KIRGIZİSTAN TÜRKİYE MANAS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

KÜÇÜK PARAMETRELİ PARABOLİK DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜNÜN ASİMPTOTİĞİ

Hazırlayan
Azamat KERIMCANOV

Danışman
Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV

Yüksek Lisans Tezi

Haziran 2022

KIRGIZİSTAN/BİŞKEK

КЫРГЫЗ-ТҮРК МАНАС УНИВЕРСИТЕТИ ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР ИНСТИТУТУ МАТЕМАТИКА БАГЫТЫ

КИЧИНЕ ПАРАМЕТРЛҮҮ ПАРАБОЛАЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫНЫН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН АСИМПТОТИКАСЫ

Даярдаган
Азамат Керимжанов

Илимий жетекчиси:
Проф. Ф. м. и. докт. Асан Өмүралиев

Магистирдик диссертация

Июнь 2022

Кыргызстан/ Бишкек

ПЛАГИАТ ЖАСАЛБАГАНДЫГЫ ТУУРАЛУУ БИЛДИРҮҮ

Мен бул ишимде колдонулган бардык маалыматтарды академиялык жана этикалык эрежелерге ылайык колдондум. Тагыраак айтканда, бул эмгекте колдонулган, бирок мага тиешелүү болбогон маалыматтардын бардыгын тиркемеде так көрсөттүм жана эч кайсы жерден плагиат жасалбагандыгы чындык экендигин аныктап кетким келет.

Азамат Керимжанов

Колу:

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini bayan ederim. Aynı zamanda bu çalışmada kullanılan ama kemdime ait olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referansta gösterdiğimi belirtirim.

Azamat Kerimcanov

İmza :

ЭРЕЖЕЛЕРГЕ ЫЛАЙЫКТУУЛУК

“Кичине параметрлүү параболалык теңдемелер системасынын чыгарылышынын асимптотикасы” аттуу магистирдик иш, Кыргыз-Түрк Манас Университетинин магистирдик ишин жазуу эрежелерине ылайык даярдалды.

Даярдаган
Азамат Керимжанов

Колу:

Илимий жетекчиси
Проф. Ф. м. и. докт. Асан Өмүралиев

Колу:

Математика багытынын мүдүрү

Ф.-м.и.к.,профессор Анаркүл Урдалетова

Колу:

YÖNERGEYE UYGUNLUK

“Kucuk parametreli parabolic denkleminin cozumunun asimptotigi” konulu Yüksek Lisans Tezi, Kırgızistan Türkiye Manas Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Azamat Kerimcanov	Prof. Dr. Asan ÖMÜRALIYEV
İmza:	İmza:

Matematik Anabilim Dalı Başkanı

Prof. Dr. Anarkül Urdaletova

İmza:

Кабыл алуу жана бекитүү

Профессор. Физ-мат. илимдеринин доктору Асан Өмүралиевдин жетекчилиги астында Азамат Керимжанов тарабынан даярдалган “Кичине параметрлүү параболалык теңдемелер системасынын чыгарылышынын асимптотикасы” темасындагы магистрдик иш коммисия тарабынан Кыргыз-Түрк Манас университети Табигый илимдер институту Математика багытында магистдик иш болуп кабыл алынды.

……….. /…… / ………..

Коммисия:

Төрагасы:	Ф.-м.и.док., профессор Искандаров Самандар	....
Мүчө	PhD., профессор Мухаммет Камали	…………….
Мүчө	Ф.м.и.док., профессор Өмүралиев Асан	…………….
Мүчө	Ф.-м.и.док., профессор Асанов Авыт	…………….
Мүчө	Ф.-м.и.к., доц. Матанова Калыскан	…………….

ЧЕЧИМ :

Бул магистрдик иштин кабыл алынышы Институт башкаруу кеңешинин ……….…… датасында жана...........................санындагы чечими менен бекитилди.

………. /……../ ………

Доц.Док.Исмет Алтынташ.

Институт Мүдүрү

KABUL VE ONAY

Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV danışmanlığında Azamat Kerimcanov tarafından hazırlanan “Kucuk parametreli parabolic denkleminin cozumunun asimptotigi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Kırgızistan Türkiye Manas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

……….. /…… / ………..

JÜRİ:

Komısıon başkanı	Prof.Dr. Samandar İSKANDAROV	....
Üye	Prof. Dr. Muhammet KAMALİ	…………….
Üye	Prof. Dr. Asan ÖMÜRALIEV	…………….
Üye	Prof. Dr. Avıt ASANOV	…………….
Üye	Doç.Dr.Kalıskan MATANOVA	…………….

ONAY :

Bu tezin kabulü Enstitü Yönetim Kurulunun ………...… tarih ve ………….. sayılı kararı ile onaylanmıştır.

………. /……../ ………

Doç.Dr. Ismet ALTINTAŞ

Enstitü Müdürü

АЛГАЧ СӨЗ / ЫРААЗЫЧЫЛЫК

Физика-математика илимдеринин доктору, профессор Асан Өмүралиевге чон ыраазычылык билдирем. Менин билим алуума кошкон салымы чон жана зор болду. Магистрдик диссертациямды даярдоодо жардам жана колдоо көрсөткөндүгү үчүн, билими жана колдоосу менен мага жардам бергени, суроолоруму жооп бергени үчүн терең ыраазычылык билдирем.

Бул изилдөө учурунда колдоо көрсөткөн менин досторума, группалаштарыма, эжей-агайларыма (Бекназар, Айбек, Кубаныч, Жамал, Айнура, Пейиль эжей) айта кетмекчи элем.

Азамат Керимжанов

Бишкек, Июнь

2022

КИЧИНЕ ПАРАМЕТРЛҮҮ ПАРАБОЛАЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫНЫН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН АСИМПТОТИКАСЫ

Азамат Керимжанов

Кыргыз-Түрк Манас Университети, Табигый Илимдер Институту

Магистрдик диссертация, Июнь 2022

Жетекчи: Проф. Ф. м. и. докт. Асан Өмүралиев

КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Табигый-так жана техникалык илимдеринде математикалык моделдөө тармагынын кеңири таралышынын дифференциалдык теңдемелерди жакындаштырып интегралдоо алгоритмдеринин көптөгөн түрлөрүнүн иштелип чыгышына таасири чоң болду. Мындай системдерди жакындаштырып чыгаруу алгоритмдери менен, ондогон теңдемени ичине камтыган, теореманын шарттарын канааттандырган, чыгарылышы жалгыз жана параметринен үзгүлтүксүз көз каранды системдерди чыгаруу анчалык деле кыйынчылыкты туудурбайт. Кээ бир теореманын шарты аткарылбаган учурларда, берилген алгоритмдердин эффективдүүлүгү түшүп кетет, кээ бир учурларда эффективдүүлүгү нөлгө түшүп калышы да толук мүмкүн. Буга окшогон учурлар, мисалы качан изилденип жаткан процесс жогору туундулуу кичине параметри менен дифференциалдык тендеме болгондо пайда болот. Мындай теңдемелерге сингулярдуу козголгон теңдеме деген ат берилген.

Берилген иште параболикалык теңдемелер системалары үчүн биринчи чектик маселенин регулярлуу асимптотикасы тургузулган. Мындай чыгарылыштардын асимптотикасы параболикалык (x=0, x=1) чек катмар функциялары камтылганы көрсөтүлгөн. Бизде изилденип жаткан маселенин чыгарылшы, экинчи туунду алдындагы функция скалярдуу болгон учурга караганда, 2n параболалык чек катмар функцияны камтыйт.

Ал эми биздин негизги максатыбыз сингулярдуу дүүлүккөн параболикалык теңдеме үчүн берилген четтик маселенин чыгарылышынын

асимптотикасын тургузуу жана каталыгын баалоо.

Ачкыч сөздөр: бурчтук чектик катмар функция, асимптотика, регулярлоо, чектик маселе, кеңейтилген функция.

KÜÇÜK PARAMETRELİ PARABOLİK DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜNÜN ASİMPTOTİĞİ

Azamat KERIMCANOV

Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi

Fen Bilimler Enstitüsü

Yüksek Lisans Bitirme Tezi, Haziran 2022

Danışman: Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV

GENİŞ ÖZET

Matematiksel modellemenin doğa ve teknik bilimlerde yaygın olarak kullanılması, diferansiyel denklemlere yaklaşan birçok türde entegrasyon algoritmasının geliştirilmesinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu tür sistemlerin yaklaştırılması için algoritmalar ile, onlarca denklem içeren, çözümü benzersiz ve sürekli parametreye bağlı olan teoremin koşullarını sağlayan sistemleri çözmek zor değildir. Bazı teoremlerin koşulları sağlanmadığında verilen algoritmaların verimi düşmekte ve bazı durumlarda verim sıfıra düşebilmektedir. Benzer durumlar, örneğin incelenen süreç, küçük bir yüksek türev parametresine sahip bir diferansiyel denklem olduğunda ortaya çıkar. Bu tür denklemlere tekil uyarılmış denklemler denir.

Bu çalışmada, parabolik denklem sistemleri için birinci sınır değer probleminin düzenli asimptotiği oluşturulmuştur. Bu tür kesintilerin asimptotiklerinin parabolik ($x = 0$, $x = 1$) sınır tabaka fonksiyonlarını içerdiği gösterilmiştir. İncelenen problemin türetilmesi, ikinci türevden önceki fonksiyonun skaler olduğu duruma göre 2n parabolik sınır tabaka fonksiyonunu içerir.

Asıl amacımız, tekil uyarılmış parabolik denklem için sınır değer probleminin çözümünün asimptotiklerini ve hatasını oluşturmaktır.

Diferansiyel denklemler bilimi, biyoloji, astrofizik, sibernetik, sosyoloji, vb.'de ortaya çıkan tüm araştırma dallarında sonsuza kadar genç kalır. Hemen kendine yeni uygulama alanları bulur ve yeni problemlerin orijinalliğinden tükenmez bir tazelik alır, ancak bu matematiğin bu dalının gelişiminin iç mantığından kaynaklanan kendi sorunları vardır.

Diferansiyel denklem çalışmasının ilk tarihsel aşamalarında, asıl amaç kesin bir çözüm elde etmekti. Ancak daha sonra, tam çözümün temel fonksiyonlar cinsinden etkin bir temsilinin yalnızca çok özel diferansiyel denklem sınıfları için mümkün olduğu ortaya çıktı. Bu nedenle, diferansiyel denklemlerin yaklaşık çözümlerinin nasıl oluşturulacağı sorusu iki yönde geliştirildi: çözme için sayısal yöntemlerin geliştirilmesi ve çözme için asimptotik yöntemlerin geliştirilmesi.

