

155868

**KONUM VE DAĞILIŞ PARAMETRELERİNİN
BASİT SIRALI ALTERNATİFİNE KARŞI TEST
YÖNTEMLERİ**

Övgü ÇIDAR

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
(İSTATİSTİK)**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Aralık 2004
ANKARA**

Övgü ÇİDAR tarafından hazırlanan KONUM VE DAĞILIŞ PARAMETRELERİNİN BASİT SIRALI ALTERNATİFİNE KARŞI TEST YÖNTEMLERİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Hamza
Prof. Dr. Hamza Gavgam
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan *Prof. Dr. Aydın Ünsal Aydın*
Üye *Prof. Dr. Hamza Gavgam Hamza*
Üye *Prof. Dr. Semra Erbaş*

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

A. M. M.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	iv
1. GENEL BİLGİLER.....	1
2. BASİT SIRALI ALTERNATİFE KARŞI DAĞILIŞ PARAMETRELERİNİN HOMOJENLİĞİ İÇİN TEK YANLI BİR TEST.....	11
2.1. Test Yöntemi ve Güven Aralıkları.....	11
2.2. Kritik Değerlerin Bulunması.....	14
2.3. Güç Karşılaştırmaları.....	25
3. BASİT SIRALI ALTERNATİFE KARŞI TEK YANLI BİR STUDENT AÇIKLIK TESTİ.....	29
3.1. Eşanlı Tek Yanlı Güven Aralıkları.....	31
3.2. Kritik Değerlerin Bulunması.....	34
3.3. Tek Yanlı Student Açıklık Testinin Güç Özellikleri.....	37
3.4. Tek Yanlı Student Açıklık Testinin Tamamlanmamış Modellere Geniştirilmesi.....	39
4. ÜSTEL KONUM PARAMETRELERİNİN SIRALI İKİLİ FARKLARI İÇİN EŞANLI TEK YANLI GÜVEN ARALIKLARI.....	41
4.1. Kritik Değerlerin Bulunması.....	43
4.2. Eşanlı Tek Yanlı Güven Aralıkları.....	46
4.3. İstatistiksel Simülasyon Sonuçları.....	47
5. GILL VE DHAWAN'IN T TESTİ İLE LE'NİN Z TESTİNİN GÜÇ BAKIMINDAN KARŞILAŞTIRILMASI.....	50
6. SONUÇ.....	55

KAYNAKLAR.....	56
ÖZGEÇMİŞ.....	57



**KONUM VE DAĞILIŞ PARAMETRELERİNİN BASİT SIRALI
ALTERNATİFİNE KARŞI TEST YÖNTEMLERİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Övgü ÇİDAR

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Aralık 2004

ÖZET

Bu çalışmanın giriş bölümünde basit sıralı alternatiflere karşı konum ve dağılım parametrelerinin eşitliğinin testi için bilinen yöntemler hakkında kısa bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde basit sıralı alternatiflere karşı dağılım parametrelerinin homojenliği için Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen tek yanlı bir test yöntemi tanıtılmıştır. Kritik değerlerinin bulunması, güven aralıkları ve bu testin diğer benzer testlerle güç kıyasından bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde basit sıralı alternatiflere karşı konum parametrelerinin eşitliğinin testi için Hayter (1990) tarafından önerilen tek yanlı bir Student Açıklık Testi tanıtılmıştır. Bu testin eşanlı tek yanlı güven aralıkları, kritik değerlerinin bulunması ve güç özelliklerinden bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde üstel konum parametrelerinin sıralı ikili farkları için Dhawan ve Gill (1997) tarafından önerilen eşanlı tek yanlı güven aralıkları tanıtılmıştır. Beşinci bölümde ise, Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen T testi ve Le (1993) tarafından önerilen Z testinin güç karşılaştırmasına ilişkin bir simülasyon çalışmasına yer verilmiştir.

Bilim Kodu : 212
**Anahtar Kelimeler : Kritik Değer Bulunması, Eşanlı Güven Aralıkları,
İstatistiksel Simülasyon.**
Sayfa Adedi : 57
Tez Yöneticisi : Prof.Dr. Hamza Gamgam

**TESTING METHODS OF SCALE AND LOCATION PARAMETERS
AGAINST THE SIMPLE ORDERED ALTERNATIVE
(M. Sc. Thesis)**

Övgü ÇIDAR

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
December 2004**

ABSTACT

In the preface part of this study known test statistics proposed for testing equality of scale and location parameters against simple ordered alternative have been given in short. In the second section a one sided test proposed by Gill and Dhawan (1999) for testing homogeneity of scale parameters against simple ordered alternative has been introduced. Computation of critical points, confidence intervals and power comparison between this test and the other tests have been discussed. In the third section a one sided studentized range test proposed by Hayter (1990) for testing equality of location parameters against a simple ordered alternative has been introduced. The simultaneous one-sided confidence intervals of this test, computation of critical points and power properties have been discussed. In the fourth section simultaneous one-sided confidence intervals proposed by Dhawan and Gill (1997) for the ordered pairwise differences of exponential location parameters has been introduced. In the fifth section there are power comparisons between T test proposed by Gill and Dhawan (1999) and Z test proposed by Le (1993).

Science Code: 212

Key Words :Critical Point Computation, Simultaneous Confidence Intervals.

Page Number: 57

Adviser : Prof. Dr. Hamza Gamgam

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmamın tüm aşamalarında beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen çok değerli Hocam ve tez danışmanım Prof. Dr. Hamza GAMGAM'a, uygulamada bana yardımcı olan Gazi Üniversitesi İstatistik Bölümü Araş. Gör. Fikri GÖKPINAR'a ve bu çalışmam yanında ömrüm boyunca benden maddi, manevi hiçbir zaman desteklerini esirgemeyen Kıbrıs'taki aileme, gerçek dostlarıma ve O'na sonsuz teşekkürler.



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Hayter (1990) yöntemi ile $k=3$ için kritik değerler.....	15
Çizelge 2.2. Simülasyon yöntemi ile $k=3$ için kritik değerler.....	16
Çizelge 2.3. Simülasyon yöntemi ile $k=4$ için kritik değerler.....	17
Çizelge 2.4. Simülasyon yöntemi ile $k=5$ için kritik değerler.....	18
Çizelge 2.5. Simülasyon yöntemi ile $k=6$ için kritik değerler.....	19
Çizelge 2.6. Simülasyon yöntemi ile $k=7$ için kritik değerler.....	20
Çizelge 2.7. Simülasyon yöntemi ile $k=8$ için kritik değerler.....	21
Çizelge 2.8. Simülasyon yöntemi ile $k=9$ için kritik değerler.....	22
Çizelge 2.9. $k=3$ için Hayter yöntemi ve Simülasyon yöntemlerinin kritik değerlerinin karşılaştırılması.....	23
Çizelge 2.10. $\theta_1=1.2, \theta_2=2.4, \theta_3=3.6$ ile üstel olasılık modeli altında, $k=3, a_p=0$ için T ve T_k testlerinin güçleri.....	26
Çizelge 2.11. T-testi, U-testi ve B-testinin güçleri.....	28
Çizelge 3.1. $\alpha=0.05$ ve çeşitli negatif olmayan c karşılaştırmaları için $A_{k,\alpha}$ değerleri.....	33
Çizelge 3.2. $\alpha=0.10$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	35
Çizelge 3.3. $\alpha=0.05$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	35
Çizelge 3.4. $\alpha=0.01$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	35
Çizelge 3.5. $\alpha=0.05$ için $r_{k,\alpha,\nu}^2$ değerleri.....	36
Çizelge 3.6. $k=3, \alpha=0.05$ ve $\nu=\infty$ için SAT, TSAT, OOT ve R_3 testlerinin güçleri	37

Çizelge 4.1. $\alpha = 0.01, 0.05, 0.10$ için $w_{k,\alpha}$ kritik değerleri.....	44
Çizelge 4.2. $\alpha = 0.01$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	44
Çizelge 4.3. $\alpha = 0.05$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	45
Çizelge 4.4. $\alpha = 0.10$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri.....	45
Çizelge 4.5. $\alpha = 0.05$ için $t_{k,\alpha,\nu}$ değerleri.....	47
Çizelge 4.6. Simülasyon yöntemi ile $n=3(1)9$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ 'nın hata oranları.....	48
Çizelge 4.7. Simülasyon yöntemi ile $n=3(1)9$ için $w_{k,\alpha}$ 'nın hata oranları....	48
Çizelge 4.8. $k=3$ için W ve C istatistiklerinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	49
Çizelge 5.1. $k=3$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	50
Çizelge 5. 2. $k=4$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	51
Çizelge 5. 3. $k=5$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	52
Çizelge 5. 4. $k=6$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	52
Çizelge 5. 5. $k=7$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	53
Çizelge 5. 6. $k=8$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	53
Çizelge 5. 7. $k=9$ için Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri.....	54

1. GENEL BİLGİLER

k yığın ya da işlem sayısı ve θ_j , $j=1, \dots, k$, de bunlara ilişkin dağılış parametreleri olmak üzere

$$H_0 : \theta_1 = \dots = \theta_k \quad [1.1]$$

hipotezinin

$$H_1 : \theta_j \text{ 'lerin en az biri farklıdır} \quad [1.2]$$

hipotezine karşı testi için bilinen test yöntemlerinden biri Bartlett testidir. Bu test istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanır (1).

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j - 1} - \frac{1}{n-k} \right) \quad [1.3]$$

olmak üzere, bu test istatistiği

$$B = \frac{2.306}{C} \left[(n-k) \log s_p^2 - \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \log s_j^2 \right] \quad [1.4]$$

biçimindedir. k sayıda bağımsız rassal örneklerin geldikleri yığınların dağılımlarının normal olduğu varsayımı altında, H_0 hipotezi doğru iken bu istatistik, yaklaşık χ_{k-1}^2 dağılır. [1.4]'de $s_1^2, s_2^2, \dots, s_k^2$ istatistikleri örnek varyansları ve n_1, n_2, \dots, n_k de örnek hacimleridir. Ayrıca

$$\sum_{j=1}^k n_j = n$$

ve

$$s_p^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) s_j^2}{n - k} \quad [1.5]$$

dir. s_j^2 'ler birbirlerinden ne kadar farklı ise [1.4]'deki istatistik de bir o kadar büyük, tersine, s_j^2 'ler birbirlerine yakın ise bu istatistik küçük değer alır.

s_j^2 'lerin bu özelliğinden dolayı, H_0 sadece istatistiğin büyük değerleri için red edilir.

Üstel dağılımların dağılım parametrelerinin eşitliğinin testi için değiştirilmiş bir test yöntemi Nagarsenker ve Nagarsenker (1991) tarafından önerilmiştir. Normal dağılımın örnekleme teorisinde oynadığı rol gibi, üstel dağılım da güvenilirlik teorisinde benzer bir rol oynar. Epstein ve Sobel (1953, 1954 ve 1955) özellikle endüstriyel yaşam testleri alanında yaşam süresi dağılımı gibi üstelleri açığa kavuşturmuşlar ve bunlarla ilgili sonuçlar vermişlerdir (2). $i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, N_i$ olmak üzere, üstel dağılımlardan çekilen i .

örneğin X_{ij} gözlemlerinin \bar{X}_i ortalamaya sahip olduğu ve herbirinin N_i birim içerdiği varsayalım. Yaşam testinde önemli bir problem, konum parametreleri μ_i 'ler açıkça belirtilmezken dağılım parametrelerinin eşitliğinin testidir. Yani, genel alternatiflere karşı

$$H_0: \sigma_1 = \dots = \sigma_k \quad [1.6]$$

yokluk hipotezinin testi istenir. Sukhatme (1936), bu hipotezin testi için Olabilirlik Oran Kriterini (OOK) ve $k=2$ için bu kriterin dağılımını elde etmiştir (2). Pailson (1941) ve Epstein ve Tsao (1953) $k=2$ için Olabilirlik Oran Kriterinin dağılımını incelemişler ve yokluk hipotezinin doğruluğu altında F-dağılımına sahip istatistikler türünden ifade edilebilen bir eşit teste indirgenebileceğini göstermişlerdir. Ama bu gibi sonuçlar, $k \geq 3$ için mevcut değildir. [1.6] hipotezini test etmek için λ Olabilirlik Oranı kullanılır. $x_{i(j)}$, i .

örnekte sıralı istatistiklerin en küçüğü, $u_i = \bar{x}_i - x_{i(1)}$ ve $N = N_1 + N_2 + \dots + N_k$ olmak üzere, λ Olabilirlik Oranı,

$$\lambda = \prod_{i=1}^k u_i^{N_i} / (\sum_{i=1}^k N_i u_i / N)^N \quad [1.7]$$

biçiminde Sukhatme (1936) tarafından önerilmiştir (2).

Birçok normal yığılma varyansların homojenliğini test etmek için Bartlett (1937)'in Olabilirlik Oran Kriterini değiştirdiği çalışması temel alınır (2).

$n_i = N_i - 1$, $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ ve $u_i^* = N_i u_i / n_i$ de σ_i^2 'nin yansız tahmin edicisi olmak üzere, N_i örnek hacmi yerine serbestlik derecesi ve σ_i^2 yerine de σ_i^2 'nin en çok olabilirlik tahmin edicisi kullanılarak, [1.6] hipotezini test etmek için uygun biçimde değiştirilmiş Olabilirlik Oran Kriteri

$$U = \prod_{i=1}^k u_i^{*n_i} / (\sum_{i=1}^k n_i u_i^* / n)^n \quad [1.8]$$

olarak elde edilmiştir (2). Bu gibi değiştirilmiş Olabilirlik Oran Kriteri tüm alternatiflere karşı tutarlı (Barlow, 1939), yansız (Pitman, 1939) ve genelde, eşit örnek hacimleri hariç, yanlı olan Olabilirlik Oran Kriterine tercih edilir.

Bazen eldeki veri [1.2] hipotezini, en az bir eşitsizlik doğru olmak üzere

$$H_1 : \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k$$

yada

$$H_1 : \theta_1 \geq \theta_2 \geq \dots \geq \theta_k$$

[1.9]

biçiminde oluşturmak için uygun olabilir.

Örneğin, bu tür problemler mühendislik, kalite kontrol ve tarımda uygulama alanı bulmuştur. Kalite kontrol örneği için kaliteli ürün üretimi başladığında ardıl üretim dizilerinde makinenin ayarlanması ile ürün kalitesindeki yayılma yada değişimin azaltılması yöntemin önemli bir çabasıdır. Ardıl düzenlemelerin ürün kalitesini daha homojen yapacağı iddiası bu test yöntemi ile araştırılabilir. Tarımda (hayvancılık ve çiftçilik) farklı türdeki gelişmelerin, kalitedeki değişimi azaltıp azaltmadığı da bu yöntemle araştırılabilir. Farklı firmaların kendi ürünlerinin diğer firmaların ürünlerinden daha homojen olduğu iddiası da bu yöntemle araştırılabilir.

