

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**SARDAR ALT DENKLEM YÖNTEMİNİN KESİRLİ M-
TÜREVLİ DİFERANSİYEL DENKLEME UYGULANMASI**

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

Yüksek Lisans Tezi

MATEMATİK ANABİLİM DALI

OCAK 2025

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**SARDAR ALT DENKLEM YÖNTEMİNİN KESİRLİ M-TÜREVLİ
DİFERANSİYEL DENKLEME UYGULANMASI**

Tez Yazarı

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

Danışman

Prof. Dr. Hasan BULUT

OCAK 2025

ELAZIĞ

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Başlığı:	Sardar Alt Denklem Yönteminin Kesirli M-Türevli Diferansiyel Denkleme Uygulanması
Yazarı:	İlkay KOÇOĞLU TEKİN
İlk Teslim Tarihi:	14.10.2024
Savunma Tarihi:	20.01.2025

TEZ ONAYI

Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına göre hazırlanan bu tez aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından değerlendirilmiş ve akademik dinleyicilere açık yapılan savunma sonucunda OYBİRLİĞİ ile kabul edilmiştir.

Danışman:	Prof. Dr. Hasan BULUT Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi	İmza	Onayladım
Başkan:	Doç. Dr. Ebru CAVLAK ASLAN Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi		Onayladım
Üye:	Dr. Öğr. Üyesi Funda TÜRK Bartın Üniversitesi, Fen Fakültesi		Onayladım

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunun/...../20..... tarihli toplantısında tescillenmiştir.

İmza

Prof. Dr. Burhan ERGEN
Enstitü Müdürü

BEYAN

Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım “Sardar Alt Denklem Yönteminin Kesirli M-Türevli Diferansiyel Denkleme Uygulanması” Başlıklı Yüksek Lisans Tezimin içindeki bütün bilgilerin doğru olduğunu, bilgilerin üretilmesi ve sunulmasında bilimsel etik kurallarına uygun davrandığımı, kullandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi, maddi ve manevi desteği olan tüm kurum/kuruluş ve kişileri belirttiğimi, burada sunduğum veri ve bilgileri unvan almak amacıyla daha önce hiçbir şekilde kullanmadığımı beyan ederim.

20.01.2025

İlkay KOÇOĞLU TEKİN



ÖNSÖZ

Bu tez, Sardar alt denklem yöntemi ile kesirli M-türevli denklemlerin çözülmesine odaklanmıştır.

Çalışmamda bana yol gösterip öncü olan, destek ve emeklerini esirgemeyen, bilgi birikimiyle sonuna kadar bana destek veren ve öğrencisi olmaktan her zaman gurur duyacağım sayın Prof. Dr. Hasan BULUT' a teşekkürü borç bilirim ve saygılarımı sunarım.

Çalışmamda bilgi birikimi ve ilgisiyle bana yardımını esirgemeyen saygı değer hocam Doç. Dr. Ebru CAVLAK ASLAN' a çok teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Bana bu yolda yürüme şevki kazandıran, her an destekçim olan ve çalışma sürecim boyunca beni cesaretlendiren sevgili eşim Yağız TEKİN' e sonsuz teşekkür ederim.

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca yanımda olan değerli anne ve babama çok teşekkür ederim.

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

ELAZIĞ, 2025

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iv
İÇİNDEKİLER	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
2. DALGA	2
2.1. Soliton	3
3. TEMEL KAVRAMLAR	5
3.1. Adi Türev	5
3.2. Diferansiyel Denklem.....	5
3.3. Adi Diferansiyel Denklem.....	5
3.4. Kısmi Türevli Diferansiyel Denklem	5
3.5. Diferansiyel Denklemlerin Derecesi.....	6
3.6. Diferansiyel Denklemlerin Mertebesi.....	6
3.7. Özel ve Genel Çözüm.....	6
3.8. Başlangıç Değer Problemi	6
3.9. Sınır Değer Problemi	6
3.10. Lineer ve Lineer Olmayan Denklem	7
3.11. Dengeleme Prensipleri.....	7
3.12. Kesirli Türev.....	8
3.13. M-Kesirli Türev.....	8
4. MATERYAL VE METOT	9
4.1. Kesirli M-Türev.....	9
4.2. Sardar Alt Denklem Yöntemi	9
4.3. Sardar Alt Denklem Yönteminin Kesirli M-Türevli Varyant Boussinesq Denklem Sistemine Uygulanması.....	11
5. BULGULAR VE TARTIŞMA	17
6. SONUÇLAR.....	18
6.1. Grafik Yorumu ve Fiziksel Önemi	18
ÖNERİLER	19
KAYNAKLAR.....	20
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Sardar Alt Denklem Yönteminin Kesirli M-Türevli Diferansiyel Denkleme Uygulanması

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

Yüksek Lisans Tezi

FIRAT ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Ocak 2025, Sayfa: ix + 21

Bu çalışmada, sığ su dalgalarının davranışını modellemek için lineer olmayan kısmi diferansiyel denklem ile ifade edilen varyant Boussinesq sisteminin tam çözümleri elde edilmiştir. Bu denklem sistemi orijinal Boussinesq sisteminin bir modifikasyonudur. Kesirli M-türevli varyant Boussinesq sisteminin hareketli dalga çözümleri Sardar alt denklem yöntemi ile elde edilmiş, bu denklem sisteminin çözümünün yapılabilmesi için kısmi diferansiyel denkleme dalga dönüşümü uygulanarak adi diferansiyel denkleme indirgenmiştir. Bu tezin amacı kesirli M-türevli modelin ifade ettiği matematiksel yapılara ışık tutmak ve sistemin daha iyi anlaşılmasına katkıda bulunmaktadır. Varyant Boussinesq sisteminin analitik çözümünün fiziksel özelliklerini açıklamak için 2 boyutlu, 3 boyutlu ve kontur grafikleri elde edildi. Sonuç olarak Sardar alt denklem yönteminin bu tür denklem sistemleri için güçlü, doğru ve hassas bir yöntem olduğu ifade edilmiştir. Bununla birlikte bu yöntemin farklı kesirli modellere de uygulanabilirliği ifade edilebilir.

Anahtar Kelimeler: Varyant Boussinesq sistem, Kesirli M-türev, Sardar alt denklem yöntemi, Soliton, Dalga.

ABSTRACT

Application Of The Sardar Sub Equation Method To The Fractional M-Derivative Differential Equation

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

Master's Thesis

FIRAT UNIVERSITY

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics

January 2025, Pages: ix + 21

In this study, the exact solutions of the variant Boussinesq system, expressed by a nonlinear partial differential equation to model the behavior of shallow water waves, have been obtained. This system of equations is a modification of the original Boussinesq system. The traveling wave solutions of the fractional M-derivative variant Boussinesq system were obtained using the Sardar sub-equation method. To solve this system of equations, the wave transformation was applied to the partial differential equation, reducing it to an ordinary differential equation. The purpose of this thesis is to shed light on the mathematical structures represented by the fractional M-derivative model and to contribute to a better understanding of the system. 2D, 3D and contour graphs were obtained. As a result, it has been stated that the Sardar sub-equation method for such systems of equations. Furthermore, it can be suggested that this method is applicable to different fractional models as well.

Keywords: Variant Boussinesq system, Fractional M-derivative, Sardar sub-equation Method, Soliton, Wave.

