

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

AKTÜATÖR SATÜRASYONU VE ZAMANLA DEĞİŞEN İLETİŞİM
GECİKMELERİ ALTINDA HETEROJEN ARAÇ KONVOYLARI İÇİN
KONTROLÖR TASARIMI

Hilal BİNGÖL

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ANKARA
2024

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Doktora Tezi

AKTÜATOR SATÜRASYONU VE ZAMANLA DEĞİŞEN İLETİŞİM GECİKMELERİ ALTINDA HETEROJEN ARAÇ KONVOYLARI İÇİN KONTROLÖR TASARIMI

Hilal BİNGÖL

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Gökhan SOYSAL
Eş-Danışman: Prof. Dr. Klaus Werner SCHMIDT

Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü (KASK), birden fazla aracın kısa mesafede güvenli ve konforlu bir şekilde seyahat etmesini amaçlar. Farklı araçlardan oluşan heterojen araç dizisinin gerçek trafik ortamındaki KASK uygulamalarında mutlaka incelenmelidir. Özellikle, farklı dinamik parametreler ve gaz / frenleme kuvveti üzerindeki eyleyici sınırları nedeniyle araç takibinde kritik öneme sahip olan dizi kararlılığını olumsuz yönde etkileyebilir. Buradan yola çıkarak, tez çalışmasında potansiyel eyleyici doyumuna sahip heterojen araç dizisinde KASK sürüş modeli için dizi kararlılık çalışması sunulmuştur. Araç dizisinin hız değişim manevrası sırasında dizi kararlılığını korumak için yeterli koşulların türetilmesini sağlayan hıza bağlı kuvvet sınırları formüle edilmiştir. Böylece, KASK sürüş modelinde aynı anda hem eyleyici doyumunu engellenirken hem de sürüş konforu sağlanmıştır. Bu koşullar kullanılarak, farklı hız değişim manevralarında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan minimum-zamanlı optimal kontrol probleminin formülasyonu ve analitik çözümü yapılmıştır. Bu, uygun olan lider araç yörüngelerinin gerçek trafik koşullarında hızlı ve gerçek zamanlı olarak hesaplanmasını sağlayan orijinal bir yöntemdir. Tez çalışmasında, araç dizi kararlılığını etkileyen eyleyici zaman gecikmesi ve zamanla değişen haberleşme zaman gecikmesi dikkate alınarak Lyapunov-Krasovskii yaklaşımı ile kontrolcü sentezi yapılmıştır. İki farklı yöntem ile kontrolcü sentezinin yapıldığı çalışmada, ilk olarak geliştirilen Bi-Section algoritması güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını garanti eden algoritma önerilmiştir. Orijinal bir yöntem olan doğrusal matris eşitsizlik (LMI) yapıları ile doğrudan güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını garantileyen kontrolcü sentezi yapılmıştır. Tez çalışması, KASK donanımlı heterojen araç dizisi ile birlikte gerçek dinamik araç parametreleri, eyleyici doyumunu, zamanla değişen haberleşme zaman gecikmesinin birlikte dikkate alındığı ve güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezinin yapıldığı ilk çalışmadır.

Nisan 2024, 152 sayfa

Anahtar Kelimeler: Kooperatif adaptif seyir kontrolü, heterojen araç dizisi, eyleyici doyumunu, $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı, minimum-zamanlı optimal yörünge, zamanla değişen haberleşme gecikmesi, sabit eyleyici gecikmesi, Lyapunov- Krasovskii teoremi.

ABSTRACT

PhD Thesis

CONTROLLER DESIGN FOR HETEROGENEOUS PLATOONS IN THE PRESENCE OF ACTUATOR SATURATION AND TIME VARYING COMMUNICATION DELAYS

Hilal BİNGÖL

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Gökhan SOYSAL
Co-Supervisor: Prof. Dr. Klaus Werner SCHMIDT

Cooperative Adaptive Cruise Control (CACC) aims at the safe and comfortable travel of vehicles at short distances in the form of platoons. The heterogeneity of vehicles is an important factor when realizing cooperative adaptive cruise control in practice. Specifically, it has to be considered that platoons generally consist of vehicles with both different dynamic properties and actuator limits on the engine and braking force, which is expected to have a negative impact on important properties such as string stability. Accordingly, the one subject of this thesis is the preservation of string stability for CACC in heterogeneous vehicle strings with potential actuator saturation. To this end, the thesis formulates a velocity-dependent force and acceleration bound that enables the derivation of sufficient conditions for preserving string stability during velocity changes of heterogeneous platoons. This $\mathcal{L}_\infty$ -string stability conditions ensure reducing the magnitude of the acceleration signal along the platoon, which help to avoid actuator saturation and increases driving comfort. Furthermore, the motion of vehicle platoons depends on the motion of the platoon leader. String stability conditions enable the formulation and analytical solution of a minimum-time optimal control problem for velocity changes of heterogeneous platoons under actuator saturation. Moreover, since the performance of CACC is adversely affected by time-varying communication and actuator delays, the controller design method using Lyapunov - Krasovskii theorem for $\mathcal{L}_\infty$ -string stability is developed. At first, by performing controller synthesis with the developed Bi-Section algorithm strong $\mathcal{L}_\infty$ -string stability conditions are guaranteed. Afterwards, an original method that enables controller synthesis with linear matrix inequality (LMI) structures is proposed and strong $\mathcal{L}_\infty$ -string stability conditions are fulfilled. CACC-equipped heterogeneous vehicle string, real dynamic vehicle parameters, actuator saturation (velocity-dependent force and acceleration bounds) and time-varying communication time delay are taken into account for the first time to synthesis controller to guarantee strong $\mathcal{L}_\infty$ -string stability conditions.

April 2024, 152 pages

Keywords: Cooperative adaptive cruise control, heterogeneous platoon, actuator saturation, $\mathcal{L}_\infty$ -string stability, minimum-time optimal trajectory, time-varying communication delay, constant actuator delay, Lyapunov - Krasovskii theorem.

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Tez çalışmam sırasında bilgilerini, tecrübelerini ve değerli zamanlarını esirgemeyerek bana her fırsatta yardımcı olan danışman hocam sayın Dr. Öğretim Üyesi Gökhan SOYSAL'a (Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı) ve eş danışman hocam sayın Prof. Dr. Klaus Werner SCHMIDT'e (Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı) teşekkürlerimi sunarım.

Hilal BİNGÖL
Ankara, Nisan 2024



İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI

ETİK..... Error! Bookmark not defined.

ÖZET.....ii

ABSTRACTiii

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR.....iv

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİvii

ŞEKİLLER DİZİNİ x

ÇİZELGELER DİZİNİxii

1. GİRİŞ 1

2. KAVRAMSAL TEMELLER..... 12

2.1 Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü 12

2.1.1 Araç takibi 13

2.1.1.1 Aralık politikası..... 13

2.1.1.2 İletişim topolojisi 15

2.1.1.3 Araç takip senaryosu 18

2.1.2 Araç dinamikleri 19

2.1.2.1 Doğrusal olmayan araç modeli 19

2.1.2.2 Geri besleme doğrusallaştırması..... 21

2.1.3 Hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK modeli 24

2.2 Çekiş ve Fren Kuvveti..... 26

2.2.1 Maksimum çekiş kuvveti 26

2.2.2 Motor tarafından üretilen çekiş kuvveti 28

2.2.3 Çekiş ve fren kuvvet kısıtları 31

2.3 Dizi Kararlılık Kavramı 35

2.3.1 Tanım 35

2.3.2 Matematiksel tanımlar 37

2.3.3 KASK sistemi için dizi kararlılık koşulları..... 39

2.4 Minimum-zaman Optimal Kontrol Problemi 42

3. EYLEYİCİ DOYUMU VE DİZİ KARARLILIĞI 46

3.1 Eyleyici Doyumunu Önlemek için Yeterli Koşullar..... 47

3.2 Benzetim Sonuçları 50

3.3 Dizi Kararlılığı için Optimal Kontrol..... 53

3.3.1 Hız değişim manevraları için formülasyon..... 54

3.3.2 Zaman-optimal yörünge segmentleri	56
3.3.3 Zaman-optimal yörüngeler	58
3.3.3.1 M_u-M_d yörüngesi	59
3.3.3.2 $M_u-S_u-M_d$ yörüngesi	60
3.4 Zaman-optimal Yörünge Sonuçları.....	66
4. ZAMAN GECİKMESİ ALTINDA KONTROLCÜ SENTEZİ	78
4.1 Kontrol Sisteminde Zaman Gecikmesine Genel Yaklaşım	78
4.1.1 Notasyon.....	80
4.1.2 Kontrolcü sentezi için model formülasyonu	82
4.2 Bi-Section Algoritması ile Güçlü L_∞ -Dizi Kararlılık Analizi.....	85
4.2.1 Geliştirilen Bi-Section algoritması.....	86
4.2.2 Değerlendirme	89
4.3 LMI ile Güçlü L_∞ -Dizi Kararlılık Analizi.....	93
4.3.1 Temel teorem	95
4.3.2 Değerlendirme	101
5. BENZETİM SONUÇLARI	104
5.1 Farklı Hız Değişim Manevrası ve Minimum- Zamanlı Optimal Yörünge	104
5.1.1 Benzetim ortamı	105
5.1.2 Değerlendirme	106
5.2 Kontrolcü Sentezi	111
5.2.1 Teorem 4.3 ve dizi kararlılık sonuçları	113
5.2.2 Geliştirilen Bi-Section algoritması ve dizi kararlılık sonuçları.....	117
5.2.3 Kararlılık analiz yöntemlerinin karşılaştırılması	119
5.3 Araç Parametrelerinin Belirsizliği.....	121
6. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME.....	124
KAYNAKLAR	127
EKLER.....	138
EK 1 M_u-M_d Optimal Yörünge için Anahtarlama Süreleri	139
EK 2 $M_u-S_u-M_d$ Optimal Yörünge için Anahtarlama Süreleri.....	141
EK 3 Teorem 4.2 için Kontrolcü Sentezi.....	143
EK 4 Teorem 4.2 İspatı.....	145
ÖZGEÇMİŞ.....	Error! Bookmark not defined.

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

$\mathbb{N}$	Doğal sayılar kümesi
$\mathbb{C}$	Karmaşık sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$\mathbb{R}^n$	n boyutlu gerçek vektörler kümesi
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ gerçek matrisler kümesi
$ \cdot $	Mutlak değer
$\ \cdot\ $	Bir vektörün Öklid normu veya bir matrisin spektral normu
$\ \cdot\ _\infty$	$\mathcal{L}_\infty$ -norm
$\ \cdot\ _2$	$\mathcal{L}_2$ -norm
$\text{diag}(A_1, \dots, A_n)$	Köşegen matris
A^{-1}	A matrisinin tersi
A^T	A matrisinin devriği
$A > 0$	A yarı-pozitif matris
$A \geq 0$	A pozitif matris
$\begin{bmatrix} M & N \\ * & L \end{bmatrix}$	Simetrik matris $\begin{bmatrix} M & N \\ N^T & L \end{bmatrix}$
$\forall t$	Tüm t değerleri
a_i	Araç ivmesi
v_i	Araç hızı
q_i	Araç pozisyonu
e_i	Araç mesafe hatası
u_i	Araç kontrol girdisi
j_i	Araç sarsıntısı
d_i	Araçlar arası mesafe
$d_{i,des}$	Araçlar arası istenilen mesafe
$s_{d,i}$	Durma pozisyonunda tamponlar arası uzaklık
w	Dışarıdan gelen bozulma sinyali
τ_i	Yürüyen aksam zaman sabiti
ϕ_i	Eyleyici zaman gecikmesi
θ_i	Haberleşme gecikmesi
δ_u	Maksimum zaman gecikmesi
$\underline{\delta_d}$	Minimum zaman gecikmesi
$\overline{\delta_u}$	Zaman gecikme türevinin maksimum değeri
$\underline{\delta_u}$	Zaman gecikme türevinin minimum değeri
h_i	Yakalama zamanı
m_i	Araç ağırlığı
M_i	Etkin kütle
$J_{i,E}$	Motor eylemsizliği
r_i	Tekerlek yarıçapı
$\varepsilon_{i,0}$	Vites dişli oranı
$\lambda_{i,r}$	Tahrik aksının kayması
σ_i	Havanın özgül kütlesi
A_i	Kesit alanı
$c_{i,d}$	Sürtünme katsayısı
$\mu_{i,r}$	Yol yapışma katsayısı

$f_{i,R}$	Yuvarlanma direnci
$F_{i,L}$	Boylamsal kuvvet
$F_{i,R}$	Yuvarlanma direnç kuvveti
$F_{i,A}$	Aerodinamik direnç kuvveti
$F_{i,T}$	Çekme kuvveti
$F_{i,D}$	İstenilen boylamsal kuvvet
$F_{i,S}$	Maksimum tekerlek kuvveti
$F_{i,B}$	Frenleme kuvveti
$F_{i,E}$	Motor kuvveti
$F_{i,E,max}(v_i)$	Maksimum çekiş kuvveti
$F_{i,E,min}(v_i)$	Minimum boylamsal kuvvet
g	Yerçekimi sabiti
Θ	Yol yüzeyi ile yatay düzlem arasındaki açı
V_{wind}	Rüzgâr hızı
L_i	Araç uzunluğu
$T_{i,E}$	Motor torku
$\eta_{i,d}$	Yürüyen aksam verimliliği
$\omega_{i,E}$	Motor hızı
$l_{i,r}$	Arka aksın ağırlık merkezine olan mesafesi
$l_{i,w}$	Dingil mesafesi uzunluğu
$W_{i,f}$	Arka dingil üzerindeki yük değeri
$h_{i,c}$	Ağırlık merkezinin yüksekliği
γ_i	Dürtü yanıtı
v_s	Araç ilk hızı
v_f	Araç son hızı
t_f	Minimum yörünge süresi
$Y(x(t_f))$	Terminaldeki nihai maliyet fonksiyonu
$L(x, u)$	Yörünge maliyet fonksiyonu
$S(x)$	Durum kısıtı
$M(x, u)$	Birleştirilmiş girdi kısıtı
a_{max}	Maksimum ivme
a_{min}	Minimum ivme
j_{max}	Maksimum sarsıntı
j_{min}	Minimum sarsıntı
ψ	Uç durum kısıtı
λ	Birleşik değişken vektörü
μ	Durum kısıt çarpanı
η	Birleştirilmiş girdi kısıt çarpanı
$\phi(t)$	Başlangıç değeri
κ	Tolerans değeri
Λ	Lyapunov denklemi için sabit değer
ρ	Lyapunov denklemi için sabit değer
$h_{\mathcal{L}_2}$	$\mathcal{L}_2$ -norm için en uygun yakalama süresi zamanı
$h_{\mathcal{L}_\infty}$	$\mathcal{L}_\infty$ -norm için en uygun yakalama süresi zamanı
h_t^u	$\mathcal{L}_2$ - norm için yakalama süresi zamanı üst sınır
h_t^l	$\mathcal{L}_2$ -norm için yakalama süresi zamanı alt sınır

$h_{\mathcal{L}_\infty}^u$

$\mathcal{L}_\infty$ -norm için yakalama süresi zamanı üst sınır

Kısaltmalar

AUS	Akıllı Ulaşım Sistemler
SK	Seyir Kontrolü
ASK	Adaptif Adaptif Seyir Kontrolü
KASK	Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü
MÖK	Model Öngörülü Kontrol
KMK	Kayan Mod Kontrol
SA	Sabit Aralık
SZA	Sabit Zaman Aralık
DZA	Değişken Zaman Aralık
V2V	Araçtan Araca (Vehicle to Vehicle)
V2I	Araçtan Altyapıya (Vehicle to Infrastructure)
OOS	Otomatik Otoyol Sistemi
AAKS	Akıllı Araç ve Karayolu Sistem
ÖAT	Öncül Araç Takibi
ÖLT	Öncül-Lider Araç Takibi
İÖT	İki Öncül Araç Takibi
İÖLT	İki Öncül-Lider Araç Takibi
ÇAT	Çift-Yönlü Araç Takibi
LKF	Lyapunov-Krasovskii Fonksiyonel
LMI	Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (Linear Matrix Inequality)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Araç dizisi	12
Şekil 2.2 İletişim topolojileri: a) ÖAT b) ÖLT c) İÖT d) İÖLT e) ÇAT.....	17
Şekil 2.3 KASK donanımlı araç dizisi	18
Şekil 2.4 Hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK modeli	24
Şekil 2.5 Araca etkiyen kuvvetler ve moment mesafeleri.....	27
Şekil 2.6 Audi Q3 1.4 TFSI benzinli motor aracın tork-güç grafiği	29
Şekil 2.7 Audi Q3 1.4 TFSI aracı için farklı vites ve hız değerlerinde motor kuvveti ...	30
Şekil 2.8 Farklı vitesler ve hızlar için maksimum motor gücü	31
Şekil 2.9 Araç modelleri için ivme kısıtları	34
Şekil 3.1 En zayıf aracın en önde olduğu durumda araç dizisinin manevrası.....	51
Şekil 3.2 En güçlü aracın en önde olduğu durumda araç dizisinin manevrası.....	52
Şekil 3.3 Güçlü L_{∞} -dizi kararlılığının ihlali	53
Şekil 3.4 M_u - M_d giriş yörüngesi ve ivme sinyali	59
Şekil 3.5 M_u - S_u - M_d giriş ve ivme sinyali	61
Şekil 3.6 Test 1 için lider araç yörüngesi	68
Şekil 3.7 Test 1 hızlanma manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	69
Şekil 3.8 Test 1 yavaşlama manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	69
Şekil 3.9 Test 2 lider araç yörüngesi	71
Şekil 3.10 Test 2 hızlanma manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	72
Şekil 3.11 Test 2 yavaşlama manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	72
Şekil 3.12 Test 3 lider araç yörüngesi	74
Şekil 3.13 Test 3 hızlanma manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	75
Şekil 3.14 Test 3 yavaşlama manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları	75
Şekil 3.15 Test 4 için lider araç yörüngesi	76
Şekil 4.1 Homojen araç dizisine uygulanan giriş sinyali	91
Şekil 4.2 L_2 -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı	91
Şekil 4.3 L_{∞} -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı	92
Şekil 4.4 Teorem 4.3 ile L_{∞} -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı.....	102
Şekil 5.1 Heterojen araç dizisi	105
Şekil 5.2 Test 1 parametreleri için benzetim sonuçları	109
Şekil 5.3 Test 2 parametreleri için benzetim sonuçları	109
Şekil 5.4 Test 3 parametreleri için benzetim sonuçları	110
Şekil 5.5 Test 4 parametreleri için benzetim sonuçları	111

Şekil 5.6 Ağ bağlantılı heterojen araç dizisi	112
Şekil 5.7 Araç i ($i = 2, 3, 4$) için dürtü yanıtı.....	114
Şekil 5.8 Optimal giriş yörüngesi	115
Şekil 5.9 Teorem 4.3 ve heterojen araç dizisi	116
Şekil 5.10 Haberleşme gecikmesinin dağılımı.....	116
Şekil 5.11 Araç i ($i = 2, 3, 4$) için dürtü yanıtı (geliştirilen Bi-Section algoritması...)	118
Şekil 5.12 Geliştirilen Bi-Section algoritması ve heterojen araç dizisi	119
Şekil 5.13 Teorem 4.3 ile elde edilen h_{L_∞} ısı haritası.....	120
Şekil 5.14 Geliştirilen Bi-Section algoritması ile elde edilen h_{L_∞} ısı haritası.....	120
Şekil 5.15 Araç 2 için uygulanan kuvvet ve maksimum kuvvet.....	122



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Zaman gecikmesi ve eyleyici doyum kısıtının ihmal edildiği çalışmalar.....	5
Çizelge 1.2 Zaman gecikmesinin dikkate alındığı eyleyici doyum kısıtının ihmal edildiği çalışmalar	6
Çizelge 1.3 Zaman gecikmesi ihmal edildiği eyleyici doyum kısıtının dikkate alındığı çalışmalar	9
Çizelge 1.4 Zaman gecikmesinin ve eyleyici doyum kısıtının dikkate alındığı çalışma.....	9
Çizelge 2.1 Gerçek araç parametreleri	33
Çizelge 2.2 Tüm araçlar için aynı olan parametreler	33
Çizelge 3.1 Araç dizisi için sabit parametreler	51
Çizelge 3.2 Optimal yörünge için test senaryoları	66
Çizelge 3.3 Test 1 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler	67
Çizelge 3.4 Test 1 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar	68
Çizelge 3.5 Test 2 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler	70
Çizelge 3.6 Test 2 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar	71
Çizelge 3.7 Test 3 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler	73
Çizelge 3.8 Test 3 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar	74
Çizelge 3.9 Test 4 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler	76
Çizelge 4.1 Geliştirilen Bi-Section algoritması için parametreler	90
Çizelge 4.2 Minimum yakalama zamanı ve kontrolcü kazançları	90
Çizelge 4.3 Teorem 4.3 için parametreler.....	102
Çizelge 4.4 Teorem 4.3 ile elde edilen kontrolcü kazançları.....	102
Çizelge 5.1 Doğrusal model ve kontrolcü için parametreler	105
Çizelge 5.2 Hıza bağlı kuvvet değerleri.....	107
Çizelge 5.3 Hıza bağlı ivme değerleri.....	107
Çizelge 5.4 Minimum-zamanlı $M_u-S_u-M_d - M_d-S_d-M_u$ yörünge süreleri.....	108
Çizelge 5.5 Doğrusal model için parametreler.....	112
Çizelge 5.6 Bi-Section algoritması ve Teorem 4.3 için parametreler	113
Çizelge 5.7 Kontrolcü kazançları ve minimum yakalama zamanı.....	114
Çizelge 5.8 Bi-Section algoritması ve Teorem 4.3 için parametreler	117
Çizelge 5.9 Geliştirilen Bi-Section algoritması ile kontrolcü kazançları ve minimum yakalama zamanı	117
Çizelge 5.10 Manevra tamamlanma sürelerinin karşılaştırılması: nominal ve belirsiz parametreler	123

1. GİRİŞ

Dünya genelinde artan sanayileşme ve kentleşme ile birlikte dünya nüfusunun yaklaşık yüzde 54'ü kentlerde yaşamaktadır (Anonymous 2023). Birleşmiş Milletler'in 2022 yılında yayınladığı verilere göre, 2050 yılına kadar dünya nüfusunun üçte ikisinin kentlerde yaşayacağı tahmin edilmektedir. Bu artış ile birlikte, mevcut kent nüfusunun yaklaşık olarak 2,5 milyar artacağı öngörülmektedir (Anonymous 2023). Böylece, kent yaşamıyla ilgili barınma, güvenlik, istihdam ve ulaşım da dahil olmak üzere birçok kentsel problemin oluşması kaçınılmazdır.

Ulaşım sektörü açısından bakıldığında, artan nüfusa bağlı olarak araç sayısında da hızlı bir artış olacaktır. Yalnızca Çin'de, otomobil sektöründe toplam satış hacminin 2022 yılında 26,9 milyona ulaştığı belirtilmiştir (Anonymous 2023). Bu ise, başta karayolunda trafik sıkışıklığının daha karmaşık hale gelmesine ve halihazırda olumsuz olan çevresel, sosyal ve ekonomik sorunların daha da kötüleşmesine sebep olacağı açıktır. Bu noktada, bilgi ve iletişim teknolojileri son yıllarda sürdürülebilir kentsel gelişimi destekleme programlarında kullanılmaktadır (Darbha ve Rajagopal 1999, Fernandes ve Nunes 2012, Sladkowski ve Pamula 2016). Bu sayede, büyük kentlerin yaşam kalitesinin artırılması ve kentlerin sürdürülebilirliğinin desteklenmesi amaçlanmaktadır (Bose ve Ioannou 2003, Zhang vd. 2018). Bu bağlamda, Akıllı Ulaşım Sistemleri (AUS) araç artışı ile birlikte ortaya çıkan birçok problem için umut verici bir teknoloji olarak öne çıkmaktadır. AUS, bilgisayar teknolojileri, elektronik sistemleri, kontrol sistemleri ve haberleşme ağları gibi farklı teknolojilerin kombinasyonlarından oluşmaktadır. AUS ile birlikte özellikle mevcut ulaşım sisteminin verimliliğini en üst düzeye çıkarmak ve trafik güvenliğini artırmak hedeflenmektedir. Böylece, trafik güvenliğinin artırılması, trafik sıkışıklığını azaltılması, ulaşım verimliliğini artırılması, hava kirliliğini azaltılması ve enerji verimliliğinin artırılması gibi günlük hayatta karşılaştığımız birçok problem için çözüm aranmaktadır (Molinete vd. 2015, Nasim ve Kassler 2012). AUS ile önerilen çözümlerin birisi de yoğun trafikte araçların birbirinden bağımsız hareket etmesi yerine kısa mesafede *araç dizisi* oluşturarak birbirini takip etmesini sağlamaktır (Axelsson 2017, Godbole vd. 1996, Kavathekar ve Chen 2011).

Araç takibi ile aynı şeritte otonom olarak ilerleyen araçların birbiri ile olan etkileşimi incelenir. Araçlar arası etkileşim farklı matematiksel modeller ile tanımlanarak birçok araç takip modeli önerilmektedir. Temel olarak, araç takip modeli sürücü tarafından ayarlanan sabit hız değerinde araç hareketini sağlayan Seyir Kontrol (SK) sistemi üzerine geliştirilmiştir (Darbha ve Rajagopal 1999, Pan vd. 2022, Venhovens vd. 2000). Bu özellik, uzun yolculuklarda sürücü yorgunluğunu azaltabilir ve sürekli bir hızda seyahat ederek yakıt verimliliğini artırabilir. Ancak bu sistem, trafik veya yol koşullarındaki değişiklikleri dikkate almaz ve belirli durumlarda bu özelliği devre dışı bırakılması gerekebilir. Diğer tarafta, Adaptif Seyir Kontrol (ASK) sistemi temel olarak araç güvenliğine ve sürücü konforuna odaklanır (Raza ve Ioannou 2021, Swaroop ve Hedrick 1996) ASK sistemi RADAR ya da LİDAR sensör ölçümlerinden gelen sinyal bilgisine dayanarak birbirini takip hareket eden iki araç arasındaki mesafe ve hız farkı korunmaktadır (Kesting vd. 2008, Marsden vd. 2001, G. Naus vd. 2010, Vahidi ve Eskandarian 2003). Bu olanaklara rağmen, güvenliği sağlamak için herhangi bir acil durum senaryosunda araçlar arasında daha büyük mesafelere ihtiyaç duyulur. Bu ise karayolu üzerinde daha az aracın seyahat etmesine ve trafik akış hızının daha yavaş olmasına neden olacaktır. ASK'nin aksine Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü (KASK) olarak adlandırılan gelişmiş yöntem ile yoğun trafikte araçlar arası daha kısa mesafede araç takibi mümkün olmaktadır. Kısa mesafe araç takibi için kablosuz haberleşme ile araçtan araca (V2V) ve araçtan altyapıya (V2I) araçların ivme ve hız gibi ilgili durum sinyalleri iletilmektedir. Böylece, araçlar arası daha kısa mesafede yol kapasitesi artırılarak trafik akışı hızlandırılır ve sürüş güvenliği sağlanır (Dey vd. 2016, Ploeg vd. 2013, Wang ve Nijmeijer 2015). Performans, güvenlik ve konfor gereksinimlerini yerine getirmek için araç dizisi boyunca oluşabilecek olumsuzlukların etkisinin azaltılması ve sistemin dizi kararlı olması gerekmektedir (Z. Gao vd. 2022, Li vd. 2019, Swaroop ve Hedrick 1996, Wang ve Nijmeijer 2015, Yu vd. 2018). Bu sebeple, KASK ile kontrolcü tasarımı yapılırken dizi kararlılığı mutlaka yerine getirilmesi gereken temel koşuldur. Dizi kararlılık tanımının gelişimi dizi sistemindeki varsayımlarla yakından ilgilidir ve sistemin analiz yöntemini direkt olarak etkilemektedir (Feng vd. 2019). Lyapunov yaklaşımı, uzamsal olarak değişmez sistem (spatially invariant systems) yaklaşımı ve performans odaklı yaklaşım araç dizisinin kararlılık analizi için önerilen farklı yöntemleridir (Ploeg vd. 2013, Feng vd. 2019, Dey vd. 2016). Sistem

gereksinimlerine bağılı olarak asimptotik, $\mathcal{L}_2$ -norm ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm gibi farklı kararlılık koşulları için dizi kararlılık analizleri yapılmaktadır.

Genel olarak, araç dizisinin kontrolü tek bir aracın kontrolünden daha zordur. Çünkü (i) heterojen ya da homojen araç dizisinde kontrolcü tasarımı için farklı dinamik araç modelleri kullanılmaktadır. Hesaplama yükünü azaltmak için genellikle kontrolcü tasarımında basitleştirilmiş model kullanılmaktadır (Darbha vd. 2017, Li vd. 2019, Ploeg vd. 2014, Santini vd. 2017). Çoğunlukla, ikinci ve üçüncü dereceden doğrusal model ve doğrusal olmayan modeller tercih edilmektedir. (ii) Kontrolcü, farklı hedefler doğrultusunda tasarlanır. Araç dizisinde kontrolcünün amacı, yalnızca bireysel araç kararlılığını sağlamak değil, aynı zamanda araç dizisinin kararlılığını da sağlamaktır. (iii) Araç dizisinin kontrolü için daha fazla araç kısıtı dikkate alınmalıdır. Bireysel araç kontrolündeki orijinal kısıtların yanı sıra takipçi araçlar arasındaki konum, hız, ivme ve sarsıntı (ivmenin türevi) gibi kısıtlar da araç kontrolünün tasarımında dikkate alınmalıdır (Baldi vd. 2021, Bingöl ve Schmidt, 2022; Feng vd. 2020, G. Guo ve Li 2019, Luo vd. 2021, Santini vd. 2017, Tóth ve Rödönyi 2017, Turri vd. 2017, Zhai vd. 2019, Zheng vd. 2017). Bu kısıtlar ihmal edildiğinde ise eyleyicinin doyumuna uğraması kaçınılmazdır. Bunun sonucunda araç dizisinde kararsızlık görülmesi muhtemeldir. (iv) İletişim topolojisine göre aracın diğer araç ya da araçlardan kablosuz haberleşme ile aldığı bilgiler araç dizisinin kontrolü için gereklidir. Araçlar arası haberleşme sırasında zaman gecikmesinin olması muhtemeldir ve dizi kararlılığını sağlamak için mutlaka incelenmelidir (Baldi vd. 2021, Feng vd. 2020, Gao vd. 2016, Kayacan 2017, Y. Li vd. 2019, Luo vd. 2021, Ploeg vd. 2014, Santini vd. 2017, Sawant vd. 2020, Sun vd. 2023, Zhu vd. 2020). Bu kavramlar farklı kombinasyonlarda dikkate alınarak, KASK sürüş modelinde farklı kararlılık koşulları için kontrolcü sentezi yapılmaktadır.

Literatürde yapılan çalışmalar, zaman gecikmesi ve model kısıtları temel alınarak sınıflandırılmıştır. Çizelge 1.1’de verilen çalışmalarda, eyleyici doyumunu önlemek için gerekli olan kısıtlar ve zaman gecikmesi ihmal edilerek farklı kontrolcüler ile kararlılık analizleri yapılmıştır. Hu vd. (2020) tarafından önerilen çalışmada üçüncü dereceden dinamik araç modeli ve heterojen araç dizisi dikkate alınmıştır. KASK sürüş modelinde, haberleşme bağlantı hatası dikkate alınarak iki katmanlı dağıtılmış ve uyarlanabilir bir

kontrol mimarisi önerilmiştir. Çalışmada, Lyapunov yaklaşımı ile asimptotik kararlılık sağlanmıştır. Ayrıca, çalışmada sadece araçlar arası mesafe hata sinyali için kararlılık analizi yapılmıştır. Darbha vd. (2017) tarafından yapılan çalışmada doğrusal ve homojen araç dizisinde yalnızca mesafe hata sinyali dikkate alınmıştır. Araç dizisinin kararlılığı için frekans alan yaklaşımıyla $\mathcal{L}_2$ -normu incelenmiştir. Li vd. (2018) tarafından önerilen çalışmada heterojen araç dizisi için H_∞ kontrolcü sentezi önerilmiştir. Çalışmada, $\mathcal{L}_2$ -normu ile dizi boyunca mesafe hata sinyalinde oluşan artışlar incelenmiştir.

Lyapunov yaklaşımının kullanıldığı diğer çalışmalardan farklı olarak Besselink ve Johansson (2017) ve Aghababa vd. (2020) çalışmasında dışarıdan gelen bozukluklar (external disturbance) dizi kararlılık analizinde dikkate alınmıştır. Doğrusal olmayan homojen araç dizisi için uzamsal alan (spatial domain) yaklaşımı ile $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulları Besselink ve Johansson (2017) tarafından önerilmiştir. Aghababa vd. (2020) tarafından önerilen çalışmada $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulu yalnızca araçlar arası mesafe hata sinyali için incelenmiştir. Homojen araç dizisinin kullanıldığı çalışmada doğrusal olmayan araç dinamikleri kullanılmıştır. Dai vd. (2022) çalışmasında, farklı iletişim topolojilerini kullanarak dizi kararlılığı üzerindeki etkisini incelemiştir. $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları ivme ve hız sinyalleri için incelendiği çalışmada zaman gecikmesi ile dinamik araç kısıtları ihmal edilmiştir. Wang vd. (2022) tarafından önerilen çalışmada KASK donanımlı homojen araç dizisinin asimptotik kararlılığı garantileyen model öngörülü kontrolcü önerilmiştir. Lyapunov yaklaşımı ile yapılan kararlılık analizinde hata (mesafe, ivme, hız) sinyalleri için kararlılık koşulları incelenmiştir. Chen ve Yan (2023) çalışmasında heterojen araç dizisinin $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları yalnızca mesafe hata sinyali için incelenmiştir. Ayrıca, doğrusal dinamik araç modeli ve farklı iletişim topolojilerinin kullanıldığı çalışmada zaman gecikmesi ve araç kısıtları dikkate alınmamıştır.

Çizelge 1.1 Zaman gecikmesi ve eyleyici doyum kısıtının ihmal edildiği çalışmalar

Yayın	Dizi	Model	Kararlılık	Gecikme	Kısıt
Hu vd. (2020)	heterojen	3D	asimptotik	X	X
Darbha vd. (2017)	homojen	2D	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	X
Li vd. (2018)	heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	X
Besselink ve Johansson (2017)	homojen	N	$\mathcal{L}_\infty$ -norm	X	X
Aghababa vd. (2020)	homojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	X
Dai vd. (2022)	homojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	X
Wang vd. (2022)	homojen	3D	asimptotik	X	X
Chen ve Yan (2023)	heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	X
2D, 3D: 2., 3. dereceden doğrusal model, N: doğrusal olmayan model					

Çizelge 1.2’de paylaşılan çalışmalarda, farklı zaman gecikmeleri dikkate alınırken model kısıtları ihmal edilmiştir. Li vd. (2019) tarafından zamanla değişen heterojen ve homojen zaman gecikmesi altında kontrol algoritması geliştirilmiştir. Önerilen kontrol algoritmasının asimptotik kararlılığı (mesafe sinyali ve hız sinyali), Lyapunov yaklaşımı ile yapılmıştır. Sawant vd. (2020) tarafından önerilen çalışmada sabit eyleyici ve haberleşme gecikmesi dikkate alınarak Kayan Mod Kontrol (KMK) yöntemi ile kontrolcü sentezi yapılmıştır. Önerilen kontrolcünün, parametre belirsizlikleri ve dış bozukluklardan etkilenen sistemi kontrol etmek için etkili bir teknik olduğu belirtilmiştir. Çalışmada, $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık analizi hız sinyali için incelenmiştir. Homojen araç dizisi ve doğrusal olmayan araç dinamiklerinin kullanıldığı çalışma Ghasemi vd. (2015) ile sabit zaman gecikmesi dikkate alınmıştır. Performans odaklı yaklaşım ile $\mathcal{L}_2$ -normu için kararlılık koşulları mesafe hata sinyali ve hız sinyali için incelenmiştir. Ploeg vd. (2014) tarafından önerilen çalışmada bozulmanın ilk araçta olduğu doğrusal sistem ve sabit haberleşme gecikmesi için $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarını garantileyen kontrolcü sentezi yapılmıştır. Sabit haberleşme gecikmesi dikkate alındığı üçüncü derece doğrusal dinamik araç modeli ve heterojen araç dizisi için H_∞ kontrolcü sentezi Kayacan (2017) tarafından önerilmiştir. Çalışmada, $\mathcal{L}_\infty$ -norm için kararlılık koşulları ivme, mesafe, hız ve sarsıntı sinyalleri için garantilenmiştir.

Lyapunov yaklaşımı ile $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları Zhu vd. (2020) ve Gao vd. (2016) tarafından önerilen çalışmalarda incelenmiştir. Sabit haberleşme ve eyleyici gecikmesi

altında hızlandırılmış ileri- beslemeli ve kontrol ileri- beslemeli kontrolcü sentezi Zhu vd. (2020) tarafından önerilmiştir. Çalışmada, $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları ivme sinyali için analiz edilmiştir. Gao vd. (2016) tarafından önerilen çalışmada zamanla değişen haberleşme gecikmesi ve belirsiz araç parametrelerinin dikkate alındığı heterojen araç dizisi için H_∞ kontrolcü sentezi önerilmiştir. Araç dizisinin performansı, $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları ile mesafe hata sinyali ve hız hata sinyali için analiz edilmiştir. Çeşitli iletişim topolojileri ve zamanla değişen haberleşme gecikmesini dikkate alan doğrusal geri besleme kontrol yasası Huang vd. (2022) tarafından yapılan çalışmada önerilmiştir. Dinamik araç kısıtlarının ihmal edildiği çalışmada Lyapunov yaklaşımı ile $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları hata sinyalleri (mesafe, hız, ivme) için incelenmiştir.

Çizelge 1.2 Zaman gecikmesinin dikkate alındığı eyleyici doyum kısıtının ihmal edildiği çalışmalar

Yayın	Dizi	Model	Kararlılık	Gecikme	Kısıt
Li vd. (2019)	heterojen	2D	asimptotik	zdh	X
Sawant vd. (2020)	homojen, heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	se,sh	X
Ghasemi vd. (2015)	homojen	N	$\mathcal{L}_2$ - norm	se	X
Ploeg vd. (2014)	homojen	2D	$\mathcal{L}_2$ -norm	sh	X
Kayacan (2017)	heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	sh	X
Zhu vd. (2020)	homojen, heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	se,sh	X
Gao vd. (2016)	homojen heterojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	zdh	X
Huang vd. (2022)	homojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	zdh	X
zdh: zamanla değişen haberleşme, s[e,h] : sabit [eyleyici, haberleşme] 2D, 3D: 2., 3. dereceden doğrusal model, N: doğrusal olmayan model					

Araç dizisinin kararlılık analizlerinde dikkat edilmesi gereken bir diğer kavram eyleyici doyumudur. Eyleyici doyumunu için kısıtların dikkate alındığı fakat zaman gecikmesinin ihmal edildiği çalışmalar çizelge 1.3 ile gösterilmiştir. Zheng vd. (2017) tarafından önerilen çalışmada kontrolcünün sürüş performansını artırmak için kontrol girişindeki kısıtlar (gaz ve fren torku) dikkate alınmıştır. Asimptotik kararlılığın garantilendiği çalışmada mesafe ve hız hata sinyalleri incelenmiştir. Doğrusal olmayan araç modelinin kullanıldığı ve haberleşmenin ihmal edildiği heterojen araç dizisinde asimptotik kararlılığı sağlayan Model Öngörülü Kontrolcü (MÖK) önerilmiştir. Sabit kontrol giriş

limitleri altında sistemin gürbüzlük (robustness) gereksinimlerine göre doyum kontrol yöntemini içeren  alışma He vd. (2020) tarafından önerilmiştir. Sistemin asimptotik kararlılığını sağlamak için, düşük kazançlı geri beslemeli kontrol yasası tasarlanmıştır. Gerçek araç modelinde gözlenen hıza bağlı ivme limitleri yalnızca T th ve R d ny  (2017) tarafından yapılan çalışmada incelenmiştir. Fakat, kuvvet doyumunun kesin modeli kullanılmamış ve doyumun aktif olması durumunda araçların performansının düştüğü g r lm ştir. Ayrıca, hız ve yol eğimine bağlı ivme limitleri için sezgisel (heuristic) fonksiyon kullanılmıştır. Çalışmada, ivme sinyali için $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü önerilmiştir.

Guo ve Li (2019), Gao vd. (2022b) ve Gao vd. (2023) tarafından önerilen çalışmalarda mesafe hata sinyali için $\mathcal{L}_2$ -norm dizi kararlılık koşulları incelenmiştir. Guo ve Li (2019) tarafından önerilen çalışmada, çekiş ve fren kuvvetindeki eyleyici doyumunu dikkate alan üçüncü derece doğrusal olmayan dinamik araç denklemleri ile çalışılmıştır. Eyleyici doyumunu önlemek hiperbolik teğet fonksiyonu önerilmiştir. KMK sentezinde araçlar arası istenilen mesafeyi korunması ve araçların lider araç hızını takip etmesi hedeflenmiştir. Diğer tarafta, heterojen araç dizisi ile analizler yapılırken homojen eyleyici doyumunu dikkate alınmış ve zaman gecikmesi ihmal edilmiştir. Eyleyici doyumunu, dinamik belirsizlikler ve bilinmeyen dış bozukluklar Gao vd. (2022b) tarafından yapılan çalışmada incelenmiştir. Doyumu engellemek için Gauss hata fonksiyonu (GEF) tabanlı doyum fonksiyonu önerilmiştir. Diğer tarafta, KASK donanımlı homojen araç dizisi ve doğrusal olmayan araç dinamiklerinin tercih edildiği çalışmada zaman gecikmeleri göz ardı edilmiştir. Bir  nceki çalışmadan farklı olarak Lyapunov yaklaşımı ile dizi kararlılık analizi yapılmış ve KMK ile sabit zamanlı kontrol algoritması Gao vd. (2023) tarafından önerilmiştir. Davis (2014) tarafından önerilen çalışmada doğrusal araç modeli kullanarak ivme kısıtının dizi kararlılığı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Doğrusal olmayan araç modelinin kullanıldığı Bingöl vd. (2016) tarafından önerilen çalışmada ise giriş sinyali sabit motor kuvveti ile sınırlandırılmıştır. Bu çalışmalarda, lider aracın motor kuvveti sınır değerini aşmadığı sürece araç dizisi boyunca araçların motor kuvvetinin doyuma ulaşmadığı g r lm ştir.

Literatür çalışmaları sonucunda, araç takip sistemlerindeki farklılık ve zorluklar nedeniyle bazı kavramların kontrolcü sentezinde aynı anda dikkate alınmadığı görülmektedir. Gerçekte araç dinamiği, güçlü ve doğrusal olmayan yüksek dereceli bir sistemdir. Buna rağmen, gerçek araç dinamiğinin özellikleriyle çok fazla örtüşmeyen ikinci dereceden doğrusal sistem modelinin daha çok ele alındığı görülmektedir. Bunun yanında, araç dizisinin kontrolünde araç dinamiği üzerindeki etkisi bilinen eyleyici kısıtları da dikkate alınmalıdır. Bu durum, eğer ciddi bir şekilde ele alınmazsa araç dizisinde performans düşüşüne ve hatta kararsızlığa yol açabilir. Dolayısıyla, eyleyici kısıtlarına uygun kontrolcünün tasarlanması, pratik araç dizi sistemleri için büyük önem taşımaktadır. Özellikle giriş doyumu, araç üzerindeki fiziksel eyleyicilerin sınırlı kontrol kuvvetinden (gaz ve fren) kaynaklanan bir kontrol kısıtıdır. Giriş kısıtının incelendiği çalışmalarda ise kısıtlar sabit bir değer olarak ele alınmış ve hıza bağlı kuvvet limitleri ihmal edilmiştir. Literatür özetlerinde, KASK sürüş sisteminin kontrolünde zaman gecikmesinin genelde ihmal edildiği ya da sabit bir değer olarak alındığı görülmektedir. Bu durum, zamanla değişen haberleşme gecikmesinin dikkate alındığı kontrolcü sentezi ve dizi kararlılık analiz yöntemlerinin oldukça zorlayıcı olmasından kaynaklanmaktadır. Literatür özetlerinde, dizi kararlılık analizlerinde üzerinde çalışılması daha kolay olduğundan genellikle $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşullarının incelendiği görülmektedir. Çünkü, karşılık gelen transfer fonksiyonun H_∞ -normunun bir koşulu olarak yeniden yazılabilmektedir. Ayrıca, $\mathcal{L}_2$ -norm yalnızca ilgili sinyal enerjilerinin araç dizisi boyunca azalmasını hedefler ve potansiyel eyleyici doyumu için yetersiz kalmaktadır. Diğer tarafta, $\mathcal{L}_\infty$ -norm dizi kararlılığı ile ilgili sinyallerin sınır değerlerindeki asmaları önlediğinden fiziksel anlamda daha güçlüdür. Bu özelliği sayesinde heterojen araç dizisinde oluşması muhtemel olan eyleyici doyumunu önleyebilmektedir.

Çizelge 1.3 Zaman gecikmesi ihmal edildiği eyleyici doyum kısıtının dikkate alındığı çalışmalar

Yayın	Dizi	Model	Kararlılık	Gecikme	Kısıt
Zheng vd. (2017)	heterojen	N	asimptotik	X	kontrol girişi
He vd. (2020)	homojen, heterojen	3D	asimptotik	X	kontrol girişi
Tóth ve Rödönyi (2017)	heterojen	3D	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	ivme (hıza bağlı), kontrol girişi (ivmeye bağlı)
Guo ve Li (2019)	heterojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	kontrol girişi
Gao vd. (2022b)	homojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	kontrol girişi
Gao vd. (2023)	homojen	N	$\mathcal{L}_2$ -norm	X	kontrol girişi
Bingöl vd. (2016)	homojen	N	$\mathcal{L}_\infty$ -norm	X	kontrol girişi
2D, 3D: 2., 3. dereceden doğrusal model, N: doğrusal olmayan model					

Bu sonuçlar doğrultusunda, herhangi bir KASK sürüş modeli için çizelge 1.4’de belirtilen kavramların daha önce birlikte incelenmediği görülmektedir. Buradan yola çıkarak, bu tez çalışmasında bu parametrelerin tamamı dikkate alınarak araç takip modeli için kontrolcü sentezi yapılmıştır.

Çizelge 1.4 Zaman gecikmesinin ve eyleyici doyum kısıtının dikkate alındığı çalışma

Yayın	Dizi	Model	Kararlılık	Gecikme	Kısıt
Tez	heterojen	N	$\mathcal{L}_\infty$ -norm	se, zdh	hız, sarsıntı, ivme (hıza bağlı), kuvvet kısıtları (hıza bağlı)
zdh: zamanla değişen haberleşme, s[e,h] : sabit [eyleyici, haberleşme] 2D, 3D: 2., 3. Dereceden doğrusal model, N: doğrusal olmayan model					

Tezin başlıca katkıları şu şekilde sıralanır:

- Basitleştirilmiş ikinci derece araç dinamiklerini dikkate alan mevcut birçok çalışmanın aksine, motor dinamiklerini de içeren doğrusal olmayan dinamik araç modeli dikkate alınmıştır. Araç dinamiklerini, üçüncü dereceden doğrusal sisteme dönüştürmek için geri besleme doğrusallaştırma yöntemi kullanılmıştır.

Üçüncü dereceden dinamik araç modelinde, ivme değişim oranının (sarsıntı) kontrolü sağlanarak sürüş sırasında yolcu konforu iyileştirilmiştir.

- Heterojen araç dizisinde ve gerçek trafik ortamında, yapısal kısıtlamalar nedeniyle araçların gaz ve fren sistemlerinde eyleyici doyumunun oluşması kaçınılmazdır. Araç dizisinin doyuma uğramasını önlemek için bu değerler araç dizisindeki en zayıf araç limitlerine göre sınırlandırılmalıdır. Çalışmada, aracın hareketini etkileyen tüm boylamsal kuvvetler türetilmiştir. Özellikle, aracın hızlanmasını sağlayan çekiş kuvveti (maksimum çekiş kuvveti ve motor tarafından üretilen kuvvet) ve yavaşlamasını sağlayan frenleme kuvvet değerleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Gerçek kuvvet modeli kullanılarak, aracın hareketini sağlayan hıza bağlı minimum kuvvet limit değeri elde edilmiştir. Buna ek olarak, hıza bağlı kuvvet limitleri kullanılarak aracın hıza bağlı ivme limit değerleri türetilmiştir. Hıza bağlı gerçek kuvvet modelinin kullanıldığı ilk çalışmadır.
- Eyleyici doyumunun araç dizisinin kararlılığını doğrudan etkileyeceği bilinmektedir. Hıza bağlı kuvvet ve ivme kısıtları kullanılarak eyleyici doyumu altında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını sağlayan yeterli koşullar türetilmiştir. Bu koşullar genel bir şekilde formüle edilmiştir. Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan herhangi bir KASK sürüş modeli için uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.
- Farklı hız değişim manevralarında dizi kararlılığının yeterli koşullarını sağlayan minimum-zamanlı optimal kontrol problemi formüle edilmiştir. Analitik olarak çözülebilen optimal kontrol problemi istenilen lider araç yörüngesinin gerçek zamanlı olarak hesaplanmasına olanak sağlayan orijinal bir yöntemdir.
- KASK sürüş modelinde, zamanla değişen haberleşme gecikmesi ve sabit eyleyici gecikmesi dikkate alınarak kontrolcü sentezi yapılmıştır. Zaman- alanında Lyapunov kararlılık yaklaşımı ile iki farklı yöntem önerilmiştir. Öncelikle, Zhu vd. (2020) tarafından önerilen model temel alınarak zamanla değişen haberleşme gecikmesi ve sabit eyleyici gecikmesi altında $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü değerleri Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (LMI) ile elde edilmiştir. Sonrasında, geliştirilen Bi-Section algoritmasıyla tezin temel amacı olan güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü değerleri

hesaplanmıştır. Önerilen diğer yöntemde, Lyapunov-Krasovskii Fonksiyonu (LKF)'na uygun besleme fonksiyonları eklenerek güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulları türetilmiştir. LKF'nin çözümü ile elde edilen LMI'lar sonucunda kontrolcü kazanç değerleri hesaplanmıştır.

