

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARDA DÖNER DİSK ÖN TASARIMINDA
OPTİMUM BOYUTLANDIRMA ARACININ GELİŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Filiz Sena SAVRUN

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekanikği Yüksek Lisans Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mesut KIRCA

ŞUBAT 2023

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARDA DÖNER DİSK ÖN TASARIMINDA
OPTİMUM BOYUTLANDIRMA ARACININ GELİŞTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Filiz Sena SAVRUN

(503181504)

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalı
Katı Cisimlerin Mekaniği Yüksek Lisans Programı**

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mesut KIRCA

ŞUBAT 2023

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 503181504 numaralı Yüksek Lisans Filiz Sena SAVRUN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARDA DÖNER DİSK ÖN TASARIMINDA OPTİMUM BOYUTLANDIRMA ARACININ GELİŞTİRİLMESİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç. Dr. Mesut KIRCA**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Ahmet Sinan ÖKTEM**

Gebze Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Mehmet Salih DOKUZ

İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 30 Aralık 2022

Savunma Tarihi : 23 Şubat 2023





Aileme,



ÖNSÖZ

Katı Cisimlerin Mekaniği Yüksek Lisans programı altında tamamladığım bu çalışma sürecinde gösterdiği destek, ilgi, anlayış ve verdiği değerli bilgiler için tez danışmanım Doç. Dr. Mesut KIRCA'ya teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam boyunca verdikleri destek ve gösterdikleri sabırdan ötürü arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Bu süreçte verdikleri desteklerden ötürü TEI TUSAŞ A.Ş.'de bulunan çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Aralık 2022

Filiz Sena SAVRUN
(Makina Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
SEMBOLLER	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Türbin Diski Çeşitleri.....	5
1.2 Eklemeli İmalat Yöntemi	8
2. ÇALIŞMANIN AMACI	9
3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	11
4. TEORİ.....	19
4.2 Sonlu Farklar Yöntemi.....	22
4.3 Toplam ve Fark Metodu Uygulaması	30
4.4 Disk İnfilak Hızı.....	32
4.4.1 Alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriteri	33
4.4.2 Hallinan kriteri	34
4.4.3 Radyal gerilme kriteri	35
4.4.4 Enine kesit boyunca kritik birim şekil değiştirme kriteri.....	35
4.5 Optimizasyon Yöntemleri	35
4.5.1 Yazılı hiperküreler optimizasyonu	36
4.5.2 Seçkinleri koruyan genetik algoritma:	37
4.5.3 Sıralı kısıtsız minimizasyon teknikleri.....	38
5. DİSK ÖN TASARIM İTERASYON ve OPTİMİZASYONU	39
5.1 Tasarım Kısıtları.....	39
5.2 İterasyon Safhası	45
5.2.1 Diyafram (web) etkisi	45
5.2.1.1 V.0 iterasyon.....	45

5.2.1.2	V.1 iterasyon	47
5.2.1.3	V.2 iterasyon	48
5.2.2	Dış çap (rim) etkisi	50
5.2.2.1	V.3 iterasyon	50
5.2.2.2	V.4 iterasyon	52
5.2.3	İç delik (bore) etkileri	53
5.2.3.1	V.5 iterasyon	53
5.2.3.2	V.6 iterasyon	55
5.3.1	Fonksiyonel derecelendirilmiş disk optimizasyonu	63
6.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	65
	KAYNAKLAR.....	67
	ÖZGEÇMİŞ.....	71

SEMBOLLER

E	: Elastisite Modülü
σ_r	: Radyal Gerilme
r	: Radyus
θ	: Açısal Konum
σ_θ	: Teğetsel erilme
ρ	: Yoğunluk
ω	: Açısal Hız
ε_θ	: Teğetsel birim şekil değiştirme
ε_r	: Radyal birim şekil değiştirme
ν	: Poisson oranı
u	: Deplasman
r_o	: Dış yarıçap
r_i	: İç yarıçap
F_θ	: Teğetsel kuvvet
F_r	: Radyal kuvvet
t	: Kalınlık
m	: Kalınlık fonksiyonu “r” katsayısı
n	: Kalınlık fonksiyonu sabiti
α	: Termal Genleşme Katsayısı
T	: Sıcaklık
O	: Sapma fonksiyonu
m_T	: Sıcaklık fonksiyonu “r” katsayısı
n_T	: Sıcaklık fonksiyonu sabiti
T_i	: İç çap sıcaklığı
i	: İndis

j	: İndis
A	: Entegrasyon sabiti
B	: Entegrasyon sabiti
$\sigma_{\theta oA}$: Disk A'nın dış çapındaki teğetsel gerilme
S_{oA}	: Dış Çap Toplamlar (toplam ve fark yöntemi)
D_{oA}	: Dış Çap Farklar (toplam ve fark yöntemi)
$\sigma_{r oA}$: Disk A'nın dış çapındaki radyal gerilme
S_{iA}	: İç çap toplamlar (toplam ve fark yöntemi)
r_{oA}	: A diskinin dış çapı
r_{iA}	: A diskinin iç çapı
$\delta\sigma_r$: A ve B diskleri geçiş yarı çapındaki radyal gerilme değişimi
$\delta\sigma_\theta$: A ve B diskleri geçiş yarı çapındaki teğetsel gerilme değişimi
$\sigma_{r iB}$: Disk B'nin iç çapındaki radyal gerilme
$\sigma_{\theta iB}$: Disk B'nin iç çapındaki teğetsel gerilme
r_{bl}	: Kanatçık bağlantı noktası radyusu
m_{bl}	: Kanatçık kütlesi
$r_{bl,cog}$: Kanatçık ağırlık merkezi radyusu
N	: Kanatçık sayısı

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1: İterasyon bazında teğetsel gerilme ve infilak marjini değişimi.....	16
Çizelge 2: Oda sıcaklığında Inconel 718 malzeme özellikleri.	41
Çizelge 3: Ansys Workbench malzeme kartı girdileri.....	44
Çizelge 4: Optimizasyon notasyonu.	58
Çizelge 5: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri.....	60
Çizelge 6: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri 2.....	62
Çizelge 7: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri 3.....	64



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1: Turbojet motoru gösterimi .	2
Şekil 2: Turbofan motoru gösterimi.	3
Şekil 3: Turboprop motoru gösterimi.	3
Şekil 4: Turboşaft motoru.	4
Şekil 5: Makila helikopter motoru gösterimi.	4
Şekil 6: Motor hava akışı sistemi.	5
Şekil 7: Disk bölüm adlandırmaları.	5
Şekil 8: Kanatçık slotlu disk örneği.	6
Şekil 9: Kanatçıklı disk örneği .	6
Şekil 10: İmpeller örneği.	7
Şekil 11: İkiz Diyafram (Twin web) tasarımları.	7
Şekil 13: Disk tasarımı optimizasyon planı.	10
Şekil 14: Cheu optimizasyon çalışması .	12
Şekil 15: Tasarım optimizasyonu disk konturu değişimi.	13
Şekil 16: 3 farkı disk profili için kalınlık optimizasyonu gösterimi	13
Şekil 17: Metotlar karşılaştırması.	14
Şekil 17: Disk birim elemanı üzerindeki denge durumu.	19
Şekil 20: Sabit kalınlıklı disk içindeki birim eleman gösterimi.	22
Şekil 21: Tipik döner disk.	23
Şekil 22: Disk şematik gösterimi.	26
Şekil 23: Disk ring elementleri.	31
Şekil 25- Disk infilakı.	33
Şekil 26: Disk infilakı örneği.	33
Şekil 24: Yazılı hiperküreler metodu optimizasyonu.	37
Şekil 27: Türbin diski boyutsal kısıtları ve koşulları.	40
Şekil 28: Motor akış yolu örnek gösterimi.	40
Şekil 29: Alaşım 718 sıcaklığa sağlı Poisson Oranı değişimi.	41
Şekil 30: Inconel 718 Young Modülü sıcaklıkla yüzdesel değişim grafiği.	41

Şekil 31: Inconel 718 nihai çekme dayanımı sıcaklık ile yüzdesel değişimi.....	42
Şekil 32: Başlangıç geometrisi gösterimi.	42
Şekil 33: Metotların geometrik yaklaşımları.	43
Şekil 34: Tasarım sıfır noktası disk sıcaklık dağılımı.....	44
Şekil 35: V.0 iterasyon boyut bilgileri ve kılavuz analiz çıktıları.	45
Şekil 36: V.0 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	46
Şekil 37: V.0 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.....	46
Şekil 38: V.0 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	46
Şekil 39: V.1 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	47
Şekil 40: V.1 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	47
Şekil 41: V.1 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.....	48
Şekil 42: V.1 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	48
Şekil 43: V.2 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	49
Şekil 44: V.2 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	49
Şekil 45: V.2 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.	49
Şekil 46: V.2 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	50
Şekil 47: V.3 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	50
Şekil 48: V.3 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	51
Şekil 49: V.3 yarıçapa bağlı radyal gerilme durumu.	51
Şekil 50: V.3 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	51
Şekil 51: V.4 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	52
Şekil 52: V.4 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	52
Şekil 53: V.4 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.....	53
Şekil 54: V.4 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	53
Şekil 55: V.5 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	54
Şekil 56: V.5 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	54
Şekil 57: V.5 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.....	54
Şekil 58: V.5 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	55
Şekil 59: V.6 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.	55

Şekil 60: V.6 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.....	56
Şekil 61: V.6 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.....	56
Şekil 62: V.6 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.....	56
Şekil 63: 0. iterasyon, sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.....	59
Şekil 64: 80. iterasyon sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.....	59
Şekil 65: 80. iterasyon/optimizasyon final çıktısı.....	59
Şekil 66: V80 teğetsel gerilme gösterimi.....	60
Şekil 67: 20 sektör 152. iterasyon/ sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.....	61
Şekil 68: 152. iterasyon/optimizasyon final çıktısı-20 sektör.....	61
Şekil 69: 152. iterasyon/optimizasyon teğetsel gerilme değerleri.....	62
Şekil 70: Fonksiyonel derecelendirilmiş disk malzeme özellik dağılımı.....	63
Şekil 71: 20 sektör fonksiyonel derecelendirilmiş disk 496. iterasyon/ sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.....	63
Şekil 72: 496. iterasyon/optimizasyon final çıktısı-20 sektör fonksiyonel derecelendirilmiş disk.....	64



GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARDA DÖNER DİSK ÖN TASARIMINDA OPTİMUM BOYUTLANDIRMA ARACININ GELİŞTİRİLMESİ

ÖZET

Gaz türbinli motorlar havacılıktan enerji sektörüne geniş bir yelpaze ile güç sağlayıcı olarak tercih edilmektedir. En geniş kullanım alanını havacılık sektöründe bulmaktadır. Havacılık sektöründeki motorların büyük bir çoğunluğu gaz türbinli motorlardır ve Brayton Çevrimi prensibi ile çalışmaktadır. Bu prensipte çalışan motorlarda havanın sıkıştırıldığı kompresör, yakıldığı yanma odası, kompresör için güç sağlayan türbinin bulunduğu çekirdek bir yapı vardır. Bu yapılarda dönen ve sabit olmak üzere birçok yapısal parça bulunmaktadır. Bu çalışmada yüksek hız ve sıcaklık ortamında dönerek çalışan türbin bölümünün döner parçalarından disk ele alınacaktır.

Gaz türbinli motorların döner parçalarının en yüksek ağırlık oranı dönen disklerdedir. Motor tasarımlarında ise minimum ağırlık önemli tasarım kriterlerinden biridir. Ağırlığın yanı sıra bir motor parçasının dayanım, ömür, sürünme hasar toleransı gibi birçok tasarım kriterini yerine getirmesi beklenir. Motor parçaları tasarımı tek iterasyonla tasarlanması güç parçalardır. Tasarım yapılırken ön tasarım süreci ve detay tasarım süreçleri bulunmaktadır. Bir motor ön tasarımında ne kadar optimum bir tasarım çıktısı olursa detay tasarımda o kadar zaman kazanılmış olur. Bu çalışmada bir ön tasarım çalışması yapılmış, detay tasarım fazı öncesinde minimum ağırlık maksimum dayanıma sahip optimum bir disk tasarımı metoduna çalışılmıştır.

İterasyon ve optimizasyon çalışmalarından önce nasıl bir disk tasarlanacağı belirlenmiştir. Disk tasarımında uygulanan yöntemde diskin değişken kalınlığa sahip olması gerektiği, bir sıcaklık gradyanına ve kanatçık taşıyan diskin dış çapından bir kanat merkezkaç kuvvetine maruz kalacağı şartlarını içermektedir. Daha sonrasında disk denklemleri bu ışıktta çözülmüştür.

Çalışmada önce disk denklemlerinin çözülmesi için Hook kanunu ile elde edilmiş dönen disk denge denklemlerinin çözülmesi gerekmekteydi. Disk denge denklemlerinin çözümü için “Sonlu Farklar Yöntemi” ve “Toplam ve Fark Yöntemi” tanıtıldı ve disk denge denkleminin son formuna uygulandı. İki yaklaşımda da disk denge denklemlerinin çözümü için diskin sektörlere ayrılması ve bu birbirine bağlı sektörlerin bütün olarak çözülmesi yöntemi uygulandı. Ayrıca, dönen diskler için önemli kontrol kriterlerinden olan infilak fenomeni tanıtıldı. İnfilak için literatürde çalışılan alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriteri (Robinson kriteri) , Hallinan kriteri, radyal gerilme kriteri, enine kesit boyunca kritik birim şekil değiştirme kriteri tanıtıldı. Bu çalışma için malzeme testlerine ihtiyaç duymayan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriteri (Robinson Kriteri) seçildi.

Çalışmada iterasyon ve optimizasyon süreçleri için “Sonlu Farklar Yöntemi” seçildi. Literatürde uygulanan optimizasyon yöntemlerinden yazılı hiperküreler

optimizasyonu (scripted hyperspheres optimizastion), seçkinleri koruyan genetik algoritma (genetic algorithm retains elite), sıralı kısıtsız minimizasyon teknikleri (Sequence of Unconstrained Minimization Technique) tanıtıldı. Uygulamasının pratik olması ve seçilen denge denklemlerinin çözüm metoduna uygunluğu sebebi ile Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Tekniklerinden Bariyer Metodu optimizasyon süreci için seçildi.

Teori çalışmaları tamamlandıktan sonra tasarlanması istenen disk için çalışma ortamı oluşturuldu. Bir türbin diskinin tasarımında sınırları belirleyen yanma odası çıkışı akış yolu tasarımı literatürdeki benzer örnekler ile boyutlandırıldı. Bu boyut diskin en dış çapı için radyal sınır olarak alındı. Kanatçık ağırlığı, kanatçık sayısı, iç çap, ve dış çaplara etki eden sıcaklıklar belirlendi. Disk ilk boyutları içinse sabit kalınlıklı iç çapında delik bulunan bir katı disk modeli seçildi.

Disk malzemesi için, izin verilen yüksek çalışma sıcaklığı ve yüksek dayanımı sebebi ile alaşım 718 dövme malzeme seçildi. Literatürde bulunan ve çalışmada kullanılacak malzeme verisinin sıcaklık etkisi ile malzeme özelliklerinin değişimini içermesine dikkat edildi. Yapılan sonlu elemanlar analizinde kullanılmak üzere bu verilerden bir malzeme kartı oluşturuldu. Böylece hem el hesaplarında hem de yapılan analizlerde kullanılmak üzere seçilen malzemenin malzeme özelliklerinin de sıcaklığa bağlı olarak değişimi bu çalışmada göz önüne alınmış oldu.

Çalışmanın iterasyon safhasında disk bölüm boyutlarının değişiminin, disk üzerine etkileyen radyal ve teğetsel gerilmelerine etkileri gösterildi. Bu yapılırken gerilme denklemleri hem sonlu farklar metodu hem de ayrıklaştırma metodu ile çözüldü. Karşılaştırma yapmak adına Ansys Workbench 2022 R2 programı ile sonlu elemanlar analizi ile her bir geometrinin analizi yapıldı. Yapılan analizler disk sektörlerin radyal ve teğetsel gerilme karşılaştırmaları için kullanıldı. Sonlu farklar metodunda hesaplanan teğetsel gerilmeler ile sonlu elemanlar metodu sonuçları ile karşılaştırıldığında sonlu farklar metodu gerilme sonuçlarının daha yüksek değerler verdiği gözlemlendi. Toplam ve fark metodunsa radyal gerilmelerde daha yüksek sonuç verdiği gözlemlendi. İki metodun da ön tasarım için sağlıklı bir şekilde kullanılabileceği gözlemlendi.

İterasyon aşamasında disk boyutlarının disk radyal ve teğetsel gerilmelerine etkileri gösterildikten sonra sonlu farklar metodu çıktısı olan disk denge denklemi ile optimizasyon çalışması gerçekleştirildi. Radyal ve teğetsel gerilmeler Excel programı ile çözülen denge denklemlerinden çıkarıldı. Daha sonrasında bulunan teğetsel ve radyal gerilmeler Von Mises denklemi ile eşdeğer gerilme formuna getirildi. Optimizasyon için sektörlerin eşdeğer gerilmelerinin malzemenin akma dayanımından daha az olması gerektiği şartı konuldu. Aynı zamanda Robinson kriteri ile bulunan infilak hızının, çalışma hızının %115' den küçük olmaması gerektiği şartı kurgulandı. Optimizasyon hedef fonksiyonu "ağırlık olarak" seçildi. Bariyer fonksiyonu için sektör gerilmelerinin malzemenin akma dayanımına oranının 1'den küçük olması kısıtı ile kurgulandı. Optimizasyon süreci Excel programı içerisindeki "Visual Basic" eklentisi ile gerçekleştirildi. Hedef fonksiyonun ağırlık, kısıt fonksiyonunun eşdeğer gerilme olduğu bu kurgu için optimizasyon çalışması yürütüldü. 10 sektörlü modelin 80. İterasyonda optimuma yakınsadığı, 20 sektörlü modelin 152. İterasyonda optimuma yakınsadığı gözlemlendi. Gerçekleştirilen iterasyon ve optimizasyon

çalışmaları sonrasında diskin ilk durumundan son durumuna %51 ağırlık düşüşü sağlandığı gösterildi. Ek olarak yöntemin sektörel malzeme özellik tanımına izin vermesi sebebi ile fonksiyonel derecelendirilmiş disklerde kullanımına izin verdiği gösterildi. Literatürde bulunan örnek bir fonksiyonel derecelendirilmiş disk malzemesi ile optimizasyon yapılarak final çıktı geometrisi çalışma içerisinde gösterildi.





DEVELOPMENT OF SIZING TOOL FOR ROTATING DISC IN GAS TURBINE ENGINE PRE-DESIGN OPTIMIZATION

SUMMARY

Gas turbine engines are preferred as power providers with a wide range from aviation to energy sector. It finds its widest use in the aviation industry. The vast majority of engines in the aviation industry are gas turbine engines and work on the Brayton Cycle principle. In engines operating on this principle, there is a compressor in which the air is compressed, a combustion chamber in which it is burned, and a core structure that contains the turbine that provides power for the compressor. There are many structural parts in these structures, both rotating and fixed. In this study, the disc, which is one of the rotating parts of the turbine section, which rotates in high speed and temperature environment, will be discussed.

The highest weight ratio of the rotating parts of gas turbine engines is in the rotating discs. In engine designs, minimum weight is one of the important design criteria. Besides weight, an engine part is expected to fulfill many design criteria such as strength, life, creep and damage tolerance. Engine parts are difficult to design with a single iteration. While designing, there are preliminary design processes and detailed design processes. The more optimum design output is in an engine preliminary design, the more time is saved in detail design. In this study, a preliminary design study was carried out, and an optimum disk design method with minimum weight and maximum strength was studied before the detailed design phase.

Before the iteration and optimization studies, it was determined what kind of disk to design. The first inputs we created in the disc design were that the disc should have variable thickness, subject to a temperature gradient and a blade centrifugal force from the outer diameter of the disc bearing the blade. Later, the disk equations are solved from this point of view.

In the study, in order to solve the disk equations, it was necessary to solve the rotating disk equilibrium equations obtained by Hook's law. After the solution of the disk equilibrium equations, the "Finite Difference Method" and the "Sum and Difference Method" were introduced for the solution of certain equations and applied to the final form of the disk equilibrium equation. In both approaches, the method of dividing the disk into sectors and solving these interconnected sectors as a whole was applied to solve the disk balance equations. In addition, the burst was introduced. The area-weighted average tangential stress criterion (Robinson criterion), Hallinan criterion, radial stress criterion, and the critical strain along the cross-section criterion for detonation, which are studied in the literature, are introduced. For this study, weighted average tangential stress criteria (Robinson Criteria), which do not require material tests compared to other methods, were selected and applied to the study as a control point.

In the study, the "Finite Difference Method" was chosen for the iteration and optimization processes. Among the optimization methods applied in the literature, scripted hyperspheres optimization, genetic algorithm retains elite, Sequence of Unconstrained Minimization Technique were introduced. The Barrier Method, one of the Sequential Unconstrained Minimization Techniques, was chosen for the optimization process due to its practicality and compatibility with the solution method of the selected equilibrium equations.

After the theory studies were completed, a working environment was created for the disc that was requested to be designed. The combustion chamber outlet flow path design, which determines the limits in the design of a turbine disc, has been dimensioned with similar examples in the literature. This dimension was taken as the radial limit for the outermost diameter of the disc. Blade weight, number of blades, inside diameter, and temperatures affecting the inside-outside diameters were determined. For the disk initial dimensions, a solid disk model with a constant thickness inner diameter hole was chosen.

For the disc material, alloy 718 forged material was chosen due to its high allowable operating temperature and high strength. Attention was paid to the fact that the material data found in the literature and to be used in the study included the change of material properties with the effect of temperature. A material card was created from these data to be used in the finite element analysis. Thus, the change in the material properties of the material selected for use in both hand calculations and analyzes depending on temperature has been taken into account in this study.

In the iteration phase of the study, the effects of the sections mentioned in the introduction part of a disc profile on the radial and tangential stresses acting on the disc were shown. While doing this, the stress equations are solved by both the finite difference method and the discretization method. In order to compare, each geometry was analyzed with finite element analysis with Ansys Workbench 2022 R2 program. The analyzes were used for radial and tangential stress comparisons of disk sectors. It was deduced that the finite difference method was in the safe zone for tangential stresses, while the discretization method was in the safe zone for radial stresses. It has been observed that both methods can be used in a healthy way for preliminary design.

After showing the effects of disc dimensions on disc radial and tangential stresses in the iteration stage, an optimization study was carried out with the disc balance equation, which is the output of the finite difference method. The radial and tangential stresses were extracted from the equilibrium equations solved with the Excel program. Then, the tangential and radial stresses were brought into the equivalent stress form with the Von Mises equation. For the optimization study, the condition that the equivalent stresses of the sectors should be less than the yield strength of the material was set for optimization. At the same time, the condition that the detonation rate found by Robinson's criterion should not be below 115% of the determined operating rate was also established. The optimization process, in which the optimization target function is weight and the ratio of sector stresses to the yield strength of the material is fed into the target function with the Barrier Function, was carried out with the "Visual Basic" add-on in the Excel program. An optimization study was carried out for this setup where the target function is weight and the constraint function is

equivalent stress. It was observed that the 10-sector model converged to the optimum in the 80th Iteration, while the 20-sector model converged to the optimum in the 152nd Iteration. After the iteration and optimization studies, it was shown that 51% weight reduction was achieved from the initial state to the final state of the disc. In addition, it has been shown that the method allows its use in functionally graded discs, since it allows sectoral material feature definition. The final output geometry is shown in the study by optimizing on an example functional graded disk in the literature.

After defining the environment, boundary conditions and tasks for a rotary turbine disk, a preliminary design process of a rotating disk that can perform its task in this atmosphere has been carried out. In the study, the change of material properties depending on temperature and the effect of temperature gradient on the subject material were also taken into consideration. Finite difference method and sum and difference methods are evaluated and compared in design optimization stress estimation application in disc design. The finite difference method was chosen for the weight optimization of the disc, and the barrier function method was chosen among the sequential unconstrained minimization techniques, and the optimization process was completed with the minimum weight target function. In this process, finite element analysis was carried out with Ansys Workbench program as a comparison method for calculations.

It has been observed that the finite difference method is more protective in terms of tangential stresses and gives higher stress values when compared to the analysis outputs. It has been observed that the Sum and Difference method is more protective on the basis of radial stresses and gives higher values than the analysis outputs. In order to stay on the safe side in the detonation evaluation based on tangential stresses, the finite difference method was chosen for optimization.



