri besleme filtresi minimum faza sahiptir. Sistemin genel cevabının içindeki ilk tepe denkleştiricinin ana tepesidir. DFE'nin sonsuz uzunluktaki tepelerini matematiksel olarak ifade edebilmek için Cholesky yöntemini kullanabilir.



Şekil 2.15 DFE denkleştirici genel yapısı

DFE denkleştiricinin filtre sabitlerinin nasıl elde edilebileceği MMSE filtresinin yapısı ile ilgilidir. DFE-MMSE denkleştiricinin anlamı MMSE kriterleri altında sabitleri üretilmiş bir DFE denkleştiricidir. Biz kendi sistemimiz için, w_k ve b_k 'nin sırasıyla ileri besleme ve geri besleme filtrelerinin MMSE kriterleri altında üretilen sabitleri olduğunu kabul edelim (Şekil 2.15). Aşağıda verilen Eş. 2.37'de gelen sinyal $y(t)$, veri sinyalleri x_k ve kanalın darbe cevabı $h(t)$, sembol süresi T olarak kabul edilmiştir. Ayrıca eklenen gürültü $n(t)$ beyaz Gauss gürültüsüdür. Buna göre alınan sinyal,

$$y(t) = \sum_m x_m h(t - mT) + n(t) \quad (2.37)$$

iken kanal hafızasının v olduğunu göz önünde bulundurarak aynı denklemi,

$$y_k = \sum_{m=0}^v h_m \cdot x_{k-m} + n_k \quad (2.38)$$

olarak da yazabiliriz.

Çalışmanın sonuçları bir MATLAB simülasyonu aracılığı ile elde edileceğinden bu noktadan sonra denklemlerin matris bazında incelenmesine devam edilecektir. Buna göre y_k, h_m ve n_k aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$y_k = \begin{pmatrix} y_{l-1,k} \\ \vdots \\ y_{0,k} \end{pmatrix}, \quad h_m = \begin{pmatrix} h_{l-1,m} \\ \vdots \\ h_{0,m} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad n_k = \begin{pmatrix} n_{l-1,m} \\ \vdots \\ n_{0,m} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Buradaki l fazla örnekleme sayısını göstermektedir. Buna göre N_f tane sembol için kanaldan geçirme ve gürültü ekleme işlemi matris bazında yapılırsa,

$$y_k = \begin{pmatrix} y_{k+N_f-1} \\ y_{k+N_f-2} \\ \vdots \\ y_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_v & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_v & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & & & & & \\ 0 & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{k+N_f-1} \\ x_{k+N_f-2} \\ \vdots \\ x_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_{k+N_f-1} \\ n_{k+N_f-2} \\ \vdots \\ n_k \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Bu matris tekrar daha kompakt bir şekilde Eş. 2.41'deki gibi yazılabilir.

$$y_{k+N_f-1,k} = Hx_{k+N_f-1,k-v} + n_{k+N_f-1,k} \quad (2.41)$$

Buna göre denkleştiricinin çıkış hatalarını Eş. 2.42'deki gibi ifade edilebilir.

$$e_k = b^* x_{k,k-v} - w^* y_{k+N_f-1,k} \quad (2.42)$$

Buna göre ileri besleme filtre tepeleri Eş. 2.43'deki gibi yazabilir.

$$w^* = [w_{-(N_f-1)}^*, w_{-(N_f-2)}^*, \dots, w_0^*] \quad (2.43)$$

MMSE'ye göre oluşacak karar gecikmesini Δ olarak kabul edersek hata fonksiyonunun beklenen değeri ,

$$E\{|e_k|^2\} = E\{e_k e_k^*\} = E\{(x_{k-\Delta} - wY_k + bx_{k-\Delta-1})(x_{k-\Delta} - wY_k + bx_{k-\Delta-1})^*\} \quad (2.44)$$

Tekrar Şekil 2.15'i göz önünde bulundurularak, b vektörü geri besleme filtresinin katsayıları iken, $x_{k-\Delta-1}$ geri beslemedeki verilerdir. B vektörünü $b = [1 \ b_0 \ \dots \ b_{Nb}]$ ifade edilebiliriz. Ortogonal olma şartını bu sisteme uygulayacak olursak $E\{e_k Y_k^*\} = 0$ eşitliğinin sağlanması gerekmektedir. Diğer bir deyişle optimum hata çıkışta alınan verilerle ilintili değildir. Bunu göz önünde bulundurduğumuzda DFE denkleştiricinin ileri besleme ve geri besleme filtreleri arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifadesi Eş(2.45)'teki şekilde olacaktır.

$$b^* R_{xy} = w^* R_{yy} \quad (2.45)$$

Buna göre DFE'nin sonlu filtresinin oto korelasyon matrisi Eş. 2.46'daki şekilde yazılabilir.

$$R_{yy} = (E\{Y_{k+N_f-1,k} Y_{k+N_f-1,k}^*\}) = S_x H H^* + R_{nn} \quad (2.46)$$

Eş. 2.46'da verilen N_0 gürültü gücü olmakla beraber, $R_{nn} = N_0 I_{N_f}$ olarak verilebilir. Burada I birim matristir. Giriş-Çıkış arasındaki çapraz ilinti, S_x sinyal gücü olarak alındığında Eş. 2.47'deki gibi yazılabilir.

$$R_{xy} = (E\{x_{k,k-v} y_{k+N_f-1,k}^*\}) = S_x [0_{(v+1)(N_f-1)} \dots I_{(v+1)}] H \quad (2.47)$$

Ortalama kare hata (MSE) ise;

$$(R_{xx} - R_{xy} R_{yy}^{-1} R_{xy}) = S_x [0 \ I_{v+1}] [I_{N_f+v} - H^* (H H^* + \frac{1}{SNR} I_{N_f+v})^{-1} H] \begin{bmatrix} 0 \\ I_{v+1} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Bu denklem yeniden düzenlenerek ilinti değerleri cinsine çevirilebilir ve Eş. 2.49 yazılabilir.

$$R_{xx}^{-1} + H^* R_{mm}^{-1} H = (R_{xx} - R_{yy} R_{yy}^{-1} R_{yx})^{-1} = \frac{1}{SNR} I_{N_f + v} + H^* H \quad (2.49)$$

En baştan beri amacımız olan optimum tepeleri ifade eden matris son haliyle Eş. 2.50'deki gibi yazılabilir.

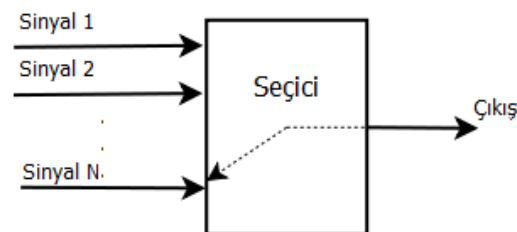
$$w_{opt}^* = b_{opt}^* R_{xy} R_{yy}^{-1} \quad (2.50)$$

2.3 Çeşitleme Birleştirme Teknikleri

Özellikle kablosuz haberleşmenin gerçekleştirildiği kanallarda oluşan çok yollu sönümlü yapının alıcı performansı üzerinde yarattığı negatif etkiyi ortadan kaldırmak için kullanılan yöntemlerden biri de çeşitleme birleştirmedir. Bu birleştirme tezin 2. bölümünde de belirtilen çok yollu sinyaller olan orijinal sinyal ve bu sinyallerin kopyalarının belirli bir matematiksel yöntemle göre birleştirilmesi ve sonuç olarak orijinal sinyale en yakın ifadenin elde edilmesi işlemidir. Bahsi geçen matematiksel işlemler Seçmeli Birleştirici (SC), Maksimum Oran Birleştirici (MRC) ve Eşit Kazanç Birleştirici (EGC)'dir. Tezin bu kısmında bu teknikler incelenecek ve sistem performansına etkisi tartışılacaktır.

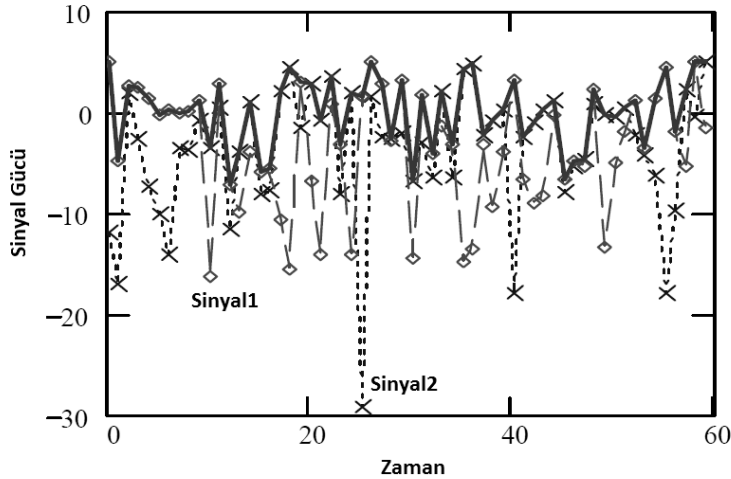
2.3.1 Seçmeli birleştirici

Seçmeli birleştiricinin yapısı oldukça basit olmakla birlikte, temel mantığı birleştiriciye giren çok yollu sinyallerden en büyük SNR'a sahip olanının, birleştirici çıkışı olarak belirlenmesidir. N adet yola sahip bir kanal için kullanılan seçmeli birleştiricinin yapısını kabaca şöyle gösterebiliriz.



Şekil 2.16 SC birleştirici

Şekil 2.17'de ise $N = 2$ için bu 2 sinyalin güçleri üzerinden nasıl seçim yapıldığı grafiksel olarak görülmektedir.



