

50306

**EĞRİ EKSENLİ ÇUBUK SİSTEMLER VE SİLİNDİRİK TONUZ  
YAPILARIN TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU VE  
RİJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ**

**FARUK FIRAT ÇALIM**

**Ç.Ü.  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

50306

**ADANA  
AĞUSTOS - 1996**

Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

Bu çalışma jürimiz tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Erhan KIRAL



Üye : Doç. Dr. A. Kamil TANRIKULU

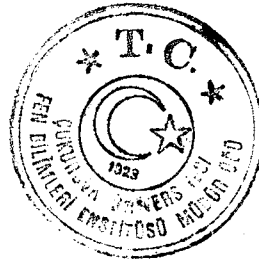


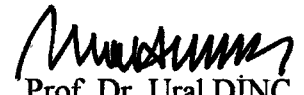
Üye : Yrd. Doç. Dr. Süleyman KOÇAK



Kod no : 1129

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylım.



  
Prof. Dr. Ural DİNÇ  
Enstitü Müdürü

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÇİZELGE LİSTESİ .....	IV
ŞEKİL LİSTESİ .....	V
ÖZ .....	VII
ABSTRACT .....	VIII
1. GİRİŞ .....	1
1.1. Önceki Çalışmalar .....	2
2. MATERYAL ve METOD .....	3
3. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU VE RÜJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ .....	4
3.1. Uzaysal Çubuklar .....	4
3.1.1. Çubuk Geometrisi .....	4
3.1.2. Çubuk Eksenli .....	4
3.1.3. Çubuk Dik Kesiti .....	6
3.1.4. Kabuller .....	7
3.1.5. Denge Denklemleri .....	7
3.1.6. Uygunluk Denklemleri .....	10
3.1.7. Kesit Tesirleri ve Şekil Değiştirme Arasındaki İlişki .....	13
3.1.8. Vektörel Denklemlerin $\vec{t}$ , $\vec{n}$ , $\vec{b}$ Takımına Dönüştürülmesi .....	15
3.2. Düzlemsel Çubuklar .....	21
3.3. Daire Eksenli Çubuklar .....	27
3.3.1. Düzlemi İçinde Yüklü Daire Eksenli Çubuklar .....	27
3.3.2. Düzlemine Dik Yüklü Daire Eksenli Çubuklar .....	28
3.4. Helisel Çubuklar .....	29
3.4.1. Helisel Çubukların Geometrisi ve Kabuller .....	29
3.4.2. Helisel Çubuğa Ait Esas Denklemler .....	33

3.4.3. Helisel Çubuğa Ait Dönüşüm Matrisleri .....	39
3.4.4. Eksantrisine .....	40
4. SİLİNDİRİK TONOZ SİSTEMLER .....	42
4.1. Giriş .....	42
4.2. Denge Denklemleri .....	42
4.3. Genel Bir Kabukta Şekil Değiştirmeler .....	47
4.4. Bünye Denklemleri .....	49
4.5. Şekil Değiştirme - Deplasman İlişkisi .....	52
4.6. Eğrilik - Deplasman İlişkisi .....	55
4.7. Gerilme Bileşkeleri - Deplasman İlişkileri.....	57
4.8. Silindirik Kabuk Denklemlerinin Kanonik Formda Elde Edilmesi .....	58
5. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU .....	67
6. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU İLE DİREK ANALİZ ....	68
6.1. Homojen Çözümün Elde Edilmesi.....	69
6.2. Özel Çözümün Elde Edilmesi .....	70
6.3. Uygulamalar .....	71
6.3.1. Örnek 1 .....	71
6.3.2. Örnek 2 .....	74
6.3.3. Örnek 3 .....	77
6.3.4. Örnek 4 .....	79
6.3.5. Örnek 5 .....	82
7. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODUNA DAYALI RİJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ .....	84
7.1. Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi .....	84
7.1.1. Düzlemi İçinde Yüklü Eğri Eksenli Çubuklar .....	84
7.1.2. Düzlemine Dik Yüklü Eğri Eksenli Çubuklar .....	89
7.1.3. Daire Tabanlı Silindirik Helisel Çubuklar.....	90
7.2. Eleman Yük Vektörünün Elde Edilmesi .....	92

7.2.1. Düzlemi İçinde Yüklü Eğrisel Çubuklar .....	92
7.2.2. Düzlemine Dik Yüklü Eğrisel Çubuklar .....	93
7.2.3. Daire Tabanlı Silindirik Helisel Çubuklar.....	94
7.3. Uygulamalar .....	95
7.3.1. Örnek 1 .....	95
7.3.2. Örnek 2 .....	98
7.3.3. Örnek 3 .....	100
7.3.4. Örnek 4 .....	102
7.3.5. Örnek 5 .....	104
7.3.6. Örnek 6 .....	106
7.3.7. Örnek 7 .....	108
8. TARTIŞMA ve SONUÇLAR .....	110
ÖZET .....	111
SUMMARY .....	112
Ek -1 .....	113
Ek - 2 .....	120
Ek - 3 .....	127
Ek - 4 .....	142
Ek - 5 .....	145
Ek - 6 .....	148
Ek - 7 .....	151
Ek - 8 .....	154
Ek - 9 .....	157
Ek - 10 .....	159
KAYNAKLAR .....	164
TEŞEKKÜR .....	165
ÖZGEÇMİŞ .....	166

**ÇİZELGE LİSTESİ**

	Sayfa
Çizelge 6.1. Kendi Ağırlığında Asılı Çemberde Kesit Büyüklükleri .....	72
Çizelge 6.2. Düzleminde Tekil Yüklü Parabolik Kemerdeki Kesit Büyüklükleri ....	75
Çizelge 6.3. Düzlemine Dik Yüklü Sikloid Çubukta Kesit Büyüklükleri .....	77
Çizelge 6.4. Örnek 4 İçin Uç Kuvvetler .....	82
Çizelge 7.1. Örnek 1 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	97
Çizelge 7.2. Örnek 2 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	99
Çizelge 7.3. Örnek 3 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	101
Çizelge 7.4. Örnek 4 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	103
Çizelge 7.5. Örnek 5 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	105
Çizelge 7.6. Örnek 6 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	107
Çizelge 7.7. Örnek 7 İçin Eleman Uç Kuvvetleri .....	109

**ŞEKİL LİSTESİ**

Sayfa

3.1.	Çubuk Ekseni .....	4
3.2.	Çubuk Dik Kesiti .....	6
3.3.	Pozitif Kesit .....	7
3.4.	İç Kuvvetler .....	8
3.5.	Denge Durumu .....	9
3.6.	Çubuk Eksenindeki Yer Değiştirme .....	10
3.7.	Çubuktaki Yer Değiştirme ve Dönmeler .....	11
3.8.	Eğrilik İlişkisi .....	17
3.9.	Daire Tabanlı Helis .....	29
3.10.	Helisin Yükselme Açısı .....	30
3.11.	Helisel Çubuk Eksen Koordinatları .....	39
3.12.	Eksantrisiteden Doğan Yayılı Moment .....	40
4.1.	Silindirik Kabuktaki İç Kuvvetler .....	42
4.2.	Teğet Doğrultuda Normal ve Kesme Kuvvet Bileşenleri .....	43
4.3.	Teğet Doğrultuda Moment Bileşenleri .....	43
4.4.	Kabuk Elemanındaki Şekil Değiştirmeler .....	47
4.5.	Diferansiyel Kabuk Elemanı .....	48
4.6.	Diferansiyel Kabuk Elemanındaki Gerilmeler .....	50
4.7.	Gerilme Bileşkeleri - Uzama İlişkisi .....	51
4.8.	$u$ Nedeni İle Oluşan Uzama Oranı .....	53
4.9.	$w$ Nedeni İle Oluşan Uzama Oranı .....	53
4.10.	Çembersel Yönde Boy Değişimi .....	54
4.11.	Diferansiyel Kabuk Elemanının Açısal Deformasyonu .....	55
4.12.	Orta Yüzeyin $y$ - Doğrultusundaki Eğrilik Değişimi .....	55
4.13.	Üniform Yüklü Tonoz Çatı ve Yük Bileşenleri .....	59
6.1.	Düzleminde Kendi Ağırlığı İle Yüklü Çember .....	71
6.2.	Dairesel Çembere Ait Şekil Değiştirme ve Kesit Tesirleri .....	73

6.3.	Düzleminde Yüklü Parabolik Kemer .....	74
6.4.	Parabolik Kemere Ait Şekil Değişirme ve Kesit Tesirleri .....	76
6.5.	Düzlemine Dik Yüklü Sikloid .....	77
6.6.	Sikloide Ait Şekil Değişirme ve Kesit Tesirleri .....	78
6.7.	Kısa Tek TonoZ Çatı .....	79
6.8.	Örnek 4 İçin Uç Kuvvetler .....	81
6.9.	Örnek 5 İçin Uç Kuvvetler .....	83
7.1.	$U_i$ İçin Yükleme Durumu .....	85
7.2.	$U_{ii}$ İçin Yükleme Durumu .....	85
7.3.	$\Omega_{bi}$ İçin Yükleme Durumu .....	86
7.4.	$U_{ij}$ İçin Yükleme Durumu .....	87
7.5.	$U_{ij}$ İçin Yükleme Durumu .....	87
7.6.	$\Omega_{bj}$ İçin Yükleme Durumu .....	88
7.7.	$U_i$ İçin Yükleme Durumu .....	90
7.8.	Eleman Yük Vektörünün Bulunması .....	92
7.9.	Düzlemi İçinde Yüklü Daire Eksenli Çubuk .....	95
7.10.	Örnek 1 İçin Kodlama Durumu .....	96
7.11.	Düzlemi İçinde Yüklü İki Açıklıklı Daire Eksenli Çubuk .....	98
7.12.	Örnek 2 İçin Kodlama Durumu .....	98
7.13.	Örnek 3 İçin Yükleme ve Kodlama Durumu .....	100
7.14.	Düzlemine Dik Yüklü İki Açıklıklı Dairesel Çubuk .....	102
7.15.	Örnek 4 İçin Kodlama Durumu .....	102
7.16.	İki Ucu Ankastre Helisel Çubuk .....	104
7.17.	İki Ucu Ankastre Ara Mafsallı Helisel Çubuk .....	106
7.18.	İki Ucu Ankastre İki Ara Mafsallı Helisel Çubuk .....	108

## ÖZ

Bu çalışmada, eğri eksenli çubuk sistemler ve silindirik tonoz yapıların statik yükler altındaki davranışlarını idare eden denklemler kanonik halde elde edilmektedir. Bu denklemler Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ve ayrıca Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi yöntemi ile çözülmektedir.

Bu metodlar kullanılarak Fortran dilinde bilgisayar programları hazırlanmakta ve çeşitli örneklere uygulanmaktadır.



**ABSTRACT**

In this study, the systems of curved beams and of cylindrical shell are analyzed under the action of static loads. The governing equations are first obtained in canonical form and then solved by the Complementary Function Method. Alternatively, a more powerful stiffness matrix method is devised which is also based on the method of Complementary Functions.

The analysis procedure is coded in FORTRAN 77 programming language to facilitate the use of computer and several examples are solved.



## 1. GİRİŞ

Eğri eksenli elemanlar genelde kemer, köprü ve merdivenlerde kullanılmaktadır. Silindirik tonoz sistemlere ise hal, fabrika, spor salonları gibi yerlerde ihtiyaç duyulmaktadır.

Eğri eksenli taşıyıcı sistemlerin çözümleri doğru eksenli taşıyıcı sistemlere göre daha karmaşık olmaktadır. Pratikte eğri eksenli çubuk sistemler çok sayıda doğru eksenli parçalara bölünerek yaklaşık bir çözüme gidilmektedir.

Bu çalışmada, eğri eksenli düzlemsel çubuk sistemler, daire tabanlı silindirik helisel çubuklar ve silindirik tek tonoz çatılar ele alınmaktadır. Bu sistemler, statik yükler altında elde edilen denklem takımları Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile doğrudan çözülmektedir. Ara mesnet ve yükleme gibi daha karmaşık durumlarda, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile eleman rijitlik matrisleri ve eleman yük vektörleri bulunarak rijitlik matrisi metodu ile çözülmektedir.

Ele alınan örnekler, ayrıca ANSYS programı ile karşılaştırılması yapılmaktadır. Bu paket program doğru eksenli eleman kullanarak çözüm yapmaktadır. Bu çalışmada ele alınan örnekleri ANSYS ile modelliyebilmek ve belli bir hassasiyete varmak için sistemi fazla sayıda elemana bölmek gerekmektedir.

Tezin şunuluş düzeni aşağıdaki gibidir.

- Üçüncü bölümde, eğri eksenli uzaysal çubuk sistemleri idare eden denklemler, kanonik halde oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklem olarak elde edilmektedir. Eğri eksenli uzaysal çubukların özel hali olan düzlemsel daire eksenli çubuklar, düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü halde altışar adet denklem olarak elde edilmektedir.
- Dördüncü bölümde, silindirik tonoz sistemler belirli kabüller altında olayı idare eden diferansiyel denklemleri kononik halde sekiz adet denklem olarak elde edilmektedir.
- Beşinci bölümde Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu anlatılmaktadır.
- Altıncı bölümde, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile direk analiz anlatılmakta ve ilgili örnekler çözülmektedir.

- Yedinci bölümde, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile eğri eksenli çubuk sistemlerin eleman rijitlik matrisi, eleman yük vektörünün teşkili ve bu bölümle ilgili örnekler çözülmektedir.
- Ekler bölümünde ilgili FORTRAN dilinde hazırlanan bilgisayar programları verilmektedir.

## 1.1. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

İNAN M., (1966), Elastik çubukların genel teorisini incelemiş, düzlemsel ve daire eksenli çubukların taşıma matrisini elde ederek taşıma matrisi yöntemini uygulamıştır.

RAMASWAMY G. S., (1968), İnce kabuklarda analitik ve taşıma matrisine dayalı sayısal çözümler yapmıştır.

TEZCAN S., (1970), Eğri eksenli çubukların statik yükler altındaki davranışını incelemiştir.

HAKTANIR V., (1990), Silindirik helisel çubukların statik ve dinamik davranışlarını rijitlik ve taşıma matrisleri yöntemleriyle incelemiştir.

LAMAN M., (1990), Dairesel silindirik tonoz çatıların statik yükler altında davranışını taşıma matrisi yöntemi ile incelemiş ve kenar kiriş, öngerilme ve kısmi yükleme durumları için ayrı ayrı FORTRAN77 dilinde bilgisayar programları hazırlamıştır.

BAYHAN S., (1992), Daire eksenli çubuk sistemlerin statik yükler altında davranışını rijitlik ve taşıma matrisi metodu ile incelemiş ve MATHEMATICA dilinde bilgisayar programları hazırlamıştır.

BOZKURT, M., (1995), Denklemleri kanonik formda olan taşıyıcı yapı sistemlerini, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile incelemiş ve MATHEMATICA dilinde bilgisayar programları hazırlamıştır.

## 2. MATERYAL ve METOD

Statik yükler altında eğri eksenli çubuklar ve silindirik tonozların davranışını idare eden denklemler kanonik formda birinci mertebeden diferansiyel denklem takımları elde edilmektedir. Bu denklem takımları Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözülmektedir. Ara mesnet ve yüklerin bulunduğu durumlarda ise Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile eleman rijitlik matrisi ve eleman yük vektörü bulunarak ve rijitlik matrisi yöntemi ile sistem çözülmektedir. Bu yöntemlere dayalı FORTRAN dilinde bilgisayar programları hazırlanmaktadır.

Eğri eksenli çubuk sistemlerde denge denklemleri, uygunluk ve bünye şartları ile dört vektörel denklem elde edilmektedir. Bu vektörel denklemleri  $t$ ,  $n$ ,  $b$  hareketli takımdaki bileşenlerine ayrıldığında oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklemler elde edilmektedir. Bu oniki diferansiyel denklemin altısı düzlemi içinde, altısı düzlemine dik yükleme hallerine ayrılmaktadır. Kanonik halde elde edilen diferansiyel denklemler, deplasmana karşılık gelen uç kuvvetler şeklinde sıraya konulmaktadır. Eğri eksenli çubuklar için iki metod uygulanmaktadır. Bunlar direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ve Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi metodudur. Direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ara mesnetler ve tekil yükleme olmayan sistemler için uygundur. Daha genel olan ikinci yöntemde ise Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile eleman rijitlik matrisi ve eleman yük vektörü oluşturarak çözüme gidilmektedir.

Silindirik tonoz sistemlerde ise sekiz adet birinci dereceden diferansiyel denklemler kanonik halde elde edilmektedir. Bu silindirik tonoz sistemler direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözülmektedir.

### 3. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU ve RİJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ

#### 3.1. UZAYSAL ÇUBUKLAR

##### 3.1.1. Çubuğun Geometrisi

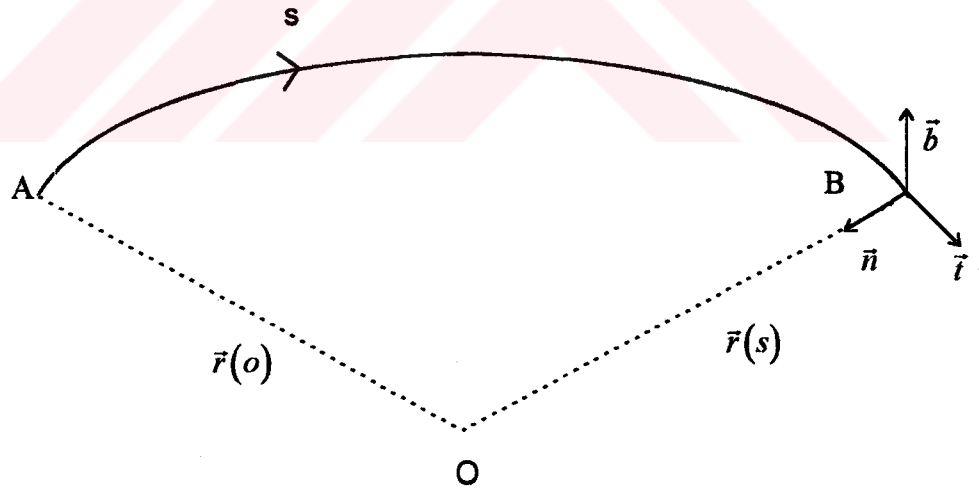
Çubuk, enine olan iki boyutu uzunluk ve eğrilikler yanında çok küçük olan taşıyıcı cisimlerdir. Bir çubukta başlıca iki eleman vardır, bunlar çubuk eksen ve çubuk dik kesitidir. Dik kesit, kendi ağırlık merkezinde çubuk eksenine olan bir uzay eğrisine devamlı dik kalacak şekilde hareket ederse çubuk meydana gelir.

##### 3.1.2. Çubuk Eksenine

Çubuk eksenine olarak herhangi bir eğri düşünülecek olursa, bu eğriyi :

$$\vec{r} = \vec{r}(s) \quad (3.1)$$

yer vektörü şeklinde ifade edilir.



Şekil 3.1 Çubuk Eksenine

Burada  $s$  eğri üzerinde başlangıç olarak seçilen bir A noktası ile B noktası arasındaki mesafeyi gösterir.  $s$  seçilen doğrultuda pozitiftir.

Eğri eksenli çubuklarda, eksene bağlı hareketli bir koordinat takımı  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  takımının seçilmesi problemin tanımlanmasında kolaylık sağlamaktadır. Her üç birim vektörde yer vektörüne bağlıdır.

**Teğet birim vektör ( $\vec{t}$ ) :**

Eksen eğrisine teğet ve artan  $s$  yönündedir.

$$\vec{t} = \frac{d\vec{r}}{ds} \quad (3.2)$$

**Normal birim vektör ( $\vec{n}$ ) :**

Teğet vektöre dik ve yönü eğrilik merkezine doğrudur.

**Binormal birim vektör ( $\vec{b}$ ) :**

$\vec{t}$  ve  $\vec{n}$  birim vektörlerinin düzlemine diktir.

$$\vec{b} = \vec{t} \times \vec{n} \quad (3.3)$$

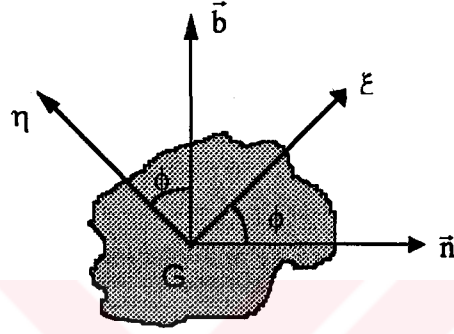
Bu şekilde tarif edilen  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  birim vektörlerinin teşkil ettiği takım sağ el kuralı ile temsil edilirler ve aralarında Frenet formülleri denilen türevsel bağıntılar vardır.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{t}}{ds} &= \chi \cdot \vec{n} \\ \frac{d\vec{n}}{ds} &= \tau \cdot \vec{b} - \chi \cdot \vec{t} \\ \frac{d\vec{b}}{ds} &= -\tau \cdot \vec{n} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$\chi$  eğrilik daima pozitiftir.  $\tau$  tabi burulma değeri uzay eğrilerinde sıfırdan farklı, düzlemsel eğriler için sıfırdır.  $\chi$  ve  $\tau$  değeri sabit olan eğrilere helis, sıfır olan eğrilere doğru denilmektedir.

### 3.1.3. Çubuk Dik Kesiti

Dik kesit, kapalı bir eğri ile sınırlanmış bir düzlem parçasıdır ve dik kesit  $\vec{n}, \vec{b}$  normal düzleminde (Şekil 3.2) .  $G$  şeklin ağırlık merkezi olup,  $G$  noktası daima eğri üzerindedir.  $\xi$  ve  $\eta$  eksenleri ,ise kesitin asal atalet moment eksenlerini göstermektedir.



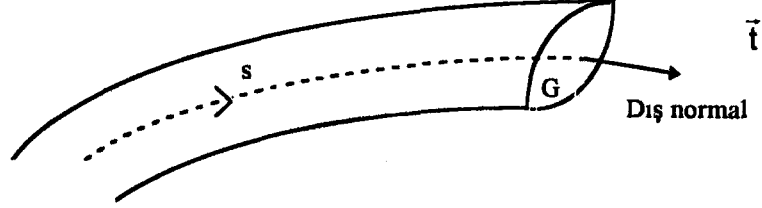
Şekil 3.2 Çubuk Dik Kesiti

Eksene bağlı olan  $\vec{n}, \vec{b}$  takımı ile dik kesite bağlı olan  $\xi$  ve  $\eta$  takımları birbirine  $\varphi$  açısı ile bağlıdır.

$$\varphi = \varphi(s) \quad (3.5)$$

Dış normali  $\vec{t}$  ile aynı yönde olan pozitif kesit, diğer şekilde negatif kesittir (Şekil 3.3).

Boy  $\Delta s$  gibi sonsuz küçük olan, pozitif ve negatif kesitle sınırlanan çubuk parçasına çubuk elemanı denilmektedir.



Şekil 3.3 Pozitif Kesit

### 3.1.4. Kabuller

- Çubuk malzemesi elastik ve izotropdur.
- Yer ve şekil değiştirmeler çok küçük olduğundan birinci mertebe teorisi kullanılacaktır.
- Deforme olmuş dik kesitin düzlemden olan sapmaları ihmal edilerek düzlem kaldığı kabul edilecektir.
- Çubuk kesiti göz önüne alındığı bölgede eksen boyunca sabittir.
- Bünye denklemlerinde Hooke Kanunu kullanılacaktır.

### 3.1.5. Denge Denklemleri

Çubuğa tesir eden dış kuvvetlerle çubuk parçaları arasındaki etki ve tepkiyi karakterize eden iç kuvvetler ele alınacaktır. İlk önce dış kuvvetler ele alınırsa, doğrultuları çubuk ekseninden geçen  $s$  boyunca yayılı olan dış kuvvetleri  $\vec{p}$  vektörü ile gösterilirse,

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta s} \right) = \vec{p} \quad (3.6)$$

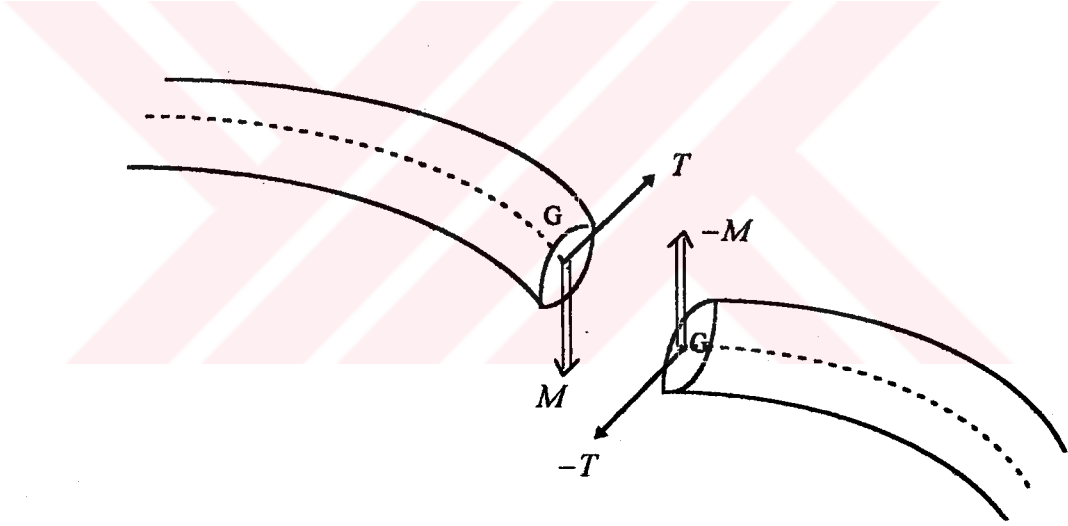
$\Delta \vec{p}$  kuvveti  $\Delta s$  eksen parçasına isabet eden dış kuvvetlerin vektörel toplamıdır.

Dış kuvvetler doğrultuları itibariyle eksenden geçmezler ise bunları eksene aktarmak mümkündür. Bu durumda kuvvet çiftini hesaba katmak gerekir.  $\Delta \vec{M}$  çubuğunun  $\Delta s$  kısmına etki eden dış kuvvetlerin eksene aktarılmasından doğan kuvvet çiftidir.

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \vec{M}}{\Delta s} \right) = \vec{m} \quad (3.7)$$

$\vec{m}$  vektörü dış kuvvet çiftini gösterir.

İç kuvvetler olarak kesit pozitif yönüne tesir eden kuvvetler alınmıştır. Bununla beraber yayılı iç kuvvetler ise kesitin ağırlık merkezine aktarılan değeridir.



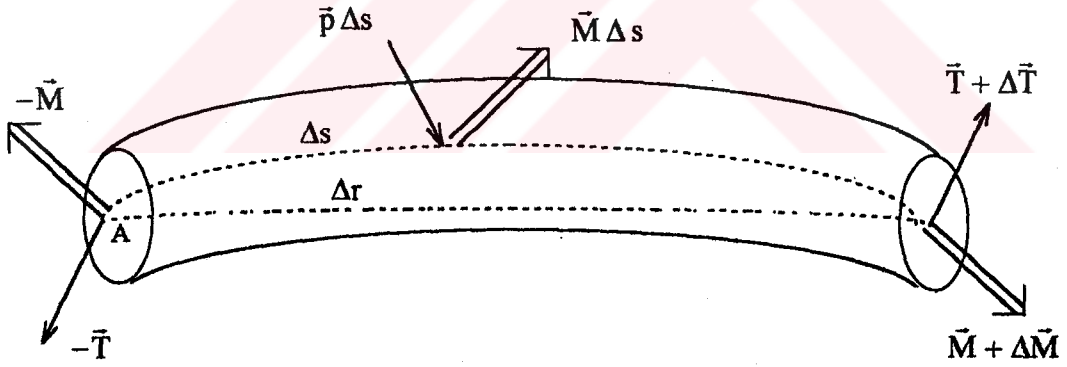
Şekil 3.4 İç Kuvvetler

$\vec{T}$  vektörü, kesite tesir eden iç kuvvetlerin vektörel toplamını,  $\vec{M}$  vektörü ise bunların ağırlık merkezine aktarıldığı zaman eklenmesi gereken kuvvet çiftidir.

Elastik çubuk teorisinin amaçlarından biri kesit tesirleri adı verilen ve  $s$ 'e göre değişen bu  $\vec{T}(s)$  ve  $\vec{M}(s)$  fonksiyonlarını hesaplamaktır.

$\vec{T} \cdot \vec{t} = T_t$	Eksenel Normal Kuvvet
$\vec{T} \cdot \vec{n} = T_n$	Kesme Kuvveti
$\vec{T} \cdot \vec{b} = T_b$	Kesme Kuvveti
$\vec{M} \cdot \vec{t} = M_t$	Burulma Momenti
$\vec{M} \cdot \vec{n} = M_n$	Eğilme Momenti
$\vec{M} \cdot \vec{b} = M_b$	Eğilme Momenti

$\vec{T}(s)$  ve  $\vec{M}(s)$  fonksiyonları ile dış kuvvetler arasında türevsel bir bağıntı vardır. Bu diferansiyel bağıntı  $\Delta s$  uzunluğunda bir çubuk elemanın üzerine ve kesit yüzlerine tesir eden kuvvetlerle dengede olması şartı ile elde edilir.



Şekil 3.5 Denge Durumu

Denge şartı ve A noktasına göre moment alınırsa,

$$-\bar{T} + \bar{T} + \Delta\bar{T} + \bar{p} \cdot \Delta s = 0$$

$$-\bar{M} + \bar{M} + \bar{m} \cdot \Delta s + \Delta\bar{r} \times (\bar{T} + \Delta\bar{T}) = 0$$

gerekli ifadeler sadeleştirilip limite geçilirse,

$$\frac{d\bar{T}}{ds} + \bar{p} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{d\bar{M}}{ds} + \bar{i} \times \bar{T} + \bar{m} = 0 \quad (3.9)$$

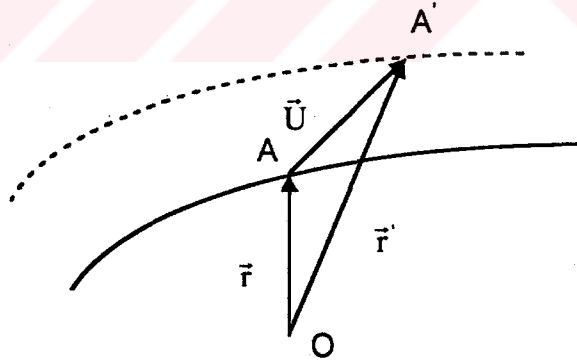
denge denklemleri elde edilir.

### 3.1.6. Uygunluk Denklemleri

Çubuk şekil değiştirdikten sonra eksen üzerinde herhangi bir A noktası A' noktasına gelecektir ( Şekil 3.6) . AA' vektörüne yerdeğiştirme vektörü denir ve

$$A\bar{A}' = \bar{U}(s) \quad (3.10)$$

ile gösterilir.



Şekil 3.6 Çubuk Eksenindeki Yer Değiştirme

$\vec{U}(s)$  fonksiyonunun bilinmesi ile çubuk ekseninin yerdeğiştirmeden sonraki durumu belli olur.

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{U} \quad (3.11)$$

Çubuk Şekil değiştirdikten sonra deforme olmuş kesitin düzlemden olan sapmaları ihmal edilmiştir.  $\vec{U}(s)$  vektörü, dik kesitin ağırlık merkezine ait ötelemesini ve  $\vec{\Omega}(s)$  vektörü ağırlık merkezi etrafından geçen eksen etrafındaki dönmeyi göstermektedir. Belirtilen bu iki vektör aynı cisme ait dik kesite etki ettiğinden dolayı aralarında bir diferansiyel bağıntı vardır.

Çubuk Şekil değiştirmesi için iki önemli vektör daha vardır. Bunlar birim uzunluklu bir çubuk elemanı için tarif edilmiş olan relatif birim değerlerdir. Bunlar relatif birim kayma  $\vec{\gamma}$  vektörü ile relatif birim dönme  $\vec{w}$  vektörüdür.

$\vec{\gamma}$  vektörü  $\vec{\Omega} = 0$  alınmak Őartıyla,

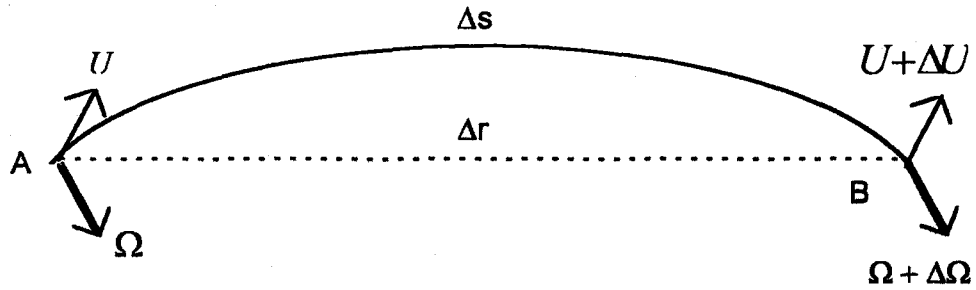
$$\left( \frac{d\vec{U}}{ds} \right)_{\vec{\Omega}=0} = \vec{\gamma} \quad (3.12)$$

$\vec{\gamma}$  vektörü çubuk Şekil değiştirmesini göstermektedir.

$\vec{w}$  vektörü ise,

$$\vec{w} = \frac{d\vec{\Omega}}{ds} \quad (3.13)$$

$\vec{\gamma}$  ve  $\vec{w}$  vektörleri de diğerleri gibi Őiddetleri çok küçük vektörler olarak hesaplarda göz önüne alınacaktır.



Şekil 3.7 Çubuktaki Yerdeğiştirme ve Dönmeler

Şekil 3.7' de görüldüğü gibi çubuk eksenini üzerinde birbirine çok yakın A ve B noktaları alalım. B noktasındaki yerdeğiştirme A' dan olan farkı  $\Delta\vec{U}$  ile gösterilmiştir. AB çubuk elemanının şekil değiştirmesi dolayısıyla B noktası A' ya göre  $\vec{\gamma} \cdot \Delta s$  kadar farklı hareket eder. A' dan geçen kesit  $\vec{\Omega}$  ile gösterilen bir dönme yapınca B noktasında  $\vec{\Omega} \times \Delta\vec{r}$  ile gösterilen bir hareket yapacaktır. Buna göre,

$$\Delta\vec{U} = \vec{\gamma} \cdot \Delta s + \vec{\Omega} \times \Delta\vec{r} \quad (3.14)$$

denklemini elde edilecektir ve her iki taraf  $\Delta s$  ile bölünüp limite geçilirse,

$$\frac{d\vec{U}}{ds} = \vec{\gamma} + \vec{\Omega} \times \vec{t} \quad (3.15)$$

elde edilir ve  $\vec{U}$  vektörü ile  $\vec{\Omega}$  arasında gösterilen ifadeye Uygunluk Şartı denilmektedir.

Yer ve şekil değiştirme için tarif edilen  $\vec{U}, \vec{\Omega}, \vec{\gamma}, \vec{w}$  vektörleri arasında (3.13) ve (3.15) ifadeleri düzenlenirse,

$$\frac{d\vec{\Omega}}{ds} - \vec{w} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{d\vec{U}}{ds} + \vec{t} \times \vec{\Omega} - \vec{\gamma} = 0 \quad (3.17)$$

şeklinde ifade edilebilir.

$\vec{\gamma}$  ve  $\vec{w}$  vektörlerinin  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  takımındaki bileşenleri,  $\gamma_t$  birim uzamayı,  $\gamma_n$  ve  $\gamma_b$  değeri  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  doğrultularındaki kaymayı göstermektedir. Aynı zamanda  $w_t$  değeri burulmadaki birim dönme açısı olup twist denir ve  $w_n$  ve  $w_b$  ise  $\vec{n}$  ve  $\vec{b}$  eksenleri etrafındaki eğilme dolayısıyla meydana gelen relatif birim dönmeleri göstermektedir.

### 3.1.7. Kesit Tesirleri İle Şekil Değişirme Arasındaki İlişki

$\bar{\gamma}$  ile  $\bar{T}$  ve  $\bar{w}$  ile  $\bar{M}$  vektörleri arasında bir ilişki olduğunu kabul edebiliriz.

$$\bar{T} = f_1(\bar{\gamma}) \quad (3.18)$$

$$\bar{M} = f_2(\bar{w}) \quad (3.19)$$

$f_1$  ve  $f_2$  ilgili vektörler arasındaki ilişkiyi göstermektedir ve vektörlerin koordinatları birbirlerine lineer olarak bağlıdır.

Seçilen herhangi bir koordinat sisteminde vektörlerin koordinatları  $T_1, T_2, T_3$ 'e karşılık  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  ve  $M_1, M_2, M_3$ 'e karşılık  $w_1, w_2, w_3$  olsun.

$$\begin{aligned} T_1 &= C_{11} \cdot \gamma_1 + C_{12} \cdot \gamma_2 + C_{13} \cdot \gamma_3 \\ T_2 &= C_{21} \cdot \gamma_1 + C_{22} \cdot \gamma_2 + C_{23} \cdot \gamma_3 \\ T_3 &= C_{31} \cdot \gamma_1 + C_{32} \cdot \gamma_2 + C_{33} \cdot \gamma_3 \end{aligned} \quad (3.20)$$

veya kapalı formda ifade edilirse,

$$T_i = \sum C_{ij} \gamma_j \quad (3.21)$$

benzer şekilde,

$$\begin{aligned} M_1 &= D_{11} \cdot w_1 + D_{12} \cdot w_2 + D_{13} \cdot w_3 \\ M_2 &= D_{21} \cdot w_1 + D_{22} \cdot w_2 + D_{23} \cdot w_3 \\ M_3 &= D_{31} \cdot w_1 + D_{32} \cdot w_2 + D_{33} \cdot w_3 \end{aligned} \quad (3.22)$$

veya kapalı formda ifade edilirse,

$$M_i = \sum D_{ij} w_j \quad (3.23)$$

Burada  $C_{ij}$  ve  $D_{ij}$  ile gösterilen katsayılar yalnız çubuk malzemesine ve kesit geometrisine bağlı olup  $\bar{\gamma}$  ve  $\bar{w}$  değişkenlerden bağımsızdır. Ayrıca malzeme homojen ve izotrop, kesitte sabit olduğu kabul edilirse bu katsayıların  $s$  değişkeninden de bağımsız

olur.  $C_{ij}$  ve  $D_{ij}$  katsayıları çubuğun kaymaya ve dönmeye karşı rijitlikleri denir ve bunlar simetriktr.

Matris bileşenleri  $\bar{t}, \bar{n}, \bar{b}$  takımında ele alındığında,

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & C_{nn} & C_{nb} \\ 0 & C_{bn} & C_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & D_{nn} & D_{nb} \\ 0 & D_{bn} & D_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Bu özellik  $\gamma_t$  aksenal birim uzamasının yalnız  $T_t$  aksenal normal kuvvete ve  $w_t$  birim torsiyon açısında  $M_t$  burulma momentine bağlı olmasına dayanır.

Yapılan kabüllerde ise  $\bar{n}, \bar{b}$  takımı asal eksen olan  $\xi, \eta$  ile çakışmaktadır. Bundan dolayı rijitlik matrisleri aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & C_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & C_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & D_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & D_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Rijitlik matrisleri  $|C_{ij}| \neq 0$  ve  $|D_{ij}| \neq 0$  olduğundan bu matrislerin tersleri alınabilir.

$$\vec{\gamma} = [C]^{-1} \cdot \vec{T} \quad (3.28)$$

$$\vec{w} = [D]^{-1} \cdot \vec{M} \quad (3.29)$$

### 3.1.8. Vektörel Denklemlerin $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$ Takımına Dönüştürülmesi

Elastik çubuk teorisi kurulurken göz önüne alınan bilinmeyenler altı vektörden ibarettir. Bunlar kesit tesirleri  $\vec{T}$  ve  $\vec{M}$ , şekil değiştirme elemanları  $\vec{\gamma}$  ve  $\vec{w}$ , yerdeğiştirme ve dönme  $\vec{U}$  ve  $\vec{\Omega}$  vektörleridir. Daha önceki bölümlerde bu denklemleri elde etmiştik.

Denge denklemlerinden,

$$\frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{p} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{t} \times \vec{T} + \vec{m} = 0 \quad (3.9)$$

Uygunluk denklemlerinden,

$$\frac{d\vec{\Omega}}{ds} - \vec{w} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{d\vec{U}}{ds} + \vec{t} \times \vec{\Omega} - \vec{\gamma} = 0 \quad (3.17)$$

Bünye denklemlerinden,

$$\vec{\gamma} = [C]^{-1} \cdot \vec{T} \quad (3.28)$$

$$\vec{w} = [D]^{-1} \cdot \vec{M} \quad (3.29)$$

elde edilmiştir.