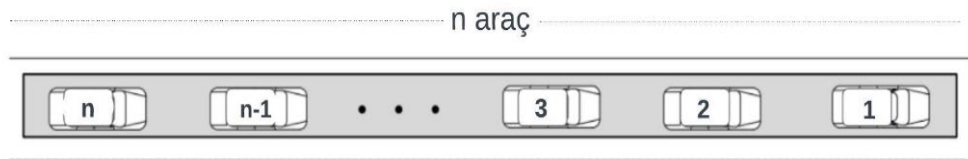
Tez çalışması şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de araç takibi, KASK sürüş modeli, hıza bağlı kuvvet kısıtları ve dizi kararlılık kavramı ile ilgili bilgi verilmiştir. Bölüm 3'de heterojen araç dizisinin eyleyici doyumu altında $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan yeterli koşullar açıklanmıştır. Ayrıca, farklı hız değişim manevralarında $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan minimum-zamanlı lider araç yörüngeleri analitik olarak hesaplanmıştır. Lider araç yörüngelerinin optimal olduğu yine Bölüm 3'de ispatlanmıştır. Bölüm 4'de, zamanla değişen haberleşme gecikmesi ve sabit eyleyici gecikmesi altında araç takip sistemi için dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü sentezi yapılmıştır. Öncelikle, geliştirilen Bi-Section algoritma ile $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi açıklanmıştır. Sonrasında, Lyapunov yaklaşımı ile $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan LMI çözümü detaylı bir şekilde sunulmuştur. Bölüm 5'de, tez çalışmasında önerilen tüm yöntemler kapsamlı benzetim sonuçları ile analiz edilmiştir. Son olarak, Bölüm 6'da tez çalışmasında ulaşılan sonuçların genel bir değerlendirmesi yapılarak gelecek çalışmalara yönelik öngörüler sunulmuştur.

2. KAVRAMSAL TEMELLER

Bu tezin temel amacı, eyleyici doyumu ve zaman gecikmesi altında Kooperatif Adaptif Seyir Kontrol (KASK) modelinin dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü sentezi yapmaktır. Öncelikle, KASK sürüş modeli ile araç takibi için temel kavramların detaylı bir şekilde incelenmesi gerekir. Bu sayede, kontrolcü sentezini doğrudan etkileyen araç takip senaryosu oluşturulur. Ayrıca, araç için doğrusal olmayan dinamik modelin tercih edilmesi özellikle eyleyici doyumu açısından kritik öneme sahiptir. Çünkü, doğrusal olmayan dinamik model denklemleri araca etkiyen kuvvet değerleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu kuvvet değerleri isteğe bağlı değerler olamaz ve eyleyici doyumunu önlemek için mutlaka sınırlandırılmalıdır. Bu sebeple, kontrol sisteminin kararlılık analizinde araca etkiyen kuvvetler ve sınır değerleri mutlaka dikkate alınmalıdır. KASK modeli ile araç takibinde diğer önemli konu da güvenli ve konforlu seyahat için araç dizisinin dizi kararlı olmasıdır. Özellikle, eyleyici doyumunun önlenmesi için uygun dizi kararlılık koşullarının türetilmesi gerekmektedir. Bölüm 2.1’de, KASK sürüş modeli ile birlikte araç takibi kavramı, araç takip politikası ve dinamik araç modeli açıklanmıştır. Bölüm 2.2’de, araca etkiyen çekiş ve fren kuvvet kısıtları türetilmiş ve hıza bağlı ivme kısıtları formüle edilmiştir. Güvenli araç takibi için dizi kararlılık kavramı bölüm 2.3’de sunulmuştur. Son olarak bölüm 2.4’de optimal kontrol probleminin tanımı ve çözümü için gerekli tanımlar yapılmıştır.

2.1 Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü

KASK sistemi, Şekil 2.1’de gösterildiği üzere n tane araçtan oluşan araç dizisinin araçlar arası kısa mesafede ve otonom olarak güvenli bir şekilde seyahat etmesini amaçlamaktadır.



Şekil 2.1 Araç dizisi

KASK sürüş modelinde, ASK’de olduğu gibi yerleşik sensörler kullanılarak araçlar arası mesafe hesaplanır. Aynı zamanda, araçtan araca (V2V) ve araçtan altyapıya (V2I) kablosuz haberleşme yöntemini kullanarak diğer araçlardan gelen sinyal bilgilerini (örneğin hızlanma, yavaşlama komutları gibi) almaktadır. Bu özellik, KASK’ın ASK’a kıyasla araçlar arası daha kısa mesafede ve daha dengeli sürüş yapmasına olanak sağlar (Feng vd.2020).

Kooperatif kontrole sahip araç dizisinde asıl amaç araç dizisinin kararlılığını sağlamaktır. Genel olarak, dinamik araç modeli dışında araç dizisinin kararlılığını etkileyen başlıca üç faktör: aralık politikası (spacing policy), iletişim topolojisi ve kontrol algoritması olarak gösterilir. Bu kavramlar farklı kombinasyonlar ile bir araya getirilerek KASK sürüş modelini oluşturur. Bu bölümde, araç takibinde önemli olan iki kriter aralık politikası ve iletişim topolojisi incelenmiştir.

2.1.1 Araç takibi

Öncelikle literatürde tanımlanan farklı aralık politikaları açıklanmıştır. Sonrasında, araçtan araca (V2V) kablosuz veri iletimi için kullanılan iletişim topolojileri incelenmiştir.

2.1.1.1 Aralık politikası

Aralık politikası, birbirini takip eden iki araç arasında güvenli takip mesafesini belirleyen kontrol algoritmasının önemli bileşenlerinden birisidir. Aralık politikası, trafik güvenliği ve yol kullanımı üzerinde doğrudan etkiye sahiptir. Şöyle ki, daha kısa mesafede araç takibi trafikte ilerleyen araçların çarpışma riskini arttırırken, daha geniş mesafede araç takibi ise karayolu üzerindeki araç kapasitesini azaltmaktadır. Literatürde, sabit aralık (SA), sabit zaman aralık (SZA) ve değişken zaman aralık (DZA) politikası olmak üzere üç farklı politika tanımlanmaktadır.

Sabit aralık (SA) politikası, yaygın olarak tercih edilen yöntemlerden birisidir. Araçlar arası istenilen uzaklık, durma pozisyonunda araçların tamponları arasındaki sabit $s_{d,i}$ (standstill distance) uzaklık değerine eşittir.

$$d_{i,des} = s_{d,i}, \forall i \in S_n \quad (2.1)$$

Görüldüğü üzere bu mesafe araç hızından bağımsızdır (Huppe vd. 2003, Rajamani ve Zhu 2002, Swaroop ve Hedrick 1999a). Burada $n \in N$ olmak üzere dizideki araç sayısını ve $S_n = \{i \in N \mid 1 \leq i \leq n\}$ olmak üzere i araç indisini göstermektedir. Daha önceki bölümde belirtildiği gibi KASK'ın en önemli motivasyonlardan birisi olan kısa mesafede araç takibini sağlamak ve yol kapasitesini artırmak için ekstra bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bilgi, araç dizisindeki araçların birbiri ile iletişim kurmasıyla elde edilir ve bu durum kontrolcü tasarımını karmaşık hale getirecektir. Diğer tarafta, Swaroop ve Hedrick (1999a) tarafından yapılan çalışmada SA politikasının karmaşık sürüş koşullarına uyum sağlayamadığı ve araç dizisinde meydana gelebilecek olumsuz bir durumda yeterli olmadığı açıkça gösterilmiştir. SA politikası kullanılarak dizi kararlılık koşulları sağlanırken düşük kapasitede yol kullanımına sebep olduğu Santhanakrishnan ve Rajamani (2003) tarafından yapılan çalışmada belirtmiştir.

Araç dizisi boyunca ilgili sinyallerde (hız, ivme, mesafe hatası vb.) meydana gelen değişimlerin etkisini doğal olarak azaltan alternatif yöntem sabit zaman aralık (SZA) politikası ile tanımlanır (Chen vd. 2021, Hwang ve Yurkevich 2006, Shaw ve Hedrick 2007a). SZA, en son literatür çalışmalarında yakalama zamanı (h_i) ve araç hızı (v_i) ile birlikte şu şekilde ifade edilmiştir.

$$d_{i,des} = s_{d,i} + h_i v_i \quad (2.2)$$

SZA politikası, hıza bağlı olarak araçlar arası mesafenin düzenlenmesini ve bu mesafenin dizi boyunca korunmasını sağlar (Ren vd. 2007). SA politikasına kıyasla, SZA politikasının araç dizisinin güvenliğini ve kararlılığını sağlamada daha güçlü bir yöntem olduğu görülür. Ploeg vd. (2014) tarafından yapılan çalışmada araç dizisinin

performansını iyileştirmek için SZA politikasının daha iyi bir potansiyele sahip olduğunu belirtmiştir.

Son olarak değişken zaman aralık (DZA) politikası, farklı durumlarda istenilen ilerlemeyi değiştirebilmek için doğrusal olmayan bir ifade ile tanımlamaktadır. DZA politikası, araçlar arası mesafeyi daha esnek hale getirebilir, daha karmaşık sürüş ortamlarına uyum sağlayabilir, yol kullanımını ve trafik akış kararlılığını iyileştirebilir (Chen vd. 2021). Ağır hizmet araçları için analiz edilen DZA politikasının bir örneği Yanakiev vd. (1998) tarafından yapılan çalışmada gösterilmiştir. Fakat, DZA politikasının SZA politikasından daha karmaşık analizler gerektirdiği de belirtilmiştir. Ayrıca, DZA politikası ile KASK modelinin kullanımı hala devam eden bir araştırma konusu olduğunu da belirtmek gerekmektedir.

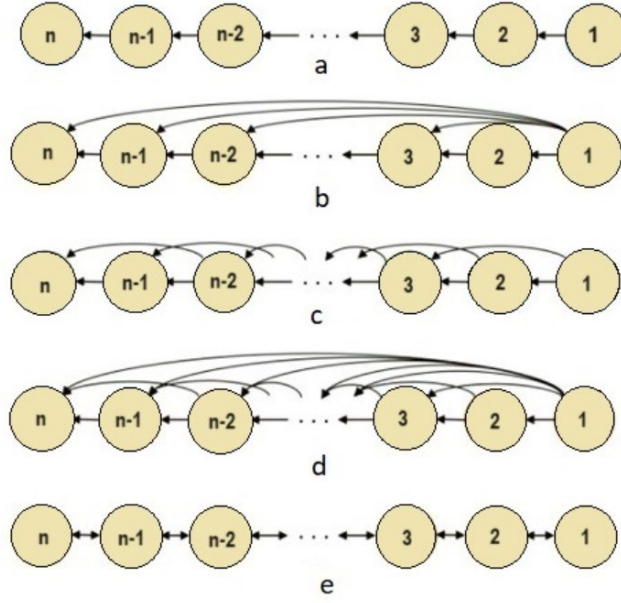
Bu doğrultuda, SZA politikasının diğer iki aralık politikasına göre dizi kararlılık analizi için daha uygun bir yöntem olduğu görülür. Bu tez çalışmasında, KASK donanımlı araç dizisinde araçlar arası istenilen mesafe bilgisini elde etmek için SZA politikası tercih edilmiştir.

2.1.1.2 İletişim topolojisi

İletişim topolojisi, KASK sürüş modelinde araçlar arası ve/veya altyapı arasında bilgi akışının nasıl sağlandığı gösterir. İletişim topolojisi, kontrolcü tarafından kullanılan bilgiler doğrultusunda belirlenir ya da topoloji bilgisine göre kontrolcü sentezi yapılır. İletişim topolojileri, merkezi kontrolcü ve merkezi olmayan kontrolcü olmak üzere iki ana grupta sınıflandırılır. Merkezi kontrolcüler aynı zamanda “akıllı yol” sistemleri olarak da adlandırılır (Naus vd. 2010). Merkezi kontrol sistemindeki kontrolcü iletişim halindeki tüm araçlardan veri toplar, yorumlar ve her araç için uygun bir yanıt belirtir. Kontrolcü yanıtının, araç dizisindeki her araca ulaşabilmesi için merkezi bir konumda bulunması gerekmektedir. Bu nedenle, merkezi kontrol sistemi için gerekli olan iletişim ağının boyutu nedeniyle ciddi ekonomik yatırıma ihtiyaç duyulmaktadır (Huang ve Ren 1997, Naus vd. 2010, Ploeg vd. 2013).

Diğer tarafta, Akıllı Araç ve Karayolu Sistemi (AAKS) olarak önerilen bir diğer sistem daha önceki bölümlerde bahsedilen AUS sistemidir. Bu sistemde, yalnızca araçtan araca iletişimi kullanmak üzere, "akıllı araba" sistemi olarak da adlandırılan ve merkezi olmayan bir kontrol sistemi kullanılmaktadır. AUS ile ilgili yapılan son çalışmaların birçoğunda merkezi kontrol yerine merkezi olmayan kontrole odaklanılmıştır. Çünkü, iletişim sisteminin yapısı mevcut altyapı için daha az yatırım gerektirmektedir (Ploeg 2014).

Merkezi olmayan kontrol sistemleri için literatürde çeşitli iletişim topolojileri sunulmaktadır. Başlıca iletişim topoloji türleri Şekil 2.2'de sırasıyla: öncül araç takibi (ÖAT), öncül-lider araç takibi (ÖLT), iki öncül araç takibi (İÖT), iki öncül-lider araç takibi (İÖLT) ve çift-yönlü araç takibi (ÇAT) olarak gösterilir. Şekil 2.2 (a,b,c,d) yapılarında tek yönlü haberleşme, Şekil 2.2 (e) yapısında ise çift-yönlü haberleşme kullanılır. ÖLT ve İÖLT iletişim yapılarında (Şekil 2.2 b, d) lider aracın gerekli olan tüm sinyal bilgilerini tüm takipçi araçlara aktarması gerekmektedir. Ancak, araç dizisinin uzunluğu arttıkça bu iletişim zorlaşmaktadır (Yu vd. 2018). İÖT yapısında (Şekil 2.2 c) aynı anda ardışık iki araç arasında ve araç i ile araç $i + 2$ arasında tek yönlü veri akışı gerçekleşir. ÇAT topolojisinde (Şekil 2.2 e), her takipçi aracın aynı anda önünde ve arkasında bulunan araca bilgi iletmesi ve alması gerekmektedir. Bu ise araç dizisindeki her araç için ileri ve geri yönlü sinyal bozulmalarının incelenmesini gerektirir. Bu durum, araç dizisindeki kararlılık analizini oldukça karmaşık hale getirmektedir (Peppard 1974, Yanakiev vd. 1998).



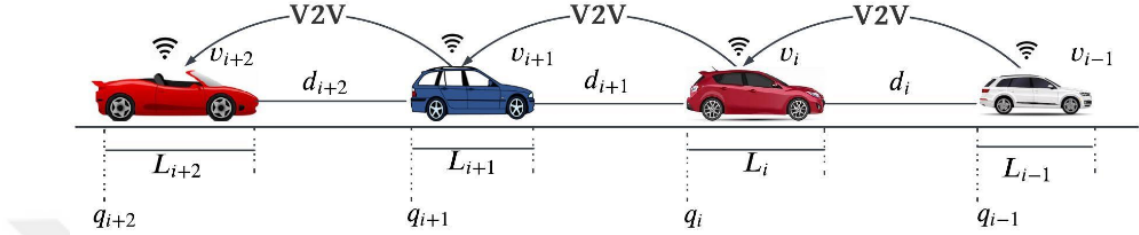
Şekil 2.2 İletişim topolojileri: a) ÖAT b) ÖLT c) İÖT d) İÖLT e) ÇAT (Wang vd. 2018)

Diğer tarafta, ÖAT iletişim yapısında (Şekil 2.2 a), her araç yalnızca önündeki araçtan aldığı bilgi sinyalini değerlendirdikten sonra arkasındaki takipçi araca iletir. Bu yapının pratikteki avantajı, yalnızca arka arkaya birbirini takip eden iki araç bilgisine ihtiyaç duymasındır. Bu sayede, dizideki her bir aracın daha kısa sürede yanıt vermesini sağlayarak dizideki araçların daha güvenli seyahatini sağlar. Aynı zamanda, haberleşme gecikmesinin kaçınılmaz olduğu gerçek trafik koşullarında araçlar arası tek yönlü sinyal iletiminin olması kontrolcü tasarımında avantaj sağlar (Wang vd. 2018). Bu önemli özelliklerinden dolayı ÖAT topolojisi literatürde en çok tercih edilen iletişim yapısıdır.

Daha basit bir iletişim yapısının kullanılması özellikle kontrolcü tasarımında çok daha fazla kolaylık sağlayacaktır. Bu sayede, araç dizisinin kararlılığını sağlamak için gerekli olan analizlerinde aynı oranda sadeleşmesine yardımcı olacaktır. Buna göre, ÖAT yapısı diğer topolojiler arasında en basit ve dolayısıyla da en çok tercih edilen iletişim yapısıdır. Tez çalışmasında, KASK sürüş modelinin önemli bir parçası olan iletişim ağı için ÖAT yapısı tercih edilmiştir.

2.1.1.3 Araç takip senaryosu

KASK sürüş modeli için oluşturulan araç takip senaryosu Şekil 2.3 ile gösterilmiştir. Araçlar arası istenilen mesafeyi düzenlemek için SZA politikası ve tek yönlü sinyal iletimini sağlamak için ÖAT topolojisi kullanılmıştır.



Şekil 2.3 KASK donanımlı araç dizisi

Bu senaryoya göre, araç i ve $i - 1$ arasındaki araçlar arası mesafe (d_i) şu şekilde ifade edilmektedir.

$$d_i = q_{i-1} - q_i - L_i \quad (2.3)$$

Burada, i . aracın arka tampon konumu q_i ve uzunluğu L_i ile gösterilmiştir. Mesafe bilgisi (d_i), sensör ölçümleri (RADAR ya da LİDAR) kullanılarak hesaplanmaktadır. Mesafe hatası (e_i) ise araçlar arası mesafe (d_i) ve istenilen mesafe ($d_{i,des}$) farkı alınarak hesaplanır. Aşağıda verilen (2.2)'de yerine yazıldığında hıza bağlı mesafe hatası şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$e_i = d_i - d_{i,des} = (q_{i-1} - q_i - L_i) - (s_{d,i} + h_i v_i) \quad (2.4)$$

Araç takibinde, araçların kararlı ve güvenilir sürüş gerçekleştirmesi için mesafe hatasının araç dizisi boyunca artmaması beklenir. Aksi bir durum, araçlar arasında iletilen ilgili sinyal genliklerinin dizi boyunca arttığını göstermektedir. KASK sürüş modeli ile oluşturan araç dizisi kararsız hale gelecektir.

2.1.2 Araç dinamikleri

KASK donanımlı araç dizisini oluşturan önemli bileşenlerden birisi de araç dinamiğidir. Literatürde çoğunlukla analizi daha kolay olduğundan ikinci dereceden araç modeli tercih edilmektedir (Chen vd. 2020a, Li vd. 2019). İkinci dereceden araç modeli, güç aktarma sistemi dinamiklerinde eyleyici gecikmesine neden olabilir ve kararsızlığa yol açabilir (Li vd. 2015, Zhou ve Peng 2005, Liang ve Peng 1999).

Diğer tarafta, gerçekte araç dinamiği motor, fren kuvveti, aerodinamik sürtünme, yuvarlanma direnci ve yer çekimi kuvveti vb. doğrusal olmayan araç dinamiklerini içermektedir. Bir araç dizisinde her araç genellikle motor veya fren sistemi kullanılarak kontrol edilir. Araç girişi (motor ve fren) yapı sınırlamaları nedeniyle keyfi değerler olamayacağından kontrolcü tasarımında mutlaka dikkate alınmalıdır.

Ayrıca, doğrusal olmayan araç modeli teorik analiz için uygun değildir. Araç modelinin güç aktarım sisteminin giriş / çıkış davranışlarını yaklaşık olarak hesaplamak için çoğunlukla geri besleme doğrusallaştırma tekniği ya da alt katman kontrol tekniğini kullanılır (Li vd. 2015, Shladover vd. 1991, Stankovic vd. 2000, Zheng vd. 2014).

Bir sonraki bölümde, ilk olarak tez kapsamında kullanılan doğrusal olmayan dinamik araç modeli detaylı olarak açıklanmıştır. Sonrasında, doğrusal olmayan araç dinamiklerine geri besleme doğrusallaştırma yöntemi uygulanarak üçüncü dereceden doğrusal araç modeli elde edilmiştir.

2.1.2.1 Doğrusal olmayan araç modeli

Doğrusal olmayan araç modeli, araca etkiyen tüm kuvvetler ve aralarındaki ilişki türünden tarif edilmektedir. Newton'un ikinci yasasına göre i . aracın boylamsal net kuvveti şu şekilde hesaplanır (Xiao ve Gao 2011).

$$M_i a_i = F_{i,L} - F_{i,A} - F_{i,R} - F_{i,G} \quad (2.5)$$

Eşitlikte, $F_{i,L}$ boylamsal hareketi üzerine uygulanan $F_{i,T}$ çekiş kuvveti (aracın hızlanması) veya $F_{i,B}$ frenleme kuvvetini (aracın yavaşlaması) ifade etmektedir. $F_{i,A}$ aracın aerodinamik direnci, $F_{i,R}$ aracın yuvarlanma direnci ve $F_{i,G}$ yerçekimi direncini göstermektedir. Araç i için aerodinamik direnç şu şekilde formüle edilir.

$$F_{i,A} = \sigma_i A_i c_{i,d} \frac{(v_i + V_{wind})^2}{2} \quad (2.6)$$

Burada, σ_i , A_i , $c_{i,d}$ ve V_{wind} sırasıyla havanın özgül kütlesi, i . aracın enine kesit alanı, sürüklenme katsayısı ve rüzgâr hızını göstermektedir. Son olarak, yuvarlama katsayısı $f_{i,R}$, yerçekimi sabiti g , yol yüzeyi ile yatay düzlem arasındaki açı Θ kullanılarak yuvarlanma direnci şu şekilde tanımlanır.

$$F_{i,R} = f_{i,R} M_i g \cos(\Theta) \quad (2.7)$$

Yer çekimi kuvveti $F_{i,G}$ şu denklem ile tanımlanır.

$$F_{i,G} = M_i g \sin(\Theta) \quad (2.8)$$

Toplam kütle M_i değeri ise araç kütlesi m_i , motor eylemsizliği $J_{i,E}$, tekerlek yarıçapı r_i ve vites dişli oranı $\epsilon_{i,0}$ kullanılarak şu şekilde hesaplanır.

$$M_i = m_i + \frac{J_{i,E}}{r_i^2} \epsilon_{i,0}^2 \quad (2.9)$$

Bu tez çalışmasında; araçların düz, yatay bir yolda ve aynı yönde ilerlediği varsayılır. Bu durumda, yol yüzeyi ile yatay düzlem arasındaki açı $\Theta = 0$ ve rüzgâr hızı $V_{wind} = 0$ kabul edilir. Böylece, eşitlikler $F_{i,G} = 0$ ve $F_{i,R} = f_{i,R} M_i g$ olarak sadeleşir.

Ayrıca, motor dinamiği doğrusal olmayan diferansiyel denklem ile tanımlanır (Caudill ve Garrard 1976, Shladover 1991).

$$\dot{F}_{i,L} = \frac{F_{i,D}}{\tau_i} - \frac{F_{i,L}}{\tau_i} \quad (2.10)$$

Eşitlikte, $F_{i,D}$ istenilen boylamsal kuvveti ve τ_i yürüyen aksam zaman sabitini ifade etmektedir. Basit motor modeli, ortam sıcaklığı, motor sıcaklığı, rakım, bujilerin durumu, şanzıman dinamikleri vb. gibi parametreleri içermez. Bu sayede, karmaşık motor model parametrelerinden kurtularak denklemlerin sadeleşmesi sağlanır.

2.1.2.2 Geri besleme doğrusallaştırması

KASK sürüş modeli yalnızca doğrusal araç modeli için uygundur. Bir önceki bölümde tanımlanan doğrusal olmayan araç denklemlerinin doğrusal hale getirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, araç dizisindeki i . aracın giriş / çıkış davranışını doğrusallaştırmak için doğrusallaştırma yöntemi uygulanmıştır. Öncelikle, sadeleştirilen (2.5) ve (2.10) ele alınmıştır. İlk olarak, (2.5)'in zamana göre türevi alındığında şu eşitliğine ulaşılmaktadır.

$$\dot{F}_{i,L} = M_i \dot{a}_i + \sigma_i A_i c_{i,d} v_i a_i \quad (2.11)$$

Buna göre, eşitlik $F_{i,L}$ ve $\dot{F}_{i,L}$ ifadeleri (2.10)'da yerine yazıldığında aşağıda verilen eşitlik elde edilmektedir.

$$\tau_i (M_i \dot{a}_i + \sigma A_i c_{i,d} v_i a_i) + M_i a_i + \frac{1}{2} \sigma A_i c_{i,d} v_i^2 + f_{i,R} M_i g = F_{i,D} \quad (2.12)$$

Sonuç olarak, i . aracın boylamsal hareketi için doğrusal olmayan model elde edilmiş olur (Xiao ve Gao 2011). Buna göre (2.12) ile tanımlanan doğrusal olmayan modeli doğrusal hale getirmek için aşağıda tanımlanan kontrol yasası kullanılmıştır.

$$F_{i,D} = M_i u_i + \frac{1}{2} \sigma A_i c_{i,d} v_i^2 + \tau_i \sigma A_i c_{i,d} v_i a_i + f_{i,R} M_i g \quad (2.14)$$

Burada, u_i dizayn edilecek girdi sinyali ifade etmektedir. Kontrol yasası iki önemli avantaj sağlamaktadır:

1. Araç dinamiklerinin girdi-çıkı davranışının duygusallaşmasını sağlar.
2. Araç dinamiklerinden karakteristik parametreleri (örneğin, aracın kütlesi, mekanik sürüklenme, vb.) çıkartarak denklemleri sadeleştirir.

Buna göre, kontrol yasası (2.13) ile birlikte geri besleme duygusallaşması uygulanır. Kontrol yasası, (2.12)'de yerine yazıldığında doğrusal eşitlik elde edilmektedir.

$$\tau_i \dot{a}_i + a_i = u_i \quad (2.14)$$

Bu hesaplamalar doğrultusunda, üçüncü derece araç modeli şu şekilde ifade edilmektedir (Shaw ve Hedrick 2007, Sheikholeslam ve Desoer 1990).

$$\dot{q}_i(t) = v_i(t) \quad (2.15)$$

$$\dot{v}_i(t) = a_i(t) \quad (2.16)$$

$$\dot{a}_i(t) = -\frac{1}{\tau_i} a_i(t) + \frac{1}{\tau_i} u_i(t) \quad (2.17)$$

KASK kontrolcüsü, dinamik sistemdeki eyleyici gecikmesi nedeniyle istenilen hızlanma ya da yavaşlamayı sağlayabilmek için yalnızca gecikmiş bilgiye erişebilmektedir. Bu durumda, (2.17)'de girdi sinyali (u_i) eyleyici gecikmesi (ϕ_i) ile $u_i(t - \phi_i)$ olarak iletilmektedir.

$$\dot{a}_i(t) = -\frac{1}{\tau_i} a_i(t) + \frac{1}{\tau_i} (t - \phi_i) \quad (2.18)$$

Araca hızlanma veya yavaşlama komutu verildiğinde, aracın bu komut sinyaline yanıt vermek için ϕ_i saniyelik bir gecikmeye maruz kalmaktadır. Buna göre (2.15), (2.16) ve (2.18) kullanılarak araç dizisinin durum uzay modeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t - \phi_i) \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_i(t) \\ \dot{v}_i(t) \\ \dot{a}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i(t) \\ v_i(t) \\ a_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_i} \end{bmatrix} u_i(t - \phi_i) \quad (2.20)$$

Üçüncü dereceden araç dinamik modeli, iki dereceli araç dinamik modeline kıyasla boylamsal araç dinamiğinin daha gerçekçi bir temsilidir. İkinci dereceli modelden farklı olarak motor dinamiklerini ve hızlanma/fren araç dinamiğinin doygunluğunu içermektedir (Bechlioulis vd. 2014, Guo vd. 2018, Kwon ve Chwa 2014, Verginis vd. 2018). Bir aracın hızlanmasının veya yavaşlamasının isteğe bağlı olarak kontrol edilebileceğini gösterir. Ayrıca, bu model ivmelenmenin değişim oranı olan sarsıntı sinyalini de içermektedir. Sarsıntı sinyalinin kontrol edilmesi yolcuların daha konforlu seyahat edebilmesini sağlar.

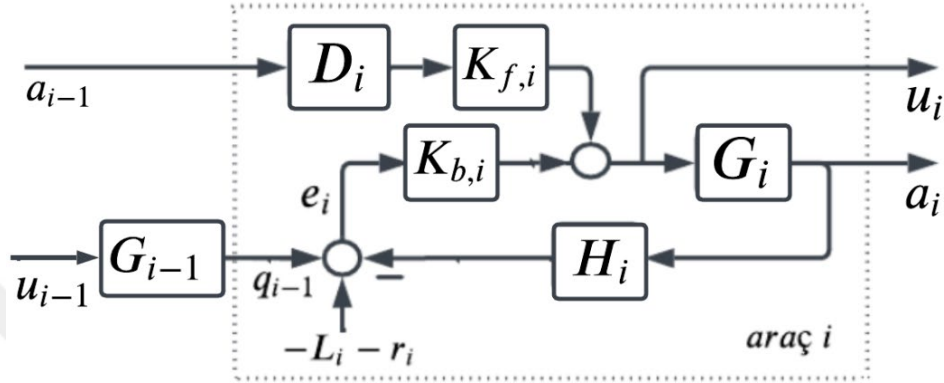
Giriş sinyali ($u_i(t - \phi_i)$) ve pozisyon sinyali ($q_i(t)$) arasında gerekli işlemler yapıldığında, (2.21) ile gösterilen transfer fonksiyon elde edilmektedir (Naus vd. 2010, Ploeg vd. 2013).

$$G_i(s) = \frac{Q_i(s)}{U_i(s)} = \frac{e^{-s\phi_i}}{s^2(1+s\tau_i)} \quad (2.21)$$

Burada, $s \in \mathbb{C}$ Laplace değişkenini göstermektedir. Eşitlikte, $u_i(t)$ ve $q_i(t)$ sinyallerinin Laplace dönüşümleri ise $U_i(s)$ ve $Q_i(s)$ şeklinde gösterilmektedir. Böylece, geri besleme doğrusallaştırması ile düşük seviyeli kontrole (low-level control) dayalı aktarma organlarının doğrusal olmayan dinamik modelinden doğrusal model elde edilmiştir (Sheikholeslam ve Desoer 1993, Yue 2011). Fakat burada, her i . aracın hala doğrusal olmayan dinamik araç parametrelerini içerdiğini tekrar vurgulamak gerekmektedir.

2.1.3 Hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK modeli

Araç topolojisi, aralık politikası ve dinamik araç modelinden sonra tez çalışmasında kullanılan KASK sürüş modeli Şekil 2.4’de gösterilmiştir (Al-Jhayyish ve Schmidt 2018).



Şekil 2.4 Hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK modeli

Genel hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK sisteminin kontrolcüsü temel olarak iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm, RADAR ya da LİDAR gibi yerleşik sensörlere dayalı geri-beslemeli kısımdan oluşmaktadır. Şekilde gösterildiği üzere yakalama zamanı (h_i) ile birlikte $H_i = 1 + sh_i$ bloğu mesafe politikasını tanımlamaktadır. Mesafe hata sinyali (e_i), geri-besleme kontrolcüsü $K_{b,i}$ ile kontrol edilmektedir. İkinci bölüm, bir önceki aracın hedeflenen dinamik davranışını bir sonraki araca ileten ileri-beslemeli kısımdan oluşmaktadır. Daha öncede bahsedildiği üzere KASK sisteminde bu bilgi araçlar arası (V2V) kablosuz haberleşme ile sağlanmaktadır. Doğal olarak, dizinin güvenliği ve kararlılığı bu kablosuz bağlantı ile doğrudan ilişkilidir (Eckhoff vd. 2013, van Nunen vd. 2017). Kablosuz haberleşme sebebiyle oluşan gecikme $D_i = e^{-s\theta_i}$ bloğu ve haberleşme gecikme değeri (θ_i) ile gösterilmiştir. Dolayısıyla, bir önceki araçtan gelen zaman gecikmeli sinyal ileri-besleme kontrolcüsü $K_{f,i}$ ile kontrol edilmektedir. Bu sürüş sistemine göre, araç dizisinde bulunan her i . aracın ivme sinyalleri arasındaki kapalı-döngü transfer fonksiyonu şu şekilde ifade edilir.

$$\Gamma_i(s) = \frac{A_i(s)}{A_{i-1}(s)} = \frac{G_i(K_{b,i} + s^2 D_i K_{f,i})}{1 + K_{b,i} H_i G_i} \quad (2.22)$$

Genel olarak, literatürde KASK modeli üzerinden mesafe hata sinyaline bağlı kapalı-döngü transfer fonksiyonları türetilmektedir. Amaçlanan ise sadece mesafe hata sinyalinin araç dizisi boyunca artmamasını sağlamaktır. Bu bağlamda, KASK donanımlı araç dizisi için kararlılık analizleri gerçekleştirilir. Fakat, mesafe hata sinyali üzerinden yapılan kararlılık analizinde ivme sinyalinin limit değerinde oluşabilecek aşmalar ihmal edilir. Öyle ki, gerçek araç modelinde her aracın yapısından dolayı farklı çekiş / fren kuvvet değeri ve buna bağlı olarak ulaşabileceği farklı ivme değeri vardır. Dolayısıyla, gerçek araç modelinin kullandığı KASK sisteminde ivme sinyali kontrol edilmez ise eyleyici doyumunun oluşması kaçınılmazdır. Beklendiği üzere bu durum araç dizisinde kararsızlığa yol açacaktır. Bu nedenle, tez çalışmasında özellikle ivme sinyaline bağlı kapalı-döngü transfer fonksiyonu türetilmiştir. Kapalı-döngü transfer fonksiyonu $\Gamma_i(s)$ ile birlikte farklı hız değerlerinde ivme sinyalinde oluşabilecek sinyal aşmaları incelenebilir.

KASK donanımlı araç dizisinin kararlılığı iki farklı araç dizisi için tanımlanmaktadır. Homojen araç dizisi, tüm araçların aynı olduğu bir araç dizisinin kararlılığını ifade etmektedir. Araçlar aynı araç dinamiği, aynı mesafe politikası, aynı boylamsal kontrolcü vb. ile ifade edilmektedir (Ploeg, 2014). Dolayısıyla, her i . araç aynı kapalı-döngü transfer fonksiyonu ile ifade edilmektedir. Her i . araç için $\Gamma_i(s) = \Gamma(s)$.

Diğer tarafta, heterojen araç dizisinde her aracın farklı araç dinamiklerine sahip olduğu araç dizisinin kararlılığını ifade etmektedir (Naus vd. 2010). Bu ise gerçek trafik koşulları için daha gerçekçidir. Heterojen araç dizisinde kapalı-döngü transfer fonksiyonu $\Gamma_i(s) \neq \Gamma_{i-1}(s)$.

Bununla birlikte, araç dinamiklerinden daha önemli düzeyde bir heterojenlik mevcuttur. Bu durum heterojen araçlardan oluşan bir araç dizisinde her aracın farklı motor kuvvet değerine sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Heterojen motor kuvveti dikkate alınmadığı durumda araçların motor kuvveti doyum sınırına ulaştığında dizi kararlılığı

kaybolabilir. Örneğin, bir ticari araç ve birden fazla spor aracın olduğu bir araç dizisinde ticari aracın motor kuvveti spor aracın hızına yetişmesine engel olacaktır.

Tez çalışmasında, heterojen araç dizisi için kararlılık analizi yapıldığından, kararlı araç dizisi için her aracın ulaşabileceği kuvvet limitlerinin incelenmesi gerekmektedir. Bir sonraki bölümde, gerçek araç modelinde araca yol üzerinde etkiyen maksimum çekiş / fren kuvveti ve araç motoru tarafından üretilen çekiş kuvvetinin tanımları yapılmıştır. Bu kuvvetler, aracın hızlanma ve yavaşlama ivme değerini doğrudan etkilediğinden aralarındaki ilişki detaylı olarak verilmiştir.

2.2 Çekiş ve Fren Kuvveti

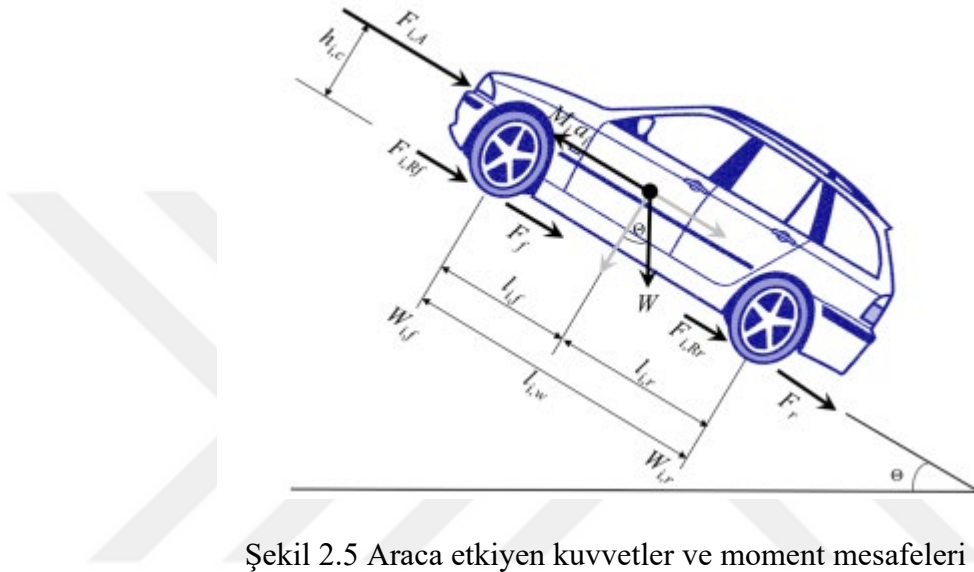
Karayolu üzerinde araçların performansını belirleyen iki ana karşıt kuvvet: çekiş kuvveti (aynı zamanda itme olarak da adlandırılır) ve direnç kuvveti olarak adlandırılır. Çekiş kuvveti, yol üzerinde iş yapmak için mevcut olan kuvvettir. Direnç kuvveti ise aracın hareketini engelleyen kuvvet olarak tanımlanır.

Bölüm 2.1.2.1 ile *i*. araca etkiyen net kuvvet (2.5) ile ifade edilmiştir. Araç üzerine etkiyen direncin üstesinden gelmek ve aracı hızlandırmak için mevcut olan çekiş kuvvetinin analiz edilmesi gerekmektedir. Bu çekiş kuvveti, araç motoru tarafından üretilen kuvvet ya da yol yüzeyi-lastik arayüzünün özelliklerine bağlı bazı maksimum değerler tarafından belirlenmektedir. Sonraki bölümlerde, bu kuvvetler ile ilgili detaylı bilgiler verilmiştir.

2.2.1 Maksimum çekiş kuvveti

Araç motoru, yol yüzeyinde ne kadar kuvvet uygularsa uygulasin lastiklerin patinaj yapmasına neden olan bir sınır noktası vardır. Bu sınır değerinde, aracın direnç üstesinden gelmesi ya da hızlanması mümkün değildir. Bu sebeple, aracın hareketini sağlayacak olan kuvveti analiz etmek önemlidir.

Öncelikle, maksimum çekiş kuvveti olarak adlandırılan ve tekerleğin patinaj yapmaya başladığı bu sınır değeri formüle edilmiştir. Şekil 2.5 ile araca etkiyen kuvvet ve momentler gösterilmiştir. Burada, $l_{i,r}$ arka aksın ağırlık merkezine olan mesafesini, $l_{i,w}$ dingil mesafesi uzunluğunu ve $h_{i,c}$ ağırlık merkezinin yüksekliğini ifade etmektedir (Mannering ve Washburn 2020).



Şekil 2.5 Araca etkiyen kuvvetler ve moment mesafeleri

Ayrıca, $W = M_i g$, $F_{i,L} = F_{i,f} + F_{i,r}$ ve $F_{i,R} = F_{i,Rf} + F_{i,Rr}$ eşitlikleri yazılır. Buna göre, arka dingil üzerindeki yük değeri $W_{i,r}$ ise momentlerin toplanmasıyla şu şekilde hesaplanır.

$$F_{i,A} h_{i,c} - W h_{i,c} \sin(\Theta) + W l_{i,r} \cos(\Theta) + M_i a_i h_{i,c} - W_{i,r} l_{i,w} = 0 \quad (2.23)$$

Ayrıca, $\cos(\Theta) = 1$ ve $\sin(\Theta) = 0$ olduğundan (2.23) aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$F_{i,A} h_{i,c} + W l_{i,f} + M_i a_i h_{i,c} - W_{i,r} l_{i,w} = 0 \quad (2.24)$$

Burada, eşitlik (2.24) şu şekilde tekrar yazılarak düzenlenir.

$$W_{i,r} l_{i,w} = W l_{i,f} + F_{i,A} h_{i,c} + M_i a_i h_{i,c} \quad (2.25)$$

$$W_{i,r} = \frac{l_{i,f}}{l_{i,w}} W + \frac{h_{i,c}}{l_{i,w}} (F_{i,A} + M_i a_i) \quad (2.26)$$

Sonrasında, (2.5) ile tanımlanan $M_i a_i = F_{i,L} - F_{i,A} - F_{i,R}$ eşitliği (2.26)'da yerine yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$W_{i,r} = W \frac{l_{i,f}}{l_{i,w}} + \frac{h_{i,c}}{l_{i,w}} (F_{i,L} - F_{i,R}) \quad (2.27)$$

Karayolu yüzeyi ve lastik etkileşimi tarafından belirlenen maksimum çekiş kuvveti, yol tutuş katsayısı ($\mu_{i,r}$) ve arka dingildeki normal yük ($W_{i,r}$) çarpımı ile bulunur.

$$F_{i,S} = \mu_{i,r} W_{i,r} \quad (2.28)$$

Burada, (2.27), (2.28)'de yerine yazıldığında önden çekişli bir aracın maksimum çekiş kuvveti şu şekilde hesaplanır.

$$F_{i,S} = \mu_{i,r} W \frac{l_{i,r} + f_{i,R} h_{i,c}}{l_{i,w} + \mu_{i,r} h_{i,c}} \quad (2.29)$$

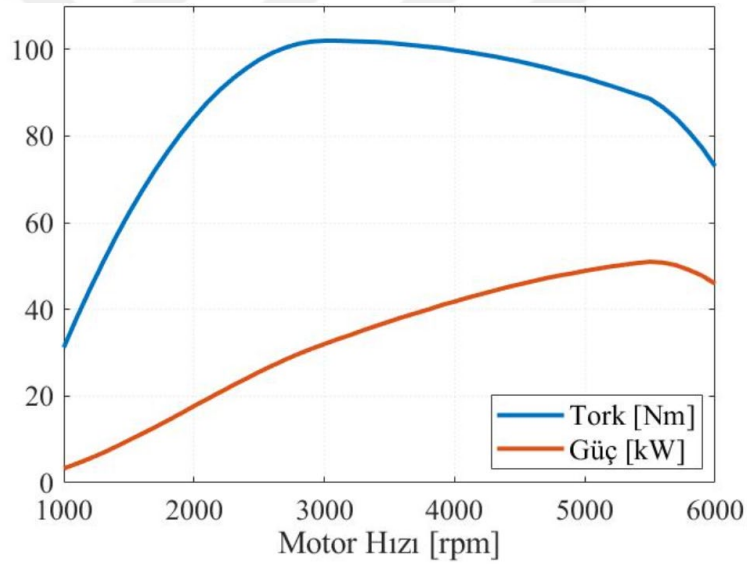
İzin verilen maksimum çekiş kuvveti, aracın ağırlığı ve karayolu yüzeyi ile lastik arasındaki yapışma katsayısı tarafından belirlenir. Ağırlık ve tutunma katsayısı ne kadar fazla olursa, lastik ile karayolu arasında kaymaya neden olmadan tekerleklerle o kadar fazla çekiş kuvveti uygulanabilir.

2.2.2 Motor tarafından üretilen çekiş kuvveti

Araca etkiyen diğer kuvvet, araç motoru tarafından üretilen çekiş kuvveti miktarıdır. Bu kuvvet, çeşitli aktarma organlarının tasarımı ile edilen bir fonksiyon olarak

tanımlanabilir. Motor modelinin tasarımı, yanma odasının şekli, yakıt tipi, yakıt girişi gibi parametreler motorun çıktısı ile bilgi vermektedir.

Motor çıktısının, en yaygın kullanılan iki ölçüsü tork ve güç olduğu bilinmektedir. Tork, motor tarafından üretilen iş ve güç ise beygir gücü olarak ifade edilen motor çalışma oranı olarak tanımlanır. Araç motoru, hızın bir fonksiyonu olarak tork ve güç eğrileri ile karakterize edilebilir. Gerçek tasarım verilerine (Anonymous 1945) göre Audi Q3 1.4 TFSI spor aracı için tork ve güç arasındaki bağlantı Şekil 2.6'da gösterilmiştir. Dolayısıyla, aracın motor çıkış verileri dikkate alındığında motor tarafından üretilen tork ile tahrik tekerleklerine iletilen çekiş kuvveti arasındaki ilişki araca uygulanan kuvvet ile ilgili bilgi vermektedir.



Şekil 2.6 Audi Q3 1.4 TFSI benzinli motor aracın tork-güç grafiği

Fakat, kabul edilebilir araç performansı yani aracın yeterli bir şekilde hızlanmasını sağlamak için gerekli olan çekiş kuvveti, daha düşük araç hızlarında daha yüksektir. Bunun sebebi, maksimum motor torkunun oldukça yüksek motor hızlarında elde edilmesidir. Bu sebeple, yüksek motor devirlerinde vites küçültmek gerekmektedir. Vites küçültme sayesinde, kabul edilebilir araç ivmesi için gerekli mekanik avantaj sağlanmış olur (Mannering ve Washburn 2020). Bu sebeple, tork, vites ve kuvvet arasındaki bağlantı formüle edilmiştir. Motor torkunun ($T_{i,E}$) aktarma organları

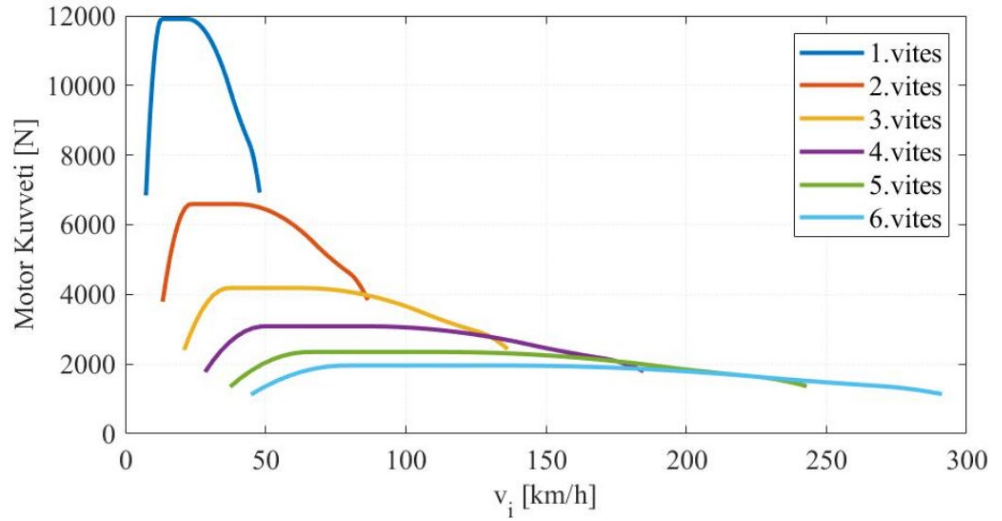
tarafından araç tekerleklerine iletiildiği kabul edilir. Motor kuvveti ($F_{i,E}$) şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$F_{i,E} = \frac{T_{i,E} \epsilon_{i,0} \eta_{i,d}}{r_i} \quad (2.30)$$

Burada, $\eta_{i,d}$ aktarma organlarının verimliliğini gösterir (Mannering ve Washburn 2020). Motorun dönme hızı ($\omega_{i,E}$) ve araç hızı (v_i) arasındaki ilişki şöyle ifade edilmektedir.

$$v_i = \frac{\omega_{i,E} r_i (1 - \lambda_{i,r})}{\epsilon_{i,0}} \quad (2.31)$$

Burada, $\lambda_{i,r}$ tahrik aksının kaymasını göstermektedir. Eşitlikler (2.30) ile (2.31) ve yine eşitliklerdeki $\omega_{i,E}$ ile $T_{i,E}$ arasındaki ilişki kullanılarak, v_i ile $F_{i,E}$ değeri arasındaki bağlantıyı belirlemek mümkündür. Motor bilgisi (Anonymous 1945) ($\omega_{i,E}$ 'dan $T_{i,E}$ 'ye eşleştirme) kullanılarak Audi Q3 1.4 TFSI aracı için motor kuvvet değeri Şekil 2.7'de örnek olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.7 Audi Q3 1.4 TFSI aracı için farklı vites ve hız değerlerinde motor kuvveti

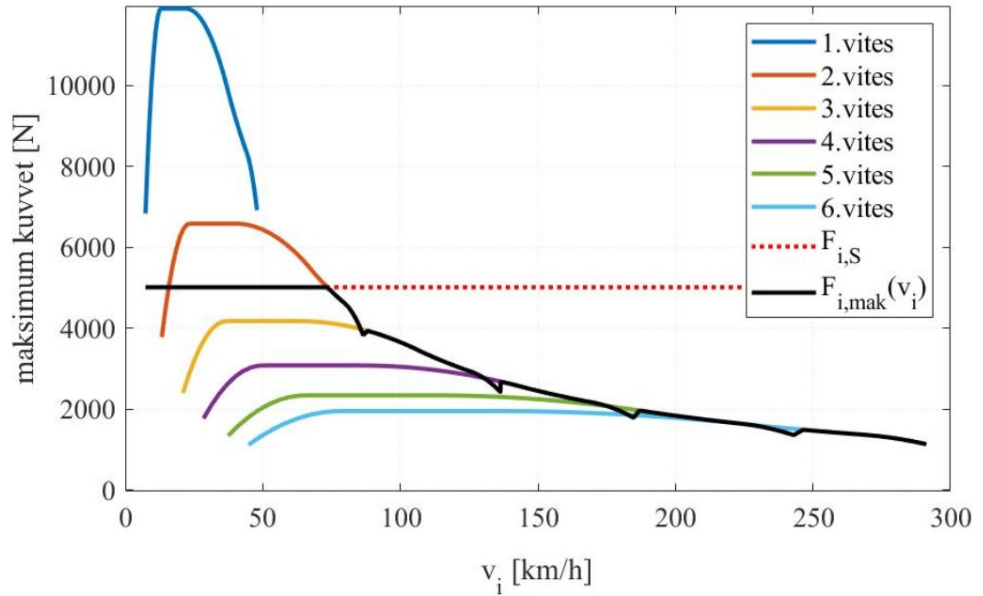
Uygun vites seçilirken her hız değerinin karşılık geldiği bir maksimum kuvvet değeri olduğu şekilden görülmektedir. Maksimum çekiş kuvvetini tanımlamak için hıza bağlı $F_{i,E,max}(v_i)$ fonksiyonun tanımlanmasına gerekmektedir.

