

T.C.
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HOMOJEN OLMAYAN ELASTİK KÜRESEL KABUĞUN
TERMAL BURKULMASI

Polat ÖZYİĞİT

Danışman: Prof. Dr. Abdullah AVEY

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ISPARTA, 2010

TEZ ONAYI

Polat ÖZYİĞİT tarafından hazırlanan “Homojen Olmayan Elastik Küresel Kabuğun Termal Burkulması” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Süleyman Demirel Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Abdullah AVEY

(İmza)

Süleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Jüri Üyeleri :

Unvan, Adı ve Soyadı

(İmza)

Doç Dr. Elçin YUSUFOĞLU

(İmza)

Dumlupınar Üniversitesi, Matematik Anabilim Dalı

Unvan, Adı ve Soyadı

(İmza)

Yrd. Doç. Dr. Kemal Tuşat YÜCEL

(İmza)

Süleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Prof. Dr. Mustafa KUŞCU
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER.....	i
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
SİMGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Tezin Önemi.....	2
1.2. Tezin Amacı.....	3
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	5
2.1. Homojen Küresel Kabukların Mekanik Yükler Etkisi Altında Stabilite ve Titreşim Problemleri ile İlgili Makale Özetleri.....	5
2.2. Homojen Küresel Kabukların Termal Yükler Etkisi Altında Stabilite ve Titreşim Problemleri ile İlgili Makale Özetleri.....	16
2.3. Homojen Olmayan Malzemeler ve bu Malzemelerden Oluşan Değişik Yapı Elemanlarının Mekanik ve Termal Yüklemeler Altında Stabilite ve Titreşimi ile İlgili Makale Özetleri.....	22
2.4. Küresel Kabuklar İçeren Yapı Elemanlarının Stabilitesi ve Titreşimi Problemleri ile İlgili Literatürde Bulunan Kitaplardan Bazıları.....	38
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	41
3.1. Homojen Olmayan Küresel Kabuklar için Temel Bağıntı ve Denklemler.....	41
3.2. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Termal Yük Etkisi Altındaki Stabilite Denklemlerinin Çözümü.....	53
3.3. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Kritik Üniform Sıcaklık Artışı için Analitik İfadelerin Bulunması.....	58

4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	62
4.1. Homojen Olmayan Elastik Malzeme Özelliklerinin ve Termal Genleşme Katsayısının Analitik Modellenmesi.....	62
4.2. Karşılaştırmalar.....	66
4.3. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Kritik Sıcaklık Artışı Analizleri.....	68
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	95
6. KAYNAKLAR.....	99
EKLER.....	110
ÖZGEÇMİŞ.....	116

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

HOMOJEN OLMAYAN ELASTİK KÜRESEL KABUĞUN TERMAL BURKULMASI

Polat ÖZYİĞİT

Süleyman Demirel Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Abdullah AVEY

Bu çalışmada sürekli homojen olmayan sığ küresel kabuğun üniform termal yük etkisi altında burkulma problemi ele alınmaktadır. Önce, kalınlık doğrultusunda sürekli değişen izotrop malzeme özellikleri ve uygun termal genleşme katsayısının analitik modelleri oluşturulmakta ve bu modellerin grafiksel ve sayısal gösterimi yapılmaktadır.

Problemin formülasyonunda Kirchhoff-Love'nin birinci mertebeden kabuk teorisi kullanılmakta ve gerilme-deformasyon bağıntılarında Hooke kuralı dikkate alınmaktadır. Donnell-Mushtari-Vlasov (DMV) varsayımları ve Sanders doğrusal olmayan gerilme-yer değiştirme bağıntısı kullanılarak kuvvet ve moment bileşenleri bulunmaktadır. Sonra homojen olmayan malzemelerden oluşan küresel kabuklar için termal genleşme katsayısının değişimi de dikkate alınarak termal yükleme altındaki küresel kabuğun toplam potansiyel enerji fonksiyonu zar, eğilme ve termal gerilme enerjilerinin toplamından elde edilmektedir. Toplam potansiyel enerji fonksiyonunun ikinci varyasyonuna Euler denklemleri uygulanarak üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak stabilite denklemleri elde edilmektedir. Üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak elde edilen stabilite denklemleri basit mesnetli sınır koşuluna göre çözülmektedir.

Termal genleşme katsayısı kalınlık doğrultusunda değişken olduğunda sürekli homojen olmayan sığ küresel kabuğun boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı için analitik ifade bulunmaktadır. Özel durumlarda sabit ve değişken termal genleşme katsayıları için homojen izotrop küresel kabuğun boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının ifadeleri elde edilmektedir. Söz konusu ifadeler çevresel ve meridyenel dalga sayılarına göre minimize edilerek boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışlarının minimum değerleri bulunmaktadır.

Sayısal hesaplar kısmında MAPLE 13 bilgisayar programı kullanılarak, çelik malzeme elastisite modülü ve uygun termal genleşme katsayısının kalınlık koordinatlarına bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişiminin ve kürenin geometrik parametreleri değişiminin kritik üniform sıcaklık artışına etkileri sayısal olarak incelenmektedir. Bu çalışmanın geçerliliği için elde edilen sonuçlar literatürde sunulan çözümlerle karşılaştırılarak doğruluğu teyit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Küresel kabuk, homojen olmama, termal yükleme, değişken termal genleşme katsayısı, termal burkulma, kritik üniform sıcaklık artışı.

2010, 116 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

THE THERMAL BUCKLING OF NON-HOMOGENOUS ELASTIC SPHERICAL SHELL

Polat ÖZYİĞİT

**Suleyman Demirel University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Civil Engineering**

Supervisor: Prof. Dr. Abdullah AVEY

In this study, the buckling problem of the non-homogenous shallow spherical shell subjected to the uniform thermal load is investigated. Firstly, analytical modeling of the non-homogenous material properties and appropriate thermal expansion coefficient which are varying continuously through the thickness direction are formed, and graphical and numerical illustrations of these models are given.

In the formulation of the problem, Kirchhoff-Love's first order shell theory is used and Hooke's law is taken into account for stress-strain relations. By using Donnell-Mushtari-Vlasov's (DMV) assumptions and Sanders's non-linear stress-displacement relation, the expressions for the force and moment resultants are obtained. Then, by taking into account variation of the thermal expansion coefficient for non-homogenous spherical shells, the total potential energy function of the spherical shell under thermal loading is obtained from total of the membrane, bending and thermal stress energies. By applying Euler's equations to the second variation of the total potential energy function, stability equations depending on three displacement functions are obtained. Stability equations which are obtained by depending on three displacement functions are solved for the simply supported boundary condition.

When thermal expansion coefficient is variable through the thickness direction, analytical expression for the dimensionless critical uniform temperature rise for the continuously homogeneous shallow spherical shell is found. In special cases, the formulas of dimensionless critical uniform temperature rise of the spherical shell are obtained for the constant and variable thermal expansion coefficients. By minimizing these expressions according to circumferential and meridional wave numbers, the minimum values of the dimensionless critical uniform temperature rise are obtained.

In numerical computations, effects of the variations of the elasticity modulus and appropriate thermal expansion coefficient as a power function according to thickness direction and variation of the geometric parameters of the sphere on the critical uniform temperature rises are examined as numerically by using computer program of Maple 13. For the validity of this study, the obtained results are compared with counterparts in the open literature.

Key Words: Spherical shell, non-homogeneity, thermal loading, variable thermal expansion coefficient, thermal buckling, critical uniform temperature rise.

2010, 116 pages

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Tez çalışmasını sürdürdüğüm dönemde, bana daima destek olan, çalışma disiplini aşıl原因an, fedakârlıktan kaçınmayan, yapıcı öneri ve düzenlemeleriyle çalışmanın içerik ve sunumundaki zenginliğine büyük katkıda bulunan tez yöneticisi, saygıdeğer danışman hocam, Sayın **Prof. Dr. Abdullah AVEY**'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

1755-YL-08 No'lu proje ile tez çalışmamı maddi olarak destekleyen Süleyman Demirel Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Yönetim Birimi Başkanlığı'na teşekkürlerimi sunarım.

108M322 No'lu TÜBİTAK projesinde vermiş oldukları burs desteği için TÜBİTAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, maddi ve manevi desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen aileme en içten duygularıyla teşekkür eder, sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım.

Polat ÖZYİĞİT
ISPARTA, 2010

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Küresel kabuk dış basınç yükü etkisi altında.....	42
Şekil 3.2. Küresel kabuk ve açılar.....	42
Şekil 3.3. İnce küresel kabuğun geometrisi.....	43
Şekil 3.4. Basit mesnetli küresel kabuk.....	53
Şekil 4.1. Young modülünün doğrusal değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	63
Şekil 4.2. Termal genleşme katsayısının doğrusal değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	63
Şekil 4.3. Young modülünün parabolik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	64
Şekil 4.4. Termal genleşme katsayısının parabolik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	64
Şekil 4.5. Young modülünün kübik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	65
Şekil 4.6. Termal genleşme katsayısının kübik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri.....	65
Şekil 4.7. İnce küresel kabuğun geometrik parametreleri.....	67
Şekil 4.8. Termal genleşme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	70
Şekil 4.9. Termal genleşme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNh} 'in R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	70
Şekil 4.10. Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	72
Şekil 4.11. Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde $T_{USA}^{krN\alpha}$ 'nin R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	72
Şekil 4.12. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$). 75	
Şekil 4.13. Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı her ikisi sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$). 75	
Şekil 4.14. Termal genleşme katsayısı sabit ve Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNh} nin ϕ_L açısına bağlı değişimi ($\mu_1 = 1; R/h = 100$).....	77

Şekil 4.15. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L açısına bağlı dağılımı ($\mu_2 = 1; R/h = 100$).....	79
Şekil 4.16. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L destekleyici açuya göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; R/h = 50; 100$).....	82
Şekil 4.17. Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve $\mu_2 = 0$ olduğunda T_{USA}^{krNh} değerlerinin μ_1 katsayısına bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9; R/h = 100$).....	84
Şekil 4.18. Homojen elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışının μ_2 termal genleşme katsayısına bağlı değişimi ($\phi_L = \pi/9; R/h = 100$).85	
Şekil 4.19. Termal genleşme katsayısı değiştiğinde homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9, \pi/18; R/h = 100$).....	88
Şekil 4.20. Termal genleşme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNh} 'in $H/2a$ oranına bağlı dağılımı ($\mu_1 = 1, R/h = 100$).....	90
Şekil 4.21. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı ($\mu_2 = 1, R/h = 100$).....	92
Şekil 4.22. Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNH} 'in $H/2a$ oranına bağlı değişimi ($\mu_1 = \mu_2 = 1, R/h = 100$).....	94

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Değişik R/h oranı için homojen kürenin kritik dış basınç yükü değerlerinin literatürdeki uygun sonuçlarla karşılaştırılması.....	66
Çizelge 4.2. Homojen kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayıları ile literatürdeki uygun değerlerin karşılaştırılması (R/h=100).....	67
Çizelge 4.3. Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	69
Çizelge 4.4. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda $T_{USA}^{krN\alpha}$ ve uygun (m,n) dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)..	71
Çizelge 4.5. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$).....	74
Çizelge 4.6. Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının ϕ_L destekleyici açığına göre değişimi ($\mu_1 = 1; R/h = 100$).....	77
Çizelge 4.7. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının ϕ_L açısına bağlı değişimi ($\mu_2 = 1; R/h = 100$).....	78
Çizelge 4.8. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNH} ve uygun (m,n) dalga sayılarının değişik R/h oranları için ϕ_L açısına bağlı değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; R/h = 50;100$).....	81
Çizelge 4.9. Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve dalga sayılarının μ_1 'e bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9; R/h = 100$).....	83
Çizelge 4.10. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının μ_2 termal genleşme katsayısına göre dağılımı ($\phi_L = \pi/9; R/h = 100$).....	85

- Çizelge 4.11. Young modülü ve termal genişleme katsayısı sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9, \pi/18$; $R/h = 100$)..... 87
- Çizelge 4.12. Termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı ($\mu_1 = 1$, $R/h = 100$)..... 89
- Çizelge 4.13. Termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının $H/2a$ oranına göre dağılımı ($\mu_2 = 1$, $R/h = 100$)..... 91
- Çizelge 4.14. Young modülü ve termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının $H/2a$ oranına göre değişimi ($\mu_1 = \mu_2 = 1$, $R/h = 100$)..... 93

SİMGELER DİZİNİ

$A_i, i = 1,2,3$	Bilinmeyen sabitler
$a_{ij} (i, j = 1,2,3)$	Homojen olmayan malzeme ve kabuk karakteristiklerine bağlı olan katsayılar
$\bar{a}_{ij} (i, j = 1,2,3)$	Homojen malzeme ve kabuk karakteristiklerine bağlı olan katsayılar
$C_i, C_{ja}, C_{kb}, C_{qc}$	Kabuk parametrelerine bağlı katsayılar
d	Homojen olmama fonksiyonunun derecesi
E	Homojen olmayan malzemenin elastisite modülü
E_0	Homojen malzemenin elastisite modülü
$e_\phi, e_\theta, e_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda küresel kabuğun orta yüzeyindeki normal ve kayma deformasyonları
$e_{\phi 1}, e_{\theta 1}, e_{\phi\theta 1}$	Geometrik lineer durumda küresel kabuğun orta yüzeyindeki normal ve kayma deformasyonları
H	Küre kesitinin yüksekliği
h	Küresel kabuğun kalınlığı
$M_\phi, M_\theta, M_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda moment bileşenleri
$M_{\phi 1}, M_{\theta 1}, M_{\phi\theta 1}$	Geometrik lineer durumda moment bileşenleri
m, n	Meridyenel ve çevresel burkulma dalga sayıları
q	Dış basınç yükü
q_{kr}	Mekanik burkulma yükü
R	Küresel kabuğun yarıçapı
r, θ, ϕ	Radyal, çevresel ve enlemsel-meridyensel koordinatlar
T	Sıcaklık
$T(z)$	Kalınlık koordinatına bağlı sıcaklık fonksiyonu
T_{USA}^{krNH}	Homojen olmayan izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı
T_{USA}^{krNh}	Homojen olmayan izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı sabit olduğunda boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı
$T_{USA}^{krN\alpha}$	Homojen izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı
T_{USA}^{krH}	Homojen izotrop sıg küresel kabuk için boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı
$T_{\theta 0}, T_{\phi 0}, T_{\phi\theta 0}$	Burkulma öncesi yükler
$T_\phi, T_\theta, T_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda kuvvet bileşenleri
$T_{\phi 1}, T_{\theta 1}, T_{\phi\theta 1}$	Geometrik lineer durumda kuvvet bileşenleri
$T_{\theta 0}^b$	Burkulma yükü

u, v, w	Küresel kabuğun orta yüzeyinde sırasıyla meridyenel, çevresel ve radyal yer değiştirmeler
z	Küresel kabuğun kalınlık koordinatı
α	Homojen olmayan malzemenin termal genleşme katsayısı
α_0	Homojen malzemenin termal genleşme katsayısı
β_i	Malzeme özelliklerine ve sıcaklığına bağlı katsayılar
$\chi_\phi, \chi_\theta, \chi_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda orta yüzeyin ϕ ve θ doğrultuları ve burulmasındaki eğrilikleri
$\chi_{\phi 1}, \chi_{\theta 1}, \chi_{\phi\theta 1}$	Geometrik lineer durumda orta yüzeyin ϕ ve θ doğrultuları ve burulmasındaki eğrilikleri
ΔT	Sıcaklık değişimi
$\varepsilon_\phi, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda küresel kabuğun her hangi bir noktasındaki normal ve kayma deformasyonları
$\varepsilon_{\phi 1}, \varepsilon_{\theta 1}, \varepsilon_{\phi\theta 1}$	Geometrik lineer durumda küresel kabuğun her hangi bir noktasındaki normal ve kayma deformasyonları
ϕ_L	Küresel bölge açısı
$\varphi_1(\bar{z})$	Elastisite modülünün sürekli değişim fonksiyonu
$\varphi_2(\bar{z})$	Termal genleşme katsayısının sürekli değişim fonksiyonu
Λ_i	Diferansiyel operatörler
λ	Dalga sayısı ve meridyensel koordinata bağlı parametre
μ_1	Elastisite modülü değişim katsayısı
μ_2	Termal genleşme değişim katsayısı
ν	Homojen malzemenin Poisson oranı
$\sigma_\phi, \sigma_\theta, \sigma_{\phi\theta}$	Geometrik lineer olmayan durumda küresel kabuğun orta yüzeyindeki normal ve kayma gerilmeleri
$(,)$	Koordinatlara göre kısmi türevler

1. GİRİŞ

Küresel şekle sahip dönele kabuklar çağdaş teknolojinin değişik alanlarında; uçak savar antenlerinin mukavemet elemanı olarak uzay araçlarında, arakesit duvarı olarak denizaltılarda, gemilerde veya geminin sonunda konulan kapaklarda, değişik amaçlar için kullanılan çeşitli depoların alt tabanında vs. kullanılmaktadır. Değişik amaçla kullanılan bu tür küresel kabuklara, tasarım aşamasında değişik kontroller yapılmaktadır. Bu kontrollerden en önemlilerinden biri mekanik ve termal yükler etkisi altındaki küresel kabukların termo-elastik stabilite kontrolüdür.

Kabukların üniform olmayan termal genişmesi sonucunda, kabukta basınç gerilmesi ve bu gerilmeyi dengeleyen uzama termal gerilmesi meydana gelir. Bu durumda mekanik dış kuvvetler olmadığında da termal basınç gerilmesi etkisi altında küresel kabuklarda stabilite kaybı meydana gelebilir. Termal gerilme etkisi altında küresel kabukların tepki problemlerinin çözümünde termodinamik yöntemlerin yanı sıra mekaniğin genel teoremlerine dayanan enerji yöntemi de kullanılabilir. Bu tez çalışmasında enerji yöntemi kullanılmaktadır.

Termal yükler altındaki küresel kabukların oluştuğu malzeme büyük öneme sahiptir. Son yıllarda homojen olmayan malzemeler değişik alanlarda sıkça kullanılmaktadır. Malzemelerin homojen olmaması doğal ve yapay nedenlerden olabilir. Bu tür malzemeler sıcaklığa daha dayanıklı olma özelliğine sahiptirler. Ayrıca, termal cilalamalar, üretim teknikleri malzemenin özelliklerini noktadan noktaya değiştirir ve nokta koordinatlarının sürekli fonksiyonu yapar. Malzemenin homojen olmaması da kritik termal yüklere önemli derecede etki etmektedir.

Yapılan kapsamlı literatür taraması homojen olmayan malzemenin oluşan elastik küresel kabuğun termal burkulma problemlerinin çalışılmadığını ortaya koymuştur. Bu tez çalışmasında söz konusu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır.

1.1. Tezin Önemi

Günümüz teknolojisinde küresel kabukların kullanım alanının genişlemesi ile mekanik ve termal yükler etkisi altındaki küresel kabukların burkulma problemlerinin incelenmesi araştırmacıların ilgi odağı haline gelmiştir (Volmir, 1967; Kaplan, 1974; Moris, 1996).

Uzay endüstrisinde kullanılan homojen olmayan malzemeler aşırı yüksek sıcaklıklara ve son derece büyük termal değişimlere maruz kaldığından, homojen olmayan küresel kabukların termal burkulma problemlerinin çözümünü ve sıcaklık farkı burkulma yükünün bulunmasını daha da önemli kılmaktadır (Ootao and Tanigawa, 1994; Lutz and Zimmerman, 1996; Wang et. al., 2000; Eslami et. al., 2005; Shen and Noda, 2007; Sofiyev et. al., 2009a).

Günümüzde, nano teknoloji kullanılarak yeni homojen olmayan malzeme türlerinin oluşturulması ve yapı elemanlarında bu malzemelerin sıkça kullanılması yeni hesap yöntemleri ve stabilite analizleri yapılmasını gerektirmektedir. Bu analizler esnasında malzeme özelliklerinin homojen olmamasının matematiksel modelinin oluşturulması ve malzemenin homojen olmaması faktörünün dikkate alınması, yapı elemanının bütünlüğü, dayanaklığı ve güvenilirliği açısından zorunlu hale gelmiştir. Ayrıca, üretim tekniği, radyasyon etkisi, termik ve yüzeysel cilalamalar vs. malzemenin homojenliğini bozan faktörlerdir. Bu durumda malzeme özellikleri noktadan noktaya sürekli, parçalı sürekli ve rastgele değişir ve noktanın uzay koordinatlarının sürekli, parçalı sürekli ve rastgele fonksiyonları olabilir (Lomakin, 1976; Delale and Erdogan 1983; Khoroshun, 1988; Ootao and Tanigawa, 2007a; Sofiyev et. al., 2009b).

Homojen olmayan malzemeler, diğer üstün özelliklerinin yanı sıra sıcaklığı çok iyi korumasından dolayı çok fazla dikkat çekmiştir. Oysa homojen olmayan elastik küresel kabuğun termal yükler etkisi altında burkulma problemleri henüz yeterince çalışılmamıştır. Homojen olmamanın dikkate alınması küresel kabukların radyal termal basınç yükü etkisi altında burkulma probleminin çözümünü daha da karmaşık hale getirmektedir. Bu nedenle, homojen olmayan küresel kabukların radyal termal

basınç yükü etkisi altında burkulma karakteristiklerinin elde edilmesi ile ilgili kesin, doğru ve güvenilir bir analiz geliştirmek zorunlu hale gelmektedir.

1.2. Tezin Amacı

Bu çalışmada sürekli homojen olmayan sıg küresel kabuğun üniform termal yük etkisi altında burkulma problemi ele alınmaktadır.

Önce, kalınlık doğrultusunda sürekli homojen olmayan izotrop malzeme özelliklerinin ve termal genişleme katsayısının analitik modelleri oluşturulmakta ve bu modellerin grafiksel ve sayısal gösterimi yapılmaktadır.

Problemin formülasyonunda Kirchhoff-Love'nin birinci mertebeden kabuk teorisi kullanılmakta ve gerilme-deformasyon bağıntılarında Hooke kuralı dikkate alınmaktadır. Donnell–Mushtari–Vlasov (DMV) varsayımları ve Sanders doğrusal olmayan gerilme-yer değiştirme bağıntısı kullanılarak kuvvet ve moment bileşenleri bulunmaktadır. Sonra homojen olmayan malzemelerden oluşan küresel kabuklar için termal genişleme katsayısı da dikkate alınarak termal yükleme altındaki küresel kabuğun toplam potansiyel enerji fonksiyonu zar, eğilme ve termal gerilme enerjilerinin toplamından elde edilmektedir. Toplam potansiyel enerji fonksiyonunun ikinci varyasyonuna Euler denklemleri uygulanarak üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak stabilite denklemleri elde edilmektedir. Üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak elde edilen stabilite denklemleri basit mesnetli sınır koşuluna göre çözülmektedir.

Üniform sıcaklık artışı altındaki küresel kabukta $T(z) = \Delta T$ göz önüne alınmaktadır. Termal genişleme katsayısı kalınlık doğrultusunda değişken olduğunda sürekli homojen olmayan sıg küresel kabuğun boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı için analitik ifade bulunmaktadır. Söz konusu ifade dalga sayılarına göre minimize edilerek boyutsuz kritik üniform sıcaklığın minimum değeri bulunmaktadır. Özel durumlarda sabit ve değişken termal genişleme katsayıları için homojen izotrop küresel kabuğun boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı için ifade elde edilmektedir.

Sayısal hesaplar kısmında MAPLE 13 bilgisayar programı kullanılarak, elik malzeme elastisite modülü ve uygun termal genleşme katsayısının kalınlık koordinatlarına bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişiminin ve kürenin geometrik parametreleri değişiminin kritik sıcaklık artışına etkileri sayısal olarak incelenmektedir. Bu çalışmanın geçerliliği için elde edilen sonuçlar literatürde sunulan çözümlerle karşılaştırılmış ve doğruluğu kanıtlanmıştır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Bu bölümde tez çalışması ile ilgili, son yıllarda yayınlanmış homojen ve homojen olmayan elastik küresel kabukların mekanik ve termal yükler etkisi altında stabilite ve titreşimi ile ilgili çalışmaların kısa özetleri sunulmuştur. Bunun yanı sıra tez konusu ile ilgili olan temel kitaplar, teorik ve deneysel çalışmalardan da kısaca bahsedilmektedir.

2.1. Homojen Küresel Kabukların Mekanik Yükler Etkisi Altında Stabilite ve Titreşim Problemleri ile İlgili Makale Özetleri

Küresel kabuklar gemilerde veya geminin sonunda kapak olarak kullanılırlar. Dizayn aşamasında değişik kontroller yapılmaktadır. Bu kontrollerden en önemlilerinden biri mekanik ve termal yükler etkisi altındaki küresel kabukların stabilitesidir. Açık literatürde mekanik yükler etkisi altındaki homojen küresel kabukların burkulma analizleriyle ilgili çok sayıda çalışma vardır. Önce homojen kabukların mekanik yükler etkisi altındaki stabilite problemleri ile ilgili çok önemli bazı çalışmalara göz atalım:

Dış basınç altındaki küresel kabuğun elastik burkulma sonrası davranışı oldukça dikkat çekici bir şekilde Karman at. al. (1939) tarafından ortaya konmuştur.

Reissner (1955) çalışmasında, sığ küresel kabuğun eksenel simetrik titreşim problemini ele almış ve titreşim frekansı için değerlendirmelerde bulunmuştur.

Budiansky (1959), kesik küresel kabukların burkulmasını çalışmıştır. Kabuğun stabilite denkleminin çözümünde sayısal yöntem kullanmıştır. Çalışma, doğrusal olmayan eksenel simetrik ön burkulma çözümünü takiben doğrusal özdeğer problemiyle ilgilidir.

Kalnins and Naghdi (1960) çalışmasında, enine kesme ve dönel ataletin etkilerini içeren teoriye dayanan, zamanla değişen yük altındaki sığ küresel kabuğun aksel simetrik titreşimlerini incelemiştir. Kabuk kenarlarından sabitlenmiş sınır ve başlangıç koşullarını sağlayan hareketin diferansiyel denklemlerini Fourier-Bessel serilerinin terimleri şeklinde çözmüştür. Yoğunlaştırılmış çevresel yük, yoğunlaştırılmış merkezi yük ve simetrik yayılı yükün özel hallerini ayrıca incelemiştir.

Murray and Wright (1961) çalışmasında ince küresel kabuğun dış basınç yükü etkisi altındaki burkulma problemini incelemiştir.

Weinitschke (1962), ince sığ küresel kabukların simetrik olmayan burkulmalarını analiz etmiştir. Simetrik olmayan stabilite denklemleri ve sayısal sonuçların çıkarılmasını elde etmede kuvvet serileri yöntemini kullanmıştır.

Krenzke and Keirnan (1963) ve Huang (1964) çalışmalarında ince sığ küresel kabukların simetrik olmayan burkulmaları üzerine çalışmışlar. Huang'dan önce, aksel simetrik burkulma teorisine dayanan teorik tahminler ve burkulma basıncının deneysel gözlemleri arasında uyumsuzluklar bulunmuştur. Bu teori ile elde edilen burkulma basınçları karşılaştırılan deneysel sonuçlar gibi çok yüksektir. Huang uyumsuzluğun kaynağı olan kabuk ve simetrik olmayan burkulmanın başlangıç kusurlarını buldu. Huang'ın çalışması Weinitschke (1962)'nin çalışmasındaki deneysel ve teorik farklılığın ciddi uyumsuzluğunu indirgemıştır. Ancak, elde edilen bazı test verileri kullanılarak çok kusursuz imal edilmiş kabuklarda teorik tahminlerle kabul edilebilir uyuma olduğu görülmektedir.

Penning and Thurston (1965) yoğun yük altındaki sığ küresel kabukların başlangıç burkulma sonrası analizleri üzerine çalışmışlardır. Yapılan analizler göstermektedir ki simetrik olmayan davranışa geçişte olduğu gibi kabuk yük-taşıma kapasitesini koruduğunu göstermektedir. Bu çalışmada, yoğunlaştırılmış yük altındaki sığ küresel başlıklarda deneysel ve teorik çalışma gerçekleştirilmiştir. Alüminyum numuneler dış kenarlarından kesilmişlerdir ve farklı kesit alanlı yük tipleri kullanılarak test

edilmişlerdir. Eksenel simetrik sapmalar için Reissner'in denklemlerinin sayısal çözümlerinin sonuçları deneysel ölçümlerle uyum içerisindedir. Deneysel veriler; eksenel simetrik olmayan sapmalar, üst ve alt kritik burkulma yükleri, burkulma öncesi ve burkulma sonrası sapmalar ve çeşitli kritik yük kümelerinin mevcudiyeti için ortaya çıkmaktadır. Bu problemde, eksenel simetrik denge durumlarıyla kesişen asimetric modlarda, çatallanmış yüklerin sayısal çözümlerini hesaplamak için asimetric burkulma tahmini ihmal edilmiştir.

Yoğunlaştırılmış yükün tepe noktasındaki durum için Bushnell (1967) burkulmayı analiz etti. Bu çalışmada sonlu ön burkulma deformasyonları, yoğunlaştırılmış ve halka yükler altındaki küresel kabuğun dallanma yüklerinin hesaplanması amacıyla oluşturulmuştur. Bölgeye yönlendirilmiş noktasal yüklü ankastre başlıklar hali için, Penning and Thurston'un (1965) test sonuçlarıyla iyi bir uyum elde edilmiştir. Ayrıca hesaplamalar dallanmanın tam küresel kabuk durumunda 3 çevresel dalga ortaya çıkardığını göstermektedir. Boyutsuz yük parametresi PR/Et^3 'ün kritik değeri, R/t 'nin 100'den büyük olduğu durumda yarıçap-kalınlık R/t oranından bağımsızdır, fakat R/t azaldıkça azalmaktadır. Küresel kabuklar, yüklerde 8 çevresel dalgaya bağlı dışa yönlendirilmiş noktasal yüklüdür, 24 kere kritik bölgeye yönlendirilmiştir. Halka üzerine gerilme yükü uygulanıp çap arttığında, kritik yük artar, çevresel dalga sayıları artar ve sonuçlar doğrusal olmayan teoriden gelen doğrusal teori yaklaşımından gelmektedir.

Fitch (1968), burkulma sonrasıyla birlikte burkulma davranışını çalıştı. Bu çalışmada yoğunlaştırılmış yük altındaki ankastre sığ küresel kabukların elastik burkulma ve ilkel burkulma sonrası davranışı göz önüne alınmıştır. Asimetric dönme modelinin içerisinde dallanma, asimetric erken-burkulmadan önce olmadıkça kabuğun artan kalınlık oranı rölatif kalın kabuklarla ilgili olarak sınırlı aralıkta değiştiği bulunmuştur. İlkel burkulma sonrası analizler göstermektedir ki asimetric davranışa geçişte olduğu gibi kabuk yük taşıma kapasitesini korumaktadır. Bu sonuçların mevcut deneysel verilerle uyum içinde olduğu gösterilmiştir. Çalışmada, kabuk kalınlığı mutlak kritik değerden küçükse, eksenel simetrik anlık burkulma için

gereken daha küçük yükte, simetrik olmayan dallanma ortaya çıkabildiği bulunmuştur.

Grossman et. al. (1969) çalışmasında, küresel kabukların doğrusal olmayan titreşim analizlerini incelemişler.

Ayrıca, Fitch and Budiansky (1970) yoğunlaştırılmış dairesel bölge tepesi boyunca üniform yüklenmiş ama başlığın tümüne uzanmayan kesik küresel başlık durumu için çözümler elde etmişlerdir. Bu çalışmada, eksenel simetrik yük altındaki ankastre sığ küresel kabukların elastik burkulma ve ilkel burkulma sonrası davranışı incelenmiştir. Analizler alan boyunca üniform olarak dağılan burkulma ve burkulma sonrasına bağımlı davranış için yapılmıştır. Yüklü bölgenin artan alanı, eksenel simetri ek bileşeni ile asimetrik çatallanmadan gelen burkulma davranışı değişiklikleri ve sonra asimetrik çatallanma için bulunmuştur. Bu asimetrik burkulma ile ilişkili küçük yüklü alan, yük taşıma kapasitesini koruyan gerçek kabuk tarafından karakterize edilmiştir. Nispeten büyük yüklü alanla ilişkili çatallanma için tersi geçerlidir. Basit bir kriter belirlemek için meydana gelecek yük taşıma kapasitesindeki kayıp, kabuğun yarıçap ve kalınlık terimleri ile belirlenmiştir. Yük taşıma kapasitesinde bir azalış olup olmadığını belirlemek için kabuğun yarıçapı ile kalınlığı ve kabuk temel düzlemi üzerinde yüklenmiş bölgenin tasarımı merkezinin terimleri şeklinde basit bir kriter oluşturulmuştur. Yüklü bölgenin alanı arttıkça deformasyon modu ile ilgili olarak stabilitenin kaybı simetrik olmayan dallanmadan eksenel simetrik ek bileşeni ile değişmektedir ve sonra simetrik olmayan dallanmaya geri döndüğü tespit edilmiştir.

Akkas (1972) üniform kademeli basınçlar altındaki küresel başlıkların simetrik olmayan burkulma davranışını zaman dondurma tekniğini kullanarak çalışmıştır.

Gu (1991), ortası delikli kesik sığ küresel kabukların burkulma davranışı üzerine çalıştı ve deliğin burkulma davranışı üzerinde farklı yarıçaplı ve iki çeşit sınır şartlı etkisini inceledi.

Goncalves (1994), aksel simetrik baslangıç geometrik kusurların etkisini ve kesik sıg küresel kabukların doğal frekansları üzerinde doğrusal olmayan gerilme basınç durumu etkilerinin incelemesini sağlamak için, dördüncü mertebeden Maguerre'in sıg kabuk denklemlerini kullandı.

Aquilano at. al. (1998) çalışmasında, küresel simetrik kabuğun merkez yer çekim potansiyeline taşınmasının hareket denklemlerini Newton-sonrası yaklaşım kuralını ve Schwarzschild metrik ve Vaidya metrik kullanılarak bulmuşlardır.