[1.2] hipotezine karşı H_0 hipotezinin testi iki yanlı test iken, [1.9] hipotezine karşı H_0 hipotezinin testi tek yanlı bir testtir. Tek yanlı testlerin iki yanlı testlere göre daha güçlü olmaları nedeni ile eldeki veri uygun iken H_1 hipotezini [1.9] biçiminde oluşturmak daha avantajlıdır (3). [1.9] biçimindeki alternatif hipotezler Sıralı Alternatifler olarak bilinir. Sıralı Alternatiflere karşı H_0 'ın testi için test istatistikleri önerilmiştir. Bunlardan biri Le (1993) tarafından verilmiştir.

$$\sigma_j^2 = e^{\beta_0 + \beta_1 c_j} \quad [1.10]$$

$j=1, 2, \dots, k, i=1, 2, \dots, n_j$ ve

$$\sum_{j=1}^k n_j = n \quad [1.11]$$

olmak üzere, μ_j ortalama ve σ_j^2 varyans ile normal yığınlardan rassal olarak seçilen gözlemlerin bir seti $\{X_{ij}\}$ ile gösterilsin. c_j 'ler, k sayıda yığınlardan her bir örneğe araştırmacı tarafından verilen bilinen gerçel sayılardır ve skorlar olarak adlandırılır. Bu skorların bir doğrusal trend biçiminde olması önemlidir, bununla beraber her bir skorun büyüklüğü önemsizdir (4). Bu varsayımlar altında, Logaritmik Olabilirlik Fonksiyonu,

$$\ln(L) = \sum_{j=1}^k \left\{ -\frac{n_j}{2} \ln 2\pi - \frac{n_j}{2} (\beta_0 + \beta_1 c_j) \right\} - \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \mu_j)^2}{2e^{\beta_0 + \beta_1 c_j}} \quad [1.12]$$

olarak yazılabilir. Bu Logaritmik Olabilirlik Fonksiyonu varyanslar arasındaki doğrusal trend için Le'nin test istatistiğini

$$Z = \sqrt{n/2} \frac{\mu_{ss} - \mu_n}{\sigma_{ss}} \quad [1.13]$$

verir. Bu test istatistiği standart normal dağılıma sahip bir rassal değişkendir

(4). Buradaki μ_n , μ_{ss} , σ_{ss}^2 ve SS_j sırası ile

$$\mu_n = \frac{\sum_{j=1}^k n_j c_j}{n}$$

$$\mu_{ss} = \frac{\sum_{j=1}^k SS_j c_j}{\sum_{j=1}^k SS_j}$$

$$\sigma_{ss}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k SS_j (c_j - \mu_{ss})^2}{\sum_{j=1}^k SS_j}$$

ve

$$SS_j = \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{.j})^2 \quad [1.14]$$

olarak verilmiştir (4).

Daha önce Barlow (1972), Tryon ve Hettmansperger (1973), Govindarajulu ve Gupta (1978), Kochar ve Gupta (1985), Hochberg ve Tamhane (1987), Kusum ve Bagai (1988), Robertson (1988), Hayter (1990) ve Dhawn ve Gill (1997) konu ile ilgili problemler için test yöntemleri önermişlerdir (5). Bu çalışmanın 2. Bölümünde, [1.9] hipotezine karşı [1.1] hipotezinin testi için Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen dağılış parametrelerinin homojenliği için tek yanlı bir test istatistiği tanıtılacaktır.

k. yığının yada işlemin konum parametresi μ_i ve $i=1, 2, \dots, k$ olmak üzere,

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \quad [1.15]$$

hipotezinin

$$H_1: \mu_i \text{ 'lerin en az biri farklıdır} \quad [1.16]$$

hipotezine karşı testi için bilinen klasik yöntem F-testidir.

Bu yöntem, kareler toplamının parçalara ayrılması ve ortalama karelerin bulunmasına dayanır. $j=1, \dots, k$, $i=1, \dots, n_j$ olmak üzere, j . örnekteki i . birimin ölçüm değeri X_{ij} , j . örnek için toplam $T_{.j}$, j . örnek için ortalama $\bar{X}_{.j}$, genel toplam $T_{..}$ ve genel ortalama da $\bar{X}_{..}$ olsun. Bunlar aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$T_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}$$

$$\bar{X}_{.j} = T_{.j} / n_j$$

$$T_{..} = \sum_{j=1}^k T_{.j}$$

$$\bar{X}_{..} = T_{..} / N \quad [1.17]$$

Gruplar arası değişimin ölçüsü olan GAKT ve gruplar içi değişimin ölçüsü olan GIKT,

$$GAKT = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2$$

$$GIKT = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_{.j})^2 \quad [1.18]$$

olmak üzere, GAOK ile ifade edilen Gruplar Arası Ortalama Kare GAKT'nin $k-1$ serbestlik derecesine ve GIOK ile ifade edilen Gruplar İçi Ortalama Kare de GIKT'nin $n-k$ serbestlik derecelerine bölümüyle elde edilerek,

$$F_{k-1, n-k} \sim \frac{GAOK}{GIOK} \quad [1.19]$$

olarak tanımlanan test istatistiği $k-1$ ve $n-k$ serbestlik dereceleri ile F dağılır. Hesaplanan değer F_h olmak üzere, α anlamlılık düzeyinde

$$F_h > F_{k-1, n-k, \alpha}$$

olduğunda, yokluk hipotezi red edilir .

F testinde normallik ve homojen varyans varsayımları sağlanmalıdır. Bu varsayımlar sağlanmıyorken bu tür problemlerin çözümü için farklı yaklaşımlar önerilmiştir. Bunlardan biri veriye uygun bir dönüşüm uygulanarak normal biçime getirmektir. 1950'li yıllarda kullanılan bu yöntem artık pek kullanılmamaktadır. Böyle durumlarda bir diğer yaklaşım parametrik olmayan yöntemlerin kullanımınıdır. Bu yöntemlerin en önemli özelliği normallik varsayımına gerek duymamalarıdır.

F testinin varsayımları sağlanmıyorken bu testin alternatiflerinden biri parametrik olmayan bir yöntem olan Kruskal-Wallis'in H testidir. $j=1, \dots, k$, $i=1, \dots, n_j$, olmak üzere, j. örnekteki i. birimin ölçüm değeri X_{ij} olsun. Herbiri n_1, n_2, \dots, n_k çaplı k örnek birleştirerek bir tek örnek olarak ele alınsın ve buna çapı $n_1+n_2+\dots+n_k=n$ olan birleştirilmiş örnek adı verilsin. Bu birleştirilmiş örnekte en küçük değerli olan gözlem değerine 1 sıra sayısı, geri kalanlar içinde en küçük değerli olan gözlem değerine 2 sıra sayısı, ... , ve en büyük gözlem değerine de n sıra sayısı atansın. j. örnekteki i. birime ($i=1, \dots, n_j, j=1, 2, \dots, k$) atanan sıra sayısını R_{ij} ile gösterilsin. j. örnek için sıra sayıları toplamı R_j olmak üzere, Kruskal-Wallis'in H istatistiği

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k n_j \left(\bar{R}_j - \frac{n+1}{2} \right)^2$$

yada

[1.20]

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

biçiminde tanımlanmıştır (6).

$k=3$ ve $n_j \leq 5$ iken, H istatistiğinin dağılımından türetilen kritik değerler vardır. $k>3$ ve $n_j > 5$ ise H istatistiği yaklaşık χ^2_{k-1} dağılır (6).

Bazen eldeki verinin sıralı alternatiflere uygun olduğu durumlarda (Tek-Faktör Varyans Analizi) bu alternatiflere karşı [1.15]'in testi için Hettmansperger ve Norton (1987) tarafından önerilen dağılıma bağlı olmayan V testi kullanılabilir (3). c_1, c_2, \dots, c_k sabitlerin seti olmak üzere, dağılıma bağlı olmayan Tek Faktörlü Varyans Analizinde yokluk ve karşıt hipotezler Hettmansperger ve Norton (1987) tarafından aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$H_0 : \theta_1 = \dots = \theta_k \quad [1.21]$$

ve

$$H_1 : \theta_j = \theta_0 + \theta_{c_j} \quad (\theta > 0, j=1, 2, \dots, k) \quad [1.22]$$

Eldeki verinin uygun olduğu durumlarda sabitlerin seti olan c_1, c_2, \dots, c_k ,

$$c_1 < c_2 < \dots < c_k$$

olacak şekilde seçilirse en az bir eşitsizlik doğru olmak üzere, H_1 hipotezi

$$H_1 : \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k \quad [1.23]$$

formuna dönüşür. V-testinde daha önce Kruskal–Wallis testindeki gibi sıra sayıları atanır. Benzer şekilde, birleştirilmiş örneğin çapı n ve $j=1, 2, \dots, k$, olmak üzere, R_{ij} 'lere bağlı olarak j . düzeyin sıra sayıları ortalaması,

$$R_j = \sum_{i=1}^{n_j} R_{ij} / n_j \quad [1.24]$$

ve λ_j ile c_j 'lerin ağırlıklı ortalaması olan \bar{c}_w da aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$\lambda_j = n_j / n \quad [1.25]$$

$$\bar{c}_w = \sum_{j=1}^k \lambda_j c_j \quad [1.26]$$

[1.23] hipotezine karşı [1.21] hipotezinin testi için Hettmansperger ve Norton tarafından önerilen V test istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$V = \sum_{j=1}^k a_j \bar{R}_j \quad [1.27]$$

Hettmansperger ve Norton $\sum a_j = 0$ olmak üzere a_j 'yi

$$a_j = \lambda_j (c_j - \bar{c}_w) \quad [1.28]$$

olarak tanımlamışlardır. a_j , [1.27]'deki V istatistiğinde yerine konarak

$$V = \sum_{j=1}^k \lambda_j (c_j - \bar{c}_w) \bar{R}_j \quad [1.29]$$

şeklinde ifade edilebilir (3).

Çoğu problemlerde c_j 'lerin, $j=1, 2, \dots, k$, hangi sabitlerin setinden oluştuğu bilgisi olmayabilir. Böyle durumlarda c_1, c_2, \dots, c_k 'ların belirlenmesi için iki yol önerilmiştir. Bunlardan birincisi,

$$c_j = j, j=1, 2, \dots, k \quad [1.30]$$

şeklinde eşit olasılıklı seçimidir. İkincisi ise, $\sum \lambda_j^{1/2} c_j = 0$ ve $\sum c_j^2 = 1$ koşullarını sağlamak üzere V istatistiğini maksimum yapacak şekilde c_j 'lerin seçilmesidir (3). V istatistiği, beklenen değeri sıfır ve varyansı,

$$\text{Var}(V) = \frac{n+1}{12} \sum \lambda_j (c_j - \bar{c}_w)^2 \quad [1.31]$$

olmak üzere, büyük örnek çapları için

$$\frac{V - E(V)}{\sqrt{\text{Var}(V)}} \sim Z \quad [1.32]$$

standart normal dağılır. Birleştirilmiş örnek çapı n yeteri kadar büyükse, V istatistiği merkezi limit kuramı gereğince normal dağılıma yaklaşır (3).

Daha önce, Hollander ve Wolfe (1973), Daniel (1978), Conover (1980) konu ile ilgili test yöntemleri önermişlerdir (3). Bu çalışmanın 3. Bölümünde basit sıralı alternatiflere karşı [1.15] hipotezinin testi için Hayter (1990) tarafından önerilen tek yanlı bir Student Açıklık Testi ve 4. Bölümünde de üstel konum parametrelerinin sıralı ikili farkları için Dhawan ve Gill (1997) tarafından önerilen eşanlı(eş zamanlı) tek yanlı güven aralıkları tanıtılacaktır.

5. Bölümde ise Gill ve Dhawan (1999)'ın T testi ile Le (1993)'nin Z testinin güç bakımından karşılaştırılmasına yer verilmiştir.



2. BASİT SIRALI ALTERNATİFE KARŞI DAĞILIŞ PARAMETRELERİNİN HOMOJENLİĞİ İÇİN TEK YANLI BİR TEST

$k \geq 3$ olmak üzere, k , bağımsız deneyler, türler, aralarında rekabet eden firmalar olsun, bunlara yığımlar adını verelim. i . yığımdan bir gözlem

$$F_i(x) = F[(x - \mu_i) / \theta_i] \quad [2.1]$$

birikimli dağılım fonksiyonu ile bir dağılım gösterebilir. [2.1] birikimli dağılım fonksiyonunda μ_i , $(-\infty < \mu_i < \infty)$, konum parametresi ve θ_i , $(\theta_i > 0)$, de dağılım parametresidir. $i=1, \dots, k$, olmak üzere, ν serbestlik derecesi ile i . yığımdan çekilen X_{i1}, \dots, X_{in_i} gözlemlerine dayanan θ_i 'nin uygun tahmin edicisi T_i olsun. En az bir eşitsizliğin doğruluğu altında,

$$H_1 : \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k \quad [2.2]$$

basit sıralı alternatifine karşı,

$$H_0 : \theta_1 = \dots = \theta_k \quad [2.3]$$

yokluk hipotezini test etmek için,

$$T = \max_{1 \leq i < j \leq k} (T_j / T_i) \quad [2.4]$$

test istatistiği önerilmiştir (5). k sayıda iki parametrelili üstel dağılım kullanılarak ve istatistiksel simülasyon yolu ile teorik dağılımın kritik değerlerinin bulunması yöntemi anlatılmış ve eşanlı tek yanlı güven aralıklarının oluşturulması gösterilmiştir. T testi ile mevcut testlerin güç karşılaştırması yapılmıştır (5).

2.1. Test Yöntemi ve Güven Aralıkları

[2.4]'de verilen istatistiğin dağılımı Gill ve Dhawan (1999) tarafından çalışılmıştır (5). Yukarıda verilen notasyonlara dayalı olarak,

$$P_0 [T \geq t_{k,\alpha,\nu}] = \alpha \quad [2.5]$$

ile, tanımlanan $t_{k,\alpha,\nu}$, kritik değeri gösterebilir. [2.5]'deki $P_0(A)$ terimi, [2.3]'ün doğruluğu altında, A olayının hesaplanan olasılığını göstermektedir. Test istatistiğinin değeri, ilgili kritik değeri aşarsa α anlamlılık düzeyinde [2.3] hipotezinin reddi gerçekleşir. Bunun yanında farklı olasılık modelleri için dağılım parametresinin tahmin edicisi de farklı olur. Yani farklı olasılık modellerinde θ_i dağılım parametresinin tahmin edicisi olan T_i , farklı olur. Örneğin üstel olasılık modelinde $F_i(x)$, μ_i konum parametresi ve θ_i dağılım parametresi ile iki parametrelili üstel birikimli dağılım fonksiyonu olsun. Buna göre,

$$X_i = \min_{1 \leq j \leq n_i} X_{ij}$$

ve

$$\nu_i = n_i - 1$$

[2.6]

olmak üzere, bu durumda θ_i için uygun tahmin edici

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - X_i) / \nu_i$$

[2.7]

olur ve $(\nu_i T_i) / \theta_i$ değişkeni, ν_i biçim parametresi ile gamma dağılımını gösterir (5).

Normal olasılık modelinde, $\Phi(\cdot)$ standart normal birikimli dağılım fonksiyonu, μ_i ortalama ve $\sigma_i^2 = \theta_i$ de varyans olmak üzere,

$$F_i(x) = \Phi[(x - \mu_i) / \sigma_i]$$

[2.8]

olsun. Buna göre,

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} / n_i$$

ve

[2. 9]

$$v_i = n_i - 1$$

durumunda θ_i için yansız tahmin edici

$$T_i = S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 / v_i \quad [2.10]$$

olur ve $(v_i T_i) / 2\theta_i$ değişkeni, biçim parametresi $v_i / 2$ olan gamma dağılımına sahip olur.

