

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

GÜRBÜZ MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLCÜ TASARIMI

DOKTORA TEZİ

Ebubekir Kökçam

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nusret TAN

OCAK 2025

T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GÜRBÜZ MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLCÜ TASARIMI

DOKTORA TEZİ

Ebubekir Kökçam
36183615039

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nusret TAN

OCAK 2025

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasının her aşamasında değerli bilgi ve tecrübeleriyle beni yönlendiren, desteklerini esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Nusret TAN'a,

Tez izleme komitesi üyeleri değerli hocalarım Prof. Dr. Serdar Ethem HAMAMCI ve Doç. Dr. Furkan Nur DENİZ'e,

Çalışmalarım sırasında ve hayatım boyunca her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkür ederim.



ONUR SÖZÜ

Doktora veya yüksek lisans tezi olarak sunduğum “Gülbüz Model Referans Adaptif Kontrolcü Tasarımı” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığına ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Ebubekir Kökçam



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ	i
ONUR SÖZÜ.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
SEMBOLLER VE KISALTMALAR	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Öğretme-Öğrenme Tabanlı Optimizasyon Algoritması (ÖÖTO).....	16
1.2 Tezin Amacı ve Organizasyonu.....	19
2. MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLCÜ (MRAK) YÖNTEMLERİNİN GELİŞTİRİLMESİ	22
2.1 Giriş	22
2.2 Standart MRAK Tasarımı	23
2.3 PI Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı	27
2.4 PIFD Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK (MRAK-PIFD-AM) Tasarımı	29
2.5 İntegral + Alçak Geçiren Filtre (I+AGF) Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı	31
2.6 İntegral +Oransal + Alçak Geçiren Filtre (PI+AGF) Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı.....	36
2.7 Hata Telafili MRAK (HT-MRAK) Tasarımı	38
2.8 Kapalı Referans Modeline Sahip MRAK(KRM-MRAK) Tasarımı.....	39
2.9 Sonuçlar	41
3. GÜRBÜZ MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLCÜ (MRAK) TASARIM METOTLARININ GELİŞTİRİLMESİ	42
3.1 Giriş	42
3.2 Standart MRAK için σ Modifikasyonu (σ -MRAK).....	42
3.3 σ Modifikasyonlu PI Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK (σ -MRAK-PI-AM).....	46
3.4 σ Modifikasyonlu PIFD Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK(σ -MRAK-PIFD-AM)	47
3.5 AGF+AGF Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK.....	50
3.6 Sonuçlar	57
4. GELİŞTİRİLEN MRAK TASARIM METOTLARININ LİNEER SİSTEMLER ÜZERİNDEKİ BENZETİM ÇALIŞMALARI.....	58
4.1 Giriş	58
4.1.1 Örnek 1	59
4.1.2 Örnek 2	69
4.2 Kesir Dereceli Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK'ların Karşılaştırılması.....	79
4.3 Adaptasyon Mekanizmasında İntegral Alıcı Olmayan MRAK'ların Karşılaştırılması.....	90
4.4 Parametre Kayması Üzerine Verilen Bir Benzetim Çalışması	92
4.4.1 Örnek 3	93
4.5 Adaptasyon Mekanizmalarına Göre Zaman Gecikmesinin Sisteme Etkisi	99
4.6 Sonuçlar	109

5. ÖNERİLEN MRAK YÖNTEMLERİNİN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLER ÜZERİNDEKİ BENZETİM ÇALIŞMALARI	111
5.1 Giriş	111
5.2 Zaman Gecikmesiz Kanat Salınım Sisteminin Benzetim Çalışması	111
5.3 Zaman Gecikmeli Kanat Salınım Sisteminin Benzetim Çalışması	119
5.4 Sonuçlar	126
6. SONUÇLAR VE GELECEKTEKİ ÇALIŞMALAR	128
6.1 Bu Tez Çalışmasından Elde Edilen Sonuçlar	128
6.2 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar Üzerine Öneriler	129
KAYNAKLAR.....	130
EKLER	138
ÖZGEÇMİŞ	143



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1 : Örnek 1 için farklı MRAK yapılarının karşılaştırılması.....	67
Çizelge 4.2 : Örnek 2 için farklı MRAK yapılarının tasarım parametreleri ve maliyet fonksiyonunun değeri.....	70
Çizelge 4.3 : Kontrol işaretindeki salınımı minimum yapabilmek için ÖÖTO kullanılarak elde edilen tasarım parametreleri ve maliyet fonksiyonlarının değerleri.....	74
Çizelge 4.4 : MRAK-KDI-AM yapısının farklı yaklaşım yöntemlerine göre sonuçları ($\gamma = 1$).....	83
Çizelge 4.5 : Farklı adaptasyon mekanizmalarının MRAK sonuçları ve gecikme marjinleri ($\gamma = 1$).....	84
Çizelge 4.6 : Farklı adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapılarının sonuçları ($\gamma = 1000$).....	89
Çizelge 4.7 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK'ların zaman gecikme marjinleri.....	100
Çizelge 4.8 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK ($\sigma = 1$).....	106
Çizelge 4.9 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK'ların zaman gecikme marjini ($\sigma = 0.1$).....	107
Çizelge 4.10 : MRAK-KDI-AM mimarisi için elde edilen zaman gecikme marjinleri.....	108
Çizelge 5.1 : Kanat salınım sistemi için MRAK yöntemlerinin karşılaştırılması....	119
Çizelge 5.2 : σ -MRAK-PI-AM yapısının ÖÖTO ile bulunan katsayıları ve kullanılan sınırları.....	120
Çizelge 5.3 : $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının ÖÖTO ile bulunan katsayıları ve kullanılan sınırlar.....	122
Çizelge 5.4 : $N=100$ için σ -MRAK PIFD-AM yapısının ÖÖTO ile bulunan katsayıları ve kullanılan sınırlar.....	125

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 : Birim basamak girişi uygulanan integral alıcının çıkışı	14
Şekil 1.2 : Birim basamak girişi için $G(s)$ transfer fonksiyonunun farklı γ değerleri için çıkışları ($\sigma = 1$).....	15
Şekil 1.3 : Birim basamak girişi için $G(s)$ transfer fonksiyonunun farklı σ değerleri için çıkışları ($\gamma = 1$)	15
Şekil 1.4 : Öğrenme-Öğretme Tabanlı Optimizasyonda öğrencilerin bilgi alışverişinin kaba kodu.....	18
Şekil 1.5 : Öğrenme-Öğretme Tabanlı Optimizasyonun Akış Diyagramı [92]	19
Şekil 2.1 : MRAS'ın blok şeması.....	22
Şekil 2.2 : Standart MRAK'ın blok diyagramı	26
Şekil 2.3 : MRAK-PI-AM yapısının blok diyagramı.....	28
Şekil 2.4 : MRAK-PIFD-AM yapısının blok diyagramı.....	31
Şekil 2.5 : MRAK-I+AGF-AM yapısının blok diyagramı.....	33
Şekil 2.6 : MRAK-I+AGF+AGF...-AM yapısının blok diyagramı	35
Şekil 2.7 : MRAK-PI+AGF-AM yapısının blok diyagramı	37
Şekil 2.8 : MRAK-PI+AGF+AGF...AGF-AM yapısının blok diyagramı	38
Şekil 2.9 : Hata telafili MRAK (HT-MRAK) yapısının blok şeması	39
Şekil 2.10 : KRM-MRAK'ın blok diyagramı	41
Şekil 3.1 : σ -MRAK yapısının blok şeması	45
Şekil 3.2 : σ -MRAK-PI-AM yapısının blok diyagramı	47
Şekil 3.3 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının blok şeması.....	49
Şekil 3.4 : Önerilen AGF+AGF-AM sahip MRAK yapısı	52
Şekil 3.5 : Önerilen AGF+AGF+AGF...-AM adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısı	57
Şekil 4.1 : Standart MRAK'ın köklerin yer eğrisi	60
Şekil 4.2 : Lineerleştirilmiş MRAK-PI-AM'nin köklerin yer eğrisi ($\gamma_p = 1$)	61
Şekil 4.3 : Lineerleştirilmiş MRAK-PIFD-AM'nin köklerin yer eğrisi ($\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N = 5$)	62
Şekil 4.4 : Örnek 1 için standart MRAK çıkış sinyali ($\gamma = 1$)	63
Şekil 4.5 : Örnek 1 için standart MRAK'ın çıkış sinyali ($\gamma = 100$)	63
Şekil 4.6 : Örnek 1 için standart MRAK yapısının kontrol sinyali ($\gamma = 1$)	64
Şekil 4.7 : Örnek 1 için standart MRAK yapısının kontrol sinyali ($\gamma = 100$)	64
Şekil 4.8 : Örnek 1 için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyali ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$)	65
Şekil 4.9 : Örnek 1 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N=5$)	65
Şekil 4.10 : Örnek 1 için MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$)	66
Şekil 4.11 : Örnek 1 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N=5$)	66
Şekil 4.12 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\lambda = 100$)	67
Şekil 4.13 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın yapısının çıkışı ($\gamma = 100$, $\lambda = 100$)	68
Şekil 4.14 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\lambda = 10$)	68
Şekil 4.15 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkışları ($\gamma = 2.88$, $\gamma_p = 0.1$, $\gamma_d = 0.06$, $N = 5$)	70

Şekil 4.16 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkışları ($\gamma = 4.61$, $\gamma_p = 0.2$, $\gamma_d = 0.026$, $N=100$)	71
Şekil 4.17 : MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 1.12$, $\gamma_p = 0.58$)	71
Şekil 4.18 : MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 1.12$, $\gamma_p = 0.58$)	72
Şekil 4.19 : MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 2.88$, $\gamma_p = 0.1$, $\gamma_d = 0.06$, $N = 5$)	72
Şekil 4.20 : MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 4.61$, $\gamma_p = 0.2$, $\gamma_d = 0.026$, $N = 100$)	72
Şekil 4.21 : KRM-MRAK yapısının kontrol işareti ($\gamma = 4.934e4$, $\lambda=4.934e4$)	73
Şekil 4.22 : KRM-MRAK yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 4.934e4$, $\lambda=4.934e4$)	73
Şekil 4.23 : Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 0.5842$, $\gamma_p = 0.7124$)	75
Şekil 4.24 : Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 0.5842$, $\gamma_p = 0.7124$)	75
Şekil 4.25 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 0.9174$, $\gamma_p = 0.4944$, $\gamma_d = 0.0333$, $N=5$)	76
Şekil 4.26 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 0.9174$, $\gamma_p = 0.4944$, $\gamma_d = 0.0333$, $N=5$)	76
Şekil 4.27 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 1.6009$, $\gamma_p = 0.46$, $\gamma_d = 0.0337$, $N = 100$)	77
Şekil 4.28 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 1.6009$, $\gamma_p = 0.46$, $\gamma_d = 0.0337$, $N=100$)	77
Şekil 4.29 : Örnek 2 için KRM MRAK yapısının çıkışı ($\gamma = 10460$, $\lambda=18977$)	78
Şekil 4.30 : Örnek 2 için KRM MRAK'ın kontrol sinyali ($\gamma = 10460$, $\lambda=18977$) ..	78
Şekil 4.31 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.1$, $\gamma = 1e3$)	85
Şekil 4.32 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.3$, $\gamma = 1e3$)	86
Şekil 4.33 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.6$, $\gamma = 1e3$)	86
Şekil 4.34 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.1$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)	87
Şekil 4.35 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.3$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)	88
Şekil 4.36 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.6$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)	88
Şekil 4.37 : Örnek 1 için σ -MRAK yapısının hata sinyalleri ($\gamma = 1$, $\sigma = 0.1$)	90
Şekil 4.38 : Örnek 1 için σ -MRAK-PI-AM yapısının hata sinyalleri ($\gamma = 1$, $\gamma_p = 1$, $\sigma = 0.1$)	91

Şekil 4.39 : Örnek 1 için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının hata sinyalleri ($\gamma = 1, \gamma_p = 1, \gamma_d = 0.1, N=5, \sigma = 0.1$)	91
Şekil 4.40 : Örnek 1 için Oustaloup yak. kullanan MRAK-KDI-AM'nin takip hata sinyalleri ($\gamma = 1, \alpha = 0.7$)	92
Şekil 4.41 : Örnek 3 için standart MRAK kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$)	94
Şekil 4.42 : Örnek 3 için MRAK-PI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \Gamma_p = I_3$)	94
Şekil 4.43 : Örnek 3 için MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \Gamma_p = I_3, \Gamma_d = I_3, N=5$)	95
Şekil 4.44 : Örnek 3 için σ -MRAK kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \sigma=1e-3$)	96
Şekil 4.45 : Örnek 3 için σ -MRAK-PI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \Gamma_p = I_3, \sigma=1e-3$)	96
Şekil 4.46 : Örnek 3 için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \Gamma_p = I_3, \Gamma_d = I_3, N=5, \sigma=1e-3$)	97
Şekil 4.47 : Örnek 3 için NID kodlu MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \alpha = 0.9$)	97
Şekil 4.48 : Örnek 3 için rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımli MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \alpha = 0.9$)	98
Şekil 4.49 : Örnek 3 için Oustaloup yaklaşımli MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \alpha = 0.9$)	98
Şekil 4.50 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK'larda γ bağılı olarak zaman gecikme marjinleri	99
Şekil 4.51 : Standart MRAK'ın γ değerine bağılı olarak zaman gecikme marjini değişimi	101
Şekil 4.52 : MRAK-PI-AM'nin γ_p değerine bağılı olarak zaman gecikme marjini değişimi ($\gamma = 0.9$)	101
Şekil 4.53 : MRAK-PIFD-AM'nin γ_d değerine bağılı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9, \gamma_p = 0.12, N = 5$)	102
Şekil 4.54 : MRAK-PIFD-AM'nin γ_d değerine bağılı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9, \gamma_p = 0.35, N=100$)	102
Şekil 4.55 : σ -MRAK için γ bağılı zaman gecikme marjini ($\sigma = 0.1$)	103
Şekil 4.56 : σ -MRAK için γ göre zaman gecikme marjini ($\sigma = 1$)	104
Şekil 4.57 : σ -MRAK-PI-AM yapısının γ_p bağılı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9, \sigma = 1$)	104
Şekil 4.58 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının γ_d bağılı zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9, \gamma_p = 0.12, N=5, \sigma = 1$)	105
Şekil 4.59 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının γ_d bağılı zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9, \gamma_p = 0.35, N=100, \sigma = 1$)	105
Şekil 4.60 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK'ların zaman gecikme marjinleri ($\sigma = 1$)	106

Şekil 4.61 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ modifikasyonuna sahip MRAK'ın zaman gecikme marjinleri ($\sigma = 0.1$)	107
Şekil 4.62 : MRAK-KDI-AM yapısının, farklı yaklaşımların, farklı α değerleri için elde edilen zaman gecikme marjinleri ($\gamma = 1$)	108
Şekil 5.1 : Kanat salınım sistemi için standart MRAK yapısının çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$)	112
Şekil 5.2 : Kanat salınım sistemi için standart MRAK yapısının kontrol işareti ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$)	112
Şekil 5.3 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6$)	113
Şekil 5.4 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PI-AM yapısının kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6$)	113
Şekil 5.5 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \Gamma_{\Theta d} = 0.1I_6, N = 5$)	114
Şekil 5.6 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \Gamma_{\Theta d} = 0.1I_6, N = 5$)	114
Şekil 5.7 : Kanat salınım sistemi için HT-MRAK yapısındaki çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, k = 1e3$)	115
Şekil 5.8 : Kanat salınım sistemi için HT-MRAK'ın kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, k = 1e3$)	115
Şekil 5.9 : Kanat salınım sistemi için KRM-MRAK yapısındaki çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \lambda = 2.5$)	116
Şekil 5.10 : Kanat salınım sistemi için KRM-MRAK yapısındaki kontrol işareti ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \lambda = 2.5$)	116
Şekil 5.11 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \alpha = 0.7$)	117
Şekil 5.12 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDI-AM yapısının kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \alpha = 0.7$)	117
Şekil 5.13 : Kanat alınıım sistemi için MRAK-KDPI-AM yapısının çıkış işaretleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \alpha = 0.7$)	118
Şekil 5.14 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDPI-AM yapısının kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \alpha = 0.7$)	118
Şekil 5.15 : σ -MRAK-PI-AM yöntemi kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 1e-6$)	120
Şekil 5.16 : σ -MRAK-PI-AM yöntemi kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 8e-4$)	121
Şekil 5.17 : σ -MRAK-PI-AM yöntemi kullanan kanat salınım sisteminin çıkışı ($\sigma = 8e-4$)	121
Şekil 5.18 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminin σ -MRAK-PI-AM yapısının kontrolcü sinyali ($\sigma = 8e-4$)	122
Şekil 5.19 : $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 1e-6$)	123
Şekil 5.20 : $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 8e-4$)	123

Şekil 5.21 : Zaman gecikmeli kanat salınım sistemi için $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki çıkış sinyalleri ($\sigma=8e-4$)	124
Şekil 5.22 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki kontrol sinyali ($\sigma=8e-4$).....	124
Şekil 5.23 : Zaman gecikmeli kanat salınım sistemi için $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma=2e-4$)	125
Şekil 5.24 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\sigma=2e-4$)	126
Şekil 5.25 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\sigma=2e-4$)	126
Şekil A.1: Örnek 2 için KRM-MRAK yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi.....	138
Şekil A.2 : Örnek 2 için HT-MRAK yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi.....	138
Şekil A.3 : Örnek 3 için MRAK-KDI-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi.....	139
Şekil A.4 : Örnek 3 için verilen MRAK-PIFD-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi	139
Şekil A.5 : Örnek 3 için verilen σ -MRAK-PIFD-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi	140

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

AGF	: Alçak geçiren filtre
ADK	: Adaptif döngü kurtarma
AM	: Adaptasyon mekanizması
GA	: Genetik Algoritma
I	: İntegral alıcı
PI	: Oransal + integral alıcı
PID	: Oransal + integral alıcı + türev alıcı
PIFD	: Oransal + integral alıcı + filtrelenmiş türev alıcı
PSO	: Parçacık Sürü Optimizasyonu
ISE	: Hatanın karesinin integrali
IAE	: Mutlak hatanın integrali
ITAE	: Zaman ağırlıklı mutlak hatanın integrali
ITSE	: Zaman ağırlıklı hatanın karesinin integrali
MRAS	: Model referans adaptif sistem
KRM	: Kapalı Referans Modeli
KRM-MRAK	: Kapalı referans modeline sahip MRAK
MRAK	: Model referans adaptif kontrolcü
MRAK-PI-AM	: PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
MRAK-PIFD-AM	: PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
σ-MRAK	: σ Modifikasyonlu MRAK
σ-MRAK-PI-AM	: σ Modifikasyonlu MRAK-PI-AM
σ-MRAK-PIFD-AM	: σ Modifikasyonlu MRAK-PIFD-AM
KDI	: Kesir dereceli integral
KDPI	: Kesir dereceli PI
MRAK-KDI-AM	: KDI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
MRAK-KDPI-AM	: KDPI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
MRAK-PIFD-AM	: PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
HT-MRAK	: Hata telafili MRAK
KMRAK:	: Kompozit MRAK
KTMRAK:	: Kestirim tahminli MRAK
YAK	: Yapay Arı Kolonisi
ÖÖTO	: Öğrenme-Öğretme Tabanlı Optimizasyon
KKO	: Karınca Koloni Optimizasyonu
L1-AK	: L1 Adaptif Kontrolcüsü

ÖZET

Doktora Tezi

Gürbüz Model Referans Adaptif Kontrolcü Tasarımı

Ebubekir KÖKÇAM

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

143+ XIII sayfa

2025

Danışman: Prof. Dr. Nusret TAN

Bu tez çalışmasında farklı adaptasyon mekanizmalarına veya yapılarına sahip model referans adaptif kontrolcüler geliştirilmiş olup bu kontrolcülerin kontrol işaretleri ve performansları incelenmiştir. Standart model referans adaptif kontrolcü (MRAK), PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-PI-AM), PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-PIFD-AM), hata telafili MRAK (HT-MRAK), kapalı referans modele sahip MRAK (KRM-MRAK), kesir dereceli integral adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ve kesir dereceli PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK(MRAK-KDPI-AM) yöntemleri bu çalışmada kullanılmış olup kararlılıkları aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden analiz edilmiştir. MRAK-KDI-AM yapısındaki farklı yaklaşımlara göre kararlılığı transfer fonksiyonları üzerinden analiz edilmiştir. Burada bahsedilen ve karşılaştırılan yaklaşımlar sırasıyla Oustaloup yaklaşımı ve rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımıdır.

MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarının gürbüzlüğünü artırmak ve parametre kayma sorununu çözmek için σ modifikasyonlu halleri geliştirilmiş ve kararlılıkları aday Lyapunov fonksiyonları üzerinden ispat edilmiştir. Hem lineer sistemler hem de lineer olmayan kanat salınım sistemi üzerinde bu yapıların performansları ve kontrol işaretleri üzerindeki etkileri incelenmiş olup zaman gecikmesine karşı dayanıklılıkları benzetim çalışmalarıyla gösterilmiştir. Kontrol sinyalinde zaman gecikmesi bulunan sistemler için gerekli MRAK parametreleri öğrenme öğretme tabanlı optimizasyon kullanılarak elde edilmiştir. Son olarak kontrol işaretinde zaman gecikmesi bulunan bir sistemde kontrol işaretinde bulunan salınımını azaltmak için yeni bir amaç fonksiyonu tasarlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: MRAK, Adaptasyon Mekanizması, Gürbüz MRAK, σ modifikasyonu, Kesir Dereceli MRAK

ABSTRACT

PhD. Thesis

Robust Model Reference Adaptive Controller Design

Ebubekir Kökçam

Inonu University

Graduate School of Nature and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronic Engineering

143+ XIII sayfa

2025

Supervisor: Prof. Dr. Nusret TAN

Model reference adaptive controllers with different adaptation mechanisms or structures have been developed in this thesis study. Control signal and performance of these controllers were investigated. Standard model reference adaptive controller (MRAC), MRAC with PI adaptation mechanism (MRAC-PI-AM), MRAC with PIFD adaptation mechanism (MRAC-PIFD-AM), MRAC with error compensation (MRAC-EC), MRAC with closed reference model (CRM-MRAC), MRAC with fractional integral adaptation mechanism (MRAC-FOI-AM) and MRAC with fractional PI adaptation mechanism (MRAC-FOPI-AM) methods were used in this study and their stability is shown via candidate Lyapunov functions. The stability of the MRAC-FOI-AM structure according to different approaches has been analyzed using candidate Lyapunov functions according to the transfer functions. The approximations discussed and compared here are the Oustaloup approximation and the refined Oustaloup approximation.

In order to increase the robustness of MRAC-PI-AM and MRAC-PIFD-AM structures and to solve the parameter drift problem, their σ modified versions have been developed and their stability have been proved over candidate Lyapunov functions. The performances and control signals of MRAC structures are compared for both linear systems and nonlinear wing rock systems. How these given structures affect the control signal is examined and their resistance to time delay is demonstrated through simulation studies. The required MRAC parameters for systems with time delay in the input signal were obtained using teaching-learning based optimization(TLBO). Finally, a new objective function is designed to reduce the oscillation of the control signal in MRAC for a system with time delay in the input signal.

Keywords: MRAC, Adaptation Mechanism, Robust MRAC, σ Modification, Fractional Order MRAC

1. GİRİŞ

Model referans adaptif kontrolcünün (MRAK) amacı referans modelin çıkışıyla, kontrol edilen sistemin çıkışının aynı olmasını sağlamaktır. Bu yapının adaptif olmayan yapılara göre avantajı parametrelerin takip hatasına bağlı olarak güncellendiği için sistemin değişikliklerinden daha az etkilenmesini sağlamasıdır [1]. Klasik kontrolcülerde kontrolcü parametreleri değişmediği için sistemin parametreleri değişirse sistem performansı düşebilir, adaptif kontrolcülerde ise kontrolcü parametreleri sistemin hatasına bağlı olarak güncellendiği için performans kaybı olmayabilir veya klasik kontrolcülere göre çok daha az etkilenebilir [1].

MRAK kontrolcüler durum geri beslemeli veya çıkışa bağlı olarak tasarlanabilirler. Çıkışa bağlı olarak tasarlanan MRAK kontrolcüsünde kontrol edilen sistemin derecesi birden büyük ise gözlemci gerekebilir. Durum geri beslemeli sistemde ise bütün durumlar bilindiği için böyle bir gözlemciye ihtiyaç duymaz [2]. Bu çalışmadaki bütün tasarımlar yalnızca durum geri beslemeli MRAK için gerçekleştirilecek ve benzetim çalışması üzerinden uygulanacaktır.

MRAK, kontrolcü parametrelerinin sistem dinamiklerine bağlı olarak güncellenebilmesi sayesinde, yapısal belirsizlikler altında sabit parametrelili kontrolcülere kıyasla daha yüksek performans sergileyebilmektedir [2]. Ancak yapısı bilinmeyen gürültü sinyalleri sisteme girerse, bu sinyaller parametre kestirimlerinin kaymasına ve/veya sistemin kararsızlığa sürüklenmesine neden olabilir. Bu sorunu aşmak için literatürde sıklıkla kullanılan iki temel yöntem bulunmaktadır. Bunlar projeksiyon ve adaptasyon mekanizmasına sızıntı terimi ekleme yöntemleridir [2].

Sızıntı terimlerinin kullanılması parametre kaymasını sınırlamada etkili olsa da genellikle MRAK kontrolcüsünün asimptotik kararlılık özelliğini ortadan kaldırabilir. Projeksiyon yöntemi kontrolcü parametrelerini belirli bir sınırdan tutarak parametre kaymasını sınırlamayı amaçlar. Ancak bu yöntemin uygulanabilmesi için kontrol edilecek sistemin sınırlarının bilinmesi önemlidir. Ayrıca tanımlanan sınırların sisteme uygun

olmaması durumunda projeksiyon yöntemi uygulanmış olsa da kontrol edilen sistem kararsız hale gelebilir [2–4].

Parametre kaymasını kontrol etmek için geliştirilen diğer dayanıklı modifikasyonlar arasında e-modifikasyonu, σ modifikasyonu, optimal kontrol modifikasyonu, ölü zaman modifikasyonu ve adaptif döngü modifikasyonu gibi yöntemler bulunmaktadır [2–4].

σ modifikasyonu standart MRAK yapısındaki integral alıcı bileşenini bir alçak geçiren filtreye dönüştürerek parametre kayması sorununu çözebilir. Ayrıca, adaptasyon kazancının sonsuza yaklaşması durumunda ortaya çıkan zaman gecikme marjininin sıfıra inmesi gibi problemlerin de önüne geçebilir. Ancak bu modifikasyonun dezavantajı asimptotik kararlılık özelliğinden ödün verilmesidir [5]. Başka bir ifadeyle takip hatası zamanla sıfıra yakınsayamaz.

MRAK'ın modifikasyonlarından biri olan e modifikasyonu asimptotik kararlılık özelliğini koruyarak parametre kayması sorunlarını çözmek amacıyla geliştirilmiş olsa da asimptotik kararlılık özelliğini genellikle sağlayamamaktadır. Optimal kontrol modifikasyonu takip hata normunu bilinmeyen bir alt sınır tarafından orijinden uzağa sınırlı tutarak en aza indirmeyi amaçlayan optimal bir kontrol çözümüdür [2].

Ölü zaman modifikasyonu ise hata belirli bir değerin altına düştüğünde adaptasyon mekanizmasının durdurulmasına dayanır. Ancak bu yapı da diğer modifikasyonlar gibi asimptotik kararlılık özelliğine sahip değildir. Ayrıca adaptasyon mekanizmasının ne zaman durdurulacağına karar vermek için hata sınırının kontrol edilen sistemin özelliklerine uygun bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir [2].

MRAK kontrolcüsünün bir diğer önemli sorunu adaptasyon kazancının yüksek değerlere ulaştığında yakınsama hızını artırmasına rağmen kontrol işaretinde belirgin salınımlar oluşturmastır. Bu problemi çözmek amacıyla literatürde çeşitli mekanizmalar geliştirilmiştir. Bu yöntemler arasında kompozit MRAK (KMRAK), normalizasyon tabanlı MRAK, kestirim tabanlı MRAK (KTMRAK) ve alçak frekanslı öğrenme metoduna sahip MRAK gibi yaklaşımlar yer almaktadır [2,6–8]. Bunların yanı sıra PI, PID, PI+LPF ve PI + çift integral alıcı gibi adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK yapıları da kontrol işaretindeki salınımları azaltmak için etkili çözümler sunmaktadır [9–12]. Bunların dışında kuadratik olmayan Lyapunov fonksiyonu kullanılarak tasarlanan ve adaptif kazanç değerini hata değerine bağlı olarak ayarlayabilen MRAK yapıları da mevcuttur [13,14]. L1-adaptif kontrolcü (L1-AK) yüksek adaptif kazanç değerlerinde dahi zaman gecikme marjini belirli

bir sınırdan tutabilen ve kontrol işaretindeki salınımları engelleyebilen dolaylı bir MRAK yöntemidir [15]. L1-AK yönteminde sistem parametrelerin kestirimiyle kontrol parametrelerinin kestirimi arasına bir alçak geçiren filtre tasarlayarak gerçekleştirilmektedir [15,16]. Lineer matris eşitsizliği kullanılarak tasarlanan ve MRAK + oransal kontrolcü yapısına benzeyen bir yöntem de literatürde yer almaktadır [17].

Son yıllarda kesir dereceli sistemler sıklıkla MRAK ile birlikte kullanılmıştır. Kesir dereceli yapılar MRAK'ın üç farklı yerinde bulunabilmektedir. Bunlar sırasıyla adaptasyon mekanizmasında, referans modelinde veya kontrol edilen sistemde bulunabilirler [18,19]. Kesir dereceli referans modelinin kullanılması bazı durumlarda takip hatasının standart MRAK'a göre daha hızlı düşmesini sağlayabilmektedir [18].

Kesir dereceli yapının MRAK'ın adaptasyon mekanizmasında kullanılması kontrol sinyalindeki salınımları azaltabilir ve kontrol edilen sistemin performansını iyileştirebilir [20,21]. Kesir dereceli sistemler sonsuz hafızaya ihtiyaç duyduklarından direkt olarak kullanılamazlar [22]. Ayrık zaman için Grünwald-Letnikov yaklaşımı veya sürekli zaman için Oustaloup, Charef, Matsuda gibi yaklaşımları kullanılarak tam sayı dereceli transfer fonksiyonlarına dönüştürüldükten sonra kullanılabilirler [23–25]. Bu tezde, NID kodu olarak adlandırılmış farklı bir şekilde Oustaloup yaklaşımı kullanan bir yöntem de kullanılmıştır. Bu yaklaşım, aslında Ninteger kütüphanesinde yer alan nid komutunun kullanılmasıyla elde edilen bir transfer fonksiyonudur [26].

Literatürde kesir dereceli integral alıcı adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-KDI-AM) yapılarının kararlılığı veya asimptotik kararlılığı genellikle kesir dereceli yapıların temel özelliklerine dayanılarak ispat edilmiştir. Ancak bu kararlılık analizlerinin transfer fonksiyonları üzerinden yapılmadığı belirtilmektedir [21,27,28]. Bu durum, yaklaşımlar sonucunda elde edilen transfer fonksiyonlarının kesir dereceli yapının özelliklerini yansıtmayı yansıtmayacağı sorusunu gündeme getirmektedir. Farklı yaklaşımlarla elde edilen MRAK-KDI-AM mimarilerinin benzer özelliklere sahip olup olmadıkları Bölüm 4.2'de sunulan benzetim çalışmaları ile değerlendirilmiştir.

MRAK doğrudan ve dolaylı olmak üzere iki farklı şekilde tasarlanabilir. Doğrudan MRAK'ta kontrol parametreleri doğrudan kestirilirken dolaylı MRAK'ta önce sistem parametreleri kestirilir ardından bu bilgilere dayanarak kontrol parametreleri hesaplanır. Bu iki yöntemin bir arada kullanıldığı hibrit yapılara KMRAK veya KTMRAK gibi yöntemler örnek gösterilebilir [2,8,29].

Kompozit/birleştirilmiş MRAK (KMRAK) hibrit MRAK yöntemlerinden biri olup sistem parametreleri kestirim işlemine tabi tutulurken aynı zamanda filtreleme işlemi de uygulanır. KTMRAK ise benzer şekilde hibrit bir yöntem olup bu yapıda da alçak geçiren filtre kullanılır. Her iki yöntemde de MRAK kontrolcüsünün salınımı azaltılabilir. Ancak projeksiyon metoduyla birlikte kullanılmadığı takdirde parametre kayma sorununu çözemez ve adaptasyon kazancının artması durumunda zaman gecikme marjini azalabilir [8,29]. Kapalı referans modeline sahip MRAK (KRM-MRAK) referans modeline takip hatasını dahil ederek kontrol işaretindeki salınımı minimize etme imkânı sunar [1]. Bununla birlikte, bu yöntemin iki temel dezavantajı vardır: Birincisi model referans yapısını karmaşıktırarak doğrusal olmayan bir hale getirmesidir. İkincisi parametrelerin doğru şekilde seçilmemesi durumunda standart MRAK'a kıyasla orijinal referans modeli için daha düşük bir performans sergileyebilmesidir.

Zaman gecikmeli sistemlerin kontrolünde Smith kestirimcisi diğer kontrolcülerle birlikte kullanılabilir. Klasik Smith kestirimcisi kullanmak için sistemin zaman gecikmesinin bilinmesi ve gürültü olmaması gerekmektedir. Zaman gecikmesindeki küçük değişiklikler veya sistemdeki gürültü klasik Smith kestirimcisinin performansını ciddi şekilde düşürebilir. Bu sorunu çözmek için iyileştirilmiş bir Smith kestirimcisi geliştirilmiştir [30,31].

Sina ve ark., diyabetik hastalar için geliştirilmiş Smith kestiriciyle beraber MRAK kontrolcüyü kanda bulunan glikozu kontrol etmek için kullanmışlardır ve geliştirilmiş Smith kestirimciyle beraber PID kontrolcüye göre daha iyi bir performans elde edilmiştir. Bu sistemde zaman gecikmesi bulunduğu için Smith kestiricisi kullanılmıştır. Kan şekeri düzeyi kontrolünde Smith kestirimciyle beraber kullanılan MRAK en iyi sonucu elde edilmiştir [32].

Mirkin ve ark., MRAK kontrolcüsünde hem giriş gecikmesi hem de durum gecikmesi bulunan ve zaman gecikmelerinin bilindiği bir sistem için yenilikçi bir MRAK tasarımını ekstra bir hata fonksiyonu ekleyerek gerçekleştirmişlerdir. Önerdikleri yapının kararlılığını Lyapunov-Krasovski fonksiyonu üzerinden göstermişlerdir [33].

Zhang ve Guo'nun çalışmasında, durum yapısında zaman gecikmesine sahip bir sistem MRAK ile kontrol edilmiş ve kararlılık analizi için Lyapunov-Krasovski fonksiyonu kullanılmıştır. Bu çalışmada zaman gecikmesinin bilindiği durum ele alınarak bir MRAK tasarımı gerçekleştirilmiştir. Ayrıca çıkış geri beslemeli bir sistem için dayanıklılığı artırmak amacıyla σ modifikasyonu uygulanarak gürbüz bir MRAK tasarımı geliştirilmiştir [34].

Nguyen ve Summers tarafından gürbüz adaptasyon mekanizmasına sahip bir MRAK için zaman gecikme marjının nasıl kestirilebileceğine üzerine yapılmış bir çalışmadır. Bunun için Lyapunov-Krasovski ve karelerin toplamı optimizasyonu ile birlikte Lyapunov Krasovski metodu, matris ölçüm metodu ve Pade yaklaşımı kullanılarak hesaplanabildiği gösterilmiştir. Bunların içerisinde gerçek sisteme en yakın ve güvenilir olarak tahminde bulunan yöntemin matris ölçüm metodu olduğunu bulmuşlardır [35].

Makoudi ve Radouane'in çalışmasında, bilinmeyen veya değişken zaman gecikmesine sahip ve minimum faz olmayan bir sistem için ayrık zamanlı bir gürbüz model referans adaptif kontrolcü tasarlanmıştır. Kontrolcünün gürbüzlüğünü sağlamak amacıyla, en küçük kareler algoritmasında projeksiyon ve normalizasyon yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Ayrıca modellenmemiş dinamikler ve gürültü etkilerine karşı giriş ve çıkış sinyalleri bir alçak geçiren filtre ile filtrelenmiştir [36].

Dey ve ark, KRM-MRAK kontrolcüsü ile PI kontrolcü ile birlikte tasarlayarak hem gürültüye karşı hem de zaman gecikmesine karşı hem kanat salınım sistemi için hem de üçüncü dereceden kararsız bir sistem için kontrolcü tasarlanmış ve bu sistemin gürbüzlüğü için de projeksiyon metodundan istifade edilmiştir. Önerilen metodun kararlılığı Lyapunov fonksiyonu üzerinden analiz edilmiştir. PI parametreleri ise Genetik Algoritma (GA) kullanılarak hesaplanmıştır. Tasarladıkları kontrol yapısı kullanıldığında KRM-MRAK ve L1-AK'den daha düşük bir maliyet fonksiyonu değeri elde edilmiştir [37].

KRM-MRAK'ın standart MRAK ile karşılaştırıldığında aynı sistem üzerinde uygulandığında ve aynı adaptasyon kazanç değeri kullanıldığında zaman gecikme marjının hata geri besleme kazancına göre artabileceği gösterilmiştir. Referans modelindeki hata geri besleme değerinin büyümesiyle KRM-MRAK'ın genellikle daha yüksek bir zaman gecikme marjına ulaştığı gösterilmiştir. Razumikhin metodu yinelemeli olarak kullanılarak zaman gecikme marjini hesaplanmıştır. Çalışma adaptasyon kazanç değeri ile hata geri besleme değerine bağlı olarak geçici durum cevabının ve zaman gecikme marjının nasıl değiştiği üzerine yapılmış bir araştırmadır [38]. KRM-MRAK'tan farklı olarak önce hata yapısının filtrelendiği ardından referans modelin hatası ile filtrelenmiş hata sinyallerinin farkının kullanıldığı ve hata sinyallerinin frekanslarının sınırlandırıldığı bir MRAK tasarımı gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, yazarların önerdiği yöntemin KRM-MRAK'a kıyasla daha yüksek zaman gecikme marjına sahip olduğu gösterilmiş ve yüksek frekanslı bileşenlerin bir alçak geçiren filtre ile süzülmesi ifade edilmiştir [39].

Stepanyan ve Krishnakumar tarafından yapılan çalışmada, KRM-MRAK kontrolcüsü σ , e modifikasyonları veya projeksiyon yöntemi kullanılarak gürbüz hale getirilmiş ve performans ile geçici durum analizleri gerçekleştirilmiştir. Çalışmada yüksek adaptasyon kazancı verilmesi durumunda dahi uygun bir hata geri besleme kazancı seçilerek kontrolcünün kontrol sinyalindeki salınımların engellenebileceği gösterilmiştir [40].

Zhang ve ark. tarafından yapılan bir çalışmada, yapısal hasar almış bir hava aracını kontrol etmek amacıyla sanal emir tabanlı bir MRAK tasarımı yapılmıştır. Bu tasarımda, gerçek hata ile öğrenme kuralı arasındaki direkt ilişkiyi ortadan kaldırmak için sanal emir ve sanal takip hata sinyalleri oluşturulmuştur. Çalışmanın benzetim kısmında sol kanadın ucunun %20 hasarlı olduğu bir genel nakliye modeli kullanılarak kontrol sağlanmıştır [41].

Cao ve ark. yaptıkları çalışmada standart MRAK'ın daima adaptasyon kazancı artıkça zaman gecikme marjini ve faz marjininin küçüldüğünü ifade etmişlerdir. Aynı negatif durumun L1-AK için geçerli olmadığını göstermişlerdir [15]. Yucelen ve Haddad'ın yaptığı çalışmada MRAK için yeni bir adaptasyon mekanizması geliştirilmiş ve bu mekanizma yüksek frekanslı sinyali filtreleyerek kontrol işaretindeki salınımı azaltmıştır. Bu sistemin yapısından dolayı çok yüksek adaptasyon kazanç değerlerinde bile zaman gecikme marjinin sıfıra yakınsamadığını göstermektedir. Bu yapının aslında gürbüz olması için projeksiyon metodu kullanılmıştır [7]. Bu adaptasyon mekanizması aslında MRAK-I+AGF-AM yapısına oldukça benzerdir. Aralarındaki temel fark belirli bir adaptasyon kazanç değerinden sonra integral alıcı kısmındaki katsayının sabit kalması ancak AGF kısmındaki büyümenin sınırlı ve sistematik olarak devam etmesidir [42].

MRAK-PI-AM yapısı ilk olarak 1969 yılında geliştirilmiştir. Bu yapının standart MRAK'tan temel farkı, adaptasyon mekanizmasında yalnızca integral terimi içeren yapıya paralel bir oransal terimin eklenmesidir. Kararlılık analizi Lyapunov fonksiyonu temel alınarak gerçekleştirilmiş ve belirli koşullar altında sistemin asimptotik kararlılık özelliğini koruduğu gösterilmiştir. Bu yöntem geçici durum performansını iyileştirebilir ve yüksek adaptasyon kazanç değerlerinde bile kontrol işaretindeki salınımı minimize edebilir [9]. MRAK-PID-AM yapısında kararlılık analizi Sutherlin ve Boland tarafından yeni bir aday Lyapunov fonksiyonu ile gösterilmiştir. Yapının daha fazla parametre seçeneği sunmasının bir avantaj olduğu belirtilmiştir. Ancak türev teriminin gürültüye karşı hassasiyeti nedeniyle parametrelerin dikkatli seçilmesi gerektiği vurgulanmıştır [12]. Bunların yanında yeni olarak MRAK-PI+AGF-AM yapısının aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden gösterildiği çalışma 1976'da Carroll tarafından geliştirilmiştir [10]. MRAK-PI+ çift kat integral alıcı adaptasyon

mekanizmasına sahip MRAK'ta 1982'de Chandrasekhar ve Rao tarafından geliştirilmiştir ve kararlılık analizi Lyapunov fonksiyonu üzerinden gösterilmiştir [11]. Ayrık zaman için Popov hiperkararlılık analizi üzerinden PI adaptasyon mekanizmasına sahip adaptif kontrolcüsünün kararlılık analizi verilmiş ve yalnızca integral alıcı bulunan adaptif kontrolcüsüne göre aktif titreşim kontrolü için daha iyi performans sağladığı gösterilmiştir [43]. Parametre adaptasyon/öğrenme algoritmaları için pasiflik teoremi temelinde kararlılık ispatları yapılmış ve bu algoritmalar arasında karşılaştırmalar gerçekleştirilmiştir. Önerilen model yapısının PIFD yapısına benzer bir yapı olduğu ve diğerlerinden daha iyi sonuçlar verdiği tespit edilmiştir. [44,45]. Yaptıkları başka bir çalışmada ise frekansa bağlı olarak değişen bir adaptasyon kazanç oranı olan bir yöntem ile birlikte farklı adaptasyon mekanizmaları tasarlamışlardır [45].

σ ve e modifikasyonlarının PI adaptasyon mekanizması sahip MRAK ile birlikte kullanıldığı çalışma Mufti tarafından 1989'da gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma σ ve e modifikasyonlarını PI adaptasyon mekanizmasıyla birleştirildiği ve geçici durum performansının iyileştiğinin gösterdiği bir çalışmadır. Bu çalışma tek giriş tek çıkışlı bir sistem üzerinden gerçekleştirilmiştir. Çok giriş çok çıkışa sahip bir yapı için kararlılık analizi verilmemiştir [46].

Birden çok referans modeline sahip MRAK kontrolcülerde bulunmaktadır. Bunlar ilk olarak geçici durum performansını iyileştirmek için geliştirilmiştir. Bu tarz yapılarda anahtarlama mekanizmasının ve model referansların seçimi oldukça önemli olabilmektedir. Anahtarlama mekanizması performans endeksine göre belirlenebilmektedir. Genellikle aşırı hızlı bir şekilde anahtarlama mekanizmasının çalışmaması için her değişiklik için minimum bir değişim süresi eklenmiştir. Referans modeli için sabit veya adaptif modeller kullanılabilmektedir [47]. Ayrıca referans modeli için lineer olmayan bir yapı da seçilebilir [48].

Optimizasyon algoritmaları kontrolcü bulunan sistemlerde kontrolcü parametrelerini bulmak için kullanılan yöntemlerdendir ve genetik algoritma (GA), karınca koloni algoritması (KKA), yapay arı koloni (YAK) algoritması, parçacık sürü optimizasyonu (PSO) ve öğretim-öğrenme tabanlı optimizasyon (ÖÖTO) gibi çok çeşitli algoritmaları bulunmaktadır. Sayılan algoritmaların hepsi sezgisel ve nüfus tabanlı algoritmalarlardır. PID, kesir dereceli PID, geri adımlamalı kontrolcü, kayan kipli kontrolcü, MRAK gibi kontrolcüler için gerekli parametreleri bulmak için kullanılmıştır [49–52].

Vinagre ve ark. yaptığı çalışmada kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına MRAK üzerinde MIT kuralı kullanılarak tasarlanmıştır ve kesir dereceli model referansına sahip bir MRAK tasarlamışlardır. MRAK-KDI-AM yapısının daha yüksek adaptasyon kazanç değerleri ve referans modelinin giriş değerinin büyüklüğüne göre daha gürbüz olabildiğini göstermişlerdir. Aynı zamanda referans modelinin de kesir dereceli olmasının geçici durum performansını iyileştirebildiğini de göstermişlerdir [19].

Değişken öğrenme oranına sahip MRAK tasarımları literatürde çeşitli çalışmalarda ele alınmıştır. Bazı çalışmalarda öğrenme oranı doğrudan hata değerine bağlı olarak değişirken diğer çalışmalarda öğrenme oranı hata normuna bağlı olarak ayarlanmaktadır. Adaptasyon kazanç değerinin hata normuna bağlı olarak değiştiği çalışmalarda amaç sistemin geçici durum performansını iyileştirmek ve aynı zamanda kontrol işaretinin salınımını düşürmektir [13,14]. Bunların dışında unutma faktörü kullanarak aynı adaptif kazanç değerine sahip sabit MRAK'lerden daha yüksek zaman gecikmesine sahip olması sağlanabilmektedir [2,53]. Bu yapıların en büyük dezavantajı yeniden öğrenme oranını ayarlayacak bir yapıya ihtiyaç duymasıdır [2]. Bunun sebebi ise zamanla adaptasyon kazancı sıfıra gider veya çok küçük değerlere giderse bu durum nerdeyse adaptasyonun durmasına neden olabilir.

Niculescu ve Annaswamy, Smith kestirimcisinden ilham alarak adaptif öngörülü bir kontrolcü geliştirmişlerdir ve bunun kararlılığını Lyapunov-Krasovski yöntemiyle kanıtlamışlardır. Ayrıca sistemde gürültü bulunması durumunda σ modifikasyonu ile kullanılan tasarımı da sunmuşlardır. Bu yapının en büyük avantajı, zaman gecikmesine karşı daha dayanıklı olmasıdır [54].

Dydek ve ark, birkaç farklı MRAK yapısını incelemiş ve zaman gecikmesine dayanıklı yeni bir MRAK yapısı geliştirerek zaman gecikmesini ve sistemin performansını iyileştirmişlerdir. Bu yapıyı tasarlariken, KMRAK, sınırlı kazanç unutma kuralı ve adaptif öngörülü kontrol gibi çeşitli yöntemleri bir arada kullanmışlardır. Bu yöntemler ayrı ayrı uygulandığında da zaman gecikmesi bulunan sistemler için standart MRAK'tan daha iyi bir performans sergilemiştir [53]. Normalizasyon kullanan MRAK standart MRAK'a göre hem salınımı azaltabilmekte hem de zaman gecikmesini artırabilmesine rağmen aynı adaptasyon kazancına sahip standart MRAK'a kıyasla yakınsama hızının daha yavaş olabileceği gözlemlenmiştir [2,5,55].

Rohrs ve ark. yaptığı çalışmalarda modellenmemiş yüksek frekans dinamikleri ve ölçülemeyen çıkış gürültüleri bulunan MRAK'ların gürbüz olmadıklarını göstermişlerdir.

Sinüzoidal gürültü bulunan MRAK'larda giriş sinyalinin yeterince zengin bilgi içermemesi durumunda kararsızlığa yol açabileceğini ortaya koymuşlardır [56,57]. Bu çalışmadan sonra literatürde çok sayıda gürbüz MRAK yöntemi geliştirilmiştir. Ölü zaman modifikasyonu adaptif kontrolcü kuralına dahil edilerek MRAK'ın gürültü karşısında parametrenin kaymasının engelleyebildiği ve kararsızlığı engelleyebildiğini göstermişlerdir [58].

Ioannou ve Kokotovic, 1984 yılında, σ modifikasyon metodunu MRAK üzerinde uygulayarak parametre kayma sorununu çözmüşlerdir. Ayrıca yüksek adaptif kazanç değeri seçildiğinde ve kontrol edilen sistemde gürültü mevcutsa bu durum standart MRAK'ın kararsız hale gelmesine neden olabilmektedir. Ancak önerdikleri yöntemle tasarlanan MRAK bu sorunu ortadan kaldırmayı başarmıştır. Bunun için saf integral alıcı kısmı yerine sızıntı terimine sahip bir integral alıcı kullanılmıştır. Bu yöntem için aslında adaptasyon mekanizmasının alçak geçiren filtre yapısına oldukça benzer olduğu söylenebilir [59]. Başka bir MRAK'ı gürbüz hale getirme yöntemi olan e modifikasyonu ise hata normunu değişken bir sızıntı terimi olarak integral alıcı üzerinde uygulayan bir modifikasyondur. Bu modifikasyon genellikle asimptotik kararlılık özelliğini sağlamaz [60]. Anahtarlama σ modifikasyonu belli şartlar içinde asimptotik kararlılık özelliğini koruyabilir ve aynı zamanda belli bir koşulun dışında sabit bir σ modifikasyonu gibi davranarak parametre kaymasını engelleyebilmektedir. Bu yöntemin sabit σ modifikasyonuna göre ekstra bilgiye ihtiyacı duyması yöntemin zorluğudur [5,61].

K modifikasyonu ekstra bir ayarlanabilen sertlik terimi ekleyerek kontrol işaretindeki salınım azaltılması için kullanılabilen gürbüz modifikasyonlardan biridir ve σ veya e modifikasyonu ile birlikte kullanılır [62]. Q modifikasyonu sabit uzunluktaki hareketli bir zaman aralığında belirsizliğin toplamı yoluyla yapılan ve geçici durum performansını ve kontrol işaretinin salınımını azaltabilen asimptotik kararlı bir modifikasyon türüdür. Bu modifikasyon tek başına parametre kayma problemini çözemediği için yapıyı dayanıklı hale getirmek için projeksiyon metodu veya diğer gürbüz modifikasyonlarla birlikte kullanılmalıdır [63,64]. Optimal kontrol modifikasyonu, Pontryagin'in minimum prensibini kullanarak tasarlanmış gürbüz bir adaptasyon mekanizmasıdır. Bu mekanizma σ modifikasyonunda olduğu gibi yüksek adaptif kazanç değerlerinde dahi zaman gecikme marjinine sahip olabilen bir yapıya ve parametre kaymasını engelleyen gürbüz bir özellik taşımaktadır. Ayrıca yüksek adaptasyon kazanç değerlerinde bile kontrol işaretindeki salınımı engellemeye olanak tanımaktadır [3,65].

Adaptif döngü kurtarma (ADK) modifikasyonu belli bir belirsizlik seviyesinde bile asimptotik takip özeliğini korumak için geliştirilmiş gürbüz bir MRAK modifikasyonudur ve ADK modifikasyonu diğer gürbüz modifikasyonlarla da birlikte kullanılabilir [4]. Gürbüz modifikasyonların MRAK'ta bir arada kullanıldığı başka çalışmalar da bulunmaktadır [66]. Literatürde MRAK'ın gürbüz hale getirmek için en çok kullanılan metotlardan biri de projeksiyon metodudur. Projeksiyon metodunu diğer gürbüz modifikasyonlardan ayıran özellik sistem belli şartları sağlıyorsa hala asimptotik kararlılık özeliğini sağlayabilir. Bunu gerçekleştirmek için ön bilgiye ihtiyaç duyması ise modifikasyonun zorluğudur. Bu yöntem aynı zamanda zaman gecikmesine karşı dayanıklı bir metottur. Projeksiyon metodunun analiziyle ilgili çalışmalar ilgili referanslarda bulunmaktadır [2,5,67].

Son yıllarda kesir dereceli adaptasyon mekanizmalarında hem adaptasyon mekanizmalarında hem de kesir dereceli referans modelleri MRAK'ta sıklıkla kullanılmaktadır [18,19,27,28,68–75].

Literatürde bulunan ve kesir dereceli integrale $(1/s^\alpha)$ sahip adaptasyon mekanizması kullanan MRAK çalışmalarında kararlılık ile ilgili farklı ifadeler bulunmaktadır. Bazı çalışmalar doğrudan $0 < \alpha < 1$ olması durumunda sistemin asimptotik kararlı olduğunu söylerken bazı çalışmalar ise yalnızca düzgün kararlı olduğunu matematiksel olarak analiz etmişlerdir [75,76]. MRAK'ta asimptotik kararlılık özelliği genellikle Barbalat Lemması kullanılarak ispatlanmaktadır ama kesir dereceli yapılarda $0 < \alpha < 1$ olduğu durum için Barbalat Lemması kullanılarak yalnızca sistemin kararlı olduğunu ispatlamışlar ama asimptotik kararlılık özelliği elde edilememiştir [76,77].

Sürekli frekans dağılımlı model kullanılarak $0 < \alpha < 1$ aralığındaki kesir dereceli MRAK'ın kararlılığı matematiksel olarak ispatlanmış ve benzetim çalışmalarında Grünwald-Letnikov yaklaşımıyla takip hatasının sifra yakınsadığı ortaya konulmuştur [75]. Chen ve çalışma arkadaşları, sürekli frekans dağılımlı modeli kullanarak $0 < \alpha < 1$ durumunda kesir dereceli MRAK'ın asimptotik kararlılığını matematiksel olarak ispat etmişlerdir. Ayrıca benzetim çalışmaları sonucunda kesir dereceli MRAK'ın performans açısından daha iyi sonuçlar verdiğini ortaya koymuşlardır [72].

Guerrero ve Tang, Barbalat Lemması üzerinden $0 < \alpha < 1$ kesir dereceli MRAK'ın takip hatasının sifra yakınsayabildiğini hem matematiksel olarak hem de benzetim çalışması üzerinden göstermişlerdir [20]. F-16 için yunuslama hızının kontrolü için kesir dereceli

MRAK'ın NID kodu kullanılarak elde edilmiş adaptasyon mekanizmasının standart MRAK kontrolcüye göre daha az salınımlı ve daha iyi performans gösterdiğini sunmuşlardır. Gerekli parametreleri bulmak için PSO kullanmışlardır [28].

Wei ve arkadaşları, kesir dereceli KMRAK tasarlamış ve bu yapının kararlılığını, frekans dağılımlı model ve Lyapunov fonksiyonu üzerinden $0 < \alpha < 1$ ve $1 < \alpha < 2$ durumları için ayrı ayrı matematiksel olarak ispat etmişler. Ayrıca kesir dereceli KMRAK'ın standart KMRAK'ye kıyasla daha üstün performans sergilediğini kesir dereceli bir lineer sistem üzerinde göstermişlerdir. Benzetim çalışmaları için kendi geliştirdikleri yaklaşımdan faydalanmışlardır. Ancak bu çalışmanın bir eksikliği $1 < \alpha < 2$ aralığında adaptasyon mekanizması için hiçbir değerin kullanılmamış olmasıdır [78]. Kanat salınımlı bir dinamik sistem için kesir dereceli MRAK ile standart MRAK karşılaştırılmış ve kesir dereceli yaklaşımın kontrol işareti salınımlarını ve sistemin geçici durum performansını daha verimli hale getirdiği bulunmuştur. Kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip bir MRAK elde etmek için NID kodu kullanılmıştır [79].

Kang ve ark.'ın yaptığı çalışmada kesir dereceli PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-KDPI-AM) yapısını geliştirmişler ve bu yapıyı aktif titreşim izolasyon sistemi üzerinde kullanmışlardır. Bu mimari standart MRAK ve kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-KDI-AM) yapılarına kıyasla daha iyi performans ve daha yüksek enerji verimliliği sunmuştur. Gerekli tasarım parametreleri ise GA kullanılarak hesaplanmıştır [80].

Kesir Dereceli yapıların matematiksel olarak ifade edilmesi için Caputo, Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville gibi tanımlar bulunmaktadır [81]. Grünwald-Letnikov sıklıkla bahsedilen ve kullanılan tanımlardan biridir ve Denklem 1.1'de verilmiştir [81].

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{(t-a)/h} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh), t > a \quad (1.1)$$

Denklem 1.1'de a başlangıç değerini gösterirken, ayrıca $(t-a)/h$ tam sayı olması gerekip, h adım aralığını ifade eder. Denklem 1.1'nin içinde kullanılan binom açılımı Denklem 1.2'de verilmiştir [81].

$$\sum_{j=0}^r (-1)^j \binom{\alpha}{j} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\Gamma(r+1-\alpha)}{\Gamma(r+1)} \quad (1.2)$$

Denklem 1.2’de verilen $\Gamma(.)$ ifadesi Euler-Gama fonksiyonunu göstermektedir ve bu fonksiyon Denklem 1.3’te verilmiştir [81].

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt \quad (1.3)$$

Literatürde en çok bahsedilen tanımlardan biri olan Riemann-Liouville’nin α değeri için türev tanımı Denklem 1.4’te verilmiştir [81].

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}, \quad t \geq a \quad (1.4)$$

Denklem 1.4’te verilen a başlangıç zamanını gösterirken α kesir derecesinin büyüklüğünü gösterir. Normalde kesir dereceli integral alıcılar sonsuz büyüklükte oldukları için doğrudan uygulanamazlar [22,81]. Bunu gerçekleştirmek için literatürde çok sayıda yöntem bulunmaktadır. Bunlara örnek olarak Oustaloup yaklaşımı, Matsuda yöntemi, rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı ve Charef yöntemi gibi çok sayıda farklı yöntem bulunmaktadır [23–25,82].