(3.28) ve (3.29) denklemleri (3.16) ve (3.17) denklemlerinde yerine konulduğunda

$$\frac{d\vec{\Omega}}{ds} - [D]^{-1} \cdot \vec{M} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{d\vec{U}}{ds} + \vec{i} \times \vec{\Omega} - [C]^{-1} \cdot \vec{T} = 0 \quad (3.31)$$

ifadeleri elde edilecektir. Böylece önceden elde edilmiş olan altı denklem, dört denkleme indirgenmiştir. Bunlar,

$$\frac{d\vec{T}}{ds} + \vec{p} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds} + \vec{i} \times \vec{T} + \vec{m} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{d\vec{\Omega}}{ds} - [D]^{-1} \cdot \vec{M} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{d\vec{U}}{ds} + \vec{i} \times \vec{\Omega} - [C]^{-1} \cdot \vec{T} = 0 \quad (3.31)$$

şeklindedir.

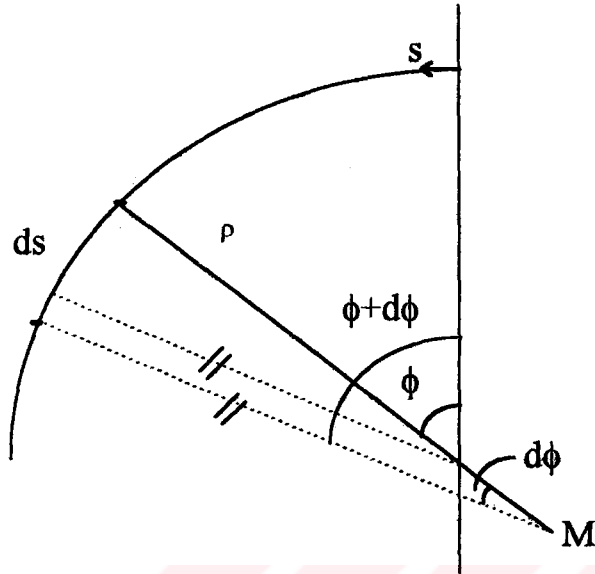
Hesaplanması gereken iç kuvvetler olan  $\vec{T}, \vec{M}$  ve yerdeğiştirme ve dönme olan  $\vec{U}, \vec{\Omega}$  olmak üzere toplam dört adet vektörel büyüklük vardır. Hesaplarda kolaylık sağlaması açısından skaler denklemlere geçmek gerekir. Eksen takımı olarak  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  hareketli takımı alınmış ve bu vektörel ifadeler bu hareketli takıma aktarılmıştır. Serbest değişken  $s$  yerine  $\phi$  ifadesi kullanılmıştır.

Aralarında aşağıdaki gibi bir ilişki vardır ( Şekil 3.8)

$$ds = \rho \cdot d\phi \quad (3.32)$$

eğrilik ise,

$$\chi = \frac{1}{\rho} \quad (3.33)$$



Şekil 3.8 Eğrilik İlişkisi

Frenet formülleri de dikkate alınarak vektörel denklemlerin hareketli takıma aktarılması aşağıdaki şekilde yapılır.

(3.8) denkleminde aşağıdaki ifadeleri  $t, n, b$  takımındaki bileşenlerine ayırırsa;

$$\vec{T} = T_t \cdot \vec{t} + T_n \cdot \vec{n} + T_b \cdot \vec{b} \quad (3.34)$$

$$\vec{p} = p_t \cdot \vec{t} + p_n \cdot \vec{n} + p_b \cdot \vec{b}$$

elde edilir. (3.4) ve (3.34) denklemleri (3.8) denklemlerinde yerine konursa,

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - \rho \cdot p_t \quad (3.35)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t + \rho \cdot \tau \cdot T_b - \rho \cdot p_n \quad (3.36)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -\tau \cdot \rho \cdot T_n - \rho \cdot p_b \quad (3.37)$$

denklemleri elde edilir.

(3.9) denkleminde ilgili ifadeler hareketli takımında bileşenlerine ayrılırsa;

$$\begin{aligned}\vec{M} &= M_t \cdot \vec{i} + M_n \cdot \vec{n} + M_b \cdot \vec{b} \\ \vec{m} &= m_t \cdot \vec{i} + m_n \cdot \vec{n} + m_b \cdot \vec{b} \\ \vec{T} &= T_t \cdot \vec{i} + T_n \cdot \vec{n} + T_b \cdot \vec{b}\end{aligned}\quad (3.38)$$

elde edilir. (3.4) ve (3.38) denklemleri (3.9) ifadesinde yerine konulursa

$$\frac{dM_t}{d\phi} = M_n - \rho \cdot m_t \quad (3.39)$$

$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_t + \rho \cdot \tau \cdot M_b + \rho \cdot T_b - \rho \cdot m_n \quad (3.40)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot M_n - \rho \cdot T_n - \rho \cdot m_b \quad (3.41)$$

denklemleri elde edilir.

(3.16) denkleminde ilgili ifadeler bileşenlerine ayrılırsa,

$$\begin{aligned}\vec{\Omega} &= \Omega_t \cdot \vec{i} + \Omega_n \cdot \vec{n} + \Omega_b \cdot \vec{b} \\ \vec{w} &= w_t \cdot \vec{i} + w_n \cdot \vec{n} + w_b \cdot \vec{b}\end{aligned}\quad (3.42)$$

şeklinde olur. (3.4) ve (3.42) denklemleri (3.16) ifadesinde yerine konulursa

$$\frac{d\Omega_t}{d\phi} = \Omega_n + \rho \cdot w_t \quad (3.43)$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_t + \rho \cdot \tau \cdot \Omega_b + \rho \cdot w_n \quad (3.44)$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot \Omega_n + \rho \cdot w_b \quad (3.45)$$

denklemleri elde edilir.

(3.17) denkleminde ilgili ifadeler bileşenlerine ayrılırsa,

$$\begin{aligned}\vec{U} &= U_t \cdot \vec{i} + U_n \cdot \vec{n} + U_b \cdot \vec{b} \\ \vec{\gamma} &= \gamma_t \cdot \vec{i} + \gamma_n \cdot \vec{n} + \gamma_b \cdot \vec{b}\end{aligned}\quad (3.46)$$

şeklinde düzenlenir. (3.4) ve (3.46) ifadeleri (3.17) denklemlerinde yerine konulursa,

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + \rho \cdot \gamma_t \quad (3.47)$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -U_t + \rho \cdot \tau \cdot U_b + \rho \cdot \Omega_b + \rho \cdot \gamma_n \quad (3.48)$$

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot U_n - \rho \cdot \Omega_n + \rho \cdot \gamma_b \quad (3.49)$$

denklemleri elde edilir.

Böylece uzaysal çubuklarda, statik yükler altındaki davranışı idare eden genel denklemler vektörel formda elde edilmiş ve sonra sayısal çözüm yapılacağından denklemler hareketli takıma aktarılmıştır. Böylece uzaysal çubuklarda genel olarak oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklemler elde edilmiştir.

Bu oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklemler aşağıda toplu halde verilmektedir. Bu diferansiyel denklemler deplasman ve dönmeye karşılık kuvvet ve kuvvet çifti olarak sıralanırsa,

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + \rho \cdot \gamma_t \quad (3.47)$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -U_t + \rho \cdot \tau \cdot U_b + \rho \cdot \Omega_b + \rho \cdot \gamma_n \quad (3.48)$$

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot U_n - \rho \cdot \Omega_n + \rho \cdot \gamma_b \quad (3.49)$$

$$\frac{d\Omega_i}{d\phi} = \Omega_n + \rho \cdot w_i \quad (3.43)$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_i + \rho \cdot \tau \cdot \Omega_b + \rho \cdot w_n \quad (3.44)$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot \Omega_n + \rho \cdot w_b \quad (3.45)$$

$$\frac{dT_i}{d\phi} = T_n - \rho \cdot p_i \quad (3.35)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_i + \rho \cdot \tau \cdot T_b - \rho \cdot p_n \quad (3.36)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -\tau \cdot \rho \cdot T_n - \rho \cdot p_b \quad (3.37)$$

$$\frac{dM_i}{d\phi} = M_n - \rho \cdot m_i \quad (3.39)$$

$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_i + \rho \cdot \tau \cdot M_b + \rho \cdot T_b - \rho \cdot m_n \quad (3.40)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -\rho \cdot \tau \cdot M_n - \rho \cdot T_n - \rho \cdot m_b \quad (3.41)$$

elde edilir.

### 3.2. DÜZLEMSEL ÇUBUKLAR

Düzlemsel çubuklar, eksen eğrisi bir düzlem içinde olan çubuklardır. Düzlemsel çubuklarda tabii burulma,

$$\tau = 0 \quad (3.50)$$

ve binormal birim vektör,

$$\vec{b} = \text{sabit} \quad (3.51)$$

Düzlemsel çubukların statik denklemlerin elde edilmesinde, çubuk malzemesinin elastik ve izotrop olduğu, kesitin kayma ve geometrik merkezlerinin çakıştığı, birinci mertebe teorisinin geçerli olduğu, kesit düzleminde bulunan  $\vec{n}$ ,  $\vec{b}$  birim vektörleri ile kesit asal eksenlerinin çakıştığı kabul edilmektedir.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & C_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & C_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & D_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & D_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

olmaktadır.

Diferansiyel denklemlerde,

$$\begin{aligned} \gamma_t &= \frac{T_t}{C_{tt}} \\ \gamma_n &= \frac{T_n}{C_{nn}} \\ \gamma_b &= \frac{T_b}{C_{bb}} \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned}
 w_t &= \frac{M_t}{D_{tt}} \\
 w_n &= \frac{M_n}{D_{nn}} \\
 w_b &= \frac{M_b}{D_{bb}}
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

ifadeleri yerine konulacaktır ve

$$\begin{aligned}
 C_{tt} &= E \cdot A \\
 C_{nn} &= G \cdot A \\
 C_{bb} &= G \cdot A \\
 D_{tt} &= G \cdot J_t \\
 D_{nn} &= E \cdot I_n \\
 D_{bb} &= E \cdot I_b
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

alınacaktır. Burada E elastisite modülü, A kesit alanı, G kayma modülü,  $J_t$  burulma atalet momentini,  $I_n$  ve  $I_b$  ise  $\bar{n}$ ,  $\bar{b}$  eksenlerine göre atalet momentleridir.

Şimdi bu ifadeler oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklemlerde yerine konulursa,

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + \rho \cdot \frac{T_t}{C_{tt}} \tag{3.57}$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -U_t + \rho \cdot \Omega_b + \rho \cdot \frac{T_n}{C_{nn}} \tag{3.58}$$

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -\rho \cdot \Omega_n + \rho \cdot \frac{T_b}{C_{bb}} \tag{3.59}$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\phi} = \Omega_n + \rho \cdot \frac{M_t}{D_n} \quad (3.60)$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_t + \rho \cdot \frac{M_n}{D_{nn}} \quad (3.61)$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = \rho \cdot \frac{M_b}{D_{bb}} \quad (3.62)$$

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - \rho \cdot p_t \quad (3.63)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t - \rho \cdot p_n \quad (3.64)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -\rho \cdot p_b \quad (3.65)$$

$$\frac{dM_t}{d\phi} = M_n - \rho \cdot m_t \quad (3.66)$$

$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_t + \rho \cdot T_b - \rho \cdot m_n \quad (3.67)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -\rho \cdot T_n - \rho \cdot m_b \quad (3.68)$$

şeklinde düzenlenir.

Yukarıda bulunan oniki adet birinci dereceden denklemlere dikkat edildiğinde iki grup göze çarpmaktadır. Birinci grup  $U_t, U_n, \Omega_b, T_t, T_n, M_b$  gibi altı büyüklük sadece (3.57), (3.58), (3.62), (3.63), (3.64) ve (3.68) denklemlerinde bulunmakta ve ikinci grup olan  $U_b, \Omega_t, \Omega_n, T_b, M_t, M_n$  gibi altı büyüklük ise (3.59), (3.60), (3.61), (3.64), (3.65), (3.67) denklemlerinde bulunmaktadır. Böylece hem bilinmeyenler hem denklemler altışar adet olarak iki gruba ayrılıp hesaplarda büyük kolaylık sağlamaktadır.

$$\text{I. Grup} \rightarrow \begin{array}{l} U_t, U_n, \Omega_b \\ T_t, T_n, M_b \end{array}$$

$$\text{II. Grup} \rightarrow \begin{array}{l} U_b, \Omega_t, \Omega_n \\ T_b, M_t, M_n \end{array}$$

İlk grupta bilinmeyen kuvvet ve momentler  $T_t, T_n$  ve  $M_b$  gibi iç kuvvetler  $t, n$  düzleminde ve çubuk ekseninin bulunduğu düzlemedir. Birinci gruptaki  $U_t, U_n$  ve  $\Omega_b$  gibi yerdeğiştirme ve dönmeler de düzlem içinde bulunan değerlerdir. Bu gruptaki dış kuvvet bileşenleri olan  $p_t, p_n$  ve  $m_b$  değerleride aynı düzleme etki etmektedir. Bu durumda birinci grup problemde etkiler ve sonuçlar çubuk düzlemi içinde bulunmaktadır.

İkinci grupta bulunan  $T_b, M_t, M_n$  iç kuvvet ve kuvvet çiftine ait tesirler düzlemine dik doğrultuda olmaktadır ve  $U_b, \Omega_t, \Omega_n$  gibi yerdeğiştirme ve dönmelerde düzlemine dik doğrultudadır. Dış kuvvet bileşenleri olan  $p_b, m_t, m_n$  değerleri düzlemine dik etki etmektedir. Bu durumda ikinci gruptaki etki ve sonuçlar düzlemine dik olmaktadır.

O halde düzlemsel halde elde ettiğimiz oniki adet diferansiyel denkleminizi altısı düzlemi içinde altısı düzlemine dik olarak aşağıda görüldüğü gibi ifade edebiliriz.

### Düzlemi İçinde Yüklü Hal

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + \rho \cdot \frac{T_t}{C_n} \quad (3.57)$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -U_t + \rho \cdot \Omega_b + \rho \cdot \frac{T_n}{C_{nn}} \quad (3.58)$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = \rho \cdot \frac{M_b}{D_{bb}} \quad (3.62)$$

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - \rho \cdot p_t \quad (3.63)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t - \rho \cdot p_n \quad (3.64)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -\rho \cdot T_n - \rho \cdot m_b \quad (3.68)$$

şeklinde düzlemi içinde yüklü hal için kanonik halde elde edilmiş denklemler yukarıdaki gibidir.

### Düzlemine Dik Yüklü Hal

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -\rho \cdot \Omega_n + \rho \cdot \frac{T_b}{C_{bb}} \quad (3.59)$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\phi} = \Omega_n + \rho \cdot \frac{M_t}{D_{nn}} \quad (3.60)$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_t + \rho \cdot \frac{M_n}{D_{nn}} \quad (3.61)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -\rho \cdot p_b \quad (3.65)$$

$$\frac{dM_t}{d\phi} = M_n - \rho \cdot m_t \quad (3.66)$$

$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_t + \rho \cdot T_b - \rho \cdot m_n \quad (3.67)$$

düzlemine dik yüklü hal için kanonik formda elde edilmiştir.



### 3.3 DAİRE EKSENLİ ÇUBUKLAR

Düzlemsel çubuklardaki bütün ifadeler geçerli olup, özel olarak daire eksen halinde yarıçap sabittir.

$$\rho = r = \text{sabit}$$

Bu bölümde daire eksenli çubuklar için düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü çubuklar ayrı ayrı incelenecektir.

#### 3.3.1 Düzlemi İçinde Yüklü Daire Eksenli Çubuklar

Düzlemsel çubuklardaki, düzlemi içinde yüklü halde verilen altı adet diferansiyel denklem geçerli olup,

$$\rho = r = \text{sabit' tir.}$$

Buna göre denklemler düzenlenirse aşağıdaki denklemler elde edilecektir.

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + r \cdot \frac{T_t}{C_n} \quad (3.69)$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -U_t + r \cdot \Omega_b + r \cdot \frac{T_n}{C_{nn}} \quad (3.70)$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = r \cdot \frac{M_b}{D_{bb}} \quad (3.71)$$

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - r \cdot p_t \quad (3.72)$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t - r \cdot p_n \quad (3.73)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -r \cdot T_n - r \cdot m_b \quad (3.74)$$

### 3.3.2 Düzlemine Dik Yüklü Daire Eksenli Çubuklar

Daire eksenli düzlemsel çubuklardaki düzlemine dik yüklü hal geçerli olup

$$\rho = r = \text{sabit}$$

olduğu dikkate alınır ve bu denklemler düzenlenirse,

$$\frac{dU_b}{d\phi} = -r \cdot \Omega_n + r \cdot \frac{T_b}{C_{bb}} \quad (3.75)$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\phi} = \Omega_n + r \cdot \frac{M_t}{D_{tt}} \quad (3.76)$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\phi} = -\Omega_t + r \cdot \frac{M_n}{D_{nn}} \quad (3.77)$$

$$\frac{dT_b}{d\phi} = -r \cdot p_b \quad (3.78)$$

$$\frac{dM_t}{d\phi} = M_n - r \cdot m_t \quad (3.79)$$

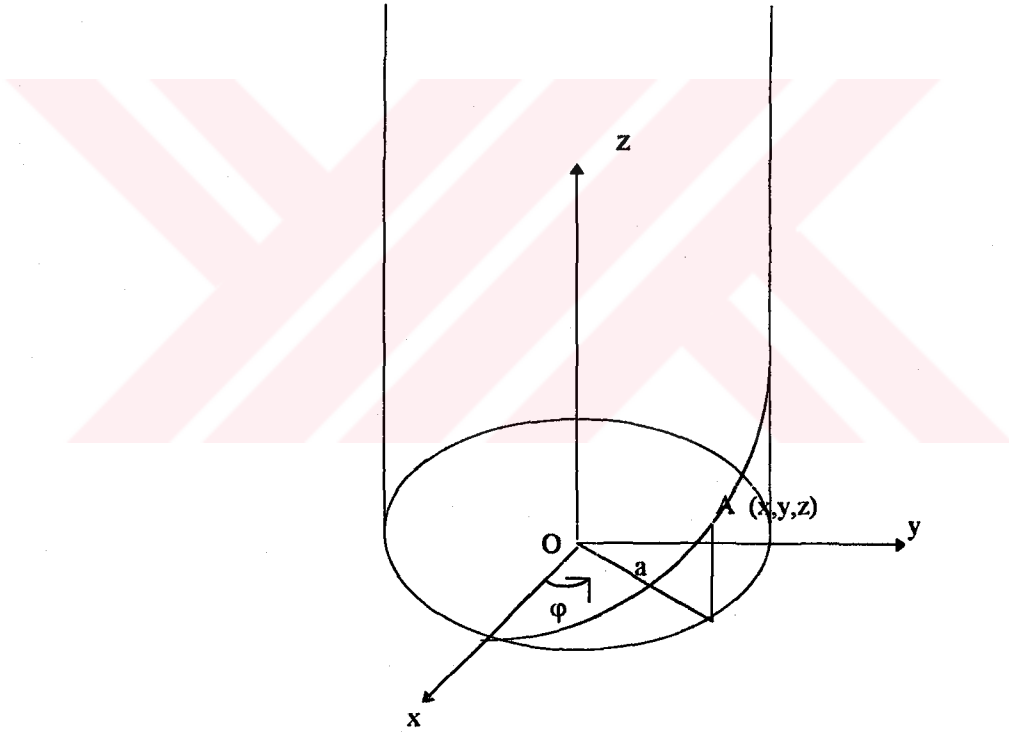
$$\frac{dM_n}{d\phi} = -M_t + r \cdot T_b - r \cdot m_n \quad (3.80)$$

Böylece düzlemsel daire eksenli çubukların düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü hal için olayı idare eden diferansiyel denklemler elde edilmiştir.

### 3.4. HELİSEL ÇUBUKLAR

#### 3.4.1. Helisel Çubukların Geometrisi ve Kabuller

Helis, yarıçapı  $a$  olan bir silindir üzerine çizilmiş bir eğridir. Bu bölümde elastik çubukların genel teorisine uygun, eksen uzayda olan Helisel çubuklar ele alınacaktır. Merdiven ve benzer konstrüksiyon için önemli olan bu kirişler, bağ şartları ve yükleme durumu nasıl olursa olsun diferansiyel denklemlerini elde edip direk tamamlayıcı fonksiyonlar metodu ve Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi yöntemi ile çözülecektir.



Şekil 3.9 Daire Tabanlı Helis

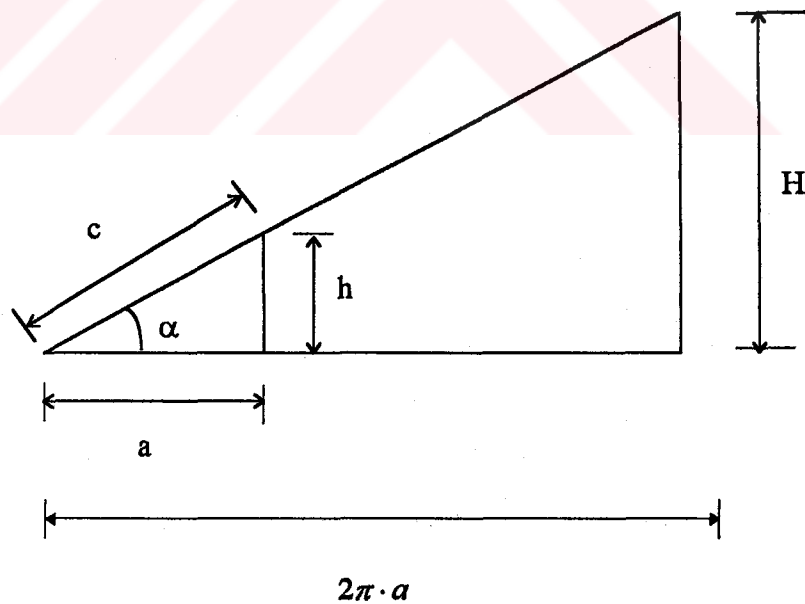
Çubuk eksenini Şekil 3.9'da verilen daire tabanlı helis ve sarıldığı dairenin yarıçapı  $a$  olsun. Taban dairesi üzerinde ölçülen ve  $x$  ekseninden itibaren sayılan  $\varphi$  açısını parametre olarak seçersek helisin parametrik denklemleri :

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos\varphi \\ y &= a \cdot \sin\varphi \\ z &= h \cdot \varphi \end{aligned} \quad (3.81)$$

şekildedir.

$$h = \frac{H}{2\pi} \quad (3.82)$$

Birim radyan devir yaptıktan sonraki yükselmeye  $h$ , tam bir radyan devir yaptıktan sonra yükselmeye ise  $H$  denilmektedir. Silindir yüzeyi açılacak olursa helis doğru olarak görülecektir. Şekil 3.10'da gösterilen bu doğrunun taban çizgisine göre olan eğimine aynı zamanda helisin de  $(x,y)$  düzlemine göre eğimi denir.



Şekil 3.10 Helisin Yükselme Açısı

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{H}{2\pi \cdot a} = \frac{h}{a} \quad (3.83)$$

$$\operatorname{Sin}\alpha = \frac{h}{c}$$

$$\operatorname{Cos}\alpha = \frac{a}{c} \quad (3.84)$$

$$a^2 + h^2 = c^2$$

şeklinde ifade edilebilir.

Helisin uzunluk elemanı (3.81)' den

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \sqrt{a^2 + h^2} d\varphi = c \cdot d\varphi \quad (3.85)$$

Frenet formüllerine ait  $\vec{i}, \vec{n}, \vec{b}$  birim vektörlerini hesap edelim.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \operatorname{Cos}\varphi\vec{i} + a\operatorname{Sin}\varphi\vec{j} + h\varphi\vec{k} \quad (3.86)$$

(3.2) ve (3.85)' den

$$\vec{i} = \frac{d\vec{r}}{ds} = \left(-\frac{a}{c}\operatorname{Sin}\varphi\right)\vec{i} + \left(\frac{a}{c}\operatorname{Cos}\varphi\right)\vec{j} + \left(\frac{h}{c}\right)\vec{k} \quad (3.87)$$

birim normal vektör için,

$$\vec{n} = (-\operatorname{Cos}\varphi)\vec{i} + (-\operatorname{Sin}\varphi)\vec{j} \quad (3.88)$$

eğrilik için,

$$\chi = \frac{1}{\rho} = \frac{a}{c^2} = \frac{a}{a^2 + h^2} = \text{sabit} \quad (3.89)$$

binormal birim vektör için,

$$\vec{b} = \vec{i} \times \vec{n}$$

veya (3.87) ve (3.88) formüllerinden

$$\vec{b} = \left(\frac{h}{c} \sin \varphi\right) \vec{i} + \left(-\frac{h}{c} \cos \varphi\right) \vec{j} + \left(\frac{a}{c}\right) \vec{k} \quad (3.90)$$

bulunur. Helise ait  $\tau$  tabii burulma değeri frenet formüllerinden,

$$\tau = \frac{h}{c^2} = \frac{h}{a^2 + h^2} = \text{sabit} \quad (3.91)$$

eder. Görüldüğü gibi helisin eğrilik ve tabii burulma değerleri sabit değerler almaktadır.

(3.89) ve (3.91) formüllerinden elde edildiği üzere Frenet Formülleri aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{i}}{ds} &= \frac{a}{c^2} \vec{n} \\ \frac{d\vec{n}}{ds} &= \frac{h}{c^2} \vec{b} - \frac{a}{c^2} \vec{i} \\ \frac{d\vec{b}}{ds} &= -\frac{h}{c^2} \vec{n} \end{aligned} \quad (3.92)$$

ds yerine  $d\varphi$  değişkeni alınırsa (3.12) formülleri (3.85)' den dolayı,

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{i}}{d\varphi} &= \frac{a}{c} \vec{n} \\ \frac{d\vec{n}}{d\varphi} &= \frac{h}{c} \vec{b} - \frac{a}{c} \vec{i} \\ \frac{d\vec{b}}{d\varphi} &= -\frac{h}{c} \vec{n} \end{aligned} \quad (3.93)$$

ifadeleri bu şekilde daha basit bir hal alır.

### 3.4.2. Helisel Çubuğa Ait Esas Denklemler

Elastik çubukların genel denklemlerinden ilk önce (3.8) ve (3.9) denge denklemlerini helisel çubuklara uygulayalım ve  $ds = cd\varphi$  konursa;

$$\frac{d\vec{T}}{d\varphi} + c\vec{p} = 0 \quad (3.94)$$

$$\frac{d\vec{M}}{d\varphi} + c(\vec{t} \times \vec{T}) + c\vec{m} = 0 \quad (3.95)$$

şeklinde düzenlenir.

$\vec{T}$  ve  $\vec{M}$  iç kuvvetleri  $t, n, b$  hareketli takımındaki koordinatları gösterirsek;

$$\vec{T} = T_t \vec{t} + T_n \vec{n} + T_b \vec{b} \quad (3.96)$$

(3.96)'daki bu ifade (3.81)'de yerine konur ve (3.93) formülüne uygun olarak türevler alınırsa (3.81) vektöryel denklemi üç tane skaler denkleme dönüşmüş olur.

$$\begin{aligned} \frac{dT_t}{d\varphi} - \frac{a}{c} T_n + cp_t &= 0 \\ \frac{dT_n}{d\varphi} + \frac{a}{c} T_t - \frac{h}{c} T_b + cp_n &= 0 \\ \frac{dT_b}{d\varphi} + \frac{h}{c} T_n + cp_b &= 0 \end{aligned} \quad (3.97)$$

M momenti içinde benzer şekilde;

$$\vec{M} = M_t \vec{t} + M_n \vec{n} + M_b \vec{b} \quad (3.98)$$

(3.93) ve (3.95) ifadelerinden;

$$\begin{aligned}
\frac{dM_t}{d\varphi} - \frac{a}{c}M_n + cm_t &= 0 \\
\frac{dM_n}{d\varphi} + \frac{a}{c}M_t - \frac{h}{c}M_b - cT_b + cm_n &= 0 \\
\frac{dM_b}{d\varphi} + \frac{h}{c}M_n + cT_n + cm_b &= 0
\end{aligned} \tag{3.99}$$

Helisel çubuk için (3.16) ve (3.17) uygunluk denklemlerini göz önüne alındığında,

$$\frac{d\bar{\Omega}}{d\varphi} - c\bar{w} = 0 \tag{3.100}$$

$$\frac{d\bar{U}}{d\varphi} + c(\bar{t} \times \bar{\Omega}) - c\bar{y} = 0 \tag{3.101}$$

şeklinde düzenlenir.

$\bar{\Omega}$  vektörünü  $\bar{t}, \bar{n}, \bar{b}$  koordinat takımında yazıldığında,

$$\bar{\Omega} = \Omega_t \bar{t} + \Omega_n \bar{n} + \Omega_b \bar{b} \tag{3.102}$$

benzer şekilde,

$$\begin{aligned}
\frac{d\Omega_t}{d\varphi} - \frac{a}{c}\Omega_n - c\omega_t &= 0 \\
\frac{d\Omega_n}{d\varphi} - \frac{a}{c}\Omega_t - \frac{h}{c}\Omega_b - c\omega_n &= 0 \\
\frac{d\Omega_b}{d\varphi} + \frac{h}{c}\Omega_n - c\omega_b &= 0
\end{aligned} \tag{3.103}$$

$\bar{U}$  yerdeğiştirmesi göz önüne alınırsa,

$$\bar{U} = U_t \bar{t} + U_n \bar{n} + U_b \bar{b} \tag{3.104}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dU_t}{d\varphi} - \frac{a}{c}U_n - c\gamma_t &= 0 \\
\frac{dU_n}{d\varphi} + \frac{a}{c}U_t - \frac{h}{c}U_b - c\Omega_b - c\gamma_n &= 0 \\
\frac{dU_b}{d\varphi} + \frac{h}{c}U_n + c\Omega_n - c\gamma_b &= 0
\end{aligned} \tag{3.105}$$

Böylece helis eksenli çubuklar için 12 adet bilinmeye karşın (3.97), (3.99), (3.103) ve (3.105) ifadelerinden de görüldüğü gibi 12 adet birinci dereceden diferansiyel denklem bulunur.

Bu denklemler,

$$\frac{dU_t}{d\varphi} = \frac{a}{c}U_n + c\frac{T_t}{C_n} \tag{3.106}$$

$$\frac{dU_n}{d\varphi} = -\frac{a}{c}U_t + \frac{h}{c}U_b + c\Omega_b + c\frac{T_n}{C_{nn}} \tag{3.107}$$

$$\frac{dU_b}{d\varphi} = -\frac{h}{c}U_n - c\Omega_n + c\frac{T_b}{C_{bb}} \tag{3.108}$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\varphi} = \frac{a}{c}\Omega_n + c\frac{M_t}{D_n} \tag{3.109}$$

$$\frac{d\Omega_n}{d\varphi} = -\frac{a}{c}\Omega_t + \frac{h}{c}\Omega_b + c\frac{M_n}{D_{nn}} \tag{3.110}$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\varphi} = -\frac{h}{c}\Omega_n + c\frac{M_b}{D_{bb}} \tag{3.111}$$

$$\frac{dT_t}{d\varphi} = \frac{a}{c}T_n - c\gamma_t \tag{3.112}$$

$$\frac{dT_n}{d\varphi} = -\frac{a}{c}T_t + \frac{h}{c}T_b - cp_n \quad (3.113)$$

$$\frac{dT_b}{d\varphi} = -\frac{h}{c}T_n - cp_b \quad (3.114)$$

$$\frac{dM_t}{d\varphi} = \frac{a}{c}M_n - cm_t \quad (3.115)$$

$$\frac{dM_n}{d\varphi} = \frac{a}{c}M_t + \frac{h}{c}M_b + cT_b - cm_n \quad (3.116)$$

$$\frac{dM_b}{d\varphi} = -\frac{h}{c}M_n - cT_n - cm_b \quad (3.117)$$

Bu 12 adet diferansiyel denklemleri, deplasman ve dönmelere karşılık gelen kuvvet ve momentlere karşılık gelecek şekilde sıraya koymamız gerekmektedir.

$$U_t = y_1$$

$$U_n = y_2$$

$$U_b = y_3$$

$$\Omega_t = y_4$$

$$\Omega_n = y_5$$

$$\Omega_b = y_6$$

$$T_t = y_7$$

$$T_n = y_8$$

$$T_b = y_9$$

$$M_t = y_{10}$$

$$M_n = y_{11}$$

$$M_b = y_{12}$$

Helis çubuklar için birinci dereceden 12 adet diferansiyel denklemi kanonik halde ifade edecek olursak,

$$\frac{dy_1}{d\varphi} = \frac{a}{c}y_2 + \frac{c}{C_n}y_7 \quad (3.118)$$

$$\frac{dy_2}{d\varphi} = -\frac{a}{c}y_1 + \frac{h}{c}y_3 + cy_6 + \frac{c}{C_{nn}}y_8 \quad (3.119)$$

$$\frac{dy_3}{d\varphi} = -\frac{h}{c}y_2 - cy_5 + \frac{c}{C_{bb}}y_9 \quad (3.120)$$

$$\frac{dy_4}{d\varphi} = \frac{a}{c}y_5 + \frac{c}{D_n}y_{10} \quad (3.121)$$

$$\frac{dy_5}{d\varphi} = -\frac{a}{c}y_4 + \frac{h}{c}y_6 + \frac{c}{D_{nn}}y_{11} \quad (3.122)$$

$$\frac{dy_6}{d\varphi} = -\frac{h}{c}y_5 + \frac{c}{D_{bb}}y_{12} \quad (3.123)$$

$$\frac{dy_7}{d\varphi} = \frac{a}{c}y_8 - cp_t \quad (3.124)$$

$$\frac{dy_8}{d\varphi} = -\frac{a}{c}y_7 + \frac{h}{c}y_9 - cp_n \quad (3.125)$$

$$\frac{dy_9}{d\varphi} = -\frac{h}{c}y_8 - cp_b \quad (3.126)$$

$$\frac{dy_{10}}{d\varphi} = \frac{a}{c}y_{11} - cm_t \quad (3.127)$$

$$\frac{dy_{11}}{d\varphi} = -\frac{a}{c}y_{10} + \frac{h}{c}y_{12} + cy_9 - cm_n \quad (3.128)$$

$$\frac{dy_{12}}{d\varphi} = -\frac{h}{c}y_{11} - cy_8 - cm_b \quad (3.129)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} AE & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_n GA & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_b GA \end{bmatrix} \quad (3.130)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} GJ_b & 0 & 0 \\ 0 & EI_n & 0 \\ 0 & 0 & EI_b \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

**E** : Elastisite Modülü

**G** : Kayma Modülü

**A** : Çubuk dik kesit alanı

$\alpha_n$  : n yönündeki kayma deformasyon dağılımı

$\alpha_b$  : b yönündeki kayma deformasyon dağılımı

$I_n$  : n eksenine göre atalet momenti

$I_b$  : b eksenine göre atalet momenti

$J_t$  : Burulma atalet momenti

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (3.132)$$

$$C_{tt} = A.E$$

$$D_{tt} = G.J_b$$

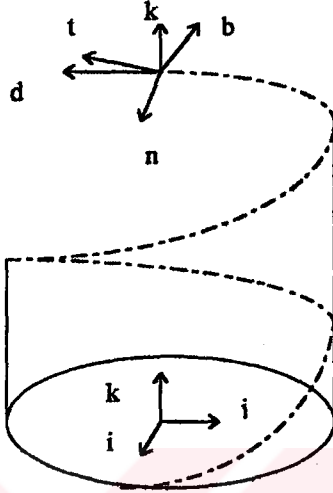
$$C_{nn} = G.A$$

$$D_{nn} = E.I_n$$

$$C_{bb} = G.A$$

$$D_{bb} = E.I_b$$

### 3.4.3. Helisel Çubuğa Ait Dönüşüm Matrisleri



Şekil 3.11 Helisel Çubuk Eksen Koordinatları

Helisel çubuklarda  $i, j, k$  global koordinat takımından elamanları tarif edebilmek için  $t, n, b$  hareketli koordinat takımına geçilmektedir. Helisel çubuklarda yükleri  $t, n, b$  koordinat takımında tanımlamak güç olmaktadır ve üçüncü bir koordinat takımı olan  $d, n, k$  koordinat takımına ihtiyaç vardır. Bu üç koordinat takımları arasında aşağıdaki bağıntılar mevcuttur.

$$\begin{bmatrix} V_t \\ V_n \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{c} \sin\varphi & \frac{a}{c} \cos\varphi & \frac{h}{c} \\ -\cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \frac{h}{c} \sin\varphi & \frac{h}{c} \cos\varphi & \frac{a}{c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \\ V_k \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

ve

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_n \\ V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{c} & 0 & -\frac{h}{c} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{h}{c} & 0 & \frac{a}{c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_t \\ V_n \\ V_b \end{bmatrix} \quad (3.140)$$

Kanonik formda elde edilen birinci dereceden 12 adet diferansiyel denklemler t, n, b hareketli koordinat takımında elde edilmiştir. Bundan dolayı, programda ifade ederken yükleri d,n,k takımından t, n, b takımına dönüştürmek gerekir. Bu dönüşüm aşağıdaki gibidir.

$$P_t = (a/c) \cdot P_d + (h/c) \cdot P_k$$

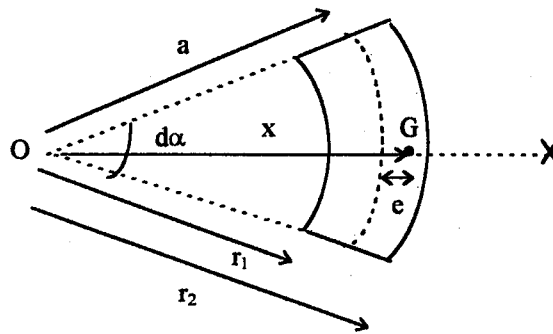
$$P_b = (a/c) \cdot P_k - (h/c) \cdot P_d$$

$$M_t = (a/c) \cdot M_d + (h/c) \cdot M_k$$

$$M_b = (a/c) \cdot M_k - (h/c) \cdot M_d$$

#### 3.4.4. Eksantrisite

Helis örneklerinde çubuk düşey doğrultuda üniform yayılı olarak yüklenmiştir. Çözülen örneklerde kesit genişliği yüksekliğinin 10 katı olan dikdörtgendir. Bu durumda yayılı yükler çubuk ekseninden e eksantrisitesi kadar uzakta olacaktır. -k doğrultusunda etkiyen q şiddetindeki yayılı kuvvet eksene taşındığında q şiddetinde -k doğrultusunda bir yayılı kuvvet ile, q.e şiddetinde d ekseni doğrultusunda bir yayılı moment oluşacaktır.



Şekil 3.12 Eksantrisiteden Doğan Yayılı Moment

$d\alpha$  = Merkez açısı

$r_1$  = İç yarıçap

$r_2$  = Dış yarıçap

$r_2 - r_1 = b$

$(r_2 - r_1)/2 = a$

Şekil (3.12)'deki yay elemanının ağırlık merkezi G, simetri eksenini üzerindedir. G'nin O merkezinden olan uzaklığı x,

$$x = \frac{\frac{2}{3} \sin(d\alpha / 2) (r_2^3 - r_1^3)}{(d\alpha / 2) (r_2^3 - r_1^3)}$$

yazılabilir.

$d\alpha \ll 1$  olduğundan  $\sin(d\alpha / 2) \cong d\alpha / 2$ 'dir.

$e = x - a$

$e = b^2 / 12a$

Burada, a helis ekseninin sarıldığı silindirin yarıçapıdır.

## 4. SİLİNDİRİK TONOZ SİSTEMLER

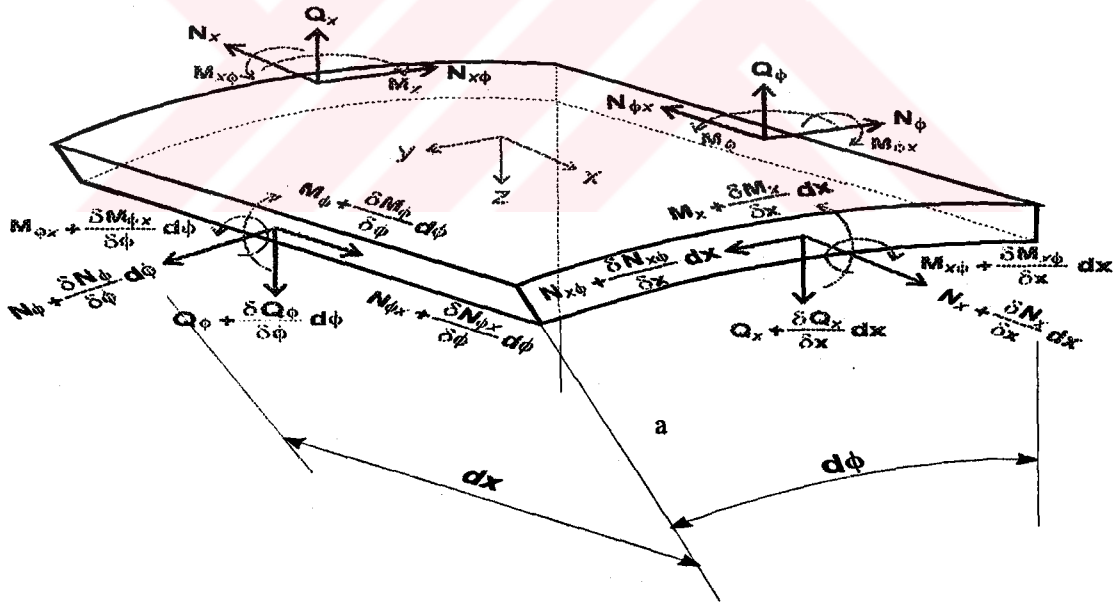
### 4.1. Giriş

Bu çalışmada silindirik tonoz yapılar ince kabuk olarak yapıldığından Donnel - Karman - Jenkins (DKJ) teorisi kullanılacaktır.