Nath and Sandeep (1998) çalışmasında, üniform yayılı yük etkisi altındaki kutupsal ortotropik antisimetrik tabakalı, kısmen kalın sıg küresel kabukların statik ve dinamik burkulma problemini ele almıştır. Enine kayma ve döner ataletin etkileri göz önüne alınarak, büyük deformasyonlar için kabuk hareketinin temel denklemleri türetilmiştir ve normal dönme, eğim ve gerilme terimleriyle ifade edilmiştir. Chebyshev seriler tekniği uzaysal ayrıştırma için kullanılmıştır ve Houbolt planı zamansal ayrıştırma için kullanılmıştır. Basamak fonksiyonu yüklemesi göz önüne alınarak ankastre ve basit mesnetli hareketsiz tabakalı küresel kabukların her ikisi de analiz edilmiştir. Antisimetrik tabakalı kabukların enine kayma, döner atalet, kabuk yükselmesi, temel yarıçap kalınlık oranı ve malzeme özelliklerinin statik ve dinamik ek bileşenli burkulması üzerine etkileri incelenmiştir.

Chen and Ding (2001), çok tabakalı küresel izotropik delikli kürenin serbest titreşimi için üç boyutlu analizi koşul-alan yöntemi kullanılarak gerçekleştirmişlerdir. Üç yer değiştirme fonksiyonunun ve iki gerilme fonksiyonun tanımıyla çeşitli katsayılı iki bağımsız koşul denklemleri geliştirilmiştir. Sonrada Taylor'un genişleme teoremi iki koşul denklemlerinin çözümlerini bulmak için uygulanmış ve her tabakanın üst ve alt yüzeylerinde durum değişkenleri arasındaki bağıntılar oluşturulmuştur. Değişken değiştirme tekniği türevleri daha doğal ve sade yapmak için kullanılmıştır. İki bitişik tabaka arasındaki süreklilik şartları nedeniyle, çok tabakalı delikli kürenin iç ve dış yüzeylerindeki sınır değişkenleriyle ilgili iki küme lineer cebirsel denklemler elde edilmiştir. Sonra serbest titreşimler için frekans denklemleri sunulmuştur.

Fok and Allwright (2001) bu çalışmada, elastik malzemeye gömülü ve uzak alandan hidrostatik basınç yüklü küresel kabuğun elastik burkulmasını enerji yöntemi ile birlikte Rayleigh-Ritz deneme fonksiyonunu kullanarak analiz etmişlerdir. Kolaylık için sadece aksel simetrik deformasyonlar dikkate alınmıştır ve gerilmeli burkulma varsayılmıştır. Yapının içindeki kritik öncesi gerilmeler doğrusal teoremin uygulanabilmesi için küçük kabul edilmiştir. Burkulma mod sayısındaki basınç yüküne göre ifadeler türetilmiş, kritik yükün üst sınırı belirlenmiştir. Elastik ortamın etrafı sarması kabuğun kritik yükünü ve kritik yüke karşı gelen burkulma mod sayısını arttırdığı bulunmuştur.

Niordson (2001) asimptotik genişlemeyle üç boyutlu elastik küresel kabuk için iki boyutlu denklemleri türetmiştir. Sonuç denklemleri kabuğun kalınlığında kuvvet serileri şeklinde sunulmuştur. Sonuçlar, üç boyutlu çözüm olarak bilinen yöntem için tam uyum sağlamıştır.

Golub et. al. (2002) çalışmasında, iç basınca maruz ince küresel kabukların gerilme-basınç durumunda başlangıç etkinin eliptiklik ve ortotropik kompozitlerin lineer olmayan özelliklerini incelemiştir. Sayısal sonuçlarda yapılan analizler, başlangıç eliptikliğinin ana kabuk kenarının iç yüzeyi üzerine basıncını ortaya koymaktadır.

Ory at. al. (2002) çalışmasının birinci bölümünde klasik yaklaşım yöntemi ve deneysel faktörler kullanılarak harici hidrostatik basınç yükü altındaki ince cidarlı küresel kabuğun optimizasyonu sunulmuştur. İkinci bölümde bilinen kusurların etkisi araştırılmıştır. İnce cidarlı küresel kabuklar dış basınç yükü altındayken geometrik kusurlara çok hassas olduğu tespit edilmiştir.

Wang at. al. (2002), keyfi kalınlıklı ortotropik tabakalı küresel kabukların gerilme dalga yayılımı için elasto-dinamik çözüm sunmuşlardır. Her bir ayrı ortotropik küresel kabuk için elasto-dinamik denklemler Hankel ve Laplace dönüşümleri vasıtasıyla çözülmüştür. Sonra, ara yüzey süreklilik koşulları tabakalı kabukların iç ve dış yüzeylerinde tabakalar ve sınır koşulları arasında kullanılarak bilinmeyen sabitler saptanmıştır. Böylece keyfi radyal dinamik yüke maruz ortotropik tabakalı küresel kabukların gerilme dalga yayılımı için tam çözüm elde edilmiştir. Stabilitate denklemleri toplam potansiyel enerji fonksiyonelinin ikinci varyasyonu dikkate

alınarak elde edilmiştir. FGM'den yapılmış sığ küresel kabuğun termal burkulma yükleri üç tip termal yükleme altında elde edilmiştir. Sonuçlar literatürde bilinen verilerle doğrulanmaktadır.

Haughton and Kirkinis (2003) makalesinde, Chen ve Haughton tarafından sunulan lineer olmayan stabilite analizlerini elastik kalın-tabakalı kürenin homojen olmayan küresel simetrik deformasyonunun nonlinear stabilitesi çalışmasına uygulamışlardır. Kabuk keyfi homojen sıkıştırılmaz elastik malzemeden oluşmaktadır. Stabilite kriteri eninde sonunda üçüncü mertebeden lineer olmayan tipik diferansiyel denklemlerin çözümünü gerektirmektedir. Sayısal hesaplamalar iyi bilinen sıkıştırılmaz malzemelerin geniş değişimi için verilmiştir, sonra mevcut bifurkasyon sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır ve aynı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca stabilite ve bifurkasyon arasındaki karşılaştırma ve analizler ince kabuk durumu için ele alınmıştır ve doğrudan hesaplama ile iki kriterin yani tüm modların ve tüm malzemeler için iki kriterin aynı olduğu kanıtlanmıştır.

Li et. al. (2003) bu makalede, üniform yayılı enine yükler altındaki sığ küresel kabuğun büyük dönme denklemleri esnek deformasyonda enine kayma deformasyon etkileri göz önüne alınarak sunulmuştur. Güncellenmiş iterasyon yöntemi kullanılarak sığ küresel kabuğun lineer olmayan stabilitesi için analitik çözümler elde edilmiştir. İki tip sınır koşulu için tahmin edilen kritik burkulma yükleri formüle edilmiştir. Kritik burkulma yüklerindeki fiziksel parametreler ve geometrinin etkisi tartışılarak sunulmuştur.

Chen and Li (2004) bu çalışmada, üniform yük altındaki sığ küresel kabukların lineer olmayan stabilite problemini serbest-parametrelilik yöntemi uygulanarak çözmüşlerdir. Değiştirilmiş karışıklık yöntemi olduğu gibi, serbest-parametrelilik yöntemi de araştırmacılara kesin karışıklık parametresinin seçimi dışında tüm karakteristik bağıntıların elde edilmesine imkân sağlamaktadır. Bazı örneklerde, burkulma sürecinde kabukların gerilme ve dönmelerinin çeşitli kuralları çalışılmıştır ve sonuçlar diğer araştırmacılarla karşılaştırılmıştır.

Voyiadjis and Woelke (2004) çalışmasında, kalın küresel kabuklar için teori sunmuşlardır. Sunulan formülasyonlar sırasıyla; tatmin edici sınır şartlarında düzlemsel gerilme bileşenlerinin göz önüne alınmamasına, denge denklemlerinin integral formlu üç boyutlu elastisite denklemlerine ve gerilme bileşkelerine dayanmaktadır.

Joniak (2005) çalışmasında çevresel uniform olmayan yayılı yüzey yükü altındaki küresel kabuğun stabilite problemini çalışmıştır. İnce cidarlı küresel kabuk sabit ve üst kenardan bağlıdır. Alt kenar düzlemde rijit zar tarafından kapatılmıştır. Kabuk uniform olmayan yayılı yüzeysel kuvvetler tarafından yüklenmiştir. Kabuğun stabilite kaybı problemi enerji yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Stabilite kaybı sırasında kabuktaki toplam enerji değişimi belirlenmiştir. Kuvvet fonksiyonunun katsayıları Bubnov-Galekin yöntemiyle karşılaştırılarak çözülmüştür. Toplam enerji varyasyonları için kabuğun stabilite denklemleri Ritz metodunun uygulanmasıyla formüle edilmiştir. Kritik yükün belirlenmesi için cebirsel denklemler sunulmuştur.

Vyalkov at. al. (2005) çalışmasında, üniform dış basınç yükü altındaki üç tabakalı küresel kabuğun stabilite kaybındaki modlarını ve kritik yükleri çalışmışlardır. İnce kabukların eğilmelerinde Kirchoff-Love teorisinin iki boyutlu denklemleri kullanılmıştır. Analitik çözümlerde tam uyum elde edilmiştir.

Thomas at. al. (2005) makalede, serbest mesnetli ince küresel kabukların doğrusal olmayan titreşimlerini çalışmışlardır. Büyük enine yer değiştirmeye maruz sığ küresel kabuğun titreşimlerini analiz etmişlerdir. Büyük dönmeli levhalarda von Karman teorisinin ince sığ kabuklar için olanı kullanılmıştır. Serbest mesnedin özel halleri dikkate alınmıştır.

Labisch (2006), hidrostatik basınç yükü etkisi altında tamamı sıkıştırılmaz lineer olmayan elastik küresel kabukların aksenal simetrik kuastatik burkulma davranışını çalışmıştır. Kabuklar eğilmeye, kesmeye ve orta yüzeyden sıkıştırmaya imkân vermektedir. Küçük çözümler dikkate alındığında kalınlık değişimi ortaya çıkmaktadır. Geometrik lineer teori ve δ kalınlık parametresini kapsayan üç boyutlu

model kullanılmaktadır. Yaklaşım kollara yayılan dallanmadaki basınç şiddetini vermekte, nitel ve nicel kısmi çözüm davranışıyla ilgili bilgiye imkân sağlamaktadır. Çalışmada sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Touze and Thomas (2006) çalışmasında serbest mesnetli sığ küresel kabukları incelemiştir. Levhaların büyük dönmeleri için von Karman'ın ince sığ kabuk teorisine benzer teori kullanılmıştır.

Kushnir et al. (2007) çalışmasında, yüzey çatlak ve kalınlık boyunca üniform olmayan elastoplastik küresel kabuğun sınırlı dengesinin problemi basit integral denklemleri sistemine indirgemişlerdir. Bu sistemin sayısal çözümünün algoritmasında, çatlak gerilme dolaylarındaki sınırlandırılmamış şartları ve ince kabuğun plastisite şartları dikkate alınmıştır. Fonksiyonel homojen olmayan malzemenin mekanik parametreleri ve iç basıncın, açık yer değiştirme ve plastik şeritin uzunluğu üzerine devam eden etkisi incelenmiştir.

Polyakov et al. (2007) kapalı küresel serbest titreşim problemini ele almışlardır. Kabuk için tek boyutlu (yarıçap boyunca) dalga probleminin sonlu çözümü türetilmiştir ki bu sıvının radyal titreşimleri için olan çözümden farklıdır. Çözüm, üç küresel tabakanın titreşimleri için model kurmada kullanılmıştır. Titreşimin yaklaşık versiyonları önerilmiştir, bu öneriler iç tabakası kalın yumuşak kaplı ince rijit tabakalı kabuk modeline dayanmaktadır. Yumuşak çekirdeğin serbest titreşimlerinin dinamik problem çözümü değişkenlerine ayırma yöntemi ile elde edilmiştir. İnce tabaka yüzeylerinin elastik reaksiyonları sınır koşulları olarak alınmıştır ki bu karışık sınır koşulu altındaki orta tabakanın titreşimine göre üç tabakanın dinamikliğini azaltmaya imkân sağlamaktadır. Serbest titreşim probleminin öz değeri için soyut denklemler türetilmiş ve analiz edilmiştir. Tabaka kalınlığı etkisinin grafiksel tanımı ve karışık sınır koşullu problemin öz değerinin spektrum üstündeki elastik özellikleri sunulmuştur. Tabaka yüzeylerinin rijitliğine karşı gelen ana öz frekans ve sandviç kabuk duvarın karakteristik geometrik parametreleri için bağıntılar elde edilmiştir.

Jones at. al. (2008), sonsuz lineer elastik ortama kusursuz bağılı ince küresel lineer elastik kabuğun problemini dikkate almışlardır. Eksenel simetrik gerilme alan sabiti ve yer değiştirme ile gerilme alanı kabuk ve matraste harmonik potansiyel fonksiyon şeklinde değerlendirilmiştir. Bu çözümün stabilitesini incelemek amacıyla deformasyona maruz kalan kabuğun burkulma problemi dikkate alınmıştır. Koiter'in lineer olmayan sığ kabuk teorisi kullanılarak eksenel simetrik olan burkulma örnekleri ile sınırlandırılmış ve Rayleigh-Ritz kullanılarak Legendre fonksiyonlarının sonsuz serilerinde burkulma örneklerine genişletilmiştir, sonsuz serilerin katsayıları için öz değer problemi çözülmüştür. Bu sistem, kabuğun davranışını analiz etmek için sayısal olarak çözülmüştür, kabuk burkulmaya maruz kalırsa, kritik burkulma gerilmesi için iki durum ortaya çıkar yani hem tek eksenli hem de radyal olduğunda kabuk deliklidir ve gerilme sonsuzluktadır.

Kondratenko (2008), ön germeli boşluklu küresel kabukta dairesel deliğin etrafındaki gerilmeleri, Fourier-Legendre serilerindeki bilinmeyen fonksiyonların genişletilmesiyle bulmuştur.

Maksimyyuk and Mulyar (2008) çalışmasında, iki boyutlu problemlerin ortaya çıkan birkaç nitel ve nicel mekanik etkilerini çözmüşlerdir. Sıkıştırma alanı, iç basınç altındaki dikdörtgen eliptik delikli ince kabuktan oluşabilmektedir. Dış kenarlar konumları ve boyutları üzerinde güçlü etkiye sahiptirler. Bazı durumlarda, delik yanında sabitlenen dış köşe gerilme durumunda rijitlenebilmektedir.

Polyakov at. al. (2008) çalışmasında, kapalı küresel kabuğun kalınlığı boyunca serbest titreşimleri çalışmışlardır. Kabuk için tek boyutlu (yarıçap boyunca) dalga problemine göre sonlu çözümler türetilmiştir ki bu sınıfın radyal titreşimleri için olan çözümden farklıdır. Çözüm, üç küresel tabakanın mafsal titreşimleri için model kurmada kullanılmıştır. Titreşimli hareketin yaklaşık versiyonları önerilmiştir bu öneriler iç tabakası kalın yumuşak kaplı ince rijit tabakalı kabuk modeline dayanmaktadır. Yumuşak çekirdeğin serbest titreşimlerinin dinamik problem çözümü değişkenlerine ayırma yöntemi ile elde edilmiştir. İnce tabaka yüzeylerinin elastik reaksiyonları sınır koşulları olarak alınmıştır ki bu karışık sınır koşulu altındaki orta

tabakanın titreşimli hareketine göre üç tabakanın dinamiklerini azaltmaya imkan sağlamaktadır. Serbest titreşim probleminin öz değeri için soyut denklemler türetilmiş ve analiz edilmiştir. Tabaka kalınlığının etkisinin grafik tanımı ve karışık sınır koşullu problemin öz değerinin spektrum üstündeki elastik özellikleri sunulmuştur. Tabaka yüzlerinin rijitliğine karşı gelen esas öz frekans ve sandviç kabuk duvarın karakteristik geometrik parametreleri için bağıntılar elde edilmiştir.

Ibragimov and Pelinovsky (2009) ince küresel kabukta sıkıştırılmaz akışkan sıvının doğrusallaştırılmış stabilitesini, küre üzerine iki-boyutlu Navier-Stokes denklemlerini kullanarak çalışmışlardır. Küre üzerindeki sabit akım kürenin kuzey ve güney kutuplarında iki tekilliliğe sahiptir (azalmak ve kaynak). Doğrusallaştırılmış Navier-Stokes denklemleri için sabit akımın asimptotik olarak kararlı olduğunu analitik olarak ispatlamışlardır. Küresel tabaka iki simetrik halka arasından kesildiğinde, kuvvet serileri çözümleri kullanılarak doğrusallaştırılmış denklemlerin sayı olarak öz değerleri bulunmuş ve sabit akım asimptotik olarak tüm Reynolds sayıları için sabit kaldığı görülmüştür.

Lee (2009) çalışmasında, sözde spektral yöntem, küresel kabukların aksenal simetrik ve asimetrik serbest titreşim analizlerine uygulanmıştır. Yer değiştirme ve dönmeler Chebyshev polinomları ve Fourier serileri şeklinde ifade edilmiş ve hareket denklemleri burulma dalga sayılarının terimleri şeklinde elde edilmiştir. Sayısal örnekler ankastre, mafsallı ve serbest sınır koşulları için elde edilmiştir. Sonuçlar literatürdeki verilerle uyum içerisindedir.

2.2. Homojen Küresel Kabukların Termal Yükler Etkisi Altında Stabilite ve Titreşim Problemleri ile İlgili Makale Özetleri

Termal yükler eksi altında homojen küresel kabukların stabilite problemleri mekanik yüklerle kıyasla daha sonra ele alınmasına rağmen çağdaş teknolojiye çok önemli yere sahiptir. Termal yükler etkisi altında homojen küresel kabukların stabilite problemleri ile ilk dönemlerde yapılan önemli yayınlara hızlıca göz atalım:

Aggarwala and Saibel (1970), basit mesnetli bimetalik sığ küresel kabukların termal kararsızlığı üzerine çalışma yürütmüştür. Bu çalışmada basit mesnetli bimetalik sığ küresel kabuğun termal stabilitesi göz önüne alınmıştır. Sadece dönmenin rotasyonel simetrik modları göz önüne alınmıştır. Kabuğun malzeme özelliklerine bağlı mümkün burkulmalar için minimum değer bulunmuştur. Kabuğun köşeleri ankastre varsayılırsa burkulma mümkün olmadığı sonucuna varılmıştır.

Cheung et. al. (1974), homojen ve izotropik özellikli delikli kürenin geçici termal gerilme problemini analitik olarak çözmüşlerdir. Cheung et. al. y doğrultusu boyunca çeşitli termal sınır şartları kabul etmişlerdir ve problemi potansiyel fonksiyon yöntemi ile çözmüşlerdir.

Eksenel simetrik sıcaklık değişimi Boley ve Weiner tarafından verildiğinden dolayı Williams (1977) küresel kabukta temel gerilme ve yer değiştirme denklemlerini dikkate almıştır. Williams, büyüklük yöntemiyle analizlerinin birleştirilmesinde olduğu gibi karşılaştırmalı asimtotik genişleme yöntemiyle ince küresel kabukların denklemlerine göre termoelastik çözümler sunmuştur. Formül için hesaplanan meridyenel ve çevresel gerilme bileşenleri yeterince ince küresel kabuklar için sunulmuştur.

Jayaraman and Rao (1978), üniform sıcaklık ve sıcaklık kalınlık boyunca doğrusal değiştiğinde küresel kabuk ve konik ağızda gerilme varyasyonlarını hesaplamışlardır. Bu çalışmada konik ağızlı küresel kabuğun termal gerilme problemi kontinum yaklaşımı kullanılarak çözülmüştür. Termal yükleme düzenli sıcaklıktan meydana

gelmektedir ki bu küre ve konik ağızlığın iç ve dış yüzeyinde üniformdur fakat kalınlık boyunca doğrusal olarak değişebilmektedir. Termal gerilme problemi eşdeğer sınır değerli probleme dönüştürülmüştür ve sınır değerleri küresel kabuk ve konik ağızlığın bağlantı noktasında belirtilmiştir. Gerilmeler sıcaklıktaki üniform artışı ve kabuğun kalınlığı boyunca ısının doğrusal değişimi için elde edilmiş ve grafiksel olarak sunulmuştur.

Ganapathi and Varadan (1982), dış basınç yükleri altındaki sığ ve derin ortotropik küresel kabukların dinamik burkulmasını dikkate almıştır. Ganapathi ve Varadan ince tabakalı sığ ve derin küresel kabukların statik ve dinamik burkulmasını sonlu elemanlar yöntemini kullanarak analiz etmişlerdir. Ganapathi ve Varadan analizlerinde, çaprazlama kesme kuvveti deformasyonunu ve bir eksen etrafındaki ataletini dikkate alarak ve doğrusal olmayan von Karman denklemlerini kullanmışlardır.

Takeuti and Tanigawa (1982), dönen sıcaklık kaynaklı homojen küresel geminin analitik çözümünü elde etmek için potansiyel fonksiyon yöntemini kullanmışlardır.

Liu (1983), bimetallik sığ küresel kabuklar ve üniform sıcaklık alanına maruz kesik konik kabukların analizleri için doğrusal olmayan stabilite teorisini geliştirmiş ve bu sonuçlar bazı hassas elemanların bileşiminde önemli rol oynadığı görülmüştür.

Yakın geçmişte küresel kabukların termal yükler etkisi altında stabilitesi ile ilgili birçok önemli çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan yayım tarihi sırasına göre;

Aleksander Muc (1989) ve (1992) çalışmalarında, dış basınç yükü altındaki ince tabakalı küresel kabukların burkulmasında kayma deformasyonunu dikkate alarak Love-Kirchhoff teorisinin birinci kuralını kullanmıştır. Love-Kirchhoff, tabakalı sığ kabukların kritik burkulma yükünün lif açlarına etkisini dikkate alırken Donnell stabilite denklemlerini kullanmıştır. Aleksander Muc (1992) çalışması; küresel başlıklar, toriküreler ve yarım küreler gibi dönел eksene simetrik ankastre kompozit kabukların, burkulma analiziyle ilgilidir. İlk bölüm, burkulma basınçlarını belirlemek

amacıyla lineer burkulma analizlerine ayrılmıştır. Daha sonra, tek yönlü cam ve karbon/epoksi reçineden yapılmış tek katmanlı (açı-tabaka), iki katmanlı ve izotropiğe benzer kompozit kabuklar için burkulma basıncındaki fiber oryantasyonun etkileri BOSOR4 programı kullanılarak hesaplanmıştır. Maksimum burkulma basıncının izotropiğe benzer kompozit kabuklar için meydana geldiği görülmektedir. Kompozit toriküreler ve yarım kürelerin keyfi fiber oryantasyonu için burkulma yüklerinin üst ve alt sınırları tasarlanmıştır.

Birman and Bert (1993) çalışmasında, yüksek sıcaklık etkisindeki plakların burkulma ve burkulma ötesi problemleri incelenmiştir. Bu çalışmada sıcaklığın, güçlendirilmiş ve rijitlendirilmemiş kompozit plaklar veya silindirik kabukların, burkulma ve burkulma sonrası davranışı üzerine etkileri dikkate alınmıştır. Önce, termal alan ve eksenel yüklemenin eş zamanlı hareket yüküne maruz kabuklar için denge denklemleri formüle edilmiştir. Bu denklemler, kabuğun burkulma sonrası tepkisinin cebirsel denklemlerinin tanımının genel şeklini tahmin etmek için kullanılmıştır. Termo mekanik yüklemeye maruz kabuğun ek bileşeni için şartlar formüle edilmiştir. Örnek olarak, güçlendirilmiş panellerin kısa köşeleri yönünde boy oranının burkulma sonrası tepkisinin tahmininde uygulanmıştır.

Jianping and Harik (1993), basınç ve yüzey sıcaklık yüküne maruz çeşitli et kalınlıklı küresel kabukların analizleri için sonlu farklar yöntemini sunmuşlardır. Sıcaklıkla ilgili olan malzeme özelliklerinin varyasyonu AISC: Spesifikasyon 1988'e göre kullanılmıştır. İç ve dış yüzeyin teğetsel gerilmeleri hesaplanmış ve ANSYS kullanılarak elde edilen sonuçlarla iyi uyum sağlanmıştır.

Krizhevsky and Stavsky (1995), kararlı durum termal alana maruz kalan ortotropik sığ küresel kabuklar için eksenel burkulma yüklerinin hassaslığı üzerine araştırma yapmışlardır.

Son yıllarda küresel kabukların termal yükler etkisi altında stabilitesi ile ilgili çalışmalar devam etmektedir bu çalışmalar içerisinde dikkat çekenleri şunlardır:

Eslami at. al. (2001) homojen izotropik malzemelerden yapılan küresel kabukların termal burkulmasını analiz etmişlerdir. Eslami vd. analizi kabukların birinci mertebe teorisini, Donnell–Mushtari–Vlasov denklemlerini ve Sanders’in doğrusal olmayan gerilme-yer değiştirme denklemlerini temel almıştır.

Jordan and Puri (2001) çalışmasında, iç yüzeyi kademe-kademe sıcaklık artışına maruz küresel kabuğun dinamik termoelastik gerilme problemini ele almışlardır. Analizler termoelastisitenin klasik Lord and Shulman (1967) ve Gren and Lindsay (1972) formülasyonları altındaki birbirinden ayrı yapılara uygulanmıştır. Sıcaklık için tam çözümler ve yer değiştirme denklemleri sırasıyla Laplace dönüşümü ve öz fonksiyon genişleme yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Esas nokta, yayılma ve sıcaklıktaki devamsızlığın doğası, yer değiştirme ve gerilme alanlarının iki klasik olmayan teori altında mümkün olmasıdır. Devamsızlığın büyüklükleri için tam ifadeler ayrıca verilmiş ve şok dalgaları belirlenmiştir. Üç modelin karşılaştırmaları ve sayısal sonuçları grafiksel olarak sunulmuştur. İlave olarak fiziksel parametrelerin özel ve sınırlı durumları araştırılmış ve roket motor testinde kullanılan yakıt tankının araştırmasının uygulaması dikkate alınmıştır. Son olarak, üç teorisinin en çok fiziksel kabul edilebilirliği hakkında görüş verilmiştir, Lord ve Shulman formülasyonlarıyla bütünüyle kapsamlı seçim ortaya çıkmıştır ve sonuçlar belirlenmiştir.

Wang at. al. (2001) çalışmasında transversal içi boş kürenin dinamik termal gerilme analizini yapmıştır.

Shahsiah and Eslami (2003a) başlangıç kusurlu küresel kapağın termal ve mekanik burkulma problemini ele almış ve kapalı çözüm elde etmişlerdir. Bu çalışmada, izotropik malzemeli ve geometrik kusursuz sığ küresel kabuk başlığının termal ve mekanik burkulma yükleri dikkate alınmıştır. Denge ve stabilite denklemleri Donnell–Mushtari–Vlasov (DMV) teorisini temel almaktadır ve varyasyonel yöntem kullanılarak çıkarılmıştır. Sander’in doğrusal olmayan deformasyon-yer değiştirme bağıntıları kullanılmıştır. Kabuk, mekanik yükleme ve üniform sıcaklık artışı ve termal yüklemelerin radyal sıcaklık farklılığı için dış basınç yüklemesi altındadır. Basit mesnetli sınır koşulları kabul edilmiştir. Termal ve mekanik burkulma yükleri

için çözümler stabilite denklemleri ve Galerkin yöntemi kullanılarak çıkarılmıştır. Orta yüzey kabuk yer değiştirmesi için bir terim yaklaşımı dikkate alınmıştır. Termal ve mekanik burkulma yükleri için ifadeler analitik ve kapalı form çözümleriyle elde edilmiştir.

Wang and Dai (2004) çalışmalarında, sıcaklık ve gerilme alanı birleştiğinde sığ ince küresel ve konik kabuklar için eksenel simetrik lineer olmayan titreşimin problemini ele almışlardır. Termoelastisite ve von Karman'ın büyük dönme teorisine dayanan, tüm ana denklemler ve bunların sadeleştirilmiş şekli türetilmiştir. Zamansal-uzaysal değişkenler Galerkin tekniği ile ayrılmıştır, böylece zamana bağlı tipik diferansiyel denklemin ana denklemleri indirgenmiştir. Kurallı karışıklık ve çoklu derece yöntemleri vasıtasıyla genliğin bozulma oranı boyunca frekansa karşı gelen genlik parametrelerinin karakteristik bağıntıları için birinci mertebeden analitik yaklaşım yöntemi elde edilmiştir ve doğrusal olmayan titreşim davranışı ile birleştirilmiş termoelastikliğe ait olan sınır koşullarında olduğu gibi farklı geometrik parametreler ve birleştirilmiş faktörlerin etkileri ele alınmıştır.

Batista and Kosel (2006) ve (2007) çalışmalarında, dönele kabukların ve iki tabakalı küresel kabukların termal stabilite analizlerini yapmışlar. Batista and Kosel (2006) çalışmasında üniform sıcaklıkta bağımsız çift-tabakalı küresel kabukların eksenel simetrik termoelastik stabilitesi dikkate alınmıştır. Temel denklemler Reissner'in ince kabuklar teorisinden türetilmiştir ve tabakalardaki malzemelerin lineer termoelastik olduğu farz edilmiştir. Kabukların burulması için koşullar belirlenmiştir. Sıcaklık-sapma diyagramları sıralama yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Futterer at. al. (2007) küresel kabuklarda termal konveksiyonu çalışmışlardır. İç kısmı soğutulmuş dış kısmı ısıtılmış kürenin küresel kabuktaki konveksiyon yüksek Prandtl akışkan sayısının en boy oranlarına $\beta=(r_o-r_i)/r_i=1$ göre deneysel ve sayısal sonuç şeklinde sunulmuştur. Akımdaki yeterince küçük Rayleigh sayıları için hem eksenel simetrik hem de sabittir, iç kürenin güney kutbunda ve ekvatorial bölgede sıvı akışı meydana gelir.

Futterer at. al. (2008), Ulusal Uzay İstasyonu'nun (ISS) modülü olan Columbus'daki Sıvı Bilim Laboratuvarı'nda (FSL) birleştirilecek olan, GeoFlow olarak adlandırılan dönen küresel kabukta termal konveksiyonun mikrogravite deneyleri için sayısal ve deneysel ön çalışmalar sunmuştur. Rayleigh ve Taylor sayılarının büyük çoğunluğu için mikrogravite çevrede bulunan merkezi dielektroporetik kuvvet altındaki küresel Rayleigh-Bénard problemin sayısal çalışması gerçekleştirilmiştir. GeoFlow yapısal testi için laboratuvar deneyi tasarlanmış, inşa edilmiş ve optik ölçüm tekniğinin kurulmasını içeren test yapılmıştır.

Khoma at. al. (2008) çalışmasında, kalınlık koordinatlarının Legendre polinomlarındaki, Fourier serilerinde bilinmeyen fonksiyonların genişleme yöntemi ile oluşturulmuş kabukların genelleştirilmiş teorisini temel alınmışlardır, daire şeklinde delikli izotropik küresel kabuğun hafif enine eğilimli termal gerilme durumu problemi çalışılmıştır.

Zhu at. al. (2008) çalışmasında, sıcaklık alanı ve enine kesme içeren üniform basınç altındaki simetrik tabakalı silindirik ortotropik sıg küresel kabuğun lineer olmayan termal burkulması ele alınmıştır. Aynı zamanda farklı sıcaklık alanları altındaki kritik burkulma yüklerinin belirlenmesi için analitik formüller değiştirilmiş iterasyon yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Enine kayma deformasyonu ve farklı sıcaklık alanlarının kritik burkulma yükü üzerine etkisi tartışılmıştır.

Kar and Kanoria (2009) bu çalışmada, sıcaklıktan kaynaklanan termo vizkoelastik etkileşimin genelleştirilmiş termo elastisite teorisi durumunda, homojen vizko elastik izotropik küresel kabuğun serbest gerilme şartları problemini ele almışlardır. Ana denklemlerde Laplace dönüşümü kullanılarak vektör-matris diferansiyel denklemlerinin formu şeklinde ifade edilmiştir ve sonra bu denklemler öz değer yaklaşımı ile çözülmüştür. Dönüştürülmüş çözümün tersi Bellman et. al. ait yöntemi kullanarak gerçekleştirilmiştir (Bellman at. al., 1966). Gerilmeler sayısal olarak hesaplanmıştır ve bakır malzeme için birkaç şekilde grafiksel olarak sunulmuştur. Farklı teoriler (TEWED (GN-III), three-phase-lag method) için sonuçların

karşılaştırılması sunulmuştur. Gövde elastik olduğunda ve kabuğun dış yarıçapı sonsuzluğa yaklaştığında sonuçlar literatürdeki mevcut verilerle uyum sağlamıştır.

2.3. Homojen Olmayan Malzemeler ve bu Malzemelerden Oluşan Değişik Yapı Elemanlarının Mekanik ve Termal Yüklemeler Altında Stabilite ve Titreşimi ile İlgili Makale Özetleri

Son yıllarda, mühendislikte özellikle de yüksek sıcaklık ortamlarında homojen olmayan malzemeler kullanılmakta ve birçok bilimsel çalışma yapılmaktadır. Homojen olmama fonksiyonlarının matematik modellenmesi ile ilgili yayın sayısı çok değildir. Bu çalışmalarda Poisson oranı sabit tutularak, elastisite modülleri uzay koordinatlarının kuvvet ve üstel fonksiyonları şeklinde sunulmaktadır (Bkz Lomakin, 1976; Delale and Erdogan 1983; Hacıyev ve Musayev, 1983; Khoroshun at. al., 1988; Elishakoff, 2001; Sofiyev and Aksogan, 2002; Shen and Noda, 2007; Lal and Sharma, 2004; Ootao and Tanigawa, 2007a; Sofiyev at. al., 2009a).

Literatürde homojen olmayan değişik konfigürasyonlu yapı elemanlarının stabilite ve titreşim analizlerinde bu modeller kullanılarak değişik problemler çözülmüştür. Bu çalışmaların çoğu mekanik yükler etkisi altındaki homojen olmayan çubuk, plak ve silindirik kabukların stabilite ve titreşim problemlerine aittir:

(Bkz. Jabareen and Eisenberge, 2001; Ding at. al., 2003, 2004; Hou at. al., 2006; Lal, 2007; Sofiyev, 2005; Sofiyev at. al., 2009b).

Bose (1967) çalışmasında, Young modülü ve yoğunluğun $(E, \rho) = (E_0, \rho_0)r$ gibi yarıçap vektörü ile değiştiği varsayılmış ve ince dairesel plağın zorunlu titreşim problemi ve homojen olmamanın frekans değerlerine etkileri incelenmiştir.