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Bir dalganın ifadesi.....	3
Şekil 2.2. İki solitonun çarpışmasının grafiği	4
Şekil 4.1. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 3-boyutlu grafiği.....	14
Şekil 4.2. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için kontur grafiği.....	14
Şekil 4.3. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 2-boyutlu grafiği.....	15
Şekil 4.4. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 3-boyutlu grafiği.....	16
Şekil 4.5. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için kontur grafiği.....	16
Şekil 4.6. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 2-boyutlu grafiği.....	16

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

α	: Alfa
β	: Beta
ϑ	: Değişik Teta
ω	: Omega
η	: Eta
λ	: Lambda
Ψ	: Psi
ξ	: Xi
θ	: Teta
$\mathbb{R}$	: Gerçek Sayılar Kümesi
$\mathbb{Z}$	: Tam Sayılar Kümesi

Kısaltmalar

ADD	: Adi Diferansiyel Denklem
KTDD	: Kısmi Türevli Diferansiyel Denklem
LDD	: Lineer Diferansiyel Denklem
LODD	: Lineer Olmayan Diferansiyel Denklem
SSM	: Sardar Alt Denklem Yöntemi

1. GİRİŞ

Son yıllarda popülerliği oldukça artan kesirli türevler, klasik türevin tam sayı olmayan mertebelerinden oluşur. Klasik türevi daha geniş perspektife yayan bu kesirli türevler karmaşık fiziksel olayların modellenmesine ışık tutar.

Kesirli türevleri konu edinen çok sayıda araştırmalar yapılmıştır. M. Caputo (1967), kendi adını paylaştığı Caputo kesirli türevini ADD çözümlerinde BDP koşullarını tanımlamayı kolaylaştırmayı amaçlayarak tanıtmıştır [1].

Bu türevin tarihinin, türevin yaratıcısı olarak anılan Leibniz' e, L' Hospital tarafından $\frac{1}{2}$ mertebe türevi sormasıyla ortaya çıktığı ve Leibniz' in bu konuyla ilgili ne kadar karmaşık görünse de bir gün çok büyük çalışmalarda öncü olacağı cevabını vermesi ile başladığı rivayet edilmiştir [1,2].

Boussinesq denklemleri, sıvı dinamiği ve akışkanlar mekaniği gibi birçok fiziksel problemde önemli yere sahiptir. Bu denklemin modifikasyonu olan varyant Boussinesq denklem, klasik Boussinesq denkleminin daha geniş uygulamalarının yapılabilmesi için genelleştirilmesidir. Bu denklem lineer olmayan terimler içerdiğinden çözülmesi zor bir denklem olduğundan dolayı analitik ve sayısal çözüm yöntemine başvurulur. Varyant Boussinesq denklem özellikle daha az derin yüzey dalga etkileşimlerini inceleyen bir modeldir [3]. Genellikle şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}.$$

Burada $\eta(x, t)$ su yüzeyi yüksekliği, μ ise viskoziteyi temsil eder [4,5,6].

Bu tezde ise aşağıda verilen kesirli M-türevli varyant Boussinesq denklem sistemi Sardar alt denklem yöntemi ile çözülmüştür.

$$D_{M,t}^{\Psi,\Theta} U + D_x V + U D_x U = 0,$$

$$D_{M,t}^{\Psi,\Theta} V + V D_x U + U D_x V + D_{xxx} U = 0. \quad (1.1)$$

Söz konusu olan (1.1) denklem sistemi literatürde su dalgaları için bir modeldir [6,7,8]. Burada Ψ türevin derecesi olup $\Psi \in (0,1]$ aralığındadır.

2. DALGA

Fiziğin temel kavramlarından biri olan dalga; bir ortamda veya boşlukta yayılan titreşimlerdir. Bir cisim üzerine uygulanan enerji, cisim üzerinde bir hareketlenme oluşturur. Bu olay cismin hareketi gibi görünse de bırakılan enerjinin taşınmasıdır.

Bir boyutlu lineer dalga denklemi,

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

formundadır. Bu tip bir denklemin genel çözümü,

$$u(x, t) = h(x - ct) + g(x + ct)$$

şeklindedir. Dalganın şekli zamana göre değişmiyorsa, $h(x - ct)$ sağa doğru, $g(x + ct)$ sola doğru hareketi ifade eder.

Bir diğer dalga denklemi formu,

$$u_t(x, t) + \vartheta_0 u_x(x, t) = 0$$

şeklindedir. Bu denklemdeki “ ϑ_0 ” terimi dalganın hızını gösterir. Bu dalga denkleminin periyodik çözümleri

$$u(x, t) = e^{i(wt - kx)}$$

şeklinde aranır. Bu çözüm formunda; k dalga sayısını, w açısal frekansı gösterir. Çözüm fonksiyonu denklemde kullanılırsa $w = \vartheta_0 k$ dağılım ilişkisi elde edilir.

Lineer olmayan dalga sistemi de,

$$u_t(x, t) + \vartheta(u) u_x(x, t) = 0$$

Şeklindedir. Burada

$$\vartheta(u) = \vartheta_0 + \alpha u^\eta$$

formunda u değişkenine bağlı olarak verilir.

Lineer olmayan genelleştirilmiş dalga denklemi,

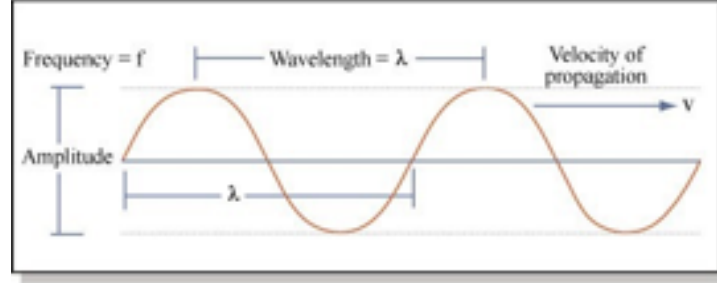
$$u_t(x, t) + \vartheta_0 u_x(x, t) + \beta u^\eta u_x(x, t) + \alpha u_{xxx}(x, t) = 0$$

şeklindedir. Dalganın denkleminin çözümü için,

$$u(x, t) = U(\zeta), \quad \zeta = px - Zt$$

dalga dönüşümü uygulanır. Dalganın hızı p serbest bir değişken olmak üzere $\vartheta = \frac{p}{Z}$ olur. Bu dalganın çözümü bir darbeye benzer. p arttıkça darbe keskinleşir.

Dalgalar; durağan ve hareketli dalgalar olarak ikiye ayrılır. Şekil 2.1’ de bir dalganın ifadesi verilmiştir. Fizik ve mühendisliğin önemli bir başlığı olan dalga kavramının önemli bir alt başlığı “Soliton” dur [9].