#### Kabuller

- Kabuk kalınlığı diğer boyutlara göre çok küçüktür.
- Orta yüzeye dik doğrular deformasyondan sonra yine dik kalır.
- Gerilmeler ile şekil değiştirmeler arasındaki ilişki lineerdir.
- Normali z yönündeki gerilmeler, diğerleri yanında ihmal edilebilir ( $\sigma_z \approx 0$ ).
- Yerdeğiştirmeler kabuk kalınlığına nazaran çok küçüktür.

### 4.2. Denge Denklemleri



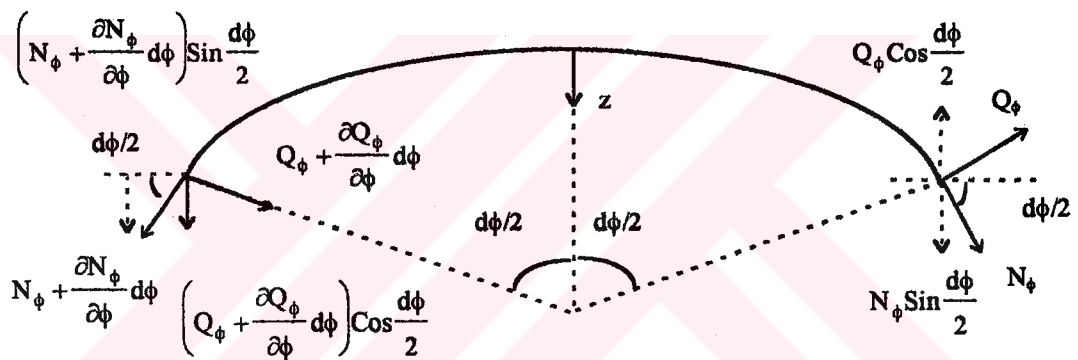
Şekil 4.1 Silindirik Kabuktaki İç Kuvvetler

x - doğrultusundaki denge şartı : ( $N_x, N_{\phi x}, X$ )

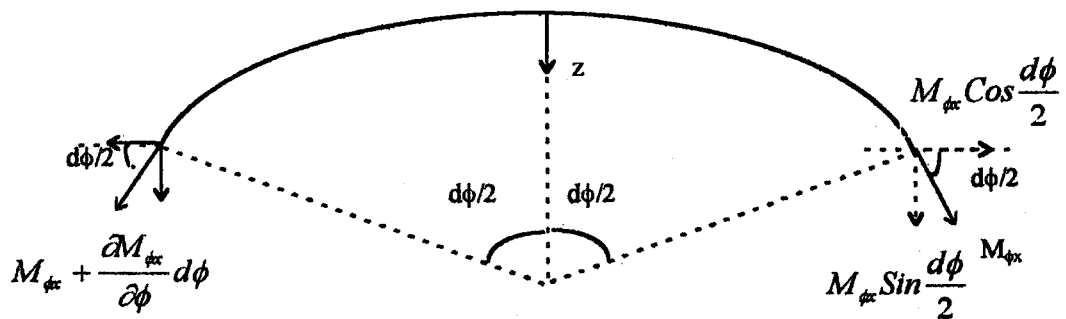
$$\left[ N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \right] a d\phi - N_x a d\phi + \left[ N_{\phi x} + \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} d\phi \right] dx - N_{\phi x} dx + X a d\phi dx = 0$$

bu ifadeyi  $a d\phi dx$  ile sadeleştirirsek,

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} + X = 0 \quad (4.1)$$



Şekil 4.2 Teğet Doğrultuda Normal ve Kesme Kuvveti Bileşenleri



Şekil 4.3 Teğet Doğrultuda Moment Bileşenleri

y - yönündeki denge şartı :  $(N_{x\phi}, N_\phi, Q_\phi, Y)$

Kesme kuvveti ve normal kuvvet bileşenlerinden yararlanılarak,

$$\left[ N_\phi + \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} d\phi \right] dx \cdot \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) - N_\phi dx \cdot \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) + \left[ N_{x\phi} + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} dx \right] a d\phi - N_{x\phi} a d\phi \\ - \left[ Q_\phi + \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} d\phi \right] dx \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) - Q_\phi dx \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) + Y a d_\phi dx = 0$$

$\frac{d\phi}{2} \ll 1$  olduğundan  $\sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) \cong \frac{d\phi}{2}$  ve  $\cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) \cong 1$  olarak kabul edilir.

Buna göre ikinci mertebe terimler de ihmal edilirse bu ifade aşağıdaki şekilde düzenlenir.

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} - \frac{1}{a} Q_\phi + Y = 0 \quad (4.2)$$

z - doğrultusunda denge şartı :  $(Q_\phi, N_\phi, Q_x, Z)$

$$\left[ Q_\phi + \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} d\phi \right] dx \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) - Q_\phi dx \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) + \left[ N_\phi + \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} d\phi \right] dx \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) \\ + N_\phi dx \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) + \left[ Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right] a d\phi - Q_x a d\phi + Z a d_\phi dx = 0$$

benzer şekilde ifade düzenlenirse,

$$\frac{1}{a} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} + \frac{1}{a} N_\phi + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + Z = 0 \quad (4.3)$$

x - eksenine göre moment denge şartı :  $(M_\phi, Q_\phi, M_{x\phi})$

$$\left[ M_{\phi} + \frac{\partial M_{\phi}}{\partial \phi} d\phi \right] dx - M_{\phi} dx + \left[ M_{x\phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} dx \right] ad\phi - M_{x\phi} ad\phi - \left[ Q_{\phi} + \frac{\partial Q_{\phi}}{\partial \phi} d\phi \right] \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) dx \frac{ad\phi}{2} - Q_{\phi} \cos\left(\frac{d\phi}{2}\right) dx \frac{ad\phi}{2} = 0$$

ifade düzenlendiği zaman,

$$\frac{1}{a} \frac{\partial M_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} - Q_{\phi} = 0 \quad (4.4)$$

y - eksenine göre moment denge şartı : ( $M_x$ ,  $Q_x$ ,  $M_{\phi x}$ )

$$\left[ M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right] ad\phi - M_x ad\phi + \left[ M_{\phi x} + \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} d\phi \right] dx - M_{\phi x} dx - \left[ Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right] ad\phi \frac{dx}{2} - Q_x ad\phi \frac{dx}{2} = 0$$

gerekli sadeleştirmeler yapıldığında,

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} - Q_x = 0 \quad (4.5)$$

z - eksenine göre moment denge şartı : ( $M_{\phi z}$ ,  $N_{x\phi}$ ,  $N_{\phi z}$ )

$$\left[ M_{\phi z} + \frac{\partial M_{\phi z}}{\partial \phi} d\phi \right] \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) dx - M_{\phi z} \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) dx + N_{x\phi} ad\phi \frac{dx}{2} + \left[ N_{x\phi} + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} dx \right] ad\phi \frac{dx}{2} - N_{x\phi} adx \frac{d\phi}{2} - \left[ N_{\phi z} + \frac{\partial N_{\phi z}}{\partial \phi} d\phi \right] adx \frac{d\phi}{2} = 0$$

ifade sadeleştirildiğinde,

$$M_{\phi x} + a(N_{x\phi} - N_{\phi x}) = 0 \quad (4.6)$$

(4.6) denklemi kayma gerilmelerinin eşitliğini devamlı sağlar ve böylece beş tane denge denklemi kalır. Bilinmeyen sayısı  $M_\phi, Q_\phi, N_\phi, N_{x\phi}, N_x, M_x, M_{x\phi}, M_{\phi x}, Q_x$  olmak üzere on adettir ve problem statikçe belirsizdir. Bundan dolayı uzama oranı ve eğriliğin deplasmanlar cinsinden ifadeleri ile bünye denklemleri işe koymalıyız.

Denge denklemlerinde  $Q_\phi$  ve  $Q_x$  kesme kuvvetlerini yok ederek bilinmeyen sekiz kesit büyüklüğünü içeren üç denklem bulunur.

(4.4) ifadesinden,

$$Q_\phi = \frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} \quad (4.7)$$

(4.7) ifadesinin  $\phi'$  ye göre türevi alınır,

$$\frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} = \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 M_{x\phi}}{\partial x \cdot \partial \phi} \quad (4.8)$$

(4.5) ifadesinden,

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} \quad (4.9)$$

(4.9) ifadesi  $x'$  e göre türev alınır,

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_{\phi x}}{\partial \phi \cdot \partial x} \quad (4.10)$$

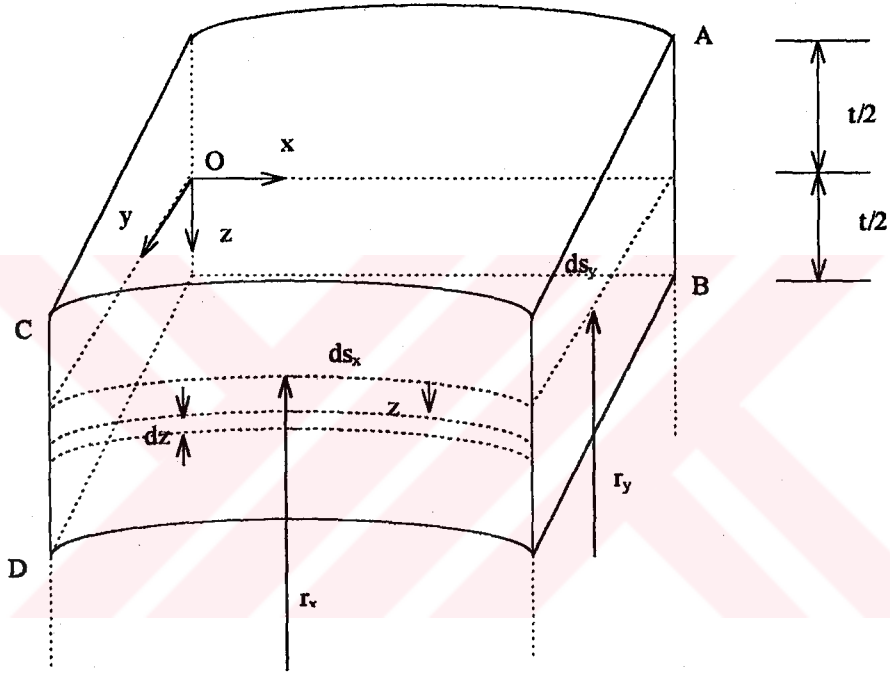
(4.8), (4.9) ve (4.10) ifadeleri (4.1), (4.2), (4.3) denklemlerinde yerine konulursa,

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} + X = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi}}{\partial \phi} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial M_{\phi}}{\partial \phi} - \frac{1}{a} \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} + Y = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 M_{\phi}}{\partial \phi^2} + \frac{1}{a} N_{\phi} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_{x\phi}}{\partial x \cdot \partial \phi} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_{\phi x}}{\partial \phi \cdot \partial x} + Z = 0 \quad (4.13)$$

### 4.3. Genel Bir Kabukta Şekil Değişirmeler

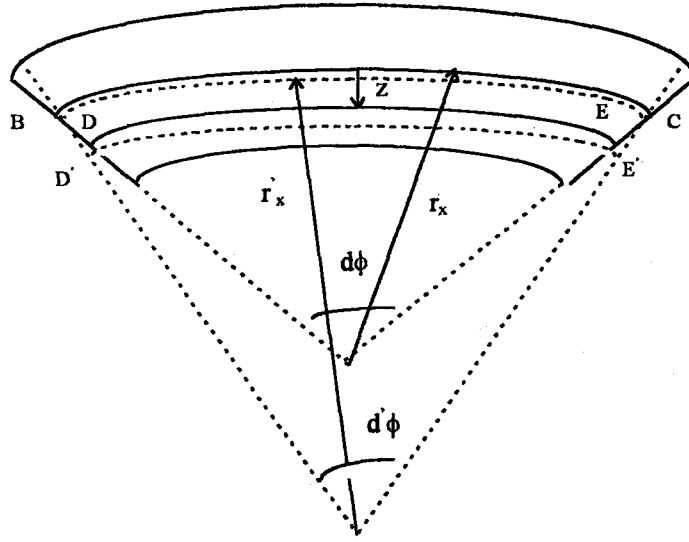


Şekil 4.4 Kabuk Elemanındaki Şekil Değişirmeler

$r_x$  : x - yönünde eğrilik yarıçapı

$r_y$  : y - yönünde eğrilik yarıçapı

Orta düzlemden z kadar aşağıda bir yüzey düşünelim. Sadece membran etkileri göz önüne alınsın ( $N_x$ ,  $N_y$ ). Orta yüzey ile z yüzeyinde aynı uzama oranları vardır. Böylece x yönündeki membran uzama oranı  $\epsilon_1$ , y yönündeki membran uzama oranı  $\epsilon_2$ 'dir.



Şekil 4.5 Diferansiyel Kabuk Elemanı

BC : Orta yüzey

DE : y - yüzeyi

$$BC = r_x d\phi = r'_x d'\phi \Rightarrow d'\phi = \frac{r_x}{r'_x} d\phi$$

$$DE = (r_x - z) d\phi$$

eğilmeden sonra,

$$D'E' = (r'_x - z) d'\phi$$

z - yüzeyinde ve x - yönünde uzama oranı

$$\frac{D'E' - DE}{DE} = \frac{\left(1 - \frac{z}{r_x}\right) r_x d\phi - \left(1 - \frac{z}{r_x}\right) r_x d\phi}{\left(1 - \frac{z}{r_x}\right) r_x d\phi}$$

$z \ll r_x$  olduğundan  $\frac{z}{r_x} \cong 0$  olarak kabul edilir ve gerekli sadeleştirmeler yapılır ve ifade

düzenlenirse,

$$= -z \left( \frac{1}{r_x} - \frac{1}{r_x} \right) = -z\chi_1$$

Burada  $\chi_1 = \frac{1}{r_x} - \frac{1}{r_x}$  (x yönündeki eğrilik değişimi)

benzer şekilde z - yüzeyinde y - doğrultusunda uzama oranı,

$$= -z \left( \frac{1}{r_y} - \frac{1}{r_y} \right) = -z\chi_2$$

Burada  $\chi_2 = \frac{1}{r_y} - \frac{1}{r_y}$  (y - yönündeki eğrilik değişimi)

Membran + Eğilme göz önüne alınırsa z yüzeyindeki toplam uzama oranı,

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_1 - z\chi_1 \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_2 - z\chi_2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

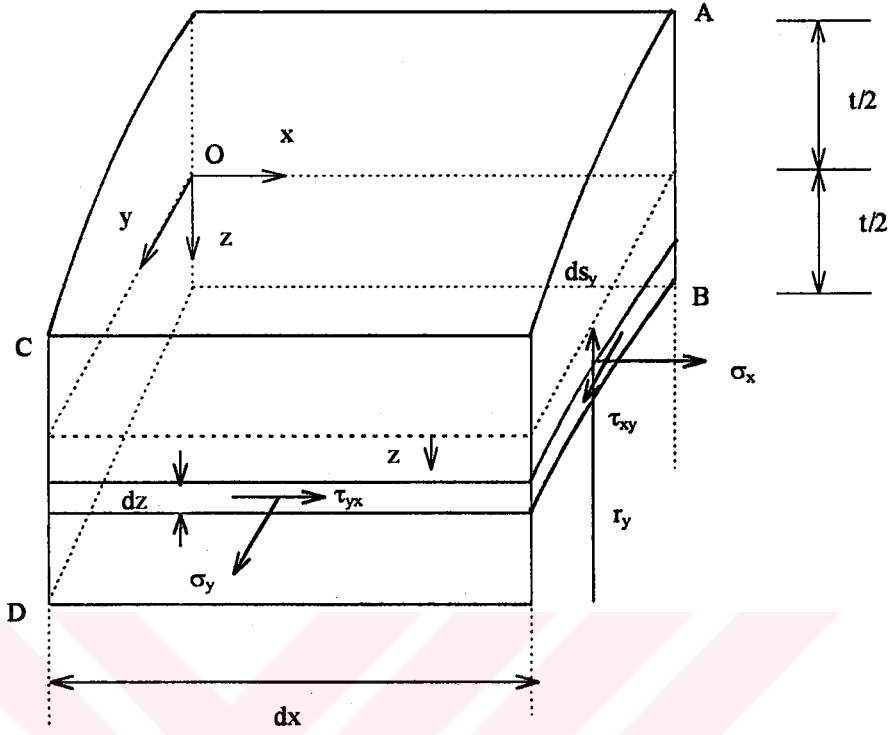
Şekil 4.4' de AB kenarının x eksenine etrafında  $oz'$ 'ye göre dönmesi ve  $\gamma_{12}$  sebebiyle yz yüzeyinde kayma şekil değiştirmesi sonucunda oluşan  $\gamma_{xy}$ ,

$$\gamma_{xy} = \gamma_{12} - 2z\gamma_{12} \quad (4.15)$$

bulunur.

#### 4.4. Bünye Denklemleri

Şekilde görüldüğü gibi diferansiyel kabuktaki gerilmeler,



Şekil 4.6 Diferansiyel Kabuk Elemanında Gerilmeler

Yapılan kabülde  $\sigma_z = 0$  olduğundan Hooke kanunu aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{12} - 2z\chi_{12}$$

(4.16)

ve

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy}G$$

(4.17)

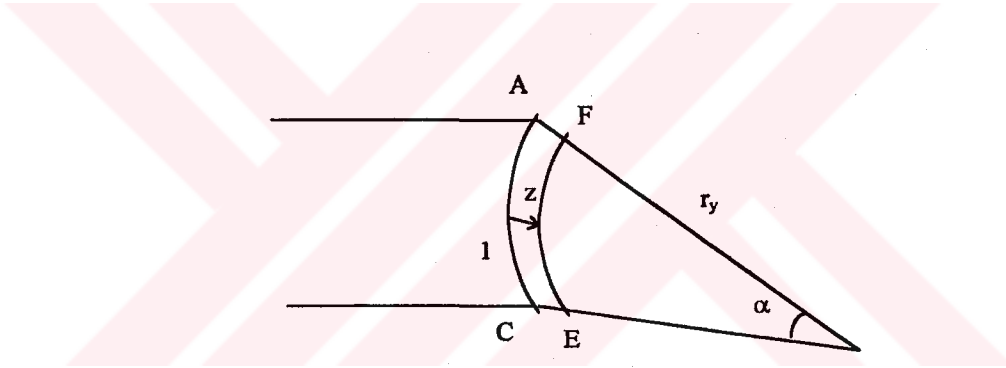
$\nu = 0$  olduğundan ifadeyi şu şekilde düzenleyebiliriz.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= E \cdot \varepsilon_x \\
 \sigma_y &= E \cdot \varepsilon_y \\
 \tau_{xy} &= \gamma_{xy} \cdot G
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

gerekli ifadeler yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= E \cdot (\varepsilon_1 - z\chi_1) \\
 \sigma_y &= E \cdot (\varepsilon_2 - z\chi_2) \\
 \tau_{xy} &= (\gamma_{12} - 2z\chi_{12}) \cdot G
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

olur.



Şekil 4.7 Gerilme bileşenleri - Uzama İlişkisi

$$AC = \alpha \cdot r_y = 1 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{r_y}$$

$$EF = (r_y - z) \cdot \alpha = \frac{r_y - z}{r_y} = 1 - \frac{z}{r_y} \quad z \ll r_y$$

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot EF \cdot dz = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) dz = E \cdot t \cdot \varepsilon_1 \quad (4.20)$$

$$N_\phi = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot dz = E \cdot t \cdot \varepsilon_2 \quad (4.21)$$

$$N_{x\phi} = N_{\phi x} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \left(1 - \frac{z}{a}\right) \cdot dz = G \cdot t \cdot \gamma_{12} \quad (4.22)$$

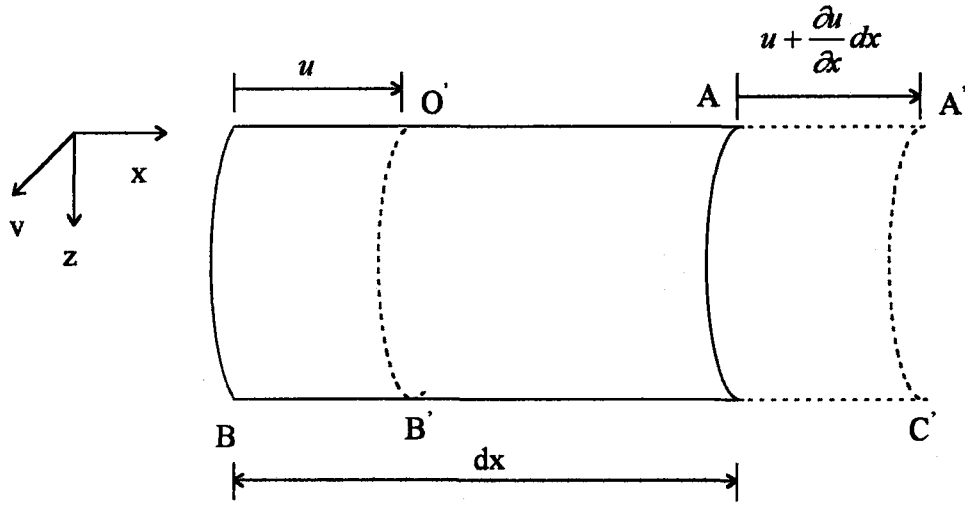
$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \left(1 - \frac{z}{a}\right) \cdot dz = -D \cdot \chi_1 \quad (4.23)$$

$$M_\phi = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz = -D \cdot \chi_2 \quad (4.24)$$

$$M_{x\phi} = M_{\phi x} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot z \left(1 - \frac{z}{a}\right) \cdot dz = -D \cdot \chi_{12} \quad (4.25)$$

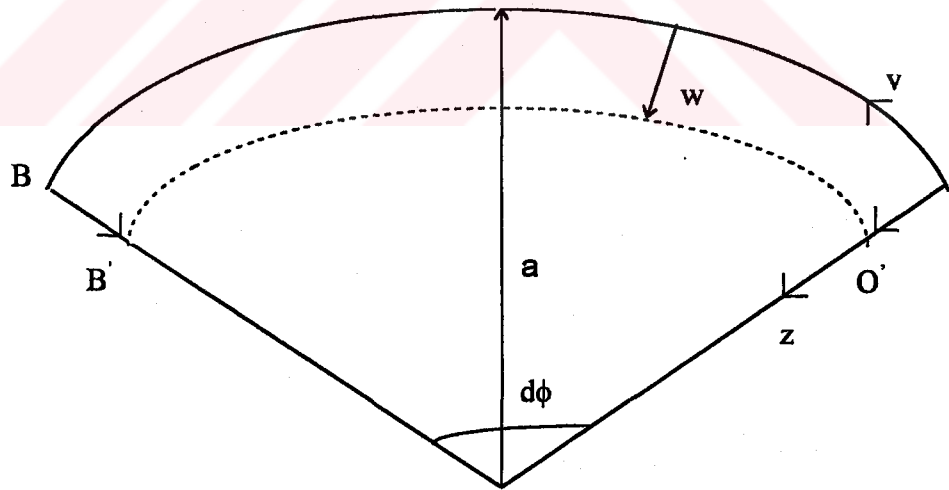
#### 4.5. Şekil Değiştirme - Deplasman İlişkisi

Silindirik bir kabuktan alınan birim eleman üzerinde u, v, w sırasıyla x, y, z doğrultularındaki deplasmanları göstermektedir.

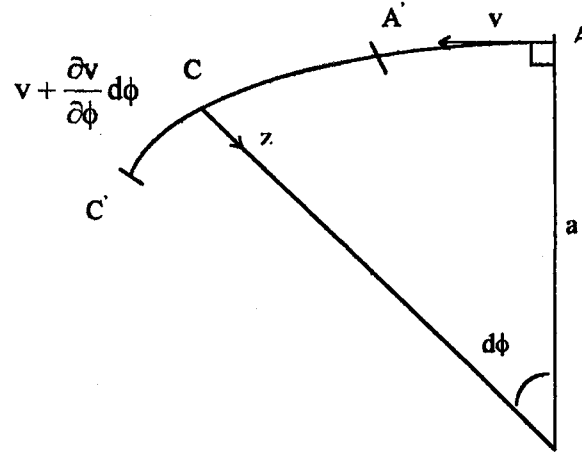


Şekil 4.8 u Nedeni İle Oluşan Uzama Oranı

$$\varepsilon_1 = \frac{O'A' - OA}{OA} = \frac{\left(dx + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx - u\right) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.26)$$



Şekil 4.9 w Nedeni İle Oluşan Uzama Oranı



Şekil 4.10 Çembersel Yönde Boy Değişimi

w nedeni ile oluşan uzama oranı (Şekil 4.9),

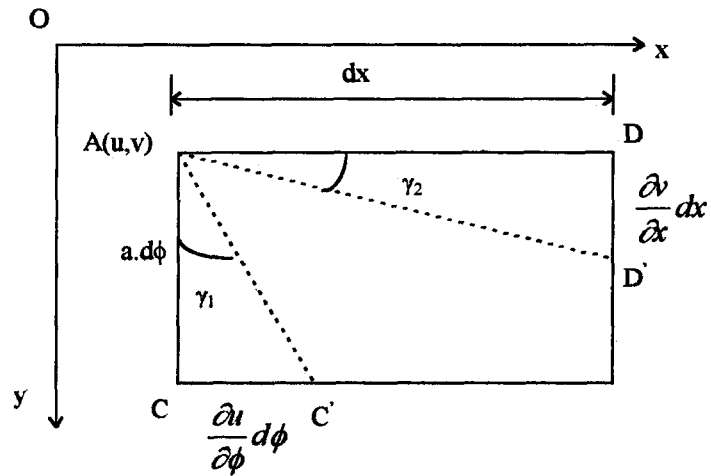
$$\varepsilon_2'' = \frac{O'B' - OB}{OB} = \frac{(a - w) \cdot d\phi - a \cdot d\phi}{a \cdot d\phi} = -\frac{w}{a}$$

v nedeni ile oluşan uzama oranı ( Şekil 4.10),

$$\varepsilon_2' = \frac{A'C' - AC}{AC} = \frac{\left( a \cdot d\phi - v + v + \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) - a \cdot d\phi}{a \cdot d\phi} = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi}$$

y çembersel yöndeki toplam uzama oranı,

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + \varepsilon_2'' = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{w}{a} \quad (4.27)$$



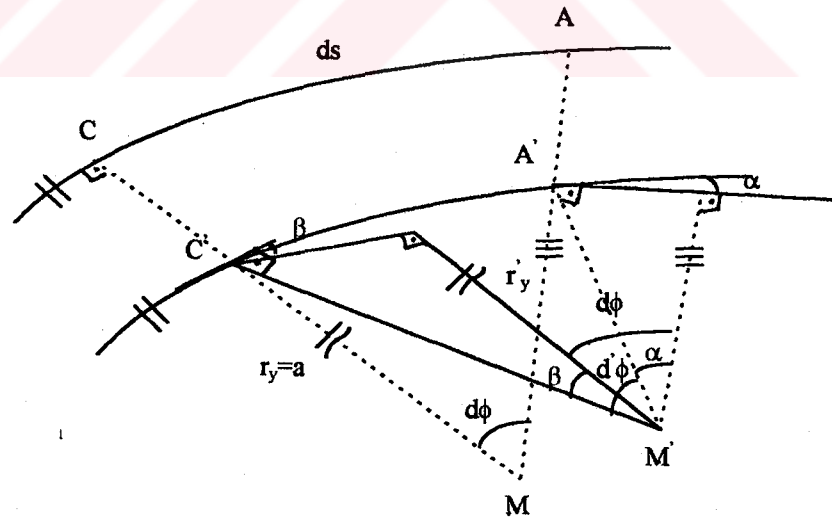
Şekil 4.11 Diferansiyel Kabuk Elemanının Açısal Deformasyonu

$$\gamma_{12} = \gamma_1 + \gamma_2$$

$\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  kayma açıları,

$$\gamma_{12} = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{CC'}{AC} + \frac{DD'}{AD} = \frac{\frac{\partial u}{\partial \phi} d\phi}{a \cdot d\phi} + \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx}{dx} = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.28)$$

#### 4.6. Eğrilik - Deplasman İlişkisi



Şekil 4.12 Orta Yüzeyin y- Doğrultusundaki Eğrilik Değişimi

$\beta' = C'$  deki dönme

$\alpha' = A'$  daki dönme

w- deplasmanı nedeni ile A' noktasındaki dönme,

$$\alpha_1 = \frac{\partial w}{\partial s} = \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi}$$

v- deplasmanı nedeni ile A' noktasındaki dönme,

$$\alpha_2 = \frac{v}{a}$$

A' noktasındaki toplam dönme,

$$\theta = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{v}{a} \quad (4.29)$$

C' noktasındaki dönme,

$$\beta = \alpha + \Delta \alpha$$

$$\beta = \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{v}{a} + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{v}{a} \right) d\phi$$

$$d'\phi = d\phi + \beta - \alpha \Rightarrow d'\phi - d\phi = \beta - \alpha$$

$$d'\phi = d\phi + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{v}{a} \right) d\phi$$

Eğilmeden önce,

$$ds = a \cdot d\phi \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{d\phi}{ds}$$

Orta düzlemin eğilmeden sonra düzlem kalacağı kabulünden,

$$A'C' = AC \Rightarrow ds = r'_y \cdot d'\phi \rightarrow \frac{1}{r'_y} = \frac{d'\phi}{ds}$$

y - yönündeki eğrilik değişimi,

$$\chi_2 = \frac{1}{r_y'} - \frac{1}{r_y} = \frac{1}{r_y'} - \frac{1}{a} = \frac{d'\phi}{ds} - \frac{d\phi}{ds}$$

$d'\phi$  yerine gerekli ifade yazılırsa,

Orta yüzeyin y - doğrultusundaki eğrilik değişimi,

$$\chi_2 = \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) \quad (4.30)$$

$$\chi_1 = \frac{1}{r_x'} - \frac{1}{r_x}$$

Eğilmeden önce eğrilik yarıçapı doğru olduğundan dolayı  $r_x = \infty$  'dır ve

$$\frac{1}{r_x} = 0 \text{ 'dir.} \quad (4.31)$$

Orta yüzeyin x - doğrultusundaki eğrilik değişimi,

$$\chi_1 = \frac{1}{r_x'} - 0 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.32)$$

Orta yüzeyin normal etrafında kabuk elemanın dönmesi ile oluşan,

$$\chi_{12} = \frac{1}{a} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \cdot dx} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.33)$$

#### 4.7. Gerilme Bileşikleri - Deplasman İlişkileri

Gerilme bileşikleri deplasmanlar cinsinden elde edilirse,

(4.20) - (4.25) bünye denklemlerinde, (4.26) ile (4.28) ve (4.30) ile (4.33) arasındaki denklemler yerine konulursa,

$$N_x = E \cdot t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.34)$$

$$N_{\phi} = E \cdot t \cdot \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} - w \right) \quad (4.35)$$

$$N_{x\phi} = \frac{E \cdot t}{2} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.36)$$

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.37)$$

$$M_{\phi} = -D \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial v}{\partial \phi} \right) \quad (4.38)$$

$$M_{x\phi} = -D \frac{1}{a} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \cdot \partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.39)$$

(4.38) ve (4.39) ifadelerindeki eğilme ve burulma momentlerine u ve v deplasmanlarından gelen katkı ihmal edilebilirler.

$$M_{\phi} = -D \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \quad (4.40)$$

$$M_{x\phi} = -D \frac{1}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \cdot \partial x} \quad (4.41)$$

#### 4.8. Silindirik Kabuk Denklemlerinin Kanonik Formda Elde Edilmesi

Bu bölümde diferansiyel denklemler kanonik formda incelenecektir.

Denge denklemlerinden,

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial N_{\phi}}{\partial \phi} + Y = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\partial Q_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{1}{a} N_{\phi} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + Z = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} - Q_\phi = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial \phi} - Q_x = 0 \quad (4.5)$$

Gerilme - deplasman denklemlerinden,

$$N_x = E \cdot t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.34)$$

$$N_\phi = E \cdot t \cdot \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} - w \right) \quad (4.35)$$

$$N_{x\phi} = \frac{E \cdot t}{2} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.36)$$

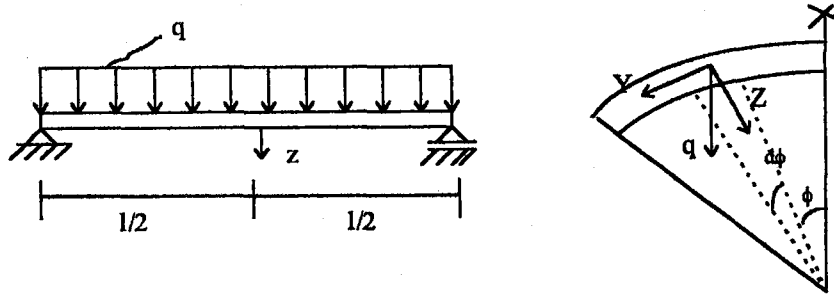
$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.37)$$

$$M_\phi = -D \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \quad (4.40)$$

$$M_{x\phi} = -D \frac{1}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi \cdot \partial x} \quad (4.41)$$

### Özel Çözüm ( Üniorm Yük Hali)

Dairesel silindirik kabuklarda homojen olmayan diferansiyel denklemin özel çözümü, tonoz sistemin üniform düşey yüklenmesi hali için bulunacaktır (Şekil 4.13).



Şekil 4.13 Üniform Yüklü Tonz Çatı ve Yük Bileşenleri

$$X=0$$

$$Y=q \sin\phi$$

$$Z=q \cos\phi$$

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4q}{\pi} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos kx$$

$$= \frac{4q}{\pi} \left( \cos kx - \frac{1}{3} \cos 3kx + \frac{1}{5} \cos 5kx - \frac{1}{7} \cos 7kx + \dots \right)$$

genelde literatürlerde serinin ilk terimi alınmaktadır.

$$\text{I. terim} : q(x) = \frac{4q}{\pi} \cos kx$$

$$X = 0$$

$$Y = \frac{4q}{\pi} \sin\phi \cos kx$$

$$Z = \frac{4q}{\pi} \cos\phi \cos kx$$

Bağımlı değişkenler olarak tonozun herhangi bir kesitindeki,

$\omega, \theta, M_\phi, \bar{Q}_\phi, N_\phi, N_{x\phi}, N_x, v$  büyüklüklerinin çözümü sınır şartları ve yükleme durumuna uyacak şekilde,

$$w = f_1(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$\theta = f_2(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$M_\phi = f_3(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$\bar{Q}_\phi = f_4(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$N_\phi = f_5(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} = f_6(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f_7(\phi) \cdot \cos(kx)$$

$$v = f_8(\phi) \cdot \cos(kx)$$

(4.42)

fonksiyonlardır. İki ifade ileride işlem kolaylığı açısından türevli halde bırakılmıştır ve ilgili katsayılarla çarpılarak türevlerden kurtarılacaktır.

$$\theta = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{1}{a} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{v}{a} \quad (3.29)$$

(4.42) denklemini (4.29) ifadesinde yerine konursa,

$$f_2(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) = \frac{1}{a} \left[ f_8(\phi) + \frac{df_1}{d\phi} \right] \cdot \text{Cos}(kx)$$

ifade sadeleştirilirse,

$$\boxed{\frac{df_1}{d\phi} = a \cdot f_2(\phi) - f_8(\phi)} \quad (4.43)$$

(4.42) denklemini (4.40) denklemlerinde yerine konulursa

$$f_3(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) = -\frac{D}{a^2} \frac{d^2 f_1(\phi)}{d\phi^2} \cdot \text{Cos}(kx)$$

(4.2) ifadesi iki kez türetilip bu ifade de yerine yazılırsa,

$$f_3(\phi) = -\frac{D}{a} \frac{df_2}{d\phi} + \frac{D}{a^2} \frac{df_8}{d\phi} \quad (4.44)$$

(3.42) ifadesi (4.35) denkleminde yerine konursa,

$$f_5(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) = \frac{E \cdot t}{a} \left[ \frac{df_8}{d\phi} - f_1(\phi) \right] \cdot \text{Cos}(kx)$$

ifade düzenlenirse,

$$\boxed{\frac{df_8}{d\phi} = \frac{a}{E \cdot t} f_5(\phi) + f_1(\phi)} \quad (4.45)$$

(3.45) denklemini (4.44) denkleminde yerine konursa,

$$f_3(\phi) = -\frac{D}{a} \frac{df_2}{d\phi} - \frac{D}{a^2} \left[ \frac{a}{E \cdot t} f_3(\phi) + f_1(\phi) \right]$$

ifade düzenlenirse,

$$\boxed{\frac{df_2}{d\phi} = -\frac{a}{D} f_3(\phi) + \frac{1}{E \cdot t} f_3(\phi) + \frac{1}{a} f_1(\phi)}$$
 (4.46)

(4.36) ifadesi  $x'$  e göre türev alınırsa,

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} = \frac{E \cdot t}{2} \left[ \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]$$

(4.42) denklemindeki ilgili ifadeler yerine konulursa,

$$f_6(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) = \frac{E \cdot t}{2} \left[ -k^2 f_3(\phi) + \frac{1}{a} \frac{df_7}{d\phi} \right] \cdot \text{Cos}(kx)$$

türevli olan ifadeyi yalnız bırakılırsa,

$$\boxed{\frac{df_7}{d\phi} = \frac{2 \cdot a}{E \cdot t} f_6(\phi) + a \cdot k^2 \cdot f_3(\phi)}$$
 (4.47)

(4.42) denklemi (4.2) ifadesinde yerine konursa,

$$f_6(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) + \frac{1}{a} \frac{df_5}{d\phi} \cdot \text{Cos}(kx) + \frac{4q}{\pi} \text{Sin}\phi \text{Cos}kx = 0$$

ifade düzenlenirse,

$$\boxed{\frac{df_5}{d\phi} = -a \cdot f_6(\phi) - a \cdot \frac{4q}{\pi} \text{Sin}\phi}$$
 (4.48)

(4.4) ifadesinde  $Q_\phi$  yalnız bırakılırsa,

$$Q_\phi = \frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x}$$

eşitliğin her iki tarafına  $\frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x}$  ifadesi eklenirse,

$$\frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + 2 \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} = Q_\phi + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x}$$

$$\overline{Q}_\phi = f_4(\phi) \cdot \text{Cos}(kx)$$

(4.42) bağıntısından ilgili olanlar yazılırsa,

$$\frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[ f_4(\phi) - \frac{1}{a} \frac{df_3}{d\phi} \right] \cdot \text{Cos}(kx) \quad (4.49)$$

(4.41) ifadesi şu şekilde yazılabilir.

$$M_{x\phi} = -\frac{D}{a} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \phi}$$

(4.42) denkleminde bulunan  $w$  ifadesi  $\phi$  ye göre türetildikten sonra yerine yazılırsa,

$$M_{x\phi} = \frac{D}{a} k \frac{df_1}{d\phi} \text{Sin}(kx)$$

bu ifadeyi  $x$ 'e göre türetilirse,

$$\frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} = \frac{D}{a} k^2 \frac{df_1}{d\phi} \text{Cos}(kx) \quad (4.50)$$

(4.50) denklemi (4.49) ifadesinde yerine konursa,

$$\frac{D}{a} k^2 \frac{df_1}{d\phi} \text{Cos}(kx) = \frac{1}{2} \left[ f_4(\phi) - \frac{1}{a} \frac{df_3}{d\phi} \right] \cdot \text{Cos}(kx)$$

ilgili ifadeler yerine konulduğunda,

$$\frac{df_3}{d\phi} = a \cdot f_4(\phi) - 2 \cdot D \cdot k^2 \cdot a \cdot f_2(\phi) + 2 \cdot D \cdot k^2 \cdot f_8(\phi) \quad (4.51)$$

w ifadesi x'e göre türetildikten sonra (4.42) ifadesinde yerine konursa,

$$M_x = -D \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -D[-f_1(\phi) \cdot k^2 \cdot \text{Cos}(kx)] = D \cdot f_1(\phi) \cdot k^2 \cdot \text{Cos}(kx) \quad (4.52)$$

(4.1) denklemini x'e göre türev alınırsa,

$$\frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} = 0$$

ifade aşağıdaki biçimde düzenlenebilir.

$$\frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} = -\frac{1}{a} \frac{d}{d\phi} [f_6(\phi) \cdot \text{Cos}(kx)] \quad (4.53)$$

(4.34) ifadesinde  $f_7(\phi)$  yerine konulursa,

$$N_x = E \cdot t \cdot f_7(\phi) \cdot \text{Cos}(kx)$$

bu ifadenin x'e göre iki kez türevi alınıp (4.53) ifadesinde yerine konulursa,

$$-E \cdot t \cdot k^2 \cdot f_7(\phi) \cdot \text{Cos}(kx) = -\frac{1}{a} \frac{df_6}{d\phi} \cdot \text{Cos}(kx)$$

ifade düzenlenirse,

$$\boxed{\frac{df_6}{d\phi} = E \cdot t \cdot k^2 \cdot a \cdot f_7(\phi)} \quad (4.54)$$

olur.

