

TC
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ
BANKACILIK ANABİLİM DALI

**BANKACILIK KREDİ RİSK ÖLÇÜMÜNDE AKTÜERYAL
MODELLEME**

Doktora Tezi

TERCAN TİRYAKİ

İSTANBUL, 2012

TC
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
BANKACILIK VE SİGORTACILIK ENSTİTÜSÜ
BANKACILIK ANABİLİM DALI

**BANKACILIK KREDİ RİSK ÖLÇÜMÜNDE AKTÜERYAL
MODELLEME**

Doktora Tezi

Tercan TİRYAKİ

Danışman: Prof. Dr. Doğan ARGUN

İSTANBUL, 2012



T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü



Aşağıda belirtilen lisansüstü tez, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği hükümlerinde belirtilen esaslar çerçevesinde jüri önünde savunulmuş ve jüri tarafından başarılı bulunmuştur.

TEZ BAŞLIĞI : Bankacılık Kredi Risk Ölçümünde Aktüeryal Modelleme

TEZ TÜRÜ : Doktora

TEZİ HAZIRLAYAN : Tercan TIRYAKI

ANABİLİM DALI : Bankacılık

SAVUNMA TARİHİ :30.04.2012

JÜRİ ÜYELERİ :

GÖREVİ ADI SOYADI İmza

Danışman Prof.Dr.Doğan ARGUN

Üye Prof.Dr.Cemal İBİŞ

Üye Prof.Dr.Başı ŞİPAHLI

Üye Doç.Dr.Serhat YANIK

Üye Yrd.Doç.Dr.Özgür ÇATIKKAŞ



Marmara Üniversitesi Cilt:100
Kuruluşu Bankacılık ve
Sigortacılık Enstitüsü 14722
Zaferan / İSTANBUL

0 (216) 217 68 51 (Faks)
0 (216) 418 20 88

besogumarmara.edu.tr
http://ise.marmara.edu.tr

Ayrıntılı bilgi için: İSÖYADİ Uzman

ÖZET

BANKACILIK KREDİ RİSK ÖLÇÜMÜNDE AKTÜERYAL MODELLEME

Bankacılık faaliyeti içinde en çok bilinen ve en fazla zarar üretme potansiyeline sahip risk türü, kredi riskidir. Kredi riskinin ölçümü, ulusal ve uluslar arası denetim otoritelerinin son yıllarda finansal sistem istikrarı amacıyla takip ettikleri hususların başında gelmektedir. Bankaların mali yeterlilikleri ve risk ölçümünün objektif, sayısal temele dayanması finansal sistemin istikrarında önemli bir rol oynar hale gelmiştir. Bankaların mali yeterliliğinin değerlendirilmesinde, kredi riskinin ölçümü ve bu risk için ihtiyaç duyulan sermaye tutarı gerek denetim otoritelerinin gerekse banka yönetimlerinin üzerinde durdukları temel hususlardandır.

Bu çalışmada kredi risk ölçüm metodlarından aktüeryal modelleme hakkında ayrıntılı bilgi sunulmaya çalışılmış, aktüeryal modellemenin temel unsurları hakkında bilgi verilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmanın amacı, CreditRisk+ modelinde kullanılan aktüeryal yaklaşımla, Türk Bankacılık sektör verilerine uygun aktüeryal bir model uygulamasıdır. Finansal kuruluşlar kredi portföyleri için ihtiyaç duyacakları ekonomik sermaye düzeyini hesaplamak için kredi risk modelleri kullanmaktadır. Beklenen zararlar için karşılık ve rezervler hesaplanırken, beklenmeyen zararlar için ekonomik sermaye hesaplaması yapılmaktadır. Kredi modellerinin temel çıktısı portföy kredi zararlarının ihtimali yoğunluk fonksiyonudur (PDF). Bu hasar (zarar) dağılımından (finansal kuruluşun kredi portföyünden dolayı) beklenen ve beklenmeyen zararlarını tespit etmek mümkün olmaktadır. Beklenen zarar, hasar dağılımının ortalaması olurken, beklenmeyen zarar ise beklenen zarardan “sapmaların” ortalaması olmakta ve portföy riskini ölçmektedir.

Anahtar Kelimeler: Bankacılık Kredi Riski Ölçümü, Aktüeryal Modelleme

SUMMARY

ACTUARIAL MODELLING IN BANKING CREDIT RISK MEASUREMENT

The most obvious risk of a bank by the nature of its activity is credit risk, typically the largest type of risk in terms of potential losses. The measurement of credit risk has recently become a core topic widely discussed by both national and international supervisory authorities pursuing the objective of financial system stability. Since Banks are the most important player in Financial system their health which is able to measured by their solvency is the key importance international level that's why banks are institutions subject to rigorous supervision and regulation aimed at avoiding that a systemic crisis might affect the general economic system and global economic system. Credit risk measurement is the one of the most important part of banking risk management system.

This paper examined actuarial modelling which is the one of the credit risk measurement model, provided detailed information about modelling and its foundations. The goal of this thesis is to applying a model that measures credit risk, by using Turkish Banking sector's data with actuarial techniques that has been explained in CreditRisk+ model. Financial institutions apply credit risk models to evaluate the “economic capital” necessary to face the risk associated with their credit portfolios. In such a framework, provisions for credit losses should cover expected losses, while economic capital is seen as a cushion for unexpected losses. The main output of a credit risk model is the density function of the portfolio credit loss probability (probability density function – PDF). From the analysis of such loss distribution, a financial institution can estimate both the expected loss and the unexpected loss of its credit portfolio. The expected loss equals the (unconditional) mean of the loss distribution; it represents the amount the bank can expect to loose within a specific period of time (usually one year). On the other side, the unexpected loss represents the average “deviation” from expected loss and measures the actual portfolio risk.

Keywords: Banking Credit Risk Measurement, Actuarial Modelling.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
İÇİNDEKİLER.....	i
TABLolar LİSTESİ	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	iv
GRAFİKLER LİSTESİ.....	iv
KISALTMALAR LİSTESİ.....	v
GİRİŞ.....	1

I. BÖLÜM BANKACILIKTA RİSKLER VE ÖLÇÜMÜ

1.1 Risk Kavramı	4
1.2 Risk Yönetimi.....	7
1.3 Risk Yönetiminin Değişimi	12
1.4 Basel Uzlaşıları.....	17
1.5 Sermaye Tahsisi ve Yeterliliği.....	21
1.6 Türk Bankacılık Mevzuatının Risk Yönetim Çerçevesi.....	24
1.7 Piyasa Riski ve Ölçümü	30
1.8 Kredi Riski ve Ölçümü	37
1.9 Operasyonel Risk ve Ölçümü	50

II. BÖLÜM KREDİ RİSKİNİN ÖLÇÜMÜ

2.1 Kredi Riskinin Modellenmesi.....	56
2.2 Kredi Riskinin Modellenmesinde Yaklaşımlar.....	63
2.3 Yapısal Modeller: CreditMetrics	68
2.4 Ekonometrik Faktör Modelleri: CreditPortfolioView	71
2.5 Aktüeryal Model: CreditRisk+	72
2.6 Kredi Riski Modellerinin Karşılaştırılması.....	76

III. BÖLÜM AKTÜERYAL MODELLEMENİN TEMEL UNSURLARI

3.1 Aktüerya Bilimi ve Aktüeryal Modelleme	83
3.2 Aktüeryal Modelin Temel Unsurları.....	89
3.3 Hasar Frekans Dağılımları.....	98
3.3.1 Binomial Dağılım.....	98
3.3.2 Geometrik Dağılım.....	99
3.3.3 Negatif Binomial Dağılım	100

3.3.4	Poisson Dağılımı	102
3.4	Hasar Şiddet Dağılım Örnekleri	104
3.4.1	Ekspansiyal Dağılımı.....	105
3.4.2	Gama Dağılımı.....	106
3.4.3	Weibul Dağılımı.....	107
3.4.4	Pareto Dağılımı	108
3.5	Toplam Hasar Dağılımının Bulunması	109
3.5.1	Konvülsiyon Yöntemi	111
3.5.2	Ardışık Hesaplama Yöntemi.....	123
3.5.3	Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)	130

IV. BÖLÜM

KREDİ RİSKİNİN AKTÜERYAL MODELLENMESİ

4.1	Kredi Riski Modellemesinde Aktüeryal Yaklaşımlar	136
4.2	Kredi Riski Modellemesinde Temel Unsurlar	138
4.3	CreditRisk+ Modelinin Teorik Yapısı	140
4.4	Yaşama Fonksiyonu ve Kredi Riskinde Kullanımı	150
4.5	Basel II ve Solvency II Kapsamında Risk Ölçütleri	160
4.6	Ekonomik Sermaye.....	166

V. BÖLÜM

VERİLERLE TÜRK BANKACILIK SİSTEMİNDE KREDİ RİSKİNİN AKTÜERYAL MODELLENMESİ

5.1	Kredi Riskinin Makro Ekonomik Yapıyla Etkileşimi.....	179
5.2	Tüketici Kredilerini Etkileyen Nüfus, Gelir ve Tüketimdeki Değişimler.....	181
5.3	Toplam Krediler ve Takipteki Alacaklar.....	184
5.4	Tüketici Kredileri Temerrüt Oranları.....	186
5.5	Bankacılık Sektör Verilerine Uygun Tüketici Kredilerinin Oluşturulması	194
5.6	Oluşturulan Örnek Verilere Uygun Aktüeryal Kredi Risk Modellemesi.....	196
5.6.1	Kötümser Beklentili Ekonomik Koşullara Uygun Zarar Dağılımı	196
5.6.2	Normal Ekonomik Koşullara Uygun Veriseti ve Zarar Dağılımı	200
5.6.3	İyimser Beklentili Ekonomik Koşullara Uygun Veriseti ve Zarar Dağılımı.....	203

SONUÇ	207
--------------------	------------

YARARLANILAN KAYNAKLAR.....	209
------------------------------------	------------

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: Risk Yönetim Araçlarının Gelişimi.....	15
Tablo 2 : Sermaye Yeterliliği Gelişim Aşamaları.....	16
Tablo 3: Kredi Risk Modellerinin Özellikleri.....	67
Tablo 4:Dağılımlara Göre Ardışık Sunum.....	124
Tablo 5:Fayda Fonsiyonuna Göre Risk Ölçütleri	164
Tablo 6: 5 Yıllık iTraxx Verileri	176
Tablo 7:Değişik Dağılımlara Göre VaR Formülleri.....	176
Tablo 8:Nüfusun Gelir Dilimleri ve Ortalama Gelir Seviyesi	181
Tablo 9:Gelir Gruplarının Tüketim Harcamaları ve Tüketimdeki Payı	182
Tablo 10:GSMH ve Hanehalkı Tüketimi	182
Tablo 11:15 Yaş Üzeri Nüfusun Yıllara Göre Değişimi	183
Tablo 12:Bankacılık Sektörü Toplam Kredilerde Değişim	185
Tablo 13:Seçilmiş Kredi Büyüklükleri.....	187
Tablo 14:Kredi Türlerinin 12 Aylık % Artışları	187
Tablo 15 :Tüketici Kredileri Stoğu	188
Tablo 16:Konut Kredilerindeki Değişim	188
Tablo 17: Yıllar İtibariyle Tüketici Kredisi Kullananların Sayısı	189
Tablo 18:Yıllar İtibariyle Kullanılan Tüketici Kredisi Tutarı	190
Tablo 19:Yıllar İtibariyle Takibe Ayrılan Tüketici Kredi Tutarları.....	190
Tablo 20:Yıllar İtibariyle Ortalama Kişi Başına Düşen Kredi Tutarı	191
Tablo 21:Yıllar İtibariyle Temerrüt Oranları (Frekans)	191
Tablo 22: Gelir Grubuna Göre Ortalama Tüketici Kredisi.....	195
Tablo 23:Kötümser Beklentili Rassal Tüketici Kredi Portföyü.....	196
Tablo 24: Kötümser Beklentili Ekonomik Koşullarda Zarar Dağılımı Verileri.....	199
Tablo 25: Normal Ekonomik Koşullara Uygun Temerrüt Oranına Sahip Rassal Veri.....	201
Tablo 26: Normal Ekonomik Koşullarda Zarar Dağılımının Unsurları	202
Tablo 27: İyimser Ekonomik Koşullara Uygun Temerrüt Oranına Sahip Rassal Veri.....	204
Tablo 28:Aşırı Büyüme Dönemlerinde Beklenen Zarar Dağılımının Unsurları.....	205
Tablo 29: Üç Farklı Temerrüt Oranına Göre Portföyün Beklenen Zararı	206

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Risk Yönetim Çerçevesi	9
Şekil 2:Entegre Risk Yönetiminin Kapsamı.....	11
Şekil 3: Basel II Süreci.....	19
Şekil 4:Bankacılık Riskleri	28
Şekil 5: Risk Yönetim Süreci.....	36
Şekil 6:Basel II Risk Çerçevesi.....	44
Şekil 7: Operasyonel Risk Modelleme Süreci	54
Şekil 8: Risk Yönetim Süreci.....	56
Şekil 9: Kredi Risk Modelleri	66
Şekil 10: Kredi Risk Modellerinin İşleyişi	77

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 1:Tüketimdeki Değişim	183
Grafik 2:Nüfus Artışı.....	184
Grafik 3: Bankacılık Sektörü Toplam Kredilerin Gelişimi	186
Grafik 4:Tüketici Kredileri ve Takibe Düşen Tüketici Kredileri	192
Grafik 5:Tüketici Kredileri ile Tüketim İlişkisi.....	193
Grafik 6:GSMH Değişimi İle temerrüde Düşmeme İlişkisi	194
Grafik 7:Verisetinde Gelir Gruplarına Göre Kredi Dilimleri	198
Grafik 8:Gelir Gruplarına Göre Kötümser Temerrüt Oranları	199
Grafik 9: Kötümser Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı.....	200
Grafik 10: Kredi Dilimlerine Göre Ortalama Temerrüt Oranları.....	201
Grafik 11: Ortalama Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı.....	203
Grafik 12: Kredi Dilimlerine Göre İyimser Temerrüt Oranları	204
Grafik 13: İyimser Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı	206

KISALTMALAR LİSTESİ

Çalışma kapsamında kullanılan kısaltmalar açıklamalarıyla birlikte aşağıda sunulmuştur.

AAA	Amerikan Aktüerya Akademisi
AMA	İleri Ölçüm Yaklaşımı (Advanced Measurement Approach)
Basel-I	1988 Basel Sermaye Uzlaşısı
Basel-II	2004 Tarihli Geliştirilmiş Yeni Basel Sermaye Uzlaşısı
BCBS	Basel Bankacılık Denetim Komitesi (Basel Committee On Banking Supervision)
BIS	Uluslararası Ödemeler Bankası (Bank For International Settlements)
CAS	Kaza Aktüerleri Birliği
COSO	Sponsor Organizasyonlar Komitesi
CR+	CreditRisk+ İsimli Kredi Risk Ölçüm Modeli
CSFB	Credit Suisse First Boston
DFA	Dinamik Finansal Analiz
DM	Temerrüt Modlu Modeller (Default Mode)
EAD	Temerrüt Halinde Riske Maruz Kredi Tutarı (Exposure At Default)
EDF	Beklenen Temerrüt Frekansı (Expected Default Frequency)
EL	Beklenen Zarar (Expected Loss)
ERM	Entegre Risk Yönetimi
FFT	Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform)
IAA	Uluslararası Aktüerler Birliği
IAIS	Uluslararası Sigorta Denetçiler Birliği
IAS	Uluslararası Muhasebe Standartları
IFRS	Uluslararası Finansal Raporlama Standartları
KMV	Moodys'in Kredi Riski Ölçüm Modeli
LGD	Temerrüt Durumunda Kayıp Oranı (Loss Rate Given Default)
MTM	Değerleme Modlu Modeller (Mark-To-Market Mode)
PD	Temerrüte Düşme Olasılığı (Probability of Default)
PDF	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (Probability Density Function)
RMD	Riske Maruz Değer (Value at Risk)
SOA	Amerikan Aktüerler Birliği
SOX	Sarbanes-Oxley Yasası



GİRİŞ

Bankanın kaynaklarını kullananların yaratacağı zarar kredi riskiyle ifade edilmektedir. Fon arz edenler ile fon talep edenler arasında aracılık işlemi yaparken her iki tarafa da taahhütte bulunan bankalar, fon aracılığı işlemiyle aslında kredi riski ticareti yapmaktadırlar. Bankanın kredi riskinin boyutunun ölçülmesi ve buna göre sermaye tahsis edilmesi bankacılık risk yönetiminin temel ilgi alanlarındanıdır. Kuşkusuz belirsiz taahhütlerin yaratacağı risklerden tamamen kaçınmak bankacılık işlemlerinin tabiatına uygun olmayacaktır. Ancak bankaların işlem ve taahhütlerinden dolayı oluşabilecek zararları azaltmak için karşı karşıya kaldıkları belirsizliğin boyutunu ölçmek ve buna karşılık sermaye desteğini banka bünyesinde tutmaları da sistemin düzgün işlemesi için gerekmektedir. Bu açıdan bankacılık risk yönetiminde en başta ölçülmeye çalışılan ve muhtemel zararı bulunmaya çalışılan risk türü kredi riski olmuştur.

Günümüzde kredi riskinin ölçümü finans kuruluşlarının küresel düzeyde faaliyet göstermesi ve finansal piyasaların birbirinden etkilenen yapısı nedeniyle yerel bir sorun olmaktan ziyade küresel düzeyde etkiler doğurmakta, ortak yöntemlerle, düzenlemelerle, finansal sistemin istikrarı hedeflenmektedir. Son üç yıldır yaşadığımız süreç herhangi bir ülkedeki bir bankadaki öngörülmeven yüksek düzeyli zararın etkisi tüm dünya ülkelerinde tüketiciyi dahi etkileyen yapıya bürünmüş durumdadır. Bu yüzden günümüzde finansal sistemdeki oyuncuların denetimine de küresel düzeyde standartlar getirilmekte, risk ölçümünün bilimsel, standart yaklaşımına önem verilmektedir. Bankacılık alanında risk yönetimi, günümüzde uluslar arası kabul görmüş kurallara ve oluşmuş fikir birliğine göre şekillenmektedir. Basel sisteminin kabul ettiği çerçeve bankacılık risk yönetiminin gelmiş olduğu son düzey olarak kabul edilmekte, süreç yeni gelişmelere uygun olarak güncellenmektedir.

Basel sürecini veya günümüz finansal denetim mimarisini bir cümleyle özetlemek gerekirse, finansal kuruluşun yüklendiğı riske uygun sermaye yapısının varlığını garanti etmek ve bu şekilde sürdürülebilir bir piyasa yapısını oluşturmaktır. Serbest rekabetçi sistemin gereğı ve sonucu olan bu anlayış, halkın yararına sonuç üretmekte ve refahını arttırmayı amaçlamaktadır. Riskin ölçülmesi bu yeni mimarinin temel taşlarından birisi olup,

riskin ölçülmesinde bilimsel ve objektif yöntemlere ağırlık verilmektedir. Risklerin iyi yönetilmesi becerisi; risklerin bilinmesi, ölçülmesi ve bunların bir bütün olarak yaratacağı potansiyel zarar ve karın nasıl gerçekleşeceğinin bilinmesine, buna dair stratejilerin geliştirilmesindeki başarıya bağlı olmaktadır. Bu becerinin objektif ve bilimsel içeriğe ulaştırılması isteği ise günümüz risk ölçüm modellerinin oluşturulmasına neden olmuş, riskin tam olarak ölçümüne yönelik aktüeryal bilgi birikimi de gelişmiş modellemelerde kullanılmaya başlanmıştır.

Aktüerya Bilimi “belirsizliğin” yaratacağı zararın ölçümü ile uğraşan bir bilim dalı olarak sigortacılık alanında kullanılan teknik ve modellerin gelişiminde önemli rol oynamıştır. Bu model ve teknikler günümüzde tüm finansal alanda ve bankacılıkta da kullanılmaya başlamıştır. Esas ilgi alanı zarar modelinin oluşturulması olduğu için, günümüz finansal risk yönetimi de muhtemel zararın boyutuna uygun sermaye ölçümüne odaklandığından bu alanda aktüeryal modellerin kullanımı artmıştır. Aktüeryal literatürün riskin ölçülmesi sürecine sağladığı katkı sayesinde, risklerin modellenmesinde aktüeryal yöntemler önemli pay almaktadır. Bu karşılıklı beslenme sayesinde aktüerya bilimi klasik anlamda sigortacılık matematiğinden daha geniş kapsama kendini adapte etme sürecine girmiş, kopula, konvülsiyon gibi aktüeryal pratikte yaygın olarak kullanılan metotlar risk ölçüm modellerinde kullanılmaya başlamıştır.

Çalışmamızın temel amacı; Basel II, Basel III ve Solvency II sermaye yeterlilik uzlaşılarının teşvik ettiği içsel ileri risk ölçüm modellerinden biri olan aktüeryal modellemenin kredi risk ölçümünde kullanımı olacak, bu çerçevede aktüeryal modellemenin aşamaları ve model kurulmasını, aktüeryal model vasıtasıyla kredi riski ölçümü olacaktır. Aktüeryal modelleme hasarın oluş sıklığı ve hasar tutarlarının (şiddet) istatistikî dağılımlarının bütünleştirilmesine dayanmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde bankacılıkta risk ve risk yönetimi kavramının zaman içindeki gelişimi ele alınmış, Basel Uzlaşıları ve sermaye tahsisi ile yeterliliği konularında genel kabul görmüş denetim, düzenleme kuralları ele alınmıştır. Bu kapsamda Basel II risk yönetim çerçevesine uygun olarak piyasa, kredi ve operasyonel riskin tanımlanması, ölçülmesi konuları ele alınmış, bankacılık mevzuatının risk yönetim çerçevesi özetlenmiştir.

İkinci bölümde, kredi riskinin modellenmesi kavramının içeriği ele alındıktan sonra, kredi risk ölçüm modellemesinde uygulamada kullanılan temel yaklaşımlar değerlendirilmiştir. Bu kapsamda Yapısal, Ekonometrik ve Aktüeryal modellerin temel unsurları ele alınmış, modeller karşılaştırılmıştır.

Üçüncü bölümde, aktüeryal modellemenin teorik yapısının anlaşılması için, hasar frekans (sıklık) dağılımı için kullanılabilecek bazı dağılımların temel parametreleri ele alınmıştır. Hasar şiddet (severity) dağılımları ve parametreleri ele alındıktan sonra, toplam hasar (zarar) dağılımının bulunması için kullanılabilecek aktüeryal yöntemler üçüncü bölümde sunulmuştur.

Dördüncü bölümde, kredi riskinin aktüeryal yöntemle oluşturulması aşama aşama izah edilmiş, bu bölümde CreditRisk+ yönteminin konuya yaklaşımı çerçevesinde modelin nasıl kurulacağı izah edilmiştir. Dördüncü bölümde aynı zamanda ekonomik sermaye hesaplanmasında kullanılacak risk ölçütlerine değinilmiştir.

Çalışmanın beşinci bölümünde ise verilerle kredi riskinin hesaplanması Türk Bankacılık sisteminin tüketici kredileri verilerine uygun olarak oluşturulan örnek verisetiyle yapılmıştır. Bankaların gizli bilgileri olan tüketici kredilerinde özellikle temerrüt boyutu elde edilemediğinden, bankacılık sisteminin toplam verileri üzerinden kişi başı temerrüt oranları bulunması ve ortalama tüketici kredisi verileri esas alınarak temsili bir banka portföyü rassal olarak oluşturulmuştur. Rassal veriseti ekonominin büyüme, küçülme ve normal dönemlerine uygun olarak üç değişik beklentiye uygun temerrüt oranlarıyla değerlendirilerek zarar (hasar) dağılımları elde edilmiştir. Zarar (loss) dağılımının oluşturulmasında, ihtimal üretme fonksiyonları (PGF) bulunarak zarar dağılımlarına ulaşılmıştır.

Sonuç kısmında, önceki bölümde yapılan tespit ve değerlendirmeler ışığında, aktüeryal modellem yabancı bankaların performans bileşenlerindeki olumlu ve olumsuz gelişmeler ve sektöre etkileri ele alınarak, uygulanmasında yarar görülen politika önerileri ortaya konulmuştur.

I. BÖLÜM

BANKACILIKTA RİSKLER VE ÖLÇÜMÜ

1.1 Risk Kavramı

Risk kavramı ile kayıp doğuran bir olayın belirsizliği, bir parasal değerin kayba maruz hali gibi durumlar tanımlanmakta ve genellikle zarar doğuran gerçekleşmesi ihtimali (rastlantısal) olan nedene risk denilmektedir. Risk kavramı ile değişik amaçlara uygun olarak farklı tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Risk kavramı ile;

- negatif sonuç doğuran olayların gerçekleşme ihtimali veya belirsizliği,¹
- ekonomik faydanın azalması ihtimali,²
- gelecekteki getirilerin veya aktif fiyatının belirsizliği,³
- beklenen bir sonuca göre ters olan sapma ihtimali,⁴
- belirsizliğe açık parasal tutarı,⁵
- kaybetme tehlikesi,⁶
- ters hareketlerin belirsizliği sonucunda karlılıktaki azalma veya zararda olma belirsizliği,⁷
- aktifin belli bir süre zarfında değerinde muhtemel değişikliği,⁸
- bir olayın olması veya olmamasının sonucunda beklenmeyen finansal sonuçların ortaya çıkması,⁹
- gelecekte olması kesin olmayan durumları,¹⁰

ifade etmekte, tanımlayanın baktığı açıya göre değişik hususları kapsayan tanımlar bulunmaktadır.

Riskin tanımlanmasında istatistik teorisinden portföy teorisine kadar çeşitli alanlara özgü tanımlamalar bulunsa da en sade ve anlaşılır olan tanımlardan birisi olan Markowitz’in tanımlamasının, sonraki tanımlamalara öncülük ettiği görülmektedir. Markowitz risk kavramına hiç değinmeden optimal portföy oluşturma tekniklerini formüle etmiş ve

¹ Tony Van GESTEL ve Bart BAESENS, **Credit Risk Management Basic Concepts: Financial Risk Components, Rating Analysis, Models, Economic and Regulatory Capital**, New York: Oxford University Press, 2009, s.23.

² BDDK, **Bankaların iç Sistemleri Hakkında Yönetmelik**, Resmi Gazete, 26333, 01 Kasım 2006.

³ Jeffrey R. BOHN ve Roger M. STEIN, **Active Credit Portfolio Management in Practice**, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009, s.11.

⁴ Yen Yee CHONG, **Investment Risk Management**, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2004, s.13.

⁵ Glyn A. HOLTON, “Defining Risk, Financial Analysts Journal”, V.60, No.6, CFA Institute, 2004, s.22.

⁶ David MURPHY, **Understanding Risk: The Theory and Practice of Financial Risk Management**, London: Chapman & Hall/CRC, 2008, s.39.

⁷ Joel BESSIS, **Risk Management in Banking**, 2nd ed., New York: John Wiley & Sons, 2002, s.11.

⁸ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.12.

⁹ Michel DENUIT, Jan DHAENE, Marc GOOVAERTS, Rob KAAS, **Actuarial Theory for Dependent Risks**, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2005, s.3.

¹⁰ Jean-Paul CHAVAS, **Risk Analysis in Theory and Practice**, San Diego: Elsevier Academic Press, 2004, s.6.

yatırımcı için beklenen getiriyi tercih edilen bir ‘şey’ olarak tanımlanırken, getirinin varyansı (belirsizlik işareti olup sapmayı göstermektedir) ise tercih edilmeyen bir ‘şey’ olarak tanımlanmıştır.¹¹ Aktüeryal literatürde ise risk, ekonomik risk olarak ele alınmakta ve ekonomik güvenliğin kaybedilme ihtimali olarak görülmektedirler. Ekonomik risklerin beklenen sonuçtan sapma şeklinde ortaya çıktığı kabul edilmektedir.¹² Riskin tanımlanmasında, birden fazla sonucun gerçekleşme ihtimali, belirsizlik ve zarar yaratma ihtimali tüm tanımlamalarda yer alan ortak hususlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Risklerin belirli bir zaman süresince potansiyel zarar yaratabilmeleri, bir olay ve eylem olarak amaçların gerçekleşmesine engel olması, tehlike oluşturan yapısı ve fırsatlardan yararlanmada geleceğe dönük potansiyel tehdit içermesi (zarar) üzerinde durulan hususlar olarak dikkat çekmektedir.

Riskin içinde barındırdığı belirsizliğin öngörülebilir olmasını sağlamak ve bu tahmin edilen muhtemel zarara uygun olarak sermaye desteği sağlayarak kuruluşun değerini arttırmak risk yönetiminin temel uğraşı alanı olacaktır. Finansal işlemler ve taahhütler sonuç itibarıyla genellikle kesinlik içermeyip, belirsizlik içerirler. Gerçekleşme durumu belirli bir ihtimali yapıya uygun olarak ortaya çıkan olaylar ihtimali olarak nitelendirilmektedir. Dolayısıyla finansal işlemlerin öncelikle gerçekleşme ihtimalleri veya bu ihtimali sürecin nasıl şekillendiğinin belirlenmesi ölçüm yapılması için gerekmektedir. Risk ölçümü ile hedeften sapmanın sayısal bir değerle izahı sağlanmaktadır.

Belirsizlikten kaynaklanan zararlar saf (pure) risk olarak tanımlanırken, sonucunda kayıp veya kazancın olacağı belirsizlik durumlarına ise spekülasyon risk denilmektedir. Bu iki gruba girmeyen riskler ise karışık (mixed) risk olarak adlandırılmaktadır.¹³ Belirsizlik, ihtimali veya rassal değerlerle ölçüldüğünden, risk ölçümü (veya ölçüyü) ihtimal teorisinin kurallarına göre şekillenmektedir. Risk sonuç itibarıyla beklenen sonuçların gerçekleşmesindeki belirsizliği ifade ederken, bu belirsizliğin doğuracağı zarar veya parasal kayıp esas itibarıyla finansal kuruluş yöneticisinin ilk planda ilgileneceği husus olmaktadır. Tersten bakılırsa, fırsat; gerçekleşmesi halinde işletmenin amaçlarına pozitif etki

¹¹ Hary M. MARKOWITZ, “Portfolio Selection”, Journal of Finance, Vol.7, 1952, s.77.

¹² Judy Feldman ANDERSON ve Robert L. BROWN, “Risk and Insurance”, SOA, 2000, s.2. , <http://www.soa.org>, (20/02/2008)

¹³ Laurent CONDAMIN, Jean-Paul LOUISOT ve Patrick NAIM, **Risk Quantification: Management, Diagnosis & Hedging**, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2006, s.3.

yapabilecek olan ihtimali olayken, risk ise; organizasyonun amaçlarına negatif, ters etki edecektir. Fırsat da aynı risk gibi, senaryo, olma ihtimali ve olma durumunda etkinin boyutu gibi üç temel unsura sahiptir.¹⁴ Finansal risklerin en önemli tarafı belirsiz düzeyde zarar yaratma potansiyelidir. Bu belirsizlik riskin ölçülerek en azından geçmiş dönem verilerine uygun düzeyde zararı tahmin etme çabası son yıllarda önem kazanan husus olmuştur. Belirsizlik bazen belirsizlik hâli, bazen ise bir tabiat olayı, bazen ekonomik gelişmenin bir aşaması gibi çeşitli faktörlerden kaynaklanabilmektedir.

Olayların içinde rastlantısal (rassal) ihtimaller söz konusu olunca, bu olayların ortaya çıkaracağı zararın belirlenmesi ihtimal teorisinin belirlediği çerçevede yapılmaktadır. Gerçekleşmenin beklenenden sapması belirsizlik içermekte, zararın kesin olduğu durumda ise risk söz konusu olmamakta, riskin varlığı için en azından biri kötü olmak üzere en az iki ihtimalin bulunması gerekmektedir. Riskin ifadesi için bu nedenle ihtimal teorisinden faydalanılmakta, riskin sayısallaştırılması için riskin ihtimalinin modellenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ölçüm ve modelleme işlemlerinin bütünü aktüeryal tahmin süreci olup, yapılan işlem geçmiş sonuçlardan veya istatistik ve ihtimal teorisinden yararlanarak gerçek duruma yakın en iyi tahmini ortaya koymaktır. İster geçmiş verilerden olsun, isterse ihtimal teorisinin kabul ettiği teorik dağılımlardan hareket edilsin, riskin modellenmesi ile ele alınan konunun yaratacağı finansal kaybın ortaya konulabilmesi için ihtimal sürecinin belirlenmesi bu süreçte en önemli adım olarak karşımıza çıkacaktır. Aktüeryal yazın; riski, hedeften sapma büyüklüğü olarak ele aldığı gibi, riskin primi (sermaye gereği) olarak da ele almaktadır.¹⁵ Hangi yaklaşım olursa olsun günümüz risk ölçümünün temel hedefinin sermaye yeterliliğini ölçmek olduğunu aklımıza getirirsek aslında risk ölçümü ile sermaye yeterliliğinin konumuz kapsamında aynı anlama geldiği sonucuna ulaşmaktayız.

Belirsizliğin ihtimali kurallara tabi olması nedeniyle bu modellemenin aktüeryal yönden yapılması olayın tabiatına uygun olmaktadır. Aktüeryal modelleme; belirsizliğin tarifi (istatistiksel sunumu, dağılımı) ve buna dayanarak risk ölçümü (modellenmesi) gibi iki ana unsura dayanmaktadır. Modellemenin ayrıntılarına girmeden riskin tanımı,

¹⁴ David VOSE, **Risk Analysis**, Third Edition, West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd, 2008, s.3.

¹⁵ Josef L. TEUGELS, ve Bjorn SUNDT (Ed.), **Encyclopedia of Actuarial Science**, Chichester: John Wiley & Sons, 2004, s.571.

sınıflandırılması ve ölçümü konusunda genel kabul görmüş hususları ele almak uygun olacaktır. Öncelikle risk ve risk ölçümüne ilişkin tarihsel sürece kısaca değinmek yerinde olacaktır. Risk yönetimi kapsamında ele alınan riskin; belirsizliğin ortaya çıkardığı zarar, riske maruz bir tutar, gerçekleşen finansal sonuç (zarar), sübjektif nitelikli değerlendirme (iyi risk, kötü risk gibi) şeklinde dört temel kavramla şekillendiği kabul edilmektedir. Bu çerçevede, şirketin karşılaştığı zararların kaynakları, belirsizlikten kaynaklanmakta olup bu belirsizlik yalnızca zarar (saf risk) üretebildiği gibi, kar üretebilen yapıda da olabilecektir (spekülatif risk).¹⁶ Riske maruz durum, olay ve zarar sonucu üç rastlantısal değişken olup risk bunlarla tam olarak tanımlanabilmektedir.¹⁷ Aslında risk, riske maruz tutar, risk ihtimali ve riske maruz tutardan kurtarılmış kısım rastsal değişkenlerinin çarpımıyla ölçülmektedir.

1.2 Risk Yönetimi

Finansal kuruluşların tüm risklerini bir bütün olarak ölçme ve yönetme yolundaki çalışmaları özellikle türev işlemlerinin gelişmesine paralel olarak 1970’lerde başlamıştır. Sonradan bu çalışmalar danışmanlık firmaları tarafından geliştirilerek finansal kurum ve şirketlere satılacak hazır programlar haline getirilmiştir. Son yıllarda gerek aktüeryal meslek grupları gerekse denetim otoriteleri risk ölçümü için çeşitli iç kontrol modelleri geliştirmiş, teorik alandaki eserlerin ticari modelleri oluşturulmuştur. Risk yönetim ve ölçümündeki gelişmenin temelinde yedi ana unsurun olduğu söylenebilmektedir. Bunlar; iflasların artması, aracılık faaliyetlerinin artması, daha fazla rekabet, teminatların yetersiz kalması, türev ürünlerin artması, teknoloji ve Basel sürecinin yönlendirilmeleridir.¹⁸ Diğer unsurlar nispeten bankacılık alanından bağımsız iken Basel II bire bir bankacılıkla örtüşen ve bankacılık risk yönetiminde yönlendirici olan, bugün itibarıyla sistemin standartlarını oturtan bir süreç olmuştur. Sigortacılık alanında Solvency II ve bankacılık alanında Basel II ve güncel olarakta Basel III süreçleri risk yönetiminin sistematik halde oluşturulmasında önemli rol oynamışlardır.

Günümüz finans sektörünün denetiminde şirketlerin kendi risk durumlarını ölçmek üzere kendi içsel modellerini geliştirmelerine izin verilmesi bu alandaki yeniliklerin

¹⁶ CONDAMIN, LOUISOT VE NAIM, **a.g.e.**, s.4.

¹⁷ CONDAMIN, LOUISOT VE NAIM, **a.g.e.**, s.33.

¹⁸ Anthony SAUNDERS ve Linda ALLEN, **Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms**, 2nd edition , New York: John Wiley and Sons Ltd., 2002 ,s.4.

hızlanmasına ve risk modellemesinin gelişimine öncülük etmiştir. Risk modellemesinin temelinde riskin nasıl sayısallaştırılacağı ve risk ölçütünün ne olduğuna bağlı olmaktadır. Krizlerin hızlı yayılma tehlikesi ve etkisi büyük finansal olayların sıklıkla gündeme gelmesi, şirketlerin, finansal piyasaların artan entegrasyonu, özellikle finansal kuruluşların risk yönetim yapılarının sorgulanmasına neden olmaktadır. Dünya finansal sisteminin güvenilir şekilde devamı açısından yerel piyasaların sağlıklı işleyişi için uluslar arası düzeyde standart denetim yaklaşımlarının ortaya çıkmış, adeta dünya ölçeğinde bir denetim mekanizması kurulmuştur. Muhasebe, bankacılık, sigortacılık ve sermaye piyasası denetim alanlarında standart yaklaşımlar tüm tarafların uygulaması gereken uluslararası kurallar bu sürecin şekillenmesinde önemli roller oynamıştır. Basel süreci risk ölçütünü sermayeye dayandırdığından bulunan risk değeri ile sermaye arasındaki irtibat günümüz finansal denetimi için de sermaye ile risk arasındaki irtibatı sağlayacak modeller önem kazanmıştır. Günümüz risk ölçüm modellerinin temelinde de yine aynı güdü etken olmuş ve 1990'larda J.P. Morgan Yöneticisi Dennis Weatherstone'un günlük şirket risk durumunu tek sayfalık talep etmesiyle başlamıştır. Bu talebin üzerine günümüzde de yaygın olarak kullanılan Riskteki Değer (Value at Risk) geliştirilmiş ve Riskmetrics olarak bilinen risk ölçüm programı da bu şekilde geliştirilmiştir.¹⁹ Riskmetrics'in piyasa riski ölçümüne yönelik kolaylığı ve teorik modelleme gücü, diğer risk alanlarında da risk ölçüm modelleri geliştirilmiştir. Tüm risk ölçüm çabalarının temelinde bankanın risklerini yönetme çabası asıl hareket noktası olduğundan, bankacılık risk yönetiminin risk ölçümüne yönelik gelişiminin ele alınmasına ihtiyaç bulunmaktadır.

Finansal kuruluşların büyümesine paralel olarak artan fonlar ve yatırım alanları zaman içinde artmış ve getiri potansiyeli arttığı gibi kayıp ihtimali de artmış, daha volatil bir piyasa yapısı oluşmuş, volatilité, karları olduğu kadar zararları da arttırmıştır. Bu gelişim süreci zaman içinde belirsizliğin tahminine ve modellenmesine yönelik ihtiyacı da beraberinde getirmiştir. Risk yönetiminin geçirdiği evrede özellikle finansal ürünlerin artması, fiyat dalgalanmalarının artışı, teknolojik gelişmeler ve sermaye birikimin büyük şirketleri oluşturması gibi faktörlerin önemli olduğu açıktır. Bu gelişim sürecine uluslararası denetim kuruluşları, çeşitli meslek kuruluşları, rating şirketleri, bağımsız denetim şirketleri gibi çok kesimin etkileri bulunmuştur. Ancak son ulaşılan risk yönetim sistemlerinin

¹⁹ Cristian RAY, Extreme Risk Management, New York:The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010, s.33.

şekillenmesinde finansal sistemdeki gelişme ve risk ölçüm alanındaki yeni yaklaşımlar ile özellikle bilgisayar yazılımındaki gelişmenin etkisi büyüktür. Günümüzde risk yönetimi, özellikle risk modellerinin oluşturulması bu risk modellerinin birleştirilmesi ve bütünleştirilmesi ile ekonomik sermaye ölçümüne odaklanmış bulunmaktadır. Ekonomik sermaye ile şirketin taşıdığı riske uygun sermaye düzeyi hesaplanmakta, bu düzeyde bir sermaye tahsisi denetim otoritelerince istenmektedir. Risk yönetimi, bir finansal kuruluşunun devamlılığı açısından stratejik ve rekabet üstünlüğü sağlayan en önemli fonksiyonlarındanıdır.²⁰ Bankalar maruz kaldıkları riskleri teşhis ederken faaliyet gösterdikleri piyasalara, müşterilerine ve kullandıkları araçlara ilişkin detaylı bilgiye ihtiyaç duymakta, bu açıdan veri toplama, analiz ve verilere dayanarak model oluşturma sürecine ihtiyaç duyulmaktadır. Risklerin zarar olasılığını kuruluşun stratejik amacına uyumlu yönetme süreci, içsel ve dışsal kaynaklı risklerin, değerlendirme, analiz ve değerlendirmesini içerecek yapıda olması gerekmektedir. Risk yönetiminde dalgalanma yaratan tüm kategorilerin dikkate alınması, bu kategorilerin stratejik, operasyonel, finansal, bilgi yönetimi alanlarını kapsaması gerekmektedir. Banks (2009) risk yönetim çerçevesini aşağıda sunulan grafikteki gibi özetlemiştir.²¹



Şekil 1: Risk Yönetim Çerçevesi

Grafikten de görüleceği üzere etkin bir risk yönetim çerçevesi, riskin tanınması, sayısallaştırılması, yönetilmesi ve risklerin etkin izlenmesini kapsayacak şekilde dizayn edilmelidir. Çalışmamızın ana hedefi riskin sayısallaştırılması hususu olacağından diğer kısımları özet olarak geçme eğiliminde olacağız. Risk yönetimi bir kuruluşun hedeflerine ulaşmasını etkileyen fırsatları ve tehditleri tanımlamak ve değerlendirmek, bu fırsat ve

²⁰ S. Tanju YAVUZ, “Aktif Pasif Yönetimi Faiz Riski Yönetimin Neresindeyiz”, Bankacılar Dergisi, Sayı 41, 2002, s.22.

²¹ Eric BANKS, **Risk and Financial Catastrophe**, New York:Palgrave Macmillan, 2009, s.11.

tehditler karşısında alınacak tutumu belirleyip kararlaştırmak ve fırsat ve tehditleri raporlamak için kuruluşun her yerinde ve kademesinde yapılandırılmış planlı, uyumlu, tutarlı ve sürekli bir süreç olarak firmanın değerini maksimize etmeyi amaçlayan bütünsel yaklaşımdır.²² Riskleri yöneterek işletmenin getirisini maksimize edebilmek tüm yöneticilerin ortak amacıdır. Risk yönetimi finansal bir kuruluş için faaliyetin istikrarlı yürütülmesi için bütünleşmiş (entegre) yönetim faaliyeti olarak, şirket bir bütün olarak risklerin nasıl anlaşılacağını, ölçüleceğini ve yönetileceğini kavramakta ve şirket değerinin maksimize edilmesi hedeflenmektedir. Risk yönetiminde amaç riskin yalnızca ölçümü olmayıp, boyutu tahmin edilmeye çalışılan risklerin yaratacağı tahribatı karşılayacak sağlamlıkta bir yapının devamını mümkün kılacak stratejilerin geliştirilmesidir. Bankacılık faaliyetlerinin içerdiği belirsizlikler çok sayıda olmakta ve kendilerini çeşitli şekillerde gösterebilmektedirler. Dolayısıyla risk türünün belirlenmesi, riski doğuran olayların tespiti, ölçülmesi ve bunlara yönelik özel tedbirler büyük önem taşımaktadır. Riskler tanımlandıkları zaman ölçülebilmekte, ölçülünce onlar için uygun yönetim araçları geliştirebilmektedir. Risklerden kaçınmak, transfer etmek, azaltmak ve kabul etmek gibi çeşitli yöntemler geliştirerek bunları uygulamak suretiyle yönetilmiş risklere sahip olabilmekteyiz. Bu sürecin tamamında yeniden değerlendirme olacak ve süreç tanıma, tedavi, ölçme ve uygulama aşamalarının tamamında riskler, yönetilen risklere dönüşmektedir.

Aktüerler çeşitli meslek birlikleri vasıtasıyla risk ölçüm faaliyetlerini bir çatı da toplayıp ERM (Enterprise Risk Management) isminde adlandırma eğilimine girmişlerdir²³. Aktüerler Birliği (SOA) ve Kaza Aktüerleri Birliği (CAS)²⁴ ERM'yi bir disiplin olarak görme eğiliminde olup, bu konuyu mesleki yeterlilik için bir sınav konusu haline de getirmişlerdir. Amerikan aktüerleri 2002 yılından bu tarafa yıllık olarak entegre risk yönetimi sempozyumu altında yıllık toplantılar düzenleyip risk yönetimi ile ilgili hususları tartışmaktadırlar.²⁵ Kaza Aktüerleri ERM Çerçevesi bölümünün mesleki sınav müfredatında bulunma amacını açıklarken adayın belirtilen çerçevede yetkinliği hedeflenirken, aslında bir

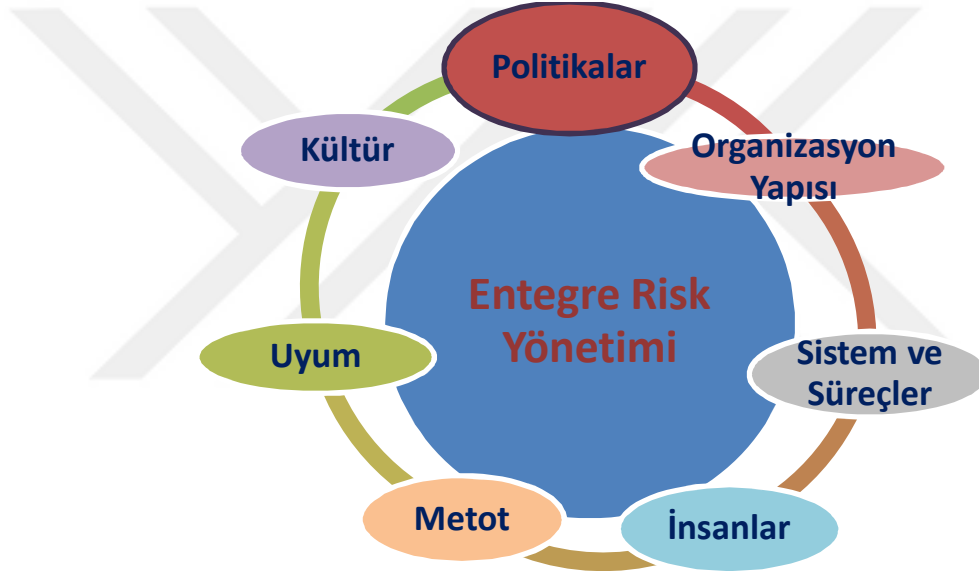
22 Robert J. CHAPMAN, **Tools and Techniques of Enterprise Risk Management**, London:John Wiley & Sons Ltd, 2006, s.9.

23 Değişik kesimlerce kelime tercümesi yoluyla kurumsal risk yönetimi olarak çevrilse de, aktüeryal bakış açısında enterprise terimi bütünsel yaklaşıma gönderme içerdiğinden entegre risk yönetimi isminin uygun olacağını düşünmekteyiz.

24 Kaza aktüerlerinin bu alandaki çalışmaları <http://www.casact.org/erm> adresinde erişime açıktır.

25 ERM sempozyumları bu alanda literatüre önemli katkısı olan eserlerin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Sözkonusu çalışmaların tamamına <http://www.ermssymposium.org/2012/archives.php> adresinden ulaşmak mümkündür.

risk yönetim çerçevesinin nasıl olması gerektiği de çizilmektedir.²⁶ Buna göre öncelikle riskin tanımlanması, buna bağlı olarak, risk yönetimin temel kavramlarının tanımlanması ve risk yönetim çerçevesini değerlendirme, değişik risk yönetim düzenlemelerini kavrama ve bakış açılarını anlama, uygun risk süzgeci ve risk profili oluşturma risk yönetim kontrol sürecini tanımlama ve uygulayabilme bu çerçevenin içinde bulunması gereken unsurlar olarak öne çıkmaktadır.²⁷ Konuya finansal risk yönetimi cephесinden bakan Chapman (2006) ise, entegre risk yönetimi sürecini altı aşamalı olarak tanımlarken bu aşamaları analiz, riski tanımlama, risk değerlendirme, risk planlama ve risk yönetimi şeklinde bölümlere ayırmıştır.



Şekil 2:Entegre Risk Yönetiminin Kapsamı

Genel olarak risk yönetimi sürecinde riskin tanımlanması, ölçülmesi, bunlar için strateji geliştirilmesi ve bunların uygulanması temel aşamalar olarak gösterilmektedir. ERM yaklaşımı günümüzde Solvency II ve Basel sürecine yol gösterici ve temel yapı taşı olarak etkilerde bulunmuştur.

26 ERM Temelleri bölümünde aktüer adayının risk ve fırsatların firmanın vizyon ve strateji seçime etkisini analiz edebilmesi, riskin potansiyel sebepleri, sonuçları, risk izleme ve ölçüm araçları ile entegre düzeyde risk toplulaştırma ve korelasyonun aday tarafından kullanım yeteneklerinin ölçüleceği belirtilmektedir.

27 Aktüer adayın risk transfer araçlarının tanınması ile bu işlemin maliyetini hesaplayabilmesi, riskin azaltılması, türev ürünlerin risk azaltmada rolü gibi genel olarak riskin sayısallaştırılmasına yönelik metodları bilmesi istenmektedir.

1.3 Risk Yönetiminin Değişimi

Riskin ölçülmesine ilişkin ilk temel metinlerden birisi Daniel Bernoulli'nin 1738 yılında yazmış olduğu Risk Ölçümü Teorisinde Yeni Çalışmalar adlı eseridir. 1954 yılında aslı Latince olan bu eser İngilizceye çevrilerek Econometrika dergisinde yayınlanmıştır. Çalışma ihtimal teorisi yanında bireyler için tercih ve fayda teorisini de ele alması yönünden günümüz risk yönetiminin ilk temel eseri olarak görülmektedir.²⁸ Bernoulli'nin eserinde kullandığı örnekler ilk sigorta primi hesaplaması anlamına da geldiğinden aktüeryal literatür için de önemli bir çalışmadır. Risk yönetimi ve riskin anlaşılmasında zaman içinde Bernoulli'den sonra Fransız Matematikçi Bachelier'in önemli katkıları olmuştur. Bachelier modern sayısal finansın matematiksel ve felsefi yönlerine katkıda bulunmuştur. Günümüzde Bachelier'in doktora tezinin kabul tarihi olan 29 Mart 1900 tarihi matematiksel finansın doğum günü olarak kabul edilmektedir.²⁹ Bachelier'in Spekülasyon Teorisi olarak adlandırdığı eseri gerek Fama'nın etkin piyasa yaklaşımına, gerekse Black ve Schol'un opsiyon fiyatlama modeline öncülük etmiştir.³⁰ Bachelier'in hisse senetlerinin getirisinin normal dağıldığı hipotezi, finansçılar arasında önemli bir buluş olarak gösterilmektedir.³¹ 1952 yılında ise Portföy Seçimi isimli makalesiyle gündeme gelen Harry Markowitz (makale doktora tezinin özeti mahiyetindedir), Bernoulli'nin örneklerinde kullandığı şans oyunlarını Wall Street'e taşımış ve günümüz portföy yatırımına istatistiksel temel kazandırmış, risk ve getiri arasındaki ilişkiyi etkin sınır kavramı ile izah etmiştir. Bernoulli'nin izah ettiği risk iştahı, Markowitz'de yatırımcının almak isteyeceği maksimum kaybetme ihtimali olarak tekrar vurgulanmıştır. Yatırımın standart sapmasını risk olarak nitelendiren (istenmeyen şey) Markowitz, kaybetme ihtimali ve beklenen kayıp değeri gibi risk ölçütlerini de kullanmıştır. Markowitz; risk demeden, istenmeyen şeyin, beklenenden sapmanın, risk olduğunu belirtirmiş ve bu şekilde beklenen getirideki 'negatif sapmaya' işaret etmiştir.

Szego finansın başlangıçtan bu tarafa üç önemli devriminden bahsetmektedir. Bunlar Markowitz'in (1952-1956) bulduğu ortalama varyans yaklaşımı, ikincisi ise Robert

²⁸ RAY, a.g.e., s.9.

²⁹ Matematiksel finansçılar risk yönetimini aktif fiyatlandırması temeline dayandırmakta ve portföy riski ile getirisi arasındaki optimizasyona daha fazla odaklanmaktadır. Ekonomistler ise risk ve fayda temelli olarak kişinin tercihleri yönünden konuya bakmaktadırlar. Saf risk kavramı, aktüeryal literatürün ilgi alanına girmektedir. Konu risk modellemesi olunca tanımlamaların aktüeryal literatürün belirlediği çizgide olması konumuz açısından daha uygun görülmüştür.

³⁰ RAY, a.g.e., s.12.

³¹ CONDAMIN, LOUISOT VE NAIM, a.g.e., s.76.

Merton, Fisher Black ve Myron Scholes (1969-1973) tarafından geliştirilen sürekli zamanlı modeller ve üçüncü önemli devrim ise 1997 yılında Artzner, Delbaen, Eber, Wang, Young and Panjer tarafından geliştirilmiş risk ölçütleridir (measures). Risk ölçütü; gerçek ile riski temsil eden rastlantısal değişken arasındaki ilişkiyi anlatmakta kullanılmakta, riskin netice itibariyle bir sayı olarak sunulmasına denilmektedir. Risk ölçütü, mevcut olan riske maruz problemin bir tek sayı ile sayısallaştırmaktadır.³² Bu çalışma özünde riski ve risk ihtimalini sayıya dökme uğraşı olacağından ilerleyen bölümde bu risk ölçütlerine ayrıca yer verilecektir. Finansal kuruluşlar risklerini ölçerken, riskin volatilitesi ve şiddetini ölçmek durumundadır. Risk yönetiminde teşhis ve ölçümünden sonra hedef karlılık, piyasa payı, sermaye yapısı ve düzenleme standartları uyumlarını sağlamak amacıyla bu riskleri etkin bir şekilde yönetmeye ve kontrol etmeye hazır olacaktır. Risk yönetimi konusunda en iyi yöntemleri geliştirme çabasındaki IFRIMA³³ başarılı bir risk yönetim sürecinin temel unsurlarını; risk tanımlama, risk transfer stratejileri, kalan riskin transferi, risk raporlama ve gözetim olarak beş ana başlıkta incelemiştir. IFRIMA'ya göre risk yönetimi organizasyonun tam katılımı ile başarılacak bir süreç olarak, organizasyonun iş yapma amacı ve kültürü risk transfer süreci stratejilerinin başarısını da etkileyecektir. Bu kapsamda başarılı bir risk yönetimi için öncelikle işletmenin maruz kalacağı risklerin tanımlanması sınıflandırmasının yapıp bunların ölçümü entegre risk yönetimi sürecinde de önemli bir aşama olmaktadır. Riskleri kaynağına göre sınıflandırma yöntemlerinden birisi de portföy yaklaşımına uygun olarak alfa ve beta şeklinde tanımlamaktadır. Buna göre; bir şirketin riski alfa riski ve beta riski şeklinde iki gruba ayrılmaktadır. Alfa riski şirketin sistematik olmayan riskleri yönetme becerisine, beta riski ise piyasa veya sistematik riski yönetme becerisine denilmektedir. Alfa riskte portföy çeşitlemesi ile riskin elimine edilmesi mümkün iken, beta riskten kaçınmak pek mümkün olmamaktadır. Beta risk; politik, ekonomik ve faaliyet çerçevesinden kaynaklanabilmekte, içsel ve dışsal çevrelere işaret etmektedir. İçsel süreçler veya dışsal (deprem sel gibi) katasrofik riskler bu kategoride değerlendirilmektedir.³⁴

Geleneksel yaklaşımda riskten kaçınan anlayış hâkim iken günümüz yaklaşımında riski fırsata dönüştürme ve ondan kar elde etme hâkimiyeti ağırlık kazanmıştır. Riske karşı

³² Harry H. PANJER, **Operational Risk: Modeling Analytics**, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. , 2006, s.4.

³³ Uluslararası Risk ve Sigorta Yönetim Dernekleri Federasyonu (IFRIMA) otuzun üzerindeki ülkedeki yirmialtı risk yönetim organizasyonunu bir şemsiye altında toplamıştır.

³⁴ David L. OLSON ve Desheng WU, **Enterprise Risk Management Models**, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010, s.65.

tutum risk yönetim sürecini etkilerken, kuruluşun riske karşı tutumuna risk kültürü denilmektedir. İyi dizayn edilmiş bir risk yönetimi çerçevesi işletmenin uzun vadeli amaçları ile uyumlu karar alma sürecine bütünsel yapıda yaklaşan ve bunu destekleyen bir çerçeve, süreç olmakta, günümüzde risk yönetimi de bütünsel yaklaşımla ele alınmaktadır. Risk yönetimi konusunda son yıllarda gerek teoride ve gerekse uygulamada kaydedilen uluslar arası gelişmelerin bir uzantısı olarak, risk yönetimi yapı ve anlayışının kurum ve kuruluşların her kademesine ve her noktasına uygun ve etkili bir biçimde yaygınlaştırılmasına dönük, kurum çapında risk yönetimi süreçleri oluşturulmaya başlanmıştır. Risk yönetim modelleri risk ölçümü yanında bu riskler için ihtiyaç duyulan ekonomik sermaye tutarını kolaylıkla hesapladığından ve riskler ile ihtimalleri sayısal sonuçlara indirgediğinden yöneticiler tarafından tercih edilmekte, kullanılmaktadır. Riskleri bir bütün olarak sayısallaştırarak nasıl yönetileceği konusunda yönetime yardımcı olan bu sistemler, yeterli sermaye konusunda karar vericilere, denetçilere ve rating kuruluşlarına yardımcı olmaktadır. Kullanımı birkaç tuşa dokunuşla gerçekleştirilen bu modellerin arka planda kullandığı süreçlerin anlaşılması için modelin nasıl kurulduğu ve riskleri nasıl ölçtüğünün ayrıntısının bilinmesi bu modellerin eksiklikleri hakkında bilgi vereceği gibi, bu sayıların yorumlanmasında da yardımcı olacaktır.

İstatistik ve matematiksel yaklaşımlarla riskin tanımlanması ve ölçülmesine sayısal yöntemlerin ağırlık kazanmasına paralel riskler artık daha iyi belirlenmektedir. Saunders ve Allen (2002) kredi riski hesaplamasına ve yönetimine olan ilgi artışı için en azından yedi nedenin ilk planda akla geldiğini belirtmişlerdir. Söz konusu nedenler; artan iflaslar, fonların artışı, artan rekabet marjınları, teminatların düşen ve volatil değerleri, bilanço dışı türev ürünlerde artış, teknoloji ve BIS'in getirmiş olduğu sermaye düzenlemeleri, olarak sayılmıştır.³⁵ Görüleceği üzere, Basel süreci kredi riski ölçümü ve yönetimi konusunda temel itici güçlerden birisi olmuştur. Bankacılıkta minimum sermaye ve denetim standartlarının oluşmasında temel etken, sistemin istikrarını sağlamak iken ikincisi ise değişik ülkelerin bankacıları arasındaki faaliyetlerin yıkıcı olmadan ve zayıf sermayeli bankaların güçlü sermayeli bankalar tarafından oyun dışına çıkarılmaması için güvence sağlamak amacıyladır.³⁶ Geçmişte yaşanan krizlerin etkisiyle global düzeyde standart risk

³⁵ SAUNDERS ve ALLEN, a.g.e, s.3.

³⁶ Francesco SAITA, **Value at Risk and Bank Capital Management**, London:Elsevier Inc., 2007, s.8.

yönetimi yaklaşımları gündeme gelmiş, söz konusu düzenlemeler yaşanan kötü gelişmelerden de etkilenecek geliştirilmiştir. Finansal kuruluşların sınır aşırı faaliyetleri, değişik ülkelerin ortak düzenleme yapılmasını gerektirmiştir. Yatırım bankalarının 2008 öncesi yüksek düzeyde borçlanarak (kaldıraç) işlem yapmışlardır. Bear Stearns 1.31, Lehman Brothers 1.34, Fannie Mae/Freddie Mac 1.45, Merrill Lynch 1.46, kullanmışlar, bu kuruluşların hepsi 1.22 oranının çok üzerinde risk üstlenmişlerdir.³⁷ Bu kuruluşların bu düzeyde risk almasının arkasındaki sebeplerden birisi de uygulanan muhasebe prensipleri olmuştur. Artan risk üstlenmeye paralel riskin ölçümü de karmaşıklaşmış, bu süreç risk ölçüm modellerine olan ihtiyacın şekillenmesine de etkide bulunmuştur. Finansal kuruluşların risk yönetiminde günümüzde hazır satılan modellerin yeri artmıştır. Söz konusu modelleri geliştiren firmalar istatistiksel kurallara uygun, geçmiş verilere dayanan risk yönetim araçları geliştirilmiştir. Jorion (2003) eserinde risk yönetiminde kullanılan analitik yöntemlerin bir özetini çıkarmış ve tarihsel seyiri bir tablo halinde sunmuştur.³⁸

Tablo 1: Risk Yönetim Araçlarının Gelişimi

Analitik Risk Yönetim Araçlarının Evrimi (Jorion, 2003)	
1938	Tahvil Durasyonu
1952	Markowitz Ortalama-Varyans Yaklaşımı
1963	Sharpe'ın CAPM Yaklaşımı
1966	Çoklu Faktör Yaklaşımı
1973	Black-Scholes Opsiyon Fiyatlaması
1988	Bankalar İçin Risk Ağırlıklandırılmış Aktif Yaklaşımı
1993	VaR (Riskteki Değer)
1997	CreditMetrics, CreditRisk+
1998	Kredi ve Piyasa Riskinin Entegrasyonu
1998	Risk Bütçelemesi

Kaynak: Jorion (2003)

Konuya Solvency II ve sigortacılıktaki risk yönetimi açısından bakan Sondström (2011) ise 1998 sonraki dönemi şöyle özetlemektedir.³⁹

³⁷ Greg N. GREGORIOU, **The Banking Crisis Handbook**, Boca Raton:Taylor and Francis Group, LLC,2010, s.7.

³⁸ Philippe JORION, **Financial Risk Manager Handbook GARP Risk Management Library**, 2nd Edition, New Jersey:John Wiley & Sons, Inc., 2003, s.245.

³⁹ Arne SANDSTRÖM, **Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers : Theory and Practice**, Florida:Chapman & Hall/CRC, 2011, s.54.

Tablo 2 : Sermaye Yeterliliği Gelişim Aşamaları

1997	IASB Sigorta Muhasebesinde Standart Çalışmasına Başlıyor
1997	JP Morgon CreditMetric Modeli
1997	CSFB CreditRisk+ Modeli
1997	Tail-VaR
1997	AB Müeller Raporu
1999	AB Solcency II Projesi
1999	Tutarlı Risk Ölçütleri ve Tail-Var
2002-2003	Solvency II Öğrenme Dönemi
2002	Avustralya Yeni Solvency Sistemi
2002	Almanya Birinci GDV Solvency Modeli
2002	AB Solvency I
2002	AB Sharma Raporu
2003	Singapur Yeni RBC Sistemi
2003	Danimarka TLS
2003	IASB Sigorta Sözleşmeleri Taslağı
2003– 2008/2009	AB Solvency II—Çerçeve Direktifi
2004	COSO ERM
2004	İngiltere İçsel Modelli Yeni Solvency Sistemi
2006	Basel II Uzlaşısı
2006	İsviçre İçsel Modelli Yeni Solvency Sistemi
2006	Hollanda Emeklilik Solvency Sistemi
2006	İsveç TLS
2006	SOA ERM Tanımlaması
2006	ERMII ERM Tanımlaması
2007	IASB Sigorta Sözleşmesi Tartışma Metni
2007	AB Solvency II Çerçeve Direktifi Taslağı
2008/2009– 2012	Solvency II Uygulama Dönemi
2009	The Solvency II Çerçeve Direktifin Kabulü

Kaynak: Sondström (2011)

Risk yönetim araçlarının özet bir tarihi şeklinde görülebilecek olan bu Tablo'dan da görüleceği üzere risk ölçümüne önce piyasa riski ile başlanmış, sonrasında ise kredi riskinin ölçümüne odaklanmıştır. Geldiğimiz aşamada ise en fazla üzerinde durulan hususlardan birisi de operasyonel riskler olmaktadır. Görüleceği üzere risk ölçüm çalışmalarıyla risklerin karmaşıklaşması arasında paralel bir gelişme söz konusudur. Temelde tüm risk ölçümlerinin amacı, finansal kuruluşun taşıdığı riske karşılık sermaye desteğinin hesaplanması, piyasanın

devamının sağlanmasıdır. Risk yönetiminde günümüz finans sisteminde tüm dünyada aynı şekilde uygulanması öngörülen model ve yaklaşımlar üzerinde durulmaktadır. Finansal sistemin global yapısı ve finansal sistemde ortaya çıkan bir sorunun hızlı şekilde tüm dünya finansal kuruluşlarının sorunu olmaya başlaması standart yaklaşım ve modellerin ortaya çıkmasına neden olan unsurlar olarak dikkat çekmektedir. Finans alanındaki gelişmeler ve risk ölçümü alanındaki gelişmeler birbirini etkilemiş, işlemlerin karmaşıklaşmasına ve global düzeyde etki etmesine paralel olarak da gerek ölçüm gerekse denetim yaklaşımlarının birbiriyle uyumlu hale geldiği ve ortak bir dilin konuşulduğunu görmekteyiz. Bu bakımdan Basel sürecinin en önemli getirisinin global düzeyde bankacılık düzenlemesine uyum getirmesi ve dünya düzeyinde kabul edilip uygulanan kurallar getirilmesi gösterilebilir. Günümüzde sermaye yeterliliği, finansal kuruluşun taşıdığı riske göre sermaye taşımasını gerektirdiğinden öncelikle riskin ölçülmesi, bunun için risk ölçütünün belirlenmesi ve belirlenen risk ölçütünün beklenen ve beklenmeyen riskler için işaret ettiği düzeyde sermaye taşımasına odaklanmıştır. Finansal risklerin⁴⁰ yönetilebilmesi, takibi ve kontrolü için geliştirilen risk yönetimi modelinin oluşturulmadan önce risklerin ve kaynaklarının yeterince analiz edilmesi gerekmektedir. Risk yönetiminin başarısı için sisteme dâhil ve müdahil olan tüm tarafların aynı dili konuşması, kavramların benzer içerikte kullanılması önemli olmaktadır. Finansal risk yönetiminin başarılı olması için risk unsurlarının izlenebilmesi ve bunu izleyen sistemin sayısal temellere dayanması, sistemin objektif olmayan müdahalelerden kurtarılmasını sağlayacaktır.

1.4 Basel Uzlaşıları

Bankacılık risk kontrolü ve denetimi alanında kamu kuruluşlarının uluslar arası organizasyonların, bağımsız dış denetim kuruluşlarının uyguladıkları yöntemler arasında farklılıklar olsa da belli konularda ortak görüş sağlanarak zaman içinde uluslararası standartlar oluşmuştur. BIS⁴¹ bankacılık faaliyetlerine ilişkin özel birimler oluşturmuş, çeşitli standart yaklaşımlar geliştirmiş ve sürecin sonucunda tüm üyelerin uzlaşılarının sonuçlarını standart yaklaşımlar olarak ilan etmiştir.⁴² BIS bünyesinde risk yönetimi ve sermaye yeterliliği alanındaki faaliyetler iki alt organizasyon aracılığıyla yürütülmektedir.

⁴⁰ Finansal riskler Besis tarafından piyasa veya ekonomik koşulların değişiminden etkilenen risk unsurları olarak tanımlanmaktadır.

⁴¹ Bank for International Settlement, Uluslar arası Ödemeler Bankası veya Takas Bankası olarak Türkçeye çevrilmiştir.

⁴² Eva LUTKEBOHMERT, **Concentration Risk in Credit Portfolios**, Berlin:Springer-Verlag,2009, s.10.

Birinci Organizasyon Bankacılık Denetimi için Basel Komitesi 1974 yılında, G-10 ülkelerinin merkez bankası başkanları tarafından kurulmuş olup, düzenli olarak yılda 4 kere toplanmaktadır. Basel Bankacılık Gözetim ve Denetim Komitesi⁴³ İsviçre'nin Basel şehrinde 1974 yılının sonlarında G-10 ülkelerinin merkez bankaları tarafından kurulmuş olup, kurucu Komite üyeleri; ABD, Almanya, İngiltere, Fransa, İtalya, Japonya, Hollanda, Belçika, Kanada, İsveç, İsviçre ve Lüksemburg'dur.⁴⁴ Ülkeler merkez bankaları tarafından, merkez bankasının bu konuda yetkili olmadığı ülkelerde de merkez bankasıyla birlikte denetlemeden sorumlu otorite tarafından temsil edilmektedir. Komite, üye ülkeler arasında denetime ilişkin konularda birlikte çalışmayı sağlayacak bir düzen ve standart oluşturmaya çalışmaktadır.

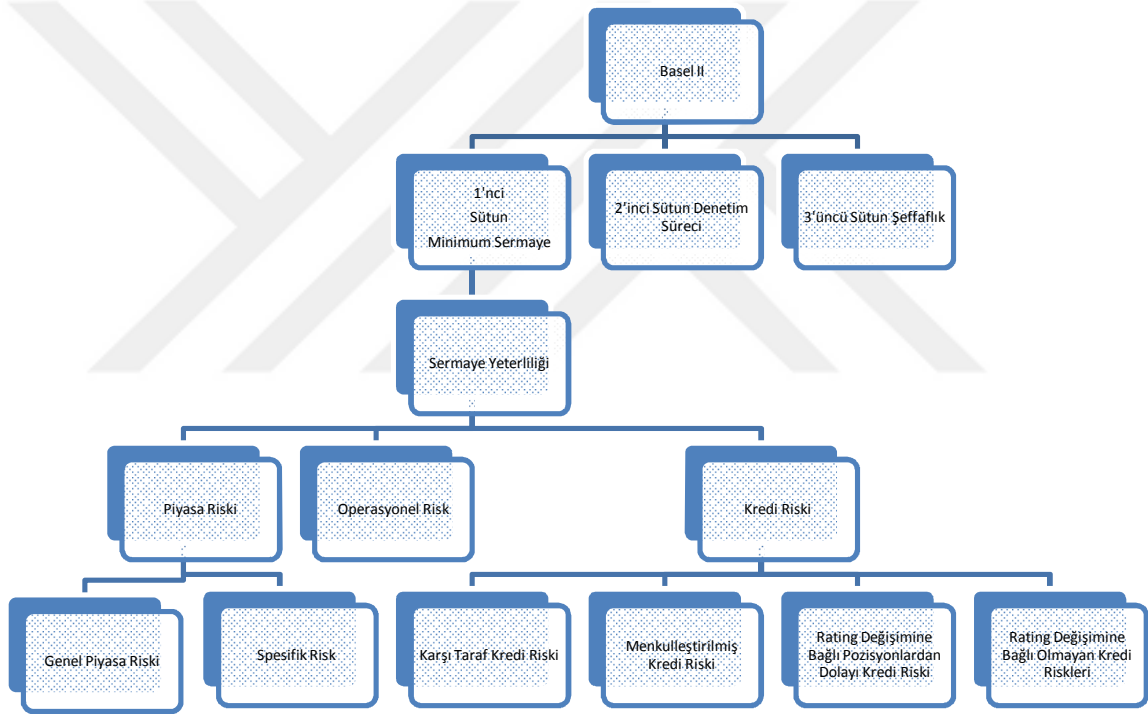
Komite çalışmaları ile uluslar arası bankacılıkta denetim kalitesinin artırılmasını ve uluslararası denetim alanındaki farklılıkların ve boşlukların giderilmesini amaçlamaktadır. Komite düzenlemelerinin yasal olarak bir yaptırım olmamasına karşın bu düzenlemeler dünyada geçerli bir standart getirmeleri nedeniyle oldukça yaygın olarak kullanılan düzenlemeler haline gelmiştir. Basel Komitesi tarafından alınan kararlar daha çok, ülke denetim ve düzenleme otoritelerine detaylı düzenlemeler yaparak, rehberlik edici denetim standartları ve tavsiyeler niteliğindedir. Basel Komitesinin doğrudan sermaye yeterliliği konusuna yönelik olarak çıkardığı düzenlemeler artık tüm finans dünyası için standart risk yönetim çerçevesi olarak kabul edilmektedir.

Basel Komitesi'nin ana alt gruplarından olan Joint Forum 1996 yılında; Basel Komitesi, IOSCO (the International Organisation of Securities Commissions) ve IAIS (International Association of Insurance Supervisors) kuruluşlarının himayesinde faaliyetlerine başlamıştır. Joint forum; bankacılık, menkul kıymet firmaları, sigorta sektörü ve finansal toplulukların (holdinglerin) düzenlemeleri ile ilgili ortak konularda çalışmak üzere kurulmuştur. Basel Denetim Komitesi'nin 1988 yılında yayınladığı "Basel Sermaye Düzenlemesi" (Basel-I) sadece üye ülkelerin bankalarınca değil, tüm dünyadaki aktif

⁴³Basel Bankacılık Denetim Komitesi (BCBS) daimi sekreterliğinin bulunduğu Basel'deki Uluslararası Ödemeler Bankası'nda (BIS – Bank for International Settlements) toplandığından Basel Komitesi olarak anılmaktadır. Komite veya BCBS olarak kullanılacaktır, Komitenin getirmiş olduğu tüm düzenlemeler Basel süreci olarak adlandırılacaktır. Basel, BCBS veya Komite nitelendirmeleri genellikle Komitenin almış olduğu kararları ifade etmektedir. Sermaye Ölçümü ve Sermaye Standartlarının Uluslararası Düzeyde Uyumlaştırılması, Basel Bankacılık Gözetim ve Denetim Komitesi (Temmuz 1988) Uzlaşısı Basel I olarak anılırken, geliştirilen yaklaşım olan 2004 tarihli Uzlaşısı (sonradan yapılan düzeltmeleri de içeren) ise Basel II olarak anılmaktadır. 2008 krizinden sonra ise üzerinde tartışılan uzlaşısı ise Basel III olarak adlandırılmaktadır.

⁴⁴ Komitenin tarihçesi <http://www.bis.org/bcbs/history.htm> adresinde sunulmuş olup, günümüzde Türkiye'de dahil 29 Ülke Komitede temsil edilmektedir.

uluslararası bankalar tarafından kabul görmüş ve risk yönetimi ile ilgili ilk düzenleme olarak kabul edilmiştir. Basel I olarak anılan uzlaş bankacılık alanında uluslararası düzeyde kabul edilen ilk denetim ve gözetim uzlaşısı olmuştur. Sermaye yeterliliği, finansal piyasaların istikrarı konularında iyileşmeler sağlamayı ve uluslararası denetim sistemindeki boşlukları doldurmayı hedefleyen Basel Komitesi, 1997 yılında “Etkili Bankacılık Denetim ve Gözetiminin Temel Prensipleri”ni yayımlamıştır.⁴⁵ 2004 yılında genişletilmiş ve yenileştirilen bu Uzlaşının yerini yeni bir risk yönetim çerçevesi olan Basel II almıştır. Murphy (2008) Basel II sürecini özetle aşağıdaki gibi grafiklendirmiştir.⁴⁶



Şekil 3: Basel II Süreci

Basel-II içerisinde risk ölçümüne ilişkin olarak basit aritmetiğe dayalı standart yöntemler ile kredi, piyasa ve operasyonel riske ilişkin istatistikî/matematiksel risk ölçüm metotlarını içeren yöntemler bulunmaktadır. Basel-II süreci aslında risk yönetimine ilişkin

⁴⁵ BCBS, Core Principles of Effective Banking Supervision, September 1997, Basel, (<http://www.bis.org/>, 20/09/2009).

⁴⁶ MURPHY, a.g.e., s.76.

son yıllarda gözlemlenen gelişmelerin bir devamı niteliğindedir ve gelişmiş ülkelerde sektör standardı olarak yürütülen uygulamalar Basel-II ile birlikte mevzuat şekline dönüşmüştür. Basel süreci çerçevesinde önceden belirlenen standart formüller yerine bankalara göre değişen ileri risk ölçüm modellerine önem verilmiştir. Basel II sermaye düzenlemeleriyle getirilen yeni çerçevede mevzuatın getirmiş olduğu sermaye ile ekonomik sermaye arasındaki boşluk doldurulmaya çalışılmış, bu amaçla yeni yöntem içsel modellere (özellikle gelişmiş modellere) önem verilmiştir. Tüm içsel model ve hesaplamalardaki temel amaç ise bunlarla zararın istatistiksel dağılımını modellemek ve bu zarar modeli kapsamında ihtiyaç duyulan sermaye veya riskteki değerin bulunması çabasıdır.

