

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DEFORME ÇEKİRDEKLERDE SPİN-TİTREŞİM
 $I^{\pi}K = 1^{+1}$ SEVİYELERİNİN İNCELENMESİ
($150 \leq A \leq 178$)**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hakan YAKUT

Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali Ekber KULİEV

MAYIS 2004

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

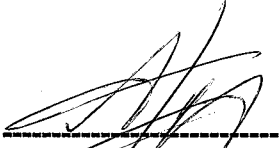
DEFORME ÇEKİRDEKLERDE SPİN-TİTREŞİM
 $I^{\pi}K = 1^{+1}$ SEVİYELERİNİN İNCELENMESİ
($150 \leq A \leq 178$)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hakan YAKUT

Enstitü Anabilim Dalı : FİZİK

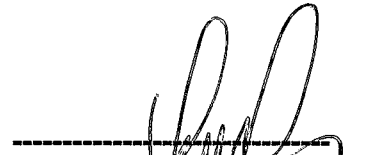
Bu tez 28 / 05 / 2004 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği/Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.



Jüri Başkanı
Prof. Dr. A. Ekber KULİEV



Jüri Üyesi
Prof. Dr. Osman TUTKUN



Jüri Üyesi
Doç. Dr. Recep AKKAYA

TEŞEKKÜR

Bu tezi hazırlamamda ve kendimi geliőtirmemde, bana her konuda yardımcı olan, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Ali KULİEV'e sonsuz teşekkür ederim.

Lisans ve Yüksek lisans öğrenimim süresince bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım ve yararlanmaya devam ettiğim SAÜ Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünün tüm öğretim üyelerine teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans çalışmalarım süresince benden yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Arş. Gör. Filiz ERTUĞRAL'a, Arş. Gör. Adil BAŐOĞLU'na, Arş. Gör. Sıtkı DUMAN'a, Arş. Gör. Sadık BAĞCI'ya ve Arş. Gör. Davut AVCI'ya teşekkür ederim.

Yüksek lisans çalışmalarımda bana yardımcı olan değerli hocalarım Doç. Dr. Recep AKKAYA'ya, Dr. Ekber GULİYEV'e, Dr. Mehmet GÜNER'e ve Yard. Doç. Dr. Mehmet BEKTAŐOĞLU'na çok teşekkür ederim.

Ayrıca bugüne kadar bana maddi ve manevi her konuda destek veren ve dayanağım olan çok değerli aileme teşekkür ederim.

Hakan YAKUT

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	II
İÇİNDEKİLER	III
SİMGELER VE KISALTMALAR	V
ŞEKİLLER LİSTESİ	VI
TABLolar LİSTESİ	VII
ÖZET.....	VIII
SUMMARY	IX

BÖLÜM 1.

GİRİŞ	1
-------------	---

BÖLÜM 2.

TEK PARÇACIK KABUK MODELİ	4
---------------------------------	---

BÖLÜM 3.

BAĞIMSIZ KUAZİPARÇACIKLAR MODELİ	19
3.1. Nükleonların Eşleme Korelasyonları.....	19

BÖLÜM 4.

YAKLAŞIK İKİNCİ KUANTUMLAMA METODU.....	34
4.1. Giriş	34
4.2. Rasgele Faz Metodu (RPA).....	35
4.3. Kuaziparçacık Rasgele Faz Metodu (QRPA).....	41

BÖLÜM 5.

SPİN TİTREŞİMLERİ ve B(M1) GEÇİŞ İHTİMALLERİ	42
5.1. Spin Titreşimlerinin QRPA Metodu ile Araştırılması	42

5.2. Kolektif 1 ⁺ Durumlarının Manyetik Özellikleri	50
5.3. Enerji Ağırlıklı Toplam Kuralı	51

BÖLÜM 6.

NÜMERİK HESAPLAMALAR ve TARTIŞMALAR.....	53
--	----

BÖLÜM 7.

SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	68
---------------------------	----

KAYNAKLAR.....	69
----------------	----

EKLER	71
-------------	----

EkA.....	71
----------	----

Ek B.....	79
-----------	----

Ek C.....	84
-----------	----

ÖZGEÇMİŞ.....	94
---------------	----

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

I	: Çekirdeğin toplam açısal momentumu
K	: Çekirdeğin toplam açısal momentumunun simetri eksenindeki izdüşümü
N	: Baş kuantum sayısı, sayı operatörü ve bir kabuktaki nötron sayısı, genel nötron indisi
Z	: Bir kabuktaki proton sayısı, genel proton indisi
Δ	: Gap parametresi
λ_N	: Fermi yüzey parametresi (nötronlar için)
E(s)	: Tek parçacık enerjisi
$\varepsilon(s)$: Kuaziparçacık enerjisi
G	: Çiftlenme etkileşmesi güç sabiti
S	: Nötronlar için tek parçacık hallerin indisi
R	: Protonlar için tek parçacık hallerin indisi
V	: Parçacık bulunma olasılığı
U	: Boşluk bulunma olasılığı
a^+, a	: Parçacık yaratma, yoketme operatörleri
α^+, α	: Kuaziparçacık yaratma, yoketme operatörleri
Q^+, Q	: Fonon yaratma, yoketme operatörleri
$C_{ss'}^+, C_{ss'}$: Bozon yaratma, yoketme operatörleri
ss' ve vv'	: Nötron ve proton sistemini temsil eden indisler
ψ, φ	: RPA genlikleri
ω	: 1^+ hallerinin enerjileri
χ	: Spin-spin etkileşme sabiti
M1	: Manyetik dipol geçişlerini gösteren nicelik
B(M1)	: İndirgenmiş geçiş ihtimali
μ	: Manyetik dipol operatörü, n-p sistemlerinin genel indisi
ω_0	: Titreşici frekansı
V_{ls}	: Spin-yörünge potansiyeli
V_c	: Coulomb potansiyeli
B(N,Z)	: Bağlanma enerjisi
$\Psi_{n\lambda m}$: Kapalı kabukların arasındaki nükleonların dalga fonksiyonu
ξ	: Tek-parçacık seviye yoğunluğu
Ω	: Seviyelerin toplam sayısı
g_s^r ve g_l^r	: Nükleonların spin ve yörüngesel jromanyetik oranları
BCS	: Barden Cooper Shriffier
RPA	: Random Phase Approximation
QRPA	: Quasi-particle Randon Phase Approximation
EWSR	: Energy Weightly Sum Rule
TD	: Tamm Dancoff

ŞEKİLLER LİSTESİ

2.1. s durumundaki iki kuaziparçacık için görelî hareketin dalga fonksiyonları.....	6
2.2. Harmonik titreşici ve kare kuyu arasında ortada potansiyeldeki tek parçacık seviyelerinin gösterimi.....	13
2.3. Wood-Saxon potansiyeli ve Titreşici potansiyeli.....	15
2.4. Çift-çift çekirdeklerde ilk uyarılmış 2^+ seviyelerinin $\varepsilon_1(2^+) - \varepsilon_0$ enerjileri.....	17
3.1. Tek-Parçacık seviyeleri arasındaki tek-parçacık çifti yoğunluğu dağılımı.....	28
3.2. Tek-Parçacık seviyelerindeki parçacıkların dağılımı.....	29
4.1. Yaklaşık ikinci kuantumlama metotlarını içeren diyagramlar.....	35
5.1. QRPA metodunda $F(\omega_i)$ çözüm fonksiyonunun tipik davranışı	50
6.1. ^{154}Sm çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı.....	60
6.2. ^{168}Er çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı.....	60
6.3. ^{178}Hf çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı.....	61
6.4. (a,b,c) Sm, Er ve Hf deforme çekirdekleri için hesaplanan B(M1) değerlerinin enerji diyagramı.....	62
6.5. Çift-çift deforme çekirdeklerin (Sm, Er ve Hf) spektroskopik enerji bölgesindeki enerjilerinin kütle numaralarına göre grafiği	63
6.6. Yüksek enerji bölgesindeki M1 rezonansının meydana geldiği kolektif 1^+ seviyelerinin enerjilerinin kütle numaralarına göre grafiği	64
6.7. ^{154}Sm çekirdeği için hesaplanan 1^+ seviyelerinin en düşük QRPA enerjilerinin $(\omega_i(\text{MeV}))$ ve B(M1) geçiş ihtimallerinin $\chi_{\sigma} = \frac{\chi}{A}$ ya göre değişimi	64
6.8. ^{154}Sm çekirdeğindeki hesaplanan uyarılmış 1^+ seviyelerinin $N_{qp}(\omega_i)$ güç dağılımının ince yapısı	65
6.9. $\chi < 0$ 'da hesaplanan N_{qp} 'nin (kuaziparçacık sayısı) $\chi > 0$ 'da hesaplanan N_{qp} 'ye oranının χ 'nın mutlak değerine göre değişimi	66

TABLolar LİSTESİ

Tablo 2.1. Harmonik titreşici kuyusunda tek-parçacık durumu	9
Tablo 6.1. ^{154}Sm için spektroskopik enerji bölgesindeki karakteristik $I^\pi K = 1^+1$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri	55
Tablo 6.2. ^{154}Sm için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve B(M1)'in en büyük değerlerinin listelendiği seviyeler	56
Tablo 6.3. ^{168}Er için karakteristik $I^\pi = 1^+$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri	57
Tablo 6.4. ^{168}Er için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve B(M1)'in en büyük değerlerinin listelendiği seviyeler	57
Tablo 6.5. ^{178}Hf için karakteristik $I^\pi = 1^+$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri	58
Tablo 6.6. ^{178}Hf için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve B(M1)'in en büyük değerlerinin listelendiği seviyeler	59
Tablo 6.7. ^{154}Sm için QRPA çerçevesinde ω enerjileri için hesaplanan parçacık sayılarının gösterimi	67

DEFORME ÇEKİRDEKLERDE SPİN-TİTREŞİM $I^\pi K = 1^+1$ SEVİYELERİNİN İNCELENMESİ ($150 \leq A \leq 178$)

ÖZET

Anahtar Kelimeler: QRPA, çift-çift deforme çekirdek, spin-titreşim, izovektör, EWSR, $I^\pi K = 1^+1$ seviyeleri, manyetik dipol geçişleri, rezonans enerji bölgesi, kuaziparçacık, kolektif, kuaziparçacık sayısı.

Bu tezde QRPA metodu kullanılarak nadir toprak elementleri bölgesinde bulunan çift-çift ^{154}Sm , ^{168}Er ve ^{178}Hf deforme çekirdeklerinde spin-titreşim $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin özellikleri incelendi. İzovektör spin-spin kuvvetlerinin ürettiği 1^+1 seviyelerinin M1 geçiş matris elemanlarının enerji ağırlıklı toplam kurallarına katkısı ve bu geçişlerin M1 uyarılma güç fonksiyonlarının enerji dağılımı araştırıldı.

Spektroskopik enerji bölgesinde ($\omega < 4$ MeV) 1^+1 seviyelerinin az kolektif olduğu yapılan hesaplamalardan gözlemlendi. Spektrumun 10-12 MeV enerji aralığında manyetik dipol rezonansını meydana getiren çok kolektif spin-titreşim 1^+1 seviyelerinin mevcut olduğu teorik olarak gözlemlendi. Düşük enerjilerde, 1^+1 seviyelerinin iki-kuaziparçacık karakterli olmasından dolayı nötron-proton spin-spin etkileşimleri çok zayıftır.

Bu çalışmada ayrıca kuaziparçacık sayısının, $\chi_{\sigma\sigma} = \chi/A$ spin-spin etkileşme sabitine göre değişimi de incelenmiştir. Bir örnek olarak ^{154}Sm deforme çekirdeği için kolektif seviyelerdeki kuaziparçacık sayısı hesaplanmıştır.

Bu tezdeki sayısal hesaplarımız Wood-Saxon potansiyeli baz alınarak yapılmıştır.

THE INVESTIGATION OF $I^\pi K = 1^+1$ SPIN-VIBRATION STATES IN DEFORMED NUCLEI ($150 \leq A \leq 178$)

SUMMARY

Keywords: QRPA, even-even deformed nuclei, spin-vibration, isovector, EWSR, $I^\pi K = 1^+1$ states, magnetic dipole transition, resonance energy region, quasiparticle, collective, quasiparticle number.

In this thesis, properties of $I^\pi K = 1^+1$ spin-vibration states in the even-even deformed nuclei ^{154}Sm , ^{168}Er and ^{178}Hf , which are in the region of rare-earth elements, were studied using QRPA method. Contribution of M1 transition matrix element to the energy weighted sum rules and energy distribution of M1 excitation strength functions were investigated for 1^+1 states, generated by the isovector spin-spin forces.

It was observed that the collectivity of 1^+1 states is small in the spectroscopic energy region ($\omega < 4$ MeV). Between 10-12 MeV, presence of very collective spin-vibration 1^+1 states that produce magnetic dipole resonance was seen. In the lower energy, neutron-proton spin-spin interactions are quite weak since 1^+1 states are two quasi-particles character.

In this work the change of quasi-particle number with respect to the spin-spin interaction constant is studied, as well $\chi_{\sigma\sigma} = \chi / A$. The quasi-particle number in the collective states for the deformed nucleus ^{154}Sm is calculated as an example.

