

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KAPALI BİR KAPTA DOĞAL VE MARANGONİ  
TAŞINIMININ SAYISAL İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Müh. Kadir ÇİÇEK**

**Anabilim Dalı: DENİZ ULAŞTIRMA MÜHENDİSLİĞİ**

**Programı: DENİZ ULAŞTIRMA MÜHENDİSLİĞİ**

**HAZİRAN 2008**

**KAPALI BİR KAPTA DOĞAL VE MARANGONİ  
TAŞINIMININ SAYISAL İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**Müh. Kadir ÇİÇEK**  
**(512051013)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05.05.2008**  
**Tezin Savunulduğu Tarih : 10.06.2008**

**Tez Danışmanları:**

**Doç. Dr. İ. Deha Er**

**Prof. Dr. A. Cihat BAYTAŞ**

**Diğer Jüri Üyeleri**

**Prof. Dr. Aydın ŞALCI**

**Prof. Dr. Adil YÜKSELEN**

**Doç. Dr. Ata BİLGİLİ**

**HAZİRAN 2008**

## ÖNSÖZ

Bu çalışma ile serbest yüzeyli bir kapta sıcaklık farkının etkisi ile ortaya çıkan kuvvetlerin akışkan içindeki sıcaklık dağılımı ve akış hareketlerindeki etkileri sayısal olarak incelenerek, farklı boyutsuz Rayleigh ve Marangoni sayılarındaki değişimlerin ortaya konulması hedeflenmiştir. Bu amaçlar doğrultusunda ilk olarak sıcaklık farkı ile ortaya çıkan kuvvetler tespit edilerek sistem için genel denklemler elde edilmiştir. Denklemlerin elde edilmesinden sonra uygun sayısal yöntemler ve FORTRAN programlama dili kullanılarak, incelenen sistem ile ilgili eş sıcaklık eğrileri, akım çizgileri ve hız bileşenlerinin değişimleri grafikler halinde sunulmuştur. Sunulan bu değişimler, serbest yüzeyli bir kap içindeki akışkanda ısının yayılımını, akışkanın hareketini ayrıntılı olarak ifade eder niteliktedir.

Bu tez çalışma konusunun ortaya konması, gelişip sonuçlanması ve tüm yüksek lisans öğrenimim boyunca ilgi ve yardımlarını esirgemeyen çok değerli danışmanlarım Sayın Doç Dr. İ. Deha ER ve Sayın Prof. Dr. A.Cihat BAYTAŞ'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, öğrenim hayatı boyunca, maddi manevi desteklerini, sonsuz sabır ve sevgilerini hep yanında bulduğum sevgili aileme, çalışmam boyunca bir an olsun desteğini esirgemeyen sevgili eşime minnet borçluyum.

Haziran, 2008

Kadir ÇİÇEK

## İÇİNDEKİLER

<b>KISALTMALAR</b>	<b>v</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b>	<b>vi</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b>	<b>vii</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b>	<b>ix</b>
<b>ÖZET</b>	<b>xi</b>
<b>SUMMARY</b>	<b>xii</b>
<b>1. GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2. MATEMATİKSEL MODEL</b>	<b>4</b>
2.1 Problemin Tanımlanması	4
2.2 Temel Korunum Denklemleri	6
2.2.1 Süreklilik Denklemi	6
2.2.2 Momentum Dengesi	7
2.2.3 Çevrinti Aktarım Denklemi	9
2.2.4 Enerji Denklemi	11
2.3 Ölçekleme Analizi	12
2.4 Denklemlerin boyutsuzlaştırılması	14
2.4.1 Kütle korunumu denkleminin boyutsuzlaştırılması	15
2.4.2 Çevrinti-Aktarım denkleminin boyutsuzlaştırılması	15
2.4.3 Enerji denkleminin boyutsuzlaştırılması	16
2.4.4 Çevrinti-akım fonksiyonu denkleminin boyutsuzlaştırılması	16
2.5 Sayısal Çözüm	16
2.5.1 Denklemlerin Ayrıklaştırılması	18
2.5.2 Alternating Direction Implicit (ADI) Yönteminin Tanıtılması	22
2.5.3 Çevrinti Akım Fonksiyonunun Çözümü	24
2.6 Isı Geçişi	25
2.7. Başlangıç ve Sınır Şartları	27
2.7.1 Kapalı Kap İçin Sınır Şartları	27
2.7.2 Serbest Yüzeyle Kap İçin Sınır Şartları	30
2.7.3 Serbest Yüzeyle Alt Duvarı Sabit Sıcaklıktaki Kap İçin Sınır Şartları	33
2.8 Sayısal Sonuçların Doğruluğunun Karşılaştırmalar Yapılarak Tespiti	33
2.8.1 Kapalı Kap için Karşılaştırma Sonuçları	33
2.8.2 Serbest Yüzeyle Kap İçin Karşılaştırma Sonuçları	34

<b>3. SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARININ İNCELENMESİ</b>	<b>36</b>
3.1 Kapalı Kap İçin Sayısal Sonuçlar	36
3.2 Serbest Yüzeyli Kap İçin Sayısal Sonuçlar	38
3.3 Serbest Yüzeyli Alt Duvarı Sabit Sıcaklıktaki Kap İçin Sayısal Sonuçlar	45
<b>4. SONUÇLAR</b>	<b>52</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>54</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	<b>57</b>

## **KISALTMALAR**

<b>UNCTAD</b>	: Birleşmiş Milletler Ticaret ve Gelişim Konferansı (United Nations Conference on Trade and Development)
<b>IMO</b>	: Uluslararası Denizcilik Organizasyonu(International Maritime Organization)
<b>ADI</b>	: Alternating Direction Implicit
<b>SOR</b>	: Ardışık Üst Yaklaşma (Successive Over Relaxation)

## TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
<b>Tablo 2.1.</b> Boyutsuz değişken ve Referans Büyüklükleri.....	14
<b>Tablo 2.2.</b> Farklı ayırıklaştırma yöntemlerine göre $A( P )$ fonksiyonları (Patankar,1980).....	22
<b>Tablo 2.3.</b> Ortalama Nusselt Sayılarına Göre Sonuçların Karşılaştırılması....	33
<b>Tablo 2.4.</b> $Re = 1000$ için Izgara Bağımlılığının Tespiti.....	34

## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1a : Kapalı kap için fiziksel model ve koordinat sistemi.....	5
Şekil 2.1b : Serbest yüzeyli kap için fiziksel model ve koordinat sistemi.....	5
Şekil 2.1c : Alt duvarı sabit $T_s$ sıcaklığındaki kap için fiziksel model ve koordinat sistemi.....	5
Şekil 2.2 : Sayısal Çözüm için Kullanılan Izgara Yapısı.....	17
Şekil 2.3 : Eşit Aralıklı Olmayan Izgara Yapısı.....	17
Şekil 2.4 : İki Boyutlu Kontrol Hacmi.....	18
Şekil 2.5 : ADI için İşlem Sırası (Anderson ve diğ., 1984).....	23
Şekil 2.6a : Sol Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları.....	28
Şekil 2.6b : Alt Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları.....	28
Şekil 2.7a : Sağ Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları.....	29
Şekil 2.7b : Üst Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları.....	29
Şekil 2.8 : Sıvı İçerisindeki Atomlar Arasındaki Çekim Kuvvetleri .....	30
Şekil 2.9 : Yüzey Gerilmesinin Sıcaklığa Bağlı Olarak Değişimi (Su İçin)..	31
Şekil 2.10 : Ortalama Nusselt sayılarının Behnia ve diğ. (1995) grafiksel olarak karşılaştırması.....	35
Şekil 3.1 : (a) $Ra=10^3$ , (b) $Ra=10^4$ , (c) $Ra=10^5$ , (d) $Ra=10^6$ için Eş Akım, Eş Sıcaklık, Eş Çevrinti Yükseklik Eğrileri.....	37
Şekil 3.2 : $Ra=0$ , $Ma=1000$ için sağ ve sol duvardaki ortalama Nusselt değerlerinin grafiksel gösterimi.....	38
Şekil 3.3 : $Ra=0$ , $Ma=1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	39
Şekil 3.4 : $Ra=1000$ , $Ma=1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	40
Şekil 3.5 : $Ra=10000$ , $Ma=1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	41
Şekil 3.6 : $Ra=1000$ , $Ma=-1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	42
Şekil 3.7 : $Ra = 10000$ , $Ma=-1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	43
Şekil 3.8 : Sağ duvar için farklı $Ra$ ve $Ma$ değerlerinde yerel Nusselt sayıları.....	44
Şekil 3.9 : Sol duvar için farklı $Ra$ ve $Ma$ değerlerinde yerel Nusselt sayıları.....	44
Şekil 3.10 : Farklı $Ma$ değerleri için $Nu_{ort}$ 'un $Ra$ sayısına göre değişimi.....	45
Şekil 3.11 : $Ra = 0$ , $Ma = 1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	46
Şekil 3.12 : $Ra=1000$ , $Ma=1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	47
Şekil 3.13 : $Ra=10000$ , $Ma=1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	48

<b>Şekil 3.14</b> : $Ra=1000$ , $Ma=-1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	49
<b>Şekil 3.15</b> : $Ra=10000$ , $Ma=-1000$ için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri.....	50
<b>Şekil 3.16</b> : Sağ duvar için farklı $Ra$ ve $Ma$ değerlerinde yerel Nusselt sayıları .....	51
<b>Şekil 3.17</b> : Sol duvar için farklı $Ra$ ve $Ma$ değerlerinde yerel Nusselt sayıları .....	51

## SEMBOLLER

<b>a</b>	: Ayrıklaştırma denklemleri katsayısı
<b>c<sub>p</sub></b>	: Sabit basınçta ısınma ısısı, J/(kg-K)
<b>D</b>	: Kap kenar uzunluğu, m
<b>g</b>	: Yerçekimi ivmesi, m <sup>2</sup> /s
<b>h</b>	: Isı taşınım katsayısı, W/(m <sup>2</sup> -K)
<b>k</b>	: Akışkanın ısı iletim katsayısı, W/(m-K)
<b>p</b>	: Basınç, N/m <sup>2</sup>
<b>q''</b>	: Isı akısı, W/m <sup>2</sup>
<b>S</b>	: Kaynak terim
<b>t</b>	: Zaman, s
<b>T</b>	: Sıcaklık, K
<b>u</b>	: Yatay hız, m/s
<b>U</b>	: Boyutsuz yatay hız
<b>v</b>	: Düşey hız, m/s
<b>V</b>	: Boyutsuz düşey hız
<b>x</b>	: Apsis, m
<b>X</b>	: Boyutsuz apsis
<b>y</b>	: Ordinat, m
<b>Y</b>	: Boyutsuz ordinat
<b>ΔT</b>	: Sıcaklık farkı, K
<b>Δt</b>	: Zaman adımı, s
<b>ΔX</b>	: x eksenindeki kontrol hacmi genişliği
<b>ΔY</b>	: y eksenindeki kontrol hacmi genişliği
<b>α</b>	: Akışkanın ısı yayılma katsayısı, m <sup>2</sup> /s
<b>β</b>	: Akışkanın ısı genleşme katsayısı, 1/K
<b>Γ</b>	: Aktarım katsayısı
<b>ε</b>	: Yakınsama kıstası
<b>θ</b>	: Boyutsuz sıcaklık
<b>λ</b>	: Hızlandırma parametresi
<b>μ</b>	: Dinamik viskozite, kg/(m-s)
<b>ν</b>	: Kinematik viskozite, m <sup>2</sup> /s
<b>ρ</b>	: Kütleli yoğunluk, kg/m <sup>3</sup>
<b>σ</b>	: Yüzey gerilimi, N/m
<b>σ<sub>T</sub></b>	: Yüzey gerilim sıcaklık katsayısı, N/ (m-K)
<b>τ</b>	: Boyutsuz zaman
<b>Φ</b>	: Viskoz kayıplar, W/m <sup>3</sup>
<b>φ</b>	: Genel bağımlı değişken
<b>ψ</b>	: Akım fonksiyonu, m <sup>2</sup> /s
<b>Ψ</b>	: Boyutsuz akım fonksiyonu
<b>ω</b>	: Çevrinti, 1/s
<b>Ω</b>	: Boyutsuz çevrinti

## BOYUTSUZ SAYILAR

<b>Pr</b>	: Prandtl Sayısı
<b>Ra</b>	: Rayleigh Sayısı
<b>Ma</b>	: Marangoni Sayısı
<b>Nu</b>	: Nusselt sayısı
<b>Pe</b>	: Peclet sayısı

## ALT İNDİSLER

<b>K</b>	: Kızgın
<b>S</b>	: Soğuk
<b>ort</b>	: Ortalama
<b>y</b>	: Yerel
<b>P</b>	: Merkez nokta
<b>E</b>	: Doğu yöndeki nokta
<b>W</b>	: Batı yöndeki nokta
<b>N</b>	: Kuzey yöndeki nokta
<b>S</b>	: Güney yöndeki nokta
<b>e</b>	: P ve E arasındaki kontrol hacmi yüzü
<b>w</b>	: P ve W arasındaki kontrol hacmi yüzü
<b>n</b>	: P ve N arasındaki kontrol hacmi yüzü
<b>s</b>	: P ve S arasındaki kontrol hacmi yüzü

## ÜST İNDİSLER

<b>k</b>	: İterasyon adımı
----------	-------------------

# KAPALI BİR KAPTA DOĞAL VE MARANGONİ TAŞINIMININ SAYISAL İNCELENMESİ

## ÖZET

Deniz taşımacılığı en mütevazî dönemlerinden günümüze kadar her zaman küresel taşımacılığın en önemli kolu olmuştur. Bununla beraber; deniz taşımacılığının önemi teknik ve teknolojik yenilikler, ülkelerin ekonomik gelişmelerine paralel olarak her geçen sene daha da artmaktadır. Ekonomik büyüme, endüstrileşme, teknik ve teknolojik yönden gelişimler duyulan enerji talebi ihtiyacını arttırmaktadır. 2005 yılı için duyulan enerji ihtiyacının %86'sı petrol ve türevi yakıtlardan karşılandığı tespit edilmiştir. Bu ihtiyacın karşılanmasında, yani enerji talebinin karşılanmasında kullanılan petrol ve türevlerinin ihtiyaç duyulan bölgelere transferindeki belki de en önemli taşıma yolu ise deniz yoludur. 2007 yılında uluslar arası tanker yük taşımacılığının yaklaşık olarak yirmi yedi milyar tona ulaştığı güncel verilerle ortaya konmuştur.

Petrol ve türevlerini deniz yolu ile taşınma oranının artması, taşıyan gemilerin yüz yüze geldikleri sıvı yük taşıması, çatışma, karaya oturma gibi denizsel ortamlar, ekosistemler, ve deniz canlılarını tehdit eden deniz kazalarının oluşma riski de arttırmaktadır. Bütün bu deniz kazaları sonucunda oluşan kirlilik beraberinde deniz kirliliğini önlemeye yönelik akademik araştırmalar yapılmasını, ulusal ve uluslararası platformlarda kurallar, yönetmelikler, sözleşmeler çıkarılmasını zorunlu kılmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışmanın konusu, sıvı yük taşıyan bir geminin kargo tankındaki akışkanın hareketine ve ısı transferine ışık tutabilmektir. Dolayısıyla bu tezde serbest yüzeyli bir kap için iki boyutlu olarak doğal ve Marangoni taşınımı birlikte ele alınmıştır. Tezin çözümlenmesi üç adımda gerçekleştirilmiştir; ilk adımda kapalı bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ duvar  $T_s$  sıcaklığında ve diğer duvarlar ısı geçişsiz kabul edilerek iki boyutlu olarak doğal taşınım olayı incelenmiştir. İkinci adımda ise serbest yüzeyli bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ duvar  $T_s$  sıcaklığında ve diğer duvarlar ısı geçişsiz kabul edilerek doğal ve Marangoni taşınım olayları birlikte incelenmiştir. Üçüncü ve son adımda ise serbest yüzeyli bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ ve alt duvar  $T_s$  sıcaklığında ve üst duvar ısı geçişsiz kabul edilerek doğal ve Marangoni taşınım olayları birlikte incelenmiştir. Her üç aşama içinde, Navier-Stokes denklemleri, süreklilik denklemi ve enerji denklemi sonlu hacimler yöntemi kullanılarak  $52 \times 52$ 'lik bir ızgara yapısı için çözülmüştür.

Sonuçlar, birinci ve ikinci adım için  $Pr=7$ , üçüncü adım içinse  $Pr=100$  olmak üzere, Marangoni sayısının pozitif ve negatif değerlerinde farklı Rayleigh sayısı değerlerinde akışkan akışı ve ısı transferi olayları incelenerek tartışılmıştır.

# A NUMERICAL STUDY OF COMBINED NATURAL AND MARANGONI CONVECTION IN A SQUARE CAVITY

## SUMMARY

From its modest origins, maritime transportation has always been the dominant support of global trade. Therewithal, the importance of maritime transportation increases in parallel with technologic evolutions, technical improvements and economic development of countries. High level of economic growth, industrialization, technological evolutions and urbanization for developed countries result in an increase in energy demand. It was determined that in 2005, 86% of primary energy demand in the world supplied from petroleum and derivatives. Therefore, maritime transportation is the most important transportation mode for transferring of petroleum and its derivatives to procure energy demand. With the current data illustrated that transportation of fossil fuels by seaway reached approximately twenty seven billion tons in the year 2007.

Increase in the volume of carriage of petroleum and its derivatives with maritime transportation have increased the risk of the maritime accidents such as oil spill, collision, grounding of ships that threaten to environment, ecosystems, and aquatic life. All of these accidental pollutions obligated by international authorities via by publishing international rules, regulations, conventions and acts to prevent the pollution of marine environment hence academic researches are directly focused out these issues.

Consequently, the main aim in this study is to shed light on fluid flow and heat transfer in cargo tank of ships whose carrying liquid cargo. For this reason, combined natural and Marangoni convection in a two-dimensional square cavity with a top free surface studied in this thesis. The thesis study has been accomplished with three milestones; in the first milestone, natural convection in a two-dimensional square cavity has been investigated with the left vertical wall is a constant temperature  $T_k$ , the right wall is constant  $T_s$  and all other walls are assumed adiabatic. In the second milestone, combined natural and Marangoni convection in a two-dimensional square cavity with a top free surface has been investigated with the left vertical wall is a constant temperature  $T_k$ , the right wall is constant  $T_s$ , and all other walls are adiabatic. In the third and last milestone combined natural and Marangoni convection in a two-dimensional square cavity with a top free surface has been investigated with the left vertical wall is a constant temperature  $T_k$ , the right and bottom wall is constant  $T_s$ , whilst top surface is adiabatic. For the second and third milestones, the top surface deformation and interactions with the gaseous phase are neglected. In every three steps, the Navier-Stokes, continuity and energy equations are solved using finite volume method and grids with 52 x 52 control volumes.

Results are presented  $Pr=7$  for first and second milestones,  $Pr=100$  for third milestone. The effect of positive and negative Marangoni number on the fluid flow and heat transfer at different Rayleigh numbers are considered and discussed.

## 1. GİRİŞ

Deniz taşımacılığının dünya taşımacılığındaki payı gelişen dünya ülkelerinin gereksinimleri, teknik ve teknolojik gelişmelerine paralel olarak her geçen sene daha da artmakta ve buna bağlı olarak da deniz trafiği gün geçtikçe daha yoğun bir hale gelmektedir. Gelişen dünya ülkeleri teknik ve teknolojik yönden gelişirken ihtiyaç duydukları en önemli gereksinimlerinin başında enerji ihtiyacı gelmekte ve bu enerji ihtiyacının önemli bir bölümü de petrol ve petrol türevlerinden karşılanmaktadır. Bu ihtiyacın karşılanmasında kullanılan belki de en önemli taşıma yolu ise deniz yoludur. Bu da deniz yolu ile büyük miktarlarda petrol ürünlerinin taşınmasını zorunlu kılmaktadır. United Nations Conference on Trade and Development (UNCTAD)'ın 2007 yılında yayınlamış olduğu rapora göre uluslararası tanker yük taşımacılığı 1970'de 14.420.000.000 ton iken 1980'de 18.710.000.000 ton, 2000'de 21.630.000.000 ton ve son olarak da 2006'da 26.740.000.000 tona ulaşmış bulunmaktadır (UNCTAD, 2007). Bu rapordan da anlaşılacağı üzere deniz taşımacılığında petrol ürünlerinin taşınması önemli bir paydaya sahiptir.

Her geçen sene biraz daha artan bu deniz taşımacılığının ülkelere sağlamış olduğu ekonomik getiriler büyük boyutlara ulaşmasına rağmen, çevre güvenliğimizi tehdit eder duruma gelen ve en önemli çevresel kirliliklerden biri olan deniz kirliliğindeki payı göz ardı edilemez boyutlara ulaşmış bulunmaktadır. Özellikle de taşınan yükün %50'sinden daha fazlasını sıvı yük veya tehlikeli yüklerin oluşturduğu deniz yolu taşımacılığında, sıvı yük taşımacılığının deniz kirliliği üzerindeki etkileri deniz yolu ile taşınan diğer yüklere oranla daha büyük boyutlardadır.

Dünya taşımacılığındaki önemi her geçen gün daha da artan sıvı yük taşıyan gemilerin uğradıkları sıvı yük taşıması, karaya oturma, çatışma, yangın gibi denizlerimizi tehdit eden kazalarının oluşma riski de artmaktadır. Dolayısıyla herhangi bir nedenle deniz kirliliğine sebep olan sıvı yük taşımacılığı, beraberinde birçok bilimsel çalışma ve ulusal ve uluslararası platformlarda kural ve yönetmelikler üzerinde yoğun çalışmalar yapılmasını zorunlu kılmaktadır.

Uluslararası platformda yapılan çalışmaları incelediğimizde, Uluslararası Denizcilik Örgütü'nün 1973 yılında düzenlemiş olduğu "Uluslararası Deniz Kirliliği" konferansında kabul edilen ve 1977–1978 yılları arasında gerçekleşen bir dizi tanker kazası sonucunda 1978 yılında yapılan Uluslararası Tanker Güvenliği ve Deniz kirliliği Konferansında eklenen bir protokol ve son olarak da 1997 yılında gemi kaynaklı hava kirliliği konusunda eklenen bir protokol ile bugünkü halini almış olan Gemilerden Kaynaklanan Kirliliğin Önlenmesi Hakkında Uluslararası Sözleşme'de deniz kirliliğini önlemeye yönelik ve günün gereksinimlerine göre sürekli güncellenen bir sözleşme olarak göze çarpmaktadır.