Basel I uzlaşısı ile kısmen riske duyarlı bir sermaye yeterliliğinin genel çerçevesi çizilmiş ve tüm bankalar için standardize edilmiş bir yaklaşım sergilenmiştir. Cooke rasyosu da denen bu düzenleme sermayesi ile bankaların risklerinin % 8'i düzeyinde bir sermayeye sahip olduğu yaklaşımı benimsenmiştir. Dünya çapında tüm riskler için getirilen bu düzenlemede özellikle kredi riskine olan odak eleştiri konusu olmuş ve piyasa riskinin göz ardı edildiği için 1996 düzeltmesi ile piyasa riski eklenmiştir. Minimum sermaye yeterliliği piyasa ve kredi faizleri için hesaplanan risk tutarından az olamayacağı kararlaştırılmıştır. 1996 düzenlemesinde getirilen en büyük yenilik, standart hesaplamaların yanında VaR (riskteki değer) tabanlı risk ölçümünün kullanılmasıdır. Bu hareket içsel risk ölçüm modellerine doğru ilk hareket olarak önemlidir.⁴⁷ Basel I' den Basel II' ye geçişte dikkat çekici özellikler risk ölçümünde riski yakalamaya yönelik hassasiyet artmış ve bankalara kendi içsel modellerinin oluşmasına izin verilmesidir. Devam eden süreçte de Basel III ile birlikte ileri risk ölçüm modellerinin yaygınlıkla ve daha serbest kurallara uygun olarak kullanılacağı düşünülmektedir. Bu modellerden biri olan aktüeryal modelin de gerek operasyonel gerekse kredi risklerinde yaygınlıkla kullanılacağı düşünülmektedir. Basel II ile getirilen önemli bir yenilik de operasyonel riskin hesaplamaya dâhil edilmesi ve bu riskin ölçümü için de ileri risk modellerine izin verilmesidir. Basel II siteminde içsel modellerle parametrelerinde bankalar tarafından belirlenerek minimum sermaye yeterliliği hesabına izin verilmiştir. Basel sürecinin konumuz açısından önemi ileri içsel modellere izin veren yapısıdır. İleri içsel modelleri kapsamında gerek kredi gerekse operasyonel risk ölçümünde aktüeryal modeller kullanılmaktadır.

⁴⁷ Francesco SAITA, **Value at Risk and Bank Capital Management**, London:Elsevier Inc., 2007, s.9.

Temmuz 1998’de Basel Komitesi ilk uzlaşayı yayınlamış ve ilk uzlaşıda özellikle uluslararası büyük bankaların sermaye standartlarında bir fikir birliğinin olması, bankaların şubelerinin hukuki niteliği ve kara para aklamada banka denetiminin rolü konuları üzerinde durulmuştur.⁴⁸ İlk uzlaşının zaman içinde artan riske karşı duyarlı olmadığı ve yanlış fiyatlandırmalara neden olduğu ileri sürülmüş, Basel II ile bu eksiklikler giderilmeye çalışılmıştır. Basel Komitesi, Yeni Basel Sermaye Uzlaşısı (Basel II) ile bankaların taşıdığı riske yetecek düzeyde sermaye bulundurulması gerektiği yaklaşımını benimsemiştir. Komite, gerek gerçekleştirdiği sayısal çalışmalar gerekse de denetim otoritelerinden ve bankacılık sektörlerinden aldığı görüşler ile bankaların karşı karşıya bulunduğu en önemli riskler olarak **kredi**, **piyasa** ve **operasyonel** riskleri belirlemiş ve bu riskler için yasal sermaye yükümlülüğü getirmiştir. Geleneksel yaklaşımda risk yönetimi aşağı yönlü risklerin⁴⁹ kontrolüne yönelik olarak unsurların tek tek (silo) ele alınması şeklinde iken günümüzün yapısında riskleri birbirinden bağımsız unsurlar gibi ele almak mümkün olamamaktadır. Bu açıdan toplam faaliyeti kapsayan ve riskleri bütünsel halde yönetme çabasındaki yeni yaklaşımlara ihtiyaç ortaya çıkmış, geleneksel risk yönetimin tek (silo) temelli yaklaşımın yetersizliğine bir cevap ve riskler arasında artan bağımlılığın yönetilmesine yönelik fırsatları ve riskleri birlikte yöneten yeni yaklaşıma ihtiyaç duyulmuştur.⁵⁰ Basel II uzlaşısı ile getirilen içsel ratinge dayalı yaklaşım ile kredi riskinin parametrelerinin banka tarafından hesaplanmasına imkân verilirken, ileri içsel model yaklaşımı ile bankanın kendi risklerini hesaplamasına gerek kredi gerekse operasyonel riskler için izin verilmiştir. Basel II ile riskin sayısallaştırılması kavramı üzerinde daha fazla durulmuştur. En dar tanımla beklenen zarar olan risk, riskin ihtimali ile riske maruz tutarın çarpımıyla elde edilmektedir.⁵¹

1.5 Sermaye Tahsisi ve Yeterliliği

Bankacılık kesiminin taşımış olduğu risklerin son tahlilde ülkelerin kendi risklerine dönüştüğünü en iyi 2008 yılında yaşanan büyük banka iflasları ile görülmüştür. Geldiğimiz noktada artık bankacılık kesiminin risklerinin devletleştirilmesine, bu risklere ait

⁴⁸ Ron WELLS, **Global Credit Management: An Executive Summary**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2004, s.30.

⁴⁹ Literatürde zarar yaratma potansiyeli olan riskler aşağı yönlü olarak tanımlanırken, yukarı (upside) riskler ise kar yaratma potansiyeli olan fırsatlar için kullanılmaktadır.

⁵⁰ CHAPMAN, **a.g.e.**, s.5.

⁵¹ ENGELMANN VE RAUHMEIER (Ed), **a.g.e.**, s.31.

maliyetlerin tüm topluma yöneltildiğine tanık olmakta, banka iflaslarına izin verilmeyen ve maliyetin tüm topluma yayıldığını görmekteyiz. Günümüzün dünyasında mevcut kriz ortamının bir daha tekerrür etmemesi için finansal denetim mimarisinde yeni çalışmalar yapılmakta, var olan finansal mimarinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Basel III adı altında bankacılıkta likidite arttırıcı ve sermayenin likit boyutunu arttırmayı hedefleyen uzlaşlar gelişmektedir. Diğer taraftan düzenleme ve denetleme çerçevesinde ise politika kısmının merkez bankalarının ve para politikasına uyumlu olmasına önem verilmeye başlamıştır.

Dünya finans sisteminin karşılaştığı krizler ve sorunlara çözüm olmak için tasarlanan tüm çabaların geldiği nihai nokta olan bankacılık alanındaki ulusal nitelikteki düzenlemeler artık yeterli olmamaktadır. Bankacılığın ve finansal işlemlerin uluslararası yapısı artık düzenleme ve standartların da global nitelikte olması ihtiyacını göstermektedir. Basel I ile içsel modellere bağlı hesaplanan ekonomik sermaye düzeyi, düzenleme sermayesinin çok üstüde olmaya başlayınca bankalar bu iki sermaye arasında arbitraj işlemine girmişler, diğer deyişle riskli yatırımlar ile daha fazla ekonomik sermaye tüketen işlemlere girmişler ve Basel I'in düzenlemelerini etkisiz kılmaya başlamışlardır.⁵² Bu anlamada bankalar birçok arbitraj teknikleri uygulamışlardır. Belli bir risk bandı içinde en riskli aktiflere yatırım yaparak, iki yatırımdan spekülatif dereceli olanı seçince ekonomik sermaye tüketimi daha fazla olurken, düzenleme sermayesi aynı kalabildiğinden bu risk artışının sermaye ile irtibatı kurulamamıştır. Özellikle kredi türev sözleşmelerinde bu boşluk çok kullanılmış ve yüksek düzeyli risk alınmıştır.⁵³ Uluslar arası bankacılık sisteminde kalite ve stabiliteyi arttırmak, bankalar için uluslar arası bir oyun sahası yaratıp bunu devam ettirmek ve daha güçlü risk yönetim uygulamalarını yerleştirmek için Basel II uzlaşması kabul edilmiştir. Basel 2 Basel 1'e göre daha fazla içsel veri, uygulama ve modellere güvendiğini göstermiştir. Basel II ile ekonomik sermaye ile kanuni sermaye arasındaki boşluk için bir köprü oluşturulmak istenmiştir. Yeni sistem ile birlikte artık yeni bir teknik dil kullanılmaya başlanmış ve içsel rating sistemi (IRB) gibi yeni yaklaşımlar duyulmaya başlanmıştır. Bu yeni yaklaşımla şirketlerin daha fazla data ile kendi riske maruz değerlerinin ölçümü ve yine kendileri tarafından gerekli önlemlerin alınması istenmiştir. Karşı tarafın önceden yapılan anlaşma koşullarına uygun biçimde yükümlülüklerini

⁵² Laurent BALTHAZAR, *From Basel 1 to Basel 3*, New York:Palgrave Macmillan, 2006, s.33.

⁵³ BALTHAZAR, a.g.e., s.34.

karşılayamamasından dolayı bankanın karşılaştığı zarar ihtimali bu çerçevede değerlendirilmektedir.⁵⁴

Basel Bankacılık Denetim Komitesi sermaye tahsisinin nihai amaç olmadığı, nihai amacın riskin daha iyi yönetilmesi olduğu bilinci içerisinde gerçekleştirdiği uzun çalışmaların ardından bu konudaki düzenlemelere son şeklini vermiştir. Taşınan riske uygun sermaye yeterliliğini amaçlayan bu yeni risk yönetim çerçevesi; asgari sermaye yeterliliği, sermaye yeterliliğinin denetimi ve piyasa disiplini yapı taşlarına sahiptir. 1988 yılındaki sermaye uzlaşısında uluslar arası düzeyde riske dayalı minimum sermaye yeterliliği üzerinde uzlaşmış bu yeterlilik yüzden fazla ülkede uygulanmıştır. G-10 ülkeleri tarafından 2007 yılında uygulamaya konan Uzlaşıcı Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu (BDDK), ülkemizde Ocak 2008 tarihinde standart yaklaşım (kredi riski) ile yasal olarak başlatacağını ilan etmiş, ancak gelişen finansal krizin etkisiyle uygulamaya konulması ertelenmiştir. Basel komitesinin risk yönetimi alanındaki düzenlemeleri, bankaların maruz kaldığı olumsuz riskleri sınırlandırarak, oluşturulan senaryolarla belirsizliği azaltarak finansal piyasaları istikrarlı bir ortama kavuşturmadır. Basel-II düzenlemesi, bankalarda etkin risk yönetimini ve piyasa disiplinini geliştirmek, sermaye yeterliliği ölçümlerinin etkinliğini artırmak ve bu sayede sağlam ve etkin bir bankacılık sistemi oluşturmak ve finansal istikrara katkıda bulunmak için sunulmuş önemli bir düzenlemedir. Basel-II içerisinde sermaye yükümlülüğünün nasıl hesaplanacağı, maruz kalınan risklerin nasıl yönetileceği, sermaye yeterliliğinin nasıl değerlendirileceği ve nasıl kamuya açıklanacağına ilişkin hükümler yer almaktadır.

Basel süreci ile bankacılık sektörünün daha güçlü risk yönetimi uygulamalarını benimsemesi beklenirken, içsel modellerin ağırlık kazanması beklenmektedir.⁵⁵ Geldiğimiz aşamada ise Basel süreci özellikle standart yöntemler nedeniyle eleştirilmekte ve daha fazla ileri risk ölçüm modellerine duyulan ihtiyaç dile getirilmektedir.⁵⁶ Temelde amaç en uygun sermaye tahsisini gerçekleştirerek bankanın değerini arttırmayı mümkün kılacak araçlardan

⁵⁴ Christina RAY, Extreme Risk Management, isimli çalışmasının ikinci bölümünü risk ölçümünün tarihsel gelişimine ayırmış olup, Bernoulli, Bachelier, Markowitz, Sharpe, Fama, Samuelson gibi öncülerin bu konuya olan katkılarını ele almıştır.

⁵⁵ BDDK, “Sermaye Ölçümü ve Sermaye Standartlarının Uluslararası Düzeyde Uyumlaştırılması Gözden Geçirilmiş Düzenleme Yeni Sermaye Uzlaşısı-Kapsamlı Versiyon-Türkçe Çeviri”, Ankara,2007, s.2.

⁵⁶ Greg N. GREGORIOU (Ed.), **Operational Risk Toward Basel III**, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009, s.25.

olan ileri içsel modellerin önümüzdeki süreçte risk yönetimi ve sermaye tahsisi konusunda bankalar tarafından daha yoğun olarak kullanılması beklenmektedir. Basel sürecinin nihai amacı taşınan riske uygun sermaye korumasının bankalarca tutularak, finansal sistemin istikrarının sürekliliğini sağlamaktır. Dolayısıyla bu süreçte risk ve risk ölçümü önemli olduğu kadar, sermaye, sermaye yeterliliği ve ekonomik sermaye kavramları da önplana çıkmaktadır. Ekonomik risk sermayesi veya ekonomik sermaye, bankanın beklenmeyen kayıpların gerçekleşmesi durumunda zor duruma düşmemesi için bünyesinde bulunması gereken sermaye miktarıdır. Bu kapsamda düzenleme sermayesi mevzuatta öngörülen sermaye düzeyi olurken (asgari), ekonomik sermaye ise yüklenilen riske göre belli bir ihtiyat payını da içeren sermaye tutarıdır. Ekonomik sermaye ölçümü ayrı bir bölüm halinde ele alınacaktır. Basel II sisteminde getirilen sistematığe uygun olarak bankacılık risklerini gruplandıran, bunlar için getirilen ölçme sistemine özet olarak değinmek, risk ölçüm metodlarının anlaşılmasında yerinde olacaktır.

1.6 Türk Bankacılık Mevzuatının Risk Yönetim Çerçevesi

Mevzuatımıza ilk olarak risk tanımını dâhil eden BDDK'nın 1 Kasım 2006 tarihli Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelikte ise risk, “bir işleme ya da faaliyete ilişkin bir parasal kaybın ortaya çıkması veya bir giderin ya da zararın oluşması halinde ekonomik faydanın azalması ihtimali” şeklinde tanımlanırken, aynı yönetmeliğin 35'in maddesinde ise risk yönetimin amacı “bankanın gelecekteki nakit akımlarının ihtiva ettiği risk-getiri yapısını, buna bağlı olarak faaliyetlerin niteliğini ve düzeyini izlemeye, kontrol altında tutmaya ve gerektiğinde değiştirmeye yönelik olarak belirlenen politikalar, uygulama usulleri ve limitler vasıtasıyla, maruz kalınan risklerin tanımlanmasını, ölçülmesini, izlenmesini ve kontrol edilmesini sağlamaktır” şeklinde tanımlanmıştır. Yönetmelikte risk kavramı “ekonomik faydanın azalması ihtimali” olarak tanımlanmaktadır.⁵⁷ Bankalar Kanununda bankacılık faaliyetlerinin düzenlenme ve denetlenme amacı; “tasarruf sahiplerinin hak ve menfaatlerini korumak, mali piyasalarda güven ve istikrarı ve ekonomik kalkınmanın gereklerini de dikkate alarak kredi sisteminin etkin bir şekilde çalışmasını sağlamak” olarak gösterilmektedir. Söz konusu amacın sağlanması amacıyla her ülke kendi yetki alanı çerçevesinde ve uluslar arası düzeyde düzenlemeler getirmekte ve bankacılık

⁵⁷ 2001 Tarihli Bankaların İç Denetim ve Risk Yönetimi Sistemleri Hakkında Yönetmelik ilk tanımı yapan yönetmelik olup, İç Sistemler Yönetmeliği Bu Yönetmeliğin devamında çıkarılmıştır.

sistemini düzenlemekte, denetlemektedir. Son 20 yıllık dönemde bu düzenleme ve denetleme çerçevesinde üzerinde en fazla durulan husus risklerin sayısallaştırılması ve bunlara ilişkin yeterli sermayenin bankada tutulması hususu olmuştur. Amaç bankaların kendi risk yönetim sistemleri ile faaliyetlerinin devamını tehdit edecek hususlarda bilgi sahibi olması ve önlemini almasıdır. Bu amacın gerçekleşmesi ise risk yönetim sisteminin riskleri tanıması, sayısallaştırması ve yönetmesi ile mümkün olabilecektir.

Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelikle; bankaların bünyelerinde etkin bir iç denetim sistemi kurmaları ve karşılaştıkları riskleri en iyi şekilde yönetebilmelerine imkân verecek etkin bir risk yönetimi sistemi oluşturmalarına ilişkin usul ve prensipler bankacılık mevzuatında belirlenmiştir.⁵⁸ Söz konusu sistemlerin etkin bir şekilde işleyişini amaçlayan düzenlemelerle, bankacılık sisteminin faaliyetler bazında risk odaklı olarak gözetimi hedeflenmiştir. Risk yönetiminin amacı bankacılık mevzuatında; “bankanın gelecekteki nakit akımlarının ihtiva ettiği risk-getiri yapısını, buna bağlı olarak faaliyetlerin niteliğini ve düzeyini izlemeye, kontrol altında tutmaya ve gerektiğinde değiştirmeye yönelik olarak belirlenen politikalar, uygulama usulleri ve limitler vasıtasıyla, maruz kalınan risklerin tanımlanmasını, ölçülmesini, izlenmesini ve kontrol edilmesini sağlamaktır”⁵⁹ şeklinde açıklanmıştır. Aynı Yönetmelik, uygun ve yeterli risk denetimi için faaliyetlerden kaynaklanan risklerin farklı boyutlarını yönetmeye imkân verecek yeterli politikalar, uygulama usulleri ve limitler, risk yönetimi faaliyetlerinin açıkça tanımlanması gerektiğini de vurgulamaktadır. Yönetmeliğe göre bankalar risk yönetiminde en azından; faaliyetlere iliksin stratejiler hazırlamak, uygulama usullerini belirlemek, faaliyetlerin hacmine, niteliğine ve karmaşıklığına uygun bir sistem kurmak zorundadır. Yönetmelik düzenlemesinde hedeflediği risk yönetim çerçevesinin değişen koşullarla uyum sağlamasını, uygun risk azaltma tekniklerinin kullanımının gerektiğini belirtmektedir. Yönetmelik bankaların faaliyetlerinden kaynaklanan kredi riski, piyasa riski, faiz oranı riski ve likidite riski gibi sayısallaştırılabilen riskler için yazılı limitler belirlenmesi ve bu limitlerin yönetim kurulunca onaylanmasını zorunlu kılmaktadır.⁶⁰ Aynı Yönetmeliğe göre, risk yönetimi faaliyetleri; risk ölçümü, risklerin izlenmesi, risklerin kontrolü ve raporlanması faaliyetleri

⁵⁸ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, Resmi Gazete 26333, 01 Kasım 2006, m.36.

⁵⁹ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.35.

⁶⁰ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.37.

olarak tanımlanmıştır.⁶¹ Yönetmelik, risk yönetim birimine risk yönetim sistemini tasarlamak ve uygulamak görevi yüklerken, aynı zamanda risk ölçüm modellerinin tasarımı, seçilmesi, uygulamaya konulması, sayısallaştırılabilen risklerin belirlenen limitler dâhilinde kalmasını sağlamak ve bu limitlerin kullanımını izlemek görevlerini yüklemiştir.⁶² Bankacılık mevzuatı risklerin ölçümü ve değerlendirilmesi için farklı ölçüm yöntemleri ve modelleri kullanılmasına da cevaz vermiştir.⁶³ Ancak söz konusu modelin kullanılması için faaliyet yapısı, hacmi ve karmaşıklığı, model veya yöntemin ihtiyaç nedeni, yöntemin veya modelin varsayımları, kullanılacak verinin elde edilebilirliği, bilgi sistemlerinin elverişliliği, personelin deneyimi gibi hususlara bakılacağı Yönetmelikte belirtilmektedir. Risk ölçüm modelinin değişen koşullara uygun hale getirilmesi, banka içinde, risk ölçüm sistemlerinin işleyişine ilişkin yazılı politika ve uygulama usulleri oluşturması ve bunlara uyumun sürekli incelenmesi güçlü bir risk yönetimi için gerekli unsurlardır.⁶⁴

Bankacılığın temel görevi fon aracılığı işlemi olup, bu faaliyet çerçevesinde gerek kendi gerekse karşı taraf taahhütlerinin neticelerine göre kar veya zarar elde edebilmektedir. Belirsizlik ortamında, gerçekleşmesi muhtemel olan bu zarar ihtimallerini sınıflandırmak, bankanın gerek karlılığına, gerekse faaliyetinin sürekliliğine olumlu katkıda bulunacaktır. Bankacılık faaliyeti sürdürülürken bu belirsizlik ortamındaki potansiyel zarar unsurlarının bankaya olacak etkilerini yönetmek için risk yönetimine ihtiyaç bulunmaktadır. Risk yönetimi ise risklerin tanınması ve sınıflandırılması ile etkin olarak uygulanabilecektir. Yatırım risksiz olmayacağı gibi, aracılık işleminde de risk olmaktadır, bazı durumlarda bankalar üstlenebileceklerinden fazla risk üstlenmektedir. Risk yönetimi bankaya zarar doğuracak konulara odaklanmakta ve şirketin faaliyetinin devamında önemli rol oynamaktadır. Bankacılık açısından risk, bankanın zarara uğrama olasılığıdır.⁶⁵ Besis (2002) bankacılık risklerini değişik tipteki belirsizliklerin karlılığa ters etkisi olarak tanımlamakta ve risk ölçümünün bu belirsizliğin kaynağını yakalayarak karlılıkta olabilecek potansiyel etkinin büyüklüğünün ölçmesi gerektiğini belirtmiştir.⁶⁶ Banka için risk, taahhüdün yerine getirilmesine kadar ortaya çıkması mümkün olan zarar tehlikesi, hedeflerin

⁶¹ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.39.

⁶² BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.40.

⁶³ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.41.

⁶⁴ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, m.41.

⁶⁵ M. Ayhan ALTINTAŞ, 5411 Sayılı Bankacılık Kanunu, Basel I ve Basel II Düzenlemeleri Çerçevesinde Bankacılıkta Risk Yönetimi ve Sermaye Yeterliliği, Ankara:Yüksel Yayınevi, 2006, s.2.

⁶⁶ BESSIS, a.g.e., s.11.

gerçekleştirmesini olumsuz etkileyecek herhangi bir olay olabilmektedir. Tehlikenin doğuracağı zararın boyutunun banka tarafından bilinmesi ve buna uygun tedbirlerin alınması risk yönetim süreci olmaktadır.

Bugün itibariyle risk yönetilebilen bir faktör olarak sayısallaştırılabilen, ölçülebilen (veya tahmini yapılan) bir yapıya sahiptir. Risk yönetiminin geliştirilmesine yönelik çabalar, piyasaların ve ürünlerin karmaşıklaşmasına paralel olarak gelişim göstermektedir. Risklerin iyi yönetilmesi bankaların başarılarında kilit nokta olup, iyi bir risk yönetimi ise etkin bir risk yönetim sürecini gerektirmektedir. Bankaların risk yönetim sürecini riskin, teşhisi, ölçülmesi, yönetilmesi ve kontrol ile raporlanması olarak dört aşamada özetlemek mümkündür. Bu süreç riskin iyi anlaşılması, risk iştahının seviyesinin belirlenmesi ve risk iştahına uygun fırsatlara açık olmak gibi gerekleri bulunmaktadır. Dolayısıyla, risk yönetimin yanında uygulama ve risk kültürü de önemli olmaktadır.⁶⁷ Gerek risk yönetim kültürü, gerekse finansal ve denetim alanındaki gelişmeler ile uluslararası standart çalışmalar risklerin sınıflandırmasında da aynı bakış açısının oluşmasına hizmet etmiştir. BIS ve diğer Uluslararası standart geliştirme kurumlarının en son merhalede gelmiş oldukları fikir birliğini kabul etmek ve buna göre risk ölçümümüzü yapmak durumundayız. Basel II bankacılık risklerini; piyasa, kredi ve operasyonel risk olarak üç başlık altında izlemektedir. Temel risk kalemleri olan operasyonel risk, kredi riski ve piyasa riskine ilişkin matematiksel ve statiksel yöntemlere Basel II uygulama belgelerinde yer verilmiştir.⁶⁸

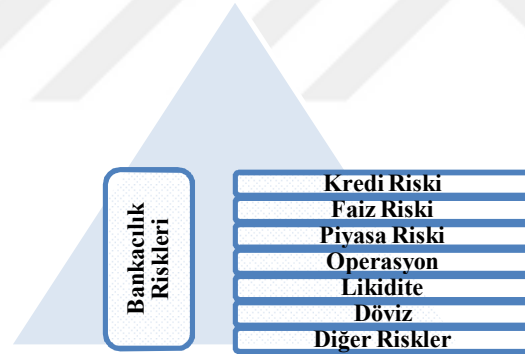
Besis (2002) Bankalarda Risk Yönetimi isimli çalışmasında bankacılık risklerini sınıflandırırken öncelikle bankanın faaliyet alanını sınıflandırmış ve bankaları yatırım, ticari, aracılık (trading), özel (private) ve diğer olarak sınıflandırmış, bunlara ait riskleri ise her bir grup için ayrıca belirtmiştir. Temel bankacılık risklerini ise kredi, faiz, piyasa, likidite, operasyonel, döviz ve diğer riskler olarak saymıştır.⁶⁹ Atan (2002) bankacılıkta risk yönetimi isimli çalışmasında bankacılıkta risk sınıflandırması konusunda oldukça kapsamlı bilgi verirken, kendi araştırmasında, riskleri finansal riskler, faaliyet riskleri, iş riskleri ve diğer riskler olmak üzere dört ana grupta incelemiştir, faktör analizi ve discriminant analizi

⁶⁷ MURPHY, a.g.e., s.46.

⁶⁸ Alper ÖZÜN ve Hasan CANDAN(Ed.), **Bankalarda Risk Yönetimi ve Basel II**, İstanbul:Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2006, s.9.

⁶⁹ BESSIS, a.g.e., s.12.

gibi çoklu istatistiksel teknikle risk kaynaklarını sınıflandırmaya çalışmıştır.⁷⁰ Riskin kaynaklarını araştırma bakımından ülkemiz şirketlerine yönelik iflas sebeplerini analiz eden önemli çalışmalardan birisi de Aktaş'ın (1997), çalışması olup, bu konuda oldukça kapsamlı ve önceki çalışmaları sınıflandırmaktadır.⁷¹ Bankaların karşılaştıkları finansal riskler esas itibariyle piyasa riski, kredi riski ve operasyonel risk olarak üç gruba ayrılmaktadır.⁷² Piyasa ve kredi riski içinde yer almayan tüm riskler operasyonel riskler içinde gösterildiği için aslında operasyonel riskler birçok risk için adres niteliğindedir. Besis (2003) riskleri sınıflandırırken değişik belirsizlik kaynaklarından karlılığa ters etki eden unsurları belirlemek istemiş ve risk ölçümünün bu potansiyel ters etkilerin karlılığa ters etki şiddetini yakalaması gerektiğini belirtmiştir.⁷³ Bankacılık riskleri için Besis'in yapmış olduğu sınıflandırma grafiği aşağıda sunulmuştur. Grafikten de görüleceği üzere Besis, BIS'in önermiş olduğu kredi, piyasa ve operasyonel risk temelli üçlü sınıflandırmaya ek olarak, faiz, döviz, model gibi diğer risk unsurlarına da yer vermiştir.



Şekil 4: Bankacılık Riskleri

Riskin sayısallaştırmasında (veya istatistiksel tahmini veya ihtimali dağılımından hareketle beklenen değerlerinin bulunmasında) gözlem sayısının çoğunluğu önemlidir. Bu açıdan gözlem çokluğu olan piyasa, kredi gibi risklerin ölçümü (sayısallaştırılması) daha kolaydır. Portföyde zarara neden olan faktörler hakkında Rosen ve Saunders (2009) iki kaynağa işaret etmektedir, bunlar pozisyon kaynaklı ve sistematik ve şirkete özgü

⁷⁰ Murat ATAN, Risk Yönetimi ve Türk Bankacılık Sektöründe Bir Uygulama, (**Yayınlanmamış Doktora Tezi**, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü), 2002, s.12.

⁷¹ Ramazan AKTAŞ, **Mali Başarısızlık Tahmin Modelleri**, Ankara:Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 1997, s.24.

⁷² JORION, **a.g.e.**, s.250.

⁷³ BESIS, **a.g.e.**, s.11.

(idiosyncratic) risklere değinmişlerdir.⁷⁴ Riskler kaynaklarına göre sınıflandırıldığında, yukarıda da bahsedildiği üzere sistemik ve sistemik olmayan riskler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Sistemik riskler, çeşitli çevresel etkenlerin değişkenliğinden kaynaklanarak piyasanın iç dinamikleri sonucu, sistemik olmayan riskler ise sadece ilgili kuruluşun veya sektörün dinamikleri sonucu ortaya çıkmaktadır. Sistemik risk (piyasa riski ya da çeşitlendirilemeyen risk) sistemik faktörlere bağlı olarak varılan değerinin değişme riskidir. Bu riskten korunulabilir ancak bu risk tamamen çeşitlendirilemez (yok edilemez). Tüm yatırımcılar, ekonomik faktörlere bağlı olarak ellerindeki varlıkların ya da verdikleri borçların değerlerinin değiştiği zaman bu riskle karşılaşlar. Sistemik risk çeşitli şekillerde ortaya çıkabilir ve bankacılık sektöründe sistemik riski üç grupta incelemek mümkündür. Bunlar; faiz oran riski, döviz kuru riski, menkul kıymet fiyat riskidir. Risklerin yönetimine ilişkin sınıflandırma ise kontrol edilebilen (İçsel) ve kontrol edilemeyen (Dışsal) riskleri kapsamaktadır. Kontrol edilebilen riskler, risk azaltıcı tekniklerin kullanılması veya riski doğuracak işlemlere ilişkin limitlerin uygulanması suretiyle bankanın zarara uğrama ihtimalinin azaltılmasının mümkün olduğu riskler olarak tanımlanmaktadır. Kontrol edilemeyen riskler ise kontrol edilebilir risklerin zaman içinde değişebilirliğine bağlı olarak herhangi bir risk ölçme ya da risk azaltma tekniği kullanmak ve limit uygulamak suretiyle gerçekleşme olasılığı önceden tahmin edilemeyen ve ortaya çıktığı anda gerçekleşen zarar riski olarak tanımlanmaktadır.

Riske maruziyet üç unsurla açıklanabilir, riskin kaynağı veya risk objesi, tehlike veya rastlantısal olay ve sebep oluştuğunda ortaya çıkan sonuç (veya muhtemel etki). Maruz tutar, belli üniteler aracılığı ile hesaplanabilmektedir. Mesela kredi kartı usulsüzlüğü ele alınırsa, dışsal dolandırma riskine maruz olan kredi kartı olmaktadır. Bu açıdan çalınma veya kötüye kullanılma gibi riske maruz tutar hesabında her bir kredi kartının kendisi riske maruz olan kısım olmaktadır.⁷⁵ Tehlike (peril) ise olma ihtimali ile sayısallaştırılmaktadır. Bu ihtimal ise bir birim riske maruz tutara karşı olacak bir zararın beklenen sayısı olmaktadır. Eğer bin kredi müşterisinden 5'inin kredi borcunu önümüzdeki bir sene içinde ödemeyeceğini düşünüyorsak, bunun ihtimalini 0.05 %, olarak belirtmek mümkün olacaktır. Tehlikenin sonucu ise bir şiddet veya etki göstergesi (parasal tutar) ile ifade edilebilecektir.

⁷⁴ Dan ROSEN ve David SAUNDERS, "Risk Factor Contributions in Portfolio Credit Risk Models", Journal of Banking & Finance, Volume 34, Issue 2, February 2010, s.336-349.

⁷⁵ CONDAMIN, LOUISOT VE NAIM, a.g.e., s.33.

Bankacılık risk yönetimi kapsamında temel zarar kaynakları piyasa, kredi, operasyon ve performans riskleri olarak sıralanmakta olup, risk ise ekonomik faydanın azalması ihtimali olarak belirtilmektedir.

1.7 Piyasa Riski ve Ölçümü

Piyasa riski, portföy değerinin ters piyasa hareketleriyle azalma ihtimali⁷⁶ şeklinde tanımlanırken, portföy değerindeki azalmanın bilanço içi ve bilanço dışı hesaplarda tutulan yatırım pozisyonlarının bu risk kapsamında olacağı açıktır.⁷⁷ Besis (2002) piyasa riskini bankanın aktif değerinin şimdiki değeri ile gelecekteki bir gündeki değerinin dağılımı arasındaki farklılıktan kaynaklandığını vurgulamakta ve yüzdesel anlamda bu dağılımın rastlantısal aktif getirisi anlamına geldiğine işaret etmektedir. Buradan hareketle, rastlantısal aktif getirisinin dağılımının bilindiği durumda bu riskin kolaylıkla ölçülebileceğini belirtmektedir.⁷⁸ BDDK piyasa riskini, bankanın genel piyasa riski, kur riski, spesifik risk, emtia riski, takas riski nedeniyle maruz kalabileceği zarar olasılığı olarak tanımlamaktadır.⁷⁹ Piyasa riskinin temel dört kaynağı ise; hisse riski, faiz oranı riski, emtia riski ve döviz riski olarak adlandırılmaktadır.⁸⁰

Finansal varlık ve yükümlülüklerin fiyatlarında meydana gelebilecek değişikliklerden kaynaklanan piyasa riski; faiz oranları, döviz kurları, hisse senedi ve mal fiyatları gibi devamlı değişebilen fiyat ve oran değişimlerinden dolayı bankanın elindeki varlıkların değer kaybına yol açtığı için ölçülmesi gereken, en azından maksimum ve minimum kayıp ihtimalinin sayısallaştırılması gereken risk unsurudur. Bankaların bilanço içi ve bilanço dışı hesaplarında tutulan finansal varlık ve araç pozisyonları piyasa fiyatlarındaki değişimlerle birlikte varlıkların fiyat değişim korelasyonlarından etkilenen yapıda olmaktadır. Bilanço içi ve bilanço dışı kalemlerde, piyasa fiyatlarındaki değişimlerden kaynaklanan potansiyel kayıplar bankaların hazine işlemleri birimleri tarafından gerçekleştirilen alım satım işlemlerinden kaynaklanan yapıda olup, bilançodaki aktif pasif vade uyumsuzluğu nedeniyle maruz kalınan portföy riski ise kredi riski

⁷⁶ RAY, a.g.e., s.43.

⁷⁷ CANDAN VE ÖZÜN, a.g.e.,s.45.

⁷⁸ BESSIS, a.g.e., s.359.

⁷⁹ BDDK, Bankaların Sermaye Yeterliliğinin Ölçülmesine ve Değerlendirilmesine İlişkin Yönetmelik, Resmi Gazete 26333, 1 Kasım 2006, m.3.

⁸⁰ RAY, a.g.e., s.43.

kapsamında ele alınmaktadır. Finansal varlık ve pozisyonları ilgilendiren fiyat hareketlerinden dolayı kaynaklanan toplam zarar riski genel piyasa olarak isimlendirilmekte, finansal varlıkların fiyatlarından bağımsız bu varlıkları ihraç edenlerin yönetim ve mali durumları nedeniyle karşılaşılabilecek zarar ihtimali ise spesifik risk ile izah edilmektedir. Basel I’de en fazla önem verilen ve özellikle risk teki değer (Value at Risk) ve diğer gelişmiş içsel modeller ile ölçümüne izin verilen ilk risk piyasa riski olmuştur.⁸¹ VaR özetle potansiyel beklenen zarar tutarını ifade etmektedir.

Finansal piyasa değişkenlerinin hareketlerinden kaynaklanan riskin sayısallaştırılması işlemi piyasa riski ölçümü kapsamında yapılmaktadır. Piyasa değişkenleri; faiz oranları, döviz, hisse senetleri ve emtia gibi piyasalarda alınıp satılan ve değeri piyasada belirlenen aktif kalemleridir. Pozisyonlar nakit veya türev ürünü şeklinde de olabilmektedir. Dolayısıyla bilanço içi ve bilanço dışı pozisyonların piyasadaki değişimlerden ne kadar etkileneceğinin hesaplanması bankalar için faaliyetin sürdürülmesinde hayati rol oynamaktadır. Piyasa riskinin ölçülmesindeki amaç bankanın taşıdığı pozisyonların ortaya çıkarabileceği zararın boyutunu önceden öngörerek buna karşılık yeterli sermaye desteğinin ne olacağının ölçümüdür. Basel II temel uzlaşısı belgesinde piyasa riski, piyasa fiyatlarındaki hareketlerden dolayı bilanço içi veya dışı pozisyonlarda ortaya çıkabilecek zarar etme riski olarak tanımlanırken, bu kapsamdaki riskler ise alım-satım hesaplarında yer alan faiz oranıyla ilişkili araçlar ve hisse senetleri nedeniyle maruz kalınan riskler ve bankanın maruz kaldığı kur riski ve emtia riski olarak sayılmıştır.⁸² Piyasa riskinin konusunu teşkil eden varlık ve pozisyonlar, genel kabul görmüş uluslararası muhasebe standartları uyarınca da bankaların cari piyasa fiyatları üzerinden değerlemek zorunda oldukları hesap ve pozisyonlardır.⁸³ Piyasa fiyat ve oranlarının volatilitesi piyasa riskini oluşturmaktadır.

Faiz oranı riski, faiz oranlarındaki hareketler nedeniyle bankanın pozisyon durumuna bağlı olarak maruz kalabileceği zarar ihtimali olarak tanımlanmaktadır. Faiz riski, faiz oranlarındaki hareketler nedeniyle ortaya çıktığından, hem bankanın gelirleri hem de bilanço içi ve bilanço dışı kalemlerinin ekonomik değerleri üzerinde etkisi vardır.

⁸¹ OLSON ve WU, **a.g.e.**, s.133.

⁸² BCBS, **a.g.m.**, 2006, s.157.

⁸³ ALTINTAŞ, **a.g.e.**, s.242.

Bankaların maruz kaldığı faiz riski: vade farklılıklarından, verim eğrisindeki değişmelerinden, aynı fiyatlandırma özelliklerine sahip farklı enstrümanlara uygulanan faiz oranlarının ayarlanmasında yapılan hatalı korelasyondan kaynaklanabilecektir.⁸⁴

Döviz kuru riski, döviz kurlarındaki değişimler sonucunda bankanın karında veya finansal yapısında ortaya çıkması muhtemel olumsuz etkileri ifade eder. Kur riskinin hesaplanmasındaki amaç bankanın sahip olduğu yabancı para (altın dâhil) ya da yabancı para cinsinden aldığı pozisyonlar nedeniyle ortaya çıkması muhtemel riskleri kapsayacak bir sermaye yükümlülüğünün belirlenmesidir.

Hisse senedi fiyat riski, bankanın sahip olduğu hisse senetlerinin değerlerinde ortaya çıkabilecek beklenmedik değişimlerdir. Hisse senetleri fiyatları ile ilgili olan fiyat riskleri genel olarak iki kategoriye ayrılır; sistematik (çeşitlendirilemeyen) hisse senedi riskleri ve sistematik olmayan (çeşitlendirilebilen) hisse senedi riskleri. Sistematik risk, bir ürünün ya da portföyün hisse senedi fiyatlarının tüm seviyelerindeki değişimlere olan duyarlılığını ifade eder. Söz konusu değişimler genel ekonomik yapıdaki değişimler nedeniyle ortaya çıkabileceği gibi menkul kıymet piyasalarında yaşanan sorunlardan da kaynaklanabilir. Mal fiyatları riski, bankanın sahip olduğu emtianın piyasa fiyatlarındaki değişiminin yarattığı beklenmedik etkidir. Malların fiyatlarındaki değişimden kaynaklanan mal fiyatları riski döviz kuru ve faiz oranı risklerinden farklılık gösterir ve yakından izlemeyi gerektirir. Piyasa riskinde vade çok uzun olmayıp değerlendirme genellikle gün veya hafta bazında yapılmaktadır. Bunun için riskteki değer (VaR) hesaplamaları belirli bir süre içerisinde yapılmaktadır.⁸⁵ Söz konusu hesaplamalar ayrıntısı ile Bolgün ve Akçay(2006) da gösterilmiştir. Jorion (2003) ise hesaplamanın çeşitli yönlerine ışık tutmakta ve uygulamacılar için temel kaynak özelliği göstermektedir. Hesaplamanın özü yüzdesel (percentile) dilimler halinde zararı belirleyerek belli bir beklenti düzeyinde oluşacak minimum zararın gösterilmesidir.

Bankaların Sermaye Yeterliliğinin Ölçülmesine ve Değerlendirilmesine İlişkin Yönetmeliğin 22. maddesinde bankaların işlem portföyünde yer alan her türlü hisse senedi, yatırım fonu ve katılma belgesi ve hisse senetlerindeki fiyat değişikliklerinden etkilenen

⁸⁴ Evren BOLGÜN ve Barış AKÇAY, **Risk Yönetimi**, 2nci Baskı, İstanbul:Scala Yayıncılık, 2006,s.143.

⁸⁵ GESTEL, **a.g.e.**, s.30.

bilanço içi ve bilanço dışı pozisyonlar ile opsiyonlar dışında kalan hisse senedine dayalı diğer türev araçlardan oluşan pozisyonlar üzerinden spesifik risk ve genel piyasa riskine esas sermaye yükümlülüğü hesaplama zorunluluğu getirilmiştir. Hisse senedine ilişkin piyasa riskinin spesifik risk ve genel piyasa riski olmak üzere iki bileşeni vardır. Spesifik risk, bankanın toplam hisse senedi pozisyonları (tüm hisse senetlerine ilişkin uzun ve kısa pozisyonlar) olarak tanımlanırken, genel piyasa riski hisse senetlerine ilişkin uzun pozisyonlar toplamı ile kısa pozisyonlar toplamı arasındaki fark (bir hisse senedi piyasasındaki genel net pozisyon) olarak ifade edilir. Hisse senetlerine ilişkin tutulan pozisyonlar ile spesifik ve genel piyasa riskine esas sermaye yükümlülükleri, her bir teşkilatlanmış piyasa bazında ayrı ayrı hesaplanır.

Piyasa riskinin ölçülerek, sermaye yeterliliği oranına dâhil edilmesini BDDK 2002 yılı sonundan itibaren tüm bankalar için zorunlu hale getirmiştir. BDDK, piyasa riskinin hesaplanması için standart yöntemi zorunlu tutarken, riske daha hassas, gelişmiş ve risk yönetimi açısından daha esnek olan diğer risk ölçüm modellerinin kullanımını da teşvik etmektedir. Bankacılık mevzuatında da piyasa riskine esas tutarın, risk ölçüm modelleri veya standart metot ile hesaplanabileceği, Kurum tarafından izin verilen bir risk ölçüm modeli bulunmayan bankaların, hesaplamanın standart metoda göre hesaplanan genel piyasa riski, kur riski, spesifik risk, emtia riski, takas riski ve opsiyonlardan kaynaklanan piyasa riski için gerekli sermaye yükümlülükleri toplamının onikibuçuk ile çarpılması suretiyle hesaplanacağı Sermaye Yeterliliği Yönetmeliğinde belirtilmiştir.⁸⁶ Kurum tarafından kullanımına izin verilen bir risk ölçüm modeli bulunan bankalarca piyasa riskine esas tutar, riske maruz değere dayalı sermaye yükümlülüğünün onikibuçuk ile çarpılması suretiyle bulunur. Piyasa riskinin ayrıntılı hesap şekli söz konusu Yönetmeliğin 7-13 maddelerinde izah edilmiştir. Bankaların, piyasa riskinin hesaplanmasında kullanacakları risk ölçüm modellerine ilişkin standartlar ile risk ölçüm modellerinin değerlendirilmesine ve risk ölçüm modelleri ile piyasa riskinin hesaplanmasına ilişkin usul ve esaslar ise 3 Kasım 2006 tarih ve 26335 sayılı Resmi Gazete’de yayımlanan Tebliğ ile düzenlenmiştir. Tebliğ’de riske maruz değer (piyasa riskine tabi tutar) “elde tutulan bir portföy ya da varlık değerinin, faiz oranlarında, döviz kurlarında ve hisse senedi fiyatlarındaki dalgalanmalar nedeniyle

⁸⁶ BDDK, Bankaların Sermaye Yeterliliğinin Ölçülmesine ve Değerlendirilmesine İlişkin Yönetmelik, Resmi Gazete, 26333, 1 Kasım 2006, m.6.

meydana gelebilecek değişiklikler sonucunda maruz kalabileceği en yüksek zararı, belli bir zaman diliminde ve belli bir olasılık seviyesinde ifade eden ve muhtelif sayısal yöntemlerle tahmin edilen değeri” olarak ifade edilirken, olay riski ise “Faiz oranları, hisse senedi fiyatları ve döviz kurlarında büyük orandaki değişmeler nedeniyle portföy değerinde meydana gelebilecek azalış” olarak belirtilmiştir.⁸⁷

Tebliğ’in 4ncü maddesinde risk ölçüm modeli kullanımına ilişkin temel esaslar getirilmiştir. Tebliğde adı geçen risk ölçüm modeli piyasa riski için yasal sermaye gereksinimini belirlemede kullanılmaktadır. Kurum tarafından piyasa riskleri karşılığında bulundurulması gereken sermaye yükümlülüğünün hesaplanmasında risk ölçüm modeli kullanılmasına izin verilmesi için belirli şartlara tabidir.⁸⁸ Risk ölçüm modeli ile riske maruz değer tek taraflı yüzde doksan dokuz güven aralığı kullanılmak suretiyle günlük olarak hesaplanmakta, riske maruz değer hesabında kullanılacak en az elde tutma süresi on işgünü kabul edilmektedir. Bankalar, zamanın karekökü kuralından hareketle on işgününe ölçeklendirmek suretiyle on günden daha kısa ya da daha uzun elde tutma sürelerini dikkate alarak hesapladıkları riske maruz değer rakamlarını da kullanabilirler. Bankalar, riske maruz değerin hesabında, maruz kaldıkları tüm piyasa risklerini kapsamayı kaydıyla "Varyans-Kovaryans", "Tarihi Simülasyon" ve "Monte Carlo Simülasyonu" yöntemlerinden birini kullanabilmektedirler. Piyasa riskine esas sermaye yükümlülüğünün hesabında, risk ölçüm modellerini kullanan bankalar, düzenli olarak ayrıntılı bir stres testi programı uygulamak zorundadırlar. Standart yöntemde, piyasa riskine konu pozisyonlar belirli risk ağırlığına tabi tutularak sermaye yükümlülüğü hesaplanmaktadır. İkinci yöntemde ise bankaların içsel risk ölçüm modellerinin sonuçları dikkate alınmaktadır.⁸⁹ Bankaların piyasa riskleri karşılığında tutmaları gereken sermayeyi hesaplamak için kullanacakları piyasaya riski modelleri denetim otoritesinin onayından sonra uygulamaya konabilmektedir. En çok kullanılan piyasa riski ölçüm metodu riske maruz değer (Value at Risk) yaklaşımı olup bu yöntemin Parametrik VaR, tarihsel simülasyon ve Monte Carlo simülasyon metodu gibi değişik uygulamaları mevcuttur.

⁸⁷ BDDK, Risk Ölçüm Modelleri İle Piyasa Riskinin Hesaplanmasına ve Risk Ölçüm Modellerinin Değerlendirilmesine İlişkin Tebliğ, Resmi Gazete 26335, 3 Kasım 2006

⁸⁸ BDDK, Bankaların Sermaye Yeterliliğinin Ölçülmesine ve Değerlendirilmesine İlişkin Yönetmelik, Resmi Gazete, 26333, 1 Kasım 2006, m.5.

⁸⁹ CANDAN ve ÖZÜN, a.g.e.,s.50.

Basel I ile piyasa risklerinin ölçümüne ilişkin olarak bankalara standart ve içsel ölçüm metodları kullanma opsiyonu tanınmıştır. Standart metoda, öncelikle her bir risk kategorisi için (faiz oranı, hisse senedi fiyatları, döviz kurları ve mal fiyatları) sermaye gereksinimini belirleyen bir yapı taşı yaklaşımını kullanmaktadır. Bu yöntemde belirli katsayılar kullanılarak piyasa riski unsurları için gerekli olan sermaye yükü birbirinden bağımsız olarak hesaplanmaktadır. Standart metod, tüm sabit ve değişken faizli menkul değerleri, sıfır kuponlu, kuponsuz ve kuponlu tahvilleri, faiz oranına ilişkin türev ürünleri, imtiyazlı hisse senetlerini ve hisse senedi ile değiştirilebilen tahviller gibi melez ürünleri kapsamaktadır. Parametrik Var yöntemi, piyasa riskine maruz kabul edilen portföylerin opsiyon içermediğini, portföyü oluşturan varlık getirilerinin normal dağıldığını ve varlık getirileri arasındaki ilişkilerin lineer olduğunu varsayarak, piyasa riskine maruz değeri hesaplar. Tarihi VaR yöntemi, varlık getiri dağılımları ve getiriler arasındaki ilişkiler hakkında herhangi bir varsayımda bulunmadan, bugün elde tutulan piyasa riskine maruz belirli bir portföyün geçmişte herhangi bir gündeki piyasa hareketleri nedeniyle uğrayabileceği kayıpları hesaplar. Monte Carlo yöntemi ise, elde tutulan portföy içindeki varlıkların geçmiş getiri dağılımlarını esas alarak, gelecekte beklenen getirilerini simüle edip, portföyün maruz kalabileceği zarar miktarını hesaplar. Hesaplamaların ayrıntısı Candan ve Özün (2006)'da ayrıntısıyla gösterilmiştir.⁹⁰

Basel II sisteminde de piyasa riski ölçümünde gerek sayısal gerekse niteliksel özelliği düzenleyici otorite tarafından kabul edilen modeller kullanılabilmektedir. Bu modeller ticari bankalar, yatırım bankaları ve sigorta şirketleri tarafından geliştirilen içsel modellerdir. Bu modeller üç genel yaklaşıma dayanır. Bunlar Riskmetrics Modeli, Tarihi Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonudur.⁹¹ Riskmetrics modeli piyasanın mevcut koşullarının değişmesi sonucunda finansal kuruluşun ya da bankanın potansiyel kayıplarını tahmin etmek amacıyla kullanılır. Bu yöntem ile olumsuz piyasa koşullarında potansiyel kayıpların hesaplanması hedeflenmektedir. Genel kabul görmüş RMD hesaplama yöntemlerinin her biri kendine özgü kısıtlara ve avantajlara sahiptir. Olağan piyasa koşullarında⁹² yüksek düzeyde güvenilir sonuçlar elde edilirken, olağan dışı piyasa

⁹⁰ CANDAN VE ÖZÜN, a.g.e., s.61.

⁹¹ SAUNDERS ve ALLEN, a.g.e., s.25.

⁹² Olağan piyasa koşullarında geçmiş verilerle geleceği tahmin etmek daha kolaydır.

koşullarında yetersiz kalmaktadır⁹³. Piyasa riskinin ölçülmesinde portföyde bulunan varlıkların risk faktörlerinin arasındaki korelasyonların hesaplanması önemli bir unsurdur. Besis (2002) piyasa riskinin oluşumundan, risk hesaplanmasına ve bu riske yönelik sermaye ayrılmasına ilişkin süreci şu şekilde tablolandırmıştır.⁹⁴



Şekil 5: Risk Yönetim Süreci

Tablo piyasa riskinin oluşumuna etki eden faktörler, riske maruz tutarı esas almakta, sonrasında piyasa fiyat değişimlerinin ve piyasadaki parametreler arasındaki korelasyonun etkisini de dikkate alarak toplam zarar dağılımının bulunmasına ve risk ölçütü olarak VaR'in alınarak yeterli sermaye ayrılması sürecini özetlemektedir. Kredi riskinin ölçümü kapsamında da VaR hesaplaması ele alınacağından ayrıca piyasa riski ölçümü için ayrıca ayrıntılı hususlara girilmeyecektir. Basel piyasa riski ölçümünde piyasa risk şanjmanı 10 gün veya iki haftalık süreyi esas alarak, % 99 güven seviyesi ile hesaplama

⁹³ CANDAN ve ÖZÜN, a.g.e., s.82.

⁹⁴ BESSIS, a.g.e., s.360.

yapılmaktadır. VaR hesabı için en azından bir yıllık verinin olması ve bu verinin bir önceki çeyreğe kadar güncel olması istenmektedir. Formül ise aşağıdaki gibidir.⁹⁵

$$MRC_t^{IMA} = \text{Max}(k \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, VaR_{t-1}) + SRC_t$$

Formül ortalama 60 günlük piyasa VaR'ı ile bir katsayının(en az 3 olmalı) çarpımını kapsamaktadır. Ancak bir gün öncenin VaR'ı daha yüksekse onun alınması gerekmektedir. Bunlardan hangisi maksimum ise buna spesifik risk şarjmanının eklenmesi ile piyasa risk şarjmanı bulunmaktadır.

1.8 Kredi Riski ve Ölçümü

Kredi riski, borç alanın ödeme yapmamasından dolayı bankanın zarara uğrama ihtimalidir. Geleneksel anlamda paranın ödünç verilmesi kredi olarak tanımlanırken, günümüz finans sisteminde ise finansal kuruluşun aktif kalemlerinde bulunan ve karşı taraftan talep ettiği tüm varlıkları kapsayan bir çeşitliliğe ulaşmıştır. Bu çeşitlilik ve fon aktarımında değişik ürünlerin gelişmesine paralel karşı taraftan olan alacaklardan dolayı oluşabilecek potansiyel zararın hesabı da daha karmaşık hale gelmiştir. Kredi kelime olarak Latince güven demek olan credo kelimesinden gelmektedir.⁹⁶ Belirli bir süre için, güvenilir karşı tarafa, yerine getirilmesi gereken bir taahhüt (risklilik) üzerine verilen ve bankaya gelir sağlayan bankanın kaynağının kullanılması işlemidir. Esasen bankacılığın temel faaliyeti olduğu ve gelir kaynağının en önemli tarafını kredi işlemleri oluşturduğundan geleneksel olarak temel bankacılık riski olmuştur. Süre, güven, risk ve gelir, kredi işleminin temel unsurlarıdır. Kredi işleminin olabilmesi için mutlaka bankaya ait bir kaynağın karşı tarafa kullanılması gerekmekte, karşı tarafın banka kaynaklarını kullanması ve sonrasında geri ödemesindeki problemlerden kaynaklanan bankanın parasal kaybının tahmin edilmesi amacıyla kredi riskinin ölçümü yapılmaktadır. Ölçümün yapıldığı anda aslında hesaplanan tutar en azından bir yıllık dönemde oluşacak muhtemel toplam tutar olup, istatistiksel olarak ihtimali bir değerdir.

⁹⁵ JORION, a.g.e., s.255.

⁹⁶ Raymond ANDERSON, *The Credit Scoring Toolkit*, Oxford University Press, New York, 2007, s.62.

Kredi riski borç alanın temerrüde düşmesi ve ödemesi gereken borcunu ödeyememe riskidir.⁹⁷ Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelikte kredi riski, müşterinin yapılan sözleşme gereklerine uymayarak yükümlülüğünü kısmen veya tamamen zamanında yerine getirememesinden dolayı bankanın maruz kalabileceği zarar olasılığı şeklinde tanımlanmaktadır. 1 Kasım 2005 tarihinde Resmi Gazete’de yayınlanan 5411 sayılı Bankalar Kanunun 48’inci maddesine göre; *“bankalarca verilen nakdî krediler ile teminat mektupları, kontrgarantiler, kefaletler, aval, ciro, kabul gibi gayrinakdî krediler ve bu niteliği haiz taahhütler, satın alınan tahvil ve benzeri sermaye piyasası araçları, tevdiatta bulunmak suretiyle ya da herhangi bir şekil ve surette verilen ödünçler, varlıkların vadeli satışından doğan alacaklar, vadesi geçmiş nakdî krediler, tahakkuk etmekle birlikte tahsil edilmemiş faizler, gayri nakdi kredilerin nakde tahvil olan bedelleri, ters repo işlemlerinden alacaklar, vadeli işlem ve opsiyon sözleşmeleri ile benzeri diğer sözleşmeler nedeniyle üstlenilen riskler, ortaklık payları ve Kurulca kredi olarak kabul edilen işlemler izlendikleri hesaba bakılmaksızın”* kredi kabul edilmektedir.⁹⁸ Kanun bankanın alacaklarını ve menkul kıymet portföyünde bulunan vadeli hak içeren tüm taahhütleri kredi olarak kabul etmektedir. Bankalar kanununa göre; bankaca satın alınacak tahvil ve benzeri sermaye piyasası araçları, tevdiatta bulunmak suretiyle ya da herhangi bir şekil ve surette verilen ödünçler, varlıkların vadeli satışından doğan alacaklar, vadeli işlem ve opsiyon sözleşmeleri ve ortaklık payları da kredi olarak kabul edilmektedir. Konuyu daha basitçe anlatmak istersek, mevcut tarihte kontrolü üçüncü şahıslarda olan tüm bilanço içi ve bilanço dışı aktiflerin tamamına kredi demek mümkün olacaktır. Dolayısıyla bu varlıkların bankaya geri dönmemesinden kaynaklanacak zarar ihtimalini kredi riski olarak değerlendirmek uygun olacaktır. Bankanın alacak hakkını içeren ve üçüncü şahıs tarafından bankaya bir tutar ödenmesi gerektiren tüm işlemler kredi sayılmaktadır.

Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumunun tanımına göre kredi riski, kredi müşterisinin yapılan sözleşme gereklerine uymayarak yükümlülüğünü kısmen ya da tamamen zamanında yerine getirememesinden dolayı bankanın maruz kalabileceği zarar olasılığıdır.⁹⁹ Bankaya karşı edimin gerçekleşmeyeceğinin bilindiği tarihten itibaren kredi zararının oluşacağı da bu tanımdan anlaşılmaktadır. Finansal mühendislik uygulamaları

⁹⁷ GESTEL ve BAESENS, **a.g.e.**, s.24.

⁹⁸ Bankacılık Kanunu, Resmi Gazete 25983 (Mükerrer), 1 Kasım 2005, m.48.

⁹⁹ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, Resmi Gazete 26333, 01 Kasım 2006

geliştikçe, türev ürünlerdeki kredi riski de geleneksel uygulamalıdan farklılaşmıştır. Bu tür ürünlerde temel karakteristik riskin söz konusu sözleşmeye dayanan ve onun süresi boyunca yaratacağı nakit akımlarından kaynaklanmasıdır. Bu noktada devreye giren kredi temerrüt swapları kredi riskini belli bir firmadan izole ederek koruma veren şirkete aktarmaktadır.¹⁰⁰ Bu risk gelecekte pozitif nakit akımı beklentisi olduğunda ve yükümlülüğün karşı tarafça yerine getirilmemesi durumunda ortaya çıkmaktadır, dolayısıyla, kredi riski karşı tarafın yükümlülüğü yerine getirememesinden kaynaklanan zarar riskidir.¹⁰¹ Kredi riski için tanımlı yapılanın bakış açısına göre önem verilen husus değişik olmaktadır. Aktüerler Birliği borçlu tarafın temerrüde düşmesi sonucu katlanılan ekonomik zarar olarak tanımlama yaparken, Basel II temel belgesi ise son nakit ödemedi önce karşı tarafın ödeyememe durumuna düşme riski olarak tanımlamaktadır.¹⁰² Kredi riski, iflas riski, karşı taraf ödeme öncesi riski, ödeme riski, hukuki risk, ülke ve egemenlik riski ve konsantrasyon riski gibi risk unsurlarını içermektedir. İhtimali modellerin asıl işlevi maruz kalınan muhtemel riskin ihtimali dağılımına ulaşmaktır.¹⁰³

Kredi riskin ölçümü ile gerçekleşebilecek zararın hesaplanmasına çalışılmaktadır. Kredi riskinin ölçümü, kredi işlemlerinin yaygınlaşmasına paralel olarak gelişmiştir. Önceleri yalnızca kredi veren bankanın bir defterde takip ettiği borçlar zamanla milyonlarca müşterinin milyarlarca işlemlerinin takibine dönüşmüştür. Bu gelişim aşamasında gerek bilgi işlem gerekse istatistiksel metodolojinin gelişmesi ile takip sistemleri de yeni şekil almıştır. Verilen krediler ve vadeye yayılan diğer geri ödeme taahhütleri bankaların aktiflerinin önemli bir kısmını oluşturken, bunların geri dönmemesi ise kredi zararına neden olmaktadır. Bankanın kaynağını belli bir süre için kullananın, sözleşmede belirlenen yükümlülüklerini yerine getirememesi (temerrüt)¹⁰⁴ nedeniyle oluşacak zararların ölçümü gerek fiyatlama (yeni kredilerin fiyatına bu unsurun katılması) gerekse yeterli sermaye karşılığı ayırmak için önemlidir. Kredi riskinin en geniş ve en belirgin kaynağı, bankanın açtığı krediler olmakla birlikte, günümüzde bankalar özellikle türev piyasaların büyümesine

¹⁰⁰ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, New Jersey:John Wiley & Sons, Inc, ,2009, s.2.

¹⁰¹ VOSE, **a.g.e.**, s.41.

¹⁰² BCBS, , **a.g.m.**, 2006, s.19.

¹⁰³ PANJER, **a.g.e.**, s.45.

¹⁰⁴ Borçlunun krediden kaynaklanan yükümlülüklerini tam ve zamanında yerine getirememesine temerrüt (default) durumu denmektedir. Borçlunun yükümlülüklerinin tamamını (anapara, faiz, veya masraflar) yerine getiremeyeceği belirlendiğinde, borçlu anapara, faiz veya masraflarını ödeyemediğinde veya yeniden yapılandırma, erteleme veya feragat talep ettiğinde, borçlu herhangi bir kredi borcunu ödemeyi 90 günden fazla süre ile geciktirdiğinde, borçlu iflas, konkordato gibi talepleri olduğunda kredinin ödenmediğine hükmedilmektedir.

ve gelişmesine bağlı olarak vadeli işlemler, interbank işlemleri, opsiyonlar, swap işlemleri, garanti ve kefalet gibi değişik finansal araçlara ilişkin kredi riskleri ile de karşı karşıya kalmaktadırlar. Bankaların kaynak kullandırmaktan dolayı yüklendiği riskler kredi riski kapsamında ele alınırken, bunun ölçümüyle banka için beklenen zararlara karşılık rezerv ihtiyacı, kredi riskine yönelik sermaye ihtiyacı belirlenmektedir.

Banka kaynaklarını kullananlar zamanında yükümlülüklerini yerine getiremezse, banka bundan zarar edecektir. Ancak bu zararın boyutunun zarar olmadan önce tahmin edilmesi ve buna karşılık bir sermaye desteğinin bankada bulundurulması banka faaliyetinin aksamaması için gerekmektedir. Zararın olma ihtimali her bir borçlu için farklı olacaktır. Kredi riski ölçümü mevcut portföyün ödememe ihtimaline göre zarar fonksiyonun (dağılımının) tespit edilerek buradan beklenen ve beklenmeyen zarar tutarlarının hesaplanması işlemidir. Her bir borçlu (kaynak kullanan) için bir rastlantısal zarar değişkeni olduğunu varsayarsak, bu borçlunun temerrüt ihtimali, temerrüt durumunda kaybedilecek banka kaynağı zararın belirlenmesindeki en önemli unsurlardır. Kredi riski kapsamında banka kaynağının bankaya dönmeme belirsizliğinin yaratacağı muhtemel zarar belirlenmeye çalışılmaktadır. Tanımlama ve yaklaşımda farklılık olsa da kredi riskinin temel risk unsurları, karşı tarafın iflası (temerrüdü aynı anlamda kullanacağız), veya kredibilitesinde zayıflama (migration), kredibilite kaybından dolayı yüksek faize muhatap olma (spread), beklenen geri ödemenin düşük olması (recover), ödeme veya ikame riski veya ülke riski gibi nedenlerden kaynaklanabilmektedir.¹⁰⁵ Basel II kapsamında kredi riskinin sayısallaştırılması, beklenen zararın değerlendirilmesi olarak PD, LGD ve EAD parametrelerinin çarpımı ile bulunmaktadır. Dolayısıyla sermaye yeterliliği çerçevesi çizilirken bu parametrelerin açıkça tanımlanması gerekmektedir.¹⁰⁶ Kredi riskinin oluşması için borç ödemesi gereken kişinin temerrüde düşmesi (ödeme yapamaması), bu temerrüt olayının ödemenin yapılması gereken sürede olması ve teminatlandırılmamış bir tutarın söz konusu olması gerekmektedir. Dolayısıyla kredi riskini; temerrüt riski (probability of default: PD), temerrüt durumunda zarar riski (loss given default: LGD) ve temerrüde maruz tutar riski (exposure at default: EAD) olarak unsurlara ayırmak mümkündür.¹⁰⁷ Bu rastlantısal değerlerin çarpımı ile

¹⁰⁵ Andrea SIRONI ve Andrea RESTI, **Risk Management And Shareholders' Value in Banking : From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2007, s.282.

¹⁰⁶ ENGELMANN VE RAUHMEIER, **a.g.e.**, s.151.

¹⁰⁷ JORION, **a.g.e.**, s.396.

portföyün beklenen zararı hesaplanmaktadır. Basitçe temerrüt ihtimali, riski veya oranı (PD), borçlunun kredi borcunu ödeyememe ihtimalidir.¹⁰⁸ Basel II ile içsel modellerde temerrüt durumunda maruz kalınacak riskin boyutunun belirlenmesi ve bu riskin boyutunun belirlenmesi aşamasında ekonomik gidişat, riskin özel durumlarının dikkate alınması istenmektedir. Temerrüt riski veya oranı (PD)¹⁰⁹, temerrüdün oluşması ihtimalini gösterirken, ihtimal değeri olarak 0 ile 1 sayısı arasında bir değer almaktadır. Borçlunun belli bir süre içinde ödeme yapmama ihtimalini rakam olarak göstermektedir. Temerrüt oranı genellikle bankanın geçmiş dönem verilerinden veya sektör verilerinden elde edilmektedir. En çok kabul gören yaklaşım ise rating oranlarının işaret ettiği oranları kullanmaktır.

Kredi risk ölçümünde temerrüt ihtimalinin belirlenmesi en önemli aşamalardan birisi olmaktadır. Temerrüt ihtimali belli bir zaman aralığında bir sayı olarak ifade edilse de gerçek hayatta devamlı değişkenlik gösteren ve birçok ekonomik faktörden etkilenen yapıdadır, döngüsel ve mevsimsel etkiler olabilmektedir. PD özellikle rating notlarından veya bankanın kendi iç skorlama sistemine dayalı notlardan elde edilmektedir. Temerrüt durumu yani borcun ödenememesi hali Türk finans literatüründe ödeyememe, temerrüt durumu, iflas gibi birçok tanımlamayı içerse de konunun hukuki tarafından daha çok fiili tarafla ilgili olduğumuzdan bu çalışma kapsamında da aslında kredi riskinin karşı tarafın temerrüt veya ödeyememe halinden kaynaklandığı kabul edilecektir. Temerrüde ilişkin gerek hukuki gerekse finansal çok tanım mevcut iken genel kabul gören yaklaşım edimin üç ay süreyle yapılmaması halidir.¹¹⁰ Konunun hukuki tarafı üzerinde çok durmadan, banka kaynağının herhangi bir nedenle zamanında ödenmemesi bu kapsamda düşünülecektir. Basel II çerçevesinde temerrüt bankanın borçlunun kredi borçlarını ödeme olasılığının bulunmadığına kanaat getirmesi veya borçlunun bankaya olan önemli bir kredi borcunun vadesi 90 günden fazla geçmiş ve borç ödenmemesi halinde olmaktadır. Cari hesap kredilerinde, müşteri, tahsis edilen bir limiti ihlâl ettiğinde ya da cari limitlerden daha küçük bir limit bildirildiğinde gecikmiş veya vadesi geçmiş sayılır.¹¹¹ Kredi riski ile temerrüt

¹⁰⁸ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.38.

¹⁰⁹ Basel II kredi riski hesaplama parametresi de olan temerrüt riski, veya iflas riski borçlu tarafın temerrüde düşme ihtimalini göstermektedir. Temerrüt oranı (PD) olarak da nitelendirilebilecek bu oran ihtimali değer olup, belli bir zaman aralığında kesin reel bir sayı olup, genelde rating şirketlerinin belirlemiş olduğu değerlerden bu sayıya gidilmektedir.

¹¹⁰ GESTEL ve BAESENS, **a.g.e.**, s.25.

¹¹¹ BCBS, **a.g.m.**, 2006, s.93.

(default) risk'in literatürde birbirinin yerine kullanıldığı görülmektedir. Temerrüt riski bankanın kendi içsel ratinglemesine dayanabileceği gibi, bu konuda önceden verilen notların sayısallaştırılması yöntemi ile de yapılabilir. Kredi notundan temerrüt ihtimal değerine ulaşılması işlemine sayısallaştırma (calibration) denilmektedir. Basit olarak bu sayısallaştırma işlemi üç aşamada yapılmaktadır. Ratingi bulunacak şirketin yıllar itibariyle tarihsel temerrüt frekansları alınarak, bunların ortalaması ve standart sapması bulunmaktadır. Bulunan ortalama tüm temerrüt ihtimallerinin regresyon değeri olmaktadır. Temerrüt ihtimal değeri ile rating şirketi verisi arasında bağlantı kurulmaktadır, hesaplamaların ayrıntısı Christian Bluhm, Ludger Overbeck, Christoph Wagner (2003)'de gösterilmiştir.¹¹² Temerrüt durumunda zarar riski (LGD)¹¹³, riske maruz tutarın temerrüt durumundaki kısmını göstermektedir. Banka kaynakları dinamik olarak devamlı değişen yapıda olduğundan, temerrüt anında teminatlı kısım ve önceden bankaya dönen kısımların dikkate alınması gerekmektedir. Söz gelimi bir krediyi ele alırsak önceden tahsil edilen faizler riske maruz tutarın düşmesine neden olmaktadır. Zarar yoksa LGD sıfır olacaktır. Eğer temerrüt durumunda riske maruz tutarın tamamı zarar haline gelirse LGD % 100 olacaktır. LGD oranları ekonominin durumuna göre döngüsel içerik veya mevsimsel etkiler taşıyabilmektedir. Temerrüt durumunda geri kazanılan tutar ise sovtaj (recovery) olup, riske maruz tutardan sovtaj oranının düşülmesi LGD'yi verecektir.¹¹⁴ Temerrüt durumunda tutar riski(EAD)¹¹⁵, temerrüt anında riske maruz tutarı göstermekte olup, bono gibi kredi araçlarında sabit bir miktar iken, cari hesap gibi unsurlarda ise dalgalanan yapıda olabilmektedir. Kredi riskinde riske maruz tutar (EAD) mevcut tarihte mevzuata göre kredi sayılan toplan net tutardır. Basel II EAD'yi kredi riskinin bilançoda yer alan nominal tutarı olarak kabul etmektedir.¹¹⁶ Kredi riski borçlunun iflas (temerrüt)¹¹⁷ oranı (PD), riske maruz tutar (EAD) ve kayıp oranı (LGD) oranlarının çarpımı ile hesaplanmaktadır. Temerrüdün olması durumunda kredi verenin uğrayacağı zarar oranını gösteren LGD'ye şiddet oranı demek de mümkündür. Muhtemel geri ödenmeme dolayı oluşacak zararlar beklenen zarar

¹¹² Christian BLUHM, Ludger OVERBECK ve Christoph WAGNER, **An Introduction to Credit Risk Modelling**, NewYork:Chapman&Hall/CRC,2003, s.9.

¹¹³ Temerrüt halinde oluşacak kayıp oranı (LGD) olarak da nitelenen bu parametre özetle zarara uğrayan "oranı" göstermektedir. Kayıp oranı veya zarar oranı olarak da nitelendirilebilir.

¹¹⁴ ENGELMANN ve RAUHMEIER, **a.g.e.**, s.144.

¹¹⁵ Exposure At Default (EAD) bir alacağın ödememe durumunda teminatlar düşüldükten sonra ortaya çıkacak riske maruz değerini verir. Temerrütte maruz tutar olarak da nitelendirilebilecek bu unsur, LGD ile çarpılınca kayıp tutarını vermektedir.

¹¹⁶ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, **a.g.e.**, s.12.

¹¹⁷ İflas, temerrüt veya ödeyememe durumunu birbiri yerine kullanma eğiliminde olacağız.

(expected loss) olarak adlandırılırken, hesaplanamayan risklere de beklenmeyen zarar denir ve bu tip risklere karşı sermayeden karşılık ayrılmaktadır. Risk ağırlığı fonksiyonları, beklenmeyen kayıplara ilişkin sermaye ihtiyacını ortaya koymaktadır.¹¹⁸

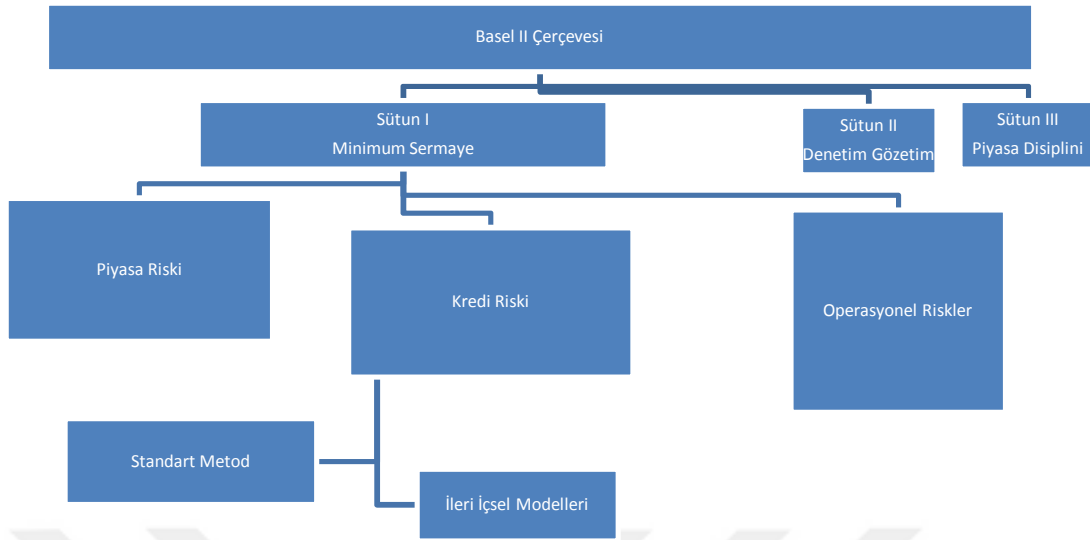
Jorion(2003) zaman içinde kredi riski ölçüm yöntemlerini 4 aşamalı bir evrim geçirdiğini belirtmiştir. Bu yöntemleri, kredi tutarı, risk ağırlıklandırılmış tutar, içsel ve dışsal rating, içsel portföy kredi modelleri olarak belirtmiştir.¹¹⁹ Kredi riskinin ölçülmesindeki temel amaç, banka kaynaklarının kullanılmasından dolayı beklenen ve beklenmeyen zararlara(beklenen zararın volatilitesi olup standart sapması ile ölçülmektedir) karşı güvence sağlayacak sermaye tutarının hesaplanmasıdır. Kredi riskinin boyutunun bilinmesiyle, kredi fiyatlaması riskleri içerecek şekilde yapılabilen, böylece bankanın karlılığına zarar verecek fiyatlamaya yapılmamaktadır. Basel II Uzlaşısında kredi risk miktarının ölçümü için standart yöntem ve içsel derecelendirme yöntemi olarak iki farklı yöntem önerilmiştir.¹²⁰ Basel II yaklaşımında kredi riski ölçümünde tamamen içsel modeller önerilmemiş, standart yaklaşıma ek olarak standart içsel ve ileri içsel modellere yer verilmiştir. Basel II uzlaşısında asgari koşullara uyularak ve denetim otoritesinin iznini alarak bankaların içsel değerlendirme yaklaşımını kullanabileceğini, ancak kamunun bilgilendirilmesi yükümlülüklerine de uyulması hususu da bir ön şart olarak getirilmiştir. Buna göre, bankalar belirli bir krediye ilişkin sermaye gereksinimini, risk bileşenleri için yapmış oldukları içsel tahminlere dayanarak belirleyebilecektir.¹²¹ Basel II ile getirilen risk çerçevesi içinde kredi risk ölçümünü özetle şöylece şekillendirmek mümkündür.

¹¹⁸ Niklas WAGNER, **Credit Risk: Models, Derivatives, and Management**, Florida:Chapman & Hall/CRC, 2008, s.291.

¹¹⁹ JORION, **a.g.e.**, s.397.

¹²⁰ BCBS., **a.g.m.**, 2006, s.19.

¹²¹ BDDK, **a.g.m.**,2007, s.67.



Şekil 6:Basel II Risk Çerçevesi

Kredi riski ölçüm temelleri temelde iki gruba ayrılmaktadır. Standart Yöntem, banka ile kredi ilişkisinde bulunan her bir tarafın bir dışsal risk derecelendirme kuruluşundan kalite notu almasına ve bu kalite notuna denk düşen bir risk ağırlığı ile değerlendirilmesi esasına dayanmaktadır. İlgili risk ağırlıklarının belirlenmesinde bağımsız derecelendirme kuruluşları tarafından ülke, bankalar ve şirketlere verilen derecelendirme notlarının kullanılmaktadır.¹²² İçsel Derecelendirmeye Dayalı (İDD) yaklaşımlarda ise bankalar, kredi müşterilerinin kredi değerliliğini belirlemek amacıyla içsel derecelendirme sistemi oluşturmaktalar ve kendi işlemleri neticesinde meydana gelecek olan veri kümesinden yararlanarak müşterilerini derecelendirmeye yönelik modeller geliştirmektedirler. İçsel derecelendirme yönteminde borçlunun ödeme kabiliyet notu dışsal risk derecelendirme kuruluşları yerine, bankanın kendi iç sistemleri tarafından üretilmektedir. İçsel derecelendirme yöntemi¹²³ temel ve ileri düzey olmak üzere iki farklı şekilde uygulanabilmektedir. Standart yöntem Basel I'deki metodolojiyi kullanmakta olup yalnızca daha riske hale getirilmiş hali olarak dikkat çekmektedir. Basel I tüm ticari kredilere ait riski aynı kredi riski olarak görürken (kreditinin % 8'i esas alınırken), Basel II'de ise kredi borçlusunun ratingine göre % 20 ile % 100 arası risk düzeyi

¹²² SAUNDERS ve ALLEN, a.g.e., s.24.

