

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DENKLEM ÇÖZMEDE
VE KURMADA YAŞADIKLARI ZORLUKLARIN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

CEMRE CENGİZ

**ANKARA
HAZİRAN, 2019**



**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DENKLEM ÇÖZMEDE
VE KURMADA YAŞADIKLARI ZORLUKLARIN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

CEMRE CENGİZ

DANIŞMAN: DR. ÖĞRETİM ÜYESİ EBRU AYLAR

**ANKARA
HAZİRAN, 2019**

Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Cemre CENGİZ adlı öğrencinin hazırladığı “Ortaokul Öğrencilerinin Denklem Çözmede ve Kurmada Yaşadıkları Zorlukların İncelenmesi” başlıklı bu çalışma Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Programı’nda jüri üyelerince oy birliği / oy çokluğu ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan: Prof. Dr. Seniye Renan SEZER

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Ebru AYLAR (Danışman)

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ALKAŞ ULUSOY

ONAY

Bu tez Ankara Üniversitesi Lisansüstü Eğitim - Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca jüri üyeleri tarafından 26.06.2019 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulunca/...../20..... tarihinde kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Yasemin KEPENEKÇİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgileri akademik yazım kurallarına uygun biçimde raporlaştırdığımı ve bunları etik ilkelere (atıfta bulunulan tüm yapılara kaynaklarda yer verilmesi, tezde kullanılan bilgi ve belgelere resmi yollarla ulaşılması ve bunların aslı bozulmadan kullanılması vb.) uygun olarak elde ettiğimi ve sunduğumu bildiririm.


Cemre Cengiz

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DENKLEM ÇÖZMEDE VE KURMADA YAŞADIKLARI ZORLUKLARIN İNCELENMESİ

CENGİZ, Cemre

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Ebru AYLAR

Haziran, 2019, xi + 104 sayfa

Bu çalışmada öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözememe ve cebirsel sözel problemlere uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kuramama sebepleri araştırılmıştır. Bu çalışma bir nitel araştırmadır. Araştırmada ortaya çıkan hataların nedenleri giderilmemiştir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere iki adet başarı testi uygulanmıştır. Bu başarı testlerinden ilki verili denklemleri çözmeye, ikincisi ise problemlere uygun denklem kurma üzerinedir. Başarı testlerinin sonuçlarına göre verili denklemleri çözemeyen ve problemlere uygun denklem kuramayan öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerin denklem çözememe ve kuramama nedenleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Tüm bu başarı testlerinin ve görüşmelerin sonucunda öğrencilerin denklem kavramında temel olarak 3 konuda hatalar yaptıkları görülmüştür. Bunlar; aritmetik beceriler, değişken ve eşitlik kavramlarıdır. Öğrencilerin geçmişten getirdikleri aritmetik becerilerindeki sorunları denklem çözmelerine ve kurmalarına engel olabildiği görülmüştür. Bunun yanı sıra öğrenciler değişken kavramını anlamakta, değişken kavramı ile aritmetik işlemler yapmakta, problem durumlarında bilinmeyenlerin ilişkisini algılamakta zorlanmaktadırlar. Aritmetik beceriler ve değişken kavramının yanı sıra öğrencilerin eşittir işaretinin anlamı üzerinde de sorunlar yaşadıkları görülmüştür. Öğrenciler eşittir işaretinin iki tarafın eşitliği olarak görmeyip sonuç elde eden bir işaret olarak gördükleri için denklemleri anlamakta güçlük yaşamaktadırlar. Başarı testleri ve görüşmelerin sonuçlarına göre araştırmacılara ve öğretmenlere önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, tek değişken, eşitlik, denklem çözümündeki yanlışlıklar, bir bilinmeyenli problemleri çözmeye

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE REASONS BEHIND SECONDARY SCHOOL STUDENTS' INABILITY TO SOLVE AND TO FORM EQUATIONS

CENGİZ, Cemre

Master Degree Department of Mathematics Education

Supervisor: Assist. Prof. (Dr.) Ebru Aylar

June 2019, xi + 104 pages

In this study, the reasons behind the students' inability to solve and to form equations algebraic verbal problems were investigated. This study is a qualitative research. The causes of the errors in the research have not been resolved. For this purpose, two achievement tests were given to students. The first of these tests is about solving given equations and the second one is about forming equations for the given problems. According to the results of these achievement tests, the students who could not solve the given equations and could not form the equations were interviewed. In these interviews, the reasons of the students' inability to solve and formulate equations were investigated. As a result of the aforementioned achievement tests and interviews, three reasons were identified concerning the mistakes in the concept of equations. These are lack of arithmetic skills, the misconceptions on variables and equality. It was observed that students' arithmetic misconceptions can prevent them from solving and establishing equations. Moreover, students who fail in tests have difficulties in understanding the concept of variable, in performing arithmetic operations with the concept of variable, and in perceiving the relations of among the unknowns in a problem. In addition, it was observed that students had also problems on perceiving the meaning of the equal sign. Students had difficulties in understanding the equations because they interpret the equal sign as a pointer for a result in one side of the equation instead of a symbol which represents the equality on both sides. According to the results of the achievement tests and interviews, suggestions are made to the researchers and teachers.

Key Words: First degree equation in one variable, single variable, equality, errors in the solution of equations, solving problems with one unknown

ÖNSÖZ

Tezin planlanması ve uygulanmasında bir çok kişinin katkısı olmuştur. Öncelikle çalışmanın her aşamasında değerli görüş ve önerileri ile yol gösteren, en yoğun zamanlarında bile yardımını benden esirgemeyen danışmanım Dr. Öğretim Üyesi Ebru AYLAR'a çok teşekkür ederim.

Tez jürimde bulunan ve değerli görüşleriyle katkı sağlayan hocalarım Prof. Dr. Seniye Renan SEZER'e ve Dr. Öğretim Üyesi Çiğdem Alkaş ULUSOY'a teşekkür ederim.

Tezin uygulanma sürecinde yardımlarını esirgemeyen değerli okul müdürüm Sevgi SARIGÜL'e teşekkür ederim. Tez sürecinde desteğini ve yardımlarını esirgemeyen öğretmen arkadaşım Fatma BADEM'e ve adını yazamadığım diğer öğretmen arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Tezime desteği ve yardımlarıyla önemli katkılarda bulunan canım arkadaşım Alper ÇELİK'e teşekkür ederim. Sevgilerini ve desteklerini benden esirgemeyen L1 arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Hayatımın her anında beni cesaretlendiren, yol gösteren ve arkamda duran değerli aileme şükranlarımı sunarım.

Son olarak manevi desteğiyle hayatımın her anında yanımda olan, benimle aynı heyecanı paylaşan ve her zaman elimi tutan yol arkadaşım Berat Can CENGİZ'e çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	ix
GÖRSELLER DİZİNİ.....	x
BÖLÜM 1.....	1
GİRİŞ.....	1
Problem.....	1
Cebir ve Aritmetik Arasındaki İlişki	2
Cebir Öğrenme Alanında Yaşanan Güçlükler	4
İlgili Araştırmalar	8
Araştırmanın Amacı	12
Araştırmanın Önemi	14
Sayıtlılar	14
Sınırlılıklar.....	15
Tanımlar	15
BÖLÜM 2.....	16
YÖNTEM.....	16
Araştırmanın Modeli	16
Çalışma Grubu.....	16
Veri Toplama Süreci ve Veri Toplama Araçları	17
İlk Aşama.....	18
Denklem Çözme Testi.....	18
Denklem Kurma Testi.....	19
Pilot Çalışma.....	20
İkinci Aşama.....	20
Ana Uygulama.....	20
Görüşmeler.....	21
Verilerin Çözümlemesi.....	21
Denklem Çözme Testi İçin Oluşturulan Kod Sistematiği	23
Aritmetik (A) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	23
A1 Kodu.....	23
A2 Kodu.....	24
Bilinmeyen (B) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	25
B1 Kodu.....	25
B2 Kodu.....	26
Eşitlik (E) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	27
Diğer Kodlar.....	27
Y Kodu.....	27
0 Kodu.....	27
Denklem Kurma Testi İçin Oluşturulan Kod Sistematiği	28
Aritmetik (A) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	28
A1 Kodu.....	28
A2 Kodu.....	29

Bilinmeyen (B) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	29
B1 Kodu.....	30
B2 Kodu.....	30
B3 Kodu.....	30
Eşitlik (E) Kaynaklı Hata Kategorisi.....	31
Diğer Kodlar.....	31
K Kodu.....	31
0 Kodu.....	32
R Kodu.....	33
BÖLÜM 3.....	34
BULGULAR VE YORUMLAR	34
Denklem Çözme Testi İçin Bulgular	34
Doğal Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler	35
Tam Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler.....	39
Rasyonel Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler	52
Denklem Kurma Testi İçin Bulgular	58
Tam Sayıları Kullanarak Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler	59
1, 5, 6. Problemlere İlişkin Bulgular.....	60
3, 4, 7, 8 ve 11. Problemlere İlişkin Bulgular.....	67
Rasyonel Sayıları Kullanarak Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler	77
BÖLÜM 4.....	82
SONUÇLAR VE ÖNERİLER	82
Sonuçlar	82
Öneriler.....	84
KAYNAKLAR.....	85
EK-1: DENKLEM ÇÖZME TESTİ.....	90
EK-2: UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU	91
EK-3: DENKLEM KURMA TESTİ.....	100
EK-4: İZİN DİLEKÇE FORMU	102
BENZERLİK BİLDİRİMİ.....	103
ÖZGEÇMİŞ.....	104

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1. 1 ve 2. Sorunun Doğru Yanıtlanma Oranları.....	35
Tablo 2. 1 ve 2. Sorulara Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	36
Tablo 3. Tam Sayı Katsayılı Denklem İçeren Soruların Doğru Yanıtlanma Oranları....	40
Tablo 4. 4, 7, 8, 10 ve 11. Sorulara Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	40
Tablo 5. Rasyonel Sayı Katsayılı Denklem İçeren Soruların Doğru Yanıtlanma Oranları.....	52
Tablo 6. 3, 5, 6, ve 9. Sorulara Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	53
Tablo 7. Tam Sayı Problemlerine Doğru Denklem Kuranlar.....	59
Tablo 8. 1, 5 ve 6. Problemlerine Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	61
Tablo 9. 3, 4, 7, 8 ve 11. Problemlerine Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	67
Tablo 10. Rasyonel Sayı Problemlerine Doğru Denklem Kuranlar.....	78
Tablo 11. 2, 9 ve 10. Problemlere Ait Hata Kodlarının Dağılımı.....	78



GÖRSELLER DİZİNİ

Görsel 1. İkinci soruya ait A1 kodu.....	24
Görsel 2. Dördüncü soruya ait A1 kodu.....	24
Görsel 3. Altıncı soruya ait A1 kodu.....	24
Görsel 4. Yedinci soruya ait A2 kodu.....	25
Görsel 5. Yedinci soruya ait A2 kodu.....	25
Görsel 6. Altıncı soruya ait B1 kodu.....	26
Görsel 7. Dördüncü soruya ait B1 kodu.....	26
Görsel 8. Birinci soruya ait B2 kodu.....	26
Görsel 9. Dördüncü soruya ait E kodu.....	27
Görsel 10. Üçüncü soruya ait Y kodu.....	27
Görsel 11. Sekizinci probleme ait A1 kodu.....	29
Görsel 12. Beşinci probleme ait A1 kodu.....	29
Görsel 13. Beşinci probleme ait A2 kodu.....	29
Görsel 14. Üçüncü probleme ait B1 kodu.....	30
Görsel 15. Dördüncü probleme ait B2 kodu.....	30
Görsel 16. Birinci probleme ait B3 kodu.....	31
Görsel 17. Dördüncü probleme ait E kodu.....	31
Görsel 18. Dokuzuncu soruya ait K kodu.....	32
Görsel 19. Üçüncü soruya ait 0 kodu.....	32
Görsel 20. On birinci probleme ait 0 kodu.....	33
Görsel 21. İkinci soruya ait R kodu.....	33
Görsel 22. İkinci soruya ait A1, B1 ve E kodu.....	36
Görsel 23. Birinci soruya ait B2 kodu.....	37
Görsel 24. Birinci soruya ait A1 kodu.....	37
Görsel 25. İkinci soruya ait A1, E ve B1 kodu.....	38
Görsel 26. Dördüncü soruya ait A1 kodu.....	41
Görsel 27. Yedinci soruya ait A1 kodu.....	43
Görsel 28. Sekizinci soruya ait A1 ve E kodu.....	44
Görsel 29. Yedinci ve sekizinci sorulara ait A2 ve A1 kodları.....	45
Görsel 30. On birinci soruya ait A1, A2 ve E kodu.....	47
Görsel 31. Sekizinci soruya ait E ve B1 kodu.....	47
Görsel 32. Onuncu soruya ait A1 kodu.....	49
Görsel 33. Onuncu soruya ait A1 kodu.....	49
Görsel 34. Onuncu soruya ait B1 kodu.....	50
Görsel 35. Onuncu soruya ait Y kodu.....	50
Görsel 36. Onuncu soruya ait E kodu.....	51
Görsel 37. Üçüncü soruya ait A1 kodu.....	53
Görsel 38. Üçüncü soruya ait Y kodu.....	54
Görsel 39. Beşinci soruya ait A1 ve E kodu.....	55
Görsel 40. Altıncı soruya ait A1 kodu.....	56
Görsel 41. Altıncı soruya ait B1 ve E hata kodu.....	57
Görsel 42. Dokuzuncu soruya ait E kodu.....	57
Görsel 43. Altıncı soruya ait A2 ve E kodu.....	61
Görsel 44. Birinci soruya ait K ve E kodu.....	62
Görsel 45. Birinci soruya ait B3 kodu.....	62
Görsel 46. Altıncı soruya ait 0 kodu.....	63
Görsel 47. Beşinci soruya ait A2 kodu.....	64
Görsel 48. Altıncı soruya ait A2 kodu.....	64

Görsel 49. Beşinci soruya ait A1 kodu	65
Görsel 50. Altıncı soruya ait E ve A2 kodu.....	66
Görsel 51. Üçüncü soruya ait 0 kodu	68
Görsel 52. Üçüncü soruya ait B1 kodu.....	68
Görsel 53. Üçüncü soruya ait A1 kodu	70
Görsel 54. Üçüncü soruya ait B1 ve A1 kodu	70
Görsel 55. Dördüncü soruya ait 0 kodu.....	71
Görsel 56. Dördüncü soruya ait 0 kodu.....	71
Görsel 57. Dördüncü soruya ait B2 kodu	71
Görsel 58. Yedinci soruya ait 0 kodu	73
Görsel 59. Yedinci soruya ait B2 kodu.....	74
Görsel 60. Sekizinci soruya ait 0 kodu	75
Görsel 61. Sekizinci soruya ait A1 kodu	75
Görsel 62. On birinci soruya ait 0 kodu.....	76
Görsel 63. On birinci soruya ait B1 kodu.....	76
Görsel 64. On birinci soruya ait B2 kodu.....	77
Görsel 65. İkinci soruya ait R kodu.....	79
Görsel 66. Onuncu soruya ait A2 kodu	80

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı, önemi, sayıtları, sınırlılıkları ve araştırmayla alakalı gerekli tanımlar üzerinde durulmuştur.

Problem

Matematik eğitiminin genel amacı kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır (Altun, 2012). Bu amaçların gerçekleştirilmesi için sistematik ve düzenli bir plana ihtiyaç vardır. Bu yüzden Uluslararası Matematik Öğretmenleri Topluluğu (National Council of Teachers of Mathematics - NCTM) 2000 yılında “Okul Matematiği İçin İlkeler ve Standartlar” isimli bir doküman yayınlamıştır. Bu dokümanda öğrencilerin okul hayatı boyunca, karşılaşacakları matematik eğitiminin alt öğrenme alanları bulunmaktadır. Bu öğrenme alanları sayı ve işlemler, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve olasılık olarak belirlenmiştir (NCTM, 2000). Matematik eğitiminin amacı, bireylere bu 5 temel öğrenme alanına ait standartları kazandırmaktır. Anlamlı bir matematik öğretimi için öğrencilerin tüm öğrenme alanlarındaki standartlara sahip olması gerekmektedir. Bu standartlara sahip olabilmek için de öğrencilerin akıl yürütme stratejilerini kullanarak, bilgiyi farklı durumlarda kullanabilmeleri, öğrenme alanları ve kavramlar arasındaki ilişkileri iyi bir şekilde kurabilmeleri, bilgiyi matematik diline dönüştürebilmeleri ve çeşitli şekillerde temsil edebilmeleri gerekmektedir (Van De Walle, Karp, ve Bay-Williams, 2012). Bir başka deyişle matematik eğitimi bireylere problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim ve temsil gibi analitik ve eleştirel düşünmeyi sağlayacak üst düzey beceriler de kazandırmalıdır.

Alanyazında, matematik öğrenme alanlarından biri olan cebirle ilgili pek çok tanım bulunmaktadır (Dede ve Argün, 2003; Kieran 1992; Stacey ve MacGregor, 1999; Usiskin 1997). Dede ve Argün (2003) cebiri bir dil, bir problem çözme ve düşünme aracı

olarak tanımlamışlardır. Stacey ve MacGregor (1999) cebiri matematik bilgilerini ifade etmemize yarayan bir dil; aynı zamanda da güçlü bir problem çözme yöntemi olarak tanımlamıştır. Usiskin (1997) ise cebir için matematiğin dilidir demiştir. Cebiri matematiğin dili olarak tanımlayan kişilerden farklı olarak Kieran (1992) ise cebiri, sayılar ve matematik yapıları arasındaki ilişkileri sembolle gösteren ve bu yapılarla ve sembollerle işlemler yapmayı gerektiren matematiğin bir dalı olarak tanımlamaktadır. Tüm bu tanımları bir arada ele aldığımızda cebiri nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri matematik diline çeviren ve problem çözmek için matematiksel sembol ve ifadeleri kullanmayı gerektiren matematik öğrenme alanlarından birisi olarak tanımlamak yanlış olmayacaktır.

Cebir ve Aritmetik Arasındaki İlişki

Ülkemizde 2018 yılının 1. - 8. sınıf düzeyindeki matematik öğretim programına bakıldığında, tüm öğrenme alanlarına ait kazanımlara her sınıf düzeyinde eşit olarak yer verilmediği görülmektedir. Örneğin sayılar ve işlemler öğrenme alanı ile ilgili kazanımlar 1. sınıftan 8. sınıfa kadar tüm sınıf düzeylerinde bulunurken öğrenciler cebir öğrenme alanı ile ilgili kazanımlarla ilk olarak 6. sınıf düzeyinde karşılaşmaktadırlar (MEB, 2018). Her ne kadar cebir öğrenme alanı ile ilgili kazanımlar 6. sınıf düzeyinden itibaren başlasa da o sınıf düzeyine kadar başka öğrenme alanları içerisinde, örneğin sayılar ve işlemler (aritmetik) öğrenme alanı ve geometri öğrenme alanında, cebir öğrenmeye ve cebirsel düşüncenin gelişimine katkı sunan kazanımlar bulunmaktadır. Örneğin ilkökul 1. sınıfta, geometri öğrenme alanında bulunan bir kazanım şu şekildedir: “Nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir örüntüdeki kuralı bulur ve örüntüde eksik bırakılan öğeleri belirleyerek örüntüyü tamamlar.” (MEB, 2018, s. 29). Bu kazanım her ne kadar geometri öğrenme alanının altında yazılan bir kazanım olsa da bu kazanımın genelleme yapma, kural bulma ve kurala uygun olacak şekilde eksik kısmı tamamlama becerileri gerektirmesi, aynı zamanda cebirsel düşünceyle alakalı becerilerdir. Aynı şekilde 3. ve 4. sınıflarda öğrenciler geometri kazanımı altında nokta, ışın ve açıyı sembolle göstermeyi öğrenirler (MEB, 2018). Öğrenciler bu kazanımlarla geometrik kavramları matematiksel dile dönüştürme becerisi kazanırlar. Bu beceri aynı zamanda cebirsel düşünme gerektiren bir beceridir.

Geometri öğrenme alanındaki kazanımların yanı sıra sayılar ve işlemler (aritmetik) öğrenme alanındaki kazanımlar da cebir ile ilişkilidir. Örneğin, aritmetik

öğrenme alanında yer alan “Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntülerini tanır, örüntünün kuralını bulur ve eksik bırakılan ögeyi belirleyerek örüntüyü tamamlar.” (MEB, 2018, s. 32) kazanımı aynı zamanda cebirsel düşünce ile alakalı bir kazanımdır. Bunun yanı sıra aritmetik öğrenme alanı altında yer alan işlem özellikleri, örneğin toplama işleminin değişme ve birleşme özellikleri ya da çarpma işleminin dağılma özelliği gibi, cebir öğrenme alanı ile yakından ilgilidir. Öğrenciler işlem özellikleri kazanımları sayesinde cebirin temelini oluşturan genelleme yapma ve bu genellemeleri yorumlama becerisini öğrenmeye başlarlar. Cebir fikirlerinin temeli aritmetik sayesinde olduğu için bu iki kavram arasında kuvvetli bir bağ vardır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011).

Aritmetik, temel olarak sayılar arasındaki ilişkileri ve sayılarla işlem yapmayı içeren matematiğin en geniş dalıdır (NCTM, 1991). Cebir ise sayılar ve işlemlerle genellemeler yapmayı, bu genellemeleri anlamlı sembollerle ifade etmeyi, denklemler oluşturmayı ve bu denklemleri çözmeyi içermektedir (Van de Walle ve diğerleri, 2012). Aritmetiğin temelini sayı kavramı oluştururken, cebirin temelini ise aritmetik oluşturur (Akkan ve diğerleri, 2011). Cebir aritmetikten ayrı bir kavram değildir; hatta cebir geliştirilmiş aritmetik diye tanımlanır (Booth, 1988).

Aritmetikte öğrenciler bilinenlerle ve sayılarla akıl yürütürler. Aritmetikten farklı olarak cebirde ise öğrencilerin bilinmeyenlerle ve sayıların yerine kullanılan sembollerle akıl yürütmeleri gerekmektedir. Bir başka deyişle cebir, aritmetiğin sembolik tarafına yoğunlaşan bir alandır (Tabach ve Friedlander, 2008). Cebir aritmetiğin bir devamı değildir ama cebire geçişte aritmetikle bağlantıyı koparmamak gerekir (Akgün, 2007). Öğrencilerin cebirsel olarak düşünebilmeleri ancak cebir bilgileri ile aritmetik deneyimlerini ilişkilendirmeleri ile mümkündür (Herscovics ve Linchevski, 1994). Cebirsel düşünme aniden gelişmez. Öğrenciler cebirsel düşünme veya cebirsel muhakeme gerektiren süreçlere maruz kalmadıkları sürece aritmetiksel olarak düşünmekten vazgeçmezler (Fillooy ve Rojano, 1984; Stacey ve MacGregor, 1997). Bu yüzden aritmetik becerilerin kullanımından daha soyut olan cebir becerilerin kullanımına doğru bir geçiş süreci olarak tanımlanan cebir öncesi dönem önemlidir (Akkan ve diğerleri, 2011, 2012; Herscovics ve Linchevski, 1994). Öğrencilerin cebir öncesi dönemde bilinenler ve sayılarla uğraşmaktan, bilinmeyenleri gösteren sembol ya da harflerle işlem yapmaya başlamaları gerekmektedir. Yani anlamlı cebir öğrenimi için bu dönemde öğrencilere cebir fikirlerini sezgisel olarak oluşturabilecekleri fırsatlar sağlanmalıdır.

Matematik ardışık ve yığılmalı bir bilim dalıdır (Altun, 2012). Yani matematik kavramlarının öğretimi sırasında oluşabilecek kopmalar sonraki kavramların öğrenmesini olumsuz yönde etkileyebilmektedir (Swadener ve Soedjadi, 1988). Bu yüzden öğrencilerin matematik kavramları arasındaki bağları kurabilmeleri çok önemlidir. Ortaokul döneminde öğretilen matematik müfredatı, ilkokul dönemindeki müfredat ile lise müfredatı arasında bir köprü görevi görür. Bu dönemdeki en önemli geçişlerden biri ise aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir (NTCM, 1989). Cebir ile aritmetik birbiri ile ilişkili iki alan olduğu için temel cebir dilinin aritmetikle bağlantılı olarak inşa edilmesi çok önemlidir. Bu durum da ancak temel aritmetik işlemlerin cebirle alakalı kavramlara genişletilmesiyle ve önceki aritmetik kavramlardan ayrılmasıyla mümkün olacaktır (Fillooy ve Rojano, 1984). Ortaokul dönemindeki cebir bilgileri lise döneminde çalışılan cebir kavramların temelini oluşturmaktadır. Stacey (2006, s. 8) bu durumu şöyle açıklamıştır “Cebir genellemelerin ifade edilmesine yardımcı olduğu için ileriki matematik beceriler için bir kapı olarak görülür. Fakat cebir zordur ve kapı açıcı olmak yerine kolayca öğrencilerin yollarını tıkayan bir duvar olabilir”.

Cebir Öğrenme Alanında Yaşanan Güçlükler

Cebir genel olarak matematik öğretiminde zorluğuyla bilinen bir alandır (Booth, 1988; Bush ve Karp, 2013; Dede ve Argün, 2003; Kieran, 2007). Cebirin temelinde iki kavram yer alır. Bunlar eşitlik ve değişken kavramlarıdır (Akkaya ve Durmuş, 2014). Öğrencilerin cebirde başarılı olabilmeleri için özellikle eşitliği ve değişkenleri içeren sembolleri kavramsal olarak iyi anlamaları gerekmektedir (Van De Walle ve diğerleri, 2012). Bunun yanı sıra öğrencilerin aritmetik konularındaki eksikliği ve aritmetikten cebire geçiş döneminde yaşadıkları sorunlar da cebirde zorlanmalarının sebepleri olabilir (Oktaç, 2012).

Cebir öğrenme alanındaki zorlukların önüne geçebilmek için cebirin temelini oluşturan 2 önemli kavramı yani eşitlik ve değişken kavramlarını ayrı ayrı incelemek gerekmektedir. Eşitlik kavramı öğrencilerin cebir öğrenme alanında güçlük yaşadığı bir kavramdır (Baratta, 2011; Gürel ve Okur, 2018). Genel olarak aritmetik öğrenme alanındaki soruların çoğu cevap odaklıdır ve eşittir işareti sonuç bildiren bir işaret olarak gösterilmektedir (Baratta, 2011; Booth, 1988; Gürel ve Okur, 2018; Kieran, 2007). Öğrenciler aritmetik öğretimi sırasında genellikle $2+3=5$ tarzı ifadelerle karşılaşılırlar. Bu yüzden öğrenciler eşittir işaretini gördüğü zaman soldaki sayılarla işlem yapmaları

gerektiğini ve sağ tarafa bu işlemin sonucunu yazmaları gerektiğini düşünmektedirler. Öğrencilerin aritmetik öğrenimleri sırasında $5=5$ ya da $9=4+5$ gibi ifadelerle maruz kalmamaları eşittir işaretini ve eşitlik durumunu kısıtlı olarak anlamalarına sebebiyet vermektedir. Eşittir işaretinin sadece işlem yapma olarak algılanması öğrencilerin önündeki büyük engellerden biridir (Baratta, 2011). Oysa eşittir işareti sadece sonuç bildiren bir işaret değil, aynı zamanda denge durumunu da belirten bir işarettir. İşaretin sağ tarafı ile sol tarafının aynı olduğu, dengede olduğu anlamına gelmektedir. Eşittir işaretinin denge olarak algılanması cebirdeki kilit taşlarından biridir (Baratta, 2011). Eşitlik kavramının ilişkisel bir durum olarak anlaşılması durumları öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte karşılaştığı en büyük engellerden biri olmuştur (Kieran 1981).

Değişken kavramı ise öğrencilerin cebir öğrenme alanında öğrenme güçlüğü yaşadığı bir diğer kavramdır (Akgün, 2009; Jupri, Drijvers ve van den Heuvel-Panhuizen, 2014; Wagner, 1981). Sayılar nasıl aritmetiğin temelini oluşturuyorsa, değişkenler de cebirin temelini oluşturur (Altun, 2012; Wagner, 1981). Öğrencilerin değişken kavramıyla ilgili yaşadıkları güçlükler değişkenin ne olduğunu ve niçin kullanıldığını tam olarak anlayamamalarından kaynaklanmaktadır. Değişken denilince akla harfli ifadeler gelmektedir (Akgün, 2009). Matematikte harfli ifadeler pek çok anlamda kullanıldığı için öğrenciler bu kavramlarla ilgili öğrenme güçlükleri yaşamaktadırlar. Harfli ifadeler kısaltmalar için, bilinmeyen tek bir değer için, bilinmeyen birden fazla değer için ve bunlar gibi başka amaçlar için kullanılmaktadır. Harfli ifadelerin bu şekilde çoklu kullanımı öğrencilerde kafa karışıklığına sebep olabilir. Öğrenciler okulda cebir öğrenme alanına geçmeden önce harfli ifadeleri metre, santimetre ya da kilogram gibi ölçü birimlerinin kısaltması olarak görürler. Formal cebir öğretimi ile birlikte harfli ifadeler bilinmeyen nesnelere ve bu nesnelere sayısal miktarları yerine kullanılmaya başlanır. Yani harfli ifadeler hem nesnelere etiket, hem de sayısal miktarları için kullanılır. Doğrusal denklem sistemlerine geçildiği zaman birden fazla bilinmeyen ortaya çıkar ve bu bilinmeyenler birbirine bağlı olarak değişen değerler almaya başlarlar. Eşitsizliklere geçildiğinde ise harfli ifadeler tek bir değer yerine birden fazla değer almaya başlarlar. Öğretimde harfli ifadelerin kullanımları arasındaki bu farklar açıkça belirtilmediği sürece öğrencide öğrenme güçlüklerinin ortaya çıkması kaçınılmazdır. Farklı kullanımların yanı sıra öğrencilerin bu ifadelerle aritmetikte olduğu gibi işlem yapabilmeleri beklenmektedir. Çünkü cebir değişkenlerle sayılar gibi işlem yapmayı gerektirir (Akkaya ve Durmuş, 2014).