Şekil 2.1. Bir dalganın ifadesi

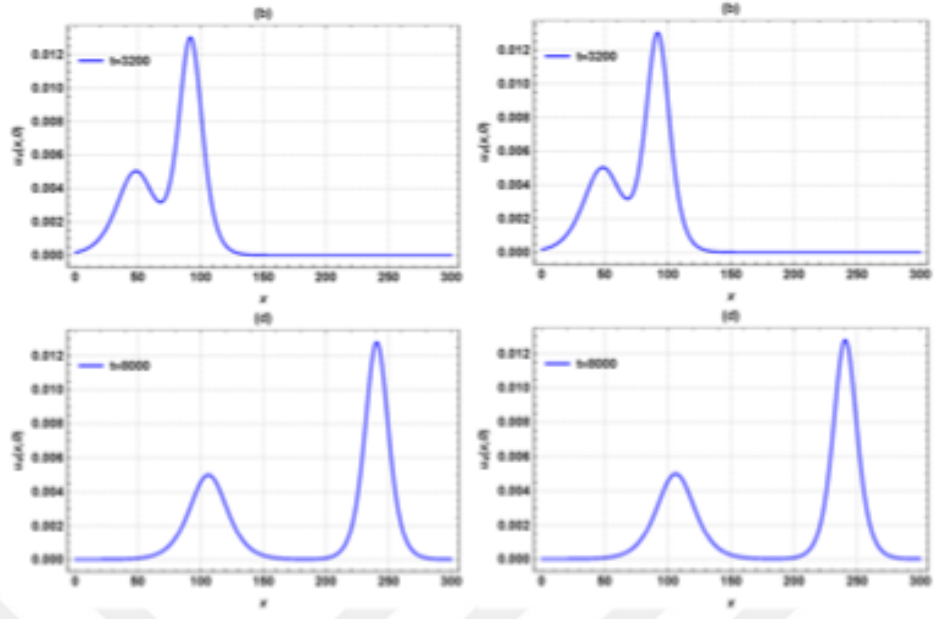
2.1. Soliton

Geçmiş 1800’ lü yıllara dayanan soliton, özel bir tip dalgadır. Solitonlar; şeklini ve hızını koruyarak yayılım gösteren, çarpışmaları elastik olan dalgalardır. S. Russell tarafından ilk olarak sığ su dalgalarında gözlemlenen solitonlar, günümüzde gelişen teknolojik ve bilimsel çalışmalarla birçok alanda gözlemlenmiştir. Örneğin; plazma fiziği, akışkanlar mekaniği, fiber optik, kimyasal fizik, mekanik, makine öğrenme vb. [9,10].

Solitonlar; lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümleri ile elde edilebilir. Solitonların genel özelliklerini şu şekilde verebiliriz:

- Solitonlar periyodik dalgalar değildir.
- Şekil ve hız gibi özellikleri değişmeksizin yayılım gösterirler.
- Çarpışmaları sonucunda yapılar kararlılık gösterir.
- Solitonun hızı genliği ile orantılıdır.

Bu özellikler, soliton ve bilinen dalga kavramı arasındaki en temel farkları gösterir. Şekil 2.2’ de iki solitonun çarpışma sonucu özelliklerini koruduğu görülür [11,12,13].



Şekil 2.2. İki solitonun çarpışmasının grafiği

3. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde tezde kullanılan temel tanımlara yer verilmiştir.

3.1. Adi Türev

$y = f(x)$ fonksiyonu (a, b) aralığında tanımlı ve $x_0 \in (a, b)$ olsun.

$$y' = f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

değeri varsa, bu limit değeri f fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevidir. Bu limit, $f(x)$ fonksiyonunun x noktasındaki değişim oranını gösterir. Fonksiyonun değeri, x değiştikçe sonsuz derecede küçük değişiklikler gösterir ve bu da belirtilen noktadaki eğriye teğet çizgisinin eğimine eşittir. Burada x değişkenine bağımlı değişken, y değişkenine bağımsız değişken denir [9,14].

3.2. Diferansiyel Denklemler

x bağımsız değişken, $y = y(x)$ bilinmeyen fonksiyon ve bu fonksiyonun türevleri $(y, y', \dots, y^{(n)})$ arasındaki bağlantıyı gösteren $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ şeklindeki ifadeye diferansiyel denklem denir. Bu tür denklemler, modelleme hareketi, büyüme veya çürüme süreçleri gibi çeşitli fiziksel, biyolojik ve finansal olayların değişim oranını açıklamak için kullanılır.

3.3. Adi Diferansiyel Denklemler

Bilinmeyen $y = y(x)$ fonksiyonu tek değişkenli ise diferansiyel denkleme adi diferansiyel denklem (ADD) denir. Genel olarak,

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^{(n)}}\right) = 0$$

şeklinde yazılır. Bu yüzden bir ADD, basit türevler içerir. ADD' ler genellikle değişimin yalnızca bir değişkene bağlı olduğu sistemleri temsil etmek ve değerlendirmek için kullanılır. Örneğin, dinamikte zaman veya bazı uzaysal modellerdeki mekanlar [9,15,16].

3.4. Kısmi Türevli Diferansiyel Denklemler

Bilinmeyen fonksiyon iki veya daha fazla değişken içeriyorsa yani $y = y(x, t)$ şeklinde ise denkleme kısmi diferansiyel denklem (KDD) denir. Genel olarak,

$$f\left(x, t, y, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \dots, \frac{\partial^m}{\partial x^k \partial t^l}\right) = 0, (k + l = m)$$

şeklinde yazılır. KTDD' ler, ısı dağılımı, dalga yayılımı ve akışkan dinamiği gibi birden fazla boyuta sahip modelleme olayları için kullanışlıdır [17].

3.5. Diferansiyel Denklemlerin Derecesi

Bir diferansiyel denklemde en yüksek türevli ifadenin kuvvetine diferansiyel denklemin derecesi denir. Örneğin; $y'' + xy' + 5y = 0$ ikinci mertebeden birinci dereceden değişken katsayılı lineer adi diferansiyel denklemdir [18].

3.6. Diferansiyel Denklemlerin Mertebesi

Bir diferansiyel denklemde en yüksek mertebeli türeve diferansiyel denklemin mertebesi denir. Örneğin, $y' = xy^2 + \sin x$ birinci mertebeden birinci dereceden adi diferansiyel denklemdir [9,17].

3.7. Özel ve Genel Çözüm

Bir diferansiyel denklemin çözümü olduğu iddia edilen fonksiyon keyfi sabitler içeriyorsa böyle bir çözüme genel çözüm, keyfi sabitlere değerler verilerek elde edilen çözümlere ise özel çözüm denir. Örneğin, $y = c_1x + c_2x^2$ genel çözüm, $y = x - \frac{x^2}{2}$ özel çözümdür [17].

3.8. Başlangıç Değer Problemi

Diferansiyel denklemlerde bilinmeyen fonksiyon ve onun türevleri üzerinde bağımsız değişkenin aynı değerler için verilen şartlar altında çözümlerinin problemine başlangıç değer problemi denir. Bu şartlara da başlangıç şartları denir. Örneğin;

$$y'' + 2y = e^x$$

$$y(\pi) = 1, y'(\pi) = 2$$

başlangıç değer problemidir [18].

3.9. Sınır Değer Problemi

Diferansiyel denklemlerde bilinmeyen fonksiyon ve onun türevleri üzerinde bağımsız değişkenlerin farklı değerleri için verilen şartlar altında çözümlerinin problemine sınır değer problemi denir. Bu şartlara da sınır şartları denir [18]. Örneğin;

$$y'' + 2y = e^\pi$$

$$y(0) = 1, y'(1) = 0$$

sınır değer problemidir.

3.10. Lineer ve Lineer Olmayan Denklem

Bir diferansiyel denklemde bağımlı değişken kendisi veya türevleri ile çarpım ya da bölüm durumunda ise veya bağımlı değişken üstel, trigonometrik ya da logaritmik olarak bulunuyor ise veya bağımlı değişkenin herhangi bir türevinin derecesi iki ve ikiden büyük ise bu tür diferansiyel denklemlere lineer olmayan diferansiyel denklem (LODD) denir. Aksi durumda lineer denklem (LDD) denir. Büyük önem taşıyan bazı yaygın olarak bilinen LDD' ler şunlardır;

$$U_{xx} + U_{yy} = 0,$$

$$U_{xx} + iU_t = 0,$$

$$U_{xx} - c^2 U_{tt} = 0.$$

Bunlar sırasıyla; Laplace denklemi, Lineer Schrödinger denklemi ve dalga denklemleridir.