Yapılan bilimsel çalışmaları incelediğimizde, **Pallares ve diğ. (2004)** tarafından karaya oturmuş bir tanker gemisi ile ilgili bir çalışma görülmektedir. Bu çalışmada, bir tanker gemisinin taşıdığı sıvı yükün soğuma hızı sonlu hacimler yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu çalışmaya benzer bir çalışma **Oro ve diğ. (2006)** tarafından yapılmıştır. Yapılan bu çalışmada, yine karaya oturmuş bir tanker gemisi üzerindeki sıvı yükün hareketi incelenerek sıvı yükün soğuma oranı ile soğuma zamanı hesaplanmış ve bu hesaplama işlemi yapılırken de sayısal yöntemlerden faydalanılmıştır. **Grau ve diğ. (2005)** ve **Segerre-Perez ve diğ. (2007)** tarafından yapılmış olan çalışmalarda yine dikkat çeken çalışmalardır. Bu çalışmalarda, yine karaya oturmuş bir tanker gemisindeki sıvı yarı-kapalı sonlu hacimler yöntemi kullanılarak akış, ısı ve kütle transferi simülasyonları yapılmıştır. Bu çalışmalar bir tanker kazasında yük tanklarındaki sıvı yükün akış hareketleri ve ısı transferi olaylarının sayısal olarak incelenmesinin her geçen gün daha da ilgi çekici olmaya başladığını göstermektedir.

Bu amaçla, bu çalışma bir tanker gemisinin karaya oturması durumunda veya herhangi bir deniz kazası esnasında kargo tankındaki sıvı yükün hareketini incelemeye ve tank içindeki sıcaklık dağılımının ne şekilde gerçekleştiğini tespit etmeye yönelik yapılmış bir çalışmadır. Yapılan bu çalışmada ilk olarak geminin durgun halde olduğu kabulü yapılarak kargo tankı içindeki yüke etki eden kuvvetler tespit edilmiştir. Bu kuvvetlerden ilki tankın iki yüzeyi arasındaki sıcaklık farkı ve yerçekiminin etkisi ile ortaya çıkan yüzdürme kuvvetinin etkisi ile ortaya çıkan doğal taşınımıdır. Diğer bir etkin kuvvet ise tank içindeki serbest yüzeyinin varlığı ile ortaya çıkan yüzey geriliminin sıcaklık farkının da etkisi ile değişmesi ile beraber sıvı-hava arakesiti boyunca akışkan bir hareket kazanır. Akışkan üzerinde sıvı-hava

arakesiti boyunca etkili olan bu harekete de Marangoni taşınımı adı verilir. Yük üzerinde etkili olan kuvvetler tespit edildikten sonra akışkan hareketleri ve sıcaklık değişimleri sayısal olarak incelenerek FORTRAN programlama dili ile de simüle edilmiştir.

Çalışmada en doğru sonucu ulaşabilmek amacı ile problemin çözümü üç aşamalı olarak yapılmıştır. Dolayısıyla sistem, ilk olarak kapalı bir kap olarak ele alınmış ve bu şekilde çözümlenmesi yapılarak **Davis (1983a ve 1983b)**, **Gebhart ve diğ. (1988)** ve **Singh ve diğ. (1999)**'in çalışmaları ile karşılaştırmalar yapılarak gerek sayısal çözümün gerekse programlamanın doğruluğu tespit edildikten sonra sistem serbest yüzeyli bir kap olarak ele alınmış ve incelenmiştir. Sistem serbest yüzeyli olarak incelenirken ise **Behnia ve diğ.(1995)**, **Bergman ve Ramadhyani (1986)**, **Bergman ve Keller (1988)**, **Bücker ve Peric (1988)**, **Carpenter ve Homsy (1989)**, **Jue (1988)**, **Naimi ve diğ. (2000)**, **Okano ve diğ. (1988)** ve **Villers ve Platten (1992)** serbest yüzey problemi üzerinde yapmış oldukları çalışmalarından faydalanılarak ele alınan sistemin çözümünde en doğru yol seçilmeye çalışılmıştır. Çalışmanın son aşamasında ise ilk iki durumda alt duvar için kabul edilen ısı geçişsiz sınır şartı kaldırılarak sabit sıcaklık sınır şartı üzerinden çözümü yapılmıştır.

Bu çalışmada her üç aşama için de kütle korunumu, enerji denklemleri ve Navier-Stokes denklemleri yerine bu denklemlerin dönümlü (curl-rotasyonel) alınarak çevrinti-aktarım (Vorticity Transport) denklemi ve çevrinti-akım denklemleri elde edilmiştir. Eldeki mevcut tüm denklemler boyutsuzlaştırılarak sonlu hacimler yöntemine göre sayısal olarak çözümlenmiştir.

Akım fonksiyonu ile çevrinti fonksiyonu arasındaki bağıntıyı ifade eden Poisson denklemi, Ardışık Üst Yakınsama (Successive Over Relaxation - SOR) yöntemiyle çevrinti ve enerji denklemleri Alternatif Direction Implicit (ADI) ile beraber çözülmektedir. Bu denklemlerdeki zamana bağlı türevler ileri farklarla, diğer türevler ise merkezi farklara göre açılmasıyla elde edilmektedir (**Roache, 1988**). Olayı etkileyen boyutsuz Rayleigh (Ra), Prandtl (Pr) ve Marangoni (Ma) sayıları olup  $Pr=1, 7, 10^2$ ,  $Ra=0, 10^3, 10^4$  ve  $Ma=-10^3-10^3$  değerleri için sonuçlar incelenmiştir.

Değişik Ra ve Ma sayılarında sıcaklık eş yükseklik eğrileri, akım çizgileri ve hız vektörleri verilmiştir. Ayrıca ısı geçişi hesabı yapılarak ortalama Nusselt sayıları hesaplanmış ve grafiksel olarak gösterilmiştir.

## 2. MATEMATİKSEL MODEL

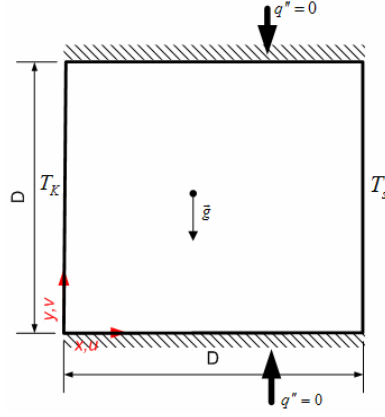
Matematiksel model, bir işlemi veya olayı matematiksel terimlerle açıklayan bir formüller dizisidir. Diğer bir ifadeyle, gerçeği matematiksel bir dil ile ifade etmeye yardım eden işlem ve düşünce şekline “matematiksel modelleme” denilmektedir.

Deneysel olarak ele alınmasında zorlukların olduğu her türlü sistemin incelenmesinde matematiksel modellemeye başvurulmaktadır. Bu nedenle esas olarak bir olayın fiziksel gerçeğini anlamak ve sistemin değişik koşullarındaki davranışlarını tespit etmede bir araç olarak matematiksel modeller kullanılmaktadır.

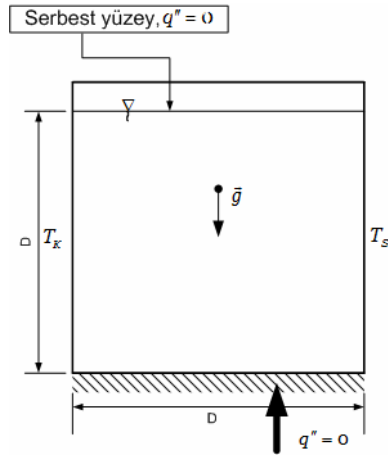
Matematiksel modeller sistemlerin ya da çözülmek istenen problemlerin gereksinimlerine göre değişkenlik gösterebilirler; başka bir deyişle, her bir problem için farklı bir matematiksel model oluşturulabilir. Dolayısıyla, bu bölümde problemin çözümüne uygun bir matematiksel model oluşturulacaktır. Modellemeye ilk olarak problemin tanımlanması ile başlanacaktır.

### 2.1 Problemin Tanımlanması

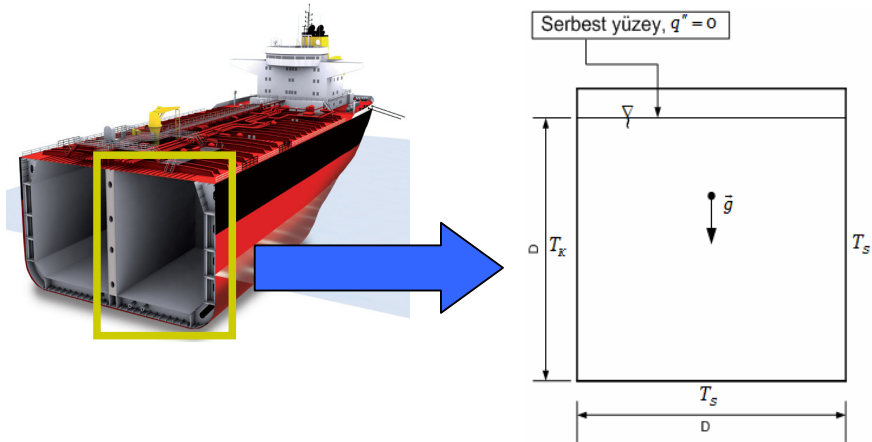
İncelenen problem ilk durumda şekil 2.1a’da gösterildiği gibi üst ve alt duvarları ısı geçişsiz, sol duvarı sabit  $T_k$ , sağ duvarı sabit  $T_s$  sıcaklığında ( $T_k > T_s$  olmak üzere), bir kenarının uzunluğu  $D$  olan kare bir kap olarak ele alınmıştır. İkinci durumda ise kap şekil 2.1b’de gösterildiği gibi serbest yüzeyli olarak ele alınmıştır. Serbest yüzeyli kabın alt duvarı ısı geçişsiz, sol duvarı sabit  $T_k$ , sağ duvarı sabit  $T_s$  sıcaklığında, üst duvarı serbest yüzeyli ve bir kenarının uzunluğu  $D$  olan kare bir kap olarak ele alınmıştır. Üçüncü ve son durumda ise şekil 2.1c’de ortadan kesiti gösterilmiş bir sıvı yük gemisinin yük tankı dikkate alınarak üst duvarı serbest yüzeyli, sol duvarı sabit  $T_k$ , alt ve sağ duvarı sabit  $T_s$  sıcaklığında bir kenarının uzunluğu  $D$  olan kare bir kap ele alınmıştır. Ayrıca, her üç sistem için de düşey  $y$  yönündeki hız bileşeni  $v$ ; yatay  $x$  eksenine yönündeki hız bileşeni ise  $u$  ile gösterilmektedir.



Şekil 2.1a: Kapalı kap için fiziksel model ve koordinat sistemi



Şekil 2.1b: Serbest yüzeyli kap için fiziksel model ve koordinat sistemi



Şekil 2.1c: Serbest yüzeyli ve alt duvarı  $T_s$  sıcaklığındaki kap için fiziksel model ve koordinat sistemi

Şekil 2.1a ve şekil 2.1b ve şekil 2.1c'de gösterilen fiziksel modellere uygun olan temel korunum denklemleri her üç durum için de bölüm 2.2'de ele alınacaktır.

## 2.2 Temel Korunum Denklemleri

Her üç durum için kullanılan temel korunum denklemleri aynı olup sırasıyla süreklilik denklemi, momentum dengesi denklemi ve enerji denklemleri ifade edilecektir.

Bütün korunum denklemleri iki boyutlu olarak ele alınmaktadır. İki boyutlu akışın üçüncü boyuta paralel olduğu kabul edilerek üçüncü boyut ihmal edilmektedir. Tüm korunum denklemleri zaman bağlı ve laminer akış için ele alınmaktadır.

### 2.2.1 Süreklilik Denklemi

Yoğunluğu  $\rho$  olan ve  $v$  hızıyla hareket eden bir akışkan için ( $x$ ) ekseni yönündeki hız bileşenini ( $u$ ) ile ( $y$ ) ekseni yönündeki hız bileşenini ( $v$ ) ile ifade edilirse genel kütle korunum denklemi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Elde ettiğimiz bu denklemi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho)}{\partial y} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.2)$$

veya,

$$\frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.3)$$

şeklinde de ifade edebiliriz.

Denklem 2.1'deki diferansiyel haldeki toplam kütle denkliği, aynı zamanda, herhangi bir yöndeki akımın diğer yönlerdeki akımdan bağımsız olamayacağıının bir ifadesidir. Bu nedenle genellikle süreklilik denklemi olarak bilinir (Uysal, 2003). Akış problemlerinin çözümünde kullanılan 3 ana denklemden biridir.

Denklem 2.3'ü sıkıştırılmaz ve iki boyutlu bir akışkan için düzenlediğimizde,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilir.

## 2.2.2 Momentum Dengesi

Momentum korunumunu ifade eden temel denklem vektörel olarak,

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Denklem 2.5'i problemimiz için kartezyen koordinatlarda ve de iki boyutlu olarak ele alacağız. Bu durumda Navier-Stokes denklemleri olarak da bilinen denklem 2.5'deki momentum denklemi (x) ve (y) eksenleri yönünde yeniden yazılacak olursa (x) eksenini yönündeki momentum korunum denklemi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.6)$$

şeklinde yazılır. (y) eksenini yönündeki momentum korunum denklemi ise,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - g \quad (2.7)$$

şeklinde yazılır. Bu denkleme, düşey yönde ve yoğunluk farkından ileri gelen bir yüzdürme (Buoyancy) kuvveti ilave edilmesi gerekmektedir.

Denklem 2.7'deki p basınç terimi, açık hava basıncı  $p_h$ , akışkan hareketinden doğan dinamik basınç  $p_m$  ve herhangi bir y derinliğindeki sıvı basıncı  $\rho_o g \bar{y}$  ifadelerinin toplamıdır.

$$p = p_h + p_m + \rho_o g \bar{y} \quad (2.8)$$

Denklem 2.7, denklem 2.8'in yardımı ile yeniden düzenlenecek olursa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -g - \frac{1}{\rho_o} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (p_h + p_m + \rho_o g y) + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{g}{\rho_o} (\rho_o - \rho) - \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p_m}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

halini alır.

Denklem 2.9'daki  $\rho_o$  akışkan içinde sıcaklığı  $T_o$  olan bölgenin yoğunluğunu göstermektedir. Denklem 2.9'un sağ tarafındaki ilk terim yüzdürme kuvvetini göstermekte ve bu terimdeki yoğunluğun değişken, diğer terimlerde ise sabit olduğu varsayımı yapılmaktadır ki, bu da Oberbeck-Boussinesq yaklaşımı olarak bilinmektedir (**Gray ve Giorgani, 1976**).

Akışkan yoğunluğunun sabit basınç altında sıcaklığa bağlı değişimini ifade eden termodinamik özellik,

$$\beta = -\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \quad (\text{K}^{-1}) \quad (2.10)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Hacimsel ısı genleşme katsayısı gaz ve sıvı bir çok akışkan için  $10^{-4}$ - $10^{-3}$  mertebelerindedir. Dolayısıyla küçük bir sıcaklık değişimi karşısında akışkan yoğunluğundaki değişim de küçük olmaktadır  $\left( \frac{\Delta \rho}{\rho} < \%1 \right)$ . Ancak akışkan yoğunluğundaki bu değişim küçük olmakla beraber yüzdürme (Buoyancy) terimi için önemlidir.

Isıl genleşme katsayısı,  $\rho$  yoğunluğunda ve  $T$  sıcaklığındaki ortamda bulunan akışkan için,

$$\beta = -\frac{1}{\rho_o} \left[ \frac{\rho_o - \rho}{T_o - T} \right] \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Denklem 2.11'deki tanımdan,

$$\rho_o - \rho = \rho_o \beta (T - T_o) \quad (2.12)$$

ifadesi elde edilir.

Denklem 2.12'nin yardımıyla, denklem 2.9 yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_m}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_o) \quad (2.13)$$

şeklinde y eksenini yönündeki momentum denklemi elde edilir.

Denklem 2.6 ve denklem 2.13'deki momentum denklemlerinde, hız vektörünün yatay ve düşey bileşenleri (u), (v) ve bir de basınç gradyanı olmak üzere üç bilinmeyen ve bu üç bilinmeyen karşı x ve y eksenleri yönündeki momentum denklemleri mevcut bulunmaktadır.

Basınç gradyanını yok ederek bilinmeyen sayısını ikiye indirmek amacıyla Navier-Stokes denklemlerinin dönülü (curl-rotasyon) alınmaktadır. Bunun sonucunda da çevrinti-aktarım denklemi elde edilmektedir.

### 2.2.3 Çevrinti Aktarım Denklemi

$M_x$  ve  $M_y$  sırasıyla x ve y eksenini yönündeki momentum denklemlerini ifade edecek olursa çevrinti-aktarım denklemi için aşağıdaki tanım yapılabilir,

$$\text{Çevrinti aktarım denklemi } (\vec{\omega}) = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ M_x & M_y & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Bu tanıma göre y eksenini yönündeki momentum denklemini x'e göre, x eksenini yönündekinin de y'e göre türevlerinin farkı çevrinti aktarım denklemini verecektir.

Denklem 2.13'deki y eksenini yönündeki momentum denkleminin x'e göre türevini alındığında,

$$\frac{\partial}{\partial x} M_y = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2.15a)$$

denklemi elde edilir. Benzer şekilde denklem 2.6'daki x eksenini yönündeki momentum denkleminin de y'ye göre türevini alındığında,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} M_x = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + v \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.15b)$$

denklemini elde edilir.

Denklem 2.14'deki çevrinti aktarım denklemini tanımına göre denklem 2.15a denklem 2.15b'den çıkartılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + u \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \\ v \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -g\beta \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right] \\ + v \left[ \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y \partial x^2} - \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

şeklindeki denklem elde edilir.

Çevrinti, akış alanı yardımıyla,

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & 0 \end{bmatrix} = \vec{\omega} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.17a)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu tanımdan yola çıkarak denklem 2.16 denklem 2.4'den de faydalanılarak yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \nabla^2 \omega + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.17b)$$

şeklinde elde edilir. Kütlelerin korunumu ilkesinden dolayı eşitliğin sol tarafındaki ikinci terim sıfır olur. Buna göre denklem 2.17b yeniden düzenlenirse çevrinti aktarım denklemini,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \nabla^2 \omega + g\beta \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.18)$$

olarak elde edilir.

Yatay ve düşey yönlerdeki hız bileşenleri akım fonksiyonu  $\psi$ 'ye bağlı olarak,

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{ve} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.19)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Denklem 2.17a'da verilen çevrinti tanımından,  $\psi$  akım fonksiyonu ile çevrinti arasında bir bağıntı yazmak mümkün olur. Sonuçta,

$$\omega = -\nabla^2 \psi \quad (2.20)$$

bağıntısı yazılabilir.

#### 2.2.4 Enerji Denklemi

Enerji denklemi, Termodinamiğin 1.yasasından diferansiyel olarak elde edilerek aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + \mu \Phi \quad (2.21)$$

Buradaki  $\Phi$  viskoz kayıplar sonucundaki enerji kayıp terimidir. Bu kayıp, akışkanın viskozitesinin sebep olduğu enerji kaybıdır. Ses üstü akışta sınır tabakada önem kazanır ve burada ihmal edilmiştir.

$\alpha$ , ısı yayılma katsayısı için,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

tanımı yapılırsa denklem 2.21,

$$\alpha \nabla^2 T = \frac{DT}{Dt} \quad (2.22)$$

şeklini alır.

Enerji denklemi kartezyen koordinatlarda iki boyutlu olarak yazılacak olursa,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (2.23)$$

olarak elde edilir. Denklem 2.23'ün sol tarafındaki ilk terim ısıl ataleti, ikinci ve üçüncü terimler taşınım terimlerini göstermektedir. Aynı denklemin sağ tarafındaki terim ise ısı iletimini ifade etmektedir.

İfade edilen temel korunum denklemleri problemin çözümünde kullanılmadan önce boyutsuzlaştırılacaktır.

### 2.3 Ölçekleme Analizi

Ölçekleme analizi bir değişken hakkında en küçük birim içerisinde en çok bilgiyi elde etmede önerilebilecek bir yöntemdir. Genellikle ölçekleme analizi boyut analizi ile karıştırılmaktadır. Boyut analizi, göz önüne alınan bir fiziksel olayı etkileyen değişkenlerin sayısını ve karmaşıklığını azaltmak için kullanılan bir yöntemdir. Oysa ölçekleme analizi, temelde ısı transferinde ilgili değişkenlerin büyüklüklerinin mertebesini tahmin etmek amacı ile uygulanmaktadır (**Bejan, 1995**). Bunun anlamı, söz konusu değişkenlerden biri zorlamalı taşınımdaki sınır tabaka kalınlığı ise, burada ölçekleme analizinin amacı sınır tabaka kalınlığının metre mi yoksa milimetre cinsinden mi olduğunu belirtmektedir (**Bejan, 1995**).

İncelenen problemde x ve y uzunlukları için referans uzunluk olarak kabın kenar uzunluğu olan D esas alınacaktır.

$$x \sim D$$

$$y \sim D$$

Aşağıda ifade edildiği gibi yatay ve düşey yöndeki hız bileşenleri için referans büyüklük, enerji denklemindeki taşınım terimi ile iletim terimi arasında bir karşılaştırma yapılarak elde edilebilir.

u hız bileşeni için

$$u \frac{\partial T}{\partial x} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$u \frac{\Delta T}{D} \sim \alpha \frac{\Delta T}{D^2} \Rightarrow \boxed{u \sim \frac{\alpha}{D}}$$

v hız bileşeni için

$$v \frac{\partial T}{\partial y} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$v \frac{\Delta T}{D} \sim \alpha \frac{\Delta T}{D^2} \Rightarrow \boxed{v \sim \frac{\alpha}{D}}$$

Yapılan karşılaştırmalar sonucunda  $u \sim \frac{\alpha}{D}$  ve  $v \sim \frac{\alpha}{D}$  şeklinde yatay x eksenini yöündeki u hız bileşeni ve düşey y eksenini yöündeki v hız bileşeni için birer referans büyüklük elde edilir.