The numerical calculations in this thesis are performed on the basis of the Deformed Wood-Saxon potential.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Son yıllarda yapılan deneysel ve teorik araştırmalar atom çekirdeğindeki nükleonlar arasındaki efektif spin-spin etkileşmeleri üzerinde yoğunlaşmıştır. Çekirdekdeki nükleonlar arasındaki spin kuvvetleri çekirdeklerin yapısının incelenmesinde önemli bir konuma sahiptir. Spin kuvvetleri çekirdekte, β -geçişlerindeki geçiş ihtimallerini ve manyetik dipol momenti fazlasıyla etkileyen polarizasyon etkilerin oluşmasından sorumludur. Spin kuvvetleri çekirdekdeki düşük enerji durumları arasında gerçekleşen Gamow-Teller β -geçişlerinde de etkili olan kuvvetlerdir. Spin kuvvetlerinin buraya kadar bahsedilen etkileri düşük enerjili nükleer durumlarda daha çok etkilidir. Bu etkilerin izahı, spin-spin karşılıklı etkileşmesinin itici karakterde olmasını gerektirir. Bundan dolayı bu efektif spin etkileşimleriyle birleştirilmiş uyarılmaların (çift kütleli çekirdeklerdeki 1^+ durumları gibi) yüksek enerjilerde de gözlenmesi beklenmektedir. Spin-spin kuvvetlerinin uyarılmış 1^+ seviyelerinin meydana gelmesinden sorumlu olduğu bilinmektedir [1, 2].

Çift-çift deforme çekirdeklerin yukarı enerji spektrumlarında bulunan uyarılmış $I^\pi = 1^+$ hallerinin yapısı çekirdek fiziğinde ayrı yeri olan önemli problemlerden biridir. Bu spin ve pariteye sahip kolektif hallerin üretilmesine sebep olan etkinin kaynağı nükleonlar arasındaki spin kuvvetleridir. Uyarılmış 1^+ hallerinin kaynağı için öne sürülen modeller ve yaklaşımlar, çekirdek fiziğinde ciddi ilerlemelere neden olmuştur. Bu yaklaşımlardan bir tanesi de Yaklaşık Faz Yöntemi (RPA)'dir. RPA çok parçacıklı sistemlerin incelenmesinde kullanılan başarılı bir metottur. Nükleer fizikte, değişik nükleer reaksiyonların şiddetlerini, elektro-manyetik bozunum ihtimalini, taban hali korelasyonlarını da kapsayan ve beta (β) ve çift beta ($\beta\beta$) bozunumu geçişlerini oldukça yaygın bir biçimde kullanılır. Kapalı kabukları tam olarak doymamış, çiftlenim etkileşmesinin kuvvetli olduğu çekirdekler için RPA'nın kuaziparçacık versiyonu olan QRPA yaklaşımı kullanılır.

Küresel çift-çift çekirdeklerde 1^+ uyarılmaları nötron-nötron ve proton-proton tek parçacık seviyelerinin spin-yörünge elemanları arasında parçacık-deşik geçişleriyle bağlantılı olarak meydana gelmektedir[3]. Deforme ortalama alanda küresel çekirdeklerdeki potansiyellerden farklı olarak her bir j kabuğunun manyetik kuantum sayısı (toplam açısal momentumun çekirdek simetri eksenine yönündeki z bileşeni) K 'ya göre ayrışmasından dolayı çekirdeğin tabaka yapısı bozulur ve bu durum 1^+ seviyelerinin yoğunluğunun artmasına neden olur. Deforme çekirdeklerde aksinel simetriden dolayı 1^+ seviyelerinin $K=0$ ve $K=1$ olmak üzere iki bağımsız dalı vardır. Bu uyarılmaların bizi bizi ilgilendiren $K=1$ dalı çekirdekteki simetri eksenine dik yönde kuadropol ve spin titreşimlerine uygun geldiğinden ve elektro-manyetik dalgaların enine dalgalar olmalarından dolayı foton saçılma deneylerinde kolaylıkla incelenebilir. Yapılan deneyler sonucunda düşük enerjili spektroskopik bölgede bu seviyelerin yoğunluğunun $K=0$ seviyelerine oranla çok daha fazla olduğu gözlenmiştir[4].

Bu çalışmada ikinci bölümde tek parçacık kabuk modeli ve Wood-Saxon potansiyeli tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde kuaziparçacık metodundan yararlanılarak çekirdeğin süperakışkan modeli sunulmuştur. Dördüncü bölümde ise RPA (Random Phase Approximation) metodunun genel prensipleri verilmiştir. Ayrıca bu bölümde bu tez çalışmasında kullandığımız yeni bir yaklaşım olan QRPA (Quasi-particle RPA) metodu tanıtılmıştır. Beşinci bölümde spin titreşimleri için ara işlemler yapılmış ve deforme çekirdeklerde spin-titreşim $1^+ K = 1^+ 1$ uyarılma seviyeleri, seviyeler arasındaki $B(M1,0 \rightarrow 1^+)$ geçiş ihtimalleri ve toplam kuralı ile ilgili bağıntılar verilmiştir. Altıncı bölümde ise çift-çift ^{154}Sm , ^{168}Er ve ^{178}Hf deforme çekirdekleri için yapılan hesaplamalar ayrı ayrı verilmiştir ve bu hesaplamalar ölçüsünde yorumlar yapılarak hesaplamaların sonuçları yazılmıştır.

Çift-çift deforme çekirdeklerde spin-titreşim 1^+ seviyelerinin $K=1$ dalının enerjileri ve geçiş özelliklerinin teorik olarak hesaplanmasına dair yeterinde çalışma yoktur. Bu titreşimlerin $K=1$ dalı sadece ^{154}Sm ve ^{140}Ce çekirdekleri için tek parçacık Nilsson modeli kullanılarak yapılmıştır.

Bu tezde QRPA çerçevesinde çift-çift iyi deforme olmuş ^{154}Sm , ^{168}Er ve ^{178}Hf çekirdekleri için deforme Wood-Saxon potansiyeli kullanılarak spin-titreşimlerinin $K=1$ dalı incelenmiştir.



BÖLÜM 2. TEK PARÇACIK KABUK MODELİ

Hartree-Fock metodu nükleer kabuk modeline bir temel oluşturur. Bu model çekirdekdeki tüm parçacıkların oluşturduğu ortak bir potansiyel kuyusunda hareket eden etkileşmeyen parçacıkları ifade eder. Grupların olduğu potansiyel kuyusundaki enerji yörüngeleri, yani, kabuklar, önemli enerji aralıkları tarafından bölünür. Tek parçacık kabuk modeli (yani Bağımsız Parçacıklar Modeli) tam olarak nükleer yapıyı tanımlayamamaktadır. Bununla birlikte, rezidual etkileşim sonucu oluşan nükleer korelasyonların davranışı için bir temel oluşturur. Hartree-Fock denklemlerinin çözümü, nükleon-nükleon etkileşimine dayanır ve sadece birkaç hafif ve sihirli çekirdekler için elde edilebilir. Bu yüzden, ortalama alan potansiyeli genellikle deneysel olarak seçilir. Ortalama alan potansiyelinin (bir fonksiyonun yarıçapı gibi) davranışı ve nükleer yoğunluk dağılımı arasında bir bağıntı olduğu farz edilir. Ayrıca alınan potansiyel sihirli sayıların çoğaltılmasıyla düzeltilebilir. Son olarak ortalama alan potansiyelinin detayları deneysel verilerin yardımıyla büyük oranda tespit edilebilir.

Şimdi bağımsız parçacıklar modelinin nükleer özellikleri tanımlamada uygulanabilirliğini kısaca izah edelim. Nükleer kuvvetler kısa menzilli, çok güçlü ve esasen çekici kuvvetlerdir. Nükleon-nükleon potansiyeli çok güçlü-itici kısım ($0,4 \cdot 10^{-12}$ cm yarıçaplı sıkı öz) ve zayıf- uzun menzilli çekici kısım olmak üzere iki kısma ayrılabilir. Katı öze karşılık gelen hacim, deneysel nükleer yoğunluk kullanıldığında toplam nükleer hacmin sadece 1/100'ünü işgal eder. Bu katı özün önemsiz olduğu anlamına gelmez. Katı öz nükleer kuvvetlerin doyma özelliğine katkıda bulunur ve çekirdeklerin sıkışmasını engeller. Fakat ortalama alana katkıda bulunan kısmın büyük bir çoğunluğu nükleer kuvvetlerin çekici kısmıdır.

İtici yarıçaplar yani itici ve çekici kısa menziller arasındaki ilişki, itici kısmı ve Pauli ilkesi bağımsız parçacıklar modelinin nükleer teoriye bağlı olarak uygulanabilirliğini

gerektiren şartlardır. Nükleon-nükleon etkileşimlerin uzun-menzilli kısmı Pauli ilkesinin etkisini hayli fazla azaltır. Aynı zamanda iki nükleonun çarpışmasında büyük momentum transferi olasılığı küçüktür. Şimdi basit bir örnek üzerinde bu durumu izah edelim.

Gauss etkileşimi üzerinden P_1 ve P_2 momentumuna sahip nükleonların etkileşmesi;

$$V(r_1 - r_2) = -V_0 e^{-|r_1 - r_2|^2 / \mu^2} \quad (2.1)$$

ile verilir. Son durumda (çarpışmadan sonra) P'_1 ve P'_2 momentumuna sahip bu parçacıklar kare matris elemanlarına eşittir.

$$\int e^{-i(P'_1 r_1 + P'_2 r_2)} V(r_1 - r_2) e^{i(P_1 r_1 + P_2 r_2)} (dr_1)(dr_2) \quad (2.2)$$

integrasyonunda $r = r_1 - r_2, P = P_1 - P'_1$ bağımsız değişkenleri yerine konulursa matris elemanları eşittir.

$$-V_0 \int (dr) e^{-ipr} e^{-r^2 / \mu^2} = -V_0 \int (dr) e^{-\left[r + \frac{1}{2} p \mu^2\right]^2 / \mu^2} e^{-p^2 \mu^2 / 4} = \pi^{3/2} \mu^3 V_0 e^{-p^2 \mu^2 / 4} \quad (2.3)$$

Büyük momentum transferi olasılığı çok küçük olduğu açıkça bellidir. Bu sonuç kısa-menzilli potansiyellerin çoğunda diğer formlar içinde geçerlidir. Aynı zamanda küçük momentum transferli etkileşimler, yüksek enerji yörüngesindeki nükleonlar dışında hepsi için önemlidir. Diğer nükleonların bulunduğu civar seviyeler ve Pauli ilkesi bu seviyelerdeki çarpışmaları engeller yani düşük momentum transferli çarpışmalardır.

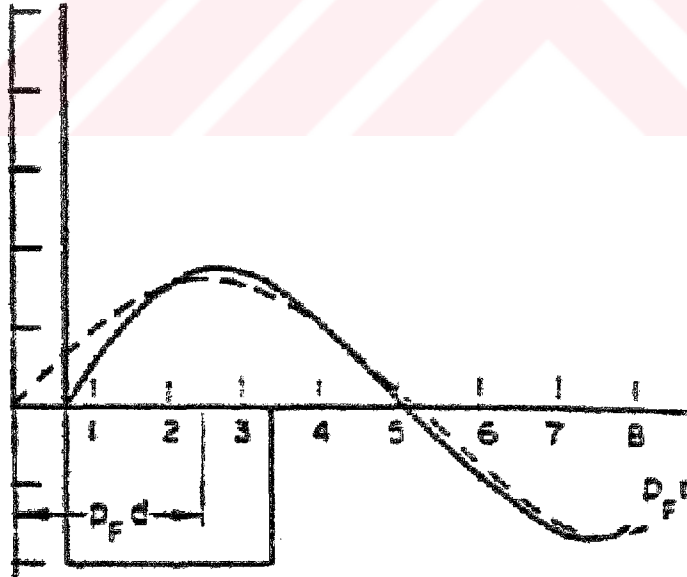
Nükleer madde içindeki bir çift parçacığın dalga fonksiyonu[5,6,7] hafif parçacıkların dalga fonksiyonuna çok benzerdir. Çekirdeklerdeki ortalama parçacıklar arası uzaklık daha küçük olduğundan bu önemli olan bir farklılıktır. Şekil 2.1 'de gösterilen dalga fonksiyonu s-durumunda bir çift parçacık için izafi hareketin dalga fonksiyonudur. Nükleer etkileşim üzerinden etkileşme ve Fermi momentum

dağılımına katılan bir çift için ve etkileşimsiz parçacıklar için dalga fonksiyonlarının eğrisi gösterilmiştir. Çoğunlukla etkileşimli parçacıkların dalga fonksiyonları büyük uzaklıklarda hafif parçacıkların dalga fonksiyonuna yaklaşır. Bu gerçek aşağıdaki yollardan anlaşılabilir:

Orijinal çiftte bir parçacık olduğunda üçüncü bir parçacığa kapalıdır, orijinal çiftlerde parçacıklar arası uzaklık d düzenindedir. Fakat böyle bir uzaklıkta orijinal çiftin dalga fonksiyonu etkileşimsiz parçacıkların dalga fonksiyonuna benzerdir.

Şimdi üçüncü bir parçacık vasıtasıyla olan çarpışmanın çoğu kalan diğer tüm parçacıkların etkileşiminin önemsiz olduğu şartlarda olur.