Cebirin temelinde yer alan “eşitlik” ve “değişken” kavramları ve bu kavramlara yönelik yaşanan öğrenme güçlüklerine ek olarak öğrencilerin aritmetikteki yetersizlikleri de cebir öğrenme alanında sorun yaratabilmektedir (Booth, 1988; Oktaç, 2012). Örneğin aritmetikte dağılma özelliğinin uygulanması ile ilgili yanlış öğrenmeler cebir öğrenimini de etkileyebilmektedir (Booth, 1988). Bunun yanı sıra aritmetikte yaşanan işlem sırası ile ilgili yanlış öğrenmeler ya da tam sayılar ve rasyonel sayılardaki işlem becerilerindeki sıkıntılar cebir için de sorun oluşturabilmektedir.

Cebirin anlamına ve cebir kavramlarına dair yaşanan zorlukların yanı sıra cebirin alt öğrenme alanlarından biri olan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere yönelik öğrencilerin cebirdeki zorluklara benzer zorluklar yaşadıkları da bilinmektedir (Akgün, 2009; Akyüz ve Hangül, 2014; Bush ve Karp, 2013; Çavuş Erdem ve Gürbüz, 2017; Gürel ve Okur, 2018; Jupri ve Drijvers, 2016; Jupri ve diğerleri, 2014; Macgregor ve Stacey, 1996). Bu zorluklara rağmen denklem kavramının iyi anlaşılması gerekmektedir çünkü cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurmak ve bu denklemleri çözmek ortaokul matematik müfredatının hedefleri arasındadır (MEB, 2018).

Denklem, içerisinde eşitlik ve değişken bulunan ifadelerdir. Cebirsel sözel problemleri denklem haline dönüştürmek ve çözümlerini bulmak aritmetikten cebire geçişin en temel konusudur (Özarslan, 2010). Aritmetikte öğrenciler bilinenlerden yola çıkarak problem çözmeye alışırlar. Cebire geçtiklerinde ise aritmetikteki alışkanlıklarını sürdürmek isterler. Cebir kullanarak problem çözmenin mantığını anlayamayan öğrenciler, problem çözüme sürecinde problemdeki hesaplamalara öncelik verirler. Problemleri cebir kullanmadan aritmetik kullanarak çözmeye çalışmak denklemin ve bilinmeyenin ne olduğunu anlamayı engeller (Stacey ve MacGregor, 1999). Bu yüzden formal olarak cebir öğretimine geçmeden önce öğrencilerin aritmetik kullanarak problem çözmekten, cebir kullanarak problem çözmeye geçiş yapmaları sağlanmalıdır. Örneğin ilkokul döneminde öğrencilerin bilinmeyen sayılar yerine kutuların kullanıldığı aritmetik eşitliklerle karşılaşmaları ve eşitliklerdeki kutuların yerine hangi sayının gelmesi gerektiğini bulmaları ortaokul dönemindeki cebir eğitimi için ön hazırlık olmaktadır. Bilinmeyen sayıların yerine kutuların kullanımından sonra harf kullanımına yönelmek ve farklı sayılar için farklı harflerin kullanılabilmesini ya da aynı sayıların aynı harflerle gösterilmesi gerektiğini hissettirmek öğrencileri formal cebir eğitimi hazırlamaktadır. Bir başka deyişle öğrenciler cebir öncesi dönemde, aritmetik öğrenme alanı içerisinde cebirsel düşünceyi geliştirecek sözel problemleri çözerlerse, ilerde cebir öğrenme alanı içerisinde yer alan çeşitli kavramları sembolik dile daha rahat dönüştürebilirler

(Herscovics ve Kieran, 1980). Böylece cebir konusuna geçildiğinde cebirsel sözel problemlere uygun denklemleri kurmak daha kolay olur.

Denklemler sayesinde aritmetik kullanılarak çözülemeyen problemler çözülebilir (Akgün, 2007). Fakat problemleri denklem kullanarak çözmek birden fazla düşünme becerisi gerektiren bir süreçtir (Robson, Abell ve Boustead, 2009). Denklem kullanarak problem çözebilmek için hem problemin nasıl çözüleceğine karar vermek (bir plan yapmak) gerekir, hem de bu planı doğru uygulayabilmek gerekir. Yani öncelikle problemlere uygun denklemi kurmak gerekir. Daha sonra ise kurulan denklemlerin doğru çözülmesi gerekir. Öğrencilerin cebir alanında yaşadığı önemli zorluklardan biri de cebirsel sözel problemlere uygun denklemleri kurmak ve bu denklemleri çözmektir (Bayar, 2007; Jupri ve Drijvers, 2016; Özarslan, 2010; Robson ve diğerleri, 2009).

Cebir ve cebirle ilişkili olarak denklemler konusunda öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerle ilişkin yurt içinde ve yurt dışında pek çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmaların bazıları sadece denklem çözümüne odaklanırken (Bayar, 2007; Robson ve diğerleri, 2009), bazıları ise problem çözme ile birlikte denklemi ele almaktadır (Jupri ve Drijvers, 2016; Özarslan, 2010). Denklemler konusu ile alakalı yaşanan öğrenme güçlüklerinin başlıca sebepleri arasında eşitlik ve değişken kavramlarının yanı sıra öğrencilerin aritmetik konularındaki eksiklikleri yer almaktadır (Akgün, 2009; Akkaya ve Durmuş, 2014; Akyüz ve Hangül, 2014; Gürel ve Okur, 2018). Bu çalışmalarda farklı okul ve sınıf düzeyindeki öğrencilerin yaşadıkları çeşitli öğrenme güçlükleri ortaya çıkarılmıştır.

Lise düzeyinde cebir öğrenme alanı ile ilgili yapılan çalışmalardan öğrencilerin eşitsizlikler ve denklemler konularında sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir (Jupri ve diğerleri, 2014; Şandır, Ubuz ve Argün, 2007). İlkokul düzeyinde cebirle ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında ise öğrencilerin cebirde başarılı olabilmeleri için eşitlik ve bilinmeyen kavramlarını anlamlandırmaları gerektiğini savunan çalışmalar görülmektedir (Falkner, Levi, ve Carpenter, 1999; Herscovics ve Kieran, 1980; Marum, Gardiner, ve Stephens, 2011). Alanyazında bulunan pek çok çalışma ilkokul, ortaokul ve lise düzeylerinde cebirle ve denklemlerle ilgili sorunların olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bu tezde ortaokul düzeyine yoğunlaşılacağı için o yaş kuşağı ile yapılan çalışmaların ayrıntısına değinilecektir.

İlgili Araştırmalar

Cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurma durumlarını inceleyen araştırmalardan biri olan MacGregor ve Stacey'in (1996) yaptıkları çalışmada öğrencilerin problemleri cebir kullanarak çözememe sebepleri araştırılmıştır. Bu nedenle 9, 10 ve 11 yaşındaki öğrencilere zorluk seviyeleri farklı olan 6 tane cebir problemi sorulmuştur. Öğrencilerin problemleri çözememe sebeplerinden ilki öğrencilerin sayılar yerine harf kullanımına yabancı olmalarıdır. Öğrenciler harfleri, kısaltmalar yerine mi yoksa bilinmeyen ifade yerine mi kullanıldığını bilemedikleri için problemlere uygun denklemler yazamamaktadırlar. Örneğin araba yıkaması için geçen süre ile alakalı bir soruda araba için c harfini, arabanın yıkanma süresi için de c harfini kullanan öğrencilerin sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Başta kısaltma yerine kullandıkları harfi daha sonra bilinmeyen için kullanmaları kafa karışıklığına sebep olmaktadır. İkinci sebep ise birden fazla bilinmeyen bulunan ifadeleri tek bilinmeyenli duruma çevirememeleridir. Öğrenciler her bilinmeyen için farklı bir harf kullanabilmektedirler, fakat bu harflerin birbirleriyle olan ilişkisinin farkına varamamaktadırlar. Örneğin "Bir üçgenin çevresi 63 cm'dir. İkinci kenar birinci kenardan 3 cm daha uzun, üçüncü kenar da birinci kenarın 2 katıdır. Buna göre ilk kenarın uzunluğu ne kadardır?" probleminde 3 bilinmeyen toplamının 63 olduğunu ($x+y+z=63$) yazabilmişlerdir ama ikinci kenar için $y=x+3$ ya da üçüncü kenar için $z=2x$ yazamamışlardır. Bu duruma benzer başka bir durumda ise öğrenciler diğer değişkenleri tek değişkene göre yazabilmektedirler, fakat tüm değişkenleri bir araya getirip denklem oluşturamamaktadırlar. Bir diğer sebep ise öğrencilerin gösterimlerde hata yapmalarıdır. Örneğin; öğrenciler toplama durumu için çarpma gösterimini, çarpma durumu için üslü sayı gösterimini kullanmaktadır. MacGregor ve Stacey'in bu çalışması öğrencilerin cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurarken değişken kavramı ve aritmetik konuları ile ilgili sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir.

Yine Stacey ve MacGregor'un (1999) yaptıkları bir diğer çalışmada, öğrencilerin cebirsel sözel problemlere uygun denklemleri kurarken sıkıntılar yaşadıkları ortaya çıkarılmıştır. Stacey ve MacGregor (1999) cebirsel sözel problem çözme yöntemlerinin altında yatan mantığın çok az anlaşıldığını iddia etmişlerdir. Bu iddialarını kanıtlamak için de 12 okuldan yaşları 13 ile 16 arasında değişen 900 öğrenci ile çalışmışlardır. Bu öğrencilere 4 tane cebirsel sözel problem sormuşlardır. Bu problemlerin ilk 3 tanesi eşitliğin tek tarafında bilinmeyen içeren denklem kullanılarak çözülebilecek iken, son

problem eşitliğin 2 tarafında da bilinmeyen içeren denklem kullanılarak çözülebilecek tarzda problemidir. Bu problemlerin çözümlerinden sonuncu problemin çözülme oranının diğer problemlere göre daha az olduğu görülmüştür. Bunun nedenini araştırmak için 30 öğrenciyle görüşülmüştür. Görüşmeler sonucunda öğrencilerin bilinmeyenin anlamını tam olarak kavrayamadıkları ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada ortaya çıkan bir başka bulguya göre öğrenciler problemleri cebir kullanarak çözmeye başlıyorlar. Fakat çözemeyince aritmetik problem çözmeye geri dönüyorlar.

Cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurma becerisinin incelendiği bir başka çalışma ise Capraro ve Joffrion'un (2006) yaptıkları bir çalışmadır. Bu araştırmada 668 tane 7. ve 8. sınıf öğrenciyle çalışılmıştır. Bu öğrencilere 3 soruluk (2'si çoktan seçmeli, 1'i açık uçlu) bir test uygulanmıştır. Bu testteki soruların amacı öğrencilerin problemlerdeki bilgileri denkleme dönüştürme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Yanlış cevap veren çocuklar arasından 60 tanesinin kağıtları analiz edilmiştir. Bu analiz sonucunda olası hatalar ortaya çıkarılmıştır. Daha sonra 5 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerden soruları yüksek sesle çözmeleri istenmiştir. Görüşmelerin ve hatalı kağıtların analizinin sonuçlarına bakıldığında değişken kavramının kullanım amacını anlamayan öğrencilerin hata yaptıkları görülmüştür. Aynı zamanda problemlerde anahtar kelimeler kullanan öğrencilerin yanlış cevaplar verdikleri de görülmüştür. Yani öğrenciler problemlerin anlamına odaklanmadan, problemlerde geçen kelimelerin sırasına göre ya da ipucu bir kelimeye göre işlemler yaparak denklem kurmaktadır.

Öğrencilerin problemlere uygun denkleme kurarken değişken konusunda sıkıntılar yaşadıklarına örnek olan bir başka çalışma ise Jupri ve Drijvers'in (2016) yaptıkları araştırmadır. Bu çalışmada yaşları 12-13 arasında değişen 51 tane öğrenciden verilen problemlere uygun denklem kurmaları istenmiştir. Bu araştırmada 2 farklı bilgisayar uygulaması kullanılmıştır. Bu uygulamalar sayesinde öğrenciler kurdukları denklemlerin doğru olup olmadığını anında kontrol edebilmişlerdir. Bu çalışmayla öğrencilerin gerçek hayat durumlarına ait problemleri matematik diline dönüştürme becerileri incelenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin problemleri anlamada ve anladıklarını matematik diline dönüştürmede sıkıntı yaşadıkları görülmüştür.

Öğrenciler sadece problemlere uygun denklem kurmada değil verilen denklemleri çözmeye konusunda da hatalar yapmaktadırlar. Örneğin Bayar'ın 2007 yılında yaptığı tez çalışmasında 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözerken yaptıkları hatalar analiz edilmiştir. Bu analizler sonucunda öğrencilerin

denklem çözerken eşitliğin karşı tarafına geçirmede işaret hataları yaptıkları ve eşittir işaretinin anlamını kavrayamadıkları bulunmuştur. Öğrencilerin eşitlik ile ilgili hatalarının yanı sıra değişken kavramı ile ilgili hatalar yaptıkları da görülmüştür. Öğrencilerin değişken kavramı ile ilgili hatalarının bilinmeyenlerle bilinenleri beraber işleme almak ya da bilinmeyi görmezden gelerek işlem yapmak olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin soldan sağa doğru, işlemlere ve paranteze dikkat etmeden işlemler yaptıkları da bulunmuştur. Tüm bulgular öğrencilerin denklem çözerken eşitlikle, değişkenle ve aritmetikle ilgili sıkıntıları olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Öğrencilerin verilen denklemleri çözme başarısını inceleyen bir başka çalışma ise Akyüz ve Hangül'ün (2014) yaptıkları çalışmadır. Bu çalışmada 25 tane 6. sınıf öğrencisiyle çalışılmışlardır. Bu öğrencilere 20 tane denklem çözme sorusu verilmiştir. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlar analiz edildiğinde hatalarının çoğunluğunun aritmetik ile ilgili olduğu görülmüştür.

Öğrencilerin denklemleri çözerken aritmetikte hata yaptıklarının göstergesi olan bir diğer çalışma ise Vlassis'in (2008) çalışmasıdır. Vlassis çalışmasında iki farklı okuldan sekiz şubede bulunan 8. sınıf öğrencilerine, altı tane tam sayılarla işlem yapmayı içeren denklem çözme sorusu sormuştur. Bu öğrencileri elde ettikleri sonuçlara göre üç başarı düzeyi altında toplayıp, her başarı düzeyinden öğrenci olacak şekilde 17 tane öğrenciyle görüşme yapmıştır. Görüşmelerde öğrencilerden soruları nasıl çözdüklerini anlatmaları ve buldukları sonucun doğruluğunu denklemlerde verilen bilinmeyenleri yerine koyarak ispatlamaları istemiştir. Sonuç olarak öğrencilerin sonucu negatif çıkan sorularda ve eksi işaretinin sayının mı yoksa çıkarma işleminin işareti mi olduğunu kavramakta zorlandıkları ortaya çıkarılmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin denklemleri çözerken eksi işaretini görmezden geldikleri de ortaya çıkarılmıştır.

Cebirsel sözel problemlere ait hem denklem kurma, hem de denklem çözme soruları içeren çalışmalar incelendiğinde ise öğrencilerin temel olarak eşitlik, değişken ve aritmetik becerilerde sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Örneğin Erdem'in (2007) yaptığı tez çalışmasında 193 tane 7. sınıf öğrencisine ulaşılmış ve bu öğrencilerin denklemler konusundaki kavram yanılgıları ve hataları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada öğrencilere 15'i çoktan seçmeli, altısı açık uçlu olmak üzere toplam 21 sorudan oluşan bir ölçek uygulanmıştır. Bu ölçekteki sorular hem denklem çözme becerisini, hem de problemlere uygun denklem kurma becerisini ortaya çıkartacak tarzda sorulardır. Çalışmanın sonucuna göre öğrencilerin denklemler konusundaki kavram yanılgılarının genel olarak eşitlik ve değişken kavramı ile alakalı olduğu görülmüştür. Bu

kavramlara ek olarak öğrencilerin işlem hataları yaptıkları, işlem önceliğine dikkat etmedikleri, anadilini matematik diline dönüştüremedikleri de görülmüştür.

Öğrencilerin denklemlerle alakalı yaşadıkları sıkıntılara odaklanan bir başka çalışma Pınar Özarlan'ın 2010 yılında yapılan tez çalışmasıdır. Bu çalışmada 364 tane 7. sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Bu öğrencilerin problemlere uygun denklem yazabilme ve yazdıkları denklemleri çözebilme becerileri incelenmiştir. Öğrencilere araştırmacının hazırladığı bir problem testi uygulanmıştır. Bu testin sonuçları analiz edildiğinde öğrencilerin en çok bilinmeyi algılamada, bilinmeyen ile katsayı arasındaki ilişkiyi algılamada, eşitlik kavramını ve eşittir işaretini kavramada zorluk yaşadıkları bulunmuştur.

Gürel ve Okur (2017) ise yaptıkları çalışmada 154 tane 7. ve 8. sınıf öğrencisiyle çalışmışlardır. Bu öğrencilere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözme ve denklem kurma gerektirecek açık uçlu 10 tane soru sorulmuştur. Soruların cevapları analiz edildiğinde öğrencilerin eşitlik kavramıyla alakalı sıkıntıları olduğu görülmüştür. Öğrenciler eşittir işaretinden sonra bir sonuç gelmesi gerektiğini düşünmektedirler. Eşitlik kavramı ile ilgili bir başka yanılğı da öğrencilerin işlemleri eşittirin karşı tarafına atarken değiştirmemeleridir. Öğrencilerin değişken kavramı ile ilgili yanılığının da olduğu bulunmuştur. Öğrenciler harflerin sadece sayı olabileceğini düşünmektedirler. Bu yanılığın yanı sıra öğrencilerin aritmetik olarak eksiklikleri sebebiyle de soruları yanlış çözdükleri ortaya çıkmıştır. Öğrenciler denklemleri çözerken paranteze dikkat etmedikleri için ve çıkarma işleminin değişme özelliği olduğunu düşündükleri için yanlış sonuçlar bulmaktadırlar.

Denklemler konusunda yapılan çalışmaların yanı sıra cebir konusundaki çalışmalarda da öğrencilerin eşitlik ve değişken kavramlarında zorlandıkları görülmüştür. Örneğin Akkaya ve Durmuş'un 2006 yılında yaptıkları çalışmada, 6.-8. sınıf öğrencilerine 1992 yılında Thelma Perso'nun hazırladığı 30 soruluk cebir testi uygulanmıştır. Öğrencilerinin yanıtları analiz edildiğinde değişkenleri temsil eden harflerin kullanımına dair kavram yanılığları olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin hem harfleri anlamlandırmayla, hem de harflerle işlem yapmayla ilgili yanılığları olduğu gösterilmiştir. Yani öğrenciler hem değişken kavramını anlama, hem de aritmetik becerilerini cebire aktarmayla ilgili sıkıntılar yaşamaktadırlar.

Akkaya ve Durmuş'un çalışmalarına benzer bir çalışma olan Yıldızhan ve Şengül (2017) tarafından yapılan araştırmada 40 tane 6. sınıf öğrencisiyle çalışılmıştır. Bu öğrencilere sekiz soruluk "Harflerin Anlamı Hakkında Kavram Yanılığısı Testi"

uygulanmıştır. Bunun yanı sıra “Matematik Öz Yeterlilik Algısı Ölçeği” ve “Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği” uygulanmıştır. 6. sınıf öğrencilerinin cebir konusunda sahip olduğu kavram yanlışları ile bu kavram yanlışları ile öğrencilerin matematiğe karşı tutum ve matematik öz yeterlilikleri arasında ilişki olup olmadığını araştıran bu çalışmada, öğrencilerin değişken kavramı ile sıkıntıları oldukları görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerde var olan kavram yanlışlarının matematik öz yeterliliklerini ve matematiğe karşı tutumlarını olumsuz etkilediği araştırmanın bir başka sonucudur.

Jupri ve diğerleri (2014) yaptıkları çalışmada öğrencilerin cebir konusunda özellikle bir bilinmeyenli denklemler konusunda yaşadıkları zorlukları ortaya çıkarmak istemişlerdir. Bunun için 51 tane öğrenci ile çalışmışlardır. Bu öğrencilere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözme ve denklem kurma soruları yöneltilmiştir. Yapılan sınav sonrası bazı öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Yapılan sınav ve görüşmeler analiz edildiğinde öğrencilerin denklem kurma sorularında denklem çözme sorularına nazaran daha çok zorlandıkları görülmüştür. Aynı zamanda öğrencilerin cebir ifadelerini ve değişkenleri anlamada, eşitlik işaretini kavramada zorluklar yaşadıkları görülmüştür.

Cebir öğrenme alanı ve cebirin alt öğrenme alanlarından biri olan denklemlerle ilgili literatürde bulunan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin genel olarak eşitlik ve değişken kavramı ile ilgili sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir (Akgün, 2009; Bush ve Karp, 2013; Gürel ve Okur, 2018). Eşitlik ve değişken kavramlarının yanı sıra aritmetikle cebir arasındaki bağın kuvvetli olmasından kaynaklanan zorlanmaların olduğu da görülmektedir (Akyüz ve Hangül, 2014; Bayar, 2007; Erdem, 2013).

Araştırmanın Amacı

Türkiye’de öğrenciler ilk defa 6. sınıf düzeyinde yoğun olarak cebir öğretimi ile karşılaşılırlar. Bu sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanında öğrencilerden örüntülerde istenilen terimi bulmaları ve cebir ifadelerini anlamlandırmaları beklenmektedir. 7. sınıf düzeyinde ise var olan cebir bilgileri geliştirilir ve öğrenciler artık cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapabilirler. Aynı zamanda 7. sınıf düzeyinde öğrencilerden eşitlik kavramının anlamını kavramaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözümünü gerektiren problemleri çözmeleri beklenmektedir. 8. sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanı ise kazanımların en çok olduğu düzeydir. Bu sınıf düzeyinde öğrenciler

cebirsel ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler ve eşitsizliklerle ilgilenirler (MEB, 2018).

Ulaşılması beklenen bu kazanımlara rağmen, öğrencilerin cebirsel ifadeleri tam olarak kavrayamadıkları (Booth, 1988; Filloy ve Rojano, 1984; Herscovics ve Linchecski, 1994; Kieran, 1992, 2007), verili denklem ifadelerini çözemedikleri (Akyüz ve Hangül, 2014; Bayar, 2007; Robson ve diğerleri, 2009) ve cebirsel sözel problem durumlarına uygun denklemsel ifadeleri kuramadıkları (Jupri ve Drijvers, 2016; Macgregor ve Stacey, 1996; Özarlan, 2010) alanyazındaki pek çok çalışmada görülmektedir. Bu çalışmada da cebir öğrenme alanı içerisinde yer alan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri kurma ve çözme konusu üzerinden öğrencilerin yaşadıkları güçlükler incelenecektir. Bu doğrultuda bu çalışmanın amacı cebirsel sözel problem durumlarına uygun denklemleri kuramayan ve verili denklemleri çözemeyen öğrencilerin problem durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri oluşturamama ve çözememe nedenlerini ortaya çıkarmak ve derinlemesine analiz etmektir. Bu yüzden öğrenciler 7. sınıfta birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözmeyi ve cebirsel sözel problemlere uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı öğrendikten sonra, 8. sınıfın başlangıcında bu çalışma yapılmıştır.

Bu amaç doğrultusunda yapılan bu çalışmada aşağıdaki alt problemlere cevaplar aranmaya çalışılmıştır.

1. Öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme başarı düzeyleri nedir?
 - a. Öğrencilerin başarıları doğal, tam ve rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren denklemlerde farklılaşmakta mıdır?
 - b. Öğrencilerin denklem çözerken yaptıkları hatalar nelerden kaynaklanmaktadır?
2. Öğrencilerin problem durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurma başarı düzeyleri nedir?
 - a. Öğrencilerin tam ve rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerde başarıları farklılaşmakta mıdır?
 - b. Öğrencilerin denklem çözerken yaptıkları hatalar nelerden kaynaklanmaktadır?

Araştırmanın Önemi

Türkiye’de matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalara bakıldığında zaman cebir alanında pek çok çalışmanın yapıldığı görülmüştür (Akkan ve diğerleri, 2011, 2012; Akyüz ve Hangül, 2013; Dede, 2004; Erdem ve Gürbüz, 2017; Yıldızhan ve Şengül, 2017). Cebir alanında yapılan çalışmalar genel olarak kavram yanlışları ve bu yanlışları gidermek üzerine kurgulanan çalışmalardır (Akyüz ve Hangül, 2013; Erdem ve Gürbüz, 2017; Yıldızhan ve Şengül, 2017). Özel olarak denklem konusuyla alakalı çalışmalar yabancı alanyazında var iken (MacGregor ve Stacey, 1996, 1999; Olive ve Çağlayan, 2007), Türkiye’deki öğrencilerin denklem kurma ve çözüme becerileriyle alakalı çok fazla çalışma bulunmamaktadır.

Bu çalışma alanyazında yer alan çalışmalardan yöntem olarak da farklılaşmaktadır. Nicel yöntemlerle elde edilen verilerin olduğu çalışmalardan farklı olarak, verilere daha derin ve ayrıntılı bir yaklaşım sunan bu çalışmada, öğrencilerin denklem konusunda neden zorlandıklarını ortaya koymak ve denklem çözüme ve kurma becerilerini etkileyen faktörleri ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Fakat bu nedenleri gidermek amaçlanmamıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçların yeni araştırmalara ışık tutacağı umulmakta ve bu doğrultudaki yaklaşımlara temel oluşturacağı düşünülmektedir.

Bu çalışma öğrencilerin denklemler konusunda var olabilecek hatalarını ortaya çıkarmaya çalıştığı için matematik öğretmenlerine de yararlı olacaktır. Öğretmenler hataların neler olabileceğini önceden bilirlerse derslerini hataların oluşumunu önlemeye yönelik planlayabilirler ya da eğer hatalar ön öğrenmelerden kaynaklanıyorsa öğrencilerin ön öğrenmelerle ilgili eksikliklerini giderdikten sonra denklem konusuna giriş yapabilirler.

Sayıtlar

Bu çalışmada verili denklemleri çözemeyen ve problemlere uygun denklem kuramayın öğrencilerle çalışılmıştır. Bu öğrencileri tespit etmek amacıyla çalışmanın başında öğrencilere 2 adet başarı testi uygulanmıştır. Bu testlerin öğrencilerin gerçek başarı durumlarını ortaya koyacağı varsayılmıştır. Ayrıca öğrencilerin denklem kurma ve çözüme sürecindeki öğrenme güçlüklerini ve yaptıkları hataları derinlemesine

inceleyebilmek amacıyla öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerin içtenlikle cevap verdikleri varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

- Bu çalışma, cebir öğrenme alanında yer alan birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğrencilerin yaşadıkları güçlükler ile sınırlıdır. Denklem konusunda yer alan diğer konulara (birinci dereceden 2 bilinmeyenli denklemler ve doğrusal denklemler) değinilmemiştir.
- Bu araştırmanın çalışma grubu Ankara ilinde sosyo ekonomik olarak düşük-orta düzeyde bulunan Başarı Testi 1 için 117, Başarı Testi 2 için 120 adet 8. sınıf öğrencisiyle sınırlıdır.
- Bu araştırma, veri toplama aracında yer alan araştırmacının hazırladığı sorular ve görüşme soruları ile sınırlıdır.

Tanımlar

Cebir: Semboller ve sayılarla işlem yapmayı gerektiren matematiğin alt öğrenme alanlarından biridir.

Aritmetik: Sayıları ve sayılarla işlemleri konu alan matematiğin alt öğrenme alanlarından biridir.

Denklem: İçerisinde bilinmeyen ve eşitlik bulunduran matematiksel ifadelere denir.

Eşitlik: Eşit olma durumu, denklik.

Bilinmeyen: Bir sorunun çözümünde bulunulması istenen, aranan nicelik.

BÖLÜM 2

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama süreci ve verilerin çözümlenmesi başlıklarına ilişkin açıklamalar yer almaktadır.

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözememe ve cebirsel sözel problem durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kuramama nedenleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Bu çalışmada bu nedenleri gidermek amaçlanmayıp sadece var olan durum ortaya konulmak istenmiştir. Bu araştırma bir nitel araştırmadır. Nitel araştırmalar, dışsal müdahale ve kontrol olmadan, doğal ortamlarda meydana gelen olay ya da davranışların neden ve nasıl ortaya çıktığını önemseyen araştırmalardır (Karasar, 2016). Bu çalışmada denklemler konusu ile ilgili hataları, öğrenme güçlükleri ya da yanlış öğrenmeleri olan öğrenciler belirlenip, bu sıkıntıların sebepleri çeşitli veri toplama araçları kullanılarak derinlemesine ve detaylı olarak analiz edilmiştir.

