

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KAPALI DALGA KILAVUZLARINDA PROPAGASYON  
SABİTLERİNİN İNCELENMESİNDE  
BAZI İLK SONUÇLAR**

**YÜKSEK LİSANS**

**Pelin KELEBEKLER**

**Anabilim Dalı: Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi**

**Danışman: Doç. Dr. Namık YENER**

**KOCAELİ, 2009**

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAPALI DALGA KILAVUZLARINDA PROPAGASYON  
SABİTLERİNİN İNCELENMESİNDE BAZI İLK SONUÇLAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Pelin KELEBEKLER

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 22 Mayıs 2009

Tezin Savunulduğu Tarih: 30 Haziran 2009

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Namık YENER



Üye

Yrd. Doç. Dr. Arif DOLMA



Üye

Yrd. Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR



KOCAELİ, 2009

## ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Maxwell denklemlerinin analitik çözümünün elde edilemediği yapılarda alan ifadeleri yarı analitik veya sayısal yöntemler yardımıyla bazı yaklaşıklıklar altında elde edilebilir. Kapalı dalga kılavuzu için bu yöntemlerden biri yapıyı sonsuz bir iletim hattı sistemi olarak modellemektir.

Bu çalışmada genel olarak anizotropik ve/veya heterojen ortamla dolu dalga kılavuzlarında kompleks dalga modlarının varlık koşulları incelenmekte ve belirli frekans aralıklarında kompleks dalga modları barındırabilecek yapılar için hangi frekansların böyle bir aralığa isabet etmeden çalışma frekansı olarak seçilebileceği sorusuna yanıt verilmektedir.

Tez aşamasında fikirleri ile beni yönlendiren ve teşvik eden danışmanın Sn. Doç. Dr. Namık YENER' e desteklerinden ve ilgisinden ötürü teşekkürü borç bilirim. Ayrıca tez sürecimde Yurtiçi Yüksek Lisans Burs Programı'ndan yararlanmama olanak sağlayan Türkiye Bilimsel Araştırma ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK), Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na teşekkür eder, bu süreçteki desteği için eşim Ersoy KELEBEKLER' e sonsuz minnet duygularımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR .....	i
İÇİNDEKİLER .....	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	iii
TABLolar DİZİNİ .....	iv
SEMBOLLER .....	v
ÖZET .....	vi
İNGİLİZCE ÖZET .....	vii
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYIPsIZ DALGA KILAVUZLARI İÇİN TRANSMİSYON HATTI DENKLEMLERİ .....	6
2.1.Denklemelerin Genel Durum İçin Elde Edilmesi .....	6
2.2.Dielektrik Çubuk Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu İçin Transmisyon Hattı Eşdeğerliği .....	15
3. JİROTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARI İÇİN TRANSMİSYON HATTI DENKLEMLERİ .....	20
3.1.Jiromanyetik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Transmisyon Hattı Denklemleri .....	20
3.2.Jiroelektrik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Transmisyon Hattı Denklemleri .....	29
4. ANİZOTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARI İÇİN KOMPLEKS DALGA MODLARININ İNCELENMESİ .....	37
5. BİR MATRİSE İLİŞKİN RAYLEIGH BÖLÜMÜNÜN STASYONER NOKTALARI .....	42
6. JİROTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARINDA KOMPLEKS MOD OLMAYAN FREKANSLARIN BELİRLENMESİ .....	44
6.1.Jiroelektrik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Frekansların Belirlenmesi .....	44
6.2.Jiromanyetik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Frekansların Belirlenmesi .....	49
6.3.Sayısal Sonuçlar .....	51
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	60
KAYNAKLAR .....	61
EKLER .....	63
ÖZGEÇMİŞ .....	71

## ŞEKİLLER DİZİNİ

- Şekil 2.1:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 15$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi ..... 16
- Şekil 2.2:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 45$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi ..... 17
- Şekil 2.3:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 60$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi ..... 18
- Şekil 2.4:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\varepsilon_r = 45$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi ..... 19
- Şekil 6.1:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.1026'nın belirtildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi . 52
- Şekil 6.2:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 9$  için, , moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.4172'nin belirtildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi . 53
- Şekil 6.3:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 45$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük iki normalize frekans olan 0.6393 ve 1.2839'un gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi..... 54
- Şekil 6.4:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\varepsilon_r = 60$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük iki normalize frekans olan 0.5539 ve 1.1127'nin gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi..... 55
- Şekil 6.5:  $r_1/r_0 = 0.75$  ve  $\varepsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.0435'in gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi.. 56
- Şekil 6.6:  $r_1/r_0 = 0.85$  ve  $\varepsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.0026'nın gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi 57
- Şekil 6.7:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\varepsilon_r = 30$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 0.7027'nin gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi 58
- Şekil 6.8:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\varepsilon_r = 45$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük iki normalize frekans olan 0.5737 ve 1.0594'ün gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi..... 59
- Şekil A1: Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzunun kesit yapısı ..... 63

## TABLolar DİZİNİ

Tablo 6.1: Farklı yapılarıdaki dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzları için kompleks modun var olamayacağı, bulunan normalize frekanslardan en küçük değerli üç frekans .....	51
---	----

## SEMBOLLER

$\vec{E}$	: Elektrik alan vektörü (V/m)
$\vec{H}$	: Manyetik alan vektörü (A/m)
$\vec{B}$	: Manyetik endüksiyon vektörü (Wb/m <sup>2</sup> )
$\vec{J}$	: Elektrik polarizasyon akım yoğunluğu (A/m <sup>2</sup> )
$\vec{D}$	: Deplasman vektörü (C/m <sup>2</sup> )
$\vec{M}$	: Manyetik polarizasyon akım yoğunluğu (V/m <sup>2</sup> )
$\epsilon_0$	: Serbest uzayın dielektrik geçirgenliği (F/m)
$\epsilon$	: Jiroelektrik malzemenin dielektrik geçirgenlik matrisi (F/m)
$\epsilon_r$	: Bağlı dielektrik geçirgenliği
$\mu_0$	: Serbest uzayın manyetik geçirgenliği (H/m)
$\mu$	: Jiromanyetik malzemenin manyetik geçirgenlik matrisi (H/m)
$\mu_r$	: Bağlı manyetik geçirgenlik
(u, v, z)	: Genel koordinat sistemi değişkenleri
(r, $\phi$ , z)	: Silindirik koordinat sistemi değişkenleri
$T_0(u,v)$	: TM modları için eksenel alan bileşeni
$T_{\square}(u,v)$	: TE modları için eksenel alan bileşeni
$\gamma$	: Yayılım sabiti
$\chi_{(m)}$	: TM modları için ayrıştırma sabiti
$\chi_{[m]}$	: TE modları için ayrıştırma sabiti
$r_1$	: Dielektrik çubuğun yarıçapı
$r_0$	: Dalga kılavuzunun yarıçapı
$J_n(r)$	: n. dereceden birinci tip Bessel fonksiyonu

# KAPALI DALGA KILAVUZLARINDA PROPAGASYON SABİTLERİNİN İNCELENMESİNDE BAZI İLK SONUÇLAR

Pelin KELEBEKLER

**Anahtar Kelimeler:** Dalga Kılavuzları, Transmisyon Hattı Eşdeğeri Yöntemi, Moment Metodu, Özdeğer, Özvektör, Kompleks Dalga Modları

**Özet:** Düzgün yapıdaki (uniform), kayıpsız, kapalı, izotropik ve homojen dalga kılavuzu problemlerinin analitik çözüm yöntemi, Maxwell'in kısmi diferansiyel denklemlerini standart değişkenlere ayırma yöntemidir. Bu tür problemlerin ise bir kısmı doğrudan Maxwell denklemleri ve sınır koşulları kullanılarak analitik olarak çözülebilmektedir. Analitik çözümün mümkün olmadığı yapılar için yarı analitik çözümler veya salt sayısal çözümler elde etmek mümkündür. Yarı analitik yöntemlerden biri transmisyon hattı eşdeğerliği yöntemidir. Yöntemin temeli 1952 yılında Schelkunoff tarafından verilmiştir. Bu yöntemde, kapalı dalga kılavuzu sonsuz bir iletim hattı sistemi olarak modellenerek kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemleri, sadece yayılma yönüne bağlı adi diferansiyel denklem sistemine dönüştürülür. Yöne bağlı türev, sabit bir değer ile çarpmadan oluştuğu için adi diferansiyel denklem sistemi, cebrik denklem sistemine dönüşür. Bu yöntem ayrıca moment metodu olarak da adlandırılır.

Bu tezde sunulan çalışmada genel olarak anizotropik ve/veya heterojen ortamla dolu dalga kılavuzlarında kompleks dalga modlarının varlık koşulları incelenmektedir. Bu koşulları elde etmek için transmisyon hattı eşdeğerliklerinden yararlanılmakta ve dalga kılavuzu yapısını temsil eden birim uzunluk başına  $\hat{Z}$  empedans ve  $\hat{Y}$  admitans matrisleri kullanılmaktadır. Daha sonra bu tez çalışmasının katkısı olarak konu matrisleri oluşturan yapı taşlarından  $Z_A$  ve  $Y_B$  matrislerinin Rayleigh bölümü kullanılarak kompleks dalga modlarının mevcut olmadığı frekanslar jirotropik malzeme ile dolu yapılar için saptanmaktadır. Bu yöntemle belirli frekans aralıklarında kompleks dalga modları barındırabilecek yapılarda hangi frekansların böyle bir aralığa isabet etmeden çalışma frekansı olarak seçilebileceği sorusuna yanıt verilmektedir. Üstelik bu yapılırken tüm frekans ekseninde normalde –herhangi bir yöntemle– çizdirilmesi gereken dispersiyon eğrisini çizdirmeden sonuca gidilebilmektedir.

# SOME PRELIMINARY RESULTS IN THE INVESTIGATION OF THE PROPAGATION CONSTANTS FOR CLOSED WAVEGUIDES

**Pelin KELEBEKLER**

**Keywords:** Waveguides, Transmission Line Equivalent Method, Method of Moment, Eigenvalue, Eigenvector, Complex Wave Modes

**Abstract:** The analytic solution method of the problems of uniform, lossless, isotropic and homogeneous waveguides, is the standard separation of variables method applied to Maxwell's partial differential equations. Some of these problems can be analytically solved by using Maxwell equations and boundary conditions. It is possible to obtain semi analytical solutions and numerical solutions under certain approximations for the structures which do not have analytical solution. One of the semi analytical methods is transmission line equivalence method. The foundations of this method was given by Schelkunoff in 1952. In this method, Maxwell equations, formed of partial differential equations, are transformed into an ordinary differential equations system dependent only on direction of the propagation, by modeling the closed waveguide as an infinite system of transmission lines. Since, the direction dependent differentiation is constituted of multiplication by a constant value, the ordinary differential equations system transforms into an algebraic equations system. This method is also called Method of Moment (MOM).

In this thesis study, existence conditions of the complex modes are investigated for general anisotropic and/or heterogeneous loaded waveguides. In order to obtain these conditions, the transmission line equivalence is utilized and the  $\hat{Z}$  impedance matrix per unit length and  $\hat{Y}$  admittance matrix per unit length, which represent the structure of the waveguide, are used. Next, as the contribution of this thesis study, the frequencies of nonexistence of the complex wave modes are determined by using Rayleigh quotient of the  $Z_A$  and the  $Y_B$  matrices, which are matrices needed to construct the relevant matrices of  $\hat{Z}$  and  $\hat{Y}$ , for gyrotropic material loaded structures. This method answers the question of which frequencies can be chosen as operating frequency outside of the interval of the complex wave modes for the structures which can include the complex wave modes in certain frequencies intervals. Moreover, it is not necessary to draw (by utilizing whatever method) normally required dispersion curves on whole frequency axis, while obtaining the result.

## 1. GİRİŞ

Elektromanyetik dalgaların izgesi (spectrum)  $10^{24}$  Hz lik frekanslara kadar bir bölgeyi kaplar. Bu geniş kapsamlı frekans bölgesi farklı fiziksel özellikleri nedeniyle değişik alt bantlara ayrılarak standartlaştırılmıştır [1]. Yüksek frekanslı enerji ile bir iletken uyarıldığında, oluşan elektromanyetik dalga üç boyutlu uzayda yayılmaya başlar. Oluşan bu elektromanyetik dalganın tek bir doğrultuda ilerlemesi, dalganın iletken bir boru içerisine hapsedilmesiyle veya dielektrik malzeme kullanarak yüzey dalgası elde ederek sağlanır. Elektromanyetik dalgaların hapsedilerek tek bir doğrultuda ilerlemesini sağlayan bu yapılar dalga kılavuzları olarak adlandırılır. Metalik dalga kılavuzları silindirik, eliptik veya dikdörtgensel kesite sahip olabilirler. Dikdörtgensel ve silindirik kesite sahip dalga kılavuzları uygulamada en çok kullanılan yapılardır. Bir dalga kılavuzunda içerisinde sinyaller, dalga kılavuzunun boyutları tarafından belirlenen ve kesim frekansı olarak adlandırılan belirli bir frekansın üzerindeki frekanslarda yayılırlar. Eğer sinyalin frekansı, kesim frekansından daha küçük ise o kesim frekansına ilişkin modda yayılma mümkün olamaz.

Bir dalga kılavuzuna yüksek frekanslı enerji beslendiğinde, dalga kılavuzu içinde E- elektrik alanına ve H-manyetik alanına sahip elektromanyetik dalgalar meydana gelir. Bu elektromanyetik dalgalar dalga kılavuzu içinde ışık hızına yakın bir hızda yayılırlar. Dalga kılavuzlarının zayıflatma davranışı frekansa kuvvetle bağlıdır. Kesim frekansına yakın bir frekansta çalıştırılan bir dalga kılavuzu yüksek zayıflatma gösterir, frekans yükseltildiğinde bir minimuma ulaşır, belirli bir frekans aralığında hemen hemen sabit kalır, sonunda tekrar yükselmeye başlar.

Düzgün yapıdaki (üniform), kayıpsız, izotropik ve homojen dalga kılavuzu problemleri standart değişkenlere ayırma yöntemi kullanılarak analitik olarak çözülür [2-10]. Düzgün yapıdaki, kayıpsız fakat heterojen ve/veya anizotropik yapıdaki dalga kılavuzu problemlerinin ise bir kısmı doğrudan Maxwell denklemleri ve sınır

koşulları kullanılarak analitik olarak çözülebilmektedir. Örneğin dielektrik çubuk veya plazma/ferit sütun gibi anizotropik ortamla yüklü silindirik dalga kılavuzları, tabakalı dielektrik yüklü dikdörtgenel dalga kılavuzları için analitik çözüm elde edebilmek mümkün iken, dikdörtgen veya kare yapıdaki bir dielektrik çubukla yüklü dikdörtgenel dalga kılavuzu için analitik çözüm elde etmek mümkün değildir. Analitik çözümün mümkün olmadığı yapılar için bazı yaklaşımlar altında yarı analitik çözümler veya salt sayısal çözümler elde etmek mümkündür [11-15].

Yarı analitik yöntemlerde, ele alınan problemin özellikleri kullanılarak çözümü mümkün olan bir noktaya kadar analitik olarak yürütülerek bir integral gösterilim, bir seri açılımı vb. şekilde formüle edilir [16]. Moment yöntemi ve varyasyonel yöntemler bu tip yaklaşımların yaygın biçimde kullanılan örnekleridir. Yarı analitik yöntemlerin sağladığı en önemli avantaj elde edilen çözümler ile problemin parametreleri arasındaki ilişkilerin izlenebilmesine ve böylece problemin fiziğinin daha iyi anlaşılmasına olanak vermeleridir. Ayrıca, problemin ön formülasyonu yapıldıktan sonra sayısal çözümlerin bulunması ve olası gerçek dışı çözümlerin elimine edilmesi genelde çok daha kolay ve hızlı biçimde yapılabilir. Buna karşın ele alınan her değişik problem veya problem grubu için formülasyon adımlarının tekrarlanması gereği, yarı analitik yöntemlerin kullanımını güçleştiren ve uygulanabilirliğini sınırlayan bir faktördür. Bu nedenle, yarı analitik bir çözüm yönteminin formülasyon adımları tekrarlanmaksızın kullanılabilirdiği problem grubunun ne kadar geniş olduğu bu yöntemin uygulama açısından değerlerini belirleyen başlıca kriteri oluşturmaktadır. Diğer taraftan, ara formülasyon gerektirmedikleri için sonlu farklar, sonlu elemanlar gibi yöntemlerin farklı problemlerin çözümü amacıyla kullanılmaları daha kolaydır. Ancak, yarı analitik yöntemler ile karşılaştırıldıklarında, bu yöntemler daha fazla bilgisayar kapasitesi/zamanı gerektirmekte ve belli bir problemde elde edilen çözümler ile bu problemin parametreleri ilişkilendirmeye ve/veya hesaplama hatalarının saptanmasına doğrudan olanak vermemek gibi bazı dezavantajlar taşırlar.

Analitik olarak çözümü mümkün olan dalga kılavuzu yapılarından biri, homojen veya heterojen, izotrop veya anizotropik malzemeyle yüklü silindirik dalga kılavuzudur. Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu, tez çalışmasında elde edilen sonuçların karşılaştırılması amacıyla ele alınmıştır. Clarricoats çalışmasında,

azimuthal olarak birim bağımlılığa sahip aksel böyle bir yapıya ait modların, yani dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu modlarının kesim koşullarını belirlemek için grafiksel bir yöntem tanımlamıştır [17]. Sonuçlar en düşük dereceli altı mod için sunulmuştur.  $H_{1m}$  ve  $E_{1m}$  gibi modların bir çiftinin kesim koşullarının, kesin durumlar altında, uyuşabildiği (çakışabildiği) gösterilmiştir. Kesin durumlar altında, kesimde E-modu özellikleri göstermesine rağmen, geriye doğru dalga birleşeni ile bu modlar hibrit  $H_{1m}$  modları olarak gösterilir. Modların yayılım davranışları, geriye doğru dalga uygulamaları için en uygun parametrelere özellikle dikkat edilerek teorik olarak araştırılmıştır. Sadece en düşük dereceli mod, aygıtlarda kullanım için olumlu olarak ortaya çıkan geriye doğru dalga özellikleri göstermektedir. Bir geriye doğru dalga osilatörü için bu modun olası uygulamaları araştırılmıştır. Fakat var olan dielektrik materyaller ile yüksek demet gerilimlerine ihtiyaç duydukları gösterilmiştir. Çalışmada son olarak bir frekans seçici uygulaması da tanımlanmıştır.

Eksenel dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu içerisinde geriye doğru dalgaların olabilirliği ilk olarak Clarricoats ve Waldron tarafından rapor edilmiştir [18]. Sonradan, yüklü dalga kılavuzları içerisinde geriye doğru dalga modlarının özelliklerinin genişletilmiş teorik ve deneysel araştırmaları yapılmıştır ve çeşitli uygulamalar önerilmiştir [18-21]. Bu yapılar içinde kompleks modların varlığı Clarricoats ve Taylor tarafından 1964'de öngörülmüştür [22]. Diğer bir çalışmada, dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu içerisinde var olan kompleks modların iki tipi için hesaplatılan sonuçlar sunulmuştur [23]. Onlar, ne zaman ki geriye doğru dalgalar yayılırsa, yayılım sabitinin  $e^{\pm(\alpha \pm j\beta)}$  şeklinde olduğu bir frekans spektrum bölgesinin var olduğunu göstermişlerdir. Geriye doğru dalga modlarının yayılmadığı spektrum bölgeleri var olduğunda da, kesin çubuk parametreleri için kompleks modların var olabileceğini göstermişlerdir. Ayrıca; frekansa bağlı zayıflama ve faz değişim katsayılarını, dielektrik kayıplarının çeşitli değerleri için grafiksel olarak sunmuşlardır. Bu yapıyı kullanan cihazlar üzerinde bu sonuçların ilişkilerini tartışmışlardır.