(4.5) ifadesi x'e göre türetilirse,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_{\phi x}}{\partial \phi \cdot \partial x} = \frac{\partial Q_x}{\partial x} \quad (4.55)$$

Ayrıca (4.3) ifadesi aşağıdaki şekilde düzenlenirse,

$$\frac{1}{a} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} + \frac{1}{a} N_\phi + Z = -\frac{\partial Q_x}{\partial x}$$

Bu ifade (4.55) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_{\phi x}}{\partial \phi \cdot \partial x} = -\frac{1}{a} \frac{\partial Q_{\phi}}{\partial \phi} - \frac{1}{a} N_{\phi} - Z$$

ifade düzenlenirse,

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \frac{\partial M_{\phi x}}{\partial x} + Q_{\phi} \right] + N_{\phi} + aZ = -a \cdot \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}$$

(4.42) bağıntısından ilgili olanlar yerine konulursa,

$$\left[ \frac{df_4}{d\phi} + f_5(\phi) \right] \cdot \text{Cos}(kx) + a \frac{4q}{\pi} \text{Cos}\phi \text{Cos}kx = -a \cdot \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} \quad (4.56)$$

w, x' e göre iki kez türevi alınır ve (4.37) denkleminde yerine konursa,

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = D \cdot k^2 \cdot f_1(\phi) \cdot \text{Cos}(kx)$$

Bu ifadenin x'e göre türevi alınıp (4.56) ifadesinde yerine konursa,

$$\frac{df_4}{d\phi} = a \cdot D \cdot k^4 \cdot f_1(\phi) - f_5(\phi) - aZ \quad (4.57)$$

Böylece  $\phi$  ye bağlı birinci dereceden sekiz adet diferansiyel denklem elde edilmektedir. Bunlar,

$$\frac{df_1}{d\phi} = a \cdot f_2(\phi) - f_8(\phi) \quad (4.43)$$

$$\frac{df_2}{d\phi} = -\frac{a}{D} f_3(\phi) + \frac{1}{E \cdot t} f_5(\phi) + \frac{1}{a} f_1(\phi) \quad (4.46)$$

$$\frac{df_3}{d\phi} = a \cdot f_4(\phi) - 2 \cdot D \cdot k^2 \cdot a \cdot f_2(\phi) + 2 \cdot D \cdot k^2 \cdot f_8(\phi) \quad (4.51)$$

$$\frac{df_4}{d\phi} = a \cdot D \cdot k^4 \cdot f_1(\phi) - f_5(\phi) - aZ \quad (4.57)$$

$$\frac{df_5}{d\phi} = -a \cdot f_6(\phi) - aY \quad (4.48)$$

$$\frac{df_6}{d\phi} = E \cdot t \cdot k^2 \cdot a \cdot f_7(\phi) \quad (4.54)$$

$$\frac{df_7}{d\phi} = \frac{2 \cdot a}{E \cdot t} f_6(\phi) + a \cdot k^2 \cdot f_8(\phi) \quad (4.47)$$

$$\frac{df_8}{d\phi} = \frac{a}{E \cdot t} f_5(\phi) - f_1(\phi) \quad (4.45)$$

## 5. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU

Bu çalışmada, uzayda veya eksen düzlemde herhangi bir eğri olabilen geometrisi ve özellikleri eksen boyunca değişebilen çubukların, düzlemi içinde veya düzlemine dik yüklü, çubuk eksen boyunca değişen yükler altında, çubuk statüğünü idare eden diferansiyel denklemlerin çözümünde Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu kullanılmıştır.

Eksen boyunca kesit ve geometrik özelliklerin değişken olması durumunda, çubuk küçük elemanlara bölünmekte ve bu bölünen elemanlarda tüm özellikler sabit kabul edilerek işlem yapılmaktadır. Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu'nda olayı idare eden diferansiyel denklemler esas alınmakta ve sınır değer problemleri başlangıç değer problemine indirgenerek çözüme gidilmektedir.



## 6. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODU İLE DİREK ANALİZ

Birinci dereceden n adet lineer diferansiyel denklem,

$$\frac{d\{Y(\phi)\}}{d\phi} = [A(\phi)]_{n \times n} \cdot \{Y(\phi)\}_{n \times 1} + \{F(\phi)\}_{n \times 1} \quad (6.1)$$

şeklinde olsun. Burada,  $\phi$  bağımsız değişken,  $\{Y\}$  bilinmeyen bağımlı değişkenleri içeren kolon matris,  $[A]$  diferansiyel geçiş matrisi,  $\{F\}$  yüklemeyi içeren kolon matrisdir.

Çözümde kullanılmak üzere n adet sınır şartından r adeti başlangıçta n-r adeti çözüm bölgesi sonundadır.

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} y_j(a) = \alpha_i \quad (i=1, \dots, r) \quad (6.2)$$

$$\sum_{j=1}^n d_{ij} y_j(b) = \beta_i \quad (i=1, \dots, n-r) \quad (6.3)$$

Problemin sınır şartları, bilinmeyen vektör  $\{Y\}$  nin çözüm bölgesi başlangıcında ve sonundaki bileşenlerinin lineer kombinasyonları olarak ifade edilebilir.

(6.1)' de verilen ifadenin homojen ve özel çözümünün problemin sınır şartlarından bağımsız olarak, tamamen çözüm bölgesi başlangıcında belirlenen sınır şartları ile bulunması esasına dayanmaktadır.

$$\{Y(\phi)\} = \sum_{m=1}^n C_m (U^{(m)}(\phi)) + \{V(\phi)\} \quad (6.4)$$

gerçek problemin sınır şartları  $C_m$  sabitleri ile dikkate alınmaktadır.  $C_m$ ' ler çözüm bölgesi başlangıcında ve sonunda verilmiş olan sınır şartlarından elde edilecek sabitlerdir. m'inci

homojen sınır şartına ait homojen çözüm  $U^{(m)}(\phi)$  ve homojen olmayan sınır şartlarından elde edilen özel çözüm  $\{V(\phi)\}$  olarak gösterilmiştir.

n adet homojen sınır şartının çözümünden elde edilen homojen çözümler,

$$[U(\phi)]_{n \times n} = \left[ \left\{ U^{(1)} \right\}_{n \times 1}, \left\{ U^{(2)} \right\}_{n \times 1}, \dots, \left\{ U^{(n)} \right\}_{n \times 1} \right] \quad (6.5)$$

(6.4)' de verilen denklemi aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.

$$\{Y(\phi)\} = [U(\phi)]\{C\} + \{V(\phi)\} \quad (6.6)$$

$C_m$ ' ler elde edildikten sonra, çözüm bölgesinde istenilen yerdeki bağımlı değişkenlerin değerleri kolaylıkla hesaplanabilir.

### 6.1. Homojen Çözümün Elde Edilmesi

$$\frac{d\{U^{(m)}\}}{d\phi} = [A]\{U^{(m)}\} \quad (m=1, \dots, n) \quad (6.7)$$

(6.1)' de ifade edilen denklemin homojen hali (6.7)' de verilen denklem n adet farklı başlangıç şartı için n kere çözülmesi gerekir. Böylece  $n \times n$  adet çözüm elde edilir.

$\{U^{(m)}\}, \{U\}$  bilinmeyen vektörünün çözüm bölgesi başlangıcında m' inci elemanına 1, diğerlerine 0 olması durumunda elde edilen çözüm demektir.

<u>m=1</u>	<u>m=2</u>	<u>m=n</u>
$U_1(a)=1$	....	....
....	$U_2(a)=1$	....
....	....	....
....	....	$U_n(a)=1$

Böylece bu şekilde elde edilmiş olan  $[U]$  kare matrisinin, çözüm bölgesi başlangıcındaki değerleri birim matrise karşılık gelmektedir.

$$[U(a)] = [I]$$

## 6.2. Özel Çözümün Elde Edilmesi

$$\frac{d\{V\}}{d\phi} = [A]\{V\} + \{F\} \quad (6.8)$$

(4.1)' de verilen genel denklemin homojen olmayan çözümü (4.8)' de verilmiş olup,

$$\{V(a)\} = \{0\} \quad (6.9)$$

sınır şartları ile bir defada çözülmesi yeterlidir.

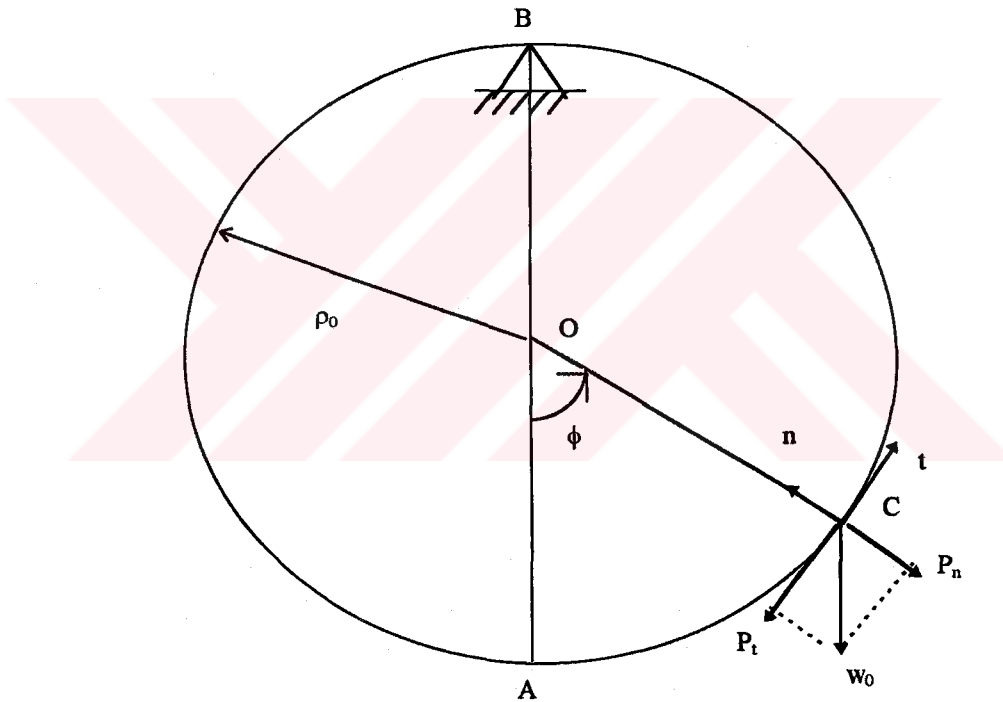
$$\begin{array}{c} \frac{m=n}{\dots} \\ V_1(a)=0 \\ \dots \\ \dots \\ V_n(a)=0 \end{array}$$

### 6.3. Uygulamalar

Bu bölümde verilen örnekler direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözülmektedir. Ele alınan örnekler çember, kemer, sikloid ve tonoz sırasıyla Ek-4, Ek-5, Ek-6 ve Ek-7' de verilen programlar yardımı ile çözülmektedir. Eğri eksenli çubuklar Mustafa İNAN' ın kapalı formda vermiş olduğu denklemlerle karşılaştırılmış ve sistem fazla sayıda elemana bölündüğünde hassas sonuç verdiği görülmektedir.

#### 6.3.1. Örnek 1 ( İnan M., Elastik Çubukların Genel Teorisi s: 136)

Şekil 6.1' de görülen tam kapalı ve üniform kesitli dairesel çember sadece kendi ağırlığı altındadır. Çemberin birim uzunluğunun ağırlığı  $w_0$  olup sabittir.



Şekil 6.1 Düzleminde Kendi Ağırlığı İle Yüklü Çember

Çember B noktasından asılmıştır. Simetri özelliğinden yaralanılıp A noktası başlangıç seçilmiştir. Herhangi bir C noktasındaki radyal ve teğet yükler,

$$p_t = -w_0 \sin\phi \quad p_n = -w_0 \cos\phi \quad m_b = 0$$

Sınır şartları ;

$$\phi = 0 \Rightarrow U_t = 0, \quad \Omega_b = 0, \quad T_n = 0$$

$$\phi = \pi \Rightarrow U_t = 0, \quad \Omega_b = 0, \quad U_n = 0$$

Çözüm için  $\rho_0 = 1, \omega_0 = 1, D_{bb} = 1$  olarak alınmıştır.

Aynı zamanda kayma deformasyonları ihmal edilerek ( $\gamma = 0$ ) kapalı formda çözüm bulunabilmektedir.  $\rho_0 = r$  olmak üzere,

$$U_t = \frac{r^4 \cdot \omega_0}{D_{bb}} \left[ \phi \cdot \cos \phi + \frac{\phi^2 - \pi^2}{4} \sin \phi + \phi \right]$$

$$U_n = \frac{r^4 \cdot \omega_0}{D_{bb}} \left[ \cos \phi - \frac{\phi}{2} \sin \phi + \frac{\phi^2 - \pi^2}{4} \cos \phi + 1 \right]$$

$$\Omega_b = \frac{r^3 \cdot \omega_0}{D_{bb}} \left[ \phi \cdot \cos \phi - \frac{3}{2} \sin \phi + \phi \right]$$

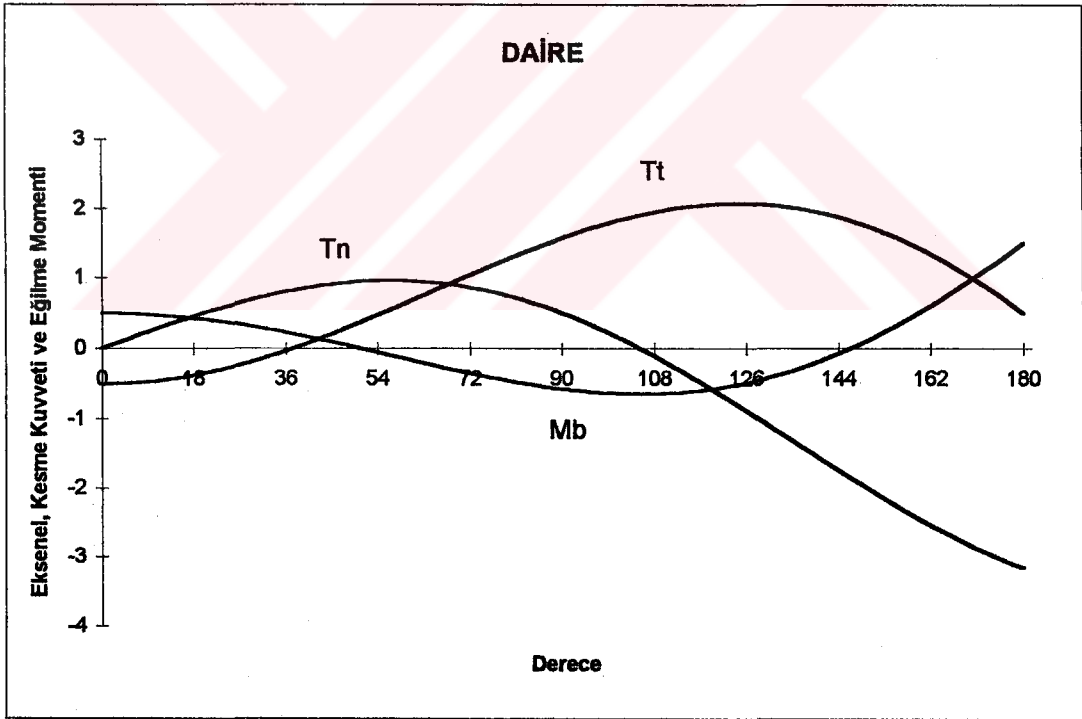
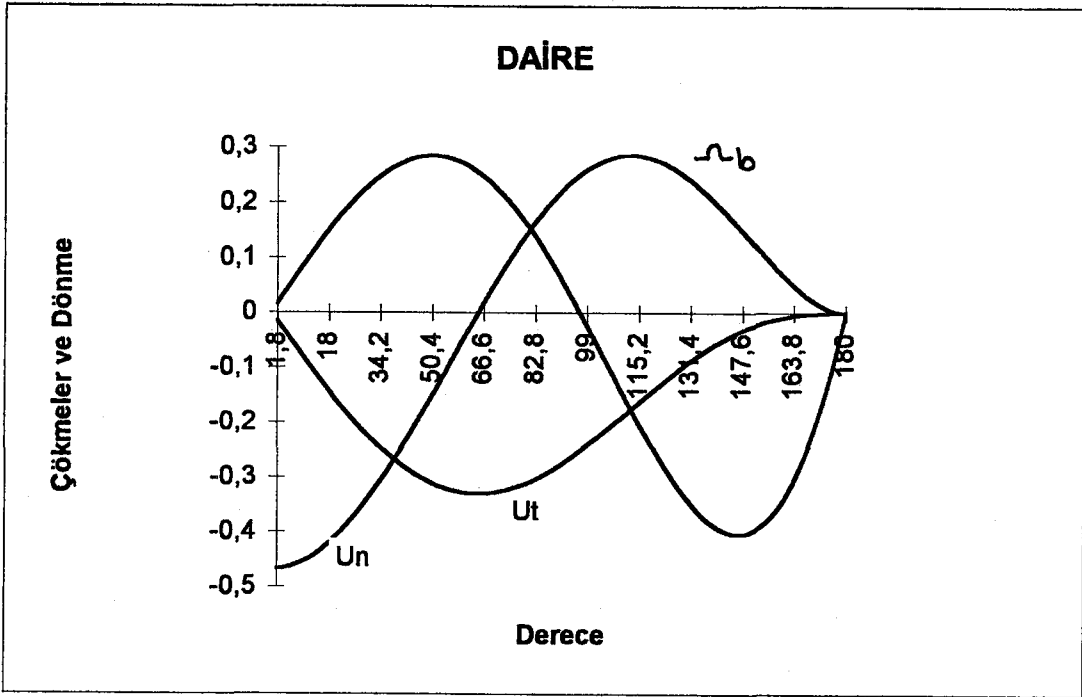
$$T_t = r \cdot \omega_0 \left[ \phi \cdot \sin \phi - \frac{1}{2} \cos \phi \right]$$

$$T_n = r \cdot \omega_0 \left[ \phi \cdot \cos \phi + \frac{1}{2} \sin \phi \right]$$

$$M_b = r^2 \cdot \omega_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \cos \phi - \phi \cdot \sin \phi \right]$$

Çizelge 6.1 Kendi Ağırlığı Altında Asılı Çemberde Kesit Büyüklükleri

$\phi$	$U_t$	$U_n$	$\Omega_b$	$T_t$	$T_n$	$M_b$	
0	0	-0.4674	0	-0.5	0	0.5	İNAN
	0	-0.4674	0	-0.5	0	0.5	TFM
$\pi/2$	-0.2798	0.2146	0.0708	1.5708	0.5	-0.5708	İNAN
	-0.2798	0.2146	0.0708	1.5708	0.5	-0.5708	TFM
$\pi$	0	0	0	0.5	-3.1416	1.5	İNAN
	0	0	0	0.5	-3.1416	1.5	TFM



Şekil 6.2 Dairesel Çembere Ait Şekil Değişirme ve Kesit Tesirleri

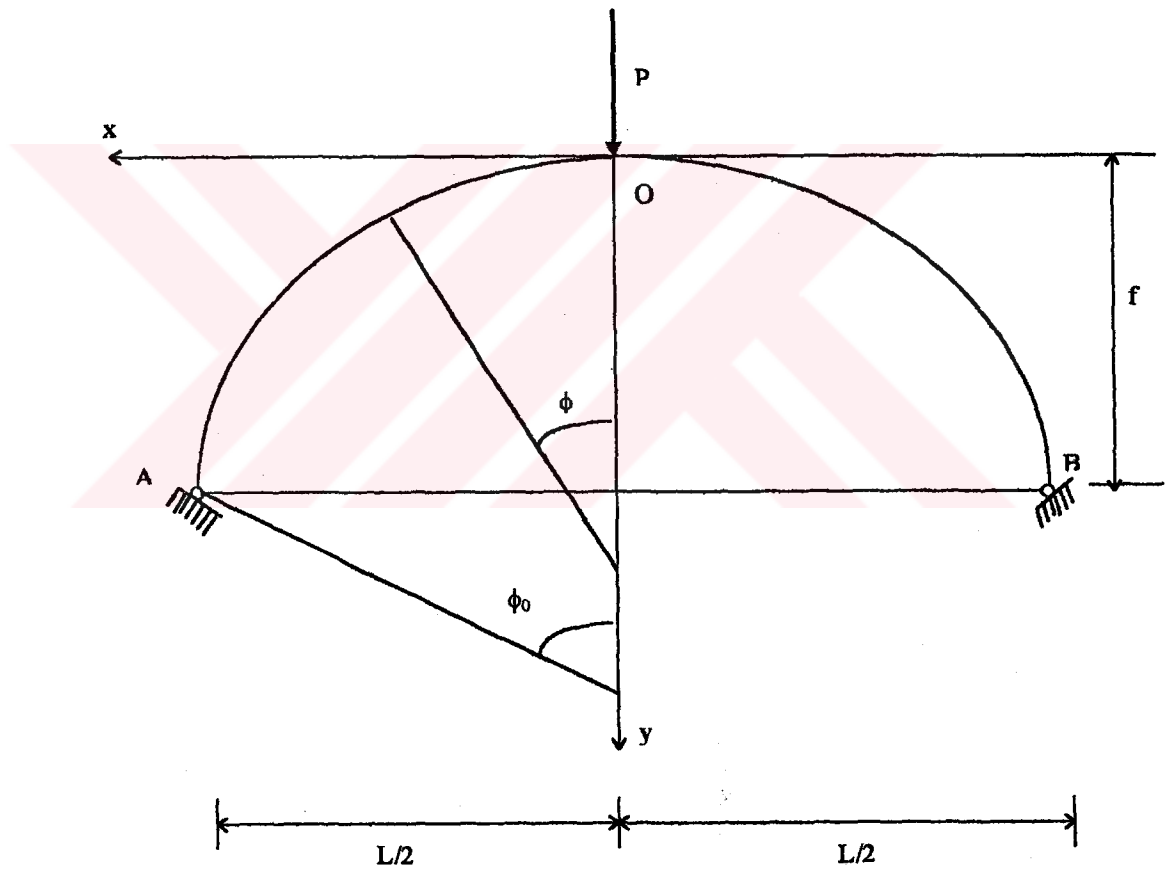
### 6.3.2. Örnek 2 ( İnan M., Elastik Çubukların Genel Teorisi s: 123)

Şekil 6.3' de verilen iki mafsallı ve simetri ekseninde tekil yüklü parabolik kemer görülmektedir. Çubuk ekseninin şekilde görülen koordinat takımına göre denklemi ve eğrilik yarıçapı  $\rho$  nun eksen boyunca değişimini veren denklem,

$$y = 4 \cdot f \cdot x^2 / L^2 \quad , \quad \rho = \rho_0 / \cos^3 \phi$$

Burada,  $\rho_0$  , O noktasına ait eğrilik yarıçapıdır.

$$\rho_0 = L^2 / 8f \quad , \quad \tan \phi_0 = 4f / L \quad , \quad D_{bb} = D_0 / \cos \phi$$



Şekil 6.3 Düzleminde Yüklü Parabolik Kemer

Sınır şartları,

$$\phi = 0 \Rightarrow U_t = 0, \Omega_b = 0, T_n = -P/2$$

$$\phi = \phi_0 \Rightarrow U_t = 0, M_b = 0, U_n = 0$$

Çözüm için sayısal değerler,

$$f = 1/8, L = 1, \rho_0 = 1, D_0 = 1, \phi_0 = 26.562^\circ$$

Benzer şekilde kayma deformasyonları ihmal edilerek çözüm kapalı olarak verilebilmektedir.

$$\frac{tg\phi}{tg\phi_0} = \frac{x}{L/2} = \xi \quad (\xi : \text{Boyutsuz parametre})$$

$$U_t = \frac{PL^3}{6144D_0} (1-\xi)^2 (3 + 6\xi - 5\xi^2) \sin\phi$$

$$U_n = \frac{PL^3}{6144D_0} (1-\xi) \left[ \frac{64f^2}{L^2} (5\xi - 7)\xi^4 - 25\xi^3 - 39\xi^2 + 3\xi + 3 \right]$$

$$\Omega_b = \frac{PL}{768D_0} \xi (-21 + 48\xi - 25\xi^2)$$

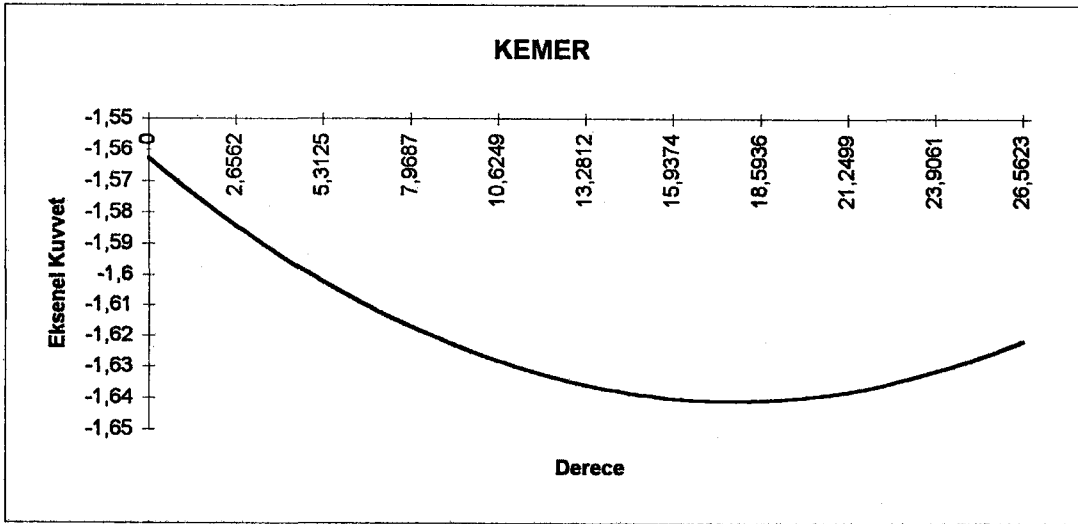
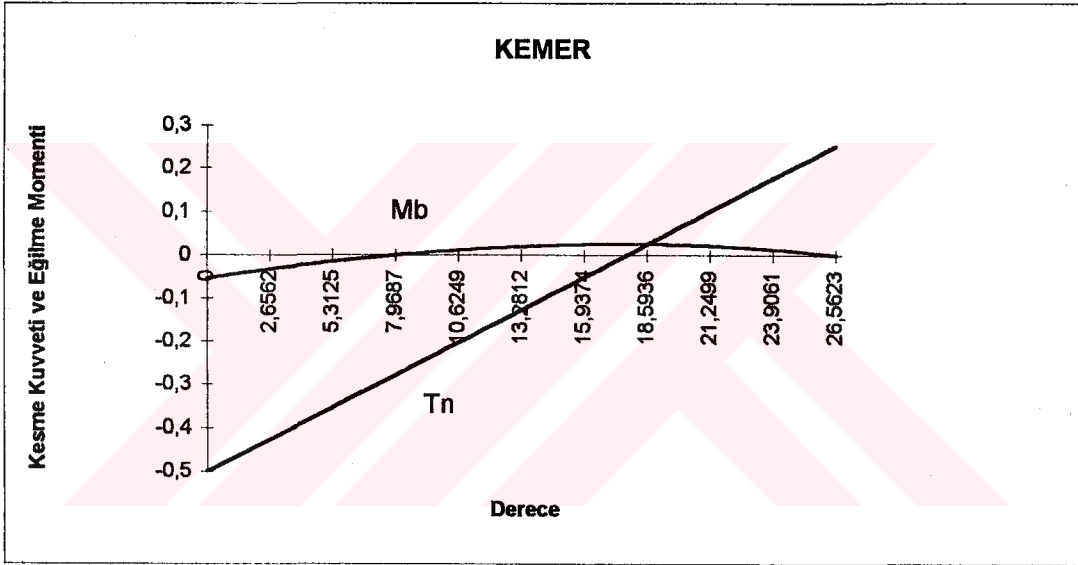
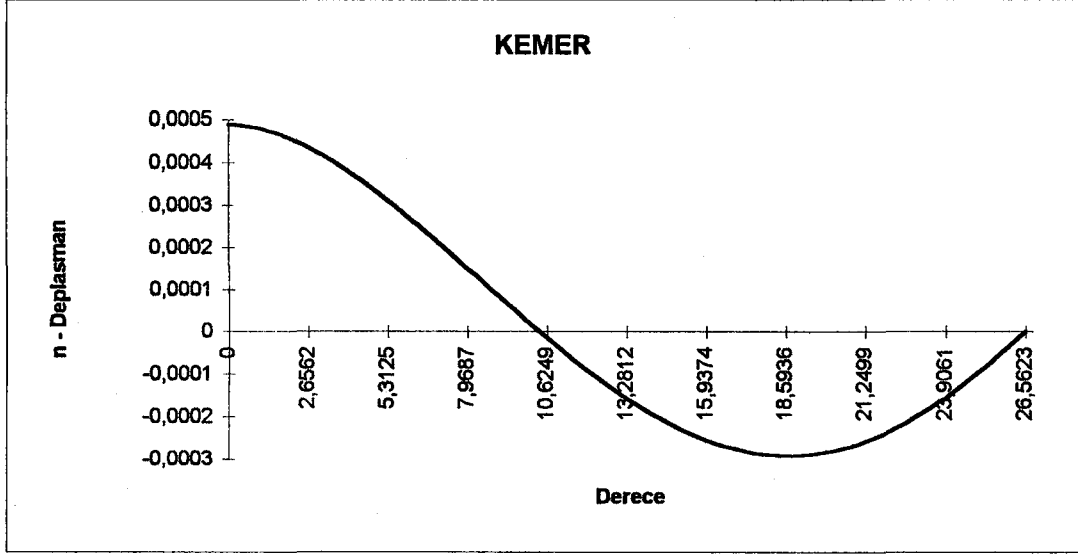
$$T_t = -\frac{P}{32} \left( 16\sin\phi + \frac{1}{f} \frac{25}{4} \cos\phi \right)$$

$$T_n = \frac{P}{32} (25\xi - 16) \cos\phi$$

$$M_b = \frac{PL}{128} (1-\xi)(25\xi - 7)$$

Çizelge 6.2 Düzleminde Tekil Yüklü Parabolik Kemerdeki Kesit Büyüklükleri

$\phi$	$U_t$	$U_n$	$\Omega_b$	$T_t$	$T_n$	$M_b$	
0	0	0.000488	0	-1.5625	-0.5	-0.0547	İNAN
	0	0.000488	0	-1.5627	-0.5	-0.0547	TFM
$\phi_0/2$	0	-0.0007	-0.0021	-1.6356	-0.1064	0.0215	İNAN
	0	-0.00015	-0.0024	-1.6358	-0.1276	0.0198	TFM
$\phi_0$	0	0	0.0026	-1.6212	0.2516	0	İNAN
	0	0	0.0026	-1.6213	0.2516	0	TFM

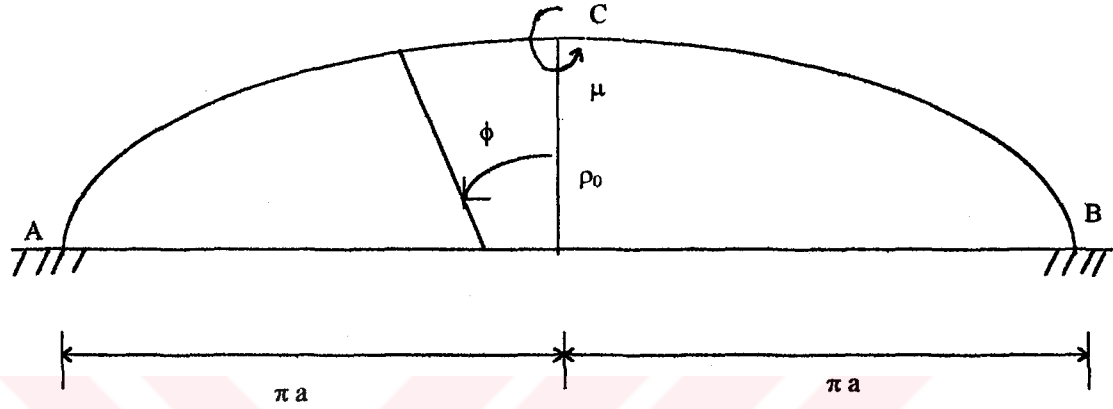


Şekil 6.4 Parabolik Kemere Ait Şekil Değişirme ve Kesit Tesirleri

### 6.3 Örnek 3 ( İnan M., Elastik Çubukların Genel Teorisi s: 129)

Şekil 6.5' de sikloid eksen ve kesiti sabit kemer  $\phi = 0$  da  $\mu$  şiddetli tekil burulma kuvvet çiftine maruzdur. Sikloid kemer eğrisine ait denklemler aşağıda verilmiştir.

$$\rho = \rho_0 \cdot \cos\phi \quad , \quad \rho_0 = 4a$$



Şekil 6.5 Düzlemine Dik Yüklü Sikloid

Sınır şartları,

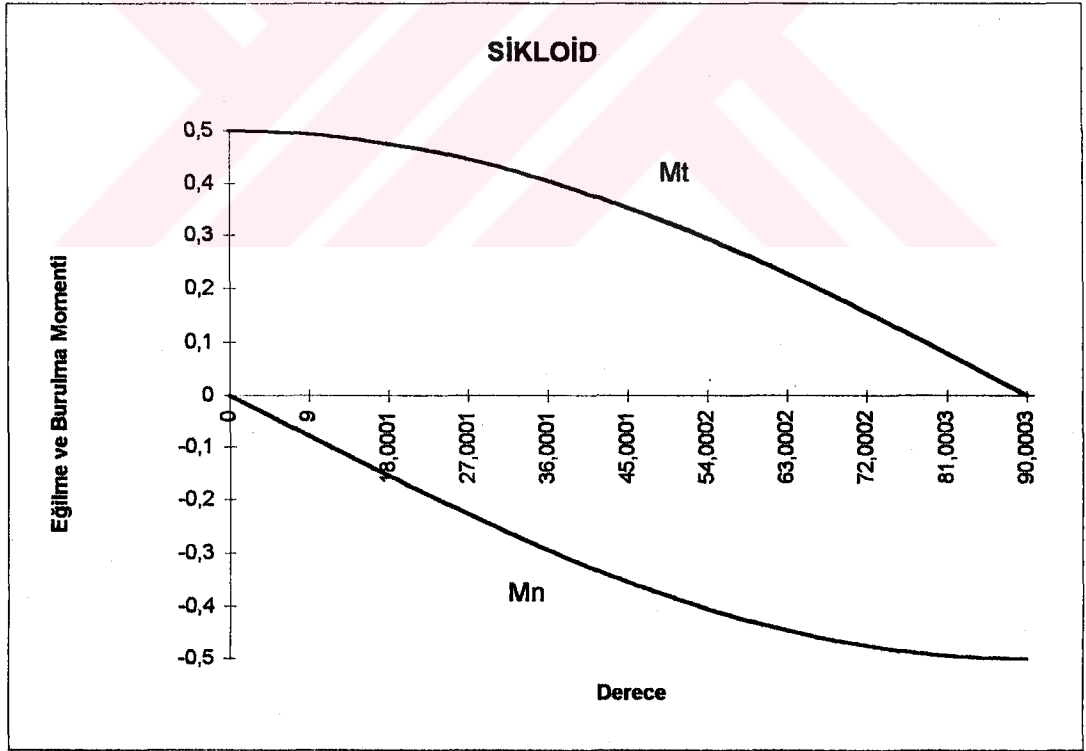
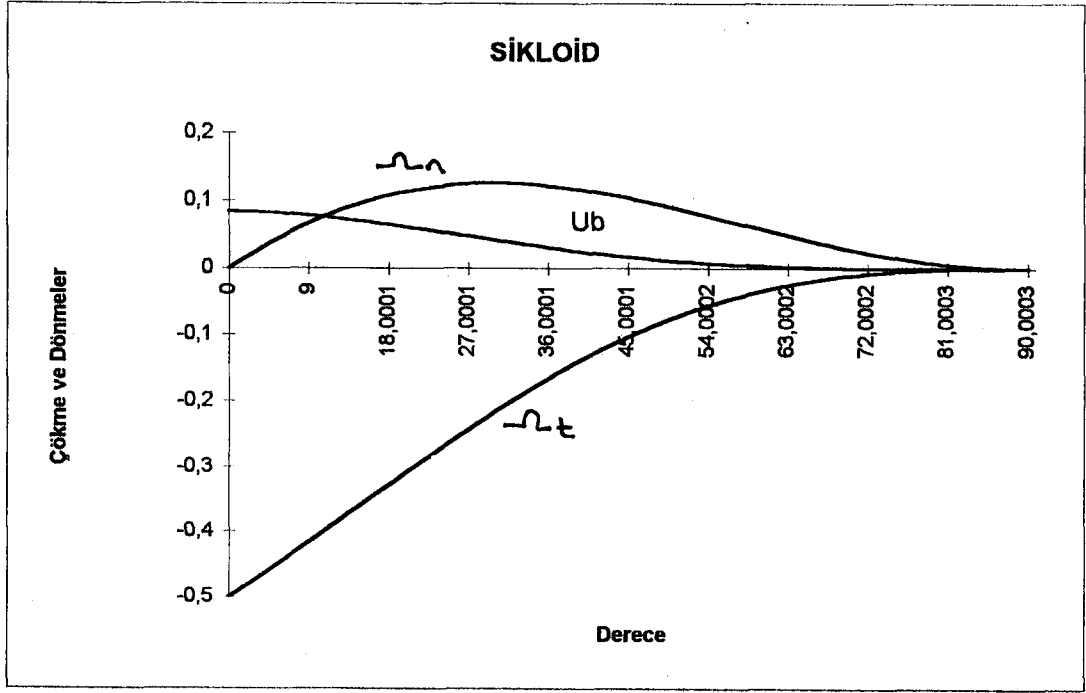
$$\phi = 0 \Rightarrow T_b = 0 \quad , \quad \Omega_n = 0 \quad , \quad M_t = \mu/2$$

$$\phi = \pi/2 \Rightarrow U_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad , \quad \Omega_n = 0$$

Çözüm için  $\mu = 1$ ,  $a = 1$ ,  $\rho_0 = 1$ ,  $D_{tt} = 1$ ,  $D_{nn} = 1$  olarak alınmıştır.