Şekil 2.17 SC sinyal seçim yapısı

Seçmeli birleştiriciyle ilgili olarak anlattığımız bu yapıyı matematiksel olarak ifade edelim. Her bir yoldaki SNR değerinin Rayleigh dağılımlı olduğunu varsayalım. ψ_i i'nci yoldaki çok yollu sinyalin anlık SNR'ı olsun. Bu SNR değeri r_i bu yoldaki sinyalin genliği, N_i ise bu yoldaki sinyalin gürültü gücü olmak üzere $\psi_i = r_i^2 / N_i$ olarak hesaplanır. Bu anlık SNR değeri üzerinden ortalama SNR ise ψ_i 'nin beklenen değeri yani $\bar{\psi}_i = E[\psi_i]$ olarak hesaplanır. Buna göre SNR'ın dağılım fonksiyonunu eksponansiyel olarak ifade edebiliriz.

$$p(\psi_i) = \frac{1}{\bar{\psi}_i} e^{-\psi_i / \bar{\psi}_i} \quad (2.51)$$

Sönümlü kanallar için belirlenen bir eşik değeri (ψ_o) için çıkış olasılık fonksiyonu [2]'de verilmiştir. Buna göre,

$$P_{out} = \int_0^{\psi_o} \frac{1}{\bar{\psi}_s} e^{-\psi_s / \bar{\psi}_s} d\psi_s \quad (2.52)$$

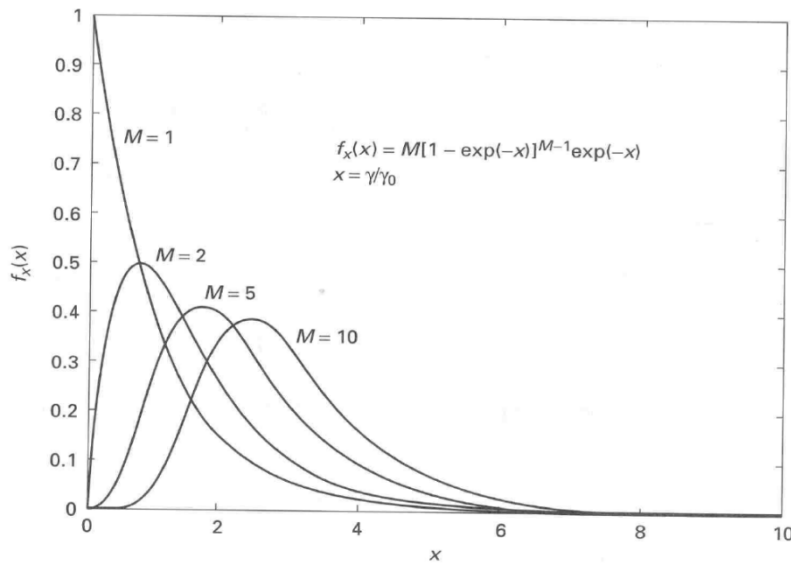
$$= 1 - e^{-\psi_o/\bar{\psi}_s} \quad (2.53)$$

olarak hesaplanacaktır. Buna göre ψ_o eşik değerine göre seçmeli birleştiricinin olasılık fonksiyonu şöyle şekillenecektir.

$$P_{out}(\psi_o) = \prod_{i=1}^M p(\psi_i < \psi_o) \quad (2.54)$$

$$P_{out}(\psi_o) = \prod_{i=1}^M [1 - e^{-\psi_o/\bar{\psi}_i}] \quad (2.55)$$

Son olarak elde ettiğimiz Eş. 2.55'te M değeri daha önce de belirtildiği üzere çok yollu kanaldan gelen sinyal sayısını, yani yol sayısını ifade etmekle birlikte, formülden de anlaşılacağı üzere M arttıkça çıkış olasılık yoğunluk fonksiyonunun (pdf) tepe noktası da sağa doğru hareket etmektedir (Şekil 2.18).

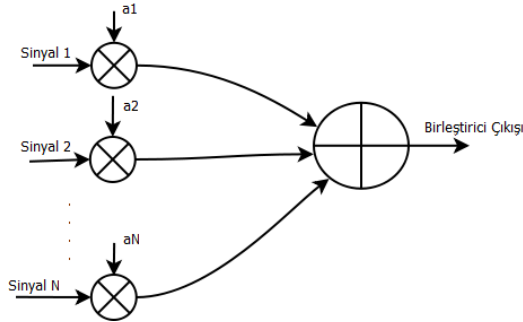


Şekil 2.18 SC için M ile Olasılık Yoğunluk Fonksiyonunun Değişimi

2.3.2 Maksimum oran birleştirici

Seçmeli birleştirme tekniğinde sistem çıkışı için birleştiriciye giren sinyaller arasından birinin seçildiğinden bahsedilmişti. Bu açıdan bakıldığında maksimum oran birleştiricilerin çalışma prensibi SC birleştiricilerden farklılık

gösterir [3]. MRC birleştiricilerin çıkışı, birleştiriciye giren sinyallerin belirli bir ağırlığa göre toplanması ile elde edilir.



Şekil 2.19 MRC genel yapısı

MRC'nin yapısını kabaca Şekil 2.19'da görebilmekteyiz. Bu şekle göre SNR değerleri karşılaştırılacak olan yolların aynı fazda olması gerekmektedir. Bunun için ise tüm yollardaki sinyalleri aynı faza almamız gerekmektedir.

Kanala gelen sinyaller $r = \sum_{i=1}^M a_i r_i$ şeklinde ifade ediliyor olsun. Kanalın tüm yollardan gelen sinyallere olan gürültü etkisinin psd'si N_o iken toplam gürültünün psd'si $N_{top} = \sum_{i=1}^M a_i N_o$ 'dir. Bu veriler ışığında sinyal gücü/ gürültü gücü olarak tanımlanabilecek birleştiricinin SNR değeri, denklem (2.56)'daki gibi yazılabilir.

$$\psi_{out} = \frac{r^2}{N_{top}} = \frac{(\sum_{i=1}^M a_i r_i)^2}{N_o \sum_{i=1}^M a_i^2} \quad (2.56)$$

MRC birleştiricinin temel mantığı yüksek SNR'a sahip yolların birleştirici çıkışına etkisinin diğer yollara göre daha yüksek olmasını hedefler. Buna göre yolların katsayılarını ifade eden a_i katsayıları, yolların SNR'ları r_i^2 / N_o 'larla çarpılırken seçim ψ_{out} 'u maksimize edecek şekilde yapılmalıdır. Bu

seçim Swartz Eşitsizliği [5] kullanılarak, yani denklem Eş. 2.56'deki eşitliğin her iki tarafının diferansiyeli alınarak Eş. 2.57 elde edilebilir.

$$\psi_{out} = \frac{r_i^2}{N_o} = \sum_{i=1}^M \psi_i \quad (2.57)$$

Burada katsayıların optimum değeri olarak $a_i^2 = r_i^2 / N_o$ seçilmelidir. Bunun anlamı birleştiricinin çıkış SNR'ı Eş. 2.57'ye bakarak her yolun SNR değerlerinin toplamı halindedir diyebiliriz. Ayrıca M yol sayısı arttıkça, sistemin ortalama SNR'ı lineer olarak artacaktır. ψ_{out} çıkış SNR değerlerinin dağılım fonksiyonu $p_{\psi_{out}}(\psi)$ değerini bulabilmek için moment fonksiyonundan yararlanmak gerekmektedir. Tüm yollardaki sinyallerin bağımsız özdeşçe dağılmış olduğunu ve tüm bu yollardaki ortalama SNR değerlerinin $\bar{\psi}$ olduğunu kabul edelim. Bu kabule göre birleştiricinin SNR'ının dağılım fonksiyonu Eş. 2.58 deki gibidir.

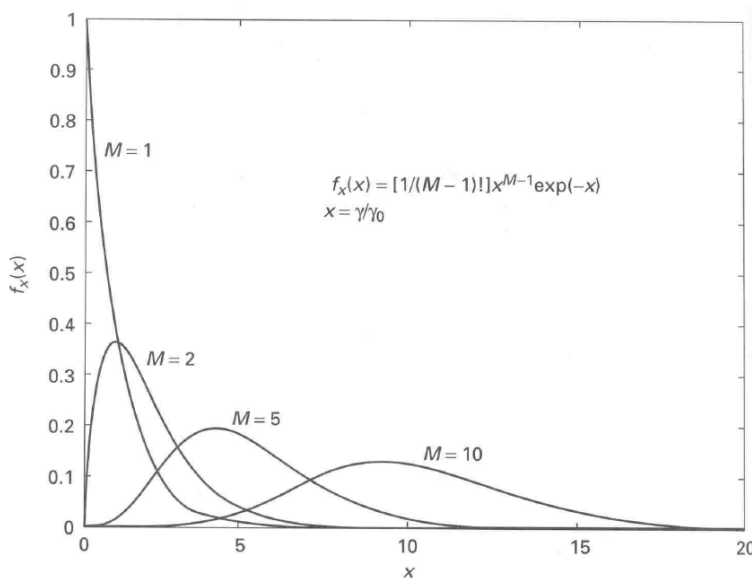
$$p_{\psi_{out}}(\psi) = \frac{\psi^{M-1} e^{-\psi/\bar{\psi}}}{\bar{\psi}^M (M-1)!} \quad (2.58)$$

Buna göre de çıkış olasılık fonksiyonu Eş. 2.59'daki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} P_{out} &= p(\psi_{out} < \psi_0) = \int_0^{\psi_0} p_{\psi_{out}}(\psi) d\psi \\ &= 1 - e^{-\psi_0/\bar{\psi}} \sum_{k=1}^M \frac{(\psi_0/\bar{\psi})^{k-1}}{(k-1)!} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Eş. 2.59'a göre pdf fonksiyonu Şekil 2.20'deki gibi çizdirilebilir.

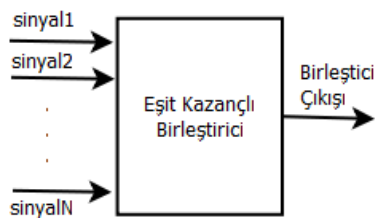
Şekil 2.20'e göre MRC birleştiricide de SC birleştiriciye benzer olarak M'in artışına bağlı olarak pdf fonksiyonunun değeri azalmaktadır. Farklı yanı ise bu azalmanın SC'ye oranla çok daha bariz ve hızlı oluşudur. Bunun sebebi yol sayısının çıkış fonksiyonuna etkisinin üstel olmasıdır. Bu etkinin üstel olması sistemin genel performansında da gözle görülür bir fark yaratacaktır. Bu farkın incelenmesi ileriki bölümlere bırakılmıştır.



Şekil 2.20 MRC için M ile olasılık yoğunluk fonksiyonunun değişimi

2.3.3 Eşit kazanç birleştirici

MRC birleştiricinin her yoldaki zamana bağlı değişen SNR değerini kullanarak yollara ağırlıklarını dağıttığından bahsedilmişti. Her yoldan gelen sinyalin SNR değerini hesaplamak şüphesiz ki birleştiricinin yapısını daha kompleks bir hale getirecektir.



Şekil 2.21 EGC birleştiricinin genel yapısı

İşte bu noktada önemli bir mühendislik problemi olan optimizasyonla karşı karşıya kalınmaktadır. Sistemin performansından bir miktar feda etmek ile sistemin kompleksliğini düşürmek arasında bir seçim yapmak gerekecektir. İşte EGC birleştirici ve MRC arasında buna benzer bir seçim problemi oluşmaktadır. EGC, MRC'ye göre daha az kompleks bir yapıya sahip olmakla

beraber daha düşük performansa sahiptir. Bu durum matematiksel olarak ele alınmıştır.