Pareto olasılık modelinde ise $0 < a_i \leq x$ ve $\theta_i > 1$ olmak üzere, X rassal değişkeni, birikimli dağılım fonksiyonu

$$F_i(x) = 1 - (a_i / x)^{\theta_i} \quad [2.11]$$

olan bir Pareto dağılımına sahip olsun. Buna göre bir $Y = \log(X)$ rassal değişkeni konum parametresi $\mu_i = \log a_i$ ve dağılım parametresi $1/\theta_i$ olan iki parametrelili üstel dağılıma sahip olur (5). Bu durumda

$$X_i = \min_{1 \leq j \leq n_i} X_{ij} \quad [2.12]$$

olmak üzere, θ_i için uygun tahmin edici

$$T_i = n_i / \left[\sum_{i=1}^{n_i} \log(X_{ij} / X_i) \right] \quad [2.13]$$

dir. $(v_i \theta_i) / T_i$ değişkeni, biçim parametresi v_i olan gamma dağılımına sahiptir (5).

2.2. Kritik Değerlerin Bulunması

Belirli dağılımlarda bu test için kritik değerler, $n_1=n_2=\dots=n_k=n$ olduğu zaman Hayter (1990) yöntemi ile yada n_i 'lerin herhangi bir düzeni için istatistiksel simülasyon yöntemi ile bulunabilir. Normal olasılık dağılımı altında, kritik değerlerin hesabı için Hayter (1990) yöntemi sadece k küçükken kullanışlıdır. Hayter ve Liu (1996), normallik sınırlamalarından kurtulmak için büyük k 'larla da çalışılabilecek ve bulunacak kritik değerlerin serbestlik derecesinde yapılacak değişikliklerle Pareto ve Normal olasılık modellerinde de kullanılabileceği bir yöntem bulmuşlardır. k sayıda iki parametrelili üstel dağılımlar için iki yöntem de aşağıda açıklanmıştır (5).

Hayter Yöntemi

$I_A(x)$, A olayı için gösterge fonksiyonu ve k sayıdaki tüm örneklerin çapları n 'e eşit olmak üzere, birikimli dağılım fonksiyonları

$$F_i(x) = [1 - e^{-(x-\mu_i)/\theta_i}] I_{[\mu, \infty)}(x) \quad [2.14]$$

olsun. Üstel olasılık modelindeki gibi $(\nu_i T_i)/\theta_i$ değişkeni, $i=1, \dots, k$, biçim parametresi $\nu=n-1$ olan gamma dağılımına sahiptir. $W_1=\dots=W_k$ her biri biçim parametresi $\nu=n-1$ olan k sayıda bağımsız dağılımlı gamma değişkenleri olsun ve $a_k(x,y,t)$ aşağıdaki gibi

$$a_k(x,y,t) = P[x \leq W_i \leq y, 1 \leq i \leq k, W_j / W_i \leq t, 1 \leq i < j \leq k] \quad [2.15]$$

tanımlansın. [2.15]'e göre verilen bir α için, $t_{k,\alpha,\nu} = t$ kritik değerleri,

$$a_k(0, \infty, t) = 1 - \alpha \quad [2.16]$$

eşitliğinden hesaplanabilir (5).

$k=3$, $\alpha=0.01, 0.05, 0.10$ ve $n=6, 11, 12, 13$ için [2.16] eşitliğinden, t kritik değerleri hesaplanmıştır ve bunlar aşağıda Çizelge 2.1.'de verilmiştir (5). Fakat bu hesaplamalar n örnek hacmi büyüdükçe ve $k \geq 4$ olduğu zaman zorlaşacaktır. Bu zorluğu aşmak için de herhangi k, n, α için kritik değerlerin bulunmasında istatistiksel simülasyon yöntemi kullanılmıştır.

Çizelge 2.1. Hayter (1990) yöntemi ile $k=3$ için kritik değerler

$n \backslash \alpha$	0.10	0.05	0.01
6	3.2141	4.0252	6.3298
11	2.2398	2.6043	3.5031
12	2.1537	2.4850	3.2902
13	2.0818	2.3861	3.1167

Yukarıdaki Çizelge 2.1.'den de görülebileceği gibi $k=3$ sayıda yığın için kritik değerler, n örnek çapı arttıkça küçülürken testin α anlamlılık düzeyi azaldıkça büyümektedir. $k=3$, $n_1=n_2=n_3=11$ ve $\alpha=0.05$ iken $t_{k,\alpha}=2.6043$ olduğu kolayca görülür.

Simülasyon Yöntemi

Poisson olasılıklarının toplamı bakımından gamma integrallerini yazarken birçok terimin bu faktörü içermesi nedeni ile Hayter yöntemiyle kritik değerlerin hesaplanmasındaki zorluklardan biri, $\nu=n-1$ 'in orta ve büyük değerleri için $\Gamma \nu$ yaklaşımıdır. Buna bir alternatif olarak $k=3(1)9$ sayıdaki standart üstel dağılımlardan $n=3(1)15(5)40(10)60(20)100$ olan eşit hacimli rassal örnekler çekerek [2.4] istatistiğinin $2 \cdot 10^5$ sayıda değeri bulunarak bunlardan oluşturulan oransal(nispi) histogramdan kritik değerler hesaplanmıştır ve bu kritik değerler Çizelge 2.2. - Çizelge 2.8.'e de verilmiştir (5).

n, α 'lerin herhangi bir düzeni için genel bir program yazılmıştır (5).

Çizelge 2.2. Simülasyon yöntemi ile $k=3$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	7.253845	10.846779	25.212317
4	4.782484	6.506754	12.385379
5	3.769597	4.880061	8.399847
6	3.230650	4.069167	6.366552
7	2.892278	3.531097	5.202973
8	2.647196	3.191707	4.555700
9	2.476872	2.941410	4.115937
10	2.358773	2.770690	3.777016
11	2.235740	2.587119	3.482138
12	2.506118	2.506118	3.312095
13	2.086578	2.387198	3.097811
14	2.02998	2.296429	2.948357
15	1.990144	2.261582	2.882097
20	1.805251	2.002410	2.457952
25	1.691543	1.856664	2.215886
30	1.618837	1.764383	2.073187
35	1.558684	1.685598	1.966777
40	1.515640	1.630106	1.873054
50	1.450143	1.545602	1.755826
60	1.407136	1.492433	1.669695
80	1.346491	1.416137	1.558532
100	1.308570	1.371492	1.496002

Çizelge 2.3. Simülasyon yöntemi ile $k=4$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	9.979064	14.355824	27.263268
4	6.095218	8.195399	14.849959
5	4.630865	5.951342	9.738318
6	3.876294	4.802423	7.356804
7	3.414605	4.128381	6.103459
8	3.066261	3.657479	5.154299
9	2.866697	3.362045	4.630975
10	2.704657	3.148303	4.257544
11	2.537052	2.930898	3.891371
12	2.449444	2.788765	3.671909
13	2.335816	2.657738	3.368469
14	2.261477	2.559038	3.258920
15	2.204453	2.483220	3.132264
20	1.971203	2.176991	2.644462
25	1.828493	1.994319	2.367785
30	1.735728	1.878652	2.182895
35	1.667614	1.793301	2.068509
40	1.611328	1.723430	1.969992
50	1.532946	1.626766	1.828733
60	1.478749	1.563162	1.744015
80	1.405597	1.473707	1.613723
100	1.358216	1.418087	1.543470

Çizelge 2.4. Simülasyon yöntemi ile $k=5$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	12.868195	19.308584	45.497196
4	7.332283	9.078987	17.807867
5	5.384065	6.826942	11.059116
6	4.420494	5.432674	8.185493
7	3.858461	4.632255	6.760149
8	3.441422	4.082841	5.700219
9	3.149411	3.673255	4.989832
10	2.956272	3.408128	4.576647
11	2.778889	3.190508	4.171197
12	2.652829	3.011198	3.895017
13	2.519971	2.852051	3.635270
14	2.443434	2.758405	3.482699
15	2.379854	2.668247	3.328922
20	2.092746	2.301555	2.775666
25	1.930996	2.102513	2.487666
30	1.822522	1.967516	2.288114
35	1.740459	1.868188	2.142177
40	1.680035	1.793233	2.035493
50	1.593249	1.685693	1.886063
60	1.528481	1.609785	1.789140
80	1.446752	1.512317	1.653592
100	1.394700	1.453412	1.574680

Çizelge 2.5. Simülasyon yöntemi ile $k=6$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	15.096530	22.244400	49.117134
4	8.410511	11.191958	21.033955
5	6.049705	7.648149	12.518058
6	4.857851	5.914818	8.962371
7	4.189682	5.011640	7.192376
8	3.729921	4.383180	6.210365
9	3.388090	3.930074	5.364839
10	3.170364	3.649955	4.862163
11	2.974426	3.394756	4.451157
12	2.833809	3.210273	4.126122
13	2.687002	3.018052	3.866052
14	2.577364	2.898765	3.622824
15	2.504855	2.790027	3.466001
20	2.190487	2.405642	2.889185
25	2.019481	2.189443	2.571982
30	1.887388	2.034805	2.354164
35	1.801882	1.928097	2.206899
40	1.732957	1.845992	2.094753
50	1.635623	1.728122	1.929594
60	1.569799	1.652155	1.821673
80	1.480527	1.546789	1.682051
100	1.422213	1.476852	1.595825

Çizelge 2.6. Simülasyon yöntemi ile $k=7$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	17.540112	25.582310	58.036034
4	9.299353	12.330805	22.384857
5	6.523510	8.265376	13.598688
6	5.206554	6.365367	9.609787
7	4.483186	5.365376	7.676814
8	3.962933	4.671071	6.461693
9	3.630568	4.221003	5.707462
10	3.352764	3.845368	5.119504
11	3.128540	3.561850	4.622421
12	2.951088	3.344860	4.268843
13	2.829373	3.183880	4.004332
14	2.695611	3.016107	3.775970
15	2.594466	2.891800	3.578140
20	2.263074	2.484204	2.997602
25	2.062754	2.233422	2.628797
30	1.924427	2.075255	2.408599
35	1.833097	1.956537	2.229985
40	1.757011	1.868997	2.109889
50	1.652855	1.748197	1.944067
60	1.581012	1.664228	1.831277
80	1.518655	1.585527	1.739506
100	1.435384	1.496656	1.614287

Çizelge 2.7. Simülasyon yöntemi ile $k=8$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	19.948280	29.485546	67.304611
4	10.121000	13.432415	24.765396
5	7.079817	8.941356	14.560220
6	5.602683	6.826492	10.249093
7	4.748556	5.644337	8.075962
8	4.214079	4.941098	6.742516
9	3.795699	4.395832	5.918317
10	3.497805	3.991462	5.298235
11	3.276110	3.726824	4.833187
12	3.079622	3.470865	4.415764
13	2.930985	3.290010	4.120649
14	2.810467	3.130772	3.910426
15	2.695027	2.992944	3.686217
20	2.330373	2.546477	3.019258
25	2.112817	2.288520	2.663742
30	1.972641	2.115140	2.420605
35	1.873896	1.996195	2.280915
40	1.801402	1.912955	2.151518
50	1.689012	1.783653	1.991436
60	1.611235	1.688368	1.861304
80	1.509336	1.572613	1.716363
100	1.454735	1.511819	1.635007

Çizelge 2.8. Simülasyon yöntemi ile $k=9$ için kritik değerler

n/α	0.10	0.05	0.01
3	21.11794750	31.822159	74.687790
4	11.063505	14.711215	27.466496
5	7.573514	9.476152	15.333735
6	5.939809	7.249954	10.800758
7	5.004821	5.945271	8.453606
8	4.384912	5.137475	7.076021
9	3.927647	4.529335	6.126025
10	3.627728	4.131645	5.388114
11	3.402737	3.862710	4.951469
12	3.190863	3.600747	4.596156
13	3.021500	3.378083	4.223526
14	2.896925	3.217785	3.954256
15	2.798318	3.101360	3.799636
20	2.395800	2.614830	3.111909
25	2.173076	2.344182	2.739188
30	2.019229	2.157563	2.467456
35	1.914100	2.033640	2.323047
40	1.833106	1.943698	2.174150
50	1.718692	1.811518	2.013100
60	1.638994	1.719265	1.883691
80	1.527098	1.592622	1.722941
100	1.459527	1.512906	1.626715

Hayter yöntemi ile bulunarak Çizelge 2.1.'de verilen $k=3$, $n=6, 11, 12, 13$ ve $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$ için kesin kritik değerler, simülasyon yöntemi ile bulunarak $k=3$, $n=6, 11, 12, 13$ ve $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$ için Çizelge 2.2.'de verilen kritik değerlere çok yakındır. Örneğin $k=3$, $n=6$ ve $\alpha=0.10$ için Çizelge 2.1.'de kritik değer 3.2141 iken Çizelge 2.2.'de aynı $k=3$, $n=6$ ve $\alpha=0.10$ için 3.230650 olarak bulunmuştur. Bu durum aşağıdaki Çizelge 2.9. ile açıklanabilir.

Çizelge 2.9. $k=3$ için Hayter yöntemi ve simülasyon yöntemlerinin kritik değerlerinin karşılaştırılması

$n \backslash \alpha$	0.10		0.05		0.01	
	Hayter yöntemi ile	Simülasyon yöntemi ile	Hayter yöntemi ile	Simülasyon yöntemi ile	Hayter yöntemi ile	Simülasyon yöntemi ile
6	3.2141	3.2306	4.0252	4.0691	6.3298	6.3665
11	2.2398	2.2357	2.6043	2.5871	3.5031	3.4821
12	2.1537	2.5061	2.4850	2.5061	3.2902	3.3120
13	2.0818	2.0865	2.3861	2.3871	3.1167	3.0978

Çizelge 2.9.'dan görülebileceği gibi $\alpha=0.10, 0.05$ ve 0.01 için $n=6$ ve 12 iken simülasyon yöntemiyle bulunmuş kritik değerler Hayter yöntemiyle bulunmuş kritik değerlerden genelde çok az büyüktür, $n=11$ iken ise bunun tam tersi söz konusudur. Ayrıca $n=13$ iken Hayter yöntemiyle bulunmuş kritik değerlerin $\alpha=0.10$ ve 0.05 için simülasyon yöntemiyle bulunmuş kritik değerlerden küçük iken $\alpha=0.01$ için simülasyon yöntemiyle bulunan kritik değerlerden büyük olduğunu belirtmek gerekir. Ayrıca iki yöntem için de n büyüdükçe kritik değerler küçülürken α değeri küçüldükçe de kritik değerlerin büyüdüğü görülür. Bunun yanında $\nu=n-1$ ile üstel olasılık modeli altında yukarıdaki çizelgelerde verilen kritik değerler $\nu = (n-1)/2$ alınarak normal olasılık modelinde de kullanılabilir ve benzer şekilde Pareto olasılık modeli için de uygun bir şekilde düzenlenebilir. μ_i 'ler bilinirse, $i=1, \dots, k$ olmak üzere, X_i 'ler yerine μ_i 'ler kullanılarak, $\nu=n$ serbestlik derecesine karşılık kritik değerler çizelgelerden okunarak T_i 'ler hesaplanır.

Üstel olasılık modeli altında bulunan $t_{k,\alpha,\nu}$, kritik değerlerinin doğruluğu, $2 \cdot 10^4$ sayıda simülasyon yolu ile bulunan [2.5]'in değerleri elde edilerek kontrol edilmiştir. α için gerçekleşen değerler testte verilen α 'dan çok az küçük olduğu için simülasyon yolu ile bulunan kritik değerlerin oldukça tutucu oldukları saptanmıştır (5).