Çizelge 6.3 Düzlemine Dik Yüklü Sikloid Çubukta Kesit Büyüklükleri

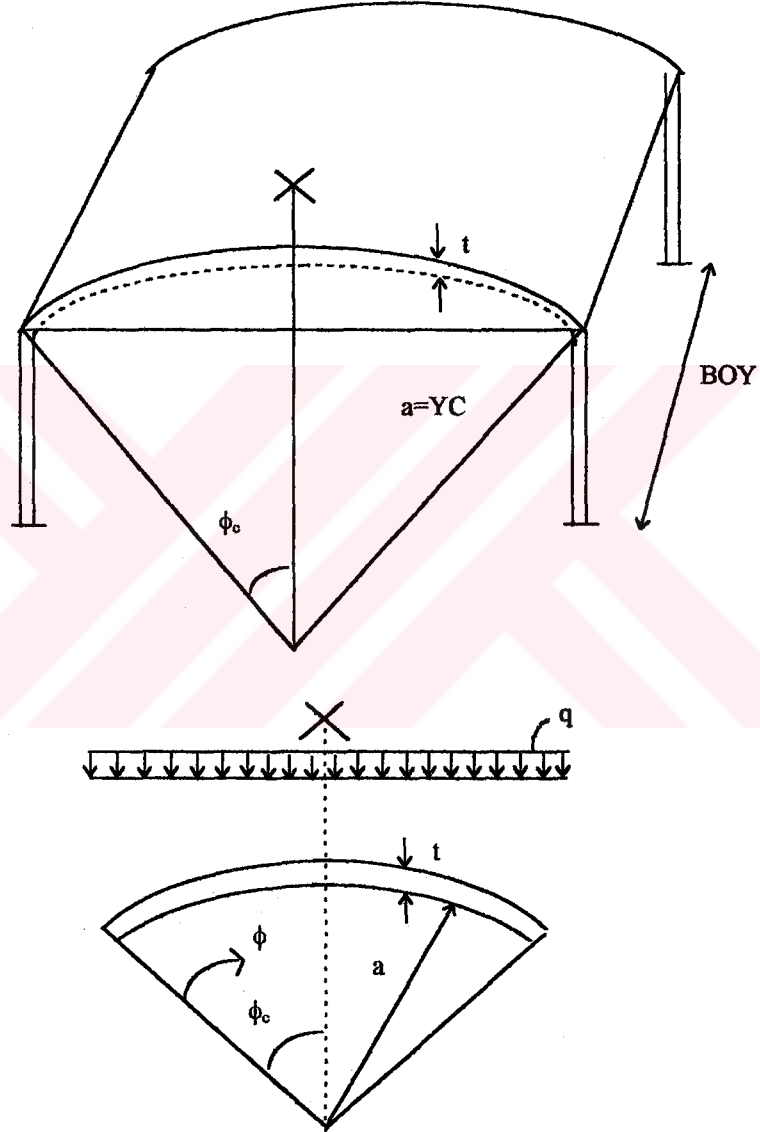
$\phi$	$U_b$	$\Omega_t$	$\Omega_n$	$T_b$	$M_t$	$M_n$	
0	0.0833	-0.5	0	0	0.5	0	İNAN
	0.0833	-0.5	0	0	0.5	0	TFM
$\pi/4$	0.0173	-0.1036	0.1036	0	0.3536	-0.3536	İNAN
	0.0173	-0.1036	0.1036	0	0.3536	-0.3536	TFM
$\pi$	0	0	0	0	0	-0.5	İNAN
	0	0	0	0	0	-0.5	TFM



Şekil 6.6 Düzlemine Dik Yüklü Sikloide Ait Şekil Değişirme ve Kesit Tesirleri

#### 6.3.4. Örnek 4

Bu örnekte basit mesnetli, kenar kirişsiz ve üniform yüklü kısa tonoz hesabı yapılacaktır.



Şekil 6.7 Kısa Tek Tonoz Çatı

<u>Kabuk Boyutları</u>	<u>Yükler</u>
Boy (Kabuk uzunluğu) : 35 ft	Ölü yük : 37.5 lb/ft <sup>2</sup>
YC (Kabuk yarıçapı) : 73.5 ft	Kar yükü : 15 lb/ft <sup>2</sup>
t (Et kalınlığı) : 0.25 ft	q (toplam yük) : 52.5 lb/ft <sup>2</sup>
$\phi_c$ (Kabuk yarı açısı) : 37.8°	E : 360.0e+6 lb/ft <sup>2</sup>

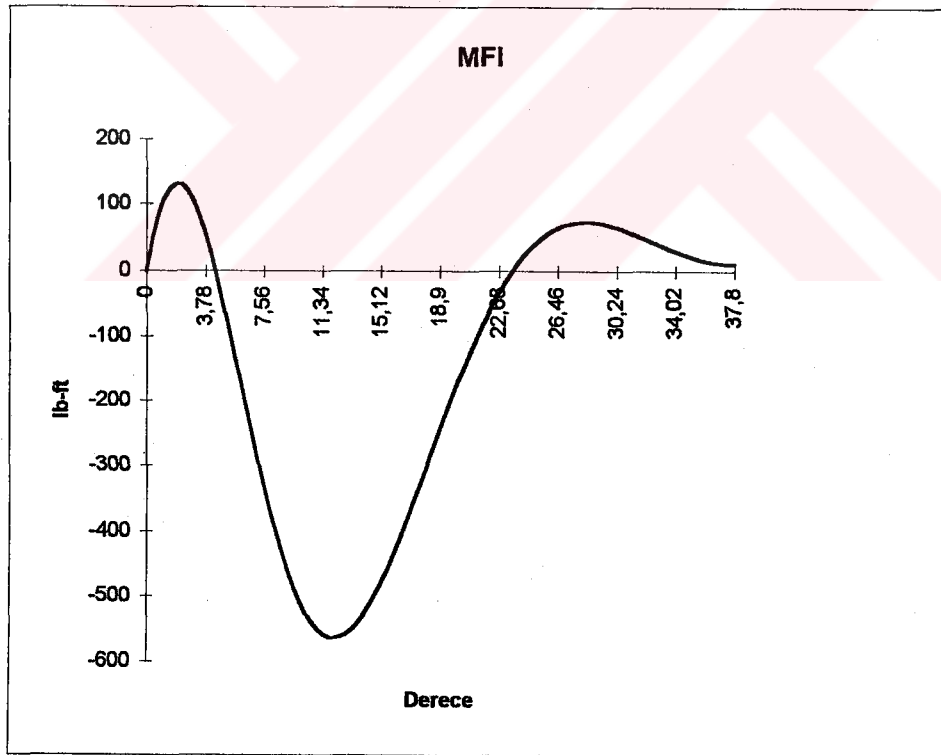
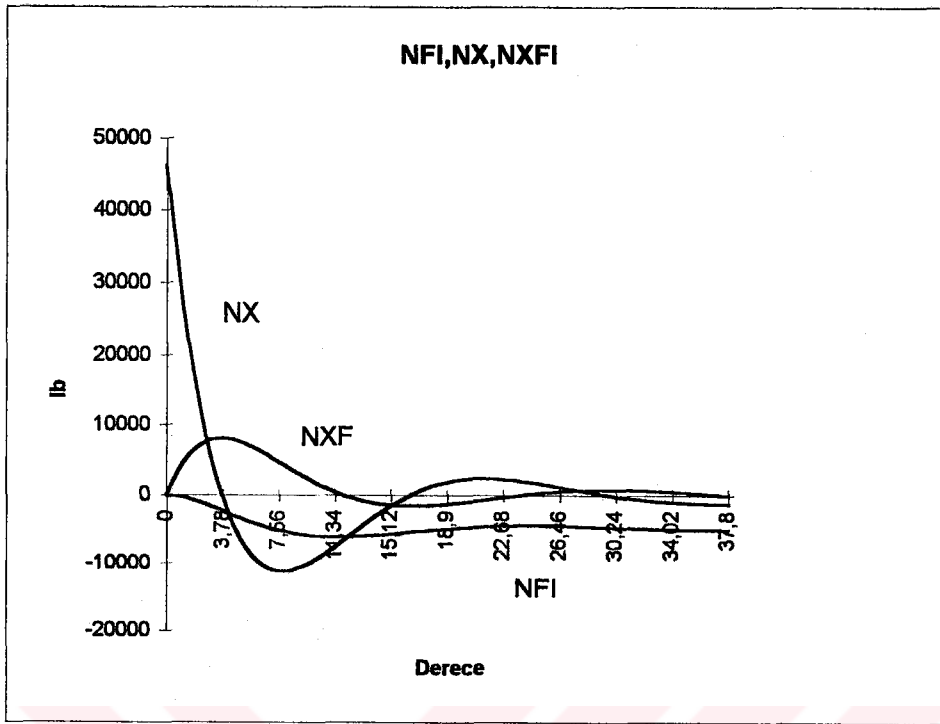
Problem simetrik olduğundan yarı kabuk için problemi ele almak yeterli olacaktır. Bu tip örnekler için basit bir data dosyası hazırlanmaktadır. Data dosyası aşağıdaki gibidir.

$x_1$	$x_2$	nstep
yc,	boy,	et, aci, em, q0

yani sayısallaştırılırsa, bu örnek için,

0	0.6597	100
73.5,	35,	0.25, 37.8, 360.0e+6, 52.5

Burada  $x_1$  ve  $x_2$  başlangıç ve bitiş açılarıdır. Bu değerlerin radyan cinsinden olması gerekir. Problemlerde nümerik işlemlerle sonuca gidildiğinden nstep sayılarının fazlalaştırılmasında yarar vardır. Problemin sonuçları aşağıdaki diyagramlarda gösterilmiştir.  $M_\phi$ ,  $N_\phi$  ve  $N_x$  gibi ifadeler açıklık ortasında,  $N_{x\phi}$  ise tempan duvarı üzerinde bulunmaktadır.



Şekil 6.8 Örnek 4'e Ait Uç Kuvvetler

### 6.3.5. Örnek 5

Şekil 6.7'de görülen tonoz, problemde verilen değerlere göre uzun tek tonoz çatıdır.

<u>Kabuk Boyutları</u>		<u>Yükler</u>	
Boy (Kabuk uzunluğu) :	120 ft	Ölü yük :	36 lb/ft <sup>2</sup>
YC (Kabuk yarıçapı) :	30 ft	Kar yükü :	14 lb/ft <sup>2</sup>
t (Et kalınlığı) :	3 inc	q (toplam yük) :	50 lb/ft <sup>2</sup>
$\phi_c$ (Kabuk yarı açısı) :	40°	E :	1.0e+6 lb/ft <sup>2</sup>

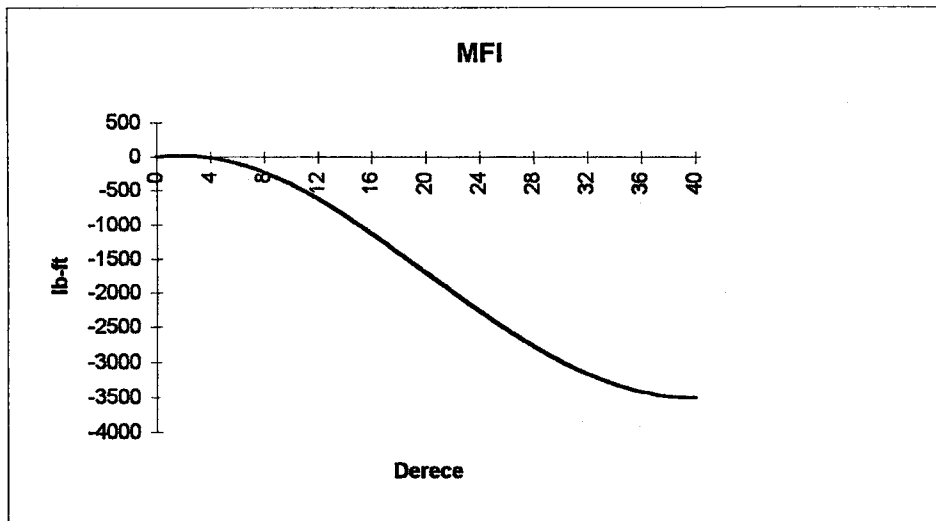
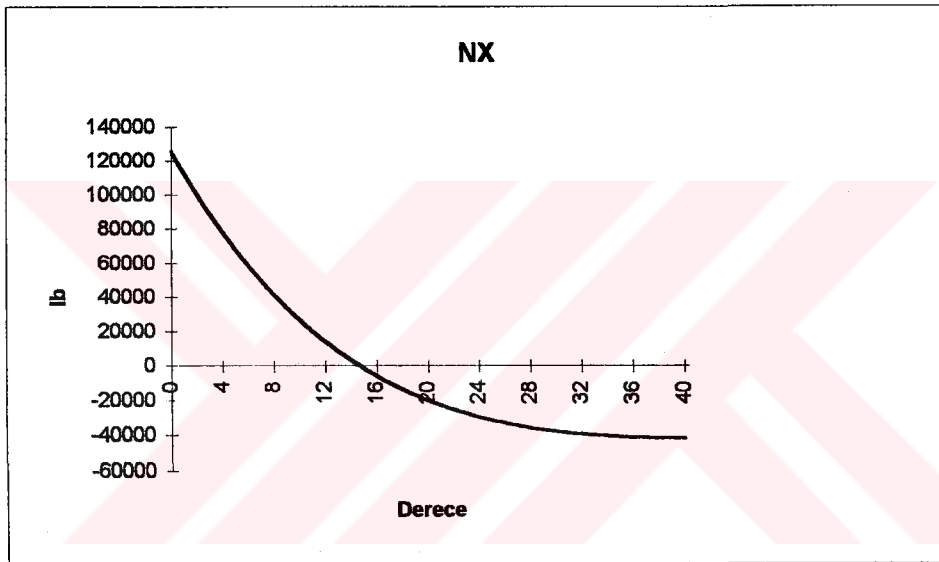
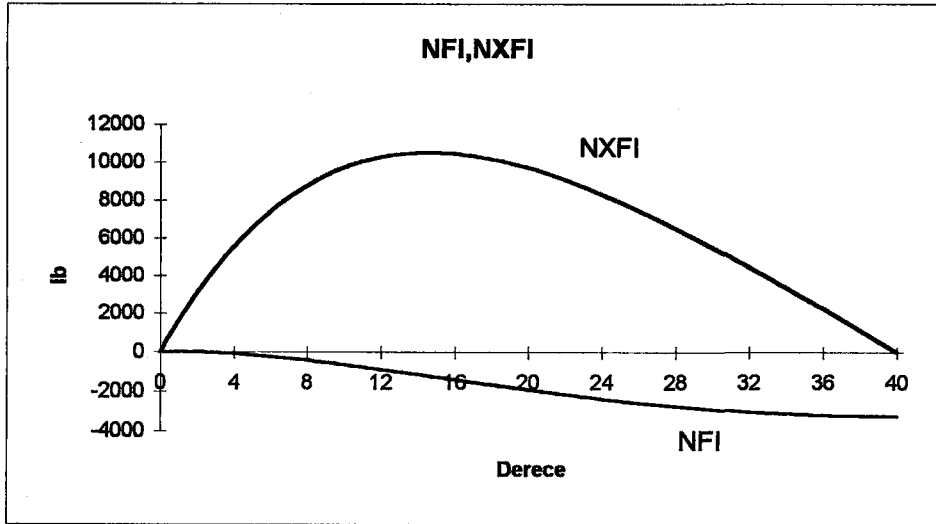
Bu örneğe ait data dosyası aşağıdaki gibidir.

```
0 0.6982 100
30, 120, 0.25, 40, 1.0e+6, 50
```

Problem simetrik olduğundan yarı kabuk için işlemler yapılacaktır. Gibson (1980) çözümleri ile karşılaştırılabilmek için dört elemana bölünmüştür.

Çizelge 6.5 Örnek 5 İçin Eleman Uç Kuvvetleri

AÇI	MFI		QFI		NFI		NXFI		NX	
	DKJ	GIB.	DKJ	GIB.	DKJ	GIB.	DKJ	GIB.	DKJ	GIB.
40	0	0	0	0	0	0	0	0	1.255	1.295
30	-382	-652	-239	-234	-634	-637	-9718	-9823	0.258	0.273
20	-1683	-2119	-321	-313	-1904	-1902	9748	9658	-0.213	-0.208
10	-2977	-3561	-216	-210	-2899	-2893	5561	5582	-0.373	-0.396
0	-3501	-4130	0	0	-3259	-3242	0	0	-0.404	-0.422



Şekil 6.9 Örnek 5 İçin Uç Kuvvetler

## 7. TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR METODUNA DAYALI RİJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ

Eğri eksenli çubukların rijitlik matrisini elde etmek için Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu (TFM) kullanılacaktır. Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu incelenirken kayma deformasyonları da dikkate alınacaktır. Düzlemsel eğri eksenli çubuklar için eleman rijitlik matrisi 6x6, uzaysal helisel çubuklarda her uçta üç adet kuvvet ve üç adet dönmeden 6 bilinmeyen toplam olarak oniki adet bilinmeyenden eleman rijitlik matrisi 12x12' dir.

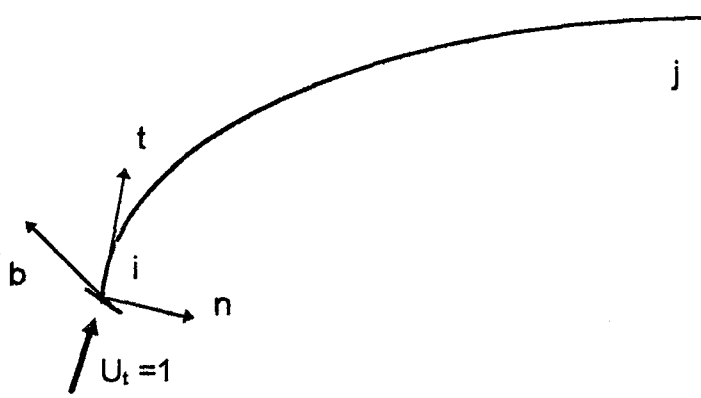
### 7.1. Eleman Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

#### 7.1.1. Düzlemi İçinde Yüklü Eğri Eksenli Çubuklar

Aynı doğrultudaki deplasmana karşılık aynı doğrultudaki kuvvet ve kuvvet çifti olarak düzenlemek gerekmektedir.

<u>Deplasmanlar</u>		<u>Kuvvetler</u>
$U_t$	→	$T_t$
$U_n$	→	$T_n$
$\Omega_b$	→	$M_b$

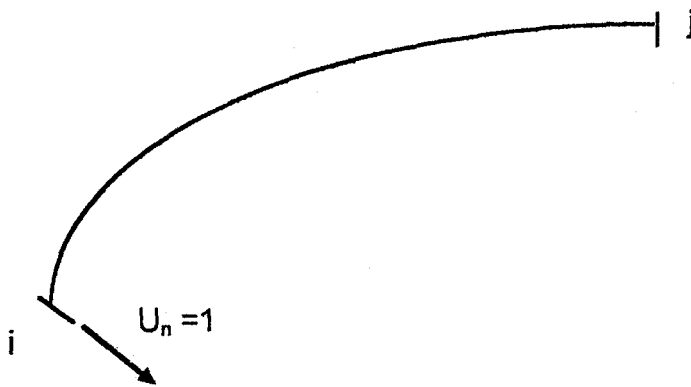
Eğri eksenli çubuklar için 6x6' lık eleman rijitlik matrisi elde edilecektir. Eleman serbestlik derecelerinden birine bir diğerlerine sıfır değeri verilerek bulunur ve bu eleman rijitlik matrisinin ilk kolonunu oluşturmaktadır.



Şekil 7.1  $U_{ti}$  Yükleme Durumu

i ucu	j ucu
$U_t = 1$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{11}$	$T_t = k_{41}$
$T_n = k_{21}$	$T_n = k_{51}$
$M_b = k_{31}$	$M_b = k_{61}$

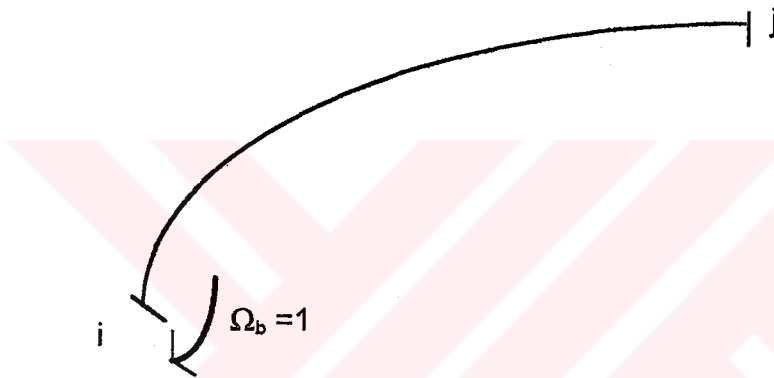
benzer şekilde,



Şekil 7.2  $U_{ni}$  Yükleme Durumu

i ucu	j ucu
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 1$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{12}$	$T_t = k_{42}$
$T_n = k_{22}$	$T_n = k_{52}$
$M_b = k_{32}$	$M_b = k_{62}$

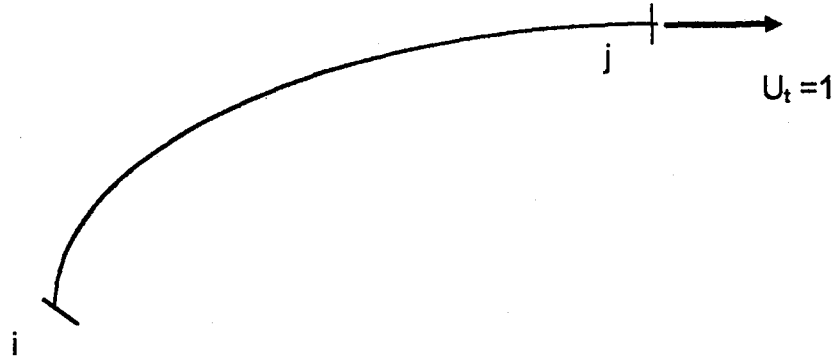
benzer şekilde,



Şekil 7.3  $\Omega_{bi} = 1$  Yükleme Durumu

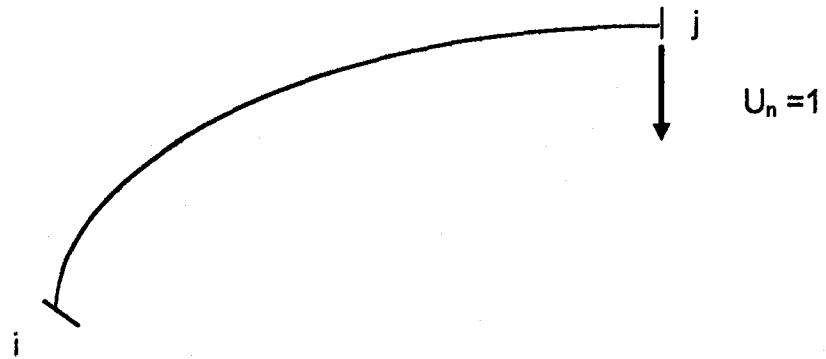
i ucu	j ucu
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 1$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{13}$	$T_t = k_{43}$
$T_n = k_{23}$	$T_n = k_{53}$
$M_b = k_{33}$	$M_b = k_{63}$

benzer şekilde,



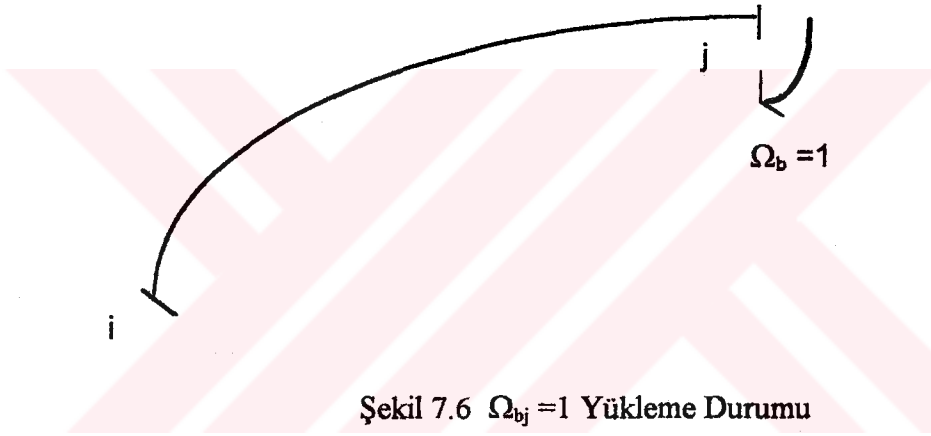
Şekil 7.4  $U_{ij} = 1$  Yükleme Durumu

i ucu	j ucu
$U_t = 0$	$U_t = 1$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{14}$	$T_t = k_{44}$
$T_n = k_{24}$	$T_n = k_{54}$
$M_b = k_{34}$	$M_b = k_{64}$



Şekil 7.5  $U_{ij} = 1$  Yükleme Durumu

<u>i ucu</u>	<u>j ucu</u>
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 1$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{15}$	$T_t = k_{45}$
$T_n = k_{25}$	$T_n = k_{55}$
$M_b = k_{35}$	$M_b = k_{65}$



Şekil 7.6  $\Omega_{bj} = 1$  Yükleme Durumu

<u>i ucu</u>	<u>j ucu</u>
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 1$
$T_t = k_{16}$	$T_t = k_{46}$
$T_n = k_{26}$	$T_n = k_{56}$
$M_b = k_{36}$	$M_b = k_{66}$

bu şekilde 6x6' lık eleman rijitlik matrisi oluşturulmaktadır.

$$[k]_{t,n,b}^{(e)} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & -k_{13} & -k_{14} & -k_{15} & -k_{16} \\ -k_{21} & -k_{22} & -k_{23} & -k_{24} & -k_{25} & -k_{26} \\ -k_{31} & -k_{32} & -k_{33} & -k_{34} & -k_{35} & -k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

### 7.1.2. Düzlemine Dik Yüklü Eğri Eksenli Çubuklar

Düzlemi içinde yüklü eğri eksenli çubuklar gibidir. Benzer şekilde sıralamak gerekirse,

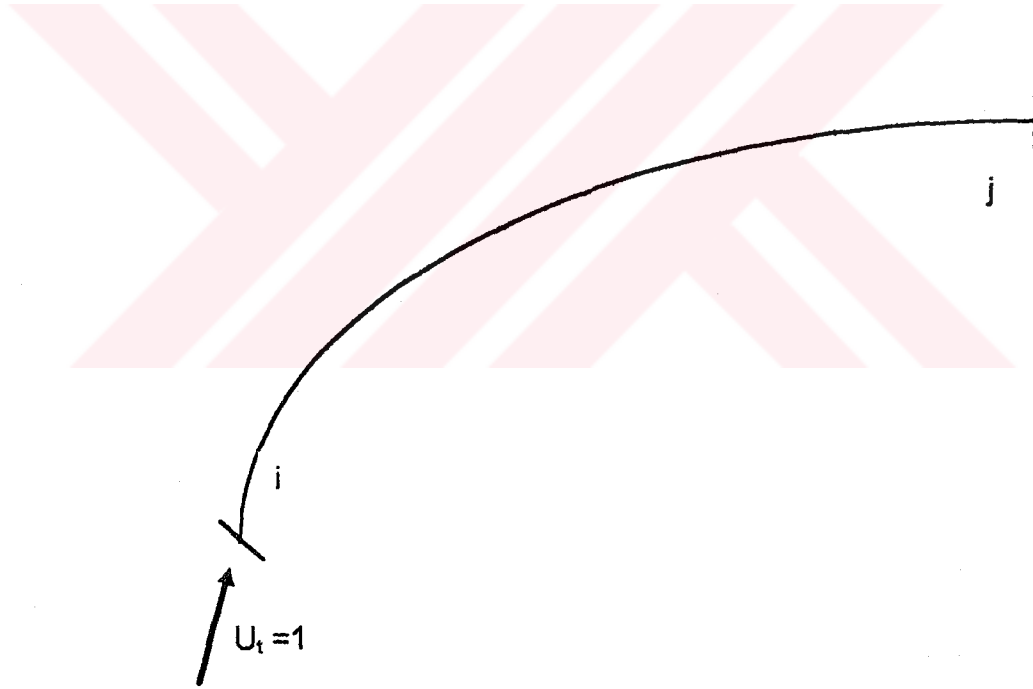
Deplasmanlar		Kuvvetler
$U_b$	→	$T_b$
$\Omega_t$	→	$M_t$
$\Omega_n$	→	$M_n$

$$[k]_{t,n,b}^{(e)} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & -k_{13} & -k_{14} & -k_{15} & -k_{16} \\ -k_{21} & -k_{22} & -k_{23} & -k_{24} & -k_{25} & -k_{26} \\ -k_{31} & -k_{32} & -k_{33} & -k_{34} & -k_{35} & -k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

### 7.1.3. Dairesel Tabanlı Silindirik Helisel Çubuklar

Daha öncede bahsedildiği gibi helisel çubuklarda eleman rijitlik matrisi 12x12' dir.

Deplasmanlar		Kuvvetler	
$U_t$	→	$T_t$	
$U_n$	→	$T_n$	
$U_b$	→	$T_b$	
$\Omega_t$	→	$M_t$	
$\Omega_n$	→	$M_n$	
$\Omega_b$	→	$M_b$	



Şekil 7.7  $U_{ti}$  Yükleme Durumu

<u>i ucu</u>	<u>j ucu</u>
$U_t = 1$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$U_b = 0$	$U_b = 0$
$\Omega_t = 0$	$\Omega_t = 0$
$\Omega_n = 0$	$\Omega_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = k_{11}$	$T_t = k_{71}$
$T_n = k_{21}$	$T_n = k_{81}$
$T_b = k_{31}$	$T_b = k_{91}$
$M_t = k_{41}$	$M_t = k_{10,1}$
$M_n = k_{51}$	$M_n = k_{11,1}$
$M_b = k_{61}$	$M_b = k_{12,1}$

bu şekilde eleman rijitlik matrisinin ilk kolonunu oluşturulur.

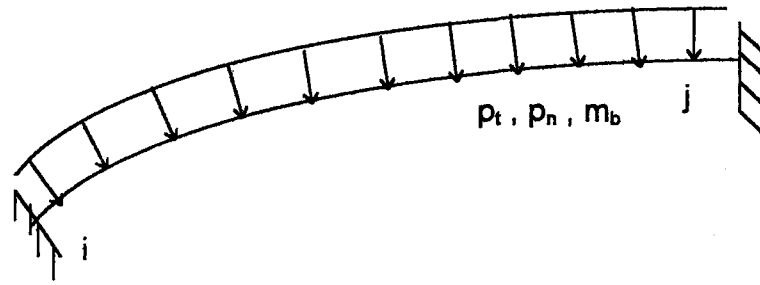
$$[k]_{t,n,b}^{(e)} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ k_{31} \\ k_{41} \\ k_{51} \\ k_{61} \\ k_{71} \\ k_{81} \\ k_{91} \\ k_{10,1} \\ k_{11,1} \\ k_{12,1} \end{bmatrix}$$

benzer işlemler yapıldığında 12x12' lik eleman rijitlik matrisi oluşacaktır.

## 7.2. Eleman Yük Vektörünün Elde Edilmesi

Elemanın her iki ucu ankastre kabul edilip üzerinde bulunan yük ankastrelik uc kuvvetlerine indirgenecek ve bu şekilde eleman yük vektörü teşkil edilecektir.

### 7.2.1. Düzlemi İçinde Yüklü Eğrisel Çubuklar



Şekil 7.8 Eleman Yük Vektörünün Bulunması

i ucu	j ucu
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = f_{11}$	$T_t = f_{41}$
$T_n = f_{21}$	$T_n = f_{51}$
$M_b = f_{31}$	$M_b = f_{61}$

$$\{f\}_{t,n,b}^{(e)} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \\ f_{41} \\ f_{51} \\ f_{61} \end{Bmatrix}$$

## 7.2.2. Düzlemine Dik Yüklü Eğrisel Çubuklar

Düzlemi içinde yüklü eğrisel çubuklardaki gibi,

<u>i ucu</u>	<u>j ucu</u>
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_b = f_{11}$	$T_b = f_{41}$
$\Omega_t = f_{21}$	$\Omega_t = f_{51}$
$\Omega_n = f_{31}$	$\Omega_n = f_{61}$

$$\{f\}_{t,n,b}^{(e)} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \\ f_{41} \\ f_{51} \\ f_{61} \end{Bmatrix}$$

### 7.2.3. Dairesel Tabanlı Silindirik Helisel Çubuklar

Düzlemsel eğri çubuklardaki gibi,

i ucu	j ucu
$U_t = 0$	$U_t = 0$
$U_n = 0$	$U_n = 0$
$U_b = 0$	$U_b = 0$
$\Omega_t = 0$	$\Omega_t = 0$
$\Omega_n = 0$	$\Omega_n = 0$
$\Omega_b = 0$	$\Omega_b = 0$
$T_t = f_{11}$	$T_t = f_{11}$
$T_n = f_{21}$	$T_n = f_{81}$
$T_b = f_{31}$	$T_b = f_{91}$
$M_t = f_{41}$	$M_t = f_{10,1}$
$M_n = f_{51}$	$M_n = f_{11,1}$
$M_b = f_{61}$	$M_b = f_{12,1}$

$$\{f\}_{i,n,b}^{(e)} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \\ f_{41} \\ f_{51} \\ f_{61} \\ f_{71} \\ f_{81} \\ f_{91} \\ f_{10,1} \\ f_{11,1} \\ f_{12,1} \end{Bmatrix}$$

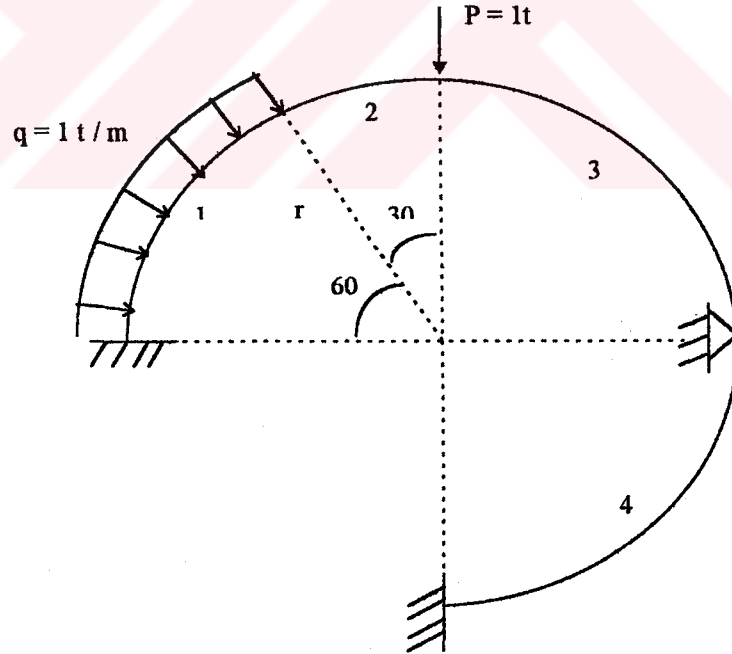
### 7.3. Uygulamalar

Bu bölümdeki örnekler Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi ve ANSYS paket programıyla çözümlenmiş Taşıma Matrisi Yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Daire eksenli ve helisel çubuklardaki taşıma matrisi değerleri Suat Bayhan (1993) Master Tezinden ve Vebil Yıldırım (1990) Doktora Tezinden alınan değerlerdir.

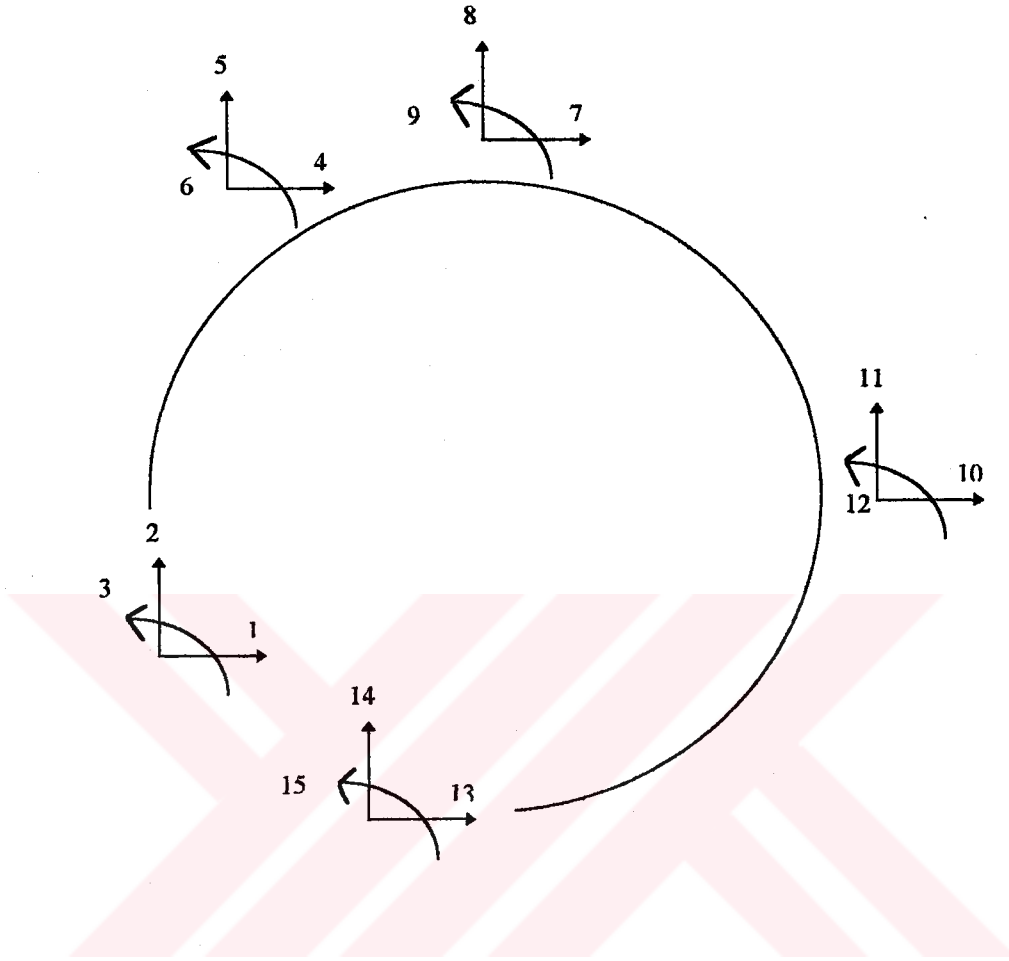
ANSYS ile çözüm yapılırken fazla sayıda elemana bölerek yakınlık sağlamaya çalışılmıştır. Özellikle düzlemine dik yüklü çubuk ve helisel çubuklarda burulma momentinin farklı sonuçlar aldığı görülmektedir. Düzlemi içinde yükleme Ek-1, düzlemine dik yükleme Ek-2 ve helisel çubuklarda Ek-3' de verilen programlar yardımıyla çözülmektedir.

#### 7.3.1. Örnek 1

Şekil 7.9'da görüldüğü gibi düzlemi içinde yüklü daire eksenli çubuk ve Şekil 7.10 da kodlama durumu görülmektedir. Bu örnek aynı zamanda ANSYS paket programı ile 63 elemana bölünerek çözülmektedir.



Şekil 7.9 Düzlemi İçinde Yüklü Daire Eksenli Çubuk



Şekil 7.10 Örnek 1 İçin Kodlama Durumu

$$E = 1000000 \text{ t/m}^2 \quad , \quad r=10 \text{ m}$$

$$I_b = 1/12 \text{ m}^4 \quad , \quad \nu = 0.3$$

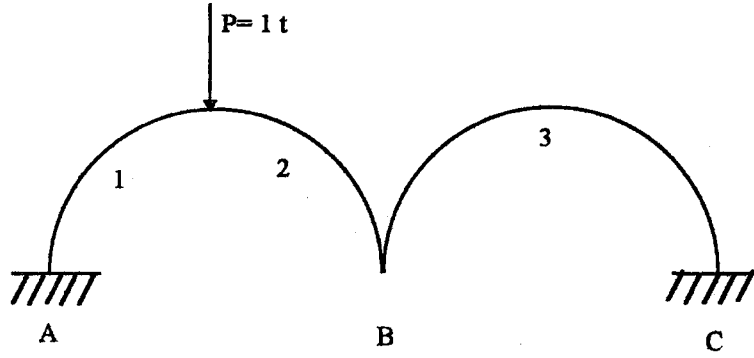
Çizelge 7.1 Örnek 1 İçin Eleman Uç Kuvvetleri

Eleman No	Kodlar	TEZ	Taşıma Matrisi	ANSYS
1.	$T_i$	4.318	4.318	4.085
	$T_n$	-6.203	-6.203	-5.904
	$M_b$	-19.05	-19.052	-19.08
	$T_j$	-1.787	-1.787	-1.718
	$T_n$	-1.819	-1.819	-1.88
	$M_b$	-6.262	-6.262	-6.255
2.	$T_i$	1.787	1.787	1.854
	$T_n$	1.819	1.819	1.748
	$M_b$	6.262	6.262	6.255
	$T_j$	-2.457	-2.457	-2.429
	$T_n$	-0.682	-0.682	-0.771
	$M_b$	0.438	0.438	0.457
3.	$T_i$	2.457	2.457	2.517
	$T_n$	1.682	1.682	1.587
	$M_b$	-0.438	-0.438	-0.434
	$T_j$	-1.682	-1.682	-1.77
	$T_n$	2.457	2.457	2.391
	$M_b$	-7.316	-7.316	-7.327
4.	$T_i$	1.174	1.174	1.269
	$T_n$	1.675	1.675	1.654
	$M_b$	7.316	7.316	7.327
	$T_j$	-1.675	-1.675	-1.744
	$T_n$	1.174	1.174	1.142
	$M_b$	-2.309	-2.309	-2.39

Her üç yöntemle elde edilen sonuçların birbirlerine yakın oldukları görülmektedir.

