

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



TRABZON



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORCID : - - -

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : / /

Tezin Savunma Tarihi : / /

Tez Danışmanı :
ORCID : - - -

Trabzon

ÖNSÖZ

Elektrozayıf ve yeğin etkileşmelerin ayar kuramı $SU(3)_C SU(2)_L U(1)_Y$ deneyle uyuşan en başarılı kuram olup, Standart Model olarak adlandırılır. Bu model çerçevesinde hadronlar altı değişik çeşni kuarkın bir birleşimi olarak elde edilebilmektedir. Atom altı parçacıkların doğası hakkındaki bilgilere ulaşma saçılma deneyleri ile mümkün olmuştur. Hadron-hadron çarpışma deneyleri Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi 'nde (CERN) başlamış ve günümüzde de devam etmektedir. Bu deneylerden hadronların doğası hakkında önemli bilgiler elde edilmektedir. ISR (Intersecting Storage Rings)'de elde edilen veriler hadron-hadron derin inelastik saçılma süreçlerinin tesir kesiti hesaplarının yalnızca partonik düzeyde (önder tivistler) ele alınmasının yeterli olmadığını, alt süreçlerde baryon, mezon ve 2-kuark gibi birleşik yapıların da ele alındığı yüksek tivist katkıların da ele alınması gerektiğini göstermiştir.

Çalışmada, ilk bölümde ayar kuramları temel bilgisinden başlayıp hadronik saçılma tesir kesiti hesaplamaları ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde proton-proton inklusif tek ve çift mezon yaratılma süreçleri için önder-tivist ve yüksek-tivist katkılar hesaplanmıştır. Diğer bölümlerde, bulunan sonuçlar açıklanmış ve ortaya çıkan sonuçlar irdelenmiştir.

Yüksek tivist katkıları konusunda çalışmayı öneren ve yardımını esirgemeyen Bakü Devlet Üniversitesi (Azerbaycan) öğretim üyesi, Sayın Prof. Dr. Azar I. AHMADOV'a ve fizik öğrenme sürecime çok büyük katkısı olduğunu düşündüğüm danışmanım Sayın Doç. Dr. Coşkun AYDIN'a, desteklerinden dolayı eşim Kübra Karaoğlu UZUN ve evladım Metehan UZUN'a teşekkürü borç bilirim.

OğuzhanUZUN
Trabzon-2023

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Doktora Tezi olarak sunduğum “PROTON-PROTON, PROTON-KARŞITPROTON ÇARPIŞMA SÜREÇLERİNDE TEK (RHO) ve ÇİFT (RHO ya da PİON) MEZONUN İNKLUSİF YARATILMASINDA YÜKSEK-TİVİST KATKILAR” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Doç. Dr. Coşkun AYDIN’nın sorumluluğunda tamamladığımı verileri kendim topladığımı, analizleri ve çözümleri kendim yaptığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma süresince bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 02.03.2023.

Oğuzhan UZUN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VII
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
TABLOLAR DİZİNİ	XI
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş	1
1.2. Renkdinamiği	3
1.3. Renormalizasyon.....	5
1.3.1. İlmek İntegralleri.....	10
1.3.2. KRD’de Renormalizasyon	13
1.3.3. Koşan Etkileşme Sabiti.....	16
1.4. Hadronik Saçılma Süreçleri	18
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	29
2.1. Tek Mezon Üretimi	29
2.2. Çift Mezon Üretimi	33
3. BULGULAR.....	38
3.1. Tek Mezon Üretimi	38
3.2. Çift Mezon Üretimi	46
4. İRDELEME	59
5. SONUÇLAR	61
6. ÖNERİLER.....	62
7. KAYNAKLAR	63
8. EKLER	67
ÖZGEÇMİŞ	

Doktora Tezi

ÖZET

**PROTON-PROTON, PROTON-KARŞITPROTON ÇARPIŞMA SÜREÇLERİNDE
TEK (RHO) ve ÇİFT (RHO ya da PİON) MEZONUN İNKLUSİF
YARATILMASINDA YÜKSEK-TİVİST KATKILAR**

Oğuzhan UZUN

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Coşkun AYDİN
2023, 66 Sayfa, 8 Ek Sayfa

Bu tezde, esnek olmayan hadron-hadron saçılmalarında büyük- p_T inklusif tek ve çift mezon üretimi süreçleri incelenmiştir. Tek mezon üretimi için $p + \bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ ve çift mezon üretimi için $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-X$ ile $p\bar{p} \rightarrow \rho^0\rho^0X$ süreçlerinin tesir kesitlerine, yüksek-tivist ve önder-tivist katkıları, KRD çerçevesinde, dondurulmuş etkileşme sabiti için hafif mezonların üretildiği deneylerdeki enerjiler alınarak hesaplanmış olup $p_T < 5\text{GeV}/c$ bölgesinde yüksek-tivist katkıların etkin olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: KRD, Yüksek-tivist katkılar, Mezon üretimi, Diferansiyel tesir kesiti

Phd. Thesis

Abstract

**HIGHER TWIST CONTRIBUTIONS TO THE INCLUSIVE PRODUCTION OF
SINGLE (RHO) AND DOUBLE (RHO OR PION) MESON IN PROTON-PROTON
AND PROTON-ANTIPROTON COLLISIONS**

Oğuzhan UZUN

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Physics Graduate Program
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Coşkun AYDİN
2023, 66 pages, 8 Pages Appendix

In this thesis, we calculate the contribution of the higher-twist Feynman diagrams to the large- p_T inclusive single ($p + \bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$) and double ($p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-X$ and $p\bar{p} \rightarrow \rho^0\rho^0X$) meson production cross section in hadron-hadron collisions in case of the frozen coupling approaches. The preceding results demonstrate that higher twist contributions must be considered especially in the region of $p_T < 5\text{GeV}/c$.

Key words: QCD, Higher twist contributions, Meson production, Differential cross section

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil1. Standart model temel parçacık ve etkileşmeler	1
Şekil2. Yeğin bağlaşım sabiti $\sigma_s(Q)$ ve toplam belirsizliğin momentum aktarımının fonksiyonu olarak değişimi	2
Şekil 3. Yerel ve global dönüşümün sembolik çizimi	4
Şekil 4. Düzgün yük dağılımına sahip sonsuz uzunluklu tel	7
Şekil 5. Wick dönmesi.....	11
Şekil 6. KRD bağlaşım sabitine ikinci mertebe katkılar veren tek ilmek Feynman çizimleri	13
Şekil 7. β fonksiyonuna tek ilmek katkıları.....	17
Şekil 8. M_Z^2 enerjisinde elektron-proton ve proton-proton çarpıştırıcılarında elde edilen α_s değerleri ve ortalaması	18
Şekil 9. a- $e^+ + e^- \rightarrow h + X$, b- $l + N \rightarrow l + h + X$, c- $p + p \rightarrow h + X$ süreçlerinin simgesel çizimi	19
Şekil 10. $G_{q/p}(x_q)$ dağılım fonksiyonları $D_{M/q}(Z)$ paylaşım fonksiyonları ve sert-saçılma alt süreçlerinin simgesel gösterimi.....	20
Şekil 11. PDF fonksiyonu için örnekler	21
Şekil 12. Proton için MRST patron dağılım fonksiyonları.....	22
Şekil 13. Proton için MSTW (2008) patron dağılım fonksiyonları	22
Şekil 14. Bjorken ölçeklendirmesi ve Callon-Gross eşitliği.....	23
Şekil 15. HERA çarpıştırıcısında gerçekleştirilen ZEUS ve H1 deneylerinin verilerine göre farklı x değerleri için $F_2 - Q^2$ değişimi	24
Şekil 16. Deney sonuçları ile CIM ve p_T^{-4} modellerinin karşılaştırılması	25
Şekil 17. $p + \bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ yüksek-tivist alt süreçleri için Feynman çizimleri	29
Şekil 18. Farklı Q^2 değerleri için yüksek tivist tesir kesitlerinin mezon geçiş momentumu p_T 'nin fonksiyonu olarak çizimi	32
Şekil 19. $gg \rightarrow M\bar{M}$ ve $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ doğrudan mezon çift üretimi Feynman çizimleri.....	34
Şekil 20. $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ yarı doğrudan mezon çift üretimi Feynman çizimleri	35
Şekil 21. Boyuna ve enine rho-mezon tesir kesiti oranı R 'nin hızlılık ile değişimi	42
Şekil 22. Boyuna ve enine rho-mezon tesir kesiti oranı R 'nin p_T ile değişimi	42
Şekil 23. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $Y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi.....	43
Şekil 24. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $Y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi.....	43

Şekil 25.	$\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	44
Şekil 26.	$\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	44
Şekil 27.	$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	45
Şekil 28.	$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	45
Şekil 29.	$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	46
Şekil 30.	$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ' 'nın p_T ile değişimi.....	46
Şekil 31.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ ve $y = 0$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT}$ yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi ..	50
Şekil 32.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının, p_T ile değişimi ..	50
Şekil 33.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ ve $y = 0$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \sum_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi.....	51
Şekil 34.	$\sqrt{20} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi.....	51
Şekil 35.	$\sqrt{20} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ $y = 0$ için yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının, p_T ile değişimi ..	52
Şekil 36.	$\sqrt{20} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ ve $y = 0$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \sum_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi ..	52
Şekil 37.	$y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT}$ yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin $\sqrt{s}$ ile değişimi.....	53
Şekil 38.	$y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$ yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının $\sqrt{s}$ ile değişimi ..	53
Şekil 39.	$y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\sum_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \sum_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının $\sqrt{s}$ ile değişimi.....	54
Şekil 40.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$, $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 1 \text{ GeV}^2/c^2$ için yüksek tivist katkıların oranının p_T ile değişimi.....	54
Şekil 41.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\sum_{\rho_L^0\rho_L^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi.....	55

Şekil 42.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\sum_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi55
Şekil 43.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi.....56
Şekil 44.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\sum_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{HT} / \sum_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi57
Şekil 45.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\sum_{\rho_T^0 \rho_L^0}^{HT} / \sum_{\rho_T^0 \rho_L^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi57
Şekil 46.	$\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT} / \sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi.....58
Şekil 47.	$\sum_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitlerinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi58
Şekil 48.	$\sum_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi59
Şekil 49.	$\sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitlerinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi59

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo1. Boyuna ve enine rho mezonu için Geganbauer katsayıları.	33
--	----



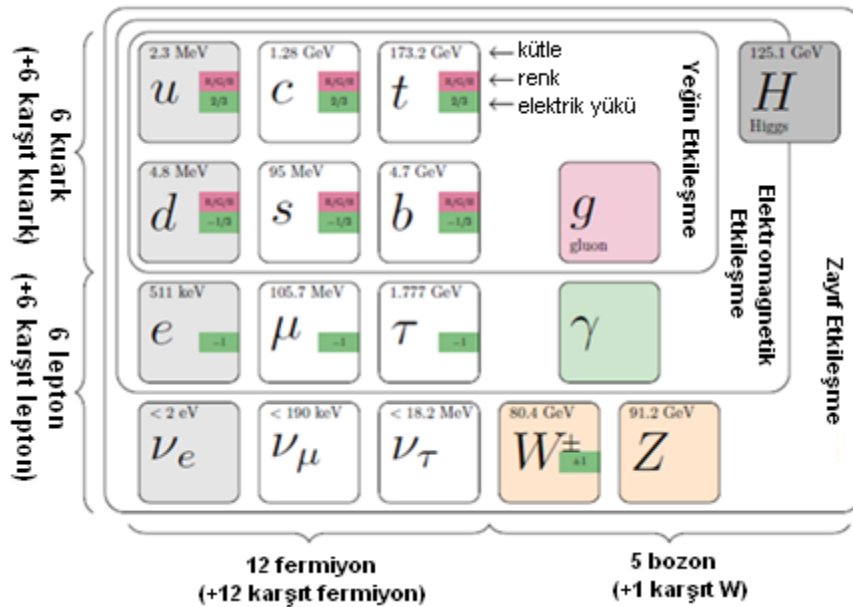
SEMBOLLER DİZİNİ

KED	Kuantum Elektrodinamiği
KRD	Kuantum Renk Dinamiği
hKRD	Holografik Kuantum Renk Dinamiği
pKRD	Tedirgemeli Kuantum Renk Dinamiği
$\mathcal{L}$	Lagranjiyen Yoğunluğu
α_s	Yeğin Etkileşme Sabiti
M_{pp}^{LT}	KRD’de p–p çarpışması inklusif mezon üretimi önder–tivist tesir kesiti
M_{pp}^{HT}	KRD’de p–p çarpışması inklusif mezon üretimi yüksek–tivist tesir kesiti
p_T	Mezon Geçiş Momentumu
$F_{\mu\nu}^a$	Renk Alan Tensörü
D_{ij}^μ	Kovaryant Türev
$G_{q/p}$	Dağılım Fonksiyonları
$D_{M/q}$	Paylaşım Fonksiyonları
Φ_M	Mezon Dalga Fonksiyonu
$d\hat{\sigma}$	Partonik alt süreçlerin diferansiyel tesir kesiti
$\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}$	Yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesiti
$\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$	Yüksek tivist ve önder yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamı
$\Sigma_{\rho_L^0\rho_L^0}^{HT}$	Yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesiti

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

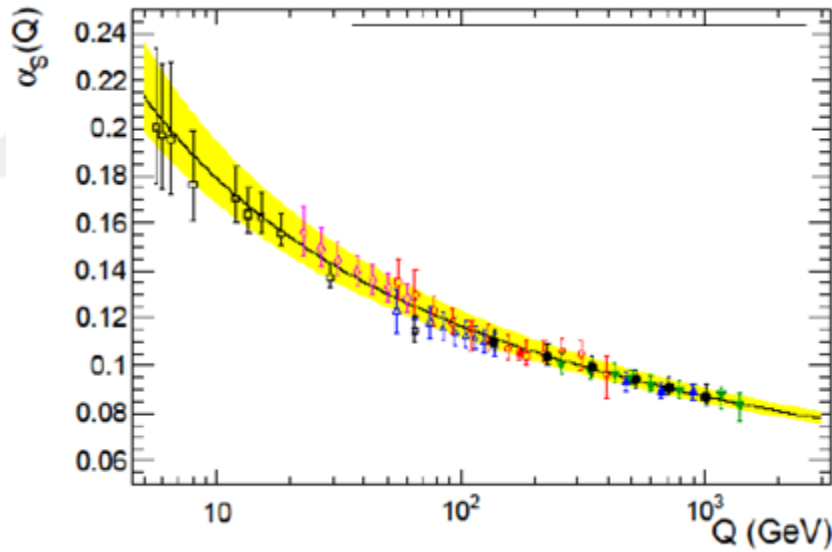
Yüksek enerji ya da parçacık fiziği maddenin en temel yapı taşlarının neler olduğu, kendi aralarında ve diğer parçacıklarla nasıl etkileştiklerinin konu alan fizik dalıdır. Bugün doğada bilinen temel parçacıklar (Şekil 1) arasında şiddet sırasına göre yeğin, elektromagnetik, zayıf ve kütle-çekim olmak üzere dört temel etkileşme vardır. Standart Model (SM) ilk üç etkileşmeyi fenomenolojik açıdan başarılı bir şekilde açıklayan bir kuantum alan kuramıdır. Bu modelde temel etkileşmeler yerel ayar değişmezliği gerekliliği adı verilen genel bir ilkeden elde edilmektedir. Kuantum elektrodinamiğini (KED) modellemede kullanılan U(1) ayar alan kuramının 1954'te Chen Ning Yang ve Robert Mills tarafından SU(N) grupları için genişletilmesiyle, elektro-zayıf ve kuvvetli etkileşmelerin de ayar alan kuramları ile modellenmesinin önü açılmıştır [1]. Elektrozayıf etkileşim SU(2) grubu ile modellenirken yeğin etkileşme renormalize edilebilen, Abelyen olmayan SU(3) ayar alan grubu ile modellenmektedir.



Şekil 1. Standart model temel parçacık ve etkileşmeler [2].

Elektromanyetik etkileşmelerin teorisi KED'nin aksine yeğin etkileşmeler abelyen olmayan bir ayar alan grubu ile betimlenirler. Abelyen olmayan grup yapısından ötürü KRD bağlaşım sabiti aslında bir sabit olmayıp etkileşen parçacıklar arasındaki uzaklığa (ya da enerjiye) bağlıdır. Bu sabit uzun mesafelerde (düşük enerjilerde) büyük iken, çok kısa mesafelerde (yüksek enerjilerde) çok daha küçük değerler alır (Şekil 2). Büyük mesafelerde bağlaşım sabiti büyük olduğundan tedirgeme açılım uygulanamaz ve bu durumda tedirgemesiz yöntemlere gereksinim vardır.

Standart model çerçevesinde hadronlar altı değişik çeşni kuarkın bir birleşimi olarak elde edilebilmektedir. Bu birleşim glüyonların aracılık ettiği yeğin etkileşme ile gerçekleşir. Kuark ve glüyonları diğer temel parçacıklardan ayıran önemli bir özellik renk yüküne sahip olmalarıdır. Glüyonlar da renk yükü taşıdıkları için diğer glüyonlarla ve kuarklarla yeğin etkileşmeye girerler.



Şekil 2. Yeğin bağlaşım sabiti $\alpha_s(Q^2)$ ve toplam belirsizliğin momentum aktarımının fonksiyonu olarak değişimi [3-9].

Temel parçacıkların doğası hakkındaki bilgilere ulaşma saçılma deneyleri ile mümkün olmuştur. Hadron-hadron çarpışma deneyleri 1971 yılında Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi'nde (CERN) başlamış ve günümüzde de devam etmektedir. Bu deneylerden hadronların doğası hakkında önemli bilgiler elde edilmektedir. Yüksek

enerjilerde gerçekleştirilen hadron-hadron çarpışma deneylerinde kütle merkezi enerjisinin yaklaşık yarısı parçacık üretiminde harcanır. Üretilen ilk parçacıklar %90 oranında pilyonlardır. Çarpışma sonucunda elde edilen hadronların tek tek momentumlarının ölçülmesi ve kuantum sayılarının belirlenmesi kütle merkezi enerjisi arttıkça zorlaşmaktadır. Bu tür hadronların momentumlarının saptanması yerine bunlardan bir kaçının momentumunun ve kuantum sayılarının bulunması da etkileşmenin dinamiği hakkında bilgi edinmemizi sağlamakta olup bu tür süreçlere inklusif süreçler denmektedir [10].

1.2. Renk dinamiği

Kuantum renk dinamiğinin simetrisi, Lagrange fonksiyonundaki terimlerin kuruluşu için iyi tanımlı kuralları verir. Lagranjiyenin bir takım dönüşümler altında değişmez kalmasına “ayar değişmezliği” denilir ve ayar grubu ile ilgili olan yükün korunumu ile ilişkilidir.

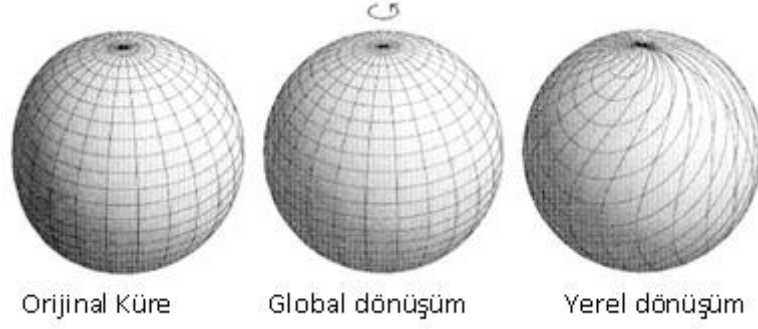
Görelî kuantum mekaniğinde serbest maddesel parçacıklar, örneğin elektron ya da kuarklar, Dirac denkleminin çözümleri olan spinör alanları ile betimlenirler. Bu serbest spinör alanların Lagranjiyen yoğunluğu

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1)$$

Dirac Lagranjiyenidir. KRD’ne göre kuarklar kırmızı, mavi, yeşil olarak üç farklı renk durumunda bulunabileceği için Lagranjiyen üç fermion alanını da içerecek şekilde

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi_j \quad (2)$$

olarak yazılır. Bu Lagranjiyen yerel olmayan (küresel) ayar dönüşümler altında değişmez kalırken λ^a Gell-Mann matrisleri olmak üzere $\hat{\mathbf{T}} = \{\mathbf{T}^a\} = \{\frac{1}{2}\lambda^a\}$, SU(3) simetri grubunun 8 üreticisi olmak üzere



Şekil 3. Yerel ve küresel dönüşümün sembolik çizimi

$$U_{ij}(x) = \exp(i \sum_{a=1}^8 \alpha_a(x) T_{ij}^a) \quad (3)$$

yerel ayar dönüşümleri altında değişmez kalmaz. Küresel simetri yerel simetriye dönüştüğü zaman sistemin değişmez kalması için ∂_μ türevi,

$$D_{ij}^\mu = \partial^\mu \delta_{ij} - i A_{ij}^\mu \quad (4)$$

kovaryant türev ile değiştirilmelidir. Yerel ve küresel dönüşümün sembolik çizimi Şekil 3.'de görülmektedir. Yerel ayar dönüşümleri altında Lagranjiyenin değişmez kalması için KRD bağlaşım sabiti g olmak üzere yeni kütleli vektör bozon alanları

$$A^\mu = g \sum_{a=1}^8 A_a^\mu T^a \quad (5)$$

teoriye eklenmelidir. Görüldüğü gibi KRD Lagranjiyeninin $SU(3)$ yerel dönüşümleri altında değişmez kalması için teoriye 8 yeni kütleli vektör alanı eklenmesi gerekmektedir. Bu 8 yeni alan yeşil etkileşiminin aracı parçacıkları olan glüyonlardır. $F_{\mu\nu}^a$ renk alan tensörü

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (6)$$

olmak üzere, serbest glüyon Lagranjiyeni de eklenerek KRD Lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_{KRD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{\psi}_i (i\gamma_\mu D_{ij}^\mu - m\delta_{ij})\psi_j \quad (7)$$

olarak elde edilir. Bu Lagranjiyen SU(3) ayar dönüşümleri altında değişmezdir ve sekiz kütesiz vektör alanı ile üç eşit kütleli Dirac alanını betimler. Lagranjiyene eklenen ayar alanı terimi, ayar alanlarının da kendi aralarında etkileşebileceği sonucunu doğurur.

Serbest parçacıklara karşılık gelen alan kuramları, tamamen çözülebilir ve kolayca kuantize edilebilir, doğrusal alan denklemlerine sahiptirler. Öte yandan, parçacık etkileşimleri, alan denklemlerindeki doğrusal olmayan terimlere karşılık gelir ve doğrusal olmayan alanların kuantum kuramı oldukça karmaşıktır. Etkileşimleri bir tedirgeme olarak ele almak ve etkileşimin kuvvet serisi açılımını aramak fenomenolojik hesaplamalar için oldukça elverişlidir. KED'de etkileşim parametresi, elektron yükü olan e 'dir ve ilgili ölçekte bağlaşım sabiti olan $e^2 = \alpha'$ nin kuvvetlerinde bir açılım ortaya çıkar. Bağlaşım sabitinin küçüklüğü, kuvvet serisinin yakınsayıp yakınsamayacağı sorusu ile uğraşmak zorunda kalmadan, düşük seviyelerde çok iyi bir yaklaşıklık elde edilebileceği anlamına gelir.

Kuantum Renk Dinamiğinin abelyen olmaması nedeni ile etkileşmeye aracılık eden glüyonların yük kuantum numarası taşıması ve kendileri ile etkileşmeye girmeleri, etkileşme sabitinin momentumun bir fonksiyonu olarak değişmesi sonucunu doğurur. Yeğin etkileşme için bağlaşım sabiti ($\alpha_s = g_s(Q)^2/4\pi$), momentum transferinin (Q) yüksek olduğu değerlerde küçük, düşük olduğu değerlerde ise büyüktür. Bu özelliği ile yüksek momentumlu etkileşmelerde, renk kuantum yükü olan alanlar serbest gibi (asymptotic freedom) davranırken düşük momentum değerlerinde büyüyerek bağlı durumların (confinement) oluşturulmasına imkân vermektedir.

1.3 Renormalizasyon

Genel anlamda renormalizasyon, ilgili kuramdaki fiziksel gözlenemez yalın (bare) büyüklüklerin bunlara karşılık gelen ve fiziksel olarak gözlenebilir değerlerle yer

değiştirilmesi işlemidir. Anlamsız gibi gözüken bir ifadenin aslında bir veya iki sabit parametre ile gizlenmiş birçok yararlı içeriğe sahip olabileceğini gösterelim.

$$f(x) = \int_1^{\infty} dy/(x+y) \quad (8)$$

şeklinde tanımlanan bir $f(x)$ fonksiyonunu göz önüne alalım. Büyük y değerleri için integrand $1/y$ şeklinde sifıra gider, ancak integralin logaritmik olarak ıraksamaması için yeterince hızlı değildir. Kuantum alan kuramlarında karşılaştığımız ıraksak ifadelerin büyük bir kısmı, logaritmik ıraksaktır. ıraksak $f(x)$ fonksiyonundan anlamlı bir sonuç elde etmek için, x 'in iki farklı değeri arasındaki farka bakılabilir. $f(x)$ 'i, $x = 0$ daki değeri ile karşılaştırılırsa

$$f(x) - f(0) = \int_1^{\infty} dy \left[\frac{1}{x+y} - \frac{1}{y} \right] \quad (9)$$

$$= -x \int_1^{\infty} dy \left[\frac{1}{y(x+y)} \right] \quad (10)$$

elde edilirdi buradan $A = f(0)$ bir sonsuz sabit ve $\bar{f}$ iyi davranışlı bir fonksiyon olmak üzere

$$f(x) = A + \bar{f}(x) \quad (11)$$

yazılabilir. Bütün ıraksak integrallerin bu şekilde basit çıkarmalar ile kontrol edilemeyeceği vurgulanmalıdır. Kuantum alan kuramlarında karşılaştığımız integrallerin kontrol edilebilir olmaları çok önemli bir özelliktir.