Bazı durumlarda iki yığın arasında dağılış parametrelerinin oranı bakımından sapma tanımlanabilir ve bu dağılış parametreleri arasında oran alınarak ölçülen sapmalar için eşanlı tek yanlı güven aralıkları önermek düşünülebilir. [2.4] test istatistiği konum-dağılış modeli için standart teknik kullanılarak sıralı ikili θ_j/θ_i , $1 \leq i < j \leq k$, oranları için $1-\alpha$ güvenilirlik düzeyinde eşanlı tek yanlı güven aralıkları oluşturmaya imkan sağlar (7).

$$\begin{aligned}
 1-\alpha &= P_0 [\max_{1 \leq i < j \leq k} (T_j / T_i) \leq t_{k,\alpha,\nu}] \\
 &= P_\theta \left[\frac{T_j / \theta_j}{T_i / \theta_i} \leq t_{k,\alpha,\nu}, 1 \leq i < j \leq k \right] \\
 &= P_\theta \left[\theta_j / \theta_i \geq \frac{T_j}{T_i} \frac{1}{t_{k,\alpha,\nu}}, 1 \leq i < j \leq k \right] \quad [2.17]
 \end{aligned}$$

Burada $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)'$ gibi bir vektördür. [2.17]'de verilen eşanlı tek yanlı güven aralıkları $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k$ varsayımına bağlı değildir ve bu sıralama veri herhangi bir incelemeye tabi tutulmadan bağımsız olarak yapılırsa geçerli olur. Dağılış parametrelerinin $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_k$ sıralamasının önsel bilgisi yalnızca dağılışlar arasındaki sapmaları incelemek için imkan sağlamaz, önerilen eşanlı tek yanlı güven aralıklarını düzenlemede de araştırmacıya yardımcı olur. Birden küçük değerle [2.17]'de verilen güven aralıklarının alt sınırları bilgi verici olmaz ve bunlar "1" noktasında budanırlar. [2.17]'de verilen eşanlı tek yanlı güven aralığının alt sınır değerlerinin yakınlığı, dağılış parametreleri arasındaki yakınlığı gösterir.

2.3. Güç Karşılaştırmaları

Bu bölümde tanıtılan Gill ve Dhawan (1999)'ın testi ile mevcut diğer testlerin güç karşılaştırması için yapılan istatistiksel simülasyon sonuçları verilmiştir (5).

Belli konum ve dağılım parametreleri altında, $k=3$, $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$, $n=11, 21, 31$ için tanıtılan test ile mevcut testlerin güçleri ve

$$P_{\theta} [T > t_{k,\alpha,\nu}]$$

nin simülasyon yolu ile $2 \cdot 10^4$ sayıda değeri hesaplanmıştır. Güç karşılaştırması için, Nagarsenker ve Nagarsenker (1991)'in U-test istatistiği, Kusum ve Bagai (1988)'nin T_k -test istatistiği ve Bartlett (1937)'in B-test istatistiği çalışmaya dahil edilmiştir. Bunlar aşağıda verilmiştir. $k \geq 2$ olmak üzere, bir alternatife karşı k sayıda iki parametrelili üstel dağılımların dağılım parametrelerinin homojenliğinin testi için Nagarsenker ve Nagarsenker (1991) aşağıdaki test istatistiğini önermişlerdir.

$$U = \prod_{i=1}^k (U_i^*)^{n_i} / (\sum_{i=1}^k n_i U_i^* / n)^n \quad [2.18]$$

[2.18]'de, n_i, n, U_i^*, U_i, X_i ve \bar{X}_i aşağıdaki gibi,

$$n_i = N_i - 1$$

$$n = n_1 + \dots + n_k$$

$$U_i^* = N_i U_i / n_i,$$

$$U_i = \bar{X}_i - X_i$$

$$\bar{X}_i = (\sum_{j=1}^{N_i} X_{ij}) / N_i$$

$$X_i = \min (X_{i1}, \dots, X_{iN_i}) \quad [2.19]$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Simülasyon çalışmasında elde edilen kritik değerler ile [2.18]'in küçük değerleri için yokluk hipotezinin reddedilmesinde, tutucu olmaları yanında [2.18]'in kendi dağılımından değerleri ile uyumlu olmamaları nedeni ile Nagarsenker ve Nagarsenker (1991) tarafından önerilen kritik değerler yanlış bulunmuştur (5).

$k \geq 2$ olmak üzere, dağılım parametresi bakımından farklı olan k sayıda yığın 0.5'e eşit olması gerekmeyen p sıralı a_p yüzdeliğine sahip olduğu zaman, basit sıralı alternatiflere karşı dağılım parametrelerinin homojenliğini test etmek için Kusum ve Bagai (1988) aşağıdaki test istatistiğini önermişlerdir.

$$T_k = \sum_{i=1}^{k-1} U_{i,i+1} a_i \quad [2.20]$$

[2.20]'de, U_{ij} , U-istatistiğinin,

$$\begin{aligned} \Phi &= 1, |x| \leq |y| \text{ ve } xy \geq 0 \text{ ise} \\ &= 0, xy > 0 \text{ ise} \\ &= -1, |x| > |y| \text{ ve } xy \geq 0 \text{ ise} \end{aligned}$$

Kernel'ine dayanan iki örnek U-istatistiğidir ve a_i 'ler gerçel sabitlerdir.

Buradaki Kernell bilinen p sıralı a_p yüzdeliği sıfır olduğu zaman tanımlanır.

$k=3$, $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$, $n=11, 21, 31$, $a_p=0$, $p=0.05, 0.10$ iken T_k ve T 'nin karşılaştırmaları simülasyon yolu ile yapılmış ve üstel olasılık modeli altında güç karşılaştırmasına ilişkin sonuçlar Çizelge 2.10.'da verilmiştir.

Çizelge 2.10. $\theta_1=1.2$, $\theta_2=2.4$, $\theta_3=3.6$ ile üstel olasılık modeli altında, $k=3$, $a_p=0$ için T ve T_k testlerinin güçleri

n	p	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.10$	
		T_k	T	T_k	T	T_k	T
11	0.05	0.4049	0.4237	0.6696	0.6813	0.7851	0.7986
21	0.05	0.7191	0.7883	0.9032	0.9297	0.9518	0.9690
31	0.05	0.8953	0.9453	0.9742	0.9899	0.9901	0.9956
11	0.10	0.3888	0.4109	0.6651	0.6797	0.7822	0.7969
21	0.10	0.7032	0.7842	0.8871	0.9316	0.9477	0.9677
31	0.10	0.8828	0.9417	0.9713	0.9899	0.9892	0.9954

Yukarıdaki çizelgeden de görülebileceği gibi belirli n , p , α , k ve θ_i için, bu bölümde tanımlanan Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen T testi Kusum ve Bagai (1988) tarafından önerilen T_k testinden daha güçlüdür. Çizelgeye göre T testi gerçekte yanlış olan yokluk hipotezini T_k testine göre daha çok durumda reddetmiştir ve böylece daha güçlü olduğu ortaya çıkmıştır. Bunun yanında her iki testin de p arttıkça güçlerinin azaldığı ve n arttıkça güçlerinin de arttığı söylenebilir.

k sayıda normal yığının varyanslarının homojenliğinin testi için Bartlett (1937) aşağıdaki B-istatistiğine dayalı olan düzenlenmiş olabilirlik oran testini önermiştir.

$$B = \frac{(n-k) \ln(s_p^2) - \sum_{i=1}^k (n-k) \ln(s_i^2)}{1 + \frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{n-k} \right]} \quad [2.21]$$

[2.21]'deki s_i^2 'ler örnek varyansları ve n_i 'ler de örnek hacimleri olmak üzere, n ve s_p^2 aşağıdaki gibi tanımlanır (5).

$$\sum_{i=1}^k n_i = n$$

ve

$$s_p^2 = \left[\sum_{i=1}^k s_i^2 (n_i - 1) \right] / (n-k)$$

[2.22]

[2.21] istatistiği yokluk hipotezi altında χ_{k-1}^2 dağılır. B'nin büyük değerleri için yokluk hipotezi reddedilir. $k=3$ iken Çizelge 2.11.'de bu testlerle ilgili güç karşılaştırmasına ilişkin sonuçlar verilmiştir. Normal olasılık modeli altında kritik değerler, $\nu=(n-1)/2$ alınarak Çizelge 2.2.'den alınmıştır.

Çizelge 2.11. T-testi, U-testi ve B-testinin güçleri

Normal Olasılık Modeli

n	θ_1	θ_2	θ_3	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.10$	
				T	B	T	B	T	B
11	1.0	1.5	2.0	0.0589	0.0364	0.1927	0.1361	0.3125	0.2247
21				0.1261	0.0884	0.3366	0.2477	0.4847	0.3684
31				0.2146	0.1619	0.4560	0.3630	0.6034	0.4956
11	1.2	2.3	3.6	0.1583	0.1025	0.3866	0.2841	0.5420	0.4157
21				0.3863	0.3036	0.6715	0.5615	0.7874	0.6880
31				0.6108	0.5209	0.8339	0.7620	0.9117	0.8535

Üstel Olasılık Modeli

n	θ_1	θ_2	θ_3	$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.10$	
				T	U	T	U	T	U
11	1.0	1.5	2.0	0.1367	0.0924	0.3494	0.2435	0.4918	0.3681
21				0.3232	0.2338	0.5834	0.4681	0.7196	0.5999
31				0.5033	0.4123	0.7615	0.6612	0.8559	0.7674
11	1.2	2.3	3.6	0.4068	0.3018	0.6823	0.5639	0.8004	0.6933
21				0.7918	0.7019	0.9279	0.8818	0.9656	0.9350
31				0.9420	0.9087	0.9882	0.9764	0.9956	0.9904

Özellikle küçük ve orta hacimli örnekler için Çizelge 2.10. ve Çizelge 2.11.'den anlaşılacağı gibi bu bölümde tanıtılan Gill ve Dhawan (1999)'ün T testinin gücü Kusum ile Bagai (1988)'nin T_k testinin gücünden büyük olduğu gibi Bartlett (1937)'ün B testinin gücünden ve Nagarsenker ve Nagarsenker (1991)'ün U testinin gücünden de daha büyüktür.

Bunun yanında yukarıdaki çizelgelerde Gill ve Dhawan (1999)'ün T testinin güçlerine bakarak üstel ve normal olasılık modellerinin ikisinde de aynı n, k, α ve θ_j 'ler kullanıldığı zaman, T testinin üstel olasılık modelinde sahip olduğu güçlerin normal olasılık modelinde sahip olduğu güce göre daha büyük olduğu için bu testin üstel olasılık modelinde kullanılmasının normal olasılık modelinde kullanılmasından daha uygun olacağı söylenebilir.

3. BASİT SIRALI ALTERNATİFE KARŞI TEK YANLI BİR STUDENT AÇIKLIK TESTİ

ε_{ij} ortalaması sıfır ve varyansı σ_i^2 ile normal dağılımlı, bağımsız rassal değişkenler ve μ_i de, $i=1, \dots, k$, i. işlemin ortalaması olmak üzere, bilinen tamamlanmış tek yönlü sabit etkili varyans analizi (ANOVA) modelinde X_{ij} bağımlı değişkeninin üzerinde bağımsız değişkenin etkisi

$$X_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, (1 \leq j \leq n; 1 \leq i \leq k) \quad [3.1]$$

olarak gösterilir (7). σ_i^2 ve μ_i bilinmeyen parametrelerdir. n gözleme dayalı i. işlemin örnek ortalaması \bar{X}_i , $1 \leq i \leq k$, ve σ_i^2 'nin yansız tahmin edicisi de S^2 olsun. Buradaki problem en az bir eşitsizliğin doğruluğu altında,

$$H_1: \mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_k \quad [3.2]$$

basit sıralı alternatifte karşı,

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad [3.3]$$

yokluk hipotezinin testidir. [3.2] hipotezine karşı [3.3] hipotezinin testi için Bartholomew (1961)'in Olabilirlik Oran Testi (OOT) gibi test yöntemleri önerilmiştir. Bu test yöntemleri sıralı kısıtları sağlayan işlem ortalamalarının konfigürasyonlarına duyarlı olsalar da işlem ortalamalarının karşılaştırmaları için eşanlı güven aralıklarının uygun bir setine sahip değildirler.

Bu bölümde tek yanlı Student Açıklık Testi (TSAT) olarak düşünülebilecek basit çoklu karşılaştırma test yöntemi ele alınmış ve bu test yöntemi için aşağıdaki test istatistiği önerilmiştir (7).

$$\max_{1 \leq i < j \leq k} \frac{\bar{X}_j - \bar{X}_i}{S/\sqrt{n}}$$

Bu istatistik için hesaplanan değer ilgili kritik değerden büyük bir değer ise, tek yanlı Student Açıklık Testi [3.3] hipotezini reddeder. Böyle durumlarda, işlem ortalamaları birbirine eşit değildir denir.

$$d_{ij} = \bar{X}_j - \bar{X}_i - S h_{k,\alpha,v} / \sqrt{n} \quad [3.4]$$

olmak üzere, bu test yöntemi işlem ortalamalarının sıralı ikili $\mu_j - \mu_i$ farklarının tümü için (d_{ij}, ∞) formunun kesin(exact) eşanlı tek yanlı güven aralıklarının basit karşılaştırmasına izin verme avantajına sahiptir. Buradaki güven aralıkları bu tür problemler için olabilecek en dar güven aralıklarını verir (7). Bu eşanlı güven aralıkları,

$$\sum_{i=1}^j c_i \leq 0, 1 \leq j \leq k-1$$

olmak üzere,

$$\sum_{i=1}^k c_i = 0 \quad [3.5]$$

tüm negatif olmayan,

$$\sum_{i=1}^k c_i \mu_i$$

karşılaştırmaları için kesin eşanlı güven aralıkları oluşturmaya genişletilmişlerdir (7).

İki yanlı Student Açıklık Testinin kritik değerleri k işlem sayısına bakmaksızın iki boyutlu integral denklemleri çözümlenerek elde edilmiştir (7). Tek yanlı Student Açıklık Testi için kesin kritik değerlerin hesaplanması k büyüdükçe zorlaşmasına rağmen $3 \leq k \leq 9$ için kritik değerler üç boyutlu integral denklemleri çözümlenerek bulunmuştur (7). Tek yanlı Student Açıklık Testinin güç özellikleri yanında tamamlanmamış ANOVA modeli için tek yanlı Student Açıklık Testinin değiştirilmiş biçimi tanıtılmıştır.

Student Açıklık Testine uygulandığı zaman tutucu bir test yöntemi veren doğal bir değişiklik tek yanlı Student Açıklık Testine uyarlanırsa daha serbest bir test verdiği gösterilmiştir.