### 7.3.2. Örnek 2

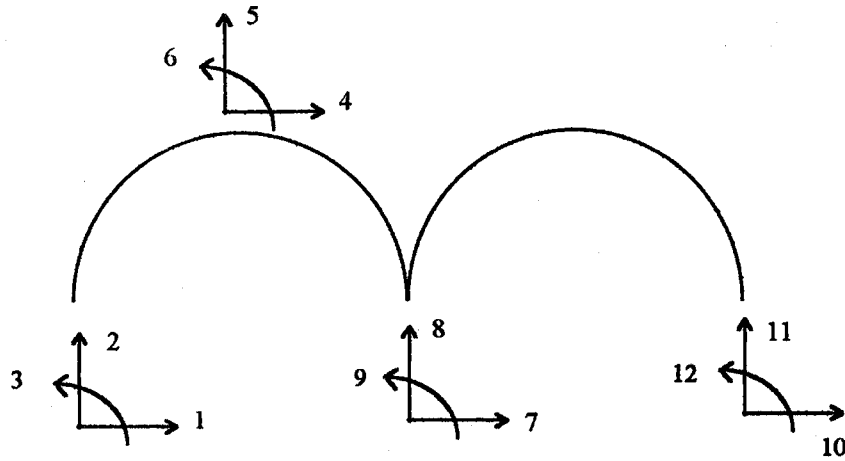
Şekil 7.11' de görüldüğü gibi düzlemi içinde tekil yüke maruz, iki açıklıklı daire eksenli çubuk verilmektedir. Şekil 7.12'de örneğe ait şekil ve kodlama durumu gösterilmiştir. ANSYS paket programı ile 40 elemana bölünerek çözülmektedir.



Şekil 7.11 Düzlemi İçinde Yüklü İki Açıklıklı Daire Eksenli Çubuk

$$E = 1000000 \text{ t/m}^2, \quad r = 10 \text{ m}$$

$$I_b = 1/12 \text{ m}^4, \quad \nu = 0.3$$



Şekil 7.12 Örnek 2 Ait Kodlama Durumu

Çizelge 7.2 Örnek 2 İçin Eleman Uç Kuvvetleri

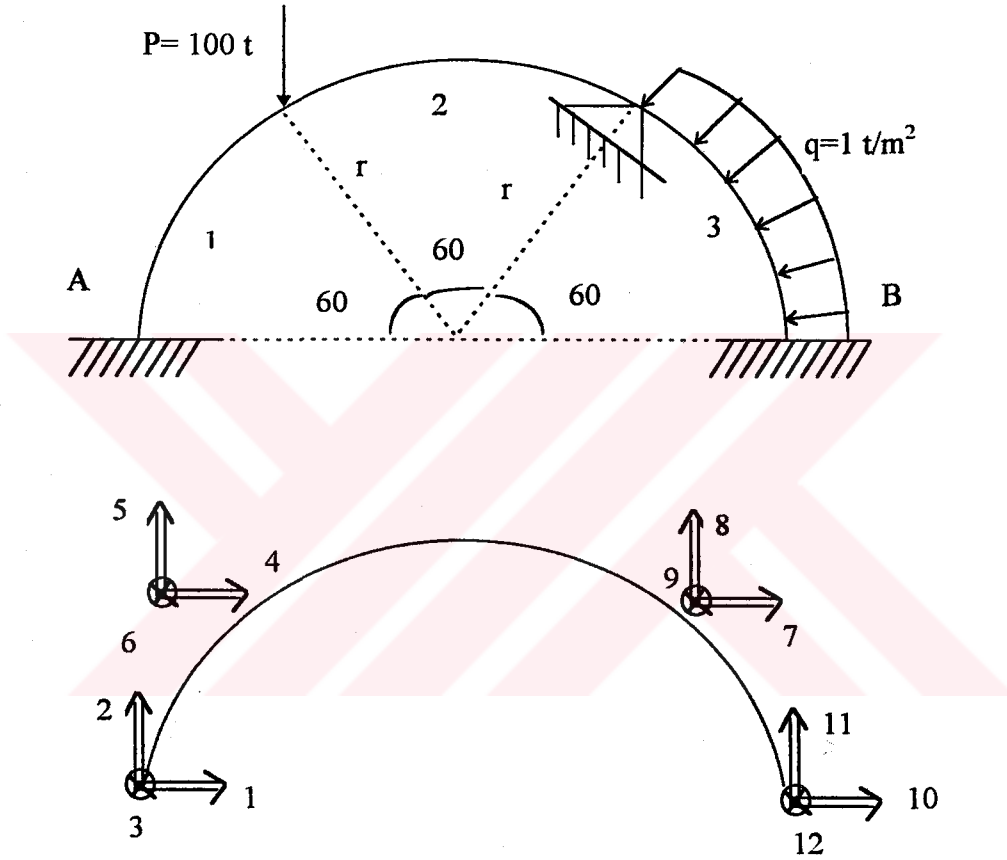
Eleman No	Kodlar	TEZ	Taşıma Matrisi	ANSYS
1.	$T_t$	0.811	0.811	0.826
	$T_n$	0.23	0.227	0.165
	$M_b$	-3.158	-3.173	-3.172
	$T_t$	-0.23	-0.227	-0.292
	$T_n$	0.811	0.811	0.79
	$M_b$	-2.652	-2.661	-2.643
2.	$T_t$	0.23	0.227	0.243
	$T_n$	0.189	0.189	0.171
	$M_b$	2.652	2.661	2.643
	$T_t$	-0.189	-0.189	-0.207
	$T_n$	0.23	0.227	0.214
	$M_b$	-3.053	-3.037	-3.046
3.	$T_t$	-0.189	-0.189	-0.171
	$T_n$	0.23	0.227	0.244
	$M_b$	3.053	3.037	3.046
	$T_t$	-0.189	-0.189	-0.207
	$T_n$	0.23	0.227	0.214
	$M_b$	0.736	0.753	0.737

Her üç yöntemle elde edilen sonuçların birbirlerine yakın oldukları görülmektedir.

### 7.3.3. Örnek 3

Şekil 7.13' de görülen sistem, düzlemine dik yüklü, tekil ve üniform yükten oluşmaktadır. Şekil ve Kodlama durumu aynı şekilde verilmiştir. ANSYS programıyla 21 elemana bölünerek çözülmektedir.

$$E = 1000000t/m^2, I_b = 1/12 m^4, r = 10 m, \nu = 0.3, J_t = 0.208 m^4$$



Şekil 7.13 Yükleme ve Kodlama Durumu

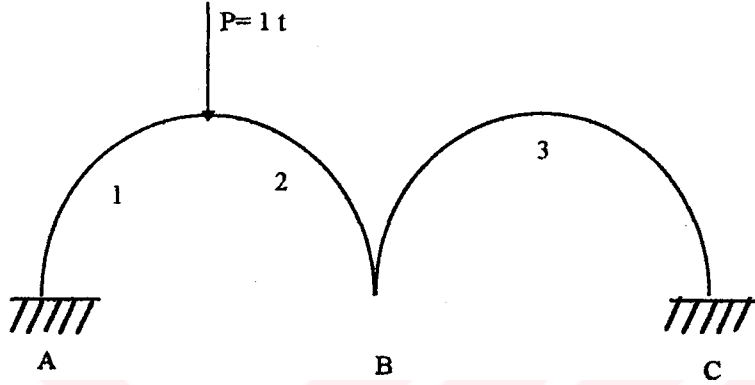
Çizelge 7.3 Örnek 3 İçin Eleman Uç Kuvvetleri

Eleman No	Kodlar	TEZ	Taşıma Matrisi	ANSYS
1.	Mt <sub>i</sub>	-65.47	-65.538	-38.07
	Mn <sub>i</sub>	387.433	387.815	396.2
	Tb <sub>i</sub>	-59.584	-59.595	-60.134
	Mt <sub>j</sub>	-4.74	-5.115	-25.114
	Mn <sub>j</sub>	265.362	265.441	265
	Tb <sub>j</sub>	59.584	59.595	60.134
2.	Mt <sub>i</sub>	4.47	5.115	14.663
	Mn <sub>i</sub>	-265.362	-265.441	-265.778
	Tb <sub>i</sub>	40.416	40.4	39.886
	Mt <sub>j</sub>	25.447	25.65	43.97
	Mn <sub>j</sub>	-213.06	-212.77	-204.93
	Tb <sub>j</sub>	40.416	-40.4	-39.866
3.	Mt <sub>i</sub>	-25.447	-25.3	-12.936
	Mn <sub>i</sub>	213.06	212.77	209.19
	Tb <sub>i</sub>	-34.614	-34.414	-26
	Mt <sub>j</sub>	-16.791	-17.662	-26.27
	Mn <sub>j</sub>	121.301	119.746	147.23
	Tb <sub>j</sub>	24.138	23.942	36.732

ANSYS programında doğru eksenli elemanlar kullanıldığından, özellikle burulma momentlerinde önemli farklılıklar görülmektedir.

### 7.3.4. Örnek 4

Şekil 7.14' de verilen sistem, düzlemine dik yüklü, iki açıklıklı tekil yüklü daire eksenli çubuktan oluşmuştur. Şekil 7.15'de şekil ve kodlama durumu gösterilmektedir. ANSYS paket programı ile çözülmürken 40 elemana bölünmektedir.

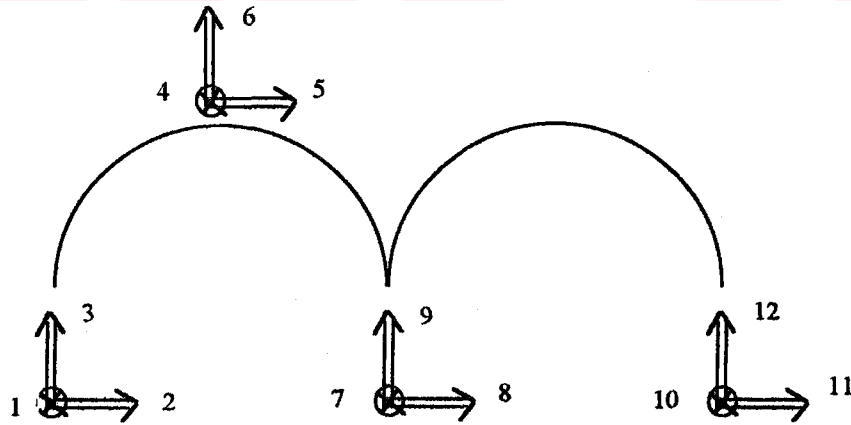


Şekil 7.14 Düzlemine Dik Yüklü İki Açıklıklı Dairesel Çubuk

$$E = 1000000 \text{ t/m}^2, \quad r=10 \text{ m}$$

$$I_b = 1/12 \text{ m}^4, \quad \nu = 0.3$$

$$J_t = 0.208 \text{ m}^4$$



Şekil 7.15 Örnek 4 İçin Kodlama Durumu

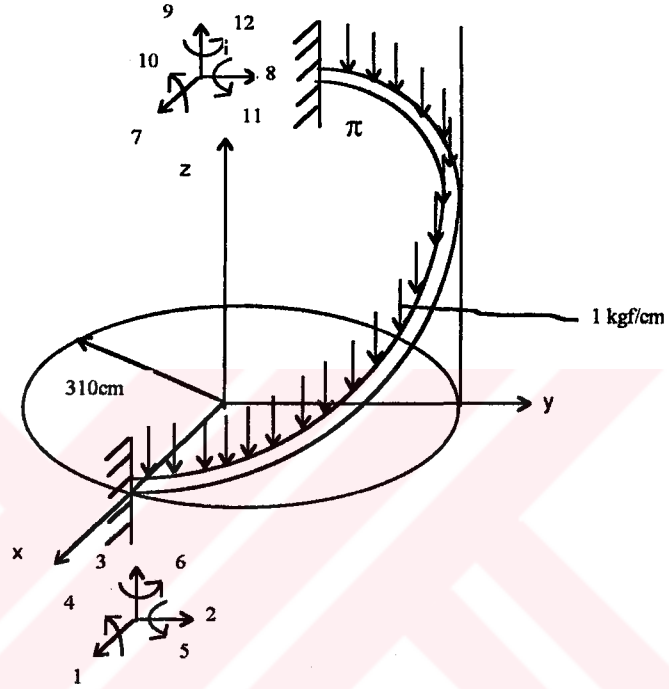
Çizelge 7.4 Örnek 4 İçin Eleman Uç Kuvvetleri

Eleman No	Kodlar	TEZ	Taşıma Matrisi	ANSYS
1.	Mt <sub>i</sub>	-4.545	-4.543	-3.923
	Mn <sub>i</sub>	7.869	7.869	8.203
	Tb <sub>i</sub>	-0.807	-0.807	-0.807
	Mt <sub>j</sub>	0.199	0.199	0.076
	Mn <sub>j</sub>	3.523	3.522	3.522
	Tb <sub>j</sub>	0.807	0.807	0.807
2.	Mt <sub>i</sub>	-0.199	-0.199	-0.476
	Mn <sub>i</sub>	-3.523	-3.524	-3.49
	Tb <sub>i</sub>	0.193	0.193	0.192
	Mt <sub>j</sub>	1.592	1.592	1.75
	Mn <sub>j</sub>	-2.131	-2.131	-1.998
	Tb <sub>j</sub>	-0.193	-0.193	-0.192
3.	Mt <sub>i</sub>	1.592	1.592	1.416
	Mn <sub>i</sub>	-2.131	-2.131	-2.248
	Tb <sub>i</sub>	0.193	0.193	0.192
	Mt <sub>j</sub>	-2.272	-2.273	-2.095
	Mn <sub>j</sub>	-2.131	-2.131	-2.301
	Tb <sub>j</sub>	-0.193	-0.193	-0.192

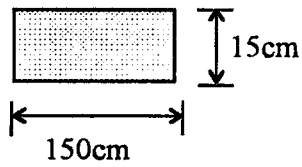
ANSYS programı ile çözülrken burulma momentlerinde farklılıklar olduğu görülmektedir.

### 7.3.5. Örnek 5

Şekil 7.16' da görülen iki uçundan ankastre bir helis örneği görülmektedir. Helis düşey doğrultuda üniform yayılı yüküdür. ANSYS paket programı ile 120 elemana bölünerek çözülmektedir.



Şekil 7.16 İki Ucu Ankastre Helisel Çubuk



$$\begin{aligned} \nu &= 0.15 \\ H &= 1217.1 \text{ cm} \\ e &= 6 \text{ cm} \\ E &= 3 \cdot 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

Helisel çubuğun kesiti ve ilgili büyüklükleri yukarıdaki gibidir. Sınır şartları ise iki taraftan ankastre olduğundan bu uçlarda deplasman ve dönmeler sıfırdır.

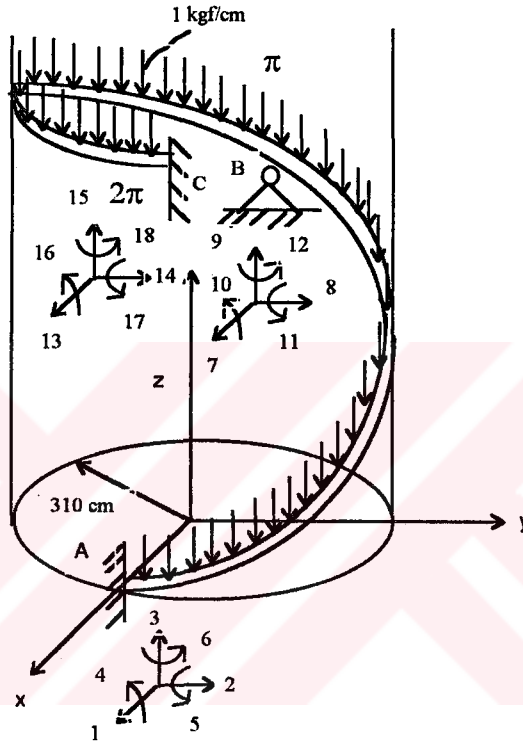
Çizelge 7.5 Örnek 5 İçin Şekil Değiştirme ve Uç Kuvvetler

AÇI	METOD	Deplasmanlar						Uç Kuvvetler					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ $10^{-4}$	$U_n$ $10^{-3}$	$U_b$ $10^{-4}$	$\Omega_t$ $10^{-4}$	$\Omega_n$ $10^{-4}$	$\Omega_b$ $10^{-4}$	$T_t$ $10^2$	$T_n$ $10^2$	$T_b$ $10^2$	$M_t$ $10^3$	$M_n$ $10^4$	$M_b$ $10^5$
0	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	-6.53	0.29	-3.56	1.42	1.26	1.51
	TFM	0	0	0	0	0	0	-5.95	0	-3.06	1.57	1.13	1.24
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	-5.89	0	-3.09	0.61	1.11	1.23
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	-5.87	0.04	-3.05	0.41	1.20	1.23
$\pi$	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	6.53	0.29	3.56	-1.42	1.26	-1.51
	TFM	0	0	0	0	0	0	5.95	0	3.06	-1.57	1.13	-1.24
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	5.89	0	3.09	-0.61	1.11	-1.23
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	5.84	0.09	3.05	-0.41	1.20	-1.23

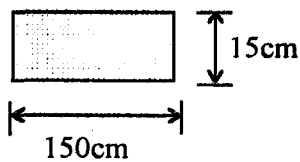
Burada, TFM (e=0) ile ANSYS sonuçlarının yakın olduğu görülmektedir.

### 7.3.6. Örnek 6

Şekil 7.17' de görüldüğü gibi çubuk dikey doğrultuda üniform yayılı kuvvet ile yüklenmiştir. Helisel çubuğun ortasında ötelenmeleri engelleyen küresel mafsallı mesnet vardır. ANSYS paket programı ile 120 elemana bölünerek çözülmektedir.



Şekil 7.17 İki Ucu Ankastre Ara Mafsallı Helisel Merdiven



$$\begin{aligned} \nu &= 0.15 \\ H &= 1217.1 \text{ cm} \\ e &= 6 \text{ cm} \\ E &= 3 \cdot 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

Yukarıda helisel çubuğun kesiti ve ilgili büyüklükler verilmektedir.

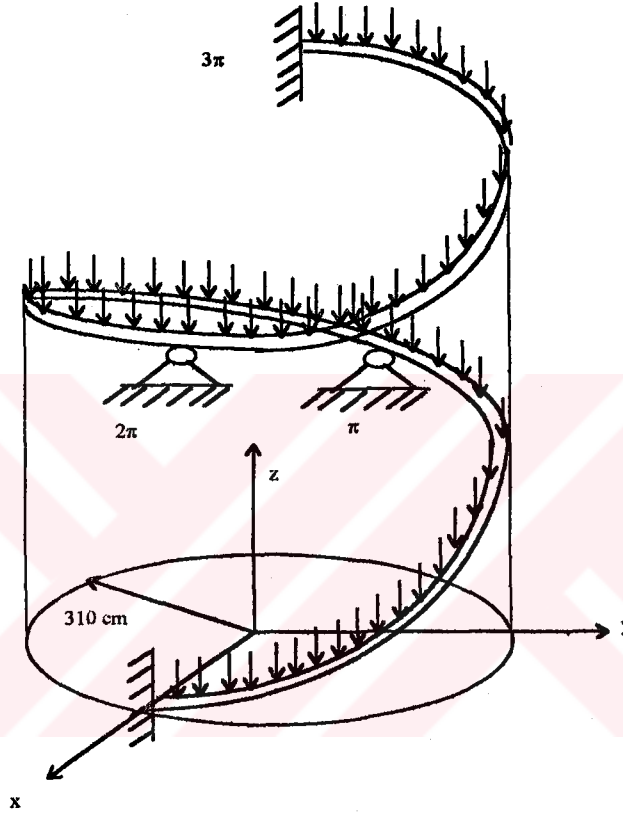
Çizelge 7.6 Örnek 6 İçin Şekil Değişirme ve Uç Kuvvetleri

AÇI	METOD	Deplasmanlar						Uç Kuvvetler					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ $10^{-3}$	$U_n$ $10^{-3}$	$U_b$ $10^{-2}$	$\Omega_t$ $10^{-4}$	$\Omega_n$ $10^{-5}$	$\Omega_b$ $10^{-5}$	$T_t$ $10^2$	$T_n$ $10^2$	$T_b$ $10^2$	$M_t$ $10^3$	$M_n$ $10^3$	$M_b$ $10^5$
0	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	-6.21	1.32	-3.75	1.50	2.90	2.39
	TFM	0	0	0	0	0	0	-6.21	1.33	-3.74	1.54	2.67	2.39
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	-6.21	1.31	-3.80	1.20	2.74	2.38
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	-6.14	1.32	-3.69	1.38	6.38	2.37
$\pi$	TFM	0	0	0	0.18	0	8.08	-5.45	-1.33	-2.52	0	28.4	0
	TFM (e=0)	0	0	0	0.38	0	8.05	-5.39	-1.31	-2.50	0	26.5	0
	ANSYS	0	0	0	0.35	0	8.06	-5.44	-1.17	-2.44	0	26.7	0
$2\pi$	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	6.21	1.33	3.75	-1.54	2.90	-2.39
	TFM	0	0	0	0	0	0	6.21	1.33	3.74	-1.54	2.67	-2.39
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	6.21	1.31	3.80	-1.20	2.74	-2.38
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	6.09	1.49	3.77	-3.57	5.13	-2.39

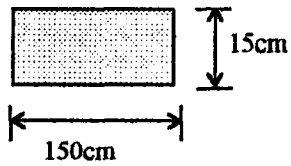
TFM (e=0) ve ANSYS sonuçlarında özellikle burulma momentlerinin farklı değerler aldığı görülmektedir.

### 7.3.7. Örnek 7

Şekil 7.18' de verilen iki ucu ankastre, düşey doğrultuda üniform yüke maruz ve  $\phi = \pi$  ve  $\phi = 2\pi$  de ötelenmelerini engellemek amacıyla iki tane küresel mafsall bulunmaktadır. ANSYS programı ile çözümlenip 120 elemana bölünmektedir.



Şekil 7.18 İki Ucu Ankastre İki Ara Mafsall Bulunan Helisel Çubuk



$$\begin{aligned} \nu &= 0.15 \\ H &= 1217.1 \text{ cm} \\ e &= 6 \text{ cm} \\ E &= 3.10^5 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

Problemdeki helisel çubuğun kesiti ve ilgili büyüklükleri yukarıdaki gibidir.

Çizelge 7.7 Örnek 7 İçin Şekil değiştirme ve Uç Kuvvetleri

AÇI	METOD	Deplasmanlar						Uç Kuvvetler					
		cm			radyan			kgf			kgf.cm		
		$U_t$ $10^{-2}$	$U_n$ $10^{-3}$	$U_b$ $10^{-2}$	$\Omega_t$ $10^{-4}$	$\Omega_n$ $10^{-5}$	$\Omega_b$ $10^{-5}$	$T_t$ $10^2$	$T_n$ $10^2$	$T_b$ $10^2$	$M_t$ $10^3$	$M_n$ $10^3$	$M_b$ $10^5$
0	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	-6.76	2.04	-4.62	1.10	-2.24	3.39
	TFM	0	0	0	0	0	0	-6.76	2.05	-4.62	1.10	-2.24	3.39
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	-6.76	2.01	-4.68	1.77	-2.39	3.37
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	-6.62	2.11	-4.50	2.38	-5.03	3.31
$\pi$	TFM	0	0	0	-0.07	-7.10	15.6	-5.34	0	-3.44	-2.13	33.2	1.00
	TFM (e=0)	0	0	0	-0.07	-7.05	15.6	-5.33	0	-3.44	-2.42	31.2	1.00
	ANSYS	0	0	0	-0.06	-7.10	15.2	-5.25	0	-3.34	-2.00	34.9	0.97
$2\pi$	TFM	0	0	0	-0.07	7.10	15.6	-4.90	-2.05	-1.64	2.13	33.2	-1.00
	TFM (e=0)	0	0	0	-0.07	7.10	15.6	-4.84	-2.01	-1.61	2.42	31.2	1.00
	ANSYS	0	0	0	-0.06	7.10	15.2	-4.75	-1.97	-1.44	2.89	27.9	1.03
$3\pi$	Taşıma Matrisi	0	0	0	0	0	0	6.76	2.04	4.62	-1.00	-2.04	-3.38
	TFM	0	0	0	0	0	0	6.76	2.05	4.62	-1.01	-2.24	-3.39
	TFM (e=0)	0	0	0	0	0	0	6.76	2.02	4.68	-1.77	-2.39	-3.37
	ANSYS	0	0	0	0	0	0	6.54	2.27	4.62	-5.78	-3.35	-3.37

ANSYS programı ile çözülmekte mesnetlerde ve e=0 olduğu durumlarda burulma momentlerinin farklı değerler aldığı görülmektedir.

## 8. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

Bu çalışmada, lineer elastik ve izotrop malzemedan yapılmış eğri eksenli çubuk ve silindirik tonoz yapıların statik yükler altında davranışları incelenmiştir. Eğri eksenli çubuk sistemlerde olayı idare eden dört vektörel denklem  $t$ ,  $n$ ,  $b$  hareketli takımına dönüştürülerek oniki adet skaler denklem elde edilmiştir. Bu oniki adet birinci dereceden diferansiyel denklemin altısı düzlemi içinde, altısı düzlemine dik yükleme hallerine ayrılabilceği görülmüştür. Silindirik tonoz yapılarda sekiz adet birinci dereceden diferansiyel denklem takımı elde edilmektedir.

Bu çalışmadaki örnekler direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ve Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi ile çözülmektedir. Kendi ağırlığı ile asılı çember, parabolik kemer, sikloid ve silindirik tonoz çatı örnekleri direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözülmüştür. Direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözerken adım (nstep) sayısının fazla alınması kesin sonuca daha yakın bir değer verdiği gözlenmiştir. Çember, parabolik kemer ve sikloid örnekleri İNAN (1966)'da kayma deformasyonlarını ihmal ile kapalı formda vermiş olduğu denklemlerle karşılaştırılmış ve sonuçların birbirine çok yakın olduğu gözlenmiştir. Daire eksenli çubuk sistemler ve helisel çubuklar ara mesnet ve yükleme olması halinde Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi ile çözülmektedir. Daire eksenli düzlemi içinde yüklü çubuklarda Taşıma Matrisi ve ANSYS sonuçları karşılaştırılmış ve sonuçların çok yakın olduğu gözlenmiştir. Düzlemine dik yüklü daire eksenli çubuklar ve helisel çubuklarda Taşıma Matrisi ve ANSYS programları ile karşılaştırılmış ve özellikle burulma momentlerinin farklı değerler aldığı görülmüştür.

ANSYS programı Sonlu Elemanlar Metodu' nu kullanmaktadır ve iki düğüm arasını doğru eksenli çubuk ile birleştirmektedir. ANSYS programında sistemi çözerken sonuçlara daha iyi yaklaşabilmek için fazla sayıda elemana bölmek gerektiği görülmüştür.

## ÖZET

Bu çalışmada çubuk ve kabuk malzemesi lineer elastik ve izotrop kabul edilmektedir. Yerdeğiştirmeler ve Şekil değiştirmeler çok küçük olduğundan birinci merteye teorisi kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, eğri eksenli çubukların statik davranışı için denge denklemleri, bünye denklemleri ve uygunluk Şartlarından dört vektörel denklem elde edilmiştir. Bunlar, eleman koordinatlarında bileşenlerine ayrıldığında birinci dereceden oniki diferansiyel denklem bulunmaktadır. Bunların düzlemsel çubuklar için altısı düzlemi içinde, altısı düzlemine dik olarak iki gruba ayrıldııkları görölmektedir.

Dairesel silindirik tonoz için statik yükler altında davranışını idare eden denklemler, Donnell - Karman - Jenkins teorisi kullanılarak kanonik halde sekiz adet birinci dereceden diferansiyel denklem takımı olarak elde edilmektedir.

Eğri eksenli çubuklar ve silindirik tonoz çatılar, direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ve rijitlik matrisine dayalı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu kullanılarak çözülmektedir. Eleman rijitlik matrisi ve eleman yük vektörü Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile oluşturulmaktadır.

Direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ile çözülen örneklerde adım sayısının arttırılarak daha iyi yaklaştığı görölmektedir. Ayrıca ANSYS programı ile karşılaştırmak amacıyla yapılan çözümlerde düzlemine dik yüklü düzlemsel ve helisel çubuklarda burulma momentinin farklı değerler aldığı gözlenmiştir.

Bu metodlara dayalı FORTRAN 77 dilinde programlar hazırlanmıştır.

## SUMMARY

In this study, the beam and shell material are assumed to be linearly elastic and isotropic. Deflections and rotations are also assumed to be very small, therefore first order theory is employed.

In this study, by making use of the equilibrium equations, compatibility conditions and constitutive relations of the curved beams, the governing equations in vectorial form are obtained. When these vectorial equations are written in local coordinates  $(t, n, b)$  twelve first order differential equations are obtained. For the planar system, these twelve differential equations are reduced to two groups each having six differential equations. One of these groups is associated with loading in its plane, the other one with loading perpendicular to its plane.

The behavior of cylindrical shells under static loading is governed by eight first order differential equations in canonical form based on Donnell - Karman - Jenkins theory. The curved beam and cylindrical shell are analyzed by the Complementary Function Method.

Accuracy of the results becomes better when the number of subdivisions is increased. The results are also compared with those of ANSYS program, and the torsional moments are found to be different for the system of helicoidal axes.

Computer programs based on both the direct Complementary Function Method and stiffness matrix method based on Complementary Function Method are prepared and coded in FORTRAN77.

**EK - 1 DÜZLEMİ İÇİNDE YÜKLÜ CUBUKLAR İÇİN PROGRAM LİSTESİ**

C  
 C BU PROGRAM, RIJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ İLE, ÖNCE ELEMAN RIJİTLİK  
 C MATRİSLERİNİ (TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR YÖNTEMİ İLE) SONRA  
 C SİSTEM RIJİTLİK MATRİSİNİ (i,j,k) SABİT TAKİMİNDE KODLAMA  
 C TEKNİĞİNİ KULLANARAK BULDUKTAN SONRA;  
 C (Düzlemi içinde yüklü, düzlemsel cubuklar)  
 C  
 C  $[P] = [K] * [D]$   
 C  
 C DENKLEMİNİ ÇÖZEREK, DUGUM NOKTALARINDAKİ ŞEKİL DEĞİŞTİRMELER  
 C İLE KESİT TESİRLERİNİ ELDE ETMEKTEDİR.  
 C (ELEMAN ÖZELLİKLERİ VE YAYILI YÜKLER CUBUK EKSENİ BOYUNCA  
 C DEĞİŞKEN OLABİLİR)  
 C  
 C

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)  
 REAL\*8 IB,KJ,MB  
 CHARACTER\*8 SSS,SA  
 DIMENSION SRM(150,151),NC(30,6),QL(150),KJ(6,6),SQ(30,6)  
 DIMENSION SQ1(3),SQ2(3),SQ3(3),SQ4(3),YUK(6)  
 DIMENSION QLTNB(30,6),ID(3,31),NOD(20),IDIRN(3),FLOAD(20)  
 COMMON/MALZEME/DDB,CTT,CNN,AA,ALFAT,ALFAN  
 COMMON/YUK/PT,PN,MB  
 WRITE(\*,\*)'VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'  
 READ(\*,1018)SSS  
 WRITE(\*,\*)'ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'  
 READ(\*,1018)SA  
 OPEN(5,FILE=SSS)  
 OPEN(6,FILE=SA)  
 OPEN(7,FILE='DUM7')  
 OPEN(4,FILE='DUM2')  
 OPEN(3,FILE='DUM3')  
 REWIND 7  
 REWIND 6  
 REWIND 5  
 REWIND 3  
 REWIND 4

1018 FORMAT(A8)  
 2040 FORMAT(1X,I5,1X,'====>',5X,3I5)  
 2030 FORMAT(1X,I5,6X,3I5)  
 1060 FORMAT(1X,'ELEMAN NO :',I3,1X,'====>',3X,6I4)  
 1061 FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)  
 1063 FORMAT(1X,'ELEMAN NUMARASI=',I3)  
 1064 FORMAT(1X,6E12.3)  
 1221 FORMAT(11X,I3,3X,E14.4)  
 1222 FORMAT(5X,I3,9X,F15.4)  
 1066 FORMAT(1X,6E12.3)

1067 FORMAT(1X,'ELEMEN NO=',I3,5X,'I==>',3E11.4)  
 1068 FORMAT(19X,'J==>',3E11.4)  
 1069 FORMAT(9X,'ELEMEN NO=',I3)  
 1027 FORMAT(29X,'UT',9X,'UN',9X,'(B)')  
 1021 FORMAT(29X,'TT',9X,'TN',9X,'(MB)')  
 1022 FORMAT(29X,'TX',9X,'TY',9X,'(MZ)')

1028 FORMAT('=====  
 \*=====  
 ')

1030 FORMAT('.....')

1029 FORMAT('')

1031 FORMAT(31X,'DUGUM DEPLASMANLARI')

1032 FORMAT(30X,'KESIT TESIRLERI')

C CUBUK ILE ILGILI BUYUKLUKLER VERI DOSYASINDAN OKUTULUYOR

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

IB..... KESITIN B EKSENINE GORE ASAL ATALET MOMENTI

PO..... CUBUK MALZEMESININ POISSON ORANI

AL..... CUBUGUN KESIT ALANI

AA..... DAIRENIN YARICAPI

EL..... CUBUK MALZEMESININ ELASTISITE MODULU

AKAT1.... ELEMEN ILK UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)

(( SAYISININ KATI OLARAK )

AKAT2.... ELEMEN SON UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)

(( SAYISININ KATI OLARAK )

NM..... CUBUK ELEMENI SAYISI

ND=NEQ... BILINMEYEN DEPLASMAN SAYISI

KUVSAY... SIFIRDAN FARKLI YUK BILESENLERI SAYISI

TOPKAT... TOPLAM ACI ( ( NIN KATI OLARAK )

KONT=0... ELEMEN UZUNLUKLARI VE OZELLIKLERI AYNI ISE

KONT1=0.. ELEMEN UZUNLUGU ESIT VE YAYILI YUK UNIFORM ISE

ALFAT,ALFAN .. EKSENEL VE KAYMA DEFORMASYONLARI ILE

ILGILI SABITLER (=0 ISE IHMAL EDILIR)

READ(5,\*) NM,KUVSAY, TOPKAT, KONT, KONT1

NUMNP=NM+1

DELACI=TOPKAT/NM

READ(5,\*) ALFAT,ALFAN

C.....

KNOLD=0

NOLD=0

10 READ(5,\*) N,(ID(I,N),I=1,3),KN

IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550

NUM=(N-NOLD)/KNOLD

NUMN=NUM-1

IF(NUMN.LT.1) GOTO 550

K=NOLD

DO 330 J=1,NUMN

KK=K

K=K+KNOLD

```

DO 330 I=1,3
  ID(I,K)=ID(I,KK)
330 CONTINUE
550 NOLD=N
  KNOLD=KN
  IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10

```

c.....uretilen dugum verileri.....

```

WRITE(6,*)'DUGUM NO:   ID DEGERLERI'
WRITE(6,*)'=====  ====='
WRITE(6,1029)
WRITE (6,2030) (NI,(ID(I,NI),I=1,3),NI=1,NUMNP)

```

c.....bilinmiyen sayisi.....

```

NEQ=0
DO 3100 N=1,NUMNP
  DO 3100 I=1,3
    IF(ID(I,N)) 110,120,110
120  NEQ=NEQ+1
    ID(I,N)=NEQ
    GO TO 3100
110  ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
  WRITE(6,1029)
  WRITE(6,*)'           DUGUM KOD NUMARALARI'
  WRITE(6,*)'
  WRITE(6,1029)
  WRITE(6,2040) (N2,(ID(I,N2),I=1,3),N2=1,NUMNP)
  WRITE(6,1029)
  DO 410 N=1,NM
    I=N
    J=I+1
    DO 390 L=1,6
390  NC(N,L)=0
    DO 400 L=1,3
    NC(N,L)=ID(L,I)
400  NC(N,L+3)=ID(L,J)
410  CONTINUE
    WRITE(*,*)'           ELEMAN KOD NUMARALARI'
    WRITE(6,*)'           ELEMAN KOD NUMARALARI'
    WRITE(6,*)'
    WRITE(6,1029)
    DO 34 N=1,NM
    WRITE(*,1060) N,(NC(N,J),J=1,6)
34  WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,6)
    WRITE(6,1029)

```

c.....NOD=tekil Yukun etkidigi dugum nosu.....

c.....IDIRN =tekil Yukun (i,j,k) dogrultusu.....

c.....FLOAD=tekil Yukun siddeti.....

```

ND=NEQ
DO 2100 I=1,ND
2100 QL(I)=0.0
IF(KUVSAY.EQ.0) GOTO 2302
DO 1950 I=1,KUVSAY
1950 READ(5,*) NOD(I),IDIRN(I),FLOAD(I)
DO 2200 L=1,KUVSAY
LN=NOD(L)
LI=IDIRN(L)
II=ID(LI,LN)
IF(II) 2200,2200,2400
2400 QL(II)=QL(II)+FLOAD(L)
2200 CONTINUE
WRITE(*,*) ' KOD NO: YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) ' KOD NO: YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) ' ====='
DO 29 I=1,ND
WRITE(6,1061) I,QL(I)
29 WRITE(*,1061) I,QL(I)
2302 WRITE(6,1029)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80 SRM(I,J)=0.0

```

c.....Eleman rijitlik matrisi ve yuk vektoru hesabi.....

```

C
C   CUBUK ILE ILGILI DIGER BUYUKLUKLER HESAPLANTIYOR
C   -----
C
C   DDB..... KESITIN B EKSENINE GORE EGILME RIJITLIGI
C   G..... CUBUK MALZEMESININ KAYMA MODuLu
C   FI1..... ELEMANIN ILK UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C   FI2..... ELEMANIN SON UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C   PT,PN,MB.. (t,n,b) DE YAYILI YUKUN VE MOMENTIN SIDDETI
C
C

```

```

DO 198 N=1,NM
WRITE(*,1063) N
IF(N.GT.1.AND.KONT.EQ.0)GOTO 491
READ(5,*) AA,EL,PO,IB,AL
READ(5,*) PT,PN,MB
PAY=3.1415926535898D0
DDB=EL*IB
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
CTT=AL*EL
CNN=G*AL
491 AKAT1=(N-1)*DELACI

```

```

AKAT2=N*DELACI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2

```

c..... her eleman icin eleman rijitlik matrisi elde ediliyor .....

c..... sistem rijitlik matrisine katkisi bulunuyor .....

```

WRITE(*,*) ELEMEN RIJITLIK MATRISI HESABI (CFM ILE)
CALL ERMAT(FI1,FI2,N,KJ,KONT)
WRITE(7,*)((KJ(I,J),J=1,6),I=1,6)
DO 94 I=1,6
K=NC(N,I)
IF (K.EQ.0) GO TO 94
DO 95 J=1,6
L=NC(N,J)
IF (L.EQ.0) GO TO 95
SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE

```

c.....ankastrelik uc kuvvetleri elde ediliyor.....

```

CALL YUKMAT(FI1,FI2,N,KONT1)
198 CONTINUE
WRITE(*,*) ARA YUKLERIN DUGUM KUVVETLERINE KATKISI'
REWIND 4
DO 158 N=1,NM
READ(4,*)(YUK(I),I=1,6)
DO 158 J=1,ND
DO 158 K=1,6
IF(NC(N,K).NE.J)GO TO 158
QL(J)=QL(J)-YUK(K)
158 CONTINUE
WRITE(*,*) DENKLEM TAKIMININ COZUMU/SOLGAU'
NDP1=ND+1
DO 97 I=1,ND
97 SRM(I,NDP1)=QL(I)
WRITE(6,*) DEPLASMAN NO:   DUGUM YUKU: '
WRITE(6,*) =====
WRITE(6,1029)
DO 73 I=1,ND
73 WRITE(6,1222)I,QL(I)

```

c..... QL dugum yukleri ==> QL dugum deplasmanlar□ .....

```

CALL COZUM (ND,NDP1,SRM,QL)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,*) (i,j,k) KOORDINATLARINDA DUGUM DEPLASMANLARI'
WRITE(6,*) =====
WRITE(6,1029)