EGC denkleştiricide, tüm yollardan gelen sinyallerin SNR değerleri ne olursa olsun, bu sinyallerin sistem çıkışına etkisinin aynı ağırlıkta olması öngörülür. Buna göre çıkış SNR'ı

$$\psi_{out} = \frac{1}{N_o M} \left(\sum_{i=1}^M r_i \right)^2 \quad (2.60)$$

Bu formülde N_o yine her yoldan gelen sinyalin gürültü bileşeninin pdf fonksiyonunu ifade eder. Değişkenlerin yine bağımsız özdeşçe dağılmış Rayleigh sönümlü olduğunu kabul edelim ve ortalama SNR değerini $\bar{\psi}$ ile ifade edelim. Buna göre birikimli dağılım fonksiyonu (CDF) Q fonksiyonu cinsinden şöyle ifade edilir [5].

$$P_{\psi_{out}}(\psi) = 1 - e^{-2\psi/\bar{\psi}} \sqrt{\frac{\pi\psi}{\bar{\psi}}} (1 - 2Q(2\psi/\bar{\psi})) \quad (2.61)$$

Burada kullanılan Q fonksiyonu haberleşme ve istatistik alanlarında çokça kullanılan ve hata fonksiyonuna bağlı bir fonksiyondur.

$$Q(z) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{z}}\right) \quad (2.62)$$

Eş. 2.60'ta birikimli dağılım fonksiyonu(CDF) değişkenin çıkış olasılık fonksiyonu ise bu durumda Eş. 2.63'teki hali alacaktır.

$$P_{out}(\psi_0) = 1 - e^{-2\psi_0/\bar{\psi}} - \sqrt{\pi\psi_0/\bar{\psi}} \cdot e^{-\psi_0/\bar{\psi}} (1 - 2Q(2\psi_0/\bar{\psi})) \quad (2.63)$$

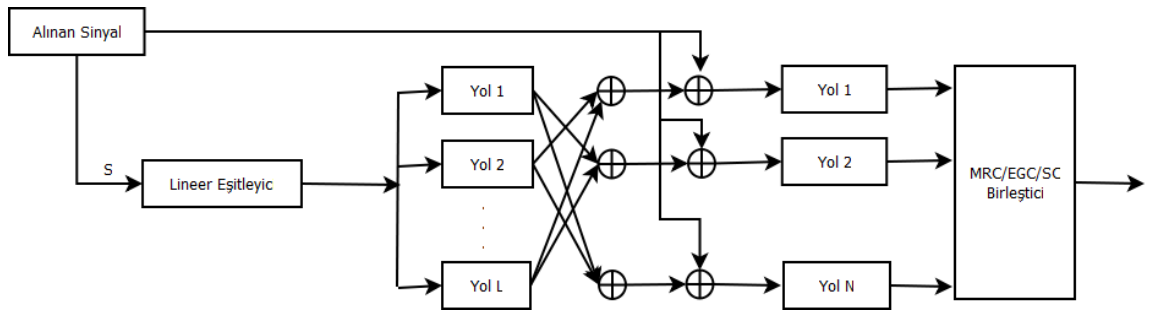
Çıkış fonksiyonu elde edilmiş olan değişkenin olasılık dağılım fonksiyonu ise

$$p_{\psi_{out}} = \frac{1}{\bar{\psi}} \cdot e^{-2\psi_0/\bar{\psi}} + \sqrt{\pi} \cdot e^{-\psi_0/\bar{\psi}} \left(\frac{1}{\sqrt{4\psi_0\bar{\psi}}} - \frac{1}{\psi_0} \sqrt{\frac{\psi_0}{\bar{\psi}}} \right) \cdot (1 - 2Q(2\psi_0/\bar{\psi})) \quad (2.64)$$

şeklinde olacaktır.

2.3.4 Yeni çok yollu birleştirme algoritması

Çalışmanın önceki kısımlarında çeşitleme birleştirme yöntemleri arasında SC, MRC ve EGC yöntemlerinden ayrıntılı olarak bahsedildi. Bu yöntemlerin yanında [1]'de yeni bir birleştirme algoritması öne sürülmüş olup tez için tasarlanan sistem simülasyonlarında bu yeni algorithmadan yararlanılarak oluşturulan yaklaşımlar kullanılmıştır. Bu algoritmanın genel yapısı Şekil 2.22'de görülmektedir.



Şekil 2.22 Yeni birleştirme algoritmasının blok yapısı

Bu modelin matematiksel ifadesini yaratalım. Şekilde görülen denkleştirici çıkışı S 'yi $S = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]$ olarak ifade ettiğimizi düşünelim. A 'nın döngüsel bir öteleme matrisi olduğunu düşünecek olursak $A_{N-l}S$ S 'nin l sembol kadar kaydırılmış halini ifade eder. Burada $A_{N-l}S$ matrisini $A_{N-l}S = [s_{N-l}, \dots, s_{N-1}, s_0, \dots, s_{N-l-1}]$ şeklinde ifade edebiliriz. Bu durumda ise S_l l inci sıradaki çok yollu sinyal olmaktadır. Kanal (h_l) cinsinden S_l 'yi ifade edecek olursak, $S_l = h_l(A_{N-l}S)$ olacaktır.

Bu yeni birleştirme algoritmasının temel mantığı Şekil 2.20'den de anlaşılabilir. Üzere eşitlenmiş olan sinyaller ile alınan ilk sinyaller arasındaki farktan yararlanarak ek bir birleştirme işlemi yapmaktır. Bunun da ışığında, alınan l inci sıradaki sinyalin matris gösterimi,

$$R_i = R - \sum_{i=0}^{L-1} S_i \quad (2.65)$$

Elde edilen yollara göre tek tek ayrılmış olan bu R_i sinyalleri daha sonra ise SC, MRC ya da EGC birleştiriciden birinde işleme tabii tutulurlar. Bu ek işlemler değişik SNR değerlerine göre sistem geneline 1dB ila 3dB civarından kazanç sağlayabilmektedir.

3.SİMULASYON

3.1 Bit Hata Oranı

Hata oranları hemen hemen tüm bilim disiplinlerinde kullanılan bir parametre olmakla beraber haberleşme teorisinde kullanılan hata oranı genel olarak sistemde hatalı olarak elde edilmiş elemanların, bitlerin, karakterlerin veya blokların tüm sistem elemanları, bitleri, karakterleri ya da bloklarına oranıdır. Bu oranlardan en çok kullanılanı ise Bit Hata Oranı (BER)'dir.

Bit hata oranı haberleşme sistemleri için en önemli parametrelerden birisidir. Bit hata oranı haberleşme sistemleri içinde kullanılan modülasyon tipi, denkleştirici tipi, anten tipi gibi bir çok bloğun performansından etkilenebilmektedir. İyi bir haberleşme sistemi için kabul edilebilir hata oranı $10^{-8} - 10^{-9}$ seviyelerindeyken bu oran sistemin kullanıldığı alana göre değişiklikler gösterip, farklı alanlarda farklı değerler yeterli görülebilmektedir.

3.2 Simulasyona Genel Bakış

Şimdi sistem analizlerini yapmak için MATLAB programı ile simüle ettiğimiz sistemin ayrıntılarından bahsedelim. Bu sayede tezin genel amacı ve ana noktaları daha iyi ortaya konacaktır.

Simulasyonda analizi yapılacak temel blok alıcı bloğudur. Bu bloğun içinde denkleştirici ve birleştirici bulunmaktadır. Simulasyonda temel olarak bu elemanların ve kanalın bazı parametrelerinde değişiklikler yapılarak bu değişikliklerin sistemin genel performansına etkisi tespit edilecektir.

Öncelikle sisteme giriş değeri olarak tanımlanan parametrelerden bahsedelim. Simulasyonda bulunan giriş ve çıkış verilerinin tipi "bit"tir ve sistem girişi, alıcıdan alınmak üzere gönderilen 10^6 adet bit verisidir. Bu bitler

QPSK (dördün genlik modülasyonu) modülasyon tipi ile modüle edilerek kanala gönderilmektedir. Kullanılan kanal Jakes modeline göre tasarlanmış bir çok yollu kanaldır.

3.3 Kanal Yapısı

Tezin geri plan çalışmalarının aktarıldığı 2. bölümde Rayleigh sönümlü kanalın ve bu tipteki bir kanalın Jakes modeliyle nasıl ilişkilendirilebileceği çalışmanın 2. bölümünde geniş bir şekilde açıklanmıştır. Bu modelde bahsi geçen Doppler frekansı, gecikme süresi, yol kazancı, maksimum Doppler kayması gibi bir takım parametrelerin simulasyon için belirli gerçeğe yakın değerler alması gerekmektedir. Bu değerlerin kullanımı gerçek uygulamalarla ne kadar fazla yakınlık gösterirse, simulasyonun gerçeğe uygunluğu da o kadar artacaktır. Bunun için bazı önemli durumları göz önünde bulundurmalıyız. Buna göre;

Yol Gecikmeleri İçin;

- İlk gecikme değeri sıfır olarak seçilir. İlk gecikme değeri aynı zamanda alıcıya ilk ulaşan yola tekabül etmektedir. Yani alıcıya ilk ulaşan sinyalin gecikmesiz olduğu varsayılır.
- Bina içi uygulamalar için ilk gecikme değeri sıfır olarak seçildikten sonra diğer gecikme değerleri 1 nanosaniye ile 100 nanosaniye arasında değerler alır. ($10^{-9} s - 10^{-7} s$)
- Harici (bina dışı) uygulamalarda ise gecikme değerleri 100 nanosaniye ile 10 mikrosaniye arasında seçilir. Bu değerler seçilirken de haberleşmenin yapılacağı ortamdaki yapılar göz önünde bulundurulur. Örneğin dağlık bir arazi ya da yüksek gökdelenlerin bulunduğu bir ortam için gecikme değerleri daha büyük seçilmelidir.
- Sinyalin çoklu yoldaki her bir yolu algılayabilme yeteneği, sinyalin band genişliğiyle alakalıdır. Eğer gecikme değerlerinin en büyüğü ve en küçüğü

arasındaki fark, sembol periyodunun %1'inden küçükse, sinyal için kanal sanki tek bir yola sahipmiş gibi davranır.

Ortalama Yol kazancı için;

- Kanaldaki ortalama yol kazancı aynı zamanda her bir sönümlenme yolundaki ortalama güç kazancını ifade etmektedir. Uygulamalarda ortalama yol kazancı desibel cinsinde negatif büyük bir değer olacaktır. Buna rağmen bilgisayar destekli uygulamalarda bu değer 0dB ila -20db civarında seçilebilmektedir.