Oustaloup filtre yaklaşımı veya Oustaloup yaklaşımı s^α yapısı Denklem 1.5 ve Denklem 1.6 kullanılarak elde edilebilmektedir. s^α türevinin $[\omega_b, \omega_h]$ frekansı arasındaki eşdeğer transfer fonksiyonu Denklem 1.5’te verilmiştir [83].

$$s^\alpha \approx K \prod_{i=-N}^N \frac{s + z_0}{s + p_0} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.5)$$

Burada,

$$\begin{aligned} z_0 &= \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}(1-\alpha)}{2N+1}} \\ p_0 &= \omega_b \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+\frac{1}{2}(1+\alpha)}{2N+1}} \\ K &= \omega_h^\alpha \end{aligned} \quad (1.6)$$

Burada ω_b alt frekans sınırı, ω_h üst frekans sınırını, p_0 transfer fonksiyonunun kutuplarını ve z_0 ise transfer fonksiyonunun sıfırlarını gösterir. Rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı matematiksel ifadesi Denklem 1.7’de verilmiştir [83].

$$s^\alpha \approx \left(\frac{d\omega_h}{b} \right)^\alpha \left(\frac{ds^2 + b\omega_h s}{d(1-\alpha)s^2 + b\omega_h s + d\alpha} \right) G_p \quad (1.7)$$

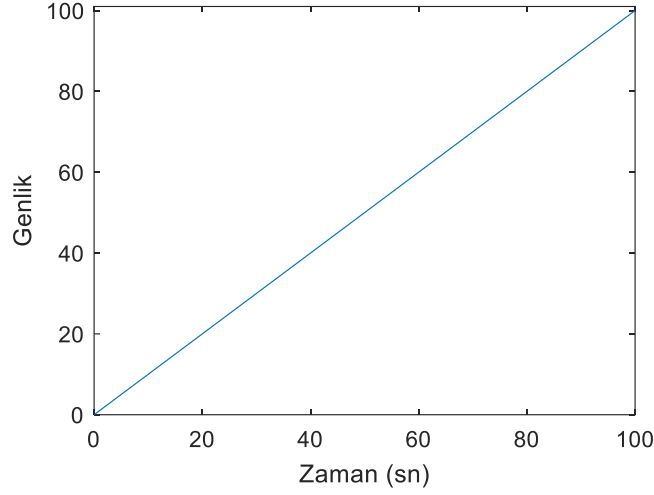
Burada,

$$\begin{aligned} G_p &= \prod_{k=-N}^N \frac{s + z_0}{s + p_0} \\ z_0 &= \left(\frac{d\omega_b}{b} \right)^{\frac{\alpha-2k}{2N+1}} \\ p_0 &= \left(\frac{b\omega_b}{d} \right)^{\frac{\alpha+2k}{2N+1}} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Deneysel ve teorik çalışmalar sonucunda, $b = 10$ ve $d = 9$ değerleri bulunmuştur [82]. N parametresi uygun olarak seçilmelidir. Her ne kadar N parametresini büyütmek tahminin doğruluğunu artıracak olsa bile aynı zamanda seçilen transfer fonksiyonunun derecesini büyüteceği için dikkatli ve uygun olarak seçilmelidir [84]. NID kodu ile Oustaloup yaklaşımının aralarındaki tek fark Denklem 1.9'daki gibi uygulanması ve $0 < \alpha < 1$ aralığında hafıza terimine sahip olabilmesidir [26].

$$\frac{1}{s^\alpha} = \frac{1}{s} s^{1-\alpha} \quad (1.9)$$

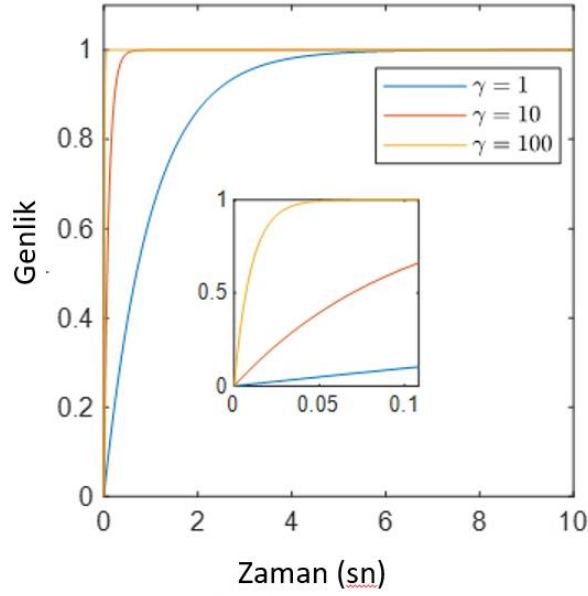
Kontrol teorisinde integral alıcı kontrolcü olarak kullanıldığında bazı durumlarda sistemde bulunabilen kararlı hal hatasının ortadan kaldırabilirken diğer durumlarda ise kontrol sinyalinde salınımın artmasına veya sistemin kararsız hale gelmesine de yol açabilir [85]. Bu yapı aynı zamanda hafıza terimi olarak da bilinir. Yalnızca sistemde integral alıcının bulunduğu durumda eğer giriş sinyali daima pozitif veya negatif işarete sahip ise çıkış sinyali zamanla sonsuza gider. Bu durum Şekil 1.1'de gösterilmiştir.



Şekil 1.1 : Birim basamak girişi uygulanan integral alıcının çıkışı

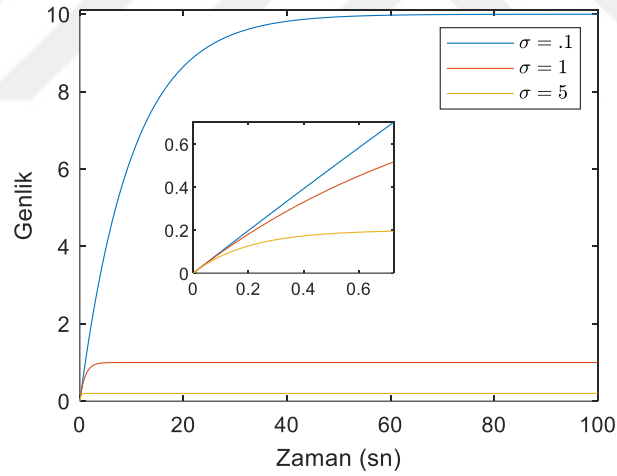
Şekil 1.1’de görüldüğü üzere birim basamak girişi uygulandığında zaman sonsuza giderken çıkış sinyali de sonsuza gider. İntegral alıcının Şekil 1.1’de gösterilen durumu standart MRAK veya integral alıcıya sahip adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK’ların, sistemde gürültü bulunduğu parametre kaymasına neden olabileceğine dair bir fikir vermektedir.

Alçak geçiren filtre (AGF) kontrol mekanizmalarında bulunan bir yapı olup hafıza özelliği yoktur. Geçmişteki değerlerin etkilerini saklamaz. AGF, sınırlı bir giriş sinyali verilirse sınırlı bir çıkış sinyali verir. AGF’nin çıkışının maksimum genliği AGF’nin transfer fonksiyonuna bağlıdır. Burada AGF yapısının transfer fonksiyonu $G(s) = \gamma / (s + \gamma\sigma)$ olarak verilmiştir. AGF’nin çıkışının maksimum değeri giriş sinyali ve σ değerine bağlı olarak değişir. Bu sonuç son değer teoremi kullanılarak da elde edilebilir. Aynı zamanda $G(s)$ transfer fonksiyonu için γ değeri çok büyük seçilirse ve $\gamma \gg \sigma$ olarak seçilirse nerdeyse oransal terim ile aynı özellikleri gösterir. Bu durum Şekil 1.2’de gözlemlenebilir.



Şekil 1.2 : Birim basamak girişi için $G(s)$ transfer fonksiyonunun farklı γ değerleri için çıkışları ($\sigma = 1$)

AGF sisteminde γ değeri sabit tutulursa σ değeri büyüdükçe gidebileceği maksimum değer küçülmektedir. Bu durum Şekil 1.3'te gözlemlenebilir.



Şekil 1.3 : Birim basamak girişi için $G(s)$ transfer fonksiyonunun farklı σ değerleri için çıkışları ($\gamma = 1$)

Şekil 1.3'te görüldüğü üzere γ değeri sabitken σ değerini artırmak sistemin maksimum genlik değerini artırmaktadır. Şekil 1.2'de görüldüğü üzere σ değeri sabitken, γ değerini artırmak yakınsanacak değeri değiştirmeden yakınsama hızını artırmaktadır. AGF, MRAK kontrolcüsünde σ modifikasyonunu değerlendirmek için kullanılacaktır.

1.1 Öğretme-Öğrenme Tabanlı Optimizasyon Algoritması (ÖÖTO)

Bu tez çalışmasında Bölüm 4 ve Bölüm 5'te zaman gecikmesi içeren sistemlerin MRAK'ın tasarım parametrelerin hesaplanmasında öğretme-öğrenme tabanlı optimizasyon algoritmasından yararlanılmıştır. Optimizasyon bir sistemi veya süreci mümkün olduğu kadar etkili veya kullanışlı hale getirme sürecini ifade eder. Başka bir ifadeyle en verimli şekilde çalışmasını hedefler. Maliyet fonksiyonu veya amaç fonksiyonu minimize veya maksimize yapılmak istenen fonksiyondur ve optimizasyon türüne göre kısıtlı veya kısıtsız optimizasyonlar bulunabilmektedir. Kısıtlı optimizasyon belli koşulların ve sınırların bulunduğu bir optimizasyon türü iken kısıtsız optimizasyon ise sınırların ve koşulların bulunmadığı optimizasyon olarak ifade edilebilmektedir. Kısıtlara uyan bölge uygun bölge olarak adlandırılır. Optimizasyondaki temel hedef uygun bölge üzerinde optimum veya en iyi değerini bulmaktır [86].

Kontrol parametrelerinin doğru ve uygun seçilmesi kontrol performansını doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle uygun kontrol parametrelerini bulmak için çok sayıda optimizasyon metodu kullanılmıştır. Örneğin genetik algoritma (GA), parçacık sürü optimizasyonu (PSO), karınca koloni algoritması (KKA), yapay arı kolonisi (YAK) gri kurt algoritması gibi sezgisel algoritmalar kullanılmıştır [87–91].

Yaygın olarak kullanılan amaç fonksiyonlarından bazıları mutlak hatanın integrali (IAE), hatanın karesinin integrali (ISE), zaman çarpı mutlak hatanın integrali (ITAE), zaman çarpı hatanın karesinin integrali (ITSE) gibi çok yaygın metotlar bulunmasına rağmen bunlar yalnızca hata değeri skalar ise doğrudan uygulanabilirler. Hata tek bir sinyalden veya tek bir değerden değil de vektör ise Denklem 1.10'da verilen maliyet fonksiyonları kullanılabilir.

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{t_{sim}} [te^T(t)e(t)]dt \\ J &= \int_0^{t_{sim}} \left[t\sqrt{e^T(t)e(t)} \right] dt \\ J &= \int_0^{t_{sim}} [e^T(t)e(t)]dt \\ J &= \int_0^{t_{sim}} [\sqrt{e^T(t)e(t)}]dt \end{aligned} \tag{1.10}$$

Denklem 1.10’da verilen t_{sim} toplam simülasyon süresini temsil ederken e ise hata vektörünü gösterir. Denklem 1.10’da verilen amaç fonksiyonları sırasıyla ITSE, ITAE, ISE ve IAE amaç veya maliyet fonksiyonları yerine kullanılabilirler. e skaler bir sayıyı temsil ediyor ise $e^T = e$ olduğu için ITSE, ITAE, ISE ve IAE amaç fonksiyonlarına dönüşürler. Denklem 1.10’da verilen bütün maliyet fonksiyonları tek amaçlı maliyet fonksiyonlarıdır. Bunlar literatürde yaygın olarak kullanılmasına rağmen bazen amaç yalnızca hata sinyalini minimize etmek değil aynı zamanda aşımı küçük tutmak ve\veya kontrol işaretindeki enerji verimliliğini yüksek tutmaktır. Enerji verimliliğini yüksek tutarken aynı zamanda hatayı minimize edebilecek amaç fonksiyonu Denklem 1.11’de verilmiştir [21].

$$J = \int_0^{t_{sim}} (e^T(t)e(t) + u^T(t)u(t))dt \quad (1.11)$$

Denklem 1.11’de verilen maliyet fonksiyonu hem hatayı minimize ederken hem de kontrol sinyalinin enerji verimliliğini maksimize etmeyi amaçlamaktadır. Bu maliyet fonksiyonu doğrudan salınımını minimize etme amacıyla geliştirilmediği için bu tez çalışmamızda yeni bir maliyet fonksiyon geliştirilmiştir ve önerilen maliyet fonksiyonu Denklem 1.12’de verilmiştir.

$$J = \int_0^{t_{sim}} \sqrt{e^T(t)e(t)}dt + 0.1\eta \quad (1.12)$$

Denklem 1.12’de verilen η simülasyon süresi boyunca $\sqrt{e^T e}$ sinyalinde bulunan zirve sayısını göstermektedir. Bu önerilen metot doğrudan hem hatayı minimize etmek hem de salınım miktarını azaltmayı hedeflediği için Bölüm 4’te kullanılmıştır.

Öğrenme-Öğretme Tabanlı Optimizasyon (ÖÖTO), nüfus tabanlı olarak geliştirilmiş bir optimizasyon yöntemidir ve 2011 yılında geliştirilmiştir. Bu yöntem öğretmenlerin öğrenciler üzerindeki etkisinden ilham alınarak geliştirilmiş bir optimizasyondur [92]. ÖÖTO aslında iki aşamadan meydana gelir. Bunlardan ilki öğretme aşaması öğretmenden öğrenen öğrencileri temsil ederken ikinci aşaması ise öğrencilerin birbirlerinden öğrenme aşamasıdır ve bu aşama öğrenenlerin kendi arasındaki etkileşimden ortaya çıkan kısımdır. Rao ve ark. [92] ÖÖTO yöntemi ile diğer optimizasyon yöntemlerinin yakınsama oranı, en iyi çözüm, ortalama çözüm düzeyinde karşılaştırılmış ve oldukça iyi sonuçlar elde etmişlerdir. Diğer sezgisel optimizasyon yöntemlerinde ekstra bazı değişkenlere bağlı olarak değişirken performansı değiştiği için ekstra tasarım parametreleri seçmek gerekirken

ÖÖTO’da böyle bir gereksinim bulunmamaktadır. Bu yöntem için yalnızca nüfus ve iterasyon bitirme koşulu belirlenerek optimizasyon yapılabilir [92]. Örneğin GA’da tasarım parametresi olarak çaprazlama oranı ve mutasyon oranını belirlemek gerekmektedir, PSO’da ise birkaç tasarım parametresini ayarlamak gerekmektedir [88].

ÖÖTO yönteminde i . iterasyondaki ortalama değeri M_i gösterirken i . iterasyondaki en iyi değer ise T_i ile gösterilir. T_i değeri M_i değerini kendi seviyesine çekmeye çalışarak yeni bir ortalama değer hesaplamasını sağlar. M_{new} ise yeni ortalama değeri temsil etmektedir ve güncelleme için M_{new} olarak T_i değeri seçilmektedir. Burada çözüm önceki değer ile yeni ortalama arasındaki fark ile güncellenir. Bunun hesaplaması Denklem 1.13’te verilmiştir.

$$Ort_Fark_i = r_i(M_{new} - T_F M_i) \quad (1.13)$$

Burada T_F öğretim faktörünü, r_i ise $[0\ 1]$ arasındaki rastgele bir sayıyı temsil eder. T_F değeri 1 ile 2 arasında seçilmektedir ve bu değerın hesaplanması Denklem 1.14’te verilmiştir.

$$T_F = round(1 + random(0,1)) \quad (1.14)$$

Yeni çözüm, Denklem 1.15 kullanılarak hesaplanabilir.

$$X_{new,i} = X_{old} + Ort_Fark_i \quad (1.15)$$

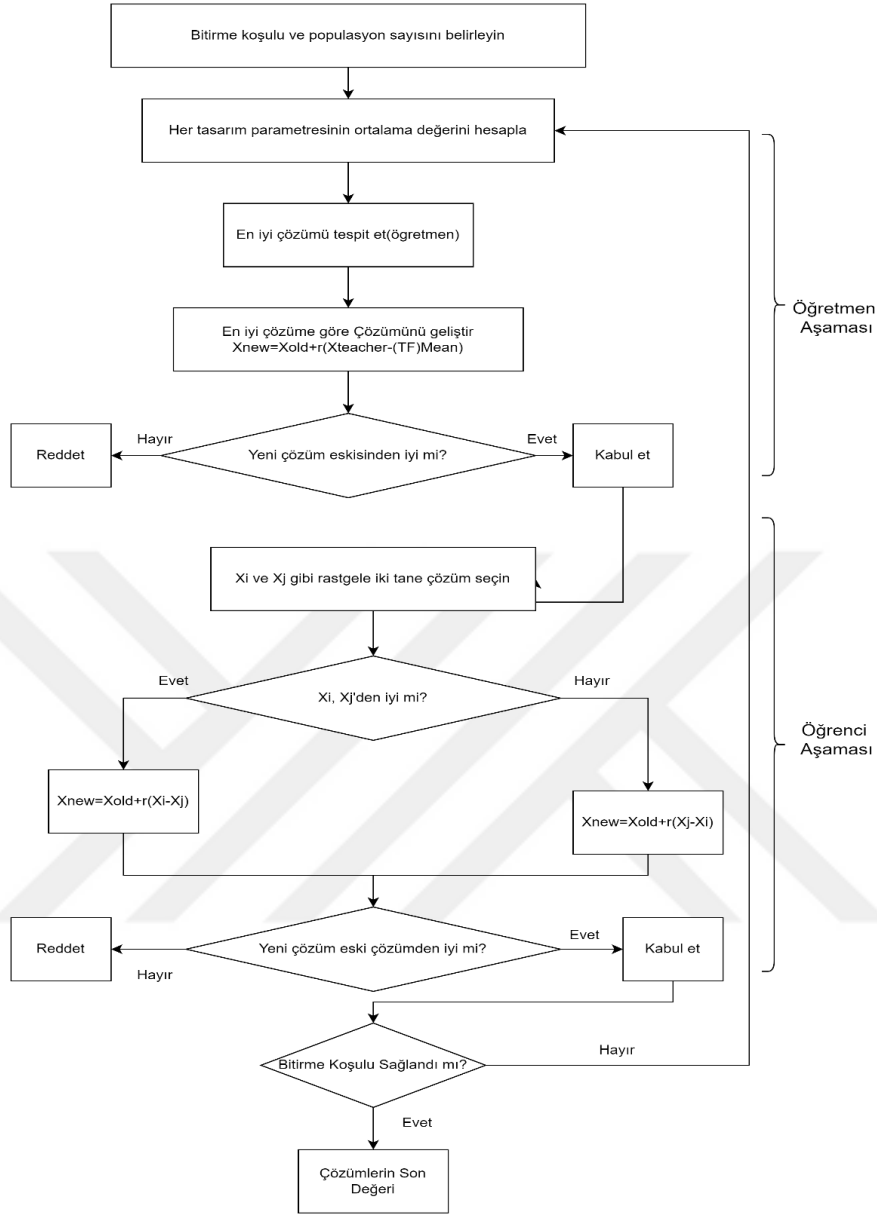
Öğrenci aşamasında ise öğrenciler rastgele olarak birbirleriyle etkileşim kurarak birbirlerinden öğrenebilmektedir. Bir öğrenci yalnızca kendinden daha bilgili bir öğrenciden öğrenebilmektedir. Öğrencilerin kendi aralarındaki bilgi alışverişinin kaba kodu Şekil 1.4’te verilmiştir. Şekil 1.4’te verilen P_n , popülasyondaki birey sayısını göstermektedir. ÖÖTO’nın akış diyagramı Şekil 1.5’te verilmiştir.

```

For i=i:  $P_n$ 
Rastgele olarak iki öğrenen seçilir, bunlar  $x_i$  ve  $x_j$  gösterilir ve  $x_i \neq x_j$  olur.
 $f(x_i) < f(x_j)$  ise
 $X_{new,i} = X_{old,i} + r_i(X_j - X_i)$ 
 $f(x_i) > f(x_j)$  ise
 $X_{new,i} = X_{old,i} + r_i(X_i - X_j)$ 
End if
End For
Eğer  $X_{new}$  daha iyi bir fonksiyon değeri ise kabul et.

```

Şekil 1.4 : Öğrenme-Öğretim Tabanlı Optimizasyonda öğrencilerin bilgi alışverişinin kaba kodu



Şekil 1.5 : Öğrenme-Öğretme Tabanlı Optimizasyonun Akış Diyagramı [92]

1.2 Tezin Amacı ve Organizasyonu

Bu tez çalışmasında, tüm durumları erişilebilir duruma sahip sistemler için MRAK mimarileri tasarlanmıştır. Çalışmada farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK yapıları kullanılarak kontrol edilen sistemler üzerinden analiz edilmiştir. Bu analizler için Lyapunov temeli bir ispat kullanılmıştır. Bu tez çalışmamızda MRAK üzerinde kullanılan ve incelenen adaptasyon mekanizmaları aşağıdaki gibi verilebilir:

1) Standart MRAK

- 2) PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK(MRAK-PI-AM)
- 3) PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK(MRAK-PIFD-AM)
- 4) I + Alçak geçiren filtre (AGF) adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-I+AGF-AM)
- 5) PI+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK(MRAK-PI+AGF-AM)
- 6) PI+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-PI+AGF+AGF...+AGF-AM)
- 7) AGF+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK
- 8) AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ve P+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK

P+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK, Oustaloup yaklaşımını kararlılığını analiz etmek için kullanılırken, I+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasını kullanan MRAK, NID kodu kullanan kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK'ın kararlılık analizi için kullanılmıştır. PI+AGF+AGF+...AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ise rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımını kullanan MRAK-KDI-AM yapısının analiz edilmesi için kullanılmıştır.

Sunulan yöntemler arasında adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan MRAK yapılarının kararlılık analizleri Bölüm 2'de verilmiştir. MRAK + oransal kontrolcüden ilham alınarak HT-MRAK yöntemi geliştirilmiştir. HT-MRAK yöntemi B vektörünün işaretinin değişimine karşı dayanaklı bir kontrol yapısıdır. Ayrıca NID kodu ve rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımının transfer fonksiyonu üzerinden analiz edilebilmesi için I+AGF+AGF+...+AGF ve PI+AGF+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK'ların analizleri aday Lyapunov fonksiyonları üzerinden kararlılıkları analiz edilmiştir ve bu yapıların asimptotik kararlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Bölüm 3'te adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunmayan yapıların kararlılık analizleri verilmiştir. σ modifikasyonuna sahip MRAK-PIFD-AM yapısının kararlılığı önerdiğimiz bir aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden analiz edilmiştir. Ayrıca Oustaloup yaklaşımıyla kullanan MRAK-KDI-AM yapısının yalnızca düzgün kararlı olduğu ve parametre kaymasına karşı dayanıklı olduğu önerilen aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden gösterilmiştir.

Bölüm 4'te lineer olan sistemler üzerinde tezde geliştirilen ve verilen MRAK yöntemlerinin benzetim çalışmaları yapılmıştır. Burada HT-MRAK yapısı ile MRAK-PI-AM yapısının benzerliği gösterilmiştir. Seçilen yaklaşıma göre MRAK-KDI-AM yapısının düzgün kararlı veya asimptotik kararlı olduğu gösterilmiştir. Bu yönden literatürde bulunan çalışmalardan farklıdır. Oustaloup yaklaşımını kullanan MRAK-KDI-AM yapısının düzgün kararlı olduğu ama rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı veya NID kodu kullanan MRAK-KDI-AM yapılarının asimptotik kararlı olduğu benzetim çalışması üzerinden gösterilmiştir. Zaman gecikmesi bulunan sistemlerin MRAK ile kontrol edilmesi ve uygun kontrol parametrelerini bulmak için ÖÖTO kullanılmıştır. Zaman gecikmesi bulunan sistemde kontrol sinyalindeki salınımı azaltmak için bir maliyet fonksiyonu önerilmiş ve böylece kontrol işaretindeki salınım azaltılmıştır. Ayrıca bildiğimiz kadarıyla ilk defa NID kodu, Oustaloup ve rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımlarıyla elde edilen MRAK-KDI-AM yapılarındaki zaman gecikme marjinleri MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM ile karşılaştırılmıştır.

Bölüm 5'te tezde elde edilen çeşitli adaptasyon mekanizmaları kullanan MRAK yöntemlerinin lineer olmayan sistemler üzerindeki sonuçları verilmiştir. Zaman gecikmesiz bir kanat salınım sistemi için tezde bulunan bütün yöntemler karşılaştırılmış ve en iyi performans önerdiğimiz HT-MRAK ile elde edilmiştir. Zaman gecikmesi bulunan kanat salınım sistemi için gürbüz modifikasyonlardan biri olan σ modifikasyonunun gerekliliği gösterilmiş ve uygun σ değeri seçilmezse sistemin kararsızlığa gittiği gösterilmiştir. Adaptasyon kazanç parametreleri ÖÖTO kullanılarak elde edilmiştir.

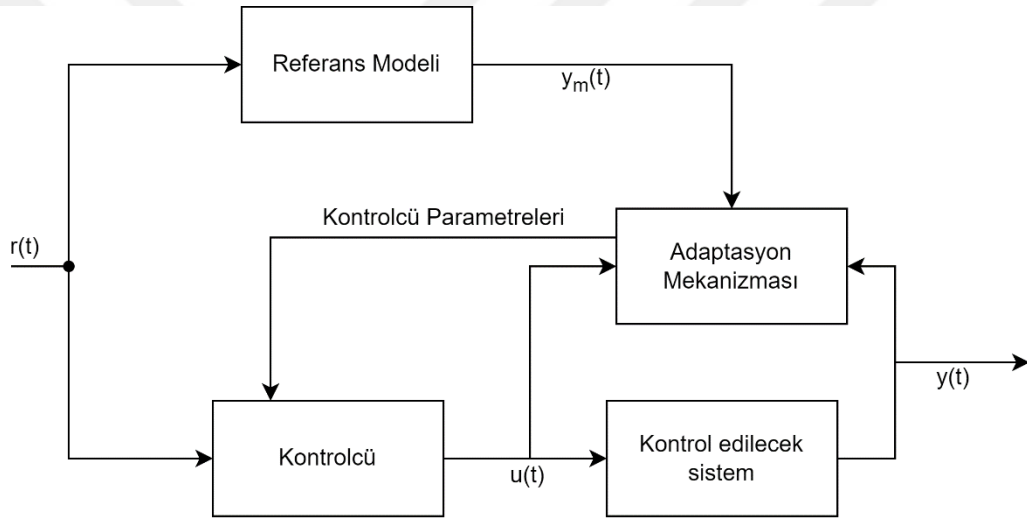
Bölüm 6'da ise tez çalışmasında elde ettiğimiz sonuçların literatüre katkısı irdelenmiş olup gelecekte bu alanda yapılacak çalışmalar ile ilgi öngörüler belirtilmiştir.

Ekler bölümünde tezde elde edilen sonuçlar için kullanılan Simulink blok diyagramları verilmiştir. Ayrıca tezde birçok ispat yapılmış olup ispatların ara adımlarının detaylı bir örneği Denklem 3.32'nin elde edilmesi ekte sunulmuştur.

2. MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLÇÜ (MRAK) YÖNTEMLERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

2.1 Giriş

MRAK literatürde yaygın olarak kullanılan adaptif kontrolcülerden biridir ve kararlılık analizleri Lyapunov temelli, hiperkararlılık temelli veya gradyan temelli olabilir [93]. MRAK, insansız hava araçlarında, güç dönüştürücülerinde, robotik ve çeşitli sistemlerde kullanılmıştır [1,2,94–96]. Model referans adaptif sistem (MRAS) 4 ana blok üzerinden gösterilebilmektedir. Bunlar referans modeli, adaptasyon mekanizması veya güncelleme mekanizması, kontrolcü ve son olarak kontrol edilen sistemden oluşmaktadır. MRAS'ın yapısı Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1 : MRAS'ın blok şeması

Arzu edilen sistem özelliklerini gösteren yapı referans modeli üzerinden gösterilirken kontrol edilen sisteme uygun bir biçimde seçilmelidir çünkü sistemin performansını etkileyebilmektedir. Bundan dolayı birden çok referans modele sahip MRAK mimarileri de bulunmaktadır [97]. Genellikle MRAK yapısında bulunan referans model lineer olarak seçilmesine rağmen bazı durumlarda performansı iyileştirdiği için lineer olmayan referans modelleri de seçilmiştir [38,48,98]. Bunlardan en yaygın olarak kullanılmış olanlardan biri KRM-MRAK'ın bu bölümde kararlılık ispatı verilmiştir.

Kontrolcü parametrelerin değeri adaptasyon mekanizması üzerinden elde edilmektedir. PI, PID, PI+AGF, PI+ çift integral alıcı, PIFD ve kesir dereceli gibi çeşitli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapıları geliştirilmiştir [9–12,19]. Ayrıca adaptasyon mekanizmasını değiştirmeden de MRAK + oransal kontrolcü gibi veya

MRAK+PID gibi hibrit mimariler de kullanılmış ve standart MRAK'a göre daha iyi performans elde ettiği gösterilmiştir [17,99,100]. Bununla beraber anahtarlamalı birden çok adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapıları da geliştirilmiştir [101,102].

Bu bölümde sunulan bütün adaptasyon mekanizmalarında integral alıcı terimi bulunmaktadır ve belli şartlar altında takip hatasının sıfıra yakınsamasını sağlayan yöntemlerdir. Bölüm 2.2'de MRAK'ın sadece integral alıcı adaptasyon mekanizması bulunan ve standart MRAK olarak isimlendirilen yapının kararlılığı, Bölüm 2.3'te PI adaptasyon mekanizması bulunan MRAK'ın kararlılığı, Bölüm 2.4'te Lyapunov tabanlı olarak oldukça yeni bir metot olan PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK'ın kararlılığı ve Bölüm 2.5'te önerdiğimiz I+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK tasarımı sunulmuştur. Bölüm 2.5'te I+AGF+AGF...+AGF yapısının kararlılığı aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden ispatlanmıştır. PI+ AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısı Bölüm 2.6'da verilmiştir. Ayrıca Bölüm 2.6'te PI+AGF+AGF+...+AGF yapısına sahip adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK mimarisinin kararlılığı Lyapunov fonksiyonu üzerinden gösterilmiştir. Bölüm 2.7'de ise PI Adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK kontrolcüye benzer ama doğrudan oransal kısmı adaptasyon mekanizmasından çıkartıp ekstra bir sinyal üzerinden sunulan bir yapı olan hata telafili MRAK (HT-MRAK) tasarlanmıştır. Bölüm 2.8'de ise kapalı referans modeline sahip MRAK (KRM-MRAK)'ın kararlılık analizi Lyapunov fonksiyonu üzerinden gösterilmiştir.

2.2 Standart MRAK Tasarımı

Bu bolümden itibaren kullandığımız bütün MRAK mimarilerinde (Şekil 2.2, Şekil 2.3, ...) referans modelinin tepkileri $x_m(t)$ ve kontrol edilen sistemlerinin tepkileri $x(t)$ ile gösterilmiştir. Kontrol edilecek sistem Denklem 2.1'de verilmiştir.

$$\dot{x} = Ax + B(u + f(x)) \quad (2.1)$$

Burada $x \in R^n$ sistemin durum vektörünü, $u \in R$ kontrol sinyalini, $B \in R^n$ bilinen bir vektörü ve $A \in R^{n \times n}$ ise bilinmeyen sabit bir matrisi gösterir. Ayrıca (A, B) çifti kontrol edilebilirdir. $f(x): R^n \rightarrow R^p$ ise lineer veya lineer olmayan, bilinmeyen bir yapısal belirsizliği temsil eder. $f(x)$ fonksiyonundaki her belirsizlik sınırlı regresyon fonksiyonun lineer çarpımları olarak elde edilebilir. $f(x)$ fonksiyonu Denklem 2.2'deki gibi gösterilebilir.

$$f(x) = \Theta^T \Phi(x) \quad (2.2)$$

Burada $\Theta \in R^p$ boyutunda ve katsayıları bilinmeyen sabit bir vektör ve $\Phi(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_p(x)] \in R^p$ ise bilinen regresyon vektörünü gösterir. Referans modeli Denklem 2.3'te verilmiştir.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (2.3)$$

Burada $x_m \in R^n$ referans modelinin durum vektörünü, $r(t)$ dışarıdan gelen sınırlı referans sinyalinin, $A_m \in R^{n \times n}$ matrisi Hurwitz olup, $B_m \in R^n$ boyutunda vektördür. Durum takip hatası Denklem 2.4'te verilmiştir.

$$e(t) = x(t) - x_m(t) \quad (2.4)$$

Kontrol edilen sistemdeki A matrisi biliniyor olsaydı Denklem 2.5'te verilen kontrol yapısı verilerek kontrol edilecek sistem ideal katsayılarla takip hatası olmadan kontrol edilebilirdi.

$$u(t) = K_x^T x + k_r r + \Theta^T \Phi(x) \quad (2.5)$$

$K_x \in R^n$, $\Theta \in R^p$ ve $k_r \in R$ boyutunda olan ideal katsayılar kullanılırsa, Denklem 2.1'de verilen sistem Denklem 2.6'da verilen şartları sağlar. Bu şart, mutlak uyumluluk koşulu olarak da bilinir.

$$\begin{aligned} A + BK_x^T &= A_m \\ Bk_r &= B_m \end{aligned} \quad (2.6)$$

Buradan sonraki bazı denklemlerde basitçe yazılabilmesi için bazı değişkenlerde bulunan zaman değişkeni (t) yazılmamıştır. Denklem 2.6'yı sağlayacak kestirim parametrelerinin bulunduğu kabul edilerek, kontrol yapısını Denklem 2.7'deki gibi seçilebilir.

$$u(t) = \hat{K}_x^T x + \hat{k}_r r + \hat{\Theta}^T \Phi(x) \quad (2.7)$$

Buradaki $\hat{K}_x \in R^n$, $\hat{\Theta} \in R^p$ vektörleri ve $\hat{k}_r$ değeri sırasıyla K_x , Θ ideal vektörlerinin ve k_r değerinin kestirim değerleridir. Burada takip hatasının türevi Denklem 2.8'de hesaplanmıştır.

$$\dot{e} = A_m e + B[\tilde{K}_x^T x + \tilde{k}_r r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x)] \quad (2.8)$$

Burada $\tilde{K}_x = \hat{K}_x - K_x$, $\tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta$ ve $\tilde{k}_r = \hat{k}_r - k_r$ parametre kestirim hatalarını gösterir. Seçilen aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 2.9’da verilmiştir.

$$V(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r, \tilde{\Theta}) = e^T P e + \gamma_r^{-1} \tilde{k}_r^2 + tr(\tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \tilde{K}_x + \tilde{\Theta}^T \Gamma_\Theta^{-1} \tilde{\Theta}) \quad (2.9)$$

Burada $\Gamma_x^T = \Gamma_x > 0 \in R^{n \times n}$, $\Gamma_\Theta^T = \Gamma_\Theta > 0 \in R^{p \times p}$ matrisleri pozitif tanımlı matrisleridir, $\gamma_r > 0$ ve tr ise trace (iz) anlamına gelip matrisin ana köşegen değerlerinin toplanmasıyla hesaplanır. $P \in R^{n \times n}$ pozitif tanımlı bir matris olup Denklem 2.10’da verilen Lyapunov eşitliği kullanılarak hesaplanır.

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (2.10)$$

Burada $Q^T = Q > 0 \in R^{n \times n}$ pozitif tanımlı bir matristir. Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 2.11’de hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r, \tilde{\Theta}) &= e^T \dot{P} e + \dot{e}^T P e + 2\gamma_r^{-1} \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r + 2tr(\tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \dot{\tilde{K}}_x + \tilde{\Theta}^T \Gamma_\Theta^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}) \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2e^T P B (\tilde{K}_x^T x + \tilde{k}_r r - \tilde{\Theta}^T \Phi(x)) + 2\gamma_r^{-1} \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r \\ &\quad + 2tr\left(\left[\tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \dot{\tilde{K}}_x + \tilde{\Theta}^T \Gamma_\Theta^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}\right]\right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Denklem 2.10, Denklem 2.11’de yerine yazılarak Denklem 2.12 elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -e^T Q e + \left[2e^T P B \tilde{K}_x^T x + 2tr(\tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \dot{\tilde{K}}_x) \right] + \\ &\quad \left[2e^T P B \tilde{k}_r r + 2\gamma_r^{-1} \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r \right] + \left[2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi + 2tr(\tilde{\Theta}^T \Gamma_\Theta^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}) \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Trace özelliği $tr(a^T b) = tr(b^T a)$ kullanılarak Denklem 2.13’teki gibi basitleştirilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -e^T Q e + 2tr\left(\tilde{K}_x^T \left[\Gamma_x^{-1} \dot{\tilde{K}}_x + x e^T P B\right]\right) + 2\left(\tilde{k}_r \left[\gamma_r^{-1} \dot{\tilde{k}}_r + r e^T P B\right]\right) \\ &\quad 2tr\left(\tilde{\Theta}^T \left[\Gamma_\Theta^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} - \Phi(x) e^T P B\right]\right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Adaptasyon kuralları Denklem 2.14’te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{K}}_x &= -\Gamma_x x e^T P B \\ \dot{\tilde{k}}_r &= -\gamma_r r e^T P B \\ \dot{\tilde{\Theta}} &= -\Gamma_\Theta \Phi(x) e^T P B \end{aligned} \quad (2.14)$$

Denklem 2.14'te verilen adaptasyon kuralları, Denklem 2.13'te yerine yazıldığında aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 2.15'te elde edilmiştir.

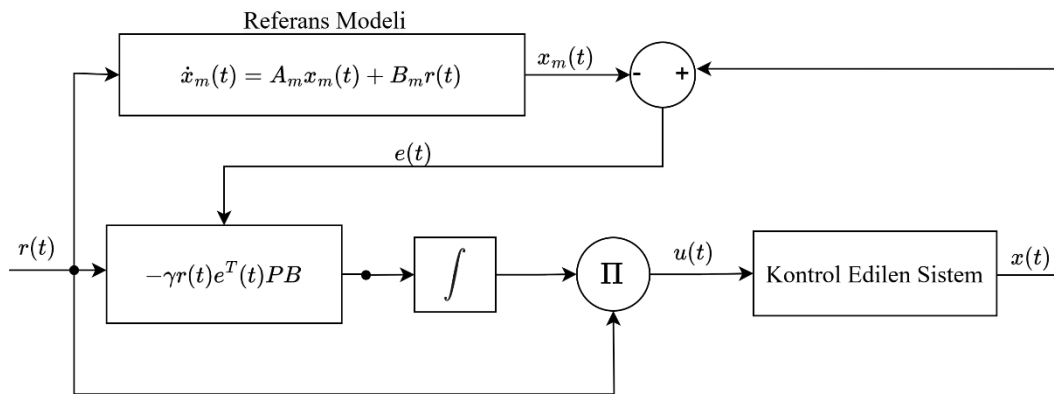
$$\dot{V} = -e^T Q e \leq 0 \quad (2.15)$$

Burada Lyapunov fonksiyonu pozitif tanımlı olup Lyapunov fonksiyonunun zamana bağlı türevi pozitif olmayacağı için takip hatası ve parametre kestirim hataları $(\tilde{K}_x, \tilde{\Theta}, \tilde{k}_r)$ düzgün sınırlıdır. Aynı zamanda $r(t)$ sınırlı ve A_m Hurwitz olduğu için $x_m(t)$ ve $e(t)$ sınırlıdır. Bundan dolayı $x(t)$ düzgün sınırlıdır ve kontrol sinyali $u(t)$ 'de sınırlıdır. Ayrıca $V(t)$ 'nin zamana göre ikinci türevi Denklem 2.16'da verilmiştir [2].

$$\ddot{V} = -2e^T Q \dot{e} \quad (2.16)$$

$V(t)$ 'nin zamana bağlı ikinci türevi sınırlı olduğu için $\dot{V}(t)$ düzgün süreklidir. Bahsedilen nedenlerden dolayı $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) \rightarrow 0$ olduğu gösterilir ve son olarak Barbalat Lemması [2] kullanarak asimptotik kararlılık ispat edilir. Başka bir ifadeyle takip hatası zamanla sifıra yakınsar. Zaman sonsuza giderken takip hatası sifıra gider. Sinyal yeterince zengin bilgi içermiyorsa (sürekli uyartım şartı sağlanmıyor ise) kestirim hatası sifıra gitmeyebilir ve yalnızca sınırlı olduğu söylenebilir [2].

Şekil 2.2 mutlak uyumluluk şartının sağlandığı $A_m = A + BK_x$ ve nominal bir kontrolcünün bulunmadığı bir sistem için verilmiştir. Başka bir ifadeyle K_x uygun boyuttaki bir sıfır vektöründen oluşmaktadır. Örneklerde ise genellikle bu koşulu sağlamak için nominal bir kontrolcü ($K_x \neq 0$) ile gerçekleştirilecektir. Yalnızca k_r sinyali güncelleme mekanizmasında bulunan MRAK yapısı Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.2 : Standart MRAK'ın blok diyagramı

2.3 PI Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı

PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK 1969'da ilk olarak sunulmuştur [9]. PI adaptasyon mekanizmasının kuralları Denklem 2.17'de ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} k_{r1} &= \hat{k}_r - \gamma_{rp} \gamma_r r e^T P B \\ K_{x1} &= \hat{K}_x - \Gamma_{xp} \Gamma_x r e^T P B \\ \Theta_1 &= \hat{\Theta} - \Gamma_{\Theta p} \Gamma_{\Theta} \Phi(x) e^T P B \end{aligned} \quad (2.17)$$

$\hat{K}_x$, $\hat{\Theta}$ vektörlerinin ve $\hat{k}_r$ güncelleme kuralları Denklem 2.14'te verilmiştir. $\Gamma_x, \Gamma_{xp} \in R^{n \times n}$, $\Gamma_{\Theta}, \Gamma_{\Theta p} \in R^{p \times p}$ matrisleri diyagonal pozitif tanımlı matrislerdir ve $\gamma_r, \gamma_{rp} > 0$ pozitif değerlidir. Başlangıç değeri sıfır seçilirse, Denklem 2.17'de bulunan k_{r1} Denklem 2.18'deki gibi gösterilebilir.

$$k_{r1} = - \left[\frac{1}{s} + \gamma_{rp} \right] [\gamma_r r e^T P B] \quad (2.18)$$

Denklem 2.18 adaptasyon mekanizmasının PI olduğunu göstermektedir. Kontrol sinyalinin yapısı Denklem 2.19'da verilmiştir.

$$u = K_{x1}^T x + k_{r1} r + \Theta_1^T \Phi(x) \quad (2.19)$$

Takip hatasının türevi Denklem 2.20'deki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_m e + B[\tilde{K}_x^T x + \tilde{k}_r r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x)] - B B^T P e r^T \gamma_r \gamma_{rp} r \\ &\quad - B B^T P e x^T \Gamma_x \Gamma_{xp} x - B B^T P e \Phi(x)^T \Gamma_{\Theta} \Gamma_{\Theta p} \Phi(x) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Denklem 2.9'da verilen aday Lyapunov fonksiyonu, Denklem 2.19'da verilen kontrol yapısı, Denklem 2.20'de verilen takip hatasının türevi, Denklem 2.1'de verilen kontrol edilen sistemi, Denklem 2.3'te verilen referans modeli ve Denklem 2.10'da verilen Lyapunov eşitliği kullanılarak, aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 2.21'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{K}_x, \tilde{k}_r, \tilde{\Theta}) &= -e^T Q e - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e r^T \gamma_{rp} \gamma_r r \\ &\quad - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e x^T \Gamma_{xp} \Gamma_x x - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e \Phi^T(x) \Gamma_{\Theta p} \Gamma_{\Theta} \Phi(x) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Burada $(B^T P)^T (B^T P) \geq 0$ matrisi yarı pozitif tanımlı bir matris olduğu için ve iki pozitif diyagonal matrisinin çarpımının pozitif diyagonal bir matris vereceğinden, Denklem 2.21'in

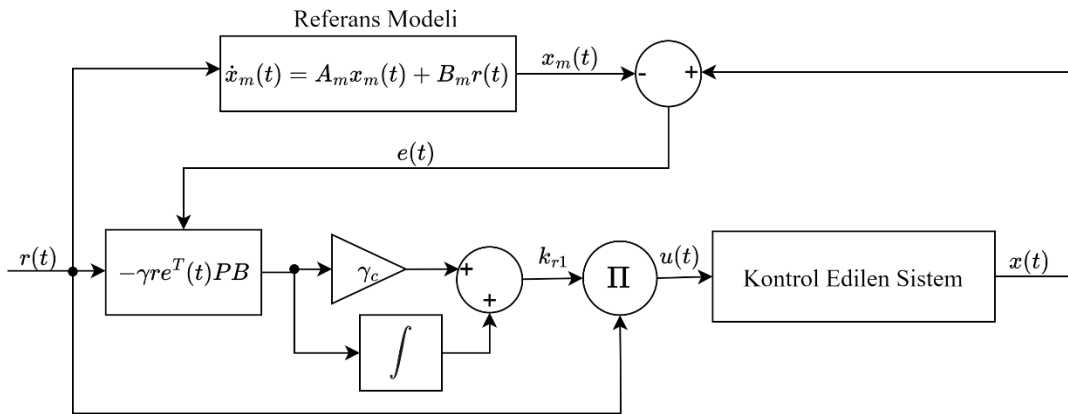
sağ tarafında yer alan ikinci, üçüncü ve dördüncü terimlerin negatif veya sıfır olması gerekir. Bu durum standart MRAK yöntemine göre daha negatif bir sonuç elde edilmesine yol açar. Böylece aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 2.22'deki gibi, sınırlandırılabilir.

$$\dot{V}(e, \tilde{K}_r, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}) \leq -e^T Q e \quad (2.22)$$

Buradaki ispat standart MRAK ile oldukça benzerdir ve Lyapunov fonksiyonunun ikinci türevine kadar aynı ifadeler söylenebilir. Buradaki Lyapunov fonksiyonunun ikinci türevi Denklem 2.23'te hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \ddot{V} = & -\dot{e}^T Q e - e^T Q \dot{e} = -e^T (Q A + A^T Q) e \\ & -2e^T Q [A_m e - B \tilde{K}_x^T x - B \tilde{K}_r^T r + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) - B B^T P e r^T \Gamma_r \Gamma_{rp} r \\ & - B B^T P e x^T \Gamma_x \Gamma_{xp} x - B B^T P e \Phi(x)^T \Gamma_\Theta \Gamma_{\Theta p} \Phi(x)] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Lyapunov fonksiyonunun zamana göre birinci türevi sıfıra eşit veya sıfırdan küçük olduğu için $e, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}, \tilde{k}_r$ değerleri sınırlıdır. Takip hatası ve $x_m(t)$ sınırlı olduğu için $x(t)$ 'de sınırlıdır. $x(t)$ sınırlı olduğu için $\Phi(x)$ de sınırlıdır. Bunlardan dolayı $\ddot{V}(t)$ sınırlıdır. Böylece $\dot{V}(t)$ düzgün sürekli olur. Barbalat Lemması kullanılarak asimptotik kararlılık gösterilebilir ve böylece $t \rightarrow \infty$ giderken $e(t) \rightarrow 0$ gider. Yalnızca k_r sinyali güncelleme mekanizması bulunan MRAK-PI-AM yapısı Şekil 2.3'te verilmiştir. Şekil 2.3'te verilen $\gamma = \gamma_r$ ve $\gamma_c = \gamma_{rp}$ tasarım parametreleri kullanılarak gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : MRAK-PI-AM yapısının blok diyagramı

2.4 PIFD Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK (MRAK-PIFD-AM) Tasarımı

PIFD adaptasyon mekanizmasını kararlılığını incelemek için Lemma 2.1 verilmiştir.

Lemma 2.1: K_d ve N değerleri pozitif ise filtrelenmiş türev alıcı yapısının giriş sinyali ve çıkış sinyalinin işaretleri aynı yöndedir.

İspat: Filtrelenmiş türev alıcı yapısının transfer fonksiyonu $G(s)$, Denklem 2.24'te verilmiştir.

$$G(s) = K_d s \frac{N}{s + N} = K_d N - \frac{K_d N^2}{s + N} = K_d N \left[1 - \frac{N}{s + N} \right] \quad (2.24)$$

Burada K_d türev teriminin katsayısını, N ise filtre katsayısını göstermektedir. $G(s)$ transfer fonksiyonunun çıkışı ile girişi işaretinin daima aynı olduğu ifadesinin gerçekleşmesi için $N/(s + N)$ transfer fonksiyonunun genlik değerinin daima 1'e eşit veya küçük olması gereklidir.

$$H(j\omega) = \frac{N}{j\omega + N} \rightarrow |H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega/N)^2}} \leq 1 \quad (2.25)$$

Denklem 2.25 daima geçerli olacağından dolayı ispat tamamlanmıştır. Buradaki adaptasyon mekanizmasını PIFD dönüştürmek için üç değişken Denklem 2.26'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} k_{r2} &= \hat{k}_r - \gamma_{rp} \gamma_r r e^T P B - N \left(1 - \frac{N}{s + N} \right) \gamma_{rd} \gamma_r r e^T P B \\ K_{x2} &= \hat{K}_x - \Gamma_{xp} \Gamma_x x e^T P B - N \left(1 - \frac{N}{s + N} \right) \Gamma_{xd} \Gamma_x x e^T P B \\ \Theta_2 &= \hat{\Theta} - \Gamma_{\Theta p} \Gamma_{\Theta} \Phi(x) e^T P B - N \left(1 - \frac{N}{s + N} \right) \Gamma_{\Theta d} \Gamma_{\Theta} \Phi(x) e^T P B \end{aligned} \quad (2.26)$$

Burada $\Gamma_x, \Gamma_{xp}, \Gamma_{xd} \in R^{n \times n}$, $\Gamma_{\Theta}, \Gamma_{\Theta p}, \Gamma_{\Theta d} \in R^{p \times p}$ matrisleri pozitif tanımlı diyagonal matrislerdir. $\gamma_r, \gamma_{rp}, \gamma_{rd} > 0$ ise pozitif skalar değerlerdir. Başlangıç değeri sıfır seçilirse, Denklem 2.26'de bulunan k_{r2} , Denklem 2.27'deki gibi gösterilebilir.

$$k_{r2} = - \left[\frac{1}{s} + \gamma_{rp} + N \gamma_d \frac{s}{s + N} \right] [\gamma_r r e^T P B] \quad (2.27)$$

Kontrol yapısı Denklem 2.28'de verilmiştir.

$$u = K_{x2}^T x + k_{r2} r + \Theta_2^T \Phi(x) \quad (2.28)$$

Takip hatasının türevi gerekli işlemler yapılarak Denklem 2.29'daki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \dot{e} = & A_m e + B[\tilde{K}_x^T x + \tilde{K}_r^T r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x)] - BB^T P e r^T \gamma_r \gamma_{rp} r \\ & - BB^T P e x^T \Gamma_x \Gamma_{xp} x - BB^T P e \Phi(x)^T \Gamma_{\Theta} \Gamma_{\Theta p} \Phi(x) \\ & - \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) BB^T P e r^T \gamma_r \gamma_{rd} r - \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) BB^T P e x^T \Gamma_x \Gamma_{xd} x \\ & - \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) BB^T P e \Phi(x)^T \Gamma_{\Theta} \Gamma_{\Theta d} \Phi(x) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi, Denklem 2.1'de verilen sistem, Denklem 2.3'te verilen referans modeli, Denklem 2.29'da verilen takip hatasının türevi, Denklem 2.10'da verilen Lyapunov eşitliği kullanılarak Denklem 2.30'daki gibi elde edilmiştir.

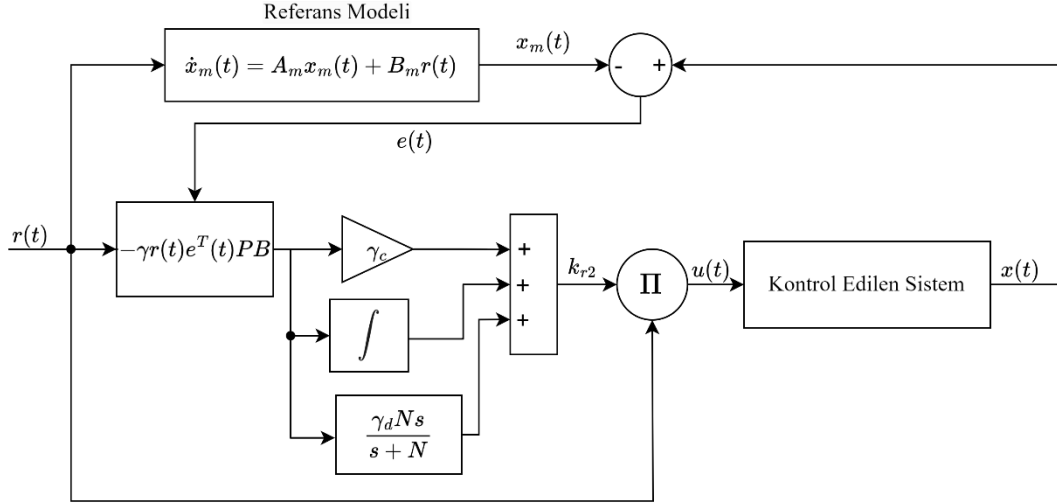
$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{K}_r, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}) = & -e^T Q e - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e r^T \gamma_{rp} \gamma_r r \\ & - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e x^T \Gamma_{xp} \Gamma_x x - 2e^T (B^T P)^T (B^T P) e \Theta^T \Gamma_{\Theta p} \Gamma_{\Theta} \Theta \\ & - 2 \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) e^T (B^T P)^T (B^T P) e x^T \Gamma_{xd} \Gamma_x x - 2 \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) e^T (B^T P)^T (B^T P) e r^T \gamma_{rd} \gamma_r r \\ & - 2 \left(1 - \frac{N}{s+N}\right) e^T (B^T P)^T (B^T P) e \Theta^T \Gamma_{\Theta d} \Gamma_{\Theta} \Theta \end{aligned} \quad (2.30)$$

Denklem 2.30'da PI adaptasyon mekanizmasına benzer bir şekilde ve Lemma 2.1 kullanılarak aday Lyapunov fonksiyonu sınırlandırılmış hali Denklem 2.31'de verilmiştir.

$$\dot{V}(e, \tilde{K}_r, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}) \leq -e^T Q e \quad (2.31)$$

Buradaki Lyapunov fonksiyonunun zamana göre ikinci türevi hatasının zamana göre değişimi farklıdır ama sınırlı olduğu PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ile benzer şekilde gösterilebilir. Lyapunov fonksiyonunun zamana göre birinci türevi sifıra eşit veya sıfırdan küçük olduğu için $e, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}, \tilde{K}_r$ değerleri sınırlıdır. Takip hatası ve $x_m(t)$ sınırlı olduğu için $x(t)$ 'de sınırlıdır. $r(t)$ referans giriş sinyali ve $x(t)$ sınırlı olduğu için $\Phi(x)$ 'de sınırlıdır. Bunlardan dolayı $\ddot{V}(t)$ sınırlıdır. Böylece $\dot{V}(t)$ düzgün sürekli olur. Barbalat Lemması kullanılarak, $\dot{V}(t) \rightarrow 0$ ve böylece $t \rightarrow \infty$ giderken $e \rightarrow 0$ gider.

Yalnızca k_r güncelleme sinyalinin bulunduğu MRAK-PIFD-AM yapısının gösterimi Şekil 2.4'te verilmiştir. Bu gösterim için tasarım parametreleri $\gamma = \gamma_r$, $\gamma_c = \gamma_{rp}$ ve $\gamma_d = \gamma_{rd}$ olarak atanarak Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : MRAK-PIFD-AM yapısının blok diyagramı

2.5 İntegral + Alçak Geçiren Filtre (I+AGF) Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı

Geliştirdiğimiz integral + alçak geçiren filtre (I+AGF) adaptasyon mekanizmasının Denklemleri 2.32’de verilmiştir. Verilen yapılardaki kolaylık ve basitlik için başlangıç şartları 0 olarak seçilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{K}}_{x1} &= -\Gamma_{x1} x e^T P B \\
 \dot{\hat{K}}_{x2} &= -\Gamma_{x2} [x e^T P B + \sigma_x \hat{K}_{x2}] \\
 \hat{K}_x &= \hat{K}_{x1} + \hat{K}_{x2} \\
 \dot{\hat{k}}_{r1} &= -\gamma_{r1} r e^T P B \\
 \dot{\hat{k}}_{r2} &= -\gamma_{r2} [r e^T P B + \sigma_r \hat{K}_{r2}] \\
 \hat{k}_r &= \hat{k}_{r1} + \hat{k}_{r2} \\
 \dot{\hat{\Theta}}_1 &= -\Gamma_{\Theta1} \Phi e^T P B \\
 \dot{\hat{\Theta}}_2 &= -\Gamma_{\Theta2} [\Phi e^T P B + \sigma_2 \hat{\Theta}_2] \\
 \hat{\Theta} &= \hat{\Theta}_1 + \hat{\Theta}_2
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Burada $\Gamma_{x1}, \Gamma_{x2} \in R^{n \times n}$ ve $\Gamma_{\Theta1}, \Gamma_{\Theta2} \in R^{p \times p}$ boyutunda diyagonal pozitif matrislerdir ve $\gamma_{r1}, \gamma_{r2}, \sigma_x, \sigma_r, \sigma_2 > 0$ olan skalar değerlerdir. Başlangıç şartları uygun boyuttaki 0’lardan oluşuyorsa, Denklem 2.32’de bulunan $\hat{k}_r$, I+AGF yapısı Denklem 2.33’teki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned}\hat{k}_{r2}(s) &= -\frac{\gamma_{r2}}{s + \sigma_r \gamma_{r2}} [re^T PB], \quad \hat{k}_{r1}(s) = -\frac{\gamma_{r1}}{s} [re^T PB] \\ \hat{k}_r(s) &= -\left[\frac{\gamma_{r1}}{s} + \frac{\gamma_{r2}}{s + \sigma_r \gamma_{r2}} \right] [re^T PB]\end{aligned}\quad (2.33)$$

Buradan $\hat{k}_r$ yapısının integral alıcı + AGF üzerinden oluştuğu görülmektedir. Kontrol yapısı Denklem 2.34'te verilmiştir.

$$u = \hat{K}_x^T x + \hat{k}_r r + \hat{\Theta}^T \Phi(x) \quad (2.34)$$

Takip hatasının türevi Denklem 2.35'te verilmiştir.

$$\dot{e} = A_m e + B[\tilde{K}_x^T x + \tilde{k}_r r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x)] \quad (2.35)$$

Aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 2.36'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}V &= e^T P e + tr(\tilde{K}_{x1}^T \Gamma_{x1}^{-1} \tilde{K}_{x1} + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_{\Theta1}^{-1} \tilde{\Theta}_1) \\ &+ tr(\tilde{K}_{x2}^T \Gamma_{x2}^{-1} \tilde{K}_{x2} + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_{\Theta2}^{-1} \tilde{\Theta}_2) + \gamma_{r1}^{-1} \tilde{k}_{r1}^2 + \gamma_{r2}^{-1} \tilde{k}_{r2}^2\end{aligned}\quad (2.36)$$

Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi, Denklem 2.36'de verilen aday Lyapunov fonksiyonu, Denklem 2.35'te verilen takip hatasının türevi, Denklem 2.10'da verilen Lyapunov eşitliği ve Denklem 2.32'de verilen adaptasyon mekanizması kullanılarak, Denklem 2.37'deki gibi hesaplanmıştır.