2.2.3 Çekiş ve fren kuvvet kısıtları

Bölüm 2.2.1 tanımlanan motor tarafından üretilen hıza bağlı motor kuvveti $F_{i,E,max}(v_i)$ ve bölüm 2.2.2 ile tanımlanan karayolu-lastik arasındaki maksimum tekerlek kuvveti $F_{i,S}$ arasındaki ilişki dikkate alınmalıdır. Aracın kabul edilebilir performansı (örneğin, hızlanması) için bu iki kuvvet aynı anda incelenmesi gerekmektedir. Bu durumda, her i . aracın herhangi bir hız değerindeki maksimum çekiş kuvveti $F_{i,max}(v_i)$, motor kuvveti ve maksimum tekerlek kuvvetinin minimum değeri alınarak bulunabilir.

$$F_{i,max}(v_i) = \min\{F_{i,E,max}(v_i), F_{i,S}\} \quad (2.32)$$

Audi Q3 1.4 TFSI için hesaplanan mevcut çekiş kuvveti $F_{i,max}(v_i)$ Şekil 2.8 ile gösterilmektedir.



Şekil 2.8 Farklı vitesler ve hızlar için maksimum motor gücü

Gösterilen şekilde, $F_{i,S}$ ve $F_{i,E,max}(v_i)$ kuvvet değerlerinin farklılığı görülmektedir. Aracın hızlanması ya da yavaşlaması için yeterli minimum kuvvet hesabı (2.32) ile yapılabilir. Bu özellikle gerçek trafik koşullarında, birden fazla araçtan oluşan bir araç dizisinin karayolundaki güvenli seyahati için kritik öneme sahiptir. Çünkü, $F_{i,max}(v_i)$ değeri doğrudan i . aracın ivme değerine etki etmektedir.

Burada tanımlanan maksimum çekiş kuvvetinin $F_{i,max}(v_i)$, eşitlik (2.5) ile gösterilen aracın boylamsal hareketi için uygulanan $F_{i,L}$ kuvvetine (çekiş ya da frenleme kuvveti) eşit olduğuna dikkat edilmelidir. Dolayısıyla, i . aracın hızlanmasını ya da yavaşlamasını sağlayan ivme sınır değeri, $F_{i,max}(v_i)$ kuvvetine göre farklılık gösterecektir. Buradan çıkartılacak en önemli sonuç, hızlanma ya da frenleme ivme değerinin keyfi değerler olamayacağıdır. Her i . aracın ulaşabileceği maksimum ya da minimum ivme değeri, $F_{i,max}(v_i)$ kuvvetine bağlı olduğundan araçtan araca farklılık gösterecektir. Bu sebeple, her i . aracın maksimum ve minimum ivme kısıtları tez çalışması kapsamında detaylı bir şekilde analiz edilmiştir.

Araç hızına bağlı aracın maksimum ivmesi, (2.5) ve (2.32) kullanılarak türetilmiştir.

$$a_i \leq \frac{F_{i,max}(v_i) - \sigma A_i c_{i,d} \frac{v_i^2}{2} - f_{i,R} M_i g}{M_i} = f_{i,max}(v_i) \quad (2.33)$$

Benzer bir çıkarım frenleme kuvveti için de yapılabilir. Hızlanma sırasındaki maksimum çekiş kuvvetinden farklı olarak, fren eyleyicisinin her zaman maksimum tekerlek kuvvetini sağladığı varsayılır. Bu nedenle, minimum boylamsal frenleme kuvveti $F_{i,min}(v_i)$ doğrudan frenleme sırasındaki maksimum lastik kuvvetine bağlıdır ve aşağıdaki gibi hesaplanır (Mannering ve Washburn 2020).

$$F_{i,min}(v_i) = -\frac{\mu_{i,r} m_i g}{l_{i,w}} [f_{i,R} + h_{i,c}(\mu_{i,r} + l_{i,r})] \quad (2.34)$$

Aynı şekilde, (2.5) ve (2.34) ile birlikte, i . aracın araç hızına bağlı minimum ivme kısıtı aşağıdaki gibi formüle edilir.

$$a_i \geq \frac{F_{i,min}(v_i) - \sigma A_i c_{i,d} \frac{v_i^2}{2} - f_{i,R} M_i g}{M_i} = f_{i,min}(v_i) \quad (2.35)$$

Bu sayede, her i . aracın ulaşabileceği maksimum $f_{i,max}(v_i)$ ve minimum $f_{i,min}(v_i)$ ivme sınır değeri hesaplanmış olur. Bu bilgiler doğrultusunda, KASK donanımlı araçlar ile benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmalarında, dört farklı araç: Honda CR-V (V_1), Fiat 500 1.2 (V_2), Audi Q3 1.4 (V_3), ve Kia Ceed 1.4 (V_4), dikkate alınmıştır. Çizelge 2.1 ile verilen gerçek araç parametreleri kullanılmıştır (Anonymous 1945).

Çizelge 2.1 Gerçek araç parametreleri

Araç	m_i [kg]	$l_{i,w}$ [m]	A_i [m ²]	$h_{i,c}$ [m]	$l_{i,r}$ [m]	r_i [m]	$c_{i,d}$ [-]	$\epsilon_{i,0}$ [-]
V_1	1610	2.66	2.58	1.68	1.6	0.398	0.33	9.543
V_2	865	2.3	2.01	1.49	1.41	0.292	0.325	3.438
V_3	1385	2.603	2.44	1.59	1.571	0.343	0.33	4.562
V_4	1188	2.65	2.2	1.48	1.546	0.311	0.32	4.4

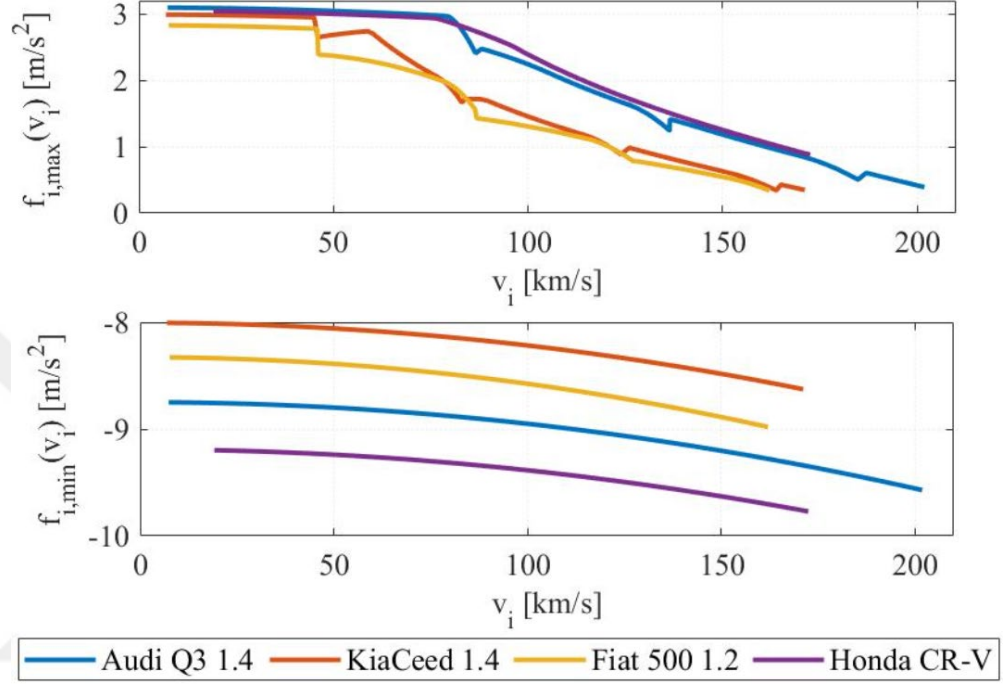
Bu parametrelere ek olarak, çizelge 2.2 ile verilen değerler araç modeline özgü olmadığından her i . araç için aynı değerler kullanılmıştır.

Çizelge 2.2 Tüm araçlar için aynı olan parametreler

$\eta_{i,d} = 0.95$ [-]	$\lambda_{i,r} = 0.2$ [-]	$\mu_i, r = 0.85$ [-]	$f_{i,R} = 0.01$ [-]	$\sigma = 1$ kg/m ³
-------------------------	---------------------------	-----------------------	----------------------	--------------------------------

Gerçek araç parametreleri kullanılarak (2.33) ve (2.35)'e göre hesaplanan ivme sınırları, Şekil 2.9 ile gösterilmiştir. Buna göre, Honda CR-V ve Audi Q3 1.4 aracının birbirine

en yakın ve en büyük maksimum ivme değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Buna karşın, diğer iki araç Fiat 500 1.2 ve Kia Ceed 1.4 araçlarının maksimum ivmelerinin daha düşük olduğu kolayca gözlemlenebilir. Benzer şekilde, her araç modelinin farklı minimum ivme sınır değerine ulaştığı görülmektedir.



Şekil 2.9 Araç modelleri için ivme kısıtları

Sonuç olarak, (2.33) ve (2.35) kullanılarak hıza bağlı araç ivmesindeki sınırlar elde edilmiştir. Özellikle, herhangi i . aracın hızı için (2.36) sağlanmalıdır.

$$f_{i,min}(v_i) \leq a_i \leq f_{i,max}(v_i) \quad (2.36)$$

Bu ancak, boylamsal kuvvet ($F_{i,L}$) (2.32) ve (2.34) limit değerleri arasında kaldığında elde edilmektedir.

Bu sonuçlar doğrultusunda şu çıkarımlar yapılabilir:

1. Her i . aracın ulaşabileceği maksimum çekiş ve minimum frenleme kuvveti araç yapısı gereği farklılık göstermektedir.

2. Çekiş ve frenleme kuvvetindeki bu farklılık, araç dizisinde her i . aracın ulaşabileceği maksimum ve minimum ivme sınırlarının farklı olmasına sebep olmaktadır.
3. Her i . aracın, hızlanma ya da yavaşlama ivmesindeki bu farklılık heterojen araç dizisinde her aracın istenilen ivme değerine ulaşmasına engel olmaktadır.
4. Özellikle, Şekil 2.9'a göre herhangi bir hız değişim manevrasında düşük ivme değerine sahip lider aracı daha yüksek ivmeye sahip bir araç takip ettiğinde (2.36) eşitsizliğinin ihlal edileceği görülmektedir. Bu durumda, araç dizisi doğrusal olmayan davranış gösterebilir.

Farklı hız değişim manevralarında kuvvet değerlerine bağlı olarak her aracın ulaşabileceği maksimum ve minimum ivme değerleri bu tez çalışmasında incelenmiştir. Bilindiği kadarıyla hıza bağlı ivme limit değerlerinin dikkate alınarak dizi kararlılık analizinin yapıldığı ilk çalışmadır. Bir sonraki bölümde, dizi kararlılık kavramının genel tanımı ve tez çalışması için tercih edilen dizi kararlılık koşulları açıklanmıştır.

2.3 Dizi Kararlılık Kavramı

2.3.1 Tanım

Birden fazla araçtan oluşan ve birbirini takip eden araç grubu araç dizisi oluşturmaktadır. Araç takibinde temel hedeflerden birisi araçların hem bireysel hem de grup olarak güvenilir ve konforlu bir şekilde seyahatini sağlamaktır. Bu gereksinimleri sağlamak için araçların dizi kararlı davranış sergilemesi gerekir. Aksi bir durumda, yani eğer sistem dizi kararlı değilse, aracın ilgili sinyallerinde (hız, ivme, mesafe hatası vb.) oluşabilecek küçük bir artış araç dizisi boyunca artarak devam edecektir. Bu durum, rahatsız edici sürüş deneyimine, trafik karışıklığına ve hatta araçların çarpışmasına neden olacaktır.

Dinamik bir sistemde kontrolcü tasarımı yapılırken farklı dizi kararlılık tanımları yapılmıştır. Dizi kararlılığı, literatürde performans kriteri ya da kararlılık özelliği olarak kabul edilmiştir (Eyre vd. 1998, Naus vd. 2010, Sheikholeslam ve Desoer 1993).

Bu sebeple, dizi kararlılık kavramı için kesin bir tanım yapılması mümkün değildir. Literatürde, farklı yaklaşımlar ile dizi kararlılık kavramı incelenmektedir. En resmi yaklaşım Lyapunov kavramına dayanmaktadır. Bu yaklaşımda, başlangıç koşulundaki dış bozukluklara odaklanan Lyapunov kararlılık kavramı kullanılmaktadır. Sonuç olarak dizi kararlılığı, birbirine bağlı sistemlerin asimptotik kararlılığı olarak yorumlanmaktadır (Ploeg vd. 2014). Lyapunov yaklaşımının en büyük zorluğu Lyapunov-Krasovskii Fonksiyonel (LKF) yapılarını 36luşturmaktır. Hatta, bazı problemler için bu fonksiyonların çözümü oldukça zordur. İkinci yaklaşımda, esas olarak sonsuz uzunluktaki araç dizisine odaklanılır. Sistemin durum uzay modelinde Fourier dönüşümü kullanır ve karşılık gelen özdeğerler (eigenvalue) analiz edilerek dizi kararlılığı değerlendirilir. Diğer tarafta, performans odaklı yaklaşım en basit yaklaşımdır ve yalnızca doğrusal sistemler için uygundur (Dey vd. 2016). Doğrusal sistemlerde, kontrolcü tasarımında direkt öneriler sunduğundan dolayı dizi kararlılığında daha çok performans odaklı yaklaşım benimsenmiştir (Ploeg vd. 2013). Performansa odaklı yaklaşımda, dizi kararlılığından bahsederken tasarım gereksinimlerine göre istenilen ilgili sinyallerin (mesafe hatası, hız veya ivme sinyali) ilişkisi incelenir. Aşağıda, $\mathcal{L}_2$ -norm ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm için üç farklı kararlılık koşulu tanımlanmıştır. Buna göre, herhangi bir kontrol sisteminin giriş sinyali $u(t)$ ve çıkış sinyali $y(t)$ olarak gösterilsin.

1. $\mathcal{L}_2$ -normları arasındaki ilişki: Bir sistem, $y(t)$ çıkışının $\mathcal{L}_2$ -normu ile temsil edilen enerjisi araç dizisi boyunca yukarı yönde artmıyorsa $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlı olarak tanımlanır.
2. $\mathcal{L}_\infty$ -normları arasındaki ilişki: Sistemin çıkış sinyalinin maksimum büyüklüğü, giriş sinyalinin maksimum büyüklüğünden daha küçük olmalıdır. Bu durumda sistem $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlı olarak adlandırılır.
3. $\mathcal{L}_\infty$ -normları ve pozitif dürtü tepkisi arasındaki ilişki: $\mathcal{L}_\infty$ -norm arasındaki tanıma ek olarak eğer giriş sinyali işaret değiştirmiyorsa, çıkış sinyali her zaman giriş sinyali ile aynı işaretle olmalıdır. Sistem, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlıdır.

Bu kararlılık tanımları, sistemin türünden bağımsızdır ve yeterli koşulların sağlanması durumunda kontrol sisteminin kararlılığı korunur. Bu kararlılık kavramları için gerekli

olan yeterli koşulları açıklamadan önce genel norm tanımları ve aralarındaki bağlantılar bir sonraki bölümde açıklanmıştır.

2.3.2 Matematiksel tanımlar

İlgili çıkış sinyali $y(t)$ ve Laplace dönüşümü $Y(s)$ olan modelde çıkış sinyalleri arasındaki bağlantı $\Gamma(s)$ transfer fonksiyonu ile gösterilsin. Ayrıca, $\Gamma(s)$ transfer fonksiyonunun ters Laplace dönüşümü yani dürtü sinyali $\gamma(t)$ olarak ifade edilsin.

1. $\mathcal{L}_1$ -normu: $\gamma(t)$ sinyalinin $\mathcal{L}_1$ -normu, yani $\|\gamma\|_1$ şu şekilde tanımlanır.

$$\|\gamma\|_1 = \int_0^{\infty} |\gamma(t)| dt \quad (2.37)$$

Bir sinyalin $\mathcal{L}_1$ -normu, belirli bir aralıktaki örneklerin mutlak değerlerinin toplamıdır.

2. $\mathcal{L}_2$ -norm: Dürtü sinyalinin ($\gamma(t)$), $\mathcal{L}_2$ -normu şu eşitlikle ifade edilir.

$$\|\gamma\|_2 = \sqrt{\int_0^{\infty} |\gamma(t)|^2 dt} \quad (2.38)$$

Bir sinyalin $\mathcal{L}_2$ -normu, belirli bir aralıktaki örneklerinin karelerinin toplamının kareköküne eşittir.

3. $\mathcal{L}_\infty$ -norm: Belirtilen aralıktaki sinyalinin en büyük mutlak değerini verir. Dürtü sinyalinin ($\gamma(t)$), $\mathcal{L}_\infty$ -normu şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\|\gamma\|_\infty = \max_{t \in [0, \infty)} |\gamma(t)| \quad (2.39)$$

4. H_∞ -norm: Sistemin tüm sınırlı girişler için giriş ve çıkış sinyalleri arasında sağlayabileceği maksimum büyüme değeri H_∞ -norm ile temsil edilir.

$$\|\Gamma(s)\|_{\infty} = \max_w \|\Gamma(jw)\|_2 = \max_w \bar{\sigma}(\Gamma(jw)) \quad (2.40)$$

Burada, $\|\Gamma(s)\|_{\infty}$ uyarılmış 2-norm veya eşdeğer maksimum değeri ile tanımlanır (maksimum değer $\bar{\sigma}$ ile gösterilir). Norm tanımları ile birlikte aşağıda verilen sonuçlara ulaşılır. İlgili çıkış sinyali ($y(t)$) ve sistemin dürtü sinyali ($\gamma(t)$) arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanır (Eyre vd. 1998).

$$\|\gamma * y\|_{\infty} \leq \|\gamma\|_1 \|y\|_{\infty} \quad (2.41)$$

Eşitlik (2.41), maksimum giriş sinyali ile maksimum çıkış sinyali arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Bu eşitsizlik $\|\gamma\|_1$ ifadesinin çarpımı ile ilişkili olduğundan sinyalin zayıflaması için gerekli ve yeterli gereksinim aşağıda tanımlanır.

$$\|\gamma\|_1 \leq 1 \quad (2.42)$$

Çıkış sinyalini zayıflatmak için bu koşul her zaman yerine getirilmelidir. Fakat, çok basit fonksiyonlar için bile $\|\gamma\|_1$ ile analiz yapmak oldukça zordur. Bu sebeple, analiz için frekans alan yaklaşımı daha çok tercih edilmektedir. Doğrusal sistem analizinden şu eşitsizlik yazılır.

$$|\Gamma(0)| \leq \|\Gamma\|_{\infty} \leq \|\gamma\|_1 \quad (2.43)$$

Burada, (2.40)'dan $\|\Gamma(s)\|_{\infty} = \max_w |\Gamma(jw)|$ eşitliğinin doğruluğu bilinmektedir. Sonrasında, (2.37), (2.43)'de yerine yazıldığında şu eşitsizlik elde edilir.

$$|\Gamma(0)| \leq \left| \int_0^{\infty} \gamma(t) dt \right| \leq \int_0^{\infty} |\gamma(t)| dt = \|\gamma\|_1 \quad (2.44)$$

Eğer $\gamma(t) \geq 0$ olursa, (2.44)'de verilen eşitlik şu şekilde tanımlanır.

$$\|\Gamma\|_{\infty} = \|\gamma\|_1 \quad (2.45)$$

Bu durumda, (2.45)'e göre zaman-alanında tanımlanan $\|\gamma\|_1 \leq 1$ koşulu aşağıda verilen eşdeğer koşulları ile değiştirilir.

$$\|\Gamma\|_\infty \leq 1 \text{ ve } \gamma(t) \geq 0, \forall t \quad (2.46)$$

Bu tanımlar doğrultusunda, dizi kararlılık kavramları için yeterli koşullar bir sonraki bölümde her iki norm için türetilmiştir.

2.3.3 KASK sistemi için dizi kararlılık koşulları

KASK sistemi için dizi kararlılığı koşullarının türetimi bu başlık altında yapılmıştır. Öncelikle, araç sinyalleri arasındaki ilişki tanımlanmıştır. Dizi kararlı transfer fonksiyon $\Gamma_{y,i}(s)$ ile ifade edilsin. Burada y_i sinyali u_i girişi, a_i ivme ve v_i hız sinyallerini ifade etmektedir. Burada, lider aracın giriş sinyali (u_1) ve i . araç arasındaki transfer fonksiyon $P_i(s)$ olmak üzere i . Aracın giriş / çıkış ilişkisi şu şekilde tanımlanır.

$$Y_i(s) = P_i(s)U_1(s) \quad (2.47)$$

Sinyaller $u_1(t)$, $y_i(t)$, $p_i(t)$ Laplace dönüşümleri sırasıyla $U_1(s)$, $Y_i(s)$ ve $P_i(s)$ olarak ifade edilir. Dizi kararlı transfer fonksiyon $\Gamma_{y,i}(s)$ için birbirini takip eden iki aracın çıkış sinyalleri arasındaki ilişki şu eşitlik ile ifade edilir.

$$\Gamma_{y,i}(s) = \frac{Y_i(s)}{Y_{i-1}(s)} = P_i(s)P_{i-1}^{i-1}(s) \quad (2.48)$$

Bölüm 2.3.1 ve 2.3.2 ile açıklanan genel tanımlar doğrultusunda, $\mathcal{L}_2$ -norm ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulları aşağıdaki gibi tanımlanır.

Teorem 2.1. ($\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı) *Bir sistemin $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı ancak aşağıda verilen durumlar sağlanırsa garantilenir.*

1. $\|P_1(j\omega)\|_\infty$ varlığında

$$2. \quad \| \Gamma_i(j\omega) \|_{\infty} \leq 1$$

Eğer, birinci koşulun model tarafından sağlandığı kabul edilirse aşağıda verilen yeterli koşulun sağlanması gerekir (Ploeg vd. 2013).

$$\| \Gamma_i \|_{\infty} \leq 1 \quad (2.49)$$

Buna göre, pratikte bir araç dizisi aşağıda verilen eşitliği sağlıyorsa sistem $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlıdır.

$$\max_{y_{i-1} \neq 0} \frac{\|y_i\|_2}{\|y_{i-1}\|_2} \leq 1 \quad (2.50)$$

Teorem 2.2. ($\mathcal{L}_{\infty}$ -dizi kararlılığı) *Bir sistemin $\mathcal{L}_{\infty}$ -dizi kararlılığı ancak*

1. $\| p_1(t) \|_1$ varlığında
2. $\| \gamma_i(t) \|_1 \leq 1$

şartları gerçekleştiğinde sağlanır.

Teorem 2.2 ile verilen $\| \gamma(t) \|_1$ normunun zaman-alanında analizi oldukça zor olduğundan aşağıda tanımlanan yeterli koşullar ile değiştirilebilir.

Sonuç 2.1. *Buna göre, bir sistem ancak şu yeterli koşulları sağlarsa $\mathcal{L}_{\infty}$ -dizi kararlılığı garantilenir.*

1. $\| p_1(t) \|_1$ varlığında
2. $\| \Gamma_i(s) \|_{\infty} \leq 1$
3. $\gamma_i(t) \geq 0$

Aslında, Teorem 2.2 ile verilen koşullar zayıf $\mathcal{L}_{\infty}$ -dizi kararlılığı olarak bilinmektedir. Bölüm 2.3.1 ile tanımlanan $\mathcal{L}_{\infty}$ -normu ve pozitif dürtü sinyali aynı anda sağlanırsa

güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı olarak adlandırılır. Bunun için Teorem 2.2 ile verilen $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarına ek olarak $\gamma_i(t) \geq 0$ eşitsizliğinin sağlanması ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı garanti edilir.

$$\|\Gamma_i\|_\infty \leq 1 \quad \text{ve} \quad \gamma_i(t) \geq 0, \forall t \quad (2.51)$$

Pratik olarak, aşağıda verilen eşitsizlik sağlanıyorsa, n tane araçtan oluşan bir araç dizisi güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlıdır.

$$\max_{y_{i-1} \neq 0} \frac{\|y_i\|_\infty}{\|y_{i-1}\|_\infty} \leq 1 \quad (2.52)$$

Bu tanımlar doğrultusunda şu çıkarımlar yapılmaktadır (Eyre vd. 1998).

1. Eğer dürtü sinyali pozitif değilse, frekans alanı analizi ile yalnızca $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık şartları garanti edilir. Çünkü H_∞ -normu, uyarılmış $\mathcal{L}_2$ -normunun frekans alanına eşdeğerdir.
2. $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı, istenilen enerji zayıflamasının bir garantisi olarak görülebilir. Fakat, bu durum sinyalin zayıflaması anlamına gelmez.
3. Frekans alanında analizler yapıldığında, $\|\Gamma_i\|_\infty$ ve $\|\gamma_i\|_1$ normlarının eşdeğer olduğu görülmektedir. Bu nedenle, kontrol kazanımları açısından sinyal zayıflamasına karşı aynı eğilimleri gösterirler. Bu anlamda, $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı ve zayıf $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı eşdeğerdir.
4. Diğer tarafta, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı, $\mathcal{L}_2$ veya zayıf $\mathcal{L}_\infty$ -kararlılık normunun varlığında bile her zaman elde edilemeyen pozitif dürtü sinyaline gereksinim duymaktadır.
5. Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı, öndeki aracın ivmesine tepki olarak aşmayı önleyen kontrolcü sentezinin yapılmasına olanak sağlar.

Literatürdeki dizi kararlılık analizlerinin büyük bir bölümü $\mathcal{L}_2$ -normu ile yapılmıştır (Canudas de Wit ve Brogliato 1999, Rogge ve Aeyels 2008, Swaroop ve Hedrick 1999, Klinge ve Middleton 2009a). Diğer tarafta, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -normu sinyallerin maksimum

değerlerini ele aldığı için daha güçlü fiziksel anlama sahiptir. Ayrıca, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını doğrudan araç çarpışmasını önleme koşulu olarak kabul edilebilir (Monteil vd. 2019).

Bu tez çalışmasında, dizi kararlılığı korumak için şu iki önemli maddenin sağlanması hedeflenmektedir.

1. Çıkış sinyal enerjisinin araç dizisi boyunca azalmasını sağlamak.
2. Çıkış sinyal genliğinin (özellikle ivme sinyali), maksimum ve/veya minimum sınır değerlerini aşmasını önlemek.

Bilindiği kadarıyla, literatürde bu iki koşulun aynı anda dikkate alındığı çalışma bulunmamaktadır. Yalnızca, Monteil vd. (2019) tarafından önerilen çalışmada doğrusal araç modeli kullanılarak karışık trafik koşulları için $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık ve $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulları ayrı ayrı incelenmiştir. Fakat, $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı ya da $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık analizi yapılırken ivme sinyalindeki aşmalar dikkate alınmamıştır.

2.4 Minimum-zaman Optimal Kontrol Problemi

Genel olarak, dizi kararlılık analizleri sabit hız değerleri ya da hız değişim manevralarında incelenmektedir. Sabit hız değerlerinde yapılan kararlılık analizinde eyleyici doyumunun oluşturacağı etkiyi gözlemlemek mümkün değildir. Diğer tarafta, farklı hız değişim manevralarında eyleyici doyumunun sistem üzerindeki etkisi gözlemlenebilir. Eyleyici doyumunun etkisini inceleyebilmek için bu tez çalışmasında farklı hız değişim manevralarında araç dizisinin tepkisi incelenmiştir.

Farklı araçlardan oluşan heterojen araç dizisinin karayolundaki hareketi lider aracın yörüngesine bağlıdır. Sadece lider araç yörüngesinin farklı hız değişim manevralarında gerekli dizi kararlılık koşulları için uygun olup olmadığı analiz edilebilir. Eğer lider araç yörüngesi dizi kararlılık koşullarını sağlarsa takipçi araçlar da doğrudan bu koşulları sağlayacaktır. Hızlı bir şekilde analitik yörüngenin hesaplanabilmesi ise özellikle trafikte pratik araç uygulamaları için oldukça önemlidir. Buradan yola çıkarak, minimum sürede ve güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşullarını sağlayan uygun yörüngeler analitik olarak bu tez çalışmasında incelenmiştir. Minimum lider araç yörüngesinin

optimalliğini kontrol etmek için optimal kontrol problemi tanımlanmıştır. Öncelikle, genel optimizasyon denklemi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$J = Y(x(t_f)) + \int_0^{t_f} L(x, u) dt \quad (2.53)$$

Burada, $L(x, u)$ yörünge maliyet (trajectory cost) fonksiyonu ve $Y(x(t_f))$ terminaldeki nihai maliyet fonksiyonu olarak adlandırılır. $L(x, u)$ ve $Y(x(t_f))$ fonksiyonlarının seçimine bağlı olarak problem minimum-zaman, minimum-enerji ya da minimum-zaman-enerji birleşimi şeklinde ifade edilir. Tez kapsamında, optimal minimum-zaman probleminin çözümü yapılacağından $L(x, u) = 1$ ve $Y(x(t_f)) = 0$ olarak alınır. Hız değişimi manevrasında gerekli olan t_f süresi için minimum-zaman probleminde performans kriteri şu şekilde yazılır.

$$\min_u J = \min_u \left\{ \int_0^{t_f} L(x, u) dt \right\} = \min_u \left\{ \int_0^{t_f} 1 dt \right\} = \min_u t_f \quad (2.54)$$

Önceki bölümlerde belirtildiği üzere araç yapısından dolayı girdi sinyalinde (gaz, fren) mutlaka sınır olmalıdır. Girdi sinyalindeki sınırlar, doğrudan ivme sinyaline sınırlandırma getirmektedir. Trafik verimliliğini ve sürüş güvenliğini sağlamak için genellikle yoldaki araçlar için hız sınırlaması vardır. Lider aracın ($i = 1$) hızı aşağıdaki gibi sınırlandırılır.

$$v_s \leq v_1(t) \leq v_f \quad (2.55)$$

Araç hızı, v_s ve v_f arasında monoton bir şekilde değiştiğinde, lider araç ivmesinin $a_1(t)$ pratikte uygun olan belirli bir aralıkla sınırlı olduğu varsayılır. Bu durumda, ivme kısıtı şu şekilde sınırlandırılmalıdır.

$$\alpha_{\min}(v_s, v_f) \leq a_1(t) \leq \alpha_{\max}(v_s, v_f) \quad (2.56)$$

Literatürde, güvenli sürüş için $\bar{a} = 2 \text{ m/s}^2$ ve $\underline{a} = -2 \text{ m/s}^2$ ivme kısıtları önerilmektedir (Matsuzakivd. 2014, Nandi vd. 2015, Wu vd. 2009). Dolayısıyla, ivme sinyali için (2.56)'da tanımlanan kısıt ve literatürde önerilen kısıtlar aynı anda dikkate alınmalıdır.

Bilindiği üzere, hızlanma yoğunluğunun değişmesine bağlı olarak araç içerisinde sarsıntılar meydana gelmektedir. Bu durum ise araç içerisindeki yolcuların güvenli ve konforlu bir şekilde seyahat etmesini engelleyebilir. Bundan dolayı, hızlanan ya da yavaşlayan araç hareketi sırasında sürüş konforunu artırmak için sarsıntı sinyalindeki kısıtlar dikkate alınmalıdır (Grant ve Haycock 2008). Sarsıntı, ivmenin değişim oranı olan ivme vektörünün zamana göre türevine $j(t) = \dot{a}(t)$ eşittir. Doğal olarak, ivme sinyalinde olduğu gibi lider aracın sarsıntı sinyali de sınırlandırılmalıdır.

$$j_{\min} \leq j_1(t) \leq j_{\max} \quad (2.57)$$

Sarsıntı için $\bar{j} = 5 \text{ m/s}^3$ ve $\underline{j} = -5 \text{ m/s}^3$ kısıt aralıkları literatürde önerilmektedir ve sarsıntı için doğrudan bu kısıtlar kullanılabilir (Matsuzakivd. 2014, Nandi vd. 2015, Wu vd. 2009).

Lider araç yörüngesini hesaplamak için ivme ve sarsıntı dikkate alınarak minimum zaman optimal kontrol problemi formüle edilmiştir. Optimal kontrol probleminde durum kısıtı $S(x, u) \leq 0$ (ivme) ve birleştirilmiş girdi kısıtı $M(x, u) \leq 0$ (sarsıntı) ile ifade edilmiştir. Optimal kontrol probleminin çözümü olan giriş $u(t) = u^*$ ve durum $x(t) = x^*$ değerleri aşağıda verilen durumları sağlamalıdır.

1. Dinamik araç modeli
2. $S(x, u) \leq 0$ kısıtı
3. $M(x, u) \leq 0$ kısıtı
4. Performans kriteri: $\min_u J = \min_u t_f$

Böylece, optimal (u^*, x^*) çözümü için gerekli olan koşulları sağlayan Hamiltonian fonksiyonu şöyle tanımlanır (Bryson ve Ho 2018).

$$H(x, u, \lambda, \mu, \eta) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) + \mu^T S_t(x, u) + \eta^T M(x, u) \quad (2.58)$$

Eşitlikte, λ değeri birleşik 45eğışken vektörünü, μ ve η ise uygun boyutlara sahip çarpanları ifade etmektedir. Uygun lider araç yörüngelerin analitik hesaplanması ve optimal kontrol probleminin çözümü bölüm 3.3’de detaylı olarak incelenmiştir.



3. EYLEYİCİ DOYUMU VE DİZİ KARARLILIĞI

Bir kontrol sisteminde, her fiziksel eyleyici veya sensör, maksimum ve minimum limitleri olması sebebiyle doyuma uğramaktadır. Bu sebeple, eyleyici doyumu içeren bir sistemin analizi ve tasarımı önemli bir problemdir. Bu problem hem teorik olarak oldukça zorlayıcı iken diğer tarafta pratik olarak da zorunludur. Eyleyici doyumunu önlemeye yönelik çalışmalar yapılmasına rağmen modern kontrol literatüründe yer alan birçok çalışmada eyleyici doyumunun etkisi göz ardı edilmiştir. Fakat, kontrol tasarım tekniklerinde eyleyici doyumunun ihmal edilmesinin sonucunda kontrol sisteminde istenmeyen geçici yanıtlar, kapalı-döngü sisteminin performansının düşmesi ve hatta kapalı-döngü sisteminin kararsızlığı gibi problemler görülebilir.

Birden fazla farklı aracın kullanıldığı KASK gibi araç takip sistemlerinde de eyleyici doyumu ciddi sorunlara yol açmaktadır. Araçlarda, fiziksel eyleyiciler (gaz ve fren gibi) nedeniyle kontrol kuvveti ve araç yapısı nedeniyle de kontrol girişi belirli sınırları asmamalıdır. Aksi takdirde, giriş sinyali istenildiği şekilde uygun çalışmayabilir (Guo ve Zhang 2020, Wang vd. 2019). Bunun sonucunda araç dizisindeki doyum etkisi tüm araç dizisi boyunca yayılarak ciddi performans düşüşüne ve kararsızlığa yol açabilir. Diğer tarafta literatürde, eyleyici doyumunun araç takip sistemleri üzerindeki kararlılık ve performans etkileri büyük ölçüde keşfedilmemiş durumdadır.

Bölüm 2.1.2.1’de belirtildiği üzere, farklı araçlardan oluşan heterojen araç konvoyunda her araç doğrusal olmayan model denklemleri ile ifade edilmiştir. Dolayısı ile burada farklı araç dinamiklerine bağlı bölüm 2.2.3’de tanımlanan ve hıza bağlı formüle edilen kuvvet limitleridir. Çekiş ve fren kuvvet limitlerinin her araç için farklı bir değerde olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla, heterojen araç konvoyunda herhangi bir aracın hıza bağlı kuvvet limitlerini aşması kararsızlığa yol açabilir. Mevcut tüm çalışmalardan farklı olarak bu tez çalışmasında, eyleyici doyumu altında dizi kararlılığını sağlamak için çekiş ile fren kuvveti üzerindeki gerçekçi ve hıza bağlı limitler kullanılmıştır.

Bu bölüm, şu şekilde organize edilmiştir. İlk olarak, heterojen araç dizisinde eyleyici doyumu altında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını sağlayan yeterli koşullar analitik olarak

türetilmiştir. Sonrasında, dizi kararlılığının yeterli koşullarını ve durum kısıtlarını sağlayan, farklı hız değişim manevrasında minimum zamanlı optimal uygun yörüngelerin analitik olarak elde edilmesi açıklanmıştır.

3.1 Eyleyici Doyumunu Önlemek için Yeterli Koşullar

Genel olarak, araç dizileri incelenirken araçların sabit bir hızda hareket ettiği varsayılarak çalışma yapılır. Bu durumda, araç dizisi boyunca oluşan bozukluklar ve sinyallerdeki oluşan küçük dalgalanmalar dikkate alınır. Ancak, araçlar özellikle sabit hızla hareket ettiğinde araçlarda oluşan doyum gözlenmez. Bu tez çalışmasında ise araç dizisinin lider araca göre manevra yaptığı bir senaryo ile çalışılmıştır. Buna göre ilgili manevra araç dizisindeki farklı hız değişiklikleridir. Çalışmada, n (potansiyel olarak farklı) tane araçtan oluşan heterojen araç konvoyu oluşturulmuştur.

Spesifik olarak, bir araç dizisinin v_s başlangıç hızı ile hareket ettiği ve monoton bir artışla lider aracın (indeks $i = 1$) hızını v_f son hızına değiştirdiği varsayılmaktadır. Bu varsayım altında, araçların v_s ve v_f hızları arasında izin verilen maksimum ivme ve minimum ivme limit değerleri sırasıyla $\alpha_{max}(v_s, v_f)$ ve $\alpha_{min}(v_s, v_f)$ şeklinde gösterilmiştir. Bu tanımlar, genel bir ifade ile aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.

$$\alpha_{max}(v_s, v_f) = \min_{i=1, \dots, n} \left\{ \min_{v \in [v_s, v_f]} \{f_{max,i}(v)\} \right\} \quad (3.1)$$

$$\alpha_{min}(v_s, v_f) = \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \max_{v \in [v_s, v_f]} \{f_{min,i}(v)\} \right\} \quad (3.2)$$

Önceki bölümlerde tartışıldığı gibi, aracın belirli bir ivme ile hızlanması ya da yavaşlaması aracın hızına bağlıdır. Eyleyici doyumunu önlemek için, manevra boyunca her aracın kendi sınırları içerisinde kalması gerekmektedir. Teorem 3.1, herhangi bir aracın ivme sınırını aşmaması için gerekli olan yeterli koşulları tarif etmektedir. Bu

koşulların sağlanması için $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığının yeterli koşulları Teorem 3.1’de kullanılmıştır.

Teorem 3.1. *Eşitsizlik (2.51) ile ifade edilen $\| \Gamma_i \|_\infty \leq 1$ ve $\gamma_i(t) \geq 0$ ifadelerinin n araçlı bir dizideki her i . araç için sağlandığı varsayılın. Lider araç 1’in, v_s ’den v_f ’ye kadar hızını monoton bir şekilde değiştirdiği varsayılın. Ayrıca, manevra sırasında araç 1’in maksimum ve minimum ivmesi $\hat{a}_{max}$ ve $\hat{a}_{min}$ ile ifade edilsin. Buna göre, $\hat{a}_{min} \leq 0 \leq \hat{a}_{max}$ eşitsizliği yazılabilir. Sonuç olarak, $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığının aşağıdaki durumlarda sağlandığı kabul edilir:*

$$\alpha_{min}(v_s, v_f) \leq \hat{a}_{min} \leq 0 \leq \hat{a}_{max} \leq \alpha_{max}(v_s, v_f) \quad (3.3)$$

Bu durumda, hız değiştirme manevrası sırasında dizideki tüm araçlar için aşağıdaki koşullar sağlanır:

1. $\hat{a}_{min} \leq a_i(t) \leq \hat{a}_{max}$
2. $\min\{v_s, v_f\} \leq v_i(t) \leq \max\{v_s, v_f\}$
3. $F_{i,min}(v_i(t)) \leq F_i(t) \leq F_{i,max}(v_i(t))$

İspat. Teoremin ispatı için, Teorem 3.1 ile belirtilen aşağıdaki varsayımlardan yararlanılmıştır.

4. $\| \gamma_i \|_1 \leq 1$ (denklem (2.42)’den)
5. $\gamma_i(t) \geq 0$ (denklem (2.51)’den)
6. $\hat{a}_{min} \leq 0$ ve $\hat{a}_{max} \geq 0$

Bu varsayımlar altında, Teorem 3.1’in ispatı yapılmıştır. İlk olarak, tümevarım yoluyla

1. Madde’de verilen eşitsizliğin nasıl elde edildiği gösterilmiştir. Varsayıma göre, $\hat{a}_{min} \leq a_1(t) \leq \hat{a}_{max}$ eşitsizliğinin sağlandığı açıkça görülmektedir. Bu eşitsizlik her i . araç için genel bir ifade ile gösterilecek olursa, i . araç için $\hat{a}_{min} \leq a_i(t) \leq \hat{a}_{max}$ şeklinde yazılır. Ayrıca, $(i + 1)$. araç için ivme kısıtları $\hat{a}_{min} \leq a_{i+1}(t) \leq \hat{a}_{max}$

eşitsizliği ile ifade edilmiş olur. Bu tanımlar doğrultusunda, 1.Madde’de verilen eşitsizlik ispatı şu şekilde yapılmıştır.

$$\begin{aligned}
\hat{a}_{\min} &\stackrel{(1).(3)}{\leq} \hat{a}_{\min} \int_0^t |\gamma_i(t-\tau)| d\tau \stackrel{(2)}{=} \int_0^t \hat{a}_{\min} \gamma_i(t-\tau) d\tau \\
&\leq \int_0^t a_i(t) \gamma_i(t-\tau) d\tau = a_{i+1}(t) \\
&\stackrel{a_i(t) \leq \hat{a}_{\max}}{\leq} \int_0^t \hat{a}_{\max} \gamma_i(t-\tau) d\tau \\
&\stackrel{(2)}{=} \hat{a}_{\max} \int_0^t |\gamma_i(t-\tau)| d\tau \stackrel{(1).(3)}{\leq} \hat{a}_{\max}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Bir sonraki adımda, 2. Madde’de verilen eşitsizlik dikkate alınsın. Genel gösterimi kaybetmeden, $v_s < v_f$ olduğu varsayılınsın. Ayrıca, manevranın başlangıcında araç dizisinin sabit v_s hızıyla bir denge noktasında olduğu gerçeği de bilinmektedir. Araç i . İçin hız farkı $\Delta v_i(t) = v_i(t) - v_s$ ile ifade edilmektedir. Buna göre, i . araç için $0 \leq \Delta v_i(t) \leq v_f - v_s$ eşitsizliği yazılır.

Yine varsayıma göre, 1. araç (lider) için $0 \leq v_1(t) \leq v_f - v_s$ eşitsizliğinin yazılabileceği açıktır. Bu ifade, her i . araç için genelleştirildiğinde $0 \leq v_i(t) \leq v_f - v_s$ şeklinde gösterilir. Aynı şekilde, $(i + 1)$. araç için $0 \leq v_{i+1}(t) \leq v_f - v_s$ eşitsizliği yazılır. İfadenin ispatında, genel tanımlardan bir tanesi $\Delta v_{i+1} = \int_0^t \Delta v_i(t) \gamma_i(t-\tau) d\tau$ eşitliği kullanılmıştır. Bu açıklamalar doğrultusunda 2.Madde’nin ispatı şu şekilde yapılır.

$$\begin{aligned}
0 &\stackrel{\Delta v_i(t) \geq 0}{\leq} \int_0^t \Delta v_i(t) |\gamma_i(t-\tau)| d\tau \\
&\stackrel{(2)}{=} \int_0^t \Delta v_i(t) \gamma_i(t-\tau) d\tau = \Delta v_{i+1}(t) \\
&\stackrel{\Delta v_i(t) \leq v_f - v_s}{\leq} \int_0^t (v_f - v_s) \gamma_i(t-\tau) d\tau \stackrel{(1).(2)}{\leq} v_f - v_s
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Böylece, eşitsizlik $0 \leq \Delta v_i(t) \leq v_f - v_s$ elde edilir. Dolayısıyla, $v_s \leq v_i(t) \leq v_f$ ifadesi için her i . araç için sağlanmış olur. Aynı çıkarım, $v_s > v_f$ durumunda her i . araç için yapılabilir.

Son olarak, 3. Madde 'ün ispatı yapılmıştır. Her i . araç için $\hat{a}_{min} \leq a_i(t) \leq \hat{a}_{max}$ eşitsizliğinin doğruluğu 1.Madde ile ispat edilmiştir. Eşitsizlik $\alpha_{min}(v_s, v_f) \leq \hat{a}_{min}$ ifadesi yazıldığında, her i . araç için v_s ve v_f arasındaki tüm v_i hızları için $a_i(t) \geq f_{i,min}(v_i)$ eşitsizliği yazılır. Her i . araç için $v_s \leq v_i(t) \leq v_f$ eşitsizliğinin doğruluğu bilindiğinden, (2.34)'e göre $F_{i,min}(v_i(t)) \leq F_{i,L}(t)$ eşitsizliği yazılır. Benzer şekilde, v_s ve v_f arasındaki tüm v_i hız değerleri için $a_i(t) \leq f_{i,max}(v_i)$ eşitsizliğinin doğruluğu bilinir. Sonuç olarak, (2.32) ile elde edilen $F_{i,L}(t) \leq F_{i,max}(v_i(t))$ sonuç ile Teorem 3.1'in ispatı tamamlanmış olur.

Böylece, Teorem 3.1'e göre lider aracın v_s 'den v_f 'ye hız değiştirme manevrası sırasında eğer aracın ivme sinyali (3.1) ile (3.2)'ye göre $\alpha_{max}(v_s, v_f)$ ile $\alpha_{min}(v_s, v_f)$ değerleri ile sınırlandırılırsa güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı sağlanmış olur. Ayrıca, bu sınırlar eyleyici doyumunu önlemek için her i . aracın maksimum ve minimum ivme değerlerini de sağlamış olur.

3.2 Benzetim Sonuçları

Eyleyici doyumu altında dizi kararlılığı sonuçlarını göstermek için, dört farklı araç modeli ile farklı sıralamalarda araç dizileri oluşturulmuştur. Bu bölümdeki benzetim çalışmalarında, Şekil 2.4 ile gösterilen hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK modeli için aşağıda verilen kontrol modeli kullanılmıştır (Al-Jhayyish ve Schmidt, 2018).