3.1. Eşanlı Tek Yanlı Güven Aralıkları

Tek yönlü varyans analizi (ANOVA) modelinde işlem ortalamalarının sıralı belirli karşılaştırmaları için eşanlı tek yanlı güven aralıkları ilk kez Marcus ve Peritz (1976) tarafından ele alınmıştır. Marcus ve Peritz (1976) tarafından önerilen $h_{k,\alpha,v}$ kritik değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (7).

$$\Pr \left(\max_{1 \leq i < j \leq k} \frac{\bar{X}_j - \bar{X}_i}{S/\sqrt{n}} \geq h_{k,\alpha,v} \mid \mu_1 = \dots = \mu_k \right) = \alpha \quad [3.6]$$

Eşitlik [3.6], $c_1 \leq \dots \leq c_k$ ve [3.5] için işlem ortalamalarının monoton karşılaştırmalarının $\sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ sınıfı içindir ve Bartholomew (1961)'in Olabilirlik Oran Testinin kritik değerlerini kullanır. Bunun yanında işlem ortalamalarının sıralı ikili farklarından sadece $\mu_k - \mu_1$ farkı monoton karşılaştırmalar sınıfının üyesidir. [3.3] hipotezinin testi için kesin α değerinin verilmesi ile birlikte [3.6]'daki test yöntemi işlem ortalamalarının sıralı ikili $\mu_j - \mu_i$ farkları için aşağıdaki gibi kesin $1-\alpha$ düzeyinde eşanlı tek yanlı güven aralıkları oluşturmak için dönüştürülebilir.

$$\Pr (\mu_j - \mu_i \geq d_{ij}; 1 \leq i < j \leq k) = 1 - \alpha \quad [3.7]$$

[3.7]'deki güven aralıkları $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ varsayımına bağlı değildir ve sadece sıralama verilerin gözlemine öncelik belirtirse geçerli olur. Bundan dolayı da veriden bağımsızdır. Ayrıca bu güven aralıkları [3.3] hipotezini reddetmek için hangi işlem ortalamasının karar kuralını sağlamadığını ortaya çıkarmada deneyi yapan kişiye yol göstericidir.

Deneyi yapan kişi işlem ortalamalarındaki farkların $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ sıralamasında olmasını bekliyorsa Eşitlik [3.7]'deki eşanlı tek yanlı güven aralıkları Student Açıklık Testi ile bulunan işlem ortalamalarının tüm ikili farkları için bilinen eşanlı iki yanlı güven aralıklarından bu tip farklarda çok daha duyarlıdır. Sıralı ikili farkları için bu güven aralıkları d_{ij} ve a_{ij} 'lerin tüm olası setlerini kullanarak elde edilen belirli diğer karşılaştırmalar için aşağıdaki eşanlı güven aralıklarına genişletilebilir (7).

$$\Pr \left(\sum_{1 \leq i < j \leq k} (\mu_j - \mu_i) a_{ij} \geq \sum_{1 \leq i < j \leq k} d_{ij} a_{ij}; a_{ij} \geq 0 \right) = 1 - \alpha \quad [3.8]$$

Ayrıca, \mathbf{C}_k^* negatif olmayan karşılaştırmaların sınıfı

$$\mathbf{C}_k^* = \{ \mathbf{c} \in \mathbf{R}^k : \sum_{i=1}^k c_i = 0; \sum_{i=1}^j c_i \leq 0, 1 \leq j \leq k-1 \}$$

biçiminde tanımlanmak üzere, işlem ortalamalarının

$$\left\{ \sum_{1 \leq i < j \leq k} (\mu_j - \mu_i) a_{ij} : a_{ij} \geq 0 \right\}$$

karşılaştırmalarının sınıfı aynı zamanda

$$\left\{ \sum_{i=1}^k c_i \mu_i : \mathbf{c} \in \mathbf{C}_k^* \right\}$$

karşılaştırmalarının da sınıfıdır (7). Buradan da anlaşılacağı gibi farklı gösterimler farklı güven aralıkları oluşturabilse de aynı karşılaştırma içinde sonuçlanabilir. Eşitlik [3.8]'de en dar güven aralığını oluşturmak için a_{ij} 'nin herhangi bir seçiminin kullanılması gerekir (7). Böylece Eşitlik [3.8] aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\Pr \left(\sum_{i=1}^k c_i \mu_i \geq \sum_{i=1}^k c_i \bar{X}_i - \sum_{i=1}^k |c_i| Sh_{k,\alpha,\nu} / 2\sqrt{n}; \mathbf{c} \in \mathbf{C}_k^* \right) = 1 - \alpha \quad [3.9]$$

Bu güven aralıkları da $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ varsayımına bağlı değildir ve varyans σ^2 bilindiği zaman Eşitlik [3.9]'da verilen güven aralığının uzunluğu

$$\sum_{i=1}^k |c_i| \sigma h_{k,\alpha,\nu} / 2\sqrt{n}$$

dir. Marcus tarafından bulunan güven aralıkları, kesin $\bar{d}_{k,\alpha}$ kritik değerleri için

$$\sqrt{\sum_{i=1}^k c_i^2} \sigma \bar{d}_{k,\alpha} / \sqrt{n}$$

uzunluğu dışında, Hayter (1990) tarafından önerilen Eşitlik [3.9]'da verilen güven aralıklarının benzeridir (7). Çeşitli negatif olmayan **c** karşılaştırmaları için tek yanlı Student Açıklık Testi ile bulunan Eşitlik [3.9]'da verilen güven aralıklarının uzunluğunun Marcus tarafından bulunan güven aralıklarının uzunluğuna oranı

$$A_{k,\alpha} = (h_{k,\alpha,\nu} / \bar{d}_{k,\alpha}) \left(\sum_{i=1}^k |c_i| / 2 \sqrt{\sum_{i=1}^k c_i^2} \right) \quad [3.10]$$

dir. [3.10]'daki ikili $\mu_j - \mu_i$ farklarını karşılaştırmak için

$$\sum_{i=1}^k |c_i| / 2 \sqrt{\sum_{i=1}^k c_i^2}$$

terimi minimize edildiğinde sıralı ikili farkları için Eşitlik [3.9]'da verilen güven aralıkları Marcus'un elde ettiği güven aralıklarından daha dar olacaktır. Daha karmaşık karşılaştırmalar için tersi doğru olacaktır.

Dört çeşit negatif olmayan karşılaştırma ele alınarak $\alpha=0.05$ ve $3 \leq k \leq 9$ için $A_{k,\alpha}$ 'nın bazı değerleri Çizelge 3.1.'de verilmiştir (7).

Çizelge 3.1. $\alpha=0.05$ ve çeşitli negatif olmayan **c** karşılaştırmaları için $A_{k,\alpha}$ değerleri

c	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8
(-1,1)	0.973	0.938	0.904	0.873	0.846	0.822
(-1,-1,2)	1.123	1.083	1.044	1.009	0.977	0.949
(-1,-1,-1,3)	NA	1.148	1.107	1.070	1.036	1.006
(-1,-1,1,1)	NA	1.326	1.278	1.235	1.197	1.162

Yukarıdaki çizelgeden de görüleceği gibi, genellikle, sabit bir karşılaştırma için k işlem sayısı artarken $A_{k,\alpha}$ 'nın azaldığı görülebilir. Bu durumda Eşitlik [3.9] ile verilen güven aralığı Marcus tarafından verilen güven aralığından daha caziptir. $A_{k,\alpha}$, ikili farklar için her zaman "1"den küçüktür. Karşılaştırmaların $c_1 \leq \dots \leq c_k$ sınıfının C_k^* içinde kapsanması bu belirli karşılaştırmalar için daha dar güven aralıkları elde etmeyi sağlar.

Veriye bakmaksızın deneyi yapan kişi işlem ortalamalarının $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ sıralamasından eminse bu bilgi güven aralıklarını geliştirmek için kullanılabilir. Örneğin bu durumda negatif alt limit ile Eşitlik [3.7]'de verilen bir güven aralığı bilgi verici olmayacak ve "0"da kesilecektir. Bazı durumlarda iki ayrı ikili farklarının toplamını bir ikili fark olarak düşünmekle güven aralıkları geliştirilebilir (7). Güven aralıklarında bu gelişmeler ancak sıralama ve örnek ortalamalarının hacimleri işlem ortalamalarının varsayılan sıralamasından anlamlı biçimde farklı olduğu zaman daha önemli olur. Bunun yanında örnek hacimleri çok küçük değilse işlem ortalamaları sıralamasının varsayımı ile verinin israfı söz konusu olabilir.

3.2. Kritik Değerlerin Bulunması

X_i , ($i \in \mathbf{N}$), bağımsız aynı dağılımlı standart normal rassal değişkenler olsun ve

$$b_k(x, y; c) = \Pr(x \leq X_i \leq y, 1 \leq i \leq k; X_j - X_i \leq c, 1 \leq i < j \leq k) \quad [3.11]$$

biçiminde tanımlansın. [3.11]'e göre, $f_\nu(s)$ de

$$\sqrt{\chi_\nu^2 / \nu}$$

rassal değişkeninin yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değeri, aşağıdaki tanımdan bulunabilir.

$$\int_{s=0}^{\infty} b_k(-\infty, \infty; s h_{k,\alpha,\nu}) f_\nu(s) ds = 1 - \alpha \quad [3.12]$$

[3.12]'deki problem, $c > 0$ ile $b_k(-\infty, \infty; c)$ fonksiyonu için uygun ifadeyi bulmaktır. Bu problem sayısal integral yöntemi kullanılarak çözülebilir. $3 \leq k \leq 9$ ve çeşitli α, ν için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri iki veya üç boyutlu integral denklemleri çözülerek bulunabilir. $10 \leq k \leq 19$ ve çeşitli α, ν için ise $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri dört boyutlu integral denklemleri çözülerek bulunabilir (7). Sırası ile $\alpha = 0.10, 0.05, 0.01$ için $k=3(1)9$ ve bazı ν değerleri için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri Çizelge 3.2. , Çizelge 3.3. ve Çizelge 3.4. 'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. $\alpha = 0.10$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9
$\nu = 5$	3.044	3.634	4.065	4.403	4.682	4.916	5.121
$\nu = 10$	2.743	3.218	3.557	3.821	4.036	4.217	4.375
$\nu = 15$	2.654	3.096	3.408	3.650	3.846	4.010	4.153
$\nu = 20$	2.612	3.037	3.337	3.567	3.754	3.911	4.046
$\nu = 25$	2.587	3.003	3.295	3.519	3.701	3.852	3.983
$\nu = 30$	2.570	2.981	3.268	3.488	3.666	3.814	3.942
$\nu = 40$	2.550	2.953	3.234	3.449	3.662	3.767	3.891
$\nu = 60$	2.530	2.926	3.201	3.411	3.579	3.720	3.841
$\nu = 120$	2.511	2.899	3.168	3.373	3.537	3.674	3.791
$\nu = \infty$	2.491	2.873	3.136	3.335	3.495	3.628	3.742

Çizelge 3.3. $\alpha = 0.05$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9
$\nu = 5$	3.872	4.520	5.000	5.380	5.696	5.961	6.197
$\nu = 10$	3.353	3.833	4.180	4.452	4.676	4.864	5.029
$\nu = 15$	3.206	3.639	3.949	4.190	4.387	4.553	4.698
$\nu = 20$	3.137	3.548	3.840	4.067	4.252	4.406	4.542
$\nu = 25$	3.096	3.495	3.777	3.995	4.173	4.312	4.451
$\nu = 30$	3.070	3.460	3.736	3.948	4.121	4.265	4.391
$\nu = 40$	3.037	3.418	3.685	3.891	4.057	4.197	4.318
$\nu = 60$	3.005	3.376	3.636	3.835	3.996	4.130	4.246
$\nu = 120$	2.974	3.335	3.587	3.780	3.935	4.064	4.176
$\nu = \infty$	2.943	3.295	3.539	3.725	3.875	4.000	4.107

Çizelge 3.4. $\alpha = 0.01$ için $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9
$\nu = 5$	6.057	6.891	7.500	8.009	8.429	8.772	9.104
$\nu = 10$	4.723	5.239	5.619	5.921	6.172	6.378	6.573
$\nu = 15$	4.381	4.815	5.131	5.379	5.585	5.754	5.912
$\nu = 20$	4.225	4.622	4.909	5.134	5.320	5.471	5.613
$\nu = 25$	4.136	4.512	4.783	4.995	5.169	5.311	5.443
$\nu = 30$	4.078	4.441	4.702	4.905	5.071	5.207	5.333
$\nu = 40$	4.007	4.355	4.603	4.796	4.953	5.081	5.200
$\nu = 60$	3.940	4.272	4.508	4.690	4.839	4.960	5.071
$\nu = 120$	3.874	4.191	4.415	4.588	4.728	4.842	4.947
$\nu = \infty$	3.809	4.112	4.325	4.489	4.621	4.732	4.827

Yukarıdaki çizelgelerden de görülebileceği gibi k arttıkça tek yanlı Student Açıklık Testinin $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri de artarken, ν ve α arttıkça bu kritik değerler küçülmektedir.

Tek yanlı Student Açıklık Testinin kritik değeri $h_{k,\alpha,\nu}$ ve Student Açıklık Testinin kritik değeri de $q_{k,\alpha,\nu}$ olmak üzere, tek yanlı Student Açıklık Testinden türetilen $\mu_j - \mu_i$ için tek yanlı güven aralığının uzunluğunun Student Açıklık Testinden türetilen $\mu_j - \mu_i$ için iki yanlı güven aralığının uzunluğuna oranı olan $r_{k,\alpha,\nu}$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$r_{k,\alpha,\nu} = h_{k,\alpha,\nu} / q_{k,\alpha,\nu} \quad [3.13]$$

Belirli sıralı yönde aynı güven aralığı uzunluğunu elde etmek için gerekli örnek hacimlerinin oranı ise $r_{k,\alpha,\nu}^2$ dir. $\alpha = 0.05$ için sıralı yönde eşit güven aralığı uzunluğunu elde etmek için tek yanlı ve iki yanlı Student Açıklık Testlerinde ihtiyaç duyulan örnek hacmi oranlarının $r_{k,\alpha,\nu}^2$ değerleri aşağıdaki Çizelge 3.5. 'de verilmiştir.

Çizelge 3.5. $\alpha = 0.05$ için $r_{k,\alpha,\nu}^2$ değerleri

	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9
$\nu = 10$	0.748	0.785	0.807	0.821	0.833	0.841	0.848
$\nu = \infty$	0.789	0.823	0.841	0.854	0.864	0.871	0.876

Yukarıdaki çizelgeden kolayca anlaşılacağı gibi tek yanlı Student Açıklık Testinin $h_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri, Student Açıklık Testinin $q_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerlerinden önemli derecede küçüktür. Sonuç olarak deneyi yapan kişi işlem ortalamalarının sıralı olduğuna inanırsa ve farkları belirli bir yönde bulmaya konsantre olmuşsa asıl kazancın tek yanlı Student Açıklık Testi kullanılarak elde edilebileceği açıktır (7).

3.3. Tek Yanlı Student Açıklık Testinin Güç Özellikleri

Hirotsu (1982), varyans σ^2 bilindiği zaman

$$H_A : \mu_1 \leq \dots \leq \mu_k \quad [3.14]$$

sıralı alternatifine karşı test yöntemlerinin bir tam sınıfını vermiştir. R_k ile gösterilen bu test yöntemi Marcus (1976) ve Williams (1977) tarafından tartışılmıştır (7). $k=3$ için Barlow, Bartholomew, Bremner ve Brunk (1972)'ın olabilirlik oran testi (OOT), Marcus (1976)'un R_3 testi, sıra ihtiyacı gerektiren işlem ortalamalarının çeşitli dizilişleri için tek yanlı Student Açıklık Testi (TSAT) ve Student Açıklık Testinin (SAT) güç karşılaştırması sonuçları Çizelge 3.6. 'da verilmiştir. Burada tek yanlı Student Açıklık Testi ile Student Açıklık Testinin güç düzeylerini hesaplamak için basit tek boyutlu integral ifadeleri türetilmiştir (7).