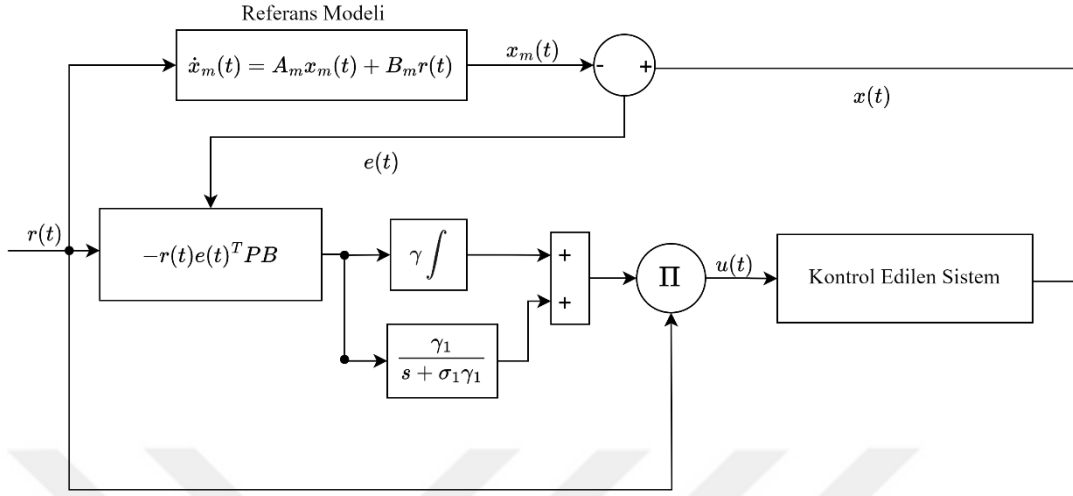
$$\begin{aligned}\dot{V} &= -e^T Q e - \sigma_x \tilde{K}_{x2}^T \hat{K}_x - \sigma_r \tilde{k}_{r2} \hat{k}_{r2} - \sigma_2 \tilde{\Theta}_2^T \hat{\Theta}_2 = \\ &-e^T Q e - \sigma_x (\tilde{K}_{x2}^T \tilde{K}_{x2} + \tilde{K}_{x2}^T K_{x2}) - \sigma_r (\tilde{k}_{r2}^2 + \tilde{k}_{r2} k_{r2}) - \sigma_2 (\tilde{\Theta}_2^T \tilde{\Theta}_2 + \tilde{\Theta}_2^T \Theta_2)\end{aligned}\quad (2.37)$$

Adaptasyon mekanizmasında integral alıcının bulunması, aday Lyapunov fonksiyonunun pozitif olması ve son olarak aday Lyapunov fonksiyonun zamana göre türevinin asla pozitif olamayacağı durumu ise Denklem 2.37'de elde edilmiştir. Ayrıca $k_{r2} = 0, k_{r1} = k_r$ ve $K_{x2} = 0, \Theta_2 = 0$ ise uygun boyutlarda sıfır vektörleri olduğu için ve son olarak $K_{x1} = K_x$ ve $\Theta_1 = \Theta$ olması gerektiğinden dolayı Denklem 2.37, Denklem 2.38'deki gibi basitleştirilebilir.

$$\begin{aligned}\dot{V}(e, \tilde{K}_{x1}, \tilde{K}_{x2}, \tilde{k}_{r1}, \tilde{k}_{r2}, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) &\leq -e^T Q e - \sigma_r \tilde{k}_r^2 - \sigma_2 \tilde{\Theta}_2^T \tilde{\Theta}_2 - \sigma_2 \tilde{K}_{x2}^T \tilde{K}_{x2} \\ &\leq -e^T Q e\end{aligned}\quad (2.38)$$

Buradan sonrası standart MRAK ile aynı ifadeler kullanılarak MRAK-I+AGF-AM yapısının asimptotik kararlılığı gösterilebilir. Bu adaptasyon mekanizması yalnızca k_r güncelleme

mekanizmasının bulunduğu ve tasarım parametrelerinin $\gamma = \gamma_{r1}$, $\gamma_1 = \gamma_{r2}$ ve $\sigma = \sigma_r$ olarak belirtildiği MRAK-I+AGF-AM yapısının gösterimi Şekil 2.5'te verilmiştir.



Şekil 2.5 : MRAK-I+AGF-AM yapısının blok diyagramı

Birden çok AGF + integral alıcı adaptasyon mekanizması da tasarlanabilir. Bunun için Denklem 2.39'da adaptasyon mekanizmaları verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{K}}_{x1} &= -\Gamma_{x1} x e^T P B \\
 \dot{\hat{K}}_{x2} &= -\Gamma_{x2} [x e^T P B + \sigma_{x2} \hat{K}_{x2}] \\
 &\dots \\
 \dot{\hat{K}}_{xn} &= -\Gamma_{xn} [x e^T P B + \sigma_{xn} \hat{K}_{xn}] \\
 \hat{K}_x &= \hat{K}_{x1} + \hat{K}_{x2} + \dots + \hat{K}_{xn} \\
 \dot{\hat{k}}_{r1} &= -\gamma_{r1} r e^T P B \\
 \dot{\hat{k}}_{r2} &= -\gamma_{r2} [r e^T P B + \sigma_{r2} \hat{k}_{r2}] \\
 &\dots \\
 \dot{\hat{k}}_{rn} &= -\gamma_{rn} [r e^T P B + \sigma_{rn} \hat{k}_{rn}] \\
 \hat{k}_r &= \hat{k}_{r1} + \hat{k}_{r2} + \dots + \hat{k}_{rn} \\
 \dot{\hat{\Theta}}_1 &= \Gamma_{\Theta1} \Phi e^T P B \\
 \dot{\hat{\Theta}}_2 &= \Gamma_{\Theta2} [\Phi e^T P B - \sigma_2 \hat{\Theta}_2] \\
 &\dots \\
 \dot{\hat{\Theta}}_n &= \Gamma_{\Theta n} [\Phi e^T P B - \sigma_n \hat{\Theta}_n] \\
 \hat{\Theta} &= \hat{\Theta}_1 + \hat{\Theta}_2 + \dots + \hat{\Theta}_n
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

$\hat{k}_r$ sinyalinin Laplace dönüşümü bütün başlangıç değerleri sıfır kabul edilerek Denklem 2.40'deki gibi elde edilmiştir. Denklem 2.40'taki yapı I+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasını göstermek için kullanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\hat{k}_{r1}(s) &= \frac{\gamma_{r1}}{s} [-re^T PB] \\
\hat{k}_{r2}(s) &= \frac{\gamma_{r2}}{s + \gamma_{r2} \sigma_{r2}} [-re^T PB] \\
&\dots \\
\hat{k}_{rm}(s) &= \frac{\gamma_{rm}}{s + \gamma_{rm} \sigma_{rm}} [-re^T PB] \\
\hat{k}_r(s) &= - \left(\frac{\gamma_{r1}}{s} + \frac{\gamma_{r2}}{s + \gamma_{r2} \sigma_{r2}} + \dots + \frac{\gamma_{rm}}{s + \gamma_{rm} \sigma_{rm}} \right) [re^T PB] = - \left[\sum_{i=2}^n \frac{\gamma_{ri}}{s + \gamma_{ri} \sigma_{ri}} + \frac{\gamma_{r1}}{s} \right] [re^T PB]
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Bu yapının kararlılığının analizi için kullanılacak olan aday Lyapunov fonksiyonu standart MRAK'ın kararlılığı için kullanılandan daha karmaşık olup Denklem 2.41'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
V(e, \tilde{K}_x, \tilde{k}_r, \tilde{\Theta}) &= e^T P e + tr(\tilde{K}_{x1}^T \Gamma_{x1}^{-1} \tilde{K}_{x1} + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_{\Theta1}^{-1} \tilde{\Theta}_1) \\
&+ tr(\tilde{K}_{x2}^T \Gamma_{x2}^{-1} \tilde{K}_{x2} + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_{\Theta2}^{-1} \tilde{\Theta}_2) + \dots + tr(\tilde{K}_{xn}^T \Gamma_{xn}^{-1} \tilde{K}_{xn} + \tilde{\Theta}_n^T \Gamma_{\Theta n}^{-1} \tilde{\Theta}_n) \\
&+ \gamma_{r1}^{-1} \tilde{k}_{r1}^2 + \gamma_{r2}^{-1} \tilde{k}_{r2}^2 + \dots + \gamma_{rm}^{-1} \tilde{k}_{rm}^2 \\
&= e^T P e + tr \left(\sum_{i=1}^n \tilde{K}_{xi}^T \Gamma_{xi}^{-1} \tilde{K}_{xi} + \sum_{i=1}^n \tilde{\Theta}_i^T \Gamma_{\Theta i}^{-1} \tilde{\Theta}_i \right) + \sum_{i=1}^n \gamma_{ri}^{-1} \tilde{k}_{ri}^2
\end{aligned} \tag{2.41}$$

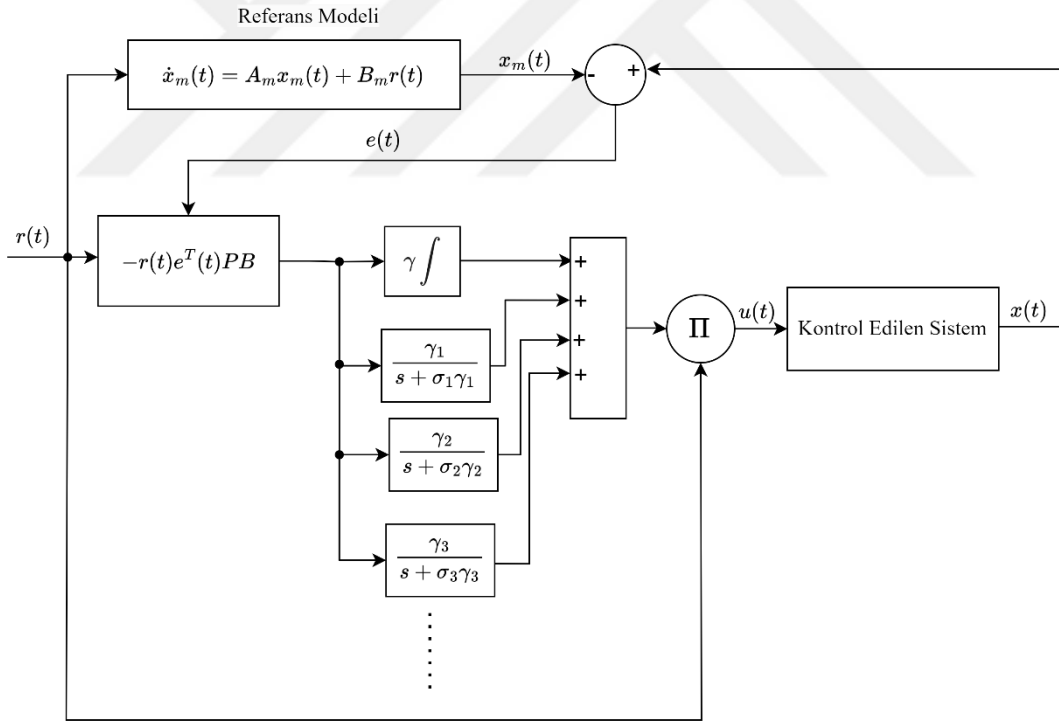
Bu yapı için verilen takip hatasının türevi Denklemi 2.35'te verilen I+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ile aynıdır. Bu aday Lyapunov fonksiyonunun türevi gerekli hesaplamalar yapılarak Denklem 2.42'deki gibi bulunulabilir.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -e^T Q e - 2\sigma_{r2} \tilde{k}_{r2} \hat{k}_{r2} - \dots - 2\sigma_{rm} \tilde{k}_{rm} \hat{k}_{rm} - \\
&- 2\sigma_2 \tilde{\Theta}_2^T \hat{\Theta}_2 - \dots - 2\sigma_{\Theta n} \tilde{\Theta}_n^T \hat{\Theta}_n - 2\sigma_{x2} \tilde{K}_{x2}^T \hat{K}_{x2} - \dots - 2\sigma_{xn} \tilde{K}_{xn}^T \hat{K}_{xn} = \\
&- e^T Q e - 2 \sum_{i=2}^n \left(\sigma_{ri} \tilde{k}_{ri} \hat{k}_{ri} + \sigma_{xi} \tilde{K}_{xi}^T \hat{K}_{xi} + \sigma_{\Theta i} \tilde{\Theta}_i^T \hat{\Theta}_i \right)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Burada I+AGF yapısına benzer bir yorum yapılabilir. Bundan dolayı, $k_{r2} = k_{r3} = \dots = k_{rm} = 0$ olması, $K_{x2} = K_{x3} = K_{x4} = \dots = K_{xn} = 0$ vektörlerinin olması $\Theta_2 = \Theta_3 = \Theta_4, \dots = \Theta_n = 0$ vektörünün olması, $K_{x1} = K_x$, $\Theta = \Theta_1$ ve $k_{r1} = k_r$ olması gerektiği için bu özellikler kullanılarak Denklem 2.43'teki gibi basitleştirilebilir.

$$\dot{V} = -e^T Q e - 2 \sum_{i=2}^n \left(\sigma_{r_i} \tilde{k}_{r_i} \tilde{k}_{r_i} + \sigma_{x_i} \tilde{K}_{x_i}^T \tilde{K}_{x_i} + \sigma_i \tilde{\Theta}_i^T \tilde{\Theta}_i \right) \leq -e^T Q e \quad (2.43)$$

Verilen adaptasyon mekanizmasında, Denklem 2.43'ten sonra standart MRAK ile aynı ifadeler kullanılarak asimptotik kararlılığı Barbalat Lemması üzerinden kanıtlanabilir. Bu yapı benzetim çalışmalarında NID koduyla tasarlanmış olan kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK'ın kararlılığı için kullanılmıştır. Ayrıca burada önerilen ispat yöntemi yalnızca NID kodu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının kararlılık analizinde değil aynı zamanda yüksek dereceli transfer fonksiyonlarına sahip adaptasyon mekanizmalarını içeren MRAK yapıların kararlılık analizlerinin gerçekleştirilmesinde de etkin bir şekilde kullanılabilir. Bu adaptasyon mekanizmasının tasarım parametreleri $\gamma = \gamma_{r1}$, $\gamma_1 = \gamma_{r2}$, $\gamma_2 = \gamma_{r3}$ ve $\sigma = \sigma_r$ olarak verilmiş, başlangıç şartları sıfır olarak seçilirse ve son olarak yalnızca k_r güncelleme mekanizması bulunan bir MRAK-I+AGF+AGF...+AGF-AM yapısı Şekil 2.6'da verilmiştir.



Şekil 2.6 : MRAK-I+AGF+AGF...-AM yapısının blok diyagramı

2.6 İntegral +Oransal + Alçak Geçiren Filtre (PI+AGF) Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK Tasarımı

Bu bölümde integral +oransal + alçak geçiren filtre (PI+AGF) adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK tasarımı yapılmıştır. Bu yapının ispatı basitçe yapılabilir. Bunun nedeni ise alçak geçiren filtrelerden birinin yaklaşık olarak oransal bir terim olarak da ifade edilebilmesidir. Örneğin, Şekil 2.6'da verilen $G_3(s) = \gamma_3 / (s + \sigma_3 \gamma_3)$ kısmında bulunan yapı $\sigma_3 \gamma_3 > 0$ değeri aşırı büyük bir değer seçilerek (örneğin: $\sigma_3 = 0.1$, $\gamma_3 = 1e1001$) alçak geçiren filtre yapısının aslında oransal terim ile yaklaşık olarak aynı davranışı göstereceği söylenebilir.

Bölüm 2.4'te verilen I+AGF yapısının işlemlerini tekrarlamamak için yalnızca k_r sinyalinde güncelleme mekanizmasının bulunduğu durum için hesaplamalar verilmiştir. Güncelleme mekanizması Denklem 2.44'te verilmiştir.

$$k_{ra} = \hat{k}_r - \gamma \gamma_c r e^T P B \quad (2.44)$$

Burada verilen $\hat{k}_r$ Denklem 2.32'de verilmiş olup, $\gamma, \gamma_c > 0$ pozitif değerlerdir. Bu yapı I+AGF adaptasyon mekanizmasının ekstra olarak paralel bir oransal terim eklenmiş halidir. Takip hatasının türevi Denklem 2.45'te verilmiştir

$$\dot{e} = A_m e + B \tilde{k}_r r - B B^T P e r^T \gamma \gamma_c r \quad (2.45)$$

Bu yapının kararlılığını analiz etmek için seçilen aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 2.46'da verilmiştir.

$$V = e^T P e + \gamma_{r1}^{-1} \tilde{k}_{r1}^2 + \gamma_{r2}^{-1} \tilde{k}_{r2}^2 \quad (2.46)$$

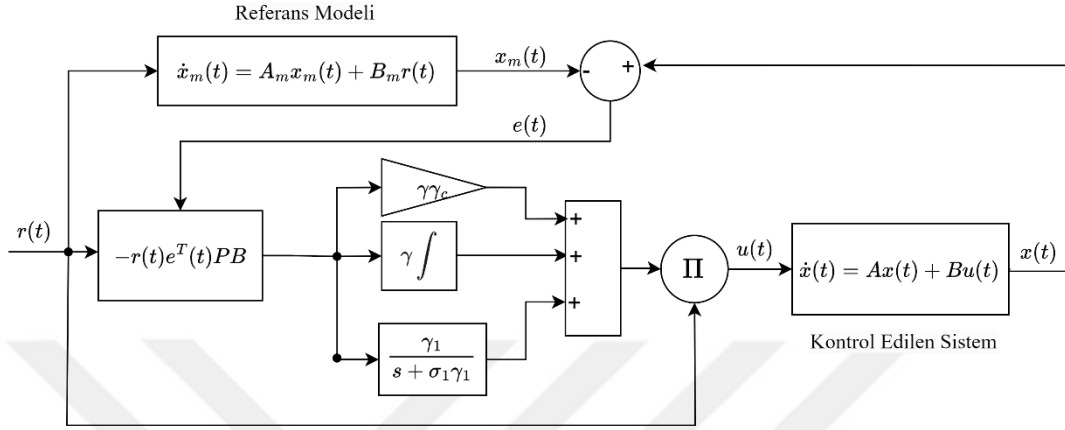
Bu yapının gerekli işlemler ve hesaplamalar yapılarak elde edilen zamana göre Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 2.47'de elde edilmiştir.

$$\dot{V} = -e^T Q e - \sigma_{r2} \tilde{k}_{r2}^2 - e^T (B^T P)^T (B^T P) e r^T \gamma \gamma_c r \quad (2.47)$$

PI adaptasyon mekanizması ve bir önceki sunulan I+AGF yapısına benzer şekilde Lyapunov fonksiyonunun türevinin Denklem 2.48'de verilen sınıra uyduğu söylenebilir.

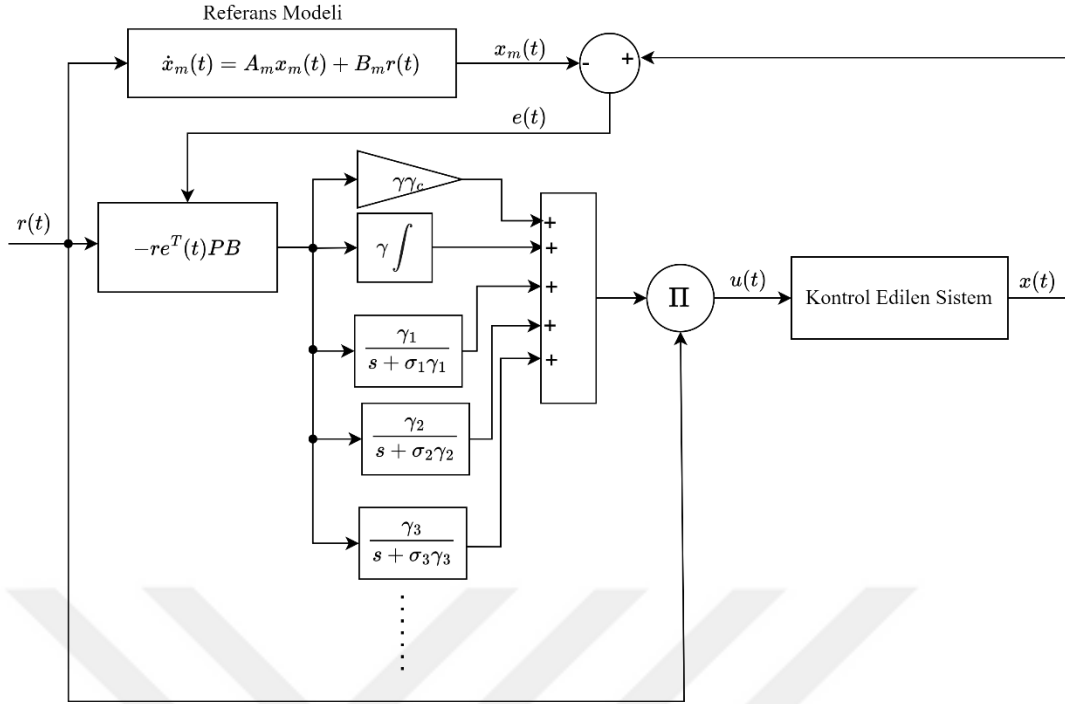
$$\dot{V} \leq -e^T Q e \quad (2.48)$$

I+AGF güncelleme mekanizmasının standart MRAK ile benzer ifadeler kullanılarak asimptotik kararlılık özelliği gösterilebilir. Bütün başlangıç koşullarının uygun boyuttaki sıfır değerlerinin seçildiği ve yalnızca k_r yapısının güncelleme mekanizmasının bulunduğu MRAK-PI+AGF-AM yapısı Şekil 2.7’de verilmiştir.



Şekil 2.7 : MRAK-PI+AGF-AM yapısının blok diyagramı

Benzer şekilde ispat aşamaları kullanılarak birden fazla paralel AGF +PI adaptasyon mekanizması da tasarlanabilir. Bölüm 2.4’te verilen I+AGF+AGF+...+AGF yapısının kararlılığına oldukça benzer olması ve oransal terimin yaklaşık olarak alçak geçiren filtre şeklinde ifade edilebildiği için işlem basamakları tekrarlanmayacaktır. Bu yapı ise Bölüm 4’te verilmiş olan rafine edilmiş olan Oustaloup yaklaşımı kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonlarının adaptasyon mekanizmasında kullanan yapının kararlılığını analiz etmek için kullanılmıştır. Yalnızca k_r güncelleme mekanizmasının bulunduğu ve başlangıç şartlarının sıfır olduğu bir sistemin yapısı Şekil 2.8’de verilmiştir.



Şekil 2.8 : MRAK-PI+AGF+AGF...AGF-AM yapısının blok diyagramı

2.7 Hata Telafili MRAK (HT-MRAK) Tasarımı

Hata telafili MRAK tasarımı standart MRAK ile aynı adaptasyon mekanizmasına sahiptir. Bu yapıyı standart MRAK kontrolcüsünden ayrı tutan kısım uygun bir şekilde hata teriminin kontrol yapısına eklenmesidir. Burada önerdiğimiz yöntem, Shi ve Zhao'nun 2017'de uyguladığı metodunun değiştirilmiş halidir. O çalışmada B vektörünün bir sebepten dolayı işareti değişirse seçilen k parametrelerinin işaretlerinin değişmesi gerekebildiği için bu yapı ortaya sunulmuştur [17].

Kontrol yapısı Denklem 2.49'da verilmiştir.

$$u = \hat{K}_x^T x + \hat{K}_r^T r + \hat{\Theta} \Phi(x) - k B^T P e \quad (2.49)$$

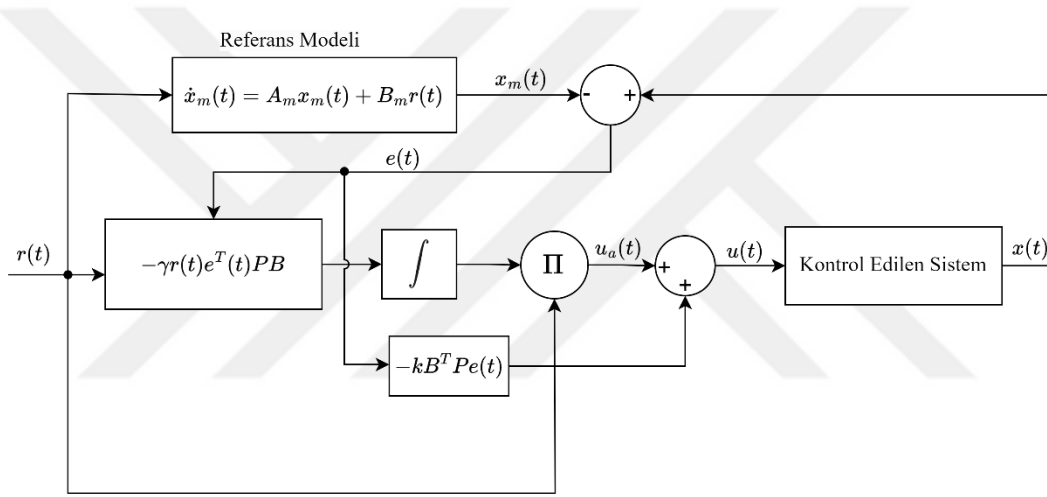
Buradaki $k > 0$ hata telafi katsayısıdır. Denklem 2.9'da verilen aday Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi güncelleme mekanizması olarak Denklem 2.14'te verilen adaptasyon mekanizması kullanılarak Denklem 2.50'deki gibi hesaplanmıştır.

$$\dot{V}(e, \tilde{K}_r, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}) = -e^T Q e - 2k e^T P B B^T P e \quad (2.50)$$

Buradan $e, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}, \tilde{k}_r$ parametrelerinin sınırlı olduğu ve $(B^T P)^T (B^T P)$ matrisinin yarı pozitif tanımlı bir matris olduğu için ikinci terim olan ifadenin değeri $2ke^T (B^T P)^T (B^T P)e \geq 0$ olacağı için Lyapunov fonksiyonun türevi Denklem 2.51'deki gibi basitleştirilebilir.

$$\dot{V}(e, \tilde{K}_r, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}) \leq -e^T Q e \quad (2.51)$$

Buradan klasik MRAK asimptotik kararlılık ispatıyla benzer bir ispat Barbalat Lemması kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu yapıda PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK ile benzer bir özelliğe sahiptir ve adaptasyon kazanç değeri ne kadar artarsa artsın uygun seçilen bir k katsayısı sayesinde kontrol işaretindeki salınımı engelleyebilir. Yalnızca k_r sinyali güncelleme mekanizmasında bulunan hata telafili MRAK yapısı Şekil 2.9'da verilmiştir.



Şekil 2.9 : Hata telafili MRAK (HT-MRAK) yapısının blok şeması

2.8 Kapalı Referans Modeline Sahip MRAK(KRM-MRAK) Tasarımı

Kapalı referans modeline Sahip MRAK (KRM-MRAK) tasarımı aslında tasarım referans modelinin Denklem 2.52'deki gibi dönüştürülmüş halidir.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r + \lambda e \quad (2.52)$$

Burada, $\lambda > 0$ tasarım parametresidir. Burada bulunan referans modeli aslında Denklem 2.3'te verilen referans modelini üstüne kapalı çevrim biçiminde sabit bir katsayıyla hata sinyalinin eklenmiş halidir. Denklem 2.1'de verilen kontrol edilen sistem, Denklem 2.52'de bulunan referans modeli, Denklem 2.14'te verilen güncelleme mekanizması, Denklem 2.7'de verilen kontrol yapısı kullanılarak MRAK mimarisine benzer olarak takip hatasının türevi Denklem 2.53'teki gibi elde edilebilir.

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m = A_m e + B\tilde{K}_x x + B\tilde{K}_r r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) - \lambda e \quad (2.53)$$

Aday Lyapunov fonksiyonunu Denklem 2.9’da verilmiştir. Aday Lyapunov türevi referans modeli, kontrol edilecek sistem, güncelleme mekanizması ve Denklem 2.53’te verilen takip hatasının türevi kullanılarak MRAK mimarisine benzer olarak Denklem 2.54’deki gibi hesaplanabilir.

$$\dot{V} = -e^T (Q + \lambda P) e \leq -e^T Q e \quad (2.54)$$

Burada aday Lyapunov fonksiyonu pozitif ve $\dot{V} = -e^T (Q + \lambda P) e \leq 0$ olduğundan dolayı $e, \tilde{K}_x, \tilde{\Theta}, \tilde{K}_r$ sinyalleri sınırlı olur. Referans modeli üstel olarak kararlı olduğu için, $r(t)$ ve $e(t)$ sinyalleri sınırlı olduğu için $x(t)$ sinyali de sınırlıdır. Aday Lyapunov fonksiyonunun zamana göre ikinci türevi Denklem 2.55’teki gibi hesaplanabilir.

$$\ddot{V}(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r, \tilde{\Theta}) = -2e^T (Q + \lambda P) (B\tilde{K}_x x + B\tilde{K}_r r - \tilde{\Theta}^T \Phi(x) - \lambda e) \quad (2.55)$$

Yukarıda bahsedilen özelliklerden dolayı Denklem 2.55’te verilen aday Lyapunov fonksiyonunun ikinci türevinin sınırlıdır ve bundan dolayı aday Lyapunov fonksiyonunun türevi düzgün kararlıdır. Bu özelliğinden dolayı Barbalat Lemması kullanılarak asimptotik kararlılık ispat edilir. Denklem 2.53’te verilen takip hatası Denklem 2.56’daki gibi de verilebilir.

$$\dot{e} = A_m e + B\tilde{K}_x x + B\tilde{K}_r r + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) - L e \quad (2.56)$$

Burada verilen $L \in R^{n \times n}$ diyagonal pozitif tanımlı bir matristir. Bu yapı daha fazla değer seçmeye izin vererek daha esnek bir hal alabilmektedir. Denklem 2.9’da verilen aday Lyapunov fonksiyonu ve gerekli işlemler yapılarak Lyapunov fonksiyonun türevi Denklem 2.57’deki gibi elde edilebilir.

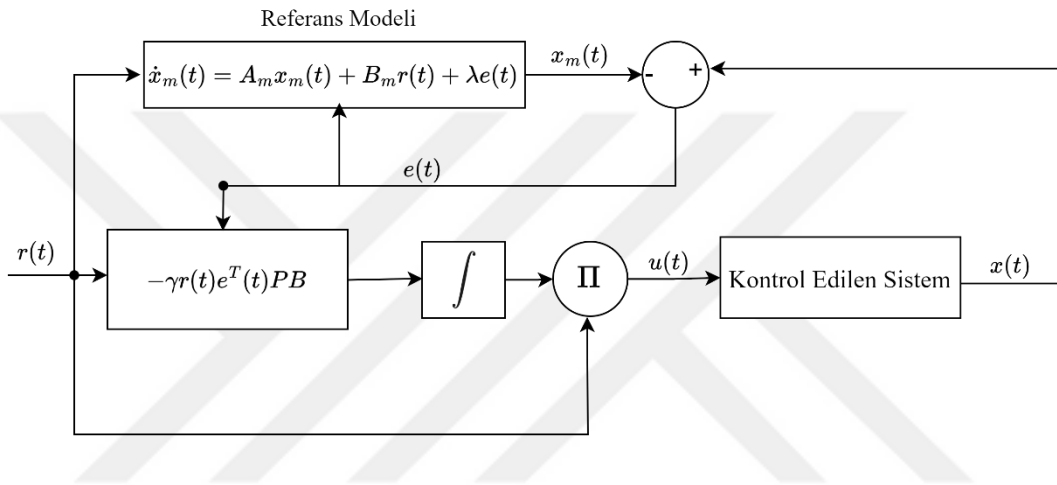
$$\dot{V}(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r, \tilde{\Theta}) = -e^T (Q + L P) e \quad (2.57)$$

Pozitif diyagonal bir matris ile diyagonal pozitif tanımlı bir matrisi pozitif tanımlı bir matris olacağından dolayı ve pozitif tanımlı iki matrisin toplamı pozitif tanımlı olacağından dolayı $Q + L P$ matrisi pozitif tanımlı olur ve benzer ifadeler kullanılarak asimptotik kararlılık yapısı Barbalat Lemması kullanılarak ispatlanabilir.

Bu yöntemin avantajı yüksek adaptif kazanç değeri veya değerleri verildiğinde bile salınımı engelleyebilmesidir. Bununla birlikte referans modelinde takip hatası değiştiği için

lineer olan referans modelini lineer olmayan bir hale getirmesidir. Bu da ideal referans modeline göre λ parametresi uygun seçilmediğinde geçici durum performansında çok yüksek aşım değerlerine gitmesine neden olabilir.

Buradaki problem, takip hatası zamanla sıfıra yakınsamasına rağmen referans modeli değiştiği için geçici durumda lineer referans modelinden ne kadar farklı performans gösterebileceğidir. Bu yapıdaki en büyük zorluklardan bir tanesi λ parametresinin uygun bir şekilde seçilmesidir. Benzetim çalışmasında bu durum gösterilecektir. Bu yapı Şekil 2.10'da verilmiştir.



Şekil 2.10 : KRM-MRAK'ın blok diyagramı

2.9 Sonuçlar

Bu bölümde verilen yöntemlerin benzetim çalışmaları lineer sistemler üzerinde Bölüm 4'te, lineer olmayan sistemler üzerinde ise Bölüm 5'te verilmiştir. Burada sunulan bütün MRAK yöntemlerin adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunduğu ve böylece asimptotik kararlı olduğu ifade edilmiştir. Bu bölümde önerilen ve sunulan MRAK yöntemleri sırasıyla standart MRAK, MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, MRAK I+AGF-AM, MRAK-I+AGF+AGF+...+AGF-AM, MRAK-PI+AGF-AM, MRAK-PI+AGF+AGF+...AGF-AM ve KRM-MRAK yöntemlerinin kararlılıkları aday Lyapunov fonksiyonları üzerinden gösterilmiş ve ispatları yapılmıştır.

Literatürde oransal terim + MRAK yapısının birlikte kullanıldığı çalışmadan etkilenecek HT-MRAK yapısını önerdik. Bu yapı B vektörünün işareti yön değiştirse bile kararlılığı etkilemediği için verilmiştir.

3. GÜRBÜZ MODEL REFERANS ADAPTİF KONTROLCÜ (MRAK) TASARIM METOTLARININ GELİŞTİRİLMESİ

3.1 Giriş

Adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan ve projeksiyon gibi yöntemler kullanılmayan yapılarda kontrol edilen sistemde sınırlı bir gürültü mevcutsa kestirilen parametrelerin bir sınırı olup olmadığı doğrudan belirlenemez ve bu durum parametre kayması sorununa yol açabilir. Bu sorunu çözmek için kontrolcü parametrelerinin değişimini sınırlayan projeksiyon yöntemi ya da integral alıcı terimine sızıntı terimi ekleyen yapılar kullanılabilir. Bu tür yöntemler arasında optimal kontrol modifikasyonu, σ modifikasyonu, e modifikasyonu ve ölü zaman modifikasyonu gibi çeşitli modifikasyonlar yer almaktadır [1,2,58,59].

Parametre kayma olayının görüldüğü MRAK yapılarında adaptasyon parametreleri veya tahmin edilen kontrolcü parametreleri sınırlı değildir. Bu durum adaptasyon parametrelerinin istenmeyen değerlere gitmesine ve dolayısıyla kontrol edilen sistemin kararsız hale gelmesine neden olabilir. Bu tez çalışmasında, parametre kaymasını engelleyen MRAK yöntemleri gürbüz metotlar olarak ifade edilmiştir.

Bu bölümde dört farklı adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısı incelenmiştir ve burada sunulan yapılardan hiçbirinde adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunmamaktadır. Bölüm 3.2’de σ modifikasyonlu standart MRAK yapısı verilmiş olup, Bölüm 3.3’te PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısının σ modifikasyonu verilmiştir. Bölüm 3.4’te ise PIFD adaptasyon mekanizmasına sahip σ modifikasyonu MRAK’ın kararlılık analizi yapılırken son olarak Bölüm 3.5’te AGF+AGF yapısına sahip adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK mimarisinin Lyapunov fonksiyonu üzerinden kararlılığı gösterilmiştir. Ayrıca önerilen AGF+AGF+AGF+...+AGF adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısının kararlılığı aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden elde edilmiştir.

3.2 Standart MRAK için σ Modifikasyonu (σ -MRAK)

Kontrol edilecek sistemin yapısı Denklem 3.1’de verilmiştir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + \Theta^{*T} \Phi(x)] + w \quad (3.1)$$

Burada $x \in R^n$ durum vektörünü, $u(t) \in R$ kontrol sinyali, $A \in R^{n \times n}$ bilinmeyen bir matris, $B \in R^n$ bilinen vektördür ve (A, B) çifti kontrol edilebilir. $\Theta^* \in R^p$ bilinmeyen bir vektör, $\Phi(x) \in R^p$ bilinen bir regresyon vektörüdür. Son olarak $w \in R^n$ bilinmeyen sınırlı bir gürültü vektörüdür. Referans modeli Denklem 3.2’de verilmiştir.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (3.2)$$

Burada $A_m \in R^{n \times n}$ Hurwitz, $B_m \in R^n$ bilinen bir vektör ve $r(t)$ sınırlı bir referans giriş sinyalidir. Mutlak uyumluluk şartı Denklem 3.3’teki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned} A + BK_x^* x &= A_m \\ BK_r^* &= B_m \end{aligned} \quad (3.3)$$

Kontrol işaretinin yapısı Denklem 3.4’te verilmiştir.

$$u = \Theta^T \Phi(x, r) \quad (3.4)$$

Bu yapının adaptif kuralı Denklem 3.5’te ifade edilmiştir.

$$\dot{\Theta} = -\Gamma[\Phi(x)e^T PB + \sigma\Theta] \quad (3.5)$$

Burada $\sigma > 0$ modifikasyon parametresidir ve $\Gamma \in R^{p \times p}$ boyutunda pozitif tanımlı bir matristir. Eğer $\Theta \in R$, başlangıç değeri sıfır ve $\gamma = \Gamma$ ise alçak geçiren filtre gibi olduğu Denklem 3.6’daki gibi gösterilebilir.

$$\Theta = -\frac{\gamma}{s + \gamma\sigma} \left[\Phi(x)e^T PB \right] \quad (3.6)$$

Burada σ modifikasyonu adaptif mekanizmasına ekstra sabit bir sönüm oranı ekler. Böylece adaptif parametreler sınırlandırılmış olur. Adaptif parametreleri sınırlandırmasıyla beraber ayrıca ideal asimptotik takip özelliği de kaybedilmiş olur [2]. Bu yapının kararlılığı incelemek için seçilen aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 3.7’de verilmiştir.

$$V = e^T P e + tr(\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\Theta}) \quad (3.7)$$

Burada $\tilde{\Theta} = \Theta - \Theta^*$ parametre kestirim hatasını gösterir. Takip hatasının türevi Denklem 3.8’deki gibi elde edilebilir.

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m = A_m e + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + w \quad (3.8)$$

Denklem 3.1’de verilen kontrol edilen sistem, Denklem 3.2’de verilen referans modeli, Denklem 2.10’da verilen Lyapunov eşitliği ve Denklem 3.8’de verilen takip hatasının türevi, Denklem 3.5’te verilen adaptasyon kuralı kullanılarak, Denklem 3.7’de verilen Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 3.9’da elde edilmiştir.

$$\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) = -e^T Q e + 2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + 2e^T P w + tr \left(-2\tilde{\Theta}^T \left[\Phi(xe^T P B + \sigma \Theta) \right] \right) \quad (3.9)$$

Gerekli işlemleri gerçekleştirilerek Denklem 3.9, Denklem 3.10’daki gibi basitleştirilebilir.

$$\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) = -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma tr(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} + \tilde{\Theta}^T \Theta^*) \quad (3.10)$$

Aday Lyapunov fonksiyonunun türevinin Denklem 3.11’deki gibi sınırlı olduğu, Denklem 3.10 üzerinden elde edilmiştir.

$$\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|e\| w_0 - 2\sigma \|\tilde{\Theta}\|^2 + 2\sigma \|\tilde{\Theta}\| \Theta_0 \quad (3.11)$$

Burada $\|\cdot\|$ Öklid normunu göstermektedir, $w_0 = \max \|w\|$ ve $\Theta_0 = \max \|\Theta^*\|$ temsil etmektedir. $\lambda_{\min}(\cdot)$ ve $\lambda_{\max}(\cdot)$ sırasıyla minimum ve maksimum öz değerleri gösterir. *maks* kısaltması ise maksimum değeri ifade eder. Çözümün kararlı olduğunu göstermek için kompakt bir kümenin içinde $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) > 0$ olduğunu kompakt kümenin dışında $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ olduğunu göstermek gerekir. Bunu göstermek için aday Lyapunov fonksiyonunun türevinin karesel şekilde ifadesi Denklem 3.12’de elde edilmiştir [2].

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq & -\lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P) w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + \frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} \\ & - 2\sigma \left(\|\tilde{\Theta}\| - \frac{\Theta_0}{2} \right)^2 + \frac{\Theta_0^2}{4} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Denklem 3.12, Denklem 3.13’te verilen şartlardan birisini sağlıyorsa $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ koşulunu sağlar.

$$\begin{aligned} \|e\| & \geq \frac{\lambda_{\min}(P) w_0}{\lambda_{\min}(Q)} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{2\sigma \lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma \Theta_0^2}{2\lambda_{\min}(Q)}} = p \\ \|\tilde{\Theta}\| & \geq \frac{\Theta_0}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{2\sigma \lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma \Theta_0^2}{2\lambda_{\min}(Q)}} = \alpha \end{aligned} \quad (3.13)$$

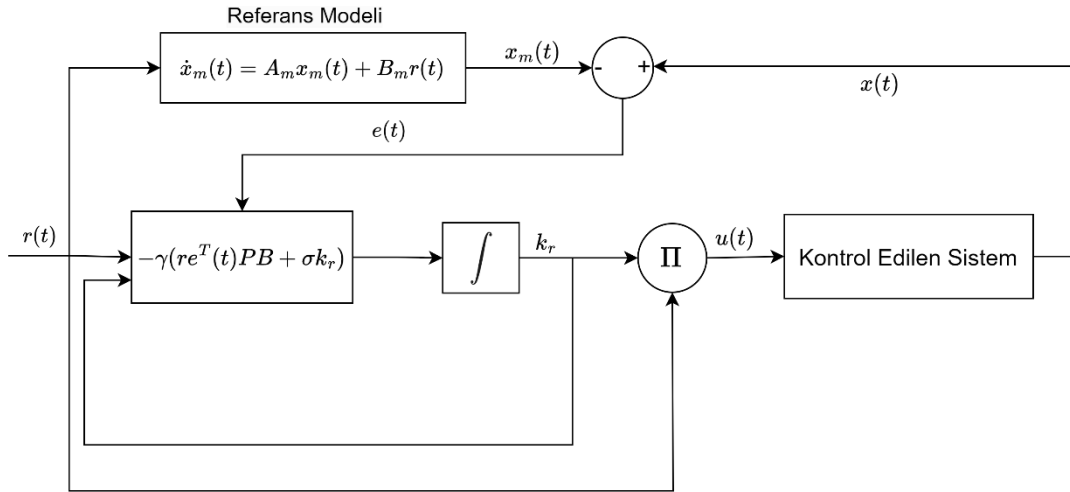
Kompakt kümenin dışı olan L kümesi Denklem 3.14 tanımlanmıştır.

$$L = \left\{ \begin{aligned} & \left(e, \tilde{\Theta} \right) : \lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + 2\sigma \left(\|\tilde{\Theta}\| - \frac{\Theta_0}{2} \right)^2 \\ & \leq \frac{\lambda_{\min}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma\Theta_0^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Yukarıda bahsedilen koşullardan dolayı çözüm nihai olarak düzgün sınırlıdır. Nihai sınırlar Denklem 3.15'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} p \leq \|e\| &\leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma^{-1})\alpha^2}{\lambda_{\min}(P)}} = \rho \\ \alpha \leq \|\tilde{\Theta}\| &\leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma^{-1})\alpha^2}{\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

σ değeri arttıkça Denklem 3.13'e bağlı olarak nihai sınır büyüyeceğinden takip hatası da artar. σ -MRAK'ta takip hatası ile gürbüzlük arasında zıt ilişki olduğunu gösterir [2]. $\sigma = 0$ olursa standart MRAK özelliğini gösterir ve $w_0 \neq 0$ ise $\|\tilde{\Theta}\|$ sınırsız olabilir ve parametre kayma sorunuyla karşılaşılabilir. σ -MRAK yapısını göstermek için $\Phi(x, r) = r$ olarak seçilir ise ve başka güncelleme mekanizması bulunmadığı kabul edilirse Şekil 3.1'deki gibi gösterilebilir [2].



Şekil 3.1 : σ -MRAK yapısının blok şeması

3.3 σ Modifikasyonlu PI Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK (σ -MRAK-PI-AM)

σ -MRAK-PI-AM yapısını tasarlamak için ilk olarak ekstra bir değişken Denklem 3.16'da verilmiştir.

$$M_a = \Phi(x, r) e^T P B + \sigma \Theta \quad (3.16)$$

Burada $\sigma > 0$ olan bir tasarım parametresidir ve M_a yapısının σ -MRAK yapısındaki güncelleme mekanizmasıyla oldukça benzer olduğu görülmektedir. Ekstra değişken üzerinden verilen adaptasyon mekanizması Denklem 3.17'de verilmiştir.

$$\dot{\Theta} = -\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} \quad (3.17)$$

Denklem 3.4'te verilen kontrol yapısı, Denklem 3.1'de verilen sistem ve Denklem 3.2'de verilen referans modeli ve Denklem 3.17'de verilen güncelleme mekanizması kullanılarak takip hatasının türevi Denklem 3.18'de elde edilmiştir.

$$\dot{e} = A_m e + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + w \quad (3.18)$$

Bu yapının kararlılığını incelemek için seçilen aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 3.19'da verilmiştir.

$$V = e^T P e + tr \left[(\tilde{\Theta} + \Gamma_a M_a)^T \Gamma^{-1} (\tilde{\Theta} + \Gamma_a M_a) \right] \quad (3.19)$$

Burada $\Gamma, \Gamma_a \in R^{p \times p}$ matrisleri pozitif tanımlı diyagonal matrislerdir ve seçilen aday Lyapunov fonksiyonu pozitif bir fonksiyondur. Aday Lyapunov fonksiyonun türevi Denklem 3.20'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \\ & tr \left(2 \tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2 M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2 \tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2 M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Denklem 3.17'de verilen güncelleme mekanizması Denklem 3.20'de yerine yazıldığında Denklem 3.21 elde edilir.

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + tr(-2 \tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} M_a - 2 M_a^T \Gamma_a M_a) \quad (3.21)$$

$-2M_a^T \Gamma_a M_a \leq 0$ olduğu için Denklem 3.21’de verilen ifade Denklem 3.22’deki eşitsizliğe dönüştürülebilir.

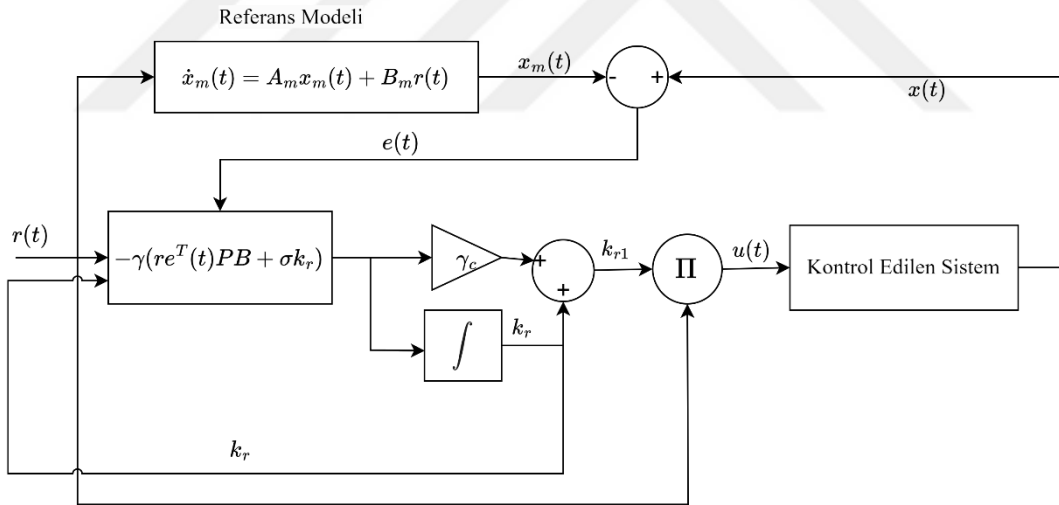
$$\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \text{tr}(-2\tilde{\Theta}^T M_a) \quad (3.22)$$

Aşağıda verilen Denklem 3.23, Denklem 3.16, Denklem 3.18 ve Denklem 2.10’da tanımlanan Lyapunov eşitliği Denklem 3.22’de yerine yazılmasıyla elde edilmiştir.

$$\dot{V} \leq -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} + \tilde{\Theta}^T \Theta^*) \quad (3.23)$$

Denklem 3.23’te, Denklem 3.11’den Denklem 3.14’e kadar aynı işlemler yapılarak σ -MRAK ile aynı özelliklere sahip olduğu gösterilebilir. Bu yapıda da σ -MRAK gibi parametre kayması sınırlıdır.

Bu yapıyı göstermek için $\Phi(x, r) = r$ seçilmiş ve başka güncelleme mekanizması ve ekstra bir nominal kontrolcü bulunmadığı kabul edilmiş ve son olarak $\gamma = \Gamma$, $\gamma \gamma_c = \Gamma_a$ olarak ifade edilirse σ -MRAK-PI-AM yapısı Şekil 3.2’deki gibi gösterilmiştir.



Şekil 3.2 : σ -MRAK-PI-AM yapısının blok diyagramı

3.4 σ Modifikasyonlu PIFD Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK(σ -MRAK-PIFD-AM)

Bu yapının ispatı σ -MRAK-PI-AM’in yapısına oldukça benzer bir şekilde yapılacaktır. Denklem 3.24’te ekstra iki değişken tanımlanmıştır.

$$M_a = \Phi(x, r)e^T PB + \sigma\Theta$$

$$M_b = N \left[1 - \frac{N}{s + N} \right] M_a \quad (3.24)$$

$N > 0$ olduğu için M_b vektörü ile M_a vektörünün i . elemanlarının işareti daima aynı olduğu Lemma 2.1 üzerinden gösterilebilir. Seçilen güncelleme mekanizması Denklem 3.25'te verilmiştir.

$$\dot{\Theta} = -\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} - \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \quad (3.25)$$

Denklem 3.25'te verilen adaptasyon mekanizmasının kararlılığını analiz etmek için kullanılan aday Lyapunov fonksiyonu, Denklem 3.26'da gösterilmiştir.

$$V = e^T P e + tr \left[(\tilde{\Theta} + \Gamma_a M_a + \Gamma_b M_b)^T \Gamma^{-1} (\tilde{\Theta} + \Gamma_a M_a + \Gamma_b M_b) \right] \quad (3.26)$$

Bu yapı için elde edilen takip hatasını türevi Denklem 3.27'de gösterilmiştir.

$$\dot{e} = A_m e + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + w \quad (3.27)$$

Denklem 3.26'da verilen aday Lyapunov fonksiyonunun açılmış hali Denklem 3.28'de verilmiştir.

$$V = e^T P e + tr \left[\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b + M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a + 2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b + M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b \right] \quad (3.28)$$

Denklem 3.28'de açılan aday Lyapunov fonksiyonunun zamana göre türevi Denklem 3.29'da hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e^T P \dot{e} + \dot{e}^T P e + tr \left(2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right) + \\ & tr \left(2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right) + \\ & tr \left(2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Denklem 3.25'te tanımlanan güncelleme kuralı, Denklem 3.29'da yerine yazıldığında, aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 3.30'daki forma dönüştürülmüş olur.

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + tr(-2\tilde{\Theta}^T M_a - 2M_a^T \Gamma_a M_a - 2M_b^T \Gamma_b M_a) \quad (3.30)$$

Denklem 3.30’da $-2M_a^T \Gamma_a M_a \leq 0$ ve Lemma 2.1’den M_a ve M_b vektörlerinin işaretlerinin aynı yönde olması gerektiği için $-2M_b^T \Gamma_b M_a \leq 0$ olacağı için aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 3.31 biçiminde ifade edilebilir.

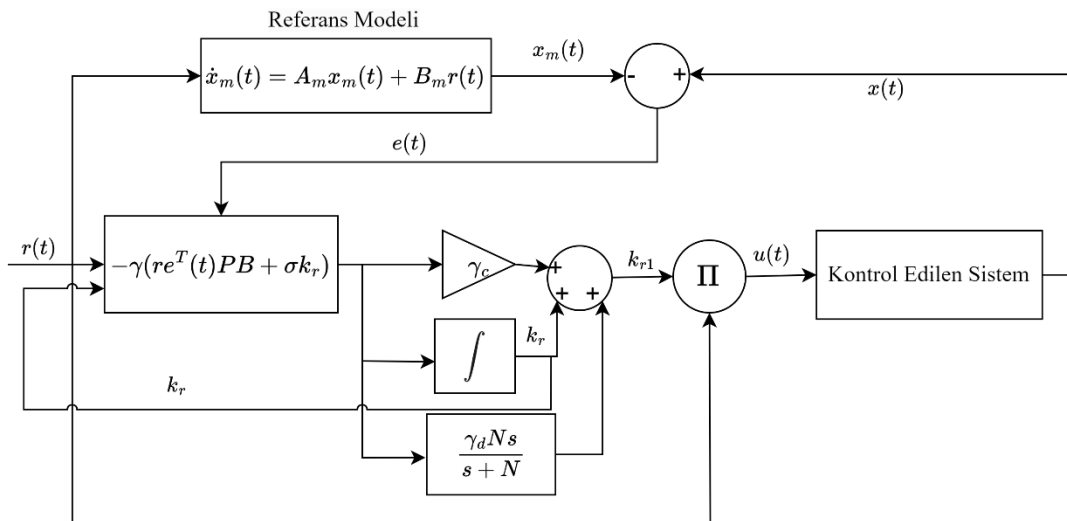
$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \text{tr}(-2\tilde{\Theta}^T M_a - 2M_a^T \Gamma_a M_a - 2M_b^T \Gamma_b M_a) \\ &\leq \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + \text{tr}(-2\tilde{\Theta}^T M_a)\end{aligned}\quad (3.31)$$

Denklem 3.31’de Denklem 2.10 verilen Lyapunov eşitliği, Denklem 3.24’de verilen M_a vektörü yerine yazılarak Denklem 3.32 elde edilebilir.

$$\dot{V} \leq -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} + \tilde{\Theta}^T \Theta^*) \quad (3.32)$$

Bu aşamadan sonra, σ -MRAK ile Denklem 3.11 ile Denklem 3.15 arasındaki aynı işlemler yapılarak bu yapının parametre kaymasına karşı gürbüz olduğu ifade edilebilir. Bu yapıda da aynı MRAK kontrolcüsüne σ modifikasyonu uygulandığı gibi parametre kayması sınırlıdır. Burada $\Gamma_a = 0$ uygun boyutlu bir kare matris seçilerek aynı yapı aslında σ -MRAK-integral + filtrelenmiş türev-AM yapısı da elde edilebilir. İsimlendirme içinde bu tarz yapılara da basitlik için σ -MRAK-PIFD-AM olarak isimlendirilecektir.

Bu yapıyı en basit şekilde göstermek için $\Phi(x, r) = r$ olarak seçildiği varsayılırsa ve ekstra bir nominal kontrolcü bulunmadığı kabul edilir ise bu yapı Şekil 3.3’teki gibi gösterilebilir. Bunun göstermek için tasarım parametreleri $\Gamma = \gamma$, $\Gamma_a = \gamma\gamma_c$ ve $\Gamma_b = \gamma\gamma_d$ olarak verilmiştir.



Şekil 3.3 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının blok şeması

3.5 AGF+AGF Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK

Burada kullanılacak adaptasyon mekanizması aslında iki farklı σ modifikasyonunun paralel birleşimi olarak değerlendirilebilir. Adaptasyon mekanizması Denklem 3.33'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{\Theta}_1 &= -\Gamma_1[\Phi(x)e^T PB + \sigma_1 \Theta_1] \\ \dot{\Theta}_2 &= -\Gamma_2[\Phi(x)e^T PB + \sigma_2 \Theta_2] \\ \Theta &= \Theta_1 + \Theta_2\end{aligned}\tag{3.33}$$

Burada $\Gamma_1, \Gamma_2 \in R^{p \times p}$ pozitif tanımlı matrislerdir, $\sigma_1 > 0$ ve $\sigma_2 > 0$ modifikasyon parametreleridir. Adaptasyon mekanizmasındaki başlangıç şartlarının sıfır olduğu kabul edilirse $\Phi = r$, $\gamma_1 = \Gamma_1$, $\gamma_2 = \Gamma_2$ olarak gösterilirse, Denklem 3.34'teki gibi gösterilebilir.