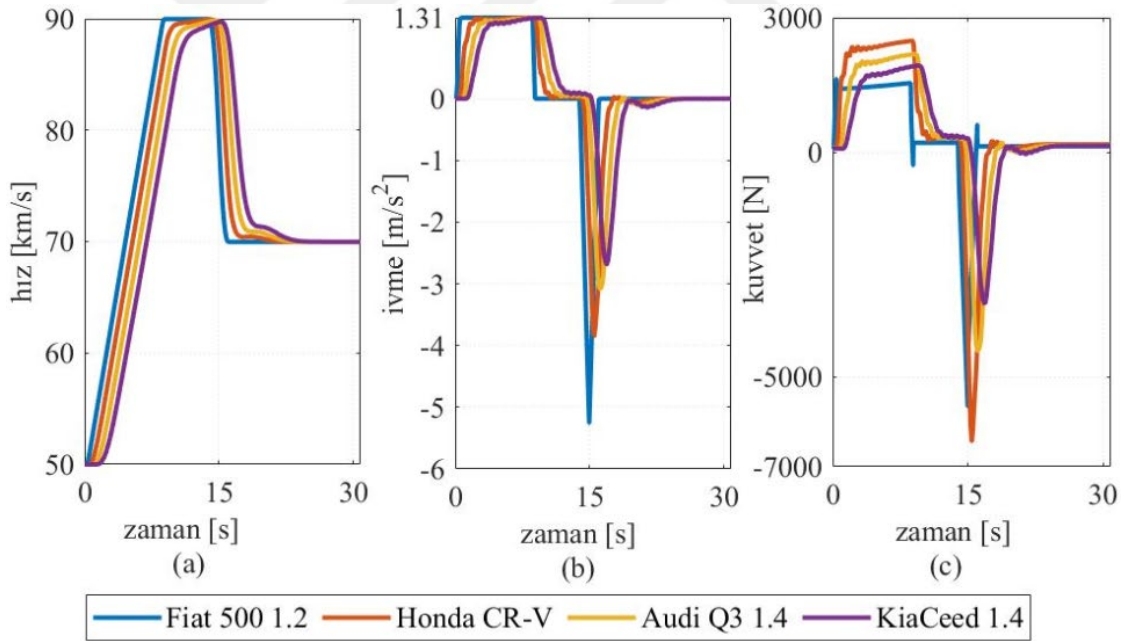
$$K_{f,i} = \frac{1+s\tau_i}{1+s h_i} \quad \text{ve} \quad K_{b,i} = \omega_{K,i}(\omega_{K,i} + s) \quad (3.6)$$

Ayrıca, çizelge 3.1 ile listelenen parametreler pratik deney verilerinden alınmıştır (Al-Jhayyish ve Schmidt 2018).

Çizelge 3.1 Araç dizisi için sabit parametreler

$\tau_i = 0.1 [s]$	$\phi_i = 0.2 [s]$	$\theta_i = 0.02 [s]$	$h_i = 0.8 [s]$	$\omega_{K,i} = 1.5 [-]$
--------------------	--------------------	-----------------------	-----------------	--------------------------

İlk benzetim çalışmasında, araç dizisi şu sıralamaya göre oluşturulmuştur: Fiat 500 1.2, Honda CR-V, Audi Q3 1.4 ve Kia Ceed 1.4. Böylece, Şekil 2.9 ile gösterilen ivme kısıtlarına göre en zayıf olan aracı (Fiat 500 1.2) en güçlü araç (Honda CR-V) takip etmektedir. Lider araç önce hızını 50 km/s’den 90 km/s’e kadar arttırıp, ardından Şekil 3.1 (a) ile gösterildiği gibi yavaşlayarak hızını 70 km/s’e düşürmektedir. Buna göre, lider aracın maksimum ve minimum ivmesi $\alpha_{max}(50 \text{ km/s}, 90 \text{ km/s}) = 1.31 \text{ m/s}^2$ ve $\alpha_{min}(90 \text{ km/s}, 70 \text{ km/s}) = -8.52 \text{ m/s}^2$ ile sınırlanmıştır. Araç dizisindeki takipçi her i . aracın ivme sinyali bu sınırlar içerisinde kaldığında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı sağlanmaktadır.

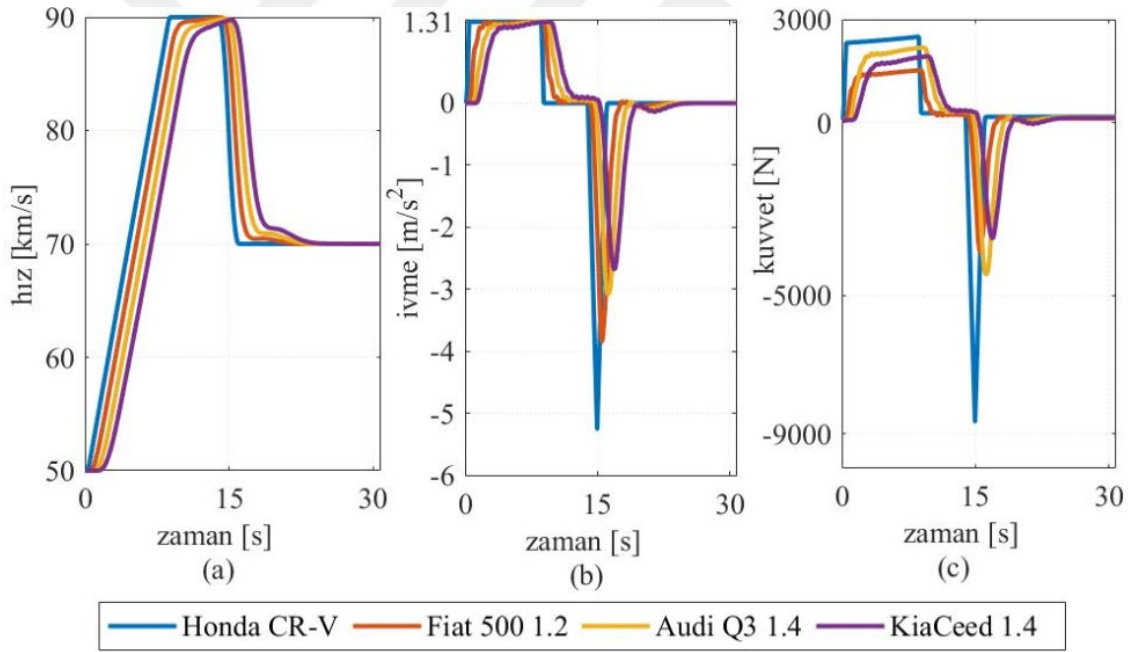


Şekil 3.1 En zayıf aracın en önde olduğu durumda araç dizisinin manevrası

Şekil 3.1 (a) ve (b)’de herhangi bir hız değişiklinde, ilk takipçi araç Honda CR-V’nin hız ve ivmesinin lider araç Fiat 500 1.2’nin sinyal değerini aşmadığı görülmektedir. Bu sırada, araç dizisindeki i . aracın kendi kuvvet limitleri içerisinde kaldığı şekil 3.1 (c)’de

gözlennmektedir. Aynı çıkarımlar, araç dizisindeki tüm öncül/takipçi araç ikilisi için geçerlidir.

İkinci deney setinde araçlar Honda CR-V, Fiat 500 1.2, Audi Q3 1.4, Kia Ceed 1.4 şeklinde sıralanmıştır. Buna göre, en güçlü araç (Honda CR-V) en zayıf araç (Fiat 500 1.2) tarafından takip edilmektedir. Şekil 3.2 (a) ve (b) görülebileceği gibi, bu deney için ivme ve hız grafikleri, Şekil 3.1 ile gösterilen sonuçlar ile aynıdır. Çünkü, önceki benzetim çalışmasında olduğu gibi lider araç (Honda CR-V) aynı hızlanma kısıtlarını sağladığından güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı garantilenmiştir. Lider araç ile aynı manevra yapıldığından ve tüm araçlar aynı doğrusal model ile kontrolcüyü sahip olduğundan bu beklenen bir durumdur. Buradaki tek fark, araç dizisindeki sıralama değişikliği nedeniyle Honda CR-V Fiat 500 1.2 araçlarının çekiş kuvvetinde görülen farklılıktır.

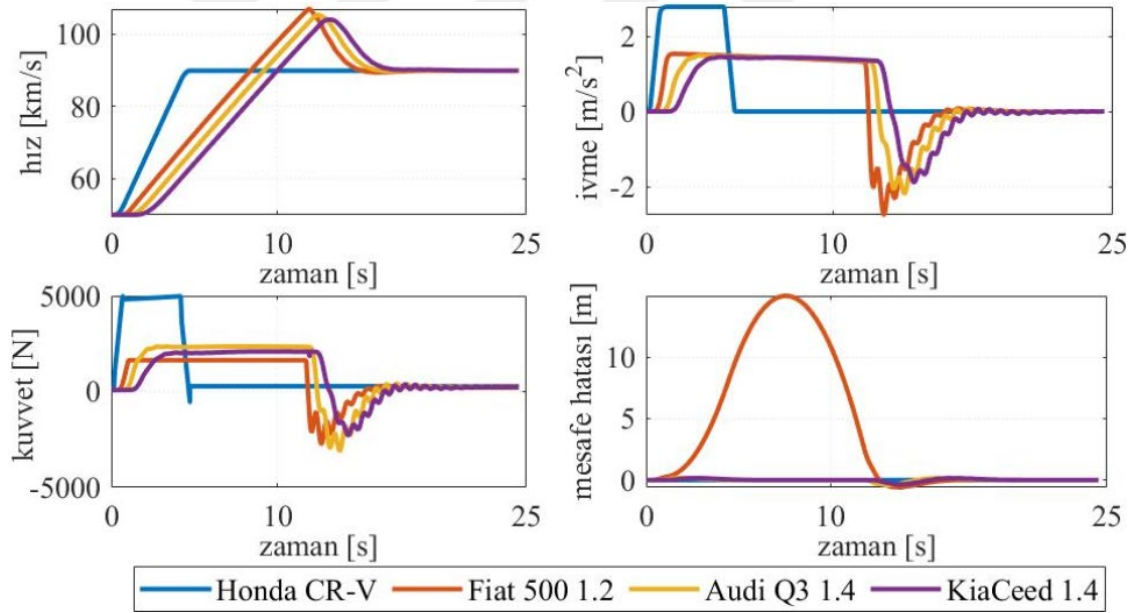


Şekil 3.2 En güçlü aracın en önde olduğu durumda araç dizisinin manevrası

Son benzetim çalışmasında, ikinci deney setindeki aynı araç dizilimi kullanılmıştır. Burada lider aracın Honda CR-V, $v_s = 50$ km/s başlangıç hızından $v_f = 90$ km/s son hıza ulaşmak için sırasıyla maksimum ivme $\alpha_{max}(50 \text{ km/s}, 90 \text{ km/s}) = 2.75 \text{ m/s}^2$ ve minimum ivme $\alpha_{min}(50 \text{ km/s}, 90 \text{ km/s}) = 0 \text{ m/s}^2$ değerleri uygulanmıştır. İlk takipçi

araç Fiat 500 1.2, Şekil 3.3 ile gösterildiği gibi çekiş kuvvetinin doyuma uğraması nedeniyle lider aracın ivme değerine ulaşamaz. Dolayısıyla, Teorem 3.1'deki koşulun ihlal edildiği görülmektedir. Şekil 3.3'te ayrıca takipçi araçların ivmesinin minimum Honda CR-V ivmesinin altına düştüğü ve takipçi araçların hızının Honda CR-V hız limitini aştığı da görülmektedir. Ayrıca, mesafe hatasında 10 m üzerine çıkarak istenmeyen bir artış 53luşturmaktadır. Bu mesafe hatasında, araç takibinde istenilen kısa mesafede araç takibi yapılması mümkün değildir.

Teorem 3.1 ile farklı araçlardan oluşan heterojen araç dizisinde ve heterojen eyleyici doyumu varlığında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarının garantilendiği görülmektedir. Son olarak, bu bölümde yapılan benzetim çalışmalarında eyleyici gecikmesi (ϕ_i) ve haberleşme gecikmesinin (θ_i) zamanla değişmediği ve sabit değer olarak alındığını vurgulanmalıdır.



Şekil 3.3 Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığının ihlali

3.3 Dizi Kararlılığı için Optimal Kontrol

Teorem 3.1 kullanılarak, lider araç yörüngesinin güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulları için uygun olup olmadığını analiz etmek mümkündür. Tezin bu bölümünde, farklı hız

değişim manevraları için minimum ve uygun yörüngelerin analitik olarak hesaplanması yapılmıştır. Önerilen yöntem, araç konvoyundaki takipçi araçların ivme ve sarsıntı sinyallerine istenilen kısıtları getirerek minimum-zamanlı optimal yörüngenin analitik hesaplanmasını sağlayan orijinal bir yöntemdir. Bu bölümde, ilk olarak model kısıtları, minimum-zaman problemi için araç modeli ve kısıtların formülasyonu, sonrasında zamana uygun muhtemel yörünge segmentleri, optimal zaman yörüngeleri ve son olarak elde edilen sonuçlar gösterilmiştir.

3.3.1 Hız değişim manevraları için formülasyon

Lider araç yörüngesini analitik olarak hesaplamak için durum kısıtları (ivme ve hız) ve birleştirilmiş girdi kısıtı (sarsıntı) ile doğrusal zaman-optimal kontrol problemi formüle edilmiştir. Buradaki temel hedef, eyleyici doyumunu engellenirken hızlı ve konforlu hız değişimleri elde etmektir. Böylece, Teorem 3.1 ile tanımlanan güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı sağlanmış olur. Lider araç için minimum-zaman optimal yörünge hesaplanırken (2.16) ve (2.17) ile verilen dinamik araç denklemleri şu şekilde tekrar ifade edilir. Hesaplamalar sadece lider araç için yapılacağından (2.19) ile verilen gösterim aşağıdaki gibi sadeleştirilmiştir.

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u \quad (3.7)$$

Durum vektörü $x = [v^T, a^T]^T$ olarak tanımlanır. Dinamik sistemin matematiksel modeli (3.7) ve hız değişim manevraları için başlangıç ile bitiş değerleri (3.8) değerlerine göre belirlenmiştir.

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad x(t_f) = \begin{bmatrix} \Delta v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

İlk ve son hız arasındaki hız farkı $\Delta v = v_f - v_s$ olarak gösterilmiştir. Terminal zamanındaki t_f eşitlik kısıtı ψ (terminal constraint) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\psi(x(t_f)) = \begin{bmatrix} v(t_f) - \Delta v \\ a(t_f) - 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.9)$$

Optimal kontrol probleminde, (3.9)'da tanımlanan kısıta ek olarak durum kısıtları formüle edilmiştir. İlk olarak, optimal kontrol problemi için durum kısıtı $S(x) \leq 0$ incelenmiştir. Burada, özellikle dikkate edilmesi gereken nokta şudur: eğer kısıt fonksiyonu açık bir şekilde kontrol girdisine bağlı değilse ekstra karışıklık oluşmaktadır. Böyle bir durumda kısıt fonksiyonunda kontrol girdisine ulaşınca kadar kısıt fonksiyonunun türevinin alınması gerekmektedir.

$$\begin{bmatrix} S^{(0)}(x, t) \\ S^{(1)}(x, t) \\ \vdots \\ S^{(q)}(x, t) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.10)$$

Bu durum şu eşitlikler ile ifade edilir.

$$S^{(q)}(x, u, t) \leq 0 \text{ ve } S^{(q)} \triangleq \frac{d^q S}{dt^q} \quad (3.11)$$

Buna göre, (3.12) ile birlikte

$$a_{max} = \min\{\alpha_{max}(v_s, v_f), \bar{a}\} \text{ ve } a_{min} = \max\{\alpha_{min}(v_s, v_f), \underline{a}\} \quad (3.12)$$

durum kısıtları $S(0)(x, t)$ aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$S^{(0)}(x, t) = \begin{bmatrix} a - a_{max} \\ a_{min} - a \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.13)$$

Görüldüğü üzere, kontrol girdisine ulaşmak için $S^{(0)}(x, t)$ 'in bir kere türev alındığında şu eşitsizliğe ulaşılır.

$$S^{(1)}(x, t) = \frac{\partial S^{(0)}}{\partial t} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ -\dot{a} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.14)$$

Burada, $\dot{a}_i$ yerine (2.14) yazıldığında $S^{(1)}(x, t)$ 'de kontrol girdisi u sinyaline ulaşılmıştır. Böylece, durum kısıtı şu şekilde formüle edilmiştir.

$$S^{(1)}(x, t) = \frac{1}{\tau} [u - a] \leq 0 \quad (3.15)$$

Buna göre, ivme sinyali hem Teorem 3.1 ile tanımlanan kısıtları hem de sürüş konforu kısıtlarını karşılamaktadır. Son olarak, sarsıntı kısıtı $M(x, u) \leq 0$ aşağıdaki formüle göre tanımlanmıştır.

$$j_{\min} \leq \dot{a} = \frac{1}{\tau} (u - a) \leq j_{\max} \quad (3.16)$$

Ayrıca, 3.16 ile birleştirilmiş girdi kısıtı aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$M(x, u) = \begin{bmatrix} u - a - \tau j_{\max} \\ -u + a + \tau j_{\min} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.17)$$

Sonuç olarak, (3.7) ile (3.17) arasındaki model ve kısıtları dikkate alınarak (2.54) ile tanımlanan amaç fonksiyonunu minimuma indirmek hedeflenmektedir.

3.3.2 Zaman-optimal yörünge segmentleri

Durum kısıtları (3.13) ve (3.17) dikkate alınarak, muhtemel minimum-zamanlı optimal yörünge segmentleri tanımlanmıştır.

1. Birleştirilmiş Girdi Kısıtı Aktif: İlk olarak, başlangıç noktası t_0 anında (3.17) ile tanımlanan birleştirilmiş girdi kısıtının (mixed constraint) aktif olduğu varsayılmıştır. Hızlanma durumu $\Delta v > 0$ için $\dot{a} = j_{\max}$ ve yavaşlama durumu $\Delta v < 0$ için $\dot{a} = j_{\min}$ değerine eşit olduğu bilinmektedir. Bu durumda, ivme sinyali hızlanma ve yavaşlama durumları şu şekilde ifade edilmiştir.

$$a(t) = \begin{cases} j_{max}(t - t_0) + a(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{max} \\ j_{min}(t - t_0) + a(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{min} \end{cases} \quad (3.18)$$

Hız denklemi $v(t) = \int_0^t a(t)dt$ formülünden aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$v(t) = \begin{cases} \frac{j_{max}(t-t_0)^2}{2} + a(t_0)(t - t_0) + v(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{max} \\ \frac{j_{min}(t-t_0)^2}{2} + a(t_0)(t - t_0) + v(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{min} \end{cases} \quad (3.19)$$

Son olarak, $u(t) = \tau \dot{a}(t) + a(t)$ eşitliği kullanılarak giriş sinyali aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.

$$u(t) = \begin{cases} j_{max}(t + \tau - t_0) + a(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{max} \\ j_{min}(t + \tau - t_0) + a(t_0) & \text{eğer } \dot{a}(t) = j_{min} \end{cases} \quad (3.20)$$

Sırasıyla, $\dot{a}_i(t) = j_{max}$ ve $\dot{a}_i(t) = j_{min}$ segmentleri M_u ve M_d kısaltmaları ile gösterilmiştir.

2. Durum Kısıtlı Aktif: İkinci olarak, t_0 anında (3.13) ile gösterilen kısıtlı aktif hale geldiği varsayılmıştır. Bu durumda, $\Delta v > 0$ için $a(t) = a_{max}$ ve $\Delta v < 0$ durumunda $a(t) = a_{min}$ eşitliğinin sağlanması gerekmektedir. Bu durumda, ivme sinyalinin yörüngesi şu şekilde tanımlanır.

$$a(t) = \begin{cases} a_{max} & \text{eğer } a(t) = a_{max} \\ a_{min} & \text{eğer } a(t) = a_{min} \end{cases} \quad (3.21)$$

Yine aynı şekilde hız sinyali aşağıdaki gibi formüle edilir.

$$v(t) = \begin{cases} v(t_0) + a_{max}(t - t_0) & \text{eğer } a(t) = a_{max} \\ v(t_0) + a_{min}(t - t_0) & \text{eğer } a(t) = a_{min} \end{cases} \quad (3.22)$$

Tanımlanan ivme yörüngeleri için girdi sinyali şöyle hesaplanmıştır.

$$u(t) = \begin{cases} a_{max} & \text{eğer } a(t) = a_{max} \\ a_{min} & \text{eğer } a(t) = a_{min} \end{cases} \quad (3.23)$$

Burada, $a(t) = a_{max}$ ve $a(t) = a_{min}$ için yörünge segmentleri sırasıyla S_u ve S_d ile ifade edilmiştir.

3.3.3 Zaman-optimal yörüngeler

Bölüm 3.3.2 ile tanımlanan segment parçaları kullanılarak uygun yörüngeler incelenmiştir. Bu bölümde, sadece hız artışının olduğu $\Delta v > 0$ durumu ele alınmıştır. Muhtemel yörüngeler oluştururken, tüm ihtimaller değerlendirilmelidir. Buna göre, aşağıda belirtilen durumlar dikkate alınmalıdır.

1. Yörüngeler M_u segmenti ile başlamalıdır. Başlangıç anında sarsıntı j_{max} , (3.18)'e göre uygulanabilir. Fakat, (3.8)'e göre $a(0) = 0$ olduğundan yörüngeyi $a(0) = a_{max}$ eşitliği ile başlatmak pratikte mümkün değildir.
2. Yörüngenin ilk segmenti için $\dot{a}(t) = j_{max}$ sinyali uygulandığında ivmede bir artış olacaktır. Bu durumda, (3.8)'de istendiği gibi $a(t_f) = 0$ değerine ulaşmak için son yörünge segmentinin M_d ile tamamlanması gerekir. Bu durumda, son yörünge kesinlikle S_d segmenti ile tamamlanamaz.
3. Başlangıç anında M_u segmenti uygulandığında, a_{max} sinyaline ulaşılması mümkündür. Bu durumda, yörünge S_u yörünge segmentine ulaşarak devam etmelidir.

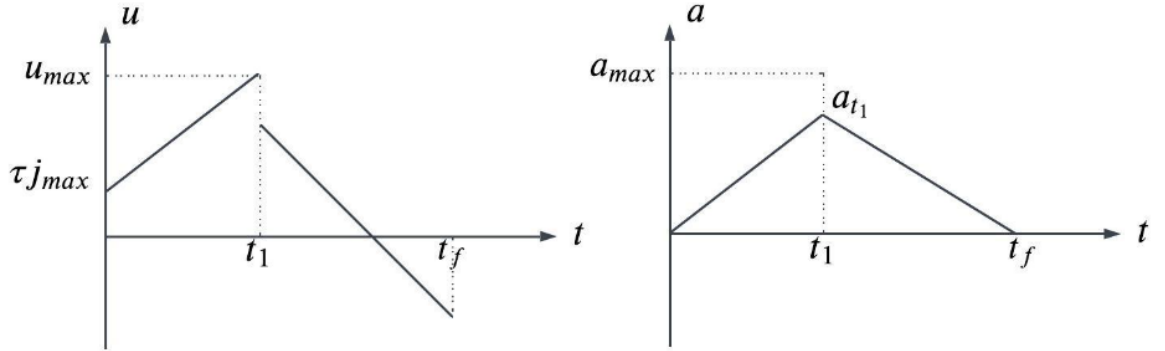
Gösterimi kolaylaştırmak için, manevranın başlangıç zamanının $t_0 = 0$ olduğu varsayılmıştır. Sonuç olarak, hız artışı $\Delta v > 0$ ve yukarıda verilen bilgiler doğrultusunda aşağıdaki verilen yörüngeler edilmiştir.

1. a_{max} değerine ulaşılmazsa $M_u - M_d$
2. a_{max} değerine ulaşılsa $M_u - S_u - M_d$

Bir sonraki bölümde, segmentler arasındaki geçiş süreleri ve yörüngelerin analitik olarak hesaplanması açıklanmıştır.

3.3.3.1 $M_u - M_d$ yörüngesi

Şekil 3.4 ile gösterildiği üzere (3.18)'de verilen yörünge parçalarından $M_u - M_d$ yörüngesi elde edilir. M_u segmentinden M_d segmentine geçiş süresi t_1 anahtarlama süresi olarak tanımlanmıştır. M_u segmentinin $T_1 = [0, t_1]$ aralığında, M_d segmentinin ise $T_2 = [t_1, t_f]$ aralığında aktif olmaktadır. Burada, $t_f = t_1 + t_2$ olarak ifade edilmektedir.



Şekil 3.4 $M_u - M_d$ giriş yörüngesi ve ivme sinyali

Buna göre, ivme sinyali şu şekilde elde edilmiştir.

$$a(t) = \begin{cases} j_{max}t & \text{eğer } t \leq t_1 \\ j_{min}(t - t_1) + a(t_1) & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.24)$$

Hız sinyali ise aşağıdaki eşitlikler ile hesaplanmıştır.

$$v(t) = \begin{cases} \frac{j_{max}}{2} t^2 & \text{eğer } t \leq t_1 \\ \frac{j_{min}}{2} (t - t_1)^2 + a(t_1)(t - t_1) + v(t_1) & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.25)$$

Bu veriler doğrultusunda, t_1 ve t_2 değerleri (3.8) ile verilen kısıt tanımlarına göre aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$t_1 = -t_2 \frac{j_{min}}{j_{max}} \quad \text{ve} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2 j_{max} \Delta v}{j_{min}(j_{min} - j_{max})}} \quad (3.26)$$

Buna göre, yörünge süresi $t_f = t_1 + t_2$ şöyle elde edilmiştir.

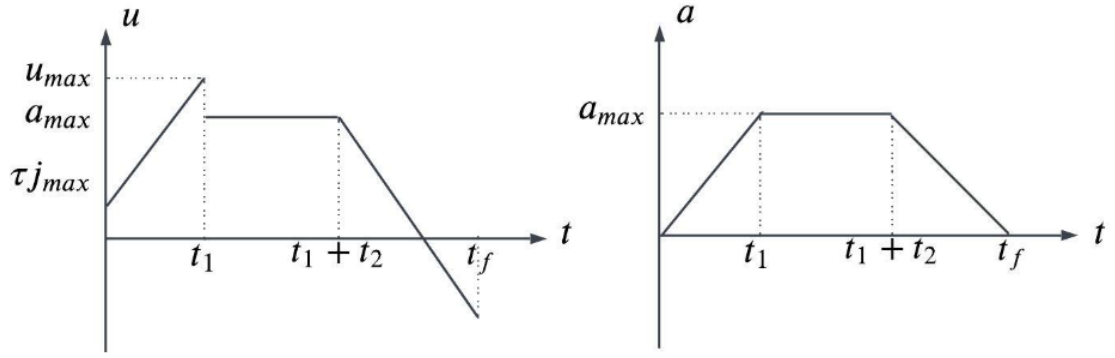
$$t_f = -\frac{j_{min}}{j_{max}} \sqrt{\frac{2 j_{max} \Delta v}{j_{min}(j_{min} - j_{max})}} + \sqrt{\frac{2 j_{max} \Delta v}{j_{min}(j_{min} - j_{max})}} \quad (3.27)$$

Anahtarlama süreleri t_1 ve t_2 değerlerinin hesaplamaları EK 1’de gösterilmiştir. Uygulanan giriş sinyali ise (3.20)’ye göre aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$u(t) = \begin{cases} j_{max}(t + \tau) & \text{eğer } t \leq t_1 \\ j_{min}(t + \tau - t_1) + j_{max}t_1 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.28)$$

3.3.3.2 $M_u - S_u - M_d$ yörüngesi

$M_u - S_u - M_d$ yörüngesinde, geçiş süreleri M_u ve S_u arasında t_1 , S_u ve M_d arasında t_2 olarak tanımlanmıştır. Şekil 3.5 ile gösterildiği üzere $T_1 = [0, t_1]$ aralığında M_u segmenti aktif, $T_2 = [t_1, t_1 + t_2]$ aralığında S_u segmenti aktif ve $T_3 = [t_1 + t_2, t_f]$ aralığında M_d segmentinin aktif olduğu görülmektedir. Buna göre, $t_f = t_1 + t_2 + t_3$ olarak ifade edilmiştir.



Şekil 3.5 $M_u - S_u - M_d$ giriş ve ivme sinyali

Grafiğe göre ivme aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$a(t) = \begin{cases} j_{max}t & \text{eğer } t \leq t_1 \\ a_{max} & \text{eğer } t_1 < t \leq t_2 \\ j_{min}(t - t_2) + a_{max} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.29)$$

Hız sinyali ise eşitlik (3.30)'a göre hesaplanmıştır.

$$v(t) = \begin{cases} \frac{j_{max}}{2}t^2 & \text{ğer } t \leq t_1 \\ a_{max}(t - t_1) + v(t_1) & \text{eğer } t_1 < t \leq t_2 \\ \frac{j_{min}}{2}(t - t_2)^2 + a_{max}(t - t_2) + v(t_2) & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.30)$$

Bu durumda, (3.8)'de tanımlanan kısıtlar uygulandığında, t_1, t_2 ve t_3 anahtarlama süreleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$t_1 = \frac{a_{max}}{j_{max}}, \quad t_2 = \frac{\Delta v}{a_{max}} + a_{max} \frac{j_{min} - j_{max}}{2j_{max}j_{min}}, \quad t_3 = -\frac{a_{max}}{a_{min}} \quad (3.31)$$

Yörünge süresi $t_f = t_1 + t_2 + t_3$ değeri şu eşitlik ile hesaplanmıştır.

$$t_f = \frac{\Delta v}{a_{max}} + a_{max} \frac{j_{min} - j_{max}}{2j_{max}j_{min}} \quad (3.32)$$

Dolayısıyla, giriş yörüngesi şöyle elde edilmiştir.

$$u(t) = \begin{cases} j_{max}(t + \tau) & \text{eğer } t \leq t_1 \\ a_{max} & \text{eğer } t_1 < t \leq t_2 \\ j_{min}(t + \tau - t_1 - t_2) + a_{max} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.33)$$

Anahtarlama süreleri t_1 , t_2 ve t_3 parametrelerinin nasıl hesaplandığı EK 2’de gösterilmiştir. Bir sonraki başlıkta, elde edilen muhtemel yörüngelerin optimal olduğu ispatlanmıştır.

Teorem 3.2. *Yörünge segmentleri $\Delta v > 0$ durumu için dikkate alınsın. Eğer, aşağıda verilen eşitlik sağlanırsa*

$$\sqrt{\frac{2 j_{max} \Delta v}{j_{min}(j_{min} - j_{max})}} < \frac{a_{max}}{j_{max}} \quad (3.34)$$

Bölüm 3.3.1 ile gösterilen optimal kontrol probleminin çözümü, anahtarlama zamanı ve son zamanı (3.26) ve (3.27) ile gösterilen $M_u M_d$ yörüngesidir. Aksi halde, $M_u S_u M_d$ yörüngesi için (3.31) ve (3.32)’ye göre anahtarlama süreleri elde edilir.

Teorem 3.2’yi ispatını yapabilmek için öncelikle kontrol probleminin optimal çözümü için gerekli ve yeterli koşullar formüle edilmiştir. Optimal (u^*, x^*) çözüm için diğer gerekli koşulları sağlamak için (2.58)’de tanımlanan Hamiltonian fonksiyonu dikkate alınmıştır.

$$H(x, u, \lambda, \mu, \eta) = L(x, u) + \lambda^T f(x, u) + \mu^T S(x, u) + \eta^T M(x, u)$$

Eşitlikler (2.54) ve (3.7) incelendiğinde, $L(x, u)$ ve $f(x, u)$ fonksiyonlarının zamana bağlı olmadığı dolayısı ile $H(x, u, \lambda, \mu, \eta)$ fonksiyonunun optimal çözüm boyunca sabit olduğu görülür. Bunlara ek olarak, $H(x, u, \lambda, \mu, \eta)$ fonksiyonunun kısmi türevleri, u girdisine ve x durum vektörüne bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$H_u = \frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial L}{\partial u} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial u} + \mu^T \frac{\partial S_t}{\partial u} + \eta^T \frac{\partial M}{\partial u} \quad (3.35)$$

$$H_x = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial x} + \mu^T \frac{\partial S_t}{\partial x} + \eta^T \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3.36)$$

Optimal kontrol probleminin çözümü için (u^*, x^*) yazılır. Öyle ki, $u(t) = u^*$ girişi ve $x(t) = x^*$ durumu için (2.54), (3.7)-(3.9), (3.13) ve (3.17)'nin sağlanması gerekmektedir. Buna göre, optimum kontrol probleminin (u^*, x^*) çözümü için gerekli koşullar aşağıda şöyle ifade edilmiştir (Bryson ve Ho, 2018).

$$0 = (H_u)|_{x^*(t), u^*(t), \lambda(t), \mu(t), \eta(t)} \quad (3.37)$$

$$\dot{\lambda}(t)^T = (-H_x)|_{x^*(t), u^*(t), \lambda(t), \mu(t), \eta(t)} \quad (3.38)$$

$$\lambda^T(t_f) = \beta^T \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x^*(t_f)} \quad (3.39)$$

$$0 = H(x^*(t), u^*(t), \lambda(t), \mu(t), \eta(t)), \forall t \quad (3.40)$$

$$\mu \geq 0, \mu^T S(x) \geq 0 \quad (3.41)$$

$$S_t(x^*(t), u^*(t)) = 0 \text{ eğer } S(x^*(t)) = 0 \quad (3.42)$$

$$\eta \geq 0, \eta^T M(x, u) = 0 \quad (3.43)$$

Ayrıca (u^*, x^*) çözümünün optimal olması için yeterli koşullar şu şekilde olmalıdır. $H(x, u, \lambda, \mu, \eta)$, (x, u) için içbükey olmalı, $M(x, u)$, (x, u) için yarı içbükey, $S(x)$, x için yarı içbükey olmalı ve $\psi(x)$, x için doğrusal olmalıdır. Bu koşullar, $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2]$, $\eta = [\eta_1 \ \eta_2]$, $\mu = [\mu_1 \ \mu_2]$ ve $\beta = [\beta_1 \ \beta_2]$ ile kullanılarak tezde önerilen optimal kontrol problemine uygulanmıştır. Buna göre, 2.58 ile gösterilen Hamiltonian fonksiyonu aşağıdaki şekilde tekrar düzenlenmiştir.

$$\begin{aligned}
H(x, u, \lambda, \mu, \eta) &= 1 + \lambda_1 a + \frac{\lambda_2}{\tau} (u - a) + \frac{\mu_1}{\tau} (u - a) + \frac{\mu_2}{\tau} (a - u) \\
&+ \eta_1 (u - a - \tau j_{max}) + \eta_2 (-u + a + \tau j_{min}) = 0
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Sonrasında, (3.37)-(3.43) ile verilen gerekli koşullar aşağıda tekrar ifade edilmiştir.

$$0 = \frac{\lambda_2}{\tau} + \frac{\mu_1}{\tau} - \frac{\mu_2}{\tau} + \eta_1 - \eta_2 \tag{3.45}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{\tau} + \frac{\mu_1}{\tau} - \frac{\mu_2}{\tau} + \eta_1 - \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_1 \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1(t_f) \\ \lambda_2(t_f) \end{bmatrix} = [\beta_1 \quad \beta_2] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

$$0 = 1 + \lambda_1(t) a(t) + \frac{\lambda_2(t)}{\tau} (u(t) - a(t)), \forall t \tag{3.48}$$

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \geq 0, \mu_1 (a - a_{max}) + \mu_2 (a_{min} - a) \geq 0 \tag{3.49}$$

$$u = a \text{ eğer } a = a_{max} \text{ ve } u = a \text{ eğer } a = a_{min} \tag{3.50}$$

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \geq 0, \eta_1 (u - a - \tau j_{max}) + \eta_2 (-u + a - \tau j_{min}) = 0 \tag{3.51}$$

İspat. İlk olarak, $H(x, u, \lambda, \mu, \eta)$, $M(x, u)$, $S(x)$ ve $\psi(x, t)$ doğrusal olduğundan, optimal çözüm için yeterli koşullar karşılanmaktadır. Ayrıca, hem $M_u M_d$ yörüngesi hem de $M_u S_u M_d$ yörüngesinin, (3.7)-(3.9), (3.13), (3.17)'yi sağladığı görülmektedir. Bu durumda, geriye sadece (3.45)-(3.51) arasındaki gerekli koşulların incelenmesi gerekmektedir.

Eğer $\sqrt{\frac{2 j_{max} \Delta v}{j_{min}(j_{min}-j_{max})}} < \frac{a_{max}}{j_{max}}$ ise bu durumda ivme sinyali için $a(t) < a_{max} \forall t$ eşitsizliği geçerli olacaktır. Öyle ki $M_u M_d$ yörüngesi yalnızca (3.17) kısıtı etkin olduğundan gerçekten uygun olduğu görülür. Bir sonraki aşamada, $M_u M_d$ yörüngesinin optimal çözüm için gerekli koşulları sağladığı gösterilmiştir. Buna göre, (3.45), (3.49) ve (3.51) dikkate alındığında şu sonuçlar elde edilmiştir.

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_2 = \eta_2 = 0 & \text{ve } \eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau} & \text{eğer } t \leq t_1 \\ \mu_1 = \mu_2 = \eta_1 = 0 & \text{ve } \eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.52)$$

Ayrıca, (3.46) ve (3.48) eşitlikleri kullanılarak şu sonuçlara ulaşılmıştır.

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = 0 & \text{ve } \lambda_2(t) = -\frac{1}{j_{max}} & \text{eğer } t \leq t_1 \\ \lambda_1(t) = \beta_1 = 0 & \text{ve } \lambda_2(t) = \beta_2 = -\frac{1}{j_{min}} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.53)$$

Eşitlikler (3.24), (3.25) ve (3.28) ile verilen çözüm yörüngesi (u^*, x^*) optimal çözüm için gerekli ve yeterli koşulları sağlamaktadır.

Eğer $\sqrt{\frac{-2 j_{min} \Delta v}{j_{max}(j_{max}-j_{min})}} \geq \frac{a_{max}}{j_{max}}$ eşitsizliği sağlanırsa, $a(t)$ ivme sinyali a_{max} limit değerine ulaşmaktadır. Bu durumda, $M_u S_u M_d$ yörüngesi elde edilir. Optimum çözüm için gerekli koşulları doğrulamak amacıyla öncelikle (3.45), (3.49) ve (3.51) ile göre şu eşitlikler elde edilmiştir.

Optimum çözüm için gerekli koşulları doğrulamak amacıyla öncelikle (3.45), (3.49) ve (3.51) ile göre şu eşitlikler elde edilmiştir.

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_2 = \eta_2 = 0 & \eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau} & \text{eğer } t \leq t_1 \\ \mu_2 = \eta_1 = \eta_2 = 0 & \mu_1 = -\lambda_2 & \text{eğer } t_1 < t \leq t_2 \\ \mu_1 = \mu_2 = \eta_1 = 0 & \eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.54)$$

Sonrasında, (3.46) ve (3.48)'i kullanılarak aşağıda verilen eşitliklere ulaşılmıştır.

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = -\frac{1}{a_{max}} & \text{ve } \lambda_2(t) = \frac{1}{a_{max}}t - \frac{1}{j_{max}} & \text{eğer } t \leq t_1 \\ \lambda_1(t) = -\frac{1}{a_{max}} & \text{ve } \lambda_2(t) = \frac{1}{a_{max}}t - \frac{1}{j_{min}} & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.55)$$

Böylece, (3.29), (3.30) ve (3.33) ile verilen çözüm yörüngesi (u^*, x^*) , optimal çözüm için gerekli ve yeterli koşulları karşılamaktadır. Bir sonraki başlıkta, farklı hız değişim manevralarında elde edilen minimum-zamanlı optimal yörünge sonuçları paylaşılmıştır.

3.4 Zaman-optimal Yörünge Sonuçları

Minimum-zamanlı kontrol problemini test etmek için farklı hız değişim manevralarında lider araç yörüngesi analitik olarak Matlab programı ile hesaplanmıştır. Bölüm 3.3.3 ile belirtilen tüm yörüngeleri elde edebilmek için lider aracın farklı hız değişim manevralarıyla hareket etmesi gerekmektedir. Bu sebeple, çizelge 3.2 ile belirtilen farklı senaryolar test edilmiştir.

Çizelgede, Δv_u lider aracın hızlandığını ve Δv_d ise lider aracın yavaşladığını göstermektedir. Her test durumunda lider araç ile birlikte araç dizisi önce hızlanır ve istenilen maksimum hız değerine ulaşmaktadır. Sonrasında ise yavaşlamaya başlar ve belirtilen minimum hız değerine ulaşmaktadır.

Çizelge 3.2 Optimal yörünge için test senaryoları

Test No	$\Delta v_u \geq 0$	$\Delta v_d \leq 0$
1	$v_s = 90 \text{ km/s} - v_f = 120 \text{ km/s}$	$v_s = 120 \text{ km/s} - v_f = 100 \text{ km/s}$
2	$v_s = 48 \text{ km/s} - v_f = 50 \text{ km/s}$	$v_s = 50 \text{ km/s} - v_f = 20 \text{ km/s}$
3	$v_s = 108 \text{ km/s} - v_f = 110 \text{ km/s}$	$v_s = 110 \text{ km/s} - v_f = 108 \text{ km/s}$
4	$v_s = 8 \text{ km/s} - v_f = 10 \text{ km/s}$	$v_s = 10 \text{ km/s} - v_f = 8 \text{ km/s}$

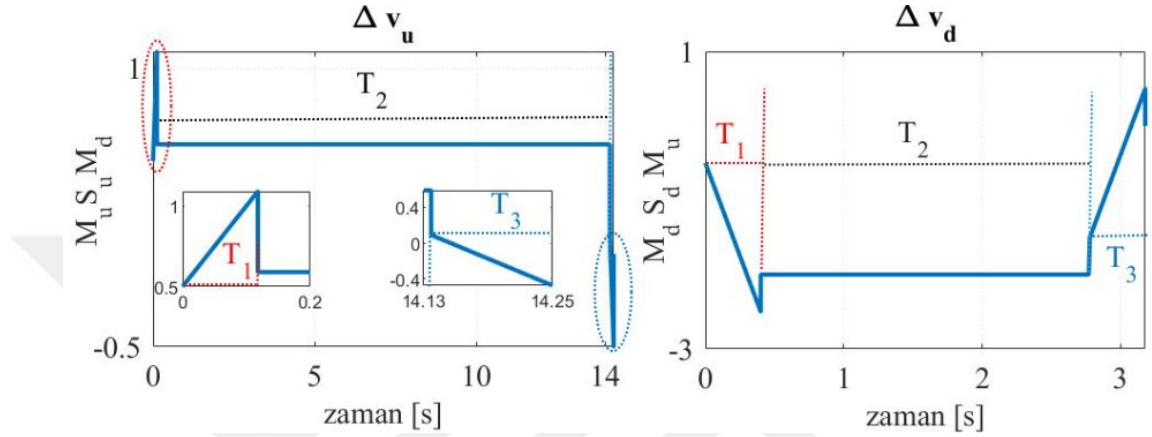
Önceki bölümde belirtildiği üzere minimum-zamanlı optimal yörünge lider araç kısıtlarına göre hesaplanmaktadır. Literatürde, ivme için $\bar{a} = 2 \text{ m/s}^2$ ve $\underline{a} = -2 \text{ m/s}^2$ limit değerleri önerilmektedir. Aynı zamanda, farklı hız değişim manevrasında araçların ulaşabileceği ivme değerleri Şekil 2.9'da gösterilmektedir. Dolayısıyla, literatürde tanımlanan ivme limitleri ve Şekil 2.9'da verilen ivme değerleri kullanılarak (3.12) eşitliğine göre ivme limitleri hesaplanmıştır. Sonrasında bu limit değerleri 3.13'de verilen durum kısıtı için kullanılmıştır. Literatürde, güvenli ve konforlu sürüş için $\bar{j} = 5 \text{ m/s}^3$ ve $\underline{j} = -5 \text{ m/s}^3$ sarsıntı kısıtları önerilmektedir (Matsuzaki vd. 2014, Nandi vd. 2015, Wu vd. 2009). Dolayısıyla, 3.17'de belirtilen kısıtlar için bu sarsıntı kısıtları kullanılmıştır.

İlk test senaryosu için elde edilen maksimum ve minimum limit değerleri çizelge 3.3 ile gösterilmiştir. Buna göre, araç dizisi hızlanma manevrasında $a_{max} = 0.5895 \text{ m/s}^2$ değeri ile hızlanır ve yavaşlama manevrasında $a_{min} = -2 \text{ m/s}^2$ ile yavaşlar. Çizelge 3.3 ile belirtildiği gibi bu kısıt değerleri altında hızlanma manevrasında $M_u S_u M_d$ ve yavaşlama manevrasında $M_d S_d M_u$ yörüngesi elde edilmiştir. Çizelgede gösterildiği üzere, $M_u S_u M_d$ yörüngesi 14.2548 s, $M_d S_d M_u$ yörüngesi 3.1778 s ve sonuç olarak $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ yörüngesi toplam 17.4326 s sürede tamamlanmıştır. Sonuç tablosunda, elde edilemeyen yörüngeler “-” işareti ile ifade edilmiştir.

Çizelge 3.3 Test 1 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler

$\Delta v_u = 30 \text{ km/s}$		$\Delta v_d = -20 \text{ km/s}$		Yörünge ve süresi
$M_u M_d$	-	$M_d M_u$	-	$t_f = 17.4326 \text{ s}$ $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$
$M_u S_u M_d$	14.2548 s	$M_d S_d M_u$	3.1778 s	
$a_{max} = 0.5895 \text{ m/s}^2$ $j_{max} = 5 \text{ m/s}^3$		$a_{min} = -2 \text{ m/s}^2$ $j_{min} = -5 \text{ m/s}^3$		

Elde edilen yörünge $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ ayrıntılı olarak Şekil 3.6 ile gösterilmiştir. Şekilde belirtilen T_1 , T_2 ve T_3 değerleri segmentlerin elde edildiği süreleri göstermektedir. Bir sonraki aşamada, elde edilen lider araç yörüngesinin optimal olup olmadığının kontrol edilmesi gerekmektedir. Çizelge 3.4 ile eşitlik 3.54’de tanımlanan aktif ve pasif olan λ_k , μ_k ve η_k ($k = 1, 2$) çarpanlar belirtilmiştir.



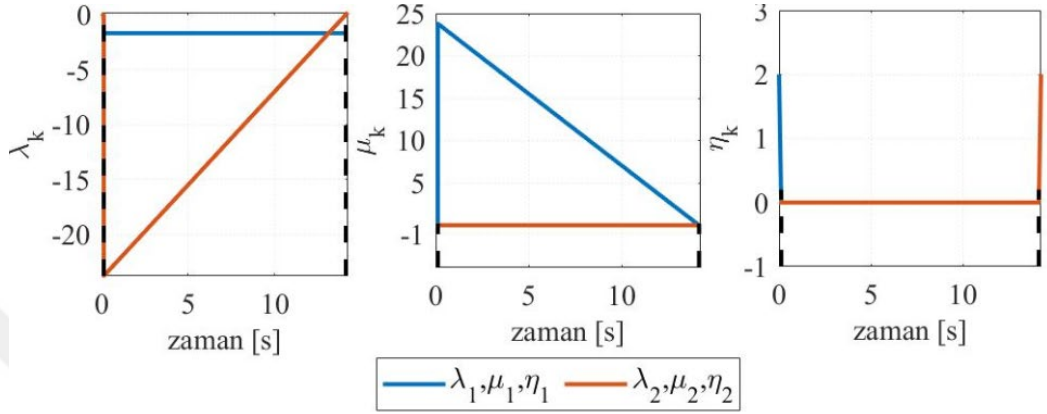
Şekil 3.6 Test 1 için lider araç yörüngesi

Şekil 3.7 ile gösterildiği üzere hem hızlanma manevrasında T_1 ve T_3 aralıkları için μ_k ($k = 1, 2$) çarpanı pasif olduğundan bu aralıklarda S_u segmentine ulaşılamaz.

Çizelge 3.4 Test 1 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar

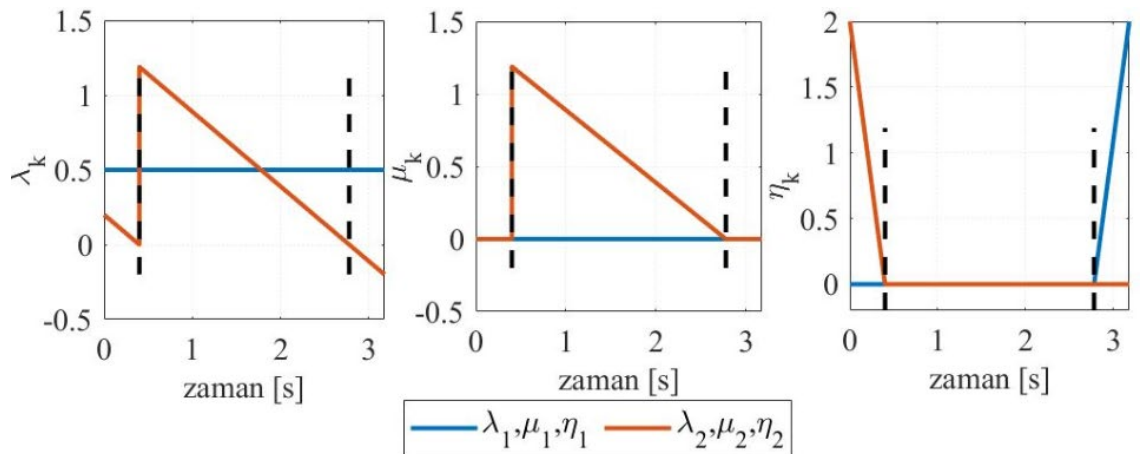
$\Delta v_u = 30 \text{ km/s}$			$\Delta v_d = -20 \text{ km/s}$		
T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \leq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \leq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \leq 0$
$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = -\lambda_2,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = \lambda_2$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$
$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1}$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1}$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$

Diğer tarafta, T_2 aralığında μ_1 çarpanı aktif olduğundan S_u segmentine ulaşılmıştır. Ayrıca, hızlanma manevrasında T_1 aralığında η_1 çarpanı aktif olduğundan M_u segmenti ve T_3 aralığında η_2 çarpanı aktif olduğundan M_d segmenti belirtilen sürelerde elde edilmiştir.



Şekil 3.7 Test 1 hızlanma manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları

Şekil 3.8 ile gösterildiği üzere optimal yörünge için gerekli olan aktif ve pasif çarpanların, hızlanma manevrasındaki çarpanların tam tersi olduğu görülmektedir. Buna göre, T_1 aralığında η_2 , T_2 aralığında μ_2 ve T_3 aralığında η_1 çarpanları aktif hale gelmiştir. Beklenildiği gibi λ_2 çarpanı T_1 ve T_2 aralıklarında pozitif iken T_3 aralığında negatiftir. Dolayısıyla, $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ lider araç yörüngesi için (2.54), (3.7)-(3.9), (3.13) ve (3.17) eşitlikleri ile belirtilen optimallik koşulları sağlanmıştır.