Raevskii, elektrik ve manyetik geçirgenliği boşluktan farklı iki katmanlı silindirik kapalı dalga kılavuzu için kompleks dalgaların kesin dispersiyon özellikleri üzerinde

çalışmıştır [24]. Bu çalışma, izotropik ortamla dolu heterojen dalga kılavuzları için kompleks dalgaların dispersiyon özelliklerini ayrıntılandırmıştır.

Maxwell denklemlerinin her yapı için analitik çözümü yoktur. Çözümü analitik olarak mümkün olmayan yapıların çözümü, yarı analitik veya salt sayısal yöntemler yardımıyla ve bu yöntemlerin zorunlu olarak içerdikleri bazı yaklaşıklıklar altında elde edilebilir. Bu yöntemlerden biri Schelkunoff tarafından verilmiştir [25]. Bu çalışmada Schelkunoff, kapalı dalga kılavuzunu sonsuz bir iletim hattı olarak modelleyerek kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerini, sadece yayılma yönüne bağlı adi diferansiyel denklem sistemine dönüştürür. Yöne bağlı türev, sabit bir değer ile çarpmaya denk olduğundan adi diferansiyel denklem sistemi, cebrik denklem sistemine dönüşür. Böylece, analitik çözümü mevcut olmayan yapıların çözümü yaklaşık olarak elde edilir. Bu yöntem ayrıca moment metodu (Method of Moment-MOM) olarak da adlandırılır.

Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu için transmisyon hattı denklemleri Noble tarafından çalışılmıştır. Transmisyon hattı denklemleri ve dielektrik çubuk yüklü silindirik yapı için çözüm eşitlikleri ayrıntılı olarak verilmiştir [26]. Ayrıca Noble ve Carlin, genel kayıpsız iletim hattı sistemleri içerisinde kompleks yayılım sabitlerinin var olabilmesi için gerekli koşulları vermişlerdir [27]. Onlar, eksenel düzgün kayıpsız dalga kılavuzlarının en düşük dereceli iki modunu modellemek için basit çift hat iletim sistemlerinin bir sınıfını sunmuşlardır.

Kapalı, kayıpsız, homojen olmayan izotropik dalga kılavuzları içerisindeki kompleks modlar Mrozowski ve Mazur tarafından da araştırılmıştır[28]. Çalışmalarında, kompleks dalgaların mevcut teorisinin kritik bir değerlendirmesi verilmiştir ve yeni bir yaklaşım sunulmuştur. Kompleks dalgaların varlığı için matematiksel koşul genelleştirilmiş simetrik matris özdeğer probleminin özellikleri kullanılarak türetilmiştir. Kompleks dalgaların bozulmuş veya bozulmaya çok yakın modların bir çiftinin kuplajı sonucu olarak hafifçe pertürbe edilmiş homojen kılavuzlarda var olabileceği gösterilmiştir.

Bu tezde sunulan çalışmada genel olarak anizotropik ve/veya heterojen ortamla dolu dalga kılavuzlarında kompleks dalga modlarının varlık koşulları incelenmektedir.

Bu koşulları elde etmek için transmiyon hattı eşdeğerliklerinden yararlanılmakta ve dalga kılavuzu yapısını temsil eden birim uzunluk başına  $\hat{Z}$  empedans ve  $\hat{Y}$  admitans matrisleri kullanılmaktadır. Daha önce elde edilmiş olan kompleks modların varlık koşulları [26,29]  $\hat{Z}\hat{Y}$  matrisinin özdeğerleri ve  $\hat{Z}$  ve  $\hat{Y}$  matrisleri cinsinden formüle edilmektedir. Daha sonra bu tez çalışmasının katkısı olarak konu matrisleri oluşturan yapı taşlarından  $Z_A$  ve  $Y_B$  matrislerinin Rayleigh bölümü kullanılarak kompleks dalga modlarının mevcut olmadığı frekanslar jirotropik malzeme ile dolu yapılar için saptanmaktadır. Bu yöntemle, belirli frekans aralıklarında kompleks dalga modları barındırabilecek yapılarda, hangi frekansların böyle bir aralığa isabet etmeden çalışma frekansı olarak seçilebileceği sorusuna yanıt verilmektedir. Üstelik bu yapılırken tüm frekans eksenini üzerinde normalde –herhangi bir yöntemle– izdirilmesi gereken dispersiyon eğrisini çizdirmeden sonuca gidilebilmektedir.

## 2. KAYIPSIZ DALGA KILAVUZLARI İÇİN TRANSMİSYON HATTI DENKLEMLERİ

### 2.1. Denklemlerin Genel Durum İçin Elde Edilmesi

Bu bölümde kayıpsız dalga kılavuzları için transmisyon hattı denklemlerinin en genel hali elde edilecektir. Bu bölüm Schelkunoff'un 1952'de yayınlanan klasik makalesine dayanmaktadır.

Kapalı dalga kılavuzları için transmisyon hattı denklemleri Schelkunoff tarafından formülize edilmiştir [25]. Eğer metal dalga kılavuzu içindeki ortam homojen ve izotropik ise ve dalga kılavuzunun kesiti dikdörtgen, silindirik veya eliptik ise değişkenlerine ayrıştırma yöntemi kullanılarak çözüm elde edilir. Eğer dikdörtgen dalga kılavuzu içerisindeki ortam paralel yapılar şeklinde homojen yöntem yine çalışır. Benzer şekilde silindirik dalga kılavuzu içerisindeki ortam koaksiyel, homojen, izotropik katmanlar şeklindeyse yöntem yine çalışır. Fakat genellikle, ortam hem homojen değil hem de anizotropik ise değişkenlerine ayrıştırma yöntemi çalışmaz. Klasik matematiksel yöntemlerin çalışmadığı durumlarda, Maxwell eşitliklerinin çözümü ortogonal fonksiyonların seri açılımları şeklinde elde edilebilir. Bu fonksiyonlar kümesi homojen ortamla dolu dalga kılavuzlarının çözümlerinden oluşur. Bu fonksiyonlar sınır koşullarını sağlarlar ve problem Maxwell eşitliklerini de sağlayan seri açılımları elde etmeye dönüşür. Böylelikle kapalı bir dalga kılavuzu sonsuz bir transmisyon hattı sistemi olarak modellenebilir.

Maxwell denklemlerini göz önüne alırsak;

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega \vec{B} \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega \vec{D} + \vec{J}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Burada,  $\vec{J}$  iletilen akım yoğunluğu olarak tanımlıdır.  $\vec{B}$  manyetik endüksiyon,  $\vec{D}$  deplasman vektörü,  $\vec{E}$  elektrik alan şiddeti,  $\vec{H}$  manyetik alan şiddetini

göstermektedir. Genel doğrusal durumlarda  $\vec{B}$  ve  $\vec{D}$  bileşenleri,  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$  bileşenlerinin doğrusal fonksiyonlarıdır. Buna göre Eşitlik (2.1)'i tekrar yazılabilir.

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} - \vec{M} \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Burada  $\vec{M}$ , manyetik polarizasyon akım yoğunluğu ve  $\vec{J}$  elektrik polarizasyon akım yoğunluğu olarak tanımlıdır. Eşitlik (2.1) kullanılarak Eşitlik (2.2) tekrar düzenlenirse Eşitlik (2.3) elde edilir.

$$\begin{aligned}\vec{M} &= j\omega(\vec{B} - \mu\vec{H}) \\ \vec{J} &= \vec{J} + j\omega(\vec{D} - \varepsilon\vec{E})\end{aligned}\quad (2.3)$$

Eğer  $\vec{J}$  ve  $\vec{M}$  verilmişse, onlar homojen ve izotropik bir dalga kılavuzu içerisinde yayılan çeşitli modları uyaran kaynaklar gibi davranırlar. Eğer  $\vec{J}$  ve  $\vec{M}$ ,  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$ 'nin fonksiyonları ise, çeşitli modların dalgalarından aldıkları güç üzerinde hareket eden kaynaklarmış gibi düşünülebilir. Böylelikle  $\vec{J}$  ve  $\vec{M}$  homojen ve izotropik dalga kılavuzu içerisinde oluşan modlar arasında bağlantıyı (kuplajı) sağlar.

Transmisyon hattı denklemlerini elde etmek için, öncelikle homojen izotropik dalga kılavuzu içerisinde yayılan çeşitli modları düşünmeliyiz. Her mod enine alan dağılım örneği,  $T(u,v)$  tarafından tanımlanır. Burada  $u$  ve  $v$  kesit içerisinde herhangi bir noktanın ortogonal koordinatlarıdır. Bu fonksiyon, aşağıdaki iki boyutlu kısmi diferansiyel eşitliğin bir çözümüdür.

$$\nabla T = \frac{1}{e_1 e_2} \left[ \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{e_2}{e_1} \frac{\partial T}{\partial u} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{e_1}{e_2} \frac{\partial T}{\partial v} \right) \right] = -\chi^2 T \quad (2.4)$$

Burada,  $\chi$  ayırma sabitidir ve  $e_1$  ile  $e_2$  genel koordinat sisteminin metrik çarpanlarını temsil etmektedir. Uzunluk elemanı ifadesi Eşitlik (2.5)'de verilmiştir.

$$dS^2 = e_1^2 du^2 + e_2^2 dv^2 \quad (2.5)$$

Enine manyetik (TM) dalgalar için, T fonksiyonu cidarda (sınırdaki sıfır empedans) sıfır olmalıdır. Enine elektrik (TE) dalgalar için ise T fonksiyonunun türevi cidarda sıfır olmalıdır. Her iki dalga tipi birlikte düşünülmesi gerektiği için TM dalgaları  $T_{(n)}(u,v)$  ve TE dalgaları  $T_{[n]}(u,v)$  olarak gösterilerek ayırt edilir. TM ve TE dalgaları için ayırma sabiti sırasıyla  $\chi_{(n)}$  ve  $\chi_{[n]}$  ile gösterilir. Bu tezde ayrıca TM modlarına ilişkin büyüklükler  $( )$  alt indisi ve TE moduna ilişkin büyüklükler  $[ ]$  alt indisi ile gösterilecektir.

T fonksiyonlarının çeşitli modları için diklik koşulu vardır. Burada S, üniform dalga kılavuzunun enine kesitidir. Aşağıdaki integraller diklik koşullarından dolayı kesit üzerinde sifıra eşittirler.

$$\iint_S T_{(n)} T_{(m)} dS = 0, \quad \iint_S T_{[n]} T_{[m]} dS = 0, \quad m \neq n \quad (2.6)$$

$T_{(n)}$  ve  $T_{[m]}$  fonksiyonlarının ortogonal olmadıkları vurgulanmalıdır. Bu noktada  $(\text{grad}_t T)$  ve  $(\text{ak}_t T)$  diye isimlendireceğimiz büyüklükleri tanımlayalım.  $\text{grad}_t T$  doğrudan  $\nabla T$ 'nin enine bileşenlerinden oluşur yani  $(\nabla_t T)$  şeklindedir,  $\text{ak}_t T$  ise  $\nabla_t T \times \bar{a}_z$ 'den oluşur. Burada  $\bar{a}_z$  boyuna yöndeki birim vektördür. Yukarıdakilere benzer şekilde T fonksiyonlarının akı ve gradları arasında da diklik bağıntıları vardır.

$$\iint_S \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{ak}_t T_{[m]} dS = \iint_S \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{ak}_t T_{(m)} dS = \iint_S \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{ak}_t T_{(m)} dS = 0 \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \iint_S \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{grad}_t T_{(m)} dS &= \iint_S \text{ak}_t T_{(n)} \cdot \text{ak}_t T_{(m)} dS \\ &= \iint_S \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{grad}_t T_{[m]} dS = \iint_S \text{ak}_t T_{[n]} \cdot \text{ak}_t T_{[m]} dS = \delta_{mn} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Burada  $\delta_{mn}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases} \quad (2.9)$$

Çeşitli modlar için T fonksiyonu, Eşitlik (2.4) ve modların güç seviyelerine bağlı rastgele çarpanlar haricindeki sınır koşulları tarafından tanımlanır. Normalizasyon için T fonksiyonuna bağlı grad<sub>t</sub> ifadeleri Eşitlik (2.10) şeklinde tanımlanır.

$$\iint_S (\text{grad}_t T) \cdot (\text{grad}_t T) dS \equiv \chi^2 \iint_S T^2 dS = 1 \quad (2.10)$$

Kapalı, metalik bir dalga kılavuzu içerisinde elektromanyetik dalganın iletimini sonsuz iletim hattı üzerinde akım ve gerilim büyüklüklerinin iletimi olarak modelleyebilmek için elektrik ve manyetik alan bileşenlerini genel koordinat sisteminde aşağıdaki eşitliklerle tanımlayalım.

$$E_u = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ V_{(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + V_{[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] \quad E_v = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ V_{(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} + V_{[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] \quad (2.11)$$

$$H_v = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ I_{(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + I_{[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] \quad H_u = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ I_{(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} + I_{[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] \quad (2.12)$$

$$E_z = \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{(n)} V_{z,(n)}(z) T_{(n)}(u, v) \quad (2.13)$$

$$H_z = \sum_{n=1}^{\infty} \chi_{[n]} I_{z,[n]}(z) T_{[n]}(u, v) \quad (2.14)$$

Bu formdaki eşitlikler kılavuzun cidarındaki sınır koşullarını otomatik olarak sağlar. Burada amacımız fiziksel problemin özdeğer problemini incelemek olduğu için kaynak fonksiyonlarının sıfır olduğunu varsayacağız. Kaynaksız bir ortam için Eşitlik (2.11), (2.12), (2.13) ve (2.14)'ü kullanılarak birinci Maxwell denklemi genel koordinat sistemi için yazılırsa, aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$-j\omega B_u = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \chi_{(n)} V_{z,(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} - \frac{\partial V_{(n)}}{\partial z} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} + \frac{\partial V_{[n]}}{\partial z} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] \quad (2.15)$$

$$-j\omega B_v = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\chi_{z,(n)} V_{z,(n)} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + \frac{\partial V_{(n)}}{\partial z} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + \frac{\partial V_{[n]}}{\partial z} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] \quad (2.16)$$

$$-j\omega e_1 e_2 B_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ V_{(n)} \frac{\partial^2 T_{(n)}}{\partial u \partial v} - V_{[n]} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{e_2}{e_1} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial u} \right) - V_{(n)} \frac{\partial^2 T_{(n)}}{\partial v \partial u} - V_{[n]} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{e_1}{e_2} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial v} \right) \right] \quad (2.17)$$

Eşitlik (2.4) göz önüne alınır, Eşitlik (2.17) aşağıdaki şekle dönüşür.

$$-j\omega B_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ V_{[n]} \chi_{[n]}^2 T_{[n]} \right] \quad (2.18)$$

Eşitlik (2.15)  $-[\partial T_{(m)}/e_2 \partial v] dS$ , ifadesi ile ve Eşitlik (2.16) ,  $[\partial T_{(m)}/e_1 \partial u] dS$  ifadesi ile çarpılarak elde edilen sonuçlar toplanır ve sonuç, kesit üzerinde integrale edilirse Eşitlik (2.19) elde edilir.

$$\frac{dV_{(m)}}{dz} = j\omega \iint_s \left( B_u \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - B_v \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right) dS + \chi_{z,(m)} V_{z,(m)} \quad (2.19)$$

Eşitlik (2.15)  $[\partial T_{[m]}/e_1 \partial u] dS$ , ifadesi ile ve Eşitlik (2.16),  $[\partial T_{[m]}/e_2 \partial v] dS$  ifadesi ile çarpılarak elde edilen sonuçlar toplanır ve sonuç, kesit üzerinde integrale edilirse Eşitlik (2.20) elde edilir.

$$\frac{dV_{[m]}}{dz} = -j\omega \iint_s \left( B_u \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - B_v \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right) dS \quad (2.20)$$

Eşitlik (2.18)  $T_{[m]} dS$  ile çarpılır ve sonuç kesit üzerinde integrale edilirse Eşitlik (2.21) elde edilir.

$$V_{[m]} = -j\omega \iint_S B_z T_{[m]} dS \quad (2.21)$$

Benzer şekilde Eşitlikler (2.11), (2.12), (2.13) ve (2.14)'ü kullanarak ikinci Maxwell denklemini genel koordinat sistemi için yazılırsa, aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$j\omega D_u = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \chi_{[n]} I_{z,[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} - \frac{\partial I_{(n)}}{\partial z} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} - \frac{\partial I_{[n]}}{\partial z} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] \quad (2.22)$$

$$j\omega D_v = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\chi_{[n]} I_{z,[n]} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} - \frac{\partial I_{(n)}}{\partial z} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} + \frac{\partial I_{[n]}}{\partial z} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] \quad (2.23)$$

$$j\omega e_1 e_2 D_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ I_{[n]} \frac{\partial^2 T_{[n]}}{\partial u \partial v} - I_{(n)} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{e_2}{e_1} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial u} \right) - I_{[n]} \frac{\partial^2 T_{[n]}}{\partial v \partial u} - I_{(n)} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{e_1}{e_2} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial v} \right) \right] \quad (2.24)$$

Eşitlik (2.4) göz önüne alınırsa, Eşitlik (2.24) aşağıdaki şekle dönüşür.

$$j\omega D_z = -\sum_{n=1}^{\infty} \left[ I_{(n)} \chi_{(n)}^2 T_{(n)} \right] \quad (2.25)$$

Eşitlik (2.22),  $-\left[ \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS$  ve Eşitlik (2.23),  $\left[ \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS$  ifadeleri ile çarpılarak elde edilen sonuçlar toplanır ve sonuç kesit üzerinde integre edilirse Eşitlik (2.26) elde edilir.

$$\frac{dI_{[m]}}{dz} = j\omega \iint_S \left( D_v \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - D_u \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right) dS + \chi_{[m]} I_{z,[m]} \quad (2.26)$$

Eşitlik (2.22),  $\left[ \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS$  ve Eşitlik (2.23),  $\left[ \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS$  ifadeleri ile çarpılarak elde edilen sonuçlar toplanır ve sonuç kesit üzerinde integre edilirse Eşitlik (2.27) elde edilir.

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega \iint_s \left( D_u \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + D_v \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right) dS \quad (2.27)$$

Eşitlik (2.25)  $T_{(m)}dS$  ile çarpılır ve sonuç kesit üzerinde integrale edilirse Eşitlik (2.28) elde edilir.

$$I_{(m)} = -j\omega \iint_s D_z T_{(m)} dS \quad (2.28)$$

Manyetik olarak anizotropik ortamın en genel yapısı Eşitlik (2.29)'de verilmiştir.