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= -\frac{\gamma_1}{s + \gamma_1 \sigma_1} [re^T PB], \quad \Theta_2 = -\frac{\gamma_2}{s + \gamma_2 \sigma_2} [re^T PB] \\ \Theta &= -\left[\frac{\gamma_1}{s + \gamma_1 \sigma_1} + \frac{\gamma_2}{s + \gamma_2 \sigma_2} \right] [re^T PB]\end{aligned}\tag{3.34}$$

Seçilen kontrol yapısı Denklem 3.35'te verilmiştir.

$$u = \Theta_1^T \Phi(x) + \Theta_2^T \Phi(x)\tag{3.35}$$

Kullanılan takip hatası $e = x - x_m$ olarak belirlenmiştir. Takip hatasının türevi Denklem 3.36'da elde edilmiştir.

$$\dot{e} = A_m e + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + w\tag{3.36}$$

Bu yapının kararlılık analizi için kullanılacak aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 3.37'de seçilmiştir.

$$V(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) = e^T P e + tr(\tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\Theta}_1) + tr(\tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\Theta}_2)\tag{3.37}$$

Burada $\tilde{\Theta}_1 = \Theta_1 - \Theta_1^*$ ve $\tilde{\Theta}_2 = \Theta_2 - \Theta_2^*$ parametre kestirim hatalarını temsil etmektedir. Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi, Denklem 3.37'de verilen aday Lyapunov fonksiyonu, Denklem 2.10'da verilen Lyapunov eşitliği, Denklem 3.1'de verilen kontrol edilen sistem, Denklem 3.2'de verilen referans modeli, Denklem 3.36'de verilen takip

hatasının türevi, Denklem 3.35 verilen kontrol işareti ve Denklem 3.33'te verilen güncelleme mekanizması kullanılarak Denklem 3.38'deki gibi elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) = & -e^T Q e + 2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + 2e^T P w + \\ & tr\left(-2\tilde{\Theta}_1^T \left[\Phi(x)e^T P B + \sigma_1 \Theta_1\right]\right) + tr\left(-2\tilde{\Theta}_2^T \left[\Phi(x)e^T P B + \sigma_2 \Theta_2\right]\right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Denklem 3.38'de verilen $\tilde{\Theta} = \tilde{\Theta}_1 + \tilde{\Theta}_2$ olduğu göz önüne alındığında, Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 3.39'da belirtildiği şekilde elde edilebilir.

$$\dot{V}(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) = -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma_1(\tilde{\Theta}_1^T \tilde{\Theta}_1 + \tilde{\Theta}_1^T \Theta_1^*) - 2\sigma_2(\tilde{\Theta}_2^T \tilde{\Theta}_2 + \tilde{\Theta}_2^T \Theta_2^*) \quad (3.39)$$

Denklem 3.39 verilen aday Lyapunov fonksiyonunun türevi, Denklem 3.40'da sınırlandırılmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) \leq & \lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|e\| w_0 - 2\sigma_1 \|\tilde{\Theta}_1\|^2 + 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_1\| \Theta_{10} \\ & - 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_2\|^2 + 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_2\| \Theta_{20} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Denklem 3.40'ın karesel ifadesi gerekli işlemler yapılarak Denklem 3.41'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2) \leq & -\lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P) w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + \frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} \\ & - 2\sigma_1 \left(\|\tilde{\Theta}_1\| - \frac{\Theta_{10}}{2} \right)^2 + \frac{\sigma_1 \Theta_{10}^2}{2} - 2\sigma_2 \left(\|\tilde{\Theta}_2\| - \frac{\Theta_{20}}{2} \right)^2 + \frac{\sigma_2 \Theta_{20}^2}{2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Burada $w_0 = \max \|w\|$, $\Theta_{10} = \max \|\Theta_1^*\|$ ve $\Theta_{20} = \max \|\Theta_2^*\|$ temsil eder. Çözümün kararlı olduğunu göstermek için kompakt bir kümenin içinde $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) > 0$ olduğunu, kompakt kümenin dışında $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ olduğunu göstermek gerekir. Denklem 3.42'de verilen şartlardan birisini sağlıyorsa $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ olur.

$$\begin{aligned} \|e\| & \geq \frac{\lambda_{\max}(P) w_0}{\lambda_{\min}(Q)} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{\lambda_{\min}^2(Q)} + \frac{\sigma_1 \Theta_{10}^2}{2\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_2 \Theta_{20}^2}{2\lambda_{\min}(Q)}} = p \\ \|\Theta_1\| & \geq \frac{\Theta_{10}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{2\sigma_1 \lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1 \Theta_{10}^2}{4\sigma_1} + \frac{\sigma_2 \Theta_{20}^2}{4\sigma_1}} = \alpha_1 \\ \|\Theta_2\| & \geq \frac{\Theta_{20}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P) w_0^2}{2\sigma_2 \lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1 \Theta_{10}^2}{4\sigma_2} + \frac{\sigma_2 \Theta_{20}^2}{4\sigma_2}} = \alpha_2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

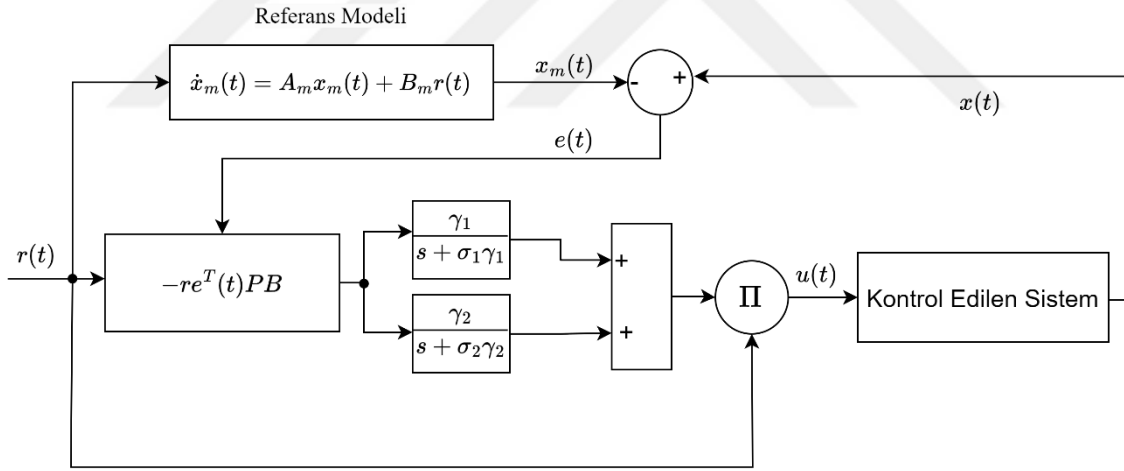
Kompakt kümenin dışı olan $L1$ kümesi tanımı Denklem 3.43'te verilmiştir.

$$L1 = \left\{ \begin{aligned} & \left(e, \tilde{\Theta} \right) : \lambda_{\min}(Q) \left[\left\| e \right\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + 2\sigma_1 \left(\left\| \tilde{\Theta}_1 \right\| - \frac{\Theta_{10}}{2} \right)^2 + \\ & 2\sigma_2 \left(\left\| \tilde{\Theta}_2 \right\| - \frac{\Theta_{20}}{2} \right)^2 \leq \frac{\lambda_{\min}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1 \Theta_{10}^2}{2} + \frac{\sigma_2 \Theta_{20}^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Yukarıda bahsedilen koşullardan dolayı çözüm nihai olarak düzgün sınırlıdır. Nihai sınırlar Denklem 3.44'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} p \leq \|e\| &\leq \frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2}{\lambda_{\min}(P)} \\ \alpha_1 \leq \|\tilde{\Theta}_1\| &\leq \frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_1^{-1})} \\ \alpha_2 \leq \|\tilde{\Theta}_2\| &\leq \frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_2^{-1})} \end{aligned} \quad (3.44)$$

MRAK-AGF+AGF-AM mimarisi için regresyon fonksiyonu $\Phi(x, r) = r$ seçilmiş ve Şekil 3.4'te gösterilmiştir.



Şekil 3.4 : Önerilen AGF+AGF-AM sahip MRAK yapısı

Bu yapıdan yararlanarak aynı zamanda N' tane paralel alçak geçiren filtre yapısını içeren bir adaptasyon mekanizması oluşturabiliriz. Bunun için verilen adaptasyon mekanizması Denklem 3.45'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\dot{\Theta}_1 &= -\Gamma_1[\Phi(x)e^T PB + \sigma_1 \Theta_1] \\
\dot{\Theta}_2 &= -\Gamma_2[\Phi(x)e^T PB + \sigma_2 \Theta_2] \\
&\dots \\
\dot{\Theta}_n &= -\Gamma_n[\Phi(x)e^T PB + \sigma_n \Theta_n] \\
\Theta &= \Theta_1 + \Theta_2 + \dots + \Theta_n
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Burada $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots, \Gamma_n \in R^{p \times p}$ pozitif tanımlı matrislerdir ve $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n > 0$ birbirlerinden farklı modifikasyon parametreleridir. Kontrol sinyalinin yapısı Denklem 3.46'da verilmiştir.

$$u = \Theta_1^T \Phi(x) + \Theta_2^T \Phi(x) + \dots + \Theta_n^T \Phi(x) = \sum_{i=1}^n \Theta_i^T \Phi(x) \tag{3.46}$$

Takip hatasının türevi gerekli işlemler yapılarak Denklem 3.47'de elde edilmiştir.

$$\dot{e} = A_m e + B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + w \tag{3.47}$$

Aday Lyapunov fonksiyonu Denklem 3.48'deki gibi seçilmiştir.

$$\begin{aligned}
V(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2, \dots, \tilde{\Theta}_n) &= e^T P e + tr(\tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\Theta}_1 + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\Theta}_2 + \dots + \tilde{\Theta}_n^T \Gamma_n^{-1} \tilde{\Theta}_n) \\
&= e^T P e + tr\left(\sum_{i=1}^n \tilde{\Theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\Theta}_i\right)
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi, Denklem 2.10 verilen Lyapunov eşitliği, Denklem 3.47'da verilen takip hatasının türevi, Denklem 3.46 verilen kontrol yapısı, Denklem 3.45'te verilen adaptasyon mekanizması kullanılarak ve Denklem 3.48'de verilen aday Lyapunov fonksiyonu kullanarak Denklem 3.49'daki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -e^T Q e + 2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) - 2e^T P w + tr\left(-2\tilde{\Theta}_1^T [\Phi(x)e^T PB + \sigma_1 \Theta_1]\right) \\
&\quad + tr\left(-2\tilde{\Theta}_2^T [\Phi(x)e^T PB + \sigma_2 \Theta_2]\right) + \dots + tr\left(-2\tilde{\Theta}_n^T [\Phi(x)e^T PB + \sigma_n \Theta_n]\right) \\
&= -e^T Q e + 2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + 2e^T P w + \sum_{i=1}^n tr\left(-2\tilde{\Theta}_i^T [\Phi(x)e^T PB + \sigma_i \Theta_i]\right)
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Denklem 3.49'da gerekli işlemler gerçekleştirilerek Denklem 3.50'da elde edilir.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2, \dots, \tilde{\Theta}_n) &= -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma_1(\tilde{\Theta}_1^T \tilde{\Theta}_1 + \tilde{\Theta}_1^T \Theta_1^*) \\
&\quad - 2\sigma_2(\tilde{\Theta}_2^T \tilde{\Theta}_2 + \tilde{\Theta}_2^T \Theta_2^*) - \dots - 2\sigma_n(\tilde{\Theta}_n^T \tilde{\Theta}_n + \tilde{\Theta}_n^T \Theta_n^*) \\
&= -e^T Q e + 2e^T P w - \sum_{i=1}^n \sigma_i(\tilde{\Theta}_i^T \tilde{\Theta}_i + \tilde{\Theta}_i^T \Theta_i^*)
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem 3.51'deki gibi sınırlandırılabilir.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, \tilde{\Theta}_3, \tilde{\Theta}_4) &\leq \lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + 2\lambda_{\max}(P)w_0 - 2\sigma_1 \|\tilde{\Theta}_1\|^2 + 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_1\| \Theta_{10} \\
&- 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_2\|^2 + 2\sigma_2 \|\tilde{\Theta}_2\| \Theta_{20} \dots - 2\sigma_n \|\tilde{\Theta}_n\|^2 + 2\sigma_n \|\tilde{\Theta}_n\| \Theta_{n0} = \\
&\lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 + 2\lambda_{\max}(P)w_0 - 2\sum_{i=1}^n \sigma_i \|\tilde{\Theta}_i\|^2 + 2\sum_{i=1}^n \sigma_i \|\tilde{\Theta}_i\| \Theta_{i0}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Burada $w_0 = \max \|w\|$, $\Theta_{10} = \max \|\Theta_1^*\|$, $\Theta_{20} = \max \|\Theta_2^*\|$, ..., $\Theta_{n0} = \max \|\Theta_n^*\|$ değerlerini temsil etmektedir. Denklem 3.52, Denklem 3.51'nin karesel bir ifadeye dönüştürülmüş halidir.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + \frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} \\
&- 2\sigma_1 \left(\|\tilde{\Theta}_1\| - \frac{\Theta_{10}}{2} \right)^2 + \frac{\Theta_{10}^2}{4} - 2\sigma_2 \left(\|\tilde{\Theta}_2\| - \frac{\Theta_{20}}{2} \right)^2 + \frac{\Theta_{20}^2}{4} \dots \\
&- 2\sigma_n \left(\|\tilde{\Theta}_n\| - \frac{\Theta_{n0}}{2} \right)^2 + \frac{\Theta_{n0}^2}{4} - 2\sigma_n \left(\|\tilde{\Theta}_n\| - \frac{\Theta_{n0}}{2} \right)^2 + \frac{\Theta_{n0}^2}{4}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Denklem 3.52 üzerinde gerekli işlemler yapılarak Denklem 3.53'teki kompakt form verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq -\lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + \frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} - \\
&2\sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\|\tilde{\Theta}_i\| - \frac{\Theta_{i0}}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \Theta_{i0}^2
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Çözümün kararlı olduğunu göstermek için kompakt bir kümenin içinde $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) > 0$ olduğunu, kompakt kümenin dışında $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ olduğunu göstermek gerekir. Denklem 3.53'te verilen şartlardan birisini sağlıyorsa $\dot{V}(e, \tilde{\Theta}) \leq 0$ olur.

$$\begin{aligned}
\|e\| &\geq \frac{\lambda_{\min}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}^2(Q)} + \frac{\sigma_1\Theta_{10}^2}{2\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_2\Theta_{20}^2}{2\lambda_{\min}(Q)} + \dots + \frac{\sigma_n\Theta_{n0}^2}{2\lambda_{\min}(Q)}} = p \\
\|\tilde{\Theta}_1\| &\geq \frac{\Theta_{10}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{2\sigma_1\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1\Theta_{10}^2}{4\sigma_1} + \frac{\sigma_2\Theta_{20}^2}{4\sigma_1} + \dots + \frac{\sigma_n\Theta_{n0}^2}{4\sigma_1}} = \alpha_1 \\
\|\tilde{\Theta}_2\| &\geq \frac{\Theta_{20}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{2\sigma_2\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1\Theta_{10}^2}{4\sigma_2} + \frac{\sigma_2\Theta_{20}^2}{4\sigma_2} + \dots + \frac{\sigma_n\Theta_{n0}^2}{4\sigma_2}} = \alpha_2 \\
&\dots \\
\|\tilde{\Theta}_n\| &\geq \frac{\Theta_{n0}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{2\sigma_n\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1\Theta_{10}^2}{4\sigma_n} + \frac{\sigma_2\Theta_{20}^2}{4\sigma_n} + \dots + \frac{\sigma_n\Theta_{n0}^2}{4\sigma_n}} = \alpha_n
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Açık halleri Denklem 3.53'te verilmiş olan eşitsizliklerin kompakt halleri Denklem 3.54'de sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
\|e\| &\geq \frac{\lambda_{\min}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}^2(Q)} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i\Theta_{i0}^2}{2\lambda_{\min}(Q)}} = p \\
\|\tilde{\Theta}_1\| &\geq \frac{\Theta_{10}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{2\sigma_1\lambda_{\min}(Q)} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i\Theta_{i0}^2}{4\sigma_1}} = \alpha_1 \\
&\dots \\
\|\tilde{\Theta}_n\| &\geq \frac{\Theta_{n0}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda_{\max}^2(P)w_0^2}{2\sigma_n\lambda_{\min}(Q)} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i\Theta_{i0}^2}{4\sigma_n}} = \alpha_n
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Kompakt kümenin dışı olan $L2$ kümesi tanımı Denklem 3.55'te verilmiştir.

$$L2 = \left\{ \begin{aligned} &(e, \tilde{\Theta}) : \lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + 2\sigma_1 \left(\|\tilde{\Theta}_1\| - \frac{\Theta_{10}}{2} \right)^2 + \\ &2\sigma_2 \left(\|\tilde{\Theta}_2\| - \frac{\Theta_{20}}{2} \right)^2 + \dots + 2\sigma_n \left(\|\tilde{\Theta}_n\| - \frac{\Theta_{n0}}{2} \right)^2 \\ &\leq \frac{\lambda_{\min}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} + \frac{\sigma_1\Theta_{10}^2}{2} + \frac{\sigma_2\Theta_{20}^2}{2} + \dots + \frac{\sigma_n\Theta_{n0}^2}{2} \end{aligned} \right\} \tag{3.55}$$

$L2$ kümesinin kompakt formu Denklem 3.56 verilmiştir.

$$L2 = \left\{ \begin{aligned} &(e, \tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2, \dots, \tilde{\Theta}_n) : \lambda_{\min}(Q) \left[\|e\| - \frac{\lambda_{\max}(P)w_0}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 \\ &+ 2 \sum_{i=1}^n \sigma_i \left(\|\tilde{\Theta}_i\| - \frac{\Theta_{i0}}{2} \right)^2 \leq \frac{\lambda_{\min}^2(P)w_0^2}{\lambda_{\min}(Q)} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_i \Theta_{i0}^2 \end{aligned} \right\} \tag{3.56}$$

Yukarıda bahsedilen koşullardan dolayı çözüm nihai olarak düzgün sınırlıdır. Nihai sınırlar Denklem 3.57'de verilmiştir.

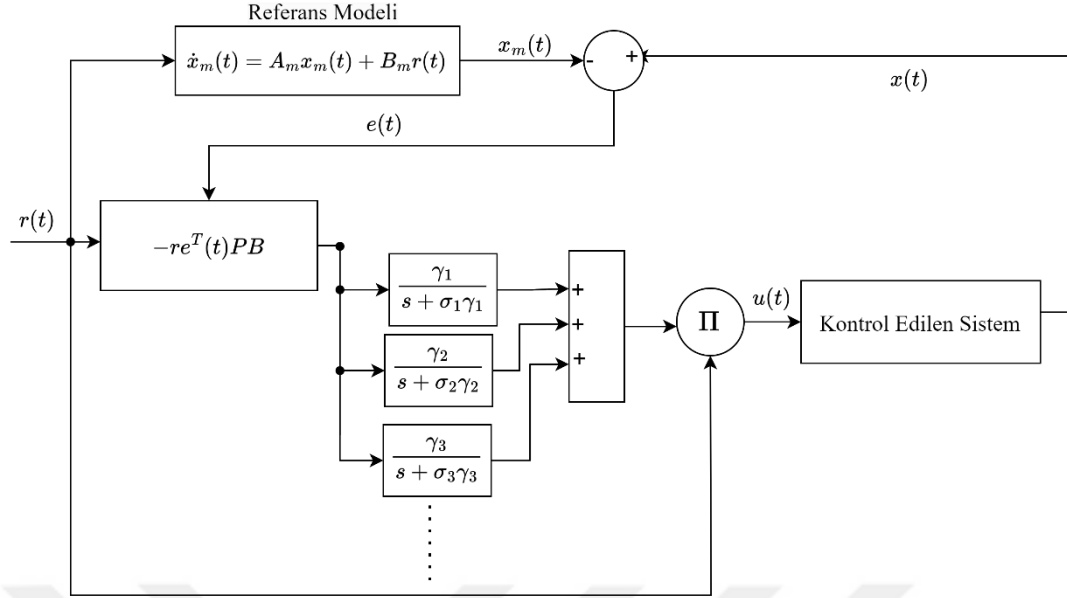
$$\begin{aligned}
p &\leq \|e\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2 + \dots + \lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})\alpha_n^2}{\lambda_{\min}(P)}} = \rho \\
\alpha_1 &\leq \|\tilde{\Theta}_1\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2 + \dots + \lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})\alpha_n^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_1^{-1})}} \\
\alpha_2 &\leq \|\tilde{\Theta}_2\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2 + \dots + \lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})\alpha_n^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_2^{-1})}} \\
&\dots \\
\alpha_n &\leq \|\tilde{\Theta}_n\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_1^{-1})\alpha_1^2 + \lambda_{\max}(\Gamma_2^{-1})\alpha_2^2 + \dots + \lambda_{\max}(\Gamma_n^{-1})\alpha_n^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_n^{-1})}}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

Nihai sınırlar kompakt şekilde Denklem 3.58’de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
p &\leq \|e\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})\alpha_i^2}{\lambda_{\min}(P)}} = \rho \\
\alpha_1 &\leq \|\tilde{\Theta}_1\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})\alpha_i^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_1^{-1})}} \\
\alpha_2 &\leq \|\tilde{\Theta}_2\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})\alpha_i^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_2^{-1})}} \\
&\dots \\
\alpha_n &\leq \|\tilde{\Theta}_n\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)p^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})\alpha_i^2}{\lambda_{\min}(\Gamma_n^{-1})}}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Bu mimari de σ -MRAK gibi parametre kayma sorununu sınırlandırırken asimptotik kararlılık özelliğinin kaybolmasına neden olur. Bu yapı Oustaloup yaklaşımı kullanan MRAK-KDI-AM yapılarının kararlılık analizi için kullanılmıştır.

Regresyon vektörü olarak $\Phi(x, r) = r$ seçilmiş MRAK-AGF+AGF...+AGF-AM yapısının gösterimi Şekil 3.5’te verilmiştir.



Şekil 3.5 : Önerilen AGF+AGF+AGF...-AM adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısı

P+AGF veya P+AGF+AGF...+AGF tarzı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK kontrolcüsünün kararlılığı da alçak geçiren filtrenin nerdeyse oransal kontrolcü ile aynı davranabileceği şekilde gösterilebilir. Bundan dolayı bahsedilen yöntemlerin kararlılığı da MRAK-AGF+AGF-AM ispatı kullanılması yeterli olabilir. σ modifikasyonu gibi parametre kaymasını sınırlandırır ve asimptotik kararlılık özeliğine sahip değildir. Bu yapı Oustaloup yaklaşımının kararlılık analizi için kullanılmıştır.

3.6 Sonuçlar

Burada adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunmayan MRAK yapıları sunulmuştur. σ -MRAK-PI-AM, σ -MRAK-PIFD-AM ve MRAK-AGF+AGF...+AGF-AM yapısının matematiksel olarak ispatını bu bölümde gerçekleştirdik. Bu yöntemler sayesinde ilk defa Oustaloup yaklaşımıyla tasarlanan MRAK-KDI-AM yapısının kararlılığını transfer fonksiyonu üzerinden Bölüm 4'te gösterilmiştir.

Bu bölümde bulunan adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapılarının kararlık analizi aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden verilmiştir. Bu bölümde sunulan yöntemlerin benzetim çalışmaları lineer bir sistem üzerinde Bölüm 4'te, lineer olmayan bir sistem üzerinde ise Bölüm 5'te verilmiştir. Bu bölümde sunulan ve önerilen bütün yöntemlerin parametre kaymasına karşı gürbüz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

4. GELİŞTİRİLEN MRAK TASARIM METOTLARININ LİNEER SİSTEMLER ÜZERİNDEKİ BENZETİM ÇALIŞMALARI

4.1 Giriş

Bu bölümde Bölüm 2’de ve Bölüm 3’te sunulan MRAK tasarım metotları çeşitli lineer sistemler için benzetim çalışmaları yapılarak incelenmiştir. Burada karşılaştırılan MRAK yapıları şöyle sıralanabilir. Bunlar standart MRAK, MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, HT-MRAK, KRM-MRAK, σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarıdır. MRAK mimarileri lineer sistemler üzerinde incelenmiştir.

MRAK mimarilerinde kesir dereceli yapılar son zamanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır [70-74]. Bunlar adaptasyon mekanizmasında kontrol edilen sistem için veya model referans yapısında kullanılmaktadır. Bu kullanımlara rağmen kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-KDI-AM) yapılarının kararlılığı kesir dereceli sistemlerin özelliklerinden elde edilmektedir. Bu mimariler kararlı olmasına rağmen kesir dereceli yapıların derecelerinin sonsuz boyutta olduğu için indirgenmesi gerekmektedir. Bu indirgenme işlemleri Oustaloup, Matsuda, Charef yaklaşımı gibi yöntemlerle kesir dereceli integral/türev tam sayılı transfer fonksiyonlarına dönüştürülürler [23-25]. Elde edilen tam sayı dereceli transfer fonksiyonlarının kararlılık analizleri basit kesirlere ayırma yöntemiyle Bölüm 4.2’de verilmiştir. Burada üç farklı yöntem kullanılmıştır. Bunlar rafine edilmiş Oustaloup, Oustaloup yaklaşımları ve NID kodu kullanılmıştır. Aynı zamanda bu yaklaşımların kararlılıkları ve özellikleri MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarıyla karşılaştırılmıştır. Bölüm 2.5’te önerdiğimiz PI+AGF+AGF+...AGF yapısının NID kodu kullanılarak tasarlanan kesir dereceli PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK(MRAK-KDPI-AM) kararlılığı için incelenebileceği gösterilmiş ve bildiğimiz kadarıyla ilk defa MRAK-KDPI-AM yapısının transfer fonksiyonu üzerinden sonuçları gösterilmiştir.

Bölüm 4.3’te integral alıcı yapısı adaptasyon mekanizmalarında bulunmayan MRAK yöntemlerinin asimptotik kararlı olmadığı yanı takip hatasının sifıra yakınsamadığı gösterilmiştir. Bölüm 4.4’te adaptasyon mekanizmasında, integral alıcı bulunmayan MRAK’ların parametre kaymasına karşı dayanıklı olduğu benzetim çalışması üzerinden de gösterilmiştir.

Zaman gecikmesine göre MRAK mimarileri oldukça hassas yapılar olabilmektedir. MRAK'ta adaptasyon kazanç değeri arttıkça sistem performansı iyileşebilirken aynı zamanda kontrol işaretinin salınımı artmakta ve kontrol edilen sistem için zaman gecikme marjini azalmaktadır. Bu durumun farklı MRAK yapılarındaki etkileri analiz edilmiştir. MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, σ -MRAK-PI-AM, σ -MRAK-PIFD-AM ve MRAK-KDI-AM mimarilerinin zaman gecikme marjinleri verilmiştir ve karşılaştırmaları yapılmıştır.

Bölüm 4.5'te ise bu tezde sunulan ve önerilen yöntemlerin zaman gecikme marjinleri karşılaştırılmıştır. Uygun adaptasyon kazanç değerleri seçilen σ -MRAK yapılarının zaman gecikme marjininin γ sonsuza gitse bile sıfıra yakınsamadığı ama KRM-MRAK hariç sunulan ve adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan MRAK'larda γ sonsuza giderken zaman gecikme marjininin sıfıra gittiği gösterilmiştir.

Zaman gecikmesi bulunan bütün sistemlerde ise uygun adaptasyon kazanç değerlerini bulmak için ÖÖTO kullanılmıştır. Yeni bir amaç fonksiyonu tasarımı yapılmış ve önerilen amaç fonksiyonu sayesinde kontrol sinyalinde bulunan salınım azaltılmıştır.

4.1.1 Örnek 1

Referans modeli ve kontrol edilen sistem Denklem 4.1'de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m r(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Kontrol edilecek sistem modelinin parametreleri Denklem 4.2'de verilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\tag{4.2}$$

Model referansın parametreleri Denklem 4.3'te verilmiştir.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{m0} & a_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.16 & -0.57 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.16 \end{bmatrix}\tag{4.3}$$

Burada adaptasyon mekanizmasında yalnızca k_r parametresi güncellenmektedir. Bölüm 2'de γ_r , γ_{rp} , γ_{rd} şeklinde ifade edilen tasarım parametreleri Bölüm 4'te sırasıyla γ , γ_p , γ_d olarak kullanılmıştır. Bölüm 2'de verilen nominal kontrolcü olarak $K_x^T = [-0.16 \ -0.57]$ şeklinde ideal değerler verilmiştir ve böylece mutlak uyumluluk şartını sağlamaktadır.

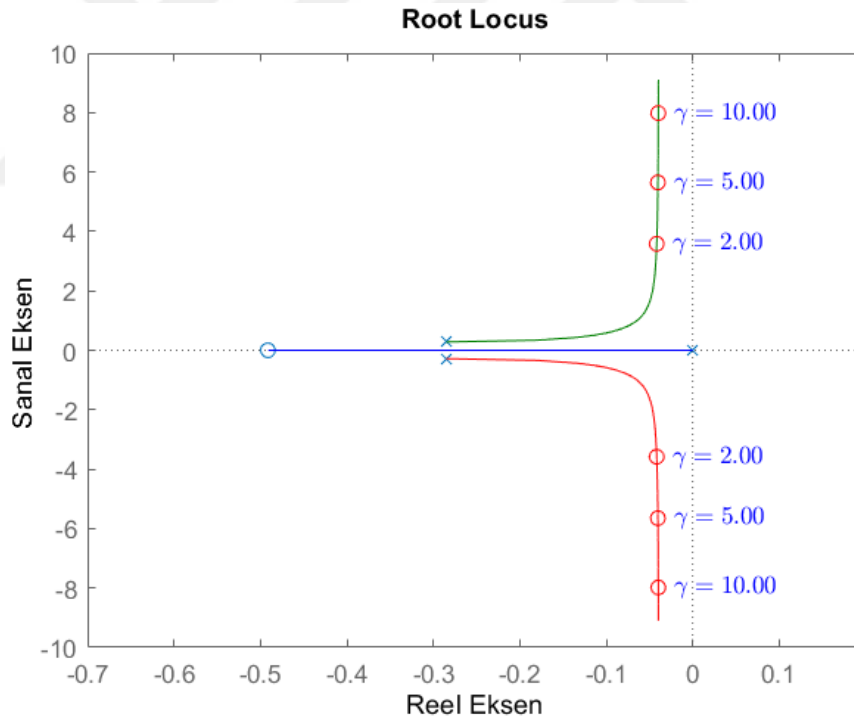
Burada verilen bütün başlangıç şartları uygun boyutlardaki sıfır değerleridir. Denklem 2.10'da kullanılacak $Q = I_2$ olarak seçilmiştir. Denklem 4.3'te verilen A_m matrisi ve Denklem 2.10 kullanılarak P matrisi Denklem 4.4'te hesaplanmıştır.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.799 & 3.125 \\ 3.125 & 6.359 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Standart MRAK için lineerleştirilmiş hata karakteristik denklemi, Denklem 4.5'te elde edilmiştir.

$$\left[1 + \frac{\gamma(P_{12} + P_{22}s)}{s(s^2 - a_{m1}s - a_{m0})} \right] = 0 \quad (4.5)$$

Burada γ adaptasyon kazancının gösterir ve en önemli parametrelerden biridir. Denklem 4.5'te verilen eşitlikte, Denklem 4.3 ve Denklem 4.4 verilen parametreler yerine yazılarak Şekil 4.1 elde edilmiştir.



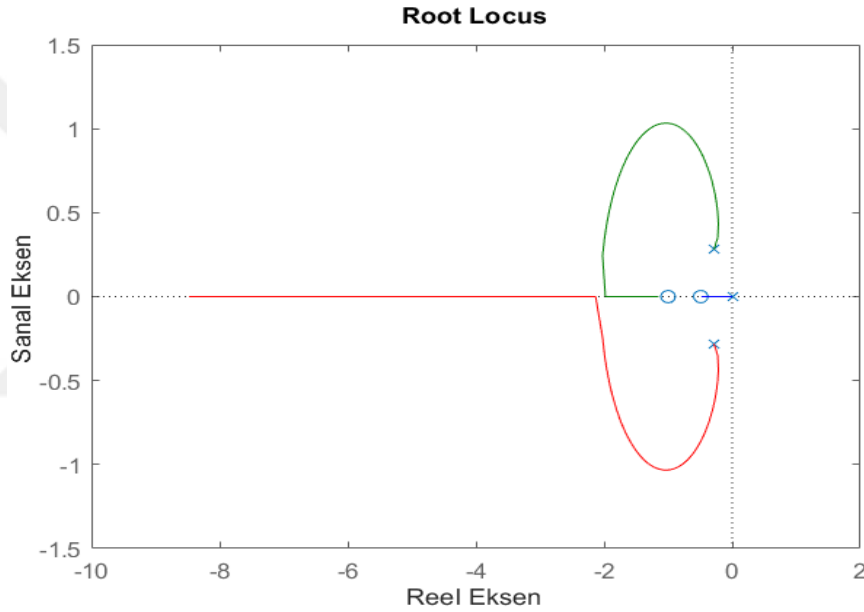
Şekil 4.1 : Standart MRAK'ın köklerin yer eğrisi

γ değeri büyüdükçe bağıl kararlılığın azaldığı Şekil 4.1 üzerinden görülmektedir. Bir başka ifadeyle γ değeri büyüdükçe sanal eksene yaklaşan değerlerin giderek büyüdüğü Şekil 4.1 üzerinden görülmektedir. γ sonsuza gitse bile kararlılığı etkilemediği gözlemlenebilir. Bununla beraber adaptasyon kazancı büyüdükçe kontrol işaretinin salınımının arttığı ifade

edilebilir. PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK için lineer hale getirilmiş hata karakteristik denklemi, Denklem 4.6’da verilmiştir.

$$\left[1 + \frac{\gamma(P_{12} + P_{22}s)(1 + \gamma_p s)}{s(s^2 - a_{m1}s - a_{m0})} \right] = 0 \quad (4.6)$$

Denklem 4.4’te hesaplanmış P değeri, Denklem 4.3’te verilmiş A_m matrisi ve $\gamma_p = 1$ olarak seçildiğinde ve Denklem 4.6 verilmiş olan lineerleştirilmiş hata karakteristik denklemi kullanılarak köklerin yer eğrisi Şekil 4.2’deki gibi elde edilmiştir. MRAK-PI-AM yapısında, standart MRAK’tan farklı olarak γ değeri büyüdükçe sanal eksende bulunan değerlerin büyümediği Şekil 4.2’de gözlemlenebilmektedir.

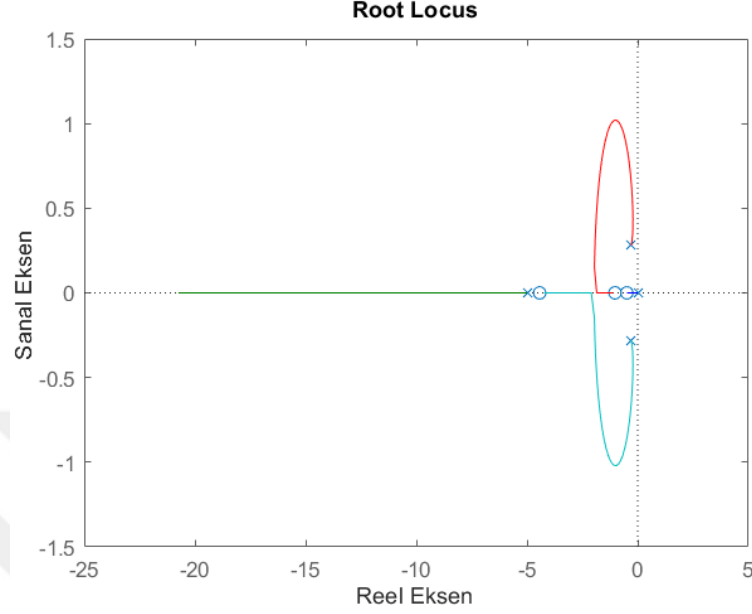


Şekil 4.2 : Lineerleştirilmiş MRAK-PI-AM’nın köklerin yer eğrisi ($\gamma_p = 1$)

MRAK-PI-AM yapısında, adaptasyon kazancı arttıkça bağlı kararlılık değişmez. Bunun nedeni ise adaptasyon mekanizmasında bulunan ekstra sıfır kutbudur. Ekstra sıfır yüksek adaptasyon kazanç değerleri seçildiğinde bile sistemdeki salınımı engelleyebildiği Şekil 4.2’de gösterilmiştir. MRAK-PIFD-AM yapısının lineerleştirilmiş hata karakteristik eşitliği Denklem 4.7’de verilmiştir.

$$\left[1 + \frac{\gamma(P_{12} + P_{22}s)(1 + \gamma_p s + \gamma_d (Ns^2 / (s + N)))}{s(s^2 - a_{m1}s - a_{m0})} \right] = 0 \quad (4.7)$$

Denklem 4.4'te hesaplanmış P değeri, Denklem 4.3'te verilmiş A_m matrisi $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$ ve $N = 5$ olarak seçildiğinde ve Denklem 4.7'de yerine yazıldığında, MRAK-PIFD -AM yapısının köklerin yer eğrisi Şekil 4.3'te elde edilmiştir.



Şekil 4.3 : Lineerleştirilmiş MRAK-PIFD-AM'nın köklerin yer eğrisi ($\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N = 5$)

MRAK-PIFD-AM yapısında adaptasyon kazancı arttıkça bağıl kararlılık değişmez. MRAK-PI-AM yapısı ile benzer bir özellik gösterir. Bunun nedeni ise adaptasyon mekanizmasında bulunan ekstra sıfır ve kutuplardır. Ekstra sıfır ve kutupların yüksek adaptasyon kazanç değerleri seçildiğinde bile sistemdeki salınımı engelleyebildiği Şekil 4.3'te gösterilebilir.

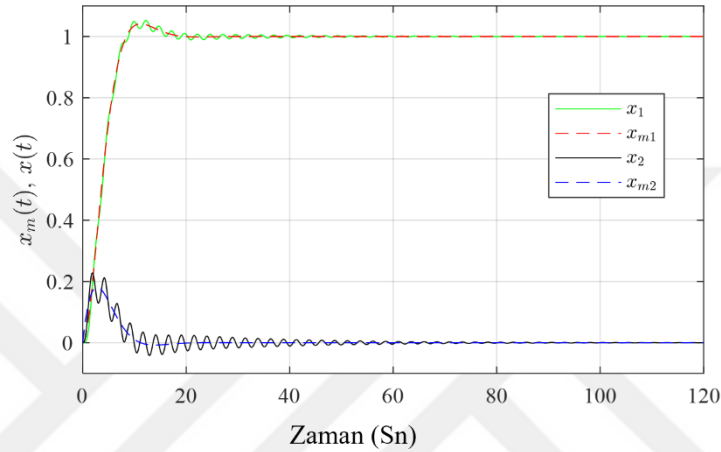
HT-MRAK yapısının $k = \gamma\gamma_p$ şeklinde ifade edilirse lineerleştirilmiş hata karakteristik denklemi Denklem 4.6'daki gibi elde edilir. Çünkü burada $\Phi = r(t)$ olduğu için ve $r(t)$ sinyali birim basamak giriş seçildiği için birbirlerine eşittir ve bu durum Denklem 4.8 üzerinden gözlemlenebilir.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_m e - B\tilde{K}_r r - e^T (B^T P)^T (B^T P) e r^T \gamma\gamma_p r = \\ A_m e - B\tilde{K}_r r - \gamma\gamma_c e^T (B^T P)^T (B^T P) e &= A_m e - B\tilde{K}_r r - k e^T (B^T P)^T (B^T P) e \end{aligned} \quad (4.8)$$

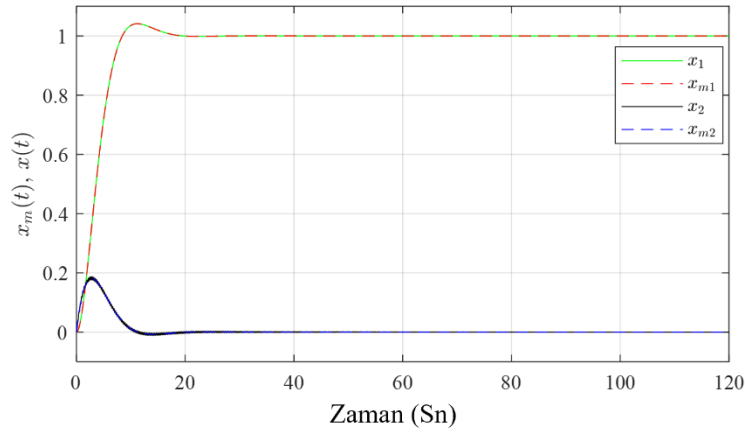
HT-MRAK'ta köklerin yer eğrisi MRAK-PI-AM yapısıyla aynı olacağı için Şekil 4.2'de verilen sonuçlar HT-MRAK için de geçerlidir. KRM-MRAK'ta ise yapı biraz farklıdır. Referans modeli lineer olmadığı için lineerleştirilmiş hata karakteristik eşitliği elde edilememiştir. MRAK yapılarının performansının değerlendirmek için kullanılan maliyet fonksiyonu Denklem 4.9'da verilmiştir.

$$J = \int_0^{t_s} \sqrt{e^T(\tau)e(\tau)} d\tau \quad (4.9)$$

Burada verilen t_s benzetim çalışması süresini, e ise takip hatasını göstermektedir. J ise maliyet fonksiyonunu göstermektedir. Giriş sinyali olarak birim basamak sinyali seçilmiştir. Standart MRAK için adaptasyon kazanç değerlerinin sistemin performansına etkisini göstermek için Şekil 4.4 için $\gamma = 1$ seçilmiş ve Şekil 4.5'te ise $\gamma = 100$ seçilerek sistemin çıkış sinyalleri verilmiştir.

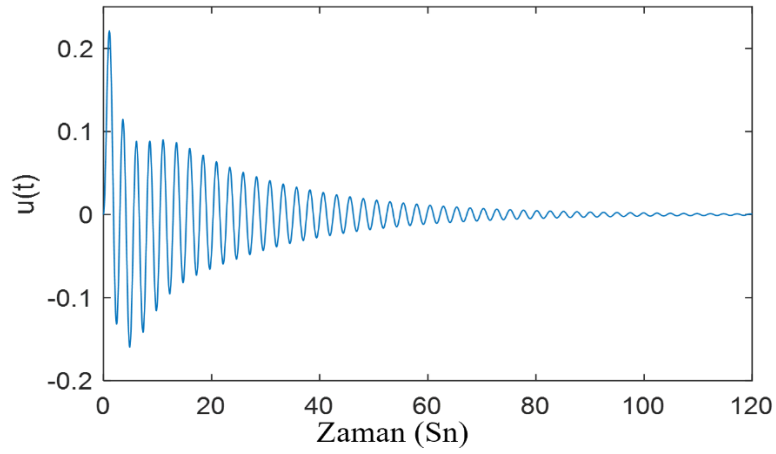


Şekil 4.4 : Örnek 1 için standart MRAK çıkış sinyali ($\gamma = 1$)

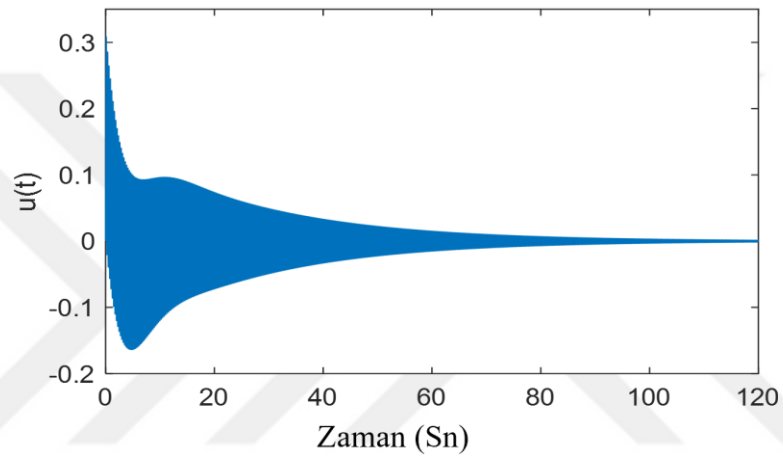


Şekil 4.5 : Örnek 1 için standart MRAK'ın çıkış sinyali ($\gamma = 100$)

Şekil 4.4 ile Şekil 4.5 karşılaştırılırsa yüksek γ değerine sahip yapının daha iyi performans gösterdiği gözlemlenebilir. Standart MRAK yapılarındaki kontrol sinyalleri Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'de verilmiştir.

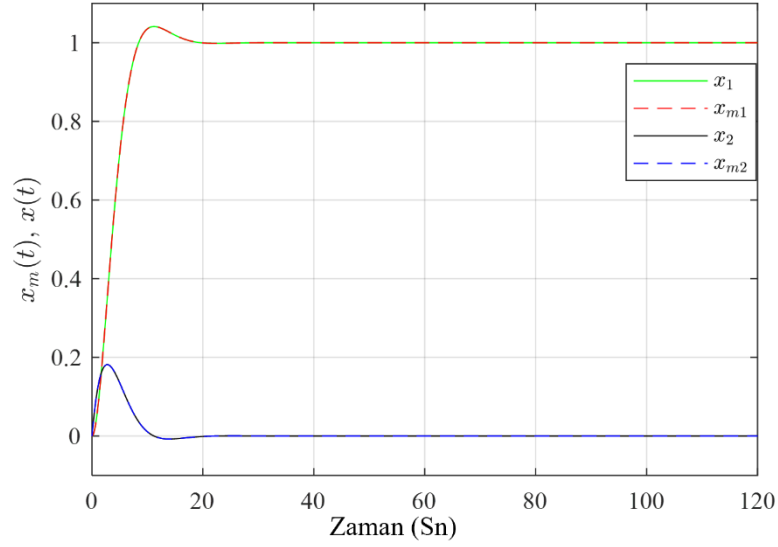


Şekil 4.6 : Örnek 1 için standart MRAK yapısının kontrol sinyali ($\gamma = 1$)

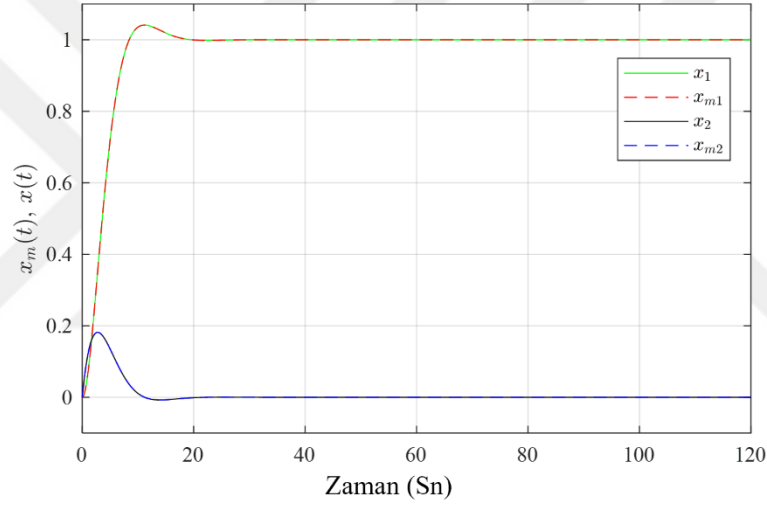


Şekil 4.7 : Örnek 1 için standart MRAK yapısının kontrol sinyali ($\gamma = 100$)

Şekil 4.6 ile Şekil 4.7 karşılaştırıldığında ise adaptif kazanç değeri büyüdükçe kontrol işaretinin salınımlarının arttığı gözlemlenebilmektedir. MRAK-PI-AM yapısının adaptif kazanç değerleri ise $\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$ olarak seçilmiş ve çıkış sinyalleri Şekil 4.8’de ve kontrol işareti ise Şekil 4.10’da verilmiştir. MRAK-PIFD-AM yapısının adaptif kazanç değerleri ise $\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = .1$, $N = 5$ olarak seçilmiş ve çıkış sinyalleri Şekil 4.9’da ve kontrol işareti ise Şekil 4.11’de verilmiştir.

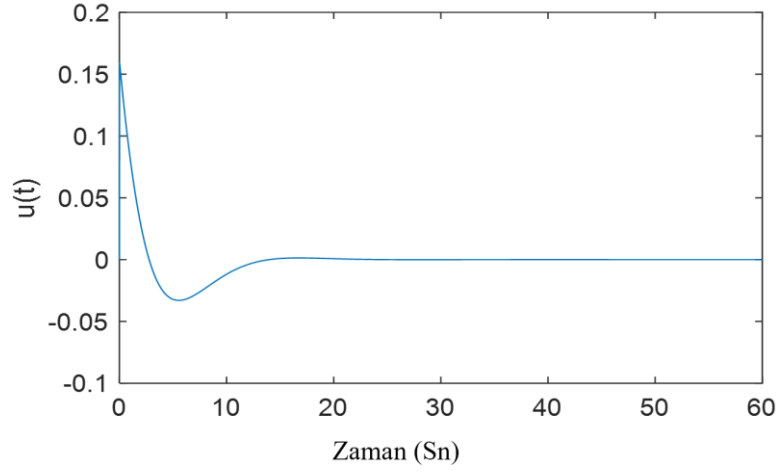


Şekil 4.8 : Örnek 1 için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyali ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$)

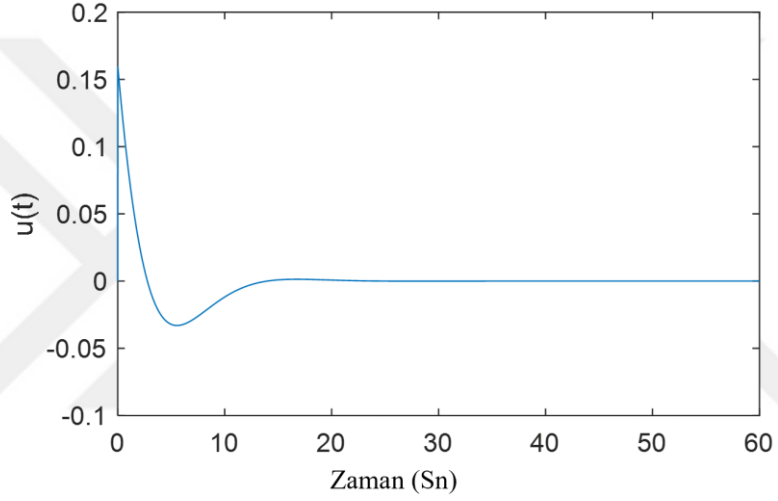


Şekil 4.9 : Örnek 1 için MRAK-PIDF-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N=5$)

Şekil 4.8 ile Şekil 4.9 karşılaştırıldığında ise MRAK-PI-AM ve MRAK-PIDF-AM yapıları arasında sistem performansı açısından anlamlı bir fark gözükmemektedir. MRAK-PI-AM ve MRAK-PIDF-AM yapılarının kontrol işaretleri Şekil 4.10 ve Şekil 4.11’de verilmiştir.



Şekil 4.10 : Örnek 1 için MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$)



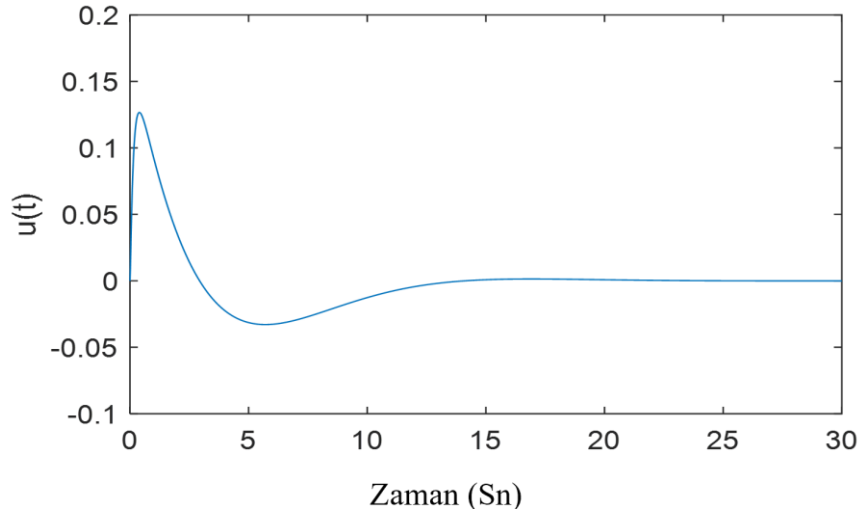
Şekil 4.11 : Örnek 1 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N=5$)

Şekil 4.7 ile Şekil 4.10 veya Şekil 4.11 karşılaştırıldığında, standart MRAK'ta kontrol işareti salınım yaparken MRAK-PI-AM veya MRAK-PIFD-AM yapılarında kontrol işaretinin salınım yapmadığı gözlemlenmektedir. Başka bir ifadeyle bu salınım etkisi her iki yöntemle de ortadan kaldırılabilir. Başka bir deyişle standart MRAK'ta γ arttıkça kontrol işaretinin salınım artarken, MRAK-PI-AM veya MRAK-PIFD-AM yapılarında ise γ arttıkça, γ_p , γ_d parametreleri uygun olarak seçilirse salınımını neden olmayacağı gözlemlenmiştir. Çizelge 4.1'de farklı MRAK yapılarına göre performans karşılaştırmaları verilmiştir. Burada KRM-MRAK'ın adil olarak karşılaştırılma yapılması için hata sinyalinin hesaplanması lineer olmayan referans modeli üstünden değil lineer referans modeli üzerinden değerlendirilmiştir.

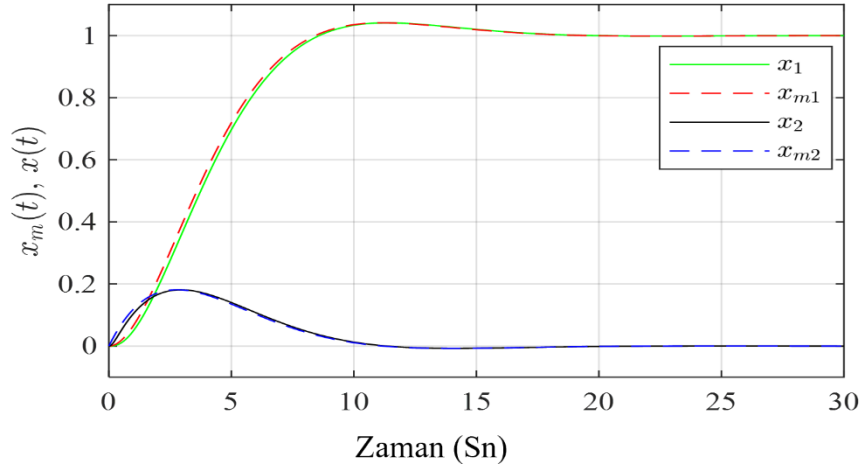
Çizelge 4.1 : Örnek 1 için farklı MRAK yapılarının karşılaştırılması.

MRAK yapıları	γ	γ_p	γ_d	N	λ	J
Standart MRAK	100	-	-	-	-	0.102
MRAK-PI-AM	100	1	-	-	-	6.14e-4
MRAK-PIFD-AM	100	1	.1	5	-	6.15e-4
KRM-MRAK	100	-	-	-	1	8.097e-3
KRM-MRAK	100	-	-	-	2	6.62e-3
KRM-MRAK	100	-	-	-	10	1.93e-2
KRM-MRAK	100	-	-	-	100	0.191

Çizelge 4.1 incelendiğinde en iyi sonuç MRAK-PI-AM yapısıyla elde edildiği, MRAK-PIFD-AM yapısının en iyi sonucu takip ettiği, onu da KRM-MRAK'ın takip ettiği ve son olarak en kötü sonucun standart MRAK ile elde edildiği gözlemlenmiştir. Örnek 1 için KRM MRAK için tasarım parametreleri, $\gamma = 100$, $\lambda = 100$ olarak seçildiğinde elde edilen kontrol işareti ve sistemin çıkışı Şekil 4.12 ve Şekil 4.13'de verilmiştir. KRM-MRAK yapısının yüksek λ değeri seçildiğinde kontrol işaretindeki salınımı engelleyebildiği görülmektedir. Bununla beraber Çizelge 4.1'e göre en kötü sonuç $\gamma = 100$, $\lambda = 100$ olarak seçilen KRM-MRAK için olduğu tespit edilmiştir.

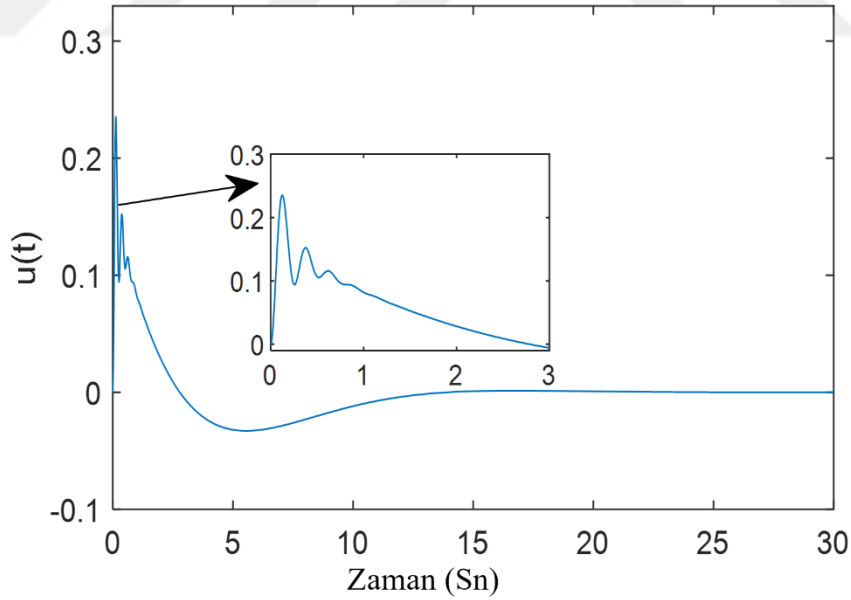


Şekil 4.12 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\lambda = 100$)



Şekil 4.13 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın yapısının çıkışı ($\gamma = 100$, $\lambda = 100$)

Örnek 1 için KRM-MRAK'ın tasarım parametreleri, $\gamma = 100$, $\lambda = 10$ olarak seçildiğinde elde edilen kontrol işareti Şekil 4.14'te verilmiştir. Şekil 4.14'te KRM-MRAK yapısının kontrol işaretinin salınımının λ değerinin yeterince yüksek seçilmediği için tamamen ortadan kaldıramadığı ama azalttığını ve sistem performansını iyileştirdiği Çizelge 4.1'den anlaşılmaktadır. Bununla beraber standart MRAK'tan sonra en kötü performansa sahip kontrolcü olduğu Çizelge 4.1'den görülmektedir.



Şekil 4.14 : Örnek 1 için KRM-MRAK'ın kontrol işareti ($\gamma = 100$, $\lambda = 10$)

4.1.2 Örnek 2

Örnek 2 ile Örnek 1 arasındaki fark, kontrol işaretine zaman gecikmesi eklenmesi ve kontrol edilen sisteme gürültü ilave edilmesidir. Örnek 2 için kontrol edilen sistem Denklem 4.10'da verilmiştir.

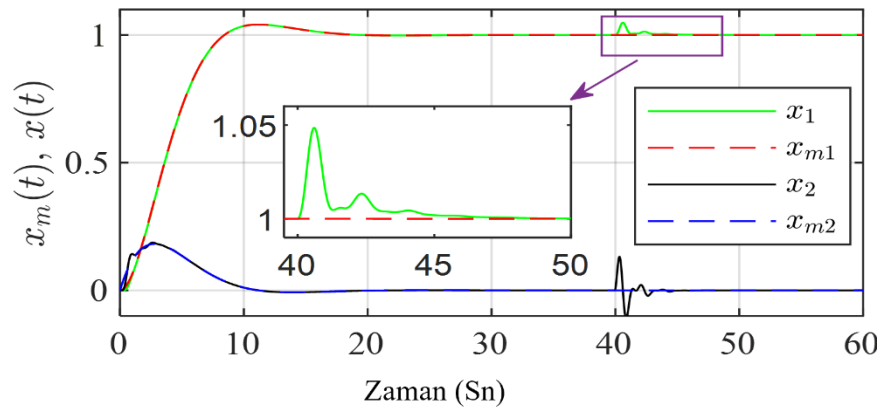
$$\dot{x} = Ax + Bu(t - \tau_1) + 0.5Bd(t - \tau_2) \quad (4.10)$$

Burada $\tau_1 = 0.2s$ ve $\tau_2 = 40s$ zaman gecikmelerini göstermektedir. Gürültü sinyali olan $d(t)$ ise birim basamak olarak seçilmiştir. Gerekli olan diğer tüm parametreler Örnek 1 ile aynı olarak verilmiştir. Burada uygun tasarım parametrelerini kullanmak için optimizasyon algoritmalarından biri olan öğretme-öğrenme tabanlı optimizasyon (ÖÖTO) kullanılarak uygun parametreler bulunmuştur. Bunun nedeni ise zaman gecikmesinin değerine bağlı olarak seçilebilecek uygun tasarım parametrelerini seçmek oldukça önemlidir. ÖÖTO için popülasyon değeri 40 ve iterasyon sayısı ise 40 olarak belirlenmiştir. Her bir yapı için kullanılan üst ve alt sınır değerleri, MRAK yapısına bağlı olarak değişiklik göstermiştir. Standart MRAK için alt sınır değeri 0 ve üst sınır değeri olarak 1 seçilmiştir. MRAK-PI-AM yapısının tasarım parametreleri için alt sınırı vektörü $[0 \ 0]$ olarak seçilmiş ve üst sınır vektörü $[5 \ 5]$ olarak belirlenmiştir. $N = 5$ olarak verilmiş MRAK-PIFD-AM için tasarım parametrelerinin arama uzayındaki üst sınır vektörü $[10 \ 10 \ 1]$ ve alt sınır vektörü ise $[0 \ 0 \ 0]$ olarak belirlenmiştir. $N = 100$ olarak verilmiş MRAK-PIFD-AM için tasarım parametrelerinin üst sınır vektörü $[10 \ 10 \ 1]$ ve alt sınır vektörü ise $[0 \ 0 \ 0]$ olarak seçilmiştir. Son olarak KRM-MRAK için arama uzayının alt sınır vektörü $[0 \ 0]$ ve üst sınır vektörü ise $[5e4 \ 5e4]$ olarak belirlenmiştir. Bu sistem için ÖÖTO kullanıldığında Çizelge 4.2'deki sonuçlar ve parametreler elde edilmiştir.