Çalışma Grubu

7. sınıf matematik müfredatının kazanımları arasında “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımı ve “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kullanarak problem çözer.” kazanımı yer almaktadır (MEB, 2018). Öğrenciler 7. sınıfta birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözmeyi öğrendikten ve denklem kurmayı gerektiren problemleri çözdükten sonra, 8. sınıfın başında, denklemler konusuna geçmeden var olan bilgilerini sınamak amacıyla bu çalışma yapılmak istenmiştir. Öğrenciler 7. sınıfın 2. döneminde, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunu öğrenmeye başladıkları için uygulamanın zaman olarak 7. sınıfta gerçekleştirilmesi mümkün olmamıştır. Bu yüzden 8. sınıfın başında yapılması planlanmıştır. Böylece 2018-2019 eğitim öğretim yılında Ankara ili Etimesgut ilçesinde bulunan bir devlet okulunda beş ayrı şubede öğrenim gören 117 adet 8. sınıf öğrencisine Denklem Çözme Testi (Başarı Testi 1), 120 adet öğrenciye de Denklem Kurma Testi (Başarı Testi 2) uygulanmıştır. Fakat 17 tane öğrencinin kağıdı Denklem Çözme Testi

için, 20 adet öğrenci kağıdı da Denklem Kurma Testi için geçersiz sayılmıştır. Bu kağıtlardaki soruların hepsi boş olduğu için geçersiz sayılmıştır. Bu kağıtlar uygulamadan çıkarıldıktan sonra araştırmanın çalışma grubu her iki sınav için 100 öğrenci olarak belirlenmiştir.

Her iki testin cevapları analiz edildikten sonra birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözemeyen ve problem durumlarına uygun denklem kuramayan 30 adet öğrenci görüşmeler için belirlenmiştir. Görüşmeler için seçilen öğrencilerin denklem konusunda en az bir noktada (aritmetik, bilinmeyen ya da eşitlik) eksiklikleri olmalarına dikkat edilmiştir. Aynı zamanda bu 30 öğrenci seçilirken öğretmenleri ile görüşülüp kendilerini iyi ifade edebilen öğrenciler olmasına özen gösterilmiştir. Bu nedenle bu öğrencilerin seçiminde bir tür amaçsal örnekleme yöntemi olan ölçüt örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Ölçüt örneklemesinde amaç önceden belirlenen belli ölçütleri sağlayan bütün durumlarının çalışılmasıdır (Baltacı, 2018). Bu araştırmanın çalışma grubunu araştırmaya katılan 100 öğrenci ve derinlemesine görüşmeler için bu öğrenciler arasından seçilen 30 öğrenci oluşturmaktadır.

Araştırmacı uygulama yapılan okulda çalışan bir matematik öğretmenidir. Aynı zamanda araştırmacı öğrencilerin tanıdığı ve yabancılık çekmediği bir kişidir. Araştırmaya okuldaki beş şubeden 100 öğrenci katılmıştır. Şubelerin seçiminde gönüllü katılım ve kolay ulaşılabilirlik esas alınmıştır. Bu beş şubeden üç tanesi araştırmacının dersine girdikleri sınıflar iken iki tanesi ise araştırmaya gönüllü katılan öğretmenlerin sınıflarıdır. Bu sebeplerden dolayı testlerinin uygulandığı 100'er öğrenci kolay ulaşılabilir durum örneklemdir. Kolay ulaşılabilir durum örneklemlerinde ulaşılması kolay ve hızlı olan örneklemlerle çalışılır (Baltacı, 2018).

Veri Toplama Süreci ve Veri Toplama Araçları

8. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme ve cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurma hatalarının ortaya çıkarıldığı bu çalışmada veri toplama süreci iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada öğrencilere denklem çözme ve denklem kurma gerektiren iki adet başarı testi uygulanmıştır. Bu başarı testleri araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Bu başarı testlerinden ilkinde öğrencilere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ifadeleri verilmiş ve bu ifadeleri çözmeleri istenmiştir. İkincisinde ise cebirsel sözel problemleri denklem kurarak

çözmeleri istenmiştir. Bu testler farklı zamanlarda öğrencilere uygulanmıştır. Her iki test için öğrencilere yeterli zaman verilmiştir.

Araştırmanın ikinci aşamasında ise her iki başarı testine verilen cevaplar analiz edilmiş ve zorlanan öğrenciler belirlenmiştir. Bu öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler araştırmacı tarafından yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerdeki amaç öğrencilerin denklemler konusundaki eksiklerinin ya da yaşadıkları zorluklarının sebeplerini ortaya çıkarmaktır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları, veri toplama araçlarının hazırlanma süreçleri, pilot çalışma ve ana uygulama sürecinin ayrıntılı açıklaması aşağıdaki başlıklar altında anlatılmıştır.

İlk Aşama

İlk aşama başarı testlerinin (denklem çözme ve denklem kurma testlerinin) hazırlanma ve pilot çalışma sürecini içermektedir. Bu aşamanın ayrıntıları aşağıda anlatılmıştır.

Denklem Çözme Testi. Alanyazın öğrencilerin denklemler konusunda zorlanma sebeplerinin bilinmeyen, eşitlik ya da aritmetik kaynaklı olabileceği pek çok çalışmada belirtilmiştir (Akgün, 2009; Baratta, 2011; Booth, 1988; Dede ve Argün, 2003; Falkner, Levi, ve Carpenter, 1999; Macgregor ve Stacey, 1996). Öğrencilerin hangi noktalarda öğrenme güçlüğü yaşadığını ortaya çıkarmak için başarı testlerindeki sorular hazırlanırken bu üç durum göz önünde bulundurulmuştur.

Başarı testlerindeki sorular araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Araştırmacı bu soruları hazırlarken alanyazında bulunan benzer çalışmalardaki soruları (Bayar, 2007; Erdem, 2013; Özarslan, 2010) ve ders kitaplarındaki soruları örnek almıştır. Denklem Çözme Testi, araştırmanın verili denklemleri çözme sorularını içermektedir. Denklem Çözme Testi'ndeki sorular Ek-1'de yer almaktadır. Denklem Çözme Testi'nde yer alan sorular üç temel sayı kümesini içerecek şekilde kurgulanmıştır; doğal sayılarla, tam sayılarla ve rasyonel sayılarla işlemleri içeren denklemler. Bu sorular hazırlanırken cebirsel ifadelerin eşitliğin bir tarafında ya da her iki tarafında yer alan denklemlerin olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin aritmetik becerileri denklem kurma ve çözme sürecini etkilediği için sorular toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemleri içerdiği gibi, çarpma işlemini parantez içine dağıtmayı da içerecek şekilde kurgulanmıştır. Denklem Çözme Testi için 12 tane soru hazırlandıktan sonra bu sorular

kapsam geçerliliği için uzmanlara gönderilmiştir. Uzmanlara gönderilen form Ek-2’de yer almaktadır. Uzman görüşü için 10 tane alan uzmanına başvurulmuştur. Alan uzmanları olarak beş öğretim görevlisi, beş matematik öğretmenine ulaşılmıştır. Kapsam geçerliliği için Davis tekniği kullanılmıştır. Bu teknikte uzman görüşleri her sorunun hedef davranışı yansıtıp yansıtmamasına göre dördü olarak derecelendirilir. İlk iki dereceyi işaretleyen uzmanların sayısı toplam uzman sayısına bölünür ve bu oran 0.80’den büyük ise soru kapsam geçerliliği açısından yeterlidir (Davis, 1992). Uzman görüşleri doğrultusunda testte bulunan 12 sorunun hepsinin yeterli olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra uzmanlar her soru ile ilgili yorumlarda da bulunmuşlardır ve sorulara öneriler getirmişlerdir. Aynı zamanda uzmanlar soruların dil açısından da uygunluğunu kontrol etmişlerdir. Uzmanların önerileri doğrultusunda sorular düzenlenmiştir.

Denklem Kurma Testi. Denklem Kurma Testi’nin hazırlama ve uygulama süreci ilk test ile benzerdir. Bu testte de denklem kurma gerektiren cebirsel sözel problemler araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Denklem Kurma Testi, Ek-3’de yer almaktadır. Sorular oluşturulurken Denklem Çözme Testi’nde dikkat edilen hata kaynaklarına önem verilmiştir. Denklem Kurma Testi’nde yer alan sorular oluşturulurken problemler için kullanılması beklenen denklemlerin tam sayıları ve rasyonel sayıları kullanılarak oluşturulan denklemler olmasına da dikkat edilmiştir. Öğrencilerin bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazabilme becerilerini, bilinmeyen eşitliğin bir tarafında ya da iki tarafında olma durumlarına uygun denklem kurabilme becerilerini, bilinmeyenler ve sayılarla işlem yapma becerilerini ve denklem kurarken eşitliği koyabilme becerilerini ortaya çıkaracak sorular hazırlanmıştır.

Bu testte ilk testten farklı olarak her problemin alt iki sorusu bulunmaktadır. İlk alt soruda öğrencilerden probleme uygun denklemi kurmaları, ikinci alt soruda ise kurdukları denklemi çözmeleri istenmiştir. Toplamda 12 tane problem hazırlandıktan sonra bu problemler kapsam geçerliliği için 10 alan uzmanına gönderilmiştir. İlk testte olduğu gibi bu testte de kapsam geçerliliği 0.80’nin altında soru bulunmamıştır. Uzmanların önerileri doğrultusunda sorular düzenlenmiştir.

Araştırmacı bu testleri hazırladıktan sonra Milli Eğitim Bakanlığı’ndan araştırma için izin almıştır. İzin dilekçe belgesi Ek-4’te bulunmaktadır. Uzman görüşlerine göre yapılan düzenlemelerden sonra pilot çalışma yapılmıştır

Pilot Çalışma. Başarı testleri uzman görüşlerine göre düzenlendikten sonra testlerin geçerlilik ve güvenilirlikleri için pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma için ana uygulamanın yapılacağı okula benzer bir okul seçilmiştir. İki okul da Ankara ilinin Etimesgut ilçesinde bulunmaktadır. Her iki okulda birbirine yakın mahallelerde bulunmaktadır ve her iki okuldaki öğrenciler benzer sosyo-ekonomik düzeye sahiptir.

Denklem Çözme Testi toplam 60 öğrenciye, Denklem Kurma Testi ise 64 öğrenciye uygulanmıştır. Başarı testleri okul idaresinin uygun gördüğü şubelere uygulanmıştır. Her bir başarı testi için bir ders saati (40 dakika) kullanılmıştır. Öğrencilerin geri dönüşlerine göre bu sürenin yeterli olduğu görülmüştür.

Pilot uygulamanın geçerlik güvenilirlik analizi için Kuder Richardson-20 (KR-20) kullanılmıştır. KR-20 güvenilirlik testi ikili rubriklerde kullanılan bir güvenilirlik analizidir (Bademci, 2011). Bu analiz için öğrencilerin doğru cevapları 1, yanlış cevapları ise 0 olarak kodlanmıştır. SPSS paket programında yapılan KR-20 analizinde her iki testte de bir adet sorunun işlemediği görülmüştür. Bu yüzden o sorular testlerden çıkarılmıştır. İşlemeyen sorular testlerden çıkarıldıktan sonra yapılan analizler sonucunda “Denklem Çözme Testi” için KR-20 değeri 0.86, “Denklem Kurma Testi” için ise KR-20 değeri 0.78 çıkmıştır. Bu sonuçlar hazırlanan başarı testlerinin güvenilirliklerinin uygun olduğunu göstermiştir (Baltacı, 2018).

İkinci Aşama

İkinci aşama ana uygulama ve yarı yapılandırılmış görüşme süreçlerini içermektedir. Bu aşamanın ayrıntıları aşağıda anlatılmıştır.

Ana Uygulama. Pilot çalışmanın ardından ana uygulama yapılmıştır. Denklem Çözme Testi okulda bulunan beş şubedeki toplam 117 öğrenciye, Denklem Kurma Testi ise toplam 120 öğrenciye birer hafta ara ile uygulanmıştır. İki uygulamada da test esnasında araştırmacı sınıfta bulunmuştur. Ana uygulama yapılmadan önce öğrencilere araştırmacının amacı, cevaplama süresi hakkında bilgi verilmiş ve testlerle ilgili sorularını araştırmacıya sorabilecekleri söylenmiştir.

Her iki testte yer alan sorulara verilen yanıtlar araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Bu analiz esnasında Denklem Çözme Testi için 17 öğrencinin, Denklem Kurma Testi için ise 20 öğrencinin kağıdı tamamen boş olduğu için geçersiz sayılmıştır. Cevapların analizlerinden sonra denklemler konusunda yanlış öğrenmeleri ya da öğrenme

güçlükleri olan öğrenciler belirlenmiştir. Denklem Çözme Testi için 15 adet, Denklem Kurma Testi için 15 adet öğrenci belirlenmiştir. Görüşmeler için seçilen öğrencilerin bilinmeyen, eşitlik veya aritmetik kaynaklı hata türlerinden en az bir kategorideki hatayı yapmış olmasına dikkat edilmiştir.

Görüşmeler. Çalışma grubunu oluşturan 30 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde araştırmacı sorularını önceden hazırlayarak görüşme taslağını oluşturur. Fakat görüşmenin akışına bağlı olarak ilave sorular sorabilir ya da görüşülen kişinin yanıtlarını ayrıntılandırmasını isteyebilir (Türnüklü, 2000). Görüşme soruları oluşturulurken öğrencilerin başarı testine verdikleri yanlış cevaplar dikkate alınmıştır ve sorular araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Gerek duyulması halinde başka sorular da sorulmuştur.

Görüşmeler okul kütüphanesinde gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin rahat ve sakin bir şekilde düşünebilecekleri bir ortam sağlanmıştır. Görüşmelere başlamadan önce ses kaydı için öğrencilerin izni alınmış ve bu kayıtların başka kişilerle paylaşılmayacağı, sadece araştırma için kullanılacağına dair güvence verilmiştir.

Görüşmelerde sadece hatalı cevaplı sorular üzerinde durulmuştur. Öğrencilere öncelikle bu soruları nasıl yaptıkları sorulmuştur. Gerek duyulduğunda hata yaptıkları soruları yeniden yapmaları istenmiştir. Araştırmacı bu soruları sorarak öğrencilerin denklem sorularını çözerken ve cebirsel problemlere denklem kurarken nasıl düşündüklerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Öğrencilerin denklemlere dair yaptıkları hataların ortaya çıkarılması için yönlendirici sorulardan kaçınılmıştır.

Denklem Çözme Testi için yapılan görüşmelerde verilen denklemleri bir daha çözmeleri istenmiştir ve bu görüşmeler ortalama 30 dakika sürmüştür. Denklem Kurma Testi için yapılan görüşmelerde ise öğrencilerden probleme uygun kurdukları denklemleri nasıl kurdukları ve gerekirse denklemleri yeniden kurmaları istenmiştir fakat denklemler tekrar çözdürülmemiştir. Bu görüşmeler de yaklaşık 20 dakika sürmüştür.

Verilerin Çözümlemesi

Bu çalışmanın verileri içerik analizi yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. İçerik analizinde amaç verilerden çıkarımlar yapmaktır. İçerik analizi sayesinde betimsel analizde fark edilemeyen kavramlar ve temalar keşfedilebilir (Selçuk, Palancı, Kandemir ve Dündar, 2014). Bu çalışmada verileri çözümlmek için çalışmanın veri toplama

araçları olan Denklem Çözme Testi, Denklem Kurma Testi ve yarı yapılandırılmış görüşmeler analiz edilmiştir. Veri analizi yapılırken ilk olarak Denklem Çözme Testi ve Denklem Kurma Testi'nde bulunan sorulardaki yanlış cevaplar ya da eksik öğrenmeler ortaya çıkarılmıştır. Bunun için de bir kod sistematığı kullanılmıştır. Bu kod sistematığına göre öncelikle hataların kaynaklarının neler olabileceği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Alanyazında cebir ve denklemler konusunda bulunan kaynaklar temel alınarak (Akkaya ve Durmuş, 2014; Akyüz ve Hangül, 2014; Bayar, 2007; Gürbüz ve Çavuş Erdem, 2017; Jupri ve Drijvers, 2016), bu çalışmadaki denklemler konusundaki hatalar ya da yanlış öğrenmeler üç ana kategoriye ayrılmıştır. Bu kategoriler bilinmeyen kaynaklı, eşitlik kaynaklı ve aritmetik kaynaklı hatalar olarak isimlendirilmiştir. Her iki testteki yanlış cevapların hangi kategorideki hataya sahip olduğu belirlendikten sonra her kategoriye ait bir kod sistematığı bu testlerdeki yanıtlar incelenerek oluşturulmuştur. Bu süreç içerisinde belirlenen ana kategorilere ek olarak ve öğrenci yanıtlarına bağlı olarak bağımsız yeni kodlar da sistematığe eklenmiştir. Bu kod sistematığı bu bölümün en son kısmında rapor edilmiştir.

Güvenirliği sağlamak için araştırma üçgenlemesi yöntemi kullanılmıştır. Bu amaçla bir ortaokul matematik öğretmenine kodlama anlatılmıştır. Denklem Çözme Testi ve Denklem Kurma Testi için olan öğrenci kağıtlarının %20'si bu matematik öğretmeni tarafından da analiz edilmiştir ve kodlanmıştır. $Güvenirlik = [Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)] \times 100$ formülü kullanılarak görüşlerdeki uyumluluk yüzdesi hesaplanmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Uyumluluk yüzdesi Denklem Çözme Testi için % 90 ve Denklem Kurma Testi için %86 olarak bulunmuştur. Bunun yanı sıra güvenilirlik için sınavdaki bulguları desteklemek amacıyla görüşmelerde yer alan ifadelerden ve öğrencilerin sınavlarda verdikleri yanıtlardan doğrudan alıntılar yapılmıştır. Bu alıntılar öğrencilerin cinsiyetlerine sadık kalarak, başka adlandırmalarla raporlaştırılmıştır.

Denklem Çözme Testi ve Denklem Kurma Testi'ndeki sorulara verilen yanlış cevaplar temel alınarak oluşturulan kod sistematığından sonra yarı yapılandırılmış görüşmeler için öğrenciler seçilmiştir. Bu öğrencilerin seçiminde her kategorideki hata kaynağının olmasına özen gösterilmiştir. Belirlenen öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Kayıt altına alınan görüşmeler araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin soruları nasıl yaptıklarını ayrıntılı bir şekilde anlatmaları istenmiştir. Bu ayrıntılı anlatım sayesinde öğrencilerin önceden belirlenmiş olan hangi kategorilerde hataya sahip oldukları ya da

alanyazında bulunandan farklı bir hata türüne sahip olup olmadıkları ortaya çıkarılmıştır. Görüşmelerde yer alan ilginç öğrenci cevapları, eksik öğrenmeye ya da öğrenme güçlüğüne sahip olduğu düşünülen öğrenci cevapları öğrencilere takma adlar verilip alıntılar yapılarak bulgular bölümünde verilmiştir.

Denklem Çözme Testi İçin Oluşturulan Kod Sistematığı

1: Başarı Testi 1 içerisinde yer alan soruları doğru yanıtlayan öğrenciler 1 ile kodlanmıştır.

A: Aritmetik hataların kodları

A1: Dört işlem hataları

A2: Dağılıma özelliğinin yanlış uygulanmasından kaynaklı hatalar

B: Bilinmeyen ile ilgili hataların kodları

B1: Bilinenlerle bilinmeyenleri beraber işleme alma ya da bilinmeyeni görmezden gelme hatası

B2: Bilinmeyenleri anlamlandırma hatası

E: Eşitlik işaretinin karşı tarafına işlemi yanlış geçirme hatası (ters işlem hatası)

Y: Cevabın tam bulunmadığı ama belli bir yere kadar çözümünü doğru olan cevaplar

0: Boş bırakılan çözümler

Aritmetik (A) Kaynaklı Hata Kategorisi. Denklemleri aritmetik bir hatadan dolayı yanlış çözen öğrenciler bu kategori altında yer almaktadır. Aşağıda bu kategorinin kodları detaylı olarak açıklanmıştır.

A1 Kodu. Denklemleri çözerken dört işlemlerde hata yapan öğrencilerin cevapları aritmetik kategorisi altında yer alan A1 kodu ile kodlanmaktadır. Görsel 1, 2 ve 3 bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Görsel 1’de yer alan cevapta öğrenci 48 ile 16’yı 74 olarak yanlış topladığı için, Görsel 2’de yer alan cevapta öğrenci 23’ten 45’i çıkarıp 22 olarak yanlış bulduğu için, Görsel 3’te yer alan cevapta ise öğrenci rasyonel sayılarda payda eşitleyerek toplama yapmadığı için bu yanıtlar A1 kodu ile kodlanmıştır.

- 2) $4x - 16 = 48$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 16 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \overline{) 4} \\ \underline{-4} \\ 34 \\ \underline{-32} \\ 20 \end{array}$$

Görsel 1. İkinci soruya ait A1 kodu

- 4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

$$\begin{array}{l} 2x = 23 - 45 \\ \frac{22}{2} = x = 11 \end{array}$$

Görsel 2. Dördüncü soruya ait A1 kodu

- 6) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$ denkleminde bilinmeyen değeri bulunuz.

$$\frac{3x+1}{6} = \frac{14}{3} = 3x+1 = 28 \quad \underline{\underline{x=2}}$$

Görsel 3. Altıncı soruya ait A1 kodu

A2 Kodu. Dağılma özelliğinin uygulanması gereken sorularda bu özelliği yanlış uygulayan öğrencilerin cevapları A2 kodu ile kodlanmaktadır. Görsel 4 ve 5 bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Görsel 4’de yer alan cevapta 4 sayısı ile -8 çarpılmadığı için, Görsel 5’te yer alan cevapta ise 3 sayısı y ile çarpılmadığı için bu yanıtlar A2 kodu ile kodlanmıştır.

7) $4(3x - 8) - 14 = 26$ ifadesinde kaçtır?

$$\begin{aligned} (12x - 8) - 14 &= 26 \\ +14 & \\ \hline 12x - 8 &= 40 \\ +8 & \\ \hline 12x &= 48 \\ \hline x &= 4 \end{aligned}$$

Görsel 4. Yedinci soruya ait A2 kodu

11) $6(y-4) + 2y+10 = 3(-1+y)+4$ işleminde y yerine hangi sayısal değer yazılmalıdır?

$$\begin{aligned} 6y - 24 + 2y + 10 &= -3 + y + 4 \\ 6y + 2y + y &= +24 - 3 - 10 + 4 \\ 9y &= 35 \end{aligned}$$

Görsel 5. Yedinci soruya ait A2 kodu

Bilinmeyen (B) Kaynaklı Hata Kategorisi. Denklemleri bilinmeyenlerle ilgili bir hatadan dolayı yanlış cevaplayan öğrenciler bu kategori altında yer almaktadır. Aşağıda bu kategorinin kodları detaylı olarak açıklanmıştır.

B1 Kodu. Denklemlerde yer alan bilinenlerle bilinmeyenleri beraber işleme alma ya da bilinmeyi görmezden gelme hataları B1 kodu ile kodlanmaktadır. Görsel 6 ve 7 bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Görsel 6'da yer alan cevapta $9x$ ile 1 toplanıp $10x$ olarak yazıldığı için ve Görsel 7'de yer alan cevapta ise x görmezden gelinerek işlem yapıldığı için bu yanıtlar B1 kodu ile kodlanmıştır.

6) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$ denkleminde bilinmeyenini değerini bulalım.

$$\frac{9x}{6} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$$
$$\frac{10x}{6} = \frac{14}{3}$$

Görsel 6. Altıncı soruya ait B1 kodu

4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

$$\frac{2}{1} + \frac{45}{1} = \frac{47}{1} - \frac{23}{1} = \frac{24}{1}$$

Görsel 7. Dördüncü soruya ait B1 kodu

B2 Kodu. Denklemlerde yer alan bilinmeyenleri anlamlandıramadığı için çözümde hata yapan öğrencilerin cevapları B2 kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 8’de yer alan cevapta öğrenci bilinmeyi anlamlandıramayıp bilinmeyenini değerini kendi bulmaya çalıştığı için B2 kodu ile kodlanmıştır.

1) $x=4$ için $7x$ kaçtır?

$$7x = 6 - 7$$
$$x = 3$$

Görsel 8. Birinci soruya ait B2 kodu

Eşitlik (E) Kaynaklı Hata Kategorisi. Denklemleri eşitlik işaretinden kaynaklı bir hatadan dolayı yanlış cevaplayan öğrenciler bu kategori altında yer almaktadır. Bu kategori altında yer alan tek bir kod bulunmaktadır. Eşitlik işaretinin karşı tarafına işlemi yanlış geçirme hatası (ters işlem hatası) yüzünden verilen yanlış cevaplar E kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 9’da yer alan cevapta 45 sayısı eşitliğin karşı tarafına işaret değiştirilmeden geçtiği için E kodu ile kodlanmıştır.

4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

$$2x = 45 + 23$$

$$2x = 68$$

$$x = 34$$

Görsel 9. Dördüncü soruya ait E kodu

Diğer Kodlar. Bu kısımda yer alan cevaplar aritmetik, bilinmeyen ve eşitlik kategorisi altında yer alan hatalardan dolayı yanlış yapılmamıştır. Boş bırakılan ya da çözümü bir yere kadar olan cevaplar bu kodlar altındadır.

Y Kodu. Cevabın tam bulunmadığı ama belli bir yere kadar çözümü doğru olan cevaplar Y kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 10’da yer alan cevapta soru doğru bir şekilde çözülmeye başlanıp yarıda bırakıldığı için Y kodu ile kodlanmıştır.

3) $\frac{5}{3}x + 10 = 35$ denklemini sağlayacak x değerini bulunuz.

$$\frac{5}{3}x + 10 = 35$$

$$\frac{5}{3}x = \frac{25}{1}$$

Görsel 10. Üçüncü soruya ait Y kodu

0 Kodu. Boş bırakılan çözümler 0 kodu ile kodlanmaktadır.

Denklem Kurma Testi İçin Oluşturulan Kod Sistematığı

1: Başarı Testi 2 içerisinde yer alan problemlere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi doğru kuran öğrenci cevapları 1 ile kodlanmıştır.

A: Aritmetik hataların kodları

A1: Dört işlemi anlamlandıramama hatası

A2: Parantez kullanmama hatası

B: Bilinmeyen ile ilgili hataların kodları

B1: Bilinmeyi algılayamama hatası

B2: Bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamama hatası

B3: Bilinmeyen yerine nokta kullanma ya da boşluk bırakma

E: Eşitlik işaretini koyamama kodu

K: Denklem kurmadan problemi aritmetik kullanarak doğru çözüme kodu

0: Boş bırakılan ya da soru ile alakasız çözümleri içeren yanıtlar

R: Doğru bir çözüm ya da denklemin olmadığı fakat problemi doğru anladığına dair ifadenin mevcut olduğu cevaplar

Aritmetik (A) Kaynaklı Hata Kategorisi. Denklemleri aritmetik bir hatadan dolayı yanlış kuran öğrenciler bu kategori altında yer almaktadır. Aşağıda bu kategorinin kodları detaylı olarak açıklanmıştır.

A1 Kodu. Problemlere uygun denklem kurarken dört işlemi anlamlandıramayan öğrenci cevapları A1 kodu ile kodlanmaktadır. Görsel 11 ve 12’de bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Görsel 11’de yer alan cevapta en son gün okunan miktar için $8x$ yerine işlem hatası yapılarak $6x$ yazıldığı için, Görsel 12’de yer alan cevapta ise öğrenci çıkarmayı ve toplamayı çarpmadan önce yapmayı bir sıralama hatası yaptığı için bu yanıtlar A1 kodu ile kodlanmıştır.

8) Kerem, 225 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar sayfa okuyarak 4. günün sonunda bitiriyor. Buna göre Kerem 1. gün kaç sayfa kitap okumuştur?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\begin{aligned} x &= \\ 2x &= \\ 4x &= \\ 6x &= \end{aligned} \quad x + 2x + 4x + 6x = 225$$

Görsel 11. Sekizinci probleme ait A1 kodu

5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katı 35'dir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{(x - 3)}{5} = 35$$

Görsel 12. Beşinci probleme ait A1 kodu

A2 Kodu. Parantez kullanılması gereken yerlerde parantez kullanılmadan denklem kurulan cevaplar A2 kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 13'te parantez yerine boşluk bırakılarak denklem kurulduğu için bu yanıt A2 kodu ile kodlanmıştır. Bu yanıtın görsel 13'ten farkı öğrencinin sayılar arasında belirgin bir şekilde boşluk bırakması ve 5 sayısını 3'ün yanına koymasındır.

5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katı 35'dir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\begin{aligned} x + 3 \cdot 5 &= 35 \\ x &=? \end{aligned}$$

Görsel 13. Beşinci probleme ait A2 kodu

Bilinmeyen (B) Kaynaklı Hata Kategorisi. Denklemleri bilinmeyenlerle ilgili bir hatadan dolayı yanlış kuran öğrenciler bu kategori altında yer almaktadır. Aşağıda bu kategorinin kodları detaylı olarak açıklanmıştır.

B1 Kodu. Problemlere uygun denklem kurarken bilinmeyi algılayamama ya da bilinmeyi denkleme koyamama sıkıntısından dolayı kurulan yanlış denklemler B1 kodu altında yer almaktadır. Görsel 14 bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Örneğin Görsel 14'te yer alan cevapta bilinmeyen denkleme konulmadığı için bu yanıt B1 kodu ile kodlanmıştır.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlunun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$4x - 4 = 51$$

Görsel 14. Üçüncü probleme ait B1 kodu

B2 Kodu. Bilinmeyenlerin birbiri cinsinden yazılamamasından dolayı bir bilinmeyenli denklemlerin kurulamadığı cevaplar B2 kodu altında yer almaktadır. Görsel bu kodda yer alan cevap örneklerini göstermektedir. Örneğin Görsel 15'te yer alan cevapta beş farklı bilinmeyen için beş farklı harf kullanılmıştır. Fakat bu bilinmeyenler tek bir harf ile gösterilemediği için bu yanıt B2 kodu ile kodlanmıştır.