1. GİRİŞ

Endüstride en çok tercih edilen motor tipi birçok alanda kullanılabilmesi sebebi ile gaz türbinli motorlardır. Gaz türbinli motorlar hava araçlarında, elektrik üreten güç santrallerinde, gemi ve kara taşıma araçlarında kullanılabilir. En geniş kullanım alanını havacılık endüstrisinde bulmaktadır. Uçak türbin motorunun temel prensibi, kimyasal yakıttan enerji elde eden tüm motorlarla aynıdır. Herhangi bir içten yanmalı motor için temel 4 adım şunlardır:

- Hava (ve yakıt) alımı
- Havanın (ve yakıtın) sıkıştırılması
- Yakıtın enjekte edildiği (emme havası ile emilmemişse) ve depolanan enerjiyi dönüştürmek için yakıldığı yanma
- Dönüştürülen enerjinin kullanıldığı genişleme ve egzoz

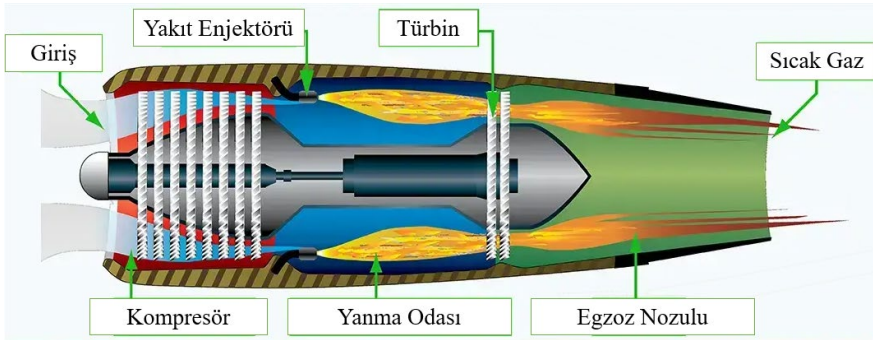
Türbin motorunda bu dört adım aynı anda ancak farklı yerlerde gerçekleşir. Bu temel farkın bir sonucu olarak, türbinin aşağıdaki motor bölümleri vardır:

- Giriş bölümü (hava alımı)
- Kompresör bölümü (hava sıkıştırma)
- Yanma bölümü (yanma odası, hava yakıt karışımı yakılması)
- Türbin bölümü (yüksek basınç ve sıcaklıktaki hava enerjisinin bir kısmının mekanik enerjiye dönüşmesi)
- Egzoz bölümü (Egzoz gazlarını motor dışına atılması)
- Aksesuar bölümü (motor tipine göre değişen güç aktarım bölümü)

Türbin motorları kullandıkları kompresör tipine göre sınıflandırılır. Üç tip kompresör vardır: merkezkaç akış bazlı, eksenel akış bazlı ve santrifüj-eksenel akış bazlı. Giriş havasının sıkıştırılması, santrifüj akışlı bir motorda, havanın motorun uzunlamasına eksenine dik olarak dışa doğru hızlandırılmasıyla sağlanır. Eksenel akışlı motor, havayı uzunlamasına eksene paralel hareket ettiren bir dizi dönen ve sabit kanat profiliyle havayı sıkıştırır. Santrifüj eksenel akış tasarımı, istenen sıkıştırmayı elde etmek için her iki tür kompresörü kullanır.

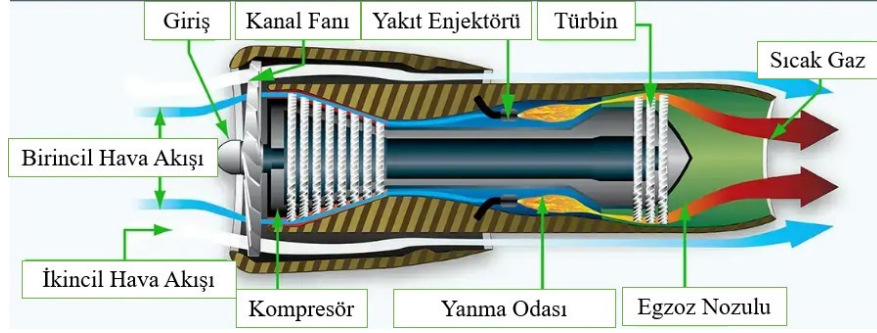
Havanın motordan geçtiği yol ve gücün nasıl üretildiği, motorun tipini belirler. Uçan hava araçlarını çalıştırmak için dört tip gaz türbini motoru kullanılır. Bunlar turbojet, turbofan, turboprop ve turboşafttır. Gaz türbini motorunun türbin bölümü, pervaneyi çalıştırmak için kullanılabilir, çıkış mili gücü üretme görevine sahiptir. Ayrıca kompresörü ve tüm motor aksesuarlarını çalıştıracak gücü de sağlamalıdır. Bunu, yüksek sıcaklık, basınç ve hıza sahip gazı genişleterek ve gaz enerjisini shaft gücü şeklinde mekanik enerjiye dönüştürerek yapar. Gerekli gücü üretebilmek için türbine büyük bir hava kütlesi sağlanmalıdır. Bu hava kütlesi, havayı motora çeken ve sıkıştırarak türbine yüksek basınçlı hava sağlayan kompresör tarafından sağlanır. Kompresör bunu, türbinden gelen mekanik enerjiyi basınç ve sıcaklık biçimindeki gaz enerjisine dönüştürerek yapar [1].

Turbojet motoru (Şekil 1), kompresör, yanma odası, türbin bölümü ve egzoz olmak üzere dört bölümden oluşur. Kompresör bölümü giriş havasını yüksek hızda yanma odasına iletir. Yanma odası, yanma için yakıt girişini ve ateşleyiciyi içerir. Genişleyen hava, bir shaftla kompresöre bağlanan ve motorun çalışmasını sağlayan türbini çalıştırır. Motordan çıkan hızlandırılmış egzoz gazları itme gücü sağlar. Bu, havayı sıkıştırmanın, yakıt-hava karışımını ateşlemenin, motorun çalışmasını kendi kendine sürdürmek için güç üretmenin ve tahrik için egzozun temel bir uygulamasıdır.



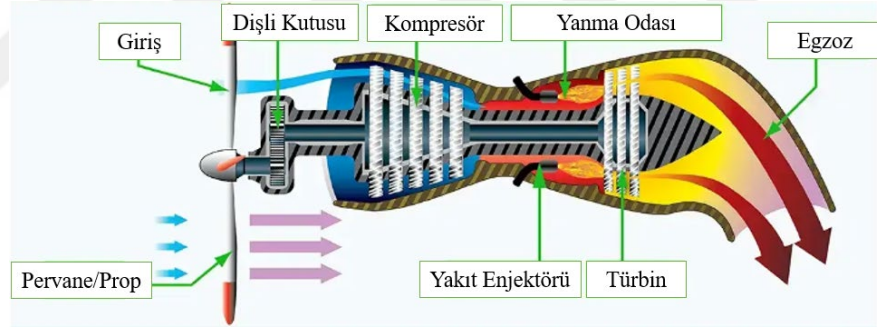
Şekil 1: Turbojet motoru gösterimi [3].

Turbofanlar (Şekil 2), turbojet ve turbopropun en iyi özelliklerinden bazılarını birleştirmek için geliştirilmiştir. Turbofan motorları, ikincil bir hava akışını yanma odasının etrafına yönlendirerek ek itme kuvveti oluşturmak üzere tasarlanmıştır.



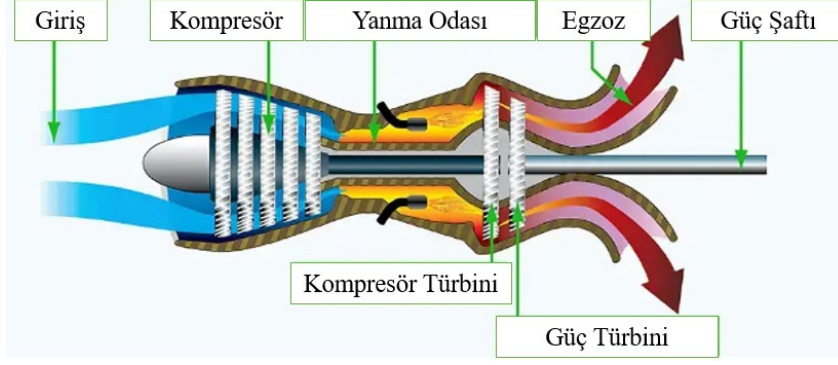
Şekil 2: Turbofan motoru gösterimi [3].

Turbo pervaneli (turboprop, Şekil 3) motor, bir gaz türbini motoru, dişli kutusu ve bir pervanenin birleşimidir. Turboprop, temel olarak, herhangi bir gaz motoruyla aynı şekilde çalışan bir kompresör, yanma odası, türbin ve bir egzoz nozuluna (gaz jeneratörü) sahip gaz türbini motorlarıdır. Bununla birlikte, turboprop motordaki türbinin genellikle pervaneyi çalıştırmak için enerji elde ettiği ekstra aşamalara sahip olmasıdır. Kompresör ve aksesuarların çalıştırılmasına ek olarak, turboprop türbin, pervaneyi tahrik etmek için şaft ve bir dişli takımı aracılığıyla ileri doğru artırılmış bir güç iletir. Artan güç, türbinin ek aşamalarından geçen egzoz gazları tarafından üretilir.



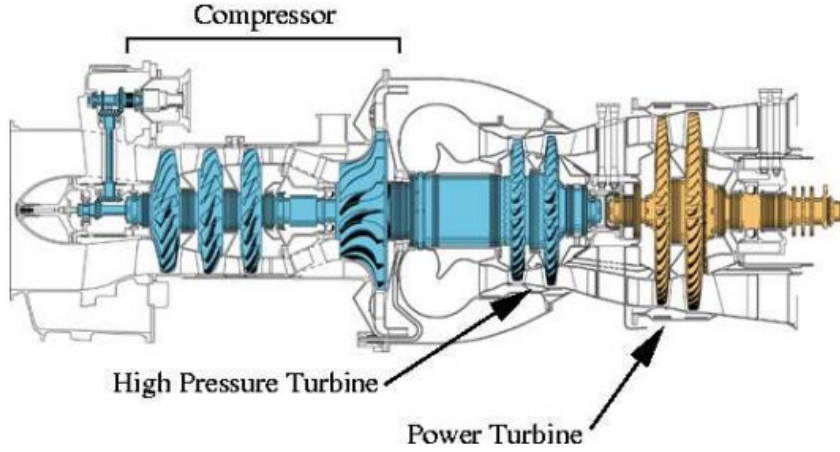
Şekil 3: Turboprop motoru gösterimi [3].

Dördüncü yaygın jet motoru tipi turboşafttır (Şekil 4). Pervaneden başka bir şeyi çalıştıran bir şaftta güç sağlar. Bir turbojet ve turboşaft motor arasındaki en büyük fark, bir turboşaft motorda, genişleyen gazların ürettiği enerjinin çoğunun itme kuvveti üretmek yerine ek bir türbini çalıştırmak için kullanılmasıdır. Birçok helikopter turboşaft motoru kullanır. Ek olarak, turboşaft motorları, büyük uçaklarda yardımcı güç üniteleri olarak yaygın olarak da kullanılmaktadır.



Şekil 4: Turboşaft motoru [2].

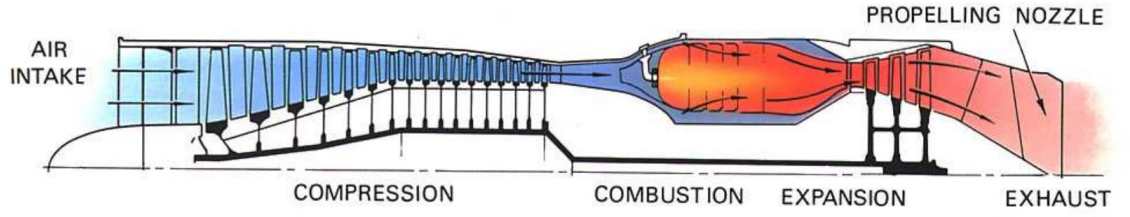
Türbin yapısından çıkan hava istenilen itkiyi direk sağlayabilir ya da başka bir türbin yapısına benzer bir mekanik enerjiye dönüşmesi için aktarabilir. Yüksek basınç türbini (high pressure turbine) ve düşük basınç türbini/güç türbini (power turbine) örneği Şekil 5'te görülebilir. Kullanılan motordan beklenen güce veya hizmet ettiği endüstriye bağlı olarak motor yapısı değişmektedir. Fakat ana prensip benzer kalmaktadır.



Şekil 5: Makila helikopter motoru gösterimi (Turbomeca) [3].

Bu çalışma prensibinde bahsedilen hava basınçlandırması veya mekanik enerjiye dönüşüm işlemleri yüksek hızlarda ve sıcaklıklarda dönen yapısal parçaların varlığını gerektirmektedir.

Bir gaz türbinli motor tasarımına başlanırken motorun ilk etapta hizmet edeceği endüstri, platform ve üretmesi gereken güç belirlendikten sonra aerodinamik çevrimler oluşturulur. Şekil 6'da bir örneği gösterilen akış yolu tasarımı yapıldıktan sonra, çevresine sabit ve dönen parçalar yapısal olarak tasarlanır.

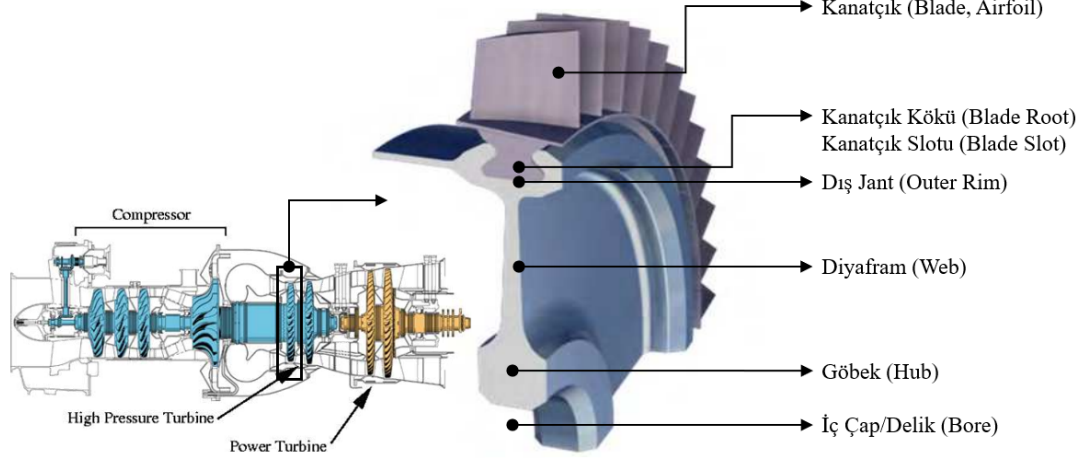


Şekil 6: Motor hava akışı sistemi[3].

Havacılık motorlarında, yapısal olarak iki ana unsur mevcuttur. Bunlar hareketli parçalar (döner) ve sabit parçalar olarak ikiye ayrılır. Döner parçaların hacimsel olarak büyük bir kısmını diskler oluşturmaktadır.

1.1 Türbin Diski Çeşitleri

Bir uçak motoru diskinin bölgeleri genel olarak kabul görmüş adlandırmalara sahiptir. Bu çalışmada da bu terimler kullanılmıştır. Bir döner diskin bölgelerinin isimlendirmesi Şekil 7 ile gösterilmiştir.



Şekil 7: Disk bölüm adlandırmaları [4].

Disklerin, kompresör ve türbin olmak üzere kullanım alanları vardır. Diskler kendi içlerinde de buldukları çalışma koşulları ve tasarım isterlerine bağlı olarak tiplere ayrılır. Bu kısımda bu disk tiplerinden bazılarından bahsedilmiştir.

Şekil 8'de kanatçık slotlu disk örneği gösterilmiştir. Akış yolunda konumlanmış kanatçıkların daha yüksek sıcaklık dayanımına sahip diskten ayrı bir malzemeden imal

edilmesine olanak sağlar. Disk, dış çapına açılmış slotlar yardımı ile kanatçıkları radyal olarak sabitler.



Şekil 8: Kanatçık slotlu disk örneği [5].

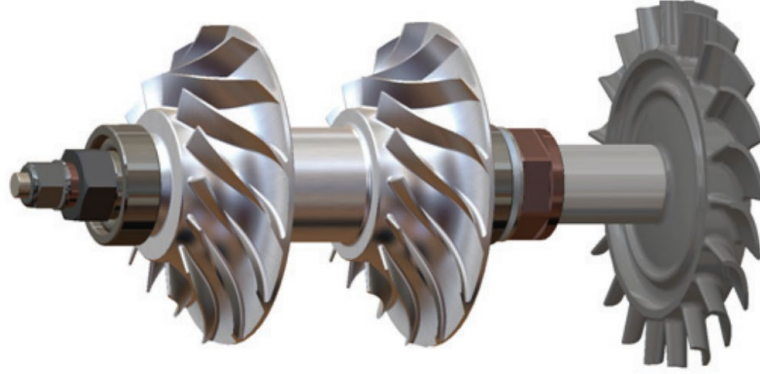
Kanatçıklı disk (blysk) Şekil 9'da gösterilmiştir. Kanat yapısının ayrı bir parça olmadığı, kanat ve disk yapısının yekpare olduğu disk çeşididir. İmalat bakımından zorlayıcı olsa da malzeme maliyetini düşürdüğü için nispeten düşük sıcaklıklarda çalışan bölgeler için tercih edilmektedir. Bir yandan eklemeli imalat yöntemlerinde ve malzeme yelpazesindeki gelişmeler ile endüstride konumunu korumaktadır. Disk ve kanatçık arasında herhangi bir boşluk bulundurmadığından birincil ve ikincil akış sistemleri bakımından daha verimlidir. Yekpare bir parça olduğundan ve sönümlenme parçaları yapıya eklenemediğinden ötürü titreşim anlamında slotlu diske göre dezavantajlıdır.



Şekil 9: Kanatçıklı disk örneği (Blysk).

İmpeller (Şekil 10) yapıları genellikle kompresör hava basınçlandırmasının radyal olarak uygulandığı aerodinamik isterlerin bulunduğu motorlarda tercih edilmektedir.

Disk, akış yolu ve motordan beklenen performans isterlerine bağlı olarak kanatçıklı disk, impeller ya da slotlu disk olarak tercih edilebilir.



Şekil 10: İmpeller örneği [6].

Mühendislikte bilgisayar teknolojisinin ve topoloji optimizasyonun gelişmesi ile gündeme gelen tasarım çözümlerinden biri olan ikin göbekli disk tasarımı (Şekil 11) üzerine çalışmalar sürmektedir. İkiz diyafram yapısına sahip içi boş bir yapının kullanılmasının, standart bir konfigürasyona kıyasla hem kütle azaltma hem de yorulma ömrü artışı açısından daha etkili olduğu düşünülmektedir. Aynı zamanda, devir sayısı ne kadar yüksek ve diskin genel boyutları ne kadar küçükse, sonuçların daha iyi olduğu savunulmuştur: daha büyük bir disk için kütlede %4'e varan bir azalma ve yorulma ömründe %15'e varan bir artış; orta büyüklükteki bir disk için %18'e varan bir kütle azalması ve yaşamda iki kat artış; ve daha küçük diskler ve blisk için sırasıyla %30 ve %45'e varan kütle azalmaları ve kullanım ömründe 2,8 ve 1,6 kat artış gözlemlenmiştir[8].



Şekil 11: İkiz Diyafram (Twin web) tasarımları [7].

1.2 Eklemeli İmalat Yöntemi

Disk üretimi talaşlı imalatın yanında eklemeli imalat yöntemleri ile de gerçekleştirilebilir. Eklemeli imalat yöntemleri talaşlı imalatın aksine kompleks disk tasarımlarının malzeme atığı/artığı olmadan üretimine olanak sağlar. Özellikle türbin bölümünde 718 alaşım malzeme yüksek sürünme özelliklerinden dolayı kullanılmaktadır. Bu noktada belirtilmesi gereken bir diğer önemli konu da, Seçici Lazer Eritme katkı maddesi ile üretilen metalik parçaların, işlemin hızlı soğuma doğasından kaynaklanan artık gerilmeler nedeniyle erken çatlamadan kaynaklanan düşük mekanik özelliklere sahip olmasıdır. Bununla birlikte, son yıllarda bu alanda ilginç gelişmeler görülmüştür. Sistemlerin işleme parametrelerinin optimize edilmesiyle, eklemeli olarak üretilen parçaların mekanik özellikleri, geleneksel üretim teknikleriyle üretilenlerle daha karşılaştırılabilir hale gelmektedir. Ek olarak, ısıl işlem ve son işleme gibi son işlemler bu sorunları azaltabilir. Elektron Işını Eritme gibi vakum ortamında çalışan ve artık gerilim sorununu en aza indiren sistemler de mevcuttur. Fakat, parçaların istenen mekanik performans seviyesine ulaşması için tekniklerin her birisine standartlaştırılmış bir işleme yöntemi geliştirmek adına daha fazla araştırmaya ihtiyaç vardır [9].

2. ÇALIŞMANIN AMACI

Uçak motorunun amacına hizmet ederken aynı zamanda hem yakıt tüketimi hem de üretilen güçten maksimum fayda sağlanması adına olabilecek en hafif halinde tasarlanması istenir. Bu durum, komponent tasarımında, parça ağırlığını en önemli çıktılardan biri haline getirir. Uçak motorlarında yapısal bir parçanın tasarımı ve validasyonu uzun zaman almaktadır. Bu çalışmada amaç bir türbin diski ön tasarımının sürecini minimum hale getirmektir. Bu çalışma yapılırken disk tasarımı için minimum ağırlık ana hedef olarak konulacaktır. Bu hedefe giderken infilak ve maksimum dayanım kontrol noktaları uygulanacaktır.

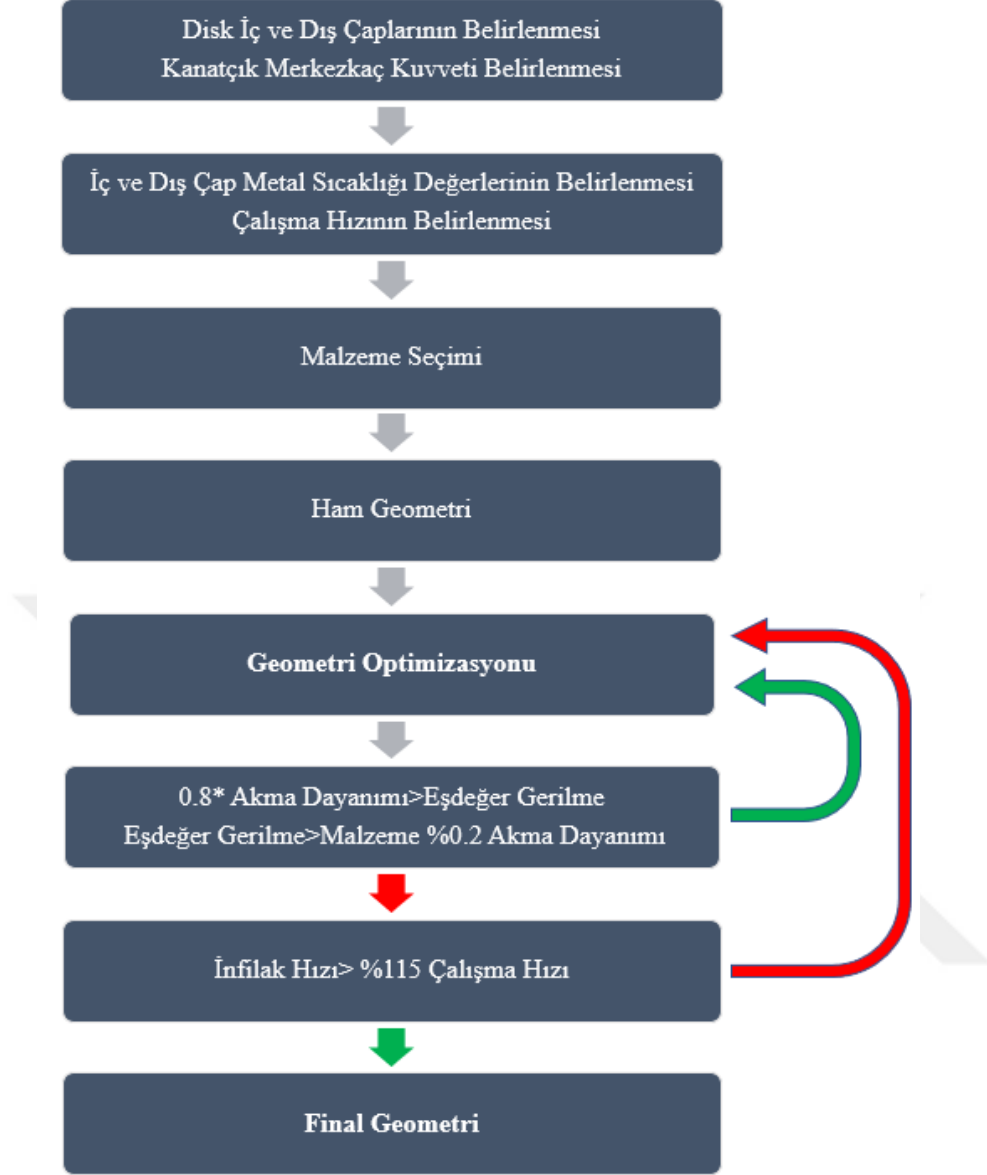
Bir tasarımda optimum tasarım ilk çıktı değildir. Tasarım bir süreçtir. Özellikle birden fazla tasarım kriteri olan parçalar için bu süreç ön tasarım ve detay tasarım olarak uzun iki süreci doğurur. Ön tasarım sürecinde ortaya çıkan çıktı ne kadar olgun olursa detay tasarım süreci o kadar zaman efektif olmaktadır.

Bir uçak motoru parçasının daha önce bahsedilen düşük çevrimli yorulma, yüksek çevrimli yorulma, sürünme ve hasar toleransı çıktıları için bir ilk çıktı geometrisine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada bir türbin diskinin çoklu disiplin değerlendirmesi safhasından önceki ön tasarım süreci için bir yöntem önerilecektir. Bu önerme yapılırken diskin minimum ağırlık ve maksimum dayanımda olması amaçlanacaktır. Çalışmada Şekil 12 ile gösterildiği gibi, iterasyon ve optimizasyon planı oluşturulmuştur. Adımlar gelecek bölümlerde detaylı olarak anlatılacaktır.