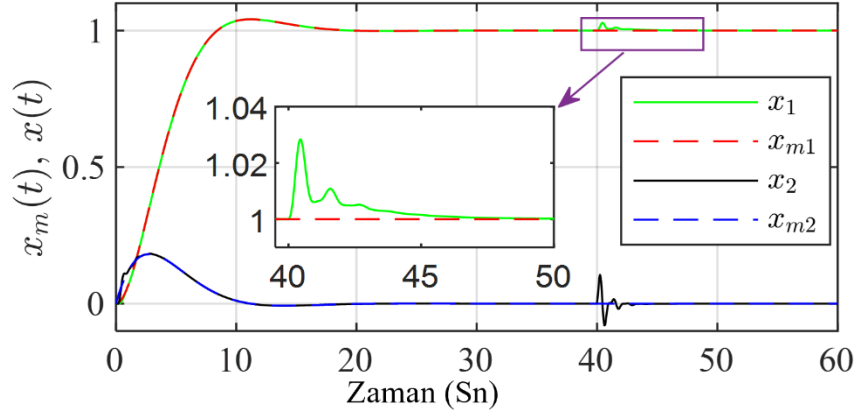
Çizelge 4.2 : Örnek 2 için farklı MRAK yapılarının tasarım parametreleri ve maliyet fonksiyonunun değeri.

MRAK Yapısı	Zaman Gecikmesi	γ	γ_p	γ_d	N	λ	k	J
Standart MRAK	0.2s	0.071	-	-	-	-	-	21.48
MRAK-PI-AM	0.2s	1.12	0.58	-	-	-	-	0.31
MRAK-PIFD-AM	0.2s	2.88	0.1	0.06	5	-	-	0.18
MRAK-PIFD-AM	0.2s	4.61	0.2	0.026	100	-	-	0.11
HT-MRAK	0.2s	1.12	-	-	-	-	0.65	0.31
KRM-MRAK	0.2s	4.934e4	-	-	-	4.934e4	-	0.827

Örnek 2’de $N = 5$ için MRAK-PIFD-AM yapısından elde edilen çıkış sinyalleri Şekil 4.15’te verilmiştir. Örnek 2’de $N = 100$ için MRAK-PIFD-AM yapısından elde edilen çıkış sinyalleri ise Şekil 4.16’da sunulmuştur. Şekil 4.15 ve Şekil 4.16’da aynı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK kontrolcülerini kullanılmasına rağmen sistem performanslarının ve tasarım parametrelerinin birbirinden farklı olduğu Çizelge 4.2’de gözlemlenebilir. Bunun sebebi ise farklı N değerlerinin seçilmiş olmasıdır.

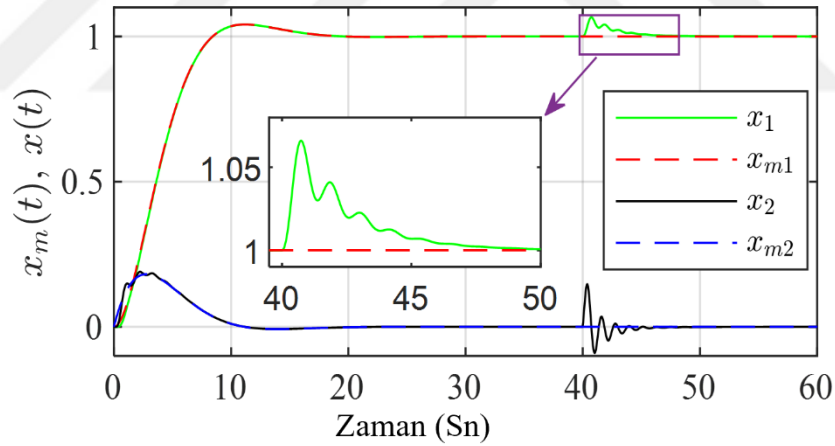


Şekil 4.15 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkışları ($\gamma = 2.88$, $\gamma_p = 0.1$, $\gamma_d = 0.06$, $N = 5$)



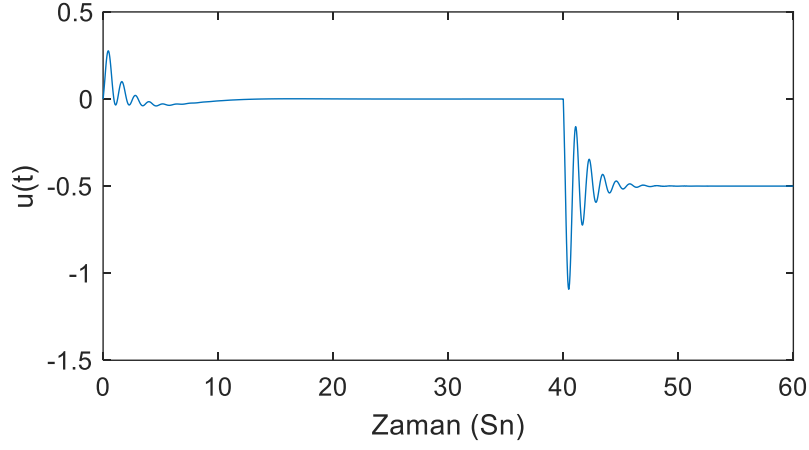
Şekil 4.16 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkışları ($\gamma = 4.61$, $\gamma_p = 0.2$, $\gamma_d = 0.026$, $N=100$)

Şekil 4.15 ve Şekil 4.16 karşılaştırıldığında $N=100$ için MRAK-PIFD-AM yapısının, $N=5$ için MRAK-PIFD-AM yapısından gürültüden dolayı daha düşük aşım neden olduğu görülmektedir. Bunun sebebinin $N=100$ MRAK-PIFD-AM yapısının daha yüksek γ değeri kullanmaya izin vermesiyle ilişkili olabilir. Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısındaki çıkış sinyalleri Şekil 4.17’de gösterilmiştir.

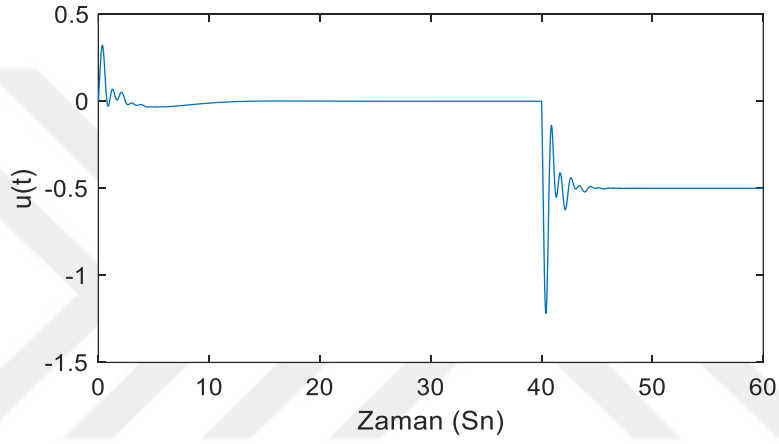


Şekil 4.17 : MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 1.12$, $\gamma_p = 0.58$)

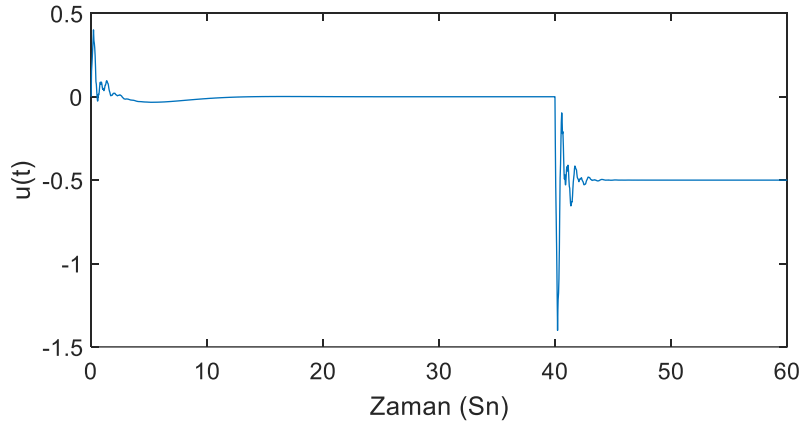
Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti Şekil 4.18’de, MRAK-PIFD-AM yapılarının kontrol işaretleri ise Şekil 4.19 ve Şekil 4.20’de verilmiştir.



Şekil 4.18 : MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 1.12$, $\gamma_p = 0.58$)



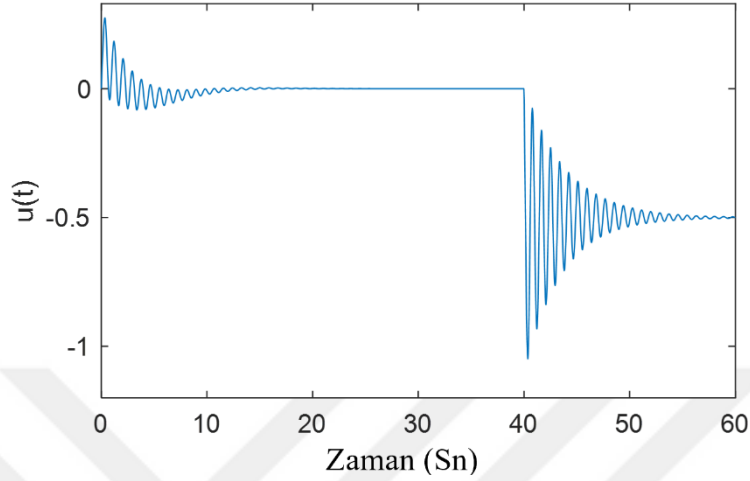
Şekil 4.19 : MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 2.88$, $\gamma_p = 0.1$, $\gamma_d = 0.06$, $N = 5$)



Şekil 4.20 : MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 4.61$, $\gamma_p = 0.2$, $\gamma_d = 0.026$, $N = 100$)

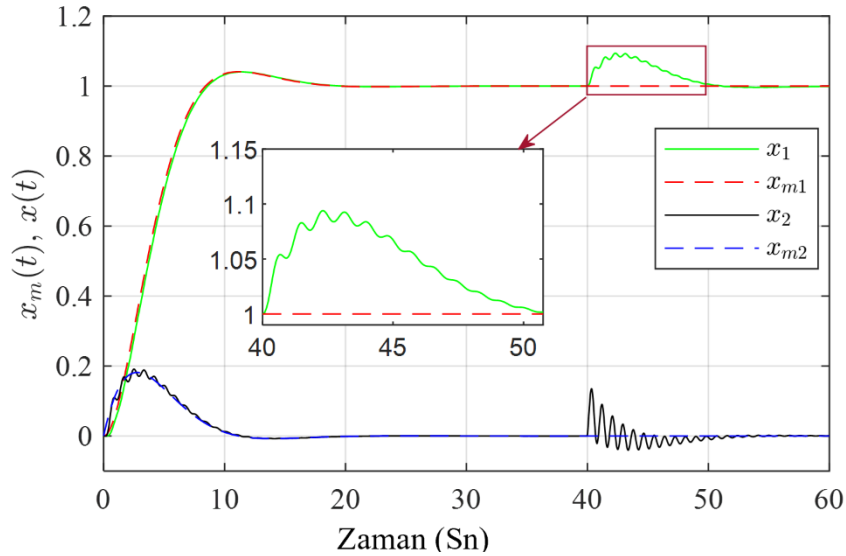
Şekil 4.18-4.20 incelendiğinde ise her birinde kontrol işaretinin salınımının bulunduğu ve salınımının kısa sürede ortadan kaybolduğu görülmektedir. KRM-MRAK yapısındaki kontrol işareti Şekil 4.21’de verilmiştir. Bu yapıdaki kontrol sinyallerinde salınımının

MRAK-PIFD-AM ve MRAK-PI-AM kontrol sinyallerinden büyük olduğu gözlemlenmektedir. Standart MRAK'ta kontrol işaretinde aşırı fazla salınım ve kötü performans gösterdiği için kontrol işareti ve kontrol edilen sistemlerin çıkış sinyalleri verilmemiştir. Yalnızca maliyet fonksiyonunun değeri Çizelge 4.2 üzerinden verilmiştir.



Şekil 4.21 : KRM-MRAK yapısının kontrol işareti ($\gamma = 4.934e4$, $\lambda=4.934e4$)

KRM-MRAK yapısındaki çıkış sinyalleri Şekil 4.22'de verilmiştir. Şekil 4.22'de kontrol edilen sistemde salınım bulunduğu görülmektedir. KRM-MRAK yapısındaki kontrol sinyali ve çıkış sinyallerinde, MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarından daha yüksek salınımları olduğu görülmektedir.



Şekil 4.22 : KRM-MRAK yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 4.934e4$, $\lambda=4.934e4$)

Burada sunulan tüm yöntemlerin performansları sırasıyla değerlendirildiğinde, Çizelge 4.2'ye göre en iyi performansın $N = 100$ için MRAK-PIFD-AM yapısına ait olduğu, bunu $N = 5$ için MRAK-PIFD-AM yapısının izlediği, ardından MRAK-PI-AM yapısının geldiği,

KRM-MRAK'ın ise bir sonraki sırada yer aldığı ve en kötü sonucun standart MRAK tarafından elde edildiği sonucuna ulaşılabilir. Aralarında en yüksek adaptif kazanç değerinin KRM-MRAK tarafından seçilebilmesine rağmen standart MRAK'tan sonraki en kötü performansa sahip olması ilginç gözükmemektedir. λ parametresi büyüdükçe KRM-MRAK'ta lineer olmayan referans modelinin lineer referans modelinden uzaklaşması kontrol edilen sistemin performansını olumsuz etkileyebilir. Örnek 2'de de Örnek 1'de olduğu gibi MRAK-PI-AM yapısı ile HT-MRAK'ın sonuçlarının aynı olacağı göz önünde bulundurularak HT-MRAK için kontrol işareti ve çıkış sinyalleri sunulmamıştır.

Çizelge 4.2'de verilen bütün MRAK yapılarında kontrol işaretinde salınım bulunmaktadır. Kontrol işaretinin salınımını minimize etmek için Denklem 4.11'de önerdiğimiz maliyet fonksiyonu kullanılacaktır.

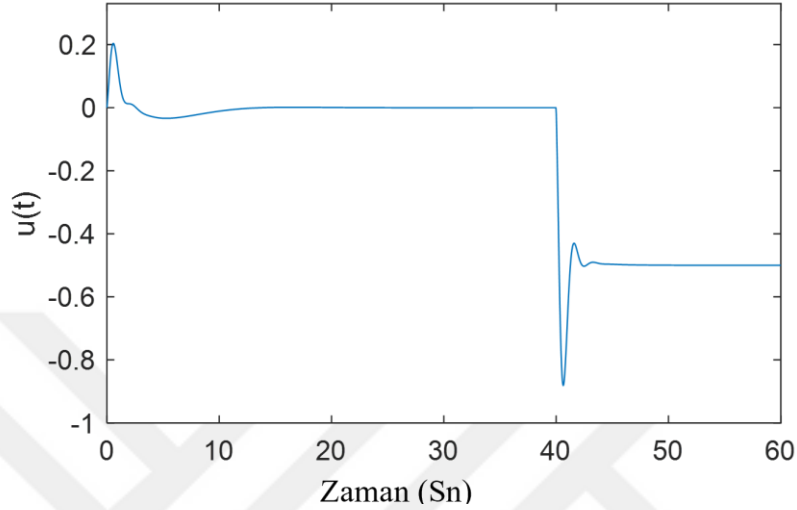
$$J_2 = \int_0^{t_s} \sqrt{e^T(\tau)e(\tau)} d\tau + 0.1\eta \quad (4.11)$$

Burada e takip hatasını, η simülasyon süresi boyunca $\sqrt{e^T e}$ sinyalinde bulunan toplam zirve sayısını ve t_s ise simülasyon süresini temsil etmektedir. Denklem 4.11'de verilen maliyet fonksiyonu kullanılarak elde edilen tasarım parametreleri ve maliyet fonksiyonlarının sonuçları Çizelge 4.3'te verilmiştir. Buradaki tasarım parametreleri ÖÖTO kullanılarak hesaplanmıştır. ÖÖTO için üst sınır, alt sınır, popülasyon değeri ve iterasyon sayısı değiştirilmemiştir.

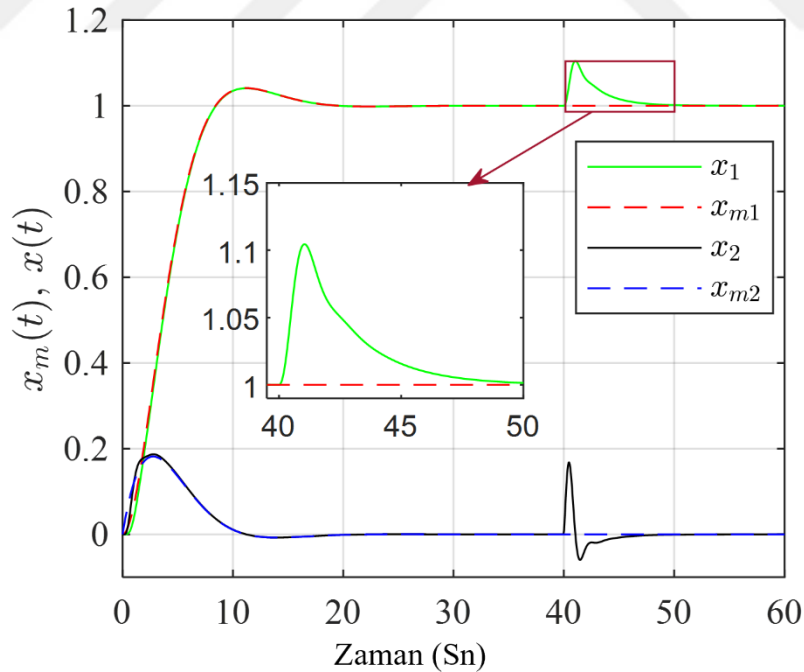
Çizelge 4.3 : Kontrol işaretindeki salınımı minimum yapabilmek için ÖÖTO kullanılarak elde edilen tasarım parametreleri ve maliyet fonksiyonlarının değerleri.

MRAK Yapısı	Zaman Gecikmesi	γ	γ_p	γ_d	N	k	λ	J	J_2
MRAK-PI	0.2 s	0.5842	0.7124	-	-	-	-	0.486	0.886
MRAK-PIFD	0.2 s	0.9174	0.4944	0.0333	5	-	-	0.333	0.633
MRAK-PIFD	0.2s	1.6009	0.46	0.0337	100	-	-	0.194	0.494
MRAK	0.2s	0.071	-	-	-	-	-	21.48	23.976
HT_MRAK	0.2s	0.5842	-	-	-	0.4162	-	0.486	0.886
KRM-MRAK	0.2s	10460	-	-	-	-	18977	1.443	1.843

$N = 100$ için MRAK-PIFD-AM en iyi sonucu verirken bunu $N = 5$ için MRAK-PIFD-AM yapısı takip etmektedir. Ardından HT-MRAK ve MRAK-PI-AM gelmekte bunları ise KRM-MRAK izlemektedir. En kötü sonuç ise standart MRAK ile elde edilmiştir. Önerilen maliyet fonksiyonu ile bulunan adaptasyon kazanç değerleri kullanan MRAK-PI-AM yapısındaki kontrol işareti ve çıkış sinyalleri Şekil 4.23'te ve Şekil 4.24'te gösterilmiştir.

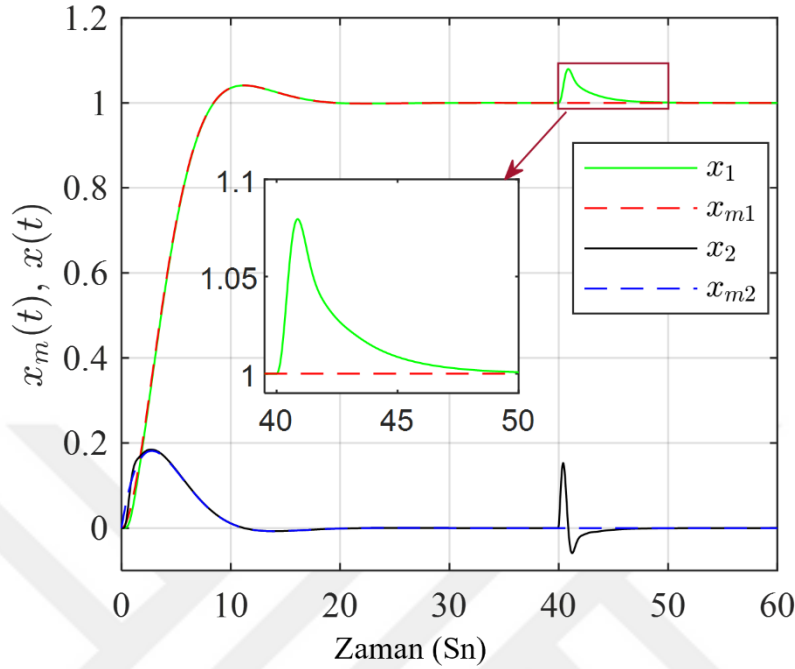


Şekil 4.23 : Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 0.5842$, $\gamma_p = 0.7124$)

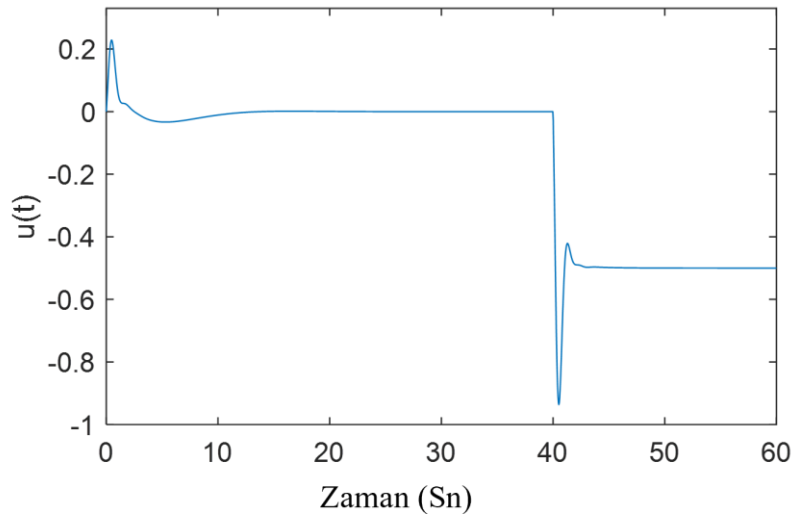


Şekil 4.24 : Örnek 2 için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 0.5842$, $\gamma_p = 0.7124$)

Denklem 4.11’de verilen maliyet fonksiyonu ile hesaplanan adaptasyon kazanç değerleri kullanılarak $N=5$ için MRAK-PIFD-AM yapısındaki kontrol işareti ve çıkış sinyalleri Şekil 4.25’te ve Şekil 4.26’da verilmiştir.



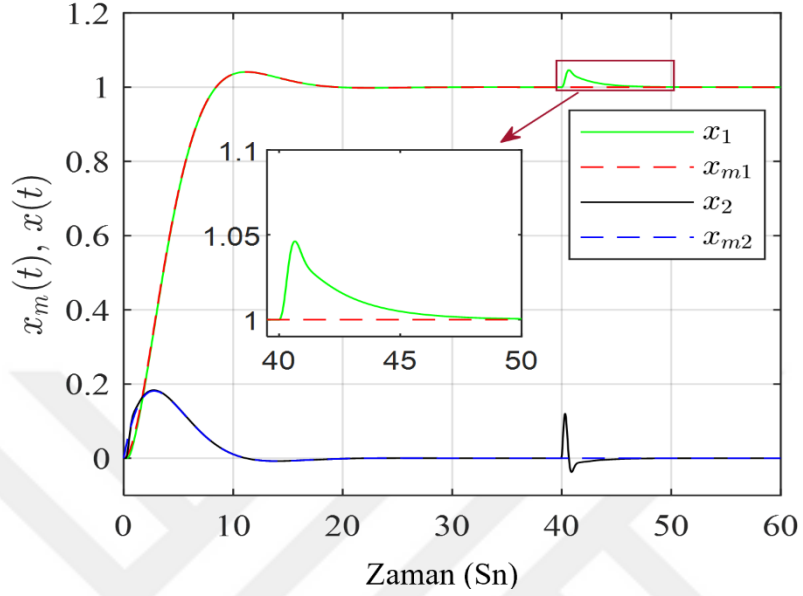
Şekil 4.25 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 0.9174$, $\gamma_p = 0.4944$, $\gamma_d = 0.0333$, $N=5$)



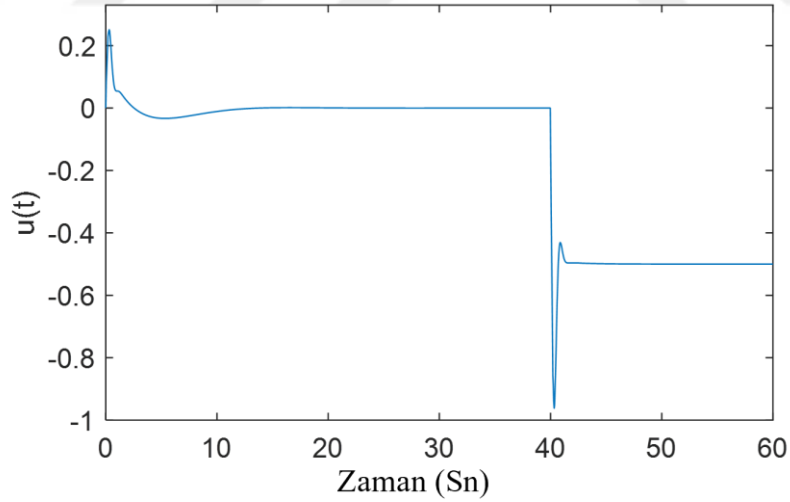
Şekil 4.26 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 0.9174$, $\gamma_p = 0.4944$, $\gamma_d = 0.0333$, $N=5$)

Şekil 4.18 ile Şekil 4.26 karşılaştırıldığında seçilen farklı tasarım parametreleri nedeniyle MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol salınımını azalttığı ancak buna karşılık sistem performansının kötüleştiği gözlemlenebilir. Sistem performansındaki bu kötüleşme,

Çizelge 4.2 ile Çizelge 4.3 karşılaştırılarak da açıkça görülebilmektedir. Örnek 2 için önerilen maliyet fonksiyonu kullanılarak elde edilen tasarım parametrelerini kullanan $N = 100$ için MRAK-PIFD-AM yapısı için elde edilen sistemin çıkış sinyalleri ve kontrol sinyali Şekil 4.27 ve Şekil 4.28’de gösterilmiştir.



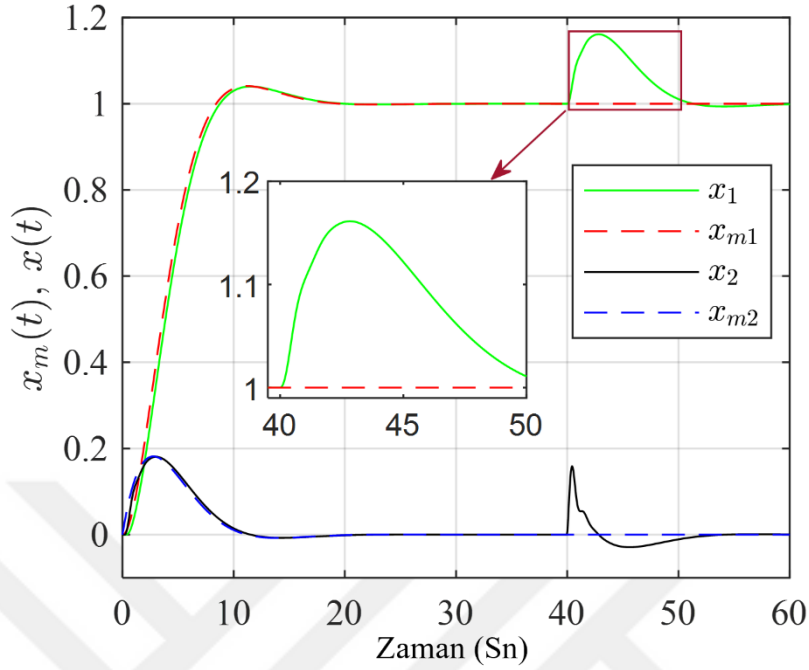
Şekil 4.27 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\gamma = 1.6009$, $\gamma_p = 0.46$, $\gamma_d = 0.0337$, $N = 100$)



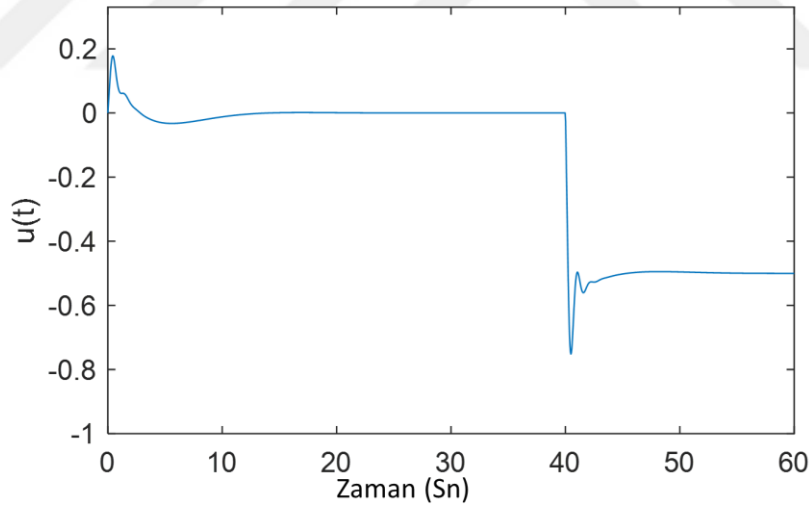
Şekil 4.28 : Örnek 2 için MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\gamma = 1.6009$, $\gamma_p = 0.46$, $\gamma_d = 0.0337$, $N = 100$)

Şekil 4.28 ile Şekil 4.20 karşılaştırıldığında adaptif kazanç değerlerinin uygun şekilde seçilmesiyle kontrol salınımının ortadan kaldırılabilirdiği ancak sistem performansının da kötüleştiği Çizelge 4.2 ile Çizelge 4.3'ün karşılaştırılmasıyla tespit edilebilir. Örnek 2 için

KRM-MRAK yapısı kullanılarak kontrol edilen sistemin çıkışları ve kontrol sinyali Şekil 4.29 ve Şekil 4.30’da gösterilmiştir.



Şekil 4.29 : Örnek 2 için KRM MRAK yapısının çıkışı ($\gamma = 10460$, $\lambda = 18977$)



Şekil 4.30 : Örnek 2 için KRM MRAK’ın kontrol sinyali ($\gamma = 10460$, $\lambda = 18977$)

Her iki farklı maliyet fonksiyonu kullanılarak yapılan adaptasyon ve parametre seçimi, J veya J_2 fonksiyonlarının tercih edilmesinin sistem performans sıralamasını değiştirmedigini göstermiştir. En iyi sonuç $N = 100$ için MRAK-PIFD-AM yapısı ve en kötü performans ise standart MRAK ile elde edildiği Çizelge 4.3’de gözlemlenebilmektedir.

4.2 Kesir Dereceli Adaptasyon Mekanizmasına Sahip MRAK'ların Karşılaştırılması

Bu kısımda kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK kontrolcüsünün ilk olarak farklı yöntemler kullanılarak, Oustaloup, rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımları ve NID koduna bağlı olarak asimptotik kararlılıkları ve zaman gecikme marjinleri incelenecektir. Burada literatürde doğrudan kesir dereceli integral alıcı yapıların analizi üzerinden MRAK ispatı kullanmak yerine Oustaloup veya rafine edilmiş Oustaloup ile elde edilmiş transfer fonksiyonları basit kısımlara ayırarak elde edilen transfer fonksiyonları üzerinden analiz edilmiştir. Kesir dereceli integral alıcı kısmı dönüştürmek için kullanılan yaklaşımlara göre asimptotik kararlılığı incelenmiştir.

Literatürde bulunan çoğu çalışma doğrudan kesir dereceli yapının kararlılığını kesir dereceli yapıların özellikleri üzerinden ifade etmektedir [70-74]. Bu ise aslında yaklaşık olarak elde edilen transfer fonksiyonlarının kararlılığını veya asimptotik kararlılığını doğrudan ifade etmek için doğru olmayabilir. Yaklaşımlarla elde edilen bütün transfer fonksiyonları kesir dereceli integral alıcı gibi bir yapının bütün özelliklerini göstermeyebilir. Bundan dolayı bu kısımda analiz için ilk önce transfer fonksiyonları elde edilecek ve bunlar basit parçalarına ayrılacak ve daha sonra bu yapıların kararlılığı bu basit parçalar üzerinden değerlendirilecektir. Burada yalnızca Oustaloup, rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımları ve NID kodu kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonlarının adaptasyon mekanizmalarında kullanıldığındaki etkileri ve kararlılıkları benzetim çalışması üzerinden elde edilmiştir. Kesir dereceli yapıların yaklaşımlarla transfer fonksiyonuna dönüştürmek için FOMCON kütüphanesinden yararlanılmıştır [83].

Oustaloup yaklaşımı kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonunu belirlemek için üst frekansı 100, alt frekansı 0.01 ve N=2 seçilmiştir. Bu değerler kullanılarak elde edilmiş transfer fonksiyonları ve parçalanmış halleri Denklem 4.12-4.20'de verilmiştir.

$$\frac{1}{s^{0.1}} = \frac{0.631s^5 + 32.73s^4 + 232.1s^3 + 254.5s^2 + 43.14s + 1}{s^5 + 43.14s^4 + 254.5s^3 + 232.1s^2 + 32.73s + 0.631} = \frac{4.4297}{s + 36.3078} + \frac{0.8709}{s + 5.7544} + \frac{0.1668}{s + 0.9120} + \frac{0.0320}{s + 0.1445} + \frac{0.0063}{s + 0.0229} + 0.6310 \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{s^{0.2}} = \frac{0.3981s^5 + 22.64s^4 + 176.1s^3 + 211.7s^2 + 39.35s + 1}{s^5 + 39.35s^4 + 211.7s^3 + 176.1s^2 + 22.64s + 0.3981} = \frac{5.3067}{s + 33.1131} + \frac{1.2866}{s + 5.2481} + \frac{0.2976}{s + 0.8318} + \frac{0.0691}{s + 0.1318} + \frac{0.0173}{s + 0.0209} + 0.3981 \quad (4.13)$$

$$\frac{1}{s^{0.3}} = \frac{0.2512s^5 + 15.66s^4 + 133.6s^3 + 176.1s^2 + 35.88s + 1}{s^5 + 35.88s^4 + 176.1s^3 + 133.6s^2 + 15.66s + 0.2512} =$$

$$\frac{4.7113}{s+30.1995} + \frac{1.4020}{s+4.7863} + \frac{0.3915}{s+0.7586} + \frac{0.1101}{s+0.1202} + \frac{0.0352}{s+0.0191} + 0.2512 \quad (4.14)$$

$$\frac{1}{s^{0.4}} = \frac{0.1585s^5 + 10.84s^4 + 101.3s^3 + 146.4s^2 + 32.73s + 1}{s^5 + 32.73s^4 + 146.4s^3 + 101.3s^2 + 10.84s + 0.1585} =$$

$$\frac{3.6549}{s+27.5423} + \frac{1.3300}{s+4.3652} + \frac{0.4483}{s+0.6918} + \frac{0.1530}{s+0.1096} + \frac{0.0638}{s+0.0174} + 0.1585 \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{s^{0.5}} = \frac{0.1s^5 + 7.497s^4 + 76.85s^3 + 121.8s^2 + 29.85s + 1}{s^5 + 29.85s^4 + 121.8s^3 + 76.85s^2 + 7.497s + 0.1} =$$

$$\frac{2.5922}{s+25.1189} + \frac{1.1501}{s+3.9811} + \frac{0.4678}{s+0.6310} + \frac{0.1942}{s+0.1000} + \frac{0.1082}{s+0.0158} + 0.1 \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{s^{0.6}} = \frac{0.0631s^5 + 5.187s^4 + 58.3s^3 + 101.3s^2 + 27.22s + 1}{s^5 + 27.22s^4 + 101.3s^3 + 58.3s^2 + 5.187s + 0.0631} =$$

$$\frac{1.6988}{s+22.9087} + \frac{0.9167}{s+3.6308} + \frac{0.4499}{s+0.5754} + \frac{0.2278}{s+0.0912} + \frac{0.1760}{s+0.0145} + 0.0631 \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{s^{0.7}} = \frac{0.03981s^5 + 3.588s^4 + 44.23s^3 + 84.27s^2 + 24.83s + 1}{s^5 + 24.83s^4 + 84.27s^3 + 44.23s^2 + 3.588s + 0.03981} =$$

$$\frac{1.0166}{s+20.8930} + \frac{0.6660}{s+3.3113} + \frac{0.3945}{s+0.5248} + \frac{0.2442}{s+0.0832} + \frac{0.2787}{s+0.0132} + 0.0398 \quad (4.18)$$

$$\frac{1}{s^{0.8}} = \frac{0.02512s^5 + 2.483s^4 + 33.55s^3 + 70.09s^2 + 22.64s + 1}{s^5 + 22.64s^4 + 70.09s^3 + 33.55s^2 + 2.483s + 0.02512} =$$

$$\frac{0.5303}{s+19.0546} + \frac{0.4211}{s+3.02} + \frac{0.3011}{s+0.4786} + \frac{0.2288}{s+0.0759} + \frac{0.4325}{s+0.012} + 0.0251 \quad (4.19)$$

$$\frac{1}{s^{0.9}} = \frac{0.01585s^5 + 1.718s^4 + 25.45s^3 + 58.3s^2 + 20.65s + 1}{s^5 + 20.65s^4 + 58.3s^3 + 25.45s^2 + 1.718s + 0.01585} =$$

$$\frac{0.2042}{s+17.3780} + \frac{0.1963}{s+2.7542} + \frac{0.1695}{s+0.4365} + \frac{0.1589}{s+0.0692} + \frac{0.6613}{s+0.0110} + 0.0158 \quad (4.20)$$

Bu tam sayı transfer fonksiyonları aslında birçok paralel alçak geçiren filtre ve oransal kontrolcünün toplanmasından oluşmaktadır. Eşdeğer transfer fonksiyonlarında integral alıcı bulunmamaktadır bundan dolayı asimptotik kararlılık özeliğine sahip olması beklenmemektedir. Bu yapının kararlılık analizi, Bölüm 3'te verilen P+AGF+AGF+...+AGF yapısı kullanılarak yapılmış ve düzgün kararlı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Bir sonraki kullanılan eşdeğer tam sayı fonksiyonları ise rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonlarını göstermektedir. Diğer yaklaşımlarda olduğu gibi, üst frekans bandı 100, alt frekans bandı 0.01 ve N=2 olarak

seçilmiştir. Denklem 4.21-4.29’da bu yaklaşımdan elde edilmiş transfer fonksiyonları ve basit kesirlere ayrılmış halleri verilmiştir.

$$\frac{1}{s^{0.1}} = \frac{0.5739s^7 + 100.6s^6 + 3886s^5 + 2.63e04s^4 + 2.864e04s^3 + 4871s^2 + 116.6s + 0.1011}{s^7 + 154.3s^6 + 5048s^5 + 2.851e04s^4 + 2.582e04s^3 + 3637s^2 + 70.11s} = \frac{6.3057}{s+111.1111} + \frac{4.6938}{s+36.3078} + \frac{0.8848}{s+5.7544} + \frac{0.1685}{s+0.912} + \frac{0.0321}{s+0.1445} + \frac{0.0061}{s+0.0229} + \frac{0.0014}{s} + 0.5739 \quad (4.21)$$

$$\frac{1}{s^{0.2}} = \frac{0.3253s^7 + 63.67s^6 + 2713s^5 + 2.016e04s^4 + 2.409e04s^3 + 4509s^2 + 121.5s + 0.2043}{s^7 + 150.5s^6 + 4583s^5 + 2.37e04s^4 + 1.959e04s^3 + 2516s^2 + 44.23s} = \frac{7.1358}{s+111.1111} + \frac{5.8795}{s+33.1131} + \frac{1.3266}{s+5.2481} + \frac{0.3038}{s+0.8318} + \frac{0.0696}{s+0.1318} + \frac{0.0161}{s+0.0209} + \frac{0.0046}{s} + 0.3253 \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{s^{0.3}} = \frac{0.1815s^7 + 40.12s^6 + 1893s^5 + 1.545e04s^4 + 2.026e04s^3 + 4170s^2 + 125.8s + 0.3096}{s^7 + 147s^6 + 4163s^5 + 1.97e04s^4 + 1.486e04s^3 + 1741s^2 + 27.91s} = \frac{6.0173}{s+111.1111} + \frac{5.4065}{s+30.1995} + \frac{1.4657}{s+4.7863} + \frac{0.4035}{s+0.7586} + \frac{0.1111}{s+0.1202} + \frac{0.0312}{s+0.0191} + \frac{0.0111}{s} + 0.1815 \quad (4.23)$$

$$\frac{1}{s^{0.4}} = \frac{0.09919s^7 + 25.15s^6 + 1319s^5 + 1.184e04s^4 + 1.703e04s^3 + 3855s^2 + 129.5s + 0.4172}{s^7 + 143.8s^6 + 3783s^5 + 1.637e04s^4 + 1.127e04s^3 + 1204s^2 + 17.61s} = \frac{4.4631}{s+111.1111} + \frac{4.3141}{s+27.5423} + \frac{1.4087}{s+4.3652} + \frac{0.4663}{s+0.6918} + \frac{0.1544}{s+0.1096} + \frac{0.0527}{s+0.0174} + \frac{0.0237}{s} + 0.0992 \quad (4.24)$$

$$\frac{1}{s^{0.5}} = \frac{0.0527s^7 + 15.66s^6 + 918.6s^5 + 9069s^4 + 1.432e04s^3 + 3560s^2 + 132.9s + 0.527}{s^7 + 141s^6 + 3438s^5 + 1.361e04s^4 + 8547s^3 + 833.1s^2 + 11.11s} = \frac{3.0544}{s+111.1111} + \frac{3.1309}{s+25.1189} + \frac{1.2334}{s+3.9811} + \frac{0.4910}{s+0.6310} + \frac{0.1956}{s+0.1} + \frac{0.0816}{s+0.0158} + \frac{0.0474}{s} + 0.0527 \quad (4.25)$$

$$\frac{1}{s^{0.6}} = \frac{0.02689s^7 + 9.678s^6 + 638.8s^5 + 6947s^4 + 1.204e04s^3 + 3287s^2 + 135.8s + 0.6392}{s^7 + 138.3s^6 + 3126s^5 + 1.132e04s^4 + 6483s^3 + 576.4s^2 + 7.011s} = \frac{1.9599}{s+111.1111} + \frac{2.0911}{s+22.9087} + \frac{0.9948}{s+3.6308} + \frac{0.4763}{s+0.5754} + \frac{0.2284}{s+0.0912} + \frac{0.1175}{s+0.0145} + \frac{0.0912}{s} + 0.0269 \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{s^{0.7}} = \frac{0.01286s^7 + 5.921s^6 + 443.5s^5 + 5320s^4 + 1.012e04s^3 + 3033s^2 + 138.3s + 0.7536}{s^7 + 135.9s^6 + 2843s^5 + 9408s^4 + 4918s^3 + 398.7s^2 + 4.423s} = \frac{1.1795}{s+111.1111} + \frac{1.2715}{s+20.8930} + \frac{0.7309}{s+3.3113} + \frac{0.4210}{s+0.5248} + \frac{0.2431}{s+0.0832} + \frac{0.1567}{s+0.0132} + \frac{0.1704}{s} + 0.0129 \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{s^{0.8}} = \frac{0.005466s^7 + 3.577s^6 + 307.4s^5 + 4073s^4 + 8507s^3 + 2798s^2 + 140.6s + 0.8704}{s^7 + 133.8s^6 + 2586s^5 + 7822s^4 + 3730s^3 + 275.9s^2 + 2.791s} = \frac{0.6563}{s+111.1111} + \frac{0.6722}{s+19.0546} + \frac{0.4672}{s+3.02} + \frac{0.3238}{s+0.4786} + \frac{0.2254}{s+0.0759} + \frac{0.1888}{s+0.0120} + \frac{0.3118}{s} + 0.0055 \quad (4.28)$$

$$\frac{1}{s^{0.9}} = \frac{0.001743s^7 + 2.125s^6 + 212.6s^5 + 3117s^4 + 7150s^3 + 2580s^2 + 142.6s + 0.9895}{s^7 + 131.8s^6 + 2353s^5 + 6503s^4 + 2829s^3 + 190.8s^2 + 1.761s} = \frac{0.3236}{s+111.1111} + \frac{0.2619}{s+17.3780} + \frac{0.2201}{s+2.7542} + \frac{0.1836}{s+0.4365} + \frac{0.1543}{s+0.0692} + \frac{0.19}{s+0.0110} + \frac{0.5619}{s} + 0.0017 \quad (4.29)$$

Bu transfer fonksiyonlarında Oustaloup mekanizmasından farklı olarak integral alıcı bulunmaktadır. Bundan dolayı asimptotik kararlılık özelliğini göstermesi beklenmektedir. Aynı zamanda Oustaloup yaklaşımı ile aynı N=2 değerini seçmesine rağmen bu transfer fonksiyonu daha yüksek dereceden elde edilen bir transfer fonksiyonudur.

Bu çalışmada son olarak NID kodu kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonları Denklem 4.30-4.38’de verilmiştir. Alt frekans sınırı olarak 0.01, üst frekans sınırı olarak 100 ve N=2 olarak seçildiğinde elde edilen transfer fonksiyonları ve basit yapılarına ayrılmış halleri Denklem 4.30-4.38’de verilmiştir.

$$\frac{1}{s^{0.1}} = \frac{s^5 + 20.65s^4 + 58.3s^3 + 25.45s^2 + 1.718s + 0.01585}{0.01585s^6 + 1.718s^5 + 25.45s^4 + 58.3s^3 + 20.65s^2 + s} = \frac{60.3121}{s+91.2011} + \frac{2.2964}{s+14.4544} + \frac{0.3884}{s+2.2909} + \frac{0.0713}{s+0.3631} + \frac{0.0118}{s+0.0575} + \frac{0.0158}{s} \quad (4.30)$$

$$\frac{1}{s^{0.2}} = \frac{s^5 + 22.64s^4 + 70.09s^3 + 33.55s^2 + 2.483s + 0.02512}{0.02512s^6 + 2.483s^5 + 33.55s^4 + 70.09s^3 + 22.64s^2 + s} = \frac{35.9728}{s+83.1764} + \frac{3.0164}{s+13.1826} + \frac{0.6292}{s+2.0893} + \frac{0.1394}{s+0.3311} + \frac{0.0278}{s+0.0525} + \frac{0.0251}{s} \quad (4.31)$$

$$\frac{1}{s^{0.3}} = \frac{s^5 + 24.83s^4 + 84.27s^3 + 44.23s^2 + 3.588s + 0.03981}{0.03981s^6 + 3.588s^5 + 44.23s^4 + 84.27s^3 + 24.83s^2 + s} = \frac{21.1412}{s+75.8578} + \frac{2.9364}{s+12.0226} + \frac{0.7517}{s+1.9055} + \frac{0.2011}{s+0.3020} + \frac{0.0487}{s+0.0479} + \frac{0.0398}{s} \quad (4.32)$$

$$\frac{1}{s^{0.4}} = \frac{s^5 + 27.22s^4 + 101.3s^3 + 58.3s^2 + 5.187s + 0.0631}{0.0631s^6 + 5.187s^5 + 58.3s^4 + 101.3s^3 + 27.22s^2 + s} = \frac{12.1796}{s+69.1831} + \frac{2.4977}{s+10.9648} + \frac{0.7819}{s+1.7378} + \frac{0.2525}{s+0.2754} + \frac{0.0742}{s+0.0437} + \frac{0.0631}{s} \quad (4.33)$$

$$\frac{1}{s^{0.5}} = \frac{s^5 + 29.85s^4 + 121.8s^3 + 76.85s^2 + 7.497s + 0.1}{0.1s^6 + 7.497s^5 + 76.85s^4 + 121.8s^3 + 29.85s^2 + s} = \frac{6.8241}{s+63.0957} + \frac{1.9424}{s+10} + \frac{0.7414}{s+1.5849} + \frac{0.2889}{s+0.2512} + \frac{0.1032}{s+0.0398} + \frac{0.1}{s} \quad (4.34)$$

$$\frac{1}{s^{0.6}} = \frac{s^5 + 32.73s^4 + 146.4s^3 + 101.3s^2 + 10.84s + 0.1585}{0.1585s^6 + 10.84s^5 + 101.3s^4 + 146.4s^3 + 32.73s^2 + s} = \frac{3.67}{s+57.5440} + \frac{1.3957}{s+9.1201} + \frac{0.6479}{s+1.4454} + \frac{0.3047}{s+0.2291} + \frac{0.1327}{s+0.0363} + \frac{0.1585}{s} \quad (4.35)$$

$$\frac{1}{s^{0.7}} = \frac{s^5 + 35.88s^4 + 176.1s^3 + 133.6s^2 + 15.66s + 0.2512}{0.2512s^6 + 15.66s^5 + 133.6s^4 + 176.1s^3 + 35.88s^2 + s} = \frac{1.8489}{s+52.4807} + \frac{0.9159}{s+8.3176} + \frac{0.5161}{s+1.3183} + \frac{0.2929}{s+0.2089} + \frac{0.1560}{s+0.0331} + \frac{0.2512}{s} \quad (4.36)$$

$$\frac{1}{s^{0.8}} = \frac{s^5 + 39.35s^4 + 211.7s^3 + 176.1s^2 + 22.64s + 0.3981}{0.3981s^6 + 22.64s^5 + 176.1s^4 + 211.7s^3 + 39.35s^2 + s} = \frac{0.8267}{s + 47.8630} + \frac{0.5238}{s + 7.5858} + \frac{0.3578}{s + 1.2023} + \frac{0.2452}{s + 0.1905} + \frac{0.1603}{s + 0.0302} + \frac{0.3981}{s} \quad (4.37)$$

$$\frac{1}{s^{0.9}} = \frac{s^5 + 43.14s^4 + 254.5s^3 + 232.1s^2 + 32.73s + 0.631}{0.631s^6 + 32.73s^5 + 232.1s^4 + 254.5s^3 + 43.14s^2 + s} = \frac{0.2765}{s + 43.6516} + \frac{0.2212}{s + 6.9183} + \frac{0.1829}{s + 1.0965} + \frac{0.1513}{s + 0.1738} + \frac{0.1220}{s + 0.0275} + \frac{0.6310}{s} \quad (4.38)$$

Denklem 4.30-4.38'deki elde edilen transfer fonksiyonlarında integral alıcı bulunmaktadır ve bundan dolayı asimptotik kararlı olma ihtimali bulunmaktadır. Bu yapının teorik olarak kararlılık analizi Bölüm 2'de verilmiş olan $I+AGF+AGF+\dots+AGF$ adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK üzerinden ispatlanmıştır. Kesir dereceli integral alıcı adaptasyon mekanizması bulunan yapılar MRAK-KDI-AM olarak isimlendirilmiştir.

MRAK-KDI-AM yapılarının karşılaştırılması Örnek 1 üzerinden gösterilmiştir. Burada kullanılan bütün MRAK-KDI-AM yapılarında $\gamma=1$ olarak seçilmiştir. Çizelge 4.4'te elde edilmiş değerler için benzetim çalışması süresi olarak 5e4 saniye seçilmiştir. Çizelge 4.4 farklı yaklaşımlara sahip MRAK-KDI-AM yapılarının sonuçlarını göstermektedir.

Çizelge 4.4 : MRAK-KDI-AM yapısının farklı yaklaşım yöntemlerine göre sonuçları ($\gamma=1$).

α	NID J	Oustaloup J	Rafine edilmiş Oustaloup J	Zaman Gecikme Marjini (NID kodu)
0.1	3.246	1565($J_1=0.0312$)	35.53	0.2213
0.2	2.053	999.1($J_1=0.01998$)	11.1	0.228
0.3	1.301	635.2($J_1=0.0127$)	4.629	0.227
0.4	0.8268	402.7($J_1=0.00804$)	2.176	0.218
0.5	0.5288	254.9($J_1=0.00509$)	1.095	0.202
0.6	0.3428	161.2($J_1=0.00322$)	0.5798	0.179
0.7	0.2295	101.9($J_1=0.00203$)	0.3237	0.15
0.8	0.17	64.35($J_1=0.00128$)	0.2005	0.112
0.9	0.1967	40.7($J_1=0.00081$)	0.1876	0.0677

Çizelge 4.4'te Oustaloup yöntemiyle elde edilen kesir derecesinde verilen J_1 değeri $5e4$ saniyesinde hesaplanan değerdir. Çizelge 4.4'te verilen J_1 ve J Denklem 4.39'daki gibi hesaplanır.

$$J_1 = \sqrt{e^T(t_{end})e(t_{end})}$$

$$J = \int_0^{T_{sim}} \sqrt{e^T(\tau)e(\tau)} d\tau \quad (4.39)$$

NID kodu ve rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı kullanan MRAK-KDI-AM yapılarında $J_1 < 1e-12$ 'den küçük olduğu için Çizelge 4.4'te J_1 değerleri verilmemiştir. Oustaloup yaklaşımında kullanan MRAK-KDI-AM yapısında ise bu değer büyük olduğu için verilmiştir. Bu değer aslında Oustaloup yaklaşımı tasarlanılan MRAK-KDI-AM yapısının asimptotik kararlılık özeliğine sahip olmadığını göstermektedir. Bu durum bizim asimptotik kararlılık için integral alıcı yapısının genellikle lazım olduğu iddiasını kuvvetlendirmektedir. Bununla birlikte Oustaloup yaklaşımı için genellikle α değeri büyüdükçe J_1 fonksiyonunun değerinin küçüldüğü görülmektedir. Çizelge 4.5'te ise standart MRAK, MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarının sonuçları ve zaman gecikme marjinleri verilmiştir.

Çizelge 4.5 : Farklı adaptasyon mekanizmalarının MRAK sonuçları ve gecikme marjinleri ($\gamma = 1$).

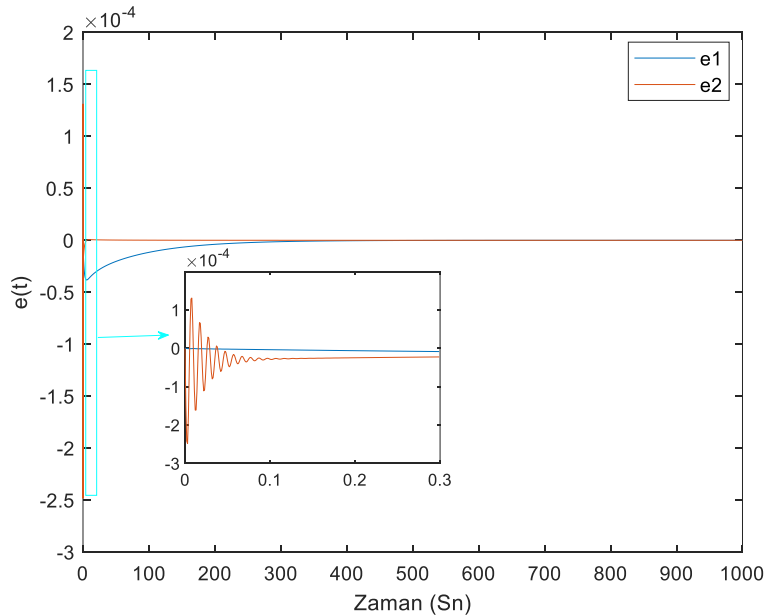
Adaptasyon Mekanizması	γ	γ_p	γ_d	N	J	Zaman Gecikme Marjini
Standart	1	-	-	-	1.035	0.0139
PI	1	0.51	-	-	0.0677	0.261
PIFD	1	0.11	0.19	5	0.1096	0.541

Çizelge 4.4 ile Çizelge 4.5 karşılaştırıldığında PIFD ve PI adaptasyon mekanizmalarının kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK kontrolcülerden daha düşük maliyet fonksiyonu değeri ve daha yüksek zaman gecikme marjini elde ettiği gözlemlenmiştir. MRAK-KDI-AM yapısının çok daha yüksek dereceli bir adaptasyon mekanizmasına sahip olmasına rağmen MRAK-PI-AM veya MRAK-PIFD-AM yapılarından düşük performans sergilemiştir. Kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK kontrolcü, standart MRAK'a kıyasla kontrol işaretinde daha az salınım, daha

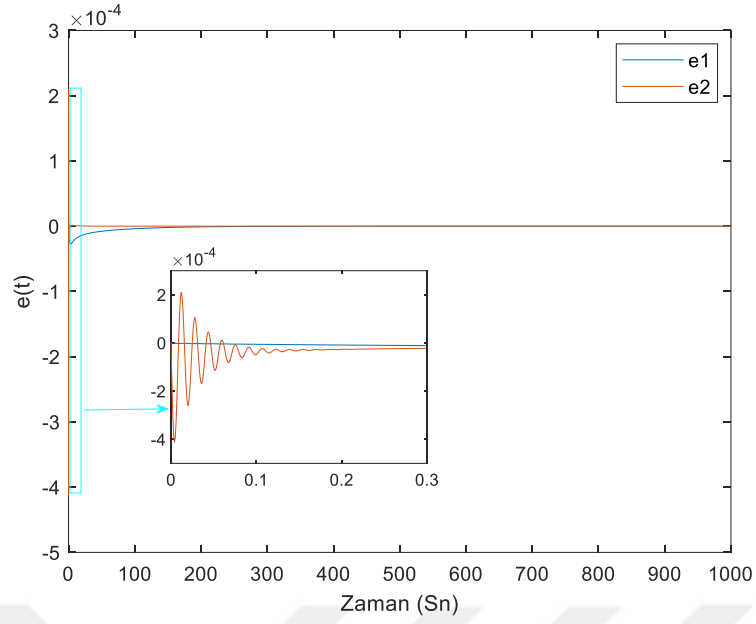
düşük maliyet fonksiyonu ve daha yüksek zaman gecikme marjine sahip olmasına rağmen PI veya PIFD adaptasyon mekanizmalarına kıyasla üstün performans sağlayamamıştır. Bu arada seçilen kesir dereceli integral alıcı yapısı belki farklı yaklaşımlarla veya farklı sistemlerde daha iyi sonuç verebilir. Bundan dolayı doğrudan MRAK-KDI-AM'nin, MRAK-PI-AM veya MRAK-PIFD-AM'dan daima performansı daha kötüdür denilemez.