Çizelge 3.6. $k=3$, $\alpha=0.05$ ve $\nu=\infty$ için SAT, TSAT, OOT ve R_3 testlerinin güçleri

	$(\frac{\mu_1}{\sigma}, \frac{\mu_2}{\sigma}, \frac{\mu_3}{\sigma}) = (1, 2, 3) \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$				$(\frac{\mu_1}{\sigma}, \frac{\mu_2}{\sigma}, \frac{\mu_3}{\sigma}) = (1, 2, 2) \frac{\lambda}{\sqrt{1.5}}$			
	SAT	TSAT	OOT	R_3	SAT	TSAT	OOT	R_3
$\lambda=1$	0.132	0.201	0.244	0.250	0.132	0.196	0.221	0.222
$\lambda=2$	0.413	0.527	0.605	0.620	0.410	0.522	0.569	0.566
$\lambda=3$	0.770	0.846	0.892	0.902	0.762	0.842	0.872	0.869

Çizelge 3.6. 'dan görülebileceği gibi $k=3$ için olabilirlik oran testi ve R_k testinin güç düzeyleri, Student Açıklık Testininkinden fazladır. Bunun yanında düşünülen durumlar için tek yanlı Student Açıklık Testinin güç düzeyleri, R_3 testi ve olabilirlik oran testinin güç düzeylerinden daima az küçüktür. R_k testi tek yanlı Student Açıklık Testinden daha güçlü olsa da kritik değerlerinin hesaplanmasının zor olması ve işlem ortalamalarının farkları için eşanlı güven aralıkları setini vermemesi dezavantajlarına sahiptir. Bundan dolayı R_k testi kullanılırsa yokluk hipotezini bir kez reddetmek için işlem ortalamaları üzerinden fazla anlam çıkarmak zordur.

Oysa, tek yanlı Student Açıklık Testi, sonuçlardan çıkarılacak ileri bulgular sağlar. Belli ν , α ve n değerleri için tek yanlı Student Açıklık Testinin güç fonksiyonu $\beta(\theta)$, sadece $\theta = \mu / \sigma$ 'ya bağlıdır (7).

Hayter (1990)'in aşağıdaki önermesinde, θ_i ve θ_j 'yi kullanarak elde edilen θ^j vektörü, $\bar{\theta} = \{-\theta_k, \dots, -\theta_r\}$ vektörünü ve $\mathbf{1} = (1, \dots, 1) \in \mathbf{R}^k$ olduğunu göstermektedir (7).

Önerme

1. $\beta(\theta) = \beta(\theta + \lambda \mathbf{1})$, $\lambda \in \mathbf{R}$
2. $\beta(\theta) = \beta(\bar{\theta})$
3. $i < j$ ve $\theta_i \leq \theta_j$ ise $\beta(\theta) \geq \beta(\theta^j)$
4. $0 \leq \lambda \leq 1$ ve $\theta_1 \leq \dots \leq \theta_k$ ise $\beta(\theta) \geq \beta(\lambda \theta)$.

İki yanlı Student Açıklık Testinin güç düzeylerini saptamanın bir yararlı yöntemi,

$$\max_{1 \leq i, j \leq k} |\theta_i - \theta_j| \geq \delta$$

kısıtı altında, minimum güç düzeylerini hesaplamaktır.

Hayter ve Liu (1990) minimum güç düzeylerinin en az tercih edilen,

$$\theta^* = (-\delta/2, 0, \dots, 0, \delta/2) \quad [3.15]$$

yapısında elde edildiğini göstermişlerdir (7). Benzer şekilde tek yanlı Student Açıklık Testinin güç düzeyleri de aşağıdaki kısıtlar altında bulunabilir.

$$\theta_k - \theta_1 \geq \delta$$

ve

$$\theta_1 \leq \dots \leq \theta_k$$

[3.16]

Bu test de, en az tercih edilen yapılara sahiptir (7).

Belirli α , β ve δ değerleri için [3.16] kısıtları altında, örnek hacimlerini belirlemek bir α düzeyinin β 'dan az güce sahip olmasına göre örnek hacmi seçmekle ilgili olur. θ^* 'daki güç düzeyinin hesaplamaları k küçük olmadıkça güç fonksiyonu için uygun ifadeler olmadığından genelde istatistiksel simulasyon yolu ile elde edilir.

3.4. Tek Yanlı Student Açıklık Testinin Tamamlanmamış Modellere Genişletilmesi

i. işlemdeki n_i gözlemin ortalaması \bar{X}_i olmak üzere, tamamlanmamış ANOVA modeli için tek yanlı Student Açıklık Testinde belli bir değişiklik yapılarak

$$\max_{1 \leq i < j \leq k} \frac{\bar{X}_j - \bar{X}_i}{S / \sqrt{\frac{1}{2n_i} + \frac{1}{2n_j}}}$$

test istatistiği kullanılmıştır (8). Tamamlanmamış model için aynı kritik değerler kullanılırsa böyle bir değişim Student Açıklık Testine uygulandığı zaman tutucu bir test içinde sonuçlanabilir. Fakat, tek yanlı Student Açıklık Testinde durum böyle değildir. Bunu görmek için, $k=3$, $\nu=\infty$, $\sigma^2=1$ durumunda aşağıdaki tanımlar yapılmıştır (7).

$$\begin{aligned} Z_1 &= (\bar{X}_3 - \bar{X}_1)(1/n_1 + 1/n_3)^{-1/2} \\ Z_2 &= (\bar{X}_3 - \bar{X}_2)(1/n_2 + 1/n_3)^{-1/2} \\ Z_3 &= (\bar{X}_2 - \bar{X}_1)(1/n_1 + 1/n_2)^{-1/2} \end{aligned} \quad [3.17]$$

ortalama vektör $(0, \dots, 0)$ ve $P = (p_{ij})$, kovaryans matrisi de,

$$\begin{aligned} p_{11} &= p_{22} = p_{33} = 1 \\ p_{12} &= ((1+n_3/n_1)(1+n_3/n_2))^{-1/2} \\ p_{13} &= ((1+n_1/n_3)(1+n_1/n_2))^{-1/2} \\ p_{23} &= -((1+n_2/n_1)(1+n_2/n_3))^{-1/2} \end{aligned} \quad [3.18]$$

olmak üzere, yokluk hipotezi altında (Z_1, Z_2, Z_3) vektörü çok değişkenli normal dağılıma sahip olur (7). $c\sqrt{2} > 0$ kritik değeri kullanılırsa, bu değiştirilen yöntemin hacmi

$$1 - \Pr(Z_i \leq c, 1 \leq i \leq 3)$$

olur. Bu testin tutucu olması için örnek hacimleri eşitken,

$$\Pr(Z_i \leq c, 1 \leq i \leq 3)$$

olasılığının minimize edilmiş olması gerekir. $n_1, n_3 > 0$ için, P kovaryans matrisin köşegen elemanlarının dışında kalan tüm elemanlarının n_2 'nin artan bir fonksiyonu olduğu belirtilmiştir. Bundan dolayı Slepian (1962)'in sonuçları ile

$$\Pr(Z_i \leq c, 1 \leq i \leq 3)$$

n_2 'nin artan bir fonksiyonudur ve örnek hacimlerinin tümü eşit olduğu zaman minimize edilemeyebilir (7).

Bölüm 3.4. 'de verilen bu istatistiğe dayanan test için kesin kritik değerler k, v, α yanında, $n_i/n_1, (2 \leq i \leq k)$ örnek hacmi oranlarına da bağlıdır, bundan dolayı, tablolandırılmaları mümkün değildir (7).

Dengeli olmama (tüm i 'ler için n_i 'ler eşit değil) küçükse, yani hiçbir n_i/n_j oranı "1"den çok uzak değilse, $h_{k,\alpha,v}$ kritik değerleri yaklaşık bir test verecektir. Dengeli olmama büyükse, test tehlikeli olacaktır, bu durumda da kritik değerleri istatistiksel simülasyon yolu ile elde etmek bir çözüm olur (7).

4. ÜSTEL KONUM PARAMETRELERİNİN SIRALI İKİLİ FARKLARI İÇİN EŞANLI TEK YANLI GÜVEN ARALIKLARI

$k \geq 3$, $\mu_i > 0$, $\theta_i > 0$ olmak üzere, k sayıda üstel yığın ve i . yığından bir gözlem

$$f(x|\mu_i, \theta_i) = (1/\theta_i) e^{-(x-\mu_i)/\theta_i} I_{[\mu_i, \infty)}(x) \quad [4.1]$$

olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olsun. $i=1, \dots, k$ olmak üzere, [4.1]'de μ_i konum parametresi, θ_i dağılım parametresi ve $I(\cdot)$ de gösterge fonksiyonudur. $E(\mu_i, \theta_i)$ olarak gösterilen i . üstel yığından çekilen n ortak çaplı rassal örnekler

$$X_{ij}, j=1, \dots, n$$

olsun. En az bir eşitsizliğin doğruluğu altında

$$H_1: \mu_1 \leq \dots \leq \mu_k \quad [4.2]$$

alternatifine karşı

$$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k \quad [4.3]$$

yokluk hipotezinin testi amacı ile

a - $\theta_1 = \dots = \theta_k = \theta$ (bilinmeyen)

b - Tüm θ 'lar bir birime (unity) eşit

durumları için basit bir test yöntemi önerilmiştir (9).

Chen (1982) (a) durumundaki problem ve μ 'ların doğrusal karşılaştırmalarının eşanlı güven aralıkları için bir test yöntemi önermiştir. Bu test yöntemi sıralı kısıtları sağlayan konum parametrelerinin yapılarına hassastır (9). Tüm θ 'ların eşit fakat bilinmediği varsayımı altında, Chen (1982) bu problem için aşağıdaki yeni açıklık istatistiğini (new range statistic) önermiştir.

$$C=R(V/2v)^{-1} \quad [4.4]$$

Eşitlik [4.4]'de R değişkeni E (0,1) yığınınından k sayıda bağımsız ve aynı dağılımlı rassal değişkenlerin açıklığı ve V de 2ν serbestlik dereceli bağımsız χ^2 rassal değişkenini belirtir. Chen (1982) yeni açıklık istatistiğinin $c_{k,\nu}^\alpha$ kritik değerlerini tabloştırmış ve

$$\sum_{i=1}^k c_i = 0 \quad [4.5]$$

koşulu ile $\sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ doğrusal karşılaştırmalarına ilişkin tüm $\mu_j - \mu_i$ ($i \neq j$) farkları için eşanlı güven aralıkları önermiştir (9). (a) durumu için test istatistiği

$$W = \{ \max_{1 \leq i < j \leq k} n(Y_j - Y_i) \} / T \quad [4.6]$$

ve (b) durumu için test istatistiği de aşağıdaki gibidir.

$$W_0 = \max_{1 \leq i < j \leq k} n(Y_j - Y_i) \quad [4.7]$$

[4.6] ve [4.7]'de $\nu = k(n-1)$ olmak üzere

$$Y_i = \min_{1 \leq j \leq n} X_{ij}$$

ve

$$[4.8]$$

$$T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - Y_i) / \nu$$

dir. [4.6] ve [4.7] istatistiklerinin özelliği,

$$\sum_{i=1}^k c_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^j c_i \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq k \quad [4.9]$$

ve

$$q_{ij} = (Y_j - Y_i) - (T/n) w_{k,\alpha,\nu} \quad [4.10]$$

olmak üzere, tüm negatif olmayan $\sum_{i=1}^k c_i \mu_i$ karşılaştırmaları için eşanlı tek yanlı güven aralıkları oluşturmak amaçlanarak, konum parametrelerinin tüm sıralı ikili $\mu_j - \mu_i$ farkları için (q_{ij}, ∞) formunun kesin eşanlı tek yanlı güven aralıklarının bir setini oluşturulmasına izin vermeleridir. k arttığı zaman, [4.6] ve [4.7] istatistiklerinin kesin kritik değerlerinin hesaplanması da zorlaşır. $3 \leq k \leq 9$ için, kritik değerleri bulmada, üç boyutlu integral denklemleri çözülerek Hayter (1990) metodu kullanılır (9).

Yukarıda verilen notasyonlara dayanarak,

$$P_0 [W \geq w_{k,\alpha,\nu}] = \alpha \quad [4.11]$$

ve

$$P_0 [W_0 \geq w_{k,\alpha}] = \alpha \quad [4.12]$$

olarak tanımlanan, $w_{k,\alpha}$ ve $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri gösterebilir. $P_0(A)$ terimi, $\mu_1 = \dots = \mu_k$ eşitliğinin doğruluğu altında, A olayının hesaplanan olasılığını göstermektedir. Test istatistiğinin değeri ilgili kritik değeri aşarsa, α anlamlılık düzeyinde H_0 'ın reddi gerçekleşir (9).

4.1. Kritik Değerlerin Bulunması

$E(0,1)$ üstel yığından k sayıda bağımsız ve aynı dağılımlı rassal değişkenler Z_1, \dots, Z_k olsun ve

$$a_k(x,y,c) = P [x \leq Z_i \leq y, 1 \leq i \leq k; Z_j - Z_i \leq c, 1 \leq i < j \leq k] \quad [4.13]$$

olarak tanımlansın. $f_\nu(t)$, biçim parametresi ν ile bölünmüş gamma dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, [4.13]'e göre $w_{k,\alpha,\nu} = w$ kritik değeri

$$\int_0^{\infty} f_{\nu}(t) a_k(0, \infty, tw) dt = 1 - \alpha \quad [4.14]$$

eşitliğinden hesaplanabilir. $w_{k,\alpha}$ kritik değeri de

$$a_k(0, \infty, tw_{k,\alpha}) = 1 - \alpha \quad [4.15]$$

eşitliğinden bulunabilir (9). $\alpha=0.01, 0.05, 0.10$ için $w_{k,\alpha}$ kritik değerleri Çizelge 4.1.'de verilmiştir. Sırası ile $\alpha=0.01, 0.05, 0.10$ iken $k=3(1)9$ ve $\nu=5(5)50, (10)100, 20(180), \infty$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri ise Çizelge 4.2. , Çizelge 4.3. ve Çizelge 3.4.'de verilmiştir.