Henüz izah ettiğimiz gibi kuvvetli nükleer etkileşmelere rağmen çekirdek içindeki nükleonların dalga fonksiyonları ile parçacıklar arası ortalama uzaklık d 'den oldukça küçük uzaklıkları dışında etkileşimsiz parçacıkların dalga fonksiyonları benzerdir.



Şekil 2.1. s durumundaki iki parçacık için görel hareketin dalga fonksiyonları. Çarpma eğrisi hesaplanan nükleer etkileşime uygundur. Fonksiyonların her ikisi $P_F = 1.48 \times 10^{13} \text{ cm}$ ile nükleer maddedeki $P = 0.6P_F$ görel momentumu için hesaplandı. Sürekli çizgi nükleer potansiyelin r 'ye bağımlılığını gösterir. d ise üçüncü parçacık için ortalama uzaklıktır

Kare kuyu ve harmonik titreşici potansiyelleri nükleer ortalama alanda ilk olarak kullanıldı. Deneysel veriler çekirdekte nükleon saçılmasında harmonik titreşici potansiyelinin hafif çekirdekler için en uygun, kare kuyu potansiyelinin ise ağır çekirdekler için çok uygun olacağını önermektedir. Reel nükleer potansiyel sonlu olmalı, sonlu yüzey kalınlığına (nükleer yoğunluğa benzer) sahip olmalı ve radyal bağımlılık kare kuyu ve harmonik titreşici arasında aracı olmalıdır.

Şimdi sonsuz küresel harmonik titreşici kuyusundaki oluşun seviyeleri dikkate alalım. Böyle bir potansiyel

$$V(r) = \frac{1}{2}mw_0^2r^2 \quad (2.4)$$

formülü ile verilir. Burada m nükleonun kütlesi ve w_0 klasik titreşici frekansıdır.

Schrödinger denklemini

$$\left(-\frac{1}{2}\Delta + V(r) - E\right)\psi = 0 \quad (2.5)$$

$$\psi_{nlm} = \frac{u_{nl}(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (2.6)$$

çözümüne sahiptir.

$Y_{lm}(\theta, \varphi)$ küresel fonksiyonları, l^2 operatörünün ve l nin z-ekseni üzerindeki izdüşümü l_z nin öz fonksiyonlarıdır. (m özdeğerleriyle). Dalga fonksiyonunun radyal kısmı $u_{nl}(r)$

$$\left\{-\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{1}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} - E\right\} u_{nl} = 0 \quad (2.7)$$

denklemini sağlar.

Özdeşlere karşılık gelen denklem [8]

$$E_N = (N + \frac{3}{2})w_0 \quad (2.8)$$

ile verilir. Burada $N=0,1,2,3,\dots$ ve E_N özdeşlerinin her biri dejeneredir. Bu da birkaç l değerine karşılık gelir. N bir çift sayı ise $l=0,2,4,\dots,N$ değerlerini, N bir tek sayı ise $l=1,3,\dots,N$ değerlerini alır. N tane dejenere durumda maksimum parçacık sayısı $n_N = \sum_l 2(2l+1) = (N+1)(N+2)$ 'ye eşittir.

$N=0$ dan $N=N_0$ 'a kadar dolu seviyelerin toplam parçacık sayısı

$$\sum_n n_N = \frac{1}{3}(N_0+1)(N_0+2)(N_0+3)$$

ifadesine eşittir.

Harmonik titreşici seviyeleri genellikle bir (n, l) tamsayı çiftiyle temsil edilir. n 'lerin anlamı n 'ye karşılık gelen l değerini seviye dizisindeki n . ci durumda gözükmesidir.

l bir sayının yerine bir harfle sık sık temsil edilebilir. Yani;

$$l=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \quad (2.9)$$

s p d f g h i j k

Bu nedenle, örneğin $1s, 1p; 2s, 1d; 2p, 1f, \dots$ vb. ile seviye dizinleri başlar. Tablo 2.1'de Harmonik titreşici kuyusu için $\sum_N n_N$ toplam parçacık sayısı, her bir dejenere

seviyenin n_N maksimum parçacık sayısı ve tek-parçacık enerjileri verilmiştir.

Kabuklar $2, 8, 20, 79, 112, 168, \dots$ vb. (proton) nötron sayılarına eşit olduğunda kabukların dolu olduğu Tablo 2.1 'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1. Harmonik titreşici kuyusunda tek parçacık durumu

N	E_N/w_0	(n,l) durumu	n_N	$\sum_n n_N$
0	$3/2$	1s	2	2
1	$5/2$	1p	6	8
2	$7/2$	2s 1d	12	20
3	$9/2$	2p 1f	20	40
4	$11/2$	3s 2d 1g	30	70
5	$13/2$	3p 2f 1h	42	112
6	$15/2$	4s 3d 2g 1f	56	168

Bu sayılar (ilk üçü hariç) deneysel verilerden bulunan sözde sihirli sayılardan farklıdır. Sihirli sayılar 2,8,20,28,50,82 ve 126'dır. 126 sadece nötron sistemi kurallarına bakılırsa aittir. Bu sayılar dolu kabuklara tekabül eder. Not edilen kare kuyu içindeki dolu kabuklara karşılık gelen sayılar, deneysel sihirli sayılardan azda olsa farklıdır. Ortalama alan potansiyelinin değişime uğraması bu yüzden gereklidir.

Şimdi w_0 frekansını ve nükleer yarıçapla olan bağlantısını tahmin edelim. Ortalama kinetik ve potansiyel enerjiler harmonik titreşici tüm seviyeleri için eşittir. Kullanılan (2.4) ile ana kare yarıçapı $\langle r^2 \rangle$ (simetrik N=Z durumu burada düşünülür.) içinden tek parçacık enerjilerinin toplamını ifade etmek mümkündür.

$$\sum_{i=1}^Z E_i + \sum_{i=1}^N E_i = mw_0^2 A \langle r^2 \rangle \quad (2.10)$$

Deneyisel olarak $\langle r^2 \rangle \approx \frac{3}{5}R^2$, $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, $r_0 = 1,24 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ dir. (2.10)'daki toplama nükleer taban hal için ifade tahmin edilebilir. Burada tüm $N=Z \leq N_0$ halleri nötronlar ve protonlarla doludur. (2.8) formülünden aşağıdaki

$$2 \sum_{i=1}^{A/2} E_i = \sum_{N=0}^{N_0} 2(N+1)(N+2)\left(N + \frac{3}{2}\right)w_0 \approx \frac{1}{2}(N_0 + 2)^4 w_0 \quad (2.11)$$

elde edilir ve ayrıca

$$A = 2 \sum_{N=0}^{N_0} (N+1)(N+2) \approx \frac{2}{3}(N_0 + 2)^3 \quad (2.12)$$

tür. N_0 A ile değiştirilebilir. Denklem (2.10) dan;

$$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{4/3} A^{4/3} w_0 = m w_0^2 A \cdot \frac{3}{5} R^2 \quad \text{ve} \quad w_0 = 41 A^{-1/3} \text{ MeV} \quad (2.13)$$

dir.

Şimdi denklem (2.13) harmonik titreşici potansiyeli eşit uzaklıkta yer alan seviyeler arasındaki enerji farkı ifade edilebilir.

Ortalama alan potansiyelini gerçeğe daha yakın bir şekilde ifade etsek bile, dolu kabuklara karşılık gelen sayıları doğru bir şekilde bulmak zordur. Bu yüzden harmonik titreşicinin dejenereliğini ortadan kaldıran yeni bir etkileşimin yazılması gerekir. Nükleer kabuk modeli öne sürüldüğü zaman yeterince güçlü spin-yörünge etkileşmesinin mevcut olduğu ve böyle bir amacı gerçekleştirebileceği öne sürüldü. Bu etkileşmeye karşılık gelen spin-yörünge potansiyeli

$$V_{ls} = -V_{ls}(r) \vec{l} \cdot \vec{s} \quad (2.14)$$

şeklindedir. Burada $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ ve s nükleer spindir.

$$V_{ls}(r) \approx \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \quad (2.15)$$

Spin-yörünge potansiyeli tek parçacık seviyelerinin J toplam açısal momentumuna göre dejenereliğini bozar.

$$J^2 = (l + s)^2 = l^2 + s^2 + 2(\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (2.16)$$

bağıntısını kullanarak

$$\vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2} \{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\} = \begin{cases} \frac{1}{2}l \Rightarrow j = l + 1/2 \\ -\frac{1}{2}(l+1) \Rightarrow j = l - 1/2 \end{cases} \quad (2.17)$$

ifadesini elde ederiz.

Spin-yörünge kuvvetleri radyal dalga fonksiyonlarının büyük ölçüde değişmesine sebep olmaz. Bu yüzden asıl etki aşağıdadır. $j = l + 1/2$ seviyesi $\frac{1}{2}l \langle V_{ls}(r) \rangle_{nl}$

bağıntısıyla aşağıya iner. $j = l - 1/2$ seviyesi ise $\frac{1}{2}(l+1) \langle V_{ls}(r) \rangle_{nl}$ bağıntısıyla yukarı

çıkarak. Dolayısıyla iki seviyenin yarılması, $\frac{1}{2}(2l+1) \langle V_{ls}(r) \rangle_{nl}$ ifadesine eşittir.

Görüldüğü gibi l arttıkça yarılmada artmaktadır. ($\langle V_{ls}(r) \rangle_{nl}$ den dolayı). Yani nl

durumundaki $V_{ls}(r)$ ortalama değeri l 'ye bağımlılığı azdır. $j = l \pm 1/2$ olan

seviyelerin deneysel olarak gözlenen yarılmaları yaklaşık olarak

$\Delta E_{ls} \approx -20 \vec{l} \cdot \vec{s} A^{-2/3} \text{ MeV}$ ifadesi ile verilir.

Spin-yörünge potansiyelinin takdimi teorik olarak yetersiz bir temeldir. Bununla

birlikte, çoğu deneysel bilgilerde ortalama alan potansiyelinde nispeten güçlü spin-

yörünge kısmının varoluşunu kanıtlar. Bu bilgilerden bir tanesi de, bir nükleon

eklendiğinde (veya çıkartıldığında) oluşan kapalı kabuklara sahip çekirdeklerdeki $j = l \pm 1/2$ seviyelerinin yarılmasıdır. Diğer bir deneysel kanıt ise nükleonlar ile çekirdek arasındaki etkileşimde gözlenen polarizasyon etkidir.

Şekil 2.2'de spin-yörünge çiftlenimi sonucu oluşan enerji spektrumunda meydana gelen değişimleri göstermektedir. Dolu kabuklara tekabül eden parçacıkların sayısı, 2,8,20,28,50,82,126 ve 184 sihirli sayılarıyla uyuşur.

“Shell” terimi iki sihirli sayı arasındaki durumların seti için de kullanılan bir ilave terimdir. “Subshell” terimi ise n, l, j kuantum sayılarıyla karakterize edilen dejenere durumlar için kullanılacaktır. Örneğim dördüncü kabuk ,nötron (proton) sayısı 50 ve 82 arasında beş alt kabuktan meydana gelir: $1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}, 1h_{11/2}$.

Spin-yörünge kısmımlı olan harmonik titreşici potansiyelinin içindeki kabuklar nadiren kararlıdır. Bununla birlikte kabukta iç çift kabukların sıralaması düzensizdir ve bu kararsızlık spin-yörünge çiftlenim kuvvetine bağlıdır.

İlk olarak bahsedilen gerçeğe uygun ortalama alan potansiyeli nükleer madde dağılımına benzetilebilir. Böyle bir potansiyelin parametreleri, çekirdekte nükleon saçılmalarındaki verilerin tamamından kararlı olan bir dönüşümde olan optiksel potansiyelin reel kısmından daha iyi belirlenir. Ortalama alan potansiyeli analitik formda genellikle Woods-Saxon potansiyeli olarak seçilir.

Woods-Saxon potansiyeli küresel simetrik, sonlu derinliğe sahip bir potansiyeldir. $r=R_0$ eş potansiyel yüzeyi, çekirdeğin merkezindeki potansiyelin yarısına karşılık gelir. Bu potansiyel iki kısımdan oluşur.

Merkezi kısım ;

$$V(r) = -\frac{V_0^{N,Z}}{1 + \exp[(1/a)(r - R_0)]} \quad (2.18)$$

ve spin-yörünge çiftlenimi(bağlaşımı) kısmı ;

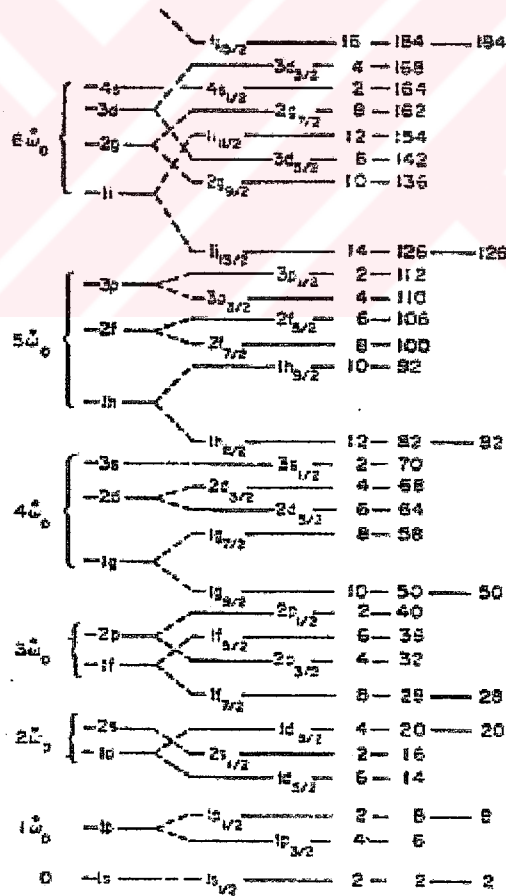
$$V_{ls}(r) = -\xi \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} (\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (2.19)$$

şeklindedir. Potansiyel parametreleri [8] ise

$$V_0^N = V_0 \left[1 - 0.63 \frac{N-Z}{A} \right] \quad (2.20)$$

$$V_0^Z = V_0 \left[1 + 0.63 \frac{N-Z}{A} \right]$$

eşitlikleriyle ifade edilir. Parametre değerlerini yazarsak, $V_0 = 53 \text{ MeV}$, $R_0 = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1,24 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, $a = 0,63 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ olan yüzey parametresi ve $\xi = 0.263$ olan spin-yörünge çiftlenim şiddeti parametreleri A atomik sayısının geniş bir aralığında küresel çekirdekler için yeterince kararlıdır.