NID koduna sahip MRAK-KDI-AM yapısına paralel olarak bir oransal kontrolcü bağlanabilir ve böylece oldukça yüksek adaptasyon kazanç değeri olduğunda bile kontrol işaretinin salınımını azaltabilir ve sistemin performansı iyileştirilebilir. Benzer şekilde Oustaloup yaklaşımına sahip MRAK-KDI-AM yapısına paralel uygun işaretli bir integral alıcı adaptasyon mekanizmasına eklenirse bu yapının asimptotik kararlılık özelliğine sahip olabilmesi sağlanabilir veya kısmi parçalara ayrılmış yapıların katsayıları belli koşullarda değiştirilerek sistemin performansı iyileştirilebilir. Bütün bunlar bizim önerdiğimiz metodun avantajları olarak sayılabilir. Bunlarla birlikte, bizim ispatımızın doğrudan kesir dereceli yapıların kararlılığını analiz edememesi sunduğumuz yöntemin dezavantajıdır.

Şekil 4.31-4.36'da elde edilen sonuçlar için Örnek 1 kullanılmıştır. NID koduna sahip MRAK-KDI-AM yapısının farklı α değerleri için takip hataları Şekil 4.31-4.33 arasında verilmiştir. Takip hatalarının verilmesinin nedeni hem kontrol işaretinde salınım olup olmadığını gösterebilmesi hem de performansı değerlendirmek için seçilmiş olmasıdır.

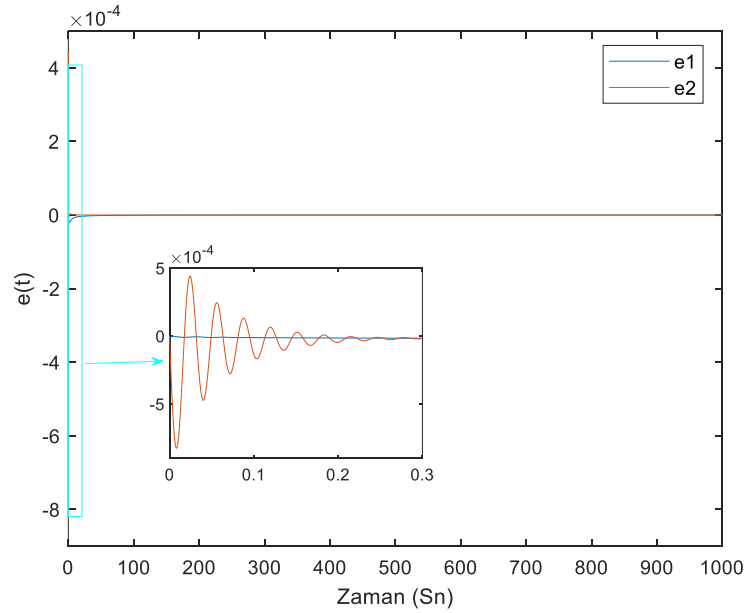


Şekil 4.31 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.1$, $\gamma = 1e3$)



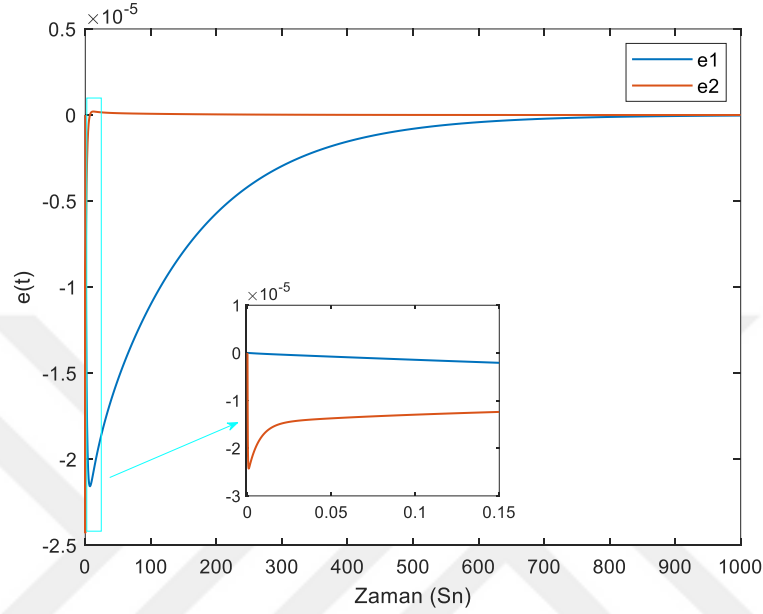
Şekil 4.32 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.3$, $\gamma = 1e3$)

Örnek 1’de MRAK-KDI-AM yapısının tasarım parametreleri $\alpha = 0.1$ veya $\alpha = 0.3$ olarak belirlendiğinde ve $\gamma = 1e3$ seçildiğinde, az miktarda kontrol işaretinde salınım bulunmaktadır. Bu durumu çözmek için bu adaptasyon mekanizmasına paralel oransal terim eklenebilir. Bu yapı kesir dereceli PI adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK (MRAK-KDPI-AM) yapısı olarak isimlendirilecektir. Böylece az miktarda bulunan kontrol işaretinin salınımı ortadan kaldırılabilir.



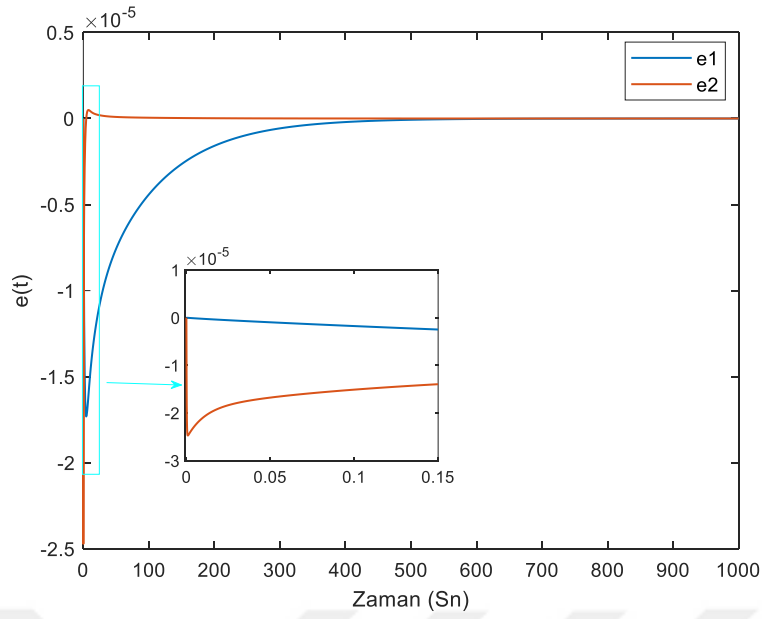
Şekil 4.33 : NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.6$, $\gamma = 1e3$)

Şekil 4.31-4.33'te görülebileceği üzere MRAK-KDI-AM yapısının, az bir salınıma sahip olmasına rağmen salınımı tamamen ortadan kaldıramadığı gözlemlenmektedir. Bu sorunu çözmek için kesir dereceli integral yapısına paralel olarak bir oransal terim eklendi ve böylece Şekil 4.34-4.36 arasındaki sinyallerde hata sinyalinde salınım bulunmadığı gözlemlenmiştir.

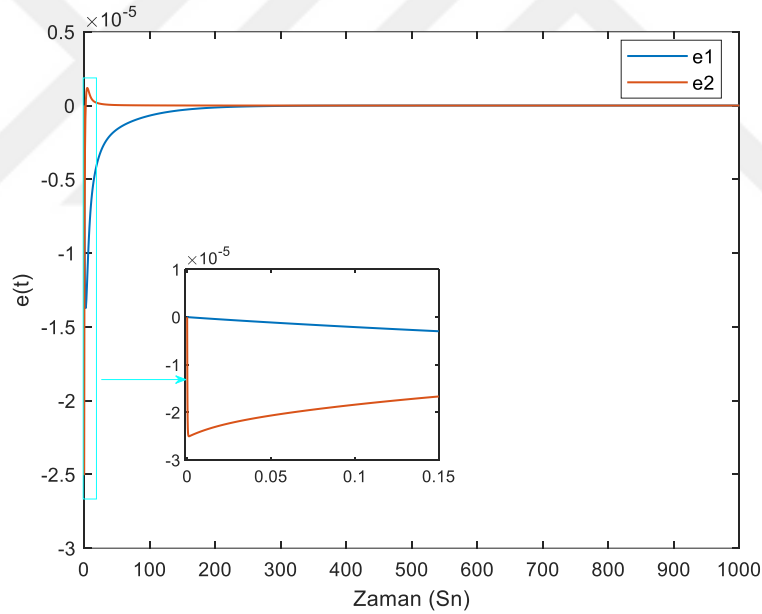


Şekil 4.34 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.1$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)

Şekil 4.34'te NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatasında salınım bulunmadığı gözükmemektedir. Aynı α değerine sahip NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısında ise takip hatasında salınım bulunduğu Şekil 4.31'de görülmektedir.



Şekil 4.35 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.3$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)



Şekil 4.36 : NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası ($\alpha = 0.6$, $\gamma = 1e3$, $\gamma_p = 1$)

Verilen tasarım parametreleri ile NID kodunu kullanan MRAK-KDPI-AM yapısının takip hatası kontrol işaretinin salınımlarının olmadığı ifade edilebilir. Bu çalışma ile literatürde ilk kez transfer fonksiyonu tabanlı bir MRAK-KDPI-AM yapısı sunulmuş, kontrol işaretindeki salınımların ortadan kaldırılabildiği gözlemlenmiş ve yüksek adaptasyon kazanç değerlerinde dahi bu salınımların engellenebileceği ortaya konulmuştur. Bununla birlikte

MRAK-KDPI-AM mimarisinin MRAK-KDI-AM yapısına göre daha iyi bir sonuç verdiği söylenebilir ve bu durum Çizelge 4.6 üzerinden gözlemlenebilmektedir.

Çizelge 4.6 : Farklı adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapılarının sonuçları ($\gamma = 1000$).

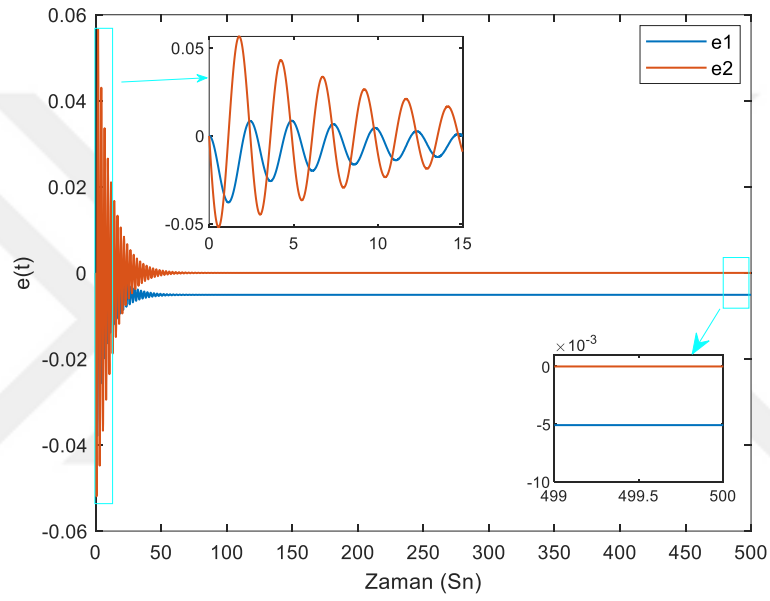
Adaptasyon Mekanizması	γ	α	γ_p	J
Standart MRAK	1000	-	-	3.248e-2
MRAK-PI-AM	1000	-	1	6.139e-5
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000	0.1	-	3.247e-3
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000	0.1	1	3.233e-3
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000	0.3	-	1.303e-3
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000	0.3	1	1.2937e-3
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000	0.6	-	3.546e-4
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000	0.6	1	3.308e-4
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000	0.9	-	3.29e-4
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000	0.9	1	9.031e-5

Sonuçlar oldukça dikkat çekicidir. Çok daha karmaşık yapıya sahip olan NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM ve MRAK-KDPI-AM yapıları, MRAK-PI-AM yapısından daha karmaşık bir adaptasyon mekanizmasına sahip olmasına rağmen daha iyi bir performans verememiştir. Çizelge 4.6’da verilen sonuçları elde etmek için kullanılan benzetim çalışma süresi 1000 saniyedir. Bununla birlikte MRAK-KDPI-AM yapısı kontrol işaretindeki salınımını tamamen engelleyebildiği Şekil 4.34-4.36 incelenerek gözlemlenebilir. Çizelge 4.6 incelendiğinde α değeri büyüdükçe MRAK-KDI-AM veya MRAK-KDPI-AM yapılarının kontrol edilen sistemin performansının iyileştirdiği veya maliyet fonksiyonunun değerini küçülttüğü gözlemlenebilmektedir. Bunun haricinde Oustaloup yaklaşımı ile elde edilen transfer fonksiyonuna paralel bir integral alıcı eklenerek MRAK yapısının asimptotik kararlı olması sağlanabilir.

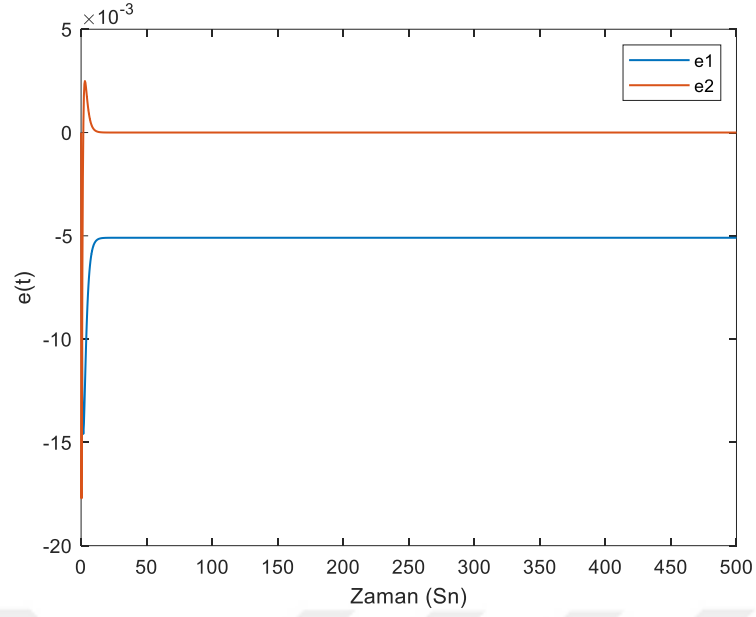
4.3 Adaptasyon Mekanizmasında İntegral Alıcı Olmayan MRAK'ların Karşılaştırılması

Burada yalnızca σ modifikasyonu yani integral alıcı yapısının adaptasyon mekanizmasında bulunmayan MRAK'ların sonuçları verilecektir. Performans ve asimptotik kararlılık için takip hatası üzerinden incelemeler yapılacaktır.

Burada verilen referans modeli, kontrol edilecek sistem ve başlangıç koşulları Örnek 1 ile aynı olduğu için tekrar edilmemiştir. σ -MRAK ve σ -MRAK-PI-AM yapısının hata sinyalleri Şekil 4.37 ve Şekil 4.38 verilmiştir.

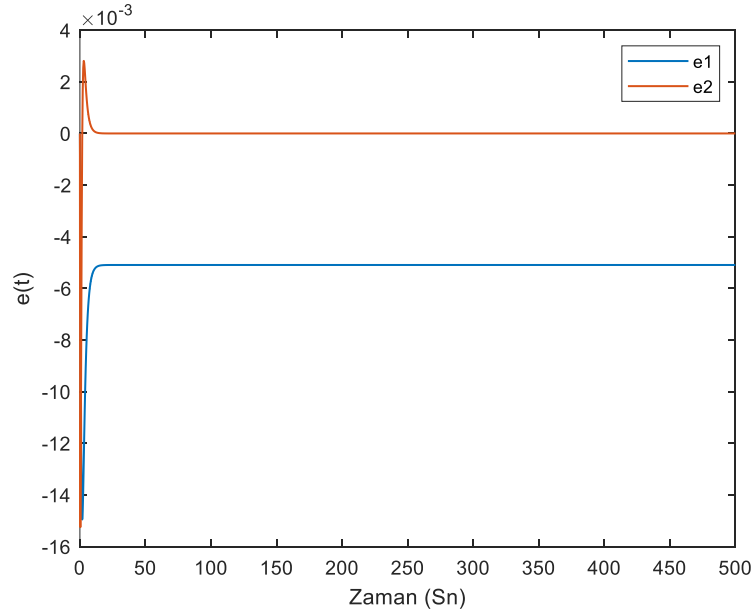


Şekil 4.37 : Örnek 1 için σ -MRAK yapısının hata sinyalleri ($\gamma=1$, $\sigma=0.1$)

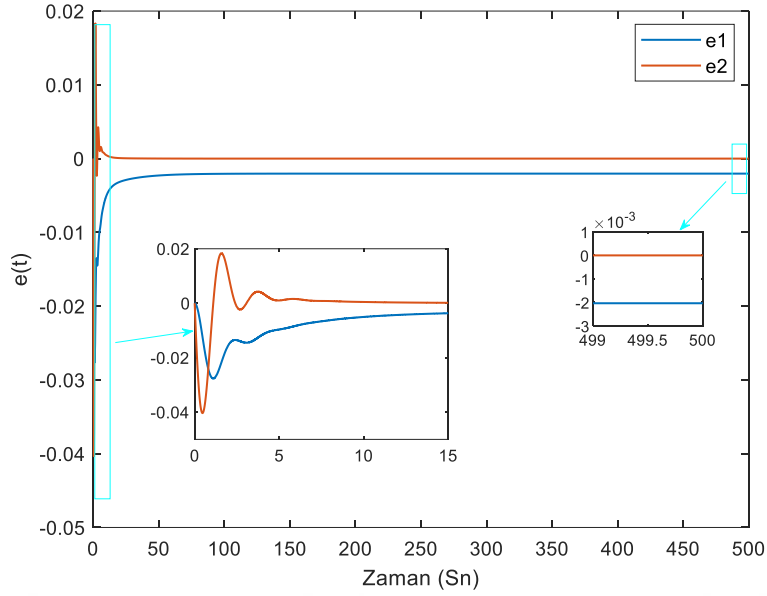


Şekil 4.38 : Örnek 1 için σ -MRAK-PI-AM yapısının hata sinyalleri ($\gamma = 1$, $\gamma_p = 1$, $\sigma = 0.1$)

σ -MRAK yapısında hata sinyallerinde salınım bulunurken, σ -MRAK-PI-AM yapısında hata sinyallerinde salınım bulunmadığı Şekil 4.37 ile Şekil 4.38 karşılaştırılarak gözlemlenebilir. σ -MRAK-PIFD-AM yapısının hata sinyalleri Şekil 4.39’da verilmiştir ve hata sinyallerinde salınım olmadığı görülmektedir. Şekil 4.40’da ise Oustaloup yaklaşımına sahip MRAK-KDI-AM yapısının takip hata sinyalleri verilmiştir.



Şekil 4.39 : Örnek 1 için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının hata sinyalleri ($\gamma = 1$, $\gamma_p = 1$, $\gamma_d = 0.1$, $N=5$, $\sigma = 0.1$)



Şekil 4.40 : Örnek 1 için Oustaloup yak. kullanan MRAK-KDI-AM'nin takip hata sinyalleri ($\gamma = 1$, $\alpha = 0.7$)

σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarının, hata sinyallerinin salınımlarının σ -MRAK'a göre daha düşük olduğu gözlemlenebilmektedir. Aynı zamanda her üç yapıda da aynı σ değeri seçildiğinde kalıcı durum hatasının değerinin aynı olduğu gözlemlenebilir. σ değeri arttıkça kalıcı durum hatası artar [2]. σ modifikasyonu uygulandığında üç adaptasyon mekanizmasının da asimptotik kararlılık özelliği göstermediği gözlemlenmiştir. Kontrol edilen mutlak uyumluluk koşulunu sağlamasına rağmen ideal değere yakınsayamaz. Oustaloup yaklaşımı ile elde edilen kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK'ın da asimptotik kararlı olmadığı görülmektedir. Yani zaman sonsuza giderken hata sıfıra yakınsamaz. Oustaloup yaklaşımına sahip MRAK-KDI-AM yapısındaki hata sinyallerinde az miktarda salınım gözlemlenebilmekte olup bu durum Şekil 4.40'ta açıkça gözlemlenmektedir.

4.4 Parametre Kayması Üzerine Verilen Bir Benzetim Çalışması

Adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan ve gürültünün bulunduğu ve böylece takip hatasının sıfıra yakınsayamadığı yapılarda parametre kayma durumunun oluşabileceğini göstermek amacıyla bu çalışma yapılmıştır. Sistemde gürültü bulunduğunda dahi tahmin edilen kontrolcü parametrelerini sınırlandırabilen yöntemlerin gürbüz MRAK yöntemleri olduğu ve bu bölümde hangi yöntemlerin tahmin edilen kontrolcü parametrelerini sınırlandırabildiği gösterilmiştir.

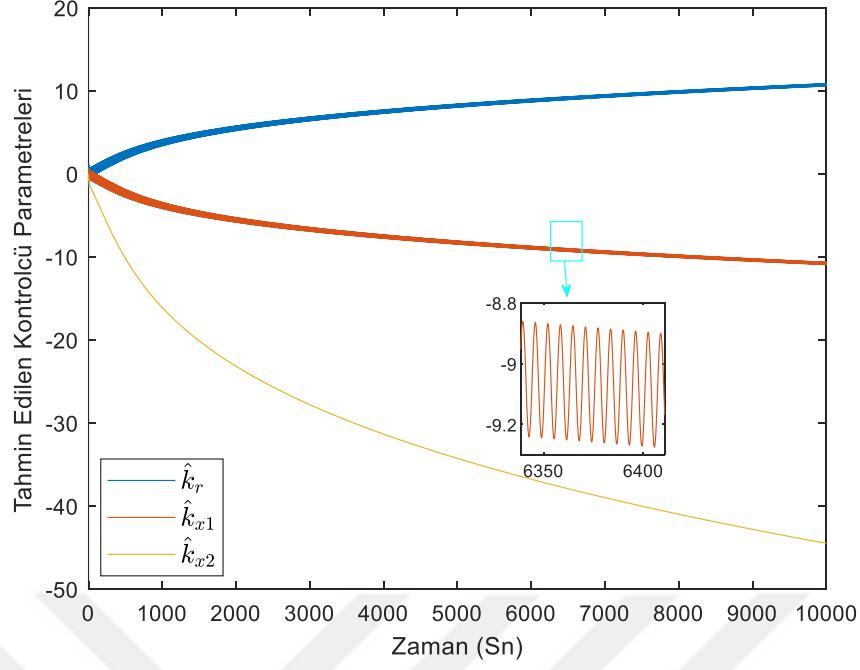
4.4.1 Örnek 3

Kontrol edilen sistem Denklem 4.40'da verilmiştir.

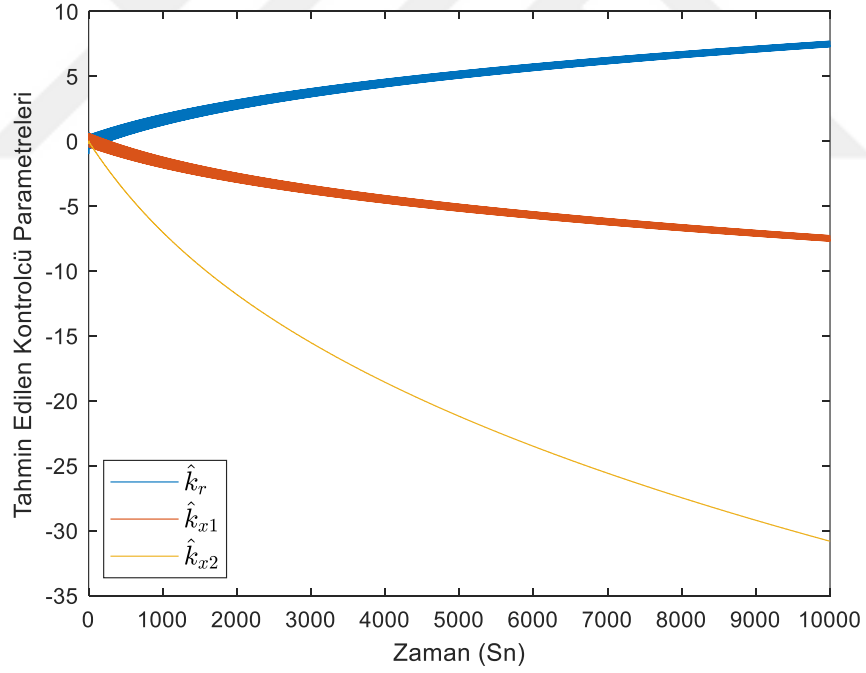
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + d(t)) \quad (4.40)$$

Burada verilen A ve B değerleri Denklem 4.2'de verilmiş olup $d(t) = \sin(t)$ olarak verilmiştir. Referans modelinin parametreleri Denklem 4.3'te verilmiş olup bütün başlangıç değerleri uygun boyutta sıfır vektörlerinden meydana gelmektedir. Adaptasyon mekanizmasının gösteriminin basit olması için $\Phi = [r, x_1, x_2]^T$ regresyon fonksiyonunda olduğu ifade edilmiştir. Burada herhangi bir nominal kontrolcü kullanılmamıştır. I_3 3x3 boyutunda birim matrisi temsil etmektedir. Burada da genel isimlendirmeyi değiştirmemek için Γ , Γ_p , Γ_d adaptif kazanç isimlendirmeleri kullanılmıştır. Burada γ kullanılmamasının nedeni ise adaptif kazanç yapısının matris olmasıdır. Bütün başlangıç değerleri uygun boyuttaki sıfırlar olarak seçilmiştir.

Adaptasyon mekanizmasında integral alıcının bulunduğu MRAK yapılarında parametre kayması oluşabilmektedir. Standart MRAK yapısı kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri Şekil 4.41'de ve MRAK-PI-AM yapısı kullanarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri Şekil 4.42'de gösterilmiştir. Standart MRAK'ta ve MRAK-PI-AM yapısında da sistemde gürültü bulunursa parametre kayması oluşabileceği Şekil 4.41 ve Şekil 4.42'de gözlemlenebilir.

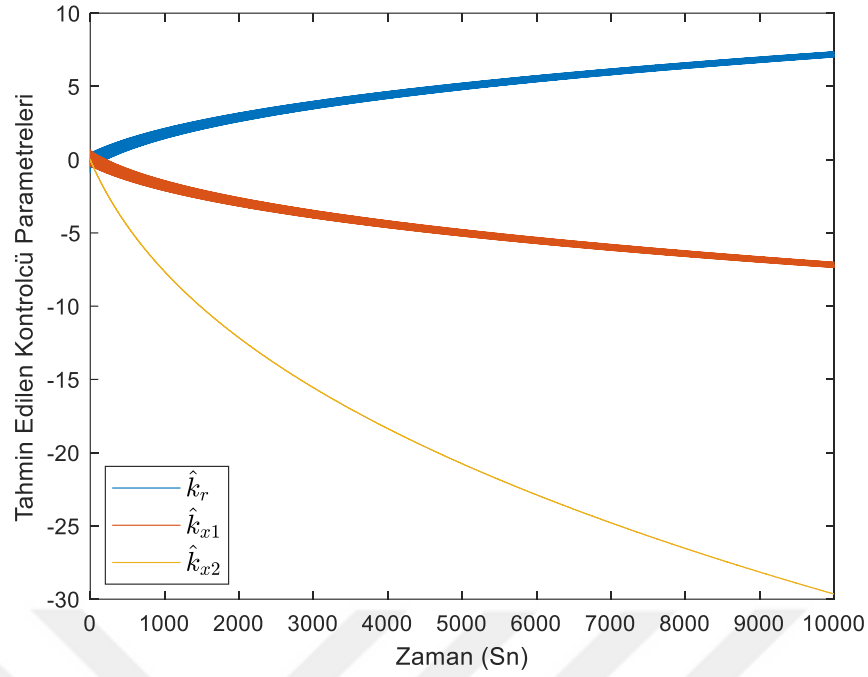


Şekil 4.41 : Örnek 3 için standart MRAK kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$)



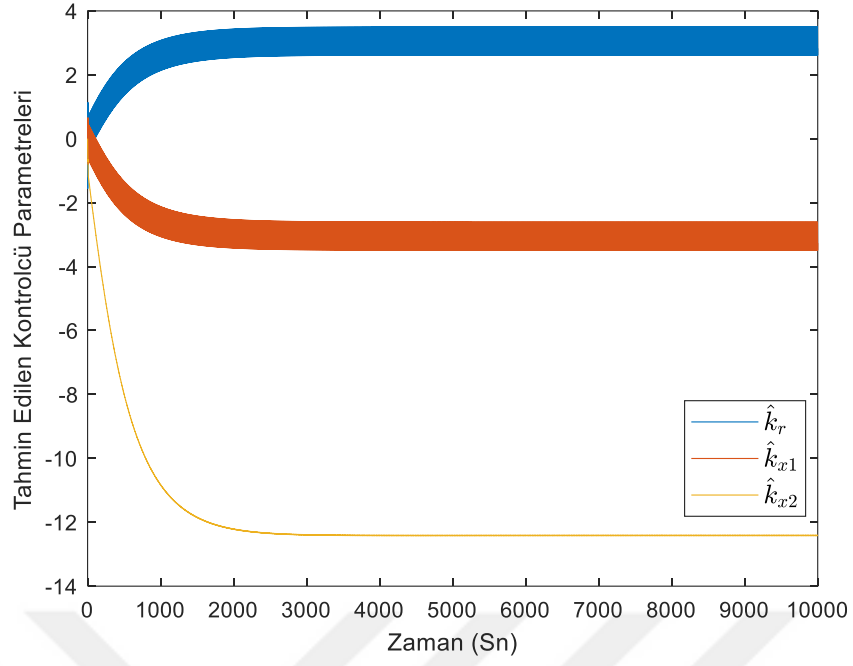
Şekil 4.42 : Örnek 3 için MRAK-PI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3, \Gamma_p = I_3$)

MRAK-PIFD-AM yapısı kullanarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri Şekil 4.43'de sunulmuştur.

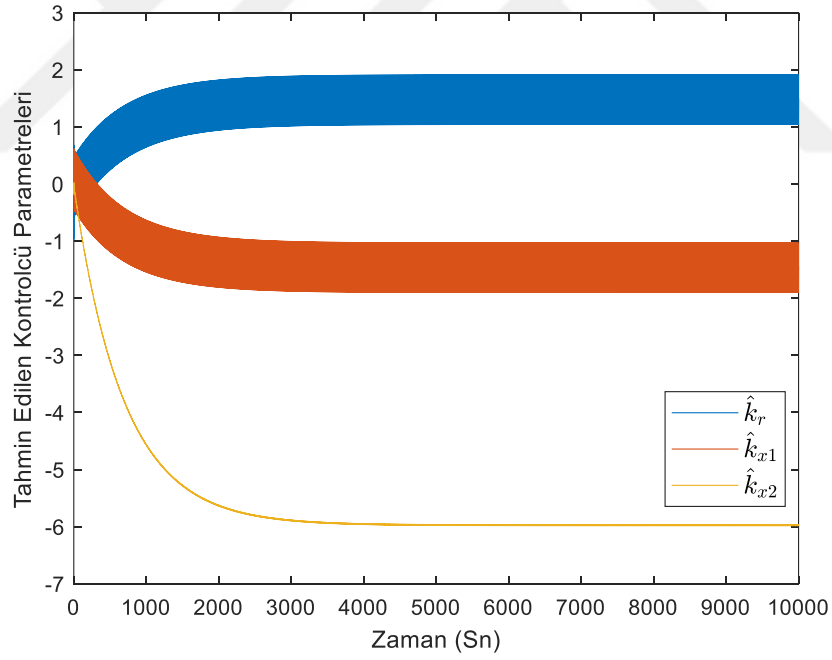


Şekil 4.43 : Örnek 3 için MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\Gamma_p = I_3$, $\Gamma_d = I_3$, $N=5$)

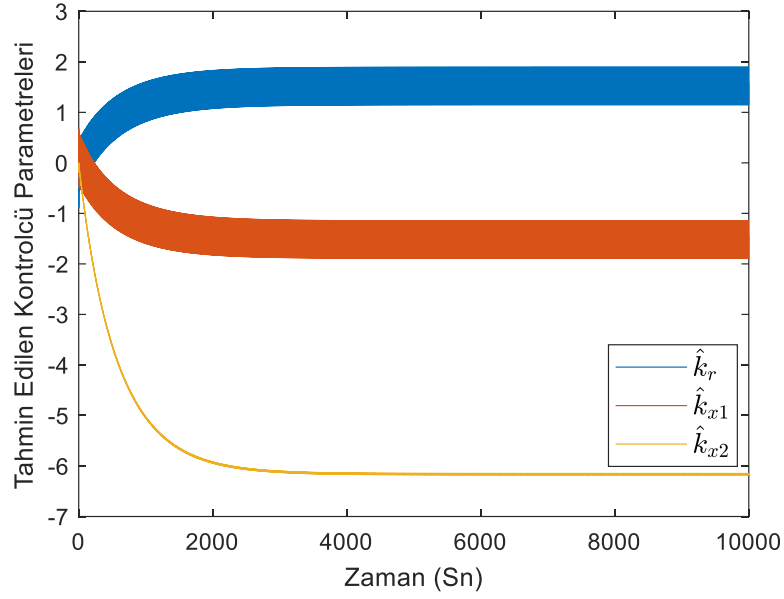
Parametre kayma sorununu çözmek için literatürde bulunan yöntemlerden biri olan σ modifikasyonu kullanılarak parametre kayması sınırlandırılabilir. Bunun için standart σ -MRAK, σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarında, parametre kaymasının sınırlandırılabilceği Şekil 4.44-4.46'da gözlemlenebilmektedir. Başka bir deyişle, parametre kayması adaptasyon mekanizmasının bulunan integral alıcı yerine sızıntı terimi olan integral alıcı yöntemlerinden biri olan σ modifikasyonu kullanılarak engellenebilmektedir.



Şekil 4.44 : Örnek 3 için σ -MRAK kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\sigma=1e-3$)

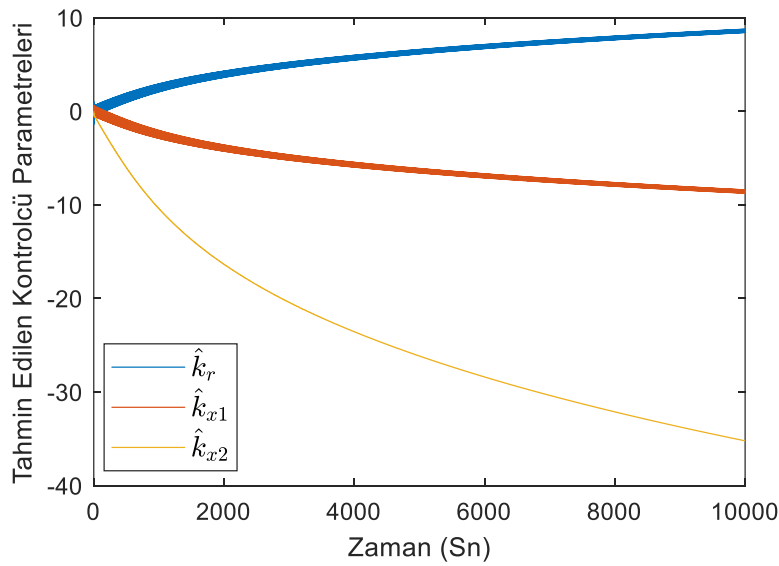


Şekil 4.45 : Örnek 3 için σ -MRAK-PI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\Gamma_p = I_3$, $\sigma=1e-3$)

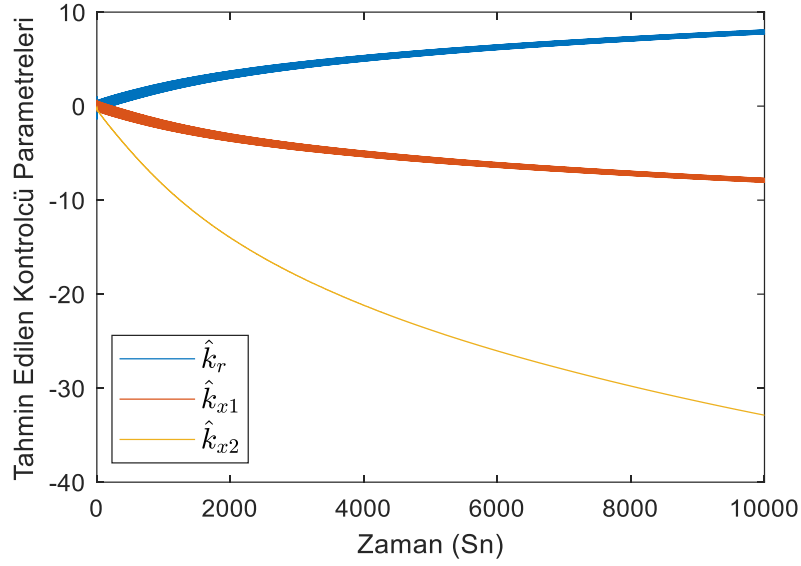


Şekil 4.46 : Örnek 3 için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\Gamma_p = I_3$, $\Gamma_d = I_3$, $N=5$ $\sigma=1e-3$)

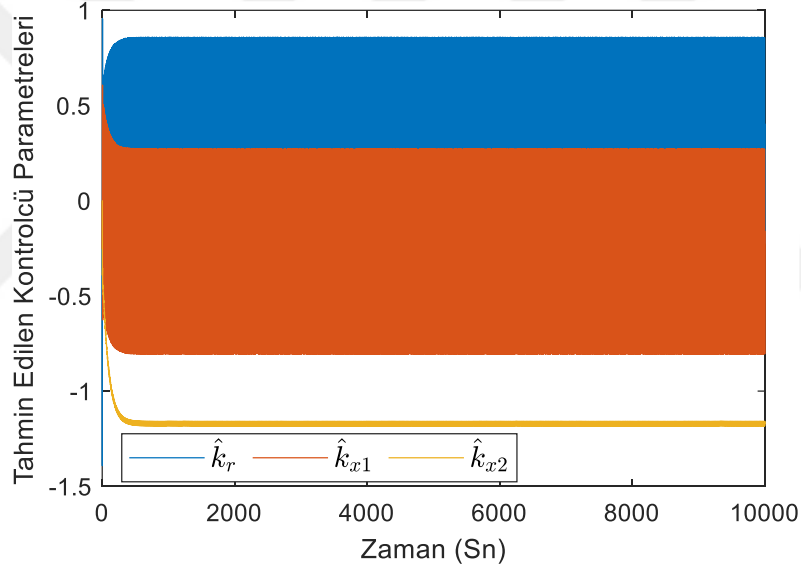
Şekil 4.44 ile Şekil 4.46 arasında, σ modifikasyonu kullanılarak tasarlanan MRAK yapılarında parametre kayma etkisinin engellendiği görülmektedir. Bunlarla beraber kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK kontrolcülerin etkisinin nasıl değiştiği Şekil 4.47-4.49’da verilmiştir. Adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısı ve rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımına sahip MRAK-KDI-AM yapısı parametre kaymasını engelleyemezken adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunmayan Oustaloup yaklaşımı ile tasarımı yapılan MRAK-KDI-AM yapısı ise parametre kaymasını sınırlandırılabilmiştir.



Şekil 4.47 : Örnek 3 için NID kodlu MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\alpha = 0.9$)



Şekil 4.48 : Örnek 3 için rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\alpha = 0.9$)



Şekil 4.49 : Örnek 3 için Oustaloup yaklaşımı MRAK-KDI-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\Gamma = I_3$, $\alpha = 0.9$)

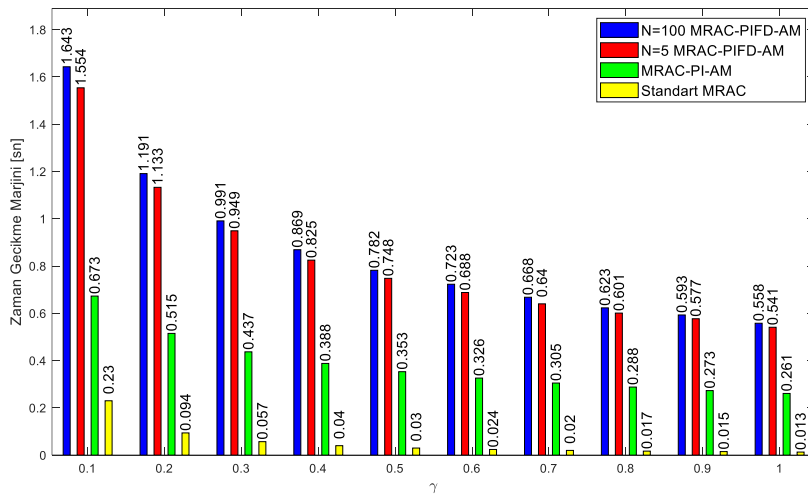
Örnek 3'te tahmin edilen kontrolcü parametreleri değerlendirildiğinde adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan yapılarda parametre kayması olduğu gözlemlenmektedir. İntegral alıcı yerine bir alçak geçiren filtre kullanılırsa parametre kaymasının engellenebildiği gözlemlenmiştir. Başka bir deyişle eğer adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunduğunda parametre kayma sorunuyla karşılaşılsa parametre kayma sorunu σ modifikasyonu kullanılarak çözülebildiği gösterilmiştir.

4.5 Adaptasyon Mekanizmalarına Göre Zaman Gecikmesinin Sisteme Etkisi

Bu bölüm, adaptasyon mekanizmalarının zaman gecikme marjini üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla çalışılmıştır. Literatürde, standart MRAK yapısında zaman gecikmesi arttıkça seçilebilecek adaptasyon kazanç değerinin azaldığı belirtilmektedir [15]. Bu çalışmada, KRM-MRAK yapısı hariç integral alıcı adaptasyon mekanizmasında bulunan MRAK mimarilerinin benzer problemlerle karşılaştığı ortaya konulmuştur. Ayrıca farklı MRAK mimarilerinin zaman gecikme marjinlerinin aynı adaptasyon kazanç değerine sahip olsalar dahi farklılık gösterdiği benzetim çalışmaları ile gösterilmiştir.

Buradaki karşılaştırmalarda adil olması açısından güncelleme mekanizmasında integral bulunan ve integral bulunmayan yapıların sonuçları ayrı ayrı değerlendirilecektir. Burada standart MRAK, MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapıları kendi aralarında değerlendirecektir. İkinci grupta ise güncelleme mekanizmasında integral alıcı bulunmayan yapılar kendi aralarında karşılaştırılacak ve çubuk grafikleri verilecektir. Son olarak da MRAK-KDI-AM yapıları kullanılan Oustaloup, rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımlarına göre karşılaştırılacaktır. Bunların dışında σ modifikasyonuna sahip olan yapıların adaptasyon kazancı sonsuza gitse bile zaman gecikme marjininin sıfıra gitmediği gösterilecektir. Bu bölümde elde edilen bütün değerler Örnek 1’de verilen sistem, referans modeli ve başlangıç koşulları kullanılarak ve $r(t)$ sinyali olarak da birim basamak sinyali seçilerek elde edilmiştir.

Şekil 4.50’de, Örnek 1’de verilen sistem, referans modeli ve başlangıç koşulları kullanılarak, farklı γ değerlerine göre zaman gecikme marjinleri hesaplanmıştır



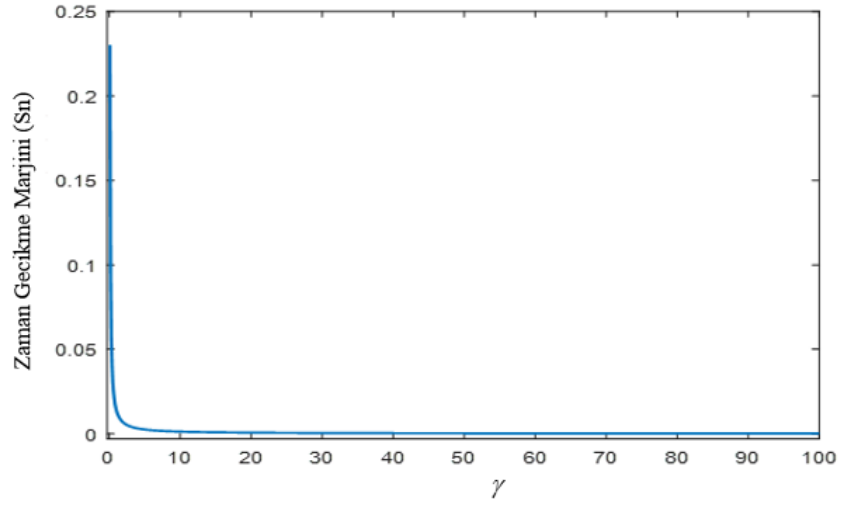
Şekil 4.50 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK’larda γ bağlı olarak zaman gecikme marjinleri

Şekil 4.50'den $N = 100$ için MRAK-PIFD-AM yapısının en yüksek zaman gecikme marjini sahip olduğu görülmektedir ve ikinci sırada $N = 5$ için MRAK-PIFD-AM yapısı bulunurken, bunu MRAK-PI-AM yapısının takip ettiği görülmektedir ve son olarak en düşük zaman gecikmesi standart MRAK'ta bulunmakta olduğu gözlemlenebilir. Burada aslında HT-MRAK ile MRAK-PI-AM ile aynı sonuçlar elde edileceği için verilmemiştir. Yüksek γ değerlerinde zaman gecikmesi marjininin nasıl değiştiği Çizelge 4.7'de verilmiştir.

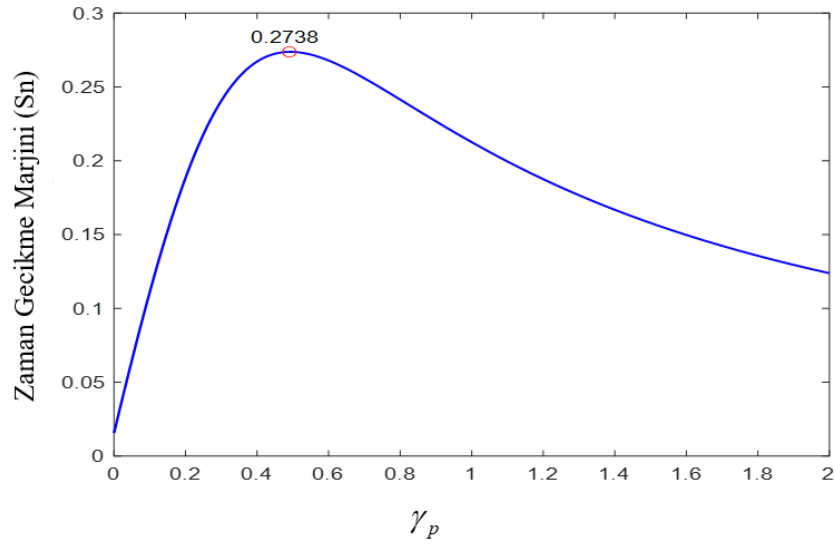
Çizelge 4.7 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK'ların zaman gecikme marjinleri.

Adaptasyon Mekanizması	γ	γ_p	γ_d	N	Zaman Gecikme Marjini
Standart	1e4	-	-	-	1.23e-6
PI	1e4	-	0.0051	-	0.0029
PIFD	1e4	0	1e-3	5	0.003
PIFD	1e4	0	5e-5	100	0.0039
Standart	1e5	-	-	-	1.23e-7
PI	1e5	-	0.0016	-	9.29e-4
PIFD	1e5	0	3.2e-4	5	9.33e-4
PIFD	1e5	0	1.6e-5	100	0.001

MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarında seçilen parametrelere göre zaman gecikme marjininin nasıl etkilendiği Şekil 4.50 ve Çizelge 4.7'den çıkarılabilir. γ değeri büyüdükçe standart MRAK, MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarının zaman gecikme marjininin küçüldüğü Çizelge 4.7'den ve Şekil 4.50'den elde edilebilir. Standart MRAK'ta, γ değeri büyüdükçe zaman gecikme marjininin küçüldüğü Şekil 4.51'de verilmiştir. γ değeri büyüdükçe zaman gecikme marjininin sıfıra gittiği Şekil 4.51'den gözlemlenebilmektedir. MRAK-PI-AM yapısında seçilen tasarım parametrelerine göre zaman gecikme marjininin değişimi Şekil 4.52'de verilmiştir.

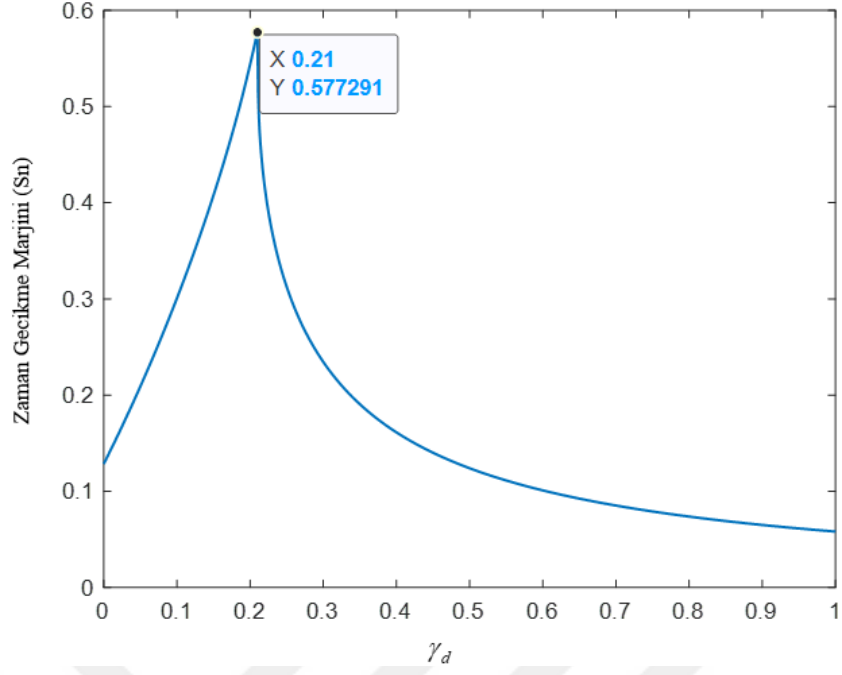


Şekil 4.51 : Standart MRAK'ın γ değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini değişimi

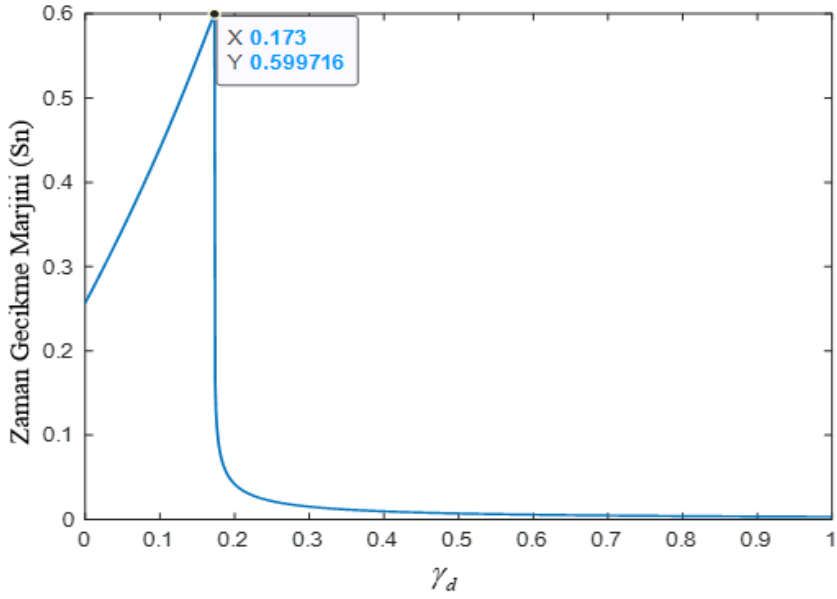


Şekil 4.52 : MRAK-PI-AM'nın γ_p değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini değişimi ($\gamma = 0.9$)

MRAK-PIFD-AM mimarisinde ise seçilen tasarım parametrelerine göre zaman gecikme marjininin nasıl değiştiği Şekil 4.53 ve Şekil 4.54'te verilmiştir.



Şekil 4.53 : MRAK-PIFD-AM'nın γ_d değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9$, $\gamma_p = 0.12$, $N = 5$)



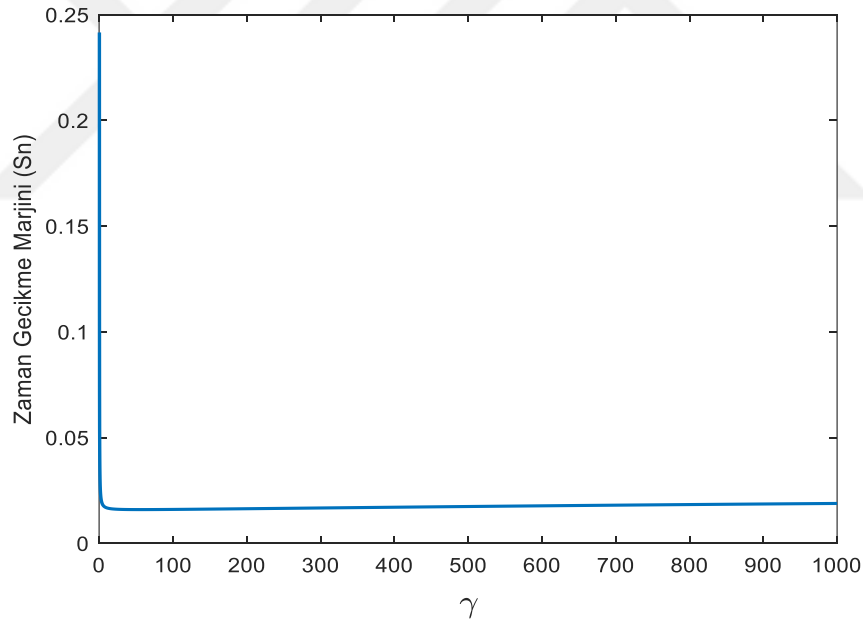
Şekil 4.54 : MRAK-PIDF-AM'nın γ_d değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma = 0.9$, $\gamma_p = 0.35$, $N=100$)

Şekil 4.53 ile Şekil 4.54 karşılaştırıldığında N değerine bağlı olarak en yüksek zaman gecikmeleri için farklı γ_p değerlerine ihtiyaç duyulduğu söylenebilir. Ayrıca N değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini γ_d parametre hassaslığı hakkında yorum yapılmasını

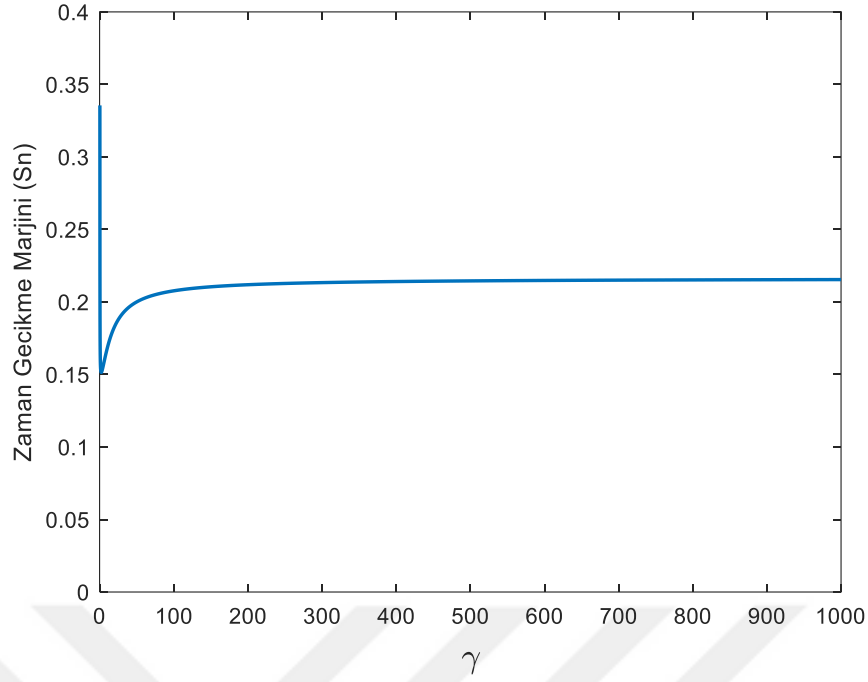
sağlayabilir. N değeri büyüdükçe zaman gecikme marjininin γ_d olan hassaslığının yükseldiği Şekil 4.53 ve Şekil 4.54 karşılaştırılarak gözlemlenebilmektedir.

Şekil 4.55 ile Şekil 4.51 karşılaştırıldığında, standart MRAK yapısında adaptasyon kazanç değeri arttıkça zaman gecikme marjininin sıfıra doğru yaklaştığı açıkça gözlemlenmektedir. Buna karşın σ -MRAK yapısında zaman gecikme marjininin sıfırdan büyük sabit bir değere yakınsadığı tespit edilmiştir. Bu durum σ -MRAK mimarisinin adaptasyon kazancı arttığında bile daha kararlı bir performans sergileyebildiğini ve zaman gecikmelerine karşı daha dirençli olduğunu göstermektedir.

Örnek 1 için σ -MRAK mimarisinin zaman gecikme marjinleri Şekil 4.55 ve Şekil 4.56'da verilmiştir. Bu iki şeklin karşılaştırılması sonucunda her iki durumda da zaman gecikme marjininin sıfıra yakınsamadığı görülmektedir. σ -MRAK mimarisinin farklı adaptasyon kazanç değerleri altında gösterdiği performansın standart MRAK yapısına göre daha yüksek olduğu sonucunu ortaya koymaktadır.