```

```

DO 71 I=1,ND
71 WRITE(6,1221) I,QL(I)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,1028)
WRITE(6,1031)
WRITE(6,1028)
REWIND 3
DO 1070 N=1,NM
WRITE(6,1027)
DO 1040 J=1,6
K=NC(N,J)
if(k.eq.0) goto 1040
QLTNB(N,J)=QL(K)
1040 CONTINUE
DO 3950 I=1,3
SQ1(I)=QLTNB(N,I)
3950 SQ2(I)=QLTNB(N,I+3)
READ(3,*)FI1,FI2
CALL DONTNB(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,1067)N, (SQ3(II),II=1,3)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,3)
1070 WRITE(6,1030)
WRITE(6,1029)
WRITE(*,*) 'ELEMEN UC KUVVETLERININ HESABI'
REWIND 7
DO 107 N=1,NM
READ(7,*) ((KJ(I,J),J=1,6),I=1,6)
DO 104 I=1,6
SQ(N,I)=0.0
DO 104 J=1,6
K=NC(N,J)
IF (K.EQ.0) GO TO 104
SQ(N,I)=SQ(N,I)+KJ(I,J)*QL(K)
104 CONTINUE
107 CONTINUE
WRITE(6,1028)
WRITE(6,1032)
WRITE(6,1028)
WRITE(*,*) 'ARA YUKLERIN KATKISI'
REWIND 4
REWIND 3
DO 105 N=1,NM
READ(4,*)(YUK(I),I=1,6)
DO 174 I=1,6
174 SQ(N,I)=SQ(N,I)+YUK(I)
DO 395 I=1,3
SQ1(I)=SQ(N,I)
395 SQ2(I)=SQ(N,I+3)
WRITE(6,1022)
WRITE(6,1067)N,(SQ(N,II),II=1,3)

```

```

WRITE(6,1068) (SQ(N,II),II=4,6)
WRITE(6,1030)
READ(3,*)F11,F12
CALL DONTNB(SQ1,F11,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,F12,SQ4)
WRITE(6,1021)
WRITE(6,1067)N,(SQ3(II),II=1,3)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,3)
105 WRITE(6,1028)
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/MALZEME/ DBBB,CTT,CNN,A,GAMT,GAMN
c.... y(1)=Ut   y(4)=Tt
c.... y(2)=Un   y(5)=Tn
c.... y(3)=b    y(6)=Mb
R(X)=A
DBB(X)=DBBB
DYDX(1)=Y(2)+GAMT*R(X)*Y(4)/CTT
DYDX(2)=-Y(1)+R(X)*Y(3)+GAMN*R(X)*Y(5)/CNN
DYDX(3)=R(X)*Y(6)/DBB(X)
DYDX(4)=Y(5)
DYDX(5)=-Y(4)
DYDX(6)=-R(X)*Y(5)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 MB,MBB
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/MALZEME/ DBBB,CTT,CNN,A,GAMT,GAMN
COMMON/YUK/ PTT,PNN,MBB
PT(X)=-PTT*DSIN(X)
PN(X)=-PNN*DCOS(X)
MB(X)=MBB
R(X)=A
DBB(X)=DBBB
DYDX(1)=Y(2)+GAMT*R(X)*Y(4)/CTT
DYDX(2)=-Y(1)+R(X)*Y(3)+GAMN*R(X)*Y(5)/CNN
DYDX(3)=R(X)*Y(6)/DBB(X)
DYDX(4)=Y(5)-R(X)*PT(X)
DYDX(5)=-Y(4)-R(X)*PN(X)
DYDX(6)=-R(X)*Y(5)-R(X)*MB(X)
RETURN
END

```

**EK - 2 DÜZLEMİ DİK YUKLU EGRI EKSENLI CUBUKLAR ICIN PROGRAM LISTESI**

C BU PROGRAM, RIJITLIK MATRISI YONTEMI ILE, ONCE ELEMAN  
 C RIJITLIK MATRISLERINI (TAMAMLAYICI FONKSIYONLAR YONTEMI ILE)  
 C SONRA SISTEM RIJITLIK MATRISINI  
 C (i,j,k) SABIT TAKIMINDA KODLAMA TEKNIGINI KULLANARAK  
 C BULDUKTAN SONRA;  
 C (Duzlemine dik yuklu, duzlemsel cubuklar)  
 C  
 C  $[P] = [K] * [D]$   
 C  
 C DENKLEMINE COZEREK, DUGUM NOKTALARINDAKI SEKIL DEGISTIRMELER  
 C ILE KESIT TESIRLERINI ELDE ETMEKTEDIR.  
 C  
 C (ELEMEN OZELLIKLERI VE YAYILI YUKLER CUBUK EKSENİ BOYUNCA  
 C DEGİSKEN OLABILIR)  
 C

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)  
 REAL\*8 IN,JB,KJ,MN,MT,kbb  
 CHARACTER\*8 SSS,SA  
 DIMENSION SRM(150,151),NC(30,6),QL(150),KJ(6,6),SQ(30,6)  
 DIMENSION SQ1(3),SQ2(3),SQ3(3),SQ4(3),YUK(6)  
 DIMENSION QLTNB(30,6),ID(3,31),NOD(20),IDIRN(3),FLOAD(20)  
 COMMON/MALZEME/DTT,DNN,CBB,AA,ALFAB,kbb  
 COMMON/YUK/PB,MT,MN  
 WRITE(\*,\*) VERI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'  
 READ(\*,1018)SSS  
 WRITE(\*,\*) CIKTI DOSYASININ ISMINI VERINIZ'  
 READ(\*,1018)SA  
 OPEN(5,FILE=SSS)  
 OPEN(6,FILE=SA)  
 OPEN(7,FILE='DUM7')  
 OPEN(4,FILE='DUM4')  
 OPEN(3,FILE='DUM3')  
 REWIND 7  
 REWIND 6  
 REWIND 5  
 REWIND 3  
 REWIND 4  
 1018 FORMAT(A8)  
 2040 FORMAT(1X,I5,1X,'====>',5X,3I5)  
 2030 FORMAT(1X,I5,6X,3I5)  
 1060 FORMAT(1X,'ELEMEN NO ',I3,1X,'====>',3X,6I4)  
 1061 FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)  
 1063 FORMAT(1X,'ELEMEN NUMARASI=',I3)  
 1064 FORMAT(1X,6E12.3)  
 1221 FORMAT(11X,I3,3X,E14.4)  
 1222 FORMAT(5X,I3,9X,F15.4)  
 1066 FORMAT(1X,6E12.3)  
 1067 FORMAT(1X,'ELEMEN NO=',I3,5X,'I====>',3E14.6)

```

1068 FORMAT(19X,'J==>',3E14.6)
1069 FORMAT(9X,'ELEMEN NO=',I3)
1027 FORMAT(29X,'Ωt',9X,'Ωn',9X,'Ub')
1021 FORMAT(29X,'Mt',9X,'Mn',9X,'Tb')
1022 FORMAT(29X,'Mx',9X,'My',9X,'Tz')
1028 FORMAT('
=====')
*=====')
1030 FORMAT('.....')
1029 FORMAT(' ')
1031 FORMAT(31X,'DUGUM DEPLASMANLARI')
1032 FORMAT(30X,'KESIT TESIRLERI')

```

```

C   CUBUK ILE ILGILI BUYUKLUKLER VERI DOSYASINDAN OKUTULUYOR
C   -----
C
C   IN..... KESITIN n EKSENINE GORE ASAL ATALET MOMENTI
C   JB..... KESITIN BURULMA ASAL ATALET MOMENTI
C   PO..... CUBUK MALZEMESININ POISSON ORANI
C   AL..... CUBUGUN KESIT ALANI
C   AA..... DAIRENIN YARICAPI
C   EL..... CUBUK MALZEMESININ ELASTISITE MODuLu
C   AKAT1.... ELEMEN ILK UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C           ( π SAYISININ KATI OLARAK )
C   AKAT2.... ELEMEN SON UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C           ( π SAYISININ KATI OLARAK )
C   NM..... CUBUK ELEMENI SAYISI
C   ND=NEQ... BILINMEYEN DEPLASMAN SAYISI
C   KUVSAY... SIFIRDAN FARKLI YuK BILESENLERI SAYISI
C   TOPKAT... TOPLAM ACI ( π NIN KATI OLARAK)
C   KONT=0... ELEMEN UZUNLUKLARI VE OZELLIKLERI AYNI ISE
C   KONT1=0.. ELEMEN UZUNLUGU ESIT VE YAYILI YuK UNIFORM ISE
C   ALFAB.....KAYMA DEFORMASYONU ILE ILGILI SABIT
C           (=0 ISE IHMAL EDILIR)

```

```

READ(5,*) NM,KUVSAY, TOPKAT, KONT, KONT1, kbb
NUMNP=NM+1
DELACI=TOPKAT/NM
READ(5,*) ALFAB
KNOLD=0
NOLD=0

```

C..... NOT!!!! KODLANIRKEN ONCE DONMELER SONRA COKME VERILECEK.....

```

10 READ(5,*) N,(ID(I,N),I=1,3),KN
IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550
NUM=(N-NOLD)/KNOLD
NUMN=NUM-1
IF(NUMN.LT.1) GOTO 550
K=NOLD
DO 330 J=1,NUMN

```

```

KK=K
K=K+KNOLD
DO 330 I=1,3
  ID(I,K)=ID(I,KK)
330 CONTINUE
550 NOLD=N
  KNOLD=KN
  IF(N,NE.NUMNP) GOTO 10
  WRITE(6,*)'DUGUM NO:   ID DEGERLERI'
  WRITE(6,*)'=====  ====='
  WRITE(6,1029)
  WRITE (6,2030) (NI,(ID(I,NI),I=1,3),NI=1,NUMNP)
c.....bilinmiyen sayisi.....
  NEQ=0
  DO 3100 N=1,NUMNP
    DO 3100 I=1,3
      IF(ID(I,N)) 110,120,110
120  NEQ=NEQ+1
      ID(I,N)=NEQ
      GO TO 3100
110  ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
  WRITE(6,1029)
  WRITE(6,*)           DUGUM KOD NUMARALARI'
  WRITE(6,*)'=====
  WRITE(6,1029)
  WRITE(6,2040) (N2,(ID(I,N2),I=1,3),N2=1,NUMNP)
  WRITE(6,1029)
  DO 410 N=1,NM
    I=N
    J=I+1
    DO 390 L=1,6
390  NC(N,L)=0
      DO 400 L=1,3
        NC(N,L)=ID(L,I)
400  NC(N,L+3)=ID(L,J)
410  CONTINUE
      WRITE(*,*)           ELEMEN KOD NUMARALARI'
      WRITE(6,*)           ELEMEN KOD NUMARALARI'
      WRITE(6,*)'=====
      WRITE(6,1029)
      DO 34 N=1,NM
        WRITE(*,1060) N,(NC(N,J),J=1,6)
34  WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,6)
      WRITE(6,1029)

c.....NOD= Yukun etkidigi dugum nosu.....
c.....IDIRN = Yukun (i,j,k) dogrultusu.....
c.....FLOAD= Yukun siddeti.....

ND=NEQ

```

```

DO 2100 I=1,ND
2100 QL(I)=0.0
IF(KUVSAY.EQ.0) GOTO 2302
DO 1950 I=1,KUVSAY
1950 READ(5,*) NOD(I),IDIRN(I),FLOAD(I)
DO 2200 L=1,KUVSAY
LN=NOD(L)
LI=IDIRN(L)
II=ID(LI,LN)
IF(II) 2200,2200,2400
2400 QL(II)=QL(II)+FLOAD(L)
2200 CONTINUE
WRITE(*,*) 'KOD NO: YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) 'KOD NO: YUK DEGERI:'
WRITE(6,*) '===== '
DO 29 I=1,ND
WRITE(6,1061) I,QL(I)
29 WRITE(*,1061) I,QL(I)
2302 WRITE(6,1029)
DO 80 I=1,ND
DO 80 J=1,ND
80 SRM(I,J)=0.0

```

```

C      CUBUK ILE ILGILI DIGER BUYUKLUKLER HESAPLANIYOR
C      -----
C
C      DTT..... KESITIN BURULMA RIJITLIGI
C      DNN..... KESITIN n EKSENINE GORE EGILME RIJITLIGI
C      G..... CUBUK MALZEMESININ KAYMA MODuLu
C      FI1..... ELEMENIN ILK UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C      FI2..... ELEMENIN SON UCUNUN BULUNDUGU ACI (RADYAN)
C      PB,MT,MN.. (l,n,b) DE YAYILI YUKUN VE MOMENTIN SIDDETI
C

```

```

DO 198 N=1,NM
WRITE(*,1063) N
IF(N.GT.1.AND.KONT.EQ.0)GOTO 491
READ(5,*)AA,EL,PO,IN,JB,AL
READ(5,*)PB,MT,MN
PAY=3.1415926535898D0
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
DNN=EL*IN
DTT=G*JB
CBB=G*AL
491 AKAT1=(N-1)*DELACI
AKAT2=N*DELACI
FI1=AKAT1*PAY
FI2=AKAT2*PAY
WRITE(3,*)FI1,FI2

```

c..... her eleman icin eleman rijitlik matrisi elde ediliyor .....

c..... sistem rijitlik matrisine katkisi bulunuyor .....

```

WRITE(*,*) 'ELEMEN RIJITLIK MATRISI HESABI (CFM ILE)'
CALL ERMAT(FI1,FI2,N,KJ,KONT)
WRITE(7,*) ((KJ(I,J),J=1,6),I=1,6)
DO 94 I=1,6
  K=NC(N,I)
  IF (K.EQ.0) GO TO 94
  DO 95 J=1,6
    L=NC(N,J)
    IF (L.EQ.0) GO TO 95
    SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE

```

c.....ankastrelik uc kuvvetleri elde ediliyor.....

```

CALL YUKMAT(FI1,FI2,N,KONT1)
198 CONTINUE
WRITE(*,*) 'ARA YUKLERIN DUGUM KUVVETLERINE KATKISI'
REWIND 4
DO 158 N=1,NM
  READ(4,*)(YUK(I),I=1,6)
  DO 158 J=1,ND
    DO 158 K=1,6
      IF(NC(N,K).NE.J)GO TO 158
      QL(J)=QL(J)-YUK(K)
158 CONTINUE
WRITE(*,*) 'DENKLEM TAKIMININ COZUMU/SOLGAU'
NDP1=ND+1
DO 97 I=1,ND
97 SRM(I,NDP1)=QL(I)
WRITE(6,*) 'DEPLASMAN NO:   DUGUM YUKU: '
WRITE(6,*) '===== '
WRITE(6,1029)
DO 73 I=1,ND
73 WRITE(6,1222)I,QL(I)

```

c..... QL dugum yukleri ==> QL dugum deplasmanlari .....

```

CALL COZUM (ND,NDP1,SRM,QL)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,*) '(i,j,k) KOORDINATLARINDA DUGUM DEPLASMANLARI'
WRITE(6,*) '===== '
WRITE(6,1029)
DO 71 I=1,ND
71 WRITE(6,1221) I,QL(I)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,1028)
WRITE(6,1031)
WRITE(6,1028)

```

```

REWIND 3
DO 1070 N=1,NM
WRITE(6,1027)
DO 1040 J=1,6
K=NC(N,J)
if(k.eq.0) then
qltnb(n,j)=0.
goto 1040
endif
QLTNB(N,J)=QL(K)
1040 CONTINUE
DO 3950 I=1,3
SQ1(I)=QLTNB(N,I)
3950 SQ2(I)=QLTNB(N,I+3)
READ(3,*)FI1,FI2
CALL DONTNB(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,1067)N, (SQ3(II),II=1,3)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,3)
1070 WRITE(6,1030)
WRITE(6,1029)
WRITE(*,*)' ELEMEN UC KUVVETLERININ HESABI'
REWIND 7
DO 107 N=1,NM
READ(7,*) ((KJ(I,J),J=1,6),I=1,6)
DO 104 I=1,6
SQ(N,I)=0.0
DO 104 J=1,6
K=NC(N,J)
IF (K.EQ.0) GO TO 104
SQ(N,I)=SQ(N,I)+KJ(I,J)*QL(K)
104 CONTINUE
107 CONTINUE
WRITE(6,1028)
WRITE(6,1032)
WRITE(6,1028)
WRITE(*,*)' ARA YUKLERIN KATKISI'
REWIND 4
REWIND 3
DO 105 N=1,NM
READ(4,*)(YUK(I),I=1,6)
DO 174 I=1,6
174 SQ(N,I)=SQ(N,I)+YUK(I)
DO 395 I=1,3
SQ1(I)=SQ(N,I)
395 SQ2(I)=SQ(N,I+3)
WRITE(6,1022)
WRITE(6,1067)N,(SQ(N,II),II=1,3)
WRITE(6,1068) (SQ(N,II),II=4,6)
WRITE(6,1030)
READ(3,*)FI1,FI2

```

```

CALL DONTNB(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,1021)
WRITE(6,1067)N,(SQ3(II),II=1,3)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,3)
105 WRITE(6,1028)
STOP
END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
real*8 kbb
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/MALZEME/ DTTT,DNNN,CBBB,A,GAMB,kbb
c... y(1)= $\Omega t$    y(4)=Mt
c... y(2)= $\Omega n$    y(5)=Mn
c... y(3)=Ub      y(6)=Tb
R(X)=A
DTT(X)=DTTT
DNN(X)=DNNN
CBB(X)=CBBB
DYDX(1)=y(2)+r(x)*y(4)/dt(X)
DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(5)/dnn(X)
DYDX(3)=-r(x)*y(2)+gamb*r(x)*y(6)/cbb(X)
DYDX(4)=y(5)
DYDX(5)=-y(4)+r(x)*y(6)
DYDX(6)=r(x)*kbb*y(3)
RETURN
END
SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 MT,MTT,MN,MNN,kbb
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/MALZEME/ DTTT,DNNN,CBBB,A,GAMB,kbb
COMMON/YUK/ PBB,MTT,MNN
MT(X)=MTT
MN(X)=MNN
PB(X)=PBB
R(X)=A
DTT(X)=DTTT
DNN(X)=DNNN
CBB(X)=CBBB
DYDX(1)=y(2)+r(x)*y(4)/dt(X)
DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(5)/dnn(X)
DYDX(3)=-r(x)*y(2)+gamb*r(x)*y(6)/cbb(X)
DYDX(4)=y(5)-r(x)*mt(x)
DYDX(5)=-y(4)+r(x)*y(6)-r(x)*mn(x)
DYDX(6)=-r(x)*pb(x)+r(x)*kbb*y(3)
RETURN
END

```

**EK - 3 HELİSEL CUBUK SİSTEMLER İCİN PROGRAM LİSTESİ**

C BU PROGRAM, RIJİTLİK MATRİSİ YÖNTEMİ İLE, ÖNCE ELEMAN  
 C RIJİTLİK MATRİSLERİNİ (TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR YÖNTEMİ İLE)  
 C SONRA SİSTEM RIJİTLİK MATRİSİNİ  
 C (i,j,k) SABİT TAKİMİNDE KODLAMA TEKNİĞİNİ KULLANARAK  
 C BULDUKTAN SONRA;  
 C  $[ P ] = [ K ] * [ D ]$   
 C  
 C DENKLEMİNİ ÇÖZEREK, DÜĞÜM NOKTALARINDAKİ ŞEKİL DEĞİŞTİRMELER  
 C İLE KESİT TESİRLERİNİ ELDE ETMEKTEDİR.  
 C

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-Z)  
 REAL\*8 IN,JB,IB,KJ,MB,mt,mn,md,mk  
 CHARACTER\*8 SSS,SA  
 DIMENSION SRM(150,151),NC(30,12),QL(150),KJ(12,12),SQ(30,12)  
 DIMENSION SQ1(6),SQ2(6),SQ3(6),SQ4(6),YUK(12)  
 DIMENSION QLTNB(30,12),ID(6,31),NOD(20),IDIRN(3),FLOAD(20)  
 COMMON/MALZEME/DDT,DDN,ddb,CTT,CNN,CBB,AA,ALFAT,ALFAN,ALFAB,H,CI  
 COMMON/YUK/PT,PN,PB,MT,MN,MB  
 WRITE(\*,\*) 'VERİ DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'  
 READ(\*,1018)SSS  
 WRITE(\*,\*) 'ÇIKTI DOSYASININ İSMİNİ VERİNİZ'  
 READ(\*,1018)SA  
 OPEN(5,FILE=SSS)  
 OPEN(6,FILE=SA)  
 OPEN(7,FILE='DUM7')  
 OPEN(4,FILE='DUM2')  
 OPEN(3,FILE='DUM3')  
 REWIND 7  
 REWIND 6  
 REWIND 5  
 REWIND 3  
 REWIND 4

1018 FORMAT(A8)  
 2040 FORMAT(1X,I5,1X,'====>',5X,6I5)  
 2030 FORMAT(1X,I5,6X,6I5)  
 1060 FORMAT(1X,'ELEMEN NO :',I3,1X,12I4)  
 1061 FORMAT(1X,I3,5X,F12.5)  
 1063 FORMAT(1X,'ELEMEN NUMARASI=',I3)  
 1064 FORMAT(1X,12E9.2)  
 1221 FORMAT(1X,I3,3X,E14.4)  
 1222 FORMAT(1X,I3,11X,F15.4)  
 1066 FORMAT(1X,12E9.2)  
 1067 FORMAT(1X,'T==>',6E11.4)  
 1068 FORMAT(1X,'J==>',6E11.4)  
 1069 FORMAT(9X,'ELEMEN NO=',I3)

1027 FORMAT(18X,'Ut Un Ub',26X,'donmeler')  
 1021 FORMAT(22X,'kuvvetler',32X,'momentler')  
 1028 FORMAT('-----')

\*-----')

1030 FORMAT('.....')  
 1029 FORMAT(' ')  
 1031 FORMAT(16X,'(t,n,b) DÜĞÜM DEPLASMANLARI')  
 1032 FORMAT(30X,'KESIT TESIRLERI')

C ÇUBUK İLE İLGİLİ BÜYÜKLÜKLER VERİ DOSYASINDAN OKUTULUYOR

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

READ(5,\*) NM,KUVSAY, TOPKAT, KONT

NUMNP=NM+1

DELACI=TOPKAT/NM

READ(5,\*) ALFAT, ALFAN, ALFAB

C.....

KNOLD=0

NOLD=0

10 READ(5,\*) N,(ID(I,N),I=1,6),KN

IF(KNOLD.EQ.0) GOTO 550

NUM=(N-NOLD)/KNOLD

NUMN=NUM-1

IF(NUMN.LT.1) GOTO 550

K=NOLD

DO 330 J=1,NUMN

KK=K

K=K+KNOLD

DO 330 I=1,6

ID(I,K)=ID(I,KK)

```

330 CONTINUE
550 NOLD=N
   KNOLD=KN
   IF(N.NE.NUMNP) GOTO 10

```

```

WRITE(6,*)'DÜĞÜM NO:   ID DEGERLERI'
WRITE(6,*)'=====   ====='
WRITE(6,1029)
WRITE (6,2030) (NI,(ID(I,NI),I=1,6),NI=1,NUMNP)

```

```

NEQ=0
DO 3100 N=1,NUMNP
DO 3100 I=1,6
  IF(ID(I,N)) 110,120,110
120  NEQ=NEQ+1
     ID(I,N)=NEQ
     GO TO 3100
110  ID(I,N)=0
3100 CONTINUE
     WRITE(6,1029)
     WRITE(6,*)'           DÜĞÜM KOD NUMARALARI'
     WRITE(6,*)'           ====='
     WRITE(6,1029)
     WRITE(6,2040) (N2,(ID(I,N2),I=1,6),N2=1,NUMNP)
     WRITE(6,1029)
     DO 410 N=1,NM
       I=N
       J=I+1
       DO 390 L=1,12
390  NC(N,L)=0
       DO 400 L=1,6
         NC(N,L)=ID(L,I)
400  NC(N,L+6)=ID(L,J)
410  CONTINUE
       WRITE(*,*)'           ELEMEN KOD NUMARALARI'
       WRITE(6,*)'           ELEMEN KOD NUMARALARI'
       WRITE(6,*)'           ====='
       WRITE(6,1029)
       DO 34 N=1,NM
         WRITE(*,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
34  WRITE(6,1060) N,(NC(N,J),J=1,12)
     WRITE(6,1029)

```

```

c.....NOD=tekil Yüktün etkidigi düğüm nosu.....
c.....IDIRN =tekil Yüktün (i,j,k) doğrultusu.....
c.....FLOAD=tekil Yüktün siddeti.....

```

```

ND=NEQ
DO 2100 I=1,ND

```

```

2100 QL(I)=0.0
      IF(KUVSAY.EQ.0) GOTO 2302
      DO 1950 I=1,KUVSAY
1950 READ(5,*) NOD(I),IDIRN(I),FLOAD(I)
      DO 2200 L=1,KUVSAY
          LN=NOD(L)
          LI=IDIRN(L)
          II=ID(LI,LN)
          IF(II) 2200,2200,2400
2400 QL(II)=QL(II)+FLOAD(L)
2200 CONTINUE
      WRITE(*,*) ' KOD NO: YÜK DEGERI:'
      WRITE(6,*) ' KOD NO: YÜK DEGERI:'
      WRITE(6,*) ' ====='
DO 29 I=1,ND
      WRITE(6,1061) I,QL(I)
29  WRITE(*,1061) I,QL(I)
2302 WRITE(6,1029)
      DO 80 I=1,ND
      DO 80 J=1,ND
80  SRM(I,J)=0.0

```

```

C      ÇUBUK İLE İLGİLİ DİĞER BÜYÜKLÜKLER HESAPLANIYOR
C      -----
C      DDB..... KESİTİN B EKSENİNE GÖRE EGİLME RİJİTLİĞİ
C      DDN..... KESİTİN N EKSENİNE GÖRE EGİLME RİJİTLİĞİ
C      DDT..... KESİTİN BURULMA RİJİTLİĞİ
C      G..... ÇUBUK MALZEMESİNİN KAYMA MODÜLÜ
C      H..... HELİSİN ADIMI
C      Fİ1..... ELEMANIN İLK UCUNUN BULUNDUĞU AÇI (RADYAN)
C      Fİ2..... ELEMANIN SON UCUNUN BULUNDUĞU AÇI (RADYAN)
C

```

```

DO 198 N=1,NM
WRITE(*,1063) N
IF(N.GT.1.AND.KONT.EQ.0)GOTO 491
READ(5,*) EL,PO,IN,IB,JB,AL
READ(5,*) AA,HH
READ(5,*) PD,PN,PK,MD,MN,MK
PAY=3.1415926535898D0
DDN=EL*IN
DDB=EL*IB
G=EL/(2.D0*(1.D0+PO))
DDT=G*JB
H=HH/(2.D0*PAY)
CI=DSQRT(AA*AA+H*H)
CTT=AL*EL
CNN=G*AL

```

```

CBB=G*AL
PT=(AA/CI)*PD+(H/CI)*PK
PB=(AA/CI)*PK-(H/CI)*PD
MT=(AA/CI)*MD+(H/CI)*MK
MB=(AA/CI)*MK-(H/CI)*MD
491 AKAT1=(N-1)*DELACI
    AKAT2=N*DELACI
    F11=AKAT1*PAY
    F12=AKAT2*PAY
    WRITE(3,*)F11,F12

```

c..... her eleman için eleman rijitlik matrisi elde ediliyor .....

c..... sistem rijitlik matrisine katkisi bulunuyor .....

```

WRITE(*,*) 'ELEMEN RIJITLIK MATRISI HESABI (CFM ILE)'
CALL ERMAT(F11,F12,N,KJ,KONT)
WRITE(7,*) ((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 94 I=1,12
  K=NC(N,I)
  IF (K.EQ.0) GO TO 94
  DO 95 J=1,12
    L=NC(N,J)
    IF (L.EQ.0) GO TO 95
    SRM(K,L)=SRM(K,L)+KJ(I,J)
95 CONTINUE
94 CONTINUE

```

c..... ankastrelik uç kuvvetleri elde ediliyor.....

```

CALL YUKMAT(F11,F12,N,KONT)
198 CONTINUE
WRITE(*,*) 'ARA YÜKLERİN DÜĞÜM KUVVETLERİNE KATKISI'
REWIND 4
DO 158 N=1,NM
  READ(4,*)(YUK(I),I=1,12)
  DO 158 J=1,ND
    DO 158 K=1,12
      IF(NC(N,K).NE.J)GO TO 158
      QL(J)=QL(J)-YUK(K)
158 CONTINUE
  WRITE(*,*) 'DENKLEM TAKIMININ ÇÖZÜMÜ/SOLGAU'
  NDP1=ND+1
  DO 97 I=1,ND
97  SRM(I,NDP1)=QL(I)
    WRITE(6,*) DEPLASMAN NO:   DÜĞÜM YÜKÜ: '
    WRITE(6,*) '===== '
    WRITE(6,1029)
    DO 73 I=1,ND
73  WRITE(6,1222)I,QL(I)

```

c..... QL düğüm yükleri ==> QL düğüm deplasmanlari .....

```

CALL COZUM (ND,NDP1,SRM,QL)
WRITE(6,1029)
WRITE(6,*)' (i,j,k) KOORDINATLARINDA DÜĞÜM DEPLASMANLARI'
WRITE(6,*)' -----'
WRITE(6,1029)
DO 71 I=1,ND
71  WRITE(6,1221) I,QL(I)
    WRITE(6,1029)
    WRITE(6,1028)
    WRITE(6,1031)
    WRITE(6,1027)
    WRITE(6,1028)
    REWIND 3
    DO 1070 N=1,NM
    WRITE(6,1069) N
    DO 1040 J=1,12
    K=NC(N,J)
    if(k.eq.0) then
    qltnb(n,j)=0.
    goto 1040
    endif
    QLTNB(N,J)=QL(K)
1040 CONTINUE
    DO 3950 I=1,6
    SQ1(I)=QLTNB(N,I)
3950 SQ2(I)=QLTNB(N,I+6)
    READ(3,*)FI1,FI2
    CALL DONTNB(SQ1,FI1,SQ3)
    CALL DONTNB(SQ2,FI2,SQ4)
    WRITE(6,1067) (SQ3(II),II=1,6)
    WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,6)
1070 WRITE(6,1030)
    WRITE(6,1029)
    WRITE(*,*)' ELEMAN UÇ KUVVETLERİNİN HESABI'
    REWIND 7
    DO 107 N=1,NM
    READ(7,*) ((KJ(I,J),J=1,12),I=1,12)
    DO 104 I=1,12
    SQ(N,I)=0.0
    DO 104 J=1,12
    K=NC(N,J)
    IF (K.EQ.0) GO TO 104
    SQ(N,I)=SQ(N,I)+KJ(I,J)*QL(K)
104 CONTINUE
107 CONTINUE
    WRITE(6,1028)
    WRITE(6,1032)
    WRITE(6,1028)
    WRITE(*,*)' ARA YÜKLERİN KATKISI'
    REWIND 4

```

```

REWIND 3
DO 105 N=1,NM
WRITE(6,1069) N
READ(4,*)(YUK(I),I=1,12)
DO 174 I=1,12
174 SQ(N,I)=SQ(N,I)+YUK(I)
DO 395 I=1,6
SQ1(I)=SQ(N,I)
395 SQ2(I)=SQ(N,I+6)
c
WRITE(6,*)(i,j,k) BIRIM VEKTORLERI CINSINDEN SONUCLAR'
WRITE(6,1067) (SQ(N,II),II=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ(N,II),II=7,12)
WRITE(6,1030)
c
READ(3,*)FI1,FI2
CALL DONDNK(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONDNK(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,*)(d,n,k) BIRIM VEKTORLERI CINSINDEN SONUCLAR'
WRITE(6,1067) (SQ3(II),II=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,6)
WRITE(6,1030)
c
CALL DONTNB(SQ1,FI1,SQ3)
CALL DONTNB(SQ2,FI2,SQ4)
WRITE(6,*)(t,n,b) BIRIM VEKTORLERI CINSINDEN SONUCLAR'
WRITE(6,1067) (SQ3(II),II=1,6)
WRITE(6,1068) (SQ4(II),II=1,6)
105 WRITE(6,1028)
STOP
END

```

```

C   DURUM VEKTÖRÜNÜ (i,j,k) TAKIMINDAN (d,n,k) TAKIMINA
C   ÇEVİREN ALTPROGRAM
C
C

```

```

SUBROUTINE DONDNK (E,FI,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
DO 7 I=1,6
DO 7 J=1,6
7 T(I,J)=0.D0
T(1,1)=-DSIN(FI)
T(1,2)=DCOS(FI)
T(2,1)=-T(1,2)
T(2,2)=T(1,1)
T(3,3)=1.D0
DO 8 I=1,3

```

```

DO 8 J=1,3
8 T(I+3,J+3)=T(I,J)
DO 9 I=1,6
F(I)=0.D0
DO 9 J=1,6
9 F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
RETURN
END

```

```

C      DURUM VEKTÖRÜNÜ (i,j,k) TAKIMINDAN (t,n,b) TAKIMINA
C      ÇEVİREN ALTPROGRAM
C
C

```

```

SUBROUTINE DONTNB(E,FI,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
COMMON/MALZEME/DDT,DDN,ddb,CTT,CNN,CBB,AA,ALFAT,ALFAN,ALFAB,H,CI
A=AA/CI
B=H/CI
DO 7 I=1,6
DO 7 J=1,6
7 T(I,J)=0.D0
T(1,1)=-A*DSIN(FI)
T(1,2)=A*DCOS(FI)
T(1,3)=B
T(2,1)=-DCOS(FI)
T(2,2)=-DSIN(FI)
T(3,1)=B*DSIN(FI)
T(3,2)=-B*DCOS(FI)
T(3,3)=A
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
8 T(I+3,J+3)=T(I,J)
DO 9 I=1,6
F(I)=0.0D0
DO 9 J=1,6
9 F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ERMAT(X1,X2,NM,ERM,KONT)
PARAMETER(N=12,N1=6,NP=12)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION V(N),YY(NP,NP,200),YB(NP),A(N),B(N),G(N),H(N),
*BB(NP),AA(NP,NP),INDX(NP),Z(NP,200),ERM(12,12),ERMTNB(12,12)
COMMON /PATH/X(200),Y(12,200)
COMMON/ARA/V,YY,YB,A,B,G,H,BB,AA,INDX,Z
EXTERNAL DERIVO

```

```

DO 1556 I1=1,12
DO 1556 J1=1,12
1556 ERM(I1,J1)=0.D0
IF(NM.GT.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 151
NSTEP=100
NN=NSTEP+1
NN1=N1+1
DO 1 I=1,N
DO 10 J=1,N
10 V(J)=0.
V(I)=1.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIV0)
DO 20 J=1,N
DO 20 K=1,NN
20 YY(J,I,K)=Y(J,K)
1 CONTINUE
DO 30 I=1,N
30 V(I)=0.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIV0)
DO 999 IDON=1,N
DO 40 I=1,N
40 YB(I)=Y(I,1)
CALL B1(YB,A,G,IDON)
DO 50 I=1,N
50 YB(I)=Y(I,NN)
CALL B2(YB,B,H,IDON)
DO 60 I=1,N1
60 BB(I)=A(I)-G(I)
DO 70 I=NN1,N
II=I-NN1+1
70 BB(I)=B(II)-H(II)
DO 80 J=1,N
DO 90 I=1,N
90 YB(I)=YY(I,J,1)
CALL B1(YB,A,G,IDON)
DO 100 I=1,N
100 YB(I)=YY(I,J,NN)
CALL B2(YB,B,H,IDON)
DO 110 I=1,N1
110 AA(I,J)=G(I)
DO 120 I=NN1,N
II=I-NN1+1
120 AA(I,J)=H(II)
80 CONTINUE
CALL LUDCMP(AA,N,NP,INDX,P)
CALL LUBKSB(AA,N,NP,INDX,BB)
DO 130 I=1,N
DO 130 K=1,NN
Z(I,K)=Y(I,K)
DO 140 J=1,N
140 Z(I,K)=Z(I,K)+YY(I,J,K)*BB(J)

```

```

130 CONTINUE
  DO 131 I=1,6
    ERM(I,IDON)=Z(I+6,1)
131 ERM(I+6,IDON)=Z(I+6,NN)
999 CONTINUE
  DO 133 I=1,12
    DO 133 J=1,12
133 ERMTNB(I,J)=ERM(I,J)
    IF(NM.EQ.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 152
151 DO 134 I=1,12
    DO 134 J=1,12
134 ERM(I,J)=ERMTNB(I,J)
152 CALL ERMXYZ(X1,X2,ERM)
  WRITE(6,*) NM,' INCI ELEMEN'
  WRITE(*,*) NM,' INCI ELEMEN'
  WRITE(6,66)((ERM(I,J),J=1,12),I=1,12)
  WRITE(*,66)((ERM(I,J),J=1,12),I=1,12)
66  FORMAT(12(1X,1PE9.2))
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE B1(Y,A,G,IDON)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),A(*),G(*)
DO 55 I=1,6
  A(I)=0.D0
55  G(I)=Y(I)
  IF(IDON.GT.6) RETURN
  GO TO(1,2,3,4,5,6),IDON
 1  A(1)=1.
  RETURN
 2  A(2)=1.
  RETURN
 3  A(3)=1.
  RETURN
 4  A(4)=1.
  RETURN
 5  A(5)=1.
  RETURN
 6  A(6)=1.
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE B2(Y,B,H,IDON)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),B(*),H(*)
DO 55 I=1,6
  B(I)=0.D0
55  H(I)=Y(I)
  IF(IDON.LE.6) RETURN
  IDON1=IDON-6

```

```

GO TO(1,2,3,4,5,6),IDON1
1  B(1)=1.
   RETURN
2  B(2)=1.
   RETURN
3  B(3)=1.
   RETURN
4  B(4)=1.
   RETURN
5  B(5)=1.
   RETURN
6  B(6)=1.
   RETURN
END

```

C Rijitlik Matrisini(t,n,b) Takimindan (i,j,k) Takimina  
C Çeviren altprogram

```

SUBROUTINE ERMXYZ(FI1,FI2,F)
IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(12,12),F(12,12),AA(12,12)
COMMON/MALZEME/ DDT,DDN,ddb,CTT,CNN,CBB,A,GAMT,GAMN,GAMB,H,C
DO 7 I=1,12
DO 7 J=1,12
7  T(I,J)=0.D0
   T(1,1)=- (a/c)*DSIN(FI1)
   T(1,2)= (a/c)*DCOS(FI1)
   T(1,3)=h/c
   T(2,1)=-DCOS(FI1)
   T(2,2)=-DSIN(FI1)
   T(2,3)=0.
   T(3,1)= (h/c)*DSIN(FI1)
   T(3,2)= (h/c)*DCOS(FI1)
   T(3,3)=a/c
   T(4,4)=T(1,1)
   T(4,5)=T(1,2)
   T(4,6)=T(1,3)
   T(5,4)=T(2,1)
   T(5,5)=T(2,2)
   T(5,6)=T(2,3)
   T(6,4)=T(3,1)
   T(6,5)=T(3,2)
   T(6,6)=T(3,3)
   T(7,7)=- (a/c)*DSIN(FI2)
   T(7,8)= (a/c)*DCOS(FI2)
   T(7,9)=h/c
   T(8,7)=-DCOS(FI2)
   T(8,8)=-DSIN(FI2)
   T(8,9)=0.
   T(9,7)= (h/c)*DSIN(FI2)
   T(9,8)= (h/c)*DCOS(FI2)

```

```

T(9,9)=a/c
T(10,10)=T(7,7)
T(10,11)=T(7,8)
T(10,12)=T(7,9)
T(11,10)=T(8,7)
T(11,11)=T(8,8)
T(11,12)=T(8,9)
T(12,10)=T(9,7)
T(12,11)=T(9,8)
T(12,12)=T(9,9)
DO 10 I=1,12
DO 10 J=1,12
AA(I,J)=0.0D0
DO 10 K=1,12
AA(I,J)=AA(I,J)+T(K,I)*F(K,J)
10 CONTINUE
DO 9 I=1,12
DO 9 J=1,12
F(I,J)=0.0D0
DO 9 K=1,12
F(I,J)=F(I,J)+AA(I,K)*T(K,J)
9 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/MALZEME/DTT,DNN,DBB,CTT,CNN,CBB,A,GAMT,GAMN,GAMB,H,C
DYDX(1)=(a/c)*y(2)+(c/ctt)*y(7)*gamt
DYDX(2)=-(a/c)*y(1)+(h/c)*y(3)+c*y(6)+(c/cnn)*y(8)*gamn
DYDX(3)=-(h/c)*y(2)-c*y(5)+(c/cbb)*y(9)*gamb
DYDX(4)=(a/c)*y(5)+(c/dtt)*y(10)
DYDX(5)=-(a/c)*y(4)+(h/c)*y(6)+(c/dnn)*y(11)
DYDX(6)=-(h/c)*y(5)+(c/dbb)*y(12)
dydx(7)=(a/c)*y(8)
dydx(8)=-(a/c)*y(7)+(h/c)*y(9)
dydx(9)=-(h/c)*y(8)
dydx(10)=(a/c)*y(11)
dydx(11)=c*y(9)-(a/c)*y(10)+(h/c)*y(12)
dydx(12)=c*y(8)-(h/c)*y(11)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 MT,MN,MB,MTT,MNN,MBB
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
COMMON/YUK/ PTT,PNN,pbb,mtt,mnn,mbb
COMMON/MALZEME/ DTT,DNN,DBB,CTT,CNN,CBB,A,GAMT,GAMN,GAMB,H,C
PT(X)=PTT