Maksimum Doppler kayması için;

- Çoğu kablosuz haberleşme uygulamasında Doppler frekansı mobil kullanıcının hızı türünden ifade edilebilmektedir. Buna GSM standardı örnek olarak gösterilebilir. Buna göre v mobil kullanıcının hızı, f taşıyıcı frekansı ve c ışık hızı olmak üzere maksimum Doppler frekansı Eş. 3.1'deki gibi hesaplanabilir.

$$f_d = \frac{v \cdot f}{c} \quad (3.1)$$

- Burada işimize yarayacak birkaç Doppler frekans değeri bulmakta fayda var. Taşıyıcı frekansının 900MHz olduğu düşünülürse, cep telefonuyla hareket halindeki bir yayanın Doppler frekansı 4Hz iken ve otoyolda hareket eden bir taşıt için bu değer 80 Hz olacaktır.
- Doppler frekansının 0 olması kanalın statik olması anlamına gelmektedir.

Yukarıda verilmiş olan kısıtlamalar doğrultusunda oluşturulacak olan sönümlü kanal için Jakes Doppler güç spektrumu şekillenecektir [4]. Jakes Doppler güç spektrumu mobil bir alıcıya uygulandığında aşağıdaki varsayımlar yapılmaktadır.

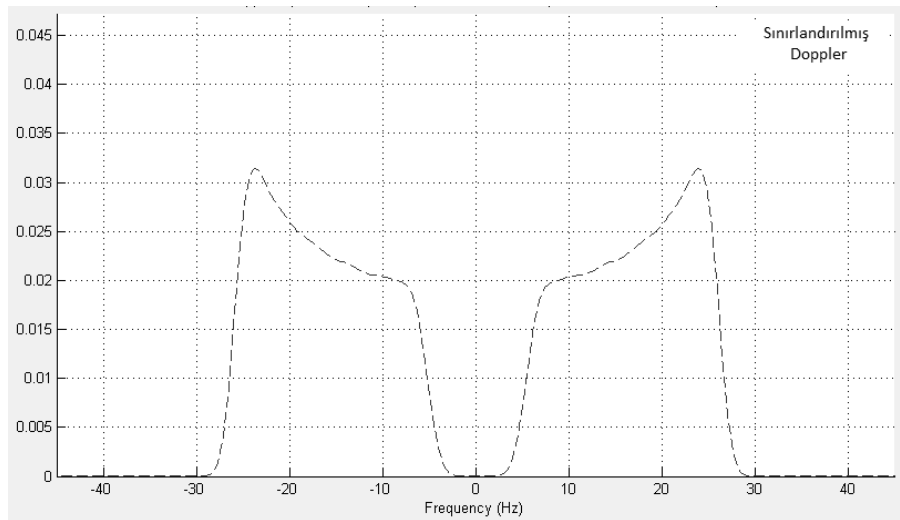
- Radyo dalgalarının yatay yayılım yaptığı
- Mobil alıcı için gelen radyo dalgalarının bir-örnek dağılımlı (uniformly distributed) olduğu

- Mobil alıcının antenin tüm yönlü bir anten olduğu

Tüm bu veriler ve varsayımlar ışığında Jakes Doppler güç spektrumu, maksimum Doppler frekansı cinsinden Eş. 3.2'deki gibi formulize edilebilir.

$$S(f) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - (f / f_d)^2}} \quad (3.2)$$

Şu ana kadar bahsedilen Doppler yapısı genel Doppler yapısıdır. Simulasyonlarda sınırlı Doppler, asimetric Doppler, gauss tipi Doppler gibi Doppler yapılar kullanılabilmekte olup biz simulasyonumuzda sınırlandırılmış Doppler yapısını kullanmaktayız. Bu modele göre Doppler frekansı 0 ile 1 arasında iki normalize frekans değeri ile sınırlandırılır. Burada simulasyonda kullandığımız kanal üzerinden bu yapıyı inceleyebiliriz.



Şekil 3.1 Jakes sınırlandırılmış doppler spektrumu (4.5Hz-27Hz)

Şekil 3.1'de görülen Doppler spektrumu, normalize frekans değerlerinin minimum 0.14 ve maksimum 0.9 olduğu durumu göstermektedir. Maksimum Doppler frekansı daha önce de belirtilmiş sebeplerle 30Hz seçilmiş olup sınır frekanslarının gerçek değerleri Eş. 3.3 ve Eş. 3.4 denklemlerinde gösterilen şekilde hesaplanır [5].

$$f_{\max} = 30\text{Hz} \times 0.9 = 27\text{Hz} \quad (3.3)$$

$$f_{\min} = 30\text{Hz} \times 0.14 = 4.2\text{Hz} \quad (3.4)$$

Burada hesaplanan f_{\max} ve f_{\min} değerlerinin Şekil 3.1'de görülen spektrumun bükülme noktaları olduğuna dikkat çekmek gerekir.

Peki Şekil 3.1'de çizilen Doppler spektrumu hangi matematiksel yaklaşıma göre çizilmiştir? Bu sorunun cevabı Eş. 3.2'deki ifadenin sınırlandırılmış Doppler yapısına göre uyarlanmış halidir. Yani;

$$A_r = \frac{1}{\frac{2}{\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{f_{\max}}{f_d} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{f_{\min}}{f_d} \right) \right]} \quad (3.5)$$

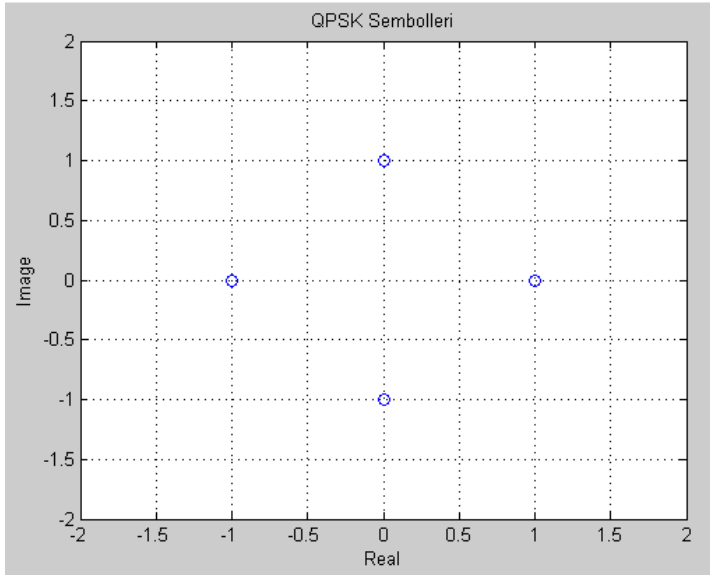
olmak üzere, Doppler spektrumu;

$$S(f) = \frac{A_r}{\pi f_d \sqrt{(f / f_d)^2}} \quad (3.6)$$

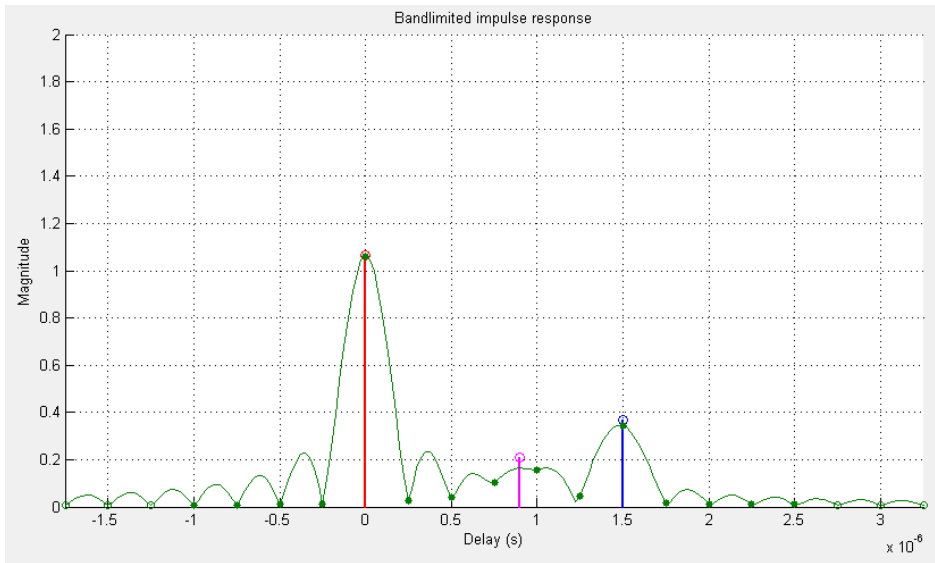
şeklinde verilebilir. Burada f , $0 \leq f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \leq f_d$ şeklinde seçilmesi gereken bir değişkendir.

Artık kanal yapısı hazır olduğuna göre Şekil 3.2'deki gibi QPSK modülasyon yöntemi ile modüle edilmiş sinyalleri kanaldan geçirebiliriz.

Şu ana kadar bahsi geçen çok yollu sönümlü kanalımız zamanla değişen bir kanal olduğundan tüm giriş sinyallerine farklı bir darbe yanıtı olacaktır. Bu kanalın darbe yanıtı herhangi bir sinyal için Şekil 3.3'te gösterilmiştir.

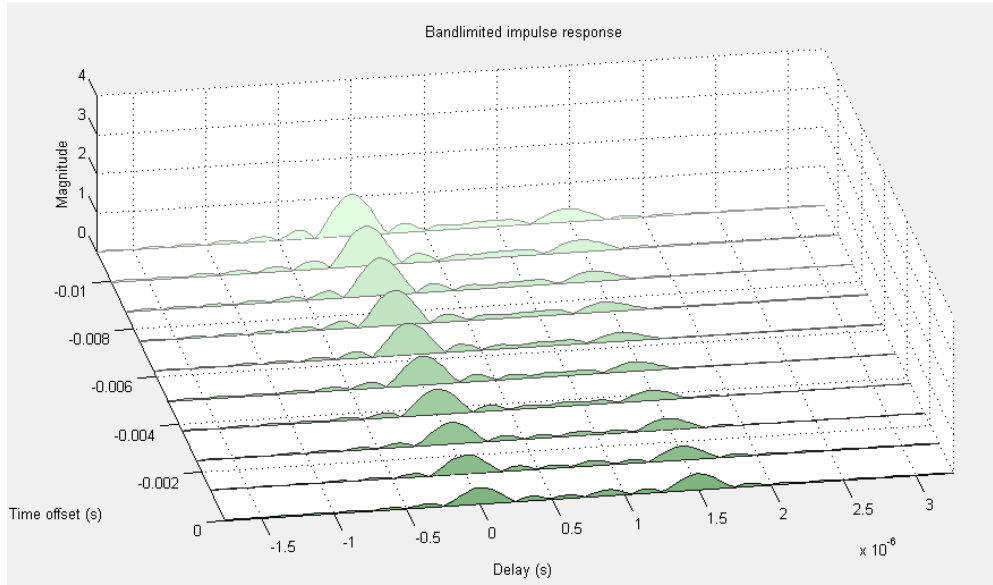


Şekil 3.2 QPSK sembolleri



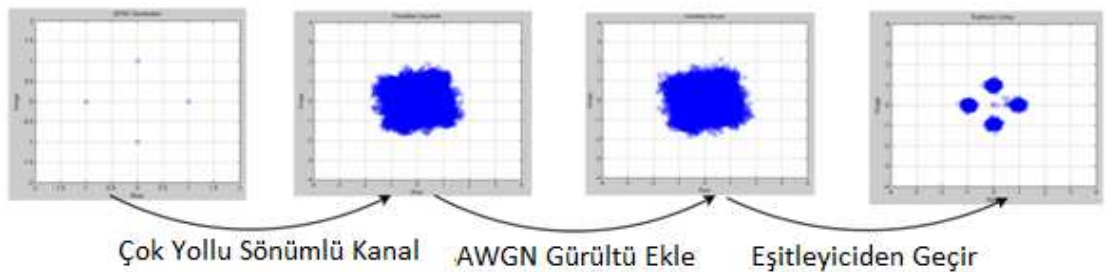
Şekil 3.3 Herhangi bir t zamanında anlık kanal darbe yanıtı