Büyük ilgi çeken bazı LODD' ler;

$$(aUU_x + bU_{xxx} + U_t)_x + U_{yy} = 0,$$

$$auU_x + bU_{xx} + U_t = 0,$$

$$U_{xx} - U_{tt} = \alpha \sinh(U).$$

Bunlar sırasıyla; KP, Korteweg-deVries (KdV) ve sine-Gordon denklemleridir [9,19,20].

3.11. Dengeleme Prensipleri

Lineer olmayan herhangi bir adi diferansiyel denklemde en yüksek mertebeden lineer olan terim $\frac{d^q u}{d\xi^q}$ ve en yüksek mertebeden lineer olmayan terim $u^p \left(\frac{d^r u}{d\xi^r}\right)^s$ ile verilsin. m dengeleme terimi olmak üzere $m + q = mp + s(m + r)$ eşitliği yazılabilir. Örneğin,

$$(1 + a - c^2)u'' + \alpha u + \beta u^3 = 0$$

$$m + 2 = 3m \rightarrow 2m = 2 \rightarrow m = 1$$

olarak bulunur [9].

3.12. Kesirli Türev

Kesirli türev, $\alpha \in \mathbb{R}$ olacak şekilde tanımlı kesirli türev derecesi olmak üzere eğer $f(x)$ fonksiyonunun α dereceden türevi;

$$D^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_\alpha^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt$$

şeklinde tanımlanır [21].

3.13. M-Kesirli Türev

$f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyon ve $t > 0$ olsun. $0 < \alpha < 1$ için,

$$D_M^{\alpha, \beta} f(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(t E_\beta(\varepsilon t^\alpha)) - f(t)}{\varepsilon}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, $E_\beta(\cdot), \beta > 0$ tek parametrelili Mittag-Leffler fonksiyonudur [6,21,22].

4. MATERYAL VE METOT

4.1. Kesirli M-Türev

$\alpha \in (0,1], \beta > 0, a, b \in \mathbb{R}$ ve $t > 0$ noktasında f ve g , α kez diferansiyellenebilir olsun. M-türev için;

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta}(\alpha f(t) + b g(t)) = \alpha D_{M,t}^{\alpha,\beta} f(t) + b D_{M,t}^{\alpha,\beta} g(t) \quad (4.1)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta}(f(t) \cdot g(t)) = f(t) D_{M,t}^{\alpha,\beta} g(t) + g(t) D_{M,t}^{\alpha,\beta} f(t) \quad (4.2)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta} \left(\frac{f(t)}{g(t)} \right) = \frac{g(t) D_{M,t}^{\alpha,\beta} f(t) - f(t) D_{M,t}^{\alpha,\beta} g(t)}{(g(t))^2} \quad (4.3)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta}(c) = 0, \text{ burada } u(t) = c \text{ keyfi sabit} \quad (4.4)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta} f(t) = \frac{t^{1-\alpha}}{\Gamma(\beta+1)} \frac{df(t)}{dt} \quad (4.5)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta}(t^a) = a t^{a-t}, \quad a \in \mathbb{R} \quad (4.6)$$

$$D_{M,t}^{\alpha,\beta}(f \circ g)(t) = f'(g(t)) D_M^{\alpha,\beta} g(t) \quad (4.7)$$

yukarıdaki özellikler tanımlanmıştır [6,23].

4.2. Sardar Alt Denklem Yöntemi

Öncelikle $V(x, t)$ için aşağıdaki lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemi göz önünde bulunduralım:

$$F(V, V_t, V_x, V_{tt}, V_{xx}, \dots) = 0 \quad (4.8)$$

burada F, V 'nin kısmi türevlerinin bir fonksiyonudur. (4.8) numaralı denklemi çözmek için

$$V(x, t) = \vartheta(\eta), \quad \eta = \frac{\Gamma(\Phi+1)}{\Psi} (x^\Psi - ct^\Psi) \quad (4.9)$$

dalga dönüşümü yapılır.

Dalga dönüşümü (4.8) numaralı denklemi lineer olmayan bir adi diferansiyel denkleme

$$Q(\vartheta, \vartheta', \vartheta'', \vartheta''', \dots) = 0 \quad (4.10)$$

indirgenir. Burada

$$\vartheta = \vartheta(\eta), \vartheta' = \frac{d\vartheta(\eta)}{d\eta}, \vartheta'' = \frac{d^2\vartheta(\eta)}{d\eta^2}, \dots$$

şeklindedir. Denklemin (4.10) ün çözümleri

$$\vartheta(\eta) = \sum_{i=0}^n \omega_i \phi^i(\eta), \omega_n \neq 0, \quad (4.11)$$

şeklinde kabul edilir. Burada $\omega_i, (i = 0, 1, \dots, n)$ sabit katsayılarıdır. Burada çözüm (4.11) kabul edildiği için yardımcı denklem (4.12) kullanılarak (4.10) denkleminde en yüksek mertebeden türev ve lineer olmayan terim arasında dengeleme prensibi uygulanarak η tam sayısı bulunur. Yardımcı denklem,

$$(\phi'(\eta))^2 = \rho + a\phi^2(\eta) + \phi^4(\eta), \quad (4.12)$$

şeklindedir. Burada a ve ρ reel sabitlerdir. (4.12) yardımcı denkleminin genel çözüm ifadeleri aşağıda verilmiştir:

1.Durum: Eğer $\alpha > 0$ ve $\rho = 0$ ise

$$\phi_1^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\rho q a} \operatorname{sech}_{\rho q}(\sqrt{a}\eta), \quad (4.13)$$

$$\phi_2^\pm(\eta) = \pm \sqrt{\rho q a} \cos \operatorname{ech}_{\rho q}(\sqrt{a}\eta), \quad (4.14)$$

2.Durum: Eğer $\alpha < 0$ ve $\rho = 0$ ise

$$\phi_3^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\rho q a} \operatorname{sec}_{\rho q} \sqrt{-a}\eta, \quad (4.15)$$

$$\phi_4^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\rho q a} \cos \operatorname{ec}_{\rho q}(\sqrt{-a}\eta), \quad (4.16)$$

3.Durum: Eğer $\alpha < 0$ ve $\rho = \frac{\alpha^2}{4}$ ise

$$\phi_5^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\frac{a}{2}} \tanh_{\rho q}(\sqrt{-\frac{a}{2}}\eta), \quad (4.17)$$

$$\phi_6^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\frac{a}{2}} \coth_{\rho q}(\sqrt{-\frac{a}{2}}\eta), \quad (4.18)$$

$$\phi_7^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\frac{a}{2}} (\tanh_{\rho q}(\sqrt{-2\alpha}\eta) \pm i\sqrt{\rho q} \operatorname{sech}_{\rho q}(\sqrt{-2\alpha}\eta)), \quad (4.19)$$

$$\phi_8^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\frac{a}{2}} (\coth_{\rho q}(\sqrt{-2\alpha}\eta) \pm \sqrt{\rho q} \cos \operatorname{ech}_{\rho q}(\sqrt{-2\alpha}\eta)), \quad (4.20)$$

$$\phi_9^\pm(\eta) = \pm \sqrt{-\frac{a}{8}} (\tanh_{\rho q}(\sqrt{-\frac{\alpha}{8}}\eta) + \coth_{\rho q}(\sqrt{-\frac{\alpha}{8}}\eta)), \quad (4.21)$$