Dönen disk için tasarım sıfır noktası koşulları belirlendikten sonra ilk ham geometri oluşturulacaktır. İlk ham geometri oluşturulduktan sonra iterasyonlar ile disk geometrisinin dayanıma etkileri gözlemlenecektir. Optimizasyon sürecine başlamadan önce tasarım için kontrol noktaları belirlenecek (dayanım, infilak) optimizasyon sırasında bu kontrol noktaları ile sınırlandırılmış boyutlandırmalar disk üzerine uygulanacaktır.

Bu çalışmada düşük çevrimli yorulma, yüksek çevrimli yorulma, sürünme, hasar toleransı vb. tasarım kriterlerine değinilmeyecektir.



Şekil 12: Disk tasarımı optimizasyon planı.

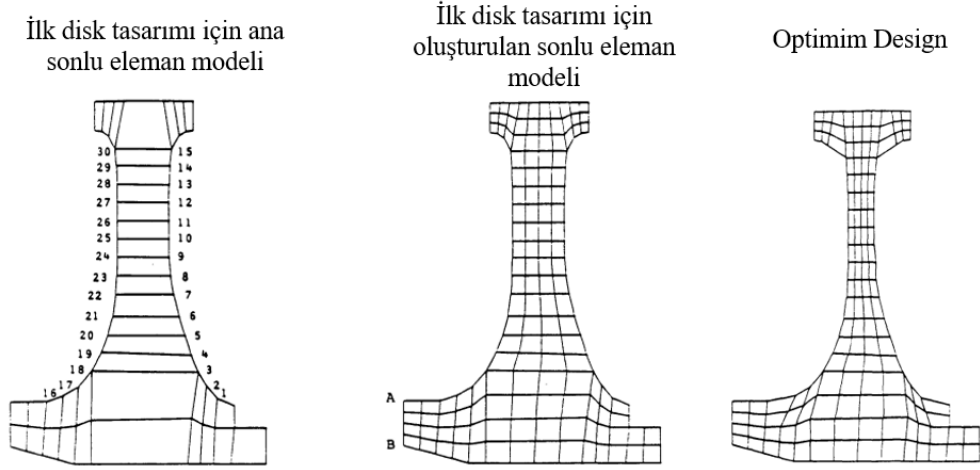
3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Türbin diski tasarımı giriş bölümünde bahsedildiği gibi en düşük ağırlıklı tasarım odaklı yapılmaya çalışılmaktadır. Düşük ağırlık amacı ile tasarlanan parçanın düşük çevrimli yorumla, sürünme, infilak vb. gibi kontrol noktaları da vardır. Döner disklerin bünye denklemlerinin çözümlerine, farklı yaklaşımlarla çalışılmıştır.

Timoshenko ve Goodier'in çalışması homojen döner diskler için herhangi bir sıcaklık gradyanı olmaksızın kapalı formda bir çözüm elde eden ilk çalışmadır [10].

Jettapa, dönen ince bir diskin şekli için geçerli diferansiyel denklemin, değişken katsayılı ikinci dereceden doğrusal bir denkleme indirgenebileceği göstermiştir. Bununla birlikte, bu denklemin biçimi, birinci dereceden bir denklem olarak ele alınabilecek ve böylece entegrasyonu kolaylaştıracak şekilde olduğunu söylemiştir. Herhangi bir ek matematiksel varsayım olmadan denklem çözümlerinin mümkün olduğuna çalışmıştır [11].

Cheu, gaz türbini disklerinin optimizasyonu için uygulanabilir, yön yöntemi ve sıralı doğrusal programlama olmak üzere iki prosedür sunmuştur: uygun yön yöntemi (feasible direktion method), sıralı doğrusal programlama (sequential linear programing)). Bu prosedürlerin amacı, geometrik ve gerilme kısıtlamaları ile optimum türbin disk tasarımları elde etmektir. Disk konturları üzerinde seçilen noktaların koordinatları tasarım değişkenleri olarak kullanılmıştır. Çalışmada tasarım değişkenlerine göre yapısal ağırlık, gerilme ve bunların türevleri, tasarım hassasiyeti analizi için verimli bir sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanmıştır. Termo-mekanik yüklemelere maruz kalan bir diskin optimal tasarımlarının sayısal örnekleri, bu iki prosedürün etkinliğini gösterilmiş ve karşılaştırılmıştır (Şekil 13) [12].

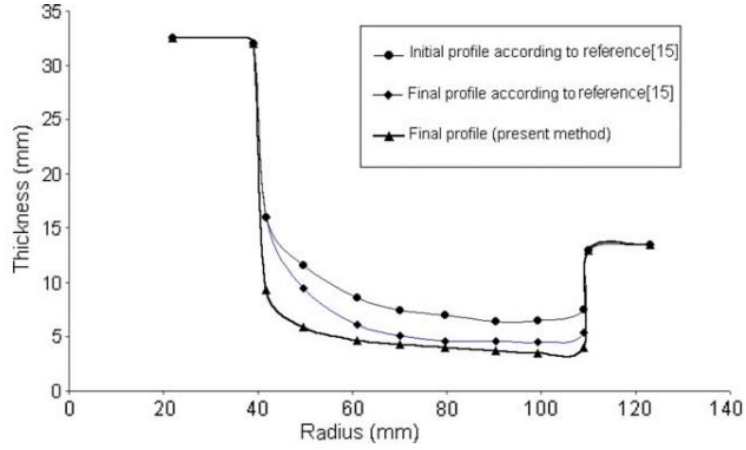


Şekil 13: Cheu optimizasyon çalışması [12].

Armand, sonlu farklar metodunu kullanarak dönen diskler için disk denklemlerine çalışmıştır. Disk ağırlık optimizasyonu için Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Tekniklerini önermiştir. Armand'ın yaptığı çalışmalar teori kısmında detaylandırılacaktır [13].

You ve diğerleri (2000), lineer olmayan birim şekil değiştirme ile sertleştirilmiş (strain hardening) malzemelerinden yapılmış keyfi değişken kesitli sürekli değişken kalınlık ve keyfi değişken yoğunluklu elastik-plastik dönen disklerdeki deformasyonların ve gerilmelerin analizi için birleşik bir sayısal yöntem geliştirilmiştir. Yöntem, bir gerilme ve plastik birim şekil değiştirme ilişkisine, plastisitede deformasyon teorisine ve Von Mises akma koşuluna dayanmaktadır. Ana denklem, dönen disklerin temel denklemlerinden türetilmiş ve Runge-Kutta algoritması kullanılarak çözülmüştür. Bu araştırmada çalışma ile sonlu eleman analizi arasında çok iyi bir uyum bulunduğu belirtilmiştir [14].

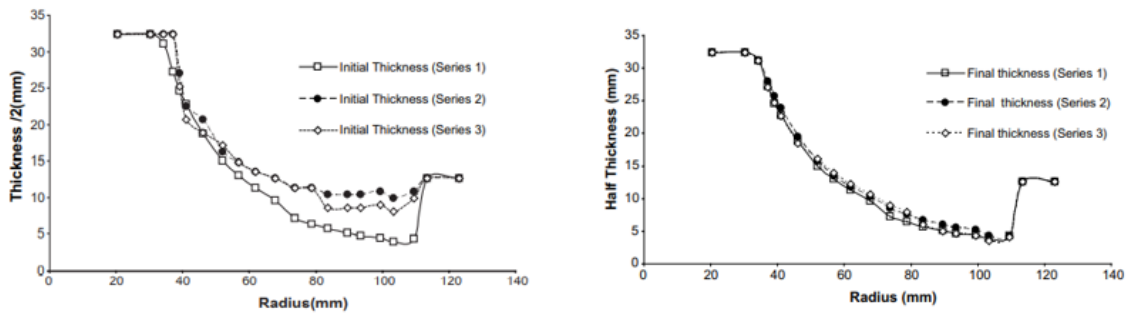
Jahed ve diğerleri (2004) Hook ve Fourier Kanunları ile hesaplanan disk denklemlerine çalışmıştır. Bu denklemleri sıcaklık gradyanına maruz bırakılmış, değişken kalınlıklı bir disk için kullanmış ve ağırlık optimizasyonu için çalışma yapmışlardır. Çalışmada diski sabit kalınlıklı sonlu sayıda ringe bölmüşlerdir. Bu sayede yaklaşık bir çözüm elde ettiklerinden bahsetmişlerdir. Çalışma sonucunda radyusa bağlı disk kalınlığı değişimi grafiği Şekil 14' de verilmiştir [15].



Şekil 14: Tasarım optimizasyonu disk konturu değişimi [15].

Tong ve diğerleri sonlu farklar yöntemi kullanarak akış yolu üzerindeki ve çevresindeki diskler için hızlı bir tasarım kontrolü sağlamak amacı ile bir program yazımına çalışmıştır [4].

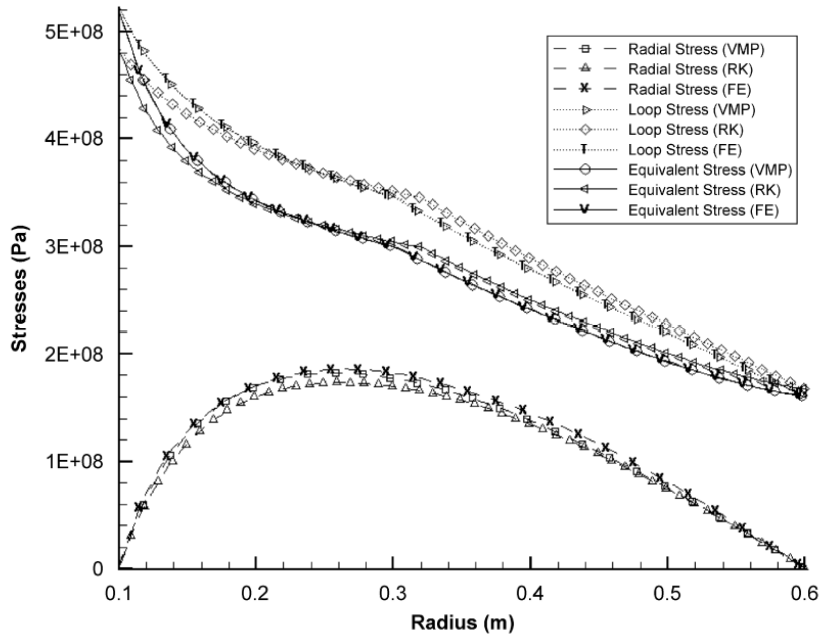
Farshi ve diğerleri, değişken kalınlıkta homojen olmayan bir disk modeline çalışmışlardır. Değişken malzeme özellikleri yöntemi kullanarak dönme ve sabit sıcaklık alanı altındaki bir disk için gerilmeler elde etmişlerdir. Daha sonrasında optimizasyon sürecine girmişler ve yazılı hiper küre (scripted hyperspheres method) yöntemini kullanmışlardır. Yöntemi 3 farklı disk profiline uygulamışlar Şekil 15 ve sonuç olarak tek bir optimum çözümün olduğunu savunmuşlardır [16].



Şekil 15: 3 farklı disk profili için kalınlık optimizasyonu gösterimi [16].

Hojjati ve Hassani (2008) dönen disklerin gerilme ve birim şekil değiştirme hesap yöntemlerine odaklanmışlardır. Çalışmalarında teorik, numerik ve sonlu elemanlar modelleme üzerinde durmuş ve bu üç yöntemi karşılaştırmışlardır. Karşılaştırdıkları teorik metot değişken malzeme özellikleri teorisi, numerik metot ise disklerin yönetici

denkleminin Runge-Kutta metodu ile çözümüdür. Şekil 16'da bu karşılaştırmanın grafiği görülebilir [17].



Şekil 16: Metotlar karşılaştırması [17].

Bayat ve diğerleri, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeye sahip değişken kalınlıklı disk geometrisinin gerilmeler ve yer değiştirmeler üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Parabolik veya hiperbolik yakınsak kalınlık profiline sahip fonksiyonel derecelendirilmiş bir döner diskin, tekdüze kalınlığa kıyasla daha küçük gerilmelere ve yer değiştirmelere sahip olduğu bulmuşlardır. Parabolik kalınlık profiline sahip katı fonksiyonel derecelendirilmiş disk için maksimum radyal gerilmenin, uniform kalınlıktaki diske kıyasla daha küçük olduğunu göstermişlerdir. Çalışmalarının, parabolik içbükey veya hiperbolik yakınsak kalınlık profiline sahip dönen fonksiyonel derecelendirilmiş bir diskin, tek tip kalınlığa sahip olandan daha verimli olduğuna dikkat çekmişlerdir [18].

Zenkour ve Mashat (2010), dönen ve değişken kalınlığa sahip katı disk için analitik ve sayısal çözümler sunmuşlardır. Çalışmalarında diskin dış kenarı ile dairesel diskin iç ve dış kenarlarının kenetlenmiş sınır koşullarına sahip olduğu kabul edilmiştir. Çözüm için sonlu farklar yöntemi tercih edilmiştir. Geometri olarak hiperbolik diskler incelenmiştir. Mevcut sayısal çözümün doğruluğu tartışılmış ve radyal olarak değişen

kalınlıktaki durum için kullanım yeteneği araştırılmıştır. Son olarak, yer değiştirme ve gerilmelerin dağılımları sunulmuştur [19].

Jafari, minimum ağırlık tasarımı için optimum disk profili, Karush–Kuhn-Tucker (KKT) optimallik koşulları ile elde edilmesine çalışmıştır. Optimizasyonda eşitsizlik kısıtlama denklemini, maksimum Von Mises geriliminin her zaman disk malzemesinin akma dayanımından daha az olmasını sağlamak için kullanmıştır [20].

Rosyid (2014) değişken kalınlıklı bir disk için analitik çözümünün kesin olmayacağını belirterek sonlu elemanlar analiz ile değişken kalınlıklı homojen olmayan bir diski farklı yükleme tiplerini (kanatçık, termal vb.) gerilme analizlerini gerçekleştirmiştir. Farklı yükleme tiplerinin disk üzerindeki etkilerini göstermiştir [21].

Maruthi ve diğerleri, aşırı hız ve infilak marjı limitlerini bulmak için sonlu eleman (FE) tahmini geliştirmek amacı için çalışmışlardır. Sonuç, değişken sıcaklık dağılımı altındaki tüm diskler için teğetsel gerilme bileşenlerinin büyüklüğünün radyal gerilme bileşenlerinden daha yüksek olduğunu gösterdiğinden teğetsel gerilme baskın infilak (hoop burst) üzerine çalışmışlardır [22].

Lolis, gelişmiş turbofan motorları ön tasarım fazı için yaptığı çalışmada, disklerin ön tasarımında gerilme tahmini ve optimal ağırlık için ayırıklaştırma yöntemini önermiştir. alışmaları teori kısmında detaylandırılmıştır [23].

Jyoshna ve Krishnaiah bir kompresör diskinin minimum ağırlıklı, infilak optimum disk optimizasyonu üzerine çalışmışlardır. alışmaları sırasında bir baz disk modeli oluşturmuş, iterasyonlarında ANSYS APDL programını kullanmışlardır.

Çizelge 1: İterasyon bazında teğetsel gerilme ve infilak marjini değişimi [24].

İterasyon numarası	Alan ağırlıklı Ortalama Çevresel Gerilme [MPa]	Alan Ağırlıklı Ortalama Çevresel Gerilme Limiti [MPa]	İnfilak Marjini [%]	Disk Kütlesi [Kg]
1	500.81	464	-0.074	10.55
2	500.47	464	-0.073	10.21
3	488.00	464	-0.049	11.45
4	488.22	464	-0.050	11.12
5	491.81	464	-0.057	10.86
6	491.71	464	-0.056	10.52
7	488.28	464	-0.050	11.45
8	476.77	464	-0.027	11.45
9	446.43	464	0.039	12.13
10	442.90	464	0.048	11.6
11	439.37	464	0.056	12.84
12	435.92	464	0.064	12.51
13	433.77	464	0.070	12.42
14	431.66	464	0.075	12.08
15	425.74	464	0.090	13.36
16	423.86	464	0.095	13.02

Yang, bir motor diski için hızlı profil şekillendirmesini gerçekleştirmek için yapısal parametreleştirme teknolojisi kullanmıştır. Optimum tasarım için optimizasyon yöntemi olarak (genetic algorithm retains elite) seçkinleri koruyan genetik algoritma kullanmıştır. Çalışmada geliştirilen yazılım kullanılarak optimum tasarım gerçekleştirilmiş ve optimum sonuçlar disk ağırlığının %34,48 oranında azaldığı gösterilmiştir [25].

Hoang ve diğerleri, performans ve dayanıklılık parametrelerini karşılayan ancak sonlu elemanlar yöntemine dayalı olarak en düşük kütleyle sahip olan bir kompresör diski geometrisinin tasarımını optimize eden bir hesaplama yöntemi sunmuşlardır. Hesaplama programı, Abaqus 6.13 yazılımında uygulanmış, algoritmalar ve analiz sonuçları Python 3 programlama dili aracılığıyla işlenmiştir. Çalışmanın sonucunda

sabit kalınlıkla başlayan optimizasyonu %41 oranında ağırlık azaltımı ile sonuçlanmıştır [35].

Kumar, bir dönen diskin elastik-plastik analizini gerçekleştirmiş ve farklı dönme hızları için sonlu elemanlar tekniği aracılığıyla tipik bir gaz türbin diski modelinin infilak marjını bulmaya çalışmıştır. Analizin ek amacı, diskin değişken kalınlık ve tekdüze kalınlık profiline sahip türbin diskinin patlama marjını karşılaştırmaktır. Patlama marjı, alan ağırlıklı ortalama çember gerilimi (AWMHS) yaklaşımı kullanılarak tahmin edilir. %122'den daha büyük olması istenen patlama marjı için, değişken kalınlıktaki disk, tek tip kalınlıktaki diske kıyasla daha düşük çalışma hızı sağladığından bahsetmiştir. İnfilak karşılaştırması yaparken Robinson kriterinden faydalanmıştır [26].

Kasljević, sayısal simülasyon yöntemlerinin ve hata(failure) kriterlerinin deneysel patlama testiyle korelasyonuna çalışmıştır. Çalışmasında Prometheus türbin rotorunun deneysel aşırı hızlanma test sonuçları ile sayısal infilak hızı tahmini yöntemlerini karşılaştırmıştır [27].

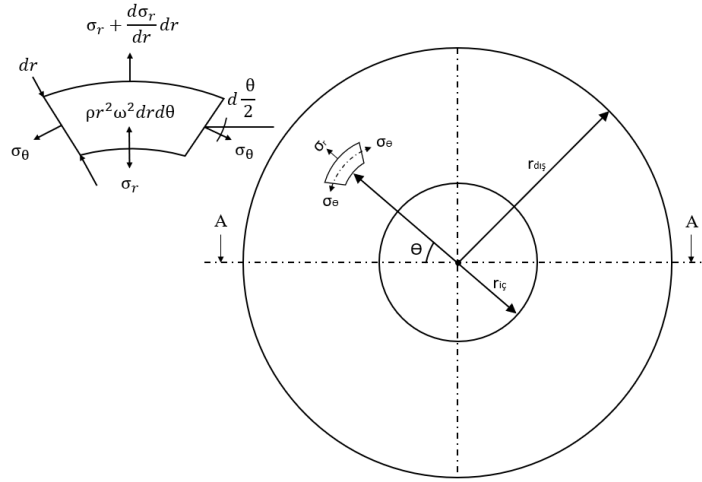


4. TEORİ

Bu bölümde sıcak gradyanına maruz bırakılan döner disk üzerinde bulunan bir elemanın denge denkleminde radyal ve teğetsel gerilme denklemleri çıkarılacaktır. Daha sonrasında değişken kalınlıklı bir disk için çözüm formuna ulaşılabilecektir. Bu diferansiyel denkleme ulaşıldıktan sonra iki farklı sayısal yöntem ile disk gerilme denklemlerinin bu çalışmada kullanılacak son formları çıkarılacaktır; sonlu farklar yöntemi, toplam ve fark yöntemi.

4.1 Disk Denge ve Bünye Denklemleri

Bir disk birim elemanı üzerine etkiyen radyal ve teğetsel gerilmeler ve merkezkaç kuvveti Şekil 17’de gösterilmiştir.



Şekil 17: Disk birim elemanı üzerindeki denge durumu.

Böylece disk üzerinde bulunan elemanın denge denklemleri, denklemler (1), (2), (3) deki gibi yazılabilir.

$$\sigma_r r d\theta + \sigma_\theta dr d\theta - \left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) (r + dr) d\theta - \rho \omega^2 r^2 dr d\theta = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta} dr d\theta + \sigma_r dr d\theta - \left(\frac{d\sigma_r}{dr} r dr d\theta \right) - \frac{d\sigma_r}{dr} (dr)^2 d\theta - \rho \omega^2 r^2 dr d\theta = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta} - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} (dr)^2 d\theta - \rho \omega^2 r^2 = 0 \quad (3)$$

Denklem (3)'de teğetsel ve radyal gerilmeler iki adet bilinmez olduğundan çözüm için ek bir denkleme ihtiyaç duyulmaktadır. Hook kanununa göre diskin ε_{θ} ve ε_r birim şekil değiştirmesi üzerinden bir yaklaşım yapıldığında (4) ve (5) denklemleri yazılabilir.

$$E \varepsilon_{\theta} = \sigma_{\theta} - \nu \sigma_r \quad (4)$$

$$E \varepsilon_r = \sigma_r - \nu \sigma_{\theta} \quad (5)$$

Denklem 5'den gerilme ifadeleri çekildiğinde elastisite modülü E ve Poisson oranı ν ile teğetsel ve radyal gerilme denklemleri (denklem (6) ve (7)) elde edilir.

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_{\theta}) \quad (6)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{\theta} + \nu \varepsilon_r) \quad (7)$$

Polar koordinat sisteminde dönen bir disk düşünüldüğünde, bir disk elemanının deplasmanı radyal yönde değişken dönme yönünde sabittir. Böylece r konumundaki u deplasmanı için r+dr konumundaki deplasman aşağıdaki şekilde yazılabilir. Dönme yönündeki birim şekil değiştirme o yarıçaptaki genel birim şekil değiştirmeye eşittir. Radyal ve teğetsel birim şekil değiştirmeler denklem (8), (9) ve (10) ile gösterilebilir.

$$u + \frac{dr}{dr} dr \quad (8)$$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \quad (10)$$

Denklem (8), (9) ve (10) denklem (6) ve (7)'de yerine konulursa (11) ve (12) ifadeleri elde edilir.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right] \quad (11)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\nu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right] \quad (12)$$

(11) ve (12) ifadeleri (3)'de yerine konulduğunda bilinmeyen sayısını bire indirmiş oluruz.

$$\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right) - \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right) - r \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{du}{dr} \right) - \rho\omega^2 r^2 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} + \frac{1-\nu^2}{E} \rho\omega^2 r^2 = 0 \quad (14)$$

Denklem (14)'deki yer değiştirme yerine denklem (15) yazıldığında (16) genel çözüm elde edilir.

$$u = -\frac{(1+\nu^2)\rho\omega^2 r^3}{8E} \quad (15)$$

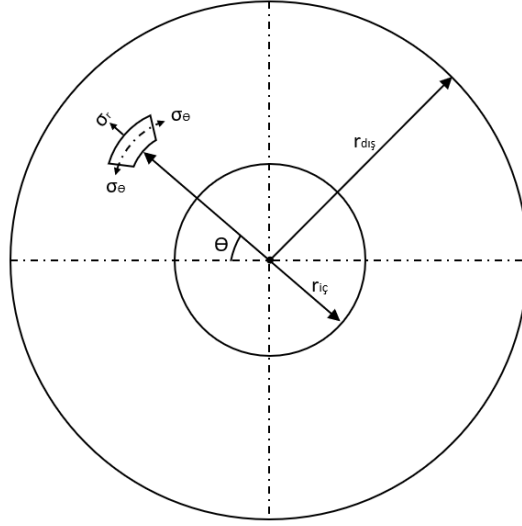
$$u = Ar + \frac{B}{r} - \frac{(1-\nu^2)\rho\omega^2 r^3}{8E} \quad (16)$$

Denklem (16), (11) ve (12)'de yerine yazılırsa denklem (17) ve (18) elde edilir:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(A(1+\nu) - \frac{B}{r^2} (1-\nu) - \frac{(3+\nu)(1-\nu^2)\rho\omega^2 r^3}{8E} \right) \quad (17)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left(A(1+\nu) + \frac{B}{r^2} (1-\nu) - \frac{(3+\nu)(1-\nu^2)\rho\omega^2 r^3}{8E} \right) \quad (18)$$

İçi boş sabit kalınlıklı bir diskte sonsuz küçüklükteki bir elemanın (Şekil 18) radyal ve çevresel gerilmelerinin herhangi bir yarıçap konumundaki durumu için denklem denklem (17) ve (18) diskin delik (bore) sınırında ve jant (rim) sınırında radyal gerilmelerin sıfır olması sınır şartı ile tekrar yazılabilir (denklem (19), (20)) [11].