Şekil 3.3'teki darbe cevabıyla bağlantılı olarak bu darbe cevabının zamana bağlı değişimi, belirli bir kesit semboller için şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Kanal darbe cevabının zamana bağlı değişimi

Şekil 3.2, Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'te verilen kanal parametrelerinin tamamı daha önce de bahsedilen bir takım varsayım ve uyarılar dikkate alınarak seçilmiştir. Örnek vermek gerekirse sembol periyodu $T_{sym} = 10^{-6}$ olarak seçilmişken 3 yol için yol gecikmesini ifade eden gecikme matrisi $PD = [0 \ 0.9 \ 1.5] \times T_{sym}$, ortalama yol kazancı ise $AvgPG = [0 \ -3 \ -6] \text{ dB}$ olarak seçilmiştir. Kanalın tüm parametrelerinden bahsedildiğine göre Şekil 3.2'deki QPSK sembollerinin Şekil 3.1, Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'te tanımlanan kanaldan geçişi grafiksel olarak şöyle verilebilir.



Şekil 3.5 Sinyalin kanaldan ve denkleştiriciden geçişi sırasındaki yerleşimi

3.4 Sistem Performans Analizi

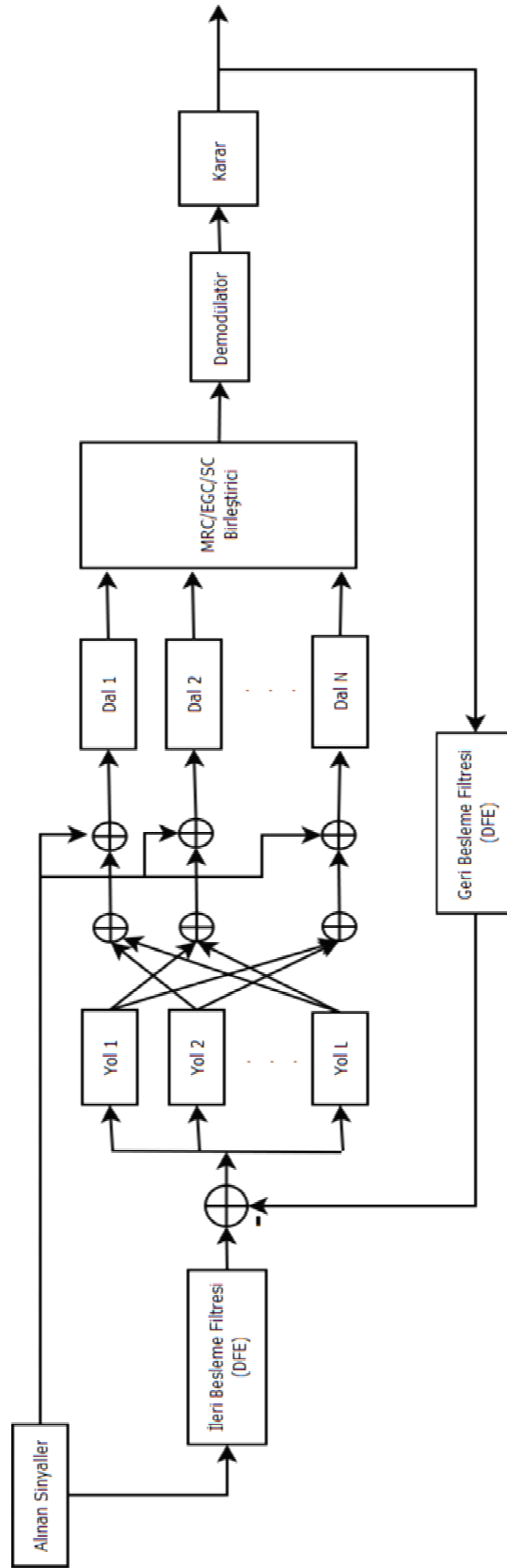
Bölüm 3.3'te çok yollu kanal yapısı ayrıntılı bir şekilde ele alınmış olduğundan sistemin genel yapısının blok diyagramından ve dolayısı ile sistemle ilgili genel analizlerden bahsedebiliriz. Bu analizler temelde 2 ana gruba ayrılacaktır [6]. Bunlardan biri blok yapısı Şekil 2.20'de verilmiş olan yeni birleştirici algoritması ile ZF ve MMSE denkleştiricilerin beraber kullanılmasını ele alan ikincisi ise yine yeni birleştirici algoritmasının bu sefer DFE denkleştirici ile kullanılması durumudur. Bu durum için hazırlanan sistem diyagramı Şekil 3.6'da yer almaktadır.

Her iki durumda da denkleştiriciden çıkan veriler, SC EGC ve MRC birleştiricilerin her biri ile kullanılacak, böylece üç denkleştirici için de üçer analiz elde edilecektir. Tüm bunlara ek olarak denkleştirici yapılarında bulunan filitrelerin genel alıcı performansına etkisi ve mobil kullanıcılar için önem arz eden Doppler frekansının genel sistem performansına etkisi de aynı simulasyon ortamında, 4 ayrı simulasyon olarak gerçekleştirilmiştir.

3.4.1 Simulasyon 1

İlk simulasyon öncelikle, tasarlanan alıcının Doppler frekansı, ileri besleme filtre boyu, geri besleme filtre boyu gibi bir takım parametreleri sabit değerlerde tutulurken sadece denkleştirici tipi ve birleştirici tipinin sistem üzerindeki etkilerini anlamak üzere oluşturulmuştur. Bu bağlamda ZF, MMSE ve DFE denkleştiricilerinin SC, MRC ve EGC birleştiriciler ile beraber kullanılmasının analizi yapılacaktır. Bu analizler bit hata oranı düzeyinde yapılacak olup oluşacak görüntü karmaşasının önüne geçmek için lineer (ZF,MMSE) ve lineer olmayan (DFE) denkleştiriciler için iki farklı grafikte sunulmuştur (Şekil 3.7 ve Şekil 3.8).

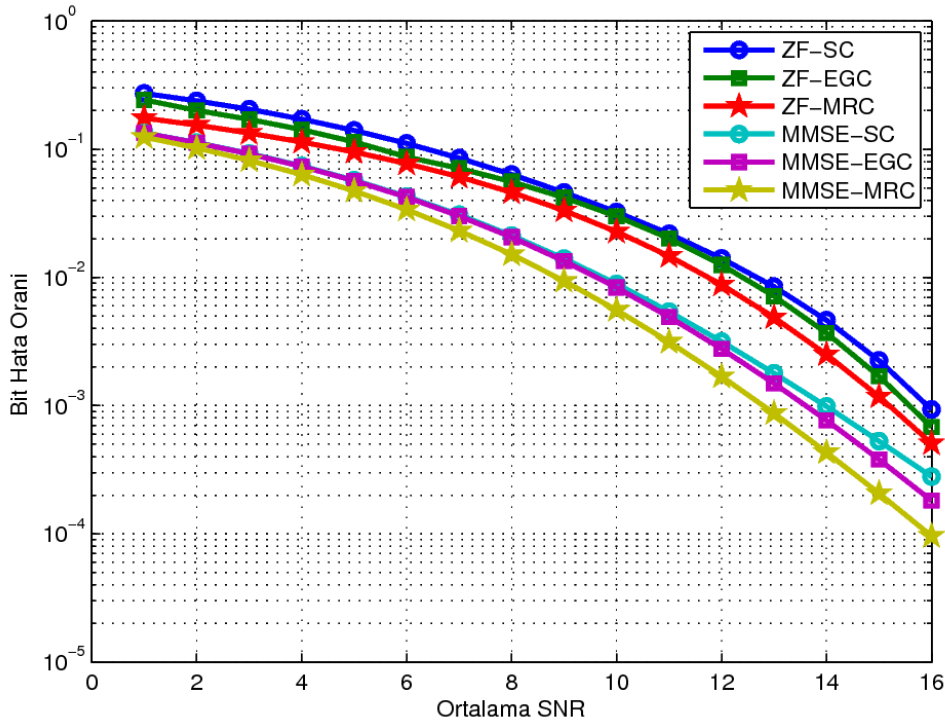
Denkleştirici tiplerinin genel olarak anlatıldığı 2. bölümün 2. kısmında da bahsedildiği gibi ZF ve MMSE denkleştiricilerin kanal darbe yanıtları ZF için



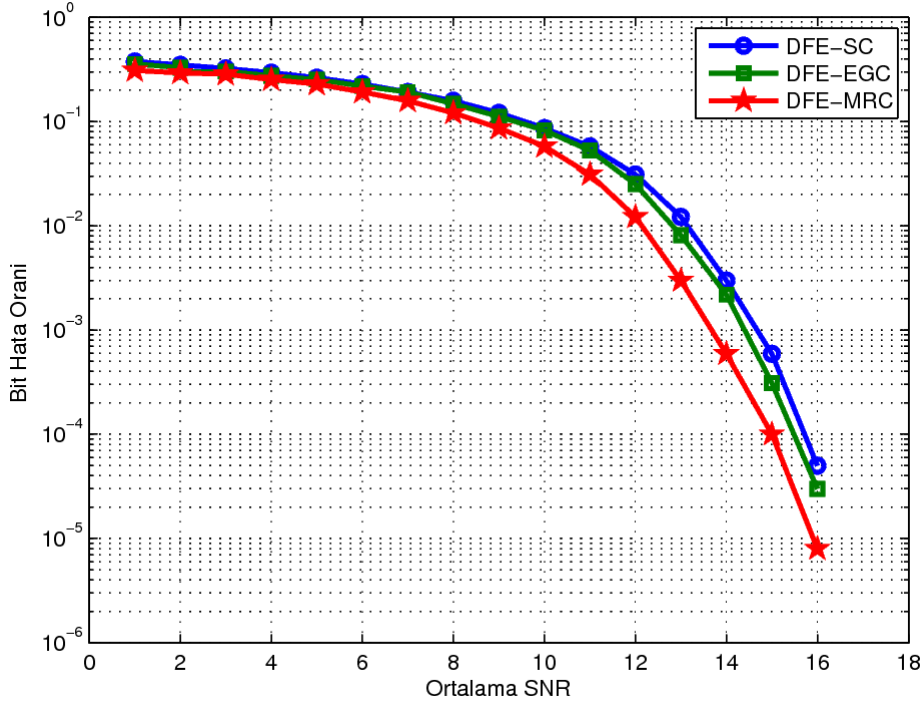
Şekil 3.6 Yeni girişim engelleme tekniği ile DFE denkleştiricinin beraber kullanımı

$$H_{ZF} = \frac{1}{F(z)} \text{ ve MMSE için ise } H_{MMSE} = \frac{1}{F(z) + N_0} \text{ olarak sunulmuştur [7].}$$