4.Durum: Eğer $\alpha > 0$ ve $\rho = \frac{a^2}{4}$ ise

$$\phi_{10}^{\pm}(\eta) = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \tan_{\rho q} \left(\sqrt{\frac{a}{2}} \eta \right), \quad (4.22)$$

$$\phi_{11}^{\pm}(\eta) = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \cot_{\rho q} \left(\sqrt{\frac{a}{2}} \eta \right), \quad (4.23)$$

$$\phi_{12}^{\pm}(\eta) = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \tan_{\rho q}(\sqrt{2a}\eta) \pm \sqrt{\rho q} \sec_{\rho q}(\sqrt{2a}\eta), \quad (4.24)$$

$$\phi_{13}^{\pm}(\eta) = \pm \sqrt{\frac{a}{2}} \left(\cot_{\rho q}(\sqrt{2a}\eta) \pm \sqrt{\rho q} \csc_{\rho q}(\sqrt{2a}\eta) \right), \quad (4.25)$$

$$\phi_{14}^{\pm}(\eta) = \pm \sqrt{\frac{a}{8}} \left(\tan_{\rho q} \left(\sqrt{\frac{a}{8}} \eta \right) + \cot_{\rho q} \left(\sqrt{\frac{a}{8}} \eta \right) \right), \quad (4.26)$$

Burada

$$\begin{aligned} \sec_{\rho q}(\eta) &= \frac{2}{\rho e^{i\eta} + q e^{-i\eta}}, \csc_{\rho q}(\eta) = \frac{2i}{\rho e^{i\eta} - q e^{-i\eta}}, \tanh_{\rho q}(\eta) = \frac{\rho e^{\eta} - q e^{-\eta}}{\rho e^{\eta} + q e^{-\eta}}, \\ \coth_{\rho q}(\eta) &= \frac{\rho e^{\eta} + q e^{-\eta}}{\rho e^{\eta} - q e^{-\eta}}, \tan_{\rho q}(\eta) = -i \frac{\rho e^{i\eta} - q e^{-i\eta}}{\rho e^{i\eta} + q e^{-i\eta}}, \cot_{\rho q}(\eta) = i \frac{\rho e^{i\eta} + q e^{-i\eta}}{\rho e^{i\eta} - q e^{-i\eta}} \end{aligned}$$

şeklindedir.

(4.11) ve (4.12) denklemlerini (4.10) denklemine ekleyerek, ϕ^i katsayılarını toplar ve sıfıra eşitleriz. Burada bir cebirsel denklem sistemi elde ederiz. Daha sonra, ilgili denklem grubunu çözerek, bu değişkenleri (4.11) denklemine koyarak ve ardından (4.13)-(4.26) denklemlerini kullanarak (4.8) denkleminin tam çözümlerine ulaşırız [6,24].

4.3. Sardar Alt Denklem Yönteminin Kesirli M-Türevli Varyant Boussinesq Denklem Sistemine Uygulanması

Bu bölümde, denklem (1.1) ile ifade edilen kesirli M-türevli varyant Boussinesq denklem sisteminin kesin çözümlerini elde etmek için Sardar alt denklem yöntemi uygulanacaktır. Söz konusu olan (1.1) denklem sistemini çözmek için (1.1) denklem sistemine aşağıdaki dalga dönüşümü uygulanacaktır.

$$U(x, t) = u(\eta), \quad \eta = (\lambda x - w) \frac{\Gamma(\theta+1)}{\psi} t^{\psi} \quad (4.27)$$

$$V(x, t) = v(\eta), \quad \eta = (\lambda x - w) \frac{\Gamma(\theta+1)}{\psi} t^{\psi} \quad (4.28)$$

Burada λ ve w reel sabitlerdir. İlk olarak (1.1) denklem sistemindeki türevleri kesirli M-türev kurallarını kullanarak hesaplayacak olursak (4.7) denkleminde;

$$D_{M,t}^{\Psi,\Theta} U(x,t) = \frac{du}{d\eta} D_{M,t}^{\Psi,\Theta} \eta(x,t)$$

elde edilir. Bu ifadeyi de (4.5) denkleminde

$$U' \frac{t^{1-\Psi}}{\Gamma(1+\Theta)} \left[\frac{\Gamma(1+\Theta)}{\Psi} (-w\Psi t^{\Psi-1}) \right] = -wu'$$

şeklinde elde ederiz. Benzer şekilde,

$$D_{M,t}^{\Psi,\Theta} V(x,t) = \frac{dv}{d\eta} D_{M,t}^{\Psi,\Theta} \eta(x,t) \text{ türevi;}$$

$$V' \frac{t^{1-\Psi}}{\Gamma(1+\Theta)} \left[\frac{\Gamma(1+\Theta)}{\Psi} (-w\Psi t^{\Psi-1}) \right] = -wu' \text{ şeklinde hesaplanır. Diğer türevler ise;}$$

$$D_x V = \lambda v'$$

$$D_x U = \lambda u'$$

$D_{xxx} U = \lambda^3 u'''$ şeklinde hesaplanır. Bu türevler (1.1) denklem sisteminde yerine yazılırsa aşağıdaki lineer olmayan ADD sistemi elde edilir.

$$-wu' + \lambda v' + \lambda uv' = 0 \quad (4.29)$$

$$-wv' + \lambda u' + \lambda v' + \lambda^3 u''' = 0 \quad (4.30)$$

(4.29) denkleminin integrali alınır;

$$-wu + \lambda v + \frac{\lambda}{2} u^2 = 0 \text{ ve buradan da}$$

$$v = \frac{w}{\lambda} u - \frac{u^2}{2} \quad (4.31)$$

elde edilir. Şimdi, denklem (4.31)'i denklem (4.30)'da yerine yazarsak:

$$-w \left(\frac{w}{\lambda} u' + uu' \right) + \left(\frac{w}{\lambda} u - \frac{u^2}{2} \right) \lambda u' + u \lambda \left(\frac{w}{\lambda} u' - uu' \right) + \lambda^3 u''' = 0$$

$$-\frac{w^2}{\lambda} u' + wuu' + wuu' - \frac{\lambda}{2} u^2 u' + \lambda u^2 u' + \lambda^3 u''' = 0$$

$$-\frac{w^2}{\lambda} u' + 3wuu' - \frac{3\lambda}{2} u^2 u' + \lambda^3 u''' = 0$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin integralini alırsak;

$$-\frac{w^2}{\lambda} u + \frac{3}{2} wu^2 - \frac{\lambda}{2} u^3 + \lambda^3 u'' = 0$$

ve buradan da,

$$-2w^2 u + 3\lambda wu^2 - \lambda^2 u^3 + 2\lambda^4 u'' = 0 \quad (4.32)$$

denklemini elde edilir.