Konunun alaka düzeyi. Matematik, gerçek dünyada meydana gelen süreçleri, bu süreçlerin matematiksel modelleri yardımıyla inceler. Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte, gerçek dünyanın matematiksel modelleri daha karmaşık hale geliyor. Düzgün olmayan geçişlerle ilişkili birçok fiziksel süreç, büyük veya küçük parametrelerle denklemlerle tanımlanır. Çalışmalarında ortaya çıkan zorluklar, sorunu çözmek için parametrelerde açılımlar oluşturma yöntemleri temelinde yürütülen, incelenen sorunun asimptotik bir analizinin yardımıyla üstesinden gelinebilir. İncelenen süreç, daha yüksek türevlerde küçük parametrelere sahip diferansiyel denklemlerle tanımlandığında, bu tür denklemlere tekil olarak bozulmuş denir. Bu tür problemler, bir fiziksel özellikten diğerine eşit olmayan geçişler olduğunda doğal olarak ortaya çıkar.

Bir KT'de tekil olarak bozulmuş BDD'lerin ve DD'lerin bazı sınıfları için asimptotik analiz, iyi geliştirilmiş bir teoriye sahiptir. Daha önce, lineer ve lineer olmayan BDD'ler, lineer kısmi diferansiyel denklemler ve bazı lineer operatör denklemleri için tekil olarak bozulmuş sınır değer problemlerinin asimptotik entegrasyon teorisi yaratılmıştı. Sunulan teorinin ana içeriği, tekil bozulmaların düzenlenmesi yöntemidir. Örneğin: Navier-Stokes denklemlerinin düşük viskozitedeki çözümü ile ilgili problemlerde, bu düzensizlikler bir sınır tabaka bölgesi oluşturur. Kapsamlı bir asimptotik analiz olmadan, sınır tabakasının matematiksel bir teorisini oluşturmak veya tekil olarak bozulan problemlerin sayısal bir hesabını tutmak zordur.

Bu tez çalışmasında, limit operatör spektrumunun yokluğunda, serbest terim ve katsayı hızla salınan fonksiyonlar olduğunda parabolik kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünün asimptotikleri üzerinde çalışıyoruz.

Amaç. Çalışmada aşağıdaki görevler çözülmüştür:

- limit operatörünün spektrumu ve hızla salınan bir serbest terimin yokluğunda küçük bir parametre ile parabolik tipte kısmi diferansiyel denklem için birinci sınır değer probleminin çözümü için bir düzenlileştirilmiş asimptotik oluşturmak için bir algoritma geliştirmek;
- küçük parametreli ve hızlı salınımlı serbest terimli bir katkı maddesi içeren bir parabolik diferansiyel denklem için ilk sınır değer problemi için bir asimptotik entegrasyon algoritması geliştirmek;

• açısal sınır tabakalı ve hızlı salınımlı serbest terimli bir parabolik kısmi diferansiyel denklem için birinci sınır değer problemini çözmek için düzenlileştirilmiş bir asimptotik oluşturmak için bir algoritma geliştirmek;
• hızlı salınımlı katsayılı bir parabolik diferansiyel denklem için bir sınır değer problemine düzenlileştirme yöntemini genelleştirmek;
• skaler problemler için elde edilen sonuçları çok boyutlu problemlere genelleyebilir.

Bilimsel yenilik. İlk kez, düzenlileştirme fikri, limit operatörünün spektrumunun yokluğunda ve serbest terim ve katsayı hızla salındığında, parabolik tipte tekil olarak bozulan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünde tekillikleri vurgulamak için kullanılır. fonksiyonlar. Önerilen teknik, listelenen problemlerin çok boyutlu analoglarına ve katkısız bir terim ve bir katsayı ile genelleştirilmiştir.

Araştırma metodolojisi. Tezde incelenen problemleri çözmek için düzenli bir asimptotik oluştururken, Omuraliev A.S. tarafından değiştirilen S.A. Lomov yöntemi kullanılır. tekil olarak bozulmuş parabolik problemlerin incelenmesi için. Resmi çözümlerin asimptotik yakınsamasını doğrulamak için "maksimum ilke" aygıtı kullanılır.

Anahtar kelimeler: açısal sınır değer problemleri, asimptotik davranışı, regülarizasyon, sınır değer problemleri, genişletilmiş fonksiyonu.

АИСМПОТИКА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРОВНЕНИЯ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ

Азамат Керимжанов

Кыргызско-Турецкий Университет Манас,

Институт Естественных наук

Магистерская работа, июнь 2022

Научный руководитель: ф.-м. и. докт., проф. Асан Өмүралиев

АННОТАЦИЯ

Широкое распространение математического моделирования в естественных и технических науках стимулировало разработку многочисленных алгоритмов приближенного интегрирования дифференциальных уравнений. Не представляет особого труда рассчитать с помощью таких алгоритмов приближенные решения систем, насчитывающих десятки уравнений, если последние удовлетворяют условиям теоремы существования, единственности и непрерывной зависимости решений от параметра. В тех же случаях, когда условия названной теоремы нарушается, эффективность алгоритмов заметно снижается, а в некоторых ситуациях становится практически равной нулю.

Данный работе исследуется система параболлических уровнений с малым папаметром сироится ассимптотика решения содержащие погранслойные функции двух типов

Описовающие пограничные слои вдоль x=0, x=1. Оценен остаточный член построенного ассимптотического решения, указывающий на ассимптотический характер.

Ключевые слова: угловые краевые задачи, асимптотика, регуляризация, краевые задачи, расширенная функция.

ASYMTOTICS OF THE SOLUTIONOF A SYSTEM OF A PARABOLIC EGUATION WITH SMALL PARAMETERS

Azamat Kerimcanov

Kyrgyzstan-Turkey Manas University,

Institute of Natural and Applied Sciences

M.Sc. Thesis, June 2022

Supervisor: Prof. Dr. Asan Omuraliev

ABSTRACT

The widespread use of mathematical modeling in the natural and technical sciences stimulated the development of numerous algorithms for approximate integration of differential equations. It is not difficult to calculate with the help of such algorithms approximate solutions of systems with dozens of equations, if the latter satisfy the conditions of the existence theorem, uniqueness and continuous dependence of solutions on the parameter. In the same cases, when the conditions of the above theorem are violated, the efficiency of the algorithms is noticeably reduced, and in some situations it becomes almost zero.

In this paper we study a system of parabolic equations with a small parameter and construct the asymptotics of solutions containing boundary layer functions of two types

Describing boundary layers along x=0, x=1. The residual term of the constructed asymptotic solution is estimated, indicating an asymptotic character.

Keywords: angular boundary value problems, asymptotic behavior, regularization, boundary value problem, extended function.

МАЗМУНУ

Кичине параметрлүү параболалык теңдемелер системасынын чыгарылышынын асимптотикасы

БИРИНЧИ БӨЛҮМ

ЖАЛПЫ МААЛЫМАТ ЖАНА АДАБИЯТТАРДЫ ИЗИЛДӨӨ

ЭКИНЧИ БӨЛҮМ

КЫСКАЧА ТЕОРИЯ

ҮЧҮНЧҮ БӨЛҮМ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛДЫК БӨЛҮК

ТӨРТҮНЧҮ БӨЛҮМ

Символдор

$\varepsilon > 0$ - кичине параметр

$\Omega = \{(x,t): x \in (0,1),\ t \in (0,T]\}.$

$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$

$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$

$\partial_x^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} exp\,(-s^2) ds.$

1. КИРИШҮҮ

Асимптотикалык методдор дифференциалдык теңдемелер теориясында маанилүү орунду ээлейт. Бул дифференциалдык теңдемелер теориясында каралган маселелердин көпчүлүгү ушул маселелерге кирген сандык жана функционалдык параметрлерге татаал көз карандылыкты эске алуу менен так чечилбегендиги менен түшүндүрүлөт. Бирок, кээ бир параметрлер өтө кичинекей же тескерисинче чоң экендиги белгилүү болсо, чечимди туура сүрөттөө же болжолдуу чечимди табуу бир топ жөнөкөйлөтүлөт. Мындай маселелерди чечүү үчүн асимптотикалык ыкмалар тартылат. Бул ыкмалар, адатта, каралып жаткан маселенин өзгөчөлүктөрү менен байланыштуу. Асимптотикалык методдорду колдонуу менен ийгиликтүү чечилген маселелердин класстарынын бири-сингулярдуу бузулган маселелер. Мындай көйгөйлөр курчап турган дүйнөнүн көптөгөн реалдуу моделдерин сүрөттөйт. Муну менен алар физика изилдөөчүлөрү үчүн кызыктуу.

БИРИНЧИ БӨЛҮМ

ЖАЛПЫ МААЛЫМАТ ЖАНА АДАБИЯТТАРДЫ ИЗИЛДӨӨ

Изилдөө темасынын актуалдуулугу. Кыркынчы жылдардан баштап Чек ара катмарынын кубулуштарын сүрөттөгөн сингулярдык бузулган теңдемелерди асимптотикалык интеграциялоонун усулдарын иштеп чыгууга багытталган интенсивдүү изилдөөлөр жүргүзүлүүдө. Бул багыттын өнүгүшүнө А.Н.Тихонов, В.Вазов, Л.С.Понтрагин, Н.М. Митропольский, В.П. Маслов, М.И. Вишик, Л.А. Люстерник, А.Б. Васильева, М.И. Иманалиев, С.А. Ломов, В.Ф. Бутузов, К.А. Касымов Ж.Б. жалгыз бузулган теңдемелердин чечимдерине олуттуу салым кошушту. Асимптотикалык Интеграция алгоритмдери өнүккөн сайын, алардын колдонулушундагы айрым көйгөйлөр пайда болду. Ошондуктан, асимптотикалык методдор конкреттүү маселелерди чечүүдө иштелип чыккан. А.Б. Васильева жана М. И. Иманалиев тарабынан иштелип чыккан чек ара функцияларынын кеңири белгилүү ыкмасы экспоненциалдуу чек ара катмары бар милдеттерге карата колдонулат. Канатов - Богучивов-Митропольскийди орточо эсептөө ыкмасы менен теңдемелер изилденет, мында оң бөлүктөр убакыттын акыркы орточо болушуна мүмкүндүк берет. Өткөн кылымдын алтымышынчы жылдарында С. А. Ломов тарабынан элестетилген огуна карата чектүү оператордун спектринин жайгашкан жерин чектөө ыкмасы иштелип чыккан. Бул ыкма менен алынган асимптотикалык катарлар функциялардын белгилүү бир классында гана болуп саналат, термелүүчү жана атаандашсыз типтеги тапшырмаларга колдонууга мүмкүндүк берет, изделген функциялардын айрым чектөөлөрү менен мүмкүн асимптотикалык гана эмес, кадимки мааниде да жакындашат. Регуляризация методунун теориялык негизи, сингулярдык бузулган маселени чечүү эки эселенген жол менен: үзгүлтүксүз жана сингулярдуу түрдө бузулуудан көз каранды. Регулярлаштыруу ыкмасынын негизги идеясы кошумча көзкарандысыз өзгөрмөлөрдү киргизүү менен чоңураак өлчөмдүү мейкиндикке өтүү. Чектик оператор спектри менен киргизилген кошумча өзгөрмөлөр чечимдин параметрге болгон сингулярдык көз карандылыгын сүрөттөйт. Ушул убакка чейин, метод кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн жана айрым туундулардагы сингулярдык бузулган теңдемелердин айрым класстары үчүн иштелип чыккан. Методдун өнүгүшү чектүү оператордун спектрин колдонууга негизделген. Мурда изилденген маселелерде спектр аркылуу кичинекей параметр боюнча чечимдин сингулярдуулугу сүрөттөлгөн.