Akım fonksiyonu  $\Psi$  için referans büyüklük elde etmek istediğimizde  $u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$  eşitliğinden faydalanabiliriz. Bu durumda akım fonksiyonu için referans büyüklük,

$$u \sim \frac{\Psi}{D} \rightarrow \Psi \sim u \cdot D$$

$$\Psi \sim \frac{\alpha}{D} \cdot D \Rightarrow \boxed{\Psi \sim \alpha}$$

olarak elde edilir.

Çevrinti için referans büyüklük aşağıda gösterildiği gibi Poisson denkleminin üzerinden elde edilebilmektedir.

$$\omega = -\nabla^2 \Psi$$

$$\omega \sim \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$\omega \sim \frac{\Psi}{D^2} \Rightarrow \boxed{\omega \sim \frac{\alpha}{D^2}}$$

Zaman değişkeni için olayın başlangıcında henüz taşınım başlamadığından, bu esnada ısı atalet ve iletimin etkili olduğu düşünülerek bu iki terim arasında aşağıda yapılan karşılaştırma ile,

$$\frac{\partial T}{\partial t} \sim \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{\Delta T}{t} \sim \alpha \frac{\Delta T}{D^2} \Rightarrow \boxed{t \sim \frac{D^2}{\alpha}}$$

şeklinde bir referans büyüklük elde edilir.

Sıcaklık için elde etmeye çalışılan referans büyüklük de kızgın ve soğuk duvar arasındaki sıcaklık farkından faydalanarak,

$$\theta \sim \frac{T - T_s}{\frac{T_K - T_s}{\Delta T}}$$

$$\theta \sim \frac{T}{\Delta T} - \frac{T_s}{\Delta T} \Rightarrow \boxed{T \sim \Delta T \cdot \theta + T_s}$$

olarak elde edilir.

Elde edilen tüm referans büyüklükler değişkenlerine göre aşağıdaki tablo 2.1’de özetlenmiştir.

**Tablo 2.1:** Boyutsuz değişken ve Referans Büyüklükleri

Değişkenler	Referans Büyüklüğü	Boyutsuz Değişken
x	D	$X = x / D$
y	D	$Y = y / D$
u	$\alpha / D$	$U = u D / \alpha$
v	$\alpha / D$	$V = v D / \alpha$
$\omega$	$\alpha / D^2$	$\Omega = \omega D^2 / \alpha$
$\psi$	$\alpha$	$\Psi = \psi / \alpha$
T	$\Delta T$	$\theta = \frac{T - T_s}{\Delta T}$
t	$D^2 / \alpha$	$\tau = t \alpha / D^2$

Tüm elde edilen bu boyutsuz değişkenler yardımı ile temel korunum denklemleri boyutsuz hale getirilmektedir.

#### 2.4 Denklemlerin boyutsuzlaştırılması

Denklemleri boyutsuz hale getirmemizdeki nedenler; problemi etkileyen değişkenlerin sayısını ve karmaşıklığını azaltmak ve zamandan tasarruf sağlamaktır. Bu bölümde kütle korunum denklemi, çevrinti-aktarım denklemi, enerji korunum denklemi ve çevrinti-akım fonksiyonu denklemi tablo 2.1’de ifade edilmiş olunan boyutsuz değişkenler kullanılarak boyutsuzlaştırılacaktır.

#### 2.4.1 Kütle korunumu denkleminin boyutsuzlaştırılması

Kütle korunum denklemi tablo 2.1'deki boyutsuz değişkenler kullanılarak aşağıdaki gibi boyutsuz hale getirilir. Böylelikle,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$\frac{\partial(U \cdot \alpha / D)}{\partial(X \cdot D)} + \frac{\partial(V \cdot \alpha / D)}{\partial(Y \cdot D)} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.24)$$

boyutsuz kütle korunumu denklemi elde edilir.

#### 2.4.2 Çevrinti-Aktarım denkleminin boyutsuzlaştırılması

Çevrinti-aktarım denklemi, tablo 2.1'deki boyutsuz değişkenler kullanılarak aşağıdaki gibi boyutsuz hale getirilerek,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \nabla^2 \omega + g \beta \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \text{Pr} \cdot \left[ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right] + Ra \cdot \text{Pr} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2.25)$$

şeklinde boyutsuz çevrinti transport denklemi elde edilir. Denklem 2.25'de görülen boyutsuz Rayleigh ve Prandtl sayıları,

Rayleigh (Ra) sayısı,

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T D^3}{\nu \alpha} \quad (2.26)$$

Prandtl (Pr) sayısı,

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

şeklinde ifade edilirler.

### 2.4.3 Enerji denkleminin boyutsuzlaştırılması

Enerji denklemi, tablo 2.1'deki boyutsuz değişkenler yardımıyla boyutsuz hale getirilerek,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]$$
$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \nabla^2 \theta \quad (2.27)$$

şeklinde boyutsuz enerji denklemi elde edilir.

### 2.4.4 Çevrinti-akım fonksiyonu denkleminin boyutsuzlaştırılması

Çevrinti-akım fonksiyonu denklemi, tablo 2.1'deki boyutsuz değişkenler yardımıyla boyutsuz hale getirilerek,

$$\omega = -\nabla^2 \psi$$
$$-\Omega = \nabla^2 \Psi \quad (2.28)$$

şeklinde boyutsuz çevrinti-akım fonksiyonu denklemi elde edilir.

Akım fonksiyonu ve hız ilişkisi,

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

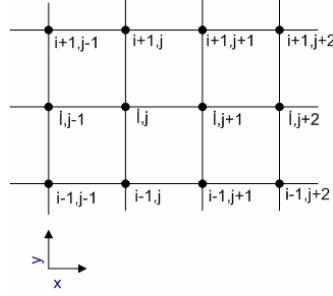
olarak ifade edilebilir.

## 2.5 Sayısal Çözüm

Isı geçişi problemlerinin çözümlerinde analitik ve sayısal çözüm yöntemleri kullanılmaktadır. Analitik çözüm yöntemleri daha çok basit geometriler için tercih edilirler. Sayısal çözüm yöntemleri ise genellikle, çok tekrarlamalı ve karmaşık problemleri kabul edilebilir bir yaklaşıklıkla, çok hızlı ve işlem hatası yapmadan çözebilmesi nedeniyle daha karmaşık geometriler için tercih edilen yöntemlerdir. Sayısal çözüm yöntemleri içerisinde en çok başvurulan yöntemlerden biri de sonlu farklar yöntemidir. Bu yönteme göre akış ve ısı transferini tanımlayan boyutsuz korunum ve çevrinti-aktarım denklemleri (denklem 2.24–2.28) kontrol hacmi yaklaşım yapılarak ayrıklaştırılmıştır. Kontrol hacmi yaklaşımı uygulanarak yapılan

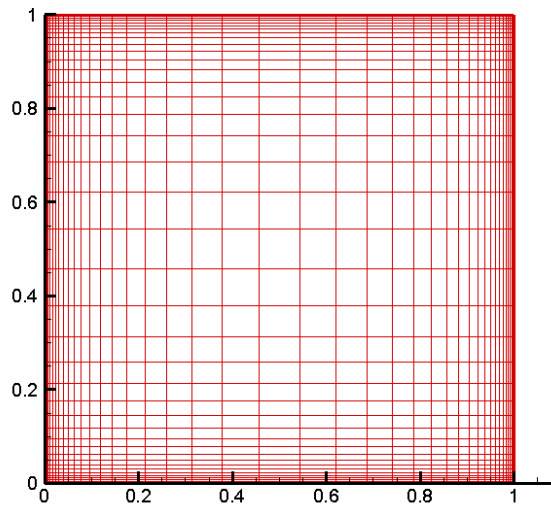
ayrıklaştırma sonucu kütle, çevrinti-aktarım ve enerji korunumu sadece seçilen kontrol hacminde değil, tüm çözüm alanında da sağlanmaktadır (**Patankar, 1980 ve Baytaş, 2004**).

Kontrol hacmi yaklaşımının uygulanması için çözüm alanı, yatay ve düşey doğrultularda çizilen ızgaralarla dörtgensel bölgelere ayrılır. Şekil 2.2’de ızgara yapısı verilen fiziksel sistem, x ve y ekseninde eşit düğüm sayılarından oluşmaktadır.



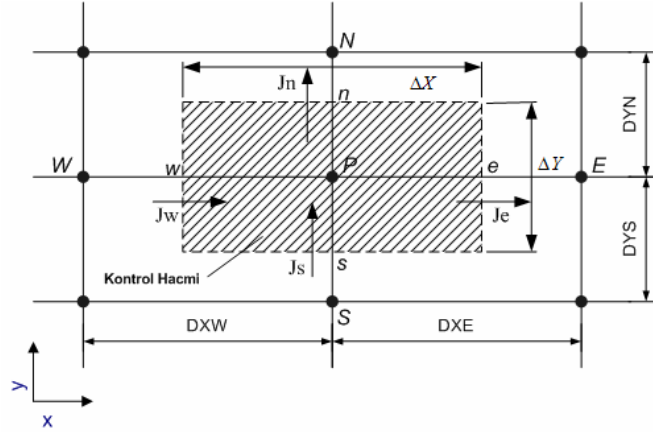
**Şekil 2.2** : Sayısal Çözüm İçin Kullanılan Izgara Yapısı

Bu çalışmada şekil 2.3’de görüldüğü gibi sınırlarda eşit aralıklarda olmayan ızgara yapısı kullanılmıştır. Çünkü sınırlarda hız ve sıcaklık gradyanları maksimumdur. Bu sebeple sonuçların doğruluğunu arttırmak amacıyla eşit aralıklı olmayan ızgara yapısı kullanılmıştır. Eşit aralıklı olmayan ızgara yapısı üretmek için  $s_{i+1} = s_i + \alpha_s^i \Delta$  bağıntısı kullanılmıştır (**Baytaş, 1996**).



**Şekil 2.3** : Eşit Aralıklı Olmayan Izgara Yapısı

Izgaraların kesişmesiyle oluşan her ızgara noktası etrafında bir kontrol hacmi belirlemek mümkündür. Seçilen herhangi bir ızgara noktasının tüm komşu düğümler arasındaki orta noktalar belirlenip bu noktalar üzerinden çizilebilen yeni dörtgensel bölge, o düğüme ait kontrol hacmini oluşturmaktadır. Bu şekilde belirlenen iki boyuttaki bir kontrol hacmi şekil 2.4'de taralı bölge olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : İki Boyutlu Kontrol Hacmi

Seçilen kontrol hacminin merkezindeki düğüm noktası, o kontrol hacmine ait sıcaklık, akım fonksiyonu, çevrinti gibi tüm bağımlı değişkenlerin özelliklerini temsil eder. Kontrol hacminin bu şekilde belirlenmesinden sonra ayrıklaştırılacak olan korunum denklemleri düzenlenerek seçilen kontrol hacmi üzerinden integrali alınmaktadır.

Korunum ve çevrinti aktarım denklemlerindeki zamana bağlı türevler ileri farklarla denklem 2.25 ve denklem 2.27'deki doğrusal olmayan (non-linear) taşınım terimleri Power-Law şemasına göre lineerleştirilerek ayrıklaştırılacaktır (Patankar, 1980). Diğer türevler ise merkezi farklara göre açılmıştır.

### 2.5.1 Denklemlerin Ayrıklaştırılması

$\phi$  bir bağımlı değişkeni,  $\Gamma$  aktarım (transport) katsayısını ve  $S'$ 'de kaynak terimini ifade etmek üzere,

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \Gamma \cdot \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right] + S \quad (2.29)$$

şeklinde yazılan genel parabolik denklem, toplam akı terimleri yardımıyla,

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} = S \quad (2.30)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada  $J_x$ , x yönündeki taşınım ve difüzyondan ileri gelen akıların toplamını ifade etmektedir. Başka bir deyişle, düşey y eksenine paralel yüzeylerden geçen toplam akı olarak tanımlanabilir.

Benzer şekilde  $J_y$  de yatay x eksenine paralel  $\Delta X$  yüzeylerinden dik y yönünde geçen toplam akıyı ifade eder. Buna göre,

$$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

şeklinde yazılmaktadır. Denklem 2.29'da,

$$\phi = \Omega$$

$$\Gamma = \text{Pr}$$

$$S = Ra \cdot \text{Pr} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} \text{ (Yüzdürme terimi)}$$

olarak tanımlanırsa denklem 2.29 çevrinti aktarım denklemini ifade eder. Yine aynı denklemde,

$$\phi = \theta$$

$$\Gamma = 1$$

$$S = 1$$

eşitlikleri kullanılırsa, denklem 2.29 enerji denklemi olacaktır. Şekil 2.3'deki kontrol hacmi üzerinden denklem 2.30 integrali alınarak ayrıklaştırılırsa, (**Patankar, 1980**)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial \theta}{\partial \tau} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_x}{\partial X} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial J_y}{\partial Y} dx dy d\tau = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S dx dy d\tau$$

$$\left( \phi_p^{t+\Delta t} - \phi_p^t \right) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + J_e - J_w + J_n - J_s = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S dx dy d\tau \quad (2.31)$$

şeklini alır.

Burada  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  ve  $J_s$ ; kontrol hacmi yüzeylerinden geçen integrale edilmiş toplam akıları göstermektedir.

e noktasının bulunduğu ara yüzey üzerindeki toplam akı,

$$J_e = \int J_x dy$$

şeklinde ifade edilir. Diğer yüzeyler içinde benzer tanımlama yapılabilir.

Aynı şekilde süreklilik denklemi de seçilen kontrol hacmi üzerinden integrali alındığında,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial U}{\partial X} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial V}{\partial Y} dx dy d\tau = 0$$

$$(U_e - U_w) \Delta Y \Delta \tau + (V_n - V_s) \Delta X \Delta \tau = 0 \quad (2.32)$$

elde edilir.

Her bir kontrol hacmi yüzeyindeki debi  $F = \text{Hız} \times \text{Kesit}$  tanımından yola çıkılarak,

$$\begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y \\ F_w &= U_w \Delta Y \\ F_n &= V_n \Delta X \\ F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \quad (2.33)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada ara yüzey noktalarındaki hızlar, komşu iki düğüm noktasındaki hız değerlerinin aritmetik ortalaması alınarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{U_E + U_P}{2} & V_n &= \frac{V_N + V_P}{2} \\ U_w &= \frac{U_W + U_P}{2} & V_s &= \frac{V_S + V_P}{2} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Denklem 2.32, denklem 2.33'den faydalanarak yeniden düzenlendiğinde,

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (2.35)$$

şeklinde yazılır. Bu denklem, P düğüm noktasında bağımlı değişkeni ifade eden  $\phi_p$  terimi ile çarpılarak denklem 2.31'den çıkarıldığında

$$\begin{aligned}
& \frac{\phi_p^{t+\Delta t} - \phi_p^t}{\Delta \tau} \Delta X \Delta Y + (J_e - F_e \phi_p) - (J_w - F_w \phi_p) + (J_n - F_n \phi_p) - (J_s - F_s \phi_p) \\
& = \int \int_{w \ s}^e \ S dX dY
\end{aligned} \tag{2.36}$$

denklemini elde edilir.

Denklem 2.36'da aşağıdaki gibi tanımlar,

$$\begin{aligned}
(J_e - F_e \phi_p) &= a_E (\phi_p - \phi_E) \\
(J_w - F_w \phi_p) &= a_W (\phi_p - \phi_W) \\
(J_n - F_n \phi_p) &= a_N (\phi_p - \phi_N) \\
(J_s - F_s \phi_p) &= a_S (\phi_p - \phi_S)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

yapılarak **Patankar (1980)** düzenlenir ve  $\phi^{t+\Delta t}$  için  $\phi$  ve  $\phi^t$  için  $\phi^o$  kabulü yapılırsa,

$$\begin{aligned}
& \frac{(\phi_p - \phi_p^o)}{\Delta \tau} \Delta X \Delta Y = a_W (\phi_p - \phi_W) - a_E (\phi_p - \phi_E) + a_S (\phi_p - \phi_S) - a_N (\phi_p - \phi_N) \\
& + \int \int_{w \ s}^e \ S dX dY
\end{aligned} \tag{2.38}$$

şeklinde elde edilir.

Bu denklemdeki katsayılar,

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \\
a_W &= D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \\
a_N &= D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \\
a_S &= D_s A(|P_s|) + [F_s, 0]
\end{aligned} \tag{2.39}$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_w} \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta Y}{(\delta X)_n} \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta Y}{(\delta X)_s}$$

ve boyutsuz Peclet sayıları,

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

şeklinde tanımlanmaktadır (**Patankar, 1980**).

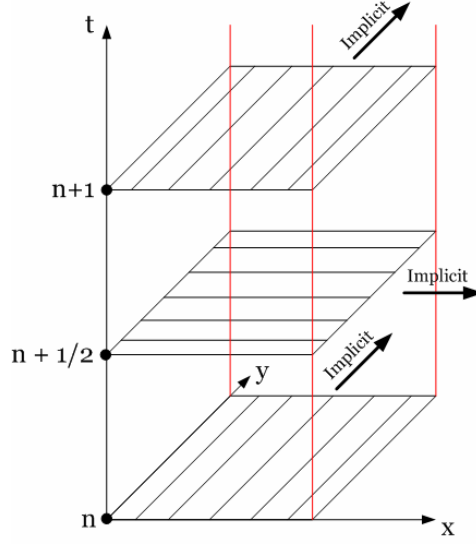
**Tablo 2.2:** Farklı ayrıklaştırma yöntemlerine göre  $A(|P|)$  fonksiyonları (**Patankar,1980**)

YÖNTEM	$A( P )$
Merkezi farklar	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\llbracket 0, 1 - 0.5 P  \rrbracket$
Power-Law	$\llbracket 0, (1 - 0.5 P )^5 \rrbracket$
Exponential (Exact)	$ P  / [\exp( P ) - 1]$

Katsayıların tanımında verilen  $A(|P|)$  fonksiyonu kullanılacak yönteme göre tablo 2.2'den seçilmektedir. Bu çalışmada, doğrusal olmayan parabolik korunum denklemlerindeki, doğrusal olmamayı meydana getiren taşınım terimleri Power-Law şemasına göre doğrusallaştırılmıştır. Denklem 2.25 ve denklem 2.27, Peaceman ve Rachford tarafından yeni bir yöntem olarak geliştirilen Alternating Direction Implicit (ADI) yöntemiyle çözülmektedir. Bu çalışmadaki gibi doğal taşınım problemlerinin çözümü için ADI yönteminin çok uygun sonuçlar verdiği **Davis (1983a)**, **Davis (1983b)** birçok çalışmada gözlenmektedir.

### 2.5.2 Alternating Direction Implicit (ADI) Yönteminin Tanıtılması

Ayrıklaştırılmış korunum denklemlerini ADI yöntemi ile çözmek için önce zaman adımı ( $\Delta t$ ) iki eşit zaman dilimine bölünür. Şekil 2.5'deki şemaya göre  $n$  ile gösterilen  $t$ 'inci zamana,  $n+1/2$  ( $\Delta t/2$ ) inci zaman adımına ve  $n+1$  adımda  $\Delta t$  zaman dilimine karşılık gelmektedir.



Şekil 2.5 : ADI için İşlem Sırası (Anderson ve diğ., 1984)

Yine şekil 2.5’de gösterildiği gibi korunum denklemleri, ilk yarı zaman adımı [(n) - (n+1/2) ] arası için önce x eksenini yönünde kapalı (implicit) olarak ve ikinci yarı zaman adımı [(n+1/2) – (n+1)] arası için y eksenini yönünde kapalı çözüm yapılarak  $t + \Delta t$  adımı için çözüm tamamlanır.

Yukarıda yapılan tanımlama yardımı ile genel halde yazılan denklem 2.38 sırası ile x ve y yönünde ADI’ a göre yazılırsa birinci adım,

$$\frac{(\phi_P^{n+1/2} - \phi_P^n) \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau / 2} = a_E \phi_E^{n+1/2} - a_E \phi_P^{n+1/2} + a_W \phi_W^{n+1/2} - a_W \phi_P^{n+1/2} + a_N \phi_N^n - a_N \phi_P^{n+1/2} + a_S \phi_S^n - a_S \phi_P^{n+1/2} + S \Delta X \Delta Y \quad (2.40a)$$

şeklinde elde edilir. Elde edilen bu denklem düzenlendiğinde ise,

$$-a_W \phi_W^{n+1/2} + \left( a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \right) \phi_P^{n+1/2} - a_E \phi_E^{n+1/2} = a_N \phi_N^n + \left( \frac{2 \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \right) \phi_P^n + a_S \phi_S^n + S \Delta X \Delta Y \quad (2.40b)$$

halini alır. Bir sonraki adım için gerekli olan denklem elde edilmek istenildiğinde,

$$\frac{(\phi_P^{n+1} - \phi_P^{n+1/2}) \Delta X \Delta Y}{\Delta \tau / 2} = a_S \phi_S^{n+1} - a_S \phi_P^{n+1} + a_N \phi_N^{n+1} - a_N \phi_P^{n+1} = a_E \phi_E^{n+1/2} - a_E \phi_P^{n+1} + a_W \phi_W^{n+1/2} - a_W \phi_W^{n+1} + S \Delta X \Delta Y \quad (2.40c)$$

şeklinde elde edilir ve bu denklem de yeniden düzenlendiğinde,

$$\begin{aligned}
& -a_S \phi_S^{n+1} + \left( a_W + a_E + a_S + a_N + \frac{2\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \right) \phi_P^{n+1} - a_N \phi_N^{n+1} = a_W \phi_W^{n+1/2} \\
& + \left( \frac{2\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \right) \phi_P^{n+1/2} + a_E \phi_E^{n+1/2} + S \Delta X \Delta Y
\end{aligned} \tag{2.41}$$

olarak elde edilir.

Yukarıdaki her iki denklemden görüleceği gibi elde edilen sistem matrisleri üç bant genişlikli sağ taraflı matrislerdir. Söz konusu doğrusal sistem matrisleri Thomas Algoritması **Jaluria (1986)** ile çözülmüştür.