Çizelge 4.1. $\alpha=0.01, 0.05, 0.10$ için $w_{k,\alpha}$ kritik değerleri

k/α	0.01	0.05	0.10
3	4.7568	3.1374	2.4313
4	5.2524	3.6295	2.9894
5	5.6009	3.9756	3.2633
6	5.8681	4.2424	3.5281
7	6.0843	4.4578	3.7426
8	6.2652	4.6383	3.9224
9	6.4221	4.8009	4.0928

Çizelge 4.2. $\alpha=0.01$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

ν/k	3	4	5	6	7	8	9
5	7.8829	9.1585	10.112	10.873	11.507	12.048	12.729
10	6.0764	6.8755	7.4654	7.9269	8.3059	8.6302	8.9469
15	5.5902	6.2762	6.7706	7.1545	7.4737	7.7420	7.9905
20	5.3655	5.9977	6.4520	6.8030	7.0936	7.3373	7.5581
25	5.2361	5.8389	6.2696	6.6036	6.8760	7.1064	7.3123
30	5.1521	5.7357	6.1515	6.4739	6.7360	6.9571	7.1538
35	5.0931	5.6631	6.0680	6.3811	6.6360	6.8528	7.0431
40	5.0495	5.6077	6.0081	6.3157	6.5646	6.7758	6.9615
45	5.0158	5.5687	5.9592	6.2603	6.5064	6.7167	6.8988
50	4.9886	5.5357	5.9230	6.2218	6.4651	6.6698	6.8492
60	4.9494	5.4874	5.8604	6.1619	6.3987	6.6002	6.7756
70	4.9212	5.4528	5.8274	6.1174	6.3531	6.5510	6.7236
80	4.9003	5.4264	5.7994	6.0856	6.3185	6.5144	6.6850
90	4.8839	5.4055	5.7774	6.0613	6.2921	6.4861	6.6551
100	4.8712	5.3912	5.7596	6.0416	6.2718	6.4636	6.6313
120	4.8519	5.3687	5.7307	6.0125	6.2394	6.4300	6.5959
140	4.8381	5.3511	5.7137	5.9957	6.2169	6.4061	6.5707
160	4.8278	5.3385	5.6989	5.9757	6.1998	6.3883	6.5519
180	4.8200	5.3292	5.6868	5.9642	6.1866	6.3745	6.5373
∞	4.8135	5.3209	5.6780	5.9537	6.1773	6.3635	6.5257

Çizelge 4.3. $\alpha = 0.05$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

ν/k	3	4	5	6	7	8	9
5	4.3061	5.2039	5.8716	6.4022	6.8414	7.2181	7.7604
10	3.6656	4.3356	4.8189	5.2058	5.5210	5.7886	6.0814
15	3.4781	4.0840	4.5207	4.8611	5.1402	5.3770	5.6163
20	3.3889	3.9644	4.3761	4.6981	4.9600	5.1821	5.3988
25	3.3367	3.8944	4.2926	4.6031	4.8554	5.0685	5.2728
30	3.3024	3.8489	4.2366	4.5403	4.7864	4.9942	5.1907
35	3.2782	3.8147	4.1998	4.4964	4.7382	4.9417	5.1329
40	3.2602	3.7928	4.1713	4.4641	4.7013	4.9027	5.0900
45	3.2463	3.7742	4.1490	4.4389	4.6745	4.8726	5.0570
50	3.2352	3.7594	4.1314	4.4145	4.6521	4.8486	5.0307
60	3.2186	3.7374	4.1050	4.3889	4.6192	4.8129	4.9915
70	3.2069	3.7216	4.0863	4.3676	4.5959	4.7876	4.9638
80	3.1979	3.7101	4.0725	4.3514	4.5784	4.7687	4.9431
90	3.1912	3.7011	4.0617	4.3394	4.5649	4.7540	4.9270
100	3.1858	3.6916	4.0525	4.3295	4.5535	4.7423	4.9143
120	3.1777	3.6830	4.0401	4.3148	4.5377	4.7248	4.8952
140	3.1719	3.6753	4.0309	4.2695	4.5262	4.7123	4.8816
160	3.1676	3.6686	4.0241	4.2968	4.5167	4.7030	4.8714
180	3.1642	3.6642	4.0186	4.2905	4.5110	4.6958	4.8635
∞	3.1615	3.6616	4.0144	4.2855	4.5052	4.6900	4.8572

Çizelge 4.4. $\alpha = 0.10$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri

ν/k	3	4	5	6	7	8	9
5	3.0774	3.8412	4.4070	4.8558	5.2267	5.5432	6.0522
10	2.7315	3.3454	3.7917	4.1417	4.4295	4.6735	4.9676
15	2.6267	3.1962	3.6066	3.9269	4.1894	4.4112	4.6556
20	2.5762	3.1243	3.5176	3.8235	4.0736	4.2847	4.5076
25	2.5464	3.0820	3.4631	3.7627	4.0054	4.2102	4.4213
30	2.5268	3.0542	3.4308	3.7228	3.9606	4.1611	4.3647
35	2.5129	3.0345	3.4063	3.6941	3.9279	4.1263	4.3247
40	2.5025	3.0196	3.3880	3.6731	3.9051	4.1004	4.2950
45	2.4945	3.0084	3.3740	3.6568	3.8868	4.0803	4.2721
50	2.4880	2.9993	3.3628	3.6438	3.8722	4.0643	4.2538
60	2.4785	2.9855	3.3460	3.6243	3.8501	4.0404	4.2265
70	2.4716	2.9760	3.3341	3.6104	3.8348	4.0234	4.2071
80	2.4666	2.9688	3.3252	3.6000	3.8231	4.0106	4.1927
90	2.4626	2.9633	3.3182	3.5918	3.8139	4.0008	4.1815
100	2.4595	2.9583	3.3127	3.5855	3.8065	3.9929	4.1725
120	2.4547	2.9522	3.3044	3.5759	3.7961	3.9811	4.1591
140	2.4514	2.9474	3.2985	3.5691	3.7884	3.9726	4.1496
160	2.4489	2.9438	3.2940	3.5638	3.7826	3.9663	4.1425
180	2.4469	2.9410	3.2901	3.5599	3.7782	3.9614	4.1369
∞	2.4453	2.9387	3.2876	3.5567	3.7747	3.9575	4.1325

Yukarıda (a) durumu için kritik değerleri gösteren Çizelge 4.1.'le (b) durumu için kritik değerleri gösteren Çizelge 4.2. , Çizelge 4.3. ve Çizelge 4.4.'ü karşılaştırdığımız zaman, ν 'ye bakmaksızın, benzer k ve α için $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerlerinin $w_{k,\alpha}$ kritik değerlerinden büyük olduğunu söyleyebiliriz. Bunun yanında Çizelge 4.2. , 4.3 ve 4.4.'den görülebileceği gibi $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri, α ve ν artarken azalmakta, fakat k arttıkça bu kritik değerler de artmaktadır.

4.2. Eşanlı Tek Yanlı Güven Aralıkları

Eşitlik [4.11]'de verilen test yöntemi standart teknik kullanılarak sıralı ikili $\mu_j - \mu_i$ farkları için $1-\alpha$ düzeyinde eşanlı tek yanlı güven aralıkları oluşturmak için aşağıdaki biçime dönüştürülmüştür (7).

$$\begin{aligned}
 1-\alpha &= P_0 \left(\max_{1 \leq i < j \leq k} \frac{n(Y_j - Y_i)}{T} \leq w_{k,\alpha,\nu} \right) \\
 &= P_{\mu} \left(\frac{(Y_j - Y_i) - (\mu_j - \mu_i)}{T/n} \leq w_{k,\alpha,\nu}, 1 \leq i < j \leq k \right) \\
 &= P_{\mu} (\mu_j - \mu_i \geq q_{ij}, 1 \leq i < j \leq k) \quad [4.16]
 \end{aligned}$$

[4.16]'da $q_{ij} = (Y_j - Y_i) - (T/n)w_{k,\alpha,\nu}$ ve $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)'$ dir. Bu eşanlı tek yanlı güven aralığı $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ varsayımına bağlı değildir ve veri hiçbir değerlendirmeye tabi tutulmadan bu sıralama bağımsız olarak yapılırsa geçerlidir. Bu güven aralıkları yokluk hipotezini reddetmek için örneğin doz-tepki deneylerinde hangi doz düzeyinin garanti edilen etki süresini sağlamadığını ortaya çıkarmada, deneyi yapanlara yol gösterici olur. Deneyi yapan kişi μ_1, \dots, μ_k 'ler arasındaki farkların $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ sıralamasına uygun olmasını bekliyorsa, [4.16]'da verilen eşanlı tek yanlı güven aralıkları Chen (1982)'in test yöntemi ile bulunan güven aralıklarından bu tip farkları bulmada çok daha hassastır.

Bu da önerilen tek yanlı testin $w_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerlerinin Chen'in test yönteminin $c_{k,\nu}^\alpha$ kritik değerlerinden küçük olduğunu ortaya çıkarır (9).

W test istatistiğinden türetilen işlem ortalamalarının ikili $\mu_j - \mu_i$ farkları için tek yanlı güven aralığının uzunluğunun Chen (1982)'in yeni açıklık testinden türetilen işlem ortalamalarının ikili $\mu_j - \mu_i$ farkları için güven aralığının uzunluğuna oranını gösteren

$$t_{k,\alpha,\nu} = w_{k,\alpha,\nu} / c_{k,\nu}^\alpha \quad [4.17]$$

oranının bazı değerleri aşağıdaki Çizelge 4.5.'de verilmiştir.

Çizelge 4.5. $\alpha=0.05$ için $t_{k,\alpha,\nu}$ değerleri

k	3	4	5	6	7	8	9
n=11	0.8462	0.8854	0.9114	0.9229	0.9302	0.9384	0.9470
n=21	0.8498	0.8879	0.9096	0.9238	0.9346	0.9420	0.9533

Yukarıdaki çizelgeden görüldüğü gibi Chen'in kritik değerleri W testinin kritik değerlerinden az büyüktür.

Deneyi yapan kişi μ 'ların sıralı olduğuna inanır ve belirli bir yönde farkların ortaya çıkmasını istiyorsa, bunun için önerilen W testinin kullanılması daha avantajlıdır. Bunun yanında n=11 için $t_{k,\alpha,\nu}$ oranı n=21 için $t_{k,\alpha,\nu}$ oranına çok yakındır.

4.3. İstatistiksel Simülasyon Sonuçları

$w_{k,\alpha,\nu}$ ve $w_{k,\alpha}$ kritik değerlerinin ne kadar iyi performans gösterdiklerini görmek için [4.11] ve [4.12]'nin simülasyon yolu ile bulunmuş bazı değerleri aşağıdaki Çizelge 4.6. ve Çizelge 4.7.'de verilmiştir.

Çizelge 4.6. Simülasyon yöntemi ile $n=3(1)9$ için $w_{k,\alpha,\nu}$ 'nin hata oranları

		n=6						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0105	0.0098	0.0102	0.0093	0.0104	0.0107	0.0094	
0.05	0.0499	0.0499	0.0489	0.0496	0.0503	0.0494	0.0487	
0.10	0.0938	0.0984	0.0976	0.1006	0.0998	0.1059	0.0993	
		n=11						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0080	0.0095	0.0105	0.0102	0.0090	0.0096	0.0115	
0.05	0.0502	0.0491	0.0486	0.0495	0.0515	0.0511	0.0495	
0.10	0.0960	0.0994	0.0956	0.0980	0.1023	0.0962	0.0937	
		n=21						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0092	0.0102	0.0089	0.0111	0.0097	0.0105	0.0104	
0.05	0.0485	0.0496	0.0499	0.0484	0.0517	0.0503	0.0508	
0.10	0.0987	0.0995	0.0968	0.1019	0.1027	0.0989	0.0977	

Çizelge 4.7. Simülasyon yöntemi ile $n=3(1)9$ için $w_{k,\alpha}$ 'nin hata oranları

		n=6						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0107	0.0109	0.0099	0.0104	0.0094	0.0099	0.0096	
0.05	0.0506	0.0520	0.0504	0.0487	0.0492	0.0490	0.0475	
0.10	0.0948	0.0993	0.0989	0.0993	0.1014	0.1008	0.1010	
		n=11						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0094	0.0090	0.0101	0.0106	0.0101	0.0096	0.0116	
0.05	0.0497	0.0520	0.0481	0.0513	0.0511	0.0514	0.0493	
0.10	0.0968	0.1014	0.0976	0.0977	0.1009	0.0967	0.0953	
		n=21						
α/k	3	4	5	6	7	8	9	
0.01	0.0095	0.0110	0.0089	0.0106	0.0098	0.0102	0.0097	
0.05	0.0484	0.0494	0.0502	0.0472	0.0511	0.0489	0.0496	
0.10	0.0987	0.0995	0.0975	0.1013	0.1040	0.0983	0.0987	

n , k ve α 'nın çeşitli kombinasyonları için bu çizelgelerdeki değerler $2 \cdot 10^4$ sayıda simülasyon yoluyla bulunan değerler ile test istatistiğinin ilgili kritik değeri kaç kez aştığına ilişkin oranlardır. Red sayısının $2 \cdot 10^4$ değerine bölümünden hesaplanan bu oran dört ondalığa yuvarlanmıştır (9). İki istatistik için de sonuçlara bakıldığında pek bir fark görülmediği ortaya çıkmıştır ve simülasyona devam edildikçe aynı değerler bulunduğu için $2 \cdot 10^4$ tekrardan sonra simülasyonu durdurmaya karar verilmiştir. Bunun yanında yukarıdaki çizelgelerden simülasyon yolu ile elde edilen α düzeylerinin oldukça tutucu, yani bunların testin α düzeylerinden daha küçük oldukları görülmüştür (9).

10^4 sayıda tekrara dayalı, $\mu_1 \leq \dots \leq \mu_k$ sıralamasına uygun μ 'lara sahip üç yığın alınarak ve $n=6$, $n=16$, $n=60$ ortak hacimli örnekler kullanılarak Chen (1982)'in C test istatistiği ve Dhawan ve Gill (1997)'in önerdikleri W test istatistiğinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri aşağıdaki Çizelge 4.8.'de verilmiştir (9).

Çizelge 4.8. $k=3$ için W ve C istatistiklerinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	μ_1	μ_2	μ_3	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.10$
n	1.1	1.15	1.2			
6				0.0149 0.0107*	0.0756 0.0571*	0.1504 0.1119*
16				0.0324 0.0193*	0.1498 0.0966*	0.3043 0.1866*
60				0.8417 0.7205*	0.9778 0.9560*	0.9930 0.9847*
n	1.0	1.1	1.2			
6				0.0211 0.0156*	0.1166 0.0763*	0.2145 0.1487*
16				0.1170 0.0770*	0.5265 0.3386*	0.7694 0.3936*
60				1.0000 0.9996*	1.0000 1.0000*	1.0000 1.0000*
n	1.0	1.2	1.5			
6				0.0927 0.0573*	0.4171 0.2639*	0.6707 0.4802*
16				0.9702 0.9361*	0.9991 0.9953*	0.9998 0.9996*
60				1.0000 1.0000*	1.0000 1.0000*	1.0000 1.0000*

Üstteki değerler W istatistiğinin ve alttaki değerler de C istatistiğinin simülasyon yolu ile bulunan güçlerini göstermektedir. Küçük çaplı örnekler ve dar parametre yapısı için bu simülasyon değerlerine göre, Dhawan ve Gill (1997)'in testinin gücünün Chen (1982)'in testinin gücünden daha büyük olduğu açıktır. Yani, Dhawan ve Gill (1997)'in önerdikleri W testi gerçekte yanlış olan yokluk hipotezini Chen (1982)'in C testine göre daha fazla durumda reddetmiştir (9). Bu durumda, tanıtmaya çalıştığımız Dhawan ve Gill (1997)'in W test istatistiğinin bu tür problemler için kullanılmasının daha iyi olduğunu söyleyebiliriz.