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} B_u \\ B_v \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{uu} & \mu_{uv} & \mu_{uz} \\ \mu_{vu} & \mu_{vv} & \mu_{vz} \\ \mu_{zu} & \mu_{zv} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_u \\ H_v \\ H_z \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Eşitlik (2.29)'den elde edilecek  $B_u$  ve  $B_v$  ifadelerini ve Eşitlikler (2.12), (2.14) ifadelerini Eşitlik (2.19)'de yerine koyar ve düzenlersek Eşitlik (2.30) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\ & \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\ & + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\ & \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\ & + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \left[ \mu_{uz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] \chi_{[n]} T_{[n]} dS + \chi_{(m)} V_{z,(m)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Eşitlik (2.29)'den elde edilecek  $B_u$  ve  $B_v$  ifadelerini ve Eşitlikler (2.12), (2.14) ifadelerini Eşitlik (2.20)'de yerine koyar ve düzenlersek Eşitlik (2.31) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{[m]}}{dz} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \left[ \mu_{uz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] \chi_{[n]} T_{[n]} dS
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Elektrik olarak anizotropik ortamın en genel yapısı Eşitlik (2.32)'de verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} D_u \\ D_v \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{uu} & \varepsilon_{uv} & \varepsilon_{uz} \\ \varepsilon_{vu} & \varepsilon_{vv} & \varepsilon_{vz} \\ \varepsilon_{zu} & \varepsilon_{zv} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_u \\ E_v \\ E_z \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Eşitlik (2.32)'den elde edilecek  $D_u$  ve  $D_v$  ifadelerini ve Eşitlikler (2.11), (2.13) ifadelerini Eşitlik (2.27)'de yerine koyar ve düzenlersek Eşitlik (2.33) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\
& \left. + \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} - \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{uz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{vz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] \chi_{(n)} T_{(n)} dS
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Eşitlik (2.32)'den elde edilecek  $D_u$  ve  $D_v$  ifadelerini ve Eşitlikler (2.11), (2.13) ifadelerini Eşitlik (2.26)'de yerine koyar ve düzenlersek Eşitlik (2.34) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{[m]}}{dz} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} - \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,[n]} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vz} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] \chi_{(n)} T_{(n)} dS + \chi_{[m]} I_{z,[m]}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Eşitlik (2.25)  $T_{(m)}dS$  ile çarpılıp kesit üzerinde integre edilir ve burada Eşitlik (2.32)'den elde edilen  $D_z$ 'nin açık ifadesi yerine yazılırsa Eşitlik (2.35) elde edilir. Bu ifade,  $\chi_{(m)}V_{z,(m)}$  çarpımının elde edilmesinde kullanılacaktır.

$$\begin{aligned}
I_{(m)} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{zu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} + \varepsilon_{zv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \right] T_{(m)} dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{zu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{zv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \right] T_{(m)} dS - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(n)} T_{(n)} T_{(m)} dS
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Eşitlik (2.18)  $T_{[m]}dS$  ile çarpılıp kesit üzerinde integre edilir ve burada Eşitlik (2.29)'den faydalanarak elde edilen  $B_z$ 'nin açık ifadesi yerine yazılırsa, Eşitlik (2.36) elde edilir. Bu ifade  $\chi_{[m]}I_{z,[m]}$  çarpımının elde edilmesinde kullanılacaktır.

$$\begin{aligned}
V_{[m]} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{zu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} + \mu_{zv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \right] T_{[m]} dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{zu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} + \mu_{zv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \right] T_{[m]} dS - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \mu_{zz} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} dS
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Böylelikle elde edilen (2.30), (2.31), (2.33) ve (2.34) ifadeleri hem elektriksel, hem de manyetik olarak anizotropik ve/veya heterojen ortamla dolu dalga kılavuzları için eşdeğer transmisyon hattı denklemlerini vermektedir.

Görüldüğü üzere bu denklemler  $I_{(m)}$ ,  $I_{[m]}$ ,  $V_{(m)}$  ve  $V_{[m]}$  için  $z$ 'ye göre bir adi diferansiyel denklem sisteminden oluşmaktadır. Bu nedenle, dalga kılavuzumuzun üniform olduğunu kabul etmemiz durumunda, alanların boyuna alan koordinatı olan  $z$  ile değişimleri  $e^{-\gamma z}$  şeklinde olacağı için bu adi diferansiyel denklem sistemi bir cebrik denklem sistemine dönüşecektir. Üstelik bu cebrik denklem sisteminin katsayılar matrisinin özdeğerleri, yayılma sabiti  $\gamma$ 'yı ve öz vektörlerinin elemanları ise alanların Fourier açılımlarında kullanılan açınım katsayılarını verecektir.

Aslında bu yöntem elektromanyetik dalga teorisinde sıkça kullanılan Moment yöntemidir [15]. Ayrıca Moment metodundaki açınım fonksiyonları ve test fonksiyonları aynı fonksiyonlar olduğundan kullanılan yöntem Moment yönteminin Galerkin versiyonudur. [29]

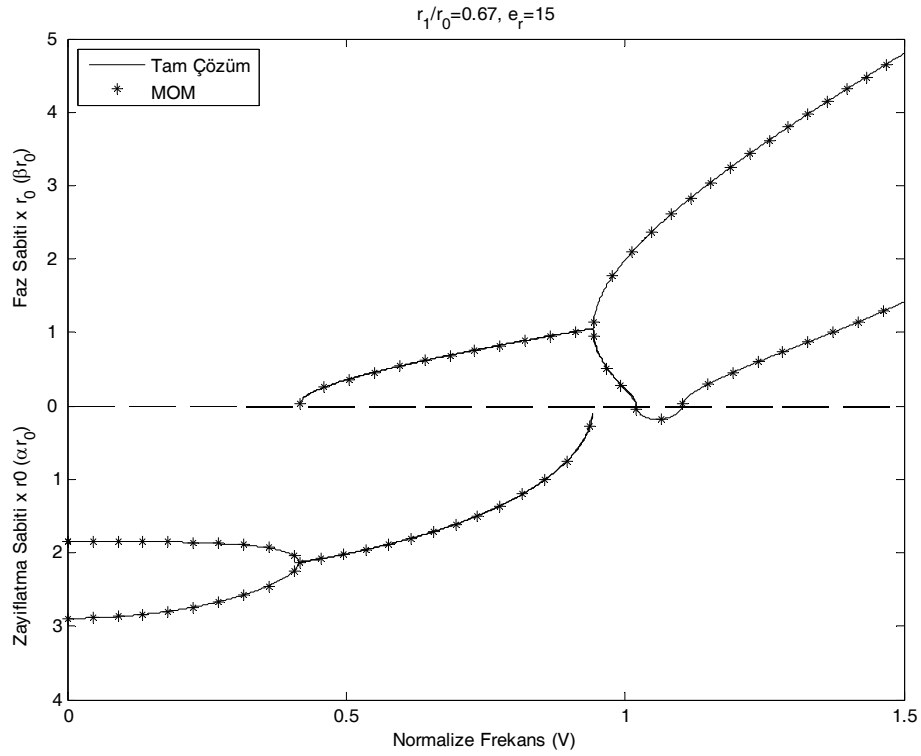
## **2.2.Dielektrik Çubuk Yüklü Silindirik Dalga Kılavuzu İçin Transmisyon Hattı Eşdeğerliği**

Yöntemin geçerliliği dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu için araştırılmıştır.(Bakınız Ek A, Şekil A1) Yapıya ait transmisyon hattı denklemleri Ek A'da ve Maxwell denklemleriyle ve sınır koşullarından elde edilen tam dispersiyon bağıntısı Ek B'de verilmiştir. Ek B'de verilen eşitlikler nümerik olarak bilgisayar ortamında çözülerek, moment yönteminin kesin dispersiyon sonuçlarıyla mukayesesi grafiksel olarak yapılmıştır. Farklı dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu yapıları için elde edilen şekiller aşağıda sunulmaktadır. Moment metodu uygulamalarında boş boru için 150 TE ve 150 TM modu açınım öz fonksiyonları olarak kullanılmıştır.

Nümerik çözümlerde, herhangi bir normalize frekans değeri için kompleks yayılım sabitinin aldığı değer araştırılmıştır. Şekiller üzerinde;  $y$  eksenini başlangıç noktasında aşağıya doğru, normalize zayıflatma sabiti ( $\alpha r_0$ ),  $y$  eksenini başlangıç noktasında yukarıya doğru, normalize faz sabiti ( $\beta r_0$ ),  $x$  eksenini ise normalize frekans ( $V = \omega r_0 / c$ )

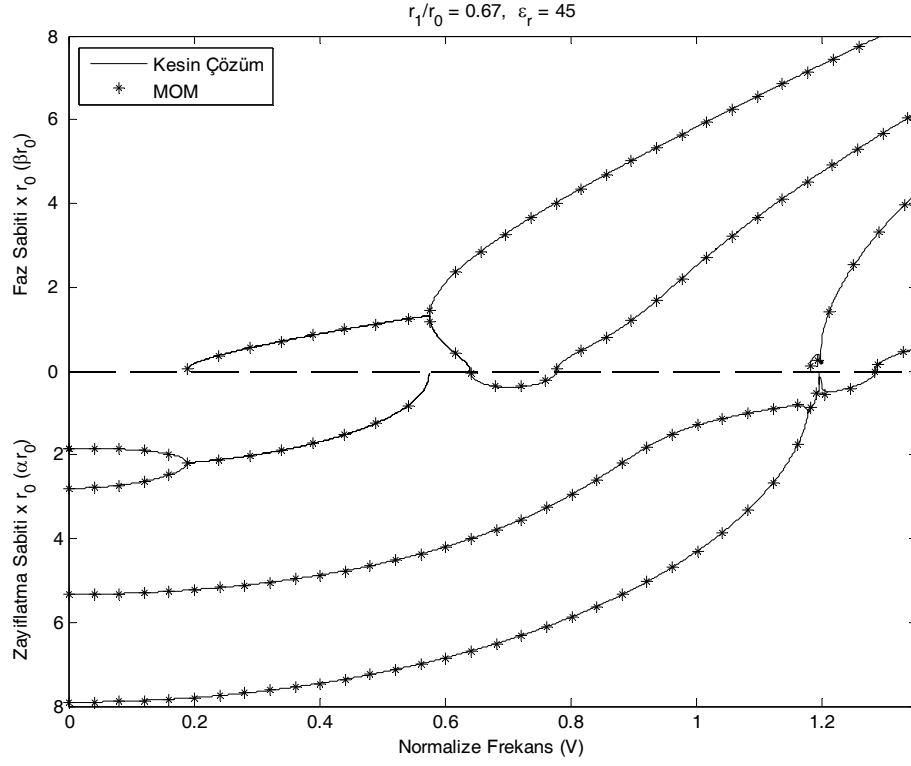
olarak verilmiştir. Burada  $c$  boşluktaki ışık hızıdır. Dalga kılavuzunun yarıçapı olan  $r_0$ , tüm çalışma boyunca 0.25 inch olarak alınmıştır.

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve bağıl dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 15 alınarak elde edilen kesin çözümler ve Moment yönteminden elde edilen sonuçlar birlikte, normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi çizdirilerek Şekil 2.1'de verilmiştir. Bu grafik aynı zamanda [26]'da da verilmektedir.



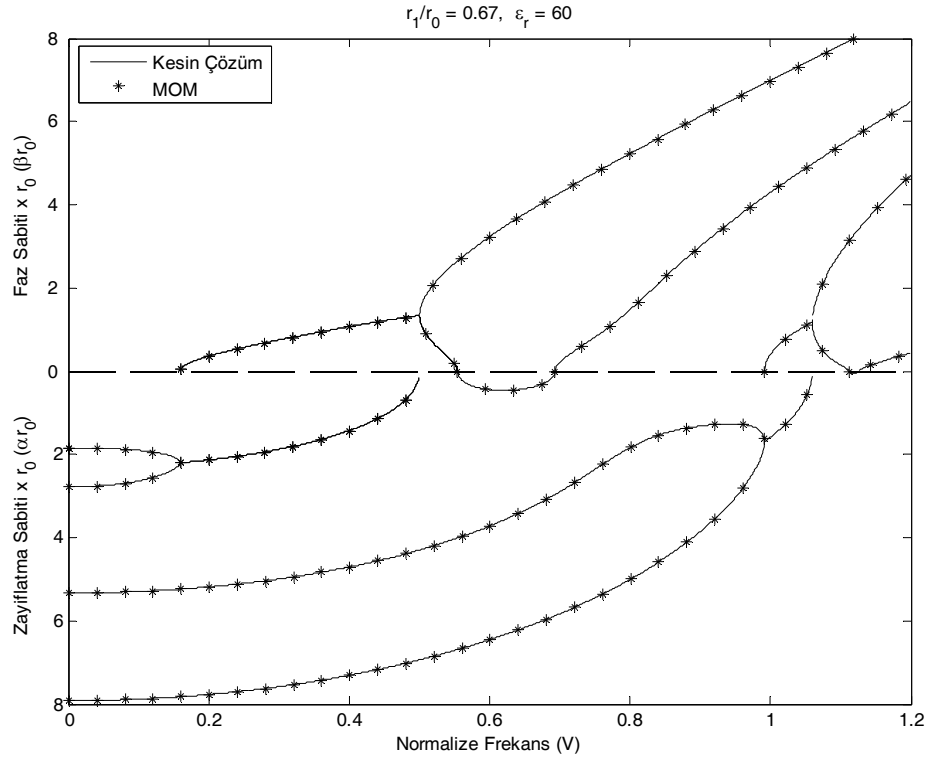
Şekil 2.1:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 15$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 45 alınarak elde edilen, kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen sonuçlar, normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi üzerinde, Şekil 2.2’de verilmiştir.



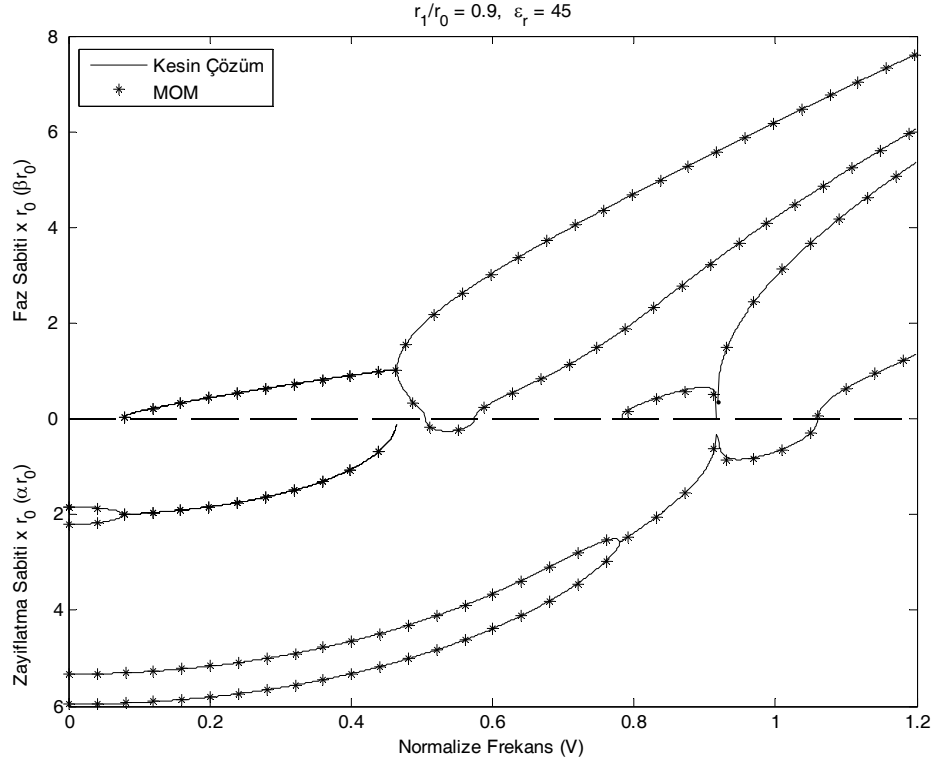
Şekil 2.2:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 45$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 60 alınarak elde edilen, kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen sonuçlar, normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi üzerinde, Şekil 2.3’de verilmiştir.



Şekil 2.3:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 60$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.9 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 45 alınarak elde edilen, kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen sonuçlar, normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi üzerinde, Şekil 2.4’de verilmiştir.



Şekil 2.4:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\epsilon_r = 45$  için, Kesin çözümlerden ve Moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Şekillerde gözlendiği gibi söz konusu dalga kılavuzu için bazı ( $r_1/r_0$ ) oranları ve  $\epsilon_r$  değerleri için birden fazla kompleks dalga modu frekans aralığı tespit edilmiştir.

### 3. JİROTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARI İÇİN TRANSMİSYON HATTI DENKLEMLERİ

Bu bölümde, kayıpsız (metalik) dalga kılavuzları için Bölüm 2’de en genel hali elde edilen transmisyon hattı denklemlerinin durumu, jiotropik (jiromanyetik veya jiroelektrik) ortamla dolu kayıpsız dalga kılavuzları için incelenecektir.

Eğer ortam jiromanyetikse, manyetik olarak anizotropik ve elektriksel olarak izotropik özellik gösterir. Bu durumda  $\epsilon$  ve  $\mu$  matrisleri şu şekilde olur.

$$\mu = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_{uu} & \mu_{uv} & 0 \\ \mu_{vu} & \mu_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Eğer ortam jiroelektrikse, elektriksel olarak anizotropik ve manyetik olarak izotropik özellik gösterir. Bu durumda  $\epsilon$  ve  $\mu$  matrisleri şu şekilde olur.

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{uu} & \epsilon_{uv} & 0 \\ \epsilon_{vu} & \epsilon_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mu = \mu_r \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

#### 3.1. Jiromanyetik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Transmisyon Hattı Denklemleri

Şimdi ortamın jiroelektrik ve jiromanyetik olma durumları için denklemleri inceleyelim. Önce jiromanyetik ortamı ele alalım, ortam elektriksel olarak basit ortam olsun. Çünkü böyle yapılar için transmisyon hattı denklemleri incelemesi kolay olan özel bir biçim almaktadır. Jiromanyetik ve elektriksel olarak basit ortam seçtiğimiz için  $\epsilon_{zu} = \epsilon_{zv} = 0$  olacaktır ve Eşitlik (2.35) aşağıdaki hale gelecektir.

$$I_{(m)} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \epsilon_{zz} \chi_{(n)} T_{(n)} T_{(m)} ds \quad (3.3)$$

$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_r \varepsilon_0$  olduğundan ,

$$I_{(m)} = -j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \chi_{(n)} T_{(n)} T_{(m)} ds \quad (3.4)$$

elde edilir. Eşitliğin her iki tarafı  $\chi_{(n)}$  ile çarpılırsa,

$$\chi_{(n)} I_{(m)} = -j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \chi_{(n)}^2 T_{(n)} T_{(m)} ds \quad (3.5)$$

Sağ tarafta  $m \neq n$  ise  $\iint_s \chi_{(n)}^2 T_{(n)} T_{(m)} ds = 0$  ve  $m=n$  ise aynı integral sıfırdan farklı olacaktır. Yani

$$\chi_{(m)} I_{(m)} = -j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0 V_{z,(m)} \iint_s \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds \quad (3.6)$$

olacaktır. Elde edilen ifadede Eşitlik (2.10) kullanılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$V_{z,(m)} = \frac{-\chi_{(m)}}{j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0} I_{(m)} \quad (3.7)$$

Eşitlik (3.7)'ün her iki tarafı  $\chi_{(m)}$  ile çarpılırsa Eşitlik (3.8) elde edilir.

$$\chi_{(m)} V_{z,(m)} = \frac{-\chi_{(m)}^2}{j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0} I_{(m)} \quad (3.8)$$

Eşitlik (3.8)'ü, Eşitlik (2.30)'de yerine koyarsak, Eşitlik (3.9) elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dV_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \left[ \mu_{uz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vz} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] \chi_{[n]} T_{[n]} ds + \frac{-\chi_{(m)}^2}{j\omega \epsilon_r \epsilon_0} I_{(m)}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Eşitlik (2.33)'ü jiromanyetik ortam için yeniden yazarsak ( $\epsilon_{uv} = \epsilon_{vu} = \epsilon_{uz} = \epsilon_{vz} = 0$  olduğundan) ifade aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ -\epsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$\epsilon_{uu} = \epsilon_{vv} = \epsilon_r \epsilon_0$  olduğundan,

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{(m)}}{dz} = & -j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\
& + j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ -\frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS
\end{aligned} \tag{3.11}$$

ve buradan da,

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{grad}_t T_{(m)} dS - j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \text{grad}_t T_{(m)} \cdot \text{flux}_t T_{[n]} dS \tag{3.12}$$

bulunur.