Biswas (1969), modelinde μ_0, μ_1, ρ_0 sabit iken, burulma rijitliği ve malzeme yoğunluğu için üstel değişimleri $\mu = \mu_0 e^{-\mu_1 z}$ ve $\rho = \rho_0 e^{-\mu_1 z}$ dikkate alarak sonlu

uzunluklu silindirlerin burulma titreşimi incelemiştir ve homojen olmamanın etkilerini analiz etmiştir.

Homojen olmayan izotrop ince plakların titreşimi ile ilgilenen Rao at. al. (1974), Young modülü ve yoğunluk için lineer değişimlerin $E = E_0(1 + \alpha x)$ ve $\rho = \rho_0(1 + \beta x)$ ile verildiğini farz etmiştir. Homojen olmamanın ve kalınlık değişiminin kritik parametrelere etkileri incelenmiştir.

Massalas at. al. (1981) makalesinde kalınlık koordinatına göre lineer ve zamana göre periyodik değişken elastisite modülüne sahip, aksel sıkıştırma kuvvetlerine maruz, kesik konik kabuğun dinamik kararsızlığı ele alınmıştır. Problemin formülasyonu, Donnell tipi diferansiyel denklemlerle birlikte kararsızlık öncesinde ihmal edilen eğilme deformasyonlarının dinamik sürümleri üzerine kurulmuştur. Galerkin yöntemi uygulanarak, basit denklemler Mathieu-Hill denklemler sistemine indirgenmiş ve ana kararsızlık bölgeleri Bolotin yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Serbest titreşim problemi, kabuğun klasik burkulma problemindeki gibi dikkate alınmıştır.

Tomar at. al. (1982) çalışmasında, plak malzemesinin homojen olmamasını, $(E, \rho) = (E_0, \rho_0)e^{\beta x}$ şeklinde bir doğrultu boyunca üstel olarak Young modülü ve yoğunluğun değişimine bağlı olarak arttığını farz etmiştir. Burada, E_0, ρ_0 sırasıyla homojen malzemenin Young modülü, yoğunluğu ve β homojen olmama parametresidir. Homojen olmama fonksiyonu üstel değiştiğinde farklı geometriye sahip, değişken kalınlıklı homojen olmayan izotrop plakların dinamik davranış analizi yapılmış ve homojen olmamanın dinamik karakteristiklere etkileri incelenmiştir.

Delale and Erdoğan (1983) çalışmasında başlıca tekil integral denklem yöntemi kullanılarak homojen olmayan düzlemin kırılma problemlerine yeni bir çözüm geliştirmiştir. Probleme ele alınan malzeme izotrop olup Poisson oranı sabit ve

Young modülü üstel veya uzay değişkeninin kuvvet fonksiyonu olarak varsayılmıştır.

Gadjiev and Sofiyev (1988) makalesindeki amaç elastisite modülü ve Poisson oranı kalınlık koordinatına bağlı sürekli değişen elastik izotrop kabuğun aksenal basınç yükü, iç basınç ve halka şekilli basınç yükü altında zorunlu titreşimini incelemektir. İlk olarak hareket denklemi çıkarılmış, sonra statik ve dinamik çökmeler bulunarak dinamik faktör için kapalı çözümler elde edilmiştir. Sonuç kısmında çeşitli yükler etkisi altındaki silindirik kabuğun dinamiklik katsayısına homojen olmamanın etkisinin önemli olduğu sayısal olarak kanıtlanmıştır.

Heyliger and Jilani (1992) çalışmasında varyasyonel ifade, temel denklem ve Ritz yaklaşımları kullanılarak elastik silindir ve kürelerin serbest titreşimlerinin doğal frekansları silindirik ve küresel koordinatlarda türetilmiştir. Formülasyon ortotrop malzeme simetrisinde hesaplanabilir, katı ve boşluklu geometrilerden herhangi birinde uygulanabilir. Yer değiştirme fonksiyonları için seçilen yaklaşım fonksiyonları geometri ve koordinat sistemine bağlı olup, kuvvet serilerinin, Fourier serilerinin ve küresel uyumun bir kombinasyonudur. Tipik örnekler silindir ve kürenin her ikisi için çeşitli koordinat sistemlerinde verilmiştir. Başka yöntemlerle elde edilen sonuçlarla mükemmel bir uyum sağlanmıştır.

Mecitoglu (1996) çalışmasında, rijitleştirilmiş kompozit lamine ince konik kabukların başlangıç gerilme etkileri altındaki dinamik denklemlerini sunmuştur. Kesik konik kabuğun temel denklemleri enine kayma deformasyonlarını ve dönel atalet kuvvetlerini içeren Donnell-Mushtari ince kabuk teorisi üzerine kurulmuştur. Tabakalı kompozit konik kabuklar, elastik halkalar/veya takviye kirişi ile üniform aralıklarda güçlendirilmiştir. Rijitleştirilmiş elamanlar diğerlerine göre sık olarak ayrılmıştır ve bu yüzden rijitleştirici eleman konik kabuğun dışına sıvanmıştır. Sıcaklık, nem, üretim yöntemleri nedeniyle malzeme özelliklerinin homojen olmaması oluşturulan denklemlerde dikkate alınmıştır. Konik kabuğun temel denklemlerini türetmek için genelleştirilmiş varyasyonel teorem sunulmuştur. Daha sonra konik kabuğun dinamik denklemlerinin çözümünün tekliği için sınır ve

başlangıç koşulları verilmiştir. Tabakalı kompozit konik kabuğun diferansiyel denklemleri sınırlı farklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Sonuçların doğruluğu, önceki çalışmalarda elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve iyi bir uyum bulunmuştur.

Gutierrez at. al. (1998) çalışmasında, birim alana düşen kütle, dairesel koordinatlarda lineer, kare ve kübik olarak değiştiğinde, halkalı zarların enine titreşimi için daha düşük doğal frekansların bulunabilmesi ile ilgili sayısal deney serilerinden elde ettikleri sonuçlar sunulmuştur. Frekans katsayıları: (1) diferansiyel kare yöntemi, (2) sonlu eleman yöntemi, (3) uygunlaştırılmış ve/veya geliştirilmiş Rayleigh bölüm yöntemi ve (4) Stodola-Vianello yöntemi esaslı daha düşük sınırlar kullanılarak belirlenmiştir. Farklı yöntemler arasında oldukça iyi bir uyum elde edildiği saptanmıştır.

Zhang and Hasebe (1999) makalesinde radyal olarak homojen olmayan içi boş dairesel silindir için üstel Young modülü ve sabit Poisson oranı ile tam bir elastisite çözümü geliştirilmiştir. Young modülünün değişimi üstel fonksiyon şeklinde göz önüne alınmıştır.

Zenkour and Fares (2000) çalışmasında, homojen olmayan tabakalı kompozit silindirik kabukların eğilme, burkulma ve serbest titreşim problemlerini göz önüne almışlardır. Hamilton-Reissner karışık varyasyon prensibi, homojen olmayan elastik özelliklere sahip kompozit tabakalı silindirik kabukların uygun birinci durum teorisini ortaya çıkarmak için kullanılmıştır. Temel denklemler kayma düzeltme faktörü tanıtılmadan türetilmiştir. Kullanılan teorinin avantajlarını göstermek için enine sapmalar, gerilmeler, doğal frekanslar ve kritik burkulma yükleri için sayısal sonuçlar yapılmıştır. Homojen olmamanın ve kalınlık oranının kabuğun yapısal tepkileri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Homojen olmama etkisinin zayıf olduğunda bile, kabukların gerçek yapısal tepkisini belirlemek için gerekli olduğu sonucuna varılmıştır.

Homojen olmayan membran (zar) değişken kalınlıklı veya malzeme yoğunluklu membrandır. Yapılan son çalışmaların birçoğunda sabit veya değişken yoğunluklu çift bağlanmış kompozit ve katı membran için enine asimetric ve anti-simetrik enine titreşim modları ile ilgilenilmiştir. Bu makalede, kuvvet serileri çözümü kullanılarak, parçalı polinomal değişimli yoğunluklu dairesel ve halka membranların asimetric ve anti-simetrik modlarının her ikisi için kesin çözümler verilmiştir. Dairesel ve halka membran elamanı için dinamik rijitlik matrisi türetilerek istenilen kesinliğe uygun yinelenme bağıntısı kullanılarak dinamik problem özölmüştür. Dinamik rijitlik yöntemi kullanılarak tam ve halka membranların doğrusal, parabolik ve kübik varyasyonları için birçok çözüm elde edilmiş ve çizelgelerde sunulmuştur (Jabareen and Eisenberger, 2001).

Candan and Elishakoff (2001) alışmasında rastgele homojen olmayan elastisite modölüne ve malzeme yoğunluğuna sahip üniform olmayan kirişlerin serbest titreşimi değişik sınır koşullarında incelenmiştir. Kapalı özüm ifadeleri temel doğal frekanslar için elde edilmiştir. Yoğunluk ve elastisite modölü özelliklerini tanımlayan bazı katsayıların belirli veya rastgele olabilecekleri ispat edilmiş ve özel durumlarda ana temel frekans belirli değerlerle sonuçlanmıştır. Bu paradoks buluşu kanıtlamak için Monte Carlo, Bubnov-Galerkin ve sonlu eleman yöntemleri ile geniş sayısal analizler yapılmıştır.

Najafizadeh and Eslami (2002) alışmasında, dairesel ortotropik plağın termoelastik burkulması incelenmiştir. Plak geometriksel olarak kusursuz varsayılmıştır. Denge ve stabilite denklemleri varyasyonel formölasyonlar yolu ile çıkarılmıştır, bunlar ön burkulma kuvvetleri ve burkulma sıcaklıklarını belirlemede kullanılmıştır. Denklemler Sanders'in lineer olmayan gerilme-yer değiştirme bağıntıları ve Love-Kirchhoff hipotezine dayanmaktadır. Kritik burkulma sıcaklıkları üniform sıcaklık artışı, kalınlık doğrultusunda sıcaklık eğilimi ve yarıçap boyunca sıcaklık varyasyonlarıyla ilgili olarak elde edilmiştir. Sonuçlar birinci tip yüklemeler için literatürde bilinen verilerle teyit edilmiştir.

Sofiyev (2002) çalışmasında, zamana bağlı dış basınç yükü etkisi altında, kalınlık yönünde değişik elastisite modüllerine ve yoğunluklara sahip çapraz tabakalı ortotrop silindirik ince kabukların burkulmasının incelenmesi amaçlanmıştır. Önce, dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmiştir. Galerkin yöntemi kullanılarak denklemler, değişik katsayılara sahip zamana bağlı diferansiyel denklemlerden oluşan bir sisteme indirgenmektedir. Son olarak, Ritz tipi varyasyon yönteminin değiştirilmiş şekli uygulanarak kritik dinamik ve statik yükler, uygun dalga sayıları, dinamiklik katsayısı, kritik zaman ve kritik impuls analitik olarak bulunmuştur. Sayısal hesaplarda çapraz tabakalı silindirik kabukların dinamik davranışına: a) elastisite modülleri ve yoğunlukları değişim gösteren tabaka, b) değişik sayıda ve dizilişte tabakalar, c) zamanın değişik kuvvetleriyle değişen dış basınçların etkileri incelenmiştir. Bütün bu faktörlerin, incelenen problemin kritik parametreleri üzerinde kayda değer etkileri olduğu sonucuna varılmıştır.

Ding at. al. (2003) çalışmasında, asimetrik düzlem dinamik termo-elastik problemler için homojen olmayan ortotrop elastik silindirik kabuğun çözümü elde edilmiştir. İlk olarak temel denklem, sınır koşulları ve başlangıç koşullarını yeniden yazmak için yeni bir bağımlı değişken tanıtılmıştır. İkinci olarak homojen olmayan sınır koşullarını homojen olana dönüştürmek için özel bir fonksiyon tanıtılmıştır. Daha sonra ortogonal genişletme tekniği yardımıyla sonucun elde edilebileceği zaman değişkenine göre denklem türetilmiştir. Homojen olmayan izotrop silindirik kabukta olduğu gibi, homojen ortotrop silindirik kabuk ve izotrop katı silindir için daha açık bir yola dönüştürülebilen yer değiştirme çözümü son olarak sunulmuştur. Mevcut yöntem kullanılarak integral dönüşümünden kaçınılmıştır. Bu da keyfi termal yüklere maruz keyfi kalınlıklı silindirik kabuk için uygundur. Aynı zamanda değişik sınır koşulları için dinamik termo-elastik problemler içinde çok uygundur. Ayrıca içerilen sayısal hesapların yapılması çok basittir. Çalışmada birçok örnek sunulmuştur.

Sofiyev and Schnack (2003) çalışmasında, zamana bağlı üniform dış basınca maruz, kalınlık yönünde değişken yoğunluğu ve Young modüllü çapraz katlı ortotrop kesik konik kabuğun burkulmasını incelemiştir. Dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri elde edildikten sonra Galerkin yöntemi kullanılarak denklemler, değişken katsayıları

içeren zamana bağlı diferansiyel denkleme indirgenmiştir. Kritik dinamik ve kritik statik yükler, uygun dalga sayıları, dinamiklik katsayısı, kritik zaman ve kritik impuls, Ritz tipi varyasyonel yöntem uygulanarak analitik olarak elde edilmiştir. Çapraz katlı ortotrop, kesik konik kabuğun dinamik davranışı (a) Young modülü ve yoğunlukların varyasyonlarını içeren, (b) tabakaların farklı sayıları ve sıraları, (c) değişken yarı tepe açısı ve (d) zamanın farklı kuvvetleriyle değişen dış basınçların etkisi altında incelenmiştir. Kritik parametreleri üzerinde tüm bu faktörlerin fark edilebilir etkisinin olduğu sonucuna varılmıştır.

Ding et. al. (2004) bu makalede, bağımlı değişkenin tanıtılmasından ve değişkenler yönteminin ayrılmasından dolayı, özel homojen olmayan piroelektirik boş silindirin piezo termo elastik asimetrik düzlem deformasyon dinamik problemi, interpolasyon yöntemi ile başarılı biçimde çözülebilen zamana bağlı fonksiyonlu ikinci çeşit Volterra integral denkleme dönüşür. Daha sonra yer değiştirmelerin, gerilmelerin, elektrik yer değiştirmelerin ve elektrik potansiyelinin çözümleri elde edilmiştir. Sunulan yöntem, keyfi asimetrik termal yüke maruz, keyfi kalınlığa sahip homojen olmayan piroelektirik boş silindirler için uygundur. Sayısal sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

Lal and Sharma (2004), izotrop plak malzemesinin Young modülü ve yoğunluğunun radyal doğrultuda üstel olarak $(E_r, E_\theta, \rho) = (E_1, E_2, \rho_0) e^{\beta r}$ gibi değiştiği varsayılarak değişken kalınlıklı homojen olmayan kutupsal ortotrop plakların aksi-simetrik titreşimlerini analiz etmişlerdir. Burada, β , homojen olmama parametresi ve E_1 , E_2 , ρ_0 sabitlerdir. Homojen olmamanın kritik parametrelere etkisinin önemli olduğu analizlerle kanıtlanmıştır.

Sofiyev (2005) çalışmasında kalınlık doğrultusunda homojen olmayan malzeme özelliğine sahip ince kabuğun zamanın bir kuvvet fonksiyonu olan burulma yükü etkisi altında burkulması dikkate alınmıştır. İlk olarak dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmiş ve elde edilen denklemlere Galerkin yöntemi, sonra Ritz tipi varyasyonel yöntemi uygulanarak yükleme parametrelerinin büyük değerlerinde kritik parametreler için analitik formüller elde edilmiştir. Formüller kullanılarak,

Young modülü ve yoğunluğun periyodik ve kuvvet fonksiyonları şeklinde değişimi, Young modülleri oranları, yükleme parametreleri değişiminin kritik parametre değerlerine etkileri incelenmiştir. Kritik parametrelere bu faktörlerin fark edilebilir etkilerinin olduğu sonucuna varılmıştır.

Hou et. al. (2006) çalışmasında, yeni bağımlı değişken dahil ederek ve değişkenlerine ayırma tekniğini kullanarak, özel homojen olmayan manyeto-elektro-elastik içi boş silindirin geçici dalga tepkilerini zamana göre yaklaşık iki fonksiyon etrafında ikinci türden iki Volterra integral denklemlerine dönüştürmüşlerdir. Bu integral denklemleri interpolasyon yöntemi vasıtasıyla kolayca çözülebilir. Sonra, yer değiştirmelerin, gerilmelerin elektrik potansiyelin, elektrik yer değiştirmelerin, manyetik potansiyelin ve manyetik indüksiyonların tam çözümleri elde edilmiştir. Mevcut yöntem keyfi kalınlıklı, keyfi eksenel simetrik mekanik ve elektromanyetik yüklere maruz manyeto-elektro-elastik içi boş silindir için geçerlidir.

Sofiyev at. al. (2006) bu çalışmada, Young modülü ve yoğunluğu kalınlık doğrultusunda sürekli değişen homojen olmayan ortotrop malzemelerden oluşan silindirik kabuğun eksenel zamanın parabolik fonksiyonu olan basınç yükü altında kinematik stabilite problemi incelenmiştir. İlk olarak, homojen olmayan ortotrop silindirik kabuğun temel bağıntıları ve değiştirilmiş Donnell tip dinamik stabilite denklemleri oluşturulmuştur. Önce Galerkin yöntemi daha sonra Ritz tip varyasyonel yöntem uygulanarak, dinamik kritik eksenel yük ve dinamik faktör için kapalı form çözümler elde edilmiştir. Son olarak bazı hesaplamalardan sonra, ortotropiklik oranının homojen olmamasının ve eksenel yükleme parametresinin kritik parametrelere olan etkileri incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılarak sunulan çalışmanın doğruluğu teyit edilmiştir.

Gupta at. al. (2007) çalışmasında, Young modülü ve yoğunluğun radyal doğrultuda üstel olarak $E = E_0 e^{\mu x}$, $\rho = \rho_0 e^{\eta x}$; $\eta \neq \mu$ gibi değiştiği varsayılarak kalınlığın parabolik olarak değiştiği homojen olmayan dairesel plakların aksisimetrik titreşimlerini çalışmışlardır. Yapılan sayısal analizler homojen olmamanın kritik parametrelere etkisini dikkat çekici olduğunu saptamıştır. Yukarıdaki tüm çalışmalarda, Poisson oranının sabit kaldığı farz edilmiştir.

Lal (2007) makalesinde, klasik plak teorisi kullanılarak, Winkler tipi elastik zemin üzerinde bulunan üniform olmayan kalınlıklı homojen olmayan ortotropik dikdörtgen plakların serbest enine titreşimleri için analizler ve sayısal sonuçlar sunulmuştur. Plak malzemesinin Young modülü ve yoğunluğunun tek doğrultuda üstel olarak değiştiği dikkate alınmıştır. Lévy yaklaşımından sonra iki paralel kenarı basit mesnetli ve iki kenarı ankastre olan plağın dördüncü mertebeden diferansiyel denklemleri, malzemenin kalınlık doğrultusundaki üstel değişimi için geliştirilmiş ve kuintik eğri interpolasyon tekniği kullanılarak çözülmüştür. Titreşim moduna homojen olmama, ortotropi ve kalınlık değişiminin etkileri incelenmiştir.

Sofiyev and Karaca (2009) makalesinde, yanal ve hidrostatik basınç altında olan tabakalı homojen ve homojen olmayan ortotrop kesik konik kabukların serbest titreşim ve burkulmaları incelenmiştir. İlk olarak Young modülü ve yoğunluğu kalınlık doğrultusunda parçalı sürekli değişen tabakalı ortotrop kesik konik kabuklar için temel bağıntılar, değiştirilmiş Donnell tip dinamik stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmiştir. Daha sonraki denklemlere süperpozisyon ve Galerkin yöntemleri uygulanarak, tabakalı homojen ve homojen olmayan ortotrop konik kabukların burkulma basınçları ve boyutsuz frekans parametreleri elde edilmiştir. Homojen veya homojen olmayan ortotrop ve izotrop malzemelerden oluşan tek tabakalı veya tabakalı silindirik kabuklar için uygun denklemler özel halde elde edilmiştir. Son olarak, tabakaların dizilişi, konik kabuk karakteristiklerinin değişimi, tabaka malzemelerinin Young modülü ve yoğunluklarının birlikte ve ayrı-ayrı değişimlerinin, kritik yanal ve hidrostatik basınçlara ve frekans parametresine olan etkileri değişik mod sayıları için bulunmuştur. Sonuçlar diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Sofiyev at. al. (2009a), makalesinde hidrostatik yükleme altında olan homojen olmayan malzeme özelliklerine sahip ortotrop konik kabukların titreşim ve stabilitesi incelenmiştir. İlk olarak Young modülü ve yoğunluğu kalınlık doğrultusunda değişen ortotrop kesik konik kabuklar için temel bağıntılar elde edilmiştir. Daha sonraki denklemlere Galerkin yöntemi uygulanarak, kesik konik kabukların burkulma basıncı ve frekans parametreleri elde edilmiştir. Son olarak, Young modülü ve yoğunluk

birlikte ve ayrı-ayrı değiştiğinde bazı hesaplamalar yapılarak konik kabuk karakteristiklerinin değişiminin, homojen olmama ve ortotropluğun, kritik boyutsuz hidrostatik ve en dūřuk boyutsuz frekans parametreleri üzerine olan etkisi incelenmiştir. Çizelge ve şekillerde sunulan sonuçlar diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Sofiyev at. al. (2009b), bu makalede homojen olmayan malzeme özelliklerine sahip basit mesnetli ortotrop kesik ve tam koni kabukların dūzgūn yanal ve hidrostatik basınç altında titreřim ve stabilitesi incelenmiřtir. İlk olarak, Young modūlū ve yoęunluęu kalınlık doęrultusunda sūrekli deęiřen ortotrop kesik koni kabuklar için temel baęıntılar elde edilmiřtir. Galerkin yōntemi uygulanarak, kesik ve tam koni kabuęun burkulma basınçları ve en dūřuk devri frekansları elde edilmiřtir. Sonuçların doęruluęunu teyit etmek için, açık literatūrde yer alan sonuçlarla karřılařtırma yapılmıřtır. Bu çalıřmada ayrıca, koni kabuk karakteristiklerinin deęiřiminin, homojen olmamanın ve ortotropinin kesik ve tam koni kabuęun kritik basınçlarına ve en dūřuk devri frekanslarına olan etkileri detaylı olarak incelenmiřtir.

Sofiyev et. al. (2009c) bu çalışmada, hidrostatik basınç altında olan ankastre mesnetli, tabakalı homojen veya homojen olmayan ortotrop silindir, kesik ve tam koni kabuğun serbest titreşim ve stabilitesini incelemek için bir yōntem sunulmuştur. Love birinci yaklaşım teorisine dayanarak, malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda parçalı sūrekli değişen tabakalı ortotrop kesik koni kabuğun temel denklemler, değiştirilmiş Donnell-tip stabilite ve uygunluk denklemleri elde edilmiştir. Bu problemi çözmek için yaklaşım fonksiyonlarına bilinmeyen λ parametresi dāhil edilmiştir. Galerkin yōntemi uygulanarak, tabakalı homojen ve homojen olmayan ortotrop koni kabuğun burkulma basınçları ve temel doğal frekansları elde edilmiştir. Elde edilen formūllere dāhil edilen λ parametresi kritik gerilmelerin ve frekansların minimum koşulundan elde edilmiştir. Silindirik kabukların, kesik ve tam koni kabukların burkulma basınçları ve frekansları için λ parametresinin değişik genelleştirilmiş değerleri elde edilmiştir. Homojen ve homojen olmayan ortotrop ve izotrop malzemelerden oluşan tek tabakalı ve tabakalı silindirik kabuklar için uygun formūller özel durumlarda elde edilmiştir. Son olarak,

homojen olmamanın mertebesinin, tabakaların sayısı ve dizilişinin ve koni kabuk karakteristiklerinin değişiminin kritik hidrostatik basınç ve doğal frekansa olan etkileri araştırılmıştır. Sonuçlar homojen durum için elde edilmiştir ve literatürde yer alan emsalleriyle karşılaştırılmıştır.

Uzay endüstrisinde kullanılan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler (FDM'ler) yüksek performanslı, ısıya dirençli homojen olmayan malzemeler sınıfına ait olup aşırı yüksek sıcaklıklara ve son derece büyük termal değişimlere dayanımı sağlar. FDM'ler mikroskobik olarak homojen değildirler ki bunların mekanik özellikleri bir yüzeyden diğerine düzgünce ve devamlı olarak değişim göstermektedir. Son yıllarda fonksiyonel derecelenmiş malzemelerden oluşan kürelerin termal genleşme katsayısının değişimini dikkate alarak bazı problemler çözülmüştür. Bu çalışmaların önemli olanlarının özetleri aşağıda sunulmaktadır:

Ootao and Tanigawa (1994) dönen sıcaklık kaynaklı homojen olmayan delikli kürenin üç boyutlu geçici termal gerilmeleri için denklemler türetmişlerdir.

Lutz and Zimmerman (1996) çalışmasında fonksiyonel derecelenmiş küresel kabuğun termal gerilme ve efektif termal genleşme katsayısının karakteristik parametrelere etkilerini analiz etmişlerdir.

Wang at. al. (2000) değişken termal yükler etkisi altında homojen olmayan malzemelerden oluşan termo-elastik kırılma mekaniği problemini ele almışlar.

Reddy and Cheng (2002) çalışmalarında, farklı teoriler tarafından tahminde bulunan titreşim frekansı ile düz plakadan küresel sığ kabuğa kadar bunların arasındaki bağlayıcı ilişkinin daha fazla geliştirilmesini sunmuşlardır. Zar titreşim probleminin karşılaştırmasında, fonksiyonel derecelenmiş küresel sığ kabukta kullanılan klasik teori ile birinci mertebe ve üçüncü mertebe kayma deformasyon teorilerinin titreşim frekansları için tam uyum elde edilmiştir. Bu çalışmada sadece genel olarak genişleme tipinin gerilme ve kalınlık-kesme titreşimi ile genel esnek titreşimi dikkate alınmıştır. Bunlar genellikle dönel tipin gerilme ve kalınlık-kesme titreşiminden ayrılırlar. Bu sonuçlar, kalınlık doğrultusunda keyfi olarak değişen

malzeme özellikli poligonal planformdan basit mesnetli fonksiyonel derecelenmiş küresel sıg kabuğa uygulanmıştır. Winkler-Pasternak elastik zemin ve dönел ataletler dahil edilmiştir. Matematiksel karşılaştırmalar göstermektedir ki sıg kabuk için serbest titreşim frekansı pozitifdir. Mori-Tanaka'nın yöntemi malzeme özelliklerinin sayısal sonuçlarının tahmininde kullanılmıştır.

Shen and Li (2002) çalışmasında, yerel geometrik kusurların kombine eksenel basınç ve düzgün sıcaklık yüklemesine maruz kayma deformasyonlu tabakalı silindirik kabuğun burkulma ve burkulma sonrasına olan etkileri incelenmiştir. Başlangıçta ısıtılmış kabukların sıkıştırıcı burkulma sonrası ve başlangıçta sıkıştırılmış kabukların termal burkulma sonrası halleri dikkate alınmıştır. Temel denklemler Reddy'nin yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisiyle, von Karman-Donnell tip kinematik doğrusal olmamaya ve termal etkilerin dahil edilmesine dayanmaktadır. Malzeme özelliklerinin sıcaklıktan bağımsız olduğu varsayılmıştır. Ön burkulma deformasyonları ve kabuğun başlangıç geometrik kusurların her ikisi de dikkate alınmıştır. Kabuk burkulmasının sınır tabaka teorisi, kayma deformasyonlu çapraz kat tabakalanmış silindirik kabuk durumuna genişletilmiştir ve burkulma yüklerinin ve burkulma sonrası dengenin belirlenmesinde tekil karmaşıklık yöntemi uygulanmıştır. Sayısal gösterimler, yerel veya şekilsel geometrik kusurlu kısmen kalın çapraz kat tabakalanmış silindirik kabukların sıkıştırıcı veya termal burkulma sonrası davranışlarıyla ilgilidir. Sonuçlar, genliğin aynı değeri için yerel geometrik kusurlar kabuğun burkulma sonrası davranışının yanı sıra burkulma yükü üzerinde de şekilsel kusurlardan daha az etkiye sahip olduğunu göstermiştir.

Shahsiah and Eslami (2003b) çalışmasında varyasyonel yöntem, Love-Kirchhoff'un birinci mertebeden kabuk teorisi ve Sander'in doğrusal olmayan kinematik denklemleri kullanılarak denge denklemleri türetilmiştir.

Eslami at. al. (2005) fonksiyonel derecelendirilmiş kalın küresel kabuklarda termal ve mekanik gerilmelerinin bulunmasını amaçlamışlardır. Bu çalışmada, fonksiyonel değişimli malzemedен yapılmış delikli ince kürede tek boyutlu kararlı hal termal ve mekanik gerilmeler için genel çözüm sunulmuştur. Sıcaklık dağılımı kürenin iç ve dış yüzeylerinde genel termal ve mekanik sınır şartlarıyla, yarıçapın fonksiyonu

olarak kabul edilmiştir. Poisson oranı dışındaki malzeme özellikleri kuvvet kuralı fonksiyonuna göre r yarıçap boyunca değiştiği kabul edilmiştir. Navier denklemi ve sıcaklık iletiminin analitik çözümü radyal yönün fonksiyonu olarak sıcaklık profili, radyal yer değiştirme, radyal gerilme ve çember gerilmeye yol açmaktadır.

Patel at. al. (2006) çalışmasında, düzgün sıcaklık artışına maruz tabakalı dairesel konik-silindirik/konik-silindirik-konik birleştirilmiş kabukların, doğrusal olmayan termo-elastik burkulması/burkulma sonrası karakteristikleri, yarı analitik sonlu eleman yaklaşımı uygulanarak incelenmiştir. Geometrik doğrusal olmamayı dikkate alan doğrusal olmayan temel denklemler, kısmen geniş deformasyon için von Karman yaklaşımına dayanmaktadır ve burkulma öncesi/burkulma sonrası denge yörüngelerini izlemek için yer değiştirme kontrol yöntemiyle birleştirilmiş Newton-Raphson iterasyon yöntemiyle çözülmüştür. Doğrusal burkulma modu şekline uzaysal orantılı küçük büyüklükte yük formu içerisinde asimetrik dağılımın varlığı, kabuk deformasyonunun dallanmasını başlattığı varsayılmıştır. Bu çalışma, yarı-koni açısının, malzeme özelliklerinin ve çevresel dalga sayılarının, farklı birleştirilmiş kabuk sistemlerinin doğrusal olmayan termo-elastik davranışına olan etkilerini göstermek amacıyla gerçekleştirilmiştir.

Shahsiah at. al. (2006) çalışmasında fonksiyonel değişimli malzemelerden oluşan sığ küresel kabukların termal kararsızlık problemi incelenmiştir. Önce ince küresel kabuğun stabilite denklemleri elde edilmiştir. Kabuk kalınlığı boyunca mekanik özelliklerin değişiminin doğrusal olduğu kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş kabuğun malzeme bileşeni seramik ve metal karışımı olarak kabul edilmiştir. Analitik çözümler, değişik termal yüklemeler için elde edilmiştir. Sonuçlar literatürdeki bilinen verilerle geçerli kılınmıştır.

Ganapathi (2007) çalışmasında, dış basınç yüküne maruz bırakılmış ankastre fonksiyonel değişimli malzemeli küresel kabuk yapı elemanının dinamik stabilite davranışı incelenmiştir. Malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda malzemenin bileşenlerinin hacim kesri olarak adlandırılan kuvvet-yasası dağılımına göre derecelenmiştir. Malzeme özelliklerinin etkisi homojenleştirme yöntemi kullanılarak

değerlendirilmiştir. Yapısal modelde kayma deformasyon teorisi temel alınmıştır ve geometrik doğrusal olmama formülasyonunda von Karman varsayımları göz önüne alınmıştır. Temel denklemler değiştirilmiş Newton Rapson iterasyon düzeni ile birleştirilmiş olan Newmark'ın integrasyon tekniği uygulanarak elde edilmiştir. Yükle ilgili olan kabuk yapısının geçmişindeki maksimum ortalama yer değiştirmedeki ani sıçrama dinamik burkulma basıncı gibi alınmıştır. Hâlihazırdaki model mevcut izotropik durumlar karşısında geçerli kılınmıştır. Detaylı sayısal çalışma, sıg küresel kabukların aksel simetrik dinamik stabilite karakteristikleri üzerindeki fonksiyonel değişimli malzemenin kuvvet-yasası indeksinin etkileri uygulanarak elde edilmiştir.

Ootao and Tanigawa (2007b) çalışmasında fonksiyonel dereceli termo-piezo-elektrik kürelerin üç boyutlu geçici termal gerilme analizi incelenmiştir. Bu çalışma sabit üniform ısıdan dolayı geçici piezotermoelastik problemi kapsayan fonksiyonel değişimli termopiezo-elektrik içi boş kürenin teorik işlemleriyle ilgilidir. Laplace dönüşüm yöntemiyle geçici tek boyutlu sıcaklık analiz edilmiştir. İçi boş kürenin termal, termoelastik ve piezo-elektrik sabitleri radyal koordinatın kuvvet fonksiyonları gibi ifade edilmiştir. Geçici durumda ve fonksiyonel değişimli termopiezo-elektrik içi boş küresel kabuğun piezotermoelastik tepkisinde sıcaklık değişimi için tek boyutlu çözüm bu makalede elde edilmiştir. Sıcaklık değişimi, yer değiştirme, gerilme ve elektrik potansiyel dağılımının bazı nümerik sonuçları sunulmuştur. Ayrıca, sıcaklık değişiminin, yer değiştirmenin, gerilmenin ve elektrik potansiyelin malzeme üzerindeki homojen olmamaya etkisi incelenmiştir.

Prakash at. al. (2007), fonksiyonel değişimli küresel başlıkların dinamik termal burkulma davranışını çalışmışlardır. Geometrik doğrusal olmama von Karman varsayımı üzerine dayanmaktadır. Formülasyon, birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanmaktadır ve düzlem ile döner atalet etkilerini içermektedir. Malzeme özellikleri, malzeme bileşenlerinin hacim kesrinin terimleri de kuvvet yasası dağılımına göre kalınlık doğrultusunda derecelenmiştir. Malzeme özelliklerinin etkisi homojenleştirme yöntemi kullanılarak değerlendirilmiştir. Temel denklemler sonlu eleman yaklaşımı kullanılarak elde edilmiştir, Newmark'ın

integrasyon tekniği ile birlikte değiştirilmiş Newton-Raphson iterasyon dzenini kullanarak cözölmüştür. Basınç yükü, kabuk yapısının geçmişinde maksimum ortalama yer değiştirme içindeki ani sıçramayla ilgili olarak dinamik burkulma yükü gibi alınmıştır. şimdiki model mevcut izotropik duruma karşı geçerli kılınmıştır. Özellikle kabuk geometrilerinin etkisi, fonksiyonel değişimli malzemenin kuvvet yasası endeksi ve sığ küresel kabukların dinamik burkulma yüklerinin sınır şartları üzerine detaylı sayısal çalışma uygulanmıştır.