Бөлүштүрүлгөн кинетикалык системалардын математикалык моделинде ар бир мейкиндик чекити термелүүнүн генератору болуп саналат жана бул генераторлордун ортосундагы байланыш диффузия (же жылуулук өткөрүмдүүлүгү) аркылуу жүргүзүлөт. Мындай бөлүштүрүлгөн системалардын мисалдары химиялык реакциялар, экологиялык тутумдар, айрым жарым өткөргүч конструкциялар жана башкалар болушу мүмкүн.

Изилденип жаткан процесс Улуу туундулардагы кичинекей параметрлер менен дифференциалдык теңдемелер менен сүрөттөлгөн учурда, мындай теңдемелер сингулярдуу бузулган теңдемелер деп аталып калган. Сингулярдуу бузулган теңдемелер менен сүрөттөлгөн процесстер бирдей эмес өтүүлөр менен мүнөздөлөт, аларда" тез "жана" жай "компоненттердин болушу каралып жаткан дифференциалдык системанын" катуулугун " шарттайт. Катуу тутумдар үчүн болжолдуу чечимдерди эсептөөнүн салттуу алгоритмдери натыйжалуулугун жоготот. Бул чек ара катмарынын зонасында сезилет, көз карандысыз өзгөрмөнүн маанилеринде пайда болот чек ара чекиттеринин айланасы.

Дифференциалдык теңдемелерди асимптотикалык интеграциялоо методдорунун негизинде жүргүзүлгөн изилденүүчү маселенин алдын-ала асимптотикалык анализинин жардамы менен пайда болгон кыйынчылыктарды жеңүүгө болот.

Максаты жана изилдөө милдеттери. Чектик оператор спектрдин нөл чекитине көбөйтүлсө, сингулярдык козголгон маселелерди чечүүдө таптакыр жаңы жана татаал эффекттер пайда болот. Ошондуктан, кичинекей параметр менен параболикалык типтеги дифференциалдык теңдемелер үчүн мындай маселелерди асимптотикалык чечүүнүн курулушу илимий жана практикалык кызыгууну жаратат. Диссертациялык иш ар кандай чыгармалардагы сингулярдык бузулган параболикалык теңдемелер үчүн чектик маселелерди изилдейт, мында чектик оператор спектрдин эселенишине ээ.

Маселе изилдөөсү: маселелерди аныктоодо илимий изилдөөлөрдү негизги этаптарга бөлүп, алардын мазмунуна ылайык изилдөө маселелерин иштеп чыгуу керек. Адатта, ар бир этапка өзүнчө тапшырма берилет. Чечиле турган маселелердин тизмесинде эң чоңдорун анча-мынча маселелерге бөлбөй бөлүп көрсөтүү керек.

Маселе 1. Параболикалык типтеги жарым-жартылай туундуларда теңдемени чечүү асимптотикасын убактылуу параметрде, ошондой эле чектик оператор спектрдин нөл чекитине көбөйтүлгөндө, бардык туундуларда куруу. Параболикалык теңдемелердин сингулярдык бузулган тутумунун системасын изилдөө, потенциалдуу матрица өздүк маанинин нөлдүк эселенишине ээ болгондо.

Маселе 2. Нөлгө барабар эмес жана спектрдин бир Туруксуз чекитине көбөйтүлгөн учурда сингулярдык бузулган маселенин асимптотикалык чечимин түзүү маселелерин изилдөө.

Маселе 3. Параболикалык маселенин асимптотикалык чечими, эгерде чектик оператор спектрдин нөл эмес чекитине жана сызыктуу эмес элементардык бөлгүчтөргө ээ болсо. Чектүү оператордун спектри жок болгон учурда, асимптотиканы чечүү.

Алынган натыйжалардын илимий жаңылыгы. Параболикалык типтеги дифференциалдык теңдеме үчүн биринчи четки маселе боюнча диссертациялык иште төмөнкү жаңы натыйжалар алынды:

* чектүү оператор спектрдин нөл чекитине көбөйтүлгөндө, параболикалык типтеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелер үчүн сингулярдык бузулган четки маселелерди чечүүнүн жөнгө салынган асимптотикасын түзүү алгоритми сунушталды;

* параболикалык типтеги сызыктуу теңдемелер тутуму үчүн сингулярдык бузулган четки маселелердин жөнгө салынган асимптотикалык чечимдери

бардык туундуларда кичине параметрге ээ, эгерде потенциалдуу матрица өздүк маанинин нөлдүк көбөйтүүсүнө ээ болсо;

* чектүү оператордун спектринин чекиттеринин бири Туруксуз, ал эми спектрдин чекиттеринин акыркы сандарынын бир бөлүгү нөлгө көбөйтүлбөгөн учурларда жөнгө салуучу өзгөрмөлөрдү тандоо эрежелери орнотулган, ортоңку маселелердин чечимдерин көрсөтүү функцияларынын класстары табылган жана жөнгө салынган асимптотика курулган;

* чектүү оператор спектрдин нөлгө барабар эмес чекитине ээ болгон жана Жордан структурасына барабар болгон учурда, сингулярдык бузулган параболикалык маселелерди чечүүнүн жөнгө салынган асимптотикасы курулган;

* асимптотика чектик оператор жок болгон учурда курулган спектр.

Алынган натыйжалардын практикалык мааниси. Бул иш теориялык багыты бар. Жетишилген жыйынтыктарды сингулярдык бузулган дифференциалдык, Интегралдык-дифференциалдык теңдемелерди изилдөө үчүн, ошондой эле айрым сингулярдык бузулган теңдемелерди сапаттык изилдөөдө колдонсо болот, прикладдык тармактардагы процесстерди сапаттык изилдөөдө: физика, экология, химиялык реакциялар; Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын интегро-дифференциалдык теңдемелер боюнча илимий изилдөөлөрдө колдонсо болот. Ж. Баласагын, "Манас" КТУ, ошондой эле Кыргыз Республикасынын ЖОЖдорунда профилдик жана башка табигый-техникалык багыттар үчүн атайын курстарды иштеп чыгууда.

Диссертациянын коргоого чыгарылган негизги жоболору:

* чакан параметр убакыттын туундусунан мурун, ошондой эле бардык туундуларда турганда, спектрдин нөл эселенген параболикалык теңдемесин чечүү асимптотикасы курулган;

* бардык туундуларда чакан параметр болгондо, көйгөйдү чечүүнүн жөнгө салынган асимптотикасы табылды жана чектик оператор спектрдин нөл эселенген чекитине ээ жана спектрдин нөл эмес көбөйтүүсү жана Туруксуз чекиттери бар параболикалык теңдемени чечүү асимптотикасы курулган;

* критикалык учурда синулярдуу бузулган параболикалык теңдемелер системасына сингулярдуу бузулган маселелер үчүн Регулярлаштыруу ыкмасы

жалпыланган;

* параболикалык маселени чечүү асимптотикасы спектрдин нөлгө көбөйтүлгөн чекитинен жана Жордан структурасынын чектик операторунан табылды;

* салыштыруу үчүн, чектелген оператордун спектри жок болгон учурда, сингулярдык бузулган параболикалык маселени чечүү асимптотикасы курулган.

АДАБИЯТКА СЕРЕП

Бул бөлүмдө диссертациянын темасы боюнча адабияттарга кыскача сереп берилет жана башка авторлор тарабынан алынган иште көп жолу колдонулган айрым натыйжалар келтирилет.

19-кылымда сингулярдуу козголгон тапшырмалар теориясы өнүгө баштаган. Сингулярдык толкундоолор теориясындагы биринчи изилдөө Ж. Лиувиллдин эмгеги, анда ал ЖДТнин экинчи тартиптеги чечимдерин чексиздикке умтулууда кураt. 1899-жылы Хорне ушул эле экинчи тартиптеги ЖДТнин асимптотикалык чечимди куруу жагынан изилдейт. 1907-жылы Л.Шлезингер, ал эми 1908-жылы Д. Биркгоф сингулярдуу козголгон экинчи тартиптеги чечимдердин структурасын изилдөө маселесин карап чыгышат жана чечишет.

Көзкарандысыз өзгөрмө бир чекиттен экинчи чекитке өткөндө, алардын спектринин эселүүлүгү өзгөрсө, татаал эффекттер ЖДТ үчүн өзгөчө бузулган маселелерди чечүүдө пайда болот. Бул жерде бурулуш чекиттери пайда болушу мүмкүн, анткени бул чекиттердин тегерегиндеги сингулярдуу бузулган теңдемелердин чечим структурасы алардан алыс чечимдердин структурасынан кескин айырмаланат. Бурулуш чекиттерин изилдөө менен байланышкан биринчи натыйжа 1934-жылы алынган.

Кыркынчы жылдан баштап чек ара катмарынын кубулуштарын сүрөттөгөн сингулярдык бузулган теңдемелерди асимптотикалык интеграциялоонун усулдарын иштеп чыгууга багытталган изилдөөлөр жүргүзүлүүдө. Бул багыттын өнүгүшүнө төмөнкүлөр салым кошушту: А.Н.Тихонов, В.В.Вазов, Л.С. Понтрагин, В. П. Маслов, М. И. Вишик, А. Б. Васильева, М. И. Иманалиев, К.

Какишов, С. А. Ломов, В. Ф. Бутузов, К. А. Касымов, К. Алымкулов.