Şekil 18: Sabit kalınlıklı disk içindeki birim eleman gösterimi.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \rho \omega^2 \left(r_0^2 + r_i^2 - \frac{r_0^2 r_i^2}{r^2} - r^2 \right) \quad (19)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \rho \omega^2 \left(r_0^2 + r_i^2 - \frac{r_0^2 r_i^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right) \quad (20)$$

Bu çalışmada değişken kalınlıklı ve sıcaklık gradyanına maruz kalan bir disk çalışılacaktır. Değişken kalınlıklı disklerin gerilme denklemlerinin matematiksel çözümü için birçok matematiksel yaklaşım bulunmaktadır. Bu çalışmada “sonlu farklar yöntemi” ve “toplam ve fark metodu” uygulanacaktır.

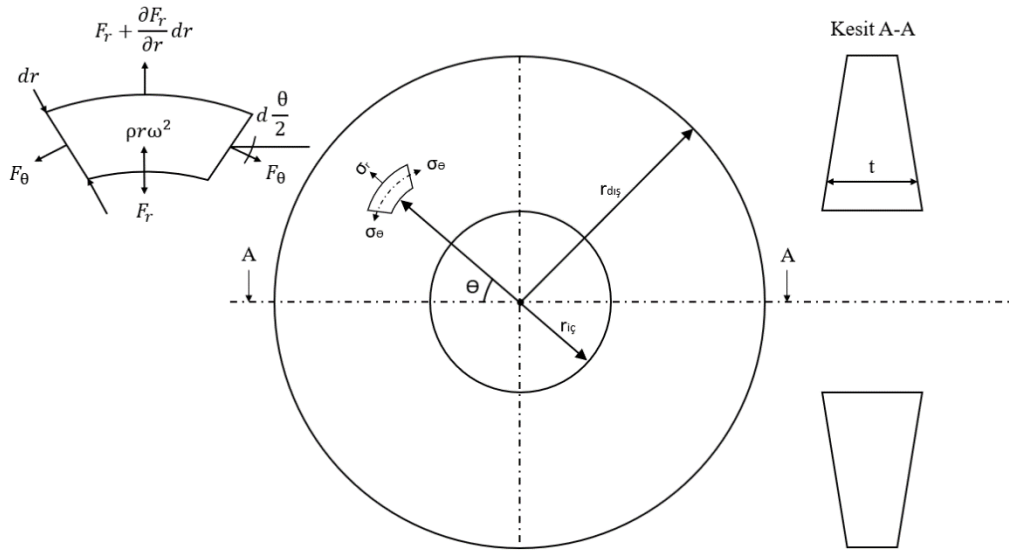
4.2 Sonlu Farklar Yöntemi

Bir gaz türbin motorunun dönen diskleri, gövde kuvvetlerine (body forces), kanat yüklerine ve termal yüklerin yanı sıra shaft tork yüklerine ve motor itme (thrust) ve iniş (landing) yüklerine maruz kalır. Önemli tasarım girdi yükleri gövde kuvvetleri, kanat yükleri ve termal yüklerdir. Diğer yüklerin diskin genel tasarımı üzerindeki etkisi yalnızca lokaldir. Gövde kuvvetleri ve kanat yükleri, dönme hızının karesiyle orantılıdır. Diskin ısınması ve soğuması termal yüklere neden olur. Eşit olmayan ısıtma ve soğutma, diskler içinde radyal bir sıcaklık gradyanına neden olarak termal yüklemeye neden olur. Termal yükler, radyal sıcaklık gradyanı ile doğru orantılıdır.

Bu çalışmada değişken kalınlıklı diskler için aşağıdaki yaklaşımlar yapılmıştır:

1. Disklerin kalınlıkları radyuslarına göre küçüktür. Bu sebeple kalınlık değişimine bağlı radyal ve aksel gerilmeler ihmal edilmiştir.
2. Disk malzemesi homojen ve izotropiktir. Böylelikle Hook Kanunu uygulanabilir.
3. Döner diskler için destekleyici yapılar, disk yapısına göre esnekler ve diskler radyal veya teğetsel bir kısıtlama getirmez. Bu destekleyici yapılar, diskleri birbirine ve mile bağlayan ince silindir ve konilerdir. Bu silindirlerin ve konilerin sağladığı tek kısıtlama, kesme ve burulmadır.

Şekil 19, iç yarıçapı r_i ve dış yarıçapı r_d olan değişken kesitli t bir diski ve uygulanan tüm yüklemelerle diskin bir diferansiyel elemanın kutupsal koordinat sistemindeki bir serbest cisim diyagramını göstermektedir. 1, 2 ve 3 varsayımları kullanılarak, radyal ve teğetsel yönlerdeki yüklerin toplamı denklem (21) ile ifade edilebilir [13].



Şekil 19: Tipik döner disk.

$$\sum F_{\theta} = 0 \quad (21)$$

$$\sum F_r = 0$$

$$\frac{dF_r}{dr} dr - F_{\theta} d\theta + \rho r^2 \omega^2 dr d\theta = 0$$

Çift eksenli bir gerilme durumunda, aksenal yöndeki gerilmeler sıfırdır. Bu nedenle aksenal yöndeki kuvvetler bu çalışmada dikkate alınmamıştır.

$$F_r = \sigma_r r t d\theta \quad (22)$$

$$F_\theta = \sigma_\theta t dr \quad (23)$$

Disk kalınlığı lineer bir ifade olarak yazıldığında

$$t = mr + n \quad (24)$$

Böylece disk için denge denklemi (25) formunu alır.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2mn + n}{mr^2 + nr} \sigma_r - \frac{1}{r} \sigma_\theta + \rho r \omega^2 = 0 \quad (25)$$

Denklem (25)'deki terimler, radyal ve teğetsel gerilmeler arasında bir karşılıklı bağı ortaya koymaktadır. Daha sonra, bu karşılıklı bağı tanımlanmalı ve yalnızca bir değişkene sahip olmak için denklemde tekrar yerine konmalıdır. Denklem (25)'de sadece mekanik yüklerin olduğu ve termal yüklerin olmadığı görülebilir. Bununla birlikte, toplam disk yüklemesindeki termal yüklerin etkisi, birim şekil değiştirme (strain) ilişkilerine ve dolayısıyla gerilme terimlerine dahil edilir. Radyal ve teğetsel birim çekil değişimleri denklem (26) ve (27) ile ifade edilir.

$$\varepsilon_r = \frac{dU}{dr} = \frac{1}{E} [(\sigma_r - \nu \sigma_\theta)] + \alpha T \quad (26)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{U}{r} = \frac{1}{E} [(\sigma_\theta - \nu \sigma_r)] + \alpha T \quad (27)$$

Denklemler (26) ve (27) elde etmek için radyal ve teğet yönlerdeki gerilmeler için çözüldüğünde denklem (28) ve (29) elde edilir:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\theta - (1 + \nu) \alpha T) \quad (28)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_r - (1 + \nu) \alpha T) \quad (29)$$

Polar koordinatlarda birim şekil değiştirme denklem (30) ve (31) ile ifade edilir.

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (30)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (31)$$

Denklemler (30) ve (31), bu çalışmada aranan gerilmeler ve birim şekil değiştirmeler gibi tüm değişkenlerin sadece radyal yer değiştirmenin fonksiyonları olduğunu göstermektedir. (30) ve (31) denklemlerini (28) ve (29) ile değiştirmek denklem (32) ve (33) sonucunu verir.

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} \left[\nu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} - (1 + \nu)\alpha T \right] \quad (32)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1 - \nu^2} \left[\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - (1 + \nu)\alpha T \right] \quad (33)$$

Denklem (32)'nin yarıçapa göre türevinin alınması ve denklem (32) ve (33) ile denklem (25) ile değiştirilmesi, tek değişkeni yer değiştirme olan tek bir diferansiyel denkleme (34) sonuçlanır:

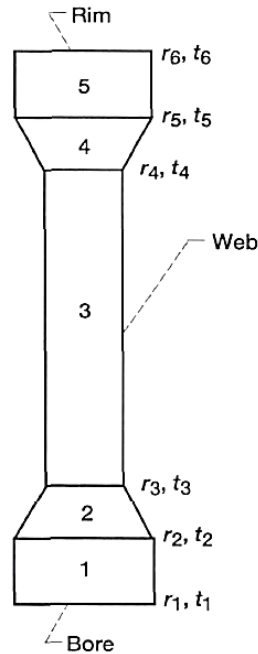
$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{2mr + n}{mr^2 + nr} \right) \frac{du}{dr} + \left[\frac{\nu}{r^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{\nu}{r} \left(\frac{2mr + n}{mr^2 + nr} \right) \right] u \\ = \alpha(1 + \nu) \left[\frac{dT}{dr} + \left(\frac{2mr + n}{mr^2 + nr} - 1 \right) T \right] \\ + \frac{\rho\omega^2(1 - \nu^2)}{E} r \end{aligned} \quad (34)$$

Denklem (34), disk yer değiştirme alanını temsil eder ve bir sınır değer problemidir. Denklem (34) ile literatürde bildirilenler arasındaki fark, denklem (34)'in yarıçapın fonksiyonları olarak kalınlık ve sıcaklık dağılımı için doğrusal ilişkiler içermesidir. Bu ek yetenekler, kullanıcının daha az sayıda sonlu fark düğümü ile gerilmeleri ve yer değiştirmeleri daha doğru bir şekilde tahmin etmesini sağlar. Denklem (34), değişken katsayılarla sahip doğrusal, ikinci dereceden, homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir ve tam/nicel bir çözüm için iki sınır koşulu denklemini gerektirir. Bu denklemin çözümüne götüren sınır koşulları, disk deliği(bore) ve rimindeki fiziksel ortamdan elde edilebilir. Delikte (bore) radyal gerilme sıfırdır. Rimdeki radyal gerilme, kanatların dönüşünden kaynaklanan santrifüj yüklerine ve destek noktalarının bu destek noktalarının enine kesitine bölümüne eşittir.

Giriş bölümünde belirtildiği gibi diskler sadece kanatları desteklemekle kalmaz, aynı zamanda torku milden aktarmak ve rotor alt tertibatının yük yollarını (load path, ön yükleme vb.) iletmek gibi görevleri gerçekleştirir. Diskler delikte(bore) serbesttir; yani gerekli soğutma havasının disklerden(bore) serbestçe akabilmesi için diskler ile mil arasında bağlantı yoktur. Diskler, bir dizi ince silindir ve koni aracılığıyla jantta(rim) birbirine ve mile bağlanır. Varsayım 3'te açıklandığı gibi, nispeten ince koniler ve silindirler, diskler üzerinde yüksek düzeyde bir yapısal kısıtlama getirmez. Destekleyici ince silindirlerine ve konilerine göre, diskler yapısal olarak masif ve serttir. Bu nedenle, silindirler ve koniler, diskler termal ve/veya santrifüjlü yükler altındayken oldukça serbestçe deforme olacaktır. Sonuç olarak, bu çalışmada, disklere destekleyici yapılardan herhangi bir dış kısıtlama dayatılmamıştır. Sınır koşulu denklemleri (35) ve (36) aşağıdaki şekilde homojen olmayan diferansiyel denklem ile ifade edilebilir.

$$\sigma_{r=r_{iç}} = 0, \quad \frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} - (1 + \nu)\alpha T = 0 \quad (35)$$

$$\sigma_{r=r_{dış}} = \sigma_{kanatçık}, \quad \frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} - \frac{\sigma_{kanatçık}*(1-\nu^2)}{E} - (1 + \nu)\alpha T = 0 \quad (36)$$



Şekil 20: Disk şematik gösterimi [13].

Literatürde (34) denklemini sınır koşulları, (35) ve (36) denklemleriyle birlikte çözmek için birçok yöntem vardır. Bununla birlikte, bu yöntemler yalnızca denklemin katsayılarında tek seferlik bir değişim olan bir süreklilik için uygundur. Pratikte, bir döner disk söz konusu olduğunda, disk kalınlığı yarıçapa göre en az 5 kere değişir. Denklem (34), bütün değişim alanlarında tüm disk bölümlerinin yer değiştirmelerini ve gerilmelerini aynı anda sağlamalıdır.

Denklem (34) ile (36) sonlu farklar formatına dönüştürülmüştür. Denklemler (34) ile (36), yarıçapa göre yer değiştirmenin birinci ve ikinci türevlerini içeren iki terime sahiptir. Şekil 20’de gösterilen şematik disk için yer değiştirmenin birinci türevini yarıçapa göre genişletmek için Taylor serisini kullanarak ve bir yaklaşım olarak sadece iki terim seçerek, birinci türev denklem (37) ile ifade edilebilir.

$$\frac{du}{dr} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta r} + O(\Delta r) \quad (37)$$

Yer değiştirmenin yarıçapa göre ikinci türevi ile denklem (38) elde edilir.

$$\frac{d^2u}{dr^2} = \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{\Delta r^2} + O(\Delta r) \quad (38)$$

Denklemler (37) ve (38)'un (34)'de yazılması, aşağıdaki gibi disklerin iç düğümleri (node) için yer değiştirme alanını temsil eden bir denklemle (denklem (39), (40)) sonuçlanır.

$$T_i = m_T r_i + n_T \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta r_i^2} u_{i-1} - \left[\frac{2}{\Delta r_i^2} + \frac{2m r_i + n}{\Delta r_i (m r_i^2 + n r_i)} + \frac{v m r_i - m v - n}{m r_i^2 + n r_i} \right] u_i \\ + \left[\frac{1}{\Delta r_i^2} + \frac{2m r_i + n}{\Delta r_i (m r_i^2 + n r_i)} \right] u_{r+1} \\ = - \frac{\rho \omega^2 (1 - \nu^2)}{E} r_i + (1 + \nu) \alpha \left[\frac{m (m_T r_i + n_T)}{m r_i + n} + m_T \right] \end{aligned} \quad (40)$$

Sınır koşulları için sonlu fark denklemini türetmek için alınan yaklaşım, denklem (40)'de kullanılanı biraz farklıdır. Yaklaşım aynı olabilse de disk deliği ve kenarında beklenen yüksek gerilme gradyanları nedeniyle, ilk türevler için sonlu fark denklemleri daha yüksek doğruluk sağlamak için değiştirilmiş ve geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda, yer değiştirmenin yarıçapa göre ilk türevleri üç terimde bulunur. Üç

terimli birinci türevli denklemi türetmek için, i noktası hakkındaki Taylor serisi denklem (41), (42) ve (43) şeklinde genişletilebilir [13].

$$u_{i\pm 1} = u_i \pm \left(\frac{du}{dr}\right)_i \Delta r + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2u}{dr^2}\right)_i \Delta r^2 \pm \frac{1}{6} \left(\frac{d^3u}{dr^3}\right)_i \Delta r^3 + O(\Delta r)^4 \quad (41)$$

$$u_{i\pm 2} = u_i \pm \left(\frac{du}{dr}\right)_i 2\Delta r + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2u}{dr^2}\right)_i 4\Delta r^2 \pm \frac{1}{6} \left(\frac{d^3u}{dr^3}\right)_i 8\Delta r^3 + O(\Delta r)^4 \quad (42)$$

Denklem (41)'i 4 ile çarpıp denklem (42)'den çıkarırsak sonuç:

$$\frac{du}{dr} = \pm \frac{-3u_i + 4u_{i\pm 1} - u_{i\pm 2}}{2\Delta r} + O(\Delta r)^2 \quad (43)$$

Denklem (43)'de denklem (35)ve (36)'yi yerine koyarsak diskin delik (bore) ve rim sınırlarında sırasıyla sonlu fark denklemlerini (denklem (44) ve (45)) elde ederiz.

$$\left(-\frac{3}{2\Delta r} + \frac{\nu}{r}\right)u_i + \frac{2}{\Delta r}u_{i+1} - \frac{1}{2\Delta r}u_{i+2} = (1 + \nu)\alpha T_i \quad (44)$$

$$\left(\frac{3}{2\Delta r} - \frac{\nu}{r}\right)u_i + \frac{2}{\Delta r}u_{i-1} + \frac{1}{2\Delta r}u_{i-2} = \frac{1 - \nu^2}{E}\sigma_{kanatçlık} + (1 + \nu)\alpha T_i \quad (45)$$

Denklemler (40), (44) ve (45), kalınlığı ve sıcaklığı disk yarıçapının doğrusal fonksiyonları olan dönen bir disk için tam çözümü sağlar. Dış mekanik yükler “rim”deki gerilmelerle sağlanır ve bu gerilmeler “rim”e etki eden santrifüj kanat yüklerinden hesaplanır. Termal yükler, diskin radyal sıcaklıklarıdır. Şekil 20’deki beş disk bölümünün her birinde kalınlık, yarıçapa göre farklı şekilde değişir. Her bölümdeki sıcaklık dağılımı da yarıçapa göre farklı değişir. Bu nedenle, disk kesitlerini birleştiren sınırlarda uygunluk denklemleri türetilmeli ve sonlu farklar formatına dönüştürülmelidir.

Disk bölümlerini birleştiren sınırlarda, bir bölümün yer değiştirmeleri ve gerilmeleri, bitişik bölümüne eşit olmalıdır. “ j ” ifadesinin diskin bölüm numarasını ifade ettiği gerilme ve yer değiştirme için uygunluk denklemleri aşağıdaki gibidir. “ j ” ve “ $j+1$ ” düğüm noktaları aynı radyal ölçülere sahip değildir. Bağlantı noktalarındaki sınır şartları için denklem (46), (47) ve (48) şeklinde yazılabilir.

$$\sigma_{r_j} = \sigma_{r_{j+1}} \quad (46)$$

$$\sigma_{\theta_j} = \sigma_{\theta_{j+1}} \quad (47)$$

$$u_j = u_{j+1} \quad (48)$$

Radyal ve teğetsel gerilme tanımlarını kullanarak denklem (46) ve (47) yeniden denklem (49) ve (50) tekrar yazılabilir.

$$\left[\frac{u}{r} + v \frac{du}{dr} - (1 + \nu)\alpha T \right]_j = \left[\frac{u}{r} + v \frac{du}{dr} - (1 + \nu)\alpha T \right]_{j+1} \quad (49)$$

$$\left[\frac{du}{dr} + v \frac{u}{r} - (1 + \nu)\alpha T \right]_j = \left[\frac{du}{dr} + v \frac{u}{r} - (1 + \nu)\alpha T \right]_{j+1} \quad (50)$$

Denklem (48), denklem (49) ve (50)'de yerine koyulduğunda yer değiştirme meyli için uygunluk denklemi (51) ortaya çıkar.

$$\left(\frac{du}{dr} \right)_j = \left(\frac{du}{dr} \right)_{j+1} \quad (51)$$

Bu nedenle, diskin bölümleri arasındaki sınırlarda (49)ve (50)denklemlerinin gereksinimleri karşılanırsa, gerilmeler ve diğer önemli elastisite değişkenleri için gereksinimler de karşılanacaktır. Denklemi (43) yi (51) de yerine koymak, diskin bitişik bölümleri arasındaki sınırlar için sonlu fark denklemleriyle (52) ve (53) ile sonuçlanır.

$$u_i = u_{i+1} \quad (52)$$

$$\frac{3u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{2\Delta r_j} = \frac{-3u_{i+1} + 4u_{i+2} - u_{i+3}}{2\Delta r_{j+1}} \quad (53)$$

Dönen disklerin tasarımında kullanılan önemli gerilme değeri, ortalama teğetsel gerilmedir. Bu gerilme, gerekli gereksinimleri karşılamalıdır. Ortalama teğetsel gerilme, dönen diskin aktığı, radyal sertliği ve termal olarak indüklenen yükleri azalttığı durum için hesaplanır. Bu gerilmeyi tahmin etmenin bir yöntemi, net teğet kuvveti belirlemek (mekanik ve gövde kuvvetlerinden kaynaklanan teğet gerilmeleri ilgili alanlarıyla çarparak) ve bu kuvveti disk kesit alanına bölmektir. Böyle bir gerilmeyi tahmin etmenin başka bir yöntemi, basitçe tüm dönen diskin ve kanatların net santrifüj yüklerini disk kesit alanına bölmektir.

4.3 Toplam ve Fark Metodu Uygulaması

Denklem (56), ikinci dereceden bir lineer homojen olmayan diferansiyel denklemdir ve bu nedenle çözümünü, homojen bir çözüm terimi ve belirli bir çözüm teriminden oluşur. Bu çözümü (54) ve (55) denklemlerinde yerine koyarak, denklem (57) ve denklem (58) denklemleri üretilir. A ve B sabitleri, disk sınır koşullarına göre seçilebilen entegrasyon sabitleridir [23].

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\nu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right] \quad (54)$$

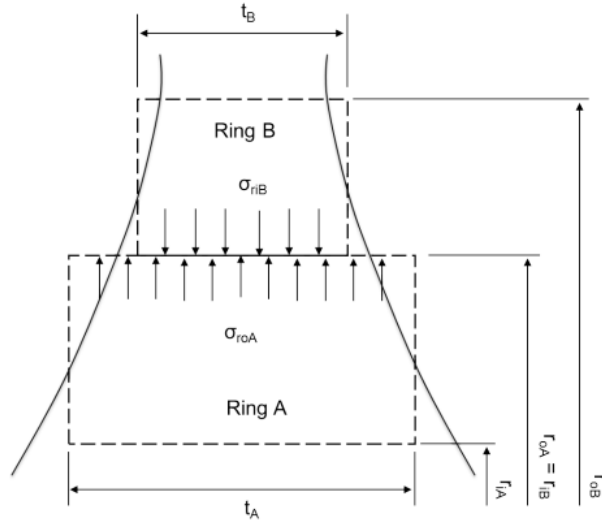
$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right] \quad (55)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} + \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r = 0 \quad (56)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[A(1+\nu) + (1-\nu) \frac{B}{r^2} - \frac{(1+3\nu)(1-\nu^2)(\rho \omega^2 r^2)}{8E} \right] \quad (57)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[A(1+\nu) - (1-\nu) \frac{B}{r^2} - \frac{(3+\nu)(1-\nu^2)(\rho \omega^2 r^2)}{8E} \right] \quad (58)$$

Küçük halka şeklindeki disk parçası analizinden elde edilen iki denklem (57) ve denklem (58) her bir disk tipi için varsayılan halka bölümlerinin her birine uygulanabilir. Bununla birlikte, sürekliliği sağlamak, A ve B sabitlerini ortadan kaldırmak için bölümler arasındaki bağlantılar dikkate alınmalıdır. İki bitişik bölüme odaklanarak (Şekil 21), mevcut denklemlerin ve sınır koşullarının bir toplam ve fark yoluyla kombinasyonu (59) ile (64) denklemlerini verir. Bunlar, iç yarıçaptaki gerilmeler bilindiğinde merkezkaç ve termal yükler nedeniyle her bir bölümün dış yarıçapındaki radyal ve teğetsel gerilmeleri sağlar.



Şekil 21: Disk ring elementleri [23].

$$\sigma_{\theta oA} = S_{oA} + D_{oA} \quad (59)$$

$$\sigma_{r oA} = S_{oA} - D_{oA} \quad (60)$$

$$S_{oA} = S_{iA} - \frac{1+\nu}{2} \rho \omega^2 (r_{oA}^2 - r_{iA}^2) \quad (61)$$

$$D_{oA} = D_{iA} \left(\frac{r_{iA}^2}{r_{oA}^2} \right) - \frac{(1-\nu)\rho\omega^2}{4} \left(\frac{r_{iA}^4}{r_{oA}^2} - r_{oA}^2 \right) \quad (62)$$

$$\delta\sigma_r = \sigma_{r oA} \left(\frac{h_A}{h_B} - 1 \right) \quad (63)$$

$$\delta\sigma_\theta = (\sigma_{r oA} - \nu\sigma_{r oA}) \left(\frac{E_B}{E_A} - 1 \right) + E_B (\alpha_A T_A - \alpha_B T_B) + \nu\delta\sigma_r \quad (64)$$

Bir halka kesitinin dış yarıçap gerilmeleri ile bir sonrakinin iç yarıçap gerilmeleri arasındaki bağlantı, (65) ve (66) denklemleriyle elde edilir.

$$\sigma_{riB} = \sigma_{r oA} + \delta\sigma_r \quad (65)$$

$$\sigma_{\theta iB} = \sigma_{\theta oA} + \delta\sigma_\theta \quad (66)$$

Tüm diske bakmak için bölümlerden uzaklaşıldığında, hesaplama sürecini başlatmak için gerekli olan en içteki disk bölümünün iç yarıçapındaki gerilme değerleri sorusu ortaya çıkar. Radyal gerilme ile ilgili olarak, diskin iç çapında merkezkaç yükleri olmadığı için sifıra eşit olduğu varsayılabilir. Ancak teğetsel gerilme bilinmemekle

birlikte, hesaplanan dış disk çapı radyal gerilmenin o konumda disk tarafından alınan kanat merkezkaç gerilmesine uyması için bir deneme yanılma yöntemiyle seçilebilir. Kanat merkezkaç kuvveti sebebiyle oluşan gerilme denklem (67) ile verilmiştir. Bu işlemin tüm kesitler için gerilmelerin birden çok kez hesaplanmasını gerektirdiği göz önüne alındığında, hesaplama hızını artırmak için Newton-Raphson sayısal yöntemi kullanılabilir. Bu çalışmada deneme yanılma yöntemi izlenecektir.

$$\sigma_{rim} = \frac{Nr_{bl}m_{bl}r_{bl,cog}\omega^2}{\pi D_h c_{ax}} \quad (67)$$

Hesaplanan teğetsel ve radyal gerilmeler daha sonra diskin kabul edilebilir gerilme limitleri içinde olup olmadığını yanıtlamak için hata (failure) kriterlerinde kullanılır. Benzer çalışmalarda yaygın olarak kullanılan ve burada da benimsenecek iki kriter akma ve infilak kriterleridir. İlki, Von Mises eşdeğer gerilmesini bir güvenlik faktörü (Sf) dahil olmak üzere malzeme akma dayanımıyla karşılaştıran klasik bir mekanik dayanım kriteridir (denkem (68)) [23].

$$\frac{\sigma_y}{Sf \cdot \sigma_e} - 1 > 0 \quad (68)$$

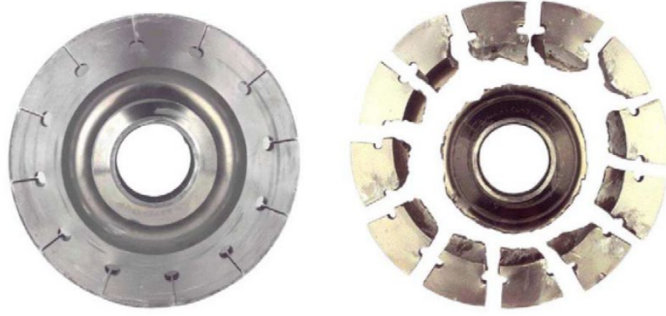
Efektif gerilme belirlenirken Von Mises kriteri denklem (69)'da ifade edildiği şekliyle baz alınacaktır.

$$\sqrt{\sigma_\theta^2 + \sigma_\theta \sigma_r + \sigma_r^2} = \sigma_e \quad (69)$$

4.4 Disk İnfilak Hızı

Türbin diskleri kendi ağırlıklarını ve kanat ağırlıklarını yüksek hızda ve sıcaklık ortamında taşıdığından motor parçaları içerisinde en fazla gerilmeye maruz kalan parçalardan biridir. Yüksek mukavemet/ağırlık oranı gerekliliği nedeniyle, karmaşık gerilmenin malzeme özellikleri üzerindeki etkisi önemlidir. Bu nedenle, türbin diskleri için malzeme seçerken basit gerilmeye elde edilenler gibi geleneksel test verilerine tam olarak güvenilemez. Santrifüj yükleme altındaki malzeme davranışına ilişkin sınırlı bilgi ve iş görmezlik/parçalanma (failure) ciddi sonuçları göz önüne alındığında, tüm yeni disk şekli ve malzeme kombinasyonları hizmete sunulmadan önce en titiz değerlendirmeye tabi tutulmalıdır.