Naj at. al. (2008a) çalışmasında, fonksiyonel değişimli malzemeli kesik konik kabukların termal ve mekanik kararsızlığı çalışılmıştır. Kabuk, özellikleri kabuk kalınlığının bir fonksiyonu olarak değişen metal ve seramik karışımı olduğu varsayılmıştır. Eşitlikler birinci mertebeden kabuk teorisi ve Sanders'in lineer olmayan kinematik eşitlikleri temel alınarak geliştirilmiştir. Sonuçlar termal ve mekanik yüklemeler için elde edilmiştir ve literatürde bilinen datalarla teyit edilmiştir.

Naj at. al. (2008b) çalışmasında, çeşitli üniform sıcaklık artışları altındaki fonksiyonel değişimli malzemedeki yapılan kesik konik kabukların termo mekanik kararsızlığı ele alınmıştır. Kabuk, özellikleri kabuk kalınlığının bir fonksiyonu olarak değişen metal ve seramik karışımı olduğu varsayılmıştır. Metal ve seramiğin mekanik özelliklerinin ısıya bağlı olduğu varsayılmıştır. Eşitlikler birinci mertebeden kabuk teorisi ve Sanders'in lineer olmayan kinematik eşitlikleri temel alınarak geliştirilmiştir. Sonuçlar hidrostatik yük, aksenal yük ve bunların kombinasyonu olarak adlandırılan üç tip mekanik yükleme altında elde edilmiştir. Sonuçlar literatürde bilinen verilerle teyit edilmiştir.

Poultangari at. al. (2008) çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş kürenin aksi-simetrik termal-mekanik yükler etkisi altında stabilite problemi ele alınmıştır. Bu çalışmada geliştirilen analitik yöntem, fonksiyonel değişimli malzemedeki yapılmış içi boş kalın kürenin iki boyutlu (r, θ) termal ve mekanik gerilmelerinin kararlı durumu için cözölerek elde edilmiştir. Malzeme özellikleri kuvvet yasası fonksiyonuna göre kalınlığın bir ucundan diğer ucuna değiştiği kabul edilmiştir.

Sıcaklık profili fonksiyonel değişimli enerji denklemleri çözümlenerek elde edilmiştir. Navier denklemleri Legendre polinomları ve Euler diferansiyel denklem sistemi kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Sıcaklık, yer değiştirme elemanları ve gerilme dağılımları farklı kuvvet yasası indeksleri için elde edilmiş ve çizilmiştir. Sonuçlar literatürdeki bilinen verilerle geçerli kılınmıştır.

Shariyat (2008) çalışmasında, şimdiye kadar, hibrit fonksiyonel değişimli malzemelerden (FDM) oluşan silindirik kabukların sadece statik burkulması araştırılmıştır. Sunulan makalede, bazı karmaşık termo-elektro-mekanik kombine yüklemelere maruz, entegre yüzeye bağlı sensör ve işletici tabakalarına sahip kusurlu FDM silindirik kabukların dinamik burkulması incelenmiştir. Eğrisel koordinatlarda Green deformasyon tensörünün genel biçimi ve daha önce yazar tarafından önerilen yüksek mertebeden kabuk teorisi kullanılmıştır. Sonlu eleman yöntemi kullanılarak karmaşık doğrusal olmayan temel denklemler çözülmüştür. Burkulma yükü, yazar tarafından daha önceden önerilen düzenlenmiş Budiansky kriteri ile belirlenmiştir. Malzeme özelliklerinin sıcaklığa bağımlılığının, hacim kesri indeksinin, yük kombinasyonunun ve başlangıç geometrik kusurlarının termo-elektro-mekanik burkulma sonrası davranış üzerindeki etkileri hesaplanmıştır. Sonuçlar, hacim kesri indeksi, sıcaklık derecelenmesi, tabaka diziliş ve uyarmalı geri tepki kontrolü bir dereceye kadar burkulma yükünü etkileyebildiğini göstermiştir.

Jabbari at. al. (2009), fonksiyonel değişimli malzemedeki yapılmış kısa delikli silindir için kararlı halde iki boyutlu aksel simetrik mekanik ve termal gerilmelerinin tam çözümlerini geliştirmişlerdir. Sıcaklık, radyal ve uzunlamasına doğrultunun fonksiyonları gibi, genelleştirilmiş ve Bessel fonksiyonları kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Kısmi diferansiyelin homojen olmayan sistemi standart yöntem kullanılarak çözülmüştür. Potansiyel fonksiyonlar yöntemi yerine sabit olmayan katsayılı Navier denklemleri, Fourier serileri kullanılmıştır.

2.4. Küresel Kabuklar İçeren Yapı Elemanlarının Stabilitesi ve Titreşimi Problemleri ile İlgili Literatürde Bulunan Kitaplardan Bazıları

Timoshenko and Gere (1961) kitabı elastik stabilite teorisi ile ilgili ilk önemli kaynaklardan biridir.

Volmir (1967) tarafından sunulan çok kapsamlı monografide değişik yapı elemanlarının stabilite ve titreşimi ile ilgili çok önemli ve temel bilgiler sunulmaktadır. Ayrıca, değişik statik ve dinamik yükler etkisi altındaki kiriş, plak ve kabukların lineer ve lineer olmayan problemlerinin çözümleri verilmiştir. Bu çalışmada, aynı zamanda yayın tarihine kadar olan stabilite teorisiyle ilgili en önemli teori ve deneylerle ilgili yayınlar listesi sunulmuştur. Söz konusu yayın listesinde bu çalışmadan önce basılan yayınların çoğunu bulmak mümkündür.

Ogibalov and Griбанov, (1968) monografisi çağdaş teknoloji için çok önemli yer tutan plak ve kabukların termo-elastik stabilite probleminin çözümünü ele almıştır. Burada termo-stabilitenin mekanik problemlerinin düzgün formülasyonu yapılmış ve çözüm yöntemleri sunulmuştur. Ayrıca, lineer ve lineer olmayan durumlar için plak ve kabukların termo-elastik stabilitesi için somut hesaplar sunulmuştur.

Pflüger (1970)'in kitabında stabilite problemlerinin temel kavramları, kesin çözüm yöntemleri, denge çeşitleri için kriterler, iki ve üç boyutlu problemler, stabilite problemleri için klasik yaklaşım yöntemler, özel değer problemleri için yaklaşık çözümler, klasik yaklaşımın uygulama sınırları, elasto statikte stabilite teorisinin kullanılabilirlik durumu, çubuk burkulması, plak burkulması, kabuk burkulması konuları sunulmuş ve yayın tarihine kadar olan çalışmaların listesi verilmiştir.

Leissa (1973) kitabında değişik yapı elemanlarının titreşimi ile ilgili problemler ve çözümleri sunulmuştur. Ayrıca, 1973 yılına kadar olan sürede titreşim problemleri ile ilgili yapılmış olan çok kapsamlı kaynak ve özetleri verilmiştir.

Chajes (1974)'in kitabı kolonların burkulması, analiz için yaklaşık yöntemler, kiriş kolonlar, çerçevelerin burkulması, burulmalı burkulma, plakların burkulması, eksenel basınç etkisi altındaki silindirik kabukların burkulması konularını kapsamaktadır.

Kaplan (1974) monografisinde, küresel kabukların deneysel ve teorik burkulması ile ilgili çok önemli temel bilgiler sunmuştur.

Brush and Almorth (1975)'un kitabında kiriş, kolon, plak ve kabukların gerilme deformasyon durumu ve stabilitesi ile ilgili değişik problemler sunulmuştur. Ayrıca bu kitap varyasyon yöntemlerle ilgili önemli bilgiler içermektedir.

Lomakin (1976)'in çalışması homojen olmayan cisimlerin elastisite teorisini kapsamlı şekilde inceleyen ilk büyük monografidir. Kitapta özellikleri koordinatlarının sürekli fonksiyonları olan cisimlerin elastisite teorisinin statik ve kuazi-statik problemlerini kapsamaktadır. Bu çalışmada pratik önemi olan ve sıcaklığa bağlı değişen homojen cisimlerin termo-elastik problemleri de ele alınmıştır.

Morris (1996) kitabında, kabuk teorisinin stabilitesi ve modeli arasındaki bağıntıları incelemiştir. Küresel kabuğun burkulmasının klasik problemi, teori ve deney arasındaki uygunluk eksikliklerini tanımlamada kullanılmıştır. Teorideki mevcut model prensiplerinin etkisi ve pratik problemlere uygulaması ele alınmıştır.

Reddy (2004)'nin kitabında tabakalı kompozit plakların değişik sınır koşulları, değişik yükler etkisi altında, kayma şekil değiştirme ve geometrik lineer olmama koşulları dikkate alınarak çok sayıda problem çözülmüş, grafik ve çizelgeler sunulmuştur. Bölüm 1-3'te bazı matematiksel girişler, anizotrop elastisitenin denklemleri, virtüel iş ve varyasyonel yöntemler incelenmiştir. Bölüm 4'te kompozit malzemelerin ortak terimleri tanıtılmıştır daha sonra tabaka, gerilme ve deformasyon dönüşümlerinin temel denklemleri ele alınmıştır. Bölüm 5'te klasik ve birinci mertebe kayma deformasyonlu tabakalı plakların hareket denklemlerinin türetilmesi sunulmuş ve seçilen tabakaların tabaka rijitlik karakteristikleri tartışılmıştır. Bölüm 6

klasik ve birinci mertebeye kayma deformasyon teorilerinin silindirik eğilmede tabakalı kirişler ve plak şeritlere uygulanmasını içermektedir. Bölüm 7’de özel ortotropik dikdörtgen tabakaların klasik tabakalı plak teorisini kullanan analiziyle ilgilenilmiştir. Burada malzeme anizotropluğunun, tabakalanma şemasının ve plak en-boy oranının eğilme dönmesi ve gerilmeye olan etkileri, burkulma yükleri, titreşim frekansları ve süreksiz davranışlar tartışılmıştır. Bölüm 8 ve 9 da klasik ve birinci mertebeye kayma deformasyonlu plak teorileri için sırasıyla Navier ve Levy çözüm yaklaşımlarını temel alan dikdörtgen tabakaların süreksiz davranışları, doğal titreşim, burkulma ve eğilme için analitik çözümler sunulmuştur. Bölüm 10 da kompozit tabakaların sonlu eleman analizi incelenmiştir. Klasik tabakalı plak teorisini ve birinci mertebeye kayma deformasyonlu kabuk teorisine dayanan tek boyutlu (kiriş ve plak şeritler için) ve iki boyutlu (plaklar) sonlu elemanlar yöntemleri tartışılmıştır ve sayısal örnekler sunulmuştur. Bölüm 11 ve 12 de sırasıyla yüksek mertebeden (üçüncü mertebeye) tabaka teorileri ve tabaka yöntem (layerwise) teorisi sunulmuştur. Sonlu elemanlar yöntemi ve analitik modeller tartışılmıştır. Son olarak bölüm 13’te kompozit tabakaların geometrik olarak doğrusal olmayan analizi incelenmiştir. von Karman doğrusal olmamaya sahip tabakalı plakların yer değiştirme sonlu eleman modelleri türetilmiş ve bazı tipik problemler için sayısal sonuçlar sunulmuştur.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Homojen Olmayan Küresel Kabuklar için Temel Bağntı ve Denklemler

Yarıçapı R ve kalınlığı h olan homojen olmayan küresel kabuk ve koordinat sistemi Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de sunulmaktadır. Burada θ ve ϕ açıları sırasıyla çevresel ve enlemsel-meridyenel koordinatlarıdır ve kürenin orta yüzeyi referans yüzey olarak dikkate alınmaktadır. Orta yüzey üzerinde bulunmayan noktalar ek radyal z koordinatı üzerinde yer almaktadır, bu koordinat küresel kabuğun duvarı üzerindeki bir noktadan orta yüzeydeki uygun noktaya olan uzaklıktır (Şekil 3.3). (z, θ, ϕ) ortogonal koordinat sistemi oluşturmaktadır.

Küresel kabuk homojen olmayan izotrop elastik malzemedan oluşmakta ve kabuğun mekanik özellikleri kalınlık koordinatının sürekli fonksiyonları şeklinde değişmektedir (Lomakin, 1976; Khoroshun, 1988; Eslami at. al., 2005; Shen and Noda, 2007; Sofiyev at. al., 2009a):

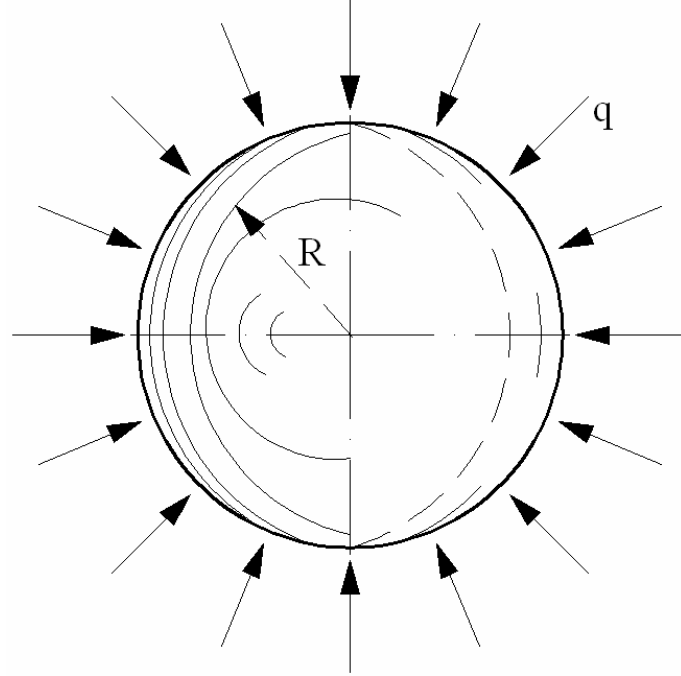
$$E(\bar{z}) = E_0 \varphi_1(\bar{z}); \quad \alpha(\bar{z}) = \alpha_0 \varphi_2(\bar{z}); \quad \nu(\bar{z}) = \nu; \quad \bar{z} = z/h \quad (3.1)$$

Burada, $E_0; \alpha_0; \nu$ sırasıyla, homojen malzemenin elastisite modülü, termal genişleme katsayısı ve Poisson oranı, z küresel kabuğun kalınlık koordinatı olup $h/2$ 'den $h/2$ 'ye değişmektedir. Burada $\varphi_1(\bar{z})$ elastisite modülünün sürekli değişim fonksiyonu, $\varphi_2(\bar{z})$ ise termal genişleme katsayısının sürekli değişim fonksiyonu olup birbirlerinden bağımsız değişmektedirler. Literatürde sürekli homojen olmama fonksiyonunu genel olarak kuvvet fonksiyonu şeklinde sunulmaktadır.

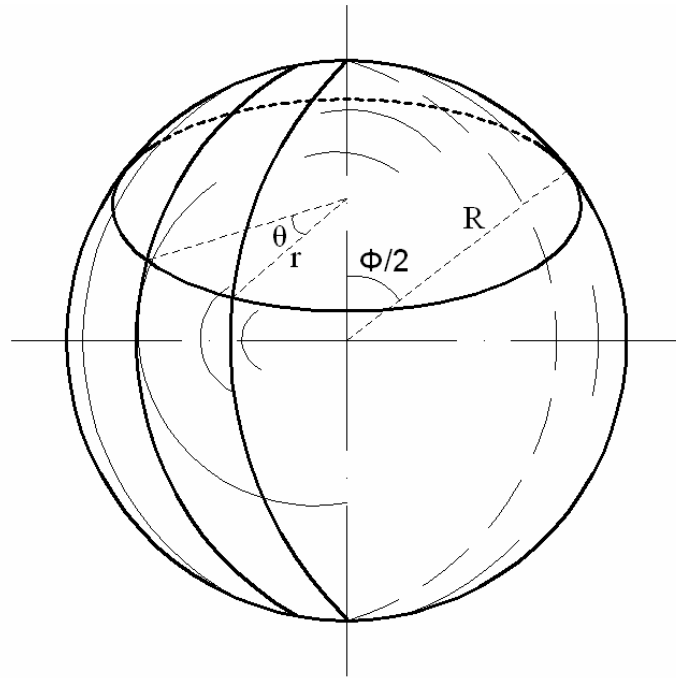
Bu çalışmada sürekli homojen olmama fonksiyonları somut olarak kuvvet fonksiyonu şeklinde yani aşağıdaki gibi seçilmektedir (Lal, 2007; Shen and Noda, 2007):

$$\varphi_1(\bar{z}) = 1 + \mu_1 \bar{z}^d; \quad \varphi_2(\bar{z}) = 1 + \mu_2 \bar{z}^d \quad d = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2)$$

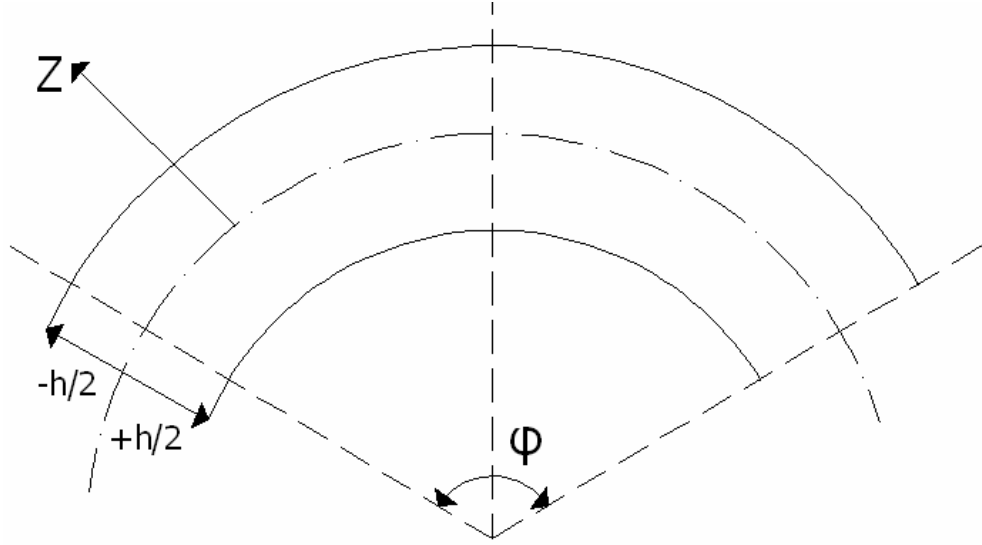
Burada μ_1 ve μ_2 elastisite modülü ve termal genleşme değışim katsayıları olup $0 \leq \mu_i \leq 1; i = 1,2$ eşitsizliklerini sağlamaktadırlar.



Şekil 3.1. Küresel kabuk dış basınç yükü etkisi altında



Şekil 3.2. Küresel kabuk ve açılar



Şekil 3.3. İnce küresel kabuğun geometrisi

Küresel kabuğun referans yüzeyinden z mesafedeki normal ve kayma deformasyonları aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Volmir, 1967; Kaplan, 1974; Moris, 1996) :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_\phi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_{\phi\theta} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \chi_\phi \\ \chi_\theta \\ \chi_{\phi\theta} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Burada $\varepsilon_\phi, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{\phi\theta}$ ve $e_\phi, e_\theta, e_{\phi\theta}$, sırasıyla küresel kabuğun her hangi bir noktasındaki ve orta yüzeyindeki normal ve kayma deformasyonları, χ_ϕ ve χ_θ orta yüzeyin ϕ ve θ doğrultulardaki eğrilikleri ve $\chi_{\phi\theta}$ orta yüzeyin burulmasındaki eğriliğidir.

Donnell–Mushtari–Vlasov (DMV) varsayımlarına dayanarak ve Sanders doğrusal olmayan gerilme-yer değiştirme bağıntıları matris şeklinde aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Volmir, 1967):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_\phi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_{,\phi} + w}{R} + \frac{(w_{,\phi})^2}{2R^2} \\ \frac{v_{,\theta} + u \cos \phi + w \sin \phi}{R \sin \phi} + \frac{(w_{,\theta})^2}{2R^2 \sin^2 \phi} \\ \frac{u_{,\theta} + v_{,\phi} \sin \phi - v \cos \phi}{R \sin \phi} + \frac{w_{,\phi} w_{,\theta}}{R^2 \sin \phi} \end{bmatrix} - \frac{z}{R^2} \begin{bmatrix} w_{,\phi\phi} \\ \frac{w_{,\theta\theta}}{\sin^2 \phi} + w_{,\phi} \cot \phi \\ \frac{w_{,\phi\theta} - w_{,\theta} \cot \phi}{\sin \phi} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Burada, u , v ve w küresel kabuğun orta yüzeyinde sırasıyla meridyenel, çevresel ve radyal yer değiştirmeler olup indisteki (,) sembolü koordinatlara göre kısmi türevleri göstermektedir.

Sıcaklık etkisi dikkate alınarak homojen olmayan küresel kabuğun gerilme deformasyon bağıntısı Hooke kuralına göre aşağıdaki şekilde verilebilir (Ogibalov and Koltunov, 1969; Shahsiah and Eslami, 2003a):

$$\begin{bmatrix} \sigma_\phi \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \frac{E(z)}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \varepsilon_\phi \\ \varepsilon_\theta \\ 0.5(1-\nu)\varepsilon_{\phi\theta} \end{bmatrix} - \frac{E(\bar{z})\alpha(\bar{z})T}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

(3.4) ifadeleri (3.5) denklemlerinde yerine yazıldığında aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{bmatrix} \sigma_\phi \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \frac{E(\bar{z})}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} e_\phi + \nu e_\theta + z(\chi_\phi + \nu\chi_\theta) \\ e_\theta + \nu e_\phi + z(\chi_\theta + \nu\chi_\phi) \\ 0.5(1-\nu)(e_{\phi\theta} + z\chi_{\phi\theta}) \end{bmatrix} - \frac{E(\bar{z})\alpha(\bar{z})T}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Love kabuk teorisine göre kuvvet ve moment bileşenleri aşağıdaki ifadelerden bulunur (Volmir, 1967):

$$\left[(T_\phi, T_\theta, T_{\phi\theta}), (M_\phi, M_\theta, M_{\phi\theta}) \right] = \int_{-h/2}^{h/2} [1, z] (\sigma_\phi, \sigma_\theta, \sigma_{\phi\theta}) dz \quad (3.7)$$

(3.6) bağıntıları (3.7) denklemlerinde yerine yazılıp matematiksel işlemler sonucu kuvvet ve moment bileşenleri küresel kabuğun orta yüzeyindeki deformasyonlar, eğrilik bileşenleri ve termal genleşme ile aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{bmatrix} T_\phi \\ T_\theta \\ T_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 (e_\phi + \nu e_\theta) + \beta_2 (\chi_\phi + \nu \chi_\theta) \\ \beta_1 (e_\theta + \nu e_\phi) + \beta_2 (\chi_\theta + \nu \chi_\phi) \\ \beta_4 e_{\phi\theta} + \beta_5 \chi_{\phi\theta} \end{bmatrix} - \frac{\beta_3}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} M_\phi \\ M_\theta \\ M_{\phi\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 (e_\phi + \nu e_\theta) + \beta_6 (\chi_\phi + \nu \chi_\theta) \\ \beta_2 (e_\theta + \nu e_\phi) + \beta_6 (\chi_\theta + \nu \chi_\phi) \\ \beta_5 e_{\phi\theta} + \beta_8 \chi_{\phi\theta} \end{bmatrix} - \frac{\beta_7}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Burada χ_θ ve χ_ϕ sırasıyla orta yüzeyin normalinin deformasyon anında ϕ ve θ eksenleri etrafındaki dönmeler olup şu tanımlar geçerlidir:

$$\beta_1 = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} E(\bar{z}) dz; \quad \beta_2 = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} z E(\bar{z}) dz; \quad \beta_3 = \int_{-h/2}^{h/2} T(\bar{z}) E(\bar{z}) \alpha(\bar{z}) dz$$

$$\beta_4 = \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} E(\bar{z}) dz; \quad \beta_5 = \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} z E(\bar{z}) dz; \quad \beta_6 = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 E(\bar{z}) dz \quad (3.10)$$

$$\beta_7 = \int_{-h/2}^{h/2} T(\bar{z}) E(\bar{z}) \alpha(\bar{z}) z dz; \quad \beta_8 = \frac{1}{2(1+\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 E(\bar{z}) dz$$

Veya

$$\beta_1 = \frac{\beta_{11}}{1-\nu^2}; \quad \beta_2 = \frac{\beta_{22}}{1-\nu^2}; \quad \beta_3 = \int_{-h/2}^{h/2} T(\bar{z})E(\bar{z})\alpha(\bar{z})dz; \quad \beta_4 = \frac{\beta_{11}}{2(1+\nu)}$$

$$\beta_5 = \frac{\beta_{22}}{2(1+\nu)}; \quad \beta_6 = \frac{\beta_{66}}{1-\nu^2}; \quad \beta_7 = \int_{-h/2}^{h/2} T(\bar{z})E(\bar{z})\alpha(\bar{z})zdz; \quad \beta_8 = \frac{\beta_{66}}{2(1+\nu)} \quad (3.11)$$

$$\beta_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} E(\bar{z})dz; \quad \beta_{22} = \int_{-h/2}^{h/2} zE(\bar{z})dz; \quad \beta_{66} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2E(\bar{z})dz$$

Termal yüklemeye maruz kalan küresel kabuğun toplam potansiyel enerji fonksiyoneli zar, eğilme ve termal gerilme enerjilerinin toplamına eşittir. Küresel kabuklarla ilgili temel kaynaklarda (Volmir, 1967) toplam potansiyel enerji fonksiyoneline Euler denklemleri uygulandığında geometrik lineer olmayan küresel kabuk için stabilite denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$T_\theta \cos \phi - (T_\phi \sin \phi)_{,\phi} - T_{\phi\theta,\theta} = 0,$$

$$T_{\theta,\theta} + (T_{\phi\theta} \sin \phi)_{,\phi} + T_{\phi\theta} \cos \phi = 0, \quad (3.12)$$

$$(M_\phi \sin \phi)_{,\phi\phi} + \frac{M_{\theta,\theta\theta}}{\sin \phi} - [(T_\phi \chi_\phi + T_{\phi\theta} \chi_\theta)R \sin \phi + M_\theta \cos \phi]_{,\phi}$$

$$+ 2(M_{\phi\theta,\phi\theta} + M_{\phi\theta,\theta} \cot \phi) - (N_\phi + N_\theta)R \sin \phi - R(T_\theta \chi_\theta + T_{\phi\theta} \chi_\phi)_{,\theta} = 0$$

Burada şu tanımlar geçerlidir:

$$\chi_\phi = -\frac{w_{,\phi}}{R}; \quad \chi_\theta = -\frac{w_{,\theta}}{R \sin \phi} \quad (3.13)$$

(3.12) stabilite denklemleri toplam potansiyel enerji fonksiyonelinin ikinci varyasyonu göz önüne alınarak elde edilmiş ve yer değiştirme bileşenleri kararlı denge ve komşu denge durumuna karşı gelen terimlere bağlıdır. Böylece, kuvvet ve moment bileşenleri kararlı denge ve komşu denge durumuna ait olan iki terimin toplamına eşit olduğu görülmektedir.

Toplam potansiyel enerjinin ifadesini geometrik lineer gerilme-yer değiştirme bağıntıları kullanılarak da elde edilebilir. Bunun için Taylor genişleme yoluyla elde edilen ifade, toplam potansiyel enerjinin birinci ve ikinci mertebeden varyasyonlarının toplamına eşit olan iki ifadeye ayrılır. Toplam potansiyel enerji fonksiyonelinin ikinci varyasyonuna Euler denklemleri uygulandığında küresel kabuğun (3.12) stabilite denklemleri aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{aligned}
T_{\theta_1} \cos \phi - (T_{\phi_1} \sin \phi)_{,\phi} - T_{\phi\theta_1,\theta} &= 0 \\
T_{\theta_1,\theta} + (T_{\phi\theta_1} \sin \phi)_{,\phi} + T_{\phi\theta_1} \cos \phi &= 0 \\
(M_{\phi_1} \sin \phi)_{,\phi\phi} + \frac{M_{\theta_1,\theta\theta}}{\sin \phi} - [T_{\phi_0} \chi_{\phi_1} R \sin \phi + T_{\phi\theta_0} \chi_{\theta_1} R \sin \phi + M_{\theta_1} \cos \phi]_{,\phi} \\
+ 2(M_{\phi\theta_1,\phi\theta} + M_{\phi\theta_1,\theta} \cot \phi) - R \sin \phi (T_{\phi_1} + T_{\theta_1}) - R (T_{\theta_0} \chi_{\theta_1} + T_{\phi\theta_0} \chi_{\phi_1})_{,\theta} &= 0
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Burada indislerde bulunan “0” denge durumunu “1” ise stabilite durumunu göstermekte olup “0” ile gösterilen terimler, verilen yükler için denge denklemlerinin çözümüdür. $T_{\theta_0}, T_{\phi_0}, T_{\phi\theta_0}$ terimleri ise burkulma öncesi yükler olup formları denge denklemlerinin zar formu kullanılarak elde edilebilir.

(3.14) denklemleri sıg küresel kabuğun lineer stabilite denklemleri olarak adlandırılır.