Denklem 2.28'deki gibi bir doğrusal denklem çözümü için ADI yöntemi şartsız olarak kararlı bir yöntemdir. Doğrusal olmayan parabolik korunum denklemleri için ise kararlılığı sağlayacak olan  $\Delta t$  zaman adımı seçimi doğrusal denklemlerdeki gibi kolay olmamaktadır. Bu durumda uygun  $\Delta t$  zaman adımı olayın fiziğine bağlı olarak deneme yanılma ile bulunmaktadır.

Çevrinti aktarım ve enerji denklem sistemleri için uygulanan ADI yöntemi hakkında bilgi verdikten sonra çevrinti-akım fonksiyonu denkleminin çözümü ile ilgili bilgi verilecektir.

### 2.5.3 Çevrinti Akım Fonksiyonunun Çözümü

Denklem 2.28'de verilen çevrinti-akım fonksiyonu ilişkisi şekil 2.4'deki gibi bir kontrol hacmi üzerinden integrali alınırsa,

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) dXdY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) dXdY = - \int_w^e \int_s^n \Omega dXdY$$

$$\int_w^e \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) dY + \int_w^e \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) dX = - \Omega \Delta X \Delta Y$$

$$\left[ \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)_e - \left( \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \left[ \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)_n - \left( \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X = - \Omega \Delta X \Delta Y$$

$$\left[ \frac{\Psi_E - \Psi_P}{\delta X_e} - \frac{\Psi_P - \Psi_W}{\delta X_w} \right] \Delta Y + \left[ \frac{\Psi_N - \Psi_P}{\delta Y_n} - \frac{\Psi_P - \Psi_S}{\delta Y_s} \right] \Delta X = - \Omega \Delta X \Delta Y$$

halini alır ve elde edilen denklemde,

$$a_E = \frac{\Delta Y}{\delta X_e} \quad a_W = \frac{\Delta Y}{\delta X_w} \quad a_N = \frac{\Delta Y}{\delta X_n} \quad a_S = \frac{\Delta Y}{\delta X_s}$$

şeklinde ifade edecek olursak,

$$\Psi_P = \frac{a_E \Psi_E + a_W \Psi_W + a_N \Psi_N + a_S \Psi_S + \Omega \Delta X \Delta Y}{a_E + a_W + a_N + a_S} \quad (2.42)$$

olarak elde edilir.

Seçilen ızgarada tüm sınır değerleri belli ve mevcut (M x N) tane nokta olduğuna göre bilinmeyen sayısı [(M-2) x (N-2)]'dir. Denklem 2.42'deki  $\Psi_P^*$  değerleri tüm bu iç noktalar için çözülür. Ardışık üst yakınsama (SOR) yöntemine göre döngü sayısını azaltmak ve çözümü hızlandırmak için  $\lambda$  hızlandırma parametresi kullanılır. k döngü adımını göstermek üzere aşağıdaki,

$$\Psi_P^{k+1} = \lambda \Psi_P^* + (1 - \lambda) \Psi_P^k$$

eşitliği sağlayıncaya kadar döngüye devam edebilir.

Yapılan çalışmada en uygun hızlandırma parametresi deneyerek belirlenmeye çalışılır.

Çözümde yakınsama kıstası ( $\epsilon$ ),

$$|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^k| \leq \epsilon$$

şeklinde seçilmiş ve değeri de  $\epsilon = 10^{-5}$  olarak alınmıştır.

## 2.6 Isı Geçişi

Bir kap içindeki akışkandan kabın duvarlarına geçen ısı ölçüsünün belirlenmesi açısından boyutsuz Nusselt (Nu) sayısının bilinmesi gereklidir. Yerel ve ortalama ısı transferi katsayıları sırasıyla  $h_y$  ve  $h_{ort}$  ile boyutsuz Nusselt sayıları da sırasıyla  $Nu_y$  ve  $Nu_{ort}$  olarak gösterilirse; duvarlardan birinde yerel Nusselt sayısı için,

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h_y (T_K - T_S)$$

yazılarak boyutsuz değişkenler yardımıyla,

$$-k \frac{\Delta T}{D} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} = h_y (T_K - T_S)$$

eşitliği elde edildikten sonra Nusselt sayısının genel tanımından  $Nu_y$  sayısı,

$$Nu_y = \frac{h_y D}{k} = - \frac{\Delta T}{(T_K - T_S)} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{x=0}$$

$$Nu_y = - \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{x=0} \quad (2.43)$$

şeklinde duvarlardan biri üzerindeki  $Nu_y$  sayısı elde edilir. Denklem 2.43'deki ifade düşey iki yan için geçerlidir.

Yerel Nusselt sayısıyla duvar üzerindeki bir noktada meydana gelen ısı transferi ifade edildiği gibi tüm duvarlardaki ısı transferinin ölçüsü içinde ortalama Nusselt sayısı ( $Nu_{ort}$ ) hesaplanmaktadır.

Bunun için de tüm duvar üzerindeki iletimle ısı transferinin yine tüm duvar üzerindeki taşınım ile ısı transferinin eşitliğinden,

$$-k \int_0^D \frac{\partial T}{\partial x} dy = h_{ort} D (T_K - T_S)$$

ifadesi yazılabilir. Nusselt sayısının tanımından,

$$Nu_{ort} = \frac{h_{ort} D}{k} = - \frac{1}{(T_K - T_S)} \int_0^D \frac{\partial T}{\partial x} dy$$

şeklinde elde edilir. Boyutsuz değişkenler elde edilen denklem de yerlerine konulduğunda,

$$Nu_{ort} = - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} dY = - \int_0^1 Nu_y dY$$

olarak ortalama Nusselt sayısı da elde edilir.

Hesaplanan ortalama Nusselt sayısının sağ ve sol duvar için zamana göre ve duvar boyunca konuma göre değişiklikleri grafikler halinde sonuç bölümünde verilerek incelenecektir.

## 2.7 Başlangıç ve Sınır Şartları

Bu bölümde, problemin üç aşamalı olarak ele alındığı için her üç aşama içinde başlangıç ve sınır şartları verilecektir. Ancak her üç durumda da başlangıç şartları  $\tau = 0$  iken her yerde  $U = V = \theta = \Psi = \Omega = 0$  olarak kabul edilmiştir. Sınır şartları ise sırasıyla kapalı kap, serbest yüzeyli kap ve alt tabanı sabit  $T_s$  sıcaklığındaki serbest yüzeyli kap için ayrı ayrı incelenecektir.

### 2.7.1 Kapalı Kap İçin Sınır Şartları

Kapalı kap için sınır şartlarını yazılmak istendiğinde,

$$\tau \geq 0 \text{ iken}$$

$$X = 0 \text{ ve } 0 \leq Y \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \theta = 1$$

$$X = 1 \text{ ve } 0 \leq Y \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \theta = 0$$

$$Y = 0 \text{ ve } 0 \leq X \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

$$Y = 1 \text{ ve } 0 \leq X \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

Sınırlarda boyutsuz çevrinti değerleri denklem 2.28 ile katı duvarlar için akış alanından faydalanılarak hesaplanmaktadır.

Çevrintinin eşit aralıklı olmayan ızgara yapısında sağ duvar, sol duvar, alt duvar ve üst duvar boyunca değerlerini hesaplayabilmek için sol duvar ve alt duvar için ileri farklar yöntemi, sağ duvar ve üst duvar için geri farklar yöntemi kullanılmıştır.

Denklem 2.17a'da verilen çevrinti tanımından yola çıkarak şekil 2.1a'daki sol ve sağ duvar için çevrinti sınır şartları yazılacak olursa,

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X}$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlik  $U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}$ ,  $V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$  şeklindeki boyutsuz hız

bileşenleri yardımıyla yeniden düzenlendiğinde,

$$\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (2.44)$$

olarak elde edilir.

Yine aynı şekil üzerinde alt ve üst duvar için çevrinti sınır şartları yazılacak olursa,

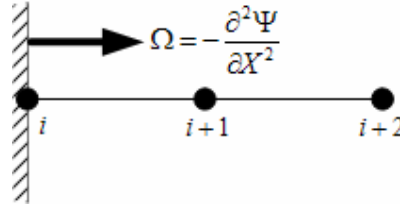
$$\Omega = -\frac{\partial U}{\partial Y}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklem de yine  $U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}$ ,  $V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$  şeklindeki boyutsuz hız bileşenleri yardımıyla yeniden düzenlendiğinde,

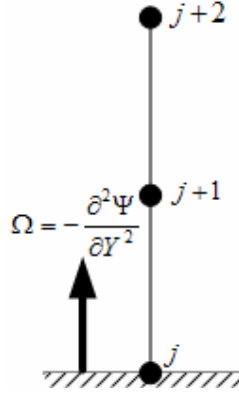
$$\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (2.45)$$

olarak elde edilir.

İlk olarak sol ve alt duvar için eşit aralıklı olmayan ızgara yapısı için çevrinti sınır değerleri bulunmak istendiğinde incelenen bölgede bir noktanın yeri şekil 2.6a ve şekil 2.6b'de görüldüğü gibi (i, j) değişkenleri ile gösterilerek,



Şekil 2.6a: Sol Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları



Şekil 2.6b: Alt Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları

denklem 2.44'deki  $\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$  ifade sol duvar için, denklem 2.45'deki  $\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}$

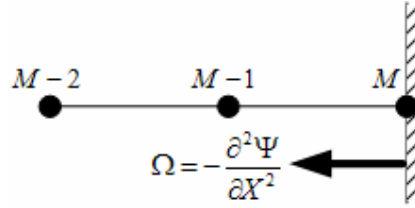
ifade alt duvar için ileri farklar yöntemi kullanılarak,

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_i = \frac{3 \cdot (\Psi_{i+1} - \Psi_i)}{(n_{i+1} - n_i)^2} - \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_{i+1} \quad (2.46)$$

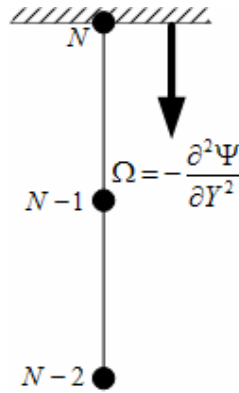
$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_{i+1} = \frac{2}{(n_{i+2} - n_i)} \left[ \frac{\Psi_{i+2} - \Psi_{i+1}}{n_{i+2} - n_{i+1}} - \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{n_{i+1} - n_i} \right]$$

şeklinde elde edilirler. Elde edilen denklem 2.46'da sol duvar için  $i=i$ ,  $n=X$  olarak düzenlendiğinde sol duvar çevrinti sınır şartı ve alt duvar için  $i=j$  ve  $n=Y$  olarak düzenlendiğinde alt duvar çevrinti sınır şartı elde edilir.

Sağ üst duvar için eşit aralıklı olmayan ızgara yapısı için çevrinti sınır değerleri bulunmak istendiğinde incelenen bölgede bir noktanın yeri şekil 2.7a ve şekil 2.7b'de görüldüğü gibi  $(i, j)$  değişkenleri ile gösterilerek,



Şekil 2.7a: Sağ Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları



Şekil 2.7b: Üst Duvar İçin Çevrinti Sınır Değeri ve Izgara Noktaları

denklem 2.44'deki  $\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}$  ifade sağ duvar için, denklem 2.45'deki  $\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}$

ifade üst duvar için geri farklar yöntemi kullanılarak,

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_{m-1} = \frac{3 \cdot (\Psi_m - \Psi_{m-1})}{(n_{m-1} - n_m)^2} - \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_{m-1} \quad (2.47)$$

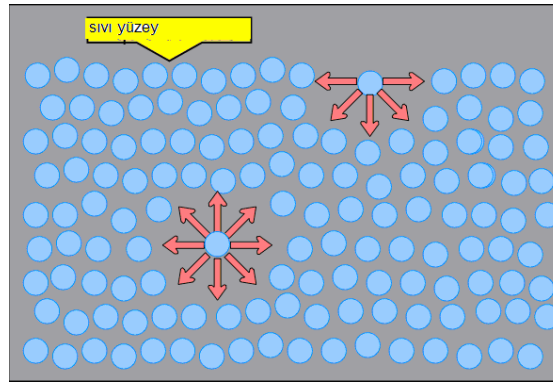
$$\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial n^2} \right|_{m-1} = \frac{2}{(n_m - n_{m-2})} \cdot \left[ \frac{\Psi_m - \Psi_{m-1}}{n_m - n_{m-1}} - \frac{\Psi_{m-1} - \Psi_{m-2}}{n_{m-1} - n_{m-2}} \right]$$

şeklinde elde edilirler. Elde edilen denklem 2.47'de sağ duvar için  $i=i$ ,  $n=X$  olarak düzenlendiğinde sağ duvar çevrinti sınır şartı ve üst duvar için  $i=j$  ve  $n=Y$  olarak düzenlendiğinde üst duvar çevrinti sınır şartı elde edilir.

### 2.7.2 Serbest Yüzeyle Kap İçin Sınır Şartları

Serbest yüzeyle kap için sınır şartları bütün yüzeylerde hız, sıcaklık ve akım boyutsuz değişkenlerinde ( $U$ ,  $V$ ,  $\Psi$ ,  $\theta$ ) kapalı kap için kabul edilen sınır şartları ile aynıdır. Ancak, boyutsuz çevrinti sınır şartları tespit edilirken serbest yüzeyin etkisi göz ardı edilmemelidir.

Katı ve sıvıların en muhteşem özelliklerinden birisi de yüzey gerilimidir. Yüzey geriliminin günlük hayatımızda farkında olmadan sıkça karşılaştığımız tesirleri olduğu gibi teknik uygulamalarda karşılaşılan tesirleri de vardır. Katılarda ve sıvılarda maddenin iç kısmındaki bir atom, komşu atomlar tarafından her yönden eşit bir kuvvetle çekilir. Böylece iç kısımdaki bir atoma tesir eden bütün kuvvetler dengede olur ve atomlar arası mesafe sabit kalır.



Şekil 2.8: Sıvı İçerisindeki Atomlar Arasındaki Çekim Kuvvetleri

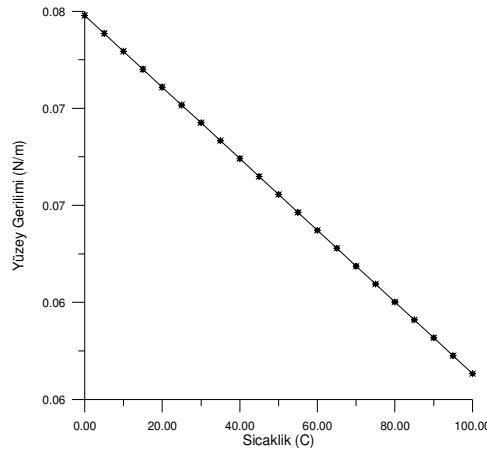
Ancak bu durum maddenin yüzeyinde değişir. Şekil 2.8'de görüldüğü gibi yüzeydeki bir atoma içerideki atomlar tarafından uygulanan çekme kuvveti, yüzey üzerindeki gaz ortamın atomları tarafından dengelenemez. Bunun sonucunda yüzeydeki

atomlarla içerideki komşu atomlar arasındaki mesafe azalır ve dengelenmemiş kuvvetlerden doğan bir enerji fazlalığı ortaya çıkar. Bu olaya yüzey gerilmesi adı verilir ve bu gerilme dengelenmemiş kuvvetlerin bileşkesine eşittir.

Yüzey gerilimi  $\sigma$ ,  $\gamma$  veya  $T$  işaretlerinden herhangi biri ile simgelenir. Fiziksel olarak uzunluk başına düşen kuvvet olarak tanımlanır. Yüzey gerilimi saf malzemeler için sıcaklığın bir fonksiyonu olup birçok akışkan türü için denklem 2.48’de ifade edildiği üzere,

$$\sigma = C_0 - C_1 T \quad (2.48)$$

sıcaklığa bağlı olarak doğrusal değişmektedir. Denklem 2.48’deki  $C_0$  ve  $C_1$  ifadeleri deneysel sabitler olup malzemenin türüne göre değişmektedirler. Örneğin, su için  $C_0=75.83 \times 10^{-3}$  N/m ve  $C_1=0.1477 \times 10^{-3}$  N/m-°C’dir (Faghri ve Zhang, 2006). Su için yüzey geriliminin sıcaklığa bağlı değişimini grafiksel olarak ise şekil 2.9’da görüldüğü gibi ifade etmek mümkündür.



Şekil 2.9: Yüzey Gerilmesinin Sıcaklığa Bağlı Olarak Değişimi (Su İçin)

Akışkandaki yüzey gerilim hareketi sıcaklığın bir fonksiyonu olması dolayısı ile serbest yüzeyli bir kaptaki iki duvar arasındaki sıcaklık farkı akışkan ile hava kesiti arasındaki ara kesit bölgesinde yüzey gerilim gradyanlarını meydana getirir. Bu yüzey gerilim gradyanları akışkan-hava arakesiti boyunca akışkana hareket verir. Meydana gelen bu değişimde akışkana serbest yüzey boyunca bir hareket kazandıracaktır. Dolayısı ile serbest yüzey sınır şartı bu doğrultuda ifade edilmelidir. İlk olarak İtalyan fizikçi Carlo Giuseppe Matteo Marangoni (1840 -1925) tarafından bulunan ve yüzey gerilimlerinin hareketi ile ortaya çıkan akış hareketine “Marangoni

taşınımı” adı verilir (**Molenkamp, 1998**). İtalyan fizikçi Marangoni farklı akışkanların birbiri üzerindeki yayılımı inceliyor ve bu konuda deneysel çalışmalar yapıyordu. Paris’in en büyük havuzlarından birinde yaptığı bir deneyde iki farklı akışkanı birbiri üzerindeki yayılımını incelerken bir akışkanın ara yüzey gerilimi ile yüzey gerilimlerinin toplamının diğer akışkanın yüzey gerilimi toplamından daha küçük olduğunu fark ediyor (**Molenkamp, 1998**). Ardından, bu çalışmalar sonucunda da akışkanın fiziksel özelliklerini içeren kendi adını verdiği yüzey gerilim kuvvetlerinin ısıl kuvvetlere oranı olan boyutsuz Marangoni sayısını ( $Ma$ ) elde ediyor.

$$\text{Marangoni sayısı, } Ma = -\frac{d\sigma}{dT} \frac{\Delta TD}{\mu\alpha}, \quad \frac{d\sigma}{dT} = \sigma_T$$

Yapılan bu açıklamalardan sonra serbest yüzey sınır şartı, serbest yüzeyin bulunduğu noktayı ( $y=D$ ) noktası olarak alınıp, yazılacak olursa,

$$\mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=D} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=D}$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifade,

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=D} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial T} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=D}$$

haline dönüştürülebilir (**Bergman ve Keller, 1988, Faghri ve Zhang, 2006**). Elde edilen bu denklem tablo 2.1’deki boyutsuzlaştırma parametrelerinden faydalanarak boyutsuzlaştırıldığında,

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = Ma \frac{\partial \theta}{\partial X}$$

olarak elde edilir. Bu denklemde de  $U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}$ ,  $V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$  ifadelerinden faydalanarak son bir düzeltme yapıldığında denklem,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = Ma \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2.49)$$

halini alır ve buda kapalı bir kaptaki üst duvar için çevrinti sınır şartından hatırlanacak olursa  $\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}$ ’ye eşit olduğu ifade edilmişti. Buradan da sonuç olarak serbest yüzeyli bir kap için serbest yüzey çevrinti sınır şartı,

$$\Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -Ma \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2.50)$$

olarak ifade edilir.

Sol duvar, sağ duvar ve alt duvar için çevrinti sınır şartları ise kapalı kap için çevrinti sınır şartları ile birebir aynıdır.

### 2.7.3 Serbest Yüzeyle Alt Duvarı Sabit Sıcaklıktaki Kap İçin Sınır Şartları

Serbest yüzeyle alt duvarı sabit  $T_s$  sıcaklığındaki bir kap için sınır şartları, sadece alt duvar hariç bütün yüzeylerde boyutsuz değişkenlerin ( $U$ ,  $V$ ,  $\Psi$ ,  $\theta$ ,  $\Omega$ ) sınır şartları serbest yüzeyle kabın boyutsuz değişkenlerinin sınır şartları ile aynıdır.

Sadece serbest yüzeyle ve alt duvarı ısı geçişsiz bir kapta,

$$Y = 0 \text{ ve } 0 \leq X \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

iken serbest yüzeyle alt duvarı sabit  $T_s$  sıcaklığındaki kap için,

$$Y = 0 \text{ ve } 0 \leq X \leq 1 \text{ de } U = V = \Psi = 0 \text{ ve } \theta = 0$$

olmaktadır.

## 2.8 Sayısal Sonuçların Doğruluğunun Karşılaştırmalar Yapılarak Tespiti

### 2.8.1 Kapalı Kap İçin Karşılaştırma Sonuçları

Kapalı kap için inceleme yapılırken sadece yzdzürme kuvvetinin etkisi ile ortaya çıkan doğal taşınım ele alınarak çözümlene yapılmıştır. Yapılan sayısal çözümlerlerin ve Fortran Programlama Dili ile yazılan programın doğruluğunun tespiti için **Davis (1983a)**, **Davis(1983b)** ve **Hortman ve Peric (1990)**'in çalışmaları ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu karşılaştırmalar sonucu elde edilen sonuçlar ise aşağıda görülen tablo 2.3'de ifade edilmiştir.

**Tablo 2.3:** Ortalama Nusselt Sayılarına Göre Sonuçların Karşılaştırılması

Ra	Nu <sub>ort</sub>	Nu <sub>ort</sub>	Bağlı Hata	Nu <sub>ort</sub>	Bağlı Hata	Nu <sub>ort</sub>	Bağlı Hata
	Çalışma	Davis 1983a	%	Davis 1983b	%	Hortman ve Peric 1990	%
10 <sup>3</sup>	1.1154	1.116	0.05	1.118	0.2	-	-
10 <sup>4</sup>	2.2499	2.234	0.7	2.243	0.3	2.24360	0.2
10 <sup>5</sup>	4.5384	4.487	1.13	4.519	0.4	4.54516	0.1
10 <sup>6</sup>	8.7935	8.811	0.19	8.800	0.07	8.86302	0.7

Tablo 2.3’de daha önce yapılmış olan çalışmalarla elde edilen sonuçların ortalama Nusselt sayılarına göre karşılaştırması yapılmış ve her bir çalışma için bağıl hata hesabı yapılarak, bağıl hata oranının % 0.05 ile % 1.13 arasında değiştiği tespit edilmiştir. % 5’lik bir bağıl hata oranının kabul edilebilir sınırlar içinde olduğu düşünüldüğünde elde edilen sonuçların oldukça tutarlı oldukları söylenebilmektedir.