Sürünme ve yorulma, bir türbin diskinin ömrünü etkileyen başlıca faktörler olsa da güvenli bir maksimum çalışma hızı oluşturmada önemli bir ilk adım, kısa vadeli infilak dayanımının kesin olarak tahmin edilmesidir [36]. Şekil 22 ve Şekil 23'te infilak örnekleri gösterilmiştir.



Şekil 22: Disk infilakı [28].



Şekil 23: Disk İnfilakı Örneği [29].

Literatürde disk infilakı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan bazıları malzeme özellikleri üzerine bir ifade iken bazıları malzeme testlerine dayalı spesifik bilgiler gerektirmektedir. Bu çalışmalardan bazıları aşağıda detaylandırılmıştır:

4.4.1 Alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriteri

Robinson kriterleri olarak da adlandırılan alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriteri (Area weighted mean hoop stress criteria) denklem (70) ile tanımlanır [27].

$$\omega_{inf} = \omega \sqrt{\frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_{\theta_{ort}}}} \quad (70)$$

Bu metoda göre, ortalama teğetsel gerilme, malzemenin nihai çekme dayanımına eşit olduğunda veya aştığında infilak meydana gelir. σ_{UTS} , malzemenin nihai çekme dayanımını ve $\sigma_{\theta_{ort}}$ ortalama teğetsel gerilimini ifade eder.

Ulusal Havacılık ve Uzay Dairesi (NASA), birkaç deneysel infilak testi gerçekleştirerek alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriterini geliştirmiştir (denklem (71)). Testler sonucunda infilak faktörü F_b belirlenmiştir:

$$\omega_{NASA_{inf}} = \omega \sqrt{\frac{F_b \sigma_{UTS}}{\sigma_{\theta_{ort}}}} \quad (71)$$

4.4.2 Hallinan kriteri

Hallinan infilak kriteri, ampirik olarak türetilen ve malzemeye bağlı olan süneklik faktörü “S” ortaya koyarak Robinson kriterlerini daha da geliştirmiştir. Hallinan infilak kriteri denklem (72) ile tanımlanır [27]:

$$\omega_{Hallinan_{inf}} = \omega \left(s \sqrt{\frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_{\theta_{ort}}}} + (s - 1) \sqrt{\frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_{\theta_{ort}}}} \right) \quad (72)$$

Hallinan kriterleri mantığı malzemenin sünekliğini dikkate alır. Yaklaşımına göre, sünek metaller deforme olur ve diskteki yüksek gerilmeleri yeniden dağıtır. Süneklik faktörü “s” denklem (73) ile tanımlanır, ÇDO (denklem (74)), çentikli dayanım oranını ifade eder:

$$s = \frac{1}{\text{ÇDO}} \quad (73)$$

$$\text{ÇDO} = \frac{\text{Çentikli numune dayanımı}}{\text{Pürüzsüz numune nihai çekme dayanımı}} \quad (74)$$

4.4.3 Radyal gerilme kriteri

Radyal gerilme kriterleri, diskin “r” yarıçapındaki belirli bir enine kesit için ortalama radyal gerilmeyi dikkate alır ve en düşük infilak marjını elde etmek için denklem (75) ile tanımlanan maksimum ortalama radyal gerilmeyi kullanır [27].

$$\omega_{rad_{inf}} = \omega \sqrt{\frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_r(r)}} \quad (75)$$

4.4.4 Enine kesit boyunca kritik birim şekil değiştirme kriteri

Bu kriter, diskin keyfi bir enine kesitinde kritik plastik birim şekil değişimine ulaşıldığında infilakın meydana geleceğini öne sürer. Kritik birim şekil değiştirme ε_k^p olarak ifade edilirse, denklem (76) şeklini alır [27]:

$$\varepsilon_k^p = \ln(1 + \varepsilon(\sigma_{UTS})) - \frac{\sigma_{UTS}(1 + \varepsilon(\sigma_{UTS}))}{E} \quad (76)$$

Burada $\varepsilon(\sigma_{UTS})$, nihai mühendislik çekme gerilimindeki mühendislik gerinimini gösterir (σ_{UTS}). Bu nedenle kriterler şu şekilde tanımlanır, burada ε_e^p , eleman yönündeki plastik birim şekil değiştirmeyi ifade eder. Böylece denklem (77) yazılabilir.

$$\varepsilon_e^p = \varepsilon_k^p \quad (77)$$

Bu çalışmada tasarım çalışması yapılan disk için infilak isterleri belirlenecek ve bu isterler üzerinden kontrol yapılacaktır. Literatürdeki infilak kriterleri genel olarak çok fazla özel malzeme datasına veya plastik analize ihtiyaç duymaktadır. Bu sebeple, kontrol yapılırken alan ağırlıklı ortalama teğetsel gerilme kriterleri baz alınacaktır. Tasarım sıfır noktasına odaklanan bu çalışmada, disk infilakını parça kesiti üzerindeki ortalama teğetsel gerilmenin malzemenin çekme dayanımına (UTS) eşit olduğu hız ile tanımlayan Robinson kriteri kullanılacaktır [26].

4.5 Optimizasyon Yöntemleri

Bir optimizasyon problemi, çoğu zaman belirli bir durumda mevcut olan bir dizi seçeneği temsil eden, bazı kümelere göre bazı işlevleri en üst düzeye çıkarma veya en

aza indirme veya işlevsel olarak hangisinin "en iyi" olabileceğini belirlemek için farklı seçeneklerin karşılaştırılmasına olanak tanır.

En iyi tasarımı belirleme sürecine mühendislik optimizasyonu denir. Bu çalışmada maksimum dayanım minimum ağırlık bir optimizasyon hedefidir. Genellikle mühendislik optimizasyonu dolaylı olarak yapılır. Mühendis kendi muhakemesini, bilgisini ve deneyimi kullanarak ikincil gözlerin deneyimi ile, diğer disiplin görüşlerini de göz önüne alarak en uygun tasarıma ulaşmaya çalışır. Tasarım, tek bir çıktı değildir, bir süreçtir ve zamanla olgunlaşır. Fakat birden fazla değerlendirmenin eş zamanlı yapılması gereken durumlarda çalışmanın amacı olan ön tasarım sürecini zaman olarak minimumda tutabilmek adına optimizasyon yaklaşımlarından faydalanılabilir.

Literatürde değişke kalınlıklı ve sıcaklık gradyanına maruz bırakılmış dönen diskler için kullanıldığı görülen optimizasyon yöntemlerinden bazıları aşağıda sıralanmıştır:

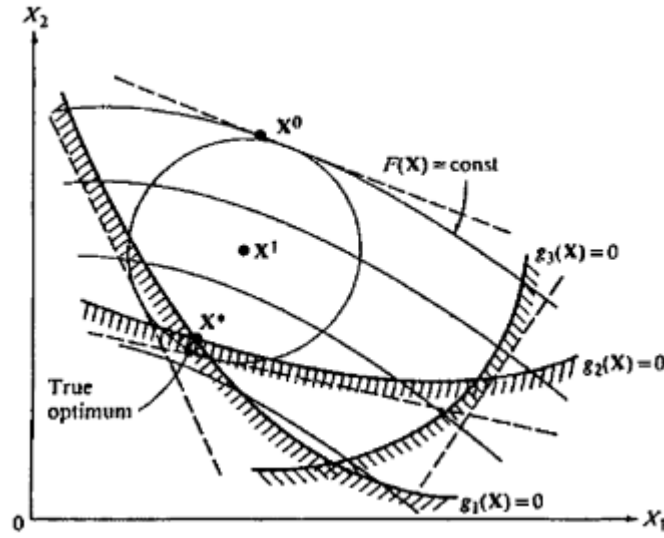
- Yazılı hiperküreler optimizasyonu (scripted hyperspheres optimization)
- Seçkinleri koruyan genetik algoritma (genetic algorithm retains elite)
- Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Teknikleri (Sequence of Unconstrained Minimization Technique)

4.5.1 Yazılı hiperküreler optimizasyonu

Yazılı hiperküreler yöntemi olarak bilinen yöntem, sayısal optimizasyon tekniklerinde merkez noktaları yöntemi olarak bilinen genel yöntem sınıfının bir versiyonudur. Hem amaç fonksiyonu hem de doğrusal olmayan kısıtlamalar ile eşitsizlik kısıtlamalarını içeren genel optimizasyon problemleri sınıfına uygulanabilir. Bu yöntemdeki genel fikir, kullanılabilir-uygulanabilir tasarım uzayının kapalı konveks uzay olarak yaklaşık tanımlanmasına dayanmaktadır (Şekil 24).

Başlangıç veya mevcut tasarım noktasından, tanımlanan alanın merkezine hareket edilir. Bu durumda, alanın içinde kaydedilebilen en büyük hiperkürenin merkez konumu, aşama başına temel optimizasyon adımını oluşturur. Daha sonra kullanılabilir-uygulanabilir tasarım alanı, mevcut tasarımda iyileştirme gösteren noktaları içerecek şekilde değiştirilir. Böylece her aşamada tasarım alanının kalan kısmının optimum noktayı içermesi garanti edilir. Aşamalar ilerledikçe elde edilen sıralı noktalar, yukarıda açıklanan küçülen boşlukların merkezlerini temsil eder. Sonuçta, merkez noktasını tanımlayan yazılı hiperkürenin yarıçapı nispeten düşük bir

değere, yani problem toleranslarının altına düştüğünde, işlem durdurulur ve kürenin son merkezi optimum nokta olarak ilan edilir [16].



Şekil 24: Yazılı hiperküreler metodu optimizasyonu [16].

4.5.2 Seçkinleri koruyan genetik algoritma

Optimizasyona yönelik genetik algoritma (GA) yaklaşımı, en uygun olanın hayatta kalması kavramına dayanır GA, evrim süreçlerini taklit eder ve bu nedenle evrimsel bir algoritmadır. Böyle bir süreçte en güçlü unsurlar güçlenirken en zayıf unsurlar elenir. GA metodolojisini kullanarak bir optimizasyon probleminin çözümü, optimize edilen parametreleri temsil eden kromozomlar olarak bilinen tamsayı dizilerini kullanarak çözüm uzayının stokastik bir aramasını içerir. Bu kromozomlardaki her tam sayı bir gen olarak bilinir ve bu modelleme uygulamaları için her genin 0 ile 9 arasında bir ondalık değeri vardır. Bunun, genlerin ikili nicelikler olduğu geleneksel GA yaklaşımı olmadığına dikkat edilmelidir. Bu tür bir uygulama için ondalık gösterimin avantajı, daha küçük kromozomlarda daha geniş olası değerler aralığına izin vermesi ve hem model hem de tasarım optimizasyonu için özellikle uygun olmasıdır.

Çoğalma prosedürü, bir sonraki popülasyon için en iyi kromozomların (örneğin yüzde 20) tutulmasını içerir. Diğer kromozomlar, çaprazlama ve mutasyon süreçleriyle oluşan yeni kromozomlarla değiştirilir. Bu yeniden üretim süreci, 'sıra tabanlı seçim' olarak adlandırılır ve yalnızca elit kromozomların bir sonraki iterasyona ilerlemesine izin verir. Bu nedenle bu yöntem elit bir genetik algoritmadır [30].

4.5.3 Sıralı kısıtsız minimizasyon teknikleri

Bağımsız değişken üzerindeki kısıtlamalara maruz kalan gerçek değerli bir işlevi en aza indirmek, çözümleri zor bir problem olabilir. Çözüm için yinelemeli algoritmalar gerekebilir. Ardışık kısıtlamasız minimizasyon teknikleri, tek kısıtlı optimizasyon problemini, her birinin çözümleri orijinal problemde daha kolay olan sonsuz bir kısıtlamasız minimizasyon problemleri dizisiyle değiştirir. En iyi durumda, dizi orijinal kısıtlı minimizasyon probleminin çözümlüne yakınsayacak veya bunda başarısız olursa, fonksiyon değerleri kısıtlı minimuma yakınsayacaktır. Kısıtlama olmadığında bile, gerçek değerli bir işlevi en aza indirme sorunu yineleme gerektirebilir; sıralı kısıtlamasız minimizasyon tekniklerinin biçimliliği, yakınsama gösteriminin yanı sıra bu tür yinelemeli algoritmaların türetilmesinde yararlı olabilir [31].

Bu çalışmanın son aşamasında yapılan optimizasyon için sıralı kısıtsız minimizasyon tekniklerinden Bariyer Fonksiyonu Metodu kullanılmıştır. Çalışmanın optimizasyon kısmında detaylı olarak açıklanmıştır.

5. DİSK ÖN TASARIM İTERASYON VE OPTİMİZASYONU

Tasarım optimizasyonu, tasarımcı tarafından belirlenen amaç ve ceza fonksiyonlarına göre geometrinin değişimini yönlendirmekte, hedeflenen amaç değerine ulaşıldığında koşullarını durdurarak istenen özelliklere sahip optimum tasarımın elde edilmesini sağlamaktadır.

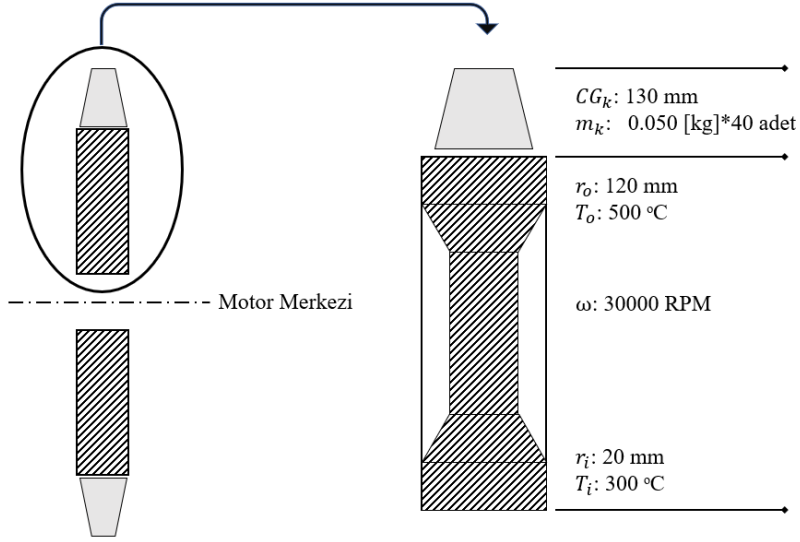
Bu optimizasyon sürecinde diskin ağırlığı problem olarak ele alınacaktır. Şekil 25'te gösterilen kısıtlar çerçevesince infilak etmeyecek ve teori bölümünde tanımlanan tasarım kısıtlarına sağlayacak şekilde minimum ağırlık amacı ile tasarlanacak ve optimize edilecektir.

Disk ön tasarımında ilk sınır şartları ve diskin karşılaması gereken görevler belirlendikten sonra gerilme ve infilak bazlı bir tasarım optimizasyonu yapılır. Bu optimizasyonda diskin tasarım alanı belirlenir. Tasarım alanı boyutlandırma sınırlarıdır. Minimum ağırlıkta tasarlanmak istenen diskin dayanım optimizasyonu yapılır.

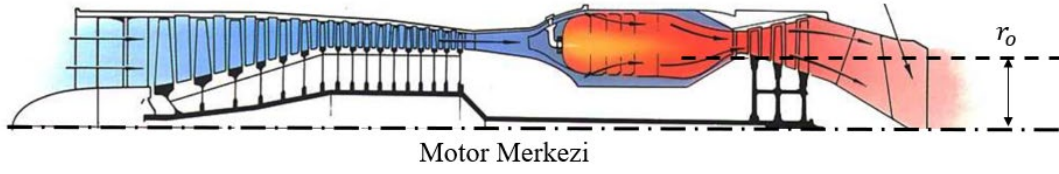
5.1 Tasarım Kısıtları

Giriş bölümünde de bahsedildiği üzere gaz türbinli motorda çalışması beklenen türbin diskinin tasarım sıfır noktasında ön tasarım çalışması gerçekleştirilecek, tasarım alanı belirlenecek minimum ağırlık bazlı son ön tasarım çıktısı oluşuncaya kadar disk boyutlandırılacaktır. Disk bölüm boyutlarının disk davranışına etkileri gözlemlenecektir. Hesaplama yöntemleri el hesabı ve sonlu elemanlar analizi kontrolü ile uygulanacaktır. Tasarım sürecine başlarken sıfır noktası olarak ele alınan koşullar Şekil 25'te gösterilmiştir.

Motor tasarımında ilk tasarım akış yolunun belirlenmesi ile başlamaktadır. Akış yolu (Şekil 26) içini ve dışını ören yapısal parçalar tasarımları ile örülmektedir. Bu çalışmada tasarımı yapılacak diskin tasarım sıfır noktası olarak diskin kanatçıkları taşıdığı dış çapı ve iç delik çapı sabit kabul edilecektir. Keyfi bir kanat ağırlığı belirlenmiştir. Disk infilak sınırı olarak minimum %115 çalışma hızı kabul edilecektir ve kıyaslamalarda kullanılacaktır.



Şekil 25: Türbin diski boyutsal kısıtları ve koşulları.

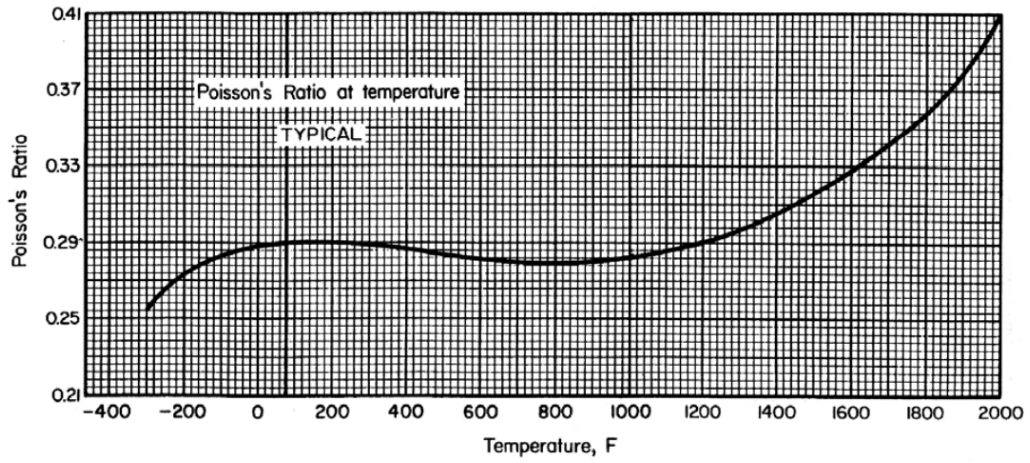


Şekil 26: Motor akış yolu örnek gösterimi.

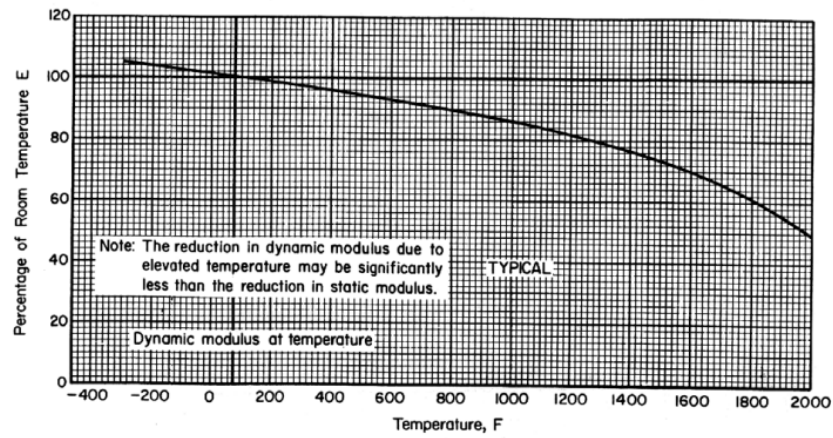
Disk malzemesi için literatürde sıklıkla tercih edilen Süper Alaşım 718 Dövme malzeme seçilmiştir. Dövme formunda malzeme spesifikasyonu olan, 5663 kullanılmıştır. Nikel alaşımli olan malzeme yüksek metal sıcaklığı ve çekme dayanımına sahiptir. MMPDS malzeme veri tabanından alınan bilgilere göre malzeme özellikleri Çizelge 2 ile gösterilmiştir. Şekil 27, Şekil 28 ve Şekil 29'da malzeme özelliklerinin sıcaklıkla değişim grafikleri gösterilmiştir.

Çizelge 2: Oda sıcaklığında Inconel 718 malzeme özellikleri [32].

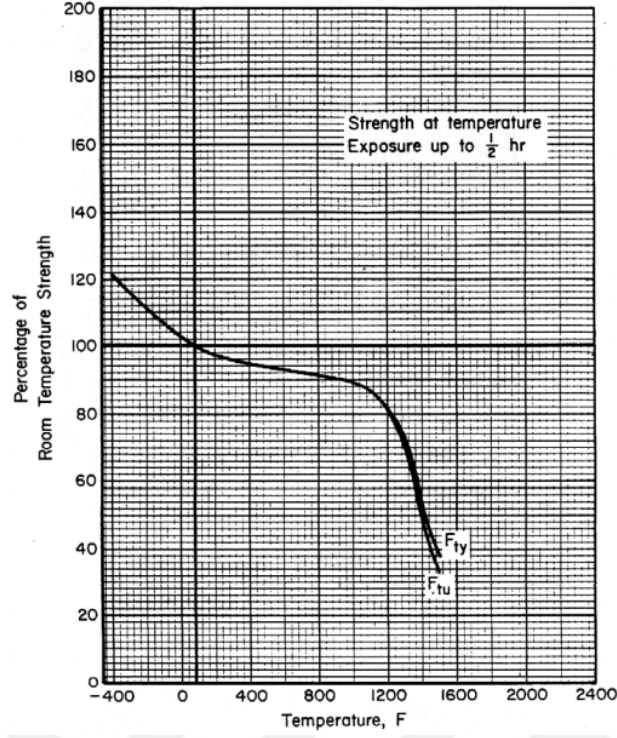
Yoğunluk, ρ	8.215 [g/cm ³]
Termal İletkenlik	0.027 cal/cm/cm ² /sec/°C
Ortalama Termal Genleşme Katsayısı	13.1 μ m/cm/ °C
Elastisite Modülü	202.7 GPa
Nihai Çekme Dayanımı (UTS)	1275.5 MPa
%0,2 Akma Dayanımı	1034.2 MPa



Şekil 27: Alaşım 718 sıcaklığa bağlı Poisson Oranı değişimi [32].

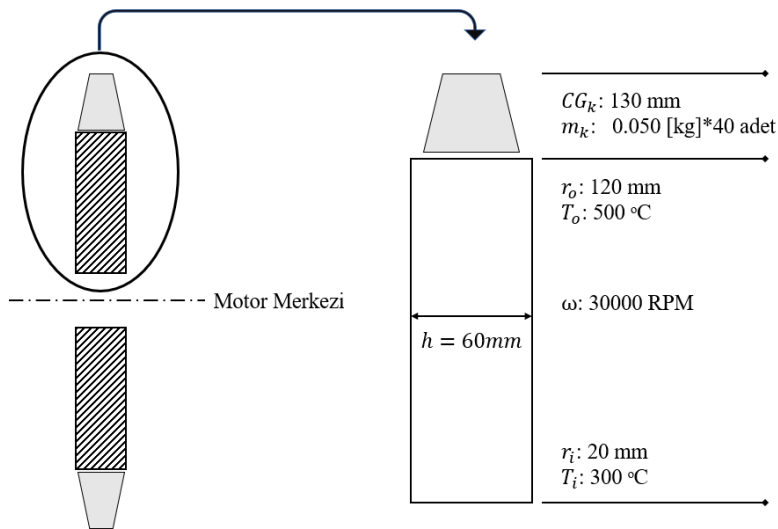


Şekil 28: Inconel 718 Young Modülü sıcaklıkla yüzdesel değişim grafiği [32].