Yukarıda bahsedildiği gibi kuramdaki fiziksel gözlenemez yalın büyüklüklerin bunlara karşılık gelen ve fiziksel olarak gözlenebilir değerlerle yer değiştirebilmesi için öncelikle bir düzenleme (regularizasyon) şeması kullanılarak sonsuzluğa neden olan terimlerin ayrıştırılması gerekmektedir. Ayar değişmezliğinin korunması sebebiyle genel kabul gören şemalardan biri boyutsal düzenlemedir. Bu yöntemi anlamak için Şekil 4'teki

düzgün yük dağılımına sahip sonsuz uzunluklu telin bir noktada oluşturduğu elektrik potansiyeli ele alınabilir. Çizgisel yük yoğunluğu $\lambda = Q/L$ için



Şekil 4. Düzgün yük dağılımına sahip sonsuz uzun tel

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r} \quad (12)$$

ve bunlar toplanırsa

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \rightarrow \infty \quad (13)$$

olur. Bir kx noktası için ise benzer şekilde

$$\begin{aligned} V(kx) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{kx^2+y^2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d(y/k)}{\sqrt{x^2+(y/k)^2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{\sqrt{x^2+z^2}} = V(x) \end{aligned} \quad (14)$$

elde edilir. İki ayrı noktada potansiyelin aynı sonucu veriyor olması, iş terimi için

$$W/Q = \Delta V = V(x_2) - V(x_1) = 0 \quad (15)$$

fiziksel olmayan bir sonuca götürür. Bu problem, boyutsal düzenleme ile tekrar ele alınacak olursa, (13) integrali d -boyutta

$$dy \rightarrow d^d y = \frac{d\Omega^{d-1}}{2} y^{d-1} dy \quad (16)$$

olmak üzere

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dy \frac{y^{d-1}}{\mu^{d-1}} \frac{1}{2} \int d\Omega^{d-1} \quad (17)$$

olur. Burada, açığa bağlı kısım

$$\int d\Omega^{d-1} = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2})} \quad (18)$$

olmak üzere, $V(x)$ potansiyeli

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Gamma(\frac{1-d}{2})}{\left(\frac{x}{\mu}\sqrt{\pi}\right)^{1-d}} \quad (19)$$

olarak elde edilir. Bir boyut için $d = 1 - \varepsilon$ alınırsa

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mu^{2\varepsilon}}{x^{2\varepsilon}}\right) \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(\pi)^\varepsilon} \quad (20)$$

elde edilir ve bu ifadenin $\varepsilon = 0$ komşuluğunda açılımı yapılırsa

$$V(x) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\varepsilon} + \ln\left(\frac{e^{-\gamma_E}}{\pi}\right) + \ln\left(\frac{\mu^2}{x^2}\right) + O(\varepsilon) \right] \quad (21)$$

sonucuna ulaşılır. Görüldüğü gibi $V(x)$ potansiyelini ıraksak yapan $\frac{1}{\varepsilon}$ terimi boyutsal düzenleme yöntemi ile genel ifadede ayrıştırılmıştır, ancak bu işlem esnasında uzunluk

boyutunda isteksel bir μ sabiti (21) integralinin boyutunun değişmemesi için eklenmiştir. şimdi (15) farkına bakacak olursak

$$V(x_2) - V(x_1) \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{x_1^2}{x_2^2}\right) \quad (22)$$

şeklinde sonlu fiziksel bir sonuç elde ederiz ve elde ettiğimiz sonuç μ parametresinden de bağımsızdır [12].

İraksak ifade düzenlendikten sonra renormalizasyon yapılabilir, yani fiziksel gözlenemez yalın büyüklükler, bunlara karşılık gelen ve fiziksel olarak gözlenebilir değerlerle yer değiştirilebilir. Bu olayla ilk olarak akışkanlar mekaniğinde karşılaşılmıştır. 19. yüzyılın ortalarında, bir akışkan içerisinde hareket eden bir cisme etki eden kuvvetlerin nasıl hesaplandığı iyi bilinmekteydi. Hareketli bir akışkan ve hareketli bir cisimden oluşan sistemin kinetik enerjisi $1/2 MV^2$ 'dir. Bununla birlikte, M kütlesi akışkanın içinde hareket eden cismin M_0 kütlesi değil, M' kütlesi sistemin geometrisine ve akışkanın yoğunluğuna bağlı olmak üzere $M = M_0 + M'$ 'dir. M Newton'un hareket denklemindeki renormalize ktle olarak adlandırılacak olan kütledir. Bu genel bir sonuçtur, hareketin kaynağı ne olursa olsun, akışkan içerisinde hareket eden herhangi bir nesne, bu değişen ktle cinsinden tanımlanabilir. Bunun ilginç bir sonucu, bir nesnenin kütlesi kavramının belirsiz hale gelmesi ve içinde hareket ettiği akışkana bağlı olarak farklılık göstermesidir. Bir nesnenin yalnızca belirli bir ortamla mevcut olması durumunda, gözlenebilir kütlenin her zaman $M = M_0 + M'$ olacağına dikkat etmek gerekir. Burada M' , nesnenin o ortamda yaptığı harekete bağlı olacaktır. Kütlenin tek bir ölçümü mutlaka $M = M_0 + M'$ 'yi verir, bu nedenle farklı ortam ve geometriler için M' 'yi belirlemek ve M_0 için bir değer elde etmek mümkün olabilir. Ancak doğrudan M_0 lm mümkün olmaz [13].

Kuantum Alan teorilerinin iyi bilinen bir özelliği, saçılma genliklerinin perturbasyon aılımlında ıraksaklıkların ortaya çıkmasıdır. 4–boyutlu momentum uzayında hesaplanan Feynman integrallerinde görece büyük momentum değerlerinde ortaya çıkan ıraksaklıklar morötesi ıraksaklıklar (UV), kk momentum değerlerindeki ıraksaklıklar ise kızttesi ıraksaklıklar (IR) olarak adlandırılır [10]. Hem abelyen hem de abelyen olmayan ayar teorileri için, morötesi ıraksaklıkların gerçekte renormalize edilebilir olduğu, bağlaşım

sabitleri, kütleler ve alanlar gibi teorideki gözlemlenemeyen parametrelerin, gözlemlenebilir nicelikler için sonlu değerler verecek şekilde yeniden tanımlanabileceği gösterilmiştir. Uygulamada renormalizasyon, bu sonsuz değerli yalın parametrelerin, renormalize edilmiş sonlu bir nicelik ve sonsuz bir faktör Z_i (örneğin, KED bağlaşım sabiti $e_0 = e_R Z_e$) olarak ifade edilmesiyle gerçekleştirilir. Dyson "yük renormalizasyonu" ve "kütle renormalizasyonunun" yapılabilmesi durumunda KED'deki tüm ıraksaklıkların kalktığını gösterdi [11]. Daha genel olarak Dyson, yalnızca belirli türdeki kuantum alan teorileri için, tüm sonsuzlukları sonlu sayıda parametreyi yeniden tanımlayarak ıraksaklıktan kurtuldu. Böyle teorileri yeniden renormalize edilebilir olarak adlandırdı. Bundan sonra renormalize edilebilirlik, teori seçimi için bir ölçüt haline gelmiştir.

1.3.1. İlmek İntegralleri

Tedirgeme teorisinde saçılma genlikleri hesaplanırken, yüksek basamaktan Feynman çizimlerinde hesaplanmalıdır. Bu hesaplar sırasında

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{(q^2)^m}{[q^2 - M^2 + i\epsilon]^s} \quad (23)$$

şeklinde integraller ile karşılaşılır. Örnek olarak $m = 0$ durumunu ele alalım.

$$\int \frac{d^4 q_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{[q^2 - M^2 + i\epsilon]^s} \quad (24)$$

görüldüğü gibi

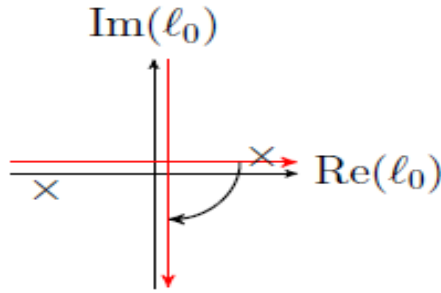
$$\begin{aligned} q^2 = M^2 - i\epsilon &\rightarrow (q^0)^2 = \vec{q}^2 + M^2 - i\epsilon \\ &\rightarrow q^0 = \pm \sqrt{\vec{q}^2 + M^2 - i\epsilon} \approx \pm \sqrt{\vec{q}^2 + M^2} \left(1 - i\epsilon \frac{1}{\vec{q}^2 + M^2}\right) \end{aligned} \quad (25)$$

integralin kutup noktalarıdır. Bu noktalardan kurtulmak için Öklid metriğinde bir q_E vektörü tanımlanarak Şekil 5'deki gibi $q^0 = iq_E^0$, $\vec{q} = \vec{q}_E$ Wick dönmesi

gerçekleştirilebilir. Dönüşüm ile elde edilen denklemin kutup noktası yoktur ve bu nedenle ε sıfır alınabilir. Yeni denklem

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{[q^2 - M^2 + i\varepsilon]^s} = \int \frac{d^4 q_E}{(2\pi)^4} \frac{i}{(-1)^s} \frac{1}{[q_E^2 + M^2]^s} \quad (26)$$

olur.



Şekil 5. Wick dönmesi $l_0 \rightarrow -il_0$

Bu integral ıraksaktır ve burada kesim (cut-off) mekanizmasının kullanılabilirliği akla gelebilir. Ancak integral bir Λ maksimum momentum değerinde kesilerek bu ıraksaklıkların kaldırılmaya çalışılması, ayar değişmezliğinin bozulmasına neden olacaktır. Bu nedenle bu türlü integrallerde ıraksak terimi genel ifadeden ayırmak için 't Hooft ve Veltman'ın geliştirdikleri boyutsal düzenleme yöntemi kullanılır [14]. Bu yöntemde integral d boyutta çözülür ve daha sonra 4 boyuta indirgenerek ıraksak terim açığa çıkarılır. d boyutta (26) integrali

$$\frac{i}{(-1)^s} \int_0^\infty \frac{dq_E}{(2\pi)^d} \frac{q_E^{d-1}}{[q_E^2 + M^2]^s} \int d\Omega^{d-1} \quad (27)$$

olur. d boyutta açılara bağlı integraller

$$\int d\Omega^{d-1} = \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \sin\theta_2 \dots \int_0^\pi d\theta_{d-1} \sin^{d-2}\theta_{d-1} \quad (28)$$

$y = \sin^2 \theta$ dönüşümü yapılarak ve

$$\int_0^\pi d\theta (\sin^2 \theta)^{\frac{k}{2}} = \int_0^1 dy y^{\frac{k-1}{2}} (1-y)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{k+2}{2})} \quad (29)$$

eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned} \int d\Omega^{d-1} &= \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^\pi d\theta_2 \sin \theta_2 \dots \int_0^\pi d\theta_{d-1} \sin^{d-2} \theta_{d-1} \\ &= 2\pi \frac{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \cdot 1)\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \cdot 2)}{\Gamma(1+\frac{1}{2} \cdot 1)\Gamma(1+\frac{1}{2} \cdot 2)} \dots \frac{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \cdot (d-2))}{\Gamma(1+\frac{1}{2} \cdot (d-2))} \\ &= 2\pi \frac{\left(\Gamma(\frac{1}{2})\right)^{d-2} \Gamma(1)}{\Gamma(\frac{d}{2})} = 2\pi (\pi)^{d-2} \frac{1}{\Gamma(\frac{d}{2})} = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2})} \end{aligned} \quad (30)$$

olarak elde edilir. (26) integralinin ışınsal kısmını çözebilmek için de bir sıra değişken dönüşümü yapılmalıdır. İlk olarak $y = \frac{q_E}{M} \Rightarrow dy = \frac{dq_E}{M}$ dönüşümü yapılarak

$$\int_0^\infty \frac{dq_E}{(2\pi)^d} \frac{q_E^{d-1}}{[q_E^2 + M^2]^s} = \frac{M^d}{M^{2s}} \int_0^\infty dy \frac{y^{d-1}}{[1+y^2]^s} \quad (31)$$

elde edilir. Ardından $y = \sinh z$ ve son olarak da $u = \tanh^2 z$ dönüşümleri yapılarak

$$(M^2)^{\frac{d}{2}-s} \int_0^1 du u^{\frac{d-2}{2}} (1-u)^{s-\frac{d}{2}-1} = \frac{(M^2)^{\frac{d}{2}-s}}{2} \frac{\Gamma(\frac{d}{2})\Gamma(s-\frac{d}{2})}{\Gamma(s)} \quad (32)$$

elde edilir. Böylece (24) integrali için

$$\begin{aligned}
\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{[q^2 - M^2 + i\varepsilon]^s} &= \frac{i}{(-1)^s} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right) 2^{d-1} \pi^{\frac{d}{2}}} \frac{(M^2)^{\frac{d}{2}-s} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \Gamma\left(s - \frac{d}{2}\right)}{\Gamma(s)} \\
&= \frac{(-1)^s i}{(4\pi)^{\frac{d}{2}}} \frac{\Gamma\left(s - \frac{d}{2}\right)}{\Gamma(s)} (M^2)^{\frac{d}{2}-s}
\end{aligned} \tag{33}$$

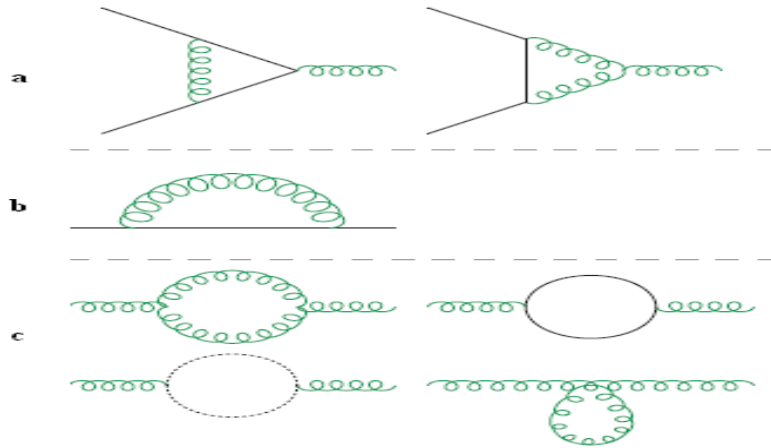
sonucuna ulaşılır. Bu ifadede ıraksaklık içerebilecek tek terim $\Gamma\left(s - \frac{d}{2}\right)$ dir. $d = 4 - 2\varepsilon$ ve $s=2$ için

$$\Gamma\left(s - \frac{d}{2}\right) = \Gamma(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} + \Gamma'(1) + O(\varepsilon) \tag{34}$$

ıraksak terim açığa çıkarılmış olur böylece renormalizasyon gerçekleştirilebilir.

1.3.2. KRD'de Renormalizasyon

KRD de ikinci mertebe katkılar veren tek ilmek Feynman çizimleri Şekil (6) de verilmiştir.



Şekil 6. KRD bağlaşım sabitine ikinci mertebe katkılar veren tek ilmek Feynman çizimleri, a- köşe düzeltmesi, b- öz-enerji, c- boşluk kutuplanması [15].

Şekil 6'daki öz enerji için Ek.1'deki Feynman kuralları kullanılırsa

$$\Sigma(k) = g^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu \frac{q}{q^2 + i\eta} \gamma^\mu \frac{1}{(q+k)^2 + i\eta} \text{Tr} \left(\frac{\lambda_a}{2} \frac{\lambda_a}{2} \right) \frac{1}{3} \quad (35)$$

ve gerekli işlemler yapıldığında μ boyutsal düzenleme esnasında boyutun değişmemesi için eklenen bir sabit olmak üzere

$$\Sigma(k) = i k C_F \delta_{ab} \frac{\alpha_s}{4\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma_E + 1 + \ln \frac{\mu^2}{k^2} \right) \quad (36)$$

elde edilir. $\gamma_E = 0.57721$ Euler-Mascheroni sabitidir. Denklem (36) da ıraksaklığa neden olan terim açığa çıkarılmış olup, bu aşamada bir renormalizasyon şeması kullanılarak Green fonksiyonları için sonlu değerler hesaplanmalıdır. Bu amaçla Z 'ler renormalizasyon sabitleri, B alt indisli ıraksak olan yalın değerleri olmak üzere

$$\begin{aligned} \psi_B &= Z_2^{1/2} \psi_R \\ A_B^\mu &= Z_3^{1/2} A_R^\mu \\ g_B &= Z_g \mu^\varepsilon g_R \\ m_B &= Z_m m_R \end{aligned} \quad (37)$$

şeklinde R alt indisli renormalize alanlar ile kütle ve bağlaşım sabiti tanımlanır. Kolaylık olması için kuarkları kütsesiz olarak ele alırsak, $Z_1 = Z_g Z_2 Z_3^{1/2}$ ve $Z_n = 1 + \delta_n$ olmak üzere renormalize terimler cinsinden Lagranjiyen

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} i \partial \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \mu^\varepsilon g \bar{\psi} A \psi + [ghosts, GM] \\ & + \delta_2 \bar{\psi} i \partial \psi - \frac{1}{4} \delta_3 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \delta_1 \mu^\varepsilon g \bar{\psi} A \psi \end{aligned} \quad (38)$$

ile betimlenir. Burada karşıt terimler Şekil 6. daki Feynman çizimleri hesaplanarak elde edilir. Örneğin kuark öz enerjisi için minimum çıkarma (MS) (sadece kutup terimi, yani en

az sayıda terim) şemasında $\delta_2 = -C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{\varepsilon}$ olduğu (36)'da gösterilmiştir benzer şekilde glüyon öz enerjisi için

$$\delta_3 = \left(\frac{5}{3} C_A - \frac{4}{3} n_f T_f \right) \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{\varepsilon} \quad (39)$$

ve $q\bar{q}g$ köşe terimi için de

$$\delta_1 = -(C_A + C_F) \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{\varepsilon} \quad (40)$$

elde edilir. Z renormalizasyon sabitleri de ıraksaktır ancak tüm Green fonksiyonlarını sonlu yapacak şekilde seçilirler. Bu koşulu sağlayan birden fazla renormalizasyon şeması yani farklı Z 'ler seçilebilir. Örneğin kuark öz-enerjisi için $\overline{MS}$ şemasında

$$Z_2^{\overline{MS}} = 1 - C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{\varepsilon} + O(\alpha_s^2) \quad (41)$$

iken değiştirilmiş minimum çıkarma ($\overline{MS}$) şemasında

$$Z_2^{\overline{MS}} = 1 - C_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon} + \ln 4\pi - \gamma_E \right) + O(\alpha_s^2) \quad (42)$$

olarak seçilir, bu durumda (36) denkleminde $\mu \rightarrow \mu^{\overline{MS}} = \frac{e^{\gamma_E/2}}{\sqrt{4\pi}} \mu$ olacaktır.

(38) Lagranjiyenin ile Feynman genlikleri hesaplandığında sonuçlar μ parametresine bağlı olarak ortaya çıkarlar. Fiziksel sonuçlar ise böyle bir parametreye bağlı olamazlar. Etkileşme sabitleri ve alan işlemcilerinde oluşan değişiklikler sonuçları bu parametrelerden bağımsız yapmaktadır.

1.3.3. Koşan Etkileşme Ssbiti

Yalın bağlaşım sabiti, μ parametresinin seçiminden bağımsız olmalıdır, yani

$$\frac{dg_B}{d\mu} = 0 \quad (43)$$

dır. Yalın bağlaşım sabiti için (38)'deki ifade kullanılırsa $\alpha_s = g_R^2/4\pi$ ve

$$\frac{d}{dt} = \mu^2 \frac{d}{d\mu^2} = \frac{d}{d \log \mu^2} \text{ için}$$

$$\varepsilon \mu^{2\varepsilon} Z_g^2 \alpha_s + \mu^{2\varepsilon} \alpha_s 2Z_g \frac{dZ_g}{dt} + \mu^{2\varepsilon} Z_g^2 \frac{d\alpha_s}{dt} = 0 \quad (44)$$

olur. Beta fonksiyonunu $\beta(\alpha_s) = \frac{d\alpha_s}{dt}$, tanımlarsak

$$\beta(\alpha_s) + 2 \frac{\alpha_s}{Z_g} \frac{dZ_g}{d\alpha_s} \beta(\alpha_s) = -\varepsilon \alpha_s \quad (45)$$

elde ederiz. β fonksiyonuna tek ilmek katkıları için Feynman çizimleri Şekil 7'de verilmiştir. Renormalizasyon sabiti Z_g 'yi seri açılımından

$$\begin{aligned} Z_g &= \frac{Z_1}{Z_2 Z_3^{1/2}} = 1 + \delta_1 - \delta_2 - \frac{1}{2} \delta_3 \\ &= 1 + \frac{\alpha_s}{4\pi\varepsilon} \left[-\frac{11}{6} C_A + \frac{2}{3} n_F T_F \right] \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{b_0}{2} \right) \alpha_s \end{aligned} \quad (46)$$

şeklinde (45) denkleminde yerine yazarsak

$$\beta(\alpha_s) = \frac{-\varepsilon \alpha_s}{1 + 2 \frac{\alpha_s}{Z_g} \frac{dZ_g}{d\alpha_s}} = \frac{-\varepsilon \alpha_s}{1 + \frac{-b_0 \alpha_s}{1 - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{b_0}{2} \right) \alpha_s}} = \frac{-2\varepsilon^2 \alpha_s + b_0 \varepsilon \alpha_s^2}{2\varepsilon - 3b_0 \alpha_s} \quad (47)$$

elde edilir. β fonksiyonunun tedirgeme seri açılımı

$$\beta(\alpha_s) = -\alpha_s^2 b_0 (1 + b_1 \alpha_s + b_2 \alpha_s^2 + 0(\alpha_s^3)) \quad (48)$$

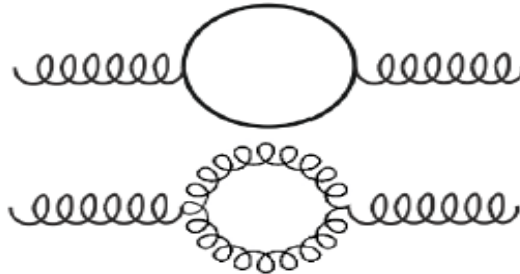
için ilk üç katsayı şu şekildedir [16,17];

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{33-2N_F}{12\pi} \\ b_1 &= \frac{153-19N_F}{24\pi^2} \\ b_2 &= \frac{77139-15099N_F+325N_F^2}{3456\pi^3} \end{aligned} \quad (49)$$

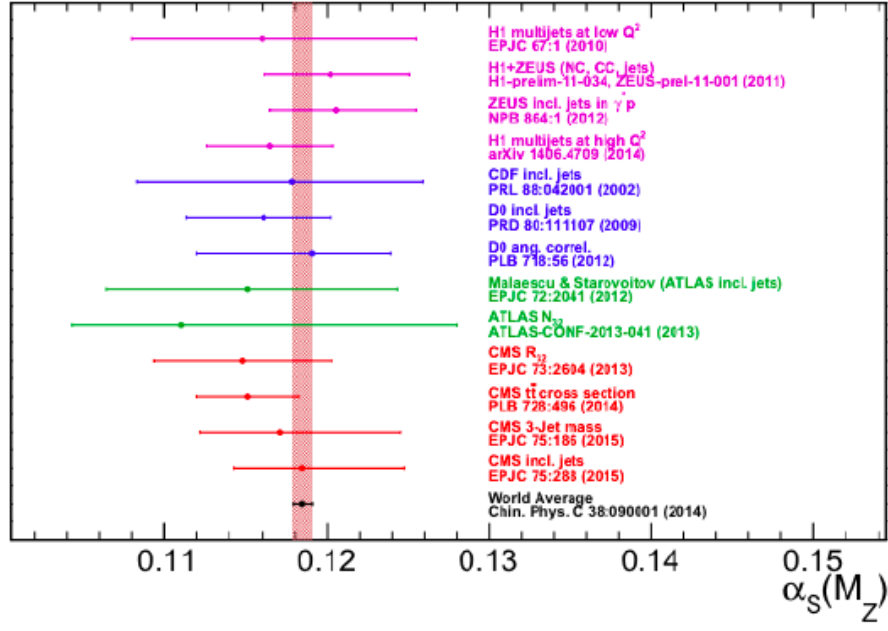
Burada N_F , hadrondaki m_q kütlelerinin μ_r 'den küçük olan çeşni sayısıdır. Böylece $N_F = 3$ için yeğin etkileşme bağlaşım sabitini birinci mertebeden

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{1}{b_0 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda_{KRD}^2}\right)} \quad (50)$$

olarak bulunur. Λ_{KRD} enerji ölçeği KRD için 200 MeV'dir. Bu enerji ölçeğinin üstünde kuarklar, altında ise hadronlar bulunur.



Şekil 7. β fonksiyonuna tek ilmek katkıları



Şekil 8. M_Z^2 enerjisinde elektron-proton ve proton-proton çarpıştırıcılarında elde edilen α_s değerleri ve ortalaması; $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1181$ [18].

Bağlaşım sabiti (∞ ve Λ_{KRD}) sınır değerlerinde incelendiğinde giriş bölümünde bahsettiğimiz iki önemli olay ile karşılaşılır. $\mu \rightarrow \infty$ için α_s sıfıra gitmektedir yani, kuarklar serbest parçacıklar gibi davranırlar. Bu olaya asimtotik özgürlük denilir. Diğer taraftan, Λ_{KRD} 'nın komşuluğunda $\alpha_s \geq 1$ için tedirgemeli yaklaşımlar geçersiz olur. Ancak yine de düşük enerjilerdeki bu artış bu bölgede kuarkların yalnızca bağlı durumlarda bulunabileceğini serbest halde bulunamayacağını gösterir. Bu duruma ise kuark hapsi denilmektedir [19]. α_s 'nin enerjiye bağlı değişimi Şekil 8'de gösterilmiştir.