Ortoganallik koşulları kullanılarak eşitlik tekrar incelenirse Eşitlik (3.13) elde edilir.

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \underbrace{\iint_s \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{grad}_t T_{(m)} dS}_{m=n \Rightarrow l} - j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \underbrace{\iint_s \text{grad}_t T_{(m)} \cdot \text{akı}_t T_{[n]} dS}_0 \quad (3.13)$$

Sağ tarafta  $m \neq n$  iken integraller sıfıra eşit olacaktır.  $m=n$  için ise ifade, Eşitlik (3.14) halini alacaktır.

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega\epsilon_r\epsilon_0 V_{(m)} \quad (3.14)$$

Eşitlik (2.31) ifadesini inceleyelim.  $\mu_{uz} = \mu_{vz} = 0$  olduğundan denklem şu hale gelir.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{[m]}}{dz} = j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\ \left. - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \\ - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right. \\ \left. + \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \end{aligned} \quad (3.15)$$

Eşitlik (2.34) ifadesini jromanyetik ortam için inceleyelim.  $\epsilon_{uv} = \epsilon_{vu} = \epsilon_{uz} = \epsilon_{vz} = 0$  ve  $\epsilon_{uu} = \epsilon_{vv} = \epsilon_{zz} = \epsilon_r\epsilon_0$  olduğundan ifade aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\begin{aligned} \frac{dI_{[m]}}{dz} = j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ -\frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\ - j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS + \chi_{[m]} I_{z,[m]} \end{aligned} \quad (3.16)$$

ise,

$$\begin{aligned} \frac{dI_{[m]}}{dz} &= j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \text{grad}_t T_{[m]} \cdot \text{ak}_t T_{(n)} dS \\ &- j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{grad}_t T_{[m]} ds + \chi_{[m]} I_{z,[m]} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Eğer ortagonallik koşulları göz önünde bulundurularak ifade yeniden düzenlenirse, Eşitlik (3.18) elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dI_{[m]}}{dz} &= j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \underbrace{\iint_s \text{grad}_t T_{[m]} \cdot \text{ak}_t T_{(n)} dS}_0 \\ &- j\omega\epsilon_r\epsilon_0 \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \underbrace{\iint_s \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{grad}_t T_{[m]} ds}_{m=n \Rightarrow 1} + \chi_{[m]} I_{z,[m]} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Sağ tarafta  $m \neq n$  iken integraller sıfıra eşit olacaktır.  $m=n$  için ise ifade, Eşitlik (3.19) halini alacaktır.

$$\frac{dI_{[m]}}{dz} = -j\omega\epsilon_r\epsilon_0 V_{[m]} + \chi_{[m]} I_{z,[m]} \quad (3.19)$$

Burada  $\chi_{[m]} I_{z,[m]}$  çarpımı, Eşitlik (2.36) kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.  $\mu_{zu} = \mu_{zv} = 0$  olduğundan Eşitlik (2.36) aşağıdaki şekle dönüşür.

$$V_{[m]} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \mu_{zz} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} ds \quad (3.20)$$

Eşitlik (3.20)'nin her iki tarafını soldan  $\chi_{[m]}$  ile çarparsak, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\chi_{[m]} V_{[m]} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \mu_{zz} \chi_{[m]} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} ds \quad (3.21)$$

Burada  $m \neq n$  ise sağ taraftaki integral sıfıra eşit olacak,  $m=n$  ise aynı integral sıfırdan farklı olacaktır. Yani Eşitlik (3.22) halini alacaktır.

$$\chi_{[m]} V_{[m]} = -j\omega\mu_0 I_{z,[m]} \iint_s \chi_{[m]}^2 T_{[m]}^2 ds \quad (3.22)$$

Eşitlik (2.10) yukarıdaki ifadede kullanılırsa, Eşitlik (3.23) elde edilir.

$$I_{z,[m]} = \frac{-\chi_{[m]}}{j\omega\mu_{zz}} V_{[m]} \quad (3.23)$$

Eşitlik (3.23)'un her iki tarafını soldan  $\chi_{[m]}$  ile çarparsak, Eşitlik (3.24) elde edilir.

$$\chi_{[m]} I_{z,[m]} = \frac{-\chi_{[m]}^2}{j\omega\mu_{zz}} V_{[m]} \quad (3.24)$$

Bulunan ifade Eşitlik (3.19)'de yerine konulursa, jromanyetik ortam için Eşitlik (2.34) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\frac{dI_{[m]}}{dz} = -j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0 V_{[m]} - \frac{\chi_{[m]}^2}{j\omega\mu_{zz}} V_{[m]} \quad (3.25)$$

Şimdi transmisyon hattı denklem sisteminin, incelediğimiz özel durumda yazılabilmesi için  $\hat{Z}$  empedans matrisini Eşitlik (3.26)'daki gibi tanımlayalım.

$$\hat{Z} = j\omega \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{0\Box} \\ Z_{\Box 0} & Z_{\Box\Box} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} Z_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Burada  $Z_A$ , Eşitlik (3.27) şeklinde ve  $P_{mn}$  Eşitlik (3.28)'deki gibi tanımlıdır.

$$Z_A = \chi_0 P^{-1} \chi_0 \quad (3.27)$$

$$P_{mn} = \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(m)} T_{(m)} \chi_{(n)} T_{(n)} ds \quad (3.28)$$

Ortam jromanyetik olduğundan ( $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ) ve Eşitlik (2.6)'dan dolayı, Eşitlik (3.28) aşağıdaki şekle dönüşür. Burada  $m \neq n$  için ifade sifıra eşit olacağından,  $m=n$  için  $P_{mm}$  ifadesi verilmiştir.

$$P_{mm} = \iint_s \epsilon_r \epsilon_0 \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds = \epsilon_r \epsilon_0 \iint_s \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds = \epsilon_r \epsilon_0 \quad (3.29)$$

ise,

$$P_{mm}^{-1} = \frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (3.30)$$

elde edilir. Bu durumda  $Z_A$  ifadesi sadece  $m=n$  için sıfırdan farklı değer olacaktır. Yani  $Z_A$  diagonal bir matristir.

$$Z_A = \chi_{(m)} P_{mm}^{-1} \chi_{(m)} = \frac{\chi_{(m)}^2}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (3.31)$$

Benzer şekilde transmisyon hattı denklem sisteminin, incelediğimiz özel durumda yazılabilmesi için  $\hat{Y}$  admitans matrisini Eşitlik (3.32)'deki şekilde tanımlayalım.

$$\hat{Y} = j\omega \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0\Box} \\ Y_{\Box 0} & Y_{\Box\Box} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_B \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Burada  $Y_B$  Eşitlik (3.33) şeklinde tanımlıdır.

$$Y_B = \chi_{\Box} Q^{-1} \chi_{\Box} \quad (3.33)$$

Burada,  $Q$  Eşitlik (3.34) şeklinde tanımlıdır.

$$Q_{mn} = \iint_s \frac{1}{\mu_{zz}} \chi_{[m]} T_{[m]} \chi_{[n]} T_{[n]} ds \quad (3.34)$$

$m \neq n$  için  $Q$ , sıfıra eşittir.  $m=n$  için ise

$$Q_{mm} = \mu_{zz} \quad \text{ve} \quad Q_{mm}^{-1} = \frac{1}{\mu_{zz}} \quad (3.35)$$

elde edilir ve  $Y_B$  ifadesi de aşağıdaki gibi bulunur.

$$Y_B = \chi_{[m]} Q_{mm}^{-1} \chi_{[m]} = \frac{\chi_{[m]}^2}{\mu_{zz}} \quad (3.36)$$

Eşitlikler (3.9) ve (3.11),(3.18) ve (3.19)'daki toplam ifadeleri matris formunda yazarsak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$-\gamma V_0 = Z_{00} I_0 + Z_{0\Box} I_{\Box} + \frac{1}{j\omega} Z_A I_0 \quad (3.37)$$

$$-\gamma V_{\Box} = Z_{\Box 0} I_0 + Z_{\Box\Box} I_{\Box} \quad (3.38)$$

$$-\gamma I_0 = Y_{00} V_0 + Y_{0\Box} V_{\Box} \quad (3.39)$$

$$-\gamma I_{\Box} = Y_{\Box 0} V_0 + Y_{\Box\Box} V_{\Box} + \frac{1}{j\omega} Y_B V_{\Box} \quad (3.40)$$

(3.37)-(3.40) denklemleri incelenirse görülecektir ki alanların Fourier açılım

katsayılarını oluşturan  $\underline{v} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_{\Box} \end{bmatrix}$  ve  $\underline{i} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\Box} \end{bmatrix}$  vektörleri için;

$$-\gamma \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{Z} \\ \hat{Y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \text{ şeklinde bir eşitlik gerçekleşmektedir.}$$

Burada, empedans matrisinin elemanları Eşitlikler (3.41), (3.42), (3.43) ve (3.44) , admitans matrisinin elemanları Eşitlikler (3.45), (3.46), (3.47) ve (3.48) kullanılarak elde edilir.

$$Z_{00} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} - \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \quad (3.41)$$

$$Z_{0\parallel} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ -\mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] dS \quad (3.42)$$

$$Z_{\parallel 0} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ -\mu_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - \mu_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \mu_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \quad (3.43)$$

$$Z_{\parallel\parallel} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \mu_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \mu_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \mu_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] dS \quad (3.44)$$

ve,

$$Y_{00} = -\varepsilon_r \varepsilon_0 N \quad (3.45)$$

$$Y_{0\parallel} = 0 \quad (3.46)$$

$$Y_{\parallel 0} = 0 \quad (3.47)$$

$$Y_{\parallel\parallel} = -\varepsilon_r \varepsilon_0 N \quad (3.48)$$

Burada, N birim matrise eşittir. Jiromanyetik ortam için Eşitlik (3.32),  $\hat{Y}$  ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\hat{Y} = j\omega \begin{bmatrix} \epsilon_r \epsilon_0 N & 0 \\ 0 & \epsilon_r \epsilon_0 N \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\chi_{[m]}^2}{\mu_{zz}} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Jiromanyetik ve elektriksel olarak basit ortamda yukarıdaki denklemin sağ tarafındaki ilk matris olan Y matrisi bir skalerle birim matrisin çarpımı şeklinde yazılabilir.

$$Y = \epsilon_r \epsilon_0 \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

### 3.2. Jirolektrik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Transmisyon Hattı Denklemleri

Jirolektrik ortam için denklemleri tekrar incelersek ve ortamı manyetik olarak basit ortam olarak seçersek ( $\mu_{uv} = \mu_{vu} = \mu_{uz} = \mu_{zu} = 0$  ve  $\mu_{uu} = \mu_{vv} = \mu_{zz} = \mu_r \mu_0$ ) Eşitlik (2.30) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{(m)}}{dz} = & -j\omega \mu_r \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} + \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} \right] ds \\ & + j\omega \mu_r \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} - \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] ds + \chi_{(m)} V_{z,(m)} \end{aligned} \quad (3.51)$$

ise,

$$\begin{aligned} \frac{dV_{(m)}}{dz} = & -j\omega \mu_r \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{grad}_t T_{(m)} ds \\ & + j\omega \mu_r \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{flux}_t T_{(m)} ds + \chi_{(m)} V_{z,(m)} \end{aligned} \quad (3.52)$$

elde edilir.

Eğer diklik koşulları göz önüne alınırsa, Jiromanyetik ortam için Eşitlik (2.30) aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\frac{dV_{(m)}}{dz} = -j\omega\mu_r\mu_0 I_{(m)} + \chi_{(m)} V_{z,(m)} \quad (3.53)$$

Burada  $\chi_{(m)} V_{z,(m)}$  Eşitlik (2.35)'ten aşağıdaki şekilde elde edilir. Jiromanyetik ortam için  $\varepsilon_{zu} = \varepsilon_{zv} = 0$  olduğundan Eşitlik (2.35) aşağıdaki hale gelir.

$$I_{(m)} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(n)} T_{(n)} T_{(m)} ds \quad (3.54)$$

Eşitliğin her iki tarafı  $\chi_{(m)}$  ile çarpılırsa, Eşitlik (3.55) elde edilir.

$$\chi_{(m)} I_{(m)} = -j\omega \varepsilon_{zz} \sum_{n=1}^{\infty} V_{z,(n)} \iint_s \chi_{(n)} T_{(n)} \chi_{(m)} T_{(m)} ds \quad (3.55)$$

Sağdaki integral  $m \neq n$  iken sifıra eşit olurken,  $m=n$  için Eşitlik (3.56) halini alacaktır .

$$\chi_{(m)} I_{(m)} = -j\omega \varepsilon_{zz} V_{z,(m)} \iint_s \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds \quad (3.56)$$

Eşitlik (2.10), normalizasyon ifadesinden, Eşitlik (2.30) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$V_{z,(m)} = \frac{-\chi_{(m)}}{j\omega \varepsilon_{zz}} I_{(m)} \quad (3.57)$$

Eşitliğin her iki tarafı  $\chi_{(m)}$  ile çarpılırsa, Eşitlik (3.58) elde edilir.

$$\chi_{(m)} V_{z,(m)} = \frac{-\chi_{(m)}^2}{j\omega \varepsilon_{zz}} I_{(m)} \quad (3.58)$$

Eşitlik (3.58), Eşitlik (3.53)'da yerine konulursa Eşitlik (3.59) elde edilir.

$$\frac{dV_{(m)}}{dz} = -j\omega\mu_r\mu_0 I_{(m)} - \frac{\chi_{(m)}^2}{j\omega\epsilon_{zz}} I_{(m)} \quad (3.59)$$

Jiroelektrik ortam için Eşitlik (2.33)'yi incelersek ( $\epsilon_{uz} = \epsilon_{vz} = 0$ ) aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dI_{(m)}}{dz} = & -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\ & \left. + \epsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \\ & + j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} - \epsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\ & \left. + \epsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \end{aligned} \quad (3.60)$$

Jiroelektrik ortam için, ( $\mu_{uv} = \mu_{vu} = \mu_{uz} = \mu_{zu} = 0$  ve  $\mu_{uu} = \mu_{vv} = \mu_{zz} = \mu_r\mu_0$ ) Eşitlik (2.31) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{[m]}}{dz} = & j\omega\mu_r\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} - \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] ds \\ & - j\omega\mu_r\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} + \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} \right] ds \end{aligned} \quad (3.61)$$

ise,

$$\frac{dV_{[m]}}{dz} = j\omega\mu_r\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \text{grad}_t T_{(n)} \cdot \text{flux}_t T_{[m]} dS - j\omega\mu_r\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \text{grad}_t T_{[n]} \cdot \text{grad}_t T_{[m]} dS \quad (3.62)$$

olarak bulunur.

Ortogonalite koşulları göz önünde bulundurulursa ifade aşağıdaki şekle dönüşür.

$$\frac{dV_{[m]}}{dz} = -j\omega\mu_r\mu_0 I_{[m]} \quad (3.63)$$

Jiroelektrik ortam için Eşitlik (2.34)'ü incelersek ( $\epsilon_{uz} = \epsilon_{vz} = 0$ ). Eşitlik (2.34)'te  $\chi_{[m]}I_{z,[m]}$  çarpımı Eşitlik (2.36) kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$V_{[m]} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \mu_{zz} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} ds \quad (3.64)$$

Bu ifadeyi soldan  $\chi_{[m]}$  ile çarparsak, Eşitlik (3.65) elde edilir.

$$\chi_{[m]} V_{[m]} = -j\omega\mu_r\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{z,[n]} \iint_s \chi_{[m]} \chi_{[n]} T_{[n]} T_{[m]} ds \quad (3.65)$$

Sağ taraftaki integral  $m \neq n$  iken sıfıra eşit olacaktır,  $m=n$  olduğunda ise ifade Eşitlik (3.66) halini alacaktır.

$$\chi_{[m]} V_{[m]} = -j\omega\mu_r\mu_0 I_{z,[m]} \iint_s \chi_{[m]}^2 T_{[m]}^2 ds \quad (3.66)$$

Eşitlik (2.10) normalizasyon eşitliğinden, Eşitlik (3.67) elde edilir

$$I_{z,[m]} = \frac{-\chi_{[m]}}{j\omega\mu_r\mu_0} V_{[m]} \quad (3.67)$$

İfadeyi  $\chi_{[m]}$  ile soldan çarparsak, Eşitlik (3.68) elde edilir.

$$\chi_{[m]} I_{z,[m]} = \frac{-\chi_{[m]}^2}{j\omega\mu_r\mu_0} V_{[m]} \quad (3.68)$$

Jiroelektrik ortam için Eşitlik (2.34) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{dI_{[m]}}{dz} = & j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ -\varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \\
& - j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{uu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} - \varepsilon_{vu} \frac{\partial T_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\
& \left. - \varepsilon_{uv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_2 \partial v} + \varepsilon_{vv} \frac{\partial T_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial T_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS - \frac{\chi_{[m]}^2}{j\omega \mu_r \mu_0} V_{[m]}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Jiroelektrik ortam için empedans matrisi Eşitlik (3.26) şeklinde ve  $Z_A$  Eşitlik (3.27) şekilde tanımlıdır. Eşitlik (3.27) ifadesi  $m \neq n$  için ortagonallik koşullarından sıfıra eşittir.  $m=n$  için denklem, Eşitlik (3.70) şekline dönüşür.

$$P_{mm} = \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds = \varepsilon_{zz} \iint_s \chi_{(m)}^2 T_{(m)}^2 ds = \varepsilon_{zz} \tag{3.70}$$

Eşitlik (3.70)'den faydalanılarak  $P_{mm}^{-1}$ , Eşitlik (3.71) 'deki şekilde elde edilir.

$$P_{mm}^{-1} = \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \tag{3.71}$$

Bu durumda  $Z_A$  ifadesi, Eşitlik (3.72) şekline dönüşür.

$$Z_A = \chi_{(m)} P_{mm}^{-1} \chi_{(m)} = \frac{\chi_{(m)}^2}{\varepsilon_{zz}} \tag{3.72}$$

Admitans matrisi Eşitlik (3.32) şekilde tanımlıdır.  $Y_B$  matrisi ise Eşitlik (3.33) şekilde tanımlıdır. Eşitlik (3.33)'da  $Q$  ifadesi ise aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Q_{mn} = \iint_s \mu_{zz} \chi_{[m]} T_{[m]} \chi_{[n]} T_{[n]} ds \tag{3.73}$$

$m \neq n$  için  $Q_{mn}$ , sıfıra eşittir.  $m=n$  için, denklem aşağıdaki şekle gelir.

$$Q_{mm} = \mu_r \mu_0 \quad \text{ve} \quad Q_{mm}^{-1} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \quad (3.74)$$

Ortam elektriksel olarak jiroelektrik ve manyetik olarak basit ortam olduğundan  $\mu$  aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\mu = \mu_r \mu_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Bu nedenle,  $Y_B$  Eşitlik (3.76) şeklinde elde edilir.