### 2.8.2 Serbest Yüzeyle Kap İçin Karşılaştırma Sonuçları

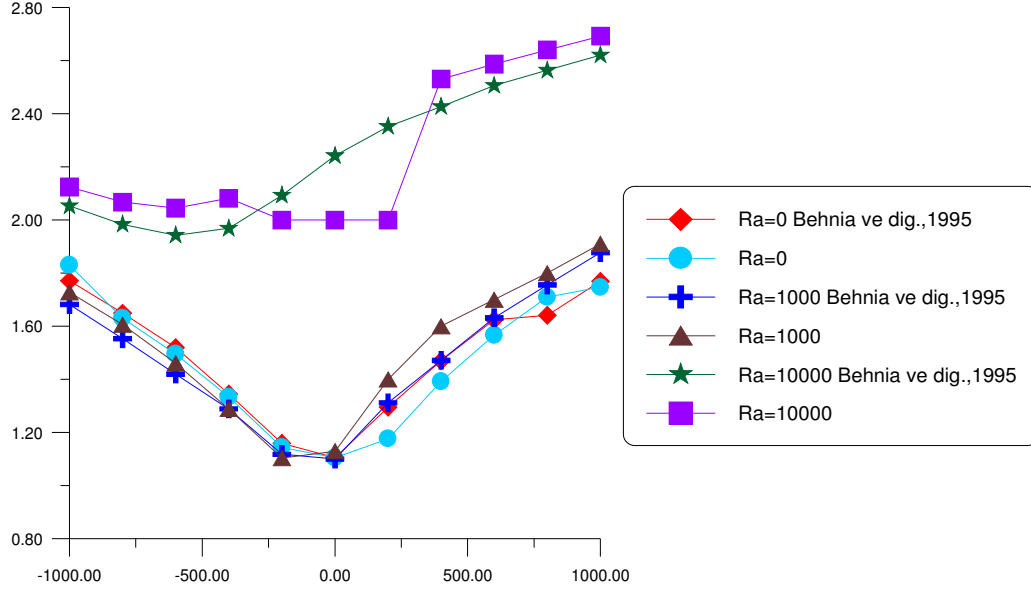
Çalışmanın ilk aşamasının doğruluğu tespit edildikten sonra çalışmada ikinci aşamaya geçilmiş ve serbest yüzeyle bir kap için incelemeler yapılmıştır. Bu aşamada yapılan işlemlerin doğruluğunu tespit etmek içinde **Behnia ve diğ. (1995)** çalışması ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu karşılaştırma sonuçları tablo 2.4’de bağıl hata oranları hesaplanarak şekil 2.10’da da grafiksel olarak ifade edilmiştir.

Tablo 2.4’de **Behnia ve diğ. (1995)** ‘in yapmış olduğu çalışma ile ortalama Nusselt sayıları açısından karşılaştırmalar yapılarak hem sistem için en uygun ızgara sayısı olarak 52 x 52’lik ızgara yapısı tespit edilmiş hem de çalışmanın sonuçları daha önce yapılmış bir çalışma ile karşılaştırılarak elde edilen sonuçların doğruluğu teyit edilmiştir.

**Tablo 2.4:** Ra =1000 için Izgara Bağımlılığının Tespiti

Ma (Marangoni Sayısı)	Nu <sub>ort</sub>	Nu <sub>ort</sub>	Bağıl Hata	Nu <sub>ort</sub>	Bağıl Hata	Nu <sub>ort</sub>	Bağıl Hata
	Behnia ve diğ. (1995)	42 x 42	42 x 42	52 x 52	52 x 52	62 x 62	62 x 62
-1000	1.682	1.6686	% 0.7	1.728	% 3.5	1.7454	% 3.7
-800	1.553	1.5768	% 1.5	1.606	% 3.3	1.6081	% 3.54
-600	1.42	1.4338	% 0.9	1.461	% 2.8	1.475	% 3.8
-400	1.27	1.2654	% 0.3	1.2890	% 1.4	1.2976	% 2.1
-200	1.118	1.0988	% 1.7	1.1037	% 1.2	1.1123	% 0.6
0	1.10	1.2012	% 9.2	1.1783	% 7.1	1.1980	% 8.9
200	1.312	1.5065	% 14.8	1.4419	% 9.9	1.4653	% 11.6
400	1.472	1.7285	% 17.4	1.6257	% 10.4	1.6532	% 12.3
600	1.632	1.9088	% 16.9	1.7697	% 8.4	1.8043	% 10.5
800	1.756	2.0637	% 17.5	1.887	% 7.4	1.8921	% 7.7
1000	1.877	2.1992	% 17.1	1.985	% 4.1	1.9632	% 4.5

Şekil 2.10'da ise farklı Ra ve Ma sayıları değerlerinde ortalama Nusselt sayıları **Behnia ve diğ. (1995)**'in çalışması ile karşılaştırılarak sonuçların doğruluğu hakkında kesin bir sonuç elde edilmeye çalışılmıştır.



**Şekil 2.10:** Ortalama Nusselt sayılarının Behnia ve diğ. (1995) grafiksel olarak karşılaştırması

Şekil 2.10'daki grafik incelendiğinde Ra=0 değerinde Ma=-1000 ile Ma=1000 değerleri arasındaki değişim için **Behnia ve diğ. (1995)** ile yapılan karşılaştırmada eğrilerin birbirleri ile uyum içinde oldukları söylenebilir. Ra=1000 değerinde ise yine Ma=-1000 ile Ma=1000 değerleri arasındaki değişimde de **Behnia ve diğ. (1995)** ile yapılan karşılaştırmada eğrilerin birebir olmasa da birbirlerine yakın değerlerde oldukları görülmektedir. Ra=10000 için **Behnia ve diğ. (1995)** ile yapılan karşılaştırmada yer yer eğriler arasında farklılıklar göze çarpsa da genel olarak karşılaştırma sonuçları problemin çözümünün doğruluğunu teyit eder derecelerde.

Sonuç olarak hem tablo 2.3'de yapılan ızgara bağımlılığı testinde hem de şekil 2.10'da ortalama Nusselt sayılarına göre yapılan karşılaştırma serbest yüzeyli bir kap için yapılan gerek sayısal çözümün gerekse de programın doğruluğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla, bir sonraki aşama olan alt duvarı  $T_s$  sıcaklığındaki serbest yüzeyli kap için yapılacak incelemeler neticesinde elde edilecek veriler doğruyu yansıtan veriler olacaktır.

### 3. SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARININ İNCELENMESİ

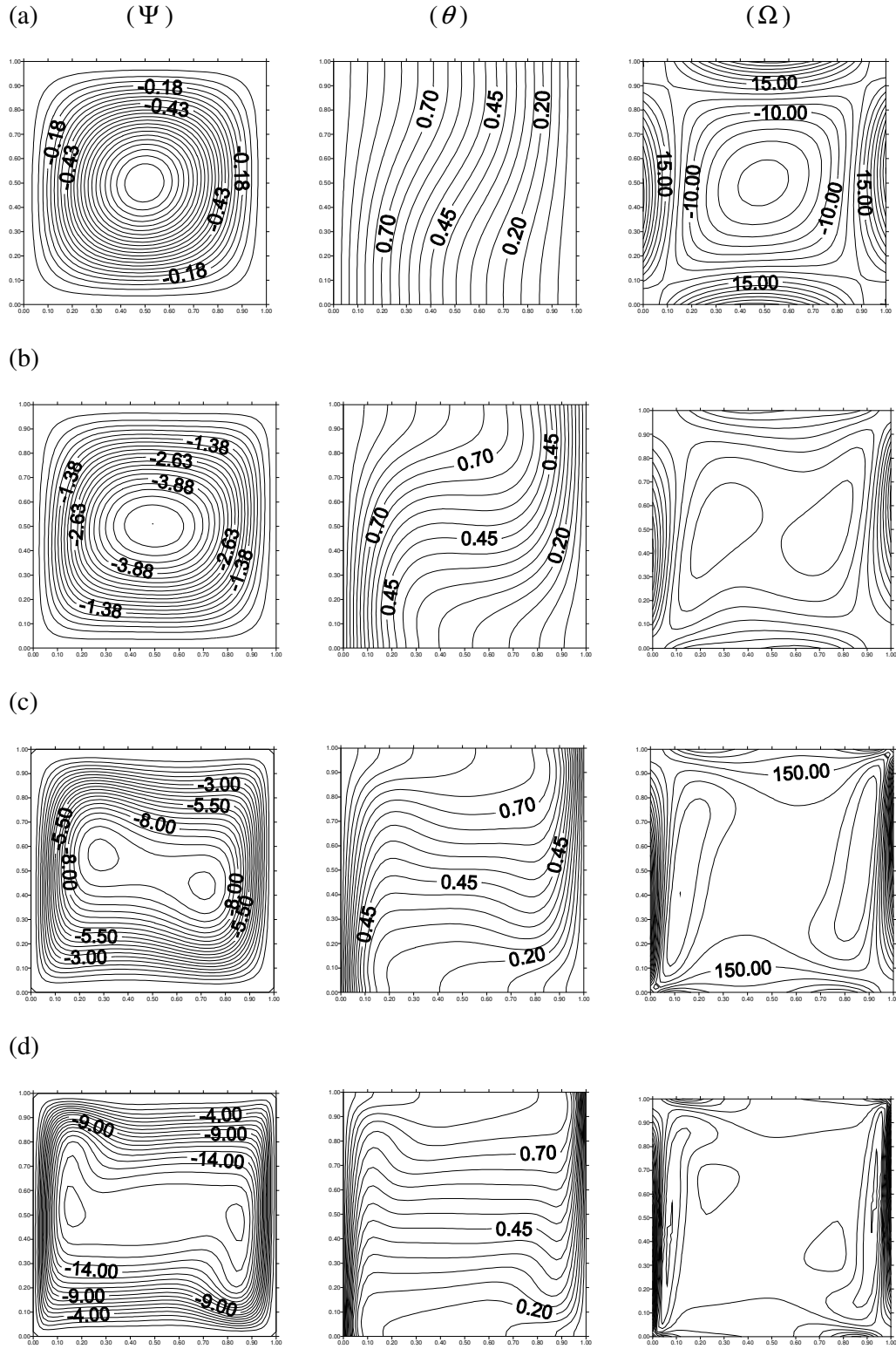
Tüm sayısal çözüm sonuçları tablo 2.3’de yapılan ızgara bağımlılık testi sonucunda tespit edilen 52 x 52’lik ızgara yapısı içindir. Her üç aşama içinde ayrı ayrı çözüm sonuçları incelenmiştir. Sayısal çözüm sonuçlarının incelenmesine ilk olarak kapalı kap için çözüm sonuçlarından başlanacaktır.

#### 3.1 Kapalı Kap İçin Sayısal Sonuçlar

Şekil 2.1a’daki belirlenen geometride ki kapalı bir kap içinde doğal taşınım olayı  $Pr=1$ ,  $Ra=10^3-10^6$  mertebeleri arasında değiştirilerek incelenmiştir.

Ele alınan durumda kapalı kap içindeki akışı etkileyen sıcaklık farkı ve yerçekiminin etkisi sonucu ortaya çıkan doğal taşınım mekanizması bulunmaktadır. Eş yükseklik sıcaklık eğrileri, akım ve çevrinti çizgilerinin farklı  $Ra$  değerlerindeki değişimleri incelenerek sistemin nasıl etkilendiği tespit edilmiştir.

İlk olarak şekil 3.1-a’da  $Ra=10^3$  için akım ( $\Psi$ ) ve çevrinti ( $\Omega$ ) çizgileri incelendiğinde merkezi yaklaşık olarak kabın merkezinde olan bir akış alanının olduğu görülmektedir. Sıcaklık ( $\theta$ ) eğrilerinde ise düzgün bir dağılım mevcuttur. Şekil 3.1-b incelendiğinde akım ve çevrinti çizgilerinden akış alanının  $Ra$  sayısının büyümesi ile beraber kabın bütününe hâkim olmaya başladığı gözlenmektedir. Sıcaklık eğrilerinin ise düzgün dağılımlı halden daha yatay bir hale geçmeye başladığı görülmektedir. Şekil 3.1-c incelendiğinde  $Ra=10^5$  için akım ve çevrinti çizgilerinden anlaşıldığı üzere kabın orta kısmına yakın iki merkezli bir akış alanı oluştuğu ve sıcaklık eğriler incelendiğinde ise kabın sol alt ve sağ üst köşelerinde ısı sınır tabakalarının oluşmaya başladığı görülmektedir. Şekil 3.1-d incelendiğinde  $Ra=10^6$  için kabın sağ ve sol duvarlarına yakın bölgelerinde iki merkezli bir akış alanı oluştuğu ve sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise şekil 3.1-c’de sol at ve sağ üst köşelerde oluşmaya başlayan ısı sınır tabakaların daha da belirgin yani daha kuvvetli bir ısı sınır tabaka oluştuğu görülmektedir.



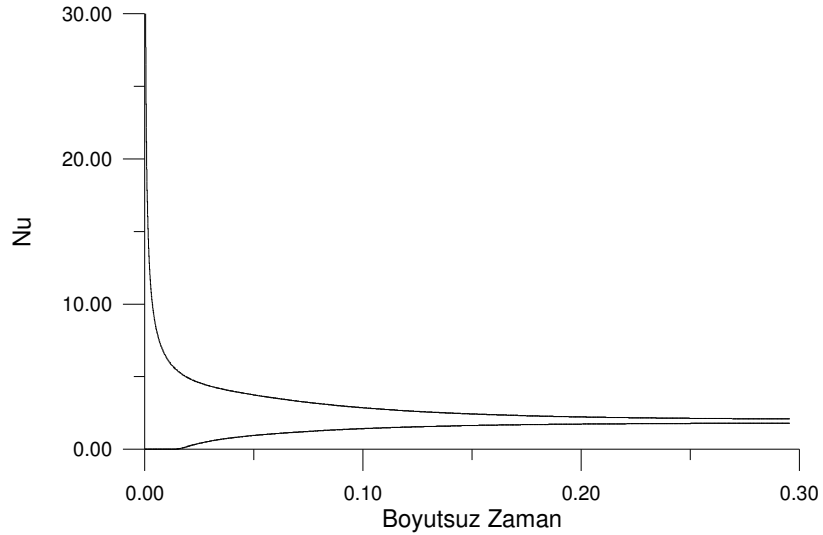
Şekil 3.1: (a)  $Ra=10^3$ , (b)  $Ra=10^4$ , (c)  $Ra=10^5$ , (d)  $Ra=10^6$  için Eş Akım, Eş Sıcaklık, Eş Çevrinti Yükseklik Eğrileri

### 3.2 Serbest Yüzeyle Kap İçin Sayısal Sonuçlar

Şekil 2.1b’de ifade edilen geometrideki serbest yüzeyle kap için doğal ve Marangoni taşınımı  $Pr=7$ ,  $Ra=0,10^3,10^4$  ve  $Ma=(-10^3) - (10^3)$  mertebeleri arasında değiştirilerek teorik olarak incelenmiştir.

İncelenen problemde akışı etkileyen iki temel mekanizma bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, serbest yüzeyin varlığı sonucunda oluşan yüzey gerilimli akıştır. Dolayısıyla esas olarak tankın yüzeye yakın kısmındaki akışı etkilemektedir. Akışı etkileyen ikinci kuvvet ise, akışkanın yapısındaki sıcaklık gradyanının ve yerçekiminin etkisi ile ortaya çıkan yüzdürme kuvvetli akıştır. Dolayısı ile olayı etkileyen  $Pr$ ,  $Ra$  ve  $Ma$  sayılarının farklı değerleri için inceleme yapılmış ve yapılan incelemeler neticesinde elde edilen sonuçlar grafiksel olarak ifade edilerek doğal taşınım ve yüzey gerilimli akışın farklı değerlerde sistemi nasıl etkilediği incelenmiştir.

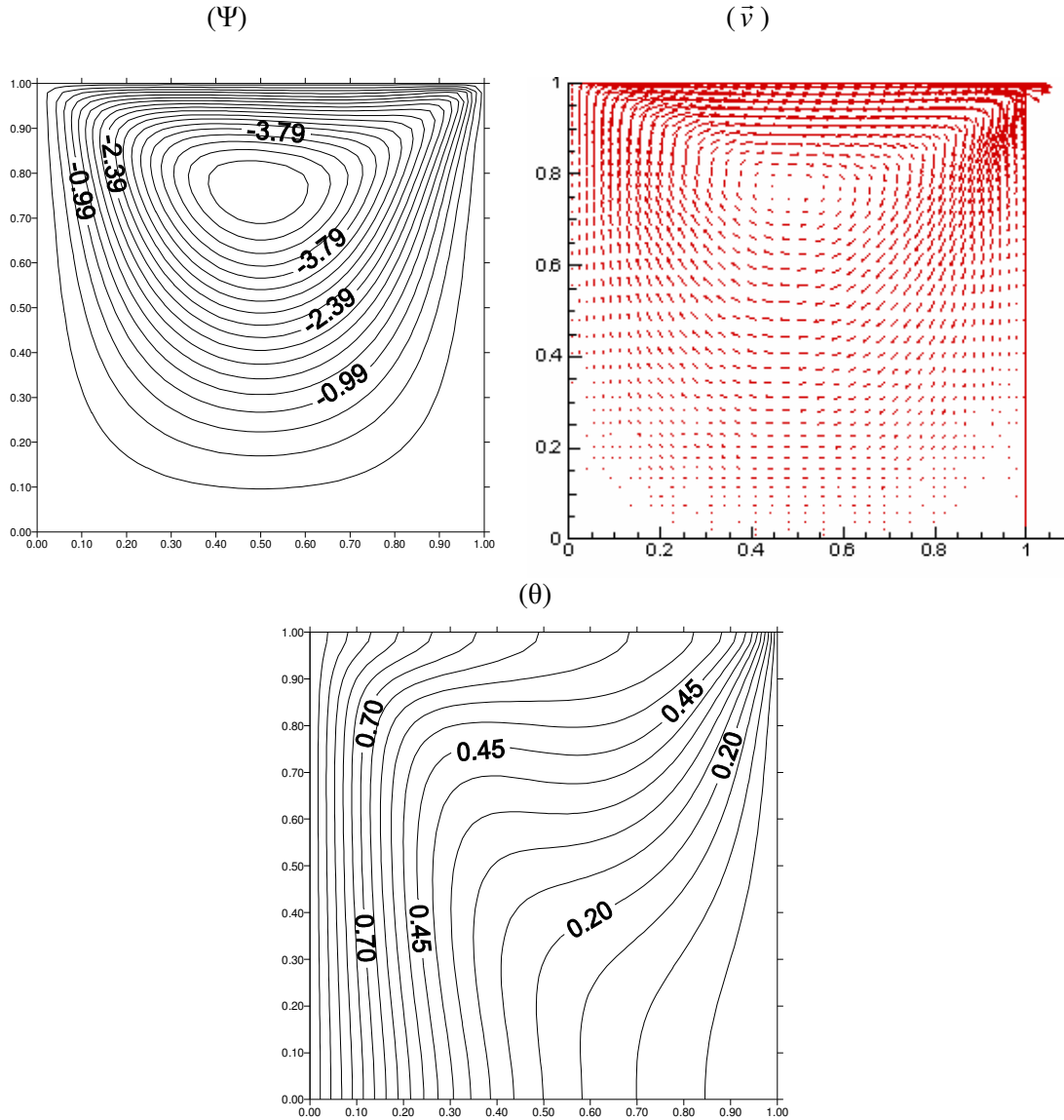
Çalışmada zamana göre değişimlerin ve sürekli rejime (steady state) erişiminin incelenmesi açısından sağ ve sol duvardaki Ortalama Nusselt sayısının zamana göre değişimi Şekil 3.1 grafiksel olarak gösterilmektedir. Grafik incelendiğinde sağ ve sol duvardaki ortalama Nusselt sayılarının  $\tau=0.23$ ’de aynı değeri aldıkları ve aynı değeri aldıktan sonrada değişmeden devam ettikleri yani sistemin sürekli rejime eriştiği görülmektedir.



Şekil 3.2:  $Ra=0$ ,  $Ma=1000$  için sağ ve sol duvardaki ortalama Nusselt değerlerinin grafiksel gösterimi

Daha sonrasında ise farklı Ra ve Ma sayılarındaki akım çizgileri, hız vektörleri ve sıcaklık eğrilerindeki değişimler incelenerek devam edilmektedir.