İşleme yardımcı denklem ile denge prensibi uygulanarak η ' nin belirlenmesiyle başlar. Denklem (4.32)' da u'' ve u^3 değerlerinin eşitlenmesi için $\eta = 1$ sonucuna ulaşılır. $\eta = 1$ için (4.11) denklemini şu hale gelir:

$$u(\eta) = \omega_0 + \omega_1 \phi(\eta), \omega_1 \neq 0. \quad (4.33)$$

(4.27), (4.28) ve (4.33) denklemleri (4.12) denkleminde yerine konulursa, $\phi^i(\eta)$ ' nın bütün katsayılarını toplayıp sıfıra eşitlersek, aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\phi^0(\eta) : -2w^2\omega_0 + 3w\lambda\omega_0^2 - \lambda^2\omega_0^3 \quad (4.34)$$

$$\phi^1(\eta) : -2w^2\omega_1 + 2a\lambda^4\omega_1 + 6w\lambda\omega_0\omega_1 - 3\lambda^2\omega_0^2\omega_1 \quad (4.35)$$

$$\phi^2(\eta) : 3w\lambda\omega_1^2 - 3\lambda^2\omega_0\omega_1^2 : \quad (4.36)$$

$$\phi^3(\eta) : 4\lambda^4\omega_1 - \lambda^2\omega_1^3 \quad (4.37)$$

Bu denklem sistemini Wolfram Mathematica-12 kullanarak çözerek şu sonuca ulaşırız:

$$\omega_0 = \frac{w}{\lambda}, \omega_1 = 2\lambda, a = -\frac{w^2}{2\lambda^4}, \quad (4.38)$$

Denklem (4.38), (4.13) ve (4.25)' den, (1.1) kesirli M-türevli variant Boussinesq denklem sisteminin yeni soliton çözümleri aşağıdaki gibi ifade edilir:

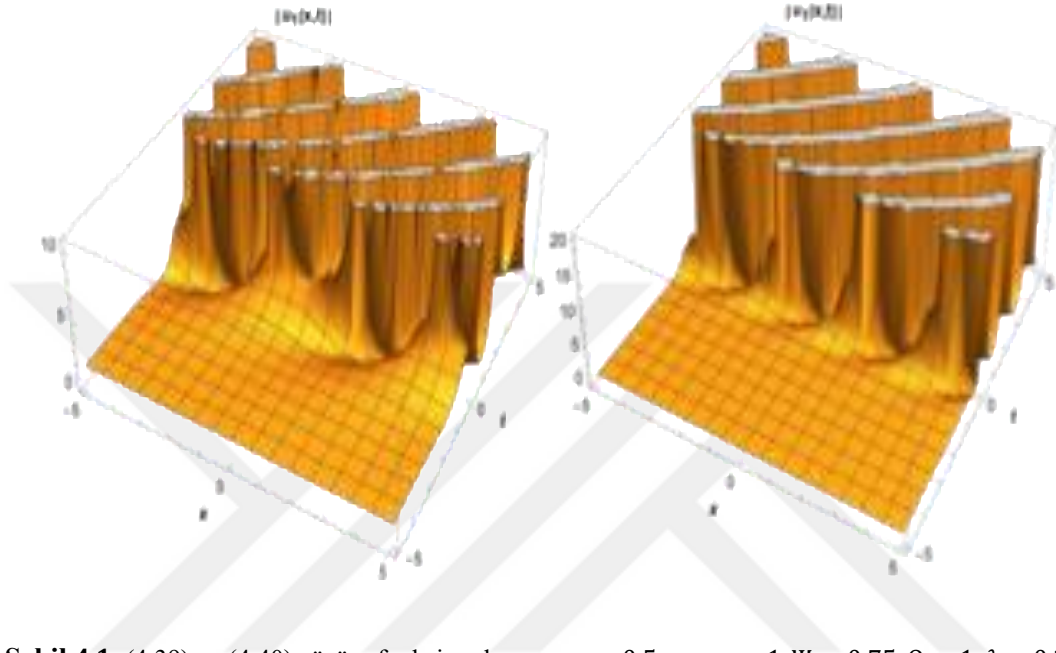
Durum 1: Eğer $a > 0$ ve $\rho = 0$ ise;

Denklem (4.13) için aşağıdaki çözüm yapılmıştır :

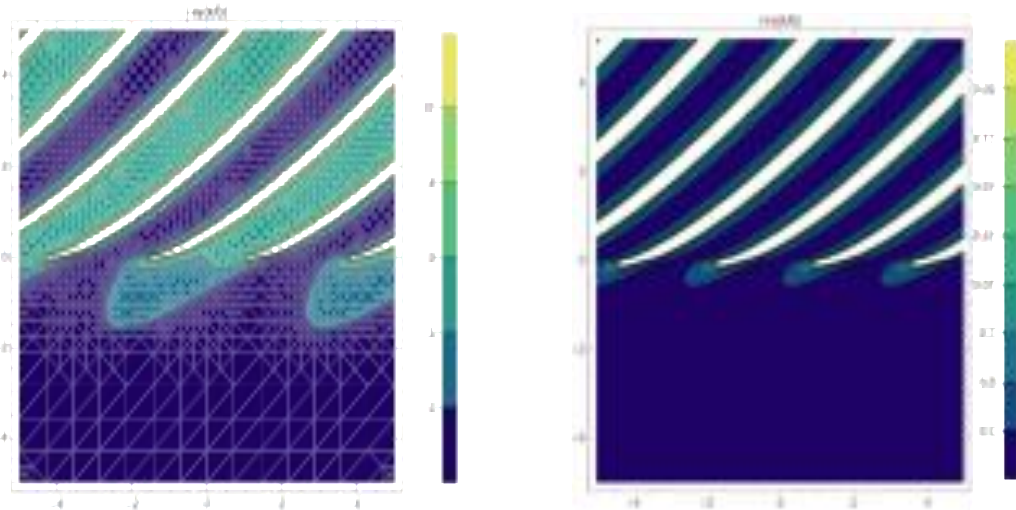
$$U_1(x, t) = \frac{w}{\lambda} + \frac{2\sqrt{2}e^{\frac{\sqrt{\frac{w^2}{\lambda^4} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)}}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{pqw^2}{\lambda^4}} \lambda}{e^{\frac{\sqrt{2} \sqrt{\frac{w^2}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)}}{\sqrt{2}}} \frac{p+q}{2}}, \quad (4.39)$$

$$V_1(x, t) = \frac{\left(1 - \frac{\sqrt{2} \sqrt{\frac{w^2}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)}}{8e^{\frac{\sqrt{2} \sqrt{\frac{w^2}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)}}{\sqrt{2}}} \frac{p+q}{2}} \right)^{\frac{p+q}{2}} w^2}{2\lambda^2}, \quad (4.40)$$

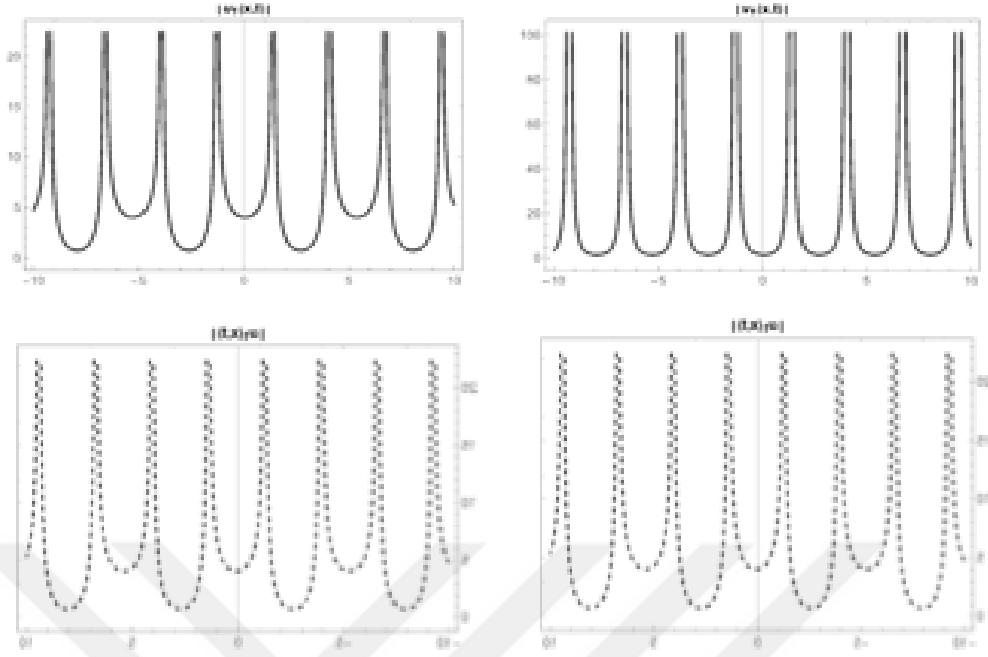
Şekil 4.1’de (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 3-boyutlu grafiği, Şekil 4.2’de (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için kontur grafiği ve Şekil 4.3’de (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 2-boyutlu grafiği çizilmiştir.