Burada iki denkleştirici arasında bariz olarak görünen fark, N_0 değişkeni, AWGN gürültü bileşenidir. Bunun MMSE denkleştiriciye getirdiği üstünlük ise denkleştirme işlemiyle beraber aynı anda gürültü eleme işlemi ihtiva etmesidir. Bu değişkenin bulunmasını sağlayan yapı ise MMSE'nin içinde bulunan gürültü beyazlatıcı bloktur. Bizim bu simülasyondaki beklentimiz Bölüm 2'deki teorik çalışmaları da baz alarak MRC birleştiricinin en iyi performansa sahip birleştirici olduğunu göstermektedir. Bunun yanında yine teorik çalışmalarda matematiksel altyapısı aktarılan denkleştiricilerden MMSE'nin sistem performansına ZF denkleştiriciden daha fazla katkıda bulunması beklenmektedir [8]. Bu beklentiler göz önünde bulundurularak sonuçlara bakıldığında beklentilerin tamamının, simülasyonla eşleştiği görülebilmektedir. Bahse konu 2 lineer denkleştirici tipi arasındaki gürültü elemesi farkı ile oluşan performans farkının nümerik sonuçları ise Çizelge 3.1'de bulunabilir.



Şekil 3.7 Bit hata oranı-ortalama SNR grafiği (ZF-MMSE)



Şekil 3.8 Bit hata oranı-ortalama SNR grafiği (DFE)

Karar Geri Beslemeli denkleştiricinin (DFE) kullandığı sistem için yapılan performans analizi Şekil 3.8'de görülebilmektedir. Buna göre ZF ve MMSE denkleştiriciler için söylediklerimizin DFE için de geçerli olduğunu görebilmekteyiz. Yani DFE kullanıldığında da en iyi performansa MRC birleştirici sahipken, EGC birleştirici de SC birleştiriciden daha iyi bir performansa sahiptir. Bunun yanı sıra DFE'nin karakteristik bir özelliği şekilden de rahatlıkla okunabilmektedir.

DFE denkleştiriciler, kanaldan geçen sinyaller düşük SNR değerlerine sahipken oluşan hata yüzeyi sebebiyle oldukça başarısızdırlar. Buna karşın geribeslemeli ve karar mekanizmalı yapının verdiği avantajla yüksek SNR değerlerinde, diğer bir deyişle gürültünün nispeten daha az olduğu ortamlarda lineer denkleştiricilere (ZF-MMSE) göre çok daha iyi bir performansa sahiptir. Bu karşılaştırmaların nümerik değerleri yine Çizelge 3.1'de görülmektedir.

Çizelge 3.1. Farklı denkleştirici – birleştirici kombinasyonlarının 5dB, 10dB ve 15dB SNR'daki BER değerleri

		SNR=5dB	SNR=10dB	SNR=15dB
ZF	SC	0.140	$0.323 \cdot 10^{-1}$	$0.225 \cdot 10^{-2}$
	EGC	0.114	$0.300 \cdot 10^{-1}$	$0.169 \cdot 10^{-2}$
	MRC	0.0951	$0.227 \cdot 10^{-1}$	$0.117 \cdot 10^{-2}$
MMSE	SC	$0.573 \cdot 10^{-1}$	$0.889 \cdot 10^{-2}$	$0.529 \cdot 10^{-3}$
	EGC	$0.567 \cdot 10^{-1}$	$0.833 \cdot 10^{-2}$	$0.380 \cdot 10^{-4}$
	MRC	$0.473 \cdot 10^{-1}$	$0.556 \cdot 10^{-2}$	$0.206 \cdot 10^{-4}$
DFE	SC	0.263	$0.864 \cdot 10^{-1}$	$0.24 \cdot 10^{-3}$
	EGC	0.254	$0.824 \cdot 10^{-1}$	$0.17 \cdot 10^{-4}$
	MRC	0.229	$0.578 \cdot 10^{-1}$	$0.13 \cdot 10^{-5}$

Bunların ışığında Çizelge 3.1'deki veriler incelenirse eşit SNR değeri için, aynı tip birleştirici kullanıldığında MMSE'nin BER oranı 10 kata kadar daha iyi olduğu görülmektedir. Tersten ifade etmek gerekirse, aynı bit hata oranına sahip olmak için ZF eşitleyiciyi kullanan alıcılarda 2-3dB daha yüksek SNR'a ihtiyaç vardır.

Bununla birlikte Şekil 3.8'de DFE denkleştiricinin BER eğrisinin ZF ve MMSE'den daha farklı olduğu açık bir şekilde görülmektedir. Özellikle yüksek SNR değerlerinde DFE performansında ciddi bir yükseliş gözlemlenmektedir. Örneğin 10dB'lik SNR değerinde DFE ve MMSE denkleştiricilerin performansları bir birine çok yakınken 15dB'de DFE'nin performansı, MMSE'nin performansından yaklaşık 10 kat daha iyi olmaktadır. Bu avantaj, DFE'nin lineer olmayan ve öğrenen yapısından kaynaklanmaktadır. DFE'nin bit hata oranı, MRC birleştiriciyle kullanıldığında, DFE 8dB - 16dB aralığında değişirken 10^{-2} seviyelerinden 10^{-5} seviyelerine kadar düşmekte bu da 1000 kat civarında bir performans artışı anlamına gelmektedir. Bu performans artışı, özellikle yüksek SNR değerleri için DFE'in lineer denkleştiricilere neden tercih edilmesi gerektiğini göstermektedir.

Diğer taraftan bölüm 2.3'te teorik hesabı verilen birleştirici karşılaştırmasının, nümerik olarak doğruluğu yine Çizelge 3.1'den görülebilir. Aynı denkleştirici

tipi için MRC birleştirici tipi EGC ve SC'den daha iyi sonuç vermektedir. Buna göre 10dB'lik SNR değerinde bir karşılaştırma verisi vermek gerekirse, MMSE denkleştirici kullanılan alıcı için SC, EGC ve MRC'nin BER değerleri $8.89.10^{-3}$, $8.33.10^{-3}$, $5.56.10^{-3}$ 'tür.

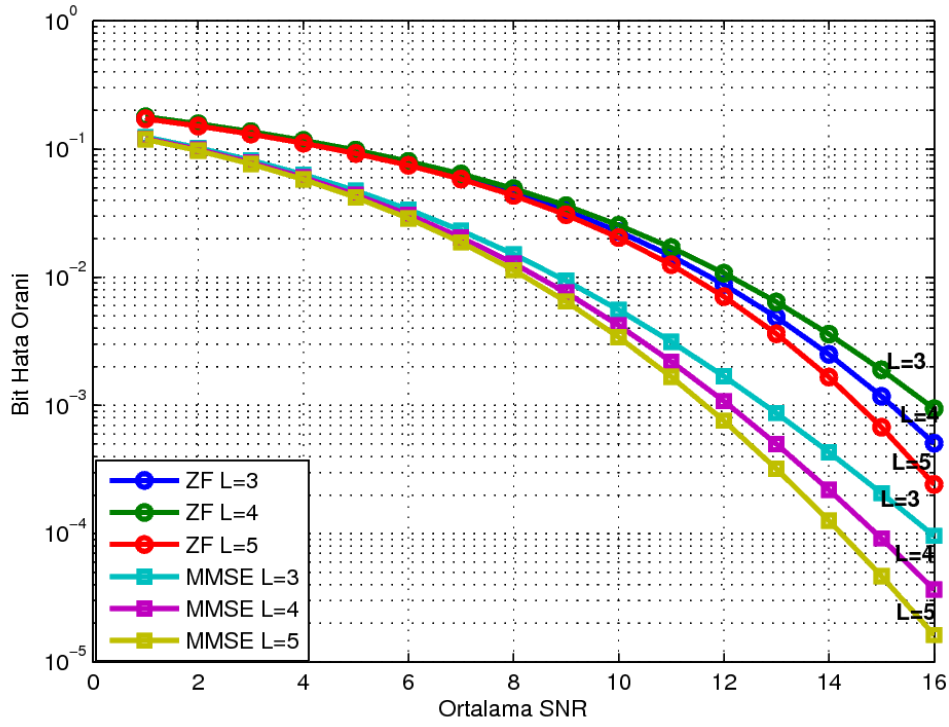
3.4.2 Simulasyon 2

İkinci simulasyon, çok-yollu kanaldan gelen sinyalin analizinde kullanılan aktif yol sayısının, alıcı performansına olan etkisini ölçmek için oluşturulmuştur (Şekil 3.9 ve Şekil 3.10). Çok yollu kanallarda alıcının kullandığı yol sayısının artması, alıcının SNR'ını, dolayısı ile çeşitlilik kazancını artırır. Bu durum aslında temel bir mantığa dayanır. Birleştiricilerin seçim yaptığı havuzun genişlemesi, çıkış sinyalinin, beklenen sinyale en yakın şekilde seçilmesini sağlar [9]. Bu bağlamda sabit bir birleştirici yöntemi seçerek, denkleştiricilerin analizinin yapılması yol sayısının artışının alıcı üzerindeki etkisini göstermek açısından elzemdir.