Бул илимпоздордун жана алардын окуучуларынын аракеттери менен, сингулярдуу бузулган теңдемелерди чечүүнүн ар кандай асимптотикалык ыкмалары түзүлгөн.

Асимптотикалык Интеграция алгоритмдери өнүккөн сайын, алардын колдонулушундагы айрым көйгөйлөр пайда болду. Ошондуктан, асимптотикалык методдор конкреттүү маселелерди чечүүдө иштелип чыккан. А.Б. Васильева жана М.И.Иманалиев тарабынан иштелип чыккан Чек ара функцияларынын кеңири белгилүү ыкмасы экспоненциалдуу чек ара катмары бар милдеттерге карата колдонулат, Канатов–Богучивов-Митропольскийди орточо эсептөө ыкмасы менен теңдемелер изилденет, мында оң бөлүктөр убакыт боюнча акыркы орточо чектин болушуна мүмкүндүк берет.

Өткөн кылымдын алтымышынчы жылдарында С. А. Ломов тарабынан, элестетилген огуна карата чектүү оператор спектринин жайгашкан жерин чектөөнү алып салган ыкма иштелип чыккан. Бул ыкма менен алынган асимптотикалык катарлар функциялардын белгилүү бир классында гана колдонулат, термелүүчү жана термелүүчү эмес типтеги тапшырмаларга колдонууга мүмкүндүк берет, изделген функцияларга айрым чектөөлөр менен көйгөйлөр асимптотикалык гана эмес, кадимки мааниде да биригиши мүмкүн. Регуляризация методунун теориялык негизи, сингулярдык бузулган маселени чечүү эки эселенген жол менен: үзгүлтүксүз жана сингулярдуу түрдө бузулуудан көз каранды. Регулярлаштыруу ыкмасынын негизги идеясы кошумча көз карандысыз өзгөрмөлөрдү киргизүү менен чоңураак өлчөмдүү мейкиндикке өтүү. Чектик оператор спектри менен киргизилген кошумча өзгөрмөлөр чечимдин параметрге болгон сингулярдык көз карандылыгын сүрөттөйт.

Иштердеги сингулярдуу козголгон тапшырмалар үчүн жөнгө салуу ыкмалары оператор жана абстрактуу теңдемелер жана Гилберт мейкиндигиндеги теңдемелер боюнча жалпыланган. Методдун абстрактуу теңдемелерге карай өнүгүшү үзгүлтүксүз спектрдик теңдемелерге жана чектик оператордун кайтарылгыс колдонулушуна алып келди.

ЖДТнин асимптотикалык интеграциясына мүнөздүү теңдеменин көп тамырлары болгон учурда көптөгөн авторлор кайрылышкан, С.А.Ломовдун жөнгө салуу ыкмасы позициясынан бул маселе А. Г. Елисеевдин, А. А. Боободжановдун эмгектеринде чечилген.

Көзкарандысыз өзгөрмөнүн ар кандай мaанилериндеги чектик оператор спектринин чекиттери ар кандай касиетке ээ болгондо, Туруксуз спектрдеги маселелер каралат, мисалы: айрым чекиттерде нөлгө кайрылуу же спектрдин ар башка чекиттери бири-бирине жабышып же кесилишет. Туруксуз спектрдеги маселелер ар кандай авторлор тарабынан ар кандай позициялардан изилденген жана башкалар, Регулярлаштыруу ыкмасы менен кадимки дифференциалдык теңдемелер изилденген параболикалык типтеги жарым-жартылай туундулардагы теңдемелер.

Интегралдык, Интегралдык-дифференциалдык теңдемелерге Регулярлаштыруу методун жалпылоо иште аткарылды. Тез өзгөрүүчү ядролору бар интегралдык жана интегралдык дифференциалдык теңдемелер үчүн асимптотикалык чечимдерди курууга арналган.

Буга чейин, жөнгө салуу ыкмасы позициясынан баштап, параболикалык маселелер иште изилденген. Алардын ичинде, чакан параметр болуп саналат. Убактылуу Туундунун алдында жана чектүү нормалдуу 0 эллиптикалык дифференциалдык оператор спектрге ээ. Мейкиндик өзгөрмөсүндө кичинекей параметр менен теңдеме изилденген. Ал жерде мезгил-мезгили менен четки маселе изилденет, анда чек ара оператору мезгилдүүлүк шарты менен спектр бар. Ломовдун ыкмасы ар кандай сингулярдуу бузулган параболикалык маселелерге жалпыланган, мында чакан параметр убакыт туундусунда көбөйткүчкө кирет. Бул учурда жөнгө салуу ыкмасын сингулярдуу бузулган милдеттердин ар кандай класстарына жалпылоо чектүү оператордун спектри боюнча ишке ашырылган. Чектүү оператордун спектри жок болгон учурда жана кичинекей параметр бурчтук чекиттери бар аймактын бардык мейкиндик туундуларында турганда, жөнгө салынган асимптотикалык сингулярдык бузулган параболикалык маселени курууга арналган иш.

С.Ф.Фешченко жана Н.И. Шкилем ЖДТ тутумдарынын асимптотикалык бөлүнүү теориясын жай өзгөрүлмө коэффициенттер жана тез ылдамдатуучу эркин мүчө иштеп чыккан. Бул теорияны банах мейкиндиктериндеги дифференциалдык теңдемелерге жалпылоо Ю.Л. Далецкий жана С.Г. Крейн тарабынан жүргүзүлгөн.

Параболикалык маселелерге өзгөчө козголгон чек ара катмарынын типтеги функцияларды камтыган, өзгөрүүнүн экспоненциалдык мүнөзүнө ээ болгон асимптотикалык чечимдер курулган жерде ж.б. эмгектери чечимдердин асимптотикалык сунуштарына арналган, ал эми чыгармасында чек ара катмарынын тибиндеги асимптотика курулган жана ал жерде курулган чечим асимптотикасы параболикалык чек ара катмарынын функциясын камтыйт. В.Б. Левенстамдын ишинде орточо ыкма менен тез ылдамдатуучу коэффициенттер менен сингулярдык бузулган параболикалык маселени чечүүнүн асимптотикасы курулган.

А.С. Өмүралиевдин чыгармасында чектүү оператор спектр жок болгондо, сингулярдуу бузулган параболикалык теңдемелер үчүн четки маселелер чечилген. Ал изилдеген экинчи көйгөй - бул бардык туундуларда параболикалык теңдемелер үчүн чек ара маселелери, эгерде аймактын чеги жылмакай эмес, бурчтук чекиттерди камтыйт. Мындай милдеттердин мүнөздүү өзгөчөлүгү болуп биринчи жолу В.Ф. Бутузов тапкан бурчтук чек ара катмарынын пайда болушу саналат. Үчүнчү маселе А. С. Өмүралиев чектүү оператордун спектринин айрым чекиттери чекит өзгөчөлүгүнө ээ болгон милдет болуп саналат. Милдеттердеги өзгөчөлүктөрдүн болушу өзгөрүүнүн ыйгарым укуктуу мүнөзүнө ээ болгон кошумча чек ара катмарынын пайда болушуна алып келет.

Жүргүзүлгөн сереп көрсөткөндөй, чектик оператор спектрдин бир нече чекитине ээ болгондо, сингулярдуу бузулган параболикалык теңдемелер үчүн четки маселелер изилдене элек.

ЭКИНЧИ БӨЛҮМ

КЫСКАЧА ТЕОРИЯ

2.1 Регулярлоо методу.

Регуляризация ыкмасы 1950-жылдардын аягында жана 1960-жылдардын башында башталган. Биринчи кагазда, дүүлүгүү эмиссиясынын бирдиги көз карандылыгын сүрөттөгөн өзгөрмөлөрдүн регуляризациясы негизги көзкаранды чыгуучу өзгөрмөлөрдөн айырмаланып, атайын продукт түрүндө берилет. Бирок, биз сызыктуу эмес маселелерди карап бурулуп, ал ченемдик өзгөрмөлөр баштапкы көз каранды өзгөрмөлөр менен бирге берилүүгө тийиш экени айкын болуп калды. "Пуанкаре-Лайтилла-го ыкмасы" Циан Сю-Сеня Зажигал теңдемесинин мисалын келтирет.

$$(t + \varepsilon y)y' + q(t)y = h(t), \tag{2.1}$$

бир караганда, жөнөкөй мисал сингулярдуу тартуу теориясынын фундаменталдык татаалдыгы менен байланыштуу окшойт. Бул эсептөөлөр мисал поршендик ыкмасы негизги идеясын көрсөтөт. Улам эсептөөлөр боюнча бурмалоо даражасын (2.1), андан тышкары, бир сызыктуу көз ирмем электр чеги катмары үчүн изилденген, барабардык (2.1) бир күч чеги катмарынын идеясына негизделген изилдениши мүмкүн. Теңдемени толук изилдөө (2.1) жөнгө салуучу өзгөрмөлөр көйгөйдө көрсөтүлгөн өзгөрмөлөр менен белгилениши керектигин аныктады. Ушундан улам, чектик катмар эффектиси маселеде баштапкы жекелик дирилдөө берилгендей берилиши керек. Бул максатка негизделген, толкунданып чакан параметр кемитүү боюнча жекелик көз карандылык пунктка атайын теориясын колдонуу менен изилдөө керек.

Регуляризация ыкмасы төмөнкү (2.2) теңдемеге алып келет.

$$\varepsilon y' - A(t)y = h(t), \quad y(0, \varepsilon) = y^0, \quad t \in (0, T). \tag{2.2}$$

$[0,\ T]$ аймагын бирдей бөлүктөргө бөлүү менен кичине ε параметрлүү $y(t,\ \varepsilon)$ чыгарылышынын аппроксимациясы тургузулат, псевдоаналитикалык чыгарылышы жана $\varepsilon \to 0$ умтулганда аппроксимациянын чыгарылышка карата асимптотикалык жыйналуусун өзүнчө изилдейт.

2.2 Ломовдун ыкмасы

XX-Кылымдын башында Прандель чектөө катмарынын теориясын түзүп, жука чектөө катмары гана адгезия шарты аткарылган жерде сүрүлүү эффектине ээ деген божомолго негизделген. Мындан алынган чектик теңдемелер азыркы учурда "жабышкактык" болгон чөйрөнүн белгилүү бир кыймылын изилдөөнүн бардык тармактарында колдонулат. Дубалдагы электрондук агымдар да маргиналдык катмарды түзөт. Скиниттин көрүнүшү да ушуга байланыштуу.