¹²³ Kredi risk ölçüm yöntemlerinden riske en hassas olan yöntem, içsel derecelendirme yaklaşımında, bankalar kendi tarihi verilerini, aktifler portföyü dağılımını ve müşteri kalite derecelerini kullanarak risk ağırlıklarını kendileri belirler. Bu yöntem; kalite notu yüksek borçluyu kalite notu düşük borçludan; iyi risk yönetimi yapan bankayı kötü risk yönetimi yapan bankadan ayırt eden bir yöntemdir.

hesaplanabilmektedir.¹²⁴ Temerrüt durumunda tutar riski(EAD)¹²⁵, temerrüt anında riske maruz tutarı göstermekte olup, bono gibi kredi araçlarında sabit bir miktar iken, cari hesap gibi unsurlarda ise dalgalanan yapıda olabilmektedir. Kredi riskinde riske maruz tutar (EAD) mevcut tarihte mevzuata göre kredi sayılan toplan net tutardır. Basel II EAD'yi kredi riskinin bilançoda yer alan nominal tutarı olarak kabul etmektedir.¹²⁶ Kısaca beklenen zarar şu şekilde formül ile ifade edilmektedir.

$$EL = E[L] = EAD \times LGD \times PD \quad (01)$$

Kredi riski borçlunun iflas (temerrüt)¹²⁷ oranı (PD), riske maruz tutar (EAD) ve kayıp oranı (LGD) oranlarının çarpımı ile hesaplanmaktadır. Temerrüdün olması durumunda kredi verenin uğrayacağı zarar oranını gösteren LGD'ye şiddet oranı demek de mümkündür. Muhtemel geri ödenmeme dolayı oluşacak zararlar beklenen zarar (expected loss) olarak adlandırılırken, hesaplanamayan risklere de beklenmeyen zarar denir ve bu tip risklere karşı sermayeden karşılık ayrılmaktadır. Beklenmeyen zararlar ise şu şekilde formüle edilmektedir.¹²⁸

$$UL = \sqrt{V[L]} = \sqrt{V[EAD \times SEV \times L]} = EAD \times \sqrt{V[SEV] \times DP + LGD^2 \times DP(1 - DP)} \quad (02)$$

Formülde yeralan SEV şiddeti (zarar konusu tutar), DP ise temerrüt oranını ifade etmektedir. Formül beklenen zararın standart sapmasını göstermektedir. Basel II'in kredi riski tahmininde kullanılan içsel derecelendirme yaklaşımında dört anahtar parametre mevcuttur: Temerrüt Oranı (PD), Temerrüt Durumunda Kayıp(LGD), Temerrüde Maruz Tutar(EAD), ve Vade (M).¹²⁹ İçsel derecelendirme yaklaşımını uygulayan bütün bankalar denetim otoritelerine her bir borçlu derecesinde, borçlular ile ilişkilendirilmemiş temerrüt olasılıklarını¹³⁰ kendi iç verileriyle hesaplayabilmelidir. Her bir derecenin temerrüt olasılıklarına ilişkin tahminler, uzun vadeli ortalama olasılıkları hesaplanmalı ve tarihsel

¹²⁴ SAUNDERS ve ALLEN, **a.g.e.**, s.26.

¹²⁵ Exposure At Default (EAD) bir alacağın ödememe durumunda teminatlar düşüldükten sonra ortaya çıkacak riske maruz değerini verir. Temerrüde maruz tutar olarak da nitelendirilebilecek bu unsur, LGD ile çarpılınca kayıp tutarını vermektedir.

¹²⁶ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, **a.g.e.**, s.12.

¹²⁷ İflas, temerrüt veya ödeyememe durumunu birbiri yerine kullanma eğiliminde olacağız.

¹²⁸ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, **a.g.e.**, s.20.

¹²⁹ Marc SAIDENBERG ve Til SCHUERMANN, "The New Basel Capital Accord and Questions for Research, Wharton Working Papers", N:03-14, 2003., s.8.

¹³⁰ Probability of Default (PD) alacağın tahsil edilememe olasılığıdır. Genelde portföy için 0 ile 1 aralığında bir orandır.

deneyimler ve gözlemsel kanıtlar ile desteklendirilmelidirler. Temerrüt halinde kayıp¹³¹ parametresinin doğru bir şekilde hesaplanabilmesi için öncelikle temerrüde uğrayan bir alaktan tahsil edilebilecek tutarın belirlenmesi gerekmektedir.

İçsel derecelendirme yaklaşımlarında bankalar, bankacılık işlemlerinden kaynaklanan risklerini, kurumsal, bankalar, ülkeler, perakende, hisse senedi olarak beş ayrı varlık kategorisinde sınıflandırılacaktır. Bu varlıklar kendi aralarında alt sınıflara ayrılmaktadır. Bankanın kredi riskinin içsel ölçümü, borçlunun ve işlem riskinin değerlendirilmesine dayanır. İçsel Modellerde söz konusu iki yaklaşımı ayırt eden en önemli özellikler temel yaklaşımda yukarıda belirtilen dört parametreden PD dışındakilerin otorite tarafından verilirken, ileri yaklaşımda ise banka kendisi hesaplamaktadır.¹³² Gelişmiş ileri düzey yöntemde ise modelin bileşenleri banka tarafından hesaplanmaktadır. Bu bileşenler; temerrüde düşme olasılığı, temerrüt olayında kayıp, temerrüdün ne kadarlık bir kısmı geriye tahsil edilebilirliği. İçsel derecelendirme yaklaşımları bankalara, kendi derecelendirme modellerini kullanma imkânı tanıdığından ve bu sayede temerrüt olasılıklarını (PD) belirlemeleri mümkün olduğundan, önemli bir esneklik sağlamakta ve yaklaşım uygulamasında özerklik vermektedir. Buna karşın resmi otorite bankanın içsel derecelendirme yöntemini gözden geçirmek ve uygulanabilirliğine onay vermek durumunda olduğundan çok önemli bir sorumluluk üstlenmektedir. Bazı standartlara bağlı kalmak kaydıyla bankalara borçlunun kredibilitesini kendi dâhili yöntemleriyle belirleme izni verilecektir. Bankanın her bir borçlu için yapacağı hesaplar, gelecekteki olası bir zarar tahmini cinsinden ifade edilecek, bu da asgari sermaye gereklerinin temelini oluşturacaktır. Basel II LGD'nin hesaplanmasında ekonomik döngülerin dikkate alınması gerekmektedir.¹³³ Gerek temerrüt oranı gerekse temerrüt durumunda kayıp ekonomik genişleme döneminde düşme eğilimindeyken, ekonomik daralma dönemlerinde ise artma eğilimindedir. Bu açıdan çalışmamızda aktüeryal modelin temerrüt oranlarının başka faktörlerden etkilenmediği varsayımı iyimser, kötümser ve normal durum şeklinde üç temerrüt oranına göre belirlemenin uygun olacağı sonucuna varılmıştır. Temel içsel derecelendirme yaklaşımında

¹³¹ (Loss Given Default-LGD) bir alacağın temerrüde uğraması halinde kredinin yüzde kaçının kaybedileceğini temsil eden bir parametredir.

¹³² SAIDENBERG ve SCHUERMANN, **a.g.m.**, s.9.

¹³³ ENGELMANN ve RAUHMEIER, **a.g.e.**, s.160.

denetim otoritesinin belirlediği standart **temerrüt anında bakiye** değerleri kullanılırken¹³⁴, gelişmiş içsel derecelendirme yaklaşımında ise, bankalar her bir risk için uygulayacakları **temerrüt anında bakiye** değerini, iç veri analizleri ile belirleyecektir. İçsel modelin uygulanabilmesi için; temerrüt anındaki kredi kullanım miktarı (EAD), temerrüt halinde tahsilât oranı (LGD) ve vade (M) parametrelerinin belirlenmesi gerekir.

Temerrüt riski ödememe olayının gerçekleşme ihtimali olarak genellikle belirli bir zaman dilimi içindeki ödememe durumunun ortaya çıkma ihtimalini belirlemeye yönelik ölçülmekte, geçmiş verilerden çıkarsama ile bulunmaktadır. Bu kesin bir sayı olmayıp bir yakınsama olarak görülmelidir.¹³⁵ Temel düzeyde, temerrüt oranı banka tarafından ölçülürken; M, LGD ve EAD parametreleri denetleyici kamu otoriteleri tarafından sabit bir girdi olarak sağlanır. İçsel derecelendirme yaklaşımında en azından borçlunun temerrüde düşme olasılığını tarihi verilere dayalı olarak tahmin edebilen bir iç derecelendirme süreci uygulanmak zorundadır. İçsel derecelendirme yaklaşımının ileri-gelişmiş versiyonunda ise buna ek olarak temerrütten doğan zararın (LGD) da tahmin edilmesi mecburidir. PD ve (1-PD) olasılık değerlerinin kestirilmesi ile firmalara kredi değerliliklerinin ifadesi olarak birer derece¹³⁶ verilebilmekte ve her bir derece (kategori) için ortalama PD değeri hesaplanabilmektedir. Uygulamada bazı açılardan kolaylık sağlamaları nedeniyle ortalama PD değerleri her bir firma için hesaplanan PD değerlerine tercih edilebilmektedir. İçsel Derecelendirme yaklaşımların mekanizmasına göre kredi riskinin belirlenebilmesi için öncelikle alacakların sınıflandırılması gerekmektedir. Söz konusu sınıflandırmada üç temel unsur kullanılmıştır. Bunlardan ilki, banka veya otorite tarafından tahmin edilen ve birer risk parametresi olan risk bileşenleridir. İkincisi, risk bileşenlerini risk ağırlıklarına ve dolayısıyla yasal sermaye tutarına dönüştüren risk ağırlığı fonksiyonlarıdır. Üçüncüsü ise, banka tarafından ilgili varlık sınıfına yönelik olarak içsel derecelendirme yaklaşımının kullanılabilmesi için sahip olunması gereken asgari standartlardır. Buna göre, belirli asgari koşullara uymak ve kamuyu bilgilendirme yükümlülüklerini yerine getirmek suretiyle İçsel Derecelendirmeye Dayalı (İDD) yaklaşımlarını kullanmak için denetim otoritesinin onayını alan bankalar, belli bir krediye ilişkin sermaye gereksinimini, risk bileşenleri için yapmış

¹³⁴ SAUNDERS ve ALLEN, **a.g.e.**, s.24

¹³⁵ CHAPMAN, **a.g.e.**, s.208.

¹³⁶ Derece yerine rating kelimesinin amacı daha anlaşılır açıkladığı gözönüne alınarak rating şeklinde kullanmanın uygun olacağı düşünülmektedir.

oldukları içsel tahminlere dayanarak belirleyebilecektir. Bankanın içsel derecelendirme yaklaşımını kullanabilmesi için Komite tarafından belirlenen asgari şartların sağlanması gerekmektedir. Asgari şartların sağlanmasının ardındaki temel ilke, derecelendirme ve risk tahmin sistemlerinin ve süreçlerinin, borçlunun durumunun değerlendirilmesi ve riskin tutarlı ve doğru bir şekilde tahmin edilebilmesi için anlamlı sonuçları vermesidir. Çeşitli derecelendirme yöntemleri, piyasa ve ürünler arasında farklılık olabildiğinden, derecelendirmenin nasıl yapılacağı konusundaki operasyonel süreçlerin, ulusal otoritelerin kendi ülkelerine uygun bir şekilde tanımlamaları beklenmektedir. Dolayısıyla, resmi otoritenin bankanın sistemlerinin ve kontrollerinin içsel yaklaşımlara baz oluşturup oluşturmadığını gözden geçirmesi beklenmektedir. Basel II’de gelişmiş modelleri özendirme ve uzun dönemli adapte etme çabası içindedir.¹³⁷

Kredi riskinin oluşması için borç ödemesi gereken kişinin temerrüde düşmesi, bu temerrüt olayının ödemenin yapılması gereken sürede olması ve teminatlandırılmamış bir tutarın söz konusu olması gerekmektedir. Dolayısıyla kredi riskini; oluşma riski (PD), zamanlama riski, recovery risk (loss given default), olarak unsurlara ayırmak mümkündür.¹³⁸ Basel II kredi riski için üç yöntem önermiştir. Konumuzla ilgili olan ileri ölçüm metotları dışında, standart metoda ve içsel temel metoda bulunmaktadır. Standart metod dışındaki iki modeli de ‘içsel model’ olarak nitelendirmek mümkündür, zira bu modellerde bazı parametreler banka tarafından belirlenmektedir. Her iki içsel metotta müşterilerin banka tarafından bir risk derecelerinin belirlenmesine dayanmaktadır. Standardize metod ise dış rating kuruluşlarının verdiği kredi notlarına dayanmaktadır.¹³⁹ İçsel Model yaklaşımında tarihsel verilerin yeterli olması ve bazı parametrelerin banka tarafından tahmin edilmesi gerekmektedir. İflas olasılığı (PD), kayıp oranı (LGD), ve riske maruz tutar (EAD) gibi parametrelerin hesaplanabilir olması gerekmektedir. İçsel model yaklaşımında bankalar alacaklarını; firmalar, bankalar, devletler, perakende, proje finansmanı ve hisse senetleri olarak altı ayrı sınıfta izlenmektedir. Firmalar, bankalar ve devletlerden olan alacaklar için öngörülen sistematik oldukça benzerdir.

¹³⁷ SAUNDERS ve ALLEN, **a.g.e.**, s.28.

¹³⁸ ANDERSON, **a.g.e.**, s.98.

¹³⁹ SAUNDERS ve ALLEN, **a.g.e.**, s.24.

Günümüzde kredi riski ölçümü, kredi portföyünün belli bir zaman sürecinde yaratacağı toplam zarar, dolayısıyla buna yetecek sermaye düzeyine odaklandığından, kredi risk ölçümü aynı zamanda kredi riski, kredi portföy yönetimi olarak da kabul edilmektedir. Bankaya karşı olan yükümlülüklerin zamanında yerine gerilmemesi nedeniyle doğabilecek zararlar Basel Komitesi tarafından iki kısma ayrılmıştır. Birincisi karşı taraf (counterparty) riski olup borçlunun borcunu anlaşıma koşullarına uygun bir biçimde yerine getirmemesi olasılığıdır. İkincisi ise anlaşıma (settlement) riski olup taraflardan birinin yükümlülüğünü yerine getirmesine rağmen karşı tarafın getirmemesi ya da bu hususta gecikmesi nedeniyle maruz kalacağı alternatif maliyetlerden kaynaklanmaktadır. Bu iki hususa Gestel ve Beasens (2009) kredi riskinin iki unsuru olarak göstermektedir.¹⁴⁰ Basel II, bankaların kredi risklerinin incelenmesine yönelik bağımsız ve aralıksız bir sistem kurmasını ve söz konusu incelemelerin sonuçlarını üst yönetime iletmelerini istemektedir. Bankaların kredi verme fonksiyonlarının uygun biçimde yönetilmesi ve maruz kalabilecekleri kredi risklerinin kurum içi limitlere uygun seviyelerde tutulması ve üst yönetimce oluşturulan parametreler içinde bankanın maruz kalacağı kredi riskini yönetmek kredi risk yönetimin temel amacıdır. İç kontrollerin oluşturulması ve uygulanması, limitlerin ve diğer esasların uygulanması maruz kalınacak kredi riskini bir banka için makul olan seviyede tutulmasını sağlar. Böyle bir sistem banka yönetimine, oluşturulan kredi politikalarına uygun hareket edilip edilmediğinin izlenmesini sağlar. Çalışmamızın temel konusu kredi riskinin ölçümü olduğun içsel modeller hakkında bilgi ve hesaplama yöntemleri ilerleyen bölümlerde ayrıntılı olarak verilecektir.

İçsel standart yöntemde Komite tek faktörlü model üzerinde durmuştur. Borçlunun A_i 'nin aktif değerini tek bir faktörün etkilediğini (Z) ve ayrıca kendine özgü ε_i faktörden etkilenecektir. $A_i = w_i Z + \sqrt{1 - w_i^2} \varepsilon_i$ epsilon'lar kendi aralarında ve Z ile bağımsızdır. Z ve epsilon'lar standart normal dağılıma tabi olduğundan A 'lar da standart normal dağılıma tabi olmaktadır. Temerrüt ise, $A_i < \Phi^{-1}(PD_i)$ olduğunda gerçekleşecektir. Temerrüt ihtimali PD ile gösterilmektedir. Sermaye ihtiyacı stres senaryolarına uygun beklenen zarara göre belirlenmektedir. Stress senaryolarında ise Z 'nin negatif ve uç değerleri esas alınmaktadır.

¹⁴⁰ GESTEL ve BAESENS, a.g.e., s.24.

Bu durumda temerrüt Z faktörünün gerçekleşmesine paralel olarak koşullu ihtimal olmakta ve beklenen zarar ise bu durumda şu şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}
 PD_i(Z) &= \Pr ob(A_i \leq \Phi^{-1}(PD_i|Z) = \Pr ob(w_i Z + \sqrt{1-w_i^2} \varepsilon_i \leq \Phi^{-1}(PD_i)) \\
 \Pr ob\left(\varepsilon_i \leq \frac{\Phi^{-1}(PD_i) - w_i Z}{\sqrt{1-w_i^2}}\right) &= \Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(PD_i) - w_i Z}{\sqrt{1-w_i^2}}\right] \\
 E[Zarar|Senaryo] &= LGD \cdot \Phi\left[\frac{\Phi^{-1}(PD_i) - w_i Z}{\sqrt{1-w_i^2}}\right]
 \end{aligned} \tag{03}$$

Bu formül Basel II'nin kredi riski için önermiş olduğu içsel standart modelin sermaye ihtiyacı formülüdür.¹⁴¹ Basel II kredi riski ölçümünde portföy yaklaşımını benimsemiş olup, portföyün doğuracağı riskin ölçümü VaR yaklaşımı ve Vasicek tek faktörlü yaklaşıma dayanılarak çıkarılmıştır.¹⁴² Söz konusu formül yukarıda da vurgulandığı üzere beklenen ve beklenmeyen zarar olmak üzere iki gruba ayrıştırılabilmektedir. Beklenen zarar üç parametrenin çarpımıyla bulunurken, beklenmeyen zarar ise şöyle hesaplanacaktır.

$$VaR(0,999) = EAD \times LGD \times \Phi_N\left(\sqrt{\frac{1}{1-q}} \Phi_N^{-1}(PD) + \sqrt{\frac{q}{1-q}} \Phi_N^{-1}(0,999)\right)$$

Görüleceği üzere beklenmeyen zarar, beklenen zararın gereken VaR'dan çıkarılmasıyla elde edilmektedir. Banka sermayesinin yalnızca beklenmeyen zararları karşılaması BCBS tarafından kararlaştırılan husustur. Bilindiği üzere beklenen zararlar gerek fiyat gerekse karşılıklar ile karşılanmaktadır. Formülde q aktif korelasyonunu gösterirken, borçlunun aktifleriyle ekonominin durumu arasındaki bağımlılığa dayanmaktadır.

1.9 Operasyonel Risk ve Ölçümü

Genel anlamda operasyonel risk, kuruluşun faaliyetleri ile ilişkili riskler olarak görülse de, bu kapsamda gerek risk için gerekse operasyon için spesifik tanım yapılmamıştır. Operasyon, kuruluşun işlerini yürütmek için değişik fonksiyonlara denirken, risk ise muhtemel sonuçların yanlış gitme ihtimalidir. Bu anlamda operasyonel risk bankacılık, bankacılık faaliyetlerinden, yatırım, aracılık veya borç verme işlemlerinden kaynaklanmayan

¹⁴¹ Gunter LOFFLER ve Peter N. POSCH, *Credit Risk Modeling Using Excel and VBA*, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2007, s.212.

¹⁴² GESTEL ve BAESSENS, *a.g.e.*, s.313.

risklerdir.¹⁴³ Operasyonel risk, banka içi kontrollerdeki aksamalar sonucu hata ve usulsüzlüklerin gözden kaçmasından, banka yönetimi ve personeli tarafından zaman ve koşullara uygun hareket edilmemesinden, banka yönetimindeki hatalardan, bilgi teknolojisi sistemlerindeki hata ve aksamalar ile deprem, yangın, sel gibi felaketlerden kaynaklanabilecek kayıplara ya da zarara uğrama ihtimali olarak tanımlanmaktadır. Operasyonel risk, dış olaylardan veya iç süreç, sistem ve kişilerin yetersizliğinden veya başarısızlığından kaynaklanan zarar etme riski olarak tanımlanmaktadır.¹⁴⁴

Basel Komitesi operasyonel riski, yetersiz veya başarısız dâhili süreçler, insanlar ve sistemlerden veya harici olaylardan kaynaklanan kayıp riski olarak tanımlamakta ve bankaların operasyonel risklerini ölçmek için veri setleri oluşturarak, operasyonel riskler nedeni ile oluşabilecek muhtemel kayıplarını da sermaye karşılığı hesaplamalarına ilave etmelerini istemektedir. Basel II temel belgesinde operasyonel risk, yetersiz veya başarısız içsel süreçler, insanlar ve sistemlerden veya harici olaylardan kaynaklanan zarar etme riski olarak tanımlanmaktadır.¹⁴⁵ Operasyonel risk, genel olarak kredi riski ve piyasa riski dışında kalan tüm riskler olarak tanımlanmaktadır. Risk yönetimi ve ölçüm alanında en yeni kavram olarak karşımıza çıkmaktadır. BIS tarafından oluşturulan düzenlemelerde operasyonel risk “uygun olmayan ya da işlemeyen iş süreçleri, insanlar ve sistemler ya da dış etkenler nedeniyle ortaya çıkabilecek zarara uğrama riski” olarak tanımlamıştır. Operasyonel riskin finansal risklerden en belirgin farklılığı, alınan herhangi bir finansal pozisyona bağlı olmaksızın tamamıyla faaliyette bulunma nedeniyle ortaya çıkmasıdır. Bankaların maruz kaldığı kredi ve piyasa riski dışındaki diğer riskler altında ölçülebilen riskler olan piyasa ve kredi riski dışında kalan tüm diğer ölçülemeyen riskler olarak değerlendirilen operasyonel risk, bu olumsuz tanımın risk ölçümü ve yönetimine imkân vermemesi nedeniyle ayrı bir risk olarak değerlendirilmeye başlanmıştır.¹⁴⁶ Operasyonel risk, bilgi sistemlerindeki yetersizlik, yönetim problemleri, iç kontroldeki aksaklıklar, dolandırıcılık veya beklenmedik sorunlardan kaynaklanan potansiyel kayıpları ifade etmektedir. Operasyonel risk, süreç tanımları daha net ve kesin olarak yapılabilen ve veri tabanı gerekli entegre bilgi sistemleri ile desteklenebilen kredi ve piyasa risklerinden çok daha geniş kapsamlıdır.

¹⁴³ PANJER, **a.g.e.**, s.5.

¹⁴⁴ JORION, **a.g.e.**, s.250.

¹⁴⁵ BCBS, **a.g.m.**, 2006, s.137.

¹⁴⁶ Murat MAZIBAŞ, ” Operasyonel Riske Basel Yaklaşımı: Risk Verilerine İlişkin Bir Değerlendirme”, BDDK Araştırma Raporu 2005/2, Temmuz 2005, s.3.

Operasyonel risk genellikle düşük sıklıkla gerçekleşen ancak etkisi yüksek zararlar ortaya çıkarmaktadır. Diğer tüm riskler içinde operasyonel riskler en fazla zarar potansiyeli taşıyan risk türüdür.¹⁴⁷ Operasyonel risk kayıp olaylarının bu yıkıcı özelliği nedeniyle risk için yalnızca sermaye bulundurmanın riskin olumsuz etkilerinden yeterince koruma sağlayamayacağı, sağlanan korumanın da maliyetinin çok yüksek olacağı açıktır. Operasyonel riskin yönetimi için ise güçlü bir risk yönetim sistemine sahip olunması gereklidir.¹⁴⁸ Operasyonel risklerin belirlenmesinde ilk adım bu risklerin banka yönetimi tarafından tanımlanabilmesidir. Yetersiz iç kontroller, yolsuzluk ve sahtecilik, zayıf kredi kontrolleri, kredilerde teminatlarda imzaların eksik alınması, hatalı muhasebe kayıtları, bilgi teknolojisi sistemlerindeki hata ve aksamalar, doğal afetler sonrası oluşacak bilgi kaybı operasyonel risk tanımı altında yer alan çeşitli risk gruplarıdır. Finansal kuruluşların, kredi ve piyasa risklerinin yönetilmesinde deneyim ve uzmanlıkları olmasına rağmen, sadece bir kaç kurum operasyonel risk kavramını sistematik olarak ele almıştır. Operasyonel risk müşterilerden, ürünlerinden veya içinde bulunduğu koşulların ters değişimlerden kaynaklanabilmektedir. Bankanın tabi olduğu denetim ortamı, tabi olduğu politik koşullarda bu bağlamda operasyonel riskin içinde yer almaktadır.¹⁴⁹

Operasyonel risk ile kredi ve piyasa riski ile hesap edilemeyen potansiyel zarar unsurlarının hesaba dâhil edilerek sermayenin bu potansiyel zarar ile uyumlu hale getirilmesi amaçlanmıştır. Basel Komitesi tarafından operasyonel riske karşılık asgari sermaye yükümlülüklerinin hesaplanması için: Temel gösterge yaklaşımı, standart yaklaşım, ileri ölçüm yaklaşımları olmak üzere 3 farklı yaklaşım önerilmiştir.¹⁵⁰ Temel gösterge yaklaşımı ve standart yaklaşım bankanın brüt gelirini dikkate alan, riske duyarlılığı olmayan, risk ölçüm ve yönetim sistemlerinin geliştirilmesini teşvik etmeyen yaklaşımlardır. Temel gösterge yaklaşımında sermaye yeterliliği brüt gelirin bir yüzdesi olarak hesaplanırken, standart yaklaşımda ise sermaye sekiz işkolu ile sektör için ayrılmış ortalama ekonomik sermaye ve brüt gelirin ilişkilerine göre belirlenmektedir. İleri ölçüm metodunda ise bankaların kendi içsel modelleri kurmalarına izin verilmiş ve bankaların operasyonel veri

¹⁴⁷ Nigel Da Costa LEWIS, **Operational Risk with Excel and VBA : Applied Statistical Methods for Risk Management**, New Jersey: John Wiley & Sons Ltd, 2004, s.1.

¹⁴⁸ MAZIBAŞ, **a.g.m.**, 2005, s.12.

¹⁴⁹ CHAPMAN, **a.g.e.**, s.223.

¹⁵⁰ SANDSTRÖM, **a.g.e.**, s.300.

toplama çabaları desteklenmiştir.¹⁵¹ Temel gösterge yaklaşımında sermaye yükümlülüğü son üç yılın ortalama brüt gelirinin %15'ne eşittir.¹⁵² Bu yaklaşımda operasyonel risk ile yıllık brüt gelir arasında irtibat kurulmakta, brüt geliriğin faaliyet boyutunu temsil edeceği düşünülmektedir.

Standart yaklaşımda, bankanın faaliyetleri 8 işkoluna bölünmüştür. Standart yaklaşımda, bankanın her işkolu için ayrı bir sermaye yeterlilik katsayısı (β) ve göstergesi belirlenmiştir. Söz konusu gösterge ile belirlenen bu katsayının çarpımı, bankanın operasyonel risk için ayırması gereken sermaye miktarını vermektedir. Standart yaklaşımda ise üç yıllık ortalama brüt gelir sekiz ayrı faaliyet kolu olarak ayrıştırılmakta ve faaliyet kollarına göre brüt gelir %12, %15 ve %18 oranındaki katsayılara çarpılarak toplam sermaye yükümlülüğü bulunmaktadır.¹⁵³ Bu sisteme geçebilmek için 3 yıllık beklenen iflas frekansının hesaplanabilir olması ve 5 yıllık temerrüde oranı bilgisinin olması gerekmektedir. Bankalar içsel risk ölçüm sistemlerinden elde edecekleri verileri baz alarak Basel Komitesi tarafından belirlenen niteliksel ve niceliksel bazı kriterlere uymak kaydıyla operasyonel risk için sermaye karşılığı ayırabilmektedirler.¹⁵⁴ İleri ölçüm metodunda aktüeryal yöntemler kullanılmakta, veriden modele ulaşılmaktadır. Geçmiş verilerin dağılımları belirlenerek şiddet ve frekans dağılımları aktüeryal yöntemle toplam hasar dağılımı tespit edilmektedir. Gelişmiş yöntemde içsel veri, göreceli dışsal operasyonel hasar verileri, uzman görüşlerine dayanan senaryo analizleri ve bankanın iş ortamı ve içsel kontrol faktörlerinden gelecek bilgiler değerlendirilmektedir.¹⁵⁵ Banka zararı, 8 işkolu ve 7 risk alanı olmak üzere 56 kategoride gözlemlenmektedir.¹⁵⁶

İleri ölçüm metotları senaryo tabanlı veya aktüeryal hasar modeli olmak üzere iki yöntem kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Gelişmiş yöntemde ayrıca, temerrüt durumunda yapılacak tahsilâtı gösteren 7 yıllık bir datanın olması istenmektedir. Operasyonel riskler içsel ve dışsal nitelikli risklerden oluşmaktadır. Söz konusu riskler gerek yöneticilerin tutum

¹⁵¹ SAIDENBERG ve SCHUERMANN, **a.g.m.**, s.15.

¹⁵² SANDSTRÖM, **a.g.e.**, s.301.

¹⁵³ PANJER, **a.g.e.**, s.9.

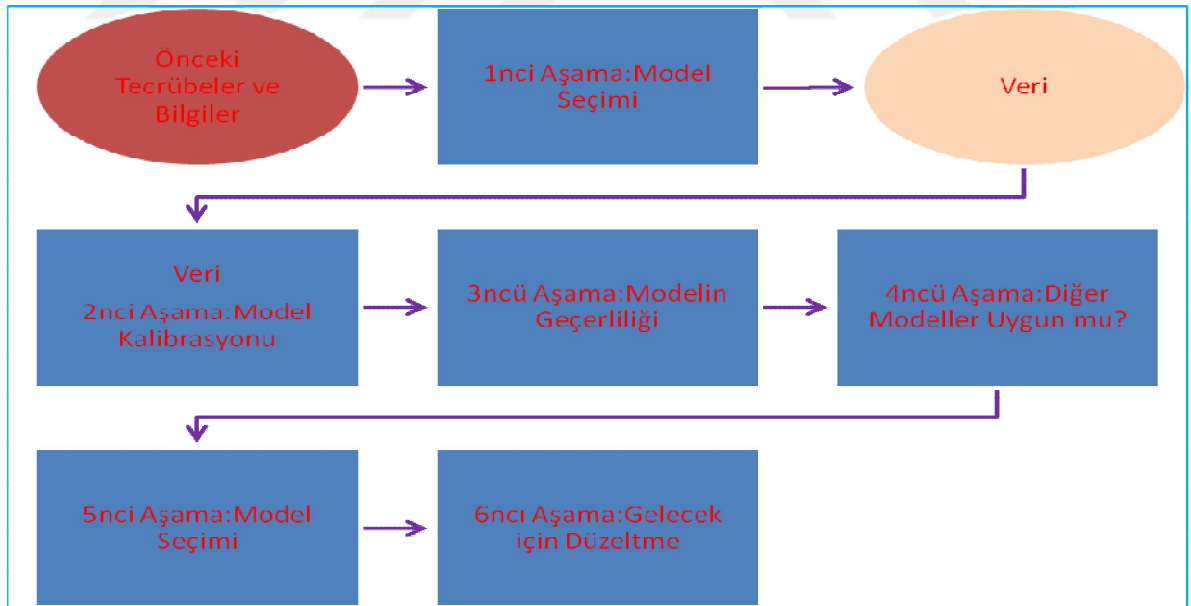
¹⁵⁴ BCBS, **a.g.m.**, 2006, s.140.

¹⁵⁵ GREGORIOU, **a.g.e.**, s.4.

¹⁵⁶ GREGORIOU, **a.g.e.**, s.198.

ve tavsiyeleri, gerekse dışsal itibar kaybı gibi nedenlerle daha fazla etki doğurabilmektedir.¹⁵⁷

Tanımlardan da görüleceği üzere operasyonel risk olaylarla ilişkilidir ve bu olayların sonucunda ise zarar oluşturmaktadır. Zarar finansal veya finansal olmayan risklerden kaynaklanabilmekte, kısaca diğer faaliyet gideri kapsamında olmaktadır. Operasyonel riskin finansal risklerden en belirgin farklılığı, alınan herhangi bir finansal pozisyona bağlı olmaksızın tamamıyla faaliyette bulunma nedeniyle ortaya çıkmasıdır. Operasyonel risk genellikle düşük sıklıkla gerçekleşen ancak etkisi yüksek kayıp olayları ile finansal sistemin gündemine gelmiştir. Operasyonel riskin yönetimi için ise güçlü bir risk yönetim sistemine sahip olunması gereklidir.¹⁵⁸ Operasyonel riskin ölçümü için kaç olayın olduğu ve bunların muhtemel parasal etkilerinin ele alınması gerekmektedir. Bu yönetime frekans/şiddet yaklaşımı denilmekte ve genellikle sigorta risk modellerinde kullanılan aktüeryal yöntemdir.¹⁵⁹ Basel II ile gelişmiş yöntemlere aşamalı geçişi sağlamaya yönelik teşvikler getirilmektedir.¹⁶⁰ Panjer(2006) operasyonel risk modelleme sürecini altı aşamada ele almış ve bu süreci şekilde grafiklendirmiştir.



Şekil 7: Operasyonel Risk Modelleme Süreci

¹⁵⁷ CHONG, a.g.e., s.16.

¹⁵⁸ MAZIBAŞ, a.g.m., 2005, s.12.

¹⁵⁹ PANJER, a.g.e., s.14.

¹⁶⁰ MAZIBAŞ, a.g.m., 2005, s.5.

Mevzuatımız operasyonel risk ölçümünde temel gösterge yöntemi, standart yöntem veya alternatif yöntem ile hesaplanacağını hükme bağlamıştır. Operasyonel risk ölçümünde standart yöntem veya alternatif yöntemin kullanılabilmesi için BDDK'dan izin alınması gerekmektedir. Temel gösterge yönteminde bankanın son üç yıl itibarıyla gerçekleşen yılsonu brüt gelir tutarlarının yüzde onbeşinin ortalamasının onikibuçuk ile çarpılması suretiyle bulunacak değer, operasyonel riske esas tutar olarak dikkate alınmaktadır. Son üç yıl boyunca yıllık brüt gelir tutarının negatif ya da sıfır olması halinde operasyonel riske esas tutar hesaplanmamaktadır. Standart yöntemde operasyonel riske esas tutar, yıllar itibarıyla faaliyet kolları bazında bulunacak sermaye yükümlülüğü tutarları toplamının son üç yıllık ortalamasının oniki buçuk ile çarpılması suretiyle bulunur. Yıllar itibarıyla faaliyet kolları bazında sermaye yükümlülüğü toplamı, her bir faaliyet koluna ilişkin yıllık brüt gelirin aşağıdaki tabloda yer alan bu faaliyet kollarına karşılık gelen oranlar ile çarpılması suretiyle bulunacak değerlerin her bir yıl için ayrı ayrı toplanması suretiyle hesaplanır. İçsel ileri ölçüm modellerinin gücü, içsel verinin tutarlılığına, ilişkili dışsal verilerin tutarlılığına, uzmanların değerlendirmeleri ve senaryo analizlerinin gücüne ve bankaya özgü faaliyet çerçevesi ile bankanın içsel süreçlerinin gücüne bağlı olmaktadır. Operasyonel risk bağlamında içsel ileri ölçüm modelleri ise, hasar dağılım yaklaşımları veya senaryo tabanlı olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.¹⁶¹ Operasyonel riskin ileri içsel modellerle ölçüm yaklaşımı ile kredi riskine olan yaklaşım benzer olduğu için bu konu üzerinde ayrıntılı durulmasına gerek duyulmamıştır.

¹⁶¹ Greg N. GREGORIOU (Ed), **Operational Risk Toward Basel III**, New Jersey:John Wiley & Sons, 2009, s.5.

II. BÖLÜM KREDİ RİSKİNİN ÖLÇÜMÜ

2.1 Kredi Riskinin Modellenmesi

Kuşkusuz her tacir kredi riskinin (dar anlamda alacaklarının geri dönüş kabiliyetinin) ne olduğunu araştırmak için müşterilerini takip eder, müşterilerini ödeme gücüne göre gruplandırır, onlardan tahsil edemeyeceği tutar kadar bir ihtiyat payını da göz önünde tutar, fiyat ve diğer işletme politikasını da buna göre oluşturur. Bankanın kaynaklarını kullandırmanın adedi ne kadar az ise gerek borçlunun tanınması, olabilecek zararın önceden doğruya yakın tahmini daha kolay olmaktadır. Ancak günümüzde gerek finansal işlemlerin farklılaşması gerekse müşteri adedi ile işlem yapılan tutarların artması artık klasik yöntem ile borçlu takibi ve bunlardan gelebilecek zararın doğru tahmin edilmesi güçleşmektedir. Kredi riskine ilişkin olarak geliştirilen modeller firmanın verilerine ve karşı taraf bilgilerine dayanarak portföyün belli bir zaman sürecinde uğrayabileceği zarar miktarını tahmine çalışmaktadır. Besis (2002) kredi riski ölçümünün temel unsurlarını şu şekilde tablolandırmıştır.¹⁶²



Şekil 8: Risk Yönetim Süreci

¹⁶² BESSIS, a.g.e., s.420.

Banka ve sigorta şirketleri gibi büyük kuruluşların risk ölçümlerinde genel olarak iki yaklaşım bulunmaktadır. Birinci yaklaşım her bir risk konusu için bağımsız modeller oluşturup buna göre sermaye ihtiyacını belirlemek(riske dayalı sermaye hesaplaması denilmektedir) şeklinde olup sermaye ihtiyacı maruz kalınan riskin bir düzeyi olmaktadır. İkinci yaklaşım ise entegre model geliştirilmesi(içsel model de denilmektedir) olup bu yaklaşımda da tüm iş bir model ile entegre edilmektedir.¹⁶³ Herhangi bir içsel modelde en azından beş unsurun olması beklenir. Bunlar;

1. Kredi riskine maruz tutarların sınıflandırması
2. Risk unsurları (Temerrüt Oranı, EAD, LGD ve M)
3. Risk ağırlıklarını hesaplamak için risk ağırlık fonksiyonu
4. İçsel modelin neden seçildiğine dair minimum gereklilik (veri yeterliliği)
5. Minimum gereklere uygunluğu denetleyen bir gözetim sistemi olarak sınıflandırılmıştır.¹⁶⁴

Basel II sürecini etkileyen unsurlara bakıldığında ve özellikle hangi gelişmelerin risk hesaplanmasında öne çıktığına bakıldığında sistematığın daha iyi anlaşılacağı düşünülmektedir. Hammes and Shapiro (2001) kredi riski için Basel II düzenlemelerine yol açan nedenleri 7 başlık altında toplamışlardır. Buna göre birinci neden olarak kredi portföyünün yönetim kapasitesinin anlamlı şekilde kurulmasını birinci sebep saymışlar ve kredi piyasalarında yaşanan yapısal değişimin rolünü de unutmamışlardır. Borçlanma düzeyinde yaşanan balon, kredi portföy yönetiminde firma için değer yaratma, portföy yönetim fonksiyonun dizayn edilmesi, risk sermayesi ile düzenleme sermayesinin uyumlaştırılması, borçlanma piyasasındaki inelastik yapının kaldırılması belirtilen diğer nedenlerdir.¹⁶⁵ Özellikle kredi türevleri ve artan rekabetin kötü nitelikli kredi riskinin artmasına (ödeme gücü olmayan müşterilerin bu araçlar vasıtasıyla maskelendiği) ve bu yapısal değişimin düzenlemeler tarafından yakalanamadığı için gelişmiş modellere olan

¹⁶³ PANJER, **a.g.e.**, s.7.

¹⁶⁴ ALLEN VE SAUNDERS, **a.g.e.**, s.32.

¹⁶⁵ Wolfgang HAMMES, Mark SHAPIRO, “The Implications of The New Capital Adequacy Rules for Portfolio Management of Credit Assets”, Journal of Banking & Finance, Volume 25, Issue 1, 2001, s. 97-114.

ihtiyaçta artmıştır. Özetle, Basel sürecini gerektiren nedenler, bankacılıkta risk ölçüm modellerinin, paralellinde kredi risk modellerinin oluşmasına da neden olan gelişmeler olarak dikkat çekmektedir.

Zaman içinde kredi işlemlerinin kapsamının genişlemesi, işlemlerin artması ve çeşitlenmesi, risk ölçüm yaklaşımlarının da değişmesine neden olmuştur. Anderson (2007) tarihsel gelişim içinde kredi risk ölçüm modellerini, saf değerleme (pure judgement), uzman modelleri (expert models), hibrid modeller (hybrid models) ve istatistiksel modeller olarak beş ayrı gruba ayırmaktadır¹⁶⁶. Söz konusu modellerden saf değerleme herhangi bir veriye dayanmadan kredi verenin karşı taraf hakkındaki yargısına dayanırken, uzman modellerinin bir miktar veriye dayanırken asıl kredi verenin geçmiş tecrübelerine dayanmakta, hibrid modellerde ise gerek uzmanların tecrübesi gerekse verilerden elde edilen sonuçlar tek modelde birleştirilmektedir. İstatistiksel modeller ise tamamen veriye dayanmaktadır.¹⁶⁷ Aktüeryal modelleri de istatistiksel modeller kapsamında ele almak yerinde olacaktır.

Aktüeryal modellemenin aşamaları temel inceleme alanı olduğundan ilerleyen bölümlerde ele alınacaktır, ancak Basel II sisteminin kredi riski ölçümüne getirdiği yaklaşımlarında kısaca ele alınmasının aktüeryal modellemenin söz konusu resim içindeki yerinin anlaşılmasına katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Basel II daha iyi ve sistematik risk yönetim uygulamalarını cesaretlendirmekte, özellikle kredi riskinin ölçümünde ileri ölçüm tekniklerine destek verilmektedir.¹⁶⁸ Bu açıdan özellikle ileri ölçüm metodları adı anılan modellerin geliştirilmesi Basel II'in hedeflerinden birisi olmaktadır. İleri ölçüm modeli denildiğinde ise parametreleri banka tarafından geliştirilen ve teorik bütünselliğe sahip modeller ifade edildiğinden, aktüeryal modeller de bu kapsamda olmaktadır. Basel II sisteminde içsel modellerin kullanılabilmesi için bankaların, hem başlangıçta hem de devamlı olarak belirli asgari koşullara uyduğunu denetim otoritesine kanıtlaması gerektiği vurgulanmaktadır. Bu koşulların pek çoğu, bankaların risk derecelendirme sistemlerinin ulaşması gereken hedefleri ve yerine getirmesi gereken koşulları içermektedir. İçsel değerlendirme yaklaşımında derecelendirme ve risk tahmin sistem ve süreçlerinin borçlu ve işlemin özellikleri hakkında anlamlı bir değerlendirme; anlamlı bir risk farklılaştırması ve

¹⁶⁶ ANDERSON, a.g.e., s.103.

¹⁶⁷ ANDERSON, a.g.e., s.104.

¹⁶⁸ SAİDENBERG ve SCHUERMANN, a.g.e., s.5.

makul sınırlar içinde doğru ve tutarlı nicel risk tahminlerine ulaşabilecek nitelikte olması aranan nitelik olmaktadır. Ayrıca, söz konusu sistemler ve süreçlerin bu tahminlerin dâhili kullanımına uyumlu ve uygun olması da gerekir.¹⁶⁹ Basel Bankacılık Denetim Komitesi (BCBS) tarafından yayımlanan standartlar ile artık uluslar arası kabul görmüş risk yönetim prensipleri olarak kabul edildiğinden bankacılık risk yönetimini Basel II sınırlarında değerlendirmek, bankacılık risklerini ele alırken bu çerçeveyi esas almak gerekmektedir. Konumuz açısından Basel II'in önemi ileri ölçüm metodlarına izin vermiş olmasından dolayı aktüeryal modellemenin de risk yönetim aracı olarak kullanımını kabul etmesidir. Aktüeryal Modelleme ileri içsel modelleme türü olarak parametreleri banka tarafından hesaplanması gereken modelleme türüdür.

Kredi riskinin ölçümünde kullanılan modeller temelde Merton, Ekonometrik ve Aktüeryal olmak üzere üç temel gruba ayrılmaktadır.¹⁷⁰ Bu modeller temelde krediden kaynaklanan kaybın ihtimali dağılımını belirlemeye odaklanmakta bu ölçülen kayba uygun sermayenin risk ticaretiyle uğraşan kurumda bulunması için araç olmaktadır. Tüm finansal kuruluşların karşı karşıya olduğu temel risk faktörlerinden birisi kredi riskidir. Kredi riski yönetiminin amacı, bankanın kredi riskini ölçmek ve risk düzeyine uygun şekilde fiyatlama yaparak riske ayarlı getiri oranını en üst düzeye çıkarmaktır. Kredi riskinin modellenmesinde en önemli zorluk oldukça nadir ve beklenmeyen olayların söz konusu olmasıdır. Kredi riski beklenen zararlar ve sayısallaştırılması zor olan beklenmeyen zararlar olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Beklenmeyen zararlar sistematik riskler ve idiosyncratic risk olarak ikiye ayrılmaktadır.¹⁷¹

Basel II sisteminde kredi modellerinin kullanılabilmesi için modelin denetim otoritesi tarafından kabulü ve bu konuda yeterli bilginin verilmesi şart koşulmuştur. Modele girdi olarak kullanılan değişkenlerin, makul bir öngörü kümesinden oluşturulmasının gerektiği ve modelin bankanın ilişki kurduğu borçlular veya kullandığı krediler için ortalama olarak uygun ve doğru sonuçlar vermesinin beklendiği ve modelde bilinen herhangi önemli bir yanlışlık bulunmadığının gösterilmesi gerektiği belirtilmektedir. Verilerin doğruluğu, tamlığı, uygunluğu, kredi yapısını temsil edici nitelikte olduğunun ispat edilmesi

¹⁶⁹ BDDK, a.g.m., s.115.

¹⁷⁰ Renzo G. AVESANI ve Diğerleri, "Review and Implementation of Credit Risk Models of the Financial Sector Assessment Program", IMF Working Paper:06/134, 2006, s.4. <http://www.imf.org> (22/08/2010)

¹⁷¹ LÜTKEBOHMERT, a.g.e., s.4.

önemli bir zorunluluktur. Bankanın modele dayalı derece atamalarının insan gözüyle incelenmesine ilişkin süreçlere sahip olması, modelin performansını geliştirmek amacına yönelik devamlı ve güvenilir çaba içinde olması beklenmektedir. Ayrıca bankanın model performansını izlemesi, model ilişkilerini gözden geçirmesi ve model çıktılarının genel sonuçlarla karşılaştırılarak test edilmesini içeren düzenli bir model doğrulama süreci uygulaması beklenmektedir.¹⁷²

Temel olarak, bir kredi riski modeli, bankanın kredi portföyünün olasılık yoğunluk fonksiyonunu tahmin etmede kullanılan tüm politikaları, süreçleri ve uygulamaları ihtiva eder. Genel olarak, bir portföyün kredi kaybı, portföyün bugünkü değeri ile belli bir zaman sonunda gelecekteki değeri arasındaki fark olarak tanımlanmaktadır.¹⁷³ Banka portföyünün kredi zararlarının olasılık yoğunluk fonksiyonun ortaya çıkarılmasıyla bankanın kredi riskine yönelik ihtiyaç duyacağı sermaye miktarı belirlenmektedir. Özetle kredi risk modeli bankanın kredi portföyünün ihtimali yoğunluk fonksiyonun tahmini için yürütülen süreç ve uygulamaların tamamını içermektedir.¹⁷⁴ Kredi risk modellemesinde konunun özü kredi verilen (veya bir ödemede bulunacak) karşı tarafın bunu ödeyememe riskinin hesaplanması ve bunun yaratacağı zararın ölçülmesidir.¹⁷⁵ Model ile verilen kredilerin muhtemel geri ödenmeme riskleri hesaplanır ve buradan oluşacak zarar kredilerin fiyatlamasına yansıtılır. Bu şekilde hesaplanan zarara beklenen zarar (expected loss) denir. Kredilerin hesaplanamayan ve bu nedenle kredilerin fiyatlamasına yansıtılmayan risklere de beklenmeyen zarar denir ve bu tip risklere karşı sermayeden karşılık ayrılır.¹⁷⁶ Bu karşılık aktüeryal literatürde hesaplanan aktüeryal karşılıklara benzer şekilde bir ihtimali hesaplamaıdır. Kredi riskinin modellenmesi ile kredi portföyünün beklenen kayıp tutarı tespit edilmekte, beklenen kaybın belirlenmesinin ardından, hedeflenen risk notuna bağlı olarak beklenmeyen kayıp hesaplanmaktadır. Hesaplanan beklenmeyen kayıp tutarı kredi riski için gerekli sermayenin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Ayrıca kredi riski modelleri, müşteri bazında riske göre fiyatlama yapılmasını sağlaması açısından da önem taşımaktadır.

¹⁷² BCBS., **a.g.m.**, 2006, s.86.

¹⁷³ BCBS, "Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications", Basel:BIS, 1999a, s.16.

¹⁷⁴ BCBS, **a.g.m.**, 1999a, s.13.

¹⁷⁵ Bu ölçümü yapanlardan Altman (1968) ve Beaver (1967), çeşitli finansal rasyolarla iflas riskinin ölçülmesi için çalışmalar yapmışlardır.

¹⁷⁶ Firmalara kredi verilmesi halinde kredinin bankaya doğurabileceği risk ikiye ayrılır. Beklenen Zarar: Kredilerin geri ödenmemesi nedeniyle kredinin fiyatlamasına yansıtılacak zararı ifade eder. Beklenmeyen Zarar: Beklenmeyen zarar herhangi bir şekilde öngörülemeyen zararlar için kullanılmamaktadır. Beklenmeyen zarar Basel-II ile getirilmiştir. Beklenmeyen zarar kadarlık bir tutar sermayeden karşılık ayrılır.

Kredi riski için her bir borçlu düzeyinde, riske maruz kredi tutarı, temerrüt oranı, tahsil edilebilir tutar(kurtarılabilecek) gibi bazı verilere ihtiyaç duyulacaktır. Borçluya verilen kredi tutar toplam riske maruz tutarı da göstermektedir. Bundan teminat ve ödenen kısımların düşülmesiyle temerrüt durumunda bankanın uğrayacağı zarar miktarı ortaya çıkacaktır. Her bir borçlunun muhtemel temerrüt ihtimali ise temerrüt oranı ile ifade edilmektedir. Kredi risk modellerinde genellikle bir yıllık zaman esas alınmaktadır.

Aktüeryal modelleme bankacılık operasyonel risk yönetiminde hasar dağılım yaklaşımı olarak gelişmiş modeller grubunda anılmaktadır. Gerek operasyonel risk ölçümünde gerekse kredi riskinin ölçümünde kullanılan aktüeryal modeller sigorta poliçelerinden kaynaklanacak ihtimali hasar toplamalarının belirlenmesine benzer yapıda hazırlanmaktadır. Hayat dışı sigortacılıkta hasarın oluşum zamanı ve tam olarak kaç tane olacağı tahmin edilmeye çalışılmaz bunun yerine portföyün (poliçelerin) toplamda ne kadar zarar meydana getireceği, zararın ihtimali dağılımının ne olacağı üzerinde durulur ve zarar modellenmeye çalışılır. Modellemenin unsurlarını kredi riskinin modellenmesi kapsamında ele alarak incelemek modelin oluşturulması aşamasının anlaşılır kılınması için uygun olacaktır. Model oluştururken bankanın alacaklarda kredi riskini belirlemek için kredi sürecinin nasıl işlediği, borçluların sektörel dağılımları, borçluların iş yaptığı müşteri türlerine dayalı yapılmış analizler önemlidir.

Banka, müşterilerin kredi riskini belirlemek için borçlunun verdiği bilgilere dayanıyorsa, borçlunun kredi politikasını da gözden geçirmeli ve bu politikanın sağlamlığını ve güvenilirliğini gözden geçirmelidir. Kredi riski tutarı ile alacakların tutarı arasındaki marj; tahsilât giderleri, bir münferit borçlu tarafından rehnedilen alacaklar havuzu içinde yoğunlaşma ve bankanın toplam kredi riskleri içinde potansiyel yoğunlaşma riski de dâhil ilgili bütün etkenleri modelin içermesi sağlanmalıdır.¹⁷⁷ Basel II her bankanın kendi portföy yapısına göre müşterilerinin iflas riskini ölçme serbestisi vermiştir. Her bankanın kendi portföy yapısına göre geçmiş kredi riski yapıları farklı olacak, kredilerin ödenmemesinden dolayı kredilere bağlı hasar dağılımını çıkarmak mümkün olacaktır. Kredi portföyünü ele aldığımızda tıpkı bir canlı gibi kredinin ölüm tablosunu oluşturmak veya yaşam fonksiyonlarını(veya ölüm) portföye uyarlamakta mümkün olacaktır. Hangi model ve

¹⁷⁷ BCBS, **a.g.m.**, 2006, s.148.

yaklaşım olursa olsun, geçmiş verilerin gelecekte aynı olacağına ilişkin çıkarsama yanlış olacaktır. Kuşkusuz konunun makro ekonomik ve firmaya özgü dönemsel etkilerden kaynaklanan tarafları da önemlidir. Ancak hiçbir bilgi setine dayanmayan yalnızca çıkarsamaya dayanan gelecek tahmini yerine bilimsel temellere oturtulmuş tahminler her zaman için daha tercih edilebilir niteliktedir. Kredi riskine ilişkin olarak geliştirilen modeller¹⁷⁸ genelde tahmin edici modellerdir ve kredi riski unsurlarının bazılarını veya tamamını stokastik olarak modellemektedirler. Diğer taraftan modellerden bazıları ayrık, bazıları ise sürekli zaman modelleridir. Modellere ilişkin ayrıntılı karşılaştırma çalışmanın ileriki bölümlerinde verilecektir. Ancak tüm kredi riski modellerinde temerrüt oranı hayati önemde olup, genellikle rating şirketlerinin vermiş olduğu ratinglerden faydalanılır.¹⁷⁹ Portföy kredi risk modelleri, temerrüt olasılığı, geri dönüş oranı, korelasyon ve geçiş matrisleri parametreleri kullanarak, portföyün kredi riskini hesaplamaktadır. Bu modeller ile gelecekteki ekonomik potansiyel senaryolar ve kredi olayları simüle edilmektedir. Kredi riskinin ölçülmesi dışında, kredi risk modelleri asgari sermaye miktarının ve ekonomik sermayenin hesaplanmasında, kredilerin fiyatlandırılmasında, kredi limitlerinin belirlenmesinde, performans değerlemede ve kurum içi raporlamada da kullanılabilir. ¹⁸⁰

Basel komitesi temerrüdü borcun bir yıl içinde ödenmemesi durumunda oluşacağını kabul etmektedir. Basel II ile temerrüt konusunda bazı açıklamalar yapılmıştır. Bankanın tüm kredi sınıfındaki varlıkları için¹⁸⁰, bir temerrüt oranı tahminleri olmaktadır. Başlangıçta verilen kaç kredide veya alacakta sorun olacağı tarihsel süreç içinde hep takip edilir. Basel II sisteminde bu değerlendirmeyi yapacak içsel modelin bütün önemli ve mevcut veri, bilgi ve yöntemleri içermesi gerektiği vurgulanmaktadır. Bankanın içsel veriler yerine, dış kaynaklardan elde ettiği verileri ve kendi içsel verilerinin yanında kullanması da mümkündür. İçsel veya dışsal verilerin kullanılması halinde, banka, yaptığı tahminlerin uzun süreli bir deneyimi temsil ettiğini göstermelidir. Tahminler, sadece subjektif veya değerlendirmeye bağlı görüş ve mülahazalara değil, tarihsel deneyime ve ampirik bulgu ve bilgilere dayanmalıdır. Gözlem süresi içinde alacakları takip ve tahsili sürecinde veya

¹⁷⁸ Kredi riski modelleri temel olarak 3 gruba ayrılmaktadır. Birinci blokta yer alan modellerin temel amaçları riski doğuran kaynakları ve kredi riskinin değerini belirlemektir. İkinci blok ise tekil riskleri toplulaştırarak portföy riski ile ilgili modelleri içermektedir. Bu blokta krediler bir portföy olarak ele alınmakta, riski doğuran unsurların korelasyon sonuçları ve tekil kredi müşterilerinin kredi yapılarının belirlenmesi, geri ödeme durumunda kredi kayıplarının dağılımı ve yeterli sermayenin temini için riske maruz değerlerin (credit VaR) belirlenmesi amaçlanmaktadır.

¹⁷⁹ GESTEL ve BAESENS, a.g.e., s.263.

¹⁸⁰ Kurumsal krediler, hazine ve merkez bankası kredileri ile banka kredileri için veya perakende krediler gibi tüm unsurlar

kredilendirme uygulamalarında olan değişiklikler de dikkate alınmalıdır. Bir bankanın yaptığı tahminler, teknik gelişmelerin etki ve sonuçlarını, elde edilen yeni verileri ve diğer bilgileri derhal yansıtmalıdır. Bankalar, yaptıkları tahminleri yılda bir kere veya daha sık aralıklarla gözden geçirmelidirler.¹⁸¹

Temerrüt durumu, borçlunun banka grubuna olan kredi borçlarını ödeme olasılığının bulunmadığına kanaat getirilmesi veya borçlunun banka grubuna olan önemli bir kredi borcunun vadesi 90 günden fazla geçmiş ve borç ödenmemesinde olmaktadır. Cari hesap kredilerinde, müşteri, tahsis edilen bir limiti ihlâl ettiğinde ya da cari limitlerden daha küçük bir limit bildirildiğinde gecikmiş/vadesi geçmiş sayılır. Böylece temerrüt işlemine uğrayan borç için bir karşılık ayrılmasına karar verilmektedir.

2.2 Kredi Riskinin Modellenmesinde Yaklaşımlar

Kredi riskinin ölçümü konusu bankacılık alanında vaz geçilmez ihtiyaç olmaya başlayınca gerek akademik kesim gerekse bankacılığa destek hizmeti sunanlar tarafından çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Kredi riski konusundaki ilk çalışmalar Altman ve Beaver'in çalışmalarında olduğu gibi karşı tarafın iflasını önceden tahmine dayalı çalışmalardır. Söz konusu bu çalışmalar oranlara dayalı olarak yapılan istatistiksel ve Ekonometrik hesaplar içerdiğinden Ekonometrik modeller olarak anılmaktadır. 1970'li yıllarda Fischer Black, Myron Scholes ve Robert Merton yapısal modeller denilen ve şirketin özkaynakları ile borçları arasında irtibat kuran yapısal kredi riski ölçüm modelini geliştirmişlerdir. 1990'lı yıllarda ise Stephen Kealhofer, John Andrew ("Mac") McQuown, ve Oldrich Vasicek bu yapısal modeli geliştirerek uygulamasını kolay hale getirmişlerdir. Bu teorik altyapının üstüne ise beklenen temerrüt sıklığı (Expected Default Frequency TM (EDFTM)), ismiyle veya Şirket ismi KMV adıyla anılan model geliştirilmiştir.¹⁸²

Opsiyon fiyatlaması ve arbitraj fiyatlaması çalışmalarının da bu alandaki katkısı büyüktür. David Lando (2004), opsiyon fiyatlaması (Black ve Scholes (1973)) ve opsiyonların şirket borçlarına yönelik uygulaması (Merton 1974) çalışmalarını kredi

¹⁸¹ BSBC, (2006) **a.g.m.**, s.92.

¹⁸² BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.91.

riskinin modellenmesindeki temeller olarak göstermektedir.¹⁸³ Her iki çalışmada şirketin sermayesi ile aktifler ve borçlar arasındaki değişime göre değer değişimine uğraması üzerine kurulmuştur. Buna göre aktiflerin değeri ile borçların değeri arasındaki fark gerçek sermaye veya özkaynak değerini vermekte, aktiflerdeki veya borçların değerindeki dalgalanma da bu değeri etkilemektedir. Bu çalışmalardan Merton'un çalışması sonradan KMV kredi modeline temel olmuş ve bir firmanın iflas riskinin tahmininde şirketin borçlarının aktifin üstüne (veya belirlenen bir noktaya) çıkma ihtimali hesaplanarak buna iflasa olan uzaklık (distance to default) denilmiş kredi riski modeli oluşturulmuştur.¹⁸⁴ Altman ve Merton'un şirket iflaslarına yönelik yapmış oldukları çalışmaların ertesinde gerek muhasebe gerekse finans alanında kredi riski ölçümüne yönelik çok sayıda çalışma yapılmıştır. Altman'ın Zeta modeliyle iflası beş değişken ile takip etmesi uygulamacılara kolaylık sağlamıştır.

Kayıp (Hasar) Dağılımlar Yaklaşımı, sigorta kapsamına giren riskler nedeniyle yapılacak ödemelerin ortaya çıkma olasılığı, zamanlaması ve tutarının modellenmesi amacıyla geliştirilmiş aktüeryal matematik modellere dayanmaktadır. Aktüeryal uygulamalarda uzun bir geçmişi vardır. Bu alanda ilk çalışmalardan birini Heckman-Meyers (1983) yapmıştır. Aktüeryal matematik temelleri konusundaki en kapsamlı çalışma Klugman (1998) tarafından yapılmıştır ve kaynak niteliğindedir. Panjer-Willmot (1986), Robertson (1992), Venter (1983) ve Willmot-Lin (2000) in yaptığı çalışmalarda diğer önemli çalışmalardandır. Hasar Dağılımlar Yaklaşımında yer alan aktüeryal risk değişkenleri bir zararın karşılanmasını gerekli kılan olayların gerçekleşme olasılığı, olayın gerçekleşme zamanı ve ödemenin (veya kaybın) tutarından oluşmaktadır. Aktüeryal modellerde ödeme yapılmasına neden olan olayın ortaya çıkma olasılığı ödeme sıklığı ile ödeme tutarının büyüklüğü ayrı süreçte incelenir. Her iki süreçte kullanılan modeller toplam hasar modeli altında bir araya getirilmekte ve toplam hasar dağılımına ulaşılmaktadır. Toplam hasar dağılımı tanımlanmış bir sigorta sözleşmesi grubu için belli bir süre içerisinde risklerin gerçekleşmesi nedeniyle ortaya çıkabilecek tüm ödemeleri göstermektedir. Toplam hasar dağılımı yaygın olarak aktüeryal pratikte kullanılır. Hem sigorta şirketinin riski sınıflandırma ve sigorta sınıfı için fiyatlandırma sürecinde hem de fonlandırma sürecinde kullanılır. Heckman-Meyers Metodu, Panjer Metodu, Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier

¹⁸³ David LANDO, **Credit Risk Modeling: Theory and Applications**, New Jersey:Princeton University Press, 2004, s.1.

¹⁸⁴ Bu konuda Türkiye verileriyle uygulamalı çalışma Rıdvan Çabukel tarafından Gazi Üniversitesinde doktora tezi olarak yapılmıştır.

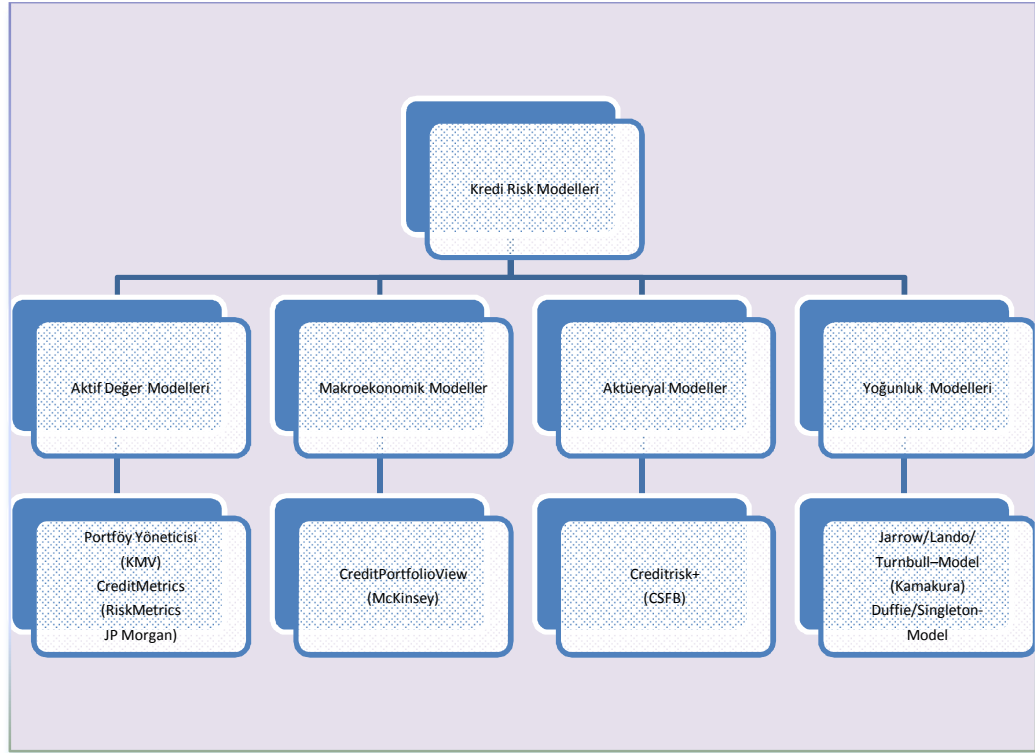
Transform-FFT) ve stokastik simülasyon toplam hasar dağılımlarını hesaplamak için geliştirilmiş bazı yaklaşımlardır. Tüm bu metotlar temelde hasar frekans dağılımı ve hasar şiddeti dağılımının var olması varsayımına dayanır. Ancak bazen pratikte frekans ve şiddet ayrı ayrı oluşmaz ve sadece toplam bilgilendirme analizi için var olabilirler. Bu durumda toplam hasar dağılımının biçimi ile ilgili varsayım özellikle dağılımın kuyruk kısmında çok önemli hale gelir. Toplam hasar dağılımının modellenmesinde veriden hareket ediliyorsa önce frekans ve şiddet modellenip sonar toplam hasar dağılımı toplulaştırılmaktadır. Hasarın hangi sıklıkla gerçekleşeceğini ve gelecekte ne şekilde bir eğilim göstereceğinin belirlenmesi amacı ile risklerin gerçekleşme sıklığını ortaya koyan frekans modeli oluşturulmaktadır. Frekans modeli; kaybın meydana gelme sıklığına ilişkin davranışı belirleyerek, gelecekte kayıp olaylarının hangi sıklıkla gerçekleşebileceğine ilişkin tahminleri yapabilmemize olanak sağlamaktadır. Kesikli bir stokastik süreç olarak tanımlanan frekans modelindeki temel varsayım, hasarın ortaya çıkma sıklığı değişkeninin rastgele bir değişken olduğu ve hasar olayına ait büyüklük sürecinden bağımsız olduğu varsayımdır. Sigortacılıkta belli bir zaman aralığında kaç adet hasar meydana geleceği ve bu hasarların şiddetinin ne olacağının tahmin edilmesi süreci oldukça önemlidir. Toplam hasar dağılımı, hasar frekansı dağılımı ile hasar şiddeti dağılımının birleştirilmesi ile oluşturulur. Frekans dağılımı kesikli bir dağılım olup belirli bir zaman aralığında meydana gelen hasar sayısını gösterirken, şiddet dağılımı sürekli bir dağılım olup parasal bir büyüklüğü ifade etmektedir.

Jorion kredi risk modellerinin yaklaşımlarına göre Yukarıdan Aşağıya (Top-Down) veya Aşağıdan Yukarıya (Bottom-Up) olmak üzere iki yaklaşıma ayrıldığını belirtmektedir. Yukarıdan aşağıya modellerde kredi riski için tek istatistik kullanılmaktadır. Birçok risk faktörü birleştirilerek portföy tek bir borçmuş gibi ele alınmaktadır. Aşağıdan yukarıya modellerde ise aktif ve kredilerin özellikleri dikkate alınmaktadır.¹⁸⁵ Besis (2002) kredi riski modellerinin iki şekilde sunulabileceğini belirtir. Bunlardan birincisi satıcılı (paket program anlamında) modeller, diğeri ise portföy modelinin nasıl şekillendiğini aşama aşama anlatan ve tüm aşamaları ayrıntılı inceleyen şekilde ele alan yaklaşım.¹⁸⁶ Kredi riskinin modellenmesinde bu riski oluşturan oluşturan unsurlar olan ödeyememe (buna genel kabul

¹⁸⁵ JORION, a.g.e., s.518.

¹⁸⁶ BESSIS, a.g.e., s.419.

görmüş temerrüt deyimini kullanmayı seçeceğiz)¹⁸⁷, temerrüt halinde kayıp, temerrüt halinde riske maruz kredi tutarı gibi unsurlarının modelde bulunması gerekmektedir. Kredi riski ölçüm modellerinin özetleyen Christian Bluhm ve Ludger Overbeck, Christoph Wagner'in kullanmış olduğu sınıflandırma grafiği konuyu özetlemektedir.¹⁸⁸



Şekil 9: Kredi Risk Modelleri

Kredi riski modelleri, Merton teorisine dayanan modeller, aktüeryal modeller ve Ekonometrik modeller olarak üç ana başlık altında sınıflandırılabilir.¹⁸⁹ Kredi riskinin modellenmesinde kullanılan üç yaklaşımın farklılaştığı temel alanlar risk tanımları (sadece temerrüt veya temerrüt ve kredi derecesindeki değişim), modelleme tekniği (dağılım varsayımları, hesaplama yöntemleri, vs), girdi olarak kullanılan veriler, gerekli olan bilgi teknolojisi olarak sınıflandırılması mümkündür. Bu farklılıklar model sonuçlarını doğrudan

¹⁸⁷ İflas hukuki bir terim olduğu için temerrüt durumu buradaki amaca daha uygun gelmektedir. Basel II'ye göre temerrüt durumu Banka, bankanın teminatı (varsa) nakde çevirmek gibi bir işleme başvurmaması halinde ve borçlunun banka grubuna olan önemli bir kredi borcunun vadesi 90 günden fazla geçmiş ve borç ödenmemişse olmaktadır. Cari hesap kredilerinde, müşteri, tahsis edilen bir limiti ihlâl ettiğinde ya da cari limitlerden daha küçük bir limit bildirildiğinde gecikmiş/vadesi geçmiş sayılmaktadır. Bu çalışma kapsamında temerrüt, ödeyememe, default veya iflas benzer anlamda olup sonuç itibarıyla yükümlülüğü yerine getirememesi anlamında kullanılmaktadır.

¹⁸⁸ BLUHM, OVERBECK VE WAGNER, a.g.e., s.60.

¹⁸⁹ BESSIS, a.g.e., s.419.

etkilemekte ve aynı portföy için bile farklı sonuçların elde edilmesini mümkün kılmaktadır. Söz konusu modeller, dikkate aldıkları sistemik risk faktörlerine göre de sırasıyla piyasa faktörlerine dayalı modeller, temerrüt yoğunluğuna dayalı modeller ve makroekonomik modeller olarak da adlandırılmaktadırlar. Piyasa faktörlerine dayalı modellerde temerrüdü etkileyen piyasa koşulları ile temerrüt arasında ilişki kurulmaktadır. İkinci grup ise temerrüt sebeplerine yerine temerrüt dağılımından hareket etmektedir. Makro ekonomik modellerde ise temerrüdü etkileyen makro ekonomik faktörlerin etkisi modele dâhil edilmektedir.¹⁹⁰ Kredi riski denildiğinde basitçe karşı taraftan tahsil edilememe ihtimali olan tutardan bahsedildiği açıktır. Bir banka için kredinin tanımı oldukça geniş¹⁹¹ olmakla birlikte biz çalışma kapsamında geleneksel anlamda tüketici kredilerini gözlem altına alıp uygulamaları bu dar kapsamda ele alacağız. Christian Bluhm ve Diğerleri (2003) kredi riski modellerini çeşitli yönlerden kıyaslamalı olarak karşılaştırmışlardır.¹⁹²

Tablo 3: Kredi Risk Modellerinin Özellikleri

Kredi RiskModeli	KMV- Modeli	CreditMetrics	Credit Portfolio View	CreditRisk+	Yoğunluk Modelleri
İflas Riski İçin Referans	Aktif Değerler	Aktif Değerler	Makroekonomik Faktörler	İflas Oranı	Yoğunluk Süreci
Riskin Tanımı	İflas Mesafesi(DD)	Borcun Piyasa Değeri	Borcun Piyasa Değeri	Temerrüt Riski	Temerrüt Riski
Risk Ölçütü	İflas Mesafesi(DD)	Aşağı/Yukarı ve İflas	Aşağı/Yukarı ve İflas	İflas	İflas
Geçiş İhtimalleri	Beklenen İflas Frekansı	Tarihsel Rating Notları	Stokastik	Uygulanmıyor	Uygulanmıyor
Korelasyon	Aktif Değer Faktör Modeli	Özsermaye Faktör Modeli	Makroekonomik	Sektörlere Göre Değişen	Korelasyona Dayanan Yoğunluk Modeli
Şiddet	Stokastik (Beta Dağılım) ve Sabit	Stokastik (Beta Dağılım) ve Sabit	Stokastik (Gözlemden)	Deterministik	Deterministik

Kaynak: Christian Bluhm ve Diğerleri (2003)

Aktüeryal modeller sadece temerrüt durumunu kredi olayı olarak ele aldığı için bir temerrüt modlu (default mode) model olarak anılmakta, Merton teorisine dayanan modeller ve Ekonometrik modeller ise hem temerrüt durumunu hem de borçluların kredi

¹⁹⁰ BLUHM ve DİĞ., a.g.e., s.11.

¹⁹¹ 5411 sayılı Bankalar Kanunu'nun 48nci Maddesi kredileri başlıklar halinde saymıştır.

¹⁹² BLUHM, OVERBECK VE WAGNER, a.g.e., s.61.

derecelerindeki değişimleri (migration) kredi olayı olarak dikkate aldıkları için birer değerleme modlu (mark to market) model olarak anılmaktadırlar. Bu farklılık aslında model çıktılarının yorumlanması açısından da önemli sonuçlar doğurmaktadır. Aktüeryal modellerde temerrüt halinden kaynaklanan beklenen ve beklenmeyen zarar tutarları hesaplanırken, diğer iki tür modelde ise kredi derecelerindeki değişimler de dikkate alınmakta ve her bir krediye ilişkin beklenen değer ile beklenmeyen değer değişimleri hesaplanmaktadır. Temelde kredi riski modelleri yapısal (structural) veya aktif değerli modeller bir tarafta ise, temerrüt oranlı (default rate models) veya kısaltılmış (reduced) modeller olmak üzere temelde iki gruba ayrılır.¹⁹³ Burada ise yapısal modeller ile Ekonometrik modeller ayrı gruplarda ele alınmıştır.¹⁹⁴

2.3 Yapısal Modeller: CreditMetrics

Yapısal modeller piyasa verileri ve şirketin sermaye yapısından hareket ederek temerrüt durumu belirlemeye çalışmaktadır.1970'li yılların başında Fisher Black, Myron Scholes, and Robert Merton çeşitli çalışmalarıyla şirketin sermaye yapısını aktif üzerine yazılan opsiyon ile ilişkilendiren çalışmalarda bulunmuştur. Şirketin bonosuna yatırım yapan kişi, eğer şirketin aktif değeri borcunun altına düşerse kullanılacak olan bir satış opsiyonu almış olmaktadır. Bu tıpkı temerrüt durumunda bono değerini ödemeyi garanti eden CDS (kredi temerrüt swap) anlaşmasına benzemektedir.¹⁹⁵ Gerek bono (borç) gerekse hisse senedi esas itibariyle asıl değerini şirket aktiflerinden almaktadır. Bunlara yatırım yapan kişi aslında şirketin aktiflerinden faydalanmak istemektedir. Yapısal yaklaşım esas itibariyle Black ve Scholes (1973) ile Merton (1974) çalışmalarına dayanmaktadır. Bu modelde şirketin aktif varlığı ile borç ve öz sermayesi arasındaki ilişki bir stokastik süreç olarak ele alınmaktadır.1990'lı yılların başında Stephen Kealhofer, John Andrew McQuown ve Oldrich Vasicek, söz konusu modeli temel alıp pratik yönden geliştirmişler ve beklenen temerrüt (iflas) frekansı (EDF) olarak nitelen modeli geliştirmişlerdir. Bu çalışma KMV şirketi

¹⁹³ LÜTKEBOHMERT, a.g.e., s.19.

¹⁹⁴ WAGNER, a.g.e., s.183.

¹⁹⁵ BOHN VE STEIN, a.g.e., s.101

tarafından pratik uygulaması kolaylaştırılmış ve yapısal model olarak en iyi bilinen model haline getirilmiştir.¹⁹⁶

Bu yaklaşım temerrüdün şirketten kaynaklanan bir nedenden oluştuğunu varsaymaktadır. Bu modeller temerrüt durumunu ve borçluların kredi derecelerindeki değişimleri dikkate aldığı için “değerleme modlu” (MTM- Mark-to-market mode) model olarak da anılmaktadırlar. Şirketin sermaye yapısına dayanan ve şirketin pasiflerinin aktiflerinden fazla olmasını default durumu olarak kabul eden bu yaklaşıma örnek olarak CreditMetrics and KMV’nin PortfolioManager modelleri gösterilmektedir. Kredi riski modellemesi ile ilgili ilk önemli çalışmaları yapan Merton (1974)’un modeli birçok çalışmanın temelini oluşturmaktadır. Yapısal bir model öneren Merton kredi riskini şirketin varlıkları üzerine yapılan bir opsiyonun değeri ile ifade etmektedir. Black ve Scholes (1973) ve Merton (1974) çalışmalarında sermaye, şirket aktifleri üzerine yazılan bir opsiyon olup, işleme konulma noktası (strike) firmanın borçları ile irtibatlandırılmaktadır. Modelde iflas firmanın borçları, aktiflerin değerini aştığı zaman olmakta, bu noktadan hareketle yapısal modeller iflasa olan uzaklığı sayısal bir nokta haline getirebilmekte ve portföyün kredi riskini hesaplamaktadır.¹⁹⁷ Merton modeli, şirketin aktif değerinin stokastik süreci takip etmektedir. Bono ve hisse olmak üzere iki sınıf varlık bulunmaktadır. Hisse senetleri kar payı dağıtmazken, firma yeni borç kâğıdı çıkarmamaktadır. Bononun nominal değeri B , T zamanında muaccel olacak, T zamanında firmanın aktif değerleri borç değerinin altına düşerse temerrüt durumu ortaya çıkacaktır. Hisse senedi ve bononun değeri S_t, B_t şirketin aktif değeri hisse ve bono toplamı kadardır.

$$V_t = S_t + B_t, \quad 0 \leq t \leq T$$

Hissenin değeri, yani risk kapitali ise aktif toplamından bononun çıkarılmasıyla bulunmaktadır. Dolayısıyla şirketin aktif varlıklarının değeri zamana göre değişen yapıda olmakta ve tahmini güç olmaktadır. Merton V ’deki anlık değişimin geometrik Brownian süreci takip ettiğini ileri sürmüştü ve bunu V ’nin türevi ile formüleştirmiştir.¹⁹⁸

¹⁹⁶ BOHN VE STEIN, a.g.e., s.91

¹⁹⁷ Umberto CHERUBINI, Elisa LUCIANO, ve Walter VECCHIATO, **Copula Methods in Finance**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2004, s.30.