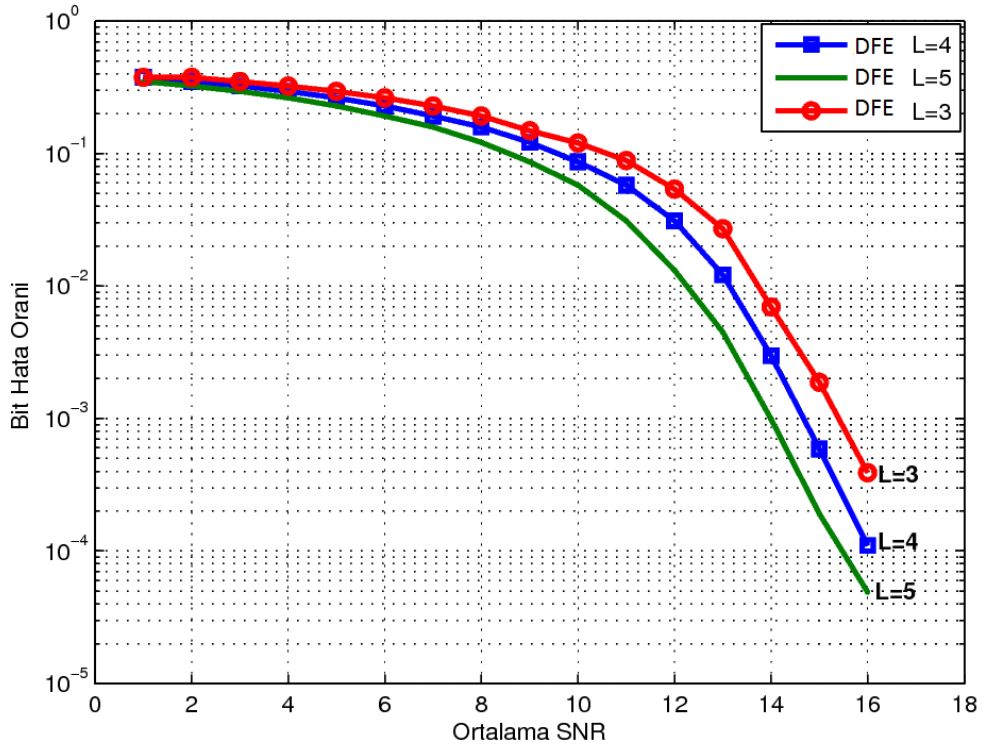
Şekil 3.9 ve Şekil 3.10 göz önünde bulundurularak hazırlanan Çizelge 3.2'de ise ortalama SNR'ın 14dB olarak belirlendiği durumda nümerik BER değerleri görülmektedir. 10^{-2} civarındaki BER değeri için DFE denkleştirici kullanılırken yol sayısı L=3 ile L=4 arasındaki fark kabaca 1,5dB civarındadır. Aynı şartlarda L=4 ile L=5 arasındaki fark ise 1,2dB civarındadır. Bahsi geçen bu farklar DFE eşitleyicinin düşük SNR değerlerindeki zayıf performansı sebebiyle daha küçük olmaktadır. Başka bir deyişle de düşük SNR değerleri için yol sayısındaki artış sistem performansını çok fazla etkilememektedir.

Çizelge 3.2 Farklı yol sayıları için hesaplatılan BER değerleri.

	L=3	L=4	L=5
ZFE	$0.52.10^{-2}$	$0.61.10^{-2}$	$0.73.10^{-2}$
MMSEE	$0.58.10^{-3}$	$0.72.10^{-3}$	$0.92.10^{-3}$
DFE	$0.52.10^{-3}$	$0.95.10^{-4}$	$0.50.10^{-4}$



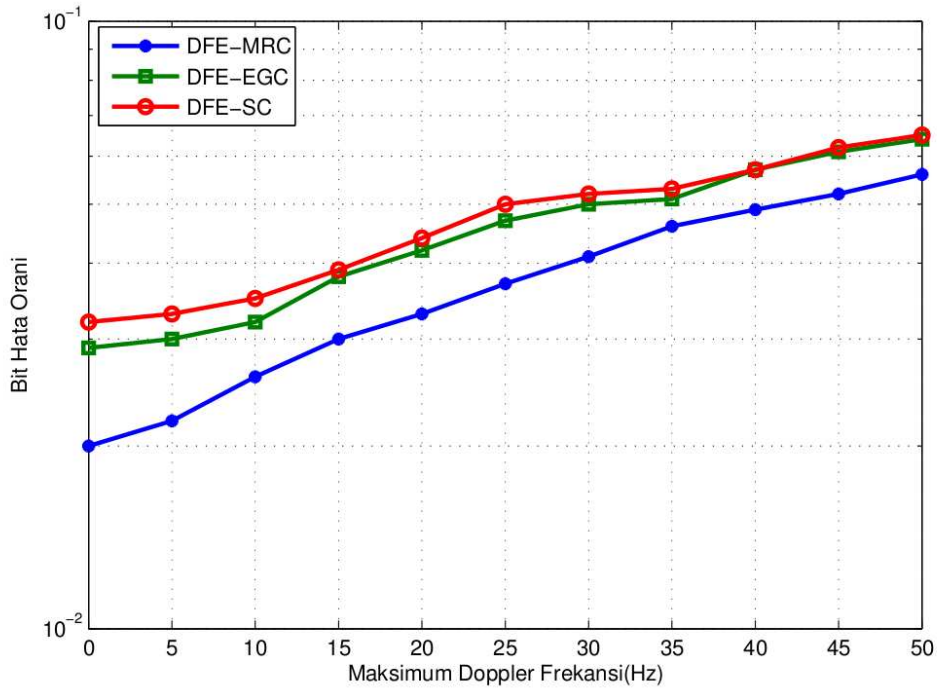
Şekil 3.9 Yol sayısının ZF ve MMSE denkleştiriciler için etkisi



Şekil 3.10 Yol sayısının DFE denkleştiriciye etkisi

3.4.3 Simulasyon 3

Üçüncü simulasyon özellikle mobil kullanıcılar için önemli bir parametre olan Doppler frekansındaki değişimin alıcı performanslarındaki etkisini değerlendirmek için oluşturulmuştur. Kablosuz veri transferi söz konusu olduğunda Doppler yayınındaki değişim, en önemli parametrelerden birisi haline gelmektedir. Daha önce de bahsedildiği üzere Doppler frekansı f_d mobil kullanıcının hızı ile doğru orantılı olarak değişen bir değişkendir ($f_d = v \cdot f / c$). Özellikle yüksek frekans bantlarında Doppler frekansı ve sistemin taşıyıcı frekansının doğru orantılı olması sebebiyle, bahsi geçen kablosuz sistemler için alıcının hareketi ve hızı sistem performansını olumsuz etkileyen bir değişken olarak bilinmektedir. Kısaca, yapılan hareketin hızı değiştirildikçe Doppler frekansının artması, buna paralel olarak da sistem performansının düşmesi beklenmektedir. Bu söylenenler ışığında maksimum Doppler frekansı 0 Hz ile 50 Hz arasında değiştirilirken sistemin bit hata oranı Şekil 3.11'deki gibi çizdirilmiştir.



Şekil 3.11 Maksimum doppler frekansındaki değişimin bit hata oranına etkisi

Bu grafik, denkleştirici tipi DFE olarak sabit tutularak üç farklı birleştirici yöntemi için performanslarını karşılaştırmak için çizdirilmiştir. Daha sonra da bahsedilecek olan ileri besleme ve geri besleme filtrelerinin uzunluğu, sırasıyla 6 ve 2 olarak seçilmiştir. Bunların dışında üç analiz için de yol sayısı $L=3$ olarak seçilmiştir. SNR ise 10dB olarak belirlenmiştir. Aşağıda Çizelge 3.3'te belirli seçilmiş Doppler frekansları için SC, EGC ve MRC denkleştirici kullanılan alıcıların bit hata oranları verilmiştir.

Çizelge 3.3 Maksimum doppler frekansının değişik değerlerindeki BER değerleri

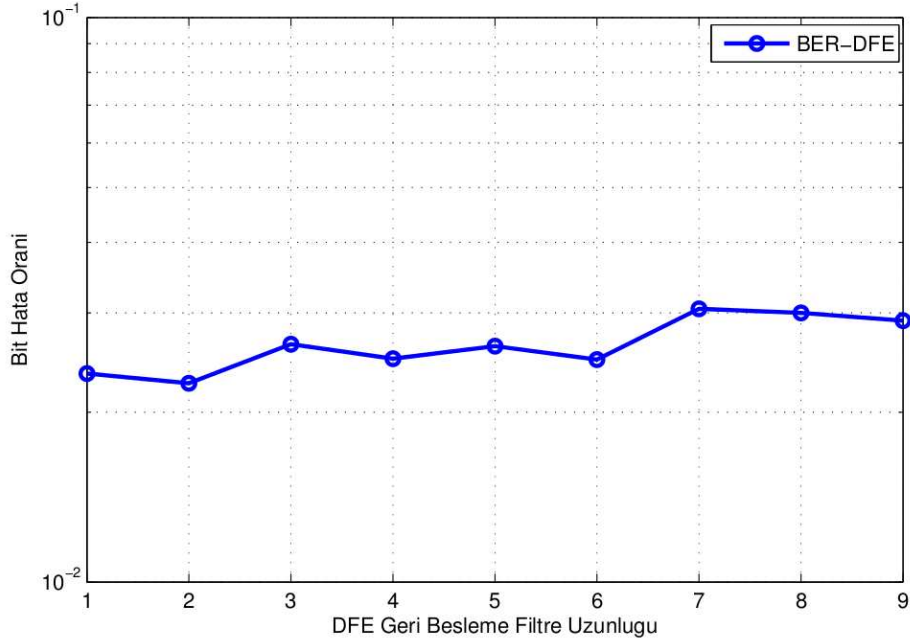
	$f_d = 10\text{Hz}$	$f_d = 30\text{Hz}$	$f_d = 50\text{Hz}$
SC	0.035	0.052	0.065
EGC	0.032	0.050	0.064
MRC	0.026	0.041	0.056

Buna göre en iyi performansa sahip olması beklenen MRC'nin bu durumu doğrulaması dışında dikkat çeken diğer bir nokta da Doppler frekansının 10dB'lik orta büyüklükteki SNR değeri için sistem performansında ciddi bir değişikliğe sebep olmayışıdır.