Şekil 2.2. Harmonik titreşici ve kare kuyu arasında ortada potansiyeldeki tek parçacık seviyelerinin gösterimi. Spin-yörünge çiftlenimini de içine alır. Seviye şemasının spin-yörünge-siz kısmı solda gösterilmiştir

Coulomb potansiyeli proton seviyelerinin hesaplandığı (2.18) ve (2.19) potansiyellerine eklenmelidir . Yüzeyde ihmal edilen etki

$$V_c(r) = \frac{(Z-1)e^2}{r} \begin{cases} \frac{3r}{2R_0} - \frac{1}{2}(r/R_0)^3, r \leq R_0 \\ 1, r > R_0 \end{cases} \quad (2.21)$$

ile verilir.

Woods-Saxon potansiyeli ile titreşici potansiyel Şekil 2.3'te karşılaştırılmıştır. Woods-Saxon potansiyeli daha düz bir tabana sahiptir ve titreşici ile kare kuyu arasında ara bir duruma karşılık gelir. Yüzey bölgesinin detayları (ayrıntıları) nükleer reaksiyonlarda önemli bir yeri vardır. Nükleer yarıçap parametresi, Woods-Saxon potansiyelinde arttırıldığında l değeri büyük olan seviyeler, l değeri küçük olan seviyelerden daha hızlı bir şekilde aşağıya iner. Ayrıca Woods-Saxon potansiyelindeki kabuklar, harmonik titreşiciye kıyasla değişmezdir. Özellikle spin-yörünge çiftlenim kuvveti ile özel seçim parametrelerine göre alt kabukların pozisyonu değişir.

Kabuk modelinde birçok deneysel bulgular kabuk etkilerinin olduğunu göstermektedir. Tuhaf özelliklere sahip olan proton veya nötron sayıları sihirli olan çekirdeklerin kabukları doludur (Genellikle böyle çekirdeklere sihirli veya iki kat sihirli çekirdek denir, örnek olarak ${}_{82}^{208}Pb_{126}$ da olduğu gibi).

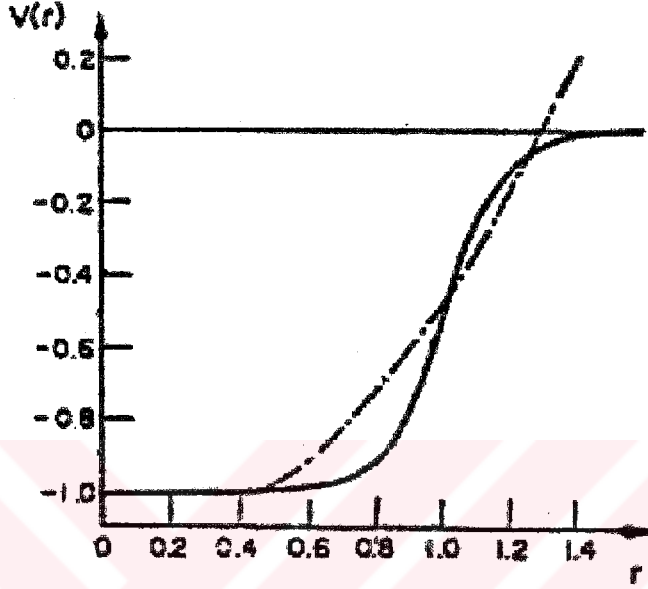
Kabuk etkisi çekirdek kütlelerinin değerinde görülmektedir. Nükleer kütle genellikle

$$M = \varepsilon(N, Z) = N.m_n + Z.m_p - B(N, Z) \quad (2.22)$$

yaklaşık formunda ifade edilir ve bağlanma enerjisi

$$B(N, Z) = b_v A - b_s A^{2/3} - \frac{1}{2} b_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} - \frac{3 Z^2 e^2}{5 R_0} - b_{pair} \frac{\delta}{A} \quad (2.23)$$

formülü ile verilir.



Şekil 2.3. Kesiksiz eğri Wood-Saxon potansiyelini ve kesikli eğri ise titreşici potansiyelini gösterir

Tek-tek çekirdekler için $\delta = 1$, çift-çift çekirdekler için $\delta = -1$ 'dir. Diğer parametrelerin yaklaşık değerleri; $b_v = 16 \text{ MeV}$, $b_s = 20 \text{ MeV}$, $b_{sym} = 25 \text{ MeV}$ ve $b_{pair} = 27 \text{ MeV}$ 'dir.

Kabuk etkisi, N veya Z' ye bağlı olan bağlanma enerjisinde teklige sebep olmaktadır. Sihirli sayıya sahip olan bir çekirdeğe bir nükleon eklendiğinde bağlanma enerjisi yaklaşık 2 MeV kadar düşmektedir. Bu davranış iki kat çift sihirli çekirdek olan ${}^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ de kolaylıkla görülür. Benzer davranış α ve β bozunumları enerjilerinde de görülür. Arasına da alt kabuklar dolu olduğunda küçük anormalliklerde olmaktadır.

Bu azalma bilhassa çift sihirli sayıya sahip çekirdeklerde görülmektedir. İki kat çift sihirli sayıya sahip çekirdek, hem nötron sayısı hem de proton sayısı sihirli sayıya

karşılık gelen çekirdektir. Kısacası kabuk etkisi bağlanma enerjisinde değişiklik yapmaktadır.

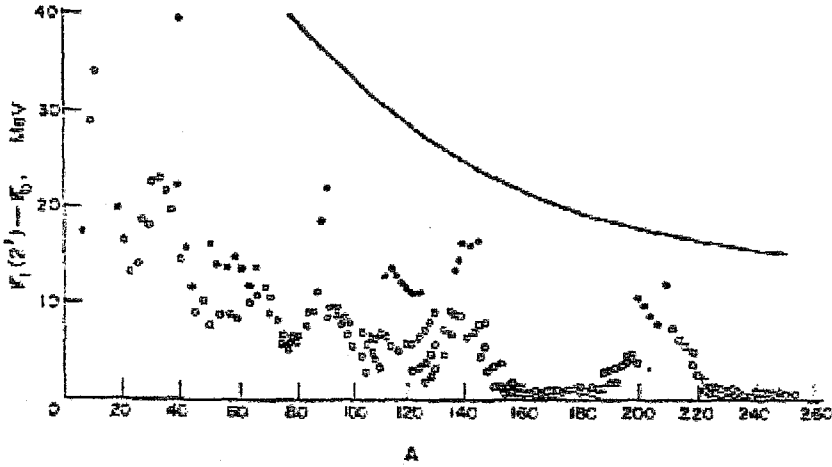
Kabuk etkilerinden bir diğeri ise verilen bir elementin ve farklı izotoplarının tabiattaki bolluk yüzdeleridir. Bu tür anormallikler sihirli sayıların üzerinde N veya Z sayısına sahip olan çekirdeklerdeki azalan bağlanma enerjilerini de içine alır. Kararlı ve uzun ömürlü izotopların sayısı $N=2,8,20,28,50,82$ ve 126, komşu çekirdeklerin N değerlerinden daha fazladır.

Kabuk modeli çift-çift deforme çekirdekte taban durumlarının $I^\pi = 0^+$ ve ilk uyarılmış seviyenin ise $I^\pi = 2^+$ olduğunu belirtir. İlk 2^+ seviyesi uyarılması en kolay seviyelerin serbestlik derecesiyle ilgilidir. Dolayısıyla ilk 2^+ durumu farklı çift-çift çekirdekler için farklı olmaktadır.

İlk 2^+ durum enerjisinin A kütle numarasına göre değişimini Şekil 2.4'te gösterilmiştir. Grafikten de görüleceği gibi, bu değişim azalma eğilimi göstermektedir. Fakat bu azalma monotonik değildir. Ayrıca kabuk etkisinin enerjiyi nasıl değiştirdiği de grafikten açıkça görülmektedir.

Sihirli sayıya sahip çekirdeklerin ilk 2^+ durumu enerjileri, sihirli sayıdan farklı çekirdeklerin enerjilerinden daha büyüktür. (Sihirli sayıya sahip çekirdeklerin ilk 2^+ durum enerjileri (şekilde siyah noktalarla gösterilen) aynı kuantuma sahip diğer çekirdeklerden oldukça yüksektir.

Sihirli çekirdekler nötron bağlanma enerjilerinin üstünde anormal küçük seviye yoğunluklarına sahiptir. Bu yüzden nötron yakalama kesitleri termal nötronlar ve aynı zamanda 1 MeV'e kadar enerjilerdeki nötronlar için küçüktür. Bu kabuk etkilerinin önemini gösteren başka bir kulanımdır.



Şekil 2.4. Çift-Çift çekirdekte ilk uyarılmış 2^+ seviyelerinin $\varepsilon_1(2^+) - \varepsilon_0$ enerjileri. Nötron veya proton sayısı sihirli olan çekirdekler siyah noktalarla, diğer çekirdekler ise içi boş dairelerle gösterilmiştir. Gösterilen enerji değerleri hidrodinamik modelde hesaba katılmıştır

Rezidual etkileşmeler çekirdekte çok önemlidir. Etkileşmeler olmasaydı kabuk modelinin yapmış olduğu tahminleri gerçek çekirdeğin taban ve uyarılmış durumlarıyla ilgili özellikleriyle karşılaştırmamız anlamsız olacaktı yine de sihirli sayıya yakın tek-A'lı çekirdeklerin spin ve pariteleri kabuk modeli tahminleriyle karşılaştırabiliriz.

Çekirdeğin taban durumunda çift sayılı nötron veya protonlar toplam spini sıfır ve paritesi pozitif olacak şekilde çiftlenirler. Bundan dolayı tek-A'lı çekirdeklerin spin ve paritesi çift halde olmayan parçacık tarafından işgal edilmiş ortalama alan seviyesinin spin ve paritesiyle belirlenir.

Kapalı kabukların yukarıdaki nükleonların dalga fonksiyonu

$$\psi_{nljm} = \frac{1}{r} u_{nlj}(r) \sum_{m_l, m_s} \left\langle lm_l \frac{1}{2} m_s \mid jm \right\rangle i^l Y_{lm_l}(\theta, \phi) \chi_{m_s} \quad (2.24)$$

ile ifade edilir. Burada $u_{nlj}(r)$ radyal kısmı, χ_{m_s} spin kısmı, $\left\langle lm_l \frac{1}{2} m_s \mid jm \right\rangle$ ise Clebsch-Gordan katsayılarını gösterir. j momentumuna sahip bir parçacığın olduğu

durumlar kapalı kabuk için eksiktir, bu bir oyuk hareketi olarak izah edilebilir. $n|jm$ kuantum sayılı oyuk durumu oluşumu, $n|j - m$ durumundaki bir parçacığın yok edilmesine denktir.

Tek-parçacık modeli tek-A'lı çekirdeklerin taban haldeki spin ve paritelerini önceden doğru olarak bildirir. Bu sadece küçük l-değerli bir alt kabuğun hemen ardından büyük l değerli bir alt kabuk oluşu durumlarda geçerli değildir. En küçük l seviyesinde kalan tek nükleon rezidual etkileşimin bir sonucudur.

Şimdi tek-parçacık kabuk modelinin açıklık getirdiği olaylara bakalım. Tek-parçacık modeli, küresel tek-tek çekirdeklerin taban durumu spinlerini ve paritelerini doğru olarak tahmin eder. İzah ettiği başka bir olay ise nükleer izomerliktir. Bilindiği gibi izomerik durumlar, bağıl olarak uzun ömürlü nükleer uyarılmış durumlardır. Uzun ömürlülük, ya yeniden uyarılma sonucu (de-excitation) oluşan radyasyonun düşük enerjileriyle yada yüksek multipolariteyle ilgilidir. Tek-parçacık kabuk modeli, I_1 alt kabuğunun hemen hemen dolu olduğunu ve en yakın I_1 alt kabuğundan üç birim farklı olan I_2 alt kabuklu izomerik durumların oluştuğunu tahmin eder.

Tek-parçacık modelinin küresel tek çekirdekler taban durumunun spin ve pariteleri ile izomerik durumları açıklamadaki başarısı, spin-yörünge çiftlenimli Harmonik titreşici potansiyelinin ortalama alan kuyusunu iyi bir şekilde tasvir ettiğini gösterir. Rezidual etkileşme, küresel tek-tek çekirdeklerin taban durumu spinleri ve paritelerinde bir değişiklik yapmaz.