$$Y_B = \chi_{[m]} Q_{mm}^{-1} \chi_{[m]} = \frac{\chi_{[m]}^2}{\mu_r \mu_0} \quad (3.76)$$

Şimdi (3.59),(3.60),(3.68) ve (3.69) denklemlerindeki toplam ifadeleri matris formunda yazarsak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$-\gamma V_0 = Z_{00} I_0 + Z_{0\Box} I_{\Box} + \frac{1}{j\omega} Z_A I_0 \quad (3.77)$$

$$-\gamma V_{\Box} = Z_{\Box 0} I_0 + Z_{\Box \Box} I_{\Box} \quad (3.78)$$

$$-\gamma I_0 = Y_{00} V_0 + Y_{0\Box} V_{\Box} \quad (3.79)$$

$$-\gamma I_{\Box} = Y_{\Box 0} V_0 + Y_{\Box \Box} V_{\Box} + \frac{1}{j\omega} Y_B V_{\Box} \quad (3.80)$$

(3.77)-(3.80) denklemleri incelenirse görülecektir ki alanların Fourier açılım

katsayılarını oluşturan  $\underline{v} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_{\Box} \end{bmatrix}$  ve  $\underline{i} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\Box} \end{bmatrix}$  vektörleri için;

$$-\gamma \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{Z} \\ \hat{Y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \text{ şeklinde bir eşitlik gerçekleşmektedir.}$$

Matris formunda transmisyon hattı denklemleri Eşitlik (3.81) şeklindedir.

$$-\gamma \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_{\square} \\ \underline{I}_0 \\ \underline{I}_{\square} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \hat{Z} \\ 0 & 0 & \\ \hat{Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_0 \\ \underline{V}_{\square} \\ \underline{I}_0 \\ \underline{I}_{\square} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Burada ;

$$Y_{00} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vu} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\ \left. + \epsilon_{uv} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vv} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \quad (3.82)$$

$$Y_{0\square} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_1 \partial u} + \epsilon_{vu} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_2 \partial v} \right. \\ \left. - \epsilon_{uv} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_1 \partial u} - \epsilon_{vv} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{(m)}}{e_2 \partial v} \right] dS \quad (3.83)$$

$$Y_{\square 0} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_2 \partial v} - \epsilon_{vu} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\ \left. + \epsilon_{uv} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_2 \partial v} - \epsilon_{vv} \frac{\partial \Gamma_{(n)}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \quad (3.84)$$

$$Y_{\square\square} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} \iint_s \left[ \epsilon_{uu} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_2 \partial v} - \epsilon_{vu} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_2 \partial v} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_1 \partial u} \right. \\ \left. - \epsilon_{uv} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_2 \partial v} + \epsilon_{vv} \frac{\partial \Gamma_{[n]}}{e_1 \partial u} \frac{\partial \Gamma_{[m]}}{e_1 \partial u} \right] dS \quad (3.85)$$

ve

$$Z_{(0)} = -\mu_r \mu_0 N \quad (3.86)$$

$$Z_{(0)} = 0 \quad (3.87)$$

$$Z_{(0)} = 0 \quad (3.88)$$

$$Z_{(0)} = -\mu_r \mu_0 N \quad (3.89)$$

şeklindedir. Bu durumda jiroelektrik ortam için empedans matrisi Eşitlik (3.90) halini alır.

$$\hat{Z} = j\omega \begin{bmatrix} Z_{(0)} & 0 \\ 0 & Z_{(0)} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} Z_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} \mu_r \mu_0 N & 0 \\ 0 & \mu_r \mu_0 N \end{bmatrix} - \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} \chi_{(m)}^2 & 0 \\ \epsilon_{zz} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

Burada eşitliğin en sağ tarafındaki birinci matris olan Z matrisi, Eşitlik (3.91) şeklindedir ve N birim blok matrisi göstermektedir.

$$Z = \mu_r \mu_0 \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

$\hat{Y}$  matrisi ise daha önce Eşitlik (3.32)'de verildiği şekilde olacaktır.

#### 4. ANİZOTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARI İÇİN KOMPLEKS DALGA MODLARININ İNCELENMESİ

Bu bölümde jromanyetik veya jiroelektrik ortamla dolu kapalı, kayıpsız dalga kılavuzlarında kompleks dalga modlarının varlığı için bir gerek ve yeter koşul incelenecektir. Bu koşulun gerek olduğu [26]'da ispatlanmaktadır. Bu nedenle biz söz konusu olan koşulun gerekliliğine ilişkin ispatı doğrudan [26]'dan alacağız ve bu koşulun aynı zamanda yeter olduğuna ilişkin ispatı vereceğiz. Bu nedenle gerek koşula ait aşağıdaki Teorem 2 verilecek ve ispatı yapılacak, yeter koşulun ispatı için gereken Teorem 1 [26]'daki analizden yararlanılarak verilecektir. Teorem 3 ise bu koşulun, konu yapılarında kompleks dalga modunun varlığı için yeter olduğunu göstermektedir.

Aşağıdaki analizde  $\gamma_i^2$ ,  $\hat{Z}$  ve  $\hat{Y}$  matrisleri (3.26),(3.32)'daki gibi denklemlerle verilen, jirotropik ortamla dolu kılavuzlar için  $\hat{Z}\hat{Y}$  matrisinin bir özdeğeridir.  $\underline{v}_i$  ise bu özdeğere karşı düşen özvektördür ve benzer şekilde  $\underline{i}_i$  de  $\hat{Y}\hat{Z}$  matrisinin aynı özdeğere karşı düşen özvektörüdür.

Şimdi Bölüm 3'de elde edilmiş olan transmisyon hattı denklemlerinin kompleks modlar için sağladığı koşullar incelenecektir. Bu amaçla Teorem 2 ispatlanacaktır. Yukarıda belirtildiği gibi teorem söz konusu yapılar için kompleks dalga modlarının varlığı için gerek bir koşulu vermektedir. Ancak aşağıdaki yardımcı teoremle başlamalıyız.

Teorem 1: Eğer  $\gamma_i^2 \neq \gamma_j^{*2}$  ise,

$$\underline{v}_i + \hat{Z}^{-1} \underline{v}_j = \underline{v}_i + \hat{Y} \underline{v}_j = 0 \quad (4.1)$$

olur.

İspat 1: Kapalı, kayıpsız üniform dalga kılavuzu, jromanyetik veya jiroelektrik ortamla dolu olduğunda transmisyon hattı denklemlerinin genel gösteriminin

aşağıdaki şekilde olduğu Bölüm 3’de verilmişti. Burada  $p$ ,  $\sigma+j\omega$  şeklindeki kompleks frekansı ifade etmektedir..

$$\dot{x} = \gamma_i \begin{bmatrix} \underline{v}_i \\ \underline{i}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{Z}(p) \\ -\hat{Y}(p) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_i \\ \underline{i}_i \end{bmatrix} = A(p)x(p) \quad (4.2)$$

Burada,

$$A(p) = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{Z}(p) \\ -\hat{Y}(p) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

olmak üzere,  $A(p)$ ’nin özdeğeri  $\gamma_i$  olduğu görülmektedir. Yani,  $Ax = \gamma_i x$  eşitliği sağlanmaktadır. Bu durumda,

$$A \begin{bmatrix} \underline{v}_i \\ \underline{i}_i \end{bmatrix} = \gamma_i \begin{bmatrix} \underline{v}_i \\ \underline{i}_i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

eşitliği olacaktır. Eşitlik (4.2)’den  $p=j\omega$  bağımlılığını göstermeksizin aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$-\hat{Z}\underline{i}_i = \gamma_i \underline{v}_i \quad (4.5)$$

$$-\hat{Y}\underline{v}_i = \gamma_i \underline{i}_i \quad (4.6)$$

Eşitlik (4.5)’dan  $\underline{v}_i$ ’yi, Eşitlik (4.6)’da  $\underline{i}_i$  ‘yi yalnız bırakırsak Eşitlik (4.7) ve Eşitlik (4.8) elde edilir.

$$\underline{v}_i = \frac{-\hat{Z}\underline{i}_i}{\gamma_i} \quad (4.7)$$

$$\underline{i}_i = \frac{-\hat{Y}\underline{v}_i}{\gamma_i} \quad (4.8)$$

İfadeler Eşitlik (4.5)'da ve Eşitlik (4.6)'de yerine konulursa, aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\hat{Z}\hat{Y}\underline{v}_i = \gamma_i^2 \underline{v}_i \quad (4.9)$$

$$\hat{Z}\hat{Y}\underline{v}_j = \gamma_j^2 \underline{v}_j \quad (4.10)$$

Bu çalışmada  $( )^*$  kompleks eşlenik matrisi,  $( )^+$  ise kompleks eşlenik ve devrik matrisi göstermektedir. Eşitlik (4.9) soldan  $\underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1}$  ile çarpılırsa Eşitlik (4.11) , Eşitlik (4.10)'un da kompleks eşlenik devriği alınıp sağdan  $\hat{Z}^{-1} \underline{v}_i$  ile çarpılırsa Eşitlik (4.12) elde edilir. İşlemler yapılırken  $\hat{Z}^+ = -\hat{Z}$  olduğu kabul edilmiştir. Yani  $\hat{Z}$  Foster matrisi olarak alınmıştır. Aynı özelliği  $\hat{Y}$  matrisi de göstermektedir[26].

$$\underline{v}_j^+ \hat{Y} \underline{v}_i = \gamma_i^2 \underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i \quad (4.11)$$

$$\underline{v}_j^+ \hat{Y} \underline{v}_i = \gamma_j^{*2} \underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i \quad (4.12)$$

Elde edilen ifadeler birbirinden çıkarılırsa, Eşitlik (4.13) elde edilir.

$$[\gamma_i^2 - \gamma_j^{*2}] \underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0 \quad (4.13)$$

Eğer  $\gamma_i^2 \neq \gamma_j^{*2}$  kompleks ise  $\gamma_i^2 - \gamma_j^{*2} \neq 0$  olacaktır. Bu durumda  $\underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  olduğu kolayca görülür ki bu Eşitlik (4.1)'in sol tarafının sağlandığını gösterir. Benzer adımlar tekrarlanarak Eşitlik (4.1)'de geçen  $\underline{v}_j^+ \hat{Y} \underline{v}_i = 0$  olduğu da gösterilebilir.

Şimdi kompleks dalga modunun varlığı için gerek koşulu verebiliriz.

Teorem2 : Eğer  $\gamma_i$  kompleks, yani  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  ise

$$\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0 \quad (4.14)$$

$$\underline{i}_i^+ \hat{Y}^{-1} \underline{i}_i = 0 \quad (4.15)$$

olacaktır.

İspat2: Eğer  $\gamma_i$  kompleks ise  $\gamma_i^2$  ile  $\gamma_i^{*2}$  hiçbir zaman eşit olmayacaktır. Eşitlik (4.13) için  $i=j$  durumu incelenirse, aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$[\gamma_i^2 - \gamma_i^{*2}] \underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0 \quad (4.16)$$

ve  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2} \Rightarrow \gamma_i^2 - \gamma_i^{*2} \neq 0$  olduğundan

$$\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0 \quad (4.17)$$

Bulunur ki bu (4.14) eşitliğidir. Dolayısıyla teoremin gerçekliği gösterilmiş olur.

Eşitlik (4.15)'in ispatı ise (4.17)'nin duali şeklinde geliştirilebilir. Biz bu ispatı (4.14)'ün ispatına benzerliğinden dolayı vermeyeceğiz.

Teorem 3:  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  iken  $\underline{v}_j^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  olduğu biliniyor. Şimdi ispatlamış olduğumuz Teorem 2'nin tersini ispatlayalım. Diğer bir deyişle  $\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  ise  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  olacağını, yani özdeğerin kompleks olacağını gösterelim.

İspat 3: İspat 2'de  $i=j$  durumunda  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  iken  $\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  olacağı gösterilmişti. Burada  $\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  iken  $\gamma_i^2 = \gamma_i^{*2}$  olamayacağı gösterilerek,  $\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  iken özdeğerin kompleks olması gerektiği gösterilecektir.

$i=j$  durumunda (4.13) denklemini aşağıdaki biçimi alacaktır.

$$[\gamma_i^2 - \gamma_i^{*2}] \underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0 \quad (4.18)$$

Bu denklemde

$$c = \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i \quad (4.19)$$

diyelim ve  $\hat{Z}^{-1} \underline{v}_i$ 'nin özvektörlerinin bir tam küme olduğunu kabul ederek; yani özdeğerlerin ayrık olduğunu kabul ederek  $c$  vektörünü bu özvektörlerin lineer kombinasyonu olacak şekilde (4.20)'deki gibi bir ifade elde edelim.

$$\mathbf{c} = \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k \mathbf{v}_k \quad (4.20)$$

Bu durumda

$$\mathbf{c}^+ = \underline{\mathbf{v}}_i^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{c}^+ = \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k^+ \mathbf{v}_k^+ \quad (4.22)$$

olacaktır ki burada,  $\hat{\mathbf{Z}}$ 'nin tekil olmadığını, yani  $\hat{\mathbf{Z}}^{-1}$ 'in mevcut olduğunu kabul ettik.  $\mathbf{c}$ 'yi soldan  $\hat{\mathbf{Z}}$  ile çarparsak, Eşitlik (4.23) elde edilir.

$$\hat{\mathbf{Z}}\mathbf{c} = \underline{\mathbf{v}}_i \quad (4.23)$$

Burada  $\mathbf{c}=0$  olursa  $\underline{\mathbf{v}}_i=0$  olacaktır.  $\underline{\mathbf{v}}_i$  öz vektör olduğundan sıfır olamaz. Bu yüzden  $\mathbf{c} \neq 0$  ve dolayısıyla  $\mathbf{c}^+ \neq 0$  olur. Eğer  $\mathbf{c}^+ \mathbf{c}$  ifadesinde Eşitlik (4.19) ve Eşitlik (4.22) deki karşılıkları yazılırsa, eşitlik (4.24) elde edilir.

$$\mathbf{c}^+ \mathbf{c} = \sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k^+ \mathbf{v}_k^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \mathbf{v}_i \neq 0 \quad (4.24)$$

Şimdi  $\gamma_i^2$  reel olsun  $\underline{\mathbf{v}}_k^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \underline{\mathbf{v}}_i = 0$  olduğu veriliyor. Çünkü  $\gamma_i^2$  reel ve  $\hat{\mathbf{Z}}\hat{\mathbf{Y}}$ 'nin özdeğerleri ayrık ise  $\gamma_k^* = \gamma_i^2$  olması mümkün değildir. O zaman  $\gamma_k^* \neq \gamma_i^2$  için (efektif olarak  $k \neq i$  için) Teorem 1'den dolayı  $\underline{\mathbf{v}}_k^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \underline{\mathbf{v}}_i = 0$  olacaktır.  $k=i$  için ise aşağıdaki eşitlik sağlanacaktır.

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{a}_k^+ \mathbf{v}_k^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \mathbf{v}_i = \mathbf{a}_i^+ \mathbf{v}_i^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \mathbf{v}_i \neq 0 \quad (4.25)$$

Yani  $\gamma_i^2$  reel ve ( $\gamma_i$  kompleks değilse)  $\underline{\mathbf{v}}_i^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \underline{\mathbf{v}}_i \neq 0$  olması gerektiği bulunur. Halbuki  $\gamma_i$  kompleks ise  $\underline{\mathbf{v}}_i^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \underline{\mathbf{v}}_i = 0$  olduğu bulunmuş idi.  $\underline{\mathbf{v}}_i^+ \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \underline{\mathbf{v}}_i = 0$  eşitliği, yalnız ve yalnız  $\gamma_i$  kompleks ise sağlanır.

## 5. BİR MATRİSE İLİŞKİN RAYLEIGH BÖLÜMÜNÜN STASYONER NOKTALARI

Bu bölümde bir simetrik A matrisine ilişkin Rayleigh bölümünün stasyonere değeri alması için sağlanması gereken koşul incelenecektir. A matrisi simetrik olduğundan devriği kendine eşit olacaktır. Özdeğerler ise reel olacaktır.

Böyle bir A matrisi için  $( )^T$ , devriği göstermek üzere

$$Q = \frac{x^T Ax}{x^T x} \quad (5.1)$$

büyükluğu A matrisine ilişkin Rayleigh bölümü olarak tanımlıdır. Burada x, A matrisinin bir boyutuna eşit boyutta bir sütun vektörüdür. Q'nun  $x^T x = 1$  sınırlaması altında stasyonere değerlerini bulmak için

$$Q = x^T Ax - \lambda(x^T x - 1) \quad (5.2)$$

olduğunu gözlemek gerekir. Bu durumda;

$$\frac{dQ}{dx} = (2Ax - \lambda 2x) \quad (5.3)$$

büyükluğu sıfır ise Q'nun stasyonere değeri aldığı söylenebilir. Gerçekten  $dQ/dx=0$  'dan  $Ax=\lambda x$  denklemi bulunur ki, bu eşitlikte x, A'nın bir özvektörü,  $\lambda$ 'yı ise karşı gelen özdeğeri yapar[30].

Q'nun, x'in bağlı olduğu bir  $\omega$  parametresine göre stasyonere değerini bulmak için ise eşitlik (5.3)'i

$$\frac{dQ}{d\omega} = \frac{dQ}{dx} \frac{dx}{d\omega} = (2Ax - \lambda 2x)^T \frac{dx}{d\omega}$$

şeklinde yazmak gerekir. Bu durumda  $dQ/dx=0$  için  $(2Ax - \lambda 2x)^T \frac{dx}{d\omega} = 0$  olmalıdır.

Bu eşitliğin de  $Ax=\lambda x$  bağıntısının sağlandığı kolayca görülür. Yani Q ifadesinin stasyoner noktalarında x, A'nın özvektörü, stasyoner değerler ise karşı gelen özdeğerleridir.

Buraya kadar hep A matrisinin simetrik olması kabulü ile yapılan ispatların geçerli olduğunun gösterilmesi için incelenen problem için A matrisine denk düşen ve Bölüm 3'de tanımlanan  $Z_A$  ve  $Y_B$  matrislerinin simetrikliği görülmelidir.

$Z_A$  matrisi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Z_{A_{mn}} = \chi_{(0)} P_{mn}^{-1} \chi_{(0)} \quad (5.4)$$

Burada P matrisi Eşitlik (5.5) şeklinde tanımlıdır.

$$P_{mn} = \iint_s \varepsilon_{zz} \chi_{(m)} T_{(m)} \chi_{(n)} T_{(n)} ds \quad (5.5)$$

$P_{mn}$ 'in eşitliğine bakılırsa simetrik olduğu görülecektir. Eşitlik (5.4)'den de  $P_{mn}$  simetrik olduğundan ötürü  $Z_A$ 'nın da simetrik olduğu görülecektir.

$Y_B$  matrisi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Y_{B_{mn}} = \chi_{[0]} Q^{-1} \chi_{[0]} \quad (5.6)$$

Burada Q matrisi eşitlik (5.7) şeklinde tanımlıdır.

$$Q_{mn} = \iint_s \mu_{zz} \chi_{[m]} T_{[m]} \chi_{[n]} T_{[n]} ds \quad (5.7)$$

$Q_{mn}$ 'in eşitliğine bakılırsa simetrik olduğu görülecektir. Eşitlik (5.6)'dan da  $Q_{mn}$  simetrik olduğundan ötürü  $Y_B$ 'nin de simetrik olduğu görülecektir.