¹⁹⁸ SIRONI ve RESTI, a.g.e., s.322.

$$\frac{dV}{V} = \mu dt + \sigma_v dz = \mu dt + \sigma_v \varepsilon \sqrt{dt}$$

Formülde μ aktif getirisinin anlık beklenen değeri iken, dz ise zamanın karekökü ile standart normal dağılım değerinin çarpılması sonucu elde edilen sapma terimi olmaktadır. Pratik anlamda formül, aktif getirisinin stokastik sürece tabi olduğunu ve gelecekteki getirilerin belirsizlik içerdiğine işaret etmektedir. Kredi riski ise aktifin değerinin bononun değerinden az olduğu durumda gerçekleşeceği kabul edilmektedir. Yapısal modeller firma değeri ile diğer ekonomik veriler arasında bağlantı kurmaktadır. Kısaltılmış(reduced) şeklinde olan yapısal modeller iflas yoğunluğunu parametrize etmektedirler. İlk Kısaltılmış (reduced) form model Darel Duffi ve Ken Singleto tarafından Review of Financial Studies dergisinde 1999 yılında yayınlanmıştır. Yapısal modeller ile kısaltılmış modeller arasındaki fark ise iflasın dışarıdan sebeplerle mi yoksa içsel sebeplerden mi kaynaklandığı olmaktadır. Gerek yoğunluk tabanlı gerekse rating tabanlı olsun bu yapısal yaklaşımlar, şirketin iflas etmesi ile diğer faktörler arasında yapısal bir ilişki kurmaktadırlar. Kesikli yaklaşım iflas zamanına odaklanarak bunun tahmin edilemez olmasından hareketle, şirketin iflasını belli bir grup ihtimali şeklinde ele almaktadır.¹⁹⁹ Günümüz finans dünyasında yapısal modellerde iflas ile opsiyon fiyatlaması arasında ilişki kurulmaktadır. Borçlu şirketin piyasa değeri, aktif volatilitesi ve iflas noktası belirlenerek buna uygun kredi riski hesaplamasına gidilmektedir.

Belli bir zaman aralığı için kredi kalitesinin bir değerden başka bir değere geçiş olasılığı temeline dayanan bu model, firma değeri ve iflas ile ilgili yapısal bir modeldir. Bu yaklaşımda, bir firma ancak varlıkları yükümlülüklerini yerine getirebilecek seviyenin altına düştüğünde temerrüde düşmüş sayılır. Bu durumda, sözleşmede t zamanında bir ödeme varsa; sadece borçlu t anında iflas etmemişse borç veren ödemenin tamamını tahsil edecektir. Borçlu t anında iflas ederse, borç veren borcun belli bir kısmını (1-LGD) tahsil edebilir, t anından önce iflas etmişse hiç tahsilât olmaz. Dolayısıyla bir krediye, borçlunun varlıklarının temelini oluşturan değerler üzerine kurulan bir grup türev sözleşme olarak bakılabilir. Kredinin bugünkü değeri bu türev işlemlerin toplam bu günkü değerlerine eşit

¹⁹⁹ BOHN VE STEIN, a.g.e., s.92.

olur. Bu sözleşmelerin nakit akımlarını bugünkü değere indirgemedi kullanılabacak oranlar, faiz oranlarının risksiz bölümü ve risk duyarsız fiyatlama ölçümü kullanılarak tespit edilir.²⁰⁰

Merton modelinin iki önemli katkısı olmuştur. Bunlar şirketin temerrüt riskine etki eden unsurun belirlenmesi ve bu temerrüt oranının hesaplanmasının objektif bir hesaba dayanmasıdır. Bununla birlikte modele getirilen eleştiriler ise şöyledir. Bunlardan birisi şirketin borç yapısının gerçekçi olmadığı ve fazlasıyla basitleştirildiği yönündedir.²⁰¹ Aktif getirilerinin dağılımının standart normal olmasının gerçekçi olmadığı, çoğu zaman aktif varlık getirileri ile bunların volatilitelerinin piyasadan elde edilemediği gibi eleştirilere maruz kalmaktadır.²⁰²

2.4 Ekonometrik Faktör Modelleri: CreditPortfolioView

Kredi risk ölçümünde ikinci grupta yer alan modeller Ekonometrik faktör modelleri olup, bunlarda temerrüde yol açan makro ekonomik ve şirket kaynaklı problemleri ele almaktadır. Şirketin iflasına yol açtığı düşünülen bağımsız değişkenler ile iflas arasındaki ilişki Ekonometrik modeller vasıtasıyla tespit edilmeye çalışılmaktadır. Seçimli modeller ilk olarak Beaver(1966) ve Altman (1968) tarafından kullanılmış ve şirketlerin kredibilitesi ile finansal oranları arasında ilişki kurulmaya çalışılmıştır.²⁰³ İflas eden şirketler ile iflas etmeyen şirketler arasındaki ayrımı tek bir formüle indirgemeye çalışan bu yaklaşım günümüzde de yoğun olarak kullanılan çoklu istatistiksel yaklaşımların temelini oluşturmuştur. Sigorta Şirketleri için çoklu istatistiksel yöntemlerle çalışma Tercan Tiryaki ve Güneri Açıkgöz (2006) tarafından yapılmıştır.²⁰⁴

Modele örnek olarak verilebilecek McKinsey'in CreditPortfolioView modeli temerrüt riskinin makroekonomik endeks ve bir dizi şirket içsel koşullarından oluştuğunu ele alan lojistik bir modeldir. Portföy riski hesaplamasında bu modeller Monte Carlo simülasyon yaklaşımı kullanmaktadır. Bu yapısal modeller aynı zamanda tabandan yukarı (Bottom-Up) modelleri olarak da anılmaktadır. Bu tür modeller tek tek şirket veya alt

²⁰⁰ BCBS, **a.g.m.**, 1999a, s.23.

²⁰¹ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.118.

²⁰² SIRONI ve RESTI, **a.g.e.**, s.331.

²⁰³ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.195.

²⁰⁴ Tercan TİRYAKİ ve Güneri AÇIKGÖZ, "Sigortacılıkta Risklerin Sınıflandırılması", Reasürör Sayı:63, 2006, s.16-37.

portföy düzeyinde temerrüt oranı hesapladığı için toplulaştırma (aggregation) işlemine gereksinim duymaktadırlar.²⁰⁵ Modeli bir cümle ile özetlemeye çalışırsak, rating ve ekonomik döngü(cycle) dayalı olarak temerrüt ihtimaline dayanmaktadır. Bu anlamda temerrüt ihtimali ve temerrüt kalitesi rastlantısal dalgalanmaya tabidir.²⁰⁶

KMV ve CreditPortfolioView temerrüt ve geçiş olasılıklarının zamanla değiştiğini varsaymaktadır. KMV her bir müşterinin varlık değerini temerrüt olasılığı ile ilişkilendirerek mikroekonomim bir yaklaşım sergilerken, CreditPortfolioView makroekonomik faktörleri temerrüt ve geçiş olasılıkları ile ilişkilendiren bir metodoloji izlemektedir. CreditPortfolioView modelinin uygulanabilmesi için makroekonomik faktörler ile ilgili (her bir ülke, her bir sektör gibi) güvenilir veriye ihtiyaç duyulduğu vurgulanmaktadır. Ekonomik büyüme dönemlerinde yüksek rating derecelerinin daha yükselme eğiliminde ve temerrütlerin azalma eğiliminde olduğu, bu yüzden de geçirgenlik (transitin) matrislerinin döngülere (cycle) uygun olarak düzeltilmesi söz konusu olmaktadır.²⁰⁷ Temerrüt davranışlarının ölçümünde kesikli seçim (probit ve logit) temelli modeller kullanılabilmektedir. Bu yaklaşımda temerrüt davranışları farklı zaman aralıklarında birbirinden bağımsız incelenebilmektedir. Değişik değişenlere farklı görece önemler vererek analiz yapma esnekliği de bu şekilde elde edilmektedir.²⁰⁸

2.5 Aktüeryal Model: CreditRisk+

Kredi risk ölçümünde üçüncü grupta yeralan aktüeryal modellemenin bilinen en iyi örneği CreditRisk+ modelidir. Model tıpkı bir sigorta şirketindeki hasar dağılımının belirlenmesi esasına dayanmakta, aktüeryal hasar dağılımının bulunmasına benzer yaklaşımı içerdği için aktüeryal model olarak adlandırılmaktadır. CreditRisk+, Basel II içsel modellerin ihtiyaç duyduğu tüm verileri kullandığı için bankacılık sektöründe yaygın olarak kullanılmaktadır.²⁰⁹ Kredi riskini aktüeryal yöntem kullanarak modelleyen CR+ modeli, Credit Suisse First Boston (CSFB) şirketi tarafından 1997 yılında, diğer bazı kredi riski modelleri (CM ve CPV) ile yakın zamanda geliştirilmiştir.²¹⁰ CreditRisk+²¹¹ kredi riskine

²⁰⁵ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.184.

²⁰⁶ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, **a.g.e.**, s.62.

²⁰⁷ SIRONI ve RESTI, **a.g.e.**, s.426.

²⁰⁸ BOHN ve STEIN, **a.g.e.**, s.186.

²⁰⁹ LÜTKEBOHMERT, **a.g.e.**,s.52.

²¹⁰ CSFB, Credit Risk+ A Credit Risk Management Framework, 1997, <http://www.csfb.com/creditrisk> (12/09/2008).

temerrüt modlu, yani ödeme veya ödememe şeklinde, iki ihtimalli olarak yaklaşmaktadır. Bu yaklaşımda tıpkı sigorta portföyünde olduğu gibi bazı krediler hasara uğramakta bazıları uğramamaktadır. Bunun modellenmesi için hasarın oluş sayısı (frekans) ve şiddeti (zarar tutarı) modellenmekte, sonra bu modeller uygun bir aktüeryal yöntem ile birleştirilmekte ve toplam hasar dağılımı elde edilmektedir. Bu yaklaşımda temerrüt durumu bir ihtimali dağılım olarak modellenmekte ve hasarların arasında bağımsızlık olduğu varsayılmaktadır. Bu varsayım modelde hasarların oluş sayısını Poisson modeli ile tahmin edilebileceği sonucuna götürmektedir. Hasar tutarlarının şiddeti her bir borç için tek ele alınmak yerine hasar tutarı olacak maruz tutarlar belirli bantlara ayrılmaktadır. Temerrüt frekansları ve hasar şiddet belirsizliği birlikte her bir band için hasar dağılımının belirlenmekte, bunların toplanması ise portföyün hasar dağılımını vermektedir. Kredi riski geleneksel olarak temerrüt riski olarak tanımlanmakta ve karşı tarafın ödemekle yükümlü olduğu tutarı belirlenen tarihte ödememe ihtimalini ifade etmektedir²¹². Kredi riski zaman içinde ekonomik koşullara göre dalgalanma gösterdiği için uzun vadede ortalama hasar düzeyi esas alınarak ölçülmektedir.

Aktüeryal modeller, yukarıdan aşağıya (top-down) modeller olarak da anılmaktadır. Aktüeryal modeller esas olarak zararın temsilini yapacak istatistiksel dağılıma odaklanmaktadır. Verilerin uyacağı modellere yönelik yaklaşım olabileceği gibi, teorik düzeyde dağılımların özelliklerinden hareket ederek, ihtimal türetme veya moment üreten fonksiyonları yardımıyla zarar fonksiyonuna ulaşmak da mümkündür. Aktüeryal uygulamayı kullanan Credit Suisse'in CreditRisk+ modeli, zarar fonksiyonunu temsil eden ihtimali dağılım fonksiyonunu geliştirmiş ve uygulama kolaylığını ortaya koymuştur. Aktüeryal yaklaşımda temerrüt sebebi konusunda herhangi bir varsayımda bulunmadan, istatistiksel yöntemlerle (teorik model veya dataya uygun) zarar modeli geliştirilmektedir.²¹³ Amaç belirlenen portföy zarar (hasar) modeline uygun olarak hesaplanan ekonomik sermayenin belirlenmesidir. Besis (2003) CreditRisk+ yaklaşımının tamamen analitik olduğunu, bu şekliyle değişik hesaplama yöntemlerine uygun olduğunu belirtmektedir. Portföydeki krediler bölümlere ayrıştırılarak, bu şekilde Poisson dağılımına uygun temerrüt ihtimalleri yapısı elde edilmekte ve her bir dilim içinde temerrüt ihtimalinin değişmediği

²¹¹ CreditRiskplus (CR+) olarak da yazılabilmektedir.

²¹² Mali başarısızlık kavramı, iflası da içine alan fakat iflastan daha geniş içerikte ödeyememe halini ifade etmektedir.

²¹³ Ayhan YÜKSEL, Bankacılıkta Kredi Riskinin Modellenmesi, BDDK Uzmanlık Tezi, 2004, s.43.

varsayılmaktadır.²¹⁴ Modelde temerrüt riski firmanın sermaye yapısı ile ilişkilendirilmemiş, temerrütün nedenleri ile ilgili hiçbir varsayım yapılmamaktadır. Ayrıca yüksek sayıdaki borçlu arasında tek bir borçlunun temerrüt olasılığı oldukça düşüktür ve herhangi bir periyotta oluşan temerrüt miktarı diğer periyotlarda oluşan temerrüt miktarlarından bağımsızdır.

1997 yılında piyasaya sunulmasıyla birlikte CreditRisk+ en çok kullanılan kredi portföy modeli olarak dikkat çekmektedir. Hasar dağılımının bulunması yalnızca Monte Carlo simülasyonu değil aynı zamanda Panjer ardışık hesaplama yöntemine ve FFT gibi yöntemlere de dayandığından uygulamacılara kolaylık sağlamaktadır. Standart CreditRisk+ modeli risk unsuru olacak firmaların geldiği sektörlerle ayrılmaktadır. Sektörlerin temerrüt oranı arasında korelasyon olmadığı varsayımı yapılmaktadır. Model temerrüdün kaynağını sorgulamamakta, olduğu gibi kabullenmektedir. Temerrüt volatilitesi ise geçmiş oranlardan çıkarılmaktadır.²¹⁵ Aktüeryal yöntemde, kredi riskinin modellenmesi, sigortacılık yaklaşımları kullanılarak yapılmaktadır. Amaç frekans ve şiddet dağılımlarından hareketle zarar dağılımının ortaya çıkarılmasıdır. Gerçekte temerrüt olaylarının sayısının tam olarak tahmin edilebilmesi veya hangi zamanda ortaya çıkacaklarının bilinmesi imkânsızdır. Ancak tecrübeler göstermiştir ki, temerrüt olaylarının sık rastlanmayan olaylar olduğu ve ortaya çıkmalarının herhangi bir döneme bağlı olmadığı varsayılabilir. Bu model zamana bağımlı olup, zaman uzun alınınca daha çok kredi riski ortaya çıkmaktadır. CR+ modeli temerrüt durumunu ölçmeye çalışan bir model olarak görülebilir.²¹⁶

Modelde her borçlunun iki durumdan birisi içinde olacağı varsayılmaktadır. Borcu ya borcunu ödeyecek ya da ödeyememektir. Üç temel aşamadan oluşmaktadır. Bunlardan ilki temerrüt olaylarının modellenmesi aşamasıdır. Bu aşamada temerrüt olaylarının hangi sıklıkta gerçekleşeceği modellenmektedir. İkinci aşama ise zarar büyüklüğünün modellenmesidir. Bu aşamada temerrüt olasılıkları veri iken temerrüt zararları modellenmektedir. Bu iki aşamanın tamamlanmasının ardından son aşamada frekans ve şiddet dağılımları kullanılarak portföy zarar dağılımı elde edilmektedir.²¹⁷ Temerrüt

²¹⁴ BESSIS, **a.g.e.**, s.602.

²¹⁵ SIRONI ve RESTI, **a.g.e.**, s.429.

²¹⁶ Michael B. GORDY, "A Comparative Anatomy of Credit Risk Models", Journal of Banking and Finance, Vol: 241-2, 2000, s.119-149.

²¹⁷ YÜKSEL, **a.g.e.**, s.32.

olaylarının modellenmesinde, temerrüdün nedenleri hakkında bir varsayım yapılmamakta ve PD ile temerrüt olasılıklarının standart sapmaları kullanılmak suretiyle portföyün temerrüt sayısı modellenmektedir. Modelde, kredi portföylerinde genelde kredi sayısının çok olduğu ve temerrüt olasılıklarının düşük olduğu dikkate alınmış ve böyle bir durumda ortaya çıkacak temerrüt olaylarının sayısının en iyi Poisson dağılım ile ifade edilebileceği varsayımı benimsenmiştir. Temerrüt olasılıklarına ilişkin olarak yapılan bir diğer önemli varsayım da bu olasılıkların kesikli değil, sürekli zaman değişkenleri olarak varsayılmasıdır. CreditRisk+ sektörleri ele aldığında her bir sektör için temerrüt değerlerini bağımsız kabul ettiğinden konvülsiyon ile bu dağılımları birleştirmektedir.²¹⁸

Temerrüt olasılıklarını kesikli birer değişken olarak belirlemenin bir yolu her bir krediye bir derecelendirme notunun atanması ve her bir derecelendirme notu ile bir temerrüt olasılığının eşleştirilmesidir. Bunun yanında, her bir derecelendirme notu için bir dönem sonraki derecelendirme notlarına sahip olma olasılıklarının yer aldığı ihtimallerin elde edilmesi gerekmektedir. Böylece kredinin zaman içindeki temerrüt davranışını görülmüş olur. Rating kuruluşlarının belirlemiş olduğu rating notları mevcut ise bunların kullanılması daha objektif sonuç verecektir.

Modelde Öncelikle ödeyememe frekansı (borçluların kaçta kaçının ödememe durumunda olduğu) ile hasar tutarlarının (her bir borçludan dolayı oluşan zarar tutarı) belirlenmesi gerçekleştirilirken, sonra bu bulunan dağılımlardan ödeyememe durumundaki hasarlara ait istatistiksel dağılım elde edilmektedir. Modelin hazırlanması aktüeryal hasar modellerinin hazırlanması ile aynı çerçevede olduğundan model aynı zamanda aktüeryal temelli bir model olarak literatürde kabul görmektedir. CreditRisk+ ödeyememenin tam zamanını ve sayısının belirlemek mümkün olmayacağından ödeyememe frekansının (sıklığının) Poisson dağılımı ile modellenebileceğini varsaymaktadır. Bu varsayım sigortacılığın doğasında da olan hasarın tam zamanı ve sayısının belirlenememesine dayanmaktadır. Model ele alınan dönemdeki temerrüt olasılığının değişmediği (sabit kaldığı) veya değiştiği şeklinde iki ayrı yaklaşımla kurulabilmektedir. Bir grup için verilen temerrüt sayısı dönemden döneme bağımsızlık göstermektedir. Modelin oluşturulmasında temel olarak kredi borçlusuna ait borç tutarı ile temerrüt oranı yeterli olmaktadır. CR+

²¹⁸ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, a.g.e., s.61.

modelinde ilk olarak belirli bir zaman dilimi içerisinde ortaya çıkabilecek temerrüt olaylarının sayısı tahmin edilmeye çalışılmaktadır. Bu aşamada, kredilerin derecelendirme notları kullanılarak, derecelendirme notlarına ilişkin tarihsel verilerden elde edilen temerrüt olasılıkları kullanılmaktadır. Temerrüt olasılıklarının zaman içerisinde değişmediği varsayıldığında, portföydeki toplam temerrüt sayısının Poisson dağılım ile tahmin edilmesi mümkündür.²¹⁹

Zarar büyüklüğünün modellenmesinde kullanılan girdiler kredi tutarları ve LGD oranlarıdır. Çünkü bir kredinin temerrüde düşmesi durumunda banka tarafından maruz kalınacak zararın tutarı, kredinin tutarı ile LGD oranının çarpımı seviyesinde olacaktır. CR+ modelinde, modelin çeşitli aşamalarındaki veri gereksiniminin azaltılması amacıyla temerrüt halinde zarar tutarları çeşitli büyüklük seviyelerinde (büyüklük bantları) gruplanmaktadır. Böylelikle modelde hesaplanacak zarar büyüklüğü, belli bir büyüklük bandında yer alan ve zarar büyüklükleri eşit varsayılan kredilerden kaç tanesinin temerrüde düşeceğinin hesaplanması yoluyla belirlenmektedir. Son olarak da, elde edilen temerrüt sıklığı ve zarar büyüklüğü dağılımlarının yine matematiksel istatistik yöntemleri kullanılmak suretiyle birleştirilmesi suretiyle portföy zarar dağılımı elde edilmektedir.²²⁰ Modelin genel yapısı kısaca incelendikten sonra, modelde yer alan aşamalar ilerleyen bölümlerde detaylı olarak incelenecektir.

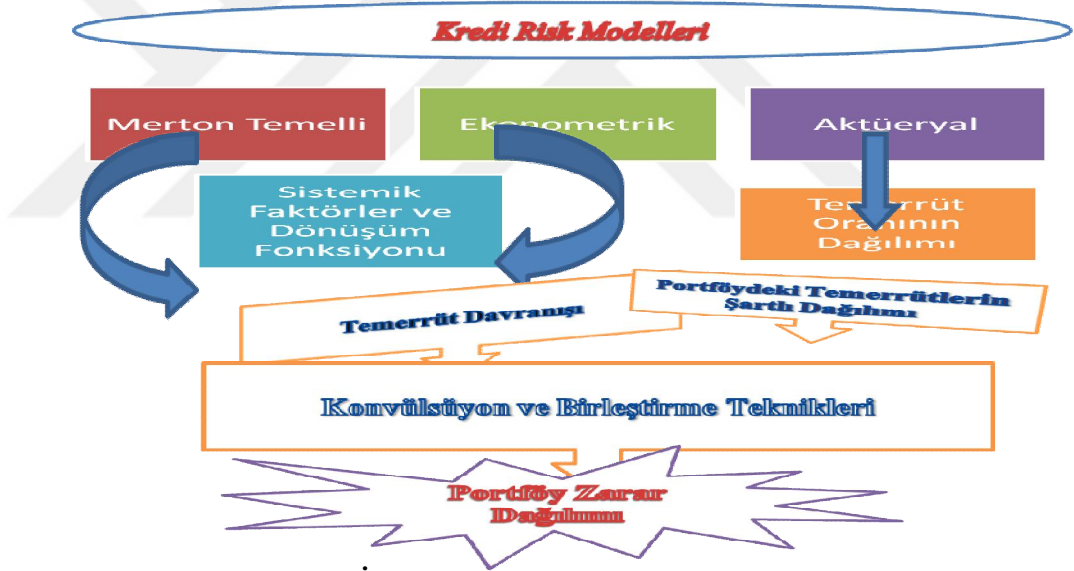
2.6 Kredi Riski Modellerinin Karşılaştırılması

Kredi riski modelleri mevcut portföyün zararını hesaplama çabasında olduğundan, parametreler uyumlu ise benzer sonuç vermesi beklenir. Zira portföyün beklenen zararı hangi yöntemle ölçülürse ölçülsün, tarihsel verilerin gösterdiği düzeyden fazla bir sapma göstermemelidir. Köylüoğlu ve Heckman (1998) kredi riskinin modellenmesinde üç ana unsura dikkat çekmektedir. Bunlar; temerrüt oranlarının davranış tarzı, portföy temerrüt oranının şartlı dağılımı ve portföyün toplulaştırması unsurlarıdır. Toplam hasar dağılımları sigorta poliçelerinden dolayı ortaya çıkan toplam hasarın ihtimali dağılımını göstermektedir. Bu dağılım sıklık ve şiddet dağılımlarının birleşimden oluşmaktadır. Aktüerya literatüründe

²¹⁹ CSFB, a.g.m., s.25.

²²⁰ CSFB, a.g.m., s.26.

toplam hasar dağılımı hesaplamak için çeşitli metotlar geliştirilmiş olup, Heckman & Meyers (1983), Panjer (1981) ve Robertson (1992) bu konuda değişik yaklaşımlar getirmiştir. Köylüoğlu ve Hickman (1998)'in kredi riski portföy modelleri ile ilgili çalışmasında üç modelin benzerlikleri ve farklılıkları incelenmiş ve tüm modellerin temelde, temerrüde düşme dağılımı, koşullu temerrüt dağılımı ve birleştirme tekniği unsurları ile kredi riski hasar dağılımını belirledikleri tespiti yapmışlar, modellerdeki koşullu temerrüt dağılımı ve birleştirme teknik farklılıkların önemsiz olduğu, dolayısıyla farklılığın ana sebebinin temerrüde düşme dağılımı olduğunu belirtmişlerdir.²²¹ Köylüoğlu ve Hickman (1998), her üç modele ilişkin girdi parametrelerinin birbirleriyle tutarlı olacak şekilde kalibre edilmesi halinde model sonuçlarının birbirine yakın olacağını ifade etmekte ve modellerin ampirik karşılaştırılmasında ortaya çıkan farkların, model farklılığından değil, parametre farklılığından kaynaklandığını ifade etmektedirler²²².



Şekil 10: Kredi Risk Modellerinin İşleyişi

Her üç model de, her bir sektöre ilişkin koşullu temerrüt oranlarını farklı senaryolara bağlamakta, Merton-bazlı model, risk faktörü olarak dikkate alınan varlık

²²¹ Uğur KÖYLÜOĞLU ve Andrew HICKMAN, “A Generalized Framework for Credit Risk Portfolio Models,” Working Paper, Oliver, Wyman & Co., 1998, s.7.

²²² Köylüoğlu ve Hickman (1998) her hangi bir modelin diğerinden daha üstün olmadığını, modellerin teorik sağlamlığının model tercihinde sıralamayı belirleyen unsur olmaması gerektiğini ve dolayısıyla tercih sırasının pratiğe yönelik özellikler (veri ihtiyacı, kullanım kolaylığı, hız, vb.) aracılığıyla yapılması gerektiğini ortaya koymaktadırlar.

değerinin normal dağıldığını varsaymaktadır. Ekonometrik model, otoregresif süreçlerdeki hata terimlerinde yer alan risk faktörleri için normal dağılım varsayımını kullanır ve her bir sektöre ilişkin koşullu temerrüt oranlarının elde edilmesinde logit dönüşümlerini kullanmaktadır. Aktüeryal model ise risk faktörleri için her hangi bir dağılım varsayımı yapmaz ve her bir sektöre ilişkin koşullu temerrüt oranlarının gama dağıldığı varsaymaktadır. Diğer taraftan her üç modelde de, temerrüt korelasyonlarının doğrudan dikkate alınması yerine, aynı risk faktörünün iki borçlu üzerindeki etkisi dikkate alınır ve bir kredinin temerrüde düşme davranışının binom dağılım özelliği gösterdiği varsayılır. Bu çerçevede; Merton-bazlı ve Ekonometrik modelde, temerrüt ihtimallerinden binom dağılan tesadüfi değişkenler üretilir. Aktüeryal modelde, binom dağılımı, Poisson dağılımı ile benzeştirilmektedir. Modellerde ortak olarak ele alınan bir diğer husus da bütün muhtemel senaryolar için koşullu temerrüt dağılımlarının toplulaştırılması suretiyle portföy zarar dağılımına ulaşılmasıdır. Merton-bazlı ve Ekonometrik modelde, bu aşama için Monte Carlo simülasyonları kullanılır. Temerrüde düşme dağılımının her bir modelde farklı olmasının sebebi parametre tahminindeki farklılıklardır. Farklı veriler ve parametre tahmin modelleri kullanıldığında modeller aynı portföy için önemli ölçüde farklı sonuçlar vermektedir. Modellerin farklılıkları parametre farklılık derecesine göre karşılaştırmak mümkün olacaktır.²²³

Yapısal modeller temerrüde durumuna yol açan yapısal sebeplerden hareket ederken, kısaltılmış formdaki yaklaşımlar ise doğrudan temerrüt durumunu veri kabul ederek modeli oluşturmaktadırlar. CreditMetrics modeli temerrüdün mikroekonomik değişikliklerden kaynaklandığı varsayımına dayanan aşağıdan yukarıya bir modeldir. Bu modellerde, firmanın varlık değerindeki değişikliklerin normal dağıldığı varsayılır. Bu da temerrüde düşme olasılığının standart normal dağılım olarak ifade edilebileceği anlamına gelir. Diğer bir aşağıdan yukarıya model olan CreditPortfolioView modelinde borçlunun temerrüde düşme oranı aynı borçlu için makroekonomik faktörlerin normal dağılmış bir endeksinden bulunmaktadır. CreditRisk modelinde ise borçluların birlikte temerrüde düşme davranışları ortak rassal bir değişken olarak ele alınmak suretiyle incelenmektedir. Ortaya çıkan bu farklılıklara rağmen, bu modellerin üç ana bileşeni vardır. Birincisi, ilgili ekonomik durumlar için dünyadaki her bir ülkedeki her bir borçlu için oluşturulmuş koşullu temerrüde

²²³ YÜKSEL, a.g.e., s.51.

düşme oranı bulmayı amaçlayan, grubun temerrüt davranışdır. İkinci bileşen, bireysel borçluların temerrüde düşmelerinin bağımsız olduğu varsayımıyla homojen bir alt-portföy temerrüde düşme oranının koşullu dağılımını bulmayı amaçlayan, portföy temerrüde düşme oranının koşullu dağılımıdır. Son olarak birleştirme adımı gelir. Bu adımda, portföy temerrütlerinin koşulsuz dağılımı, dünyadaki her bir ülke için homojen alt-portföylerin koşullu dağılımlarının birleştirilmesiyle ve daha sonra ülkelerin olasılık ağırlıkları ile çarpılmış koşullu temerrüde düşme dağılımlarının ortalamalarının alınması ile elde edilir.²²⁴

Bahsi geçen modeller arasındaki en temel ayrım, modellerde dikkate alınan kredi olayı tanımıdır. Aktüeryal modeller sadece temerrüt durumunu kredi olayı olarak ele aldığı için bir temerrüt modlu (DM- Default mode) model olarak anılmakta, Merton teorisine dayanan modeller ve Ekonometrik modeller ise hem temerrüt durumunu hem de borçluların kredi derecelerindeki değişimleri kredi olayı olarak dikkate aldıkları için birer değerlendirme modlu (MTM- Mark-to-market) model olarak anılmaktadırlar. Bu farklılık aslında model çıktılarının yorumlanması açısından da önemli sonuçlar doğurmaktadır. Aktüeryal modellerde temerrüt halinden kaynaklanan beklenen ve beklenmeyen zarar tutarları hesaplanırken, diğer iki tür modelde ise kredi derecelerindeki değişimler de dikkate alınmakta ve her bir krediye ilişkin beklenen değer ile beklenmeyen değer değişimleri hesaplanmaktadır.²²⁵ Aktüeryal temelli parametre tahminler genel olarak dataya ilerden bakışı yani geriye dönük bakışı içerir. Ancak öz sermaye temelli yaklaşımlar ise ileriye dönük bakışı gösterir. Merton bazlı modellerde hesaplanan beklenen değer ve beklenmeyen değer değişimlerinin yerine beklenen ve beklenmeyen zarar tutarları hesaplanmaktadır. Ayrıca aktüeryal yöntemde, yaygın olarak kullanılan piyasa riski ölçüm modellerinde olduğu gibi, kredi temerrüdüne sebep olan sistemik faktörler açıkça modellenmemiştir. Bu model riskini, model için gerekli veri ihtiyacını ve hesaplama zamanını azaltmakta, aynı zamanda portföy zararına ilişkin kapalı formda bir sonuç elde edilmesini sağlamaktadır. Kapalı formda bir modelin oluşturulması, büyük portföyler ve marjinal risk analizleri için kolaylıklar sağlamaktadır. Merton-bazlı modellerde, temerrüt ihtimali ve kredi derecesindeki değişimlerin ihtimalleri birer ayrık değişken olarak tanımlanırken, aktüeryal yöntemde temerrüt, sürekli değişken olarak tanımlanmaktadır. Aktüeryal yöntemde, temerrüt

²²⁴ BCBS, a.g.m., 2006, s.33.

²²⁵ BCBS, a.g.m., 2006, s.170.

oranlarının stokastik bir süreç izlediği, yani temerrüt oranlarının zaman içerisinde sabit olmadığı ve konjonktürel kredi dalgalanmaları içerisinde değişkenlik gösterdiği ve birer risk faktörü olduğu varsayılmaktadır.²²⁶

Kredi riskini modellemek için kullanılan metot hangisi olursa olsun temelde amaç kredi alacaklarından dolayı beklenen zararı tespit etmek ve bu miktarda sermayeyi banka bünyesinde tutmaktır. Model ile amaç zarar fonksiyonunun ne olduğunun istatistiksel olarak ortaya konulmasıdır. Bir diğer aktüeryal yaklaşım ise riskin bölümlendirilmesidir. Bu gözlemlerin risk gruplarına ayrılarak izlenmesi metodudur.²²⁷ Altman ve Saunders (1998) kredi riski modellerinin son 20 yılını ele aldıkları çalışmalarında; öncelikle bireysel kredilerin ve kredi portföylerinin risk ölçümleri ile ilgili literatürü ele almakta, daha sonra kayıp riski çerçevesinde riski ve kredi dönüş oranlarını ölçen yeni bir yaklaşım önermektedir. Bu model temel olarak portföyün dönüş riski yapılarının analizi ile ilgilidir. Geliştirilen yeni modelin özellikle kompleks optimal kredi kompozisyonunun tahmini problemleri için daha iyi sonuçlar ortaya koyduğu gösterilmiştir. Temerrüt olasılıklarını kesikli birer değişken olarak belirlemenin bir yolu her bir krediye bir derecelendirme notunun atanması ve her bir derecelendirme notu ile bir temerrüt olasılığının eşleştirilmesidir. Bunun yanında, her bir derecelendirme notu için bir dönem sonraki derecelendirme notlarına sahip olma olasılıklarının yer aldığı RMM'lerin elde edilmesi gerekmektedir. Beklenen ve beklenmeyen kredi riskinin ölçümü için temelde üç faktörün bilinmesi gereklidir. Müşterinin ödeyememe (iflas veya temerrüt) riski, riske maruz tutar, ödeyememe durumunda oluşacak kayıp. Müşterinin ödeyememe riski iflas riskinin ne sürede (frekansını) olduğunu gösterir. Maruz tutar ise ödeyememe durumu olduğunda kredinin ödenemeyen kısmını ifade etmektedir. Bankalar, yasal sermaye gereksinimini asgariye indirmek gayesiyle, borçlulara farklı derecelendirme sistemleri uygulamamalı, keyfi seçimde bulunmamak durumundadırlar. Bankaların Basel II çerçevesinde içsel derecelendirme kapsamında kullandıkları her sistemin hem başlangıçta hem de devamlı olarak asgari gereklerle uyumlu olduğunu göstermelidir.²²⁸

²²⁶ YÜKSEL, a.g.e., s.54.

²²⁷ BCBS, a.g.m., 1999, s.9.

²²⁸ BCBS, a.g.m., 2006, s.82.

Birçok banka kredi aktivitelerini desteklemek amacıyla gerekli olan ekonomik sermaye tabanı miktarını hesaplariken kredi kayıplarının olasılık yoğunluk fonksiyonunu kullanır. Bu fonksiyon kredi riski modellerinin birincil ürünüdür. Beklenen kredi kaybı bankanın karşılaşmayı beklediği kredi kaybı miktarını gösterir. Tipik olarak bankalar portföy risklerini beklenmeyen kredi kayıplarının bir ölçümü (kayıpların standart sapması gibi) ile ifade eder. Bankanın kredi riskine maruz tutarını desteklemek için gerekli tahmin edilen ekonomik sermaye genellikle kredi riski için gerekli ekonomik sermaye olarak tanımlanır. Sermaye ayırma sistemi genel olarak karşılık ayırma politikasının amacını beklenen kredi kayıplarını karşılamak olarak ele alırken ekonomik sermaye beklenmeyen kredi kayıplarını karşılamayı amaçlar. Dolayısıyla, gerekli ekonomik sermaye hedeflenen iflas oranına ulaşabilmek için beklenen kayıpları karşılayacak sermayeye ilave olarak ayrılması gerekli miktarı ifade eder. Şekilde taralı alana eşit bir iflas oranı için gerekli ekonomik sermaye, iki kesikli çizgi arasındaki uzaklık kadardır. Temel olarak, bir kredi riski modeli, bankanın kredi portföyünün PDF' ini tahmin etmede kullanılan tüm politikaları, süreçleri ve uygulamaları ihtiva eder. İncelenen her bir model seçilen bir zaman aralığı için, kredi kayıplarının PDF kavramı yardımıyla, portföyün kredi riskini hesaplamayı amaçlamaktadır. Modellerin çoğu olasılık yoğunluk fonksiyonunu kesin bir şekilde tahmin etmeye çalışmaktadır. Bunun için, örneğin, ortalama ve standart sapma gibi parametrelerin doğru bir şekilde tahmin edilmesi gerekir. Böylece, hedeflenen kredi kaybı miktarı kolayca hesaplanabilir. CreditRisk+ modeli az veri ve varsayımla kredi riski ölçümünü kolaylaştırdığı için oldukça benimsenmiştir. Basel II sisteminin IRB yaklaşımının öngördüğü temel verileri kullanması, hasar dağılımının belirlenmesinde analitik çözüm sunması ve konsantrasyon konusuna çözüm getirmesi gibi sebepler modelin avantajlı yanları olarak sayılmaktadır.²²⁹

CreditRisk+'ın uygulaması ve ihtiyaç duyduğu veri düzeyi diğerlerine göre daha kolaydır. Temerrüt oranı ile kredi risk tutarı verilince hesaplama yapılabilmektedir. CreditRisk+, KMV ve CreditMetrics gibi piyasa riskinin olmadığını kabul eder. İlave olarak model, borçluların temerrüt ihtimallerinin bir dönem boyunca sabit olduğunu ve borçlunun kredi kalitesi ile gelecekte oluşabilecek faiz oranları arasında bağlantı kurmamaktadır. Bu yönü ile model makro değişkenlerden etkilenmeyen yapıdadır. CreditMetrics'in borçlunun temerrüde düşme ihtimaline ilaveten kredi kalitesindeki (rating) değişimlerini de dikkate

229 AVESANI ve DİĞ., a.g.m., s.4.

alması modelin güçlü yönü olarak kabul edilmektedir. CreditMetrics, CreditRisk+ ve KMV gibi piyasa riskinin olmadığını kabul eder ve dolayısıyla faiz haddinin sabit olduğu varsayımına dayanır. Model, lineer olmayan ürünler (opsiyon ve döviz swapları gibi) için kredi risk hesaplamalarında kullanılamamaktadır. CreditMetrics'in, CPV'den farklı olarak, makroekonomik faktörleri modele dahil etmemesi model açısından bir dezavantaj olarak kabul edilmektedir. Özellikle ekonomik istikrarın daha zor sağlandığı gelişmekte olan ülke ekonomilerinde bu dezavantaj daha çok ön plana çıkmaktadır. CreditMetrics'deki bazı verilerin elde edilme süresi oldukça uzundur. Örneğin; istatistiksel olarak anlamlı geçiş matrislerini elde etmek için 20-30 yıllık veri gereksinimi vardır. Modelin dayandığı ana varsayımlardan bir diğeri olan, temerrüde düşme ve ratingler arasında geçişlere ilişkin gerçek oranların, ilgili tarihsel ortalamalara eşit olduğu konusu, modelin yumuşak karnını oluşturan hususlardan biridir. CreditMetrics'in hisse senedi fiyatlarından elde edilen korelasyon hesaplama yöntemi, firmanın tüm aktiflerinin özkaynakla finanse edildiği varsayımına dayanması nedeniyle eleştirilmektedir. Kredi riski modellerin kıyaslanmasında Gordy(2000), Köylüoğlu and Hickman(1998) ve Finger (1999) çalışmaları konuyu kapsamlı olarak ele almaktadırlar. Mevcut bu çalışmalarda modellerden CreditRisk+ ve CreditMetrics yapı itibariyle benzer bulunmaktadır. Her iki çalışmada temerrüt tarafı önem kazanmaktadır. Gordy (1998) çalışmasıyla CreditMetrics ve CreditRisk+ modelleri arasındaki temel benzerlikleri göstermek istemiş ve her iki modelinde matematiksel yapısının benzer olduğunu göstermiştir.²³⁰ İçsel modellerde özellikle parametrelerin belirlenmesi aşamasında kullanılan yöntemin bilimsel yeterliliği sorun olmaktadır. Basel II sisteminde öngörülen parametrelerin ölçülmesi için kullanılacak metotlar çeşitli çalışmalarda ayrıntısıyla gösterilmiştir. Rating model geliştirilmesine ilişkin istatistiksel yöntemler Bernd Engelmann, Robert Rauhmeier (2006) birinci bölümde ele alınmıştır. Çalışmanın diğer bölümlerinde de içsel modellemede kullanılacak parametrelerin değişik tahmin yöntemleri ele alınmıştır.²³¹

²³⁰ GORDY, a.g.m., s.23.

²³¹ ENGELMANN ve RAUHMEIER , a.g.e., s.12.

III. BÖLÜM

AKTÜERYAL MODELLEMENİN TEMEL UNSURLARI

3.1 Aktüerya Bilimi ve Aktüeryal Modelleme

Sigortacılıktaki ihtimale dayalı olayların analizi ile uğraşan aktüerya bilimi, özellikle hayat sigortacılığında son 100 yıldır kullanılan matematiksel ve istatistiksel temelleri kullanarak gelişme göstermiştir. Günümüzde hayat dışı sigortacılık ve finansal olayları da ilgi alanına alarak önemli gelişme göstermiş ve finans dünyasının hesaplama ve modellemeyle ilgili her alanına müdahil olmuş durumdadır. Aktüerya bilimi ihtimal teorisi ile sigorta matematiği (hayat ve hayat dışı) birlikte sigorta şirketinin risk ölçümünde önemli rol oynamıştır. Aktüerya Bilimi gelecekteki belirsiz olayların finansal sonuçlarının analizi ile uğraşan bilim dalıdır.²³² Sigortacılıkta risk modellemesi yapan teknik eğitim sahibi meslek grubuna aktüer denilmektedir. Aktüer kelimesi Latince orijinli olup, Roma Senatosunun iş yöneticisi anlamına gelen actuarius kelimesinden türemiştir. Aktüerya bilimi ise organizasyon ve kişilere finansal zarar yükleyebilecek olayların belirsiz sonuçlarının analiz edilmesi ve modellenmesi için yapılandırılmış ve kesin yaklaşımlar sağlayan bilim dalıdır.²³³ Aktüerya belirsizlik içeren olayları belirli ihtimal kuralları çerçevesinde yorumlayarak finansal sonuç hakkında en iyi tahmini vermek için uğraşmaktadır. Konu belirsizlik olunca, aktüerya aslında ihtimal dünyasında en iyi tahmin işlemine odaklanmaktadır. Aktüeryal model, gelecekteki belirsizlik içeren durumu en iyi tahmin etmek amacıyla oluşturulan ilişkiler bütünü olmaktadır. Modelleme, bir sistemin, fikrin veya objenin özetlenmesi veya betimlenmesini ifade etmek için kullanılmaktadır.²³⁴ Modeller yapılarına göre açıklayıcı veya tahmin edici, deterministik veya stokastik, ayrık (discrete) veya sürekli (continuous) zaman modelleri olabilmektedirler. Model model kuran kişinin var olduğunu düşündüğü ilişkileri matematiksel, istatistiksel olarak ifade etmesidir. Aslında her modelleme ilişkisi bu anlamda bir tahmin veya bir öngörü yaklaşımıdır. Aktüerya bilimi ve mesleği riskin ölçülmesi ve geçmiş verilere dayanarak ilişkilerin modellenmesine odaklanmaktadır.²³⁵

²³² Micheal A. BEAN, **Probability: The Science of Uncertainty with Application to Investment, Insurance, and Engineering**, New York: Wadsworth Group, 2001, s.7.

²³³ TEUGELS VE SUNDT, **a.g.e.**, s.659.

²³⁴ George CHRISTODOULAKIS ve Stephen SATCHELL, **The Analytics of Risk Model Validation**, San Diego: Elsevier Ltd., 2008, s.56.

²³⁵ Aktüeryal modellemenin kapsamını bu çalışma boyunca hasar modellemesi (loss modelling) ile sınırlandırmanın uygun olacağı düşünülmektedir. Aksi takdirde her türlü ihtimale dayalı gelecek tahmini içeren modellerden bahsetmek mümkün

Aktüeryal modelde gelecekte ödenmesi muhtemel maliyetin ne olacağı çıkarılmaya çalışılır. Kuşkusuz ki bu yaklaşımda geçmiş tecrübelerden yararlanılarak bir tahmin çalışması yapmak söz konusudur.

Aktüeryal risk teorisinin amaçlarından birisi de sigorta portföyüne ait riskin değerlemesini yapmaktır. Bu kapsamda portföyün toplam zarar dağılımının belirlenmesi temel amaçlardan birisidir. Belirlenen zarar dağılımı ihtimallerin oluşturduğu yeni bir dağılım olarak ihtimallerin bileşimini yansıtmaktadır. Belirlenen bir zaman diliminde hasar frekans dağılımı ve hasarların büyüklüğü ayrı ayrı modellenir, bunların ihtimali birleşimiyle toplam hasar dağılımı elde edilir.²³⁶ Frekans dağılımı ile hasar büyüklük dağılımının ihtimal teorisi kapsamında birleştirilmesiyle elde edilecek yeni dağılım toplam hasar dağılımı olacaktır. Aktüeryal risk teorisi portföy riskini hesaplarken bazı teknikler kullanmaktadır. Kullanılan bu tekniklere ilerleyen bölümde yer verilecektir. Risk konusunda literatürde yazılan çok yazı olduğu gibi değişik risk ölçütleri de kullanılmaktadır. Aktüerya Biliminin temel prensipleri mahiyetinde bir belge bu zamana kadar oluşmamış olmakla birlikte 1999 yılında taslağı Kaza Aktüerleri (CAS) ve Aktüerler Birliği (SOA) tarafından yayınlanan Aktüerya Biliminin Temel Prensipleri belgesi güzel bir özet içermektedir. Belgeye göre aktüerya bilimi “ uygulamalı bir bilim olarak uygulamacılar ve diğer bilimlerin tecrübelerinden arıtılmış gözlem ve kavramlara dayanmaktadır. Aktüerya biliminin temel uygulamaları risk ve belirsizlikte dâhil olmak üzere olayların sonucunu analiz ve tespit etmektir. Gelecekteki ihtimaller hakkında bilgi kazanmak için aktüer önceki tecrübelerinden kazanmış olduğu tecrübe ve gözlemlere dayanır. Aktüer gözlem ve tecrübesini modellerini kurmak, geçerli kılmak ve uygulamak üzere kullanır. Aktüerler kendi modellerinde diğer gözlemleri ve bilgileri de kullanır. Model ile gözlemlenmiş gerçeklik arasındaki ilişkiye devamlı dikkat eder. Aktüeryal modeller bir fenomenle ilgili olarak oluşma, şiddet ve tutar konusundaki belirsizliğin nasıl sonuçlanacağına yönelik olarak oluşturulurlar. Böyle bir model oluşturmak, geçmiş gözlemlerin süreç ve koşullarının anlaşılmasına ihtiyaç gösterir. Aktüerin temel görevi tarihi verileri kullanarak gelecek olayları tahmin etme olarak tanımlanmaktadır. Bunu olayların tahmin edilebilirliğine katkı olarak da değerlendirmek mümkündür. Bilimsel model bir fenomen hakkında basitleştirilmiş özet bir sunumdur.

olacaktır. Bu tez kapsamında ele alınacak yaklaşım aktüeryal hasar modellemesinin oluşturulması ve bunun kredi riski ölçümü için kullanımı olacaktır.

²³⁶ TEUGELS ve SUNDT, a.g.e., s.677.

Matematiksel model ise bu sunumu matematikle yapmakta, stokastik model ise sunumu ihtimallerle yapmaktadır.²³⁷ Aktüerlerin kullanmış oldukları modeller deterministik ve stokastik şekilde olabilmektedirler. Modeller gelecekteki (ihtimali) belirsiz olayların muhtemel sonuçlarını basitçe betimlemek amacıyla oluşturulmaktadır.

Aktüerya bilimin temelinde ihtimali bir olay, rastlantısal değişken bulunmaktadır. İnsanın yaşama ihtimali, kaza veya yangın olması, depremin bir yıllık sürede olma ihtimali gibi , oluşumu, zamanı veya şiddeti belirsiz olan bir olay, ihtimali değişkenle ifade edilmektedir. Aktüeryal model gelecekteki ihtimali bir olayın finansal etkilerini matematiksel olarak sunan, ancak bu olayın frekansı, şiddeti ve zamanlaması ile paranın zaman değeri ve mevcut veri konusunda herhangi bir kısıtlaması olmayan bir betimlemedir.²³⁸ Tüm modellere geleceğin bir simülasyonu olarak bakmak mümkündür. Risklerin iç modeller yoluyla sayısallaştırılması çabaları modellerin oluşturulmasına ve bu konu ile ilgilenen meslek dallarının ortaya çıkmasına neden olmuştur. Sigorta şirketinin gelecekteki hasar tutarını tahmin etmek için oluşturulan aktüeryal modeller, sigorta olaylarının tipine göre farklı yapıda olmaktadır. Bu kapsamda hayat sigortacılığı modelleri neredeyse deterministik denecek mortalite tablolarından hareket ederken, hayat dışı modeller ise geçmiş verileri esas almaktadır.

Aktüeryal modelin oluşturulmasında hasar dağılım parametreleri geçmiş tarihi verilerden elde edilmektedir. Modele ihtiyaç duyulmasının sebebi risklerin doğru ve objektif takip edilmesi ve yönetimidir. Model ile ulaşılmak istenen amaç, geçmiş verilere veya eldeki portföye uygun beklenen zarar, kar veya fiyat, karşılık düzeylerinin belirlenmesidir. Model ile işletmenin faaliyetinden kaynaklanan zararlarının sayısallaştırılması, bir başka deyişle risk oluşturacak hususların ölçülmesi amaçlanmaktadır. Bireysel risk modelleri sigorta şirketlerinin portföyündeki her bir poliçenin tek ele alınarak sigorta şirketinin toplam hasarlarının istatistiksel olarak ifade edilirken, kolektif risk modelinde ise hasarların bütün portföy için olduğu düşünülür. Klasik modeller bağımsızlık varsayımları altında kurulmasına rağmen sigorta ve reasürans ürünlerinin artan karmaşıklığı ve pek çok durumda bu varsayımların sağlanmaması nedeniyle aktüerya literatürü üzerinde çalışan araştırmacılar

²³⁷ Sözkonusu Taslak <http://www.casact.org/research/science.pdf> adresinde mevcuttur (10/05/2008).

²³⁸ AAA., “The Roles of the Actuary in the Selection and Application of Actuarial Models”, Discussion Paper, 2006/72006, s.5., <http://www.actuaries.org>, (17/06/2008).

arasında bağımlı risklerin modellenmesine ilgi her geçen gün artmaktadır. Literatürde risklerin bağımlılığına sebep olan iki tür ilişki vardır. Birincisi, portföyde bulunan poliçeler arasındaki ilişkiler ya da farklı sigorta kollarının arasındaki ilişki seklindedir. İkinci tür ilişki ise mevcut hasar ile eski hasarlar arasındaki ilişkidir. Hasar modellerinin oluşumunda kullanılmak üzere Wang (1998) ve Mildenhall bağımlı riskleri modellemek ve birleştirmek için çeşitli araçlar sunmuştur. Çeşitli ilişki yapılarını copula, ortak karma (common mixture), bileşen (component) ve çarpıklık (distortion) modelleri kullanarak oluşturmuştur. Bu ilişki yapılarını bileşik birikimli dağılım fonksiyonu ya da birleşik karakteristik fonksiyon açısından belirlenmiş ve onları Monte Carlo simülasyonu ya da doğrusal hızlı Fourier dönüşümü kullanarak etkili birleştirme yöntemleri kullanılmıştır. Sigorta kolları arasında bağımlılığın ilişki yapılarını geliştirmek için Wang (1998) tarafından önerilen Poisson Ortak Şok Modelini (Poisson Common Shock Model) ve Negatif Binom modelini kullanmışlardır. Mildenhall ise Iman Conover yöntemi ile bağımlılığın giderileceği üzerinde durmuştur. Mildenhall söz konusu çalışmasına ait geliştirmiş olduğu yazılımı da internette kullanıcıların dikkatine sunmuştur.²³⁹ Bağlılık ilişkisinin modellenmesinde son yıllarda Kopula (Copula) yönteminin fazlaca kullanıldığı gözlemlenmektedir.

Portföydeki risklerin birbirinden bağımsız ihtimali değerler olduğu durumda dağılımlar için konvülsiyon yöntemleri uygulanmaktadır. Risk modeli gelecekteki belirsizlik içeren zararların (kayıpların) matematiksel fonksiyonu olarak tanımlanırken, belirsizlik olayın olması (zarar olacak mı) veya zamanlama (olayın ne zaman gerçekleşeceği) veya zararın boyutu konularından birinde veya hepsinde söz konusu olabilmektedir. İhtimali model kurmada en önemli konu kurulacak modelin parametrik mi yoksa parametrik olmayan model mi olacağıdır. Parametrik model kurulurken, modelin hasar dağılımının parametreleri gözlemlenen verilerden elde edilmektedir. Parametrik olmayan yöntemde ise hangi dağılım olduğu belirlenmeden tahmin yapılmaktadır.²⁴⁰ Parametrik model yaklaşımında varsayılan dağılımın parametreleri tahmin edilirken, nokta tahmincisi veya aralık tahmincisi kullanılabilir. Toplam hasar dağılımında toplulaştırma işlemi yapılırken Panjer (1981)'in uygulamış olduğu ardışık işlem tekniği veya ters Fourier dönüşümü kullanmak mümkündür. Fourier dönüşümü aktüerya literatüründe

²³⁹ <http://www.mynl.com/MALT/home.htm> (10/08/2009)

²⁴⁰ Yiu-Kuen TSE, **Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods and Evaluation** New York:Cambridge University Press, 2009, s.279.

Heckman and Meyers (1983) tarafından kullanılmıştır. Gerek Panjer ardışık yöntemi gerekse Fourier dönüşümü konusunda literatürde son 20 yılda Panjer and Wang (1993) Panjer ardışık yönteminin tutarlılığını incelemişler, Willmot (1988), Sundt (1999) ise Panjer yöntemini genelleştirmişlerdir.

Modelleme için belirsizlik ilk ele alınması gereken unsur olup, bu belirsizlik hakkında yeterli bilgi içeren bir ihtimali dağılımdan bahsetmek uygun olacaktır.²⁴¹ İhtimali dağılımın söz konusu olduğu durumda ise veri seti ve gözlemlere ihtiyaç olacaktır. Modelleme ile geçmişte oluşan irtibatlardan faydalanarak gelecekteki gerçekleşme ihtimalinin nasıl hesaplanacağını belirlenmesi için araç olmaktadır. Geçmiş verilerden hareketle zarar dağılımı bulunabileceği gibi teorik dağılım biliniyorsa veya yakın bir dağılım ele alınarak da zarar dağılımının bulunması mümkün olmaktadır. Kredi riskinin modellenmesi ile kredi portföyünün beklenen kayıp tutarı tespit edilmekte, beklenen kaybın belirlenmesinin ardından, hedeflenen risk düzeyine bağlı olarak beklenmeyen kayıp hesaplanmaktadır. Hesaplanan beklenmeyen kayıp tutarı kredi riski için gerekli sermayenin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Ayrıca kredi riski modelleri, müşteri bazında riske göre fiyatlama yapılmasını sağlaması açısından da önem taşımaktadır.

Kredi borcu bankanın tahsil edebildiği veya tahsil edemediği yapıya sahip olacaktır. Bu iki ihtimalli yapı, zararın modellenmesinde ihtimal üreten fonksiyonunun oluşturulmasında kullanılmaktadır. Sigorta hasar modellerinde olduğu gibi konunun iki uzantısı bulunmaktadır: kredi alanlardan kaçının kredisini ödemeyeceği (frekans) ve alınan kredilerden ne kadarının ödenmeyeceği (şiddet). Bu iki veri de ihtimali veri olup bir kesinlik içermeyeceğinden buradaki sürece ihtimali veya stokastik süreç denmektedir. Banka yöneticisi her ne kadar ihtimali de olsa bir yıl içinde muhtemel geri dönüşü olmayacak kredi tutarının hesaplanmasını isteyecek, idari otorite muhtemel bu zarar için gerekli karşılık ve sermaye desteği isteyecektir. Risk teorisinin temel konusu sigorta portföyünün davranışlarına yönelik tahmin ve tanımlama üretecek matematiksel ve istatistiksel modeller üzerinde çalışmaktır. Risk teorisi risk modellemesi konusunda üç yüzyıldır gelişim göstermektedir.²⁴² Heckman bu gelişim içinde modellemenin içine tarih sırasına göre giren

²⁴¹ Paolo BRANDIMARTE, **Numerical Methods in Finance and Economics : MATLAB-Based Introduction**, 2nd Ed., New Jersey:John Wiley & Sons Ltd, 2006, s.50.

²⁴² HECKMAN, **a.g.m.**, s.2.

unsurları şu şekilde sıralamıştır. Mortalite, faiz, giderler, nakit çıkışları, yeni girişler, prim düzeltmeleri veya sermaye ekleme, sonuçların dağılımını gösterme, nakit akımı, değişkenler arası ilişkiler, makro modellere yerleştirme olarak sıralamış, genel olarak modellerin hayat ve emeklilik işlemleri orijininde gelişme gösterdiğini ileri sürmüştür.²⁴³

Bu çalışma kapsamında ise genel amaç bankaların maruz kaldıkları risklerin nasıl modellenebileceği ve buna uygun aktüeryal metodların kullanımınıdır. Esasen risklerin (kredi, operasyonel, market) yaratacağı zararın yoğunluk fonksiyonunu tespit etmek modellemenin temel uğraşdır. Aktüeryal yöntem özü itibariyle hasar dağılımını tespit ve buradan toplam hasar dağılımını bulmaya dayanır. Bunun için temel unsurlar ise frekans ve şiddet dağılımlarının bulunmasıdır. Aktüeryal modellemede frekans dağılımı için binominal, Poisson ve Negatif Binomial dağılımları kullanılmaktadır. İhtimal, bir stokastik (rastlantısal) süreçte olayın gerçekleşme şansının sayısal ölçümüne verilen isimdir. İhtimali durum gerçekleşmesi çeşitli rastlantısal seçeneklere tabi olan muhtemel sonuçları ifade etmektedir. İhtimali model kurma, model kuranın düşüncesine göre şekillenirken, frekans ve şiddetin nasıl olacağı geçmiş verilerden elde edilebileceği gibi, model kuranın kendi öngördüğü kapsamda da ele alınabilir. Önemli olan kurulan model ile gerçek hayattaki gerçekleştirmelerin ne ölçüde modelle izah edebildiğidir.

Geleceği tam olarak tahmin edemememizin nedeni iki temel unsurdur: değişkenlik ve belirsizlik. Değişkenlik yapısal bir şeydir ve şansın etkisidir, sistemin bir fonksiyonudur. Ancak sistemin değiştirilmesiyle azaltılabilir. Bir yazı tura atmadaki kesin sayı hiçbir zaman tam olarak bilinemez zira raslantısalıdır. Belirsizlik ise modellenen sistemin parametreleri hakkında değerlendirme yapanın bilgi sahibi olmamasını ifade eder. Ölçümlerle azaltılabilir. Toplam belirsizlik belirsizlik ve değişkenliğin kombinasyonudur. Bu iki unsur birlikte geleceği tahmin etme yeteneğini azaltır. Felsefe anlamında belirsizlik ve değişkenlik iki çok farklı unsur olsa da, risk analizi modellemesinde oldukça ortak yönleri sahiptir.²⁴⁴ Modellemede karşılaşılan problemlerinin kolay bir çözümü yoktur. İyi bir model oluşturmada temel nokta karar verici olarak modelin ne kadar çok soruya cevap verilebileceğine karar vermektir.²⁴⁵ Aktüeryal modelin çerçevesinin anlaşılabilmesi için

²⁴³ HECKMAN, a.g.m., s.3.

²⁴⁴ VOSE, a.g.e., s.48.

²⁴⁵ VOSE, a.g.e., s.145.

temel bazı istatistiksel bilgileri ele almak uygun olacaktır. Bu çerçevede önce temel kavramlar ele alınacak ve hasar dağılımının frekans ve şiddet dağılımları için gerekli olacak ihtimali dağılımlar üzerinde durulduktan sonra toplam hasar dağılımının elde edilmesi yöntemleri ele alınacaktır. Bu şekilde teorik düzeyde ihtiyacımız olan aktüeryal modellemenin temel istatistiksel yapısı sunulmuş olacaktır.

3.2 Aktüeryal Modelin Temel Unsurları

Hangi risk ölçütü hedeflenirse hedeflensin, aktüeryal modelleme ile öncelikle değişkenlerin tabi olduğu istatistiksel dağılımların karakteristiklerine ulaşmak istenir. Zira ihtimali dağılımın yapısı bilinirse, dağılımda neresinin risk olarak belirlendiği (eşik değer), hangi istatistik ile ölçüm yapıldığı (std, ortalama veya şiddet gibi) yalnızca riskin veya risk getiri ilişkisinin mi ölçüldüğü gibi hususlarla istenilen amaca ulaşılabilir, hesaplama mümkün olacaktır. Aktüeryal risk modeliyle maruz kalınan risklerin muhtemel zarar dağılımı elde edilerek, buradan hareketle risk tutarı hakkında bir kaanate ulaşılmaktadır. Operasyonel risk ölçümünde verinin yapısına uygun dağılıma ulaşma yöntemi (ileri içsel modellerde) çoğunlukla kullanılırken, kredi riski ölçümünde genel kabul gören yaklaşım ise zarar dağılımının ihtimal türetme fonksiyonunu elde ederek zarar ile buna karşılık gelen ihtimali dağılımı elde etmeye odaklanılmaktadır. Bu dağılımın ortalaması (beklenen değeri) aslında beklenen zarar olarak bankada bulunması gereken sermaye düzeyine işaret ederken, bu beklenen değer risk maruz değerden çıkarılmasıyla beklenmeyen zarar tutarına ulaşılmaktadır. Konumuz kredi riski olduğu için bu model bankanın bir dönem sonunda (genellikle yıllık) portföyün yaratacağı beklenen kredi risk zararı ve beklenmeyen kredi risk zararının bulunan model ile hesaplanması mümkün olacaktır. Aslında vurgulanması gereken bir diğer husus ise zarar dağılımının ortalaması aslında riske karşılık bulunan riskin fiyatı veya sigorta primi olmaktadır. Basit aktüeryal fiyatlamada bu ortalama tutarın üstüne bir kar marjı eklenmek suretiyle fiyat bulunmaktadır.

Modeller rastlantısal değişkene dayanmaktadır, rastlantısal bir duruma ait sonuçları gösteren herhangi bir reel değer, rastlantısal değişken olarak ifade edilmektedir.²⁴⁶ Rastlantısal değişken veri olan bir dizi değişken setinden bir değerdir.²⁴⁷

²⁴⁶ BEAN, a.g.e., s.91

Belirsizlik ortamında yalnızca ihtimali modelleme söz konusu olabilmektedir.²⁴⁸ İhtimal bir olayın olma derecesini ölçerken, ihtimali değişken ise muhtemel sonuçlara nümerik değer atayan fonksiyona denmektedir.²⁴⁹ Risk ölçütü ise ihtimali değişkenin temsil ettiği zarar miktarını gerçek sayıya dönüştürmekte ve maruz kalınan risk tutarını ifade etmektedir.²⁵⁰ Sayısal olarak riskin tutarını ifade etmek için risk ölçütü (risk measure) kullanmak gerekmektedir. Finans alanında sharpe rasyosu (1960'lar), batma (iflas) ihtimali (probability of ruin) (1980'ler), Riskteki Değer (Value at Risk) (1990'lar) gibi risk ölçütleri geliştirilmiştir. 2000'li yıllarda ise uç²⁵¹ şartlı beklentiler (tail conditinal expectation), uç frekans şiddet çarpımı (tail frequency x severity), risk kapsama rasyosu (risk coverage ratio) gibi risk ölçütleri geliştirilmiştir.

Aktüerya genel olarak sigortacılık riskleriyle uğraştığı için, riskin içeriği sigortalanabilir riskleri kapsamakta olup, bahsedilen riskler ise yalnızca ekonomik zarar doğuran riskler olmaktadır. Sigortacılık esas itibariyle ekonomik zarar riskinin sigortacı tarafından karşılanması taahhüdü olup, burada riski doğuran olayın sigortalının kontrolünde olmaması gerekmektedir. Aktüeryal tanımlamada riskin tanımında sonuç (etki veya zarar), ihtimaller ve istatistiksel dağılım, kişisel tercihler önplana çıkmaktadır.²⁵² Bu unsurlar, riskin kişisel tercihler nedeniyle subjektif algıya göre değişen yapısını, çok çeşitli alandaki yaklaşım farklılıklarını ve ölçüm farklılığını da göstermektedir. Sigortacılık, finans, aktüerya ve ekonominin çeşitli alanlarında beklenen sonuçlar ile gerçekleşen olaylar arasındaki farklar bu anlamlarda değişiklik göstermektedir. Kuşkusuz olayların sonuçları, bunların olma ihtimalleri ve tabi oldukları istatistiksel kurallar, kişi tercihleri ve bunların etkileri ve potansiyel olumsuz etkilerinin büyüklüğünün modellenmesini de her bir alanda kendine özgü yaklaşımlara sahip olacaktır. İhtimali olmak, gerçekleşmesi kesin olmayan bir durumu yansıtırken, bütün ihtimallerin oluşturduğu bir kümedeki her bir olayın gerçekleşmesi frekansı veya göreceli frekansı belirtmektedir. Sözgelimi bir bankanın almış olduğu özel sektör tahvillerinin hepsi temerrüde düşmeyecektir, temerrüt sayısı % 1 veya % 2 olabilecektir. Bu sayı bize örnek tamamına göre temerrüt ihtimalini yani frekansı

²⁴⁷ LEWIS, a.g.e., s.7.

²⁴⁸ PANJER, a.g.e., s.19.

²⁴⁹ PANJER a.g.e., s.20.

²⁵⁰ PANJER, a.g.e., s.47.

²⁵¹ Tail istatistiksel anlamda kuyruk olarak ifade edilmektedir. Ancak Türkçe ifade bozukluğunun önüne geçmek için bazı durumlarda uç demenin uygun olacağı düşünülmektedir.

²⁵² TEUGELS ve SUNDT, a.g.e., s.560.

verecektir. Şiddet ise söz konusu olayda kaybettiğimiz tutar olacaktır.

Matematiksel olarak ihtimal belli bir durumun gerçekleşme adedinin tüm olayların gerçekleşme sayısına bölünmesiyle bulunmaktadır. Mesela 200 yılda bir 7 ve üzeri şiddette deprem adedi bir ise bunu $1/200$ ihtimal değeri ile ifade etmekteyiz. İhtimal olayların gerçekleşmesi, frekans olarak ifade edilebileceği gibi belli bir aralık değeri ile de ifade edebiliriz. Söz gelimi % 90 güven ile veya (% 10 hata payı) ile ortalama değer 100 dersek söz konusu ortalama değer 90 ile 110 Aralığında olacağı açıktır, bu şekildeki ihtimal bildirimine sübjektif ihtimal demektedir ve kişinin kişisel inanış derecesi olarak da görülebilir.²⁵³ Finans ve aktüeryal modellemede stokastik ve stokastik olmayan değişken olmak üzere iki tür değişken kullanılmaktadır. Stokastik olmayan değişkenler tamamen deterministik yapıda olup, stokastik yapı içermezler. Stokastik yapı içeren rastlantısal değişkenler bir ihtimali veya stokastik yapı içerirler.²⁵⁴ Ekonomik yönden belirsizlik üreten sonuçlara sahip olan olaylar rassal olarak nitelenirken, rassal sonuca tabi fenomenler ise bir den fazla sonuca sahip olacak yapıdadırlar.²⁵⁵

Finansal veya aktüeryal modellemede kullanılan finansal sonucun gerçekleşmesine kadar geçen zaman değişkeni ihtimali yapı içerdiğinden (kesin bir zaman bilinmediğinden) stokastik olarak adlandırılır. Mesela bir hayat poliçesinde kişinin ölümü veya bir bono ihraç eden şirketin iflas tarihi veya kredi borçlusunun ödeyememe durumuna düşeceği zaman gibi durumlar stokastik niteliktedir, kesinlik yerine ihtimali durum içerirler. Herhangi bir olayın gerçekleşme ihtimali, olası tüm sonuçlara göre belirlenmekte olduğundan bu olayın gerçekleşmesi veya gerçekleşmesi durumunda yaratacağı zarar miktarı ihtimal ölçümüne göre yapılmak durumundadır.

İhtimali, rassal değer, rastlantısal değişkenle ifade edilir ve belli bir süreçteki muhtemel tüm sonuçları kapsar.²⁵⁶ Bir örnek uzayındaki her bir ihtimal bir rastlantısal değişken ile ifade edilmektedir.²⁵⁷ Rastlantısal değişken (X) bir ihtimali dağılım ile ifade

²⁵³ Cornelis A. LOS, **Financial Market Risk: Measurement and Analysis**, New York:Routledge, 2003, s.15.

²⁵⁴ Dale S. BOROWIAK, **Financial and Actuarial Statistics**, New York:Marcel Dekker, Inc., 2003, s.5.

²⁵⁵ Christian GOURIEROUX ve Joann JASIAK, **The Econometrics of Individual Risk**, New Jersey:Princeton University Press, 2007, s.2.

²⁵⁶ JORION, a.g.e, s.31.

²⁵⁷ Ronald E. WALPOLE ve Diğerleri., **Probability & Statistics for Engineers & Scientists**, 8th Ed., New Jersey: Pearson Education International, 2007, s.77

edilir ve bu dağılım belli bir seviye (x) değerine kadar olan tüm ihtimalleri kapsar. Rastlantısal değişken X şeklinde büyük harfle yazılırken, bir değer aldığında (belirli bir değer olunca) x şeklinde küçük harfle ifade edilmektedir. Rastlantısal değişkenin bir gerçek değer olma ihtimali $P(X=x)$ şeklinde ifade edilmekte ve bu ihtimal bir sayısal değerle gösterilmektedir. Bir zarın atılmasında 6 gelme ihtimali $P(X=6) = 1/6$ şeklinde sunulabilir. İki temel türde rastgele değişken bulunmaktadır: kesikli (discrete) ve sürekli (continuous). Kesikli değişkenler 0.1.2.3 gibi tam sayıları almaktadır.²⁵⁸ Sürekli değişken ise kesikli dışındaki tüm değerleri ifade etmektedir. İhtimali değişken X , dağılım fonksiyonu ile ifade edilmektedir. Bu fonksiyon, $F(x) = P(X \leq x)$ X rastlantısal değişkeninin x kesin değerine kadar olan değerlerinin gerçekleşme ihtimalini göstermekte ve kümülâtif ihtimal fonksiyonu olarak da nitelendirilmektedir.²⁵⁹ Yoğunluk fonksiyonun toplamı (sürekli değişkende ise integrali) bir değerini verecektir. Kümülâtif yoğunluk fonksiyonu ihtimali yoğunluk fonksiyonlarının toplamından oluşmaktadır. Kümülâtif değişken belli bir sayınının altındaki tüm ihtimalleri kapsamaktadır. Herhangi bir rastgele değişkenin X ,in kümülâtif ihtimali kümülâtif dağıtım fonksiyonu ile ölçülmektedir. Eğer X kesikli bir değişken ise kümülâtif dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır.²⁶⁰

$$F(x) = \Pr(X \leq x) = \left\{ \sum_{x \leq k} p(x) \right\}$$

Bu fonksiyon, rastlantısal değişkenin (X)'in belirli bir x değerinin altında olması ihtimalini göstermektedir.²⁶¹ Dağılımın şekline göre kümülâtif dağılım değişik anlam yüklenmektedir. Binomial dağılım için bir operasyonel (veya kredi) riskinde zararın yüzdesini gösteren rastlantısal değişken olmakta, pareto dağılımında bir işlemdeki zararı göstermektedir.²⁶² Dolayısıyla her bir dağılımın özelliğine göre, gerek kümülâtif gerekse yoğunluk fonksiyonlarının temsil ettiği değerler farklı olabilmektedir. İhtimal ise bir olayın olma şansını (likelihood) gösterirken, ihtimal 1 değerine yaklaşırken olayın gerçekleşme ihtimali artmaktadır. İhtimal aynı zamanda risk göstergesi olarak kullanılmakta ve bir olayda

²⁵⁸ LEWIS, **a.g.e.**, s.8.

²⁵⁹ PANJER, **a.g.e.**, s.107.

²⁶⁰ Rob KAAS ve DİĞ., Modern Actuarial Risk Theory with R, 2nd Ed., Boston:Springer-Verlag, 2008, s.20.

²⁶¹ Condamin, Louisot ve Naim, **a.g.e.**, s.59.

²⁶² PANJER, **a.g.e.**, s.21.

ihtimalin 1'e doğru olması bu riskin gerçekleşme olasılığına işaret etmektedir.²⁶³ X kümül dağılım fonksiyonunun x'e göre türevi alınırsa ihtimali yoğunluk fonksiyonuna ulaşılmaktadır.

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x)$$

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$

Aktüeryal ve finansal modellerde temel rol oynayan ortalama veya beklenen değer, risk analizi açısından önemlidir. X ihtimali değerinin beklenen değeri $E(X^r)$ ise sürekli (continuous) ve kesikli(discrete) olarak aşağıdaki formüllerle hesaplanmaktadır.²⁶⁴

$$E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f_X(x) dx \quad \text{X sürekli} \quad (04)$$

$$E(X^r) = \sum_{x \in \Omega_X} x^r f_X(x) \quad \text{X kesikli.} \quad (05)$$

Beklenen değer, rastlantısal değişkenin ihtimaline göre ağırlıklandırılmasıyla bulunmaktadır. Yukarıdaki formülün açılımı şu şekilde olacaktır.²⁶⁵

$$E(X) = x_1 \cdot \Pr(X = x_1) + x_2 \cdot \Pr(X = x_2) + \dots + x_r \cdot \Pr(X = x_r)$$

Herhangi bir g fonksiyonuna bağlı olarak raslantısal değişken X'in beklenen değeri $E[g(X)]$ olarak gösterilir ve tüm karışık dağılımlar için istatistiksel olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dF_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx + \sum_{x_i \in \Omega_X} g(x_i) \Pr(X = x_i)$$

Eğer X sürekli bir değişken ise formül aşağıdaki gibi olacaktır.

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx$$

Kesikli değişken durumunda ise ortalamanın hesaplanması aşağıdaki gibi olacaktır.

$$E[g(X)] = \sum_{x_i \in \Omega_X} g(x_i) f_X(x_i)$$

Eğer X pozitif, sürekli ve $g(\cdot)$ pozitif, monotonic ve türevi alınabilir fonksiyonsa, aşağıdaki sonuca ulaşırız.

²⁶³ LEWIS, a.g.e., s.9.

²⁶⁴ BOROWIAK, a.g.e., s.12.

²⁶⁵ CONDAMIN, LOUISOT VE NAIM, a.g.e., s.57.

$$E[g(X)] = \int_0^{\infty} g(x) dF_X(x) = g(0) + \int_0^{\infty} g'(x) [1 - F_X(x)] dx$$

formülde $g'(x)$, $g(x)$ 'in türevi olup, eğer $g(x) = x$ dersek $g(0) = 0$ olacak ve $g'(x) = 1$ olduğundan X 'in ortalaması şu şekilde hesaplanacaktır.

$$E(X) = \int_0^{\infty} [1 - F_X(x)] dx = \int_0^{\infty} S_X(x) dx \quad (06)$$

Ortalama aktüeryal ve risk yönetimi literatüründe önemli bir role sahiptir. Zarar dağılımının ortalaması beklenen zararı belirttiği için gerek prim gerekse karşılık belirlenmesi de bu dağılımın ortalamasına göre yapılmaktadır. Diğer taraftan datanın mevcut olduğu durumda ise dağılımın tahmin edilmesi için ortalama ve varyans verilerine sahip olduğumuzda dağılımın tahmini de kolay olacak, veriden dağılıma ulaşmak da mümkün olacaktır.

Aktüeryal model, sigortalanmış bir tehlikenin gerçekleşmesi sonucunda sigorta şirketinin ödeyeceği ve tutarı raslantısal bir değişken olan sigorta riskinin modellenmesidir.²⁶⁶ Risk modellemesi aktüerya biliminde uzun süredir en önemli araçlardan birisi olmuş, daha çok sigortacının kar marjını ve sigorta mali yeterlilik konularında teorik modelleme kullanılmıştır. Modelleme parametrelerin belli olması veya belirsizliği durumunda farklı olmaktadır. Parametrenin belirgin olması durumunda uygun dağılıma ait pgf, mgf, cgf, cf, gibi moment üretim yöntemleri ile dağılımlar birleştirilerek (bütünleştirilerek) toplulaştırılmış dağılıma ulaşılmaktadır. Parametrenin bilinmediği modellemeye dönük çalışmalardan Patrik and John [1980] çalışmasında hasar şiddeti ve dağılımının raslantısal değişken olduğu durum ele alınmıştır. Heckman and Meyers [1983] ise parametre belirzliği durumunda model oluşturmak için hızlı hesaplama algoritması geliştirmişlerdir. Dağılımın varyansından hareketle parametre belirsizliğinin etkisi üzerinde durmuşlar, ve X raslantısal değişkeninin parametre θ 'ya dayandığı varsayımı altında varyans şu şekilde ifade edilmiştir.²⁶⁷

$$Var(X) = E_{\theta} [Var[X|\theta]] + Var_{\theta} [E[X|\theta]] \quad (07)$$

²⁶⁶ KAAS VE DİĞ., **a.g.e.**, s.9.