```

```

PN(X)=PNN
PB(X)=PBB
MT(X)=MTT
MN(X)=MNN
MB(X)=MBB
DYDX(1)=(a/c)*y(2)+(c/ctt)*y(7)*gamt
DYDX(2)=-(a/c)*y(1)+(h/c)*y(3)+c*y(6)+(c/cnn)*y(8)*gamn
DYDX(3)=-(h/c)*y(2)-c*y(5)+(c/cbb)*y(9)*gamb
DYDX(4)=(a/c)*y(5)+(c/dtt)*y(10)
DYDX(5)=-(a/c)*y(4)+(h/c)*y(6)+(c/dnn)*y(11)
DYDX(6)=-(h/c)*y(5)+(c/dbb)*y(12)
dydx(7)=(a/c)*y(8)-c*pt(x)
dydx(8)=-(a/c)*y(7)+(h/c)*y(9)-c*pn(x)
dydx(9)=-(h/c)*y(8)-c*pb(x)
dydx(10)=(a/c)*y(11)-c*mt(x)
dydx(11)=c*y(9)-(a/c)*y(10)+(h/c)*y(12)-c*mn(x)
dydx(12)=-c*y(8)-(h/c)*y(11)-c*mb(x)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE YUKMAT(X1,X2,NM,KONT)
PARAMETER(N=12,N1=6,NP=12)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 MTT,MNN,MBB
DIMENSION V(N),YY(NP,NP,200),YB(NP),A(N),B(N),G(N),H(N),
*BB(NP),AA(NP,NP),INDX(NP),Z(NP,200),YUK(12)
DIMENSION SB(6),RB(6),SXYZ(6),RXYZ(6),SBTNB(6),RBTNB(6)
COMMON/PATH/X(200),Y(12,200)
COMMON/ARA/V,YY,YB,A,B,G,H,BB,AA,INDX,Z
COMMON/YUK/PTT,PNN,pbb,mtt,mnn,MBB
EXTERNAL DERIVS,DERIVO
DO 1556 I=1,12
1556 YUK(I)=0.D0
IF(PTT.NE.0)GOTO 1868
IF(PNN.NE.0)GOTO 1868
IF(PBB.NE.0)GOTO 1868
IF(MTT.NE.0)GOTO 1868
IF(MNN.NE.0)GOTO 1868
IF(MBB.EQ.0)GO TO 22
1868 WRITE(*,*)' ANKASTRELİK UÇ KUVVETLERİ HESABI'
IF(NM.GT.1.AND.KONT.EQ.0) GOTO 151
NSTEP=100
NN=NSTEP+1
NN1=N1+1
DO 30 I=1,N
30 V(I)=0.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIVS)
DO 40 I=1,N
40 YB(I)=Y(I,1)
CALL B11(YB,A,G)

```

```

DO 50 I=1,N
50  YB(I)=Y(I,NN)
   CALL B22(YB,B,H)
   DO 60 I=1,N1
60  BB(I)=A(I)-G(I)
   DO 70 I=NN1,N
   II=I-NN1+1
70  BB(I)=B(II)-H(II)
   DO 80 J=1,N
   DO 90 I=1,N
90  YB(I)=YY(I,J,1)
   CALL B11(YB,A,G)
   DO 100 I=1,N
100 YB(I)=YY(I,J,NN)
   CALL B22(YB,B,H)
   DO 110 I=1,N1
110 AA(I,J)=G(I)
   DO 120 I=NN1,N
   II=I-NN1+1
120 AA(I,J)=H(II)
80  CONTINUE
   CALL LUDCMP(AA,N,NP,INDX,P)
   CALL LUBKSB(AA,N,NP,INDX,BB)
   DO 130 I=1,N
   DO 130 K=1,NN
   Z(I,K)=Y(I,K)
   DO 140 J=1,N
140 Z(I,K)=Z(I,K)+YY(I,J,K)*BB(J)
130 CONTINUE
   DO 131 I=1,6
   SB(I)=Z(I+6,1)
131 RB(I)=Z(I+6,NN)
   DO 133 I=1,6
   SBTNB(I)=SB(I)
133 RBTNB(I)=RB(I)
   IF(NM.EQ.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 152
151 DO 134 I=1,6
   DO 134 J=1,6
   SB(I)=SBTNB(I)
134 RB(I)=RBTNB(I)
152 CALL YUKXYZ(SB,X1,SXYZ)
   CALL YUKXYZ(RB,X2,RXYZ)
   DO 228 I=1,6
   YUK(I)=SXYZ(I)
228 YUK(I+6)=RXYZ(I)
   WRITE(6,*) ''
   WRITE(6,*) 'XYZ YUK MATRISI '
   WRITE(6,66)(YUK(I),I=1,12)
66  FORMAT(12(1X,1PE9.2))
22  WRITE(4,*)(YUK(I),I=1,12)
   RETURN

```

END

C YÜK VEKTÖRÜNÜ (t,n,b) TAKIMINDAN (i,j,k) TAKIMINA  
 C ÇEVİREN ALTPROGRAM  
 C  
 C

```

SUBROUTINE YUKXYZ(E,FI,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(6,6),F(6),E(6)
COMMON/MALZEME/ DTT,DNN,DBB,CTT,CNN,CBB,A1,ALFAT,ALFAN,ALFAB,H,C
A=A1/C
B=H/C
DO 7 I=1,6
DO 7 J=1,6
7 T(I,J)=0.D0
T(1,1)=-A*DSIN(FI)
T(1,2)=A*DCOS(FI)
T(1,3)=B
T(2,1)=-DCOS(FI)
T(2,2)=-DSIN(FI)
T(3,1)=B*DSIN(FI)
T(3,2)=-B*DCOS(FI)
T(3,3)=A
DO 8 I=1,3
DO 8 J=1,3
8 T(I+3,J+3)=T(I,J)
DO 9 I=1,6
F(I)=0.0D0
DO 9 J=1,6
9 F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE B11(Y,A,G)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),A(*),G(*)
DO 55 I=1,6
A(I)=0.D0
55 G(I)=Y(I)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE B22(Y,B,H)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),B(*),H(*)
DO 55 I=1,6
B(I)=0.D0
55 H(I)=Y(I)
RETURN
END

```

#### EK - 4 Duzlemi Icinde Yuklu Cember Icin Program Listesi

```

program cfm
parameter(n=6,n1=3,np=6)
implicit real*8 (a-h,o-z)
real*8 mn,mt
character*8 cik
dimension v(n),yy(np,np,200),yb(np),a(n),b(n),g(n),h(n),
*bb(np),aa(np,np),indx(np),z(np,200)
common /path/x(200),y(6,200)
external derivs,deriv0
write(*,*) 'cikti dosyasi ismi=?'
read(*,1600) cik
1600 format(a8)
open(5,file=cik)
write(*,'(1x,a)') 'x1=? x2=? nstep=?'
read(*,*) x1,x2,nstep
nn=nstep+1
nn1=n1+1
do 1 i=1,n
do 10 j=1,n
10 v(j)=0.
v(i)=1.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,deriv0)
do 20 j=1,n
do 20 k=1,nn
20 yy(j,i,k)=y(j,k)
1 continue
do 30 i=1,n
30 v(i)=0.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,derivs)
do 40 i=1,n
40 yb(i)=y(i,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 50 i=1,n
50 yb(i)=y(i,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 60 i=1,n1
60 bb(i)=a(i)-g(i)
do 70 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
70 bb(i)=b(ii)-h(ii)
do 80 j=1,n
do 90 i=1,n
90 yb(i)=yy(i,j,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 100 i=1,n
100 yb(i)=yy(i,j,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 110 i=1,n1
110 aa(i,j)=g(i)

```

```

do 120 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
120 aa(i,j)=h(ii)
80 continue
call ludcmp(aa,n,np,indx,p)
call lubksb(aa,n,np,indx,bb)
do 130 i=1,n
do 130 k=1,nn
z(i,k)=y(i,k)
do 140 j=1,n
140 z(i,k)=z(i,k)+yy(i,j,k)*bb(j)
130 continue
do 150 i=1,nn
xi=x(i)*180/3.14159
write(*,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
1500 format(1x,i3,2(1x,f10.4),2(1x,e10.4),3(1x,f10.4))
write(5,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
150 continue
end

```

#### SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)

```

implicit real*8(a-h,o-z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
pt(x)=-1.0*dsin(x)
pn(x)=-1.0*dcos(x)
mb(x)=0.0
r0=1.
ctt=1.0
cnn=1.0
dbb=1.0
gam=0.0
DYDX(1)=y(2)+gam*r0*y(4)/ctt
DYDX(2)=-y(1)+r0*y(3)+gam*r0*y(5)/cnn
DYDX(3)=r0*y(6)/dbb
DYDX(4)=y(5)-r0*pt(x)
DYDX(5)=-y(4)-r0*pn(x)
DYDX(6)=-r0*y(5)-r0*mb(x)
RETURN
END

```

#### SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)

```

implicit real*8(a-h,o-z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
r0=1.
ctt=1.0
cnn=1.0
dbb=1.0
gam=0.0
DYDX(1)=y(2)+gam*r0*y(4)/ctt
DYDX(2)=-y(1)+r0*y(3)+gam*r0*y(5)/cnn
DYDX(3)=r0*y(6)/dbb

```

```
DYDX(4)=y(5)
DYDX(5)=-y(4)
DYDX(6)=-r0*y(5)
RETURN
END
```

```
subroutine b1(x,y,a,g)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),a(*),g(*)
a(1)=0.
g(1)=y(1)
a(2)=0.
g(2)=y(3)
a(3)=0.
g(3)=y(5)
return
end
```

```
subroutine b2(x,y,b,h)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),b(*),h(*)
b(1)=0.
h(1)=y(1)
b(2)=0.
h(2)=y(2)
b(3)=0.0
h(3)=y(3)
return
end
```

**EK - 5 Duzlemi Icinde Yuklu Kemer Icin Program Listesi**

```

program cfm
parameter(n=6,n1=3,np=6)
implicit real*8 (a-h,o-z)
real*8 mn,mt
character*8 cik
dimension v(n),yy(np,np,200),yb(np),a(n),b(n),g(n),h(n),
*bb(np),aa(np,np),indx(np),z(np,200)
common /path/x(200),y(6,200)
external derivs,deriv0
write(*,*) 'cikti dosyasi ismi=?'
read(*,1600) cik
1600 format(a8)
open(5,file=cik)
write(*,(1x,a)) 'x1=? x2=? nstep=?'
read(*,*) x1,x2,nstep
nn=nstep+1
nn1=n1+1
do 1 i=1,n
do 10 j=1,n
10 v(j)=0.
v(i)=1.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,deriv0)
do 20 j=1,n
do 20 k=1,nn
20 yy(j,i,k)=y(j,k)
1 continue
do 30 i=1,n
30 v(i)=0.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,derivs)
do 40 i=1,n
40 yb(i)=y(i,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 50 i=1,n
50 yb(i)=y(i,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 60 i=1,n1
60 bb(i)=a(i)-g(i)
do 70 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
70 bb(i)=b(ii)-h(ii)
do 80 j=1,n
do 90 i=1,n
90 yb(i)=yy(i,j,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 100 i=1,n
100 yb(i)=yy(i,j,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 110 i=1,n1
110 aa(i,j)=g(i)

```

```

do 120 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
120 aa(i,j)=h(ii)
80 continue
call ludcmp(aa,n,np,indx,p)
call lubksb(aa,n,np,indx,bb)
do 130 i=1,n
do 130 k=1,nn
z(i,k)=y(i,k)
do 140 j=1,n
140 z(i,k)=z(i,k)+yy(i,j,k)*bb(j)
130 continue

do 150 i=1,nn
xi=x(i)*180/3.14159
write(*,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
1500 format(1x,i3,2(1x,f10.4),2(1x,e10.4),3(1x,f10.4))
write(5,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
150 continue
end

```

```

SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)
implicit real*8(a-h,o-z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
pt(x)=0.
pn(x)=0.
mb(x)=0.
r(x)=1./dcos(x)**3
dbb(x)=1./dcos(x)
ctt=1.0
cnn=1.0
gam=0.0
DYDX(1)=y(2)+gam*r(x)*y(4)/ctt
DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(3)+gam*r(x)*y(5)/cnn
DYDX(3)=r(x)*y(6)/dbb(x)
DYDX(4)=y(5)-r(x)*pt(x)
DYDX(5)=-y(4)-r(x)*pn(x)
DYDX(6)=-r(x)*y(5)-r(x)*mb(x)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)
implicit real*8(a-h,o-z)
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
r(x)=1./dcos(x)**3
dbb(x)=1./dcos(x)
ctt=1.0
cnn=1.0
gam=0.0
DYDX(1)=y(2)+gam*r(x)*y(4)/ctt
DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(3)+gam*r(x)*y(5)/cnn

```

```
DYDX(3)=r(x)*y(6)/dbb(x)
DYDX(4)=y(5)
DYDX(5)=-y(4)
DYDX(6)=-r(x)*y(5)
RETURN
END
```

```
subroutine b1(x,y,a,g)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),a(*),g(*)
a(1)=0.
g(1)=y(1)
a(2)=0.
g(2)=y(3)
a(3)=-1./2.
g(3)=y(5)
return
end
```

```
subroutine b2(x,y,b,h)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),b(*),h(*)
b(1)=0.
h(1)=y(1)
b(2)=0.
h(2)=y(2)
b(3)=0.0
h(3)=y(6)
return
end
```

**EK - 6 Duzlemine Dik Yuklu Sikloid Icin Program Listesi**

```

program cfm
parameter(n=6,n1=3,np=6)
implicit real*8 (a-h,o-z)
real*8 mn,mt
character*8 cik
dimension v(n),yy(np,np,200),yb(np),a(n),b(n),g(n),h(n),
*bb(np),aa(np,np),indx(np),z(np,200)
common /path/x(200),y(6,200)
external derivs,deriv0
write(*,*) 'cikti dosyasi ismi=?'
read(*,1600) cik
1600 format(a8)
open(5,file=cik)
write(*,'(1x,a)') 'x1=? x2=? nstep=?'
read(*,*) x1,x2,nstep
nn=nstep+1
nn1=n1+1
do 1 i=1,n
do 10 j=1,n
10 v(j)=0.
v(i)=1.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,deriv0)
do 20 j=1,n
do 20 k=1,nn
20 yy(j,i,k)=y(j,k)
1 continue
do 30 i=1,n
30 v(i)=0.
call rk dumb(v,n,x1,x2,nstep,derivs)
do 40 i=1,n
40 yb(i)=y(i,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 50 i=1,n
50 yb(i)=y(i,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 60 i=1,n1
60 bb(i)=a(i)-g(i)
do 70 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
70 bb(i)=b(ii)-h(ii)
do 80 j=1,n
do 90 i=1,n
90 yb(i)=yy(i,j,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 100 i=1,n
100 yb(i)=yy(i,j,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 110 i=1,n1
110 aa(i,j)=g(i)

```

```

do 120 i=nn1,n
ii=i-nn1+1
120 aa(i,j)=h(ii)
80 continue
call ludcmp(aa,n,np,indx,p)
call lubksb(aa,n,np,indx,bb)
do 130 i=1,n
do 130 k=1,nn
z(i,k)=y(i,k)
do 140 j=1,n
140 z(i,k)=z(i,k)+yy(i,j,k)*bb(j)
130 continue

do 150 i=1,nn
xi=x(i)*180/3.14159
write(*,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
1500 format(1x,i3,2(1x,f10.4),2(1x,e10.4),3(1x,f10.4))
write(5,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(6,i)
150 continue
end

```

```

SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)

```

```

implicit real*8(a-h,o-z)

```

```

DIMENSION Y(*),DYDX(*)

```

```

mt(x)=0.

```

```

mn(x)=0.

```

```

pb(x)=0.0

```

```

r(x)=1.*dcos(x)

```

```

dti=1.

```

```

dnn=1.

```

```

cbb=1.0

```

```

gamb=0.0

```

```

kbb=0.

```

```

DYDX(1)=y(2)+r(x)*y(4)/dti

```

```

DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(5)/dnn

```

```

DYDX(3)=-r(x)*y(2)+gamb*r(x)*y(6)/cbb

```

```

DYDX(4)=y(5)-r(x)*mt(x)

```

```

DYDX(5)=-y(4)+r(x)*y(6)-r(x)*mn(x)

```

```

DYDX(6)=-r(x)*pb(x)+r(x)*kbb*y(3)

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)

```

```

implicit real*8(a-h,o-z)

```

```

DIMENSION Y(*),DYDX(*)

```

```

r(x)=1.*dcos(x)

```

```

dti=1.

```

```

dnn=1.

```

```

cbb=1.0

```

```

gamb=0.0

```

```

kbb=0.

```

```
DYDX(1)=y(2)+r(x)*y(4)/dtt
DYDX(2)=-y(1)+r(x)*y(5)/dnn
DYDX(3)=-r(x)*y(2)+gamb*r(x)*y(6)/cbb
DYDX(4)=y(5)
DYDX(5)=-y(4)+r(x)*y(6)
DYDX(6)=r(x)*kbb*y(3)
RETURN
END
```

```
subroutine b1(x,y,a,g)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),a(*),g(*)
a(1)=0.
g(1)=y(2)
a(2)=0.5
g(2)=y(4)
a(3)=0.
g(3)=y(6)
return
end
```

```
subroutine b2(x,y,b,h)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),b(*),h(*)
b(1)=0.
h(1)=y(1)
b(2)=0.
h(2)=y(2)
b(3)=0.0
h(3)=y(3)
return
end
```

### EK - 7 Tonoz Sistemler Icin Program Listesi

```

program cfm
parameter(n=8,n1=4,np=8)
implicit real*8 (a-h,o-z)
character*8 dat,cik
dimension v(n),yy(np,np,200),yb(np),a(n),b(n),g(n),h(n),
*bb(np),aa(np,np),indx(np),z(np,200)
common /path/x(200),y(8,200)
common pi,yc,boy,et,em,q0,aci
external derivs,deriv0
write(*,*) 'veri dosyasi ismi=?'
read(*,1600) dat
write(*,*) 'cikti dosyasi ismi=?'
read(*,1600) cik
1600 format(a8)
open(5,file=dat)
open(7,file=cik)
read(5,*) x1,x2,nstep
read(5,*) yc,boy,et,aci,em,q0
c.....
c yc=silindir yari capi
c boy=aciklik
c et=et kalinligi
c aci=yarim aci
c em=elastisite modulu
c q0=dusey yayili yuk/uniform
c.....
pi=3.14159
nn=nstep+1
nn1=n1+1
do 1 i=1,n
do 10 j=1,n
10 v(j)=0.
v(i)=1.
call rkdumb(v,n,x1,x2,nstep,deriv0)
do 20 j=1,n
do 20 k=1,nn
20 yy(j,i,k)=y(j,k)
1 continue
do 30 i=1,n
30 v(i)=0.
call rkdumb(v,n,x1,x2,nstep,derivs)
do 40 i=1,n
40 yb(i)=y(i,1)
call b1(x1,yb,a,g)
do 50 i=1,n
50 yb(i)=y(i,nn)
call b2(x2,yb,b,h)
do 60 i=1,n1
60 bb(i)=a(i)-g(i)

```

```

do 70 i=nn1,n
  ii=i-nn1+1
70  bb(i)=b(ii)-h(ii)
  do 80 j=1,n
  do 90 i=1,n
90  yb(i)=yy(i,j,1)
  call b1(x1,yb,a,g)
  do 100 i=1,n
100 yb(i)=yy(i,j,nn)
  call b2(x2,yb,b,h)
  do 110 i=1,nn
110 aa(i,j)=g(i)
  do 120 i=nn1,n
  ii=i-nn1+1
120 aa(i,j)=h(ii)
80  continue
  call ludcmp(aa,n,np,indx,p)
  call lubksb(aa,n,np,indx,bb)
  do 130 i=1,n
  do 130 k=1,nn
  z(i,k)=y(i,k)
  do 140 j=1,n
140 z(i,k)=z(i,k)+yy(i,j,k)*bb(j)
130 continue

  do 150 i=1,nn
  znxf=z(6,i)*boy/pi
  znx=z(7,i)*em*et
  xi=x(i)*180/pi
  write(*,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(xf,znx,
  @z(8,i)
1500 format(1x,i3,f5.2,8f9.2)
  write(7,1500) i,xi,z(1,i),z(2,i),z(3,i),z(4,i),z(5,i),z(xf,znx,
  @z(8,i)
150 continue
end
SUBROUTINE DERIVS(X,Y,DYDX)
implicit real*8(a-h,o-z)
real*8 k
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
common pi,yc,boy,et,em,q0,aci
k=pi/boy
fic=aci*pi/180.
d=em*et**3/12.
DYDX(1)=yc*y(2)-y(8)
DYDX(2)=-(yc/d)*y(3) +(1./(em*et))*y(5)+y(1)/yc
DYDX(3)=yc*y(4)-2*d*k**2*yc*y(2)+2*d*k**2*y(8)
DYDX(4)=yc*d*k**4*y(1)-y(5) -(yc**4.*q0/pi)*dcos(fic-x)
DYDX(5)=-yc*y(6) -(-yc**4.*q0/pi)*dsin(fic-x)
DYDX(6)=+em*et*k**2*yc*y(7)
dydx(7)=yc*k**2*y(8) +(2*yc/em/et)*y(6)

```

```

dydx(8)=y(1)+(yc/em/et)*y(5)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE DERIV0(X,Y,DYDX)
implicit real*8(a-h,o-z)
real*8 k
common pi,yc,boy,et,em,q0,aci
DIMENSION Y(*),DYDX(*)
k=pi/boy
d=em*et**3/12.
DYDX(1)=yc*y(2)-y(8)
DYDX(2)=-(yc/d)*y(3) +(1./(em*et))*y(5)+y(1)/yc
DYDX(3)=yc*y(4)-2*d*k**2*yc*y(2)+2*d*k**2*y(8)
DYDX(4)=yc*d*k**4*y(1)-y(5)
DYDX(5)=-yc*y(6)
DYDX(6)=+em*et*k**2*yc*y(7)
dydx(7)=yc*k**2*y(8) +(2*yc/em/et)*y(6)
dydx(8)=y(1)+(yc/em/et)*y(5)
RETURN
END

```

```

subroutine b1(x,y,a,g)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),a(*),g(*)
a(1)=0.
g(1)=y(3)
a(2)=0.
g(2)=y(4)
a(3)=0.
g(3)=y(5)
a(4)=0.
g(4)=y(6)
return
end

```

```

subroutine b2(x,y,b,h)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension y(*),b(*),h(*)
b(1)=0.
h(1)=y(2)
b(2)=0.
h(2)=y(4)
b(3)=0.
h(3)=y(6)
b(4)=0.
h(4)=y(8)
return
end

```

**EK - 8 Eleman Rijitlik Matrisini (TFM ILE) Oluşturan Altprogram  
( Düzlemi icinde + Düzlemine dik )**

```

SUBROUTINE ERMAT(X1,X2,NM,ERM,KONT)
PARAMETER(N=6,N1=3,NP=6)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION V(N),YY(NP,NP,200),YB(NP),A(N),B(N),G(N),H(N),
*BB(NP),AA(NP,NP),INDX(NP),Z(NP,200),ERM(6,6),ERMTNB(6,6)
COMMON /PATH/X(200),Y(6,200)
COMMON/ARA/V,YY,YB,A,B,G,H,BB,AA,INDX,Z
EXTERNAL DERIVO
DO 1556 I1=1,6
DO 1556 J1=1,6
1556 ERM(I1,J1)=0.D0
IF(NM.GT.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 151
NSTEP=100
NN=NSTEP+1
NN1=N1+1
DO 1 I=1,N
DO 10 J=1,N
10 V(J)=0.
V(I)=1.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIVO)
DO 20 J=1,N
DO 20 K=1,NN
20 YY(J,I,K)=Y(J,K)
1 CONTINUE
DO 30 I=1,N
30 V(I)=0.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIVO)
DO 999 IDON=1,N
DO 40 I=1,N
40 YB(I)=Y(I,1)
CALL B1(YB,A,G,IDON)
DO 50 I=1,N
50 YB(I)=Y(I,NN)
CALL B2(YB,B,H,IDON)
DO 60 I=1,N1
60 BB(I)=A(I)-G(I)
DO 70 I=NN1,N
II=I-NN1+1
70 BB(I)=B(II)-H(II)
DO 80 J=1,N
DO 90 I=1,N
90 YB(I)=YY(I,J,1)
CALL B1(YB,A,G,IDON)
DO 100 I=1,N
100 YB(I)=YY(I,J,NN)
CALL B2(YB,B,H,IDON)
DO 110 I=1,N1

```

```

110 AA(I,J)=G(I)
    DO 120 I=NN1,N
        II=I-NN1+1
120 AA(I,J)=H(II)
80 CONTINUE
    CALL LUDCMP(AA,N,NP,INDX,P)
    CALL LUBKSB(AA,N,NP,INDX,BB)
    DO 130 I=1,N
        DO 130 K=1,NN
            Z(I,K)=Y(I,K)
        DO 140 J=1,N
140 Z(I,K)=Z(I,K)+YY(I,J,K)*BB(J)
130 CONTINUE
    DO 131 I=1,3
        ERM(I,IDON)=-Z(I+3,1)
131 ERM(I+3,IDON)=Z(I+3,NN)
999 CONTINUE
    DO 133 I=1,6
        DO 133 J=1,6
133 ERMTNB(I,J)=ERM(I,J)
    IF(NM.EQ.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 152
151 DO 134 I=1,6
        DO 134 J=1,6
134 ERM(I,J)=ERMTNB(I,J)
152 CALL ERMXYZ(X1,X2,ERM)
66 FORMAT(6(1X,1PE14.4))
    RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE B1(Y,A,G,IDON)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),A(*),G(*)
DO 55 I=1,3
A(I)=0.D0
55 G(I)=Y(I)
IF(IDON.GT.3) RETURN
GO TO(1,2,3),IDON
1 A(1)=1.
RETURN
2 A(2)=1.
RETURN
3 A(3)=1.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE B2(Y,B,H,IDON)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),B(*),H(*)
DO 55 I=1,3
B(I)=0.D0
55 H(I)=Y(I)

```

```
IF(IDON.LE.3) RETURN
IDON1=IDON-3
GO TO(1,2,3),IDON1
1 B(1)=1.
  RETURN
2 B(2)=1.
  RETURN
3 B(3)=1.
  RETURN
END
```



**EK - 9 Eleman Yuk Vektorunu (TFM ILE) Olusturan Altprogram  
( Duzlemi icinde + Duzlemine dik )**

```

SUBROUTINE YUKMAT(X1,X2,NM,KONT)
PARAMETER(N=6,N1=3,NP=6)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 MBB
DIMENSION V(N),YY(NP,NP,200),YB(NP),A(N),B(N),G(N),H(N),
*BB(NP),AA(NP,NP),INDX(NP),Z(NP,200),YUK(6)
DIMENSION SB(3),RB(3),SXYZ(3),RXYZ(3),SBTNB(3),RBTNB(3)
COMMON/PATH/X(200),Y(6,200)
COMMON/ARA/V,YY,YB,A,B,G,H,BB,AA,INDX,Z
COMMON/YUK/ PTT,PNN,MBB
EXTERNAL DERIVS
66  FORMAT(6(1X,1PE9.2))
DO 1556 I=1,6
1556 YUK(I)=0.D0
IF(PTT.NE.0)GOTO 1868
IF(PNN.NE.0)GOTO 1868
IF(MBB.EQ.0)GO TO 22
1868 WRITE(*,*) ANKASTREL`K U □ KUVVETLER` HESABI
IF(NM.GT.1.AND.KONT.EQ.0) GOTO 151
NSTEP=100
NN=NSTEP+1
NN1=N1+1
DO 30 I=1,N
30  V(I)=0.
CALL RKDUMB(V,N,X1,X2,NSTEP,DERIVS)
DO 40 I=1,N
40  YB(I)=Y(I,1)
CALL B11(YB,A,G)
DO 50 I=1,N
50  YB(I)=Y(I,NN)
CALL B22(YB,B,H)
DO 60 I=1,N1
60  BB(I)=A(I)-G(I)
DO 70 I=NN1,N
II=I-NN1+1
70  BB(I)=B(II)-H(II)
DO 80 J=1,N
DO 90 I=1,N
90  YB(I)=YY(I,J,1)
CALL B11(YB,A,G)
DO 100 I=1,N
100 YB(I)=YY(I,J,NN)
CALL B22(YB,B,H)
DO 110 I=1,N1
110 AA(I,J)=G(I)
DO 120 I=NN1,N
II=I-NN1+1
120 AA(I,J)=H(II)

```

```

80  CONTINUE
    CALL LUDCMP(AA,N,NP,INDX,P)
    CALL LUBKSB(AA,N,NP,INDX,BB)
    DO 130 I=1,N
      DO 130 K=1,NN
        Z(I,K)=Y(I,K)
      DO 140 J=1,N
140  Z(I,K)=Z(I,K)+YY(I,J,K)*BB(J)
130  CONTINUE
      DO 131 I=1,3
        SB(I)=-Z(I+3,1)
131  RB(I)=Z(I+3,NN)
      DO 133 I=1,3
        SBTNB(I)=SB(I)
133  RBTNB(I)=RB(I)
      WRITE(6,*) ''
      WRITE(6,*) 'TNB YUK MATRISI '
      WRITE(6,*) NM,' INCI ELEMEN'
      WRITE(6,66)(SB(I),I=1,3)
      WRITE(6,66)(RB(I),I=1,3)
      IF(NM.EQ.1.AND.KONT.EQ.0) GO TO 152
151  DO 134 I=1,3
      DO 134 J=1,3
        SB(I)=SBTNB(I)
134  RB(I)=RBTNB(I)
152  CALL YUKXYZ(SB,X1,SXYZ)
      CALL YUKXYZ(RB,X2,RXYZ)
      DO 228 I=1,3
        YUK(I)=SXYZ(I)
228  YUK(I+3)=RXYZ(I)
22  WRITE(4,*)(YUK(I),I=1,6)
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE B11(Y,A,G)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),A(*),G(*)
DO 55 I=1,3
  A(I)=0.D0
55  G(I)=Y(I)
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE B22(Y,B,H)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION Y(*),B(*),H(*)
DO 55 I=1,3
  B(I)=0.D0
55  H(I)=Y(I)
  RETURN
  END

```

## EK - 10

```

C *****
C *   Programda Kullanilan Altprogramlar   *
C *****

C
C   GAUSSIAN ELIMINATION (PIVOTING) METODU ILE LINEER
C   DENKLEM TAKIMI COZEN ALT PROGRAM
C
C
C   SUBROUTINE COZUM(N,M,AE,CV)
C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C   DIMENSION AE(150,151),CV(150)
C   L=N-1
C   DO 12 K=1,L
C   JJ=K
C   BIG=DABS(AE(K,K))
C   KP1=K+1
C   DO 7 I=KP1,N
C   AB=DABS(AE(I,K))
C   IF(BIG-AB) 6,7,7
6   BIG=AB
C   JJ=I
C   7   CONTINUE
C   IF(JJ-K) 8,10,8
C   8   DO 9 J=K,M
C   TEMP=AE(JJ,J)
C   AE(JJ,J)=AE(K,J)
C   9   AE(K,J)=TEMP
C   10  DO 11 I=KP1,N
C   QUOT=AE(I,K)/AE(K,K)
C   DO 11 J=KP1,M
C   11  AE(I,J)=AE(I,J)-QUOT*AE(K,J)
C   DO 12 I=KP1,N
C   12  AE(I,K)=0.0D0
C   CV(N)=AE(N,M)/AE(N,N)
C   DO 14 NN=1,L
C   SUM=0.0D0
C   I=N-NN
C   IP1=I+1
C   DO 13 J=IP1,N
C   13  SUM=SUM+AE(I,J)*CV(J)
C   14  CV(I)=(AE(I,M)-SUM)/AE(I,I)
C   RETURN
C   END
C
C   SUBROUTINE DONTNB(E,FL,F)
C   IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

```

```

DIMENSION T(3,3),F(3),E(3)
DO 7 I=1,3
DO 7 J=1,3
7  T(I,J)=0.D0
   T(1,1)=-DSIN(FI)
   T(1,2)=DCOS(FI)
   T(2,1)=-DCOS(FI)
   T(2,2)=-DSIN(FI)
   T(3,3)=1.D0
DO 9 I=1,3
F(I)=0.0D0
DO 9 J=1,3
9  F(I)=F(I)+T(I,J)*E(J)
   RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE ERMXYZ(FI,FI2,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(6,6),F(6,6),AA(6,6)
DO 7 I=1,6
DO 7 J=1,6
7  T(I,J)=0.D0
   T(1,1)=-DSIN(FI1)
   T(1,2)=DCOS(FI1)
   T(2,1)=-DCOS(FI1)
   T(2,2)=-DSIN(FI1)
   T(3,3)=1.D0
   T(4,4)=-DSIN(FI2)
   T(4,5)=DCOS(FI2)
   T(5,4)=-DCOS(FI2)
   T(5,5)=-DSIN(FI2)
   T(6,6)=1.
DO 10 I=1,6
DO 10 J=1,6
AA(I,J)=0.0D0
DO 10 K=1,6
AA(I,J)=AA(I,J)+T(K,I)*F(K,J)
10 CONTINUE
DO 9 I=1,6
DO 9 J=1,6
F(I,J)=0.0D0
DO 9 K=1,6
F(I,J)=F(I,J)+AA(I,K)*T(K,J)
9  CONTINUE
   RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE YUKXYZ(E,FI,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION T(3,3),F(3),E(3)
DO 7 I=1,3

```

```

DO 7 J=1,3
7  T(I,J)=0.DO
   T(1,1)=-DSIN(FI)
   T(1,2)=DCOS(FI)
   T(2,1)=-DCOS(FI)
   T(2,2)=-DSIN(FI)
   T(3,3)=1.
DO 9 I=1,3
F(I)=0.0DO
DO 9 J=1,3
9  F(I)=F(I)+T(J,I)*E(J)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE LUBKSB(A,N,NP,INDX,B)
implicit real*8 (a-h,o-z)
DIMENSION A(NP,NP),INDX(NP),B(NP)
II=0
DO 12 I=1,N
  LL=INDX(I)
  SUM=B(LL)
  B(LL)=B(I)
  IF (II.NE.0)THEN
    DO 11 J=II,I-1
      SUM=SUM-A(I,J)*B(J)
11   CONTINUE
    ELSE IF (SUM.NE.0.) THEN
      II=I
    ENDIF
  B(I)=SUM
12 CONTINUE
DO 14 I=N,1,-1
  SUM=B(I)
  IF(I.LT.N)THEN
    DO 13 J=I+1,N
      SUM=SUM-A(I,J)*B(J)
13   CONTINUE
    ENDIF
  B(I)=SUM/A(I,I)
14 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE RKDUMB(VSTART,NVAR,X1,X2,NSTEP,DERIVS)
implicit real*8 (a-h,o-z)
PARAMETER (NMAX=6)
COMMON /PATH/XX(200),Y(6,200)
DIMENSION VSTART(NVAR),V(NMAX),DV(NMAX)
DO 11 I=1,NVAR
  V(I)=VSTART(I)
  Y(I,1)=V(I)

```

```

11 CONTINUE
XX(1)=X1
X=X1
H=(X2-X1)/NSTEP
DO 13 K=1,NSTEP
  CALL DERIVS(X,V,DV)
  CALL RK4(V,DV,NVAR,X,H,V,DERIVS)
  IF(X+H.EQ.X)PAUSE 'Stepsize not significant in RKDUMB.'
  X=X+H
  XX(K+1)=X
DO 12 I=1,NVAR
  Y(L,K+1)=V(I)
12 CONTINUE
13 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE RK4(Y,DYDX,N,X,H,YOUT,DERIVS)
implicit real*8 (a-h,o-z)
PARAMETER (NMAX=6)
DIMENSION Y(N),DYDX(N),YOUT(N),YT(NMAX),DYT(NMAX),DYM(NMAX)
HH=H*0.5
H6=H/6.
XH=X+HH
DO 11 I=1,N
  YT(I)=Y(I)+HH*DYDX(I)
11 CONTINUE
CALL DERIVS(XH,YT,DYT)
DO 12 I=1,N
  YT(I)=Y(I)+HH*DYT(I)
12 CONTINUE
CALL DERIVS(XH,YT,DYM)
DO 13 I=1,N
  YT(I)=Y(I)+H*DYM(I)
  DYM(I)=DYT(I)+DYM(I)
13 CONTINUE
CALL DERIVS(X+H,YT,DYT)
DO 14 I=1,N
  YOUT(I)=Y(I)+H6*(DYDX(I)+DYT(I)+2.*DYM(I))
14 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE LUDCMP(A,N,NP,INDX,D)
implicit real*8 (a-h,o-z)
PARAMETER (NMAX=100,TINY=1.0E-20)
DIMENSION A(NP,NP),INDX(NP),VV(NMAX)
D=1.
DO 12 I=1,N
  AAMAX=0.
  DO 11 J=1,N
    IF (ABS(A(I,J)).GT.AAMAX) AAMAX=ABS(A(I,J))
11 CONTINUE

```

```

      IF (AAMAX.EQ.0.) PAUSE 'Singular matrix.'
      VV(I)=1./AAMAX
12  CONTINUE
      DO 19 J=1,N
      IF (J.GT.1) THEN
      DO 14 I=1,J-1
      SUM=A(I,J)
      IF (I.GT.1)THEN
      DO 13 K=1,I-1
      SUM=SUM-A(I,K)*A(K,J)
13  CONTINUE
      A(I,J)=SUM
      ENDIF
14  CONTINUE
      ENDIF
      AAMAX=0.
      DO 16 I=J,N
      SUM=A(I,J)
      IF (J.GT.1)THEN
      DO 15 K=1,J-1
      SUM=SUM-A(I,K)*A(K,J)
15  CONTINUE
      A(I,J)=SUM
      ENDIF
      DUM=VV(I)*dABS(SUM)
      IF (DUM.GE.AAMAX) THEN
      IMAX=I
      AAMAX=DUM
      ENDIF
16  CONTINUE
      IF (J.NE.IMAX)THEN
      DO 17 K=1,N
      DUM=A(IMAX,K)
      A(IMAX,K)=A(J,K)
      A(J,K)=DUM
17  CONTINUE
      D=-D
      VV(IMAX)=VV(J)
      ENDIF
      INDX(J)=IMAX
      IF (J.NE.N)THEN
      IF (A(J,J).EQ.0.)A(J,J)=TINY
      DUM=1./A(J,J)
      DO 18 I=J+1,N
      A(I,J)=A(I,J)*DUM
18  CONTINUE
      ENDIF
19  CONTINUE
      IF (A(N,N).EQ.0.)A(N,N)=TINY
      RETURN
      END

```

## KAYNAKLAR

1. BAYHAN, S., 1993. Daire Eksenli Düzlemsel Çubukların Taşıma ve Rijitlik Matrisi Yöntemi İle Analizi, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, ADANA.
2. DONNELL, L. H., 1934. A New Theory for the Buckling of Thin Cylinders under Axial Compression and Bending, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 56, s . 108.
3. DÜNDAR, C., KIRAL, E., MENGİ, Y., 1986. Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları, Teknik Yayınevi, Özgün Matbaacılık Sanayi, ANKARA.
4. HAKTANIR, V., 1993. Silindirik Helisel Çubukların Statik, Dinamik ve Burkulma Davranışlarının Taşıma ve Rijitlik Matrisleri Metodu İle İncelenmesi, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi, ADANA.
5. İNAN, M., 1966. Elastik Çubukların Genel Teorisi, İ.T.Ü., Sayı 642, Berksoy Matbaası, İSTANBUL.
6. JENKINS, R. S., 1947. Theory and Design of Cylindrical Shell Structures, The O. N. Arup Group of Consulting Engineers, Bulletin 1.
7. KARMAN, T. V., Tsien, H. S., 1941. The Buckling of Thin Cylindrical Shells under Axial Compression, Journal of Aeronautical Science, Vol. 8, No. 8, s 303 - 312.
8. LAMAN, M., 1990. Dairesel Silindirik Tonoz Çatıların Taşıma Matrisi Yöntemi İle Çözümü, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi, ADANA.
9. RAMASWAMY, G. S., 1968. Design and Construction of Concrete Shell Roofs, The McGraw - Hill Book Company, s. 641.

## **TEŞEKKÜR**

**Yüksek lisans çalışmalarımı yönlendiren ve çalışmalarım esnasında yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Erhan KIRAL' a teşekkür ederim.**



## **ÖZGEÇMİŞ**

1972 yılında Antakya' da doğdum. İlk öğrenimi Antakya' da, orta öğrenimimi Adana' da tamamladım. 1993 yılında Ç.Ü. Mühendislik - Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden mezun oldum ve aynı yıl Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimime başladım. Halen M.K.Ü. Mühendislik - Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü' nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktayım.