Şekil 4.1. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 3-boyutlu grafiği



Şekil 4.2. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için kontur grafiği



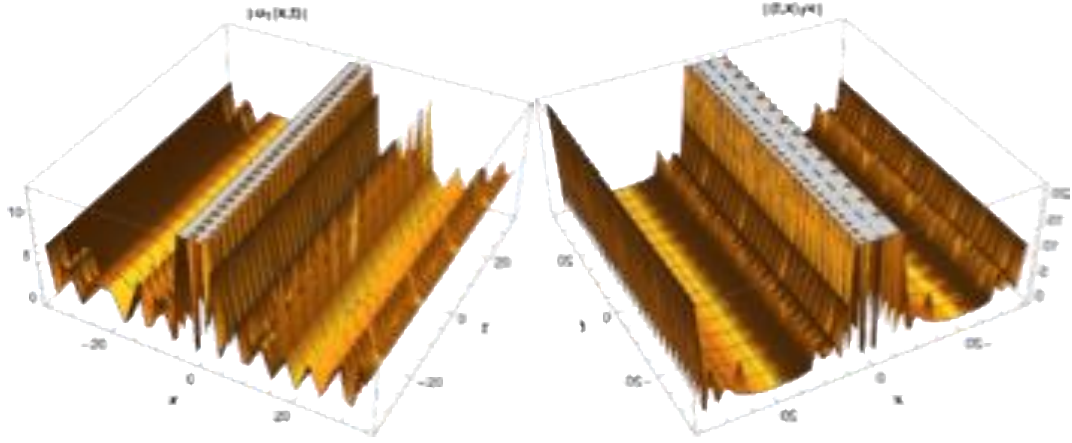
Şekil 4.3. (4.39) ve (4.40) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ değerleri için 2-boyutlu grafiği

Denklem (4.14) için aşağıdaki çözüm yapılmıştır:

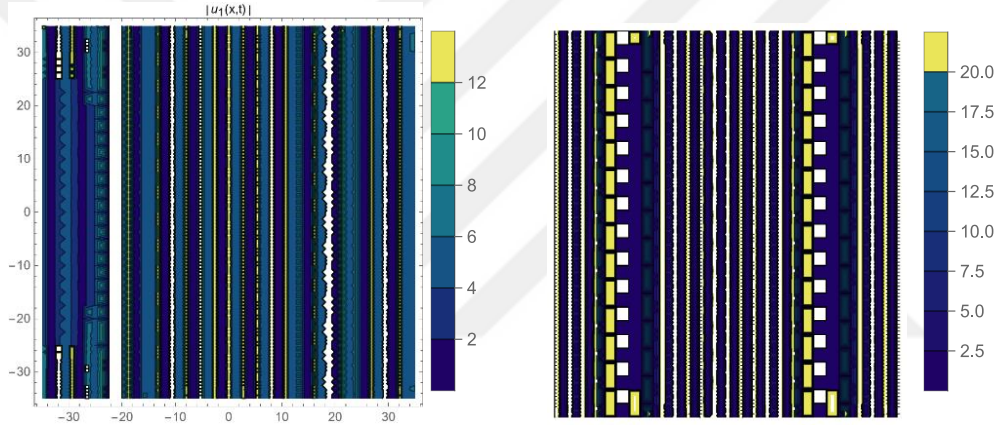
$$U_2(x, t) = \frac{w}{\lambda} + \frac{2\sqrt{2}e^{\frac{\sqrt{2}}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)} \sqrt{\frac{pqw^2}{\lambda^4}}}{e^{\frac{\sqrt{2}}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)} - 1}, \quad (4.41)$$

$$V_2(x, t) = \frac{\left(\frac{1 + \frac{8e^{\frac{\sqrt{2}}{\lambda^2} \left(x\lambda - \frac{t^\Psi w \Gamma[1+\Theta]}{\Psi} \right)}}{pq}}{2} w^2 \right)}{2\lambda^2} \quad (4.42)$$

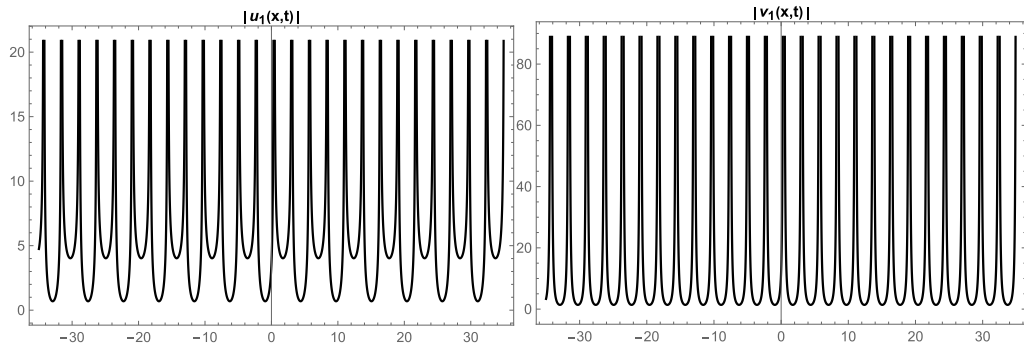
Şekil (4.4)' de (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 3-boyutlu grafiği, Şekil 4.5' de (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için kontur grafiği ve şekil 4.6'da (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 2-boyutlu grafiği çizilmiştir.



Şekil 4.4. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 3-boyutlu grafiği



Şekil 4.5. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için kontur grafiği



Şekil 4.6. (4.41) ve (4.42) çözüm fonksiyonlarının, $w = 0.5, p = q = 1, \Psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.1$ değerleri için 2-boyutlu grafiği

5. BULGULAR VE TARTIşMA

Bu alışmada, Sardar alt denklem yöntemini, kesirli M-türevli varyant Boussinesq sistem çözümüne başarıyla uyguladık. Sardar-alt denklem yönteminin detayları ve (1.1)'de verilen kesirli M-türevli varyant Boussinesq sisteminin çözümü bölüm 4'te verilmiştir. Denklem sistemi (1.1)' in çözümleri uygulamalı olarak başarıyla gerçekleştirilmiştir. Bu zm gerçekleştirmek için kısmi diferansiyel denkleme dalga dönüşümü uygulanıp adi diferansiyel denkleme indirgenerek sunulan çözümlerden bazılarının uygun parametre değerleri ile 3-boyutlu, 2-boyutlu ve kontur grafikleri aracılığıyla fiziksel temsilleri sunulmaktadır.

Elde edilen sonuçlar, kıyıya yakın ortamlardaki uzun dalgaların davranışını tahmin etmek ve anlamak için gl bir ereve olan kıyı ve okyanus mühendisliği alanına önemli katkılar sağladığını gösterdi.