5. GILL VE DHAWAN'IN T TESTİ İLE LE'NİN Z TESTİNİN GÜÇ BAKIMINDAN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu çalışmada tanıtılan basit sıralı alternatife karşı dağılış parametrelerinin homojenliğinin testi için Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen T testi ile sıralı alternatiflere karşı H_0 'ın testi için Le (1993) tarafından önerilen Z testinin güç karşılaştırması yapılmıştır. Ortalamaları aynı ve dağılış parametreleri sıralı olan k sayıdaki, $k=3(1)9$ normal dağılımlı yığınlardan $n=5(5)25$ olan eşit hacimli örnekler 10^4 kez seçilerek gerçekte yanlış olan H_0 hipotezinin Gill ve Dhawan'ın T istatistiği ile kaç kez ve Le'nin Z istatistiği ile kaç kez red edildiği $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$ anlamlılık düzeyleri için bulunmuştur. Bu simülasyon çalışmasında Matlap7 programı kullanılmıştır. Daha sonra sözü edilen farklı durumlarda her iki test için gerçekte yanlış olan H_0 hipotezini red sayıları 10^4 'e bölünerek bu testlerin güçleri hesaplanmıştır. Gill ve Dhawan'ın T testi için $\nu=n-1$ ile üstel olasılık modeli altında Çizelge 2.2. –Çizelge 2.8.'de verilen $t_{k,\alpha,\nu}$ kritik değerleri $\nu=(n-1)/2$ alınarak normal olasılık modelinde kullanılmıştır. Bu testlerin Matlap7 programı kullanılarak bulunan güçleri aşağıdaki çizelgelerde verilmiştir.

Çizelge 5.1. $k=3$ için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'ün Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

n				$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.10$	
	θ_1	θ_2	θ_3	T	Z	T	Z	T	Z
	1.0	1.5	2.0						
5				0.0708	0.0001	0.3048	0.0019	0.4138	0.0466
10				0.0931	0.0011	0.3482	0.0235	0.5275	0.0754
15				0.3382	0.0783	0.6344	0.2166	0.7657	0.3138
20				0.5328	0.1840	0.7971	0.3161	0.8897	0.3549
25				0.6956	0.2313	0.8919	0.3250	0.8919	0.3700
	1.0	2.0	3.0						
5				0.0001	0.1513	0.0030	0.2330	0.2487	0.2795
10				0.1444	0.2206	0.6774	0.3065	0.9660	0.3591
15				0.7852	0.2692	0.9851	0.3553	0.9978	0.3994
20				0.9536	0.3171	0.9954	0.3894	0.9992	0.4340
25				0.9942	0.3428	0.9993	0.4166	0.9993	0.4560

$k=3$ için yukarıdaki çizelgelerden de görüldüğü gibi, n ve α arttıkça her iki testin güçleri de artarken, $\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3$ iken her iki testin güçlerinin de $\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2$ 'dekinden genelde daha büyük olduğu görülür. Bunun yanında, $\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3$ iken küçük hacimli örnekler için Z testinin gücü T testinin gücüne göre az daha büyük olsa da, özellikle örnek hacmi büyüdükçe T testinin yanlış olan H_0 hipotezini reddetme olasılığının Z testine göre çok daha büyük olduğu ve bu durumda da T testinin Z testine göre daha güçlü olduğu söylenebilir.

Çizelge 5. 2. $k=4$ için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'ün Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

n					$\alpha=0.01$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.10$	
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	T	Z	T	Z	T	Z
	1.0	1.5	2.0	2.5						
5					0.0001	0.0100	0.0670	0.2916	0.3567	0.2393
10					0.0083	0.1148	0.0907	0.2960	0.4339	0.2940
15					0.1005	0.1522	0.6112	0.3062	0.8605	0.3127
20					0.5452	0.2329	0.8817	0.3264	0.9548	0.3553
25					0.9272	0.2512	0.9872	0.3299	0.9954	0.3577
	1.0	2.0	3.0	4.0						
5					0.0001	0.1592	0.0002	0.1416	0.0022	0.4483
10					0.0135	0.2359	0.3108	0.1417	0.6298	0.4484
15					0.8477	0.2651	0.9858	0.5087	0.9977	0.5732
20					0.9911	0.3103	0.9997	0.5088	0.9999	0.6622
25					0.9999	0.3165	0.9999	0.5089	0.9999	0.6623

$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5$ ve $\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4$ iken $\alpha=0.10, 0.05, 0.01$ ve $n=5, 10, 15, 20, 25$ için yukarıdaki çizelgeden de görüldüğü gibi, n ve α arttıkça her iki testin güçleri de artar. Burada da $\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4$ iken her iki testin güçlerinin $\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5$ 'deki güçlerden genelde daha büyük olduğu görülür ve küçük hacimli örnekler için Z testinin gücü T testinin gücüne göre az daha büyük olsa da örnek hacmi büyüdükçe T testinin yanlış olan H_0 hipotezini reddetme olasılığının Z testine göre daha büyük olduğu ve daha güçlü olduğu söylenebilir.

Benzer biçimde $k=5, 6, 7, 8$ ve 9 için çizelgeler aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5. 3. $k=5$ için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'ün Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	$\alpha=0.10$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.01$	
$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5, \theta_5=3$						
n	T	Z	T	Z	T	Z
5	0.2139	0.3852	0.0730	0.0001	0.0110	0.0001
10	0.6840	0.3868	0.3145	0.0032	0.0030	0.0268
15	0.9886	0.3991	0.9478	0.0347	0.6038	0.1427
20	0.9988	0.3992	0.9945	0.2402	0.9435	0.1456
25	0.9998	0.3993	0.9993	0.3245	0.9919	0.2516
$\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4, \theta_5=5$						
5	0.3283	0.3052	0.0315	0.0795	0.0001	0.0134
10	0.9967	0.3624	0.9735	0.2511	0.4924	0.0858
15	0.9999	0.3891	0.9999	0.3131	0.9992	0.1988
20	0.9999	0.3986	0.9999	0.3132	0.9999	0.2099
25	0.9999	0.4244	0.9999	0.3841	0.9999	0.3262

Çizelge 5. 4. $k=6$ için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'ün Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	$\alpha=0.10$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.01$	
$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5, \theta_5=3, \theta_6=3.5$						
n	T	Z	T	Z	T	Z
5	0.6291	0.0803	0.0924	0.0001	0.0177	0.0001
10	0.9966	0.3049	0.9204	0.0009	0.0866	0.0002
15	0.9999	0.3373	0.9977	0.1031	0.9153	0.0925
20	0.9999	0.3697	0.9996	0.1576	0.9918	0.1599
25	0.9999	0.3895	0.9999	0.3432	0.9994	0.2600
$\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4, \theta_5=5, \theta_6=6$						
5	0.9837	0.3187	0.8202	0.0408	0.0297	0.0080
10	0.9999	0.3753	0.9999	0.2091	0.9814	0.1224
15	0.9999	0.3964	0.9999	0.2242	0.9999	0.1254
20	0.9999	0.4203	0.9999	0.3591	0.9999	0.2433
25	0.9999	0.4388	0.9999	0.4041	0.9999	0.3244

Çizelge 5. 5. k=7 için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	$\alpha=0.10$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.01$	
$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5, \theta_5=3, \theta_6=3.5, \theta_7=4$						
n	T	Z	T	Z	T	Z
5	0.1265	0.0074	0.0381	0.2383	0.0060	0.0026
10	0.9995	0.0176	0.9733	0.2791	0.2358	0.0175
15	0.9999	0.0721	0.9999	0.2792	0.9965	0.2000
20	0.9999	0.3791	0.9999	0.2793	0.9999	0.2119
25	0.9999	0.4037	0.9999	0.3672	0.9999	0.2775
$\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4, \theta_5=5, \theta_6=6, \theta_7=7$						
5	0.6612	0.0140	0.1854	0.0016	0.0002	0.0001
10	0.9999	0.0345	0.9996	0.1414	0.9124	0.0764
15	0.9999	0.1958	0.9999	0.2802	0.9999	0.2063
20	0.9999	0.3148	0.9999	0.2865	0.9999	0.2188
25	0.9999	0.4465	0.9999	0.4169	0.9999	0.3416

Çizelge 5. 6. k=8 için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	$\alpha=0.10$		$\alpha=0.05$		$\alpha=0.01$	
$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5, \theta_5=3, \theta_6=3.5, \theta_7=4, \theta_8=4.5$						
n	T	Z	T	Z	T	Z
5	0.9855	0.0061	0.6651	0.0690	0.0056	0.0358
10	0.9999	0.1467	0.9982	0.1305	0.7566	0.1269
15	0.9999	0.3776	0.9999	0.3386	0.9988	0.2472
20	0.9999	0.3845	0.9999	0.3829	0.9999	0.2631
25	0.9999	0.4033	0.9999	0.3888	0.9999	0.3839
$\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4, \theta_5=5, \theta_6=6, \theta_7=7, \theta_8=8$						
5	0.6673	0.0300	0.1884	0.0296	0.0005	0.0234
10	0.9999	0.1482	0.9999	0.1387	0.9911	0.1073
15	0.9999	0.2379	0.9999	0.1988	0.9999	0.1934
20	0.9999	0.3128	0.9999	0.3068	0.9999	0.1952
25	0.9999	0.4599	0.9999	0.4169	0.9999	0.3424

Çizelge 5. 7. $k=9$ için Gill ve Dhawan (1999)'ün T testi ve Le (1993)'nin Z testinin simülasyon yolu ile bulunan güçleri

	$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.01$	
	$\theta_1=1, \theta_2=1.5, \theta_3=2, \theta_4=2.5, \theta_5=3, \theta_6=3.5, \theta_7=4, \theta_8=4.5, \theta_9=5$					
n	T	Z	T	Z	T	Z
5	0.9960	0.0787	0.8385	0.0786	0.0032	0.0002
10	0.9999	0.1810	0.9961	0.1564	0.7459	0.0073
15	0.9999	0.2455	0.9999	0.1887	0.9998	0.0870
20	0.9999	0.3108	0.9999	0.2585	0.9999	0.2584
25	0.9999	0.4223	0.9999	0.3824	0.9999	0.3056
	$\theta_1=1, \theta_2=2, \theta_3=3, \theta_4=4, \theta_5=5, \theta_6=6, \theta_7=7, \theta_8=8, \theta_9=9$					
5	0.9967	0.2839	0.9113	0.0125	0.0687	0.0124
10	0.9999	0.4626	0.9999	0.4123	0.9975	0.0965
15	0.9999	0.4627	0.9999	0.4407	0.9999	0.1661
20	0.9999	0.4651	0.9999	0.4408	0.9999	0.4099
25	0.9999	0.4744	0.9999	0.4409	0.9999	0.4100

Yukarıdaki çizelgelerden de görüldüğü gibi, n ve α arttıkça her iki testin güçleri de artarken, k arttıkça da testlerin güçleri de çok az artmaktadır. $i=3, 4, \dots, 9$ olmak üzere, $\theta_1=1, \theta_2=2, \dots, \theta_i=i$ iken her iki testin güçlerinin $\theta_1=1, \theta_2=1.5, \dots, \theta_i=(i+1)/2$ 'deki güçlerden genelde daha büyük olduğu görülür.

$n=5$ ve bazen de $n=10$ iken T testinin gücünün genelde küçük çıkmasının nedeni, T testinin kritik değerlerinin çok büyük olmasıdır. Bunun yanında, $k \leq 5$ iken küçük hacimli örnekler için Z testinin gücü T testinin gücüne göre az daha büyük çıkabilse de genel olarak örnek hacmi büyüdükçe T testinin Z testine göre daha güçlü olduğu söylenebilir. Bu durumda da sıralı alternatiflere karşı dağılış parametrelerinin testi için Le (1993) tarafından önerilen Z test istatistiği yerine Gill ve Dhawan (1999) tarafından önerilen T test istatistiğinin kullanılması daha uygun olacaktır.

6. SONUÇ

Bu çalışmada basit sıralı alternatiflere karşı konum ve dağılım parametrelerinin eşitliği için bilinen bazı test yöntemleri hakkında bilgiler verilmiştir. Basit sıralı alternatiflere karşı dağılım parametrelerinin homojenliği için tek yanlı bir testten, basit sıralı alternatiflere karşı konum parametrelerinin eşitliğinin testi için tek yanlı bir Student Açıklık Testinden ve üstel konum parametrelerinin sıralı ikili farkları için eşanlı tek yanlı güven aralıklarından bahsedilmiştir. Bunların yanında, bu test yöntemlerinin kritik değerlerinin bulunmasından, güven aralıkları ve bu testlerin diğer benzer testlerle güç karşılaştırmalarından da bahsedilmiştir. Yapılan istatistiksel simülasyon çalışmadan da görüldüğü gibi, T testi normal olasılık modeli altında diğer alternatif teste (Z testi) göre daha güçlüdür ve Gill ve Dhawan'ın T testinin konu ile ilgili problemler için Le'nin Z testine tercih edilmesi daha uygundur. Gill ve Dhawan'ın T testinin gücünün büyük örnek hacimleri için arttığı görülmüştür. Güç karşılaştırmaları için istatistiksel simülasyon yolu ile elde edilmiş diğer tüm sonuçlardan da görüldüğü gibi üzerinde durulan tanıtılan test yöntemleri diğer benzer test yöntemlerinden daha güçlü ve konu ile ilgili problemler için kullanılması uygun olan test yöntemleridir.

Bu çalışmanın 5. Bölümünde normal olasılık modeli altında yapılan istatistiksel simülasyon çalışmasının farklı test yöntemleri kullanarak bir de üstel olasılık modeli altında denenmesi ayrı bir çalışma konusu olarak tavsiye edilebilir.

KAYNAKLAR

1. Öngel, E. , "Araştırmalar için Kimi İstatistiksel Teknikler", **Yüksek Teknik Öğretmen Okulu Matbaası**, Ankara, 315- 321 (1980).
2. Nagarsenker, P. B. and Nagarsenker, B. N. , "On a modified test of equality of scale parameters of exponential distributions", **Comm. Statist.-Theory Meth.** , 20(2): 735- 745 (1991).
3. Türker, H., "Tek faktör varyans analizinde sıralı alternatifler için bir test", Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 1- 21 (1994).
4. Le, C. T. "Some Tests for Linear of Variances", **Comm. Statist.-Theory Meth.** , 23(8), 2269- 2282 (1994).
5. Gill, A. N. and Dhawan, A. K. , "A one sided test for testing homogeneity of scale parameters against simple ordered alternative", **Comm. Statist.-Theory Meth.** , 28(10), 2417- 2439 (1999).
6. Gamgam, H. ve Ünver, Ö. "Uygulamalı İstatistik Yöntemler 2. Baskı", **Siyasal Kitabevi**, Ankara, 351- 358 (1996).
7. Hayter, A. J. , "A one sided Studentized range test for testing against a simple ordered alternative", **Jurnal of American Statistical Association**, 411 (1990).
8. Hayter, A. J. , "A Proof of the Conjecture That the Tukey-Kramer Multiple Comparison Procedure is Conservative", **The Annals of Statistics**, 12, 61- 75 (1984).
9. Dhawan, A. K. and Gill, A. N. , "Simultaneous one sided confidence intervals for the ordered pairwise differences of exponential location parameters", **Comm. Statist.-Theory Meth.** , 26(1), 247- 262 (1997).

ÖZGEÇMİŞ

05. 03. 1981 tarihinde Magosa'nın bir kasabası olan Akdoğan-Kıbrıs'ta doğdu. İlkokulu Akdoğan İlkokulu'nda, orta ve lise öğretimini ise Lefkoşa Türk Maarif Koleji'nde tamamladı. 1998-1999 öğretim yılında Edirne Trakya Üniversitesi Matematik Bölümünü kazandı, ilk yarı dönemini orada tamamlayarak ikinci yarı dönemde Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti Doğu Akdeniz Üniversitesi-Magosa, Uygulamalı Matematik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümüne yatay geçiş yaptı. Temmuz 2002 yılında buradan mezun olarak Eylül 2002 yılında Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Ana bilim dalında yüksek lisans programına başladı. Şuanda Doktora sınavları için çalışmalarını sürdürüyor.