Şekil 3.8 Test 1 yavaşlama manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları

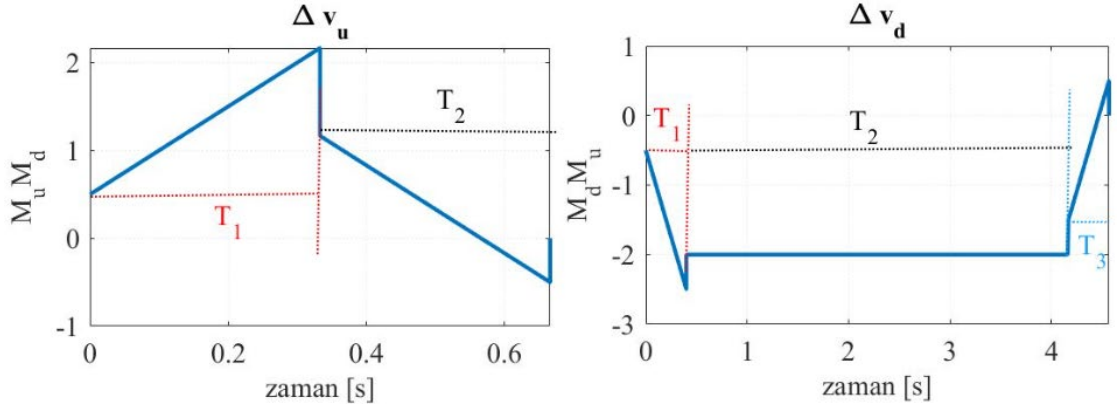
Test 2 senaryosunda hızlanma ve yavaşlama manevrası için elde edilen sinyal kısıtları çizelge 3.5 ile gösterilmiştir. Şekil 2.9 ile gösterildiği gibi düşük hız manevrasında aracın ivme değeri daha yüksektir ve bu sebeple bu test senaryosunda lider araç daha yüksek ivme ile sınırlandırılmıştır.

Bu kısıtlar altında elde edilen yörünge süreleri yine aynı çizelgede gösterilmiştir. Lider aracın maksimum ivme kısıtı $a_{max} = 2 \text{ m/s}^2$ iken, aracın belirtilen hızlanma manevrasında bu değere ulaşamadığı ve ivme sinyalinin $a_1 = 1.6667 \text{ m/s}^2$ değerine kadar arttığı görülmektedir. Bunun sonucunda S_u segmentine ulaşamadığından $M_u M_d$ yörüngesi elde edilmiştir. Sonuç tablosunda elde edilemeyen yörüngeler “-” işareti ile ifade edilmiştir.

Çizelge 3.5 Test 2 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler

$\Delta v_u = 2 \text{ km/s}$		$\Delta v_d = -30 \text{ km/s}$		Yörünge ve süresi
$M_u M_d$	0.6667 s	$M_d M_u$	-	$t_f = 5.23333 \text{ s}$ $M_u M_d - M_d S_d M_u$
$M_u S_u M_d$	-	$M_d S_d M_u$	4.5667 s	
$a_{max} = 2 \text{ m/s}^2$ $j_{max} = 5 \text{ m/s}^3$		$a_{min} = -2 \text{ m/s}^2$ $j_{min} = -5 \text{ m/s}^3$		

Diğer tarafta, $\Delta v_d = -30 \text{ km/s}$ yavaşlama manevrasında istenilen kısıt değerine ulaşılmış ve $M_d S_d M_u$ yörüngesi elde edilmiştir. Analitik olarak hesaplanan yörünge Şekil 3.9 ile gösterilmiştir.



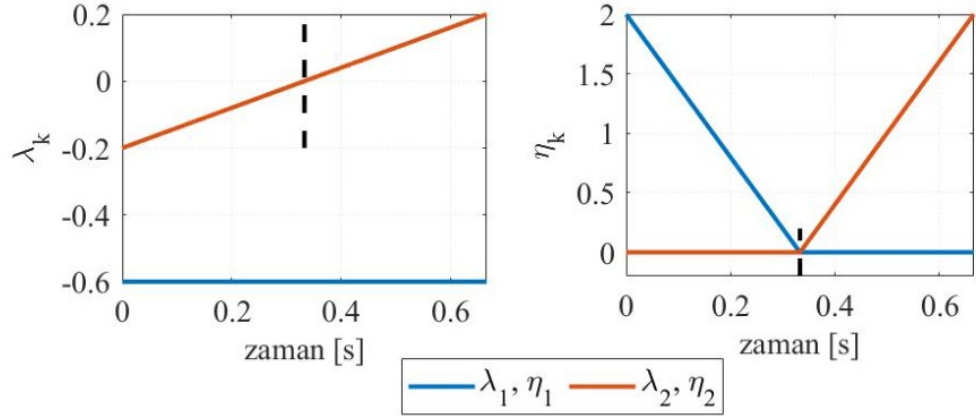
Şekil 3.9 Test 2 lider araç yörüngesi

Çizelge 3.6 ile T_1, T_2, T_3 sürelerinde aktif ve pasif olan λ_k, μ_k ve η_k çarpanları verilmiştir. Hızlanma manevrasında, her iki zaman aralığında λ_1 değeri aynı ve sabit bir değerdir. T_1 zaman aralığında λ_2 çarpanı negatif ve T_2 zaman aralığında λ_2 çarpanı pozitif olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan λ_k değerlerine bağlı olarak η_k çarpanları hesaplanmıştır. T_1 zaman aralığında η_1 ve T_2 zaman aralığında η_2 çarpanının aktif olduğu Şekil 3.10'da gözlenmektedir. Diğer tarafta, μ_k ($k = 1, 2$) çarpanının tamamen pasif olduğu görülmektedir. Belirtilen hız manevrasında S_u yörünge segmentine ulaşamadığı görülmüştür. Öyle ki, hızlanma manevrası için sadece $M_u M_d$ yörüngesi elde edilmiştir.

Çizelge 3.6 Test 2 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar

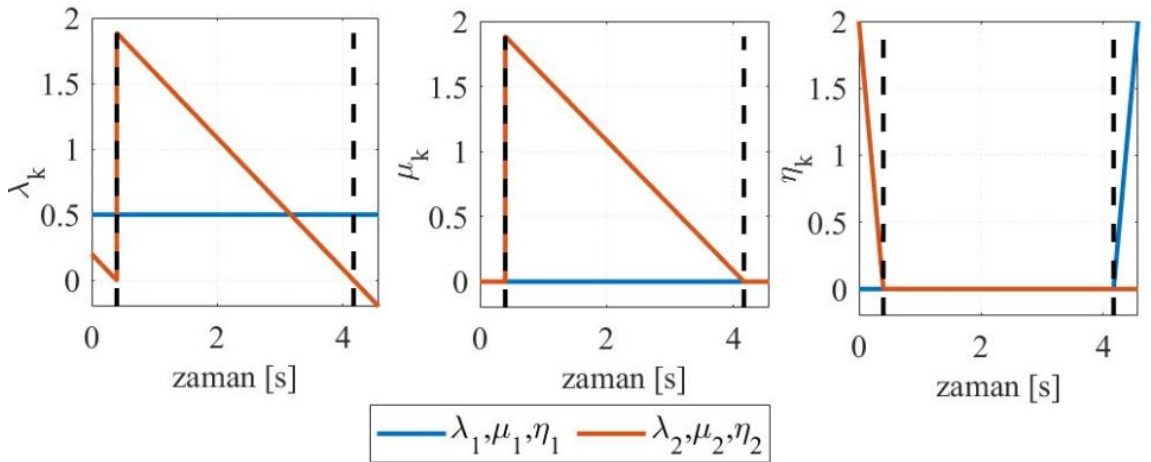
$\Delta v_u = 2 \text{ km/s}$		$\Delta v_d = -30 \text{ km/s}$		
T_1	T_2	T_1	T_2	T_3
$\lambda_1 = -0.6,$ $\lambda_2 \leq 0$	$\lambda_1 = -0.6,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0.5,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0.5,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0.5,$ $\lambda_2 \leq 0$
-	-	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = \lambda_2$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$
$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1},$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1}$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$

Çizelge 3.6 ile yavaşlama manevrası ($\Delta v_d = -30$ km/s) için hesaplanan çarpanlar Şekil 3.11’de gösterilmiştir. T_1, T_2, T_3 zaman aralıklarında μ_1 çarpanının sıfıra eşit olduğu görülmektedir. Bunun anlamı, S_u segmentinin elde edilemediğini göstermektedir. Sadece, T_2 aralığında μ_2 çarpanı pozitifdir ve S_d segmenti elde edilmiştir. T_1 zaman aralığında η_2 ile M_d segmentine ulaşılmıştır.



Şekil 3.10 Test 2 hızlanma manevrası için λ_k, μ_k ve η_k çarpanları

Diğer tarafta, T_3 aralığında η_1 ve dolayısıyla M_u segmenti elde edilmiştir. Böylelikle, hızlanma ve yavaşlama manevraları sonucunda $M_d S_d M_u$ yörüngesi elde edilmiştir. Bu sonuçlar ile birlikte, analitik olarak hesaplanan $M_u M_d - M_d S_d M_u$ yörüngesinin optimal olduğu doğrulanmıştır.



Şekil 3.11 Test 2 yavaşlama manevrası için λ_k, μ_k ve η_k çarpanları

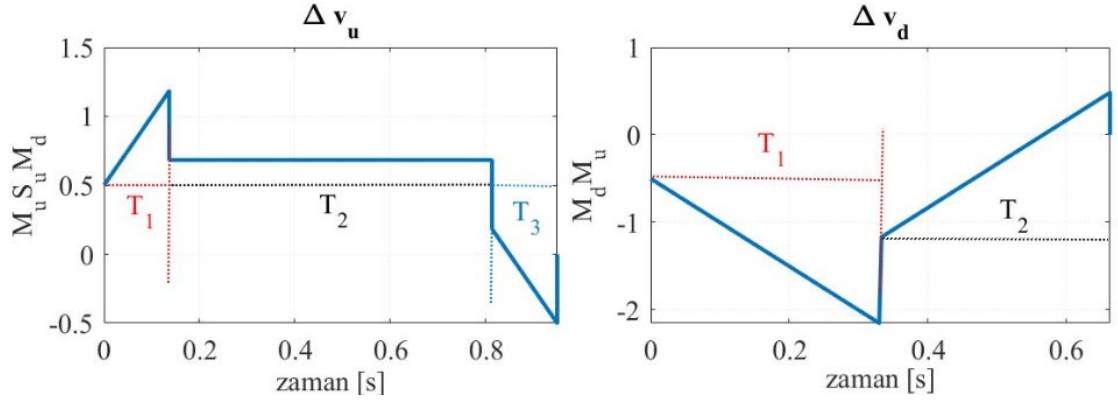
Test 3 senaryosunda, istenilen hız manevraları için kısıt değerleri çizelge 3.7 ile belirtilmiştir. Hızlanma manevrası için maksimum ivme sinyali $a_{max} = 0.6834 \text{ m/s}^2$ olarak hesaplanmıştır. Beklenildiği gibi yüksek hız manevrasında daha düşük ivme kısıtı görülmektedir.

Test 1 hızlanma manevrasında olduğu gibi Test 3 hızlanma manevrası için aynı yörünge $M_u S_u M_d$ elde edilmiştir. Fakat, farklı hız değişim manevralarından dolayı anahtarlama sürelerinin farklı olduğu çizelge 3.7’de gösterilmiştir. Öyle ki, Test 1 senaryosuna kıyasla, belirlenen hız manevrasında minimum yörünge süresi 0.9496 s olarak hesaplanmıştır. Yavaşlama manevrasında, maksimum ivme kısıtı olmasına rağmen bu hız değerinde aracın ivme kısıt değerine ulaşamadığı görülmektedir. Dolayısıyla, S_d segmentine ulaşamaz ve bu sebeple $M_d M_u$ yörüngesi elde edilmiştir. Sonuç tablosunda elde edilemeyen yörüngeler “-” işareti ile ifade edilmiştir.

Çizelge 3.7 Test 3 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler

$\Delta v_u = 2 \text{ km/s}$		$\Delta v_d = -2 \text{ km/s}$		Yörünge ve süresi
$M_u M_d$	-	$M_d M_u$	0.6667 s	$t_f = 1.6129 \text{ s}$ $M_u S_u M_d - M_d M_u$
$M_u S_u M_d$	0.9496 s	$M_d S_d M_u$	-	
$a_{max} = 0.6834 \text{ m/s}^2$ $j_{max} = 5 \text{ m/s}^3$		$a_{min} = -2 \text{ m/s}^2$ $j_{min} = -5 \text{ m/s}^3$		

Şekil 3.12 ile analitik olarak hesaplanan ve minimum zaman süresi $t_f = 1.6129 \text{ s}$ olarak bulunarak $M_u S_u M_d - M_d M_u$ yörüngesi gösterilmiştir.



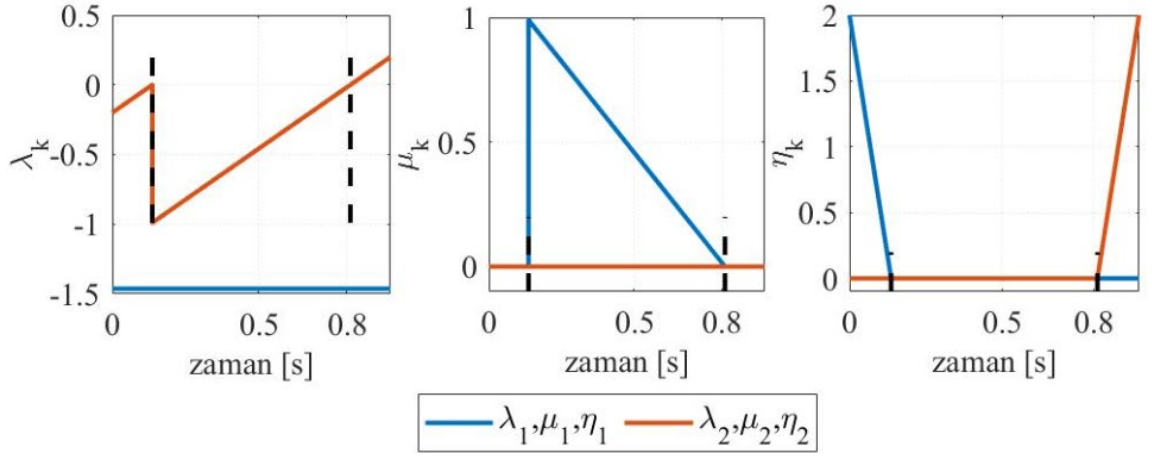
Şekil 3.12 Test 3 lider araç yörüngesi

$M_u S_u M_d - M_d M_u$ yörüngesinin optimalliğini gösteren çarpanlar çizelge 3.8 ile paylaşılmıştır. Hızlanma manevrası için Test 1 ile aynı λ_k, μ_k ve η_k çarpanlarının aktif ya da pasif olduğu görülmektedir.

Çizelge 3.8 Test 3 durumu için yörünge süreleri ve çarpanlar

$\Delta v_u = 30 \text{ km/s}$			$\Delta v_d = -20 \text{ km/s}$	
T_1	T_2	T_3	T_1	T_2
$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \leq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \leq 0$	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0.6,$ $\lambda_2 \geq 0$	$\lambda_1 = 0.6,$ $\lambda_2 \leq 0$
$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = -\lambda_2,$ $\mu_2 = 0$	$\mu_1 = 0,$ $\mu_2 = 0$	-	-
$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = 0$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1}$	$\eta_1 = 0,$ $\eta_2 = \frac{\lambda_2}{\tau_1}$	$\eta_1 = -\frac{\lambda_2}{\tau_1},$ $\eta_2 = 0$

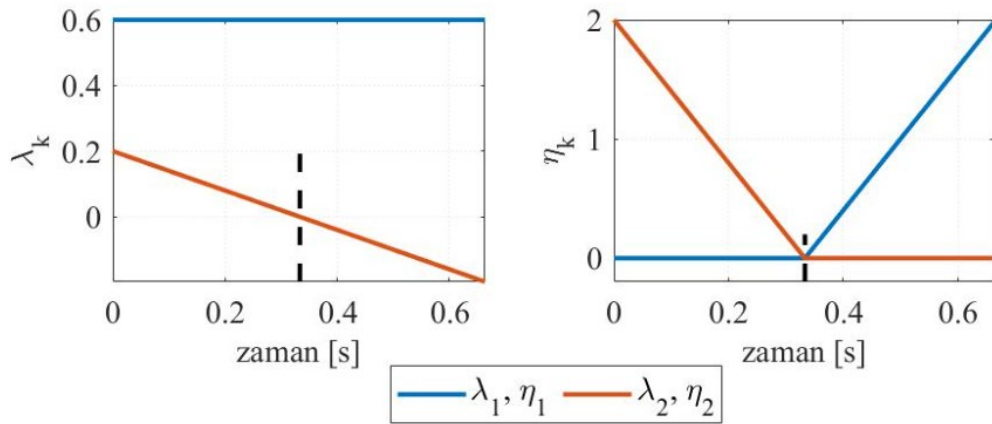
Şekil 3.13 ile hızlanma manevrası için çarpan değerlerinin sonuçları paylaşılmıştır. Yavaşlama manevrasında ise μ_k ($k = 1,2$) çarpanının sıfır olduğu görülmektedir. Bunun anlamı, belirtilen manevra için S_d segmenti elde edilemez. Diğer tarafta, T_1 aralığında η_2 ve T_2 aralığında η_1 çarpanı aktif hale gelmiştir. Böylece sırasıyla M_d ve M_u segmentlerine ulaşılmıştır.



Şekil 3.13 Test 3 hızlanma manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları

Yavaşlama manevrası için elde edilen çarpanlar Şekil 3.14 ile gösterilmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda, optimallik koşulları sağlanmış ve $M_u S_u M_d - M_d M_u$ yörüngesinin optimal olduğu gösterilmiştir.

Son test senaryosunda, hız değişim manevraları $\Delta v_u = 2$ km/s ve $\Delta v_d = -2$ km/s için elde edilen yörünge sonuçları paylaşılmıştır. Öncelikle, hız manevraları için uygun olan ivme ve sarsıntı değerleri belirlenmiştir. Bu hız manevraları ve kısıt değerleri altında elde edilen yörünge segmentleri ve süreleri çizelge 3.9 ile paylaşılmıştır. Hızlanma ve yavaşlama manevrası için elde edilen $M_u M_d - M_d M_u$ yörüngesi Şekil 3.15 ile gösterilmiştir.



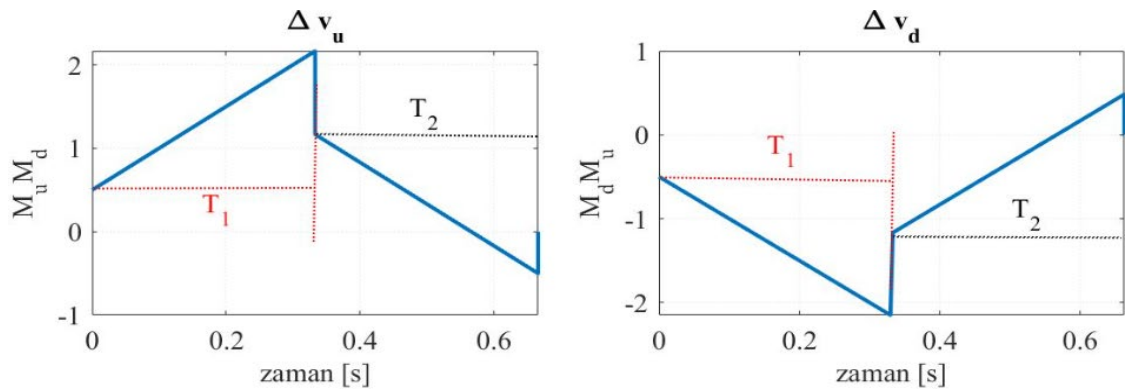
Şekil 3.14 Test 3 yavaşlama manevrası için λ_k , μ_k ve η_k çarpanları

Test 2 ve Test 4 hızlanma senaryoları ile aynı kısıtlar altında aynı yörünge $M_u M_d$ hesaplanmıştır. Buna göre, maksimum ivme değeri $a_{max} = 2 \text{ m/s}^2$ olmasına rağmen belirtilen hız değerlerinde lider araç istenilen ivme değerine ulaşamaz. Sonuç tablosunda elde edilemeyen yörüngeler “-” işareti ile ifade edilmiştir.

Çizelge 3.9 Test 4 senaryosu için kısıtlar ve yörüngeler

$\Delta v_u = 2 \text{ km/s}$		$\Delta v_d = -2 \text{ km/s}$		Yörünge ve süresi
$M_u M_d$	0.6667 s	$M_d M_u$	0.6667 s	$t_f = 1.33 \text{ s}$ $M_u M_d - M_d M_u$
$M_u S_u M_d$	-	$M_d S_d M_u$	-	
$a_{max} = 2 \text{ m/s}^2$ $j_{max} = 5 \text{ m/s}^3$		$a_{min} = -2 \text{ m/s}^2$ $j_{min} = -5 \text{ m/s}^3$		

Aynı şekilde, yavaşlama manevrası aynı kısıt değerlerine sahip olduğundan Test 3 ile aynı yörünge $M_d M_u$ elde edilmiştir. Dolayısıyla, aynı çarpan λ_k ve η_k değerlerine sahiptir. Hem hızlanma hem de yavaşlama manevralarında μ_k çarpanları sıfır olduğundan S_u ve S_d segmentlerine ulaşamaz. Test 2 ve Test 4 hem hız değişim manevrası hem de kısıtlar aynı olduğundan aynı süre içerisinde $M_u M_d$ yörüngesi elde edilmiştir. Aynı durum Test 3 ve Test 4 yavaşlama manevrası için de geçerlidir ve $M_d M_u$ yörüngesi 0.6667 s’de tamamlanmıştır.



Şekil 3.15 Test 4 için lider araç yörüngesi

Optimal yörünge'nin ispatı için gerekli olan çarpan değerleri çizelge 3.6 ($\Delta v_u = 2$ km/s) ve çizelge 3.8 ($\Delta v_d = -2$ km/s) ile aynı olduğu belirtilmelidir. Aynı şekilde, optimal çözümün ispatı olan çarpanlar Şekil 3.10 ve Şekil 3.14 ile aynı olduğundan tekrar paylaşılmamıştır.

Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan minimum-zamanlı optimal yörünge analitik olarak hesaplanmıştır. Önerilen orijinal yöntem farklı hız değişim manevraları ve durum kısıtları altında test edilmiştir. Buna göre, her segment kullanılarak olası dört farklı optimal yörünge: $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$, $M_u M_d - M_d S_d M_u$, $M_u S_u M_d - M_d M_u$, $M_u M_d - M_d M_u$ elde edilmiştir.

Özetle, bu bölümde yalnızca doğrusal olmayan araç modeli, heterojen araç dizisi, eyleyici doyumu dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda, farklı hız değişim manevrasında hıza bağlı kuvvet limitleri ve ivme limitleri dikkate alınarak heterojen araç dizisi için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulları belirlenmiştir. Böylece, heterojen araç dizisinde görülmesi muhtemel eyleyici doyumu engellemek için yeterli koşullar türetilerek dizi kararlılığı garantilenmiştir. Sonrasında, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan lider araç yörüngeleri için minimum-zamanlı optimal kontrol problemi tanımlanmıştır. Gerçek trafik koşullarında ve farklı hız değişim manevralarında analitik olarak pratik bir şekilde hesaplanan muhtemel yörüngelerin optimal olduğu gösterilmiştir. Bu bölüme kadar yapılan çalışmalarda, KASK donanımlı araç dizisi için haberleşme gecikmesi ve eyleyici gecikmesi sabit değer olarak alınmıştır. Ayrıca, literatürde önerilen doğrusal kontrolcü modeli ve parametreleri hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK kontrol sisteminde tercih edilmiştir. Diğer tarafta, araçlar arası iletişimin kablosuz haberleşme ile yapıldığı KASK sisteminde gerçek trafik koşullarında zamanla değişen haberleşme gecikmesi görülmektedir. Dolayısıyla, araç takip sisteminde zamanla değişen gecikme dikkate alınarak kontrolcü sentezi yapılmalıdır.

4. ZAMAN GECİKMESİ ALTINDA KONTROLCÜ SENTEZİ

Bir kontrol sisteminde, zaman gecikmesinin sistemin performansını olumsuz yönde etkileyebilecek zaman gecikmelerine neden olacağı bilinmektedir. Örneğin, bir kontrol sisteminde zaman gecikmesinin varlığı salınım, performans düşüşü ve kararsızlığa yol açabilir (Dey vd. 2016). Bu nedenle, zaman gecikmesi olan bir sistemin kontrolü ve kararlılık analizi hem teorik ve hem de pratik anlamda mutlaka incelenmelidir.

Zaman gecikmeli bir sistem olan KASK sürüş modelinde, araçtan araca kablosuz iletişim nedeniyle zamanla değişen haberleşme gecikmesinin oluşması kaçınılmazdır (Chen vd. 2021, di Bernardo vd. 2016, Liu vd. 2001, Ma vd. 2020, Vegamoor vd. 2019). Ayrıca, üçüncü derece araç denklemleri ile ifade edilen araç modelinde eyleyicinin de zaman gecikmesine sebep olacağı bilinmektedir. Eyleyici gecikmesi hem araç içi kararlılığın ve hem de araç dizisinin kararlılığının sağlanması için kontrolcü sentezinde mutlaka dikkate alınmalıdır (Chen vd. 2020, Di Bernardo vd. 2014, Huang vd. 2022). Literatürde, zamanla değişen gecikmeli sistem için yapılan çalışmalar sabit zaman gecikmeli sisteme göre çok daha azdır (Ghasemi vd. 2015, Kayacan, 2017, Ploeg vd. 2014, Sawant vd. 2020).

Tez çalışmasında, zaman gecikmeli sistemin kararlılığını sağlayan kontrolcü sentezi yapılmıştır. Bu bölüm, şu şekilde organize edilmiştir. Bölüm 4.1’de zaman gecikmesi için önerilen genel yaklaşım ve yöntemler ile ilgili bilgi verilmiştir. Sonraki bölümlerde notasyon ve problemin genel tanımı açıklanmıştır. Bölüm 4.2 geliştirilen Bi-Section algoritması ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi sunulmuştur. Bölüm 4.3’te Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (LMI) ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü parametreleri elde edilmiştir.

4.1 Kontrol Sisteminde Zaman Gecikmesine Genel Yaklaşım

Zaman gecikmeli kontrol sisteminin kararlılık analizinde frekans-alanı ve zaman-alanı olmak üzere iki farklı yaklaşım önerilmektedir. Zaman gecikmesinin olmadığı bir

sistemin kararlılık analizinde, frekans-alanında karmaşık olduğu bilinmektedir (Kolmanovskii ve Richard 1999). Zaman gecikmesinin olduğu bir sistemin frekans-alanında analizi ise çözüme ekstra kısıtlar getireceğinden, analizi ekstra karmaşık hale getirecektir (Kharitonov ve Zhabko 2003, Wu vd. 2010).

Diğer tarafta, heterojen zaman gecikmesi söz konusu olduğunda zaman-alanında önemli bir alternatif olarak öne çıkmaktadır. Zaman-alanında Lyapunov tabanlı iki temel teorem bulunmaktadır: Lyapunov-Krasovskii ve Lyapunov-Razumikhin yaklaşımlarıdır. Lyapunov-Razumikhin fonksiyon yapılarının oluşturulması Lyapunov-Krasovskii fonksiyon yapılarına kıyasla kolaydır (Wu vd. 2010). Ancak, Lyapunov-Razumikhin kullanılarak elde edilen sonuçlar, Lyapunov-Krasovskii elde edilen sonuçlara kıyasla daha tutucudur (conservative) (Kharitonov ve Zhabko 2003).

Lyapunov yaklaşımı ile zaman gecikmeli kontrol problemini çözmek için Riccati denklemleri ve eşitsizlikleri kullanılabilir. Fakat, Riccati denklemleri çok sayıda parametre içermektedir ve pozitif tanımlı simetrik matrislerin önceden ayarlanması gerekmektedir (Boyd vd. 1994). Dolayısıyla, kontrol probleminin bir sonucu olmasına rağmen çözüm bulunmayabilir. Bu, kontrol problemlerinin çözümü için büyük bir dezavantaj sağlamaktadır. Bu noktada, iç-nokta (interior-point) algoritmaları geliştirilmiş ve LMI aracı Matlab'da kullanmaya başlanmıştır (Boyd vd. 1994). LMI'lar kontrol sisteminin analizi ve tasarımında öne çıkan yöntemdir (Kharitonov ve Zhabko 2003, Wu vd. 2010). LMI yapılarını elde edebilmek için kararlılık koşullarını sağlayan uygun Lyapunov-Krasovskii Fonksiyoneli (LKF)'nin çözümünün yapılması gerekmektedir. Önerilen sonuçların tutuculuğuna (conservatism) karar verdiğinden dolayı uygun LKF seçimi yapabilmek önemlidir (Kolmanovskii ve Richard 1999). Eğer elde edilen LMI'lar için nümerik çözüm bulunabilirse, Lyapunov-Krasovskii kararlılık teoremine göre zaman gecikmeli kontrol sistemi asimptotik olarak kararlıdır.

Zaman gecikmeli sistemin kararlılık kriteri iki şekilde gruplandırılır. Birincisi, gecikmenin uzunluğundan bağımsızdır ve gecikmeden-bağımsız (delay-independent) koşullar olarak adlandırılır. Gecikmeden-bağımsız koşullar gecikme hakkında bilgi içermediğinden, özellikle gecikme değeri küçük olduğunda aşırı tutucudur. Diğer

kararlılık kriteri ise gecikmenin uzunluğu ile ilgili bilgileri kullanır ve gecikmeye-bağılı (delay-dependent) koşullar olarak isimlendirilir. Gecikmeye-bağılı sistemin kararlılık özelliği, bir parametre olarak görülen gecikme boyutunun bir fonksiyonudur. Gecikmeye-bağılı zaman gecikmeli sistemin kararlılığını sağlamak için iki yaklaşım önerilmiştir.

1. Gecikme türevleri ile sınırlanmış gecikmeler: Zamanla değişen gecikme $\delta(t)$, $\forall t \geq 0$ için türevlenebilir fonksiyon olarak kabul edilsin. Bu durumda, zamanla değişen gecikme için aşağıda verilen zaman kısıtları LKF yapıları oluşturulurken dikkate alınmaktadır.

$$\delta_d \leq \delta(t) \leq \delta_u \quad (4.1)$$

$$\bar{\delta}_d \leq \dot{\delta}(t) \leq \bar{\delta}_u \quad (4.2)$$

Burada, δ_d ile δ_u zamanla değişen gecikme $\delta(t)$ için maksimum ve minimum sınırlarını ifade etmektedir. Zamanla değişen gecikme türevinin $\dot{\delta}(t)$, maksimum ve minimum sınırları $\bar{\delta}_u$ ve $\bar{\delta}_d$ ile tanımlanmıştır.

2. Zamanla değişen hızlı gecikme (fast time-varying delays- rate independent): Bu durumda, yalnızca 4.1’de tanımlanan zaman kısıtı dikkate alınmaktadır.

Bu özel durumlar, sistem gereksinimlerine göre LKF yapıları oluşturulurken dikkate alınmaktadır. Bir sonraki başlıkta, çalışmada kullanılan gerekli notasyonlar ve Lyapunov-Krasovskii teoremi tanımlanmıştır.

4.1.1 Notasyon

Zaman gecikmesi altında kontrolcü sentezi için $\mathcal{L}_2$ -norm ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm kavramları dikkate alınmıştır. Bölüm 2.3.1’de yapılan tanımlar doğrultusunda $\mathcal{L}_2[0, \infty)$ -dizi

kararlılığı $\phi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ normu ile $\|\phi\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\int_0^\infty |\phi(\hbar)|^2 d\hbar}$ şeklinde ifade edilmektedir. Temelde sınırlı fonksiyonların uzayı için $\mathcal{L}_\infty(a, b)$ kararlılığı $\phi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ normu ile $\|\phi\|_{\mathcal{L}_\infty} = \max_{\hbar \in (a, b)} \|\phi(\hbar)\|$ olarak tanımlanmaktadır. Buna göre, $\phi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ sürekli fonksiyonların uzayı için $\|\phi\|_{\mathbb{C}} = \max_{\hbar \in [a, b]} \|\phi(\hbar)\|$ normuyla $\mathbb{C}[a, b]$, $\phi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ sürekli fonksiyonların uzayı için $\|\phi\|_{\mathbb{C}} = \max_{\theta \in [a, b]} \|\phi(\hbar)\|$ normuyla $\frac{d\phi}{d\hbar} \in \mathcal{L}_2[a, b]$ ile $\mathbb{C}^1[a, b]$ ve $\phi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$ mutlak sürekli fonksiyonların uzayı için $\|\phi\|_{\mathcal{W}} = \|\phi\|_{\mathbb{C}} + \left\| \frac{d\phi}{d\hbar} \right\|_{\mathcal{L}_2}$ normuyla $\mathcal{W}[a, b]$ olarak yazılsın.

Çalışmada, fonksiyonel diferansiyel denklem ile modellenen zaman gecikmeli sistem şu şekilde ifade edilmiştir.

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t, \dot{x}_t) \quad (4.3)$$

Burada, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ve maksimum gecikme değeri δ için $f: \mathbb{R} \times \mathbb{C}[-\delta, 0] \times \mathbb{C}^1[-\delta, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$. Ayrıca $f(t, 0, 0) = 0$ için (4.3)'ün denge noktası $x(t) \equiv 0$. Bu bilgiler doğrultusunda, aşağıda verilen Lyapunov-Krasovskii teoremi tanımlanmıştır (Kolmanovskii ve Myshkis, 2012).

Teorem 4.1. (Lyapunov-Krasovskii Teoremi) $u, v, \omega: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $u(0) = v(0) = 0$, $\omega \neq 0$ ve $\hbar > 0$ için $u(\hbar), v(\hbar), \omega(\hbar) > 0$ eşitsizliğini sağlayan sürekli ve azalmayan fonksiyonları ifade etsin. Eğer pozitif tanımlı sürekli bir Lyapunov fonksiyoneli $V: \mathbb{R} \times \mathcal{W}[-\delta, 0] \times \mathcal{L}_2(-\delta, 0) \rightarrow \mathbb{R}^+$ varsa,

$$u(\|x(t)\|) \leq V(t, x_t, \dot{x}_t) \leq v(\|x_t\|_{\mathcal{W}}) \quad (4.4)$$

ve (4.3) sisteminin çözümü boyunca, $\dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t)$ pozitif değil ise

$$\dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) \leq -\omega(\|x(t)\|) \quad (4.5)$$

Eşitlik (4.3) çözümü asimptotik olarak kararlıdır.

Bu tezin temel amacı, KASK sürüş sistemi için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm dizi kararlılık koşullarını sağlamaktır. Lyapunov-Krasovskii teoremi ise zaman gecikmeli kontrol sisteminin yalnızca asimptotik kararlılığını sağlamaktadır. Dolayısıyla, istenilen dizi kararlılık koşullarını sağlayabilmek için uygun besleme fonksiyonu LKF'ye eklenerek güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulları türetilmektedir.

Öncelikle, Teorem 4.1 kullanılarak $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı ve güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını sağlayan yeterli koşullar için genel model oluşturulmuştur. Buna göre, $w(t) \in \mathbb{R}^m$ girişi ve $z(t) \in \mathbb{R}^p$ çıktısı olan sistem modeli aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\dot{x}(t) = g(t, x_t, \dot{x}_t, w(t)) \quad (4.6)$$

$$z(t) = h(t, x_t, \dot{x}_t, w(t)) \quad (4.7)$$

Burada, $g: \mathbb{R} \times \mathbb{C}[-\delta, 0] \times \mathbb{C}^1[-\delta, 0] \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ ve $h: \mathbb{R} \times \mathbb{C}[-\delta, 0] \times \mathbb{C}^1[-\delta, 0] \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$.

4.1.2 Kontrolcü sentezi için model formülasyonu

Dizi kararlılığını analiz etmek için KASK sürüş modeli (4.6) ve (4.7) formunda yazılmalıdır. Bunun için de uygun bozulma girişi $w_i(t)$ ve çıktı sinyali $z_i(t)$ ile birlikte türetilmesi gerekmektedir. Buna göre, (2.22) ile tanımlanan kapalı-döngü transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılmalıdır.

$$\frac{Z_i(s)}{W_i(s)} = \Gamma_i(s) \quad (4.8)$$

Zhu vd. (2020) tarafından önerilen model dikkate alınarak model sunulmuştur. Öncelikle, düzenlenmiş girdi sinyali $\hat{u}_i(t)$ şu şekilde tanımlanmıştır.

$$U_i(s) = \frac{1+s\tau_i}{1+sh_i} \hat{U}_i(s) \quad (4.9)$$

Sonrasında, (2.21) kullanılarak şu eşitlik elde edilmiştir.

$$A_i(s) = \frac{1}{1+s\tau_i} e^{-s\phi_i} U_i(s) = \frac{1}{1+sh_i} e^{-s\phi_i} \hat{U}_i(s) \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow A_i(s)(1+sh_i) = e^{-s\phi_i} \hat{U}_i(s) \quad (4.11)$$

Devamında, (2.4)'de tanımlanan mesafe hatası ($e_i(t)$) kullanılarak ve (4.11)'in zaman alan eşdeğerini değiştirerek KASK sisteminin durum-uzay modeli elde edilmiştir.

$$\dot{e}_i = v_{i-1} - v_i - h_i a_i \quad (4.12)$$

$$\ddot{e}_i = a_{i-1} - a_i - h_i \dot{a}_i = a_{i-1} - \hat{u}_i(t - \phi_i) \quad (4.13)$$

Buna ek olarak, bozulma sinyali şu şekilde tanımlanmıştır.

$$w_i(t) = a_{i-1} + h_i \dot{a}_{i-1} \quad (4.14)$$

Son olarak, Şekil 2.4 ile gösterilen kontrol mimarisindeki $K_{b,i}$ ve $K_{f,i}$ modülleri için geri-besleme ve ileri-besleme kazanç değerleri $k_{b,i}$ ve $k_{f,i}$ tanımlanmıştır.

$$\hat{u}_i(t) = k_{b,i} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \end{bmatrix} + k_{f,i} a_{i-1}(t - \theta_i(t)) \quad (4.15)$$

Mesafe sinyal bilgileri Şekil 2.4'te gösterildiği gibi sensör ölçümleri (RADAR ya da LİDAR) tarafından algılanmaktadır. Öndeki aracın ivmesi ise kablosuz haberleşme ile takipçi araca aktarılmaktadır. Bu sebeple, yalnızca ileri beslemeli bölüm haberleşme gecikmesini ($\theta_i(t)$) içermektedir. Eyleyici gecikmesi (ϕ_i), giriş sinyali ile birlikte

$\hat{u}_i(t - \phi_i)$ olarak sisteme uygulanır. Dolayısıyla, iletilen sinyalin aynı anda karşılaştığı zaman gecikmeleri, eyleyici gecikmesi ve zamanla değişen haberleşme gecikmesidir.

Durum-uzay modeli, $x_i(t) = [e_i(t) \ \dot{e}_i(t) \ a_{i-1}(t)]^T$, bozulma giriş sinyali $w_i(t)$ ve çıkış sinyali $z_i(t)$ ile şöyle ifade edilmiştir.

$$\dot{x}_i(t) = \mathbf{A}_i x_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_{i,1} x_i(t - \phi_i) + \mathbf{B}_i \mathbf{K}_{i,2} x_i(t - \phi_i - \theta_i(t)) + \mathbf{C}_i w_i(t) \quad (4.16)$$

$$z_i(t) = \mathbf{K}_{i,1} x(t - \phi_i) + \mathbf{K}_{i,2} x(t - \phi_i - \theta_i(t)) = \hat{u}_i(t - \phi_i) \quad (4.17)$$

Sistem matrisleri aşağıda tanımlanmıştır.

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{h_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{h_i} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{K}_{i,1} = [k_{b,i} \ 0], \quad \mathbf{K}_{i,2} = [0 \ 0 \ k_{f,i}] \quad (4.19)$$

Kontrolcü $k_{b,i} = [k_{b,1}, k_{b,2}]$ olarak ifade edilmektedir. Dolayısıyla, (4.11), (4.14) ve (4.17) birlikte kullanıldığında şu sonuca ulaşılmıştır.

$$\frac{Z_i(s)}{W_i(s)} = \frac{e^{-s\phi_i} \hat{U}_i(s)}{W_i(s)} = \frac{A_i(s)(1+sh_i)}{A_{i-1}(s)(1+sh_i)} = \Gamma_i(s) \quad (4.20)$$

Bu sayede, (4.16) ve (4.17) ile tanımlanan model araç dizisinin kararlılık analizi için uygun hale getirilmiştir.

KASK modelinde görüldüğü üzere eyleyici gecikmesi zamanla değişmediğinden sabit değer olarak alınmıştır. Diğer tarafta, haberleşme gecikmesi zamanla değişen gecikme olarak ele alınmıştır. LKF yapıları oluşturulurken, zamanla değişen haberleşme gecikmesi için (4.1) ve (4.2)'de tanımlanan zaman kısıtları dikkate alınmıştır. Gerçek trafik ortamında, kablosuz haberleşme sırasında zaman gecikmesinin olmama ihtimalinden dolayı minimum gecikme kısıtı $\delta_d = 0$ ve maksimum gecikme kısıtı $\delta_u =$

$\bar{\theta}$ olarak kabul edilmiştir. Buna göre, zamanla değişen haberleşme gecikmesi için $0 \leq \theta(t) \leq \bar{\theta}$ zaman kısıtı kullanılmıştır. Ayrıca, zaman gecikmesinin türevi için $\dot{\delta}(t) \leq \bar{\delta}_u$ maksimum kısıt değeri çalışmada dikkate alınmıştır. Bu genel tanımlar doğrultusunda LKF yapıları oluşturulmuştur.

4.2 Bi-Section Algoritması ile Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -Dizi Kararlılık Analizi

Zhu vd. (2020) tarafından önerilen çalışmada haberleşme zaman gecikmesi sabit olarak kabul edilmiştir. Öncelikle, Zhu vd. (2020) tarafından önerilen LKF yapıları zamanla değişen haberleşme gecikmesi için tekrar düzenlenmiştir. LKF yapılarının çözümü ile elde edilen LMI'lar ile $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi yapılmıştır.

Kontrolcü sentezinde yalnızca $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık şartları arandığından (4.16) ve (4.17) sistem için aşağıda verilen Lyapunov kararlılık koşulu tanımlanmıştır.

Lemma 4.1. *Sistem modeli (4.16) ve (4.17) için denge noktaları $f(t, 0, 0, 0) = 0$ ve $g(t, 0, 0, 0) = 0$ olarak kabul edilsin. Ayrıca, $V : \mathbb{R} \times \mathcal{W}[-\delta, 0] \times \mathcal{L}_2(-\delta, 0) \rightarrow \mathbb{R}^+$ fonksiyonu (4.4) koşulunu sağlasın. Herhangi bir bozulma sinyali $w(t) \in \mathcal{L}_2[t_0, \infty)$ ve $\rho > 0$ değeri için şu eşitsizlik sağlanırsa sistem asimptotik karardır.*

$$\dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + z^T(t)z(t) - \rho^2 w^T(t)w(t) \leq 0 \quad (4.21)$$

Eşitlik (4.22) ile verilen koşul garantilenir ve istenilen $\mathcal{L}_2$ -norm koşulları sağlanır (Fridman, 2014).

$$\|z(t)\|_{\mathcal{L}_2} \leq \rho \|w(t)\|_{\mathcal{L}_2} \quad (4.22)$$

Lemma 4.1 temel alınarak sabit eyleyici ve zamanla değişen haberleşme gecikmesi ile $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü sentezi gerçekleştirilmiştir.

Teorem 4.2. *Sistem modeli (4.16)- (4.17), sabit $\phi, \bar{\theta}, h, \bar{\delta}_u$ değerleri ve zamanla değişen haberleşme gecikmesi $0 \leq \theta(t) \leq \bar{\theta}$ için pozitif simetrik $L, R_1, R_2, \bar{R}_1, Y_1, Y_2, \bar{Y}_1$ matrisleri ile $N_1, N_2, N_3, \bar{N}_1, V_1, V_2$ matrisleri ancak Ek 3’de verilen LMI kısıtları sağlanırsa elde edilir. Böylece, elde edilen geri besleme $K_1 = V_1 L^{-1}$ ve ileri besleme $K_2 = V_2 L^{-1}$ kontrol parametreleri sistemi kararlı hale getirir.*

Teorem 4.2’nin ispatı Ek 4’te verilmiştir. Bu sayede, zaman gecikmeli hızlandırılmış ileri-beslemeli KASK modeli için Teorem 4.2’ye göre $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü hesaplanmıştır. LKF yapılarının oluşturulması ve çözümü ile detaylı bilgiler bölüm 4.3.1’de sunulmuştur.

Bir sonraki bölümde, geliştirilen Bi-Section algoritması $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü kazançları ve minimum yakalama zaman değeri hesaplanmıştır.

4.2.1 Geliştirilen Bi-Section algoritması

Teorem 4.2 ile yalnızca $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi yapılmaktadır. Diğer tarafta, $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarında yalnızca sinyallerin enerjileri dikkate alındığından araç dizisi boyunca sinyal genliklerinin artması önemsenmez. Bu durum, eyleyicinin doyuma uğramasına ve hatta sistemin kararsız hale gelmesine yol açabilir. Diğer tarafta, bölüm 3’te belirtildiği üzere ilgili sinyallerin $\mathcal{L}_\infty$ -normu sinyal aşmalarını engelleyerek araç dizisindeki muhtemel eyleyici doyumunun oluşmasını önlemektedir. Teorem 2.2’de belirtilen güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -normunun yeterli kararlılık koşullarını sağlamak için kapsamlı Bi-Section algoritması önerilmiştir.

Algoritmanın tanımından önce çalışma için gerekli olan parametreler tanımlanmıştır. Öncelikle, çalışmada kullanılan ve Şekil (2.4) ile gösterilen KASK sürüş modelinin ileri besleme ve geri besleme modülleri şu şekilde ifade edilmektedir (Zhu vd. 2020).

$$K_{b,i} = \frac{(1+s\tau_i) \cdot (k_{b,1} + sk_{b,2})}{1+sh_i} \quad \text{ve} \quad K_{f,i} = \frac{k_{f,i}(1+s\tau_i)}{1+sh_i} \quad (4.23)$$

Teorem 4.2'ye göre kontrolcü parametrelerini hesaplamak için araç parametresi τ_i , eyleyici gecikmesi (ϕ_i) , maksimum haberleşme gecikmesi $(\bar{\theta})$ ve yakalama zaman süresi (h_i) değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Yakalama zaman sabiti, birbirini takip eden iki aracın birbirini hangi mesafede takip ettiğini göstermektedir. İki araç arasındaki bu mesafenin mümkün olduğu kadar az olması istenmektedir. Bu sayede, yol kapasitesi artırılarak daha fazla aracın karayolunda seyahat etmesi sağlanır. Geliştirilen Bi-Section algoritması ile birlikte minimum yakalama zamanı ve kontrolcü değerleri LMI yapılarının yinelemeli olarak kontrol edilmesiyle bulunmuştur.

Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşullarını sağlamak için Teorem 2.2'ye göre $\Gamma(s) \leq 1$ ve $\gamma(t) \geq 0$ koşullarının aynı anda sağlanması gerekmektedir. Geliştirilen Bi-Section algoritmasında, $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulunu sağlayan en küçük yakalama süresi zamanı $h_{\mathcal{L}_2}$ ifade edilmiştir. Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı için $h_{\mathcal{L}_2}$ alt sınır ve $h_{\mathcal{L}_\infty}^u$ üst sınır olarak tanımlanmıştır. Buna göre, $h_{\mathcal{L}_2} \leq h_i \leq h_{\mathcal{L}_\infty}^u$ aralığında $\gamma(h_i) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan $h_{\mathcal{L}_\infty}$ yakalama zamanı süresi ve geri besleme kontrolcüsü $K_{b,\mathcal{L}_\infty}$ hesaplanmıştır. Algoritmada, κ tolerans değerini göstermektedir. Algoritma, dizi kararlılık koşullarının daha kolay takip edilebilmesi için iki parça halinde gösterilmiştir. Geliştirilen Bi-Section Algoritması (A) ile $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan minimum yakalama zamanı değeri hesaplanmıştır. Algoritmanın devamında, Geliştirilen Bi-Section Algoritması (B) ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü kazançları ve uygun yakalama zamanı değeri hesaplanmıştır. $h_{\mathcal{L}_\infty} = \text{Bi-Section}(\gamma(h_i), h_{\mathcal{L}_2}, h_{\mathcal{L}_\infty}^u, \kappa)$ metodu algoritma ile açıklanmıştır. Algoritmada, gösterimi sadeleştirmek için 87eğişkenlerden ve parametrelerden i alt indisi çıkartılmıştır.

Geliştirilen Bi-Section Algoritması (A):

Başlangıç: τ yürüyen aksam zaman sabiti atanır.

Zaman gecikme değerleri ϕ ve $\bar{\theta}$ tanımlanır.

Haberleşme gecikme türevinin üst sınırı $\bar{\delta}_u$ tanımlanır.

Tolerans değeri κ atanır.

İlk döngü için maksimum h_t^u ve minimum h_t^l sınır değerleri tanımlanır.