Şimdi birazda tek-parçacık kabuk modelinin açıklayamadığı olaylarla ilgili bilgi verelim. Bunlardan birisi de, çekirdeklerde görülen deformasyon mekanizmasıdır. Ayrıca çekirdeklerde görülen yasak geçişlere de açıklık getiremez. Başka bir nokta ise, deneysel olarak ölçülen eylemsizlik momentinin kabuk modeliyle hesaplanan eylemsizlik momentiyle uyuşmamasıdır. Deneysel değerle teorik değerlerin oranı, $\frac{1}{3}$ 'tür. Kabuk modelinde beklenenden daha fazla enerji düzeyleri ortaya çıkmaktadır.

Bu enerji yoğunluğunun nede oluştuğunu kabuk modeli tam olarak açıklayamamaktadır[9].

BÖLÜM 3. BAĞIMSIZ KUAZİPARÇACIKLAR MODELİ

3.1. Nükleonların Çiftlenme Korelasyonları

Atomik çekirdeklerde süperakışkan çiftlenme korelasyonları için kullanılan matematiksel araçlara geçmeden önce teorisinin gelişimiyle ilgili bilgi verelim. Süperakışkan teorisinin kuantum mekaniği ve matematiksel analizi ilk defa 1957 yılında Bogolyubov tarafından yapıldı ve daha sonra Barden, Cooper, Schieffer tarafından süperiletkenlik olayını açıklamak için kullanıldı[10-12]. Bu teori, yukarıda yan yana yazdığımız bilim adamlarının isimlerinin baş harfleri kısaltılıp, BCS teorisi olarak literatüre geçti. BCS teorisi mikroskobik bir teoridir. Normal bir iletkende akıma karşı gösterilen elektriksel direnç, serbest elektronlarının kristal örgü iyonlarının termik hareketleri sebebiyle saçılmaya uğraması sonucu oluşur. BCS teorisi, bir süperiletkenin akıma karşı sıfır direnç göstermesini açıklar. Ayrıca kristal örgü titreşimleri (fononlar aracılığı) ile iletkenlik elektronları arasındaki etkileşmeler, ortamda elektron-cooper çiftlerinin doğmasına yol açmaktadır. Yani bu etkileşme elektronlar arasındaki zayıf çekim kuvveti fonon alışverişiyle oluşmaktadır. Halbuki çekirdekte iki nükleon arasındaki çekim kuvveti güçlü olduğundan, böyle bir alışveriş mekanizmasına gerek yoktur. Süperiletkenlik özelliğinin çekirdeğe uygulanmasıyla ortaya çıkan bu model süperakışkan model olarak isimlendirildi. Süperakışkan modelin temel denklemlerini birçok yoldan türetebiliriz. Fakat burada varyasyon prensibine dayanan bir metodu ve Bogoyubov'un kuaziparçacık metodunu kullanacağız.

Bilindiği gibi nükleonlar arası etkileşmeleri içine alan çekirdek Hamiltoniyeni,

$$H_0 = H_{ort.} + H_{pair} \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bir önceki kısımda, küresel çekirdekler için ortalama alanı spin-yörünge çiftlenimli titreşici potansiyeli veya Woods-Saxon potansiyelinin tasvir ettiğini belirtmiştik. Deforme çekirdekler için ise Nilsson ve deforme Woods-Saxon potansiyeli geçerlidir. Çiftlenme korelasyonlarını ele alan metod çok geneldir ve bu korelasyonlar ortalama alanın simetri özelliklerine veya açık bir biçimine bağlı değildir. Dolayısıyla evvela temel denklemleri genel biçimde türeteceğiz ve daha sonra küresel veya deforme çekirdeklere uygun gelen özel bir formu elde etmek için bu denklemleri düzenleyeceğiz.

Çiftlenme korelasyonları çalışmalarında, $\sigma = \pm 1$ özdeğerlerine sahip kuantum sayısını, kuantum sayılarının tüm setinden ayırmak gerekir. Sadece σ 'nın işaretiyle birbirinden farklılaşan durumlar, zaman tersinirliği dönüşümü altında eşleniktirler. Mesela σ kuantum sayısı, nükleer simetri eksenini üzerindeki açısal momentum izdüşümünün işaretini temsil eder. $q\sigma$, ortalama alanın tek parçacık seviyelerini göstermektedir. $E(q)$, seviyelere karşılık gelen enerjilerdir. Nötron durumlarını $s\sigma$ ile, proton durumlarını $r\sigma$ ile gösterelim.

Süperakışkan nötron-proton korelasyonları, orta ve ağır çekirdeklere oluşmamaktadır. Nötron ve protonlar için, ayrı ayrı çözüm elde edilir. Bu nedenle bağımsız kuaziparçacıklar modelinde nötron ve proton sistemleri ayrı ayrı ele alınır. (3.1) ifadesindeki Hamiltoniyen o zaman nötron ve proton kısımları olmak üzere iki kısımda yazılır.

$$H_0 = H_0(n) + H_0(p) \quad (3.2)$$

bilindiği gibi, çiftlenme korelasyonlarına sebep olan kuvvetler, kısa menzilli kuvvetlerdir. Dolayısıyla $\delta(r-r')$ kuvvetine benzer bir kuvvettir. Bu, çiftlenme kuvvetlerinin momentum temsilinde sabit, farklı tek parçacık durumları için matris elemanlarının yaklaşık olarak aynı olduğu anlamına gelmektedir. Bu düşünceye göre, $G(q+, q-; q'-, q'+)$ matris elemanı q ve q' 'den bağımsızdır. Yani,

$$G(q+, q-; q'-, q'+) = G \quad (3.3)$$

O zaman çiftlenme etkileşmesi iki parametre ile karakterize edilir. G_N niceliği nötron sistemini, G_P niceliği ise proton sistemini temsil eder. (3.2) denklemini aşağıdaki gibi yeniden yazarız.

$$\begin{aligned} H_0(n) &= \sum_{s\sigma} \{E_0(s) - \lambda_n\} a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G_N \sum_{ss'} a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'-} a_{s'+} \\ H_0(p) &= \sum_{r\sigma} \{E_0(r) - \lambda_p\} a_{r\sigma}^+ a_{r\sigma} - G_P \sum_{rr'} a_{r+}^+ a_{r-}^+ a_{r'-} a_{r'+} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Burada $E(s)$ ve $E(r)$, renormalize olmamış tek-parçacık enerjileridir.

Çiftlenme korelasyonlarını tasvir etmede kullanılan matematiksel yaklaşımlar, parçacık sayısını korumamaktadır. Bu etkiyi yok etmek için, ortalama olarak parçacık sayısının korunduğunu düşünelim.

Yani,

$$N = \sum_{s\sigma} \langle | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \rangle ; \quad Z = \sum_{r\sigma} \langle | a_{r\sigma}^+ a_{r\sigma} | \rangle \quad (3.5)$$

şartları geçerlidir. Burada $\langle | \dots | \rangle$ sembolü, ele alınan seviye üzerinden ortalama alındığını gösterir. (3.5) ifadesindeki şartların sağlanması için Lagrange çarpanları gereklidir. λ_n ve λ_p , Lagrange çarpanları genellikle kimyasal potansiyeller olarak isimlendirilir. Yukarıdaki Hamiltoniyene $-\lambda_n N$ ve $-\lambda_p Z$ terimleri eklenir. Bu terimlerin eklenmesi, tek-parçacık enerjilerinin sıfırdan itibaren değil, λ_n ve λ_p enerji değerlerinden, yani nötron veya proton sistemlerinde Fermi-düzey enerjisine yakın olan enerji değerlerinden itibaren sayıldığını göstermektedir.

Şimdi nötron sistemini ele alalım. Nötron sistemi için Hamiltoniyeni (3.4) ifadesinde olduğu gibi yazmıştık. Burada $a_{s\sigma}^+$ operatörü, s durumunda parçacık üretme operatörü, $a_{s\sigma}$ operatörü ise s durumunda parçacık yoketme operatörüdür. Üretme ve yok etme operatörleri bilinen anti-komütasyon kurallarına uyarlar.

$$a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'} a_{s\sigma}^+ = \delta_{ss'} \delta_{\sigma\sigma'} \quad (3.6)$$

$$a_{s\sigma} a_{s'\sigma'} + a_{s'\sigma'} a_{s\sigma} = 0 \quad (3.7)$$

$$a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma'}^+ + a_{s'\sigma'}^+ a_{s\sigma}^+ = 0 \quad (3.8)$$

$a_{s\sigma}^+$ ve $a_{s\sigma}$ operatörlerinin lineer kanonik dönüşümü, parçacık operatörlerinin yerine kuaziparçacık operatörlerini yazmak için kullanılır. Böyle bir kanonik dönüşüm,

$$\begin{aligned} a_{s\sigma} &= u_s \alpha_{s,-\sigma} + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^+ \\ a_{s\sigma}^+ &= u_s \alpha_{s,-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma} \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanır. Kuaziparçacık tasvirindeki yeni yazdığımız operatörler, parçacık operatörleri gibi (3.6), (3.7) ve (3.8)'deki anti-komütasyon bağıntılarını sağlayacaktır. Yani bu operatörler,

$$\eta = u_s^2 + v_s^2 - 1 = 0 \quad (3.10)$$

denklemini gibi bütün reel fonksiyonlar için geçerli olduğunda, fermiyonları tasvir edecektir. (3.9) ifadesindeki kanonik dönüşümün tersi, (3.10) ifadesi de kullanılarak

$$\alpha_{s\sigma} = u_s a_{s,-\sigma} + \sigma v_s a_{s\sigma}^+ \quad (3.11)$$

şeklinde yazılır.

Çift sayılı nötronları içeren bir sistemin taban durumu, kuaziparçacık vakum olarak tanımlanır. Bu vakuma karşılık gelen dalga fonksiyonu, bütün nötron durumları için geçerli olan

$$\alpha_{s\sigma} \psi_0 = 0, \quad \psi_0^* \alpha_{s\sigma}^+ = 0 \quad (3.12)$$

denklemlerinden belirlenebilir.

Şimdide ψ_0 durumunda $H_0(n)$ Hamiltoniyenin beklenen değerini bulalım.

$\langle | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma}^+ a_{s'\sigma}^- a_{s'\sigma}^- | \rangle$ ve $\langle | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma}^+ | \rangle$ ifadeleri (3.12) denklemi ve (3.6), (3.7) ve (3.8)'deki kurallar kullanıldığında kolayca bulunup, aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\langle | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma}^+ | \rangle_0 = \langle | (u_s \alpha_{s,-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^-) (u_s \alpha_{s,-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^-) | \rangle_0 = v_s^2 \langle | \alpha_{s\sigma}^- \alpha_{s\sigma}^- | \rangle_0 = v_s^2 \delta_{ss'} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \langle | a_{s+}^+ a_{s+}^+ a_{s'-}^- a_{s'-}^- | \rangle_0 &= \langle | (u_s \alpha_{s-}^+ + \sigma v_s \alpha_{s+}^-) (u_s \alpha_{s+}^+ - v_s \alpha_{s-}^-) (u_s \alpha_{s'+}^+ - v_s \alpha_{s'-}^-) (u_s \alpha_{s-}^+ + v_s \alpha_{s+}^-) | \rangle_0 \\ &= v_s v_{s'} \langle | (u_s \alpha_{s+}^+ \alpha_{s+}^+ - v_s \alpha_{s+}^- \alpha_{s-}^-) (u_s \alpha_{s'+}^+ \alpha_{s'+}^+ - v_s \alpha_{s'-}^- \alpha_{s'-}^-) | \rangle_0 \\ &= u_s u_{s'} v_s v_{s'} + v_s^2 v_{s'}^2 \langle | \alpha_{s+}^+ \alpha_{s-}^- \alpha_{s'-}^- \alpha_{s'+}^+ | \rangle_0 = u_s u_{s'} v_s v_{s'} + \delta_{ss'} v_s^4 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Hamiltoniyenin beklenen değeri,

$$\langle | H_0(n) | \rangle_0 = 2 \sum_s \{ E_0(n) - \lambda_n \} v_s^2 - G_N \left(\sum_s u_s v_s \right)^2 - G_N \sum_s v_s^4 \quad (3.15)$$

ifadesine eşittir.