## 6. JİROTROPİK ORTAMLA DOLU DALGA KILAVUZLARINDA KOMPLEKS MOD OLMAYAN FREKANSLARIN BELİRLENMESİ

Bu bölümde jiromanyetik veya jiroelektrik ortamla dolu olan kapalı, kayıpsız dalga kılavuzlarında kompleks modun varlığının mümkün olmadığı frekans noktalarını, dispersiyon bağıntısını tüm frekans eksenini boyunca çizdirmeden saptamak amaçlanmaktadır. Böylelikle dalga kılavuzu tasarımında çalışma frekansı kompleks moda isabet etmeyecek şekilde kolayca seçilebilecektir. Üstelik bir yapı için birden fazla aralıkta kompleks mod bulunması durumunda bütün frekans eksenini boyunca dispersiyon eğrisi çizdirilmeden seçilen frekansta kompleks mod bulunmadığını düşünmek yanlışlığa yol açabilir. Gerçekten de Bölüm 2.2’de belirtildiği gibi, dielektrik çubukla yüklü silindirik dalga kılavuzunda bazı yapı parametreleri için birden çok (iki) kompleks mod frekans aralığı gözlenmiştir. Bu amaçla geliştirilen teknikte, Bölüm 2’de tanımlanan  $Z_A$  ve  $Y_B$  matrisleri için Rayleigh bölümlerinin stasyonere olduğu frekanslarda kompleks mod bulunamayacağı ispatlanacaktır.

Önce  $N \times N$  boyutlu bir  $A$  matrisi için Rayleigh bölümünü hatırlayalım.

$$\frac{x^+ Ax}{x^+ x} \quad (6.1)$$

$x: \{R \rightarrow C^N\}$  şeklinde tanımlıdır. Burada  $R$ ,  $\omega$  değişkenli reel sayılar uzayı ve  $C^N$ ,  $N$  boyutlu kompleks sayılar alanı üzerinde tanımlı vektör uzayıdır.  $A$  ise  $\omega$ ’dan bağımsızdır.  $x^+$  :  $x$  vektörünün eşlenik devriğini ifade etmektedir.

### 6.1. Jiroelektrik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Frekansların Belirlenmesi

Önce jiroelektrik ve manyetik olarak basit ortamla dolu dalga kılavuzları için kompleks mod bulunmayan frekans noktalarını bulalım. Bölüm 4’de

$$\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2} \text{ iken } v_i^+ \hat{Z}^{-1} v_i = 0 \quad (6.2)$$

olduğu ispatlanmıştır.

Aynı yöntemlerle  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  iken  $v_i^+ \hat{Y} v_i = 0$  olduğu bulunmuştur. Burada admitans matrisi olan  $\hat{Y}$  aşağıdaki şekilde tanımlıdır. (Bakınız (3.32) ve (3.49))

$$\hat{Y} = \left\{ j\omega \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0\Box} \\ Y_{\Box 0} & Y_{\Box\Box} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_B \end{bmatrix} \right\} \quad (6.3)$$

$v_i^+ \hat{Y} v_i = 0$  ise,

$$v_i^+ \left\{ j\omega \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0\Box} \\ Y_{\Box 0} & Y_{\Box\Box} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_B \end{bmatrix} \right\} v_i = 0 \quad (6.4)$$

olur ki burada  $Y$  aşağıdaki eşitlikle tanımlıdır.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0\Box} \\ Y_{\Box 0} & Y_{\Box\Box} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Şimdi,  $v_i = [v_{i0} \ v_{i\Box}]^T$  olarak alırsak aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$j\omega v_i^+ Y v_i + \frac{1}{j\omega} v_i^+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_B \end{bmatrix} v_i = 0 \quad (6.6)$$

Buradan da Eşitlik (6.7) bulunur.

$$j\omega v_i^+ Y v_i + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} v_{i0}^+ & v_{i\Box}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i0} \\ v_{i\Box} \end{bmatrix} = 0 \quad (6.7)$$

$$j\omega v_i^+ Y v_i + \frac{1}{j\omega} v_{i[] }^+ Y_B v_{i[]} = 0 \quad (6.8)$$

(6.8) eşitliğini  $j\omega$  ile çarparsak,

$$-\omega^2 v_i^+ Y v_i + v_{i[] }^+ Y_B v_{i[]} = 0 \quad (6.9)$$

(6.9) eşitliği elde edilir ki burada ifadede  $Y_B$  pozitif kesin tanımlıdır[26].

$$-\omega^2 v_i^+ Y v_i = -v_{i[] }^+ Y_B v_{i[]} \Rightarrow \omega^2 v_i^+ Y v_i = v_{i[] }^+ Y_B v_{i[]} \quad (6.10)$$

Eşitlik (6.10)'da yer alan  $v_i^+ Y_B v_i > 0$  olduğundan

$$v_i^+ Y v_i > 0 \quad (6.11)$$

olduğu bulunur. Daha önceki bölümlerde  $\gamma_i^2 \neq \gamma_i^{*2}$  iken  $i_i^+ Y^{-1} i_i = 0$  olduğu ve  $\underline{v}_i^+ \hat{Z}^{-1} \underline{v}_i = 0$  olduğu bulunmuştu. İfadede yer alan  $\hat{Z}$ , Eşitlik (3.26) ve (3.90)'da tanımlanmıştı. Bu durumda ifade, eşitlik (6.12) şeklinde elde edilir.

$$i_i^+ \left\{ j\omega \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{0[]} \\ Z_{[]0} & Z_{[][]} \end{bmatrix} + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} Z_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} i_i = 0 \quad (6.12)$$

Bu ifade şu şekilde de yazılabilir.

$$j\omega i_i^+ Z i_i + \frac{1}{j\omega} i_i^+ \begin{bmatrix} Z_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} i_i = 0 \quad (6.13)$$

Şimdi  $i_i = [i_{i0} \ i_{i[]} ]^T$  olarak alırsak, Eşitlik (6.14) elde edilir.

$$j\omega i_i^+ Z i_i + \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} i_{i0}^+ & i_{i[]}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{i0} \\ i_{i[]} \end{bmatrix} = 0 \quad (6.14)$$

Eşitlik (6.14)'ü  $j\omega$  ile çarparsak, Eşitlik (6.15) elde edilir.

$$-\omega^2 i_i^+ Z_{i_i} + i_{i_0}^+ Z_A i_{i_0} = 0 \quad (6.15)$$

bulunur ve burada  $Z_A$  pozitif kesin tanımlıdır [26]. Öyleyse,

$$\omega^2 i_i^+ Z_{i_i} = i_{i_0}^+ Z_A i_{i_0} \quad (6.16)$$

bulunur ki burada geçen  $i_{i_0}^+ Z_A i_{i_0} > 0$  olduğundan

$$i_i^+ Z_{i_i} > 0 \quad (6.17)$$

bulunur.

$Z$  matrisini inceleyerek elektriksel olarak jiroelektrik ve manyetik olarak basit ortam için  $Z = \mu N$  şeklinde yazabileceğimizi gösterelim.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{0\ell} \\ Z_{\ell 0} & Z_{\ell\ell} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

İfadesi,

$$Z_{(m,n)(k,\ell)} \begin{cases} 0, & m \neq k \text{ veya } n \neq \ell \\ \mu, & m = k \text{ ve } n = \ell \end{cases} \quad (6.19)$$

ve

$$Z_{[m,n][k,\ell]} \begin{cases} 0, & m \neq k \text{ veya } n \neq \ell \\ \mu, & m = k \text{ ve } n = \ell \end{cases} \quad (6.20)$$

ve ortagonallikten,

$$\begin{aligned} Z_{(m,n)[k,\ell]} &= 0 \\ Z_{[m,n](k,\ell)} &= 0 \end{aligned} \quad (6.21)$$

eşitlikleri mevcuttur. Bu durumda  $Z$  aşağıdaki gibi bir skaler ile bir birim matrisin çarpımı şeklinde ifade edilebilir ve Eşitlik (6.23) şeklinde yazılabilir

$$Z = \begin{bmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mu N \quad (6.22)$$

$$Z = \mu \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix} = \mu N \quad (6.23)$$

Eşitlik (6.16) 'da yer alan  $Z = \mu N$  yerine yazılırsa Eşitlik (6.24) elde edilir.

$$\omega^2 i_i^+ \mu N i_i = i_{i0}^+ Z_A i_{i0} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 \mu i_i^+ i_i = i_{i0}^+ Z_A i_{i0} \quad (6.24)$$

Eşitlik (6.24) kullanılarak da eşitlik (6.25) elde edilir.

$$\omega^2 \mu = \frac{i_{i0}^+ Z_A i_{i0}}{i_i^+ i_i} \quad (6.25)$$

Eşitlik (6.25) ifadesinin stasyoner noktalarını bulmak için eşitliğin sol tarafının türevi alınıp sıfıra eşitlenirse Eşitlik (6.26) elde edilir.

$$\frac{d}{d\omega} (\omega^2 \mu) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega = 0 \quad (6.26)$$

Burada eğer  $\omega=0$  ise

$$i_{i0}^+ Z_A i_{i0} = 0 \quad (6.27)$$

olmalıdır. Halbuki  $Z_A$ 'nın pozitif kesin tanımlı olduğu bilinmektedir [26]. Bu yüzden  $i_{i0}^+ Z_A i_{i0} > 0$  olur ve kompleks modda ve  $i_{i0}^+ Z_A i_{i0} = 0$  eşitliğinin sağlanması mümkün değildir.  $\omega^2 \mu$ 'nün stasyoner değerleri için kompleks modda eşitlik sağlanmadığından ötürü  $\omega^2 \mu$ 'nün stasyoner değerlerinde, yani  $\omega=0$ 'da kompleks kök olamaz. Bunun anlamı sıfır frekansa kadar inen bir kompleks dalga modu frekans bölgesinin var

olamayacağıdır. Eşitlik (6.25) ifadesinden bir sonuç daha çıkarabiliriz. Denklemin sol tarafının stasyoner değeri yalnız  $\omega = 0$ 'da olduğundan, eşitlik geçerli ise ki kompleks mod için eşitlik sağlanmalıdır, denklemin her iki tarafının da başka stasyoner değeri bulunamayacağından, jiroelektrik ve manyetik olarak basit ortam için  $x$ ,  $Z_A$ 'nın özvektörü olmak üzere Eşitlik (6.28)'nin stasyoner noktalarına karşılık gelen ve Eşitlik (6.29)'de ifadesi verilen  $\omega$  noktalarında kompleks dalga modu bulunamayacaktır.

$$\frac{x^+ Z_A x}{x^+ x} \quad (6.28)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\mu} \frac{x^+ Z_A x}{x^+ x}} \quad (6.29)$$

Not:  $Z_A$  reel ve simetrik olduğundan  $x^+ = x^T$  olacaktır.

## 6.2. Jiromanyetik Ortamla Dolu Kılavuzlar İçin Frekansların Belirlenmesi

$\gamma_i^2 \neq \gamma^{*2}$  olması durumunda  $v_i^+ \hat{Y} v_i = 0$  olduğu hatırlayalım.  $v_i = [v_{i0} \ v_{i1}]^T$  olsun, bu durumda aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$-\omega^2 v_i^+ Y v_i + v_{i1}^+ Y_B v_{i1} = 0 \quad (6.30)$$

ve

$$\omega^2 v_i^+ Y v_i = v_{i1}^+ Y_B v_{i1} \quad (6.31)$$

Bulunur. Eğer ortam manyetik olarak jiromanyetik ve elektriksel olarak basit ortam

ise  $Y = \varepsilon \begin{bmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$  şeklinde yazılabileceği Bölüm 3'te bulunmuştu. Bu durumda,

Eşitlik (6.32) ve Eşitlik (6.33) elde edilir.

$$\omega^2 \varepsilon N v_i^+ v_i = v_{i[] }^+ Y_B v_{i[]} \quad (6.32)$$

$$\omega^2 \varepsilon = \frac{v_{i[]}^+ Y_B v_{i[]}}{v_i^+ v_i} \quad (6.33)$$

Eşitlik (6.33) ifadesinin stasyoner noktalarını bulmak için eşitliğin sol tarafının türevini alıp sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{d}{d\omega}(\omega^2 \varepsilon) = 0 \quad \Rightarrow \omega = 0 \quad (6.34)$$

bulunur. Eğer  $\omega=0$  ise

$$v_{i[]}^+ Y_B v_{i[]} = 0 \quad (6.35)$$

bulunur. Halbuki  $Y_B$  pozitif kesin tanımlıdır[26]. Bu yüzden ve  $v_{i[]}^+ Y_B v_{i[]} > 0$  olmalıdır. Yani kompleks modda  $v_{i[]}^+ Y_B v_{i[]} = 0$  eşitliğinin sağlanması mümkün değildir.  $\omega^2 \varepsilon$ 'nin stasyoner değerleri için kompleks modda eşitlik sağlanmadığından  $\omega^2 \varepsilon$ 'nin stasyoner değerlerinde ( $\omega=0$ ), kompleks kök olamaz. Yani sıfır frekansa kadar inen bir kompleks dalga modu frekans bölgesi var olamayacaktır. Eşitlik (6.25) ile çıkarılan sonuçlar benzer şekilde Eşitlik (6.33) için de çıkarılabilir. Yani jromanyetik ve elektriksel olarak basit ortamda  $x$ ,  $Y_B$ 'nin özvektörü olmak üzere Eşitlik (6.36)'nin stasyoner noktalarına karşılık gelen ve Eşitlik (6.37)'de ifadesi verilen  $\omega$  noktalarında kompleks dalga modu bulunamayacaktır.

$$\frac{x^+ Y_B x}{x^+ x} \quad (6.36)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} \frac{x^+ Y_B x}{x^+ x}} \quad (6.37)$$

Not:  $Y_B$  reel ve simetrik olduğundan  $x^+ = x^T$  olacaktır.

### 6.3.Sayısal Sonuçlar

Elde edilen sonuçların doğruluğu nümerik olarak dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu yapısı için denenmiştir. Farklı yarıçap oranına ( $r_1/r_0$ ) ve bağıl dielektrik sabitine sahip yapılar için kompleks dalga modu bulunmayan frekanslar nümerik olarak hesaplatılmıştır. Elde edilen frekans değerlerinden en küçük üç tanesi, ait oldukları yapının şekillerinden kontrol edilebilmesi amacıyla normalize olarak Tablo 6.1’de sunulmaktadır. Hesaplamalar yapılırken (6.28) ifadesinin stasyonier değerlerini,  $Z_A$ ’nın özdeğerlerinde aldığı gerçekliği kullanılmıştır.

Tablo 6.1: Farklı yapılardaki dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzları için kompleks modun var olamayacağı, bulunan normalize frekanslardan en küçük değerli üç frekans

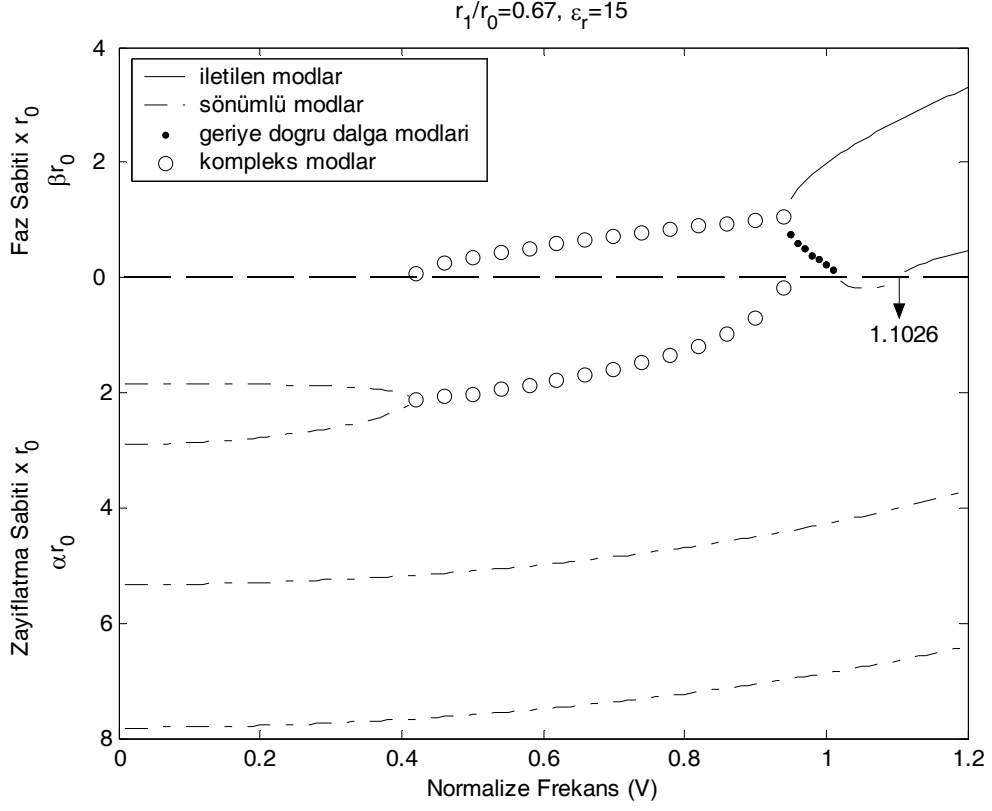
Yarıçap Oranı	Bağıl Dielektrik	$r_1/r_0 = 0.67$				$r_1/r_0 = 0.75$	$r_1/r_0 = 0.85$	$r_1/r_0 = 0.9$	
		$\epsilon_r = 15$	$\epsilon_r = 9$	$\epsilon_r = 45$	$\epsilon_r = 60$	$\epsilon_r = 15$	$\epsilon_r = 15$	$\epsilon_r = 30$	$\epsilon_r = 45$
Normalize Frekans		1.1026	1.4172	0.6393	0.5539	1.0435	1.0027	0.7027	0.5737
		2.2093	2.8325	1.2839	1.1127	2.0255	1.8756	1.2973	1.0594
		3.3670	4.3090	1.9588	1.6979	3.0535	2.7740	1.8993	1.5511

Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu için Tablo 6.1’de farklı yarıçap ve bağıl dielektrik oranlarına ait şekiller aşağıda verilmiştir. Şekillerde yapılara ait ilk dört mod, aşağıda verilen mod sınıflarına göre çizdirilmiştir.