1.4. Hadronik Saçılma Süreçleri

Yeğin bağlaşım sabitinin bu özelliği hadronik süreçlerin incelenmesinde yüksek enerji bölgelerinde tedirgemeli KRD'nin kullanılmasına olanak verirken, düşük enerji bölgelerinde tedirgemeli olmayan yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. Bu nedenle partonik (kuark ve glüyon etkileşimleri) alt süreçler tedirgemeli KRD ile hesaplanırken, parton dağılım fonksiyonu (PDF) ve paylaşım fonksiyonu (FF) ile tanımlanan hadronların

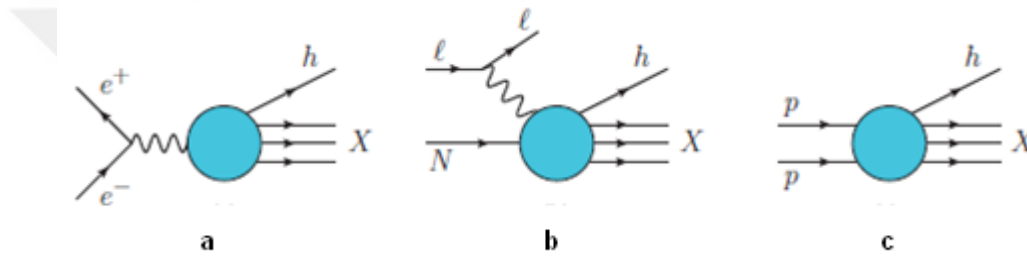
iç dinamikleri KRD toplama kuralları, örgü KRD, etkin alan kuramları gibi tedirgemeli olmayan yöntemler ile hesaplanır. Şekil 9, üç farklı hadron üreten saçılma süreci için faktorizasyon yöntemini betimlemektedir. Bu yöntemle göre σ hadronik $\hat{\sigma}$ partonik süreçlerin tesir kesitleri;

i. $e^+ + e^- \rightarrow h + X; \quad \sigma = \hat{\sigma} \otimes FF$

ii. $l + N \rightarrow l + h + X; \quad \sigma = \hat{\sigma} \otimes PDF \otimes FF$

iii. $p + p \rightarrow h + X; \quad \sigma = \hat{\sigma} \otimes PDF \otimes PDF \otimes FF$

ile verilir

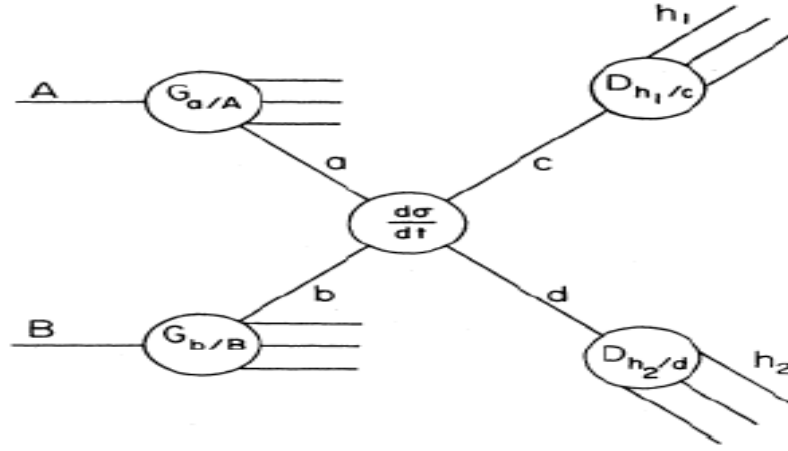


Şekil 9. a) $e^+ + e^- \rightarrow h + X$, b) $l + N \rightarrow l + h + X$, c) $p + p \rightarrow h + X$ süreçlerinin simgesel çizimi [20].

İnklusif p+p sürecini ele alacak olursak. Büyük harfler hadronları, küçük harfler ise hadron bileşenlerini betimlemek üzere, $A + B \rightarrow C + X$ şeklinde bir inklusif süreç için Mandelstam değişkenlerini kullanmak oldukça kullanışlıdır. A ve B başlangıç hadronlar ve C gözlenen son durum hadronlar için momentumlar sırasıyla p_A, p_B, p_C olmak üzere Mandelstam değişkenleri,

$$s = (p_A + p_B)^2, t = (p_A - p_C)^2, u = (p_B - p_C)^2 \quad (51)$$

ile verilir. s , değişkeni kütle merkezi gözlem çerçevesinde enerjinin karesidir. t ve u , ise sırasıyla, A ve B parçacıklarından C parçacığına aktarılan 4'lü momentum karesidir. Şekil 10'da gösterildiği gibi, hadronların bileşenleri de $a + b \rightarrow c + d$ şeklinde alt süreç olarak da yazılır.



Şekil 10. $G_{q/p}(x_q)$ dağılım fonksiyonları $D_{M/q}(Z)$ paylaşım fonksiyonları ve sert-saçılma alt süreçlerinin simgesel gösterimi

Alt süreçlerin Mandelstam değişkenleri, değişken üzerine konulan şapka ile gösterilir. Hafif kuarkların kütleleri göz ardı edildiğinde, $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ olur. Momentum bileşenleri, demet doğrultusuna dik (transverse) ya da boyuna (longitudinal) olabilir, bunlar sırasıyla p_T ve p_L ile gösterilir. Örneğin, demet z-doğrultusunda ise p_T dik bileşeni,

$$p_c = (p_0, p_x, p_y, p_z) = (p_0, p_T, p_z) \quad (52)$$

ile ifade edilir. Genel olarak, $p_T \ll 1 \text{ GeV}/c$ bölgesi çarpışmalar esnek olarak adlandırılır ve bu durumda fenomenolojik KRD, $p_T \gg 1 \text{ GeV}/c$ bölgesi çarpışmalar sert olarak adlandırılır ve tedirgemeli KRD uygulanır.

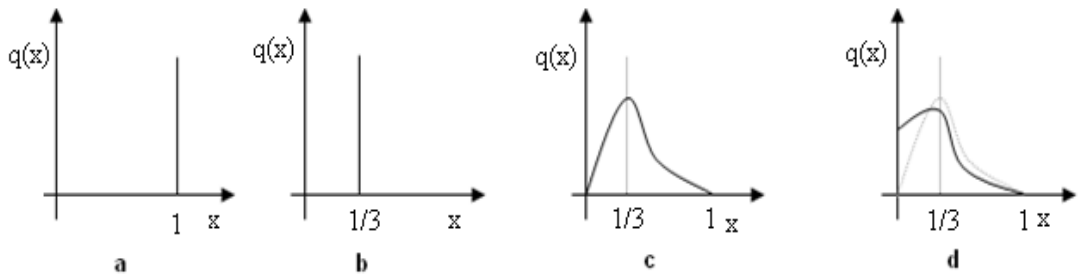
Hadron ya da jet üretimi için $ab \rightarrow cd$ alt süreçlerinden olası tüm iki cisim kuark–kuark, kuark–glüyon ve glüyon–glüyon saçılmaları içerecek şekilde, parton seviyesinde, $G_{q/p}(x_q)$ partonun hadrondaki dağılım oranını betimleyen dağılım fonksiyonları, mezonun partonda paylaşım oranını betimleyen paylaşım fonksiyonu da $D_{M/q}(z)$ olmak üzere hadron–hadron çarpışmasında inklusif parton üretimi tesir kesiti,

$$E_c \frac{d\sigma}{d^3p_c} (A + B \rightarrow C + X) = \sum_{abcd} \int dx_a dx_b dx_c G_{\frac{A}{a}}(x_a) G_{\frac{B}{b}}(x_b) D_{\frac{c}{C}}(Z_c) \times \frac{\hat{s}}{z_c^2 \pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}} (a + b \rightarrow c + d) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \quad (53)$$

ile verilir [21].

Parton dağılım fonksiyonları (PDF) ve paylaşım fonksiyonları (FF), sırasıyla protonun ve hadronizasyon mekanizmasının iç dinamiklerini temsil eder. Bu fonksiyonlar tedirgemeli yöntemler kullanılarak hesaplanamaz ve çeşitli sert saçılma süreçleri için elde edilen verilerden türetilirler.

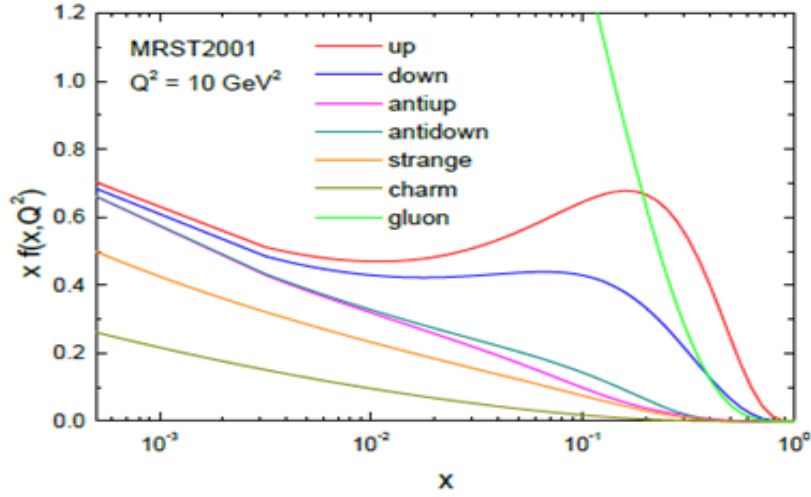
$G_{a/A}(x)\delta x$, A protonu içerisindeki x ile $x + \delta x$ momentum aralığında bulunan a çeşnili kuark sayısı olarak tanımlanır. Şekil 11’de bazı basit PDF’ler gösterilmiştir. Bunlardan birincisi protonun içyapısı olmayan noktasal bir cisim olarak ele alındığı duruma karşılık gelmektedir; ikinci ise protonun üç tane etkileşmeyen kuarktan oluştuğu ve protonun toplam momentumunun kuarklar arasında eşit olarak paylaşıldığı durumu karşılık gelmektedir; üçüncü durumda bu kuarkların kendi aralarındaki etkileşmeler ile gerçekleşebilecek momentum transferleri de dikkate alınmıştır; dördüncü durumda ise sanal kuark çiftlerinin yaratılabildiği kuarklar arası yüksek mertebeden etkileşmeler de göz önüne alınmıştır.



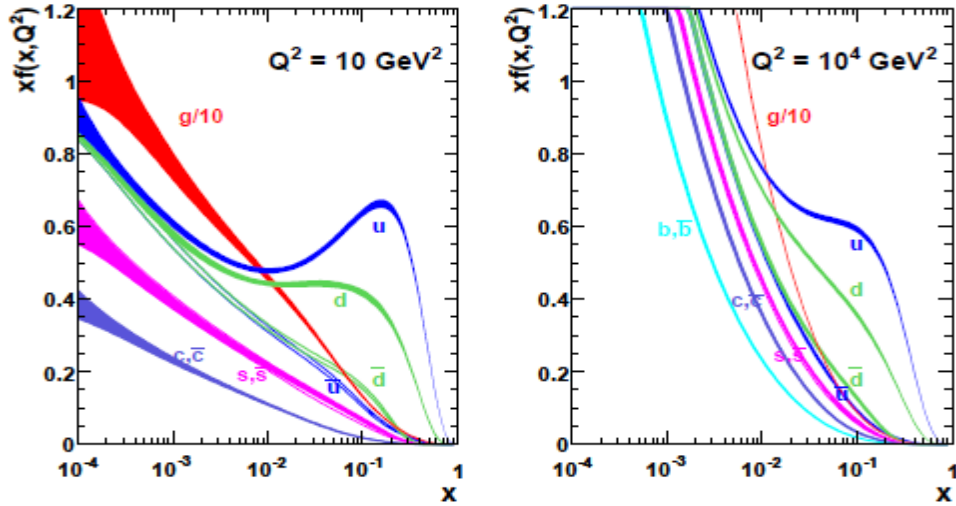
Şekil 11. PDF fonksiyonu için örnekler; a-noktasal parçacık, b- protonun momentumunu eşit paylaşan etkileşimsiz 3 kuark c,d-aralarında momentum transferi olan 3 etkileşen kuark [22].

PDF’lerin tanımına benzer şekilde, $D_{c/c}(Z_c)\delta z$ paylaşım fonksiyonu, c partonu içerisinde z ile $z + \delta z$ momentum aralığındaki hadron sayısı olarak tanımlanabilir. PDF’ler

analitik olarak hesaplanamazlar ancak Q^2 'ye bağılı olarak değişimleri Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) denklemi ile belirlenebilir [23-26]. Bu nedenle, belli bir Q^2 'de ölçülen PDF farklı Q^2 değerleri için de kullanılabilmesine olanak sağlar. Paylaşım fonksiyonlarının olasılık yorumu, PDF'lere benzer olup partondan bir hadron oluşumu ilgili tüm uzun mesafe bilgilerini içerir.

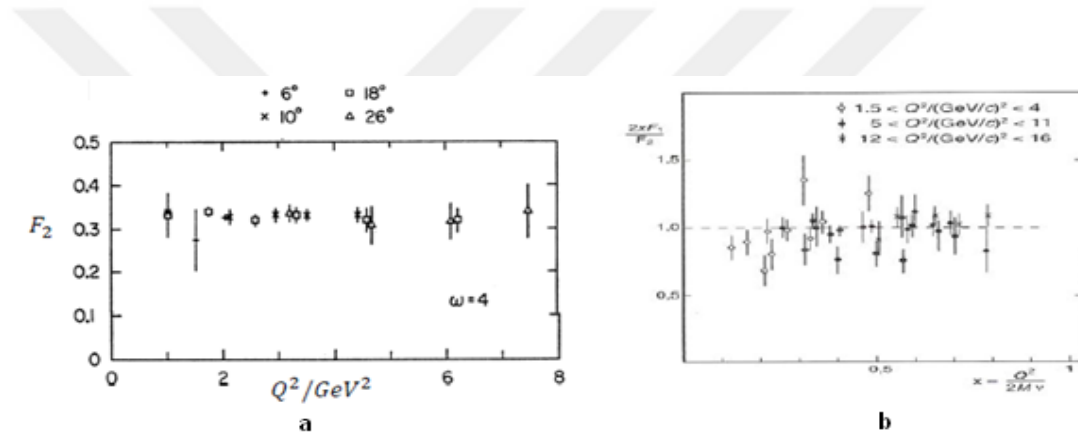


Şekil 12. Proton için MRST parton dağılım fonksiyonları [27].



Şekil 13. Proton için MSTW (2008) parton dağılım fonksiyonları [28].

Elastik olmayan derin saçılma (DIS) deneyleri, kısa mesafeli ölçeklerde hadronların doğasını anlamamıza yardımcı olmaktadır. Stanford Doğrusal Hızlandırıcı Merkezi'nde (SLAC) 1967 yılında gerçekleştirilen DIS deneyinde 5-20 GeV arasında değişen enerjilere sahip elektronlar sıvı hidrojen hedefle çarpıştırılarak elektronlar için tesir kesiti ölçümleri yapılmıştır. Bu tesir kesitleri protonun yapı fonksiyonlarının tespiti için kullanıldığında sonuçların Bjorken ölçeklendirmesi [29] ve Callon-Gross eşitliğini [30] sağladığı görülmüştür (Şekil 14). Bu iki önemli sonuç birlikte değerlendirildiğinde, elastik olmayan derin elektron proton saçılmasının protonun içyapısındaki 1/2 spinli parçacıklardan elektronun elastik saçılması şeklinde gerçekleştiği anlaşılmış ve protonun içyapısındaki bu noktasal bileşenler Feynman tarafından parton olarak adlandırılmıştır.



Şekil 14. a) Bjorken ölçeklendirmesi ve b) Callon-Gross eşitliği

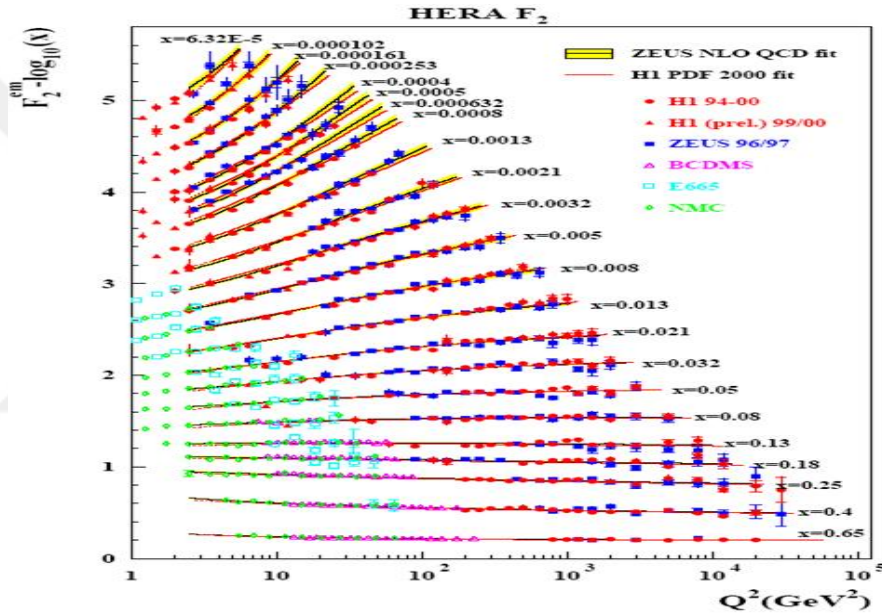
Bu deney sonuçlarından yararlanarak 1971 yılında Berman, Bjorken ve Kogut (BBK) [31] proton proton inklusif saçılma süreci ($p + p \rightarrow C + X$) nin tesir kesiti için kuark-glüyon seviyesinde ele alarak

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \frac{1}{p_T^4} F(x_T, \theta) \quad (54)$$

şeklinde bir ifade (ölçek) elde ettiler.

Bu deney sonuçları klasik parton modeli ile açıklanabilmektedir. Bu modelde, kuarkların hadronik kökenleri (bağları) ihmal edilmekte ve başlangıç bileşenlerin;

(partonların) yalıtılmış, serbest, kabukta (on-shell) noktasal parçacıklar sistemi olarak ele alınmaktadır. Daha sonra Almanya'nın Hamburg şehrindeki DESY araştırma merkezindeki HERA çarpıştırıcısından elde edilen sonuçlara göre (Şekil15) x 'in küçük değerlerinde, F_2 yapı çarpanı büyük ölçüde Q^2 bağımlılığı göstermiş. Bu davranış klasik patron modeli ile açıklanamazken, kuantum renk dinamiği ile açıklanabilmektedir. Büyük x değerlerinde etkileşme, hadronu oluşturan değerlik kuarkları ile olmaktadır ve bu durum momentum transferinden bağımsızdır ancak küçük x değerlerinde etkileşme deniz kuarkları ve glüyonlar tarafından gerçekleşebilmektedir ve bu etkileşmeler sabit değildir.

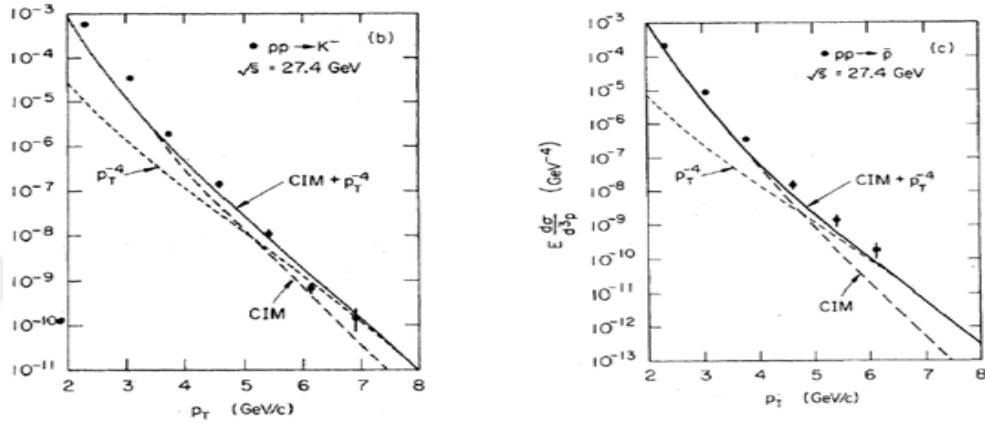


Şekil 15. HERA çarpıştırıcısında gerçekleştirilen ZEUS ve H1 deneylerinin verilerine göre farklı x değerleri için $F_2 - Q^2$ değişimi [32].

Valans kuarkların etkin olduğu $0.13 < x < 0.18$ bölgesi için Björken ölçeği başarılı bir yaklaşıklık ancak x 'in daha küçük ve daha büyük değerleri için Björken ölçeğinin geçerli olamayacağı bu değişimden görülmektedir.

1972 yılında çalışmaya başlayan ISR (Intersecting Storage Rings)'de ilk hadron-hadron çarpışması gerçekleştirilmesi ile deney sonuçlarının BBK'nın öngördüğü sonuçlar ile özellikle $p_T < 6 \text{ GeV}/c$ bölgesinde uyuşmadığı ancak Blankenbecler, Brodsky and Gunion tarafından geliştirilen CIM (constituent interchange model) [33] modelinin

sonuçlar ile uyum içinde olduğu bilim dünyasına duyuruldu. Bu model proton-proton saçılması, alt süreçlerinin partonların yanı sıra mezon baryon ve 2-kuark gibi birleşik yapıları da içerebileceğini öngördü. Deney sonuçları ile CIM ve p_T^{-4} modellerinin karşılaştırılması şekil 16 ‘da gösterilmiştir.



şekil 16. Deney sonuçları ile CIM ve p_T^{-4} modellerinin karşılaştırılması [34,36]

ISR deney verileri elde edilene değin hadron-hadron derin inelastik saçılma süreçlerinin tesir kesiti hesaplarında alt süreçler, kuark-glüyon düzeyinde, günümüzdeki terminoloji ile nder tivistlerdir (Leading tivist, LT). Ancak deney sonuçlarının belirli bölgelerde bu hesaplamalardan önemli farklılıklar göstemesi sonucu baryon, mezon ve 2-kuark gibi birleşik yapıların alt süreçlerde ele alındığı modeller önem kazanmış, bu türlü alt süreçlerin katkılarına yüksek tivist (Higher tivist, HT) katkıları denmektedir.

LT ve HT alt süreçleri göz önüne alarak (54) ifadesi, n_{aktif} alt sürece katılan toplam parton, n_{pasif} ise A,B ve C yi oluşturan partonlar içerisinden sürece katılmayan toplam parton sayısı olmak üzere,

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} (AB \rightarrow CX) \propto \frac{(1-x_T)^{2n_{pasif}-1}}{p_T^{2n_{aktif}-4}} \quad (55)$$

şeklinde genelleştirildi. $pp \rightarrow pX$ sürecini ele alacak olursak, $qq \rightarrow qq$ dan gelecek olan yüksek tivist katkı için $n_{aktif} = 4$, $n_{pasif} = 6$ ve $qq \rightarrow p\bar{q}$ dan gelecek olan yüksek tivist

katkı için $n_{aktif} = 6$, $n_{pasif} = 4$ olur.

Berger, Gottschalk ve Siver hadronik çarpışmalara inklusif tek piyon üretimi süreci için yüksek tivist katkılarını teditgemeli KRD çerçevesinde hesapladılar ve $p_T < 6 \text{ GeV}/c$ için önemli katkılar verdiğini gösterdiler [37]. Bu tarihten sonra yüksek tivist katkılarının hesaplandığı birçok fenomolojik hesap yapıldı. Bunların başlıcaları hadron-hadron saçılmasında piyon üretimi [38] ve mezon çifti üretimi [39] için HT katkılarının hesaplamaları, foton-proton saçılmasından inklusif mezon üretimi [40], piyon-hadron saçılmasında foton üretimidir [41]. Farklı yöntemler ile elde edilen yeni dalga fonksiyonları ile yapılan tesir kesiti hesaplamaları günümüzde de devam etmektedir [42-48] ve teorik parçacık fiziği fenemolojisi için önemlidir.

$pp \rightarrow M\gamma$ süreci için (53) ifadesi

$$\Sigma_M^{HT} \equiv E \frac{d\sigma}{dp^3} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{\frac{q_1}{h_1}}(x_1) G_{\frac{q_2}{h_2}}(x_2) \times \frac{\hat{s}}{\pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow M\gamma) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \quad (56)$$

olur. Alt süreçlerin T_H , sert-saçılma kısımlarından gelen katkılarının toplamı ve Φ_M mezon dalga fonksiyonu olmak üzere genlik

$$M(\hat{s}, \hat{t}) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \delta(1 - x_1 - x_2) \Phi_M(x_1, x_2, Q^2), T_H(x_1, x_2; Q^2, \mu_R^2, \mu_F^2) \quad (57)$$

Brodsky-Lepage formülü ile partonik alt süreçlerin diferansiyel tesir kesitleri ise

$$\frac{d\hat{\sigma}(ab \rightarrow cd)}{d\cos\theta} = \frac{1}{32\pi\hat{s}} \sum |\bar{M}|^2 \quad (58)$$

ile hesaplanır. T_H fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılan $q_1 q_2$ spin durumu,

$$\chi_{q_1 \bar{q}_2}^S = \sum_{s_1 s_2} \frac{u_{s_1}(x_1 P_M)}{\sqrt{x_1}} \frac{v_{s_2}(x_2 P_M)}{\sqrt{x_2}} N_{s_1, s_2}^S = \begin{cases} \frac{\hat{P}_M}{\sqrt{2}}, & \text{helicity } 0, \\ \mp \frac{\epsilon_{\pm} \hat{P}_M}{\sqrt{2}}, & \text{helicity } \pm 1, \end{cases} \quad (59)$$

ile verilir. Görüldüğü gibi HT süreçlerde mezon üretimi partonların paylaşımı şeklinde olmayıp, süreç içerisinde doğrudan gerçekleştiği için FF'larına ihtiyaç yoktur, onun yerini mezonun bağlı durumunu tanımlayan dağılım genlikleri kullanılır.