Ortalama potansiyelin ampirik olarak bulunduğunu ve bunun sonucu olarak nükleer Hamiltoniyenin farklı terimlerinin katkılarını içerdiğini hatırlayalım. Özellikle çiftlenme etkileşimleri de, ortalama alana katkıda bulunmaktadır. Bu yüzden, $-G_N \sum_s v_s^2 v_s^2$ terimi nükleer Hamiltoniyenin ortalamasını de içermelidir. Dolayısıyla, tek parçacık enerjileri renormalize edilmelidir.

$$E(s) = E_0(s) - \frac{G_N}{2} v_s^2 \quad (3.16)$$

$-G_N \sum_s v_s^4$ terimi, ortalama nükleer alanın çiftlenme korelasyonlarının karakteristiğiyle çiftlenimini tasvir eder. (3.16) ifadesinden, G_N değiştirildiğinde tek parçacık seviyelerinin değişmesi gerektiği açıktır. (3.16) ifadesindeki renormalizasyon kullanılırsa, belli yaklaşıklıkla çiftlenme etkileşiminin ortalama

alanın tek-parçacık seviyeleri üzerinde etkisi yoktur. (3.16) ifadesini kullanarak, $H_0(n)$ Hamiltoniyenin ψ_0 üzerinden ortalama değerini yeniden yazalım

$$\langle |H_0(n)| \rangle_0 = 2 \sum_s \{E_0(s) - \lambda_n\} v_s^2 - G_N \left(\sum_s u_s v_s \right)^2 \quad (3.17)$$

u_s ve v_s fonksiyonları (3.17)'deki enerjinin minimum olma koşulundan belirlenecektir. Yani varyasyon prensibine dayanan bir metod kullanılmaktadır. İlave edeceğimiz μ_s Lagrange çarpanı, (3.10) ifadesindeki şartın geçerliliğini sağlamlaştırmaktadır. δu_s ve δv_s varyasyonları formal olarak birbirinden bağımsızdır. Yani varyasyon her ikisi içinde ayrı ayrı uygulanır.

Eğer

$$\delta \left\{ \langle |H_0(n)| \rangle_0 + \sum_s \mu_s \eta_s \right\} = 0 \quad (3.18)$$

şartını sağlıyorsa enerji bir ekstremuma sahiptir. (3.18) ifadesini kullanarak, δu_s ve δv_s 'e göre ayrı ayrı varyasyon yapılırsa, aşağıdaki gibi iki denklem elde etmiş oluruz.

$$4 \{E(s) - \lambda_n\} \mu_s v_s - 2G_N u_s \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} + 2\mu_s \eta_s = 0 \quad (3.19)$$

$$-2G_N u_s \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} + 2\mu_s \eta_s = 0 \quad (3.20)$$

Birinci terim u_s ile, ikinci terim v_s ile çarpılıp taraf tarafa çıkarılırsa μ_s niceliğinden kurtulmuş oluruz. Bu işlemler yapıldığında,

$$2\{E(s) - \lambda_n\}u_s v_s - (u_s^2 - v_s^2)G_N u_s \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} = 0 \quad (3.21)$$

ifadesini elde ederiz. Parçacık sayısını, (3.5) ifadesini kullanarak,

$$N = 2 \sum_s v_s^2 \quad (3.22)$$

şeklinde elde ederiz. $2v_s^2$ niceliği s seviyesi üzerindeki parçacık yoğunluğu, $2u_s^2 = 2(1 - v_s^2)$ niceliği ise deşik(hole) yoğunluğudur. (3.18) denkleminin iki çözümü vardır. İlk çözüm, $u_s \cdot v_s = 0$ 'dır. Bu, trivial çözüm olup, bağımsız parçacıklara karşılık gelmektedir. u_s ve v_s fonksiyonları, step (basamak) fonksiyonu şeklindedir. Yani,

$$u_s = 1 - \theta_F(s), \quad v_s = \theta_F(s) \quad (3.23)$$

Burada $E(s) < \lambda_n$ ise, $\theta_F(s) = 1$, $E(s) > \lambda_n$ ise $\theta_F(s) = 0$ 'dır. Bu çözüme karşılık gelen dalga fonksiyonu,

$$\psi_0^0 = \prod_{s < F} a_{s+}^+ a_{s-}^+ \psi_{00} \quad (3.24)$$

şeklindedir. Burada

$$a_{s\sigma} \psi_{00} = 0 \quad (3.25)$$

şartı vardır. $s < F$ sembolü $E(s) < \lambda_n$ olduğu anlamına gelmektedir. Başka bir ifadeyle Fermi seviyesine kadar olan tüm seviyeler doludur. Diğer seviyeler boştur.

İkinci bir çözüm trivial olmayandır ve korelasyon fonksiyonuyla karakterize edilir. korelasyon fonksiyonunu,

$$C_n = G_N \sum_s u_s v_s \quad (3.26)$$

şeklinde, $\varepsilon(s)$ enerjisini de

$$\varepsilon(s) = \sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2} \quad (3.27)$$

şeklinde tanımlayalım.

(3.26) ve (3.27) ifadelerini kullanarak, (3.21) ifadesini yeniden düzenlersek

$$u_s^2 v_s^2 = \frac{1}{4} \frac{\varepsilon(s)^2 - \{E(s) - \lambda_n\}^2}{\varepsilon(s)^2} \quad (3.28)$$

ifadesini elde ederiz. $u_s^2 + v_s^2 = 1$ eşitliğini kullanıp, (3.28) denklemini yeniden düzenlersek elde edilen çözümler

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\} \quad (3.29)$$

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\} \quad (3.30)$$

şeklinindedir. Şimdi bu çözümlerden hangisinin geçerli olacağını tayin edelim. Bilindiği gibi parçacıkların seviyelerde bulunma olasılıkları toplamı bire eşittir. Yani $u_s^2 + v_s^2 = 1$ dir.

Burada iki durum oluşmaktadır.

1) $u_s^2 = 0$ ise $v_s^2 = 1$ olmalıdır. Yani, tek parçacık enerjisinin Fermi enerji düzeyinin altında olduğunu gösterir. Bu durumda Fermi enerji düzeyine kadar bulunan bütün haller doludur. Diğer durumlar boştur.

2) $u_s^2 = 1$ ise $v_s^2 = 0$ olmalıdır. Yani, tek parçacık enerjisi Fermi enerji düzeyinin üstündedir. O zaman Fermi enerji düzeyinin üstündeki seviyeler parçacıklar tarafından doldurulamaz, tamamen boş bırakılır.

u_s^2 ve v_s^2 için bu iki durumu sağlayan ifadeler,

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\} \quad (3.31)$$

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{E(s) - \lambda_n}{\varepsilon(s)} \right\} \quad (3.32)$$

şeklinde olur. Böylece bulmak istediğimiz çözümleri elde etmiş oluruz. (3.26), (3.31) ve (3.32) ifadelerini (3.21) ifadesinde yerine koyarsak,

$$u_s v_s = \frac{1}{2} \frac{C_n}{\varepsilon(s)} \quad (3.33)$$

ifadesini elde ederiz. (3.31), (3.32) ve (3.33) denklemlerini (3.21)'de yerine koyarsak,

$$1 = \frac{G_N}{2} \sum_s \frac{1}{\sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}} \quad (3.34)$$

ifadesini elde ederiz.

(3.22) ifadesinde yerine (3.32) ifadesindeki eşitliği yazarsak, parçacık sayısı için

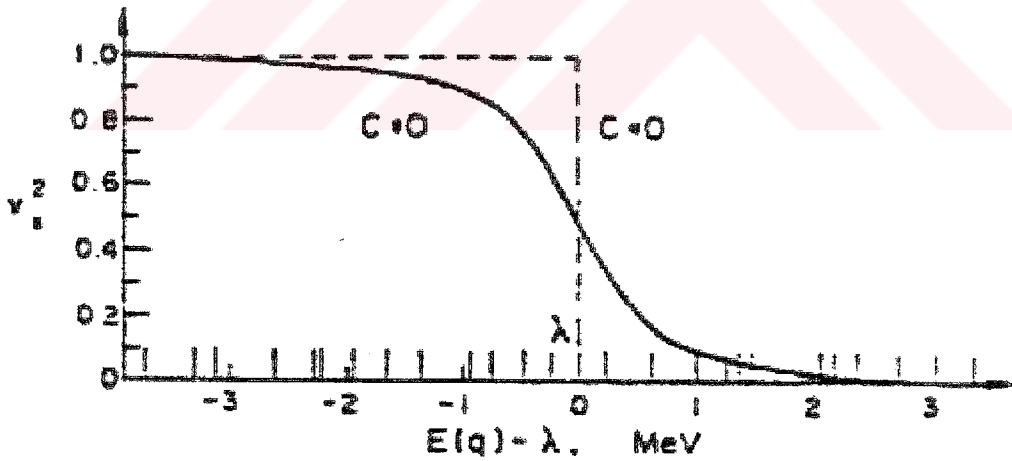
$$N = \sum_s \left\{ 1 - \frac{E(s) - \lambda_n}{\sqrt{C_n^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}} \right\} \quad (3.35)$$

ifadesini elde ederiz. (3.34) ve (3.35) denklemlerinin analitik çözümleri C_n ve λ_n 'yi belirlememize yardımcı olur.

(3.26) ifadesi (3.17) denkleminde yerine konursa, taban durumu enerjisi için

$$\varepsilon_0^n = \sum_s 2E(s)v_s^2 - \frac{C_n^2}{G_N} \quad (3.36)$$

ifadesi elde edilir. C_n 'nin sıfır olması nükleonlar arasında etkileşmenin olmadığını gösterir. Bu durum bağımsız parçacıklar durumudur. (3.36) ifadesinde $C_n = 0$ olursa, tek parçacık hareketin enerji seviyelerini elde etmiş oluruz. C_n 'nin sıfırdan farklı olması nükleonlar arasında etkileşme olduğunu gösterir. Bu durum süperakışkan duruma karşılık gelir. Eğer $C_n = 0$ ve C_n 'nin sıfırdan farklı durumları için v_s^2 parçacık bulunma olasılığının enerjiye göre değişimini grafiksel olarak gösterelim.

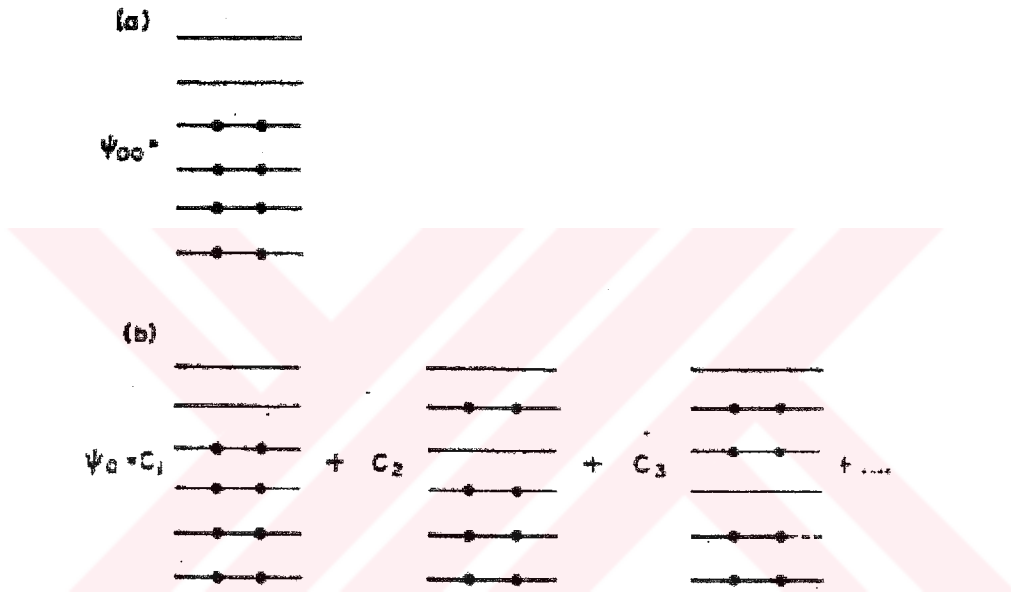


Şekil 3.1. Tek-Parçacık Seviyeleri arasındaki Tek-Parçacık Çifti Yoğunluğu Dağılımı. Kesikli olmayan eğri süperakışkan duruma, kesikli eğri normal duruma karşılık gelir

Şimdi bu grafiği birkaç cümle ile yorumlayalım. $C_n = 0$ olduğunda değişim bir step fonksiyonu şeklindedir ve burada parçacıklar Fermi enerji seviyesinin üzerine çıkamamaktadır. C_n sıfırdan farklı olduğunda, değişim step fonksiyonu olmaktan

çıkarak eğrisel bir hal almaktadır ve burada parçacıklar Fermi enerji seviyesinin üzerine çıkıp, enerji seviyesinin altında kalan halleri de boş bırakabilmektedir. Böylece kabuk modeliyle açıklanamayan yasak geçişlere ve çokluğuna süperakışkan teorisi açıklık getirmektedir.

Şimdi de bağımsız parçacıklar ve bağımsız kuaziparçacıklar modeline karşılık gelen durumlar için tek-parçacık seviyeleri üzerindeki parçacıkların yoğunluğunu şematik olarak gösterelim.



Şekil 3.2. Tek-Parçacık Seviyelerdeki Parçacıkların Dağılımı.

(a) Bağımsız Parçacıklar Modeli (b) Bağımsız Kuaziparçacıklar Modeli (izdüşüm)

Şekil 3.2'deki ψ_{00} durumu bağımsız parçacıklar modeline karşılık gelen durumları, ψ_0 ise bağımsız kuaziparçacıklara karşılık gelen durumları göstermektedir. Şekil 3.2 aslında dalga fonksiyonunun belli parçacık sayısına sahip alt uzay üzerine izdüşümünü göstermektedir. Görüleceği gibi süperakışkan durumun taban durum enerjisi ψ_{00} durumunun enerjisinden daha küçüktür. Buda, kinetik enerji kaybının potansiyel enerji kadarlık kazançtan daha küçük olduğunu göstermektedir.