- Yayılım sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının aynı işaretli olduğu iletilen modlar
- Yayılım sabitinin reel olduğu sönümlü modlar
- Yayılım sabitinin saf sanal ve faz hızı ile grup hızının ters işaretli olduğu geriye doğru dalga modları
- Yayılım sabitinin kompleks olduğu kompleks modlar

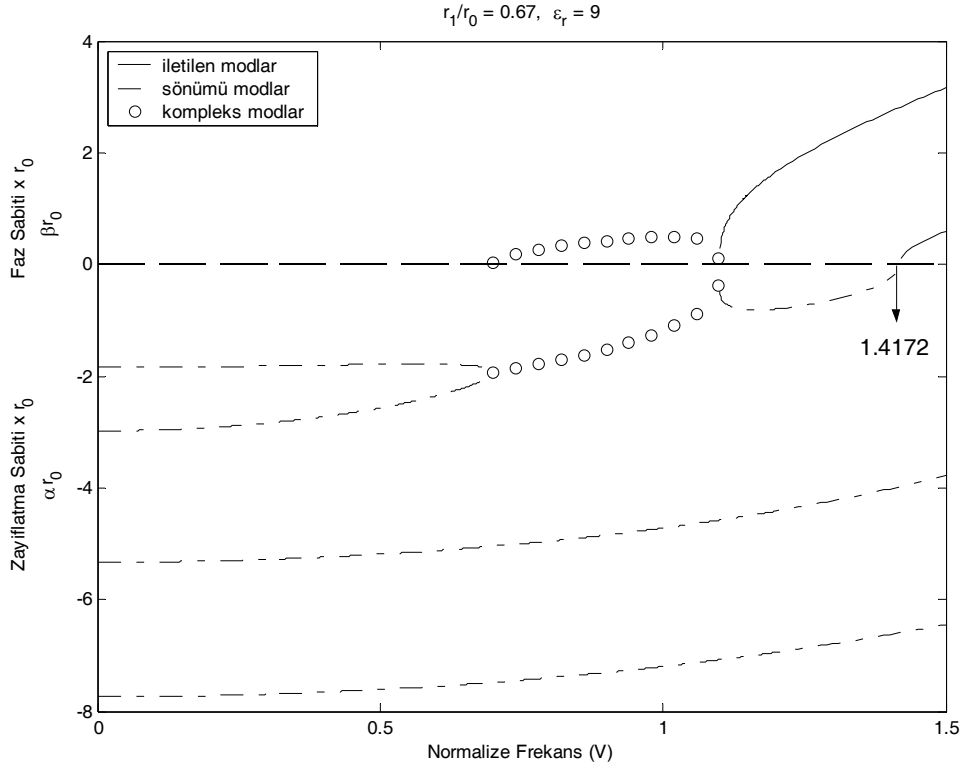
Şekiller üzerinde Tablo 6.1’de verilen frekans noktaları incelenirse, gerçekten öngörüldüğü gibi, bu noktalarda kompleks dalga modu bulunmadığı tespit edilmektedir.

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 15 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.1'de verilmiştir.



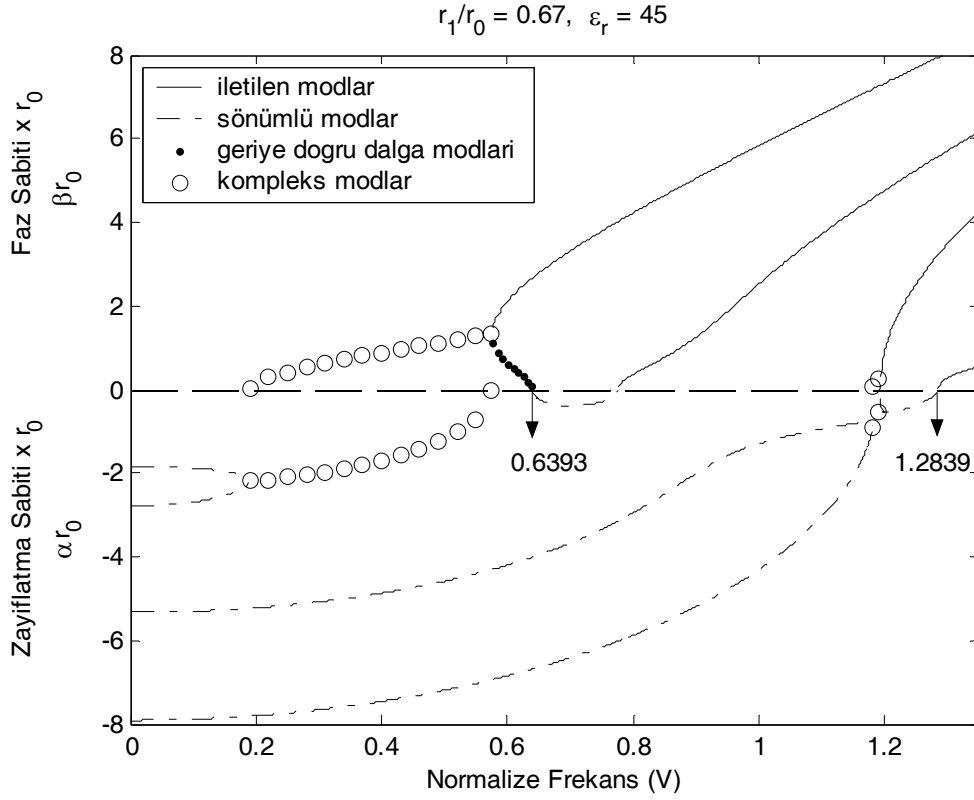
Şekil 6.1:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.1026'nın belirtildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 9 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.2’de verilmiştir.



Şekil 6.2:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 9$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.4172'nin belirtildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

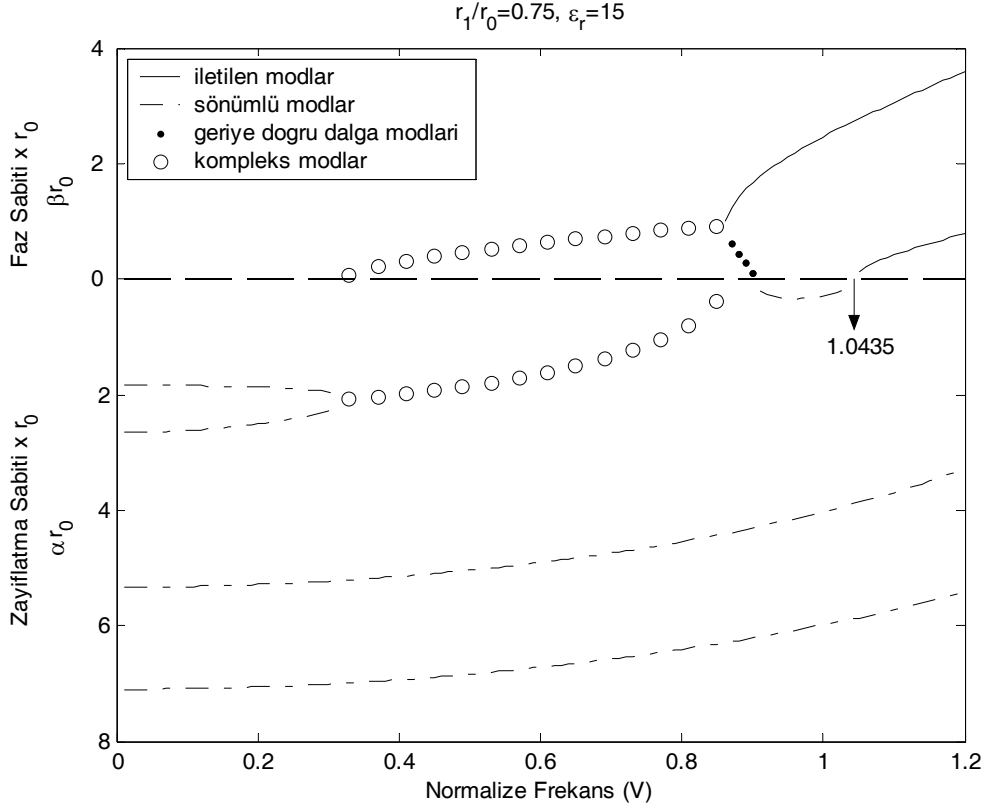
Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.67 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 45 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.3'de verilmiştir.



Şekil 6.3:  $r_1/r_0 = 0.67$  ve  $\epsilon_r = 45$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük iki normalize frekans olan 0.6393 ve 1.2839'un gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

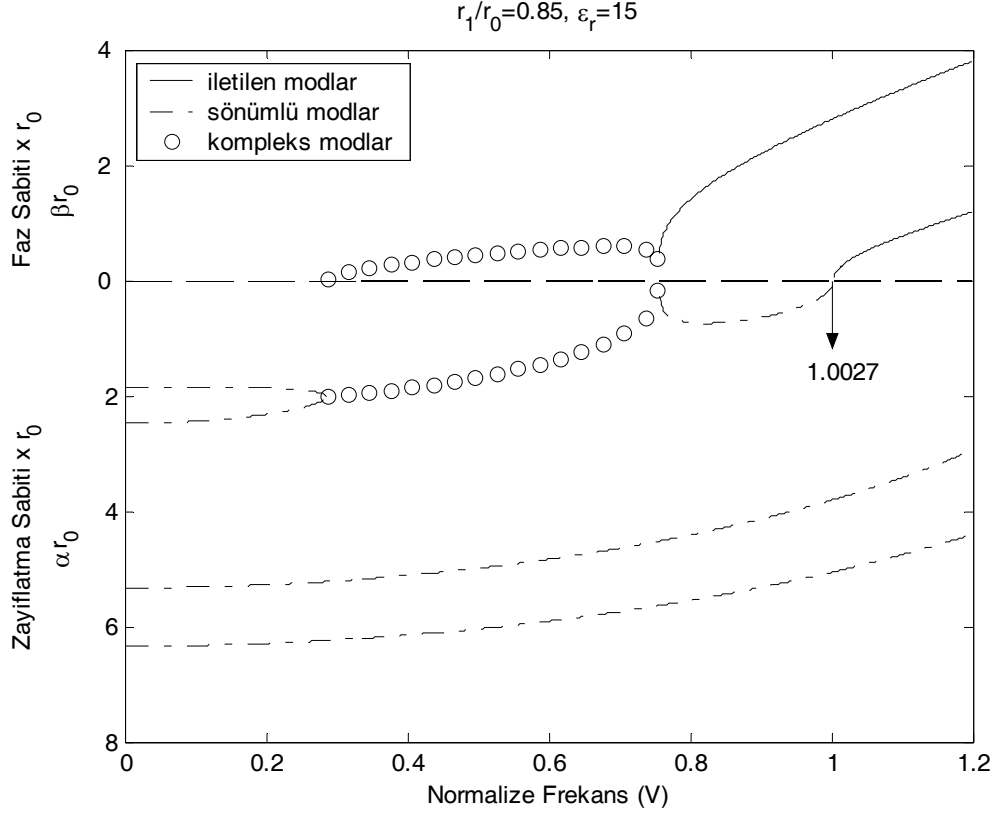


Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.75 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 15 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.5'de verilmiştir.



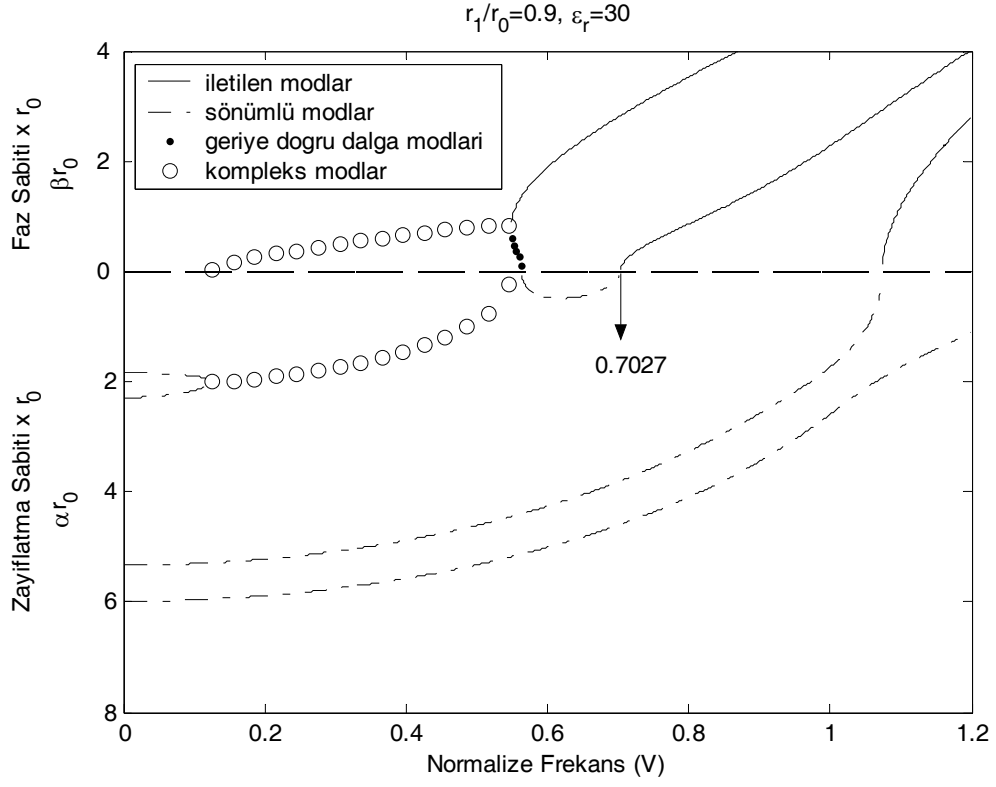
Şekil 6.5:  $r_1/r_0 = 0.75$  ve  $\epsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.0435'in gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.85 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 15 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.6'da verilmiştir.



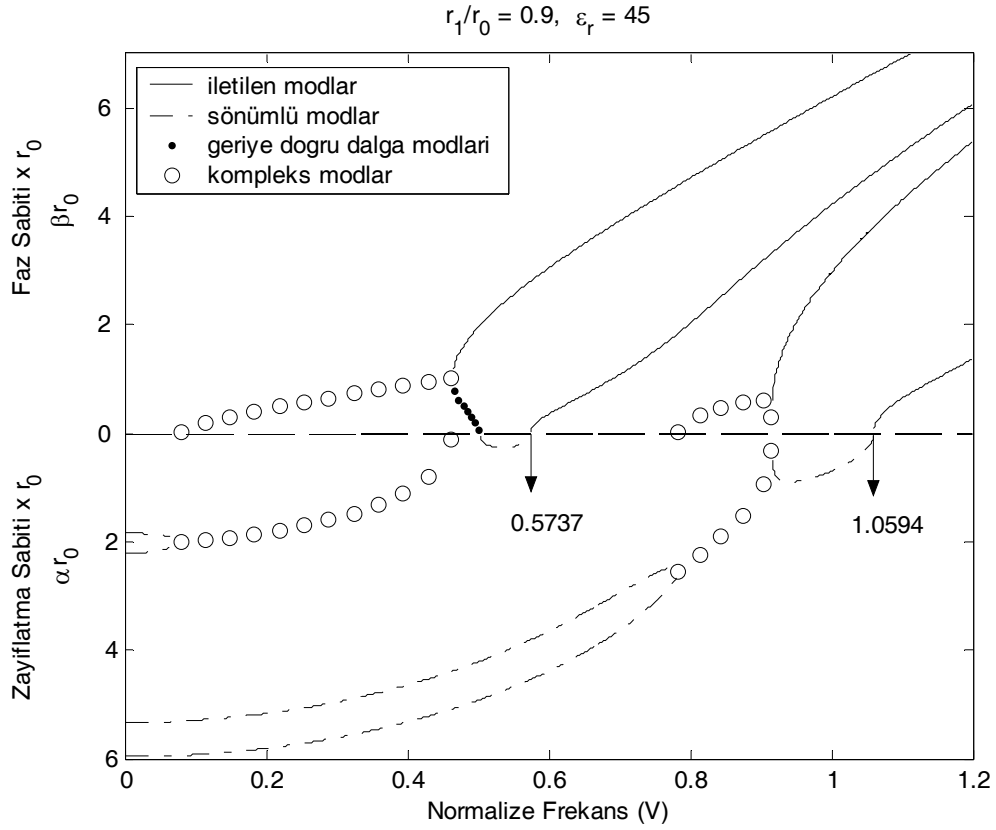
Şekil 6.6:  $r_1/r_0 = 0.85$  ve  $\epsilon_r = 15$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 1.0026'nın gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.9 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 30 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.7'de verilmiştir.



Şekil 6.7:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\epsilon_r = 30$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük normalize frekans olan 0.7027'nin gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

Yarıçap oranı ( $r_1/r_0$ ) 0.9 ve dielektrik sabiti ( $\epsilon_r$ ) 45 alınarak, moment yönteminden elde edilen normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi Şekil 6.8'de verilmiştir.



Şekil 6.8:  $r_1/r_0 = 0.9$  ve  $\epsilon_r = 45$  için, moment yönteminden elde edilen ve üzerinde kompleks modun var olamayacağı, bulunan en küçük iki normalize frekans olan 0.5737 ve 1.0594'ün gösterildiği normalize yayılım sabiti - normalize frekans eğrisi

## 7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında genel olarak anizotropik ve/veya heterojen ortamlarla dolu dalga kılavuzlarında kompleks dalga modlarının varlık koşulları incelenmiştir. Bu koşulları elde etmek için transmisyon hattı eşdeğerliklerinden yararlanılmış ve dalga kılavuzu yapısını temsil eden birim uzunluk başına  $\hat{Z}$  empedans ve  $\hat{Y}$  admitans matrisleri kullanılmıştır. Tez çalışmasının katkısı olarak, söz konusu matrisleri oluşturan yapı taşlarından  $Z_A$  ve  $Y_B$  matrislerinin Rayleigh bölümü kullanılarak kompleks dalga modlarının mevcut olmadığı frekanslar, jirotropik malzeme ile dolu yapılar için saptanmaktadır.

Tez çalışmasında sunulan yöntemle belirli frekans aralıklarında kompleks dalga modları barındırabilecek yapılarda, hangi frekansların böyle bir aralığa isabet etmeden çalışma frekansı olarak seçilebileceği sorusuna yanıt verilmektedir. Üstelik bu yapılırken tüm frekans ekseninde normalde –herhangi bir yöntemle– çizdirilmesi gereken dispersiyon eğrisini çizdirmeden sonuca gidilebilmektedir.

Sonraki çalışmalarda, kılavuzlanmış yapılarda kompleks dalga modlarının bulunduğu frekans aralıkları, yine dispersiyon bağıntısını tüm frekans ekseninde çizdirmeden belirleme teknikleri incelenebilir.

## KAYNAKLAR

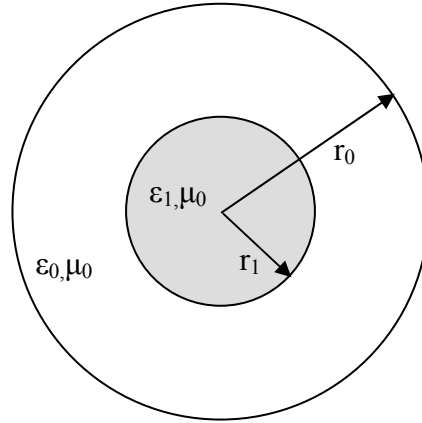
- [1] Wollf, C., Yener, Z., 2009, *Radar Temelleri* [online], <http://www.radartutorial.eu/07.waves/wa04.tr.html> (**Ziyaret tarihi:06 Mayıs 2009**).
- [2] Edminister, J., A., “Schaum’s Outlines Elektromanyetik”, *McGraw-Hill Companies- Nobel Yayın Dağıtım*, İkinci baskıdan çeviri, 274-293, (1993).
- [3] Bayrakçı, E., “Elektromagnetik Alan Teorisi”, *Birsen Yayınevi*, Birinci Baskı, 249-273, (2001).
- [4] Balanis, C., A., “Advanced Engineering Electromagnetics”, *John Wiley & Sons Inc.*, First edition, 470-537, (1989).
- [5] Ida, N., “Engineering Electromagnetics”, *Springer*, Second edition, 1043-1099, (2004).
- [6] Pozar, D., M., “Microwave Engineering”, *John Wiley & Sons Inc.*, Third edition, 92-126, (2005).
- [7] Wentworth, S., M., “Fundamentals of Electromagnetics with Engineering Applications”, *John Wiley & Sons Inc.*, First edition, 338-369, (2005).
- [8] Ramo, S., Whinnery, J., R., ve Duzer, T., V., “Fields and Waves in Communication Electronics”, *John Wiley and Sons Inc*, First edition, 486-533, (1965).
- [9] Felsen, L., B., ve Marcuvitz, N., “Radiation and Scattering of Waves”, *Prentice-Hall*, First edition, 183,(1994).
- [10] Collin, R., E., “Field Theory of Guided Waves”, *McGraw-Hill Companies*, Second edition, 329-410, (1990).
- [11] Sadiku, M., N., “Numerical Techniques in Electromagnetics”, *CRC Pres*, Second edition, 121-537, (2001).
- [12] Ida, N., ve Bastos, J., P., A., “Electromagnetics and Calculation of Fields”, *Springer*, Second edition, 343-547, (1997).
- [13] Sevgi, L., “Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler”, *Birsen Yayınevi*, Birinci baskı, 7-64, (1999).
- [14] Kunz, K., S., ve Luebber, R.,S., “The Finite Difference Time-Domain Method for Electromagnetics”, *CRC Pres*, First edition, (1993).
- [15] Harrington, R., F., “Field Computation by Moment Methods”, *MacMillan*, First edition, 126-167, (1992).