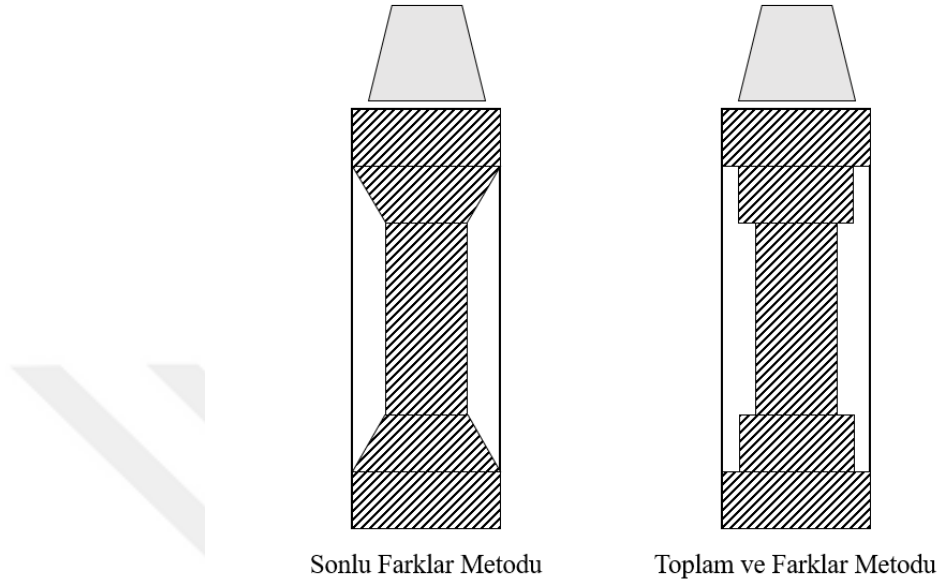
Şekil 29: Inconel 718 nihai çekme dayanımı sıcaklık ile yüzdesel değişimi [32].

Tasarım sıfır noktasında Şekil 30’da gösterilen, değişmeyen kalınlığa sahip bir disk seçilmiştir. Bu seçim yapılırken literatürde benzer bir çalışma için kullanılan disk geometrisi örnek alınmıştır [16].



Şekil 30: Başlangıç geometrisi gösterimi.

Toplam ve farklar yöntemi diski sabit kalınlıklı ringler haline getirerek değerlendirme yapar. Sonlu Farklar Yöntemi ise diskin kalınlık değişimini radyusa bağlı basitleştirilmiş bir formül olarak değerlendirir. Teoriler arasındaki geometrik yaklaşım farkları Şekil 31’de gösterilmiştir.



Şekil 31: Metotların geometrik yaklaşımları.

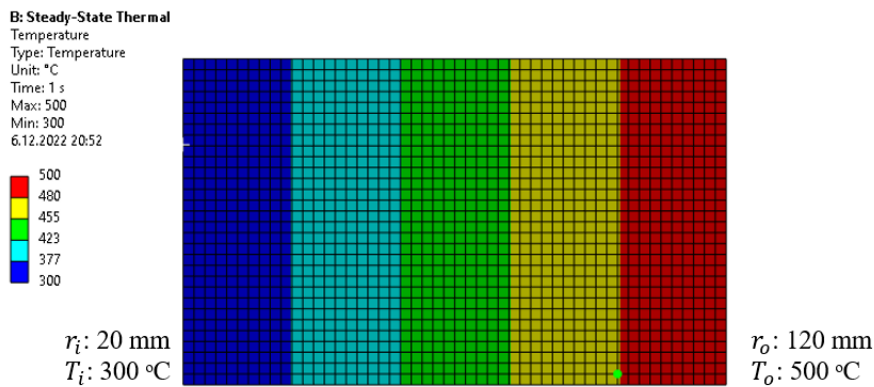
Optimizasyonun ilk adımında bir disk geometrisinin giriş kısmında belirtilen bölümleri delik (bore), diyafram (web) ve jant (rim) bölgeleri boyutlarının parça gerilmelerine ve infilaka olan etkileri göz önüne alınacaktır. Sonlu elemanlar analizi malzeme kartı oluşturulurken Çizelge 3’de gösterilen veriler kullanılmıştır. Şekil 27, Şekil 28, Şekil 29’da gösterilen sıcaklık ile malzeme özelliklerinin değişimi hesaplara dahil edilmiştir [32].

Çizelge 3: Ansys Workbench malzeme kartı girdileri.

T[°C]	E[MPa]	UTS[MPa]	ν	σ akma[MPa]
25	2,027E+11	1275,50	0,28	1034,20
300	1,905E+11	1186,22	0,28	961,81
340	1,877E+11	1178,56	0,28	955,60
380	1,849E+11	1170,91	0,28	949,39
420	1,820E+11	1163,26	0,28	943,19
460	1,792E+11	1155,60	0,28	936,99
500	1,764E+11	1147,95	0,28	930,78

Analiz yapılırken kuadratik eleman kullanılmıştır ağ yapısı (mesh) kurgusu için 2,5mm boyutta elemanlar tercih edilmiştir.

Tasarım sıfır noktasında verilen iç çap ve dış çap sıcaklık bilgilerinin parça içindeki dağılımını kabaca anlamak adına Ansys Workbench programı üzerinden denge durumu (steady state) termal analiz yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 32 ile gösterilmiştir. Daha sonra bu termal dağılım 5 sektöre bölünmüş olan disk kurgusunda el hesaplarında kullanılacak iç ve dış T_i , T_o sıcaklıklar için kullanılmıştır.



Şekil 32: Tasarım sıfır noktası disk sıcaklık dağılımı.

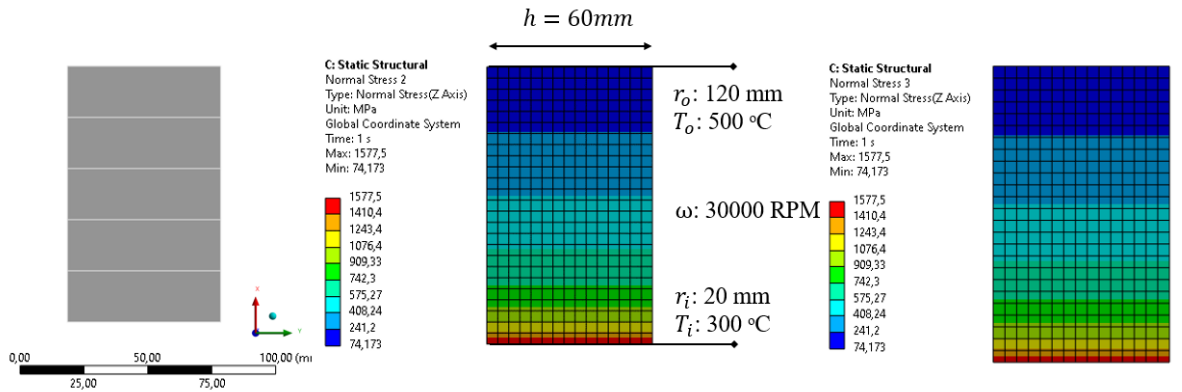
5.2 İterasyon Safhası

5.2.1 Diyafram (web) etkisi

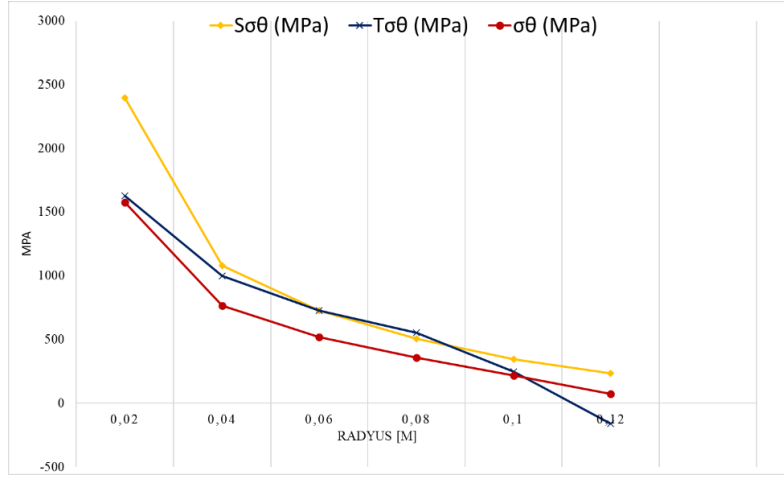
Burada grafik gösterimlerinde kullanılan $T\sigma_\theta$ ve $T\sigma_r$ sırasıyla toplam ve fark metodundan bulunan teğetsel ve radyal gerilmeleri ifade etmektedir. $S\sigma_\theta$ ve $S\sigma_r$ ise sonlu farklar metodu ile bulunan teğetsel ve radyal gerilmeleri ifade etmektedir. σ_θ ve σ_r ise Ansys Workbench ile yapılan sonlu elemanlar analizi sonuçlarını ifade etmektedir. Buradan itibaren bütün iterasyonlar versiyon anlamına gelen “V” indisi ile ifade edilecektir. V.0 başlangıç noktasını ifade etmektedir.

5.2.1.1 V.0 iterasyon

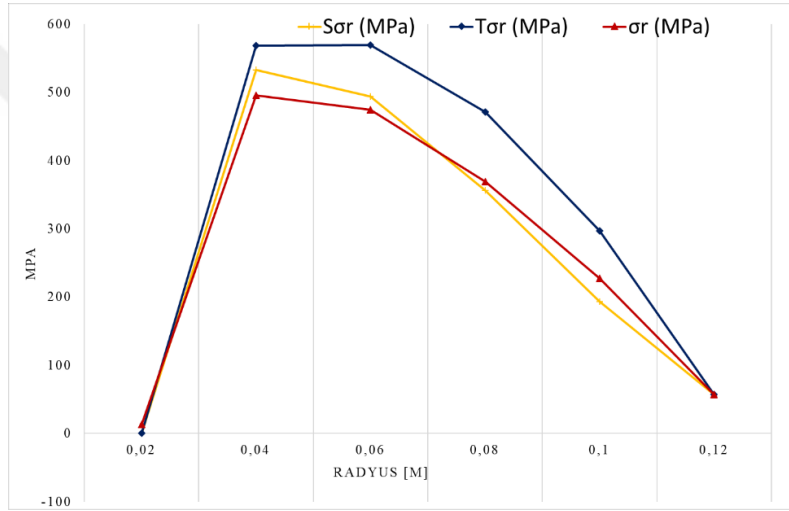
V.0 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 33 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 34 ve Şekil 35'te gösterilmiştir. Şekil 36 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır.



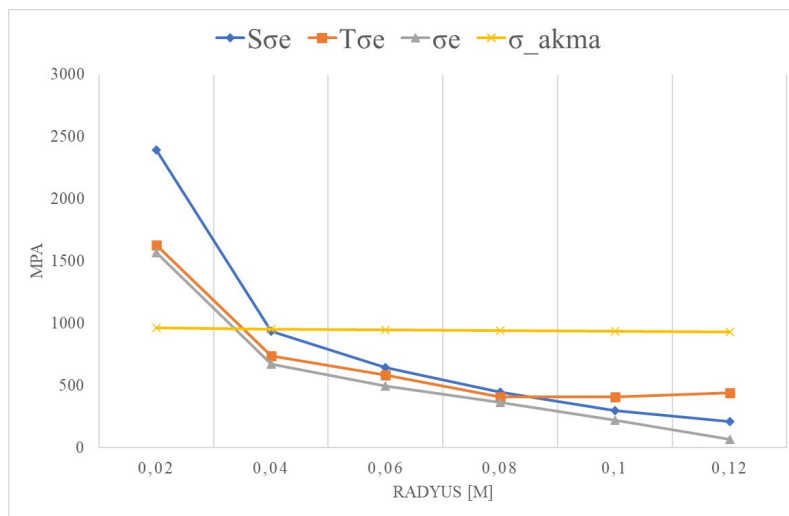
Şekil 33: V.0 iterasyon boyut bilgileri ve kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 34: V.0 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 35: V.0 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.



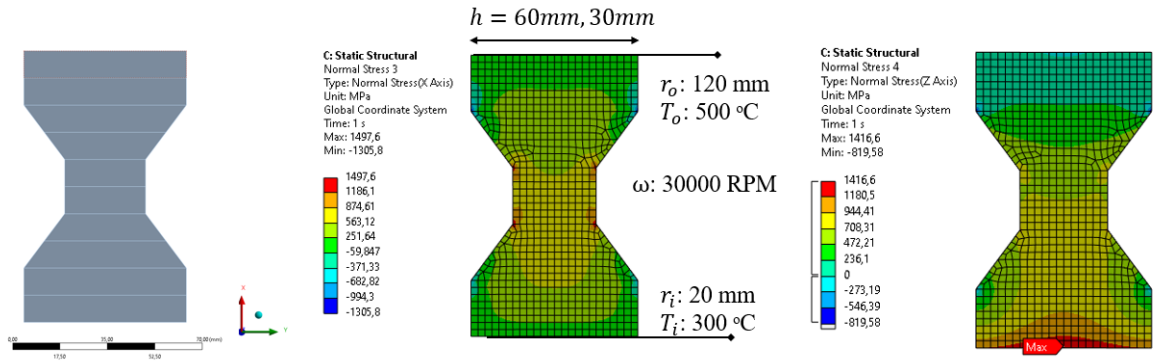
Şekil 36: V.0 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

5.2.1.2 V.1 iterasyon:

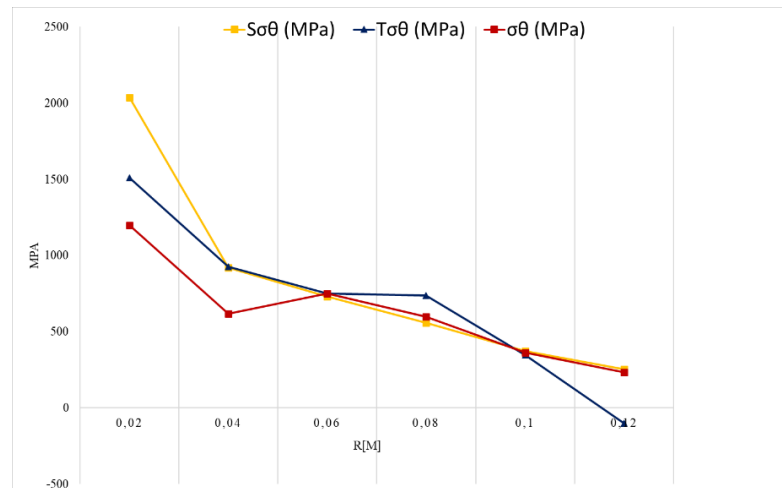
Bir sonraki versiyona geçilirken radyal gerilmelerde görünen fırsat sebebi ile ve teğetsel gerilmelere sebep olan ağırlıkların azaltılması amacı ile, 5 sektöre ayrılmış diskin en orta sektöründe bir diyafram yapısı oluşturulmasına odaklanılmıştır. Ortadaki sektör 30 mm inceltirilerek V.1 iterasyon kurgulanmıştır.

V.1 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 37 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 38 ve Şekil 35'te gösterilmiştir.

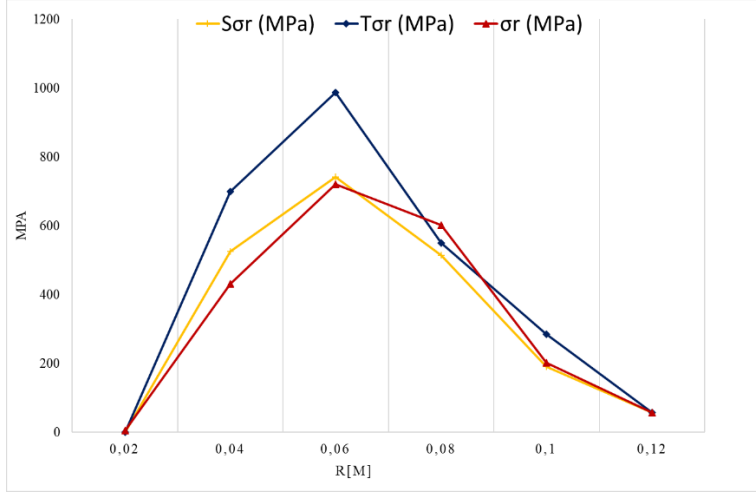
Şekil 40 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır.



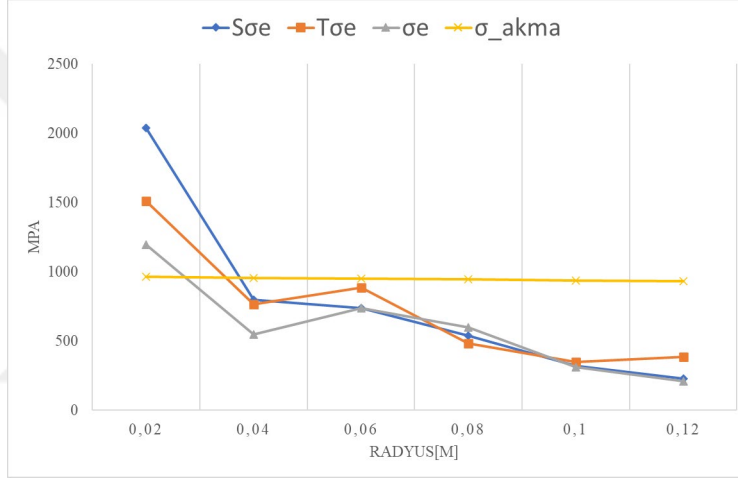
Şekil 37: V.1 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 38: V.1 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 39: V.1 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.



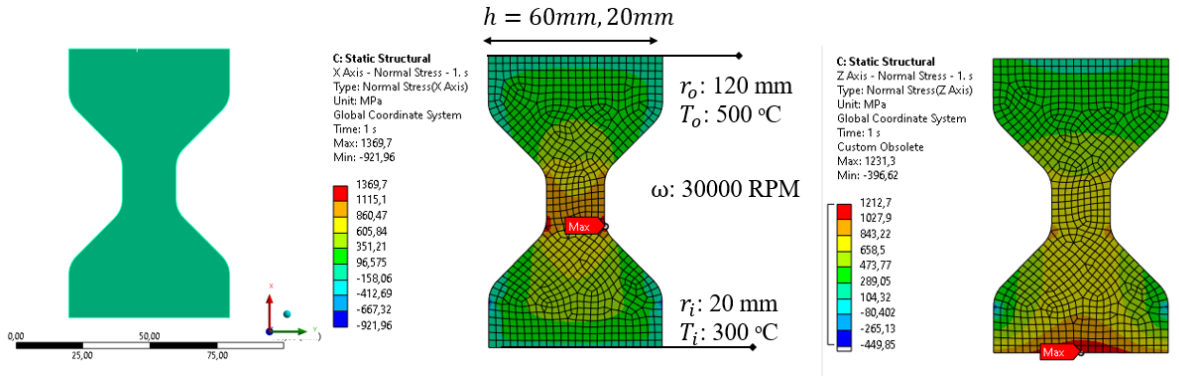
Şekil 40: V.1 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

5.2.1.3 V.2 iterasyon:

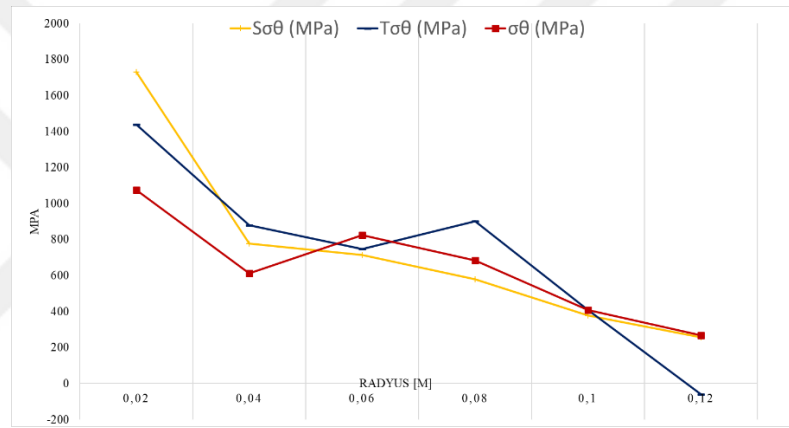
V.2 iterasyona geçerken Toplam ve Farklar yönteminin gösterdiği yüksek gerilmeler göz önüne alınmış fakat Sonlu Farklar Yönteminde görülen kıyasla düşük radyal gerilmeler ve analiz çıktıları da düşünülerek diyafram bölgesinde ağırlık azaltılmaya devam edilmiştir. Diyafram sektörü bölgesinde 10 mm inceltmeye gidilmiştir.

V.2 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 41 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 42 ve Şekil 43'te gösterilmiştir.

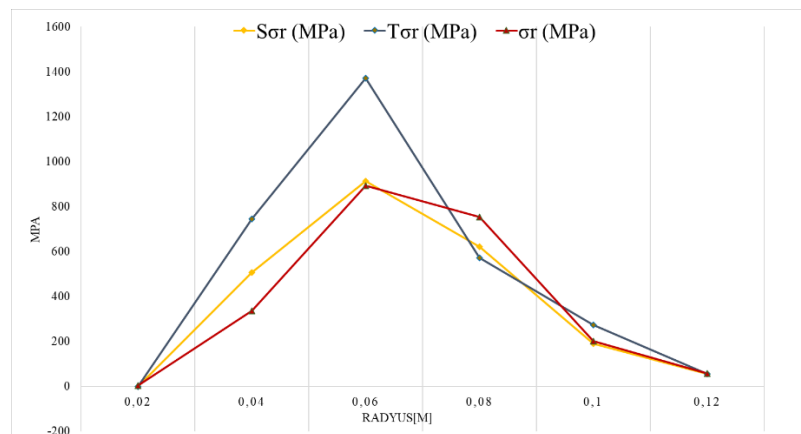
Şekil 44 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır.



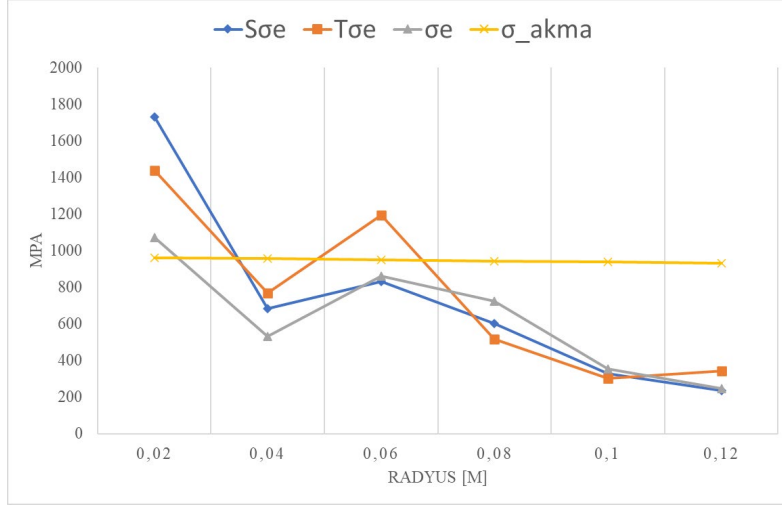
Şekil 41: V.2 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 42: V.2 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 43: V.2 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.



Şekil 44: V.2 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

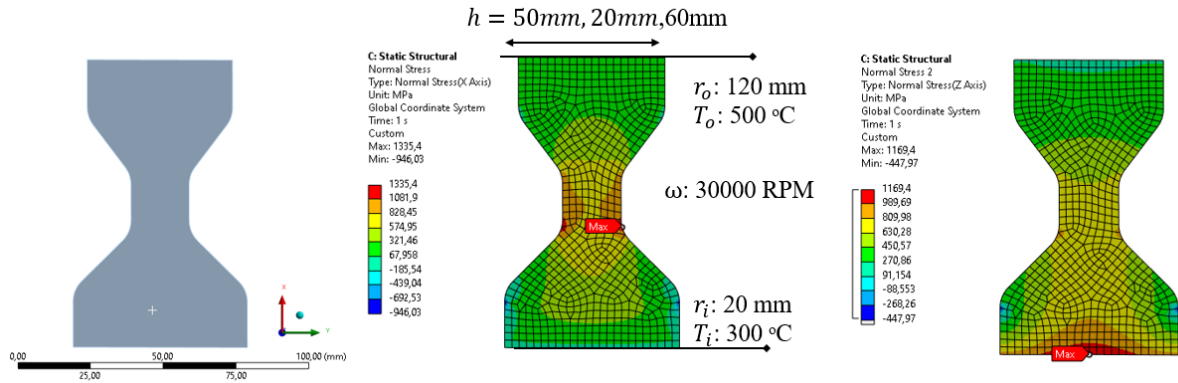
5.2.2 Dış çap (rim) etkisi

5.2.2.1 V.3 iterasyon:

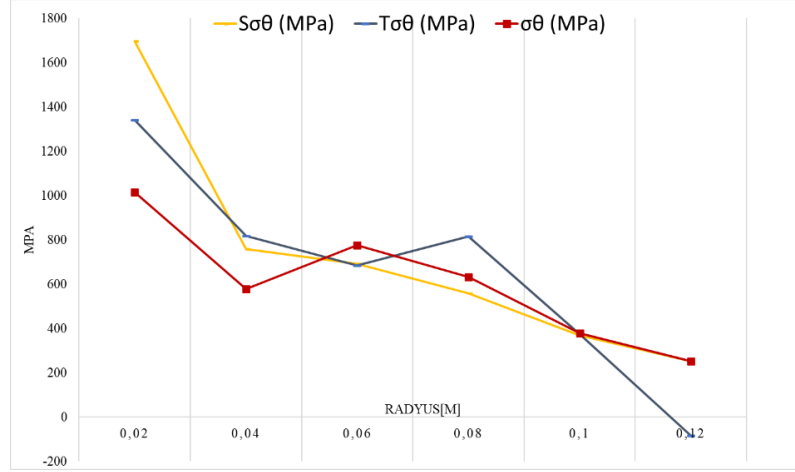
Bu iterasyonda diskin dış çap sektör boyutlarının etkilerinin görülmesi adına dış sektör kalınlıkları 10 mm daraltılmıştır.