Taban durumundan söz etmişken birazda taban durumu dalga fonksiyonu hakkında bilgi verelim. Taban durumu dalga fonksiyonunun

$$\psi_0 = \prod_{s'} (u'_{s'} + v'_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (3.37)$$

formunda olduğunu kabul edelim. Bu dalga fonksiyonuna kuaziparçacık yok etme operatörü etki ettirilirse ve (3.25)' teki şart kullanılırsa

$$\begin{aligned} \alpha_{s+} \psi_0 &= (u_s a_{s-} + v_s a_{s+}^+) \prod_{s'} (u'_{s'} + v'_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \\ &= \prod_{s' \neq s} (u'_{s'} + v'_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) (-u_s v'_s a_{s+}^+ + v_s u'_s a_{s+}^+) \psi_{00} \\ &= (u'_s v_s - u_s v'_s) a_{s+}^+ \prod_{s' \neq s} (u'_{s'} + v'_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} = 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

ifadesi elde edilir. Buradan $u_s = u'_s$ ve $v_s = v'_s$ elde edilir. buda, kuaziparçacık operatörü içindeki parçacık ve deşiklerin olasılıklarını belirleyen fonksiyonlarla taban durumu içindeki olasılıkları belirleyen fonksiyonların eşit olduğunu belirtmektedir. O zaman dalga fonksiyonu,

$$\psi_0 = \prod_{s'} (u_s + v_s a_{s+}^+ a_{s-}^+) \psi_{00} \quad (3.39)$$

şeklinde yazılabilir. Nükleonların çiftlenme etkileşmesi çekici ve G_N değeri yeterince büyük olduğundan nükleer taban durumu süperakışkan haldedir. Eğer

$$\frac{G_N}{2} \sum_s \frac{1}{|E(s) - \lambda_n|} > 1 \quad (3.40)$$

eşitsizliği geçerli olursa, (3.34) ifadesinin trivial olmayan çözümleri mevcut olacaktır. Bu şart, sihirli olmayan orta ve ağır çekirdeklerin çoğunda sağlanır. Yani nükleer taban durumlar, süperakışkandır.

Orta ve ağır çekirdeklere süperakışkan nötron-proton çiftlenme korelasyonlarının olmadığından daha önce bahsetmiştik. Böyle bir korelasyonun olması için,

$$|\lambda_n - \lambda_p| < 2C \quad (3.41)$$

şartı sağlanmalıdır. Yani, nötron ve protonun kimyasal potansiyelleri arasındaki fark $2C$ 'den daha küçüktür. (3.41) ifadesindeki bu şart orta ve ağır çekirdeklere sağlanmaz. Eğer süperakışkan nötron-nötron ile proton-proton çiftlenme korelasyonları yoksa, o zaman bir hafif çekirdeğin taban durumu enerjisi minimum olur. Bu sonuç da bağımsız kuaziparçacıklar modeli çerçevesinde hafif çekirdeklere süperakışkan nötron-proton çiftlenme korelasyonlarının olmadığını gösterir.

Nükleer süperakışkan modelde ele alınan matematiksel yaklaşım metotları parçacık sayısını tam olarak korumamaktadır. Yani parçacık sayısında küçük dalgalanmalar oluşmaktadır. Şimdi taban durumunda bulunan nötron parçacık sayısında oluşan dalgalanmayı tahmin edelim. Bunun için ψ_0 durumundaki parçacık sayısı dalgalanmalarının ortalama karesini hesaplamalıyız. Yani,

$$(\Delta N)^2 = \left\langle \left(\sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \right\rangle^2 = 4 \sum_s u_s v_s = \sum_s \frac{C_N^2}{C_N^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2} \quad (3.42)$$

ifadesini buluruz. Parçacık sayısı dalgalanmalarının küçük olmadığı açıktır. Eğer C_n sifira yaklaşırsa, $(\Delta N)^2$, de sifira yakınsar. (3.5) ifadesindeki koşul sağlandığında parçacık sayısının ortalama olarak korunacağını ve bunun içinde λ_n Lagrange çarpanının gerekli olduğunu daha önce belirtmiştik. O zaman λ_n 'yi

$$\lambda_n = \frac{\delta \langle \psi_0 | H_0(n) | \psi_0 \rangle}{\delta N} \quad (3.43)$$

şeklinde yazabiliriz. Yani, λ_n , bir nötron eklendiğinde taban enerjisinde meydana gelen değişmeye eşittir.

(3.34) ve (3.35) denklemlerinin analitik olarak çözüldüğü özel bir modeli tartışmak yararlı olur. Tek-parçacık seviye yoğunluğunun sabit ve E_1 ve E_2 enerji aralığında ζ 'ya eşit olduğunu farzedelim. Böyle bir durum bazı yönleriyle deforme çekirdeğin tek-parçacık spektrumuna benzemektedir. Burada λ_n Fermi enerjisi, E_1 ve E_2 'ye de yakın olmamalıdır.

Eğer E_1 ve E_2 'nin altında tek-parçacık seviyeleri yoksa, incelenen durum izole edilmiş kabuk olur. Seviyelerin toplam sayısı o zaman $\Omega = \zeta(E_2 - E_1)$ 'dir ve maksimum parçacık sayısı 2Ω 'ya eşittir.

(3.34) ve (3.35) ifadelerindeki toplamları integral biçiminde yazarsak, önceki denklemler

$$1 = \frac{G_\zeta}{2} \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{\sqrt{C^2 + \{E - \lambda\}^2}} \quad (3.44)$$

$$N = \zeta \int_{E_1}^{E_2} \left\{ 1 - \frac{E - \lambda}{\sqrt{C^2 + \{E - \lambda\}^2}} \right\} \quad (3.45)$$

şekline dönüşür. Bu ifadelerdeki integral işlemleri yapıldığında,

$$C = \frac{1}{\sin \frac{2}{G_\zeta}} \sqrt{(E_1 - \lambda)^2 + (E_2 - \lambda)^2 - 2(E_1 - \lambda)(E_2 - \lambda) \cosh \frac{2}{G_\zeta}} \quad (3.46)$$

$$\frac{N - \Omega}{\zeta} = \sqrt{C^2 + (E_1 - \lambda)^2} - \sqrt{C^2 + (E_2 - \lambda)^2} \quad (3.47)$$

bağıntılarını elde ederiz. (3.46) bağıntısını (3.47)'de yerine yazıp, hiperbolik fonksiyonların özelliklerini kullanırsak

$$\frac{E_1 + E_2}{2} - \lambda = \frac{N - \Omega}{2\zeta} \frac{1}{\tanh \frac{1}{G_\zeta}} = \frac{N - \Omega}{2\zeta} \frac{e^{2/G_\zeta} + 1}{e^{2/G_\zeta} - 1} \quad (3.48)$$

ifadesini elde ederiz. (3.48) ifadesi (3.46) ifadesinde yerine yazılırsa, C için

$$C = \frac{\sqrt{N(2\Omega - N)}}{2\zeta(e^{1/G_\zeta} - e^{-1/G_\zeta})} \quad (3.49)$$

ifadesi elde edilir. (3.49) ifadesinden $N=0$ veya $N=2\Omega$ olursa çiftlenme korelasyonlarının olmayacağı açıktır. $N=2\Omega$ durumu tam olarak dolu kabuğa karşılık gelir. Bu durum da, (3.40) ifadesindeki eşitsizliğin geçerli olmadığı ve Fermi seviyesi üzerindeki kapalı tek parçacık seviyelerinin olmadığı durumda çiftlenme korelasyonlarının oluşmayacağını göstermektedir.

Eğer $N=2$ veya $N=2(\Omega-1)$ ise, o zaman korelasyon fonksiyonu küçük olacak ve parçacık veya deşik sayısı artacaktır. Maksimum değere kabuk yarı dolu olduğunda ulaşacak, yani $N=\Omega$ olacaktır. (3.48) ve (3.49) ifadelerinden,

$$C = \frac{\Omega}{\zeta} \frac{1}{e^{1/G_\zeta} - e^{-1/G_\zeta}}, \quad \lambda = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (3.50)$$

ifadesini elde ederiz. Buradan kimyasal potansiyel λ_n 'nin kabuğun ortasında olduğu açıktır.

Gerçek durumda $\zeta G < 1$ 'dir ve yukarıda bulduğumuz ifadeler yaklaşık olarak,

$$C \approx \frac{1}{2\zeta} \sqrt{N(2\Omega - N)} e^{-1/G_\zeta} \quad (3.51)$$

$$\frac{E_1 + E_2}{2} - \lambda \approx \frac{N - \Omega}{2\zeta} \quad (3.52)$$

şeklindedir.

BÖLÜM 4. YAKLAŞIK İKİNCİ KUANTUMLAMA METODU

4.1. Giriş

Bu metot ilk olarak Bogolyubov tarafından ileri sürüldü[9] ve daha sonra geliştirilerek elektron gaz probleminin çözümü için uygulandı. Bu metot çok parçacıklı sistemlerin çözümlerinde kullanılmaya başlandı. İkinci kuantumlama metodunun başlıca iki türü vardır. Bunlar Tamm-Dancoff (TD) metodu ve Rasgele Faz Yaklaşımı (RPA) metodudur.

TD metodu ilk olarak Tamm tarafından kuantum alan teorisinde formulize edilmiştir[13]. Daha sonra bu metot bağımsız olarak Dancoff tarafından geliştirildi[14]. Metodun matematiksel temeli Fock tarafından geliştirildi. Bunu daha önce fonksiyonlar metoduyla kuantum elektrodinamiğini formulize etmişti. TD metodu (süperakışkan çiftleme korelasyonları olmadan) hafif, orta ve ağır çekirdeklerle yapılan çalışmalarda yaygın olarak kullanıldı.

TD metodu sadece uyarılmış hallerin kuaziparçacık etkileşimini hesaba katar, etkileşme taban durumunu içermez. Bu yüzden bir çift çift çekirdeğin taban durumu kuaziparçacık vakumudur. TD metodunun bu eksikliği hesaplamalarda taban durumu da hesaba katan yeni bir metot olan RPA metodu tarafından giderilmiştir. Şekil 4.1. (a) da gösterilen diyagram TD metodunu içerir. TD metodunun başlıca eksikliği taban ve uyarılmış durumların asimetric davranışlarıdır. Bu eksik yukarıda ifade ettiğimiz tüm durumlarda kuaziparçacık etkileşimini içine alan RPA metodunda gözönüne alınarak giderilmiştir. Yani Şekil 4.1 (b) de görüldüğü gibi RPA metodu toplamdaki diyagramların geniş bir sınıfı kullanılır. Yaklaşık ikinci kuantumlama metodunun bir türü olan RPA bu bölümde ele alınacaktır.

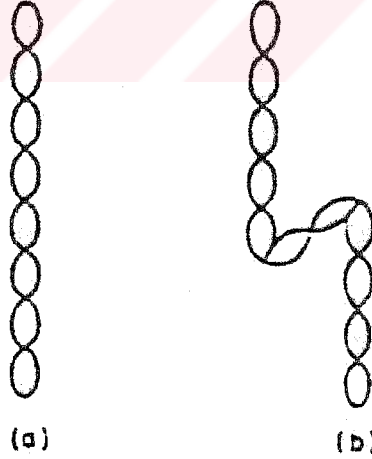
4.2. Rasgele Faz Yöntemi (RPA)

Şimdi RPA metodunun ana prensipleri üzerinde duracağız. Bu metotta; $C(s, s')$ ve $C^+(s, s')$ ile gösterilen kuaziparçacık çifti operatörleri kullanılacaktır. Kolaylık olsun diye $C(s, s')$ ve $C^+(s, s')$ operatörlerini $C_{ss'}$ ve $C_{ss'}^+$ gibi sade bir şekilde yazabiliriz. Bu operatörler;

$$C_{ss'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s', \rho} \alpha_{s, -\rho} \quad (4.1)$$

$$C_{ss'}^+ = -C_{s's}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s, -\rho}^+ \alpha_{s', \rho}^+ \quad (4.2)$$

ifadeleriyle tanımlanırlar bu ifadelerdeki s ve s' iki farklı durumu, α , α^+ sırasıyla kuaziparçacık yoketme ve kuaziparçacık üretme operatörleridir. ρ ise ± 1 değerlerini alır.



Şekil 4.1. Yaklaşık ikinci kuantumlama metodunu içeren diyagramlar
a) TD Metodu b) RPA Metodu

(4.1) ve (4.2) operatörleri aşağıdaki komütasyon bağıntılarına uyarlar.

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = \delta_{st} \delta_{s't'} - \delta_{st'} \delta_{s't} + \sum_{\substack{s'', \rho'' \\ s''', \rho'''}} F(\delta) \cdot (s, s'; t, t'; s'', s''') \alpha_{s''\rho''}^+ \alpha_{s'''\rho'''} \quad (4.3)$$

$$[C_{ss'}, C_{tt'}] = [C_{tt'}^+, C_{ss'}^+] = 0 \quad (4.4)$$

Burada $F(\delta)$ Kronecker δ fonksiyonlarını içine alan bir ifadedir. (4.3) ifadesinin çıkarılışı ile ilgili ara işlemler EK C'de yapılmıştır.