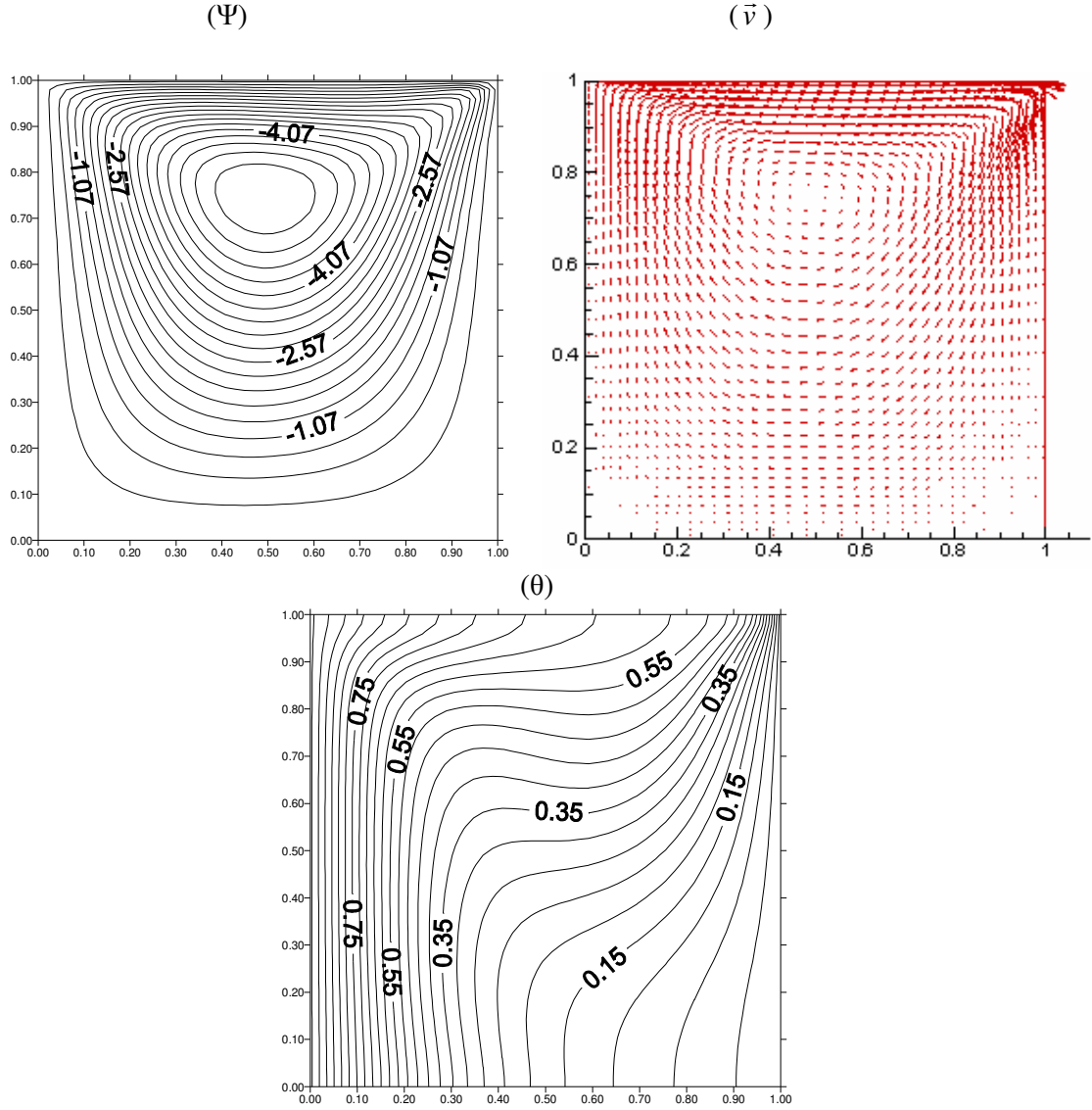
İlk olarak  $Ra=0$  ve  $Ma=10^3$  için şekil 3.3'deki akım çizgileri ve hız vektörlerinden de anlaşılacağı gibi sistemde sadece yüzey geriliminin etkisi görülmekte ve akım sadece yüzeydeki sıcaklık gradyanlarının etkisi ile oluşmaktadır. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise Marangoni taşınımının etkisi ile sağ üst köşede bir sıcaklık gradyanı görülmektedir.



Şekil 3.3:  $Ra=0$ ,  $Ma=1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

$Ra=10^3$  ve  $Ma=10^3$  için şekil 3.4 deki akım çizgileri, hız vektörleri incelendiğinde yüzdürme kuvvetinin akışkana etkisi ile oluşan dönme hareketi pozitif Marangoni taşınımı ile beraber akışkanın bir bütün halinde aynı yönde dönüş hareketini

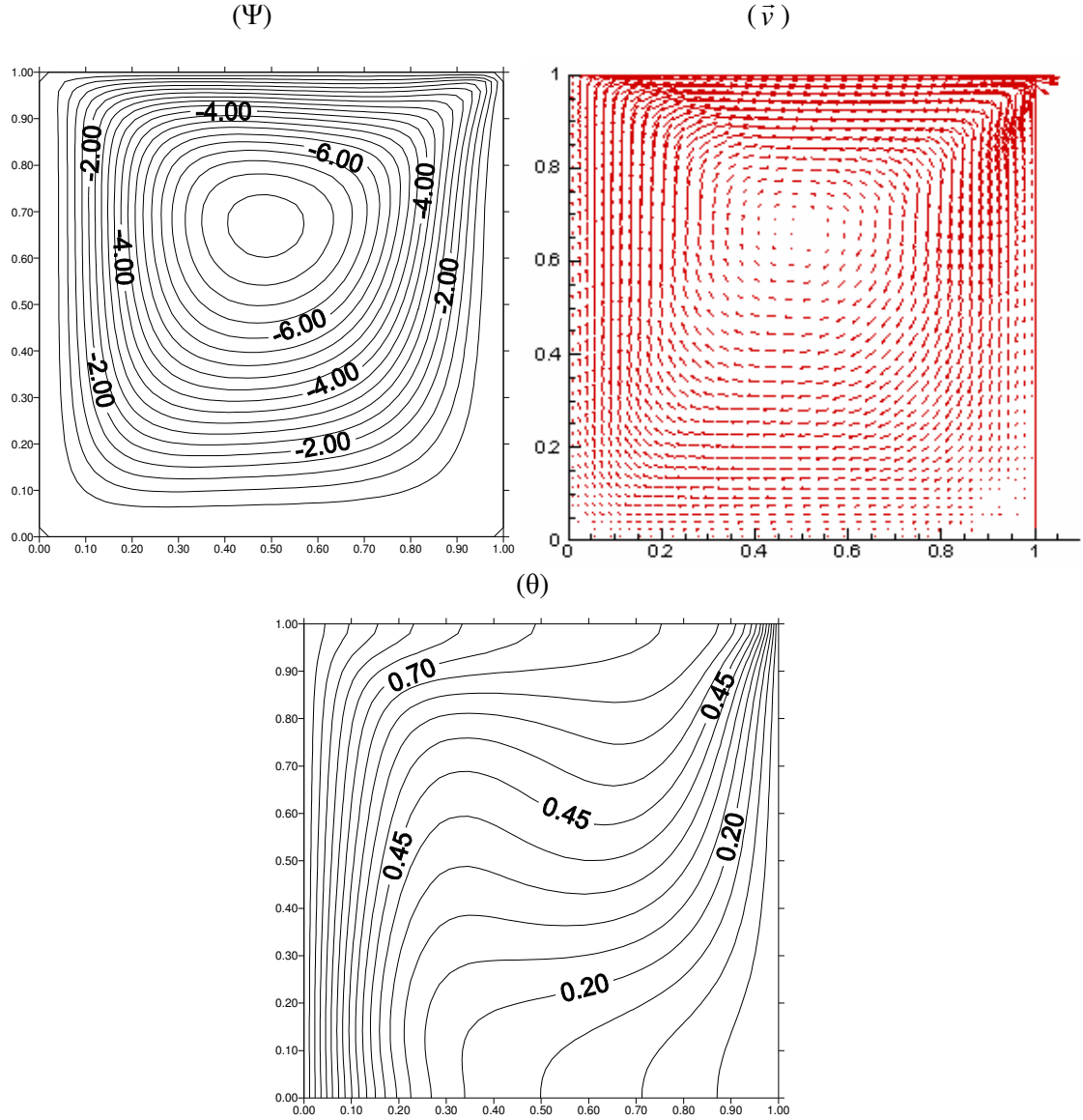
gerçekleştirdiği görülmektedir. Yüzdürme kuvvetinin de etkisi ile şekil 3.3'deki akım çizgileri ve hız vektörlerine nazaran daha kuvvetli bir çevrinti hareketi olduğu ve nerdeyse tankın bütünü sardıği görülmektedir. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde yine şekil 3.3'de gösterilen sıcaklık eğrilerinde olduğu gibi sağ üst köşede bir sıcaklık gradyanı görülmektedir.



Şekil 3.4: Ra=1000, Ma=1000 için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.5 deki akım çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde Ra sayısı büyüdükçe çevrintinin merkezinin aşağı yönde hareket ettiği ve tankın merkezine doğru yaklaştığı görülmektedir. Bunun sebebi ise, Ra sayısının büyümesi ile kuvvetlenen yüzdürme kuvvetlerinin tankın üst yüzeyindeki yüzey gerilimlerinin etkisini azaltmasıdır. Sıcaklık eğrileri grafiğini incelediğimizde taşınım hareketinin tankın

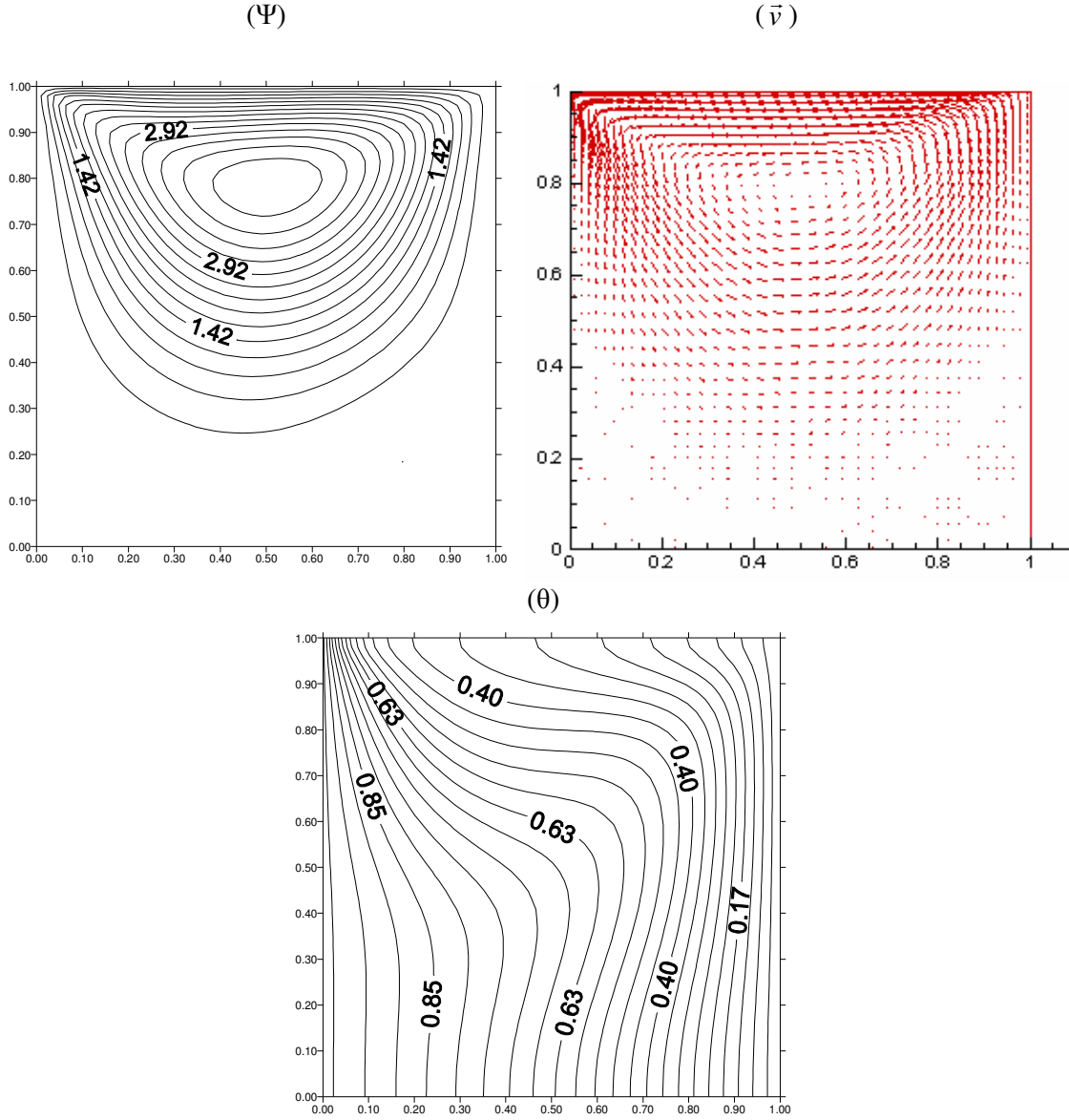
bütününü etkilemesinin sıcak duvardan soğuk duvara olan ısı taşınımını hızlandırdığı ve sıcaklık eğrilerinde bir dönüş hareketi meydana getirdiği görülmektedir.



**Şekil 3.5:**  $Ra=10000$ ,  $Ma=1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

$Ra=10^3$ ,  $Ma=-10^3$  için şekil 3.6'daki akım çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde  $Ma$ 'nın negatif değerlerinde yüzey gerilmeleri ve yüzdürme kuvveti birbirine ters yönde kuvvetler uyguladığı görülmektedir. Dolayısıyla  $Ma$ 'nın pozitif değerlerindeki akım hareketlerinden kolaylıkla ayırt edilebilmektedir. Negatif  $Ma$ 'nın etkisi pozitif  $Ma$ 'nın etkisine göre ters yönde bir akım meydana getirmekte ve yüzdürme kuvvetinin oluşturduğu akımında etkisini azaltarak çevrintinin sistemin tümüne etkisini azaltmaktadır. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise  $Ma$ 'nın pozitif değer

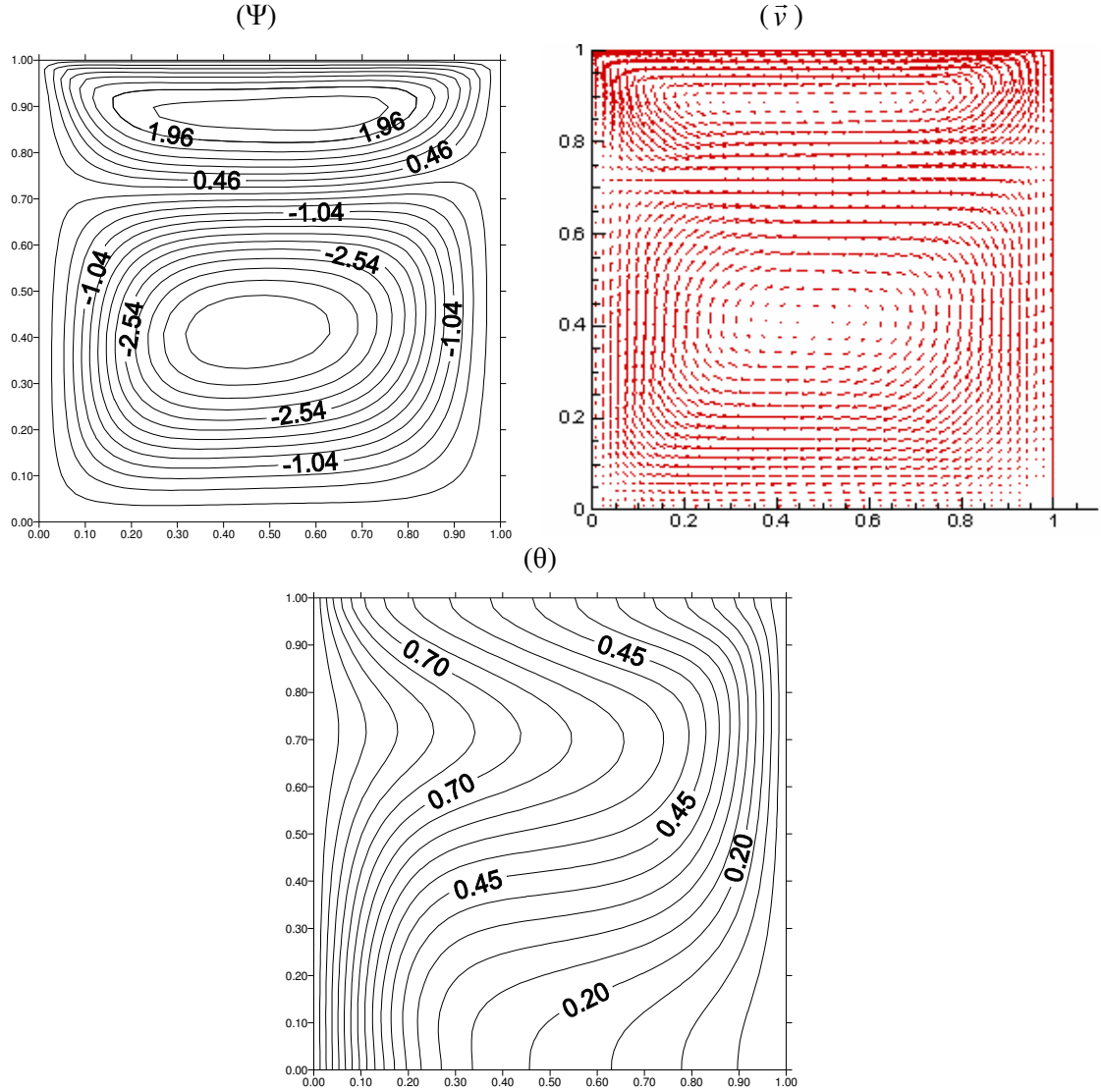
aldığında sağ üst köşede oluşan sıcaklık gradyanı  $Ma$ 'nın negatif değer aldığı durumda sol üst köşede görülmektedir.



Şekil 3.6:  $Ra=1000$ ,  $Ma=-1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

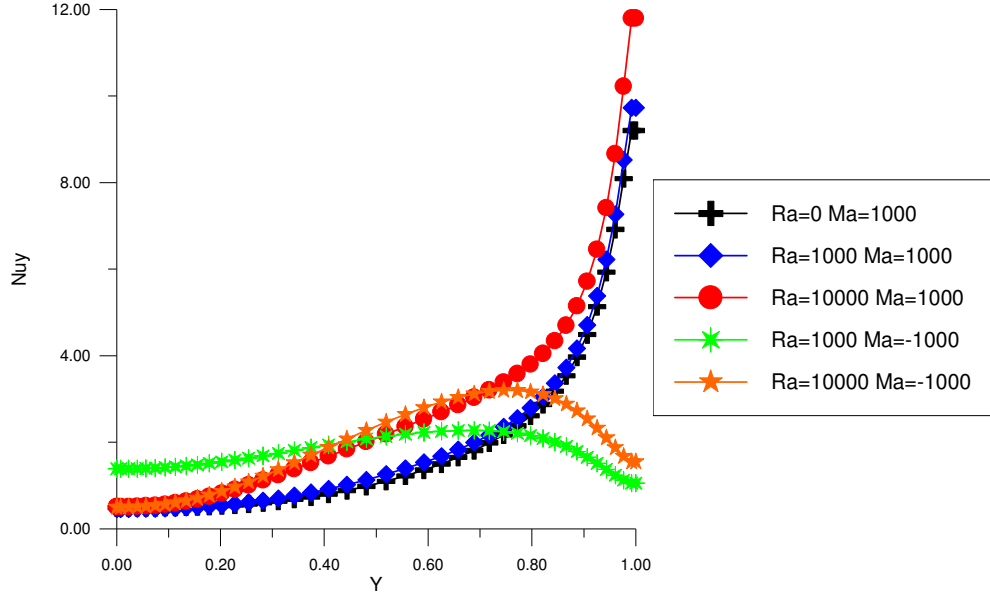
$Ra = 10^4$  ve  $Ma = -10^3$  değerleri için şekil 3.7'de grafiksel olarak ifade edilen akım çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde  $Ra$ 'nın büyümesi yüzdürme kuvvetinin sistem üzerindeki etkisinin arttığını göstermektedir. Bunun neticesinde ise akım tankın üst kısmında negatif  $Ma$ 'nın ve dolayısıyla yüzey gerilimlerinin etkisi ile ters yönde dönen bir çevrinti ve alt kısımda da yüzdürme kuvvetinin etkisi ile oluşan bir çevrinti gözlenmektedir. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise  $Ra$ 'nın büyümesi ile birlikte güçlenen yüzdürme kuvvetinin etkisi ile beraber şekil 3.6'da sağ üst köşede

oluşan sıcaklık gradyanının oluşmadığını ve eş sıcaklık eğrilerinin dağılımında şekil 3.6'da ki sıcaklık eğrilerine göre daha değişik bir yapıda yayıldıkları görülmektedir.



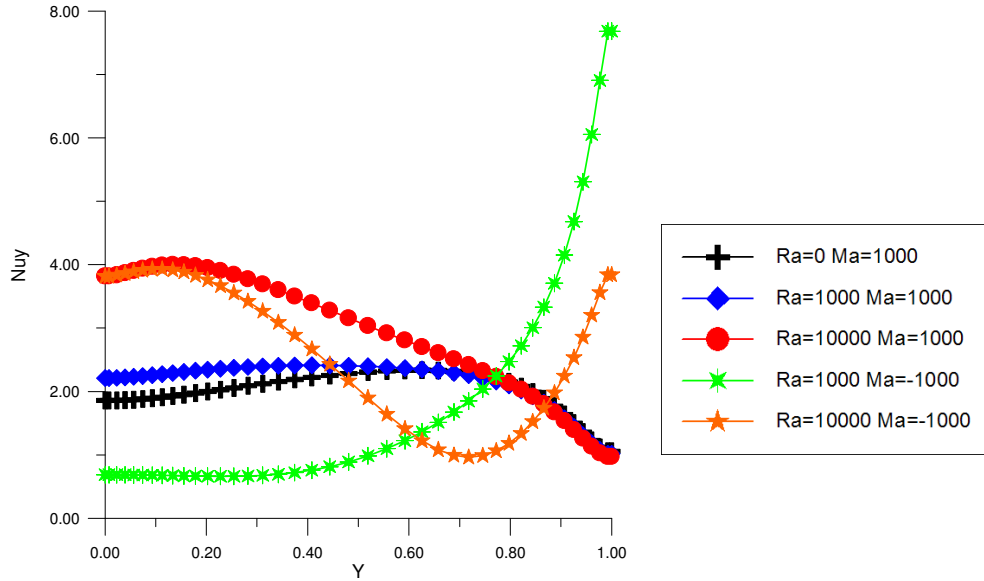
Şekil 3.7:  $Ra = 10000$ ,  $Ma = -1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.8'de sağ duvar, şekil 3.9'da ise sol duvar için farklı  $Ra$  ve  $Ma$  sayılarında  $Nu_y$  grafiksel olarak gösterilmektedir. İlk olarak şekil 3.8'deki sağ duvar için  $Nu_y$ 'deki değişim incelendiğinde pozitif  $Ma$  değerlerinde sağ duvarın alt noktalarda ( $Y=0$ 'a yakın bölgelerde) soğuk ve üst noktalarda ( $Y=1$ 'e doğru gittikçe) sıcaklığın arttığı ancak negatif  $Ma$  değerlerinde ters yönde meydana gelen çevrinti hareketinin sol duvardan sağ duvara doğru olan ısı taşınımını engellediği ve bu da negatif  $Ma$  için  $Nu_y$  değerinden de açıkça görülmektedir.