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$A + B + C + D + E = 105$$

Görsel 15. Dördüncü probleme ait B2 kodu

B3 Kodu. Bilinmeyen yerine nokta kullanılan ya da boşluk bırakılan denklemler B3 kodu altında yer almaktadır. Örneğin Görsel 16'da yer alan cevapta öğrenci bilinmeyen yerine nokta kullandığı için bu yanıt B3 ile kodlanmıştır.

1) Ayşe'nin aklından tuttuğu sayının 6 katının 5 fazlası 53'tür. Buna göre Ayşe'nin tuttuğu sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$6x + 5 = 53$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 5 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 6 \\ \hline 48 & 8 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Görsel 16. Birinci probleme ait B3 kodu

Eşitlik (E) Kaynaklı Hata Kategorisi. Problemlere uygun denklemler kurarken eşitlik işaretinin konulmadığı cevaplar E kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 17'de yer alan cevapta eşitlik işareti konulmadığı için bu yanıt E kodu ile kodlanmıştır.

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4$$

Görsel 17. Dördüncü probleme ait E kodu

Diğer Kodlar. Bu bölümde yer alan cevaplarda problemlere uygun denklemler ya yanlış kurulmuştur ya da problemler denklemler kurulmadan çözülmüşlerdir. Aşağıda bu kategorinin kodları detaylı olarak açıklanmıştır.

K Kodu. Denklem kurmadan soruyu doğru çözen öğrencilerin cevapları K kodu altında yer almaktadır. Örneğin Görsel 18'de yer alan cevapta öğrenci denklem kurmadan, aritmetiksel olarak soruyu kurmayı tercih ettiği için bu yanıt K kodu ile kodlanmıştır.

9) Bir tarlanın $\frac{1}{4}$ 'üne soğan, $\frac{1}{3}$ 'üne patates ekilmiştir. Tarlada 100 metrekarelik daha ekim yapıldığında tarlanın tamamı ekilmiş olacağına göre bu tarlanın tamamı kaç metrekaredir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12} \quad \frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} = 100 \text{ m}^2$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$100 \div \frac{5}{12} = 240$$

$$\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = 100 \text{ m}^2 \quad 20 \cdot 12 = \underline{\underline{240 \text{ m}^2}}$$

$$\frac{12}{12} = ?$$

Görsel 18. Dokuzuncu soruya ait K kodu

0 Kodu. Boş bırakılan ya da soru ile alakasız çözümleri içeren yanıtlar 0 kodu ile kodlanmaktadır. Örneğin Görsel 19 ve 20'de yer alan cevaplarda soru ile alakasız ve yanlış bir çözüm olduğu için bu yanıtlar 0 kodu ile kodlanmıştır.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$51 + 4 \div 4$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$51 + 4 = 55$$

55		4
4		13
<hr/>		
35		
12		
<hr/>		
03		

Görsel 19. Üçüncü soruya ait 0 kodu

11) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL'dir. Canan'ın parası Asuman'ın parasının 3 katı kadardır. Cemre'nin parası ise Asuman'ın parasından 25 TL fazladır. Buna göre Cemre'nin kaç tl parası vardır?

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$x \cdot 3 + 245 - 3 + 25$$

Görsel 20. On birinci probleme ait 0 kodu

R Kodu. Sadece rasyonel sayıları kullanılarak denklem kurulan problemlerde var olan bu koda öğrenciler soruda doğru bir çözüm ya da denklem yazmamaktadırlar. Fakat problemi doğru anladığına dair çeşitli ifadelerin mevcut olduğu cevaplar bu kod altında yer almaktadır. Örneğin Görsel 21'de yer alan cevapta öğrenci denklem kuramamış fakat problem anladığına dair bir ifade yazmıştır. Bu yüzden bu yanıt R kodu ile kodlanmıştır.

2) Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ 'ü yabancı dil olarak yalnızca Fransızca, $\frac{1}{2}$ 'si ise yalnızca İngilizce bilmektedir, hem İngilizce hem de Fransızca bilen öğrenci bulunmamaktadır. Bu sınıfta İngilizce ve Fransızca bilen toplam 24 öğrenci vardır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 24$$

Sınıfta kaç öğrenci?

Görsel 21. İkinci soruya ait R kodu

BÖLÜM 3

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırmada yer alan Denklem Çözme Testi ve Denklem Kurma Testi'nde verilen yanıtlar ve bu testlerden sonra yapılan görüşmelere ait bulgular ayrı başlıklar altında yer almaktadır. Denklem Çözme Testi ve Denklem Kurma Testi'ndeki sorular sayı kümelerine göre gruplandırılmıştır. Denklem Çözme Testi'nde yer alan sayılar üç ana gruba ayrılarak sunulmuştur. Bunlar; doğal sayılarla, tam sayılarla ve rasyonel sayılarla işlemleri içeren denklemlerdir. Denklem Kurma Testi'nde yer alan problemler ise iki ana gruba ayrılarak sunulmuştur. Bunlar; tam sayılarla ve rasyonel sayılarla denklem kurmayı gerektiren problemlerdir. Görüşmelerdeki öğrenci yanıtları hiçbir değişiklik yapılmadan sunulmuştur. Testlerdeki ve görüşmelerdeki öğrenci yanıtlarına örnekler en çok yapılan hata kodları arasından seçilerek verilmiştir.

Denklem Çözme Testi İçin Bulgular

Denklem Çözme Testi toplamda 117 öğrenciye uygulanmıştır. Fakat bu öğrencilerden 17 tanesinin kâğıdı tamamen boş olduğu için değerlendirmeye alınmamıştır. Dolayısıyla sınav 100 kişi üzerinden değerlendirilmiştir. Denklem Çözme Testi içerisinde yer alan sorular doğal sayılarla, tam sayılarla ve rasyonel sayılarla işlemleri içeren denklemleri çözmeyi gerektiren sorulardır. Bu yüzden Denklem Çözme Testi için bulgular üç ana başlık altında sunulmuştur.

Denklem Çözme Testi içerisinde yer alan soruları doğru yanıtlayan öğrenciler 1 ile kodlanmıştır. Denklemleri yanlış bir akıl yürütme kullanarak çözen öğrencilerin cevaplarına ilişkin kod sistematığı ise şu şekildedir:

A: Aritmetik hataların kodları

A1: Dört işlem hataları

A2: Dağılma özelliğinin yanlış uygulanmasından kaynaklı hatalar

B: Bilinmeyen ile ilgili hataların kodları

B1: Bilinenlerle bilinmeyenleri beraber işleme alma ya da bilinmeyeni görmezden gelme hatası

B2: Bilinmeyenleri anlamlandırma hatası

E: Eşitlik işaretinin karşı tarafına işlemi yanlış geçirme hatası (ters işlem hatası)

Y: Cevabın tam bulunmadığı ama belli bir yere kadar çözümü doğru olan cevaplar

0: Boş bırakılan çözümler

Doğal Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler

Başarı testinin ilk iki sorusu doğal sayılarla işlem yapmayı gerektiren denklem sorularıdır. Bu iki sorunun doğru yanıtlanma oranları Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1

<i>1 ve 2. Sorunun Doğru Yanıtlanma Oranları (n=100)</i>		
<i>Soru</i>	<i>Doğru yanıt sayısı</i>	<i>%</i>
1	79	79
2	57	57

Tablo 1’e göre 1. soruyu 79 öğrenci, 2. soruyu 57 öğrenci doğru yanıtlamıştır. İlk iki soru Denklem Çözme Testi’ndeki diğer sorulara göre en fazla doğru yanıtın verildiği sorulardır. Doğal sayılarla işlem yaparak denklem çözmek öğrencilere daha kolay geldiği için bu iki soruda daha fazla öğrencinin başarılı olması beklenen bir durumdur. Bu sorulardaki başarı oranı diğer sorulardaki başarı oranından daha yüksek olmasına rağmen beklenen düzeyde değildir.

Tablo 2’de doğal sayılarla işlemleri içeren denklem çözme sorularını yanlış çözen öğrencilerin cevaplarının yer aldıkları kodların yüzdeleri verilmiştir. Tablo 2’de yer alan kodlamalar yüzde olarak verilmiştir. Bazı öğrencilerin cevapları birden fazla kodda yer aldığı için kod yüzdelerin toplamı %100’ü aşabilir. Örneğin Görsel 22’de, 2. soru için hem A1, hem B1 hem de E kodu altında yer alan bir öğrencinin cevabı görülmektedir.

2) $4x - 16 = 48$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$-16 - 48 = 4x$$

$$\frac{-32}{4} = \frac{4x}{4x} = -8$$

Görsel 22. İkinci soruya ait A1, B1 ve E kodu

Görsel 22’de yer alan sorunun çözümünde öğrenci $4x$ cebirsel ifadesi eşitliğin karşı tarafına $-4x$ olarak geçirmediği için bu cevap E olarak kodlanmıştır. Bunun yanı sıra çözümde eşitliğin sol tarafında yer alan $-16 - 48$ işleminin sonucu -32 olarak bulunduğu için bu cevap A1 olarak kodlanmıştır. Aynı zamanda öğrenci $4x$ ’e bölme işlemi yaptığı için bu cevap B1 olarak da kodlanmıştır. Bu yüzden bu cevap A1-B1-E olarak kodlanmıştır. Bu tarz cevaplar her üç kodun altında da sayılmıştır.

Tablo 2

1 ve 2. Sorulara Ait Kodlarının Dağılımı

Soru	Kod yüzdeleri (%)						
	A1	A2	B1	B2	E	Y	0
1	9.52	0	0	38.10	0	0	61.90
2	16.28	0	20.93	4.65	25.58	4.65	39.53

Tablo 2’ye göre 1. sorudaki yanlış cevapların %61.90’ı 0 ile kodlanmıştır. Yani soruda verili denklemi çözemeyen 13 tane öğrenci soruyu boş bırakmayı tercih etmiştir. 1. soruda verilen denklemi çözemeyen öğrencilerin eğilimlerine baktığımızda 0 kodundan sonra B2 kodunun yoğunluk taşıdığı görülmektedir. Soruyu yanlış çözen öğrencilerin %38.10’u bilinmeyi anlamlandırmada sorun yaşamaktadırlar. Görsel 23, bilinmeyi anlamlandırma hatasından dolayı 1. soruya yanlış yanıt veren öğrenci cevabını göstermektedir.

1) $x=4$ için $7x$ kaçtır?

$$7x = 4 - 7$$
$$x = 3$$

Görsel 23. Birinci soruya ait B2 kodu

Görsel 23'teki cevabı veren Asya isimli öğrenci ile yapılan mülakat şu şekildedir:

Araştırmacı: Evet şimdi 1. soruya bakalım. Bu soruyu nasıl yaptın?

Öğrenci: Bu soruda ben denklem, 11 denklemi uyguladım. Denkleme göre yaptım. Öncelikle $7x$ 'i karşısına aldım. Sonrasında ise öbür sayıyı da karşı tarafa atarak ikisini birbirinden çıkararak işlem yaptım.

Araştırmacı: Anladım. Yani $7x$ 'in 7 'sini karşıya attığında -7 olarak attığını düşündün ve $7x$ 'in de 4 'e eşit olduğunu mu düşündün?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Peki burada sana ' x eşittir 4 için $7x$ kaçtır?' denildiğinde sence ne sorulmak istendi?

Öğrenci: Mmm ne sormak istediniz onu tam olarak anlamadım.

Asya'nın verdiği cevaptan soruda ne sorulmak istendiğini tam olarak anlamadığı ortaya çıkmaktadır. Asya bilinmeyen soruda verildiğini düşünmeyip bilinmeyi kendi bulmaya çalışmıştır. Bilinmeyi bulmaya çalışırken de soruda var olan ifadelerle mantıklı olmayan bir takım işlemler yaptığı görülmektedir. Tüm bunlar bize öğrencilerin soruyu anlamada ve bilinmeyen anlamına dair sıkıntılar yaşayabildiklerini göstermektedir.

B2 kodunun yanı sıra öğrencilerin % 9.52'si aritmetik kategorisi altındaki işlem hatası kodunda yer almaktadır. İşlem hatası yapan öğrenci örneği Görsel 24'te yer almaktadır.

1) $x=4$ için $7x$ kaçtır?

$$7x = 25$$

Görsel 24. Birinci soruya ait A1 kodu

Görsel 24'teki cevabı veren Buket isimli öğrenci ile yapılan görüşmede cevabı nasıl bulduğu sorulduğunda, öğrenci işlem hatası yaptığını fark etmiştir ve “7 ile 4’ü çarpacağız değil mi? Evet 7 ile 4’ü çarpacağız, 28 olması gerek. Ben yanlış yapmışım.” şeklinde yanıt vermiştir. Buket soruyu nasıl yapacağını bilmesine rağmen yaptığı küçük bir işlem hatası onu yanlış sonuca götürmüştür.

2. soruya verilen yanıtlar incelendiğinde yanlış cevap veren öğrencilerin %39.53’ü 0 ile kodlanmıştır. Yani öğrencilerin 17 tanesi soruyu boş bırakmıştır. 0 kodu haricinde, öğrencilerinin üç ana kategori altında hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin %25.58’i E, %20.93’ü B1 ve %16.27’si A1 hatasını yapmıştır. Bazı öğrencilerin 2. soruda birden fazla türde hata yaptıkları görülmektedir. Görsel 25, 2. soruda A1, E ve B1 kodları altında yer alan bir öğrencinin cevabını göstermektedir.

2) $4x - 16 = 48$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Handwritten student solution for the equation $4x - 16 = 48$. The student has written:

$$\frac{16}{4} = 12$$
$$\frac{48}{12} = 12$$
$$12 + 12 = 24$$

Görsel 25. İkinci soruya ait A1, E ve B1 kodu

Görsel 25’deki cevabı veren Zehra ile yapılan görüşme şu şekildedir:

Araştırmacı: Şimdi burada daha önce yaptığın sorular vardı. O sorulara bir daha bakmanı istiyorum senden. Mesela 2. soruya. Bir daha bakıp bana bu soruyu nasıl yaptığını anlatabilir misin?

Öğrenci: Bu soruyu yani yanlış yaptım sanırım. Çünkü nasıl yapılacağını da bilmiyorum.

Araştırmacı: Neden yanlış yaptığını düşündün?

Öğrenci: Bilmem.

Araştırmacı: Peki nasıl yaptın sınav esnasında, nasıl yaptın? Nasıl düşündün de yaptın?

Öğrenci: Yani yanlış olmasın diye ilk önce 16 eksi dediği için 4’den çıkardım. 12 kalıyor. 48 denklemini dediği için de 48 ile 12’yi çarpmışım. Bu şekilde.

Araştırmacı: Peki neden 16’dan 4’ü çıkardın?

Öğrenci: Mm çünkü eksi işareti var o yüzden.

Araştırmacı: Hmm eksi işareti olduğu için 16’dan 4’ü çıkardın, tamam. Peki, yani $4x - 16$ diyor ama sen 16’dan 4’ü çıkardın?

Öğrenci: Çarpacak mıydık acaba?

Araştırmacı: Bunu nasıl düşündün de yaptın? Neden 4'den 16'yı çıkarmadın, 16'dan 4'ü çıkardın?

Öğrenci: 4'den 16'çıkmaz zaten de yani.

Araştırmacı: Hmm anladım o yüzden 16'dan 4'ü çıkarmak daha kolay oldu senin için. Tamam. Peki, burada şimdi 48 ile 12'yi çarptın bir sonraki işlemde, çünkü 16'dan 4'ü çıkarınca 12 buldun. Peki, neden 48 ile 12'yi çarptın? Yani çarpma olduğunu nasıl düşündün? Niye toplamadın, çıkarmadın da çarpma olduğunu düşündün?

Öğrenci: Bilmem yani çarpma olması gerekiyordu herhalde. Çünkü fazla denklemi hatırlamıyorum şu an.

Bu görüşmede Zehra, $4x$ ile 16'yı beraber işleme alıp 12 olarak bulmuştur. Zehra'nın yaptığı bilinenlerle bilinmeyeni beraber işleme alma hatası bu çalışmada başka sorularda başka öğrenciler tarafından da yapılmıştır. Çakmak Gürel ve Okur (2017) yaptıkları çalışmada öğrencilerin bilinenlerle bilinmeyenleri beraber işleme olarak denklem çözdükleri bulunmuştur. Bu yüzden bu çalışmanın sonucu Çakmak Gürel ve Okur (2017) çalışmasının sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca Zehra, $4x-16$ işlemini 4'ten 16 çıkmaz olarak düşünüp 16'dan 4'ü çıkarmayı tercih etmiştir. Bu durum öğrencinin bilinmeyen kavramı ile ilgili hatası haricinde aritmetik olarak da yanlış öğrenmeleri olduğunu göstermektedir. Bilinmeyen ve aritmetik hatalarının yanı sıra öğrenci denklemin çözümüne ulaşmak için 12 ile 48'i çarpmıştır. Fakat bu çarpma işlemini neden yaptığına dair mantıklı bir açıklama sunamamıştır. Öğrencinin 12'yi eşitliğin karşısında yer alan 48 ile işleme sokacağını düşünebilmesi fakat bu işlemin ne olacağını düşünememesi eşitlikle ilgili sıkıntıları olduğunu göstermektedir. Bunlara ek olarak öğrencinin emin olmadan soruyu çözdüğü, soruyu yanlış çözdüğünü düşündüğü halde devam ettiği ve yaptığı çözüme dair mantıklı söylemler ortaya koyamadığı da görülmüştür.

Tam Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler

Başarı testinin 4, 7, 8, 10 ve 11. soruları tam sayılarla işlem yapmayı gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Bu sorularda başarılı olan öğrenci sayıları Tablo 3'de gösterilmiştir. Tablo 3'e göre 100 öğrencinin 31 tanesi 4. ve 7. sorulara, yedi tanesi 8. soruya, beş tanesi 10. soruya, 10 tanesi de 11. soruya doğru yanıt vermişlerdir. Tam sayılarla işlem yapmayı içeren denklemlerin doğru çözülme oranı beklenenden düşük bulunmuştur. Doğal sayılarla işlem içeren soruların doğru yanıtlanma oranı ile tam sayılarla işlem içeren soruların doğru yanıtlanma oranlarını karşılaştırdığımızda,

öğrencilerin tam sayılarla işlem içeren soruları yaparken daha çok zorlandıkları görülmüştür.

Tablo 3

Tam Sayı Katsayılı Denklem İçeren Soruların Doğru Yanıtlanma Oranları (n=100)

Soru No	Doğru yanıt sayısı	%
4	31	31
7	31	31
8	7	7
10	5	5
11	10	10

Tam sayılarla işlemleri içeren denklem çözme sorularından en fazla doğru yanıtla sahip sorular 4. ve 7. sorulardır. Her iki soru da eşitliğin sol tarafında bilinmeyen bulunduğ ve nispeten öğrencilerin daha sık karşılaştığı sorulardır. Bunun yanı sıra en düşük doğru yanıtla sahip soru ise 10. sorudur. 10. soruda hem bilinmeyen katsayısının negatif olması, hem de eşitliğin sağ tarafında bulunması bu sorunun doğru yanıtlanma oranını düşürmüş olabilir.

Tablo 4'te tam sayılarla işlemleri içeren denklem çözme sorularını yanlış çözen öğrencilerin cevaplarının yer aldıkları kodları yüzdeleri verilmiştir. Bazı öğrencilerin cevapları birden fazla kodda yer aldığı için kod yüzdelerin toplamı %100'ü aşabilir.

Tablo 4

4, 7, 8, 10 ve 11. Sorulara Ait Hata Kodlarının Dağılımı

Soru	Kod yüzdeleri (%)						
	A1	A2	B1	B2	E	Y	0
4	24.64	0	8.70	0	20.29	1.52	46.38
7	23.19	5.80	13.04	0	11.59	4.35	62.32
8	40.86	6.45	4.30	0	5.38	3.23	47.31
10	27.37	0	17.89	0	12.63	13.68	37.89
11	12.22	2.22	7.78	0	5.56	6.67	68.89

Tam sayı katsayılı denklem içeren sorulardan biri olan 4. soruyu yapamayan öğrencilerin %46.38'i 0 kodu altındadır. 0 kodu haricinde bulunan öğrencilerin ise

genellikle aritmetik ve eşitlik ile ilgili sorunlar yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerin %24.64'ü A1 kodu altında kodlanmıştır. Görsel 26, A1 kodu altında yer alan öğrencilerden biri olan Asya'nın cevabını göstermektedir.

4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

$$\begin{array}{l} 2x + 45 = 23 \\ 2x = 23 - 45 \end{array} \quad \frac{2x}{2} = \frac{22}{2} \quad x = 11$$

Görsel 26. Dördüncü soruya ait A1 kodu

Asya ile yapılan görüşme şu şekildedir:

Araştırmacı: Tamam peki 4. soruyu nasıl yaptın?

Öğrenci: 4. soruyu. İıı burada $x \cdot 2$ diyor $2x$ olur çarptığımızda, artı 45 diyor ve ben bunu öbür tarafa atıyorum. 45'i eksi olarak öbür tarafa atıyorum. Bunlar da böldüğümde cevap zaten çıkıyor.

Araştırmacı: Tamam peki 45'i niye eksi olarak attın öbür tarafa?

Öğrenci: Çünkü artı iken öbür tarafa eksi olarak gidebilir.

Araştırmacı: Hıı öbür tarafa eksi olarak gider. Sonra ne yaptın? 23'den 45 mi çıkardın?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Ne buldun sonucunu?

Öğrenci: 22. 22'yi de 2'ye böldüğümde de 11 çıktı.

Araştırmacı: Niye 2'ye böldün?

Öğrenci: Çünkü burada $2x$ 'i bölmem lazımdı.

Araştırmacı: Hıı $2x$ olduğu için x 'i bulmak için mi bölmen gerekiyor?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Tamam. Peki 23'den 45'i çıkardığında 22 bulmuşsun ya doğru mu buldun sence bunu?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Peki 45'den 23 çıkartırsak ne olur?

Öğrenci: O da aynı olur ama 23'den 45 çıkmaz.

Araştırmacı: Sen o yüzden 45'den 23'ü çıkarmayı yazdın?

Öğrenci: Evet.

Asya, sayısal ifadelerin eşitliğin karşı tarafına ters işlem olarak atılması gerektiğini bilmektedir. Yani öğrencinin eşitlik kavramı ile alakalı sıkıntısının olmadığı görülmüştür. Aynı şekilde öğrenci bu soruda yer alan $x \cdot 2$ şeklinde yazılan cebirsel gösterimin $2x$ şeklinde yazılan cebirsel gösterimle aynı anlama geldiğini düşünebilmektedir. Yani Asya bilinmeyenin sayı ile olan ilişkisini anlayabilmektedir. Fakat öğrenci aritmetik olarak sorun yaşamaktadır. 2. soruda Zehra'nın 4'den 16 çıkmaz

dediği gibi Asya da 23'den 45 çıkmaz demiştir. Asya gibi Buket ile yapılan görüşmede de öğrenci “Tamam. $2x+45=23$. Şimdi bunu buraya eksi diye götürürüz. -45 . 45'ten 23 çıkarıyoruz.” demiştir. Öğrenciye 23-45 yazdığı halde 45'ten 23'ü neden çıkardığı sorulduğunda ise “45'ten 23 çıkmayacak mı çünkü büyük sayı değil mi?” yanıtını vermiştir. Öğrencilerin cebir ve denklem konusu ile ilgili yanlış öğrenmeleri olmadığı halde aritmetik ile ilgili öğrenme eksikliklerinden dolayı sorunun doğru cevabını bulamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin ilkokulda çıkarma işlemi sırasında öğrendikleri küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz sözü denklem çözümlerinde engel oluşturmaktadır.

Bu soruda Asya gibi aritmetiksel olarak sıkıntı yaşayan öğrencilerden biri olan Ahmet de 23'ten 45'i çıkarıp 38 olarak sonucu bulmuştur. Ahmet ile yapılan görüşmede öğrenciden 23'den 45'i çıkarması tekrardan istenmiştir ve öğrencinin çıkarma işlemi sayıları alt alta yazarak yapmaya çalıştığı görülmüştür. Fakat hangi sayıyı üste yazacağını bilemediği için cevabı 38 olarak yanlış bulmuştur. Öğrenci görüşmede sınav esnasında çıkarma işleminin cevabını 38 olarak bulduğunu fakat bu cevabın yanlış olduğunu, -38 olarak bulması gerektiğini ifade etmiştir. Öğrenci daha sonra $2x, -38$ eşit ise $x, -19$ 'a eşit olmalıdır şeklinde soruyu yanıtlamıştır. Öğrencilerin tam sayılar konusu ile ilgili yanlış öğrenmeleri denklem konusunda sıkıntılar yaşamalarına sebebiyet vermektedir. Tam sayılar ile ilgili öğrenme eksikliklerinin denklem çözmeyi engellediği Erdem'in (2013) çalışmasında bulunan sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

7, 8 ve 11. sorularda da diğer sorularda olduğu gibi öğrencilerin çoğunluğu 0 kodu altında yer almaktadırlar. 7, 8 ve 11. sorularda yanlış cevap veren öğrencilerin sırasıyla %62.32'si, %47.31'i ve %68.89'u 0 ile kodlanmışlardır. 11. soruda 0 kodu ile kodlanan Mehmet ile yapılan görüşmede soruyu boş bırakma sebebi olarak “Bu soruya hocam zaman yetmemişti.” cevabını vermiştir. 11. sorunun boş bırakılma düzeyi son soru olmasından kaynaklı olarak yüksek çıkmış olabilir. Tüm sorular dikkate alındığında öğrencilerin kendilerine zor gelen soruları çözmeye çalışmaktan kaçındıkları düşünülebilir.

Sorularda verilen denklemi çözemeyen öğrencilerin eğilimlerine baktığımızda 0 kodundan sonra A1 kodunun yoğunluk taşıdığı görülmektedir. 7. soruda öğrencilerin %23.19'u, 8. soruda öğrencilerin %40.86'sı, 11. soruda ise öğrencilerin %12.22'i A1 kodu altında bulunmaktadır. Görsel 27, 7. soruya ait A1 kodunda yer alan cevabı göstermektedir.

7) $4(3x - 8) - 14 = 26$ ifadesinde x kaçtır?

$$4 \cdot (3x - 8) - 14 = 26$$

$$4 \cdot (3x - 8) = 26 + 14 = 40$$

$$4 \cdot (3x - 8) = 40$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot (3x) &= 48 \\ (3x) &= 12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Görsel 27. Yedinci soruya ait A1 kodu

Görsel 27'deki cevabı veren Sevgi isimli öğrenci ile yapılan görüşmede kendisine denklemi nasıl çözdüğünü sorulmuştur. Öğrencinin verdiği cevap şu şekildedir:

Öğrenci: Burada başta amacımız x 'i yalnız bırakıp işlemin sonucuna ulaşmak. Ben 14'ü karşı tarafa attım çıkarma durumunda olduğu için topladım, 40 oldu. 26 artı 14, 40 oldu. $4(x - 8) = 40$ oluyor. Parantez içindeki sekizi de ben karşıya attım. Çıkarma durumunda, topladım. Toplayınca 48 oluyor. İşlem dört çarpı parantez içerisinde $3x$ eşittir 48 oluyor. Sonra dördü, dördü karşıya atıyoruz. $3x$ 'i yalnız bırakarak. Dördü karşıya atınca çarpım durumunda, böleriz. Bölünce 12 oluyor. $3x$ eşittir 12 oluyor. 12'yi de üçe bölersek x dörde eşit oluyor.

Araştırmacı: x , dörde eşit oluyor, peki. Burada -8 'i de karşıya attın değil mi? $+8$ olarak, peki. Neden önce -8 'i attın da dördü atmadın karşıya? Yani -8 'in atılacağına nasıl karar verdin?

Öğrenci: Aslında bir şeye bakarak karar vermedim. Parantez içerisinde sekizi direkt çıkartarak, sonra dördü. Yani mantık düşünmedim direkt.

Araştırmacı: Anladım, direkt o sayıları karşı tarafa attın.

Öğrenci: Zaten dördü ve sekizi o sayıları direkt karşıya atacağımı düşünerekten hangisinin önce atacağına karar vermedim.

Öğrencinin görüşmede verdiği cevaplardan anlaşılacağı üzere öğrenci denklemi çözmek için yapılacak olan işlemlerin yapılma sırasının sonucu etkileyeceğini düşünmemiştir. Aslında öğrenci işlem önceliğini düşünmeden işlem yapmayı tercih etmiştir. Öğrencilerin işlem önceliğine ve parantezlere dikkat etmeden denklem çözdükleri hem Bayar'ın (2007) hem de Çakmak Gürel ve Okur'un (2017) çalışmalarında da bulunmuştur.

İşlem önceliğine dikkat etmeden işlem yapma hatasından farklı olarak negatif sayılı işlemlerde yapılan hatalar da A1 kodu altında yer almaktadır. Örneğin Görsel 28, 8. soruya ait A1 ve E kodunda yer alan negatif sayılarla yapılan bir işlem hatasını göstermektedir.

8) $47 - 2(x - 4) = 105$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$47 - 2x - 8 = 105$$
$$2x = 105 - 47 + 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{66}{2}$$

$$x = 33$$

Görsel 28. Sekizinci soruya ait A1 ve E kodu

Görsel 28'deki cevapta öğrencinin -2 sayısını parantez içindeki cebirsel ifadenin iki terimine de dağıtması gerektiğini bildiği görülmektedir. Yani öğrencinin dağılıma özelliği ile ilgili bir sıkıntısının olmadığı anlaşılmaktadır. Fakat öğrenci işlem hatası yapmıştır. -2 sayısını x ile doğru bir şekilde çarpabilen öğrenci -2'yi, -4 ile yanlış bir şekilde çarpmıştır. Öğrencinin -2 ile -4'ü nasıl çarptığını öğrenmek için yapılan görüşme şu şekildedir:

Araştırmacı: Peki mesela burada çarpma yapmışsın ya, 2 ile x'i çarpmışsın.

Öğrenci: 2x.

Araştırmacı: 2x. Yani tabii eksi var burada, -2x. O eksi nereden geliyor?

Öğrenci: Bu önündeki işte, yerleştirdim.

Araştırmacı: Peki, bu önündeki eksi, -4'e gelmiyor mu?

Öğrenci: Gelir. Orada hatam var.

Araştırmacı: Orada hatan var. Ne olacaktı bu o zaman?

Öğrenci: Artı olacaktı.

Araştırmacı: Artı olacaktı. Peki, orası artı olduğu hali ile bana burada çözer misin?

Öğrenci cevap kağıdında yazdığı -8'in +8 olması gerektiğini görüşmede söyledikten sonra araştırmacının isteğiyle yazdığı yeni denklemi ($47 - 2x + 8 = 105$) çözmeye çalışır ve $-2x = 50$ bulur. Daha sonra görüşme şu şekilde devam eder:

Öğrenci: Burası 50 olacaktı. İki sonra da. Burası ne olabilir? Hmm 25 çıkıyor cevap.

Araştırmacı: Tamam güzel bir şey daha soracağım. Burada eksi var (Araştırmacı burada derken -2x'den bahsetmektedir). Sonraki adımlarda o eksi nerde. Ne oldu o ekseye?

Öğrenci: O eksi gitmiş.

Araştırmacı: Gitmiş mi? Nereye gitmiş?

Öğrenci: Bilmiyorum. Kaybolmuş işlemleri yaparken.

Araştırmacı: Nerede olacak peki? Niye kaybettin onu acaba?

Öğrenci bir süre düşünür.

Araştırmacı: Peki eksi olmadığında sonuç ne oluyor? Sonucu etkiler mi o?

Öğrenci: Etkiler mi? Bilmiyorum ya etkilemez gibi geliyor bana.

Araştırmacı: Gene 25 mi olur?

Öğrenci: Evet.

Bu görüşme öğrencinin negatif sayılarla ilgili öğrenme eksikliklerinden dolayı negatif sayıları göz ardı ederek işlemler yaptığını göstermektedir. Bu örnek üzerinden de yine öğrencilerin tam sayılarla ilgili öğrenme eksikliklerinin denklem konusunda onlara sorun oluşturduğu görülmektedir.

Aritmetik kategorisi altında yer alan A1 kodunun yanı sıra öğrencilerin % 5.80'i 7. soruda, % 6.45'i 8. soruda ve % 2.22'si ise 11. soruda A2 kodu altında yer almaktadır. Alanyazındaki hatalardan yola çıkarak bu kod ayrı ele alınmıştır. Fakat bu çalışmada bu yönde yapılan hatalar düşük düzeyde kalmıştır. Örneğin, Görsel 29, 7. soruda A2 kodu altında yer alan, 8. soruda ise A1 kodu altında yer alan öğrencinin her iki soruya verdiği cevapları göstermektedir. Düşük düzeyde de olsa çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinin kullanımına yönelik yapılan hatalar da denklem çözümüne negative yönde etki etmiştir.

7) $4(3x - 8) - 14 = 26$ ifadesinde kaçtır?

$$7x - 8 - 14 = 26$$
$$7x = 26 + 8 + 14$$
$$\frac{7x}{7} = \frac{49}{7} \quad x = 7$$

8) $47 - 2(x - 4) = 105$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$47 - 2x - 8 = 105$$
$$2x = 105 - 47 + 8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{66}{2} \quad x = 33$$

Görsel 29. Yedinci ve sekizinci sorulara ait A2 ve A1 kodları

Görsel 29'daki cevapları veren Asya isimli öğrenci 7. soruda dağılma özelliğini yanlış uygulamasına rağmen 8. soruda doğru bir şekilde dağılma özelliğini uygulamıştır. Bu 2 soruyla alakalı Asya ile yapılan görüşme şu şekildedir:

Öğrenci: 7. soruda 11 dağılma işlemi kullandım. Her birini dağıttıktan sonra da cevabımı bulmaya çalıştım. Gene denklem kurdum yani.

Araştırmacı: Tamam peki dağılma işlemi kullandım dedin. Nasıl dağıttın nasıl kullandın onu?

Öğrenci: İlk önce öndeki parantezin dışındaki sayıyı içi, parantez içindeki sayılara dağıtmaya çalıştım. Yani çarpma toplama gibisinden.

Araştırmacı: Peki ne yapıyoruz çarpma mı toplama mı? Yani 4 ile 3'ü ne yaptın?

Öğrenci: 4 ile 3'ü topladım.

Araştırmacı: Neden?

Öğrenci: Ya bilm.. Imm onu anlamadım zaten.

Araştırmacı: 4 ile 8'i ne yaptın?

Öğrenci: 4 ile 8'i onu da çıkardım. Önünde çıkarma işlemi olduğu için. Çıkarma işlemi mi hayır.

Araştırmacı: Sanki ona bir şey yapmamış gibisin 8'i aynen yazmışsın.

Öğrenci: Evet onu aynen yazmışım.

Araştırmacı: O zaman onu orda unuttun mu acaba?

Öğrenci: Olabilir.

Araştırmacı: Peki dağılmada ne yapıyoruz sence?

Öğrenci: İı dağılmada ne yapıyoruz...

Araştırmacı: Yani ikisine de dağıtıyor muyuz kesin?

Öğrenci: Evet dağıtıyoruz.

Araştırmacı: Peki nasıl dağıtıyoruz? Bu 4 ile 3'ü, 4 ile 8'e ne yapıyoruz? Topluyor muyuz, çıkarıyor muyuz, çarpıyor muyuz, bölüyor muyuz?

Öğrenci: Ben 4 ile 3'ü topladım. 7x yaptım. 8'e hiç dokunmamışım zaten.

Araştırmacı: Yani dağılmada topluyor muyuz?

Öğrenci: Ben öyle biliyorum.

Araştırmacı: Öyle biliyorsun. Tamam, 8. soruya bakalım bir.

Öğrenci: İıı burda gene dağılmadan yapmışım yola çıkarak.

Araştırmacı: Tamam burada nasıl yaptın dağılmayı? Bunun dağılımına bir bak.

Öğrenci: Bunun dağılımına... Gene aynı şekilde parantezin içindekileri dağıtmışım.

Araştırmacı: Nasıl dağıtmışsın? Ne yapmışsın?

Öğrenci: Mmm çarpmışım yani burda çarpma yapmışım burda da dağılma özelliğinde.

Araştırmacı: Evet yukarda toplama yapmıştın.

Öğrenci: Aşağıda da çarpma.

Araştırmacı: Hangisini yapıyoruz acaba?

Öğrenci: Bilmiyorum. Kafam karışmış baya.

Yapılan görüşme sonrasında, Asya'nın dağılmada ne yapması gerektiğini bilmediğini anlaşılmıştır. Her iki soruda da dağılma işleminin yapılması gerektiğini söylemiş fakat dağılma özelliğini farklı işlemler kullanarak uygulamıştır. A2 kodunda yer alan yanlış cevapların sayısı beklenin altında olsa da bir kısım öğrenci dağılma özelliği ile alakalı yanlış öğrenmelere sahiptirler. Dağılma özelliğinden kaynaklı eksik öğrenmelerin cebir öğretimini olumsuz yönde etkilediğine dair alanyazında başka çalışmalar da bulunmaktadır (Bayar, 2007; Çakmak Gürel ve Okur, 2017). Fakat alanyazındaki çalışmalardan farklı olarak bu araştırmada dağılma hatasının yapılma oranının oldukça düşük düzeyde çıktığı görülmüştür.

11. soruda hem A1, hem A2 kodu hem de E kodu altında yer alan bir cevap Görsel 30'da gösterilmektedir. Öğrenci hem işlem hatası yaptığı için, hem dağılma özelliğini yanlış uyguladığı, hem de x'i eşitliğin karşı tarafına atarken işaret değişimi yapmadığı için bu yanıt her üç kodda yer almaktadır.

11) $6(y-4) + 2y+10=3(-1+y)+4$ işleminde y yerine hangi sayısal değer yazılmalıdır?

$$6y - 24 + 2y + 10 = -3 + y + 4$$

$$6y + 2y + y = +24 - 3 - 10 + 4$$

$$9y = 35$$

Görsel 30. On birinci soruya ait A1, A2 ve E kodu

Görsel 30'daki cevabı veren öğrenci ile yapılan görüşmede öğrenci soruda yaptığı dağılma ve eşitlik hatasını fark edip düzeltmiştir. Fakat denklemi çözerken bu defa da tam sayılarla işlem yaparken hatalar yapmıştır. Bu durum öğrencilerin denklemlerde hata yapmaması için hem eşitlik kavramına, hem aritmetik işlemlerine hem de bilinmeyen kavramına hakim olması gerektiğini göstermektedir.

Aritmetik kaynaklı hatalardan farklı olarak 7, 8 ve 11. sorularda eşitliğin karşı tarafına geçirme hata kodu (E) ve bilinmeyen ile bilineni beraber işleme alma hata kodu (B1) da yer almaktadır. İki farklı kategoride yer alan cevaplar da bulunmaktadır. Örneğin Görsel 31, sekizinci soruya ait hem E hem de B1 kodları altında yer alan bir cevabı göstermektedir.

8) $47 - 2(x - 4) = 105$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$47 - 2(x - 4) = 105$$

$$47 - 2(-4x) = 105$$

$$2 \cdot (-4x) = 162$$

$$-4x = 162 \div 2 = 81$$

$$-4x = 81$$

$$= 2,1205$$

Görsel 31. Sekizinci soruya ait E ve B1 kodu

Görsel 31, bilinmeyen ile bilineni beraber işleme alma ve eşitliğin karşı tarafına geçirme hatalarını yapan Sevgi isimli öğrencinin kâğıdını göstermektedir. Sevgi'nin

eşitlik kategorisi ve bilinmeyen kategorisinde hataları olduğu düşünülüp görüşme yapılmıştır. Görüşme sonucunda bu öğrencinin eşitlik kategorisi altında bir yanlış öğrenmesinin olmadığı, aslında aritmetik kategorisi altında bir öğrenme eksikliğinin olduğu görülmüştür. Yapılan görüşmede Sevgi'nin "8. soruda, $47-2(x-4)=105$ imiş. Burada da x 'i yalnız bırakacağız. 47'yi karşı tarafa attım çıkarma durumunda olduğu için 47 ile 105'i topladım." demesi aslında soruda geçen '47-' ifadesini '-47' olarak düşündüğü için eşitliğin karşı tarafına +47 olarak attığını ortaya koymaktadır. Bu durum Sevgi'nin eşitlikle ilgili bir sıkıntısının olmadığını, negatif sayıları tanımakta zorlandığı göstermektedir. Bir başka deyişle Sevgi'nin aritmetik kategorisi altında yanlış öğrenmeleri vardır. Aynı zamanda Sevgi'nin bilinmeyen kategorisi ile ilgili yanlış öğrenmeleri olduğu da yapılan görüşmede ortaya çıkmıştır. Sevgi görüşme esnasında " $(-4x)=76$ " şeklindeki ifadesi $(x-4)$ cebirsel ifadesinin $-4x$ cebirsel ifadesine eşit olduğunu düşündüğünü ortaya koymuştur. Öğrencilerin bilinen ifadelerle bilinmeyenleri benzer şeyler olarak düşünüp işlem yapmaları Akyüz ve Hangül'ün (2013) çalışmasında da ortaya çıkan bir sonuçtur.

10. soruda yer alan denklem, tam sayılarla işlemleri içeren diğer sorulardaki denklemlerden farklı olarak sonucu rasyonel sayı çıkan bir denklemdir. Bu soruda yanlış cevap veren öğrencilerin %37.89'u 0 kodu altındadır. Bu soruda 0 kodu altında olan Kenan'a soruyu boş bırakma nedeni sorulduğunda soruyu çözüp "46'yı 7'ye bölemeyiz, -7 ye." cevabını vermiştir. Ayrıca Kenan, görüşmede yaptığı işlemleri sınavda da yaptığını ve aynı sonucu bulduğu için geri sildiğini belirtmiştir. Bunun nedeni sorulduğunda "Yani rasyonel cevaplı soruları çok hatırlayamıyorum. Böyle bir şey olduğunu hatırlayamıyorum." demiştir. Yani öğrenciler cevap rasyonel olduğunda cevabı doğru da bulsalar doğru olduğunu düşünmemektedirler.

Öğrencilerin 10. soruda hem aritmetik, hem bilinmeyen hem de eşitlik kategorisi altında yer alan hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin %22.37'si A1 ile kodlanmıştır. Görsel 32 ve 33, 10. soruya ait A1 kodu örnekleridir.

10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?

$$102 = 56 - 7a$$
$$-7a = 46$$

$$\begin{array}{r} 46 \overline{) 7} \\ \underline{42} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 5 \end{array}$$

Görsel 32. Onuncu soruya ait A1 kodu

10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?

$$56 = -7a$$
$$-8 = a$$

Görsel 33. Onuncu soruya ait A1 kodu

Görsel 32'deki hata aritmetik kategorisine ait bir hatadır. Bu soruda bu kategoride yapılan hatalar genellikle $7a$ 'nın önündeki eksi işaretinin görmezden gelinmesinden kaynaklı hatalardır. Görsel 33'teki hata da ise öğrenciler 102 'den 56 'yı yanlış çıkarıp sonucu 56 şeklinde bulmuşlardır.

Bu soruya yanlış cevap veren öğrencilerin %17.89'u B1 kodu altında yer almaktadır. Görsel 34, bu soruya ait B1 olarak kodlanan bir cevap örneğidir.

10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?

$$102 = 56 - 7a = 49a$$

$$102 = 49a$$

$$\begin{array}{r} 102 \overline{) 49} \\ \underline{-8} \\ 22 \end{array}$$

Görsel 34. Onuncu soruya ait B1 kodu

Görsel 34'te yapılan hata bilinmeyen kategorisine aittir. Bu soruda B1 kodunda öğrenciler $56-7a$ cebirsel ifadesini $49a$ cebirsel ifadesine dönüştürmüşlerdir. Daha önceki sorularda yapılan bilinmeyen ile bilineni beraber işleme hatası bu soruda da yapılmıştır. Alan yazında bilinmeyenlerle sayıların aynı olarak düşünülüp işlemlerin yapıldığı başka çalışmalar da bulunmaktadır (Akgün, 2009; Akyüz ve Hangül, 2013).

Öğrencilerin %13.68'i 10. soruda Y harfi ile kodlanmıştır. Örneğin, Görsel 35'te bu soruda Y harfi ile kodlanan bir cevap gösterilmektedir.

10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?

$$102 = 56 - 7a$$

$$46 = -a \cdot 7$$

$$a =$$

Görsel 35. Onuncu soruya ait Y kodu

Öğrencilerin %12.63'ü 10. soruda E harfi ile kodlanmışlardır. Örneğin Görsel 36'da bu soruda yapılan eşitliğin karşı tarafına yanlış geçirme hatasına (E kodu) ilişkin bir öğrenci yanıtı gösterilmektedir.

10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?

$$7a - 56 = 102 + 56 = 158$$
$$\begin{array}{r} 14 \\ 018 \\ \hline 158 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 22 \\ 7 \\ \hline 154 \\ \hline 4 \end{array}$$

Görsel 36. Onuncu soruya ait E kodu

Görsel 36'daki cevabı veren Meltem isimli öğrenci ile yapılan görüşme şu şekildedir.

Araştırmacı: Peki 10. soruya bakalım, onuncu soruyu nasıl yaptın?

Öğrenci: Burada da bize ters verilmiş. Aslında işlemimiz $7a - 56 = 102$

Araştırmacı: Nasıl bu kaniya vardın işlemimiz aslında bu diye?

Öğrenci: Burada bize tersini vermiş sadece.

Araştırmacı: Tersini verdiği için sen ne yaptın? Düzünü mü yazdın? Düzünün bu olduğunu mu düşünüyorsun?

Öğrenci: Hı hı. Evet.

Araştırmacı: Tamam. Peki bu düzünü neye göre yazdın, nasıl yaptın?

Öğrenci: Düzünü... Çözdüğüm denklemlerde genelde bilinmeyen başa konulduğu için. O yüzden bilinmeyeni başa koydum.

Araştırmacı: Peki sonra?

Öğrenci: Sonra da denklemi çözdüm. $102, -56$ eşitliğin bu tarafına artı diye geçtiği için 56 ile 102 topladım, 158 . Sonra da 7 'ye böldüm.

Meltem bu soruyu çözebilmek için denklemi alıştığı şekle çevirmek istemiştir. Öğrenciler, genelde bilinmeyen eşitliğin sağ tarafında olduğu denklemlere maruz kalmadıkları için bu şekilde verilen denklemleri çözebilmek için alıştıkları şekle çevirmeyi istemektedirler. Öğrencilerin tanıdık olmayan durumları tanıdık durumlara çevirme istekleri Erdem'in (2013) çalışmasında da görülmüştür. Meltem denklemi alıştığı şekle çevirirken 102 sayısını -102 olarak eşitliğin sağ tarafına atamamıştır ve farklı bir denklem kurarak bu denklemi çözmüştür. Aynı zamanda Meltem yazılan denkleme eş olan denklem oluşturamamaktadır. Steinberg, Sleeman ve Ktorza (1990) da yaptıkları çalışmada öğrencilerin eş olan denklemleri tanıyamadıklarına dair bulgular elde etmişlerdir.

Rasyonel Sayılarla İşlemleri İçeren Denklemler

Başarı testinin 3, 5, 6 ve 9. soruları rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Bu sorularda başarılı olan öğrenci sayıları Tablo 5’de gösterilmiştir.

Tablo 5

Rasyonel Sayı Katsayılı Denklem İçeren Soruların Doğru Yanıtlanma Oranları (n=100)

Soru	Doğru yanıt sayısı	%
3	15	15
5	7	7
6	20	20
9	5	5

Rasyonel sayılarla işlem içeren denklem çözme soruları diğer sorulara göre en düşük doğru yanıtlanma oranına sahip sorulardır. Bu çalışmaya benzer olarak Özarslan’ın (2010) yaptığı çalışmada da rasyonel katsayılı denklem içeren soruların doğru yanıtlanma oranının diğer denklemlere oranla daha az olduğu görülmüştür. Rasyonel sayı katsayılı soruların diğer sorulara nazaran daha az çözülebilmeye sebebi öğrenciler tarafından rasyonel sayıların zor bir konu olarak görülmesi olabilir. Örneğin bir görüşmede Fırat isimli bir öğrenci 3. sorunun zor bir soru olduğunu söylemiştir. 3. soruyu neden zor bulduğu sorulduğunda ise “ Böyle $\frac{5}{3}x$ olduğunda o tarz sorularda karıştırabiliyorum.” cevabını vermiştir. Aynı şekilde Buket isimli öğrenciye 2. soruyu yaptıktan sonra 3. soruyu neden yapamadığı sorulduğunda, “Ama bu kesir.” cevabını vermiştir. Aynı şekilde Ahmet isimli bir öğrenci de 3. soruyu yapamama nedeni olarak “Kesir biraz kafamı karıştırdı.” ifadesini kullanmıştır. Bu öğrenciler gibi görüşmedeki başka öğrenciler de rasyonel sayılarla işlem gerektiren denklemleri yapmakta zorlandıklarını dile getirmişlerdir. Görüşmelerden yola çıkarak bazı öğrencilerin rasyonel sayıları gördükleri zaman soruyu yapamayacaklarını düşündükleri söylenebilir.

Denklem Çözme Testi’nde yer alan 3, 5, 6 ve 9. sorulardaki denklemleri yanlış çözen öğrencilerin kod sistematigi doğal ve tam sayılarla işlem yapmayı içeren denklem çözme sorularınki ile aynıdır. Tablo 6’da rasyonel sayılarla işlemleri içeren denklem çözme sorularını yanlış çözen öğrencilerin cevaplarının yer aldıkları kodların yüzdeleri verilmiştir. Bazı öğrencilerin yanlış cevapları birden fazla kodda yer aldığı için kod

yüzdelerin toplamı %100'ü aşabilir. Bu kategorideki sorular öğrencilerin uğraşmaktan kaçınıp, boş bırakma oranlarının fazla olduğu sorulardır.

Tablo 6

3, 5, 6, ve 9. Sorulara Ait Hata Kodlarının Dağılımı

Soru	Kod yüzdeleri (%)						
	A1	A2	B1	B2	E	Y	0
3	18.82	0	12.94	0	5.88	18.82	51.76
5	13.98	0	4.30	0	6.45	7.53	74.19
6	13.75	0	8.75	0	5	5	75
9	9.47	0	2.11	0	16.84	3.16	72.63

Rasyonel sayılarla işlem gerektiren denklemleri içeren sorulardan biri olan 3. soruda doğru yanıtı ulaşamayan öğrencilerin hataları değişiklik göstermektedir. 3. soruda öğrencilerin %51.76'sı 0 ile kodlanmıştır. Bu soruda A1 kodu öğrencilerin %18.82'sini oluşturmaktadır. Örneğin, Görsel 37'deki cevabı veren Meltem isimli öğrenci bu soruda işlem hatası yaptığı için doğru sonuca ulaşamamıştır.

3) $\frac{5}{3}x + 10 = 35$ denklemini sağlayacak x değerini bulunuz.

$$\frac{5}{3}x + 10 = 35 - 10 = 25 \quad | \quad \cdot \frac{3}{5}$$

4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

$$\frac{5}{3} \times \frac{1}{25} = \frac{5}{75}$$

Görsel 37. Üçüncü soruya ait A1 kodu

Meltem görüşmede bu soruyu nasıl yaptığını şu şekilde anlatmıştır:

Öğrenci: İlk başta denklemi kurdum. +10 eşitliğin öbür tarafına -10 diye geçtiği için 35 den 10 çıkardım. Sonra 25 buldum. Sonra $\frac{5}{3}$ 'ten de buldum cevabı, böldüm. Sonra bulduğum cevapla da kesirlerde bölme yaparken birincisini aynen yazıyorduk ikincisini de ters çevirip yazıyorduk. Ben de aynı şekilde yazdım sonra çarpım cevabı buldum.

Araştırmacı: Tamam peki. Kesirlerde bölme yaparken birincisi aynen yazıyorduk ikincisini ters çeviriyorduk dedin. Burada birinci hangisi?

Öğrenci: $\frac{5}{3}$

Meltem görüşmesinde kesirlerde bölme algoritmasını doğru bir şekilde ifade etmiştir. Bu durum Meltem'nin kesirlerde bölmenin algoritmik olarak nasıl yapılacağını bildiğini göstermektedir. Fakat öğrenci kuralı anlamlandırmadan sadece işlemsel bilgiye sahip olduğu için hangi sayıyı hangi sayıya bölmesi gerektiğinde sorun yaşamıştır.

3. soruda A1 kodunun yanı sıra öğrencilerin %18.82'si Y ile kodlanmıştır. Görsel 38, Y kodu altında yer alan bir cevabı göstermektedir.

3) $\frac{5}{3}x + 10 = 35$ denklemini sağlayacak x değerini bulunuz.


$$\frac{5}{3}x = 25$$

Görsel 38. Üçüncü soruya ait Y kodu

3. soruda Y kodu altında yer alan öğrencilerden biri olan Ahmet'in devam etmeme sebebi sorulduğunda öğrenci "Kesir gördüğüm için yapamadım." cevabını vermiştir. Bunun üzerine öğrencinin akıl yürütme sürecine dair daha fazla bilgi edinebilmek için çeşitli sorular sorulmuştur. Araştırmacı öğrencinin bilinmeyenle alakalı bir sıkıntısının olup olmadığını öğrenmek için $\frac{5}{3}x$ cebirsel ifadesinde $\frac{5}{3}$ ve x'in ilişkisini sorduğunda öğrenci "Evet çarpılan demek. $\frac{5}{3}$ ile x'i çarpacağım ve sonuç 25 çıkacak." demiştir. Ahmet'in verdiği bu yanıtın bilinmeyene dair bir sıkıntısının olmadığı anlaşılmaktadır. Görüşme şu şekilde devam etmiştir:

Araştırmacı: Peki, burada $5x=25$ dese ydüm, ne yapardın?

Öğrenci: $5x=25$.

Araştırmacı: Yani buradaki 3 yok sadece $5x=25$ diyorum. Ne yapardın?

Öğrenci: O zaman sadeleştirirdim. x derdim eşittir 5 derdim hocam.

Araştırmacı: Nasıl yaptın onu?

Öğrenci: Hocam çarpım halinde sağ tarafa atardım 5'i. Sonra 25'i bölerdim 5'e, 5 çıkardı.

Araştırmacı: Yani çarpım olanı sağ tarafa attığında bölüm olarak mı atıyorum diyorsun?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Tamam 5 çıkardı. Şimdi burada $(\frac{5}{3}x = 25)$ gösterilir) nasıl yapabilirsin sence?

Öğrenci: Onu da sağ tarafa atabilirim.

Araştırmacı: Nasıl atabilirsin peki?

Öğrenci: Şimdi burada çarpma, bölme olarak atarım o zaman.

Araştırmacı: Tamam, bir at bakalım.

(Öğrenci $\frac{5}{3}x = 25$ olan ifadeyi $x = 25 : \frac{5}{3}$ olarak yazar.)

Öğrenci: Bölme. O zaman bunu ters çevireceğiz bölme olduğu için.

(Öğrenci $25 \times \frac{3}{5}$ yazar.)

Öğrenci: Böyle olacak sonra sadeleştireceğim. Bu 1 olacak 5 ile sadeleştiriyorum bu da 5 olacak. 15 çıkacak x.

Bu görüşmeden anlaşılacağı üzere araştırmacı denklemi öğrencinin bildiğı bir denkleme dönüştürünce Ahmet soruyu rahatlıkla çözebilmektedir. Bu görüşme öğrencinin yanlış öğrenmesinin olmadığını, sadece rasyonel sayılarla uğraşmak istemediğı için soruyu çözmeyi tercih ettiğini göstermektedir. Yasemin ile olan görüşmede de önce öğrenciye $5x=25$ denklemi sorulmuş ve Ahmet gibi Yasemin de denklemi çözebilmek için 25'i $\frac{5}{3}$ 'e bölmesi gerektiğini düşünebilmiştir. Fakat Ahmet'ten farklı olarak Yasemin'in rasyonel sayılarla bölme işlemini nasıl yapması gerektiğini bilmediğı de ortaya çıkmıştır.

Rasyonel sayı katsayılı denklem içeren sorulardan biri olan 5. soru öğrencilerin en çok zorlandıkları sorulardan birisidir. Öğrencilerin %74.19'u 0 ile kodlanmıştır. Bu soruda yapılan hatalar değışiklik göstermekle beraber öğrencilerin %13.98'i A1 kodu altındadır. Görsel 39 bu soruda A1 ve E kodu altında yer alan cevabı göstermektedir.

5) $\frac{2x-3}{4} = \frac{x+5}{3}$ denkleminde x değeri nedir?

Handwritten solutions for the equation $\frac{2x-3}{4} = \frac{x+5}{3}$:

Left solution: $2x - 3 = x + 5$
 $x = 8$

Right solution: $8x - 12 = 4x + 20$
 $4x = 32$
 $x = 8$

Görsel 39. Beşinci soruya ait A1 ve E kodu

Görsel 39'daki yanıtı veren Hüseyin isimli öğrencinin sorunun çözümünde iki farklı yanıt verip ikisinde de sonucu aynı bulduğu görülmektedir. Öğrenciye soruyu nasıl çözdüğü sorulduğunda "Valla hocam mm bunun ıı hocam yapamadım. Ben de o an nasıl yaptığımı bilmiyorum hocam." şeklinde yanıt vermiştir. Öğrenci sorunun nasıl yapılacağını bilmediğı için var olan sayılarla bir takım işlemler yaparak çözümü bulmaya

çalışmıştır. Bunu yaparken de yazdığı iki denklemin de aynı denklem olduğunu fark etmemiştir. Bu öğrenciyle yapılan görüşmenin ilerleyen vakitlerinde öğrencinin “Mesela ben bunlara değer vereyim. 8 11 7 diyeyim veya 11 4 e bölünebilen bir şey. x’e kaç versem ki?” sözleri bu soruyu sayı vererek çözmeye çalıştığını göstermektedir. Öğrenci x için tam sayı değerleri vererek soruyu çözmeye çalışmış fakat sonuç rasyonel sayı olduğu için başarısız olmuştur. Öğrenciler denklem çözmek için gerekli olan yöntemlere hâkim olmadıkları için bilinmeyene sayılar deneyerek aritmetikten kalma yöntemlerle çözmeye çalışmaktadırlar. Bu sonuca benzer bulgular Bayar (2007) tarafından da bulunmuştur.

6. soruya yanlış cevap veren öğrencilerin %75’i 0 ile kodlanmıştır. 0 kodu dışında kalan öğrencilerin %13.75’i A1 ile kodlanmıştır. Örneğin Görsel 40 bu soruyu işlem hatası yaptığı için yapamayan öğrencinin cevabını göstermektedir.

6) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$ denkleminde bilinmeyen değerini bulalım.

$$\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3} \quad = \quad \frac{9x}{6} + \frac{1}{6} = \frac{24}{6}$$

(3) (2)

NOT: Sınav süresi 40 dakikadır. Başarılar dilerim ☺

$$9x + 1 = 24$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{23}{9} \quad x = \frac{23}{9}$$

Görsel 40. Altıncı soruya ait A1 kodu

6. soruya yanlış cevap veren öğrencilerin %8.75’i ise B1 kodu altındadır. Görsel 41 bu soruda bilinenlerle bilinmeyenleri beraber işleme aldığı için yanlış cevap veren (B1 kodu altında yer alan) öğrencinin sonucunu göstermektedir. Görsel 41’deki cevabı veren Metin isimli öğrenciyle yapılan görüşmede $10x$ ’i nasıl bulduğu sorulunca öğrenci “9’u haa yok, $10x$ olamaz. Çünkü orda x yok. $9x+1$ olacak.” diye cevap vererek sınav esnasında fark etmediği hatasını görüşme esnasında fark edip düzeltmiştir. Sınav esnasında Metin’e neden öyle yaptığı sorulunca “Hocam burada x olarak gördüm.” şeklinde açıklama yapmıştır. Metin gibi Umut da sınav esnasında $9x+1$ cebirsel ifadesinin $10x$ cebirsel ifadesine eşit olduğunu düşünen öğrencilerden biridir. Görüşme esnasında Umut da Metin gibi hatasını fark edip düzeltmiştir. Umut’a sınav esnasında neden öyle yaptığı sorulduğunda “İşte orada bir karışıklık olmuş.” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu

iki öğrenciyle yapılan görüşmeler öğrencilerin yaptıkları hataların her zaman kalıcı öğrenme eksikliklerinden kaynaklı olmadığını ama yine de bilinmeyen veya eşitlikle ilgili hatalar yapabildiklerini göstermektedir. Öğrencilerin yaptıkları hatalar üzerine konuşmaları, hatalarını incelemeleri öğrenmelerindeki eksiklikleri gidermek açısından önemli birer araçtır. Yapılan görüşmeler yanlışları konuşarak üzerinden geçmenin matematik derslerinin bir parçası olarak kullanılmasının etkili olacağını göstermektedir.

6) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$ denkleminde bilinmeyenin değerini bulalım.

(3)

$$\frac{9x}{6} + \frac{1}{6} = \frac{10x}{6} = \frac{14}{3}$$

$$\frac{10x}{6} = \frac{28}{6}$$

$$\frac{10x}{28} = \frac{14}{14}$$

(2)

NOT: Sınav süresi 40 dakikadır. Başarılar dilerim ☺

Görsel 41. Altıncı soruya ait B1 ve E hata kodu

Rasyonel sayılarla işlem içeren denklem sorularında öğrencilerin en az doğru yanıtı ulaştığı sorunun 9. soru olduğu görülmüştür. Bu soruda hata yapan öğrencilerin %72.63'ü soruyu boş bırakmışlardır. Öğrencilerin %16.84'ü E kodunda ve %9.47'si de A1 kodu altında yer almaktadır. Görsel 42 bu soruda yapılan ters işlem hatasını yapan öğrenci cevaplarından birini göstermektedir.

9) $\frac{7}{2a} = 5$ ifadesinde a değeri ne olmalıdır?

$$\frac{7}{2a} = 5$$

$$2a = 2$$

$$a = -1$$

Görsel 42. Dokuzuncu soruya ait E kodu

Görsel 42'deki cevabı veren Fırat isimli öğrenciye soruyu nasıl çözdüğü sorulduğunda “Öncelikle çarpma bölme işlemlerinde öncelik olduğu için, burası da $\frac{7}{2a}$ olduğu için, bilinmeyen bir sayı ile yediye bölemezdim. Onun için yediye karşıya gönderdim. +7, -7 diye geçerse -2 olur, 2a. Burası -2'yi, 2'ye bölersek a=-1 oluyor.” şeklinde yaptığını ifade etmiştir. Fırat'ın, 7 ile 2a arasında bölme olduğunu bildiği halde 7'yi karşıya atarken -7 olarak attığı görülmüştür. Alanyazında yer alan çalışmalarda da öğrencilerin denklemlerdeki ifadeleri eşitliğin karşı tarafına atarken sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir (Akyüz ve Hangül,2013; Bayar,2007; Erdem, 2013).

Tüm bu bulguların yanı sıra görüşmelerde dikkat çeken bir diğer bulgu ise öğrencilerin sonuç tam sayı çıkmadığında yanlış yaptıklarını düşünmeleridir. Örneğin, Kenan ile yapılan görüşme esnasında öğrenci sonucu doğru bulmuş olmasına rağmen cevabından emin olamamıştır. Sebebini ise şu “Tam sayı olması gerekirdi.” şeklinde açıklamıştır. Aynı şekilde Hüseyin de 9. sorunun cevabını bulunca yanlış oldu demiştir. Neden yanlış olduğunu düşündüğünü sorulunca “ $10a-7=0$. Böyle sonuç çıkmıyor hocam, virgüllü çıkıyor.” demiştir. Öğrencilerin genellikle sonucu tam sayı çıkan sorularla karşılaşmaları cevabın rasyonel sayı olamayacağını düşünmelerine neden olmaktadır.

Genel olarak öğrencilerin verili denklemleri çözmeye oranlarının düşük olduğu görülmüştür. Öğrencilerin doğal sayılarla işlem içeren denklemleri yapma oranları tam ve rasyonel sayılarla işlem içeren denklemlere nazaran daha fazladır. Bunun sebebi öğrencilerin tam ve rasyonel sayılarla işlem yapmaktan kaçınmaları ve bu tarz soruları boş bırakma ya da yarım bırakma eğilimi içerisinde olmalarıdır. Bunun yanı sıra tüm denklem çözmeye sorularında öğrencilerin yaptıkları hatalar bazı kodlarda yoğunlaşmak yerine, tüm kodlara dağılmış durumdadır. Yani öğrenciler denklem çözerken aritmetik, eşitlik ya da değişken kaynaklı hatalar yapmaktadırlar.

Denklem Kurma Testi İçin Bulgular

Denklem Kurma Testi, cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurmayı gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Bu test içerisinde yer alan problemler tam sayıları ve rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerdir. Bu yüzden Denklem Kurma Testi için bulgular iki ana başlık altında sunulmuştur.

Denklem Kurma Testi toplamda 120 öğrenciye uygulanmıştır. Fakat bu öğrencilerden 20 tanesinin kağıdı tamamen boş olduğu için değerlendirmeye alınmadı.

Dolayısıyla sınav 100 kişi üzerinden değerlendirilmiştir. Denklem Kurma Testi'ne ve bu test üzerinden yapılan görüşmelere ait bulgular problemlere uygun denklem kuramayan öğrencilerin cevapları analiz edilerek bulunmuştur. Bu kısımda öğrencilerin kurdukları denklemlerin çözümleri üzerinde durulmamıştır.

Yanlış denklem kuran öğrencilerin cevaplarına ilişkin kod sistematığı ise şu şekildedir:

A: Aritmetik hataların kodları

A1: Dört işlemi anlamlandırılmama hatası

A2: Parantez kullanılmama hatası

B: Bilinmeyen ile ilgili hataların kodları

B1: Bilinmeyeni algılayamama hatası

B2: Bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazılmama hatası

B3: Bilinmeyen yerine nokta kullanma ya da boşluk bırakma

E: Eşitlik işaretini koyılmama kodu

K: Denklem kurmadan soruyu doğru çözme kodu

R: Problemin matematiksel olarak doğru bir şekilde ifadesi mevcut fakat denklemin olmadığı cevaplar

0: Boş bırakılan ya da soru ile alakasız çözümleri içeren yanıtlar

Tam Sayıları Kullanarak Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Denklem Kurma Testi içerisinde yer alan 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 11. problemler tam sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerdir. Bu problemlere uygun doğru denklem kurabilen öğrencilerin oranı Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7

Tam Sayı Problemlerine Doğru Denklem Kuranlar (n=100)

Soru	Doğru denklem kuranlar	%
1	78	78
3	24	24
4	5	5
5	15	15
6	14	14
7	4	4
8	10	10
11	12	12

Öğrencilerin verilen başarı testine dair doğru cevapları beklenenin çok altındadır. Tablo 7 genel olarak öğrencilerin denklemler konusu ile ilgili sıkıntılar yaşadıklarını göstermektedir. Tablo 7'ye göre öğrencilerin en başarılı olduğu soru 1. problemidir. Öğrencilerin %78'i 1. probleme ait denklemi doğru kurmuşlardır. 1. problem öğrencilerin denklemler konusunda en sık karşılaştığı türden bir sayı problemidir. Bu yüzden bu probleme ait denklemin doğru kurulma oranının diğer problemlere göre daha fazla olması beklenen bir durumdur. 1. problem gibi birer sayı problemi olan 5. ve 6. soruların doğru yanıtlanma oranı birbirine çok yakındır fakat 1. probleme oranla çok düşüktür. 5. ve 6. sorular parantez kullanımı gerektiren problemler olduğu için bu problemlere doğru denklem kurma oranı düşmüştür. 3, 4, 7, 8 ve 11. sorular içerisinde birden fazla bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenlerin birbiri cinsinden yazılmasıyla çözülebilecek problemlerdir. Bu problemlere uygun doğru denklemlerin kurulma oranının sayı problemlerine göre daha düşük olduğu görülmektedir. 3, 8 ve 11. sorularda bilinmeyenler arasındaki ilişki açıkça belirtilmiştir. Fakat 4 ve 7. sorularda bilinmeyenler arasındaki ilişki açıkça verilmeyip öğrenciler tarafından bulunması gerekmektedir. Bu yüzden başarı testinde en zorlanılan olunan problemler 4. ve 7. sorulardır.

Tamsayıları içeren denklem kurma sorular sekiz tanedir, bunların üç tanesi tek bilinmeyen kullanarak kurulacak denklemler iken, diğer beş soruda birden fazla bilinmeyen vardır ve bu bilinmeyenler arasındaki ilişki kurularak denklemin yazılması gerekmektedir. Bu sorulara ilişkin öğrencilerin yaptıkları hatalar bu grupta üzerinden ele alınacaktır.

1, 5 ve 6. Problemlere İlişkin Bulgular. 1. problem eşitliğin tek tarafında yer alan bir sayı problemidir. Testin ilk sorusu olduğu için diğer sorulara nazaran daha kolay olan bir problemidir. 5. problem de aynı 1. problem gibi eşitliğin tek tarafında bilinmeyen yer aldığı bir problemidir. Fakat 1. problemden farklı olarak öğrencilerin parantez kullanarak denklem kurabilecekleri bir problemidir. 6. problem ise eşitliğin iki tarafında da bilinmeyen yer aldığı bir sayı problemidir.

Denklem Kurma Testi içerisinde yer alan problemlerden 1, 5 ve 6. sorular birer sayı problemi olduğu için bunlara uygun denklem kuramayan öğrencilerin genellikle aritmetik kategorisi altında yer alan hataları yaptıkları görülmüştür. Ayrıca bazı öğrenciler soruyu denklem kurmadan, aritmetiksel olarak doğru bir şekilde çözmüşlerdir. Bu öğrenciler K kodu altında yer almıştır. Tablo 5'de verilen problemlere uygun denklem

kuramayan öğrencilerin kodları gösterilmiştir. Tablo 5'te yer alan kodlamalar yüzde olarak verilmiştir. Bazı öğrencilerin cevapları birden fazla kodda yer aldığı için kod yüzdelerin toplamı %100'ü aşabilir. Örneğin Görsel 43'te hem A2 hem E kodu altında yer alan bir öğrencinin cevabı görülmektedir. Bu tarz cevaplar her iki kodda da yer aldığı için ilgili her iki kodun altında da sayılmışlardır.

6) Hangi sayının 7 eksiğinin 6 katı o sayının 6 fazlasının 3 katına eşittir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x - 7 = 6x + 6 \cdot 3$$

Görsel 43. Altıncı soruya ait A2 ve E kodu

1, 5 ve 6. sorularda öğrencilerin cevaplarının önemli bir kısmının A1, A2 ve K kodları altında yer aldığı gözlemlenmiştir. Bu kodların yanı sıra 0 kodu altında bulunan yani soruyu boş bırakan ya da soru ile alakasız çözümler yapan öğrenci sayısının da oldukça fazla olduğu görülmektedir. 1., 5., 6. problemlerde yapılan yanlışların kodlara göre yüzde dağılımı Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8

1, 5 ve 6. Problemlerine Ait Hata Kodlarının Dağılımı

Soru	Kod yüzdeleri (%)							
	K	A1	A2	B1	B2	B3	E	0
1	72.73	4.55	0	0	0	22.73	0	18.18
5	16.47	29.41	38.82	0	0	4.71	1.18	15.29
6	0	20.93	38.37	0	0	3.49	18.60	44.19

1. problemi, öğrencilerin %72.73'ü aritmetiksel yollardan çözmeyi tercih etmişlerdir. Bu öğrencilerin cevapları K kodu altındadır. K kodundaki yanıtlar bir hata barındırmasa da öğrencilerin denklem kurmadan kaçınarak soruyu çözme eğilimini ortaya koyduğu için, bu öğrencilerin istenen denklemi kuramadıkları görülmüştür. Görsel 44'te 1. soruya verdiği cevapla K kodunda yer alan bir öğrenci yanıtı yer almaktadır.

1) Ayşe'nin aklından tuttuğu sayının 6 katının 5 fazlası 53'tür. Buna göre Ayşe'nin tuttuğu sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{(53-5)}{6}$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$53-5=48 \div 6=8$$

Görsel 44. Birinci soruya ait K ve E kodu

Görsel 44'teki gibi bir cevabı veren öğrencilerden biri olan Hakan, görüşme esnasında probleme uygun denklemi doğru bir şekilde kurmuştur. Sınav esnasında neden denklem kurmadığı sorulduğunda ise "Bilmiyorum hocam, kurmamışım." cevabını vermiştir. 1. soruda yer alan problem denklem kurmadan da kolaylıkla çözülebilecek bir problem olduğu için Hakan gibi diğer öğrenciler de denklem kurma ihtiyacı hissetmemiş olabilirler.

1. problemde denklem kuramayan öğrencilerin eğilimlerine baktığımızda K kodundan sonra B3 kodunun yoğunluk taşıdığı görülmektedir. Öğrencilerin %22.73'ü B3 kodunda (bilinmeyen yerine nokta kullanma ya da boşluk bırakma) yer almaktadır. Görsel 45, B3 kodunda yer alan bir öğrenci cevabını göstermektedir.

1) Ayşe'nin aklından tuttuğu sayının 6 katının 5 fazlası 53'tür. Buna göre Ayşe'nin tuttuğu sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$(6 \cdot 5 = 53)$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 5 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 6 \\ - 48 & 8 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Görsel 45. Birinci soruya ait B3 kodu

Görsel 45'te öğrencinin bilinmeyen yerine nokta kullandığı görülmektedir. Öğrenciler genellikle bilinmeyen yerine harf kullanmayı tercih etseler de nokta kullanan

ya da boşluk bırakan az da olsa bilinmeyen yerine bunları kullanmayı tercih eden başka öğrencilerin olduğu da görülmektedir.

5. ve 6. problemler birbirine benzer problemler olduğu için, bu sorulara doğru denklem kuran öğrenci sayısı (sırasıyla 15 ve 14) birbirine çok yakındır. 5. problemde öğrencilerin %15.29'u (13 kişi) 0 ile kodlanmıştır. Bu 13 kişiden 6'sı soruya yanlış çözüm getirirken, 7 tanesi de soruyu boş bırakmışlardır. 6. problemde ise öğrencilerin %44.19'u (38 kişi) 0 ile kodlanmıştır. Bu 38 kişiden 29'u soruyu boş bırakırken 9 kişi de soruya yanlış bir çözüm getirmişlerdir. 6. problemi boş bırakan öğrenci sayısı 5. problemi boş bırakan öğrenci sayısından fazladır. Çünkü 5. problem eşitliğin bir tarafında bilinmeyen bulunduğu bir soru iken 6. problem eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyen bulunduğu bir sayı problemidir. Görsel 46, 6. soruda 0 kodu altında yer alan bir cevap örneğini göstermektedir.

6) Hangi sayının 7 eksiğinin 6 katı o sayının 6 fazlasının 3 katına eşittir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$7 - 70 \times 6 =$$
$$18 + 6 \times 3 =$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$7 - 70 \times 6 = 18 + 6 \times 3 = 72$$

Görsel 46. Altıncı soruya ait 0 kodu

Bu problemlere yanlış denklem kuran öğrenciler, en çok aritmetik kategorisine ait hataları yapmışlardır. Aritmetik kategorisi kendi içinde A1 (dört işlemi anlamlandırmaya veya sıralamaya dair hata) ve A2 (parantez kullanmadan denklem kurma hatası) kodlarına ayrılmaktadır. Öğrencilerin yanıtları bu iki soruda da çoğunlukla A2 kodunda yer almaktadır. Görsel 47'de 5. soruya verdiği cevapla A2 kodunda yer alan bir öğrenci yanıtı yer almaktadır.

5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katı 35'dir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x + 3 \cdot 5 = 35$$

Görsel 47. Beşinci soruya ait A2 kodu

Görsel 47'de öğrencinin denklemi kurarken parantez kullanmadığı görülmektedir. Öğrencilerin %38.82'si 5. soru için denklem kurarken parantez kullanmamışlardır. Parantez kullanmadan denklem kuran öğrencilerden 13 tanesi denklemi yanlış kurmalarına rağmen problemin sonucunu doğru bulmuşlardır. Geriye kalan 20 öğrenci ise sonucu yanlış bulmuşlardır. Problemin sonucunun doğru bulunması ve yapılan görüşmeler bu 13 öğrencinin aslında denklemi kurarken hayali bir parantezi düşündüklerini göstermiştir. Örneğin, Mehmet isimli öğrenciyle yapılan görüşmede, öğrenci denklemi nasıl kurduğunu anlatırken $(x+3)$ 'ü parantez içine alması gerektiğini söylemiştir. Neden parantez içine almadığı sorulduğunda ise "Ben orada almamışım. Neden almadığımı çözemiyorum. $(15+x)$ mi yapmışım orada, hayır. Ben burada paranteze almış gibi yapmışım ama" cevabını vermiştir. Mehmet gibi Ali de problemi nasıl kurduğunu anlatırken " $x+3$, parantez içinde $x+3$. Sonra başına 5 koydum. Orada öyle yazmıyor ama" demiştir. Her iki öğrenci de görüşme esnasında denklemi parantez kullanarak kurmaları gerektiğini söylemişlerdir ama sınavda parantez kullanmadan denklemi kurmuşlardır. Öğrenciler, kurdukları denklemde parantez olmamasına rağmen problemin cevabını bulurken parantez varmış gibi davranmışlardır.

6) Hangi sayının 7 eksiğinin 6 katı o sayının 6 fazlasının 3 katına eşittir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x - 7 \cdot 6 = x + 6 \cdot 3$$

Görsel 48. Altıncı soruya ait A2 kodu

Görsel 48'de 6. soruda yer alan bir A2 kodu görülmektedir. Bu problemde 5. problemden farklı olarak A2 kodunda yer alan öğrencilerin hepsi denklemi yanlış

kurdukları için sonucu da yanlış bulmuşlardır. Bu problemin denklemi, 5. problemin denklemi gibi kısa olmadığı için öğrenciler parantez kullanmadan doğru sonuca ulaşmada zorlanmışlardır.

Görüşmelerde problemler soru sırasına göre tartışıldığı için 6. probleme geçildiğinde öğrenciler yaptıkları parantez hatasını fark edip düzeltmektedirler. Örneğin Mehmet ile olan görüşmenin devamında 6. probleme geçildiğinde “Bir sayıyı bilmediğim için, $x-7$ parantez içine alırdım, almamışım gene, çarpı 6, eşittir $x-6$, parantez içinde, çarpı 3.” cevabını vermiştir. Öğrencilerin denklem kurarken parantezi önemsememeleri, işlem önceliğine dikkat etmemeleri Akkaya ve Durmuş (2006) ve Erdem (2013) çalışmalarındaki sonuçlarla paralellik göstermektedir.

5. ve 6. problemlerde parantez hatasından farklı olarak yapılan bir başka hata aritmetik kategorisi altında yer alan dört işlemi anlamlandırılmama hatası olan A1 kodudur. 5. soruda öğrencilerin %29.41’i, 6. soruda %20.93’ü bu hatayı yapmıştır. Görsel 49, dört işlemi anlamlandırılmama hatası yapan öğrenci cevabını (A1) göstermektedir.

5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katı 35’dir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$3+5x=35$$

Görsel 49. Beşinci soruya ait A1 kodu

Görsel 49’daki cevabı veren Yağmur isimli öğrenci soruda verilen aritmetik işlemlerin sırasını önemsemeden denklemi kurmuştur. Yağmur ile yapılan görüşme şu şekildedir:

Öğrenci: 5 katını $5x$ olarak aldım. 3’ü de başa aldım. $3+5x=35$.

Araştırmacı: Tamam. Peki doğru mu sence bu kurduğun denklem?

Öğrenci: Yani doğru gibi geliyor. Doğru bence.

Araştırmacı: Peki ben deseysdim ki hangi sayının 5 katının 3 fazlası 35’dir deseysdim. Nasıl bir denklem kurardın?

Öğrenci: Hangi sayının...

Araştırmacı: 5 katının 3 fazlası. Burada 3 fazlasının 5 katı diyor ya ben de önce 5 katı sonra 3 fazlası desem?

Öğrenci: $5x+3=35$.

Araştırmacı: Farklı oluyor mu bu denklemden dediğin denklem? $5x+3=35$ olur dedin. Şu anda yazdığında $3+5x=35$. Bu 2 denklem farklı denklemler mi?

Öğrenci: Aaaa. Bir hatam var.

Araştırmacı: Nedir?

Öğrenci: 3 ile x'i parantez içine alacaktım. $3+x$ parantez içinde, ı yanına da 5 yazacaktım. Onlar parantez içinde 5 ile de çarpacaktım. İkisinin farkı var. Çünkü hangi sayının 5 katının 3 fazlası deseydi ben burada parantez kullanmayacaktım ama şimdi parantez gerekiyor.

Sınav esnasında aritmetik işlemleri anlamlandıramadığı için denklemini yanlış kuran Yağmur, görüşmede araştırmacının başka bir sorusu sayesinde yaptığı yanlış fark edip düzeltmiştir. 5. problemde olan hataya benzer hatayı 6. problemde yapan Ali de kendi hatasını fark edip denklemin parantezli olması gerektiğini söylemiştir. Ali sınav esnasında kurduğu denklemin yanlış olduğunu "Kendi çözümlüm ilk olarak katını almışım ondan sonra eksikliğini almışım." ifadesini kullanarak belirtmiştir. Yağmur ve Ali gibi Asya da bu hatayı yapmıştır. Asya ile olan görüşmede öğrenci "Burada 3 fazlasının 5 katı demiş, eşittir 35 demiş. Ben ilk önce 5 katının 3 fazlası yapmışım. Bir ters işlem yapmışım." diyerek hatasını kendi fark etmiştir. Asya'ya denklemin doğrusunun ne olacağı sorulduğunda ise cevap verememiştir, fakat sınavda kurduğu denklemin başka bir probleme ait denklem olması gerektiğini yinelemiştir. Öğrencilerin işlem sırasını parantez kullanarak göstermedeki eksiklikleri denklem kurarken hata yapmasına sebep olmuştur. Booth (1988) çalışmasında öğrencilerin parantezi kullanmamalarından dolayı yanlış denklem kurdukları belirtilmiştir. Erdem'in (2013) çalışmasında ise öğrencilerin sıralama hatası yaptıkları ve bu nedenle problemlerin çözümünde yanlış denklem kurdukları görülmüştür. Booth (1988) ve Erdem (2013) çalışmalarının sonuçları bu çalışma ile paralellik göstermektedir.

6. problemde aritmetik hatalarının yanı sıra öğrencilerin %18.60'ı eşitlik hatası da yapmışlardır. Görsel 50, bu soruya ait hem E kodunda hem de A2 kodunda yer alan bir cevabı göstermektedir.

6) Hangi sayının 7 eksikliğinin 6 katı o sayının 6 fazlasının 3 katına eşittir?

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$x-7 \times 6 \quad x+6 = x \times 3$$

Görsel 50. Altıncı soruya ait E ve A2 kodu

Görsel 50'deki cevabı veren Elif isimli öğrenciyle yapılan görüşmede kendisine denklemde kullandığı eşitlik işaretini denkleme nasıl koyduğu sorulduğunda, öğrenci “6 fazlasından sonra bitirmiş hocam yani, 3 katına eşittir demiş” diye cevap vermiştir. Yani öğrenci problemdeki ifadeleri yanlış anlamlandığı için eşittir işaretini de yanlış yere koymuştur.

3, 4, 7, 8 ve 11. Problemlere İlişkin Bulgular. Başarı Testi 2 içerisinde yer alan problemlerden 3, 4, 7, 8 ve 11. problemlere uygun denklem kuramayan öğrencilerin genellikle ya 0 kodu altında oldukları ya da bilinmeyen kategorisi altında yer alan hataları yaptıkları (B1 ve B2 kodları) görülmüştür. Tablo 9'da bu problemlere uygun denklem kuramayan öğrencilerin hata kodları gösterilmiştir. Bu sorularda da bazı cevaplar birden fazla koda yer aldığı için kod yüzdelerin toplamı %100'ü aşabilir.

Tablo 9

3, 4, 7, 8 ve 11. Problemlerine Ait Hata Kodlarının Dağılımı

Soru	Kod Yüzdeleri (%)							
	B1	B2	B3	E	A1	A2	K	0
3	50	5.26	0	3.95	9.21	0	3.95	38.16
4	0	35.79	0	2.11	1.05	0	3.16	62.11
7	0	16.67	0	0	0	0	0	83.33
8	0	2.22	0	1.11	8.89	0	0	88.89
11	4.55	15.91	0	2.27	0	0	0	78.41

3. probleme ait denklemi öğrencilerin %24'ü doğru kurmuşlardır. Bu probleme ait denklemi ifade edemeyen öğrencilerin %38.16'sı (29 kişi) 0 kodu altında yer almaktadır. Bu 29 kişiden 14 tanesi soruyu boş bırakırken 15 kişi de soruya yanlış çözüm getirmişlerdir. Sıfır kodu altında yer alıp soruya yanlış çözüm getiren bir öğrencinin cevabı Görsel 51'de gösterilmiştir.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$51 - 4x = 4$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$\begin{array}{r} 51 - 4x = 51 \\ 55 \quad | \quad 4 \\ \underline{4} \quad | \quad 13 \\ 15 \quad | \\ \underline{12} \quad | \\ 03 \end{array}$$

Görsel 51. Üçüncü soruya ait 0 kodu

Görsel 51'deki cevabı veren öğrenci soruyu aritmetiksel olarak çözmeye çalışmıştır. Fakat yaptığı çözüm öğrencinin problemi anlamlandırmada sorun yaşadığını göstermektedir. Bu cevap öğrencinin problemi anlama çabası göstermeden aritmetiksel işlemler yaptığını ortaya koyduğu için bu tarz cevaplar 0 ile kodlanmıştır.

Öğrencilerin %50'si bilinmeyenleri denkleme koyamayı B1 kodu altında yer almışlardır. Bu öğrencilerden birisi Asya'dır. Asya, soruda verilen 4 katının 4 eksiği ifadesini cebirsel olarak yazabilmiştir, fakat Asya'nın kurduğu denklem, sorunun kurgusunu tam olarak anlamadığını hissettirmektedir. Asya, baba ve oğlunun yaşlarını birbiri cinsinden düşünebildiğini hissettirse de bu iki bilinmeyi denkleme koyamamıştır.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$4x - 4 = 51$$

7.

Görsel 52. Üçüncü soruya ait B1 kodu

Görsel 52'deki cevabı veren Asya ile yapılan görüşmede öğrenciye probleme uygun denklemi nasıl kurduğu sorulduğunda “4 kat dediği için $4x$ yaptım. 4 yaş küçüktür dediği için de -4 yaptım.” şeklinde cevap vermiştir. Öğrenciye baba için mi, çocuk için mi x ifadesini kullandığı sorulduğunda ise tam bir cevap verememiş ve soruyu anlayamadığını söylemiştir. Sorunun hangi kısmını anlamakta güçlük çektiği sorulduğunda ise “Denklemi olduğu gibi kurdum ama” cevabını vermiştir. Asya'nın görüşmede verdiği cevaplardan problemde yer alan 4 katından 4 yaş küçüktür ifadesini tam olarak anlamadan, ezbere bir şekilde $(4x-4)$ cebirsel ifadesini yazdığı görülmüştür. Asya gibi B1 hata kodunda yer alan öğrencilerden biri olan Ali ile yapılan görüşme ise şu şekildedir.

Araştırmacı: Şimdi 3. sorudaki denklemi nasıl kurduğunu anlatır mısın bana?

Öğrenci: Evet bir babanın yaşı x olarak yaptım. 4 katı olduğu için $4x$. Sonra 4 yaş küçüktür, -4 yaptım. Sonra baba ile oğlanın yaşının toplamı 51'miş, eşittir 51 yaptım. 4'ü karşıya gönderdim.

Araştırmacı: Tamam çözümüne girme. Babanın yaşına mı x dedin, oğlanın yaşına mı x dedin?

Öğrenci: Babanın yaşına.

Araştırmacı: Babanın yaşına x dedin?

Öğrenci: Evet.

Araştırmacı: Tamam. $4x-4$ ne oldu? $4x-4$ kimin yaşı?

Öğrenci: Babanın.

Araştırmacı: Ama babaya x dedim dedin az önce?

Öğrenci: Annenin.

Araştırmacı: Anne nerede burada? Soruda anne nerede?

Öğrenci: Yok.

Ali ile olan görüşmede öğrencinin Asya gibi soruyu anlamadan, hangi bilinmeyene x dediğini düşünmeden denklemi kurmaya çalıştığı ve 4 katından 4 yaş küçüktür ifadesini ezbere bir şekilde $(4x-4)$ cebirsel ifadesine dönüştürdüğü ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda soruda verilmemiş olmasına rağmen anneden bahsetmesi, öğrencinin sorudaki kurguyu anlamak yerine kafasından bir kurgu oluşturduğunu düşündürmektedir. Öğrencilerin problemleri anlama ve anladıklarını matematiksel dile dönüştürmede sıkıntı yaşadıkları Jupri ve Drijvers'in (2016) çalışmasında da ortaya konulan bir bulgudur.

B1 kodu problemde yer alan bilinmeyenlerin kurgulanabildiği ama denkleme konulamadığı durumları içermektedir. Öğrencilerin yazılı yanıtları bu kodu bu şekilde inşa etse de, öğrencilerle yapılan görüşmeler bilinmeyen kategorisine dair daha derin bir sorunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin önemli bir bölümü soruda kaç bilinmeyen olduğunu anlamadan, bunun üzerine düşünmeden tek bilinmeyenli sorularda yaptıkları

gibi sorudaki aritmetik akışı okuyarak denklem ifadesini yazabilmişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler, bilinmeyenleri denkleme koyamama hatasının, bilinmeyenleri tam olarak algılayamamaktan da kaynaklandığını göstermiştir.

3. problemde B1 kodunun yanı sıra, öğrencilerin %9.21'i de A1 kodunda (dört işlemi anlamlandırılmama hatası) yer almaktadır. Görsel 53, A1 kodunda yer alan bir cevabı göstermektedir.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlunun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x \cdot x \cdot 4 - 4 = 51$$

Görsel 53. Üçüncü soruya ait A1 kodu

Görsel 53'de yer alan örnekte öğrenci soruda yer alan bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazabilmiş fakat toplama işlemi yerine çarpma işlemi kullandığı için bu cevap A1 kodu altında bulunmaktadır. Görsel 54 ise hem B1 hem de A1 kodları altında yer alan bir cevabı göstermektedir.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlunun yaşları kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$4x + 4 = 51$$
$$x = ?$$

Görsel 54. Üçüncü soruya ait B1 ve A1 kodu

3. problem gibi, 4. problemde de yanlış denklem kuran öğrencilerin %62.11'i (59 kişi) 0 kodu altında yer almaktadırlar. 0 kodu altında yer alan 41 öğrenci soruyu boş bırakırken geriye kalan 18 öğrenci ise yanlış çözüm uygulamışlardır. Görsel 55 ve 56, 4. soruya ait 0 kodu altında yer alan cevapları göstermektedir.

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22$$

Görsel 55. Dördüncü soruya ait 0 kodu

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{105}{5}$$

(17)

Görsel 56. Dördüncü soruya ait 0 kodu

Görsel 55'teki cevap örneğinde öğrenci sayı denemektedir. Fakat denediği sayılar yanlış olduğu için bu cevap 0 kodu altındadır. Görsel 56'daki cevabı veren öğrenci de aritmetiksel yöntemlerle soruyu yapmaya çalışmış fakat sonucu 19 yerine 17 olarak bulduğu için bu cevap 0 kodu altında yer almaktadır.

Bunun yanı sıra öğrencilerin %35.79'u bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamadıkları için B2 kodunda bulunmaktadırlar. Örneğin Görsel 57'de yanıtı yer alan öğrenci problemde beş bilinmeyen olduğunu kavramış, bunu farklı sembollerle denklem içerisinde ifade etmiş ama bu bilinmeyenleri tek bir bilinmeyen cinsinden yazamadığı için B2 kodunda yer almıştır.

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$a+b+c+d+e = 105$$

$$a=?$$

Görsel 57. Dördüncü soruya ait B2 kodu

Görsel 57'deki cevabı veren Berrak isimli öğrenci ile yapılan görüşmede kendisine bu denklemi nasıl kurduğu sorulduğunda “Burada 5 tane ardışık dediğinde bunları işte a, b, c, d, e ile yazmışım. Hepsinin toplamı 105 oluyorsa a'yı da başta yazdığım için en küçük a'dır.” diye yanıtlamıştır. Berrak bu problemde yer alan beş tane bilinmeyen farklı harflerle gösterdiğini ifade etmektedir. Fakat bu bilinmeyen sayıları tek bir harf üzerinden ifade etmekte sıkıntı yaşamaktadır. Yani bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazmakta sıkıntı çekmektedirler. MacGregor ve Stacey'in (1996) yaptıkları çalışmada öğrencilerin birden fazla bilinmeyen bulunan ifadeleri tek bilinmeyenli duruma çeviremediklerini, her bilinmeyen için farklı bir harf kullandıklarını fakat bu harflerin birbirleriyle olan ilişkilerini anlayamadıklarını ortaya koymuşlardır. Görüşmede Berrak'tan farklı harflerle gösterdiği bilinmeyenleri tek bir harfle yazıp yazamayacağı sorulduğunda Berrak şu şekilde yanıtlamıştır:

Öğrenci: Yazabilirim. Mesela 2a, 3a olurdu.

Araştırmacı: Neden 2a,3a dedin? 2a ne demek?

Öğrenci: 2 tane a oluyor.

Araştırmacı: 3a da 3 tane mi a oluyor?

Öğrenci evet anlamında kafa sallar.

Araştırmacı: Peki ardışık dediğinde neyi anlıyorsun?

Öğrenci: Sırasıyla gelen. O zaman a+1 diye yazarım.

Araştırmacı: Yani şöyle yazabilir misin a+(a+1). Bir sonrakine ne yazacaksın?

Öğrenci: (a+2)+(a+3)+(a+4)

Berrak başta yanlış cevap verse de araştırmacı ardışık kelimesini hatırlattıktan sonra bilinmeyenler arasında doğru bir ilişki kurduğu görülmüştür. Berrak gibi, Ali, Mehmet ve Burcu'dan da beş farklı bilinmeyen tek bir bilinmeyen cinsinden yazmaları istendiğinde onlar da başta $a+2a+3a+4a+5a$ şeklinde yazmaları gerektiğini söylemişlerdir. Fakat sonra ardışık kelimesinin ne anlatmak istediği sorulduğunda bir fazlası olması gerektiğini söyleyip $a+(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)$ şeklinde yazmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Yani öğrenciler ardışığın anlamını bilmelerine rağmen, ardışık bilinmeyenleri toplama işaretini kullanarak yazmak yerine önce çarpma işaretini kullanarak yazmayı denemişlerdir. Öğrenciler sınav esnasında bilinmeyen ve sayılar arası ilişki kurarken düşünmekte, bilgilerini bir araya getirip kullanmakta zorlanmaktadırlar. Ancak görüşme esnasında araştırmacı öğrencileri düşünmeye davet ettiği zaman bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi kurabilmektedirler.

Başarı testinin uygulandığı 100 öğrenci arasından sadece dört öğrenci 7. probleme ait doğru denklemi kurabilmişlerdir. Bu probleme uygun denklem kuramayan öğrencilerin %83.33'ü 0 kodu altındadır. Cevapları 0 kodu altında olan 80 tane öğrencinin

40 tanesi soruyu boş bırakmıştır. Bu soruyu boş bırakan öğrencilerden biri olan Ali ile yapılan görüşmede öğrenciye soruyu neden boş bıraktığı sorulduğunda “Bulamadım. x yazsak x’in yanına hangi işaretleri koyacağımıza veya başka bir şey, bulamadım.” cevabını vermiştir. Ali’nin görüşmede verdiği cevap bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamadığı için denklemini kuramadığını ortaya çıkarmıştır. 0 kodunda yer alan 40 öğrenci ise soruyu aritmetiksel olarak çözmeye çalışmış fakat başarılı olamamışlardır. Görsel 58 bu problemde 0 kodu altında yer alan cevap örneğini göstermektedir.

7) Bir çiftlikte bulunan tavuk ve tavşanların toplamı 28’dir. Tavuk ve tavşanların ayak sayıları toplamı 88 ise bu çiftlikte kaç tane tavuk vardır? (Tavşan 4 ayaklı, tavuk 2 ayaklı bir hayvandır.)

a) Probleme uygun denklemini kurunuz.

$$88$$

b) Kurduğunuz denklemini çözünüz.

$$\begin{array}{r} 88 \div 2 \\ \hline 44 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 88 \div 4 \\ \hline 22 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 88 \div 2 \\ \hline 44 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 88 \div 4 \\ \hline 22 \end{array}$$

Görsel 58. Yedinci soruya ait 0 kodu

Öğrencilerin bu problemi boş bırakma ya da yanlış çözüme nedenleri bu problemin diğer sorulara göre daha farklı bir kurguda olması ve bilinmeyenler arasındaki ilişkinin açıkça belli olmaması olabilir. Bu problemi çözmeyen öğrencilerin yanı sıra çözmeye çalışılanların B1 ve B2 hatalarını yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin %11.21’i bilinmeyenleri birbiri cinsinde yazamayıp B2 kodu altında yer almaktadır. Örneğin, Görsel 59’da bu soruda denklem kurarken bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamayan bir öğrencinin cevabı verilmiştir.

7) Bir çiftlikte bulunan tavuk ve tavşanların toplamı 28'dir. Tavuk ve tavşanların ayak sayıları toplamı 88 ise bu çiftlikte kaç tane tavuk vardır? (Tavşan 4 ayaklı, tavuk 2 ayaklı bir hayvandır.)

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\begin{aligned} X + Y &= 28 \\ X \cdot 2 + Y \cdot 4 &= 88 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &= \text{Tavuk} \\ Y &= \text{Tavşan} \end{aligned}$$

Görsel 59. Yedinci soruya ait B2 kodu

Görsel 59'daki cevabı veren Kerem isimli öğrenci ile yapılan görüşmede kendisinden iki bilinmeyenli denklemi tek bilinmeyenli denkleme dönüştürmesi istenmiştir. Öğrenci yapamayacağını ifade etmiştir. Neden yapamayacağı sorulduğunda ise "Hocam x ve y'ler farklı şeyler olduğu için" cevabını vermiştir. Kerem gibi Eren de kurduğu iki bilinmeyenli denklemi tek bilinmeyenli denkleme dönüştüremeyeceğini söylemiştir. Neden olarak da "Çünkü ikisinin de sayısını vermemiş. Sadece bilinen ayak sayıları." demiştir. Yani aslında öğrenciler bu soruda verilen tavuk ve tavşanların sayıları arasındaki ilişkiyi göremedikleri için iki bilinmeyeni tek bilinmeyene dönüştürememişlerdir. 4. soruda olduğu gibi bu soruda da öğrenciler bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi kuramadıkları için bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamamışlardır. MacGregor ve Stacey'in (1996) yaptıkları çalışmada da öğrencilerin birden fazla bilinmeyen bulduğu problemleri bir bilinmeyenli denkleme dönüştüremedikleri görülmüştür. Bu yüzden bu iki çalışmanın sonuçları paralellik göstermektedir.

8 ve 11. problemler de 7. problem gibi bilinmeyenlerin birbiri cinsinden yazılması gereken problemlerdir. 8. probleme ait denklem 10 öğrenci tarafından doğru kurulmuştur. Bu probleme uygun denklem kuramayan öğrencilerin %88.89'u 0 kodu altındadır. Bu problemde 0 kodu altında bulunan 30 öğrenci problemi aritmetiksel olarak çözmeye çalışmışlar fakat başarılı olmamışlardır. Görsel 60, 0 kodu altında bulunan bir cevap örneğini göstermektedir.

8) Kerem, 225 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar sayfa okuyarak 4. günün sonunda bitiriyor. Buna göre Kerem 1. gün kaç sayfa kitap okumuştur?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{225}{56}$$

Görsel 60. Sekizinci soruya ait 0 kodu

Görsel 60'daki cevapta öğrenci soruyu aritmetiksel olarak çözmeye çalışmış ve 4 gün olduğu için 225'i 4'e bölmüştür. Fakat doğru sonuca ulaşamamıştır. Sekizinci soruda 0 kodu altında yer alan 50 öğrenci de soruyu boş bırakmışlardır. Soruyu boş bırakan öğrencilerden biri olan Ahmet'e soruyu neden boş bıraktığı sorulunca "Burada bir şeyler denedim denklemle ilgili ama kuramadım gene. Şuraya $x+2x+4x$ yazmışım." cevabını vermiştir. Neden sildiği sorulunca "Çünkü cevaba ulaşamadım. Kalanlı falan çıktı galiba." demiştir. Öğrenci denklemi doğru kurmasına rağmen cevabı tam bulamadığı için yazdığı denklemin yanlış olduğunu düşünmüştür. Ayrıca öğrencilerin % 8.89'u denklemi kurarken yapılan dört işlemi anlamlandıramama hatası yaparak A1 kodunda yer almışlardır. Görsel 61 bu soruda aritmetik hatası yapan Elif isimli öğrencinin kâğıdını göstermektedir.

8) Kerem, 225 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar sayfa okuyarak 4. günün sonunda bitiriyor. Buna göre Kerem 1. gün kaç sayfa kitap okumuştur?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\begin{aligned} 1. \text{ gün} &\Rightarrow x \\ 2. \text{ gün} &\Rightarrow x+2 \\ 3. \text{ gün} &\Rightarrow 2x+2 \end{aligned}$$

$$= 225$$

$$\text{Gün} \Rightarrow x+2$$

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

$$x + x + 2 + x + 2 + x + 2 = 225$$

Görsel 61. Sekizinci soruya ait A1 kodu

Elif'in cevabından öğrencinin bu sorudaki bilinmeyenlerin dört tane olduğunu anladığı ve bu bilinmeyenleri tek bir bilinmeyen cinsinden yazmaya çalıştığı görülmektedir. Elif ile olan görüşmede ise bu soruya uygun denklemi nasıl kurduğu sorulduğunda "Her gün bir okuduğunun 2 katı olarak bitiriyormuş. $x+2$, yani her gün bir okuduğunun 2 katı" cevabını vermiştir. Araştırmacı " $(x+2)$, her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı mı demek oluyor diyorsun?" diye sorduğunda, öğrenci "Evet."

cevabını vermiştir. Öğrenci soruda verilen kat ifadesini çarpma işlemi yerine toplama işlemi olarak ifade etmektedir. Bu görüşmeden öğrencinin aritmetik olarak verilen ilişkileri matematiksel dile dönüştürmede sıkıntı yaşadığı anlaşılmaktadır.

4, 7 ve 8. problemler gibi 11. problem de birden fazla bilinmeyen bulduğu bir problemdir. Öğrencilerin hatalı cevaplarının %78.41'i 0 olarak kodlanmıştır. Bu problemde cevapları 0 kodu altında yer alan öğrencilerin 22 tanesi soruyu ya aritmetiksel olarak çözmeye çalışmışlar fakat başarılı olamamışlardır ya da soruyla alakasız bir denklem kurmaya çalışmışlardır. Geriye kalan 47 öğrenci ise cevap vermemiştir. Görsel 62, 11. soruya ait 0 kodu altında yer alan bir cevabı göstermektedir.

11) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL'dir. Canan'ın parası Asuman'ın parasının 3 katı kadardır. Cemre'nin parası ise Asuman'ın parasından 25 TL fazladır. Buna göre Cemre'nin kaç tl parası vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$3x + 245.3 + 25 = ?$$

Görsel 62. On birinci soruya ait 0 kodu

Görsel 62'deki cevabı veren öğrencinin soruya dair bir akıl yürütme geliştirmeden soruda var olan sayıları yazıp bir denklem kurmaya çalıştığı görülmektedir. Bu problemde 0 kodu dışında, öğrencilerin cevaplarının % 4.55'i B1, % 15.91'i ise B2 kodu altında yer almaktadır. Görsel 63, 11. soruya ait bilinmeyenleri denkleme koyma sıkıntısı yaşayan (B1 kodu) bir öğrencinin cevabını göstermektedir.

11) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL'dir. Canan'ın parası Asuman'ın parasının 3 katı kadardır. Cemre'nin parası ise Asuman'ın parasından 25 TL fazladır. Buna göre Cemre'nin kaç tl parası vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$a + b + c = 245$$

$$a = 3b$$

$$c = b + 25$$

$$c = ?$$

a = Canan
b = Asuman
c = Cemre

Görsel 63. On birinci soruya ait B1 kodu

Bu probleme uygun denklem kurarken B1 hatası yapan öğrencilerden biri olan Berrak ile yapılan görüşmede, öğrenciye denklemi neden tek bilinmeyen cinsinden

yazmadığı sorulduğunda “Öyle daha zor geliyor galiba.” cevabı alınmıştır. Öğrencilerin bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazdıktan sonra bir araya getirememeleri MacGregor ve Stacey (1996) tarafından yapılan bir çalışmada da bulunmuştur.

Öğrenciler, 4. ve 7. soruda olduğu gibi, 11. soruda da bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazarken sıkıntılar yaşamaktadırlar. Görsel 64 bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazamayan (B2) bir öğrencinin cevabını göstermektedir.

11) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL’dir. Canan’ın parası Asuman’ın parasının 3 katı kadardır. Cemre’nin parası ise Asuman’ın parasından 25 TL fazladır. Buna göre Cemre’nin kaç tl parası vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x + 3x + 3x + 25 = 245$$

Görsel 64. On birinci soruya ait B2 kodu

11. soruya Görsel 64’teki gibi cevap veren öğrencilerden biri olan Hakan’a denklemi nasıl kurduğu sorulduğunda “Hocam bir tanesine x dedim, Canan’ın parasına.” demiştir. Bir süre düşündükten sonra “Yok, Asuman’ın parasına x dedim. Canan’ın parasının 3 katı olduğu için 3x dedim. Cemre’nin parasına da Asuman’ın 25 fazlası dediği için 3x+25 dedim.” cevabını vermiştir. Bu soruda B2 hatasında yer alan 14 öğrenciden 5 tanesi denklemi Hakan’ın kurduğu gibi kurmuşlardır. Hakan’ın verdiği cevaptan başlangıçta kimin parasına x demesi gerektiği konusunda emin olmadığı görülmüştür. Hakan sorudaki sıraya göre önce Canan’ın parasına x demiştir fakat daha sonra hatasını düzelterip Asuman’ın parasına x demiştir. Daha sonra ise gene kafası karışmış ve Cemre’nin parasını da yanlış ifade etmiştir. Hakan gibi Kerem de önce Canan’a x demeyi düşünmüştür. Bunun nedeni sorulunca “Çünkü Canan’dan başlıyor.” demiştir. Bu görüşmelerden öğrencilerin problemin anlamına göre değil, problemdeki kelimelerin sırasına göre bilinmeyi yazmaya çalıştıkları söylenebilir. Öğrencilerin problemdeki kelimelerin sırasına göre denklemi oluşturdukları Clement (1982) ve Dede (2004) tarafından yapılan çalışmalarda da ortaya konmuştur.

Rasyonel Sayıları Kullanarak Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Başarı Testi 2 içerisinde yer alan 2, 9 ve 10. problemler rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerdir. Bu problemlere uygun doğru denklem

kurabilen öğrencilerin oranı Tablo 10’da gösterilmiştir. Tablo 10’a göre rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerdeki başarı oranı tam sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlerdeki başarı oranından çok daha düşüktür. Bu bulgu Özarslan (2010) tarafından yapılan araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir. Özarslan’ın yaptığı çalışmada da öğrencilerin rasyonel sayılı denklem kurma gerektiren problemlerde, tam sayılı denklem kurma gerektiren problemlere göre daha çok zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 10

Soru	Doğru denklem kuranlar	%
2	3	3
9	2	2
10	11	11

Tablo 11’de bu problemlere uygun denklem kuramayan öğrencilerin hata kodları gösterilmiştir. Tam sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren soruların kod sistematüğinde yer alan kodlar burada da geçerlidir. 2. probleme doğru denklem kuran 3 tane öğrenci vardır. 2. probleme uygun denklem kuramayan öğrencilerin cevapları incelendiğinde denklem kuramayan öğrencilerin %72.16’sı 0 kodu altındadır. Sıfır kodu altında olan öğrencilerin 41 tanesi soruyu boş bırakmışlar, 29 tanesi ise soruyu aritmetiksel olarak çözmeye çalışırken yanlış çözmüşlerdir. Öğrencilerin % 24.74’ü ise R kodu altında yer almaktadırlar.

Tablo 11

Soru	Kod Yüzdeleri					
	R	K	A1	A2	0	E
2	24.74	3.09	0	0	72.16	0
9	5.10	7.14	0	0	87.76	0
10	0	0	16.85	29.21	53.93	15.73

Görsel 65 bu duruma örnek olan bir kâğıdı göstermektedir. Görsel 65’teki cevabı veren Kerem isimli öğrenciyle yapılan görüşmede, öğrenciye yazdığı ifadenin denklem olup

olmadığı sorularak denklem nedir tartışması yapılmıştır. Öğrenci ile olan görüşme şu şekildedir:

Araştırmacı: Bu bir denklem mi?

Öğrenci: Hayır.

Araştırmacı: Niye değil?

Öğrenci: Çünkü bilinmeyen yok.

Araştırmacı: Bilinmeyen olsa denklem olacak mıydı?

Ö: Olacaktı.

Öğrenci yazdığı ifadenin içerisinde bilinmeyen olmadığı için denklem olmadığını düşünmektedir. 2. probleme Kerem gibi cevap veren öğrencilere de denklem nedir sorusu sorulmuştur. Öğrencilerden bir kısmı denklemde bilinmeyen ve eşitlik olmalı diyebilmiştir. Fakat bir kısım öğrenci de denklemde bilinmeyenin olması gerektiğini söylemiş, ama eşitlik için bir şey dememişlerdir. Sonuç olarak öğrenciler denklemin ne demek olduğuna dair yanlış bilgilere sahip olabilmektedirler. Denklem denilince akıllarına direk bilinmeyen gelmektedir fakat denklemin bir eşitlik belirtmesi gerektiği düşünülmemektedir.

2) Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ 'ü yabancı dil olarak yalnızca Fransızca, $\frac{1}{2}$ 'si ise yalnızca İngilizce bilmektedir, hem İngilizce hem de Fransızca bilen öğrenci bulunmamaktadır. Bu sınıfta İngilizce ve Fransızca bilen toplam 24 öğrenci vardır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 24$$

Görsel 65. İkinci soruya ait R kodu

Keremle olan görüşmenin devamında araştırmacı öğrenciden probleme uygun denklemi kurması için düşünmesini istemiştir. Öğrenci ilk olarak $\frac{1}{4}$ ifadesine x demeyi düşünmüş fakat $\frac{1}{2}$ ifadesini x türünden yazmakta başarılı olamamıştır. Daha sonra tüm sınıfa x demeyi düşünmüş fakat gene başarılı olamamıştır. En sonunda araştırmacı yardımda bulunmuştur. Görüşmenin devamı şu şekildedir:

Araştırmacı: Peki bu sınıftaki öğrencilere 4x dese ydim? Sonuçta istediğim bilinmeyeni koyarım ya. $\frac{1}{4}$ 'ini ne olarak yazardın?

Öğrenci: x

Araştırmacı: $\frac{1}{2}$ 'ini ne olarak yazardın?

Öğrenci: $2x$. Yarısı oluyor çünkü.

Araştırmacı: Peki $4x$ dediğimde yaptın, x dediğimde neden yapamadın?

Öğrenci: x 'in yanında sayı olmadığı için olabilir.

Araştırmacı: $Hı$ yanında bir şey olmadığı için.

Öğrenci: $\frac{1}{4}$ deyince 4'e bölüp 1'ini bulabilirim ama x deyince bulamadım.

Kerem görüşmeden de anlaşılacağı üzere tam sayıları kullanarak denklemi kurmaya çalıştığında sıkıntı yaşamamaktadır. Fakat rasyonel sayılarla denklemi kurmaya çalıştığında rasyonel sayı ile bilinmeyeni nasıl ifade edeceğini bilemediği için zorlanmaktadır.

9. problem, 2. probleme benzer bir problemdir. 9. probleme uygun denklem kurabilen sadece iki öğrenci bulunmaktadır. Bu problemi denklem kuramayan öğrencilerin % 87.76'sı çözememişler ya da anlamsız işlemler yapmışlardır. Ayrıca denklem kuramayan öğrencilerin arasından sadece beş kişi aritmetiksel olarak problemi doğru çözebilmişlerdir (K kodu). Bu problemi denklem kurmadan çözen öğrencilerden biri olan Hakan'a neden denklem kurmadığı sorulduğunda "Çünkü gerek yok." cevabını vermiştir. Hakan probleme uygun denklem kuramayınca aritmetiksel olarak problemi çözmeyi tercih etmiştir. Öğrencilerin denklem kurmak yerine aritmetiksel yöntemleri kullanarak problemleri çözdüğü başka çalışmalar da görülmüştür (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012; Stacey ve MacGregor, 1999; Kabael ve Akın, 2015).

10. problem başarı testindeki 5. ve 6. probleme benzer bir problemdir. 5. ve 6. problemler gibi sayı problemi olan bu soruda, hem eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyen olduğu hem de rasyonel sayıların kullanılması gerektiği için başarı oranı 5. ve 6. problemlere göre daha düşük olmuştur. Bu soruda 11 kişi doğru denklem kurabilmişlerdir. Bu probleme uygun denklem kuramayan öğrencilerin % 53.93'ünün cevaplarına 0 kodu verilmiştir.

10) Bir sayının 3 eksiğinin 2 katı, aynı sayının 6 fazlasının yarısına eşittir. Buna göre bu sayı kaçtır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

$$x-3.2 = x+6 \div 2$$

Görsel 66. Onuncu soruya ait A2 kodu

5. ve 6. problemlerde olduğu gibi bu problemde de öğrencilerin parantez kullanmadıkları için hata yaptıkları görülmüştür. Görsel 66 bu probleme ait A2 kodunu göstermektedir. Onuncu soruda öğrencilerin cevaplarının %29.21'i A2 kodu altında yer almıştır. Bu problemde A2 kodu altında yer alan öğrenciler 5. ve 6. problemlerden sonra yaptıkları parantez hatasını fark edip düzeltmişlerdir. Akkaya ve Durmuş (2006) ve Erdem (2013) tarafından yapılan çalışmalarda da öğrencilerin parantez kullanmaya ve işlem önceliğine dikkat etmedikleri ifade edilmiştir.

Rasyonel sayıları kullanarak denklem kurma problemlerinin üçünde de soruyu boş bırakan öğrenciler, yani cevapları 0 kodu altında yer alan öğrenciler, çoğunluğu oluşturmaktadırlar. Öğrencilere bu soruları yapmama nedenleri sorulduğunda, öğrenciler kesirli ifadeleri görünce soruyu yapmak istemediklerini dile getirmişlerdir. Örneğin Kerem'e 9. soruya dair neden denklem kurmadığı sorulduğunda "Diğer şeyde de söylemiştim (2. sorudan bahsediyor), kesir olunca aklım karışıyor biraz." cevabını vermiştir. Kerem gibi Asya'da 2. soruyu yapamama nedeni olarak "Kesirli olduğu için anlayamadım." açıklamasını yapmıştır. Görüşmeler ve cevapların analizi öğrencilerin kesirli problemlere karşı önyargılı yaklaşıtlarını ve kesirli problemlerle uğraşmak istemediklerini göstermektedir.

Her iki başarı testinin analizlerine göre öğrenciler problemlere uygun denklem kurma sorularında denklem çözmeye nazaran daha az başarılı olmuşlardır. Genel olarak öğrencilerin rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmaları gerektiren problemlerde başarısız oldukları görülmüştür. Test esnasında öğrenciler rasyonel sayı içeren problemleri yapamayacaklarını düşünüp bu sorular üzerinde düşünmemişlerdir. Bunun yanı sıra sayı problemlerinde aritmetik kategorisi altında yer alan hataların daha çok yapıldığı görülmüştür. İçerisinde birden fazla bilinmeyen olduğu ve bu bilinmeyenlerin birbiri cinsinden yazılması gerektiği problemlerde ise bilinmeyen kategorisi altında yer alan hataların daha yoğun yapıldığı görülmektedir.

BÖLÜM 4

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu araştırmada, 8. sınıf öğrencilerin birinci dereceden 1 bilinmeyenli denklem ifadelerini çözememe ve cebirsel sözel problem durumlarına uygun birinci dereceden 1 bilinmeyenli denklem ifadeleri kuramama nedenleri, araştırmacının hazırladığı başarı testleri ve öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla belirlenmiştir. Bu bölümde, bu çalışmadan elde edilen bulgulara dayalı sonuçlar üzerinde durulmuştur. Ayrıca yapılan araştırma bulgularından elde edilen sonuçlar çerçevesinde bir takım önerilere de yer verilmiştir.

Sonuçlar

Bu araştırmada yapılan Başarı Testi 1, Başarı Testi 2 ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin bulguları harmanlanıp elde edilen sonuçlar bir arada sunulmuştur. Bu sonuçlar maddeler halinde aşağıda verilmiştir.

1. Öğrencilerin birinci dereceden 1 bilinmeyenli denklem ifadelerini çözme ve cebirsel sözel problem durumlarına uygun birinci dereceden 1 bilinmeyenli denklem kurma başarı düzeyleri oldukça düşüktür.
2. Öğrencilerin cebirsel sözel problemlere uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurma başarı düzeyleri, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem çözme başarı düzeyinden daha düşüktür.
3. Öğrencilerin rasyonel sayılarla işlemleri içeren denklemleri doğru çözme oranları, doğal ve tam sayılarla işlemleri içeren denklemleri doğru çözme oranından daha düşüktür.
4. Öğrencilerin rasyonel sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlere uygun doğru denklem kurma oranı, tam sayıları kullanarak denklem kurmayı gerektiren problemlere uygun doğru denklem kurma oranından daha düşüktür.
5. Öğrenciler rasyonel sayı içeren denklemleri ve problemleri çözmekte zorlanmakta ve bu yüzden bu tür sorularla uğraşmamayı yeğlemektedirler.

6. Öğrenciler genel olarak soruların cevaplarının tam sayı olmasını beklemektedirler. Bu beklentiden ötürü herhangi bir sorunun cevabını rasyonel sayı bulurlarsa yanlış yaptıklarını düşünmektedirler.
7. Aritmetik alanında oluşmuş olan yanlış öğrenmeler, öğrencilerin birinci dereceden 1 bilinmeyenli denklem çözümünde hatalar yapmalarına sebep olmaktadır. İlkokulda öğretilen küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz ifadesi, ortaokul döneminde öğrencileri denklem çözümlerinde yanlış sonuca götürmektedir.
8. Öğrencilerin negatif sayılarla ilgili eksik öğrenmeleri denklem çözümünde işlem hatası yapmalarına neden olmaktadır. Öğrenciler negatif sayılarla işlem yapmada zorlandıkları için eksili sayıları görmezden gelerek işleyapmaktadırlar.
9. Öğrenciler denklem çözümünde işlem önceliğine ve parantezlere dikkat etmeden, soldan sağa doğru işlem yapmaktadırlar.
10. Öğrenciler bilinmeyenlerle bilinenleri aynı şeyler gibi düşünüp denklem çözmeye çalışmaktadırlar. Öğrencilerin bilinmeyenleri yok sayarak bilinenlerle beraber aritmetik işleme aldıkları görülmüştür.
11. Öğrencilerin denklem kurma sürecinde problemi anlamlandırmayla ilgili sıkıntı yaşamaları denklem kurmalarını engellemektedir. Özellikle birden çok bilinmeyen olduğu problemlerde bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi anlamadan denklem kurmaya çalışmaktadırlar.
12. Öğrenciler cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurarken farklı bilinmeyenleri farklı harflerle gösterebilmektedirler. Fakat farklı bilinmeyenleri tek bir bilinmeyen cinsinden göstermede -bilinmeyenlerin arasındaki ilişki soruda açık bir şekilde verilmediği sürece - zorlanmaktadırlar. Öğrenciler bilinmeyenler ve sayılar arasındaki ilişkiyi kurarken düşünmeden, bilgilerini bir araya getirip kullanmadan rast gele işlemler yapmaktadırlar.
13. Öğrenciler cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurarken problemdeki kelimelerin sırasına göre ve sorudaki aritmetik akışa uyarak denklem kurmaktadırlar.
14. Öğrenciler denklem kurarken bilinmeyen yerine harf kullanmak yerine nokta ya da boşluk kullanmaktadırlar.
15. Öğrenciler cebirsel sözel problemlere uygun denklem kurarken parantez kullanmaları gereken durumlarda parantez kullanmamakta, bunun yerine sayılar arasında boşluk bırakmayı tercih etmektedirler.
16. Öğrenciler denklem çözerken ters işlem hatası yapmaktadırlar.

Öneriler

Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur. Bu öneriler maddeler halinde verilmiştir.

1. Öğrencilerin tam ve rasyonel sayılarla ilgili işlemsel eksiklikleri belirlenip giderilmeye çalışılmalıdır.
2. Öğrencilerin bilinmeyen ve eşitlik kavramları ile ilgili yanılgıları üzerinde durulmalı ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik çalışmalar yapılmalıdır.
3. Derslerde doğru denklem yazılmadığında, doğru işlem yapılmadığında rastgele yapılan işlemlerin doğru sonuç vermeyeceği ve rastgele işlem yapmanın zaman kaybından başka bir şey olmadığı, asıl zamanın ve düşüncenin denklemi yazarken harcanması gerektiği vurgulanmalıdır. Böylece problemlere uygun denklem kurma süreci gelişecektir.
4. Öğrenciler derslerde problemlere uygun denklem kurmaya çalışmadan önce problemde geçen kelimeleri tercüme etmeli; bu esnada da hangi bilinmeyen cinsinden ötekinin ifade edilmesinin daha kolay olacağı tartışılmalıdır. Örneğin Canan, Asuman Cemre'nin paralarını ifade ederken her bilinmeyen ifade tek tek yazılmalıdır.

Asuman'ın parası: a

Canan'ın parası: 3a

Cemre: a+25 gibi

Bilinmeyenlerin birbiri cinsinden yazımı anlaşıldıktan sonra sonraki bu ifadeleri bir araya getirip denklemi kurmalıdırlar.

5. Matematik derslerinde öğrencilerin yaptıkları hatalar üzerine konuşmaları ve hatalarını incelemeleri öğrenmelerindeki eksiklikleri gidermek açısından önemli bir araçtır.
6. Bu araştırmanın sonuçlarından yola çıkarak başka çalışmalar yapılabilir. Örneğin tamsayılara ilişkin önbilgilerin hatırlatılıp buradaki eksiklikler üzerinde durulacak bir uygulamanın denklem çözme sürecini nasıl etkileyeceğine dair çalışmalar yapılabilir. Başka bir çalışma olarak da öğrenci hatalarının aktif bir şekilde sınıfla paylaşılıp incelendiği bir uygulamanın denklem kurma ve çözme sürecindeki başarıyı nasıl etkileyeceği üzerine çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Altun, M. (2012). *İlköğretim 2. Kademede (6, 7, 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Akgün, L. (2007). *Değişken Kavramına İlişkin Yeterlilikler ve Değişken Kavramının Öğretimi* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum, Türkiye.
- Akgün, L. (2009). 8. Sınıf Öğrencilerinin Sözel Problemler ve Değişken Kavramı Arasında İlişki Kurabilme Becerileri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(2), 275–284. Erişim adresi: <http://dergipark.ulakbim.gov.tr/mersinefd/article/view/1002000058>
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ve Cebir Arasındaki Farklılıklar: Cebir Öncesinin Önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin Problem Çözme Bağlamında İncelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(43), 1-13.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2014). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1–12. Erişim Adresi: <http://dergipark.gov.tr/hunefd/issue/7807/102390>
- Akyüz, G. ve Hangül, T. (2014). 6. Sınıf Öğrencilerinin Denklemler Konusunda Sahip Oldukları Yanılgıların Giderilmesine Yönelik Bir Çalışma. *Kuramsal Eğitimbilim*, 7(1), 16–43. Erişim Adresi: <https://doi.org/10.5578/keg.6176>
- Bademci, V. (2011) Kuder-Richardson 20, Cronbach'ın Alfa'sı, Hoyt'un Varyans Analizi, Genellenirlik Kuramı ve Ölçüm Güvenirliği Üzerine Bir Çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 173-193. Erişim Adresi: http://zgefdergi.com/Makaleler/1405737560_17_12_Bademci.pdf
- Baltacı, A. (2018). Nitel Araştırmalarda Örneklem Yöntemleri ve Örnek Hacmi Sorunsalı Üzerine Kavramsal Bir İnceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Baratta, W. (2011). Linear equations: equivalence= success. *Australian Mathematics Teacher*, 67(4), 6-1 Retrieved from <https://eric.ed.gov/?id=EJ956712>
- Bayar, H. (2007). *I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Konusundaki Öğrenci Hatalarının Analizi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi,

Balıkesir, Türkiye.

Booth, L. (1988). Childrens difficulties in beginning algebra. *The Ideas of Algebra, K-12*, pp. 299–306. Retrieved from <http://elementaryalgebra.cmswiki.wikispaces.net/file/view/Childrens+Difficulties+in+Beginning>

Bush, S. B., & Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 613-632. Retrieved from <http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.07.002>

Capraro, M. M., & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: Can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols?. *Reading Psychology*, 27(2-3), 147-164. doi: 10.1080/02702710600642467

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24)., 24(1996), 180–185.

Erdem, Z. Ç. (2013). *Öğrencilerin Denklemler Konusundaki Hata ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Bu Hata ve Yanılgıların Nedenleri ve Giderilmesine İlişkin Öğretmen Görüşleri* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman, Türkiye.

Erdem, Z. Ç. ve Gürbüz, R. (2017). Öğrencilerin Hata ve Kavram Yanılgıları Üzerine Bir İnceleme: Denklem Örneği. *Yuzuncu Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 640–670. Erişim Adresi: <https://doi.org/10.23891/efdyyu.2017.25>

Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching children mathematics*, 6(4), 232. doi: 10.2307/41197398

Filloy, E., & Rojano, T. (1984). From an arithmetical to an algebraic thought (A clinical study with 12-13 years old). *In Proceedings of the 6 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 51-56).

Gürel, Z. Ç., ve Okur, M. (2017). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Denklem Konusundaki Kavram Yanılgıları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 6(4), 479-507. Erişim Adresi: <https://dergipark.org.tr/download/article-file/402420>

Herscovics, N., & Kieran, C. (1980). Constructing meaning for the concept of equation. *The Mathematics Teacher*, 73(8), 572-580. doi:10.2307/27962179

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and

algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78. doi: 10.1007/bf01284528

Jupri, A., & Drijvers, P. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in Algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481–2502. Retrieved from <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1299a>

Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 683-710. doi: 10.1007/s13394-013-0097-0

Karasar, N. (2016). *Bilimsel İrade algı Çerçevesi ile Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar, İlkeler, Teknikler*. Ankara: Nobel Yayıncılık

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390-419). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 707-762.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1996). Using algebra to solve problems: selecting, symbolising, and integrating information. *Technology in Mathematics Education*. Melbourne: Merga, 360-366.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19. doi: 10.2307/3483002

Marum, T., Isler, I., Stephens, A., Gardiner, A., Blanton, M., & Knuth, E. (2011). From specific value to variable: Developing students' abilities to represent unknowns. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Milli Eğitim Bakanlığı (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)

National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics

National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Teaching Standards for School Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Olive, J., & Çağlayan, G. (2007). From arithmetic reasoning to algebraic reasoning: Problems of representation and interpretation of systems of linear equations in a middle school classroom. In *the Proceedings of the 29th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations, Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno* (pp. 194-197).

Oktaç, A. (2012). Birinci Dereceden Tek Bilinmeyenli Denklemler İle İlgili Kavram Yanılgıları. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *Matematiksel Zorluklar Ve Çözüm Önerileri* (ss. 241-262). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Kurma Yoluyla Çözme Becerilerinin İncelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi, Adana, Türkiye.

Robson, D., Abell, W., & Boustead, T. (2009). Scaffolding for learning equation solving. In *Crossing divides. Proceedings 32nd Annual Conference Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-167. doi: 10.1016/S0732-3123(99)00026-7

Stacey, K. (2006). Trends in mathematics education research: the example of algebra education. *Research Trends in Science, Technology and Mathematics*, 147.

Şandır, H., Ubuz, B., & Argün, Z. (2007). 9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem Ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(32), 274-281

Tabach, M., & Friedlander, A. (2008). The role of context in learning beginning algebra. *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*, 223-232.

Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 6(4), 543-559.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. *The ideas of algebra*, K-12, 8-19. Retrieved from

https://www.bgsu.edu/content/dam/BGSU/nwo/documents/camp/Aug11-2016/conceptionofschoolalgebra_Usiskin.pdf

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımınla Öğretim (Y. Dede, Çev.), S. Durmuş (Ed.), *Matematik Öğretmenleri Konseyi Standartlarıyla Matematik Öğretimi* (ss. 1-12). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization: The case of the minus sign. *Philosophical Psychology*, 21(4), 555-570. doi: 10.1080/09515080802285552

Wagner, S. (1981). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12(2), 107-118. doi: 10.2307/748706



EK-1: DENKLEM ÇÖZME TESTİ

- 1) $x=4$ ise $7x$ kaçtır?
- 2) $4x - 16 = 48$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.
- 3) $\frac{5}{3}x + 10 = 35$ denklemini sağlayacak x değerini bulunuz.
- 4) $x \cdot 2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?
- 5) $\frac{2x-3}{4} = \frac{x+5}{3}$ denkleminde x değeri nedir?
- 6) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{14}{3}$ denkleminde bilinmeyen değeri bulalım.
- 7) $4(3x - 8) - 14 = 26$ ifadesinde x kaçtır?
- 8) $47 - 2(x - 4) = 105$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.
- 9) $\frac{7}{2a} = 5$ ifadesinde a değeri ne olmalıdır?
- 10) $102 = 56 - 7a$ denkleminde a değeri nedir?
- 11) $6(y-4) + 2y+10$ $3(-1+y) + 4$ işleminde y yerine hangi sayısal değer yazılmalıdır?

EK-2: UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU

Değerli hocam, görüşlerinizi almak için hazırlamış olduğumuz başarı testi ile ortaokul çağındaki öğrencilerin denklemler konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerinin yoklanması, öğrenme güçlüklerinin altında yatan sebeplerin ortaya çıkarılması ve bu sebeplerin derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda kurgulanan çalışma Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü bünyesinde yürütülen bir yüksek lisans tez çalışmasıdır. Çalışma, Dr. Öğr. Üyesi Ebru Aylar danışmanlığında yürütülmektedir.

Başarı testi 2 kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda 1. dereceden 1 bilinmeyenli denklem kullanılarak çözülmesi beklenen problemler yer almaktadır. İkinci kısımda ise denklem çözme soruları yer almaktadır. Genel olarak her iki kısımdaki sorular ve problemler tam sayı ve rasyonel sayı içeren denklemler olarak ayrılmıştır. Sorular oluşturulurken değişkenlerin sayısı, değişkenlerin aynı parametre cinsinden yazılması ve değişkenin eşitliğin yalnız bir tarafında veya her iki tarafında da yer alması durumlarının incelenmesine dikkat edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin aritmetik becerileri denklem kurma ve çözme sürecini etkilediği için sorular toplama, çıkarma, çarpma gibi işlemleri içerdiği gibi, çarpma işlemini parantez içine dağıtmayı da içerecek şekilde kurgulanmıştır.

Ortaokul öğrencilerinin denklemler konusundaki hatalarının ya da öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğini belirlemek için 2018-2019 eğitim öğretim yılının başlangıcında Ankara il merkezindeki bir ortaokulda 8. sınıfta eğitim gören öğrencilere ilk olarak başarı testi uygulanıp pilot çalışmanın tamamlanması hedeflenmektedir. Başarı testinin asıl uygulaması ise gene 2018-2019 eğitim öğretim yılı başlangıcında, 8. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilecektir. Ana uygulamanın 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerin denklem konusuna ilişkin yeni bir üniteye geçmeden gerçekleştirilmesi planlanmaktadır. Ana uygulamanın ardından denklemlerle ilgili öğrenme güçlüğü yaşadığı saptanan öğrencilerle, öğrenme güçlüklerinin altında yatan sebepleri ortaya çıkarmak amacıyla yarı yapılandırılmış derinlemesine görüşmeler gerçekleştirilecektir.

Bu çalışma planı doğrultusunda hazırlamış olduğumuz başarı testine ilişkin görüşlerinizi belirtmeniz çalışmamız açısından önem arz etmektedir. Bu testte

kullanılmak üzere hazırlanan her bir soru, ilgili olan kazanım ile birlikte sunulmuştur.

Sizden bu soruların uygunluk düzeyini

- 1 - Kesinlikle uygun değil
- 2 – Uygun değil
- 3 – Kararsızım
- 4 – Uygun
- 5 – Kesinlikle uygun

derecelendirmesini temel alarak belirlemenizi ve ayrıca sorulara ilişkin belirtmek istediğiniz görüşlerinizi bize yazarak aktarmanızı rica etmekteyiz. Yapacağınız katkılar için teşekkür ederiz.

Cemre Cengiz

Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETİM PROGRAMI BİRİNCİ DERECEDE
BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER KONUSUNDAKİ ÖĞRENME
GÜÇLÜKLERİNİ BELİRLEMEK İÇİN HAZIRLANAN
DENKLEM KURMA TESTİ**

1. Kısım

Denklem Kurma Problemleri:

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir.

1) Ayşe aklından bir sayı tutuyor. Tuttuğu sayının 6 katının 5 fazlasının 53 olduğunu görüyor. Buna göre Ayşe'nin başlangıçta tuttuğu sayı nedir?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
- b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin rasyonel sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir.

2) Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ 'ü Fransızca, $\frac{1}{2}$ 'si ise İngilizce bilmektedir. Bu sınıfta İngilizce veya Fransızca bilen toplam 24 öğrenci vardır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerin 2 bilinmeyeni birbirine bağlı olarak toplama işlemini kullanarak ifade etmesi beklenmektedir.

3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise her ikisinin de yaşlarını bulmak için

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerin 5 bilinmeyeni birbirine bağlı olarak toplama işlemini kullanarak ifade etmesi beklenmektedir.

4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayıyı bulmak için

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin rasyonel sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda çarpma işlemini paranteze dağıtma becerisi beklenmektedir.

5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katının yarısı 35'dir sorusuna uygun

- a) Denklemi kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin iki tarafında bilinmeyen ifadeler içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerden sıra sayısı ile sınıf mevcudu arasında bir ilişki kurmaları beklenmektedir. Bu problemin çözümünde parantezli işlem de yapılmaktadır.

6) Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 3'erli oturduklarında 5 sıra boş kalıyor, 2'şerli oturduklarında ise 6 kişi ayakta kalıyor. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin rasyonel sayılı ve eşitliğin iki tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Öğrencilerin aynı parametre cinsinden 2 farklı değişkeni rasyonel sayıları da kullanarak yazabilme becerileri ölçülmektedir.

7) Bir tarlanın $\frac{1}{4}$ 'üne soğan, $\frac{1}{3}$ 'üne patates ekilmiştir. Tarlada 10 metrekarelik daha ekim yapıldığında tarlanın tamamı ekilmiş olacağına göre bu tarla kaç metrekaredir?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifadeler içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Bu problemde bilinmeyenler arasındaki ilişki toplamları üzerinden verilmiştir. Burada parantezli işlem de yapılmaktadır.

8) Bir çiftlikte bulunan tavuk ve tavşanların toplamı 28'dir. Tavuk ve tavşanların ayak sayıları toplamı 88 ise bu çiftlikte kaç tane tavuk vardır?

a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Uygunluk düzeyi					
-----------------	--	--	--	--	--

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Öğrencilerin kat ifadesini çarpma ile ilişkilendirebilme becerileri de ortaya çıkarılacaktır.

9) Kerem, 225 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar sayfa okuyarak 4 günde bitiriyor. Buna göre Kerem 1. gün kaç sayfa kitap okumuştur?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin rasyonel sayılı ve eşitliğin iki tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerin aynı parametre cinsinden 2 farklı değişkeni rasyonel sayıları da kullanarak yazabilme becerileri ölçülmektedir.

10) Bir kabın yarısı su ile doludur. Kaba 5 litre daha su eklenirse kabın $\frac{3}{4}$ 'ü su ile dolu olacaktır. Buna göre kap boşken tamamı su ile doldurulmak istenirse kaç litre suya ihtiyaç vardır?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin rasyonel sayılı ve eşitliğin iki tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerin denklemleri çözerken çarpma işleminin toplama veya çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanabilme becerileri irdelenmiştir.

11) Bir sayının 3 eksiğinin 2 katı, aynı sayının 6 fazlasının yarısına eşittir. Buna göre bu sayı kaçtır?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu problemle araştırmacı öğrencilerin tam sayılı ve eşitliğin tek tarafında bilinmeyen ifade içeren denklemleri kurabilme ve çözebilme becerilerini irdelemektedir. Aynı zamanda öğrencilerin 3 bilinmeyeni birbirine bağlı olarak toplama ve çarpma işlemlerini kullanarak ifade etmesi beklenmektedir.

12) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL'dir. Canan'ın parası Asuman'ın parasının 3 katı kadardır. Cemre'nin parası ise Asuman'ın parasından 25 TL'dir. Buna göre Cemre'nin parası kaç TL'dir?

a) Probleme uygun denklemleri kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemleri çözünüz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

Testin 1. kısmı ile ilgili genel görüşleriniz (varsa):

2. Kısım

Denklemleri Çözme Soruları:

- Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklemleri sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır.

1) $2x - 16 = 48$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren rasyonel sayılı denklemleri sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin $\frac{5}{3}x$ ifadesine aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

2) $\frac{5}{3}x + 10 = 35$ denklemini sağlayacak x değerini bulunuz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklemleri sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda

öğrencilerin $x.2$ ifadesine ve sonucun negatif sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

3) $x.2 + 45 = 23$ denkleminde x değeri nedir?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece iki tarafında bilinmeyenli ifade içeren rasyonel sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin sonucun negatif rasyonel bir sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

4) $\frac{2x-3}{4} = \frac{x-5}{3}$ denkleminde x değeri nedir?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren rasyonel sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin $\frac{3x}{2}$ ifadesine aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

5) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{5}{3}$ denkleminde bilinmeyeninin değerini bulalım.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin parantezli işlemleri yapma becerileri ve pozitif bir sayı ile negatif bir sayıyı ve bir sayı ile bilinmeyenli ifadeyi çarpma becerileri de irdelenmiştir. Öğrencilerin sonucun pozitif rasyonel bir sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

6) $3(3x - 7) - 14 = 10$ ifadesinde x kaçtır?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin parantezli işlemleri yapma becerileri ve negatif bir sayı ile negatif bir sayıyı ve bir sayı ile bilinmeyenli ifadeyi çarpabilme becerileri de ortaya çıkarılmaya çalışılacaktır. Öğrencilerin sonucun negatif bir tam sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

7) $47 - 2(x - 4) = 105$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

- Bu sorunun amacı bilinen bir ifadeyi kullanarak bilinmeyen bir ifadenin sayısal değerini bulabilme becerilerini irdelemektir.

8) $x=4$ ise $7x$ kaçtır?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren rasyonel sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda bilinmeyen paydada olunca soruyu nasıl çözecekleri ve sonucun pozitif rasyonel bir sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

9) $\frac{7}{2a} = 5$ eşitliğinde a'nın değeri ne olmalıdır?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin sadece bir tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin bilinmeyenli ifadenin eşitliğin sağ tarafında olmasına ve sonucun negatif bir tam sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

10) $102 = 46 - 7a$ denkleminde a'nın değeri nedir?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin iki tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin parantezli işlemleri yapma becerileri ve bir sayı ile bilinmeyenli ifadeyi çarpabilme becerileri de ortaya çıkarılmaya çalışılacaktır. Bunlara ek olarak sonucun negatif bir tam sayı çıkmasına aşına olup olmadıkları da öğrenilmeye çalışılacaktır.

11) $2(1+x) = x-1$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

-Bu sorunun amacı öğrencilerin eşitliğin iki tarafında bilinmeyenli ifade içeren tam sayılı denklem sorularını çözebilme becerilerini ortaya çıkarmaktır. Aynı zamanda öğrencilerin parantezli işlemleri yapma becerileri ve bir sayı ile bilinmeyenli ifadeyi çarpabilme becerileri de ortaya çıkarılmaya çalışılacaktır.

12) $6(y-4) + 2(y+5) = 3(-1+y) + 4$ işleminde y yerine hangi sayısal değer yazılmalıdır

	1	2	3	4	5
Uygunluk düzeyi					

Soru maddesi ile ilgili değerlendirmeniz (varsa):

EK-3: DENKLEM KURMA TESTİ

- 1) Ayşe'nin aklından tuttuğu sayının 6 katının 5 fazlası 53'tür. Buna göre Ayşe'nin tuttuğu sayı nedir?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 2) Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{4}$ 'ü yabancı dil olarak yalnızca Fransızca, $\frac{1}{2}$ 'si ise yalnızca İngilizce bilmektedir, hem İngilizce hem de Fransızca bilen öğrenci bulunmamaktadır. Bu sınıfta İngilizce veya Fransızca bilen toplam 24 öğrenci vardır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 3) Bir babanın yaşı oğlunun yaşının 4 katından 4 yaş küçüktür. Baba ile oğlunun yaşları toplamı 51 ise baba ile oğlun yaşları kaçtır?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 4) Ardışık 5 doğal sayının toplamı 105'tir. Buna göre en küçük sayı nedir?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 5) Hangi sayının 3 fazlasının 5 katı 35'dir?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 6) Hangi sayının 7 eksiğinin 6 katı o sayının 6 fazlasının 3 katına eşittir?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 7) Bir çiftlikte bulunan tavuk ve tavşanların toplamı 28'dir. Tavuk ve tavşanların ayak sayıları toplamı 88 ise bu çiftlikte kaç tane tavuk vardır? (Tavşan 4 ayaklı, tavuk 2 ayaklı bir hayvandır.)
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 8) Kerem, 225 sayfalık kitabı her gün bir önceki gün okuduğunun 2 katı kadar sayfa okuyarak 4. günün sonunda bitiriyor. Buna göre Kerem 1. gün kaç sayfa kitap okumuştur?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.
- 9) Bir tarlanın $\frac{1}{4}$ 'üne soğan, $\frac{1}{3}$ 'üne patates ekilmiştir. Tarlada 100 metrekarelik daha ekim yapıldığında tarlanın tamamı ekilmiş olacağına göre bu tarlanın tamamı kaç metrekaredir?
a) Probleme uygun denklemi kurunuz.

b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

10) Bir sayının 3 eksiğinin 2 katı, aynı sayının 6 fazlasının yarısına eşittir. Buna göre bu sayı kaçtır?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
- b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.

11) 3 kardeşin paraları toplamı 245 TL'dir. Canan'ın parası Asuman'ın parasının 3 katı kadardır. Cemre'nin parası ise Asuman'ın parasından 25 TL fazladır. Buna göre Cemre'nin kaç tl parası vardır?

- a) Probleme uygun denklemi kurunuz.
- b) Kurduğunuz denklemi çözünüz.



EK-4: İZİN DİLEKÇE FORMU



T.C.
ETİMESGUT KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 29378010-605.01-E.15900991
Konu: Araştırma İzni

10.09.2018

İLGİLİ OKUL MÜDÜRLÜKLERİNE

- İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 2017/25 nolu Genelgesi.
b) Ankara Üniversitesi'nin 15/08/2018 tarih ve E.3303 sayılı yazısı.
c) Ankara Valiliği Milli Eğitim Müdürlüğü'nün 06/09/2018 tarih 15703006 sayılı yazı.

Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Cemre CENGİZ'in "**Ortaokul Öğrencilerinin Denklemsel İfadeleri Oluşturamama ve Çözememe Nedenlerinin İncelenmesi: Bir Durum Çalışması Örneği**" konulu tez çalışmasını uygulama talebi Araştırma Komisyonunca incelenmiş olup ilçemize bağlı Ülkü Ahmet Durusoy Ortaokulu ve Sakarya Ortaokulu 8. Sınıf öğrencileri ile uygulamanın yapılması Ankara Valiliği Milli Eğitim Müdürlüğü'müzce uygun görülmüştür.

Uygulama formunun (8 sayfa) uygulama yapılacak sayıda araştırmacı tarafından çoğaltılarak, araştırmanın ilgi (a) genelge çerçevesinde, okul ve kurum yöneticileri de uygun gördüğü takdirde gönüllülük esasına göre yazımız ekinde gönderilen mühürlü uygulama araçlarının uygulanmasına izin verilmesini rica ederim.

Engin EREL
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek:İlgi Yazı (c) ve eki

İstasyon Mh. Akasya Cad. 5/A 06790 Etimesgut/ANKARA
Elektronik Ağ: <http://etimesgut.meb.gov.tr/>
e-posta: etimesgut06@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Bilgehan BAL OĞLU- Memur
Tel: (0 312) 245 16 02
Faks: (0 312) 244 59 90

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr/> adresinden c687-b50a-3716-b580-325b kodu ile teyit edilebilir.

BENZERLİK BİLDİRİMİ

“Ortaokul Öğrencilerinin Denklem Çözmede ve Kurmada Yaşadıkları Zorlukların İncelenmesi” başlıklı tezimin ana bölümü (ön bölüm, kaynaklar ve ekler hariç) Turnitin İntihali Engelleme Programı aracılığıyla incelenmiş ve ilgili rapor danışmanım tarafından da kontrol edilmiştir. Kontrol sırasında (1) “Kapak, Önsöz, Özet, İçindekiler, Kısaltmalar/ Simgeler Sayfası, Tablolar Dizini, Şekiller Dizini, Dipnotlar, Kaynaklar, Ekler, Özgeçmiş” (2) “Tırnak içinde ve blok olarak verilen (doğrudan) alıntılar” (3) “Yedi sözcüğe kadar olan benzerlik/örtüşme içeren metin kısımları” (4) “Öğrencinin lisansüstü tezi ile ilgili yapmış olduğu yayınlar ile yararlandığı mevzuat metinleri” dışarıda tutulmuştur. Benzerlik kontrolüne ilişkin rapordan elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

Rapor Tarihi	: 12.06.2019
Gönderim Numarası	: 1142861900
Sayfa Sayısı	: xi + 104
Sözcük Sayısı	: 24880
Karakter Sayısı	: 171646
Benzerlik Oranı	: %4
Savunma Tarihi	: 26.06.2019

Yukarıda belirtilen sonuçları gösteren Turnitin İntihali Engelleme Programı'na ilişkin orijinal raporu, sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmaksızın bu bildirim ekinde Enstitüye teslim ettiğimi, tezimin %10'dan fazla benzerlik oranı içerdiğinin ve tek bir kaynakla eşleşme oranının %2'yi geçtiğinin belirlenmesi durumunda, bundan doğabilecek tüm yasal sorumluluğu kabul ettiğimi bildirir, saygılarımı sunarım.

Öğrencinin Adı Soyadı: Cemre Cengiz

Tarih: 12.06.2019

İmza: 

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı ve Soyadı : Cemre Cengiz
E-Posta Adresi : cemrecngz@gmail.com

İş Deneyimi :

Unvan	Görev Yeri	Yıl
Matematik Öğretmeni	Kariyer Koleji- Ankara	2014-2015
Matematik Öğretmeni	Ceritmüminli Ortaokulu- Kırikkale	2015-2016
Matematik Öğretmeni	Etimesgut Sakarya Ortaokulu- Ankara	2016- devam ediyor

Akademik Bilgiler

Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	Orta Doğu Teknik Üniversitesi	2009-2014

Yayınlar:

Cengiz, C., Aylar, E., & Yildiz, E. (2018). Intuitive Development of the Concept of Integers among Primary School Students. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 11(2), 191-199