1. $h_t^u - h_t^l < \kappa$ eşitsizliği sağlanana kadar döngü devam eder.

a. $h_t = \frac{h_t^u + h_t^l}{2}$ değeri hesaplanır.

b. $h_t, \phi, \bar{\theta}$ değerleri ile kontrol kazanç değerleri $k_{b,1}, k_{b,2}, k_f$ Teorem 4.2 ile bulunur.

c. $\tau, \phi, \bar{\theta}, k_{b,1,\mathcal{L}_2}, k_{b,2,\mathcal{L}_2}, k_{f,\mathcal{L}_2}$ ile h_t ve h_t^u için kapalı-döngü transfer fonksiyonu hesaplanır.

$$\Gamma(s) = \frac{G(K_b + s^2 DK_f)}{1 + K_b HG}$$

d. Eğer $\text{sigma}(|\Gamma(h_t) - 1|) = \text{sigma}(|\Gamma(h_t^u) - 1|)$ ise h_t değeri şu şekilde hesaplanır.

$$h_t^u = h_t \text{ aksi halde } h_t^l = h_t$$

e. $h^u := h_{\mathcal{L}_\infty}^u, h^l := h_{\mathcal{L}_2}$ olarak güncellenir.

Geliştirilen Bi-Section Algoritması (B):

Başlangıç: τ yürüyen aksam zaman sabiti atanır.

Zaman gecikme değerleri ϕ ve $\bar{\theta}$ tanımlanır.

Haberleşme gecikme türevinin üst sınırı $\bar{\delta}_u$ tanımlanır.

Tolerans değeri κ atanır.

İlk döngü için maksimum $h_{\mathcal{L}_\infty}^u$ sınır değerleri tanımlanır.

2. $h_t^u - h_t^l < \kappa$ eşitsizliği sağlanana kadar döngü devam eder.

a. $h_{\mathcal{L}_\infty} = \frac{h^u + h^l}{2}$ değeri hesaplanır.

b. $h_{\mathcal{L}_\infty}$ değeri için $k_{b,1,\mathcal{L}_\infty}$, $k_{b,2,\mathcal{L}_\infty}$, $k_{f,\mathcal{L}_\infty}$ değerleri Teorem 4.2 ile bulunur.

c. Güncel veriler ile dürtü yanıtı $\gamma(t)$ hesaplanır.

d. Eğer $\gamma(h_{\mathcal{L}_\infty}) \geq 0$ sağlanırsa

$h^u = h_{\mathcal{L}_\infty}$ aksi halde $h^l = h_{\mathcal{L}_\infty}$ değerine eşit olur.

e. $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulunu sağlayan en uygun yakalama zamanı değeri bulunur.

$$h_{\mathcal{L}_\infty} = h^u$$

f. $k_{b,1,\mathcal{L}_\infty}$, $k_{b,2,\mathcal{L}_\infty}$, $k_{f,\mathcal{L}_\infty}$ kontrol kazançları güncellenir.

Bir sonraki bölümde, zaman gecikmesi altında $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı ve $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını garantileyen kontrolcü parametreleri ile minimum yakalama zamanı değeri homojen araç dizisiyle değerlendirilmiştir.

4.2.2 Değerlendirme

Haberleşme ve eyleyici zaman gecikmesi altında kontrolcü sentezinin sonuçları Matlab/Simulink'te test edilmiştir. KASK donanımlı beş araçtan oluşan homojen araç dizisinde lider araç indeksi $i = 1$ olarak alınmıştır.

Doğrusal dinamik araç modelinin kullanıldığı çalışmada yürüyen aksam zaman sabiti $\tau = \tau_i = 0.1$ s olarak alınmıştır. Ayrıca, doğrusal modelde eyleyici gecikmesi $\phi = \phi_i = 0.2$ s olarak tercih edilmiştir. Geliştirilen Bi-Section algoritması için gerekli olan diğer parametreler çizelge 4.1’de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1 Geliştirilen Bi-Section algoritması için parametreler

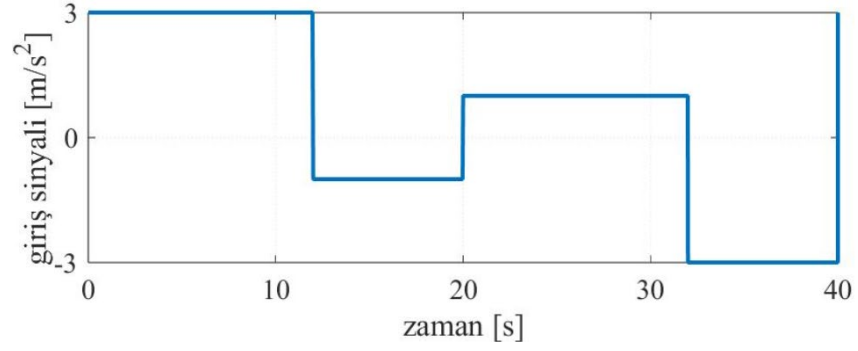
$\bar{\theta} = 0.2$ [s]	$\bar{\delta}_u = 0.3$ [-]	$h_t^u = 1$ [s]	$h_t^l = 0.01$ [s]	$h_{\mathcal{L}_\infty}^u = 4$ [s]	$\kappa = 10^3$ [-]
--------------------------	----------------------------	-----------------	--------------------	------------------------------------	---------------------

Teorem 4.2 ve geliştirilen Bi-Section algoritması ile elde edilen yakalama zamanı ve kontrolcü değerleri çizelge 4.2 ile gösterilmiştir. Algoritmada, literatürle tutarlı olması için ileri besleme kazancı $k_{f,\mathcal{L}_2} = 1$ [-] ve $k_{f,\mathcal{L}_\infty} = 1$ [-] olarak alınmıştır. Elde edilen kontrolcü değerlerinin dizi kararlılığına etkileri $\mathcal{L}_2$ -norm ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm için incelenmiştir.

Çizelge 4.2 Minimum yakalama zamanı ve kontrolcü kazançları

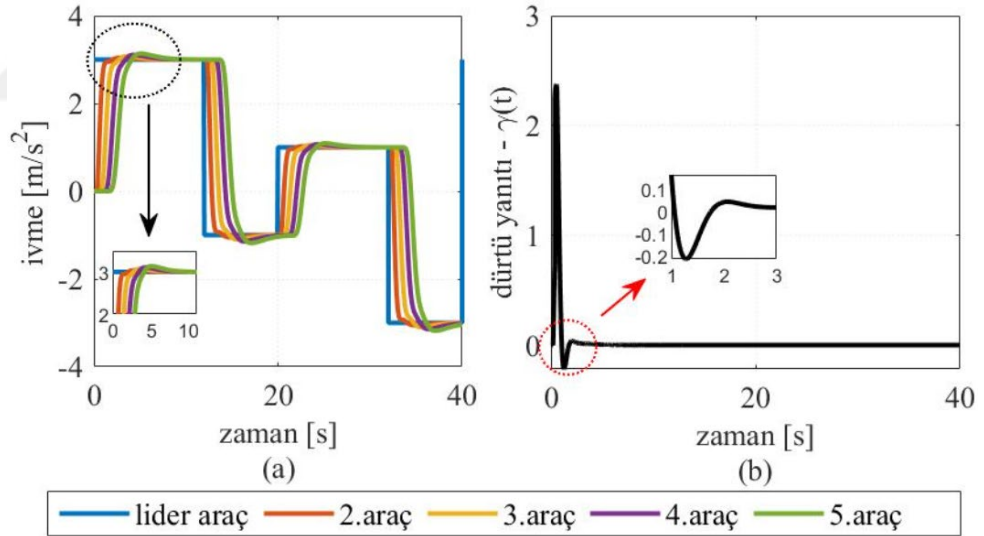
No	Yakalama zamanı	Kontrolcü kazançları	
1.	$h_{\mathcal{L}_2} = 0.6614$ [s]	$k_{b,1,\mathcal{L}_2} = 1.7963$ [-]	$k_{b,2,\mathcal{L}_2} = 2.9352$ [-]
2.	$h_{\mathcal{L}_\infty} = 1.2640$ [s]	$k_{b,1,\mathcal{L}_\infty} = 2.1435$ [-]	$k_{b,2,\mathcal{L}_\infty} = 3.4685$ [-]

Öncelikle, $\mathcal{L}_2$ -norm için elde edilen yakalama zamanı $h_{\mathcal{L}_2} = 0.6614$ s ve kontrolcü değerleri KASK donanımlı homojen araç dizisine uygulanmıştır. Homojen araç dizisinde lider araca Şekil 4.1 ile gösterilen giriş sinyali uygulanmıştır. Ayrıca, Teorem 4.2’de kontrolcü sentezi zamanla değişen haberleşme gecikmesi için yapılmasına rağmen benzetim çalışmalarında sabit haberleşme gecikmesi kullanılmıştır. Matlab/Simulink’te her i ($i = 2, \dots, 5$) aracı için haberleşme gecikmesi $\bar{\theta} = \theta_i = 0.2$ s olarak alınmıştır.



Şekil 4.1 Homojen araç dizisine uygulanan giriş sinyali

Şekil 4.2 (a) ile gösterildiği üzere ivme sinyalinin araç dizisi boyunca sönümlendiği ve $\|y_i\|_{\mathcal{L}_2} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_2}$ eşitsizliğinin sağlandığı görülmektedir. Böylece, bölüm 2.3'te tanımlanan $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulu (2.49) her i ($i = 2,3,4$) aracı için garanti edilmiştir. Beklenildiği üzere, dürtü yanıtının bir süre sonra işaret değiştirdiği ve negatif olduğu Şekil 4.2 (b)'de görülmektedir.

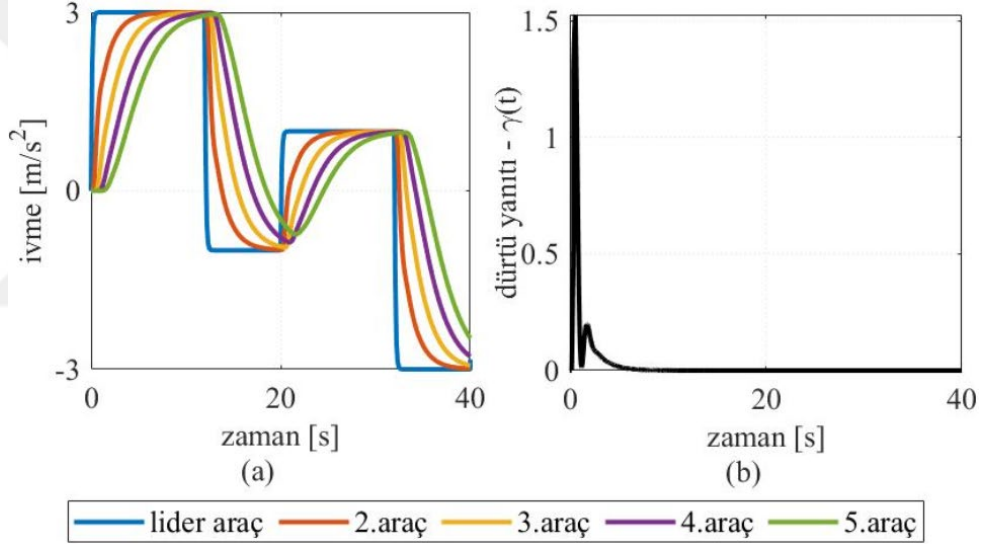


Şekil 4.2 $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı

Dürtü yanıtının işaret değiştirmesi takipçi araçların ivme sinyallerinin lider araç ivme sinyal değerini aştığının bir göstergesidir. Sonuç olarak, haberleşme gecikmesi ve eyleyici gecikmesi altında $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılığı araç dizisi boyunca korunmaktadır. Diğer

tarafı, $\gamma(t) \geq 0$ eşitsizlik koşulu sağlanmadığından güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığının ihlal edildiği görülmektedir.

Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık sonuçları yakalama zamanı $h_{\mathcal{L}_\infty} = 1.2640 s$ ve kontrolcü değerleri için Şekil 4.3’de gösterilmiştir. Şekil 4.3 (a)’da takipçi araç ivme sinyallerinin lider araç sinyal sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. İvme sinyalinin araç dizisi boyunca sınır değerleri içerisinde kaldığı görülmektedir. Böylece, (2.52)’de gösterilen $\|y_i\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_\infty}$ eşitsizliği her i . araç için sağlanmaktadır. Bu ise Şekil 4.3 (b) ile gösterilen dürtü yanıtının pozitif olmasının bir sonucudur. Sonuç olarak, (2.51)’de tanımlanan $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulları her i ($i = 2, 3, 4$) aracı için sağlanmaktadır.



Şekil 4.3 $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı

Benzetim sonuçlar ile $\mathcal{L}_\infty$ -norm analizinin $\mathcal{L}_2$ -norm analizine kıyasla daha yavaş tepki gösterdiği açıktır. Fakat, bu durumun tezde önerilen yöntem için bir dezavantaj olmadığını vurgulamak gerekmektedir. Çünkü, bu tezin temel hedeflerinden birisi eyleyici doyumunu engellemektir. Bu ise ancak $\|y_i\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_\infty}$ koşulu sağlandığında gerçekleşmektedir. Diğer tarafta, $\mathcal{L}_2$ -normu için $\|y_i\|_{\mathcal{L}_2} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_2}$ koşulu potansiyel olarak eyleyici doyumuna sebep olmaktadır.

Bir sonraki başlıkta LMI ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi için orijinal bir yöntem önerilmiştir.

4.3 LMI ile Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -Dizi Kararlılık Analizi

Doğrudan LMI ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm koşullarını sağlayabilmek için LKF yapılarına uygun besleme fonksiyonlarının eklenmesi gerekmektedir. Lyapunov yaklaşımı ile yeterli $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan genel bir sonuç Lemma 4.2’de önerilmiştir.

Lemma 4.2. *Eşitlik (4.6) ve (4.7) ile verilen sistem ele alınsın. Denge noktaları $f(t, 0, 0, 0) = 0$ ve $g(t, 0, 0, 0) = 0$ olduğu varsayılın. Aynı zamanda $V: \mathbb{R} \times \mathcal{W}[-\delta, 0] \times \mathcal{L}_2(-\delta, 0) \rightarrow \mathbb{R}^+$ fonksiyonu (4.4) koşulunu sağlayan sürekli fonksiyon olsun. Eğer $\Lambda > 0$ için aşağıda verilen eşitlik sağlanırsa*

$$\frac{1}{\Lambda} \dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + V(t, x_t, \dot{x}_t) + \frac{1}{\Lambda^2} \dot{z}^T(t) \dot{z}(t) + 2z^T(t)z(t) - \rho^2 w^T(t)w(t) \leq 0 \quad (4.24)$$

sistem asimptotik olarak kararludur ve şu eşitsizlik sağlanır.

$$\|z(t)\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \rho \|w(t)\|_{\mathcal{L}_\infty} \quad (4.25)$$

İspat. Öncelikle (4.4)’e göre, $V(t, x_t, \dot{x}_t) \geq u(\|x(t)\|)$ eşitsizliğinin doğruluğu bilinmektedir. Ayrıca, (4.24)’de $w(t) = 0$, $\dot{z}^T(t) \dot{z}(t) \geq 0$ ve $z^T(t) z(t) \geq 0$ için şu eşitsizlik ifade edilir.

$$\dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) \leq -\Lambda V(t, x_t, \dot{x}_t) \leq -\Lambda u(\|x(t)\|) \quad (4.26)$$

Teorem 4.1’e göre (4.6) ile tanımlanan sistemi doğrudan asimptotik olarak kararludur. Bu durumda, (4.25)’i ispat etmek için aşağıda verilen genel eşitsizlik kullanılmıştır.

$$\frac{1}{\Lambda} \dot{z}^T(t)z(t) + \frac{1}{\Lambda} z^T(t)\dot{z}(t) \leq z^T(t)z(t) + \frac{1}{\Lambda^2} \dot{z}^T(t)\dot{z}(t) \quad (4.27)$$

Sonrasında (4.24) ve (4.27)'i kullanarak aşağıda verilen eşitsizlik elde edilmiştir.

$$\frac{1}{\Lambda} \dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + V(t, x_t, \dot{x}_t) + \frac{1}{\Lambda} \dot{z}^T(t)z(t) + \frac{1}{\Lambda} z^T(t)\dot{z}(t) + z^T(t)z(t) \leq \rho^2 w^T(t)w(t) \quad (4.28)$$

Eşitsizliğin her iki tarafı $\Lambda e^{\Lambda t} > 0$ ile çarpıldığında şu eşitsizliğe ulaşılır.

$$\begin{aligned} e^{\Lambda t} \left(\dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + \Lambda V(t, x_t, \dot{x}_t) \right) + e^{\Lambda t} (z^T(t)\dot{z}(t) + \dot{z}^T(t)z(t) \\ + \Lambda z^T(t)z(t)) \leq \Lambda e^{\Lambda t} \rho^2 w^T(t)w(t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Sonrasında, eşitsizliğin zamana göre türevi alınır ve aşağıda verilen eşitlik elde edilir.

$$e^{\Lambda t} (V(t, x_t, \dot{x}_t) - V(0, \phi(0), \dot{\phi}(0))) + e^{\Lambda t} z^T(t)z(t) \leq \rho^2 \int_0^t \Lambda e^{\Lambda s} w^T(s)w(s) ds \quad (4.30)$$

Burada, $\phi(0)$ ile $\dot{\phi}(0)$ sırasıyla x_t ile $\dot{x}_t$ başlangıç değerlerini göstermektedir. Burada, $w^T(s)w(s) \leq \|w(t)\|_{\mathcal{L}_\infty}^2$ üst sınırını kullanarak şu eşitsizliğe ulaşılır.

$$\begin{aligned} e^{\Lambda t} (V(t, x_t, \dot{x}_t) - V(0, \phi(0), \dot{\phi}(0))) + e^{\Lambda t} z^T(t)z(t) \\ \leq \rho^2 \int_0^t \Lambda e^{\Lambda s} \|w(t)\|_{\mathcal{L}_\infty}^2 ds \leq \rho^2 e^{\Lambda t} \|w(t)\|_{\mathcal{L}_\infty}^2 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Bu eşitsizlikte, $\phi(0) = \dot{\phi}(0) \equiv 0$ için $V(0, \phi(0), \dot{\phi}(0)) = 0$ sonucuna ulaşılır. Bu durumda aşağıda verilen eşitsizlik elde edilmiştir.

$$V(t, x_t, \dot{x}_t) + \|z(t)\|_{\mathcal{L}_\infty}^2 - \rho^2 \|w(t)\|_{\mathcal{L}_\infty}^2 \leq 0 \quad (4.32)$$

Sonuç olarak, $V(t, x_t, \dot{x}_t) \geq 0$ eşitsizliği için (4.25) koşulunun sağlandığı ispat edilmiştir. Böylelikle, asimptotik kararlılık ve $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulu sağlanmaktadır.

4.3.1 Temel teorem

Durum-uzay modeli kullanılarak teorem formüle edilmiştir. Gösterimi sadeleştirmek için 95eğişkenler95en ve parametrelerden i alt indisi çıkartılmıştır. Değerlendirmenin herhangi bir i . araç için geçerli olduğu varsayılmıştır.

Teorem 4.3. *Zaman gecikmeli sistem (4.16) ve (4.17) ile sabit $h, \phi, \bar{\theta}, \rho, \Lambda, \bar{\delta}_u$ değerleri ve zamanla değişen gecikme için $0 \leq \theta(t) \leq \bar{\theta}$, ele alınsın. Uygun boyutlardaki matrisler V_1, V_2, N_1, N_2, N_3 ve pozitif tanımlı simetrik matrisler Q, S_1, S_2, Y_1, Y_2 için aşağıda verilen LMI kısıtları sağlanıır.*

$$\begin{bmatrix} \Psi_0 + \Psi_2 + \Psi_2^T + \phi Y_1 + \bar{\theta} Y_2 & \sqrt{\frac{\phi}{\Lambda}} \Psi_1^T & \sqrt{\frac{\bar{\theta}}{\Lambda}} \Psi_1^T & \Psi_3^T & \Psi_4^T \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Q & 0 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{2} & 0 \\ * & * & * & * & -\Lambda^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 & N_1 \\ * & Q\left(\frac{1}{\Lambda} - \phi\right) + \frac{4\phi^2}{\pi^2} S_1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} Y_1 & N_i \\ * & Q\left(\frac{1}{\Lambda} - \bar{\theta}\right) + \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} S_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 2, 3 \quad (4.34)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_{-2} \end{bmatrix}, \quad V_1 = [k_b \quad 0], \quad V_2 = [0 \quad k_f] \quad (4.35)$$

$$\Psi_0 = \begin{bmatrix} \frac{AQ+QA^T}{\Lambda} + \frac{S_1}{\Lambda} + Q & \frac{B}{\Lambda} V_1 & \frac{B}{\Lambda} V_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{C}{\Lambda} \\ * & \frac{S_2-S_1}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(1-\bar{\delta}_u) \frac{S_2}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$\Psi_1 = [AQ \quad BV_1 \quad BV_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad C] \quad (4.37)$$

$$\Psi_2 = [N_1 \quad -N_1 + N_2 \quad -N_2 + N_3 \quad -N_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.38)$$

$$\Psi_3 = [0 \quad V_1 \quad V_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.39)$$

$$\Psi_4 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad V_1 \quad V_2 \quad 0] \quad (4.40)$$

Sonuç olarak, kazanç değerleri $K_1 = V_1 Q^{-1}$ ve $K_2 = V_2 Q^{-1}$ için (4.16) ve (4.17) ile tanımlanan kapalı-döngü sistemi güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlıdır.

İspat. Öncelikle, (4.4) doğrultusunda aday LKF aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$V(t, x_t, \dot{x}_t) = V_1(x(t)) + V_2(\dot{x}_t) + V_3(\dot{x}_t) + V_4(\dot{x}_t) + V_5(\dot{x}_t) \quad (4.41)$$

Eşitlikteki $V_1(x(t))$, $V_2(\dot{x}_t)$, $V_3(\dot{x}_t)$, $V_4(\dot{x}_t)$ ve $V_5(\dot{x}_t)$ fonksiyonları aşağıdaki gibi şekilde seçilmiştir.

$$V_1(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (4.42)$$

$$V_2(\dot{x}_t) = \int_{t-\phi}^t \dot{x}^T(s) R_1 \dot{x}(s) ds \quad (4.43)$$

$$V_3(\dot{x}_t) = \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \dot{x}^T(s) R_2 \dot{x}(s) ds \quad (4.44)$$

$$V_4(\dot{x}_t) = \int_{-\phi}^0 \int_{t+r}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds dr \quad (4.45)$$

$$V_5(\dot{x}_t) = \int_{-\bar{\theta}}^0 \int_{t-\phi+r}^{t-\phi} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds dr \quad (4.46)$$

Burada, $V_2(\dot{x}_t)$ ve $V_3(\dot{x}_t)$ fonksiyonlarının $V(t, x_t, \dot{x}_t)$ fonksiyonunda kullanabilmesi ve koşulların tutuculuğunu (conservative) azaltmak için Lemma 4.3 (Fridman 2014) ile belirtilen Wirtinger eşitsizliği kullanılmıştır.

Lemma 4.3. $z(t) : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^n$ sürekli fonksiyonu için $\dot{z} \in \mathcal{L}_\infty$ ve $z(a) = 0$. Herhangi bir $n \times n$ boyuttaki W matrisi için şu eşitlik sağlanır.

$$\int_b^a z^T(r)Wz(r)dr \leq \frac{4(b-a)^2}{\pi^2} \int_b^a \dot{z}^T(r)W\dot{z}(r)dr \quad (4.47)$$

Lemma 4.3'e göre $V_2(\dot{x}_t)$ aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir.

$$V_2(\dot{x}_t) \leq \frac{4\phi^2}{\pi^2} \int_{t-\phi}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds \quad (4.48)$$

Ayrıca, $V_3(\dot{x}_t)$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılmıştır.

$$V_3(\dot{x}_t) \leq \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \quad (4.49)$$

$$\leq \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi-\theta(t)} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds + \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \quad (4.50)$$

Sonrasında, yukarıda tanımlanan aday fonksiyonlarının türevleri $\dot{V}(t, xt, \dot{x}_t)$ hesaplanmıştır.

$$\dot{V}(t, xt, \dot{x}_t) = \dot{V}_1(x(t)) + \dot{V}_2(\dot{x}_t) + \dot{V}_3(\dot{x}_t) + \dot{V}_4(\dot{x}_t) + \dot{V}_5(\dot{x}_t)$$

$$= \dot{x}^T(t)P^T x(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) + \phi \dot{x}^T(t)Z_1\dot{x}(t) - \int_{t-\phi}^t \dot{x}^T(s)Z_1\dot{x}(s)ds$$

$$+ \bar{\theta} \dot{x}^T(t)Z_2\dot{x}(t) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi} \dot{x}^T(s)Z_2\dot{x}(s)ds$$

$$+ x^T(t-\phi)R_2x(t-\phi) - (1-\bar{\delta}_u)x^T(t-\phi-\theta(t))R_2x(t-\phi-\theta(t)) \quad (4.51)$$

Bir sonraki aşamada, uygun boyutlardaki M_1 , M_2 ve M_3 ile Newton-Leibniz kuralı uygulandığında aşağıda verilen eşitlikler yazılmıştır.

$$2\zeta(t)M_1 \left[x(t) - x(t - \phi) - \int_{t-\phi}^t \dot{x}(s)ds \right] = 0 \quad (4.52)$$

$$2\zeta(t)M_2 \left[x(t - \phi) - x(t - \phi - \theta(t)) - \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \dot{x}(s)ds \right] = 0 \quad (4.53)$$

$$2\zeta(t)M_3 \left[x(t - \phi - \theta(t)) - x(t - \phi - \bar{\theta}) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi-\theta(t)} \dot{x}(s)ds \right] = 0 \quad (4.54)$$

Bunlara ek olarak, X_1 ve X_2 matrisleri birlikte aşağıdaki eşitlikler tanımlanmıştır (Wu vd. 2010).

$$\phi\zeta(t)X_1\zeta^T(t) - \int_{t-\phi}^t \zeta^T(t)X_1\zeta(t)ds = 0 \quad (4.55)$$

$$\bar{\theta}\zeta(t)X_2\zeta^T(t) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi} \zeta^T(t)X_2\zeta(t)ds = 0 \quad (4.56)$$

Ayrıca, durum vektörü $\zeta(t) = [x(t) \ x(t - \phi) \ x(t - \phi - \theta(t)) \ x(t - \phi - \bar{\theta}) \ \dot{x}(t - \phi) \ \dot{x}(t - \phi - \theta(t)) \ w(t)]^T$ olarak tanımlanmıştır. Sonrasında, eşitlikler (4.41), (4.51) ile birlikte (4.52)- (4.56) kullanılarak eşitlik (4.24) elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Lambda} \dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + V(t, x_t, \dot{x}_t) + \frac{1}{\Lambda^2} \dot{z}^T(t) \dot{z}(t) + 2z^T(t)z(t) - \rho^2 w^T(t)w(t) \\ &= \zeta^T(t) \left(\Phi_0 + \Phi_1^T \frac{\phi Z_1 + \bar{\theta} Z_2}{\Lambda} \Phi_1 + \Phi_2^T + \Phi_2 + 2\Phi_3^T \Phi_3 + \frac{1}{\Lambda^2} \Phi_4^T \Phi_4 + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 \right) \zeta(t) \\ & \quad - \int_{t-\phi}^t \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_1 \\ * \\ Z_1 \left(\frac{1}{\Lambda} - \phi \right) + \frac{4\phi^2}{\pi^2} R_1 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds \\ & \quad - \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_2 \\ * \\ Z_2 \left(\frac{1}{\Lambda} - \bar{\theta} \right) - \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} R_2 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds \\ & \quad - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi-\theta(t)} \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_2 \\ * \\ Z_2 \left(\frac{1}{\Lambda} - \bar{\theta} \right) - \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} R_2 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds \end{aligned} \quad (4.57)$$

Burada, $\eta(t, s)^T = [\zeta^T(t) \dot{x}^T(s)]$ olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 ve Φ_4 matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} \frac{A^T P + P A}{\Lambda} + P + \frac{R_1}{\Lambda} & \frac{P B K_1}{\Lambda} & \frac{P B K_2}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & \frac{P C}{\Lambda} \\ * & \frac{R_2 - R_1}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(1 - \bar{\delta}_u) \frac{R_2}{\Lambda} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\Phi_1 = [A \quad B K_1 \quad B K_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad C] \quad (4.59)$$

$$\Phi_2 = [M_1 \quad M_2 - M_1 \quad M_3 - M_2 \quad -M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.60)$$

$$\Phi_3 = [0 \quad K_1 \quad K_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.61)$$

$$\Phi_4 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad K_1 \quad K_2 \quad 0] \quad (4.62)$$

Böylece, eğer aşağıda verilen eşitsizlikler sağlanırsa istenilen sonuç elde edilmiş olur.

$$\Phi_0 + \Phi_1^T \frac{\phi Z_1 + \bar{\theta} Z_2}{\Lambda} \Phi_1 + \Phi_2^T + \Phi_2 + 2\Phi_3^T \Phi_3 + \frac{1}{\Lambda^2} \Phi_4^T \Phi_4 + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 < 0 \quad (4.63)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & M_1 \\ * & Z_1 \left(\frac{1}{\Lambda} - \phi \right) - \frac{4\phi^2}{\pi^2} R_1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} X_2 & M_i \\ * & Z_2 \left(\frac{1}{\Lambda} - \bar{\theta} \right) - \frac{4\bar{\theta}^2}{\pi^2} R_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad i = 2, 3 \quad (4.64)$$

Ancak (4.63) ve (4.64)'ün LMI formunda olmadığını belirtmek gerekmektedir. Öncelikle, elde edilen matris eşitsizliklerine Schur tamamlayıcısı uygulanır. Schur formülü, dışbükey şeklindeki doğrusal olmayan eşitsizliklerin LMI'ye dönüştürülmesinde kullanılmaktadır.

Lemma 4.4. *LMI matrisi için x 'e bağlı $S_1(x) = S_1^T(x)$, $S_3(x) = S_3^T(x)$ ve $S_2(x)$ tanımlansın.*

$$\begin{bmatrix} S_1(x) & S_2(x) \\ S_2^T(x) & S_3(x) \end{bmatrix} < 0 \quad (4.65)$$

Bu kural, Schur tamamlayıcısı olarak bilinir (Boyd vd. 1994).

$$S_3(x) < 0, S_1(x) - S_2(x)S_3(x)^{-1}S_2^T(x) < 0 \quad (4.66)$$

Lemma 4.4'de tanımlanan Schur tamamlayıcısı (4.63)'e uygulandığında (4.67) elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \Phi_0 + \Phi_2 + \Phi_2^T + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 & \sqrt{\frac{\phi}{\Lambda}} \Phi_1^T Z_1 & \sqrt{\frac{\bar{\theta}}{\Lambda}} \Phi_1^T Z_2 & \Phi_3^T & \Phi_4^T \\ * & -Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Z_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\frac{1}{2}I & 0 \\ * & * & * & * & -\Lambda^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.67)$$

Sonrasında, (4.64) ve (4.67)'yi sırasıyla sağ ve sol tarafı Ω ve Π matrisleri ile çarpılmıştır.

$$\Gamma = \text{diag}(Q, Q, Q, Q, Q, Q, I) \quad (4.68)$$

$$\Pi = \text{diag}(\Gamma, Z_1^{-1}, Z_2^{-1}, I, I) \quad (4.69)$$

$$\Omega = \text{diag}(\Pi, Q) \quad (4.70)$$

Ayrıca, doğrusal olmayan parametreleri yok etmek için şu 100eğişkenler tanımlanır.

$$\Psi_0 = \Gamma \Phi_0 \Gamma, \quad \Psi_1 = Q \Phi_1 \Pi, \quad \Psi_2 = \Pi \Phi_2 \Pi \quad (4.71)$$

$$\Psi_3 = \Phi_3 \Pi, \quad \Psi_4 = \Phi_4 \Pi, \quad N_i = \Pi M_i Q, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.72)$$

$$V_1 = K_2 Q, \quad V_2 = K_2 Q, \quad Z_1^{-1} = Z_2^{-1} = Q \quad (4.73)$$

$$Y_1 = \Pi X_1 \Pi, \quad Y_2 = \Pi X_2 \Pi \quad (4.74)$$

$$S_1 = Q R_1 Q, \quad S_2 = Q R_1 Q \quad (4.75)$$

Son olarak, (4.71)- (4.75) yerine yazıldığında Teorem 4.3’de belirtilen (4.33) ve (4.34) LMI yapıları elde edilmiştir.

LMI’lar elde edilirken herhangi bir model dönüşümü (*tanımlayıcı model gibi*) uygulamadan doğrudan sistem modeli kullanılmıştır. Ayrıca, LKF’nin tutuculuğunu azaltmak ve koşulları rahatlatmak için Wirtinger eşitsizliği ile Leibniz–Newton kuralı kullanılmıştır.

4.3.2 Değerlendirme

LMI probleminin çözümü için optimizasyon aracı YALMIP (Anonymous 2023) ile entegre edilen SDPT3 çözücü (solver) kullanılmıştır. Teoremin çözümü için gerekli ve uygun olan parametreler $\bar{\theta}$, ϕ_i , Λ , ρ , $h_{\mathcal{L}\infty}$ ile LMI çözümü aranmıştır. LMI’lar aşırı tutucu olduğundan çözüme çok yaklaşmasına ($\sim -10^{-4}$) rağmen sonuç başarısız (infeasible) olarak tanımlamaktadır. Çözücü, ancak (4.40) ile belirtilen $\Psi_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ V_1 \ V_2 \ 0]$ terim, $\Psi_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ olarak esnetilerek sonuca ulaşılmıştır. Bu sayede, LMI’nın tutuculuğu azaltılarak başarılı (feasible) sonuca ulaşılmaktadır. LMI’da yapılan bu değişiklik doğrultusunda kontrolcü kazanç değerleri hesaplanmıştır.

Benzetim çalışmalarında bölüm 4.2.2’de kullanılan aynı test ortamı kullanılmıştır. Ayrıca, dinamik araç model parametreleri $\tau = \tau_i = 0.1 \text{ s}$ ve $\phi = \phi_i = 0.2 \text{ s}$ olarak seçilmiştir. Kontrolcü kazançlarını hesaplamak için gerekli olan parametreler diğer çizelge 4.3 ile verilmiştir.

Çizelge 4.3 Teorem 4.3 için parametreler

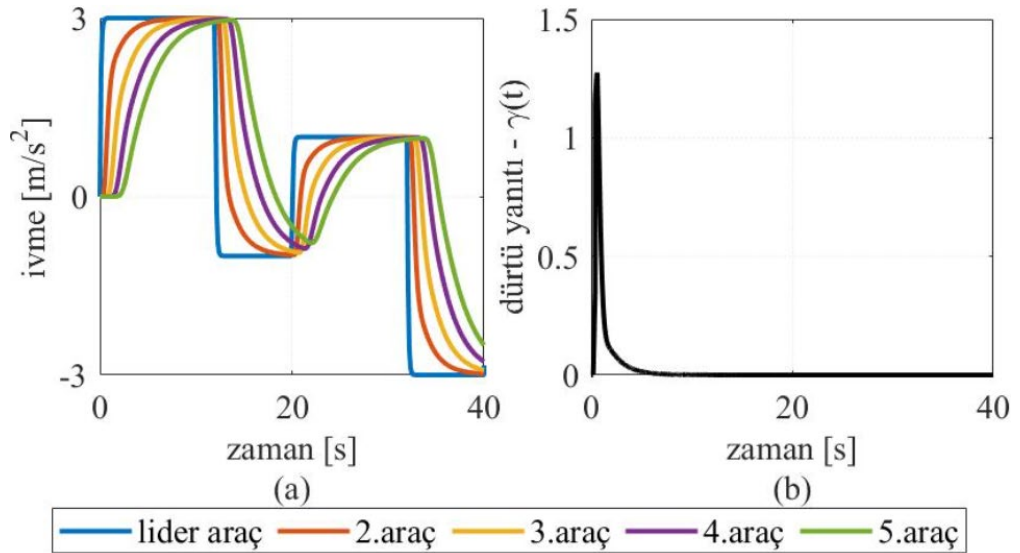
$\bar{\theta} = 0.2 \text{ s}$	$h_{\mathcal{L}_\infty} = 0.8 \text{ [s]}$	$\bar{\delta}_u = 0.3 \text{ s}$	$\Lambda = 0.4 \text{ [-]}$	$\rho = 1 \text{ [-]}$
--------------------------------	--	----------------------------------	-----------------------------	------------------------

Bir önceki benzetim çalışmasında olduğu gibi ileri besleme kazancı $k_{f,\mathcal{L}_\infty} = 1 \text{ [-]}$ olarak alınmıştır. Buna göre, Teorem 4.3 ile hesaplanan geri besleme kontrolcü değerleri çizelge 4.4 ile gösterilmiştir.

Çizelge 4.4 Teorem 4.3 ile elde edilen kontrolcü kazançları

Kontrolcü Kazançları	
$k_{b,1,\mathcal{L}_\infty} = 0.8165 \text{ [-]}$	$k_{b,1,\mathcal{L}_\infty} = 2.2023 \text{ [-]}$

Elde edilen kontrolcü parametreleri ve giriş sinyali homojen araç dizisine uygulanmıştır. Şekil 4.4 (a)'da verilen gösterimde takipçi araç ivme sinyalinin lider aracın ivme sinyalini aşmadığı görülmektedir.



Şekil 4.4 Teorem 4.3 ile $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık sonucu ve (2.48) dürtü yanıtı

Böylece, $\|y_i\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_\infty}$ eşitsizliği araç dizisi boyunca sağlanmaktadır. Ayrıca, (2.51)'de verilen $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulu her i ($i = 2, \dots, 5$) aracı tarafından

sağlanmaktadır. Şekil 4.4 (b)'de gösterilen dürtü yanıtı pozitifdir. Benzetim çalışmalarında, haberleşme zaman gecikmesi yine sabit $\bar{\theta} = \theta_i = 0.2 s$ olarak alınmıştır. Dolayısıyla, dürtü yanıtı sabit haberleşme değeri kullanılarak hesaplanmıştır.

Teorem 4.2 ile geliştirilmiş Bi-Section algoritması ve Teorem 4.3 kullanılarak zamanla değişen haberleşme gecikmesi altında KASK donanımlı kontrol sistemi için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi yapılmıştır. Teorem 4.2 ile geliştirilmiş Bi-Section algoritmasında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm koşulları algoritma ile sağlanmıştır. Teorem 4.3 ise LMI'lar ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi koşullarını sağlayan orijinal bir yöntemdir. Tezin bir sonraki bölümünde önerilen tüm yöntemler için kapsamlı benzetim çalışmaları yapılmıştır.

5. BENZETİM SONUÇLARI

Bölüm 3’de yapılan benzetim çalışmalarında doğrusal araç modeli ve kontrolcü için aynı ve gerçek parametreler kullanılarak eyleyici doyumu incelenmiştir. Farklı hız değişim manevralarında elde edilen minimum-zamanlı lider araç yörüngeleri ve yörüngelerin optimal olduğu gösterilirken yörüngeler araç dizisi ile test edilmemiştir.

Bölüm 4’de gösterilen benzetim sonuçlarında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü kazançları sabit haberleşme ve eyleyici zaman gecikmeleri için test edilmiştir. Homojen araç dizisinin kullanıldığı ve eyleyici doyumunun ihmal edildiği benzetim çalışmalarında her araç doğrusal model ile tanımlanmıştır.

Bölüm 5’de, tez kapsamında elde edilen tüm sonuçlar KASK donanımlı heterojen araç dizisi ile test edilmiştir. Heterojen araç dizisinde her araç doğrusal olmayan dinamik araç modeli ile tanımlanmış ve gerçek araç parametreleri kullanılmıştır. Bölüm 5.1’de, farklı hız değişim manevralarında hıza bağlı kuvvet ve ivme kısıtları her araç için belirlenmiştir. Eyleyici doyumunu önlemek için gerekli olan heterojen araç dizilimleri için oluşturulmuştur. Bu kapsamda, minimum-zamanlı optimal lider araç yörüngeleri elde edilerek heterojen araç dizisi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bölüm 5.2’de zamanla değişen haberleşme gecikmesi ve sabit eyleyici gecikmesi altında $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığını sağlayan kontrolcü parametreleri heterojen araç dizisi ile birlikte test edilmiştir. Tez kapsamında gösterilen tüm benzetim çalışmalarında gerçek araç parametreleri kullanılmıştır. Gerçekte, bazı araç parametrelerinde belirsizlik olacağı bilinmektedir. Bölüm 5.3’de, parametre belirsizliklerinin güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı ve minimum-zamanlı yörünge üzerindeki etkileri ilk defa incelenmiştir.

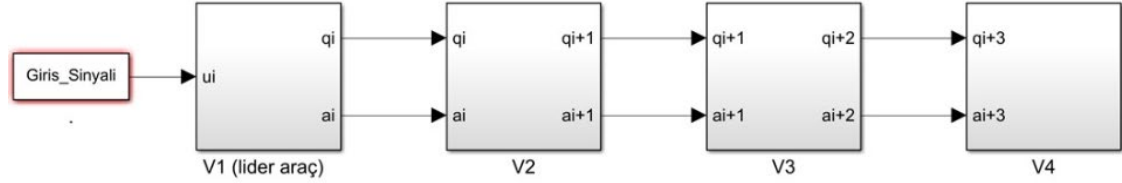
5.1 Farklı Hız Değişim Manevrası ve Minimum- Zamanlı Optimal Yörünge

Bu bölümde, bölüm 3 ile önerilen teoremler için kapsamlı benzetim sonuçları paylaşılmıştır. Buna göre, farklı hız değişim manevrası için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan minimum-zamanlı optimal yörünge analitik olarak hesaplanmıştır.

Sonrasında, yörünge farklı araç dizilimleri ile oluşturan heterojen araç dizisine giriş sinyali olarak uygulanmıştır.

5.1.1 Benzetim ortamı

Benzetim çalışmaları için Matlab/Simulink'te farklı araçlardan oluşan heterojen araç dizisi oluşturulmuştur. Araç dizisindeki her i . araç doğrusal olmayan dinamik araç modeli ile ifade edilmiştir. Honda CR-V (V_1), Fiat 500 1.2 (V_2), Audi Q3 1.4 (V_3) ve Kia Ceed 1.4 (V_4) araçları için çizelge 2.1 ve çizelge 2.2 ile gösterilen gerçek araç değerleri kullanılmıştır.



Şekil 5.1 Heterojen araç dizisi

Hızlandırılmış-ileri beslemeli KASK kontrol sisteminde (3.6)'da tanımlanan ileri-besleme ve geri-besleme kontrolcü modeli kullanılmıştır. Çizelge 5.1 ile gösterilen model ve kontrolcü parametreleri τ_i , ϕ_i , θ_i ve $\omega_{K,i}$ farklı araştırma gruplarının pratik deneylerinden alınmıştır (Al-Jharyish ve Schmidt 2018). Benzetim çalışmalarında, eyleyici ve haberleşme zaman gecikmesinin sabit olduğu vurgulanmalıdır.

Çizelge 5.1 Doğrusal model ve kontrolcü için parametreler

Test No	Yürüyen Aksam Zaman Sabiti	Eyleyici Gecikmesi	Haberleşme Gecikmesi	Kontrolcü Kazancı
	τ_i [s]	ϕ_i [s]	θ_i [s]	$\omega_{K,i}$ [rad/s]
P_1	0.1	0.2	0.02	1.5
P_2	0.38	0.18	0.06	3
P_3	0.8	0.02	0.2	4.5

Lider aracın optimal yörüngesini hesaplamak için araç dizisindeki *zayıf* aracın belirlenmesi gerekmektedir. Öyle ki, lider araç yörüngesi eğer dizideki en güçlü aracın sahip olduğu kısıtlar ile hesaplanırsa eyleyici doyumunu oluşacaktır. Çünkü, araç dizisindeki en zayıf aracın gücü, araç dizisindeki en güçlü araca yetişmek için yeterli olmayacaktır.

Araçlar arasında güç sıralamasının yapılabilmesi için hız manevralarının belirlenmesi gerekmektedir. Buna göre, araç dizisinin 90 km/s-120 km/s hızlanma manevrası ve 120 km/s-100 km/s yavaşlama manevrası ile hareket ettiği varsayılmıştır. Bu hız değişim manevrası (2.55)'deki hız kısıtlarını göstermektedir. Bu hız değişim manevralarında bu dört aracın en güçlüden en zayıf araca sıralanışı Şekil 2.9 ile gösterildiği üzere şu şekildedir: Honda CR-V, Audi Q3 1.4, Kia Ceed 1.4 ve Fiat 500 1.2. Bu nedenle, optimal lider araç yörüngesi araç dizisindeki en zayıf araç Fiat 500 1.2 kısıtlarına göre hesaplanmıştır. Dolayısıyla, farklı motor kuvvetleri ve dinamik aktarma organlarına sahip araç dizilerini karşılaştırmak amacıyla aşağıda verilen durumlar test edilmiştir.

- Test 1: $V_1 - P_1, V_2 - P_3, V_3 - P_2, V_4 - P_1$
- Test 2: $V_1 - P_3, V_2 - P_1, V_3 - P_2, V_4 - P_1$
- Test 3: $V_2 - P_3, V_1 - P_1, V_3 - P_1, V_4 - P_1$
- Test 4: $V_1 - P_1, V_3 - P_2, V_1 - P_3, V_3 - P_2$

Bu durumda, Test 1 ve 2'de en güçlü aracı en zayıf araç takip ederken, Test 3 ile en zayıf aracı en güçlü araç takip etmektedir. Diğer tarafta, Test 4 yalnızca güçlü Honda CR-V ve Audi Q3 1.4 araçlarını içermektedir. Bu senaryolar için bölüm 3.3.2 ile tanımlanan minimum-zamanlı optimal yörünge Matlab kullanılarak analitik olarak hesaplanmıştır.

5.1.2 Değerlendirme

Belirtilen hız değişim manevralarında (2.32) ve (2.34)'e göre maksimum ve minimum kuvvet değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

Çizelge 5.2 Hıza bağlı kuvvet değerleri

Kuvvet [N]	Araç Modeli			
	Honda CR-V	Audi Q3 1.4	Kia Ceed 1.4	Fiat 500 1.2
$F_{i,max}(90,120)$	3106	2432.4	1513.6	1148.5
$F_{i,min}(120,100)$	-15367	-13037	-10537	-8425.4

Aynı şekilde, belirtilen hız değişim manevralarında (2.33) ve (2.35) ile araçların maksimum ve minimum ivme değerleri çizelge 5.3 ile gösterilmiştir.

Bu veriler doğrultusunda (2.56)'da verilen $\alpha_{min}(v_s, v_f) \leq a_1(t) \leq \alpha_{max}(v_s, v_f)$ eşitsizliğine göre Test 1, Test 2, Test 3 senaryoları için $\alpha_{max}(90,120) = 0.5867 \text{ m/s}^2$ ve $\alpha_{min}(90,120) = -9.3910 \text{ m/s}^2$ olarak belirlenmiştir. Test 4 senaryosu yalnızca en kuvvetli araçlar Honda CR-V ve Audi Q3 1.4 olduğundan $\alpha_{max}(90,120) = 1.1840 \text{ m/s}^2$ olarak alınmıştır.

Çizelge 5.3 Hıza bağlı ivme değerleri

İvme [m/s^2]	Araç Modeli			
	Honda CR-V	Audi Q3 1.4	Kia Ceed 1.4	Fiat 500 1.2
$a_{i,max}(90, 120)$	1.4647	1.1840	0.6495	0.5867
$a_{i,min}(120, 100)$	-9.3910	-9.0427	-8.7708	-8.3953

Ayrıca, literatürde güvenli ve konforlu seyahat için önerilen $\bar{a} = 2 \text{ m/s}^2$ ve $\underline{a} = -2 \text{ m/s}^2$ ivme kısıtları da dikkate alınmalıdır. Buna göre, (3.12)'de verilen $a_{max} = \min\{a_{max}(v_s, v_f), \bar{a}\}$ ve $a_{min} = \max\{a_{min}(v_s, v_f), \underline{a}\}$ ivme eşitliğine göre Test 1, Test 2, Test 3 senaryoları için $a_{max} = \min\{a_{max}(90,120), \bar{a}\} = 0.5867 \text{ m/s}^2$ ve $a_{min} = \max\{a_{min}(90, 120), \underline{a}\} = -2 \text{ m/s}^2$ olarak bulunmuştur. Test 4 senaryosu için $a_{max} = \min\{a_{max}(90,120), \bar{a}\} = 1.1840 \text{ m/s}^2$ değerine eşittir. Optimal yörüngenin hesaplanabilmesi için (2.57)'deki sarsıntı kısıtları $j_{max} = j = 5 \text{ m/s}^3$ ve $j_{min} = j = -5 \text{ m/s}^3$ olarak alınmıştır.