Literatürde kuark karışık-kuark çiftleri için farklı dağılım genlikleri bulunmaktadır. Hadronik süreçlerde ilk kullanılan, tedirgemeli KRD çerçevesinde geliştirilen

$$\phi_{asy}(x) = 6x(1-x) \quad (60)$$

asimtotik fonksiyondur. Daha sonra ise KRD toplama kuralları kullanılarak düşük Q^2 bölgesi için de iyi sonuçlar veren

$$\phi_{cz}(x) = 5\sqrt{3}x(1-x)(1-2x)^2 \quad (61)$$

Chernyak-Zhitnitsky fonksiyonu [49] kullanılmıştır, günümüzde ise özellikle skaler mezonlar için farklı yöntemler kullanılarak birçok dağılım genliği elde edilmiştir. Dağılım genlikleri $C_n^{3/2}(2x-1)$ Gegenbauer polinomları cinsinden seriye açılabilir

$$\phi_M^{\parallel, \perp}(x, \mu_F^2) = \phi_{asy}(x) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\parallel, \perp}(\mu_F^2) C_n^{3/2}(2x-1) \right] \quad (62)$$

$$a_n^{\parallel}(x_\mu^2) = a_n^{\parallel}(\mu_0) \left[\frac{\alpha_s(\mu_F)}{\alpha_s(\mu_0)} \right]^{\gamma_n^{\parallel(0)}/2\beta_0}$$

$$a_n^{\perp}(x_\mu^2) = a_n^{\perp}(\mu_0) \left[\frac{\alpha_s(\mu_F)}{\alpha_s(\mu_0)} \right]^{(\gamma_n^{\perp(0)} - \gamma_0^{\perp(0)})/2\beta_0}$$

$$\gamma_n^{\parallel(0)} = 8C_F \left[\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \right]$$

$$\gamma_n^{\perp(0)} = 8C_F \left[\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k} - \frac{3}{4} \right]$$

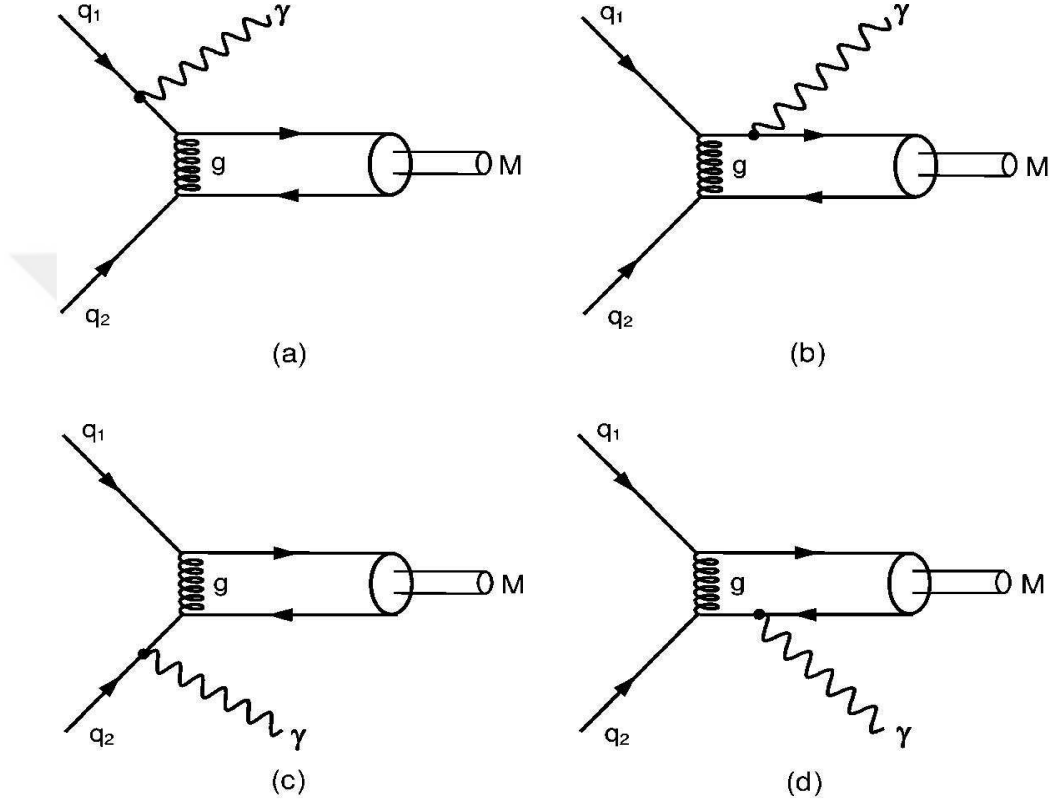
$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, n_f = 3$$

Belli bir μ_0 değerinde elde edilmiş olan dağılım genlikleri Efremov-Radyushkin-Brodsky-Lepage denklemi kullanılarak farklı μ değerleri için elde edilebilir. Normalizasyon şartından, ilk katsayı $a_0^{\parallel,\perp}(\mu_0)$ bire eşitlenir ve diğer katsayılar tedirgemeli olmayan yöntemler veya deneylerden elde edilen verilerden hesaplanır.

Yüksek tivist tesir kesiti hesaplamalarında, önemli bir konu da yeğin etkileşim bağlaşım sabiti için renormalizasyon ölçeğinin belirlenmesidir. Bir Feynman çizimi için KRD bağlaşım sabitinin argümanı μ_R , sert glüyonun momentumunun karesine eşit seçilebilir ve böylece (üretilen) mezonun (hadronun) kuarklarının taşıdıkları x_1, x_2 momentum kesirlerine bağlıdır. Yüksek tivist tesir kesiti hesaplarında iki farklı yaklaşımdan birincisi “donmuş bağlaşım sabiti yaklaşımı olup $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ olarak seçilir ve bağlaşım sabiti, ilgili integrallerde sabit bir terim olarak integral dışana çıkar. İkinci yaklaşım ise “koşan bağlaşım sabiti yaklaşımı” ve x_1, x_2 $[0,1]$ aralığında değişken olarak alınır, bu durumda ise ilgili integrallerde ıraksaklıklar ortaya çıkar. Bu ıraksaklıklar Cauchy esas değer yaklaşımı kullanılarak hesaplanır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Tek Mezon Üretimi



Şekil 17. $p + \bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ yüksek-tivist alt süreçleri için Feynman çizimleri

Bu çalışmada HT etkilerin rolünün anlaşılması için Du v.d. uyguladıkları yöntem kullanılarak, $p + \bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ süreci yüksek tivist katkıları ile $p + p \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ sürecine gelecek yüksek tivist katkılarının farkı hesaplanmıştır. Bu yöntemin avantajı gluon ve deniz kuarklarından katkı gelmemesidir. Böylelikle daha iyi bildiğimiz değerlik kuarkların katkılarının hesaplanması yeterli olmaktadır.

$\Sigma_{p\bar{p}}$ ve Σ_{pp} tesir kesitlerinin farkına katkı yalnızca değerlik kuarklar içeren $u_v + \bar{d}_v \rightarrow \rho^+ + \gamma$ ve $d_v + \bar{u}_v \rightarrow \rho^- + \gamma$ süreçlerinden gelmektedir:

$$\Sigma_{p\bar{p}} = E_{\rho^+} \frac{d^3\sigma}{dP_{\rho^+}^3} (p\bar{p} \rightarrow \rho^+ + \gamma) + E_{\rho^-} \frac{d^3\sigma}{dP_{\rho^-}^3} (p\bar{p} \rightarrow \rho^- + \gamma) \quad (63)$$

$$\Sigma_{pp} = E_{\rho^+} \frac{d^3\sigma}{dP_{\rho^+}^3} (pp \rightarrow \rho^+ + \gamma) + E_{\rho^-} \frac{d^3\sigma}{dP_{\rho^-}^3} (pp \rightarrow \rho^- + \gamma) \quad (64)$$

$\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}$ yüksek tivist alt süreçlerinin Mandelstam değişkenleri

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = x_1 x_2 s \\ \hat{t} &= (p_1 - P_\rho)^2 = x_1 t \\ \hat{u} &= (p_2 - P_\rho)^2 = x_2 u \end{aligned} \quad (65)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \Delta^{HT} &= \Sigma_{p\bar{p}} - \Sigma_{pp} = \frac{1}{\pi} \int dx dy \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \hat{s} \\ &\quad \left[G_P^{u_v}(x, Q^2) G_{\bar{P}}^{\bar{d}_v}(y, Q^2) \frac{d\sigma}{dt_{(u_v + \bar{d}_v \rightarrow \rho^+ + \gamma)}} + G_P^{d_v}(x, Q^2) G_{\bar{P}}^{\bar{u}_v}(y, Q^2) \frac{d\sigma}{d\hat{t}_{(d_v + \bar{u}_v \rightarrow \rho^- + \gamma)}} \right] \end{aligned} \quad (66)$$

ile verilir.

Δ^{LT} için önder tivist katkıları ise yalnızca $q_{v(u,d)}(p) + \bar{q}_{v(u,d)}(\bar{p}) \rightarrow g + \gamma (g \rightarrow \rho^+ (\rho^-))$ alt sürecinden gelmektedir. $\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}$ önder-tivist alt sürecinin Mandelstam değişkenleri

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = x_1 x_2 s \\ \hat{t} &= (p_1 - P_\rho)^2 = \frac{x_1 t}{z} \\ \hat{u} &= (p_2 - P_\rho)^2 = \frac{x_2 u}{z} \end{aligned} \quad (67)$$

olmak üzere, Δ^{LT}

$$\Delta^{LT} = \int_0^1 dx dy dz \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \hat{s} \frac{1}{\pi z^2} \times \left(G_p^{qv}(x, Q^2) G_{\bar{p}}^{\bar{q}v}(y, Q^2) D_g^\rho(z) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g + \gamma) \right) \quad (68)$$

ile verilir.

$$\begin{aligned} G_p^{uv}(x) &\equiv G_{\bar{p}}^{\bar{u}v}(x) \\ G_p^{dv}(x) &\equiv G_{\bar{p}}^{\bar{d}v}(x) \end{aligned} \quad (69)$$

(66) ve (69) denklemlerinde $G_p^{qv}(x, Q^2)$ etkileşmeye giren kuarkların protondaki dağılım oranını betimleyen dağılım fonksiyonları, $D_g^\rho(z) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}$ ise paylaşım fonksiyonudur.

Tek rho mezonu üretimi hesaplarında CTEQ5 parton dağılım fonksiyonlarını [50] ve Idumathı ve Saveetha'nın elde ettikleri paylaşım fonksiyonları [51] kullandı.

Yüksek-tivist katkılarının hesaplamalarına geçmeden önce farklı Q^2 değerlerinin sonucu nasıl etkileyeceğinin anlaşılması için literatürde kullanılan 4 farklı Q^2

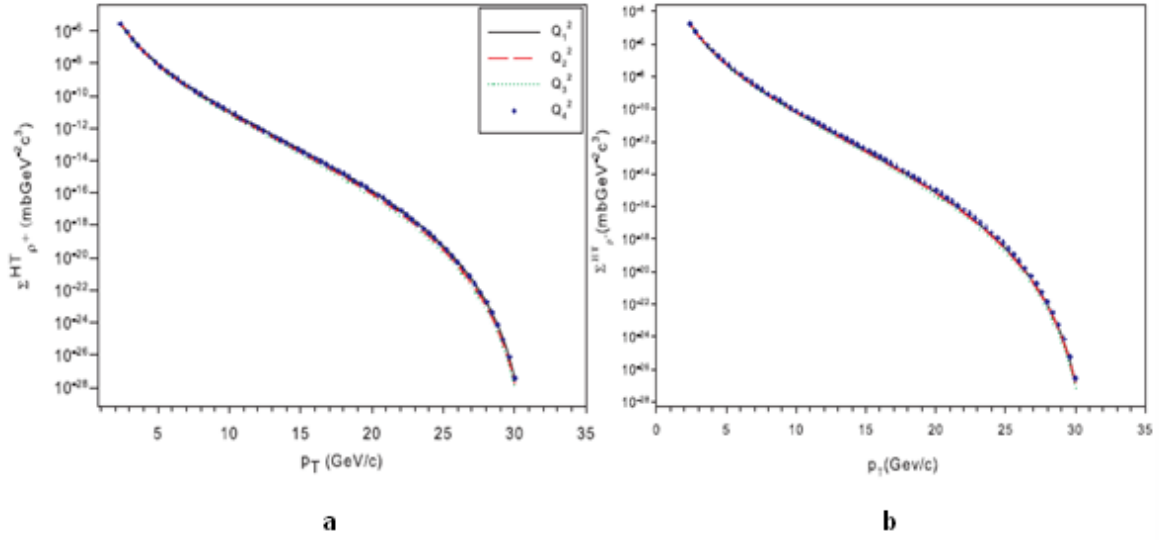
i) $Q_1^2 = p_T^2$

ii) $Q_2^2 = 2\hat{s}\hat{t}\hat{u}/(\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2)$

iii) $Q_3^2 = 4 p_T^2$

iv) $Q_4^2 = p_T^2/2$

değerleri için HT hesaplaması yapılarak Şekil 18'de karşılaştırılmış ve farklı Q^2 değerlerinin tesir kesiti üzerinde önemli bir etkisi olmadığı gözlenmiştir. Bu nedenle bu çalışmada parton dağılım fonksiyonları sadece $Q^2 = 2\hat{s}\hat{t}\hat{u}/(\hat{s}^2 + \hat{t}^2 + \hat{u}^2)$ için hesaplanmıştır.



Şekil 18. Farklı Q^2 değerleri için yüksek tivist tesir kesitlerinin mezon geçiş momentumu p_T 'nin fonksiyonu olarak değişimi

Renormalizasyon ve faktorizasyon ölçekleri, sert glüyonlar tarafından taşınan momentum kareleri $Q_1^2 = -x_2 \hat{u}$ (Şekil 17 a ve b için) ve $Q_2^2 = -x_1 \hat{t}$ (Şekil 17 c ve d için) olmak üzere dondurulmuş bağlaşım sabiti için

$$\mu_{R1}^2 = \mu_{F1}^2 = -\frac{\hat{u}}{2}, \mu_{R2}^2 = \mu_{F2}^2 = -\frac{\hat{t}}{2} \quad (70)$$

alınmıştır.

Yüksek tivist alt süreçlerinin tesir kesiti hesapları Tablo 1'de gösterilen farklı yöntemler kullanılarak elde edilmiş dalga fonksiyonları kullanılarak hesaplanmıştır. Tablo 1.'deki μ_0 değerleri hesapların yapıldığı karakteristik momentum değerlerini vermekte, $a_n^||$ ve $a_n^\perp$ ler ise sırasıyla boyuna ve enine ρ mezonlar için (62) denklemindeki Geganbauer katsayılarıdır.

Tablo 1. Boyuna ve enine rho mezonu için Geganbauer katsayıları

Method	$a_2^{\parallel}$	$a_2^{\perp}$	$a_4^{\parallel}$	$a_4^{\perp}$	$a_6^{\parallel}$	$a_6^{\perp}$	μ_0
Lattice QCD[52]	0.132	0.101	-	-	-	-	2 GeV
Sum Rule I[53]	0.18	0.2	-	-	-	-	1 GeV
Sum Rule II[54]	0.047	-0.27125	-0.057	-0.0165	-	-	1 GeV
LFQM (Linear) [55]	0.02	0.06	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	1 GeV
LFQM (H.O.) [55]	-0.02	0.09	-0.01	0.03	-	-	1 GeV

2.2. Çift Mezon Üretimi

Bu çalışmada inklusif yüklü piyon ve yüksüz rho meson çifti üreten $p\bar{p} \rightarrow \pi^+\pi^-X$ ve $p\bar{p} \rightarrow \rho^0\rho^0X$ süreçleri için LT ve HT alt süreçleri hesaplanmıştır. Mezon çifti üretimi üç farklı mekanizma ile gerçekleşebilir;

- Mezon çifti doğrudan sert saçılma alt süreçlerinde üretilir (doğrudan mezon çift üretimi),
- Mezonlardan bir tanesi fragmentasyon sonucunda üretilir (yarı doğrudan mezon çift üretimi),
- Mezonların her ikisi de fragmentasyon sonucu üretilir.

Bu mekanizmalardan ilk ikisi HT iken üçüncü LT dir. Tüm hesaplarda dondurulmuş bağlaşım sabiti yaklaşıklığı kullanılmıştır. Bu yaklaşıklığa göre renormalizasyon ve faktarizasyon ölçeği

$$Q^2 = \begin{cases} \frac{1}{2} p_T^2, & \text{doğrudan} \\ \frac{1}{2} \frac{p_T^2}{\sqrt{z}}, & \text{yarı doğrudan} \\ \frac{1}{2} \frac{p_T^2}{\sqrt{z z'}}, & LT \end{cases} \quad (71)$$

olarak alınmıştır. İkinci bir yaklaşıklık olarak mezon çiftinin eşit enine momentum ile kütle merkezinde $\theta = 90^\circ$ saçılma açısıyla ve ters yönlerde

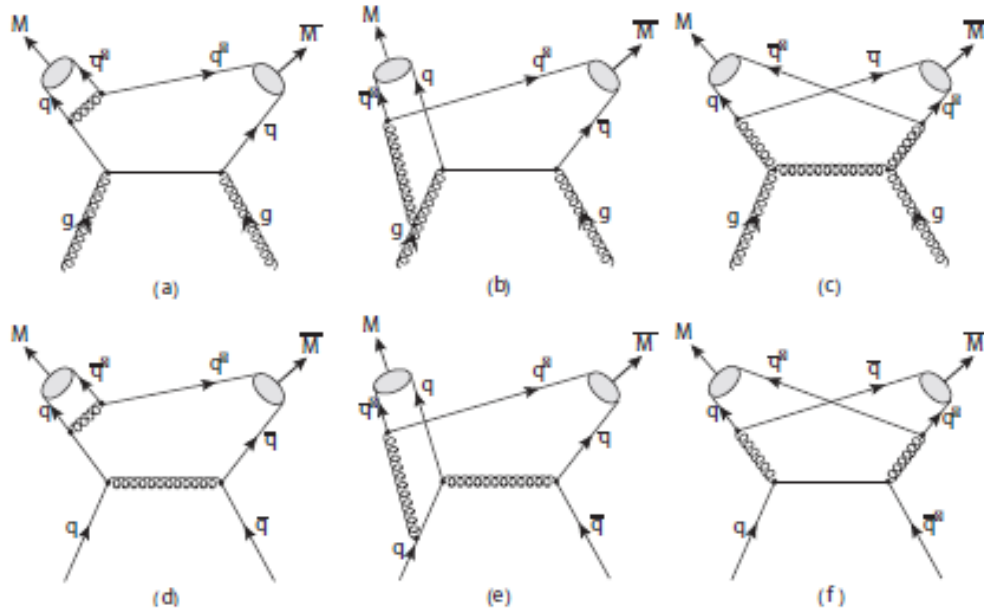
$$p_T = p_{T_C} = -p_{T_D} \quad (72)$$

saçıldığı kabul edilmiştir. HT/LT oranı için daha keskin bir değer elde edebilmek için üretilen mezonlara eşlik eden, aynı doğrultuda saçılan başka hadronların olmadığı varsayılmıştır. Bu bir Δp kesim parametresi ile sağlanmıştır. LT süreçlerinde mezonlar kesir momentumu z olan partonlardan doğrudan olmayan şekilde oluşurlar, bu momentum kesiti z 'nin minimum değeri olan z_{min}

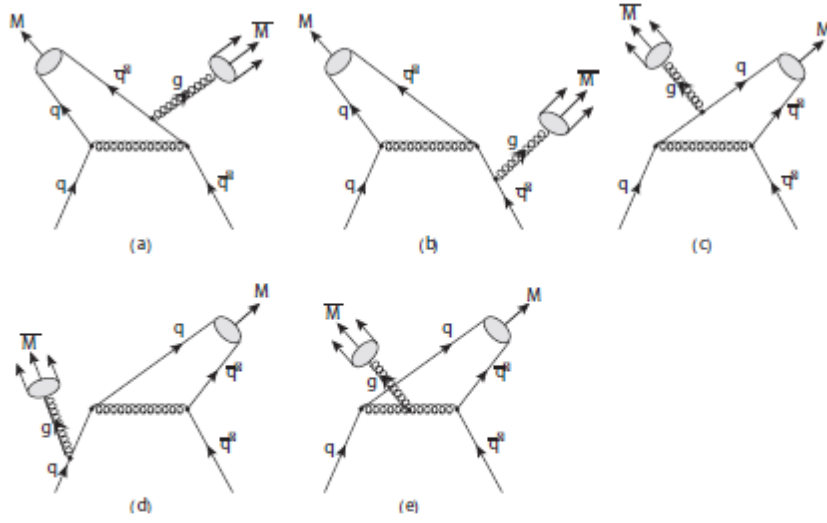
$$z_{min} = \frac{p_T}{p_T + \Delta p} \quad (73)$$

ile verilir.

Proton-proton çarpışması inklusif yüklü mezon çifti üretiminde $gg \rightarrow M\bar{M}$ ve $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ alt süreçleri için olası HT Feynmann çizimleri Şekil 19'da verilmektedir.



Şekil 19. $gg \rightarrow M\bar{M}$ ve $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ doğrudan mezon çift üretimi Feynman çizimleri



Şekil 20. $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ yarı doğrudan mezon çift üretimi Feynman çizimleri

$$F(z, z') = \frac{z+z'}{2\sqrt{zz'}} \exp \left[\frac{-(z-z')^2 p_T^2}{2z^2 z'^2 < q_T^2 >} \right] \quad (74)$$

korelasyon fonksiyonu olmak üzere proton-proton çarpışması mezon çifti üretimi tesir kesiti için (53) formülü

$$\begin{aligned} \Sigma_{M\bar{M}} = E_C E_D \frac{d\sigma}{d^3 p_C d^3 p_D} = \\ \frac{1}{\pi^2 s < q_T^2 >} \int_{z_{min}}^1 \frac{dz}{z^2} \int_{z_{min}}^1 \frac{dz'}{z'^2} F(z, z') G_{q_1/p_1}(x_1, Q^2) G_{q_2/p_2}(x_2, Q^2) \times \\ \frac{d\sigma}{d\cos\theta_{(q\bar{q}(gg) \rightarrow M\bar{M})}} D_{M/C}(z, Q^2) D_{\bar{M}/D}(z', Q^2) \end{aligned} \quad (75)$$

olarak elde edilir. Burada s hadronik kütle merkezi enerjisinin karesi, $< q_T^2 >$ protonlardaki partonların momentum kare ortalamasıdır. $G_{q_1/p_1}(x_1, Q^2)$ ve $G_{q_2/p_2}(x_2, Q^2)$ fonksiyonları proton ve karşıt-protondaki sırasıyla q_1 ve q_2 partonlarının dağılım fonksiyonlarıdır. Bu çalışmada MSTW2008 PDF'ler kullanılmıştır. θ saçılma açısı ve $d\sigma/d\cos\theta$ diferansiyel tesir kesitidir. $D_{M/C}(z, Q^2)$ ve $D_{\bar{M}/D}(z', Q^2)$ fonksiyonları ise paylaşım fonksiyonlarıdır. Doğrudan üretim mekanizmasında mezon çifti paylaşım

sonucunda değil, doğrudan oluşturulduğundan $D_{M/C}(z, Q^2) = \delta(1 - z)$ ve $D_{\bar{M}/D}(z, Q^2) = \delta(1 - z')$ olarak alınabilir. Benzer şekilde yarı doğrudan çift mezon üretimi sürecinde mezonlardan biri doğrudan, diğeri fragmantasyon yoluyla üretildiğinden $D_{M/C}(z, Q^2) = \delta(1 - z)$ olarak alıp $D_{\bar{M}/D}(z', Q^2)$ için [56] paylaşım fonksiyonu, LT süreçlerinde ise, mezonların her ikisi de paylaşım ile oluşacağından iki mezon için de yine [48] paylaşım fonksiyonları kullanılır. Bu diferansiyel tesir kesitleri farklı Φ_M dalga fonksiyonları için hesaplanabilir. Piyon (π) dalga fonksiyonları olarak [57-60]

$$\Phi_{asy}(x) = \sqrt{6}f_M x(1-x) \quad (76)$$

$$\Phi_{VSBGL}^{hol}(x) = \frac{A_1 k_1}{2\pi} \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{m^2}{2k_1^2 x(1-x)}\right) \quad (77)$$

$$\Phi^{hol}(x) = \frac{4}{\sqrt{3}\pi} f_\pi \sqrt{x(1-x)} \quad (78)$$

$$\Phi_{CZ}(x, \mu_0^2) = \Phi_{asy}(x) \left[C_0^{3/2}(2x-1) + \frac{2}{3} C_2^{3/2}(2x-1) \right] \quad (79)$$

$$\Phi_{BMS}(x, \mu_0^2) = \Phi_{asy}(x) \left[C_0^{3/2}(2x-1) + 0.20 C_2^{3/2} (2x-1 - 0.14 C_4^{3/2}(2x-1)) \right] \quad (80)$$

ve rho (ρ) dalga fonksiyonları olarak [52-55]

$$\Phi_{\rho_L}^{BB}(x, \mu_0^2) = \Phi_L^{asy}(x) \left[C_0^{3/2}(2x-1) + 0.18 \frac{2}{3} C_2^{3/2}(2x-1) \right] \quad (81)$$

$$\Phi_{\rho_T}^{BB}(x, \mu_0^2) = \Phi_T^{asy}(x) \left[C_0^{3/2}(2x-1) + 0.20 \frac{2}{3} C_2^{3/2}(2x-1) \right] \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\rho_L}^{Linear}(x, \mu_0^2) = & \Phi_{\rho_L}^{asy}(x) \left[1 + 0.02 \left(\frac{15}{2} (2x-1)^2 - \frac{3}{2} \right) \right. \\ & - 0.01 \left(\frac{315}{8} (2x-1)^4 - \frac{105}{4} (2x-1)^2 + \frac{15}{8} \right) \\ & \left. - 0.02 \frac{35}{16} \left(\frac{429}{5} (2x-1)^6 - 99(2x-1)^4 + 27(2x-1)^2 - 1 \right) \right] \quad (83) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\rho_L}^{HO}(x, \mu_0^2) = & \Phi_{\rho_L}^{HO}(x) \left[1 - 0.02 \left(\frac{15}{2} (2x-1)^2 - \frac{3}{2} \right) \right] \\ & - 0.03 \left(\frac{315}{8} (2x-1)^4 - \frac{105}{4} (2x-1)^2 + \frac{15}{8} \right) \\ & - 0.02 \frac{35}{16} \left(\frac{429}{5} (2x-1)^6 - 99(2x-1)^4 + 27(2x-1)^2 - 1 \right) \quad (84) \end{aligned}$$

$$\Phi_{\rho_T}^{Linear}(x, \mu_0^2) = \Phi_{\rho_T}^{asy}(x) \left[1 + 0.06 \left(\frac{15}{2} (2x-1)^2 - \frac{3}{2} \right) - 0.01 \left(\frac{315}{8} (2x-1)^4 - \frac{105}{4} (2x-1)^2 + \frac{15}{8} \right) - 0.02 \frac{35}{16} \left(\frac{429}{5} (2x-1)^6 - 99(2x-1)^4 + 27(2x-1)^2 - 1 \right) \right] \quad (85)$$

$$\Phi_{\rho_T}^{HO}(x, \mu_0^2) = \Phi_{\rho_T}^{asy}(x) \left[1 + 0.07 \left(\frac{15}{2} (2x-1)^2 - \frac{3}{2} \right) - 0.03 \left(\frac{315}{8} (2x-1)^4 - \frac{105}{4} (2x-1)^2 + \frac{5}{8} \right) - 0.02 \frac{35}{16} \left(\frac{429}{5} (2x-1)^6 - 99(2x-1)^4 + 27(2x-1)^2 - 1 \right) \right] \quad (86)$$

$$f_{\rho}^L = 0.141 \text{ GeV}$$

$$f_{\rho}^T = 0.16 \text{ GeV}$$

kullanılarak diferansiyel tesir kesitleri hesaplandı.