V.3 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 45 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 46 ve Şekil 48'de gösterilmiştir.

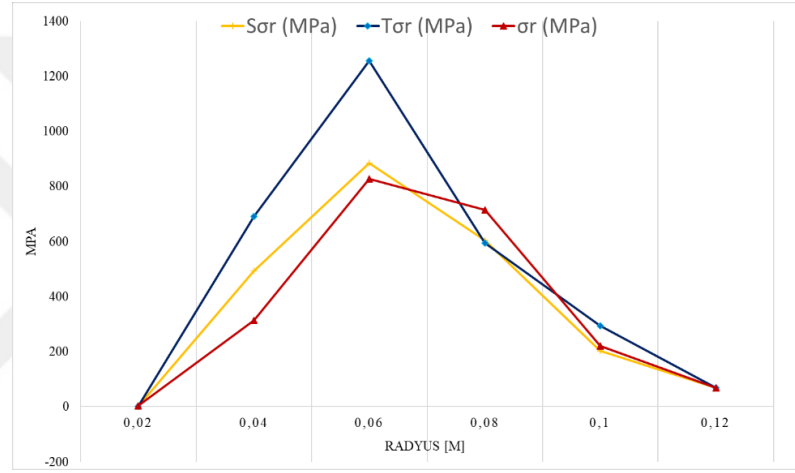
Şekil 48 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır



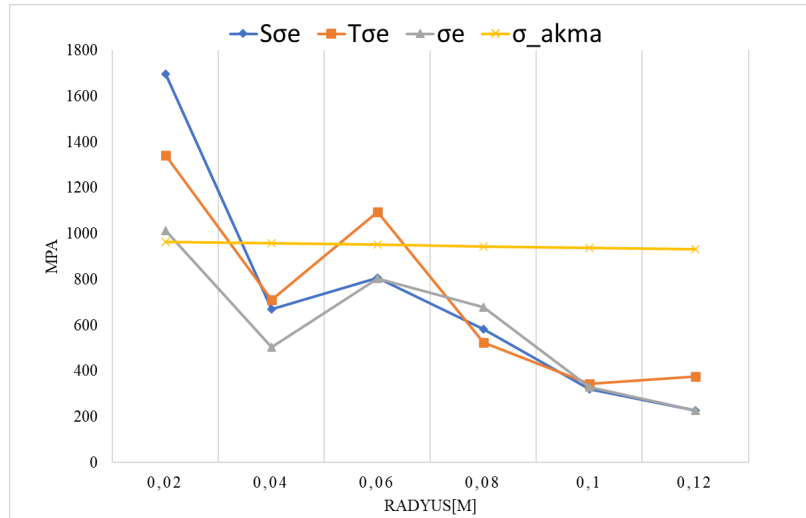
Şekil 45: V.3 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 46: V.3 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 47: V.3 yarıçapa bağlı radyal gerilme durumu.



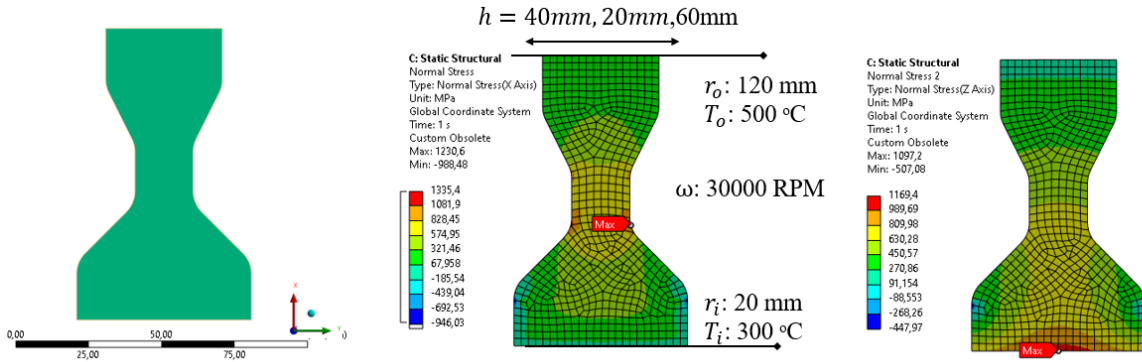
Şekil 48: V.3 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

5.2.2.2 V.4 iterasyon:

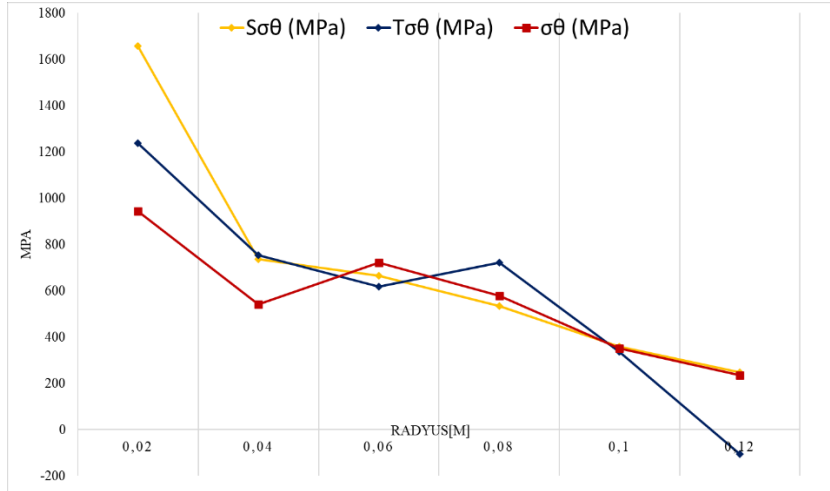
Dış çap sektörlerinin daraltılmasının radyal ve teğetsel gerilmelere pozitif etkisinden ötürü V.4 dış çap sektörlerinin 10 mm daraltılması ile devam etmiştir.

V.4 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 49 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 50 ve Şekil 51'de gösterilmiştir.

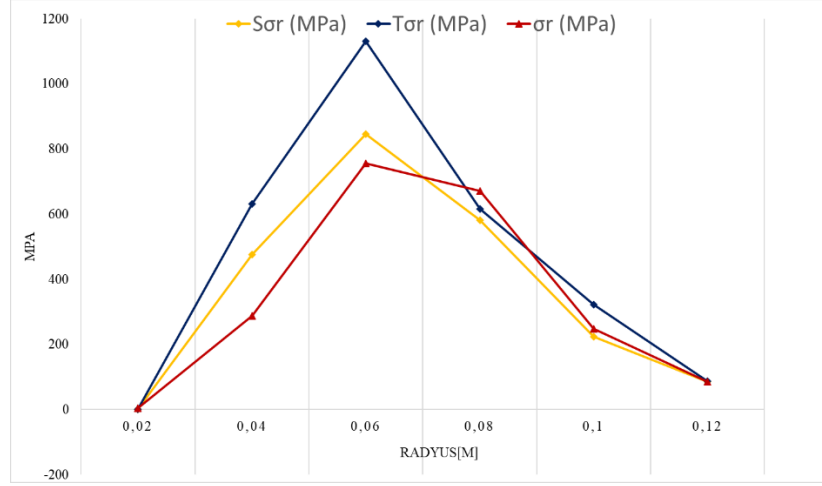
Şekil 52 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır



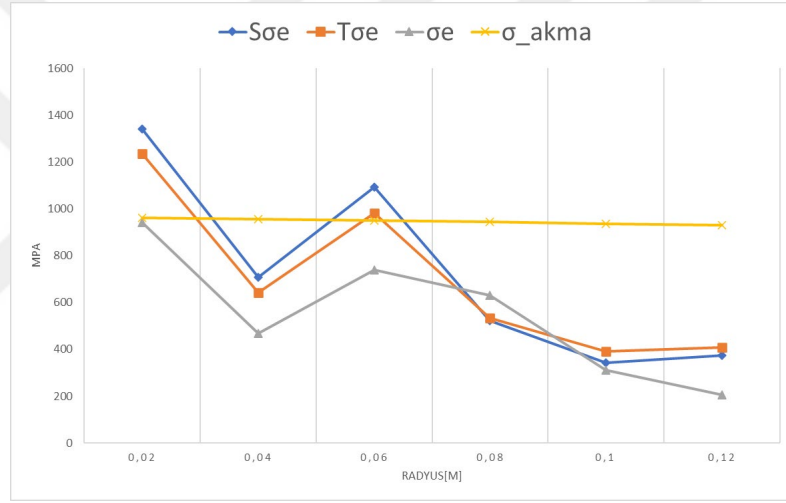
Şekil 49: V.4 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 50: V.4 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 51: V.4 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.



Şekil 52: V.4 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

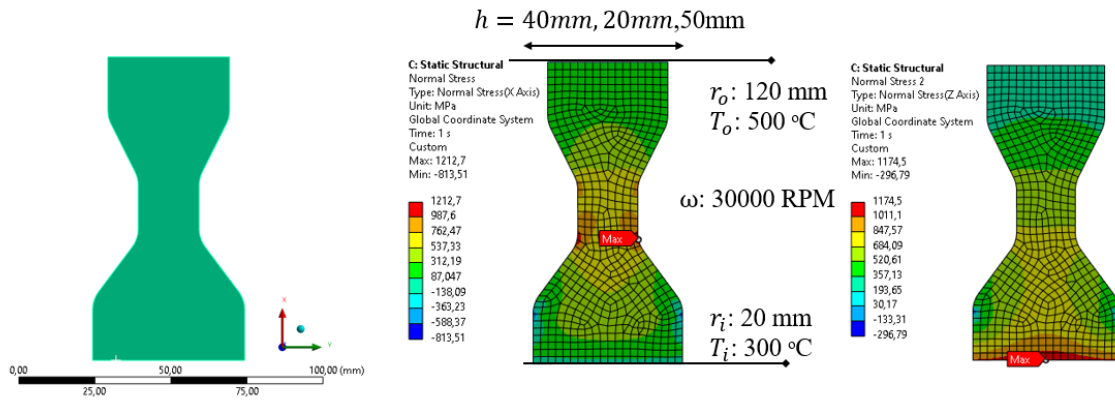
5.2.3 İç delik (bore) etkileri

5.2.3.1 V.5 iterasyon:

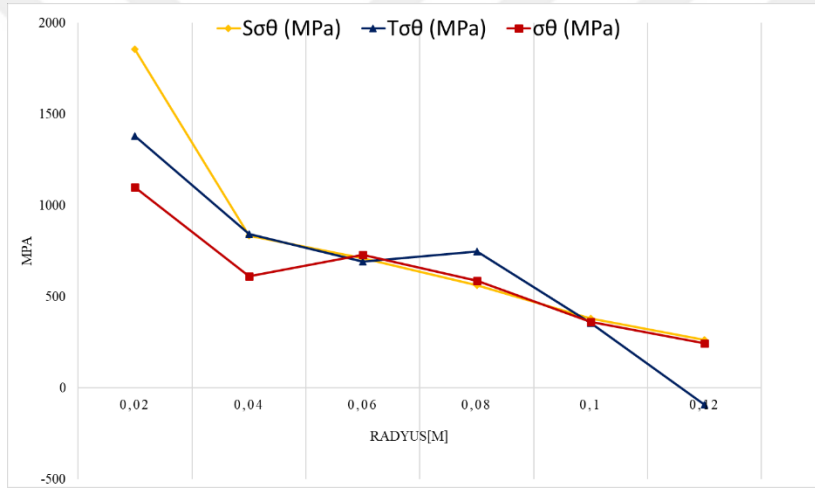
Bu iterasyona geçilirken iç çap (bore) sektörleri etkisinin gözlemlenmesi amaçlanmış ve 10 mm iç çap sektörleri daraltılmasına gidilmiştir.

V.5 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 53 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 54 ve Şekil 55'te gösterilmiştir.

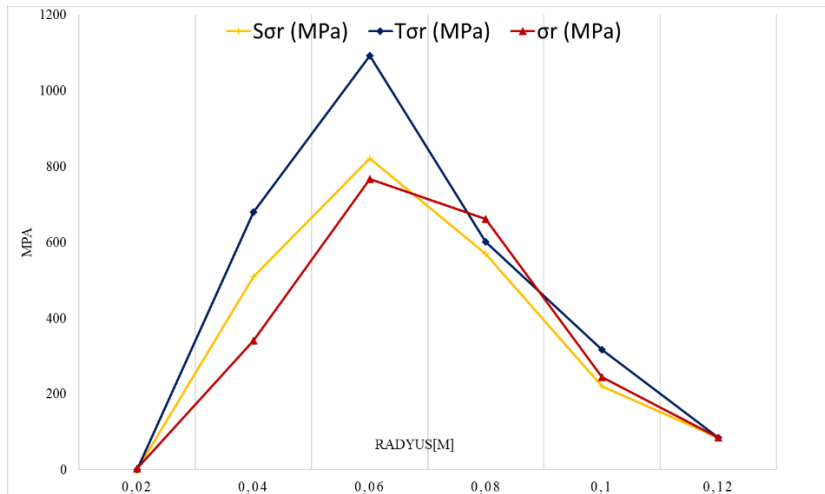
Şekil 56 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır



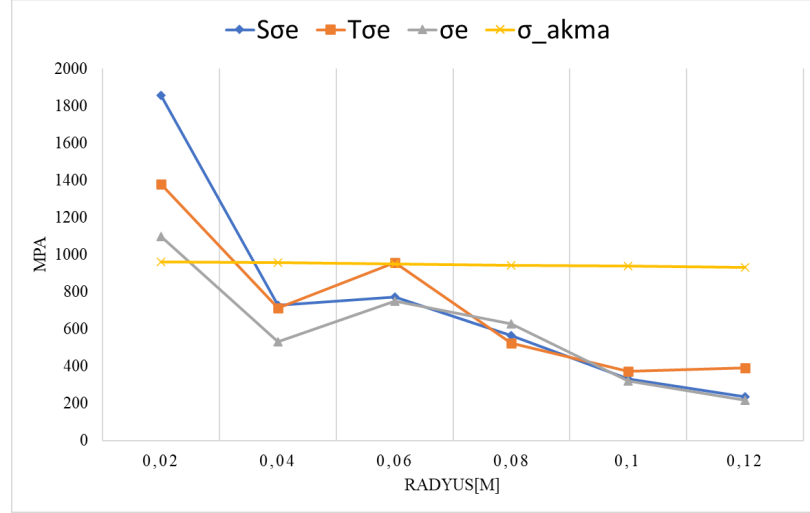
Şekil 53: V.5 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 54: V.5 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 55: V.5 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.

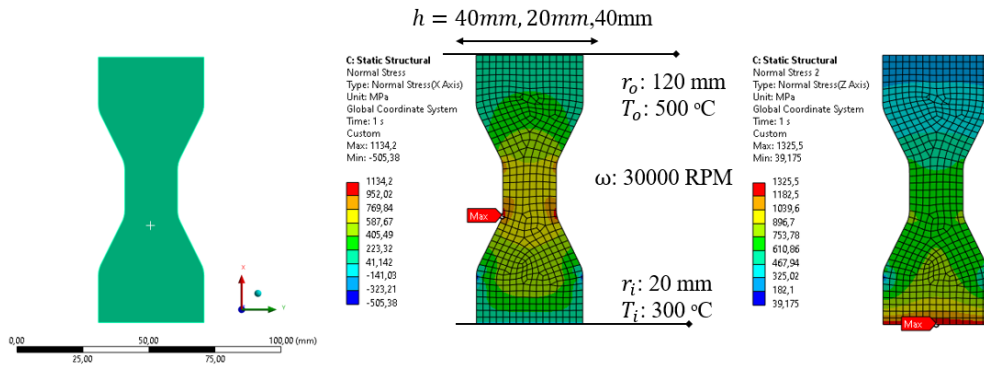


Şekil 56: V.5 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

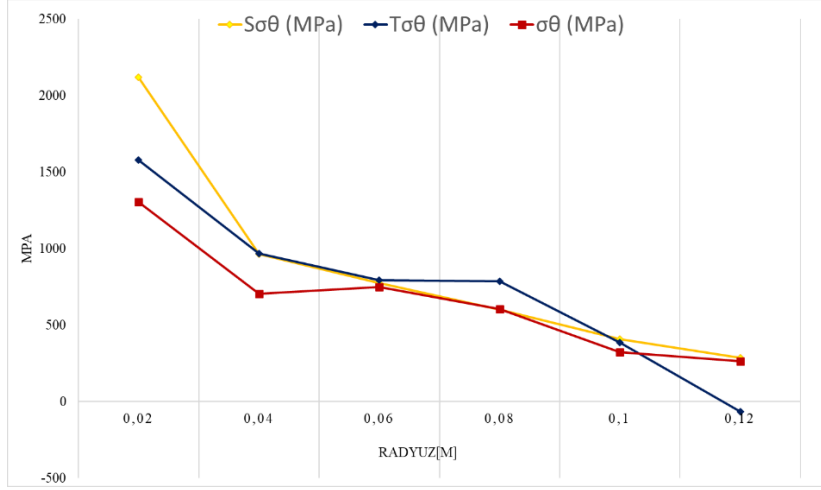
5.2.3.2 V.6 iterasyon:

V.6 iterasyonda gözlemlenen iç çap teğetsel gerilmelerindeki yükselişi bir adım öteye götürmek istenmiş ve final bir iterasyon olarak iç çap sektörleri 10 mm daraltılmıştır. V.6 iterasyon boyut bilgileri ve sonlu elemanlar analizi radyal ve teğetsel gerilme sonuçları Şekil 57 ile gösterilmiştir. Yarıçapa bağlı teğetsel ve radyal gerilme dağılımları ile sonlu elemanlar analizi karşılaştırmaları da sırası ile Şekil 58 ve Şekil 59’da gösterilmiştir.

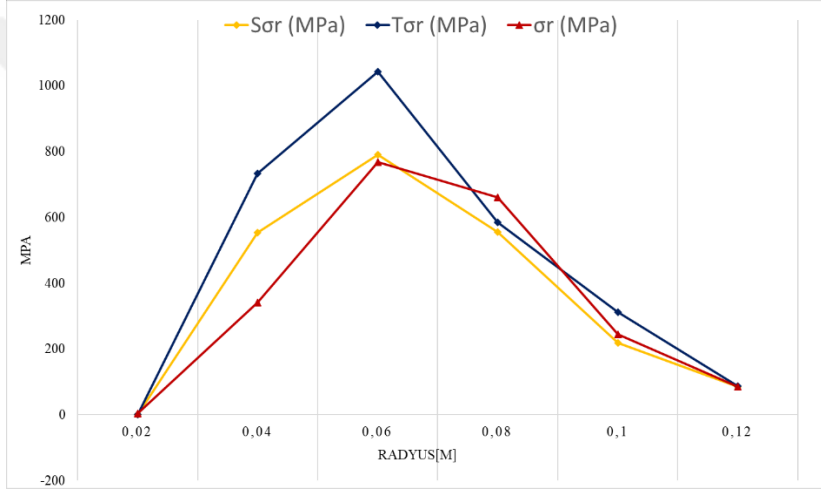
Şekil 60 ile radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı karşılaştırılmıştır



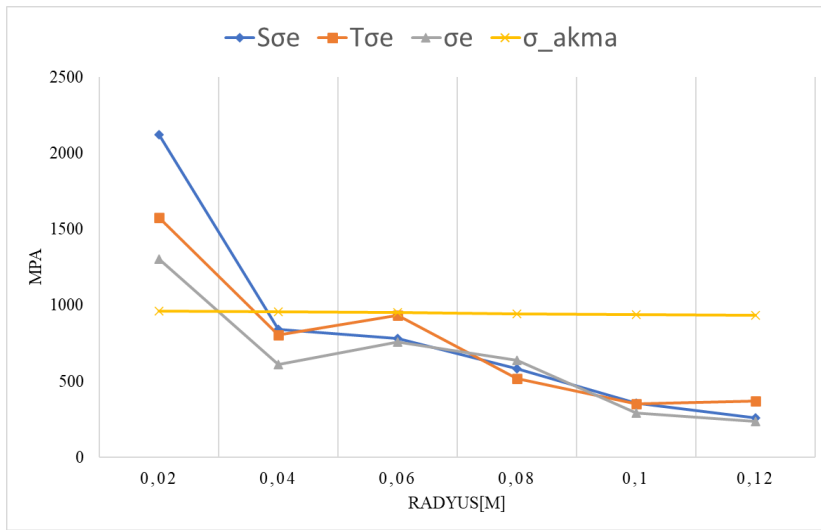
Şekil 57: V.6 iterasyon boyut bilgileri kılavuz analiz çıktıları.



Şekil 58: V.6 yarıçapa bağlı teğetsel gerilme dağılımları.



Şekil 59: V.6 yarıçapa bağlı radyal gerilme dağılımları.



Şekil 60: V.6 radyal ve teğetsel gerilmelerin eşdeğer gerilme karşılığı ve malzeme akma dayanımı.

5.3 Sonlu Farklar Yöntemi ile Optimizasyon

Tasarım sürecinde zamandan kazanmak adına tasarım döngüleri bir optimizasyon süresinden geçirilebilir. Çalışmanın bu kısmında sonlu farklar yöntemi kullanılarak bir optimizasyon yapılmıştır. Bu çalışma için seçilen optimizasyon tekniği, Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Tekniğidir (SUMT). Bu teknik, doğrusal ve doğrusal olmayan kısıtlamaları veya kısıtlanmamış fonksiyon minimizasyon problemlerini çözmek için yaygın olarak kullanılır.

Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Teknikleri ((SUMT) yaklaşımı olarak bilinir) ve ikincisi doğrudan (veya kısıtlı) yöntemler olarak bilinir. SUMT yaklaşımı, genel kısıtlı optimizasyon problemini önce onu eşdeğer bir kısıtlamasız probleme dönüştürerek çözer. Bu eşdeğer kısıtsız problem, kısıtsız algoritmalarından herhangi biri kullanılarak çözülür. SUMT yaklaşımı, herhangi bir kısıtlama ihlali için orijinal amaç fonksiyonunu şartlandırarak (penaltı) eşdeğer bir kısıtlanmamış problemi denklem (78) ile gösterildiği gibi elde eder. $f(x)$ amaç fonksiyonunu, $f_p(x)$ şartlandırılmış amaç fonksiyonunu, r_p şart parametresini $p(x)$ ise şart parametresini (penaltı fonksiyonu) ifade eder.

$$f_p(x, r_p) = f(x) + r_p p(x) \quad (78)$$

Kısıtsız optimum çözüm bulunduğunda, r_p ceza parametresinin değeri artırılır ve kısıtsız optimizasyon döngüsü tekrarlanır. Sonuç, kısıtlanmış optimuma doğru sıralı ilerlemedir. Süreç, amaç fonksiyonu değeri ardışık kısıtlamasız optimizasyon döngüleri arasında yakınsadığında sonlandırılır [33].

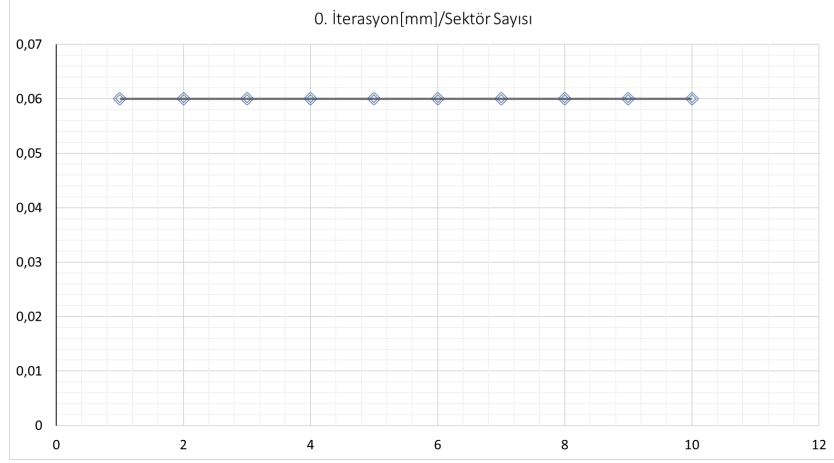
Sıralı Kısıtsız Minimizasyon Teknikleri (SUMT) Bariyer Fonksiyonu Metodu seçilmiş ve aşağıdaki notasyon ile uygulanmıştır.