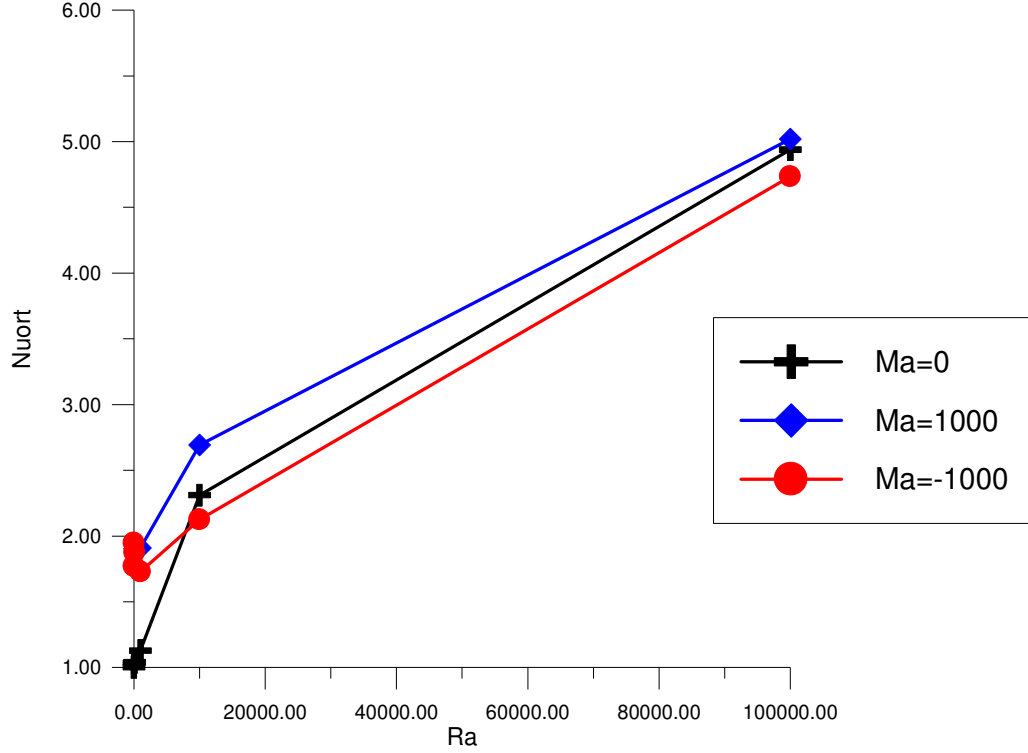


Şekil 3.8: Sağ duvar için farklı Ra ve Ma değerlerinde yerel Nusselt sayıları

Şekil 3.9’da ki sol duvar için  $Nu_y$ ’deki değişim incelendiğinde pozitif Ma değerleri için sol duvarın Ra sayısı büyüdükçe alt noktadaki sıcaklığının arttığı, negatif Ma değerlerinde ise yine Ra sayısına bağlı olarak sıcaklık dağılımında ciddi değişimler olduğu görülmektedir.



Şekil 3.9: Sol duvar için farklı Ra ve Ma değerlerinde yerel Nusselt sayıları



Şekil 3.10: Farklı Ma değerleri için  $Nu_{ort}$ 'un Ra sayısına göre değişimi

Şekil 3.10'da  $Ma=0$ ,  $10^3$ ,  $10^4$  için Ra'nın değişimi ile  $Nu_{ort}$  sayısındaki değişim grafiksel olarak ifade edilmiştir. Grafik incelendiğinde  $Ma=0$  değeri için Ra'nın küçük değerlerinde  $Nu_{ort}$  değerinin  $Ma=10^3$  ve  $-10^3$  değerlerindeki  $Nu_{ort}$  değerlerine nazaran daha ufak olmasına karşın Ra'nın büyümesi ile beraber aralarındaki farkında azaldığı ve her üç  $Nu_{ort}$  eğrisinin de Ra'nın büyümesi ile beraber doğrusal olarak arttığı görülmektedir.

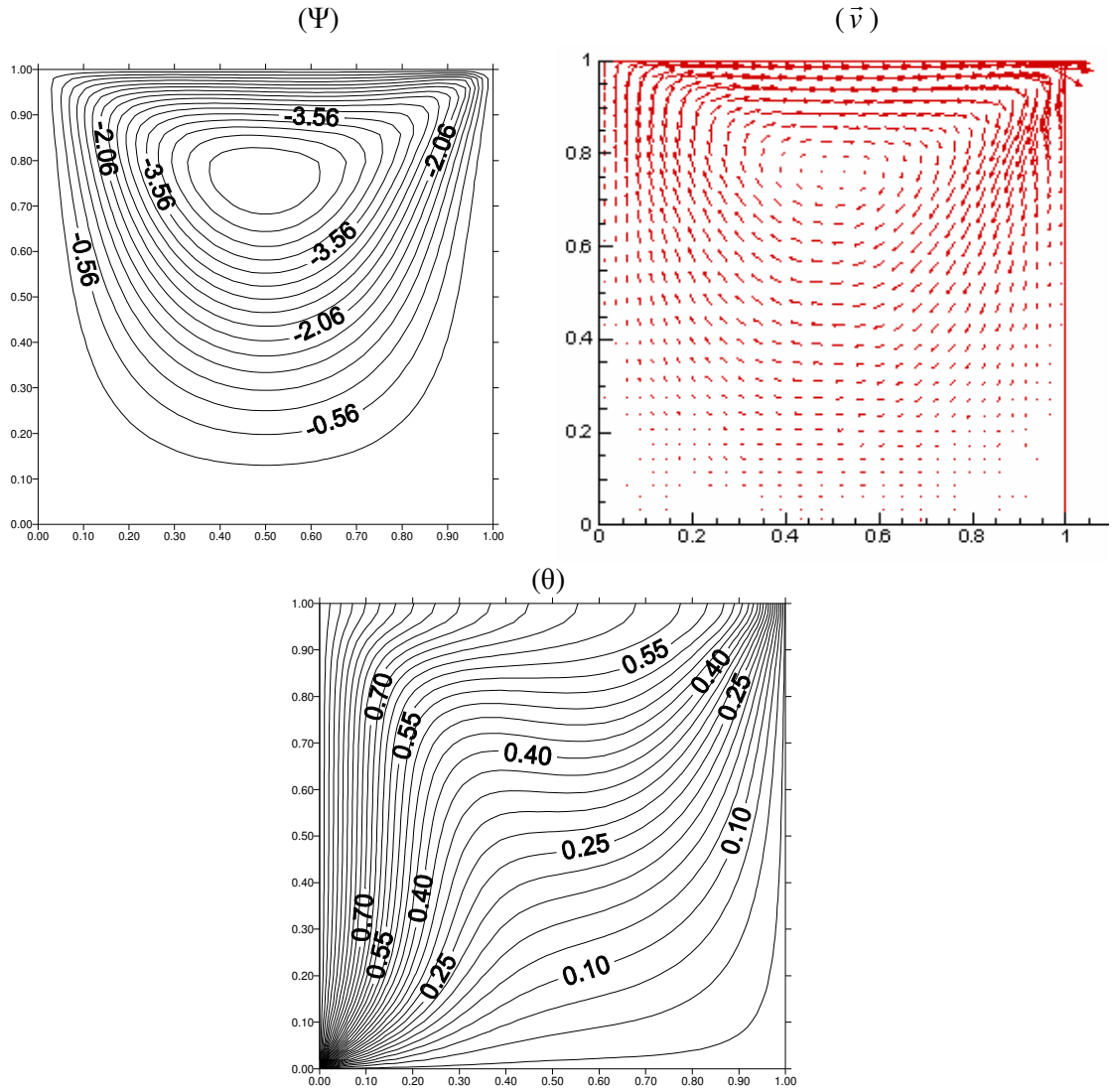
### 3.3 Serbest Yüzeyle Alt Duvarı Sabit Sıcaklıktaki Kap İçin Sayısal Sonuçlar

Son olarak şekil 2.1c'de ifade edilen geometrideki serbest yüzeyle kap için doğal taşınım ve Marangoni taşınımı  $Pr=10^2$ ,  $Ra=0$ ,  $10^2$ ,  $10^3$  ve  $Ma=(-10)^3$ ,  $0$ ,  $10^3$  değerleri için teorik olarak incelenmiştir.

Ele alınan geometrideki problemde sol duvar sabit  $T_k$  sıcaklığında sağ ve alt duvardan ise sabit  $T_s$  sıcaklığındadır. Ayrıca sistem serbest yüzeyle olarak incelenmiştir. Dolayısıyla sistem üzerinde iki temel mekanizma etkindir. Bunlardan birincisi, serbest yüzeyin varlığı sonucu ortaya çıkan yüzey gerilimli akıştır. Bu nedenle esas olarak tankın yüzeye yakın kısmındaki akışı etkilemektedir. Akışı etkileyen ikinci kuvvet ise, akışkanın yapısındaki sıcaklık gradyanının ve

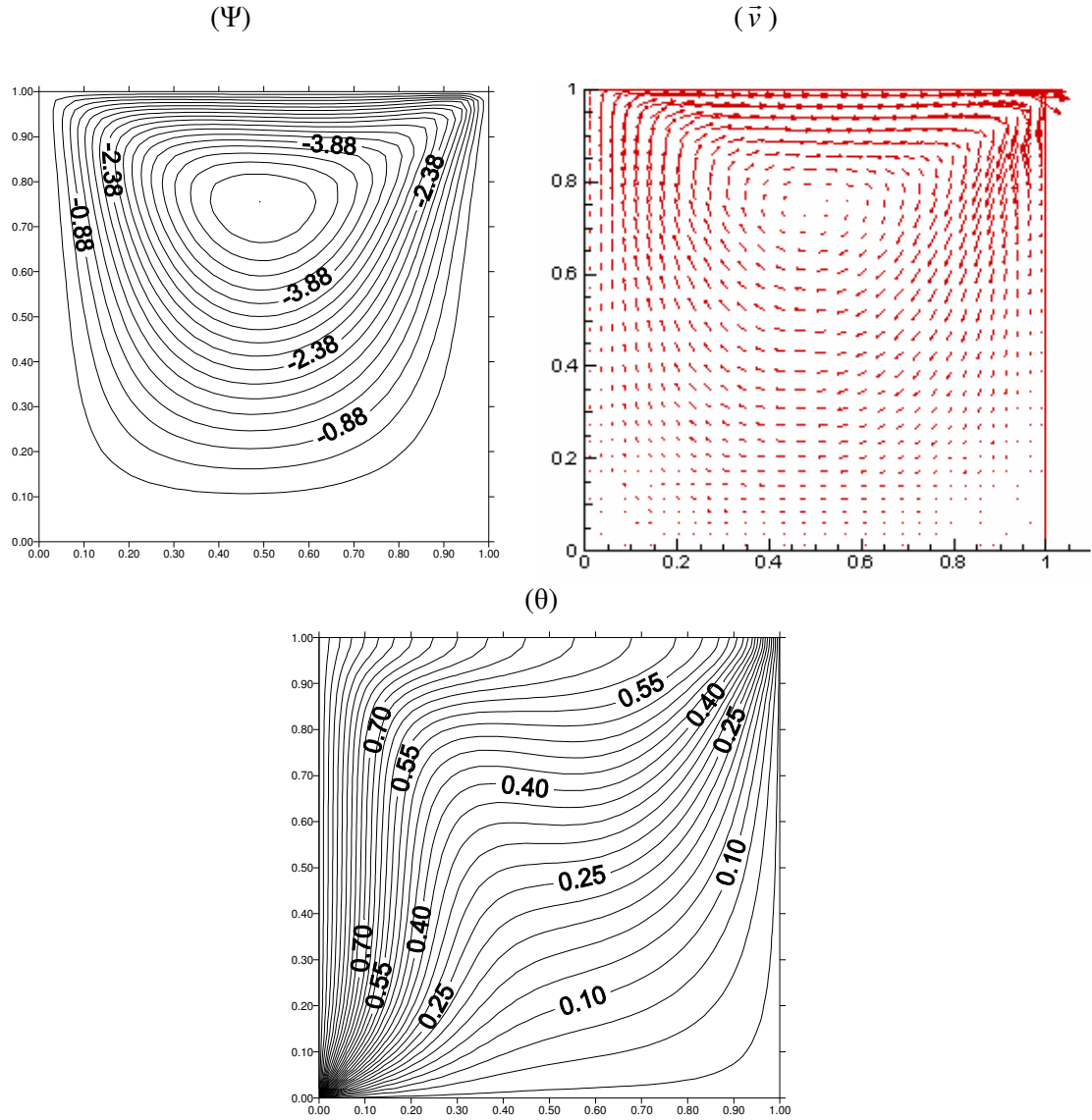
yerçekiminin etkisi ile ortaya çıkan yüzdürme kuvvetli akıştır. Dolayısı ile olayı etkileyen Pr, Ra ve Ma sayılarının farklı değerleri için inceleme yapılmış ve yapılan incelemeler neticesinde elde edilen sonuçlar grafiksel olarak ifade edilerek doğal taşınım ve yüzey gerilimli akışın farklı değerlerde sistemi nasıl etkilediği incelenmiştir.

Şekil 3.11’de  $Ra=0$  ve  $Ma=10^3$  için akış çizgileri, hız vektörleri ve eş yükseklik sıcaklık eğrileri grafiksel olarak ifade edilmiştir. Akış çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde sistemde sadece Marangoni taşınımının etkisi olduğu için merkezi serbest yüzeye yakın bir çevrintinin oluştuğu görülmektedir.



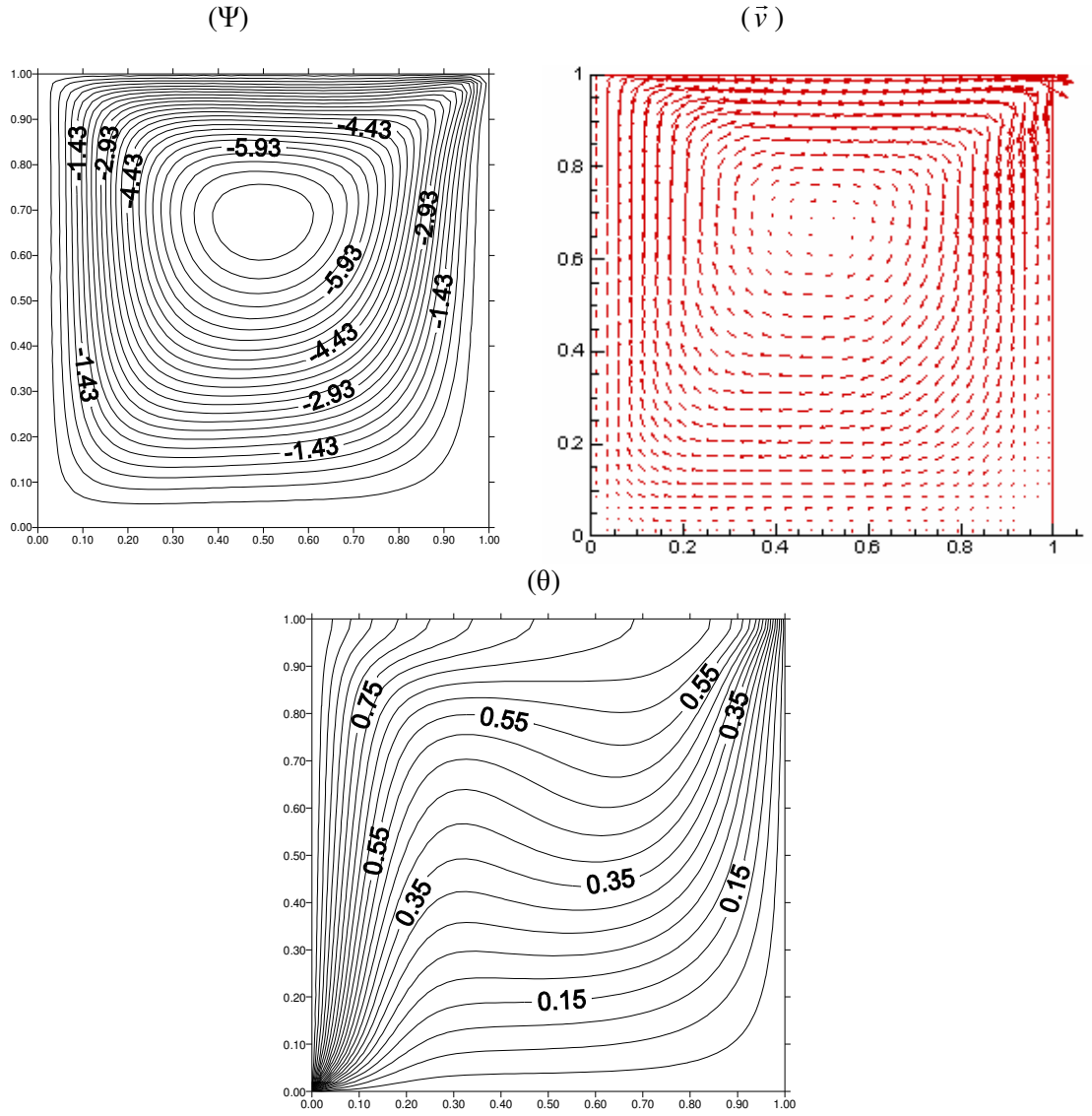
Şekil 3.11:  $Ra = 0$ ,  $Ma = 1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.11’deki sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise alt duvarın sabit  $T_s$  sıcaklığında olması nedeniyle sol alt köşede kuvvetli bir sıcaklık gradyanı görülmektedir.



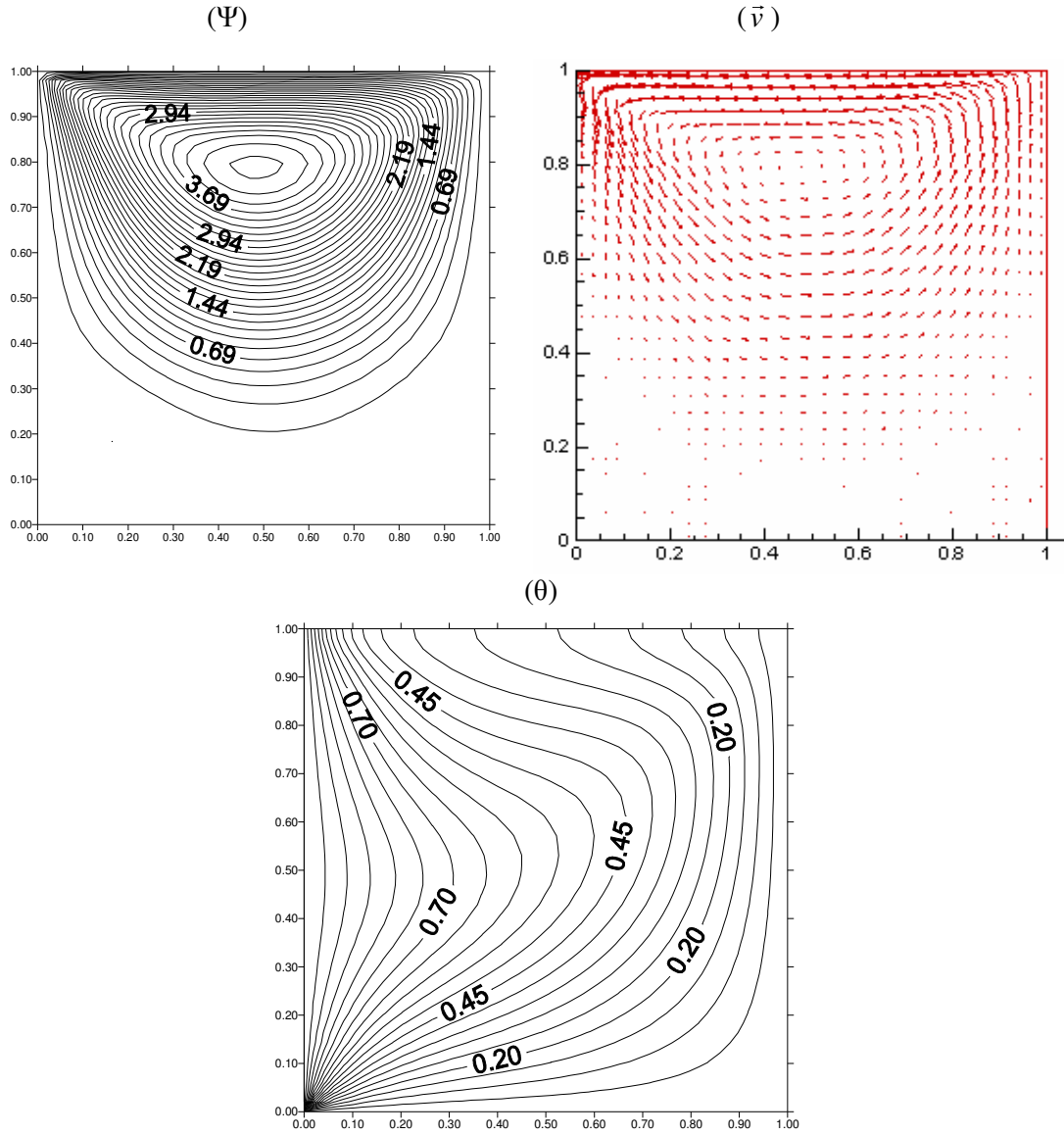
**Şekil 3.12:**  $Ra=1000$ ,  $Ma=1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.12'deki akış çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde  $Ra$  sayısının büyümesi ile beraber sistemdeki çevrintinin daha da güçlendiği görülmektedir. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise yine sol alt köşede sıcaklık gradyanının yoğunlaştığı göze çarpmaktadır. Bunun yanı sıra sağ üst köşede de yine güçlü bir sıcaklık gradyanı göze çarpmaktadır. Ayrıca sistemdeki güçlü çevrinti hareketinin sıcaklık eğrilerinin sıcak duvardan soğuk duvara doğru olan taşınımını hızlandırdığı görülmektedir.