3. BULGULAR

3.1. Tek Mezon Üretimi

Önce (69) integralinde $dz/z^2 = d(-1/z)$ değişken değişimi yapılır, ardından Dirac delta fonksiyonunun $\delta(ax - b) = 1/|a| \delta(x - b/a)$ özelliği kullanılır ve $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ eşitliğinde (68)'deki Mandelstam değişkenleri yerlerine yazılarak elde edilen

$$\begin{aligned} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) &= \delta\left(xys + \frac{xt}{z} + \frac{yu}{z}\right) = \delta\left((xt + yu)\frac{1}{z} + xys\right) \\ &= \frac{1}{xt+yu} \delta\left(\frac{1}{z} + \frac{xys}{xt+yu}\right) \end{aligned} \quad (87)$$

ifadesi yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \Delta^{LT} &= \sum_{q_v=u_v, d_v} \frac{2}{\pi} \int_{x_{min}}^1 dx \int_{y_{min}}^1 dy \\ &\times \left[\frac{s}{-(xt+yu)} \left[x G_P^{qv}(x, Q^2) y G_P^{\bar{q}v}(y, Q^2) D_g^\rho(z) \frac{d\sigma}{d\hat{t}(q\bar{q} \rightarrow g+\gamma)} \right] \right] \end{aligned} \quad (88)$$

halini alır. Ek 3.'den görüleceği gibi $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ kullanılarak

$$x_{min} = \frac{p_T e^Y}{\sqrt{s} - p_T e^{-Y}} \quad (89)$$

$$y_{min} = \frac{x p_T e^{-Y}}{\sqrt{s} x - p_T e^Y} \quad (90)$$

elde edilir. Ayrıca Ek 2.'deki Feynman kurallarından yararlanarak gerekli işlemler yapılırsa bu alt sürecin diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g + \gamma) = \frac{8}{9}\pi\alpha_e\alpha_s(Q^2)\frac{e_q^2}{\hat{s}^2}\left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}}\right) \quad (91)$$

olarak hesaplanır.

Benzer şekilde (65)'deki Mandelstam değişkenleri kullanılıp LT deki adımlar uygulanırsa yüksek-tivist alt süreçler için de

$$\Delta^{HT} = \frac{1}{\pi} \int dx \left[\frac{s}{u+xs} \left[xG_P^{uv}(x, Q^2) yG_{\bar{P}}^{\bar{d}v}(y, Q^2) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(u_v + \bar{d}_v \rightarrow \rho^+ + \gamma) + \right. \right. \\ \left. \left. xG_P^{dv}(x, Q^2) yG_{\bar{P}}^{\bar{u}v}(y, Q^2) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(d_v + \bar{u}_v \rightarrow \rho^- + \gamma) \right] \right] \quad (92)$$

elde edilir. Şekil 17'deki HT alt süreçlerinin diferansiyel tesir kesitleri ise μ_R^2 ve μ_F^2 sırasıyla faktörizasyon ve renormalizasyon ölçekleri ve

$$I_1 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\alpha_s(\mu_{R1}^2) \phi_M(x_1, x_2; \mu_{F1}^2) \delta(1-x_1-x_2) dx_1 dx_2}{x_2} \quad (93)$$

$$I_2 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\alpha_s(\mu_{R1}^2) \phi_M(x_1, x_2; \mu_{F1}^2) \delta(1-x_1-x_2) dx_1 dx_2}{x_1 x_2} \quad (94)$$

$$K_1 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\alpha_s(\mu_{R2}^2) \phi_M(x_1, x_2; \mu_{F2}^2) \delta(1-x_1-x_2) dx_1 dx_2}{x_1} \quad (95)$$

$$K_2 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\alpha_s(\mu_{R2}^2) \phi_M(x_1, x_2; \mu_{F2}^2) \delta(1-x_1-x_2) dx_1 dx_2}{x_1 x_2} \quad (96)$$

olmak üzere, ρ_L için

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \langle |M|^2 \rangle \\ = \frac{32}{27} \frac{c_f \pi^2 \alpha_e}{\hat{u}^2 \hat{t}^2 \hat{s}^2} [\hat{s}^2 \hat{t}^2 e_1^2 (\hat{s} I_1^2 + \hat{t}^2 / \hat{s} I_2^2) - 2 \hat{t} / \hat{s} (\hat{t} I_2 + \hat{u} I_1) I_1 + \hat{u}^2 \hat{s}^2 e_2^2 (\hat{s} K_1^2 + \\ \hat{u}^2 / \hat{s} K_2^2 - 2 \hat{u} / \hat{s} (\hat{t} K_1 + \hat{u} K_2) K_1) + 2 \hat{u} \hat{s} \hat{t} e_1 e_2 (I_1 K_1 \hat{s}^2 - I_1 (K_2 \hat{u} + K_1 \hat{t}) \hat{u} - \\ K_1 (I_1 \hat{u} + I_2 \hat{t}) \hat{t})] \quad (97)$$

ρ_T için ise Şekil 17'deki a ve c Feynman çizimlerinden katkı gelmez ve

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{32}{27} \frac{C_f \pi^2 \alpha_e}{\hat{u}^2 \hat{t}^2 \hat{s}} [e_1 \hat{t} I_2 - e_2 \hat{u} K_2] \quad (98)$$

elde edilir. Donmuş bağlaşım sabiti yaklaşıklığında yeğin etkileşim bağlaşım sabiti integral dışına çıkarılabilir ve $x_1 \leftrightarrow x_2$ altında simetrik olan dalga fonksiyonları için

$$I_2 = 2I_1 = I \quad (99)$$

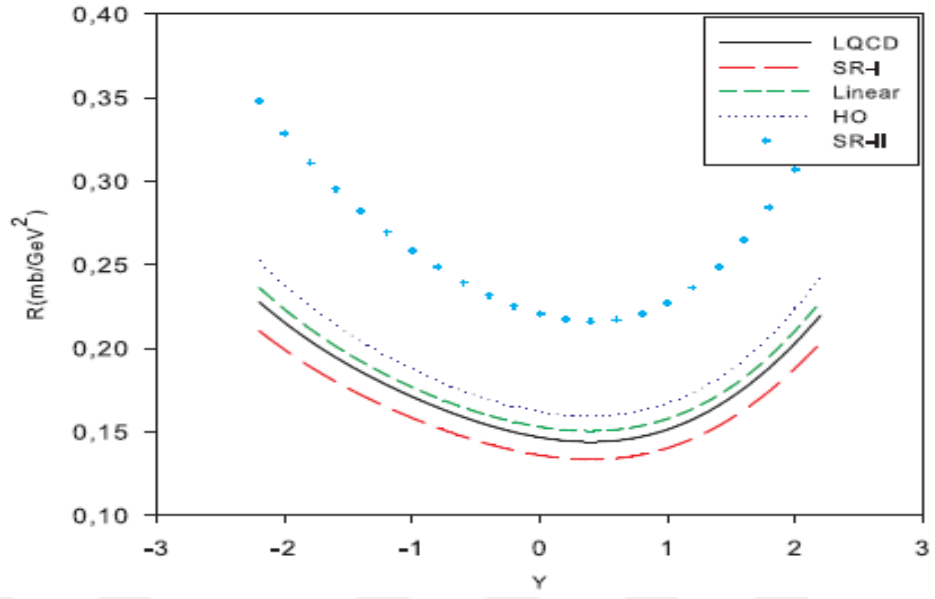
$$K_2 = 2K_1 = K \quad (100)$$

elde edilir. Böylece (97) ve (98) denklemleri

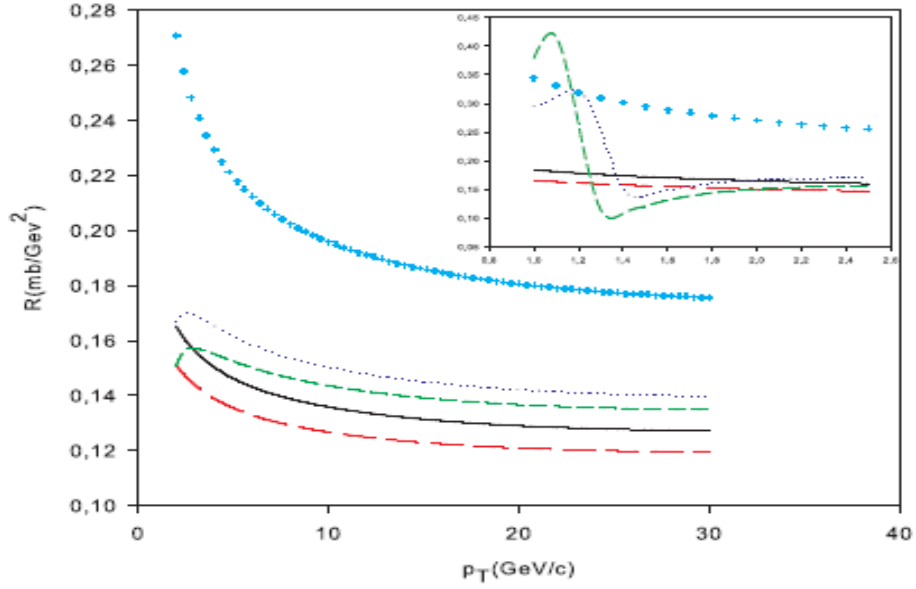
$$\frac{d\sigma}{dt} = \begin{cases} \frac{8}{27} \frac{C_f \pi^2 \alpha_e}{\hat{s}^3} \left[\frac{1}{\hat{t}^2} + \frac{1}{\hat{s}^2} \right] [e_1 \hat{t} I - e_2 \hat{u} K], & \rho_L = 0 \\ \frac{32}{27} \frac{C_f \pi^2 \alpha_e}{\hat{u}^2 \hat{t}^2 \hat{s}} [e_1 \hat{t} I - e_2 \hat{u} K], & \rho_T = \pm 1 \end{cases} \quad (101)$$

halini alır.

Önce $R = \sigma_L/\sigma_T$; boyuna ve enine rho-mezon tesir kesiti oranı ele alınarak beş farklı dalga fonksiyonu için R oranının hızlılık ile değişimi Şekil 21'de ve p_T ile değişimi Şekil 22'de gösterilmiştir.

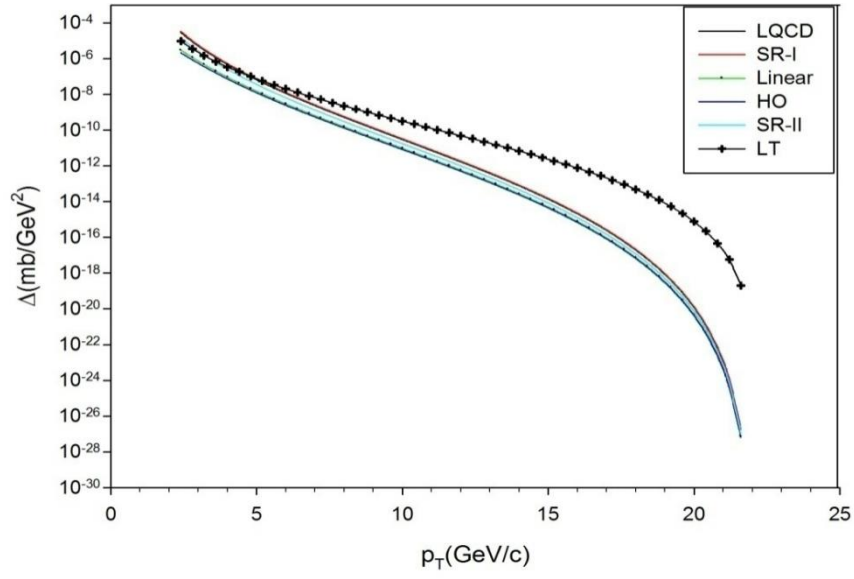


Şekil 21. Boyuna ve enine rho-mezon tesir kesiti oranı R 'nin hızlılık ile değişimi

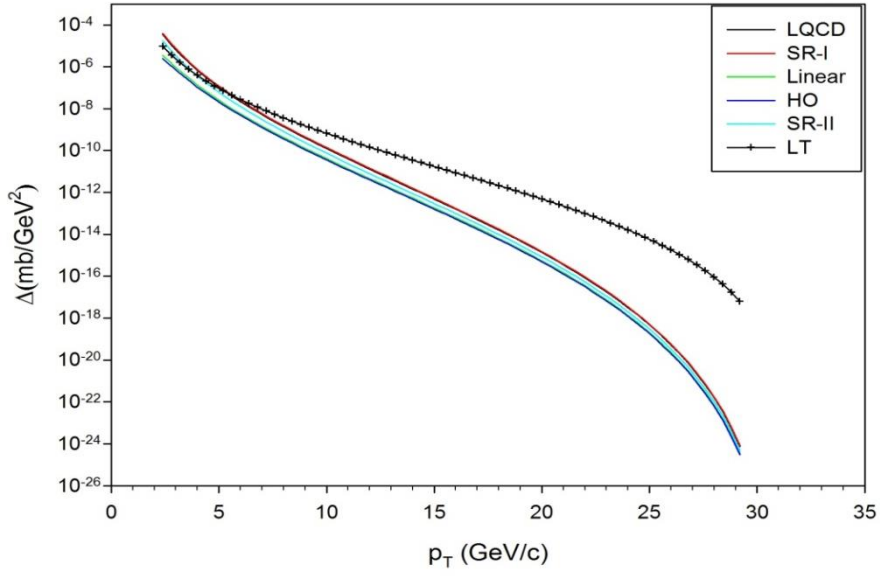


Şekil 22. Boyuna ve enine rho-mezon tesir kesiti oranı R 'nin p_T ile değişimi

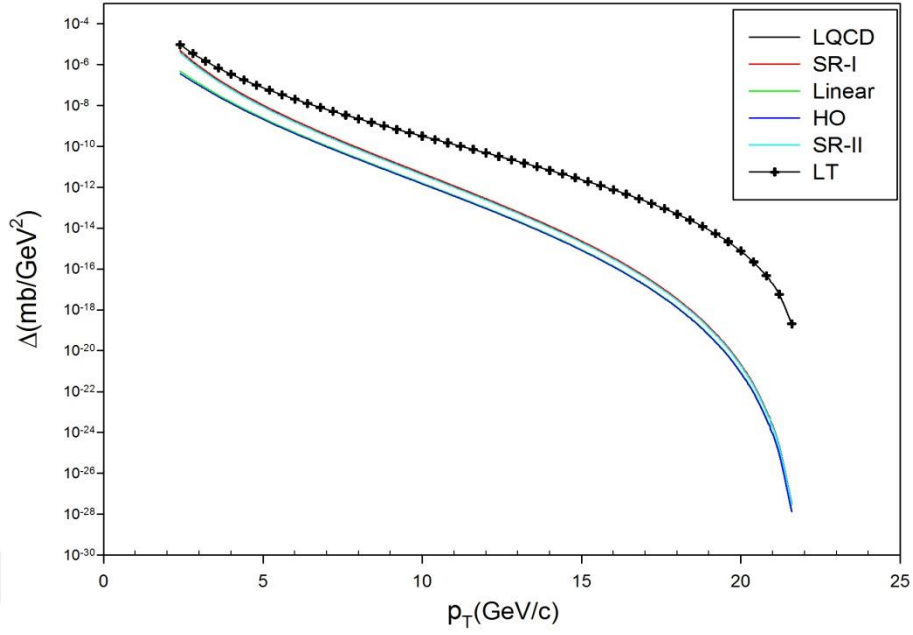
$\sqrt{s} = 62,4 \text{ GeV}$ ve $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $\theta = 45^\circ$ ve $\theta = 90^\circ$ mezon saçılma açıları için Δ 'nın p_T ile değişimi Şekil 23-30'da verilmiştir.



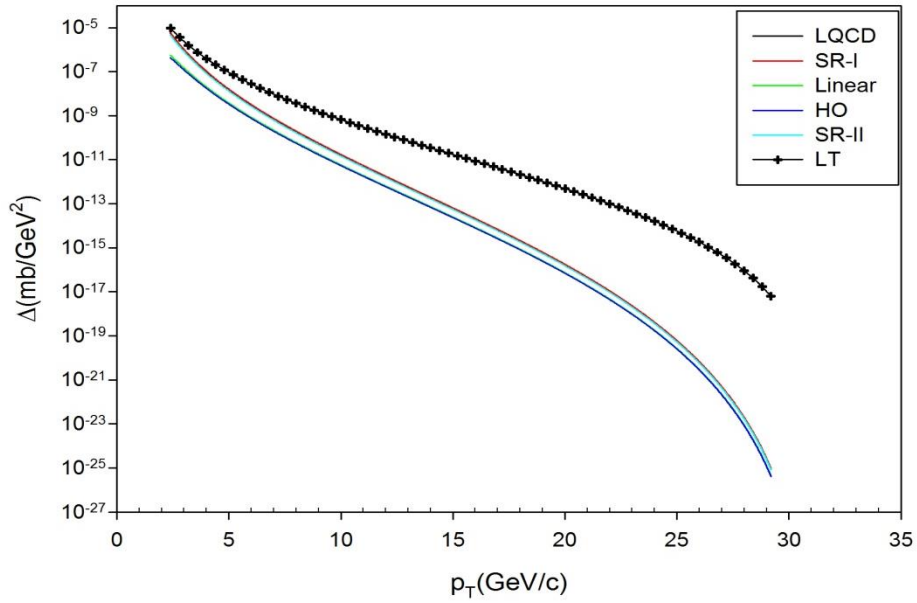
Şekil 23. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $Y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için enine rho mezun üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



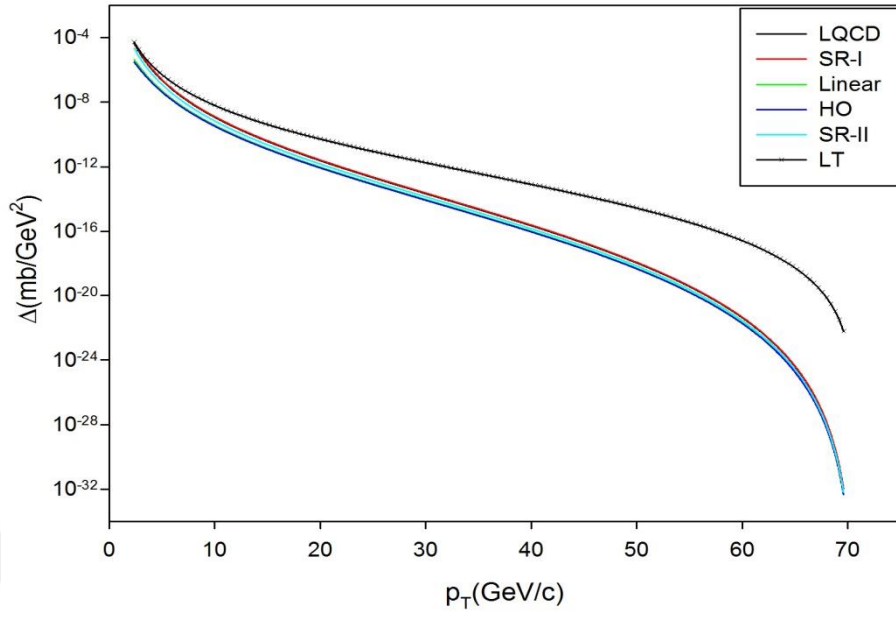
Şekil 24. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $Y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için enine rho mezun üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



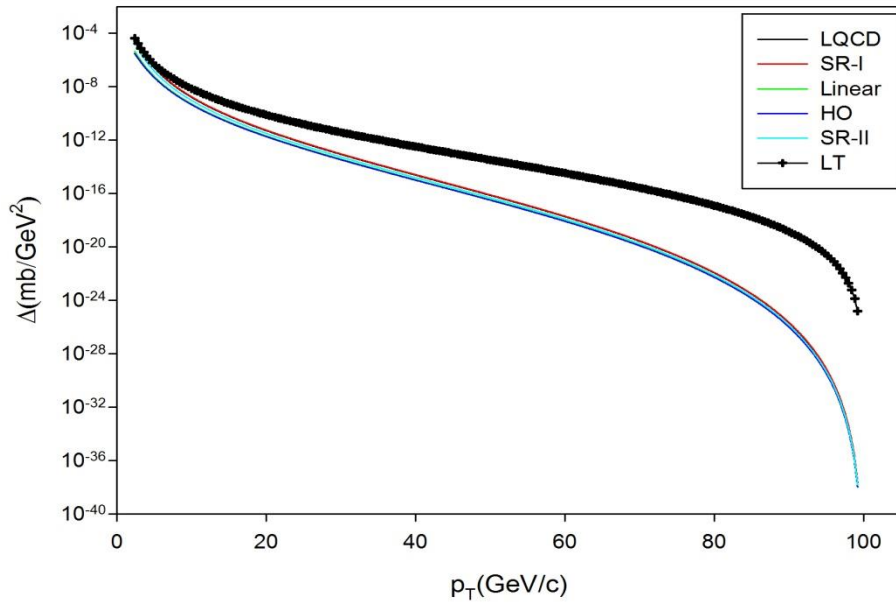
Şekil 25. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için boyuna rho mezonu üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



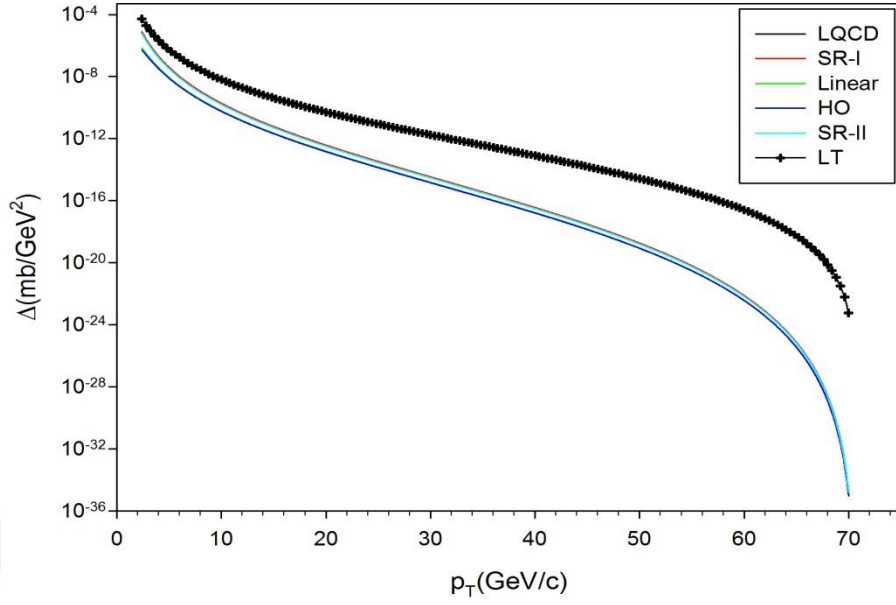
Şekil 26. $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



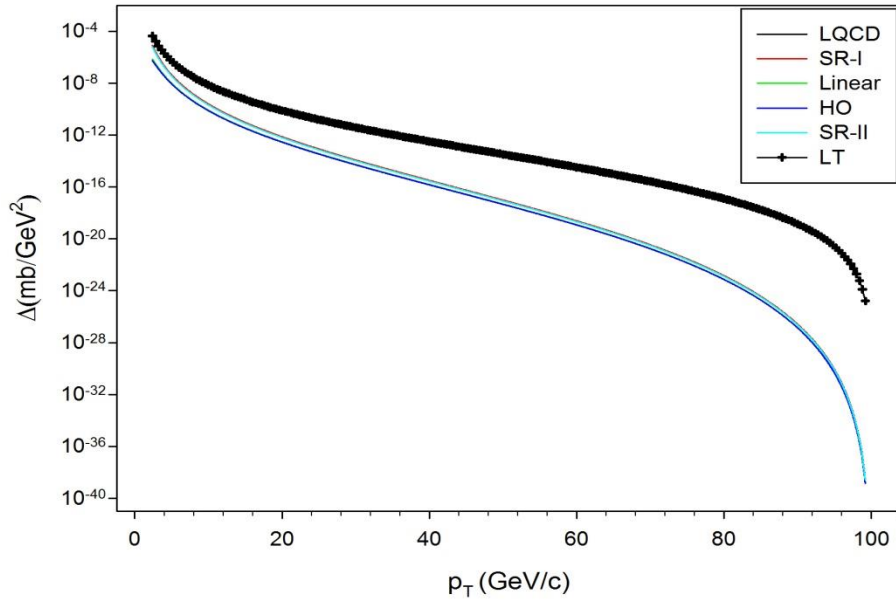
Şekil 27. $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



Şekil 28. $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için enine rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



Şekil 29. $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 45^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi



Şekil 30. $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$, $y = 0$ ve $\theta = 90^\circ$ için boyuna rho mezon üretiminde Δ 'nın p_T ile değişimi

3.2. Çift Mezon Üretimi

Proton karşıt-proton çarpışmasında çift mezon yaratılması için önder tivist katkıları veren alt süreçler için Ek 2.'deki Feynman kurallarından yararlanarak elde edilen diferansiyel tesir kesitleri

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}) = \frac{2\pi\alpha_s^2}{9\hat{s}} \left(\frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} - \frac{2}{3} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}} \right) \quad (102)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}') = \frac{2\pi\alpha_s^2}{9\hat{s}} \left(\frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right) \quad (103)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}') = \frac{\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}} \frac{4}{9} \left(\frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{t}^2} \right) \quad (104)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(q\bar{q} \rightarrow gg) = \frac{4\pi\alpha_s^2}{3\hat{s}} \left(\frac{4}{9} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}} - \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right) \quad (105)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(qg \rightarrow qg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}} \left(\frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{t}^2} - \frac{4}{9} \frac{\hat{u}^2 + \hat{s}^2}{\hat{u}\hat{s}} \right) \quad (106)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(gg \rightarrow gg) = \frac{\pi\alpha_s^2}{\hat{s}} \frac{9}{4} \left(3 - \frac{\hat{u}\hat{t}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \frac{\hat{s}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right) \quad (107)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(gg \rightarrow q\bar{q}) = \frac{\pi\alpha_s^2}{2\hat{s}} \left(\frac{1}{6} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}\hat{t}} - \frac{3}{8} \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right) \quad (108)$$

(104) ve (105)'de “ ‘ ” çeşniyi göstermektedir.