²⁶⁷ BOWERS VE DİĞ., **Actuarial Mathematics**, 2nd Edition, Illinois:SOA, 1997, s.368.

Söz konusu varyansın ilk bölümü varyans süreci olarak adlandırılırken, ikinci kısım ise parametre varyansı olarak adlandırılmıştır. Eğer parametre belirsizliği yoksa formüldeki ikinci kısım olan parametre varyansı bölümü de sıfır olacaktır. Parametre belirsizliği arttıkça şartsız varyans da artmaktadır. Eğer $X_1, \dots, X_n$ bağımsız (independent) ve birbirine benzer (identical) θ 'ya bağlı raslantısal değişkenler olduğu varsayımı altında, θ ' veri olduğu durumda X_i 'lerin şartlı bağımsız olduğu durumda; ortalaması $E\left[\sum_{i=1}^n X_i | \theta\right] = n.E[X | \theta]$ varyansı ise $Var\left[\sum_{i=1}^n X_i | \theta\right] = nVar[X | \theta]$ olacaktır. X_i 'lerin şartsız bağımsız olduğu durumda ise varyans;

$$Var\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = E_{\theta}\left[Var\left[\sum_{i=1}^n X_i | \theta\right]\right] + Var_{\theta}\left[E\left[\sum_{i=1}^n X_i | \theta\right]\right] \quad (08)$$

$$= n.E_{\theta}\left[Var[X | \theta]\right] + n^2.Var_{\theta}\left[E[X | \theta]\right] \quad (09)$$

Hasar modelinde $E_{\theta}\left[Var[X | \theta]\right] \geq Var_{\theta}\left[E[X | \theta]\right]$ olduğu için n artarsa parametre varyansı olan ikinci kısım önemli olacaktır. Parametre belirsizliği küçük sigortacılar için fazla önemli rol oynamasa da büyük sigortalılar için daha önemli olacaktır. Bir yıllık zaman süresince sigorta portföyünün üreteceği hasar tutarını bulmak için oluşturulan modele aktüeryal risk modeli denmektedir. Risk modeli ile bağımsız rasgele değişkenlerin oluşturacağı toplam zarar miktarının matematiksel sunumu amaçlanmakta, var olan ilişki tarif edilmektedir.

Beklenen değeri Moment Üreten Fonksiyonu (Mgf) aracılığı ile de ifade etmek mümkündür. Moment üreten fonksiyonun birinci çekimi beklenen değeri vermektedir.²⁶⁸

$$M_X(t) = E(e^{tX}) \quad (010)$$

Aşağıdaki temel ilişkileri göz önünde bulundurmak ileriki hesaplamalar açısından gerekmektedir. Görüleceği üzere t=0 anındaki Mgf'nun türevi ortalamayı vermektedir.

$$M_X^r(t) = \frac{d^r M_X(t)}{dt^r} = \frac{d^r}{dt^r} E(e^{tX}) = E\left[\frac{d^r}{dt^r}(e^{tX})\right] = E(X^r e^{tX})$$

²⁶⁸ BOROWIAK, a.g.e., s.17.

$$M_X^r(0) = E(X^r) = \mu_r' \quad (011)$$

X' X_i 'lerin tamamını temsil ettiği için $X = X_1 + \dots + X_n$, X'in mgf'sini şu şekilde yazabiliriz.

$$M_X(t) = E(e^{tX}) = E(e^{tX_1 + \dots + tX_n}) = E\left(\prod_{i=1}^n e^{tX_i}\right) = \prod_{i=1}^n E(e^{tX_i}) = [M(t)]^n$$

Eğer iki rastlantısal değişken aynı mgf'ye sahip ise aynı dağılıma sahiptirler demektir. Eğer bir rastlantısal değişken yalnızca pozitif değerleri alıyorsa, ihtimal üreten fonksiyonu (pgf) şu şekilde formüle edilmektedir.²⁶⁹

$$P_X(t) = E(t^X) \quad (012)$$

Moment üreten fonksiyon (mgf) ile ihtimal üreten fonksiyon (pgf) arasındaki ilişki ise şu şekilde özetlenmektedir.²⁷⁰

$$M_X(t) = P_X(e^t) \quad (013)$$

$$P_X(t) = M_X(\log t) \quad (014)$$

Bir rastlantısal değişken X'in pgf'si verildiği zaman ihtimali fonksiyonunu belirlemek basit işlemle mümkün olmaktadır.

$$P_X(t) = \sum_{x=0}^{\infty} t^x f_X(x) \quad (015)$$

$P_X(t)$ nin r'nci seviyesinden türevi alınır;

$$P_X^r(t) = \frac{d^r}{dt^r} \left(\sum_{x=0}^{\infty} t^x f_X(x) \right) = \sum_{x=r}^{\infty} x(x-1)\dots(x-r+1) t^{x-r} f_X(x)$$

Eşitlik r=0 için değerlendirildiğinde ihtimal fonksiyonu da elde edilebilmektedir.²⁷¹

$$P_X^r(0) = r! f_X(r) \quad (016)$$

$$f_X(r) = \frac{P_X^r(0)}{r!} \quad (017)$$

X rastlantısal değişkenin moment üreten fonksiyonu (mgf) $M_X(t) = E(e^{tX})$ bütün t için beklenen değer olmaktadır. İhtimali üretme fonksiyonu (PGF) ise bütün beklenen z

²⁶⁹ WALPOLE VE DİĞ., a.g.e., s.108.

²⁷⁰ PANJER, a.g.e., s.40.

²⁷¹ TSE, a.g.e., s.6.

değeri için $P_X(z) = E(z^X)$ şeklinde olacaktır ($M_X(t) = P_X(e^t)$). Moment üreten fonksiyonu(mgf) ile dağılımın beklenen değeri ve diğer momentleri bulmak mümkün olacaktır. Moment üreten fonksiyonu ile diğer fonksiyonlar arasındaki ilişkileri ele almak uygun olacaktır.²⁷²

$$\phi_X(z) = E(e^{izX}) = M_X(iz) \quad (018)$$

Karakteristik fonksiyon ile moment üreten fonksiyonu arasındaki ilişki yukarıdaki gibidir. MGF ile ihtimal üretme fonksiyonu arasındaki ilişkiyi tekrar ele alırsak;

$$P_X(z) = M_X(\ln z) \quad (019)$$

$$L_X(z) = E(e^{-zX}) = M_X(-z) \quad (020)$$

X veya onun dağılımının Laplace dönüşümünü de yukarıdaki gibi gösterebiliriz.²⁷³

$$C_X(z) = \log M_X(z) \quad (021)$$

Yukarıdaki formül ise kumulant üreten fonksiyonu (cgf) olarak bilinmektedir. Söz konusu dönüşüm fonksiyonları model kurma aşamasında kullanılmaktadır. Poisson dağılımı için olasılık üreten fonksiyonu özellikle frekans dağılımlarında çok kullanılmaktadır. Poisson dağılımının olasılık üreten fonksiyonu şöyledir.

$$P_X(z) = \sum_{x=0}^{\infty} z^x \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(z\lambda)^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{z\lambda} = e^{\lambda(z-1)} \quad (022)$$

Moment üreten fonksiyonu ise şu şekilde olacaktır.

$$M_X(t) = P_X(e^t) = \exp[\lambda(e^t - 1)] \quad (023)$$

Önümüzdeki bölümlerde kullanılacağı için bağımsız gama dağılımlarının toplamının da gama dağılımı olduğunu gösterelim.

$$E(e^{tX}) = \frac{\int_0^{\infty} e^{tx} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\theta}} dx}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}} = \frac{\int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x(-t+\frac{1}{\theta})} dx}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}} = \frac{\int_0^{\infty} y^{\alpha-1} (-t+\frac{1}{\theta})^{-\alpha} e^{-y} dy}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}} = \frac{\Gamma(\alpha)(-t+\frac{1}{\theta})^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}} = \left(\frac{1}{1-\theta t}\right)^{\alpha}$$

²⁷² TSE, **a.g.e.**, s.5

²⁷³ KAAS ve DİÇ, **a.g.e.**, s.29

Gama dağılımının mgf'si bulunduğundan sonra k adet α gama dağılımının mgf'si ise çarpımları olacağından gama dağılımlarının toplamının da gama olduğu sonucuna ulaşılır.²⁷⁴

$$M_{S_k}(t) = \prod_{j=1}^k \left(\frac{1}{1-\theta t} \right)^{\alpha_j} = \left(\frac{1}{1-\theta t} \right)^{\alpha_1 + \dots + \alpha_k} \quad (024)$$

Aktüeryal modelin kuruluşunda temel bazı ihtimali dağılımlardan faydalanılmaktadır. Gerek veriden dağılıma gerekse doğrudan dağılımdan hareket eden modellerde söz konusu temel dağılımlar uygulamacıya kolaylıklar sağlamaktadır. Bu açıdan temel bazı dağılımların temel özelliklerine değinmenin uygun olacağı düşünülmektedir.

3.3 Hasar Frekans Dağılımları

3.3.1 Binomial Dağılım

En yaygın frekans dağılımlarından birisi Binomial dağılımdır. Hasarın olma ya da olmama şeklindeki (frekans) yapısını iki ihtimalli yapısını ifade etmek için genellikle bu dağılımdan faydalanılmaktadır. İhtimali değer X 'in dağılımı θ ve n parametreleri ile ifade edilmektedir. Dağılım $BN(n, \theta)$ şeklinde izah ederken, θ 0 ile 1 değeri arasında herhangi bir değeri alabilecek ($0 < \theta < 1$), n ise pozitif tamsayı olmak üzere, X 'in ihtimali dağılımı şu şekilde olacaktır. Bu formülde θ başarı ihtimalini verirken $(1-\theta)$ başarısızlığı vermektedir. Fonksiyon, n denemede x adet (sıfırdan büyük her bir x için en fazla n adet olmak üzere) başarının²⁷⁵ gerçekleşmesinin oluş ihtimalini bize vermektedir.

$$f_X(x) = \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x} \quad (025)$$

Formüldeki $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ ilişkisi hatırlanacaktır. X 'in ortalaması $E(X) = n\theta$ ve varyansı $Var(X) = n\theta(1-\theta)$ şeklinde formüle edilmektedir.²⁷⁶

Formülden de görüleceği üzere θ birden küçük olduğundan varyans devamlı surette ortalamadan daha küçük bir değer alacaktır. İhtimali değer X 'in mgf ise

$$M_X(t) = (\theta e^t + 1 - \theta)^n \text{ şeklinde iken pgf ise; } P_X(t) = (\theta t + 1 - \theta)^n \text{ şeklindedir. Söz}$$

²⁷⁴ PANJER, a.g.e., s.40.

²⁷⁵ Konu kredi hasar modeli olunca n adet temerrüt durumu ifade edilmektedir.

²⁷⁶ WALPOLE VE DİĞ., a.g.e., s.147.

konusu formüllerin ispatı Schay (2007)'e bakılabilir.²⁷⁷ Başarının ihtimalini gösteren θ eğer 0,5 değeri alırsa, bu dağılım simetrik olacak, eğer n sayısı yeterince büyük olursa bu dağılım normal dağılıma dönüşecektir. Dağılımda ardışık fonksiyon değerleri arasındaki ilişki çeşitli hesaplamalarda kolaylık sağlamaktadır. Söz konusu ardışıklık ilişkisi aşağıda sunulmuştur.

$$\frac{f_X(x)}{f_X(x-1)} = \frac{\binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}}{\binom{n}{x-1} \theta^{x-1} (1-\theta)^{n-x+1}} = \frac{(n-x+1)\theta}{x(1-\theta)} \quad (026)$$

İki ardışık değer arasındaki fark yukarıdaki gibi olduğundan fonksiyonu tekrar aşağıdaki gibi yazmak mümkün olacaktır.²⁷⁸

$$f_X(x) = \left[\frac{(n-x+1)\theta}{x(1-\theta)} \right] f_X(x-1) \quad (027)$$

Binomial dağılım özellikle bir olayın olması ve olmaması ihtimallerine göre oluştuğundan frekans dağılımlarında ve kredi riski için zararın olması, olmaması gibi durumların tarif edilmesinde ve teorik ihtimal üreten fonksiyonunun kurulmasında yaygınca kullanılmaktadır.

3.3.2 Geometrik Dağılım

Frekans dağılımlarına uygun istatistiksel dağılımlardan birisi de geometrik dağılımdır. X değişkenine ait dağılım θ parametresi ($0 < \theta < 1$), ile $GM(\theta)$ şeklinde ifade edilmekte ve ihtimal fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir. Formül θ başarı ihtimali olmak üzere bağımsız Bernoulli denemelerinde başarı olmadan önceki ilk x başarısızlığını ($x \geq 0$ ve büyük herhangi bir sayı olmak üzere) göstermektedir. Söz gelimi ilk portföyde 5 hasarın oluş ihtimali gibi.

$$f_X(x) = \theta(1-\theta)^x \quad (028)$$

X 'in ortalama ve varyansı ise şöyledir. Formüllerden de görüleceği üzere varyans ortalamadan devamlı büyük olmaktadır.

²⁷⁷ Geza SCHAY, **Introduction to Probability with Statistical Applications**, Boston:Birkhauser, 2007, s.150.

²⁷⁸ TSE, **a.g.e.**, s.7.

$$E(X) = \frac{1-\theta}{\theta} \quad (029)$$

$$Var(X) = \frac{1-\theta}{\theta^2} \quad (030)$$

X değişkenine ait moment üreten fonksiyon (mgf) ve pgf ise aşağıda sunulmuştur. Formüllerin çıkarılması Bean (2001)'de ayrıntılı şekilde gösterilmiştir.²⁷⁹

$$M_X(t) = \frac{\theta}{1-(1-\theta)e^t} \quad (031)$$

$$P_X(t) = \frac{\theta}{1-(1-\theta)t} \quad (032)$$

Formülden de anlaşılacağı üzere x arttıkça ihtimali fonksiyonda azalacaktır. İhtimal fonksiyonun ardışık şekli ise aşağıdaki gibidir.

$$f_X(x) = (1-\theta)f_X(x-1) \quad (033)$$

Formülden de anlaşılacağı üzere ilk ihtimal değerinin başarısızlık $(1-\theta)$ ihtimali ile her sefer, bir önceki yoğunluk ihtimali ile çarpılması suretiyle ardışıklık devam etmektedir. Başarı ihtimali θ birden küçük olduğu için x değeri yükseldikçe ihtimal de geometrik olarak düşmektedir. Frekans dağılımlarında ve kredi risk modelinin kurulumunda kullanılan dağılımlardan olan geometrik dağılımın aktüeryal literatürde kullanımı yaygındır.

3.3.3 Negatif Binomial Dağılım

Bir dizi Bernoli denemesinin olduğu seride θ başarı ihtimalini göstermek ve 0 ile 1 arasında bir değer almak üzere, r ncı başarıdan önce x başarısız durumun oluşma ihtimali negatif Binomial serisi ile ifade edilir ve notasyon olarak $NB(r, \theta)$ ile gösterilir. Dağılımın yoğunluk fonksiyonu sıfır ve sıfırdan büyük her bir x için aşağıdaki gibidir.²⁸⁰

$$f_X(x) = \binom{x+r-1}{r-1} \theta^r (1-\theta)^x \quad (034)$$

²⁷⁹ BEAN, a.g.e., s.208.

²⁸⁰ WALPOLE VE DİĞ., a.g.e., s.159.

Eşitlikte eğer $r=1$ olursa dağılım geometric dağılım olmaktadır. Bu açıdan $NB(r, \theta)$, r sayıda bağımsız $GM(\theta)$ dağılımın toplamı gibi düşünülmektedir. Buradan hareketle geometric dağılıma ait ortalama ve varyansın r ile çarpılmasıyla negatife Binomial dağılıma ($NB(r, \theta)$) ait ortalama ve varyans elde edilmektedir.

$$E(X) = \frac{r(1-\theta)}{\theta} \quad (035)$$

$$Var(X) = r \left(\frac{1-\theta}{\theta^2} \right) \quad (036)$$

Negatif Binomial dağılımın moment üreten fonksiyonu (mgf) ve ihtimal üreten fonksiyonu (pgf) ise aşağıdaki gibidir.

$$M_X(t) = \left[\frac{\theta}{1-(1-\theta)e^t} \right]^r \quad (037)$$

$$P_X(t) = \left[\frac{\theta}{1-(1-\theta)t} \right]^r \quad (038)$$

Dağılım fonksiyonunun başlangıç noktası $f_X(0) = \theta^r$ olduğunu akılda tutarak ardışık (recursive) hesaplamasını yaparsak ileriki uygulamalar için yerinde olacaktır.

$$\frac{f_X(x)}{f_X(x-1)} = \frac{\binom{x+r-1}{r-1} \theta^r (1-\theta)^x}{\binom{x+r-1}{r-1} \theta^r (1-\theta)^{x-1}} = \frac{(x+r-1)(1-\theta)}{x}$$

İki ardışık değer arasındaki fark söz konusu değerle ifade edildiğinden fonksiyonu şu şekilde yazmak mümkün olacaktır.

$$f_X(x) = \left[\frac{(x+r-1)}{x} \right] f_X(x-1) \quad (039)$$

Aktüeryal pratikte frekans dağılımları arasında en sık kullanılan NB dağılım, sigorta branşlarının hasar modellerinin oluşturulmasında da en çok kullanılan dağılımlardandır.

3.3.4 Poisson Dağılımı

Finansal modellerde en çok kullanılan dağılımlardan birisi Poisson dağılımıdır. Belli bir zaman süresince başarısızlık veya hasar olayının olma sayının ihtimali dağılımı, λ parametresiyle $PN(\lambda)$ olarak gösterilir ve X 'in ihtimal fonksiyonu sıfırdan büyük her bir x için aşağıdaki formülle gösterilir.²⁸¹

$$f_X(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (040)$$

Formülde λ 0'dan büyük bir sayıyı temsil ederken, X 'in ortalama ve varyansı ise yine λ parametresine eşittir.

$$E(X) = Var(X) = \lambda \quad (041)$$

X 'in mgf ve pgf'si ise şöyledir.

$$M_X(t) = \exp[\lambda(e^t - 1)] \quad (042)$$

$$P_X(t) = \exp[\lambda(t - 1)] \quad (043)$$

Eğer X_i 'ler birbirinden bağımsız ise 1'den n 'e kadar X_i söz konusu ise bu durumda toplam $X = X_1 + \dots + X_n$ dağılımı yine Poisson dağılımı olacak ve λ_i 'lerin toplamı λ 'yı verecektir. Söz konusu bu hususun ispatı X 'in moment üreten fonksiyonu aracılığı ile kolayca yapılacaktır.

$$M_X = E(e^{tX}) = \prod_{i=1}^n E(e^{tX_i}) = \prod_{i=1}^n \exp[\lambda_i(e^t - 1)] = \exp\left[(e^t - 1) \sum_{i=1}^n \lambda_i\right] = \exp[(e^t - 1)\lambda]$$

Eşitlikte λ_i 'lerin toplamı λ 'yı vermektedir. Moment üreten fonksiyonunun tek olması dolayısıyla λ 'ın dağılımın da Poisson olduğu sonucuna varılmaktadır. Poisson dağılımının bu özelliği, aktüeryal risk modellemede önemli bir kolaylık sağlamaktadır. Aynı şekilde yukarıdaki özelliğin tam tersi de Poisson dağılımı için doğru olmaktadır. Yani ihtimalleri farklı olan bir dizi olayın toplam dağılımından bağımsız her bir alt küme dağılımına gittiğimizde yine Poisson dağılım olduğunu görmekteyiz. Bir A olayı m adet bağımsız ve

²⁸¹ WALPOLE VE DİĞ., a.g.e.,s.162.

sonlu alt olaylara ayrılabiliriyorsa ve bunlar A_i şeklinde izah edilmektedir($i=1....m$). X , A olayının oluş sayısını, X_i , ise A_i olayının oluş sayısını gösterirken ($X=X_1+....+X_m$), A olayı veri iken A_i Olayının olma ihtimali p_i ile ifade edilirse ($\Pr(A \mid A_i) = p_i$ ve $\sum_{i=1}^m p_i = 1$) eğer $X \sim PN(\lambda)$ ise $X_i \sim PN(\lambda_i)$ olmaktadır ($\lambda_i = \lambda p_i$ ve $X_1+....+X_m$ bağımsız). Söz konusu bu özellikde modelleme aşamasında kolaylık sağlamaktadır. Söz konusu özelliğin ispatı için X_i 'nin marjinal dağılımının çıkarılması gerekmektedir($x_i \leq x$). Söz konusu eşitlik için $X=x$ ve $X_i \sim BN(x, p_i)$ iken X_i 'nin marjinal dağılımı şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned} f_{X_i}(x_i) &= \sum_{x=x_i}^{\infty} \Pr(X_i = x_i | X = x) \Pr(X = x) = \sum_{x=x_i}^{\infty} \binom{x}{x_i} p_i^{x_i} (1-p_i)^{x-x_i} \left[\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \right] \\ &= \left[\frac{e^{-\lambda} (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!} \right] \sum_{x=x_i}^{\infty} \left[\frac{\lambda (1-p_i)^{x-x_i}}{(x-x_i)!} \right] = \left[\frac{e^{-\lambda} (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!} \right] e^{\lambda(1-p_i)} = \frac{e^{-\lambda p_i} (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!} \end{aligned}$$

Görüleceği üzere söz konusu sonuç, λp_i parametrelili poisson dağılımının ihtimali dağılımını göstermektedir. Şimdi $X_1, ..., X_m$ ortak dağılımını ele alırsak, bu dağılım $x, p_1, ..., p_m$ parametrelili çoklu bir dağılımdır, dolayısıyla ihtimallerin çarpım kuralından hareketle dağılım fonksiyonlarının çarpımı şöyle olacaktır.

$$\Pr(X_1 = x_1, ..., X_m = x_m | X = x) = \frac{x!}{x_1! ... x_m!} p_1^{x_1} ... p_m^{x_m}$$

$$f_{X_1 X_2 ... X_m}(x_1, ..., x_m) = \Pr(X_1 = x_1, ..., X_m = x_m | X = x) \Pr(X = x) = \left(\frac{x!}{x_1! ... x_m!} p_1^{x_1} ... p_m^{x_m} \right) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$= \prod_{i=1}^m \frac{e^{-\lambda p_i} (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!} = \prod_{i=1}^m f_{X_i}(x_i)$$

Sonuç olarak $X_1, ..., X_m$ ortak dağılımı, bağımsız ihtimali dağılımların çarpımından elde edilmektedir, bu da göstermektedirki $X_1, ..., X_m$ bağımsızdır. Risk modellemesinde bağımsızlık söz konusu olduğunda işlemler daha kolay olmaktadır, ancak gerçek verilerde mutlaka bağımlılık ilişkisi söz konusu olduğu için farklı çözümler üretilmektedir. Poisson dağılımın ardışıklık durumunu bulmak için ardışık iki ihtimali oranlarsak şu sonucu elde ederiz.

$$\frac{f_X(x)}{f_X(x-1)} = \frac{\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}}{\frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!}} = \frac{\lambda}{x} \quad (044)$$

dolayısıyla poisson dağılımının ihtimali fonksiyonu ($PN(\lambda)$) için ardışıklık durumu şu şekilde gösterilecektir.

$$f_X(x) = \left(\frac{\lambda}{x}\right) f_X(x-1) \quad (045)$$

Poisson dağılımı, belirli bir zaman içinde gerçekleşme olasılığı çok düşük olayların analizi için kullanılan dağılım olarak kabul edilmektedir. Çok az sayıda gerçekleştiği düşünülen olaylar genellikle dağılımın uç tarafında yer aldığından bu tür durumlarda dağılımın kuyruk bölgesine (tail probability) yoğunlaşmaktadır. Gerek operasyonel risk ölçüm modellerinde gerekse kredi risk ölçüm modellerinde genellikle frekans dağılımının poisson dağılımı olduğu varsayımı literatürde yer almaktadır. Poisson dağılımı aktüerya hesaplamasında kullanılmaktadır ve hesaplanması gereken tek parametre olması sebebi ile (λ) tercih edilmektedir.

Hasar şiddeti, hasar sonrası oluşan zararın parasal tutarını göstermektedir. Frekans dağılımlarında örnek içinden kaçının başarılı(veya başarısız) olmasına dayanan bir ihtimali durum söz konusu iken, şiddette oluşan zarar tutarının parasal al durumu önemlidir. Hasar frekans dağılımları genellikle kesikli (discrete) dağılımlarla ifade edilirken, şiddet dağılımları genel olarak sürekli şekilde ele alınmaktadır. Bu kapsamda frekans dağılımlarında ele alınmayan hususların da bu bölümde ele alınması yerinde olacaktır. Çalışmada kullanılacak aktüeryal yöntem hayat aktüeryası uygulamaları olmayıp, hayat dışı aktüerya uygulamalarıdır. Önceki bölümde frekans dağılımları hakkında bilgi sunulmuş iken bu bölümde ise şiddet dağılımlarına ilişkin özet bilgilere yer verilecektir.

3.4 Hasar Şiddet Dağılım Örnekleri

Frekans dağılımlarında kesikli dağılımlar ele alınırken bu bölümde sürekli dağılımlar ele alınmıştır. Bu şekilde sunumun nasıl yapıldığı da her iki şekilde gösterilmiş olmaktadır.

3.4.1 Ekspansiyel Dağılımı

Raslantısal değişken X eğer λ parametrelili ekspansiyel dağılıyorsa, $\varepsilon(\lambda)$ şeklinde gösterilir ve ihtimali yoğunluk fonksiyonu her bir $x \geq 0$ için şöyledir.²⁸²

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (046)$$

Kümülatif dağılım ve yaşam fonksiyonu ve tehlike fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir.

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (047)$$

$$S_X(x) = e^{-\lambda x} \quad (048)$$

$$h_X(x) = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} = \lambda \quad (049)$$

Ekspansiyel dağılıma tabi X 'in beklenen değeri (ortalama) ile varyansı ve moment üreten fonksiyonları aşağıda sunulmuştur.

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad (050)$$

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad (051)$$

$$M_X(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t} \quad (052)$$

Ekspansiyel dağılım, bir olayın oluş süresi arasında geçen zamanı tanımlamak için kullanılır genellikle. Bir aracın bozulma süresi veya bir hasarın belli bir zaman süresinde gerçekleşme ihtimalini belirlemede kullanılır. Poisson dağılımı ile irtibatlı bir dağılımdır. Parametre λ olayın olması için geçen süreyi göstermektedir. Sözkonusu bu sürede (λ) olayın kaç kez tekrarlandığını ise poisson dağılımı ile ifade etmek mümkün olmaktadır.

²⁸² WALPOLE ve DİĞ., a.g.e., s.196.

3.4.2 Gama Dağılımı

Raslantısal değişken X , α ve β parametrelili ($\alpha > 0$ and $\beta > 0$) gama dağılıma sahipse, $G(\alpha, \beta)$ şeklinde gösterilir ve ihtimali yoğunluk fonksiyonu da her bir $x \geq 0$ aşağıdaki gibidir.²⁸³

$$f_X(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (053)$$

Formüldeki $\Gamma(\alpha)$ fonksiyonu gama fonksiyonu olarak adlandırılır ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (054)$$

Gama fonksiyonu eğer $\alpha > 0$ ise var olmaktadır. Eğer $\alpha > 1$ ise gama fonksiyonu ($\Gamma(\alpha)$) aşağıda gösterilen ardışıklık haline sahiptir.

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1) \quad (055)$$

Eğer α pozitif tam sayı ise gama fonksiyonu aşağıdaki şekilde de ifade edilebilecektir.

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)! \quad (056)$$

Gama dağılımına tabi raslantısal değişken X 'nin ortalaması, varyansı ve moment üreten fonksiyonu ise aşağıdaki formüllerle hesaplanır.²⁸⁴

$$E(X) = \alpha\beta \quad (057)$$

$$Var(X) = \alpha\beta^2 \quad (058)$$

Her bir $t < \frac{1}{\beta}$ için moment üreten fonksiyonu şöyle olacaktır.

$$M_X(t) = \frac{1}{(1-\beta t)^\alpha} \quad (059)$$

²⁸³ GOURIEROUX ve JASIAK, **a.g.e.**, s.91.

²⁸⁴ WALPOLE ve DİĞ., **a.g.e.**, s.196.

Gama dağılım formülünde yeralan gama fonksiyonu $\Gamma(1)=1$ olduğundan, $G(1, \beta)$ ile eksponansiyal $\varepsilon(1/\beta)$ aynı dağılım olmaktadır. Eksponansiyal dağılım gama dağılımının özel bir hali olup, yukarıda bahsedilen eşitlik moment üreten fonksiyonlar aracılığı ile gösterilebilecektir.

$$M_Y(t) = [M_X(t)]^n = \left[\frac{\frac{1}{\beta}}{\frac{1}{\beta} - t} \right]^n = \frac{1}{(1 - \beta t)^n} \quad (060)$$

Buradan çıkarılacak önemli çıkarım ise $\varepsilon(1/\beta)$ dağılımına sahip bağımsız ve benzer dağılımların toplamı gama dağılıma uymaktadır. Bu özellik aktüeryal kredi risk modeli olan Creditrisk+ tarafından kullanılan bir özellik olmuştur.

3.4.3 Weibul Dağılımı

Raslantısal değişken X aşağıdaki ihtimali yoğunluk fonksiyonuna sahipse (her bir $x \geq 0$ için) iki parametrelili Weibul dağılımına sahiptir demektir.²⁸⁵

$$f_X(x) = \left(\frac{\alpha}{\lambda} \right) \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\lambda} \right)^\alpha \right] \quad (061)$$

Formülde α şekil parametresi ve λ ise ölçek parametresidir. Dağılım $w(\alpha, \lambda)$ şeklinde gösterilir ve hem α hem de λ pozitif değerler almaktadır. Weibul dağılımına göre dağılan X 'in ortalama ve varsansına ait formüller aşağıda sunulmuştur.²⁸⁶

$$E(X) = \mu = \lambda \Gamma \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (062)$$

$$Var(X) = \lambda^2 \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \mu^2 \quad (063)$$

X 'in kümülatif dağılımı (her bir $x \geq 0$) ise aşağıdaki şekildedir.

$$F_X(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\lambda} \right)^\alpha \right] \quad (064)$$

²⁸⁵ WALPOLE ve Diğ., a.g.e., s.203.

²⁸⁶ WALPOLE ve Diğ., a.g.e., s.203.

3.4.4 Pareto Dağılımı

X raslantısal değişkeni eğer aşağıda gösterilen ihtimal yoğunluk fonksiyonuna sahipse ve $\alpha > 0$ ve $\gamma > 0$ olmak üzere iki parametreye sahipse pareto dağılıma sahiptir denir ve her bir $x \geq 0$ için dağılım $P(\alpha, \gamma)$ şeklinde gösterilir.

$$f_X(x) = \frac{\alpha \gamma^\alpha}{(x + \gamma)^{\alpha+1}} \quad (065)$$

Kümülatif dağılım ise her bir $x \geq 0$ için şu şekildedir.

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{\gamma}{x + \gamma} \right)^\alpha \quad (066)$$

X'in tehlike fonksiyonu da aşağıdaki gibidir.

$$h_X(x) = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} = \frac{\alpha}{x + \gamma} \quad (067)$$

Tüm tehlike fonksiyonlarında olduğu gibi, x arttıkça tehlike fonksiyonu da azalmaktadır. Moment üreten fonksiyonu olmayan dağılımın k'ncı momentini ancak $k < \alpha$ ise söz konusu olmaktadır. Ortalama ve varyans ise $\alpha > 2$ ise söz konusu olmaktadır ve formülleri aşağıdadır.

$$E(X) = \frac{\gamma}{\alpha - 1} \quad (068)$$

$$Var(X) = \frac{\alpha \gamma^2}{(\alpha - 1)^2 (\alpha - 2)} \quad (069)$$

Aktüeryal model oluşturmada şiddet ve frekans dağılımları bulunduktan sonra bunların kullanılmasıyla toplam hasar dağılımı elde edilmektedir. Bu dağılımı elde etmek için çeşitli aktüeryal yöntemler kullanılmaktadır. Bunlardan bazılarını yukarıda değinilmiş olup, hızlı Fourier Dönüşümü (FFT), Panjer'in Ardışık (Recursive) Hesaplama Yöntemi, Monte Carlo Simülasyonu ve Tek Hasar Yaklaşımı gibi metodlarla bu birleştirme işlemi yapılacaktır.

3.5 Toplam Hasar Dağılımının Bulunması

Aktüeryal risk teorisinin temel konularından birisi sigorta portföyünün yaratacağı toplam hasarın modellenmesidir.²⁸⁷ Aktüeryal literatür toplam hasar dağılımı için tekli risk modeli veya kollektif risk modeli kullanmaktadır. Aşağıda iki risk modelinin de yazılışı bulunmaktadır.

$$S = X_1 + \dots + X_n \quad (070)$$

$$S = X_1 + \dots + X_N \quad (071)$$

Tekli risk modeli ile kollektif risk modeli arasındaki temel fark Formülde n ile N arasındaki farktır. Tekli risk modelinde X'in uğrayacağı hasar adedi belli bir sabit sayı iken, kollektif risk modelindeki hasar sayısı da raslantısaldır.²⁸⁸ Tekli risk modelinin beklenen hasar ortalaması ve varyansı şu şekilde hesaplanır. S toplam hasar dağılımı iken, S'in beklenen değer ve varyansı (n sayıdaki X'lerden oluşmaktadır) şöyle hesaplanacaktır.

$$E(S) = nE(X) \text{ ve } Var(S) = nVar(X) \quad (072)$$

Görüleceği üzere hasar dağılımının (S) ortalama ve varyansını hesaplamak için, X'in ortalama ve varyansının hesaplanmasına ihtiyaç vardır. Tekli modeli ele alırsak hasar olma ihtimali θ ise olmama ihtimali $1-\theta$ olacaktır. Eğer hasar varsa ve hasar miktarı Y ise bu durumda söz konusu hasarın ortalaması μ_Y ve standart sapması ise σ_Y şeklinde izah edilirken, $X=Y$ olduğunda ihtimal θ , $X=0$ iken ihtimal $1-\theta$ olduğunda X'i şu şekilde yazmak mümkün olacaktır.

$$X = IY \quad (073)$$

Burada I Bernoulli değişkeni olup Y'den bağımsız dağılmaktadır. Bernoulli değişkeni hasar olduğunda 1 olmadığında 0 değeri alır. X'in ortalama ve varyansın hesaplanması bu durumda şöyle olacaktır.

$$E(X) = E(I)E(Y) = \theta\mu_Y \quad (074)$$

$$Var(X) = Var(IY) = [E(Y)]^2 Var(I) + E(I^2)Var(Y) = \mu^2\theta(1-\theta) + \theta\sigma_Y^2 \quad (075)$$

²⁸⁷ TEUGELS ve SUNDT, **a.g.e.**, s.2

²⁸⁸ Hanji SHANG (Ed.), Actuarial Science: Theory and Metodology, Singapore:Higher Education Press, 2006, s.48.

Portföyün üreteceği toplam hasara S dersek (dönem başında bu hasarın tutarı bilinmemektedir), bu hasar tek tek hasarların toplamından oluşacaktır.²⁸⁹

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad (076)$$

Bu sunuş n sayıdaki sigorta poliçesinden dolayı şirketin karşı karşıya kalacağı zararı göstermektedir. Açıkçası S=0 ise yani herhangi bir hasar tutarı söz konusu değilse, hasar olayı da yok demek (N=0) olacaktır. N portföydeki toplam hasar sayısını gösterecektir. Kolektif risk modeli olarak adlandırılan bu denklem her X_i 'nin bağımsız ve benzer dağıldığını (i.i.d) varsayar. Bağımsızlık bu formülde önemlidir zira N=n için $X_1+X_2 \dots X_n$ bağımsız ve benzer (i.i.d) raslantısal değişkenlerdir. Aynı zamanda $X_1+X_2, \dots X_n$ ortak dağılımı n'ye bağlı değildir. N'in dağılımı da $X_1+X_2 \dots X_n$ 'lerin herhangi birisine bağımlı değildir. İzleyen bölümde toplam hasar dağılımını bulmak için kullanılan yöntemler ele alınacaktır.

Frekans ve şiddet dağılımları bilinen bir durumda toplam hasar dağılımının belirlenmesi aşamasında aktüerya alanında değişik çalışmalar yapılmıştır. Bunlar;

- Panjer'in ardışık hesaplama yöntemi (algoritması)
- Hecman-Meyer'in karakteristik fonksiyonların tersini alarak yaptıkları hesaplama
- Robertson'un FFT metodu ile kesikli şiddet dağılımı yerine uniform şiddet dağılımını kullandığı metod
- Wang'in kullanmış olduğu FFT hesaplama yöntemi

Hasar dağılımı üretmenin bir yolu da Monte Carlo simulasyon metodudur. Monte Carlo simulasyon yönteminde mevcut portföy verilerine göre oluşabilecek hasarlar simülasyona tabi tutulur ve bunlardan histogramlar elde edilerek hangi hasar dağılımına ulaşıldığına bakılmaktadır. Analitik metotta ise portföyün gerçek dağılımı istatistiksel yöntemlerle bulunmaya çalışılmaktadır.²⁹⁰ Aktüeryal yöntem aslında analitik yaklaşımla portföyün hasar dağılımını bulmayı amaçlamaktadır. Verilerden hangi dağılım olduğuna ulaşmada dağılıma ait birinci ve ikinci momentlerin şekline bakmak mümkündür.²⁹¹

²⁸⁹ PANJER, **a.g.e.**, s.164.

²⁹⁰ BLUHM, OVERBECK VE WAGNER, **a.g.e.**, s.29.

²⁹¹ BLUHM, OVERBECK VE WAGNER **a.g.e.**, s.32.

Dağılımların toplulaştırılmasında seçilen bazı yöntemlere ilişkin hesaplama ayrıntısı aşağıda sunulmuştur.

3.5.1 Konvülsüyon Yöntemi

İhtimali değişkenlerin toplamını almak için kullanılan tekniğe konvülsüyon denmektedir, n değişkenli bir konvülsüyon işlemi n kat (fold) konvülsüyon olarak nitelendirilmektedir. Hasar ödemelerinin X'ler şeklinde ihtimali tutarlar olduğu, ve hasar adetlerinin de N raslantısal sayılarla temsil edildiği durumda ihtimali toplamlar olan ihtimal dağılım fonksiyonu şu şekilde hesaplanacaktır.

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

$$f_Z(x) = \Pr\{Z = x\} = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) \cdot \Pr(Z = x | N = n) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) \cdot f_X^{*n}(x)$$

Yeni dağılım yaratılırken istatistiksel dağılımlar için iki model uygulanabilir. Bunlar Bütün (compound) ve karışık (mixed) dağılımlardır. Bu tez kapsamında çokça kullanılacak olan raslantısal değişkenlerin toplanması için X'ler bağımsız olmak üzere S toplamı vermek üzere şu şekilde toplanacaktır.

$$S = X_1 + \dots + X_N \quad (077)$$

S burada bütün (compound) dağılım olurken N ise ilk (primary) dağılım, X'lerin dağılımı ise ikincil (secondary) dağılım olarak adlandırılmaktadır. Eğer N poisson ve X geometrik ise bütün (compound) fonksiyon S ise Poisson-geometrik olacaktır. Dikkat edilirse burada N, X adedini veren tam sayıdır, yani hasar sayısıdır, hasar modellemesinde. X ise olan hasar tutarlarıdır. Her ikisi de raslantısal değişkendir. Diyelimki iki hasarlı bir yapıdan yani n=2, durumunu ele alırsak bu durumda $S = X_1 + X_2$ olacaktır. Bunların ihtimallerin toplamını almak için konvülsüyon hesaplaması yapılmalıdır. Basitce izah edersek;

$$f_S(s) = \Pr(X_1 + X_2 = s) = \sum_{x=0}^s \Pr(X_1 = x \text{ ve } X_2 = s - x) \quad (078)$$

İhtimali fonksiyon X_1 ve X_2 birbinden bağımsız ise konvülsüyon işlemi şöyle olacaktır.

$$f_S(s) = \sum_{x=0}^s f_X(s) f_X(s-x) \quad (079)$$

Bu formülde S'in ihtimali fonksiyonu $f_S(\cdot)$, X'lerin ihtimali fonksiyonunun konvülsüyonu ile oluşmaktadır ve bu işlem şu şekilde gösterilmektedir: $f_X * f_X(\cdot)$ işlem ihtimallere göre değerlerin bulunmasına dayanmaktadır.

$$f_{X_1+X_2}(s) = (f_X * f_X)(s) = \sum_{x=0}^s f_X(x) f_X(s-x) \quad (080)$$

Eğer n=3 olursa 3 kat (fold) konvülsüyondan bahsedecektik. Bu durumda ise hesaplama şöyle olacaktır.²⁹²

$$f_{X_1+X_2+X_3}(s) = (f_{X_1+X_2} * f_{X_3})(s) = (f_{X_1} * f_{X_2} * f_{X_3})(s) = (f_X * f_X * f_X)(s) \quad (081)$$

Konvülsüyon iki ve daha fazla ihtimali değişkenin ihtimali toplamı için kullanılmaktadır. Heckman ve Meyer çalışmalarında sürekli değişken için bu hesaplamayı yapmışlardır.²⁹³ İki veya daha fazla ihtimali dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonundan (cdf) tek bir kümülatif dağılım fonksiyonu elde etmek için konvülsüyon (convolution) işlemi kullanılmaktadır.²⁹⁴ N ve K bağımsız kesikli ihtimali pozitif tamsayı değişken olmak üzere J = N +K iki bağımsız ihtimali değişkenin toplamını vermektedir. J'nin ihtimali dağılımı N ve K ihtimali değişkenlere ait dağılımların konvülsüyونunu vermektedir. Konvülsüyونun ihtimali j 0'dan büyük olmak üzere ifadesi şöyledir.²⁹⁵

$$\Pr\{J = j\} = \sum_{n=0}^j \Pr\{N = n\} \cdot \Pr\{K = j - n\} \quad (082)$$

Konvülsüyon işlemine ilişkin bir uygulama ekte sunulmuştur. Eğer X kesikli hasar tutarını gösteren tam sayı dağılımı gösteriyorsa ve k sayıdaki hasarın toplam tutarının dağılımı yine konvülsüyon işlemi ile elde edilebilecektir. Bunun için kullanılacak formül aşağıda sunulmuştur.²⁹⁶

²⁹² KLUGMAN, PANJER ve WILLMOT, **a.g.e.**, s.160

²⁹³ Philip E. HECKMAN ve Glenn G. MEYERS, The Calculation of Aggregate Loss Distributions from Claim Severity and Claim Count Distributions, CAS LXX, 1983., 22-61, s.28.

²⁹⁴ TEUGELS ve SUNDT, **a.g.e.**, s.184.

²⁹⁵ WANG, **a.g.m.**, s.857.

²⁹⁶ WANG, **a.g.m.**, s.857.

$$f_X^{*k} = \sum_{y=0}^x f_X^{*(k-1)}(x-y) \cdot f_X(y) \quad x=1,2,3,\dots \quad f^{*0}(0)=1$$

Burada f^{*k} f 'nin k kat konvölüsyonu olarak adlandırılmaktadır. Aktüeryal modellemede kullanılan önemli metodlardan birisi de konvölüsyonun ihtimal türetme fonksiyonları yoluyla yapılmasıdır. Eğer N ve K bağımsız iki ihtimali değişken ise aşağıdaki ilişki varolacaktır.

$$P_{N+K}(t) = E[t^{N+K}] = E[t^N t^K] = E[t^N] \cdot E[t^K] = P_N(t) \cdot P_K(t) \quad (083)$$

Görüleceği üzere N ve K'nın toplamının ihtimal türetme fonksiyonu $P_N(t)$ ve $P_K(t)$ nin çarpımına eşit olmaktadır. Konvölüsyonu marginal üretme fonksiyonları aracılığıyla yapmakta mümkündür. Bu özellik aktüeryal model kurmada önemli kolaylıklar sağlamaktadır. Zira ihtimallerden yapılacak konvölüsyon oldukça zaman alan ve zahmetli yöntem iken, verinin dağılımının bilinmesi veya bir dağılıma yakın görülmesi durumunda mgf'lerin konvölüsyonu ile toplam hasar dağılımını bulmak mümkün olacaktır. S toplam dağılım olmak üzere, N ilk dağılımın moment üreten fonksiyonu $M_N(t)$ ve ikinci dağılım X'in moment üreten fonksiyonu $M_X(t)$ ile gösterilirse, S'nin moment üreten fonksiyonu şöyle olacaktır.

$$M_S(t) = M_N[\log M_X(t)] \quad (084)$$

Dağılımlardan N'in ihtimal üreten fonksiyonu $P_N(t)$ ve pozitif tamsayı X'in ihtimal üreten fonksiyonu $P_X(t)$ ile gösterilirse S'nin ihtimal üreten fonksiyonu ise şu şekilde olacaktır.

$$P_S(t) = P_N[P_X(t)] \quad (085)$$

Sözkonusu ilişkiler aşağıdaki yöntemle belirlenebilmektedir.

$$\begin{aligned} M_S(t) &= E(e^{tS}) = E(e^{tX_1 + \dots + tX_N}) = E[E(e^{tX_1 + \dots + tX_N} | N)] = E\left\{[E(e^{tX})]^N\right\} \\ &= E\left\{[M_X(t)]^N\right\} = E\left\{e^{N \log M_X(t)}\right\} = M_N[\log M_X(t)] \end{aligned} \quad (086)$$

Aynı şekilde ihtimal üreten fonksiyonu ise şu şekilde bulunmaktadır.

$$P_S(t) = E(t^S) = E(t^{X_1 + \dots + X_N}) = E\left\{ \left[E(t^{X_i}) \right]^N \right\} = E\left\{ [P_X(t)]^N \right\} = P_N[P_X(t)]$$

Bu formül vasıtasıyla, S'in ihtimal fonksiyonu da kolaylıkla elde edilecektir.

$$f_S(0) = P_S(0) = P_N[P_X(0)] \quad (087)$$

$$f_S(1) = P'_S(0)$$

olduğunu bilmekteyiz. $P'_S(t)$, $P_S(t)$ 'nin doğrudan türevi alınarak hesaplanabileceği gibi, türev işleminde zincir kuralı kullanılarak $P_N(t)$ ve $P_X(t)$ 'nin türevleri alınarak da bulunabilir.²⁹⁷

$$P'_S(t) = \{P'_N[P_X(t)]\} P'_X(t) \quad (088)$$

Bu formül dağılımı bilinen hasar frekansı ile hasar şiddet dağılımlarının toplam hasar modelini oluşturmak için önemli bir kolaylık sağlamaktadır. Diyelimki hasar frekans dağılımı Poisson $N \sim PN(\lambda)$ ve şiddet dağılımı geometrik ise $X \sim GM(\theta)$ toplam hasar dağılımının S(0) ve S(1) durumunu bulmaya çalışalım. N'in ihtimal üreten fonksiyonu

$$P_N(\lambda) = \exp[\lambda(t-1)] \text{ ve } X\text{'in ihtimal üreten fonksiyonu ise } P_X(t) = \frac{\theta}{1-(1-\theta)t} \text{ olduğundan}$$

S'in ihtimal üreten fonksiyonu ($P_S(t)$) şu şekilde hesaplanacaktır. $P_S(t) = P_N[P_X(t)]$

$$= \exp\left[\lambda\left(\frac{\theta}{1-(1-\theta)t} - 1\right)\right] \text{ olacaktır. Buradan S'in 0 noktasında ihtimal fonksiyonu ise}$$

şöyle olacaktır. $P_S(0) = f_S(0) = \exp\{\lambda[\theta - 1]\}$. $P_S(1)$ değerini ise $P_S(t)$ 'nin türevini alarak

$$\text{bulmak mümkün olacaktır. } P'_S(t) = \exp\left[\lambda\left(\frac{\theta}{1-(1-\theta)t} - 1\right)\right] \left[\frac{\lambda\theta(1-\theta)}{(1-(1-\theta)t)^2}\right] \text{ olduğundan,}$$

$P_S(1)$ değeri şu şekilde bulunacaktır. $f_S(1) = P'_S(0) = \exp[\lambda(\theta - 1)]\lambda\theta(1 - \theta)$ bu örnekteki S dağılımının ihtimal üreten fonksiyonun ise aşağıdaki gibi olmaktadır.²⁹⁸

$$P_S(t) = P_N[P(t)] = \exp\{\lambda[P(t) - 1]\} \quad (089)$$

²⁹⁷ TSE, a.g.e., s.25.

²⁹⁸ TSE, a.g.e., s.29.

Bazı raslantısal değişkenlerin hem kesikli hem de sürekli dağılım kısımları olabilmektedir. Karışık dağılımın kümülatif dağılım sunumu aşağıdaki gibidir.²⁹⁹

$$F_X(x) = \Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx + \sum_{x_i \in \Omega_X, x_i \leq x} \Pr(X = x_i) \quad (090)$$

Böyle bir dağılım durumunda hem kesikli hem de sürekli dağılımı hesaplamaya dahil eden Stieltjes integrali söz konusu olmaktadır. Bu durumda X'in sürekli olduğu bölümlerde bilinen integral kuralı geçerliken kesikli olduğu yerlerde ise normal toplam işlemi esas alınmaktadır.

$$\Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b dF_X(x) \quad (091)$$

Formül iki durumlu olup; $\int_a^b f_X(x) dx$, eğer X sürekli olursa geçerli olacak ve $\sum_{x_i \in \Omega_X, a \leq x_i \leq b} \Pr(X = x_i)$, eğer X kesikli olursa geçerli olacaktır. Dolayısıyla karışık dağılım sunumu aşağıdaki gibi de olabilecektir. $\int_a^b f_X(x) dx + \sum_{x_i \in \Omega_X, a \leq x_i \leq b} \Pr(X = x_i)$ eğer X karışık ise geçerli olacaktır.

Herhangi bir X raslantısal değişkenin ihtimali fonksiyonu veya ihtimali yoğunluk fonksiyonu (pdf) ($f_X(\cdot)$) şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$f_X(x) = p_1 f_{X_1}(x) + \dots + p_n f_{X_n}(x)$$

Burada n adet ihtimal söz konusu olup, tüm ihtimallerin toplamı ise bire eşit olacaktır.

Burada $p_i \geq 0$ ve $i=1, \dots, n$ ile $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ilişkileri mevcuttur. Böylece raslantısal değişken Y

şu şekilde tanımlanabilir. $\Pr(Y = i) = f_Y(i) = p_i$, X' p_i ihtimali ile X_i değerini alırken, Y ise yalnızca i değerini $X = X_i$ olduğunda almaktadır. Raslantısal değişken Y ile X_i 'nin oluş ihtimalini belirlemektedir ve karıştırma dağılımı (mixing distribution) olarak adlandırılmaktadır. Bu durumda X ise kesikli karışık (discrete mixture) olarak adlandırılmaktadır. X'in ortalama ve varyansı şu şekilde hesaplanacaktır.

²⁹⁹ TSE, a.g.e., s.44.

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^n p_i \mu_i \quad (092)$$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n p_i \left[(\mu_i - \mu)^2 + \sigma_i^2 \right] \quad (093)$$

Sözkonusu iki parametre yardımıyla yeni karışık dağılım yaratılmış olacaktır. Şimdi konuyu bir örnekle sayısallaştırsak, iki grup sigorta poliçesi olduğunu ve bunlardan birisinde hasar frekansının Poisson (5) olarak dağıldığı, diğerinin ise Poisson(2) olarak dağıldığını varsayarsak ve Poisson(5) grubunun portföyün % 30'unu, diğerlerinin ise % 70'ini oluşturduğu bilinmektedir. bu iki grubu bir arada değerlendirmek istediğimizde yeni dağılımın ne olacağını bulmaya çalışırsak aşağıdaki sonuca ulaşırız.

$$\text{Ortalama} = 0.3 \times 5 + 0.7 \times 3 = 3.6$$

$$\text{Varyans} = 0.3[(5-3.6)^2 + 5] + 0.7[(3-3.6)^2 + 3] = 4.44 \text{ olacaktır.}$$

Bu yeni dağılıma göre gereken çıkarımlar yapılabilecektir. Aktüeryal literatürde farklı hruplardan alınan veriyle elde edilen bu dağılıma karışık dağılım denilmektedir. Diyelim ki pozitif G karışık bir dağılıma sahip olsun ve $E(G) = 1$ ve $Var(G) = c$ değerlerine sahip olsun. Burada c bulaşma veya irtibat olarak bilinmektedir.³⁰⁰ N hasar sayısı raslantısal değişkeni olursa, $N | G = g$ koşullu dağılımı Poisson g.n ortalama değerine sahip olacaktır. N raslantısal değişkeni ise G-karışık Poisson raslantısal değişkeni olarak adlandırılacaktır. G-Karışık Poisson dağılımının mgf fonksiyonu ise şöyle hesaplanacaktır.

$$M_G(z) = E(e^{zN}) = E(E(e^{zN} | G)) = E(e^{nG(e^z - 1)}) = M_G(n(e^z - 1))$$

$$M_G(z) \square E(e^{zG})$$

$$E(N) = M'_N(0) = nM'_G(0) = n$$

$$E(N^2) = M''_N(0) = n^2 M''_G(0) + nM'_G(0) = n^2(1 + c) + n$$

olduğundan varyans N ise $n(1+cn)$ olacaktır. $X_1, X_2, \dots, X_N$ N adet bir birinden bağımsız raslantısal değer beklenen değeri $E(X_i) = m$ ve $Var(X_i) = \delta^2$ ile ifade edersek,

$$S = S_N = \sum_{i=1}^N X_i \text{ ile ifade edilecek zarar dağılımının beklenen değeri ise } E[S] = m.E[N],$$

³⁰⁰ MILDENHALL, a.g.m., s.117.

eğer N (λ parametresi ile) poisson raslantısal değişkeni ile dağılmaktaysa, $E[S] = m\lambda$ olacaktır. S zarar dağılımının varsayansı ise $Var(S) = \sigma^2 E[N] + m^2 Var[N]$ şeklinde olduğundan, N eğer λ parametresi ile poisson raslantısal değişkeni ile dağılmaktaysa, $Var(S) = \lambda E(X^2)$ olacaktır. Zarar dağılımının Moment Üreten Fonksiyonu (mgf) $M_S(z) = M_N(\ln M_X(z))$ olduğundan, $M_N(\cdot)$ N 'nin mgf fonksiyonu iken, $M_X(z)$ ise X_i 'lerin mgf fonksiyonudur. N eğer λ parametresi ile poisson raslantısal değişkeni ile dağılmaktaysa $M_S(z) = \exp\{\lambda(M_X(z) - 1)\}$ zarar fonksiyonun dağılımın moment üreten fonksiyonu olacaktır.

Heckman ve Meyers (1983) toplam bütünleşik dağılımı karakteristik fonksiyon aracılığı ile hesabını da önermişlerdir. M adet bağımsız değişkenin karakteristik fonksiyonu H şeklinde ifade edersek aşağıdaki eşitliğe ulaşılmaktadır.³⁰¹

$$\phi_{H_1 * H_2 * H_3 * \dots * H_M}(t) = E\left[e^{it(X_1 + X_2 + \dots + X_M)}\right] = \prod_{m=1}^M e^{itX_m} = \prod_{m=1}^M \phi_{H_m}(t)$$

Karakteristik fonksiyonlar kullanılarak çok rahatlıkla dağılımların toplam dağılımı bulunmakta veya diğer hesaplamalarda kolaylık sağlamaktadır.

Sürekli değişkenin karışık hali ise n adet yoğunluk fonksiyonundan oluşmaktadır. Toplam n adet raslantısal değişken $(X_1, \dots, X_n)$ ve n adet yoğunluk fonksiyonu olduğunda $f_{X_1}(\cdot), \dots, f_{X_n}(\cdot)$ bunlara ait yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$f_X(x) = p_1 f_{X_1}(x) + \dots + p_n f_{X_n}(x) \quad (094)$$

İhtimallerin sıfırdan büyük ve bütün ihtimallerin toplamının 1'e eşit olması yoğunluk fonksiyonun tanımı gereğidir ($p_i \geq 0$ her bir $i = 1, \dots, n$ ve $\sum_{i=1}^n p_i = 1$). Eğer X sürekli bir değişken ise yoğunluk fonksiyon (pdf) $f_X(x|\lambda)$ şeklinde izah ediliyorsa, burada λ gerçekleşen raslantısal değişken olup, Λ 'nın Ω_Λ alanında gerçekleşmesi olup, bunun yoğunluk fonksiyonu ise $f_\Lambda(\lambda|\theta)$ şeklinde gösterilmektedir. Burada θ parametresi Λ 'nın

³⁰¹ WANG, a.g.m., s.7.

dağılımı belirlemekte olup hiper parametre olarak da adlandırılmaktadır. Yeni raslantısal değişken Y, $f_X(x|\lambda)$ ile karışık halde aşağıdaki pdf'e sahip olacaktır.

$$f_Y(y|\theta) = \int_{\lambda \in \Omega_\Lambda} f_X(y|\lambda) f_\Lambda(\lambda|\theta) d\lambda \quad (095)$$

Görüleceği üzere Y karışık bir dağılım olup yoğunluk fonksiyonu θ parametresine bağlıdır. Söz konusu karışık dağılım sürekli karışık dağılım olup karıştıran dağılımının yoğunluk fonksiyonu ise $f_\Lambda(\lambda|\theta)$ ile ifade edilmektedir. Konuyu bir örnekle açıklarsak, $X \sim E(\lambda)$ ve λ parametresi ise gamma $\lambda \sim G(\alpha, \beta)$ şeklinde dağılıyorsa karışık dağılım hesaplaması

şöyle olacaktır.³⁰² $f_X(x|\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ X'in yoğunluk fonksiyonu, $f_\Lambda(\lambda|\alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}}$

ise λ parametresinin yoğunluk fonksiyonudur. Yukarıdaki eşitlik uyarınca;

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f_X(x|\lambda) f_\Lambda(\lambda|\alpha, \beta) d\lambda &= \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda x} \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}} \right] d\lambda = \int_0^\infty \frac{\lambda^\alpha \exp\left[-\lambda\left(x + \frac{1}{\beta}\right)\right]}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} d\lambda \\ &= \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \left[\frac{\beta}{\beta x + 1} \right]^{\alpha+1} = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} \left[\frac{\beta}{\beta x + 1} \right]^{\alpha+1} \end{aligned}$$

eşitliğine ulaşılır. Eğer $\gamma = 1/\beta$ dersek eşitliği daha sade göstermiş oluruz.

$$\frac{\alpha}{\beta^\alpha} \left[\frac{\beta}{\beta x + 1} \right]^{\alpha+1} = \frac{\alpha \gamma^\alpha}{(x + \gamma)^{\alpha+1}}, \text{dağılım pareto dağılımı olmaktadır } (P(\alpha, \gamma)).$$

Dağılımın ortalama ve varyansı yukarıda ele alınmıştı. Bazı durumda karışık dağılım yukarıda ele alınan şekilde sonuca yol açmaz onun için ortalama ve varyans formülünden hareket ederek hesaplama yapmak uygun olacaktır. Şartlı ortalama hesaplaması aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

$$E(X) = E[E(X|\Lambda)] \quad (096)$$

$$Var(X) = E[Var(X|\Lambda)] + Var[E(X|\Lambda)] \quad (097)$$

³⁰² KLUGMAN, PANJER ve WILLMOT, **a.g.e.**, s.104.

Bu formül aktüeryal pratikte oldukça kullanılan bir formüldür. Diyelimki şartlı dağılan X , üstsel $X | \Lambda \sim E(\Lambda)$ dağılıyor ve Λ is gama dağılmaktadır. Şartsız ortalama ve varyansı, şartlı beklentiler kuralı uyarınca şöyle hesaplayabiliriz.³⁰³

$$E(X) = E\left(\frac{1}{\Lambda}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}} \right] d\lambda = \frac{\Gamma(\alpha-1)\beta^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} = \frac{1}{(\alpha-1)\beta} \quad (098)$$

Üstsel varyans $Var(X | \Lambda) = \frac{1}{\Lambda^2}$ olduğundan aşağıdaki hesaplamayı yapmak mümkündür.

$$Var(X) = E\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right) + Var\left(\frac{1}{\Lambda}\right) = 2E\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right) - \left[E\left(\frac{1}{\Lambda}\right)\right]^2 \quad (099)$$

Eşitlikteki ilk kısmı şu şekilde yazmak mümkün olacaktır.

$$E\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}} \right] d\lambda = \frac{\Gamma(\alpha-2)\beta^{\alpha-2}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} = \frac{1}{(\alpha-1)(\alpha-2)\beta^2}$$

Dolayısıyla varyans şu şekilde yazılabilecektir.

$$Var(X) = \frac{2}{(\alpha-1)(\alpha-2)\beta^2} - \left[\frac{1}{(\alpha-1)\beta} \right]^2 = \frac{\alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)\beta^2} \quad (0100)$$

Yukarıdaki örnekte olduğu üzere farklı yoldan yine pareto dağılımına ulaşmak mümkün olmaktadır.

Tek hasarların miktarını (X_i 'lerin) gösteren kümülatif dağılım fonksiyonu (CDF) $F(x) = \Pr(X_i \leq x)$ ile ifade edilirken toplam hasar miktarını gösteren S 'nin kümülatif dağılım fonksiyonu ise $G(s) = \Pr(S \leq s)$ ile ifade edilmektedir. Moment türetme fonksiyonları (moment generating function) ise $m_S(t)$, $m_X(t)$, $m_N(t)$, şeklinde ifade edilecektir. Toplam hasar tutarını gösteren kümülatif dağılım fonksiyonu hasar sayısı ve tutarlarından oluşmaktadır.³⁰⁴ Söz konusu dağılım ile $N=n$ iken, yani n adet hasar veri iken, hasar tutarının s değerine eşit ve altındaki tüm ihtimallerin sunumu yapılmaktadır.

$$G(s) = \Pr(S \leq s) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\{S \leq s | N = n\} P_N(n) \quad (0101)$$

³⁰³ TSE, a.g.e., s.56.

³⁰⁴ PANJER, a.g.e., s.164.

Konvülsiyon ile bu formül şu şekilde yazılabilecektir.³⁰⁵

$$G(s) = \Pr(S \leq s) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\{S \leq s | N = n\} P_N(n) \quad (0102)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\left\{\sum_{i=0}^n (X_i \leq s | N = n)\right\} P_N(n) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{*(n)}(s) p_N(n) \quad (0103)$$

Formülde $F^{*(n)} = F * F * \dots * F$ konvülsiyon işlemini göstermektedir.³⁰⁶ Eğer n adet X'in bağımsız olduğunu biliyorsak ihtimal üretme fonksiyonunu yazabiliriz.³⁰⁷

$$\begin{aligned} P_S(z) &= E[z^S] = \sum_{n=0}^{\infty} E[z^{X_1+X_2+\dots+X_n} | N = n] \Pr(N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} E\left[\prod_{j=1}^n z^{X_j}\right] \Pr(N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N = n) [P_X(z)]^n = E[P_X(z)^N] = P_N(P_X(z)) \end{aligned} \quad (0104)$$

İhtimal üretme, moment üretme ve karakteristik fonksiyonlar arasındaki ilişkiler de şu şekildedir.³⁰⁸

$$\varphi_S(z) = E(e^{izS}) = P_N[\varphi_X(z)] \quad (0105)$$

Laplace dönüşümü ile ifade edersek şöyle olacaktır.

$$L_S(z) = E(e^{-zS}) = P_N[L_X(z)] \quad (0106)$$

Moment üreten fonksiyonu ise şöyle olacaktır.

$$M_S(z) = P_N[M_X(z)] \quad (0107)$$

Bu model hayat sigortacılığında q_j yılı içinde jnci kişinin ölümünde ödenecek b_j tutarını belirlemek için oluşturulmuştur. Bu hasarın jnci poliçe için dağılımı aşağıdaki gibi olacaktır.

³⁰⁵ BOWERS VE DİĞ., **a.g.e.**, s.369.

³⁰⁶ $F^{*(n)}$ F(x) kümülatif dağılım fonksiyonunun n kat konvülasyonu olarak bilinmektedir.

³⁰⁷ PANJER, **a.g.e.**, s.165.

³⁰⁸ PANJER, **a.g.e.**, s.165.

Eğer f_{X_j} , $1 - q_j$ olursa yani ölüm olmazsa $x=0$ olacak yani herhangi bir hasar ödenmeyecektir. Ölüm olursa yani q_j olursa $x = b_j$ olacaktır. Bu durumda söz konusu hasarın beklenen değeri (ortalaması) ve varyansı ise aşağıdaki gibi olacaktır.

$$E(S) = \sum_{j=1}^n b_j q_j \quad (0108)$$

$$Var(S) = \sum_{j=1}^n b_j^2 q_j (1 - q_j) \quad (0109)$$

olacaktır. X_j ler bağımsız olduğu için toplam hasar portföyünün ihtimal türetme fonksiyonu (probability generating function, pgf) şöyle olacaktır.

$$P_s(z) = \prod_{j=1}^n (1 - q_j + q_j z^{b_j}) \quad (0110)$$

Özel durum olarak tüm risklerin aynı olduğu göz önüne alınırsa (söz gelimi aynı grup kredilerin ödenmeme ihtimali aynı ise) ihtimal üretme fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P_s(z) = [1 + q(z - 1)]^n \quad (0111)$$

Bu durumda S binomial dağılıma sahip olacaktır. Bunu sayısal olarak ifade etmeye çalışırsak, bir grup hayat poliçesini ele aldığımızda tüm üyelerin gelecek yıl kaza ile ölme olasılığı 0,01 ve kaza ile ölümler ise bunların % 30'u olsun. 50 çalışan için teminat 50.000 ve kaza ile ölüm için 100.000 olsun. Diğer 25 çalışan için teminatlar ise normalde 75.000 ve kaza ile ölümde ise 150.000 olsun. Söz konusu grup için risk modelinin geliştirirsek. 75 çalışan için $q_j = 0,01$ dir. 50 çalışan için B_j 0,01 ihtimal ile 50.000 ve 0,03 ihtimal ile 100.000 olacaktır. Bunlar için $\mu = E(B_j)$ 65.000 olacaktır. Kalan 25 personel için B_j 0,7 ihtimalle 75.000 değerini, 0,3 ihtimalle ise 150.000 değerini alacaktır. Bunlar için $\mu = E(B_j)$ ise 97.500 olacaktır. Yukarıda bulunan beklenen değer ve varyans ise 56.875 ve 5.001.984.375 değerini alacaktır. Eğer ölüm ihtimalleri farklı ise (mortalite tablosuna göre her yaşın farklı bir ölüm ihtimali olacaktır) o zaman aşağıdaki ihtimal üretme fonksiyonu (pgf) kullanmak gerekecektir.

$$P_s(z) = \prod_{j=1}^n (1 - q_j + q_j z^{b_j}) \quad (0112)$$

Normal, gamma, lognormal gibi bir modele yakınsama şeklinde yaklaşım olabileceği gibi tam hesaplama da yapılabilecektir. Yaklaşık model seçiminde beklenen değer ve varyans yeterli olacaktır. Burada yapılan işlem sigortalıya sağlanan fayda (tazminat) ile ölüm ihtimallerini her bir sigortalı ile ilişkilendirip portföyün beklenen zararını hesaplamak ve portföy zararının varyansını hesaplamaktır. Bu şekilde ilgili hasar modelinin seçimi yapılabilecektir. Hasar modelinin tam hesaplamasını yapmakta mümkündür. Bunun için toplam zararının ihtimal fonksiyonun

$$f_S(x) = f_{X_1} * f_{X_2} * f_{X_3} * f_{X_4} * f_{X_n}(x) \quad (0113)$$

şeklinde hesaplanması gerekmektedir. Burada ihtimaller sigortacılık için ele alırsak hasarın olması ve olmaması olmak üzere iki şekilde olacaktır. Ölüm olayı q_j ile gösterilirse $1 - q_j$ ise ölüm veya hasarın olmama ihtimali olacaktır. Toplam yoğunluk fonksiyonu $f_S(x)$ ifade edilmekte ve iteratif bir şekilde hesaplanmaktadır. $S_j = S_{j-1} + X_j$ eşitliğünden faydalanarak ($S_1 = X_1$) yoğunluk fonksiyonu ifade edersek,

$$f_{S_j}(x) = \begin{cases} f_{S_{j-1}}(x) f_{X_j}(0) & \text{eğer } x < b_j \end{cases}$$

$$f_{S_j}(x) = \begin{cases} f_{S_{j-1}}(x) f_{X_j}(0) + f_{S_{j-1}}(x - b_j) f_{X_j}(b_j) & \text{eğer } x \geq b_j \text{ olacaktır.} \end{cases}$$

Daha sade sunumla konvolüsyon $s = 0, 1, 2, \dots, n$ için aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$\Pr[S = s] = \sum_n^s \Pr\{S = s\} \Pr\{K = s - n\} \quad (0114)$$

Aynı formülü ihtimal üretme fonksiyonu (pgf) türünden ifade edersek hesaplama şöyle olacaktır.

$$P_{S+K}(X) = E[X^{S+K}] = E[X^S] E[X^K] = P_S(X) P_K(X) \quad (0115)$$

S ile K ihtimali dağılımlarının ihtimal üreten fonksiyonlarının toplamı onların ihtimallerinin çarpımına eşit olacaktır.

3.5.2 Ardışık Hesaplama Yöntemi

Aktüeryal literatürde binomial, geometric, negative binomial ve poisson dağılımları pozitif kesikli dağılımlar olarak (a,b,0) sınıfı olarak da isimlendirilirler. Bu şekildeki sunum özellikle ardışık hesaplamalarda kolaylık sağlanmaktadır. Pozitif kesikli (discrete) raslantısal değişken X, eğer $f_X(x)$ aşağıdaki ardışıklık durumunu sağlıyorsa 0 dan büyük tüm x değerleri için (a,b,0) sınıfı olarak adlandırılmaktadır.³⁰⁹

$$f_X(x) = \left(a + \frac{b}{x}\right) f_X(x-1)$$

Formülde $f_X(0)$ veri iken, a ve b sabit değerler olmaktadır. Binomial dağılım için daha önce sunulan ardışıklık aşağıdaki gibi sunulabilmektedir.

$$f_X(x) = \left[-\frac{\theta}{1-\theta} + \frac{\theta(n+1)}{(1-\theta)x}\right] f_X(x-1)$$

Formülde $a = -\frac{\theta}{1-\theta}$ ve $b = \frac{\theta(n+1)}{1-\theta}$ olacaktır. Söz konusu (a,b,0) sınıfı $f_X(0)$ veri iken

x=1 değerinden itibaren ardışık olarak hesaplanmaktadır. İkinci sınıf olan (a,b,1) sınıfı ise, $f_X(1)$ veri iken x=2 değerinden itibaren ardışık olarak hesaplanmaktadır. Raslantısal değişken X' ait ihtimali dağılım x ikiden büyük olmak üzere $f_X(x)$ aşağıdaki ardışıklık koşulunu sağlıyorsa (a,b,1) sınıfı olarak adlandırılmaktadır.³¹⁰

$$f_X(x) = \left(a + \frac{b}{x}\right) f_X(x-1) \quad (0118)$$

Formülde $f_X(1)$ veri iken, a ve b sabit değerlerdir. Poisson, binomial ve negatif binomial dağılımlarının bu şekilde sunumu aşağıdaki gibidir.³¹¹

³⁰⁹ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.81.

³¹⁰ PANJER, **a.g.e.**, s.115.

³¹¹ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.81.

Tablo 4:Dağılımlara Göre Ardışık Sunum

Dağılım	a	b	$f_X(0)$
Poisson $PN(\lambda)$	0	λ	$e^{-\lambda}$
Binomial $BN(n, \theta)$	$-\frac{\theta}{1-\theta}$	$\frac{\theta(n+1)}{1-\theta}$	$(1-\theta)^n$
Negatif Binomial $NB(r, \theta)$	$1-\theta$	$(r-1)(1-\theta)$	θ^r
Geometrik $GM(\theta)$	$1-\theta$	0	θ

Görüleceği üzere ardışık sunum k'nın lineer fonksiyonu olmaktadır. Aynı şekilde (a,b,1) sınıfını da tanımlayan Klugman ve Diğ. Yukarıdaki sunumda çok küçük bir değişikliğe giderek $k=2,3,4,\dots$ İçin aynı ardışık ihtimali dağılıma sahip raslantısal değişkenleri (a,b,1) şeklinde tanımlamışlardır.³¹²

$$\frac{p_k}{p_{k-1}} = a + \frac{b}{k} \Rightarrow k \frac{p_k}{p_{k-1}} = ak + b \quad (0119)$$

Aslında birinci grup sunum sıfır kesimli iken ikinci grupta sıfır modifiye dağılım olmaktadır. Panjer (1981) eğer hasar adet dağılımı ardışıklık şartını sağlıyorsa gerek sürekli gerekse kesikli fonksiyonun ardışık şekilde yazılabileceğini ispat etmiştir.³¹³ Panjer bu fonksiyonun yeniden ifade edileceğini bularak gerek sürekli gerekse kesikli fonksiyon olarak yeniden ifade şeklini bulmuştur. Poisson dağılımını ardışık şekilde yazmak mümkündür. Buna göre aşağıdaki eşitliği elde etmek poisson dağılımında mümkün olacaktır.

$$P_n = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{n-1}}{(n-1)!} \frac{\lambda}{n} = \frac{\lambda}{n} P_{n-1} \quad (0120)$$

Buradan hareketle $p_0 = e^{-\lambda}$ olduğundan ardışık şekilde yazmak için; $P_n = P_{n-1} \left(a + \frac{b}{n} \right)$ yazmak mümkün olacaktır. Burada a=0 ve b= λ olacaktır. Klugman, Panjer Wilmont kesikli değişkenleri tanımlarken sunum kolaylığı saylayan iki sınıf dağılım tanımlaması yapmaktadır. Bunlar varolan dağılımların tanımlanırken ardışık özelliğine göre

³¹² KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, a.g.e., s.84.

³¹³ LARNEBACK, a.g.e., s.19.

sınıflandırılmasını sağlamaktadır.³¹⁴ Bunlardan birincisi (a, b, 0) sınıfı olarak nitelenen gruptur. Buna göre ihtimali dağılımı (prob distribution) p_k olan bir kesikli değişkenin sunumu k 1'den büyük olmak üzere aşağıdaki formda yapılabiliyorsa (a,b,0) sınıfında kabul edilmektedir.

$$\frac{p_k}{p_{k-1}} = a + \frac{b}{k} \Rightarrow k \frac{p_k}{p_{k-1}} = ak + b \quad (0121)$$

Bu sunum ardışık ihtimallerin ölçüsünü vermektedir. İhtimal toplamı 1 olacağından 0 durumundaki değer ise toplamın birden çıkarılması suretiyle bulunacaktır. (a,b,1) sınıfından raslantısal değişken $f_X(0)$ sıfır noktasında 0 ihtimale sahip olmak zorunda değildir. Bunun için a,b,0 ile a,b,1 sınıfı arasında ilişki kurarak a,b,1 sınıfının sıfır noktasındaki ihtimali değeri hesaplanabilir. Dağılımlardan (a,b,0) sınıfına temel dağılım dersek $f_X(x)$, bunun modifiye edilmiş hali $f_X^M(x)$ ise (a,b,1) sınıfına ait iken ikisi arasındaki ilişki şu şekilde kurulmaktadır. Modifiye $f_X^M(0)$ sıfır noktasındaki ihtimali c uygun sabit sayı ve x birden büyük olmak üzere $f_X^M(x)$ ve $f_X(x)$ ile şu şekilde yazılacaktır.

$$f_X^M(x) = cf_X(x)$$

Düzgün bir ihtimal fonksiyonu $f_X^M(.)$ için aşağıdaki eşitlik doğru olmalıdır. Eşitlikten c kolaylıkla bulunabilir.

$$1 = f_X^M(0) + \sum_{x=1}^{\infty} f_X^M(x) = f_X^M(0) + c \sum_{x=1}^{\infty} f_X(x) = f_X^M(0) + c[1 - f_X(0)]$$

$$c = \frac{1 - f_X^M(0)}{1 - f_X(0)}$$

Bulunan c değerini yerine koyarsak $f_X^M(x)$ değerini elde edeceğiz. Bulunan bu dağılım (a,b,1) sınıfından olup sıfır hasar ihtimali olan yapıda olup, (a,b,0) dağılımı ile aynı ardışık yapıya sahiptir. Bu dağılıma (a,b,0) yapısında sıfır modifiye edilmiş dağılım denirken, eğer $f_X^M(0) = 0$ ise modifiye edilmiş dağılım 0 değeri alamayacağından sıfır kesilmiş (zero

³¹⁴ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, a.g.e., s.84.

truncated) dağılım denilmektedir. Sıfır kesilmiş dağılım sıfır modifiye dağılımın özel bir türü olmaktadır. Buraya kadar binomial, geometric, negatif binomial ve Poisson dağılımlarının (a,b,0) şeklinde ifade edebileceğimizi gördük, diğer bir birleştirme yöntemi ise ihtimal üretme fonksiyonları vasıtasıyla yapılmaktadır. Eğer X yukarıda bahsedilen dört dağılımdan herhangi birine aitse ihtimal üretme fonksiyonu ($P_X(t)$) şu şekilde yazılabilecektir.

$$P_X(t\beta) = Q_X[\beta(t-1)] \quad (0122)$$

Formülde β , X'in parametresi iken $Q_X(\cdot)$ ise yalnızca $[\beta(t-1)]$ 'in fonksiyonudur. Yani ihtimal üretme fonksiyonunda β ve t yalnızca $\beta(t-1)$ ile ortaya çıkmaktadır. X eğer binomial $BN(n, \theta)$ ise ihtimal üretme fonksiyonu şu şekilde ifade edilecektir.

$$P_X(t) = [1 + \theta(t-1)]^n \quad (0123)$$

X eğer Negatif Binomial ise ($NB(r, \theta)$) ihtimal üretme fonksiyonu;

$$P_X(t) = \left[\frac{\theta}{1 - (1 - \theta)t} \right]^r \quad (0124)$$

Olduğundan β şu şekilde yazılırsa; $\beta = \frac{1 - \theta}{\theta}$ ve eşitlikte yerine konulursa, eşitlik şöyle olacaktır.

$$P_X(t) = \left(\frac{1}{1 - \beta(t-1)} \right)^r$$

Aynı şekilde Poisson ihtimal üretme fonksiyonu da $P_X(t) = \exp[\lambda(t-1)]$ şeklinde olduğu için aynı şekilde bir önceki veriye bağlı olarak ifade etmek mümkün olmaktadır. Eğer N (a,b,0) sınıfı bir dağılıma sahip ve X'de tamsayı bir değişken olmak üzere, toplam hasar dağılımı S'in ihtimal fonksiyonu aşağıda sunulan ardışık hesaplama ile bulunacaktır. Bu yöntem Panjer Ardışık Hesaplama Yöntemi olarak bilinmekte ve aktüeryal literatürde yaygın kullanım alanı bulmaktadır. Sıfırdan büyük her bir s değeri için ihtimal fonksiyonu ardışık olarak şu şekilde sunulacaktır.

$$f_s(s) = \frac{1}{1 - af_X(0)} \sum_{x=1}^s \left(a + \frac{bx}{s} \right) f_X(x) f_s(s-x)$$

S'nin ortalama ve varyansı ise aşağıdaki formüllerle hesaplanmaktadır.

$$E(S) = \mu_N \mu_X \quad (0125)$$

$$Var(S) = \mu_N \sigma_X^2 + \sigma_N^2 \mu_X^2 \quad (0126)$$

Eğer S bileşik poisson dağılımı ise ve $N \sim PN(\lambda)$, bu durumda $\mu_N = \sigma_N^2 = \lambda$ olacağından;

$$Var(S) = \lambda(\sigma_X^2 + \mu_X^2) = \lambda E(X^2) \quad (0127)$$

olacaktır. Bu özellik kredi risk modellemesinde işimize yarayacağından bunun çıkarılmasının ele alınmasında yarar bulunmaktadır. S'nin ihtimal fonksiyonu sade gösterimle şu şekilde elde edilecektir.

$$\begin{aligned} P_S(t) &= E(t^{S_1 + \dots + S_n}) = \prod_{i=1}^n P_{S_i}(t) = \prod_{i=1}^n \exp\{\lambda_i [P_i(t) - 1]\} = \exp\left\{\sum_{i=1}^n \lambda_i P_i(t) - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right\} \\ &= \exp\left\{\lambda \left[\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda} P_i(t) - 1\right]\right\} = \exp\{\lambda [P(t) - 1]\} \end{aligned} \quad (0128)$$

Panjer ardışık hesaplamasına ilişkin uygulamalı örnek ekte sunulmuştur. Şiddet (hasar tutarı) fonksiyonu $f_X(x)$ ve 0,1,2, şeklinde parasal şekilde ifade edilen bir fonksiyon ve frekans fonksiyonu (hasar adedi) ise (a,b) şeklinde ifade edilen k 0'dan büyük olmak üzere aşağıdaki şekildeyse, Panjer buradan hareketle toplam hasar dağılımının nasıl hesaplanabileceğini göstermiştir.³¹⁵ Buna göre toplam hasar dağılımının ardışık hesaplaması şöyle yapılabilecektir:

$$\Pr\{N = k\} = \left(a + \frac{b}{k}\right) \cdot \Pr\{N = k - 1\} \quad (0129)$$

$$f_S(x) = \left[\sum_{y=1}^x \left(a + \frac{by}{x}\right) f_X(y) f_S(x-y) \right] \frac{1}{(1 - af_X(0))} \quad (0130)$$

Bu ardışık hesaplama formülünün başlangıç noktası $f_S(0) = P_N(f_X(0))$ olan bu ardışık hesaplama formülü dağılımlara göre değişik şekiller alacaktır. Poisson dağılım söz konusu olduğunda x sıfırdan büyük olmak üzere hesaplama şöyle olacaktır.

$$f_S(x) = \frac{\lambda}{x} \sum_{y=1}^x y \cdot f_X(y) \cdot f_S(x-y) \quad (0131)$$

³¹⁵ Panjer, **a.g.e**, s.24.