(3.4) ifadelerinde geometrik lineer olmayan terimler göz ardı edildiğinde küresel kabuğun her hangi noktasındaki deformasyon ile referans yüzeydeki deformasyon ve eğrililikler arasındaki bağıntılar lineer durumda aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\phi 1} \\ \varepsilon_{\theta 1} \\ \varepsilon_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_{,\phi} + w}{R} \\ \frac{v_{,\theta} + u \cos \phi + w \sin \phi}{R \sin \phi} \\ \frac{u_{,\theta} + v_{,\phi} \sin \phi - v_1 \cos \phi}{R \sin \phi} \end{bmatrix} - \frac{z}{R^2} \begin{bmatrix} w_{,\phi\phi} \\ \frac{w_{,\theta\theta}}{\sin^2 \phi} + w_{,\phi} \cot \phi \\ \frac{w_{,\phi\theta} - w_{,\theta} \cot \phi}{\sin \phi} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Geometrik lineer olmayan terimler göz ardı edildiğinde kuvvet ve moment bileşenleri için (3.8) ve (3.9) ifadeleri aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{bmatrix} T_{\phi 1} \\ T_{\theta 1} \\ T_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 (e_{\phi 1} + \nu e_{\theta 1}) + \beta_2 (\chi_{\phi 1} + \nu \chi_{\theta 1}) \\ \beta_1 (e_{\theta 1} + \nu e_{\phi 1}) + \beta_2 (\chi_{\theta 1} + \nu \chi_{\phi 1}) \\ \beta_4 e_{\phi \theta 1} + \beta_5 \chi_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} - \frac{\beta_3}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} M_{\phi 1} \\ M_{\theta 1} \\ M_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 (e_{\phi 1} + \nu e_{\theta 1}) + \beta_6 (\chi_{\phi 1} + \nu \chi_{\theta 1}) \\ \beta_2 (e_{\theta 1} + \nu e_{\phi 1}) + \beta_6 (\chi_{\theta 1} + \nu \chi_{\phi 1}) \\ \beta_5 e_{\phi \theta 1} + \beta_8 \chi_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} - \frac{\beta_7}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

(3.15) ifadeleri (3.16) ve (3.17) bağıntılarında yerine yazılıp kuvvet ve moment bileşenleri u,v,w yer değiştirmeleri ile aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{bmatrix} T_{\phi 1} \\ T_{\theta 1} \\ T_{\phi \theta 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\beta_1 \nu}{R} u \cot \phi + \frac{\beta_1 \nu}{R \sin \phi} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1+\nu}{R} \beta_1 w \\ -\frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{\beta_2}{R^2} \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{1}{\sin^2 \phi} - \frac{\beta_2}{R^2} \nu \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi \\ \frac{\beta_1}{R \sin \phi} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\beta_1}{R} u \cot \phi + \frac{\beta_1 \nu}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1+\nu}{R} \beta_1 w \\ -\frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{1}{\sin^2 \phi} - \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi - \nu \frac{\beta_2}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \\ \frac{\beta_4}{R \sin \phi} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\beta_4}{R} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{\beta_4}{R} \nu \cot \phi + \beta_5 \frac{\cot \phi}{R^2 \sin \phi} \frac{\partial w}{\partial \theta} \\ -\frac{\beta_5}{R^2} \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \phi} \end{bmatrix} - \frac{\beta_3}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\begin{bmatrix} M_{\phi_1} \\ M_{\theta_1} \\ M_{\phi\theta_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\beta_2 \nu}{R} u \cot \phi + \frac{\beta_2 \nu}{R \sin \phi} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1+\nu}{R} \beta_2 w \\ -\frac{\beta_6}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{\beta_6}{R^2} \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{1}{\sin^2 \phi} - \frac{\beta_6}{R^2} \nu \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi \\ \frac{\beta_2}{R \sin \phi} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\beta_2}{R} u \cot \phi + \frac{\beta_2 \nu}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1+\nu}{R} \beta_2 w \\ -\frac{\beta_6}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{1}{\sin^2 \phi} - \frac{\beta_6}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi - \nu \frac{\beta_6}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \\ \frac{\beta_5}{R \sin \phi} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\beta_5}{R} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{\beta_5}{R} \nu \cot \phi \\ + \beta_8 \frac{\cot \phi}{R^2 \sin \phi} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\beta_8}{R^2} \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \phi} \end{bmatrix} - \frac{\beta_7}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

(3.14) denklemlerini aşağıdaki şekle dönüştürelim:

$$T_{\theta_1} \cos \phi - \frac{\partial T_{\phi_1}}{\partial \phi} \sin \phi - T_{\phi_1} \cos \phi - \frac{\partial T_{\phi_1 \theta_1}}{\partial \theta} = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial T_{\theta_1}}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{\phi_1 \theta_1}}{\partial \phi} \sin \phi + 2T_{\phi_1 \theta_1} \cos \phi = 0 \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M_{\phi_1}}{\partial \phi^2} \sin \phi + 2 \frac{\partial M_{\phi_1}}{\partial \phi} \cos \phi - M_{\phi_1} \sin \phi + \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 M_{\theta_1}}{\partial \theta^2} - \\ & - \frac{\partial M_{\theta_1}}{\partial \phi} \cos \phi + M_{\theta_1} \sin \phi + 2 \left(\frac{\partial^2 M_{\phi\theta_1}}{\partial \phi \partial \theta} + \frac{\partial M_{\phi\theta_1}}{\partial \theta} \cot \phi \right) - R(T_{\phi_1} + T_{\theta_1}) \sin \phi \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$+ T_{\phi_0} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \sin \phi + T_{\phi_0} \frac{\partial w}{\partial \phi} \cos \phi + T_{\phi\theta_0} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \phi} + T_{\theta_0} \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + T_{\phi\theta_0} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \partial \theta} = 0$$

(3.18) ve (3.19) bağıntıları (3.20)-(3.22) stabilite denklemlerinde yerine yazıldığında aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 \equiv & \beta_1 u \cot \phi \cos \phi + \beta_1 v u \sin \phi - \beta_1 \frac{\partial u}{\partial \phi} \cos \phi - \frac{\beta_4}{\sin \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \beta_1 \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \sin \phi \\
& + \beta_1 \frac{\partial v}{\partial \theta} \cot \phi + \beta_4 \cot \phi \frac{\partial v}{\partial \theta} - \beta_1 v \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial \phi} - \beta_4 \frac{\partial^2 v}{\partial \phi \partial \theta} - \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi \cos \phi \\
& - (1+v) \beta_1 \sin \phi \frac{\partial w}{\partial \phi} - \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial w}{\partial \phi} v \sin \phi - \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{\cot \phi}{\sin \phi} - \frac{\beta_2}{R} v \frac{\cot \phi}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \quad (3.23) \\
& + \frac{\beta_2}{R} \cos \phi \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{\beta_5}{R} \frac{\cot \phi}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^3} \sin \phi + \frac{\beta_2}{R} v \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial \phi} \\
& + \frac{\beta_5}{R} \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial \phi} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_2 \equiv & \beta_1 \cot \phi \frac{\partial u}{\partial \theta} + \beta_1 v \frac{\partial^2 u}{\partial \phi \partial \theta} + \beta_4 \cot \phi \frac{\partial u}{\partial \theta} + \beta_4 \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial \phi} + \beta_4 \cos \phi \frac{\partial v}{\partial \phi} \\
& - \beta_4 v \cot \phi \cos \phi + \frac{\beta_1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \beta_4 \sin \phi \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \beta_4 v \sin \phi + \beta_1 (1+v) \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (3.24) \\
& - \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \frac{1}{\sin^2 \phi} - \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \partial \theta} \cot \phi - \frac{\beta_2}{R} v \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^2 \partial \theta} - \frac{\beta_5}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\beta_5}{R} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta \partial \phi^2} = 0
\end{aligned}$$

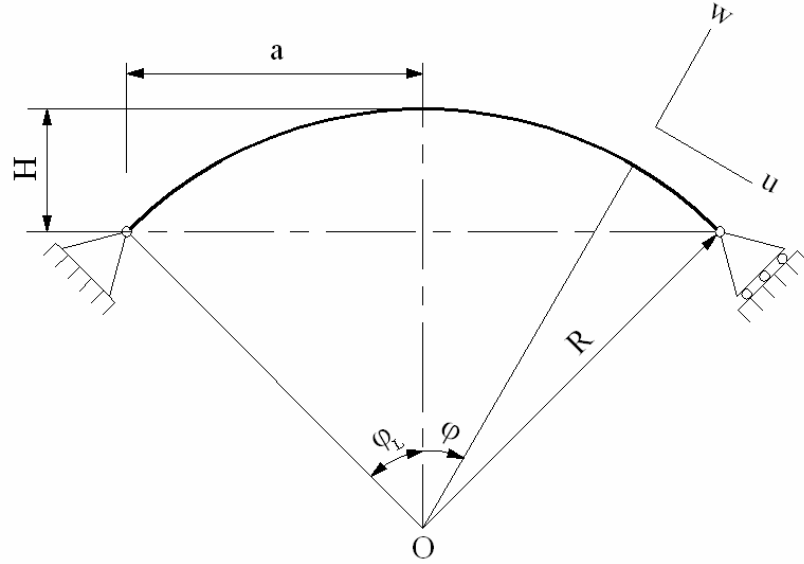
$$\begin{aligned}
\Lambda_3 \equiv & \beta_1 \left[-\frac{\partial u}{\partial \phi} (1+\nu) \sin \phi - u(1+\nu) \cos \phi - \frac{\partial v}{\partial \theta} (1+\nu) - 2(1+\nu)w \sin \phi \right] \\
& + \frac{2\beta_5}{R \sin \phi} \left(\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^2 \partial \phi} + \frac{\partial^3 v}{\partial \phi^2 \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\beta_2}{R} \left[\nu u \sin \phi + \nu u \cot \phi \cos \phi + 2u \cos \phi \right. \\
& + u \cos \phi \cot^2 \phi - \nu \frac{\partial u}{\partial \phi} \sin \phi - \nu \frac{\partial u}{\partial \phi} \cos \phi - \frac{\partial u}{\partial \phi} \cos \phi \cot \phi + 2 \cos \phi \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \\
& - \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} \sin \phi + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \frac{\cot \phi}{\sin \phi} + \frac{\beta_2}{R} \frac{\partial^3 u}{\partial \phi^3} \sin \phi + \frac{\nu}{\sin \phi} \frac{\partial^3 u}{\partial \phi \partial \theta^2} + (1+\nu) \frac{\partial v}{\partial \theta} + \nu \frac{\partial v}{\partial \theta} \cot \phi \\
& + \frac{\partial v}{\partial \theta} \cot^2 \phi - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial \phi} - \frac{\partial^2 v}{\partial \theta \partial \phi} \cot \phi + \nu \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial \phi^2} + \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} + (1+\nu)w \sin \phi \\
& \left. + 2(1+\nu) \frac{\partial w}{\partial \phi} \cos \phi - (1+\nu) \frac{\partial w}{\partial \phi} \sin \phi + 2(1+\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \sin \phi + \frac{2(1+\nu)}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] \\
& + \frac{\beta_6}{R^2} \left[-2(1+\nu) \frac{\partial w}{\partial \phi} \cos \phi - \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot^2 \phi \cos \phi + 2\nu \cos \phi \frac{\partial w}{\partial \phi} - \nu \frac{\partial w}{\partial \phi} \sin \phi \right. \\
& - \nu \frac{\partial w}{\partial \phi} \cot \phi \cos \phi - 2(1+\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{\cot^2 \phi}{\sin \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \cot \phi \cos \phi + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \sin \phi \\
& - 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{\cot \phi}{\sin \phi} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \cos \phi - \frac{(1+2\nu)}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial \phi} \frac{\cot \phi}{\sin \phi} + \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^3} \sin \phi \\
& \left. + \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial \phi} \frac{\nu}{\sin \phi} - 2 \cos \phi \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^3} - \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} \sin \phi - \frac{2\nu}{\sin \phi} \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{\sin^3 \phi} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right] \\
& + \frac{2\beta_8}{R^2} \left(-\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\cot^2 \phi}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \phi}{\sin \phi} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial \phi} - \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial \phi^2} \right) \\
& + T_{\phi_0} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \sin \phi + \frac{\partial w}{\partial \phi} \cos \phi \right) + T_{\theta_0} \frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + T_{\phi\theta_0} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \partial \theta} \right) = 0
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Burada Λ_i ($i = 1, 2, 3$) diferansiyel operatörlerdir.

3.2. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Termal Yük Etkisi Altındaki Stabilité Denklemlerinin Çözümü

Kabul edelim ki küresel kabuk basit mesnetli sınır koşullarını sağlamaktadır (Şekil 3.4). Basit mesnetli sınır koşulları matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Volmir, 1967; Shahsiah at. al., 2006):

$$(u_{,\phi})_{\phi=\phi_L} = (v)_{\phi=\phi_L} = (w_{,\phi\phi})_{\phi=\phi_L} = (w)_{\phi=\phi_L} = 0 \quad (3.26)$$



Şekil 3.4. Basit mesnetli küresel kabuk

(3.26) basit mesnetli sınır koşullarını sağlayan sıg küresel kabuğun yer değiştirme bileşenleri için yaklaşım fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilmektedir (Muc,1989 ve Eslami at. al., 2001):

$$\begin{aligned} u &= A_1 \cos(n\theta) \cos(\lambda\phi) \\ v &= A_2 \sin(n\theta) \sin(\lambda\phi) \quad 0 \leq \phi \leq \phi_L \\ w &= A_3 \cos(n\theta) \sin(\lambda\phi) \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{aligned} \quad (3.27)$$

Burada $A_i, i = 1,2,3$ bilinmeyen sabitler, $\lambda = m\pi/\phi_L$, m ve n meridyenel ve çevresel burkulma dalga sayıları ve ϕ_L , küresel bölge açısıdır.

(3.20)-(3.22) stabilite denklemlerine Bubnov-Galerkin yöntemi uygulayalım:

$$\int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \Lambda_1 \cos(n\theta) \cos(\lambda\phi) R \sin\phi d\theta d\phi = 0$$

$$\int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \Lambda_2 \sin(n\theta) \sin(\lambda\phi) R \sin\phi d\theta d\phi = 0 \quad (3.28)$$

$$\int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \Lambda_3 \cos(n\theta) \sin(\lambda\phi) R \sin\phi d\theta d\phi = 0$$

(3.27) yaklaşım fonksiyonları (3.28) denklemlerinde yerine yazıldığında ve integrasyon yapılarak ve bazı matematiksel işlemlerin ardından aşağıdaki cebirsel denklemler sistemine dönüşür:

$$a_{11}A_1 + a_{12}A_2 + a_{13}A_3 = 0$$

$$a_{21}A_1 + a_{22}A_2 + a_{23}A_3 = 0 \quad (3.29)$$

$$a_{31}A_1 + a_{32}A_2 + [a_{33} - T_{\phi_0} (\lambda^2 C_{1b} - \lambda C_3) - n^2 C_{9b} T_{\theta_0}] A_3 = 0$$

Burada $a_{ij} (i,j=1,2,3)$ malzeme ve kabuk karakteristiklerine bağlı olan katsayılar olup aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$a_{11} = -[\lambda C_3 + (\lambda^2 + \nu)C_1 + C_2] \beta_1 - n^2 C_4 \beta_4,$$

$$a_{12} = (\nu \lambda C_6 - C_5) n \beta_1 + (\lambda C_6 - C_5) n \beta_4,$$

$$a_{13} = (1+v)\lambda C_1 \beta_1 + (\lambda C_4 - C_7) \frac{n^2 \beta_5}{R} \\ + \left[\lambda^2 C_3 + (\lambda^2 + v)\lambda C_1 + vn^2 \lambda C_4 - vn^2 C_7 - n^2 C_7 + \lambda C_2 \right] \frac{\beta_2}{R},$$

$$a_{21} = (v\lambda C_{2a} - C_{4a})n\beta_1 + (\lambda C_{2a} - C_{4a})n\beta_4,$$

$$a_{22} = -n^2 C_{8a} \beta_1 + \left[\lambda C_{3a} - C_{5a} + (1 - \lambda^2) C_{1a} \right] \beta_4,$$

$$a_{23} = -(1+v)n C_{2a} \beta_1 - \left(n^3 C_{7a} - n\lambda C_{4a} - vn\lambda^2 C_{2a} \right) \frac{\beta_2}{R} + \left(C_{2a} - \lambda^2 C_{2a} \right) \frac{n\beta_5}{R},$$

$$a_{31} = (1+v)(C_3 - \lambda C_{1b})\beta_1 + \left[-2C_3 - C_{3b} - v\lambda C_{1b} - v\lambda C_{18} - \lambda C_{19} + 2\lambda^2 C_3 - n^2 C_7 \right. \\ \left. - \lambda^3 C_{1b} - vn^2 \lambda C_{9b} + vC_2 c + C_{1c} (v + \lambda^2) \right] \frac{\beta_2}{R} - \frac{2\lambda n^2 C_{9b} \beta_5}{R},$$

$$a_{32} = \beta_1 n C_{12} (1+v) + 2n \frac{\beta_5}{R} C_{12} (\lambda^2 - 1) \\ - \left[C_{12} (1+v - v\lambda^2) + C_{13} + v\lambda C_{10} - \lambda C_5 - n^2 C_{17} + nv C_{3c} \right] \frac{n\beta_2}{R},$$

$$a_{33} = 2\beta_1 C_{1b} (1+v) + \frac{\beta_2}{R} \left[-C_{1b} (1+v) - 2(1+v)\lambda C_3 + 2(1+v)\lambda^2 C_{12} \right. \\ \left. + 2n^2 (1+v) C_{9b} - (1+v)\lambda C_{1c} \right] + \frac{\beta_6}{R^2} \left[2\lambda C_3 (1+\lambda^2) + C_{3b} \lambda - 2n^2 C_{20} \right. \\ \left. + \lambda^2 C_{19} + C_{1b} \lambda^2 (1+\lambda^2) - C_{18} \lambda^2 v + C_{9b} n^2 (2\lambda^2 v - 1 - 2v) + 2n^2 \lambda (1 - 0.5v) C_7 \right. \\ \left. + C_{25} n^4 - v\lambda C_{1c} - v\lambda C_{2c} + 2n^2 v C_{4c} - \lambda^3 C_{1c} - vn^2 \lambda C_{5c} \right] \\ + \frac{2\beta_8 n^2}{R^2} \left[C_{9b} (\lambda^2 - 1) - C_{20} + C_7 \lambda \right] \quad (3.30)$$

Burada C_i ($i = 1, \dots, 25$), C_{ja} ($j = 1, \dots, 8$), C_{kb} ($k = 1, \dots, 9$), C_{qc} ($q = 1, \dots, 6$) katsayıları için geçerli olan tanımlar Ek-1'de sunulmaktadır.

Homojen olmayan sığ küresel kabuğun termal burkulma yükünü bulmak için (3.29) matris şeklindeki cebirsel denklemin katsayılarından oluşan determinant sıfıra eşitlenir:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & \bar{a}_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.31)$$

Burada $T_{\phi_0} = T_{\theta_0} = T_{\theta_0}^b$ olduğu dikkate alınmış ve şu tanım geçerlidir:

$$\bar{a}_{33} = a_{33} - T_{\theta_0}^b (\lambda^2 C_{1b} - \lambda C_3) - n^2 C_{9b} T_{\theta_0}^b \quad (3.32)$$

(3.31) denkleminde Sarrus kuralı uygulandığında aşağıdaki şekle dönüşür:

$$\begin{aligned} T_{\theta_0}^b = & [a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32}] \\ & \times [a_{11}a_{22}\lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b}a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}\lambda C_3 - a_{11}a_{22}\lambda C_3 - a_{12}a_{21}\lambda^2 C_{1b} \\ & - n^2 C_{9b}a_{21}a_{12}]^{-1} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Burkulma yükünün $T_{\theta_0}^b$ minimum değerini bulmak için (3.33) ifadesi n ve m dalga sayılarına göre minimize edilir.

Küresel kabuk mekanik dış basınç yükü etkisi altında olduğunda $T_{\phi_0} = T_{\theta_0} = -\frac{qR}{2}$

olur ve (3.33) denklemi şu şekle dönüşür:

$$q_{kr} = -(2/R)[a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32}] \times [a_{11}a_{22}\lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b}a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}\lambda C_3 - a_{11}a_{22}\lambda C_3 - a_{12}a_{21}\lambda^2 C_{1b} - n^2 C_{9b}a_{21}a_{12}]^{-1} \quad (3.34)$$

Mekanik burkulma yükünün q_{kr} minimum değerini bulmak için (3.34) ifadesi n ve m dalga sayılarına göre minimize edilir.

3.3. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Kritik Üniform Sıcaklık Artışı için Analitik İfadelerin Bulunması

Kabul edelim ki küresel kabuk sabit T sıcaklığı altında olsun. Basit mesnetli sınır koşulunda sıcaklık üniform olarak artar (veya azalır) ve sonuçta öyle bir T değeri alır ki bu değerde kabuğun stabilitesi bozulur, yani küresel kabuk burkulma yapar. Bu sıcaklık değişimi $\Delta T = T_1 - T_0$ olup üniform sıcaklık artışı adlandırılır. Üniform sıcaklık artışı (USA) altındaki küresel kabukta $T(z) = \Delta T$ göz önüne alınır. Burkulma öncesi kuvvetleri denge denklemlerinin zar formunun çözülmesiyle elde edilmektedir (Bkz, Shahsiah and Eslami, 2003a). Burkulma öncesi kuvvet bileşenleri için ifadeler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$T_{\phi_0} = T_{\theta_0} = -\frac{\Delta T h}{1-\nu} \int_{-1/2}^{1/2} E(\bar{z}) \alpha(\bar{z}) d\bar{z} \quad (3.35)$$

(3.35) ifadesi ile tanımlanan T_{ϕ_0} ve T_{θ_0} ifadeleri (3.33) denkleminde yerine yazıldığında, termal genleşme katsayısı değişken ve homojen olmayan malzemeden oluşan küresel kabuk için kritik üniform sıcaklık artışı için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$T_{USA}^{krNH} = \alpha_0 \Delta T_{USA}^{NH} = -\frac{1-\nu}{h \int_{-1/2}^{1/2} E(\bar{z}) \phi_2(\bar{z}) d\bar{z}} \begin{bmatrix} a_{11} a_{23} a_{32} + a_{12} a_{21} a_{33} + a_{13} a_{22} a_{31} \\ -a_{11} a_{22} a_{33} - a_{12} a_{23} a_{31} - a_{13} a_{21} a_{32} \end{bmatrix} \times \left[a_{11} a_{22} \lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b} a_{11} a_{22} + a_{12} a_{21} \lambda C_3 - a_{11} a_{22} \lambda C_3 - a_{12} a_{21} \lambda^2 C_{1b} - n^2 C_{9b} a_{21} a_{12} \right]^{-1} \quad (3.36)$$

Burada T_{USA}^{krNH} , homojen olmayan izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ifadesidir. Kritik üniform sıcaklık artışının (T_{USA}^{krNH}) minimum değeri, (3.36) ifadesi m ve n 'ye göre minimize edildiğinde elde edilir.

Bazı özel durumları ele alalım:

a) Küresel kabuğu oluşturan malzeme homojen olmayan ve termal genleşme katsayısı sabit olduğunda (3.35) denklemi aşağıdaki şekle dönüşür:

$$T_{USA}^{krNh} = \alpha_0 \Delta T_{USA}^{Nh} = - \frac{1-\nu}{h \int_{-1/2}^{1/2} E(\bar{z}) d\bar{z}} \left[\begin{array}{l} a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{22}a_{31} \\ - a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32} \end{array} \right] \\ \times \left[a_{11}a_{22}\lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b} a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}\lambda C_3 - a_{11}a_{22}\lambda C_3 - a_{12}a_{21}\lambda^2 C_{1b} \right. \\ \left. - n^2 C_{9b} a_{21}a_{12} \right]^{-1} \quad (3.37)$$

Burada T_{USA}^{krNh} , homojen olmayan izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı sabit olduğunda boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ifadesidir.

b) Küresel kabuğu oluşturan malzemenin Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı değiştiğinde (3.36) denklemi aşağıdaki şekle dönüşür:

$$T_{USA}^{krNa} = \alpha_0 \Delta T_{USA}^{Na} = - \frac{1-\nu}{h E_0 \int_{-1/2}^{1/2} \varphi_2(\bar{z}) d\bar{z}} \left[\begin{array}{l} \bar{a}_{11}\bar{a}_{23}\bar{a}_{32} + \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\bar{a}_{33} + \bar{a}_{13}\bar{a}_{22}\bar{a}_{31} \\ - \bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\bar{a}_{33} - \bar{a}_{12}\bar{a}_{23}\bar{a}_{31} - \bar{a}_{13}\bar{a}_{21}\bar{a}_{32} \end{array} \right] \\ \times \left[\bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b} \bar{a}_{11}\bar{a}_{22} + \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\lambda C_3 - \bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\lambda C_3 - \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\lambda^2 C_{1b} \right. \\ \left. - n^2 C_{9b} \bar{a}_{12}\bar{a}_{21} \right]^{-1} \quad (3.38)$$

Burada T_{USA}^{krNa} , homojen izotrop sıg küresel kabukta termal genleşme katsayısı değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ifadesidir.

Homojen izotrop küresel kabuk için (3.38) ifadesinin içerdiği \bar{a}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) katsayıları için şu tanımlar geçerlidir:

$$\bar{a}_{11} = -\left[\lambda C_3 + (\lambda^2 + \nu)C_1 + C_2\right] \frac{E_0 h}{R(1-\nu^2)} - C_4 \frac{n^2}{R} \frac{E_0 h}{2(1+\nu)},$$

$$\bar{a}_{12} = (\nu\lambda C_6 - C_5) \frac{n}{R} \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)} + (\lambda C_6 - C_5) \frac{n}{R} \frac{E_0 h}{2(1+\nu)},$$

$$\bar{a}_{13} = (1+\nu)\lambda C_1 \frac{E_0 h}{R(1-\nu^2)},$$

$$a_{21} = (\nu\lambda C_{2a} - C_{4a}) \frac{n}{R} \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)} + (\lambda C_{2a} - C_{4a}) \frac{n}{R} \frac{E_0 h}{2(1+\nu)},$$

$$\bar{a}_{22} = -C_{8a} \frac{n^2}{R} \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)} + \left[\lambda C_{3a} - C_{5a} + (1-\lambda^2)C_{1a}\right] \frac{E_0 h}{2(1+\nu)R},$$

$$\bar{a}_{23} = -(1+\nu)C_{2a} \frac{n}{R} \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)},$$

$$\bar{a}_{31} = (1+\nu)(C_3 - \lambda C_{1b}) \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)},$$

$$\bar{a}_{32} = nC_{12}(1+\nu) \frac{E_0 h}{(1-\nu^2)},$$

$$\bar{a}_{33} = 2C_{1b}(1+\nu) \frac{E_0 h}{1-\nu^2} + \frac{E_0 h^3}{12(1-\nu^2)R^2} \left[2\lambda C_3(1+\lambda^2) + C_{3b}\lambda - 2n^2 C_{20} + \lambda^2 C_{19} +\right.$$

$$C_{1b}\lambda^2(1+\lambda^2) - C_{18}\lambda^2\nu + C_{9b}n^2(2\lambda^2\nu - 1 - 2\nu)$$

$$\left. + 2n^2\lambda(1-0.5\nu)C_7 + C_{25}n^4 - \nu\lambda C_{1c} - \nu\lambda C_{2c} + 2n^2\nu C_{4c} - \lambda^3 C_{1c} - \nu n^2\lambda C_{5c}\right]$$

(3.39)

$$+ \frac{E_0 h^3 n^2}{12(1+\nu)R^2} \left[C_{9b}(\lambda^2 - 1) - C_{20} + C_7\lambda\right]$$

c) Küresel kabuğu oluşturan malzeme ve termal genişleme katsayısı sabit olduğunda (3.36) denklemi aşağıdaki şekle dönüşür:

$$T_{USA}^{krH} = \alpha_0 \Delta T_{USA}^H = -\frac{1-\nu}{hE_0} \begin{bmatrix} \bar{a}_{11}\bar{a}_{23}\bar{a}_{32} + \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\bar{a}_{33} + \bar{a}_{13}\bar{a}_{22}\bar{a}_{31} - \bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\bar{a}_{33} \\ -\bar{a}_{12}\bar{a}_{23}\bar{a}_{31} - \bar{a}_{13}\bar{a}_{21}\bar{a}_{32} \end{bmatrix}$$

$$\times \left[\bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\lambda^2 C_{1b} + n^2 C_{9b}\bar{a}_{11}\bar{a}_{22} + \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\lambda C_3 - \bar{a}_{11}\bar{a}_{22}\lambda C_3 - \bar{a}_{12}\bar{a}_{21}\lambda^2 C_{1b} \right. \quad (3.40)$$

$$\left. - n^2 C_{9b}\bar{a}_{12}\bar{a}_{21} \right]^{-1}$$

Burada T_{USA}^{krH} , homojen izotrop sıg küresel kabuk için boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ifadesidir.

Boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları T_{USA}^{krNH} , $T_{USA}^{krN\alpha}$, T_{USA}^{krH} için (3.37), (3.38) ve (3.40) ifadeleri m ve n 'ye göre minimize edilerek minimum değerleri bulunur.

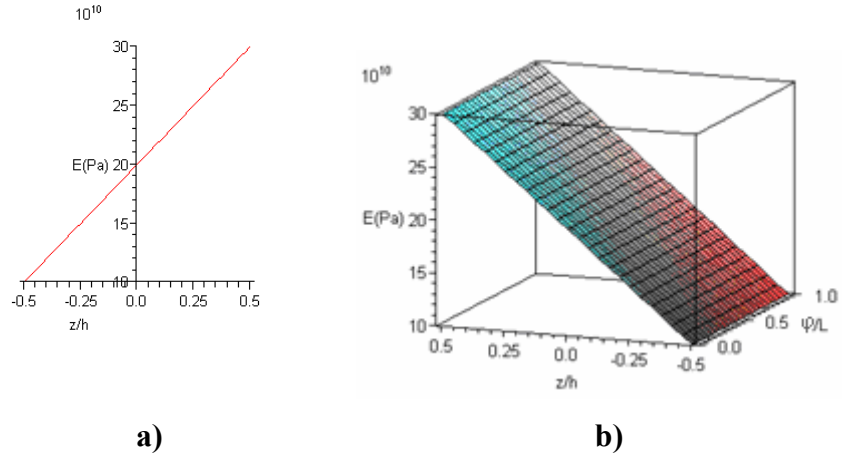
4. ARAŞTIRMA BULGULARI

4.1. Homojen Olmayan Elastik Malzeme Özelliklerinin ve Termal Genleşme Katsayısının Analitik Modellenmesi

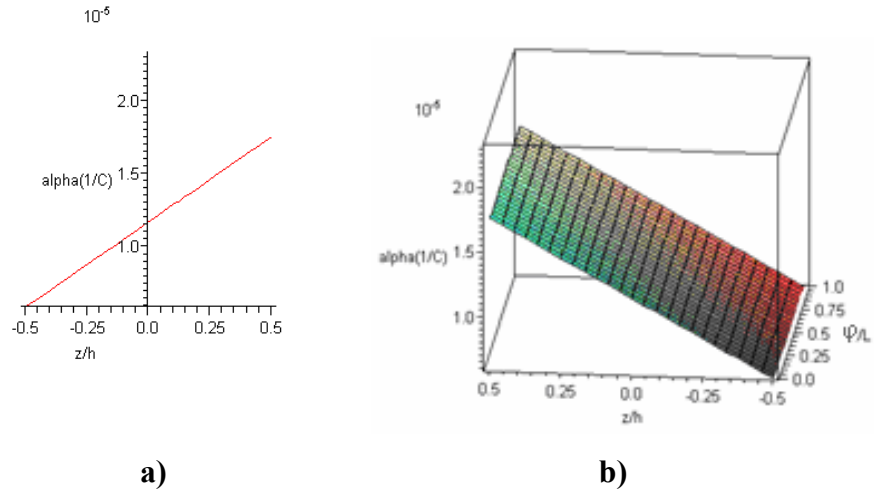
Bu kısımda, homojen olmayan elastik malzeme özellikleri ve termal genleşme katsayısı iki ve üç boyutlu olarak analitik modellenmektedir. Young modülü $E(\text{Pa})$ ve termal genleşmenin $\alpha(1/^\circ\text{C})$ değişim fonksiyonları kalınlık koordinatına bağlı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde iki ve üç boyutlu modelleri sunulmaktadır. Şekillerde eksenler üzerinde Young modülü için $E(\text{Pa})$; φ/L ; z/h ve termal genleşme katsayısı için $\alpha(1/^\circ\text{C})$; φ/L ; z/h sembolleri kullanılmış ve $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olarak göz önüne alınmıştır.

Sayısal hesaplarda homojen ve homojen olmayan metal sığ küresel kabuk dikkate alınmıştır. Sığ küresel kabuğun geometrisi, Şekil 3.1-3.4 ve Şekil 4.7'de gösterilmiştir. Malzeme olarak homojen elastik çelik kullanılmaktadır. Homojen durum için Young modülü ve termal genleşme katsayıları sırasıyla $E_0 = 200 \text{ GPa}$ ve $\alpha_0 = 11.7 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ olarak dikkate alınmaktadır. Çelik için Poisson oranı 0.3 kabul edilmiştir.

a) Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişim fonksiyonları $\bar{\varphi}_1(\bar{z}) = 1 + \mu_1 \bar{z}$ ve $\bar{\varphi}_2(\bar{z}) = 1 + \mu_2 \bar{z}$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri aşağıda sunulmuştur (Şekil 4.1 ve 4.2):

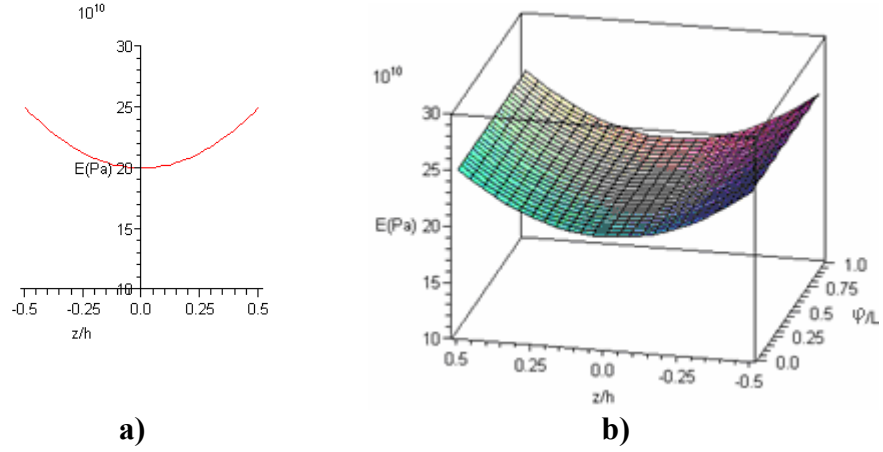


Şekil 4.1. Young modülünün doğrusal değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri

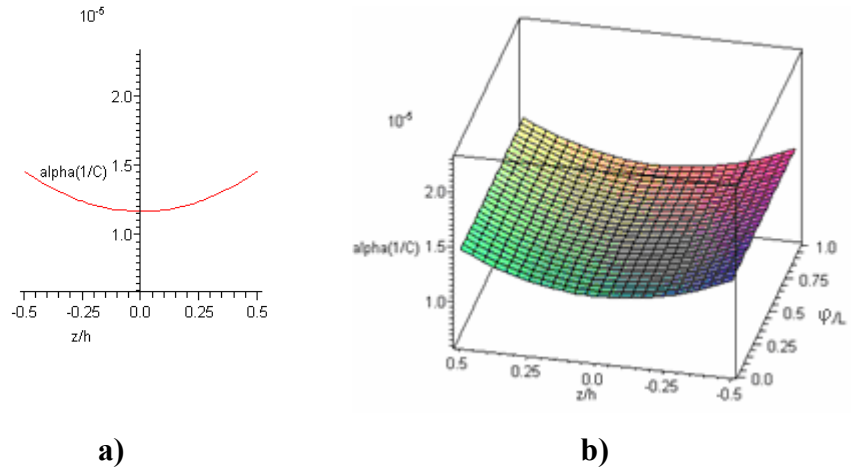


Şekil 4.2. Termal genişleme katsayısının doğrusal değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri

b) Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişim fonksiyonları $\bar{\varphi}_1(\bar{z}) = 1 + \mu_1 \bar{z}^2$; $\bar{\varphi}_2(\bar{z}) = 1 + \mu_2 \bar{z}^2$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri aşağıda sunulmuştur (Şekil 4.3 ve 4.4):

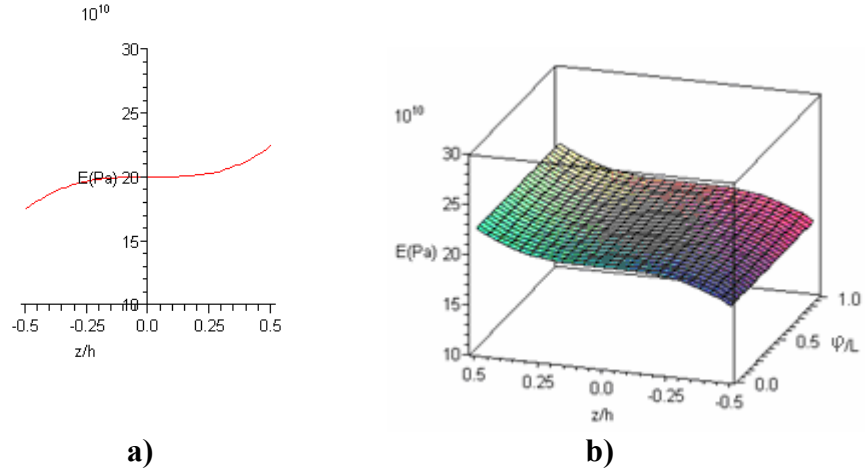


Şekil 4.3. Young modülünün parabolik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri

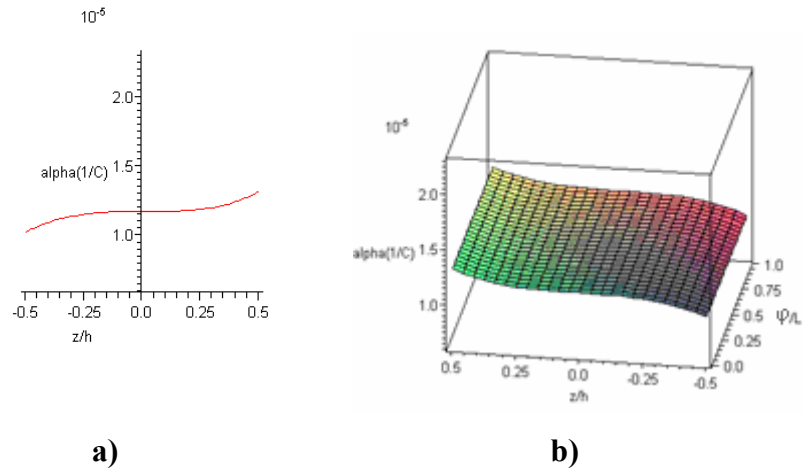


Şekil 4.4. Termal genişleme katsayısının parabolik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri

c) Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişim fonksiyonları $\bar{\varphi}_1(\bar{z}) = 1 + \mu_1 \bar{z}^3$; $\bar{\varphi}_2(\bar{z}) = 1 + \mu_2 \bar{z}^3$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda Young modülü ve termal genişleme katsayısı değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri aşağıda sunulmaktadır (Şekil 4.5. ve 4.6):



Şekil 4.5. Young modülünün kübik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri



Şekil 4.6. Termal genişleme katsayısının kübik değişiminin iki ve üç boyutlu modelleri

4.2. Karşılaştırmalar

Bu çalışmanın doğruluğunu kanıtlamak için açık literatürde bulunan bazı sonuçlarla karşılaştırmalar yapılmıştır. İlk karşılaştırma mekanik dış basınç yükü etkisi altında homojen küresel kabuğun burkulmasına aittir. Tez çalışmasında kritik dış basınç yükü için (3.34) ifadesi ve Ogibalov and Koltunov (1969) çalışmasında kritik dış basınç yükü için aşağıdaki ifade kullanılarak hesap yapılmıştır:

$$q_{kr} = \frac{2E_0 h^2}{R^2} \sqrt{\frac{1}{3(1-\nu^2)}} \quad (4.1)$$

Ayrıca, Ambartsumyan (1968) çalışmasında kritik dış basınç yükü için aşağıdaki ifade kullanılarak hesap yapılmıştır:

$$q_{kr} = \frac{2E_0 h}{R(1-\nu^2)} \left[\sqrt{\frac{1-\nu^2}{3}} \frac{h}{R} - \frac{\nu h^2}{6R^2} \right] \quad (4.2)$$

Sayısal hesaplar Çizelge 4.1’de sunulmaktadır. Sayısal hesaplarda çelik malzeme değerleri, $E_0 = 2 \times 10^5$ (MPa), $\nu = 0.3$ kullanılmıştır. Çizelge 4.1’den görüldüğü gibi tez çalışmasındaki kritik dış basınç yükü değerleri klasik sonuçlarla iyi uyum içindedir.