Математикалык көз караштан алганда, чек катмарынын теориясы Навиер-Стокс дифференциалдык теңдемесинин асимптотикалык интеграциясынын теориясы деп эсептелет, ал өтө чоң Рейнольдстун санынан турат. Акыркы жылдары, жигердүү бир чеги маселелерди асимптотикасы бириктирүү теориясы иштеп жатат (мындай проблемалардын бири чакан өлчөмдөгү Навиер-Стокс барабардык болуп саналат), ал эми азыр болсо тиешелүү оператордун дискреттик спектри менен чектүү таасирин математикалык сыпаттамасы боюнча жаңы көз караштарды жазууга болот.

Чексиз түрдө жазылган кыймыл теңдемеси үчүн чектик маселенин мисал катары берилиши көйгөйдүн негизги учурун көрсөтөт:

$$L_s y \equiv \varepsilon y'' + a(t)y' + b(t)y = h(t)$$

$$y(0,\varepsilon) = y(1, \varepsilon) = 0 \tag{1}$$

Мында ε −кичине параметр, биз аны жеңилдик үчүн оң деп кабыл алабыз.

Суроо туулат: (1) бул маселени чечүүнү изилдеп жатканда МКТнын төмөнкү баасын колдонууга болобу? Эгерде кичинекей параметр даража операторунун негизги бөлүгүндө болбосо жана көз каранды параметр дагы болсо, анда жогорудагы суроого жоопту дүлөйлүктүн классикалык теориясы берет: (1) Көйгөйдүн чечилишин бир катар катар катары көрсөтүңүз

$$y(t, \varepsilon) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \cdots .$$

Жогорудагы суроого жооп оператордун негизги термин ызылдаган учурда оң саны аз параметр алуу учурда эле жеңил эмес. Бул учурдагы көйгөй кадимки козголуу көйгөйүнөн айырмаланып, жекелик деп аталат.

2.2 Козголуу тууралуу

1846 - жылы француз астроному Леверье, Уран планетасынын кыймылынын "тартипсиздигин" изилдеп, дагы бир планета бар экендигин жана ал саякат анын ордун жана убактысын айтылган. Немис астроному Галле ошол эле эсептөөлөрдү жүргүзүп, жаңы планетаны тапты ачылыш. Кийинчерээк ачылган планета Нептун деп аталып калган. Бул бир чындык кечирим кылымдын илим зор ийгилик болду.

Мындай ачылышты жазууга Леверьенин эмне түрткү болду? Уран планетасынын туура эмес кыймылын изилдеп, Леверриер белгисиз коңшу планета ага кийлигишип жаткандыгын жана көтөрүлүшкө чыккандыгын түшүнгөн. Эгерде дүйнөдө күн жана жер деген эки гана дене болсо, анда алар бири-бирине жалпы тартылуу мыйзамында көрсөтүлгөндөй кыймылда болмок. Жөнөкөй тил менен айтканда, бул козголоңсуз кыймыл. Бирок дүйнөлүк тартылуу мыйзамына баш ийген жана Күндүн айланасында Жердин кыймылын стимулдай турган башка органдар дагы бар. Мындай кызыктуу күч планеталардын бири-бирин жок кылышы үчүн жетишсиз, ошондуктан алардын кыймылында чоң өзгөрүүлөр жок. Бирок, алар асман телолоруна байланыштуу божомолдорду эсептөөдө эске алынышы керек (мисалы, чыгыштан жана батыштан Күн тутулганда). Негизинен, жердин кыймылы пульсациялык кыймыл деп аталат. Мөөнөт "козголуу" бардык ыктымалдуулукта ал биринчилерден болуп асман механикасында пайда болгон.

Козголгондо ири жана чакан параметрлерин колдонуп, математикалык түшүнүк менен түшүндүрүлөт. Асман механикасындагы кичинекей параметр планеталардын массасынын күндүн массасына катышын берген мааининин ылдамдыгы = 1/ Ма болот жана тескери мааниси чоң параметрдин ролун ойной алат дегенди билдирет. Дүүлүгүү теңдемесин чечүүдө айрым түшүнүктөрдөн келип чыккан кичинекей параметрлердин даражасы негизинен козголуу теориясы деп аталат.

Жогоруда айтылгандардан, козголуу ар дайым процесстердеги маанисиз өзгөрүүлөргө алып келет деген идея пайда болгон.

ҮЧҮНЧҮ БӨЛҮМ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛДЫК БӨЛҮК

Параболикалык типтеги дифференциалдык теңдемелердин n өлчөмдүү сызыктуу системасы үчүн мейкиндик туундусунда кичинекей параметр менен биринчи четки маселе изилденип жатат. Петровскийдин маанисинде система бир калыпта параболалык болгон учурда чечимдин толук регулярдуу асимптотикасы курулат. Петровскийдин маанисинде система бирдей параболикалык болгон учурда, толук жөнгө салынган асимптотикалык чечим курулат. Курулган асимптотика "кошумча ыктымалдык интегралы" менен сүрөттөлгөн 2n параболикалык чек-катмар функцияларын камтыйт.

1. **Тапшырманын коюлушу**. Бул эмгекте Ломовдун ыкмасы менен сингулярдуу козголгон маселелерди жөнгө салууда мейкиндик туундусунда кичине параметри бар параболикалык типтеги дифференциалдык теңдемелердин n-өлчөмдүү сызыктуу системасы үчүн биринчи четки маселени чечүүнүн асимптотикасы курулган.

Параболикалык типтеги сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин системалары изилденген. Бул эмгектерде мейкиндик туунду менен скалярдык функция бар. (3)-дө чек ара катмар тибиндеги асимптотика курулган, ал эми (4) - дө регулярдуу асимптотика курулган. Биз скаляр функциясынын ордуна n x n - матрица турган учурду изилдеп жатабыз жана асимптотика кыйла татаалыраак түзүлүшкө ээ экендиги көрсөтүлгөн. Тактап айтканда, ал 2n параболалык чек ара функцияларын камтыйт, алардын жарымы x = 0 бойлорундагы чек ара катмарын чагылдырса, ал эми экинчи жарымы x = 1 бойлорундагы чек ара катмарын чагылдырат.

Биринчи четки маселени карап көрөлү

$$T_\varepsilon u \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 A(x)\partial_x^2 u - D(x, t)u = f(x, t), \qquad (x, t) \in \Omega,$$

$$u|_{t=0} = h(x), \qquad u|_{x=l-1} = 0, \quad l = 1, 2,$$

бул жерде $u = u(x, t, \varepsilon) = \mathrm{col}(u_1, u_2, \ldots, u_n)$, $\Omega = (0, 1)\times(0, T]$, $\varepsilon > 0$- кичине параметр.

Маселе төмөнкү божомолдор менен чечилет:

1) n-өлчөмдүү вектор-функциялар үчүн f(x,t) жана h(x) киргизүү колдонулат

$$f(x, t) \in C^{\infty}(\Omega, \mathrm{C}^n), \qquad h(x) \in C^{\infty}([0, 1], \mathrm{C}^n),$$

n x n - матрицалык функциялар үчүн D (x,t) жана A(x) – киргизүүлөр

$D(x, t) \in C^{\infty}(\Omega, \mathrm{C}^{n\times n})$, $A(x) \in C^{\infty}([0, 1], \mathrm{C}^{n\times n})$;

2) бардык тамырлардын чыныгы бөлүктөрү

$\lambda_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ теңдемелери $\det(A(x),\lambda E) = 0$

так маанилүү жана $\lambda_i(x) = \lambda_j(x)$ бардыгы үчүн $x \in [0,1]$,

эгер $i = j$, $i, j = \overline{1, n}$;

3) баштапкы жана чек ара шарттарынын ортосунда ырааттуулук бар: h(0) = h(1) = 0.

2. Маселени жөнгө салуу. Мындан C жөнгө салуучу өзгөрмөлөрдү киргизебиз

$$\xi_{i,l} = \frac{\phi_{i,l}(x)}{\varepsilon}$$

$$\phi_{i,l}(x) = (-1)^{l-1}\int_{l-1}^{x}\frac{ds}{\sqrt{\lambda_i(s)}}, \qquad l = 1{,}2 \quad i = \overline{1, n} \qquad (2)$$

жана мындай $\tilde{u}$ кеңири функциясын,

$\tilde{u}(M, \varepsilon)|_{\xi=\phi(x)/\varepsilon} \equiv u(x, t, \varepsilon)$ $M = (x, t, \xi)$, $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, $\xi_l = (\xi_{1,l}, \xi_{2,l}, \ldots, \xi_{n,l})$, (3)

$\phi(x) = (\phi_1(x), \phi_2(x))$, $\phi_l(x) = (\phi_{1,l}(x), \phi_{2,l}(x), \ldots, \phi_{n,l}(x)$, $l = 1, 2$.

(2) негизинде теңдиктен (3) туундуну табабыз:

$$\left(\partial_x^2\tilde{u}+\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\varepsilon^2}(\varphi'_{i,l}(x))^2\partial^2_{\xi_{i,l}}\tilde{u}+\frac{1}{\varepsilon}L^{\xi}_{i,l}\tilde{u}\right]\right)\Big|_{\xi=\varphi(x)/\varepsilon},\quad L^{\xi}_{i,l}\equiv 2\varphi'_{i,l}(x)\partial^2_{x,\xi_{i,l}}+\varphi$$

$$\partial_x^2 u\equiv\left(\partial_x^2\tilde{u}+\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\varepsilon^2}(\varphi'_{i,l}(x))^2\partial^2_{\xi_{i,l}}\tilde{u}+\frac{1}{\varepsilon}L^{\xi}_{i,l}\tilde{u}\right]\right)\Big|_{\xi=\varphi(x)/\varepsilon},\quad L^{\xi}_{i,l}\equiv 2\varphi'_{i,l}(x)\partial^2_{x,\xi_{i,l}}+\varphi''_{i,l}(x)\partial_{\xi_{i,l}}.$$

Бул эсептөөгө ылайык (1) - маселеге жана (3)-аныктамага, кийинки кеңейтилген тапшырманы коебуз

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u}\equiv T_0\tilde{u}-\varepsilon L^{\xi}\tilde{u}-\varepsilon^2 L_x\tilde{u}=f(x,t), \tag{4}$$

$$\tilde{u}|_{t=0}=h(x),\quad \tilde{u}|_{x=0,\xi_{i,1}=0}=\tilde{u}|_{x=1,\xi_{i,2}=0}=0,\quad i=\overline{1,n},$$

$$T_0\tilde{u}\equiv\partial_t\tilde{u}-\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}A(x)[(\varphi'_{i,l}(x))^2\partial^2_{\xi_{i,l}}\tilde{u}]-D(x,t)\tilde{u},\quad L^{\xi}\equiv\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}A(x)L^{\xi}_{i,l}\tilde{u},\quad L_x\equiv A(x)\partial_x^2,$$