şeklini alacaktır. Bu durumda başlangıç sayısı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$f_S(0) = e^{-\lambda(1-f_X(0))} \quad (0132)$$

Bu yöntem kolaylıkla programlanabilecek yapıda olduğundan tercih edilmektedir.

De Pril tarafından geliştirilen ardışık hesaplama yönteminde portföy öncelikle poliçe büyüklüğü ve hasar ihtimaline göre alt portföylere ayrılmaktadır. Eğer n_{ij} poliçe sayısını gösteriyorsa (i poliçe bedelli) ve hasar ihtimali q_i ise toplam hasarın olasılık üreten fonksiyonu (pgf) şu şekilde yazılabilecektir.

$$P_S(z) = \prod_{i=1}^r \prod_{j=1}^m (1 - q_j + q_j z^i)^{n_{ij}} \quad (0133)$$

Fonsiyonun logaritması ve sonrasında türevi alınırsa ihtimal üretme fonksiyonun türevi şu şekilde elde edilecektir.

$$\ln P_S(z) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m n_{ij} \ln(1 - q_j + q_j z^i) \quad (0134)$$

$$P'_S(z) = P_S(z) \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m i q_j n_{ij} z^{i-1} (1 - q_j + q_j z^i)^{-1} \right] \quad (0135)$$

Eğer bu fonksiyonu $z = 1$ durumunda değerlendirirsek beklenen hasar değerini bir diğer deyişle toplam hasar dağılımının ortalamasını (beklenen değerini) bulmuş olacağız.

$$E(S) = P'_S(1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m i q_j n_{ij} \quad (0136)$$

Formül aşağıdaki gibi yeniden yazılır ve sadeleştirme yapılırsa,

$$\begin{aligned} z P'_S(z) &= P_S(z) \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m i n_{ij} \left(\frac{q_i}{1 - q_j} z^i \right) \left(1 + \frac{q_i}{1 - q_j} z^i \right) \right] = P_S(z) \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^m i n_{ij} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \left(\frac{q_i}{1 - q_j} \right)^k z^{ik} \right]^{-1} \\ z P'_S(z) &= P_S(z) \left[\sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^{\infty} h(i, k) z^{ik} \right] \end{aligned} \quad (0137)$$

Buradaki $h(i,k)$ ise formülün parantez içinin yeniden ifadesi için kullanılmıştır.

$$h(i,k) = i(-1)^{k-1} \sum_{j=1}^m n_{ij} \left(\frac{q_j}{1-q_j} \right)^k \text{ ifade etmektedir.}^{316}$$

Olasılık dağılımının tam olarak hesaplanması genel olarak daha zahmetli ve çok işlemi içerdiği için genel olarak yaklaştırma yaklaşımıyla kullanılabilir. Toplam

hasarın olasılık üreten fonksiyonu daha önceden $P_S(z) = \prod_{j=1}^n (1 + q_j(z^{b_j} - 1))$ olarak

bulunmuştu. Söz konusu denklemin logaritması alınıp Taylor seri açılımı yapılırsa

$$\ln P_S(z) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} (q_j(z^{b_j} - 1))^k \text{ değeri elde edilecektir. Yaklaşık olarak bu}$$

$$\ln P_S(z) \approx \sum_{j=1}^n q_j(z^{b_j} - 1) = \lambda \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\lambda} (z^{b_j} - 1) \text{ olarak ifade edilebilecektir. Bu dağılım ileriki}$$

bölümde de gösterileceği gibi Poisson dağılımına dönüşmektedir. İhtimal türetme fonksiyonun tespitinden sonra dağılıma ulaşmak kolay olacaktır. Bileşik Poisson dağılımının hesaplama avantajı birkaç bağımsız sigorta portföy faktörü (temelini oluşturan) var olduğu zaman ve /veya limitler ve muafiyetler bireysel hasar miktarlarına uygulandığı zaman toplam hasar dağılımını kolayca değerlendirmemizi sağlar. Bileşik Negatif Binominal dağılım homojen olmayan sigorta portföylerinde toplam hasarın modellenmesi için kullanılabilir. Bu bağlamda, hasarların sayısı, birey tarafından değişen ve Gama dağılımına sahip olan bir ortalama ile bir Poisson dağılımını izler. Bu hem otomobil sigortası ve sağlık sigortası gibi tek bir olay ya da kazadan meydana gelen olası çoklu hasarlar ile sigorta uygulamalarına sahiptir. Buna ek olarak, Bileşik Geometrik dağılım, Bileşik Negatif Binominal dağılımının özel bir olay olarak risk teorisinde ilişkili problemler ve iflas olasılıkları analizinde hayati bir rol oynar. Hasar Dağılımları Yaklaşımı, matematiksel olarak sağlam temellere dayanan istatistiksel bir yöntemdir ve objektiftir. Belirli güven aralıklarında oluşabilecek hasarın şiddetine ilişkin bilgi verebilmektedir. Geçmiş dönem verileri kullanılarak gelecek dönem tahminleri yapılır. Ancak yöntemin geçerliliğini koruyabilmesi için yeterli miktarda güvenilebilir ve nitelikli verinin olması gerekir. Yöntemin diğer bir

³¹⁶ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.199.

dezavantajı gelecekte oluşabilecek büyük değişimleri (devralma, birleşme, ekonomik kriz gibi) göz önüne alabilmesi için geliştirilmesi gerektiridir.

3.5.3 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)

Kredi riskinin hesaplanmasında FFT tekniğini de kullanmak mümkündür. Toplam hasar dağılımı hesaplamada kullanılan bir diğer yöntem olan Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) aktüeryal modellemede kullanılan önemli aletlerden biridir. Bu metodun ayrıntısından önce kompleks sayılarla ilgili basit birkaç kuralı hatırlamak gerekmektedir. Diyelimki $i = \sqrt{-1}$ şeklinde ve $i^2 = -1$ koşulunu sağlayan bir sembol olduğunu varsayarsak, bu durumda kompleks çarpım şu şekilde tanımlanabilecektir.

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i \quad (0138)$$

Kompleks sayılarla ilgili önemli bir formül ise Euler formülü olarak bilinmektedir. Özellikle $e^{iz} = \cos(z) + i \sin(z)$ ilişkisi yoğun olarak hesaplamalarda kullanılmaktadır.³¹⁷ Hızlı Fourier dönüşümü n noktadan n noktaya bir dönüşüm olup, sayılar yeniden ifade edilmektedir. FFT: $f = [f_0, f_1, f_2, \dots, f_{n-1}] \Rightarrow \tilde{f} = [\tilde{f}_0, \tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_{n-1}]$ bir dönüştürme işlemi olmakta ve f ve $\tilde{f}$ ise k ve j sıfırdan büyük olmak üzere şu şekilde tanımlanmaktadır.³¹⁸

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{\left(\frac{2\pi i}{n} jk\right)} \quad (0139)$$

$$f_j = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \tilde{f}_k e^{\left(-\frac{2\pi i}{n} kj\right)} \quad (0140)$$

Görüleceği üzere ters hızlı Fourier dönüşümü (IFFT) FFT'nin neredeyse aynı sunumuna sahip gibidir, temel fark işaret değişikliği ve n ile bölümdür. Hızlı Fourier dönüşümüm hızlı olmasının nedeni $n=2^r$ şeklinde bir uzunluğu $n/2 = 2^{r-1}$ şeklindeki iki uzunluğun toplamı olarak yazılabilmesi mümkün olduğundandır. Birinci tek sayıların ikinci ise çift sayıları vermektedir. Eğer $m=n/2 = 2^{r-1}$ değerini temsil ederse $\tilde{f}$ şu şekilde bölümlere ayrılabilir.

³¹⁷ Wang, **a.g.m.**, s.853.

³¹⁸ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.185.

$$\begin{aligned}\tilde{f} &= \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{\left(\frac{2\pi i}{n} jk\right)} = \sum_{j=0}^{\frac{n}{2}-1} f_{2j} e^{\left(\frac{2\pi i}{n} 2jk\right)} + \sum_{j=0}^{\frac{n}{2}-1} f_{2j+1} e^{\left(\frac{2\pi i}{n} (2j+1)k\right)} \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j} e^{\left(\frac{2\pi i}{n} 2jk\right)} + e^{\left(\frac{2\pi i}{n} k\right)} \cdot \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j+1} e^{\left(\frac{2\pi i}{n} 2jk\right)}\end{aligned}\quad (0141)$$

Buradaki ilişkiden yararlanarak $m/2$ uzunluğu $\tilde{f}_k^a$ ve $\tilde{f}_k^b$ şeklinde dönüştürülmüş iki bölüm halinde yazmak mümkün olacaktır. Her bir uzunluk $n/2, m/2, \dots$ FFT dönüşümü $n=2^r$ uzunluğunda bir vektör olacaktır. Bu işlem r defa tekrarlanırsa 1 uzunluğa erişilecektir. Eğer 1 uzunluğun vektörünü bilirsek benzer şekilde 2, 2^2 , 2^3 , $2^4, \dots, 2^r$ uzunlukları da bulunabilecektir).³¹⁹

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^a + e^{\left(\frac{2\pi i}{n} k\right)} \cdot \tilde{f}_k^b \quad (0142)$$

Toplam hasar dağılımındaki notları tespit etmek ve bölümlere ayırmak için FFT metoduna ihtiyaç duymaktayız. Ayrıca bölümlendirilmiş değerlerden dağılımın karakteristik fonksiyonun bulunması gibi çeşitli işlemlerde kullanıldığından önemli bir unsurdur. FFT metodu ardışık hesaplama temeliğne dayanmadığından Panjer ardışık hesaplanmasında olduğu gibi çok sayıda ihtimali değişken varsa hatanın artmasına imkan tanımayan yapısı vardır.³²⁰ Fonksiyon $f(x)$ 'in Fourier dönüşümü şu şekildedir.³²¹

$$\tilde{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i k x} dx$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{-2\pi i k x} dk$$

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i k x} dx$$

³¹⁹ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT,,**a.g.e.**,s.186

³²⁰ VOSE, **a.g.e.**, s.310.

³²¹ Umberto CHERUBINI ve DİĞ:., Fourier Transform Methods in Finance, West Sussex; John Wiley & Sons Ltd, 2010, s.97.

$$F(k) = F_x[F(x)](k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{2\pi i k x} dx$$

Bu (+i) fourrier dönüşümü olarak bilinir.

$$f(x) = F_k^{-1}[F(k)](x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{-2\pi i k x} dx$$

İse (-i) ters fourrier dönüşümü olarak bilinir.

Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) Kesikli Fourier Dönüşümü ve tersi (inversion) kullanılan etkili yöntemlerdir.³²² Kompleks sayı şu şekilde ifade edilirse,

$$W_n = e^{2\pi i / N}$$

DFT şu şekilde ifade edilecektir.

$$\begin{aligned} X_k &= \sum_{n=0}^{N-1} W^{nk} x_n \\ X_k &= \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{2\pi i n k / N} = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} e^{2\pi i (2n) k / N} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} e^{2\pi i (2n+1) k / N} \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n} e^{2\pi i n k / (N/2)} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x_{2n+1} e^{2\pi i n k / (N/2)} = X_k^e + W_N^k X_k^o \end{aligned}$$

Sekiz noktalı bir fonksiyon için algoritma şöyle olacaktır.

$$\begin{aligned} X_k &= (X_k^e + W_8^k X_k^o) = (X_k^{ee} + W_4^k X_k^{eo}) + (W_8^k (X_k^{oe} + W_4^k X_k^{oo})) \\ &= (X_k^{eee} + W_2^k X_k^{eeo}) + (W_4^k (X_k^{eod} + W_2^k X_k^{eo0})) + (X_k^{0ee} + W_2^k X_k^{0eo}) + (W_4^k (X_k^{0od} + W_2^k X_k^{0oo})) \end{aligned}$$

Fast Fourier dönüşümü be metotta kullanılan yaygın bir dönüşüm aracıdır. Bu araç ilk olarak birleşik dağılımların için, çok daha genel anlamda kullanılmıştır ve toplam hasar dağılımları için kullanılmaya başlanmıştır. Fast Fourier dönüşümü bir algoritmadır;

$$\tilde{f}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{izx} dx$$

Kesikli dağılımlar için;

³²² CHERUBINI ve DİĞ., **a.g.e.**, s.208.

$$\tilde{f}(z) = \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{\frac{2\pi i j k}{n}} \quad k = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Bu dönüşüm aracı sayesinde bilgisayar ortamında yapılan işlem süresi azalmaktadır.

$$\begin{aligned} \tilde{f}(z) &= \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{\frac{2\pi i j k}{n}} \\ \tilde{f}(z) &= \sum_{j=0}^{n/2-1} f_{2j} e^{\frac{2\pi i 2j k}{n}} + \sum_{j=0}^{n/2-1} f_{2j+1} e^{\frac{2\pi i (2j+1)k}{n}} \\ \tilde{f}(z) &= \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j} e^{\frac{2\pi i j k}{m}} + e^{\frac{2\pi i k}{n}} \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j+1} e^{\frac{2\pi i j k}{m}} \quad m = \frac{n}{2} \end{aligned}$$

Böylece FFT hesap sonucu şöyle olacaktır.³²³

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^a + e^{\frac{2\pi i k}{n}} \tilde{f}_k^b$$

Bir başka tersine dönüştürme aracı direkt sayısal dönüştürmedir. Bu yöntem daha öncesinde Heckman ve Meyers³²⁴ tarafından Poisson, Binom ve Negatif Binom dağılımlarında uygulanmıştır. Kolaylıkla diğer dağılımlarda da uygulanabilmektedir. Bu yöntemde şiddet fonksiyonu parçalara ayrılmış lineer dağılımla değiştirilmiştir. Şiddet değişkeninin aralığı da bu şekilde parçalanmıştır. Yöntemin bu adımdan sonrası ise Fast Fourier dönüşümüne paralellik gösterir³²⁵.

$$\begin{aligned} \wp_X(z) &= \int_0^\infty e^{izx} dF_X(x) = \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} d_k e^{izx} dx + f_{n+1} e^{izx_n} \\ &= \sum_{k=1}^n d_k \frac{e^{izx_k} - e^{izx_{k-1}}}{iz} + f_{n+1} e^{izx_n} \end{aligned}$$

Eular formülü kullanılarak gerçekte kompleks (a ve b) kısımlar birbirinden ayrılır;

$$\begin{aligned} e^{i\vartheta} &= \cos(\vartheta) + i \sin(\vartheta) \\ a(z) &= \operatorname{Re}[\wp_X(z)] = \frac{1}{z} \sum_{k=1}^n d_k [\sin(zx_k) - \sin(zx_{k-1})] + f_{n+1} \cos(zx_n) \\ b(z) &= \operatorname{Im}[\wp_X(z)] = \frac{1}{z} \sum_{k=1}^n d_k [\cos(zx_{k-1}) - \cos(zx_k)] + f_{n+1} \sin(zx_n) \end{aligned}$$

³²³ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.186

³²⁴ Philip HECKMAN ve Glenn MEYERS, **The Calculations of Aggregate Loss Distributions from Claim Severity and Claim Count Distributions**, Proceedings of the Casualty Actuarial Society, LXX, 1983, s.22-61. <http://www.casact.org>, (27/04/2010)

³²⁵ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.190.

Toplam hasarın dağılımı aşağıdaki gibidir.³²⁶

$$\phi_S(z) = P_N[\phi_X(z)] = P_N[a(z) + ib(z)] = r(z)e^{i\theta(z)}$$

$$F_S(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{r(\frac{z}{\sigma})}{z} \sin\left(\frac{zx}{\sigma} - \frac{\theta z}{\sigma}\right) dx$$

Karakteristik fonksiyonun tespitinde FFT yöntemi ile hesap yapılması ise Poisson dağılımının karakteristik fonksiyonunu ele alırsak şöyledir.

$$\phi_Z(t) = E[e^{it(Z)}] = E_N[E[e^{it(X_1+X_2+\dots+X_N)}|N]] = E_N[\phi_X(t)^N] = P_N(\phi_X(t)) \quad (0143)$$

$$\begin{aligned} \phi_{C_t}(\gamma) &= E\left[e^{i\gamma \sum_{k=1}^{N_t} Z_k}\right] = \sum_{h=0}^{\infty} E\left[e^{i\gamma \sum_{k=1}^{N_t} Z_k} | N_t = h\right] P(N_t = h) = \sum_{h=0}^{\infty} \prod_{k=1}^h E[e^{i\gamma Z_k}] e^{-\lambda t \frac{(\lambda t)^h}{h!}} \\ &= \sum_{h=0}^{\infty} (\phi_{Z_1}(\gamma))^h e^{-\lambda t \frac{(\lambda t)^h}{h!}} = \sum_{h=0}^{\infty} e^{-\lambda t \frac{(\lambda t \phi_{Z_1}(\gamma))^h}{h!}} = e^{\lambda t (\phi_{Z_1}(\gamma) - 1)} = e^{\lambda t \int_{-\infty}^{\infty} (e^{-i\gamma x} - 1) \mu(dx)} \end{aligned}$$

ϕ_{Z_1} , Z_k Poisson dağılımının Fourier dönüşümüdür.³²⁷ FFT dönüşümü ile söz konusu konvolution işlemi yapılabilecektir.

$$G_\lambda(z) = IFFT\left(\prod_{n=1}^N \{FFT[G_{\lambda,n}(z)]\}\right) = G_{\lambda,B}(z)$$

N ve K bağımsız değişkenlerin karakteristik fonsiyonlarının toplamı aynı değişkenlerin karakteristik fonsiyonlarının çarpımına eşittir.³²⁸

$$\phi_{N+K}(t) = E[e^{it(N+K)}] = E[e^{itN} t^{itK}] = E[t^{itN}] E[t^{itK}] = \phi_N(t) \phi_K(t)$$

Karakteristik fonksiyonlar arasındaki bu ilişki nedeniyle FFT konvülsüyon yapılacaktır. Eğer $f = [f_0, f_1, f_2, \dots, f_{m-1}]$ ve $g = [g_0, g_1, g_2, g_3, \dots, g_{k-1}]$ iki ihtimali vektör iken FFT konvülsüyon süreci şöyle olacaktır. Öncelikle uzunlukla ilgili olarak $n \geq m+k$ olacak

³²⁶ KLUGMAN, PANJER VE WILLMOT, **a.g.e.**, s.190.

³²⁷ CHERUBINI ve DİĞ., **a.g.e.**, s.40.

³²⁸ KAAS ve DİĞ., **a.g.e.**, s.57.

şekilde 0 eklenerek bu durum sağlanacaktır. Her bir vektör için FFT uygulanıp $\tilde{f} = FFT(f)$ ve $\tilde{g} = FFT(g)$ vektörleri bulunmaktadır. İki vektörün çarpımı ile $\tilde{h} = \tilde{f} \cdot \tilde{g}$ vektörü elde edilmektedir. Buradan ters FFT ile g ve f vektörlerinin çarpımından elde edilen h vektörüne ulaşılmaktadır. Hasar dağılımının teorik yapısı ele alındıktan sonra kredi risk modelinin oluşturulması aşaması izleyen bölümde ele alınmıştır.



IV. BÖLÜM

KREDİ RİSKİNİN AKTÜERYAL MODELLENMESİ

4.1 Kredi Riski Modellemesinde Aktüeryal Yaklaşımlar

Aktüeryanın hayat sigortacılığı uygulamasına benzer uygulama ilk olarak Altman (1989) tarafından kredi riskine uygulanmış ve borçlar ve bonolar için mortalite tablosuna benzer tablolar oluşturularak modelleme yapılmıştır. İkinci aktüeryal yaklaşım ise CSFB tarafından kaza aktüeryası esas alınarak geliştirilen CreditRisk+ modelidir.³²⁹ CreditRisk+ kolay uygulanabilir olması, fazla sayıda parametre istememesi gibi çeşitli avantajlara sahiptir. CreditRisk+ modeli portföyün temerrüt oranı üzerine odaklanmakta ve temerrüt oranı ile borç tutarları gibi girdiler model oluşturulmaktadır.³³⁰ Aktüeryal modellemenin en önemli iki unsurundan birisi zarara yol açan olaya ilişkin ihtimali yapıyı gösteren frekans dağılımının belirlenmesidir. Kredi riskinin aktüeryal modelleme ile ölçülmesinde frekans dağılımının bulunabilmesi için, kredi kullanan kişilere ait temerrüt davranışları hakkında öncelikle veri sahibi olmak gerekmektedir. Elde edilecek verinin özelliklerine göre, dağılım tespiti veya teorik dağılım özellikleri kullanılarak frekans dağılımının temel özellikleri hakkında bilgi sahibi olmak gerekmektedir. Kredi kullananların temerrüt davranışları, ekonomik yapıya, dönemsel gelişmelere bağlı olarak dalgalanma gösterebilmektedir.

Riskin sayısallaştırılmasında en yaygın kullanılan metod, o konudaki verilerin ele alınması veriler üzerinden çıkarsamalar yapılmasıdır. Kredi kullananların iflas riskini tahmin için literatürde bir çok araştırma bulunmakla birlikte bu konudaki en büyük engelin uygun veri derlemek olduğu da bilinmektedir.³³¹ Temerrüde düşme derecesinin ölçümünde daha çok bağımsız derecelendirme şirketlerinin verdiği derecelerden faydalanılmaktadır. Bu dereceler karşı tarafın temerrüde düşme olasılığını göstermektedir. Banka bu dereceyi kendi içsel yöntemleri ile de hesaplayabilecektir. Karşı taraf riski konusunda genelde iki yaklaşım bulunmaktadır. Bir yaklaşım temerrüt esaslı olup ödemenin olup olmamasına göre, temerrüt durumuna göre konuya yaklaşmaktadır. Temerrüt modlu (DM:default mode) bu yaklaşımda, belli bir zaman aralığında bir borçlunun temerrüde düşmesiyle kredi kaybının olacağı kabul

³²⁹ SAUNDERS ve ALLEN, a.g.e., s.121.

³³⁰ WAGNER, a.g.e., s.215.

³³¹ BCBS, a.g.m., 1999, s.38.

edilir. Bu tür modellerde her kredi alacağı için banka üç rasgele değişkenin ihtimali dağılımını belirleyecektir. Bankanın hesabın yapıldığı tarihteki toplam kredi riskine maruz tutarı, öngörülen sürede temerrüdün olup olmayacağını ifade eden Bernoulli değişkeni (1 veya 0 şeklinde), temerrüt durumunda kayıp (LGD) değişkenlerinin önceden tahmini gerekmektedir.³³² İkinci tür yaklaşım ise kredi kaybı ile borçlunun kredibilitesi arasında irtibat kuran yaklaşım olup piyasa değerine uygun temerrüt modelleridir. Bu yaklaşımda(MTM) yaklaşımda kredi kaybı, varlıklardaki kredi kalitesinin düşmesi ile ya da temerrüte düşme ile ilişkilendirilir. Bu modeller temerrüt olmasa da kredi derecesinin değişme ihtimalinin etkisini dikkate alır.³³³ Hangi modelin daha uygun olacağını seçmek büyük oranda modelin uygulandığı işlem ve modelin sonucunda elde edilecek çıktı ile ilgilidir. Örneğin; vadeye kadar elde tutmayı planladığı bir portföyü olan bir kurumun DM yaklaşımını tercih etmesi gayet mantıklıdır. Bunun tersine, daha likit bir portföyü olan kurum için kredi kaybının MTM yaklaşımı ile ölçülmesi daha doğru olacaktır, bunun seçimini risk yöneticisi kendi ihtiyat anlayışına göre seçecektir.³³⁴ Sonuç itibariyle yaşayan bir portföye sahip olan yönetici portföyün dönemler ve şartlara göre sergilediği davranışları daha iyi bileceği için seçimini de bu bilgi birikimine uygun yapacaktır.

Sistemik faktörlerin belirlenmesi modeller için en kritik varsayımlardan biridir. Modeller incelendiğinde, sistemik faktörler olarak makroekonomik büyüklüklerin veya borçluların varlık değerlerinin seçildiği, ya da sistemik faktörlere ilişkin her hangi bir ön varsayımın yapılmadığı ve doğrudan temerrüt sıklıklarının modellendiği görülmektedir. Basel II sermaye uzlaşısı temel metninde modellerin kullanılması ile ilgili olarak “modelin kapsamı dışındakiler de dahil, ilgili bütün önemli bilgilerin de dikkate alınmasını ve modelin uygun bir şekilde kullanılmasını sağlamak için yeterli insan yargısı ve insan denetimi gereklidir.” diyerek aslında modellerin yalnızca araçlar olduğuna özünde insan yargısına daha fazla güven duyulduğu gösterilmektedir.³³⁵

³³² BCBS, a.g.m., 1999a s.17.

³³³ BCBS, a.g.m., 1999a, s.23.

³³⁴ BCBS, a.g.m.,1999a, s.25.

³³⁵ BCBS, a.g.m., 2006,s.86.

4.2 Kredi Riski Modellemesinde Temel Unsurlar

Kredi riski hesaplamasında en çok kullanılan üç kavram, temerrüt oranı (borçlunun ödememe ihtimali), temerrüt halinde kayıp (verilen kredi tutarının % kaç oranında bir kaybın olduğu), temerrüt tutarı (toplam riske maruz kredi tutarı) ve beklenen kayıp kavramlarıdır. Beklenen kayıp, temerrüt oranı, temerrüt halinde kayıp ve temerrüt tutarı değişkenlerinin çarpımıyla bulunmaktadır. Temerrüt oranları genellikle bankanın kendi içsel veri kaynaklarından derlenmektedir. Kredi riskini ölçerken kullanılacak model için gerekli olan geçmişe dönük kredilendirme bilgileri büyük önem taşımaktadır. Beklenen kayıp (EL), kredi risklerine maruz bir portföyde beklenen ortalama kayıp oranıdır. Beklenen kayıp hem ekonomik büyüme hem de ekonomik durgunluk dönemlerini içermesi bakımından, tüm ekonomik devir süreci boyunca hesaplanmalıdır.

Borçlunun öngörülen süre içinde (genelde yıllık değerlendirilir) temerrüde düşme olasılığı,³³⁶ genellikle 0 ile 1 arasında bir değer almaktadır. Değer, bir yıllık sürede, kredinin temerrüde düşme ihtimalini gösterdiğinden bu ihtimalle kredi riskine maruz tutarın çarpılması beklenen zararı (söz konusu borçlu için) vermektedir. Söz konusu değer geçmiş verilerden rating değerlerinden veya şirket verilerinden elde edilen sıklık, frekans değişkenidir. Bu değişkenin tüm portföy için göstermiş olduğu istatistiksel dağılım bize frekans, sıklık dağılımını vermektedir. Bankalar, her derecelendirme notu için ortalama temerrüt oranı tahmini yaparken, içsel verilere dayalı temerrüt sonuçları, dış verilere eşleme ve istatistiksel temerrüt modellerini kullanabilecektir. Temerrüt oranı tahminleri için, içsel temerrüt deneyimine ilişkin verileri kullanabilir. Ülkemizde şube itibaratına bağlı müşteri krebilitesi, şube personelinin subjektif nitelikli değerlemesini de içerdiğinden yanlış bir yapı arz etmektedir. Bankanın tüm kredi sınıfındaki varlıkları için³³⁷, bir temerrüt oranı tahminleri olmalıdır. Başlangıçta verilen kaç kredide veya alacakta sorun olacağı tarihsel süreç içinde hep takip edilir, kredi temerrüt frekansı hakkında bilgi derlenir.³³⁸ Basel II sisteminde bu değerlendirmeyi yapacak içsel modelin bütün önemli ve mevcut veri, bilgi ve yöntemleri

³³⁶ TBB, a.g.m., s.34.

³³⁷ IRB Yaklaşımı, banka alacaklarını altı farklı sınıfta değerlendirir; firmalar, bankalar, devletler, perakende, proje finansmanı ve hisse senetleri şeklinde sınıflandırma mevcuttur.

³³⁸ Temerrüt durumu, borçlunun banka grubuna olan kredi borçlarını ödeme olasılığının bulunmadığına kanaat getirilmesi veya borçlunun banka grubuna olan önemli bir kredi borcunun vadesi 90 günden fazla geçmiş ve borç ödenmemesinde olmaktadır. Cari hesap kredilerinde, müşteri, tahsis edilen bir limiti ihlâl ettiğinde ya da cari limitlerden daha küçük bir limit bildirildiğinde gecikmiş/vadesi geçmiş sayılır.

içermesi gerektiği vurgulanmaktadır. Bankanın içsel veriler yerine, dış kaynaklardan elde ettiği verileri ve kendi içsel verilerinin yanında kullanması da mümkündür. İçsel veya dışsal verilerin kullanılması halinde, banka, yaptığı tahminlerin uzun süreli bir tecrübeyi temsil ettiğini göstermelidir. Tahminler, sadece subjektif veya değerlendirmeye bağlı görüş ve mülahazalara değil, tarihsel deneyime ve ampirik bulgu ve bilgilere dayanmalıdır. Bir bankanın yaptığı tahminler, teknik gelişmelerin etki ve sonuçlarını, elde edilen yeni verileri ve diğer bilgileri derhal yansıtmalıdır. Bankalar, yaptıkları tahminleri yılda bir kere veya daha sık aralıklarla gözden geçirmelidirler.³³⁹ Basel II sisteminde banka, ilgili riskleri karşılamak için gerekli olduğunda, her kredi için, ekonomik durgunluk ve gerileme koşullarını yansıtmayı hedefleyen bir temerrüt oranı tahmini yapmalıdır.

Temerrüt oranı hesaplamada kullanılabilecek ölçütlerden olan kredi skorlama modelleri dört ana başlık altında toplanır: Lineer Olasılık Modeli, Logit Modeli, Probit Modeli ve Diskriminant Analizi Modeli.³⁴⁰ Portföyün risk kaynaklarını bölümlendirmek temel problemdir. Riskler temelde pozisyonlardan ve risk faktörlerinden kaynaklanmaktadır. Risk faktörleri sistematik olabileceği gibi borçluya has özelliklerden de (idiosyncratic) kaynaklanabilir.³⁴¹ Kredi riski oluşturmak için öncelikle portföyün temerrüt davranışının nasıl olduğunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu temerrüt davranışları veri iken portföyün ihtimali temerrüt dağılımının belirlenmesi ve elde edilen temerrüt (frekans) dağılımı ile temerrüt dağılımları kullanılarak toplulaştırma işlemi yapılmakta, portföyün tamamı için koşullu temerrüt oranı dağılımları elde edilmesi modellemenin temel aşamaları olarak karşımıza çıkmaktadır.³⁴²

Bir banka, ilgili riskleri karşılamak için gerekli olduğunda, her kredi için, ekonomik durgunluk ve gerileme koşullarını yansıtmayı hedefleyen bir temerrüt halinde kayıp (LGD) tahmini yapmalıdır. Bu oran, o kredi türü için veri kaynağı içinde gözlemlenen bütün temerrütlerin ortalama ekonomik kaybına dayalı olarak hesaplanan uzun süreli temerrüt halinde temerrüt ile ağırlıklandırılmış ortalama temerrüt oranından daha küçük olamaz. Belirli

³³⁹ BCBS, a.g.m., 2006, s.92.

³⁴⁰ ALTMAN ve DİĞ., a.g.m., s.20.

³⁴¹ ROSEN ve SAUNDERS, a.g.m., s.2.

³⁴² Aktüeryal modelin aşamalarını konuya CreditRiskplus'ın yaklaşımını esas alacak şekilde açıklamak yerinde olacaktır. Aktüeryal modellemeyi esas alan CreditRisk+ modeli esas itibarıyla alacaklıların iflas (veya temerrüde düşme) durumunu modellemekte, modelde borçlunun ya temerrüde düşeceği ya da düşmeyeceği şeklinde iki ihtimalli yapıda modeli aktüeryal temelde oluşturmaktadır.

kredi türleri için, kaybın büyüklüğü, bu konjonktürel değişkenliği ve dalgalanmayı yansıtmayabilir ve LGD tahminleri uzun süreli temerrütle ağırlıklandırılmış ortalamadan önemli oranda farklı olmayabilir. LGD tahminleri, tarihsel geri dönüş/kurtarma oranlarına dayanmalı ve duruma göre, sadece teminatın tahmini piyasa değerine dayanmamalıdır. Bu koşul, bankaların hem teminatın kontrolünü ellerine geçirme hem de teminatı hızla nakde çevirme konusunda olası başarısızlık potansiyelini de dikkate alır.

Bankacılık sektöründe, kredi riskine yönelik olarak kullanılan modeller, gerek gereksinim duydukları veriler ve kullanıldıkları teorik yaklaşımlar gerekse ürettikleri sonuçlar açısından birbirlerinden farklılık arz etmektedirler. Ancak bu modellerin görünüşte birbirinden oldukça farklı olan yapıları aslında tek bir genel çerçeve altında bir araya getirilebilmekte ve modellere ilişkin girdi parametrelerinin uyumlaştırılması durumunda modellerin teori ve sonuçlar açısından benzer olduğu ortaya çıkmaktadır. Sonuçta amaç bankanın kredi portföyünün belli bir sürede üreteceği zarar miktarının veya bunu karşılayabilecek sermaye yapısının ölçülmesidir. Bankanın kredi riskine maruz tutarını desteklemek için gerektiği düşünülen (ölçülen veya tahmin edilen demek daha doğru olacaktır) parasal tutar genellikle kredi riski için gerekli ekonomik sermaye olarak tanımlanır. Bankalar için verilen kredilere karşılığında bu kredilerin geri ödenmemesi durumunda ortaya çıkan risk primi veya sermaye kayıp tutarı riskin maliyetini göstermektedir.³⁴³

4.3 CreditRisk+ Modelinin Teorik Yapısı

Aktüeryal risk modelinin oluşturulması özünde hasar sürecinin ihtimali dağılımının ne olduğunun ortaya çıkarılmasıdır. Bir portföyde değişik sayıda ve hacimde kredi kalemi olacağından hangi kredilerin temerrüde düşeceği ve ne zaman düşeceğini tespit etmek tıpkı kaza sigortacılığında olduğu gibi tam zamanının bilinemeyeceği için hasar oluş sürecinin “hafızasız” olan poisson dağılıma uygun olması beklenir. Aktüeryal modeli oluştururken önce portföyün temerrüt oranının modellenmesi ve temerrüdün hangi sıklıkta gerçekleşeceği modellenmektedir. Daha sonra zarar büyüklüğü modellenmekte, temerrüt olasılıkları veri iken temerrüt zararları modellenmektedir. Bu iki aşamanın tamamlanmasının ardından son

³⁴³ BLUHM VE DİĞ., a.g.e., s.2.

aşamada sıklık(frekans) ve büyüklük (şiddet) dağılımları kullanılarak portföy zarar dağılımı elde edilmektedir.

Sigortacılıktaki prim hesaplaması portföyden beklenen zarara göre yapılmaktadır. Bankacılıkta da risklerin yaratacağı beklenen zarara karşı bir risk primi hesaplanarak bu tutarda sermaye bulundurularak beklenen zararın etkisi giderilmeye çalışılmaktadır. İhtimaller teorisinde beklenen değer ortalama ile ifade edilir, kredi riskini esas alırsak risk modelinin kuruluşunda temel fikir şu şekildedir: Banka her bir müşteri için bir temerrüt ihtimalini, temerrüt oluşumunda bankanın uğrayacağı zararı gösteren tutarı ve temerrüde maruz tutar kullanılarak herhangi bir borçluya ilişkin zarar değişkenini bulmaya çalışacaktır.³⁴⁴ Bu değişkenlerden temerrüt halinde bankanın uğrayacağı zarar ve temerrüde maruz tutar birer sayı olup, bunlar banka tarafından bilinen tutarlardır. Burada bilinmeyen ve ihtimali olan temerrüt ihtimalidir. Temerrüt ihtimalinin belirlenmesinde ise iki temel yaklaşım vardır. Bunlar piyasa verilerinden elde edilmesi veya rating verilerinden faydalanmadır. Bu rating borçlunun kredi ödeme kapasitesini göstermektedir.³⁴⁵ Diğer taraftan, modelde tahsil oranlarının kredi derecelendirme kuruluşları verileri veya banka içi verilerden elde edilen sonuçlar kullanılmak suretiyle hesaplanması mümkündür. Temerrüt sıklıkları, tahsil oranları ve borç tutarlarının birlikte dikkate alınması suretiyle de portföy zarar dağılımı elde edilir.

Borçluların temerrüt davranışlarının birbirinden bağımsız olduğunu kabul edersek, temerrüt sayısının Binomial dağılım özelliği göstermesi beklenmektedir. Modelde her hangi bir kredinin temerrüde düşeceği zamanın³⁴⁶ veya portföydeki toplam temerrüt sayısının kesin olarak belirlenemeyeceği kabul edilmektedir. Öncelikle bu özelliklere sahip temerrüt sürecinin istatistiksel olarak ortaya konulması gerekmektedir. Farklı borçlulara verilmiş N krediden oluşan bir portföy ele alındığında, bu portföydeki borçluların temerrüt olasılıkları sabit ve bilindiği varsayımı altında, toplam temerrüt sayısı tesadüfi değişkeninin olasılık

³⁴⁴ BLUHM VE DİĞ., a.g.e., s.3.

³⁴⁵ BLUHM VE DİĞ., a.g.e., s.5.

³⁴⁶ Aslında hayat sigortasındaki gibi mortalite tablosuna benzer kredi yaşlandırması yapılarak temerrüde düşme zamanına dayanan modelleme mümkün olacaktır.

üreten fonksiyonunun (pgf: probability generating function) çıkarılması aşağıda sunulmuştur.³⁴⁷

N sayıda borçlunun (kreditin, taahhüdün) olduğu portföyde, borçluların 1 ile N sayısı ile endekslersek, raslantısal bir borçlunun taahhüt tutarı da E_N ile ifade etmek mümkün olacaktır. Belli bir borçlu n'nin taahhüt tutarı ise E_n ile ifade edilebilecektir. Borçlu n'nin temerrüde düşme ihtimali p_n ile gösterirsek temerrüde düşmeme durumunun ihtimali ise $1 - p_n$ şeklinde ifade edilebilecektir. Bu ikili ihtimal durumu ifade edecek D_n Bernoulli raslantısal değişkenine ifade ettiği için söz konusu temerrüt ihtimali durumu $P(D_n = 1) = p_n$ şeklinde ifade edilirken, temerrüdün olmama ihtimali ise $P(D_n = 0) = 1 - p_n$ şeklinde izah edilecektir. D_n raslantısal değişkeni ya 0 ya da 1 değerini alacağından ihtimal üretme fonksiyonunun formülü şöyle olacaktır.³⁴⁸

$$G(z) = (1 - p_n) \cdot z^0 + p_n \cdot z^1 = (1 - p_n) + p_n \cdot z \quad (0144)$$

Borçluların birbirinden bağımsız olduğu varsayımı altında toplam hasar dağılımının pgf değeri bireysel pgf'lerin çarpılması ile belirlenecektir.

$$G(z) = \prod_{n=1}^N G_n = \prod_{n=1}^N [(1 - p_n) + p_n \cdot z] \quad (0145)$$

İhtimal üretme (üretme) fonksiyonu zarar olasılığı ile zarar tutarının çarpımı ve temerrüde düşmeme ihtimalinin toplamı olacaktır. Birbirinden bağımsız kişilerden oluşan bir portföyün ihtimal üretme fonksiyonu ise bu bireylerin ihtimal üretme fonksiyonlarının çarpımına eşit olacaktır.³⁴⁹ Yukarıdaki eşitliğin şu şekilde ifade edilmesi de mümkündür.³⁵⁰

$$\log G(z) = \sum_{n=1}^N \log(1 + p_n(z - 1)) \quad (0146)$$

$$\log(1 + p_n(z - 1)) = p_n(z - 1) \quad (0147)$$

³⁴⁷ YÜKSEL, a.g.e., s.66.

³⁴⁸ CSFB, a.g.m., s.34.

³⁴⁹ CSFB, a.g.m., s.34.

³⁵⁰ YÜKSEL eserinde CSFB makalesinin PGF çıkarımının tüm aşamalarını Türkçe'ye çevirmiştir. Orijinal Makale yanında Türkçe çeviriden de çalışmamızda faydalanılmıştır. CreditRisk+'ın PGF hesaplama yöntemi Melchiori gibi sonradan Schmock, Gordy, Giese ve Haaf gibi uygulamacılar tarafından değişik hesaplama yöntemleriyle geliştirilmiştir.

Temerrüt olayları sık gerçekleşme olasılığına sahip olmadığından p_n değerleri de çok düşük olmaktadır. Temerrüt olasılıklarının düşük olmasına paralel olarak bu oranların üssel değerlerinin daha da küçük olacağından bu değerlerin göz ardı edilmesi mümkündür. Dolayısıyla, $G(z)$ ihtimal türetme fonksiyonu için bulunan eşitlik aşağıdaki şekle dönüşmektedir:³⁵¹

$$G(z) = \theta^{\sum_{n=1}^N p_n(z-1)} = \theta^{\mu(z-1)} \quad (0148)$$

Burada, μ bir yıl içerisinde portföyde gerçekleşmesi beklenen temerrüt sayısıdır. Toplam temerrüt sayısı tesadüfi değişkeninin olasılık üreten fonksiyonu bu şekilde elde edildikten sonra, söz konusu tesadüfi değişkenin dağılımı kolaylıkla elde edilebilir: Tüm P_N toplamı portföyün bir yıldaki beklenen temerrüt sayısını vereceğinden yukarıdaki eşitliğe ulaşılabilmektedir. Bu ise Taylor serisi açılımı ile bizi Poisson dağılımına götürecektir.³⁵²

$$G(z) = e^{\mu(z-1)} = e^{-\mu} e^{\mu z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^n}{n!} \cdot z^n \quad (0149)$$

$$\mu = \sum_N P_N \quad (0150)$$

$$e^{mz} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^n}{n!} z^n \quad (0151)$$

Aktüeryal modelde, belirli bir dönemde ortaya çıkabilecek temerrüt sayısına ilişkin poisson dağılımı şu şekilde ifade edilmektedir³⁵³:

$$P(x = n) = \frac{(\mu^n \times e^{-\mu})}{n!} \quad (0152)$$

Burada; x borçlu sayısını ifade ederken, n temerrüt sayısını μ ise söz konusu dönem içerisinde beklenen temerrüt sayısını ifade etmektedir. Portföyde n adet temerrüt durumun ihtimalini gösteren bu dağılım yalnızca portföyün beklenen temerrüt oranını gösteren μ

³⁵¹ YÜKSEL, a.g.e., s.72.

³⁵² MELCHIORI, a.g.m., s.10.

³⁵³ Aktüeryal modelde hesaplamaya eğer birden fazla sektörlü bir model düşünülüyorsa hesaplama formülasyonu CSFB, 1997 Makalesinde ayrıntısıyla sunulmuştur. Buradaki amacımız genel yaklaşımın, aktüeryal modellemenin sunumu olduğu için en yalın haliyle model kurulmasına öncelik verilmiştir. Konunun bağımlılık kısmı ayrıca ele alınması gereken geniş bir başlık olduğu düşünülmektedir..

parametresine sahiptir. Eğer beklenen temerrüt sayısı 3 ise formül şu şekilde sayısallaştırılacaktır.³⁵⁴

$$P(3 \text{ temerrüt}) = \frac{3^3 e^{-3}}{3!} = 0.224 = 22.4\% \quad (0153)$$

Temerrüt sayısı için dikkate alınan poisson dağılımında tek parametre vardır ve bu parametre dağılımın ortalaması ve standart sapmasına eşittir.

Kredi riskini modellemenin hedefi portföyün uğrayabileceği zararın boyutunu tahmin edilmesidir. Portföydeki kredilerin temerrüt durumunda uğrayacağı zarar tutarlarının farklı olması yüzünden temerrüt zararlarının dağılımı, temerrüt sıklığı dağılımından farklı olmaktadır. Bu açıdan portföyün eşit aralıklarla ölçülerek zarar dağılımını hesaplamak gerekmektedir. Böylece tek tek kredi tutarlarıyla ilgili hesaplama yapmak yerine on veya 20 gruba ait hesaplamaları yapmak daha kolay olacak, hesaplama kolaylığı sağlanacaktır. Diğer taraftan bu belli bir ortalama yaklaşımı esas aldığından birazda yaklaşık bir hesaplama olarak görülmelidir. Borç tutarlarını belirli bantlar içinde normalize etmek için her band içindeki borçlu tutarını bir band değeri ile ifade etmek hesaplamayı kolaylaştıracak ve hasar dağılımının hesaplamasını kolaylaştıracak bir adım olacaktır. Diyelimki portföyde 90.000, 120.000, 250.000, 370.000, 410.000 şeklinde beş borçlu varsa 100.000 lira değerinde bir normalleştirme faktörü ile söz konusu borç tutarları 1, 2, 3,4,5 değerleriyle ifade etmek mümkün olacaktır. En yüksek normalleştirme tutarı 5 aynı zamanda portföydeki borçlu bandı sayısını da gösterecektir. Riske maruz tutar ile beklenen temerrüt sayısı her bir dilim itibariyle beklenen zararı vermektedir. Aynı temerrüt durumunda zarar tutarlarına sahip kredilerden oluşan bir portföy için beklenen zarar, beklenen temerrüt sayısı ile ortalama zarar büyüklüğünün çarpımı olarak hesaplanabileceği için beklenen temerrüt sayısı şu şekilde ifade edilebilir.³⁵⁵

$$\varepsilon_j = v_j \times \mu_j \quad (0154)$$

$$\mu_j = \frac{\varepsilon_j}{v_j} = \sum_{A: v_A = v_j} \frac{\varepsilon_A}{v_A} \quad (0155)$$

³⁵⁴ MELCHIORI, **a.g.m.**, s.10.

³⁵⁵ CSFB, **a.g.m.**, s.36.

Değişkenlerden v_j j grubunun riske maruz tutarını verirken, ε_j ise söz konusu grubun beklenen zararını, μ_j ise sözkonusu maruz tutar grubundan beklenen temerrüt sayısını vermektedir. Kısaca $\varepsilon_j = v_j \cdot \mu_j$ eşitliği kurulabildiği gibi, beklenen temerrüt sayısı grubun beklenen zararının kredi tutarına bölünmesi suretiyle de hesaplanabilir. Diğer taraftan portföyün toplamı için beklenen temerrüt sayısı, her bir bant için hesaplanan beklenen temerrüt sayılarının toplamı olacaktır.

$$\mu = \sum_{j=1}^m \mu_j = \sum_{j=1}^m \frac{\varepsilon_j}{v_j} \quad (0156)$$

Krediler ilgili bantlara yerleştirildikten ve her bant için yukarıda yer alan parametreler hesaplandıktan sonra, temerrüt zararlarına ilişkin zarar modelinin oluşturulması gerekmektedir. Temerrüt sıklığına benzer şekilde, temerrüt zararlarının modellenmesinde de bu değişkenin ihtimal üretme fonksiyonu kullanılacaktır. Birim büyüklük (L) cinsinden toplam zarar tutarı değişkeninin ihtimal üretme fonksiyonu ($G(z)$) şu şekilde ifade edilecektir.³⁵⁶

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p(\text{toplam zarar} = n \times L) z^n \quad (0157)$$

Portföy içerisindeki kredilerin temerrüt davranışlarının birbirinden bağımsız olduğu varsayımı çerçevesinde, $G(z)$ 'nin her bir banda ilişkin zarar ihtimal üretme fonksiyonlarının çarpımı şeklinde ifade edilmesi mümkündür:

$$G(z) = \prod_{j=1}^m G_j(z) \quad (0158)$$

Temerrüt sıklığı modelinin oluşturulduğu kısımda n tane temerrüdün ortaya çıkma olasılığı poisson dağılım aracılığıyla elde edilmişti. Dolayısıyla temerrüdün ortaya çıkma olasılığı, poisson dağılım formülünden yerine konulduğunda aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n \text{ temerrüt}) z^{nv_j} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu_1} \mu_j^n}{n!} z^{nv_j} = e^{-\mu_1 + \mu_j z^{v_j}} \quad (0159)$$

³⁵⁶ YÜKSEL, a.g.e., s.71

Portföyün tamamına ilişkin zarar dağılımı her bir banda ilişkin zarar dağılımı PGF'lerinin çarpımından elde edilmektedir.

$$G(z) = \prod_{j=1}^m e^{-\mu_j + \mu_j z^{v_j}} = e^{-\sum_{j=1}^m \mu_j + \sum_{j=1}^m \mu_j z^{v_j}} \quad (0160)$$

Bu formülü yeni bir poliminal yardımıyla şu şöylece tanımlamak da mümkündür.³⁵⁷

$$P(z) = \frac{\sum_{j=1}^m \mu_j z^{v_j}}{\mu} = \frac{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\varepsilon_j}{v_j} \right) z^{v_j}}{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\varepsilon_j}{v_j} \right)} \quad (0161)$$

$$G_{tutar}(z) = e^{\mu(P(z)-1)} = G_{frekans}(P(z)) \quad (0162)$$

Bu formül, portföy için zarar dağılımının ihtimal türetme fonksiyonudur. Sonuç itibariyle ihtimal türetme fonksiyonunda kredilerin tutarı ile bunlardan beklenen zarar bilindiği takdirde toplam portföyün zarar dağılımının ortaya çıkarılması mümkün olmaktadır. Portföy zarar dağılımının PGF'si biliniyor iken, bu fonksiyonun Taylor serisi açılımından, zarar dağılımındaki her bir zarar seviyesinin gerçekleşme olasılığının elde edilmesi mümkündür. Örneğin, A_n, nxL seviyesinde bir zararın gerçekleşme olasılığı ise A_n 'in şu şekilde ifade edilmesi mümkündür:

$$A_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n G(z)}{dz^n} \Big|_{z=0}$$

Diğer taraftan, bu eşitliğe Leibnitz kuralı uygulandığında, A_n aşağıdaki şekilde ifade edilebilmektedir.³⁵⁸

³⁵⁷ CSFB, **a.g.m.**, s.37.

³⁵⁸ CSFB, **a.g.m.**, s.38.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{n!} \frac{d^n G(z)}{dz^n} \Big|_{z=0} &= \frac{1}{n!} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} \left(G(z) \frac{d}{dz} \sum_{j=1}^m \mu_j z^{v_j} \right) \Big|_{z=0} \\
&= \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{n-1}{k} \right) \frac{d^{n-k-1}}{dz^{n-k-1}} G(z) \frac{d^{k+1}}{dz^{k+1}} \left(\sum_{j=1}^m \mu_j z^{v_j} \right) \Big|_{z=0}
\end{aligned} \tag{0163}$$

Diğer taraftan, $G(z)$ fonksiyonunun Taylor serisi açılımı kullanılarak fonksiyonunun her hangi bir dereceden türevinin eşitliği aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\frac{d^{n-k-1}}{dz^{n-k-1}} G(z) \Big|_{z=0} = (n-k-1)! A_{n-k-1}$$

Bu iki önerme birlikte alındığında, A_n için aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir:

$$A_n = \sum_{k \leq n-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{n-1}{k} \right) (k+1)! (n-k-1)! \mu_j A_{n-k-1} = \sum_{j: v_j \leq n} \frac{\mu_j v_j}{n} A_{n-v_j}$$

Beklenen zarara ilişkin temel eşitlik olan $\varepsilon_j = \mu_j \cdot v_j$ eşitliği dikkate alındığında:

$$A_n = \sum_{j: v_j \leq n} \frac{\varepsilon_j}{n} A_{n-v_j}$$

Bu eşitlik, portföy zarar dağılımında, her bir zarar seviyesine karşılık gelen olasılığın ardışık (recursive) hesaplamalar ile elde edilmesini olanaklı kılmaktadır. Ancak söz konusu hesaplamalara başlangıç teşkil etmesi açısından A_0 değerinin yani portföyde hiç zarar ortaya çıkmaması olasılığının belirlenmesi gerekmektedir. Bu değer modelde şu şekilde dikkate alınmaktadır.³⁵⁹

$$A_0 = G(0) = e^{-\sum_{j=1}^m \frac{\varepsilon_j}{v_j}} \tag{0164}$$

Sonuçta, temerrüt olasılıklarının sabit olduğu varsayımı altında, portföyün zarar dağılımında her bir zarar seviyesine karşılık gelen olasılıklar A_n değerlerinin hesaplanması suretiyle elde edilmektedir.

³⁵⁹ CSFB, a.g.m., s.38.

Risk teorisi genellikle hasar dağılımında genelleştirilmiş Poisson dağılımının tanıtılmasıyla başlamaktadır. Bunun olmasındaki temel sebep ise hasar oluşlarındaki iki zaman arasında irtibatın bulunmaması ve her hangi bir zaman aralığındaki beklenen hasar sayısının bu zaman aralığına ve başlangıç zamanına bağımlı olmaması ve bir zaman diliminde yalnız bir hasar olacağı varsayımlarıdır.³⁶⁰ Ancak bu varsayımları ihlal eden hususlar üzerinde de durmak gerekmektedir. Genellikle üç durumda yukarıdaki varsayımlar ihlal edilmektedir. Bunlara Pozitif ve negatif bulaşma ile parametre belirsizliği denmektedir. Eğer beklenen hasar sayısı gelecekteki hasar sayısını arttırıyorsa pozitif bulaşma, azaltıyorsa negatif bulaşmadan bahsedilirken, eğer her bir grubun beklenen hasarı farklı ise buna da parametre belirsizliği denmektedir. Eğer n hasar sayısını, λ beklenen hasar sayısını ifade ederse ve X ise raslantısal bir değişken olarak $E(X)=1$ ve $Var(X)=c$ ise parametre belirsizliği aşağıdaki gibi modellenenecektir. X varsayılan bir dağılıma tabi ise oluşan hasar sayısı n ise $X \sim \lambda$ Parametrelili Poisson dağılımına sahip ise ilişkiyi şu şekilde kurmak mümkün olacaktır.

$$E(n) = E(n|X).E(X) = \lambda$$

$$Var(n) = E_X(Var(n|X)) + Var_X(E(n|X)) = E_X(X^\lambda) + Var(X^\lambda) = \lambda + c\lambda^2$$

Burada dikkat çeken husus eğer $c=0$ olursa dağılım Poisson olacaktır. Eğer X Gamma dağılımına sahipse, hasar sayısının dağılımı negatif binomial olacaktır.³⁶¹

Kredi portföyünün zararını tespit ederken genel olarak aşağıdaki formülden faydalanılmaktadır.³⁶²

$$L_N = \sum_{n=1}^N EAD_n \cdot LGD_n \cdot D_n$$

Zarar bankanın beklediği beklenen kredi zararına işaret etmekte ve risk primi olarak da adlandırılmaktadır. Beklenen zararın standart sapması ise beklenmeyen zarardır.³⁶³ Söz konusu ilişkileri formüllerle aşağıda şöyle izah edebiliriz.

³⁶⁰ HECKMAN ve MEYERS, **a.g.m.**, s.27.

³⁶¹ HECKMAN ve MEYERS, **a.g.m.**, s.29.

³⁶² GESTEL ve BAESSENS, **a.g.e.**, s.275.

$$E(L_n) = EAD_n \cdot LGD_n \cdot D_n \quad (0165)$$

$$UL_n = \sqrt{V(EAD_n \cdot LGD_n \cdot D_n)} \quad (0166)$$

$$UL_n = EAD_n \sqrt{VLGD_n^2 \cdot PD_n + ELGD_n^2 \cdot PD_n (1 - PD_n)} \quad (0167)$$

Formülde, $V[D_n] = PD_n(1 - PD_n)$ Bernoulli değişkeninin varyansıdır. Korelasyonun varlığı durumunda beklenmeyen zarar ise şu şekilde olacaktır.³⁶⁴

$$UL = \sqrt{V[L]} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N EAD_n \cdot EAD_k \cdot Cov[LGD_n \cdot D_n; LGD_k \cdot D_k]} \quad (0168)$$

CreditRisk+ modelinde bir sektör söz konusu olduğunda ve portföy zarar dağılımının Negatif Binomial dağıldığı kabul edilirse ve temmerüt dağılımları gama olduğu varsayılırsa, hasar dağılımı şu şekilde ifade edilecektir.³⁶⁵

$$P(L = n) = \binom{n + \alpha - 1}{n} \left(1 - \frac{\beta}{1 + \beta}\right)^\alpha \left(\frac{\beta}{1 + \beta}\right)^n$$

Formüldeki alfa ve beta sektör parametreleri olarak adlandırılırken, beklenen değer ve varyans ise şöyle olacaktır.

$$E(L) = \alpha\beta$$

$$V(L) = \alpha\beta(1 + \beta)$$

Beklenen değer portföyün beklenen zararını, standart sapma ise beklenmeyen zararı verdiği için toplam hasar dağılımının parametreleri bilinirse bunların hesaplanması da kolay olacaktır. Literatürde hasar verilerinin bağımlı olması durumunda, otoregresif sayılan durumlar için Poisson modellerin uzantıları da geliştirilmiştir. INAR olarak adlandırılan bu modellerin kurulumu Christian Gouriéroux ve Joann Jasiak (2007) çalışmasında

³⁶³ LUTKEBOHMERT, **a.g.e.**, s.12.

³⁶⁴ LUTKEBOHMERT, **a.g.e.**, s.13.

³⁶⁵ BLUHM, OVERBECK ve WAGNER, **a.g.e.**, s.88.

gösterilmiştir.³⁶⁶ Ülkemizde ise Nazlıben CreditRisk+ uzantısı olarak INAR çalışması yapmıştır.³⁶⁷

4.4 Yaşama Fonksiyonu ve Kredi Riskinde Kullanımı

Rassal değişken X 'in sürekli değişken olduğu kabul edilirse dağılım fonksiyonunun (kümülatif) $F_X(x)$ ve yoğunluk fonksiyonunun (pdf) $f_X(x)$ şeklinde gösterildiği bilinmektedir. Söz konusu fonksiyonların 1 sayısından çıkarılmasıyla yaşama fonksiyonu ve buna bağlı yaşama yoğunluk fonksiyonları ele alınmaktadır. Yaşama fonksiyonu özellikle hayat sigortasında ve bono ile türev işlemlerin temerrüt zamanının belirlenmesinde yoğun olarak kullanılmaktadır. X 'in yaşama fonksiyonu $S_X(x)$ ihtimal teorisinde şu şekilde gösterilmektedir.³⁶⁸

$$S_X(x) = 1 - F_X(x) = \Pr(X > x) \quad (0169)$$

Yoğunluk fonksiyonu, kümülatif dağılımdan olduğu gibi yaşama fonksiyonundan da elde edilebilecektir.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} = -\frac{dS_X(x)}{dx} \quad (0170)$$

Aktüerya literatüründe (ölme ihtimali) force of mortality, mühendislikte tehlike oranı olarak nitelendirilmektedir.³⁶⁹

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} \quad (0171)$$

Eşitliğin her iki tarafını dx ile çarparsak;

$$h_X(x)dx = \frac{f_X(x)dx}{S_X(x)} = \frac{\Pr(x \leq X < x+dx)}{\Pr(X > x)} = \frac{\Pr(x \leq X < x+dx \text{ ve } X > x)}{\Pr(X > x)} = \Pr(x < X < x+dx | X > x)$$

Bu özellik kişinin veya bononun bir dönem daha yaşaması ihtimalinde çok kullanılan

³⁶⁶ GOURIEROUX ve JASIAK, a.g.e., s.91.

³⁶⁷ Korhan NAZLIBEN, "Some Extensions to Creditrisk+", (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uygulamalı Matematik Yüksek Lisans Programı, ODTÜ), s.53.

³⁶⁸ BOWERS ve Diğ. a.g.e., s.75.

³⁶⁹ Edward W. FREES, **Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications**, New York:Cambridge University Press, 2010, s.384.

aktüeryal sunum olmaktadır. Herhangi bir yaştaki kişinin bir sonraki dönem ölüm ihtimalinin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Şimdi tehlike fonksiyonu ile diğer fonksiyonlar arasındaki ilişkilere bakmak uygun olacaktır. Tehlike fonksiyonu, formüldeki yoğunluk fonksiyonu ile yaşam fonksiyonu arasındaki ilişkiyi kullanarak yeniden yorumlamak mümkün olacaktır.³⁷⁰

$$h_x(x) = -\frac{1}{S_x(x)} \left(\frac{dS_x(x)}{dx} \right) = -\frac{d \log S_x(x)}{dx} \quad (0172)$$

$$h_x(x) = dx = -d \log S_x(x) \quad (0173)$$

$$\int_0^x h_x(s) ds = -\int_0^x d \log S_x(s) = -\log S_x(s) \Big|_0^x = -\log S_x(x) \quad (0174)$$

Yaşam fonksiyonu sıfır noktasında 1'e eşit olduğundan ($\log S_x(0) = \log(1) = 0$) yaşam fonksiyonu ile tehlike fonksiyonu arasındaki aşağıdaki ilişki kurulacaktır.

$$S_x(x) = \exp\left(-\int_0^x h_x(s) ds\right) \quad (0175)$$

Bu sunum sürekli dağılımlar içindir. Kesikli değişkende ise söz gelimi yoğunluk fonksiyonu iki ardışık yaşam fonksiyonun birbirinden çıkarılmasıyla elde edilmektedir.

$$f_x(x) = S_x(x-1) - S_x(x)$$

Yaşam fonksiyonunda x değeri arttıkça fonksiyonun değeri küçülmekte, x sonsuza giderken ise 0 değerini almaktadır. Yaşama ihtimali fonksiyonu çoğunlukla tahvillerin temerrüt hesabının hesaplanmasında kullanılabilir. Temerrüt oranlarının belirlenmesinde günümüzde rating kuruluşlarının vermiş oldukları notlar kullanılmaktadır. Özellikle yıllar itibariyle aynı şirkete not verilmesi ve notlar arası geçişlerin ihtimali olarak ölçülebilmesi temerrüt hesaplamasında kolaylık sağlamaktadır. Rating notlarının olmadığı durumda, temerrüt oranı belirleme yöntemlerinden birisi de hayat aktüeryasında kullanılan yaşama ihtimallerinin kullanılmasıdır. Yaşam fonksiyonu belli bir yaştan üzerinde olma ihtimaline işaret ederken ($S(x)$ kümülatif dağılımı ile gösterilir ve ihtimali fonksiyonun birden çıkarılmasıyla bulunur. Belli bir zamandan sonra öngörülen sürede yaşamama ihtimali ise tehlike fonksiyonu ile ($h(x)$) ile gösterilmekte ve yoğunluk fonksiyonun, yaşamafonksiyonuna oranlanmasıyla elde edilmektedir. Fonksiyon x zamanında hayatta

³⁷⁰ BOWERS ve DİĞ., a.g.e., s.76.

olmanın, ama ondan sonraki dönem içinde ölme şartlı ihtimalini(anlık) vermektedir. Kümülatif tehlike oranı ise şöyle formüle edilmektedir.

$$H(x) = \int_0^x h(s)ds \quad (0176)$$

Kümülatif fonksiyonun yaşama fonksiyonu ile ilişkisi ise şu şekildedir.

$$\Pr(y > x) = S(x) = \exp(-H(x)) \quad (0177)$$

Kredi temerrüt swapı iki taraflı bir anlaşma olarak, satın alan kredi borçlusu üçüncü tarafın temerrüt durumunda alacağını kredi temerrüt swap koruması sağlayan taraftan almak üzere anlaşma yapmaktadır. Kredi temerrüt swapı özünde kredi risk ölçümü yapip prim ile bu riskin fiyatını belirleyen bir sözleşmedir. Temerrüt tarihi τ olmak üzere, kredi borçlusunun (veya sözleşmenin) hayatta kalma fonksiyonu $S(t)$ olmak üzere;

$$S(t) = \Pr(\tau > t) = E[1\{\tau > t\}] \quad (0178)$$

$$S(t_0, t) = \Pr(\tau > t | \tau > t_0) = S_{t_0}(t) \quad (0179)$$

Son formül borcun başlangıçta temerrüde düşmediğini ve yaşama fonksiyonun t zamanına kadar olduğunu göstermektedir. Li(2000) çok sayıda borçlu için çıkarılmış olan swapların fiyatlanmasında yeni bir yaklaşım geliştirmiştir. Ortak temerrüt bağımlılığı için Gaussian kopula yöntemini önermiştir. Li'nin önerdiği yöntem RiskMetrics CDO Manager uygulamasında da kullanılmıştır.³⁷¹ Li borcun t zamanına ulaşma ihtimalini yaşama fonksiyonu ile izah etmiştir. Temerrüt geliş sürecini ise poisson olarak nitelendirmiştir. Böylece tehlike oranı(hazard rate (h)) sabit olmuştur. Aktüeryal literatürde yaşam fonksiyonu için Weibul, Cox ve Poisson sık kullanılan yöntemlerdir.

$$S(t) = \Pr(\tau > t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{S'(u)}{S(u)} du\right) = \exp\left(-\int_0^t h(u) du\right) \quad (0180)$$

Çok sayıda firmaya ait yaşam ihtimali ele alınınca, I sayıda (raslantısal değişken) firmanın iflası ele alınınca ortak yaşam fonksiyonu şöyle olacaktır.

$$S(t_1, t_2, \dots, t_I) = \Pr(\tau_1 > t_1, \tau_2 > t_2, \dots, \tau_I > t_I) \quad (0181)$$

³⁷¹ David LI, "On Default Correlation: A Copula Function Approach," Journal of Fixed Income, Vol.9, No.4, 2000, s:43-54.

Li (survival) kopula ile söz konusu sunumu şu şekilde geliştirmiştir.

$$S(t_1, t_2, \dots, t_I) = \bar{C}_{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_I}(S_1(t_1), S_2(t_2), \dots, S_I(t_I)) \quad (0182)$$

Li modelini kullanırken Gaussian Kopulayı kullanmıştır. Model portföydeki her bir kredi için (tıpkı hayat sigortasında olduğu gibi) bir hayat, yaşama süresi belirleme ve bunlar arasındaki bağımlılık yapısı üzerine oturtulmuştur. Her bir yaşam süresi τ_i için bir dağılım $F_i(t)$ belirlenmesine ve bu dağılımlar arasındaki kopula ilişkisinin belirlenmesine dayanmaktadır. Yaşam sürelerinin ortak (joint) dağılımı için normal copula kullanılmıştır.³⁷²

$$F(t_1, t_2, \dots, t_I) = \phi_n(\phi^{-1}(F_1(t_1)), \phi^{-1}(F_2(t_2)), \dots, \phi^{-1}(F_n(t_n))) \quad (0183)$$

Formüldeki ϕ_n n boyutlu kümülatif normal olup, korelasyon matrisi aktif korelasyon matrisi ile belirlenmektedir. Gelecekteki mortalite (ölüm) sürecinin modellenmesinde tarihsel verilerden gelecekteki mortalite seviyesi tahmini yapılmaktadır. Bu çalışma yapılırken bir bölgede belli bir tarihte doğmuş olan bir nüfus kitlesi esas alınarak onların her yıl ne kadarının öldüğü tespit edilir ve aktüeryal mortalite (ölüm) tabloları ortaya çıkarılır. Ölüm tablolarına benzer şekilde kredi ilişkilerinde ödenmeyen tutarlarında zaman içindeki dağılımına ulaşarak mortalite tabanlı model kurmak mümkündür. Bu yaklaşımda portföyün geçmiş verilerinde hareketle temerrüt tecrübesinin ortaya çıkarılmasına dayanmaktadır. Mortalite tablosu belli bir zamandaki nüfus yapısı esas alınarak o nüfus yapısının ölüm tarihlerine göre oluşturulan ve ölüm ile yaşama ihtimallerinin hesaplandığı tablodur. Mortalite tablosu benzeri bir tablo oluşturularak portföydeki borçların marjinal mortalite oranları hesaplanır(MMR) bu bir yıllık ve kümülatif mortalite oranı (CMR) olmak üzere hesaplama yapılmakta, bunlarla LGD birlikte kullanılarak beklenen hasar hesaplanmaktadır. Marjinal mortalite oranını (MMR) hesaplamak için her bir rating grubundaki borçları(veya bonoları) ele alarak hayatları boyunca ne kadarının default olduğu belirlenmeye çalışılmaktadır. Diyelimki 1971-2000 arasında B ratingi almış tüm bonoların herbir yıl ne kadarlık kısmının temerrüde düştüğü hesaplanmaktadır.

- $MMR_1 = B \text{ Ratinge Sahip Birinci Yılda Temerrüde Düşen Borç Tutarı} / \text{Birinci Yılda B Ratinge Sahip Toplam Borç Tutarı}$

³⁷² Li, **ag.m.**, s.9.

- $MMR_2 = B \text{ Ratinge Sahip İkinci Yılda Temmerrüde Düşen Borç Tutarı} / \text{İkinci Yılda } B \text{ Ratinge Sahip Toplam Borç Tutarı}$

Bir yıl için MMR_i hesaplandığında dönem içinde sözkonusu yılın ağırlığı hesaplanır ve mortalite tablosu oluşturulur. Ağırlıklar (w_i) yıllar itibariyle fazla olan borçların göreceli etkisini gösterir. Birinci yıldaki MMR hesaplaması şu şekilde olacaktır.

$$MMR_1 = \sum_{i=1971}^{2000} MMR_{1i} \times w_i \quad (0184)$$

Kümülatif mortalite oranlarını (CMR) hesaplamak için MMRlar ile yaşama oranları (survival rate (SR)) arasındaki ilişkinin kurulması gerekmektedir. $MMR_i = 1 - SR_i$ veya $SR_i = 1 - MMR_i$ olacak sonuç itibariyle T yılına ait portföyün toplam kümülatif mortalite oranı aşağıdaki formülle hesaplanacaktır.

$$CMR_i = 1 - \prod_{i=1}^T SR_i \quad (0185)$$

Model hayat sigortacılığında mortalite tablosu oluşturulması gibi belirli bir örnek grubundan hangi yaşın (burada rating) kaç yıl yaşayacağını veya öleceğini (burada temmerrüde düşme) ölçümüne dayanmaktadır. Altman sözkonusu yaklaşımı şirketlerin çıkarmış olduğu tahviller üzerinden yapmıştır. Tahvillerin ratinge sahip olması ve uygun veri tabanının (10 yıldan fazla) mevcut olması sözkonusu çalışmayı mümkün kılmıştır. Altman 1988 yılında ilk defa tartışmaya açtığı yaklaşımı 1989 ve ileriki yıllarda yayınladığı makalelerle geliştirmiştir. Çalışmada bulunan MMR ve CMRlerin standart sapmaları değişiklik gösterebilmektedir. MMRlerin standart sapması şöyle hesaplanmaktadır.

$$\sigma = \sqrt{\frac{MMR_i(1 - MMR_i)}{N}} \quad (0186)$$

Formülde $N = \frac{MMR_i(1 - MMR_i)}{\sigma^2}$ ilişkisi mevcut olduğundan N ile Mortalite oranının standart sapması arasında ters ilişki olduğu görülmektedir. Diyelim ki $MMR_1 = 0.01$ ise standart sapması da 0,001 ise $N = (0,01) \times (99.1) / (0.001)^2 = 9.900$ olacaktır. Nerdeyse 10.000 adet örnek yalnızca bir rating grubuna ait örnek sayısını vermektedir. Rating grubu 5

olan bir çalışma için 50.000 borç verisine ihtiyaç duyulacaktır. Ülkemizde borçların sınıflandırılması ve ratinge tabi tutulmasının geçmişi çok fazla olmadığından bu yöntem ile borçlara ait mortalite çalışması yapmak şimdilik güç görünmektedir.