Çizelge 4.1. Değişik R/h oranı için homojen kürenin kritik dış basınç yükü değerlerinin literatürdeki uygun sonuçlarla karşılaştırılması

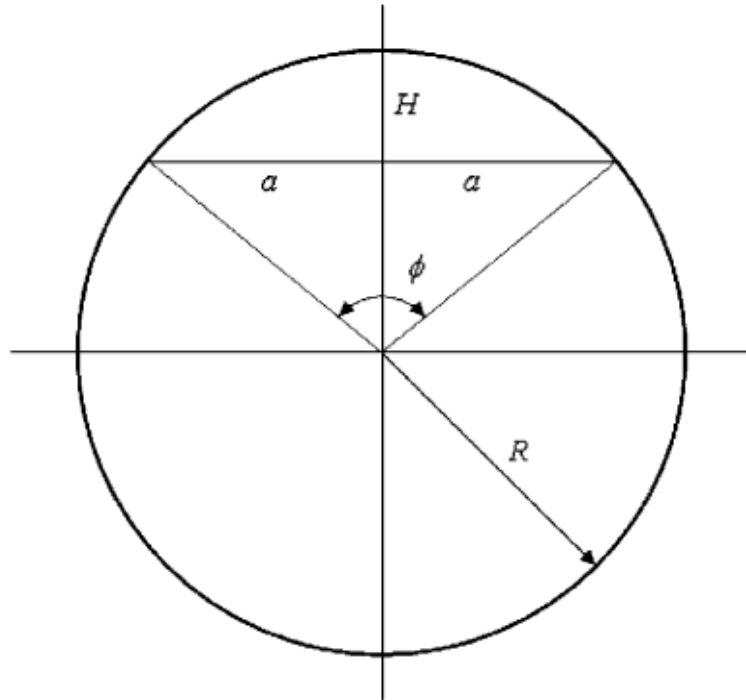
	q_{kr} (MPa)		
R/h	Ogibalov and Koltunov (1969)	Ambartsumyan (1968)	Sunulan çalışma
50	96.83	80.04	78.62 (1,1)
100	24.21	20.03	22.67 (2,1)

İkinci karşılaştırma kritik üniform sıcaklık artışı için yapılmış ve Çizelge 4.2’de sunulmaktadır. Tez çalışmasında sabit üniform sıcaklık dağılımı ve homojen küresel kabuk için (3.40) ifadesi kullanılarak sayısal hesaplar yapılmış ve elde edilen

sonuçlar Eslami at. al. (2001) ve Shahsiah at. al. (2006) alışmalarındaki sayısal sonuçlarla karşılaştırılmaktadır. Küresel kabuğun geometrik karakteristikleri (şekil 3.4 ve 4.7) şu şekildedir: $\phi_L = 10^\circ$ için bizim sonuçların diğer çalışmalardaki sonuçlarla kıyaslandığında düşük olduğu saptanmıştır. $\phi_L = 20^\circ$ için bizim sonuçların Eslami at. al. (2001) alışmasındaki sonuçlarla uyum içine olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.2. Homojen kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayıları ile literatürdeki uygun değerlerin karşılaştırılması ($R/h=100$)

$T_{USA}^{kr} \times 10^3 (m,n)$					
$\pi/18$			$\pi/9$		
Eslami at. al. (2001)	Shahsiah at. al. (2006)	Sunulan alışma	Eslami at. al. (2001)	Shahsiah at. al. 2006	Sunulan alışma
3.732(1,1)	5.583(1,1)	3.023(1,1)	4.061(2,1)	4.992(2,1)	3.967(2,1)



şekil 4.7. İnce küresel kabuğun geometrik parametreleri

4.3. Termal Genleşme Katsayısı Değişken ve Homojen Olmayan Küresel Kabukların Kritik Sıcaklık Artışı Analizleri

Bu kısımda, homojen çelik malzeme özellikleri $E_0 = 2 \times 10^5$ (MPa), $\nu = 0.3$ ve termal genleşme katsayısı $\alpha_0 = 11.7 \times 10^{-6} 1/^\circ C$ olarak dikkate alınarak R/h ve $H/2a$ oranlarına göre, ϕ_L destekleyici açısının değişimine göre, Young modülü ve termal genleşme katsayıları μ_i ($i = 1,2$) ayrı-ayrı ve birlikte lineer, parabolik ve kübik olarak değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları, T_{USA}^{krH} , T_{USA}^{krNh} , $T_{USA}^{krN\alpha}$, T_{USA}^{krNH} , için kapsamlı sayısal hesaplar ve analizler yapılmıştır. Sayısal hesaplar çizelgeler şeklinde ve grafiksel olarak sunulmuştur.

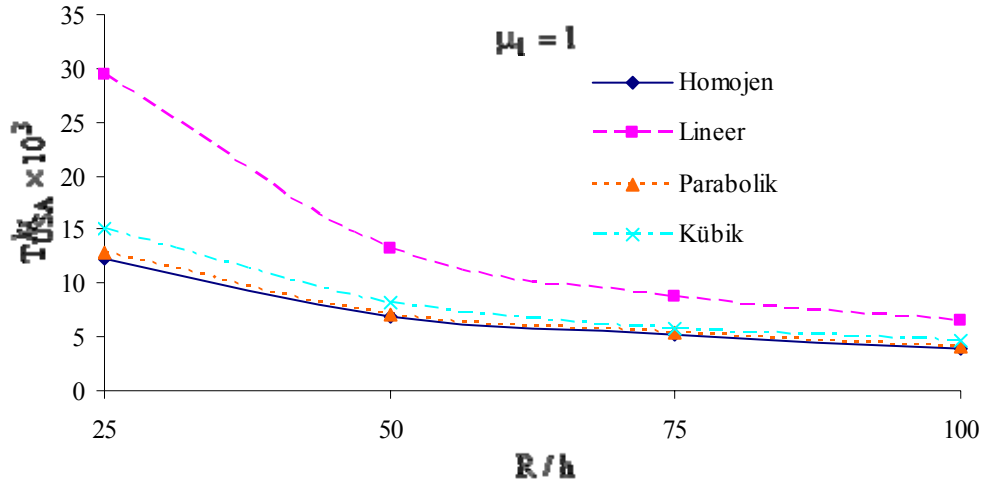
Çizelge 4.3'de termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiği durumlar için elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi sunulmaktadır. Ayrıca Çizelge 4.3'de termal genleşme katsayısı ve Young modülü sabit oldukları durumlar için elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi sunulmaktadır. R/h oranı arttığında homojen ve homojen olmayan elastik kürenin T_{USA}^{krNh} değerlerinin sürekli azaldığı gözlenmiştir. R/h oranı arttığında homojen ve homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen çevresel dalga sayısı n sürekli artmakta, meridyenel dalga sayısı m ise bire eşit olmaktadır. Ayrıca R/h oranı arttığında, küreyi oluşturan malzemenin Young modülü lineer ve kübik değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisi azalır, fakat Young modülü parabolik değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki az olup R/h oranının değişimine göre bir düzene sahip değildir. Örneğin; $R/h=50$ olduğunda, Young modülü değişim fonksiyonu lineer, parabolik ve kübik fonksiyonlar şeklinde değiştiği durumlar homojen durumla kıyaslandığında elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkileri, sırasıyla %90.92; %1.61; %19.53 olmaktadır. $R/h=100$ olduğunda, söz konusu etkiler, sırasıyla %65.14; %3.13; %17.67 olmaktadır. $R/h=250$ olduğunda, söz konusu etkiler, sırasıyla %26.22; %1.30; %12.65

olmaktadır. $R/h \geq 500$ olduğunda Young modülü değişim katsayısının boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkisi önemli derecede azalmakta ve homojen olmayan küre homojen malzemeden oluşan küreye yakın bir davranış sergilemektedir. Dolayısıyla çok ince küresel kabuklarda Young modülü değişiminin boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkisi dikkate alınmayabilir. Ayrıca, sadece Young modülü değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışına en fazla etki lineer durumda en az etki ise parabolik durumda olmaktadır.

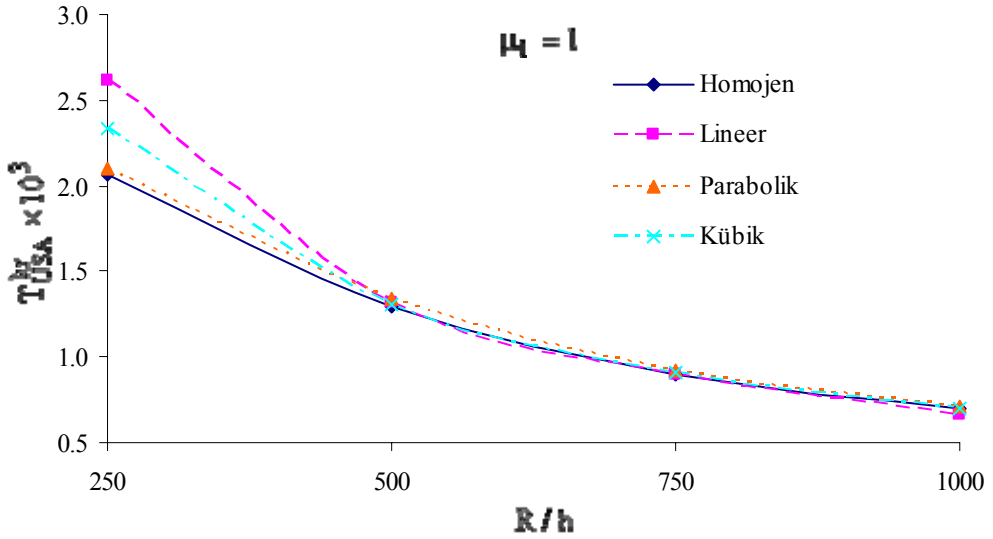
Çizelge 4.3. Termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \phi_L = \pi/9$)

R/h	$T_{USA}^{krH} \times 10^3 (m,n)$	$T_{USA}^{krNh} \times 10^3 (m,n)$		
	Homojen	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = 0$
25	12.316(1,1)	29.370(1,1)	12.762(1,1)	14.995(1,1)
50	6.880(1,1)	13.135(1,2)	6.991(1,1)	8.224(1,1)
75	5.228(1,2)	8.726(1,2)	5.364(1,2)	5.770(1,2)
100	3.967(2,1)	6.551(1,3)	4.091(2,1)	4.668(1,2)
250	2.071(2,2)	2.614(1,4)	2.098(2,2)	2.333(2,2)
500	1.298(1,6)	1.323(1,6)	1.337(1,6)	1.306(1,6)
750	0.902(1,7)	0.893(1,8)	0.925(1,7)	0.904(1,7)
1000	0.693(1,8)	0.669(1,9)	0.711(1,8)	0.693(1,9)

Çizelge 4.3 temel alınarak Şekil 4.8 ve Şekil 4.9’da termal genişleme katsayısı sabit tutulup Young modülü sabit, lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimleri sunulmaktadır. Şekil 4.8’de $R/h=25; 50; 75; 100$ olarak Şekil 4.9’da ise $R/h=250; 500; 750; 1000$ olarak dikkate alınmaktadır. Şekil 4.8 ve 4.9’daki eğriler kıyaslandığında R/h oranının artışı ile boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı eğrilerinin birbirine yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 4.8. Termal genişleme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1$; $\phi_L = \pi/9$)



Şekil 4.9. Termal genişleme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{kr} 'in R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1$; $\phi_L = \pi/9$)

Termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda kürenin $T_{USA}^{kr\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi Çizelge 4.4'de sunulmuştur. Termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit

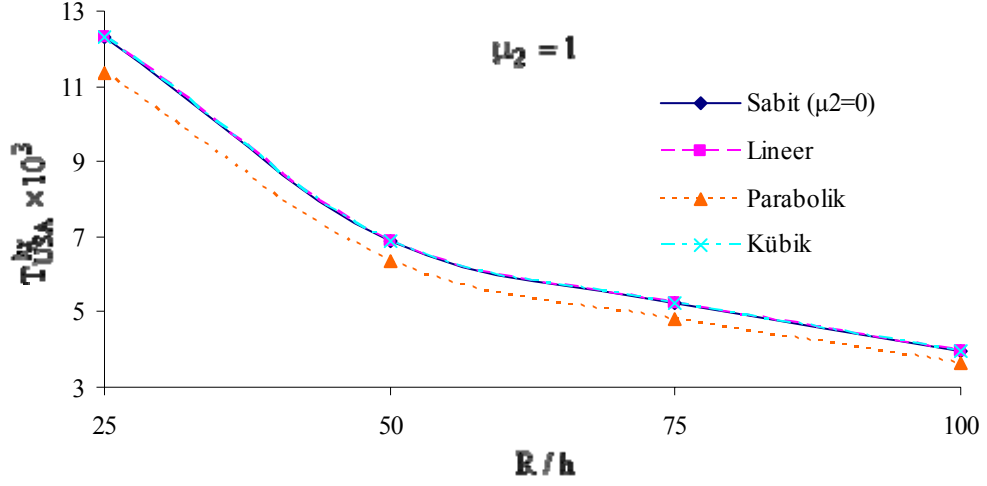
olduğunda, R/h oranı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen çevresel dalga sayısı n sürekli artmakta, meridyenel dalga sayısı m ise genelde bire veya ikiye eşit olmaktadır. Görüldüğü gibi termal genleşme katsayısı lineer ve kübik olduğunda kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışına hiçbir etki yoktur. Yani termal genleşme katsayısı sabit olduğu durumdaki kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışı değerlerinin aynısı elde edilir. Termal genleşme katsayısı parabolik fonksiyon şeklinde değiştiğinde ve R/h oranı arttığında homojen elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı değerlerinin sürekli azaldığı görülmektedir. Termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde R/h oranından bağımsız olarak etki (-%7.70) civarında olmaktadır. Bu oran termal genleşme katsayısı, μ_2 'nin değerlerine bağlı olarak değişebilir.

Çizelge 4.4. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda $T_{USA}^{krN\alpha}$ ve uygun (m,n) dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)

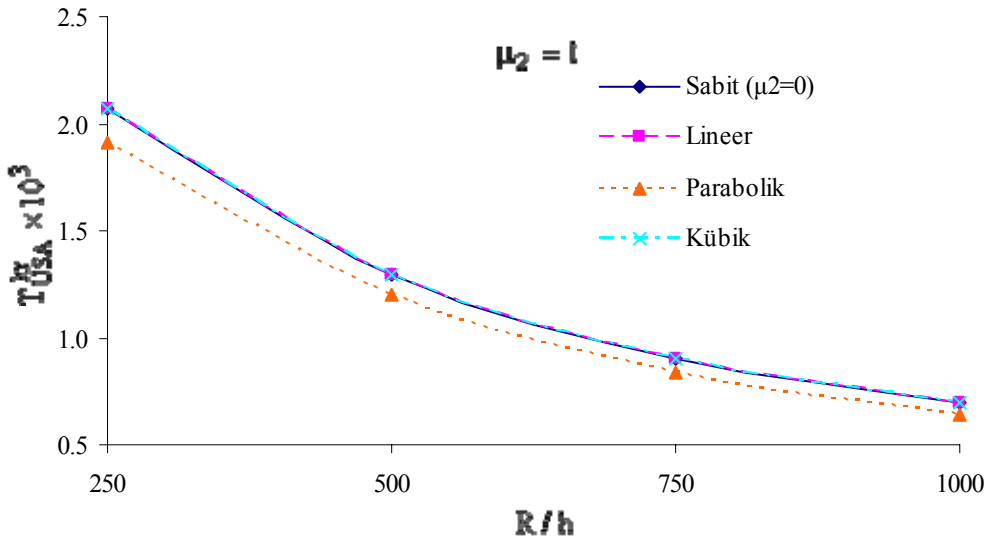
	$T_{USA}^{krN\alpha} \times 10^3 (m,n)$		
R/h	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
25	12.316(1,1)	11.369(1,1)	12.316(1,1)
50	6.880(1,1)	6.350(1,1)	6.880(1,1)
75	5.228(1,2)	4.826(1,2)	5.228(1,2)
100	3.967(2,1)	3.662(2,1)	3.966(2,1)
250	2.071(2,2)	1.911(2,2)	2.071(2,2)
500	1.298(1,6)	1.198(1,6)	1.298(1,6)
750	0.902(1,7)	0.832(1,7)	0.902(1,7)
1000	0.693(1,8)	0.640 (1,8)	0.693(1,8)

Çizelge 4.4 temel alınarak Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de Young modülü sabit tutulup termal genleşme katsayısı lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimleri sunulmaktadır. Şekil 4.10'da R/h=25; 50; 75; 100 olarak, Şekil 4.11'de ise R/h=250; 500; 750; 1000 olarak dikkate alınmaktadır. Şekil 4.10 ve 4.11'deki eğriler

kıyaslandığında R/h oranının artışı ile boyutsuz sıcaklık artışı eğrilerinin birbirine yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 4.10. Young modülü sabit ve termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)



Şekil 4.11. Young modülü sabit ve termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde $T_{USA}^{krN\alpha}$ 'nin R/h oranına göre değişimi ($\mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)

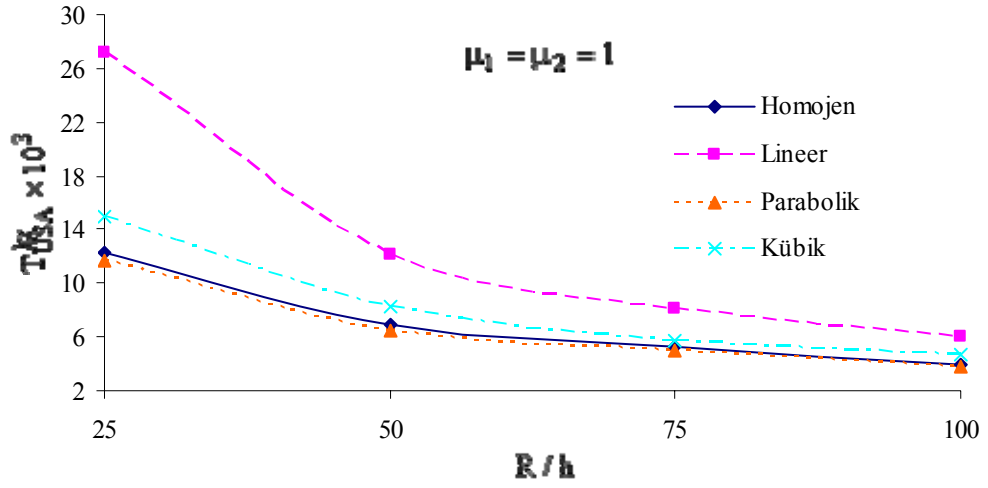
Çizelge 4.5’de Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre dağılımı sunulmaktadır. Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4’de olduğu gibi burada da R/h oranı arttığında homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışı değerleri sürekli olarak azalmaktadır. R/h oranı arttığında Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen çevresel dalga sayısı n sürekli artmakta, meridyenel dalga sayısı m ise genelde bire veya ikiye eşit olmaktadır. Ayrıca, R/h oranı arttığında, küreyi oluşturan malzemenin Young modülü ve termal genleşme katsayısı lineer ve kübik değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkisi azalır, fakat Young modülü ve termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde kritik sıcaklık artışına etki %4.8 ile %6.95 arasında değişmekte olup R/h oranının değişimine göre bir düzene sahip değildir. Örneğin; R/h=50 olduğunda, Young modülü ve termal genleşme katsayısı değişim fonksiyonu lineer, parabolik ve kübik fonksiyonlar şeklinde değiştiği durumlar homojen durumla kıyaslandığında T_{USA}^{krNH} değerlerine etkiler, sırasıyla %76.24; (-%6.64); %19.27 olmaktadır. R/h=100 olduğunda, söz konusu etkiler, sırasıyla %52.43; (-%5.24); %17.42 olmaktadır. R/h=250 olduğunda, söz konusu etkiler, sırasıyla %16.51; (-%6.95); %12.41 olmaktadır. R/h > 250 olduğunda Young modülü ve termal genleşme katsayısı değişim katsayısının boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisi önce azalır sonra ise yavaşta olsa artar. Diğer yandan R/h > 250 olduğunda homojen olmayan kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı önemli derecede azalmakta ve homojen olmayan kürenin boyutsuz sıcaklık artışı homojen malzemeden oluşan kürenin boyutsuz sıcaklık artışından küçük olur. Ayrıca, Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte değiştiğinde; R/h<250 için boyutsuz kritik sıcaklık artışına en fazla etki lineer durumda en az etki ise parabolik durumda ve R/h>250 için boyutsuz kritik sıcaklık artışına en fazla etki lineer durumda en az etki ise kübik durumda olmaktadır.

Çizelge 4.3, 4.4 ve 4.5 kendi aralarında karşılaştırıldığında Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte ve ayrı-ayrı değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışına parabolik durumda etkinin az olduğu görülmektedir.

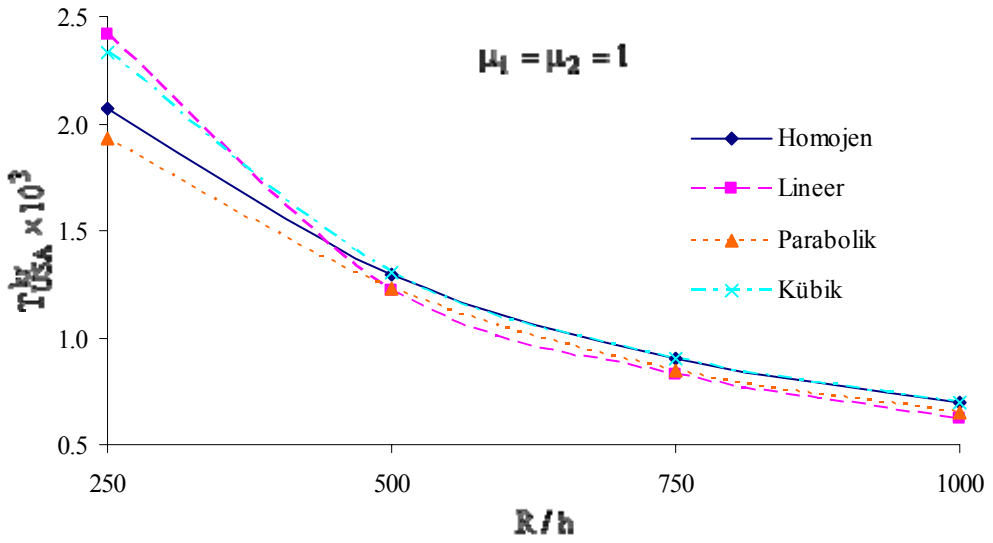
Çizelge 4.5. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)

	$T_{USA}^{krNH} \times 10^3 (m,n)$		
R/h	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
25	27.111(1,1)	11.725(1,1)	14.961(1,1)
50	12.125(1,2)	6.423(1,1)	8.206(1,1)
75	8.055(1,2)	4.928(1,2)	5.757(1,2)
100	6.047(1,3)	3.759(2,1)	4.658(1,2)
250	2.413(1,4)	1.927(2,2)	2.328(2,2)
500	1.221(1,6)	1.228(1,6)	1.303(1,6)
750	0.824(1,8)	0.850(1,7)	0.902(1,7)
1000	0.618(1,9)	0.653(1,8)	0.692(1,9)

Çizelge 4.5 verileri kullanılarak, Şekil 4.12 ve Şekil 4.13’de Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi sabit, lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde T_{USA}^{krNH} değerlerinin R/h oranına göre değişimleri sunulmaktadır. Şekil 4.12’de R/h=25; 50; 75; 100 olarak Şekil 4.13’de ise R/h=250; 500; 750; 1000 olarak dikkate alınmaktadır. Şekil 4.12 ve 13’deki eğriler kıyaslandığında R/h oranının artışı ile T_{USA}^{krNH} ’i simgeleyen eğrilerin birbirine yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 4.12. Young modülü ve termal genişleme katsayısı her ikisi sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)



Şekil 4.13. Young modülü sabit ve termal genişleme katsayısı her ikisi sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının R/h oranına göre değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; \phi_L = \pi/9$)

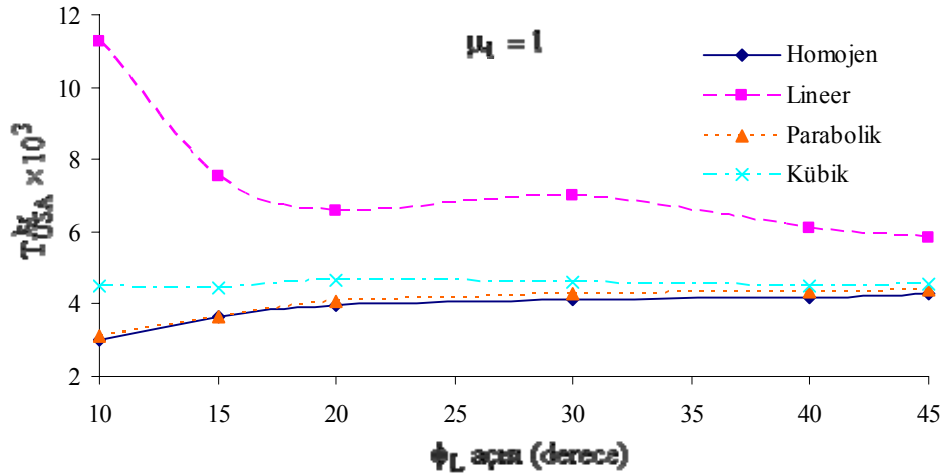
Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının ϕ_L destekleyici açığa göre dağılımı Çizelge 4.6'da sunulmaktadır. Ayrıca, termal genleşme katsayısı ve Young modülü sabit olduğunda elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L destekleyici açığa göre dağılımı bu çizelgede yer almaktadır. Çizelge 4.6'dan görüldüğü gibi ϕ_L destekleyici açı arttığında, Young modülü değişim fonksiyonu sabit ve parabolik değiştiği durumlarda kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı değerleri artmaktadır. Young modülü değişim fonksiyonu lineer değiştiğinde ve ϕ_L destekleyici açı arttığında kürenin T_{USA}^{krNh} önce azalmakta sonra artmakta ve daha sonra tekrar azalmaktadır. Young modülü değişim fonksiyonu kübik değiştiğinde ve ϕ_L destekleyici açı arttığında kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı yaklaşık değişmemektedir. ϕ_L destekleyici açı arttığında, Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen çevresel dalga sayısı n yavaş ve düzensiz, meridyenel dalga sayısı m ise daha hızlı ve düzenli artmaktadır. Ayrıca m daha hızla artmaktadır. Termal genleşme katsayısı sabit olduğunda, ϕ_L destekleyici açının değişimine bağlı olarak Young modülü değişiminin kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkileri homojen duruma kıyasla ($\mu_1 = \mu_2 = 0$) şu şekilde olur: Lineer durumda $\phi_L = 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 45^\circ$ için sırasıyla, %273; 108; %65; %69; %46; %35.20, parabolik durumda $\phi_L = 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 45^\circ$ için sırasıyla, %3.61; 1.35; %3.13; %3.07; %3.05; %2.53 kübik durumda $\phi_L = 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 45^\circ$ için sırasıyla, %49.24; 22.88; %17.67; %11.40; %7.4; %5.71.

Çizelge 4.6. Termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının ϕ_L destekleyici açığa göre değişimi

$$(\mu_1 = 1; R/h = 100)$$

	$T_{USA}^{krH} \times 10^3 (m,n)$	$T_{USA}^{krNh} \times 10^3 (m,n)$		
ϕ_L	Homojen	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = 0$
10°	3.022(1,1)	11.269(1,2)	3.131(1,1)	4.510(1,1)
15°	3.624(1,1)	7.547(1,2)	3.673(1,1)	4.453(1,2)
20°	3.967(2,1)	6.551(1,3)	4.091(2,1)	4.668(1,2)
30°	4.141(3,1)	6.984(3,2)	4.268(3,1)	4.613(3,1)
40°	4.199(4,1)	6.114(4,1)	4.327(4,1)	4.509(4,1)
45°	4.307(4,2)	5.823(4,2)	4.416(4,2)	4.553(4,2)

Çizelge 4.6'daki değerler kullanılarak Şekil 4.14'de termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit, lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının ϕ_L destekleyici açığa bağlı değişimi verilmektedir. Şekil 4.14'den görüldüğü gibi boyutsuz kritik sıcaklık artışına en fazla etki lineer durumda, en az etki ise parabolik durumda olmaktadır.



Şekil 4.14. Termal genişleme katsayısı sabit ve Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNh} nin ϕ_L açısına bağlı değişimi

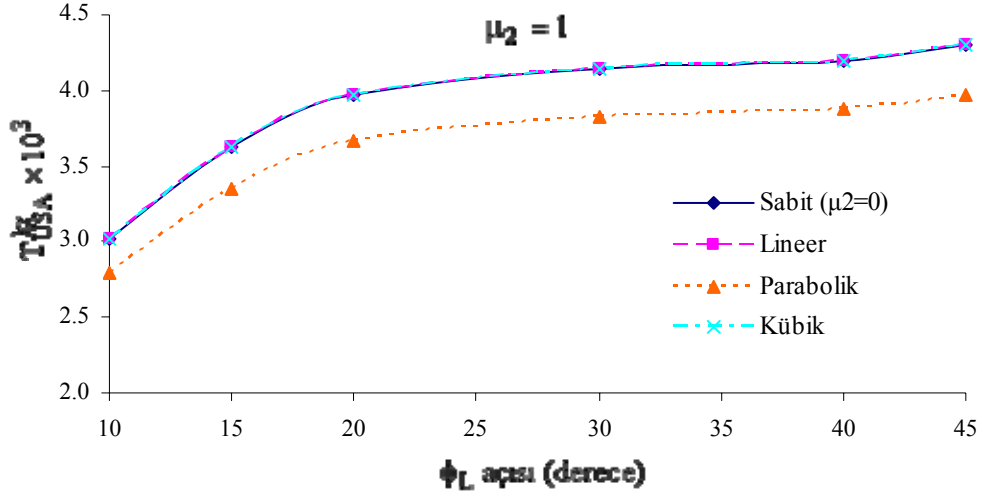
$$(\mu_1 = 1; R/h = 100)$$

Homojen kürenin termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiği durumlarda boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının ϕ_L destekleyici açığa bağlı dağılımı Çizelge 4.7’de gerçekleşmektedir. Çizelge 4.7’den görüldüğü gibi termal genleşme katsayısı sadece parabolik değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışına etki meydana çıkmaktadır. Lineer ve kübik durumlarda etki meydana çıkmamaktadır. Ayrıca, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı termal genleşme katsayısının parabolik değişimi için ϕ_L destekleyici açının artışına bağlı olarak arttığı Çizelge 4.7’den görülmektedir. ϕ_L destekleyici açısı arttığında, Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısı m sürekli artmakta, çevresel dalga sayısı n ise bir-iki arasında değişmektedir. Termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki ϕ_L destekleyici açının artışından bağımsız olup, yaklaşık (-%7.7) olduğu analizlerden görülmektedir.

Çizelge 4.7. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının ϕ_L açısına bağlı değişimi ($\mu_2 = 1; R/h = 100$)

	$T_{USA}^{krN\alpha} \times 10^3 (m,n)$		
ϕ_L	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
10°	3.022(1,1)	2.790(1,1)	3.022(1,1)
15°	3.624(1,1)	3.345(1,1)	3.624(1,1)
20°	3.967(2,1)	3.662(2,1)	3.966(2,1)
30°	4.141(3,1)	3.822(3,1)	4.141(3,1)
40°	4.199(4,1)	3.876(4,1)	4.199(4,1)
45°	4.307(4,2)	3.976(4,2)	4.307(4,2)

Şekil 4.15’de termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışlarının ϕ_L destekleyici açığa bağlı dağılımları Çizelge 4.7’deki veriler kullanılarak çizilmiştir. Termal genleşme katsayısı parabolik olarak değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkinin olduğu, diğer eğrilerin ise $\mu_1 = 0$ durumu ile çakıştığı Şekil 4.15’den görülmektedir.