Diferansiyel tesir kesitleri, Şekil 19-20'deki Feynman çizimlerinin analitik ifadeleri yazılıp Feynman kuralları kullanılarak gerekli işlemler yapıldığında

i. Doğrudan çift piyon üretimi için;

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(gg \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{256\pi^3\alpha_s^4 f_\pi^4}{23328} \left[\int_0^1 dx \frac{\Phi_\pi(x, Q^2)}{x(1-x)} \right]^2$$

$$\left[\int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\Phi_\pi(x, Q^2)\Phi_\pi(y, Q^2)}{x(1-x)} \cdot \frac{x(1-x) + y(1-y)}{xy + (1-x)(1-y)} \right]^2 \quad (110)$$

$$\frac{d\sigma}{dcos\theta}(q\bar{q} \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{256\pi^3\alpha_s^4 f_\pi^4}{139968} \left[\int_0^1 dx \frac{\Phi_\pi(x, Q^2)}{x(1-x)} \right]^2$$

$$\left[\int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\Phi_\pi(x, Q^2)\Phi_\pi(y, Q^2)}{x(1-x)} \cdot \frac{x(1-x) + y(1-y)}{xy + (1-x)(1-y)} \right]^2$$

$$\left[7 - 16xy - \frac{1}{xy + (1-x)(1-y)} [2x(1 - 2y(x+y)) - 4x^2 + 4xy] \right] \quad (111)$$

ii. Doğrudan rho mezon çifti üretimi için ise mezonların olası kutuplanmasına göre

a) $p\bar{p} \rightarrow \rho_L^0 \rho_L^0 X$ için

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(gg \rightarrow \rho_L^0 \rho_L^0) &= \frac{16\pi^3 \alpha_s^4 f_{\rho_L}^4}{2916\hat{s}^3} \left[\int_0^1 dx \frac{\Phi_{\rho_L}(x, Q^2)}{x(1-x)} \right]^2 \\ &\quad \left[\int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\Phi_{\rho_L}(x, Q^2) \Phi_{\rho_L}(y, Q^2)}{x(1-x)y(1-y)} \cdot \frac{x(1-x)+y(1-y)}{xy+(1-x)(1-y)} \right]^2 \end{aligned} \quad (112)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(q\bar{q} \rightarrow \rho_L^0 \rho_L^0) = 0 \quad (113)$$

b) $p\bar{p} \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0 X$ için

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(u\bar{u} \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0) &= \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(d\bar{d} \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0) = \frac{4\pi^3 \alpha_s^4 f_{\rho_T}^4}{19683\hat{s}^3} \left[\int_0^1 dx \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2)}{x(1-x)} \right] \\ &\quad \left[5 \left(\frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2)}{x(1-x)} \right) \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{dy}{x(1-x)y(1-y)} \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2) \Phi_{\rho_T}(y, Q^2)}{x(1-x)y(1-y)} \right]^2 \end{aligned} \quad (114)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(s\bar{s} \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0) &= \frac{16\pi^3 \alpha_s^4 f_{\rho_T}^4}{6561\hat{s}^3} \left[\int_0^1 dx \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2)}{x(1-x)} \right]^2 \\ &\quad \left[\int_0^1 dx \int_0^1 \frac{dy}{x(1-x)y(1-y)} \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2) \Phi_{\rho_T}(y, Q^2)}{xy+(1-x)y(1-y)} \right]^2 \end{aligned} \quad (115)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(gg \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0) = 0 \quad (116)$$

c) $p\bar{p} \rightarrow \rho_T^0 \rho_L^0 X$ için

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(u\bar{u} \rightarrow \rho_T^0 \rho_L^0) = \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(d\bar{d} \rightarrow \rho_T^0 \rho_L^0) = \frac{64\pi^3 \alpha_s^4 f_{\rho_T}^4}{19683\hat{s}^3}$$

$$\left[\int_0^1 dx \int_0^1 dy \Phi_{\rho_T}(x, Q^2) \Phi_{\rho_L}(y, Q^2) \left[\frac{1}{xy+(1-x)(1-y)} \left(\frac{1-y}{xy(1-x)} + \frac{1}{y(1-y)} - \frac{2}{x} \right) + \frac{9}{xy(1-x)} \right] \right]^2 \quad (117)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(s\bar{s} \rightarrow \rho_T^0 \rho_L^0) = 0 \quad (118)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(gg \rightarrow \rho_T^0 \rho_L^0) = 0 \quad (119)$$

Benzer şekilde yarı doğrudan mezon çifti üretimi için ise

i. Çift piyon üretimi için;

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(q\bar{q}' \rightarrow \pi^\mp g) = \frac{128\pi^2 \alpha_s^3 f_\pi^2}{729\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_\pi(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (120)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(qg \rightarrow \pi^\mp q') = \frac{d\sigma}{d\cos\theta}(\bar{q}g \rightarrow \pi^\mp \bar{q}') \frac{80\pi^2 \alpha_s^3 f_\pi^2}{3888\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_\pi(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (121)$$

ii. Çift rho üretimi için

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(q\bar{q} \rightarrow \rho_T^0 g) = \frac{128\pi^2 \alpha_s^3 f_{\rho_T}^2}{729\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (122)$$

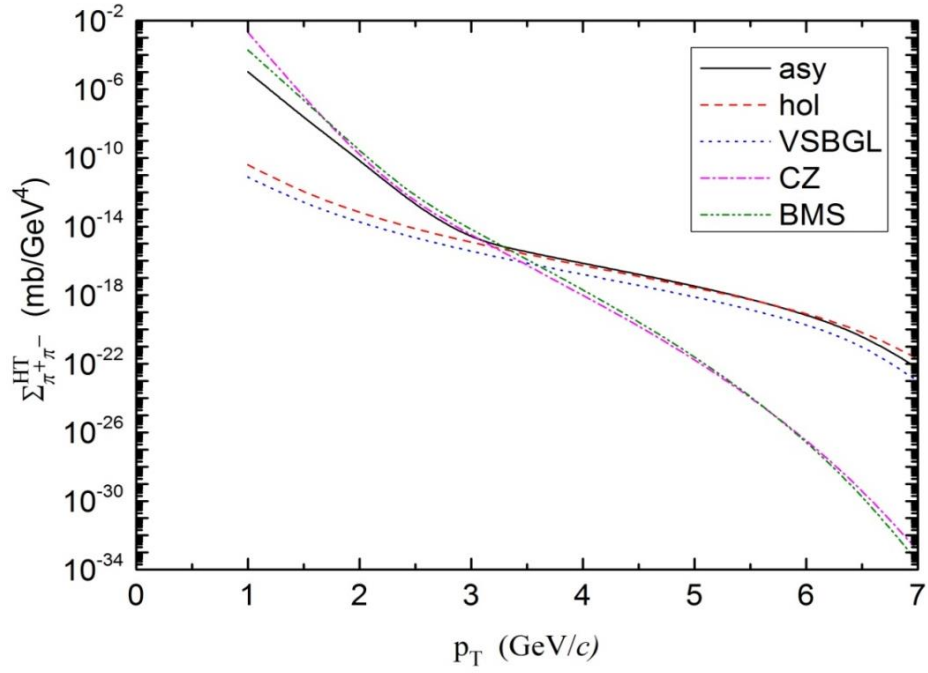
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(qg \rightarrow \rho_T^0 q) = \frac{\pi^2 \alpha_s^3 f_{\rho_T}^2}{486\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_{\rho_T}(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (123)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(q\bar{q} \rightarrow \rho_L^0 g) = \frac{32\pi^2 \alpha_s^3 f_{\rho_L}^2}{729\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_{\rho_L}(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (124)$$

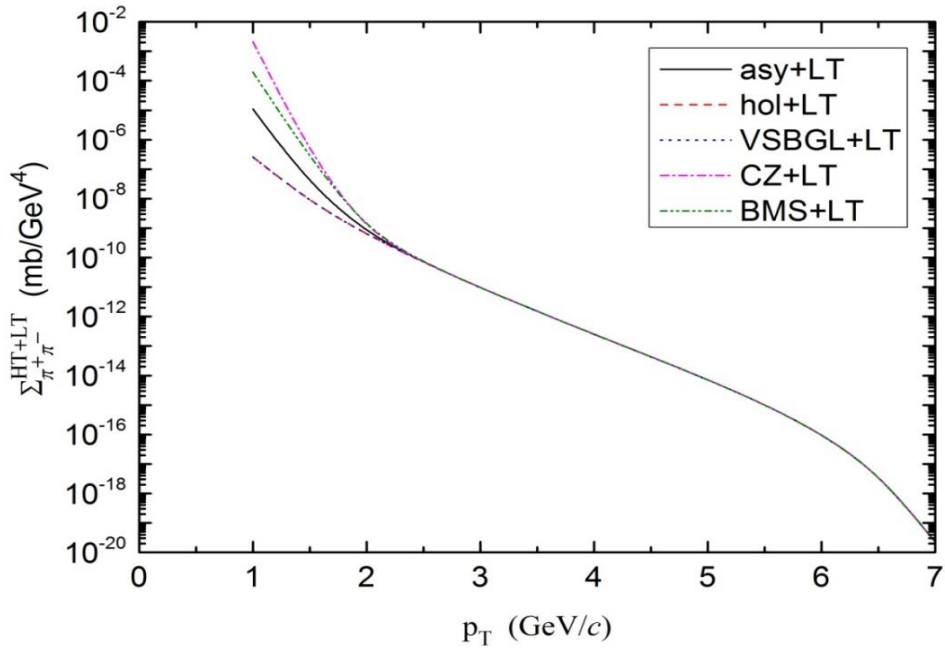
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(qg \rightarrow \rho_L^0 q) = \frac{5\pi^2 \alpha_s^3 f_{\rho_L}^2}{972\hat{s}^2} \left[\int_0^1 \frac{\Phi_{\rho_L}(x, Q^2) dx}{x(1-x)} \right]^2 \quad (125)$$

elde edilir [52].

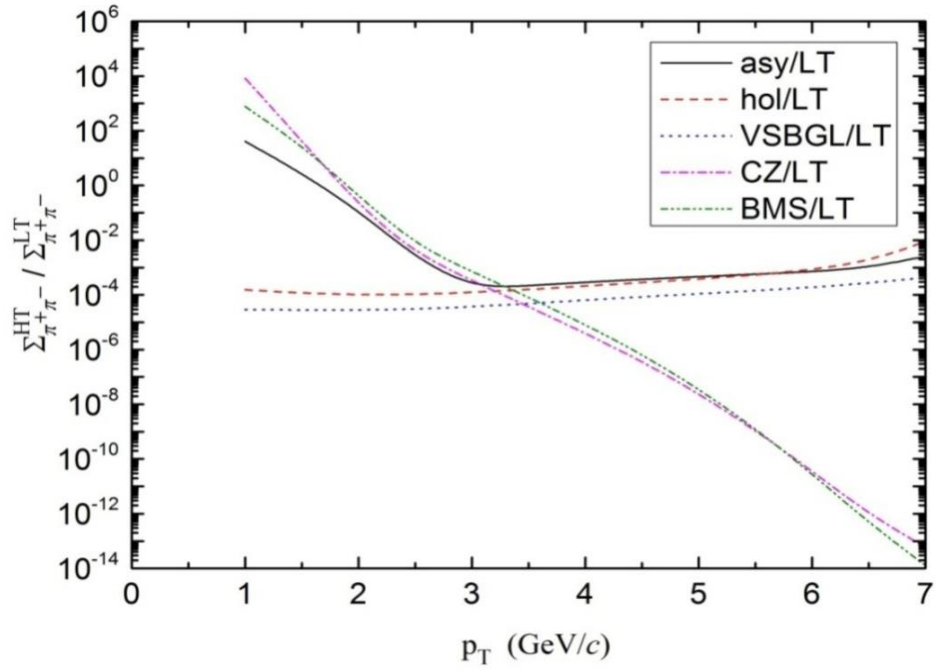
Piyon çifti üretimi tesir kesiti çizimleri Şekil 31-40'da rho mezon çifti üretimi tesir kesiti çizimleri ise Şekil 41-49'da verilmiştir.



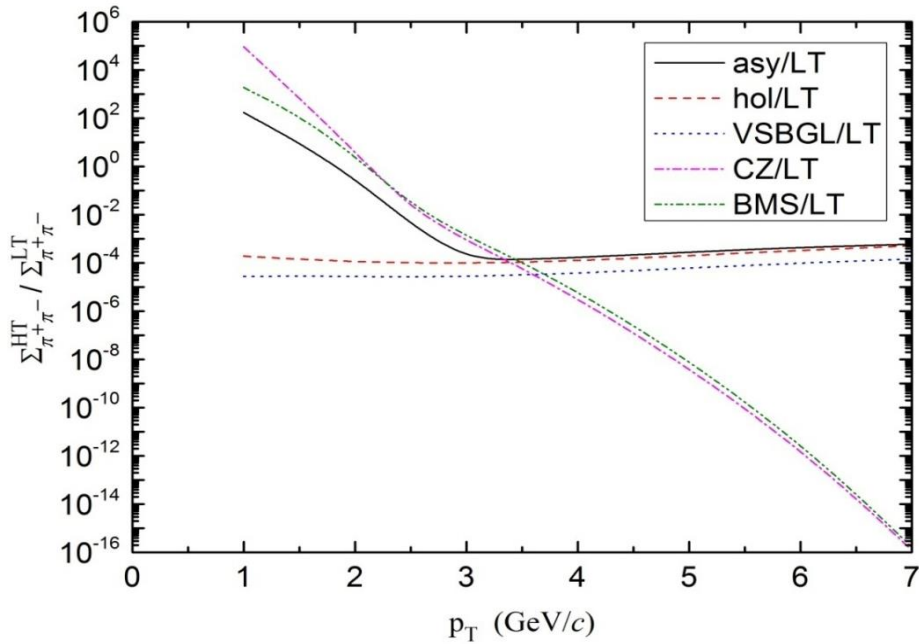
Şekil 31. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ ve $y = 0$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}$ yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi.



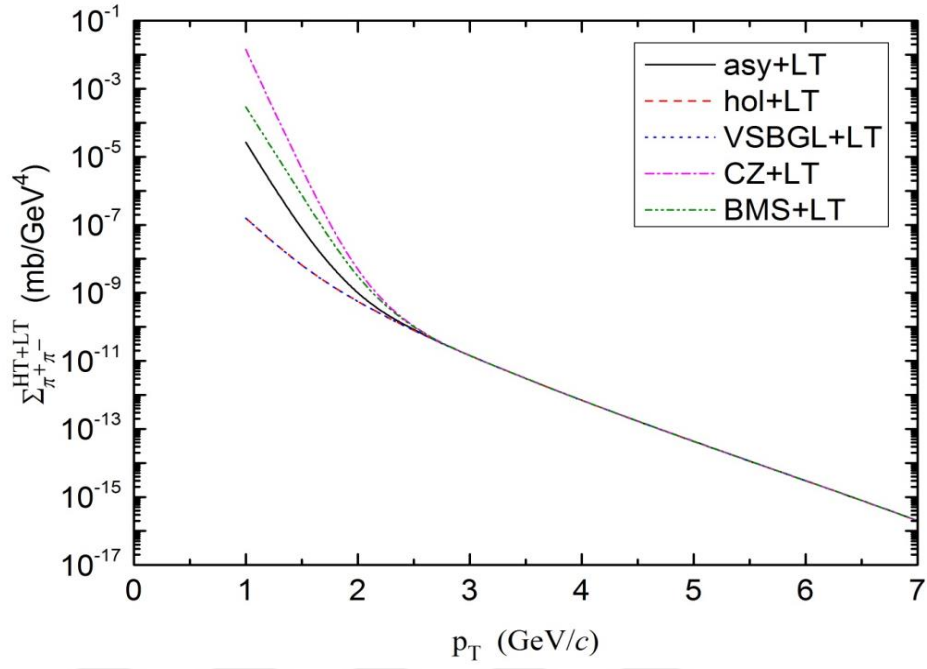
Şekil 32. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının, p_T ile değişimi.



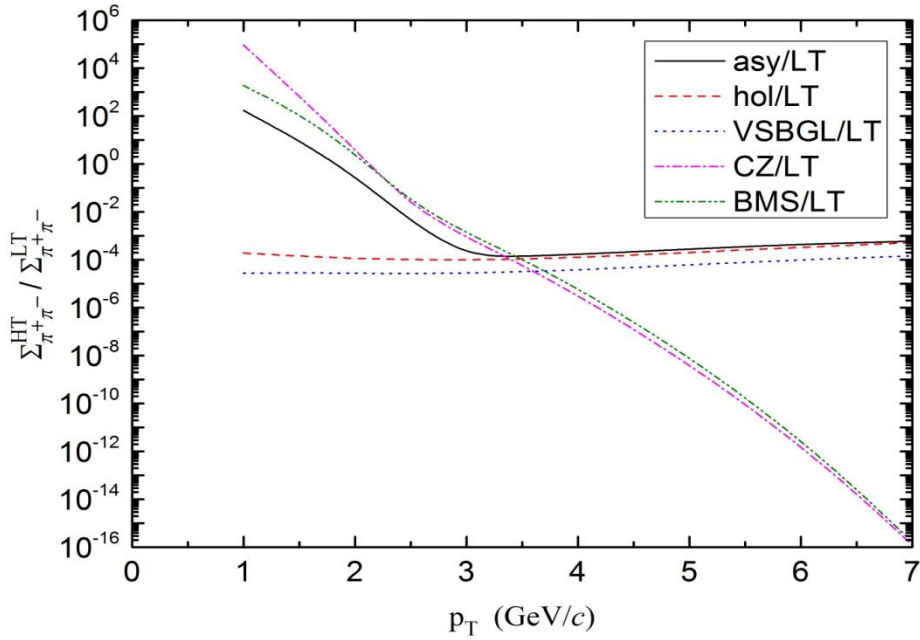
Şekil 33. $\sqrt{15}$ GeV kütle merkezi enerjisinde $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ ve $y = 0$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \Sigma_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi.



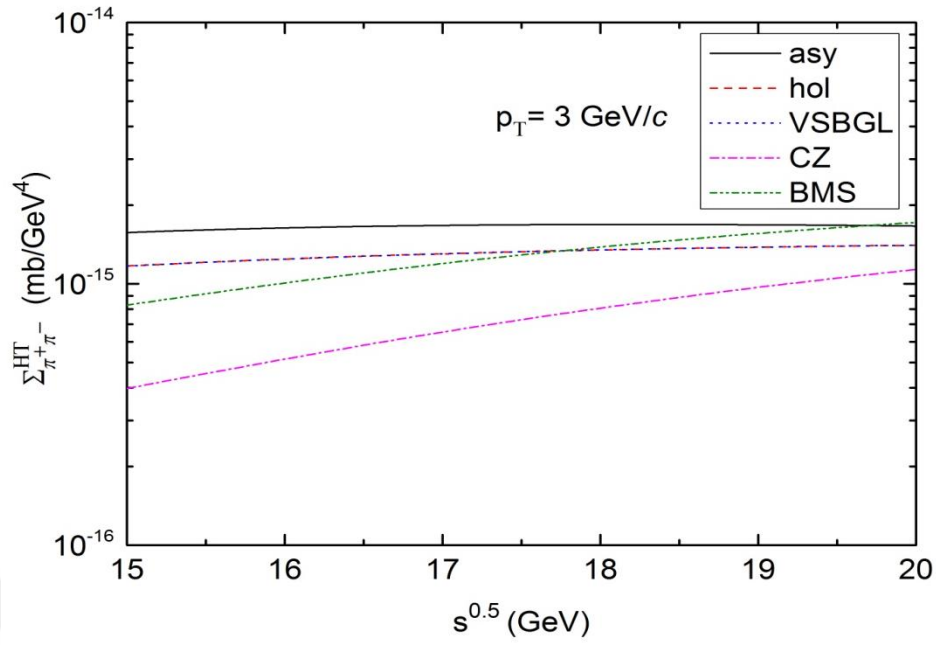
Şekil 34. $\sqrt{20}$ GeV kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi



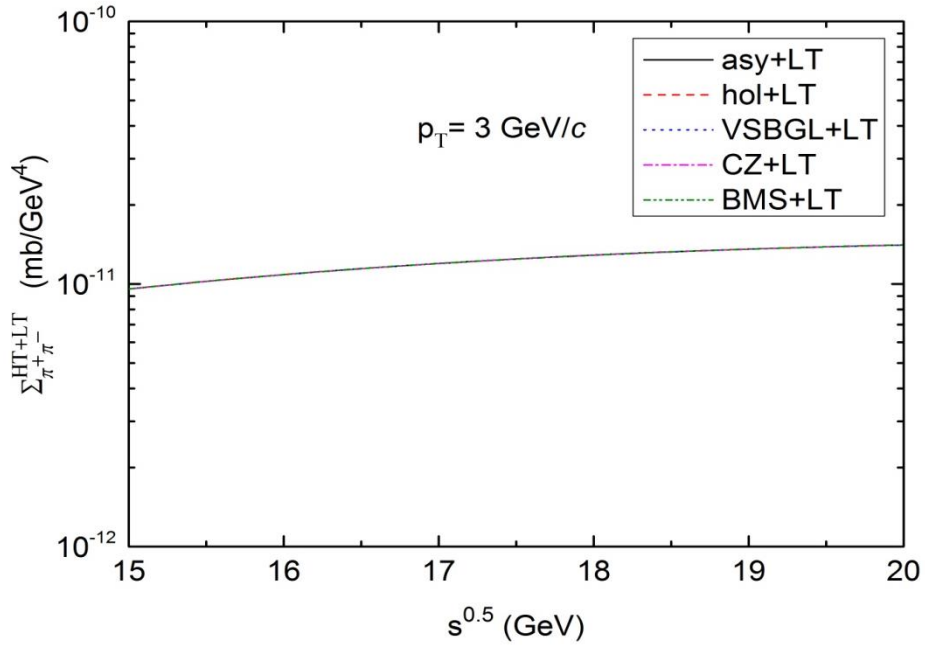
Şekil 35. $\sqrt{20}$ GeV kütle merkezi enerjisinde, $\Delta p = 0.3$ GeV/c $y = 0$ için yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının, p_T ile değişimi



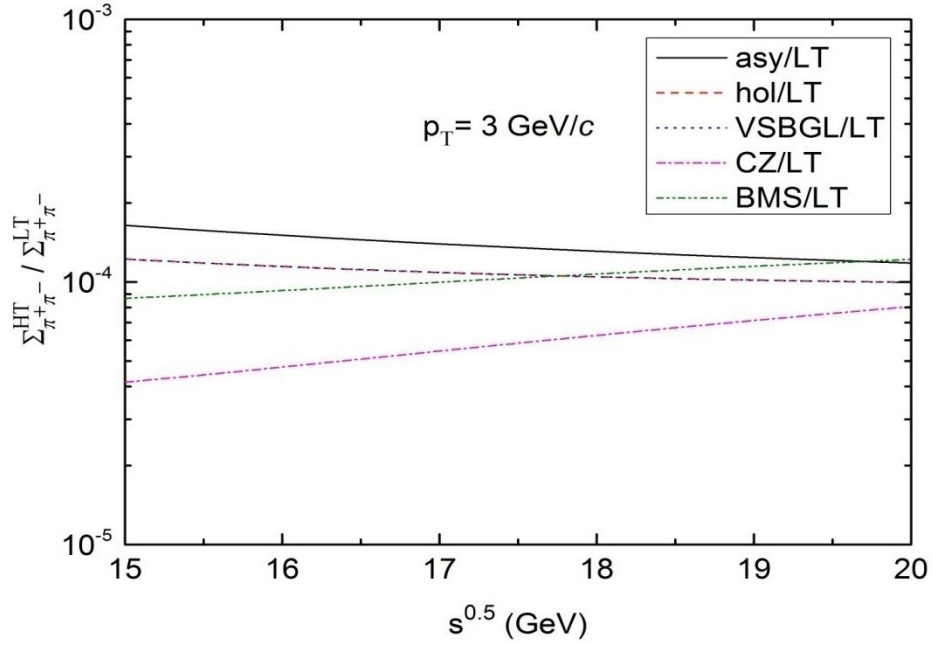
Şekil 36. $\sqrt{20}$ GeV kütle merkezi enerjisinde $\langle q_T^2 \rangle = 0.25$ GeV²/c² ve $y = 0$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \Sigma_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi



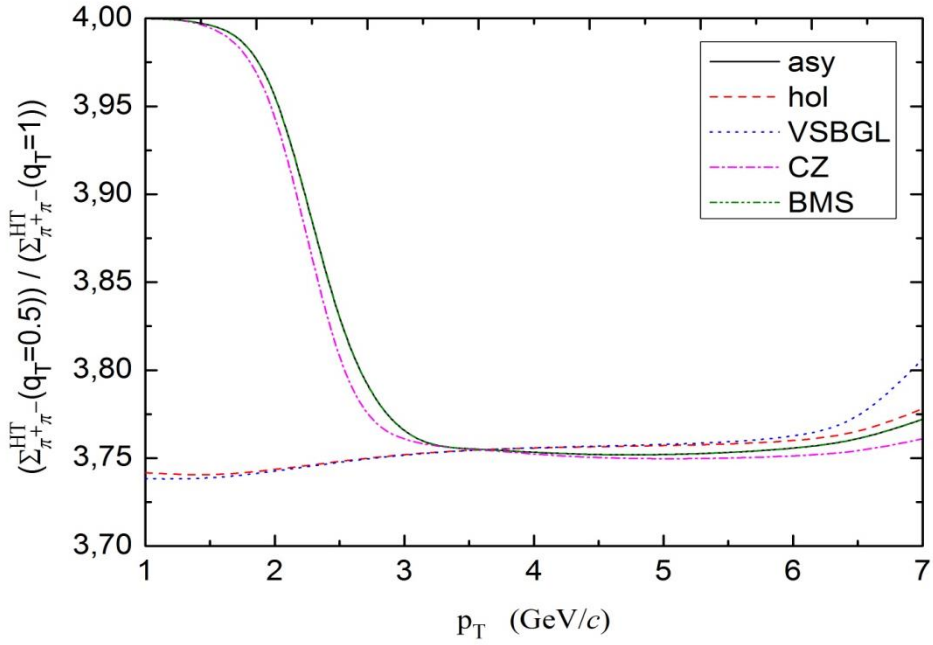
Şekil 37. $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}$ yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin $\sqrt{s}$ ile değişimi