Optimizasyon değerlendirmesi Excel programı ve Visual Basic eklentisi ile gerçekleştirilmiştir. Çizelge 4 ile optimizasyon notasyonu ve karşılıkları gösterilmiştir.

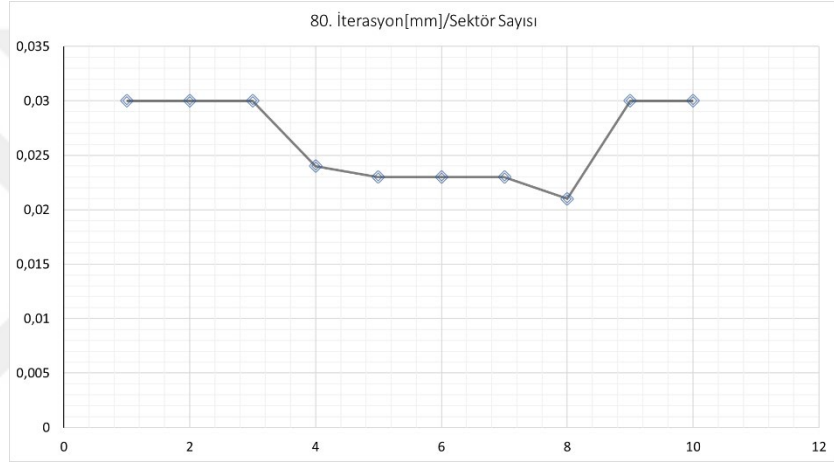
Çizelge 4: Optimizasyon notasyonu[33].

Tanım	Açıklama	Açıklama 2
Amaç Fonksiyonu	$F(x_1, x_2, \dots, x_n)$	Ağırlık [kg]
Kısıt Fonksiyonları	$g_q(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$	σ_{e_q}
Kısıt Fonksiyonu Kabul Kriteri	$\sigma_{e_q} < \sigma_{akma}$	-
Tersine Bariyer Fonksiyonu	$b(x) = \sum_{q=1}^q -\frac{1}{g_q(x)}$	-
Minimize Edilecek Fonksiyon	$G_k(x) = f(x) + \frac{1}{k}b(x)$	-
İterasyon sınırı	$k \rightarrow +\infty, G_k(x) - G_{k-1}(x) \rightarrow 0$ $k = \text{iterasyon sayısı}$	

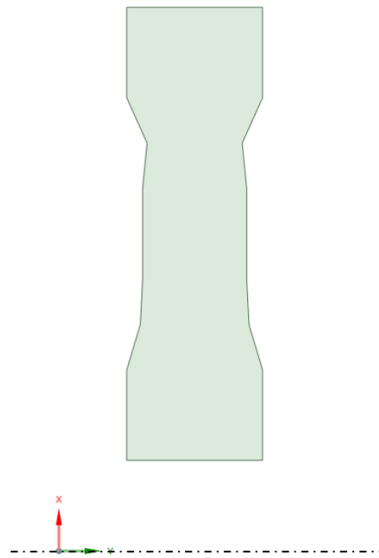
Çizelge 4’de yer alan notasyon ile katı disk üzerine optimizasyon uygulandığında 80 adet iterasyon otomatik olarak döndürülmüştür. Optimizasyon döngüsü durduğunda disk kalınlığının radyusa göre değişimi Şekil 61 ve Şekil 62’de gösterildiği gibi sonuçlanmıştır. V80 olarak adlandırılan optimizasyon çıktısı geometri şekil 63 ile gösterilmiştir.



Şekil 61: V0. iterasyon, sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.



Şekil 62: V80. iterasyon sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.



Şekil 63: V80. iterasyon/optimizasyon final çıktısı.

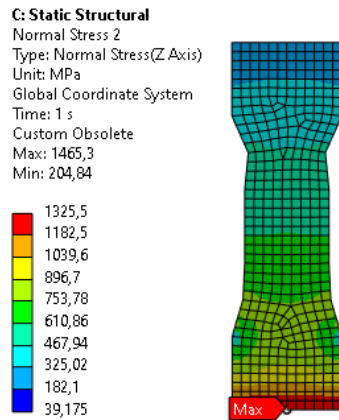
Bu yöntemle V0 iterasyondan %56 daha hafif bir disk elde edilmiştir. Optimizasyon çıktısının el ile yapılan iterasyon ağırlıklarına kıyası da

Çizelge 5’de gösterilmiştir.

Çizelge 5: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri.

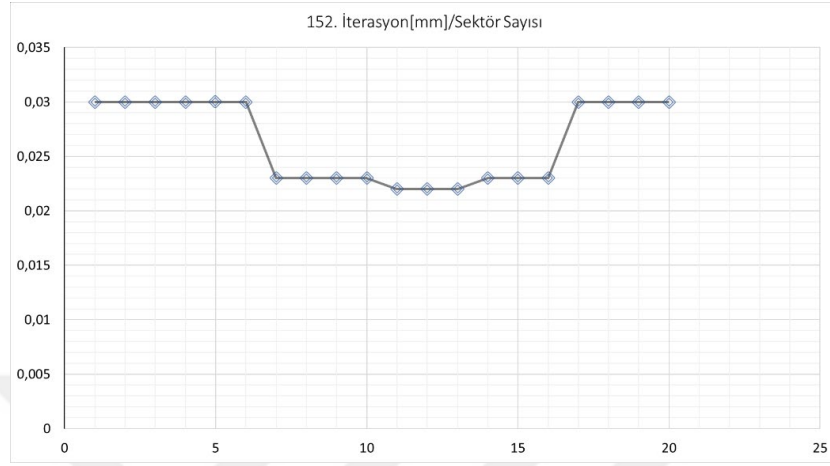
Versiyon	% Ağırlık Düşüşü
V0	0
V1	20
V2	26,67
V3	34,25
V4	41,83
V5	44,25
V6	46,67
V80	56,14

V80 iterasyonda teori kısmında bahsedilen Robinson infilak hızı hesabı yapıldığında Şekil 64’te gösterilen analiz sonucunda 40584 RPM infilak hızı bulunmaktadır. Bu da çalışma başında belirlenen %115 operasyon hızı kriterinden fazla olduğundan infilak kriteri sağlanmaktadır. Böylece Disk verilen kısıtlar doğrultusunda minimum ağırlığa göre optimize edilmiştir.

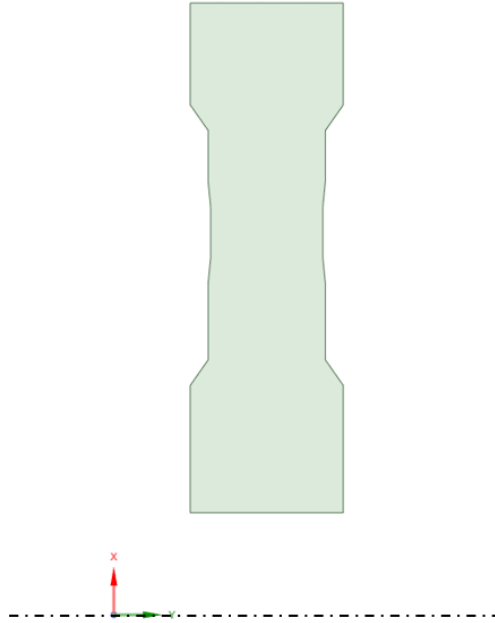


Şekil 64: V80 teğetsel gerilme gösterimi.

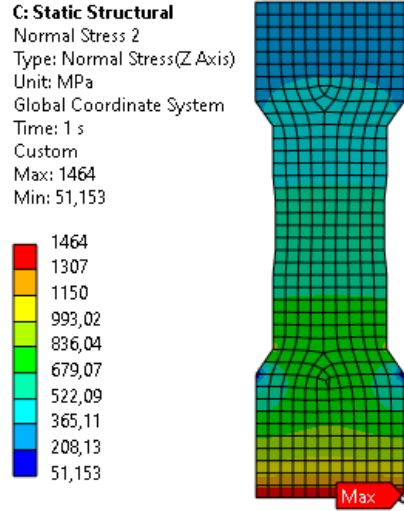
Aynı çalışma, çözünürlüğü arttırmak adına sektör sayısı 20'ye çıkarılarak yapılmıştır. Optimizasyon 152 adet iterasyon yapmıştır ve optimizasyon çıktısı Şekil 65 ile gösterilmiştir. Sonuç geometri Şekil 66 ile gösterilmiştir. V152 sonlu elemanlar analizi teğetsel gerilme sonuçları Şekil 67 ile gösterilmiştir.



Şekil 65: 20 sektör 152. iterasyon/ sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.



Şekil 66: 152. iterasyon/optimizasyon final çıktısı-20 sektör.



Şekil 67: 152. iterasyon/optimizasyon teğetsel gerilme değerleri.

20 sektörlü modelin çıktılarının da eklendiği ağırlık değişim grafiği Çizelge 6 ile verilmiştir. V152 teğetsel gerilmeleri teori kısmında belirtilen Robinson infilak hızı hesabı yapıldığında 40846 RPM infilak hızı bulunmaktadır. Bu da çalışma başında belirlenen %115 operasyon hızı kriterinden fazla olduğundan infilak kriteri sağlanmaktadır.

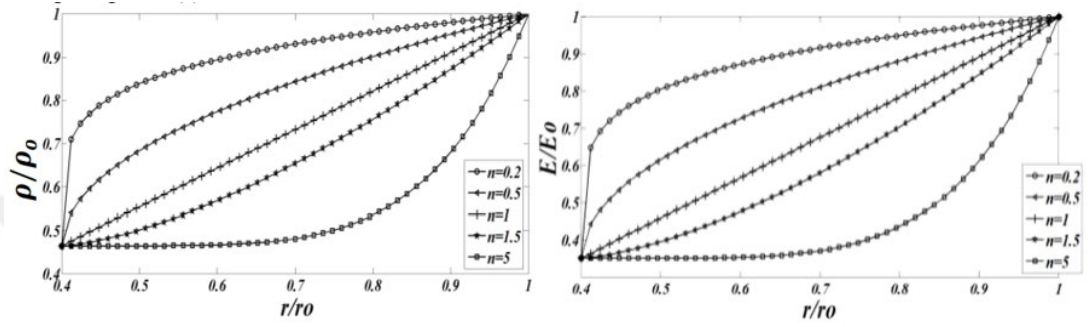
Çizelge 6'da da görüleceği üzere sektör sayısı arttıkça bir miktar daha ağırlık düşüşü sağlanmıştır. Sektör sayısı arttıkça optimal ağırlık azaltımına yaklaşıldığı görülmüştür.

Çizelge 6: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri 2.

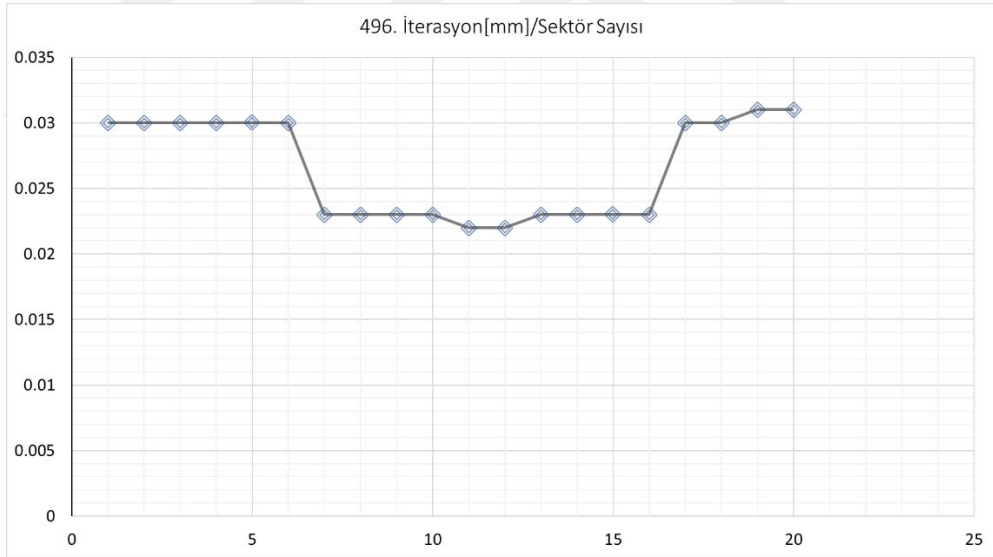
Versiyon	% Ağırlık Düşüşü
V0	0
V1	20
V2	26,67
V3	34,25
V4	41,83
V5	44,25
V6	46,67
V80	56,14
V152	56,31

5.3.1 Fonksiyonel derecelendirilmiş disk optimizasyonu

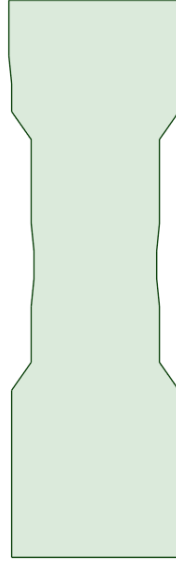
Önerilen yöntem fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özelliklerine sahip disklerde de kullanılabilir. Sektörlere ayrı ayrı malzeme özelliği atanabilir. Literatürde bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş bir disk için optimizasyon çalışması yapılmıştır [34]. Disk malzeme dağılımı özellikleri Şekil 68'de verilmiştir. Optimizasyon programı 496. iterasyona kadar çözülmüş çözüm çıktısı Şekil 69 ile gösterilmiştir. V496 geometrik gösterimi Şekil 70 ile gösterilmiştir.



Şekil 68: Fonksiyonel derecelendirilmiş disk malzeme özellik dağılımı [34].



Şekil 69: 20 sektör fonksiyonel derecelendirilmiş disk 496. iterasyon/ sektöre göre kalınlık değişimi grafiği.



Şekil 70: 496. iterasyon/optimizasyon final çıktısı-20 sektör fonksiyonel derecelendirilmiş disk.

Fonksiyonel derecelendirilmiş disk optimizasyonu ardından şimdiye kadar yapılan bütün disklerin karşılaştırılması Çizelge 7 ile gösterilmiştir.

Çizelge 7: Versiyonlara göre ağırlık düşüş yüzdeleri 3.

Versiyon	% Ağırlık Düşüşü
V0	0
V1	20
V2	26,67
V3	34,25
V4	41,83
V5	44,25
V6	46,67
V80	56,14
V152	56,31
V496	63,27

Önerilen optimizasyon yöntemi sektörel malzeme özellikleri atadığı için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler için de kullanılabilir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bir mekanik tasarımda optimum tasarım ilk çıktı değildir. Tasarım bir süreçtir. Özellikle birden fazla tasarım isteri olan parçalar için bu süreç, ön tasarım ve detay tasarım olarak uzun iki süreci doğurur. Ön tasarım sürecinde ortaya çıkan çıktı ne kadar olgun olursa detay tasarım süreci o kadar zaman efektif olmaktadır.

Bir uçak motoru parçasının düşük çevrimli yorulma, yüksek çevrimli yorulma, sürünme ve hasar toleransı değerlendirmesi için bir ilk çıktı geometriye ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada bir türbin diskinin ön tasarım sürecinde sonlu elemanlar analizine veya tasarım dışında diğer disiplinlerin çalışma yükünden önceki ön tasarım süreci için, bir yöntem önerilmiştir. Bu önerme yapılırken diskin minimum ağırlık ve maksimum dayanımda olması hedeflenmiştir.

Bir döner türbin diski için çevre şartları, sınır koşulları ve görevler tanımlanmış sonrasında bu atmosferde görevini yerine getirebilecek bir döner disk ön tasarım süreci yürütülmüştür. Önerilen yöntemde, diskin radyusa bağlı olarak kalınlığının değişmesi, sıcaklık gradyanına maruz kalması, sıcaklığa bağlı olarak malzeme özelliklerinin değişimi göz önüne alınmıştır.

Disk gerilme dağılımı hesabı için, sonlu farklar yöntemi ve toplam / farklar yöntemleri değerlendirilmiş ve karşılaştırılmıştır. Bu süreçte hesaplar için karşılaştırma metodu olarak sonlu elemanlar analizi Ansys Workbench programı ile gerçekleştirilmiştir. Sonlu farklar metodunun teğetsel gerilmeler bazında analiz çıktılarından daha yüksek değerler verdiği gözlemlenmiştir. Toplam ve Fark yönteminin ise radyal gerilmeler bazında analiz çıktılarından daha yüksek değerler verdiği gözlemlenmiştir. Teğetsel gerilmeleri baz alan infilak değerlendirmesinde güvenli tarafta kalmak adına optimizasyonda sonlu farklar metodu seçilmiştir.

Optimizasyon yöntemi içinse sıralı kısıtsız minimizasyon tekniklerinden bariyer fonksiyonu metodu seçilmiş ve minimum ağırlık hedef fonksiyonu ile optimizasyon yapılmıştır. Optimizasyon yapılırken belirlenen disk çalışma hızının %115'i infilak

hızı sınırı olarak belirlenmiş, optimizasyon sürecinde bu hız bir kontrol noktası olarak çalışmaya eklenmiştir. Optimizasyon Excel programı “Visual Basic” eklentisi ile gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada el ile yapılan iterasyonlarda %46, optimizasyon aracı ile yapılan çalışmalarda %56, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile yapılan optimizasyon çalışmalarında ise %63 ağırlık düşüşü elde edilmiştir. Her bir iterasyonda malzemenin dayanımını efektif kullanmak ve infilak hızını belirlenen sınır üzerinde tutmak amaçlanmıştır.

İleriki çalışmalarda literatürde var olan optimizasyon yöntemleri incelenerek bu çalışmada yapılan yaklaşım ile değerlendirilebilir. Farklı optimizasyon yaklaşımlarının benzer çıktıları olup olmadığı araştırılabilir. Aynı zamanda bu çalışmada uygulanmayan disk denklemlerinin çözülmesi için geliştirilmiş sayısal yöntemler incelenerek sonuçların bu çalışma çıktıları ile karşılaştırılması yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Url-1** < <https://www.aircraftsystemstech.com/p/gas-turbine-engines-types-and.html>>
- [2] **Url-2** <<https://aeroreport.de/en/good-to-know/how-does-a-turbofan-engine-work-the-structure-of-an-engine>>
- [3] **M.Maziere.** (2008). Burst of turboengine disks. **Url-3** <<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00230172>>
- [4] **M.T. Tong, I. Halliwell and L.J. Ghosn.** (2004). *A Computer Code for Gas Turbine Engine Weight and Disk Life Estimation.* Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. DOI: 10.1115/1.1691980
- [5] **Url-4**<<https://www.aerocontact.com/en/virtual-aviation-exhibition/product/381-aircraft-jet-engine-parts>>
- [6] **M. Vick, K. Pullen and A. L. Heyes.** (2010). *Design Overview of a Three Kilowatt Recuperated Ceramic Turboshaft Engine.* Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.
- [7] **L. A. Magerramova , G. A. Turichin , Y. A. Nozhnitsky, O. G. Klimova-Korsmik, B. E. Vasiliev, M. E. Volkov, A. V. Salnikov.** (2018). *Peculiarities of additive technologies application in the production of gas turbine engine part.* Journal of Physics: Conference Series. doi :10.1088/1742-6596/1109/1/012051.
- [8] **B. Vasilyev, A. Salnikov, A. Semenov, L. Magerramova.** (2018). *Twin-Wwb Turbine Discs: Part 1–Design and Analysis of Their Efficiency.* Turbomachinery Technical Conference and Exposition. **Url-5** <<https://asmedigitalcollection.asme.org/proceedings>>
- [9] **A. W. Gebisa, H. G. Lemu.** (2018). Additive Manufacturing for the Manufacture of Gas Turbine Engine Components: Literature Review and Future Perspectives. Turbomachinery Technical Conference and Exposition **Url-6** <<https://asmedigitalcollection.asme.org/proceedings>>
- [10] **S. Timoshenko, J. Goodier,** (1934). *Theory of Elasticity.* McGraw-Hill Edition.
- [11] **R. R. Jettapa,** (1989). *Rotating Disk Shape: Is the Equation Nonlinear?* Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. **Url-6** < <http://vibrationacoustics.asmedigitalcollection.asme.org/pdfaccess.ashx?url=/data/journals/jvacek/28983>>
- [12] **T. Cheu,** (1990). *Procedures for Shape Optimization of Gas Turbine Disks.*
- [13] **S. Armand,** (1995). *Structural Optimization Methodology for Rotating Disks of Aircraft Engines.* Cleveland: NASA.
- [14] **L.H. You , Y.Y. Tang, J.J. Zhang, C.Y. Zheng,** (2000). *Numerical analysis of elastic±plastic rotating disks with arbitrary variable thickness and density.* International Journal of Solids and Structures 37 (2000). 7809-7820
- [15] **H. Jahed, B. Farshi, J.Bidabadi,** (2004). *Minimum weight design of inhomogeneous rotating discs.* International Journal of Pressure Vessels and Piping 82 (2005) 35–41

- [16] **B. Farshi, H. Jahed, A. Mehrabian**, (2004). *Optimum design of inhomogeneous non-uniform rotating discs*.
- [17] **M.H. Hojjati, A. Hassani**, (2008). *Theoretical and numerical analyses of rotating discs of non-uniform thickness and density*. International Journal of Pressure Vessels and Piping.
- [18] **M. Bayat, M. Saleem, B.B. Sahari, A.M.S. Hamouda, E. Mahdi**, (2008). *Analysis of functionally graded rotating disks with variable thickness*. Mechanics Research Communications 35 (2008) 283–309.
- [19] **A.M. Zenkour, D. S. Mashat**, (2010). *Analytical and Numerical Solutions for a Rotating Annular Disk of Variable Thickness*. Applied Mathematics, 2010, 1, 431-438
- [20] **S. Jafari**, (2011). *The Karush–Kuhn–Tucker optimality conditions in minimum weight design of elastic rotating disks with variable thickness and density*. International Journal of Industrial Engineering Computations 2 (2011) 765–774
- [21] **A. Rosyid, M. Es-Saheb and F. B. Yahia**, (2014). *Stress Analysis of Nonhomogeneous Rotating Disc with Arbitrarily Variable Thickness Using Finite Element Method*. Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology 7(15): 3114-3125, 2014
- [22] **Maruthi B. H., M. Venkatarama Reddy, K. Channakeshavalu**, (2012). *Finite Element Formulation for Prediction of Over-speed and burst-margin limits in Aero-engine disc*.
- [23] **P. Lolis**, (2017). *Development of a Preliminary Weight Estimation Method for Advanced Turbofan Engines*. Cranfield University, 2014.
- [24] **D.Jyoshna, D.Krishnaiah**, (2017). *Optimization Shape of Compressor Disc*. International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. DOI:10.15680/IJIRSET.2017.0607162
- [25] **Z. Yang, G. Luo, H. Liu**, (2018). *Parametric design and optimization of engine disc*. ISSN PRINT 2345-0533, ISSN ONLINE 2538-8479, KAUNAS, LITHUANIA.
- [26] **R. Kumar, V. Ranjan, B. Kumar**, (2017) *Finite element modelling and analysis of the burst margin of a gas turbine disc using an area weighted mean hoop stress method*. **Url-7**
<https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2017.12.014>.
- [27] **K. Kasljevic**, (2020). *Correlation of numerical simulation methods and failure criteria to experimental burst test*. Department of Construction Sciences Solid Mechanics ISRN LUTFD2/TFHF-20/5237-SE(1-46).
- [28] **M. Mazière , J. Besson, S. Forest, B. Tanguy, H. Chalons, F. Vogel**. (2009). *Overspeed burst of elastoviscoplastic rotating disks: Part II – Burst of a superalloy turbine disk*. **Url-8**
<<http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2008.10.002>>.
- [29] **Url-9**
http://www.iasa.com.au/folders/Safety_Issues/FAA_Inaction/severityUnderstated.html.
- [30] **D. J. Murray-Smith**, (2012) *Experimental modelling: system identification, parameter estimation and model optimisation techniques*. Modelling and simulation of integrated systems in engineering.
- [31] **C. L. Byrne**, (2013) *Sequential unconstrained minimization algorithms for constrained optimization*. DOI:10.1088/0266-5611/24/1/015013

- [32] **MMPDS** (2003) *Metallic Materials Properties Development and Standardization*. U.S. Department of Transportation Federal Aviation Administration. DOT/FAA/AR-MMPDS-01 **Url -10**
<http://www.everyspec.com/>.
- [33] **G. Venter**, (2010). *Review of Optimization Techniques*. **Url-11** <
https://www.researchgate.net/publication/228008187_Review_of_Optimization_Techniques>.
- [34] **H. Amin, E. Saber**, (2015). *Performance of Functionally Graded Rotating Disk with Variable Thickness*. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT) DOI:10.17577/IJERTV4IS030754.
- [35] **N. M. Hoang, D. L. Chu, P. M. Nguyen and T. Q. Nguyen**, (2020). *Compressor disc structural optimization for gas turbine engine*. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. doi:10.1088/1757-899X/862/2/022017.
- [36] **N. E. Waldren, M. J. Percy and P. B. Mellor**, (1965). *Burst Strength of Rotating Discs*. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1965_180_014_02.



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad

: Filiz Sena Savrun

Eğitim Durumu:

- **Lisans:** 2017, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Makine Mühendisliği

Mesleki Deneyim:

- 2018-2019 yılları arasında Tekfen İmalat ve Mühendislik'te Tasarım/Proje Mühendisi.
- 2019 yılından itibaren TUSAŞ Motor Sanayii A.Ş.'de TS1400 Turboşaft helikopter motoru geliştirme projesinde Mekanik Tasarım Mühendisi.