Şekil 4.15. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L açısına bağlı dağılımı ($\mu_2 = 1; R/h = 100$)

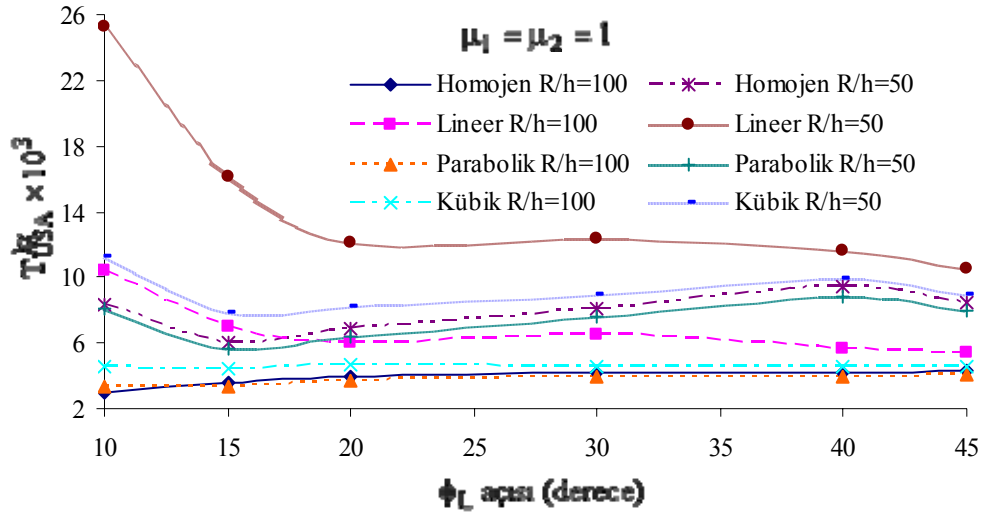
Çizelge 4.8’de Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının, $R/h=50$ ve 100 değerleri için, ϕ_L destekleyici açığa bağlı dağılımı sunulmaktadır. Çizelge 4.8’den görüldüğü gibi, lineer durumda; destekleyici açı $10^\circ \leq \phi_L \leq 20^\circ$ aralığında değiştiğinde homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışı azalır, $20^\circ < \phi_L < 45^\circ$ arasında ise artar. Parabolik durumda, destekleyici açı $10^\circ \leq \phi_L \leq 45^\circ$ arasında değiştiğinde kritik sıcaklık artışı yavaş olsa da artar. Kübik durumda ise kritik sıcaklık artışı $10^\circ \leq \phi_L \leq 45^\circ$ aralığında yaklaşık olarak değişmez. Homojen durum için ise ϕ_L destekleyici açının artışına bağlı olarak T_{USA}^{krH}

kritik sıcaklık artışı artmaktadır. R/h oranı arttığında, Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısı m sürekli artmakta, çevresel dalga sayısı n ise genellikle bir-iki arasında değişmektedir. Tüm homojen ve homojen olmama durumları için $\phi_L > 20^\circ$ olduğunda artışın yavaşladığı görülmektedir. Ayrıca, ϕ_L destekleyici açısı arttığında, küreyi oluşturan malzemenin Young modülü ve termal genleşme katsayısı lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisi azalır. Örneğin; R/h=100 ise $\phi_L = 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 45^\circ$ olduğunda, Young modülü ve termal genleşme katsayısı değişim fonksiyonu bir arada lineer değiştiğinde etkiler sırasıyla, %244; %92; %52.43; %55.69; 34.39%; %24.80, parabolik durumda etkiler sırasıyla, %11.68; (-%6.87); (-%5.24); (-%5.31); (-%5.31); (-%5.80); ve kübik durumda etkiler sırasıyla, %48.94; %22.60; %17.42; %11.16; %7.14; %5.80 olmaktadır. Örneğin; R/h=50 ise $\phi_L = 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 45^\circ$ olduğunda, Young modülü ve termal genleşme katsayısı değişim fonksiyonu bir arada lineer değiştiğinde etkiler sırasıyla, %203; %169; %76; %54; %24; %25, parabolik durumda etkiler sırasıyla, (-%3.28); (-%5.12); (-%6.64); (-%5.56); (-%6.41); (-%5.64) ve kübik durumda etkiler sırasıyla, %35.28; %31.06; %19.27; %11.16; %5.18; %5.79 olmaktadır.

Çizelge 4.8. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNH} ve uygun (m,n) dalga sayılarının değişik R/h oranları için ϕ_L açısına bağlı değişimi ($\mu_1 = 1; \mu_2 = 1; R/h = 50; 100$)

	$T_{USA}^{krH} \times 10^3 (m,n)$	$T_{USA}^{krNH} \times 10^3 (m,n)$		
	Homojen	Homojen Olmayan		
ϕ_L	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
R / h = 50				
10°	8.335(1,1)	25.210(1,1)	8.062(1,1)	11.276(1,1)
15°	6.010(1,1)	16.156(1,2)	5.702(1,1)	7.877(1,1)
20°	6.880(1,1)	12.125(1,2)	6.423(1,1)	8.206(1,1)
30°	8.037(2,1)	12.412(2,2)	7.590(2,1)	8.934(2,1)
40°	9.379(2,2)	11.612(2,2)	8.778(2,2)	9.865(2,2)
45°	8.418(3,1)	10.495(3,2)	7.943(3,1)	8.905(3,1)
R / h = 100				
10°	3.022(1,1)	10.406(1,2)	3.375(1,1)	4.501(1,1)
15°	3.624(1,1)	6.966(1,2)	3.375(1,1)	4.443(1,2)
20°	3.967(2,1)	6.047(1,3)	3.759(2,1)	4.658(1,2)
30°	4.141(3,1)	6.447(3,2)	3.921(3,1)	4.603(3,1)
40°	4.199(4,1)	5.643(4,1)	3.976(4,1)	4.499(4,1)
45°	4.307(4,2)	5.375(4,2)	4.057(4,2)	4.543(4,2)

Çizelge 4.8'deki değerler kullanılarak, Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L destekleyici açısının artışına karşı gelen şekilde sunulmaktadır (Bkz. Şekil 4.16). Parabolik durumda boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının ϕ_L açısı artışına bağlı eğrilerinin lineer ve kübik durumdaki uygun eğriler arasında olduğu kolayca görülmektedir.



Şekil 4.16. Young modülü ve termal genleşme katsayısı her ikisi kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının ϕ_L destekleyici açısına göre değişimi ($\mu_1 = 1$; $\mu_2 = 1$; $R/h = 50, 100$)

Çizelge 4.6-4.8 ve Şekiller 4.14-4.16'da sunulan değerler ve eğriler birlikte kıyaslandığında, boyutsuz kritik sıcaklık artışının değerlerinin aynı homojen olmama fonksiyonu için $\phi_L > 20^\circ$ olduğunda boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının ϕ_L açısına bağlı büyümesinin yavaşladığı ve yaklaşık aynı değerlere sahip olduğu analizler sonucu ortaya çıkmaktadır.

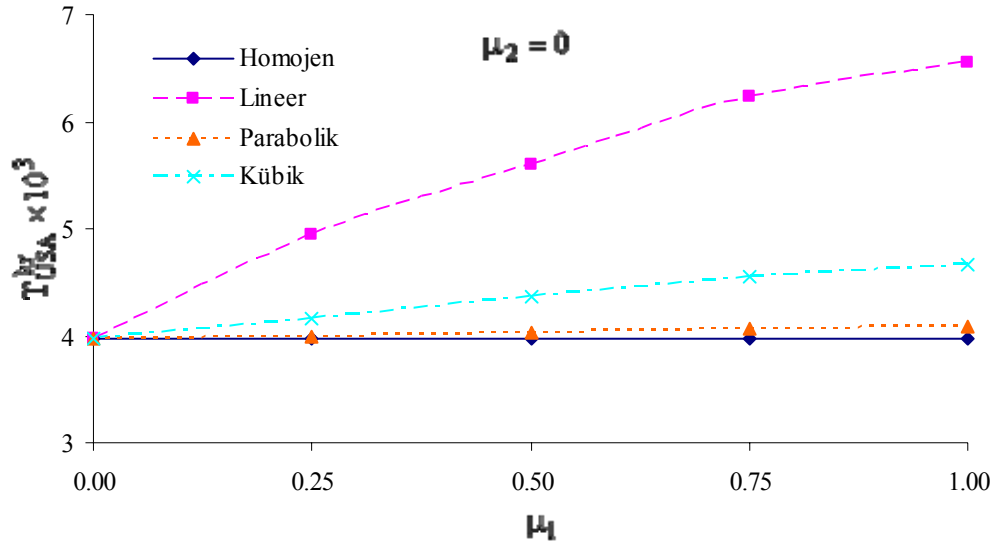
Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının μ_1 Young modülü değişim katsayısına göre dağılımı Çizelge 4.9'da sunulmaktadır. μ_1 Young modülü değişim katsayısı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının değerleri lineer, parabolik ve kübik durumların her üçünde artmaktadır. μ_1 Young modülü değişim katsayısı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısı m ve çevresel dalga sayısı n genelde homojen durumda olduğu gibi değişmektedir. Ayrıca homojen olmamanın boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkileri de artmaktadır. Örneğin; $\mu_1 = 0.25$ olduğunda kritik sıcaklık artışına etki lineer, parabolik ve kübik durumlarda sırasıyla %24.48, %0.83 ve %4.94 olduğu halde,

$\mu_1 = 0.75$ olduğunda bu etkiler sırasıyla %57.07, %2.39 ve %14.82 olur. $\mu_1 = 1$ olduğunda boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkiler biraz daha artar.

Çizelge 4.9. Termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve dalga sayılarının μ_1 'e bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9$; $R/h = 100$)

μ_1	$T_{USA}^{krH} \times 10^3 (m,n)$	$T_{USA}^{krNh} \times 10^3 (m,n)$		
	Homojen	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = 0$
0	3.967(2,1)	3.967(2,1)	3.967(2,1)	3.967(2,1)
0.25	3.967(2,1)	4.938(1,2)	4.000(2,1)	4.163(2,1)
0.50	3.967(2,1)	5.605(1,2)	4.031(2,1)	4.359(2,1)
0.75	3.967(2,1)	6.231(1,3)	4.062(2,1)	4.555(2,1)
1.0	3.967(2,1)	6.551(1,3)	4.091(2,1)	4.668(1,2)

Şekil 4.17'de sadece Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının μ_1 katsayısına bağlı eğrileri Çizelge 4.9'da sunulan veriler dikkate alınarak çizilmiştir. Şekil 4.17'den görüldüğü gibi $0 \leq \mu_1 \leq 1$ aralığında boyutsuz kritik sıcaklık artışının değerleri önemli derecede artmaktadır.



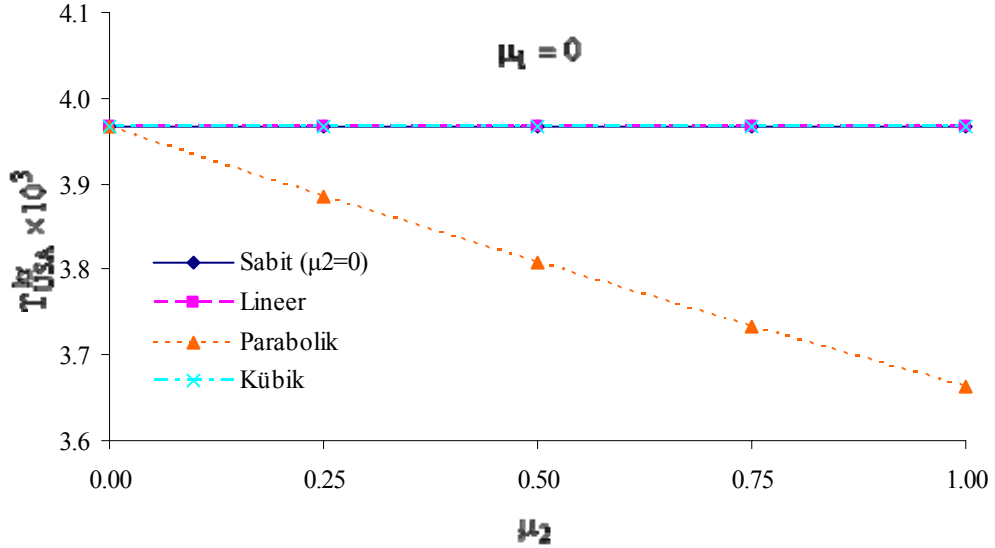
Şekil 4.17. Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve $\mu_2 = 0$ olduğunda T_{USA}^{krNh} değerlerinin μ_1 katsayısına bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9$; $R/h = 100$)

Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının μ_2 katsayısına bağlı dağılımı Çizelge 4.10'da verilmektedir. Lineer ve kübik durumlarda termal genleşme katsayısının etkisi olmamakta, termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde μ_2 'nin artması ile boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki (-%7.69) a kadar artmaktadır. Termal genleşme katsayısı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısı m ve çevresel dalga sayısı n genelde homojen durumda olduğu gibi değişmektedir.

Çizelge 4.10. Termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve homojen elastik kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının μ_2 termal genişleme katsayısına göre dağılımı ($\phi_L = \pi/9$; $R/h = 100$)

		$T_{USA}^{krN\alpha} \times 10^3 (m,n)$		
		Homojen Olmayan		
μ_2		$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
0		3.967(2,1)	3.967(2,1)	3.967(2,1)
0.25		3.967(2,1)	3.886(2,1)	3.967(2,1)
0.50		3.967(2,1)	3.808(2,1)	3.967(2,1)
0.75		3.967(2,1)	3.733(2,1)	3.967(2,1)
1.0		3.967(2,1)	3.662(2,1)	3.966(2,1)

Şekil 4.18'deki çizgiler Çizelge 4.10 kullanılarak yapılmış ve kritik sıcaklık artışına etkinin sadece parabolik durumda olduğu, diğer durumlarda ise homojen durumla aynı olduğunu görsel olarak kanıtlamaktadır.



Şekil 4.18. Homojen elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışının μ_2 termal genişleme katsayısına bağlı değişimi ($\phi_L = \pi/9$; $R/h = 100$)

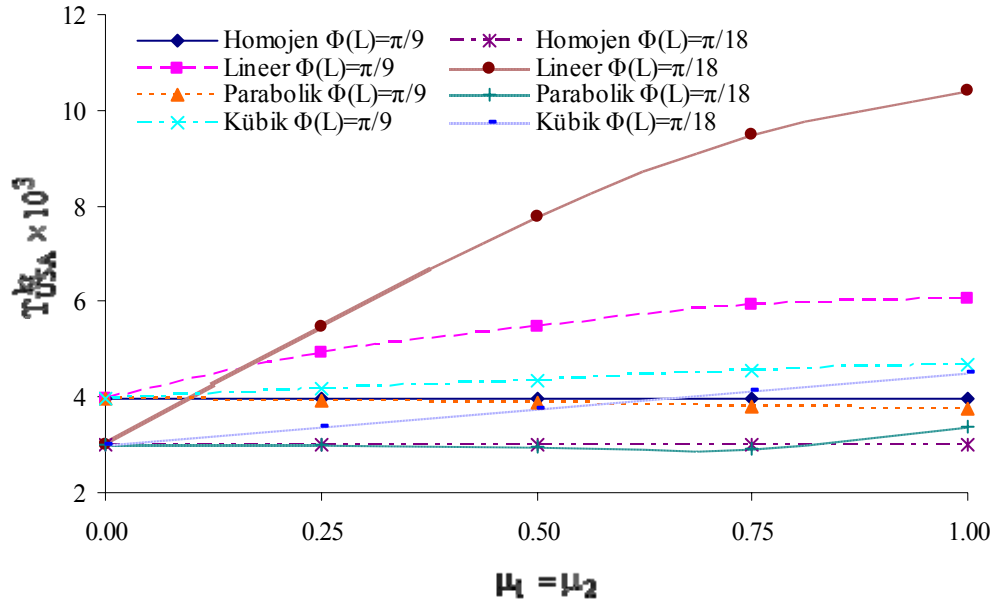
Çizelge 4.11’de Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik sıcaklık artışı ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı değişimi yer almaktadır. μ_1 ve μ_2 katsayılarının artışına bağlı olarak kritik sıcaklık artışı değerlerinin arttığı açıkça görülmektedir. μ_1 ve μ_2 birlikte arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısı m ve çevresel dalga sayısı n genelde homojen durumda olduğu gibi değişmektedir. Ayrıca μ_1 ve μ_2 katsayılarının artışına bağlı olarak boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkiler önemli derecede artmaktadır. Örneğin; Young modülü ve termal genleşme katsayısı lineer fonksiyon şeklinde değiştiğinde $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 0.25$ olduğunda boyutsuz kritik sıcaklık artışına etki %23.82 iken $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda bu etki %52.43 olur. Young modülü ve termal genleşme katsayısı parabolik fonksiyon şeklinde değiştiğinde $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 0.25$ olduğunda boyutsuz kritik sıcaklık artışına etki (-%1.26) iken $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda bu etki (-%5.24) olur. Young modülü ve termal genleşme katsayısı kübik fonksiyon şeklinde değiştiğinde $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 0.25$ olduğunda boyutsuz kritik sıcaklık artışına etki %4.94 iken $\phi_L = \pi/9$ ve $\mu_1 = \mu_2 = 1$ olduğunda bu etki %17.42 olur. $\phi_L = \pi/18$ olduğunda yapılan incelemeler Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkinin daha da arttığını göstermektedir.

Çizelge 4.11. Young modülü ve termal genişleme katsayısı sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik sıcaklık artışları ve uygun dalga sayılarının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı dağılımı

$$(\phi_L = \pi/9, \pi/18; R/h = 100)$$

	$T_{USA}^{krH} \times 10^3$ (m,n)	$T_{USA}^{krNH} \times 10^3$ (m,n)		
	Homojen	Homojen Olmayan		
$\mu_1 = \mu_2$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
$\phi_L = \pi/9$				
0	3.967(2,1)	3.967(2,1)	3.967(2,1)	3.967(2,1)
0.25	3.967(2,1)	4.912(1,2)	3.917(2,1)	4.163(2,1)
0.50	3.967(2,1)	5.491(1,2)	3.865(2,1)	4.357(2,1)
0.75	3.967(2,1)	5.952(1,3)	3.812(2,1)	4.549(2,1)
1.0	3.967(2,1)	6.047(1,3)	3.759(2,1)	4.658(1,2)
$\phi_L = \pi/18$				
0	3.022(1,1)	3.022(1,1)	3.022(1,1)	3.022(1,1)
0.25	3.022(1,1)	5.468(1,1)	2.988(1,1)	3.395(1,1)
0.50	3.022(1,1)	7.781(1,1)	2.952(1,1)	3.765(1,1)
0.75	3.022(1,1)	9.475(1,2)	2.914(1,1)	4.134(1,1)
1.0	3.022(1,1)	10.406(1,2)	3.375(1,1)	4.501(1,1)

Şekil 4.19’da homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı dağılımı Çizelge 4.11’deki değerler temel alınarak çizilmiştir. $\phi_L = \pi/18$ ve $\phi_L = \pi/9$ açıları için μ_1 ve μ_2 katsayıları değişimlerinin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkileri kıyaslandığında yüzde olarak $\phi_L = \pi/18$ açısı için daha büyük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.19. Termal genişleme katsayısı değiştiğinde homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik uniform sıcaklık artışının μ_1 ve μ_2 katsayılarına bağlı dağılımı ($\phi_L = \pi/9, \pi/18$; $R/h = 100$)

Termal genişleme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krH} ve T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik uniform sıcaklık artışları ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı Çizelge 4.12'de sunulmaktadır¹. Young modülü sabit ve parabolik değiştiğinde, $H/2a$ oranı 0.02 den 0.05'e kadar arttığında boyutsuz kritik uniform sıcaklık artışı artmakta, daha sonra tekrar 0.06 den 0,1'e kadar değerlerinin birbirine yakın olmasından dolayı bir düzensizlik göstermektedir. Termal genişleme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik uniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayıları $H/2a$ oranına bağlı olarak artar, çevresel dalga sayıları ise düzensizdir. Young modülü lineer ve kübik değiştiğinde, $H/2a$ oranının artışına bağlı olarak düzensiz bir azalma görülmektedir.

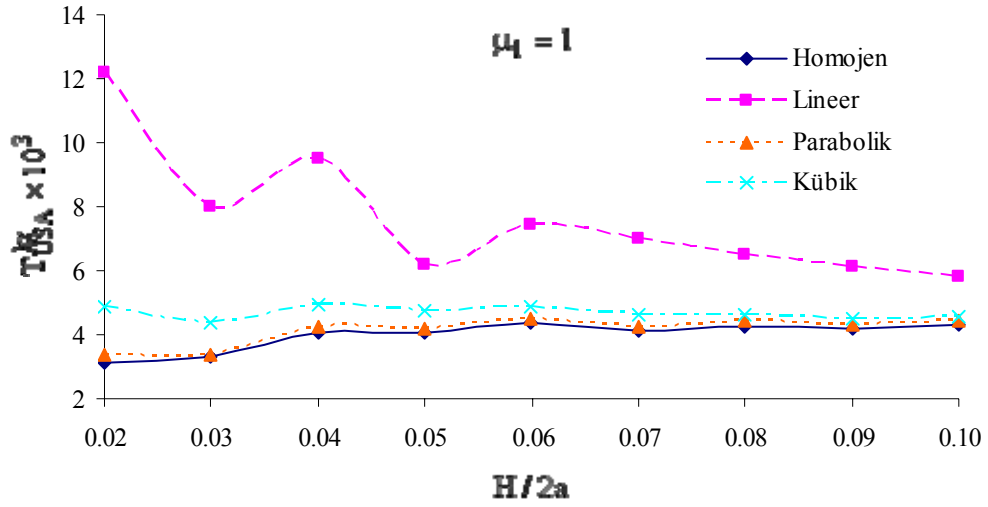
¹ Çizelge 4.12 ve Şekil 4.20'de kullanılan $H/2a$ oranı ile ϕ_L açısı arasındaki bağıntı ve değerler Ek-2'de sunulmaktadır.

H/2a oranı arttığında homojen olmamanın boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisi sürekli olarak azalmaktadır. Örneğin; H/2a = 0.02' den 0.10'e kadar arttığında, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki Young modülü değişim fonksiyonu lineer olduğunda %288' den %35'e ve kübik durumda %54.7'den %5.7'ye kadar azalmaktadır. Young modülü parabolik değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına en fazla etki %7.84 olup %1.71'e kadar düzensiz bir azalma izlenmektedir.

Çizelge 4.12. Termal genleşme katsayısı sabit, Young modülü sabit ve kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının H/2a oranına bağlı dağılımı ($\mu_1 = 1$, R/h = 100)

H/2a	$T_{USA}^{krH} \times 10^3 (m,n)$	$T_{USA}^{krNh} \times 10^3 (m,n)$		
	Homojen	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0;$ $\varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = 0$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = 0$
0.02	3.150(1,1)	12.215 (1,2)	3.397(1,1)	4.873(1,1)
0.03	3.338(1,1)	8.005 (1,2)	3.395(1,1)	4.373(1,1)
0.04	4.067(2,1)	9.497 (2,2)	4.233(2,1)	4.951(2,1)
0.05	4.065(2,1)	6.205 (1,3)	4.164(2,1)	4.740(2,1)
0.06	4.379(2,2)	7.433(2,2)	4.482 (2,2)	4.853(2,2)
0.07	4.141(3,1)	6.984(3,2)	4.268(3,1)	4.613(3,1)
0.08	4.278(4,1)	6.491(4,2)	4.436(4,1)	4.643(4,1)
0.09	4.199(4,1)	6.114(4,1)	4.327(4,1)	4.509(4,1)
0.10	4.307(4,2)	5.823(4,2)	4.416(4,2)	4.553(4,2)

Şekil 4.20'de, Çizelge 4.12'deki değerler kullanılarak çizilen eğriler H/2a oranı artışına bağlı olarak Young modülünün lineer, parabolik ve kübik değişimlerine bağlı olarak T_{USA}^{krNh} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının dağılımını görsel olarak ifade etmektedir. H/2a oranı 0.06'ya kadar arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının düzensiz azaldığını, sonra da bu düzensiz azalmanın açık şekilde fark edilmemesine rağmen devam ettiği görülmektedir.



Şekil 4.20. Termal genleşme katsayısı sabit ve Young modülü kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde $T_{USA}^{krN\alpha}$ 'in $H/2a$ oranına bağlı dağılımı ($\mu_1 = 1$, $R/h = 100$)

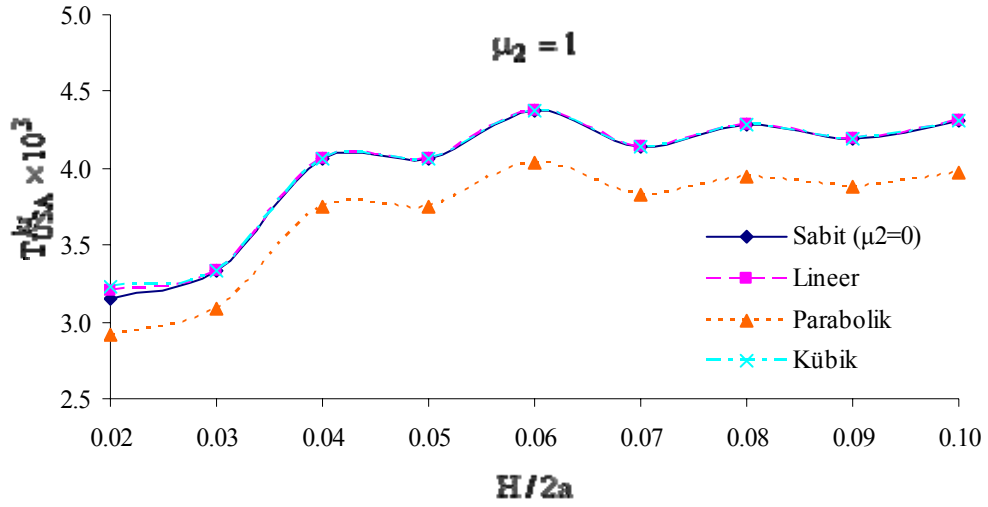
Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı Çizelge 4.13'de sunulmaktadır¹. $H/2a$ oranı arttığında ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının değişimi homojen durumda benzer şekilde değişmektedir. Young modülü sabit ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayıları $H/2a$ oranına bağlı olarak artar, çevresel dalga sayısı ise düzensizdir. Sadece termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki ortaya çıkmakta (-%7.7) ve bu etki $H/2a$ oranının artışına bağımsız olmaktadır. Termal genleşme katsayısı lineer ve kübik değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki olmamaktadır.

¹ Çizelge 4.13 ve Şekil 4.21'de kullanılan $H/2a$ oranı ile ϕ_L açısı arasındaki bağıntı ve değerler Ek-2'de sunulmaktadır.

Çizelge 4.13. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının $H/2a$ oranına göre dağılımı ($\mu_2 = 1, R/h = 100$)

	$T_{USA}^{krN\alpha} \times 10^3 (m,n)$		
H/2a	Homojen Olmayan		
	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = 0; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$
0.02	3.150(1,1)	2.922(1,1)	3.150(1,1)
0.03	3.338(1,1)	3.081(1,1)	3.338(1,1)
0.04	4.067(2,1)	3.747(2,1)	4.067(2,1)
0.05	4.065(2,1)	3.752(2,1)	4.065(2,1)
0.06	4.379(2,2)	4.042(2,2)	4.379(2,2)
0.07	4.141(3,1)	3.822(3,1)	4.141(3,1)
0.08	4.278(4,1)	3.949(4,1)	4.278(4,1)
0.09	4.199(4,1)	3.876(4,1)	4.199(4,1)
0.10	4.307(4,2)	3.976(4,2)	4.307(4,2)

Çizelge 4.13'deki değerler kullanılarak termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı grafiksel olarak Şekil 4.21'de sunulmaktadır. Termal genleşme katsayısı lineer ve kübik değiştiğinde boyutsuz kritik sıcaklık artışının değerleri $\mu_2 = 0$ değerine karşı gelen uygun değerlerle çakıştığı görülmektedir.



Şekil 4.21. Termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde ve Young modülü sabit olduğunda elastik kürenin $T_{USA}^{krN\alpha}$ boyutsuz kritik sıcaklık artışının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı ($\mu_2 = 1$, $R/h = 100$)

Çizelge 4.14'de Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun çevresel ve meridyenel dalga sayılarının $H/2a$ oranına bağlı dağılımı sunulmaktadır¹. Young modülü ve termal genleşme katsayıları birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı $H/2a$ oranı arttığında bir düzensizlik göstermektedir. Young modülü ve termal genleşme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNH} 'e karşı gelen meridyenel dalga sayıları $H/2a$ oranına bağlı olarak artar, çevresel dalga sayısı ise düzensizdir. Homojen olmama ve termal genleşme fonksiyonlarının birlikte değişiminin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisinin önemli olduğu görülmektedir. Young modülü ve termal genleşme fonksiyonu lineer ve kübik değiştiğinde, $H/2a$ oranının artışına bağlı olarak düzensiz bir azalma, parabolik durumda ise düzensiz bir artış görülmektedir.

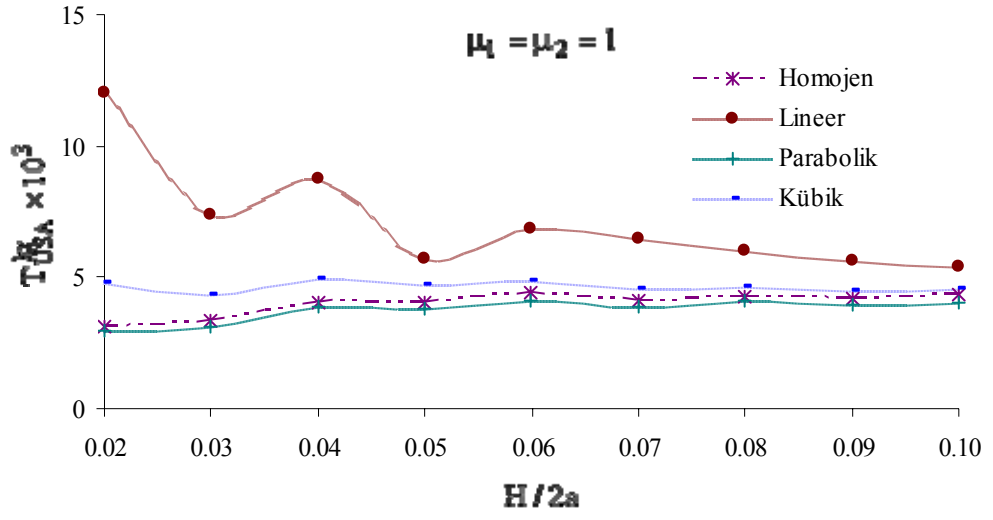
¹ Çizelge 4.14 ve Şekil 4.22'de kullanılan $H/2a$ oranı ile ϕ_L açısı arasındaki bağıntı ve değerler Ek-2'de sunulmaktadır.

H/2a oranı arttığında Young modülü ve termal genişleme fonksiyonları değişiminin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisi sürekli olarak azalmaktadır. Örneğin; H/2a = 0.02' den 0.10'e kadar arttığında, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki Young modülü ve termal genişleme fonksiyonu lineer ise %282'den %24.8'e ve kübik ise %51.5'den %5.5'e kadar azalmaktadır. Young modülü parabolik değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına en fazla etki %6.56 olup %4.30'a kadar düzensiz bir azalma izlenmektedir.

Çizelge 4.14. Young modülü ve termal genişleme katsayısı kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde elastik kürenin T_{USA}^{krNH} boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı ve uygun dalga sayılarının H/2a oranına göre değişimi ($\mu_1 = \mu_2 = 1$, $R/h = 100$)

		$T_{USA}^{krNH} \times 10^3 (m,n)$		
		Homojen Olmayan		
H/2a	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^2; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^2$	$\varphi_1(\bar{z}) = \bar{z}^3; \varphi_2(\bar{z}) = \bar{z}^3$	
0.02	12.029(1,2)	2.987(1,1)	4.772(1,1)	
0.03	7.389(1,2)	3.119 (1,1)	4.363(1,1)	
0.04	8.739(2,2)	3.892(2,1)	4.936(2,1)	
0.05	5.728(1,3)	3.825(2,1)	4.730(2,1)	
0.06	6.861(2,2)	4.118(2,2)	4.843(2,2)	
0.07	6.447(3,2)	3.921(3,1)	4.603(3,1)	
0.08	5.992(4,2)	4.075(4,1)	4.632 (4,1)	
0.09	5.643(4,1)	3.976(4,1)	4.499(4,1)	
0.10	5.375(4,2)	4.057(4,2)	4.543(4,2)	

Şekil 4.22'de Young modülü ve termal genişleme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının H/2a oranına bağlı eğriler Çizelge 4.14'deki değerleri kullanarak çizilmiştir. H/2a oranı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının düzensiz değiştiği görülmektedir.



Şekil 4.22. Young modülü ve termal genişleme katsayısı birlikte kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştiğinde T_{USA}^{krNH} 'in $H/2a$ oranına bağlı değişimi ($\mu_1 = \mu_2 = 1, R/h = 100$)

5. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu çalışmada sürekli homojen olmayan sığ küresel kabuğun üniform termal yükler etkisi altında burkulma problemi ele alınmıştır. Önce, kalınlık doğrultusunda sürekli homojen olmayan izotrop malzeme özelliklerinin ve termal genleşme katsayısının analitik modelleri oluşturulmuş ve bu modellerin grafiksel ve sayısal gösterimi sunulmuştur.

Problemin formülasyonunda Kirchhoff-Love'nin birinci mertebeden kabuk teorisi kullanılmış ve gerilme-deformasyon bağıntılarında Hooke kuralı dikkate alınmıştır. Donnell–Mushtari–Vlasov (DMV) varsayımları ve Sanders doğrusal olmayan gerilme-yer değiştirme bağıntısı kullanılarak kuvvet ve moment bileşenleri bulunmuştur. Homojen olmayan malzemelerden oluşan küresel kabuklar için termal genleşme katsayısı da dikkate alınarak termal yükleme altındaki küresel kabuğun toplam potansiyel enerji fonksiyonu zar, eğilme ve termal gerilme enerjilerinin toplamından elde edilmiştir. Toplam potansiyel enerji fonksiyonunun ikinci varyasyonuna Euler denklemleri uygulanarak üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak stabilite denklemleri elde edilmiştir. Üç yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak elde edilen stabilite denklemleri basit mesnetli sınır koşuluna göre çözülmüştür.

Termal genleşme katsayısı kalınlık doğrultusunda değişken olduğunda sürekli homojen olmayan sığ küresel kabuk için boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı için analitik ifade bulunmuştur. Küreyi oluşturan malzemenin Young modülü ve termal genleşme katsayıları kalınlık doğrultusunda sırasıyla sabit veya değişken oldukları durumlar için küresel kabukların boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışları için analitik ifadeler özel olarak elde edilmiştir. Söz konusu ifadeler dalga sayılarına göre minimize edilerek boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışlarının minimum değerleri bulunmuştur.