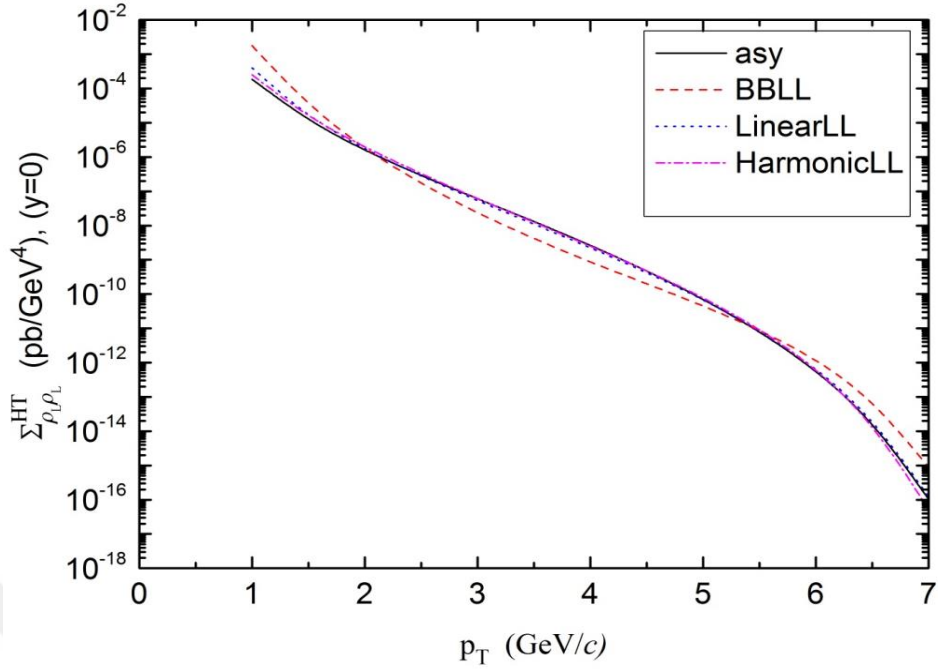
Şekil 38. $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$ yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının $\sqrt{s}$ ile değişimi



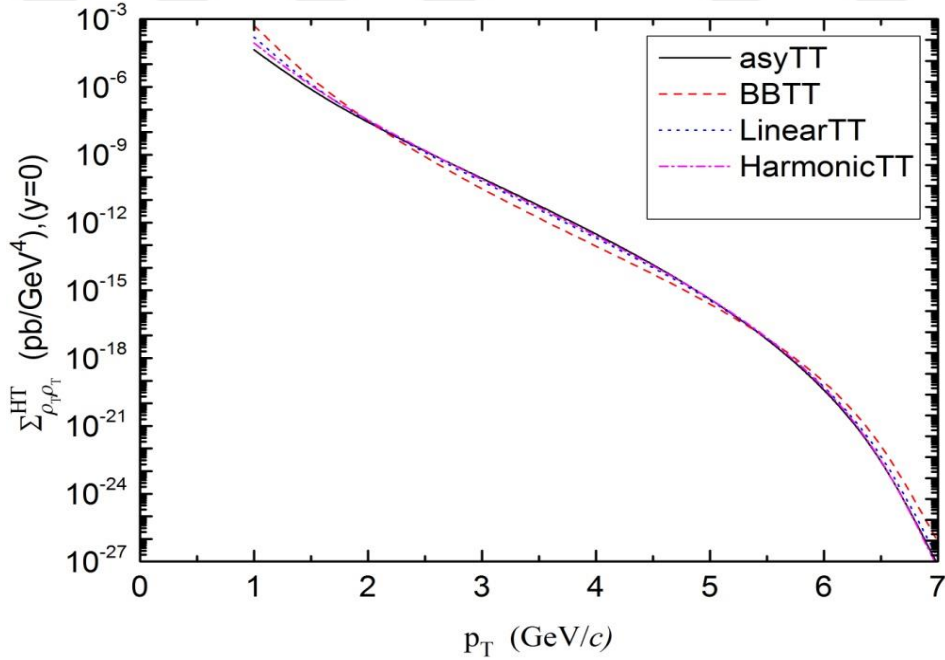
Şekil 39. $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT} / \Sigma_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ oranının $\sqrt{s}$ ile değişimi



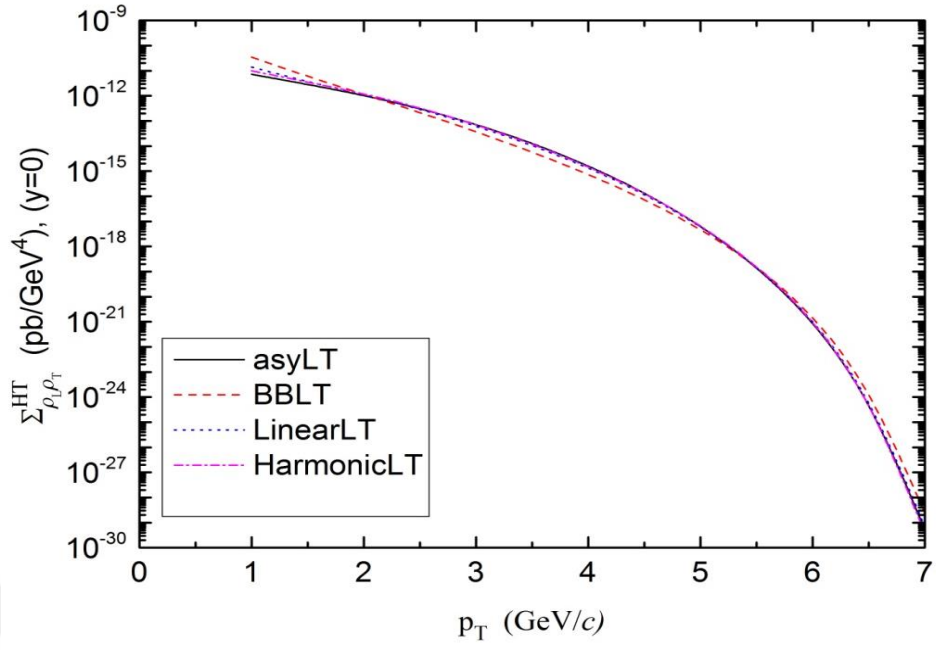
Şekil 40. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$, $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 1 \text{ GeV}^2/c^2$ için yüksek tivist katkıların oranının p_T ile değişimi



Şekil 41. $\sqrt{15}$ GeV kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3$ GeV/c için $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin, p_T ile değişimi

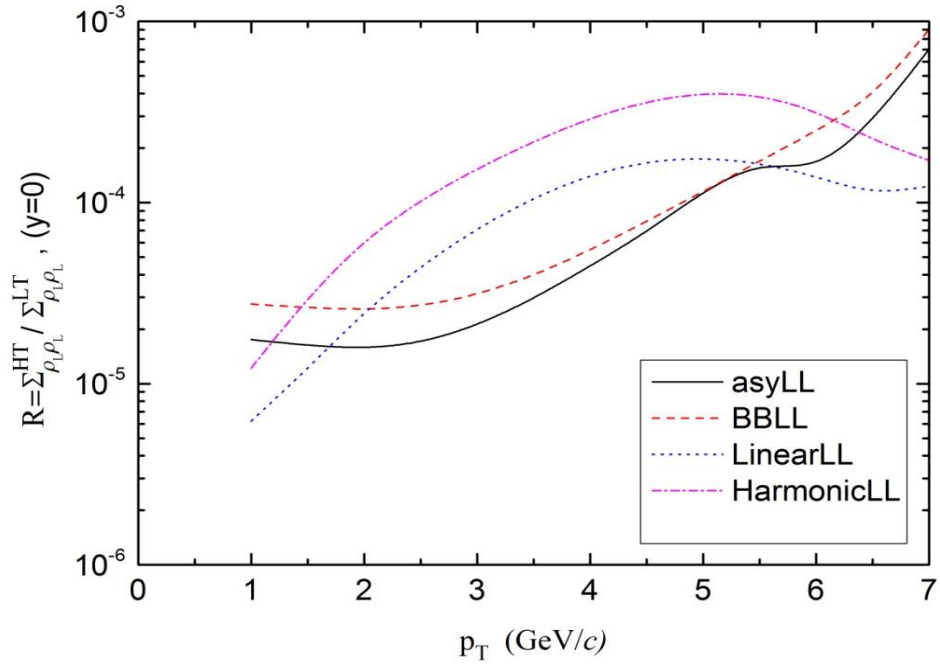


Şekil 42. $\sqrt{15}$ GeV kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3$ GeV/c için $\Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin p_T ile değişimi

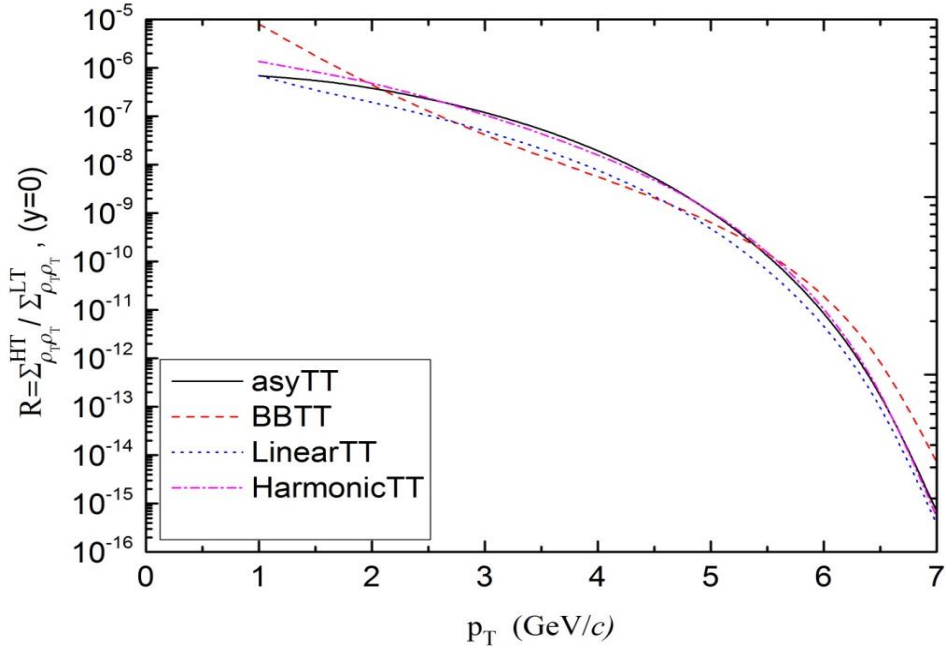


Şekil 43. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist çift rho mezon üretimi tesir kesitinin, p_T ile değişimi

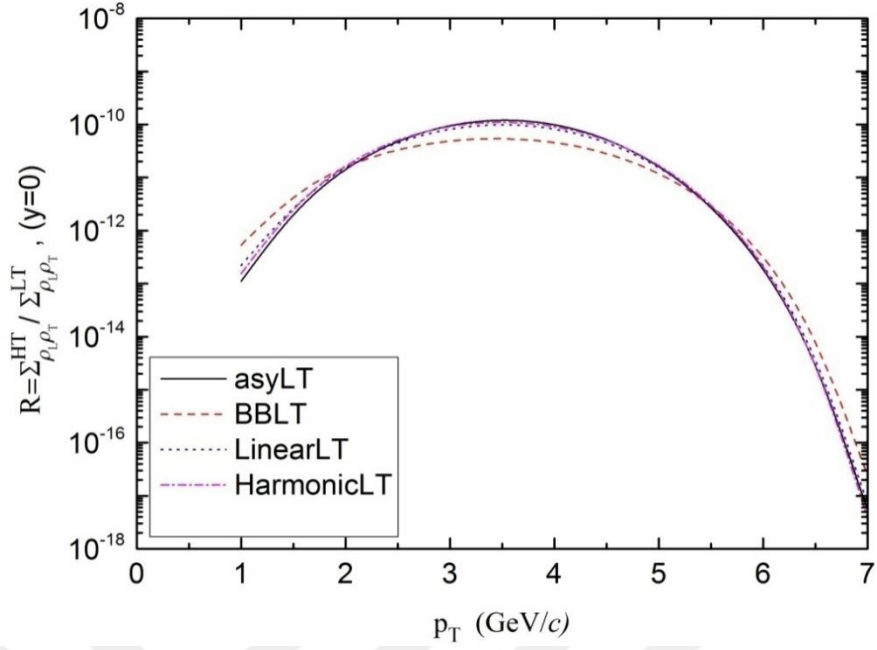
Şekil 44-46. olası kutuplanmalar için $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesinde yüksek tivist ve önder tivist yüksüz rho mezon çifti üretimi tesir kesitlerinin oranı çizilmiştir.



Şekil 44. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi

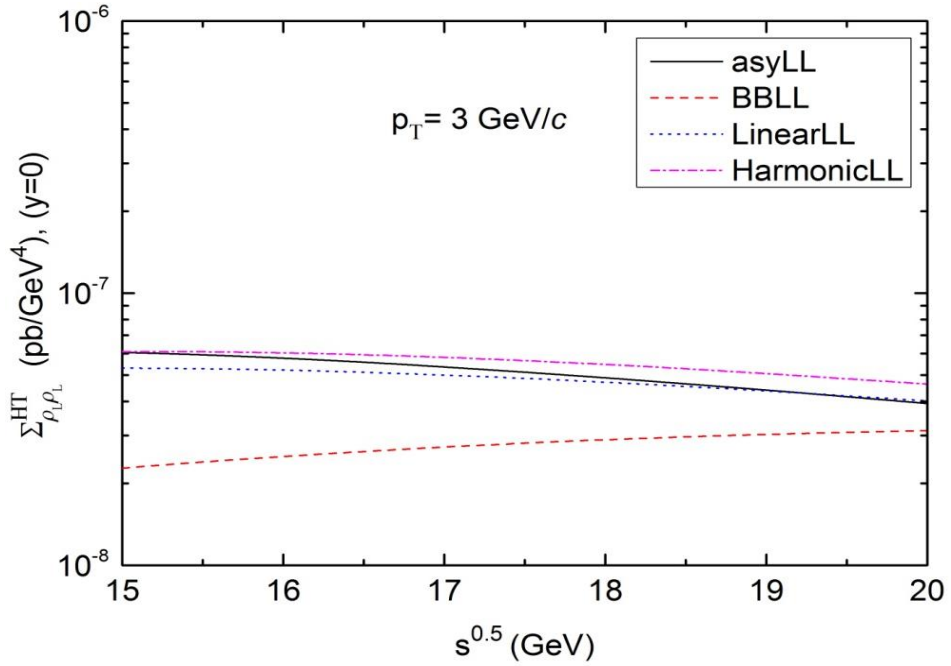


Şekil 45. $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi enerjisinde $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi

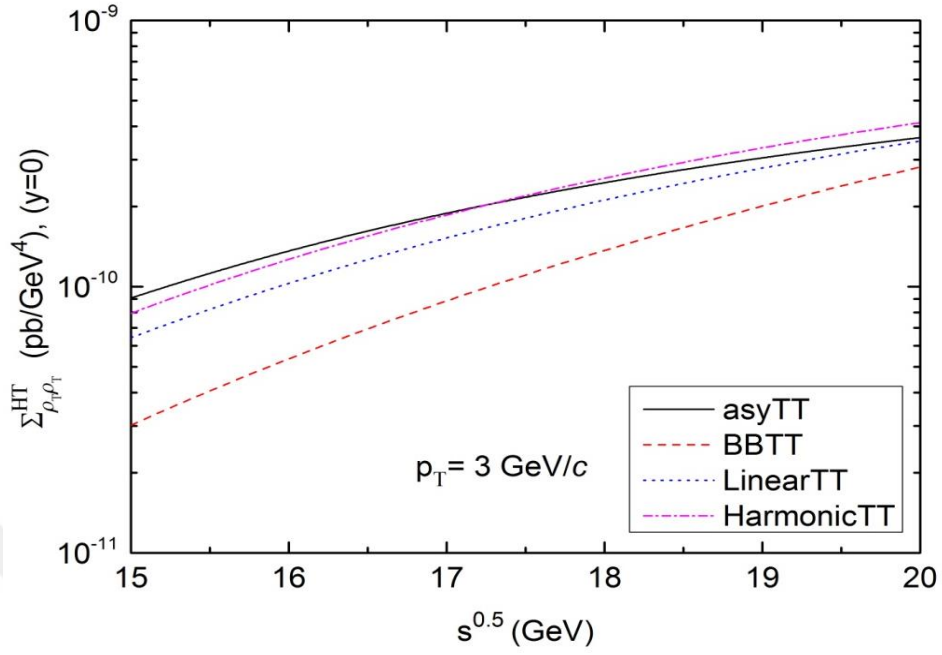


Şekil 46. $\sqrt{15}$ GeV kütle merkezi enerjisinde, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için $\sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT} / \sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranının p_T ile değişimi

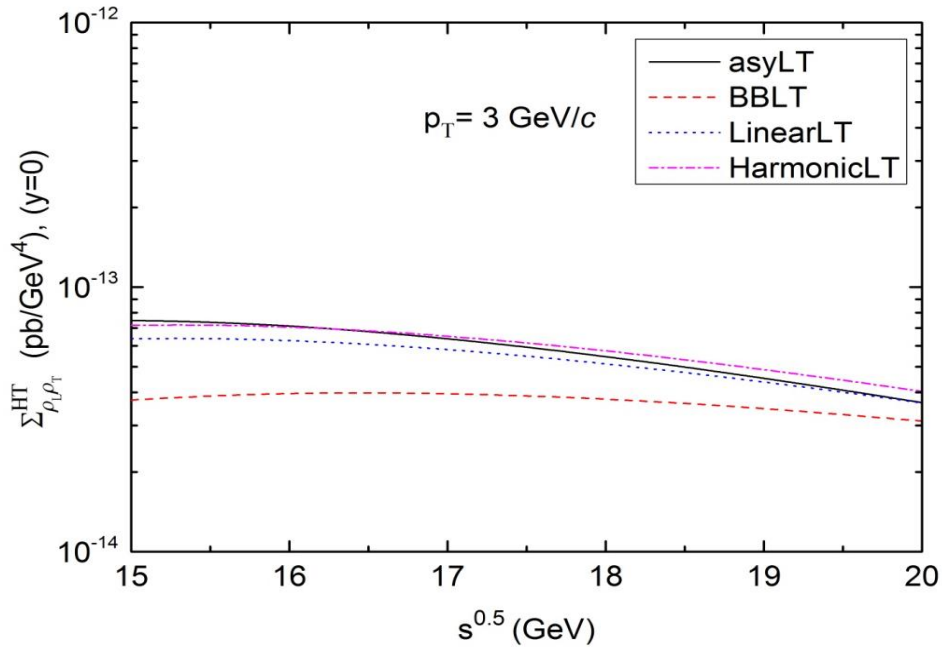
Son olarak olası kutuplanmalar için yüksek tivist tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'ye göre değişimleri Şekil 47-49'da verilmiştir.



Şekil 47. $\sum_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitlerinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi



Şekil 48. $\Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi



Şekil 49. $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT}$ yüksek tivist tesir kesitlerinin, $y = 0$ ve $\langle q_T^2 \rangle = 0.25 \text{ GeV}^2/c^2$ için kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi

4. İRDELEME

Şekil 21’de görüldüğü gibi $4\text{GeV} < p_T < 30\text{GeV}$ bölgesinde, tüm dalga fonksiyonları için $R = \sigma_L/\sigma_T$ büyüklük olarak farklılıklar gösterse de benzer davranış sergilemektedir. SR-II dalga fonksiyonu büyüklük açısından diğerlerinden tüm bölgelerde önemli farklılık göstermektedir. Bunun yanında Şekil 22’den görüleceği üzere $p_T < 2\text{GeV}$ için LFQM ile elde edilmiş iki dalga fonksiyonu diğerlerinden farklı davranış göstermektedir.

Şekil 23-30’teki grafiklerden görüldüğü üzere artan p_T ile $\Delta \equiv \Sigma_{p\bar{p}} - \Sigma_{pp}$ için HT katkılar LT katkılara göre daha hızlı azalmaktadır.

Şekil 31-32 de $\sqrt{15}\text{GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesinde $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3\text{GeV}/c$ için sırasıyla $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}$ yüksek tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitinin ve $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$ yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin toplamının piyon çiftinin geçiş momentumu p_T ‘nin fonksiyonu olarak değişimi olup HT ve HT+LT tesir kesitlerinin p_T ‘nin artışıyla düzenli şekilde azalmaktadır. Şekil 31 ve Şekil 32, $3\text{GeV} < p_T < 7\text{GeV}$ bölgesinde karşılaştırıldığında $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$ için tüm dalga fonksiyonlarının üst üste binmiş olması bu bölgede LT katkılarının baskın olduğunu göstergesidir. Şekil 33 $\sqrt{15}\text{GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesinde $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT/LT}$ yüksek tivist ve önder tivist yüklü piyon çifti üretimi tesir kesitlerinin oranını göstermekte olup Φ_{CZ} ve Φ_{hol} dalga fonksiyonları için oran düzenli şekilde azalmaktayken Φ_{asy} , Φ_{hol} ve Φ_{VSBGL} fonksiyonları için oranın $3\text{GeV} < p_T < 7\text{GeV}$ bölgesinde 1-2 mertebe artış gösterdiği görülmüştür. Şekil 34-36 da Şekil 31-33 deki grafikler $\sqrt{20}\text{GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesi için çizilmiş olup $\sqrt{15}\text{GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesi için çizilen grafikler ile uyum içerisinde dir.

Şekil 37-39, $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}$, $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT+LT}$ ve $\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{HT}/\Sigma_{\pi^+\pi^-}^{LT}$ kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s}$ ‘nin fonksiyonu olarak çizilmiş olup tüm dalga fonksiyonları için 15 GeV -20 GeV aralığında düzenli ve yavaş şekilde artış göstermektedir. Son olarak Şekil 40’da yüksek tivist katkılara $< q_T^2 >$ ‘nin etkisini görebilmek için iki farklı $< q_T^2 >$ değeri ($0.25\text{GeV}^2/c^2$ ve $1\text{GeV}^2/c^2$) için elde edilen tesir kesitlerinin oranı çizilmiştir. $1\text{GeV} < p_T < 3\text{GeV}$ bölgesinde asy, CZ ve BMS dalga fonksiyonları için oranın p_T ‘nin artışıyla hol, VSBGL dalga fonksiyonlarına göre hızlı değişim gösterdiği, $3\text{GeV} < p_T < 7\text{GeV}$ bölgesinde ise tüm dalga fonksiyonlarının benzer davranış gösterdiği gözlenmiştir.

Şekil 41-43 de $\sqrt{15} \text{ GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesinde $y = 0$ ve $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ için sırasıyla $p\bar{p} \rightarrow \rho_L^0 \rho_L^0 X$, $p\bar{p} \rightarrow \rho_T^0 \rho_T^0 X$ ve $p\bar{p} \rightarrow \rho_L^0 \rho_T^0 X$ yüksek tivist yüksüz rho mezon çifti üretimi tesir kesitlerinin mezon çiftinin geçiş momentumu p_T 'nin fonksiyonu olarak çizilmiş olup p_T 'nin artışıyla düzenli şekilde azaldıkları gözlenmiştir. Şekil 45'den $\Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranının p_T 'nin artışıyla düzenli şekilde azalmakta olduğu ve $3 \text{ GeV}/c < p_T < 7 \text{ GeV}/c$ bölgesinde değişimin $1 \text{ GeV}/c < p_T < 3 \text{ GeV}/c$ bölgesine göre daha hızlı olduğu görülmektedir. Şekil 46.'de ise $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranının $1 \text{ GeV}/c < p_T < 3 \text{ GeV}/c$ bölgesinde düzenli şekilde artış gösterdiği $3 \text{ GeV}/c < p_T < 7 \text{ GeV}/c$ bölgesinde ise düzenli şekilde azaldığı görülmüştür. Şekil 45. ve Şekil 46. daki tüm dalga fonksiyonları yakın davranış göstermektedir. Şekil 44.'de ise $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_L^0 \rho_L^0}^{LT}$ oranının $5 \text{ GeV}/c$ 'ye kadar $\Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_T^0 \rho_T^0}^{LT}$ ve $\Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{HT} / \Sigma_{\rho_L^0 \rho_T^0}^{LT}$ oranlarının aksine p_T 'nin artışıyla düzenli şekilde artmakta olduğu görülmüştür. p_T 'nin $5 \text{ GeV}/c$ 'den büyük değerlerinde oranın asy ve BB dalga fonksiyonları için artarken Lineer ve Harmonik dalga fonksiyonları için azaldığı görülmektedir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde HT katkıların beklenen bir özelliği olan “LT katkılara göre artan p_T ile daha hızlı şekilde azaldığı” grafiklerden görülmektedir.

Farklı yöntemler ile elde edilmiş olan dalga fonksiyonlarının özellikle belli bölgelerde farklı davranışlar gösterdiği, tesir kesitlerinin seçilen dalga fonksiyonuna bağlı olduğu sonucuna varılmaktadır.

Elde edilen sonuçlardan PDF’ler için farklı Q^2 seçimlerinin tesir kesitini önemli ölçüde değiştirmediği görülmektedir.

Hadron-hadron çarpışma süreçlerinde LT katkıların HT katkılara göre daha baskın olmasından ötürü genellikle LT katkılar yeterli görülmektedir. Ancak şekillerden görüleceği gibi özellikle düşük p_T bölgesinde HT katkıların çok etkin olduğu görülmektedir. Bu nedenle HT katkıların tesir kesiti hesaplarında dikkate alınması gerektiği sonucuna varılmıştır.

6. ÖNERİLER

Çift mezon üreten hadronik süreçler için tesir kesiti hesaplarında sonuçların seçilen parton dağılım fonksiyonlarına bağıllığı bulgular kısmında çizilmiş olan grafiklerden açıkça görülmektedir. Bu çalışmada çift mezon üretimi hesaplarında tek mezon üretim hesaplarında olduğu gibi tek parton dağılım fonksiyonları kullanılmıştır. Literatür tek parton dağılım fonksiyonlarının yanında çift parton dağılım fonksiyonları da bulunmaktadır. Çift mezon üretimi tesir kesiti hesapları çift parton dağılım fonksiyonları kullanılarak hesaplanabilir ve sonuçlar bu çalışmadaki sonuçlar ile karşılaştırılabilir.

Yüksek tivist tesir kesiti hesaplarında bir Feynman çizimi için KRD bağlaşım sabitinin argümanı μ_R , sert glüyonun momentumunun karesine eşit seçilebilir ve böylece (üretilen) mezonun (hadronun) kuarklarının taşıdıkları x_1, x_2 momentum kesirlerine bağılıdır. Yüksek tivist tesir kesiti hesaplarında iki farklı yaklaşımdan birincisi ve bu tez çalışmasında kullanılmış olan “donmuş bağlaşım sabiti” yaklaşımı olup $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$ olarak seçilir ve bağlaşım sabiti, ilgili integrallerde sabit bir terim olarak integral dışına çıkar. İkinci yaklaşım ise “koşan bağlaşım sabiti yaklaşımı” olup ve x_1, x_2 0 – 1 aralığında değişken olarak alınır. Yapılan çalışmalar koşan etkileşim sabiti kullanılarak hesaplanabilir.