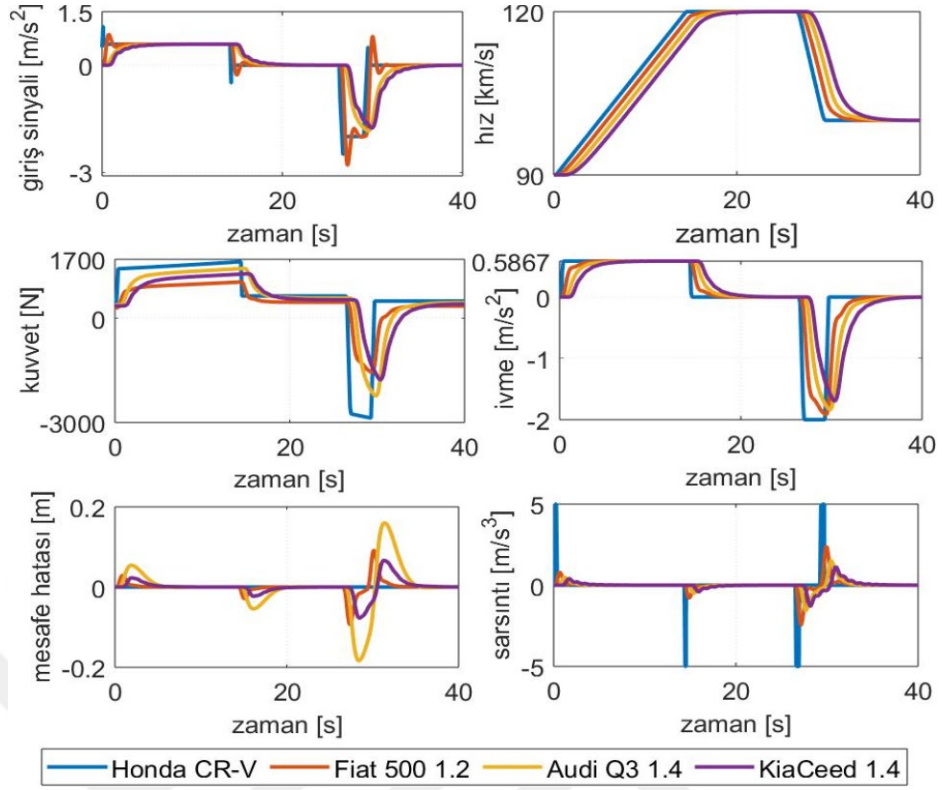
Sonuç olarak, hız, ivme ve sarsıntı kısıtları ile birlikte her test durumu için minimum zamanlı optimal $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ giriş yörüngesi elde edilmiştir. Minimum optimal yörünge süreleri çizelge 5.4’de gösterilmiştir. Beklendiği gibi, Test 1 Test 2 ve Test 3 senaryolarında minimum yörünge süresi aynıdır. Diğer tarafta, Test 4 senaryosunda ivme kısıtı $a_{max} = \min\{a_{max}(90, 120), \bar{a}\} = 1.1840 \text{ m/s}^2$ olduğundan dolayı daha kısa sürede optimal yörünge elde edilmiştir. Bu bölüme kadar yapılan analitik hesaplamaların tamamı Matlab ile gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 5.4 Minimum-zamanlı $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ yörünge süreleri

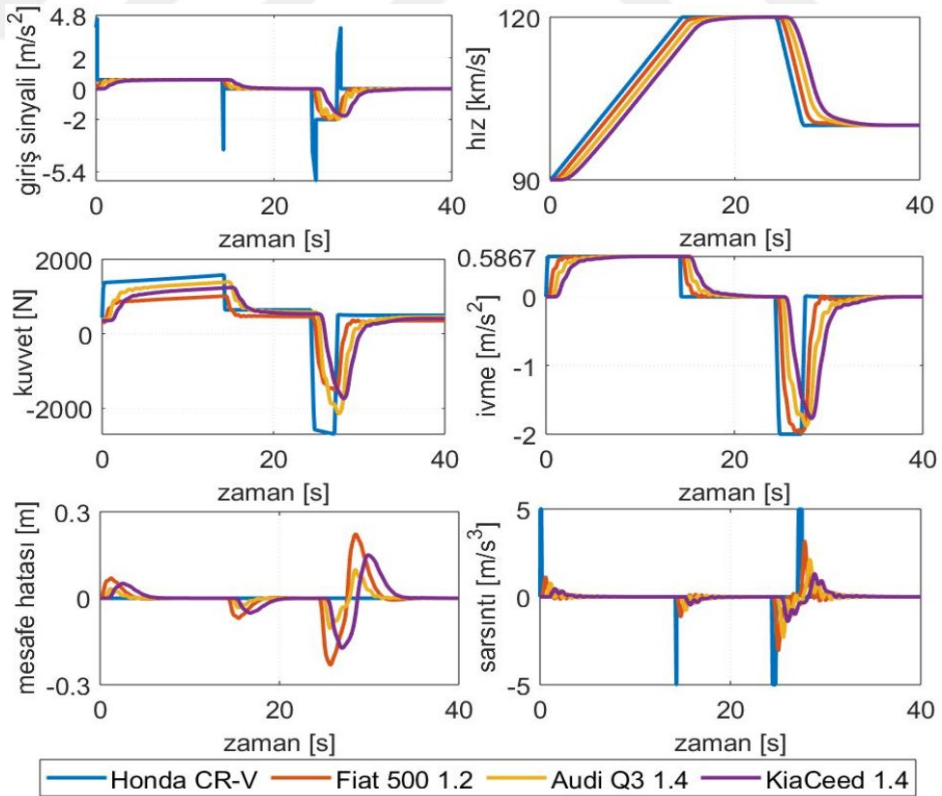
Yörünge Süresi [s]	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
t_f	17.4984	17.4984	17.4984	10.4530

Şekil 5.1’de gösterilen heterojen araç dizisine lider araca minimum-zamanlı optimal yörünge uygulanmıştır. Her test durumu için benzetim sonuçları (giriş, hız, kuvvet, ivme, mesafe hatası, sarsıntı) Şekil 5.2-5.5 ile gösterilmiştir. Test 1 ve 2’de araç dizisindeki hiçbir aracın lider aracın maksimum ivme sınırına ulaşmadığı görülmektedir. Bunun nedeni, lider aracın en güçlü araç (Honda CR-V) olmasına rağmen, araç dizisinin ivme sınırı ikinci araç (Fiat 500 1.2) tarafından belirlenmesidir. Dolayısıyla, araç dizisinde tüm araçların ivmesi $a_{max}(90, 120) = 0.5867 \text{ m/s}^2$ ile sınırlanmıştır. Ayrıca, Test 1 ve Test 2’de mesafe hatalarının farklı olduğu gözlenmektedir. Bu durum, araçların farklı araç dinamiklerine sahip olmasından kaynaklanmaktadır.

Farklı olarak, Test 3’te lider araç (Fiat 500 1.2), araç dizisindeki güç olarak en zayıf araç olduğu için kendi ivme sınırına ulaşmaktadır. Aynı zamanda, Test 2 ve 3 durumlarında hız, ivme, sarsıntı ve mesafe hatasının aynı olduğuna dikkat etmek gerekmektedir. Çünkü, araç dizisi her iki durumda da aynı dinamik parametreler ile ifade edilmektedir. Bununla birlikte, araç modellerinin farklı sıralaması nedeniyle araçlara uygulanan kuvvet değerlerinin de farklı olduğu görülmektedir.



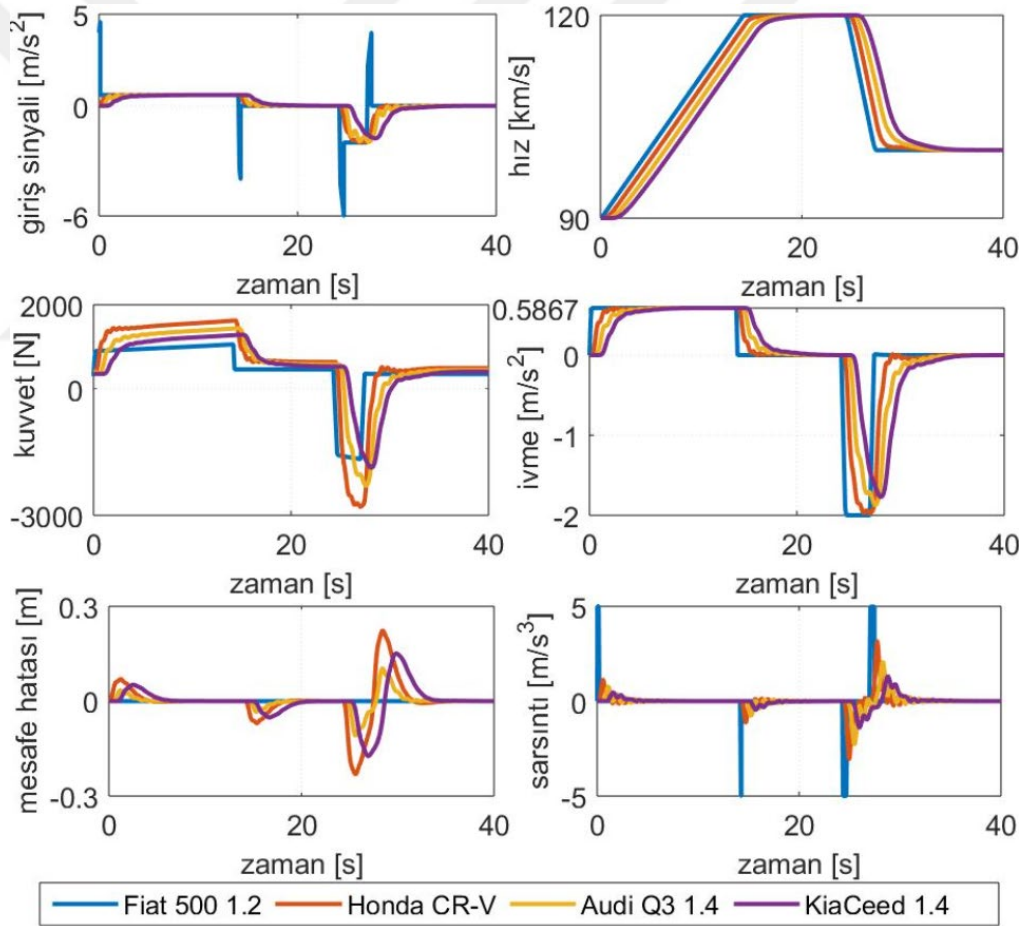
Şekil 5.2 Test 1 parametreleri için benzetim sonuçları



Şekil 5.3 Test 2 parametreleri için benzetim sonuçları

Özellikle, Test 2 durumunda lider araç (Honda CR-V), Test 3 durumundaki lider araçtan (Fiat 500 1.2) daha büyük bir kuvvet uygulamaktadır. Son olarak Test 4, araç dizisi en güçlü iki araçtan oluştuğunda daha kısa süreli optimal yörüngenin elde edildiği görülmektedir. Bu senaryoda lider araç yörüngesinin yine dizideki en zayıf araç olan Audi Q3 1.4 göre hesaplandığı belirtilmelidir.

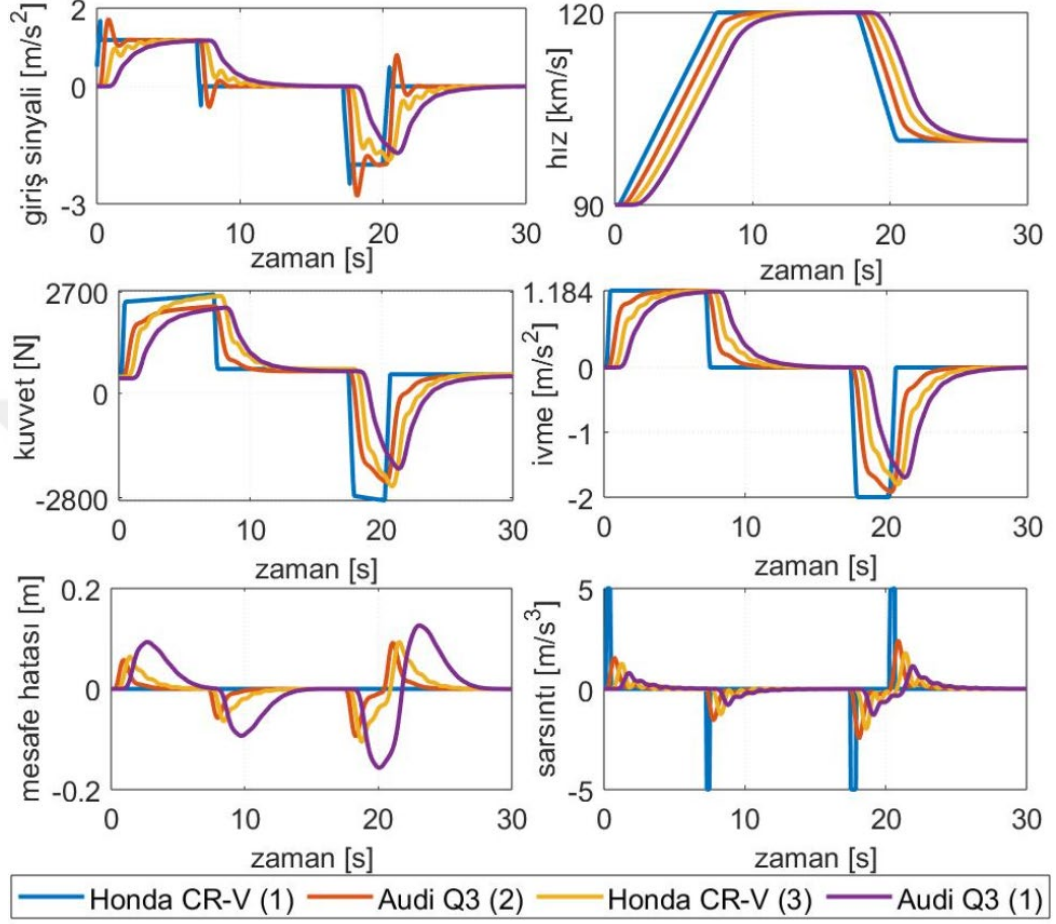
Her test senaryosunda hız, ivme ve sarsıntı kısıtlarının tüm takipçi araçlar tarafından sağlandığı görülmektedir. Diğer tarafta, Test 1 ve Test 4 senaryolarında takipçi araçların girdi sinyali, lider araç sinyalini aştığı gözlenmektedir. Fakat, girdi sinyali için herhangi bir kısıt olmadığından bu durumun yapılan çalışma için bir anlamı bulunmamaktadır.



Şekil 5.4 Test 3 parametreleri için benzetim sonuçları

Sonuç olarak, her test grubu için optimal yörünge analitik olarak hesaplanmıştır. Hız, ivme ve sarsıntı grafiklerinden de anlaşıldığı üzere elde edilen lider araç yörüngesi ile

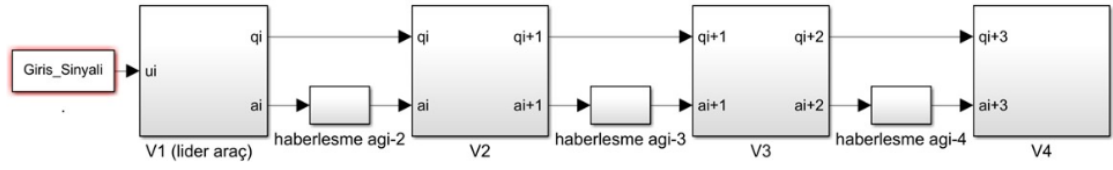
birlikte güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulu $\|y_i\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_\infty}$ ($y_i \in a_i, v_i, j_i$) araç dizisi boyunca tüm sinyaller için sağlanmaktadır.



Şekil 5.5 Test 4 parametreleri için benzetim sonuçları

5.2 Kontrolcü Sentezi

Bölüm 4 ile açıklanan teoremler için benzetim sonuçları bu başlık altında değerlendirilmiştir. Benzetim çalışmasında Şekil 5.6'da gösterilen ağ bağlantılı heterojen araç dizisi oluşturulmuştur.



Şekil 5.6 Ağ bağlantılı heterojen araç dizisi

Dizideki her araç doğrusal olmayan dinamik araç modeli ile tanımlanmıştır. Heterojen araç dizisi için bölüm 2.2’de çizelge 2.1 ve çizelge 2.2 ile verilen gerçek araç parametreleri kullanılmıştır. Ayrıca, tüm araçlar için çizelge 5.5’de gösterilen farklı yürüyen aksam zaman sabit değerleri ve farklı eyleyici zaman gecikme değerleri kullanılmıştır.

Çizelge 5.5 Doğrusal model için parametreler

Araç Modeli	Yürüyen Aksam Zaman Sabiti	Eyleyici Gecikmesi
	τ_i [s]	ϕ_i [s]
Honda CR-V	0.1	0.2
Fiat 500 1.2	0.38	0.18
Audi Q3 1.4	0.8	0.02
Kia Ceed 1.4	0.1	0.05

Bölüm 2 ile belirtildiği gibi takipçi aracın yalnızca önündeki ve arkasındaki araçla tek yönlü iletişim kurabildiği varsayılmaktadır. Araçlar arası bu iletişim sırasında zamanla değişen haberleşme gecikmesi dikkate alınmıştır. Zamanla değişen gecikmelere sahip ağ bağlantılı kontrol sistemi için Steinberger vd. (2020) tarafından önerilen teknik kullanılmıştır. Ağ sisteminde örnekleme süresi $T_s = 0.01$ s olarak kabul edilmiştir. Önerilen teknikte zaman gecikmesi örnekleme süresinin tamsayı katına eşit olduğu değerler ile sınırlandırılmıştır. Bu tekniğe göre, zamanla değişen haberleşme gecikmesi $\theta_i(t) \in [0, 0.2]$ aralığında rastgele dağılmaktadır (maksimum haberleşme gecikmesi $\bar{\theta} = 0.2$ s). Giriş sinyali olarak, farklı hız değişim manevrası ile elde edilen minimum-

zamanlı optimal yörünge lider araca uygulanmıştır. Böylece, bölüm 3 ile açıklanan eyleyici doyumuna uygun yörünge analitik olarak elde edilmiştir.

Araç dizisi ve iletişim ağının tamamı Matlab/Simulink ile oluşturulmuştur. Minimum-zamanlı optimal yörünge, Bi-Section algoritması ve LMI eşitsizlikleri ile elde edilen kontrolcü kazançları Matlab ile elde edilmiştir.

5.2.1 Teorem 4.3 ve dizi kararlılık sonuçları

Teorem 4.3 ile kontrolcü değerlerini hesaplayabilmek için gerekli olan parametreler birisi de yakalama zamanı (h_i) değeridir. Yakalama zamanı değeri uygun rastgele bir değer alınabileceği gibi en uygun minimum değer olarak da seçilebilir. Teorem 4.3 ile birlikte Geliştirilen Bi-Section Algoritması (B) her i ($i = 2,3,4$) aracı için yinmeli olarak çalıştırılmıştır. Böylece, uygun yakalama zamanı değeri $h_{i,\mathcal{L}_\infty}$ ile birlikte kontrol kazançları $K_{b,i,\mathcal{L}_\infty} = [k_{b,1,\mathcal{L}_\infty}, k_{b,2,\mathcal{L}_\infty}]$ ve $K_{f,i,\mathcal{L}_\infty} = k_{f,i,\mathcal{L}_\infty}$ araç i ($i = 2,3,4$) için hesaplanmıştır.

Bi-Section algoritmasında, maksimum haberleşme gecikme $\bar{\theta} = 0.2$ s değerinin yanı sıra çizelge 5.6'da gösterilen gerekli parametreler heterojen araç dizisindeki tüm araçlar için aynıdır. Literatürde, gecikmesinin türevini sınırlandıran değer ($\bar{\delta}_u$) kesin olarak bilinmemekle birlikte $\dot{\theta} \leq \bar{\delta}_u < 1$ olarak kabul edilmektedir (Fridman ve Shaked 2003, D. Yue ve Han 2005). Teorem 4.3, sabit parametre $\Lambda = 0.4$ değeri için başarılı sonuç vermektedir. Aksi durumda, LMI eşitsizlikleri için çözücü (solver) başarısız (infeasible) sonuç vermektedir.

Çizelge 5.6 Bi-Section algoritması ve Teorem 4.3 için parametreler

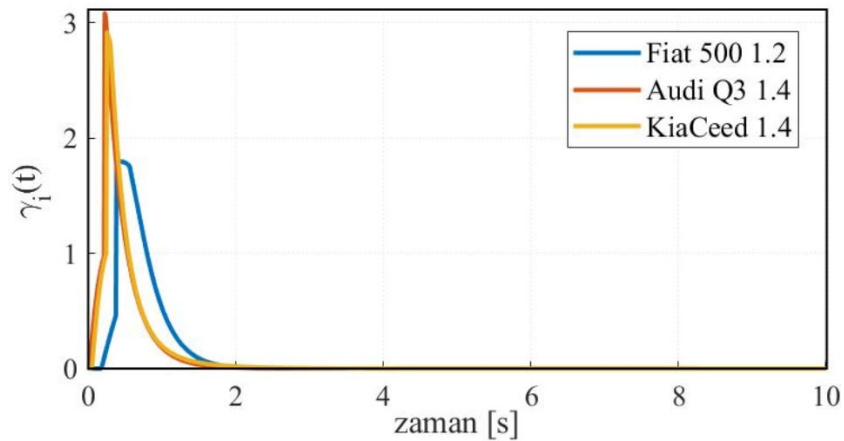
$h^u = 1$ [s]	$h^l = 0.01$ [s]	$\Lambda = 0.4$ [-]	$\rho = 1$ [-]	$\bar{\delta}_u = 0.3$ [-]	$\kappa = 10^{-3}$ [-]
---------------	------------------	---------------------	----------------	----------------------------	------------------------

Sonuç olarak, algoritma için çizelge 5.5-5.6’da verilen parametreler ve Teorem 4.3 sonucunda, çizelge 5.7’de gösterilen kontrol kazanç değerleri ve minimum yakalama zamanı değeri elde edilmiştir. Burada, araç dizisi lider araç (Honda CR-V) önderliğinde hareket ettiğinden bu araç için kontrolcü ve yakalama zamanı değerine ihtiyaç yoktur.

Çizelge 5.7 Kontrolcü kazançları ve minimum yakalama zamanı

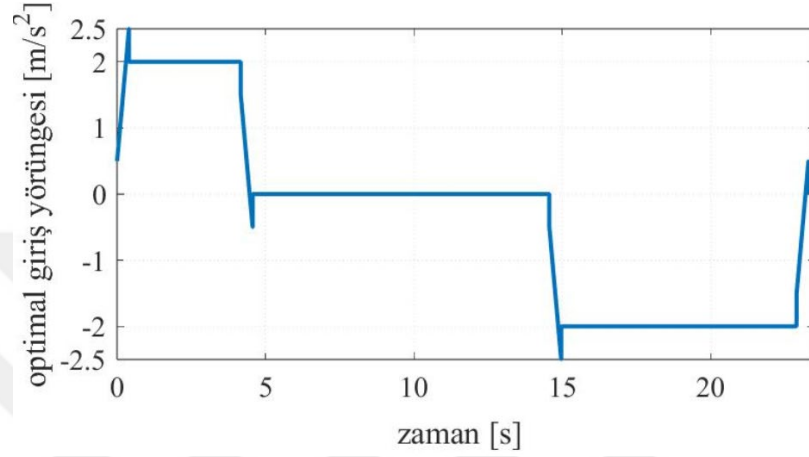
Araç	Yakalama Zamanı	Kontrolcü Kazançları	
	$h_{i,\mathcal{L}_\infty}$	$k_{b,1,\mathcal{L}_\infty}$ [-]	$k_{b,2,\mathcal{L}_\infty}$ [-]
Honda CR-V	-	-	-
Fiat 500 1.2	0.7567	0.4152	1.9729
Audi Q3 1.4	0.4727	0.9208	3.9121
Kia Ceed 1.4	0.5204	0.8265	4.0212

Elde edilen sonuçlar ile öncelikle güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulu olan $\gamma_i(t) \geq 0$ dürtü yanıtı kontrol edilmiştir. Şekil 5.8’deki gösterimde her i ($i = 2,3,4$) aracının dürtü yanıtı elde edilen kontrolcü ve yakalama zamanı 114ğerleri için pozitifdir. Bu, önerilen teorem sonucunda elde edilen kontrolcü değerlerinin güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulunu sağladığını göstermektedir.



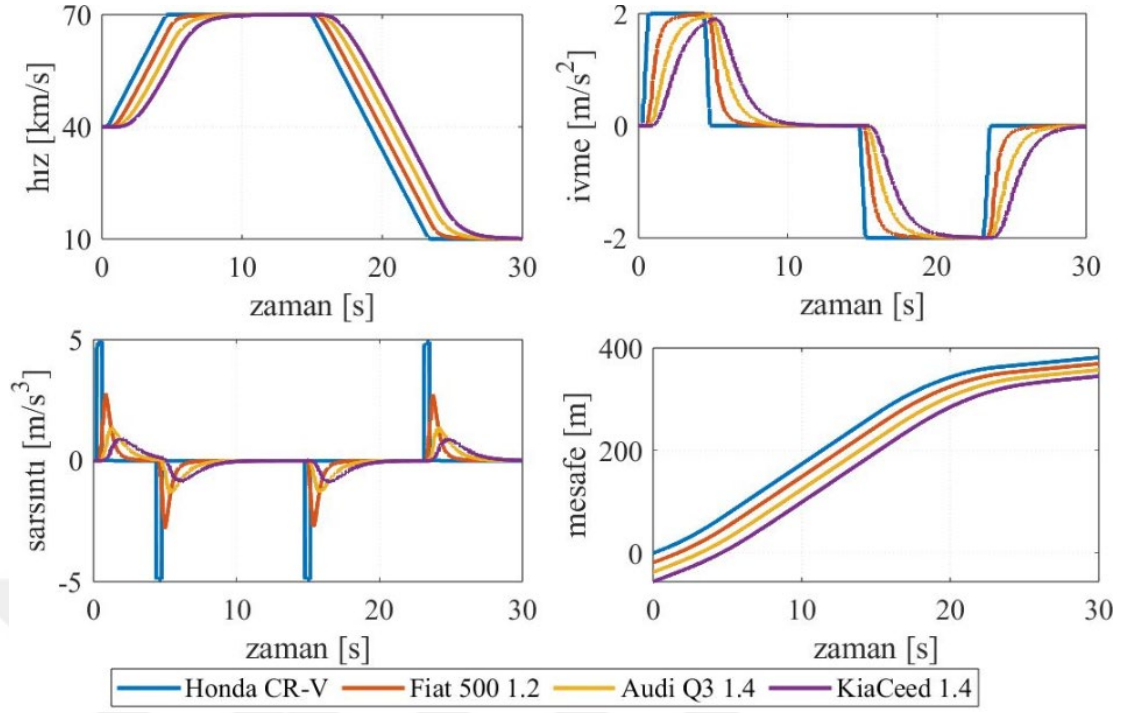
Şekil 5.7 Araç i ($i = 2,3,4$) için dürtü yanıtı

Sonraki aşamada, hesaplanan kontrolcü ve yakalama zamanı değerleri KASK donanımlı heterojen araç dizisi Matlab/Simulink'te test edilmiştir. Öncelikle, hızlanma manevrası $\Delta v_u = 30$ km/s, yavaşlama manevrası $\Delta v_d = -60$ km/s ve kısıtlar (hız, ivme ve sarsıntı) altında Şekil 5.8 ile gösterilen optimal $M_u S_u M_d - M_d S_d M_u$ giriş yörüngesi Matlab ile elde edilmiştir.



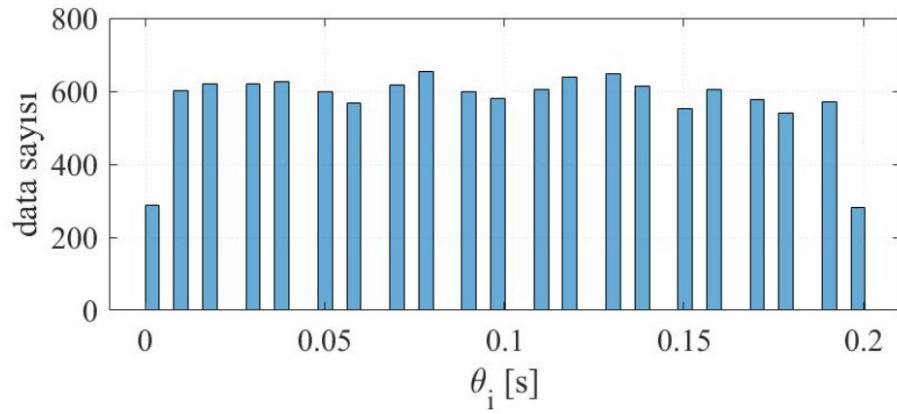
Şekil 5.8 Optimal giriş yörüngesi

Bu yörünge lider araca uygulanarak sabit eyleyici gecikmesi ve zamanla değişen haberleşme gecikmesi altında hız, ivme, sarsıntı ve mesafe sinyalleri incelenmiştir. Buna göre, Şekil 5.9'da araç dizisi boyunca her i ($i = 2, 3, 4$) aracının hız sinyali lider araç sinyalinin sınır değerini aşmamıştır. Aynı şekilde, tüm araçların ivme sinyalleri $\alpha_{max} = 2$ m/s² ve $\alpha_{min} = -2$ m/s² kısıt değerleri içerisinde kalmaktadır. Sürücü konforu için gerekli olan sarsıntı sinyal kısıtlarının $j_{max} = 5$ m/s³ ve $j_{min} = -5$ m/s³ araç dizisi boyunca korunduğu görülmektedir.



Şekil 5.9 Teorem 4.3 ve heterojen araç dizisi

Benzetim süresince her $T_s = 0.01$ örnekleme zamanında değişen rastgele haberleşme gecikmesinin dağılımı Şekil 5.10 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.10 Haberleşme gecikmesinin dağılımı

5.2.2 Geliştirilen Bi-Section algoritması ve dizi kararlılık sonuçları

Bir önceki bölümde oluşturulan aynı heterojen araç modeli ve parametreleri benzetim çalışmalarında tercih edilmiştir. Geliştirilen Bi-Section algoritması için çizelge 5.8 ile gösterilen parametreler kullanılmıştır. Burada, h_t^u ve h_t^l değerleri $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarını sağladığını ilk bölüm için alt ve üst sınır değerleridir. Algoritmanın devamında $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulunu garantileyen kontrolcü sentezi için üst sınır $h_{\mathcal{L}_\infty}^u$ olarak tanımlanmıştır.

Çizelge 5.8 Bi-Section algoritması ve Teorem 4.3 için parametreler

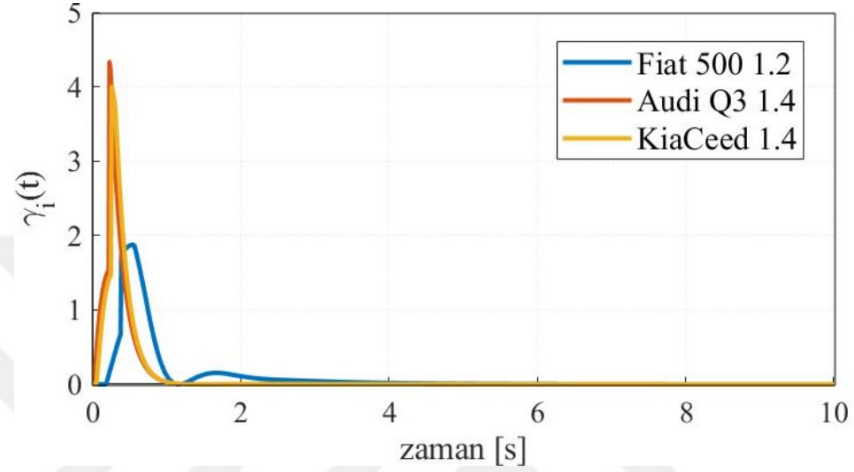
$h_t^u = 1$ [s]	$h_t^l = 0.01$ [s]	$h_{\mathcal{L}_\infty}^u = 4$ [s]	$\kappa = 10^{-3}$ [-]
-----------------	--------------------	------------------------------------	------------------------

Bi-Section algoritması sonucunda elde edilen kontrolcü değerleri ve minimum yakalama zamanı çizelge 5.9 ile gösterilmiştir. Teorem 4.3 ile önerilen yöntemden farklı olarak aynı haberleşme gecikme değerinde eyleyici gecikmesi (ϕ_i) azaldıkça minimum yakalama zamanı değerinin Bi-Section algoritmasında daha düşük olduğu görülmektedir. Öncelikle, her i ($i = 2, 3, 4$) aracı için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulu olan dürtü yanıtı $\gamma_i(t) \geq 0$ incelenmiştir. Şekil 5.11 ile gösterilen dürtü yanıtı ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm kararlılık koşulunun sağlandığı görülmektedir.

Çizelge 5.9 Geliştirilen Bi-Section algoritması ile kontrolcü kazançları ve minimum yakalama zamanı

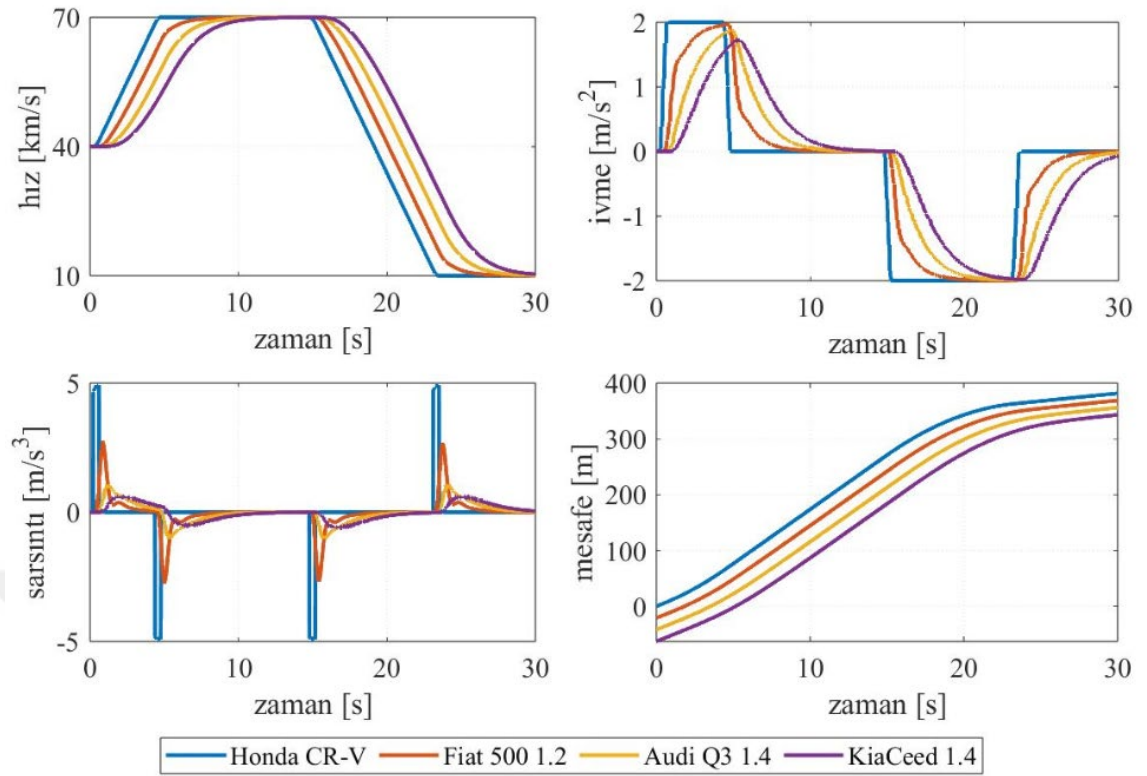
Araç	Yakalama Zamanı	Kontrolcü Kazançları	
	$h_{i,\mathcal{L}_\infty}$	$k_{b,1,\mathcal{L}_\infty}$ [-]	$k_{b,2,\mathcal{L}_\infty}$ [-]
Honda CR-V	-	-	-
Fiat 500 1.2	2.1130	3.5282	0.9761
Audi Q3 1.4	2.8944	5.6032	0.3535
Kia Ceed 1.4	2.5745	4.9498	0.392

Son aşamada, kontrolcü ve yakalama zamanı değerleri zamanla değişen haberleşme gecikmesinin olduğu heterojen araç dizisi Matlab/Simulink'te test edilmiştir. Zamanla değişen haberleşme gecikmesi altında araç dizisindeki takipçi araçların hız sinyali, lider araç kısıtlarını aşmadığı görülmektedir. Aynı şekilde, ivme ve sarsıntı kısıtları istenilen limitler içerisinde kalmaktadır.



Şekil 5.11 Araç i ($i = 2, 3, 4$) için dürtü yanıtı (geliştirilen Bi-Section algoritması)

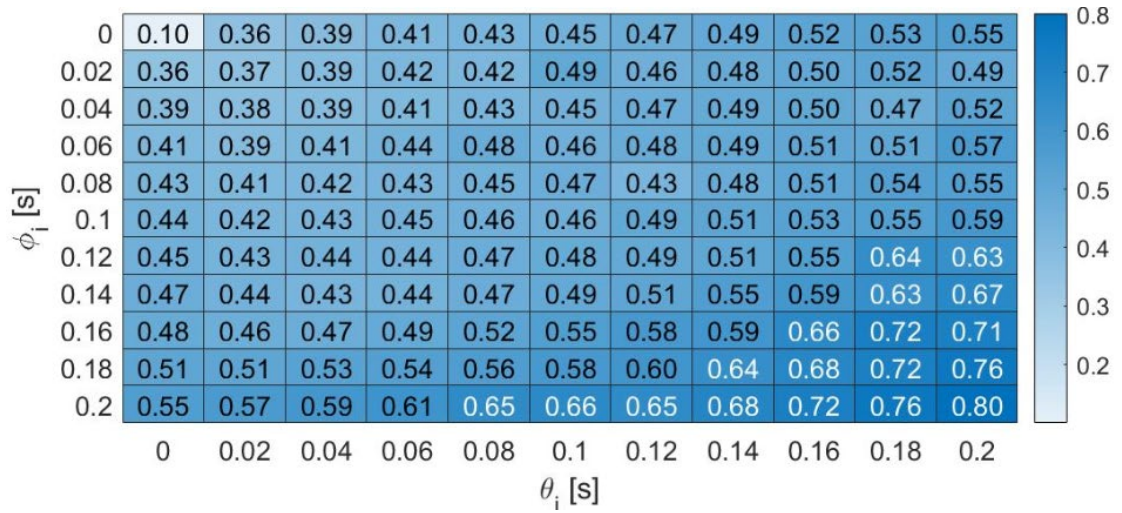
Hız, ivme ve sarsıntı sinyalleri için $\|y_i\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|y_{i-1}\|_{\mathcal{L}_\infty}$ ($y_i \in v_i, a_i, j_i$) koşulu araç dizisi boyunca sağlanır ve KASK araç dizisi güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlıdır.



Şekil 5.12 Geliştirilen Bi-Section algoritması ve heterojen araç dizisi

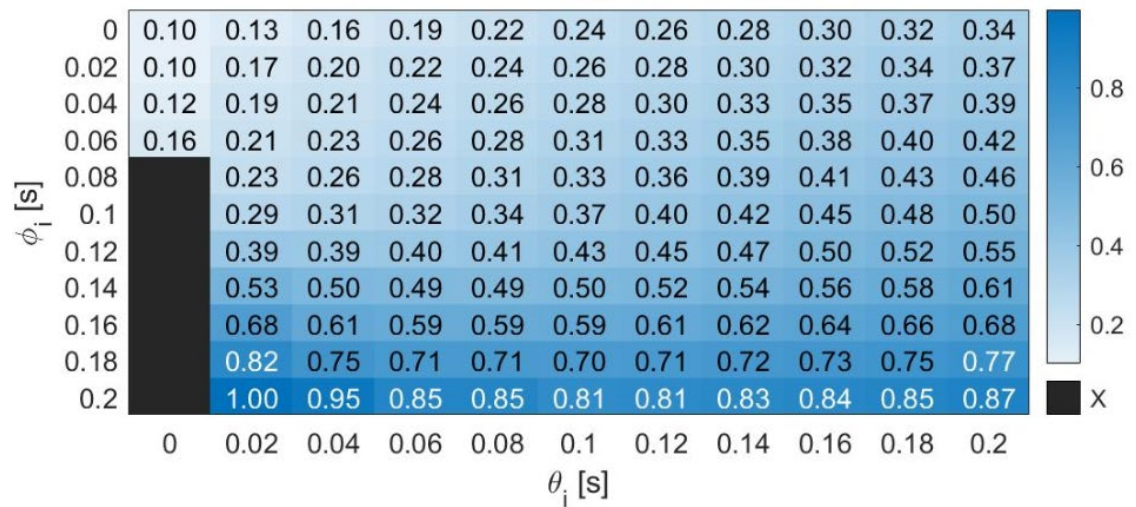
5.2.3 Kararlılık analiz yöntemlerinin karşılaştırılması

Benzetim çalışmalarının son bölümünde farklı haberleşme ve eyleyici gecikmeleri altında uygun yakalama zaman değeri her iki yöntem için hesaplanmıştır. Zaman gecikmeleri $\theta = [0, 0.2]$ ve $\phi = [0, 0.2]$ için elde edilen ısı haritaları Şekil 5.13 ve Şekil 5.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 5.13 Teorem 4.3 ile elde edilen $h_{L_{\infty}}$ ısı haritası

Eyleyici gecikmesi (ϕ_i) ve haberleşme gecikmesi (θ_i) arttıkça yakalama zamanı $h_{L_{\infty}}$ değerinin arttığı Şekil 5.13’de görülmektedir. Aynı şekilde, geliştirilen Bi-Section algoritmasında da eyleyici ve haberleşme gecikmesinin artmasıyla yakalama zamanı değeri Şekil 5.14’de artmaktadır. Şekil 5.14’de düşük eyleyici zaman gecikmesi değerinde hesaplanan yakalama zamanı değeri Şekil 5.13’de hesaplanan değerlere göre daha düşüktür. Şekil 5.14’de haberleşme zaman gecikmesinin yüksek olduğu değerlerde yakalama zamanı değeri, Şekil 5.13’e kıyasla daha yüksek değerlerde olduğu görülmektedir.



Şekil 5.14 Geliştirilen Bi-Section algoritması ile elde edilen $h_{L_{\infty}}$ ısı haritası

Gerçek koşullarda, eyleyici zaman gecikmesinin haberleşme zaman gecikmesinden daha küçük olması beklenir. Beklenildiği gibi, haberleşme zaman gecikmesi azalırken eyleyici gecikmesinin artmasıyla $h_{\mathcal{L}_\infty}$ değerinin arttığı görülür. Hatta, Şekil 5.14’de gösterilen ısı haritasında haberleşme gecikmesi $\theta = 0$ s ve eyleyici gecikmesi $\phi = 0.08$ s-0.2 s arasındaki değerler için güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -norm dizi kararlılık koşullarının sağlanamadığı ve bunun sonucunda $h_{\mathcal{L}_\infty}$ değerlerinin elde edilemediği görülmektedir. Şekil 5.13’de ise aynı zaman gecikmeleri altında uygun yakalama zaman değerleri hesaplanmıştır.

İki farklı yöntem ile oluşturulan ısı haritalarına göre güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan orijinal yöntemin Bi-Section algoritmasına göre daha etkili olduğu görülmektedir.

5.3 Araç Parametrelerinin Belirsizliği

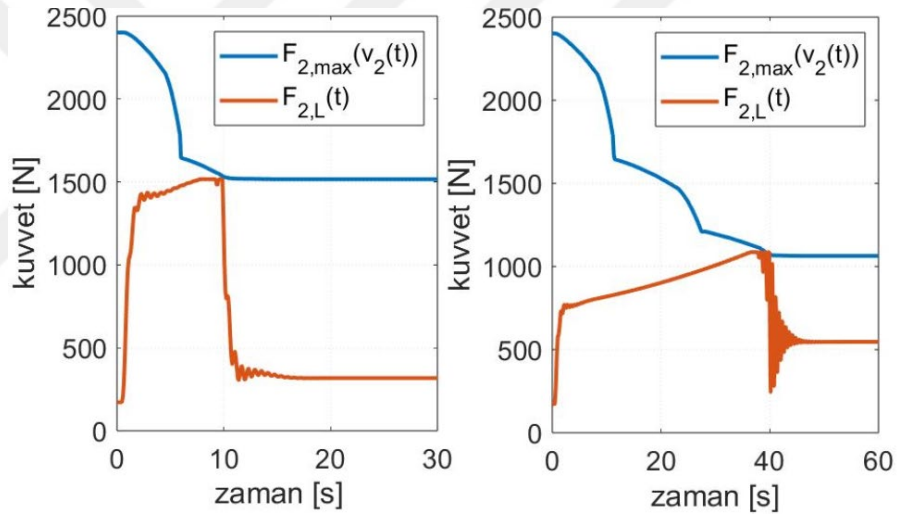
Bir önceki bölümde yapılan benzetim çalışmalarında gerçek araç parametreleri kullanılmıştır. Fakat, bazı araç parametrelerinde belirsizlik olması kaçınılmazdır. Özellikle, (2.33) ve (2.35) ile tanımlanan ivme sınır değerlerinin $l_{i,r}$, $l_{i,w}$, $h_{i,c}$, $\varepsilon_{i,0}$, A_i , $c_{i,d}$, $\eta_{i,d}$, σ_i , $J_{i,E}$, r_i , $f_{i,R}$, m_i , $\lambda_{i,r}$ ve $\mu_{i,r}$ parametrelerine bağlı olduğu bilinmektedir. Bu parametreler, pratikte tam olarak bilinemeyeceğinden bu parametre belirsizliklerinin güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığı üzerindeki olumsuz etkisi analiz edilmiştir.

Önceki benzetim sonuçlarından, açık bir şekilde eyleyici doyumu güç olarak en zayıf olan Fiat 500 1.2 (V_2) aracının en güçlü araç Honda CR-V’yi (V_1) takip ettiği hızlanma manevrasında görülmektedir. Bu sebeple, Honda CR-V aracı lider araç ve Fiat 500 1.2 takipçi araç olduğu durum incelenmiştir.

Analizde, sözde sabit parametrelerin $\varepsilon_{i,0}$, A_i , $c_{i,d}$, $\eta_{i,d}$, σ_i ve $J_{i,E}$ % ± 1 belirsizliği ile bilindiği varsayılırken, geri kalan parametreler gerçek zamanlı olarak tahmin edilmektedir. Literatürde, r_i , $f_{i,R}$ ve m_i parametrelerini % ± 5 belirsizlik ile tahmin

etmeye yönelik güncel algoritmalar bulunmaktadır (122eğer. 2020, Rajendran vd. 2019, Rath vd. 2015, Sharma vd. 2021, Tannoury vd. 2013, Wang vd. 2009).

Parametre belirsizliklerinin olumsuz etkisini incelemek için Honda CR-V ve Fiat 500 1.2 araçlarının nominal parametreleri kullanılarak Teorem 3.2'ye göre optimal lider yörüngesinin hesaplandığı varsayılmıştır. Ardından, takipçi aracın gerçek maksimum ivmesinin, nominal maksimum ivmeye kıyasla azaltıldığı en kötü durum senaryosu analiz edilmiştir. Bunun için (2.30) ile (2.33) arasındaki değerlerde su değişiklikler yapılmıştır: $\varepsilon_{i,0}$, $\eta_{i,d}$, %1 azaltılmakta, σ_i , A_i , $\eta_{i,d}$, %1 arttırılmakta ve r_i , m_i , $f_{i,R}$ %5 arttırılmaktadır. Hız değişim manevraları 50 km/s-90 km/s ve 50 km/s-130 km/s için benzetim sonuçları ile Şekil 5.15'de sırasıyla gösterilmiştir.



Şekil 5.15 Araç 2 için uygulanan kuvvet ve maksimum kuvvet

Gösterimde, (2.32) eşitliğine göre Fiat 500 1.2 için uygulanan çekiş kuvveti $F_{2,L}(t)$ ve maksimum çekiş kuvveti $F_{2,max}(v_2(t))$ karşılaştırılmıştır. Farklı hız değişim manevrasında, $F_{2,L}(t)$ 122eğerinin, $F_{2,max}(v_2(t))$ değerinin altında kaldığı açıkça görülmektedir. Buna göre, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılığının parametre belirsizlikleri altında dahi korunduğu görülmektedir.

Önceki benzetim çalışmalarında elde edilen olumlu sonuç Teorem 3.1 ile yeterli koşulların biraz tutucu olmasından kaynaklanmaktadır. Ancak bu durum, maksimum çekiş kuvvetinin hiçbir zaman aşılmayacağına dair kesin bir sonucu garanti etmemektedir. Bu sebeple alternatif olarak, en kötü durum parametre belirsizliğine sahip parametreleri kullanarak (2.33) ve (2.35)’e göre sınırları hesaplamak mümkündür.

Çizelge 5.10 Manevra tamamlanma sürelerinin karşılaştırılması: nominal ve belirsiz parametreler

Manevra [km/s]	50-90	50-110	50-130	60-100	60-120
Nominal [s]	9.5	21.6	39.3	10.95	24.5
Belirsiz [s]	10.4	22.3	39.5	11.5	24.9
Manevra [km/s]	60-130	70-90	70-110	70-130	80-100
Nominal [s]	34.4	4.9	14.4	29.5	5.6
Belirsiz [s]	34.6	5.3	14.9	29.6	5.9
Manevra [km/s]	80-120	80-130	90-110	90-120	90-130
Nominal [s]	16.4	24.6	7.3	12.3	19.7
Belirsiz [s]	16.6	24.7	7.5	12.5	19.8

Bu durumda, manevra süresindeki artışa rağmen boylamsal kuvvetin doyuma ulaşmaması sağlanır. Bu artışı gözlemlemek için nominal ve en kötü durum parametreleri için farklı hız değişim manevralarında en uygun lider yörüngeler karşılaştırılmıştır. Çizelge 5.10’de manevra süresindeki artışın, çoğunlukla pratikte tolere edilebilir olan %10’un çok altında olduğu gösterilmiştir.

6. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME

Akıllı Ulaşım Sistemleri'nde (AUS) kısa mesafede araç takibi için önerilen en son teknolojilerden birisi Kooperatif Adaptif Seyir Kontrolü (KASK) yöntemidir. KASK kontrol sisteminde sürüş konforu ve güvenliği için birden fazla araçtan oluşan dizinin kararlı olması gerekmektedir. Dizi kararlılığında temel amaç araç dizisi boyunca oluşabilecek sinyal dalgalanması ya da bozulmasının sönümlenmesini sağlamaktır.