Sayısal hesaplar kısmında MAPLE 13 bilgisayar programı kullanılarak, çelik malzeme elastisite modülü ve uygun termal genleşme katsayısının kalınlık

koordinatlarına bağı kuvvet fonksiyonu şeklinde değişiminin, değişim katsayıları ve kürenin geometrik parametreleri (R/h , $H/2a$, ϕ_L açısı) değişiminin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışlarına etkileri sayısal olarak incelenmiştir.

Bu çalışmanın geçerliliği için elde edilen sonuçlar literatürde sunulan çözümlerle karşılaştırılmış ve doğruluğu teyit edilmiştir.

Sayısal analizler aşağıdaki şekilde sonuçlandırılmıştır:

- R/h oranı arttığında, homojen ve homojen olmayan elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı değerlerinin sürekli azaldığı gözlenmiştir.
- R/h oranı arttığında, küreyi oluşturan malzemenin Young modülü ve termal genleşme katsayıları birlikte ve ayrı-ayrı lineer ve kübik değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisinin azaldığı, fakat Young modülü parabolik değiştiğinde etkinin R/h oranının değişimine bağlı bir düzene sahip olmadığı gözlenmiştir.
- R/h oranı arttığında, Young modülü ve termal genleşme katsayısı sabit veya kuvvet fonksiyonları şeklinde değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen çevresel dalga sayısının arttığı ve meridyenel dalga sayısının genellikle bir veya ikiye eşit olduğu saptanmıştır.
- Sadece Young modülü değiştiğinde boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına en fazla etki lineer durumda, en az etki ise parabolik durumda olduğu otaya çıkmıştır.
- Termal genleşme katsayısı lineer, parabolik ve kübik değiştiğinde kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki sadece parabolik durumda olduğu görülmüştür.
- Young modülü değişim fonksiyonu sabit ve parabolik değiştiğinde, kürenin ϕ_L destekleyici açısı arttığında, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının arttığı gözlenmiştir.
- Young modülü değişim fonksiyonu lineer değiştiğinde ve ϕ_L destekleyici açı arttığında kürenin kritik sıcaklık artışının önce azaldığı sonra arttığı daha sonra tekrar azaldığı saptanmıştır.

- Young modülü değişim fonksiyonu kübik değiştğinde, ϕ_L destekleyici açı arttığında kürenin boyutsuz kritik sıcaklık artışının yaklaşık değişmediği dikkat çekmiştir.
- ϕ_L destekleyici açısı arttığında, Young modülü ve termal genleşme katsayısı sabit veya kuvvet fonksiyonu şeklinde değiştğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısının sürekli arttığı ve çevresel dalga sayısının genellikle bir-iki arasında değiştigi görülmüştür.
- Termal genleşme katsayısı parabolik değiştğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki ϕ_L destekleyici açının artışından bağımsız olduğu görülmüştür.
- Tüm homojen ve homojen olmama durumlar için $\phi_L > 20^\circ$ olduğunda boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının destekleyici açının artışına bağlı olarak artış hızının yavaşladığı görülmüştür.
- ϕ_L destekleyici açısı arttığında, küreyi oluşturan malzemenin Young modülü ve termal genleşme katsayısı lineer, parabolik ve kübik değişiminin boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkisinin azaldığı tespit edilmiştir.
- Young modülü değişim katsayısı μ_1 arttığında ve $\mu_2 = 0$ olduğunda, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının değerleri lineer, parabolik ve kübik durumların her üçünde arttığı ve ayrıca, homojen olmamanın boyutsuz kritik sıcaklık artışına etkilerinin arttığı saptanmıştır.
- Termal genleşme değişim katsayısı μ_2 arttığında ve $\mu_1 = 0$ olduğunda, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışının değerleri sadece parabolik durumda arttığı ortaya çıkmıştır.
- μ_1 ve μ_2 katsayılarının birlikte arttığı durumlarda, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı değerlerinin önemli derecede arttığı görülmüştür.
- Young modülü sabit ve parabolik değiştğinde, $H/2a$ oranı arttığında boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışı önce artmakta, daha sonra değerler birbirine yakın olmakta ve düzensiz bir artış ortaya çıkmaktadır.
- Young modülü lineer ve kübik değiştğinde, $H/2a$ oranının artışına bağlı olarak düzensiz bir azalmanın olduğu görülmektedir.

- $H/2a$ oranı arttığında, homojen olmamanın boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etkisinin sürekli olarak azaldığı ve etkinin önemli olduğu görülmektedir.
- $H/2a$ oranı arttığında, Young modülü ve termal genleşme katsayısı sabit veya kuvvet fonksiyonları şeklinde değiştiğinde elastik kürenin boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına karşı gelen meridyenel dalga sayısının arttığı, çevresel dalga sayısının ise düzensiz olduğu görülmüştür.
- Young modülü sabit ve sadece termal genleşme katsayısı parabolik değiştiğinde, boyutsuz kritik üniform sıcaklık artışına etki ortaya çıktığı ve bu etkinin $H/2a$ oranı artışından bağımsız olduğu saptanmıştır.
- Young modülü ve termal genleşme katsayısı birlikte lineer ve kübik değiştiğinde, $H/2a$ oranının artışına bağlı olarak düzensiz hızlı bir azalma, parabolik durumda ise düzensiz fakat yavaş bir artış görülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Aggarwala, B.D., Saibel, E., 1970. Thermal stability of bimetallic shallow spherical shells. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 5, (1), 49-62.
- Akkas, N., 1972. Asymmetric buckling behavior of spherical caps under uniform step pressure. *Journal of Applied Mechanics*, 39, 293-294.
- Ambartsumyan, S.A., 1968. *General Theory of Anisotropic shells*. Moscow, Nauka.
- Aquilano, R.O., Castagnino, M.A., Neira, L.P., 1998. Spherical shell dynamics. *Astronomical and Astrophysical Transactions*, 17, 1-7.
- Batista, M., Kosel, F., 2006. Thermoelastic stability of a double-layered spherical shell. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41, 1016-1027.
- Batista, M., Kosel, F., 2007. Thermoelastic stability of bimetallic shallow shells of revolution. *International Journal of Solids Structures*, 44, 447-464.
- Bellman, R., Kolaba, R.E., Lockette, J.A., 1966. *Numerical Inversion of the Laplace Transform*. American Elsevier Publishing Company, New York.
- Birman, V., Bert, C.W., 1993. Buckling and post-buckling of composite plates and shells subjected to elevated temperature. *Journal of Applied Mechanics*, 60, 514-519.
- Biswas, S.K., 1969. Note on the torsional vibration of a finite circular cylinder of non-homogeneous material by a particular type of twist on one of the plane surface. *Indian Journal of Physics*, 43, 320-323.
- Bose, R.K., 1967. Note on forced vibration of a thin non-homogeneous circular plate with central hole. *Indian Journal of Physics*, 41, 886-890.
- Brush, D.O., Almorth, B.O., 1975. *Buckling of Bars, Plates and Shells*. McGraw Hill, New York.
- Budiansky, B., 1959. Buckling of clamped shallow spherical shells, In: *Proc. IUTAM Symp. on the theory of thin elastic shells*. (Koiter, W.T., -ed.) pp. 64-94, Delft, Netherlands.
- Bushnell, D., 1967. Bifurcation phenomena in spherical shells under concentrated loads. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 5, 2034-2040.
- Candan, S., Elishakoff, I., 2001. Apparently first closed-form solution for frequencies of deterministically and/or stochastically inhomogeneous simply supported beams. *Journal of Applied Mechanics*, 68, (2), 176-185.

- Chajes, A., 1974. Principles of Structural Stability Theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 106p, NJ.
- Chen, W.Q., Ding, H.J., 2001. Free vibration of multi-layered spherically isotropic hollow spheres. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43, 667-680.
- Chen, S.L., Li, Q.Z., 2004. Free-parameter perturbation-method solutions of the nonlinear stability of shallow spherical shells. *Applied Mathematics and Mechanics-English Edition*, 25, 963-970.
- Cheung, J.B., Chen, T.S., Thirumalai, K., 1974. Transient thermal stresses in a sphere by local heating. *Journal of Applied Mechanics*, 41, (4), 930-934.
- Delale, F., Erdogan, F., 1983. The crack problem for a non-homogeneous plane. *Journal of Applied Mechanics*, 50, 609-614.
- Ding, H.J., Wang, H.M., Chen, W.Q., 2003. A solution of a non-homogeneous orthotropic cylindrical shell for axisymmetric plane strain dynamic thermo-elastic problems. *Journal of Sound and Vibration*, 263, 815-829.
- Ding, H.J., Wang, H.M., Chen, W.Q., 2004. Analytical solution of a special non-homogeneous pyroelectric hollow cylinder for piezothermoelastic axisymmetric plane strain dynamic problems. *Applied Mathematics and Computation*, 151, 423-441.
- Elishakoff, I., 2001. Inverse buckling problem for inhomogeneous columns. *International Journal of Solid Structures*, 38, 457-464.
- Eslami, M.R., Ghorbani, H.R., Shakeri, M., 2001. Thermo-elastic buckling of thin spherical shells. *Journal of Thermal Stresses*, 24, 1177-1198.
- Eslami, M.R., Babaei, M.H., Poultangari, R., 2005. Thermal and mechanical stresses in a functionally graded thick sphere. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82, 522-527.
- Fitch, J.R., 1968. The buckling and postbuckling behavior of spherical caps under concentrated load. *International Journal of Solids and Structures*, 4, 421-466.
- Fitch, J.R., Budiansky, B., 1970. Buckling and postbuckling behavior of spherical caps under axisymmetric load. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 8, 686-693.
- Fok, S.L., Allwright, D.J., 2001. Buckling of a spherical shell embedded in an elastic medium loaded by a far-field hydrostatic pressure. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 36, 535-544.

- Futterer, B., Brucks, A., Hollerbach, R., Egbers, C., 2007. Thermal blob convection in spherical shells. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 4079-4088.
- Futterer, B., Gellert, M., Larcher, T.V., Egbers, C., 2008. Thermal convection in rotating spherical shells: An experimental and numerical approach within GeoFlow. *Acta Astronautica*, 62, 300-307.
- Gadjiev, V.D., Sofiyev, A.H., 1988. Homojen olmayan silindirik kabuk hareket eden yük altında deformasyona maruz cisimler mekaniği. *Bakü Devlet Üniversitesi*, 28-33 (Rusça).
- Ganapathi, M., Varadan, T.K., 1982. Dynamic buckling of orthotropic shallow spherical shells. *Computer and Structures*, 15, 517-520.
- Ganapathi, M., 2007. Dynamic stability characteristics of functionally graded materials shallow spherical shells. *Composite Structures*, 79, 338-343.
- Golub, L.I., Maksimyuk, V.A., Chernyshenko, I.S., 2002. Numerical nonlinear elastic analysis of orthotropic spherical shells with an elliptic cutout. *International Applied Mechanics*, 38, 203-208.
- Goncalves, P.B., 1994. Axisymmetric vibrations of imperfect shallow spherical caps under pressure loading. *Journal of Sound and Vibration*, 174, (2), 249-260.
- Grossman, P.L., Yi-Yuan, Y., Koplik, B., 1969. Nonlinear vibration of shallow spherical shells. *Journal of Applied Mechanics*, 36, 451-458.
- Gu, S., 1991. Buckling behavior of ring loaded shallow spherical shells with a center hole. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 26, (2), 263-274.
- Gupta, U.S., Lal, R., Sharma, S., 2007. Vibration of non-homogeneous circular mindlin plates with variable thickness. *Journal of Sound and Vibration*, 302, 1-17.
- Gutierrez, R.H., Laura, P.A.A., Bambill, D.V., Jederlinic, V.A., Hodges, D.H., 1998. Axisymmetric vibrations of solid circular and annular membranes with continuously varying density. *Journal of Sound and Vibration*, 212, (4), 611-622.
- Haciyev, V.C., Musayev, I.N., 1983. The stability of structural elements made of non-homogenous materials. 1st International Conference on the Non-homogenous Structures, Lvov, LGU, s.50-51 (in Russian).
- Haughton, D.M., Kirkinis, E., 2003. A comparison of stability and bifurcation criteria for inflated spherical elastic shells. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 8, 561-572.

- Heyliger, P.R., Julani, A., 1992. The free vibrations of inhomogeneous elastic cylinders and spheres. *International Journal of Solids and Structures*, 29, 2689-2708.
- Hou, P.F., Ding, H.J., Leung, A.Y.T., 2006. The transient responses of a special non-homogeneous magneo-electro-elastic hollow cylinder for axisymmetric plane strain problem. *Journal of Sound and Vibration*, 291, 19-47.
- Huang, N.C., 1964. Unsymmetrical buckling of thin shallow spherical shells. *Journal of Applied Mechanics*, 1-31, 447-457.
- Ibragimov, R.N., Pelinovsky, D.E., 2009. Incompressible viscous fluid flows in a thin spherical shell. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 11, 60-90.
- Jabbari, M., Bahtui, A., Eslami, M.R., 2009. Axisymmetric mechanical and thermal stresses in thick short length FGM cylinders. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86, 296-306.
- Jabareen, M., Eisenberge, M., 2001. Free vibrations of non-homogeneous circular and annular membranes. *Journal of Sound and Vibration*, 240, 409-429.
- Jayaraman, J., Rao, K.P., 1978. Thermal stresses in a spherical shell with a conical nozzle. *Nuclear Engineering and Design*, 48, 367-375.
- Jianping, P., Harik, I.E., 1993. Thermal stresses in spherical shells. *Journal of Aerospace Engineering*, 6, (1), 106-110.
- Jones, G.W., Chapman, S.J., Allwright, D.J., 2008. Axisymmetric buckling of a spherical shell embedded in an Elastic medium under uniaxial stress at infinity. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 61, (4), 475-495.
- Joniak, S., 2005. Stability problem of a spherical shell under circumferential nonuniformly distributed surface load. *Conference Information: 8th Conference on Shell Structures, Theory and Applications, Jurata, POLAND, Shell Structures: Theory and Applications*, 225-228.
- Jordan, P.M., Puri, P., 2001. Thermal stresses in a spherical shell under three thermoelastic models. *Journal of Thermal Stresses*, 24, 47-70.
- Kalnins, A., Naghdi, P.M., 1960. Axisymmetric vibrations of shallow elastic spherical shells. *Journal of the Acoustical Society of America*, 32, 342-347.
- Kaplan, A., 1974. Buckling of spherical shells. In: *Thin shell structures; Theory, experiment and design.* (Fung, Y.C., and Sechler, E.E., -eds.) Prentice-Hall, pp. 247-288, Englewood Cliffs.

- Kar, A., Kanoria, M., 2009. Generalized thermo-visco-elastic problem of a spherical shell with three-phase-lag effect. *Applied Mathematical Modelling*, 33, 3287-3298.
- Karman, V., Th, V., Tsien, H.S., 1939. The buckling of spherical shells by external pressure. *Journal of Aerospace Science and Technologies*, 7, 43-50.
- Khoma, I.Y., Khoma, Y.I., Lyalyuk, D.F., 2008. Thermal stressed state of a transversely isotropic spherical shell with round hole. *Materials Science*, 44, 760-768.
- Khoroshun, L.P., Kozlov, S.Y., Ivanov, Y.A., Koshevoi, I.K., 1988. The generalized theory of plates and shells non-homogeneous in thickness direction. *Naukova Dumka, Kiev*, (in Russian).
- Kondratenko, O.A., 2008. Stress state around a circular hole in a prestressed transversely isotropic spherical shell. *International Applied Mechanics*, 44, 167-173.
- Krenzke, M.A., Kiernan, I.J., 1963. Elastic stability of near perfect shallow spherical shells. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1, 2855-2857.
- Krizhevsky, G., Stavsky, Y., 1995. Refined theory for non-linear buckling of heated composite shallow spherical shells. *Computers and Structures*, 55, (6), 1007-1014.
- Kushnir, R.M., Nykolyshyn, T.M., Rostun, M.I., 2007. Limiting equilibrium of a spherical shell nonuniform across the thickness and containing a surface crack. *Materials Science*, 43, (3), 291-299.
- Labisch, F.K., 2006. On the axisymmetric buckling behaviour of incompressible nonlinearly elastic spherical shells. *Zamm-Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, 86, 572-583.
- Lal, R., Sharma, S., 2004. Axisymmetric vibration of non-homogeneous polar orthotropic annular plate of variable thickness. *Journal of Sound and Vibration*, 272, 245-265.
- Lal, R., 2007. Transverse vibrations of non-homogeneous orthotropic rectangular plates of variable thickness: A spline technique. *Journal of Sound and Vibration*, 306, 203-214.
- Lee, J., 2009. Free vibration analysis of spherical caps by the pseudospectral method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23, 221-228.

- Leissa, A.W., 1973. *Vibration of Shells*. NASA SP-288. US Government Printing Office, Washington, DC (reprinted in 1993 by The Acoustical Society of America).
- Li, Q.S., Liu, J., Tang, J., 2003. Buckling of shallow spherical shells including the effects of transverse shear deformation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 45, 1519-1529.
- Liu, R.H., 1983. Non-linear thermal stability of bimetallic shallow shells of revolution. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 18, (5), 429-459.
- Lomakin, V.A., 1976. *The Elasticity Theory of Nonhomogeneous Materials*. Nauka, Moscow (in Russian).
- Lutz, M.P., Zimmerman, R.W., 1996. Thermal stresses and effective thermal expansion coefficient of a functionally graded sphere. *Journal of Thermal Stresses*, 19, 39-54.
- Maksimiyuk, V.A., Mulyar, V.P., 2008. Nonaxisymmetric deformation of open spherical shells with a curvilinear hole. *International Applied Mechanics*, 44, (5), 555-561.
- Massalas, C., Dalamanagas, D., Tzivanidis, G., 1981. Dynamic instability of truncated conical shells with variable modulus of elasticity under periodic compressive forces. *Journal of Sound and Vibration*, 79, 519-528.
- Mecitoglu, Z., 1996. Governing equations of a stiffened laminated inhomogeneous conical shell. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 34, 2118-2125.
- Morris, N.F., 1996. Shell stability; the Long Road from theory to practice. *Engineering Structures*, 18, 801-806.
- Muc, A., 1989. Transverse shear effects in stability of laminated shallow shells, *Composite Structure*, 12, 171-180.
- Muc A., 1992. On the buckling of composite shells of revolution under external pressure, *Composite Structures*, 21, 107-119.
- Murray, F.J., Wright F.W. 1961. The buckling of thin spherical shells. *Journal of Aerospace Sciences and Technologies*, 28, (3), 223-236.
- Naj, R., Boroujerdy, M.S., Eslami, M.R., 2008a. Thermal and mechanical instability of functionally graded truncated conical shells. *Thin-Walled Structures*, 46, 65-78.

- Naj, R., Boroujerdy, M.S., Eslami, M.R., 2008b. Thermomechanical instability of functionally graded truncated conical shells with temperature-dependent material. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 43, (4), 259-272.
- Najafizadeh, M.M., Eslami, M.R., 2002. Thermoelastic stability of orthotropic circular plates. *Journal of Thermal Stresses*, 25, 985-1005.
- Nath, Y., Sandeep, K., 1998. Effect of transverse shear on static and dynamic buckling of antisymmetrically laminated polar orthotropic shallow spherical shells. *Composite Structures*, 40, 67-72.
- Niordson, F.I., 2001. An asymptotic theory for spherical shells. *International Journal of Solids and Structures*, 38, 8375-8388.
- Ogibalov, P.M., Gribanov, V.F., 1968. Plak ve Kabukların Stabilitesi, MDU, (Rusça).
- Ogibalov, P.M., Koltunov, M.A., 1969. Shells and Plates. Moscow State Uni.
- Ootao, Y., Tanigawa, Y., 1994. Three-dimensional transient thermal stress analysis of a nonhomogeneous hollow sphere with respect to a rotating heat source. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 460, 2273-2279 (in Japanese).
- Ootao, Y., Tanigawa, Y., 2007a. Three-dimensional solution for transient thermal stresses of an orthotropic functionally graded rectangular plate. *Composite Structures*, 80, 10-20.
- Ootao, Y., Tanigawa, Y., 2007b. Transient piezothermoelastic analysis for a functionally graded thermopiezoelectric hollow sphere. *Composite Structures*, 81, (4), 540-549.
- Ory, H., Reimerdes, H.G., Schmid, T., Rittweger, A., García, J.G., 2002. Imperfection sensitivity of an orthotropic spherical shell under external pressure. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 37, 669-686.
- Patel, B.P., Nath, Y., Shukla, K.K., 2006. Nonlinear thermo-elastic buckling characteristics of cross-ply laminated joined conical-cylindrical shells. *International Journal of Solids and Structures*, 43, 4810-4829.
- Penning, F.A., Thurston, C.A., 1965. The stability of shallow spherical shells under concentrated loads. NASA Contract Report, 265.
- Pflüger, A., 1970. Elastostatik'in Stabilite Problemleri. Çeviren: Tameroğlu, S., Cinemre, V., Özbek, T., Matbaa Teknisyenleri Basımevi, 579p. İstanbul.

- Polyakov, V.A., Shlitsa, R.P., Khitrov, V.V., Zhigun, I., 2007. An applied model for free radial vibrations of a closed spherical sandwich shell. *Mechanics of Composite Materials*, 43, 331-344.
- Polyakov, V., Shlitsa, R., Chatys, R., 2008. Eigenfrequencies of radial vibrations of a spherical sandwich shell. *Mechanics of Composite Materials*, 44, 591-600.
- Poultangari, R., Jabbari, M., Eslami, M.R., 2008. Functionally graded hollow spheres under non-axisymmetric thermo-mechanical loads. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 85, 295-305.
- Prakash, T., Sundararajan, N., Ganapathi, M., 2007. On the nonlinear axisymmetric dynamic buckling behavior of clamped functionally graded spherical caps. *Journal of Sound and Vibration*, 299, 36-43.
- Rao, G.V., Rao, B.P., Raju, I.S., 1974. Vibrations of inhomogeneous thin plates using a high-precision triangular element. *Journal of Sound and Vibration*, 34, (3), 444-445.
- Reddy, J.N., Cheng, Z.Q., 2002. Frequency correspondence between membranes and functionally graded spherical shallow shells of polygonal planform. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44, 967-985.
- Reddy, J.N., 2004. *Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and Analysis*. CRC Press, 831p. Boca Raton, USA.
- Reissner, E., 1955. On axisymmetrical vibrations of shallow spherical shells. *Quarterly of Applied Mathematics*, 13, 279-290.
- Shahsiah, R., Eslami, M.R., 2003a. Thermal and mechanical buckling of imperfect spherical cap. *Journal of Thermal Stress*, 26, 723-737.
- Shahsiah, R., Eslami, M.R., 2003b. Functionally graded cylindrical shell thermal instability based on improved donnell equations. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 41, (9), 1819-1826.
- Shahsiah, R., Eslami, M.R., Naj, R., 2006. Thermal instability of functionally graded shallow spherical shell. *Journal of Thermal Stresses*, 29, 771-785.
- Shariyat, M., 2008. Dynamic buckling of suddenly loaded imperfect hybrid FGM cylindrical shells with temperature-dependent material properties under thermo-electro-mechanical loads. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50, (12), 1561-1571.
- Shen, H.S., Li, Q.S., 2002. Thermomechanical postbuckling of shear deformable laminated cylindrical shells with local geometric imperfections. *International Journal of Solids and Structures*, 39, (17), 4525-4542.

- Shen, H.S., Noda, N., 2007. Post-buckling of pressure-loaded FGM hybrid cylindrical shell in thermal environments. *Composite Structures*, 77, 546-560.
- Sofiyev, A.H., 2002. The buckling of a cross-ply laminated non-homogeneous orthotropic composite cylindrical thin shell under time dependent external pressure. *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 14, (6), 661-677.
- Sofiyev, A.H. and Aksogan, O., 2002. The dynamic stability of a non-homogeneous orthotropic elastic conical shell under a time dependent external pressure. *International Journal of Structural Engineering and Mechanics*, 13, (3), 329-343.
- Sofiyev, A.H., Schnack, E., 2003. The buckling of cross-ply laminated non-homogeneous orthotropic composite conical thin shells under a dynamic external pressure. *Acta Mechanica*, 162, (1-4), 29-40.
- Sofiyev, A.H., 2004. The stability of functionally graded truncated conical shells subjected to a periodic impulsive loading. *International Journal of Solids and Structures*, 41, (13), 3411-3424.
- Sofiyev, A.H., 2005. The torsional buckling analysis of cylindrical shells with material non-homogeneity in thickness direction under impulsive loading. *Structural Engineering and Mechanics an International Journal*, 19, (2), 231-236.
- Sofiyev, A.H., Zerin, Z., Yücel, K., Avcar, M., 2006. The dynamic stability of orthotropic cylindrical shells with non-homogenous material properties under axial compressive load varying as a parabolic function of time. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 25, (18), 1877-1886.
- Sofiyev, A.H., Karaca, Z., 2009. The vibration and stability of laminated non-homogeneous orthotropic conical shells subjected to external pressure. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 28, 317-328.
- Sofiyev, A.H., Omurtag, M.H., Schnack, E., 2009a. The vibration and stability of orthotropic conical shells with non-homogeneous material properties under a hydrostatic pressure. *Journal of Sound and Vibration*, 319, 963-983.
- Sofiyev, A.H., Korkmaz, A., Mammadov, Z., Kamanlı, M., 2009b. The vibration and buckling of freely supported non-homogeneous orthotropic conical shells subjected to different uniform pressures. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86, 661-668, 2009.
- Sofiyev, A.H., Kuruoğlu, N., Isayev, F.G., 2009c. On the solution of eigenvalue problems of laminated non-homogeneous orthotropic circular shells with clamped edges subjected to hydrostatic pressure. *Acta Mechanica*, (in press).

- Takeuti, Y., Tanigawa, Y., 1982. Transient thermal stresses of a hollow sphere due to rotating heat source. *Journal of Thermal Stresses*, 5, 283-289.
- Timoshenko, S.P., Gere, J.M., 1961. *Theory of Elastic Stability*. McGra-Hill, 147p. New York,
- Thomas, O., Touze, C., Chaigne, A., 2005. Non-linear vibrations of free-edge thin spherical shells: modal interaction rules and 1:1:2 internal resonance. *International Journal of Solids and Structures*, 42, 3339-3373.
- Tomar, J.S., Gupta, D.C., Jain, N.C., 1982. Vibration of non-homogeneous plates of variable thickness. *Journal of the Acoustical Society of America*, 72, 851-855.
- Touze, C., Thomas, O., 2006. Non-linear behaviour of free-edge shallow spherical shells: Effect of the geometry. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41, 678-692.
- Volmir, A.S., 1967. *Stability of Elastic Systems*. Nauka: Moscow. English Translation: Foreign Tech. Division, Air Force Systems Command. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, AD628508.
- Voyiadjis, G.Z., Woelke, P., 2004. A refined theory for thick spherical shells. *International Journal of Solids and Structures*, 41, 3747-3769.
- Vyalkov, V.Y., Ivanov, V.A., Paimushin V.N., 2005. Modes of loss of stability and critical loads of a three-layer spherical shell under a uniform external pressure. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 69, 628-645.
- Wang, B.L., Han, J.C., Du, S.Y., 2000. Thermoelastic fracture mechanics for nonhomogenous material subjected to unsteady thermal load. *Journal of Applied Mechanics*, 67, 87-95.
- Wang, X., Zhang, W., Chan, J.B., 2001. Dynamic thermal stress in a transversely isotropic hollow sphere. *Journal of Thermal Stress*, 24, 335-346.
- Wang, X., Lu, G., Guillo, S.R., 2002. Stress wave propagation in orthotropic laminated thick-walled spherical shells. *International Journal of Solids and Structures*, 39, 4027-4037.
- Wang, Y.G., Dai, S.L., 2004. Thermoelastically coupled axisymmetric nonlinear vibration of shallow spherical and conical shells. *Applied Mathematics and Mechanics-English Edition*, 25, 430-439.
- Weinitschke, H.J., 1962. Asymmetric buckling of clamped shallow spherical shells. NASA TN D-1510, pp. 481-490.

- Williams, H.E., 1977. Axisymmetric thermal stress in a thin spherical shell by the method of matched asymptotic expansions. *International Journal of Solids and Structures*, 13, 747-769.
- Zenkour, A.M., Fares, M.E., 2000. Thermal bending analysis of composite laminated cylindrical shells using a refined first-order theory. *Journal of Thermal Stresses* 23, (5), 505-526.
- Zhang, X., Hasebe, N., 1999. Elasticity solution for a radially non-homogeneous hollow circular cylinder. *Journal of Applied Mechanics*, 66, 598-606.
- Zhu, Y., Wang, F., Liu, R., 2008. Thermal buckling of axisymmetrically laminated cylindrically orthotropic shallow spherical shells including transverse shear. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 29, (3), 291-300.

EKLER

EK-1

$$C_1 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos^2(\lambda\phi) \sin^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_2 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos^2(\lambda\phi) \cos^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos(\lambda\phi) \sin(\lambda\phi) \sin 2\phi d\theta d\phi,$$

$$C_4 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta \cos^2 \lambda\phi d\theta d\phi,$$

$$C_5 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos(\lambda\phi) \sin(\lambda\phi) \cos \phi d\theta d\phi,$$

$$C_6 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos^2(\lambda\phi) \sin \phi d\theta d\phi,$$

$$C_7 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(n\theta) \cos(\lambda\phi) \sin(\lambda\phi) \cos \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_8 = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) \sin(n\theta) \cos^2(\lambda\phi) \cot \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{10} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \sin \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{12} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{13} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{14} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta \sin \lambda\phi \cos \lambda\phi \cos \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{15} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \frac{1 + \cos^2 \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{16} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(n\theta) \sin(n\theta) \sin^2 \lambda\phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{17} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi)}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{18} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin 2\phi d\theta d\phi,$$

$$C_{19} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{20} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cot^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{21} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) (1 + \cos^2 \phi) d\theta d\phi,$$

$$C_{23} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \frac{1 + \cos^2 \phi}{\sin^2 \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{24} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \cos \phi \frac{1 + \cos^2 \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{25} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi)}{\sin^2 \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{1a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{2a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{3a} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \sin 2\phi d\theta d\phi,$$

$$C_{4a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \cos \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{5a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{6a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{7a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi)}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{8a} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{1b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \sin^2 \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{2b} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \sin 2\phi d\theta d\phi,$$

$$C_{3b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \frac{\cos^3 \phi}{\sin \phi} d\theta d\phi,$$

$$C_{4b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos \phi \cos \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{5b} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \sin 2\phi d\theta d\phi,$$

$$C_{6b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos \phi \cos \phi d\theta d\phi,$$

$$C_{7b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \cot \phi d\theta d\phi ,$$

$$C_{8b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) \cot \phi d\theta d\phi ,$$

$$C_{9b} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) d\theta d\phi$$

$$C_{1c} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos(\lambda\phi) \sin \lambda\phi \sin^2 \phi d\theta d\phi ,$$

$$C_{2c} = \frac{1}{2} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \cos(\lambda\phi) \sin(\lambda\phi) \cot \phi \sin(2\phi) d\theta d\phi$$

$$C_{3c} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cos \phi d\theta d\phi ,$$

$$C_{4c} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin^2(\lambda\phi) \cot \phi d\theta d\phi ,$$

$$C_{5c} = \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \cos^2(n\theta) \sin(\lambda\phi) \cos(\lambda\phi) d\theta d\phi ,$$

$$C_{6c} = \frac{1}{4} \int_0^{\phi_L} \int_0^{2\pi} \sin(2\lambda\phi) \sin(2n\theta) \sin \phi d\theta d\phi$$

EK-2

H/2a oranı değişimine karşı gelen ϕ_L açısının değerleri

H/2a	ϕ_L radyan	ϕ_L radyan	ϕ_L derece
0.02	0.1599147485	$\pi/20$	9.162440168
0.03	0.2397126205	$\pi/13$	13.73452145
0.04	0.3193199428	$\pi/10$	18.29568503
0.05	0.3986746100	$\pi/8$	22.84237255
0.06	0.4777157041	$\pi/7$	27.37109365
0.07	0.5563837659	$\pi/6$	31.87844158
0.08	0.6346210487	$\pi/5$	36.36110767
0.09	0.7123717529	$\pi/4.5$	40.81589487
0.10	0.7895822394	$\pi/4$	45.23972989

Şekil 4.7'den görüldüğü gibi $\frac{H}{2a} = k$ bağıntısı $\frac{R - R \cos(\phi_L / 2)}{2R \sin(\phi_L / 2)} = k$ şeklinde ifade

edilir ve bu bağıntı kolayca aşağıdaki denkleme dönüşür:

$$2k \sin(\phi_L / 2) + \cos(\phi_L / 2) - 1 = 0$$

Yukarıdaki denklemden k'ya 0.02'den 0.1'e kadar 0.01 artışla değerler verilerek ve denklemin çözülerek ϕ_L açısının değerleri elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Polat ÖZYİĞİT
Doğum Yeri ve Yılı : İstanbul, 1985
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce



Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl):

Lise : Isparta Anadolu Lisesi 2000-2003
Lisans : Süleyman Demirel Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü 2003-2007

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

Bozok Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü,
Araştırma Görevlisi, 2009-....

Yayımları (SCI ve diğer makaleler):

- 1- A.H. Sofiyev, A. Valiyev, P. Ozyigit, The buckling of non-homogeneous truncated conical shells under a lateral pressure and resting on a Winkler foundation, Journal of Solid Mechanics, 1(1), 14-21, 2009.
- 2- Sofiyev A.H., Avcar M., Ozyigit P., Adigozel S., The free vibration of non-homogeneous truncated conical shells on a Winkler foundation, International Journal of Engineering and Applied Sciences (IJEAS), 1(1), 34-41, 2009.
- 3- Avey A., Avcar M., Özyiğit P., Adigözel Ş., Elastik zemin üzerinde bulunan fonksiyonel değişimli tabaka içeren katmanlı silindirik kabukların uniform yanal basınç yükü etkisi altında burkulması, XVI. Ulusal Mekanik Kongre, 22-26 Haziran, 2009, KAYSERİ.
- 4- Avey (Sofiyev) A., Avcar M., Mammadov Z., Ay Z. and Ozyigit P., The vibration of freely supported fg shell structures, First International Conference on Seismic safety of Caucasus Region Population, Cities and Settlements Kiriak Zavriev Institute of Structural Mechanics and Earthquake Engineering, Tbilisi, Georgia, 174-176, 2008.