Ağır mezonlar için de tek ve çift mezon üretimi yüksek tivist tesir kesitleri hesaplanabilir.

7. KAYNAKLAR

1. L D Faddeev, A. A. Slavnov, Gauge Fields Introduction to Quantum Theory, 2.Baskı, The Benjamin and Cummings P. C., A.B.D, 1982.
2. www.texample.net/tikz/examples/model-physics/, Standard Model of Physics, 01.01.2023.
3. H1 Collaboration, Transverse Energy and Forward Jet Production in the Low- x Regime at HERA, Physics Lett B, 356, (1995), 118-128.
4. H1 Collaboration, Jet Production in ep Collisions at High Q^2 and Determination of $\alpha(s)$, Eur. Phys. J. C, 65, (2010), 363-383.
5. H1 Collaboration, Jet Production in ep Collisions at Low Q^2 and Determination of $\alpha(s)$, Eur. Phys. J. C, 67, (2010), 1-24.
6. CMS Collaboration, Comparison of inclusive jet and dijet mass cross sections at with predictions of perturbative QCD, CMS-NOTE-004, (2011), 1-14.
7. CMS Collaboration, Performance and operation of the CMS electromagnetic calorimeter, JINST, 5, (2011), 1-40.
8. D0 Collaboration, Determination of the strong coupling constant from the inclusive jet cross section in pp collisions at $\sqrt{s}=1.96$ TeV, Phys. Rev. D, 80, (2009), 111107-14.
9. D0 Collaboration, Measurement of angular correlations of jets at determination of the strong coupling at high momentum transfers, Phys. Lett. B, 718, (2012), 56-63.
10. Keskin F., Proton Proton ve Foton Foton İnkusif Saçılma Süreçlerinde Kızılötesi Renormalonlar ve Yüksek Twist Katkılar, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, (2012).
11. F. J. Dyson, Divergence of Perturbation Theory in Quantum Electrodynamics, Phys. Rev., 85, (1952), 631
12. F. Olness ve R. Scalise, Regularization and Dimensional Analysis, arXiv:0812.3578, (2008).
13. M. Dresden, Editör: L. M. Brown, Renormalization: Renormalization in Historical Perspective- The First Stage, Springer-Verlag, New York, 1993.
14. G. 't Hooft ve M. J. G. Veltman, Regularization and Renormalization of Gauge Fields, Nucl. Phys. B, 44, (1972), 189-213.
15. Muta, Foundations of Quantum Chromodynamics: An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories, (3. Baskı), 78, World scientific Lecture Notes in Physics. World Scientific, Hackensack, N.J., 2010.

16. H. D Politzer, Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? Phys. Rev. Lett. (1973), 1346-1350.
17. D J. Gross ve F. Wilczek, Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories Phys. Rev. Lett., 30, (1973), 1343-1347.
18. K. A. Olive et al. [Particle Data Group Collaboration], Review of Particle Physics, Chin. Phys. C, 38, (2014), 1-1677.
19. D J. Gross, Editör H. B. Newman, T. Ypsilantis, Asymptotic freedom, confinement and QCD, History of Original Ideas and Basic Discoveries in Particle Physics, Erice, Italy, 1994.
20. A. Metz A. Vossen, Parton Fragmentation Functions, Progress in Particle and Nuclear Physics, 91, (2016), 136-202.
21. Owens, J. F., Large Momentum Transfer Production of Direct Photons, Jets, and Particles, Rev. Modern Phys., 59, (1987), 465–503.
22. F. Halzen ve A. D Martin, Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, 1. Baskı, ABD, 1984.
23. V. N. Gribov ve L. N. Lipatov, Deep inelastic $e p$ scattering in perturbation theory Sov. J. Nucl. Phys., 15, (1972), 438-450.
24. L. N. Lipatov, The parton model and perturbation theory, Sov. J. Nucl. Phys., 20, (1975), 94-102 .
25. Y. L. Dokshitzer, Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and $e^+ e^-$ Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics, JETP 46, (1977), 641-653.
26. G. Altarelli ve G. Parisi, Asymptotic freedom in parton language, Nucl. Phys. B, 126, (1977), 298-318.
27. W. J. Stirling, A. D. Martin, R. G. Roberts, ve R. S. Thorne, MRST Parton Distributions, AIP Conference Proceedings, 747, (2005), 16
28. A. D Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne ve G. Watt, Parton distributions for the LHC, Eur. Phys. J. C, 63, (2009), 189-285.
29. James D Bjorken, Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum, Phys. Rev., 179 (1969) 1547-1553.
30. C. G. Callan ve David J. Gross, High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current, Phys. Rev. Lett., 22 (1969), 156-159.
31. S. M. Berman, J. D Bjorken ve J. B. Kogut, Inclusive Processes at High Transverse Momentum, Phys. Rev. D, 4, (1971), 3388-3418.

32. F. D Aaron et al., Combined Measurement and QCD Analysis of the Inclusive ep Scattering Cross Sections at HERA, JHEP, 01, (2010), 109.
33. R. Blankenbecler, S. J. Brodsky, ve J. Gunion, Analysis of particle production at large transverse momentum, Phys. Rev. D, 12, (1975), 3469.
34. S. J. Brodsky ve G. R. Farrar, Scalling Laws at Large Transverse Momentum, Phys. Rev. Lett., 31, (1973), 1153-1156.
35. D Jones ve J. F. Gunion, Transition from constituent-interchange to quantum-chromodynamic p_T^{-4} dominance at high transverse momentum, Physical Review D, 19 (1979), 867-895.
36. S. J. Brodsky, M. Burkardt ve I. Schmidt, QCD constraints on the shape of polarized quark and gluon distributions, Nucl. Phys. B, 441, (1995), 197-214.
37. E. I. Berger, T. Gottschalk ve D Sivers, Higher Twist QCD Terms in High P_T Pion Production, AIP Conference Proceedings 68, (1981), 118-122 .
38. D Du, T. Han, F. Kong ve M. Luo, Testing the effect of higher-twist subprocess in $\bar{p} - p$ and $p - p$ collisions, Phys. Rev. D, 36, (1987), 745-751.
39. K. Djagouri, J.J. Dugne, C. Carimalo ve P. Kessler, Higher-twist contribution to meson pair production in hadron collisions, Z. Phys. C - Particles and Fields, 45, (1989), 267-274.
40. J. A. Bagger, ve J. F. Gunion, Higher Twist Contributions, Quantum Chromodynamics, and Inclusive Meson Photoproduction at High p_T Phys. Rev. D, 25, (1982), 2287.
41. E. L. Berger, Higher Twist Production of Prompt Single Photons at Large Transverse Momentum, Phys. Rev. D, 26, (1982), 105.
42. A. I. Ahmadov, C. Aydın ve F. Keskin, Pion Wave Functions From Holographic QCD and the Role of Infrared Renormalons in Photon-Photon Collisions, Phys. Rev. D, 85, (2012), 034009.
43. A. I. Ahmadov, C. Aydın ve F. Keskin, Meson Wave Functions From Holographic QCD and the Role of Infrared Renormalons in Proton-Proton Collisions, Ann. Phys. 327, (2012), 1472.
44. A. I. Ahmadov, C. Aydın ve O. Uzun, Higher-Twist Effects in the Direct Photon Production and the Role of Infrared Renormalons, Phys. Rev. D, 87 (2013), 014006.
45. A. I. Ahmadov, C. Aydın ve O. Uzun, Inclusive Gluon Production in Pion-Proton Collisions and the Principle of Maximum Conformality Renormalization Scale, Phys. Rev. D, 89, (2014), 014018.
46. A. I. Ahmadov, C. Aydın ve O. Uzun, Higher-Twist Mechanism and Inclusive Gluon Production in Pion-Proton Collisions, Int. J. M. Phys A, 30, (2015), 1550219.

47. A. I. Ahmadov, C. Aydin ve O. Uzun, Inclusive production of charged pion pairs in proton- antiproton collisions Phys. Rev. C 99, 035204 (2019).
48. C. Aydin, O. Uzun ve A. I. Ahmadov, Direct ρ_L meson production in proton-proton and proton- antiproton collisions, Int. J. of Modern Physics A, 37, (2022), 2250042.
49. V. L. Chernyak ve A.R. Zhitnitsky, Exclusive decays of heavy mesons, Nucl. Phys. B, 201 (1982) 492-526.
50. CTEQ Collaboration, Global QCD Analysis of Parton Structure of the Nucleon: CTEQ5 Parton Distributions, Eur. Phys. J. C, 12, (2000), 375-392.
51. H. Saveetha, D Indumathi ve Subhadip Mitra, Study of vector meson fragmentation using a broken su(3) model, Int J of Modern Phys A, 27, (2012), 1250103.
52. V. M. Braun, P. C. Bruns, S. Collins, et al., The ρ -meson light-cone distribution amplitudes from lattice QCD, J. High Energ. Phys., (2017), 82-120.
53. P. Ball ve V. M. Braun, ρ meson light-cone distribution amplitudes of leading twist reexamined, Phys. Rev. D, 54, (1996), 2182-2193.
54. A. V. Pimikov, S. V. Mikhailov ve N. G. Stefanis, Rho meson distribution amplitudes from QCD sum rules with nonlocal condensates, Few-Body syst., 55 , (2014), 401-406.
55. H. M. Choi ve C. R. Ji, Distribution amplitudes and decay constants for mesons in the light-front quark model, Phys. Rev. D, 75 ,(2007), 034019.
56. B. A. Kniehl, G. Kramer ve B. Pötter, Fragmentation functions for pions, kaons, and protons at next-to-leading order, Nucl. Phys. B 582,(2000), 514-536.
57. A. Vega, I. Schmidt, T. Branz, T.Gutsche ve V. Lyubovitskij, Meson wave function from holographic models, Phys. Rev. D, 80, (2009), 055014.
58. S. J. Brodsky ve G. F. de Teramond, Light-front dynamics and AdS/QCD correspondence: The pion form factor in the space- and time-like regions, Phys. Rev. D, 77, (2008), 056007.
59. S. J. Brodsky, Novel QCD Phenomena, Proc. Sci., LHC07 (2007) 002-0028.
60. A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov ve N. G. Stefanis, CLEO and E791 data: a smoking gun for the pion distribution amplitude? Phys. Lett. B, 578, (2004), 91-98.

8. EKLER

Ek 1. Gösterim

Metrik $\{+, -, -, -\}$
Metrik tensör

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{E.1}$$

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4 \quad \text{E.2}$$

Kontravaryant vektör

$$x^\mu(x_0, \mathbf{x}) \quad \text{E.3}$$

Kovaryant vektör

$$x_\mu(x_0, -\mathbf{x}) \quad \text{E.4}$$

Türevler

$$\begin{aligned} \partial_\mu &= (\partial_0, \nabla) \\ \partial^\mu &= (\partial_0, -\nabla) \end{aligned} \quad \text{E.5}$$

Pauli matrisleri

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{E.6}$$

$$\sigma^\mu = \{1, \boldsymbol{\sigma}\} \text{ ve } \bar{\sigma}^\mu = \{1, -\boldsymbol{\sigma}\}$$

olmak üzere Dirac matrisleri

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \quad \text{E.7}$$

ve

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{E.8}$$

Dirac matrisleri için komitasyon ilişkisi

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad \text{E.9}$$

Ek 1'in devamı

ve

$$\begin{aligned}
\gamma^\mu \gamma_\mu &= 4 \\
\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma_\mu &= -2\gamma^\alpha \\
\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\lambda \gamma_\mu &= 4g^{\alpha\lambda} \\
\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma_\mu &= -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\alpha \\
\gamma^5 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5 &= 0
\end{aligned} \tag{E.10}$$

Dirac matrislerinin izi

$$\begin{aligned}
Tr[1] &= 4 \\
Tr[\gamma^\mu] &= Tr[\gamma^5] = 0 \\
Tr[\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_{2n+1}}] &= 0 \\
Tr[\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_n}] &= (-1)^n Tr[\gamma^{\mu_n} \dots \gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_1}] \\
Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu] &= 4g^{\mu\nu} \\
Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] &= 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}) \\
Tr[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] &= -4i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = 4i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \\
Tr[\gamma^5] &= Tr[\gamma^5 \gamma^\mu] = Tr[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu] = Tr[\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho] = 0
\end{aligned} \tag{E.11}$$

Levi-Civita tensörü

$$\begin{aligned}
\varepsilon^{ijk} = \varepsilon_{ijk} &= \begin{cases} +1; & ijk'nin \text{ çift permutasyon} \\ -1; & ijk'nin \text{ tek permutasyon} \\ 0; & iki indis aynı ise \end{cases} \\
\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = -\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} &= \begin{cases} +1 & ; \mu\nu\rho\sigma = \text{çift permutasyon} \\ -1 & ; \mu\nu\rho\sigma = \text{tek permutasyon} \\ 0 & ; \text{iki indis aynı ise} \end{cases}
\end{aligned} \tag{E.12}$$

Dirac denklemi

$$i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0 \tag{E.13}$$

Momentum uzayında Dirac denklemi

$$\begin{aligned}
\not{p} &\equiv p_\mu \gamma^\mu \\
(\not{p} - m)u(p) &= 0, (\not{p} + m)v(p) = 0 \\
\bar{u}(p)(\not{p} - m) &= 0, \bar{v}(p)(\not{p} + m) = 0
\end{aligned} \tag{E.14}$$

Parçacık ve karşıt parçacık spinörleri

$$u = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E+m} \end{pmatrix} \quad \bar{u} = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix}$$

Ek 1'in devamı

$$v = \sqrt{E} \begin{pmatrix} \frac{P_x - iP_y}{E+m} \\ \frac{-P_z}{E+m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \bar{v} = -\sqrt{E} \begin{pmatrix} \frac{P_z}{E+m} \\ \frac{P_x + iP_y}{E+m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{E.15}$$

$$\begin{aligned} \sum_{\sigma=1,2} u(\mathbf{p}, \sigma) \bar{u}(\mathbf{p}, \sigma) &= \not{p} + m \\ \sum_{\sigma=1,2} v(\mathbf{p}, \sigma) \bar{v}(\mathbf{p}, \sigma) &= \not{p} - m \end{aligned} \quad \text{E.16}$$

Ek 2. Feynman Kuralları (Ağaç Seviyesi)

Dış çizgiler,

Spin (1/2) parçacıklar için; gelen parçacık u , gelen karşıt-parçacık $\bar{v}$, giden parçacık $\bar{u}$, giden karşıt-parçacık v ile betimlenmiştir. Benzer şekilde, spin 1 parçacıklar için; gelen parçacık ϵ_μ , giden parçacık ϵ_μ^* kutuplanması ile betimlenmiştir.

İleticiler,

Spin 0 parçacıklar için:

$$\frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{E.17}$$

spin $\frac{1}{2}$ parçacıklar için:

$$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad \text{E.18}$$

Spin 1 parçacıklar için

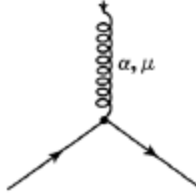
$$\begin{cases} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} & (\text{kütlesiz}) \\ \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} & (\text{kütleli}) \end{cases} \quad \text{E.19}$$

Ek 2'nin devamı

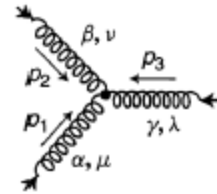
Köşe çarpanları,



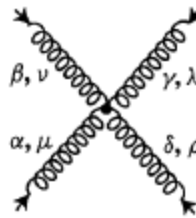
$$ig_e \gamma^\mu \quad (g_e = \sqrt{4\pi\alpha})$$



$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^a \gamma^\mu$$



$$-g_s f^{abc} [g_{\mu\nu}(q_1 - q_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu}(q_1 - q_2)_\nu]$$



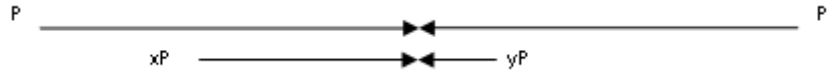
$$-g_s^2 \{ f^{abc} f^{def} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{ade} f^{bcf} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho}) + f^{ace} f^{bdf} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) \}$$

Ek 3. Kinematik

s kütle merkezi gözlem çerçevesinde enerji karesi, t ve u ise hadronlardan (P_1, P_2) mezona aktarılan momentum kareleri olmak üzere $p\bar{p} \rightarrow \rho^+(\rho^-) + \gamma$ süreci için Mandelstam değişkenleri

$$s = (P_1 + P_2)^2, \quad t = (P_1 - P_\rho)^2, \quad u = (P_2 - P_\rho)^2 \quad \text{E.20}$$

şeklinde tanımlanabilir.



Şekil Ek.1 P-P kütle merkezi gözlem çerçevesinde hadronik ve partonik saçılmaların şematik gösterimi

Benzer şekilde $q + \bar{q} \rightarrow \rho^+(or\rho^-) + \gamma$ HT alt süreci için Mandelstam değişkenleri ise, Şekil Ek1'de gösterildiği gibi x ve y partonların taşıdığı momentum kesirleri ve $p_1 = xP_1$, $p_2 = yP_2$ olmak üzere

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = xys, \quad \hat{t} = (p_1 - P_\rho)^2 = xt, \quad \hat{u} = (p_2 - P_\rho)^2 = yu \quad \text{E.21}$$

şeklinde tanımlanabilir. Kütle merkezi gözlem çerçevesinde partonların kütlesini ihmal edersek dörtlü momentumları

$$p_1 = x \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1) \\ p_2 = y \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1) \quad \text{E.22}$$

şeklinde yazılabilir. Benzer şekilde üretilen mezonun dörtlü momentumu, P_T enine momentum ve Y

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right] \quad \text{E.23}$$

şeklinde tanımlanan hızlılık (rapidite) olmak üzere

$$p_\rho = P_T (\cosh Y, 1, 0, \sinh Y) \quad \text{E.24}$$

olacaktır. Mandelstam değişkenleri t ve u kütle merkezi enerjisi, mezonunun enine momentumu ve hızlılık cinsinden yazmak da olasıdır:

$$t = -P_T \sqrt{s} e^{-Y} \\ u = -P_T \sqrt{s} e^Y \quad \text{E.25}$$

Ek 3.'ün devamı

Kütlelerin göz ardı edildiği durumda $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ olacağından x ve y için

$$x = \frac{-yu}{ys+t} = \frac{yP_T\sqrt{s}e^Y}{ys-P_T\sqrt{s}e^{-Y}}, y = \frac{-xt}{xs+u} = \frac{xP_T\sqrt{s}e^{-Y}}{xs-P_T\sqrt{s}e^Y} \quad \text{E.26}$$

bağıntıları kurulabilir. x'nin değerinin de 0 ile 1 arasında değiştiği göz önüne alınırsa yukarıdaki eşitlik kullanılarak

$$x_{min} = \frac{P_T e^Y}{\sqrt{s} - P_T e^{-Y}} \quad \text{E.27}$$

elde edilebilir. LT için ise benzer şekilde Mandelstam değişkenleri

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = xys \\ \hat{t} &= (p_1 - p_\rho)^2 = x \frac{t}{z} = -\frac{x}{z} P_T \sqrt{s} e^{-Y} \\ \hat{u} &= (p_2 - p_\rho)^2 = y \frac{u}{z} = -\frac{y}{z} P_T \sqrt{s} e^Y \end{aligned} \quad \text{E.28}$$

olacaktır. $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$ eşitliği kullanılarak

$$z = -\frac{(xt+yu)}{xys} = \frac{P_T [xe^{-Y} + ye^Y]}{\sqrt{s} xy} \quad \text{E.29}$$

elde edilir. z'nin 0 ile 1 arasında değer alabileceği bilindiğinden

$$\begin{aligned} p_T x e^{-Y} + p_T y e^Y &< xy \sqrt{s} \\ p_T x e^{-Y} &< y(x\sqrt{s} - p_T e^Y) \frac{xp_T e^{-Y}}{x\sqrt{s} - p_T e^Y} < y \end{aligned} \quad \text{E.30}$$

elde edilir. Benzer şekilde y'nin değerinin de 0 ile 1 arasında değiştiği göz önüne alınırsa

$$\begin{aligned} xp_T e^{-Y} &< x\sqrt{s} - p_T e^Y \\ x(p_T e^{-Y} - \sqrt{s}) + p_T e^Y &< 0 \\ x(\sqrt{s} - p_T e^{-Y}) - p_T e^Y &> 0 \\ x &> \frac{p_T e^Y}{\sqrt{s} - p_T e^{-Y}} \end{aligned} \quad \text{E.31}$$

ve

$$y_{min} = \frac{xp_T e^{-Y}}{x\sqrt{s} - p_T e^Y}, x_{min} = \frac{p_T e^Y}{\sqrt{s} - p_T e^{-Y}} \quad \text{E.32}$$

elde edilir

Ek 4. $p\bar{p} \rightarrow \rho\gamma$ Süreci İçin HT Alt Süreçlerinin Sert Saçılma Tesir Kesitleri

± 1 Helisiteye sahip rho mezonu ele alınmıştır. Şekil 17'deki Feynman diyagramları için saçılma genlikleri $M_a = M_c = 0$,

$$M_b = \bar{v}(P_2)c_2^+ \left[\frac{-ig_s}{2} \lambda^b \gamma^\nu \right] v(P_4)c_4 \left[\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{ab}}{(P_2-P_4)^2} \right] \bar{u}(P_3)c_3^+ [-ie_1\gamma^\alpha] \varepsilon^{\alpha*} \left[\frac{i\hat{P}_5 + \hat{P}_3}{(P_5+P_3)^2} \right] \left[\frac{-ig_s}{2} \lambda^a \gamma^\mu \right] u(P_1)c_1 \quad \text{E.33}$$

$$M_d = \bar{v}(P_2)c_2^+ \left[\frac{-ig_s}{2} \lambda^b \gamma^\nu \right] \left[\frac{i\hat{P}_4 + \hat{P}_5}{(P_4+P_5)^2} \right] \varepsilon^{\alpha*} [ie_2\gamma^\alpha] v(P_4)c_4 \left[\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{ab}}{(P_1-P_3)^2} \right] \bar{u}(P_3)c_3^+ \left[\frac{-ig_s}{2} \lambda^a \gamma^\mu \right] u(P_1)c_1 \quad \text{E.34}$$

şeklindedir ve her iki diyagram içinde renk faktörü $C_F = 4/3$ 'tür. Gerekli ara işlemler yapılarak toplam genlik

$$\begin{aligned} A &= \bar{v}(P_2)\gamma^\alpha \hat{P}_\rho u(P_1) & B &= \bar{v}(P_2)\gamma^\alpha \hat{\varepsilon}_- u(P_1) \\ C &= \bar{v}(P_2)\hat{P}_\rho \hat{\varepsilon}_- u(P_1) \\ D &= \bar{v}(P_2)u(P_1) \end{aligned} \quad \text{E.35}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} T_H &= M_a + M_b + M_c + M_d \\ &= \frac{2C\varepsilon^{\alpha*}}{x_1x_2\hat{u}\hat{t}\hat{s}} [e_1\hat{t} + e_2\hat{s}] \times \\ &\quad [2(\varepsilon_-P_2 - \varepsilon_-P_1)A + (u-t)B + 2(P_2^\alpha - P_1^\alpha)C + (4\varepsilon_1P_\rho^\alpha + 2\hat{t}\varepsilon_-^\alpha)D] \end{aligned} \quad \text{E.36}$$

ve genliğin karesi ise

$$\langle |T_H|^2 \rangle = \frac{128}{9} \frac{\pi^3 \alpha_E C_F}{x_1^2 x_2^2 \hat{u}^2 \hat{t}^2} \hat{s} [e_1 \hat{t} \alpha_s + e_2 \hat{s} \alpha_s]^2 \quad \text{E.37}$$

şeklinde elde edilir.

$$M = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \phi_M \delta(1 - x_1 x_2) T_H \quad \text{E.38}$$

ifadesi kullanılarak sert saçılma diferansiyel tesir kesiti, $x_1 = x, x_2 = 1 - x$ için

$$D(\hat{s}, \hat{t}) = e_1 \hat{t} \int_0^1 dx \left[\frac{\alpha_s(Q_1^2) \phi_\rho(x, Q_1^2)}{x(1-x)} \right] + e_2 \hat{s} \int_0^1 dx \left[\frac{\alpha_s(Q_2^2) \phi_\rho(x, Q_2^2)}{x(1-x)} \right] \quad \text{E.39}$$

olmak üzere

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{8\pi^2 \alpha_E C_F}{9 u^2 t^2 s} [D(\hat{s}, \hat{t})]^2 \quad \text{E.40}$$

şeklinde elde edilir.

ÖZGEÇMİŞ

Üniversite lisans eğitimini, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünde, yüksek lisans eğitimini Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim dalı, Yüksek Enerji Fiziği Bilim dalında, tamamladı. Evli ve bir çocuk babası olup, iyi derecede İngilizce bilmektedir. Araştırmacının tez kapsamında olan, uluslararası alan indekslerinde taranan yayınları;

A. I. Ahmadov, C. Aydın, ve O. Uzun, Inclusive production of charged pion pairs in proton- antiproton collisions Phys. Rev. C 99, 035204 (2019).

C. Aydın, O. Uzun. A. I. Ahmadov, Direct ρ_L meson production in proton-proton and proton-antiproton collisions, Int. J. of Modern Physics A, 37, (2022), 2250042

yüksek twist katkıları ile ilgili tez dışı yayınları;

A. I. Ahmadov, C. Aydın, O. Uzun, Higher-Twist Effects in the Direct Photon Production and the Role of Infrared Renormalons, Phys. Rev. D., 87 (2013), 014006

A. I. Ahmadov, C. Aydın, O. Uzun, Inclusive Gluon Production in Pion-Proton Collisions and the Principle of Maximum Conformality Renormalization Scale, Phys. Rev. D., 89, (2014), 014018

A. I. Ahmadov, C. Aydın, O. Uzun, Higher-Twist Mechanism and Inclusive Gluon Production in Pion-Proton Collisions, Int. J. M. Phys A, 30, (2015), 1550219

diğer yayınları;

A. I. Ahmadov, C. Aydın, N. Sh. Huseynova, O. Uzun, Analytical solutions of the Schrödinger Equation with the Manning-Rosen Potential Plus Ring-Shaped Like Potential, Int. J. M. Phys E, 22, (2013), 1350072-16

A. I. Ahmadov, C. Aydın, O. Uzun, Analytical solutions of the Klein-Fock-Gordon Equation with the Manning-Rosen Potential Plus Ring-Shaped Like Potential, Int. J. M. Phys A, 29, (2014), 1450002

ve uluslararası konferanslarda sunulmuş bildirileri bulunmaktadır.