Hayat aktüerya uygulamasına ilişkin uygulamalardan birisi de Li(1999) çalışmasıdır. Li bu çalışmasında kredi ratinglerinden hareketle default zamanını hazard rasyosu ile bulunmuştur. Yaşama zaman dağılımı veya temerrüte kadar geçen zaman hayat fonksiyonu veya tehlike oran fonksiyonu (hazard rate) ile ifade edilebilecektir. Hazard oranı fonksiyonu yaşama zamanı dağılımını temsil etmekte kredi eğrisi olarakta nitelendirilebilecektir (getiri eğrisine benzerliği). Temerrüt oranının dönem yapısını elde etmek için üç metod bulunmaktadır. Rating ajanslarından elde edilen tarihi verilerden elde etme, merton tarzı opsiyon yaklaşımı ve fiyata fiyatları veya aktif swap spreadlerinden hareketle ima edilen riski tespit etmek bu yöntemlerdir. Li rating şirketlerinin vermiş olduğu rating notlarından tehlike oranı fonksiyonu elde edilebileceğini, koşullu marjinal temerrüt ihtimalinin aşağıdaki formülle ifade edileceğini belirtmiştir.³⁷³

$${}_{n+1}q_x = {}_nq_x + {}_np_x \cdot q_{x+n} \quad (0187)$$

Formül 0 ile n+1 zamanı arasındaki temerrüt ihtimalini vermektedir. Formül 0 ile n+1 arasındaki temerrüt ihtimalinin toplamı 0 ile n arasındaki temerrüt ihtimali ile 0 ile n arasındaki yaşama ihtimali ile 0 ile n yılları arasındaki temerrüt ihtimallerinin çarpımı ile toplanması sonucunda bulunmaktadır. Marjinal koşullu temerrüt ihtimali ise şu şekilde bulunacaktır.

$$q_{x+n} = \frac{{}_{n+1}q_x - {}_nq_x}{1 - {}_nq_x} \quad (0188)$$

Li'nin çalışması asıl yaşama zaman korelasyonu ile default korelasyonu arasındaki ilişkinin bulunması ile ünlüdür. Yaşam zaman korelasyonu herhangi iki temerrüt olayının korelasyonundan daha genel bir kavram olup, iki kredi eğrisi biliniyorsa bundan tüm marjinal temerrüt ihtimallerini gelecekteki t zamanına kadar hesaplamak mümkün olacaktır. A borçlusunun temerrüt ihtimali, B borçlusunun temerrüt ihtimali ve A ile B borçlusunun

³⁷³ David Li, **a.g.m.**, s.9.

birlikte temerrüt ihtimalleri aşağıdaki gibi ifade edilirse, iki temerrüt olayı arasındaki korelasyon şöyle gösterilecektir.

$$\begin{aligned} q_A &= \Pr[E_A] \\ q_B &= \Pr[E_B] \\ q_{AB} &= \Pr[E_A E_B] \end{aligned} \quad (0189)$$

$$\rho = \frac{q_{AB} - q_A \cdot q_B}{\sqrt{q_A(1 - q_A) \cdot q_B(1 - q_B)}} \quad (0190)$$

Li (1999) bu formülü kesikli temerrüt korelasyonu (discrete default correlation) olarak tanımlamıştır. Örneğin 50 yaşındaki bir kişinin bir yıl içinde ölme ihtimali % 0,6 ise, aynı kişinin 50 yıl içinde ölme ihtimali ise artık kesinlik kazanmış bir durumdur. Benzer şekilde temerrüt korelasyonu bir yıl içinde küçük olacakken, 100 yıllık sürede ise 1 olacaktır. Temerrüde düşebilecek nitelikteki finansal enstrüman için temerrüde kadar geçen zaman ihtimali değişkeni ve iki finansal enstrüman arasındaki temerrüt korelasyonu tanımlandıktan sonra her bir kredi riski için kredi eğrisi oluşturulmaktadır. Bu eğri yıllar itibariyle koşullu marjinal temerrüt ihtimallerini vermektedir. Bu eğri riskli bonoların spread eğrilerinden veya aktif swap spreadlerinden elde edilmektedir. İki kredi için iki kredi eğrisi çıkarılmakta, bunların ortak hayat dağılımları yani kredi eğrilerinin marjinal dağılımlarından elde edilen ortak dağılım oluşturulmaktadır. Li bu iki fonksiyonun marjinal dağılımlarının (temerrüde kadar hayat dağılımları) bulunması için copula fonksiyonun kullanılabileceğini göstermiştir. A borcu için temerrüde kadar geçen zaman T_A sürekli ihtimali değişken olarak sözkonusu borcun bugünden temerrüde kadar geçen zamanı göstermektedir. $F(t)$ T 'nin ihtimali dağılım fonksiyonu göstermektedir.

$$F(t) = \Pr((T \leq t), t \geq 0) \quad (0191)$$

$$S(t) = 1 - F(t) = \Pr((T > t), t \geq 0) \quad (0192)$$

$F(0) = 0$, ve $S(0) = 1$ varsayımları yapılmaktadır (borç başlangıç zamanında temerrütte değildir). Buradaki $S(t)$ fonksiyonu yaşam fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Bu söz konusu borcun t zamanına kadar temerrüde düşmemesini göstermektedir. Gerek $F(t)$ gerekse

S(t) fonksiyonlarının dağılımı ile ifade edilebilmektedir. İhtimal yoğunluk fonksiyonu şöyle tanımlanacaktır.

$$f(t) = F'(t) = 1 - S'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{\Pr[t \leq T < t + \Delta]}{\Delta} \quad (0193)$$

Sözkonusu borç t yıl yaşamakla birlikte $T - x | T > x$ yılı için temerrüt durumu ihtimali için iki notasyon daha bulunmaktadır, formüller x ve t'nin sıfırdan büyük ve eşit olduğu durumlar içindir.

$${}_t q_x = \Pr[T - x \leq t | T > x] \quad (0194)$$

$${}_t p_x = 1 - {}_t q_x = \Pr[T - x > t | T > x] \quad (0195)$$

Formüllerdeki ${}_t q_x$ A borcunun x yıl yaşama şartlı ihtimali veri iken gelecek t yıl içinde temerrüde düşme olasılığını göstermektedir. $X=0$ durumunda ${}_t p_0 = S(t)$ $x \geq 0$ sözkonusu olacak ve eğer $t=1$ olur ise yukarıda ele alınan ihtimaller şu şekilde izah edilecektir.³⁷⁴

$$p_x = \Pr[T - x > 1 | T > x] \quad (0196)$$

$$q_x = \Pr[T - x \leq 1 | T > x] \quad (0197)$$

Bir yıllık ihtimali veren bu notasyonla sene başında temerrüde düşmemiş borcun sene içinde (bir yıllık süre içinde) temerrüde düşme ihtimali q_x ile gösterilecektir. Bu aynı zamanda marjinal temerrüt ihtimali olarak anılmaktadır. Kredi eğrisi ise $q_0, q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ dizisinin modeli olmaktadır. F(t) ve S(t) fonksiyonları değişik şekilde ifade edilebilecektir. Bu iki fonksiyonun kullanılmasıyla borcun x yaşında temerrüde ulaşması fonksiyonu olan tehlike oranı fonksiyonuna ulaşmak mümkündür.

$$\Pr[x < T \leq x + \Delta x | T > x] = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{1 - F(x)} \Delta x \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (0198)$$

Buradaki $\frac{f(x)}{1 - F(x)}$ x yaşında (zamanında) temerrüde düşmemiş borcun tehlike oranı fonksiyonudur. Söz konusu oranın değişik şekillerde ifade etmek mümkündür.

³⁷⁴ BLUHM, OVERBECK VE WAGNER, a.g.e.,s.170.

$$h(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} = -\frac{S'(x)}{S(x)} \quad (0199)$$

$$S(t) = e^{-\int_0^t h(s)ds} \quad (0200)$$

$${}_tq_x = 1 - e^{-\int_0^t h(s)ds} \quad (0201)$$

$$F(t) = 1 - S(t) = 1 - e^{-\int_0^t h(s)ds} \quad (0202)$$

$f(t) = S(t).h(t)$ T'nin yoğunluk fonksiyonudur. $[x, x + 1]$ zaman sürecini esas alırsak bu yoğunluk fonksiyonu $h(t) = h.e^{-ht}$ şeklinde olacaktır. Bu yaşam zamanının h parametresi ile exponansiyonel dağılıma sahip olduğunu göstermektedir. Zaman aralığı $[x, x + t]$ ve $0 < t \leq 1$ olarak alınırse sonuç aşağıdaki gibi olacaktır.

$${}_tP_x = 1 - {}_tq_x = e^{-\int_0^t h(s)ds} = e^{-ht} = (p_x)^t \quad (0203)$$

Bu ise x yaşında temerrüde düşmemiş borcun bir yıllık sürede temerrüde düşmeme ihtimalini göstermektedir. Temerrüde düşme sürecinin modellenmesi ile tehlike oranı fonksiyonunun modellenmesi aynı amaca hizmet edecektir. Tehlike oranı fonsiyonu modellenmesinin tercih edilmesinin sebeplerinden biri t tarihinde temerrüde düşmemiş borcun anlık temerrüt riskini vermesidir. İki ayrı borç için ortak yaşam fonksiyonu T_A ve T_B yaşam süreleri ile oluşturmak mümkün olacaktır.

$$S_{T_A T_B}(s, t) = \Pr[T_A > s, T_B > t] \quad (0204)$$

$$F(s, t) = \Pr[T_A \leq s, T_B \leq t] = 1 - S_{T_A}(s) - S_{T_B}(t) + S_{T_A T_B}(s, t) \quad (0205)$$

A ve B adındaki iki ayrı borcun temerrüt korelasyonu T_A ve T_B cinsinden şöyle yazılacaktır.

$$\rho_{AB} = \frac{Cov(T_A, T_B)}{\sqrt{Var(T_A).Var(T_B)}} = \frac{E(T_A, T_B) - E(T_A).E(T_B)}{\sqrt{Var(T_A).Var(T_B)}} \quad (0206)$$

Buna yaşama zamanının korelasyonu denmekte iki borcun temerrüde düşmeme korelasyonunu göstermektedir. Eğer; $E_1 = [T_A < 1]$ ve $E_2 = [T_B < 1]$ tanımlaması yapılırsa, iki yıllık süre için yaşama zamanının (temerrüde düşmeme) korelasyonu şöyle tanımlanacaktır.

$$\rho_{12} = \Pr[E_1 E_2] = \int_0^1 \int_0^1 f(s, t) ds dt \quad (0207)$$

$$q_1 = \int_0^1 f_A(s) ds \quad (0208)$$

$$q_2 = \int_0^1 f_B(t) dt \quad (0209)$$

Tehlike oranı fonksiyonu yaşam zamanı dağılımını karakterize etmektedir. Bu aynı zamanda kredi eğrisi olarakta bilimektedir. Kredinin yaşam zamanı veri olduğunda kredi eğrisi nasıl oluşturulacaktır. Bunun için genel kabul gören üç yaklaşım vardır.

- (i) Rating şirketlerinden elde edilen temerrüt bilgileri
- (ii) Merton teorik yaklaşımı
- (iii) Piyasa fiyatı ve spreadi kullanılarak yaklaşılmaktadır.

Rating şirketleri tarihsel temerrüt durumunu göstermektedir. Bu oranlardan tehlike oranı fonksiyonu elde edilmektedir. İlk marjinal şartlı temerrüt rating verilerden elde edilirken diğer yıllara ait temerrüt ihtimali aşağıdaki formülle hesaplanacaktır.

$${}_{n+1}q_x = {}_nq_x + {}_nP_x \cdot q_{x+n} \quad (0210)$$

Sözkonusu bu formül $[0, n + 1]$ zaman aralığında temerrüde düşme ihtimalini göstermektedir. Sözkonusu formül $[0, n]$ aralığındaki temerrüde düşme ihtimali ile gelecek yıl temerrüde düşme ihtimali ile n inci yıl sonunda temerrüde düşmeme ihtimallerin çarpımı ile elde edilmektedir. Bu formülden marjinal koşullu temerrüt ihtimali de elde edilmektedir.³⁷⁵

³⁷⁵ Li'nin makalesi ve risk modellemesinde bağımlılık ilişkisi oldukça kapsamlı ve bu çalışmanın boyutunu aşar yapıdadır, ancak son yıllarda finansal literatürde aktüerlerinde katkısıyla kopula yöntemiyle bu bağımlılık ilişkisi anlaşılma çalışılmaktadır. Melchiori'nin uygulamalı çalışması da bu konuda oldukça yol göstericidir.

$$q_{x+n} = \frac{n+1 q_x - n q_x}{1 - n q_x} \quad (0211)$$

Marjinal koşullu temerrütler aynı zamanda borcun hangi yıl ne oranda temerrüde düşeceğini de gösterdiğinden bu oranlar vasıtasıyla kredi riski hesaplaması yapılabilmektedir. Kredi risk modellerinde ve rating notlarının temerrüt hesaplarında kullanılan yaşam fonksiyonuna bağlı çalışmalar aktüeryal finans literatürün farklı bir boyutunu temsil ettiği için bir miktar ayrıntılı sunum yapılmıştır.

4.5 Basel II ve Solvency II Kapsamında Risk Ölçütleri

Sermaye ihtiyacının belirlenmesinde 1958 tarihli Modigliani ve Millerin çalışması önemli bir temel niteliğindedir. Bu teori uygun koşullar altında bir firmanın sermaye maliyeti firmanın aktivitelerinden kaynaklandığı vurgulamaktadır. Ulusal ve uluslar arası düzeyde bankacılığın almış olduğu risklerin finansal sistemin istikrarını tehdit etmemesi ve sistemin sürdürülmesi için risk yönetim çabaları son yıllarda riskin daha iyi modellenmesine, sayısallaştırılmasına odaklanmıştır. Risk modellemesinin üzerinde bu kadar durulmasının nedeni ise bankanın aldığı riske karşılık yeteri kadar sermaye korumasına bankanın ihtiyacının olduğunun tespit edilmesidir. Riskin ölçümü, riskin yaratacağı muhtemel zarara ilişkin ne kadarlık sermaye gerekeceğinin hesaplanması demektir. Bu açıdan hesaplanan riskin muhtemel yaratacağı zarar olmakla birlikte asıl hedef sermayenin yeterliliğini devam ettirmektir.³⁷⁶ Bu açıdan Basel Komitesinin yapmış olduğu düzenlemelerin ana hedefi herkes tarafından uygulanması kolay ve standart yöntemlerin geliştirilmesidir. Komitenin bu anlamda en iyi akademik ölçüm metodunu araştırma çabasının olmadığı düşünülmektedir. Bu açıdan getirilen risk ölçüm metodlarının bu cepheden de ele alınması, aslında yapılmak istenenin şirketin kendi risk ve potansiyel zararına hazırlıklı bir sermaye yapısını sağlamak olduğu unutulmaması gereken temel husus olarak dikkat çekmektedir.

Finansal risklerin etkisi yaratacakları zarar ile ölçülmektedir. Sermaye yeterliliği çerçevesinde ise daha fazla riskin anlamı daha fazla sermaye gereksinimi olacaktır. Eğer risk $C(X)$ şeklinde ölçülüyorsa, (X) raslantısal değişken olmak üzere, sermaye ihtiyacı bir “a”

³⁷⁶ Göksel TİRYAKİ, **Basel Regulations, Economic Capital and Their Implications for the Turkish Banking Industry**, Doğu Üniversitesi Dergisi, 10(1), 118-133, 2009, s.124.

faktörü ile $C(X)$ 'in çarpımından elde ediliyorsa, yani $aC(X)$ ile ifade ediliyorsa, bu durumda risk ölçütü C fonksiyonu olmaktadır. C fonksiyonu X risklerinin hepsini kapsamakta (maps) ve X 'in kabullenilmesi için gereken ekstra parasal tutarı ifade etmektedir.³⁷⁷ Başka bir ifadeyle risk ölçütü riski belli bir sayısal değer ile ifade ederek, bu riskin taşınması için gereken sermaye tutarını vermektedir. Risk ölçütü konusunda Sandström (2011) 14ncü bölümde çok ayrıntılı bilgi vermiştir. Sandström risk ölçütünün Markowitz'in portföy teorisinde, aktüeryal primin hesaplanmasında ve ekonomik sermaye hesaplamasında kullanıldığını vurgulayarak ekonomik sermaye hesaplamasında kullanılan risk ölçütleri üzerinde durmuştur.

Basel II uyarınca ayrılması gereken sermaye beklenen ve beklenmeyen zararlara karşılık olmak üzere ayrılmaktadır. Bu anlamda sermayeye K dersek, beklenen ve beklenmeyen zararı şöyle tanımlayabiliriz.

$$EL = \int_0^{\infty} x dG \quad (0212)$$

$$UL = G^{-1}(\alpha) - EL \quad (0213)$$

Beklenmeyen zarar belirlenebilmektedir. Dolayısıyla ihtiyaç duyulan sermaye şu şekilde formüle edilebilecektir.

$$K = EL + UL = G^{-1}(\alpha) \quad (0214)$$

Söz konusu ilişki α düzeyindeki bir güven derecesinde kurulmuş olup, K değeri zarar dağılımının (G) bir kuantili olarak VaR olarak da ifade edilebilmektedir.³⁷⁸

Ekonomik faaliyetlerin sonuçlarını X rastlantısal değişkeni ifade edeceğimizi varsaydığımızda, X değişkenin piyasa fiyatındaki değişiklikler veya muhasebe değerindeki değişiklikler ile değer değişiklikleri oluşmaktadır. Finans alanında hisse değeri, bono fiyatı, faiz oranları, emtia fiyatı veya döviz gibi değişkenler rastlantısal değişkenle ifade edilmektedir.³⁷⁹ X eğer finansal varlığın değer değişimini ifade ediyorsa, sonuç olarak ya kar değerleri (pozitif), ya da zarar değerleri (negatif) alabilmektedir. Sürekli bir rastlantısal

³⁷⁷ SANDSTRÖM, a.g.e., s.195.

³⁷⁸ GREGORIOU, a.g.e., s.72

³⁷⁹ JORION, a.g.e., s.32.

değişken X 'in kümülatif dağılım fonksiyonu şöyle olacaktır.³⁸⁰

$$F_X(x) = \Pr[X \leq x] \quad (0215)$$

Formül x (gerçekleşen) değerin X rassal sayılardan herhangi birisinin olmasını göstermektedir. Kümülatif dağılımlar tüm örnekler söz konusu olduğunda 1'e eşit olmaktadır. Fonksiyonun 1'den çıkarılmasına kuyruk (tail) veya yaşama (survival) fonksiyonu denmektedir.

$$\bar{F}_X(x) = 1 - F_X(x) = \Pr[X > x] \quad (0216)$$

Dağılım ters fonksiyonu (veya kuantil fonksiyonu) şu şekilde tanımlanmaktadır.

$$F_X^{-1}(\alpha) = \inf \{x \in R : F_X(x) \geq \alpha\} = \sup \{x \in R : F_X(x) < \alpha\} \quad (0217)$$

Kuantil bir değerin altında kalan ihtimallerin toplamını vermektedir. Söz gelişi 0,95 kuantil, x değerinin 0,95 değerinin altındaki tüm ihtimalleri vermektedir. VaR (riskteki değer ile kuantil fonksiyonu arasındaki ilişki konumuz açısından önemlidir. Bir rastlantısal değişken X 'in riskteki değeri (VaR'ı) α ihtimal düzeyinde X dağılımının α ncı kuantili olmakta ve şu şekilde ifade edilmektedir.³⁸¹

$$VaR_\alpha[X] = F_X^{-1}(\alpha) \quad (0218)$$

Bir önemli risk ölçütü beklenen açık (expected shortfall) ise belli bir dağılımın kuyruk (tail) kısmının kalınlığı hakkında bilgi vermektedir.

$$ES_\alpha[X] = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_p[X] dp \quad (0219)$$

Görüleceği üzere beklenen açık α ile 1 arasında VaR'ın aritmetik ortalamasıdır. Bir diğer yorum ise hasarın α düzeyinde VaR'ı aşması durumunda beklenen hasar, beklenen açık ile ifade edilmektedir.³⁸²

Modelimizde sonuç itibariyle kredi risk tutarı rastlantısal değişken olup, esas itibariyle onun hesaplanmasına odaklanmaktayız. Ölçüm yapmanın asıl hedefi riskin

³⁸⁰ Pavel V. SHEVCHENKO, **Modelling Operational Risks Using Bayesian Inference**, New York:Springer-Verlag, 2011, s.27

³⁸¹ SHEVCHENKO, **a.g.e.**, s.32.

³⁸² SHEVCHENKO, **a.g.e.**, s.33.

(doğuracağı zararın) ne olduğunun belirlenmesidir. Risk istatistiksel anlamda risk ölçütü ile sayısallaştırılır.³⁸³ Literatürdeki finansal risk ölçütlerini temelde iki sınıfa ayırmak mümkündür. Bunlar riski bir hedeften sapma ölçütü olarak alanlar ve riski gerekli prime göre gerekli sermaye olarak gören kategorilerdir. Genel risk ölçüm aracı standart sapma veya varyans olurken, beklenenden sapma ne kadar büyükse riskin de o kadar arttığı kabul edilmektedir. Aktüeryal literatürde risk ölçütleri Sandström (2011)'de 14ncü bölüm olarak sunulmuştur. Söz konusu Eserde risk ölçütü, risk ile sermaye arasında sayılaştırma işlevi gören bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Standart sapma, yarı standart sapma, ortalama mutlak sapma (MAD) ilk akla gelen risk ölçütleridir Ortalama mutlak standart sapmanın formülü şöyledir.³⁸⁴

$$MAD(X) = E[|X - E(X)|] \quad (0220)$$

Değişik risk ölçütlerinin çıkarımı Sandström (2011) 14ncü bölümde mevcuttur. Söz konusu risk ölçütlerinin neler olduğu aşağıda sunulmuştur. Sandström (2011) risk ölçütlerini beş başlık altında ele almıştır.³⁸⁵ Bunlardan Stone üç parametresi z, c, k şu şekilde izah edilmektedir.

$$C^S(X) = \left[\int_{-\infty}^z (|x - c|)^k f(x) dx \right]^{1/k} \quad (0221)$$

Bu üç parametrelili aile, standart sapma, yarı standart sapma, mutlak ortalama sapma (MAD) grubu genel olarak, $E = [(|X - E(X)|)^k]^{1/k}$ şeklinde özetlenmektedir. Pedersen ve Satchell'in risk ölçüt ailesi 5 parametreye (z, c, a, b, w) dayanmakta ve şu şekilde özetlenmektedir.

$$C^{PS}(X) = \left[\int_{-\infty}^z (|x - c|)^a w[F(x)] f(x) dx \right]^b \quad (0222)$$

Her bir spesifik fayda fonksiyonuna uygun bir risk ölçütü söz konusu olabilmektedir. Bu grup risk ölçütlerinin temel formülü Jia ve Dyer'in standart risk ölçüm formülüne dayanmaktadır. Bu formül çerçevesinde risk negatif beklenen fayda foksiyonun

³⁸³ Risk ölçütü kısaca riski sayısal değere indirgeyen kavramdır.

³⁸⁴ SANDSTRÖM, **a.g.e**, s.254.

³⁸⁵ SANDSTRÖM, **a.g.e**, s.260.

dönüştürülmüş (transformed) $X - E(X)$ değişkeni ile izah edilmektedir. Fayda fonksiyonuna göre risk ölçütleri şöyledir.³⁸⁶

Tablo 5:Fayda Fonsiyonuna Göre Risk Ölçütleri

Fayda Fonksiyonu	Risk Ölçütü	Anlam
$ax - bx^2$	$Var(X) = E[(X - E(X))^2]$	Varyans
$ax - bx^2 + cx^3$	$Var(X) = cE[(X - E(X))^3]$	3ncü Merkezi Momente Göre Düzeltilmiş Varyans
$ax - x $	$MAD(X) = E[X - E(X)]$	Ortalama Mutlak Sapma

Wang'ın prim prensibinde dönüştürülmüş beklentileri kullanılması üzerine inşa edilmiş risk ölçütleri olarak aktüeryal literatürde oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Söz konusu ölçütler g şeklinde izah edilen çarpıklaştırılmış veya dönüştürülmüş (distortion) fonksiyon aracılığı ile oluşturulmaktadır. Wang risk ölçütü şu şekildedir.

$$C^W(X) = \int_0^{\infty} g[1 - F(x)]dx \quad (0223)$$

$F(X)$ raslantısal değişkenin dağılımı iken g ise dönüştürme fonksiyonudur. Dönüştürme fonksiyonu g artan şekilde olduğundan, eğer g konkav ise bunun tutarlı bir risk ölçütü olduğu gösterilmiştir. Bu risk ölçüt grubu TVAR, gibi değişik ölçütleri içermektedir. Hesaplama kuantilin belirlenmesine dayanmaktadır. Söz gelimi TVAR $1-\alpha$ düzeyinde şu şekilde tanımlanacaktır.

$$TVaR_{1-\alpha}(X) = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \int_{1-\alpha}^1 F_X^{-1}(1-\alpha)du \quad (0224)$$

Söz konusu denklemde dönüştürme (distortion) fonksiyonu ise şu şekilde tanımlanmaktadır.

$$g(x) = \min\left(\frac{x}{\alpha}, 1\right), \quad (0225)$$

Wang dönüşümü risk ölçütü için normal dönüşüm olarak adlandırılır. Dönüşüm

³⁸⁶ SANDSTRÖM, a.g.e., s.203.

fonksiyonları alfanın 0 ile 1 arasındaki her durumu için şu özelliğe sahiptir.³⁸⁷

$$g_{\alpha}(\beta) = \Phi[\Phi^{-1}(\beta) + \Phi^{-1}(\alpha)] \quad (0226)$$

Formülde Φ standart normal dağılımdır.

Risk ölçütleri temelde iki kısma ayrılabilir. Birisi toplam sapmayı gösteren çift yanlı ölçütler, diğeri ise istenen veya izlenen yöndeki sapmayı gösteren tek yanlı ölçütler. Mali yeterlilik söz konusu olunca tek yönlü risk ölçütleri dikkati çekmektedir. Genel olarak sapmayı yakalamak için genelleştirilmiş ortalama mutlak sapma (GMAD) kullanılmaktadır.

$$GMAD(X) = E[|X - E(X)|^k]^{1/k} \quad (0227)$$

Bir beklenen değerin belli bir seviyenin altında kalması tek taraflı risk ölçütleriyle sayısallaştırılabilmektedir. Aradaki açık (shortfall), söz gelimi bir sigorta şirketi için sermayenin beklenen değerin altında olması ise VaR veya TVar ile ifade edilse de mali yetersizlik veya sigortalının açığı (policyholder deficit) veya beklenen sigortalı açığı gibi ifade edilebilmektedir. Risk ölçütlerinden TVaR ve CTE (şartlı kuyruk beklentisi-conditional tail expectation) belli bir ihtimal veya güven düzeyinde $(1 - \alpha, \alpha \in (0, 1))$ ve X raslantısal değişkenin kümülatif dağılım fonksiyonu $F_X(x)$ olarak gösteriliyorsa, kuyruk (tail) VaR ve CTE, şartlı kuyruk beklentisi şu şekilde gösterilmektedir.

$$TVaR_{1-\alpha}(X) = \frac{1}{\alpha} \int_{1-\alpha}^1 VaR_s(X) ds \quad (0228)$$

$$CTE_{1-\alpha}(X) = E[X | X > VaR_{1-\alpha}(X)] \quad (0229)$$

TVaR bir X raslantısal değişkenin $(1 - \alpha$ ile 1 aralığında) VaR değerinin aritmetik ortalaması olarak görülebilir. CTE ise zararın VaR değerini aşması veri iken beklenen zarar değeridir. Bu risk ölçütü şartlı olup, zararın VaR değerinin üstünde olduğu bilinmektedir. Şartlı VaR (CVaR) ise VaR'ı aşan zararın beklenen değeridir. Eğer dağılım sürekli dağılım ise şu eşitlik söz konusudur.

$$TVaR(X) = CTE(X) \quad (0230)$$

³⁸⁷ SANDSTRÖM, a.g.e., s.207.

$$CVaR(X) = E[X - VaR(X) | X > VaR(X)] = CTE(X) - VaR(X) \quad (0231)$$

Literatürde iki çeşit risk ölçütünden bahsedilmektedir. Bunlardan birisi hedeften sapma şeklinde tanımlananlar $C_1(X) = T(X) + aR(X)$ şeklinde formüle edilebilmektedir. $T(X)$ hedefinden $aR(X)$ kadar bir sapma olduğundan bu tutarda bir ek sermaye hesabı belirlenmektedir. Bu sermaye hesaplanmasına prim hesabı şeklinde yaklaşmanın bir sonucu olup, risk yüklemesi (ortalamaya) yapılmaktadır. İkinci risk ölçütü yaklaşımı ise, riski doğrudan sermaye gereği olarak görme yaklaşımıdır ve $C_2(X) = aR(X)$ şeklinde formüle edilmektedir. Hedefi ortalama $E(X)$ olarak tanımlarsak iki risk ölçütü arasındaki şu ilişki görülecektir.

$$C_2(X) = C_1(X) - E(X) = aR(X) \quad (0232)$$

Mali yeterlilik anlamında bu formül ekonomik sermayeyi izah etmektedir. Formülde $E(X)$ beklenen zararı temsil ederken, $C_1(X)$ ise beklenmeyen zararlar için gereken sermaye desteğini göstermektedir.³⁸⁸

4.6 Ekonomik Sermaye

Basel II sistemi risk ölçümünde ileri içsel modellerle parametrelerin banka tarafından hesaplandığı modellere önem vermiştir. İleri içsel modeller kapsamında sigortacılıkta kullanılan aktüeryal modeller veya daha dar tanımlama ile risk teorisinin ilgi alanındaki risk modellerinin bankacılık risk yönetim sistemlerinde kullanılmaya başladığını görmekteyiz. Riskin ölçülmesinde günümüzde en yaygın olarak kullanılan metod tarihsel verilerden modeller üretilip bu modellerin gerçekleştirmelerle test edilmesi, zaman içinde gerçeğe yakın tahminler üretilmeye çalışılmasıdır. Basel-II’de kredi riski ölçümüne yönelik içsel derecelendirme bazlı yaklaşımdaki ileri modeller ve operasyonel risk ölçümüne yönelik gelişmiş ölçüm yaklaşımı gibi yaklaşımlar modelleme teknikleri kullanılmayı gerekli kılmaktadır. Basel II beklenen ve beklenmeyen riskler için sermaye gereğini hesaplamaya çalışmaktadır. Diğer taraftan yeni sermaye yeterliliği hem konsolide hem de konsolide olmayan yapıda uygulanacaktır.³⁸⁹ Basel II ileri ölçüm metodlarıyla riskin dolayısıyla ekonomik sermayeyin ölçümünde minimum hatayı hedeflemektedir. Bankacılık alanındaki

³⁸⁸ SANDSTRÖM, a.g.e., s.196.

³⁸⁹ SAUNDERS VE ALLEN, a.g.e., s.26.

düzenlemeler genellikle krizlerden etkilenmekte ve kötü örneklerle göre düzenleme, denetim çerçevesi de yenilenmektedir. 2008 yılındaki global finans krizi ile birlikte Basel II risk ölçüm sisteminin artık yetersiz kaldığı ve yeni aşamaya geçilmesi gerektiği belirtilmektedir. Aşırı kaldıraç kullanımı, yetersiz ve düşük kaliteli sermaye desteği gibi hususların 2008 yılındaki krizlerle açığa çıktığı belirtilmektedir. Gerek firma bazlı gerekse sistemik nitelikteki risklere yönelik yeni standartlara Basel III denilmektedir.³⁹⁰ Basel, III Komite'nin Temmuz 2009 ve Eylül 2010 arasında uzlaştığı genel çerçevesi aşağıda maddeler halinde sunulan hususları kapsamaktadır.

- Sermayenin kalitesini yükselterek zararları absorbe edecek yeterlilikte sermayenin kalitesini³⁹¹ yükseltmek.
- Alım satım (trading), menkuleştirme, bilanço dışı işlemlere ve türev işlemlere maruz olmaktan kaynaklanan karşı taraf riskleri için sermaye çerçevesinin risk korumasını arttırmak.
- Toplam ortak özkaynak gerekliliği % 7 olacak şekilde, sermaye koruma tamponu % 2.5 ve minimum özkaynak gerekliliği % 2 den 4.5'a çıkarılarak minimum sermaye yeterliliği arttırılmıştır.
- Uluslararası uyumlaştırılmış kaldıraç rasyosu ile fazla risk alımına engel olacak bir mekanizma tasarlanmıştır.
- Denetim süreci (ikinci blok) ve halkı bilgilendirme (üçüncü blok) süreçlerinde standartları arttırma, bunlara ek olarak güçlü değerlendirme pratikleri, stress setleri, likidite risk yönetimi ve şirket yönetişimi ve tazminatlar konusunda ek rehberlik yapılmasına karar verilmiştir.
- Global düzeyde minimum likidite standartları getirilerek kısa süreli likidite karşılama rasyosu ve net stabil yapısal fonlama rasyoları oluşturulmuştur.
- Özellikle aşırı kredi büyümesi olduğu dönemdeki ters devresel tampon olmak ve sermaye ihtiyat tamponu olmak üzere stress testlerine dayalı olarak iyi zamanlarda sermaye fazlaları oluşturmayı desteklemektedir.³⁹²

390 BCBS, "The Basel Committee's Response to the Financial Crisis: Report to the G20", Basel: BIS, 2010, s.1.

391 Komite yüksek kaliteli sermayenin yüksek zarar absorbe edici olduğunu vurgulamaktadır.

392 BCBS, The Basel Committee's Response to the Financial Crisis: Report to the G20, Basel: Bank for International Settlements(BIS), 2010, s.2.

Komite son krizi yetersiz yüksek kaliteli sermaye eksikliğine bağlamakta ve krizin değişik ülkelerde sermayenin değişik tanımlara sahip olduğunu ortaya çıkardığını ve piyasaların sermayenin kalitesi konusunda yeterince bilgi sahibi olmadığının ortaya çıktığını bunun özellikle üçüncü sütun kapsamında yeterince halka açıklama yapılmamasına bağlamaktadır.³⁹³ Kriz sırasında bir çok riskin riske dayalı sistemde hesaba dahil edilemediğini belirten Komite, özellikle kredi riskine tabi bazı menkulleştirilmiş risklerde kredi riskinin yeterince hesaplanmadığını belirterek, kompleks menkulleştirilmiş aktifler için daha yüksek sermaye yeterliliği getirmiştir.

Basel III yüksek düzeyli sermaye hedeflemektedir. Ortak Özsermaye için minimum gereklilik en yüksek hasarı absorbe edecek yapıda olacak şekilde % 2'den % 4.5 seviyesine yükselmiştir. Yükselen sermayeye ek olarak genel özkaynak ile trade işlemleri için gereken özkaynak ayrıca belirlenmiştir. Basel III'ün uygulamaya başlaması Ocak 2013 tarihinde başlayacaktır. Bu tarih kadar üye ülkelerin milli mevzuatlarına bu yeni düzenlemeleri eklemeleri gerekmektedir. Sürecin 2018 yılı sonuna kadar tamamlanması beklenmektedir. Yeni düzenlemelerle global likidite standartları için içim kompleks süreç uygulamaya girecektir. Likidite standartları için sermaye standartlarına benzemeyen bir yapı öngörülmüştür. Basel II'nin uygulanmasında özellikle operasyonel riskin daha düşük düzeyde hesaplandığı eleştirisi ABD'de yapılmış ve 28 Şubat 2007 tarihinde Bankacılık Düzenleme otoritesi yaptığı düzenleme ile yalnızca ileri ölçüm metodunun kabul edilebilir risk ölçütü olmasına karar vermiş, diğer G-7 Ülkeleri de operasyonel risk hesaplanmasında benzer tedbirler almıştır.³⁹⁴

Ekonomik sermaye gereksinimi beklenen kayıptaki sapmayı ifade eden beklenmeyen kayıp tutarı dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Beklenen kayıplar, krediler için ayrılmış karşılıklarla, beklenmeyen kayıplar ise, ekonomik sermaye ile karşılanır. Ekonomik Sermaye, üstlenilen risk karşılığı tutulması gereken sermaye miktarıdır. Basel II süreci ile kredi riskinin ölçümü konusuna daha fazla odaklanılmış ve ileri ölçüm yöntemleri hem kredi hem de operasyonel risk ölçümünde kullanılır hale gelmiştir. Basel III sürecinde ise özellikle sermayenin kalitesine odaklanılmış ve halkı bilgilendirme ve şirket bilgilerinin kamuyu aydınlatmada kullanılması hususuna özel önem verilmiştir. Ancak sürecin

393 BCBS, a.g.m., 2010, s.4.

394 GREGORIOU, a.g.e., s.25.

gelişimine paralel ileri risk ölçüm modellerinin teşvik edildiği ve değişik ileri risk ölçüm modellerinin kredi ve operasyone risk ölçümünde kullanılması destek görmektedir.

Basel II kuralları dünya finansal piyasalarını belli bir risk yönetim düzeyinde güvenli çalışmasını amaçlamaktadır. Sermaye Uzlaşısı yeterli sermaye düzeyiyle, piyasa, kredi ve operasyonel risklere karşı yeterli sermayeyi finansal kurumların bünyelerinde bulundurmalarını amaçlamaktadır.³⁹⁵ İçsel modellerin artmasıyla birlikte risk yönetiminde sofistike ve istatistiksel yöntemler artmıştır. Zira otoritenin verdiği temerrüt oranı ve temerrüt anındaki kayıp oranı gibi veriler yüksek risk tutarına işaret ettiği için bankanın kendi portföyünün geçmiş verilerinden elde edeceği parametrelerle modelleme yapıp sermaye hesaplamasına gitmesi önem kazanmıştır.³⁹⁶ Risk ölçüm yöntemleri, finans literatüründeki gelişmeye paralel olarak muhtelif değişikliklere uğrayan gelişim göstermiştir. Ancak finansal riskin ölçümünde hangi model kullanılırsa kullanılsın özünde risk ve gelir arasındaki ilişkiler yer almaktadır. Finansal bir kuruluşun karşılaşılabileceği riskleri ise üç ayrı kategoride toplayabiliriz. Bunlar;³⁹⁷

- Beklenen kayıplar (Riskin önceden saptanan maliyetini)
- Beklenmeyen kayıplar (Tahmin edilebilir maliyetin zaman içindeki değişebilirliği)
- Oluşturulan senaryolar çerçevesinde stres testleriyle tahmin edilen kayıp veya zararlar (En kötü durum senaryosundaki sayısal hale getirilmiş olan riskin bankada oluşturabileceği toplam maliyeti ifade eder.)

Riskin ölçümünde geliştirilecek yöntemler risk karşılaştırmasını ve risk bütünleştirmesini mümkün hale getirebilmelidir. Geliştirilen modeller bu özelliklere ne denli sahipse bankalar tarafından kullanılma yaygınlıkları da o kadar artmaktadır. Risk ölçümünde, sayısal analizlere dayanan çok sayıda yöntem kullanılmaktadır. Birçok risk ölçüm yöntemi konuya bir değişikendeki olası değişiklikler sonucu oluşabilecek potansiyel kayıplar açısından yaklaşmaktadır. Risk beklentiden gerçekleşmenin sapması olarak da

³⁹⁵ OLSON VE WU, **a.g.e.**, s.144.

³⁹⁶ OLSON VE WU, **a.g.e.**, s.145.

³⁹⁷ BDDK, Bankaların İç Sistemleri Hakkında Yönetmelik, Resmi Gazete 26333, 01 Kasım 2006,

tanımlanmaktadır. Riskin çok sayıda ölçüm aracı bulunmaktadır, bunlardan birisi olan VaR belli bir ihtimalde negatif quantil olarak da tanımlanmaktadır.

$$VaR^\alpha(X) = -x^\alpha(X) = -\sup\{x \mid P[X \leq x] \leq \alpha\} \quad (0233)$$

Rasyonel bir yatırımcı beklenen zararını veya belli bir ihtimal $(1-\alpha)$ seviyesindeki zarar seviyesini minimize edecektir.³⁹⁸ Günlük kar veya zarara x dersek, VaR şu şekilde formüle edilebilecektir.³⁹⁹

$$c = \int_{-VaR}^{\infty} xf(x)dx \quad (0234)$$

Zarar pozitif sayı olduğundan, dağılımın sağ kuyruğundaki (tail) c ihtimali ile en küçük zarar tutarı VaR olmaktadır. VaR için öncelikle bir güven derecesi (% kaç ihtimalle olacaktır) ve zaman süresine (genellikle gün) ihtiyaç bulunmaktadır. VaR hesaplamalarında genellikle belli sayıda bir gün dahilinde portföyün beklenen zararının ne olduğu hesaplanmaya çalışılır. Piyasa riski genellikle VaR (riskteki değer) ile ölçülmektedir. Belli bir güven seviyesinde (q), VaR, portföyün hasarının (L) belli bir seviyenin (x) aşılması ihtimalinin $(1-q)$ 'dan az olması anlamını taşımaktadır. VaR kısaca hasar dağılımının kuantili olarak nitelendirilebilmektedir. Hesaplama kullanılan q değeri Basel II çerçevesinde % 99,9 olarak alınmaktadır.⁴⁰⁰ Jorion (2003) VaR'ı tanımlarken, bu ölçüm aracının aşağı yönlü risk ölçümü için kullanıldığını belirtmiş ve, riskteki değer yaklaşımını, belirli bir ihtimal seviyesi ile öngörülen bir zaman aralığında uğranılabilecek maksimum zarar şeklinde tanımlamıştır.⁴⁰¹ Portföyün VaR değeri, belli bir güven derecesinde (c) ifade edilirken, bu güven derecesinde maksimum zarar miktarının ihtimali değeri ölçülmeye çalışılır.⁴⁰²

$$\Pr(L > VaR) = 1 - c \quad (0235)$$

$$\Pr(L \leq VaR) = c \quad (0236)$$

VaR geçmiş piyasa hareketlerine göre portföyün en yüksek zarar tutarını hesaplamaya çalışmaktadır. Ölçüt olarak genellikle dağılımın kuantilini kullanmaktadır.

³⁹⁸ OLSON VE WU, **a.g.e.**, s.163.

³⁹⁹ JORION, **a.g.e.**, s.243.

⁴⁰⁰ LÜTKEBOHMERT, **a.g.e.**, s.13.

⁴⁰¹ JORION, **a.g.e.**, s.246.

⁴⁰² SIRONI VE RESTI, **a.g.e.**, s.264.

Ancak bu basitleştirme yaklaşımı bazen tehlikeli olabilmektedir. Bu açıdan şartlı riskteki değer CVaR'ın daha kullanışlı olacağı öne sürülmektedir. Şartlı VaR(CVaR), zararın VaR'ı aşması durumunda, aşan kısmın beklenen değerini vermekte ve şu şekilde formüle edilmektedir.⁴⁰³

$$E[X|X < q] = \frac{\int_{-\infty}^q xf(x)dx}{\int_{-\infty}^q f(x)dx} \quad (0237)$$

Formülde bölünen kısım zararın VaR'ın üstünde olma ihtimali olup c'ye eşittir. Toplam bir portföy ele alındığında zararın ne olacağı ve en kötü durumda zararın ne olacağı önem kazanabilmektedir. En kötü senaryoda bile bankanın oluşacak zararı karşılayacak sermaye yapısının olması önem kazanmaktadır. Riskin sayısallaştırma ölçütü olarak, Riskteki Değer (VaR), Şartlı Kuyruk Beklentisi (Tail Conditional Expectation) ve beklenen açık (Expected Shortfall) gibi ölçütler kullanılabilir. Risk modellemesinde tek tek zararların sayılması ile risk ölçütü geliştirilemez, toplamda portföyün yaratacağı zarar ile ilgilidir. Şartlı kuyruk riskteki değeri (CVaR) belli bir seviyenin üstünde beklenen zararı verdiği için önemlidir. Konunun istatistiksel sunumu Panjer(2006)'da sunulmuştur.⁴⁰⁴

$$CVaR_p(X) = E(X|X > x_p) = x_p + \frac{\sum_x (x - x_p) + f(x)}{1 - F(x_p)} \quad (0238)$$

Söz konusu toplam x_p üzerindeki tüm mümkün olan değerleri kapsamaktadır. Panjer Üstsel fonksiyon için üstsel dağılımda toplam (additive exponential dispersion family (AEDF)) ve üstsel fonksiyon için tekrar üretim(reproductive exponential dispersion family (REDF)) dağılımlarını önererek CVaR için pratik hesaplama önermiştir.⁴⁰⁵ Panjer Poisson dağılımının AEDF şeklinde tarif edileceği göstermiştir.⁴⁰⁶ AEDF sunumu CVaR hesaplamasında kolaylık sağlamaktadır. Ortalaması μ olan bir dağılım eğer AEDF sunumuna uygun ise CVaR ortalama ile h değerinin toplamına eşit olmaktadır.

⁴⁰³ JORION, a.g.e., s.249.

⁴⁰⁴ PANJER, a.g.e., s.151.

⁴⁰⁵ PANJER, a.g.e., s.152.

⁴⁰⁶ PANJER, a.g.e., s.152.

$$CVaR_p(X) = \mu + h \quad (0239)$$

Poisson dağılımı için CVaR hesaplamasının sonucu şu şekilde göstermiştir.⁴⁰⁷

$$CVaR_p(X) = \mu + h = \mu \left[1 + \frac{f(x_p; \theta, 1)}{\bar{F}(x_p; \theta, 1)} \right] \quad (0240)$$

Beklenen açık (expected shortfall), veya beklenen şartlı uç (kuyruk) zararı (tail conditional expectation conditional loss expected tail loss) gibi anlamları vardır. Özetle VaR noktasından sonra ne kadar zararımız olabileceğini göstermektedir. Beklenen açık, VaR seviyesinin üstünde portföyün beklenen zararını vermektedir. Beklenen açığa aynı zamanda uç (tail) riskteki değer de (tail-value-at-risk: CVaR) denilmektedir. Beklenen açık, belli bir yüzde seviye göz önüne alındığında portföyün enkötü zarar ortalamasını vermektedir. Beklenen açığı şu şekilde de ifade etmek mümkündür.⁴⁰⁸

$$ES^\alpha(X) = -\frac{1}{\alpha} \left(E[X 1_{X \leq x^\alpha}] - x^\alpha (P[X \leq x^\alpha] - \alpha) \right) \quad (0241)$$

Beklenen açık, sermaye tahsisinde kullanılmaktadır. Z portföyündeki X riski için ayrılacak sermaye tutarı K_X şu şekilde yazılacaktır.

$$K_X = -ES^\alpha(X|Z \leq F_Z^{-1}(\alpha)) \quad (0242)$$

Formülde F toplam Z portföyünün kümülatif dağılımını vermektedir. Konuya risk temelli sermaye cephesinden bakarsak, her bir X raslantısal değişken risk için riske dayalı sermaye hesaplaması şöyle olacaktır.

$$RBC(X) = -ES^\alpha(X) - E[X] \quad (0243)$$

VaR'e alternatif risk ölçütü olan beklenen açık aynı zamanda uç kayıp veya şartlı VaR olarak da bilinmektedir.

$$ES = E[kayıp | kayıp \geq VaR(\alpha)]$$

Beklenen açığı çok sayıda senaryo (j) üzerine uygularsak portföyün beklenen açığı şu şekilde olacaktır.⁴⁰⁹

⁴⁰⁷ PANJER, a.g.e., s.154.

⁴⁰⁸ ALEXSANDER, a.g.e., s.129.

⁴⁰⁹ LÖFFLER VE POSCH, a.g.e., s.143.

$$ES = \left[\frac{\sum_{j=1}^N \text{Pr ob}(j) \text{kayıp}(j) I \{ \text{kayıp}(j) \geq \text{VaR}(\alpha) \}}{\text{Pr ob}(\text{kayıp} \geq \text{VaR}(\alpha))} \right]$$

Basel II’de düzenleme sermayesi beklenmeyen zarar kavramına dayanmaktadır. Beklenmeyen zarar, bir yıllık zaman süresi içinde beklenen zarar ile % 99,9 güven derecesinde hesaplanan riskteki değer (Value at Risk) değeri arasındaki farktır. Diğer taraftan banka içsel olarak kendi ihtiyacı olan ekonomik sermayeyi belirleyecektir. Ekonomik sermaye, banka ortaklarınca sermaye düzenlemesi olmadığı durumda belirlenecek sermaye düzeyidir.⁴¹⁰ Ekonomik Sermaye (EC_q) belli bir q güven seviyesinde portföy zararının riskteki değeri ($\text{VaR}(\alpha_q(L))$) değerinden portföyün beklenen zararının düşülmesi suretiyle bulunmaktadır.⁴¹¹ Ekonomik sermaye q güven seviyesinde portföyün q seviyesinde VaR zarar seviyesinden (L) portföyün beklenen zararının çıkarılmasıyla bulunmaktadır.⁴¹²

$$EC_q = \alpha_q(L) - EL \quad (0244)$$

Basel II’nin belirlediği güven derecesinden hareket edersek, ekonomik sermaye; bir yıllık zaman diliminde (genellikle yıllık hesaplanmaktadır) 10.000 beklenmeyen zararın 9.998 adedini karşılamaya yetecek sermaye miktarını göstermektedir. Bu hesaplamada sermaye, belli bir güven seviyesinde (burada % 99,9) iflas etmemek için ayrılması gereken sermaye tutarını (rezervini) göstermektedir. VaR global düzeyde düzenleyici otoritelerin kullanmakta olduğu risk ölçütlerinden birisi olmuştur.⁴¹³ Bir yatırımdan dolayı riske maruz tutarımız L ise VaR şu şekilde formüleştirecektir.

$$\text{Pr} \{ L \leq \text{VaR} \} = 1 - \alpha \quad (0245)$$

Beklenen zarar gelecekte oluşacak zararların ihtimali dağılımının beklenen değeri, ortalamasıdır. Beklenmeyen zarar ise bu değer in değişkenliğini göstermektedir.⁴¹⁴ Risk ölçütlerinden birisi de hasar standart sapması (LSD), portföyün hasarının standart sapması portföy hasarının dağılımını gösterir.

⁴¹⁰ Martin HIBBELN, **Risk Management in Credit Portfolios**, Berlin:Springer-Verlag, 2010, s.12.

⁴¹¹ LÜTKEBOHMERT, **a.g.e.**, s.17.

⁴¹² LÜTKEBOHMERT, **a.g.e.**, s.17.

⁴¹³ OLSON VE WU, **a.g.e.**, s.133.

⁴¹⁴ SIRONI VE RESTI, **a.g.e.**, s.280.

$$\sigma_{L_p} = \sqrt{E(L_p - EL_p)^2} \quad (0246)$$

Eğer portföyün EL ve σ_{L_p} değerleri bilinirse dağılıma ulaşmak kolay olacaktır.⁴¹⁵

$$\sigma_{L_p} = EAD \cdot \sqrt{E(L_p - EL_p)^2} = EAD \cdot \sqrt{E(\delta_{PD} \cdot LGD - PD \cdot LGD)^2} \quad (0247)$$

$$\sigma_{L_p} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{L_i} \cdot \sigma_{L_j} \cdot \rho_{ij}} \quad (0248)$$

Uç (extreme) hasar olaylarının tespiti için dağılım fonksiyonun tersi olan quantil fonksiyonu da (qf) kullanılabilir. Eğer; $F_X(x_\delta) = \delta$ ise bu durumda $x_\delta = F_X^{-1}(\delta)$ şeklinde ifade ettiğimiz durumda $F_X^{-1}(\cdot)$ fonksiyonu kuantil fonksiyonu olmakta ve x_δ ise, X'in δ kuantili olarak adlandırılmaktadır. Her bir $0 < \delta < 1$ değeri için tek bir (unique) x_δ değeri sözkonusu olmaktadır.

Daha yüksek kuantil değerine sahip olan y daha kalın kuyruğa sahip demektir. $1-\delta$ tahammül ihtimali olup, kuantil x_δ hasarın $1-\delta$ ihtimalle aşacağını göstermektedir. Bununla birlikte hasarın belli bir seviyenin üstünde ne kadar kötü olacağı hakkında bilgi içermemektedir. Bu ölçümü yapabilmek için önemli bir risk ölçütü şartlı kuyruk beklentisidir. İhtimali anlamda şartlı kuyruk beklentisi şu şekilde formüle edilmektedir.

$$CTE_\delta = E(X | X > x_\delta) \quad (0249)$$

CTE belli bir düzeyin üstünde (x_δ) gerçekleşme veri iken, X'in beklenen değerini vermektedir. Yani hasar için seçilen eşik değer üstünde gerçekleşen hasarların beklenen değerini vermektedir. Formül özellikle ekonomik sermaye hesaplamaları için oldukça kullanılan bir risk ölçüm aracıdır. Söz konusu risk ölçütü için öncelikle şartlı yoğunluk fonksiyonunu yazmak gerekmektedir. Şartlı ihtimal teorisi gereğince her bir $x \in (x_\delta, \infty)$ için aşağıdaki gibi yazmak gerekmektedir.

$$f_{X|X>x_\delta}(x) = \frac{f_X(x)}{\Pr(X > x_\delta)} \quad (0250)$$

Yukarıdaki tanım gereğince şartlı kuyruk beklentisinin çıkarımı ise aşağıda sunulmuştur.

⁴¹⁵ GESTEL VE BAESENS, a.g.e., s.280.

$$CTE_{\delta} = \int_{x_{\delta}}^{\infty} x f_{X|X>x_{\delta}}(x) dx = \int_{x_{\delta}}^{\infty} x \left[\frac{f_X(x)}{S_X(x_{\delta})} \right] dx = \frac{\int_{x_{\delta}}^{\infty} x f_X(x) dx}{1-\delta} \quad (0251)$$

Dolayısıyla X 'e göre daha yüksek olduğu için Y nin yüksek hasar beklentisi yüksek olacaktır. Şartlı kuyruk beklentisi belli bir düzeyin üstündeki beklenen değeri verdiği için finans literatüründe sık kullanılmaktadır. E-VaR belli bir düzeyi aşan beklenen şartlı değerdir.

Kuantil Risk Ölçütü, 0 ile 1 arasındaki bir α değeri için, X değişkeninin dağılımının α kuantili, x_{α} Gerçek değeri için şu şekilde ifade edilecektir.

$$P(X \leq x_{\alpha}) = \alpha \quad (0252)$$

Eğer X 'in dağılımı $F(X)$ 'i biliyorsak, α değerine karşılık gelen kuantil şöyle ifade edilecektir.⁴¹⁶

$$x_{\alpha} = F^{-1}(\alpha) \quad (0253)$$

Piyasa riski için X genellikle yatırımın getirisi iken, α kuantil ise yatırımın getirisinde beklediğimiz zararının aşamayacağı düzey olmaktadır. Eğer getiriler standart normal şekildeyse bu ilişkiyi şu şekilde göstermek mümkün olacaktır.⁴¹⁷

$$P(X \leq x_{\alpha}) = \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x_{\alpha} - \mu}{\sigma} \right) = \left(Z \leq \frac{x_{\alpha} - \mu}{\sigma} \right) = \alpha$$

Formülü standart normal dağılımla ifade edersek şöyle olacaktır.

$$\left(\frac{x_{\alpha} - \mu}{\sigma} \right) = \Phi^{-1}(\alpha) \quad \text{tanımdan} \quad x_{\alpha} = -VaR_{\alpha} \quad \text{olduğundan, } \Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(1 - \alpha)$$

ilişkisi standart normalin simetrisi nedeniyledir. VaR formülünü şöyle yazmak mümkün olacaktır.

$$VaR_{\alpha} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)\sigma - \mu \quad (0254)$$

Alexsander (2008)'da ele alınan sayısal örneklerle VaR ve Şartlı VaR hesaplamasını özetle ele alabiliriz.⁴¹⁸

416 Carol ALEXANDER, **Market Risk Analysis Volume IV: Value at Risk Models**, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2008, s.12.

417 ALEXANDER, a.g.e., s.129.

418 ALEXSANDER, a.g.e., s.137.

Tablo 6: 5 Yıllık iTraxx Verileri

5 Yıllık iTraxx Europe İstatistikleri (Haziran 2004-Nisan 2008)			
İstatistik	Tahmin	Standart Hata	Rasyo
Ortalama	0,0242	0,0772	0,31
Standart Sapma	2,4037	0,0012	1940
Skewness	-1,4356	0,1926	-7,45
Kurtosis	36,963	0,7706	47,97
Otokorelasyon	0,1079	0,03192	3,38

Kaynak:Alexsander (2008)

Yıllık volatilité şu şekilde olacaktır. $\sqrt{250} \times 2.4037 = 38$ yıllık baz puan volatilité beklenmektedir. Düzeltme faktörü de hesaba katılırsa daha yüksek bir volatilité elde edilecektir. $\sqrt{298} \times 2.4037 = 41.5$ Peşin değeri 1000 euro olan bir beş yıllık iTraxx Europe endeksinin beş yıllık nakit getirisi 2.5 milyon olmaktadır. Değişik VaR ve ETL tahminleri normal dağılıma tabi olmaktadır. VaR hesaplamasında 10 günlük süre ve % 1 (% 99 güven derecesiyle) ile tahmin yapıyorsak, günlük değişimlerin bağımsız ve otokorelasyona tabi olmadığı varsayılmaktadır. X'in VaR değeri, % 100 güven düzeyinde $VaR_p(X) = \pi_p$ X dağılımının 100 p percentile veya kuantili olmaktadır. Söz konusu düzey ise ihtimali sunumla şöyle olacaktır.

$$\Pr(X > VaR_p(X)) = 1 - p$$

Aşağıdaki tabloda ise çok kullanılan tabloların VaR formülleri bulunmaktadır.

Tablo 7:Değişik Dağılımlara Göre VaR Formülleri

Normal Dağılım: $VaR_p(X) = \mu + \sigma\Phi^{-1}(p)$
Lognormal Dağılım: $VaR_p(X) = \exp(\mu + \sigma\Phi^{-1}(p))$
Eksponansiyal Dağılım: $VaR_p(X) = \theta \log(1 - p)$
Pareto Dağılımı: $VaR_p(X) = \theta[(1 - p)^{-1/\alpha} - 1]$

VaR belli bir güven derecesinde söz konusudur, gerek VaR gerekse Tail VaR (beklenen açık) ise belli bir olma ihtimali ifade etmektedir. Söz gelimi % 99,6 VaR ifadesinde ortalama 250 yılda bir olma ihtimalinden bahsedilmektedir (1-1/250). Aynı şekilde %99 ise 100 yılda bir olma ihtimalini göstermektedir(1-1/100). Aşma ihtimali bir raslantısal değişkenin (U) herhangi bir X değerinden büyük olmasını ifade eder. Kümülatif dağılım fonksiyonu ile arasında şu şekilde bir ilişki vardır

$$EP(X) = P(U > X) = 1 - P(U \leq X) = 1 - CDF(X) \quad (0255)$$

Aşma ihtimalini gösteren tüm X değerlerini grafik haline getirsek, aşma ihtimali eğrisini (EP curve) elde ederiz. Yorumu ise kümülatif dağılım fonksiyonun tam tersidir. Sigortacılık literatüründe Solvency II düzenlemelerine kadar çeşitli sermaye ölçüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Bunlar Tiryaqi ve Açığöz (2006)'da ayrıntısıyla sunulmuştur. Solvency II düzenlemelerinde ise temel amaç şirket iflas riskinin tespiti. İflas riskini anlamak için öncelikle mali yeterlilik sermaye seviyesi (surplus) tanımlanmalıdır. Kısaca mali yeterlilik seviyesi şu şekilde tanımlanacaktır.

$$Z_1 = Z_0 + U \quad (0256)$$

Formülde Z_1 yıl sonundaki raslantısal solvency marjın seviyesi iken Z_0 ise dönem başındaki solvency marjın seviyesini göstermektedir. U ise rastlantısal teknik kar seviyesini (underwriting profit) göstermektedir. Modelleme ile bulunmak istenen aslında Z_1 solvency düzeyinin Z^* seviyesinin altına düşmesi durumudur.

$$PI = P(Z \leq Z^*) \quad (0257)$$

$$PI = P(Z_0 + U \leq Z^*) \quad (0258)$$

$$PI = P(U \leq Z^* - Z_0) \quad (0259)$$

Söz konusu ilişki mali yetersizlik ihtimalinin negatif teknik zararın minimum sermaye yeterliliği ile başlangıç mali yeterliliği arasındaki farktan küçük olma ihtimaline dayanmaktadır. Aslında bu ilişki maksimum dayanılabilecek teknik zarara da işaret etmektedir. Tersten yorumlar ise minimum sermaye yeterliliği dönem başındaki sermaye ile maksimum katlanılabilecek zarar tutarının toplamından büyük ise mali yetersizlik söz konusu olmaktadır. Sermaye yeterliliğinde %1 veya % 0,5 ihtimalle mali yetersizlik durumu ise şöyle ölçülecektir. Bu şekilde Solvency II çerçevesinde istenen sermaye düzeyi (SCR) hesaplama yöntemi de anlaşılmış olacaktır. Yukarıdaki formülde Z_0 değişkeninin yeterince büyük olması ve böylece en fazla 1% veya 0.5% gibi ihtimalli en yüksek teknik zararı ($PML_{99\%}$ veya $PML_{99.5\%}$) karşılayacak seviyede olması ve böylece (X^*) seviyesinin Z^* seviyesinin altına inmesini engellemelidir. İlişkiyi şu şekilde formüle etmek mümkündür.

$$Z_0 = Z^* - X^* \quad (0260)$$

Böyle bir durumda zararın dağılımının bilinmesi veya elimizde zarar değerleri ile ihtimallerin mevcut olması gerekmektedir. Bu bilinince dağılımın kuantil değerine göre istenen değerler bulunacaktır. Eğer dağılım normal ve ortalaması 125.000 ise ve standart sapması ise $s = 55000$ olduğunda % 99 ihtimalle enyüksek muhtemel hasar kaç olacaktır. Toplam kümül hasarın 250.000'den az olma ihtimali ne olacaktır. Eğer şirket maksimum kümül hasarın 300.000 düzeyinde başlangıç sermayesini azaltacağını düşünüyorsa, mali yetersizlik ihtimali ne olacaktır. Normal dağılım söz konusu olduğunda ortalama ve varyans şöyle olacaktır.

$$E(S) = \lambda \cdot \mu \quad (0261)$$

$$Var(S) = \lambda \cdot \sigma^2 + \lambda \cdot \mu^2 \quad (0262)$$

Ortalama yıllık frekans $\lambda = 190$ iken ve hasar şiddetinin varyansı $\sigma_c^2 = 27766$ iken, ortalama hasar şiddeti de $\mu_c = 170$ ise $E(S) = \lambda \cdot \mu_c = 190 \cdot 170 = 32300$ hasar dağılımının ortalaması, $Var(S) = \lambda \cdot \sigma_c^2 + \lambda \cdot \mu_c^2 = 190 \cdot 27766 + 190 \cdot 170^2$ eşitliğinden $Var(S) = 10766540$ olarak hesaplanacaktır. Hasar dağılımı normal dağılıyorsa, teknik kar dağılımı da normal dağılmaktadır.

$$E(U) = E(P - C) = P - E(C)$$

$$Var(U) = E(U - E(U))^2 = E((P - C) - (P - E(C)))^2 = E(C - E(C))^2 = Var(C)$$

Riske karşılık olmak üzere hesaplanan primin belirlenmesi aktüerya bilimin temel uğraşı alanlarından birisidir. Toplam hasarın beklenen değeri (ortalaması) genel olarak temel prim hesap tekniği olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yaklaşım net (fair) prim yaklaşımı olarak kabul edilmektedir. Beklenen değer yaklaşımında ise söz konusu bu prim üzerine beklenen değer bir yükleme oranı ile çarpılmasıyla bulunan tutar eklenmektedir. Buna ise emniyet yüklemesi denilmektedir. Varyans yönteminde ise net prim üzerine net primin varyansı bir oran ile yüklenmektedir. Söz konusu prim hesaplamalarına ilişkin Mikosch (2006) 84-85 sayfalarda ayrıntılı sunum yapmıştır.⁴¹⁹

⁴¹⁹ Thomas MIKOSCH, Non-Life Insurance Mathematics, 2nd Edition, New York:Springer-Verlag,2006, s.85.

V. BÖLÜM

VERİLERLE TÜRK BANKACILIK SİSTEMİNDE KREDİ RİSKİNİN AKTÜERYAL MODELLENMESİ

5.1 Kredi Riskinin Makro Ekonomik Yapıyla Etkileşimi

Kredi riski bankalar için zarar üretmekle beraber, asıl önemli etkisi toplam ekonomi üzerine olmaktadır. Tüketici kredilerinin risk yapısını analiz edebilmek için öncelikle global düzeydeki ve makro ekonomik çerçevenin bir özetini sunup, toplam krediler ve tüketici kredilerindeki zaman içindeki gelişimi ele alıp, genel karakteristik özelliklere göre değerlendirmeleri yapmak isabetli olacaktır. Son on yıllık dönemde global ölçekte dikkati çeken en önemli gelişme 2002 sonrası ABD’de yaşanan ekonomik genişleme olup, bunun temelinde ise ABD’de ev fiyatlarının artışına paralel olarak bankaların yüklendiği kredi riskinde artış olmasıdır. Bir diğer önemli gelişme ise Çin tarafından başlatılan kur destekli (ucuz işgücü ve kamu destekli) dengesiz ticaret yapısıdır. Bu yapıda Çin tüm dünya üzerinde ticaret fazlasını hedefleyerek, diğer ülkelerin üretim yapmasını engelleyen, rekabet yapısına bağlı olarak ticaret fazlası, tasarruf fazlası vermiştir. Çinin sağlamış olduğu tasarrufun verdiği cesaretle tüm dünyada daha riskli ve kaldırıca dayalı işlemlere girilmiş ve yeni bankacılık ürünleriyle risk alma imkanı özellikle ABD piyasasında artmıştır.

1980 yılında 12 trilyon olan ve tüm dünya milli geliri kadar olan finansal varlıklar, 1993 yılında 53 trilyon dolar ile global milli gelirin iki katına, 2004 yılında 3 katına (119 trilyon dolar), 2010 yılında ise 209 trilyon dolarla 4 katına çıkmıştır.⁴²⁰ Bu, 2001 yılında 150 trilyon dolar olan varlıkların küresel krize rağmen %30 civarında artması demektir.⁴²¹ Finansal varlıkların atışı tamamiyle gelir artışı ile olmamış, kredi ve kaldırıca bağlı bir finansal yapı ortaya çıkmış, bankacılık sisteminin kredi riskini arttıran bir yapıya bürünmüştür. Aslında özünde borçla beslenen bu yapının bugün itibarıyla devam edemeyeceği, borçların ve kaldıracın azaltılması gerektiği temel husus olarak tartışılmakta, yaşanılacak bu borç azaltma (deleveraging) işlemi ise dünyayı durgunluk tehlikesiyle karşı karşıya getirmiş, kriz atmosferi son iki yıllık süreçte kalıcı olmuştur.

⁴²⁰ DAVIS, a.g.m., s.6.

⁴²¹ BDDK, Bankacılıkta Yapısal Gelişmeler - Aralık 2010, s.125. <http://www.bddk.org.tr>, (15.10.2011).

Krizler temerrütler nedeniyle bankacılık sektörünü etkilemekte, bankalar iflas etmekte ya da devlet tarafından kurtarılmak durumunda kalacaktır. Sonuç olarak finansal krizin son safhasında reel sektör ile üretim ve büyüme rakamlarına olan negatif etkinin yarattığı darbenin geniş halk kesimi üzerine etkisi olmaktadır. Ishihara likidite tipinde bankacılık krizleri, mali yetersizlik tipindeki bankacılık krizleri, ödemeler dengesi krizleri, döviz kuru krizleri, borç krizleri, büyüme oranı krizleri ve finansal krizler olmak üzere 7 şekilde bankacılık krizi olduğunu belirtmektedir.⁴²² Sınıflandırmadan da anlaşılacağı üzere Ishihara bankacılık krizlerini likidite ve mali yetersizlik yönlerinden iki grupta incelemektedir. Bununla birlikte sözkonusu çalışmada Ishihara krizlerin ülke şartlarına özgü karakterleri olabileceği ve her krizin benzer özellik taşımayacağını da belirtmiştir.

Finansal krizler finansal liberalizasyon, artan kredi hacmi, varlık fiyatlarında artışlar içeren üç aşamalı bir yol izleyen yapıda ortaya çıkmaktadır. Varlık fiyatlarında yaşanan artışlar birkaç ay sürebileceği gibi birkaç yıl da devam edebilmekte ve balon şişmektedir. İkinci safhada, fiyat balonu sönmekte, varlık fiyatlarında birkaç gün sürebileceği gibi aylar da sürebilen olağanüstü düşüşler yaşanmaktadır. Son safhada ise, şişkin fiyatlardan varlık satın almak üzere borçlanma yoluna giden firmalar temerrüde düşmekte, hatta iflasa sürüklenmektedir. Yaşanan temerrütler ile bankacılık ve döviz kuru krizleri reel ekonomiyi de krize sürüklemektedir. Özel (2005) çalışmasının bir bölümünü krizleri anlamak adı altında krizlerin yol haritasını çıkarmak için kullanmıştır. Sözkonusu çalışmaya göre krizlerin altyapısını oluşturan faktörler şöyle özetlenmiştir.⁴²³

- 1) Ekonomilerin Dışa Açılması ve Finansal Liberalizasyon
- 2) Zayıf Bankacılık Sistemleri
- 3) Sürdürülmez Makroekonomik Politikalar
- 4) Döviz Kuru Dengesizlikleri
- 5) Global Ekonomik Koşullar ve Bol Likidite
- 6) Sorunlu Siyasal Yapı

⁴²² Yoichiro ISHIHARA, Quantitative of Crisis: Crisis Identification and Casuality, Woldbank Working Paper 3598, May 2005. http://www.jasid.org/document/jp/papers/bk_14_1/2_pp_31_55.pdf, (05.01.2011).

⁴²³ Saruhan ÖZEL, Global Finansal Krizler, Deniz Kültür Yayınları No:13, İstanbul, 2005.

Kredi hacminin genişlemesiyle finansal ve reel varlıkların fiyatlarında yaşanan aşırı değerlenme, enflasyonun kontrol altına alınmasıyla tüketici fiyatları aynı ölçüde yükselmemiş ise, bankacılık sisteminin içinde bulunduğu sorunları finansal sistemin zaafı fark edilinceye kadar gizleyebilmektedir. Türkiye ekonomisi, finansal liberalizasyonun başladığı yıllardan sonra 1994, 2000 ve 2001’de üç kez krizle karşılaşmıştır. Türk Bankacılık Sistemine ait verilerle tüketici kredilerinin riskini aktüeryal modelleme ile ölçmeden önce, tüketici kredilerine etki eden ekonomik ve sosyal şartlar ile bankacılık sisteminin zaman içindeki gelişimi hakkında özet bir çerçeve sunulmasının faydalı olacağı düşünülmektedir. Zira gerek krediler, gerekse kredi riskini eşkillendiren asıl unsurun makro ekonomik ve sosyal gelişmeler olduğu tarihi verilerden anlaşılmaktadır. Kredilerdeki gelişim ile nüfusun sosyal yapısı ve ekonomik yapıdaki değişimler arasında karşılıklı ilişki olduğu açıktır. Bu noktadan hareketle, nüfus ve sosyal yapıya ilişkin bazı bilgilerin ve eğilimlerin bilinmesinin tüketici kredisindeki değişimi anlamak için gerekli olduğu düşünülmektedir.

5.2 Tüketici Kredilerini Etkileyen Nüfus, Gelir ve Tüketimdeki Değişimler

TÜİK 2007 verilerine göre nüfusun⁴²⁴ gelir durumu 10 grup halinde sunulduğunda nüfusun gruplar halinde ortalama gelir tutarları şöyledir. Fertler eşdeğer hanehalkı kullanılabilir gelirlerine göre küçükten büyüğe doğru sıralanarak 10 gruba ayrıldığında; "İlk yüzde 10'luk grup" geliri en düşük olan grubu, "Son yüzde 10'luk grup" ise geliri en yüksek olan grubu tanımlamaktadır.

Tablo 8:Nüfusun Gelir Dilimleri ve Ortalama Gelir Seviyesi

Grup	Ortalama (TL)
Toplam	8.050
İlk % 10	1.768
İkinci % 10	2.914
Üçüncü % 10	3.795
Dördüncü % 10	4.707
Beşinci % 10	5.610
Altıncı % 10	6.631
Yedinci % 10	7.834
Sekizinci % 10	9.515
Dokuzuncu % 10	12.277
Son % 10	25.458

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (12/09/2010)

⁴²⁴ 24-54 Yaş arası nüfus 37 milyon düzeyinde olup kabaca nüfusun yarısını oluşturmaktadır.

TÜİK 2008 gelir ve harcama verilerine göre on dilimlik gelir grubunun yıllık tüketim harcama payları aşağıdaki gibidir.

Tablo 9:Gelir Gruplarının Tüketim Harcamaları ve Tüketimdeki Payı

Gelir Grubu	Toplam	% Pay	Kümülatif Pay
İlk % 10	1.081.451.340	3,7	
İkinci % 10	1.539.319.437	5,3	9
Üçüncü % 10	1.821.490.942	6,3	15
Dördüncü % 10	2.169.248.685	7,5	23
Beşinci % 10	2.420.125.223	8,4	31
Altıncı % 10	2.696.224.216	9,3	41
Yedinci % 10	3.058.608.922	10,6	51
Sekizinci % 10	3.534.523.634	12,2	63
Dokuzuncu % 10	4.132.648.040	14,3	78
Son % 10	6.474.786.106	22,4	100
Toplam	28.928.426.550	100	

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (14/09/2010)

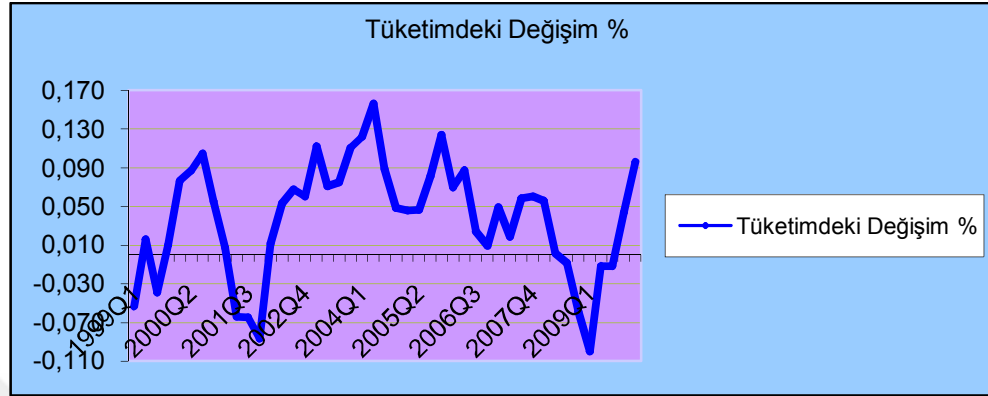
Gelir ve harcama istatistiklerine göre gelirin ilk 7 dilimine sahip halk kesimi tüketimin % 51'ini yaparken, kalan son üç gelir dilimi ise tüketimin diğer % 49'unu gerçekleştirmektedir. 1998 yılı sabit fiyatlarıyla gayri safi milli hasıla ve hanehalklarının tüketim harcamalarındaki değişime ilikin tablo aşağıda sunulmuştur.

Tablo 10:GSMH ve Hanehalkı Tüketimi

1998 Sabit Fiyatlarıyla (1000.- TL)					
Yıl	Gayri Safi Yurtiçi Hasıla	GSYİH % Değişim	Yerleşik Hanehalklarının Tüketimi	Hanehalkı Tüketimi % Değişim	Tüketimin Milli Gelir İçindeki Payı
1999	67.840.570	-3.37	46.707.900	0.08	0.69
2000	72.436.399	6.77	49.444.450	5.86	0.68
2001	68.309.352	-5.70	46.182.645	-6.60	0.68
2002	72.519.831	6.16	48.372.691	4.74	0.67
2003	76.338.193	5.27	53.295.981	10.18	0.70
2004	83.485.591	9.36	59.143.619	10.97	0.71
2005	90.499.731	8.40	63.787.207	7.85	0.70
2006	96.738.320	6.89	66.749.821	4.64	0.69
2007	101.254.625	4.67	70.421.398	5.50	0.70
2008	101.921.730	0.66	70.198.486	-0.32	0.69
2009	97.087.661	-4.74	68.575.820	-2.31	0.71

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (14/09/2010)

Milli gelir ve tüketim dinamiklerine ait kısa analiz yapılarak tüketim ile tüketici kredileri arasındaki etkileşime bakmak uygun olacaktır. Tüketim harcamalarının değişimine ilişkin grafik ise dönemler itibariyle düşüşleri göstermektedir.



Grafik 1:Tüketimdeki Değişim

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (17/10/2010)

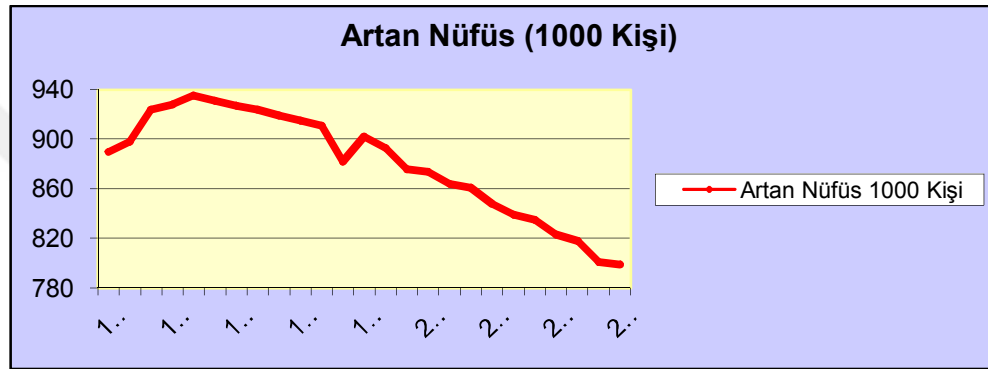
Tüketimde artış dönemleri olduğu gibi takip eden aylar da düşüş olmaktadır. Özellikle 2001 ve 2009 yıllarındaki sert düşüşler ise krizlerin etkisini göstermektedir. Kriz dönemlerinin ertesinde tüketimdeki hızlı artış grafikten de anlaşılabilmektedir. Tüketici kredisi kullanması mümkün olan 18-50 yaş grubu nüfusa ilişkin gelişmeler ise aşağıda tablo olarak sunulmuştur.

Tablo 11:15 Yaş Üzeri Nüfusun Yıllara Göre Değişimi

Bin Kişi	Kurumsal olmayan nüfus	15 ve daha yukarı yaştaki nüfus	İşgücü	İstihdam edilenler	İşgücüne dahil olmayan nüfus
2006	68.066	49.174	22.751	20.423	26.423
2007	68.901	49.994	23.114	20.738	26.879
2008	69.724	50.772	23.805	21.194	26.967
2009	70.542	51.686	24.748	21.277	26.938
% Değişim					
2006	1,2	1,7	1,3	1,8	2
2007	1,2	1,7	1,6	1,5	1,7
2008	1,2	1,6	3	2,2	0,3
2009	1,2	1,8	4	0,4	-0,1
Kümü	6,1	8,4	11,9	8,1	5,4

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (17/10/2010)

Nüfusumuzun yılda ortalama yüzde 1.2 düzeyinde arttığı 15 yaş üzeri nüfusun ise yüzde 1.7 düzeyinde arttığı görülmektedir. Önümüzdeki dönemde ise bu artışın yüzde 0.7 seviyelerine gerilemesi beklenmektedir. İşgücündeki artışın ise 2004-2009 döneminde % 2 üzerinde olduğu görülmektedir. İstihdamdaki artış ile işgücündeki artış arasındaki farkın ise doğrudan tüketimi etkilemesi beklenmelidir. İşgücü 2009 yılında % 4 artmıştır. İstihdam edilenler son beş yıllık dönemde işgücündeki artışa göre neredeyse % 4 daha az olmuştur. TÜİK projeksiyonlarına göre 1987-2011 döneminde yıl ortaları esas alındığında Türkiye nüfusu'nun artış aşağıda grafikte sunulmuştur.



Grafik 2:Nüfus Artışı

Kaynak:TÜİK, <http://www.tuik.gov.tr/>, (17/10/2010)

1990'lı yıllarda 900 adet olan yıllık artış 2010 itibariyle 800 bin adet düzeyindedir. 2011 yılı için beklenen artış ise 799 bin düzeyindedir. TÜİK projeksiyonlarına göre 2020 yılından itibaren ise 700 bin kişinin altına düşülecektir.

5.3 Toplam Krediler ve Takipteki Alacaklar

Türkiye Bankalar Birliği üyesi bankalardan tüketici kredisi kullandıran bankaların bilgilerinden oluşan üçer aylık dönemlerde tüketici kredilerinin özeti raporlanmaktadır. Bankalar Birliğinin tüketici kredileri verisinden hareketle türk bankacılık sistemi tüketici kredi karakteristiği hakkında bilgi derlenmiştir. Bankacılık sektörünün 2011 yılı Kasım ayı sonu itibariyle 675 milyar TL olan kredi stoğu bulunmaktadır. Toplam kredilerdeki değişimin yıllar itibariyle gelişimi tablo olarak aşağıda sunulmuştur.