Literatürde, genellikle aynı özelliklere sahip araçlardan oluşan homojen araç dizisi için kararlılık analizi yapılmıştır. Gerçek trafik koşullarında farklı araçlardan oluşan heterojen araç dizileri mevcuttur ve farklı güçlere sahip araçlar birbirini takip etmektedir. Farklı güçlere sahip bu araçların giriş değerleri keyfi bir değer olamaz ve mutlaka sınırlandırılmalıdır. Aksi halde, eyleyici doyumunu nedeniyle güç olarak en zayıf olan araç en güçlü araca yetişemeyebilir. Bu ise KASK sisteminin en önemli görevi olan dizi kararlılığının ihlal edilmesine sebep olmaktadır. Literatürde yapılan çalışmaların aksine bu tezde eyleyici doyumunu önlemek ve dizi kararlılık koşullarını sağlamak için yeterli koşullar türetilmiştir. Öncelikle, aracın boylamasına hareketinde etkiyen tüm kuvvetler (maksimum çekiş kuvveti ve motor tarafından üretilen kuvvet) gösterilerek aracın hareket etmesini sağlayan hıza bağlı minimum kuvvet değeri hesaplanmıştır. Sonrasında, hıza bağlı gerçek kuvvet modeli kullanılarak yine hıza bağlı gerçek ivme kısıt değerleri belirlenmiştir. Hıza bağlı kısıt değerleri ile birlikte eyleyici doyumunu önlemek için yeterli koşullar gösterilmiştir. Bilindiği kadarıyla, gerçek araç parametreleri ile hıza bağlı gerçek kuvvet modeli ve ivme kısıtlarının eyleyici doyumunda dikkate alındığı ilk çalışmadır.

Literatür çalışmalarının birçoğunda KASK donanımlı heterojen araç dizisinde $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşulları için incelenmektedir. Fakat, potansiyel eyleyici doyumunu önlemek için $\mathcal{L}_2$ -normu yeterli değildir. Bu tez çalışmasında, güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşulları için analizler yapılmıştır. Bu nedenle, eyleyici doyumunu önlemek için türetilen yeterli koşullar yalnızca $\mathcal{L}_\infty$ -norm koşulları için uygundur. Güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan yeterli koşullar kullanılarak minimum- zamanlı optimal kontrol problemi tanımlanmıştır. Farklı hız değişim manevraları ve durum kısıtları (ivme ve sarsıntı)

altında analitik çözümü yapılan bu yöntem gerçek zamanlı olarak hesaplanabilmektedir. Önerilen bu orijinal yöntem, istenilen araç yörüngelerinin trafikte hızlı bir şekilde hesaplanmasına olanak sağlamaktadır.

Zamanla değişen haberleşme ve sabit eyleyici gecikmesi altında güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi bu tezin bir diğer katkısıdır. Lyapunov yaklaşımı ile güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi iki farklı yöntem ile yapılmıştır. İlk yöntemde, öncelikle LMI ile $\mathcal{L}_2$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü kazançları hesaplanmıştır. Sonrasında, geliştirilen Bi-Section algoritması kullanılarak güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü ve minimum yakalama zamanı değeri elde edilmiştir. Diğer yöntemde ise doğrudan LMI yapılarıyla güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezi önerilmiştir. Önerilen yöntemde, zamanla değişen gecikmenin türev kısıtı ihmal edilerek hızlı değişen (fast time-varying delays) zaman gecikmesi ile LKF yapıları türetilmiştir. Gecikmenin sınırsız türevlerine sahip sistemlerde öngörülemeyen davranışlar ve hatta kararsızlık görülebilir. Bu tez çalışmasında ise zamanla değişen gecikmenin türevi $\overline{\delta_u} < 1$ değeri ile sınırlandırılmıştır. Ayrıca, LKF'nin tutuculuğunu azaltmak ve kısıt koşullarını esnetmek için Wirtinger eşitsizliği ile Leibniz–Newton formülü bu çalışmada aynı anda kullanılmıştır. Özellikle, $V(x_t)$ Lyapunov fonksiyonunu yazabilmek için Wirtinger eşitsizliğinden yararlanılmıştır. Leibniz–Newton formülü ise $\dot{V}(x_t)$ fonksiyonunda çapraz terimleri yok etmek için tercih edilmiştir. Çözücü (solver), önerilen LMI yapılarıyla çözüme çok yaklaşmasına rağmen başarısız (infeasible) sonuç vermektedir. LMI'nın başarılı (feasible) sonuca ulaşabilmesi için LMI terimi esnetilerek çözümün tutuculuğu azaltılmış ve kontrolcü sentezi yapılmıştır.

Özetle, heterojen araç dizisi, doğrusal olmayan araç modeli, eyleyici doyumu, zamanla değişen haberleşme gecikmesinin aynı anda dikkate alınarak güçlü $\mathcal{L}_\infty$ -dizi kararlılık koşullarını sağlayan kontrolcü sentezinin yapıldığı ilk çalışmadır.

Tezde önerilen tüm yöntemlerde araç dizisinin düz bir karayolunda seyahat ettiği varsayılmıştır. Diğer tarafta, gerçek trafik ortamında araç dizisi virajlı yollar mevcuttur. Bu durum dikkate alınarak önerilen yöntemler virajlı yollar için çalışılabilir. Buna ek

olarak, gerçek haberleşme sırasında oluşabilecek paket kaybı (packet loss) gibi olumsuz durumlar bu tez çalışmasında kontrolcü sentezi yapılırken ihmal edilmiştir. Sonraki çalışmalarda bu durumlar dikkate alınarak kontrolcü sentezi yapılabilir. Ayrıca, araçların yakıt tüketiminin azaltılması ekolojik ve ekonomik anlamda zorunluluk haline gelmiştir. Bu doğrultuda, farklı hız değişim manevralarında minimum yakıt tüketimi KASK sürüş sistemi için analiz edilebilir. Son olarak, bu tez çalışmasında heterojen araç dizisi de araçların içten yanmalı motorlara sahip olduğu varsayılmıştır. İçten yanmalı motorlar benzin, dizel ya da gaz ile çalışmaktadır. Günümüzde hem evre dostu olan hem de ekonomik olarak uygun olan elektrikli araçların kullanımı artmaktadır. KASK sürüş modeli ile heterojen araç dizileri oluşturulurken farklı yakıt türü ile çalışan araçlar oluşturulabilir. Bu sayede, elektrikli araçların araç dizisindeki etkisi incelenebilir.

KAYNAKLAR

- Aghababa, M. P., Saif, M., ve Shafai, B. (2020). Adaptive control of a vehicular platoon with unknown parameters and input variations. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 13876–13881.
- Al-Jhayyish, A. M. H., ve Schmidt, K. W. (2018). Feedforward strategies for cooperative adaptive cruise control in heterogeneous vehicle strings. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 19(1), 113–122.
- Anonymous. (1945). Automobile catalog [Erişim Tarihi: 2023-7-27]. Web Sitesi: <https://www.automobile-catalog.com/>
- Anonymous. (2022). United nations [Erişim Tarihi: 2023-11-30]. Web Sitesi: <https://population.un.org/wpp/>
- Anonymous. (2023). Yalmip [Erişim Tarihi: 2023-12-12]. Web Sitesi: <https://yalmip.github.io/>
- Axelsson, J. (2017). Safety in vehicle platooning: A systematic literature review. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 18(5), 1033–1045.
- Baldi, S., Liu, D., Jain, V., ve Yu, W. (2021). Establishing platoons of bidirectional cooperative vehicles with engine limits and uncertain dynamics. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 22(5), 2679–2691.
- Bechlioulis, C. P., Dimarogonas, D. V., ve Kyriakopoulos, K. J. (2014). Robust control of large vehicular platoons with prescribed transient and steady state performance. *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, 3689–3694.
- Besselink, B., ve Johansson, K. H. (2017). String stability and a delay-based spacing policy for vehicle platoons subject to disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(9), 4376–4391.
- Bingöl, H., Cankaya, E., ve Schmidt, K. W. (2016). Eyleyici doyumunu altında dizi kararlı kooperatif otomatik seyir kontrolü. *Pamukkale Univ Muh Bilim Dergisi*, 22(8), 636–642.
- Bingöl, H., ve Schmidt, K. W. (2022). String stability under actuator saturation on straight level roads: Sufficient conditions and optimal trajectory generation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23(12), 24588–24598.
- Bose, A., ve Ioannou, P. (2003). Mixed manual/semi-automated traffic: A macroscopic analysis. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 11(6), 439–462.

- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., ve Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. SIAM.
- Bryson, A. E., ve Ho, Y. C. (2018). Applied optimal control: Optimization, estimation and control. Routledge.
- Canudas de Wit, C., ve Brogliato, B. (1999). Stability issues for vehicle platooning in automated highway systems. Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications, 2, 1377–1382.
- Caudill, R. J., ve Garrard, W. L. (1976). Vehicle-follower, longitudinal control for automated transit vehicles. IFAC Proceedings Volumes, 9(4), 195–209.
- Chang, X.-H., ve Liu, R.-R. (2021). Induced ∞ output feedback control for continuous time systems. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 69(7), 3184–3188.
- Chen, J., Liang, H., Li, J., ve Lv, Z. (2020a). Connected automated vehicle platoon control with input saturation and variable time headway strategy. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 1–12.
- Chen, J., Liang, H., Li, J., ve Lv, Z. (2020b). Connected automated vehicle platoon control with input saturation and variable time headway strategy. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 22(8), 4929–4940.
- Chen, Y., ve Yan, B. (2023). Vehicle platoon control based on third-order heterogeneous model and predictive spacing strategy. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.
- Chu, K. C. (1974). Optimal decentralized regulation for a string of coupled systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(3), 243–246.
- Curtain, R., Iftime, O. V., ve Zwart, H. (2009). System theoretic properties of a class of spatially invariant systems. Automatica, 45(7), 1619–1627.
- Dai, Y., Yang, Y., Zhong, H., Zuo, H., ve Zhang, Q. (2022). Stability and safety of cooperative adaptive cruise control vehicular platoon under diverse information flow topologies. Wireless Communications and Mobile Computing, 2022.
- Darbha, S., Konduri, S., ve Pagilla, P. R. (2017). Effects of v2v communication on time headway for autonomous vehicles. 2017 American Control Conference (ACC), 2002–2007.
- Darbha, S., ve Rajagopal, K. (1999). Intelligent cruise control systems and traffic flow stability. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 7(6), 329–352.

- Davis, L. (2014). Nonlinear dynamics of autonomous vehicles with limits on acceleration. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 405, 128–139.
- Dey, K. C., Yan, L., Wang, X., Wang, Y., Shen, H., Chowdhury, M., Yu, L., Qiu, C., ve Soundararaj, V. (2016). A review of communication, driver characteristics, and controls aspects of cooperative adaptive cruise control (cacc). *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 17(2), 491–509.
- Di Bernardo, M., Salvi, A., ve Santini, S. (2014). Distributed consensus strategy for platooning of vehicles in the presence of time-varying heterogeneous communication delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(1), 102–112.
- di Bernardo, M., Falcone, P., Salvi, A., ve Santini, S. (2016). Design, analysis, and experimental validation of a distributed protocol for platooning in the presence of time-varying heterogeneous delays. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24(2), 413–427.
- Eckhoff, D., Sofra, N., ve German, R. (2013). A performance study of cooperative awareness in etsi its g5 and ieee wave. 10th Annual Conference on Wireless On-demand Network Systems and Services (WONS), 196–200.
- Eyre, J., Yanakiev, D., ve Kanellakopoulos, I. (1998). A simplified framework for string stability analysis of automated vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 30(5), 375–405.
- Feng, S., Sun, H., Zhang, Y., Zheng, J., Liu, H. X., ve Li, L. (2020). Tube-based discrete controller design for vehicle platoons subject to disturbances and saturation constraints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 28(3), 1066–1073.
- Feng, S., Zhang, Y., Li, S. E., Cao, Z., Liu, H. X., ve Li, L. (2019). String stability for vehicular platoon control: Definitions and analysis methods. *Annual Reviews in Control*, 47, 81–97.
- Fernandes, P., ve Nunes, U. (2012). Platooning with ivc-enabled autonomous vehicles: Strategies to mitigate communication delays, improve safety and traffic flow. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 13(1), 91–106.
- Fridman, E. (2014). *Introduction to time-delay systems: Analysis and control*. Springer.
- Fridman, E., ve Shaked, U. (2003). Delay-dependent stability and h_∞ control: Constant and time-varying delays. *International journal of control*, 76(1), 48–60.
- Gao, F., Li, S. E., Zheng, Y., ve Kum, D. (2016). Robust control of heterogeneous vehicular platoon with uncertain dynamics and communication delay. *IET Intelligent Transport Systems*, 10(7), 503–513.

- Gao, Z., Zhang, Y., ve Guo, G. (2022a). Finite-time fault-tolerant prescribed performance control of connected vehicles with actuator saturation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*.
- Gao, Z., Zhang, Y., ve Guo, G. (2022b). Fixed-time prescribed performance adaptive fixed-time sliding mode control for vehicular platoons with actuator saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23(12), 24176–24189.
- Gao, Z., Zhang, Y., ve Guo, G. (2023). Adaptive fixed-time sliding mode control of vehicular platoons with asymmetric actuator saturation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*.
- Ghasemi, A., Kazemi, R., ve Azadi, S. (2015). Stability analysis of bidirectional adaptive cruise control with asymmetric information flow. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 229(2), 216–226.
- Godbole, D. N., Eskafi, F. H., ve Varaiya, P. P. (1996). Automated highway systems* [13th World Congress of IFAC]. *IFAC Proceedings Volumes*, 29(1), 5506–5511.
- Grant, P. R., ve Haycock, B. (2008). Effect of jerk and acceleration on the perception of motion strength. *Journal of Aircraft*, 45(4), 1190–1197.
- Gu, K., Chen, J., ve Kharitonov, V. L. (2003). *Stability of time-delay systems*. Springer Science ve Business Media.
- Guo, G., ve Li, D. (2019). Adaptive sliding mode control of vehicular platoons with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 68(8), 7511–7520.
- Guo, X. G., Wang, J.-L., Liao, F., ve Teo, R. S. H. (2018). Cnn-based distributed adaptive control for vehicle-following platoon with input saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 19(10), 3121–3132.
- He, Y., Tian, X., Shen, J., Yuan, C., ve Du, Y. (2020). Robust stabilization of longitudinal tracking for cooperative adaptive cruise control considering input saturation. *Modern Physics Letters B*, 2050409.
- Hu, J., Bhowmick, P., Arvin, F., Lanzon, A., ve Lennox, B. (2020). Cooperative control of heterogeneous connected vehicle platoons: An adaptive leader-following approach. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 5(2), 977–984.
- Huang, D., Li, S., Zhang, Z., Liu, Y., ve Mi, B. (2022). Design and analysis of longitudinal controller for the platoon with time-varying delay. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23(12), 23628–23639.

- Huang, S., ve Ren, W. (1997). Design of vehicle following control systems with actuator delays. *Int. J. Syst. Sci.*, 28, 145–151.
- Huppe, X., de Lafontaine, J., Beauregard, M., ve Michaud, F. (2003). Guidance and control of a platoon of vehicles adapted to changing environment conditions. 2003 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 4, 3091–3096 vol.4.
- Hwang, K. J., ve Yurkevich, V. D. (2006). Vehicle following longitudinal decentralized feedback control based on two-time-scale motions. 2006 International Forum on Strategic Technology, 5a–9.
- Kavathekar, P., ve Chen, Y. (2011, August). Vehicle Platooning: A Brief Survey and Categorization (3).
- Kayacan, E. (2017). Multiobjective H_∞ control for string stability of cooperative adaptive cruise control systems. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2(1), 52–61.
- Kesting, A., Treiber, M., Schönhof, M., ve Helbing, D. (2008). Adaptive cruise control design for active congestion avoidance. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 16(6), 668–683.
- Kharitonov, V., ve Zhabko, A. (2003). Lyapunov–krasovskii approach to the robust stability analysis of time-delay systems. *Automatica*, 39(1), 15–20.
- Klinge, S., ve Middleton, R. H. (2009a). String stability analysis of homogeneous linear unidirectionally connected systems with nonzero initial conditions.
- Klinge, S., ve Middleton, R. H. (2009b). String stability analysis of homogeneous linear unidirectionally connected systems with nonzero initial conditions. *IET Irish Signals and Systems Conference (ISSC 2009)*, 1–6.
- Kolmanovskii, V., ve Richard, J. (1999). Stability of some linear systems with delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(5), 984–989.
- Kolmanovskii, V., ve Myshkis, A. (2012). *Applied theory of functional differential equations* (85). Springer Science ve Business Media.
- Kwon, J. W., ve Chwa, D. (2014). Adaptive bidirectional platoon control using a coupled sliding mode control method. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(5), 2040–2048.
- Li, S. E., Gao, F., Li, K., Wang, L.-Y., You, K., ve Cao, D. (2018). Robust longitudinal control of multi-vehicle systems—a distributed H_∞ method. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 19(9), 2779–2788.

- Li, S. E., Zheng, Y., Li, K., ve Wang, J. (2015). An overview of vehicular platoon control under the four-component framework. 2015 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), 286–291.
- Li, X., Ma, J., Zhao, X., ve Wang, L. (2020). Intelligent two-step estimation approach for vehicle mass and road grade. IEEE Access, 8, 218853–218862.
- Li, Y., Tang, C., Peeta, S., ve Wang, Y. (2019). Nonlinear consensus-based connected vehicle platoon control incorporating car-following interactions and heterogeneous time delays. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 20(6), 2209–2219.
- Li, Z., Hu, B., Li, M., ve Luo, G. (2019). String stability analysis for vehicle platooning under unreliable communication links with event-triggered strategy. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 68(3), 2152–2164.
- Liu, X., Goldsmith, A., Mahal, S., ve Hedrick, J. (2001). Effects of communication delay on string stability in vehicle platoons. 2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Proceedings, 625–630.
- Luo, Q., Nguyen, A.-T., Fleming, J., ve Zhang, H. (2021). Unknown input observer-based approach for distributed tube-based model predictive control of heterogeneous vehicle platoons. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 70(4), 2930–2944.
- Ma, F., Wang, J., Zhu, S., Gelbal, S. Y., Yang, Y., Aksun-Guvenc, B., ve Guvenc, L. (2020). Distributed control of cooperative vehicular platoon with nonideal communication condition. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 69(8), 8207–8220.
- Mannering, F. L., ve Washburn, S. S. (2020). Principles of highway engineering and traffic analysis. John Wiley ve Sons.
- Marsden, G., McDonald, M., ve Brackstone, M. (2001). Towards an understanding of adaptive cruise control. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 9(1), 33–51.
- Matsuzaki, R., Kamai, K., ve Seki, R. (2014). Intelligent tires for identifying coefficient of friction of tire/road contact surfaces using three-axis accelerometer. Smart Materials and Structures, 24(2), 025010.
- Melzer, S., ve Kuo, B. (1971). Optimal regulation of systems described by a countably infinite number of objects. Automatica, 7(3), 359–366.
- Molinete, B., Campos, S., Olabarrieta, I., ve Torre, A. I. (2015). Reference its architectures in europe. In Intelligent transport systems (pp. 1–17). John Wiley ve Sons, Ltd.

- Monteil, J., Bouroche, M., ve Leith, D. J. (2019). L2 And L_∞ stability analysis of heterogeneous traffic with application to parameter optimization for the control of automated vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 27(3), 934–949.
- Monteil, J., Russo, G., ve Shorten, R. (2019). On L_∞ string stability of nonlinear bidirectional asymmetric heterogeneous platoon systems. *Automatica*, 105, 198–205.
- Nandi, A. K., Chakraborty, D., ve Vaz, W. (2015). Design of a comfortable optimal driving strategy for electric vehicles using multi-objective optimization. *Journal of Power Sources*, 283, 1–18.
- Nasim, R., ve Kessler, A. (2012). Distributed architectures for intelligent transport systems: A survey. 2012 Second Symposium on Network Cloud Computing and Applications, 130–136.
- Naus, G., Vugts, R., Ploeg, J., van de Molengraft, R., ve Steinbuch, M. (2010). Cooperative adaptive cruise control, design and experiments. *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, 6145–6150.
- Naus, G. J., Vugts, R. P., Ploeg, J., van De Molengraft, M. J., ve Steinbuch, M. (2010). String-stable cacc design and experimental validation: A frequency-domain approach. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 59(9), 4268–4279.
- Pan, C., Huang, A., Chen, L., Cai, Y., Chen, L., Liang, J., ve Zhou, W. (2022). A review of the development trend of adaptive cruise control for ecological driving. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 236(9), 1931–1948.
- Peppard, L. (1974). String stability of relative-motion pid vehicle control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(5), 579–581.
- Ploeg, J. (2014). Analysis and design of controllers for cooperative and automated driving [Doctoral dissertation, Mechanical Engineering]. Technische Universiteit Eindhoven.
- Ploeg, J., Shukla, D. P., van de Wouw, N., ve Nijmeijer, H. (2014). Controller synthesis for string stability of vehicle platoons. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(2), 854–865.
- Ploeg, J., Van De Wouw, N., ve Nijmeijer, H. (2013). Lp string stability of cascaded systems: Application to vehicle platooning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(2), 786–793.
- Rajamani, R., Choi, S. B., Law, B. K., Hedrick, J. K., Prohaska, R., ve Kretz, P. (1998). Design and Experimental Implementation of Longitudinal Control for a

- Platoon of Automated Vehicles. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 122(3), 470–476.
- Rajamani, R., ve Zhu, C. (2002). Semi-autonomous adaptive cruise control systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 51(5), 1186–1192.
- Rajendran, S., Spurgeon, S. K., Tsampardoukas, G., ve Hampson, R. (2019). Estimation of road frictional force and wheel slip for effective antilock braking system (abs) control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 29(3), 736–765.
- Rath, J. J., Veluvolu, K. C., ve Defoort, M. (2015). Simultaneous estimation of road profile and tire road friction for automotive vehicle. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 64(10), 4461–4471.
- Raza, H., ve Ioannou, P. (2021). Vehicle following control design for automated highway systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 41(6), 13–15.
- Rogge, J. A., ve Aeyels, D. (2008). Vehicle platoons through ring coupling. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(6), 1370–1377.
- Santhanakrishnan, K., ve Rajamani, R. (2003). On spacing policies for highway vehicle automation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 4(4), 198–204.
- Santini, S., Salvi, A., Valente, A. S., Pescapé, A., Segata, M., ve Lo Cigno, R. (2017). A consensus-based approach for platooning with intervehicular communications and its validation in realistic scenarios. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(3), 1985–1999.
- Sawant, J., Chaskar, U., ve Ginoya, D. (2020). Robust control of cooperative adaptive cruise control in the absence of information about preceding vehicle acceleration. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 1–10.
- Schladover, S. E. (1995). Review of the state of development of advanced vehicle control systems (avcs). *Vehicle System Dynamics*, 24, 551–595.
- Sharma, A. K., Bouteldja, M., ve Cerezo, V. (2021). Vehicle dynamic state observation and rolling resistance estimation via unknown input adaptive high gain observer. *Mechatronics*, 79, 102658.
- Shaw, E., ve Hedrick, J. K. (2007a). Controller design for string stable heterogeneous vehicle strings. 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control, 2868–2875.
- Shaw, E., ve Hedrick, J. K. (2007b). String stability analysis for heterogeneous vehicle strings. *American Control Conference*, 3118–3125.

- Sheikholeslam, S., ve Desoer, C. A. (1990). Longitudinal control of a platoon of vehicles. American Control Conference, 291–296.
- Sheikholeslam, S., ve Desoer, C. (1993). Longitudinal control of a platoon of vehicles with no communication of lead vehicle information: A system level study. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 42(4), 546–554.
- Shladover, S. E. (1991). Longitudinal Control of Automotive Vehicles in Close-Formation Platoons. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 113(2), 231–241.
- Shladover, S., Desoer, C., Hedrick, J., Tomizuka, M., Walrand, J., Zhang, W.-B., McMahon, D., Peng, H., Sheikholeslam, S., ve McKeown, N. (1991). Automated vehicle control developments in the path program. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 40(1), 114–130.
- Sladkowski, A., ve Pamula, W. (2016). Intelligent transportation systems problems and perspectives (1st). Springer Publishing Company, Incorporated.
- Stankovic, S., Stanojevic, M., ve Siljak, D. (2000). Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 8(5), 816–832.
- Steinberger, M., Tranninger, M., Horn, M., ve Johansson, K. H. (2020). How to simulate networked control systems with variable time delays? IFAC-PapersOnLine, 53(2), 3098–3103.
- Swaroop, D., ve Hedrick, J. K. (1999a). Constant Spacing Strategies for Platooning in Automated Highway Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 121(3), 462–470.
- Swaroop, D., ve Hedrick, J. K. (1999b). Constant Spacing Strategies for Platooning in Automated Highway Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 121(3), 462–470.
- Swaroop, D., ve Hedrick, J. (1996). String stability of interconnected systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3), 349–357.
- Tan, H.-S., Rajamani, R., ve Zhang, W.-B. (1998). Demonstration of an automated highway platoon system. Proceedings of the 1998 American Control Conference, 3, 1823–1827.
- Tannoury, C. E., Moussaoui, S., Plestan, F., Romani, N., ve Pita-Gil, G. (2013). Synthesis and application of nonlinear observers for the estimation of tire effective radius and rolling resistance of an automotive vehicle. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 21(6), 2408–2416.

- Tóth, J., ve Rödönyi, G. (2017). String stability preserving adaptive spacing policy for handling saturation in heterogeneous vehicle platoons. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 8525–8530.
- Turri, V., Besselink, B., ve Johansson, K. H. (2017). Cooperative look-ahead control for fuel-efficient and safe heavy-duty vehicle platooning. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25(1), 12–28.
- Vahidi, A., ve Eskandarian, A. (2003). Research advances in intelligent collision avoidance and adaptive cruise control. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 4(3), 143–153.
- van Nunen, E., Verhaegh, J., Silvas, E., Semsar-Kazerooni, E., ve van de Wouw, N. (2017). Robust model predictive cooperative adaptive cruise control subject to v2v impairments. 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), 1-8.
- Varaiya, P. (1993). Smart cars on smart roads: Problems of control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2), 195–207.
- Vegamoor, V. K., Kalathil, D., Rathinam, S., ve Darbha, S. (2019). Reducing time headway in homogeneous cacc vehicle platoons in the presence of packet drops. 2019 18th European Control Conference (ECC), 3159–3164.
- Venhovens, P., Naab, K. D., ve Adiprasito, B. (2000). Stop and go cruise control. *International Journal of Automotive Technology*, 1, 61–69.
- Verginis, C. K., Bechlioulis, C. P., Dimarogonas, D. V., ve Kyriakopoulos, K. J. (2018). Robust distributed control protocols for large vehicular platoons with prescribed transient and steady-state performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(1), 299–304.
- Wang, C., ve Nijmeijer, H. (2015). String stable heterogeneous vehicle platoon using cooperative adaptive cruise control. 2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems, 1977–1982.
- Wang, J., Li, X., Park, J. H., ve Guo, G. (2022). Distributed mpc-based string stable platoon control of networked vehicle systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 24(3), 3078–3090.
- Wang, W. Y., Li, I.-H., Chen, M. C., Su, S. F., ve Hsu, S. B. (2009). Dynamic slip-ratio estimation and control of antilock braking systems using an observer-based direct adaptive fuzzy–neural controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(5), 1746–1756.
- Wu, M., He, Y., ve She, J.-H. (2010). Stability analysis and robust control of time-delay systems (22). Springer.

- Wu, Z., Liu, Y., ve Pan, G. (2009). A smart car control model for brake comfort based on car following. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 10(1), 42–46.
- Xiao, L., ve Gao, F. (2011). Practical string stability of platoon of adaptive cruise control vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 12(4), 1184–1194.
- Yadlapalli, S., Darbha, S., ve Rajagopal, K. (2006). Information flow and its relation to stability of the motion of vehicles in a rigid formation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(8), 1315–1319.
- Yanakiev, D., Eyre, J., ve Kanellakopoulos, I. (1998). Analysis, design, and evaluation of avcs for heavy-duty vehicles with actuator delays. PATH research report.
- Yu, X., Guo, G., ve Lei, H. (2018). Longitudinal cooperative control for a bidirectional platoon of vehicles with constant time headway policy. 2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), 2427–2432.
- Yue, D., ve Han, Q.-L. (2005). Delayed feedback control of uncertain systems with timevarying input delay. *Automatica*, 41(2), 233–240.
- Yue, W. (2011). Hierarchical platoon control with heterogeneous information feedback. *IET Control Theory ve Applications*, 5, 1766–1781.
- Zhai, C., Liu, Y., ve Luo, F. (2019). A switched control strategy of heterogeneous vehicle platoon for multiple objectives with state constraints. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 20(5), 1883–1896.
- Zhang, X.-M., Wu, M., She, J.-H., ve He, Y. (2005). Delay-dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays. *Automatica*, 41(8), 1405–1412.
- Zhang, Y., Liu, T., Bai, Q., Shao, W., ve Wang, Q. (2018). New systems-based method to conduct analysis of road traffic accidents. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, 54, 96–109.
- Zheng, Y., Li, S. E., Li, K., Borrelli, F., ve Hedrick, J. K. (2017). Distributed model predictive control for heterogeneous vehicle platoons under unidirectional topologies. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25(3), 899–910.
- Zheng, Y., Li, S. E., Wang, J., Wang, L. Y., ve Li, K. (2014). Influence of information flow topology on closed-loop stability of vehicle platoon with rigid formation, 2094–2100.
- Zhou, J., ve Peng, H. (2005). Range policy of adaptive cruise control vehicles for improved flow stability and string stability. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6(2), 229–237.
- Zhu, Y., Zhao, D., ve He, H. (2020). Synthesis of cooperative adaptive cruise control with feedforward strategies. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69(4), 3615–3627.

EKLER

EK 1 $M_u - M_d$ OPTİMAL YÖRÜNGE İÇİN ANAHTARLAMA SÜRELERİ

EK 2 $M_u - S_u - M_d$ OPTİMAL YÖRÜNGE İÇİN ANAHTARLAMA SÜRELERİ

EK 3 TEOREM 4.2 İÇİN KONTROLCÜ SENTEZİ

EK 4 TEOREM 4.2 İSPATI

EK 1 $M_u - M_d$ Optimal Yörünge için Anahtarlama Süreleri

$M_u - M_d$ yörüngesinin hesaplanması için t_1 ve t_2 anahtarlama sürelerinde ivme ile hız değerleri şu şekilde gösterilir.

$$[0, t_1] \rightarrow \tilde{a}_1 \text{ ve } \tilde{v}_1 \quad (\text{A.1})$$

$$[t_1, t_2] \rightarrow \tilde{a}_2 \text{ ve } \tilde{v}_2 \quad (\text{A.2})$$

$M_u - M_d$ yörüngesi için eşitlik (3.8) ile tanımlanan kısıtlar doğrultusunda eşitsizlikler yazılır.

$$\tilde{a}_2 = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2 = \Delta v \quad (\text{A.4})$$

$M_u - M_d$ yörüngesinin eşitlik (3.24) ve (3.25) ile tanımlanan ivme ve hız denklemleri kullanılarak şu denklemlere ulaşılır.

$$t_1 j_{\max} + t_2 j_{\min} = 0 \text{ eşitlik (A.3)'e göre} \quad (\text{A.5})$$

$$t_1^2 \frac{j_{\max}}{2} + t_2^2 \frac{j_{\min}}{2} + t_1 t_2 j_{\max} = \Delta v \text{ eşitlik (A.4)'e göre} \quad (\text{A.6})$$

Burada gerekli analitik işlemler yapıldığında $M_u - M_d$ yörüngesi için t_1 ve t_2 eşitlikleri hesaplanmıştır.

$$t_1 = -\frac{j_{\min}}{j_{\max}} \sqrt{\frac{2j_{\max}\Delta v}{j_{\min}(j_{\min}-j_{\max})}} \text{ ve } t_2 = \sqrt{\frac{2j_{\max}\Delta v}{j_{\min}(j_{\min}-j_{\max})}} \quad (\text{A.7})$$

Aynı analitik hesaplamalar ile $M_u - M_d$ yörüngesi için anahtarlama süreleri elde edilir. Bunun için yalnızca, yukarıda verilen eşitliklerde sırasıyla j_{max} , j_{min} , a_{max} yerine sırasıyla j_{min} , j_{max} , a_{min} yazılması yeterli olacaktır.



EK 2 $M_u - S_u - M_d$ Optimal Yörünge için Anahtarlama Süreleri

$M_u - S_u - M_d$ yörünge manevrasında anahtarlama süreleri t_1 , t_2 ve t_3 değerleri analitik olarak hesaplanabilir. İlk olarak, zaman aralıklarında ivme ve hız değerleri şu şekilde gösterilsin.

$$[0, t_1] \rightarrow \tilde{a}_1 \text{ ve } \tilde{v}_1 \quad (\text{B.1})$$

$$[t_1, t_2] \rightarrow \tilde{a}_2 \text{ ve } \tilde{v}_2 \quad (\text{B.2})$$

$$[t_2, t_3] \rightarrow \tilde{a}_3 \text{ ve } \tilde{v}_3 \quad (\text{B.3})$$

Eşitlik (3.8)'de tanımlanan kısıtlara göre aşağıda verilen denklemler tanımlanır.

$$\tilde{a}_1 = a_{\max} \quad (\text{B.4})$$

$$\tilde{a}_3 = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2 + \tilde{v}_3 = \Delta v \quad (\text{B.6})$$

Buna göre, eşitlikler (3.29) ve (3.30) kullanılarak şu denklemlere ulaşılır.

$$t_1 j_{\max} = a_{\max}, \text{ eşitlik (B.4)'e göre} \quad (\text{B.7})$$

$$a_{\max} + t_3 j_{\min} = 0, \text{ eşitlik (B.5)'e göre} \quad (\text{B.8})$$

$$t_1^2 \frac{j_{\max}}{2} + t_3^2 \frac{j_{\min}}{2} + t_2 a_{\max} + t_3 a_{\max} = \Delta v, \text{ eşitlik (B.6)'ya göre} \quad (\text{B.9})$$

Bu eşitlikler çözümlendiğinde ise t_1 , t_2 ve t_3 anahtarlama süreleri hesaplanır.

$$t_1 = \frac{a_{\max}}{j_{\max}}, t_2 = \frac{\Delta v}{a_{\max}} + a_{\max} \frac{j_{\max} - j_{\min}}{2 j_{\max} j_{\min}}, t_3 = -\frac{a_{\max}}{j_{\min}} \quad (\text{B.10})$$

$M_d - S_d - M_u$ yörüngesi için t_1 , t_2 ve t_3 anahtarlama süreleri aynı formülasyon takip edilerek hesaplanır. Sadece, sırasıyla j_{max} , j_{min} , a_{max} yerine j_{min} , j_{max} , a_{min} yazılması yeterli olacaktır.



EK 3 Teorem 4.2 için Kontrolcü Sentezi

Theorem 4.2 ile elde edilen LMI eşitsizlikleri şu şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{bmatrix} \psi + \psi_2 + \psi_2^T + \bar{\phi}Y_1 + \bar{\theta}_iY_2 & \sqrt{\bar{\phi}}\psi_1^T & \sqrt{\bar{\theta}}\psi_1^T & \psi_3^T \\ * & -W_1 & 0 & 0 \\ * & * & -W_2 & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (C.1)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon + \epsilon_2 + \epsilon_2^T + \phi\bar{Y}_1 & \sqrt{\bar{\phi}}\epsilon_1^T & \epsilon_3^T \\ * & -\bar{W}_1 & 0 \\ * & * & -G^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (C.2)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 & N_1 \\ * & L \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} Y_2 & N_2 \\ * & L \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} Y_2 & N_3 \\ * & L \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & \bar{N}_1 \\ * & L_1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (C.3)$$

Matrisler ψ , ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 , ϵ , ϵ_1 , ϵ_2 ve ϵ_3 aşağıda tanımlanmıştır.

$$\psi = \begin{bmatrix} AL + LA^T + R_1 & BV_1 & BV_2 & C \\ * & -R_1 + R_2 & 0 & 0 \\ * & * & -(1 - \bar{\delta}_u)R_2 & 0 \\ * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

$$\psi_1 = [AL, \quad BV_1, \quad BV_2, \quad 0, \quad C] \quad (C.5)$$

$$\psi_2 = [N_1, \quad -N_1 + N_2, \quad N_3 - N_2, \quad -N_3, \quad 0] \quad (C.6)$$

$$\psi_3 = [0, \quad V_1, \quad V_2, \quad 0, \quad 0] \quad (C.7)$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} A_{11}L_1 + L_1A_{11}^T + \bar{R}_1 & B_1V_1 \\ * & \bar{R}_1 \end{bmatrix} \quad (C.8)$$

$$\epsilon_1 = [A_{11}L_1, \quad B_1V_1], \quad \epsilon_2 = [\bar{N}_1, \quad -\bar{N}_1], \quad \epsilon_3 = [L_1, \quad 0] \quad (\text{C.9})$$

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_2 \end{bmatrix}, \quad W_1 = W_2 = L, \quad \bar{W}_1 = L_1 \quad (\text{C.10})$$

Sonuç olarak, (C.1)-(C.2) ve (C.3)'de verilen kısıtlar için $\mathcal{L}_2$ -norm kararlılık koşulları sağlanmıştır.



EK 4 Teorem 4.2 İspatı

Öncelikle, (4.4)'e göre Lyapunov aday fonksiyoneli tanımlanmıştır.

$$V(t, x_t, \dot{x}_t) = V_1(x(t)) + V_2(\dot{x}_t) + V_3(\dot{x}_t) + V_4(\dot{x}_t) + V_5(\dot{x}_t) \quad (D.1)$$

Eşitlikteki $V_1(x(t))$, $V_2(\dot{x}_t)$, $V_3(\dot{x}_t)$, $V_4(\dot{x}_t)$ ve $V_5(\dot{x}_t)$ fonksiyonları aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$V_1(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (D.2)$$

$$V_2(\dot{x}_t) = \int_{t-\phi}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds \quad (D.3)$$

$$V_3(\dot{x}_t) = \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} x^T(s) Q_2 x(s) ds \quad (D.4)$$

$$V_4(\dot{x}_t) = \int_{-\phi}^0 \int_{t+r}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds dr \quad (D.5)$$

$$V_5(\dot{x}_t) = \int_{-\theta}^0 \int_{t-\phi+r}^{t-\phi} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds dr \quad (D.6)$$

Sonrasında, Lyapunov aday fonksiyonlarının türevleri hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) &= \dot{V}_1(x(t)) + \dot{V}_2(\dot{x}_t) + \dot{V}_3(\dot{x}_t) + \dot{V}_4(\dot{x}_t) + \dot{V}_5(\dot{x}_t) \\ &= \dot{x}^T(t) P^T x(t) + x^T(t) P \dot{x}(t) + x^T(t) Q_1 x(t) - x^T(t - \phi) Q_1 x(t - \phi) \\ &\quad + x^T(t - \phi) Q_2 x(t - \phi) - (1 - \mu_u) x^T(t - \phi - \theta(t)) Q_2 x(t - \phi - \theta(t)) \\ &\quad + \phi \dot{x}^T(t) Z_1 \dot{x}(t) - \int_{t-\phi}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds \end{aligned}$$

$$+ \bar{\theta} \dot{x}^T(t) Z_2 \dot{x}(t) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds \quad (D.7)$$

Bir sonraki aşamada, uygun boyutlardaki M_1 , M_2 ve M_3 ile Newton-Leibniz kuralı uygulandığında aşağıda verilen eşitlikler yazılmıştır.

$$2\zeta(t)M_1 \left[x(t) - x(t-\phi) - \int_{t-\phi}^t \dot{x}(s) ds \right] = 0 \quad (D.8)$$

$$2\zeta(t)M_2 \left[x(t-\phi) - x(t-\phi-\theta(t)) - \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \dot{x}(s) ds \right] = 0 \quad (D.9)$$

$$2\zeta(t)M_3 \left[x(t-\phi-\theta(t)) - x(t-\phi-\bar{\theta}) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi-\theta(t)} \dot{x}(s) ds \right] = 0 \quad (D.10)$$

Bunlara ek olarak, X_1 ve X_2 matrisleri birlikte aşağıdaki eşitlikler tanımlanmıştır (Wu vd. 2010).

$$\phi \zeta(t) X_1 \zeta^T(t) - \int_{t-\phi}^t \zeta^T(s) X_1 \zeta(s) ds = 0 \quad (D.11)$$

$$\bar{\theta} \zeta(t) X_2 \zeta^T(t) - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi} \zeta^T(s) X_2 \zeta(s) ds = 0 \quad (D.12)$$

Burada, $\zeta(t) = [x(t)x(t-\phi)x(t-\phi-\theta(t))x(t-\phi-\bar{\theta})w(t)]^T$ durum vektörü tanımlanmıştır. Sonrasında, (D.7) ile birlikte (D.8)-(D.12) kullanılarak (4.21) elde edilmiştir

$$\begin{aligned} & \dot{V}(t, x_t, \dot{x}_t) + z^T(t)z(t) - \rho^2 w^T(t)w(t) \\ &= \zeta^T(t)(\Phi_0 + \Phi_2^T + \Phi_2 + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 + \phi \Phi_1^T Z_1 \Phi_1 + \bar{\theta} \Phi_1^T Z_2 \Phi_1 + \Phi_3^T \Phi_3) \zeta(t) \\ & - \int_{t-\phi}^t \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_1 & M_1 \\ * & Z_1 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds - \int_{t-\phi-\theta(t)}^{t-\phi} \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_2 & M_2 \\ * & Z_2 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds \\ & - \int_{t-\phi-\bar{\theta}}^{t-\phi-\theta(t)} \eta^T(t, s) \begin{bmatrix} X_2 & M_3 \\ * & Z_2 \end{bmatrix} \eta(t, s) ds \end{aligned} \quad (D.13)$$

Burada, $\eta(t, s)^T = [\zeta^T(t) \quad \dot{x}^T(s)]$ olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, Φ_0 , Φ_1 , Φ_2 ve Φ_3 matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} A^T P + PA + Q_1 & PBK_1 & PBK_2 & 0 & PC \\ * & Q_2 - Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(1 - \mu_u)Q_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} \quad (D.14)$$

$$\Phi_1 = [A \quad BK_1 \quad BK_2 \quad 0 \quad C] \quad (D.15)$$

$$\Phi_2 = [M_1 \quad M_2 - M_1 \quad M_3 - M_2 \quad -M_3 \quad 0] \quad (D.16)$$

$$\Phi_3 = [0 \quad K_1 \quad K_2 \quad 0 \quad 0] \quad (D.17)$$

Böylece, eğer aşağıda verilen eşitsizlikler sağlanırsa istenilen sonuç elde edilmiş olur.

$$\Phi_0 + \Phi_2^T + \Phi_2 + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 + \phi \Phi_1^T Z_1 \Phi_1 + \bar{\theta} \Phi_1^T Z_2 \Phi_1 + \Phi_3^T \Phi_3 < 0 \quad (D.18)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & M_1 \\ * & Z_1 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} X_2 & M_2 \\ * & Z_2 \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} X_2 & M_3 \\ * & Z_2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (D.19)$$

Ayrıca, (D.18) ve (D.19)'nın LMI formunda değildir. Bu nedenle öncelikle elde edilen matris eşitsizliklerine Lemma 4.4 ile tanımlanan Schur tamamlayıcısı uygulandığında (D.20) ile belirtilen LMI elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \Phi_0 + \Phi_2 + \Phi_2^T + \phi X_1 + \bar{\theta} X_2 & \sqrt{\phi} \Phi_1^T Z_1 & \sqrt{\bar{\theta}} \Phi_1^T Z_2 & \Phi_3^T \\ * & -Z_1 & 0 & 0 \\ * & * & -Z_2 & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (D.20)$$

Sonrasında, (D.19) ve (D.20)'yi sırasıyla sağ ve sol tarafı Ω ve Π matrisleri ile çarpılmıştır.

$$\Gamma = \text{diag}(P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, I) \quad (\text{D.21})$$

$$\Pi = \text{diag}(\Gamma, Z_1^{-1}, Z_2^{-1}, I) \quad (\text{D.22})$$

$$\Omega = \text{diag}(\Pi, P^{-1}) \quad (\text{D.23})$$

Ayrıca, doğrusal olmayan parametreleri yok etmek için şu değişkenler tanımlanır. Öncesinde, $P^{-1} = L$ olarak tanımlansın.

$$\Psi_0 = \Gamma \Phi_0 \Gamma, \Psi_1 = L \Phi_1 \Pi, \Psi_2 = \Pi \Phi_2 \Pi \quad (\text{D.24})$$

$$\Psi_3 = \Phi_3 \Pi, \Psi_4 = \Phi_4 \Pi, N_i = \Pi M_i L, i = 1, 2, 3 \quad (\text{D.25})$$

$$V_1 = K_2 P^{-1}, V_2 = K_2 L \quad (\text{D.26})$$

$$Y_1 = \Pi X_1 \Pi, Y_2 = \Pi X_2 \Pi \quad (\text{D.27})$$

$$R_1 = L Q_1 L, R_2 = L Q_2 L \quad (\text{D.28})$$

$$Z_1^{-1} = W_1, Z_2^{-1} = W_2 \quad (\text{D.30})$$

Son olarak, (D.24) - (D.29) yerine yazıldığında Teorem 4.2’de belirtilen (C.1)-(C.5) LMI eşitsizlikleri elde edilmiştir. Ayrıca, $w(t) = 0$ için $\dot{x}_2 = -\frac{1}{h} x_2$ sisteminin negatif bir kökü olduğundan kararlıdır. Dolayısıyla, (D.30)’in kararlılığı da analiz edilmelidir.

$$\dot{x}_1(t) = A_{11} x_1(t) + B_1 k_b x_1(t - \phi_i) \quad (\text{D.30})$$

Burada, sistem matrisleri $A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ olarak tanımlanmıştır.

Buna göre, Lyapunov aday fonksiyonu $\bar{V}(x_{1,t}) = \bar{V}_1(x_1(t)) + \bar{V}_2(\dot{x}_{1,t}) + \bar{V}_3(\dot{x}_{1,t})$ aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\bar{V}_1(x_1(t)) = x(t)^T P_1 x(t) \quad (D.31)$$

$$\bar{V}_2(\dot{x}_{1,t}) = \int_{t-\phi}^t x^T(s) \bar{Q}_1 x(s) ds \quad (D.32)$$

$$\bar{V}_3(\dot{x}_{1,t}) = \int_{-\phi}^0 \int_{t+r}^t \dot{x}^T(s) \bar{Z}_1 \dot{x}(s) ds dr \quad (D.33)$$

Ayrıca, Lyapunov aday fonksiyonlarını LMI formunda yazabilmek için aşağıdaki eşitlikler kullanılmıştır.

$$2\bar{\zeta}(t)\bar{M}_1 \left[x(t) - x(t-\phi) - \int_{t-\phi}^t \dot{x}(s) ds \right] = 0 \quad (D.34)$$

$$\phi \bar{\zeta}(t) \bar{X}_1 \bar{\zeta}^T(t) - \int_{t-\phi}^t \bar{\zeta}^T(t) \bar{X}_1 \bar{\zeta}(t) ds = 0 \quad (D.35)$$

Burada, $\bar{\zeta}(t)^T = [x_1^T, x_1^T(t-\phi)]$ olarak ifade edilmiştir. Sonrasında, (D.31)-(D.33)'ün türevi alınarak (D.34) ve (D.35) eklendiğinde aşağıda verilen eşitlik yazılmıştır.

$$\begin{aligned} & \dot{\bar{V}}(t, x_t, \dot{x}_t) + x_1^T(t) G x_1(t) \\ &= \bar{\zeta}^T(t) (\bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_2^T + \phi \bar{X}_1 + \bar{\Phi}_2 + \phi \bar{\Phi}_1^T \bar{Z}_1 \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_3^T G \bar{\Phi}_3) \bar{\zeta}(t) \\ & \quad - \int_{t-\phi}^t \bar{\eta}^T(t, s) \begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{M}_1 \\ * & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \bar{\eta}(t, s) ds \end{aligned} \quad (D.36)$$

Burada, $\bar{\eta}(t)^T = [\bar{\zeta}^T(t), \dot{x}_1^T(s)]$ şeklinde tanımlanmıştır. Ayrıca, $\bar{\Phi}_0$, $\bar{\Phi}_1$, $\bar{\Phi}_2$ ve $\bar{\Phi}_3$ matrisleri aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$\bar{\Phi}_0 = \begin{bmatrix} P_1 A_{11} + A_{11}^T P_1 + \bar{Q}_1 & P_1 B_1 k_b \\ * & \bar{Q}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.37})$$

$$\bar{\Phi}_1 = [A_{11}, B_1 k_b], \bar{\Phi}_2 = [\bar{M}_1, -\bar{M}_1], \bar{\Phi}_3 = [I, 0] \quad (\text{D.38})$$

Dolayısıyla, $\bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_2^T + \phi \bar{X}_1 + \bar{\Phi}_2 + \phi \bar{\Phi}_1^T \bar{Z}_1 \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_3^T G \bar{\Phi}_3$ için Schur tamamlayıcısı uygulandığında şu eşitsizlikler elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_2^T + \phi \bar{X}_1 & \sqrt{\phi} \bar{\Phi}_1^T \bar{Z}_1 & \bar{\Phi}_3^T \\ * & -\bar{Z}_1 & 0 \\ * & * & -G^{-1} \end{bmatrix} \leq 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{M}_1 \\ * & \bar{Z}_1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{D.39})$$

Bir önceki bölümde olduğu gibi (D.39) ile verilen matrisler sırasıyla $\bar{\Gamma} = \text{diag}(P_1^{-1}, P_1^{-1})$ ve $\bar{\Pi} = \text{diag}(\bar{\Gamma}, \bar{Z}_1^{-1}, I)$ ile çarpılmaktadır. Sonrasında, aşağıda verilen parametre değişkenleri tanımlanmıştır.

$$R_1 = L_1 \bar{Q}_1 L_1, \quad \bar{N}_1 = \bar{\Pi} \bar{M}_1 L_1, \quad \bar{Z}_1^{-1} = \bar{W}_1 \quad (\text{D.40})$$

Bu eşitlikler yerine yazıldığında EK-3’de verilen LMI eşitsizlikleri elde edilmektedir.