- [16] Yener, N., “Bazı Uniform Dalga Kılavuzlarında Özdeğerlerin Transmisyon Hattı Eşdeğerlikleri Yardımıyla Belirlenmesi”, Doktora Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 3-20, (2000).
- [17] Clarricoats, P., J., B., “Circular-waveguide backward-wave structures”, *Proceedings I.E.E.*, 110,2, 261-270, (1963).
- [18] Clarricoats, P., J., B., ve Waldon, R., A., “Non-periodic slow-wave and backward-wave structures”, *J. Electronics and Control*, 8, 455-458, (1960).
- [19] Clarricoats, P., J., B., ve Chambers, D., E., “Backward-wave propagation in nonperiodic waveguide structures”, *Proceeding of URSI Symposium on Electromagnetic Theory and Antennas*, p.953, Copenhagen, (1962).
- [20] Waldon, R., A., “Theory and potential applications of backward waves in non-periodic inhomogeneous waveguides”, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 111, 1659-1967, (1964).
- [21] Clarricoats P., J., B., ve Slinn, K., R., “Experimental observation of travelling back-ward waves in dielectric-loaded circular waveguide”, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 111, 1090-1092, (1964).
- [22] Clarricoats P., J., B., ve Taylor, B., C., “Evanescent and Propagating Modes of Dielectric Loaded Circular”, *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 111, 1951-1956, (1964).
- [23] Clarricoats P., J., B., ve Slinn, K., R., “Complex modes of propagation in dielectric loaded circular waveguide”, *Electronics Letters*, 1, 145-146, (1965).
- [24] Raevskii., S., B., “Compleks Waves in a Two-Lawyer Circular Shielding Waveguide”, *Gorkii Polytechnic Institute*, 82-85, (1972).
- [25] Schelkunoff, S., A., “Generalized telegraphist’s equation for waveguide”, *Bell System Tech. Journ.*, 785-801, (1952).
- [26] Noble, D., F., “Circuit Properties of Dispersive Coupled Transmission Lines and Waveguides”, Doktora Tezi, *Cornell University*, NY, (1971).
- [27] Nobel, D., F., ve Carlin, H., J., “Circuit properties of coupled dispersive transmission lines”, *IEEE Trans. on Circuit Theory*, 20, 1, 56-64, (1973).
- [28] Mrozowski, M., ve Mazur, J., “Matrix theory approach to complex waves”, *IEEE Trans. on Microwave The. and Thec.* 40, 4, 781-785, (1992).
- [29] Yener, N., “Necessary and sufficient conditions for the existence of backward waves in metallic waveguides”, *Jour. of Electromag. Waves and Appl.*, 17, 12, 1713-1722, (2003).
- [30] Golub, G., H., ve Loan, C., F., V., “Matrix Computations”, *John Hopkins University Pres*, Third edition, 308-470, (1996).

## EKLER

### Ek A:

Burada homojen olmayan, koaksiyel dielektrik yüklü silindirik dalga kılavuzu için yarı analitik çözümler elde edilecektir.



Şekil A1: Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzunun kesit yapısı

Yapının elektrik geçirgenliği aşağıda verilmiştir.

$$\epsilon(r) = \begin{cases} \epsilon_1 & 0 < r < b \\ \epsilon_0 & b < r < a \end{cases} \quad (\text{Ek1.1})$$

Ortam manyetik geçirgenlik olarak izotropiktir. Yani kesit üzerinde tüm noktalarda manyetik geçirgenlik, serbest uzayın manyetik geçirgenliğine ( $\mu_0$ ) eşittir.

Silindirik koordinat sistemi için metrik çarpanlar aşağıda verildiği şekildedir.

$$e_1=1, e_2=r, e_3=1 \quad (\text{Ek1.2})$$

Silindirik dalga kılavuzunun enine elektrik (TE) ve enine manyetik (TM) alan ifadeleri için öz fonksiyonlar sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$T_{(n)} = A_n J_1(\alpha_n r) \sin \varphi \quad (\text{Ek1.3})$$

$$T_{[n]} = B_n J_1(\beta_n r) \cos \varphi \quad (\text{Ek1.4})$$

Schelkunoff çalışmasında, dalga kılavuzunu sonsuz sayıda iletim hattı olarak modelleyerek kısmi diferansiyel denklemlerden oluşan Maxwell denklemlerini, sadece iletim yönüne bağlı türevlerden oluşan adi diferansiyel denklemlere dönüştürmüştür. Dielektrik çubuk yüklü silindirik dalga kılavuzu için oluşan adi diferansiyel denklemler aşağıdaki şekildedir.

$$\frac{dV_{(m)}}{dz} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{rr} \frac{\partial T_{(n)}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{(m)}}{r\partial\varphi} + \mu_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial r} \frac{\partial T_{(m)}}{\partial r} \right] ds \quad (\text{Ek1.5})$$

$$+ j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{rr} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \frac{\partial T_{(m)}}{r\partial\varphi} - \mu_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \frac{\partial T_{(m)}}{r\partial\varphi} \right] ds + \chi_{(m)} V_{z,(m)}$$

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ \varepsilon_{rr} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial r} \frac{\partial T_{(m)}}{\partial r} + \varepsilon_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{(n)}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{(m)}}{r\partial\varphi} \right] ds \quad (\text{Ek1.6})$$

$$+ j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ -\varepsilon_{rr} \frac{\partial T_{[n]}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{(m)}}{\partial r} - \varepsilon_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \frac{\partial T_{(m)}}{r\partial\varphi} \right] ds$$

$$\frac{dV_{[m]}}{dz} = j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{(n)} \iint_s \left[ \mu_{rr} \frac{\partial T_{(n)}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{[m]}}{\partial r} - \mu_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial r} \frac{\partial T_{[m]}}{r\partial\varphi} \right] ds \quad (\text{Ek1.7})$$

$$- j\omega \sum_{n=1}^{\infty} I_{[n]} \iint_s \left[ \mu_{rr} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \frac{\partial T_{[m]}}{\partial r} - \mu_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{[n]}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{[m]}}{r\partial\varphi} \right] ds$$

$$\frac{dI_{[m]}}{dz} = j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{(n)} \iint_s \left[ -\varepsilon_{rr} \frac{\partial T_{(n)}}{\partial r} \frac{\partial T_{[m]}}{r\partial\varphi} + \varepsilon_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{(n)}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{[m]}}{\partial r} \right] ds \quad (\text{Ek1.8})$$

$$-j\omega \sum_{n=1}^{\infty} V_{[n]} \iint_s \left[ \varepsilon_{rr} \frac{\partial T_{[n]}}{r\partial\varphi} \frac{\partial T_{[m]}}{r\partial\varphi} + \varepsilon_{\varphi\varphi} \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \frac{\partial T_{[m]}}{\partial r} \right] ds + \chi_{[m]} I_{z,[m]}$$

Yukarıda verilen eşitliklerde V ve I ifadeleri sırasıyla gerilim ve akım büyüklüklerini ifade etmektedir. Bessel fonksiyonlarının ve türevlerinin sıfırları olan  $\chi_{(n)}$  ve  $\chi_{[n]}$  ifadeleri sırasıyla  $\alpha_n$  ve  $\beta_n$ 'e karşılık gelmektedir. Eşitlik (Ek1.5)'in çözümü aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dV_{(m)}}{dz} = -j\omega\mu_0\delta_{mn}I_{(n)} + \alpha_m V_{z,(m)} \quad (\text{Ek1.9})$$

Burada  $\delta$  birim matrise eşittir ve m ile n ise oluşan matris sistemi için, indis numaralarını temsil etmektedir. Eşitlik (Ek1.9)'den yararlanılarak;

$$\alpha_m V_{z,(m)} = -\frac{1}{j\omega} (Z_A)_{mn} I_{(n)} \quad (\text{Ek1.10})$$

elde edilebilir.  $m \neq n$  için  $Z_A$  ifadesi de aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$(Z_A)_{mn}^{-1} = \pi A_n A_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) r_1 \left\{ \frac{1}{\alpha_m^2 - \alpha_n^2} [\alpha_m J_1(\alpha_n r_1) J_0(\alpha_m r_1) - \alpha_n J_0(\alpha_n r_1) J_1(\alpha_m r_1)] \right\} \quad (\text{Ek1.11})$$

$m=n$  için ise  $Z_A$  ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$(Z_A)_{mm}^{-1} = 0.5\pi A_m^2 \left\{ (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) r_1^2 \left[ J_1^2(\alpha_m r_1) + J_0^2(\alpha_m r_1) - \frac{2}{\alpha_n r_1} J_0(\alpha_m r_1) J_1(\alpha_m r_1) \right] \right. \\ \left. + \varepsilon_0 r_0^2 \left[ J_1^2(\alpha_m r_0) + J_0^2(\alpha_m r_0) - \frac{2}{\alpha_m r_0} J_0(\alpha_m r_0) J_1(\alpha_m r_0) \right] \right\} \quad (\text{Ek1.12})$$

Eşitlik (Ek1.6)'nın çözümü aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dI_{(m)}}{dz} = -j\omega Y_{(m)(n)} - j\omega Y_{(m)[n]} \quad (\text{Ek1.13})$$

Burada,  $m \neq n$  için  $Y_{(m)(n)}$  ve  $Y_{(m)[n]}$  ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Y_{(m)(n)} = \pi A_n A_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \left\{ \frac{\alpha_m \alpha_n r_1}{\alpha_m^2 - \alpha_n^2} \left[ \alpha_n J_0(\alpha_m r_1) J_1(\alpha_n r_1) - \alpha_m J_1(\alpha_m r_1) J_0(\alpha_n r_1) \right] + J_1(\alpha_m r_1) J_1(\alpha_n r_1) \right\} \quad (\text{Ek1.14})$$

$$Y_{(m)[n]} = \pi B_n A_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) [J_1(\alpha_m r_1) J_1(\beta_n r_1)] \quad (\text{Ek1.15})$$

$m=n$  için ifadeler aşağıdaki şekildedir.

$$Y_{(m)(m)} = \pi A_m^2 \left\{ (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) J_1^2(\alpha_m r_1) - \varepsilon_0 J_1^2(\alpha_m r_0) \right\} - \left[ 0.5(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) (\alpha_m r_1)^2 (J_0^2(\alpha_m r_1) + J_1^2(\alpha_m r_1)) \right] + \left[ 0.5 \varepsilon_0 (\alpha_m r_0)^2 (J_0^2(\alpha_m r_0) + J_1^2(\alpha_m r_0)) \right] \quad (\text{Ek1.16})$$

$$Y_{[m][m]} = \pi B_m A_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) [J_1(\beta_m r_1) J_1(\alpha_m r_1)] \quad (\text{Ek1.17})$$

Eşitlik (Ek1.7)'nin çözümü aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dV_{[m]}}{dz} = j\omega \mu_0 \delta_{mn} I_{[n]} \quad (\text{Ek1.18})$$

Eşitlik (Ek1.8)'in çözümü aşağıda verilmektedir.

$$\frac{dI_{[m]}}{dz} = -j\omega Y_{[m](n)} - j\omega Y_{[m][n]} + \beta_m I_{z,[m]} \quad (\text{Ek1.19})$$

Eşitlik (Ek1.19)'dan faydalanılarak aşağıdaki eşitlik elde edilebilir.

$$\beta_m I_{z,[m]} = -\frac{1}{j\omega} (Y_B)_{mn} V_{[m]} \quad (\text{Ek1.20})$$

Burada,  $m \neq n$  için  $Y_B$  ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$(Y_B)_{mn}^{-1} = \pi B_n B_m \mu_0 r_0 \left\{ \frac{1}{\beta_n^2 - \beta_m^2} [\beta_m J_1(\beta_n r_0) J_0(\beta_m r_0) - \beta_n J_0(\beta_n r_0) J_1(\beta_m r_0)] \right\} \quad (\text{Ek1.21})$$

$m=n$  için ise  $Y_B$  ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$(Y_B)_{mm}^{-1} = 0.5 \pi B_m^2 \mu_0 \left\{ \frac{r_0^2}{2} [J_0^2(\beta_m r_0) + J_1^2(\beta_m r_0)] \right\} \quad (\text{Ek1.22})$$

Eşitlik (Ek1.19) ifadesinde;  $m \neq n$  için  $Y_{[m](n)}$  ve  $Y_{[m][n]}$  ifadeleri aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$Y_{[m](n)} = \pi B_m A_n (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) [J_1(\beta_m r_1) J_1(\alpha_n r_1)] \quad (\text{Ek1.23})$$

$$Y_{[m][n]} = \pi B_n B_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) \left\{ \frac{\beta_m \beta_n r_1}{\beta_m^2 - \beta_n^2} [-\beta_m J_1(\beta_m r_1) J_0(\beta_n r_1) + \beta_n J_0(\beta_m r_1) J_1(\beta_n r_1)] \right. \\ \left. + J_1(\beta_m r_1) J_1(\beta_n r_1) \right\} \quad (\text{Ek1.24})$$

$m=n$  için ifadeler aşağıdaki şekildedir.

$$Y_{[m](m)} = \pi B_m A_m (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) [J_1(\beta_m r_1) J_1(\alpha_m r_1)] \quad (\text{Ek1.25})$$

$$Y_{[m][m]} = \pi B_m^2 \left\{ [(\varepsilon_0 - \varepsilon_1) J_1^2(\beta_m r_1) - \varepsilon_0 J_1^2(\beta_m r_0)] - [0.5 (r_1 \beta_m)^2 (\varepsilon_0 - \varepsilon_1) (J_1^2(\beta_m r_1) + J_0^2(\beta_m r_1))] \right. \\ \left. + [0.5 (r_0 \beta_m)^2 \varepsilon_0 (J_1^2(\beta_m r_0) + J_0^2(\beta_m r_0))] \right\} \quad (\text{Ek1.26})$$

İfadelerdeki normalizasyon katsayıları, Eşitlik (Ek1.27) ve (Ek1.28) kullanılarak elde edilir.

$$\iint_s \chi_{(n)}^2 T_{(n)}^2 ds = 1 \quad (\text{Ek1.27})$$

$$\iint_s \chi_{[n]}^2 T_{[n]}^2 ds = 1 \quad (\text{Ek1.28})$$

Eşitlik (Ek1.27)'den  $A_n$  ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$A_n = \sqrt{\frac{2}{\pi r_0^2 \alpha_n^2 \left[ J_1^2(\alpha_n r_0) + J_0^2(\alpha_n r_0) - \frac{2}{\alpha_n r_0} J_0(\alpha_n r_0) J_1(\alpha_n r_0) \right]}} \quad (\text{Ek1.29})$$

Eşitlik (Ek1.28)'den  $B_n$  ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$B_n = \sqrt{\frac{2}{\pi r_0^2 \beta_n^2 \left[ J_1^2(\beta_n r_0) + J_0^2(\beta_n r_0) - \frac{2}{\beta_n r_0} J_0(\beta_n r_0) J_1(\beta_n r_0) \right]}} \quad (\text{Ek1.30})$$

Sınır koşullarından dolayı enine elektrik (TE) alan cidarda sıfıra eşit olacaktır.

$$T_{(n)} \Big|_{r=r_0} = A_n J_1(\alpha_n r) \sin \varphi = 0 \quad (\text{Ek1.31})$$

Eşitlik (Ek1.31)'in çözümü, Bessel fonksiyonunun sıfırlarına karşılık gelir ve  $\alpha_n$  ifadeleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\alpha_n = \frac{\rho_n}{r_0} \quad (\text{Ek1.32})$$

Burada  $\rho_n$  Bessel fonksiyonunun n. sıfırına karşılık gelir. Sınır koşullarından dolayı enine manyetik (TM) alanın türevi, cidarda sıfıra eşit olacaktır.

$$\left. \frac{\partial T_{[n]}}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0 \quad (\text{Ek1.33})$$

Eşitlik (Ek1.33)'ün çözümü, Bessel fonksiyonunun türevinin sıfırlarına karşılık gelir ve  $\beta_n$  ifadeleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\beta_n = \frac{\rho_n'}{r_0} \quad (\text{Ek1.34})$$

Burada  $\rho_n'$  Bessel fonksiyonunun türevinin n. sıfırına karşılık gelir.

## Ek B:

Maxwell denklemleri ve sınır koşulları kullanılarak elde edilen tam dispersiyon bağıntısı aşağıda verilmiştir

$$\frac{\beta^2}{\omega^2} \frac{[(k_1 r_1)^2 - (k r_1)^2]^2}{[(k r_1)^2 (k_1 r_1)^2]} = \left[ \frac{\mu_0 F(k r_1)}{(k r_1)^2} - \frac{\mu_0 R(k_1, r_1, r_0)}{(k_1 r_1)^2} \right] \times \left[ \frac{\epsilon_1 F(k r_1)}{(k r_1)^2} - \frac{\epsilon_0 S(k_1, r_1, r_0)}{(k_1 r_1)^2} \right] \quad (\text{Ek1.35})$$

Burada,

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 - \beta^2 \quad (\text{Ek1.36})$$

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2 \quad (\text{Ek1.37})$$

$$F(kr) = kr \frac{J_1'(kr)}{J_1(kr)} \quad (\text{Ek1.38})$$

$$S(k_1, r_1, r_0) = \frac{\xi(k_1, r_1, r_0)}{\sigma(k_1, r_1, r_0)} \quad (\text{Ek1.39})$$

$$R(k_1, r_1, r_0) = \frac{\eta(k_1, r_1, r_0)}{\rho(k_1, r_1, r_0)} \quad (\text{Ek1.40})$$

$$\sigma(k_1, r, r_0) = [J_1(k_1 r) Y_1(k_1 r_0) - J_1(k_1 r_0) Y_1(k_1 r)] \quad (\text{Ek1.41})$$

$$\rho(k_1, r, r_0) = [J_1(k_1 r) Y_1'(k_1 r_0) - J_1'(k_1 r_0) Y_1(k_1 r)] \quad (\text{Ek1.42})$$

$$\xi(k_1, r, r_0) = (k_1 r) [J_1'(k_1 r) Y_1(k_1 r_0) - J_1(k_1 r_0) Y_1'(k_1 r)] \quad (\text{Ek1.43})$$

$$\eta(k_1, r, r_0) = (k_1 r) [J_1'(k_1 r) Y_1'(k_1 r_0) - J_1'(k_1 r_0) Y_1'(k_1 r)] \quad (\text{Ek1.44})$$

şeklinde tanımlıdır.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Pelin KELEBEKLER, 1980 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladıktan sonra 2003 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Öğretmenliği Bölümü'nden 2006 yılında mezun oldu. 2006 yılında Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı.