İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

HETEROJEN MALZEMELERİN TERMAL GERİLME ANALİZİ

DOKTORA TEZİ

Tuğba KURU

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

OCAK 2025

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

HETEROJEN MALZEMELERİN TERMAL GERİLME ANALİZİ

DOKTORA TEZİ

Tuğba KURU
(501182017)

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Osman BULUT

OCAK 2025

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

THERMAL STRESS ANALYSIS OF HETEROGENEOUS MATERIALS

Ph.D. THESIS

Tuğba KURU
(501182017)

Department of Civil Engineering

Structure Engineering Programme

Thesis Advisor: Doç. Dr. Osman BULUT

OCAK 2025

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 501182017 numaralı Doktora Öğrencisi Tuğba KURU, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı "HETEROJEN MALZEMELERİN TERMAL GERİLME ANALİZİ" başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı :	**Doç. Dr. Osman BULUT** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
Jüri Üyeleri :	**Prof. Dr. Semih KÜÇÜKARSLAN** İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Doç. Dr. Cihan DEMİR Yıldız Teknik Üniversitesi	.....
	Prof. Dr. Ünal ALDEMİR İstanbul Teknik Üniversitesi	.....
	Doç. Dr. Fatih ALEMDAR Yıldız Teknik Üniversitesi	.....

Teslim Tarihi : **5 Aralık 2024**
Savunma Tarihi : **3 Ocak 2025**

Anneme, babama ve eşime

ÖNSÖZ

Doktora çalışmam süresince bilgi birikimi ve tecrübeleriyle beni yönlendiren, destek olan ve disiplinli çalışmamı sağlayan değerli tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Osman BULUT 'a; tecrübeleri ve hoşgörüsü ile fikir ve önerilerini esirgemeyen, her zaman desteğini gördüğüm Sayın Prof. Dr. Şenol ATAOĞLU 'na; değerli görüşleri ve donanımı ile özellikle Deneysel Mekanik ve Elastisite Teorisi konularında bizleri eğiten Deneysel Mekanik Laboratuvarı eski araştırmacısı Prof. Dr. Ziya ABDÜLALİYEV 'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Doktora tezi ilerleme sürecimde görüş ve önerileri ile tezimin gelişmesine ve ilerlemesine katkı sağlayan kıymetli tez izleme üyeleri Sayın Prof. Dr. Semih KÜÇÜKARSLAN ve Sayın Doç. Dr. Cihan DEMİR hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim. Özellikle deneysel çalışmalarım boyunca teknik ve disiplinli çalışmalarıyla her konuda yardımcı olarak işlerimi kolaylaştıran ve hızlandıran laboratuvar teknisyeni Sayın Can Kurtulan 'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

En büyük teşekkürü hak eden, hayatımın her evresinde maddi ve manevi hep yanımda olan, beni sevgi ve sabırla daima destekleyen çok kıymetli annem Ayşe BAYTAK ve babam Necati BAYTAK 'a minnettarlığımı ve sonsuz teşekkürlerimi saygı ve sevgiyle sunarım. Hayatımın kalanını paylaşmaya söz verdiğim, çok değerli eşim Emrah KURU 'ya sevgi, sabır ve anlayışla beni desteklediği için sonsuz teşekkür ederim.

Bu tez, İstanbul Teknik Üniversitesi BAP Koordinasyon Birimi tarafından "MDK-2021-42882" proje kodu ile desteklenmiştir. İstanbul Teknik Üniversitesi BAP birimine teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam sırasında Tübitak 2022/1 döneminde, 1059B142200283 numaralı başvuruyla, 2214-A Doktora Sırası Araştırma Bursu ile beni destekleyen ve Virginia Üniversitesi 'nde 12 ay süreli araştırmacı olarak bulunma fırsatını sağlayan, bu süreç içinde araştırmacısına her türlü destek olan Tübitak kurumuna sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 2025

Tuğba KURU
(Yüksek İnşaat Mühendisi, Mimar)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **ix**
İÇİNDEKİLER ..... **xii**
KISALTMALAR ..... **xiii**
SEMBOLLER ..... **xv**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **xviii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xxiii**
ÖZET ..... **xxv**
SUMMARY ..... **xxvii**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Tezin Amacı 1
1.2 Literatür Araştırması 2
1.3 Hipotez 16
2. ANALİTİK ÇALIŞMALAR **19**
2.1 Elastik Sistemler İçin Termal Gerilme Analizi 19
2.1.1 Termoelastik gerilme şekil değiştirme bağıntıları 19
2.1.2 Denge denklemleri 21
2.1.3 Şekil değiştirme-yer değiştirme denklemleri 22
2.1.4 Sınır koşulları 23
2.1.5 Termoelastisite probleminin matematiksel formülasyonu 24
2.1.6 Asal gerilmeler ve asal şekil değiştirmeler 25
2.1.7 Termoelastisite probleminin çözümü için alternatif formülasyonlar 26
2.1.7.1 Yer değiştirme formülasyonu 27
2.1.7.2 Gerilme formülasyonu 27
2.1.8 Düzlem problemler için formülasyonun türetilmesi 28
2.1.9 Düzlem problemler için gerilme fonksiyonu 30
2.1.10 Termoelastisitede bazı temel problemler 31
2.1.10.1 Gerilmelerin sıfır olduğu üç boyutlu problemler 31
2.1.10.2 Yer değiştirmelerin sıfır olduğu üç boyutlu problemler 32
2.1.10.3 Düzlem gerilmelerin sıfır olduğu iki boyutlu problemler 32
2.1.10.4 Sıcaklığın yalnızca kalınlık doğrultusunda değiştiği serbest plakta termal gerilmelerin ifadesi 33
2.2 Sıcaklık değişimi etkisindeki serbest plakta şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi (Strain Suppression Method) ile termal gerilmelerin belirlenmesi 35
2.2.1 Tüm malzeme özelliklerinin kalınlık doğrultusunda değiştiği uniform sıcaklık değişimi etkisindeki plakta termal gerilme denklemlerinin "Şekil Değiştirmelerin Baskılanması" yöntemi ile türetilmesi 40
2.3 Fonksiyonel Derecelenmiş Malzemelerde Termal Gerilmelerin Analizinde Bazı Özel Durumlar 44
2.3.1 Malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda belirli bir fonksiyonla değişen plaklarda termal gerilme analizi 44
2.3.2 Malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda belirli bir fonksiyonla değişen plakta termal gerilme analizinde şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi 48
3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR **51**
3.1 Fotoelastisite Yöntemi 51
3.2 Fototermoelatisitede Termal Şekil Değiştirmelerin Mekanik Modellenmesi 51
3.3 Deney Malzemelerinin Belirlenmesi, Analizi ve Üretimi 55

4. YALNIZCA TERMAL GENLEŞME KATSAYILARI FARKLI PLAKLARDA TERMAL GERİLME ANALİZİ **61**
4.1 Deney Modelleri 61
4.1.1 İki katmanlı kompozit plak modeli 61
4.1.2 Üç katmanlı kompozit plak modeli 66
4.2 Sayısal Analiz 74
4.3 Analitik, Deneysel ve Sayısal Çalışma Sonuçları 77
5. ELASTİSİTE MODÜLÜ VE TERMAL GENLEŞME KATSAYISI ÖZELLİKLERİNİN FONKSİYONEL DEĞİŞTİRİLDİĞİ PLAKLARDA TERMAL GERİLMELERİN ANALİZİ **91**
5.1 Termal Genleşme Katsayısı ve Elastisite Modülü Farklı Deney Modeli ... 91
5.1.1 Deney modeli için ön çalışmalar 92
5.1.2 Deney modeli malzemelerinin belirlenmesi 95
5.1.3 Deney Modellerinin Hazırlanması 98
5.1.4 Termal Gerilmelerin Ölçülmesi 103
5.1.5 Malzeme özelliklerinin lineer fonksiyonlarla derecelenmesi durumunun analitik çözümle incelenmesi 107
5.2 Sayısal Analiz 114
5.3 Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması 117
6. SONUÇLAR **125**
6.1 Çalışmanın Uygulama Alanı 126
6.2 Yalnızca Isıl Genleşme Katsayıları Farklı Levhalarda Termal Gerilme Analizi 'ne Ait Sonuçlar 127
6.3 Elastisite Modülü ve Termal Genleşme Katsayıları ile Fonksiyonel Derecelenmiş Levhalarda Termal Gerilmelerin Analizi 'ne Ait Sonuçlar . 131
6.4 Genel Çıkarımlar ve İleri Çalışmalar 135
KAYNAKLAR **137**
EKLER **147**
EK A : Deney Malzemeleri Mekanik Özellikleri Belirlenmesinde DMA Testleri 149
EK B : Deney Malzemeleri Termal Genleşme Katsayıları için DMA 'da Kuvvet Kontrollü Testler 153
ÖZGEÇMİŞ **157**

KISALTMALAR

AM : Additive Manufacturing
CEMsFEM : Coupling Extended Multiscale Finite Element Method
CGS : Coherent Gradient Sensing
CV-FVM : Cell Vertex Finite Volume Element
DMA : Dynamic Mechanical Analyzer
EMsFEM : Extended Multiscale Finite Element Method
FDM : Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
FG : Functional Grading
FGM : Functionally Graded Materials
GDF : Gerilme Değişim Faktörü
HF-FEM : Applying the hybrid flux finite element method
HTS-FEM : Hybrid Thermal Stress Finite Element Method
ITER : International Thermonuclear Experimental Reactor
K_C : Gerilme Yığılma Faktörü
RMDF : Random Morphology Description Functions
TBC : Thermal Barrier Coating

SEMBOLLER

ε	**:** Birim şekil değiştirme
$\sigma_0^{1,0}$	**:** Optik hassasiyet katsayısı
C_1**,** C_2	**:** İntegral sabitleri
u, v	**:** Yer değiştirme vektörü bileşenleri
E	**:** Elastisite Modülü
t	**:** Zaman
T(z)	**:** Sıcaklık fonksiyonu
f(z)	**:** z koordinatına bağlı fonksiyon
K_C	**:** Gerilme yığılması faktörü
r	**:** Yarıçap
D	**:** Çap
h	**:** Plak katman kalınlığı
m	**:** Şerit sayısı
t	**:** Işığın geçtiği kalınlık
ΔT	**:** Sıcaklık değişimi
α	**:** Isıl genleşme katsayısı
ν	**:** Poisson oranı
σ_x, σ_y, σ_z	**:** Kartezyen koordinatlarda gerilme bileşenleri
σ_1, σ_2	**:** Asal gerilmeler
τ	**:** Kayma gerilmesi
G	**:** Kayma modülü
e	**:** Şekil değiştirmelerin toplamı
k	**:** Bulk modülü
Θ	**:** Gerilme bileşenlerinin toplamı
λ**,** μ	**:** Lame sabitleri
X, Y, Z	**:** Hacim kuvvetleri
$\overline{X}$**,** $\overline{Y}$**,** $\overline{Z}$	**:** Yüzey kuvvetleri
ρ	**:** Yoğunluk
u, v, w	**:** x, y, z koordinatlarındaki yer değiştirme bileşenleri
γ	**:** Kayma şekil değiştirmesi
n_x, n_y, n_z	**:** Yüzey normalinin kosinüs bileşenleri
u_0**,** v_0**,** w_0	**:** Rijit cisim ötelenmeleri
w_x^0**,** w_y^0**,** w_z^0	**:** Rijit cisim dönmeleri
∇^2	**:** Laplasyan operatörü

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : DMA cihazında tension ve single/dual cantilever test sonuçları. **58**

Çizelge 4.1 : Yalnızca ısıl genleşme katsayısı farklı üç katmanlı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak, kalınlık doğrultusunda fotoelastik şerit sayısı ölçümleri ve termal gerilmelerin hesabı. **74**

Çizelge 4.2 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinde oyuk çevresinde şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı değerleri (Bu ölçümde x=0 oyuk tepe noktasından başlayıp, çevresel boyda dış yüzeye gitmektedir). **74**

Çizelge 4.3 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı değerleri. **75**

Çizelge 4.4 : $r = 2,5$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları. **80**

Çizelge 4.5 : $r = 1,8$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları. **82**

Çizelge 4.6 : $r = 0,9$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları. **82**

Çizelge 4.7 : r ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için gerilme yığılması oranları. **83**

Çizelge 4.8 : Denklem 4.6 'da verilen lineer değişim için oyuk tepe noktasının birleşim yüzeyine uzaklığı ve kaplama tabakası sayısına bağlı olarak oyuk ucundaki termal gerilme dağılımı. **86**

Çizelge 4.9 : Denklem 4.7 'de verilen parabolik değişim için oyuk tepe noktasının birleşim yüzeyine uzaklığı ve kaplama tabakası sayısına bağlı olarak oyuk ucundaki termal gerilme dağılımı. **87**

Çizelge 5.1 : Deney malzemelerinin 155 °C'de mekanik ve optik özellikleri. **98**

Çizelge 5.2 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak bölgede (I-I aksı) kalınlık doğrultusunda şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı. **105**

Çizelge 5.3 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik doğrultuda (II-II aksı) şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı. **107**

Çizelge 5.4 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde dış yüzeyde (III-III aksı) şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı (x mesafesi Şekil 5.15 'te verildiği gibi ölçülmüştür). **109**

Çizelge 5.5 : 2 katmanlı E ve αfarklı deney modelinde oyuk çevresinde şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı (s mesafesi Şekil 5.15 'te verildiği gibi ölçülmüştür). **109**
Çizelge 5.6 : 4 katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuğa dik, kalınlık doğrultusunda m şerit sayısı ve asal gerilmelerin farkı değerleri. **111**
Çizelge 5.7 : 4 katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden bağımsız, kalınlık doğrultusunda m şerit sayısı ve asal gerilmelerin farkı değerleri. **112**
Çizelge 5.8 : C_1 ve C_2 katsayılarının farklı model durumları için değerleri. **113**
Çizelge 5.9 : Elastisite modülü ve termal genleşme katmanlarda değişen modeller ve oyuk ucu gerilmeleri. **117**
Çizelge 5.10 : Farklı plak modellerinin sonlu eleman modellerinden elde edilen gerilme konsantrasyonu (K_C)değerleri. **119**
Çizelge 5.11 : İki katmanlı deney modeli ile aynı geometride elastisite modülünün değişimine bağlı olarak oyuk ucu çevresel gerilmeleri ve gerilme değişim faktörleri (DN: durum numarası, KN: katman numarası, GDF: gerilme değişim faktörü). **121**
Çizelge 6.1 : Alüminyum-polimer heterojen malzeme örneğinde bileşenlerin mekanik ve termal özellikleri. **134**

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Normal kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde malzeme yapısı ve özellikleri [1]. **4**
Şekil 1.2 : Lockheed SR-71 keşif uçağı, 1966 ve termal bariyer kaplama ile yapılan türbin kanadındaki sıcaklık dağılımı [2]. **5**
Şekil 2.1 : Düzlem şekil değiştirme durumunda bir cisim örneği [3]. **28**
Şekil 2.2 : Düzlem gerilme durumunda bir cisim örneği [3]. **29**
Şekil 2.3 : 2h kalınlıklı sonsuz plak örneği. **34**
Şekil 2.4 : 2c yüksekliğindeki sonsuz uzunluktaki şerit veya sınırlı uzunluktaki 2c yükseklikli şeritte kenar etkilerinin olmadığı bölgede çözüm. **36**
Şekil 2.5 : 2c kalınlıklı bir şerit elemanda eğilme durumu. **38**
Şekil 2.6 : Malzeme derecelendirmesinde farklı seramik hacim oranlarının kalınlık doğrultusunda değişimleri [4] **43**
Şekil 2.7 : Termal gerilmelerin bu çalışmada elde edilen ifadesi ve incelenen makale [4] 'den alınan ifadeleriyle dağılımlarının karşılaştırılması. **44**
Şekil 2.8 : Keyfi bir düzlemde, sabit kalınlıklı, yüzey etkilerinden tamamen bağımsız ve sıcaklığı T=T(z) fonksiyonuyla değişen plak örneği. **45**
Şekil 3.1 : Silindir Araldit numune yükleme şeması ve silindir enkesiti. **53**
Şekil 3.2 : Mekanik modelleme yönteminin uygulandığı optik fırında yükleme düzeneği ve ısıtma soğutma rejimi. **54**
Şekil 3.3 : DMA test numunelerinin üretime hazırlanması. **55**
Şekil 3.4 : DMA test numunelerinin 155 °C sıcaklıkta fiziksel gözlemi. **56**
Şekil 3.5 : DMA cihazında a. Tension ve b. Single/Dual Cantilever testlerinin gerçekleştirilmesi. **57**
Şekil 3.6 : E10 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °C sıcaklıkta tension testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi. **59**
Şekil 3.7 : E10 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °C sıcaklıkta single cantilever testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi. **59**
Şekil 4.1 : İki katmanlı M1, M2 ve M3 silindirik modellerinin geometrileri (boyutlar mm cinsindendir). **62**
Şekil 4.2 : İki katmanlı modellerin boyutları ve modellerden alınan dilimler üzerindeki termal gerilme dağılımını temsil eden fotoelastik şeritlerin dağılımları (boyutlar mm cinsindendir). **62**
Şekil 4.3 : Araldit silindirin eksenel yüklenmesi ve mekanik modelleme yöntemi ile şekil değiştirmelerin dondurulduğu katmanın eldesi. **63**
Şekil 4.4 : Boşlukların geometrileri (M3 için yaklaşık geometri), uçtaki yarıçaplar, uç ile arayüz arasındaki mesafeler ve deneyden elde edilen oyuk ucundaki gerilme konsantrasyon faktörleri (K_C). **64**

Şekil 4.5 : İki katmanlı M1 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı. **65**
Şekil 4.6 : İki katmanlı M2 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı. **66**
Şekil 4.7 : İki katmanlı M3 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı. **66**
Şekil 4.8 : İki katmanlı yalnızca α farklı deney modellerinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda termal gerilme dağılımları. **66**
Şekil 4.9 : Aynı termal genleşme farkı nedeniyle iki katmanlı kompozit plak modellerinde oyuklar etrafındaki çevresel gerilme bileşenlerinin dağılımları **67**
Şekil 4.10 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinin geometrisi ve genel görünümü. **68**
Şekil 4.11 : Şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi ile yüklü parçaların imali. **68**
Şekil 4.12 : Model üretimi için yüklü ve yüksüz parçaların imali aşamaları. **69**
Şekil 4.13 : Deney modelinin oluşturulmasında yapıştırma işlemi aşamaları. **70**
Şekil 4.14 : Deney modelinin oluşturulmasında torna işlemi ve model yüzeyinin tesfiyesi. **71**
Şekil 4.15 : 3 katmanlı deney modelinde oyuk oluşturulması işlemleri. **71**
Şekil 4.16 : Termal gerilmelerin dağılımının elde edilmesi için hazırlanan nihai modelin dijital kontrollü fırında viskoelastik değere ısıtılması ve soğutulması işlemleri. **72**
Şekil 4.17 : Modelin üç boyutlu görünümü, boyutlar, polarize ışık toplam kalınlık boyunca geçecek şekilde yerleştirilen modelin dairesel polariskopta görünümü ve üç katmanlı kompozit oyuk tepesi noktasını içeren model diliminin fotoelastik görünümü ve izokromatiklerin dağılımı (boyutlar mm cinsindendir). **73**
Şekil 4.18 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı deney modelinde gerilme ölçümleri için dilim alma ve polariskopta şerit sayısı ölçüm işlemleri. **73**
Şekil 4.19 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı modelde oyuk ve kenar süresksizliklerinden uzak, kalınlık doğrultusunda boyutsuz asal gerilmelerin farkı değerlerinin dağılımı. **75**
Şekil 4.20 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı deney modelinden alınan oyuk tepe noktasını içeren dilim üzerinde boyutsuz asal gerilmelerin farkı değerlerinin dağılımı. **76**
Şekil 4.21 : M1, M2, M3 ve üç katmanlı plak modellerinin sonlu eleman analizlerinden elde edilen termal gerilme dağılımları. **77**
Şekil 4.22 : Üç katmanlı kompozit modelde deneysel ve analitik çözümlerle sayısal analizin doğrulanması (z, plağın kalınlığı boyunca koordinattır ve S boyutsuz gerilmedir). **80**
Şekil 4.23 : İki katmanlı ve üç katmanlı modellerde oyuğa dik doğrultuda deneyden ve sonlu eleman analizlerinden elde edilen termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılması. **81**
Şekil 4.24 : K_C değerinin d/h_1 oranına bağlı değişimi. **83**
Şekil 4.25 : r/h_1 oranına göre boyutsuz gerilmenin plakta dağılımı. **84**
Şekil 4.26 : h_m/h_1 oranına göre boyutsuz gerilmenin dağılımı. **84**

Şekil 4.27 : $r = 0,9$ mm ve $d = 0,57$ mm modeli için kaplama tabakasındaki katman sayısına bağlı değişen oyuk ucundaki boyutsuz gerilme değerlerinin dağılımı. **86**
Şekil 4.28 : Termal genleşme katsayısının lineer ve parabolik değişim fonksiyonları için iki katmanlı ve altı katmanlı, d=0,57 mm olan plak modelindeki termal gerilme dağılımları. **88**
Şekil 5.1 : E10-E13 iki katmanlı deney modeli geometrisi. **93**
Şekil 5.2 : Dijital kontrollü fırında E10-E13 deney modelinde şekil değiştirmelerin aktifleşmesi sırasında parçalarda görülen ayrılma durumu. **94**
Şekil 5.3 : E10-E13 iki katmanlı deney modelinde ayrılma gerçekleşen model parçalarının polariskopta çekilen fotoğrafı. **95**
Şekil 5.4 : Termal genleşme katsayısının sıcaklık ile değişimine ait bir teknik çalışma örneği [5]. **96**
Şekil 5.5 : Termal genleşme katsayısının belirlenmesi için DMA 'da uygun boyutlarda çekme test numunesi hazırlanması. **97**
Şekil 5.6 : E11 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucları. **98**
Şekil 5.7 : CNC cihazında dairesel numune kesimi. **99**
Şekil 5.8 : Deney modeli parçalarının yapıştırma aşamaları. **100**
Şekil 5.9 : Deney modeli parçalarının yapıştırma aşamaları. **100**
Şekil 5.10 : Modelin tornada ve zımpara ile düzeltme işlemi, modelde oyuk oluşturulması. **101**
Şekil 5.11 : E11-E13 nihali modelinin deney öncesi ve deney sonrası polariskopta çekilmiş fotoğrafı. **102**
Şekil 5.12 : α ve E değerleri farklı iki katmanlı modelde sıcaklık etkisi altında termal gerilme ölçümü için frezede oyuk tepe noktasını içeren dilim alma işlemi. **102**
Şekil 5.13 : α ve E değerleri farklı iki katmanlı ve dört katmanlı modellerden gerilme ölçümü için frezede hassas işlemle çıkarılan, oyuk tepe noktasını içeren dilimler. **103**
Şekil 5.14 : İki katmanlı ve dört katmanlı modellerden alınan oyuk tepe noktasını içeren dilimlerde şeritlerin polariskopta görüntüsü ve modellerin geometrileri (boyutlar mm cinsindedir). **104**
Şekil 5.15 : Deney modelinin polariskopta çekilen fotoğrafı üzerinde fotoelastik şerit sayısı ölçülen doğrultular. **106**
Şekil 5.16 : İki katamanlı E ve ε farklı modelde süreksizliklerden uzak, gerilmelerin paralelleştiği doğrultuda fotoelastisite yöntemi ile elde edilen termal gerilmelerin dağılımı (Birimler MPa cinsindedir.) **106**
Şekil 5.17 : İki katmanlı E ve ε farklı modelde oyuk tepe noktasına dik doğrultuda fotoelastisite yöntemi ile elde edilen termal gerilmelerin dağılımı (Birimler MPa cinsindedir.) **108**
Şekil 5.18 : Dört katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak şeritlerin paralelleştiği bölgede termal gerilme dağılımları. (Gerilmeler MPa birimindedir.) **108**

Şekil 5.19 : Dört katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda termal gerilme dağılımları (Gerilmeler MPa birimindedir.) **110**
Şekil 5.20 : Deney modeli, lamine kompozit ve malzeme gradasyonunun sürekli fonksiyonla değiştiği durumlarda a. analitik çözümle termal gerilme dağılımları karşılaştırması b.sayısal çözümle termal gerilme dağılımları karşılaştırması (Her bir durum için sürekli fonksiyonla değişim analitik çözümden alınmıştır)..... **113**
Şekil 5.21 : Deney modelinin sonlu eleman ağ modeli ve termal gerilme dağılımı. **115**
Şekil 5.22 : E10-E13 malzeme özellikleri ve model geometrisi kullanılan modelde analitik ve sayısal yöntemle elde edilen termal gerilmelerin karşılaştırması. **116**
Şekil 5.23 : Elastisite modülünün katmanlarda değişiminin gerilme dağılımına etkisine dair sayısal ön analiz. **117**
Şekil 5.24 : Deney modellerinin termal gerilme dağılımlarının sırasıyla süreksizliklerden uzak doğrultuda analitik ve sayısal çözümlerle karşılaştırılması ve oyuğa dik doğrultuda sayısal çözümle karşılaştırılması. **119**
Şekil 5.25 : Deney modellerinin termal gerilme dağılımlarının sırasıyla oyuk kenarından başlayarak dış yüzey boyunca ve oyuk çevresinde gerilme dağılımlarının sayısal analizlerle karşılaştırılması. **119**
Şekil 5.26 : Dört katmanlı ve sekiz katmanlı plakların sıcaklık etkisi altında termal gerilme dağılımını gösteren sonlu elemanlar modelleri..... **121**
Şekil 5.27 : Çizelge 5.11 'de verilen birinci modele göre termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılması **122**
Şekil 5.28 : Çizelge 5.11 'de verilen modele göre oyuk ucu gerilmelerinin elastisite modülleri oranına bağlı değişimi. **123**
Şekil 5.29 : Çizelge 5.11 'de verilen birinci modelde, elastisite modülleri oranına bağlı olarak gerilme değişim faktörünün dağılımı. **123**
Şekil 6.1 : Polimer-epoksi kompozitinin türetilen analitik çözümle farklı sıcaklık değerleri için termal gerilme dağılımları. **134**
Şekil A.1 : E7 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi..... **149**
Şekil A.2 : E7 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta tek noktada eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi. **149**
Şekil A.3 : E8 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi..... **150**
Şekil A.4 : E8 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çift noktalı eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi. **150**
Şekil A.5 : E11 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi..... **151**
Şekil A.6 : E11 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta tek noktada eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi. **151**
Şekil B.1 : E10 malzemesinin termal genleşme katsayıları belirlenmesi için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu. **153**

Şekil B.2 : E12 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu. **154**
Şekil B.3 : E13 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu. **154**

HETEROJEN MALZEMELERİN TERMAL GERİLME ANALİZİ

ÖZET

Bir çok mühendislik alanında çeşitli avantajlar ve ilerlemeler sunması nedeniyle heterojen malzemelerin bir sınıfı olan fonksiyonel derecelenmiş malzemeler (FDM) 'in uygulama alanları ve teknikleri büyük önem taşımaktadır. Literatürde mevcut sayısal ve analitik çalışmaları doğrulamak ve bu alanda katkıda bulunmak için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin termal gerilme analizleri deneysel yöntemlerle gerçekleştirilmelidir. Uzun vadeli yapısal tasarım için fonksiyonel derecelenmiş malzemelerde oluşabilecek kusur veya oyuklar civarında gerilme konsantrasyonları ile termal gerilme dağılımları araştırılmıştır. Bu çalışmada, sabit sıcaklık değişimi etkisindeki kompozit plakta termal gerilmelerin analizi yapılmıştır. Bunun için teknik literatürde bulunan bilgiler tartışılarak gereken analizler ile yeni çıkarımlar yapılmıştır. Çalışma kapsamında günümüzde pek çok alanda kullanılan tabakalı kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş plaklar ele alınmıştır. İlk olarak, yalnızca termal genleşme katsayıları farklı olan malzemelerden imal edilmiş kompozit plaklar ele alınmış ve termal gerilme dağılımını anlamak için deneysel ve sayısal modeller geliştirilmiştir. Deney modelleri literatürde karşılaşılan farklı oyuk tipi ve geometrilerini içeren iki katmanlı plak modelleri ve üç katmanlı plak modelini içermektedir. Deney yönteminde termal genleşmenin mekanik modellenmesi yöntemi ile üç boyutlu fotoelastisite kullanılmıştır. Deneysel ve sayısal analizi doğrulamak için literatürde homojen plak için önerilen temel termoelastisite yöntemleri, ele alınan problemlere uygulanarak analitik çözüm türetilmiştir. Türetilen analitik ifadeler ele alınan modellere uygulandığında deneyden elde edilen sonuçlarla uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca deneylerden oyuk ucu yarıçapı ile gerilme yığılması değişimine ait sonuçlar elde edilmiştir. Oyuk ucundaki gerilme yığılmasının, iki katmanlı bir kompozit plağa ara katman eklendiğinde azaldığı gösterilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) ile yapılan kaplama uygulamalarına ait termal gerilme analizi için deney modeli geliştirilmiştir. Bunun için termal genleşme katsayısı iki farklı fonksiyona göre değişen FDM ile kaplanmış plak modelleri oluşturulmuştur. Bu durumlara ait optimum derecelendirme fonksiyonuna ait bazı çıkarımlar yapılmıştır.

İkinci olarak kalınlığı doğrultusunda ısıl genleşme katsayısı ve elastisite modülünün sürekli bir fonksiyonla değiştiği heterojen plakta termal gerilme analizi yapılmıştır. Bu tür problemler için literatürde önerilen analitik çözümdeki bazı eksiklikler belirlenmiştir. Literatürde şeritlerde termal gerilme analizi için önerilmiş "Şekil Değiştirmelerin Bastırılması Yöntemi (Strain Suppression Method)" ele alınan plak problemi için uygulanmış ve deneylerle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Bu tür problemler için farklı malzemelerden imal edilmiş plak modelleri kullanılmıştır.

Sayısal model kullanılarak kompozit plakta katman sayısı, katman kalınlığı, derecelendirme fonksiyonu, kompozitteki malzemelerin elastisite modüllerinin oranı parametreleri çalışılmıştır. Ayrıca kompozit ile kaplanmış plakta kompozit özellikleri de parametre olarak seçilmiştir. Deney modelleri katmanlarındaki malzeme özellikleri adım değişimi, modellerdeki malzeme katsayılarının sürekli veya çok katmanlı (>2) adım değişimi için bir referans noktası olarak kullanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda elastisite modülünün değişiminin çeşitli tabakalı kompozit ve FDM için gerilme dağılımlarına ve gerilme konsantrasyonunun değişimine etkileri gösterilmiştir. Dört katmanlı deneysel model, katmanlı bir kaplamanın sonucu olarak termal gerilme dağılımlarındaki farkları göstermiştir. Elastisite modülünün değişimi açısından malzeme derecelendirmesini optimize etmek için ampirik bir formül türetilmiştir. Bu formül, kompozit plakalardaki malzemelerin veya kompozit malzeme ile kaplanmış plakalardaki kaplamaların derecelendirmelerinin, doğrulanmış analitik ve sayısal modellerle optimize edilebilmesini sağlamaktadır.

THERMAL STRESS ANALYSIS OF HETEROGENEOUS MATERIALS

SUMMARY

Functionally graded materials (FGMs), a class of heterogeneous materials, are of great importance in application areas and techniques due to the various advantages and advances they offer in many engineering fields. Functionally graded materials are generally produced by changing their properties from ceramic to metal with a continuous function. Properties such as modulus of elasticity, Poisson's ratio, and coefficient of thermal expansion are changed depending on the functions. Layered composites, which are a class of composite materials, are also produced by changing the volumetric ratio in this way. In applying functionally graded materials, the gradation mentioned in the material properties is also created by combining a certain number of layers. The targeted functional gradation in the material can be represented by selecting a sufficient number of layers. In various industries such as defense, chemistry, and aerospace, the analysis of thermal stresses caused by high-temperature differences in composite materials and functionally graded materials is of great importance in terms of the design and sustainability of these materials. Studies in the literature have shown that appropriate grading reduces stress variations and stress concentrations caused by changes in material properties and geometrical discontinuities, respectively.

Thermal stress concentrations may occur in the joint surfaces of materials and in the cavities and cracks that form in the materials over time. All these defects and stress accumulations that occur can reduce the performance of the material and prevent it from working with the desired features. Therefore, the analysis of thermal stress distributions is of great importance for the correct determination of the life of the structure and the determination of safe resistance limits in the structure. To verify the existing numerical and analytical studies in the literature and contribute to this field, the thermal stress of functionally graded materials should be properly performed using experimental methods. Stress concentrations and thermal stress distributions in the vicinity of defects or cavities that may occur in functionally graded materials were investigated for long-term structural design.

In this study, the analysis of thermal stresses in a free plate under the effect of a constant temperature change was directed to the study by examining the studies presented in the literature and drawing some discussions and conclusions. Layered composites and functionally graded plates used in many areas today were considered. The study was carried out on two basic problems where functional gradation in the material is provided with only the thermal expansion coefficient and the material gradation is provided with both thermal expansion and the modulus of elasticity changes. In experimental studies, the three-dimensional photoelasticity method was

used. The photoelasticity method is based on David Brewster's discovery of the birefringence property of light by observing the color fringe beams formed under the effect of tension in glass plates under polarized light. It is suggested that in some engineering applications, using glass models or materials like polymers suitable for optical examination with birefringence under light would allow the measurement of stresses under loading of the structures. In this study, many polymer-based materials were obtained and their mechanical and thermal properties were determined. Single/Dual (S/D) cantilever beam tests were performed in DMA Q800 (Dynamic Mechanical Analyzer) device to determine the glass transition temperature and viscoelastic temperature values of the samples. Tension tests were also performed in DMA to determine the elasticity modulus (E) values. When materials are heated, their thermal expansion coefficients also change. Force-controlled tests were performed using the tension clamp in the DMA device to determine the expansion coefficients of the supplied materials. The tests were conducted by selecting the force-controlled stress deformation method in the DMA device. The temperature was increased to 180 °C with a regime of 2 °C/min and kept at this temperature for 5 minutes. The aim here is to calculate the thermal expansion coefficients by reading the length changes and thermal expansion values under the effect of temperature without applying any load to the sample placed in the tension head and by using the known temperature values. For S/D tests, the test procedure was applied in multifrequency strain-temperature ramp-frequency sweep stages. Amplitude (amplitude), frequency (f), and soak time were 15 μm, 1 Hz, and 5 minutes respectively. The temperature value was increased to 190 °C starting from 35 °C with a 3 °C/minute increase. Furthermore, force controlled test method and stress-strain graphs were selected in film tension tests. The temperature was increased to 155 °C in 30 minutes and the test was performed by increasing the temperature to 18 N with a change of 0.5 N/min.

The mechanical modeling method of thermal expansion in photothermoelasticity has been used in experimental studies. The mechanical modeling method refers to the mechanical creation of deformations caused by the desired temperature difference on a material suitable for photoelastic examination. In this method, the element manufactured from the material on which the model will be created is slowly heated in a certain heating regime in a furnace suitable for photoelastic examination until the viscoelastic temperature strain is reached. The viscoelastic temperature is the temperature at which the material behaves linearly elastic, as it does at room temperature. At this temperature, the material is subjected to mechanical loading that will create the deformation determined by the temperature. By applying the analogy of the equality of deformations in photoelasticity, the thermal expansions that will occur in the case of applying a constant temperature change to an element made of different materials in photoelasticity experiments can be practically modeled mechanically by applying a different temperature change to an element made of the same material.

First, experimental and numerical models were developed to understand the thermal stress distribution in a functionally graded plate where only the thermal expansion coefficient is graded. The experimental models include three different two-layer plates and three-layer plates with different cavity types and geometries found in the literature. In order to verify the experimental and numerical analysis, an analytical solution is derived to obtain the thermal stress distributions in a free plate under the effect of

constant temperature change. Three two-layer models can be considered as a bimetal prototype model. The effects of the radius of the cavity and the distance between the cavity tip and the interface on the stress distribution and stress concentration factor K_C were observed. The three-layer composite model consisting of three layers with three different thermal expansion values in the same range as the bimetal models was investigated to determine the effects of changing the thermal expansion coefficient.

The analytical solution and experimental models derived in this study were used to validate the numerical model proposed to investigate the effect of the change in the modulus of elasticity and the coefficient of thermal expansion on the thermal stress distribution. The finite element model is created as half of the unit-thickness section in the experimental model due to symmetry. This section is defined with the symmetry condition at the inner boundaries in the ABAQUS finite element analysis program. There is no stress and displacement on the outer surfaces of the model. The material is defined as linear and elastic with the values taken from the experimental model. The finite element mesh is created using the ABAQUS finite element package algorithm with quadrilateral CAX4R (4-node bilinear axisymmetric quadrilateral) elements with a mesh size of 0.2. The mesh is improved due to geometric changes around the cavity. Experimental results were compared with the results of analytical solutions and finite element models. Since the finite element analysis results agree very well with other methods in the relevant areas, further analysis has been performed using this method to understand the behavior of the plate with only a functionally graded coefficient of thermal expansion. As the compatibility of the numerical method with the experimental method and derived analytical expressions is shown, the distributions of thermal stresses are obtained with the change of stress concentration at the cavity tip, the tip radius, and the distance from the cavity tip to the joint surface. It is shown that the stresses at the cavity tip decrease when an intermediate layer is added to a two-layer composite plate. An analysis of a particular substrate coated with a material whose coefficient of thermal expansion is graded according to two different functions is performed, and it is suggested that the optimal gradation should be between parabolic and linear functions.

The previous model and solutions in which only the thermal expansion coefficient is graded are further developed and the problem of thermal expansion coefficients and elastic modulus values that change with a particular gradation in the direction of plate thickness was investigated. In particular, for the case where the material properties change with a certain function in the plate and for the case where the same modeling is done in the form of layered composites, the equations of thermal stresses in the free plate under the influence of temperature, which can be applied, were derived by the "Strain Suppression Method". To verify the analytical formulation derived here and to understand the thermal stress concentration in functionally graded and laminated composite plates, experimental models based on three-dimensional photoelasticity were investigated. To understand the effects of the number of layers, the thickness of a layer, the grading function, especially the ratio of elasticity moduli and the coating, the models were replicated via the verified finite element analyses. The stepwise change of material properties in the layers of the experimental models was used as a reference point for the continuous or multi-layer (>2) stepwise change of material coefficients in the models. As a result of the analyses, the effects of the change

in elastic modulus on the stress distributions and the change in stress concentration were shown for different laminated and continuous gradation cases. The four-layer experimental model showed the differences in thermal stress distributions as a result of a layered coating. An experimental formula was derived to optimize the material gradation concerning the change in the modulus of elasticity. The results obtained make it possible to optimize and enable the gradations of the materials in the plate or the plate coating using validated analytical and numerical models.

1. GİRİŞ

Heterojen malzemeler mekanik ve termal özellikler bakımından daha dayanıklı ve sürdürülebilir malzemeler üretmek amacıyla sıkça kullanılırlar. Uçak, uzay gibi havacılık endüstrisi başta olmak üzere savunma sanayisi, kimya, nükleer ve inşaat gibi bir çok mühendislik sektöründe termal özellikler bakımından üstün heterojen malzeme ve heterojen yapı elemanlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu malzemelerin üretimi ve kullanımı ile birlikte yapı elemanlarında çeşitli nedenlerle oluşan termal gerilmelerin analizi sorusu ortaya çıkmıştır. Elemanlarda doğru tasarım ve boyutlandırma yapılabilmesi ve emniyet sınırlarının belirlenebilmesi için malzemelerde oluşan termal gerilmelerin analizi çok önemlidir. Bu çalışmada lamine kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş heterojen malzemelerden imal edilmiş plaklarda çeşitli nedenlerle oluşan termal gerilmelerin analizleri yapılmıştır.

1.1 Tezin Amacı

Tez çalışması kapsamında fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde (FGM-Functionally Graded Material) termal gerilmelerin analizi için teorik, sayısal ve deneysel çalışmalar yapılmıştır. Literatürde bulunan genel termoelastisite denklemleri kullanılarak sıcaklık etkisindeki plakta termal gerilmelerin ifadesini veren analitik denklemlerin türetilmesi ve elde edilen sonuçların sayısal modellemeler ve deneysel çalışmalar ile doğrulanması amaçlanmaktadır. Ayrıca üretim ve kullanım sırasında malzemelerde çeşitli tiplerde çatlaklar veya oyuklarda oluşan gerilme yığılmalarının analiz edilmesi ve gerilme yığılması faktörünün belirlenmesi amaçlanmaktadır. Çalışamaların çıktıları ile bir malzemede fonksiyonel derecelendirmede önemli parametrelerin tartışılması ve optimum tasarım kriterlerine ait çıkarımlar yapılması da hedeflenmiştir.

Çalışmalar sonucunda literatürde heterojen malzemelerin termal gerilme analizi konusunda teorik ve sayısal çalışmalarla birlikte deneysel yöntemlerin uygulanabilir-

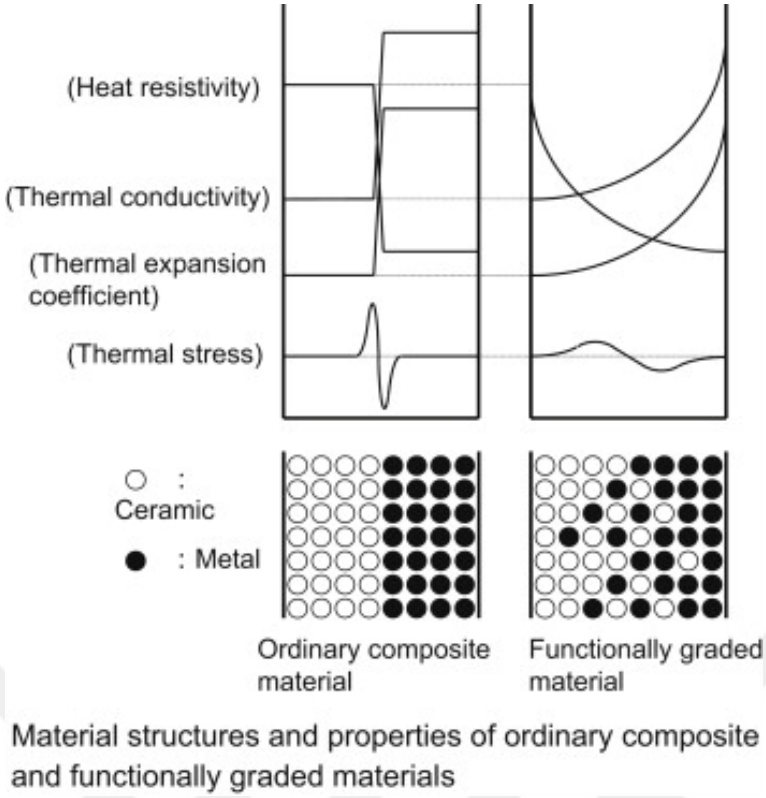
liği gösterilerek, deneylerin doğrulanmasıyla farklı problemler için sayısal analiz modellerinin geliştirilmesi mümkün kılınmıştır. Sanayinin bir çok alanında kullanılan heterojen yapı malzemelerinin detaylı analizi ile tasarımda ve uygulamada daha güvenilir ve ekonomik çözümler üretilebilecektir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ileri teknoloji gerektiren birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Yapısal tasarım sırasında mühendisin kullanabileceği kriterlerin geliştirilmesine katkı sağlayacak sonuç ve yöntemlerin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

1.2 Literatür Araştırması

Heterojen malzemeler bileşenlerinin bir noktadan diğer noktaya farklı fiziksel ve kimyasal özelliklerle değişmesi nedeniyle mekanik özellikleri bir noktadan diğer noktaya değişkenlik gösteren malzemelerdir. Homojen malzemelere göre tercih edilebilir mekanik veya termal özellikler sağladığı için sıkça kullanılmaktadırlar. Kompozit malzemeler heterojen olup iki veya daha fazla malzemenin birleşimi ile oluşturulurlar. Kompozit malzemeler bileşenlerinin özelliklerinden daha farklı ve daha üstün özellik elde etmek amacıyla üretilirler. Fiber veya parçacık takviyeli ve tabakalı olarak sınıflandırılırlar. Heterojen malzemelerin bir sınıfı olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin imalatında ise malzeme özellikleri sürekli fonksiyon ile değiştirilmektedir. Bu sayede farklı malzemelerin sınırlarında ani değişimlerden kaynaklanan gerilme sıçramalarının azaltılması amaçlanmaktadır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, genellikle seramikten metale doğru özelliklerin sürekli bir fonksiyonla değişmesi şeklinde üretilmektedirler. Elastisite modülü, Poisson oranı, ısıl genleşme katsayısı gibi özellikler fonksiyonlara bağlı olarak değiştirilir. Kompozit malzemelerin bir sınıfı olan tabakalı kompozitler de bu şekilde hacimsel oranın değişimi ile üretilirler. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde uygulamada malzeme özelliklerinde bahsedilen derecelenme, belirli sayıda katmanın birleştirilmesi şekliyle de oluşturulur. Yeterli tabaka sayısı seçilerek malzemede hedeflenen fonksiyonel derecelenme temsil edilir. Savunma, kimya, uçak-uzay gibi çeşitli endüstrilerde kompozit malzemeler ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde yüksek ısı farkları nedeniyle oluşan termal gerilmelerin analizi bu malzemelerin tasarımı ve sürdürülebilirliği açısından büyük önem taşımaktadır [1]–[5].

Kompozit plaklar füzyon güç üretimi, havacılık ve kimya endüstrileri gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılan bileşenler olup, fonksiyonel derecelendirilmiş (FG-functionally graded) levhaların da optimum tasarımlar için kullanımı geliştirilmektedir. Bu çalışmada amaç, kompozit plakanın çalışma koşullarına göre bir yönde malzeme özelliklerinin sürekli derecelendirilmesini sağlamaktır. Bu şekilde, arayüzde ani gerilme değişimleri önlenebilir. Bu teorik olarak mümkün olsa da, üretimin zorluğu, malzeme özelliklerinin sürekli değişmesinden kaynaklanır. Üretim tekniklerinin zorluğu nedeniyle, katmanlı kompozitler genellikle FGM 'lerin gereksinimlerini karşılamak için endüstride önerilmektedir. Bunun için bir yol, kompozit katmanlardaki katmanların hacim oranını değiştirmektir. Adım fonksiyonu olarak adlandırılan bu değişim, malzemenin bir tarafından diğerine özelliklerinin sürekli derecelendirmesinin bir yaklaşımıdır. İstenen fonksiyonel derecelendirme, yeterli sayıda katman seçilerek malzemede temsil edilebilir. Malzeme özellikleri için katman sayısının ve derecelendirme fonksiyonunun seçimi, tasarım için belirleyicidir. Uygun derecelendirme, sırasıyla malzeme özelliklerindeki değişiklikler ve geometrik süreksizlikler nedeniyle oluşan gerilme değişimlerini ve gerilme konsantrasyonlarını azaltır.

Şekil 1.1 'de seramik ve metal malzemelerin birleştirilmesiyle oluşturulan normal kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme örnekleri görülmektedir [1]. Kompozit malzemede seramik malzemeden metal malzemeye geçişte; ısı direnci, ısıl iletkenlik, termal genleşme katsayısı ve termal gerilme dağılımlarında ani değişen, belirgin bir fark gözlenmiştir. Fonsiyonel derecelendirilmiş malzemede ise geçişlerde herhangi bir süreksizlik görülmemekte ve dağılım ideal süreklilik göstermektedir.
İnşaat mühendisliği yapıları da solar ışınım ve ortam sıcaklığı değişimi gibi uzun dönemli termal etkilere maruz kalırlar. Ayrıca silolar, nükleer reaktörler gibi daha özel amaçlı yapılarda doğrudan sıcaklık farkları nedeniyle termal gerilme problemleri açığa çıkmaktadır. Malzemelerin birleşim yüzeylerinde ve zamanla malzemelerde oluşan oyuk ve çatlaklarda da termal gerilme yığılmaları meydana gelmektedir. Oluşacak tüm bu kusurlar ve gerilme yığılmaları malzemenin performansını düşürebilmekte, istenen özellikte çalışmasını engelleyebilmektedir. Bu nedenle, yapı ömrünün doğru



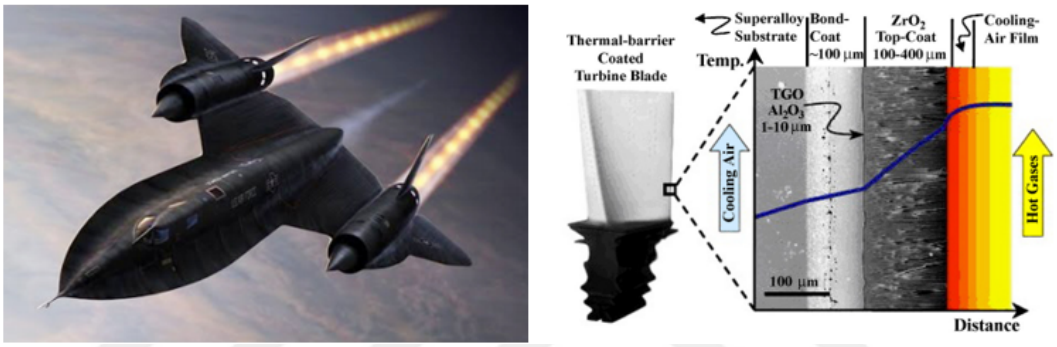
Şekil 1.1 : Normal kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde malzeme yapısı ve özellikleri [1].

tespit edilmesi, yapıda emniyetli dayanım sınırlarının belirlenmesi için termal gerilme dağılımlarının analizi gereklidir.

Termoelastisite ve termal gerilmeler ile ilgili ilk teorik çalışmalar Duhamel tarafından 1837 'de yapılmıştır. Hetnarski ve Eslami tarafından ise daha kapsamlı özel problemlerin çözümü için teorik çalışmalar yapılmıştır [2]. 2. Dünya Savaşı ve takip eden yıllarda özellikle havacılık sahasında termal yüklere maruz yapıların davranışı hakkında bilgi ihtiyacı ve çalışmalar artmıştır. Yapıların termal dayanımını artırmak amacıyla termal bariyer kaplamaların (thermal barrier coating-TBC) tasarımı ve üretimi üzerine birçok çalışma yapılmıştır [6].

Termal bariyer kaplamaların kullanımı ile sıcaklık dağılımının değişimini göstermek amacıyla Şekil 1.2 'de 1966 'da üretilen SR-71 keşif uçağı örneği verilmiştir. Çok kısa sürede çok yüksek hızlara ulaşan uçak-uzay ve savunma alanında kullanılan yapı elemanlarında dış çevre koşulları ani ve sert değiştiğinden yapı, aşırı derecede yüksek sıcaklık değişimlerine maruz kalmaktadır. Bahsedilen bu yapılarda çok önemli

yer tutan termal bariyer kaplamalar ile sıcaklığın dışarıdan içeriye doğru azaltılması sağlanmıştır. Şekil 1.2 'nin devamında ise uçak örneğinde olduğu gibi tipik bir türbin kanadında kullanılan termal bariyer kaplama ile sıcaklığın giderek azaltıldığı gösterilmiştir. En dış katmana doğru sıcaklık dayanımı yüksek malzemeler ile dereceli olarak oluşturulmuş bu eleman da heterojen malzemeye örnek verilebilir. Birçok özel yapısal alanda kullanılan termal bariyer kaplamaların (TBC) kapsamlı bir inceleme çalışmasında, yazarlar TBC 'lerin kullanımının yüksek sıcaklıklara adaptasyona izin verdiğini ve özellikle soğutma işleminin maliyetini düşürmesi ve yüksek yalıtım kapasitesi nedeniyle termal verimliliği azalttığını belirtmişlerdir. Ayrıca kaplama yöntemlerini ve avantajlarını da tartışmışlardır [7].



Şekil 1.2 : Lockheed SR-71 keşif uçağı, 1966 ve termal bariyer kaplama ile yapılan türbin kanadındaki sıcaklık dağılımı [2].

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin üretim teknikleri, sıcaklık etkisindeki FGM 'de malzeme özelliklerinde derecelendirme kontrolü, kaplama tabakalarına ait tasarım parametreleri, termal gerilme dağılımı ve çevresel etkiler üzerine yapılan çalışmaların kapsamlı sonuçları derleme bir makalede karşılaştırılmaktadır [8]. FGM üretiminde son yıllarda nano teknoloji ve katkı malzemeleri gibi güncel malzemelerin de kullanımına büyük önem verilmektedir. [9] numaralı makalede, FGM 'nin üretim teknikleri, uygulamaları ve avantajları ayrıntılı olarak açıklanmıştır. FGM 'nin savunma, yapı ve kimya gibi birçok alanda kullanımı arttıkça, bu konudaki çalışmalar da derinleşmiştir. Uygun yöntem, üretim ve uygulama için FGM 'de teorik, sayısal ve deneysel çalışmalar yapılması hala güncel bir ihtiyaçtır. Bu tür yapısal elemanlarda oluşabilecek termal gerilmelerin analizi, amaçlanan kullanımlarına bağlı olarak aniden veya zamanla sıcaklığın etkilerine maruz kaldıklarında çok önemlidir [10,11].

[12] numaralı makalede, sıcaklık değişimleriyle birlikte malzeme özelliklerindeki değişimi göz önünde bulundurarak, farklı koşullar için fonksiyonel olarak derecelendirilmiş içi boş silindirik bir yapısal eleman üzerindeki termal etki analiz edilmiş ve yönetici denklemlerin sayısal çözümleri sunulmuştur. [13] numaralı makalede, üç boyutlu elastisite kullanılarak, halka şeklinde, fonksiyonel derecelendirilmiş bir plak kalınlığı boyunca termal yükleme etkisinde analiz edilmiştir. Bir diğer makalede fonksiyonel derecelendirilmiş kaplamada termal iletkenlikteki üstel fonksiyonla değişiminin etkileri araştırılmıştır [14]. Özellikle seramik esaslı fonksiyonel derecelendirilmiş termal bariyer kaplamalarda, farklı yüzey enerjileri, farklı termal genleşme katsayısı [15,16] ile oluşabilecek gerilme sıçramaları nedeniyle alt tabaka ve kaplamanın arayüzlerinde veya termal yükleme altında doğrudan yüksek artık gerilmeler oluşabilir. Bu nedenle seramik alt tabakalarda çatlama meydana gelmeye meyillidir [17]. [18] numaralı makalede çatlak başlangıcını ve yayılmasını analiz etmek için yapısal elemanlarda katmanlı ve fonksiyonel derecelendirilmiş kaplamalar arasında bir karşılaştırma sunulmuştur. Çatlağın yayılması, mekanik ve termal özellikleri üstel fonksiyonla değişen FGM 'ler için incelenmiştir [19]. [20] numaralı makalede, gevrek malzemelerde termal analiz için ısı iletimi ve termal çatlamayı simüle etmek için kapalı bir termo-mekanik iletim modeli (PHCM) geliştirilerek analitik çözüm mekanik ve termal durum çalışılmıştır. Sonlu eleman analizleriyle doğrulanan PHCM modelinin çatlakların termal analizinde kullanılabilecek bir yöntem olduğu gösterilmiştir.

Duhamel'in termoelastisite probleminin çözümü Timoshenko ve Goodier [3] ile Boley ve Weiner [21] tarafından farklı geometrik alanlara uygulanmıştır. Mekanik özellikleri farklı olan metal ve seramik gibi malzemelerin, termal gerilme süreksizliklerini azaltmak için fonksiyonel derecelendirme ile üretildiği bir makalede, üretim yöntemleri, fonksiyonların yaklaşıklığı, hesaplama yöntemleri ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin teorik arka planı tartışılmıştır. Ayrıca, katmanlı bir plakadaki termal gerilme dağılımının teorik bir temsili verilmiştir [22].

[23] numaralı makalede metalden seramiğe FG kirişin termal analizi için analitik ve deney modelleri çalışılmıştır. Deneysel model ile doğrulanan çalışmada, üretimde alev püskürtme yöntemi kullanılmıştır. Her katman tamamen metalden seramiğe doğru

beş izotropik tabakadan oluşmaktadır. Analitik sonuçlar ve sonlu eleman modeline dayalı üçüncü derece zikzak teorisinden elde edilen sonuçlar deneysel modelle uyumlu bulunmuştur. Sonuçlar, FGM 'lerdeki etkin katman sayısının ve optimum derecelendirme parametrelerinin termal gerilme konsantrasyonlarını ve katmanlar arasındaki gerilme sıçramalarını azalttığını göstermektedir [24]. Kalıcı termal gerilmeler [25] numaralı makalede sandviç seramikte (ZrO2/ZrO2+Ni) analitik olarak modellenmiştir. Sonlu eleman modelleri ile katman sayısının gerilme dağılımına etkisi araştırılmıştır. Analitik çalışma ile sayısal analiz sonuçlarının uyumlu olduğu gösterilmiştir. [26] numaralı makalede, Timoshenko kiriş teorisini kullanarak eksenel ve enine fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kirişlerin statik ve dinamik analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu makalede yüksek sıcaklık değişiminin dinamik tepki ve doğal frekanslar üzerindeki etkisi araştırılmış, ara FGM tabakasını içeren kompozit tabakaların gerilme dağılımını ve süreksizlik sorunlarını azalttığı vurgulanmıştır. Dinamik yükleme altında yüksek sıcaklıklara maruz bırakılan FGM 'lerin geçici termoelastik analizinin sonlu elemanlar yöntemi ile incelendiği bir çalışmada, FGM 'de plak kalınlığı yönünde, sıcaklığın etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, derecelendirmenin geçici termoelastik davranış üzerinde çok önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir [27].

Silindirik basınç kaplarının termal davranışını analiz etmek için düzlemsel termoelastisite denklemleri sayısal yöntemler kullanılarak çözülmüştür [28]. Kaynaklanmış iki farklı malzemenin arayüzü yakınındaki yönlendirilmiş kusurlar etrafındaki termal gerilme konsantrasyonu, bir yöndeki etkileşimi modelleyen bir çalışmada sunulmuştur [29]. Bir başka makalede ise istatistiksel yöntemler ile geliştirilmiş bir yaklaşım, termal yükleme altında FG plaklarının eğilmesini araştırmak için kullanılmıştır [30].

Bir şerit elemandaki fonksiyonel derecelendirmenin yalnızca kalınlık yönünde meydana geldiği durum için termal gerilmelerin analizi konusunda analitik çalışmalar bulunmaktadır. Formülasyonlar genellikle klasik kiriş eğilme teorisine dayanmaktadır. Sıcaklığa bağlı ve sıcaklıktan bağımsız çözümler türetilmiştir. Bu türetmeler, literatürde sunulan şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemine (Strain Suppression Method) çok benzerdir [3]. [31] numaralı makalede plazma kaplama işlemi ile çoklu katmanlardaki kalıcı gerilmeleri tahmin etmek için analitik bir model geliştirilmiştir.

Bu çalışma, soğuma sırasında alt tabaka ve kaplama katmanlarının termal genleşme katsayısının (CTE) neden olduğu kuvvet ve moment dengelerine ve gerilme farkına dayanmaktadır. Sıcaklığın alt tabaka ve katmanlar üzerindeki etkileri, katman sayısı ve kompozit kirişlerin eğriliğinin kalıcı gerilme üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Sadece düzlem içi kalıcı gerilme durumu tartışılmış ve kaplama sisteminin bir şerit eleman olduğu varsayılmıştır. Analitik çözümler sonlu elemanlar analizleriyle karşılaştırılmıştır. Bu doktora tezi kapsamında sıcaklık etkisindeki birim kalınlıklı plakta kiriş eğilme teorisine dayanan "Şekil Değiştirmelerin Baskılanması Yöntemi (SBY)" ile termal gerilmelerin analitik çözümü türetilmiş olup, literatürde Ravichandran [4] çalışması ile sonuçların karşılaştırılarak farklılıkların ve önerilerin tartışıldığı bir makale yayınlanmıştır [32]. Ardından sadece termal genleşme katsayısını dikkate alarak, fonksiyonel derecelendirilmiş bir plaktaki termal gerilmenin geliştirilen analitik çözümünün deneysel bir doğrulaması [33], ve termal genleşme katsayısı ile birlikte elastisite modülünün de plakta kalınlık boyunca değiştiği modelin analitik çözümünün deneysel doğrulanması [11] fotoelastisite yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

[34] numaralı makalede, eksenel simetrik, kalın duvarlı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme olan silindir numunede güç yasası varyasyonu ile mekanik ve termal özellikleri için geçici ısıtma altında kayma deformasyon teorisi kullanılarak analitik yeni bir formülasyon sunulmuştur. Diğer bir makalede ise genişletilmiş sonlu eleman yöntemine dayanan extended multiscale finite element method (EMsFEM) adlı kapsamlı bir sonlu eleman modeli geliştirilerek heterojen malzemelerin termo-elastik, plastik gerilme analizi yapılmıştır. Hesaplama yükü, genel analiz makro ölçekte uygulanarak kayda değer biçimde azaltılmıştır. EMsFEM ‘e adapte edilmiş temel fonksiyonlarla çeşitli sayısal örnekler yapılarak heterojen malzemelerde önerilen bu yöntemin verimli sonuçlar verdiği gösterilmiştir [35]. Sonlu eleman analizlerinin yapıldığı bir diğer çalışmada heterojen malzemelerde kararsız termoelastik problemler için cell vertex finite volume element (CV-FVM) metodu geliştirilmiştir. Bu yöntem, titreşim analizi, termoelastik analiz ve ortotropik malzemeler için elastik analizde uygulanmıştır. Sadece fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde değil, çok fazlı malzemeler ve çok katmanlı malzemelerde uyumlu sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Ayrıca farklı malzeme gradasyonunun termal bariyer kaplamaların termomekanik analizi için de uygulanabildiğini belirtmektedir. Geliştirilen yöntemin heterojen malzemelerde doğru termoelastik alan hesabı ve gerilme süreksizliklerinin tahmininde büyük katkı sağladığı belirtilmiştir [36]. [37] numaralı makalede, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde Crank-Galerkin şeması kullanılarak termal gerilme karakteristiklerinin belirlenmesi için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin boyutlarına ve farklı malzeme varyasyonlarına bağlı olarak sıcaklık ve termal gerilme dağılımları gibi farklı termal karakteristikler elde etmişlerdir. Sonlu eleman analizlerinin kullanıldığı bir diğer çalışmada [38] lif takviyeli, açık gözenekli köpük ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler gibi birçok çok ölçekli heterojen elemana uygulanabilecek sonlu eleman analizi önerilmiştir. Bu analiz heterojen çok fazlı malzemeler için coupling extended multiscale finite element method (CEMsFEM) yöntemi ile önerilmiştir. Sayısal örnekler yapılarak makroskobik ve mikroskobik gerilme bileşenleri karşılaştırılmıştır.

Çok fazlı heterojen malzemelerin termal gerilme analizi için sonlu eleman yöntemlerinin geliştirildiği bir çok çalışma bulunmaktadır [39]–[43]. Ayrıca kompozit malzemeler ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeleri içine alan heterojen malzemelerin dizaynı, analizi, optimizasyonu ve üretimi için tüm malzeme özelliklerini ve mikroyapısını içeren CAD modeli geliştirilmiştir [44]. Bu model geliştirilirken eski çalışmalara dayanılarak malzeme özellikleri belirlenmiştir [45], [46]. FGM plaklar için termal analizler, mekanik analizlere kıyasla nispeten azdır. [47] numaralı makalede derecelendirmenin hem radyal hem de teğetsel yönlerde olduğu FG dairesel plaklar üzerindeki termal gerilme dağılımının analizi, problemin denklemleri için sonlu farklar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Doğrusal olmayan davranışı göz önünde bulunduran sonlu eleman analizi tabanlı çalışmalarda da FGM 'nin gerilme konsantrasyonlarını azalttığı sonucuna varılmıştır [47].

Literatürde heterojen malzemeler ile ilgili temel termoelastisiteye dayanan teorik ve analitik çalışmalar da mevcuttur. [4] numaralı makalede, bir boyutlu fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde termal kalıcı gerilmelerin analizi çalışılmıştır. Bu makalede termal genleşme özellikleri farklı ve birbirleri ile tepkime vermemesinden dolayı sırasıyla seramik ve metal kullanılmıştır. Termal kaplama malzemeleri olarak

fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kullanıldığı bir diğer makalede termal gerilme durumu analitik yöntemle araştırılmıştır. Malzeme derecelendirmesi ile termal gerilmeler düşürülürken, termal direncin ise nasıl artırıldığına değinilmiştir. Termal gerilmeler sonucunda malzemede oluşabilecek çatlaklar ve bu çatlaklar nedeniyle oluşan termal gerilme yığılmalarının durumu incelenmiştir. Analizleri sonucunda, seramik ile metal arasında sürekli ve kademeli olarak değişen kompozisyon uygulandığında termal gerilmelerin önemli derecede azaltılabileceği belirtilmiştir [49]. Yine bu kompozisyon düzgün uygulandığında gerilme yığılma faktörünün de azaltılabileceğini, malzemelerde farklı konum ve geometrilerde oluşan çatlak ilerlemesinin kırılma mekaniği analizleri ile tahmin edilebileceği belirtilmiştir. [50] numaralı çalışmada gerilme yığılmalarına ve düzlem içi eğilmeye yol açan kenar çatlakları ve davranışı bu çatlaklara sahip lamine plakların kırılma mekaniği deneysel olarak incelenmiştir.

Makroskobik ve mikroskobik boyutlarda fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin termoelastik analizi asimtotik genleşme homojenleştirmesi ve sonlu eleman yöntemi ile araştırılmıştır. Mikroskobik alan değişkenleri etkin termoelastik özelliklerin belirlenmesinde kullanılmıştır [51]. Heterojen malzemelerde iki veya daha fazla malzemenin birleşimi söz konusu olduğundan dolayı, bileşenlerinden farklı olarak oluşan yeni malzeme karakteristiklerinin belirlenmesi de önemli bir konudur. Bu konuda birtakım çalışmalar mevcuttur. [52] numaralı makalede, düzenli ve düzensiz mikroyapılardaki temsili iki fazlı hacim elemanlarının homojenleştirilmiş malzeme özellikleri, karakteristikleri ve mikroyapısının morfolojisi araştırılmıştır. Random morphology description functions (RMDF) yöntemini kullanarak homojenleştirilmiş kiriş modeli ile $Ni-Al_2O_3$ heterojen mikro-kiriş modeli karşılaştırılmıştır. Mikro kiriş modelinin ürettiği normal gerilme ve kayma gerilmesi dağılımlarının homojenleştirilmiş model ile uyumlu olduğu belirtilmiştir.

[53] numaralı makalede heterojen malzemelerin hibrit sonlu eleman yöntemi ile termal analizi konusunda ilerlemeler konulu genel bir çalışma yapılmıştır. Kompozit malzemelerin ve lineer olmayan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin ısı transferini sonlu eleman tabanlı hibrit temel çözümle tanımlayan çalışmalar mevcuttur. Homojen olmayan malzemelerin yapı ve malzeme modellemesinde oldukça iyi yöntem

ve çalışmalar olmasına rağmen bazı konularda çalışmaların ilerletilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Heterojen malzeme içeren kompleks mühendislik yapıları için, hesap kodlarının geliştirilmesi gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca heterojen malzemelerde oyuk, çatlak, köşe, birleşim veya yük süreksizlikleri gibi bir çok problem ortaya çıkabilir. Bu tarz tekil problemlerde özel amaçlı elemanların tanımlanması konusunda detaylı analizlerin gerekliliği vurgulanmıştır [53]. Heterojen malzemelerin kullanımı ile bir çok üstün özellik elde edilmekle birlikte yapıyı oluşturan malzeme özelliklerinin farklılığı, termal veya mekanik etkiler gibi bir çok nedenle bu yapılarda çatlak, oyuk, gerilme yığılması gibi etmenler yapı elemanlarının performansı düşürürerek birtakım süreksizlikler oluşturur. Yapı elemanlarının güvenliği ve istenen performansı sağlaması için bu süreksizliklerin analizi doğru yapılmalı ve önlemler araştırılmalıdır. Heterojen malzemelerde özellikle çatlak analizi ve gerilme yığılması analizi ile ilgili çalışmalar bulunmaktadır. 1995 yılında çatlak zararlarını en aza indirebilmek için termal kaplama gradasyonu dizaynına rehberlik eden kırılma mekaniğinde çoklu çatlaklar için enerji salınım oranı konusunda çalışmalar yapılmıştır [54]. Termal kaplamanın ful seramik ve seramikten metale doğru derecelendirilmiş olması durumlarının karşılaştırıldığı bir makalede enerji salınım oranının derecelendirilmiş malzemede önemli derecede azaldığı görülmüştür. Ayrıca heterojen malzeme özellikleri hem literatürde bulunan karışım ifadesiyle hem de mikromekanik ile hesaplanmıştır. Yapı elemanının ful seramik ve derecelendirilmiş olması durumlarında termal gerilme dağılımları ve gerilme yığılma faktörleri karşılaştırması yapılmıştır [54]. Diğer bir çalışmada tek eksenli çekme yükü altında merkezi eliptik delik içeren fonksiyonel derecelendirilmiş panelin gerilme dağılımı teorik olarak analiz edilmiştir. Üç farklı doğrultuda ve homojen olmayan değişimlere bağlı olarak homojen olmama durumunun gerilme konsantrasyon faktörü ve etki faktörü üzerinde etkisi tartışılmıştır. Çalışmanın sonucunda, delikten uzaklaştıkça elastisite modülü arttığında gerilme konsantrasyonunun homojen malzeme ile karşılaştırıldığında azaldığı ve r-FGM 'nin optimum dizaynının x-FGM ve y-FGM 'den daha iyi olduğu belirtilmiştir [55]. Çift dairesel deliğe sahip sonsuz levhada değişik yükler altında gerilme konsantrasyonu analizi, sonlu eleman yöntemiyle nümerik olarak çalışılmıştır. Modelde elastisite modülü deliğin normali doğrultusunda üstel bir fonksiyon ile tanımlanmıştır. Yapılan

çalışma sonucunda fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde delik civarında gerilme yığılmasının önemli derecede azaltıldığını belirtmişlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde uygun üstel fonksiyon ve kalınlık seçimi ile gerilme yığılmalarının azaltılabileceğini önerilmektedir [56].

[57], [58] ve [59] numaralı makalelerde FGM 'lerin gerilme yığılmalarını azalttığı sonuçları sonlu eleman yöntemi ile gösterilmiştir. Heterojen malzemelerde lineer olmayan davranış üzerine de çalışmalar yapılmıştır. [59] numaralı makalede "First order shear deformation" teorisi ve "Von Karman's" varsayımına dayanarak kare ve dikdörtgen delik içeren fonksiyonel derecelendirilmiş bir levhanın basınç yükü altında lineer olmayan analizini yapılmıştır. Delik bulunması ve bulunmaması halinde boyutsuz gerilmeler üzerinden karşılaştırma grafikleri verilmiştir. Ayrıca yükleme doğrultusunun da malzemenin lineer olmayan davranışını nasıl etkilediğini belirtmişlerdir.

[60] numaralı makalede dairesel delik içeren fonksiyonel derecelendirilmiş levhada delik etrafında gerilme yığılması faktörü analitik yöntemle çalışılmıştır. Elastisite modülü ve poisson oranının radyal doğrultuda lineer elastik değiştiği varsayılmış levha tek doğrultuda çekme yüküne maruz bırakılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde dikdörtgen delik etrafında [61] ve dairesel delik etrafında [62], [63] gerilme analizi ve gerilme yığılması faktörü analitik ve sonlu eleman yöntemleriyle çalışılmıştır. FGM 'lerin davranışı, bazı teknikler ve sonlu elemanlar programı kullanılarak gerilme konsantrasyonu faktörü için yakın zamanda yapılan bir çalışmada termal yükleme için incelenmiştir [64]. [65] numaralı makalede, termomekanik yükleme altında FGM 'leri kırılma durumu açısından analiz etmede bir sonlu eleman tipi ve [66] numaralı makalede güç serisinin malzeme derecelendirmesi ile FGM 'lerin termomekanik davranışı için bir sonlu eleman modeli önerilmiştir.

[67] ve [68] numaralı derleme makalelerde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin termal analizi konusunda farklı model teknikleri ve çözüm methodları anlatılmıştır. Termal gerilme analizi konusunda analitik ve sayısal yöntemlere yer verilmiştir. FGM 'lerin kırılma analizi konusunda yapılan genel bir çalışmada termal ve mekanik özelliklerin derecelendirilmiş olarak değişmesi ve mikroyapının değişimi

ile kırılma tokluğu, enerji salınım oranı, kalıcı gerilmeler, gerilme yığılma faktörü, R-curve ve J-İntegral değerlerinin değişimi tartışılmıştır [69].

Heterojen malzemelerin termal analizi konusunda sayısal ve analitik çalışmalar bulunmasına rağmen deneysel çalışmalar kısmen daha azdır. 2001 yılında kompozisyonu cam dolgu ile derecelendirilmiş epokside kırılma parametreleri ve çatlak ucu deformasyonunu deneysel ve sonlu eleman analizi yöntemleriyle çalışılmıştır. Dinamik çatlak gelişmesi sırasında CGS(Coherent Gradient Sensing) optik metodu ile çalışılmıştır [70]. Sonlu eleman analizi ile deneysel sonuçların uyumlu olduğu gösterilmiştir. [71] numaralı makalede ise çatlak ucu alanlarının homojen olmayan malzemelerde kırılma mekaniği değerlendirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde derecelendirme doğrultusuna dik ve paralel çatlak olması durumları deneysel yöntemle araştırılmıştır. Malzemenin homojen ile FG olması durumunda gerilme yığılması faktörleri deneysel yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Termal gerilme analizi konusunda gerilme dağılımlarının eldesinde deneysel fotoelastisite yönteminin kullanıldığı çalışmalar vardır [72]–[75].

Statik ve dinamik yükler altında bir yapıdaki fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş ve plakaların eğilme, burkulma ve titreşim analizleri de bazı güncel araştırma alanlarındandır [76]–[80]. Yüksek sıcaklıklarda sıvı taşıyan FGM ile yapılmış su altı borularının burkulmasının, analitik olarak geliştirilen bir çözümü, literatürden elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak analiz edilmiştir [81]. FG plakların sıcaklık değişimi altında burkulması optimum malzeme dağılımını dikkate alarak [82] ve silindirik kabukların burkulması şeklinde analitik metodla araştırılmıştır [83]. Silindirik kabuklarda özellikle termomekanik yükler altında çok iyi termoelastik ve sünme performansı gösteren fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ve çeşitli yükleme durumları altındaki termal tepkileri [84] numaralı derleme makalede detaylıca incelenmiştir. [85] numaralı makalede farklı ZrO_2 içeriğine sahip beş Al_2O_3 katmanından oluşan FGM 'ler üzerindeki ani soğutma işleminin etkileri, sayısal yöntemler kullanılarak incelenmiş ve ısı akısının karşılaştırmalı bir grafiği elde edilmiştir. [86] numaralı makalede termal şoklar için FGM 'den yapılmış kalın, içi boş silindirler analitik yöntemle analiz edilmiştir. Sayısal ve analitik yöntemlerin

kullanıldığı bir çalışmada radyal yön boyunca varyasyonlara sahip dönen FG diskleri üzerindeki termal etki incelenmiştir [87].

Sayısal bir model kullanarak FG boru, yakıt yapı elemanlarının yüksek çalışma sıcaklıklarının neden olduğu termal gerilmeler araştırılmıştır [88]. [89] numaralı makalede, MATLAB üzerinde bir kod oluşturularak mühendislik uygulamalarında FGM 'nin termal gerilme davranışı için bir optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Buna ek olarak, çalışmada yeterli sayıda alt katman uygulandığında hacim fonksiyonunun önemi vurgulanmış olup, heterojen veya termal iletken olmayan malzemeler için sonuçların kesin olarak doğrulanamadığı belirtilmiştir. FGM plaklarındaki malzeme bileşimi, [90] numaralı makalede bir hibrit genetik algoritma kullanılarak termal gerilmeyi en aza indirecek şekilde optimize edilmiştir. FG bir çekirdeğe sahip lamine bir plağın eğilmesi termal ve mekanik etkiler altında incelenmiştir [91]. Otomotiv endüstrisinde farklı malzemelerden yapılmış fren disklerinin davranışının analitik ve sayısal analiz çalışması sıcaklık değişimi etkisinde gerçekleştirilmiştir [92] ve başka bir analitik çalışmada FGM 'ler için termal artık gerilme dağılımları incelenmiştir [93]. Bazı güncel çalışmalar FGM 'lerle ilişkili termal gerilme konsantrasyonlarını belirlemeye ve azaltmaya odaklanmıştır [94,95].

Güncel literatürde malzeme özelliklerinin iki yönlü derecelenmesi [96] ve iki yönlü termal etki [97] araştırılmaktadır. [98] numaralı makalede hibrit akı sonlu elemanlar yöntemi (HF-FEM) ve hibrit termal gerilme sonlu elemanlar yönteminin (HTS-FEM) uygulanması, parçacık takviyeli kompozit malzemelerdeki ısı iletimi ve termal gerilmelerin analizinde kullanılmıştır. Bu teknikle ilgili araştırmaların çoğu iki boyutlu problemlerle sınırlı iken bu makalede, parçacık takviyeli kompozitlerin kararlı durum ısı iletimi ve termal gerilmelerini hesaplamak için 3 boyutlu çok yüzlü-sekizli ağaç tabanlı HF-FEM ve HTS-FEM'i sonlu eleman modelleri önerilmiştir. Sunulan yöntemlerin etkinliği, geleneksel sonlu eleman yöntemlerinin çeşitli sayısal örnekleriyle karşılaştırılarak gösterilmiştir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kullanıldığı güncel ve yeni bir teknoloji olarak Uluslararası Termonükleer Deneysel Reaktör (ITER), yeni nesil enerji üretimi için füzyon teknolojisi çalışmaları da önemli bir yer tutmaktadır. Nükleer

reaksiyon füzyon ile daha güvenli, karbon salınımı yapmayan neredeyse sınırsız enerji üretimi amaçlanmaktadır. ITER 'in amacı bugünün füzyon makineleri ile geleceğin nükleer füzyon santralleri arasında termal deneysel bir çalışma yapmaktır [99]. Bu reaktör yapılarında kullanılan Tungsten(W) yüksek füzyon noktasına sahip, yüksek püskürtme direncine sahip, düşük trityum / döteryum retansiyonu ve düşük termal katsayısı ve Bakır (Cu) yüksek termal iletkenliğe sahip olup, bu iki elementin kombinasyonu ile oluşturulan yapı elemanlarının kullanımı günümüzde artmıştır [100]–[102]. [100] numaralı makalede, füzyon reaktörleri üretmek amacıyla çalışan termonükleer deneysel reaktörlerin (ITER) önemi vurgulanmıştır. Üç katmanlı sıcak baskılanmış W/Cu malzemelerinin fonksiyonel derecelendirilmiş olarak sinterleme yöntemi ile üretimini, çeşitli üretimlerde yoğunluk, mikroyapı, termal iletkenlik ve sertlik özelliklerinin karşılaştırmasını çalışmışlardır. Çalışma sonucunda malzemenin fonksiyonel derecelendirilmiş olarak üretilmesinin birleşim bölgelerindeki süreksizliklerden kaynaklanan göçme riskini azalttığını göstermişlerdir. Bu heterojen birleşim bakırın tungsten ile kaplanması şeklinde yapılmaktadır. Fakat bu malzemelerin ısıl genleşme katsayılarını birbirinden çok farklıdır. Heterojen malzemelerde bahsedildiği gibi iki malzemenin tabaka olarak üretilmesi yerine malzeme geçişinde oluşacak gerilme sıçramalarını azaltmak amacıyla fonksiyonel derecelendirilmiş olarak üretim yöntemleri ve analizleri bir çok çalışmada önerilmiştir [103,104].

[105] numaralı makalede fonksiyonel derecelendirilmiş katı silindirin konveksiyonel ısı yayınım durumu düzlem şekil değiştirme hali için çalışılmıştır. Önceki çalışmalarda FGM 'de elastisite modülü, Poisson oranı ve ısıl genleşme katsayısı değerleri kuvvet fonksiyonu veya üstel fonksiyon ile değişirken kendi çalışmalarında daha gerçekçi bir yaklaşım önerdiklerini belirtmişlerdir. Gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri analitik olarak elde edilmiştir. Kritik değerler homojen katı silindir ve FGM için Tresca akma varsayımı ile karşılaştırılmıştır. Sayısal uygulamalar ITER uygulamalarındaki gibi W/Cu FGM kullanılarak yapılmıştır. Nükleer füzyon reaktörlerinin gerçekleştirebilmesi amacıyla Tungston/Çelik birleşimlerinin araştırıldığı bir çalışmada [106] homojen malzeme üretimi ile Tungston hacim oranının değişmesiyle elde edilen FGM 'nin mikro, termo ve mekanik yapıları analiz edilmiştir.

Güncel çalışmalar aynı zamanda sadece metal/seramik arasında derecelendirme değil farklı malzemelerle de istenen üstün performansın eldesi için fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme oluşturulabildiğini göstermiştir. Son yıllarda özellikle dikkat çeken araştırma konusu eklemeli üretim (AM-Additive Manufacturing) üstün mekanik, termal veya optik özellikler elde etmek için yapı sektöründe fonksiyonel derecelenmiş malzemelere uygulanmaktadır [107,108]. [109] numaralı araştırma makalesinde, AM yöntemiyle oluşturulan dört tür heterojen mikro yapıya (katmanlı, fonksiyonel derecelenmiş, lamine ve harmonik) odaklanılmıştır ve heterojen mikro yapıların özel olarak üretilmesini, karakteristik katılaşma koşullarının etkilerini ve lazer tabanlı AM sürecindeki karmaşık faz dönüşümünü araştırmışlardır.

1.3 Hipotez

Literatürde heterojen malzemelerin termal gerilme analizi konusunda bir kısım analitik ve sayısal çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalar çoğunlukla heterojen malzemeler için sonlu eleman modellerinin geliştirilmesi ve bazı çalışmalarda bu verilerin analitik çalışmalar ile karşılaştırılması şeklindedir. Deneysel çalışmalar ise kısmen daha azdır. Bu tez kapsamında heterojen malzemeyi oluşturan kompozisyonda malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda derecelendirilmiş olarak değişmektedir. Dolayısıyla oluşan bu yeni malzemede elastisite modülü, termal genleşme katsayısı gibi mekanik özellikler sabit olmayıp bir fonksiyon ile belirlenmektedir. Heterojen yapı elemanlarında değişken malzeme özellikleri olması ve sınır şartlarının karmaşıklaşması gibi nedenlerle analitik hesap ve sayısal modellemelerde birtakım zorluklar ve belirsizlikler açığa çıkabilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada analitik ve sayısal analizlere ek olarak deneysel fotoelastisite yöntemi de kullanılmıştır. Deneysel yöntem ile aynı zamanda farklı konum ve geometrideki oyuklar da modellenerek sayısal analizlerle yapılan karşılaştırmalar sonucunda gerilme yığılması faktörünün belirlenmesine dair ampirik bir ifade elde edilmesi amaçlanmıştır. Yalnızca sıcaklık genleşme katsayıları farklı olan bimetal malzemelerin termal analizi yüksek lisans tezi kapsamında çalışılmıştı [110]. Yapılan çalışma sonucu yayınlanan makalede [111] deneysel fotoelastisite yönteminin uygulanabilirliği gösterilmişti. Doktora tezi bu çalışmanın devamı niteliğindedir. Bu çalışmada yalnızca ısıl genleşme katsayıları

farklı ve malzeme özellikleri tamamen farklı, katmanlı veya derecelendirilmiş heterojen malzemelerde sıcaklık değişimi etkisindeki serbest plakta termal gerilme durumu için analitik denklemlerin türetilmesi, sayısal ve deneysel yöntemlerle termal gerilme dağılımlarının elde edilmesi hedeflenmiştir.

Yüksek gradyanlı termal etkiye maruz yapılarda heterojen malzemeden imal edilmiş yapı elemanının dayanımını yitirmemesi gerekmektedir. İlgili yapı elemanında imalat veya başka nedenlerle bulunabilen mikro çatlak vb. kusurlar gerilme yığılmalarına neden olmakta ve göçme durumu bu bölgelerden başlamaktadır. Ayrıca heterojen malzeme tabakalı kompozit olarak imal edilmişse katmanların ara yüzeylerinde oldukça önemli gerilme sıçramaları oluşmaktadır [113]. Bu sıçramaların azaltılabilmesi için geliştirilen fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme her ne kadar malzeme özelliklerinin sürekli değiştiğini kabul etse de üretim tekniklerinin yetersizliğinden dolayı bu malzemeler de çok sayıda tabakalı kompozit olarak üretilebilmektedir. Önem derecesi yüksek yapıların tasarımında bu etkilerin de göz önüne alınması zorunluluktur. Bunun için tasarım kriterlerinin detaylandırılabilmesi amacıyla termal gerilme analizlerine gereksinim duyulmaktadır.

2. ANALİTİK ÇALIŞMALAR

2.1 Elastik Sistemler İçin Termal Gerilme Analizi

Sıcaklık değişimine maruz katı cisimlerde oluşan gerilmeler ve şekil değiştirmelerin analizi, malzemenin lineer elastik, homojen ve izotrop ve yer değiştirmelerin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu kabulleri ile yapılmıştır.

2.1.1 Termoelastik gerilme şekil değiştirme bağıntıları

Isıtılan tek malzemeden imal edilmiş bir cisimde, düzgün olmayan sıcaklık dağılımı, termal gerilmelere neden olacağı gibi uniform sıcaklık değişimine maruz cisimlerde dış kuvvetler veya kısıtlamalar nedeniyle termal gerilmeler ortaya çıkabilir. Sıcaklık değişiminin düzgün olmadığı problemlerin analizine örnek teşkil etmek üzere, eşit boyutta, birbirine tam bağlı özdeş kübik elemanlardan oluşan bir model ele alınsın. Eğer sıcaklık değişimi uniform olursa yani sürekli ortamdaki sıcaklık değişimi her noktada aynı olursa ve model sınırlardan kısıtlanmamışsa elemanlar tüm doğrultularda uniform olarak, sıcaklığa parallel şekilde eşit miktarda genişleyecektir. Bu durumda elemanlar eşit hacim değişimleri yapmış olacak ve bu, sürekli gövdede gerilme oluşmayacaktır. Ancak, eğer sıcaklık değişimi iki cisimde de farklı olursa, her bir eleman kendi sıcaklık değişimi ile orantılı olacak şekilde hacim değişimine maruz kalacaktır. Bunun sonucunda iki elemanın etkileşimi ile termal gerilmeler olarak isimlendirilen zorlanmalar meydana gelir [21].

Sıcaklık değişimine maruz gövdenin her bir noktasındaki şekil değiştirmeler iki bileşenden oluşur. İlk bileşen sıcaklık değişimi ile meydana gelen üniform genleşmedir. İzotropik gövdede bu genleşme her doğrultuda aynı olduğu için, yalnızca normal şekil değiştirmeler oluşur ve kayma şekil değiştirmeleri oluşmaz. Eğer ısıl genleşme katsayısı α, unifor sıcaklık değişimi T olarak isimlendirilirse herhangi bir doğrultuda bu normal şekil değiştirmeler αT olur. Şekil değiştirmenin ikinci bileşeni ise gövdenin sürekliliğini sağlamak için gerekli olan şekil değiştirmelerdir. Bu şekil

değiştirmeler, sıcaklık değişimi olmayan genel Hooke yasalarıyla yazılan gerilmelerle ilişkilidir. Toplam şekil değiştirmeler bu iki bileşenin toplamı olup, orthogonal kartezyen koordinat sisteminde (x, y, z) gerilme şekil değiştirme bağıntıları Denklem 2.1 'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E}\left[\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})\right] + \alpha T \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E}\left[\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})\right] + \alpha T \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E}\left[\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})\right] + \alpha T \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2G}\sigma_{xy} \\
\varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2G}\sigma_{yz} \\
\varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2G}\sigma_{zx}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Burada ε ve σ sırasıyla şekil değiştirme ve gerilme bileşenlerini göstermek için kullanılmıştır. Kayma modülü G, Young modülü E ve Poisson oranı ν arasındaki ilişkiler aşağıdaki bağıntıyla ifade edilir:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2.2}$$

Genleşme (dilatasyon) ile gerilmelerin toplamı (Θ) arasındaki ilişki ise

$$e = \frac{\Theta}{3k} + 3\alpha T \tag{2.3}$$

denklemi ile ifade edilir. Burada k bulk modülü, e şekil değiştirmelerin toplamı ve Θ gerilmelerin toplamı olup, aşağıdaki denklemlerle ifade edilirler:

$$\begin{aligned}
k &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \\
e &= \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \\
\Theta &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

2.1 denklemleri gerilme bileşenleri için çözülürse gerilmelerin şekil değiştirmeler cinsinden denklemleri aşağıdaki denklemlerle ifade edilir:

$$
\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \lambda e + 2\mu\varepsilon_{xx} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T \\
\sigma_{yy} &= \lambda e + 2\mu\varepsilon_{yy} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T \\
\sigma_{zz} &= \lambda e + 2\mu\varepsilon_{zz} - (3\lambda + 2\mu)\alpha T \\
\sigma_{xy} &= 2\mu\varepsilon_{xy} \\
\sigma_{yz} &= 2\mu\varepsilon_{yz} \\
\sigma_{zx} &= 2\mu\varepsilon_{zx}
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Burada elastik Lame sabitleri λve μ 'nün E ve ν ile ilişkisi

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
\mu &= \frac{E}{2(1+\nu)}
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

bağıntılarıyla ifade edilir.

Gerilme-şekil değiştirme bağıntıları, söz konusu malzemenin matematiksel modelini sağlamaktadır. Mekaniğin yasaları denge (veya hareket) denklemleriyle belirtilir ve geometrinin gereklilikleri ise şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları aracılığıyla sağlanır.

2.1.2 Denge denklemleri

Yalnızca mekanik durum dikkate alındığında denge denklemleri izotermal elastisite (sabit sıcaklık etkisindeki durum) ile aynıdır. Kartezyen koordinat sisteminde denge denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + X = 0 \\
\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \\
\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z = 0
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

burada X, Y, Z sırasıyla x, y, z koordinatlarındaki hacimsel kuvvetlerdir. Genellikle hacim kuvvetleri ihmal edilebilir, ancak bazı durumlarda atalet etkisinin dikkate alınması gerekir. Bu durumda hacim kuvvetleri atalet kuvvetlerinin negatifine eşit olur. Küçük yer değiştirmeler için atalet kuvvetleri,

$$
\begin{aligned}
X &= -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\
Y &= -\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\
Z &= -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

denklemleri ile ifade edilir. Denklemlerde ρ yoğunluk, u, v, w sırasıyla x, y, z koordinatlarındaki yer değiştirme bileşenleri ve t zamandır.

Gerilme durumunda herhangi bir diferansiyel eleman alındığında moment dengesi gereği kayma gerilmesi bileşenlerinin eşit olduğu ortaya çıkar.

$$
\begin{aligned}
\sigma_{xy} &= \sigma_{yx} \\
\sigma_{yz} &= \sigma_{zy} \\
\sigma_{zx} &= \sigma_{xz}
\end{aligned}
\tag{2.9}
$$

Denklem 2.7 ve 2.9 sürekli ortamın her noktasında sağlandığında, bir bütün olarak gerekli denge koşulları otomatik olarak yerine getirilir ve yüzey kuvvetlerinin sonucu olarak gövde kuvvetlerinin bileşkesi (varsa) dengelenir.

2.1.3 Şekil değiştirme-yer değiştirme denklemleri

Şekil değiştirme ,yer değiştirme ilişkileri, sıcaklığın sabit olduğu durumda, termoelastisitede aynıdır. Şekil değiştirme yer değiştirme bağıntıları aşağıdaki denklemlerle ifade edilir:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\
\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{xy} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\
\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\
\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{zx} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

u, v, w sırasıyla kartezyen x, y, z koordinatlarındaki yer değiştirmelerdir. Bu bağıntılar süreklilik koşullarını sağlamalıdır. Şekil değiştirmeler cinsinden süreklilik koşulları 2.11 denklemleri ile ifade edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial_x \partial_y} \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{yz}}{\partial_y \partial_z} \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= 2\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial_z \partial_x} \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial_y \partial_z} &= \frac{\partial}{\partial_x}\left(-\frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial_x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial_y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial_z}\right) \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial_z \partial_x} &= \frac{\partial}{\partial_y}\left(-\frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial_y} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial_z} + \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial_x}\right) \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial_x \partial_y} &= \frac{\partial}{\partial_z}\left(-\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial_z} + \frac{\partial \varepsilon_{yz}}{\partial_x} + \frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial_y}\right)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Gerilmeler cinsinden ise süreklilik koşulları hacim kuvvetlerinin olmaması durumunda 2.12 bağıntıları ile ifade edilir.

$$\begin{aligned}
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \sigma_x + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial x^2} &= 0 \\
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \sigma_y + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial y^2} &= 0 \\
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \sigma_z + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial z^2} &= 0 \\
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \tau_{xy} + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial x \partial y} &= 0 \\
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \tau_{yz} + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial y \partial z} &= 0 \\
(1+\nu)\bigtriangledown^2 \tau_{zx} + \frac{\partial^2(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)}{\partial z \partial x} &= 0
\end{aligned} \tag{2.12}$$

2.1.4 Sınır koşulları

Elatisite problemlerinde alan denklemlerinin özel çözümünün elde edilmesi için sınır koşullarının belirlenmesi gerekir. Elastisite problemlerinin çözümleri gerilme esaslı çözümler ve yer değiştirme esaslı çözümler olmak üzere ikiye ayrılabilir. Sınır koşulları problem tipine göre kuvvet esaslı ve yer değiştirme esaslı olmak üzere yazılabilir. Yer değiştirme sınır şartları gerilme esaslı çözümlerde genellikle kullanılmaz [114].

Sınır koşullarının gerilme bileşenleri cinsinden ifade edildiği durumda sınır yüzeyinin her noktasında sağlanmak üzere bağıntılar:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z \\ \bar{Y} &= \sigma_{yx} n_x + \sigma_{yy} n_y + \sigma_{yz} n_z \\ \bar{Z} &= \sigma_{zx} n_x + \sigma_{zy} n_y + \sigma_{zz} n_z \end{aligned} \tag{2.13}$$

denklemleriyle belirtilir. $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ bileşenleri x, y, z kartezyen koordinatlarında tanımlanan yüzey gerilmeleri olup, n_x, n_y, n_z yüzey alanının birim normalinin kosinüs bileşenleridir.

Yer değiştirme sınır koşulları ise sınır yüzeyin her noktasında sağlanacak şekilde f, g ve h tanımlanan yer değiştirme fonksiyonları olmak üzere aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$\begin{aligned} u &= f(P) \\ v &= g(P) \\ w &= h(P) \end{aligned} \tag{2.14}$$

Burada u, v, w yer değiştirme alanının sırasıyla x, y, z kartezyen koordinatlarındaki bileşenleridir.

2.1.5 Termoelastisite probleminin matematiksel formülasyonu

Termoelastisite problemi için elde edilen çözüm 3 adet denge, 6 adet bünye ve 6 adet gerilme şekil değiştirme denklemleri olmak üzere 15 adet koşulu sağlamalıdır. Bu koşullar uygulandığında elastisite probleminde 6 gerilme bileşeni ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$), 6 şekil değiştirme bileşeni ($\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$) ve 3 yer değiştirme bileşeni (u, v, w) olmak üzere toplam 15 bilinmeyen sınır koşullarına da başvurularak elde edilir.

Bir problem formule edildiğinde ve yaklaşık süreklilik kısıtlamaları getirildiğinde çözüm tekildir. Yani rijit cisim hareketi durumu hariç 12 gerilme şekil değiştirme ve 3 yer değiştirme bileşeni bahsedilen denge denklemleri sınır koşullarını sağlar. Bu formülasyon basit ve çok bağlı rijit cisimler için geçerlidir. Rijit cisim hareketinin

formu:

$$\begin{aligned} u &= u^0 - w_z^0 y + w_y^0 z \\ v &= v^0 - w_x^0 y + w_z^0 x \\ w &= w^0 - w_y^0 x + w_x^0 y \end{aligned} \tag{2.15}$$

denklemleriyle ifade edilir. u_0, v_0 ve w_0 rijit cismin ötelenmelerini, w_x^0, w_y^0 ve w_z^0 ise indisle gösterilen eksendeki çok küçük rijit cisim dönmelerini temsil eder. Yer değiştirme ifadeleri yukarıda yerleştirilirse, çok küçük dönmeler için genel formül aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} w_x &= \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}) \\ w_y &= \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x})) \\ w_z &= \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) \end{aligned} \tag{2.16}$$

2.1.6 Asal gerilmeler ve asal şekil değiştirmeler

Herhangi bir gerilme sisteminde, her noktada kayma gerilmelerinin olmadığı asal olarak isimlendirilen üç düzlem vardır. Bu düzlemler üzerindeki normal gerilmeler, asal gerilmeler olarak isimlendirilir. n_x, n_y, n_z kartezyen koordinat sisteminin asal düzlem normali doğrultusundaki kosinüs bileşenleri olduğunda asal gerilmeler (S) aşağıdaki dört denklemin çözümü ile elde edilir:

$$\begin{aligned} (\sigma_{xx} - S)n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z &= 0 \\ (\sigma_{xy})n_x + (\sigma_{yy} - S)n_y + \sigma_{yz} n_z &= 0 \\ (\sigma_{xz})n_x + (\sigma_{yz})n_y + (\sigma_{zz} - S)n_z &= 0 \\ n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 &= 1 \end{aligned} \tag{2.17}$$

İlk üç denklemin oluşturduğu sistemin sıfırdan farklı çözümü ancak katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması ile mümkündür. Bu durumda, asal gerilmeler üç reel köke sahiptir:

$$S^3 - IS^2 + IIS - III = 0 \tag{2.18}$$

Elde edilen bu denklemde I, II ve III gerilme halinin değişmezleri olarak isimlendirilir ve Denklem 2.19 'daki şekilde ifade edilirler.

$$\begin{aligned} I &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \\ II &= \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{yz}^2 - \sigma_{zx}^2 \\ III &= \sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz} + 2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx} - \sigma_{xx}\sigma_{yz}^2 - \sigma_{yy}\sigma_{xz}^2 - \sigma_{zz}\sigma_{xy}^2 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Benzer bir tanımalama ile kayma şekil değiştirmelerinin sıfır olduğu doğrultularda birim normale sahip yüzeylerde boyca şekil değiştirmeler asal şekil değiştirme olarak isimlendirilir. Uzayda şekil değiştirme haline ait üç adet asal şekil değiştirme bileşeni mevcuttur. Bu bileşenlerin hesabı için 2.17-2.19 denklemlerinde σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz}, σ_{xy}, σ_{yz}, σ_{zx}, yerlerine sırasıyla ε_{xx}, ε_{yy}, ε_{zz}, ε_{xy}, ε_{yz}, ε_{zx} bileşenlerinin yerleştirilmesi yeterli olacaktır.

2.1.7 Termoelastisite probleminin çözümü için alternatif formülasyonlar

Elatisite problemlerinin çözümünde, direkt yöntem, ters yöntem veya yarı-ters yöntem kullanılır. Direkt yöntemde 3 adet denge denklemleri, 6 adet bünye denklemleri ve 6 adet gerilme- şekil değiştirme denklemleri kullanılarak, bilinmeyen 6 gerilme bileşeni, 6 şekil değiştirme bileşeni ve 3 yer değiştirme bileşeni hesaplanabilir. Ancak çözülecek 15 bağlı denklem var iken, sınır koşulları genellikle ya sadece üç yer değiştirme bileşenlerini veya sadece altı gerilme bileşenlerini içerir. Bu yüzden özel sınır koşulları sınır değer probleminde bu bilinmeyenler cinsinden yazılarak problem basitleştirilebilir.

Ters yöntemde gerilme veya yer değiştirme alan fonksiyonları sınır şartlarını sağlayacak şekilde önerilir ve önerilen bu çözümün problemdeki sürekli alanı ve sınır koşullarını sağladığı gösterilmeye çalışılır. Bu nedenle bu yönteme başvurulması pratik problemler için zordur. Yarı ters yöntemde ise gerilme veya şekil değiştirme bileşenlerinden bazıları problemin sınır koşulları, geometrik sürekliliği ve cismin davranışı söz önünde bulundurularak önerilir. Önerilen bu bileşenlerle problemin diğer bileşenleri elastisitenin denklemleri ile çözülerek süreklilik koşulları sağlatılır. Bu yöntemde mukavemette elde edilen pratik sonuçlardan da faydalanılarak sonuçlar elde edilebilmektedir fakat karmaşık problemlerde çözüme ulaşmak güçtür. Direkt yöntem

ile analitik çözüm elde edilebilecek problem türleri sınırlı olduğu için diğer yöntemler çözümlemede sıklıkla kullanılmaktadır. [21,114].

2.1.7.1 Yer değiştirme formülasyonu

Yer değiştirme formülasyonunda, gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ile kinematik bağıntılar kullanılarak tüm alan denklemleri yer değiştirmeler cinsinden elde edilir. Denklem 2.5 'te verilen bağıntılardaki şekil değiştirme bileşenleri, Denklem 2.10 'da verilen kinematik bağıntılar kullanılarak yer değiştirme bileşenleri cinsinden yazılır. Elde edilen gerilme bileşenlerinin ifadeleri Denklem 2.7 'deki denge denklemlerinde yerine yazılırsa yer değiştirme bileşenleri cinsinden denge denklemlerini ifade eden Lame' denklemleri elde edilir.

$$\begin{aligned}(\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial x}+\mu\bigtriangledown^2 u-(\lambda+2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial x}+X=0\\(\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial y}+\mu\bigtriangledown^2 v-(\lambda+2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial y}+Y=0\\(\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial z}+\mu\bigtriangledown^2 w-(\lambda+2\mu)\alpha\frac{\partial T}{\partial z}+Z=0\end{aligned} \tag{2.20}$$

Burada e diverjan u 'yu ifade etmekte olup,

$$e=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z} \tag{2.21}$$

bağıntısıyla ifade edilir.

2.1.7.2 Gerilme formülasyonu

Gerilme formülasyonunda gerilme- şekil değiştirme bağıntıları uygunluk denklemlerinde yazılarak veya süreklilik koşulları gerilmeler cinsinden yazılarak 6 denklem gerilmeler cinsinden ifade edilir ve bu sayede 6 bilinmeyen gerilme bileşeni (σ_{xx}, σ_{yy}, σ_{zz}, σ_{xy}, σ_{yz}, σ_{zx}), hesaplanarak çözüme gidilir. Ardından hesaplanan gerilmeler yardımıyla gerilme şekil değiştirme bağıntılarından şekil değiştirmeler hesaplanabilir.

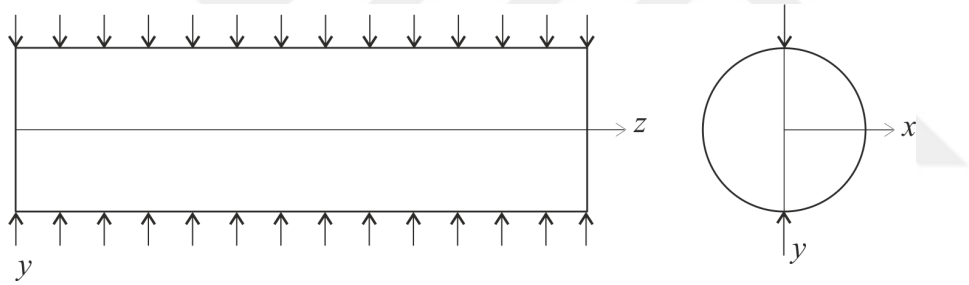
Bu yöntemde Beltrami-Mitchell denklemleri olarak bilinen süreklilik koşulları Denklem 2.22 'de verilmiştir.

$$
\begin{aligned}
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{xx}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+\alpha E(\frac{1+\nu}{1-\nu}\bigtriangledown^2 T+\frac{\partial^2 T}{\partial x^2})=0\\
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{yy}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}+\alpha E(\frac{1+\nu}{1-\nu}\bigtriangledown^2 T+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2})=0\\
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{zz}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}+\alpha E(\frac{1+\nu}{1-\nu}\bigtriangledown^2 T+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2})=0\\
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{xz}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial x\partial z}+\alpha E\frac{\bigtriangledown^2 T}{\partial x\partial z}=0\\
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{yx}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial y\partial x}+\alpha E\frac{\bigtriangledown^2 T}{\partial y\partial x}=0\\
(1+\nu)\bigtriangledown^2\sigma_{yz}+\frac{\partial^2\Theta}{\partial y\partial z}+\alpha E\frac{\bigtriangledown^2 T}{\partial y\partial z}=0
\end{aligned}
\tag{2.22}
$$

2.1.8 Düzlem problemler için formülasyonun türetilmesi

$T=T(x,y)$ sıcaklık değişiminin sürekli ortamdaki değişimini ifade eden fonksiyon olmak üzere iki boyutlu termoelastisite probleminin iki türü düşünülebilir.

- Uzun prizmatik gövdeler için düzlem şekil değiştirme durumu kullanılabilir:



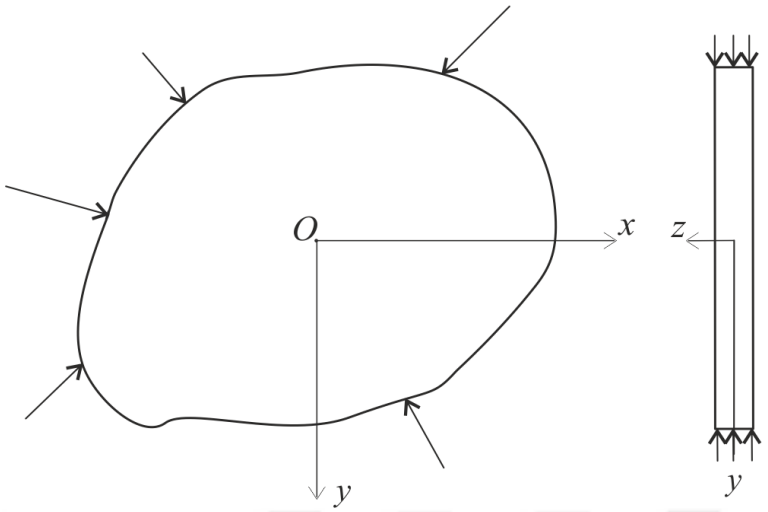
Şekil 2.1 : Düzlem şekil değiştirme durumunda bir cisim örneği [3].

$$
\begin{aligned}
u&=u(x,y)\\
v&=v(x,y)\\
w&=0
\end{aligned}
\tag{2.23}
$$

- İnce prizmatik gövdeler için düzlem gerilme durumu kullanılabilir. İnce bir plak, plak düzlemine paralel şekilde ve kalınlık boyunca düzgün yaylı kuvvetlerle yüklenirse (Şekil 2.2):

$\sigma_{zz}=\sigma_{xz}=\sigma_{yz}=0$ olup, sekiz bilinmeyen alan değişkeni $\sigma_{xx},\sigma_{yy},\sigma_{xy},\varepsilon_{xx},\varepsilon_{yy},\varepsilon_{xy},u,v$ sırasıyla Denklemler 2.24-2.26 'da verilen denge denklemleri, gerilme-şekil değiştirme

bağıntıları ve kinematik bağıntılar kullanılarak hesaplanır. Burada hacim kuvvetleri ihmal edilmiştir [21].



Şekil 2.2 : Düzlem gerilme durumunda bir cisim örneği [3].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy} + \alpha T) \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx} + \alpha T) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) \end{aligned} \tag{2.26}$$

Gerilme halinin düzlem gerilme olması durumunda E, ν, α olan malzeme sabitleri düzlem şekil değiştirme hali için E_1, ν_1, α_1 olarak aşağıdaki ilişkilerle tanımlanır.

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} \\ \nu_1 &= \frac{\nu}{1-\nu} \\ \alpha_1 &= \alpha(1+\nu) \end{aligned} \tag{2.27}$$

Düzlem şekil değiştirme durumunda karşı gelen σ_{zz} gerilmeleri aşağıdaki gibi olur:

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - \alpha E T = \frac{1}{1+\nu_1}[\nu_1(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - \alpha_1 E_1 T] \tag{2.28}$$

Düzlem gerilme durumunda ise ε_{zz} şekil değiştirmeleri

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \alpha T \tag{2.29}$$

bağıntısıyla yazılır.

2.1.9 Düzlem problemler için gerilme fonksiyonu

İki boyutlu problemlerde Denklem 2.30 ile verilen tek bir süreklilik koşulu ortaya çıkar.

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = \frac{2\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} \tag{2.30}$$

$$\bigtriangledown^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + E\alpha \bigtriangledown^2 T = 0 \tag{2.31}$$

Burada ikinci denklem eğer hacim kuvvetleri yoksa geçerlidir; eğer bu kuvvetler varsa daha genel form:

$$\bigtriangledown^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + E\alpha T) + (1+\nu)(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y}) = 0 \tag{2.32}$$

bağıntısı ile kullanılmalıdır. Gerilme bileşenlerinin bulunması için Airy gerilme fonksiyonu olarak adlandırılan bir fonksiyon tanımlanır.

Airy gerilme fonksiyonu:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \\ \sigma_{xy} &= -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \\ \sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \end{aligned} \tag{2.33}$$

şeklinde ifade edilir. φ cinsinden gerilme fonksiyonu süreklilik koşullarında yazılırsa gerilme fonksiyonunun aşağıdaki diferansiyel denklemi sağlama gerekliliği ortaya çıkar:

$$\begin{aligned} \bigtriangledown^4\varphi &= -\alpha E \bigtriangledown^2 T \\ \bigtriangledown^4\varphi = \bigtriangledown^2(\bigtriangledown^2\varphi) &= \frac{\bigtriangledown^4\varphi}{\partial x^4} + 2\frac{\bigtriangledown^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\bigtriangledown^4\varphi}{\partial y^4} \end{aligned} \tag{2.34}$$

Burada eğer düzlem şekil değiştirme durumu olursa α, E, ν yerine Denklem 2.27 'de belirtilen katsayılar kullanılmalıdır.

2.1.10 Termoelastisitede bazı temel problemler

2.1.10.1 Gerilmelerin sıfır olduğu üç boyutlu problemler

Bu problemde sıcaklık dağılışı lineer olup, dikdörtgen kartezyen koordinatlarda:

$$T(x,y,z,t) = a(t) + b(t)x + c(t)y + d(t)z \tag{2.35}$$

bağıntısıyla verilmiştir. Dış yükler, hacim kuvvetleri ve yer değiştirme süreksizlikleri yoktur. Denklem 2.35' de verilen sıcaklık fonksiyonu, Bölüm 2.1.7.2 'de verilen Beltrami-Michell süreklilik koşullarında (Denklem 2.22) yeleştirilirse tüm denklemlerin homojen olduğu görülür. Bu durumda gerilme bileşenleri,

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0 \tag{2.36}$$

şeklinde ifade edilir. Aynı zamanda gerilme ifadeleri süreklilik koşullarında yerleştirilirse, sıcaklık dağılışının aşağıdaki ilişkiyi sağlaması ve lineer olması gerektiği görülür.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial y\partial z} = \frac{\partial^2 T}{\partial z\partial x} = 0 \tag{2.37}$$

Gerilme ve sıcaklık ifadeleri dikkate alındığında yer değiştirme bileşenleri

$$
\begin{aligned}
u &= \alpha[(a+bx+cy+dz)x - \frac{b}{2}(x^2+y^2+z^2)] \\
v &= \alpha[(a+bx+cy+dz)y - \frac{c}{2}(x^2+y^2+z^2)] \\
w &= \alpha[(a+bx+cy+dz)z - \frac{d}{2}(x^2+y^2+z^2)]
\end{aligned} \tag{2.38}
$$

denklemleriyle ifade edilir [3].

2.1.10.2 Yer değiştirmelerin sıfır olduğu üç boyutlu problemler

Eğer bir cisim $T = T_0(t)$ üniform sıcaklık değişimine maruz iken, sınırlardaki her bir noktada yer değiştirmeler sıfır ise, karşı gelen termoelastik problem:

$$
\begin{aligned}
u = v = w &= 0 \\
\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{zx} &= 0 \\
\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -3k\alpha T_0 &= -\frac{E\alpha}{1-2\nu}T_0
\end{aligned} \tag{2.39}
$$

bağıntılarıyla ifade edilir. Yukarıdaki yer değiştirmeler ve sıcaklık doğrudan Denklem 2.21 ve Denklem 3.2 'te yerleştirilirse önerilen çözümün doğruluğu gösterilir. Gerilmeler ve şekil değiştirmeler sırasıyla Denklem 2.10 ve 2.5 'ten elde edilir.

Yüzey kuvvetleri bileşenlerinin $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ bu gerilme durumunu sürdürmesi gerekir:

$$
\frac{\bar{X}}{n_x} = \frac{\bar{Y}}{n_y} = \frac{\bar{Z}}{n_z} = -\frac{E\alpha}{1-2\nu}T_0 \tag{2.40}
$$

Dolayısıyla her bir yüzey kuvveti eşit olarak dağıtılmış yüzey normali kuvvetlerine eşit olur [21].

2.1.10.3 Düzlem gerilmelerin sıfır olduğu iki boyutlu problemler

Kartezyen koordinatlarda sıcaklığın lineer bir fonksiyonla değiştiği gerilme bileşenlerinin üçünün sıfır olduğu bir gerilme durumu olsun:

$$
\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 \tag{2.41}
$$

Sıcaklığın z koordinatından bağımsız olduğu varsayılmıştır. Basit bağlı bir sistemde iki boyutlu gerilme fonksiyonu φ, x ve y'nin bir fonksiyonudur:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \bigtriangledown^2 T = 0 \tag{2.42}$$

Eğer sıcaklık bu eşitliği sağlarsa φ için sınır değer problem homojen diferansiyel denklem ile sınır koşullarını içerir ve çözüm $\varphi = 0$ olur. Tekillik teoremi gösterir ki 2.42 denklemi sağlanırsa tek bir çözüm vardır ve düzlem gerilmeler sıfırdır.

Düzlem gerilme durumunda σ_{zz} sıfırdır. Düzlem şekil değiştirme durumunda ise

$$\sigma_{zz} = -\alpha E T + \nu(\sigma_{xx} + \nu(\sigma_{yy}) = -\alpha E T \tag{2.43}$$

değerine eşittir. Böylece, düzlem gerilme durumunda sıfır olmayan tek gerilme bileşeni doğrudan sıcaklık dağılışından elde edilir ve değeri bu dağılışla orantılıdır.

Düzlem şekil değiştirme durumunda şekil değiştirme ve yer değiştirme bileşenleri

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = (1+\nu)\alpha T \end{aligned} \tag{2.44}$$

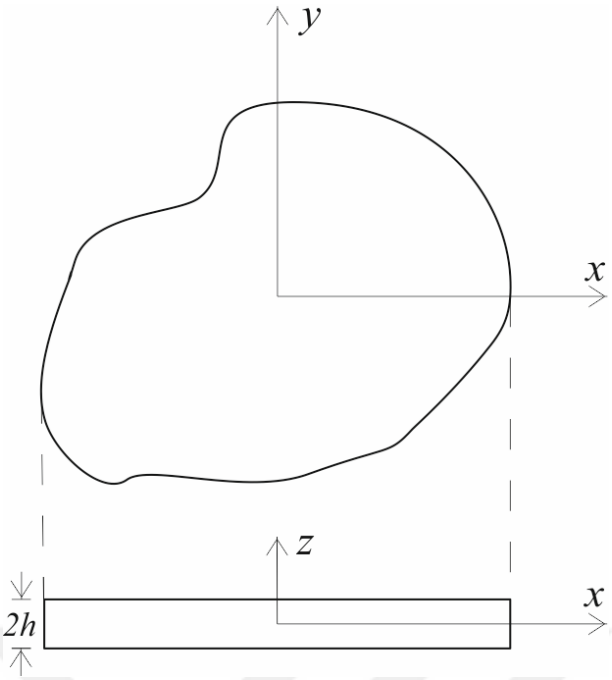
bağıntılarıyla ifade edilir. Düzlem gerilme durumunda ise şekil değiştirme ve yer değiştirme bileşenleri,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \\ \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \alpha T \end{aligned} \tag{2.45}$$

bağıntılarıyla belirlenir.

2.1.10.4 Sıcaklığın yalnızca kalınlık doğrultusunda değiştiği serbest plakta termal gerilmelerin ifadesi

Sabit $2h$ kalınlıklı serbest bir plak düşünelim. Bu plağın serbest olması sınırlarında yüzey kuvvetleri bulunmaması ve yer değiştirme bileşenlerinin kısıtlanmadığı anlamına gelmektedir. Çözümü aranan bölgede kenarların süreksizlik oluşturmaması için plağın kalınğa dik boyutlarının yeterince büyük ya da plağın 2h kalınlıklı sonsuz plak olduğu varsayılmıştır.



Şekil 2.3 : $2h$ kalınlıklı sonsuz plak örneği.

Sıcaklığın $T = T(z)$ fonksiyonu ile değiştiği düşünülsün. Bu durum için gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi önerilir.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = f(z); \sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yx} = \sigma_{zy} = 0 \tag{2.46}$$

olacaktır. Burada f(z) fonksiyonu aranmaktadır. Bu gerilme bileşenleri denge denklemlerini özdeş olarak sağlarlar. Bu bileşenlerin sürekli ortama ait bir çözüm olabilmesi için süreklilik koşullarının sağlatılması gerekir. Altı süreklilik koşulundan ilk üçü yine özdeş olarak sağlanırken son üç denklemden denklemden aşağıdaki koşul elde edilir:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}[f + \frac{\alpha E}{1-\nu}T] = 0 \tag{2.47}$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü ile sıfırdan farklı gerilme bileşenleri elde edilir.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = f(z) = -\frac{\alpha E}{1-\nu}T + C_1 + C_2 z \tag{2.48}$$

Burada C_1 ve C_2 integral sabitleri olup, plağın uçlarındaki yan sınırlarında $f(z)$ tarafından üretilen eşdeğer kuvvetler ve bu kuvvetlerin momentleri toplamının sıfır olması şartlarından hesaplanır. Bu sınır koşulları

$$\int_{-h}^{h} f(z)\,dz = \int_{-h}^{h} f(z)\,z\,dz = 0 \tag{2.49}$$

denklemleridir. Bu sabitler (2.48) denkleminde yerleştirildiğinde gerilmeler

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\alpha E}{1-\nu}[-T + \frac{1}{2h}\int_{-h}^{h} T\,dz + \frac{3z}{2h^3}\int_{-h}^{h} T\,z\,dz] \tag{2.50}$$

olarak belirlenir. Burada $N_T = \alpha E \int_{-h}^{h} T\,dz$ ve $M_T = \alpha E \int_{-h}^{h} T\,z\,dz$ olup, genel çözümde gerilme bileşenleri (2.51) denklemi ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = f(z) = \frac{1}{1-\nu}[-\alpha E T + \frac{1}{2h}N_T + \frac{3z}{2h^3}M_T] \\ \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0 \end{aligned} \tag{2.51}$$

Denklem 2.46 ve 2.51 gerilme şekil değiştirme bağıntılarında (Denklem 2.1) yerleştirilirse şekil değiştirme bileşenleri Denklem 2.52 ile ifade edilir.

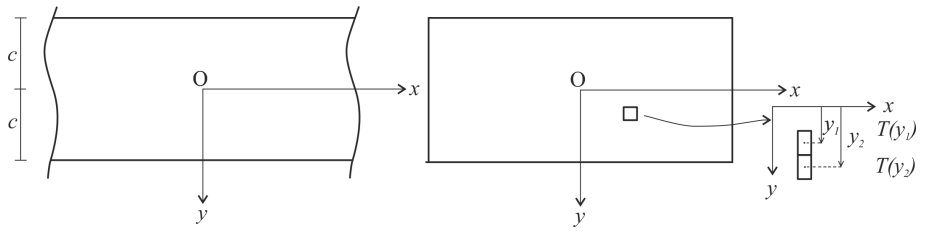
$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}[\frac{1}{2h}N_T + \frac{3z}{2h^3}M_T] \\ \varepsilon_{zz} = -\frac{2\nu}{1-\nu}E[\frac{1}{2h}N_T + \frac{3z}{2h^3}M_T] + \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha T \\ \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Şekil değiştirme yer değiştirme ifadelerinde (Denklem 2.10), yukarıdaki şekil değiştirme denklemleri yazılırsa, yer değiştirme bileşenleri 2.53 denklemleri elde edilir [21].

$$\begin{aligned} u = \frac{x}{E}[\frac{1}{2h}N_T + \frac{3z}{2h^3}M_T] \\ v = \frac{y}{E}[\frac{1}{2h}N_T + \frac{3z}{2h^3}M_T] \\ w = -\frac{3MT}{4h^3E}(x^2+y^2) + \frac{1}{(1-\nu)E}[(1+\nu)\alpha E\int_0^z T\,dz - \frac{\nu z}{h}N_T - \frac{3\nu z^2}{2h^3}M_T] \end{aligned} \tag{2.53}$$

2.2 Sıcaklık değişimi etkisindeki serbest plakta şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi (Strain Suppression Method) ile termal gerilmelerin belirlenmesi

Literatürde $T = T(y)$ sıcaklık değişimine maruz birim kalınlıklı şeritte oluşan termal gerilmelerin analizi "Şekil Değiştirmelerin Baskılanması Yöntemi" ile yapılmıştır [3]. Burada ilgili yöntemin kullanılması açıklanmıştır.



Şekil 2.4 : $2c$ yüksekliğindeki sonsuz uzunluktaki şerit veya sınırlı uzunluktaki 2c yükseklikli şeritte kenar etkilerinin olmadığı bölgede çözüm.

Şekil 2.4 'te $2c$ yüksekliğinde ve birin kalınlıktaki sonsuz uzunluktaki şerit ve aynı şeridin sınırlandırılarak kenar etkilerinin olmadığı bölge göz önüne alınsın. Yani x ekseni doğrultusunda sınır şartları ile süreksizlik oluşturan yan kenarların etkisinin Saint-Venant Prensibi gereği ortadan kalktığı şerit elemanın orta kısmı düşünülmektedir. Elemanın sıcaklık değişiminin $T = T(y)$ şeklinde kalınlık y koordinatının bir fonksiyonu olduğu düşünülsün. Başlangıçta $T(y)$ sıcaklık fonksiyonunun x eksenine göre simetrik bir dağılım oluşturduğu yani çift fonksiyon olduğu varsayılmaktadır. Bu şerit elemanın düzlemi merkezinde konumlandırılmış eksen takımına göre pozitif bölgede bir elemanın çevresinden izole durumda bu noktadaki sıcaklık değişiminden dolayı oluşacak şekil değiştirmesi $\alpha T(y)$ olacaktır. Şekil 2.4 'te gösterildiği gibi x ekseninden y_1 ve y_2 mesafelerinde bulunan komşu iki elemanda oluşan etkileşimin x eksenindeki serbest genleşmeleri kısıtlayacağı ve bunun sonucu olarak x ekseni doğrultusunda termal gerilme bileşeninin sıfırdan farklı olacağı söylenebilir. Düşey eksende kısıt bulunmadığından ve sıcaklık fonksiyonu yalnızca bu eksene göre değiştiğinden termal gerilmenin y bileşeni sıfırdır. Düzleme dik doğrultudaki birim kalınlık boyunca oluşacak normal gerilme bileşeni de aynı nedenlerle sıfırdır.

Şekil değiştirmelerin baskılanması yönteminde $\alpha T(y)$ boyuna şekil değiştirmeleri, şerit elemanda boyuna doğrultuda her bir elemana $\sigma_{x'}$ gerilmelerinin uygulanmasıyla baskılanabilir:

$$\sigma_{x'} = -\alpha T(y) E \tag{2.54}$$

Burada α ve E sabit olup yalnızca sıcaklık T,y 'nin bir fonksiyonu olarak verilmiştir. Bu durumda σ_x gerilmeleri y 'ye bağlı fonksiyon olacaktır.

Burada α ve E değerlerinin sabit olması durumu varsayılarak $\sigma_x^{'}$ ifadesi her bir y noktasında yazılsın. Şerit yan sınırlarında yüzey gerilmeleri olmadığından bu gerilmelerin toplamının sıfır olması gerekmektedir. Sınırlarda Saint Venant Prensibi ile gerilmelerin statikçe eşdeğer toplamının ters işaretlisi eklenirse yüzey gerilme şartı sağlanmış olur. Eklenecek olan bu eşdeğer yük

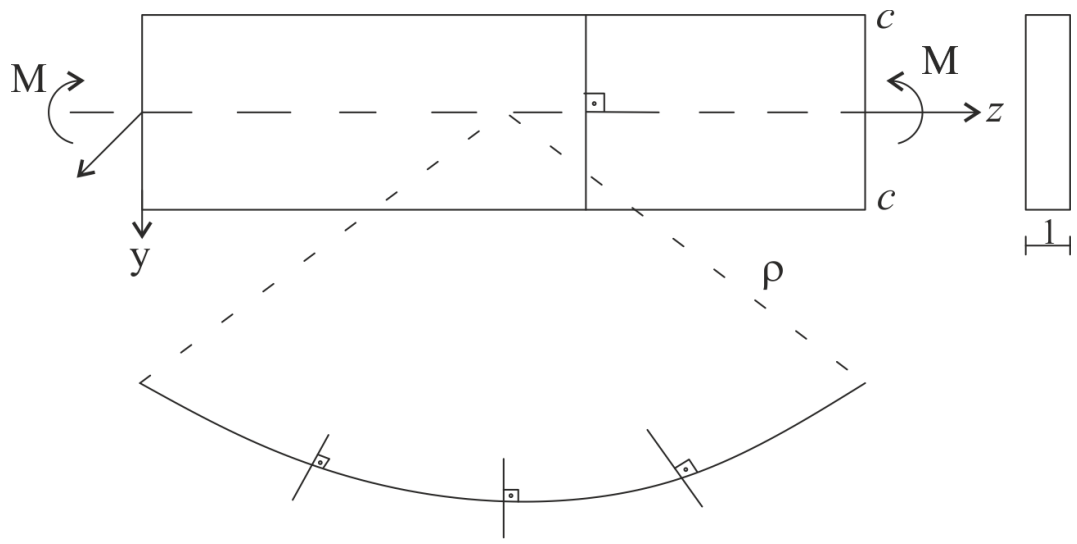
$$F = \int_{-c}^{c} \alpha E T(y)\, dy \tag{2.55}$$

ifadesiyle yazılır. Burada yapılan işlem şu şekilde yorumlanabilir: İlgili sıcaklık değişimine maruz şerit elemanın bir noktasında serbest termal genleşmesini baskılayacak ilgili mekanik gerilmenin eklenmesi ve yan sınırlarda sınır şartını sağlayacak şekilde bu gerilmenin statikçe eşdeğerinin çıkarılması bu noktadaki gerilme halini değiştirmez. Bu eşdeğer tekil yükün St. Venan prensibine göre yeter uzaklıkta yine uniform gerilme dağılımı oluşturacağı düşünülmüştür. Buna göre ilgili noktadaki gerilme halinin sıfırdan farklı olan x bileşeni yukarıda belirtilen iki terimin toplamı olarak Denklem 2.56 'da yazılmıştır.

$$\sigma_x = -\alpha T(y) E + \frac{1}{2c} \int_{-c}^{c} \alpha T(y) E\, dy \tag{2.56}$$

Bu denklem x eksenine göre simetrik sıcaklık değişim fonksiyonu koşulu ile elde edilmiştir. Genel durum düşünülürse, yani gerilme dağılımı simetrik olmazsa kuvvetlerle birlikte moment etkisi oluşacaktır ve bu terim de gerilme denklemine ilave edilmelidir. $\sigma_x^{'}$ gerilmelerinin simetrik olmaması sonucu dış merkezlik nedeniyle oluşacak gerilmeler $\sigma_x^{''}$ hesaplanmalıdır. Bunun için öncelikle mukavemette bir çubuğun tekil moment etkisinde eğilmesini ele alalım:

Bernoulli-Navier hipotezine göre yapılan kabulde başlangıçta doğrusal eksene sahip kesitler eğilme sırasında eksene dik kalırlar ve kesit düzlemi içerisinde herhangi bir şekil değiştirme meydana gelmez. Burada sınır şartlarının sağlanması gerekir (Şekil 2.5). Plakta yalnızca M tekil momenti olduğundan dolayı gerilmelerin oluşturacağı moment ifadesi M değerine eşit olur.



Şekil 2.5 : 2c kalınlıklı bir şerit elemanda eğilme durumu.

Basit eğilme etkisindeki plakta şekil değiştirme Denklem 2.57 ile ifade edilir.

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} = \frac{\Delta l}{l_0}, \tag{2.57}$$

Hooke bağıntısı gereği gerilme ifadesi:

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{y}{\rho}, \tag{2.58}$$

olacaktır. Denklem 2.58 'deki gerilme ifadesi eğilme momenti formülünde yazılırsa

$$M = \int_{-c}^{c} \sigma\, y\, dy = M \quad = \frac{E}{\rho}\int_{-c}^{c} y^2\, dy \tag{2.59}$$

Şekil 2.5 'te verilen şeridin moment ve gerilme ilişkisi elde edilir. Tanımlanan bu geometri için atalet momenti (I):

$$I = \int_{-c}^{c} y^2\, dy \tag{2.60}$$

olur. Bu ifade Denklem 2.59 'de eğilme formülüne uygulanırsa

$$M = \frac{E}{\rho} I \tag{2.61}$$

ifadesi elde edilir. Denklem 2.58 'de bu ifade yerine yazılırsa gerilme moment cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\sigma = \frac{M}{I} y \tag{2.62}$$

$2c$ kalınlıklı uzun şerit için eğilme formülü uygulanırsa $\sigma_x^{''}$ gerilmesi,

$$\begin{aligned} \sigma_x^{''} &= \frac{M_z}{I_z} y; I_z = \frac{2c^3}{3}, \\ \sigma_x^{''} &= \frac{\int_{-c}^{c} \alpha E T(y)\, y\, dy}{\frac{2c^3}{3}} y, \\ \sigma_x^{''} &= \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^{c} \alpha E T(y)\, y\, dy \end{aligned} \tag{2.63}$$

ifadesiyle elde edilir. Eğilmeden dolayı oluşan bu terim de termal gerilme ifadesine eklenirse $2c$ kalınlıklı, birim derinlikli sıcaklık etkisindeki uzun şerit elemanın orta bölgesinde termal gerilmelerin genel çözümü

$$\sigma_x = -\alpha T(y) E + \frac{1}{2c} \int_{-c}^{c} \alpha T(y) E\, dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^{c} \alpha T(y) E\, y\, dy \tag{2.64}$$

eşitliği ile elde edilir. Bu ifadede ilk terim her noktada tanımlanmış y koordinatına bağlı çıkarılan gerilme değeri, ikinci terim ilk terimdeki etkilerin sınırlarda statik eşdeğerleri ile ortadan kaldırılmasını, üçüncü terim ise bu gerilmelerin simetrik dağılmamasından dolayı moment nedeniyle oluşan gerilmeleri ifade eder.

Plağın z ekseni doğrultusunda boyutunun büyük olduğu kabul edilir ise ortalama düzlemi xz düzlemi olan 2c kalınlıklı bir plak elde edilir. Bu durumda, x ve z eksenleri doğrultusunda serbest plağın ısıl genleşmeleri $\varepsilon_x = \varepsilon_z = -\alpha T$ ve $\sigma_y = 0$ koşulları Hooke bağıntılarında yerine yazılarak (Denklem 2.65) elde edilen $\sigma_x = \sigma_z = \frac{-\alpha E T}{1-\nu}$ gerilmeleri ile önlenir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\ -\alpha T &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(0 + \sigma_z)\right] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)\right] \\ -\alpha T &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(0 + \sigma_x)\right] \end{aligned} \tag{2.65}$$

Şerit elemanda yapılan çıkarımda olduğu gibi, plakta yüzey gerilme şartının sıfır olması şartından dolayı gerilmelerin statikçe eşdeğerinin tersi eklenmelidir. Sıcaklık fonksiyonu x eksenine göre simetrik değilse, moment nedeniyle oluşan gerilmeler de temal gerilme ifadesine eklenir. Bu durumda $2c$ kalınlıklı bu plakta termal gerilmelerin ifadesi Denklem 2.66 ile ifade edilir.

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{1}{1-\nu}[-\alpha T(y)E + \frac{1}{2c}\int_{-c}^{c} \alpha T(y)E\,dy + \frac{3y}{2c^3}\int_{-c}^{c} \alpha T(y)E\,y\,dy] \qquad (2.66)$$

Burada elde edilen termal gerilme denkleminin Boley ve Weiner [21] çalışmasında elde edilen denklem ile aynı olduğu görülmektedir.

2.2.1 Tüm malzeme özelliklerinin kalınlık doğrultusunda değiştiği uniform sıcaklık değişimi etkisindeki plakta termal gerilme denklemlerinin "Şekil Değiştirmelerin Baskılanması" yöntemi ile türetilmesi

Malzeme derecelendirmesi tekniği, lamine kompozit malzemelerde iki malzemenin ara yüzeyindeki gerilme dağılımındaki süreksizliği önlemek için kullanılır. Endüstriyel uygulamalarda bu tür sürekli malzeme derecelendirmesi için bazı özel üretimler mevcut olsa da teorik bir avantaj olarak malzeme özelliklerinin sürekli değişmesi, herhangi bir sıcaklık değişikliğinden kaynaklanan gerilmenin sürekli dağılımını sağlar. Bu bölümde malzeme mekanik özellikleri, ısıl genleşme katsayısı $\alpha(y)$ ile elastisite modülü $E(y)$ 'nin ve sıcaklığın uniform T şeklinde değişmesi durumunda Şekil 2.4 'te tanımlanan şerit elemanda oluşacak termal gerilmelerin genel ifadesi şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi ile elde edilmiştir.

Yüksekliği $2c$, uzunluğu $2l$ ve birim kalınlığı olan bir şerit eleman düşünülmüştür. Uniform sıcaklık değişimi T etkisinde, ısıl genleşme katsayısının yükseklik yönündeki koordinatı y 'nin bir fonksiyonu olduğu varsayılarak serbest elemanda şekil değiştirme aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\alpha(y)T \qquad (2.67)$$

Burada $\alpha(y)$ ve T sırasıyla malzemenin termal genleşme katsayısı ve malzemedeki uniform sıcaklık değişimidir. Burada eleman serbestçe genişlerse, şekil değiştirmelerin

baskılanması yönteminde 2.67 denkleminde verilen şekil değiştirme, $\sigma_x^{'}$ gerilmesi tarafından kısıtlanır.

$$\sigma_x^{'} = -E(y)\alpha(y)T \tag{2.68}$$

Düzleme dik doğrultudaki şekil değiştirme serbest olduğu için bu yönde gerilme oluşturmaz. Saint-Venant Prensibi kullanılarak, sınırlar üzerinde herhangi bir yüzey kuvvetinden oluşmayan termal problemin sınır koşulunu sağlamak için, y koordinatına göre değişen gerilme dağılımı, bir kuvvet ve bir kuvvet çifti tarafından bu şerit elemanın uçlarında ortadan kaldırılır. Yan yüzeylerde varsayılan baskılama gerilmelerinin statikçe eşdeğerini ortadan kaldıracak kuvvet ve kuvvet çifti ifadeleri:

$$\begin{aligned} F &= \int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)T\,dy \\ M &= \int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)T\,y\,dy \end{aligned} \tag{2.69}$$

denklemleriyle belirtilir. $2c$ şerit elemanın toplam kalınlığıdır ve koordinat takımı şerit orta seviyesindedir. Eğilme, malzeme şerit elemanın simetri ekseni olan y ekseni doğrultusunda fonksiyonel derecelenmiş olduğu için yalnızca x ekseni üzerinde oluşur. Sonuç olarak, Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak bu uç kuvvetlerden dolayı oluşan gerilmeler hesaplanabilir.

Termal gerilmeler, Denklem 2.68 'de verilen şekil değiştirme baskılama terimi, ile Denklem 2.69 'da verilen kuvvet ve moment terimlerinden gelen ifadelerin süperpoziyonundan oluşur. Bu ilave terimler z eksenine göre atalet momentleri dikkate alınarak eşdeğer eksenel ve eğilme rijitlikleri ile ifade edilir.

$$\begin{aligned} \text{eşdeğer eksenel rijitlik} &= \int_{-c}^{c} E(y)\,dy, \\ \text{eşdeğer eğilme rijitliği} &= \int_{-c}^{c} E(y)\,y^2\,dy \end{aligned} \tag{2.70}$$

Elastisite modülünün y 'nin fonksiyonu olarak değişmesiyle şerit elemanda 2.69 denklemleri ile verilen eşdeğer eksenel kuvvetten dolayı uçlarda oluşacak gerilmeler (σ_F) Denklem 2.71 ile, momentten dolayı oluşacak gerilmeler (σ_M)) Denklem ile ifade edilir.

$$\sigma_F = E(y)\left(\frac{\int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)T\,dy}{\int_{-c}^{c} E(y)\,dy}\right) \tag{2.71}$$

$$\sigma_M = E(y)(\frac{\int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)T\,y\,dy}{\int_{-c}^{c} E(y)\,y^2\,dy}) \tag{2.72}$$

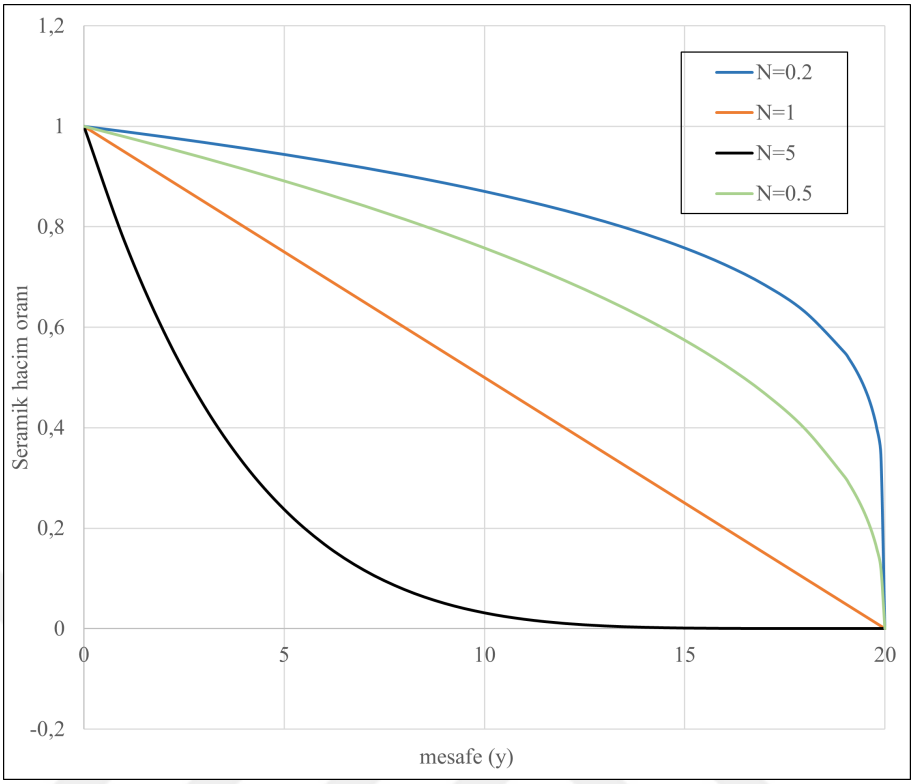
Eğilme durumu simetrik olduğundan dolayı çarpım atalet momenti terimi olmayacaktır. Sonuç olarak üniform sıcaklık değişimi altında termal gerilmeler her bir terimin süperpozisyonu ile Denklem 2.73 ile ifade edilmiştir.

$$\sigma_z = E(y)T[-\alpha(y) + \frac{\int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)\,dy}{\int_{-c}^{c} E(y)\,dy} + \frac{\int_{-c}^{c} E(y)\alpha(y)\,y\,dy}{\int_{-c}^{c} E(y)\,y^2\,dy}] \tag{2.73}$$

denklemi ile ifade edilir [3]. Burada ikinci ve üçüncü terimler sırasıyla sınırlardaki kuvvet ve moment ifadelerinden gelmektedir. İşaret kuralından dolayı bu terimler pozitif işaretlidir. Çünkü şekil değiştirmelerin baskılanmasından kaynaklanan gerilme negatiftir.

Literatürde, bahsedilen bu problemde termal gerilmelerin ifadesinin elde edilmesi için Timoshenko ve Goodier [3] 'da anlatılan "Şekil Değiştirmelerin Baskılanması Yöntemi" 'ne referans veren bir çok yayın bulunmaktadır. Bunlardan birinde [4] termal gerilme ifadeleri bu tez kapsamında yapılan çalışmalarda ve bu tezden yayınlanan bir makalede tartışılmıştır [32]. [4] numaralı çalışmada sunulan termal gerilme ifadeleri ile bu bölümde şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi esas alınarak elde edilen termal gerilme ifadeleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sırasında literatürdeki çalışmada sunulan malzeme özellikleri ve fonksiyonları kullanılmıştır. Şekil 2.7 'de bu iki çalışmada elde edilen termal gerilme dağılımları önerilen hacim fonksiyonlarının üstel derecesi $N = 0, 2,\ 1$ ve 5 alınarak üç farklı durumda karşılaştırılmıştır. Literatürde bulunan bu çalışmada [4] türetme ile ilgili bazı problemler söz konusudur. Bunlardan biri, eğilme rijitliği terimi ile ilgilidir. Türetmedeki diğer problem ise serbest-termal şekil değiştirmenin üniform olmayan dağılımının ve kalınlık boyunca termal genleşme katsayısının bir sonucu olması gereken, eğilme momentinin hesaplanmasında şerit elemanın liflerinin düzgün uzaması ile ilişkilidir. Makalede [4] verilen şeridin geometrisindeki FGM 'de termal gerilme formülü, sadece kalınlık yönündeki değişim için mekanik olarak doğru değildir. Bu formülde eğilme simetrik olmayan bir durum olarak dahil edilmiştir. Ancak malzeme özelliklerinin değişimleri sadece bir yönde

gerçekleştiğinden ve kesit diğer eksene göre simetrik olduğundan dolayı çarpım atalet momenti yazılmamalıdır.

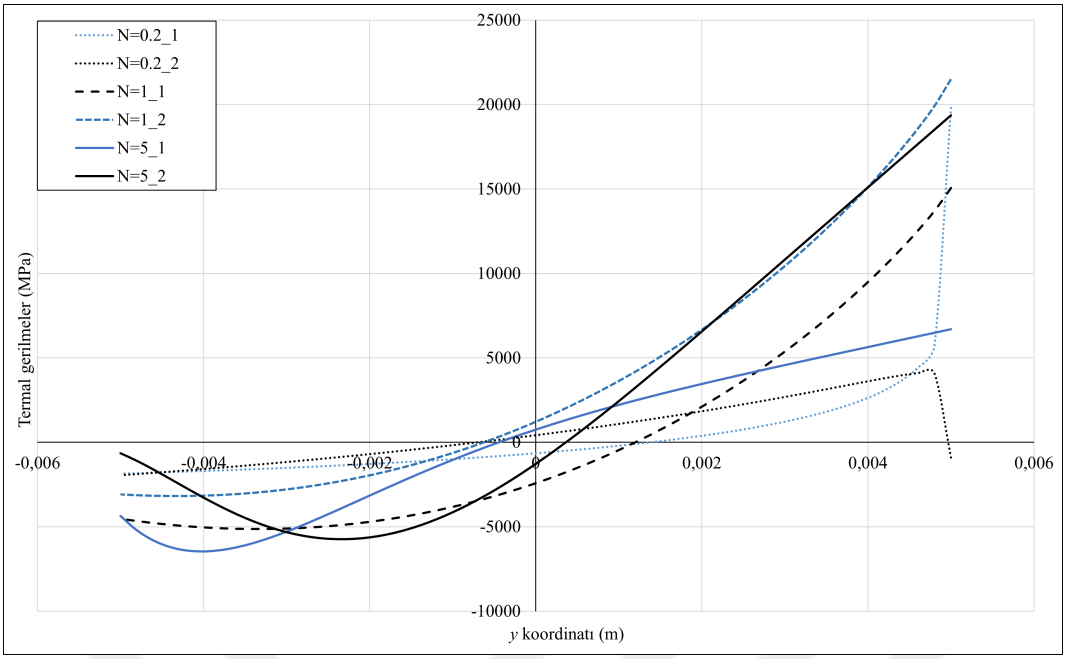


Şekil 2.6 : Malzeme derecelendirmesinde farklı seramik hacim oranlarının kalınlık doğrultusunda değişimleri [4]

.

Ayrıca [4] numaralı makalede verilen termal gerilme ifadesinde, terimler karşılaştırıldığında işaret uyumu sağlanmamıştır. Eksenel ve eğilme terimleri, şekil değiştirmelerin baskılanması ile ilgili olan birinci terime karşı aynı işarete sahip olmalıdır. Bu nedenlerle türetilen termal gerilme dağılımlarında farklılıklar ortaya çıktığı görülmektedir.

Şekil 2.6 karşılaştırma yapılan makalede verilen seramikten metale doğru hacim oranı değişimini, kalınlık doğrultusu y koordinatına göre göstermektedir. Şekil 2.7 'de bu çalışmada türetilen termal gerilme ifadeleri ile literatürde verilen [4] termal gerilme ifadelerinin farklı hacim fonksiyonunda derecelendirmeleri durumları için elde edilen termal gerilme dağılımlarının karşılaştırmaları verilmiştir. Lejantta verilen 1 indisi [4] numaralı çalışmadan elde edilen termal gerilme dağılımlarını, 2 indisi ise bu çalışmadan elde edilen termal gerilme dağılımlarını göstermektedir.



Şekil 2.7 : Termal gerilmelerin bu çalışmada elde edilen ifadesi ve incelenen makale [4] 'den alınan ifadeleriyle dağılımlarının karşılaştırılması.

2.3 Fonksiyonel Derecelenmiş Malzemelerde Termal Gerilmelerin Analizinde Bazı Özel Durumlar

2.3.1 Malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda belirli bir fonksiyonla değişen plaklarda termal gerilme analizi

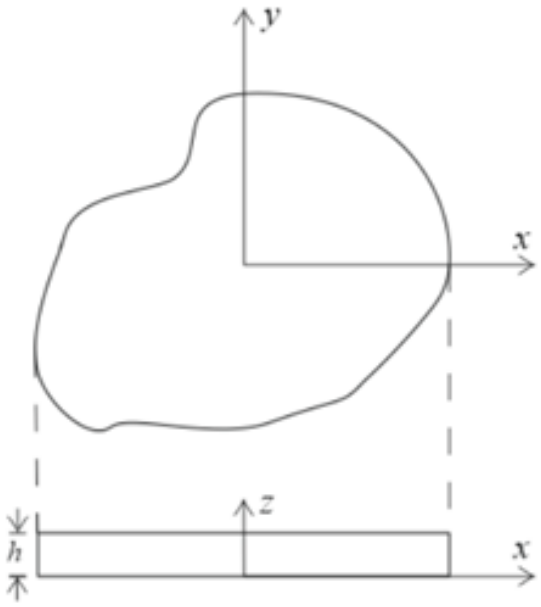
Boley ve Weiner kalınlığı doğrultusunda değişken sıcaklığa maruz serbest plağın çözümünü araştırmıştır [21].

Burada sıcaklık $T = T(z)$ şeklinde bir fonksiyonla belirtilmektedir. Bu durum için kartezyen koordinat takımındaki gerilme bileşenleri

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = f(z); \sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0 \tag{2.74}$$

ifade edilebilir. Yani sıfırdan farklı olan gerilme bileşenleri yalnızca kalınlık doğrultusundaki z koordinatının fonksiyonudur.

Buradaki çalışmada malzeme ile ilgili olan katsayılar E, α ve ν sabit alınmıştır.



Şekil 2.8 : Keyfi bir düzlemde, sabit kalınlıklı, yüzey etkilerinden tamamen bağımsız ve sıcaklığı T=T(z) fonksiyonuyla değişen plak örneği.

Hacim kuvvetlerinin sıfır olması durumu için denge denklemleri

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = 0 \\
\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0 \\
\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{2.75}$$

denklem 2.74 ile verilen bileşenlerle sağlanır. Lineer-elastik Hooke bağıntıları bu bileşenler kullanılarak yazıldığında:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[f(z) - \nu f(z)] + \alpha T(z) = \frac{f(z)}{E}[1-\nu] + \alpha T(z) \\
\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}[f(z) - \nu f(z)] + \alpha T(z) = \frac{f(z)}{E}[1-\nu] + \alpha T(z) \\
\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E}[0 - \nu f(z)] + \alpha T(z) = \frac{f(z)}{E}[1-2\nu] + \alpha T(z) \\
\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0
\end{aligned} \tag{2.76}$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitlikler kullanılarak uygunluk koşulları yazılırsa:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2\varepsilon_{xx}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_{yy}}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\varepsilon_{xy}}{\partial x\partial y}\rightarrow 0+0=0\\
\frac{\partial^2\varepsilon_{yy}}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_{zz}}{\partial y^2}=\frac{\partial^2\varepsilon_{yz}}{\partial z\partial y}\rightarrow \frac{\partial^2\left[\frac{1-\nu}{E}f(z)+\alpha T(z)\right]}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\left[\frac{1-2\nu}{E}f(z)+\alpha T(z)\right]}{\partial y^2}=0\\
\frac{\partial^2\varepsilon_{xx}}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_{zz}}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\varepsilon_{xz}}{\partial x\partial z}\rightarrow \frac{\partial^2\left[\frac{1-\nu}{E}f(z)+\alpha T(z)\right]}{\partial z^2}=0\\
\frac{\partial^2\varepsilon_{xx}}{\partial y\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial\varepsilon_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial\varepsilon_{xz}}{\partial y}+\frac{\partial\varepsilon_{yx}}{\partial z}\right)\rightarrow 0=0\\
\frac{\partial^2\varepsilon_{yy}}{\partial x\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial\varepsilon_{xz}}{\partial y}+\frac{\partial\varepsilon_{xy}}{\partial z}+\frac{\partial\varepsilon_{yz}}{\partial x}\right)\rightarrow 0=0\\
\frac{\partial^2\varepsilon_{zz}}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial\varepsilon_{xy}}{\partial z}+\frac{\partial\varepsilon_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial\varepsilon_{zx}}{\partial y}\right)\rightarrow 0=0
\end{aligned}
\tag{2.77}
$$

eşitlikleri elde edilir. Bunlardan ikinci ve üçüncü eşitliğin sağlanabilmesi tek bir koşulun sağlanması ile mümkündür:

$$
\frac{\partial^2}{\partial z^2}[\frac{1-\nu}{E}f(z)+\alpha T(z)]=0 \tag{2.78}
$$

Bu eşitlik literatürde [21] malzeme katsayıları sabit olduğu için

$$
\frac{\partial^2}{\partial z^2}[f(z)+\frac{\alpha E T(z)}{1-\nu}]=0 \tag{2.79}
$$

şeklinde düzenlenmiştir. Bu işlem yapılırken sabitler türev dışına alınabilmiştir. Ancak burada ele alınan problemde tüm çarpanlar z 'e bağlı değişkendir. Dolayısıyla türev dışına alınamazlar ve elde edilen form korunmalıdır. 2.78 eşitliğinin her iki yanı iki kez integre edilirse:

$$
\frac{1-\nu}{E}f(z)+\alpha T(z)=C_1+C_2 z \tag{2.80}
$$

denklemi bulunur. İntegral sabitlerinin bulunması için gerekli koşullar sınırlarda gerilme ve gerilme çiftlerinin toplamlarının sıfır olmaları koşullarıdır:

$$
\begin{aligned}
\int_0^h \sigma_{xx}\,dz=0\\
\int_0^h \sigma_{xx}\,z\,dz=0
\end{aligned}
\tag{2.81}
$$

Gerilmeler eşit olduğu için y doğrultusundaki gerilme bileşeni ile yazılan denklemler aynı olacaktır. Bu denklemlerin sınırları plağın tabanından ($z = 0$) üst noktasına kadar ($z = h$) alınmıştır. Gerilme bileşeni f fonksiyonuna eşit olduğundan 2.80 denklemi düzenlendiğinde

$$f_z = \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu}[-\alpha T(z) + C_1 + C_2 z] \tag{2.82}$$

denklemi elde edilir. Bu ifade (2.81) 'deki eşitliklerde sırasıyla yerine konularak katsayılar elde edilmiştir. Bu işlem aşağıda verilmiştir:

$$\int_0^h -\frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} dz + C_1 h + C_2 \frac{h^2}{2} = 0 \tag{2.83}$$

$$\int_0^h -\frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} z dz + C_1 \frac{h^2}{2} + C_2 \frac{h^3}{3} = 0 \tag{2.84}$$

Burada

$$\int_0^h \frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} dz = \phi; \int_0^h \frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} z dz = \psi \tag{2.85}$$

kısaltmaları kullanılırsa 2.83 ve 2.84 denklemlerinden

$$\begin{aligned} C_1 h + C_2 \frac{h^2}{2} &= \phi \\ C_1 h^2 2 + C_2 \frac{h^3}{3} &= \psi \end{aligned} \tag{2.86}$$

denklemleri bulunur. Bu lineer cebrik takımın çözümü

$$\begin{bmatrix} h & \frac{h^2}{2} & \phi \\ \frac{h^2}{2} & \frac{h^3}{3} & \psi \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} h & \frac{h^2}{2} & \phi \\ 0 & \frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{4} & \psi - \frac{\phi h}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} h & \frac{h^2}{2} & \phi \\ 0 & \frac{h^3}{12} & \psi - \frac{\phi h}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} h & 0 & \phi - (\frac{6\psi}{h} - 3\phi) \\ 0 & \frac{h^3}{12} & \psi - \frac{\phi h}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{h^2}(4\phi h - 6\psi) \\ C_2 &= \frac{1}{h^3}(-6\phi h + 12\psi) \end{aligned} \tag{2.87}$$

olarak bulunur. Bu ifadeler Denklem 2.82 'de yerine yazılırsa

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -\frac{E\alpha T(z)}{1-\nu} + \frac{4\phi}{h} - \frac{6\psi}{h^2} + (\frac{12\psi}{h^3} - \frac{6\phi}{h^2})z \tag{2.88}$$

sabit sıcaklık etkisindeki, termal genleşme katsayısı sürekli fonksiyonla değişen serbest plakta termal gerilmelerin ifadesi elde edilir. Türetilen Denklem 2.88 hem termal genleşme katsayısı sürekli fonksiyonla değişen fonksiyonel derecelenmiş malzemelerde hem de çok katmanlı kompozit malzemelerde uygulanabilir. Eğer ϕ ve ψ ifadeleri $2,3...n$ katmanlı kompozit modeller için her bir katmanda tanımlanarak ilgili integral sabitleri hesaplanırsa termal gerilme ifadeleri elde edilir.

2.3.2 Malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda belirli bir fonksiyonla değişen plakta termal gerilme analizinde şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi

Termal gerilme formülü, elastisite modülünün ve termal genleşme katsayısının sürekli fonksiyonla derecelendirilmiş plaklar ve bu malzeme sabitlerinin farklı sabit değerlerine sahip n katmanlı lamine kompozitler için türetilmişti. Burada bir önceki bölüme ek olarak lineer elastik, enine izotropik malzemede eğilmeye dayanan şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi ile termal gerilmeler türetilmiştir.

Model, kalınlık boyunca değişen bir sıcaklığa maruz kalan, h kalınlığında serbest bir plak olarak kabul edilmiştir (Şekil 2.8). İki malzeme parametresi elastisite modülü (E) ve termal genleşme katsayısı (α) z' e bağlı fonksiyonlarla değişmektedir.

Sıcaklık değişimi $T(z)$ için, bir noktada serbest termal genleşme iki doğrultuda (2.89) denklemiyle yazılır:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \alpha(z)T(z) \tag{2.89}$$

Lineer elastik davranış gösteren malzemede, termal genleşmeler aşağıdaki gerilme bileşenleri ile baskılanabilir:

$$\sigma^s_{xx} = \sigma^s_{yy} = -\frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu(z)} \tag{2.90}$$

Burada s indisi baskılama terimini ifade eder. Bu gerilme bileşenleri sınırlarda kuvvetlere neden olur. Plak dış kuvvetlerden bağımsız olduğundan, problemin gerilme durumunu belirlemek için eşdeğer zıt kuvvet N 'nin ve çekmenin neden olduğu kuvvet çifti M 'nin süperpoze edilmesi gerekir. Bu değerler sınırlar boyunca aşağıdaki integrallerle hesaplanır:

$$\begin{aligned} N &= \int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu(z)}\,dz \\ M &= \int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu(z)}\,z\,dz \end{aligned} \tag{2.91}$$

Bu ifadeler karşı gelen eşdeğer rijitliklere bölünerek sınır etkilerinden yeter uzaklıkta gerilmeler elde edilebilir. Birim kalınlık için eksenel rijitlik Denklem (2.91) ile ifade edilir:

$$\int_0^h E(z)\,dz \tag{2.92}$$

Kuvvet çifti etkisi sıcaklık fonksiyonunun asimetrik olmasından kaynaklanır ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi dikkate alındığında eğrilik ile eğilme ilişkisi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\int_0^h \frac{Ez^2}{\rho}\,dz = M \tag{2.93}$$

ρ ilgili eksenin eğrilik yarıçapını ifade eder. Denklem (2.91), Denklem (2.93) 'de yerleştirilirse şekil değiştirme terimi hesaplanabilir. Sonuç olarak, sıcaklık farkından kaynaklanan iki mekanik şekil değiştirme bileşeni vardır. Normal kuvvetler ve eğilmeden dolayı oluşan normal şekil değiştirmeler sırasıyla Denklem (2.94) 'te ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu(z)}\,dz}{\int_0^h E(z)\,dz} \\ C_2 &= \frac{\int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu(z)}\,z\,dz}{\int_0^h E(z)\,z^2\,dz} \end{aligned} \tag{2.94}$$

Bu etkiler Denklem 2.89 'da verilen serbest termal şekil değiştirme ile süperpoze edildiğinde, dış kuvvetlerden arındırılmış plak için elde edilen şekil değiştirme ifade edilir. Buradan, elastisite modülü ve termal genleşme katsayısı için değişken sıcaklıktaki bir etki nedeniyle plak üzerindeki bir noktada termal gerilmenin ifadesi aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\sigma_x = \sigma_y = E(z)[\frac{-\alpha(z)T(z)}{1-\nu(z)} + C_1 + C_2 z] \tag{2.95}$$

Bu ifade $E(z)$ ve $\alpha(z)$ 'deki sürekli bir değişim için elde edilir. Isıl genleşme katsayısının ve sıcaklık değişiminin değişim fonksiyonları, gibi termal genleşme tanımı kullanılarak birleştirilebilir. Malzeme lamine kompozit ise ve sıcaklık her katman için sabitse, E ve ε 'da her katman için sabittir. n katmanlı lamine kompozit plak için C_1 ve C_2 sabitleri yukarıdaki denklemlerden aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\int_0^{h_1} \varepsilon_1 E_1\, dz + \int_{h_1}^{h_2} \varepsilon_2 E_2\, dz + \ldots + \int_{h_{n-1}}^{h_n} \varepsilon_n E_n\, dz}{(1-\nu(z))[\int_0^{h_1} E_1\, dz + \int_{h_1}^{h_2} E_2\, dz + \ldots + \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_n\, dz]} \\ C_2 &= \frac{\int_0^{h_1} \varepsilon_1 E_1\, z\, dz + \int_{h_1}^{h_2} \varepsilon_2 E_2\, z\, dz + \ldots + \int_{h_{n-1}}^{h_n} \varepsilon_n E_n\, z\, dz}{(1-\nu(z))[\int_0^{h_1} E_1\, z^2\, dz + \int_{h_1}^{h_2} E_2\, z^2\, dz + \ldots + \int_{h_{n-1}}^{h_n} E_n\, z^2\, dz]} \end{aligned} \tag{2.96}$$

burada h_1, h_2,..., h_n katmanların aşağıdan yukarıya olan yükseklikleridir. Katmanlı kompozitlerin arayüzeylerinde malzeme süreksizlikleri olduğundan Denklem (2.95) aşağıdaki biçimde kullanılabilir:

$$\sigma_x = \sigma_y = E_i \left[-\frac{\varepsilon_{T_i}}{1-\nu(z)} + C_1 + C_2 z \right], \quad h_{i-1} \le z \le h_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.97}$$

E_i ve Ti, i numaralı katmandaki elastisite modülü ve termal genleşmeyi ifade eder.

3. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

3.1 Fotoelastisite Yöntemi

Fotoelastisite yöntemi David Brewster 'ın polarize ışık altındaki cam levhalarda gerilme etkisinde oluşan renk demetlerini görerek ışığın çift kırılma özelliğini keşfetmesine dayanmaktadır. Cam modeller kullanarak bazı mühendislik uygulamalarında yükleme etkisiyle oluşan renk demetlerinin, gerilmelerin ölçülmesine olanak sağlayacağını ileri sürmüştür. Sonrasında fizikçi Maxwell tarafından fotoelastik renk demetleri ile analitik çözümlerin ilişkileri araştırılmış ve fotoelastisitenin teorisini kurulmuştur. Köprünün basit bir cam modelinin fotoelastisite yöntemiyle gerilme analizi ilk kez 1912 yılında yapılmıştır [115]. Amerika, İsviçre, Fransa ve Almanya 'da 1930 'lu yılların başlarında araştırma laboratuvarları kurulmuştur. Bir diğer önemli gelişme Oppel 'in şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemini bulması olmuştur [116]. Mustafa İnan 'ın İsviçre 'de fotoelastisite yöntemi ile köprü kirişleri üzerine yaptığı doktora çalışması, 1941 yılında yöntemin ülkemize girişinde öncü olmuştur.

Fotoelastisite yönteminde ışığın çift kırılma özelliğinden faydalanılarak, cam, polimer gibi optik hassas malzemelerden imal edilmiş iki veya üç boyutlu modellerde gerilme analizi yapılabilmektedir. Yüklemeler sonucu deney modellerinde oluşan gerilmeler ile renk demetleri arasındaki teorik bağıntılar ile asal gerilme farkları hesaplanabilir. Özellikle karmaşık problemlerin analizi ile analitik veya sayısal çözümlerle karşılaştırma yapılabilmesinde fotoelastisite yöntemi pratik faydalar sağlamaktadır.

3.2 Fototermoelatisitede Termal Şekil Değiştirmelerin Mekanik Modellenmesi

Deneysel çalışmalarda fototermoelastisitede termal şekil değiştirmelerin mekanik modelleme yöntemi kullanılmıştır. Termal genleşme katsayıları farklı, ΔT sabit sıcaklık değişimi etkisindeki, iki farklı malzemelerden yapılmış bir kompozit malzeme

birinci termoelastisite problemi olarak düşünülsün. Birinci ve ikinci malzemenin termal genleşme katsayıları sırasıyla α_1 ve α_2 olarak tanımlanırsa, bu malzemelerin birlikte çalışması durumunda şekil değiştirmelerin farkı değeri ($\Delta\varepsilon_1$), Denklem 3.1 ile ifade edilir.

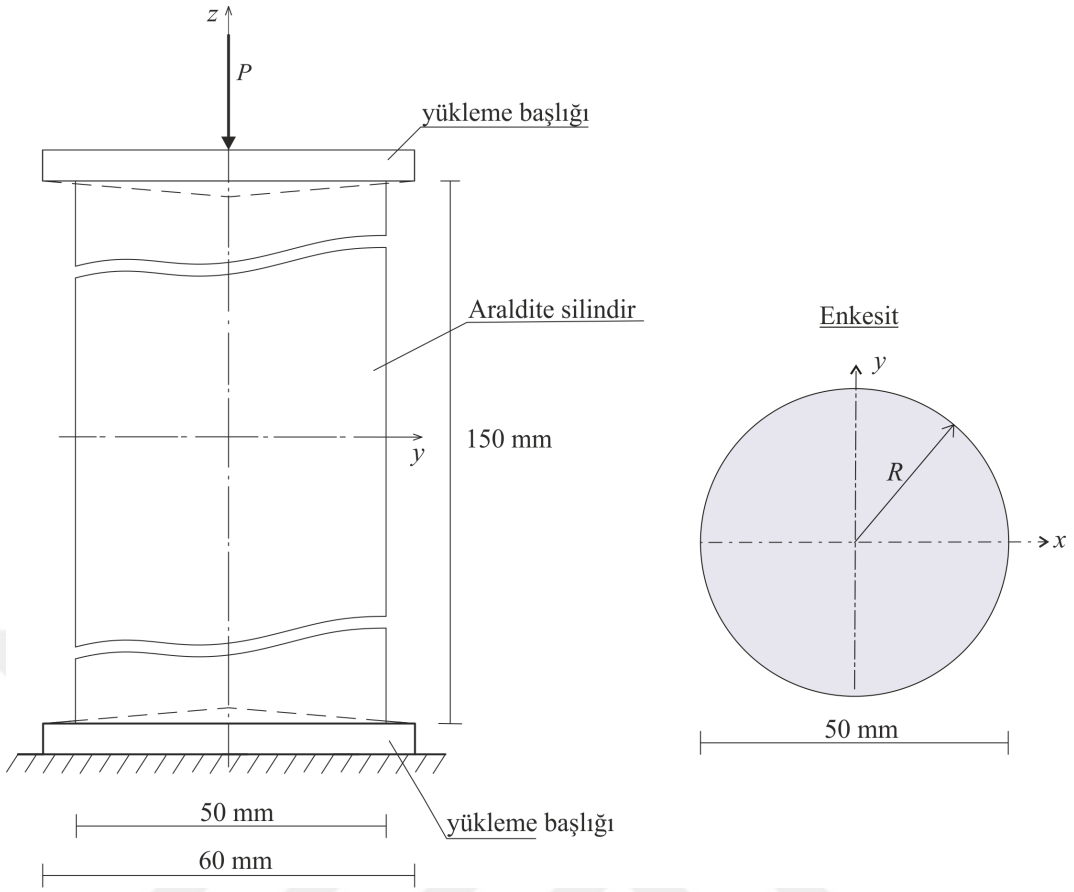
$$\Delta\varepsilon_1 = \Delta T(\alpha_2 - \alpha_1) \tag{3.1}$$

İkinci termoelastisite problemi, aynı malzemeden yapılmış kompozitin farklı sıcaklık değişimi altında olması durumu olarak belirlensin. Eğer sıcaklık ΔT_1 'den ΔT_2 'ye değişirse, malzemelerde oluşacak şekil değiştirmelerin farkı ($\Delta\varepsilon_2$),

$$\Delta\varepsilon_2 = (\Delta T_2 - \Delta T_1)\alpha \tag{3.2}$$

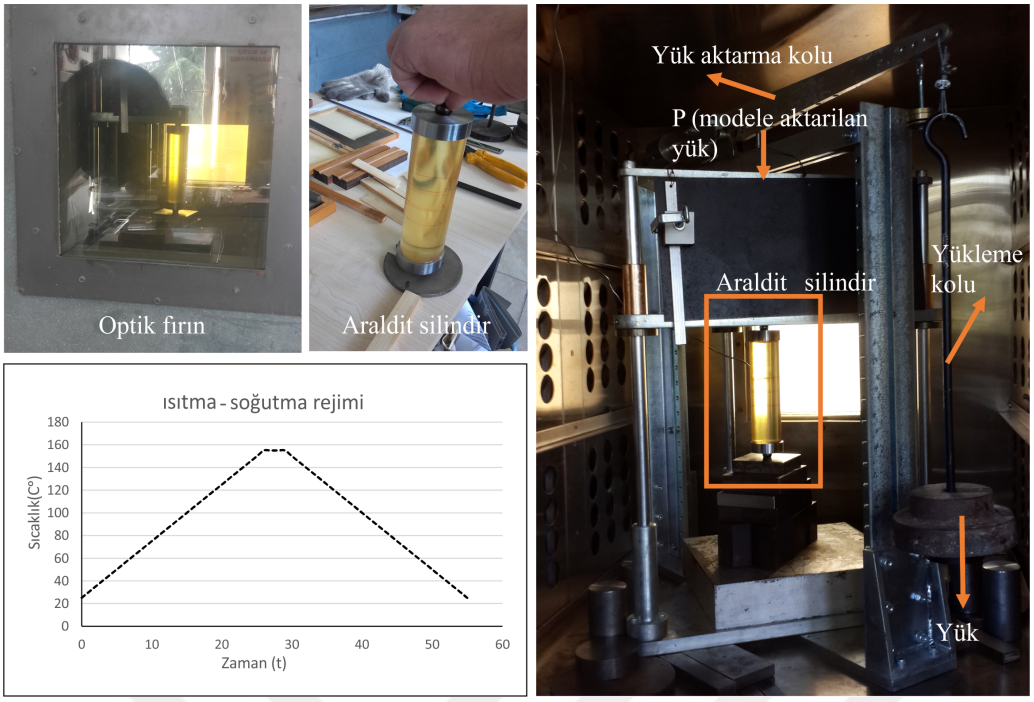
olacaktır. Denklem 3.1 ve 3.2 karşılaştırıldığında aralarında $\varepsilon_1 = a\varepsilon_2$ şeklinde bir ilişki olduğu görülür. Bu durum aynı malzemeden oluşan bir elemana değişen sıcaklık uygulanması ile farklı iki malzemeden oluşan bir elamana aynı sıcaklığın uygulanması durumlarının eşdeğer olduğunu gösterir [110]. Bu yolla, fotoelastisite deneylerinde farklı malzemeden yapılmış elemana sabit sıcaklık değişiminin uygulanması durumunda oluşacak termal genleşmeler, aynı malzemeden yapılmış elemana farklı sıcaklık değişiminin uygulanması şeklinde pratik olarak mekanik yolla modellenebilir.

Mekanik modelleme yöntemi, uygulanmak istenen sıcaklık farkının neden olacağı şekil değiştirmelerin fotoelastik incelemeye uygun malzeme üzerinde mekanik yolla oluşturulmasını ifade eder. Bu yöntemde modelin oluşturulacağı malzemeden imal edilmiş eleman fotoelastik incelemeye uygun fırında viskoelastik sıcaklık değerine kadar belirli bir ısıtma rejiminde yavaş yavaş ısıtılır. Malzemenin yavaş yavaş ısıtılmasının nedeni, sıcaklığın malzemenin her noktasına eşit şekilde dağılmasını sağlamak ve oluşabilecek süreksizliklerden kaçınmaktır. Viskoelastik sıcaklık değeri, malzemenin oda sıcaklığında olduğu gibi tekrar lineer-elastik davrandığı sıcaklık değeridir. Bu sıcaklıkta malzemede sıcaklık dolayısıyla belirlenen şekil değiştirmeyi oluşturacak mekanik yükleme yapılır (Şekil 3.1 ve 3.2).



Şekil 3.1 : Silindir Araldit numune yükleme şeması ve silindir enkesiti.

Yükleme altındaki bu eleman yavaş yavaş aynı rejimle oda sıcaklığına kadar soğutulur. Bu şekilde viskoelastik sıcaklıkta oluşturulan lineer-elastik şekil değiştirmeler malzeme üzerinde dondurulmuş olur. Bu elemandan modeli oluşturan mekanik yolla termal şekil değiştirmelerin dondurulduğu parçası elde edilir. Şekil 3.1 'de Silindir araldit numunenin ve enkesitinin geometrisi verilmiştir. Deneyde silindir numune kullanılmasının nedeni, eksenel simetri özelliğinden dolayı enkesitte her doğrultuda aynı şekil değiştirmenin elde edilmesidir. Şekil 3.2 'de görüldüğü gibi, geometrisi yukarıda verilen silindirde termal genleşmenin mekanik modellenmesi yöntemi için, optik incelemeye uygun fırında yükleme düzeneği hazırlanmıştır. Silindir numunede yükün homojen bir şekilde iletilmesini sağlamak ve başlıklarda süreksizlerden kaçınmak için her iki uçta da metal başlıklar kullanılmıştır. St. Venan prensibi gereği başlıklardan yeter uzaklıktaki homojen bölgede yükleme öncesi işaretlemeler yapılarak, çap ölçümlerinin ortalamaları (D_i) hesaplanmıştır. Ardından silindir, optik fırın içerisine kurulan yükleme çerçevesine bağlanmıştır.



Şekil 3.2 : Mekanik modelleme yönteminin uygulandığı optik fırında yükleme düzeneği ve ısıtma soğutma rejimi.

Optik fırın oda sıcaklığından başlayarak şekilde verilen ısıtma-soğutma rejimi ile malzemenin viskoelastik sıcaklığına kadar ısıtılmış ve bu sıcaklıkta 3 saat bekletilmiştir. Model bu sıcaklıkta iken şekilde görülen yük ve yük aktarma kolu aracılığıyla malzemeye eksenel P yükü yüklenmiştir. Ardından malzeme aynı rejimle oda sıcaklığına soğutularak, şekil değiştirmeler mekanik yolla modellenmiş ve malzemede sabitlenmiştir (dondurulmuştur). Optik fırından alınan silindirde bu deney sonrasıda işaretlenen doğrultularda çap ölçümleri yapılarak son çapların ortalamaları (D_s) hesaplanmıştır. x ve y eksenleri doğrultusunda ölçülen şekil değiştirme değerleri malzemede çapların farkı değerinin ilk çap değerine bölünmesiyle elde edilmiştir. Bu değer malzemede sıcaklık dolayısıyla sabitlenen termal genleşmeyi göstermektedir.

Şekil değiştirmelerin dondurulduğu parça ile aynı geometriye sahip yüksüz parça yapıştırılır ve oluşturulan bu model tekrar viskoelastik sıcaklık değerine çıkarılırsa şekil değiştirmelerin dondurulduğu parçadaki şekil değiştirmeler serbest hale gelir. Bu durumda yüksüz parça ile yüklü parça arasında yeni bir gerilme dağılımı oluşur. Bu şekilde, başlangıçta mekanik yolla bir parçada oluşturulan şekil değiştirmeye sebep olacak sıcaklık değişimi malzemede mekanik olarak modellenmiş olur.

3.3 Deney Malzemelerinin Belirlenmesi, Analizi ve Üretimi

Mekanik modellemenin bahsedildiği gibi uygulanabilmesi için deney modelini oluşturan malzemelerin viskoelastik sıcaklık değerlerinin birbirine yakın olması gerekmektedir. Çünkü malzemelerin, belirlenen sıcaklık değerinde lineer elastik davranış göstermesi beklenmektedir. Bu amaçla deney modelini oluşturmak üzere farklı polimer malzemeler belirlenmiştir.



Şekil 3.3 : DMA test numunelerinin üretime hazırlanması.

Temin edilen malzemelerin mekanik özelliklerinin belirlenmesi için hassas kesimle frezede elmas uçlu disk ile her bir malzemeden biri çekme ve biri eğilme olmak üzere ikişer test numunesi hazırlanmıştır. DMA Q800 (Dynamic Mechanical Analyzer) cihazında numunelerin camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi için single/dual cantilever beam testleri yapılmıştır. Elastisiste modülü (E) değerlerinin belirlenmesi için de DMA 'da çekme testleri yapılmıştır. Şekil 3.3 'te DMA için hazırlanan test numunelerinin üretim aşamaları verilmiştir.

Test numunelerinin üretimi sırasında malzeme frezeye yerleştirilirken çok dikkat edilmelidir. Malzemenin su terazisi ile düzgünlüğü yatay ve düşeyde kontrol edilir. Gönye yardımı ile yüzeylerin dikliği de kontrol edilir. Kumpas arka ucu yardımıyla elde edilmek istenen kalınlık değeri cihazda ayarlanır. Kesimi yapılırken malzeme yüzeyinde sürtünme oluşmaması amacıyla elmas uçlu disk (2mm-Konig marka) kullanılmıştır. Kesime başlamadan önce kullanılan diskin yüzeyleri yağlanmıştır. Frezede malzeme kesimine başlarken numunede ısınma oluşmaması için bor yağı+su karışımı kesim yapılan bölge üzerine akıtılarak kesim yapılır. Bu işlem cihaz çalıştığı sürece malzeme çıkarılana kadar devam ettirilmiştir (Şekil 3.3).

Şekil 3.4 ‘ de DMA ’da yapılacak olan tension ve S/D cantilever testleri için uygun boyutlarda üretilen bazı malzeme örnekleri görülmektedir. Bu malzemelerin DMA cihazında S/D cantilever testleri yapılmadan önce bu testte gereken malzemenin ulaşacağı sıcaklık değerinin girilmesi gerekir. Bu aşamada deney avantajı nedeniyle öncelikli olarak epoksi esaslı malzeme kullanma amacı olduğu için önceki tecrübelere dayanılarak hedef sıcaklık 170 °C olarak belirlenmiştir. Epoksiden farklı diğer malzemelerin de bu sıcaklıkta davranışını görmek ve DMA cihazında malzemelerin bir zarar oluşturmaması için malzemeler dijital zaman kontrollü fırında 170 °C ‘ye ısıtılmıştır. Bu sıcaklıkta malzemelerde büyük şekil değiştirme ve erime gibi değişikliklerin olup olmadığı incelenerek DMA cihazında testi yapılacak malzemelere karar verilmiştir. Şekil 3.4 ‘de DMA ‘da yapılacak olan tension ve S/D cantilever testleri için uygun boyutlarda üretilen bazı malzeme örnekleri ve dijital kontrollü fırında sıcaklık davranışlarının incelenmesi görülmektedir. Şekil 3.5 ’te DMA cihazında S/D testlerinin uygun test başlıkları kullanılarak gerçekleştirilmesi görülmektedir.



Şekil 3.4 : DMA test numunelerinin 155 °C sıcaklıkta fiziksel gözlemi.

Ardından çekme ve eğilme testleri için uygun boyutlarda üretilen numunelerin DMA cihazında testleri yapılmıştır. Deney modelinde fotoelastisite yöntemi uygulanacağından dolayı optik hassas malzeme kullanımı öncelik olmuştur. Bu nedenle çoğunlukla optik hassas malzeme olan epoksi esaslı Araldit malzeme türleri temin edilmiştir. Epoksi malzemelerin viskoelastik sıcaklık değeri daha önceki çalışmalarda yaklaşık olarak 155 °C olarak belirlenmişti. Elastisite modülünün belirlenmesi için film tension testlerinde kuvvet kontrollü test metodu, gerilme-şekil



a. b.

Şekil 3.5 : DMA cihazında a. Tension ve b. Single/Dual Cantilever testlerinin gerçekleştirilmesi.

değiştirme grafikleri seçilmiştir. Sıcaklık 155 °C 'ye 30 dakikada artırılıp, bu sıcaklıkta yük 0,5 N/dk değişimle 18 N 'a kadar artırılarak test gerçekleştirilmiştir. Film tension testleri ile gerilme-şekil değiştirme grafikleri elde edilmiş olup, malzemenin lineer elastik davrandığı bölgede elastisite modülü bu grafiklerin eğimiden ölçülmüştür.

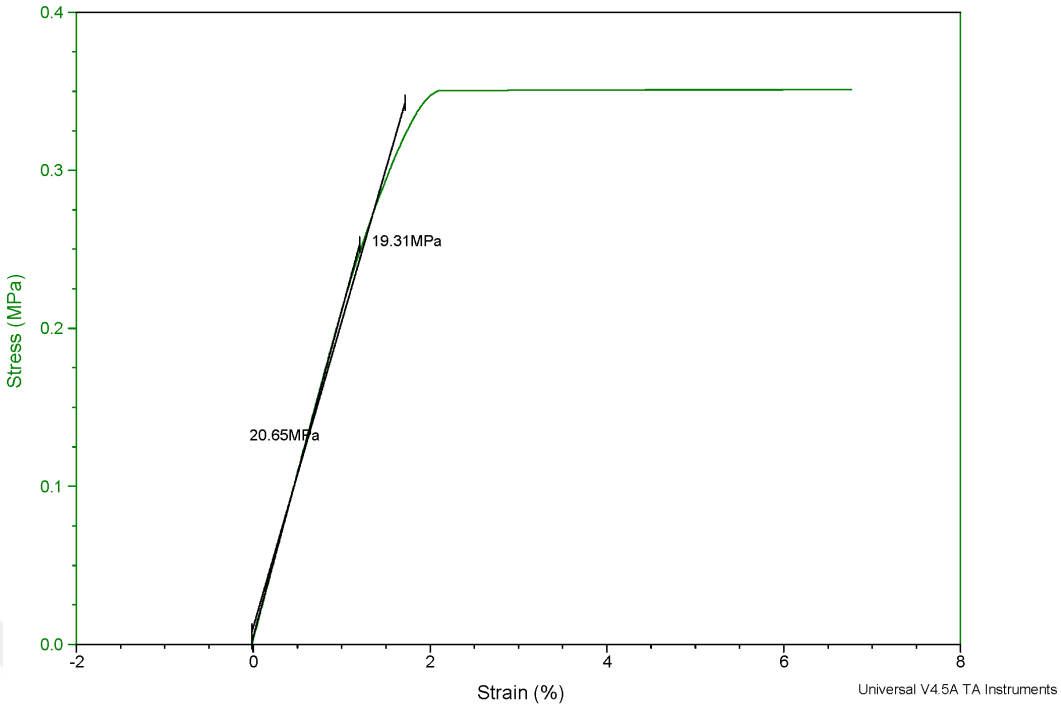
Single/dual cantilever testleri sonucunda Storage/Loss modülü-sıcaklık grafikleri çizilerek malzemelerin hem camlaşma geçiş sıcaklığı (T_g) hem de viskoelastik sıcaklık değerleri elde edilmiştir. S/D testleri için DMA 'da multifrequency strain-temperature ramp-frequency sweep test prosedürü uygulanıp, genlik (amplitude), frekans(f) ve bekleme süresi(soak time) değerleri sırasıyla 15 μm, 1 Hz ve 5 dakika olarak belirlenmiştir. Sıcaklık değeri 35 °C 'den başlayarak, 3 °C /dk artış oranıyla 190 °C 'ye yükseltilmiştir.

Termal gerilme analizi için oluşturulacak deney modelinde mekanik modelleme yöntemi uygulanacağından dolayı belirlenen Araldit numune ile birlikte uygun çalışacak malzemeler belirlenmiştir. Malzemeler oda sıcaklığından itibaren ısıtıldıklarında elastisite modülü değerleri değişmektedir. Bu nedenle DMA testlerinde malzemelerin lineer-elastik davranış gösterdiklerinin tespit edildiği 155 °C 'deki elastisite modülü

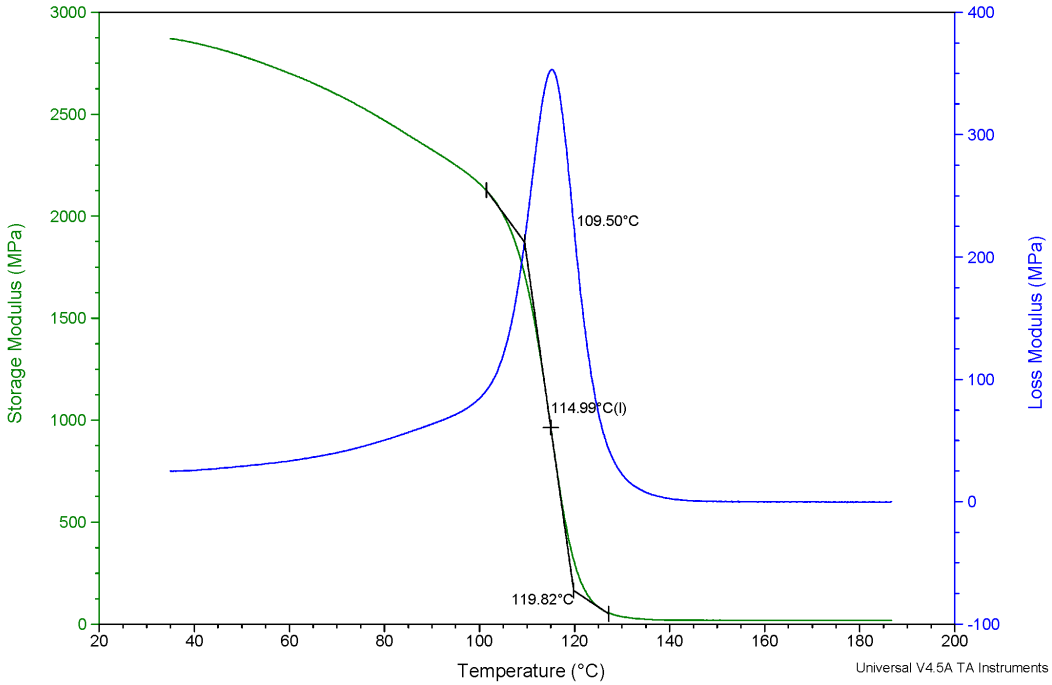
değerleri elde edilmiştir. Şekil 3.6-3.7 'de testi yapılan bazı numunelerin çekme testi (Tension) ve eğilme testi (S/D cantilever) grafikleri verilmiştir.

Çizelge 3.1 : DMA cihazında tension ve single/dual cantilever test sonuçları.

DMA Q800	Film Tension E (MPa) 155 °C 'de	Camlaşma Geçiş Sıcaklığı (°C)	Viskoelastik Sıcaklık (°C)
E1 (epoksi)	1,95	-	-
E2 (epoksi)	2,99	142,6	165-170
E3 (epoksi)	3,06	150	170
E4 (epoksi)	15,26	113,09	150-175
E5 (epoksi)	16,37	112,5	145-175
E6 (epoksi)	16,79	112,48	145-175
E7 (epoksi)	17	107,55	155
E8 (epoksi)	17,15	110	145-155
E9 (epoksi)	18,99	115,16	145-160
E10 (epoksi)	19,3	115	150-170
E11 (epoksi)	20,36	115	150-170
E12 (epoksi)	28	95	150-165
E13 (epoksi)	40	96	150-165
Poliamid-beyaz	52,27	66	-
Cam elyaf	84	115	170-180
POM	89	84	-
Poliamid-siyah	141,4	74	-
PEEK	456	-	-
Kestamid	560,35	-	-
Fiber	3925	105	-
PVC	0,61	72,8	120
Pleksiglas	1,14	100	130
Pleksiglas-siyah	1,54	110	155-160



Şekil 3.6 : E10 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °C sıcaklıkta tension testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi.



Şekil 3.7 : E10 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °C sıcaklıkta single cantilever testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi.

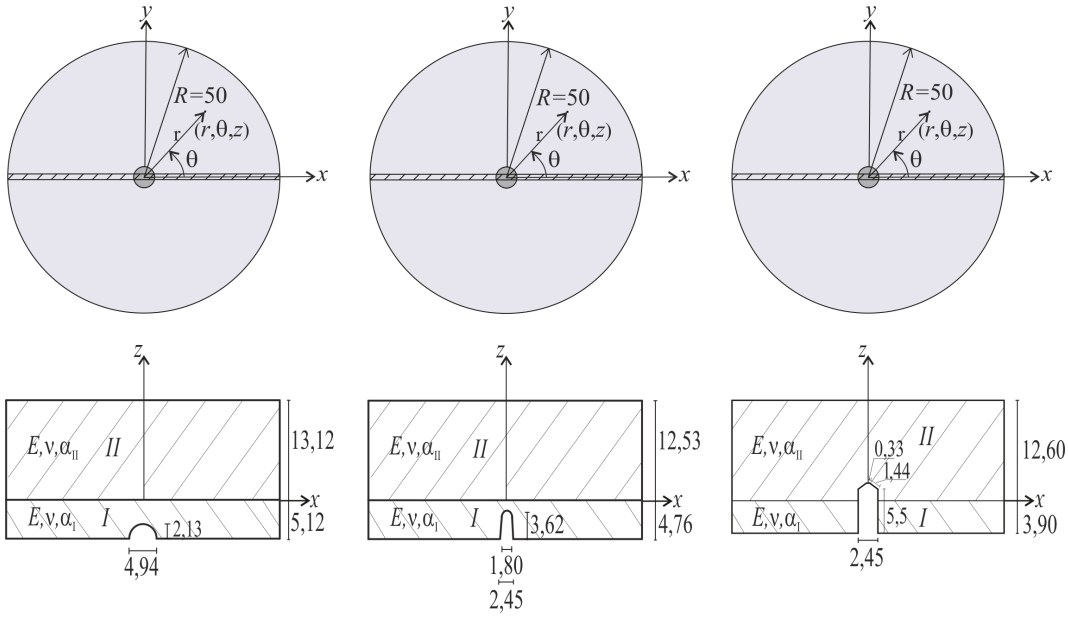
4. YALNIZCA TERMAL GENLEŞME KATSAYILARI FARKLI PLAKLARDA TERMAL GERİLME ANALİZİ

4.1 Deney Modelleri

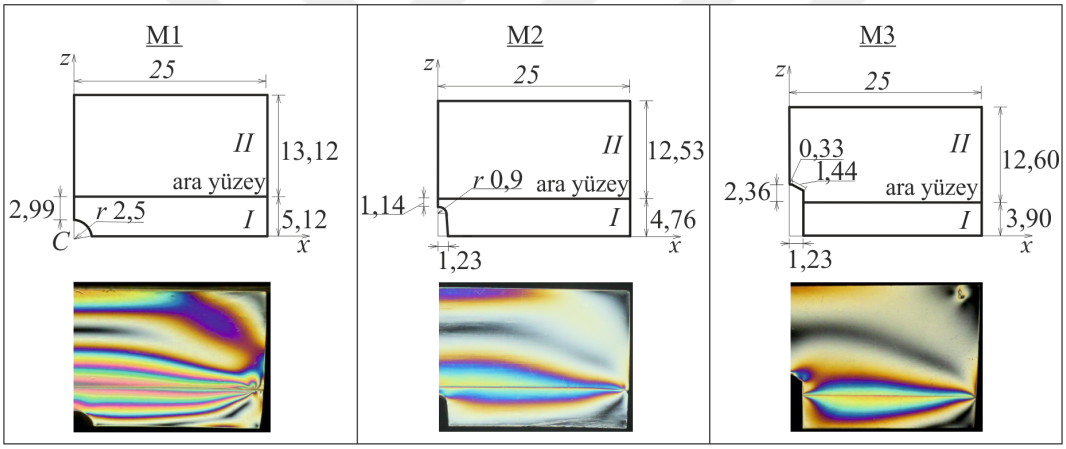
Yalnızca termal genleşme katsayısının derecelendirildiği bir plaktaki termal gerilme dağılımlarını elde etmek için deneysel modeller geliştirilmiştir. Bu modeller, literatürde bulunan farklı oyuk tiplerine ve geometrilere sahip üç farklı iki katmanlı plak ve malzeme derecelendirmesinin ve ara katmanın etkisini araştırmak için modellenen üç katmanlı bir plağı içermektedir. İki katmanlı modeller, bir bimetal prototip modeli olarak düşünülebilir. Bimetal modellerle aynı aralıkta üç farklı termal genleşme değerine sahip üç katmandan oluşan üç katmanlı kompozit model, termal genleşme katsayısını değiştirmenin etkilerini belirlemek için incelenmiştir.

4.1.1 İki katmanlı kompozit plak modeli

Sıcaklık etkisinde serbest bir tabakalı kompozit termal gerilme dağılımlarının ve plaklar üzerinde tabaka birleşim yüzeyine dik doğrultuda oluşan oyuk tepe noktası gerilme konsantrasyonlarının elde edilmesi için üç farklı model oluşturulmuştur. Deneysel modellerin ortak geometrisi, gerçek bir yapının ve bir çatlak bölgesinin boyutları dikkate alınarak sonsuz bir plağın analitik çözümü için uygun olan silindirik bir plaktır. Modellerin boyutları Şekil 4.1 'de gösterilmektedir. Burada r ve d sırasıyla boşluğun ucunun yarıçapı ve uç ile arayüz arasındaki mesafedir. M1 ve M2 adlı modellerde küresel uçlu oyuklar bulunurken, M3 etiketli modelde başka bir oyuk türü vardır. Analizler, fototermoelastisitenin üç boyutlu gerilme analizi tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Şekil 4.2 'de her bir modelin yarı geometrisi ve deney sonrası üzerinde oluşan şerit sayılarının polariskopta çekilmiş fotoğrafı görülmektedir.
Modelin malzemesi homojen, izotropik ve optik olarak hassas, epoksi esaslı bir malzeme olan Araldittir. Deneyler malzemenin lineer elastik davranış gösterdiği durumda yapılmıştır. Malzemenin mekanik ve optik özellikleri, Q800 Dynamic



Şekil 4.1 : İki katmanlı M1, M2 ve M3 silindirik modellerinin geometrileri (boyutlar mm cinsindendir).

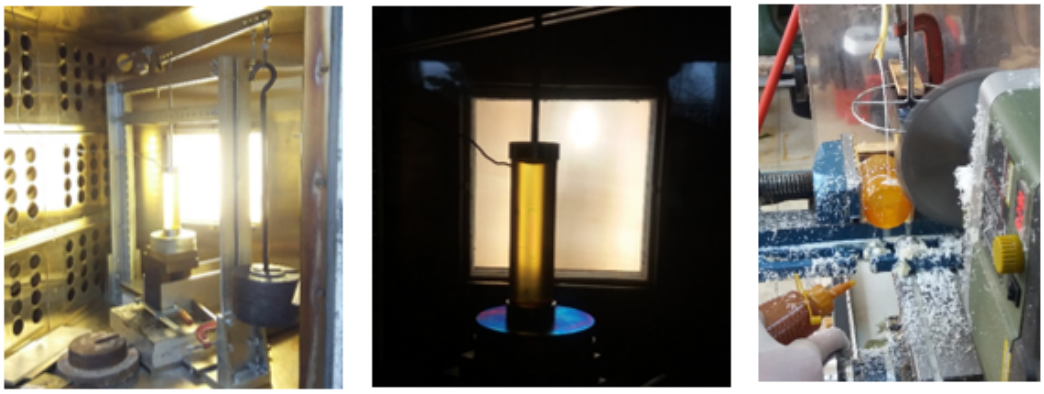


Şekil 4.2 : İki katmanlı modellerin boyutları ve modellerden alınan dilimler üzerindeki termal gerilme dağılımını temsil eden fotoelastik şeritlerin dağılımları (boyutlar mm cinsindendir).

Mechanical Analyzer (DMA) (TA Instruments, New Castle, DE) kullanılarak uygun testler ile belirlenmiştir. Elastisite modülü (E) ve optik hassasiyet katsayısı $(\sigma_0^{1,0})$ değerleri sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} E_m &= 19,3\,\text{MPa}, \\ \sigma_0^{1,0} &= 0,233\,\frac{\text{N}}{\text{mm}\cdot\text{şerit}} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Fotoelastisitenin mekanik modelleme yönteminde malzemeler lineer elastik davrandığı kritik sıcaklık değerinde yüklendiği için malzeme özellikleri de bu sıcaklık değerleri için verilmiştir. Termal genleşme, αT, modellerdeki her katman için sabit fakat katmandan katmana değişen bir değerdir. Bu değerdeki değişim, termal genleşme katsayısındaki bir değişimin veya tabakalardaki sıcaklıktaki bir değişimin sonucu olarak düşünülebilir. Her katmandaki termal genleşme değerinin kalınlık boyunca tek tip olduğu varsayılmıştır. Bir katmandaki termal genleşmenin değeri, gerilmelerin dondurulması yöntemi [111] kullanılarak mekanik modelleme ile modellerde sabitlenmiştir. Bu amaçla, malzemenin 155 °C 'ye ayarlanmış kritik sıcaklığında silindirik bir Araldit çubuk eksenel olarak yüklenmiştir. Deneysel modellerin termal şekil değiştirme yüklü katmanları, $\varepsilon_m = (\alpha T)_m = 0,018$ 'lik bir termal genleşmenin sabitlendiği bu yüklü çubuktan hassas mekanik kesim yöntemi ile elde edilmiştir (Şekil 4.3). m indeksi, deneysel modele ait verileri göstermektedir. İkinci katman, aynı işlem ile aynı çapta yüksüz bir Araldit silindirinden elde edilmiştir. Bu iki katman, yüzeylere dikkatlice uygulanan bir epoksi yapıştırıcı ile birbirine yapıştırılmıştır. Bu uygulama ile yapıştırıcının etkileşimi tam olarak sağladığı ve modelin iki katmanı arasında üçüncü bir faz oluşturmadığı düşünülmüştür.

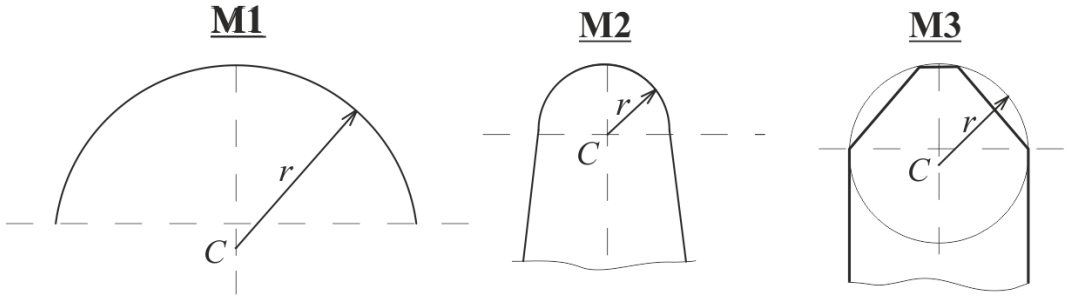


Şekil 4.3 : Araldit silindirin eksenel yüklenmesi ve mekanik modelleme yöntemi ile şekil değiştirmelerin dondurulduğu katmanın eldesi.

Arayüze dik doğrultuda olan oyuk, tabakanın dış yüzeyinden sıvı soğutmalı mekanik bir işlemle oluşturulmuştur. Model katmanındaki sabitlenmiş şekil değiştirmeyi serbest bırakmak için model daha sonra belirli bir rejimle 155 °C 'ye ısıtılıp ardından aynı rejimle yavaş yavaş oda sıcaklığına soğutulmuştur. Bu yöntemle modellerde termal gerilme dağılımları elde edilmiştir. Bu dağılımın analizi için modeller bazı

ince dilimlere bölünmüştür. M1, M2 ve M3 dilimlerinin kalınlıkları sırasıyla $2,20$ mm, $1,24$ mm ve $1,05$ mm 'dir. Temel amaç oyuk ucu gerilme konsantrasyonunu belirlemek olduğu için alınan dilimler oyuk tepe noktasını içermektedir.

Modellerin oyuk geometrilerinde bazı farklılıklar vardır (Şekil 4.4). Özellikle M3 modelinde yuvarlak bir uç yoktur. Bu durum, M3 modelinde kullanılan burgulu matkabın uç geometrisinin sonucudur. Modellerden elde edilen sonuçları karşılaştırmak için bu yüzeye küresel bir yüzey olarak yaklaşılmıştır. Şekil 4.4 'te, boşlukların kürelerinin yarıçapları sırasıyla belirtilmiştir. Oyuk ucu ile arayüz arasındaki d mesafesi de her model için verilmiştir.



Model	oyuk yarıçapı (r, mm)	oyuk tepe ile ara yüzey arası mesafe - (d, mm)	gerilme konsantrasyon faktörü (K_c)
M1	2,5	2,99	1,81
M2	0,9	1,14	2,14
M3	1,232	2,36	2,22

Şekil 4.4 : Boşlukların geometrileri (M3 için yaklaşık geometri), uçtaki yarıçaplar, uç ile arayüz arasındaki mesafeler ve deneyden elde edilen oyuk ucundaki gerilme konsantrasyon faktörleri (K_C).

m ile gösterilen fotoelastik şerit sayıları, Leica DM4500P polarizasyon mikroskobuna monte edilmiş Berek kompansatör kullanılarak ölçülmüştür. t diliminin kalınlığı, ışığın geçtiği mesafe göz önüne alındığında, asal gerilmelerin farkının mutlak değeri Denklem 4.2 'de verilen ifade ile hesaplanır [119].

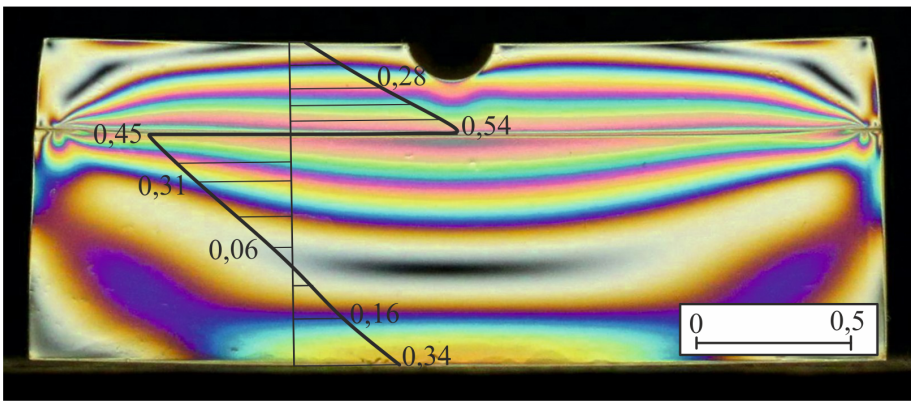
$$|\sigma_1 - \sigma_1| = \frac{m}{t}\sigma_0^{1.0} \tag{4.2}$$

Deneysel modellerde ölçülen sonuçları genelleştirmek için Denklem 4.2 'den hesaplanan gerilme değerleri Denklem 4.3 'te verilen modelin karakteristik değerine bölünerek boyutsuz gerilme değerleri (S) elde edilmiştir.

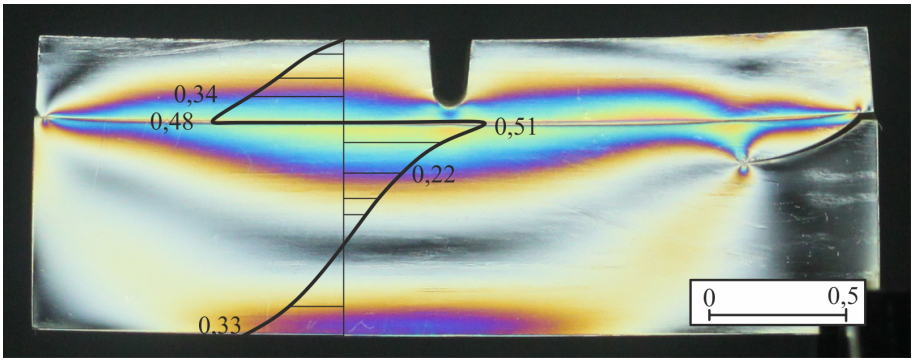
$$\frac{E_m(\alpha T)_m}{1-\nu_m} = 0,6948\,\text{MPa} \tag{4.3}$$

burada E_m, $(\alpha T)_m$ ve ν_m sırasıyla elastisite modülü, termal genleşme ve Poisson oranıdır. Malzeme için kritik sıcaklıkta Poisson oranının değerinin 0,5 olduğu varsayılmıştır. Şeritlerin dağılımları, tüm iki katmanlı kompozit plak modellerinden alınan dilimlerin fotoelastik fotoğrafları üzerinde Şekil 4.2 'de görülmektedir. Şekil 4.5, 4.6 ve 4.7 sırasıyla M1, M2 ve M3 modellerinin şerit dağılımları üzerinde, oyuk ve kenar süreksizliklerinden yeter uzaklıktaki analitik çözümün geçerli olduğu bölgelerde boyutsuz gerilmelerin dağılımını göstermektedir. Şekil 4.8 'de ise M1, M2 ve M3 modellerinde oyuk tepe noktalarına dik, kalınlık doğrultusunda termal gerilme dağılımları verilmiştir.

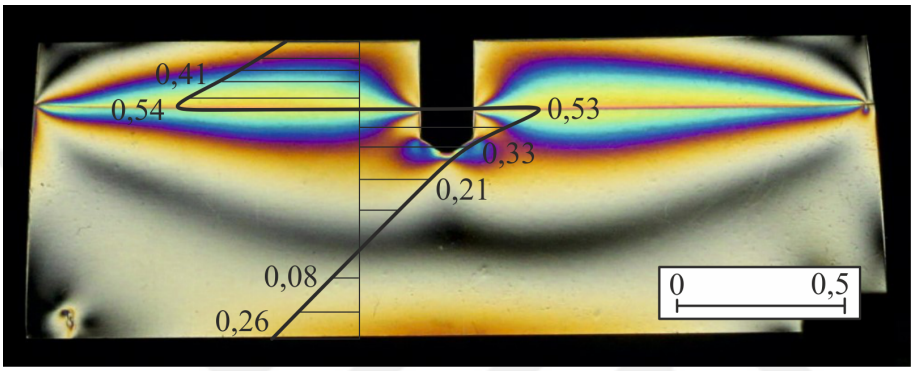
Şekil 4.9 'da, boşluklar etrafında elde edilen boyutsuz termal gerilme dağılımları, karşılaştırmak için üç tip boşluğun birlikte çizildiği ölçekli bir grafikte sunulmaktadır. Gerilme konsantrasyon faktörü, bir önceki bölümde sunulan analitik çözümler kullanılarak her model için oyuk tepe noktalarında hesaplanmıştır.



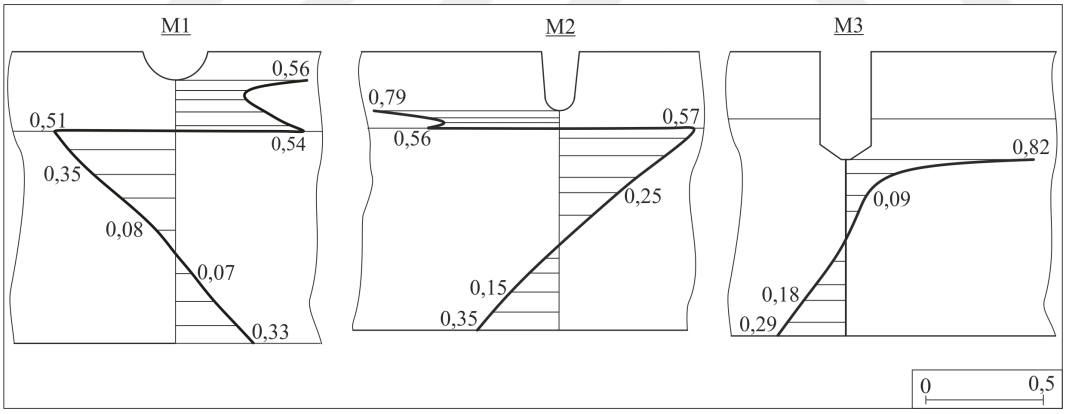
Şekil 4.5 : İki katmanlı M1 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı.



Şekil 4.6 : İki katmanlı M2 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı.



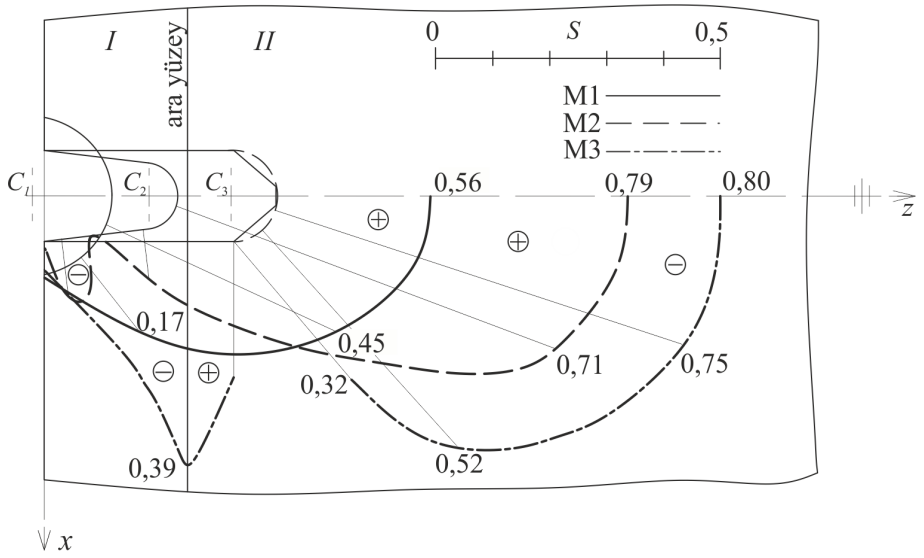
Şekil 4.7 : İki katmanlı M3 deney modelinde oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede, kalınlık doğrultusunda boyutsuz termal gerilme dağılımı.



Şekil 4.8 : İki katmanlı yalnızca α farklı deney modellerinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda termal gerilme dağılımları.

4.1.2 Üç katmanlı kompozit plak modeli

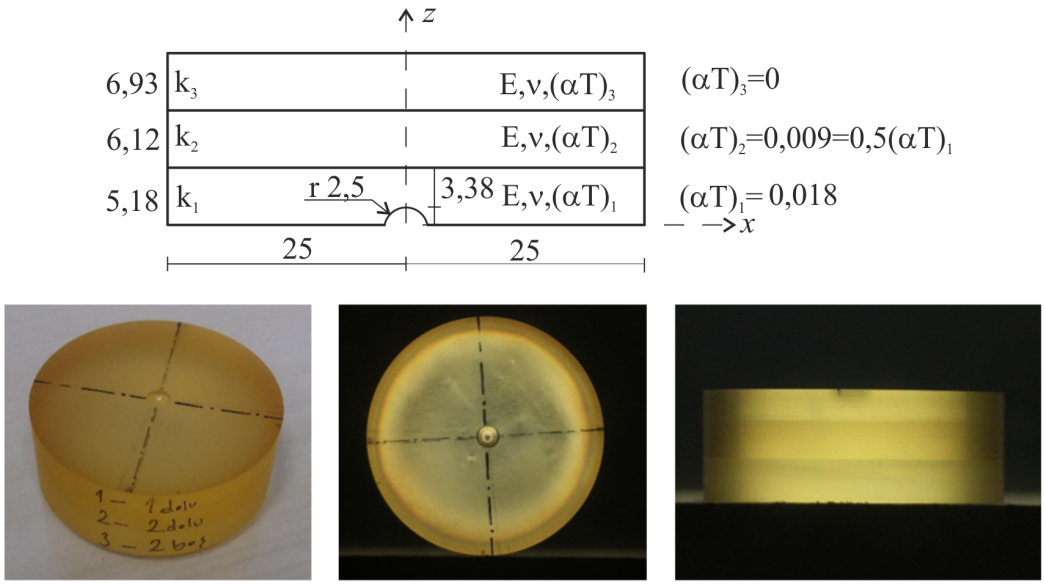
Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerde, özelliklerin sürekli bir geçiş göstermesi amaçlanır; ancak üretim zorlukları nedeniyle, çoğu uygulamada bu



Şekil 4.9 : Aynı termal genleşme farkı nedeniyle iki katmanlı kompozit plak modellerinde oyuklar etrafındaki çevresel gerilme bileşenlerinin dağılımları

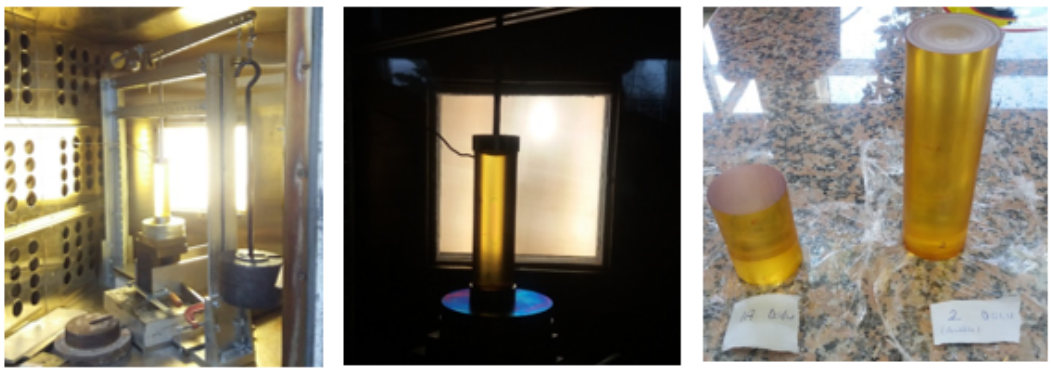
malzeme derecelendirmesi, lamine kompozit plaklar halinde sağlanmaktadır. Üç katmanlı deneysel model, daha önce sunulan modellerle aynı tekniğe dayanmaktadır. Sonuçları karşılaştırmak için, Şekil 4.4 'teki M1 modelinin toplam kalınlığı ve geometrisi yaklaşık olarak kabul edilmiştir. Model ve geometrisi Şekil 4.10 'da şematik olarak gösterilmiştir. Yalnızca termal genleşme katsayıları farklı malzemelerin aynı sıcaklığa maruz kalması durumu ile aynı termal genleşme katsayısına sahip malzemelerin farklı sıcaklık değişimine maruz kalması durumlarının eşdeğer modellenebildiği şekil değiştirmelerin eşitliği anolojisiyle gösterilmişti [111]. Bu bölümde yalnızca termal genleşme katsayıları farklı bimetal plağın aynı boyut ve oyuk geometrisini koruyarak katman sayısına bağlı termal gerilme analizi araştırılmıştır.

Bu modelde, katmanlarda sabitlenmiş termal genleşme, iki katmanlı modellerde olduğu gibi aynı aralıkta değişmektedir. Böylece, oyuğu çevreleyen tabaka $0,018$ sabit şekil değiştirme değerine sahiptir ve bu gerilme değerinin yarısı kadar sabit şekil değiştirmeye sahip iki dış tabaka arasında ek bir tabaka vardır. Bu plaktaki termal genleşme katsayısının, üç ayrık değere sahip bir adım fonksiyonu olarak değiştiği ve plağın düzgün sıcaklık değişimine maruz kaldığı varsayılmıştır. İki tabakadaki termal genleşmeler, Araldit silindirlerine $0,018$ ve $0,009$ üniform genleşme değerleriyle eksenel olarak yüklenerek sabitlenmiştir.



Şekil 4.10 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinin geometrisi ve genel görünümü.

Deney modelinde kullanılmak üzere Şekil 4.11 'de verilen düzenekte mekanik modelleme yöntemi ile üzerinde αT şekil değiştirmelerinin dondurulduğu 50 mm çaplı silindir numuneler görülmektedir. Bu silindir numunelerin elastisite modülü değerleri aynı olup, αT şekil değiştirmeleri Şekil 4.10 'daki modelin k_1 malzemesi için $0,018$, k_2 malzemesi için $0,009$ olacak şekilde eksenel yükleme yapılarak üretilmiştir (Şekil 4.11). k_3 malzemesinde ise αT değeri 0 olup, yüksüz silindir parçadan üretilmiştir. Şekil 4.12 'de yüklü ve yüksüz parçaların imal edilmesi için yüklü ve yüksüz silindir numunelerden model için gerekli kalınlıklarda katman kesim ve hazırlama işlemleri görülmektedir.



Şekil 4.11 : Şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi ile yüklü parçaların imali.



Şekil 4.12 : Model üretimi için yüklü ve yüksüz parçaların imali aşamaları.

Kesim yapılmadan önce makinanın kesime hazırlanması yüzeyinin temizlenmesi, ardından cihaza yerleştirilen numunenin dengesinin kontrol edilmesi çok önemlidir. En ufak bir denge bozukluğu veya toz/kalıntı oluşması kesim sırasında pürüssüz bir yüzey elde edilmesini engelleyebilmektedir. Aynı zamanda kesimden önce frezede disk yüzeyleri temizlenmiş ve yağlanmıştır. Kesim sırasında sürekli olarak numune üzerine bor yağı+su karışımı dökülerek modelde ek gerilmelerin oluşması engellenmiş ve kesimden sonra çıkarılan dilimin son olarak sıfır zımpara ile yüzeyleri temizlenerek pürüzsüz hale getirilmiştir (Şekil 4.12). Bu aşamalarla bahsedilen model katmanlarını oluşturacak k_1, k_2, ve k_3 katmanları üretilmiştir.

Model oluşturulurken yapıştırma işlemi çok önemlidir. İlk olarak modeli oluşturmak üzere hazırlanan parçalar önce aseton, ardından izopropil alkol ile temiz ve yumuşak bir bez yardımıyla silinir. Aynı zamanda yapıştırıcı karışımın hazırlanacağı beher ve tüm materyaller de aynı şekilde temizlenir. Üretilen k_1, k_2, ve k_3 katmanlarını yapıştırmak için malzemelerle aynı özellikte epoksi reçine ile sertleştirici 10/3 oranında kullanılarak yapıştırıcı karışımı hazırlanmıştır. Şekil 4.13 ‘de beher kap ve kağıt olduğu durumda ağırlığın sıfırlandığı cihazda 39 gram karışım tartılmıştır. Oluşturulan karışım akıcı kıvama geldiği 65 °C ‘ye kadar ısıtılmıştır.

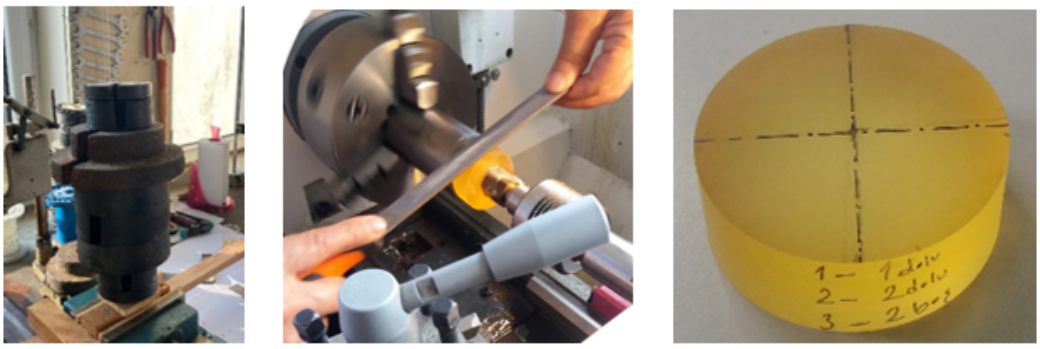
Hazırlanan sertleştici karışımı zaman kaybetmeden yapıştırılacak yüzeylere homojen, ince ve pürüzsüz şekilde sürülerek yapıştırma için hazırlanan düzeneğe numuneler tam eksenel, üst üste gelecek şekilde yerleştirilmiştir. Ardından, düzenekte yapıştırıcı uygulanan numuneler yerleştirilerek tüm katmanlar yapıştırılmıştır. Model oluşturulmasında yapıştırıcının çok ince ve homojen uygulanması tam yapışmanın gerçekleşmesi için çok önemlidir.



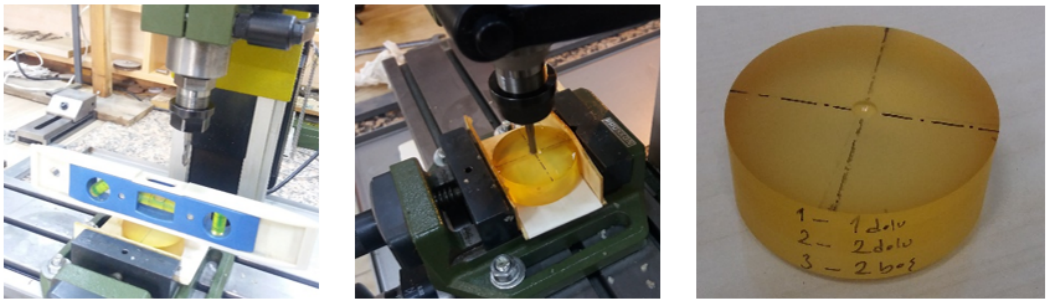
Şekil 4.13 : Deney modelinin oluşturulmasında yapıştırma işlemi aşamaları.

Şekil 4.13 'te hazırlık aşamaları verilen yapıştırıcı sürülen modelde tam yapışma sağlanabilmesi için 0,15 MPa basınç oluşturacak şekilde model üzerine yük uygulanmıştır ve bu yük altında model 20 saat bekletilmiştir. 20 saat sonra üzerindeki yükler alınan numune serbest halde 24 saat daha bekletilmiştir (Şekil 4.14). 4 saat daha bekletildikten sonra modelde yapıştırıcı dijital fırında 45 °C 'ye ısıtılmış ve bu sıcaklıkta 24 saat daha bekletilerek yapıştırıcı tam polimerize edilmiştir. Yapılan tüm işlemler ile yapıştırıcının etkileri kayıpsız olarak aktardığı ve modelin iki katmanı arasında üçüncü bir faz oluşturmayacağı düşünülmüştür. Oluşturulan 3 katmanlı model dış yüzeylerdeki pürüzlerden arındırılmak amacıyla torna cihazında tesfiye edilmiştir (Şekil 4.14). Ardından Şekil 4.15 'te görüldüğü gibi freze makinasında 5 mm çaplı uç yardımıyla 1,8 mm derinlikli bir oyuk oluşturulmuştur.

Deney modelinde gerçek termal gerilmelerin elde edilmesi için Şekil 4.16 'da dijital fırın içerisine yerleştirilen model, sıcaklığı saatte 5 °C artırılarak her kademe sıcaklıkta 1 saat bekletilmiştir. Aynı rejimle viskoelastik sıcaklık değeri 155 °C 'ye kadar ısıtılmış ve bu sıcaklıkta 6 saat bekletilmiştir. Viskoelastik sıcaklıkta iken mekanik şekil değiştirmelerin dondurulduğu parçalarda, dondurulmuş şekil değiştirmeler serbestleşmiş ve model üzerinde yeni bir gerilme dağılımı meydana getirmiştir.



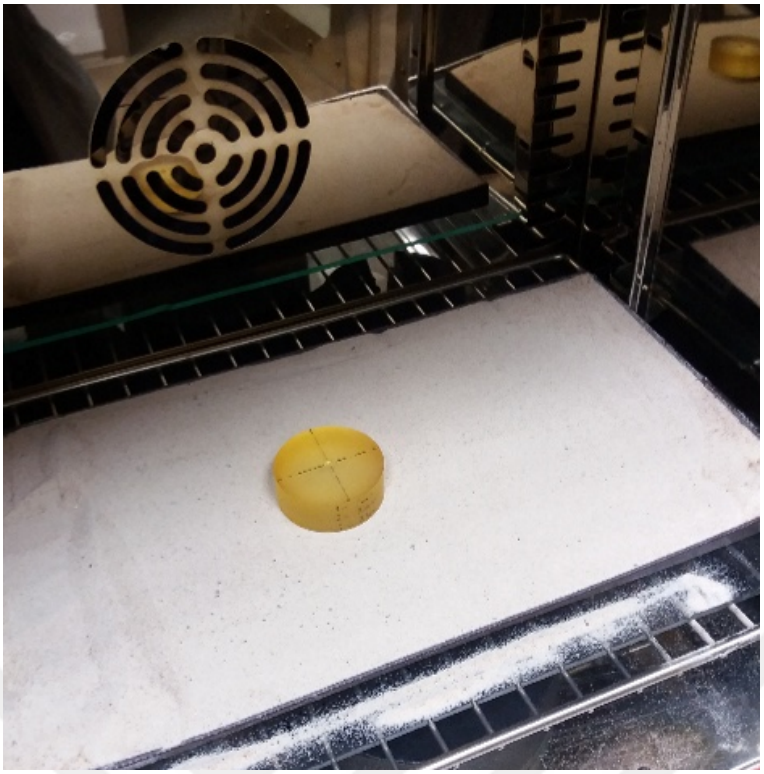
Şekil 4.14 : Deney modelinin oluşturulmasında torna işlemi ve model yüzeyinin tesfiyesi.



Şekil 4.15 : 3 katmanlı deney modelinde oyuk oluşturulması işlemleri.

Viskoelastik sıcaklıkta yeni gerilme dağılımı oluşan model yine aynı rejimle 75 °C 'ye soğutulmuştur. Bu sıcaklıkta fırın kapatılıp model fırında 24 saat bırakılarak yavaş yavaş oda sıcaklığına kadar soğuması sağlanmıştır. Böylece oluşan gerilme dağılımı fotoelastisitenin gerilmelerin dondurulması yöntemi ile model üzerinde sabitlenmiştir. Bu dağılım prototipteki "termal gerilme" dağılımını göstermektedir.

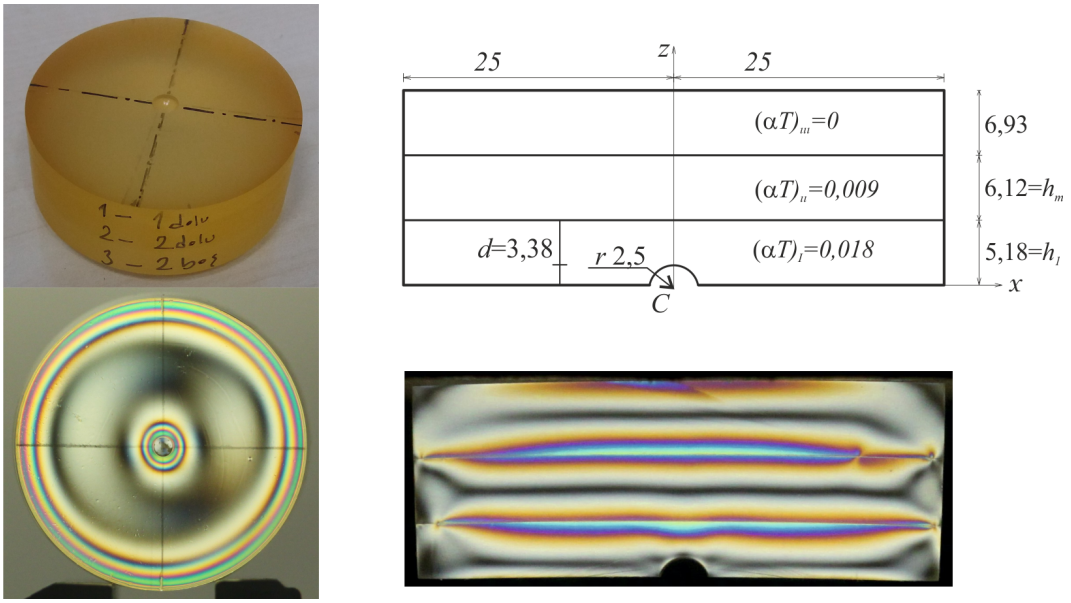
Şekil 4.17 'de, oluşturulan deney modelinin dijital fırında viskoelastik sıcaklığa ısıtılmadan önce ve viskoelastik sıcaklığa kadar ısıtıldıktan sonra şekil değiştirmelerin serbestleştiği foroğrafları görülmektedir. Termal gerilmelerin fotoelastisitenin mekanik modelleme yöntemiyle elde edildiği deney modelinden Şekil 4.18 'de verilen aşamalarla frezede 0,45 mm kalınlıklı disk ile 1,76 mm kalınlıklı dilim alınmıştır. Polariskopta çekilmiş fotoğrafı Şekil 4.17 'de verilen modelin çeşitli bölgelerinde şerit sayıları ölçümü polarize mikroskopta yapılmıştır. Şerit sayısı (m) ölçülen noktalardaki kalınlık değerleri t, malzemenin optik hassasiyet katsayısı $\sigma_0^{1,0}$ olmak üzere denklem 4.2 'de verilen bağıntı ile asal gerilmeler farkının çeşitli noktalardaki değerleri hesaplanmıştır. Berek kompansatörü kullanılan DM4500P



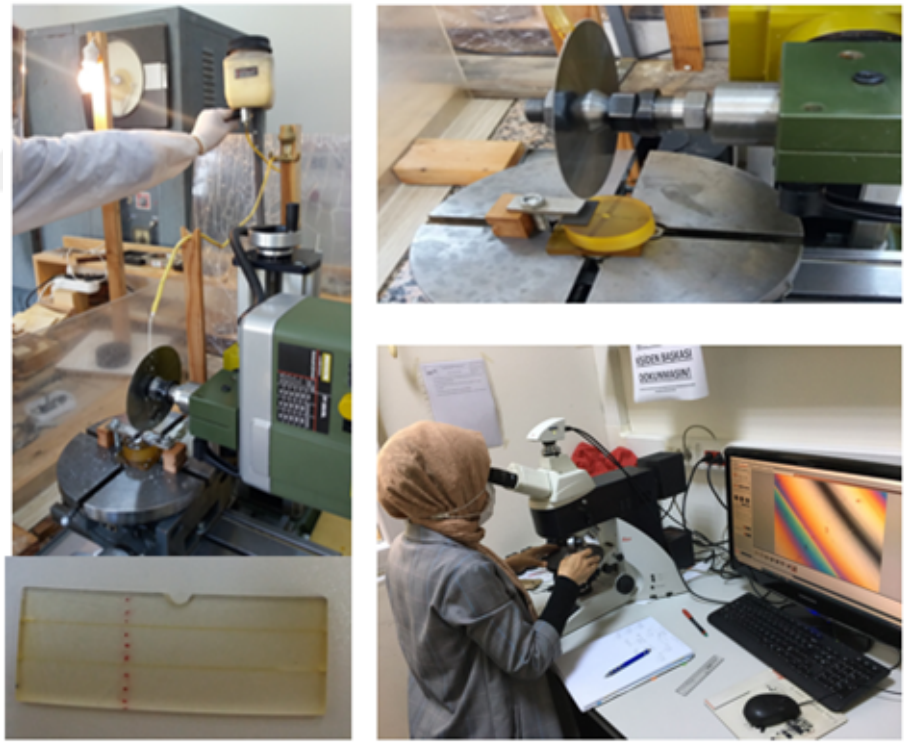
Şekil 4.16 : Termal gerilmelerin dağılımının elde edilmesi için hazırlanan nihai modelin dijital kontrollü fırında viskoelastik değere ısıtılması ve soğutulması işlemleri.

polarize mikroskopta, modelden alınan dilim üzerinde analitik çözümün geçerli olduğu, oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak şerit dağılımlarının paralelleştiği bölge ve oyuk tepe noktasından başlayarak kalınlık doğrultusunda ilerleyen doğrultularda, şerit sayıları her bir nokta için üçer kez ölçülerek bu değerlerin ortalamaları alınmıştır. Aynı şekilde her bir ölçüm noktasında polarize ışığın geçtiği kalınlık değerleri de üçer kez ölçülmüş olup ortalama değerler asal gerilmelerin farkı hesaplarında kullanılmıştır. Çizelge 4.4, 4.5 ve 4.6 sırasıyla gerilmelerin paralelleştiği bölgede, oyuk çevresinde ve oyuğa dik doğrultularda ölçüm yapılan noktalara bağlı olarak şerit sayısı ve kalınlık ölçümleri ile asal gerilme farklarının hesapları özetlenmiştir.

Şekil 4.19 'da oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzakta gerilmelerin paralelleştiği bölgede dilimin polariskopta çekilmiş fotoğrafı üzerinde boyutsuz termal gerilme dağılımları çizilmiştir. Şekil 4.20 ise oyuk çevresi ve oyuk tepe noktasına dik doğrultuda boyutsuz gerilme dağılımlarını göstermektedir.



Şekil 4.17 : Modelin üç boyutlu görünümü, boyutlar, polarize ışık toplam kalınlık boyunca geçecek şekilde yerleştirilen modelin dairesel polariskopta görünümü ve üç katmanlı kompozit oyuk tepesi noktasını içeren model diliminin fotoelastik görünümü ve izokromatiklerin dağılımı (boyutlar mm cinsindendir).



Şekil 4.18 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı deney modelinde gerilme ölçümleri için dilim alma ve polariskopta şerit sayısı ölçüm işlemleri.

Çizelge 4.1 : Yalnızca ısıl genleşme katsayısı farklı üç katmanlı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak, kalınlık doğrultusunda fotoelastik şerit sayısı ölçümleri ve termal gerilmelerin hesabı.

z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\sigma_1-\sigma_2$	boyutsuz gerilme
0	1,007	1,81	0,23	-0,128	-0,184
1,80	0,555	1,81	0,23	-0,071	-0,102
3,20	0,150	1,82	0,23	0,019	0,027
5,20	0,886	1,79	0,23	0,114	0,164
6,93	1,500	1,78	0,23	0,194	0,279
7,20	1,062	1,76	0,23	-0,139	-0,200
9,00	0,350	1,75	0,23	-0,046	-0,066
10,50	0,250	1,73	0,23	0,033	0,048
12,00	0,698	1,72	0,23	0,094	0,135
13,05	1,179	1,69	0,23	0,160	0,231
13,05	1,300	1,69	0,23	-0,177	-0,255
14,50	1,024	1,67	0,23	-0,141	-0,203
16,00	0,518	1,67	0,23	-0,071	-0,103
17,20	0,140	1,65	0,23	0,020	0,028
18,23	0,459	1,64	0,23	0,064	0,093

Çizelge 4.2 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinde oyuk çevresinde şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı değerleri (Bu ölçümde x=0 oyuk tepe noktasından başlayıp, çevresel boyda dış yüzeye gitmektedir).

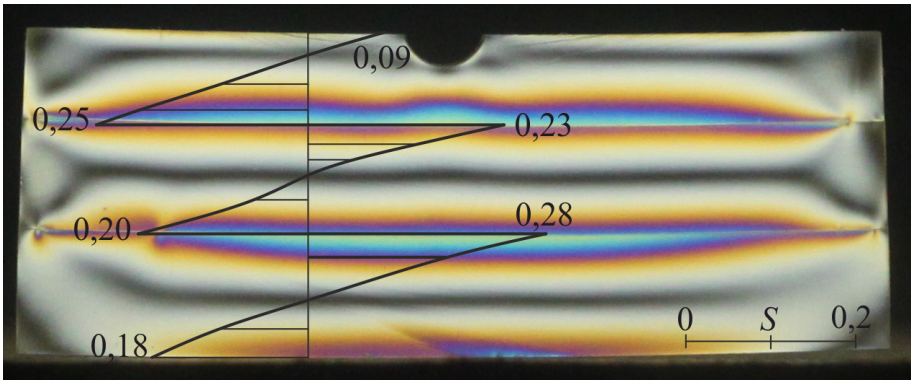
x(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\sigma_1-\sigma_2$	boyutsuz gerilme
0,00	0,075	1,67	0,23	-0,014	-0,020
1,80	0,175	1,67	0,23	-0,024	-0,035
3,24	0,352	1,67	0,23	-0,048	-0,070
4,50	0,355	1,67	0,23	0,049	0,070
6,00	0,256	1,67	0,23	0,035	0,051
6,93	0,172	1,67	0,23	0,024	0,034
7,20	0,127	1,67	0,23	-0,017	-0,025

4.2 Sayısal Analiz

Sayısal model, deneysel modele dayalı olarak geliştirilmiştir. Model, eksenel simetrik bir geometriye sahip olduğundan, sonlu elemanlar modelinde silindirin yarım

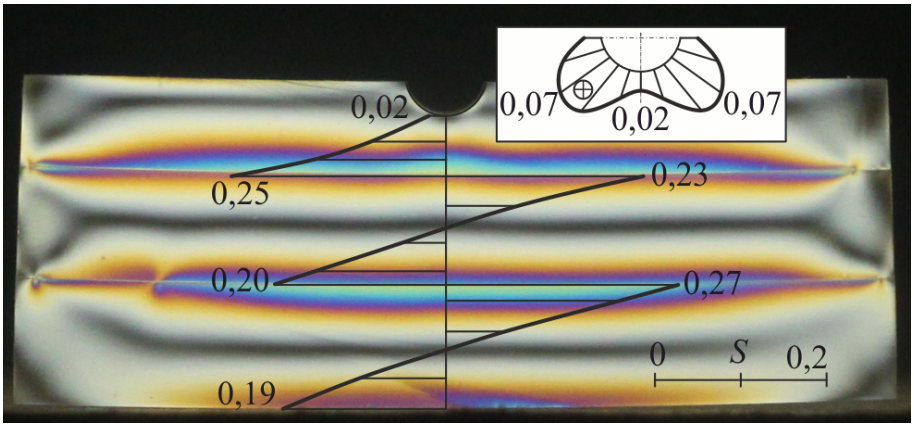
Çizelge 4.3 : Yalnızca α farklı üç katmanlı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı değerleri.

z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\sigma_1-\sigma_2$	boyutsuz gerilme
0,00	1,077	1,84	0,23	-0,135	-0,194
1,80	0,603	1,84	0,23	-0,075	-0,108
3,24	0,000	1,83	0,23	0,000	0,000
4,50	0,518	1,82	0,23	0,065	0,094
6,00	1,114	1,80	0,23	0,142	0,205
6,93	1,465	1,79	0,23	0,188	0,271
7,20	1,060	1,79	0,23	-0,136	-0,196
8,00	0,800	1,78	0,23	-0,103	-0,149
9,20	0,244	1,76	0,23	-0,032	-0,046
10,00	0,000	1,76	0,23	0,000	0,000
10,50	0,160	1,75	0,23	0,021	0,030
11,00	0,433	1,74	0,23	0,057	0,082
13,05	1,180	1,73	0,23	0,157	0,226
13,05	1,300	1,73	0,23	-0,173	-0,249
14,50	0,775	1,72	0,23	-0,104	-0,149
15,00	0,498	1,70	0,23	-0,067	-0,097
16,43	0,100	1,68	0,23	-0,014	-0,020



Şekil 4.19 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı modelde oyuk ve kenar süresksizliklerinden uzak, kalınlık doğrultusunda boyutsuz asal gerilmelerin farkı değerlerinin dağılımı.

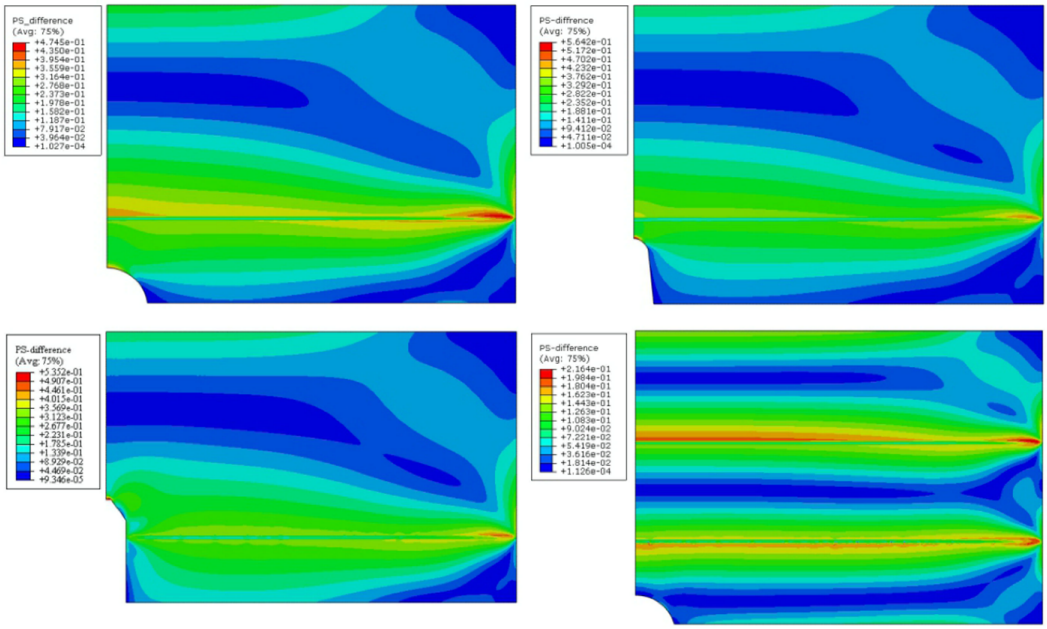
kesitini temsil eden dikdörtgen düzlem düşünülmüştür. Modelin dış yüzeylerinde herhangi bir gerilme ve yer değiştirme sınır şartı yoktur. Deneysel modelden alınan değerlerle malzeme lineer ve elastik olarak tanımlanmıştır. Termal genleşme katsayısı, karşılık gelen katmanda deneysel modelde dondurulan şekil değiştirme değeri olarak



Şekil 4.20 : Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı üç katmanlı deney modelinden alınan oyuk tepe noktasını içeren dilim üzerinde boyutsuz asal gerilmelerin farkı değerlerinin dağılımı.

seçilmiştir. Deneysel modellerdeki ile aynı genleşme değerlerini elde etmek için, her modelin tüm alanları için -1°C 'lik üniform bir sıcaklık değişimi tanımlanmıştır. Böylece ısıl genleşme katsayısı ve sıcaklık değişiminin çarpımı ile belirtilen termal şekil değiştirme değeri deneylerde mekanik olarak modellenen şekil değiştirme değerine eşitlenmiştir. Sonlu elemanlar ağı, modelin süreksizlik içeren bölümünde üçgen elemanlar ve diğer kısımlarda dörtgen elemanlar kullanılarak ABAQUS sonlu eleman paketinin algoritması kullanılarak oluşturulmuştur.

Kullanılan ağ boyutu (mesh size) 0,1 olup, boşlukların çevresinde 0,05 veya 0,01 değerlerine düşürülmüştür. Sonuçları elde etmek için her durumda ağ iyileştirmesi yapılmıştır. Modelin ağı, CAX4R (4 düğümlü çift doğrusal eksenel simetrik dörtgen) ve CAX3 (3 düğümlü doğrusal eksenel simetrik üçgen) elemanları birlikte kullanılarak üretilmiştir. M1, M2, M3 modelleri ve üç katmanlı kompozit model çalışması için sonlu eleman analizinden elde edilen gerilme dağılımlarının, gerilme değerinin düzlem içi asal gerilmelerin farkının mutlak değeri olduğu Şekil 4.21 'de gösterilmektedir. Sonlu elemanlar modelinin sonuçları, problemlerin ilgili alanlarında deneysel ve analitik analizlerden elde edilen gerilme dağılımları ile doğrulanmıştır. Bu doğrulama, bir sonraki bölümde verilmiştir.



Şekil 4.21 : M1, M2, M3 ve üç katmanlı plak modellerinin sonlu eleman analizlerinden elde edilen termal gerilme dağılımları.

4.3 Analitik, Deneysel ve Sayısal Çalışma Sonuçları

Bu çalışmada, iki ve üç katmanlı lamine kompozit plak modellerindeki termal gerilme problemleri, sıcaklık değişimi nedeniyle özellikle arayüze dik bir kusur etrafındaki gerilme dağılımı ve kalınlık boyunca termal genleşme katsayısının değişimini analiz etmek için ele alınmıştır.

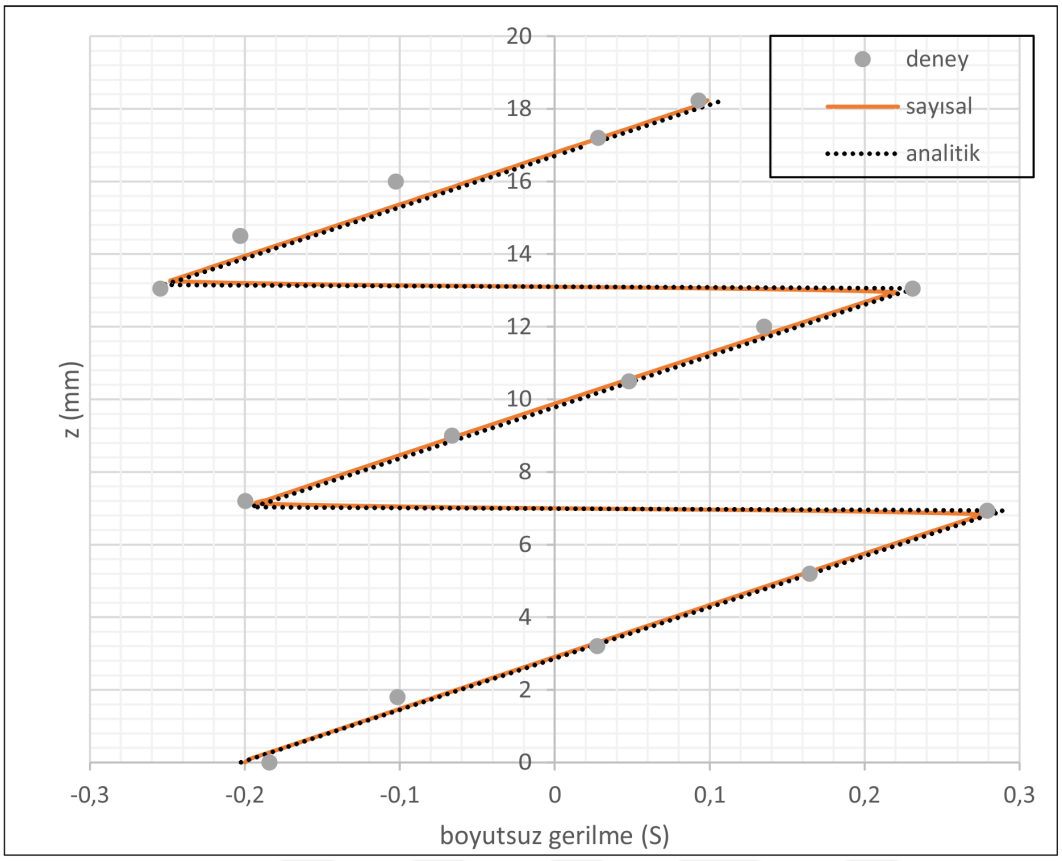
Deneysel çalışma, iki katmanlı modeller için oyuk uç yarıçapı ile ara yüzey ve oyuk ucu arasındaki mesafe olmak üzere iki ana değişkene dayanmaktadır. Modellerde dış boyutlar çok az farklılık gösterse de, uçtaki gerilme konsantrasyonu karşılaştırılırken bunlar ihmal edilebilir. Şekil 4.9 'da oyuk tepe noktalarında maksimum olan ve oyuk çevresinde boyutsuz gerilme dağılımları verilmiştir. İki katmanlı M1 ve M2 modelleri karşılaştırıldığında, d ve r değerleri sırasıyla ⁒38 ve ⁒36 azaldığında maksimum boyutsuz gerilmeler ve gerilme yığılması faktörü (K_C) değerleri 1,41 ve 1,18 kat artmıştır. M1 ve M3 modellerine ait sonuçlar karşılaştırıldığında, d ve r değerleri sırasıyla ⁒79 ve ⁒49 oranında azaldığında maksimum boyutsuz gerilmeler ve K_C değerleri de sırasıyla 1,43 ve 1,23 kat artmaktadır (Şekil 4.4). Ayrıca, M3 modelinde

ara yüzeyi geçen oyukta gerilmenin işareti değişmiştir. Bu da basınç gerilmesinin uçta etki ettiğini gösterir. Maksimum boyutsuz gerilme ve K_C 'deki artışlar, işaret dışında her iki durumda da benzerdir. M3 için, boşluğun geometrisinin, yaklaşık 1,232 mm yarıçaplı bir küre olduğu belirtilmelidir. Gerçekten de, sonuçlar geometrinin süreksiz noktalarından etkilenebilir. Ancak bu yaklaşım, sonlu elemanlar modelinin sonuçlarıyla karşılaştırıldığında hatalı sonuçlara yol açmamıştır.

Üç katmanlı modelde, üst ve alt katmanlar arasındaki termal genleşme katsayısının değişiminin yarısı değerindeki orta katmanın etkisi incelenmiştir. Bu modelin geometrisi, boşluğun uç yarıçapından dolayı M1 modeliyle daha çok ilişkilidir. M1 modeli ve üç katmanlı model için katman kalınlıkları ve d mesafesi farklıdır. Bu nedenle, boşluğun ucundaki gerilmede doğrudan bir karşılaştırması yapılmamıştır. Bunun yerine, iki durum arasındaki fark, sonlu eleman modelleri kullanılarak belirlenmiştir. Üç katmanlı sonlu eleman modeli, iki dış katman arasına bir orta katman eklenerek M1 ile aynı geometri kullanılarak oluşturulmuştur. Bu durum için oyuk ucundaki gerilme belirlenmiştir. İki katmanlı durum için, deneyden oyuk ucu gerilme değeri belirlenmiştir. Bu gerilmelerin oranı kullanılarak iki katmanlı deneysel model ile üç katmanlı sonlu eleman modeli arasında bir karşılaştırma yapılmıştır. Bu oran, sonlu eleman modelinin ağ boyutuna bağlı olarak yaklaşık 7-8 kat arasında elde edilmiştir. Başka bir karşılaştırma için, alt tabakanın kalınlığı üç katmanlı plaktaki gibi 5,18 mm olarak değiştirilmiştir. İki katmanlı ve üç katmanlı sonlu eleman modelleri aynı d=2,99 mm mesafe ile analiz edilmiştir. Aynı oran, iki katmanlı modelde uçtaki gerilmenin üç katmanlı modeldekine oranı, yaklaşık 8-9 kat arasında değerler vermiştir. Bu oranlar, modellerin oyuk ucundaki gerilme artışını belirlemede yeterli olduğunu göstermektedir. Ancak M1 modelinin uç gerilmeleri ile deneysel modellerden üç katmanlı model karşılaştırıldığında, bu oran 28 civarındadır. Bu nedenle M1 modeli ile deneysel üç katmanlı model arasında doğrudan bir karşılaştırma yapılamamaktadır. Bu yüksek oranın temel olarak bu deneysel modellerin farklı d değerlerinden kaynaklandığı düşünülse de, d=3,38 mm değeri için de benzer bir yüksek oran değeri elde edilmiştir. Bu durum, oyuk tepe noktasının bu özel konumu ile ilgili olabilecek Şekil 4.17 'dan görülebilmektedir.

Her modelin kenarlardan ve boşluktan uzak bölgesindeki termal gerilme dağılımları, deneysel, analitik ve sayısal modellerin sonuçlarına dayalı olarak Şekil 4.22 'de karşılaştırılmıştır. Bölüm 2.3.1 'de türetilen termal gerilme ifadelerinde deney modelinde verilen geometri ve malzeme parametreleri kullanılarak termal gerilmelerin analitik çözümle dağılımı elde edilmiştir. Burada grafikteki yatay değişken olan S, gerilme değerleri asal gerilme farklarının Denklem 4.3 'de verilen değere bölünmesiyle elde edilen boyutsuz gerilmeyi ifade etmektedir. Deneysel ölçüm, bir noktadaki düzlem içi asal gerilmelerin farkının mutlak değerini vermektedir. Şekil 4.22 'de görüldüğü gibi, analiz sonuçları birbirine oldukça yakındır. Analitik sonuçların deneysel ve sayısal analizlerle karşılaştırılması için ortalama farklar sırasıyla ٪ 2,99 ve ٪ 1,15 'tir. Diğer doğrulama, deneysel ve sonlu eleman modellerinde oyukların etrafındaki ve oyukların yakınındaki kalınlık boyunca gerilme dağılımı için yapılmıştır. Bu modellerin sonuçları arasında da önemli bir fark olmadığı için, sayısal modellerin daha ileri analizler için kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır (Şekil 4.23).

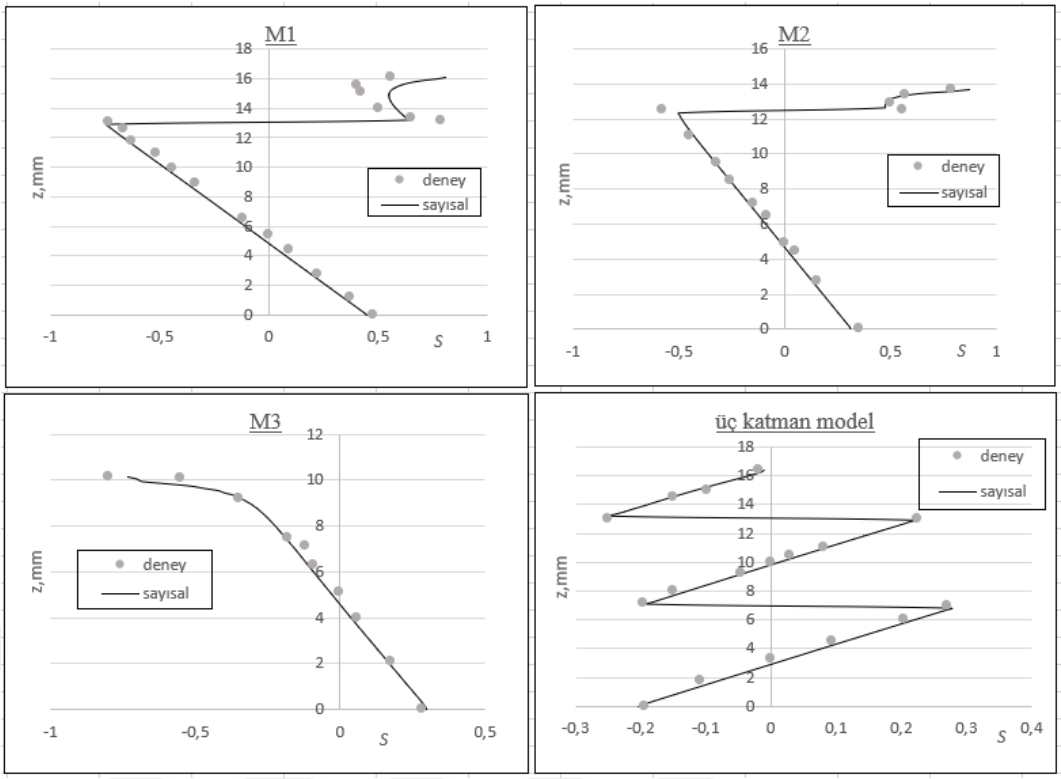
$r = 2,5$ mm için, oyuk ucu ile ara yüzey arasındaki mesafe olan d 'nin değişiminin gerilme konsantrasyonu üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu analiz, iki ve üç katmanlı kompozit modeller için gerçekleştirilmiştir. Beklendiği gibi, her iki modelde de K_C değeri, d azaldıkça artmaktadır. Bu modellerin sonuçları Çizelge 4.4 'de verilmiştir. Bu tabloda oyuk ucu yarıçapı (r) ve oyuklu tabakanın kalınlığı (h_1) Şekil 4.17 'de tanımlanmıştır. Diğer kalınlıklar da aynı şekildedir. İki katmanlı model için kalınlıklar 5,18 mm ve 13,05 mm 'dir. Sayısal analizlerinde d mesafesi 0,45 mm ile 4,5 mm arasında değiştirilmiştir. Çizelge 4.4 'ün üçüncü ve dördüncü sütunları sırasıyla iki ve üç katmanlı kompozitler için oyuk tepe noktalarındaki çevresel asal gerilmeleri göstermektedir. Daha sonra her iki model için d koordinatındaki analitik çözümden elde edilen gerilme değerleri verilmiştir. Her bir durum için K_C hesaplanmış ve son sütunda üç katmanlı modelin K_C değerinin iki katmanlı kompozit modelininkine bölünmesiyle elde edilen K_C değerlerinin oranı (K_{C3}/K_{C2}) verilmiştir. Üçüncü ve dördüncü sütunlardaki renkli değerler deneysel modellerdeki değerlerle karşılaştırılmıştır. Deneyde karşılık gelen değerler 0,560 ve 0,020 'dir. Çizelge 4.4 'de 0,511 ve 0,019 olan değerler, deneylerden elde edilen sonuçlarla tutarlı olduğu için sonlu elemanlar modelinin iyi performans gösterdiği belirlenmiştir.



Şekil 4.22 : Üç katmanlı kompozit modelde deneysel ve analitik çözümlerle sayısal analizin doğrulanması (z, plağın kalınlığı boyunca koordinattır ve S boyutsuz gerilmedir).

Çizelge 4.4 : $r = 2,5$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları.

d (mm)	d/h$_1$	$\sigma_{tepe}^{sayisal}$		$\sigma_{tepe}^{analitik}$		K$_C$		K$_{C3}$/K_{C2}
		İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	
0,450	0,087	0,954	0,440	0,414	0,227	2,304	1,942	0,843
0,900	0,174	0,843	0,372	0,384	0,195	2,193	1,911	0,871
1,000	0,193	0,823	0,364	0,378	0,188	2,177	1,941	0,892
1,300	0,251	0,805	0,327	0,358	0,166	2,246	1,965	0,875
2,500	0,483	0,595	0,148	0,279	0,081	2,128	1,817	0,854
2,990	0,577	**0,511**	0,074	0,247	0,047	2,065	1,580	0,765
3,100	0,598	0,492	0,056	0,240	0,039	2,048	1,438	0,702
3,200	0,618	0,474	0,042	0,234	0,032	2,028	1,324	0,653
3,300	0,637	0,456	0,028	0,227	0,025	2,011	1,141	0,567
3,350	0,647	0,448	0,022	0,224	0,021	2,001	1,031	0,515
3,380	0,653	0,443	**0,019**	0,222	0,019	1,996	1,005	0,503
3,700	0,714	0,388	-0,025	0,201	-0,004	1,931	6,924	3,585
3,890	0,751	0,354	-0,045	0,188	-0,017	1,880	2,642	1,405
4,000	0,772	0,335	-0,062	0,181	-0,025	1,850	2,479	1,340
4,500	0,869	0,246	-0,109	0,148	-0,060	1,663	1,804	1,085



Şekil 4.23 : İki katmanlı ve üç katmanlı modellerde oyuğa dik doğrultuda deneyden ve sonlu eleman analizlerinden elde edilen termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılması.

Çizelge 4.4 'te rapor edilen aynı analiz, aynı geometri ve malzeme özellikleri ile r=1,8 mm (Çizelge 4.5) ve r=0,9 mm (Çizelge 4.6) değerleri için tekrarlanmıştır. Çizelge 4.7 'de farklı r ve d parametrelerine göre değişen (K_{C3}/K_{C2}) oranları özetlenmiştir. Gerilme konsantrasyonu faktörlerinin (K_C) oranlarının d/h_1 oranına göre değişimleri Şekil 4.24 'de gösterilmiştir. Oran, tabaka kalınlığının yarısına kadar d değişimi için yavaş değişmekte iken, tabaka kalınlığının yaklaşık ⁒70 'inde beklenmeyen ani bir değişiklik gözlenmiştir. Bu değişimi anlamak için farklı geometriler ve daha yoğun ağ elemanları ile başka analizler yapılmıştır. Bu sıçrama daha yüksek oranlarda tüm modellerde aynı yerde görülmektedir. Bunun nedeninin, analitik çözümde gerilmenin işaret değişim noktası olan özel bir koordinat olması düşünülmüştür.

Diğer bir analizde iki katmanlı bir kompozitte, d sabit olmak üzere r 'nin değişiminin oyuk ucundaki gerilme üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla M2 modelinin geometrisine göre $r = 0,13$ mm, $r = 0,225$ mm, $r = 0,45$ mm, $r = 0,90$ mm ve $r = 1,80$ mm olmak üzere beş farklı model çözülmüştür. Bu modellerde d değeri 1,14

Çizelge 4.5 : $r = 1,8$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları.

d (mm)	d/h$_1$	$\sigma_{tepe}^{sayisal}$		$\sigma_{tepe}^{analitik}$		K$_C$		K$_{C3}$/K_{C2}
		İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	
0,450	0,087	1,027	0,513	0,414	0,227	2,481	2,265	0,13
0,900	0,174	0,948	0,433	0,384	0,195	2,466	2,222	0,901
1,500	0,290	0,850	0,329	0,345	0,152	2,463	2,163	0,878
2,500	0,483	0,682	0,154	0,279	0,081	2,442	1,896	0,777
2,990	0,577	0,599	0,072	0,247	0,047	2,423	1,537	0,634
3,300	0,637	0,546	0,022	0,227	0,025	2,406	0,888	0,369
3,380	0,653	0,534	0,009	0,222	0,019	2,407	0,493	0,205
3,700	0,714	0,473	-0,038	0,201	0,004	2,359	10,591	4,490
3,890	0,751	0,443	-0,064	0,188	-0,017	2,352	3,766	1,601
4,000	0,772	0,421	-0,078	0,181	-0,025	2,326	3,132	1,346
4,500	0,869	0,324	-0,130	0,148	-0,060	2,189	2,158	0,986

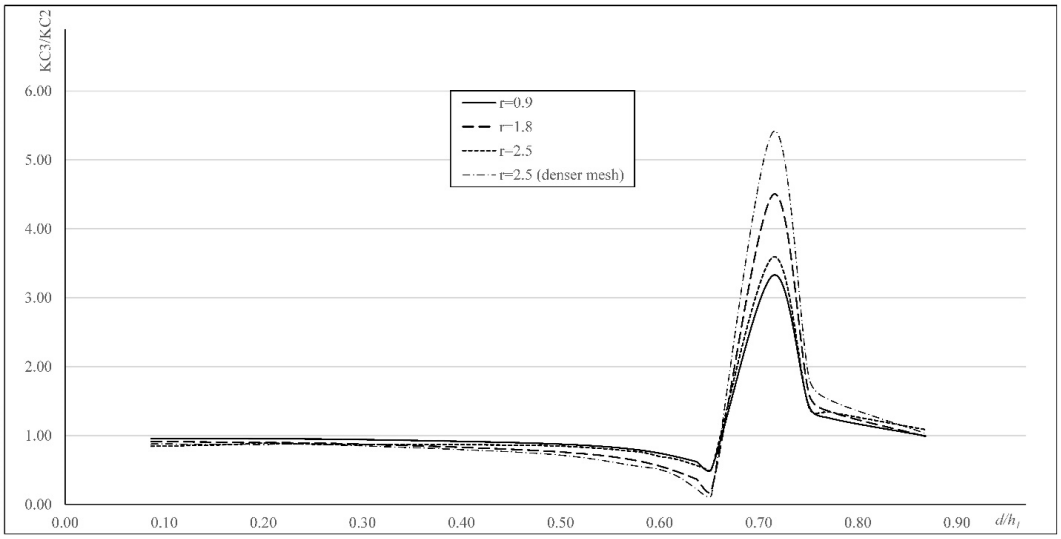
Çizelge 4.6 : $r = 0,9$ mm ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için sayısal analiz sonuçları.

d (mm)	d/h$_1$	$\sigma_{tepe}^{sayisal}$		$\sigma_{tepe}^{analitik}$		K$_C$		K$_{C3}$/K_{C2}
		İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	İki Katman	Üç Katman	
0,450	0,087	1,011	0,528	0,414	0,227	2,443	2,330	0,954
0,900	0,174	0,948	0,458	0,384	0,195	2,466	2,350	0,953
1,500	0,290	0,854	0,356	0,345	0,152	2,476	2,335	0,943
2,500	0,483	0,687	0,177	0,279	0,081	2,457	2,172	0,884
2,990	0,577	0,604	0,091	0,247	0,047	2,444	1,939	0,793
3,300	0,637	0,565	0,038	0,227	0,025	2,491	1,546	0,621
3,380	0,653	0,557	0,025	0,222	0,019	2,514	1,302	0,518
3,700	0,714	0,500	-0,029	0,201	-0,004	2,490	8,265	3,320
3,890	0,751	0,470	-0,061	0,188	-0,017	2,496	3,559	1,426
4,000	0,772	0,441	-0,076	0,181	-0,025	2,438	3,049	1,251
4,500	0,869	0,359	-0,145	0,148	-0,060	2,424	2,406	0,992

mm 'dir. Varyasyon Şekil 4.25 'de r/h_1'e göre çizilmiştir. Burada h_1, $M2$ 'nin oyuk bulunduran tabaka yüksekliği 4,76 mm 'dir. Şekil 4.25 'te, elde edilen veri noktalarına bir eğri yerleştirilmiştir ve r/h_1 oranının bir fonksiyonu olarak boyutsuz gerilmedeki (S_{r/h_1}) artışı için bir logaritmik denklem önerilmiştir (Denklem 4.4).

$$S_{\frac{r}{h_1}} = -0,26ln\frac{r}{h_1} + 0,719 \tag{4.4}$$

Ara katman kalınlığı (h_m) diğer bir parametre olarak belirlenmiştir. Bu parametreye ait dört farklı değer seçilerek analizler yapılmıştır. $r = 0,90$ mm ve $d = 1,14$ mm değerleri

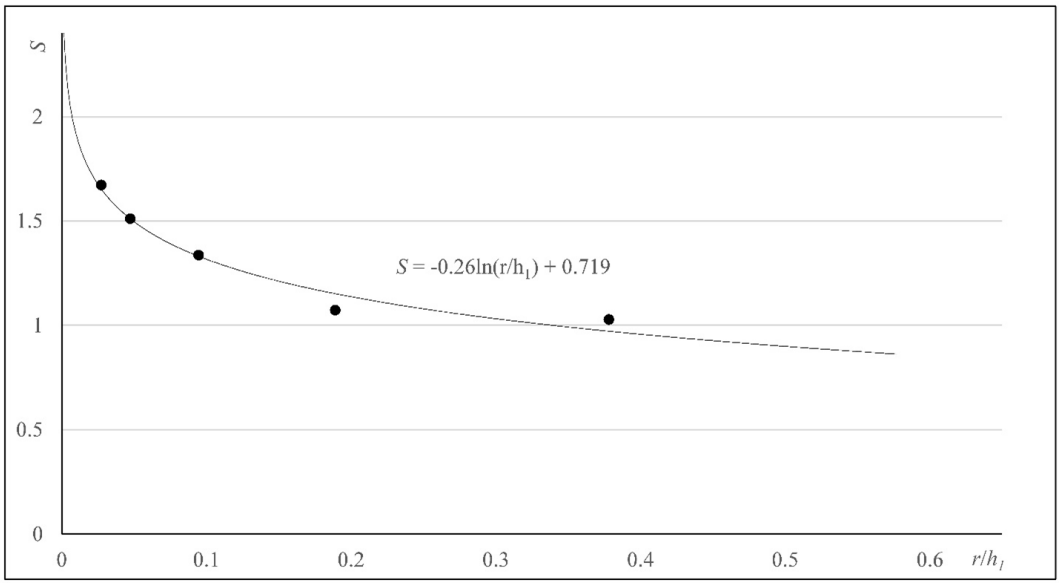


Şekil 4.24 : K_C değerinin d/h_1 oranına bağlı değişimi.

Çizelge 4.7 : r ile d varyasyonunda iki ve üç katmanlı kompozit modeller için gerilme yığılması oranları.

		K_{C3}/K_{C2}		
d (mm)	d/h_1	$r = 0,9$ mm	$r = 1,8$ mm	$r = 2,5$ mm
0,450	0,087	0,954	0,13	0,843
0,900	0,174	0,953	0,901	0,871
1,500	0,290	0,943	0,878	0,865
2,500	0,483	0,884	0,777	0,854
2,990	0,577	0,793	0,634	0,765
3,300	0,637	0,621	0,369	0,567
3,380	0,653	0,518	0,205	0,503
3,700	0,714	3,320	4,490	3,585
3,890	0,751	1,426	1,601	1,405
4,000	0,772	1,251	1,346	1,340
4,500	0,869	0,992	0,986	1,085

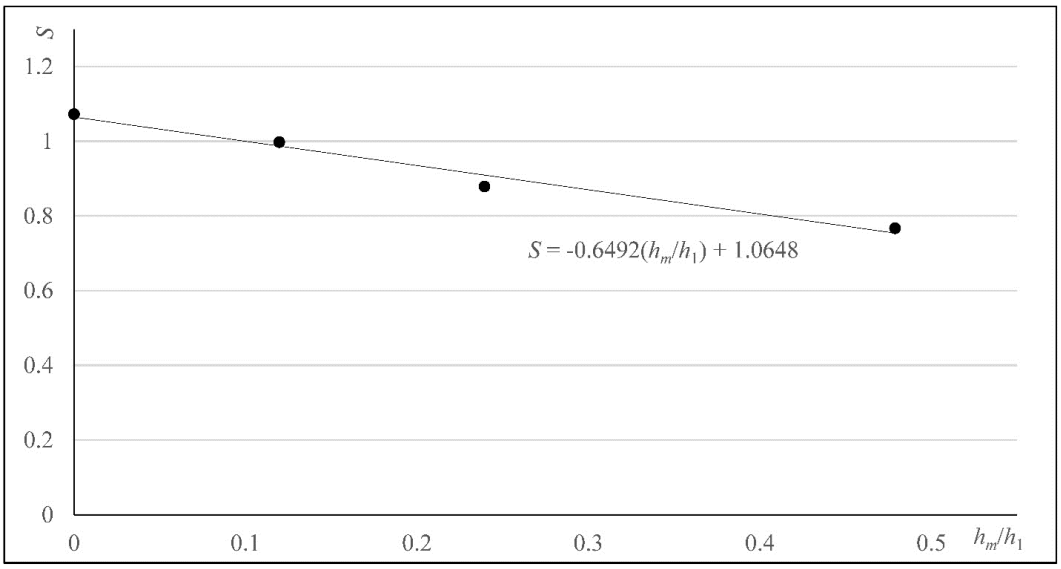
için iki katmanlı plağa bir ara katman yerleştirilerek başka bir model düşünülmüştür. Ara katman $h_m = 0,57$ mm, $h_m = 0,86$ mm, $h_m = 1,14$ mm ve $h_m = 2,28$ mm kalınlık değerleri için varyasyonlar belirlenmiştir. Toplam kalınlık M2 modeliyle aynıdır ve 17,29 mm 'dir (Şekil 4.4). Bu varyasyon ile, ara katman kalınlığının ana katman



Şekil 4.25 : r/h_1 oranına göre boyutsuz gerilmenin plakta dağılımı.

kalınlığına oranı h_m/h_1 'in bir fonksiyonu olarak S boyutsuz gerilmelerinin dağılımı çizilmiştir (Şekil 4.26) ve bu verilerden elde edilen S_{hm}/h_1 lineer değişim grafiği Denklem 4.5 ile belirlenmiştir.

$$S_{\frac{h_m}{h_1}} = -0,6492ln\frac{h_m}{h_1} + 1,0648 \tag{4.5}$$



Şekil 4.26 : h_m/h_1 oranına göre boyutsuz gerilmenin dağılımı.

Fonksiyonel derecelendirmede termal genleşme katsayısı belirli bir fonksiyonla uyumlu katmanlardan oluşan sonlu eleman modelleri kullanılmıştır. Bu çalışmada,

fonksiyonel derecelendirmenin oyuk ucundaki gerilme üzerindeki etkileri analiz edilmiştir. Kompozit plakta ilk katman ana katman olup, eklenen diğer katmanlar kaplama tabakası olarak ele alınmıştır. Bu amaçla model, 13,05 mm kalınlığında bir kaplama ile 5,18 mm kalınlığında bir alt tabakaya sahiptir. Bu boyutlar, üç katmanlı kompozit model ile aynıdır. Alt tabakada oyuk, arayüze diktir ve $r = 0,90$ mm 'lik bir uç yarıçapına sahiptir. Modeller için d değişkeni 0,57 mm, 1,14 mm, 2,28 mm ve 4,56 mm değerleri seçilmiştir. Kaplama malzemesi başlangıçta tek bir katman olarak düşünülmüştür. Termal genleşme katsayısındaki değişimi karşılamak için her analizde katman sayısı (n) bir artırılmıştır. Kaplamanın her tabakası aynı kalınlığa sahiptir. Kaplama tabakasında termal genleşme katsayısının değişimi için iki farklı fonksiyon varsayılmıştır. Denklem 4.6 ve Denklem 4.7 ısıl genleşme katsayısı önerilen lineer ve parabolik değişim fonksiyonlarıdır.

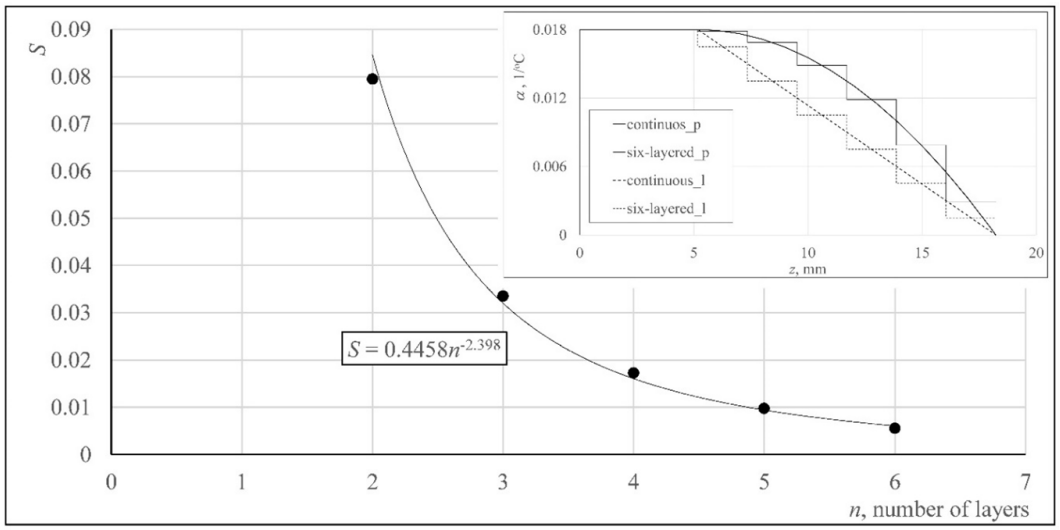
$$\frac{\alpha_l}{0,018} = \frac{1}{13,05}(-z + 18,23) \tag{4.6}$$

$$\frac{\alpha_p}{0,018} = \frac{1}{68121}(-400z^2 + 4144z + \frac{1434701}{25}) \tag{4.7}$$

Bu denklemlerde z, kalınlık yönündeki koordinat değişkenidir ve l ve p indisleri sırasıyla doğrusal ve parabolik değişimleri ifade eder. Bu değişimler, kalınlık boyunca hem tek katmanlı kaplama için sürekli değişimlerin hem de altı katmanlı kaplama için kademeli değişimlerin gösterildiği Şekil 4.27 'de verilmiştir. Termal genleşme katsayısının değişimi 0,018 'den başlayarak deneylerdeki termal genleşme değerine karşılık gelen sıfırda bitmektedir. Denklem 4.6 ve 4.7, katmanın merkezinin koordinatlarını kullanarak her katmanın termal genleşme katsayısını elde etmek için kullanılmıştır. Bu şekilde, bu varyasyonlar ayrıklaştırılmış ve termal genleşme katsayısı her katmanda sabit değer alınmıştır. Bu analizlerden, oyuk ucundaki gerilme değerleri belirlenmiş, α lineer değişim için Çizelge 4.8 'de ve parabolik değişim için Çizelge 4.9 'de farklı d değerlerinde katman sayısı değiştikçe termal gerilmelerin değişimleri sunulmuştur. Bu verilerde katman sayılarındaki oyuk ucu gerilme değerleri bir önceki katman sayısı ile karşılaştırıldığında yaklaşık bir değerine ulaştığı, katman sayısı değişimi için yeterli yakınsamanın sağlandığı sonucuna ulaşılmıştır. Çizelge

4.8 ve 4.9 ‘deki veriler dikkate alınarak kaplama tabakasındaki katman sayısının ($n = 2,3,4,5,6$) oyuk ucu boyutsuz gerilme dağılımı değişim grafiği elde edilmiştir ve katman sayısına bağlı boyutsuz termal gerilme ilişkisini veren S_n fonksiyonu Denklem 4.8 ile tanımlanmıştır.

$$S_n = 0,4458n^{-2,398} \tag{4.8}$$



Şekil 4.27 : $r = 0,9$ mm ve $d = 0,57$ mm modeli için kaplama tabakasındaki katman sayısına bağlı değişen oyuk ucundaki boyutsuz gerilme değerlerinin dağılımı.

Çizelge 4.8 : Denklem 4.6 ’da verilen lineer değişim için oyuk tepe noktasının birleşim yüzeyine uzaklığı ve kaplama tabakası sayısına bağlı olarak oyuk ucundaki termal gerilme dağılımı.

d (mm)	1 katman	2 katman	3 katman	4 katman	5 katman	6 katman	son iki katman oranı	tek katmandan 6 katmana değişim (%)
0,57	0,448	0,233	0,181	0,167	0,161	0,157	0,98	35
1,14	0,370	0,137	0,095	0,080	0,073	0,069	0,95	19
2,28	0,362	0,005	-0,061	-0,084	-0,095	-0,101	1,06	-28
4,56	0,159	-0,243	0,291	-0,345	-0,358	-0,365	1,02	-229

Çizelge 4.8 ve 4.9 ‘deki gerilme değerlerindeki azalmanın mutlak azalmayı temsil etmediği görülmektedir. Negatif değerler küçülmekte, bu da basınç gerilmesinin arttığı anlamına gelmektedir. Böylece, katman sayısı arttıkça, oyuk ucundaki çekme gerilmesi küçülür, ancak karşılık gelen durumlarda basınç gerilmeleri artmaktadır. Bu değişiklikler son sütunlarda bulunabilir; burada negatif işaret, uçtaki ilk

Çizelge 4.9 : Denklem 4.7 'de verilen parabolik değişim için oyuk tepe noktasının birleşim yüzeyine uzaklığı ve kaplama tabakası sayısına bağlı olarak oyuk ucundaki termal gerilme dağılımı.

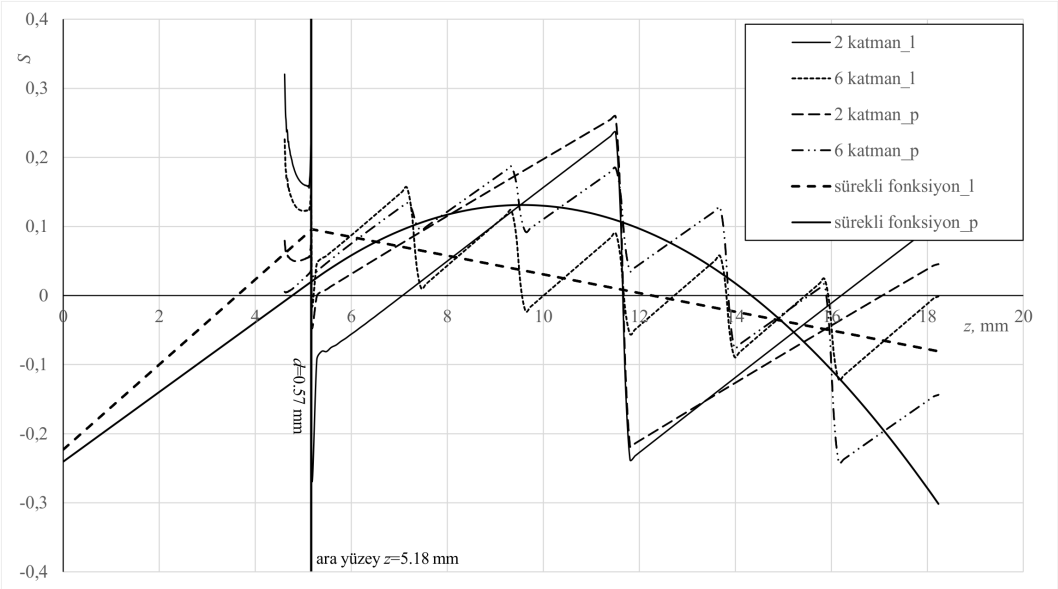
d (mm)	1 katman	2 katman	3 katman	4 katman	5 katman	6 katman	son iki katman oranı	tek katmandan 6 katmana değişim (%)
0,57	0,224	0,055	0,023	0,012	0,007	0,004	0,57	2
1,14	0,184	-0,001	-0,036	-0,048	-0,054	-0,057	1,06	-31
2,28	0,180	-0,130	-0,190	-0,211	-0,221	-0,226	1,03	-126
4,56	0,078	-0,303	-0,377	-0,404	-0,416	-0,423	1,02	-543

çekme gerilmesinin belirtilen yüzdenin mutlak değeri kadar bir basınç gerilmesine dönüştüğünü göstermektedir.

$d = 0,57$ mm olan modelde kaplamanın katman sayısına göre gerilme dağılımının değişimini tespit etmek için S 'nin oyuk ucundan başlayarak kalınlık boyunca dağılımları lineer ve parabolik değişimler için iki ve altı katmanda çizilmiştir (Şekil 4.28). Burada, termal genleşme katsayısının sürekli fonksiyonla değiştiği durumda alt tabaka ve kaplamadaki termal gerilme dağılımları dikkate alınmıştır. Bölüm 2.3.1 'de türetilen termal gerilme denklemlerinin analitik çözümle eldesinde Denklem 2.85 'de verilen ϕ ve ψ ifadeleri önerilen lineer ve parabolik termal genleşme katsayısı fonksiyonları dikkate alınarak hesaplanmıştır. Malzeme özellikleri ve model geometrisi 2 katmanlı deney modeli ile aynı alınmış olup, elastisite modülü $E = 19,3$ MPa, poisson oranı $\nu = 0,49$ 'dur. Modelde oyuk ucunun birleşim yüzeyine uzaklığı $d = 0,57$ mm ve ana tabaka (substrate) 5,18 mm kalınlığında sabit olup, kaplama tabakasında termal genleşme katsayısı önerilen lineer ve parabolik fonksiyonlarla değişmektedir. Kaplama tabakasında α lineer değişim için ϕ ve ψ ifadeleri Denklem 4.9 ile, parabolik değişim için ise Denklem 4.10 ile verilen şekilde hesaplanmıştır.

$$
\begin{aligned}
\phi_l &= \int_0^h \frac{E(z)\alpha(z)T(z)}{1-\nu(z)}\,dz \\
&= \int_0^{5,18} \frac{19,3\cdot 0,018\cdot 1}{1-0,49}\,dz + \int_{5,18}^{18,23} \frac{19,3\left[\frac{0,018}{13,05}(-z+18,23)\right]\cdot 1}{1-0,49}\,dz \\
\psi_l &= \int_0^h \frac{E(z)\alpha(z)T(z)}{1-\nu(z)}\,z\,dz \\
&= \int_0^{5,18} \frac{19,3\cdot 0,018\cdot 1}{1-0,49}\,z\,dz + \int_{5,18}^{18,23} \frac{19,3\left[\frac{0,018}{13,05}(-z+18,23)\right]\cdot 1}{1-0,49}\,z\,dz
\end{aligned}
\tag{4.9}
$$

$$
\begin{aligned}
\phi_p &= \int_0^h \frac{E(z)\alpha(z)T(z)}{1-\nu(z)}\,dz \\
&= \int_0^{5,18} \frac{19,3\cdot 0,018\cdot 1}{1-0,49}\,dz + \int_{5,18}^{18,23} \frac{19,3\left[(-400z^2+4144z+\frac{1434701}{25})\right]\cdot 1}{1-0,49}\,dz \\
\psi_p &= \int_0^h \frac{E(z)\alpha(z)T(z)}{1-\nu(z)}\,z\,dz \\
&= \int_0^{5,18} \frac{19,3\cdot 0,018\cdot 1}{1-0,49}\,z\,dz + \int_{5,18}^{18,23} \frac{19,3\left[(-400z^2+4144z+\frac{1434701}{25})\right]\cdot 1}{1-0,49}\,z\,dz
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$



Şekil 4.28 : Termal genleşme katsayısının lineer ve parabolik değişim fonksiyonları için iki katmanlı ve altı katmanlı, d=0,57 mm olan plak modelindeki termal gerilme dağılımları.

Bahsedilen problem modelinde alt tabakada termal genleşme katsayısı sabit olup 0,018 değerinde, kaplama tabakasında ise kalınlığın bir fonsksiyonu olarak değişmektedir.

Bu nedenle ϕ ve ψ ifadeleri alt tabaka ve kaplama tabakasının ayrı terimlerle yazılarak süperpoze edilmesi şeklindedir. Ardından C_1 ve C_2 sabitleri Denklem 2.86 'da hesaplanıp, Denklem 2.87 'de yerine yerleştirilerek termal genleşme katsayısının sürekli fonksiyonla değişmesi için termal gerilme dağılımları analitik çözümden elde edilmiştir. Bu çözüm, oyuksuz plak için geçerlidir. Bu nedenle, iki katmanlı ve altı katmanlı kaplamalar için sonlu eleman modelinden elde edilen eğriler oyuğun ucunda başlarken, sürekli dağılımlar tüm kalınlık için çizilmiştir (Şekil 4.28). Modellerin oyuk tepe noktasında, kaplamadaki termal genleşme katsayısının doğrusal ve parabolik değişimleri için gerilme konsantrasyonları sırasıyla $K_{C,lineer} = 3,71$ ve $K_{C,parabolik} = -0,679$ olarak hesaplanmıştır. Parabolik $K_{C,parabolik}$ 'in önündeki eksi işareti, boşluğun ucundaki gerilmenin basınçtan çekmeye dönüştüğü anlamına gelir. Şekil 4.28 'de görülebileceği gibi, parabolik varyasyon oyuk ucundaki gerilmeyi azaltmasına rağmen, özellikle iki dış katmanın arayüzünde olmak üzere arayüzlerde gerilme sıçramalarını artırmaktadır. Alt tabaka ve kaplama arasındaki arayüz göz önüne alındığında, en küçük gerilme değişimi, termal genleşme katsayısının ayrıklaştırılmış parabolik varyasyonu ile altı tabakalı kaplama durumunda meydana gelmiştir. Bu arayüz için, sayısal analizin doğası gereği diğer sonlu elemanlar analiz modellerinde bazı hatalı veriler bulunmaktadır. Bunlar, iki bitişik elemanın bir düğümündeki çok yüksek beklenmedik gerilme değerleridir. Bununla birlikte, arayüzdeki toplam farkın, iki bitişik katmanın termal genleşme farkı olması gerektiği göz önüne alındığında, toplam gerilme sıçraması gözlemlenebilir.

5. ELASTİSİTE MODÜLÜ VE TERMAL GENLEŞME KATSAYISI ÖZELLİKLERİNİN FONKSİYONEL DEĞİŞTİRİLDİĞİ PLAKLARDA TERMAL GERİLMELERİN ANALİZİ

Bölüm 4 'te yalnızca ısıl genleşme katsayıları değişen, diğer mekanik özellikleri aynı olan heterojen malzemelerin termal gerilme analizi çalışılmıştı. Bu bölümde ısıl genleşme katsayıları ve elastisite modülü değişken fonksiyonel derecelenmiş ve tabakalı kompozit plakların termal etki altında gerilme dağılımları deneysel, analitik ve sayısal analiz yöntemleriyle araştırılmıştır. Analitik formülasyonlar, şekil değiştirmelerin baskılanması yöntemi (Strain Supression Method) ile Bölüm 2.3.2 'de türetilmişti. Sonuçları doğrulamak için elastisite modülü ve termal genleşme katsayısı değişken lamine bir plakta fotoelastisite deneyleri yapılmıştır. Sonlu eleman analizleri ile analitik çözüm ve deneysel çalışmaların sonuçları karşılaştırılmıştır. Elastisite modülündeki ani değişimin gerilme konsantrasyonuna etkisi araştırılmıştır. Lamine bir kompozitteki optimum katman sayısının, fonksiyonel derecelenme ile termal gerilme dağılımının benzerliği tartışılmıştır.

5.1 Termal Genleşme Katsayısı ve Elastisite Modülü Farklı Deney Modeli

Analitik çözümü doğrulamak için bu bölümde elastisite modülü ve termal genleşme katsayıları farklı iki ve dört katmanlı lamine kompozitlerin termal gerilme analizi Bölüm 1 'de anlatılan fotoelastisitede mekanik modelleme yöntemi ile yapılmıştır. Bu amaçla, modelin ilgili termal şekil değiştirmeye maruz katmanı, silindirik bir çubukta eksenel ilgili basınç yükünden dolayı oluşan şekil değiştirmelerin dondurulması (sabitlenmesi), ile modellenmiştir.

5.1.1 Deney modeli için ön çalışmalar

Elastisite modülü ve termal genleşme katsayısı belirli fonksiyona bağlı değişen malzemelerin sıcaklık etkisi altında termal gerilme dağılımlarının araştırılması amacıyla deneysel ön çalışmalar yapılmıştır. Bölüm I 'de yalnızca termal genleşme katsayıları farklı plaklarda termal gerilme analizinde olduğu gibi fotoelastisitenin mekanik modelleme yöntemi kullanılmıştır. Yöntemin uygulanabilmesi için model malzemesi olarak homojen, izotropik ve optik hassasiyeti yüksek, epoksi esaslı Araldit kullanılmıştır. Deneyler malzemenin lineer elastik davranış gösterdiği viskoelastik sıcaklık değerinde yapılmıştır. Malzemenin mekanik ve optik özellikleri, Q800 Dynamic Mechanical Analyzer (DMA Q800, TA Instruments, New Castle, DE) kullanılarak uygun testler ile belirlenmiştir (Çizelge 3.1). Deneysel çalışmanın ilk aşamasında Çizelge 3.1 'de elde edilen sonuçlar incelenerek Elastisite modülü ve ısıl genleşme katsayıları birbirinden farklı iki malzeme ile iki katmanlı plak modelinin oluşturulması düşünülmüştür. Test sonuçları incelendiğinde malzemelerin camlaşma geçiş sıcaklığı (T_g) ve viskoelastik scaklık değerlerinin de yakın olduğu görülmektedir. 2 katmanlı deney modeli için seçilen malzemelerin 155 °C 'de özellikleri aşağıdaki gibidir:

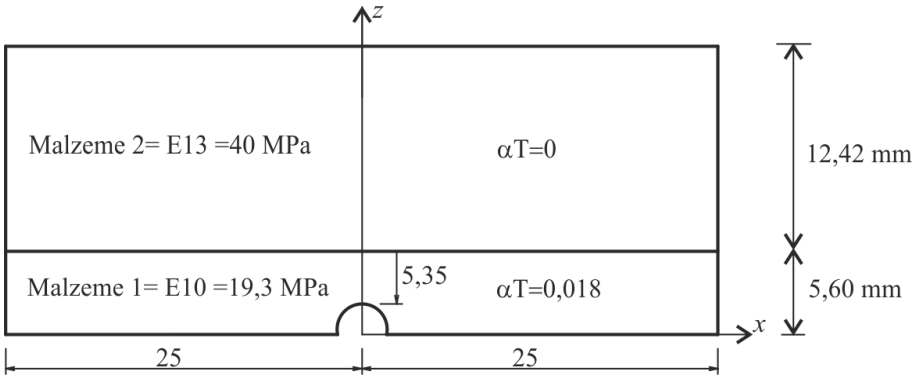
Malzeme 1: E10 (Epoksi)

$$E_1 = 19,3 \text{ MPa}, \alpha_1 = 0,000155, \nu = 0,49 \tag{5.1}$$

Malzeme 2: E13 (Epoksi)

$$E_2 = 40 \text{ MPa}, \alpha_2 = 0,000195, \nu = 0,49$$

Malzeme 1 (E10-epoksi) silindir şeklinde olup, fotoelastisitenin mekanik modelleme yöntemi ile üzerinde $\varepsilon_m = (\alpha T)_m$=0,018 değerinde şekil değiştirme dondurulmuştu. Bu işlem malzemenin 155 °C 'ye ısıtılmış kritik sıcaklığında silindirik bir Araldit çubuğun mekanik modelleme yöntemiyle eksenel olarak yüklenmesiyle gerçekleştirilmiştir. Deney modelinin katmanlarından biri(E10-epoksi), $\varepsilon_m = (\alpha T)_m$=0,018 'lik bir termal genleşmenin sabitlendiği bu yüklü çubuktan hassas mekanik kesim yöntemi ile 5,60 mm kalınlıklı 50,80 mm çaplı dairesel parça elde

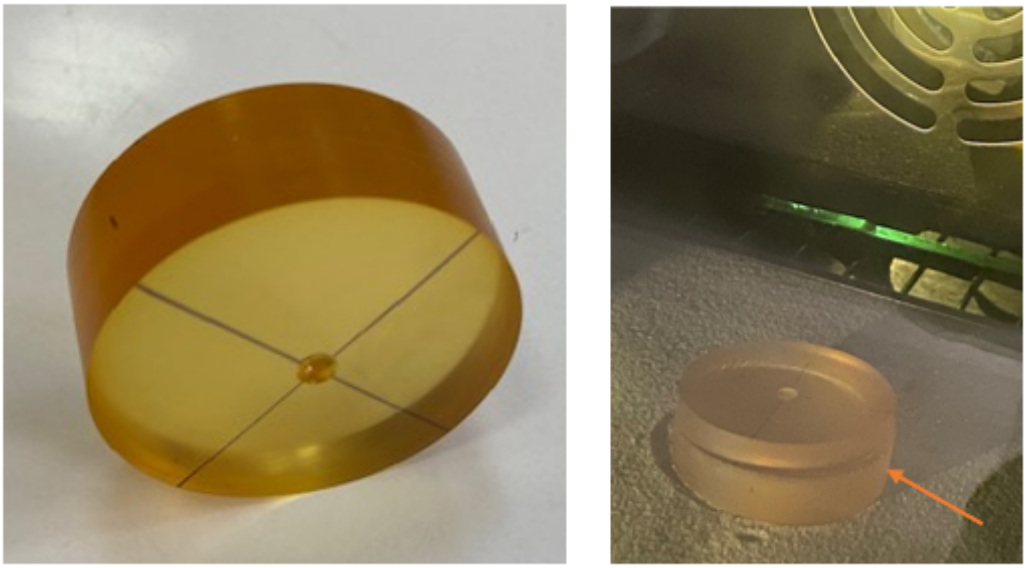


Şekil 5.1 : E10-E13 iki katmanlı deney modeli geometrisi.

edilmiştir. Numunenin kesimi sırasında 0,45 mm kalınlıklı elmas uçlu disk kullanılmış olup, freze yüksek devirde (900 devir/dakika) çalıştırılarak ve kesim esnasında model ve disk üzerine gres yağı/bor yağı karışımı dökülerek ek hiçbir gerilme durumunun oluşmaması sağlanmıştır. Deney modelinin diğer katmanını oluşturacak olan E13 (epoksi) numunesi dikdörtgen plak şeklinde temin edilmişti. Bu dikdörtgen plaktan dairesel silindir bir model oluşturmak amacıyla E10 numunesi ile aynı çapta 12,54 mm kalınlıklı parça, Arion IMM 1100 CNC işleme cihazında hassas yöntemle yüksek devirde kesilerek ve kenar gerilmeleri oluşturulmayacak şekilde elde edilmiştir. Modelde E13 (epoksi) numunesi, yüksüz parça olarak kullanılmıştır.

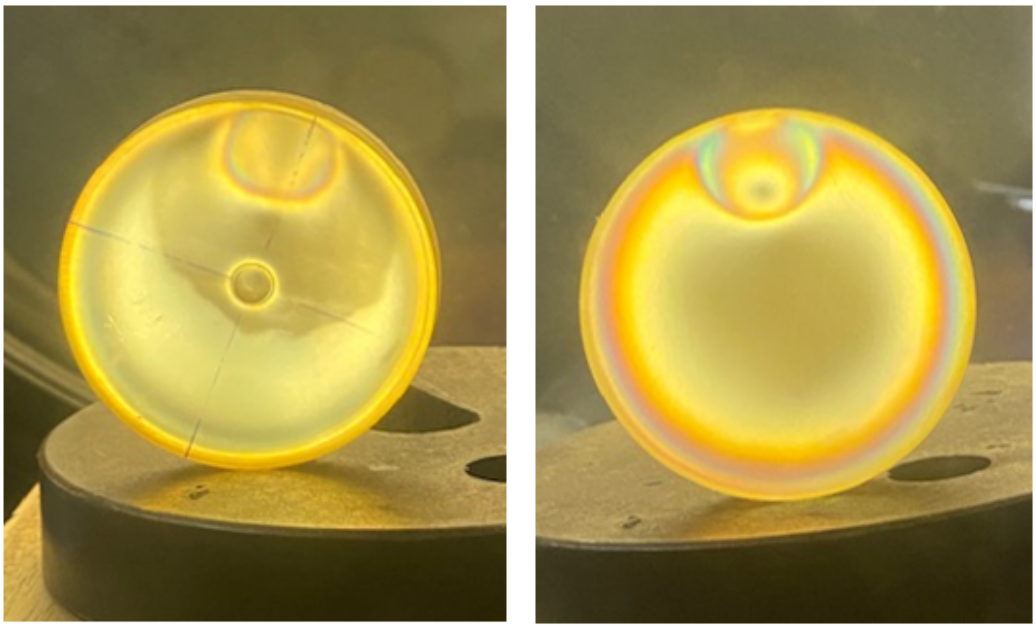
Aynı çapta dairesel silindir şeklinde hazırlanan E10 ve E13 adlı malzemelerinin modeli oluşturmak amacıyla yine epoksi esaslı yapıştırıcı ile yapıştırılması işlemi Bölüm 4 'te anlatılan önemli yapıştırma işlemlerine dikkat edilerek gerçekleştirilmiştir. Yapıştırma işlemi tamamlanan modelin yapıştırma sırasında oluşan kalıntı gibi eklerin temizlenmesi ve yüzeylerin tam olarak temizlenmesi amacıyla model önce torna tezgahında zımpara yardımı ile düzeltilmiş, ardından zımpara ile yüzeyleri temizlenerek su terazisi ile düzgünlüğü kontrol edilmiştir.

Modelin temizlenmesinden sonra arayüze dik doğrultuda üzerinde 0,018 değerinde şekil değiştirmenin dondurulmuş olduğu parçada 0,25 mm derinliğinde küresel bir oyuk açılmıştır (Şekil 5.1). Oyuk frezede tabakanın dış yüzeyinden sıvı soğutmalı mekanik bir işlemle oluşturulmuştur. E10 malzemesi katmanındaki sabitlenmiş şekil değiştirmeyi serbest bırakmak için, model optik fırında saatte 5 °C artarak bu sıcaklıkta 6 saat bekletildikten sonra aynı rejimle azalacak şekilde



Şekil 5.2 : Dijital kontrollü fırında E10-E13 deney modelinde şekil değiştirmelerin aktifleşmesi sırasında parçalarda görülen ayrılma durumu.

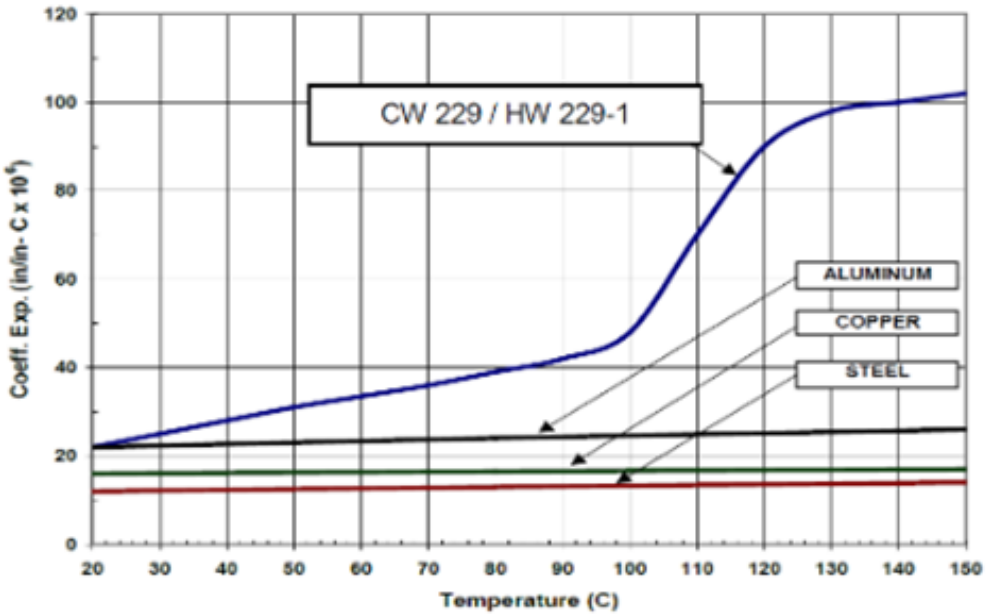
ısıtma-soğutma rejimi uygulanmıştır. Model malzemelerin viskoelastik sıcaklığı 155 °C 'ye ısıtıldığında yüklü katmandaki şekil değiştirmeler aktifleşecek katmanlar arasında yeni bir gerilme dağılımı oluşacaktır. Oluşan bu gerilme dağılımı "prototipteki termal gerilme dağılımını" göstermektedir. Ancak bu çalışmada model 155 °C 'ye yükseltildiğinde model katmanlarında ayrılma gözlenmiştir (Şekil 5.2). Şekil 5.3 'te de termal gerilme dağılımı elde edilen ayrılma gerçekleşmiş modelin oyuk içeren yüzey ve diğer yüzeyi olmak üzere polariskopta çekilmiş fotoğrafları görülmektedir. Şekillere bakıldığında dondurulmuş gerilmeler katman 1 'de serbestleşip yeni bir gerilme dağılımı oluşturmuştur ancak bu aktarım katmanlar arasında tam olarak sağlanamamıştır. Bunun nedeninin ne olduğu tam olarak belirlenememekle birlikte yapıştırma için kullanılan epoksi esaslı karışımın özelliğini kaybetmiş olabileceği veya modelin viskoelastik sıcaklıkta bekleme süresinin uzun olabileceği tahmin edilmektedir. Ayrılma nedeniyle modelin katmanlarının tek bir malzeme gibi çalışmadığına ve kullanılamayacağına karar verilmiştir. Burada nedeni araştırmak amacıyla aynı yapıştırıcının kullanıldığı başka bir model fırına aynı rejimle yerleştirilerek gözlendiğinde önemli bir ayrılma oluşmadığı görülmüştür. Aynı zamanda model parçaları yapıştırılırken yapıştırma yüzeylerinin hiç pürüzsüz olmasının da yapışmayı engelleyebileceği düşünülmüştür.



Şekil 5.3 : E10-E13 iki katmanlı deney modelinde ayrılma gerçekleşen model parçalarının polariskopta çekilen fotoğrafı.

5.1.2 Deney modeli malzemelerinin belirlenmesi

Bazı malzemelerin mekanik ve termal karakteristiklerinin belirlenmesi amacıyla DMA 'da yapılan film tension ve single/dual cantilever testleri sonuçları Çizelge 3.1 'de listelenmişti. Bu özellikler, malzemenin kritik sıcaklık değeri ve bu sıcaklıktaki elastisite modülüdür. Deney modellerinde farklı malzemelerin birlikte çalışabilmesi ve kullanılan yapıştırıcı malzemenin de epoksi bazlı yapıştırıcı olmasından dolayı fotoelastik incelemeye uygun Araldit numunelerin kullanılması planlanmıştır. Bu bölümdeki çalışmada termal genleşme katsayılarının yanı sıra elastisite modülünün de farklı olması durumunda sıcaklık etkisindeki plakta termal gerilme analizi yapıldığından elastisite modülleri farklı fakat viskoelastik sıcaklık aralıkları çok yakın olan iki malzeme E11 ve E13 'ün seçilmesine karar verilmiştir. Çünkü fotoelastisitenin mekanik modelleme yöntemine başvurularak oluşturulacak modelde ortak bir visoelastik sıcaklık değerine kadar ısıtma yapılması gerekmektedir. Burada modeli oluşturan katmanların aynı belli sıcaklıkta benzer davranışlar göstermesi önemlidir. Dört katmanlı model ise iki katmanlı modele bağlı olarak geliştirilmiştir. Ana katmanı aynı kalınlıkta E11 malzemesi olup, modelin toplam kalınlığı değiştirilmemiştir.

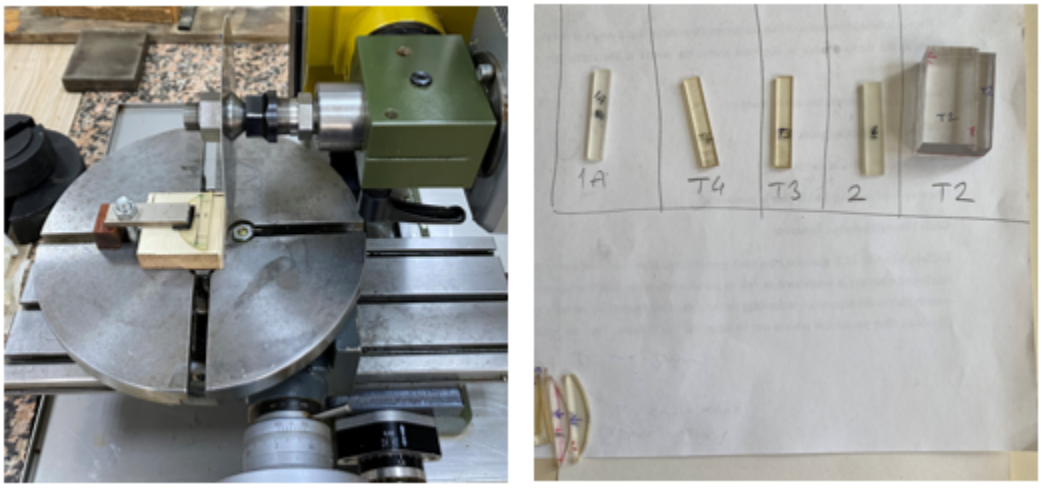


Şekil 5.4 : Termal genleşme katsayısının sıcaklık ile değişimine ait bir teknik çalışma örneği [5].

Ana katman E11 malzemesine sırasıyla E13, E12 ve E1 malzemeleri ile katmanlar oluşturularak elastisite modülünde bir derecelenme sağlanmıştır.

Malzemeler ısıtıldığında ısıl genleşme katsayıları da sıcaklıkla değişmektedir. Literatürde termal genleşme katsayısının farklı sıcaklık değerlerine ait net bir değer bulunmayıp aralıklar verilmiştir. Aynı zamanda sıcaklık ile termal genleşme katsayıları değişim grafikleri çoğunlukla 20-120 °C arasında elde edilmiş olup, polimer malzemeler için 120 °C 'ye kadar termal genleşme katsayılarının $45 - 60x10^{-6}$ 1/°C arasında değiştiği belirtilmiştir. Şekil 5.4 'te Araldit CW 229 (sertleştirici katkı içeren epoksi esaslı polimer) malzemesi için sıcaklık termal genleşme katsayısı değişim grafiğinin 20-150 °C aralığında elde edildiği bir çalışma görülmektedir. Çalışmada sertleştici eklenerek üretilen Araldit malzemede 150 °C 'ye kadar elde edilen grafikte termal genleşme katsayısının $100x10^{-6}$ 1/°C değerini geçtiği görülmektedir.

Termal genleşme katsayılarının belli sıcaklıklarda doğrudan değerini alabilecek bir cihaz veya uygulama yeri bulunamadığından literatürdeki veriler ve teorik veriler de düşünülerek yeni bir yöntemle DMA cihazında termal genleşme katsayılarının uygun bir test yöntemi tanımlanarak belirlenmesine karar verilmiştir. DMA cihazında α

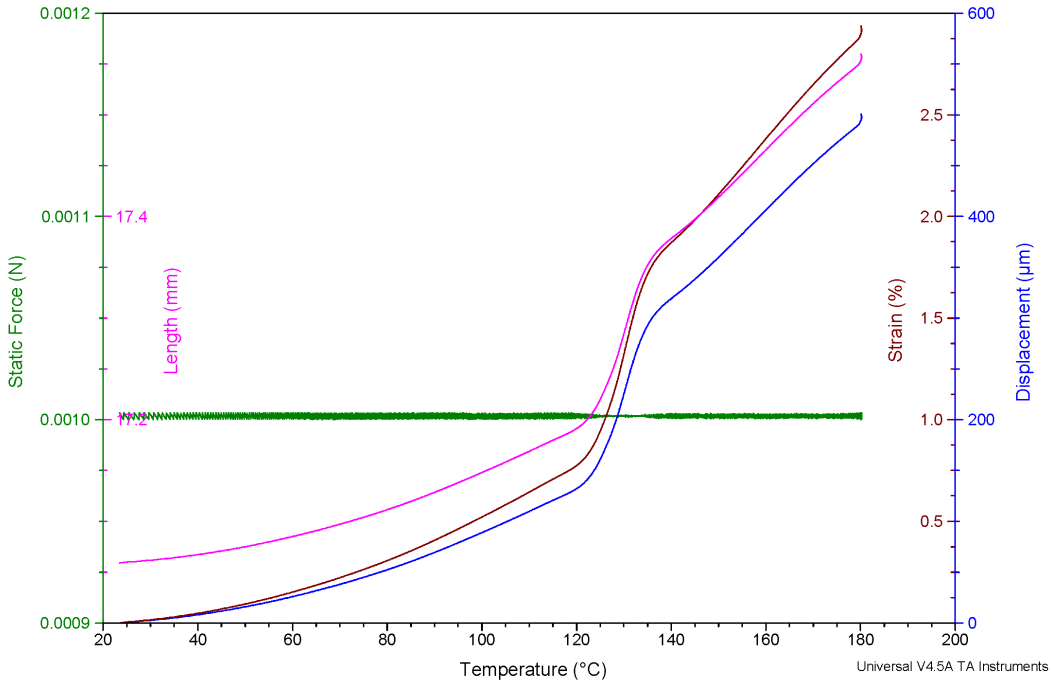


Şekil 5.5 : Termal genleşme katsayısının belirlenmesi için DMA 'da uygun boyutlarda çekme test numunesi hazırlanması.

deneyleri için çekme (tension) başlığının kullanılmasına karar verilmiş olup, Şekil 5.5 'te test için uygun numunelerin hazırlanma aşamaları görülmektedir.

Bu çalışmada termal genleşme katsayısının sıcaklığa bağlı davranışını görmek amacıyla iki katmanlı model için seçilen malzemeler E11 ve E13 için deney cihazı çenelerinin tutunma yükü haricinde yük uygulanmayan DMA cihazında kuvvet kontrollü gerilme şekil değiştirme yöntemi seçilerek deneyler yapılmıştır. Sıcaklık 2 °C/ dakika rejimle 180 °C 'ye kadar artırılmış ve bu sıcaklıkta 5 dakika bekletilmiştir. Burada amaç çekme başlığına yerleştirilen numunede hiç yük uygulanmayıp yalnızca sıcaklık etkisindeki boy değişimleri ve termal genleşme değerlerinin okunarak bilinen sıcaklık değerlerinin de kullanılmasıyla termal genleşme katsayılarının hesaplanmasıdır. Daha önce elastisite modülü ve viskoelastik sıcaklıkları belirlenen epoksi malzemeler için yukarıdaki deney yöntemi uygulanarak termal genleşme katsayıları elde edilmiştir. Deneyler sonucunda yatay eksen sıcaklık olmak üzere düşeyde yer değiştirme-boy-statik yük-şekil değiştirme değişimleri birlikte çizdirilmiştir. Her bir grafikte deney adımlarında belirtildiği gibi statik yükün sabit olup yalnızca sıcaklık değişiminden dolayı oluşan boy değişimlerinin dolayısıyla şekil değiştirmelerin elde edildiği görülmektedir.

Her bir numune için elde edilen grafiklerin ham verileri excele aktarılıp, α ve ΔT değerleri $\Delta L = \alpha \Delta T L_0$ formülünde yerleştirilerek deney modeli için gerekli olan 155



Şekil 5.6 : E11 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucları.

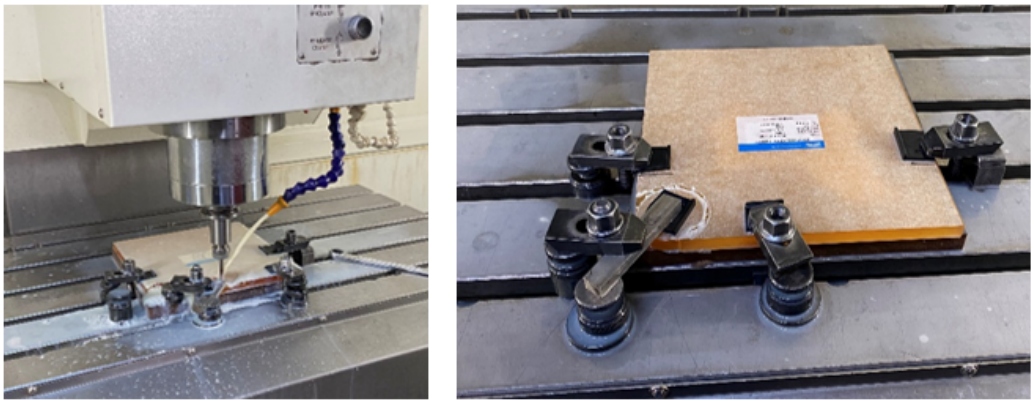
Çizelge 5.1 : Deney malzemelerinin 155 °C'de mekanik ve optik özellikleri.

Özellikler	E11	E13	E12	E1
E (MPa)	20,36	40	28	1,95
$\alpha(1/°C)$	0,000155	0,000195	NA	NA
ν	0,49	0,49	0,49	0,49
$\sigma_0^{1,0}$	0,233	0,233	0,233	0,233

°C 'deki termal genleşme katsayıları belirlenmiştir (Şekil 5.6). Elde edilen sonuçlara bakıldığında literatürde verilen sonuçlarla uyum olduğu Şekil 5.4' de verilen özel araldit malzemenin de grafiğine bakıldığında gidiş eğrisinin daha yüksek sıcaklıklarda burada elde edilen sonuçlara yakın olacağı görülebilmektedir. Bu yöntemle E11 ve E13 etiketli malzemelerin 155 °C 'de termal genleşme katsayıları sırasıyla 0,000155 ve 0,000195 olarak belirlenmiştir. Çizelge 5.1 'de deney malzemelerinin mekanik ve optik özellikleri listelenmiştir.

5.1.3 Deney Modellerinin Hazırlanması

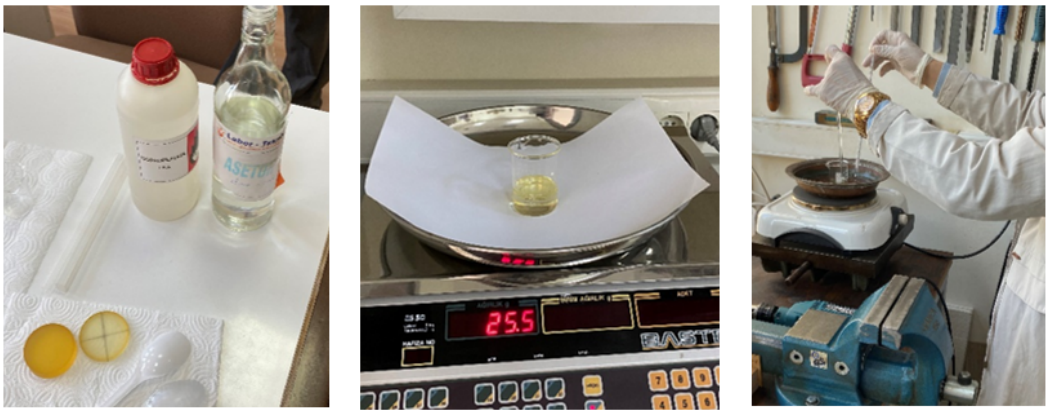
Bölüm 5.1.1 'de yapılan deneysel ön çalışma dikkate alınarak asıl model oluşturulmuştur. Termal genleşmenin mekanik şekil değiştirme olarak modellendiği



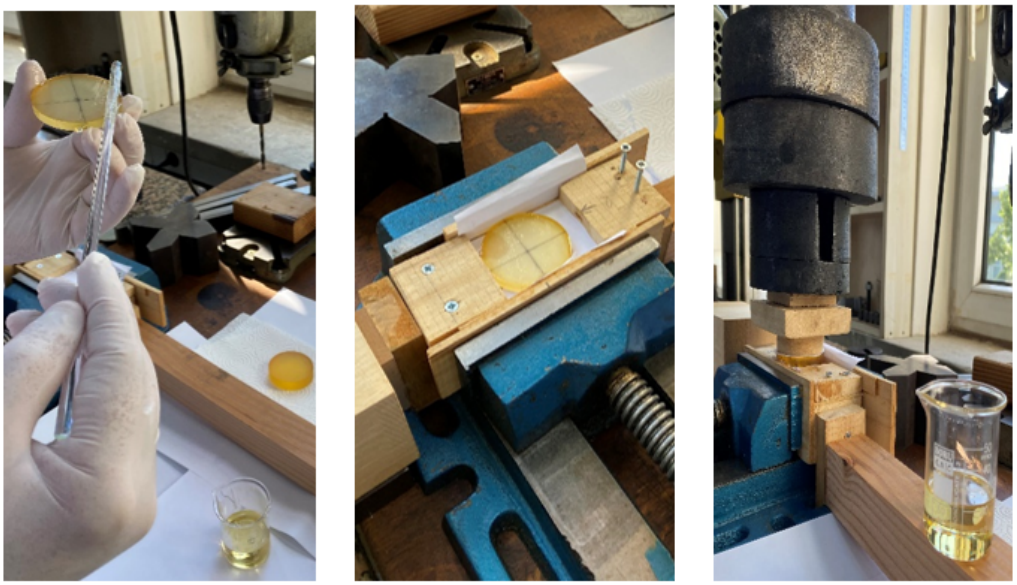
Şekil 5.7 : CNC cihazında dairesel numune kesimi.

katmanı oluşturan 50 mm çaplı E11 silindirik malzemesi $P = 1367$ N eksenel yük ile yüklenmiştir. Ardından 155 °C viskoelastik sıcaklığına kadar 5 °C/dakika rejimle ısıtılmıştır ve bu sıcaklıkta 3 saat bekletildikten sonra aynı rejimle oda sıcaklığına kadar soğutulmuştur. Daha önce ayrılma gerçekleşen ön çalışma modeli bu bekleme süresinin 6 saat olduğu vurgulanırsa bekleme süresinin azaltılarak modelin gereğinden fazla yüksek sıcaklıkta kalmasının önlendiği söylenebilir. Belirtilen bu yükleme ile, ısıtma ve soğutma programı ile oluşan şekil değiştirmeler disk üzerinde sabitlenmiştir. Yükleme öncesi ve sonrası ölçümler yapılarak silindir numunede sabitlenen şekil değiştirme $\varepsilon_1 = (\alpha T)_m = 0,009$ olarak hesaplanmıştır. Deney modelinin ilk tabakası bu yüklü silindirden hassas mekanik kesim yöntemi ile 5,60 mm kalınlıklı 50.80 mm çaplı dairesel parça olarak elde edilmiştir. Numunenin kesimi sırasında 0,45 mm kalınlıklı elmas uçlu disk kullanılmıştır. Kesim esnasında model ve disk üzerine gres yağı/bor yağı dökülerek ek hiçbir gerilme durumunun oluşmaması sağlanmıştır. Benzer şekil değiştirmelerin dondurulması ve model üretim süreci Bölüm I 'de açıklanmıştır.

Deney modelinin diğer katmanını oluşturacak olan E13 (epoksi) malzemesi dikdörtgen plak şeklinde temin edilmişti. Bu dikdörtgen plaktan dairesel silindir bir model oluşturmak amacıyla E11 numunesi ile aynı çapta 12,54 mm kalınlıklı parça, Arion IMM 1100 CNC işleme cihazında hassas yöntemle yüksek devirde ve kenar gerilmeleri oluşturulmayacak şekilde kesilmiştir (Şekil 5.7). Modelde E13 malzemesi herhangi bir şekil değiştirme veya kalıcı gerilme içermeyen yüksüz bir parçadır.



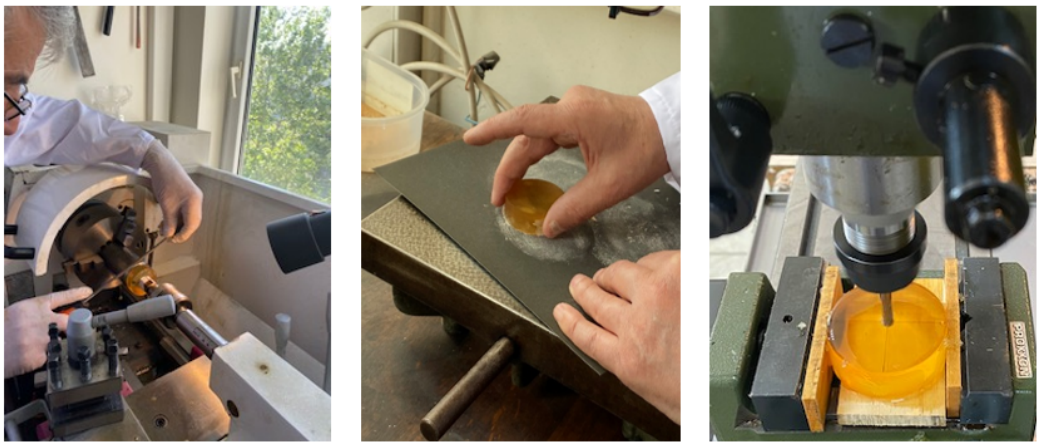
Şekil 5.8 : Deney modeli parçalarının yapıştırma aşamaları.



Şekil 5.9 : Deney modeli parçalarının yapıştırma aşamaları.

Aynı çapta dairesel silindir şeklinde hazırlanan E11 ve E13 adlı numunelerin modeli oluşturmak amacıyla yine epoksi esaslı yapıştırıcı ile yapıştırılması işlemi gerçekleştirilmiştir. Yapıştırma işlemleri ile ilgili detaylı açıklamalar Bölüm I 'de anlatılmıştır. Aynı şekilde burada deney modelini oluşturmak üzere temizlenen ve hazırlanan model parçaları ve epoksi esaslı yapıştırıcının hazırlanması aşamları Şekil 5.8 'de görülmektedir. Yapıştırılan parçalar Şekil 5.9 'da verildiği gibi bir düzenekte Bölüm I 'de bahsedilen sıralama ile bekletilmiştir.

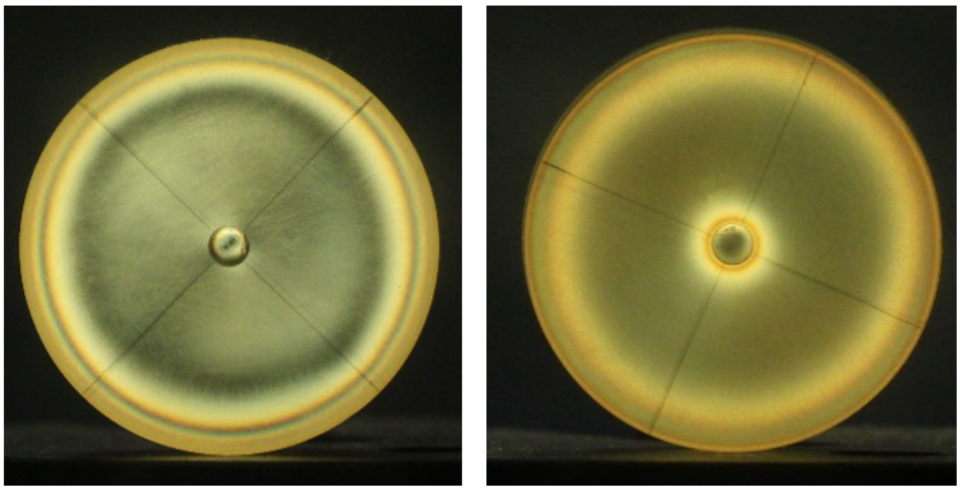
Tam polimerize olan modelin temizlenmesinden sonra arayüze dik doğrultuda üzerinde 0,009 değerinde şekil değiştirmenin dondurulmuş olduğu parçada 0,25 mm



Şekil 5.10 : Modelin tornada ve zımpara ile düzeltme işlemi, modelde oyuk oluşturulması.

derinliğinde küresel bir oyuk açılmıştır (Şekil 5.10). Deneysel ön çalışmada ve mekanik modelleme yönteminde bahsedilen aynı ısıtma soğutma rejimiyle nihai model malzemelerinin viskoelastik sıcaklığı 155 °C 'ye kadar ısıtılmıştır. Bu sıcaklıkta ön çalışmadan farklı olarak model 3 saat bekletilmiştir. Burada model, ilk katmanda donmuş olan şekil değiştirmeleri aktive etmek için 155 °C 'ye ısıtıldığında yeniden aktifleşen şekil değiştirmeler $\varepsilon_1 = (T) = -0,009$ olduğundan, kompozitin ilk katmanının soğuması modellenmiş ve bu durum için bu sıcaklıkta modelde yeni bir termal gerilme dağılımı elde edilmiştir. Bu dağılım elastisite modülü ve termal genleşme katsayıları farklı iki katmanlı plakta sabit sıcaklık düşüşü etkisinde oluşan termal gerilme dağılımı temsil eder.

E11-E13 nihai iki katmanlı modeli deney öncesi yani ilk yüklü tabakadaki şekil değiştirmeler aktifleşmeden önce ve deney sonrası dondurulmuş şekil değiştirmeler aktifleştirilip oluşan termal gerilme dağılımı modelde sabitlendirildikten sonrasını gösteren modelin polariskopta çekilmiş fotoğrafları görülmektedir (Şekil 5.11). Modelde gerilme dağılımlarının ölçülebilmesi için üç boyutlu fotoelastisitenin dilim alma yöntemi kullanılacaktır. Bu amaçla freze cihazında 0,45 mm kalınlıklı disk ile kesim sırasında model üzerine sürekli gres yağı/ bor yağı verilerek ısınma ve ek gerilmelerin oluşmasını da engelleyerek oyuk tepe noktasını da içeren 2 mm kalınlıklı dilim alınmıştır (Şekil 5.12).

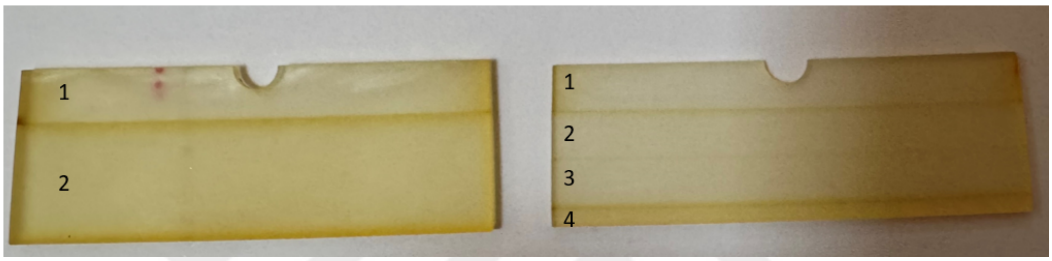


Şekil 5.11 : E11-E13 nihali modelinin deney öncesi ve deney sonrası polariskopta çekilmiş fotoğrafı.



Şekil 5.12 : α ve E değerleri farklı iki katmanlı modelde sıcaklık etkisi altında termal gerilme ölçümü için frezede oyuk tepe noktasını içeren dilim alma işlemi.

Dört katmanlı model yukarıda bahsedilen deney prosedürü ile aynı şekilde üretilmiş olup, ana katman üzerindeki kaplama tabakasında malzeme gradasyonunun etkisi termal gerilme dağılımlarında incelenmiştir. İki katmanlı model ile aynı şekilde ana katman 0,009 termal şekil değiştirme ile yüklü olup, başlangıçta kaplamayı oluşturan üç tabakada herhangi bir yükleme yoktur. Ardından yukarıda anlatılan prosedür ile oluşturulan elastisite modülleri farklı dört katmanlı modelde mekanik modelleme yöntemi ile termal gerilmeler elde edilmiş, oluşturulan bu gerilme dağılımı gerilmelerin dondurulması yöntemi ile modelde sabitlenerek ölçüm amacıyla oyuk tepe noktasını içeren bir dilim alınmıştır. Şekil 5.13 'te sırasıyla iki katmanlı ve dört katmanlı modellerden çıkarılan dilimlerin fotoğrafları görülmektedir.



Şekil 5.13 : α ve E değerleri farklı iki katmanlı ve dört katmanlı modellerden gerilme ölçümü için frezede hassas işlemle çıkarılan, oyuk tepe noktasını içeren dilimler.

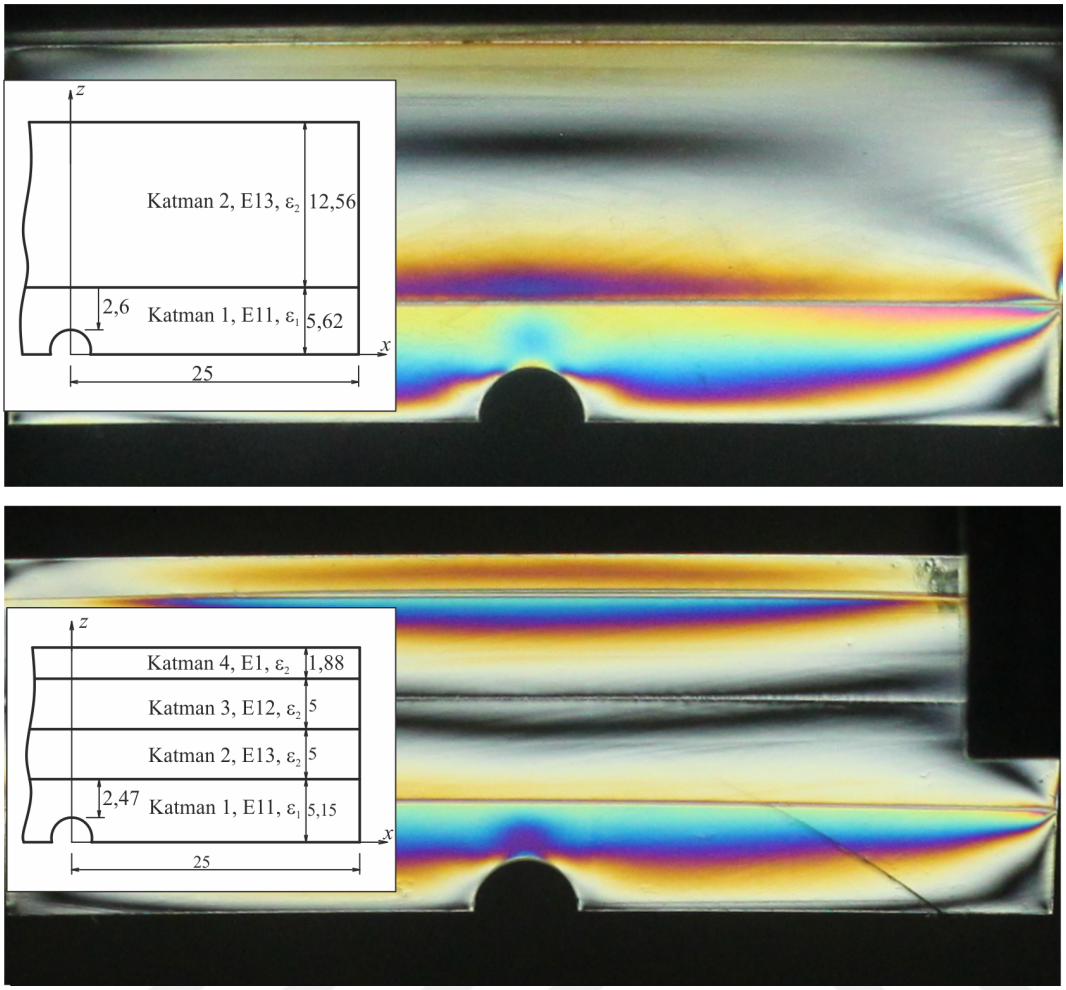
Her iki modelden de termal gerilme dağılımlarının elde edilmesi amacıyla alınan dilimlerde şeritlerin polariskopta çekilen fotoğrafı ve modellerin geometrileri Şekil 5.14 'te verilmiştir.

5.1.4 Termal Gerilmelerin Ölçülmesi

Modellerde termal gerilme dağılımlarının elde edilmesi için fotoelastisitede asal gerilmelerin farkını veren

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_0^{1,0} \frac{m}{t} \tag{5.2}$$

formülü kullanılmıştır. Burada m, Leica DM4500P polarizasyon mikroskobunda Berek kompansatörü tarafından ölçülen şerit sayısı, t ışığın geçtiği ilgili noktada hassas mikrometrelerle ölçülen kalınlık, ve $\sigma_0^{1,0}$ malzemenin optik katsayısıdır. Şekil 5.15 'te model üzerinde asal gerilme farklarının ölçümü için belirlenen doğrultular gösterilmiştir. Her bir ölçüm doğrultusu üzerinde yeterli sayıda nokta belirlenerek polarize mikroskopta her noktaya ait şerit sayısı değerleri ve mikrometre yardımıyla



Şekil 5.14 : İki katmanlı ve dört katmanlı modellerden alınan oyuk tepe noktasını içeren dilimlerde şeritlerin polariskopta görüntüsü ve modellerin geometrileri (boyutlar mm cinsindedir).

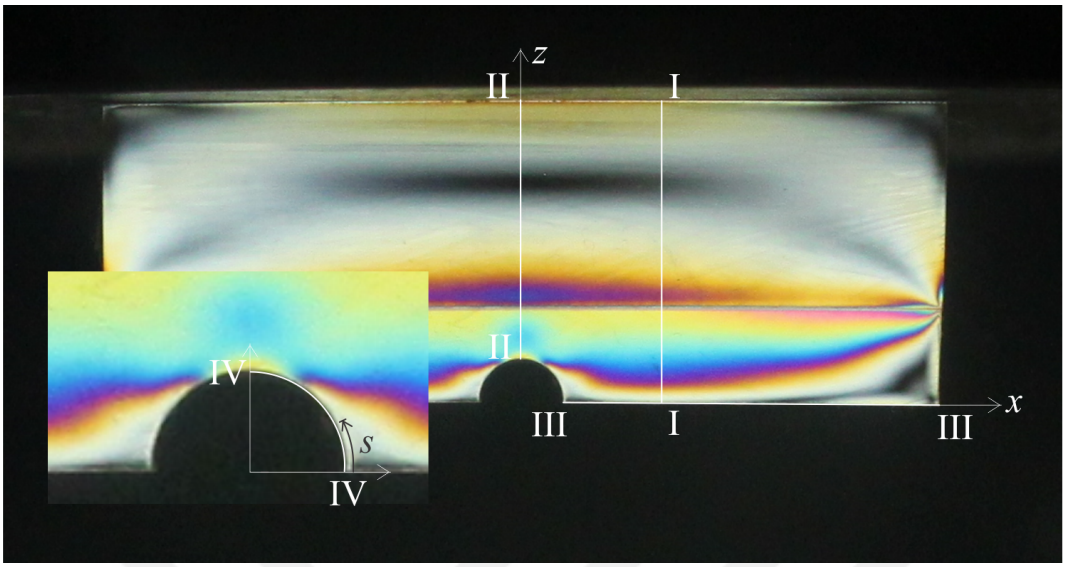
ışığın geçtiği kalınlık değerleri üçer kez ölçülmüş olup, hesaplarda ortalama değerler kullanılmıştır. Çizelge 5.2 'de 2 katmanlı E ve ε farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak bölgede (I-I doğrultusu) kalınlık doğrultusunda şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı listelenmiştir. Çizelge 5.3, Çizelge 5.4 ve Çizelge 5.5 ise sırasıyla oyuk tepe noktasına dik doğrultuda (II-II doğrultusu), plak dış yüzeyinde (III-III doğrultusu) ve oyuk çevresinde (IV-IV doğrultusu) şerit sayısı ölçümleri ve asal gerilme farkları hesaplarını göstermektedir. Ayrıca 4 katmanlı deney modeli için benzer şekilde yapılan ölçüm ve hesaplar sonucu termal gerilme değerleri oyuğa dik, kalınlık doğrultusu için Çizelge 5.6 'da ve gerilmelerin paralel olduğu bölge için Çizelge 5.7 'de sunulmuştur.

Belirtilen doğrultularda ölçülen ve hesaplanan termal gerilme dağılımları, modellerin şerit dağılımlarını gösteren fotoelastik fotoğrafları üzerinde çizilmiştir. Şekil 5.16 ve Şekil 5.17 sıcaklık değişimi etkisindeki 2 katmanlı E ve α farklı plakta, analitik çözümün geçerli olduğu süreksizliklerden uzak bölgede, oyuk tepe noktasına dik doğrultuda ve oyuk çevresinde gerilme dağılımlarını göstermektedir.

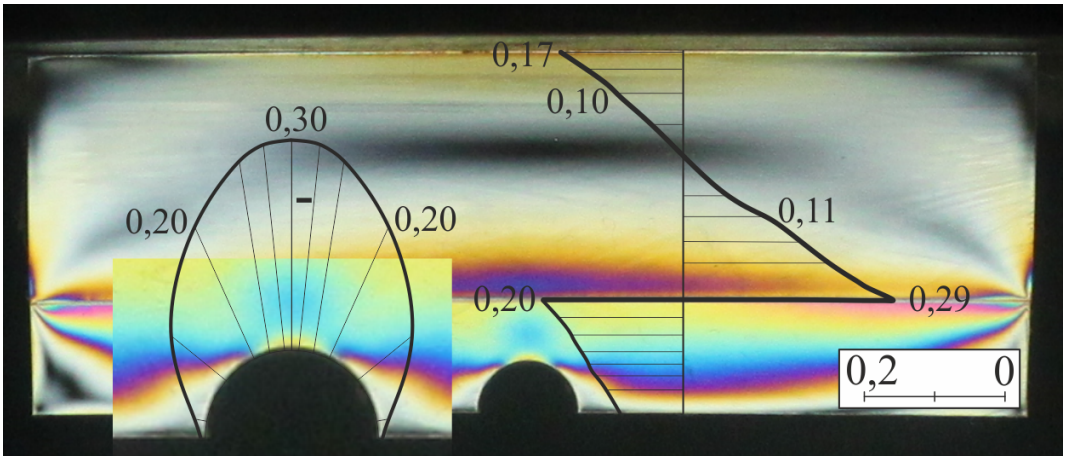
Çizelge 5.2 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak bölgede (I-I aksı) kalınlık doğrultusunda şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı.

z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
0	0,734	0,23	1,78	0,09
0,72	0,775	0,23	1,84	0,1
1,85	0,971	0,23	1,85	0,12
2,44	1,093	0,23	1,91	0,13
3,43	1,167	0,23	1,90	0,14
4,35	1,315	0,23	1,95	0,16
5,19	1,676	0,23	1,98	0,19
5,62	1,742	0,23	2,01	0,20
5,62	2,558	0,23	2,01	0,29
7,45	1,742	0,23	1,97	0,20
9,12	1,430	0,23	1,98	0,17
10,39	0,995	0,23	2,01	0,12
11,06	0,560	0,23	2,01	0,07
13,4	0	0,23	2,01	0
14,32	0,368	0,23	2,03	0,04
15,88	0,589	0,23	2,05	0,06
16,25	0,920	0,23	2,06	0,10
18,18	1,542	0,23	2,06	0,17

İki katmanlı ve dört katmanlı modellerde gerilme dağılımları biraz farklıdır. Bu durum model katmanlarının kesim ve üretim durumundan kaynaklanabilir. Şekil 5.14 'de her bir modele ait katmanlar ve kalınlıkları da görülmektedir. Şekil 5.18 'de 4 katmanlı E ve α farklı sıcaklık değişimi etkisindeki plakta termal gerilmelerin oyuk süreksizliklerinden uzak kalınlık doğrultusunda ve Şekil 5.19



Şekil 5.15 : Deney modelinin polariskopta çekilen fotoğrafı üzerinde fotoelastik şerit sayısı ölçülen doğrultular.



Şekil 5.16 : İki katamanlı E ve ε farklı modelde süreksizliklerden uzak, gerilmelerin paralelleştiği doğrultuda fotoelastisite yöntemi ile elde edilen termal gerilmelerin dağılımı (Birimler MPa cinsindedir.)

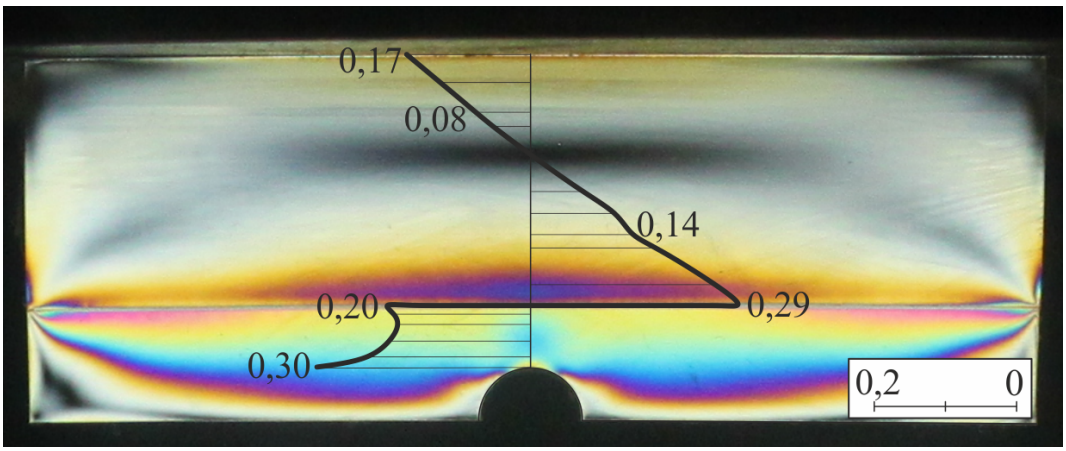
Çizelge 5.3 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik doğrultuda (II-II aksı) şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farklarının hesabı.

z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
3,02	2,443	0,23	1,89	0,30
3,50	1,880	0,23	1,93	0,23
4,30	1,650	0,23	1,95	0,19
5,11	1,550	0,23	1,96	0,18
5,63	1,620	0,23	1,96	0,19
6,04	1,742	0,23	2,01	0,20
6,04	2,558	0,23	2,01	0,29
8,87	1,520	0,23	1,99	0,18
9,44	1,473	0,23	1,99	0,17
9,52	1,212	0,23	2,00	0,14
10,56	1,029	0,23	2,00	0,12
11,13	0,890	0,23	2,01	0,10
12,54	0,632	0,23	2,02	0,07
13,62	0	0,23	2,03	0
14,82	0,462	0,23	2,05	0,05
15,52	0,667	0,23	2,06	0,08
18,18	1,540	0,23	2,06	0,17

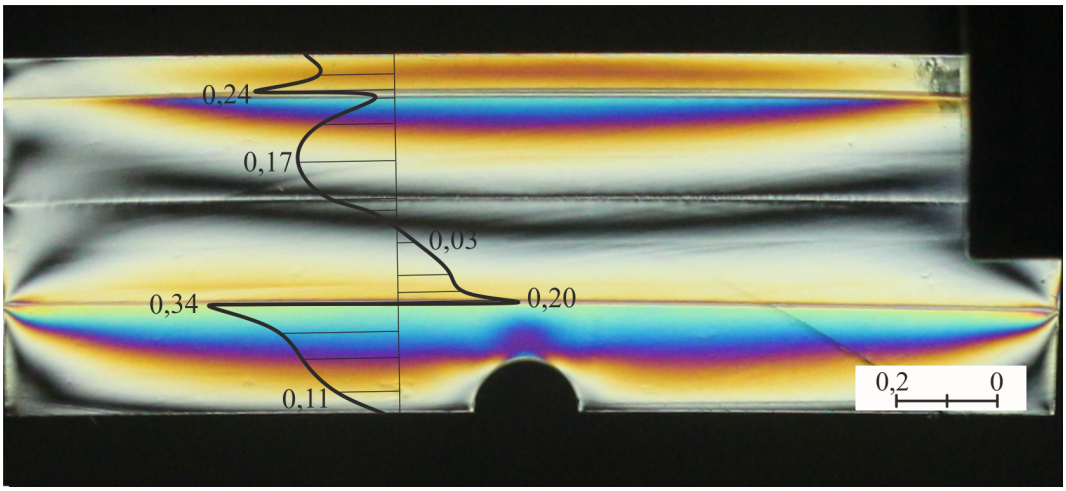
'de oyuk tepe noktasına dik doğrultuda dağılımları çizilmiştir. Deney sonuçlarını analitik çözümle karşılaştırmak için modelde şeritlerin paralelleştiği ve oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak doğrultuda (I-I doğrultusu) gerilme dağılımları kullanılmıştır.

5.1.5 Malzeme özelliklerinin lineer fonksiyonlarla derecelenmesi durumunun analitik çözümle incelenmesi

Deneysel model iki katmanlı bir kompozit malzemedir, dolayısıyla malzeme özellikleri arayüzeyde aniden değişir. Bu mutlak değişim, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir malzemede, malzeme özellikleri kalınlık boyunca değişim fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir:



Şekil 5.17 : İki katmanlı E ve ε farklı modelde oyuk tepe noktasına dik doğrultuda fotoelastisite yöntemi ile elde edilen termal gerilmelerin dağılımı (Birimler MPa cinsindedir.)



Şekil 5.18 : Dört katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak şeritlerin paralelleştiği bölgede termal gerilme dağılımları. (Gerilmeler MPa birimindedir.)

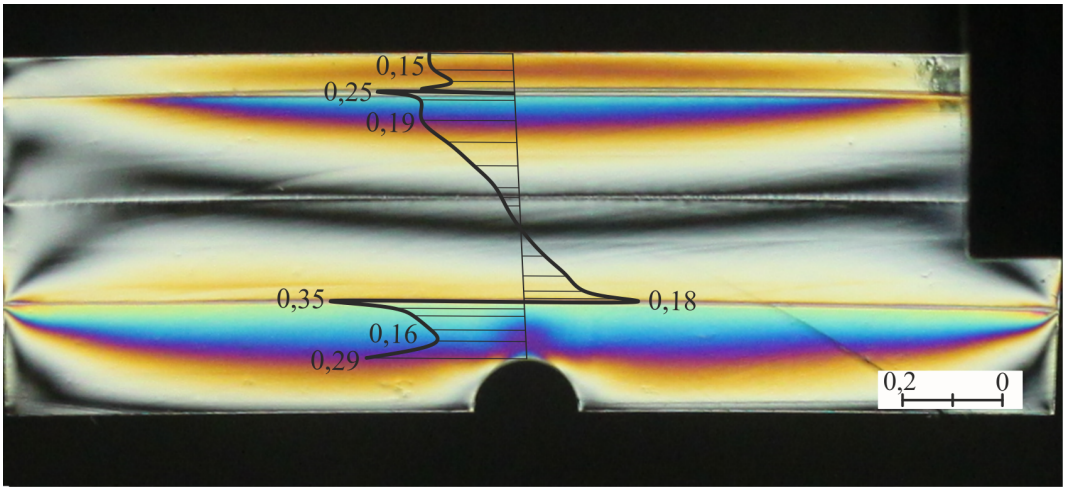
Çizelge 5.4 : 2 katmanlı E ve α farklı deney modelinde dış yüzeyde (III-III aksı) şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı (x mesafesi Şekil 5.15 'te verildiği gibi ölçülmüştür).

x(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
0	0	0,23	1,81	0
1,66	0,278	0,23	1,81	0,036
3,57	0,4	0,23	1,81	0,052
5,8	0,5	0,23	1,82	0,064
6	0,52	0,23	1,81	0,067
7,94	0,48	0,23	1,80	0,062
9,37	0,4	0,23	1,81	0,051
14,1	0	0,23	1,80	0
16,78	0,24	0,23	1,80	0,03
19,39	0,36	0,23	1,82	0,05
22,5	0,05	0,23	1,83	0,006

Çizelge 5.5 : 2 katmanlı E ve αfarklı deney modelinde oyuk çevresinde şerit sayıları (m) ölçümü ve asal gerilme farkları hesabı (s mesafesi Şekil 5.15 'te verildiği gibi ölçülmüştür).

s(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
0	0,05	0,23	1,81	0,006
1,55	0,19	0,23	1,82	0,025
2,3	0,87	0,23	1,86	0,108
3,1	1,61	0,23	1,86	0,20
3,5	2,18	0,23	1,88	0,27
3,8	2,30	0,23	1,88	0,28
4,02	2,44	0,23	1,88	0,30

$$\begin{aligned} E(z) &= 1,08031z+30,18 \\ \varepsilon(z) &= -0,000495z+0,0045 \end{aligned} \tag{5.3}$$



Şekil 5.19 : Dört katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuk tepe noktasına dik, kalınlık doğrultusunda termal gerilme dağılımları (Gerilmeler MPa birimindedir.)

Deney modeli malzeme özellikleri ve geometrisi kullanılan bu modelde daha önce Bölüm 2.3.2 'de "Strain Suppression" metoduna dayanarak türetilen termal gerilme denklemleri kullanılmıştır. Modelin toplam yüksekliği 18,18 mm olup, poisson oranı 0,49 alınmıştır. Burada termal genleşme Denklem 2.89 'de tanımlanmıştır. Denklem 5.3 'de verilen elastisite modülü ve şekil değiştirme fonksiyonları 2.96 denklemlerinde yerleştirilirse C_1 ve C_2 sabitleri hesaplanır (Denklem 5.4 ve 5.5).

$$C_1 = \frac{\int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu}\,dz}{\int_0^h E(z)\,dz} = \frac{\int_0^{18,18} \frac{(-0,000495z+0,0045)(1,08031z+30,18)}{1-0,49}\,dz}{\int_0^{18,18}(1,08031z+30,18)\,dz} = 0,00787 \quad (5.4)$$

$$C_2 = \frac{\int_0^h \frac{\alpha(z)T(z)E(z)}{1-\nu}\,z\,dz}{\int_0^h E(z)\,z^2\,dz} = \frac{\int_0^{18,18} \frac{(-0,000495z+0,0045)(1,08031z+30,18)}{1-0,49}\,z\,dz}{\int_0^{18,18}(1,08031z+30,18)\,z^2} = -0,000656 \quad (5.5)$$

Hesaplanan bu sabitler Denklem 2.97 'da yerleştirildiğinde modelde kalınlık boyunca termal gerilme dağılımlarının fonksiyonu elde edilir:

$$f(z) = E(z)[\frac{-\alpha(z)T(z)}{1-\nu} + C_1 + C_2 z]$$

$$f(z) = (1,08031z+30,18)[\frac{-(-0,000495z+0,0045)}{1-0,49} + 0,00787 + (-0,000656)z] \quad (5.6)$$

Çizelge 5.6 : 4 katmanlı E ve α farklı deney modelinde oyuğa dik, kalınlık doğrultusunda m şerit sayısı ve asal gerilmelerin farkı değerleri.

z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
2,68	1,864	1,49	0,23	0,29
3,47	1,029	1,49	0,23	0,16
4	1,099	1,49	0,23	0,17
4,66	1,310	1,49	0,23	0,20
5,08	1,473	1,49	0,23	0,23
5,42	2,280	1,49	0,23	0,35
5,49	1,172	1,50	0,23	0,18
5,95	0,693	1,50	0,23	0,11
6,69	0,515	1,50	0,23	0,08
7,65	0,277	1,51	0,23	0,04
9,52	0,239	1,51	0,23	0,03
10,27	0,108	1,51	0,23	0,02
10,87	0,28	1,52	0,23	0,04
11,84	0,52	1,52	0,23	0,08
12,98	0,80	1,53	0,23	0,12
14,08	1,117	1,53	0,23	0,17
14,93	1,288	1,53	0,23	0,20
15,31	1,13	1,54	0,23	0,17
15,37	0,018	1,54	0,23	0,003
15,41	1,648	1,54	0,23	0,25
15,79	0,745	1,55	0,23	0,11
16,21	0,954	1,55	0,23	0,14
17,03	1,016	1,55	0,23	0,15

Malzemenin sürekli fonksiyonla derecelenmesine sabit malzeme özelliklerine sahip katmanların birleşimiyle yaklaşılabilir. Optimum katman sayısını araştırmak için, toplam katman sayısı n olmak üzere 2, 4 ve 8 tabakalı, her bir tabaka kalınlığı eşit kompozit plaklar düşünülmüştür. Her bir tabakadaki elastisite modülü ve termal genleşme katsayısı katman içinde sabit olup, tabakalar arasında Denklem 5.3 fonksiyonlarına bağlı değişmektedir. Fakat deney modelinde derecelenme

Çizelge 5.7 : 4 katmanlı E ve α farklı deney modelinde kenar ve oyuk süreksizliklerinden bağımsız, kalınlık doğrultusunda m şerit sayısı ve asal gerilmelerin farkı değerleri.

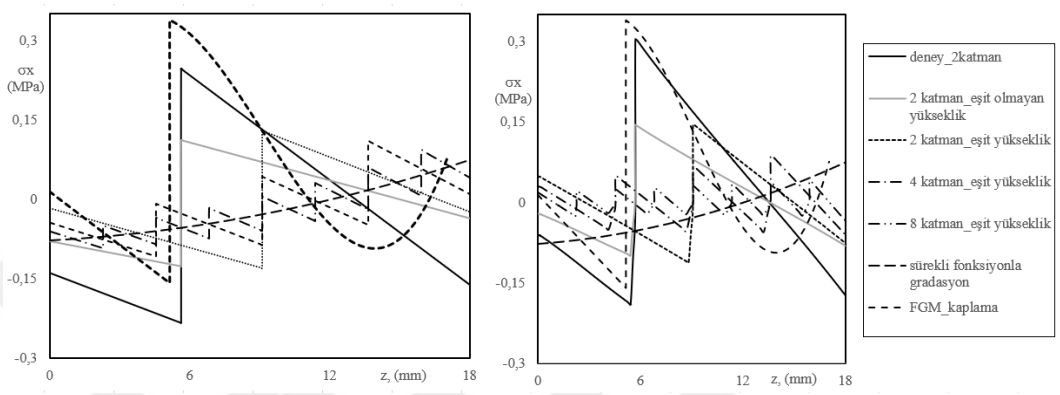
z(mm)	m_{ort}	$t_{ort}(mm)$	$\sigma_0^{1,0}(N/mmserit)$	$\lvert\sigma_1-\sigma_2\rvert(MPa)$
0	0,228	1,41	0,23	0,04
1,04	0,687	1,43	0,23	0,11
2,63	1,07	1,45	0,23	0,17
3,88	1,34	1,46	0,23	0,21
5,3	2,222	1,49	0,23	0,35
5,3	1,288	1,50	0,23	0,20
5,7	0,736	1,50	0,233	0,11
6,50	0,608	1,51	0,23	0,09
9,59	0,219	1,52	0,23	0,03
10,92	0,322	1,52	0,23	0,05
12,67	0,755	1,53	0,23	0,12
13,88	1,13	1,53	0,23	0,17
14,94	0,88	1,54	0,23	0,13
15,31	0,205	1,54	0,23	0,03
15,39	1,641	1,54	0,23	0,25
15,99	0,894	1,54	0,23	0,13
17,03	1,048	1,55	0,23	0,16

Çizelge 5.1 ‘de verildiği gibidir. Her bir katmana ait malzeme özellikleri katmanın merkez nokta koordinatına göre hesaplanmıştır. İntegral sabitleri C_1 ve C_2 ise Denklem 2.96 kullanılarak hesaplanır. Bu denklemlere h_1 ve h_2 şeklinde farklı kalınlıklarda iki katmandan oluşan deney modeline de integral sabitlerini hesaplamak için başvurulabilir.

Çizelge 5.8, farklı modeller için analitik çözümde hesaplanan integral sabitlerini göstermektedir. Tüm durumlar aynı malzeme ve geometriye sahip plağın farklı malzeme gradasyonunu temsil eder. Bu tabloda verilen eşit olmayan kalınlıklı iki katmanlı model, deney modeli ile aynı durumu temsil etmektedir. Bu modeller hem tabaka kalınlığının hem de katman sayısının termal gerilme dağılımlarına etkisini

Çizelge 5.8 : C_1 ve C_2 katsayılarının farklı model durumları için değerleri.

Modeller	C_1	C_2
2 katmanlı deney modeli	0,00327	-0,00082
2 katman (eşit olmayan kalınlık)	0,00821	-0,00036
2 katman (eşit kalınlık)	0,00810	-0,00049
4 katman (eşit kalınlık)	0,00792	-0,00061
8 katman (eşit kalınlık)	0,00788	-0,00064
sürekli fonksiyonla değişim	0,00787	-0,00065



Şekil 5.20 : Deney modeli, lamine kompozit ve malzeme gradasyonunun sürekli fonksiyonla değiştiği durumlarda a. analitik çözümle termal gerilme dağılımları karşılaştırması b.sayısal çözümle termal gerilme dağılımları karşılaştırması (Her bir durum için sürekli fonksiyonla değişim analitik çözümden alınmıştır).

araştırmak içindir. Sürekli fonksiyon durumu modelde malzeme gradasyonunun sürekli fonksiyonla değişmesini, diğer durumlar ise lamine kompozit modelleri ile yaklaşıma karşı gelir. Çizelge 5.8 'de görüleceği üzere n katman sayısı arttıkça katsayılar da sürekli fonksiyonla önerilen duruma yaklaşmaktadır. Hesaplanan integral sabitleri elde edilen termal gerilme ifadesi Denklem 2.97 'da yerleştirildiğinde tüm durumlar için termal gerilme dağılımları elde edilmiştir. Şekil 5.20.a önerilen modellerin analitik çözüm ile deney modellerinin termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılmasını gösterirken, Şekil 5.20.b, her bir modelin sayısal çözüm ile elde edilen termal gerilme dağılımlarının karşılaştırmasını gösterir.

İkinci deneysel model olan dört katmanlı plak bir ana katmanın üç katman içeren bir kaplamasından oluşan lamine kompozit olarak düşünülmüştür. Bu kaplama tabakası ilk modeldeki ikinci katman yerine kullanılır. Elastisite modülünün modelde katmanlar arası değişimi dikkate alındığında bu gradasyon aşağıdaki fonksiyonla temsil edilir:

$$E(z) = -0,061288z^2 + 10,04139z - 0,94955 \tag{5.7}$$

Burada koordinat değişkenleri Şekil 5.14 'de verildiği gibi kullanılmıştır. Modelde E 'nin sürekli fonksiyonla değişmesi durumunda termal gerilme ifadesi, Denklem 5.7 kullanılarak ve ana katmandaki termal genleşme değeri $\varepsilon_1 = \alpha T = -0,009$ alınarak integral sabitleri Denklem 5.8 'te hesaplanmıştır:

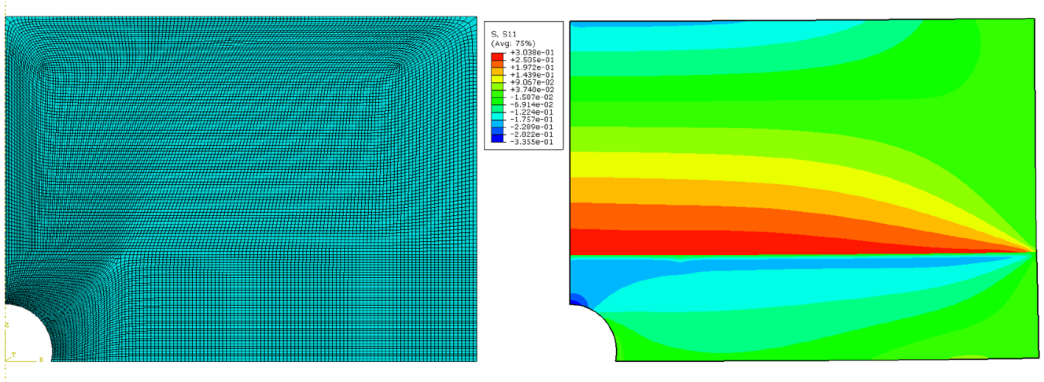
$$C_1 = 0,00693, C_2 = -0,00099 \tag{5.8}$$

Termal genleşme değerleri $\varepsilon_1 = \alpha T = 0,009$ ve $\varepsilon_2 = (\alpha T) = 0$ olan FGM kaplama modelin (4 katmanlı model) sayısal ve analitik çözümü ile termal gerilme dağılımları Şekil 5.20 'de görülmektedir.

5.2 Sayısal Analiz

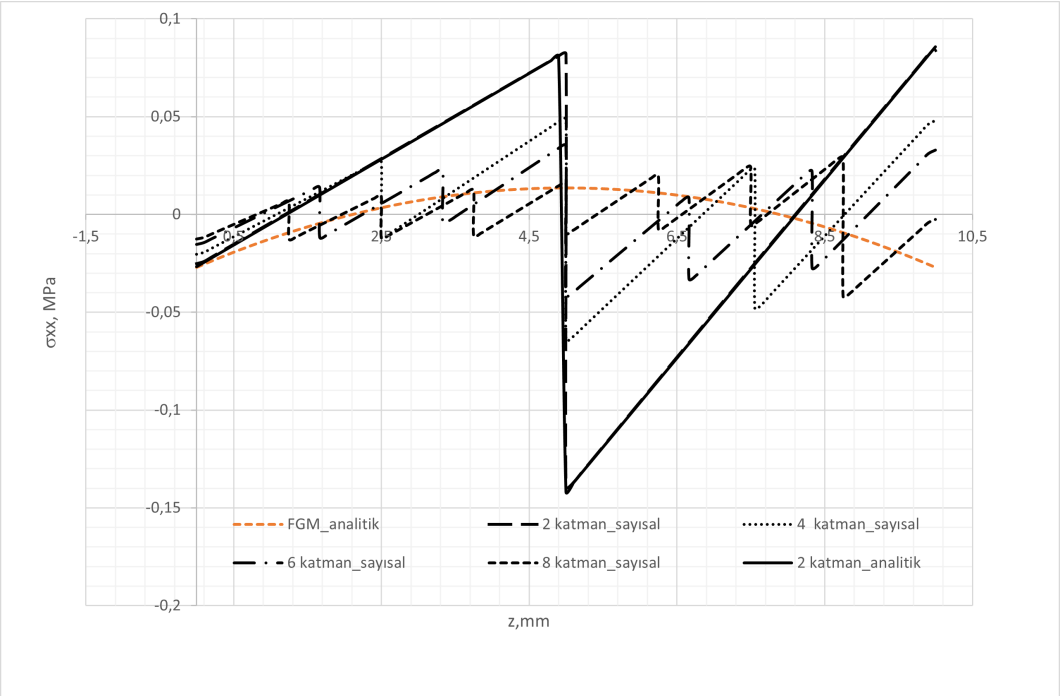
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde bir oyuk ucu gerilme konsantrasyonu birçok değişkene bağlıdır. Bu bölümde türetilen analitik çözüm ve deneysel model elastisite modülü ve termal genleşme katsayısı değişiminin termal gerilme dağılımına etkisini araştırmak için önerilen sayısal modeli doğrulamada kullanılmıştır. Sonlu elemanlar modeli Şekil 5.21 'de görülen deney modelinde simetriden dolayı, birim kalınlıklı kesitin yarısı şeklinde oluşturulmuştur. Bu kesit, ABAQUS sonlu eleman analizi programında simetri koşuluyla tanımlanmıştır. Modelin diğer sınırlarında tanımlı herhangi bir sınır koşulu bulunmamaktadır. Deneysel modelden alınan değerlerle malzeme lineer ve elastik olarak tanımlanmıştır. Sonlu elemanlar ağı, ağ boyutu (mesh size) 0,2 olan dörtgen CAX4R (4 düğümlü çift doğrusal eksenel simetrik dörtgen) elemanlar ile ABAQUS sonlu eleman paketinin algoritması kullanılarak oluşturulmuştur. Oyuk çevresinde ise geometrik değişiklikten dolayı ağ iyileştirmesi yapılmıştır.

Yapılan çalışmalarda sonlu eleman analizinden elde edilen gerilme dağılımları, düzlem içi asal gerilmelerin farkının mutlak değeri olacak şekilde elde edilmiştir. Şekil 5.21 deney modelinin ağ eleman yapısını ve termal etki ile oluşan asal gerilmelerin farkının dağılımlarını göstermektedir.



Şekil 5.21 : Deney modelinin sonlu eleman ağ modeli ve termal gerilme dağılımı.

Sayısal ön analiz çalışmaları, deneysel ön çalışmalarda anlatılan E10-E13 malzemelerinin birleşimiyle oluşan iki katmanlı kompozit plak düşünülerek yapılmıştır (Şekil 5.1). Burada amaç, analitik çözümle karşılaştırmalar yaparak sayısal modelin doğruluğunun gösterilmesinden sonra farklı parametrelere bağlı olarak modellerin çoğaltılabilmesidir. Bu amaçla E10-E13 modelinin malzeme özellikleri ve boyutları kullaılarak bir önceki bölümde anlatılan sayısal modelleme yöntemi ile öncelikle iki katmanlı h=10 mm kalınlığında bir plak modellenmiştir. Sıcaklık etkisi altındaki plakta termal gerilmelerin analizi için E10-E13 deneysel modelindeki aynı termal genleşme değerini elde edecek şekilde Bölüm 4 'te anlatıldığı gibi α ve T değerleri girilmiştir. Ardından modelde analitik çözümle türetilen gerilme ifadeleri kullanılarak (Denklem 2.87 ve 2.88) termal gerilme dağılımları elde elde edilmiştir. Aynı plak modelinin katman sayısı (n) artırılarak, toplam plak kalınlığının eşit katmanlara bölündüğü n=2, 4, 6, 8 katmanlı plaklar modellenmiştir. Elde edilen termal gerilme dağılımlarının karşılaştırma grafiği Şekil 5.22 'de verilmiştir. Burada tüm karşılaştırmalar analitik çözümün geçerli olduğu oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak bölgede yapılmıştır. İki katmanlı plak analitik ve sayısal analiz sonuçları karşılaştırıldığında sonuçlarrın çok iyi uyum gösterdiği görülmektedir. Bu durum da önerilen sayısal modelle ileri çalışmalara öncü olmuştur. Ayrıca plakta katman sayısı artırıldığında gerilme değerlerinin ve ara yüzey birleşimlerindeki gerilme sıçramalarının azaldığı ve lineer fonksiyonla önerilen FGM levha için elde edilen termal gerilme dağılımlarına yakınsadığı daha sürekli bir dağılım elde edildiği görülmektedir.



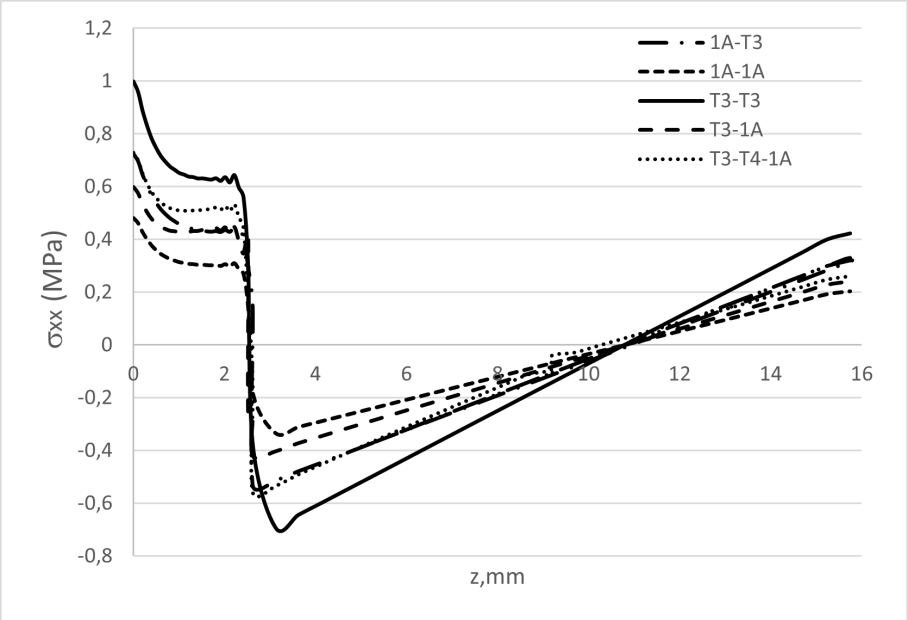
Şekil 5.22 : E10-E13 malzeme özellikleri ve model geometrisi kullanılan modelde analitik ve sayısal yöntemle elde edilen termal gerilmelerin karşılaştırması.

Malzemede elastisite modülünün etkisini araştırmak amacıyla bazı ön analizler yapılmıştır. Çizelge 3.1 'de verilen malzemelerin mekanik özellikleri dikkate alınarak, iki katmanlı bir modelde oyuk içeren katmanda elastisite modülü büyükten küçüğe değişen, tam tersi durumu ve yalnızca bir malzeme türünden oluşan katmanlar düşünülerek iki katmanlı modeller türetilmiştir. İki katman arasında bir ara katman eklenerek de gerilmenin değişimi araştırılmıştır. Çizelge 5.9 'da bu sayısal modeller ve her bir katmanda modellenen termal genleşme değerleri verilmektedir. Model geometrisinde yine sayısal ön analiz çalışmalarında belirtilen E10-E13 deney modeli geometrisi kullanılmıştır (Şekil 5.1).

Şekil 5.23 'te Çizelge 5.9 'da verilen modellerde oluşan termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılması görülmektedir. Oyuk içeren ilk katmanda elastisite modülü daha büyük malzeme kullanıldığında termal gerilme dağılımlarının ve oyuk ucu gerilmelerinin daha yüksek olduğu görülmektedir. E10 malzemesinin elastisite modülü 19,3 MPa olup, her iki katmanda da bu malzeme kullanıldığında oluşan oyuk ucu gerilmesi, E13 malzemesinin elastisite modülü 40 MPa olup, her iki katmanda da bu malzeme kullanıldığında oluşan oyuk ucu gerilmesinden daha küçüktür. Yine

Çizelge 5.9 : Elastisite modülü ve termal genleşme katmanlarda değişen modeller ve oyuk ucu gerilmeleri.

Modeller	$(\alpha T)_1$	(αT_2)	(αT_3)	Gerilme (MPa)
$E10-E13$	0,018	0	-	0,7239
$E10-E10$	0,018	0	-	0,4814
$E13-E13$	0,018	0	-	0,9978
$E13-E10$	0,018	0	-	0,5980
$E13-E12-E10$	0,018	0,009	0	0,7277



Şekil 5.23 : Elastisite modülünün katmanlarda değişiminin gerilme dağılımına etkisine dair sayısal ön analiz.

Çizelge 5.9 'a bakıldığında, ikinci katmanda elastisite modülü daha düşük malzeme kullanılması durumunda ise oluşan termal gerilmeler azalmaktadır. Aynı zamanda iki katman arasına toplam yüksekliği koruyacak şekilde, ikinci katmanın yarısı kadar bir ara katman eklendiğinde gerilme sıçramalarının azaldığı görülmüştür.

5.3 Analiz Sonuçlarının Karşılaştırılması

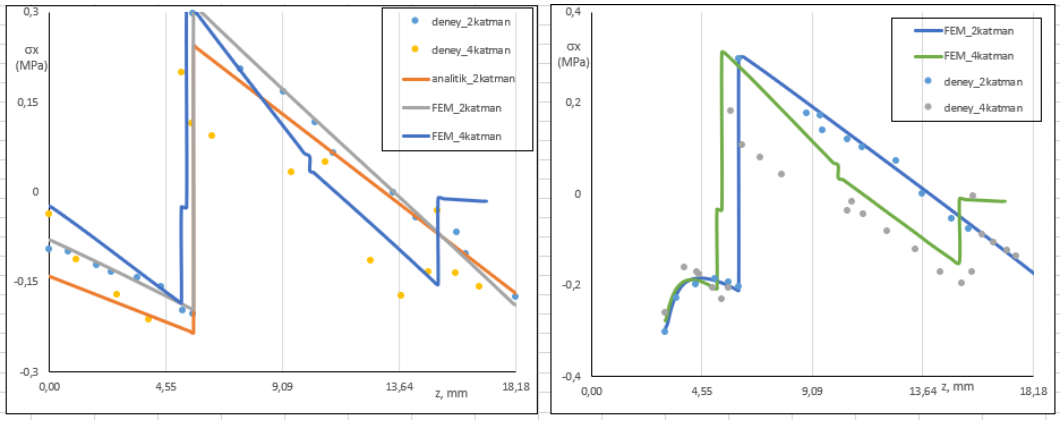
Sayısal ön analiz ve nihai deneysel çalışmalar sonrasında, bu bölümde nihai deney modeli (E11-E13) malzeme özellikleri ve geometrisi kullanılarak sayısal modeller oluşturulmuş ve analitik çözümleri de elde edilmiştir. Çizelge 5.8 'de verilen modeller sayısal olarak analiz edilmiş, sınırların ve oyuğun tekilliklerinden etkilenmeyen bir hat boyunca gerilme dağılımı, analitik çözümden elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır

(Şekil 5.20). Sürekli derecelendirme dışındaki tüm durumlar için eğriler, bu şekildeki sonlu elemanlar sonuçlarından elde edilmiştir. Çizelge 5.8 farklı modeller için analitik çözümde hesaplanan integral sabiterini göstermektedir.

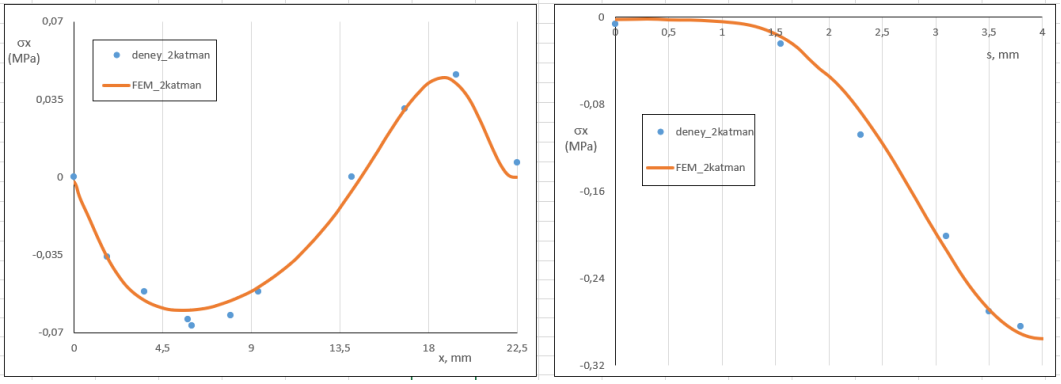
Elastisite modülü ve termal genleşme katsayılarının değişimine bağlı olarak fonksiyonel derecelenmiş ve lamine kompozit plaklarda termal gerilme analizi deneysel fotoelastisite yöntemi, analitik çözüm ve sayısal analizlerle karşılaştırılmıştır. Analitik çözüm kullanılarak bazı lineer fonksiyonlar önerilmiş ve deneysel ve sayısal çözümlerle uygun sonuçlar vermiştir. Sonlu eleman modelinin analitik ve deneysel çözümle doğrulanması farklı katman sayısı, katman kalınlığı ve farklı oyuk geometrileri için sayısal analizlerin çoğaltılabilmesini sağlamıştır. Malzemede elastisite modülü gradasyonunun gerilme dağılımına etkisi araştırılmıştır.

Deney modelinden elde edilen asal gerilmelerin farkı değerlerinin dağılımları farklı doğrultularda karşılaştırılmıştır. Şekil 5.24.a, koordinatı $z = 3,02$ mm olan oyuğun ucundan başlayarak kalınlık doğrultusu boyunca deneysel ve sayısal analiz için termal gerilme dağılımlarını karşılaştırmaktadır. Şekil 5.24.b, modelin oyuk ve kenar süreksizliklerinden yeter uzaklığa karşılık gelen bölgesindeki tüm yöntemlerin sonuçlarının doğrulanmasını göstermektedir. Bu şekilde analitik çözüm, deneysel ve sayısal modellerde oyuğun modellendiği ilk katmandaki gerilme için daha büyük değerler vermektedir. Analitik ve sayısal çözümler arasındaki maksimum fark birinci katmanda ٪ 42 civarında iken ikinci katmanda bu fark azalmaktadır. Deneysel sonuçlar büyük oranda sayısal sonuçlara yakındır. Sonuçlar, gerilme yığılması faktörünün anlamak için yeterli yaklaşımı sağlamaktadır. Bu amaçla deneysel ve analitik çalışmalarla doğrulanan sayısal modeller çoğaltılarak farklı parametrelere bağlı termal gerilmelerin ve gerilme yığılması faktörünün değişimleri analiz edilmiştir.

Ana katmanın üç katmanla belli bir gradasyonla kaplama tabakası oluşturulan dört katmanlı plakta oyuk ucu gerilme konsantrasyonunun iki katmanlı modele göre ٪ 13 azaldığı görülmüştür. Şekil 5.25, dış yüzey çevresi boyunca ve oyuk çevresi boyunca deneysel ve sayısal analizden elde edilen termal gerilme değerlerinin karşılaştırmasında sonuçlardaki yakınlığı göstermektedir.



Şekil 5.24 : Deney modellerinin termal gerilme dağılımlarının sırasıyla süreksizliklerden uzak doğrultuda analitik ve sayısal çözümlerle karşılaştırılması ve oyuğa dik doğrultuda sayısal çözümle karşılaştırılması.



Şekil 5.25 : Deney modellerinin termal gerilme dağılımlarının sırasıyla oyuk kenarından başlayarak dış yüzey boyunca ve oyuk çevresinde gerilme dağılımlarının sayısal analizlerle karşılaştırılması.

Çizelge 5.10 : Farklı plak modellerinin sonlu eleman modellerinden elde edilen gerilme konsantrasyonu (K_C)değerleri.

Modeller	$\sigma_{oyuk,tepe}$	K_C
2 katmanlı deney modeli	-0,33549	2,58
2 katman (eşit olmayan kalınlık)	-0,16061	2,53
2 katman (eşit kalınlık)	0,00996	2,22
4 katman (eşit kalınlık)	-0,04503	1,65
8 katman (eşit kalınlık)	0,01009	1,25

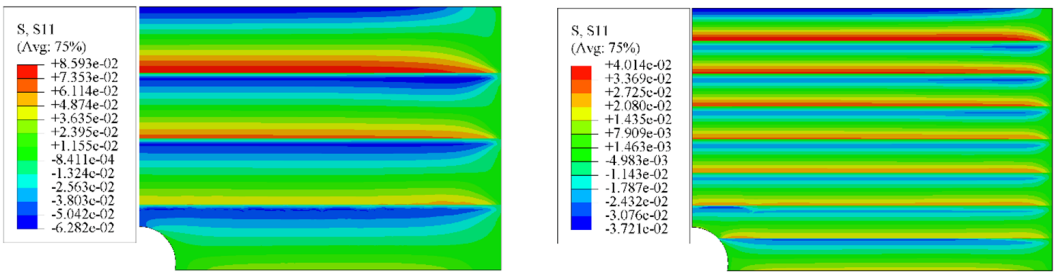
Üst ve alt katmanlarda malzeme özellikleri gradasyonunun sürekli fonksiyonla değişmesi durumuna göre iki katmanlı modelde bazı farklılıklar olsa da katman sayısı arttıkça sonuçların yakınsadığı görülmüştür.

Malzeme özellikleri sürekli fonksiyonla değişen modelde termal gerilmelerin dağılımı basit eğilme durumuna çok benzerdir. Bu açıdan bakıldığında elastisite modülü ve termal genleşme katsayısının lineer fonksiyonla değiştiği, z=12,12 mm noktasından tarafsız bir eksen geçmektedir.

Oyuk ucu gerilme konsantrasyonunu (K_C) hesaplamak için, bu noktada ölçülen gerilme aynı seviyede gerilme dağılımında süreksizliklerin olmadığı noktadaki gerilme değerine bölünerek hesaplanmıştır. İki katmanlı deney modelinde (K_C), deney modelinde oyuk ucu gerilmesi değeri -0,302 ve analitik çözümde süreksizliklerin olmadığı aynı seviyede gerilme değeri -0,140 'a bölünerek 2,58 hesaplanmıştır. Benzer hesaplar her bir model için yapılmış olup, Çizelge 5.10 'da K_C değerleri her bir durum için verilmiştir. Çizelge 5.10 'da görüldüğü gibi iki katmanlı deney modeli ve 8 katmanlı model hariç diğer gerilmeler basınç gerilmesidir. Bu durum şöyle açıklanabilir: Katmanlarda farklı malzemelerin etkileşiminden dolayı basınç gerilmeleri genellikle oyuk uçlarında meydana gelir. Fakat iki katmanlı ve sekiz katmanlı eşit yükseklikli modellerde ise oyuk ucu birleşim yüzeyinden uzak olduğu için bu etki kaybolmuştur.

Modellerde katman sayısı arttıkça K_C değerlerinin azaldığı görülmektedir. Bu durum elastisite modülü ve termal genleşme katsayıları değişen yeterli sayıda katman ile toplam termal genleşmenin plak üzerine dağıtılabildiğini gösterir. Malzemede bu yöntemle yüksek gerilme konsantrasyonları önlenebilir. Şekil 5.26 'da sonlu eleman modellerinden bazılarına ait termal gerilme dağılımları görülmektedir.

Elastisite modülü gradasyonunun termal gerilme dağılımları üzerindeki etkisini araştırmak için iki katman arasında sabit termal genleşme dikkate alınıp, ikinci katmanda elastisite modülü değiştirilerek sayısal modeller türetilmiştir (Çizelge 5.11). Şekil 5.27 'de her bir modelde termal gerilme dağılımlarının kalınlık boyunca değişimleri çizilmiştir. Çizelge 5.11 'e bakıldığında modelin iki katmanında da aynı elastisite modülü 20,36 MPa iken, oyuk ucunda -0,2198 MPa gerilme oluşmuştur.



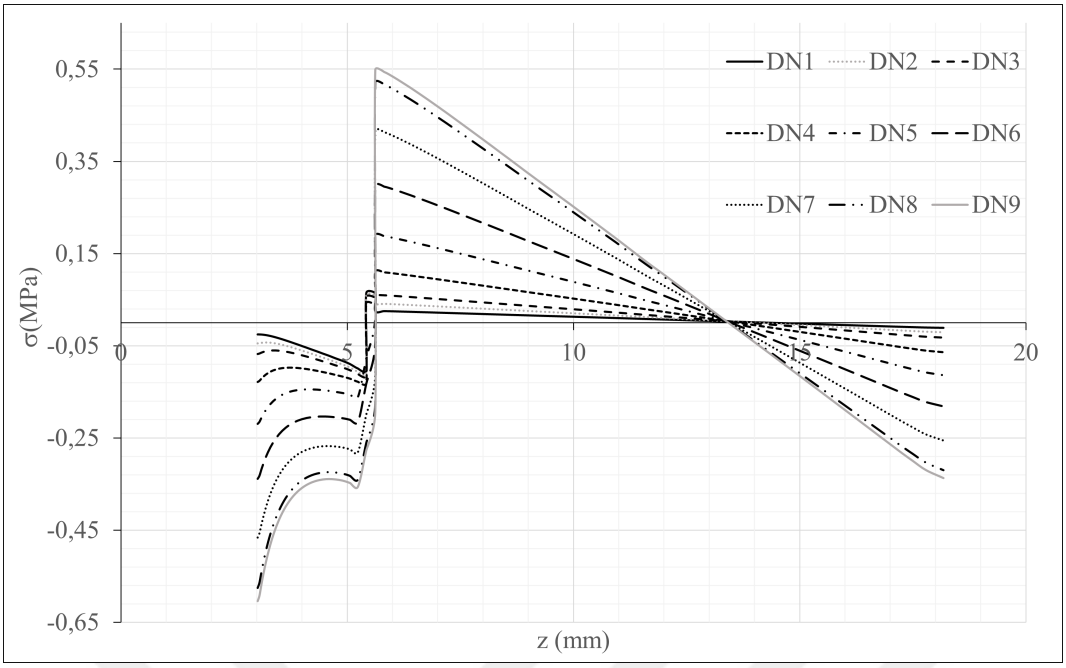
Şekil 5.26 : Dört katmanlı ve sekiz katmanlı plakların sıcaklık etkisi altında termal gerilme dağılımını gösteren sonlu elemanlar modelleri.

İki katman arasında elastisite modülleri oranı ne kadar küçük olursa maksimum gerilmedeki değişim o kadar büyük olmaktadır (Şekil 5.29). Çizelge 5.11 'de verilen model numaraları 1-9 arasında değiştikçe oyuk tepe noktalarındaki termal gerilme değerleri görülmektedir. Aynı analiz ana katman elastisite modülü 40 MPa alınıp, her bir modelde elastisite modülleri oranı aynı tutularak oyuk ucu gerilme değerlerinin araştırılması şeklinde de yapılmıştır.

Çizelge 5.11 : İki katmanlı deney modeli ile aynı geometride elastisite modülünün değişimine bağlı olarak oyuk ucu çevresel gerilmeleri ve gerilme değişim faktörleri (DN: durum numarası, KN: katman numarası, GDF: gerilme değişim faktörü).

			ilk model				ikinci model			
DN	KN	αT	E(MPa)	E_1/E_2	uç gerilme (MPa)	GDF	E(MPa)	E_1/E_2	uç gerilme (MPa)	GDF
1	1	0,009	20,36	10	-0,0253	0,12	40	10	-0,0496	0,11
	2	0	2,04				4			
2	1	0,009	20,36	6	-0,0448	0,20	40	6	-0,0881	0,20
	2	0	3,39				6,67			
3	1	0,009	20,36	4	-0,0681	0,31	40	4	-0,1338	0,31
	2	0	5,09				10			
4	1	0,009	20,36	2	-0,1284	0,58	40	2	-0,2523	0,58
	2	0	10,18				20			
5	1	0,009	20,36	1	-0,2198	1,00	40	1	-0,4318	1,00
	2	0	20,36				40			
6	1	0,009	20,36	0,5	-0,3387	1,54	40	0,5	-0,6655	1,54
	2	0	40,72				80			
7	1	0,009	20,36	0,25	-0,4660	2,12	40	0,25	-0,9154	2,12
	2	0	81,44				160			
8	1	0,009	20,36	0,125	-0,5755	2,62	40	0,125	-1,1307	2,62
	2	0	162,88				320			
9	1	0,009	20,36	0,1	-0,6042	2,75	40	0,1	-1,1871	2,75
	2	0	203,60				400			

Şekil 5.28 'de, Çizelge 5.11 'de verilen modellere göre elastisite modülleri oranına bağlı olarak oyuk ucu gerilme değerlerinin değişim grafiği MATLAB uygulaması ile çizilmiştir. Burada değişime ait hem logaritmik hem de üstel fonksiyon uydurulmuştur.



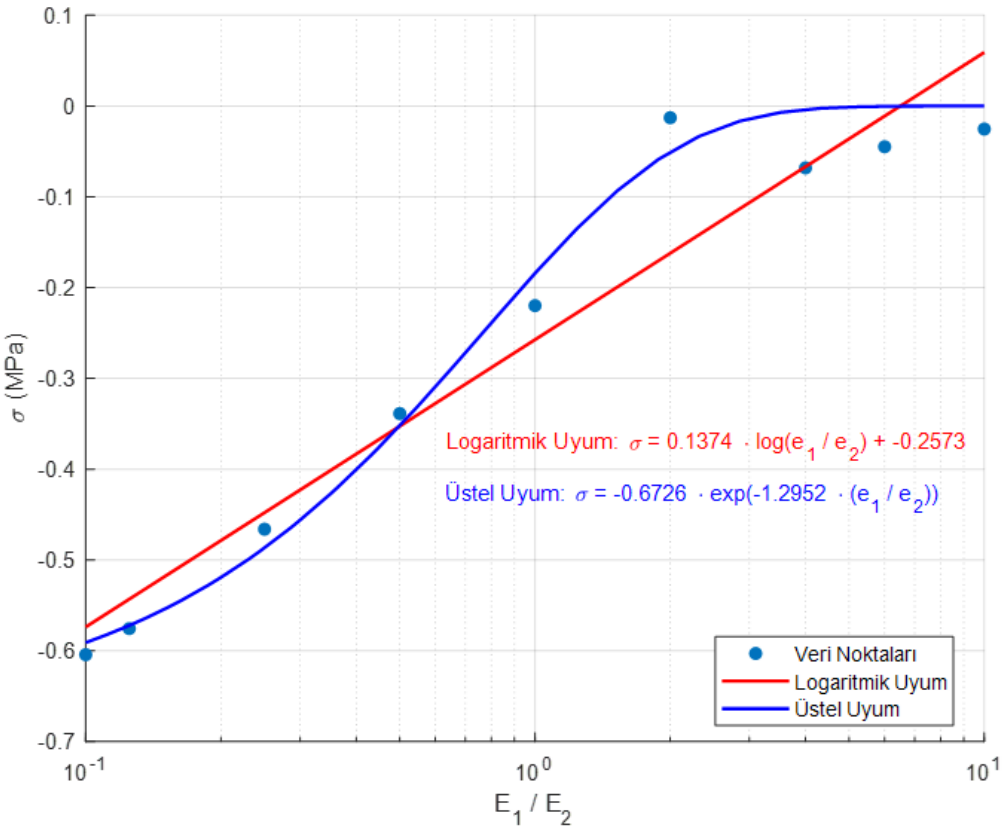
Şekil 5.27 : Çizelge 5.11 'de verilen birinci modele göre termal gerilme dağılımlarının karşılaştırılması

Önerilen logaritmik fonksiyon Denklem 5.9 ile, üstel fonksiyon ise Denklem 5.10 ile ifade edilmiştir. E1/E2 oranının 4 'ü geçmesinden sonra oyuk ucu gerilmelerinin çok yaklaştığı söylenebilir. Bu nedenle tanımlanan üstel fonksiyon E1/E2 oaranına bağlı değişen oyuk ucu gerilmesi fonksiyonunu daha iyi tanımlamaktadır.

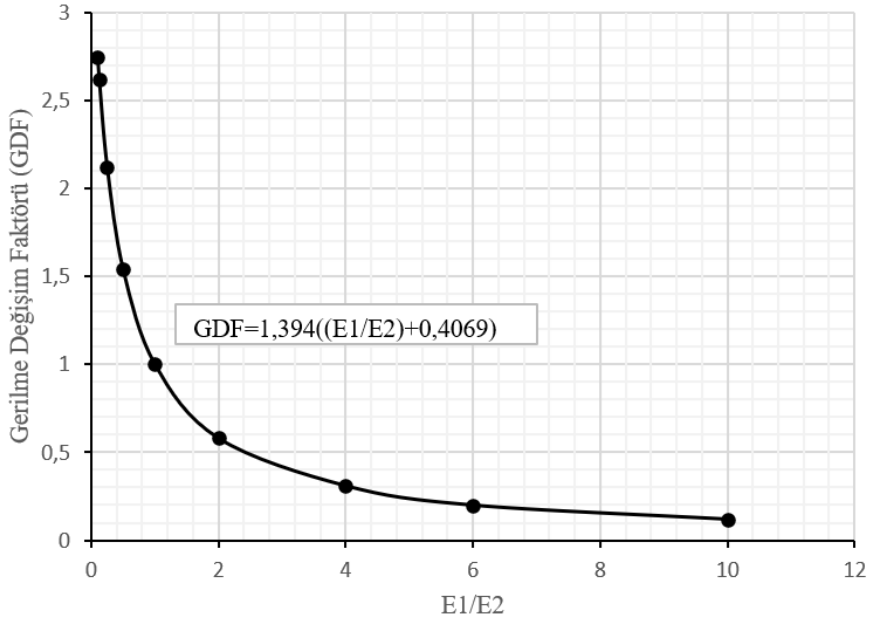
$$\sigma_{\text{oyuk tepe}_l} = 0,1374 \log\left(\frac{E1}{E2}\right) - 0,2573 \tag{5.9}$$

$$\sigma_{\text{oyuk tepe}_{\text{ü}}} = 0.6726 \exp\left(-1.2952\left(\frac{E1}{E2}\right)\right) \tag{5.10}$$

Aynı zamanda Çizelge 5.11 'de verilen modeller üzerinde yalnızca termal genleşme farklı, elastisite modülü tek bir değer olması durumu ile hem termal genleşme farklı hem de elastisite modülü farklı modeller arasındaki oyuk ucu gerilmeleri oranı, gerilme değişim faktörü (GDF) olarak tanımlanmıştır. Örneğin termal genleşme farkı 0,009 olan fakat elastisite modülü tek bir değer 40 MPa olan iki katmanlı plakta oyuk ucu gerilme değeri -0,4318 MPa hesaplanmıştır. Çizelge 5.11 'de ikinci modelde verilen her bir model oyuk ucu gerilme değerleri -0,4318 MPa değerine oranlandığında GDF katsayılarına ulaşılır. Çizelge 5.11 'de verilen elastisite modülü oranlarına bağlı



Şekil 5.28 : Çizelge 5.11 'de verilen modele göre oyuk ucu gerilmelerinin elastisite modülleri oranına bağlı değişimi.



Şekil 5.29 : Çizelge 5.11 'de verilen birinci modelde, elastisite modülleri oranına bağlı olarak gerilme değişim faktörünün dağılımı.

değişen iki modelde de eğer modül oranları eşit ise aynı GDF faktörüne ulaşıldığı görülmüştür. Şekil 5.29, GDF katsayılarının elastisite modülü oranlarına (E_1/E_2) bağlı dağılım grafiği verilmiştir. MATLAB uygulaması ile bu değişime bir eğri uydurularak GDF değerinin E_1/E_2 oranına bağlı değişimi ampirik bir formülle ifade edilmiştir:

$$GDF = \frac{1,394}{\frac{E_1}{E_2} + 0,4069} \tag{5.11}$$

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada kullanım amacına göre mekanik, termal, yalıtım ve/veya sürdürülebilirlik açısından üstün yapı tasarımları amacıyla kullanılan fonksiyonel derecelenmiş malzemelerin termal gerilme analizi teorik, deneysel ve sayısal yöntemlerle yapılmıştır.

Termal gerilmeler, üretim süreci veya hizmet ömrü boyunca yapısal elemanlarda bazı kritik sorunlara neden olabilir. Uzun vadeli mukavemet ve stabilite için bu konu tasarımda göz ardı edilmemelidir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, malzeme özelliklerindeki ani değişiklik nedeniyle lamine kompozitlerde oluşan bu tür sorunları da önlemek için geliştirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş bir malzemedeki termal gerilme dağılımı teorik olarak düzgün bir eğri olmasına rağmen, üretim teknikleri özelliklerin tam bir süreklilikle değişimini pratikte sağlayamamaktadır. Bundan dolayı plakta, amaçlanan malzeme özelliklerinin değişimi, her bir ince katmanda sabit özelliklere sahip lamine kompozit üretimi ile sağlanabilmektedir. Bu katmanlar yeterince ince seçilip, iki ardışık katman, sürekliliği yaklaşık olarak belirlemek için özellik değerlerinde küçük farklarla değiştirilerek ideal katman sayısına ulaşılır. Ancak, belirli bir katmanın kalınlığı ve özellikleri çeşitli koşullar nedeniyle sınırlıdır. Optimal bir çözüm elde etmek ve tasarım için kurallar geliştirmek amacıyla, gerilme dağılımları kapsamlı bir şekilde incelenmelidir. Literatürde analitik ve sayısal yöntemlere dayalı önceki çalışmalar incelenmiştir. Analitik ve nümerik yöntemin deneysel olarak doğrulanması ve çeşitli parametrelerin doğrulanmış bu yöntemlerle incelenmesi amacıyla bu çalışma gerçekleştirilmiştir.

Deneysel fototermoelastisite yöntemi ile türetilen termal gerilme ifadeleri ve sayısal yöntem doğrulandıktan sonra, sayısal analizler farklı parametreler için çoğaltılmıştır. Farklı model geometrileri, malzeme özellikleri, oyu ucu ara yüzey birleşim uzaklığı ve katman sayıları gibi değişkenlere bağlı olarak, sabit sıcaklık değişiminin sonsuz plaktaki termal gerilme dağılımı ve oyuk ucu gerilme yığılma faktörü araştırılmıştır.

İki temel aşamada yapılan çalışmada ilk olarak sıcaklık değişimine maruz termal genleşme katsayıları farklı malzemelerden oluşan plağın termal gerilme analizi yapılmıştır. Bunun için ilgili deney modelleri teorik ve deneysel ön çalışmalardan elde edilen tecrübe ve sonuçlarla geliştirilmiştir. Sonrasında hem termal genleşme katsayıları hem de elastisite modülleri farklı malzemelerin termal gerilme analizleri yapılmıştır. Teorik çalışmalarda literatürde bulunan benzer problemler incelenmiş ve burada türetilen denklemlerle karılaştırılarak detaylıca tartışılmıştır. Teorik çalışmalarda türetilen termal gerilme denklemleri malzemeye ait tüm mekanik özelliklerin farklı olması durumunda hem tabakalı kompozit plağa hem de fonksiyonel derecelendirilmiş kompozi plağa uygulanabilmektedir.

FGM 'lerin üretimi, pratikte ince katmanlardan oluşan lamine kompozitler olarak üretilmesine rağmen, katmanlar arasındaki şekil değiştirmenin sürekliliğinin sağlanmasının zorluğu nedeniyle deneysel çalışmaların ele alınması daha zordur. Ayrıca deney modellerinde termal şekil değiştirmenin ilgili modelde oluşturulması zorluk oluşturmaktadır. Bu çalışmada, lamine kompozit plakların termal gerilme analizi için deneysel bir model sunulmuştur. Deneysel model oluşturulurken malzemede mekanik modelleme yönteminden faydalanılmştır. Üç boyutlu fotoelastisite kullanılarak yapılan deneylerde fotoelastik incelemeye uygun optik hassas malzemelerden oluşan modelde elde edilen termal gerilme dağılımları elde edilmiştir. Modellenen termal gerilmelerin ölçülebilmesi amacıyla fotoelastisitede gerilmelerin dondurulması yönetmi kullanılmıştır. Bu sayede modelden incelenmek istenen doğrultularda dilim alınarak istenen noktalarda şerit sayısı ölçümleri mikroskopta yapılmıştır. Her bir noktaya ait ışığın geçtiği kalınlık değerleri de ölçülerek literatürde verilen asal gerilmelerin farkı formülü ile gerilme dağılımları elde edilmiştir. Bu deneysel modelleme yöntemi, amaç için oldukça pratik olduğu gösterilmiştir.

6.1 Çalışmanın Uygulama Alanı

İstenen özellikler doğrultusunda üstün özellikler ve performans elde etmek amacıyla kullanılan heterojen malzemelerin bir sınıfı olan FGM 'ler inşaat, uçak-uzay, otomotiv, kimya endüstrisi gibi bir çok alanda kullanılmakta ve malzemelerin mekanik

özelliklerinin iyileştirilmesi ile ilgili teknolojiler giderek gelişmektedir. Uçak uzay endüstrisinde uçakların gövde yapılarında yüksek mukavemet ve hafiflik açısından karbon fiber ile güçlendirilmiş polimerler, kanat yapılarında aerodinamik direnci artırmak için kullanılan malzemeler ve yine yüksek sıcaklık farkları nedeniyle termal direnci artırmak amacıyla kompozit malzemeler ve fonksiyonel derecelenmiş malzemeler kullanılmaktadır. Çarpışmaların önemli olduğu yapı elemanlarında malzemenin yüksek mukavemet düşük sertliğe sahip olması, yüksek enerji yutma kapasitesi olan yapılarda Kevlar (Aramid) ile polimer malzemeler kullanılarak heterojen malzemelerin avantajlarından faydalanılır. Birçok endüstriyel alanda kullanılabilen borular, reaktör örneğinde olduğu gibi sıvı, kimyasal ve sıcaklık farklarına maruz kalan yapı elemanlarında korozyon ve darbe direncini artıran, termal yalıtım sağlayan FGM veya tabakalı kompozit şeklinde kullanılırlar. Benzer şekilde yapı sektöründe de özellikle cephe elemanlarında ısı veya su yalıtımı amacıyla farklı malzemelerin kombinasyonlarından oluşan heterojen malzemeler kullanılmaktadır. İnşaat sektöründe beton karışımlarında farklı katkılar kullanılarak betonun işlenebilirlik, mekanik, termal, durabilite, optik, ısı ve su yalıtımı gibi özelliklerinin iyileştirilerek, çevre dostu ve daha ekonomik yapılara başvurulmasına yönelik uygulamalar bulunmaktadır. Güncel bir uygulama alanı olan ve mimari tasarım esnekliği, yapım maliyetlerini düşürme gibi avantajları bulunan 3D beton yazdırma teknolojisiyle bir üretim yapıldığında normal beton ve çimentolu kompozitlere göre azalan mekanik ve termal dayanım gibi bir çok özellik, 3D yazıcı ile üretildiğinde değişmekte, kısmen azalmaktadır [112] . Normal beton ile aynı performansı elde etmek ve aynı zamanda karbon salınımını, kalıp ve işçi maliyetlerini düşürerek daha sürdürülebilir yapıların uygulanması konusunda çalışmalar giderek hız kazanmaktadır.

6.2 Yalnızca Isıl Genleşme Katsayıları Farklı Levhalarda Termal Gerilme Analizi 'ne Ait Sonuçlar

Bu çalışmada, ısıl genleşme katsayıları farklı iki ve üç katmanlı lamine kompozitlerin arayüzüne dik bir boşluk etrafındaki termal gerilme dağılımını elde etmek için deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Yöntem, eksenel simetrik bir model üzerinde düzgün termal genleşmenin mekanik modellemesine dayanmaktadır. Oyuk geometrisi ve

oyuk ucunun konumuna göre gerilme dağılımı değişiminin incelenmesi amacıyla iki katmanlı lamine kompozit plağı modelleyen üç adet model bulunmaktadır. Bu modellerde oyuk ucu yarıçapının ve katmanların birleşim noktasının ucu ile arayüzü arasındaki mesafenin, gerilme dağılımı ve gerilme konsantrasyon faktörü K_C üzerinde etkileri gözlenmiştir. İki farklı ısıl genleşme katsayısına sahip malzeme ile oluşturulmuş modellerle üç farklı ısıl genleşme değerine sahip üç katmandan oluşan katmanlı kompozit model incelenmiştir. Bu deneysel sonuçlar, analitik çözüm ve sonlu eleman modellerinin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Sonlu eleman analizi sonuçları, ilgili bölgelerdeki diğer yöntemlerle çok iyi uyuştuğundan, bazı parametreler sonlu eleman analizleri ile çalışılmıştır. Burada elde edilen modeller için boyutsuz gerilme değerleri, uygun ölçekte bir prototip için kullanılabilir.

Fotoelastisite yöntemi ile bu modellerde farklı doğrultularda termal gerilme dağılımları ve oyuk ucu gerilme yığılmaları elde edilmiştir (Şekil 4.5- 4.9). Aynı yükleme durumu etkisinde, toplam kalınlıkları yakın fakat oyuk geometrileri farklı bu üç model karşılaştırıldığında oyuk ucu birleşim yüzeyine yaklaştıkça ve üçüncü modelde oyuk birleşim yüzeyini geçtiğinde tepe noktası gerilme değerinin arttığı görülmektedir (Şekil 4.9). Aynı zamanda oyuk ve kenar süreksizliklerinden uzak doğrultuda gerilme dağılımlarının bu süreksizliklerden etkilenmediği, yaklaşık olarak aynı dağılımlarının oluştuğu, birleşim yüzeyi üzerindeki gerilme sıçramalarının çok yakın olduğu görülmektedir. Şekil 4.5 'te birleşim yüzeyinde boyutsuz gerilmeler 0,54 'ten 0,45 'e değişirken, Şekil 4.6 'te bu sıçrama 0,48 'den 0,51 'e ve Şekil 4.7 'da 0,54 'ten 0,53 'e değişmektedir. Modellerde oyuk uç yarıçapı (r) ve oyuk tepe noktasının arayüzden uzaklığı (d) parametrelerine bağlı olarak hesaplanan gerilme konsantrasyon faktörü değerleri(K_C) Şekil 4.4 'de listelenmiştir. Gerilme konsantrasyon faktörü değerinin (K_C), uç yarıçapı (r) ve arayüzden uzaklığın (d) sırasıyla %36-%38 ve %49-%79 oranında azalmasıyla %20 oranında arttığı görülmüştür. Bu durum, r ve d küçüldükçe oyuk ucu gerilmesinin arttığını gösterir. Oyuk ucunun katmanlar arayüzünün diğer tarafında olduğu durumda, gerilmenin işaret değiştirdiği ve r ve d' deki daha büyük değişim için aynı K_C değerinin elde edildiği görülmüştür.

Isıl genleşme katsayısının sadece kalınlık yönünde değiştiği sabit sıcaklık değişimi etkisindeki serbest plakta çok katmanlı lamine kompozit plakaların termal gerilmesi

için analitik bir ifade türetilmiştir. Bu, plakanın sol ve sağ kenarlarının ve boşluğun süreksizlik etkilerinin olmadığı deneysel modellerdeki bölgeler için de geçerlidir. Analitik sonuçlar, sayısal analizlerle karşılaştırıldığında birleşim bölgelerinde bazı süreksizlikler olmasına rağmen çok iyi uyum göstermekte olup, analitik çözüm ile sayısal çözümün fark oranı % 8,63 olarak hesaplanmıştır. Aynı zamanda deneysel analizin sonuçları ile de belirtilen kenar ve oyuk süreksizliklerinden uzak bölgede analitik çözüm ile karşılaştırıldığında oratalama fark oranının %15,78 olduğu görülmüştür (Şekil 4.22). Bu, deneysel analizin doğruluğunu ve hassasiyetini göstermektedir. Bu karşılaştırmalar, sayısal çözümün, sonlu eleman modelinin daha ileri analizler için kullanılabilmesinde yeterince doğru veriler sağladığını göstermektedir (Şekil 4.23).

Deneysel modellerde termal genleşme katsayısının değişiminin etkisi, modellerin katmanlarındaki ayrık değerler alınarak analiz edilmiştir. İki ve üç katmanlı modellerin geometrilerinde, üretim koşulları nedeniyle doğrudan karşılaştırmayı imkansız kılan bazı farklılıklar olmasına rağmen, elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar modelini doğrulamak için kullanılmıştır. Ayrıca, iki katmanlı bir kompozite ara katman eklendiğinde arayüzdeki gerilmenin ani değişiminin ve gerilme konsantrasyonlarının azaldığı gösterilmiştir. Bu azalma, orta katmanın termal ve meaknik özelliklerine bağlıdır. İki katmanlı bir kompozitte termal genleşme katsayısının maksimum değerinin yarısı değerinde bir orta katmanın eklenmesi, oyuk ucundan arayüze olan mesafeye bağlı olarak bir boşluğun ucundaki gerilme değerini neredeyse iki ile yirmi üç kat arasında azaltmaktadır. Bu sonuçlar, Çizelge 4.4 'te listelenen doğrulanmış sonlu elemanlar analizlerinden alınmıştır. Aynı şekilde Çizelge 4.5 ve 4.6 'da da ara katman eklendiğinde gerilme dağılımlarının nasıl azaldığı gösterilmiştir. Aynı zamanda aynı plağın iki katmanlı ve üç katmanlı modellenmesi durumlarında K_C değerleri hesaplanmış olup, gerilme yığılma faktörü oranı $\frac{K_{C3}}{K_{C2}}$ değerleri elde edilmiştir. Burada 3 indisi üç katmanlı modele ait gerilme yığılması faktörünü, 2 indisi ise iki katmanlı modele ait gerilme yığılması faktörünü tanımlamaktadır. Çizelge 4.4-4.6 'da seçilen parametreler d/h_1 oranına bağlı olarak r=2,5 mm, r=1,8 mm ve r=0,9 mm değerleri için $\frac{K_{C3}}{K_{C2}}$ değişim grafikleri çizilmiştir (Şekil 4.24). Bu grafikler

karşılaştırıldığında, gerilme yığılma faktörü oranlarının benzer şekilde değiştiği, yalnızca gerilmelerin işaret değiştirdiği bölgede bu farkların büyüdüğü görülmektedir.

Şekil 4.25 'te oyuk ucundaki gerilme, ucun yarıçapı azaldıkça logaritmik olarak artmakta ve sınırda sıfıra eşit yarıçap için sonsuza gitmektedir. Bu değişim, gerilmenin tabaka kalınlığından bağımsızlığını korumak için burada boyutsuz r/h_1 değişkeni cinsinden ifade edilmiştir. Oyuk bulunduran ana katmana farklı sayıda kaplama tabakaları eklenerek gerilme dağılımlarındaki değişim incelenmiştir. Katman sayısının ana katman ve bir kaplama tabakası olduğu iki katmanlı modeller, ana katman sabit tutularak kaplama tabakasının altı eşit katman ile temsil edildiği modeller ve termal genleşme katsayısının gradasyonunun sürekli değiştiği modellerin gerilme dağılımlarının karşılaştırılması sonlu eleman analizleri ve analitik çözüm kullanılarak yapılmıştır. Ara katman kalınlığı h_m 'in ana katman kalınlığı h_1 'e oranına bağlı boyutsuz gerilmeler grafiği incelendiğinde (Şekil 4.26), ters bir ilişki olduğu, bu oran arttıkça boyutsuz gerilme değerlerinin azaldığı görülür. Yine katman sayısının gerilme dağılımına etkisinin araştırıldığı modeller oluşturulmuştur. İki ve altı katmanlı modellerdeki değişim lineer ve parabolik olmak üzere iki farklı fonksiyonla temsil edilmiştir. Gerilme konsantrasyonu dikkate alındığında, kaplamadaki katman sayısı arttıkça değişim asimptotik olarak sıfıra yaklaşmaktadır. Böylece, bu durumdaki sürekli derecelendirmenin altı katmana yakınlaştırılabileceği söylenebilir. Arayüzlerdeki gerilmelerde ani değişim, katman sayısını artırarak azaltılabilir (Şekil 4.27). Fonksiyonel derecelendirilmiş bir malzeme üretmek için kullanılan fonksiyon sadece arayüz gerilmeleri için değil, aynı zamanda bir kusurun ucundaki gerilme için de önemlidir. Burada, ayrıklaştırılmış doğrusal bir değişim ve ayrıklaştırılmış parabolik bir değişim karşılaştırılmıştır. Optimum değişim ikisinin arasında bir yerde bulunabilir. Bunun nedeni, parabolik değişimin alt tabaka ve kaplamanın ucundaki ve ara yüzündeki gerilme değerlerini azaltması, dış katmanlarda ve ara yüzlerde ise doğrusal fonksiyonla değişime kıyasla daha büyük değerler vermesidir. Doğrusal değişim bu gerilme dağılımlarını azaltır ve alt tabaka ile kaplama arasındaki ara yüzde daha yüksek gerilme değişimlerine neden olur. Bu nedenle, alt tabaka ile kaplama arasındaki ayrılmayı ve gerilme konsantrasyonunu önlemek için kaplamadaki termal genleşme katsayısının parabolik değişimi tercih edilir. Şekil

4.28 'de görülebileceği gibi, parabolik fonksiyonla değişim doğrusal fonksiyonla değişimden daha düşük değerde bir gerilme konsantrasyonuna yol açmaktadır.

Yalnızca ısıl genleşme katsayıları farklı, elastisite modülleri aynı, tabakalı kompozitler veya FGM' lere örnek olarak reaktör gövdelerinde kullanılan paslanmaz çelik-normal çelik birleşimleri verilebilir. Yine yapı sektöründe özellikle yalıtım ve cephe elemanlarında kullanılan alüminyum- polimer birleşimleri de bu duruma örnek verilebilir. Polimerler çok çeşitli olduğundan dolayı elastisite modülünün değişiminde çok geniş bir aralık vardır. Bu nedenle alüminyum ve polimer malzemeler elastisite modülü aynı olacak şekilde özel seçilebilir. Alüminyum ısıl genleşme katsayısı $23-25\times10^{-6}$ (1/°C) iken, polimerlerin ısıl genleşme katsayısı $50-150\times10^{-6}$ (1/°C) arasında değişmektedir. Bahsedilen bu uygulama örneklerinde sıcaklık değişimi etkisinde termal gerilme analizi türetilen analitik çözümle yapılabilir. Aynı zamanda deneysel çalışmadan elde edilen sonuçlar literatürde sunulan benzeşim teorisine dayalı, Denklem 6.1 'de verilen bağıntı ile prototipteki gerilmelere dönüştürülebilir [115].

$$\sigma_n = \frac{(1-\nu_m)E_n}{(1-\nu_n)E_m}\kappa\sigma_m \tag{6.1}$$

Burada n indisi prototip, m indisi modele ait büyüklükleri göstermektedir. $\kappa = \frac{\varepsilon_{pi}}{\varepsilon_{mi}}$ ifadesinde, $\varepsilon_{pi} = (\alpha_2-\alpha_1)\Delta T$ olup, prototipteki genleşme değerine, ε_{mi} ise modelde dondurulan şekil değiştirme değerine eşittir. Paslanmaz çelik- normal çelik birleşimden oluşan bir uygulama örneğinde benzeşim teorisiyle prototipteki gerilmelerin eldesi, 200 °C sıcaklık değişimi için bu çalışma kapsamında yapılan bir makalede verilmiştir [111].

6.3 Elastisite Modülü ve Termal Genleşme Katsayıları ile Fonksiyonel Derecelenmiş Levhalarda Termal Gerilmelerin Analizi 'ne Ait Sonuçlar

Sabit sıcaklık değişimi etkisinde serbest levhada çeşitli lamine kompozit ve elastisite modülü derecelendirmeleri sürekli fonksiyonla değişen malzemelerde termal gerilme dağılımlarının ve gerilme konsantrasyonunun değişimi araştırılmıştır. Serbest bir plaktaki termal gerilme dağılımları ifadesini elde etmek için analitik çözüm, süperpozisyon ilkesine dayalı şekil değiştirmelerin bastırılması yöntemi ile türetilmiştir.

Türetilen analitik formülasyonu doğrulamak için, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş ve lamine edilmiş kompozit plak için termal gerilme konsantrasyonunu anlamak üzere deneysel bir model sunulmuştur. Katman sayısının, bir katmanın kalınlığının, derecelendirme fonksiyonunun, elastisite modülü oranının ve kaplamanın etkilerini anlamak üzere genişletilmiş sayısal modellerle analiz genişletilmiştir.

Sayısal modeller sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak analiz edilmiştir. Deneydeki adım değişimi, modellerdeki malzeme katsayılarının sürekli veya çok katmanlı (> 2) adım değişimi için bir referans noktası olarak kullanılmıştır. Dört katmanlı deneysel modelde, katmanlı bir kaplama olarak üretilmiş olup, kaplama tabakasında katman sayısı artırıldıkça gerilme dağılımlarının ve birleşim yüzeyleri ile oyuk ucundaki gerilmelerin azaldığı gösterilmiştir. Oyuk bulundurmayan FGM 'lerde veya lamine kompozit plakalarda termal gerilme dağılımı için analitik bir formül türetilmiştir. Lamine kompozitlerin, gerilme konsantrasyonunu etkileyen arayüzlerde bazı gerilme sıçramalarına sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Şekil 5.20 'da, analitik sonuçlar, katman sayısı artırıldığında lamine plağın gerilme alanının malzeme özellikleri sürekli fonksiyonla değişen plağınkine yaklaştığını göstermektedir. Kullanılan katman sayısı arttıkça, kritik noktalardaki gerilme değerleri düşmektedir. 8 katmanlı kompozit, fonksiyonel derecelendirmede uygun sonuçlar vermektedir. Katmanlı plakların analitik formülünde (Denklem 2.96 ve 2.97) elde edilen integral sabitleri C_1 ve C_2, fonksiyonel derecelendirilmiş plağın sabitlerine yaklaşmaktadır (Çizelge 5.8). "İki katmanlı deneysel model" ve "eşit olmayan yüksekliğe sahip 2 katman" için sonuçlar göz önüne alındığında, elastik modül ve ısıl genleşme katsayısının bazı doğrusal değişimler biçiminde seçilmesi, daha düşük değerlere sahip gerilme değişimlerine yol açmaktadır. Burada malzeme sabitleri için önerilen sürekli derecelendirme, iki işaretli sürekli bir gerilme dağılımına yol açmaktadır. İlk katmanın üç katmanlı bir kaplama ile kaplandığı deneysel model, gerilme konsantrasyonunun azaldığını göstermektedir. Kaplamanın sürekli bir derecelendirmesi varsa, gerilme iki katmanlı kompozitinkinden farklı şekilde değişmektedir.

İki katmanlı model, farklı elastik modüllere ve ısıl genleşme katsayılarına sahip iki katmandan oluşan bir plak iken, dört katmanlı model, üç katmanlı bir kompozit malzeme ile kaplanmış plaka olarak kabul edilmiştir. Statik termal yükleme altında

katmanlı kompozit plakları analiz etmek için bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Aynı özelliklere sahip sonlu eleman modellerinden benzer bir durum elde edilmiştir. Katmanlı kompozitler için gerilme dağılımları, sürekli derecelendirmeli malzeme sabitlerine sahip plak için elde edilen sonuçlara yaklaşmaktadır.

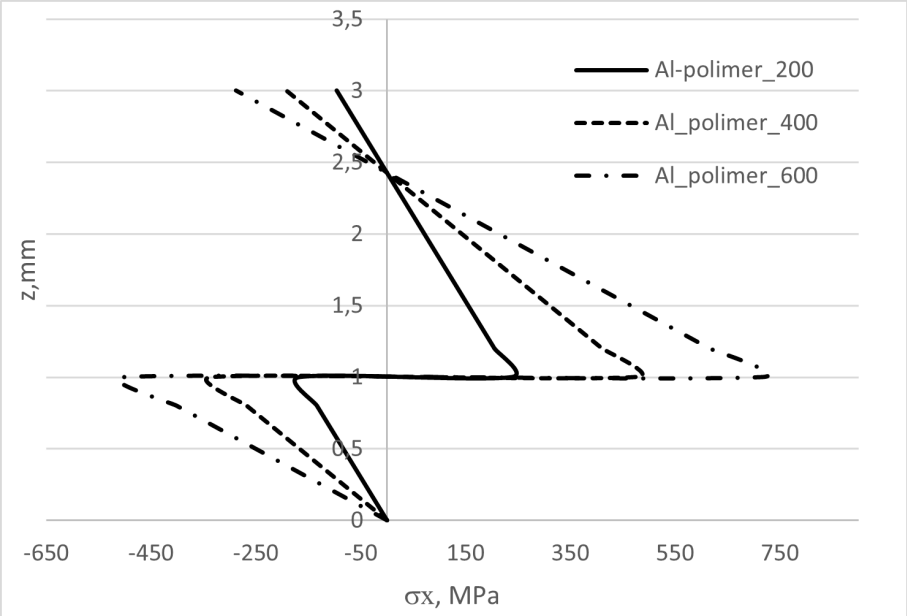
Değişimler bazı doğrusal fonksiyonlar olduğunda gerilme konsantrasyon faktörü (K_C) de azalmaktadır. Plak, karşılık gelen malzeme sabitlerine sahip 8 katmandan oluştuğunda bu değer yalnızca 1,25 'tir (Çizelge 5.10). Böylece katman sayısı 4 kat artmakta ve boşluğun ucundaki K_C değeri 1,84 kat azalmaktadır. Bu değerlerden, katman sayısı arttıkça K_C değerinin asimptotik olarak 1'e yaklaştığı çıkarılabilir. Tasarımdaki güvenlik katsayılarıyla gerilme değerinde %25 'lik bir artış tolere edilebildiğinden, benzer termal davranış için sürekli derecelendirmeye göre 8 katmanlı kompozit tercih edilebilir. Buna ek olarak, iki katmanlı lamine kompozitte elastisite modülü oranının gerilme konsantrasyonuna etkisi araştırılmıştır. Plakta ana katmanda elastisite modülü daha düşük malzeme kullanımı, bir kusur yakınındaki gerilme konsantrasyonunu azaltmaktadır.

Sonuçları Çizelge 5.11 'de sunulan sayısal analizden, ikinci katman için oyuk bulunduran ana katmana göre daha büyük elastik modülünün uygulanmasının, boşluğun ucunda daha büyük gerilmeye ve daha büyük gerilme değişim katsayısına yol açtığı sonucuna varılmıştır. Bu, yüksek termal gerilme konsantrasyonlarından kaçınmak için katmanlarda elastisite modülünün optimum değerinin belirlenmesi gerektiği anlamına gelir. Elastisite modülünün daha küçük değerleri, gerilme konsantrasyonunda daha büyük bir azalmaya yol açar. Denklem 5.11, sunulan modelde farklı elastisite modülü oranları için gerilme konsantrasyonundaki azalmayı tahmin etmek için önerilmiştir.

Uygulamada hem elastisite modülü hem de ısıl genleşme katsayıları farklı bir çok örnek görülebilmektedir. Yapı sektöründe, uçak ve otomotiv sektöründe kullanılan kompozit paneller veya farklı malzemelerin belirli yüzdelerde kullanımı ile oluşturulan fonksiyonel derecelenmiş malzeme uygulamaları vardır. Hafiflik ve yüksek mukavemet, korozyon direnci gibi birçok avantaj sebebiyle kullanılan Alüminyum-polimer, cam fiber-epoksi kompoziti veya karbon fiber-epoksi birleşimleri bunlara

Çizelge 6.1 : Alüminyum-polimer heterojen malzeme örneğinde bileşenlerin mekanik ve termal özellikleri.

Al-Polimer	Al (Alüminyum)	Polimer (Epoksi)
E (GPa)	70	3
α (1/°C)	24×10^{-6}	100×10^{-6}
ν	0,32	0,49



Şekil 6.1 : Polimer-epoksi kompozitinin türetilen analitik çözümle farklı sıcaklık değerleri için termal gerilme dağılımları.

örnek verilebilir. Çizelge 6.1 alüminyum (Al) ve epoksi malzemelerinin termal ve mekanik özelliklerini göstermektedir. Bu birleşimde uygulamada kompozit panel olarak mevcut olan 1 mm kalınlıklı Al, ana 3 mm kalınlıklı epoksi tabakası ile kaplanmıştır. Tanımlanan bu plakta 200, 400 ve 600 °C sıcaklık değişimleri için oluşan termal gerilme dağılımları burada türetilen analitik çözüm (Denklem refeq107) kullanılarak elde edilmiştir. Şekil 6.1 'de farklı sıcaklık değişimleri etkisindeki alüminyum (Al)-epoksi plakta oluşan termal gerilme dağılımları kompozit kalınlığı boyunca verilmiştir. Sıcaklık değişimi arttıkça malzemede termal gerilmelerin arttığı, aynı zamanda birleşim yüzeyindeki gerilme sıçramalarının da büyüdüğü görülmektedir.

6.4 Genel Çıkarımlar ve İleri Çalışmalar

Fonksiyonel derecelenmiş malzemede derecelenmenin hem yalnızca termal genleşme katsayısı değiştirilerek hem de elastisite modülü ve termal genleşme katsayısının birlikte değiştiği problem modellerinde analitik, sayısal ve deneysel çalışmalarda uyumlu sonuçlar elde edilmiştir ve bu durumlar için sayısal analizler çoğaltılarak yapay formüller önerilmiştir. İşlevsellik için malzeme derecelendirmesini optimize etmek üzere hem termal hem de mekanik etkiler altında sürekli derecelendirme için bu modelleri geliştirerek gelecekteki çalışmalar sürdürülebilir. Burada türetilen ampirik formül bu amaca hizmet eden bir sonuç olarak kabul edilebilir. Özellikle, bu modellerde gerilme konsantrasyonu belirlenebilir. Burada iki katmanlı deneysel modelin özel durumu için, arayüzden 2,60 mm uzaklıktaki küresel boşluğun ucundaki gerilme konsantrasyonu yaklaşık 2,16 'dır. Bu sonuç ayrıca, kusurların bir kompozit plakanın termal genleşmesi nedeniyle malzemenin beklenmedik şekilde bozulmasına nasıl yol açtığını da gösterir. Bu yüksek konsantrasyon, yeterli sayıda katman ve/veya FGM kaplama ile malzeme özelliklerinin işlevsel olarak derecelendirilmesiyle azaltılabilir. Hem yalnızca ısıl genleşme katsayısı hem de ısıl genleşme katsayısı ve elastisite modülü birlikte değişen modellere ait çalışmalarda katman sayısının 6 ve daha fazla artırılması durumunda, daha sürekli bir termal gerilme dağılımı elde edildiği, dağılımların sürekli fonksiyonla derecelendirme durumuna yaklaştığı görülmüştür. Bu durum plak imalatında bir tasarım kriteri olarak kullanılabilir. Bu çalışma kapsamında elde edilen tüm bulgular, FGM tasarım ve optimizasyonunda hem malzeme dayanıklılığını artırmak, malzemede ihtiyaç duyulan özelliklere göre FGM 'nin avantajlarını kullanmak hem de beklenmedik gerilme sıçramalarını ve yığılmalarını önlemek için yol gösterici niteliktedir. Özellikle, tasarım süreçlerinde katman sayısının artırılmasının ve derecelendirme yöntemlerinin dikkatle ele alınması gerektiği vurgulanmıştır. Çalışma kapsamında deney modelleri ile doğrulanan analitik formülasyonlar ve sayısal analiz yöntemlerine, farklı oyuk ve model geometrileri ile yükleme durumları için ter-FG plaklar ve tabakalı kompozit plaklarda kolaylıkla uygulanabilir. Bu çalışmaların devamında çift yönlü fonksiyonel olarak

derecelendirilmiş plaklarda termal gerilme analizine dair deneysel, analitik ve sayısal analizler gelecekteki çalışmalar için planlanmaktadır.

KAYNAKLAR

[1] **Shinohara, Y.** (2013). Functionally Graded Materials, Handbook of Advanced Ceramic.

[2] **Carrera, E.**, **Fazzolari, F.A. ve Cinefra, M.** (2016). Thermal Stress Analysis of Composite Beams, Plates and Shells, Computational Modelling and Applications, 1 sürüm.

[3] **Timoshenko, S.P. ve Goodier, J.N.** (1970). Theory of Elasticity, Mc. Graw Hill, London.

[4] **Ravichandran, K.S.** (1995). Thermal Residual Stresses in a Functionally Graded Material System, *Materials Science and Engineering A201*, 269–276.

[5] **Corporation, H.**, (2022). Advanced Materials: Huntsman Araldite CW 229 / Aradur 229-1 Technical Data Sheet.

[6] **Thornton, E.A.** (1996). Thermal Structures for Aerospace Applications, AIAA-Aerothermodynamics, Reston, Virginia, 1 sürüm.

[7] **Mondal, K.**, **Nunez, L.**, **Downey, C. ve Van Rooyen, I.** (2021). thermal barrier coatings overview: design, manufacturing, and applications in high-temprerature industries, *Ind. Eng. Chem. Res.*, (60), 6061–6077.

[8] **Sam, M.**, **Jojith, R. ve Radhika, N.** (2021). Progression in manufacturing of functionally graded materials and impact of thermal treatment—A critical review, *Journal of Manufacturing Processes*, (68), 1339–1377.

[9] **Naebe, M. ve Shirvanimoghaddam, K.** (2016). Functionally graded materials: A review of fabrication and properties, *Appl. Mater. Today*, (5), 223–245.

[10] **Krishna, N. ve Nomura, S.** (2023). Analysis of thermal stresses in FGM-Matrix medium induced by constant heat flux at the far field, *Mech. Adv. Mater. Struct.*, (30), 160–167.

[11] **Baytak, T.**, **Tosun, M.**, **Ipek, C. ve Mollamahmutoglu, C.and Bulut, O.** (2022). Thermal Stress Analysis for Functionally Graded Plates with Modulus Gradation, Part II, *Experimental Mechanics*, (64), 1229–1247.

[12] **Dai, T.**, **Li, B.**, **Tao, C.**, **He, Z. ve Huang, J.** (2022). Thermo-mechanic alanalysis of a multilayer hollow cylindrical thermal protection structure with functionally graded ultrahigh-temperature ceramic to be heat resistant layer, *Aerosp. Sci. Technol.*, (124).

[13] **Yang, Y.**, **Chen, D. ve Yang, B.** (2019). 3D thermally induced analysis of annular plates of functionally graded materials, *Theor. App. Mech. Lett.*, (9), 297–301.

[14] **Yevtushenko, A.**, **Topczewska, K. ve Zamojski, P.** (2023). Use of functionally graded material to decrease maximum temperature of a coating-substrate system, *Materials*, (16).

[15] **Qian, G.**, **Nakamura, T. ve Berndt, C.** (1998). Effects of thermal gradient and residual stresses on thermal barrier coating fracture, *Mech. Mater.*, (27), 91–110.

[16] **Martena, M.**, **Botto, D.**, **Fino, P.**, **Sabbadini, S.**, **Gola, M. ve Badini, C.** (2006). Modelling of TBC system failure: stress distribution as a function of TGO thickness and thermal expansion mismatch, *Eng. Fail. Anal.*, (13), 409–426.

[17] **Freund, L. ve Suresh, S.** (2004). Thin film materials: stress, defect formation and surface evolution, Cambridge University Press.

[18] **Wang, Y.**, **Wang, C.**, **You, Y.**, **Cheng, W.**, **Dong, M.**, **Z., Z.**, **Liu, J.and Wang, L.**, **Zhang, X. ve Wang, Y.** (2023). Thermal stress analysis of optimized functionally graded coatings during crack propagation based on finite element simulation, *Surf. Coat. Technol.*, (463).

[19] **Lee, K.**, **Chalivendra, V. ve Shukla, A.** (2008). Dynamic crack-tip stress and displacement fields under thermomechanical loading in functionally graded materials, *J. Appl. Mech.*, (75).

[20] **Chen, Z. ve Liu, F.** (2024). An implicit thermo-mechanical coupling model for heat conduction and thermal cracking in brittle materials, *Computers and Geotechnics*, (166).

[21] **Boley, B.A. ve Weiner, J.H.** (1997). Theory of Thermal Stress, Dover Publications, New York.

[22] **Suresh, S. ve Mortensen, A.** (1997). Functionally graded metals and metal-ceramic composites: Part 2 Thermomechanical behaviour, *Int. Mater. Rev.*, (42), 85–116.

[23] **Gu, Y.**, **Khor, K.A.**, **Fu, Y.Q. ve Wang, Y.** (2008). Functionally graded ZrO2-NiCrAlY coatings prepared by plasma spraying using pre-mixed, spheroidized powders, *Surf. Coating Technol.*, (96), 305–312.

[24] **Kapuria, S.**, **Bhattacharyya, M. ve Kumar, A.** (2008). Theoretical modeling and experimental validation of thermal response of metal-ceramic functionally graded beams, *J. Therm. Stresses*, (31), 759–787.

[25] **Zhou, W.**, **Zhang, R.**, **Ai, S.**, **Pei, Y. ve Fang, D.** (2016). Analytical modeling of thermal residual stresses and optimal design of ZrO2/(ZrO2+Ni) sandwich ceramics, *Ceramics International*, (41), 8142–8148.

[26] **El-Ashmawy, A.**, **Kamel, M. ve Adnan Elshafei, M.** (2016). Thermo-mechanical analysis of axially and transversally function graded beam, *Composites Part B: Engineering*, (102), 134–149.

[27] **Sharma, R.**, **Jadon, V. ve Singh, B. Sharma, N.** (2018). Transient thermoelastic investigation of FGM composite plate with varying grading parameter, *Proc. IME J. Mater. Des. Appl.*, (232), 441–452.

[28] **Talebizad, A.**, **Isavand, S.**, **Bodaghi, M.**, **Shakeri, M. ve Aghazadeh, M.** (2013). Thermo-mechanical behavior of cylindrical pressure vessels made of functionally graded austenitic/ferritic steels, *nt. J. Mech. Sci.*, (77), 171–183.

[29] **Abdulaliyev, Z.**, **Bakioglu, M.**, **Ataoglu, S.**, **Kurtkaya, Z. ve Gulluoglu, A.** (2012). Thermal stress concentration in plates from different materials, *J. Aircr.*, (49), 941–946.

[30] **Vaghefi, R.** (2020). Three-dimensional temperature-dependent thermo-elastoplastic bending analysis of functionally graded skew plates using a novel meshless approach, *Aerosp. Sci. Technol.*, (104).

[31] **Chu, Y.**, **Hao, B. Li, Z.**, **Zhu, J. ve He, X.** (2019). An analytical model for predicting residual stresses in multiple layers by plasma cladding process, *AIP Adv.*, (9).

[32] **Baytak, T.**, **Topcu, I. ve Bulut, O.** (2022). Discussion on the manuscript entitled "Thermal residual stress in a functionally graded material system" by K. S. Ravichandran, Materials Science and Engineering A, 201(1–2), pp. 269-276, *Material Science Engineering A*, *839*.

[33] **Baytak, T. ve Bulut, O.** (2022). Thermal stress in functionally graded plates with a gradation of the coefficient of thermal expansion only, *Exp. Mech.*, (62), 655–666.

[34] **Vaziri, S.A.**, **Ghannad, M. ve Beg, O.A.** (2019). Exact thermoelastic analysis of a thick cylindrical functionally graded material shell under unsteady heating using first order shear deformation theory, *Heat Transfer-Asian Research*, (48), 1545–1981.

[35] **Yang, D.S.**, **Zhang, H.W.**, **Zhang, S. ve Lu, M.K.** (2015). A multiscale strategy for thermo-elastic plastic stress analysis of heterogeneous multiphase materials, *Acta Mechanica*, (226), 1549–1569.

[36] **Gong, J.F.**, **Xuan, L.K.**, **Ming, P.J. ve Zhang, W.P.** (2014). Application of the Staggered Cell-Vertex Finite Volume Method to Thermoelastic Analysis in Heterogeneous Materials, *Journal of Thermal Stresses*, (37), 506–531.

[37] **Cho, J.R. ve Oden, J.T.** (2000). Functionally graded material: a parametric study on thermal-stress characteristics using the Crank-Nicolson-Galerkin scheme, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, (188), 17–38.

[38] **Zhang, S.**, **Yang, D.S.**, **Zhang, H.W. ve Zheng, Y.G.** (2013). Coupling extended multiscale finite element method for thermoelastic analysis of heterogeneous multiphase materials, *Computers and Structures*, (121), 32–49.

[39] **Macri, M. ve Littlefield, A.** (2013). Enrichment based multiscale modeling for thermo-stress analysis of heterogeneous material, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (93), 1147–1169.

[40] **Chauhan, P.K. ve Khan, S.** (2016). Functionally graded materials: A review on application of finite element method, *Int. J. Adv. Product. Mech. Eng.*, (2), 1–6.

[41] **Demirbaş, M.D.**, **Ekici, R. ve Apalak, M.K.** (2020). Thermoelastic analysis of temperature-dependent functionally graded rectangular plates using finite element and finite difference methods, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, (27), 707–724.

[42] **Jasem, A.A. ve Wahab, M.A.** (2012). Finite Element Analysis of Functionally Graded Thick-Cylinders Subjected to Mechanical and Thermal Loads, *Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Houston, Texas, USA.

[43] **Dhital, S.**, **Rokaya, A.**, **Kraizer, M.R. ve Zhang, Y.** (2019). Accurate and Efficient Thermal Stress Analyses of Functionally Graded Solids Using Incompatible Graded Finite Elements, *Composite Structures*, (222), 1–10.

[44] **Chen, K.Z. ve Feng, X.A.** (2004). CAD modeling for the components made of multi heterogeneous materials and smart materials, *Computer-Aided Design*, (36), 51–63.

[45] **Chen, K.Z. ve Feng, X.A.** (2001). Towards design method for heterogeneous components, *Proc. 13th Int. Conf. Eng. Des.*, Glasgow, Scotland, UK.

[46] **Chen, K.Z. ve Feng, X.A.** (2003). Computer-aided design method for the components made of heterogeneous materials, *Computer-Aided Design*, (35), 453–466.

[47] **Demirtas, M. ve Apalak, M.** (2017). Numerical solution of thermal stress analysis with finite difference method of functionally graded circular plates, *Int. J. Eng. Res. Dev.*, (10), 149–157.

[48] **Sadek, G.**, **Abdelkader, M.**, **Aboubakar, S.**, **Kamel, Z. ve Abderahmane, S.** (2015). On the reduction of stress concentration factor around a notch using a functionally graded layer, *Mater. Res.*, (18), 971–977.

[49] **Noda, N.** (1999). Thermal Stresses in Functionally Graded Materials, *J. Thermal Stresses*, (22), 477–512.

[50] **Bankar, U. ve Parameswaran, V.** (2013). Fracture of Edge Cracked Layered Plates Subjected to In-plane Bending, *Exp. Mech.*, (53), 287–298.

[51] **Goupee, A. ve Vel, S.** (2010). Transient multiscale thermoelastic analysis of functionally graded materials, *Composite Structures*, *92*, 1372–1390.

[52] **Cho, J.R.**, **Kang, Y.J.**, **Jeong, K.Y.**, **Noh, Y.J. ve Lim, O.K.** (2012). Homogenization and thermoelastic analysis of heterogeneous materials with regular and random microstructures, *Composites: Part B*, *43*, 2313–2323.

[53] **Xiao, Y.** (2016). Advances in thermal analysis of heterogeneous materials with hybrid finite element methods, *IJSRSET: Engineering and Technology*, *2*, 1114–1124.

[54] **Bao, G. ve Wang, L.** (1995). Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings, *International Journal of Solids and Structures*, *32*, 2853–2871.

[55] **Wang, W.**, **Yuan, H.Y.**, **Li, X. ve Shi, P.** (2019). Stress Concentration and Damage Factor Due to Central Elliptical Hole in Functionally Graded Panels Subjected to Uniform Tensile Traction, *Materials*, *12*.

[56] **Goyat, W.**, **Verma, S. ve Garg, R.K.** (2018). Reduction in stress concentration around a pair of circular holes with functionally graded material layer, *Acta Mechanica*, *229*, 1045–1060.

[57] **Nemat-Alla, M.** (2009). Reduction of thermal stresses by composition optimization of two-dimensional functionally graded materials, *Acta Mechanica*, *208*, 147–161.

[58] **Gouasmi, S.**, **Megueni, A.**, **Bouchikhi, A.S.**, **Kamel, Z. ve Abderahmane, S.** (2015). On the Reduction of Stress Concentration Factor Around a Notch Using a Functionally Graded Layer, *Materials Research*, *18*, 971–977.

[59] **Mehrparvar, M. ve Ghannadpour, S.A.M.** (2018). Plate assembly technique for nonlinear analysis of relatively thick functionally graded plates containing rectangular holes subjected to in-plane compressive load, *Composite Structures*, *202*, 867–880.

[60] **Nie, G.J.**, **Zhong, Z. ve Batra, R.C.** (2018). Material tailoring for reducing stress concentration factor at a circular hole in a functionally graded material (FGM) panel, *Composite Structures*, *205*, 49–57.

[61] **Dave, J. ve Sharma, D.** (2018). Stress field around rectangular hole in functionally graded plate, *International Journal of Mechanical Sciences*, *136*, 360–370.

[62] **Singh, V.D.**, **Jadvani, N. ve Kalita, K.** (2016). Stress and strain analysis of functionally graded plates with circular cutout, *Advances in Material Research*, *5*, 81–92.

[63] **Kubair, D.V. ve Bhanu-Chandar, B.** (2016). Stress concentration factor due to a circular hole in functionally graded panels under uniaxial tension, *International Journal of Mechanical Sciences*, *50*, 732–742.

[64] **Berrahal, L.**, **Boulenouar, A.**, **Ait, F.**, **Miloudi, A. ve Naoum, H.** (2023). FE analysis of crack problems in functionally graded materials under thermal stress, *Int. J. Interact. Des. Manuf.*, (17), 1633–1644.

[65] **Nojumi, M. ve Wang, X.** (2020). Analysis of crack problems in functionally graded materials underthermomechanical loading using graded finite elements, *Mech. Res. Commun.*, (106).

[66] **Iqbal, M.**, **Birk, C.**, **Ooi, E.**, **Pramod, L.**, **Natarajan, S.**, **Gravenkamp, H. ve Song, C.** (2022). Thermoelastic fracture analysis of functionally graded materials using the scaled boundary finite element method, *Engineering Fracture Mechanics*, (264), 108305.

[67] **Jha, D.K.**, **Kant, T. ve Singh, R.K.** (2013). A critical review of recent research on functionally graded plates, *Composite Structures*, *96*, 833–849.

[68] **Swaminathan, K. ve Sangeetha, D.M.** (2017). Thermal analysis of FGM plates – A critical review of various modeling techniques and solution methods, *Composite Structures*, *160*, 43–60.

[69] **Shanmugavel, P.**, **Bhaskar, M.**, **Chandrasekaran, M.**, **Mani, P.S. ve Srinivasan, S.P.** (2012). An Overview of Fracture Analysis in Functionally Graded Materials, *European Journal of Scientific Research*, *68*, 412–439.

[70] **Rousseau, C. ve Tippur, H.** (2010). Dynamic fracture of compositionally graded materials with cracks along the elastic gradient: experiments and analysis, *Mechanics of Materials*, *33*, 403–421.

[71] **Rousseau, C.**, **Chalivendra, V.**, **Tippur, H. ve Shukla, A.** (2010). Experimental Fracture Mechanics of Functionally Graded Materials: An Overview of Optical Investigations, *Experimental Mechanics*, *50*, 845–865.

[72] **Abdulaliyev, Z.**, **Donmez, A. ve Ataoglu, S.** (2015). Photoelastic stress analysis of pre-tensioned concrete elements, *El-Cezerî J. Sci. Eng.*, (2), 60–66.

[73] **Dal Corso, F. ve Bigoni, D.** (2010). The stress intensity near a stiffener disclosed by photoelasticity, *Int. J. Fract.*, (166), 91–103.

[74] **Misseroni, D.**, **Dal Corso, F.**, **Shahzad, S. ve Bigoni, D.** (2014). Stress concentration near stiff inclusions: Validation of rigid inclusion model and boundary layers by means of photoelasticity, *Eng. Fract. Mech.*, (121), 87–97.

[75] **Mathews, J.**, **Khaderi, S. ve Ramji, M.** (2020). Experimental evaluation of the strain intensity factor at the inclusion tip using digital photoelasticity, *Opt. Lasers Eng.*, (126).

[76] **Gao, Y.**, **Xiao, W. ve Zhu, H.** (2019). Free vibration analysis of nanotubes consisted of functionally graded bi-semi-tubes by a two steps perturbation method, *Lat. Am. J. Solids Struct.*, (16).

[77] **Gao, Y.**, **Ws, X. ve Zhu, H.** (2019). Nonlinear vibration analysis of different types of functionally graded beams using nonlocal strain gradient theory and a two-step perturbation method, *Eur. Phys. J. Plus*, (134).

[78] **Comez, I.**, **Aribas, U.**, **Kutlu, A. ve Omurtag, M.** (2021). An exact elasticity solution for monoclinic functionally graded beams, *Arab. J. Sci. Eng.*, (46), 5135–5155.

[79] **Bernardo, G.**, **Damasio, F.**, **Silva, T. ve Loja, M.** (2016). A study on the structural behaviour of FGM plates static and free vibration analyses, *Compos. Struct.*, (136), 124–138.

[80] **Kar, V. ve Panda, S.** (2015). Effect of temperature on stability behaviour of functionally graded spherical panel, *IOP Conf Ser:Mater Sci Eng*, NIT Roukela, India.

[81] **Wang, Z. ve Soares, C.** (2021). Upheaval thermal buckling of functionally graded subsea pipelines, *Applied Ocean Research*, (116), 102881.

[82] **Farrokh, M.**, **Taheripur, M. ve Carrera, E.** (2022). Optimum distribution of materials for functionally graded rectangular plates considering thermal buckling, *Composite Structures*, (289), 115401.

[83] **Zhang, J.**, **Chen, S. ve Zheng, W.** (2020). Dynamic buckling analysis of functionally graded material cylindrical shells under thermal shock, *Continuum Mech. Thermodyn*, (32), 1095–1108.

[84] **Smaisim, G.**, **Bidgoli, M.**, **Goh, K. ve Bakhtiari, H.** (2024). Review of thermoelastic, thermal properties and creep analysis of functionally graded cylindrical shell, *AUSTRALIAN JOURNAL OF MECHANICAL ENGINEERING*, (22), 429–440.

[85] **Sadowski, T. ve Ataya, S. Nakonieczny, K.** (2009). Thermal analysis of layered FGM cylindrical plates subjected to sudden cooling process at one side – Comparison of two applied methods for problem solution, *Comput. Mater. Sci.*, (45), 624–632.

[86] **Safari-Kahnaki, A.**, **Hosseini, S. ve Tahani, M.** (2011). Thermal shock analysis and thermo-elastic stress waves in functionally graded thick hollow cylinders using analytical method, *Int. J. Mech. Mater. Des.*, (7), 167–184.

[87] **Shahzamanian, M.**, **Shahrjerdi, A.**, **Sahari, B. ve Wu, P.** (2022). Steady-state thermal analysis of functionally graded rotating disks using finite element and analytical methods, *Materials*, (15).

[88] **Gari, A.**, **Ahmed, K. ve Ahmed, M.** (2021). Performance and thermal stress of tubular functionally graded solid oxide fuel cells, *Energy Rep*, (7), 6413–6421.

[89] **Gautam, M. ve Chaturvedi, M.** (2021). Optimization of functionally graded material under thermal stresses, *Mater. Today*, (44), 1520–1523.

[90] **Ding, S. ve Wu, C.** (2018). Optimization of material composition to minimize the thermal stresses induced in FGM plates with temperature-dependent material properties., *Int. J. Mech. Mater. Des.*, (14), 527–549.

[91] **Mahmoud, S.**, **Ghandourah, E.**, **Algarni, A.**, **Balubaid, M.**, **Tounsi, A. ve Bourada, F.** (2022). On thermo-mechanical bending response of porous functionally graded sandwich plates via a simple integral plate model, *Arch. Civ. Mech. Eng.*, (22).

[92] **Kayiran, H.** (2021). Numerical analysis of displacement of circular discs based on boron carbide (B4C) - Silicon carbide (SİC) and Silicon nitride (Si3N4) materials, *El-Cezeri*, (8), 1108–1122.

[93] **Yang, Z.**, **Zhou, Z. ve Zhang, L.** (2003). Characteristics of residual stress in Mo-Ti functionally graded material with a continuous change of composition, *Mater. Sci. Eng. A.*, (358), 214–218.

[94] **Goyat, V.**, **Verma, S. ve Garg, R.** (2022). Effect of an edge crack on stress concentration around hole surrounded by functionally graded material layer, *Eng. Solid Mech.*, (10), 325–340.

[95] **Zhou, Y.**, **Lin, Q.**, **Hong, J. ve Yang, N.** (2021, title = Optimal design of functionally graded material for stress concentration reductio, journal = Structures, number = 29, pages = 561-569,).

[96] **Sah, S. ve Gosh, A.** (2024). Effect of bi-directional material gradation on thermo-mechanical bending response of metal-ceramic FGM sandwich plates using inverse trigonometric shear deformation theory, *Int. J. Struct. Integrity*, (15), 561–593.

[97] **Ramezani, F. ve Nejad, M.** (2024). Thermoelastic analysis of rotating FGM thick-walled cylindrical pressure vessels under bi-directional thermal loading using disk-form multilayer, *Steel Composite Structure*, (51), 139–151.

[98] **Wang, L.**, **Zhang, R.**, **Guo, R. ve Liu, G.** (2024). Finite element method with 3D polyhedron-octree for the analysis of heat conduction and thermal stresses in composite materials, *Composite Structures*, (327).

[99] **URL-1**. <*https://www.iter.org/*>, erişim tarihi: 29.06.2024.

[100] **Tian, P.**, **Feng, Y.**, **Xia, M.**, **Zhao, L.**, **Cheng-Yu, C.**, **Liu, K. ve Chen-Huang, X.** (2020). Hot-pressed sintering of W/Cu functionally graded materials prepared from copper-coated tungsten powders, *Rare Met.*, *39*, 1229–1236.

[101] **Dai, D. ve Gu, D.** (2020). Thermal behavior and densification mechanism during selective laser melting of copper matrix composites: simulation and experiments, *Mater Des.*, *55*, 482.

[102] **Zhu, X.**, **Zhang, J.**, **Chen, J. ve Wu, Y.** (2015). Structure and properties of W–Cu/AlN composites prepared via a hot press-sintering method, *Rare Met. Mater. Eng.*, *44*, 2661.

[103] **Selvakumar, N. ve Vettitel, S.** (2015). Thermal, electrical and wear behavior of sintered Cu–W nanocomposite, *Mater. Des.*, *44*, 2661.

[104] **Itoh, Y. ve Takahashi, M. Takano, H.** (1996). Design of tungsten/copper graded composite for high heat flux components, *Fusion Eng. Des.*, *31*, 279.

[105] **Topal, S. ve Gulgeç, M.** (2010). Thermal Stress Analysis of an FGM Cylinder under the Effect of Convection and Radially Varying Temperature Distribution, *Materials Science Forum*, *631-632*, 23–28.

[106] **Heuera, S.**, **Lieniga, T.**, **Mohrb, A.**, **Webera, T.**, **Pintsuka, G.**, **Coenena, J.**, **Gormanna, F.**, **Theisenb, W. ve Linsmeiera, C.** (2019). Ultra-fast sintered functionally graded Fe/W composites for the first wall of future fusion reactors, *Composites Part B*, *164*, 205–214.

[107] **Teacher, M. ve Velu, R.** (2024). Additive Manufacturing of Functionally Graded Materials: A Comprehensive Review, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, *25*, 165–197.

[108] **Hu, D.**, **Grilli, N. ve Yan, W.** (2023). Dislocation structures formation induced by thermal stress in additive manufacturing: Multiscale crystal plasticity modeling of dislocation transport, *J. Mech. Phys. Solids*, *73*.

[109] **Chen, H.**, **He, Y.**, **Dash, S. ve Zou, Y.** (2024). Additive manufacturing of metals and alloys to achieve heterogeneous microstructures for exceptional mechanical properties, *MATER. RES. LETT.*, *12*, 149–171.

[110] **Baytak, T.** (2018). *Sıcaklık Genleşmesi Farklı İki Malzemeden Yapılmış Levhalarda Termal Gerilme Analizi*, `https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/`.

[111] **Baytak, T. ve Bulut, O.** (2019). Thermal stress analysis around a cavity on a bimetal, *Structural Engineering and Mechanics*, *69*, 69–75.

[112] **Baytak, T.**, **Gdeh, T.**, **Jiang, Z.**, **Arce, G. Colosi, L.M. ve Ozbulut, O.E.** (2024). Rheological, mechanical, and environmental performance of printable graphene-enhanced cementitious composites with limestone and calcined clay, *Journal of Building Engineering*, *97*.

[113] **Wu, H.**, **Huang, M.**, **Xia, Y.**, **Li, X.**, **Li, R.and Liu, C.**, **Gan, W.**, **Xiao, T.**, **Geng, L.**, **Liu, Q. ve Fan, G.** (2024). The importance of interfacial stress-affected zone in evading the strength-ductility trade-off of heterogeneous multi-layered composites, *International Journal of Plasticity*, *160*.

[114] **Yayla, P.** (2018). Uygulamalı Elastisite Teorisi, Nobel Yayıncılık, Ankara.

[115] **Frocht, M.M.** (1941). Photoelasticity, Wiley, New York.

[116] **Cernosek, J.** (1980). Three-dimensional photoelasticity by stress freezing, *Experimental Mechanics*, *20*, 417–426.

[117] **Hetenyi, M.** (1950). Handbook of Experimental Stress Analysis, John Wiley Sons, New York.

[118] **Durelli, A. ve Riley, W.** (1965). Introduction to Photomechanics, Printice-Hall.

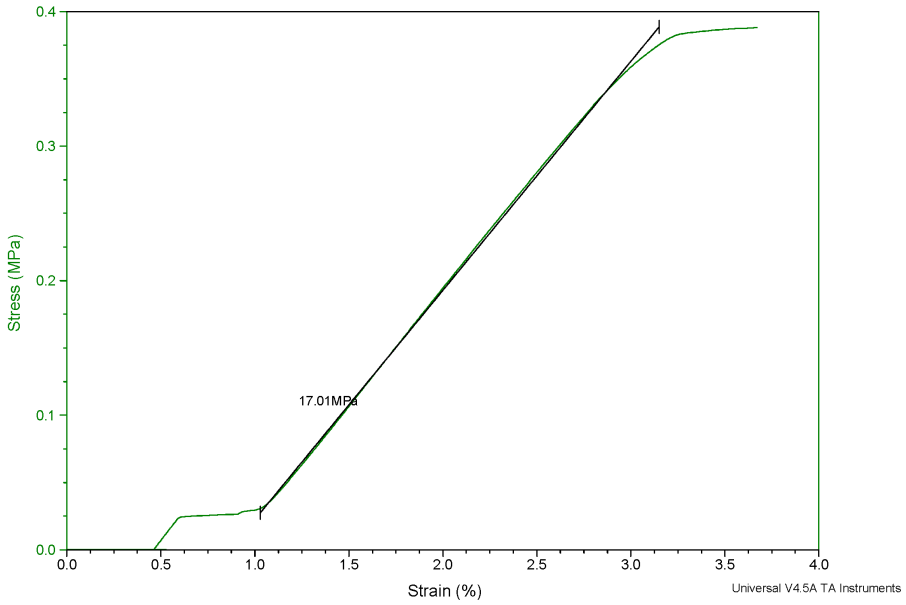
[119] **Dally, W. ve Riley, W.** (1965). Experimental stress analysis, McGraw-Hill, New York.

[120] **Frocth, M.** (1941). Photoelasticity, Wiley, New York.

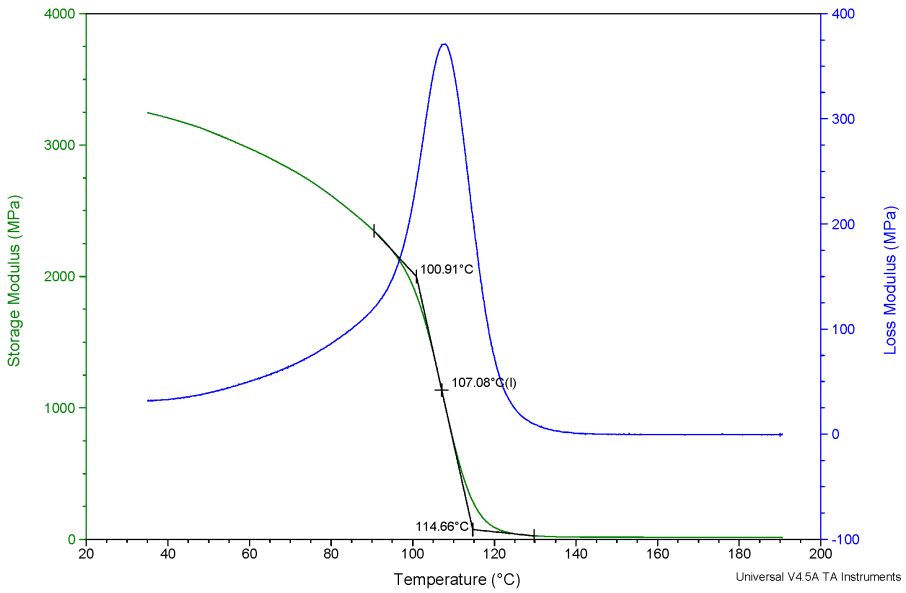
EKLER

EK A : Deney Malzemeleri Mekanik Özellikleri Belirlenmesinde DMA Testleri
EK B : Deney Malzemeleri Termal Genleşme Katsayıları Belirlenmesi için DMA 'da Kuvvet Kontrollü Testler

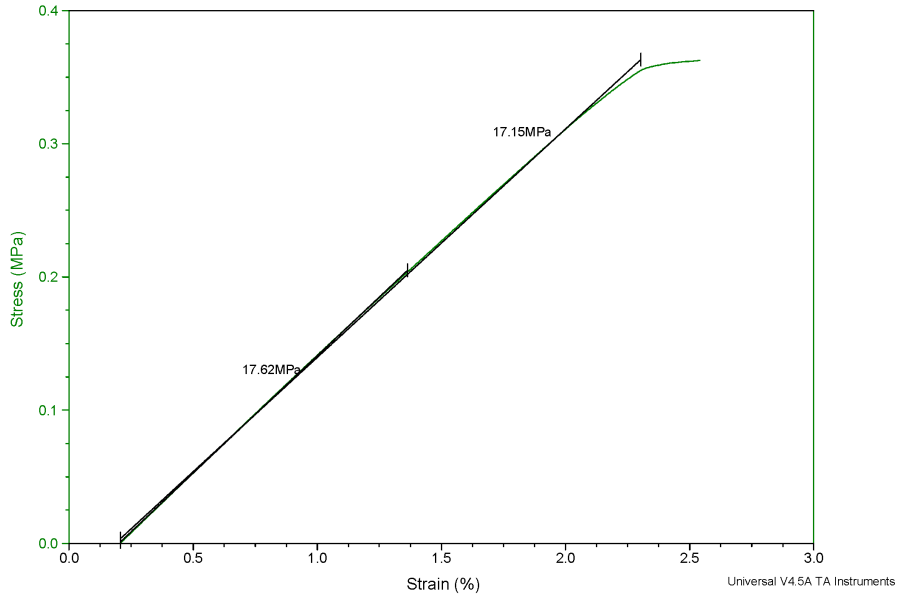
EK A : Deney Malzemeleri Mekanik Özellikleri Belirlenmesinde DMA Testleri



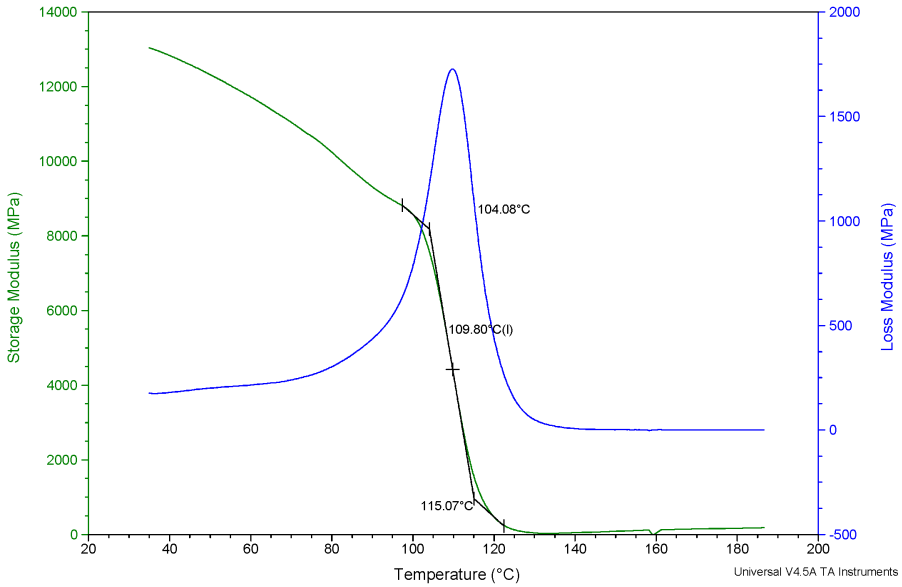
Şekil A.1 : E7 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi.



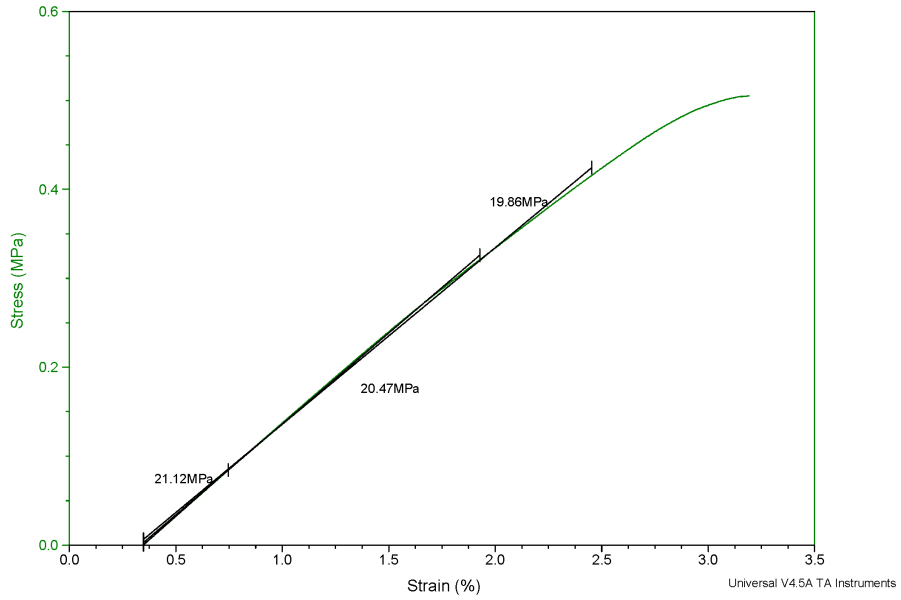
Şekil A.2 : E7 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta tek noktada eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi.



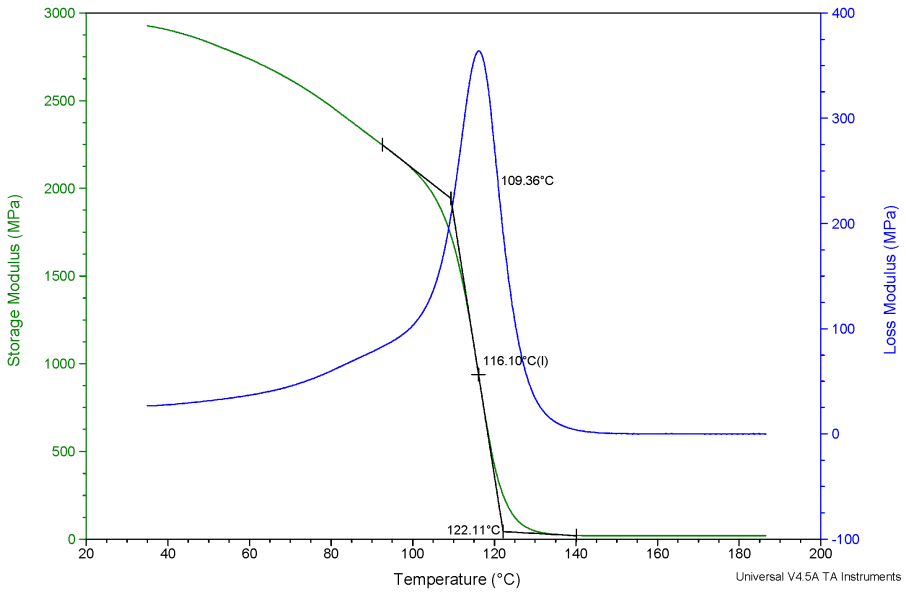
Şekil A.3 : E8 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi.



Şekil A.4 : E8 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çift noktalı eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi.

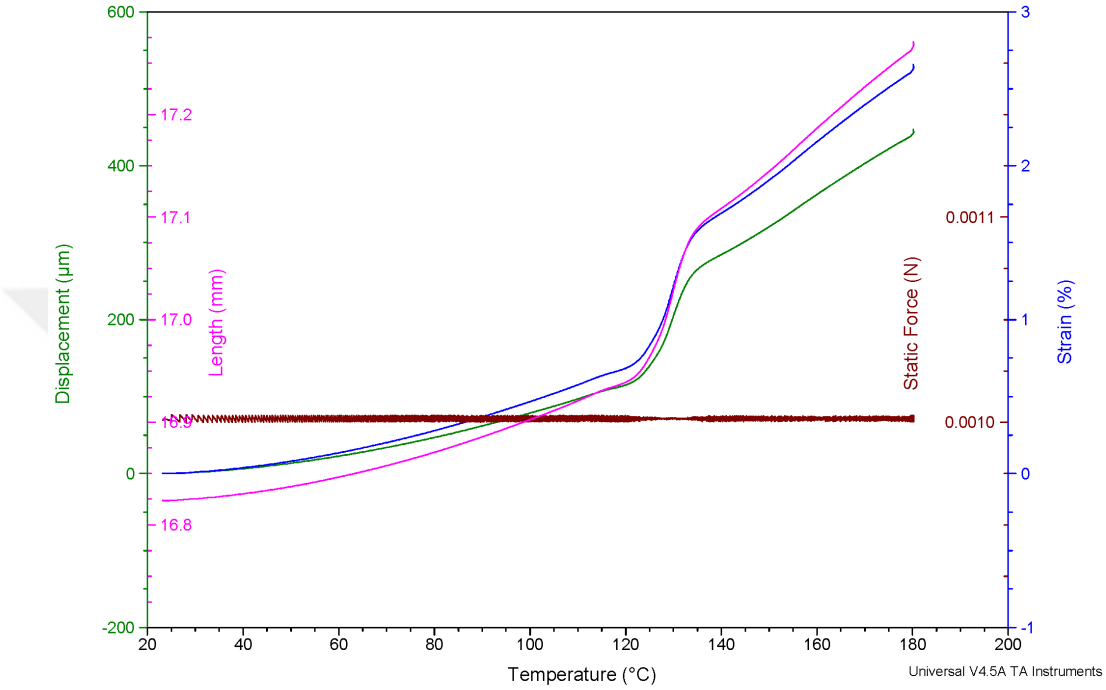


Şekil A.5 : E11 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta çekme (tension) testi ile elastisite modülü E 'nin belirlenmesi.

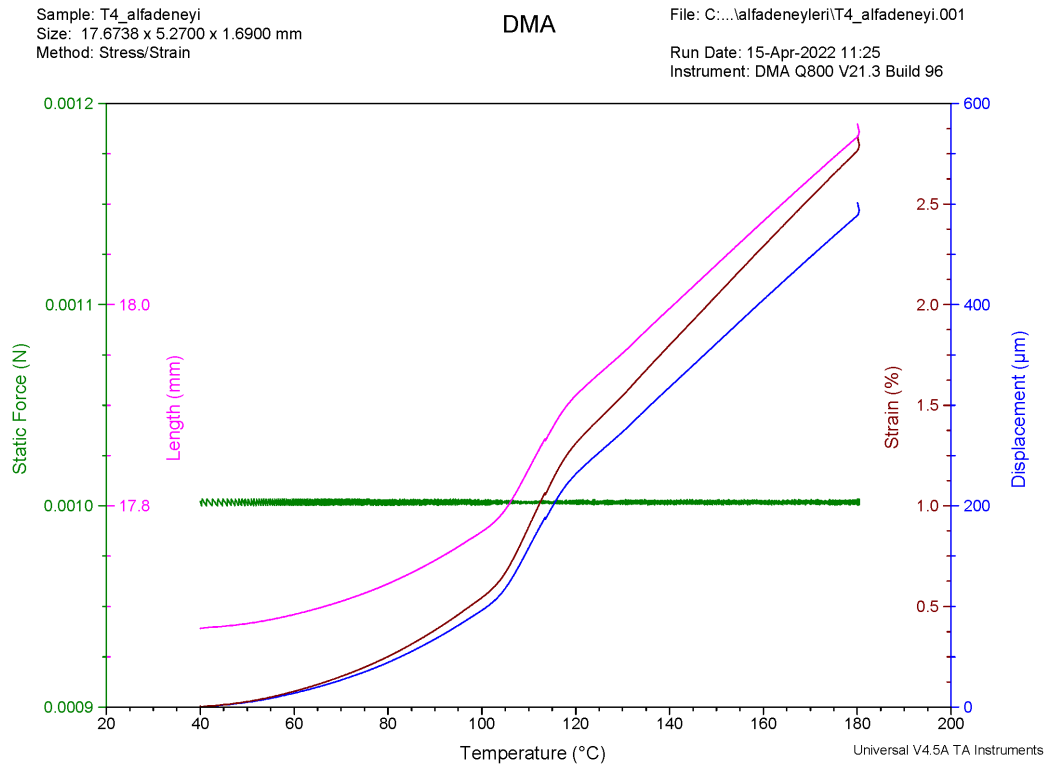


Şekil A.6 : E11 (epoksi) numunesinin DMA cihazında 155 °Csıcaklıkta tek noktada eğilme (single cantilever) testi ile camlaşma geçiş sıcaklığı ve viskoelastik sıcaklık değerlerinin belirlenmesi.

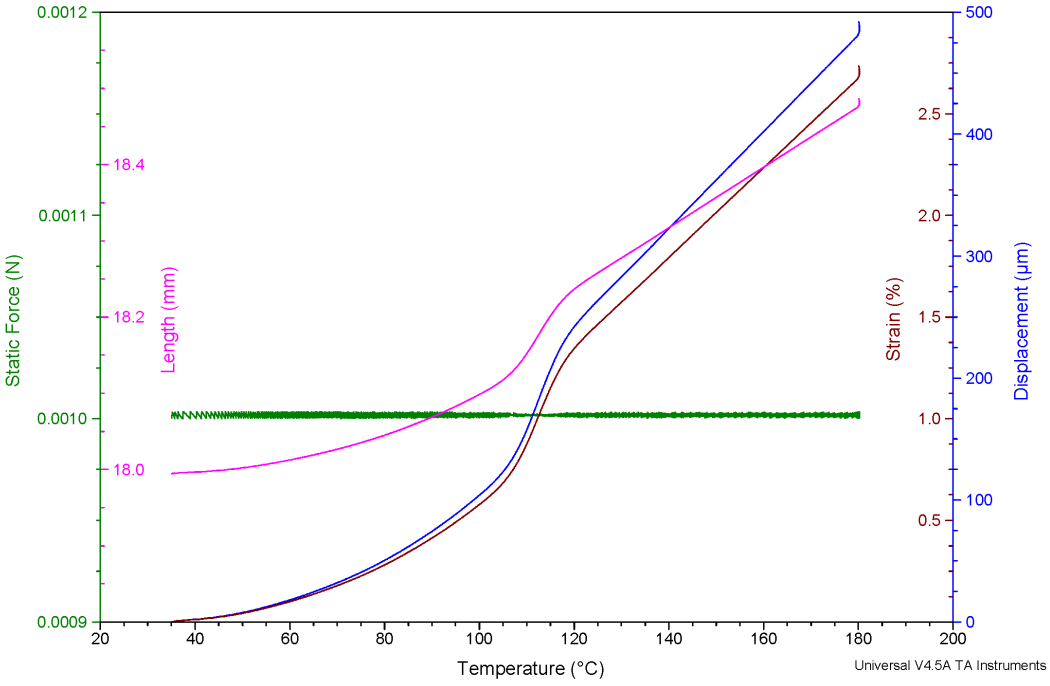
EK B : Deney Malzemeleri Termal Genleşme Katsayıları için DMA 'da Kuvvet Kontrollü Testler



Şekil B.1 : E10 malzemesinin termal genleşme katsayıları belirlenmesi için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu.



Şekil B.2 : E12 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu.



Şekil B.3 : E13 malzemesinin termal genleşme katsayıları için DMA 'da yapılan kuvvet kontrollü deney sonucu.

ÖZGEÇMİŞ

Tuğba KURU

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans:** 2015, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü
- **Lisans-Çift Anadal:** 2017, İstanbul Teknik Üniversitesi, Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü
- **Yüksek Lisans:** 2018, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Mühendisliği Programı.

MESLEKİ DENEYİMLER VE ÖDÜLLER:

- 2016-devam ediyor, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Araştırma Görevlisi.
- 2016- devam ediyor, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Deneysel Mekanik Laboratuvarı, araştırmacı.
- Aralık 2022- Aralık 2023, Tübitak 2214-A Doktora Sırası Araştırma ile Virjinya Üniversitesi 'nde 12 ay süreli ziyaretçi araştırmacı.

DOKTORA TEZİNDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Baytak, T.,** Tosun, M., Ipek, C., Mollamahmutoglu, C., Bulut, O. (2024). Thermal Stress Analysis for Functionally Graded Plates with Modulus Gradation, Part II, *Experimental Mechanics,* 64, 1229-1247.
- **Baytak, T.,** Bulut, O. (2022). Thermal Stress in Functionally Graded Plates with a Gradation of the Coefficient of Thermal Expansion Only, *Experimental Mechanics,* 62, 655-666.
- **Baytak, T.,** Topcu, I., Bulut, O. (2022). Discussion on the manuscript entitled "Thermal residual stress in a functionally graded material system" by K. S. Ravichandran, Materials Science and Engineering A, 201(1–2), pp. 269-276, *Material Science and Engineering A,* 839.

- **Baytak T.,** Ataoglu S., Bulut O. (2023). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme ile Kaplanmiş Plağın Termal Gerilme Analizi. *TUMTMK 23. Ulusal Mekanik Kongresi*, 4-8 Eylül, Konya, Türkiye.

- **Baytak T.,** Bulut O., Ataoglu S. (2022). The Effect of Gradation of Elastic Modulus on the Stress of a Plate". *COIA 22, The 8th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications*, August 24-26, Baku, Azerbaijan.

- **Baytak T.,** Bulut O. (2021). Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Termal Gerilme Analizi ve Malzeme Parametrelerinin Optimizasyonu. *TUMTMK 22. Ulusal Mekanik Kongresi*, 6-8 Eylül, Adana, Türkiye.

DİĞER YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Baytak, T.,** Gdeh, T., Jiang, Z., Arce, G., Colosi, L. M. Ozbulut, O. E. (2024). Rheological, mechanical, and environmental performance of printable graphene-enhanced cementitious composites with limestone and calcined clay , *Journal of Building Engineering,* 97.

- Tufekci, M., **Baytak, T.,** Bulut, O., Pir, I., Arat. A., Seren., Ozkal, B., Liu, H., Dear, J., Salles, L. (2024). Nonlinear behaviour of epoxy and epoxy-based nanocomposites: an integrated experimental and computational analysis, *Mechanics Based Design of Structures and Machines,* 52, 6858-6888.

- Navidfar, A., Bulut, O., **Baytak, T.,** Iskender, H., Trabzon, L. (2022). Boosted viscoelastic and dynamic mechanical behavior of binary nanocarbon based polyurethane hybrid nanocomposite foams, *SAGE Publications,* 56, 2907-2920.

- Ozdemir, S., **Baytak, T.,** Tosun, M., Bulut, O. (2020). Çelik Taban Levhalarının Bağlantı Deliklerinde Tasarıma Aykırı Geometrik Değişimin Gerilme Dağılımına Etkisi, *EL-Cezeri,* 7, 461-473.

- **Baytak, T.,** Bulut, O. (2019). Thermal stress analysis around a cavity on a bimetal, *Structural Engineering and Mechanics, An Int'l Journal,* 69, 69-75.

- **Baytak T.,** Bulut O. (2019). Yanal Toprak Basınç Katsayısının Fotoelastisite Yöntemi ile Araştırılması. *TUMTMK 21. Ulusal Mekanik Kongresi*, 2-6 Eylül, Niğde, Türkiye.

- **Baytak T.,** Bulut O. (2018). The Analysis Of A Thermal Stress State For Industrial Composite Plates". *Journal of Trends in the Development of Machinery and Associated Technology-TMT 2018*, 21(1).

- Duman, U., Sonmez, S.,**Baytak T.,** Bulut O. (2018). Static Analysis of the Stress State Caused by Heating Quenching Process in Tempered Glasses". *Journal of Trends in the Development of Machinery and Associated Technology-TMT2018*, 21(1), 121-124.

- Ipek C., Topcu I., Tosun M., **Baytak T.,** Bulut O, Arda L., Ataoglu S.. (2017). Effect of Temperature and Film Thickness on Residual Stress and Microstructure of Er Doped ZnO Thin Films". *International Conference on Condensed Matter and Materials Science- ICCMMS-2017*, October 11-12, Adana, Turkey.

- **Baytak T.,** Tosun, M., Ipek, C., Bulut, O., Donmez, A., Alphan, M.C., Ataoglu, S., Arda L. (2017). Effect of Temperatures on Residual Stress and Microstructure of 3d Transition Metals Doped ZnO Thin Films". *International Conference on Condensed Matter and Materials Science- ICCMMS-2017*, October 11-12, Adana, Turkey.

- **Baytak T.,** Tosun, M., Ipek, C., Bulut, O., Donmez, A., Ataoglu, S., Arda L. (2017). Effect of Temperature and Film Thickness on Residual Stress and Microstructure of ZnMgO Thin Films ". *4th Internatıonal conference on materials science and nanotechnology for next generation (MSNG2017)*, June 28-30, Saraybosma, Bosna Hersek.

- Tosun, M., Ipek, C., Donmez, A., Bulut, O., **Baytak T.,** Ataoglu, S., Arda L. (2017). Stress analysis of twisted MgB2 cable". *4th Internatıonal conference on materials science and nanotechnology for next generation (MSNG2017)*, June 28-30, Saraybosma, Bosna Hersek.

- Bulut, O., **Baytak T.,** Tosun, M., İpek, C., Mollamahmutoğlu, Ç., Abdulaliyev, Z. (2016). Termal Gerilme Problemi ile Yüzey Kuvvetlerinin Oluşturduğu Elastik Problemin Analojisine Ait Deneysel Çalışma. *TUMTMK 20. Ulusal Mekanik Kongresi*, 5-9 Eylül, Bursa, Türkiye.

- **Baytak T.,** Bulut O., Mollamahmutoğlu, Ç., Dönmez, A., Ataoğlu, Ş. (2016). İnce Kompozit Levhalarda Anizotrop Termal Gerilme Analizi. *TUMTMK 20. Ulusal Mekanik Kongresi*, 5-9 Eylül, Bursa, Türkiye.

- Ataoğlu, S., Tosun, M., **Baytak T.,** Dönmez, A. Bulut O., Ipek, C.(2016). Stress Analysis and Microstructure of the Al_2O_3/Cu/MgB_2 Wires. *20th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology"*, 20(1), 57-60.

- Bulut O., Dönmez, A., **Baytak T.,** Tosun, M., Ipek, C., Ataoğlu, S. (2016). Residual Stress and Microstructure of YSZ Buffer Layers for YBCO Coated Conductor. *20th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology"*, 21(1), 61-64.

- Dönmez, A., Bulut O., **Baytak T.,** Tosun, M., Ataoğlu, S., Ipek, C. (2016). Effect of Temperature on Stress of Y_2O_3-ZrO_2 Insulation Coating on Stainless Steel Tape.*20th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology"*, 20(1), 65-68.