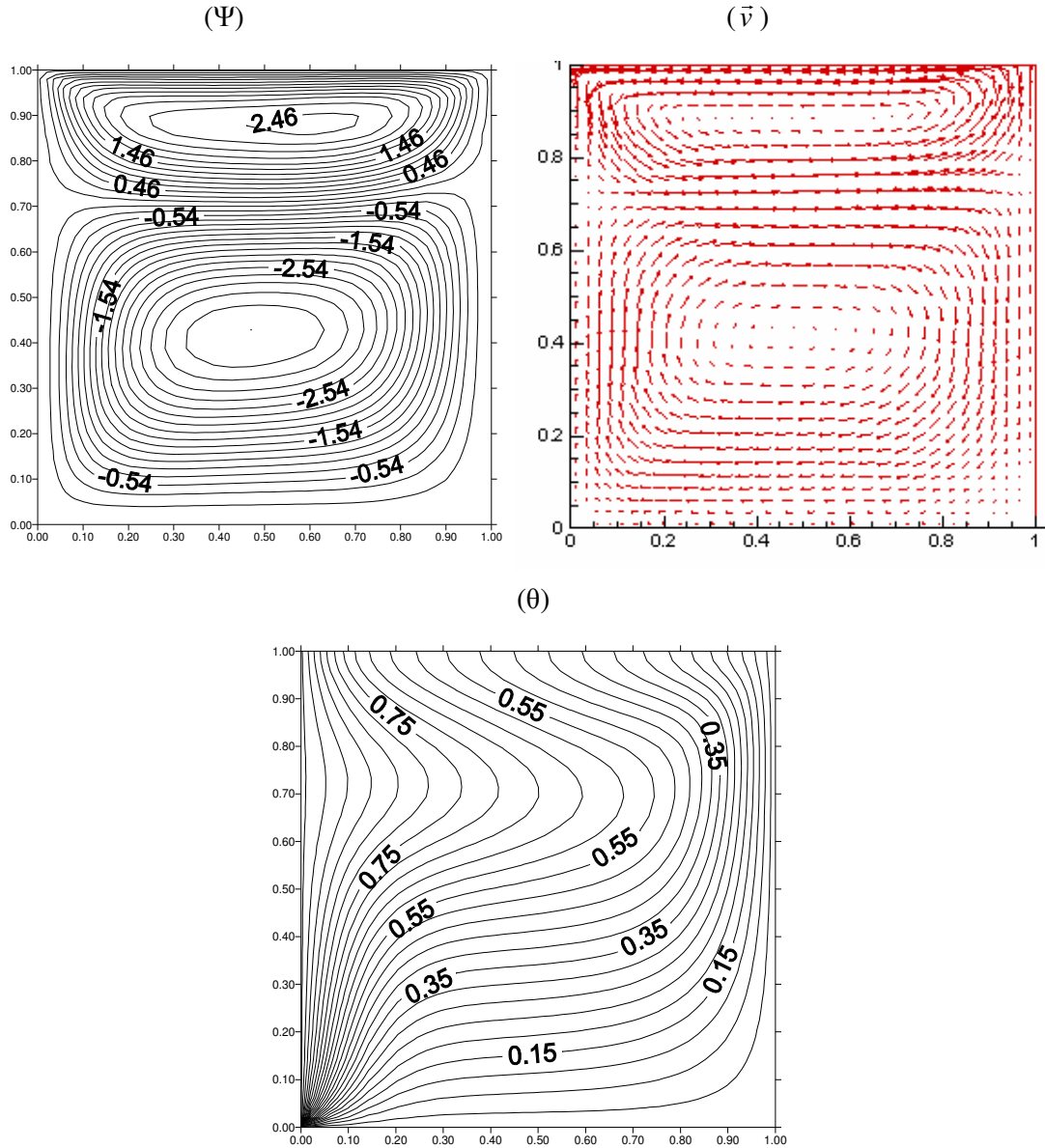
Şekil 3.13:  $Ra=10000$ ,  $Ma=1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.13'de  $Ra=10^4$  için akış çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde sistemdeki çivrintinin doğal taşınımın etkisinin kendini iyice hissettirmesiyle beraber daha da güçlendiği ve merkezinin kabın ortasına doğru kaydığı görülmektedir. Sıcaklık eğrilerinde ise sol alt köşede güçlü bir sıcaklık gradyanı bu grafikte de görülmekte ve daha da güçlenen çivrintinin etkisiyle sıcak duvardan soğuk duvara doğru olan ısı taşınımının nerdeyse yatay bir hal aldığı göze çarpan sıcaklık eğrilerinden tespit edilmektedir.



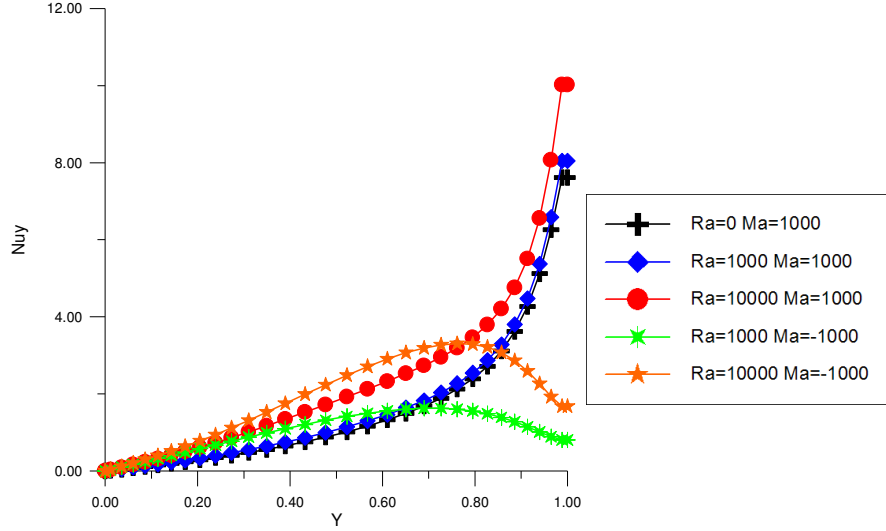
**Şekil 3.14:**  $Ra=1000$ ,  $Ma=-1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.14'deki akım çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde negatif  $Ma$  sayısı ve  $Ra=10^3$  için Marangoni taşınımının sistem üzerinde daha etkili olduğu ve buna bağlı olarak şekil 3.12'de görülen çevrintiye ters yönde ve merkezi yüzeye yakın bir çevrintinin oluştuğu görülmektedir. Sıcaklık eğrileri incelendiğinde ise sol alt köşede bir sıcaklık gradyanı görülmektedir. Fakat ters yönde oluşan çevrinti hareketi şekil 3.11, şekil 3.12 ve şekil 3.13'de sağ üst köşede ki sıcaklık gradyanının sıcak duvardan soğuk duvara olan ısı taşınımını yüzeye yakın bölgelerde yavaşlattığı için sol üst köşede oluştuğu tespit edilmiştir.



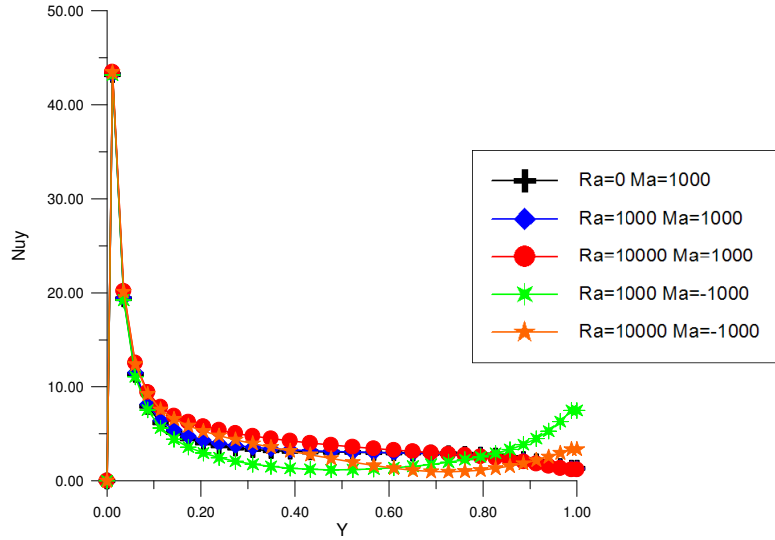
**Şekil 3.15:**  $Ra=10000$ ,  $Ma=-1000$  için eş akım çizgileri, hız vektörleri ve eş sıcaklık eğrileri

Şekil 3.15'deki  $Ra=10^4$  ve  $Ma=-10^3$  için akış çizgileri ve hız vektörleri incelendiğinde sistemde doğal taşınımın etkisi ile kabın gövdesinde güçlü bir çevrinti, yüzeye yakın kısımlarda ise Marangoni taşınımının etkisi ile ayrı bir çevrinti olduğu görülmektedir. Sıcaklık eğrileri kabın içinde oluşan iki ayrı çevrintinin etkisi ile alt bölgede oldukça hızlı bir taşınım olduğunu üst bölgede ise oldukça yavaş bir taşınım olduğunu göstermektedir.



Şekil 3.16: Sağ duvar için farklı Ra ve Ma değerlerinde yerel Nusselt sayıları

Şekil 3.16'da sağ duvar için farklı Ra ve Ma değerlerinde  $Nu_y$  incelenmiş ve pozitif Ma değerleri için sağ duvarın alt noktalardan üst noktalara doğru çıkıldıkça ısınmaktadır. Ancak negatif Ma değerlerinde ise belli bir noktaya kadar ısındığı belli bir noktadan sonra ise ters yöndeki çevrinti sebebiyle sıcaklık eğrilerinin bu noktalara ulaşamadığı görülmektedir.



Şekil 3.17: Sol duvar için farklı Ra ve Ma değerlerinde yerel Nusselt sayıları

Şekil 3.17'deki sol duvar için  $Nu_y$  incelendiğinde ise göze çarpan en önemli nokta  $Y=0$  noktasında  $Nu_y$ 'nin nerdeyse sifıra eşit olmasıdır. Sol duvar ile alt duvarın birleştiği  $Y=0$  noktasında alt duvardan sıcaklık kaçıışı çok fazla olduğu için burada bir ısıl sınır tabaka oluşmakta ve tam bu noktada  $Nu_y$  en düşük değeri almaktadır.

#### 4. SONUÇLAR

Yapılan tez çalışmasında, serbest yüzeyli bir kap için iki boyutlu olarak doğal ve Marangoni taşınımı birlikte ele alınmıştır. Tezin çözümlenmesi üç aşamalı olarak gerçekleştirilmiş olup ilk aşamada kapalı bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ duvar  $T_s$  sıcaklığında ve diğer duvarlar ısı geçişsiz kabul edilerek iki boyutlu olarak doğal taşınım olayı incelenmiştir. İkinci aşamada ise, serbest yüzeyli bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ duvar  $T_s$  sıcaklığında ve diğer duvarlar ısı geçişsiz kabul edilerek doğal ve Marangoni taşınım olayları birlikte incelenmiştir. Üçüncü ve son aşamada ise, serbest yüzeyli bir kaptaki sol duvar  $T_k$ , sağ ve alt duvar  $T_s$  sıcaklığında ve üst duvar ısı geçişsiz kabul edilerek doğal ve Marangoni taşınım olayları birlikte incelenmiştir. Her üç aşama içinde, Navier-Stokes denklemleri, süreklilik denklemi ve enerji denklemi sonlu hacimler yöntemi kullanılarak  $52 \times 52$ 'lik bir ızgara yapısı için çözülmüştür. Her üç aşamanın incelenmesinde ise sistem üzerinde etkisi olan boyutsuz sayılar tespit edilerek, bu boyutsuz sayıların farklı değerlerinde sistem üzerindeki değişiklikler incelenmiştir.

Sistem kapalı bir kap olarak incelendiğinde, sistem üzerinde etkisi olan boyutsuz sayıları Prandtl ve Rayleigh sayıları olduğu tespit edilmiştir. Sonrasında  $Pr=1$  alınarak Rayleigh sayısının farklı değerleri için akış hareketleri ve sıcaklık dağılımındaki değişiklikler incelenmiştir. İnceleme sonucunda, Rayleigh sayısının büyümesi ile kap içinde meydana gelen akış hareketinin kuvvetlendiği ve sıcaklık eğrilerinin hızlandığı görülmüştür.

Sistem serbest yüzeyli ve dikey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda yatay duvarları ise ısı geçişsiz bir kap olarak incelendiğinde, Prandtl sayısı, Rayleigh sayısı ve serbest yüzeyin varlığı ile ortaya çıkan boyutsuz Marangoni sayısının sistem üzerinde etkisi olan boyutsuz sayılar olduğu tespit edilmiştir.

Son aşamada sistem serbest yüzeyli, dikey duvarları ve alt duvarı farklı sabit sıcaklıklarda ve üst yüzeyi ise ısı geçişsiz olarak incelendiğinde, Prandtl sayısı, Rayleigh sayısı ve serbest yüzeyin varlığı ile ortaya çıkan boyutsuz Marangoni sayısının sistem üzerinde etkisi olan boyutsuz sayılar olduğu tespit edilmiştir.

Sonuç olarak, serbest yüzeyli bir kap için Marangoni sayısının gerek sıcaklık dağılımında, gerekse sistemdeki akış hareketinin oluşmasında Rayleigh sayısı kadar önemli bir boyutsuz sayı olduğu ve pozitif ve negatif değerlerinde sistemdeki sıcaklık dağılımı ve akış hareketinde büyük farklılıkların ortaya çıktığı saptanmıştır. Öyleki  $Ra=0$ ,  $Ma=10^3$  olduğu durumda sistemde sadece Marangoni taşınımının etkisi ile merkezi kabın serbest yüzeyine yakın bir bölgede bir çevrinti meydana geldiği ancak  $Ra$  sayısının büyümesi ve  $Ra=10^3$ ,  $10^4$  gibi değerler alması ile beraber merkezi  $Ra=0$  için serbest yüzeye yakın olan çevrintinin merkezinin kabın orta kısmına doğru kayarak hem doğal hem de Marangoni taşınımının etkisi ile beraber daha da güçlenip akışkanın bütününe etki eden bir çevrintinin meydana geldiği tespit edilmiştir. Hakim olan bu güçlü çevrinti hareketinin etkisi ile sıcak duvardan soğuk duvara doğru kuvvetli bir ısı taşınımının olduğu görülmüştür.  $Ra=0$ ,  $Ma=-10^3$  için ise Marangoni sayısının pozitif değerinde oluşan çevrinti hareketine ters yönde ve yine merkezi kabın serbest yüzeyine yakın bir bölgede olan bir çevrintinin meydana geldiği görülmüştür. Ancak Rayleigh sayısının büyümesi ile etkisi artmaya başlayan doğal taşınım negatif Marangoni sayısının etkisi ile oluşan çevrintiye ters yönde bir çevrinti oluşturmakta ve Rayleigh sayısının büyümesi ile beraber negatif  $Ma$ 'nın etkisi ile oluşan çevrintinin etkisinin azaldığı görülmüştür.  $Ra=10^4$  olduğunda ise iyice güçlenen doğal taşınım kabın içinde biri negatif Marangoni sayısının diğeri ise  $Ra$  sayısının büyümesi ile oluşan iki ayrı çevrinti oluşmaktadır. Negatif  $Ma$ 'nın etkisi ile oluşan ters yöndeki çevrinti hareketinin sıcak duvardan soğuk duvara doğru gerçekleşen ısı taşınımını yavaşlattığı tespit edilmiştir. Alt duvar sabit  $T_s$  sıcaklığındaki kapta ise sol alt köşeden güçlü bir ısı kaybı olduğu saptanmıştır. Bu ısı kaybı da kap içindeki sıcaklık eş yükseklik eğrilerinin dağılımını etkilemektedir.

## KAYNAKLAR

- Anderson, D.A., Tannehill, J.C. and Pletcher, R.H.**, 1984. Computational fluid mechanics and heat transfer, Hemisphere Publication Corporation, New York.
- Baytaş, A.C.**, 1996. Buoyancy driven flow in an enclosure containing time periodic internal sources, *Heat and Mass Transfer*, **31**, 113-119.
- Baytaş, A.C.**, 2004. An introduction to computational fluid dynamics and heat transfer, *International Summer School on Computational and Experimental Simulation of Combustion & Multi-Phase Flows in Advanced Energy Systems*, Sakarya, Turkiye, July 12-17. Lecture notes.
- Behnia, M., Stella, F. and Guj, G.**, 1995. A Numerical Study Of Three-Dimensional Combined Buoyancy And Thermocapillary Convection, *Int. J. Multiphase Flow*, **21(3)**, 529-542.
- Bejan, A.**, 1985. Convection in a vertical cavity, *International Journal Heat and Fluid Flow*, **6**, 149-159.
- Bejan, A.**, 1995. Convective heat transfer. A Wiley-Interscience Publication, New York.
- Bergman, T.L. and Ramadhyani, S.**, 1986. Combined Buoyancy and Thermocapillary Driven Convection in Open Square Cavity, *Numerical Heat Transfer*, **9**, 441.-451.
- Bergman, T.L. and Keller, J.R.**, 1988. Combined Buoyancy, Surface Tension Flow in Liquid Metals, *Numerical Heat Transfer*, **13**, 49-63.
- Bückle, U. and Peric, M.**, 1992. Numerical Simulation of Buoyant and Thermo-Capillary Convection in a Square Cavity, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **21**, 121-141.
- Carpenter, B.M. and Homsy, G.M.**, 1989, Combined Buoyant-Thermocapillary Flow in a Cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, **207**, 121-132.

- Davis, G.D.V.**, 1983a, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **3**, 249-264.
- Davis, G.D.V.**, 1983b, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Comparison Exercise, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **3**, 227-248.
- Faghri, A. and Zhang, Y.**, 2006. Transport phenomena in multiphase systems. Academic Press, London.
- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R.L. and Sammakia, B., 1988.** Buoyancy – Induced Flows and Transport. Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Grau, F.X., Valencia, L., Fabregat, A., Pallares, J. and Cuesta I., 2005.** Modelization and simulation of the fluid dynamics of the fuel in sunken tankers and of the dispersion of the fuel spill, *Symposium on Marine Accidental Oil Spills*, Vigo, Spain, July 13-16.
- Gray, D.D. and Giorgianni, A., 1976.** The validity of the Boussinesq Approximation for liquid and gases, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **91**, 545-551.
- Hortman, M. and Peric, M., 1990.** Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **11**, 189-207.
- Jaluria, Y. and Torrance, K.E., 1986.** Computational heat transfer. Hemisphere Publication Cor., Washington.
- Jue, T.C., 1998,** Numerical analysis of thermosolutal Marangoni and natural convection flows, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **34**, 633-652.
- Molenkamp, T., 1998.** Marangoni convection, mass transfer and microgravity, *M.Sc Thesis*, University of Groningen, Groningen.
- Naimi, M., Hasnaoui, M. and Platten J.K., 2000.** Marangoni Convection of Non-Newtonian power law fluids in a shallow rectangular cavity, *Engineering Computations*, **17**, 638-668.
- Okano, Y., Itoh, M. and Hirata, A., 1989.** Natural and Marangoni convections in a two-dimensional rectangular open boat, *Journal of Chemical Engineering of Japan*, **22(3)**, 275-281.

- Oro, J.M.F., Morros, C.S. and Diaz, K.M.A.,** 2006. Numerical simulation of the fuel oil cooling process in a wrecked ship, *Journal of Fluid Engineering*, **128**, 1390-1393.
- Pallares J., Cuesta I. and Grau F.X.,** 2004. Numerical simulation of the fuel oil cooling in the sunken prestige tanker. *The ASME-ZSIS International Thermal Science Seminar II*, Bled, Slovenia, June 13-16, 439-445.
- Patankar, S.V.,** 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, Washington D.C.
- Raoche, P.C.,** 1988. Computational Fluid Dynamics, Hermosa Albuquerque, New Mexico.
- Segerra-Perez, C.D., Olivia, A., Trias, X., Lehmkuhl, O. and Capdevila, A.,** 2007. Numerical simulation of thermal and fluid dynamic behavior of fuel oil in sunken ships, *Symposium on Marine Accidental Oil Spills*, Vigo, Spain, June 5-8, 31.
- Singh, A.K., Paul, T. and Thorpe, G.R.,** 1999. Natural Convection due to Heat and Mass Transfer in a Composite System, *Heat and Mass Transfer*, **35**, 39-48.
- Villers D. and Platten J.K.,** 1992. Coupled buoyancy and Marangoni convection in acetone: experiments and comparison with numerical simulations, *Journal of Fluid Mechanics*, **234**, 487-510.
- UNCTAD,** 2007. Review of Maritime Transport 2007, United Nations Publication, Geneva.
- Uysal, B.Z.,** 2003. Akışkanlar Mekaniği. Alp Yayınevi, Kızılay-Ankara.

## ÖZGEÇMİŞ

01.10.1980 tarihinde İstanbul'da doğdu. İlk öğrenimini Feriköy İlköğretim Okulu'nda, orta öğrenimini Talat Paşa İlköğretim Okulu'nda, lise öğrenimini Kurtuluş Lisesi'nde tamamladı. 1998 yılında lisans öğrenimine başladığı İ.T.Ü Denizcilik Fakültesi, Gemi Makineleri İşletme Mühendisliği Bölümü, 2002-2003 eğitim-öğretim yılında Gemi Makineleri İşletme Mühendisi diploması ve Uzakyol Vardiya Mühendisi Yeterliliğine sahip olarak tamamladı. Türk deniz ticaret filosu gemilerinde bir süre Uzakyol Vardiya Mühendisi olarak görev aldı. 2005-2006 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsüne bağlı Deniz Ulaştırma Mühendisliği Yüksek Lisans programına başladı. 14.04.2006 tarihinden itibaren İ.T.Ü. Denizcilik Fakültesinde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Akışkanlar mekaniği, ısı transferi konularının denizcilik alanındaki uygulamaları üzerinde çalışmalar yürütmektedir. Halen fakültede Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.