6. SONUÇLAR

Bu tezde Sardar alt denklem yöntemini kullanarak kesirli M-türevli varyant Boussinesq sisteminin davranışını araştırdık. Kesirli M-türev tanımını kullanarak, modelin davranışına ilişkin değerli bilgiler sağlayan kapsamlı bir analiz gerçekleştirdik. Bulgularımızın pratik uygunluğunu arttırmak için, sunulan çözümlerden bazılarının uygun parametre değerleri altında 3-boyutlu, 2-boyutlu ve kontur grafiklerini sunduk. Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları kıyı ve okyanus mühendisliğine önemli bir katkı sağlamakta, kıyıya yakın ortamlardaki dalgaların davranışlarını tahmin etmek ve anlamak için güçlü ve hassas sonuçlar vermektedir.

6.1. Grafik Yorumu ve Fiziksel Önemi

Elde edilen çözümlerin karakteristiğinin daha iyi anlaşılması için çözümlerin 3-boyutlu, 2-boyutlu ve kontur grafikleri çizilmiştir.

Şekil 4.1’de (4.13) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün 3-boyutlu, Şekil 4.2’ de (4.13) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün kontur ve Şekil 4.3’de (4.13) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün 2-boyutlu grafikleri elde edilmiştir.

Şekil 4.4’de (4.14) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün 3-boyutlu, Şekil 4.5’de (4.14) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün kontur ve Şekil 4.6’da ve (4.14) denkleminin çözümünde $w = 0.5, p = 1, q = 1, \psi = 0.75, \Theta = 1, \lambda = 0.3, t = 0.01$ sabitleri alınarak hareketli dalga çözümünün 2-boyutlu grafikleri elde edilmiştir.

ÖNERİLER

Bu çalışmada kullanılan Sardar alt denklem yöntemi kesirli M -türeve sahip varyan Boussinesq denklem sistemine uygulanmıştır. Yöntemin lineer olmayan başka diferansiyel denklem sistemlerine de uygulanabilirliği test edilebilir.

Varyant Boussinesq denklem sistemi içindeki parametrelerin çözümler üzerindeki etkileri daha detaylı incelenebilir ve fiziksel temsilleri karşılaştırılabilir.



KAYNAKLAR

- [1] Miller, K. S., & Ross, B. (1993). An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. Wiley-Interscience.
- [2] N.Bilgiçli, "Kesirli Mertebeden Diferansiyel Denklemlerin Çözümlerinin Davranışı Üzerine", Yüksek Lisans Tezi, Matematik Anabilim Dalı, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Türkiye, 2011.
- [3] J. V. Boussinesq, "Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire," Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, vol. 72, PP. 755-759, 1872.
- [4] M. J. Ablowitz and P. A. Clarkson, Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1991
- [5] H. Berestycki and T. Gallouet, "Nonlinear stability of stationary waves of the Boussinesq equation," Nonlinearitv, vol. 1, no. 1, pp. 19-50, 1988.
- [6] M. Karay, G. Yel, and H. Bulut, "Investigation of the variant Boussinesq system solution via the Sardar sub-equation method," Final Int. Univ., Girne, Mersin 10, Turkey, vol. 1, pp. 1-10, 2023.
- [7] E. Fan, Y.C. Hon, A series of travelling wave solutions for two variant Boussinesq equations in shallow water waves, Chaos, Solitons Fractals 15(3), 559 (2003).
- [8] B. Muatjetjeja, C.M. Khalique, Abstr. Appl. Anal 2014, 169694 (2014).
- [9] M. A. Isah, Studies on Mathematical Models of Seismic Wave, Ph.D. thesis, Dept. of Math., Firat Univ., Elazığ, Turkey, June 2024.
- [10] A. Yokuş, A. Baskonus, T. A. Sulaiman, and H. Bulut, "Numerical simulation and solutions of the two-component second order KdV evolutionary system," Numer. Methods Part. Differ. Equ., vol. 34, no. 1, pp. 211–227, 2018.
- [11] S. Duran, A. Yokuş, H. Durur, and D. Kaya, "Refraction simulation of internal solitary waves for the fractional Benjamin-Ono equation in fluid dynamics," Mod. Phys. Lett. B, vol. 35, no. 26, pp. 2150363, 2021.
- [12] A. Yokuş, M. E. Aydın, S. Duran, and H. Durur, "Simulation of hyperbolic type solitary waves based on velocity parameter for (3+1)-dimensional the B-type Kadomtsev–Petviashvili–Boussinesq equation," Mod. Phys. Lett. B, vol. 36, no. 22, pp. 2250110, 2022.
- [13] J. Virieux, V. Etienne, V. Cruz-Atienza, R. Brossier, E. Chaljub, et al., "Modelling seismic wave propagation for geophysical imaging," in Seismic Waves - Research and Analysis, M. Kanao, Ed., chap. 13, pp. 253-304, 2012.
- [14] Chasnov, Jeffrey R. "Introduction to differential equations." Lecture notes for MATH/Chasnov JR–The Hong Kong University of Science and Technology (2009).
- [15] Isah, M. A., & Yokus, A. (2023). Stability analysis and soliton solutions of the nonlinear evolution equation by homoclinic technique based on Hirota bilinear form.
- [16] Isah, M. A., Yokus, A., & Kaya, D. (2024). Exploring the influence of layer and neuron configurations on Boussinesq equation solutions via a bilinear neural network framework.
- [17] Çengel, Y.A.; Palm, W.J (2013). Mühendislik ve Temel Bilimler İçin Diferansiyel Denklemler, Güven Kitapevi, İzmir.
- [18] Topaloğlu, İ. (2007) Lineer Olmayan Diferansiyel Denklemlerin Tam Çözümleri, Yüksek Lisans Tezi, Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.

- [19] Koca, K. (2003). Kısmi Türevli Denklemler, Gündüz Yayıncılık, İstanbul.
- [20] Wazwaz, A.M. (2002). Partial Differential Equations. Methods and Applications, Saint Xavier University, Chicago, Illinois, USA.
- [21] Bolu, Pınar. M-Kesirli Türevler İçin Pompeiu Ortalama Değer Teoremi ve Eşitsizlik Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Bartın Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, 2022.
- [22] Sousa, J. V. D. C. ve de Oliveria, E. C. (2018). On the local M-derivative. Progr. Fract. Differ. Appl., 4(4): 479-492.
- [23] J. Vanterler Da C. Sousa, A New Truncated M-Fractional Derivative Type Unifying Some Fractional Derivative Types With Classical Properties, International Journal of Analysis and Applications.
- [24] Isah, M. A., & Yokus, A. (2022). Application of the newly ϕ_6 -model expansion approach to the nonlinear reaction-diffusion equation.



ÖZGEÇMİŞ

İlkay KOÇOĞLU TEKİN

[Redacted Section Header]

[Redacted Text Block]

[Redacted Section Header]

[Redacted Text Block]

[Redacted Section Header]

[Redacted Text Block]

[Redacted Section Header]

- [Redacted List Item]
- [Redacted List Item]
- [Redacted List Item]

AKADEMİK FAALİYETLER

Bildiriler:

1. Koçoğlu Tekin İ., Bulut H., New Wave Behaviors For Solutions of The Truncated M-Fractional Variant Boussinesq System, 8th International Conferance on Computational Mathematics and Engineering Sciences, 17-19 May 2024, Şanlıurfa - Türkiye