(4) – тапшырма ε боюнча ε → 0 регулярдуу болуп саналат. Ошондуктан, анын чечимин төмөнкүдөй издейбиз

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\varepsilon^k u_k(M).$$

Бул катардагы коэффициенттери үчүн биз төмөнкү итерация маселелерин алабыз:

$$T_0u_0(M)=f(x,t),\quad T_0u_k=L^{\xi}u_{k-1}+L_xu_{k-2}, \tag{7}$$

$$u_0(M)|_{t=0}=h(x),\quad u_k(M)|_{t=0}=0,\quad u_k(M)|_{x=l-1,\xi_{i,l}=0}=0,\quad l=1,2,\quad i=\overline{1,n}.$$

1. Итерациялык маселелердин чечилиши. Жалпысынан алганда, итерациондук теңдемелер төмөнкүдөй жазылат:

$$T_0 u_k(M) = F_k(M).$$

Итеративдик маселелер чечиле турган функциялардын U классын киргизебиз ([1,2,5] караңыз):

$$U=\left\{u_k(M): u_k(M)=\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n} u_{k,i}^{l}(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right)+v_k(x,t),\quad v_k(x,t), u_{k,i}^{l}(x,t)\in C^{\infty}(\overline{\Omega},\mathbb{C}^n)\right\},$$

$$\mathrm{erfc}\,(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}\exp(-t^2)\,dt.$$

erfc $(\xi_{i,l}/(2\sqrt{t}))$ функциясы жылуулук өткөрүү теңдемесинин чечими болуп саналат ∂_tu= $\partial_{\xi_{i,l}}^2$ ошондуктан, параболикалык чек катмарын чагылдырат [5].

$A(x)$, $A^*(x)$ матрицаларынын өздүк векторлорунун системаларын $\{b_i(x)\}$, $\{b_i^*(x)\}$ аркылуу белгилейбиз. $\lambda_i(x)$, $\overline{\lambda_i(x)}$өздүк маанисине жооп берет жана биз аларды биортонормалдуу катары алабыз:

$$A(x)b_i(x)=\lambda_i(x)b_i(x),\quad A^*(x)b_i^*(x)=\overline{\lambda}_i(x)b_i^*(x),\quad (b_i(x),b_j^*(x))=\delta_{i,j},$$

бул жерде $\delta_{i,j}$- Кронекердин белгиси, i, j = $\overline{1,n}$.

Теорема 1. $F_k(M)\in U$ болсун жана 2) - шарт аткарылды дейли. Анда кошумча шарттарда:

a) $u_k(M)|_{t=0} = h(x)$, $u_k(M)|_{x=0,\xi_{i,1}=0} = 0$, $u_k(M)|_{x=1,\xi_{i,2}=0} = 0$;

b) $L^{\xi}u_k(M) = 0$

(8) – теңдеменин жалгыз чечими бар $u_k(M) \in U$

Далил. Шарт боюнча $F_k(M) \in U$, анда

$$F_k(M) = \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n} d_{k,i}^l(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right) + d_{k,0}(x,t), \quad d_{k,i}^l(x,t), d_{k,0}(x,t) \in C^\infty(\overline{\Omega}, \mathbb{C}^n).$$

$u_k(M) \in U$ функциясын (8) –теңдемеге коюп,

анан

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left\{\partial_t u_{k,i}^l(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right) + [u_{k,i}^l(x,t) - \varphi_{i,l}'^2(x)A(x)u_{k,i}^l(x,t)]\frac{\xi_{i,l}}{4\sqrt{t^3}}\exp\left(-\frac{\xi_{i,l}^2}{4t}\right) -\right.$$

$$\left.-D(x,t)u_{k,i}^l(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right)\right\} + \partial_t v_k(x,t) - D(x,t)v_k(x,t) = \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n} d_{k,i}^l(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right) + d_{k,0}(x,t).$$

алабыз.

Эгерде бул теңдик, төмөнкү теңдикте сакталса, анда канааттандырылат:

$$(E - \varphi_{i,l}'^2(x)A(x))u_{k,i}^l = 0, \quad \partial_t u_{k,i}^l(x,t) - D(x,t)u_{k,i}^l(x,t) = d_{k,i}^l(x,t),$$
$$\partial_t v_k(x,t) - D(x,t)v_k(x,t) = d_{k,0}(x,t). \tag{9}$$

(9) – теңдеменин биринчи чыгарылышын төмөнкүдөй көрүнүштө издейбиз

$$u_{k,i}^l(x,t) = b_i(x)c_{k,i}^l(x,t), \tag{10}$$

бул жерде b_i(x) - A(x) матрицасынын өздүк вектору, λ_i(x) тин өздук маанисине дал келет.

Анда бул теңдеме төмөнкүдөй жазылат:

$(1) - \lambda_i(x)\varphi_{i,l}'^2(x))b_i(x)\, c_{k,i}^l(x,t) = 0.$

(2) – аныктаманын натыйжасында $\varphi_{i,l}(x)$ функциясы каалагандай $c_{k,i}^l(x,t)$скалярдык функциясына тендеш болот.

$u_k(M\,)U$ функциясы четки а) шартын канааттандырарын эске албаганда.

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{\varphi_{i,l}(2-l)}{2\varepsilon\sqrt{t}}\right) < \exp\left(-\frac{\varphi_{i,l}^2(2-l)}{8\varepsilon\sqrt{t}}\right), \quad l = 1, 2,$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n} b_i(x)c_{k,i}^l(x,0)\cdot 0 + v_k(x,0) = h(x), \quad \sum_{i=1}^{n} b_i(x)c_{k,i}^l(x,t)|_{x=0} + v_k(0,t) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} b_i(x)c_{k,i}^2(x,t)|_{x=1} + v_k(1,t) = 0. \tag{11}$$

(11) - биринчи катнашындагы биринчи кошулуучу t = 0 санына erfc ($\xi_{i,l}/(2\sqrt{t}))|_{t=0}$=0 көбөйтүлөт.

$c_{k,i}^l\ (x,t)|_{t=0}$ функциясынын мааниси катары каалаган

$$c_{k,i}^l(x,t)|_{t=0} = c_{k,i}^{l,0}(x). \tag{12}$$

11) –деги экинчи жана үчүнчү скалярдык катнаштарды $b_i^*(0)$жана $b_i^*(1)$ ге көбөйтүп төмөнкүлөрдү табабыз,

$$c_{k,i}^1(x,t)|_{x=0} = -(v_k(0,t), b_i^*(0)), \quad c_{k,i}^2(x,t)|_{x=1} = -(v_k(1,t), b_i^*(1,)). \tag{13}$$

(10) – негизинде, (9)- дагы экинчи теңдеме, (12)- баштапкы шартында чыгарылат. Табылган $c_{k,i}^l(x,t)$) функциясы каалаган $c_{k,i}^{l,0}$ (x) функциясынан көз каранды болот. Теорема 1 деги b) шартын камсыздап аркылуу $c_{k,i}^{l,0}(x)$ функциясынын дифференциалдык тендемесин алабыз, анын (13) – ылайык баштапкы шарты аркылуу чыгаруу менен, биз $c_{k,i}^l$ (x) ди алабыз. $v_k(x,t)\big|_{t=0} = h(x)$шарты аркылуу (9) – нун үчүнчү теңдемесин (11) – де аныкталган тендеме аркылуу чечүү менен биз $v_k(x,t)$ жана u_k(M) функциясыларын табабыз. Теорема далилденди.

3. Итерация маселелерин чечүү. Ушундан улам f $(x,\ t)$ ϵ U, теорема 1, (7) – тендеменин чечими k=0 болот жана U классына кирет. Чечимдин компоненттерине байланыштуу $u_0(M\ )\in U$ төмөнкүдөй көрүнүштөгү теңдеме алабыз

$$\partial_t u^l_{0,i}(x,t) - D(x,t)u^l_{0,i}(x,t) = 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad l = 1,2, \quad \text{и} \quad \partial_t v_0(x,t) - D(x,t)v_0(x,t) = f(x,t).$$

Экинчи теңдеме баштапкы шартта чыгарылат $v_0(x,t)\big|_{t=0} = h(x)$жана жөнөкөй чыгарышы бар. Биринчи тендеменин чыгарышын (10) – издейбиз. Ажыратууну колдонобуз

$$D(x,t)b_i(x) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{j,i}(x,t)b_j(x), \quad \alpha_{j,i}(x,t) = (D(x,t)b_i(x), b^*_j(x)),$$

$$c^l_{0,i}(x,t)$$

$$\partial_t c^l_{0,i}(x,t) - \sum_{j=1}^{n} \alpha_{i,j}(x,t)c^l_{0,j}(x,t) = 0, \quad c^l_{0,i}(x,t)|_{t=0} = c^{l,0}_{0,i}(x),$$

жана буну чыгарып келип, ордуна коебуз

$$L^\xi u_0(M) = \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{n} A(x)L^\xi_{i,l}\left(b_i(x)c^l_{0,i}(x,t)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\xi_{i,l}}{2\sqrt{t}}\right)\right),$$

Бул жактан маселени жайылтабыз.

$$b'_i(x) = \textstyle\sum_{j=1}^{n}(b'_i(x), b^*_j(x))b_j(x)$$

$$\beta^l_{j,i}(x) = 2\varphi'_{i,l}(x)(b'_i(x), b^*_j(x)), \quad i \neq j, \quad \text{и} \quad \beta^l_{i,i}(x) = \varphi''_{i,l}(x) + 2\varphi'_{i,l}(x)(b'_i(x), b^*_i(x)).$$

б)ны камсыздап бул жака киргизебиз

$$2\varphi'_{i,l}(x)\partial_x c^l_{0,i}(x,t) + \sum_{j=1}^{n} \beta_{i,j}(x)c^l_{0,j}(x,t) = 0.$$

Бул жерге төмөнкүдөй $c^l_{0,i}(x,t)$ маанинисин киргизебиз, $c^{l,0}_{0,i}(x)$функциясынын дифференциалдык тендемесин алабыз, бул маселени баштапкы шарт аркылуу чыгарабыз.

$$c_{0,i}^{l,0}(x)|_{x=l-1} = -(v_0(l-1,t), b_i(l-1))/q_i(l-1,t), \quad l=1,2, \quad i=\overline{1,n}.$$

Ушул жол менен асимптотиканын баштапкы шарты чыгарылды. Ушундай эле жол менен башка катарларды да чыгарса болот

5. **Калдык мүчөсүн баалоо**. $R_{n\varepsilon}(M) = u(M,\varepsilon)$-$\sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k \ u_k(M)$ калдык мүчөсү үчүн, (7) тапшырманын негизинде төмөнкү маселени алабыз

$$L_\varepsilon R_{n,\varepsilon}(M) = \varepsilon^{n+1}\big(L_x U_{n-1}(M) + \varepsilon L_x u_n(M)\big)$$

$$R_{n,\varepsilon}(M)|_{t=0}=0, \ R_{n,\varepsilon}(M)|_{x=l-1,\xi,i,l=0}=0, \ \ l=1,2$$

(5) ылайык жөнгө салуу милдеттерин аркылуу кыскарган өндүрүү өлүм порнонун байланыштуу милдетти $R_{n,\varepsilon}(x,t,\varphi(x)/\varepsilon)$ алабыз. Андан ары, теориядан система үчүн биринчи четки маселени чечүү көрүнүшүн колдонуу 9, төмөнкү баа коюу кыйын эмес (14). Ошентип, биз далилдедик

Теорема 2. 1)- 3) шарттары аткарылды. Андан кийин кичинекей ε> 0 төмөнкү баа ишке ашат:

$$|R_{n,\varepsilon}(x,t,\varphi(x)/\varepsilon)| < c\varepsilon^{n+1}, \qquad \text{n = 0, 1, 2, ...,}$$

туруктуу с, ε ден көз каранды эмес, б.а. (6) катар (1) ε → 0 асимптотиканын чечими болуп саналат.