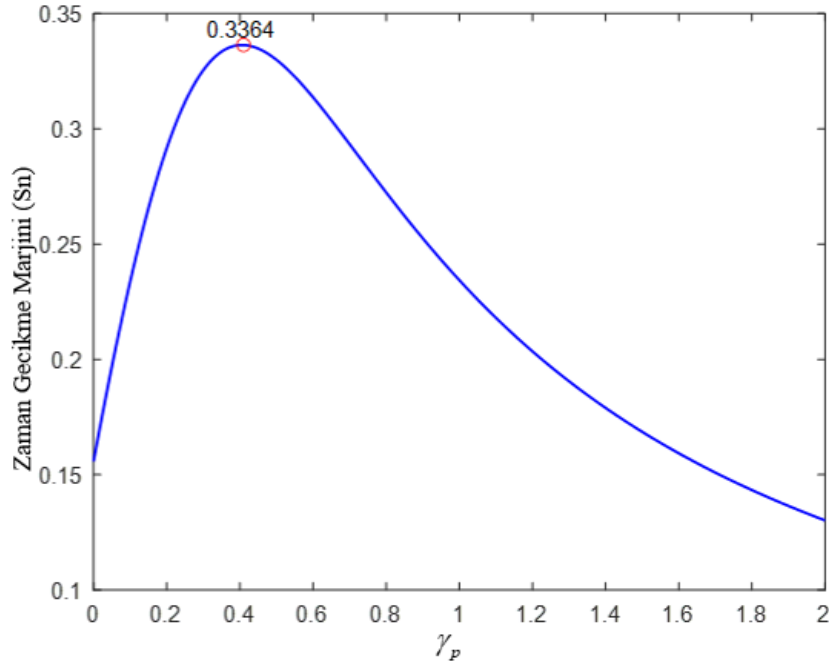


Şekil 4.55 : σ -MRAK için γ bağımlı zaman gecikme marjini ($\sigma = 0.1$)

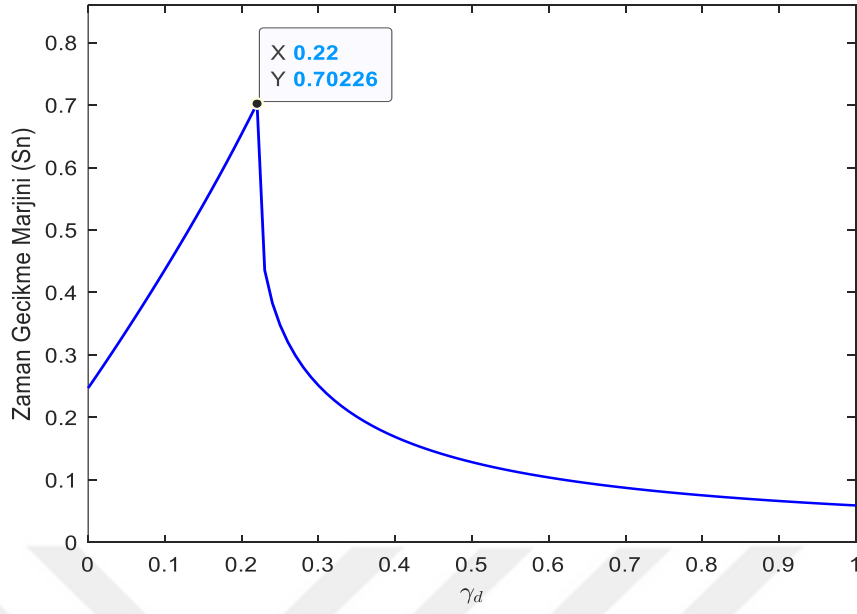


Şekil 4.56 : σ -MRAK için γ göre zaman gecikme marjini ($\sigma=1$)

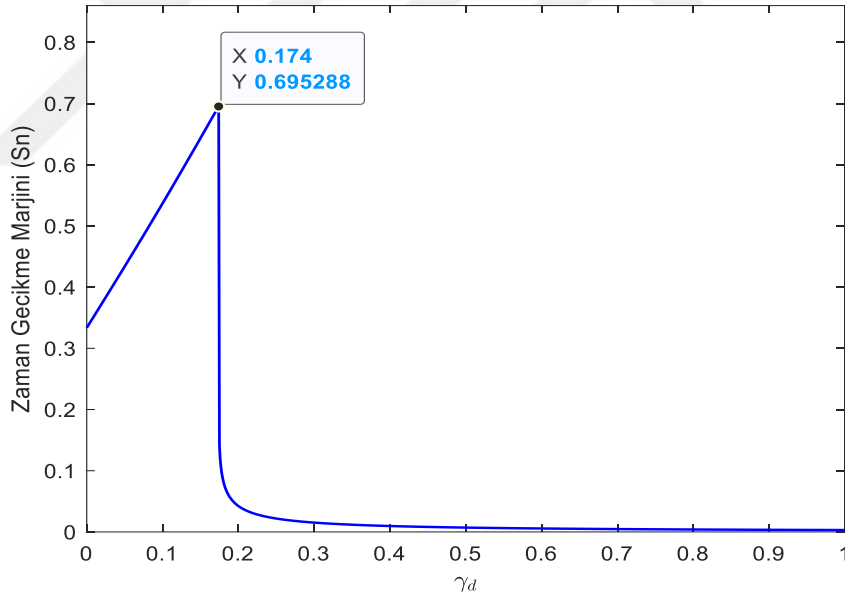
σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM mimarilerinde γ_p ve γ_d seçiminin önemi Şekil 4.57-4.59’da görülmektedir. σ -MRAK-PIFD-AM kontrolcü yapısı MRAK-PIFD-AM yapısına benzer bir şekilde N etkisi ile zaman gecikme marjini arasında bir ilişki olduğu Şekil 4.58 ile Şekil 4.59 karşılaştırılarak gözlemlenebilmektedir.



Şekil 4.57 : σ -MRAK-PI-AM yapısının γ_p bağlı olarak zaman gecikme marjini ($\gamma=0.9$, $\sigma=1$)



Şekil 4.58 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının γ_d bağlı zaman gecikme marjini
($\gamma = 0.9$, $\gamma_p = 0.12$, $N=5$, $\sigma = 1$)

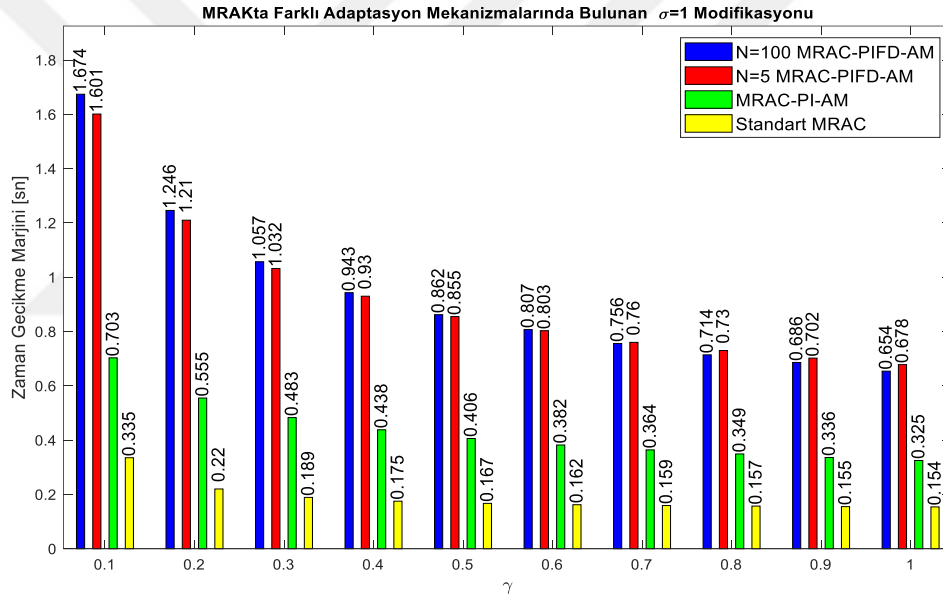


Şekil 4.59 : σ -MRAK-PIFD-AM yapısının γ_d bağlı zaman gecikme marjini
($\gamma = 0.9$, $\gamma_p = 0.35$, $N=100$, $\sigma = 1$)

Çizelge 4.8’de σ modifikasyonuna sahip farklı MRAK yapılarının zaman gecikme marjinleri hesaplanmıştır. Çizelge 4.8’den görüleceği üzere γ değerinin artırılması durumunda σ modifikasyonuna sahip MRAK mimarilerinde zaman gecikme marjininin sıfıra yakınsama durumu geçerli olmamaktadır. $\sigma = 1$ değerine sahip σ -MRAK yapılarının γ değerine bağlı nasıl değiştiği Şekil 4.60’da verilmiştir.

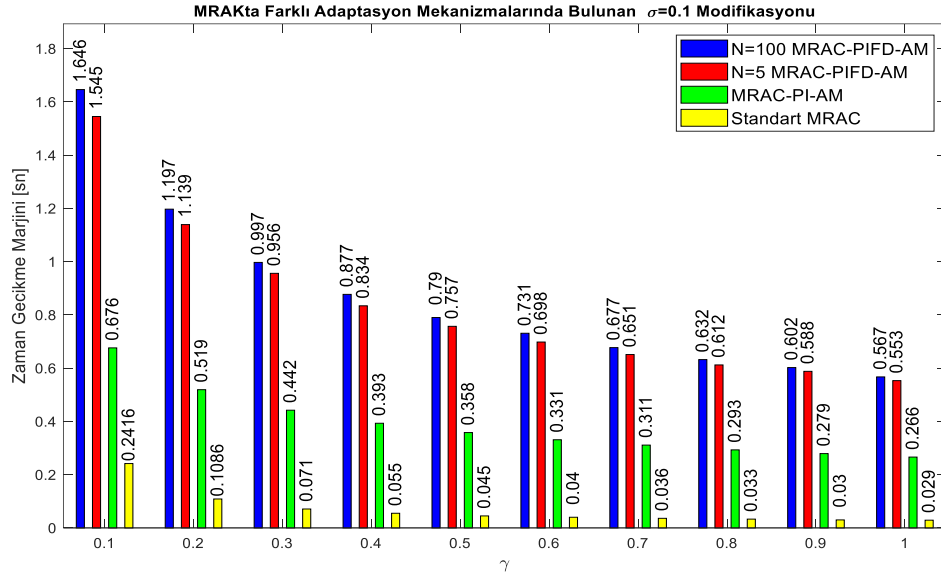
Çizelge 4.8 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK ($\sigma=1$).

Adaptasyon Mekanizması	γ	γ_p	γ_d	N	Zaman Gecikme Marjini
Standart	1e4	-	-	-	0.216
PI	1e4	0.072	-	-	0.253
PIFD	1e4	3e-4	0.157	5	0.393
PIFD	1e4	0.07	0.088	100	0.265
Standart	1e5	-	-	-	0.216
PI	1e5	0.072	-	-	0.254
PIFD	1e5	0.002	0.155	5	0.392
PIFD	1e5	0.067	0.09	100	0.265



Şekil 4.60 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK'ların zaman gecikme marjinleri ($\sigma=1$)

$\sigma = 0.1$ değerine sahip σ -MRAK yapılarının γ değerine bağlı olarak nasıl değiştiği Şekil 4.61'de verilmiştir. σ değerinin daha küçük olduğu σ -MRAK yapılarının daha küçük zaman gecikme marjinine sahip olduğunu Şekil 4.60 ile Şekil 4.61 karşılaştırılarak gözlemlenmektedir. Aynı zamanda tasarım parametreleri uygun şekilde seçilerek yüksek γ değerleri için uygun parametreler seçilirse zaman gecikme marjini sıfıra yakınsamayabilir. σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarında uygun tasarım parametreleri seçilmez ise zaman gecikme marjini sıfıra gidebilir. Bu durum σ -MRAK için geçerli değildir.

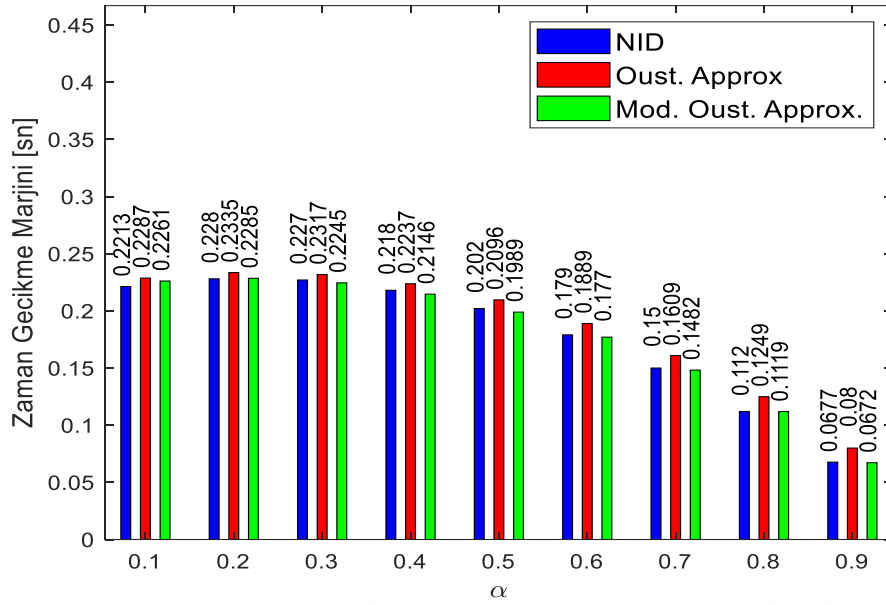


Şekil 4.61 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ modifikasyonuna sahip MRAK'ın zaman gecikme marjini ($\sigma = 0.1$)

Çizelge 4.9 : Farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip σ -MRAK'ların zaman gecikme marjini ($\sigma = 0.1$).

Adaptasyon Mekanizması	γ	γ_p	γ_d	N	Zaman Gecikme Marjini
Standart	1e4	-	-	-	0.0234
PI	1e4	0.007	-	-	0.0273
PIFD	1e4	0	0.0015	5	0.0284
PIFD	1e4	0.0064	2e-4	100	0.0362
Standart	1e5	-	-	-	0.0243
PI	1e5	0.007	-	-	0.0282
PIFD	1e5	0	0.0015	5	0.0292
PIFD	1e5	0.0058	1e-4	100	0.037

Şekil 4.62'de farklı kesir dereceli yaklaşımlarının zaman gecikmesini α değerine bağlı olarak nasıl değiştirebildiğine dair karşılaştırma yapılmıştır. Şekil 4.62 incelendiğinde aynı γ ve α katsayılarına sahip KDI-MRAK yapılarında en yüksek zaman gecikme marjininin genellikle Oustaloup yaklaşımında elde edildiği görülmektedir. Bunun sebebi ise diğer MRAK-KDI-AM yapılarında integral alıcı bulunurken Oustaloup yaklaşımında integral alıcının bulunmaması olabilir.



Şekil 4.62 : MRAK-KDI-AM yapısının, farklı yaklaşımların, farklı α değerleri için elde edilen zaman gecikme marjinleri ($\gamma = 1$)

MRAK-KDI-AM yapısının farklı yaklaşımlarla yüksek γ değerlerinin seçildiği durum Çizelge 4.10’da verilmiştir. Oustaloup yaklaşımına sahip MRAK-KDI-AM yapısının, σ -MRAK veya σ -MRAK-PI-AM yapıları gibi parametre kayma sorununu çözebilmesine rağmen γ değeri sonsuza giderken zaman gecikme marjininin sıfıra gittiği Çizelge 4.10’dan anlaşılmaktadır. MRAK-KDI-AM yapısına sahip mekanizmaların standart MRAK’tan daha iyi zaman gecikme marjinine sahip olabildiği Şekil 4.62 ve Şekil 4.50 karşılaştırılarak elde edilebilir.

Çizelge 4.10 : MRAK-KDI-AM mimarisi için elde edilen zaman gecikme marjinleri.

Kesir Derece Yak.	γ	α	Zaman Gecikme Marjini
Oust. Yak.	100	0.1	0.0038
Raf. Oust. Yak.	100	0.1	0.0041
NID kodu	100	0.1	0.0022
Oust. Yak.	10000	0.1	3.91e-5
Raf. Oust. Yak.	10000	0.1	4.3e-5
NID kodu	10000	0.1	2.1890e-05

Çizelge 4.10’da verilen Yak ifadesi yaklaşım ifadesinin kısaltmasıdır. Oust ve Raf. ise sırasıyla Oustaloup ve rafine edilmiş ifadelerinin kısaltmalarıdır. Oustaloup yaklaşımını kullanan MRAK-KDI-AM yapısında integral alıcı yapısı bulunmamasına rağmen γ değeri sonsuza yaklaştığında zaman gecikme marjininin sıfıra gittiği gözlemlenmiştir. Kesir dereceli

integral alıcı adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK mimarilerinde zaman gecikme marjı standart MRAK kontrolörlerine göre daha yüksektir. Ancak σ modifikasyonlu MRAK ile karşılaştırıldığında çok yüksek γ değerlerinde kesir dereceli adaptasyon mekanizmasına sahip MRAK yapısının zaman gecikme marjının daha düşük olduğu görülmektedir. Çizelge 4.9'da yüksek γ değerlerine sahip σ -MRAK, σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarında zaman gecikme marjının sıfıra gitmediği sonucuna ulaşılmıştır.

KRM-MRAK hariç hafıza terimi bulunan ve bu tezde bahsedilen tüm yapılarda γ değeri büyüdükçe zaman gecikme marjı azalır ve γ sonsuza giderken zaman gecikme marjini sıfıra gider.

4.6 Sonuçlar

Burada Bölüm 2 ve Bölüm 3'te verilen MRAK yapılarının benzetim çalışmaları verilmiştir. Bölüm 2'de verilen her bir yöntemin içinde adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunduğu için bunları kullanarak elde edilen her bir yöntemin takip hatasının sıfıra gittiği benzetim çalışmaları üzerinden gösterilmiştir. Bölüm 3'te verilen adaptasyon mekanizmalarında ise yani içinde integral alıcı bulunmayan yapılarda ise takip hatasının sıfıra yakınsamadığı sonucu elde edilmiştir.

Zaman gecikmesi marjini karşılaştırmasında ise adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan MRAK yöntemleri içinde en iyi performans MRAK-PIFD-AM ile elde edilmiştir. Zaman gecikmesi bulunduğunda adaptif kazanç değeri olarak en yüksek değer KRM-MRAK ile elde edilmesine rağmen MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarından daha kötü performans gösterdiği gözlemlenmiştir.

Parametre kayma sorununun integral alıcı yerine alçak geçiren bir filtre seçilerek çözülebildiği ve σ -MRAK, σ -MRAK-PI-AM, σ -MRAK-PIFD-AM yapıları ve Oustaloup yaklaşımı kullanan MRAK-KDI-AM yapısı üzerinden gözlemlenmiştir.

MRAK-KDI-AM yapılarındaki takip hatasının sıfıra yakınsamasının seçilen yaklaşım metoduna bağlı olduğu gösterilmiştir. MRAK-KDI-AM yapılarında elde edilen transfer fonksiyonlarında içinde integral alıcı bulunan yapıların takip hatasının sıfıra yakınsatabildiğini ama içinde integral alıcı bulunmayan yapıların takip hatasının sıfıra yakınsatmadığı simülasyon çalışmaları üzerinden gösterilmiştir. Oustaloup yaklaşımıyla elde edilen transfer fonksiyonunu kullanan MRAK-KDI-AM yapılarının takip hatasını sıfıra indiremediği sunulmuştur.

Bildiğimiz kadarıyla literatürde ilk defa transfer fonksiyonu üzerinden tasarlanan MRAK-KDPI-AM yapısının simülasyon sonuçları verildi ve genellikle bu yapının MRAK-KDI-AM yapısından daha iyi bir performans sunduğu ve daha az kontrol salınımı sağladığı gözlemlenmiştir.

Son olarak MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, HT-MRAK-AM, standart MRAK, farklı yaklaşımlarla elde edilen MRAK-KDI-AM, σ -MRAK, σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarının tasarım parametrelerine göre zaman gecikmeleri karşılaştırılmıştır. σ modifikasyonlu MRAK yöntemlerinde adaptif kazanç değeri sonsuza gitse bile zaman gecikme marjininin sıfıra gitmediği simülasyon çalışmaları üzerinden gösterilmiştir. KRM-MRAK hariç diğer hafıza terimi bulunan MRAK yöntemlerinde ise adaptif kazanç değeri sonsuza gider ise zaman gecikme marjininin sıfıra gittiği görülmüştür.

5. ÖNERİLEN MRAK YÖNTEMLERİNİN LİNEER OLMAYAN SİSTEMLER ÜZERİNDEKİ BENZETİM ÇALIŞMALARI

5.1 Giriş

Bu bölümde lineer olmayan bir sistem olan kanat salınım modelinin MRAK ile kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bölüm 5.2’de zaman gecikmesi bulunmayan kanat salınım sisteminde asimptotik kararlılık özeliğine sahip farklı MRAK yapılarının karşılaştırılmaları verilmiştir. Bölüm 5.3’te kontrol işaretinde zaman gecikmesi bulunan kanat salınım sisteminin kontrolü için σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarının performansları karşılaştırılmıştır. Gerekli olan tasarım parametreleri öğrenme öğretme tabanlı optimizasyon (ÖÖTO) kullanılarak elde edilmiştir.

5.2 Zaman Gecikmesiz Kanat Salınım Sisteminin Benzetim Çalışması

Kanat salınım dinamik sistemi için seçilen yapı Denklem 5.1’de verilmiştir. Bu çalışmada bulunan bütün başlangıç şartları 0 olarak kabul edilmiştir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B\Delta(x(t)), x(0) = x_0, t \geq 0 \quad (5.1)$$

Kontrol edilen sistem parametreleri olan A ve B değerleri Denklem 5.2’de verilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Referans modelinin yapısı Denklem 2.3’te verilmiştir. Referans model parametrelerinin değerleri ise Denklem 5.3’te verilmiştir.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.16 & -0.5656 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.16 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Denklem 5.1’de verilen $\Delta(x(t)) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3|x_1|x_2 + a_4|x_2|x_2 + a_5x_1^3$ olarak seçilmiştir.

Burada regresyon fonksiyonu olarak $\Phi = [r, x_1, x_2, |x_1|x_2, x_2|x_2, x_1^3]^T$ belirlenmiştir.

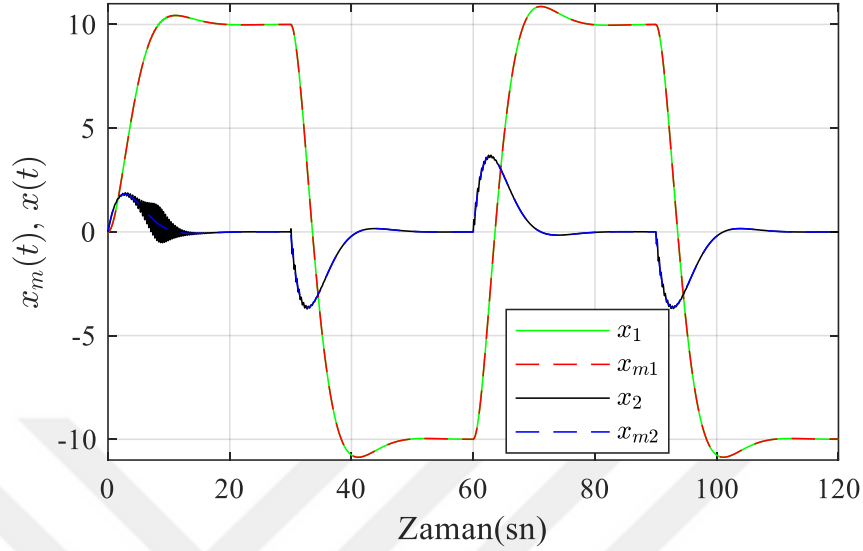
Burada a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 değerleri bilinmeyen değerler olup benzetim çalışması için

$a_1 = 0.2314, a_2 = 0.7848, a_3 = -0.0624, a_4 = 0.0095$ ve $a_5 = 0.0215$ olarak verilmiştir

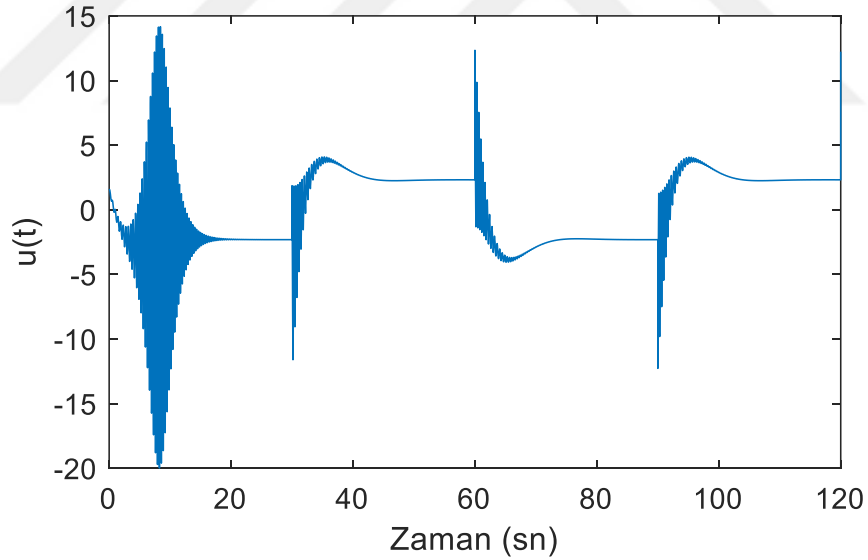
[7]. Burada $Q = I_2$ olarak seçilmiştir. Bu kısımda nominal bir kontrolcü kullanılmamıştır.

Standart MRAK için $\Gamma_{\ominus} = 1e3I_6$ seçilmiştir. Bu bölümde yapılan bütün çalışmalarda

başlangıç şartları 0 olarak kabul edilmiştir. Standart MRAK kullanılarak elde edilen çıkış sinyalleri ve kontrol işareti Şekil 5.1 ve Şekil 5.2’de verilmiştir. $r(t)$ sinyali kare sinyali olarak seçilmiştir.

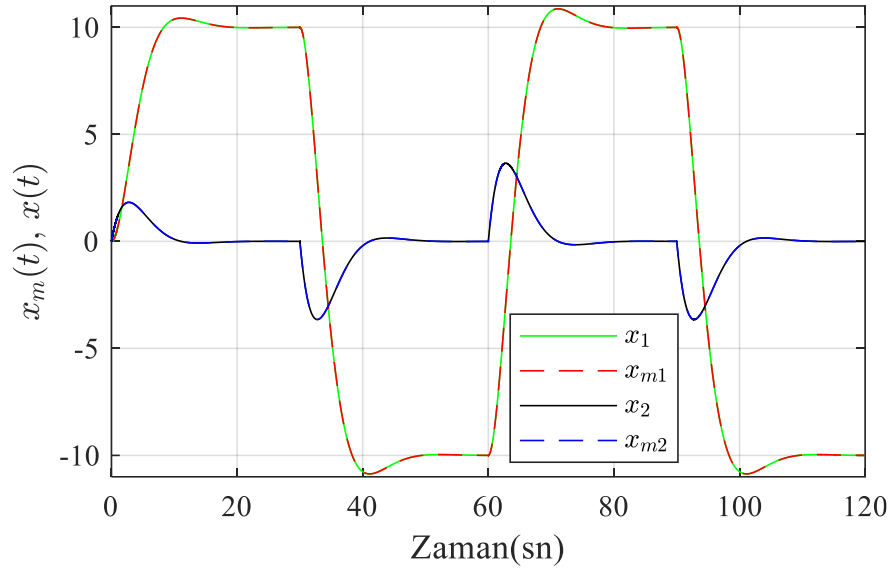


Şekil 5.1 : Kanat salınım sistemi için standart MRAK yapısının çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$)

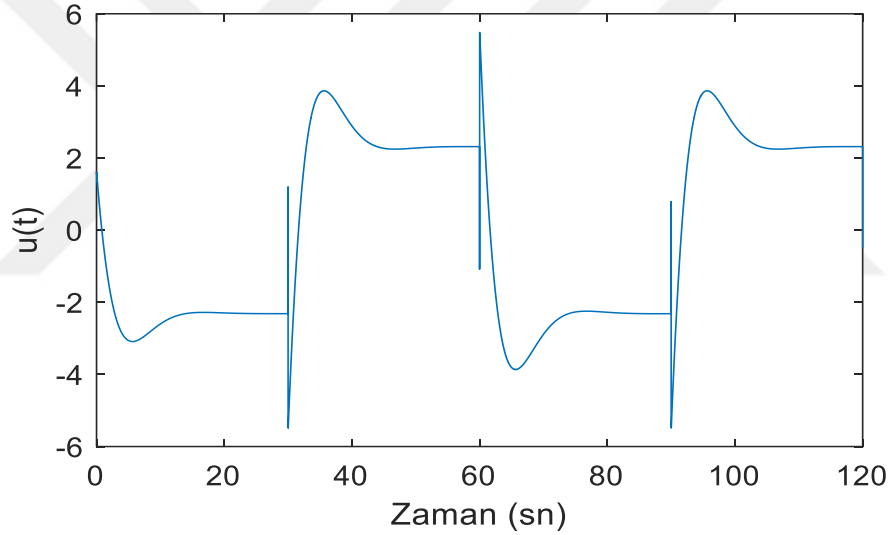


Şekil 5.2 : Kanat salınım sistemi için standart MRAK yapısının kontrol işareti ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$)

Standart MRAK’ın yüksek adaptif kazanç değerinde kontrol işaretinde salınım bulunduğu Şekil 5.2’de görülmektedir. Aynı zamanda sistemin çıkış sinyallerinden biri olan x_2 sinyalinde de salınım bulunduğu Şekil 5.1’de gözlemlenebilmektedir. MRAK-PI-AM yapısının kontrol sinyali ve sistemin çıkışları ise Şekil 5.3 ve Şekil 5.4’te verilmiştir.

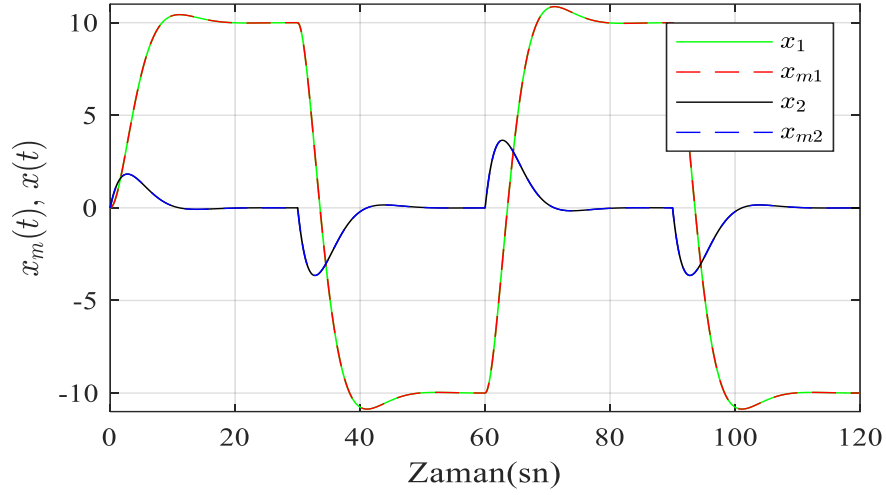


Şekil 5.3 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PI-AM yapısının çıkış sinyalleri
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\Gamma_{\Theta p} = I_6$)

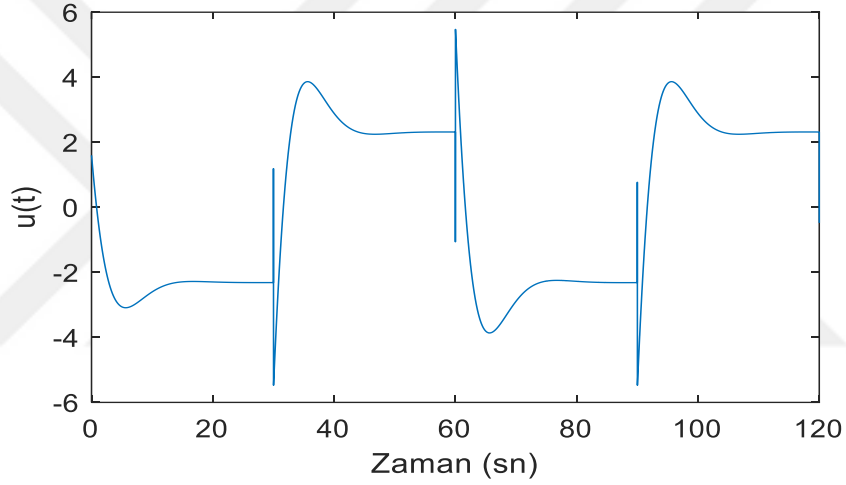


Şekil 5.4 : Kanat salınım sistemi için MRAK-PI-AM yapısının kontrol sinyali
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\Gamma_{\Theta p} = I_6$)

MRAK-PI-AM yapısında ise standart MRAK'tan farklı olarak kontrol işaretinin salınımının engelleyebildiği Şekil 5.4'ten gözlemlenebilmektedir. Aynı zamanda Şekil 5.1'deki x_2 işaretinde bulunan salınımın Şekil 5.3'te bulunmadığı görülmektedir. MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri Şekil 5.5'te verilmiştir. MRAK-PIFD-AM mimarisinin kontrol sinyali ise Şekil 5.6'da verilmiştir.

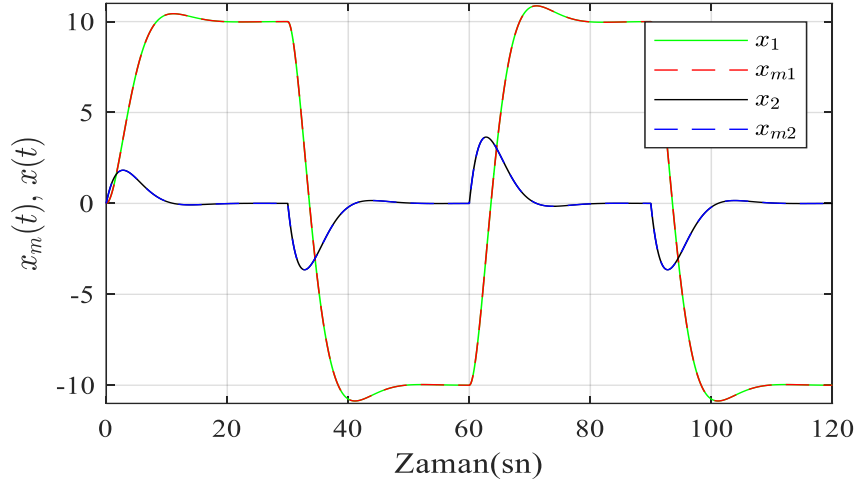


Şekil 5.5 : Kanat salınım sistemi için MRAC-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri
 $(\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \Gamma_{\Theta d} = 0.1I_6, N = 5)$

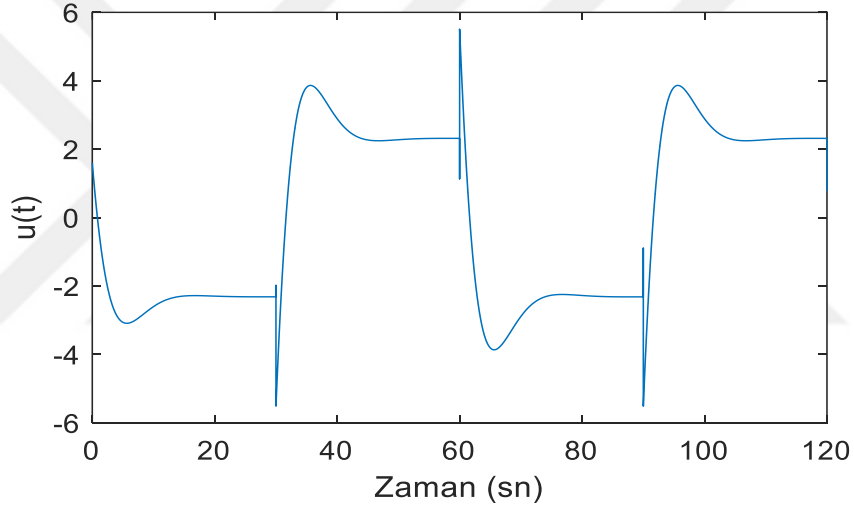


Şekil 5.6 : Kanat salınım sistemi için MRAC-PIFD-AM yapısının kontrol sinyali
 $(\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \Gamma_{\Theta d} = 0.1I_6, N = 5)$

MRAK-PIFD-AM yapısında da MRAK-PI-AM gibi Şekil 5.6 üzerinden kontrol işaretinde salınım bulunmadığı görülmektedir. MRAK-PIFD-AM yapısında Şekil 5.5'ten x_2 sinyalinde salınım bulunmadığı gözlemlenebilmektedir. HT-MRAK yapısının kontrol işareti Şekil 5.8'de verilmiştir ve HT-MRAK'ın çıkış sinyalleri ise Şekil 5.7'de gösterilmiştir.

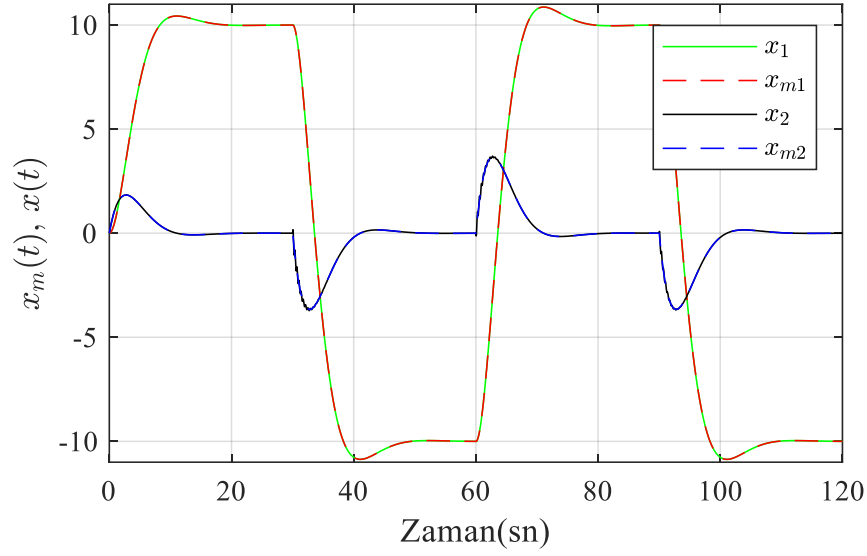


Şekil 5.7 : Kanat salınım sistemi için HT-MRAK yapısındaki çıkış sinyalleri ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $k = 1e3$)

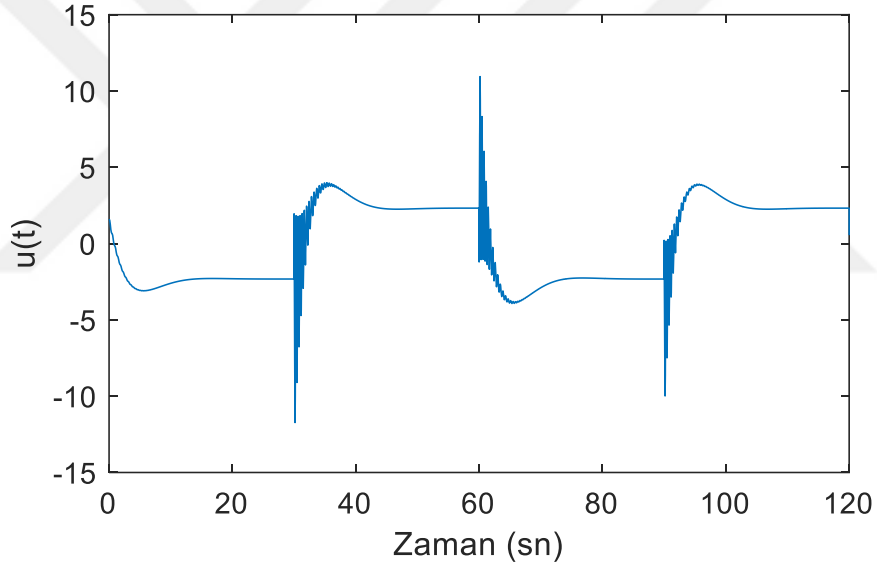


Şekil 5.8 : Kanat salınım sistemi için HT-MRAK'ın kontrol sinyali ($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $k = 1e3$)

HT-MRAK yapısının da MRAK-PI-AM yapısı gibi yüksek adaptif kazanç değeri verildiğinde bile kontrol işaretinde salınımı engelleyebildiği Şekil 5.8 üzerinden görülebilir. KRM-MRAK yapısının kontrol işareti ve kontrol edilen sistemin çıkış sinyalleri Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da verilmiştir.

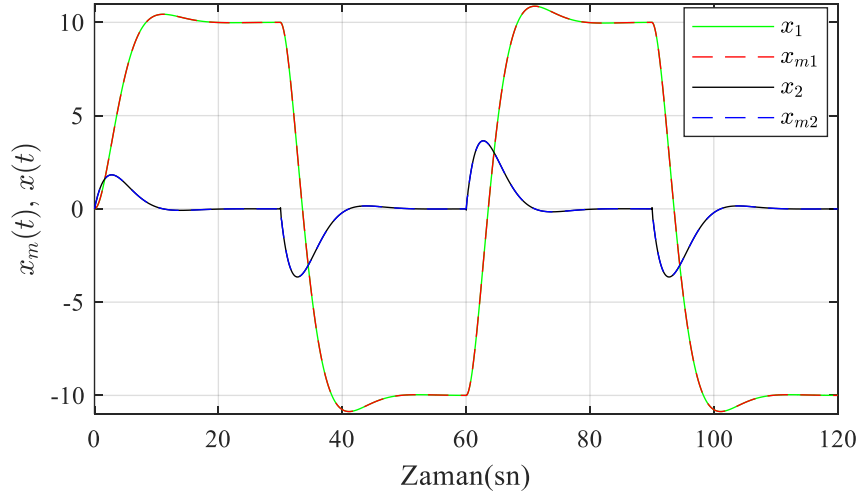


Şekil 5.9 : Kanat salınım sistemi için KRM-MRAK yapısındaki çıkış sinyalleri
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\lambda = 2.5$)

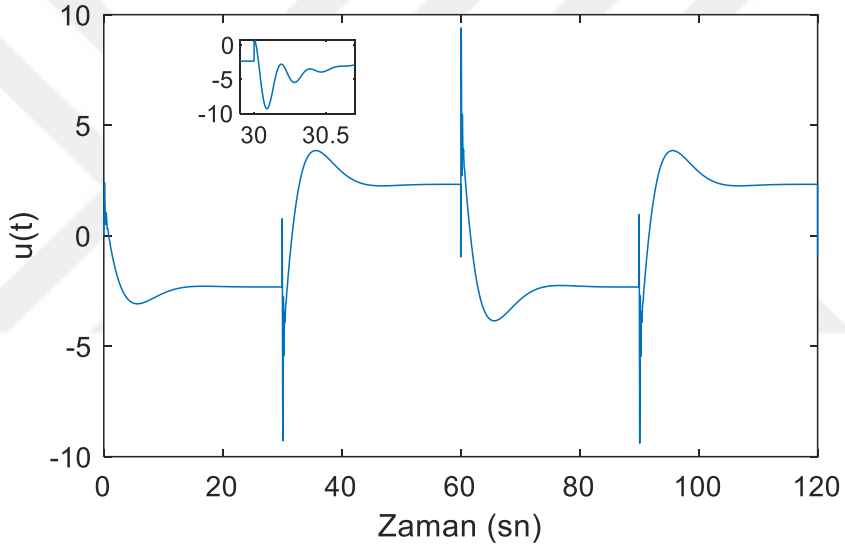


Şekil 5.10 : Kanat salınım sistemi için KRM-MRAK yapısındaki kontrol işareti
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\lambda = 2.5$)

KRM-MRAK yapısı için ise kontrol işaretinin salınım standart MRAK'a göre azaltılabilmesine rağmen tamamen ortadan kaldıramadığı görülmektedir. Kontrol işaretinin salınımını λ değerini büyüterek tamamen ortadan kaldırabilmesine rağmen bu durum sistemin performansını kötüleştirmektedir. NID kodunu kullanan MRAK-KDI-AM yapısına ait sistem çıkış sinyalleri Şekil 5.11'de sunulmuştur. Ayrıca MRAK-KDI-AM yapısına ait kontrol işareti Şekil 5.12'de gösterilmektedir.

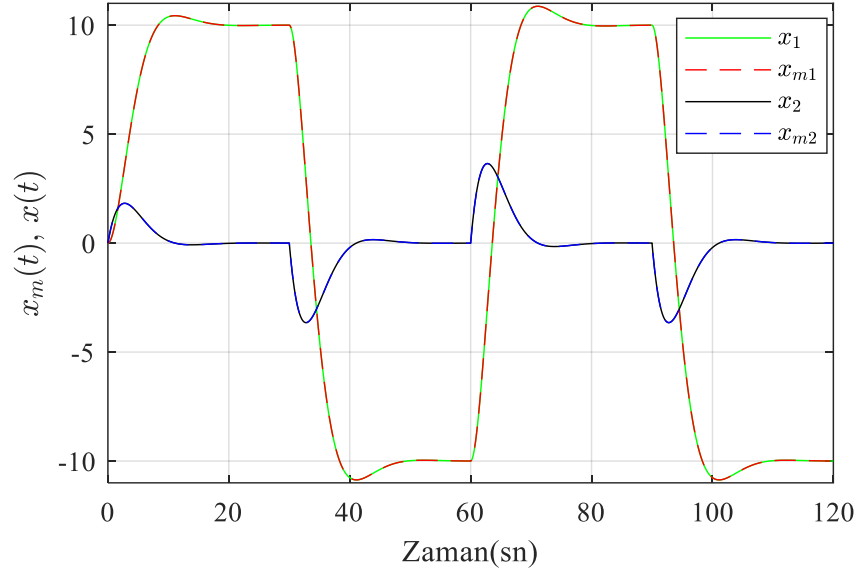


Şekil 5.11 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDI-AM yapısının çıkış sinyalleri
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\alpha = 0.7$)

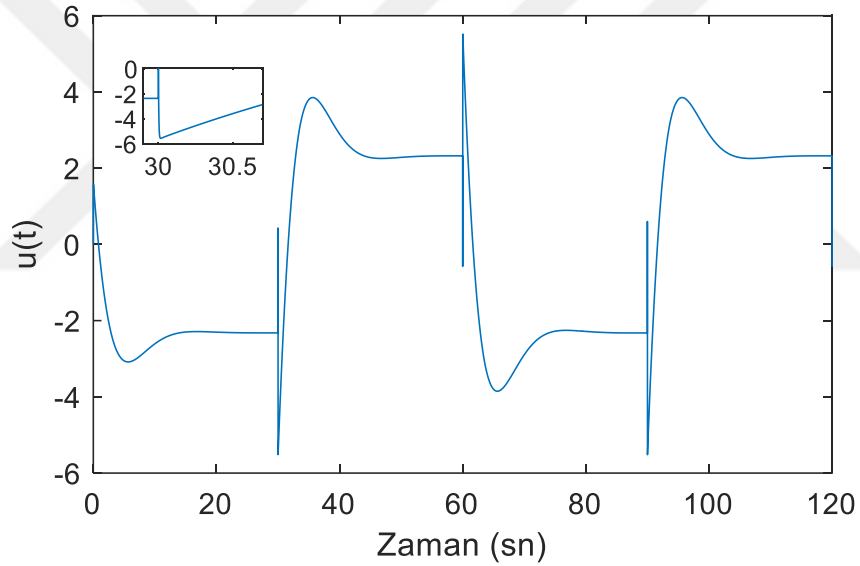


Şekil 5.12 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDI-AM yapısının kontrol sinyali
($\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6$, $\alpha = 0.7$)

MRAK-KDI-AM yapısında ise kontrol işaretinde nerdeyse salınım tamamen engellemiş ve standart MRAK'a göre daha iyi performans göstermesine rağmen MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM ve HT-MRAK yapılarına göre daha iyi bir sonuç vermediği Çizelge 5.1'de görülebilmektedir. NID kodu kullanılarak tasarlanan MRAK-KDPI-AM yapısındaki kontrol işareti ve sistemin çıkış sinyalleri Şekil 5.13 ve Şekil 5.14'te verilmiştir. Şekil 5.14'ten kontrol işaretindeki salınımın ortadan kaldırılmış olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 5.13 : Kanat alının sistemi için MRAK-KDPI-AM yapısının çıkış işaretleri
 $(\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \alpha = 0.7)$



Şekil 5.14 : Kanat salınım sistemi için MRAK-KDPI-AM yapısının kontrol sinyali
 $(\Gamma_{\Theta} = 1e3I_6, \Gamma_{\Theta p} = I_6, \alpha = 0.7)$

MRAK-KDPI-AM yapısında ise kontrol işaretinin salınımının tamamen ortadan kaldırılabildiği Şekil 5.14 üzerinden görülebilmektedir. Şekil 5.12'den MRAK-KDI-AM yapısında ise az da olsa kontrol işaretinde salınım bulunduğu görülmektedir. Bütün sistemlerin benzetim çalışma süresi olarak 120 saniye olarak seçilmiştir. Burada sunulan bütün yöntemlerin kanat salınım sisteminin performans karşılaştırılması Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 : Kanat salınım sistemi için MRAK yöntemlerinin karşılaştırılması.

MRAK yapıları	Γ_{Θ}	$\Gamma_{\Theta p}$	$\Gamma_{\Theta d}$	N	λ	α	k	J
Standart MRAK	1000 I_6	-	-	-	-	-	-	3.814
MRAK-PI-AM	1000 I_6	I_6	-	-	-	-	-	0.1579
MRAK-PIFD-AM	1000 I_6	I_6	$0.1I_6$	5	-	-	-	0.1603
HT-MRAK	1000 I_6	-	-	-	-	-	1000	0.02794
KRM-MRAK	1000 I_6	-	-	-	2	-	-	1.707
KRM-MRAK	1000 I_6	-	-	-	2.5	-	-	1.578
KRM-MRAK	1000 I_6	-	-	-	3	-	-	1.603
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000 I_6	-	-	-	-	0.7	-	0.2922
MRAK-KDI-AM (NID kodu)	1000 I_6	-	-	-	-	0.8	-	0.3479
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000 I_6	I_6	-	-	-	0.8	-	0.1686
MRAK-KDPI-AM (NID kodu)	1000 I_6	I_6	-	-	-	0.9	-	0.161

Amaç fonksiyonu olan J ise Denklem 4.9’da verilmiştir. Çizelge 5.1’de gözlemlenebileceği üzerine en iyi sonuç HT-MRAK yapısı kullanılarak elde edilmiştir. Diğer yöntemlerin maliyet fonksiyon değerlerinin küçükten büyüğe olarak sırasıyla MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, MRAK-KDPI-AM, MRAK-KDI-AM, KRM-MRAK ve en son olarak standart MRAK ile elde edilmiştir.

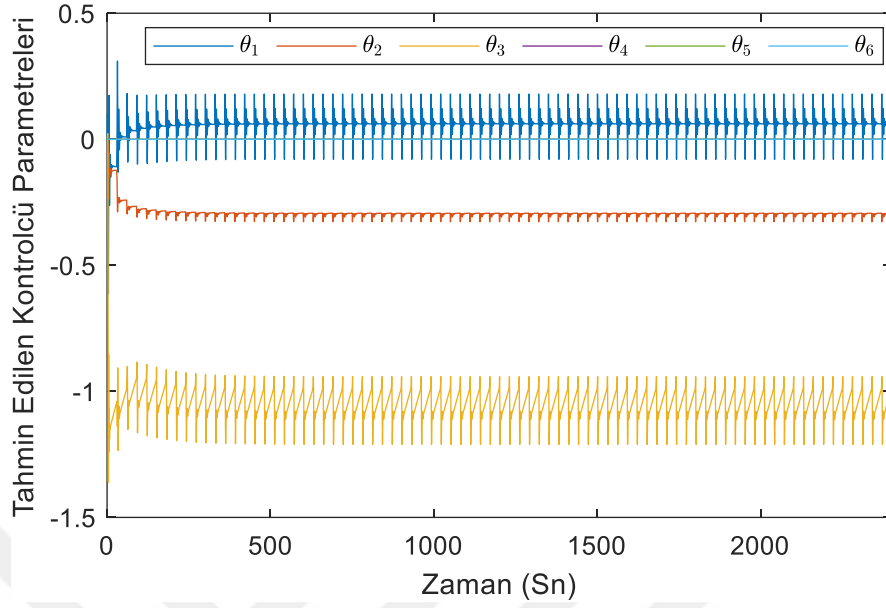
5.3 Zaman Gecikmeli Kanat Salınım Sisteminin Benzetim Çalışması

Bir sonraki örnek için kontrol sinyalinin girişinde zaman gecikmesi bulunan kanat salınım sistemi Denklem 5.4’te verilmiştir.

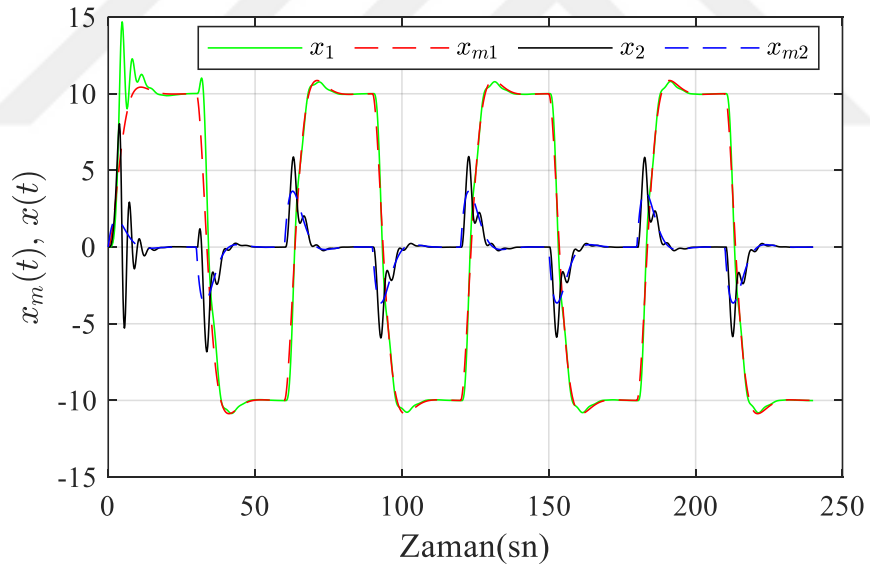
$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t - \tau) + B\Delta(x(t)) \quad (5.4)$$

Bir önceki örnekle aralarındaki tek fark kontrol işaretine zaman gecikmesi eklenmesidir. Eklenen zaman gecikmesi $\tau = 0.45$ saniye olarak seçilmiştir. Tasarım parametreleri ÖÖTO optimizasyonu kullanılmış ve kontrolcü için gerekli parametreler optimizasyon kullanılarak hesaplanmıştır. MRAK-PI-AM için 8 parametre bulunmuştur. σ -MRAK-PI-AM yapısında kullanılacak adaptasyon kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak elde edilmiştir. ÖÖTO için verilen üst sınır ve alt sınır değerleri ve bulunan değerler Çizelge 5.2’de verilmiştir.

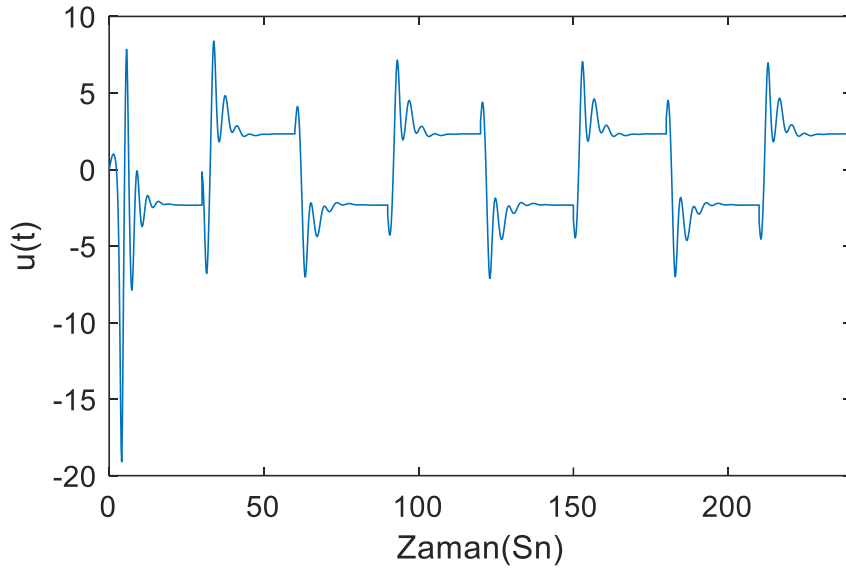
görülmektedir. Kontrol işaretinin salınımının başlangıçta oldukça büyük olduğu Şekil 5.18’de gözlemlenebilir.



Şekil 5.16 : σ -MRAK-PI-AM yöntemi kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 8e-4$)



Şekil 5.17 : σ -MRAK-PI-AM yöntemi kullanan kanat salınım sisteminin çıkışı ($\sigma = 8e-4$)



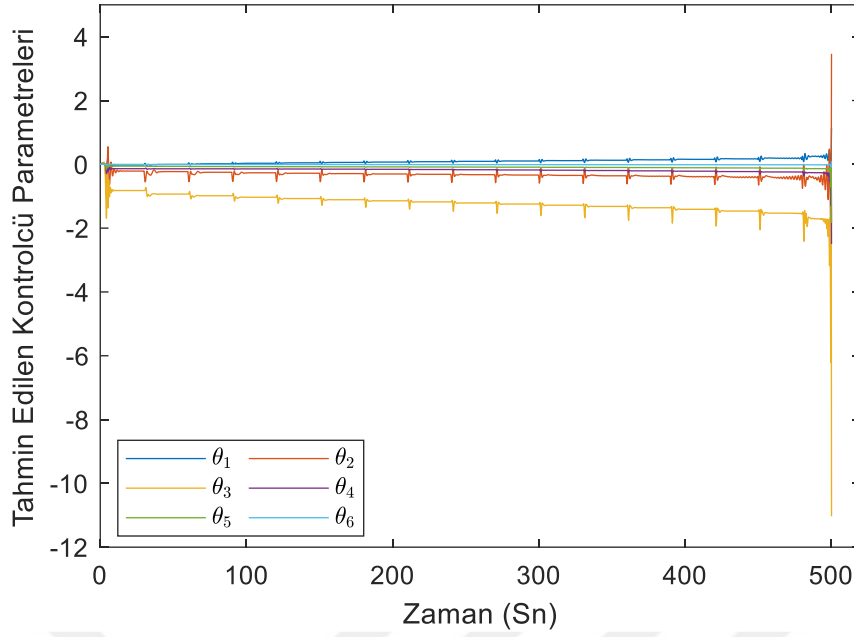
Şekil 5.18 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminin σ -MRAK-PI-AM yapısının kontrolcü sinyali ($\sigma = 8e-4$)

$N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki kullanılacak adaptasyon kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak elde edilmiştir. ÖÖTO için verilen üst sınır ve alt sınır değerleri Çizelge 5.3'te verilmiştir.

Çizelge 5.3 : $N=5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının ÖÖTO ile bulunan katsayıları ve kullanılan sınırlar.

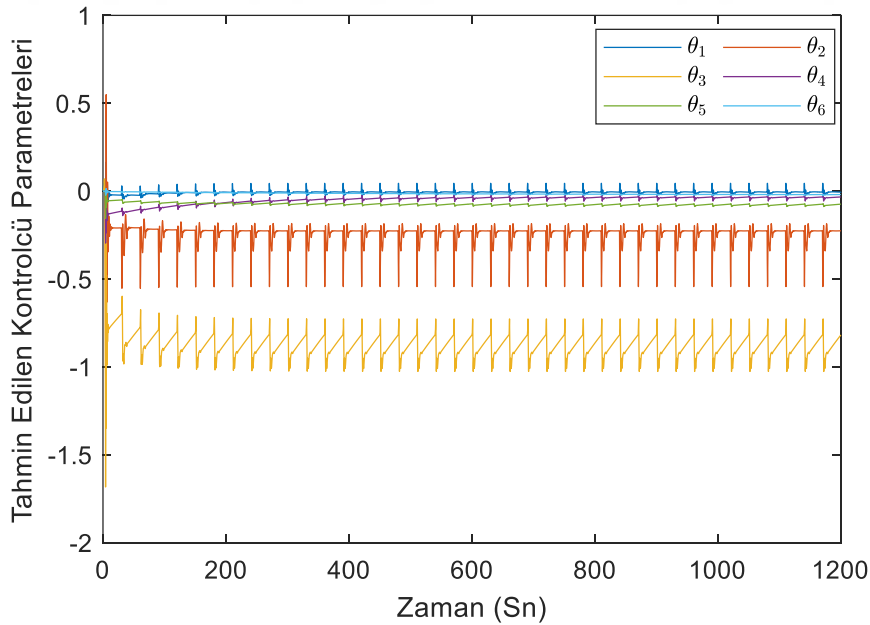
	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	K_p	K_d	K_{p1}	K_{d1}
AS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ÜS	10	10	10	10	10	10	2	2	2	2
BD	0.783	3.4306	6.8375	7.5481	4.8438	2.246	0.2852	0.8548	1.6713	0.3987

Çizelge 5.3'te verilen AS, ÜS ve BD ifadeleri sırasıyla alt sınır, üst sınır ve bulunan değerleri göstermektedir. Burada genel olarak σ -MRAK-PI-AM yapısına göre daha yüksek değerler bulunduğu gözükmemektedir. $\sigma=1e-6$, $N=5$ olarak belirlendiği $\Gamma = \text{diya}g([\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6])$, $\Gamma_p = \text{diya}g([K_p, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}])$ ve $\Gamma_d = \text{diya}g([K_d, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}])$ olarak seçildiğinde Denklem 3.25'de verilen $\Gamma_a = \Gamma\Gamma_p$ ve $\Gamma_b = \Gamma\Gamma_d$ eşitlikleri üzerinden hesaplanabilir. Tahmin edilen kontrolcü parametrelerini kararsızlığa götürdüğü Şekil 5.19 üzerinden gözlemlenebilir.