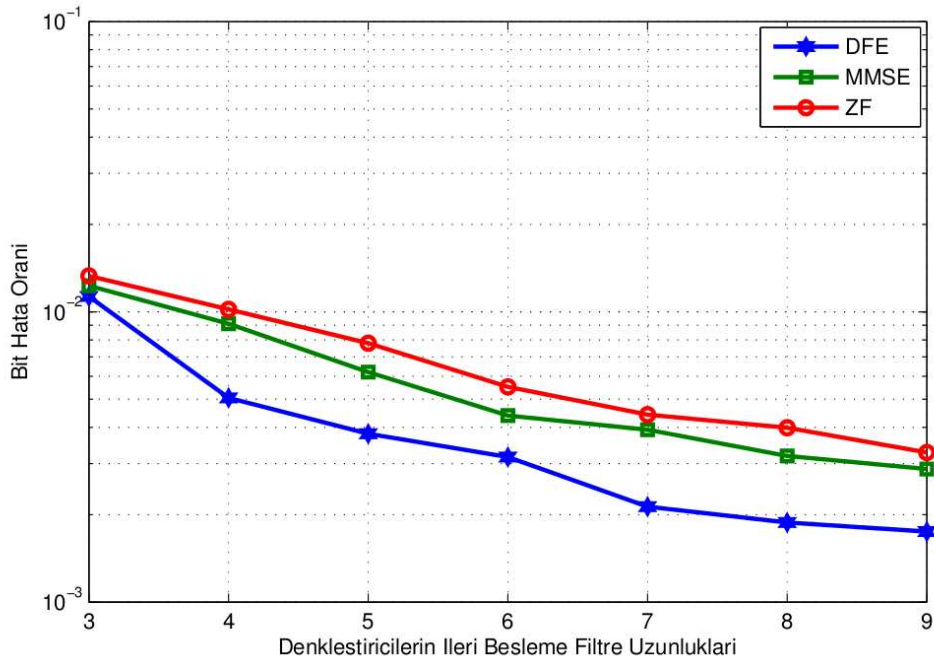
3.4.4 Simulasyon 4

Son simulasyon, denkleştiricilerin yapılarında bulunan ileri besleme ve geri besleme filtrelerinin uzunluklarındaki değişimin, denkleştirici performanslarına ve dolaylı olarak da sistem performansına etkisini analiz etmek için oluşturulmuştur. Aslında filtre uzunluğundan kasıt filtrelerin yapısında bulunan ayrık sinyal değerlerinin (tap) sayısıdır. Bu tepe değerleri alıcıdan alınan sinyallerle çarpılarak alınan sinyalin denkleştirilmesini sağlamaktadır. Buna göre filtre uzunluklarındaki artış, sistem performansında da bir artışa sebep olmaktadır. Bilindiği üzere (Şekil 2.11, 2.12, 2.13) lineer denkleştiriciler yalnız ileri besleme filtresine sahipken lineer olmayan denkleştiriciler hem ileri besleme filtresine hem de geri besleme filtresine sahiptirler. Şekil 3.12'de

DFE denkleştiricinin 30Hz'lik bir maksimum Doppler frekansı, $L=3$ yol sayısı ve 12dB'lik SNR için, ileri besleme filtresinin uzunluğunun, 3 ile 9 arasındaki değişimi ile bit hata oranındaki düşüş görülmektedir.



Şekil 3.12 Geri besleme filtrelerinin sistem performansına etkisi



Şekil 3.13 İleri besleme filtrelerinin sistem performansına etkisi

Buna göre geri besleme filtresindeki değişimin sistem performansının ciddi olarak etkilenmediği açıkça gözlenmektedir. Özellikle değişen filtre uzunluğuyla bit hata oranının dalgalı bir değişim göstermesi, değişimin hiç bir kısmında lineerlik olmaması, filtre uzunluğu 3-9 için alınan BER değerlerinin birbirine çok yakın ($0,5 \cdot 10^{-1}$ - $0,35 \cdot 10^{-1}$) değerlerde olması bu çıkarımı yapmamızdaki temel sebeptir. Bunu tetikleyen ise, geri besleme filtresinde yapılan eliminasyon yönteminin ileri besleme filtresindeki kadar etkili olmayışıdır. Nitekim geri besleme filtresi, filtre uzunluğunun değişimi ile sistem performansını daha fazla etkilemektedir. Şekil 3.13'te görülen bu etkiye göre, özellikle DFE denkleştirici için filtre uzunluğunun etkisi 3'ten 9'a çıkarıldığında sistem performansı yaklaşık 6 kat artmaktadır. Bu artış lineer denkleştiriciler için 3-4 kat civarındadır.

Bu değişimi, nümerik BER değerleri açısından ifade etmek gerekirse ileri besleme filtre uzunluğu 3'ten 9'a çıkarılan bir alıcı için, DFE kullanıldığı durumda BER değeri $1,012 \cdot 10^{-2}$ 'den $2,21 \cdot 10^{-3}$ 'e düşmekte yani sistem performansı artmaktadır. İleri besleme filtresinin sebep olduğu değişimin aksine, geri besleme filtresinin sistem BER'ine etkisi, filtrenin uzunluğu arttıkça lineer olarak artış göstermektedir. Bununla birlikte filtre uzunluklarındaki artış, denkleştiricinin karmaşıklığını arttırmakta olup, bu karmaşıklık ile sistem performansında elde edilmek istenen artış optimize edilmelidir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında ZF, MMSE ve DFE tipi denkleştiriciler ile SC, EGC ve MRC tipi birleştiricilerin aynı alıcı için değişik kombinasyonlar ile ortak olarak kullanılmasının, MATLAB teknik programlama ortamındaki simülasyonu ile elde edilen bir analizi sunulmuştur. Bu analiz, literatürde var olan bahsi geçen denkleştiriciler ve birleştiricilerin teorik ifadelerinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmış ve tutarlılıkları test edilmiştir [10,11]. Bu analizlere göre düşük SNR değerlerindeki hata yayılımının fazlalığı sebebiyle DFE'nin nispeten kötü bir performansa sahip olduğu, yüksek SNR değerlerinde ise lineer denkleştiricilere göre daha iyi bir performansa sahip olduğu görülmektedir. Buradan çıkarılabilecek sonuç, aslında iletimin yapılacağı hattaki tahmini SNR değerinin bilinmesi durumunda, denkleştiricinin daha doğru şekilde seçilebileceğidir. Özellikle 1dB-16dB'lik SNR skalasında yapılan analizin 12dB-16dB'lik kısmında DFE kullanılan alıcının BER değeri 10^{-2} seviyelerinden 10^{-5} seviyelerine kadar düşmektedir. Yani ortalama SNR'daki 3dB'lik küçük gibi görünen değişimin, sistem performansını 10^3 kat civarında daha iyi duruma getirdiğini söylemek yanlış olmayacaktır.

Ele alınan diğer bir konu ise çok yollu yayılımın etkilerini ortadan kaldırmak için kullanılan birleştiricilerdir. Buna göre sunulan üç birleştirici arasında, teorik hesaplarda da değinildiği üzere en iyi performans MRC tipi birleştiriciye aittir. Bu yüzden düşük ve orta büyüklükteki SNR değerleri için tasarlanan alıcılarda, MMSE denkleştirici-MRC birleştirici kombinasyonu tercih edilmeliyken, yüksek SNR değerleri için ise DFE denkleştirici-MRC birleştirici kombinasyonu kullanılmalıdır. Bu sonuçlar özellikle çoklu yoldaki gelen sinyal yolu sayısının artışı gösteren Simülasyon 2'de daha net gösterilmiştir.

Tüm bunların dışında, lineer denkleştiriciler için tasarımı [1]'de verilen yeni bir girişim eleme tekniği DFE denkleştirici için ilk kez ortaya konmuş ve mevcut sisteme adapte edilerek uygulanmıştır. Bu tasarım ile gerçekleştirilen

uygulamaların bahsi geçen makalede de bahsedildiği gibi belli hata oranları için 1dB-3dB kadar pozitif etkisi bulunmaktadır. Bu durum bizim öne sürdüğümüz DFE modeli için de geçerliliğini korumaktadır.

Bu yapılan analizler özellikle mobil kullanıcılar için önemli bir parametre olan Doppler frekansına göre tekrardan yorumlanmış olup, Doppler spektrumundaki değişimin sistem performans kriteri olan BER'e etkisi de verilmiştir. Buna göre beklendiği üzere mobil alıcı hızındaki artış, sistem performansını negatif şekilde etkilemektedir. Analizin yapıldığı 0-50Hz'lik aralıkta, zamanla değişen kanalın, BER'de yarattığı değişim de Simulasyon 3'te ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Ayrıca denkleştirici yapılarında bulunan ileri besleme ve geri besleme filtrelerinin uzunluklarındaki artışın denkleştirici üzerindeki olumlu etkileri için farklı bir analiz yapılmıştır. Bu analize göre ileri besleme filtrelerinin denkleştirici performansı üzerindeki etkisinin, geri besleme filtresine göre daha düşük olduğu Simulasyon 4'te verilen analizle gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

1. Jieling Wang, Hong Yang, and Kechu Yi "Multipath Combining Scheme in Single-Carrier Transmission Systems" ***IEEE Communicaiton Letters***, 13(9): 694-696 (2009).
2. Thomas Eng, Ning Kong, and Laurence B. Milstein "Comparsion of diversity combining techniques for rayleigh fading channels" ***IEEE Transactions on Communications*** 44(9): 112-118 (1996).
3. P.R. Sabu and A.K. Chaturverdi. "Performance evaluation of SC-MRC and SC-EGC diversity combining systems in slow nakagami-m fading channel" ***IEEE Transactions on Communications*** 21(3): 412-417 (2001).
4. William C. Jakes, Microwave mobile communications New York: ***John Wiley and Sons Inc.***:12-38 (1975)
5. J. G. Proakis, Digital communications. New York: ***McGraw-Hill***: 82-99 (1989).
6. Andrea Goldsmith, Wireless communications. Stanford University, ***Cambridge University Press***: 190-209 (2005).
7. Abdelmoumen Mouaki Benani, Andre Carr, and Martin Quenneville "Doppler spread technique, improving performance of an L-band digital radio broadcast system" ***IEEE Vehicular Technology Magazine***: 22-26 (2009)
8. Jan Tubbax , Liesbet Van der Perre, Stephane Donnay, Marc Engels "Single-carrier communication using decision-feedback equalization for multiple antennas" ***IEEE Vehicular Technology Magazine***: 36-40 (2003).
9. Wasim Q. Malik, Christopher J. Stevens, and David J. Edwards "Multipath effects in ultrawideband rake reception" ***IEEE Transactions on Antennas and Propagation***, 56(2): 22-29 (2008).
10. Inkyu Lee "Optimization of tap spacings for the tapped delay line decision feedback equalizer" ***IEEE Communications Letters***, 5(10): 56-59 (2001).
11. P. A. Bello and B.D. Nelin, "The influence of fading spectrum on the bit error probabilities of incoherent and differentially coherent matched filter receivers," ***IEEE Transactions on Communication Systems*** 10(2): 160-168 (1962).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : ŞAHİN, Seçkin
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 27.04.1986 İZMİT
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 555 870 98 68
e-mail : seckin.sahin@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Gazi Üniversitesi/ Elektrik-Elektronik Müh.	2008
Lise	Erzurum Anadolu Lisesi	2004

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2008-2009	Ulusal Cad ve GIS A.Ş	GIS Uzmanı
2009-Devam	T.C Dışişleri Bakanlığı	Haberleşme Müh

Yabancı Dil

İngilizce