МАСЕЛЕНИН ЧЫГАРЫЛЫШЫ:

$$\partial_t \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \xi^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \partial_x^2 \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+t & 0 & 0 \\ 0 & t & 3 \\ 0 & 3 & 5+t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x+T \\ x \\ t \end{pmatrix}$$

$$u\Big|_{t=0} = u^0, v\Big|_{x=0} = u\Big|_{t=0} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 5-\lambda & 3 \\ 0 & 3 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 2, \quad \lambda_3 = 8$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\xi_{1,1} = \frac{1}{\varepsilon}x, \quad \xi_{1,2} = \frac{1-x}{\varepsilon}, \qquad \xi_{2,1} = \frac{2x}{\varepsilon},$$

$$\xi_{2,2} = \frac{2(1-x)}{\varepsilon}, \quad \xi_{3,1} = \frac{8x}{\varepsilon}, \quad \xi_{3,2} = \frac{8(1-x)}{\varepsilon}$$

$$u\Big|_{\xi=\varphi(x)/\varepsilon} = u(x,t,\varepsilon) \quad \xi_{il} = \frac{(-1)^{l-1}}{\varepsilon}\int_{e-1}^{x}(\sqrt{\lambda_i}(s))^{-1}ds, \varphi_i^1 = (-1)^{l-1}(\sqrt{\lambda_i(x)})^{-1}$$

$$\partial_t u - \varepsilon^2 \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3} A\left(\frac{\varphi_{li}^1(x)}{\varepsilon}\right)^2 \partial_{\xi_{il}}^2 u - \varepsilon\frac{2}{\varepsilon}\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\left(2\varphi_{li}^1(x)\partial_{x\xi_{il}}^2 u\right) = \partial(x)u + f - \varepsilon^2\partial_x^2 u$$

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k u_k(x,t,\xi)$$

$$T_0 U_0 = \partial_t u_0 - A\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\left(\lambda_i^{-1}\right)^2 \partial_{\xi_{il}}^2 u_0 = \partial_t u_0$$

$$u_0\Big|_{t=0} = u^0, \ u_0\Big|_{x=l-1} = 0, \ u_0\Big|_{t=0, x=l-1} = 0, \quad u_0\Big|_{t=0}, = u^0 - v_0(0)$$

$$T_0 U_1 = \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3} 2(-1)^{l-1} \ (\sqrt{\lambda_i})^{-1}\partial_{x\xi_{il}}^2 u_0$$

$$\partial_t u_0 = D_t v_0 + f(x,t), u_0\Big|_{t=0} = u^0$$

$$u_0 = v_0(x,t)\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3} u_{oi}^l\,(x,t)e(f)(\frac{\xi_{il}}{2\sqrt{t}})$$

$$\mathrm{Ab}_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 3\\ 0 & 3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = i * \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ \mathrm{Ab}_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 3\\ 0 & 3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix} = 2 * \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix},$$

$$\mathrm{Ab}_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 3\\ 0 & 3 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} = 8\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

$$\partial_t u_0 = D(f)v_0 + f(x,t)$$

$$\partial_t u_{oi}^l = D(t)u_{oi}^l,\ \ u_{oi}^l(x,t) = D_{oi}^l(x_1 + 1b_i)$$

$$\mathrm{D}b_i = (Db_i, b_1)b_1 + (Db_i, b_2)b_2 + (Db_i, b_3)b_3 = d_{i1}b_1 + d_{i2}b_2 + d_{i3}b_3$$

$$\mathrm{D}b_i = \begin{pmatrix}1+\mathrm{t} & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{t} & 3\\ 0 & 3 & 5+\mathrm{t}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_1, \text{в}_1) = \left(\begin{pmatrix}1+t & 0 & 0\\ 0 & t & 0\\ 0 & 0 & 5+t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix}1+t\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = (1+\mathrm{t}) = \alpha_{11}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_1, \text{в}_2) = \left(\begin{pmatrix}1+t\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right) = 0 = \alpha_{12}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_1, \text{в}_3) = \left(\begin{pmatrix}1+t\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right) = 0 = \alpha_{13}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_2, \text{в}_1) = \left(\begin{pmatrix}1+t & 0 & 0\\ 0 & t & 0\\ 0 & 0 & 5+t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\-(5+t)\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = 0 = \alpha_{21}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_2, \text{в}_2) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\-(5+t)\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right) = \mathrm{t} + 5 + \mathrm{t} = 2\mathrm{t} + 5 = \alpha_{22}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_2, \text{в}_3) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\-(5+t)\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right) = -5 = \alpha_{23}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_3, \text{в}_1) = \left(\begin{pmatrix}1+t & 0 & 0\\ 0 & t & 0\\ 0 & 0 & 5+t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\5+t\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\right) = 0 = \alpha_{31}$$

$$(\mathrm{D}\text{в}_3, \text{в}_2) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\5+t\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right) = -5 = \alpha_{32}\ ,\ \ (\mathrm{D}\text{в}_3, \text{в}_3) = \left(\begin{pmatrix}0\\t\\5+t\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right) = 2\mathrm{t} + 5 = \alpha_{33}$$

$$\partial_t \begin{pmatrix}V_{01}\\V_{02}\\V_{03}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+t & 0 & 0\\ 0 & t & 0\\ 0 & 0 & 5+t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_{01}\\V_{02}\\V_{03}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+t\\t\\t+5\end{pmatrix}(1+x)V_0|_{t=0} = \begin{pmatrix}(u_1^0\text{в}_1)\\(u_1^0\text{в}_2)\\(u_1^0\text{в}_3)\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}\partial_1 V_{01} = (1+t)V_{01} + 1 + t \\ \partial_t V_{02} = t\, V_{02} + t \\ \partial_t V_{03} = (s+t)V_{03} + 5 + t \\ . \end{cases} \qquad V_{01} = e^{t+\frac{t^2}{2}}(V_{01}^0 + \int_0^t (x+5)e^{-s-\frac{s^2}{2}} ds$$

$$\vartheta_{01} = e^{t+\frac{t^2}{2}}\left(V_{01}^0 + \int_0^t (1+s)e^{-(5+\frac{s^2}{2}} ds\right) = e^{t+\frac{t^2}{2}}(V_{01}^0 + \int_0^t e^{-\left(s+\frac{s^2}{2}\right)} d(S+\frac{S^2}{2}) = e^{t+\frac{t^2}{2}}\left(V_{01}^0 + \int_0^t e^{s+\frac{s^2}{2}}\Big|_0^t\right) = e^{t+\frac{t^2}{2}}(V_{01}^0+1)e^{t+\frac{t^2}{2}} - 1$$

$$V_{02} = e^{\frac{t^2}{2}}\left(V_{02}^0 + \int_0^t s e^{\frac{-s}{2}} ds\right) = (V_{02}^0 + 1)\, e^{\frac{t^2}{2}} - 1$$

$$V_{03} = e^{5t+\frac{t^2}{2}}\left(V_{03}^0 + \int_0^t (5+s)\, e^{-5s-\frac{s^2}{2}} ds\right) = e^{5t+\frac{t^2}{2}}\left(V_{03} + e^{-5s-\frac{s^2}{2}}\Big|_0^t\right) = e(V_{03}+1) - 1$$

$$V_{01} = (u_1^0 \text{в}_1) = \begin{pmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \\ u_3^0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = u_1^0$$

$$V_{02} = (u_1^0 \text{в}_2) = (u_2^0 - 1) - u_3^0 = u_2^0 - u_3^0$$

$$V_{03} = (u_1^0 \text{в}_3) = u_2 + u_3$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} (u_1^0+1)e^{t+\frac{t^2}{2}} - 1 \\ (u_2^0+1)e^{\frac{t^2}{2}} - 1 \\ (u_2^0 + u^0 + 1)e^{\frac{5t+t^2}{2}} - 1 \end{pmatrix}(1+x)$$

$$T_0 U_0 \equiv \delta_t U_0 - \sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3} \delta_{\xi_{ie}}{}^2 U_2 = \mathrm{D(t)}\, U_0$$

$$U_0 = \sum_{l=1}^{e}\sum_{i=1}^{3} \text{в}_i\, \mathrm{C}_{i,o}^e\, erfc\,(\frac{\xi_{il}}{2\sqrt{t}})$$
$$= \text{в}_1 C_{10}^1\, erfc(\frac{\xi_{11}}{2\sqrt{t}}) + \text{в}_2 C_{20}^1\, erfc(\frac{\xi_{21}}{2\sqrt{t}}) + \text{в}_3 C_{30}^1\, erfc(\frac{\xi_{31}}{2\sqrt{t}})$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\left[\text{в}_i \delta_t C_{i,0}^l - D(t)\text{в}_i C_{i,0}^l\right] = 0$$