Şekil 5.19 : $N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 1e-6$)

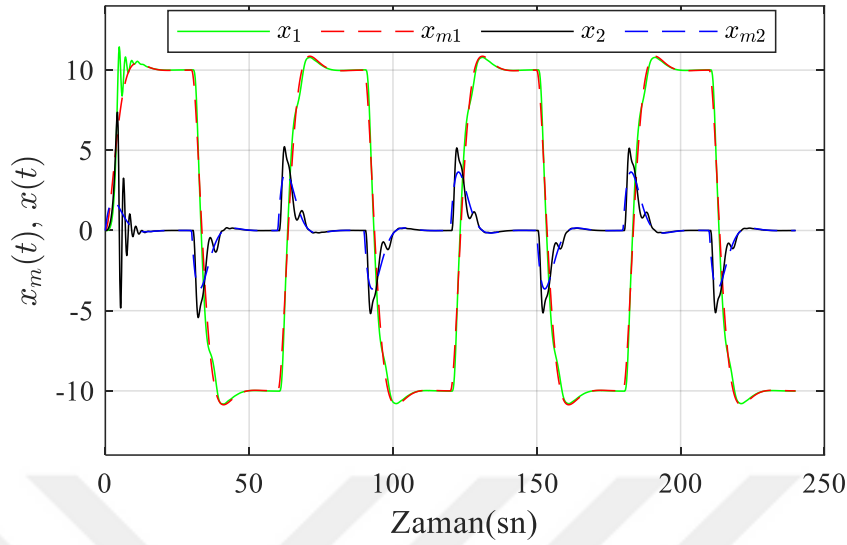
$N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısında $\sigma = 8e-4$ seçildiğinde aynı adaptasyon kazanç değerlerinin kararsızlığa götürmediği Şekil 5.20 üzerinden gözlemlenebilmektedir ve tahmin edilen kontrolcü parametreleri değerlerinin sınırlı olduğu gözükmemektedir. Bu sebeple tahmin edilen parametrelerdeki kayma sorunu ve kararsızlık sorunu çözülmüştür.



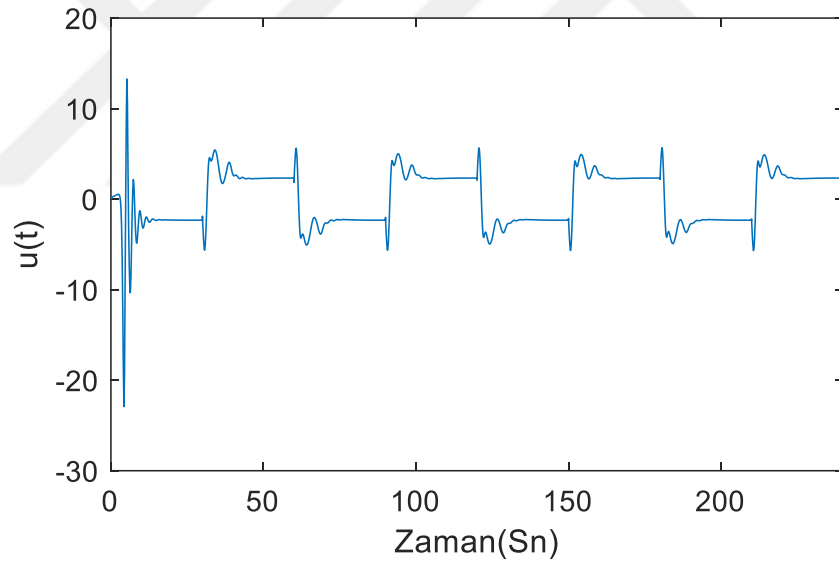
Şekil 5.20 : $N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma = 8e-4$)

$N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının σ -MRAK-PI-AM yapısına göre daha düşük aşım değerine sahip olduğu Şekil 5.21'den görülmektedir. Bununla beraber x_2 sinyalinin

aşımının yüksek olduğu Şekil 5.21’den görülmektedir. Kontrol sinyalinin başlangıçta yüksek değerlere gittiği Şekil 5.22’den çıkarılabilir.



Şekil 5.21 : Zaman gecikmeli kanat salınım sistemi için $N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki çıkış sinyalleri ($\sigma = 8e-4$)



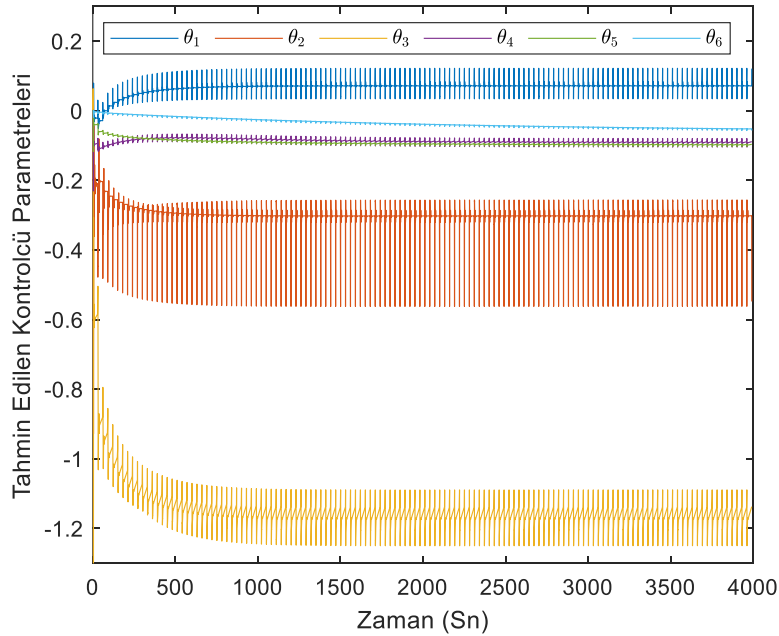
Şekil 5.22 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki kontrol sinyali ($\sigma = 8e-4$)

$N = 100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısındaki kullanılacak adaptasyon kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak elde edilmiştir. ÖÖTO için verilen üst sınır ve alt sınır değerleri ve son olarak da optimizasyon üzerinden elde edilen tasarım parametreleri Çizelge 5.4’de verilmiştir.

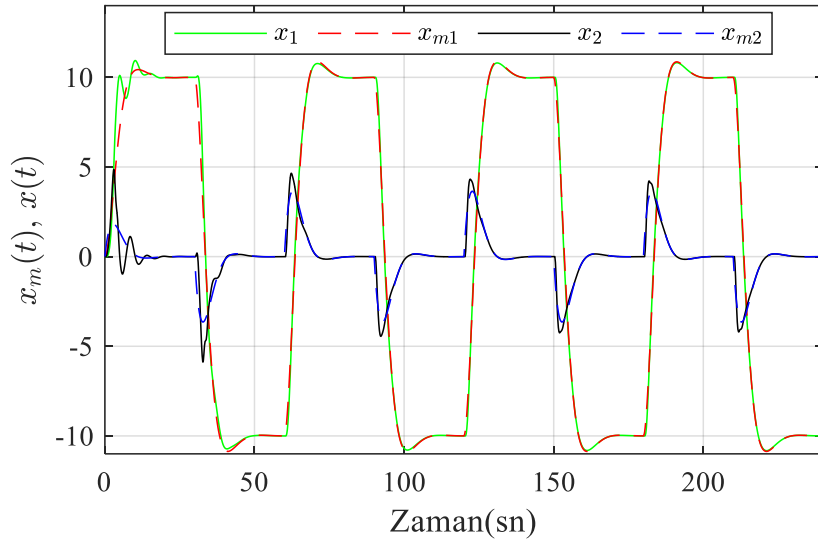
Çizelge 5.4 : $N=100$ için σ -MRAK PIFD-AM yapısının ÖÖTO ile bulunan katsayıları ve kullanılan sınırlar.

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	K_p	K_d	K_{p1}	K_{d1}
AS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ÜS	6	10	20	15	15	10	2	2	2	2
BD	2.0221	2.3443	16.7474	8.328	9.261	3.4756	1.4960	0.4695	0.9986	0.5478

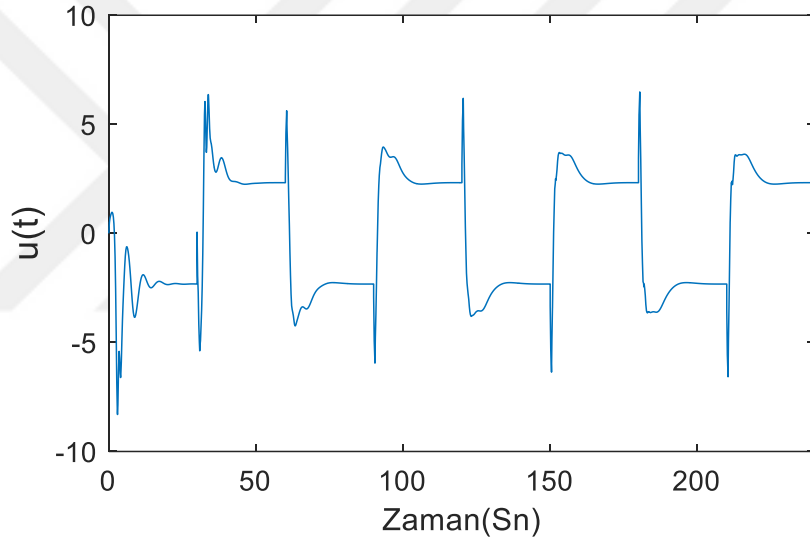
Çizelge 5.4’de verilen AS, ÜS ve BD ifadeleri sırasıyla alt sınır, üst sınır ve bulunan değerleri göstermektedir. $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısında ise $\sigma=2e-4$ olarak seçildiğinde, $\Gamma = \text{diag}([\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6])$, $\Gamma_p = \text{diag}([K_p, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}, K_{p1}])$ ve $\Gamma_d = \text{diag}([K_d, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}, K_{d1}])$ olarak alındığında Denklem 3.25’te verilen $\Gamma_a = \Gamma\Gamma_p$ ve $\Gamma_b = \Gamma\Gamma_d$ eşitlikleri üzerinden hesaplanabilir. Kestirilen kontrolcü parametrelerinin sınırlı olduğu Şekil 5.23’te görülmektedir. Şekil 5.24’ten başlangıçtaki x_1 sinyalinin yüksek bir aşım değerine sahip olmadığı görülmektedir. x_2 sinyalinin takip performansının iyileştiği söylenebilir ve son olarak kontrol işaretinin başlangıç salınımının genlik değerlerinin diğerlerinden daha düşük olduğu Şekil 5.25’ten görülmektedir. $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının muhtemelen en iyi sonucu vermesinin nedeni diğerlerinden daha yüksek adaptif kazanç değerlerini seçmemize izin vermesidir.



Şekil 5.23 : Zaman gecikmeli kanat salınım sistemi için $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM kullanılarak tahmin edilen kontrolcü parametreleri ($\sigma=2e-4$)



Şekil 5.24 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N = 100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının çıkış sinyalleri ($\sigma = 2e-4$)



Şekil 5.25 : Zaman gecikmeli kanat salınım sisteminde $N = 100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısının kontrol işareti ($\sigma = 2e-4$)

Zaman gecikmeli kanat salınım sistemindeki en iyi sonuç $N = 100$ için σ -MRAK-PIFD-AM olarak bulunmuş olup bu yapıyı $N = 5$ için σ -MRAK-PIFD-AM takip etmektedir. Onu da σ -MRAK-PI-AM takip etmiştir. Diğer yöntemlerin σ modifikasyonları bu çalışmada dahil edilmediği için zaman gecikmeli kanat salınımı sistemi için sonuçları verilmemiştir.

5.4 Sonuçlar

Bu bölümde lineer olmayan sistemlerden biri olan kanat salınımlı sistemin çeşitli MRAK yöntemleri kullanılarak zaman gecikmeli ve zaman gecikmesiz durumlarındaki sonuçları elde edilmiştir.

Zaman gecikmesiz kanat salınımlı sistemin farklı MRAK yöntemlere göre sırasıyla performansları ve kontrol işaretleri karşılaştırılmıştır. En iyi performans HT-MRAK kullanılarak elde edilirken en kötü performans ise standart MRAK ile elde edilmiştir. Transfer fonksiyonu üzerinden kararlılığı analiz edilen MRAK-KDPI-AM yapısının MRAK-KDI-AM yapısına göre daha az salınım ve daha iyi sistem performansı elde ettiği gözlemlenmiştir.

Zaman gecikmeli kanat salınımlı sistem için σ değerinin uygun olarak seçilmesi gerektiği simülasyon sonuçları üzerinden gösterilmiştir. σ modifikasyonuna sahip MRAK yapıları içinde en iyi performans $N=100$ için σ -MRAK-PIFD-AM yapısı ile elde edilmiştir. Ayrıca N değerinin σ -MRAK-PIFD-AM performansı üzerindeki etkisi de gösterilmiştir. Zaman gecikmeli kanat salınım sistemini MRAK ile kontrol etmek için uygun adaptif kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak hesaplanmıştır.

6. SONUÇLAR VE GELECEKTEKİ ÇALIŞMALAR

6.1 Bu Tez Çalışmasından Elde Edilen Sonuçlar

1) Bu çalışmada bildiğimiz kadarıyla literatürde ilk defa MRAK-KDPI-AM yapısı transfer fonksiyonu üzerinden değerlendirilmiş ve kesir derecesini transfer fonksiyonuna dönüştürmek için kullanılan yaklaşıma göre kararlı veya asimptotik olarak kararlı olabildiği gösterilmiştir. NID kodu veya rafine edilmiş Oustaloup yaklaşımı kullanan MRAK-KDPI-AM ve MRAK-KDI-AM yapılarında asimptotik kararlı olduğu gösterilirken, Oustaloup yaklaşımı kullanan MRAK-KDI-AM ve MRAK-KDPI-AM yapılarında düzgün kararlı olduğu ve parametre kaymasını engelleyebildiği gösterilmiştir.

2) Adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunan MRAK'larda adaptasyon kazanç değeri yükseldikçe zaman gecikme marjininin daima küçüldüğü sonucu elde edilmiştir. Bu tezde sunulan σ -MRAK'larda ise adaptasyon kazancı büyüdükçe zaman gecikme marjininin daima küçülmediği sonucu ve zaman gecikme marjininin belli bir değere yakınsayabildiği elde edilmiştir.

3) HT-MRAK yöntemi MRAK + oransal kontrolcüden ilham alınarak geliştirilmiş bir metottur. Bu yöntemin temel amacı B vektöründeki değerler pozitiften negatife döndüğünde bile MRAK sisteminin kararlı çalışmasını sağlamaktır. Ayrıca MRAK'ta yüksek adaptif kazancı kullanıldığında ortaya çıkabilecek kontrol sinyali salınımlarını önlemek için de önerilmiştir. Yapılan incelemeler HT-MRAK yapısının MRAK-PI-AM yapısına oldukça benzediğini gösterilmiştir.

4) Parametre kayması ile adaptasyon mekanizmasında integral alıcı bulunması arasındaki ilişki gösterilmiştir. İntegral alıcı yerine alçak geçiren bir filtre kullanılarak parametre kayma sorununun sınırlandırıldığı hem benzetim çalışması üzerinden hem de verilen aday Lyapunov fonksiyonu analizi üzerinden gösterilmiştir. MRAK mimarilerinde parametre kaymasının sistemin kararsızlığa gitmesine neden olabileceği gösterilmiş olup uygun σ değeri seçilmiş σ -MRAK mimarilerinin gürbüz olduğu hem matematiksel olarak hem de lineer olmayan bir sistem üzerinde gösterilmiştir.

5) σ -MRAK-PIFD-AM ve σ -MRAK-PI-AM yapılarının kararlılıkları önerdiğimiz bir aday Lyapunov fonksiyonu üzerinden sunulmuştur. Her iki yapı için de uygun seçilen adaptasyon kazanç değerleri kullanarak σ -MRAK'a göre zaman gecikme marjini yükselttiği sonucu elde edilmiştir.

6) Zaman gecikmesi bulunan sistemler için gerekli olan adaptasyon kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca yeni bir amaç fonksiyonu önerilmiş ve önerilen bu amaç fonksiyonunun kontrol salınım etkisini minimize etmek için başarılı olduğu benzetim çalışması üzerinden gösterilmiştir. Bildiğimiz kadarıyla MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM, σ -MRAK-PI-AM ve σ -MRAK-PIFD-AM yapılarının zaman gecikme marjinleri ilk defa bu tez çalışmasında karşılaştırılmıştır.

6.2 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar Üzerine Öneriler

1) Bu tez çalışmasında gürbüz modifikasyonlar arasında bulunan σ modifikasyonu analizleri verilmiştir. Gelecek çalışmalarda farklı adaptasyon mekanizmalarına sahip MRAK kontrolcüler farklı gürbüz modifikasyonlarıyla da kullanılabilirler. Optimal kontrol modifikasyonu, adaptif döngü düzeltim modifikasyonu, e modifikasyonu veya diğer gürbüz modifikasyonlar, PI adaptasyon mekanizması, PIFD ve adaptasyon mekanizmaları sahip MRAK için tasarımı yapılabilir.

2) Bu çalışmada yalnızca durum uzayı ulaşılabilen olan sistemleri kontrol etmek için MRAK mimarilerinin tasarımları gerçekleştirilmiştir. Çıkış geri beslemeli sistemi kontrol etmek için MRAK-PI-AM, MRAK-PIFD-AM ve HT-MRAK tasarımları gerçekleştirilebilir.

3) HT-MRAK'ın yapısı MRAK + oransal kontrolcüye oldukça benzer olduğu söylenebilir ve HT-MRAK yapısı geliştirilerek MRAK + oransal + filtrelenmiş türev kontrolcüsüne benzer yeni bir MRAK yapısı önerilebilir.

4) Zaman gecikmeli yapılar için tasarım parametreleri veya adaptasyon kazanç değerleri ÖÖTO kullanılarak hesaplanmıştır. Bunun yerine sistemin yapısı biliniyorsa sistematik bir yaklaşım kullanılarak adaptasyon kazanç değerlerinin bulunması için araştırmalar gerçekleştirilebilir.

5) MRAK-PIFD-AM yapısındaki N değerine bağlı olarak zaman gecikme marjini nasıl değiştirdiği hakkında fikir verilmiştir. Bunun yanında N değerine bağlı olarak gürbüzlük ve gürültüye karşı hassaslık analizleri yapılabilir.

6) MRAK-PI-AM ve MRAK-PIFD-AM yapılarındaki değerlere bağlı olarak ayırık zamanla kontrol etmek için örnekleme zamanının nasıl seçilmesi üzerine bir çalışma gerçekleştirilebilir. Aynı zamanda MRAK-PIFD-AM yapısında bulunan N değerinin seçilmesi gereken örnekleme zamanının nasıl etkileyebileceği üzerine bir çalışma gerçekleştirilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Lavretsky, E. & Wise, K. A.** (2013). *Robust and Adaptive Control with Aerospace Applications*. Springer International Publishing.
- [2] **Nguyen, N. T.** (2018). *Model Reference Adaptive Control a Primer*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.31399/asm.hb.v16.a0002175>
- [3] **Nguyen, N. T.** (2012). Optimal Control Modification for Robust Adaptive Control with Large Adaptive Gain. *Systems and Control Letters*, 61(4), 485–494. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2012.01.009>
- [4] **Calise, A. J. & Yucelen, T.** (2012). Adaptive Loop Transfer Recovery. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(3), 807–815. <https://doi.org/10.2514/1.55835>
- [5] **Sun, J. & Ioannou, P.** (1996). *Robust Adaptive Controls*. Prentice-Hall Inc.
- [6] **Slotine, J. J. E. & Li, W.** (1989). Composite adaptive control of robot manipulators. *Automatica*, 25(4), 509–519. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(89\)90094-0](https://doi.org/10.1016/0005-1098(89)90094-0)
- [7] **Yucelen, T. & Haddad, W. M.** (2013). Low-Frequency Learning and Fast Adaptation in Model Reference Adaptive Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58(4), 1080–1085. <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2218667>
- [8] **Lavretsky, E.** (2009). Combined / Composite Model Reference Adaptive Control. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 54(11), 2692–2697.
- [9] **Gilbart, J. W., Monopoli, R. V. & Price, C. F.** (1970). Improved convergence and increased flexibility in the design of model reference adaptive control systems. *1970 IEEE Symposium on Adaptive Processes (9th) Decision and Control*, 1–10. <https://doi.org/10.1109/sap.1970.269946>
- [10] **Carroll, R. L.** (1976). New adaptive algorithms in Lyapunov synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 21(2), 246–249. <https://doi.org/10.1109/TAC.1976.1101170>
- [11] **Chandrasekhar, J. & Rao, M. P. R. V.** (1982). Proportional + Integral + Double Integral Adaptive Laws for Liapunov MRAC. *Proceedings of the American Control Conference*, (pp.557–561).
- [12] **Sutherlin, D. W. & Boland, J. S.** (1973). Model-Reference Adaptive Control System Design Technique. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 11(15), 374–379. <https://doi.org/10.1049/el:19750265>
- [13] **Dey, R., Verma, B., Jain, S. K. & Padhy, P. K.** (2017). Proportional Learning Rate Model Reference Adaptive Control for Fast Adaptation. *2017 International Conference on Information, Communication, Instrumentation and Control (ICICIC)*, (pp.1–5).
- [14] **Ríos, H., Franco, R. & Ferreira de Loza, A.** (2024). A robust finite-time model reference adaptive controller for arbitrary order disturbed LTI systems. *ISA Transactions*, 144, 319–329. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.11.012>

- [15] **Cao, C., Patel, V. V., Reddy, C. K., Hovakimyan, N., Lavretsky, E. & Wise, K.** (2006). Are Phase and Time-delay Margins Always Adversely Affected by High-Gain? *. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, (pp.1–15).
- [16] **Cao, C. & Hovakimyan, N.** (2006). Design and analysis of a novel $\mathcal{L}_1$ adaptive controller, part I: Control signal and asymptotic stability. *Proceedings of the American Control Conference*, (pp.3397–3402). <https://doi.org/10.1109/acc.2006.1657243>
- [17] **Shi, Z. & Zhao, L.** (2017). Robust model reference adaptive control based on linear matrix inequality. *Aerospace Science and Technology*, 66, 152–159. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.03.017>
- [18] **Djebbari, S., Ladaci, S., Metatla, A. & Balaska, H.** (2020). Fractional-order model reference adaptive control of a multi-source renewable energy system with coupled DC/DC converters power compensation. *Energy Systems*, 11, 315–355. <https://doi.org/10.1007/s12667-018-0317-5>
- [19] **Vinagre, B. M., Petráš, I., Podlubny, I. & Chen, Y. Q.** (2002). Using Fractional Order Adjustment Rules and Fractional Order Reference Models in Model-Reference Adaptive Control. *Nonlinear Dynamics*, 29, 269–279.
- [20] **Navarro-Guerrero, G. & Tang, Y.** (2017). Fractional order model reference adaptive control for anesthesia. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 31(9), 1350–1360. <https://doi.org/10.1002/acs.2769>
- [21] **Aguila-Camacho, N. & Duarte-Mermoud, M. A.** (2016). Improving the control Energy in model reference adaptive controllers using fractional adaptive laws. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 3(3), 332–337.
- [22] **Sabatier, J.** (2021). Fractional Order Models are Doubly Infinite Dimensional Models and thus of Infinite Memory: Consequences on Initialization and Some Solutions. *Symmetry*, 13(6), 1–13. <https://doi.org/10.3390/sym13061099>
- [23] **Charef, A., Sun, H. H., Tsao, Y. Y. & Onaral B.** (1992). Fractal system as represented by singularity function. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(9), 1465–1470.
- [24] **Oustaloup, A., Levron, F., Mathieu, B. & Nanot, F. M.** (2000). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. In *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(1), 25–39.
- [25] **Deniz, F. N., Alagoz, B. B., Tan, N. & Koseoglu, M.** (2020). Revisiting four approximation methods for fractional order transfer function implementations: Stability preservation, time and frequency response matching analyses. *Annual Reviews in Control*, 49, 239–257. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.03.003>
- [26] **Pedro Mata de Oliveira Valério, D.** (2005). *Ninteger v. 2.3 Fractional Control Toolbox for Matlab*. Retrieved from <https://web.ist.utl.pt/~duarte.valerio/ninteger/Manual.pdf> Erişim: 07 Ekim 2024

- [27] **Duarte-Mermoud, M. A. & Travieso-Torres, J. C.** (2022). Fractional Order Adaptive Control: A Brief Summary. *2022 IEEE International Conference on Automation/XXV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, (pp.1–6).
- [28] **Ceballos Benavides, G. E., Duarte-Mermoud, M. A., Orchard, M. E. & Ehijo, A.** (2024). Enhancing the Pitch-Rate Control Performance of an F-16 Aircraft Using Fractional-Order Direct-MRAC Adaptive Control. *Fractal and Fractional*, 8(6), 1–13. <https://doi.org/10.3390/fractalfract8060338>
- [29] **Lavretsky, E., Gadiant, R. & Gregory, I. M.** (2010). Predictor-Based Model Reference Adaptive Control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 33(4), 1195–1201. <https://doi.org/10.2514/1.46849>
- [30] **Camacho, E. F. & Normey-Rico, J. E.** (2007). *Control of Dead-Time Processes*. Springer.
- [31] **Matausek, M. R. & Micic, A. D.** (1996). A modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 41(8), 1199–1203.
- [32] **Taherinasab, S., Soleimaniasl, S. & Taherinasab, S.** (2022). Application of model reference adaptive control and modified Smith predictor to control blood glucose in type 1 diabetic patients. *Mathematics and Computers in Simulation*, 194, 198–209. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2021.05.033>
- [33] **Mirkin, B., Mirkin, E. L. & Gutman, O.** (2008). Model reference adaptive control of nonlinear plant with dead time. *47th IEEE Conference on Decision and Control*, (pp.1920–1924).
- [34] **Zhang, Z. & Guo, C.** (2018). Model Reference Adaptive Control for Time-Delay Systems. *Proceedings of 2018 IEEE 8th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems*, 1036–1041.
- [35] **Nguyen, N. & Summers, E.** (2011). On Time Delay Margin Estimation for Adaptive Control and Robust Modification Adaptive Laws. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2011, August*, 1–26. <https://doi.org/10.2514/6.2011-6438>
- [36] **Makoudi, M., & Radouane, L.** (2000). A robust model reference adaptive control for non-minimum phase systems with unknown or time-varying delay. *Automatica*, 36(7), 1057–1065.
- [37] **Dey, R., Jain, S. K. & Padhy, P. K.** (2016). Robust closed loop reference MRAC with PI compensator. *IET Control Theory Applications*, 10(18), 2378–2386.
- [38] **Stepanyan, V. & Krishnakumar, K.** (2012). On the Robustness Properties of M-MRAC. *AIAA Infotech at Aerospace Conference and Exhibit 2012*, (pp.1–15). <https://doi.org/10.2514/6.2012-2407>
- [39] **Yucelen, T., De La Torre, G. & Johnson, E. N.** (2014). Improving transient performance of adaptive control architectures using frequency-limited system error dynamics. *International Journal of Control*, 87(11), 2383–2397. <https://doi.org/10.1080/00207179.2014.922702>

- [40] **Stepanyan, V. & Krishnakumar, K.** (2010). Input And Output Performance Of M-MRAC in the Presence of Bounded Disturbances. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, (pp.1–21). <https://doi.org/10.2514/6.2010-7688>
- [41] **Zhang, J., Yang, X. & Yang, L.** (2018). Virtual-command-based model reference adaptive control for abrupt structurally damaged aircraft. *Aerospace Science and Technology*, 78, 452–460. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.04.043>
- [42] **Kokcam, E. & Tan, N.** (2024). Comparison of Adaptation Mechanisms on MRAC. *IEEE Access*, 12, 31862–31874. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3368886>
- [43] **Landau, I. D. & Airimitoie, T.-B.** (2012). Improving adaptive feedforward vibration compensation by using integral + proportional adaptation. *51st IEEE Conference on Decision and Control*, (pp.4412–4417).
- [44] **Landau, I. D. & Airimitoie, T. B.** (2022). Does a general structure exist for adaptation/learning algorithms? *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, (pp.2650–2655). <https://doi.org/10.1109/CDC51059.2022.9993076>
- [45] **Landau, I. D. Airimitoie, T. B., Vau, B., & Buche, G.** (2023). On a general structure for adaptation/learning algorithms. — Stability and performance issues. *Automatica*, 156. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111193>
- [46] **Mufti, I. H.** (1989). An improved adaptive control for robust adaptation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(3), 339–343. <https://doi.org/10.1109/9.16429>
- [47] **Narendra, K. S. & Balakrishnan, J.** (1997). Adaptive control using multiple models. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, 42(2), 171–187.
- [48] **Yucelen, T., Gruenwald, B., Muse, J. A., & Torre, G. D. La.** (2015). Adaptive control with nonlinear reference systems. *2015 American Control Conference*, (pp.3986–3991).
- [49] **Blondin, M. J., Depatura, C., Sicard, P. & Pardalos, P. M.** (2018). Metaheuristic Optimization for Backstepping Control and Inversion Based Control from EMR for an Electric Vehicle. *2018 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, (pp.1–6).
- [50] **Abraham, A. & Pappa, N.** (2014). An Improved MRAC Scheme for Non-Linear Design of Adaption Gain y Using Heuristic Algorithms. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(1), 734–739. <https://doi.org/10.3182/20140313-3-IN-3024.00206>
- [51] **Nasir, M. & Khadraoui, S.** (2021). Fractional-Order PID Controller Design Using PSO and GA. *Proceedings- International Conference on Developments in ESystems Engineering, DeSE*, (pp.192–197). <https://doi.org/10.1109/DESE54285.2021.9719562>
- [52] **Mpanze, L. J. & Pedro, J. O.** (2019). Nature-Inspired Optimization Algorithms for Sliding Mode Control Parameters Tuning for Autonomous Quadrotor. *2019 IEEE Conference on Control Technology and Applications*, (pp.1087–1092).

- [53] **Dydek, Z. T., Annaswamy, A. M., Slotine, J.-J. E. & Lavretsky, E.** (2010). High performance adaptive control in the presence of time delays. *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, (pp.880–885).
- [54] **Niculescu, S. I. & Annaswamy, A. M.** (2003). An adaptive Smith-controller for time-delay systems with relative degree $n^* \leq 2$. *Systems and Control Letters*, 49(5), 347–358. [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(03\)00113-0](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(03)00113-0)
- [55] **Barabanov, N., Ortega, R. & Astolfi, A.** (2005). Is normalization necessary for stable model reference adaptive control? *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(9), 1384–1390. <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.854625>
- [56] **Rohrs, C. E., Valavani, L., Athans, M. & Stein, G.** (1981). Analytical verification of undesirable properties of direct model reference adaptive control algorithms. *20th IEEE Conference on Decision and Control Including the Symposium on Adaptive Processes*, 1272–1284.
- [57] **Rohrs, C. E., Valavani, L., Athans, M. & Stein, G.** (1982). Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics. *21st IEEE Conference on Decision and Control*, (pp.3–11).
- [58] **Peterson, B. & Narendra, K. S.** (1982). Bounded error adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(6), 1161–1168.
- [59] **Ioannou, P. A. & Kokotovic, P. V.** (1984). Instability analysis and improvement of robustness of Adaptive Control. *Automatica*, 20(5), 583–594.
- [60] **Narendra, K. S. & Annaswamy, A. M.** (1987). A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(2), 134–145.
- [61] **Ioannou, P. A. & Tsakalis, K. S.** (1986). A robust direct adaptive controller. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 31(11), 1033–1043.
- [62] **Kim, K., Yucelen, T. & Calise, A. J.** (2010). K-Modification in Adaptive Control. *AIAA Infotech at Aerospace 2010*, (pp.1–14). <https://doi.org/10.2514/6.2010-3321>
- [63] **Volyanskyy, K. Y., Calise, A. J. & Yang, B.-J.** (2006). A novel Q-modification term for adaptive control. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, (pp.4072–4076).
- [64] **Volyanskyy, K. Y., Haddad, W. M. & Calise, A. J.** (2008). A new neuroadaptive control architecture for nonlinear uncertain dynamical systems: Beyond σ - and e-modifications. *47th IEEE Conference on Decision and Control*, (pp.80–85). <https://doi.org/10.1109/CDC.2008.4739101>
- [65] **Nguyen, N. T., Krishnakumar, K. & Boskovic, J.** (2008). An Optimal Control Modification to Model-Reference Adaptive Control for Fast Adaptation. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference Adn Exhibit*, (pp.1–20).
- [66] **Cheng, P., Wang, S., Wang, G. & Zhang, B.** (2018). Research and Flight Test on e- σ modification Law Based Adaptive Controller. *Proceedings of the 37th Chinese Control Conference*, (pp.10061–10064).
- [67] **Larchev, G. V., Campbell, S. F. & Kaneshige, J. T.** (2010). Projection Operator: A Step Towards Certification of Adaptive Controllers. *AIAA Infotech at Aerospace 2010*, (pp.1–13). <https://doi.org/10.2514/6.2010-3366>

- [68] **Ladaci, S. & Charef, A.** (2006). On Fractional Adaptive Control. *Nonlinear Dynamics*, 43, 365–378.
- [69] **Balaska, H., Ladaci, S., Schulte, H. & Djouambi, A.** (2019). Adaptive Cruise Control System for an Electric Vehicle Using a Fractional Order Model Reference Adaptive Strategy. *IFAC-PapersOnLine*, 52(13), 194–199. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.096>
- [70] **Balaska, H., Ladaci, S., Djouambi, A., Schulte, H. & Bourouba, B.** (2020). Fractional Order Tube Model Reference Adaptive Control for a Class of Fractional Order Linear Systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 30(3), 501–515. <https://doi.org/10.34768/amcs-2020-0037>
- [71] **Yan, F., Hou, X. & Tian, T.** (2022). Fractional-Order Multivariable Adaptive Control Based on a Nonlinear Scalar Update Law. *Mathematics*, 10(18), 1–13. <https://doi.org/10.3390/math10183385>
- [72] **Chen, Y., Wei, Y., Zhou, X. & Wang, Y.** (2017). Stability for nonlinear fractional order systems: an indirect approach. *Nonlinear Dynamics*, 89(2), 1011–1018. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3497-y>
- [73] **Tian, T., Hou, X. & Yan, F.** (2024). A new output feedback adaptive control method for fractional order systems with inaccessible state. *Chinese Journal of Physics*, 90, 1046–1056. <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2024.04.004>
- [74] **Kaur, M., Sondhi, S. & Yanumula, V. K.** (2024). A novel fractional-order enhanced model reference adaptive controller (FOEMRAC) approach for magnetic end effectors. *Electrical Engineering*, 106(4), 4507–4525. <https://doi.org/10.1007/s00202-023-02236-0>
- [75] **Shi, B., Yuan, J. & Dong, C.** (2014). On fractional model reference adaptive control. *The Scientific World Journal*, 2014, 1–8. <https://doi.org/10.1155/2014/521625>
- [76] **Gallegos, J. A., Duarte-Mermoud, M. A., Aguila-Camacho, N. & Castro-Linares, R.** (2015). On fractional extensions of Barbalat Lemma. *Systems and Control Letters*, 84, 7–12. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.07.004>
- [77] **Zeraick Monteiro, N. & Rodrigues Mazorche, S.** (2023). Limitations and applications in a fractional Barbalat's Lemma. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 26(1), 253–275. <https://doi.org/10.1007/s13540-022-00111-6>
- [78] **Wei, Y., Sun, Z., Hu, Y. & Wang, Y.** (2016). On fractional order composite model reference adaptive control. *International Journal of Systems Science*, 47(11), 2521–2531. <https://doi.org/10.1080/00207721.2014.998749>
- [79] **Weise, C. & Reger, J.** (2021). Fractional-Order Parameter Update Law for Adaptive Control of Integer-Order Systems. *2021 9th International Conference on Systems and Control, ICSC 2021*, (pp.325–331). <https://doi.org/10.1109/ICSC50472.2021.9666578>
- [80] **Kang, S., Wu, H., Yang, X., Li, Y. & Wang, Y.** (2020). Fractional-order robust model reference adaptive control of piezo-actuated active vibration isolation systems using output feedback and multi-objective optimization algorithm. *Journal of Vibration and Control*, 26(1–2), 19–35.
- [81] **Monje, C. A., Chen, Y., Vinagre, B. M., Xue, D. & Feliu, V.** (2010). *Fractional-order Systems and Controls*. Springer.

- [82] **Xue, D., Zhao, C. & Chen, Y.** (2006). A Modified Approximation Method of Fractional Order System. *2006 International Conference on Mechatronics and Automation*, 1043–1048.
- [83] **Tepljakov, A., Petlenkov, E. & Belikov, J.** (2011). FOMCON: a MATLAB Toolbox for Fractional-order System Identification and Control. *International Journal of Microelectronics and Computer Science*, 2(2), 51–62.
- [84] **Wiora, J. & Wiora, A.** (2020). Influence of methods Approximating Fractional-order differentiation on the output signal illustrated by three variants of Oustaloup Filter. *Symmetry*, 12(11), 1–19. <https://doi.org/10.3390/sym12111898>
- [85] **Ogata, K.** (2010). *Modern control engineering* (5th Edition). Prentice-Hall.
- [86] **Kochenderfer, M. J., & Wheeler, T. A.** (2019). *Algorithms for Optimization*. The MIT Press. <http://mitpress.mit.edu>.
- [87] **Arun, S. & Manigandan, T.** (2021). Design of ACO based PID controller for zeta converter using reduced order methodology. *Microprocessors and Microsystems*, 81, 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.micpro.2020.103629>
- [88] **Ou, C. & Lin, W.** (2006). Comparison between PSO and GA for Parameters Optimization of PID Controller. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, (pp.2471–2475).
- [89] **Abachizadeh, M., Yazdi, M. R. H. & Yousefi-Koma, A.** (2010). Optimal Tuning of PID Controllers Using Artificial Bee Colony Algorithm. *2010 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, (pp.379–384).
- [90] **Verma, S. K., Yadav, S. & Nagar, S. K.** (2017). Optimization of Fractional Order PID Controller Using Grey Wolf Optimizer. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 28(3), 314–322. <https://doi.org/10.1007/s40313-017-0305-3>
- [91] **Joseph, S. B., Dada, E. G., Abidemi, A., Oyewola, D. O. & Khammas, B. M.** (2022). Metaheuristic algorithms for PID controller parameters tuning: review, approaches and open problems. *Heliyon*, 8(5), 1–29. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09399>
- [92] **Rao, R. V., Savsani, V. J. & Vakharia, D. P.** (2011). Teaching-Learning-Based Optimization: A Novel Method for Constrained Mechanical Design Optimization Problems. *CAD Computer Aided Design*, 43(3), 303–315. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2010.12.015>
- [93] **Landau, I. D.** (1979). *Adaptive Control The Model Reference Approach*. New York: Marcel Dekker.
- [94] **Zhang, D. & Wei, B.** (2017). A Review on Model Reference Adaptive Control Of Robotic Manipulators. In *Annual Reviews in Control*, 43, 188–198 <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2017.02.002>
- [95] **Kahani, R., Jamil, M. & Iqbal, M. T.** (2022). Direct Model Reference Adaptive Control of a Boost Converter for Voltage Regulation in Microgrids. *Energies*, 15(14), 1–19. <https://doi.org/10.3390/en15145080>
- [96] **Qureshi, M. A., Musumeci, S., Torelli, F., Reatti, A., Mazza, A. & Chicco, G.** (2024). A Novel Model Reference Adaptive Control Approach Investigation for

Power Electronic Converter Applications. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 156, 1–15.

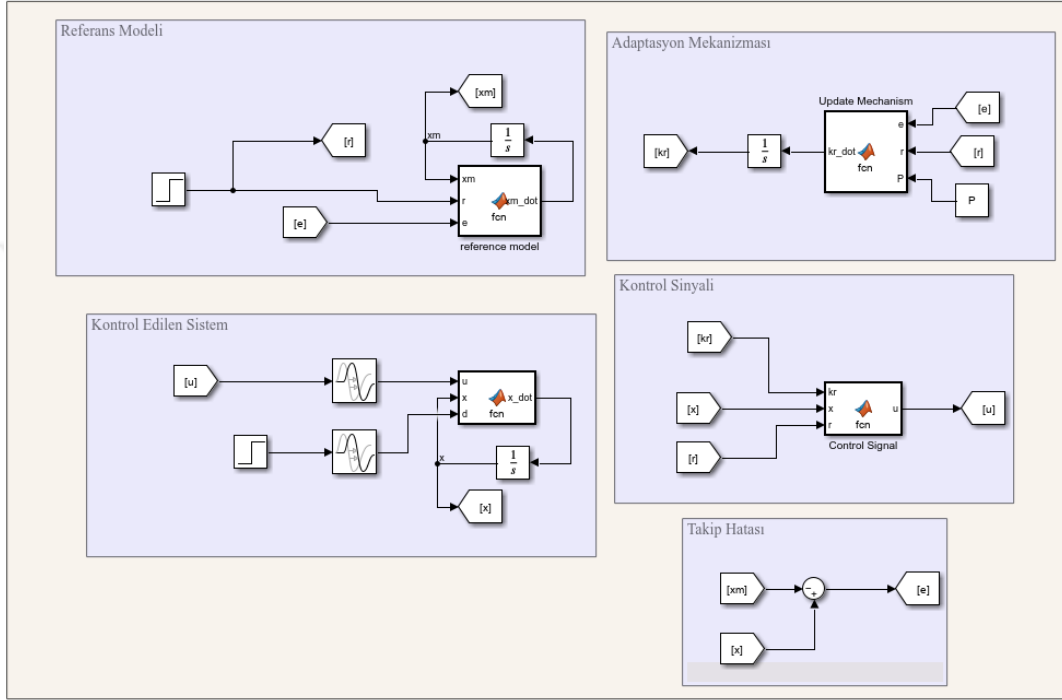
- [97] **Tan, C., Tao, G., & Qi, R.** (2014). An Adaptive Control Scheme Using Multiple Reference Models. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 28(11), 1290–1298. <https://doi.org/10.1002/acs.2435>
- [98] **Babaei, N., & Salamci, M. U.** (2015). Model Reference Adaptive Control for MIMO Nonlinear Systems by using Linear Time Varying Approximation. *Proceedings of the 2015 16th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, (pp.7–12).
- [99] **Gil, J. D., Pataro, I. M. L., Guzmán, J. L. & Berenguel, M.** (2024). On the Hybrid MRAC-PID Control: A Comparison Study. *IFAC-PapersOnLine*, 58(7), 37–42. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.08.007>
- [100] **Vargas-Martínez, A., Minchala Avila, L. I., Zhang, Y., Garza-Castañón, L. E. & Badihi, H.** (2015). Hybrid Adaptive Fault-Tolerant Control Algorithms for Voltage And Frequency Regulation of an Islanded Microgrid. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 25(5), 827–844. <https://doi.org/10.1002/etep.1875>
- [101] **Tan, C., Tao, G., Qi, R. & Yang, H.** (2017). A Direct MRAC Based Multivariable Multiple-Model Switching Control Scheme. *Automatica*, 84, 190–198. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.07.020>
- [102] **Aguila-Camacho, N. & Gallegos, J. A.** (2020). Switched Fractional Order Model Reference Adaptive Control for Unknown Linear Time Invariant Systems. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 3731–3736.

EKLER

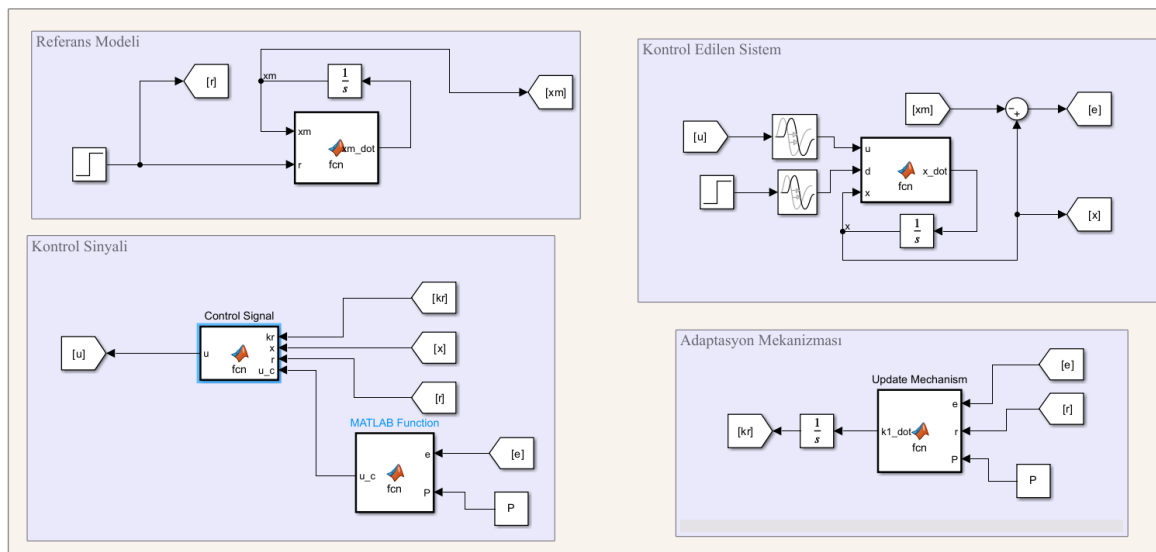
EK A: MRAK Yapılarının Matlab Simulink Ortamındaki Gösterimleri

EK B : Denklem 3.32'nin Elde Edilmesi

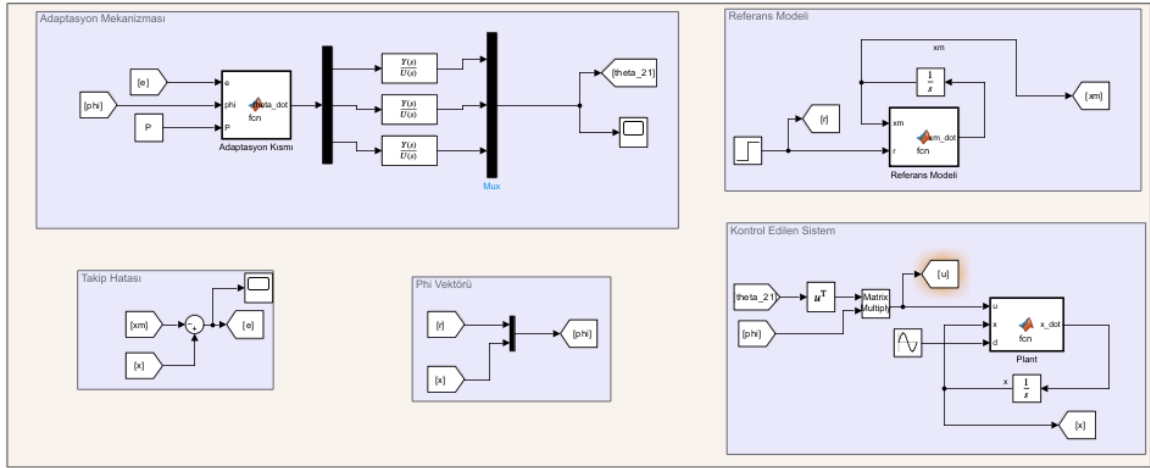
EK A



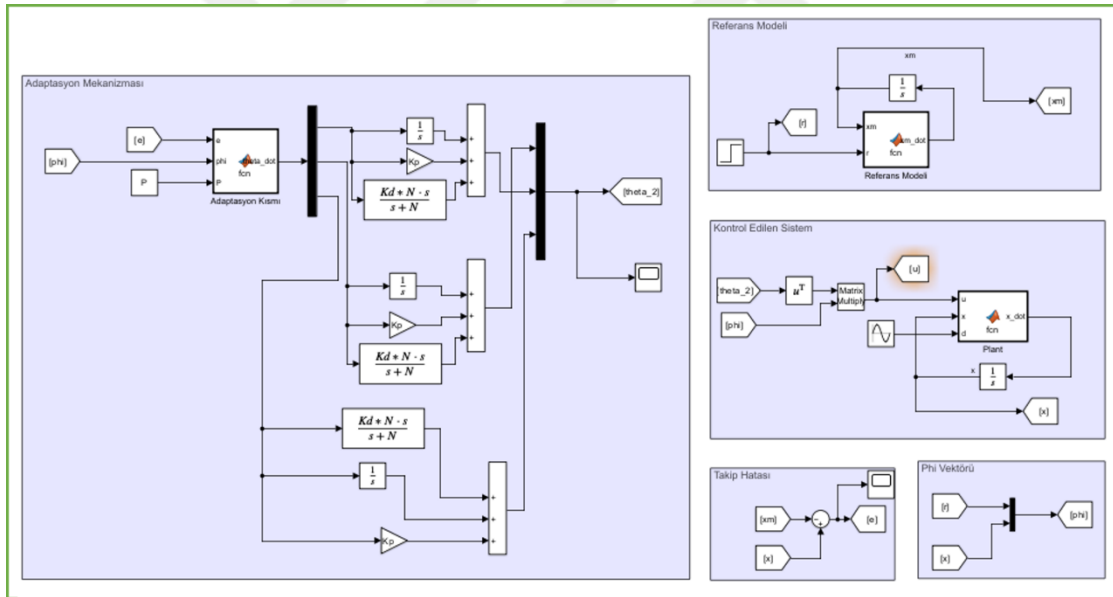
Şekil A.1: Örnek 2 için KRM-MRAK yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi



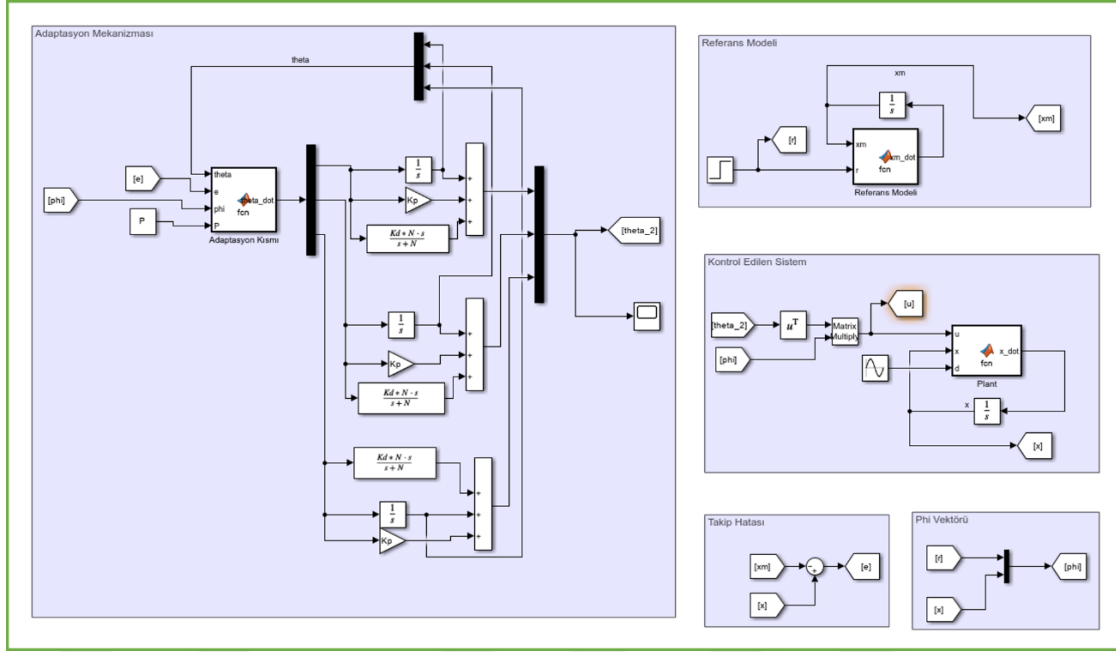
Şekil A.2 : Örnek 2 için HT-MRAK yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi



Şekil A.3 : Örnek 3 için MRAK-KDI-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi



Şekil A.4 : Örnek 3 için verilen MRAK-PIFD-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi



Şekil A.5 : Örnek 3 için verilen σ -MRAK-PIFD-AM yapısının Matlab-Simulink ortamındaki gösterimi

EK B

Denklem 3.29'dan başlayarak Denklem 3.32'nin nasıl elde edildiği burada daha ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Denklem 3.29, Denklem B.1'de sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & e^T P \dot{e} + \dot{e}^T P e + tr \left(2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right) + \\
 & tr \left(2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2M_a^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right) + \\
 & tr \left(2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2M_b^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right)
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Denklem B.1'in sadeleştirmelerini göstermek için Denklem B.2 oluşturulmuştur.

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + tr[part1 + part2 + part3] \\
 part1 = & 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\Theta}} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \\
 part2 = & 2\dot{\tilde{\Theta}}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a + 2 \left(\frac{dM_a}{dt} \right)^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a + 2 \left(\frac{dM_b}{dt} \right)^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a \\
 part3 = & 2\dot{\tilde{\Theta}}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b + 2 \left(\frac{dM_b}{dt} \right)^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b + 2 \left(\frac{dM_a}{dt} \right)^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Güncelleme mekanizması denklem B.3 te verilmiştir.

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} - \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \quad (B.3)$$

Denklem B.3, Denklem B.2’de yerine yazılırsa Denklem B.4-B.7 elde edilir.

$$\dot{V} = e^T P \dot{e} + e^T P \dot{e} + tr[part1 + part2 + part3] \quad (B.4)$$

$$part1 = 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \left[-\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} - \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right] + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} + 2\tilde{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \quad (B.5)$$

$$= -2\tilde{\Theta}^T M_a$$

$$part2 = 2 \left[-\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} - \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right]^T \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a + 2 \left(\frac{dM_a}{dt} \right)^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a \quad (B.6)$$

$$+ 2 \left(\frac{dM_b}{dt} \right)^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_a M_a = -2M_a^T \Gamma_a M_a$$

$$part3 = 2 \left[-\Gamma M_a - \Gamma_a \frac{dM_a}{dt} - \Gamma_b \frac{dM_b}{dt} \right]^T \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b + 2 \left(\frac{dM_b}{dt} \right)^T \Gamma_b \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b \quad (B.7)$$

$$+ 2 \left(\frac{dM_a}{dt} \right)^T \Gamma_a \Gamma^{-1} \Gamma_b M_b = -2M_a^T \Gamma_b M_b$$

Denklem B.5-B.7’de elde edilen *part1*, *part2* ve *part3*, Denklem B.4’te yerleştirilerek Denklem B.8 elde edilir.

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + tr \left[-2\tilde{\Theta}^T M_a - 2M_a^T \Gamma_a M_a - 2M_a^T \Gamma_b M_b \right] \quad (B.8)$$

Denklem B.8’de $-2M_a^T \Gamma_a M_a \leq 0$ ve Lemma 2.1’den M_a ve M_b vektörlerinin işaretlerinin aynı yönde olması gerektiği için $-2M_b^T \Gamma_b M_a \leq 0$ olacağı için aday Lyapunov fonksiyonunun türevi Denklem B.9 biçiminde ifade edilebilir.

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + tr \left[-2\tilde{\Theta}^T M_a - 2M_a^T \Gamma_a M_a - 2M_a^T \Gamma_b M_b \right] \quad (B.9)$$

$$\leq \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} - 2tr \left[\tilde{\Theta}^T M_a \right]$$

Denklem B.9’da, takip hatasının türevi olan $\dot{e} = A_m e + B\Theta^T \Phi(x) + w$ ifadesi yerine yazılarak Denklem B.10 elde edilir.

$$\dot{V} = e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2e^T P B \Theta^T \Phi(x) + 2e^T P w - tr[2\tilde{\Theta}^T M_a] \quad (B.10)$$

Lyapunov eşitliği olan $A_m^T P + P A_m = -Q$ ifadesi Denklem B.10'da yerine yazılır ise Denklem B.11 elde edilir.

$$\dot{V} \leq -e^T Q e + 2e^T P B \Theta^T \Phi(x) + 2e^T P w - \text{tr}[2\Theta^T M_a] \quad (\text{B.8})$$

$M_a = \Phi(x)e^T P B + \sigma\Theta$ ifadesi, Denklem B.11'de yerine yazılırsa denklem B.12 elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -e^T Q e + 2e^T P B \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + 2e^T P w - \text{tr}[2\tilde{\Theta}^T (\Phi(x)e^T P B + \sigma\Theta)] \\ &\leq -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma\tilde{\Theta}^T \Theta \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Denklem B.12'de $\Theta = \tilde{\Theta} + \Theta^*$ ifadesi yerine yazılarak Denklem B.13 elde edilmiş olur.

$$\dot{V} \leq -e^T Q e + 2e^T P w - 2\sigma(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta} + \tilde{\Theta}^T \Theta^*) \quad (\text{B.13})$$

Denklem B.13 ile Denklem 3.32 aynı ifadeleri içerdiğinden dolayı Denklem 3.32'ye erişilmiş olur.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Ebubekir Kökçam

ÖĞRENİM DURUMU:

Lisans: Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Yüksek Lisans: Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü

DOKTORA TEZİNDEN TÜRETİLEN ÇALIŞMALAR

Kökçam, E. & Tan, N. (2022). Model Referans Adaptif Sistemlerde (MRAS) Katsayı Diyagram Metodu Kullanılarak Referans Modeli ve Kontrolör Tasarımı, *Fırat Üniversitesi Uzay ve Savunma Teknolojileri Dergisi* 1(1), 55-60.

Kökçam, E. & Tan, N. (2023). Özyinelemeli Oustaloup Filtre Yaklaşımını Kullanan Kesir Dereceli PID Kontrolcüsünde Bulunan N Değerinin Sistem Performansına Etkisi. *TOK'2023 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, (pp.179–184).

Kökcam, E. & Tan, N. (2024). Comparison of Adaptation Mechanisms on MRAC. *IEEE Access*, 12, 31862–31874.

Kökcam, E. & Tan, N. (2024). PIFD Adaptation Mechanism on MRAC with Input Time Delay Plant. *2024 8th International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies (ISMSIT)*, (pp.1-6).