Tablo 12:Bankacılık Sektörü Toplam Kredilerde Değişim

Dönem	Bankacılık Sektörü Toplam Krediler Stoğu (milyon TL)	Yüzde Artış	2002=100
2002-12	47.769		100
2003-12	64.572	35	135
2004-12	97.197	51	203
2005-12	153.689	58	322
2006-12	218.987	42	458
2007-12	285.616	30	598
2008-12	367.445	29	769
2009-12	392.621	7	822
2010-12	525.851	34	1.101
2011-11	675.575	28	1.414

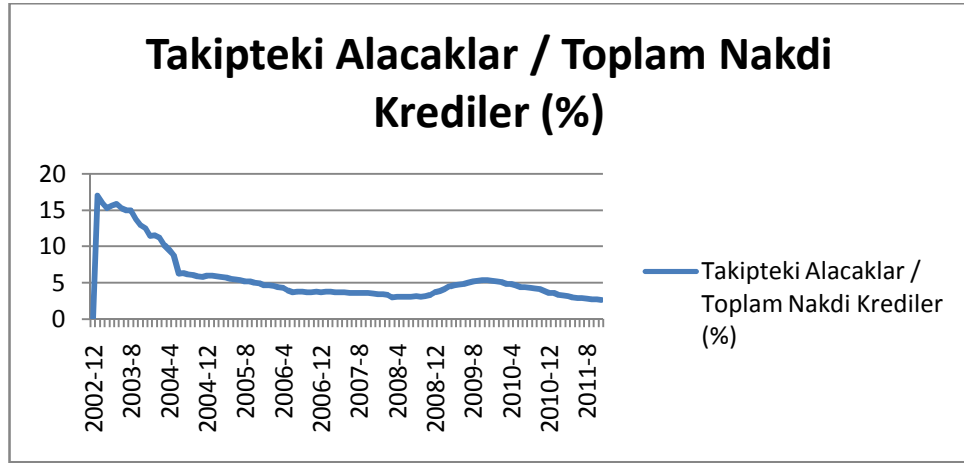
Kaynak:BDDK, <http://ebulten.bddk.org.tr/AylikBulten/Gelismis.aspx> (24/01/2012)

Türk Bankacılık Sektörünün aktif büyüklüğü Kasım 2011 itibarıyla 1.212.374 milyon TL'dir. Sektörün aktif toplamı 2010 yılsonuna göre 205.707 milyon TL (%20,4) artış göstermiştir. Kasım 2011 itibarıyla krediler 675.575 milyon TL bakiye arz etmektedir. 2010 yılsonuna göre krediler %28,5 artarken, takipteki alacaklar (brüt) % 6,5 oranında azalmıştır. Yılsonuna kıyasla kur etkisinden arındırılmış kredi artışı ise % 21 düzeyindedir.⁴²⁵ Tüketici kredilerinde 9 yıllık dönemde ortalama % 66 artış olurken, işletme kredileri % 43 büyümüştür. Kredi kartlarında söz konusu dönemde yıllık ortalama büyüme %35 olmuştur. İhracat kredileri ortalama %19'luk büyüme ile görece düşük bir büyüme performansı göstermiştir.⁴²⁶

2002 yılından 2011 yılına kadar geçen 9 yıllık sürede; Türk bankacılık sektörünün kredi hacmi % 1.414 artmıştır. Takipteki krediler oranının seyri ise şöyle olmuştur.

⁴²⁵ BDDK, Türk Bankacılık Sektörü Genel Görünümü, Eylül 2011, Sayı:2011/4, s.5. (15.11.2011)

⁴²⁶ BDDK, Finansal Piyasalar Raporu, 2011, s.32.



Grafik 3: Bankacılık Sektörü Toplam Kredilerin Gelişimi

Kaynak: BDDK, <http://ebulten.bddk.org.tr/AylikBulten/Gelismis.aspx> (24/01/2012)

2002 sonundan itibaren takipteki alacakların toplam krediler içindeki payı devamlı azalmaktadır. Türk finansal sisteminin kredi hacmi incelendiğinde, 2000 sonrası dönemde 2001-2002 yıllarındaki yavaşlamanın ardından, ekonomik ve siyasal istikrarla desteklenen tüketici ve yatırımcı güveniyle birlikte güçlü bir artışın yaşandığı görülmektedir. Bu çerçevede kredi/GSYH oranı, 2010 yılında % 40'ı aşmıştır. Reel olarak kredi hacmi incelendiğinde ise 2002 sonrası görülen artış eğiliminin, 2008 yılının ikinci yarısında küresel krizin bir yansıması olarak, yerini yatay bir seyre bıraktığı, ancak, 2009 itibarıyla kredilerin yeniden bir artış sürecine girdiği görülmektedir. Bunun en önemli nedeni kredilerin çok hızlı artışıdır. Konumuz açısından önemli olan husus ise tüketici kredilerindeki değişimdir.

5.4 Tüketici Kredileri Temerrüt Oranları

Eylül 2011 itibarıyla, tüketici kredisi ve konut kredisi kullanan toplam kişi sayısı 13.964.067 kişiye, kredi miktarı ise 154,5 milyar TL'ye ulaşmıştır. Kasım 2011 itibarıyla tüketici kredileri 164 milyar TL, 53 milyar TL bakiye stoğa sahip olup, toplamda tüketiciler bankalara 220 milyar TL borçlu iken, toplam krediler ise 675 milyar TL düzeyindedir.

Tablo 13:Seçilmiş Kredi Büyüklükleri

Dönem	Tüketici Kredileri	Kredi Kartları	Toplam Tüketici Kredileri	Toplam Krediler
2002-12	1.973	4.335	6.605	47.769
2003-12	5.331	7.030	12.842	64.572
2004-12	11.831	13.717	26.448	97.197
2005-12	27.945	17.259	46.721	153.689
2006-12	45.739	21.526	69.101	218.987
2007-12	64.971	27.103	94.993	285.616
2008-12	78.971	33.990	117.133	367.445
2009-12	90.137	36.576	129.915	392.621
2010-12	126.931	43.582	172.623	525.851
2011-11	164.938	53.752	220.119	675.575

Kaynak:BDDK, <http://ebulten.bddk.org.tr/AylikBulten/Gelismis.aspx> (24/01/2012)

Temmuz-Eylül 2011 döneminde 2.118.683 kişiye, 23 milyar TL tutarında tüketici kredisi ve konut kredisi kullanılmıştır.⁴²⁷ Eylül 2011 itibarıyla 215,5 milyar TL seviyesine olan bireysel kredilerin %24,3'ü kredi kartı alacaklarından, %75,7'si ise tüketici kredilerinden oluşmaktadır. 12 Aylık dönemler itibarıyla kredilerdeki artış oranları yıllar itibarıyla şöyledir.

Tablo 14:Kredi Türlerinin 12 Aylık % Artışları

	2007	2008	2009	2010	2011 Eylül
Toplam	31	29	8	34	36
Bireysel	37	25	14	30	34
-Kredi kartları	24	29	13	17	26
-Konut	39	21	16	34	32
-Otomobil	-6	-9	-16	22	40
-Diğer	68	34	17	39	43
Kurumsal	28	31	5	36	37
-KOBİ kredileri	29	12	1	46	40

Kaynak:TBB,http://www.tbb.org.tr/Dosyalar/Arastirma_ve_Raporlar/Turkiye_de_Bankacilik_Sektoru_2007-2011.pdf (15/01/2012)

⁴²⁷ TBB, Tüketici Kredileri ve Konut Kredileri Raporu, Eylül 2011, <http://www.tbb.org.tr> (erişim 20.12.2011)

2009 yılı hariç son yıllarda %32,5 düzeyinde yıllık kredi artışları söz konusu olmaktadır. 2009 yılında ise krizin etkisiyle % 8 düzeyinde yıllık kredi artışı olmuştur. Tüketici kredilerindeki son 5 yıllık ortalama artış seviyesi ise % 28 düzeyindedir. Tüketici kredi stoğu ve kişi başına düşen kredi tutarı ise şöyle gelişmiştir.

Tablo 15 :Tüketici Kredileri Stoğu

İhtiyaç ve Diğer Krediler	2007	2008	2009	2010	2011 Eylül
Toplam (Milyon TL)	27.303	36.110	41.365	59.275	79.727
Kişi Başı (Bin TL)	4,8	4,5	4,8	6	6,4

Kaynak:TBB,http://www.tbb.org.tr/Dosyalar/Arastirma_ve_Raporlar/Turkiye_de_Bankacilik_Sektoru_2007-2011.pdf (15/01/2012)

Eylül 2011 itibariyle tüketici kredileri 80 milyar TL seviyesine gelmiştir. Toplamda 12.4 milyon kişinin ortalama 6.4 bin TL tüketici kredi borcu bulunmaktadır. Büyüklük itibariyle farklı olan konut kredilerinde ise gelişim şöyle olmuştur

Tablo 16:Konut Kredilerindeki Değişim

Konut Kredisi	2007	2008	2009	2010	2011 Eylül
Toplam (Milyon TL)	30.735	37.347	42.733	57.584	68.372
Kişi Başı (Bin TL)	45,1	49	43,9	53,2	56,9

Kaynak:TBB,http://www.tbb.org.tr/Dosyalar/Arastirma_ve_Raporlar/Turkiye_de_Bankacilik_Sektoru_2007-2011.pdf (15/01/2012)

Eylül 2011 itibariyle 1.2 milyon kişi 68.3 milyar TL kredi kullanmış olup ortalama kredi borcu ise 57 bin TL düzeyindedir.⁴²⁸ Bireysel kredilerin takibe dönüşüm oranı 2008 yılsonunda % 3,7 iken Aralık 2009 itibarıyla en yüksek seviyesine ulaşan takipteki alacaklar, izleyen dönemde sürekli düşüş eğilimi sergilemiş ve Eylül 2011 itibarıyla 18,4 milyar TL seviyesinde gerçekleşmiştir.⁴²⁹ 2009 yıl sonu itibarıyla bin kişide 21 kişinin temerrüde düştüğü verilerden anlaşılırken, 2010 yıl sonu itibarıyla bu oran bin kişide 17 kişiye gerilemiştir. Konut kredilerinde takibe dönüşüm oranının nispeten düşük

⁴²⁸ BDDK, a.g.m., 2011, s.49.

⁴²⁹ BDDK, Türk Bankacılık Sektörü Genel Görünümü, Eylül 2011, Sayı:2011/4, s.16. (15.11.2011)

seviyede kalmasında, konut kredilerinde orta ve üst gelir grubunda yer alan müşterilere kullandırılmaların ağırlıkta olması ile birlikte, kredilendirmenin konut bedelinden daha düşük bir oranda yapılması etkili olmaktadır. Takipteki alacakların alt kırılımlarından biri olan zarar niteliğindeki alacaklar, geçen 9 yıllık süre içinde % 137, son bir yılda ise %23,7 artış göstermiştir.⁴³⁰ Bireysel kredilerin takibe dönüşüm oranı 2010 yılsonunda % 4,1 iken 1 puan gerileyerek Eylül 2011 itibarıyla % 3,1 olarak gerçekleşmiştir.⁴³¹

2005 yılının ikinci döneminden itibaren toplam 29.7 milyon kişi kredi kullanmıştır. Hesaplarımıza göre 719.576 kişi toplamda kanuni takibe düşmüştür.⁴³² Bankalar Birliği'nin tüketici kredileri verilerine göre Ülkemizde tüketici kredisi kullananlara ait yıllık veriler aşağıdaki gibidir. 2011 Eylül itibarıyla ise 13.9 milyon kişi bankalardan tüketici kredisi kullanmış durumdadır.

Tablo 17: Yıllar İtibariyle Tüketici Kredisi Kullananların Sayısı

Tüketici Kredisi Kullananların Sayısı				
	Taşıt	Konut	İhtiyaç	Toplam
1997	176.428	17.659	1.043.989	1.238.076
1998	158.397	18.592	1.701.473	1.878.462
1999	111.471	10.586	1.362.026	1.484.083
2000	352.857	58.615	2.399.188	2.810.660
2001	47.108	2.911	817.014	867.033
2002	79.140	10.915	1.184.837	1.274.892
2003	238.507	26.992	2.016.503	2.282.002
2004	401.533	100.449	2.894.163	3.396.145
2005	354.775	272.252	8.582.797	9.209.824
2006	268.803	268.274	4.441.888	4.978.965
2007	195.241	240.799	4.901.207	5.337.247
2008	168.314	237.283	5.432.587	5.838.184
2009	142.691	337.203	6.060.842	6.540.736
2010	304.037	1.082.561	9.914.919	11.301.517
2011 Eylül	338.473	1.201.193	12.424.401	13.964.067

Kaynak:TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/11/2011)

⁴³⁰ BDDK, a.g.m.,2011, s.37.

⁴³¹ BDDK,a.g.m., 2011/eylül, s.24.

⁴³² Kanuni takibe düşen kredi tutarları, kişi başına ortalama kredi tutarına bölünerek sayılar elde edilmiştir. Kişi istatistikleri kredi ayırımında elde edilememektedir, söz konusu ortalama yaklaşım da temerrüt oranını yakalayacaktır.

Tablo 18:Yıllar İtibariyle Kullanılan Tüketici Kredisi Tutarı

Kullanılan Tutar (Milyon TL)				
Dönem	Taşıt	Konut	İhtiyaç	Toplam
1997	340	40	220	600
1998	470	69	641	1.180
1999	447	47	755	1.249
2000	2.340	673	2.675	5.687
2001	286	48	813	1.147
2002	1.198	258	1.860	3.317
2003	4.689	805	4.989	10.483
2004	8.457	2.713	10.175	21.344
2005	6.836	12.967	19.582	39.384
2006	5.373	15.604	20.627	41.604
2007	5.178	15.535	29.140	49.853
2008	5.029	15.360	34.856	55.246
2009	4.863	21.222	40.043	66.129
2010	7.780	31.821	63.417	103.019

Kaynak: TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/05/2011)

Tablo 19:Yıllar İtibariyle Takibe Ayrılan Tüketici Kredi Tutarları

Kanuni Takip Tutarı (Milyon TL)				
Dönem	Taşıt	Konut	İhtiyaç	Toplam
1997	5	1	12	18
1998	10	1	23	35
1999	20	3	49	72
2000	14	7	46	67
2001	26	5	39	70
2002	16	8	20	45
2003	12	2	18	33
2004	32	5	23	60
2005	65	14	67	146
2006	90	47	145	281
2007	296	180	509	985
2008	431	387	1.075	1.892
2009	575	791	2.018	3.384
2010	394	690	1.611	2.694

Kaynak: TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/06/2011)

Temmerüde düşen sayısı bulunduktan sonra ise temerrüt frekansları (oranları kişiler üzerinden bulunmuştur).

Tablo 20:Yıllar İtibariyle Ortalama Kişi Başına Düşen Kredi Tutarı

Dönem	Taşıt	Konut	İhtiyaç	Toplam
1997	1.929	2.265	211	485
1998	2.965	3.710	377	628
1999	4.011	4.393	555	842
2000	6.630	11.485	1.115	2.023
2001	6.071	16.521	995	1.323
2002	15.142	23.639	1.570	2.601
2003	19.660	29.822	2.474	4.594
2004	21.061	27.005	3.516	6.285
2005	19.269	47.627	2.281	4.276
2006	19.988	58.165	4.644	8.356
2007	26.523	64.512	5.946	9.341
2008	29.882	64.733	6.416	9.463
2009	34.080	62.936	6.607	10.110
2010	34.450	70.327	8.613	12.811

Kaynak: TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/06/2011)

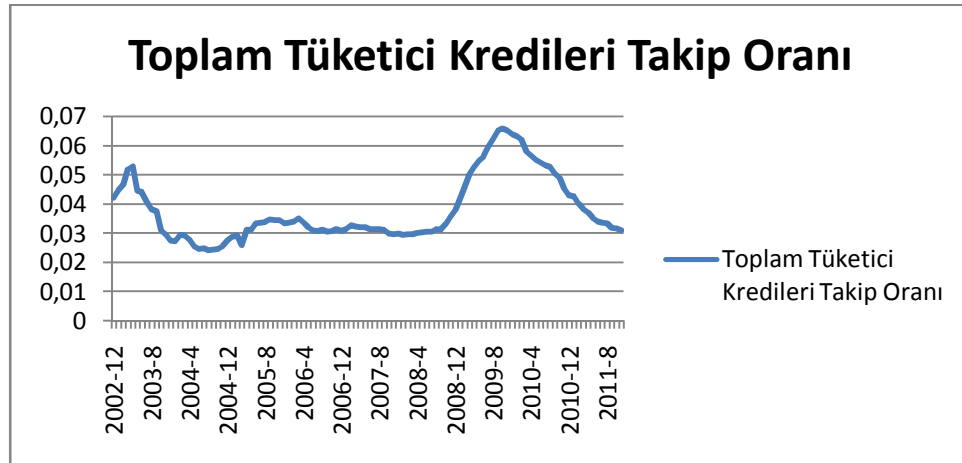
Tablo 21:Yıllar İtibariyle Temerrüt Oranları (Frekans)

Temerrüt Frekansı				
Dönem	Taşıt	Konut	İhtiyaç	Toplam
1997	0,016	0,025	0,054	0,030
1998	0,021	0,022	0,037	0,030
1999	0,045	0,058	0,065	0,058
2000	0,006	0,010	0,017	0,012
2001	0,090	0,112	0,048	0,061
2002	0,014	0,033	0,011	0,013
2003	0,003	0,003	0,004	0,003
2004	0,004	0,002	0,002	0,003
2005	0,010	0,001	0,003	0,004
2006	0,017	0,003	0,007	0,007
2007	0,057	0,012	0,017	0,020
2008	0,086	0,025	0,031	0,034
2009	0,118	0,037	0,050	0,051
2010	0,051	0,022	0,025	0,026
Ortalama	0,038	0,026	0,027	0,025
Standart Sapma	0,036	0,028	0,020	0,019

Kaynak:TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/06/2011)

Görülebileceği üzere temerrüt sayısı yıldan yıla farklılık gösterebilmektedir. Temerrüt oranlarında en büyük dalgalanma taşıt kredilerinde gözlemlenmektedir. İhtiyaç ve toplam kredi temerrüt oranlarının birbirine yakınlığı dikkat öekmektedir. 2001 krizinde en yüksek temerrüt konut tarafında olurken 2008 global krizin etkisi ise en fazla taşıt kredilerinde görülmüştür. Ortalama olarak temerrüt oranı % 2,5 düzeyinde iken, standart sapma ise % 2 düzeyindedir. Kriz dönemlerinde ani sıçramalar görülebilmektedir. Temerrüt oranlarına bakınca kredi verilenlerden her bin kişiden ortalama olarak 25 adedinde temerrüt hali ortaya çıkmaktadır.

Tutar olarak bakıldığında (takibe düşen tutar/kullandırılan kredi) takibe düşen tutar kriz yılında % 6 seviyesine yükselmiş, ortalamada ise % 2.5 düzeyinde seyretmektedir. Kriz yılları (1999, 2001 ve 2009'u çıkarırsak söz konusu ortalama %1,6 olmakta ve standart sapma'da % 1,2 olmaktadır. Tüketici kredilerinin aylık gelişim grafiği şöyledir. Kötümser yaklaşımla % 6 düzeyinde bir temerrüt düzeyi, ortalamada % 2,5 düzeyinde olmaktadır. Aşırı iyimser ekonomik gelişme dönemlerinde ise % 1 düzeyinin altında olabilmektedir. Kasım 2011 sonu verilerine göre tüketici kredilerinde takibe düşme oranı (tutar olarak) grafiği aşağıda sunulmuştur.



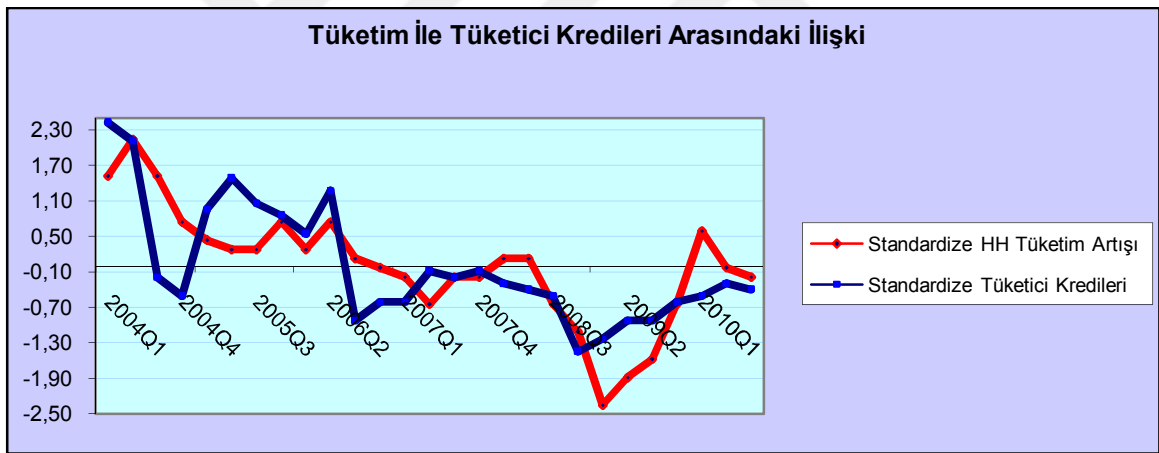
Grafik 4:Tüketici Kredileri ve Takibe Düşen Tüketici Kredileri

Kaynak:BDDK, <http://ebulten.bddk.org.tr/AylikBulten/Gelismis.aspx> (25/01/2012)

2002 yılı sonunda 6.6 milyar TL olan toplam tüketici kredileri Kasım 2011 itibariyle 220 milyar düzeyine, takipteki tutar ise (278 milyon TL'den) 6.7 milyar TL'ye yükselmiştir. 2002 sonundaki tüketici kredi miktarına 100 dersek 2011 yılı Kasım ayında

endeks değeri 3.333 seviyesine gelmiş, takipteki tutar endeks değeri ise 2.437 seviyesine gelmiştir. Yani 33 kat düzeyinde bir artış son 10 yıllık dönemde söz konusu olmuştur. 2009 sonrası dönemde takibe düşme oranının azaldığı ve % 3 düzeyine gerilediği görülmektedir.

2004 yılı sonrası dönemde Tüketici Kredileri ile hanehalkı tüketimi arasındaki korelasyon % 72 düzeyindeyken, hanehalkı tüketimindeki artış ile tüketici kredilerindeki artış arasındaki grafiksel ilişki ise şöyledir. Standardize edilmiş tüketici kredileri artış verileri ile hanehalkının tüketim verilerindeki artış arasındaki ilişki grafikte sunulmuştur. 2004 sonrası dönemde aslında kredi genişlemesi devam etmesine rağmen hanehalkının tüketiminde süregelen bir düşme söz konusudur. Konu enflasyondan kaynaklanan etkiden kaynaklanmaktadır. Enflasyonun ekisi grafiklerin yönünün aşağıya doğru oluşmasına neden olmaktadır. Standardize edilmiş rakamlara göre 2008 yılına kadar aslında krediler ile tüketici kredileri arasındaki ilişki izleyen grafikte sunulmuştur.

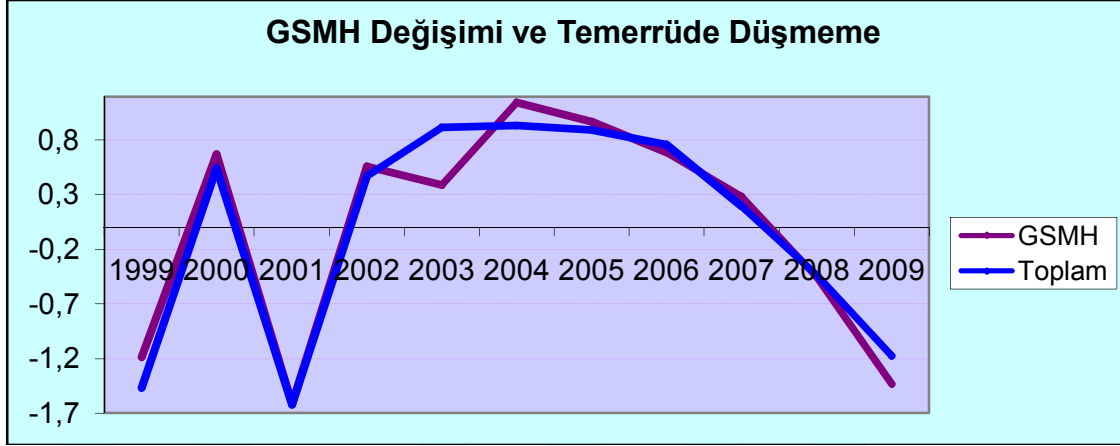


Grafik 5: Tüketici Kredileri ile Tüketim İlişkisi

Kaynak: TÜİK ve TBB, verilerden derlenmiştir.

Grafikten de görüleceği üzere tüketim verileriyle tüketici kredilerinin artışı arasındaki aynı yönlü ilişki dikkat çekmektedir. Dolayısıyla temerrüt oranlarındaki değişim ile milli gelir değişimi arasında karşılıklı bir etkileşim olduğu açıktır. Bankalar Birliğinin yayınlamış olduğu tüketici kredileri verilerinden temerrüt oranları (kişiler üzerinden frekansı hesaplamak için) bulunmuş ve bu oranların 1'den çıkarılması suretiyle temerrüde düşmeyenler bulunmuştur. Temerrüde düşmeyenlerin oranı ile GSYİH artış hızı serisi standartlaştırıldığında ilişki aşağıdaki şekilde olmaktadır. Milli gelir artış hızı ile Tüketici

kredilerinde temerrüde düşmeme oranı (1-TO) arasındaki ilişkinin grafiksel olarak aşağıya sunulmuştur.



Grafik 6:GSMH Değişimi İle temerrüde Düşmeme İlişkisi

Kaynak: TCMB ve TBB verilerinden çıkarılmıştır.

Grafikten de görüleceği üzere temerrüt oranı ile milli gelir değişim hızı arasında doğrudan bir ilişki bulunmaktadır. Hangi değişkenin hangisini etkilediği incelememiz açısından çok önemli olmadığından bu konuya girmemekteyiz, ancak modelleme aşamasında beklenen milli gelir değişim hızının önemli olacağı açıktır. Grafik de göstermektedir ki tüketici kredileri temerrüt oranları ile milli gelir büyümesindeki değişim arasında ters bir ilişki vardır (buradaki değişken temerrüde düşmeme oranını göstermektedir). Temerrüt oranı ile GSMH artış hızı arasında doğrusal ve iki seri arasındaki korelasyon ise 0,97 düzeyindedir. Dolayısıyla kredi riskinin hesaplanmasında büyümenin etkisini hesaba yansıtmak gerekmektedir. Aslında bu etki, birçok kredi riski modellemesinde, temerrüt oranlarının belirlenmesi aşamasında rating oranlarının döngüsel (cycle) yapısı ile ortaya konulmaktadır.

5.5 Bankacılık Sektör Verilerine Uygun Tüketici Kredilerinin Oluşturulması

Son yıllarda enflasyonun düşmesine paralel kişi başına düşen kredi tutarı ile kredi kullanan kişi sayılarında yüksek düzeyli dalgalanmalar olmamaktadır. Bankalar Birliğinin üçer aylık tüketici kredisi verilerine göre, son bir yıllık dönemde kullanılan tüketici kredisi kullananların gelir seviyesine göre durumu aşağıdaki tabloda sunulmuştur. Her üç aylık dönemde ortalama 24 milyar TL düzeyinde tüketici kredisi kullandırılmaktadır. Eylül 2009

tarihinde üç aylık dönemde 1.6 milyon kişi kredi kullanırken, Eylül 2010 itibariyle 2 milyon kişi kredi kullanmaktadır. Ekim 2011 itibariyle bu sayı 2.1 milyon kişi olmuştur.

Tablo 22: Gelir Grubuna Göre Ortalama Tüketici Kredisi

Dönem	Ortalama Kredi Tutarı						Toplam
	0 - 1.000	1.001-2.000	2.001-3.000	3.001-5.000	5.001 +	Bilgi Yok	
Eyl.10	6.977	11.325	16.938	25.166	33.632	12.033	12.329
Ara.10	7.972	13.117	20.053	30.475	39.192	14.472	14.663
Mar.11	8.095	12.760	19.589	28.565	37.615	14.833	14.194
Haz.11	8.850	12.091	18.386	26.892	37.233	13.344	13.481
Eyl.11	6.971	9.844	14.852	21.809	30.105	11.933	11.060

Kaynak:TBB, http://www.tbb.org.tr/tr/Banka_ve_Sektor_Bilgileri/Tum_Raporlar.aspx, (30/11/2011)

Elimizdeki veriler hangi gelir grubunun nasıl bir temerrüt davranışı içinde olduğunu göstermemektedir. Tüketici ratingleri veya buna ilişkin çalışmalar bulunmamaktadır. Bu konuda genel yaklaşım rating oranlarının kullanılması şeklindedir.

Bankalar Birliğinin serisinde toplam kredilere ilişkin temerrüt oranları çıkarılabilirken temerrüde düşenlere ait kişilerin hangi gelir grubunda olduğu belli değildir. Tüketici kredilerinde aktüeryal modelleme yapabilmek için öncelikle 5 grubun ortak bir sayı ile bölünmesi uygun olacaktır. Ortalama kişi başı kredi tutarı ise gelir arttıkça azalan yapıdaki kişi başına düşen kredi standart sapması kullanılarak rasgele sayılar üretilmiş (Excel random () fonksiyonu aracılığıyla) ve kredinin alt ve üst limiti arasında bu sayıya göre dağılımlar yapılmıştır. Birinci gelir grubunun kredi dilimleri 4.200 ile 7.800 arasında iken son grubun kredi dilimi ise 35.000 ile 65.000 arasında olmuştur. Toplam 105.000 kişi için portföy düşünülmüştür. Portföyün hesaplanması kolay olması için 105 (her bir dilim 1000 kişi olmak üzere) dilime ayrılması planlanmıştır. Böylece portföyümüz en az 3.600.000 en çok da 65.000.000 olmak üzere toplam 105 ayrı dilime ayrılmıştır. Amaç ortak bir değere uygun (6.000.000) banda düşen temerrüt sayısı ve tutarını bularak zarar dağılımını bulmaktır. Her bir dilimdeki kişilerin temerrüt oranı eşit kabul edilmiş ve temerrütler gelire göre artan yapıda olmak üzere rastlantısal olarak portföye konulmuştur. Rassal üretilen her bir dilim değeri ve temerrüt değeri ilgili alt ve üst sınırlarda kalmak şartıyla her bir dilimde farklı olmuştur.

5.6 Oluşturulan Örnek Verilere Uygun Aktüeryal Kredi Risk Modellemesi

5.6.1 Kötümser Beklentili Ekonomik Koşullara Uygun Zarar Dağılımı

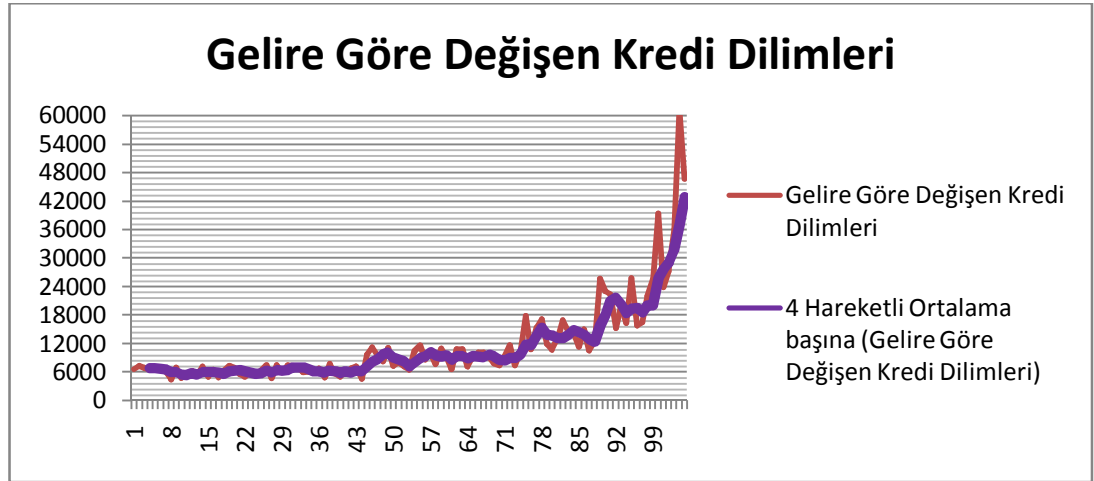
Modeli oluşturmaktaki amaç bu her bir dilime ait hasar ihtimallerinin yardımıyla portföyün ihtimal üretme fonksiyonu aracılığı ile portföyün zarar dağılımının tespit edilmesidir. Bankacılık sisteminin kredi verilerinden hareketle 6 gelir grubuna ait toplam 105.000 kişilik bir kredi portföyü oluşturulmuştur. Kredi portföyü 1.000 kişilik (paketler) dilimler halinde tasarlanmış ve toplam 105 dilim halinde olacağı varsayılmıştır. Kredi dilimleri tüketici kredilerinin gelir seviyesine uygun olarak 6 grup halinde tasarlanmıştır. Portföyün değerlendirilmesi, iyimser, kötümser ve ortalama olmak üzere 3 farklı beklentiye göre yapılmıştır. Her üç beklenti durumunda temerrüt oranları alt ve üst limitleri farklılık göstermekte ve her dilime düşen temerrüt oranı da bu dilimler içinde kalmak üzere rassal olarak seçilmektedir. Bu şekilde çok sayıda simulasyon ile kredi portföyünün uğrayacağı zarar hakkında değişik tahminler gerçekleştirip bunun ortalamasının alınabileceği düşünülmüştür. Buradaki varsayım her bir 1.000 kişilik kredi dilimlerinin ortak temerrüt oranına sahip olmasıdır. Bunun ise gelirle doğru orantılı olduğu, gelir seviyesi düşük olanların daha yüksek temerrüt oranına sahip olduğu varsayılmıştır. Gelir arttıkça kullanılan kredi tutarı artmakta, temerrüt oranı ise düşmektedir. Kötümser ekonomik beklentiler altındaki portföy şu şekilde oluşturulmuştur.

Tablo 23:Kötümser Beklentili Rassal Tüketici Kredi Portföyü

Gelir Grubuna Göre Kredi Borcu ve Temerrüt Oranı Değişkenlik Gösteren Model Verisi							
Gelir Grubu (TL)	0 - 1.000	1.001-2.000	2.001-3.000	3.001-5.000	5.001 +	10.000 +	Toplam
Kredi Tutarı	264.015.662	261.015.137	210.011.040	210.009.700	164.902.280	100.000.000	1.209.953.819
Kişi	44.000	29.000	15.000	10.000	5.000	2.000	105.000
K.B. Ort. K.	6.000	9.001	14.001	21.001	32.980	50.000	11.523
K.B. K.S.S.	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,50
Kredi Alt Limit	4.200	6.300	9.801	14.701	23.086	35.000	15.514,7
Kredi Üst Limit	7.800	11.701	18.201	27.301	42.875	65.000	28.813,0
T.O.	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,15
T.S.S.	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
T.O. Üst Limit	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,15
T.O. Alt Limit	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,15
Rassal Sayı Üretimi İle Güncellenen Kısım							
Kredi Dilim	4.808	10.628	11.446	18.456	37.133	50.528	
Temerrüt Oranı	0,20	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	

Tablodan da görüleceği üzere toplam 1.2 milyar TL kredi portföyü, 105 dilim halinde her bir dilim 1.000 kişi olmak üzere değişik gelir gruplarına bölünmüştür. Gelir grupları ve kredi tutarları sektör verilerine paralel olarak, küçük ölçekte bir banka (sektörün %1'ine sahip) belirlenmiştir. Gelir gruplarına göre bulunan ortalama kişi başı kredi tutarlarında % 30 düzeyinde bir standart sapma olacağı ve böylelikle en alt gelir grubu kredi kullanım tutarı olan 4.200 TL ile en üst gelir diliminin kredi kullanım üst limiti olan 65.000 TL tutarı arasında 105 ayrı satır, grupların kişi adedine uygun olarak bölümlendirilmiştir. İlk gruba ait 44.000 kredi borçlusu olduğu için, ilk 44 dilim birinci gelir grubu temerrüt oranlarından etkilenen yapıdadır. Temerrüt oranları ise geliri en düşük olan grup için % 20, geliri en yüksek grup için de % 10 olarak kabul edilmiştir. Söz konusu oranlar aslında portföy için ya rating notlarından ya da içsel tarihi verilerden elde edilmesi gereken oranlardır.

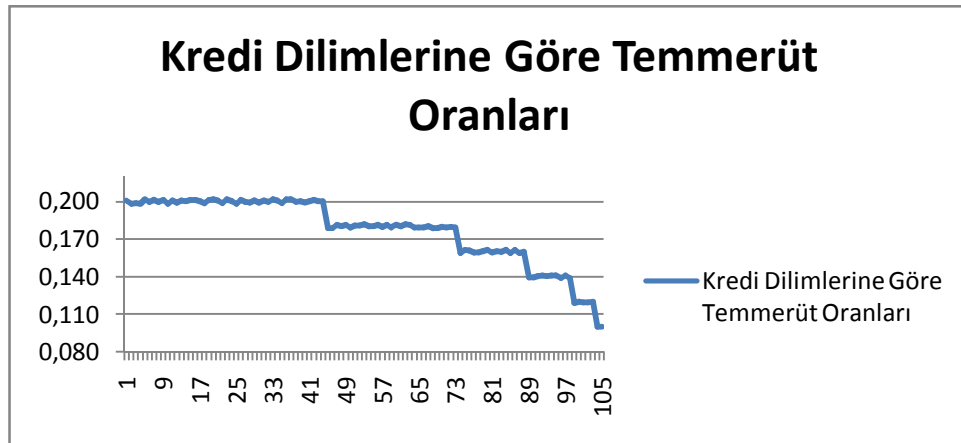
Kredi alt limiti belirlenmesinde kredi dilimi standart sapma kadar ortalamadan azalacağı, kredi üst limitinin ise ortalamadan standart sapma kadar fazla olacağı düşünülmüştür. Aşağıdaki rassal bölümde ise rassal sayı üretimi ile devamlı değişen kredi dilimleri belirlenmiştir. Belirlenen tutarlar hem gelir grubu kredi alt limiti ve üst limitinden etkilenen yapıda olup, " $S_SAYI_ÜRET() \times (Kredi\ Üst\ Limit - Kredi\ Alt\ Limit) + Kredi\ Alt\ Limit$ " formülü ile hesaplanmaktadır. Hesaplanan bu değerler Excel hesaplama sayfasında kredi dilimine düşen ortalama tutarı belirlemektedir. Böylece her bir paketin (1.000 kişi) kullanmış olduğu kredi tutarı alt ve üst dilimler ile belirlenen standart sapma yardımıyla belirlenmektedir. Kötümser beklenti altında organize edilen veri setinin 6 gelir grubuna ait her bir pakete düşen kredi dilim tutarı grafiği şöyledir.



Grafik 7:Verisetinde Gelir Gruplarına Göre Kredi Dilimleri

Kaynak: Rassal verilerden çıkarılmıştır.

Kredi dilimleri 105 adet olup, alt limit gelir grubunda alt limit 4.200, 6 ncı gelir grubunda ise kredi üst limiti ise 65.000 olmaktadır. Temerrüt oranlarının da gelir grubuna göre değişeceği düşünülmektedir. En alt gelir grubunda en yüksek temerrüt oranı % 15 iken en üst gelir dilimde ise % 3,6 seviyesindedir. Her bir dilime düşecek temerrüt oranı ise alt ve üst temerrüt oranı ile temerrüt standart sapması aracılığı ile “ $S_SAYI_ÜRET() \cdot (Temerrüt\ Oranı\ Üst\ Limit - Temerrüt\ Oranı\ Alt\ Limit) + Temerrüt\ Oranı\ Alt\ Limit$ ” formülü aracılığıyla hesaplanmaktadır. Bu şekilde aslında temerrüt ortalaması ve standart sapmasının belirlediği alt ve üst limitler arasındaki bir temerrüt oranı rastlantısal olarak kredi dilimlerine atanmaktadır. Kötümser beklenti altında hazırlanan portföyün ürettiği temerrüt oranları dilimlere göre şöyle bir yapı içindedir.



Grafik 8: Gelir Gruplarına Göre Kötümser Temerrüt Oranları
Kaynak: Rassal verilerden çıkarılmıştır.

Her bir kredi dilimine düşen kredi tutarı ve temerrüt oranı belli olduktan sonra, dilimlere düşen temerrüt tutarları elde edilmekte ve bu değerler toplulaştırılmaktadır. Her bir kredi diliminin zararı 6.000.0000 ile bölününce bantlar itibariyle zarar tutarları da toplulaştırılmaktadır (aşağıdaki durumda 9 band). Kötümser beklenti altında elde edilen sonuç tablosu şu şekilde olacaktır.

Tablo 24: Kötümser Beklentili Ekonomik Koşullarda Zarar Dağılımı Verileri

A.Zarar Bandı (x6.000.000)	B.Temerrüt Sayısı	C. Beklenen Zarar (EL)	D. Banta Beklenen Temerrüt Oranı	E. Bantta Beklenen Zarar
1	21	3,62	0,17	0,17
2	56	14,32	0,26	0,51
3	16	6,01	0,38	1,13
4	3	1,49	0,50	1,99
5	4	2,26	0,56	2,82
6	2	1,31	0,66	3,94
7	1	0,72	0,72	5,07
8	1	0,74	0,74	5,92
9	1	0,82	0,82	7,38
45	105	31	4,81	29

Tablonun verilerinden elde edilen frekans ve şiddet unsurlarından hareketle zarar ihtimal üretme fonksiyonu hesaplanacaktır. Zarar dağılımının oluşturulması bölümünde ele alınan ardışık yöntemle hesaplamak istersek ihtimal üretme fonksiyonu şu şekilde hesaplanacaktır. Portföyün zarar üretme ihtimal fonksiyonu (PGF) şöyle olacaktır.

$$G(z) = e^{-\sum_{j=1}^B m_j + \sum_{j=1}^B m_j z^{v_j}} = e^{-4,81 + 0,17z^1 + 0,51z^2 + 1,13z^3 + 1,99z^4 + 2,82z^5 + 3,94z^6 + 5,07z^7 + 5,92z^8 + 7,38z^9}$$

Dikkat edileceği üzere e üstsel kısmın katsayısı tablodaki son sütun olurken, ihtimal üretme fonksiyonunda z'nin üstü ise band numarası olmaktadır. Zarar dağılım fonksiyonu söz konusu ihtimal üretme fonksiyonu yardımıyla şu şekilde hesaplanacaktır.

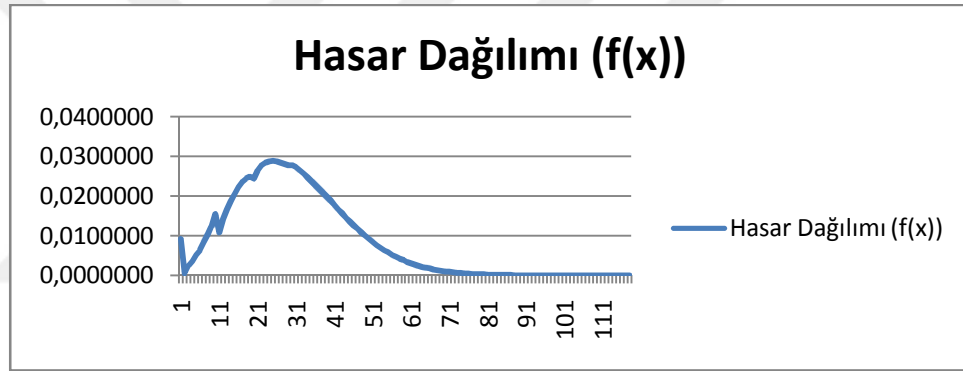
$$P_0 = P(\text{hasarsız}) = e^{-\sum_{j=1}^m m_j} = e^{-4,81} = 0,0081$$

$$P_1 = P(\text{Hasar} = 1 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 1)} \frac{v_j \cdot x m_j}{1} P_{1-v_j} = 0,0014$$

$$P_2 = P(\text{Hasar} = 2 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 2)} \frac{v_j \cdot x m_j}{2} P_{2-v_j} = 0,0023$$

$$P_3 = P(\text{Hasar} = 3 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 3)} \frac{v_j \cdot x m_j}{3} P_{3-v_j} = 0,0035$$

Aynı yöntemle diğer hasar ihtimaller elde edilmektedir. Elde edilen bu dağılım olarak hasar ihtimallerinin dağılımı (pdf) olmaktadır. Bu dağılım portföyün uğrayacağı zararın ihtimali dağılımı olup, beklenen ve beklenmeyen zarar bu dağılımdan elde edilecektir.



Grafik 9: Kötümser Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı
Kaynak: Rassal verilerden çıkarılmıştır.

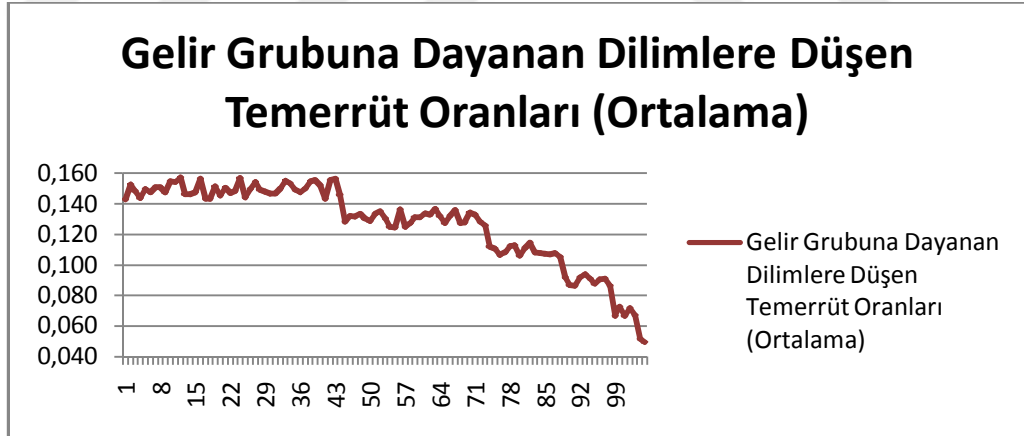
5.6.2 Normal Ekonomik Koşullara Uygun Veriseti ve Zarar Dağılımı

Ekonomik kriz veya aşırı olumlu ekonomik yapı dışındaki dönemleri normal ekonomik dönemler olarak ele almaktayız. Özünde aktüeryal modelle yakalanmak istenen seviye de normal ekonomik gelişme dönemlerindeki kredi riskidir. Zira kredi risk ölçümündeki en zor hususlardan birisi kriz dönemlerinin veri yapısını aşırı bozması ve sonuçta bir tahmin yöntemi olan modellemenin yapısını bozması, tahmin gücünü de etkilemektedir. Sektör verilerine paralel olarak tasarlanan ve temerrüt oranlarını % 15 (en düşük gelir grubu) ile % 5 arasında olan (en yüksek gelir grubu) kredi portföyü için yapılan hesaplama ise izleyen bölümde sunulmuştur.

Tablo 25: Normal Ekonomik Koşullara Uygun Temerrüt Oranına Sahip Rassal Veri

Gelir Grubuna Göre Kredi Borcu ve Temerrüt Oranı Değişkenlik Gösteren Model Verisi							
Gelir (TL)	0 - 1.000	1.001-2.000	2.001-3.000	3.001-5.000	5.001 +	10.000 +	Toplam
Kredi Tutarı	264.015.662	261.015.137	210.011.040	210.009.700	164.902.280	100.000.000	1.209.953.819
Kişi	44.000	29.000	15.000	10.000	5.000	2.000	105.000
K.B. Ort. K.	6.000	9.001	14.001	21.001	32.980	50.000	11.523
K.B. K.S.S.	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,50
Kredi Alt Limit	4.200	6.300	9.801	14.701	23.086	35.000	15.514,7
Kredi Üst Limit	7.800	11.701	18.201	27.301	42.875	65.000	28.813,0
T.O.	0,15	0,13	0,11	0,09	0,07	0,05	0,10
T.S.S.	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
T.O. Üst Limit	0,16	0,14	0,12	0,09	0,07	0,05	0,11
T.O. Alt Limit	0,14	0,12	0,10	0,09	0,07	0,05	0,10
Rassal Sayı Üretimi İle Güncellenen Kısım							
Kredi Dilim	5.408	6.594	10.289	16.870	36.673	57.860	
Temerrüt Oranı	0,16	0,13	0,11	0,09	0,07	0,05	

Kötümser beklentili ekonomik koşullara göre değişen tek şey temerrüt oranlarında iyileşmedir. En düşük gelir grubunun % 15, en yüksek gelir grubunun temerrüt oranı ise % 5 kabul edilmiştir. Veri setinin temerrüt oranları şu şekildedir.

**Grafik 10: Kredi Dilimlerine Göre Ortalama Temerrüt Oranları**

Ortalama ekonomik koşullarda portföyün zarar dağılımını oluşturacak veriler ise özet tabloda şu şekilde oluşmuştur.

Tablo 26: Normal Ekonomik Koşullarda Zarar Dağılımının Unsurları

A.Zarar Bandı (x6.000.000)	B.Temerrüt Sayısı	C. Beklenen Zarar (EL)	D. Banta Beklenen Temerrüt Oranı	E. Bantta Beklenen Zarar
1	18	2,25	0,12	0,12
2	57	10,35	0,18	0,36
3	14	4,08	0,29	0,87
4	5	1,65	0,33	1,32
5	5	1,80	0,36	1,80
6	1	0,42	0,42	2,53
7	1	0,47	0,47	3,26
8	3	1,37	0,46	3,64
9	1	0,43	0,43	3,85
45	105	23	3,06	18

Her bir banda ait ihtimal üretme fonksiyonu bulunup çarpılınca portföy PGF'sinin bulunacağını önceki bölümde ele almıştık. Ardışık hesaplama yöntemine göre dağılım fonksiyonu elde edilmiştir. Portföyün ihtimal üretme fonksiyonu şu şekilde olacaktır.

$$G(z) = e^{-\sum_{j=1}^B m_j + \sum_{j=1}^B m_j z^{v_j}} = e^{-3,06 + 0,12z^1 + 0,36z^2 + 0,87z^3 + 1,31z^4 + 1,80z^5 + 2,52z^6 + 3,26z^7 + 3,64z^8 + 3,84z^9}$$

Dikkat edileceği üzere e üstsel kısmın katsayısı tablodaki son sütun olurken, ihtimal üretme fonksiyonunda z'nin üstü ise band numarası olmaktadır. Zarar dağılım fonksiyonu söz konusu ihtimal üretme fonksiyonu yardımıyla şu şekilde hesaplanacaktır.

$$P_0 = P(\text{hasarsız}) = e^{-\sum_{j=1}^B m_j} = e^{-3,06} = 0,047$$

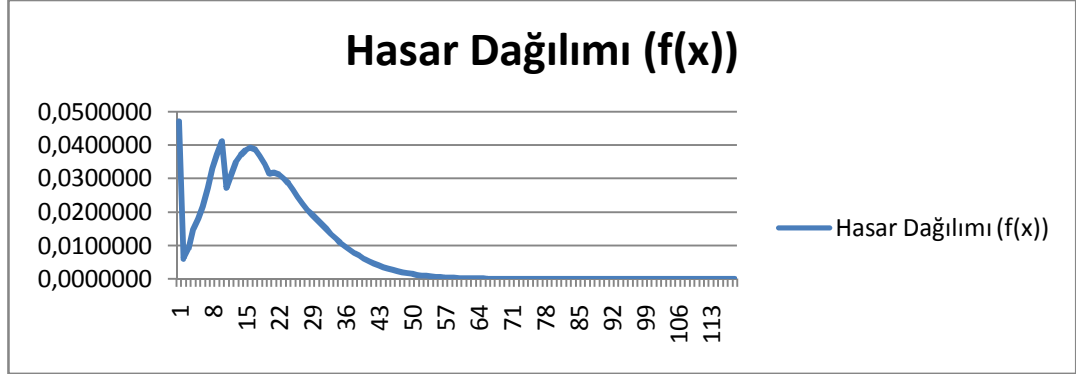
$$P_1 = P(\text{Hasar} = 1 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 1)} \frac{v_j x m_j}{1} P_{1-v_j} = 0,0058$$

$$P_2 = P(\text{Hasar} = 2 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 2)} \frac{v_j x m_j}{2} P_{2-v_j} = 0,0089$$

$$P_3 = P(\text{Hasar} = 3 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 3)} \frac{v_j x m_j}{3} P_{3-v_j} = 0,0147$$

Aynı yöntemle diğer hasar ihtimallerinin dağılımı elde edilmektedir. Elde edilen bu dağılım olarak hasar ihtimallerinin dağılımı (pdf) olmaktadır. Bu dağılım portföyün uğrayacağı

zararın ihtimali dağılımı olup, beklenen ve beklenmeyen zarar bu dağılımdan elde edilecektir.



Grafik 11: Ortalama Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı
Kaynak: Rassal verilerden çıkarılmıştır.

Yukarıda temerrüt oranları %20-%10 arasında değişen kötümser beklentili portföy zarar dağılımı ile % 15-% 5 arasında değişen normal ekonomik beklentideki temerrüt oranlarına göre zarar dağılımları bulunmuştur. İzleyen bölümde ise ekonomik genişleme dönemlerine yönelik iyimser beklentili portföy zarar dağılımı ele alınmıştır.

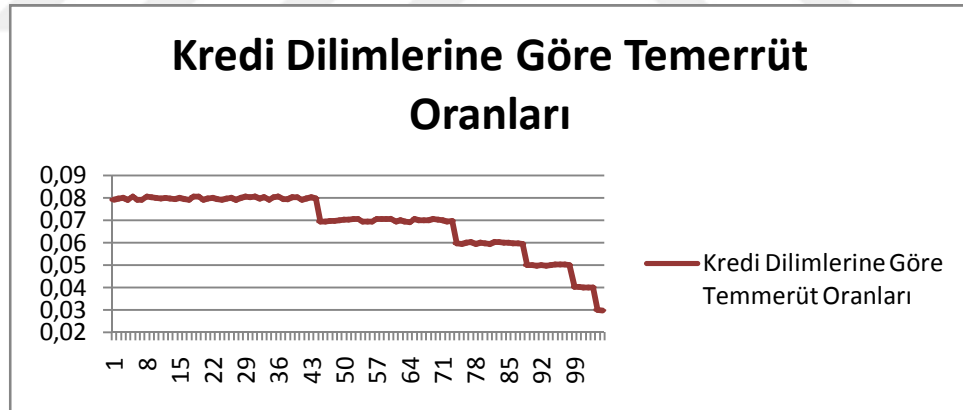
5.6.3 İyimser Beklentili Ekonomik Koşullara Uygun Veriseti ve Zarar Dağılımı

Temerrüt oranı en düşük gelir grubu için % 8, en yüksek gelir grubu için % 5 olacak şekilde, iyimser beklentili ekonomik koşulda geçerli olabilecek bir bakışla model tekrar oluşturulmuştur. Kredi dilimi ve diğer veriler sabitken yalnızca kredi temerrütlerinin değişeceği düşüncesiyle bu çalışma yapılmıştır. Aşağıda da görüleceği üzere veri setinde gelir grubuna göre temerrüt oranları her bir dilimde 1 puan düşmektedir.

Tablo 27: İyimser Ekonomik Koşullara Uygun Temerrüt Oranına Sahip Rassal Veri

Gelir Grubuna Göre Kredi Borcu ve Temerrüt Oranı Değişkenlik Gösteren Model Verisi							
Gelir (TL)	0 - 1.000	1.001-2.000	2.001-3.000	3.001-5.000	5.001 +	10.000 +	Toplam
Kredi Tutarı	264.015.662	261.015.137	210.011.040	210.009.700	164.902.280	100.000.000	1.209.953.819
Kişi	44.000	29.000	15.000	10.000	5.000	2.000	105.000
K.B. Ort. K.	6.000	9.001	14.001	21.001	32.980	50.000	11.523
K.B. K.S.S.	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,50
Kredi Alt Limit	4.200	6.300	9.801	14.701	23.086	35.000	15.514,7
Kredi Üst Limit	7.800	11.701	18.201	27.301	42.875	65.000	28.813,0
T.O.	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,06
T.S.S.	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
T.O. Üst Limit	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,06
T.O. Alt Limit	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,05
Rassal Sayı Üretimi İle Güncellenen Kısım							
Kredi Dilim	4.440	9.870	11.416	22.915	40.037	36.689	
Temerrüt Oranı	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	

Söz konusu veri setindeki kredi temerrüt oranları her bir kredi dilimi için aşağıdaki gibi olmuştur.



Grafik 12: Kredi Dilimlerine Göre İyimser Temerrüt Oranları

Genişleyen ve büyüyen bir ekonomik ortamda kredilerin artış trendi devam ettikçe temerrüt oranları da düşmektedir. Aslında temerrüt oranları kriz dönemlerine kadar iyi seyrini devam ettirebilmekte (bankalar kriz ortamına kadar anlaşma çabasını devam ettirebilmekte), kriz dönemlerinde ise oranlar fazlasıyla kötüleşebilmektedir. Bu açıdan iyimser ekonomik beklenti altında yapılacak ölçümlere devamlı surette bir ihtiyat payı bırakılması gerektiği

geçmiş tecrübelerden anlaşılmaktadır. İyimser beklentilere sahip ekonomik ortama yönelik portföyün ürettiği frekans ve şiddet unsurları özetle şöyledir.

Tablo 28:Aşırı Büyüme Dönemlerinde Beklenen Zarar Dağılımının Unsurları

A.Zarar Bandı (x6.000.000)	B. Banttaki Sayı	C. Beklenen Zarar (EL)	D. Banta Beklenen Temerrüt Oranı	E. Bantta Beklenen Zarar
1	21	1,40	0,07	0,07
2	60	5,87	0,10	0,20
3	11	1,53	0,14	0,42
4	5	0,90	0,18	0,72
5	3	0,57	0,19	0,95
6	2	0,46	0,23	1,39
7	3	0,65	0,22	1,51
Toplam	105	11,39	1,12	5,25

İyimser beklentide portföy 7 banda ayırlacak şekilde şekillenmekte ve portföyün zarar dağılımı frekans ve şiddet unsurlarına ihtimal üretme fonksiyonu üretilmektedir. Portföyün ihtimal üretme fonksiyonu şu şekilde olacaktır.

$$G(z) = e^{-\sum_{j=1}^B m_j + \sum_{j=1}^B m_j z^{v_j}} = e^{-1,12 + 0,07z^1 + 0,20z^2 + 0,42z^3 + 0,72z^4 + 0,95z^5 + 1,39z^6 + 1,51z^7}$$

Dikkat edileceği üzere e üstsel kısmın katsayısı tablodaki son sütun olurken, ihtimal üretme fonksiyonunda z'nin üstü ise band numarası olmaktadır. Zarar dağılım fonksiyonu söz konusu ihtimal üretme fonksiyonu yardımıyla, ardışık hesaplama yöntemine göre dağılım fonksiyonu elde edilmiştir.

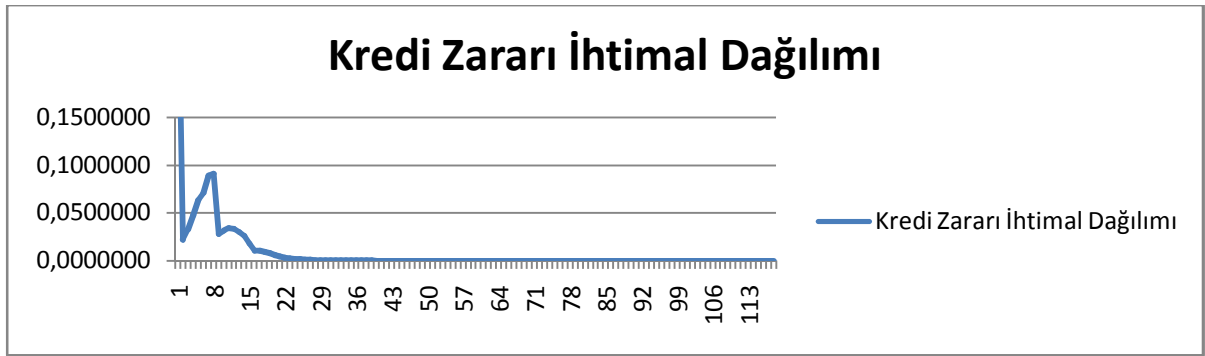
$$P_0 = P(\text{hasarsız}) = e^{-\sum_{j=1}^B m_j} = e^{-1,12} = 0,032$$

$$P_1 = P(\text{Hasar} = 1 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 1)} \frac{v_j x m_j}{1} P_{1-v_j} = 0,021$$

$$P_2 = P(\text{Hasar} = 2 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 2)} \frac{v_j x m_j}{2} P_{2-v_j} = 0,032$$

$$P_3 = P(\text{Hasar} = 3 \times 6.000.000) = \sum_{j(v_j \leq 3)} \frac{v_j x m_j}{3} P_{3-v_j} = 0,047$$

Aynı yöntemle diğer hasar ihtimallerinin dağılımı elde edilmektedir. Elde edilen bu dağılım olarak hasar ihtimallerinin dağılımı (pdf) olmaktadır. Bu dağılım portföyün uğrayacağı zararın ihtimali dağılımı olup, beklenen ve beklenmeyen zarar bu dağılımdan elde edilecektir. Elde edilen dağılımın grafiği şu şekildedir.



Grafik 13: İyimser Temerrüt Oranlarına Göre Hasar Dağılımı

Kaynak: Rassal verilerden çıkarılmıştır.

Yukarıda ele alınan üç duruma ait beklenen portföy zararı (ortalama zarar) ve bu zarar tutarının portföye oranı ise şöyledir.

Tablo 29: Üç Farklı Temerrüt Oranına Göre Portföyün Beklenen Zararı

Beklenti	Beklenen Kredi Zararı (TL)	Portföye Oranı (%)
İyimser	31.508.947	0,026
Ortalama	106.530.070	0,088
Kötümser	173.572.259	0,143

Rassal verisetlerinde temerrüt ortalamaları ekonominin bir yıllık süre içindeki üç farklı bakış açısına göre değişik temerrüt oranlarına sahip olarak oluşturulmuştur. Kötümser oranlar ekonominin daralma dönemlerine yönelik iken, ortalama durum normal ekonomik koşullar içindir. İyimser temerrüt ise ekonomik genişleme ve hızlı büyüme dönemlerinin temerrüt oranlarını yakalamak için kullanılmaktadır.

SONUÇ

Son dört yıldır global düzeyde yaşanan kriz, finansal anlamda kredi krizi olup, tüketicinin borcunu ödeyememesinden kaynaklanan yapıdadır. Krizin ülke ekonomilerine durgunluk yanında getirdiği en önemli maliyet ise bankaların sermaye açıkları olmaktadır. Kredi riskinin hesaplanması, finans kuruluşlarının küresel düzeyde faaliyet göstermesi ve finansal piyasaların birbirinden etkilenen yapısı nedeniyle, yerel bir sorun olmaktan çok küresel düzeyde ele alınan ve standart geliştirilen bankacılık denetim düzenleme alanlarından birisi olmuştur. Basel II ve Basel III kapsamında ileri içsel modellere öncelik verilmekte ve bankaların kendi risklerini ölçmekte, ileri içsel model kullanmaları konusunda destekleyici çabalar bulunmaktadır. Kredi riskinin ileri içsel modellerle ölçümü önümüzdeki sürecin bankacılık denetim ve sermaye yeterliliğinde önemli bir başlık olacağı açıktır.

İleri içsel modellerden birisi olan ve kredi riski ile operasyonel riskin ölçümünde kullanılan hasar (zarar) dağılımları yaklaşımı, aktüeryal yöntemlerle günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır. Aktüeryal modelleme varsayım azlığı, kullanım kolaylığı nedeniyle tercih edilmektedir. Aktüeryal yaklaşım riskin frekans ve şiddetinden hareketle kredi portföyünün yaratabileceği toplam zarar dağılımının oluşturulmasına odaklanmakta, gerek veriden gerekse teorik olarak ihtimal üretme fonksiyonu veya dağılımın tespiti yoluyla portföy zararının tespit (tahmin) edilmesinde kullanılmaktadır.

Çalışmamızda bankacılık risklerinden kredi riskinin ölçümünde aktüeryal modelin nasıl kullanılabileceği hususu CreditRisk+ modeli çerçevesinde irdelenmiş, kullanılan teknikler ele alınmış, teorik ve pratik olarak ihtimal üretme fonksiyonu (pgf) elde edilmiş bunların üzerinden de zarar dağılımları elde edilmiştir. Çalışma aktüeryal modelin kurulması aşamaları hakkında bilgi sunma, teorik yapının unsurlarını ele alma ve bu konuda uygulama denemesidir. Tez aktüeryal modellemede kullanılacak unsurların bir araya getirilmesi ve ihtimal teorisinin modellemede nasıl kullanılacağını ele alma çabasıdır. Bu anlamda bir ekonometrik veri sonuç ilişkisinden çok, modellemenin aşamalarının derlenmesi temel hedef olarak alınmıştır.

Çalışmada da görüleceği üzere, kredi risk modelleri temerrüt oranlarından oldukça etkilenen yapıdadır. Temerrüt oranlarını en fazla etkileyen husus GSMH değişimi olmaktadır. Ekonominin gelişme dönemlerinde temerrütler azken, durağanlık ve kriz dönemlerinde bu oran yükselmektedir. Bu açıdan hangi model kullanılırsa kullanılsın öncelikle GSMH artış hızındaki olumsuzlukların önceden tahmin edilebilmesi kredi riskinin ölçümünde de önem kazanmaktadır. Modelin özellikle ekonomik döngülerle ilgili temerrüt oranlarının belirlenmesi aşamasında Ekonometrik uzantılarla desteklenebileceği, ekonomik genişleme, duraklama ve normal ekonomik şartlarda olmak üzere üç ayrı modelleme yaklaşımının ileri içsel kredi risk modelinin oluşturulmasında faydalı olacağı düşünülmektedir. Çalışmamızda kredi riski söz konusu döngüsel etki de göz önüne alınarak, hesaplama ekonomin üç dönemine uygun temerrüt düzeyleri ile yapılmıştır, iyimser ekonomik ortam yüksek düzeyli büyüme dönemlerini işaret ederken bu dönemde temerrüt oranlarının da düşük olacağı varsayımını ele almaktadır. Kötümser beklenti altında ise özellikle daralma ve kriz dönemlerini ele almaktadır, ortalama durum ise aşırı büyüme ve küçülme dönemini esas almayan normal durumu yansıtmaktadır. Her üç koşulda aktüeryal modelle bulunan portföy zarar tutarlarının tarihsel verilerle uyumlu olduğu görülmüştür.

Türk bankacılık sektörü verileriyle modeli test etme aşamasında, ekonomik gelişmelerin özellikle de milli gelir artış hızının temerrüt oranları üstünde oldukça etkili olduğu ve iki veri arasında % 97 düzeyinde bir korelasyon düzeyinin olduğu görülmüştür. Buradan hareketle en az ekonomik döngünün üç halini içerecek bir yaklaşımla kredi risk modelinin geliştirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Bankacılık denetim otoritesinin ileri içsel ölçüm modeli çerçevesinde ölçüm şartları arasında ekonomin içinde bulunduğu safhayla ilgili olarak yönlendirme yapması veya modeli kurup kredi riskini hesaplayacak olanların en azından milli gelirin artış hızı konusunda bir tahmini de içerecek şekilde içsel model geliştirmesinin kredi riskinin doğru ölçülmesine katkıda bulunacağı sonucuna varılmıştır.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- AKTAŞ, Ramazan. **Mali Başarısızlık Tahmin Modelleri**, Ankara:Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 1997.
- ALEXANDER, Carol. **Market Risk Analysis Volume IV: Value at Risk Models**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- ALTINTAŞ, M. Ayhan. **5411 Sayılı Bankacılık Kanunu, Basel I ve Basel II Düzenlemeleri Çerçevesinde Bankacılıkta Risk Yönetimi ve Sermaye Yeterliliği**, Ankara:Yüksel Yayınevi, 2006.
- ANDERSON, Judy Feldman ve Robert L. BROWN. **Risk and Insurance**, SOA, 2000. <http://www.soa.org>, (20/02/2008).
- ANDERSON, Raymond. **The Credit Scoring Toolkit**, Oxford University Press, New York, 2007.
- ATAN, Murat. **“Risk Yönetimi ve Türk Bankacılık Sektöründe Bir Uygulama”**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2002.
- BALTHAZAR, Laurent. **From Basel 1 to Basel 3**, New York:Palgrave Macmillan, 2006.
- BANKS, Eric. **Risk and Financial Catasrophe**, New York:Palgrave Macmillan, 2009.
- BCBS, Credit Risk Modelling: Current Practices and Applications, Basel:BIS,1999a. <http://ww.bis.org> (10/08/2009)
- BCBS, The Basel Committee’s Response to the Financial Crisis: Report to the G20, Basel:Bank for International Settlements(BIS), 2010. <http://www.bis.org> (10/12/2011)
- BDDK, **Bankaların iç Sistemleri Hakkında Yönetmelik**, Resmi Gazete, 26333, 01 Kasım 2006.

BEAN, Micheal A. **Probability:The Science of Uncertainty with Aplication to Investment, Insurance, and Engineering**, New York:Wadsworth Group, 2001.

BESSIS, Joel. **Risk Management in Banking**, 2nd Ed., New York:John Willey & Sons,2002.

BLUHM, Christian ve Ludger OVERBECK, Christoph WAGNER. **An Introduction to Credit Risk Modelling**, NewYork:Chapman&Hall/CRC,2003.

BOHN , Jeffrey R. ve Roger M. STEIN. **Active Credit Portfolio Management in Practice**, New Jersey:John Wiley & Sons, Inc., 2009.

BOLGÜN, Evren ve Barış AKÇAY. **Risk Yönetimi**, 2nci Baskı, İstanbul:Scala Yayıncılık, 2006.

BOROWIAK, Dale S. **Financial and Actuarial Statistics**, New York:Marcel Dekker, Inc., 2003.

BOWERS ve DİĞ. **Actuarial Mathematics**, 2nd Ed., Illinois:SOA, 1997.

BRANDIMARTE, Paolo. **Numerical Methods in Finance and Economics : MATLAB-Based Introduction**, 2nd Ed., New Jersey:John Wiley & Sons Ltd, 2006.

CHAPMAN, Robert J. **Tools and Techniques of Enterprise Risk Management**, London:John Wiley & Sons Ltd, 2006.

CHAVAS, Jean-Paul. **Risk Analysis in Theory and Practice**, San Diego:Elsevier Academic Press,2004.

CHERUBINI, Umberto ve DİĞ.. **Fourier Transform Methods in Finance**,West Sussex;John Wiley & Sons Ltd, ,2010.

CHERUBINI, Umberto ve Elisa LUCIANO, Walter VECCHIATO. **Copula Methods in Finance**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2004.

CHONG, Yen Yee. **Investment Risk Management**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2004.

CHRISTODOULAKIS, George ve Stephen SATCHELL. **The Analytics of Risk Model Validation**, San Diego:Elsevier Ltd., 2008.

CONDAMIN, Laurent ve Jean-Paul LOUISOT, Patrick NAIM. **Risk Quantification: Management, Diagnosis & Hedging**, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2006.

CSFB, “**Credit Risk+ A Credit Risk Management Framework**,” 1997. <http://www.csfb.com/creditrisk> (01/07/2008).

ÇABUKEL, Rıdvan. **Kredi Risk Ölçümü**, TBB Yayını, 2009.

GESTEL, Tony Van ve Bart BAESENS. **Credit Risk Management Basic Concepts: Financial Risk Components, Rating Analysis, Models, Economic and Regulatory Capital**, New York: Oxford University Press, 2009.

GOORDY, Michael B. A Comparative Anatomy of Credit Risk Models, Journal of Banking and Finance, Vol: 241-2, 2000.

GOURIEROUX, Christian ve Joann JASIAK. **The Econometrics of Individual Risk**, New Jersey:Princeton University Press, 2007.

GREGORIOU , Greg N. (Ed.) **Operational Risk Toward Basel III**, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009.

GREGORIOU, Greg N. **The Banking Crisis Handbook**, Boca Raton:Taylor and Francis Group, LLC,2010.

HECKMAN, Philip E. Ve Glenn G. MEYERS. The Calculation of Aggregate Loss Distributions from Claim Severity and Claim Count Distributions, CAS LXX, 1983.

HIBBELN, Martin. **Risk Management in Credit Portfolios**, Berlin:Springer-Verlag, 2010.

HOLTON, Glyn A. **Defining Risk**, Financial Analysts Journal, V.60, No.6, CFA Institute, 2004.

JORION, Philippe. **Financial Risk Manager Handbook GARP Risk Management Library**, 2nd Edition, New Jersey:John Wiley & Sons, Inc., 2003.

Kaas, Rob ve DİĞ. **Actuarial Theory for Dependent Risks**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2005.

KAAS, Rob ve DİĞ. **Modern Actuarial Risk Theory with R**, 2nd Ed., Boston:Springer-Verlag, 2008.

KLUGMAN, A. Stuart., Harry H. PANJER, and Gordon E. WILLMOTT. **Loss Models, From Data to Decisions**, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

KÖYLÜOĞLU, Uğur ve Andrew Hickman. **A Generalized Framework for Credit Risk Portfolio Models**, Working Paper, Oliver, Wyman & Co., 1998.

LANDO, David. **Credit Risk Modeling: Theory and Applications**, New Jersey:Princeton University Press, 2004.

Lewis, Nigel Da Costa. **Operational Risk with Excel and VBA : Applied Statistical Methods for Risk Management**, New Jersey:John Wiley & Sons Ltd, 2004.

LI, David. **"On Default Correlation: A Copula Function Approach,"** Journal of Fixed Income, Vol. 9, No. 4, 2000.

LOS, Cornelis A. **Financial Market Risk:Measurement and Analysis**, New York:Routledge, 2003.

LÖFFLER, Gunter ve Peter N. POSCH. **Credit Risk Modeling Using Excel and VBA**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2007.

LÜTKEBOHMERT, Eva. **Concentration Risk in Credit Portfolios**, Berlin:Springer-Verlag,2009.

MARKOWITZ, Hary M. **Portfolio Selection**, Journal of Finance, Vol.7, 1952.

MAZIBAŞ, Murat. Operasyonel Riske Basel Yaklaşımı: Risk Verilerine İlişkin Bir Değerlendirme, BDDK Araştırma Raporu 2005/2, Temmuz 2005.

MIKOSCH, Thomas. **Non-Life Insurance Mathematics**, 2nd Edition, New York:Springer-Verlag,2006.

MURPHY, David. **Understanding Risk: The Theory and Practice of Financial Risk Management**, London:Chapman & Hall/CRC, 2008.

NAZLIBEN, Korhan. **Some Extensions to CreditRisk+**, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uygulamalı Matematik Bilimler Master Programı, ODTÜ, 2007.

OLSON, David L. ve Wu, Desheng. **Enterprise Risk Management Models**, Heidelberg:Springer-Verlag, 2010.

ÖZÜN, Alper. ve Hasan CANDAN.(Ed.) **Bankalarda Risk Yönetimi ve Basel II**, İstanbul:Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2006.

PANJER, Harry H. **Operational Risk:Modeling Analytics**, New Jersey:John Wiley & Sons, Inc. , 2006.

RAY, Cristian. **Extreme Risk Management**, New York:The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010.

ROSEN, Dan. ve David SAUNDERS. **Risk Factor Contributions in Portfolio Credit Risk Models**, Journal of Banking. & Finance, Volume 34, Issue 2, February 2010.

SAIDENBERG, Marc ve Til SCHUERMANN. **The New Basel Capital Accord and Questions for Research**, Wharton Working Papers”, N:03-14, 2003.

SAITA, Francesco. **Value at Risk and Bank Capital Management**, London:Elsevier Inc., 2007.

SANDSTRÖM, Arne. **Handbook of Solvency for Actuaries and Risk Managers: Theory and Practice**, Florida:Chapman & Hall/CRC, 2011.

SAUNDERS, Anthony ve Allen, Linda. **Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms**, 2nd Edition , New York: John Wiley and Sons Ltd., 2002.

SCHAY, Geza. **Introduction to Probability with Statistical Applications**, Boston:Birkhauser, 2007.

SHEVCHENKO, Pavel V. **Modelling Operational Risks Using Bayesian Inference**, New York:Springer-Verlag, 2011.

SIRONI, Andrea ve Andrea RESTI. **Risk Management And Shareholders' Value in Banking : From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2007.

TEUGELS, Josef L. ve Bjorn SUNDT (Ed.), **Encyclopedia of Actuarial Science**, Chichester:John Wiley & Sons, 2004.

TİRYAKİ, Göksel. Basel Regulations, Economic Capital and Their Implications for the Turkish Banking Industry, *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 10(1), 118-133, 2009.

TİRYAKİ, Tercan ve Güneri AÇIKGÖZ. Sigortacılıkta Risklerin Sınıflandırılması, *Reasürör* sayı 63, 2006.

TSE, Yiu-Kuen. **Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods and Evaluation** New York:Cambridge University Press, 2009.

VOSE, David. **Risk Analysis**, Third Edition, West Sussex:John Wiley & Sons, Ltd, 2008.

WAGNER, Niklas. **Credit Risk: Models, Derivatives, and Management**, Florida:Chapman & Hall/CRC, 2008.

WALPOLE, Ronald E. ve DİĞ. **Probability & Statistics for Engineers & Scientists**, 8th Ed., New Jersey: Pearson Education International, 2007.

WELLS, Ron. **Global Credit Management: An Executive Summary**, West Sussex:John Wiley & Sons Ltd, 2004.

YAVUZ, S. Tanju. Aktif Pasif Yönetimi Faiz Riski Yönetimin Neresindeyiz, *Bankacılar Dergisi*, Sayı 41, 2002.

YÜKSEL, Ayhan. Bankacılıkta Kredi Riskinin Modellenmesi, BDDK Uzmanlık Tezi, 2004.