$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{3}\left[\delta_t C_{i,0}^e - \sum_{k=1}^{3} \alpha_{ki}\,(x,t) C_{k,0}^l\right] \text{в}_1 \neq 0,\ \delta_t C_{i,0}^l - \sum_{k=1}^{3} \alpha_{ki}\,(t) C_{k,0}^l = 0$$

$$\delta_t C_{1,0}^l - \sum_{k=1}^{3} \alpha_{ki}\, C_{k,0}^l = 0 \gg \begin{cases} \delta_t C_{10}^l - \alpha_{11} C_{1\,0}^l - \alpha_{21} C_{2\,0}^l - \alpha_{31} C_{3\,0}^l = 0 \\ \delta_t C_{20}^l - \alpha_{12} C_{1\,0}^l - \alpha_{22} C_{2\,0}^l - \alpha_{32} C_{3\,0}^l = 0 \\ \delta_t C_{30}^l - \alpha_{13} C_{1\,0}^l - \alpha_{23} C_{2\,0}^l - \alpha_{33} C_{3\,0}^l = 0 \end{cases}$$

Же

$$\begin{cases} \delta_t C_{10}^l - (1+t) C_{1\,0}^l = 0 \\ \delta_t C_{20}^l - (2t+5) C_{2\,0}^l - 5 C_{3\,0}^l = 0 \\ \delta_t C_{30}^l - 5 C_{2\,0}^l - (2t+5) C_{3\,0}^l = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} C_{i,o}^1 = (U^o - V_0(0), \text{в}_i) \\ C_{i,n}^2 = (-V_0(1), \text{в}_i) \end{cases}$$

$$\mathrm{U}_0 = c_1^1(\mathrm{x,t}) b_1(\mathrm{x}) \mathrm{erfc}\left(\frac{4}{2\sqrt{\mathrm{x}}}\right) + c_2^1(\mathrm{x,t}) \mathrm{b}_2(\mathrm{x}) \mathrm{erfc}\left(\frac{3_2}{2\sqrt{\mathrm{x}}}\right) + c_3^1(\mathrm{x,t}) \mathrm{b}_3(\mathrm{x}) \mathrm{erfc}\left(\frac{3_2}{2\sqrt{\mathrm{x}}}\right)$$

$$d_t c_1^1 b_1(x) e^{-3_1} + d_t c_2^1 b_2 e^{-3_2} + d_t c_3^1 b_3 e^{-3_2} - (\lambda_1^{-1})^2 \frac{Ab_1}{A_1 b_1} c_1^1(x) - (\lambda_2^{-1})^2 \frac{Ab_2}{A_2 b_2} c_2^1 + (\lambda_3^{-1})^2 \frac{Ab_3}{A_3 b_3} c_3^1 = 0$$

$$\begin{cases} d_t c_1^1 = 0 \\ d_t c_2^1 = 0 \\ d_t c_3^1 = 0 \end{cases}$$

$$C_1^1(x_, t) = -\left(V_0(o_, t)_, b_1\right) = \begin{pmatrix} (u_1^0 + 1) e^{t^2/2 + t} - 1 \\ (u_2^0 - u_3^0 - 1) e^{t^2/2} - 1 \\ (u_2^0 + u_3^0 + 1) e^{5t + t^2/2} - 1 \end{pmatrix} = -(u_1^0 + 1) e^{t^2/2 + t} - 1$$

$$C_2^1(x_, t) = -\left(V_0(o_, t)_, b_2\right) = \left[(u_2^0 - u_3^0 - 1) e^{t^2/2} - 1 - (u_2^0 + u_3^0 + 1) e^{5t + t^2/2} + 1\right]$$

$$C_3^1(x_, t) = -\left(V_0(o_, t)_, b_3\right) = -\left((u_2^0 - u_3^0 - 1) e^{t^2/2} - 1 + (u_2^0 + u_3^0 + 1) e^{5t + t^2/2} - 1\right)$$

$$d_t c_1^2 = 0$$

$$d_t c_2^2 = 0$$

$$d_t c_3^2 = 0$$

$$C_1^1(x_, t) = -(v_0(1_1 t)_1 b_1) = -\left((u_1^0 + 1) e^{t^1/2} - 1\right) 2$$

$$C_2^1(x_, t) = -(v_0(1_1 t)_1 b_2) = -2\left[(u_2^0 - u_3^0 - 1) e^{t + t^1/2} - 1 - (u_2^0 + u_3^0 + 1) e^{5t + t^2/2} + 1\right]$$

$$C_3^1(x_, t) = -(v_0(1_1 t)_1 b_3) = -2\left[(u_2^0 - u_3^0 - 1) e^{t^2/2} - 1 + (u_2^0 + u_3^0 + 1) e^{5t + t^1/2} - 1\right]$$

$$U_0 = (1+x)\begin{pmatrix} (u_1^0+1)e^{t+t^2/2}-1 \\ (u_2^0-u_3^0-1)e^{t^2/2}-1 \\ (u_2^0+u_3^0-1)e^{5t+t^2/2}-1 \end{pmatrix}$$

$$-\left((u_1^0+1)e^{t^2/2+t}+1\right)\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{11}}{2\sqrt{x}}\right)^{\frac{x}{\varepsilon}}$$

$$-\left[(u_2^0-u_3^0-1)e^{t^2/2}-(u_2^0-u_3^0+1)e^{5t+t^2/2}\right]\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{21}}{2\sqrt{t}}\right)^{\frac{2x}{\varepsilon}}$$

$$-\Big[(u_2^0-u_3^0-1)e^{t^2/2}-2$$

$$+(u_2^0-u_3^0+1)e^{5t+t^2/2}\Big]\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{31}}{2\sqrt{t}}\right)^{\frac{8x}{\varepsilon}}$$

$$-2\left[(u^0+1)e^{t^2/2}-1\right]\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{12}}{2\sqrt{t}}\right)^{\frac{(1-x)}{\varepsilon}}$$

$$-2\Big[(u_2^0-u_3^0-1)e^{t+t^2/2}$$

$$-(u_2^0-u_3^0+1)e^{5t+t^2/2}\Big]\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{22}}{2\sqrt{t}}\right)^{\frac{2(1-x)}{\varepsilon}}$$

$$-2\Big[(u_2^0-u_3^0-1)-2$$

$$+(u_2^0-u_3^0+1)e^{5t+t^2/2}\Big]\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} erfc\left(\frac{3_{32}}{2\sqrt{t}}\right)^{\frac{8(1-x)}{\varepsilon}}$$

КОРТУНДУ.

Учурда айрым колдонмо маселелерди чыгарууда анын сапатын изилдөөдө аналитикалык методту колдону талапка ылайык. Алардын ичинен асимптотикалык методту колдонуу жеңил жыйынтыкка алып келет. Биздин дисертацияда сингулярдык козголгон параболалык системасынын чыгарууга асимптотикалык метод колдонулган. Асимптотикалык методтордун ичинен, регулярланган асимптотикасын тургузуу ыңгайлуу. Себеби чек катмар функциялардын алдындагы турган коэффицент чектелген функция болот жана тургузулган асимптотика так чыгарылышына жыйналат. Буга чейинки каралган иштерде мындай теңдемелердин чек катмар тибиндеги асимптотикасы тургузулган жана бир гана чек катмар функциясын камтыган. Мындай асимптотикалардын коэффиценттери даража тибиндеги өсүүчү функциялар болот. Ошондуктан тургузулган чыгарылыш асимптотикалык типте гана жыйналат. Биздин асимптотика 2n парабола тибиндеги чек катмар функцияларын камтыйт. Ал функциялар ыктымалдыктардын кошумча интеграл деп аталган атайын функция менен баяндалат. Дисертациянын аягында мисалдар каралды жана анын асимптотикасынын башкы мүчөсү тургузулду. Баштапкы коюлган маселе 2n регулярлоочу функцияларды киргизүү менен регулярланган маселе алынды.

Регулярланган маселени чыгарууда классикалык козголуу методу колдонулду жана коэффиценттери үчүн атайын мейкиндикте чыгарылышы тургузулду.

ТӨРТҮНЧҮ БӨЛҮМ

КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР

[1] Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука, 1981.

[2] Васильева А.Б.,Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений.М.:Высшая школа,1990.

[3] Ладыженская О.А., Солонников В.А, Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.:Наука, 2010.

[4] Омуралиев А.С.Регуляризация двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи //Ж. вычисл. матем. и матем.физ. 2006. Т.46. N 8. С.1423-1432.

[5] Омуралиев А.С. Регуляризация сингулярно возмущенных параболических задач //Б.:КТМУ, 2005.

[6] Parabolic Eguations with a small parameter and Discontinuous Data. 2016

[7] Исакова Е.К. Асимптотика решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром // - 2018. - Т.119, бас-6.1077-1080 б.

[8] On stabilization of the solutions of parabolic equations with small parameter 2013

[9] Треногий В.А Развитие и приложения асимптотического метода Люстерника – Вишика // УМН. - 2011. 25-N 4, 121-156 б.

[10] Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для нелинейного параболического уравнения с малым параметром // Аз. ин-т нефти и химии- Баку, 1989, 19 б. Деп. Аз. НИИНТИ 24.04.89, N 1266-Аз89.

[11] Скворцов М.Ю. Асимптотика решения задачи Коши для параболического уравнения с малым параметром при неограниченном времени и разрывном начальном условии // Вестник МГУ. Сер.1 матем. и механик. - 2014. бас-5.

[12] Сушко В.Г. Асимптотика решения на угловой характеристике для

параболического уравнения с малым параметром // Дифференц. уравнения. 2000. Т.36, бас-5. 694-698б.

[13] Сушко В.Г. Асимптотические решения некоторых сингулярно возмущенных уравнений смешанного типа // Фундаментальная и прикладная математика. 1997. бас-2. 570-586-б.

[14] Matematik terimler . 2011- Т.35, вып.1(211). 127-170-б.

[15] Бутузов В.Ф. Угловой пограничный слой в сингулярно возмущенных задачах с частными производными //Дифф.уравнения. 1979. Т.15, бас-10, 1848- 1862 б.

[16] Васильева А.Б. О периодических решениях уравнений параболического типа с малыми параметрами // Дифф. уравнения. 1983. Т.19, бас-12. 2076-2081б.

[17] Васильева А.Б.,Радченко И.В. О периодическом решении параболического сингулярно возмущенного уравнения с разными степенями малого параметра при первой и второй производных // ЖВМ и МФ. - 2000. Т.40, бас-8. 1192 б.

[18] А.В. Нестеров. Об асимптотике решения сингулярно возмущеной системы уравнений в частных производных первого порядка. // УТН. - 2015. - Т.35, вып.1(2154). 47-150-б.

- [19] Денис Олегвич Дегтярев. Асимптотика решения параболического уравнения при неограниченном возрастании времени //2012Математический сборник 203(11):61-82 DOI:10.4213/sm7921

[20] Д.А. Турсунов, К.Г. Кожобеков. Асимптотика решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с дробной точкой поворота 2017г