Kuaziparçacık etkileşimi çift-çift çekirdeklerde taban hale etki eder. Taban halin dalga fonksiyonu kuaziparçacık vakumuna eşit değildir. Ve dalga fonksiyonu kuaziparçacıkların sayısı farklı (fakat daima çift) olduğu küçük bileşenlerini de içine alır. Fakat biz sadece taban haldeki ortalama kuaziparçacık sayısının küçük olduğu durumları da hesaba katacağız. Bu bizim temel varsayımımızdır. Matematiksel olarak bu varsayım;

$$\langle 0 | \alpha_{sp}^+ \alpha_{s'\rho'} | 0 \rangle = 0 \quad (4.5)$$

olması anlamına gelir. Bu temel varsayım, kullanılırsa (4.3) bağıntısındaki $\alpha_{sp}^+ \alpha_{s'\rho'}$ terimlerini içeren ifadeler ihmal edilebilir.

Bu sonuçla $C_{ss'}$ operatörü bozon komütasyon bağıntıları ile tanımlanmış olur. Bundan dolayı bu metoda zaman zaman “kuazi-bozon” yaklaşımı da denir. Artık (4.3) ifadesinin yerine,

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = \delta_{st} \delta_{s't'} - \delta_{st'} \delta_{s't} \quad (4.6)$$

ifadesi yazılabilir.

Fonon operatörleri de,

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i C_{ss'} - \phi_{ss'}^i C_{ss'}^+ \} \quad (4.7)$$

$$Q_i^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i C_{ss'}^+ - \phi_{ss'}^i C_{ss'} \} \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilecektir. Buradaki (s, s') indisleri belli seçim kuralları ile birbirlerine bağlı tek parçacık hallerinin çiftlerini göstermektedir. $i = 1, 2, 3, \dots$ indisi de bir fononlu hallerin dizisini ifade eder. Doğal olarak (s, s') çiftlerinin sayısı ve i hallerinin sayısı eşittir. Bu yüzden $\psi_{ss'}^i$ ve $\phi_{ss'}^i$ matrisleri kare matrislerdir. Bir çift-çift çekirdeğin taban hali bir fonon vakumu olarak, tüm i 'ler için geçerli olmak üzere,

$$Q|\psi\rangle = 0 \quad (4.9)$$

şartı ile tanımlanacaktır. O halde uyarılmış haller; bir fononlu haller için

$$Q_i^+ \psi$$

iki fononlu haller için

$$Q_i^+ Q_r^+ \psi$$

şeklindedir. Taban ve uyarılmış hallere uygun gelen dalga fonksiyonlarının ortonormalliği, fonon operatörlerinin

$$[Q_i, Q_j^+] = \delta_{ij} \quad (4.10)$$

$$[Q_i, Q_j] = [Q_i^+, Q_j^+] = 0 \quad (4.11)$$

ile verilen bozon komütasyon bağıntılarına uyması ile sağlanır.

(4.10), (4.11) ve (4.3), (4.6) şartlarının bir araya gelmesinden $\psi_{ss'}^i$ ve $\varphi_{ss'}^i$ bilinmeyen matrisleri için

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j - \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j) = 2\delta_{ij} \quad (4.12)$$

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j - \psi_{ss'}^j \varphi_{ss'}^i) = 0 \quad (4.13)$$

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \psi_{s't'}^i - \varphi_{ss'}^i \varphi_{s't'}^i) = \delta_{ss'} \delta_{s't'} + \delta_{s't'} \delta_{ss'} \quad (4.14)$$

olması gereklidir. Bu bağıntılardan yararlanarak $C(s, s')$ ve $C^+(s, s')$ operatörleri fonon operatörleri cinsinden, ters dönüşüm yapılarak

$$C_{ss'} = \sqrt{2} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i Q_i - \varphi_{ss'}^i Q_i^+ \} \quad (4.15)$$

$$C_{ss'}^+ = \sqrt{2} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i Q_i^+ - \varphi_{ss'}^i Q_i \} \quad (4.16)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Şimdi taban halinin yapısı incelenecektir. Bunun için operatörler arasındaki ilişkiyi matris formunda yazmak yararlı olacaktır:

$$\begin{pmatrix} Q \\ Q^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -F \\ -F & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ C^+ \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

burada $D = \frac{1}{2} |\psi_{ss'}^i|$ ve $F = \frac{1}{2} |\varphi_{ss'}^i|$ şeklindedir. Q ile C karşılık gelen sütun vektörleridir. Kuaziparçacık vakumu ise,

$$C\psi_0 = 0$$

ile belirlidir. RPA vakumu $\psi \equiv |\psi\rangle \equiv |RPA\rangle$ ise (4.9) koşulundan, $Q|RPA\rangle = 0$ ile belirlidir. (4.7) den Q,

$$Q = DC - FC^+ \quad (4.18)$$

olur ve $\Gamma = D^{-1}Q$ şeklinde bir operatör tanımlanırsa,

$$\Gamma = C - D^{-1}FC^+ = C + 2LC^+ \quad (4.19)$$

olur. Burada $L = -D^{-1}F$ şeklindedir. Şimdi $1/\sqrt{N}$ normalizasyon sabiti olmak üzere,

$$M = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-(1/2)C^+LC^+} \quad (4.20)$$

şeklinde bir operatör tanımlanırsa, A^+ ile M 'nin komut olduğu açıktır, bu nedenle,

$$M^{-1}\Gamma M = M^{-1}CM + 2LC^+ \quad (4.21)$$

olur. Şimdi $M^{-1}CM$ operatörü bulunursa;

$$CM = C(s,s') \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{1}{2} \sum_{\substack{s \\ i}} \sum_{\substack{s' \\ i'}} C^+(s,s') L(s,s',t,t') C^+(t,t') \right)^n \quad (4.22)$$

ve ayrıca,

$$\begin{aligned} C(s,s') \left(-\frac{1}{2} \sum_{\substack{s \\ i}} \sum_{\substack{s' \\ i'}} C^+(s,s') L(s,s',t,t') C^+(t,t') \right) &= \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{\substack{s \\ i}} \sum_{\substack{s' \\ i'}} C^+(s,s') L(s,s',t,t') C^+(t,t') C(s,s') - 2 \sum_{\substack{s \\ i}} \sum_{\substack{s' \\ i'}} L(s,s',t,t') C^+(t,t') \end{aligned} \quad (4.23)$$

şeklindedir. Bazı işlemlerden sonra

$$M^{-1}CM = C - 2LC^+ \quad (4.24)$$

olduğu görülebilir ve bu nedenle,

$$M^{-1}\Gamma MM^{-1}|RPA\rangle = 0 \quad (4.25)$$

olur. Yukarıdaki verilen ifadelerden yararlanılırsa,

$$M^{-1}\Gamma MM^{-1}|RPA\rangle = CM^{-1}|RPA\rangle = 0 \quad (4.26)$$

olur. Fakat $C\psi_0 = 0$ olduğu için,

$$M^{-1}|RPA\rangle = \psi_0 \quad (4.27)$$

şeklinde elde edilir veya,

$$|RPA\rangle = M\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-(1/2)C^+LC^+} \psi_0 \quad (4.28)$$

olarak bulunur. Böylece çift-çift çekirdeğin bu yaklaşım altında taban hali,

$$|RPA\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp \left\{ \frac{1}{4} \sum_{\substack{s, s' \\ i, i'}} (\psi^{-1})_{ss'}^i \varphi_{ii'}^s C^+(s, s') C^+(t, t') \right\} \psi_0 \quad (4.29)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade taban hal fonksiyonunun kuaziparçacıksız olduğunu ve dörtlü, sekizli,vb kuaziparçacıklı hallerin katkısından oluştuğunu gösterir. Bu yaklaşım altında $|RPA\rangle$ iki kuaziparçacıklı bileşenleri içermemektedir.

4.3. Kuaziparçacık Rasgele Faz Yöntemi (QRPA)

Kapalı kabukları tam olarak doymamış, eşleme etkileşmesinin kuvvetli olduğu çekirdekler için RPA yaklaşımının kuaziparçacık versiyonu olan ve QRPA ile temsil edilen bir yaklaşım kullanılır. Bu yaklaşım, deforme çekirdeklere gözlenen [15] makas mod uyarılmaları kadar düşük enerjili çok kutupluluk titreşimleri ve dev rezonansları da [16] açıklamada başarılı bulunmuş bir yaklaşımdır.

Çift-çift deforme çekirdeklere iki kuaziparçacığın birleştiği farzedilirse paritesi, açılal momentumu ve K izdüşümü olan seviyelerin yoğunlukları artacaktır. Burada çekirdeğin aksenal simetri merkezini olması önemlidir. Yani çekirdeğin 180° döndürsek simetride hiçbir değişiklik olmaz. Eğer spin I=1 ise K=1,-1,0 değerlerini alır ve burada simetri eksenini için yozlaşma olduğundan K=1,0 değerlerini alır. Bu yaklaşımın (QRPA) diğer adı Kuasi-Bozon Yaklaşımı (QBA)'dır. İki kuaziparçacık (kuaziparçacığın spini ½ ve katlarıdır) birleşirse spini 1 olan parçacık üretir veya yokeder. Kuaziparçacık boş ve dolu kabuk arasında olabilir. Spini 1 olan parçacıklar Bozo-Einstein istatistiğine uyduklarından dolayı bu yaklaşıma QBA yaklaşımı denmiştir.

Bu yaklaşımda RPA yaklaşımında verilen (4.3) ifadesi

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = \delta_{st} \delta_{s't'} + \delta_{s't} \delta_{s't'} + \sum_{\substack{s'', \rho'' \\ s''', \rho'''}} F(\delta) \cdot (s, s'; t, t'; s'', s''') \alpha_{s'' \rho''}^+ \alpha_{s''' \rho'''} \quad (4.30)$$

şeklinde idi. QRPA metodunda bu ifadedeki altı çizili olan terimler gözönüne alınmaz..

Bir sonraki bölümde QRPA yaklaşımı çerçevesinde spin titreşimleri ve seviyeler arasındaki geçiş ihtimalleri için bağıntılar elde edilecektir.

BÖLÜM 5. SPİN TİTREŞİMLERİ VE B(M1) GEÇİŞ İHTİMALLERİ

5.1. Spin Titreşimlerinin QRPA Metodu ile Araştırılması

Çift-çift deforme çekirdeklere giriş bölümünde bahsedildiği gibi çok sayıda uyarılmış 1^+ seviyelerin varolduğu bilinmektedir. Bu spin ve paritedeki kolektif halleri birkaç mekanizma üretebilir. 1960'lı yıllarda bu konuyla ilgili en çok yapılan çalışmalar çekirdeğin hacmindeki veya yüzeyindeki titreşimlerdir (kuadropol ve monopol titreşimleri). Bu modlar her bir parçacığı bağlayan ortalama alandaki değişimle ilgilidir. Bohr bu önceden bilinen modlara ek olarak iki parçacık yaratıp yok eden alanlara dayanan titreşim modları önerdi[17].

Daha sonraki yıllarda yapılan araştırmalar çekirdekdeki spin-spin kuvvetlerinin 1^+ seviyelerinin meydana gelmesinden sorumlu olduğu bulunmuştur[1,2].

Çekirdekdeki etkileşmelerde dönme değişmezliği, öteleme değişmezliği ve etkileşmenin kendisinin değişmezliği olmalıdır. Çekirdeği oluşturan parçacıkların \vec{r} , $\vec{\sigma}$ ve $\vec{\tau}$ ile gösterilen üç serbestlik derecesi vardır. Sistemin potansiyeli bu serbestlik derecelerine bağlıdır.

$$V(\vec{r}, \vec{\sigma}, \vec{\tau}) = V_0(\vec{r}) + V_\sigma \vec{\sigma}\vec{\sigma} + V_\tau \vec{\tau}\vec{\tau} + V_{\sigma\tau} \vec{\sigma}\vec{\sigma}\vec{\tau}\vec{\tau} + \dots \quad (5.1)$$

$V_\sigma \vec{\sigma}\vec{\sigma}$ terimi spin-spin etkileşmelerini göstermek üzere, $\vec{\sigma}$ spin operatörü parçacık operatörleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\vec{\sigma} = \sum_{(s\rho)} \sigma_{s\rho s'\rho'} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho'} \quad (5.2)$$

Burada $\sigma_{s\rho s'\rho'} = \langle s\rho | \sigma | s'\rho' \rangle$ spin matris elemanlarıdır. Bu ifadede Bölüm 3'te kuaziparçacık operatörleri cinsinden tanımlanan $a_{s\rho}^+$ ve $a_{s'\rho'}$ parçacık operatörleri yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} = & \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \mu_{ss'} B_{ss'} + \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (C_{ss'}^+ + C_{ss'}) \right\} + \\ & + \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \mu_{ss'} \bar{B}_{ss'} - \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (\bar{C}_{ss'}^+ + \bar{C}_{ss'}) \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

ifadesi elde edilir[18]. Burada $\mu_{ss'} = u_s u_{s'} + v_s v_{s'}$ ve $L_{ss'} = u_s v_{s'} + u_{s'} v_s$ bilinen Bogolyubov kuaziparçacık dönüşüm parametreleridir. (5.3) ifadesinin çıkarılışı ve ara işlemler Ek B' de verilmiştir.

QRPA yaklaşımında (5.3) ifadesindeki terimlerden sadece

$$\vec{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (C_{ss'}^+ + C_{ss'}) \quad (5.4)$$

terimi alınır. Diğer terimler hesaba katılmaz. Biz hesaplarımızda (5.4) ifadesinde verilen spin operatörünü kullanacağız.

Eksenel simetrik ortalama bir alanda çiftleşme kuvvetleri yoluyla etkileşen nükleonlar sistemini ele alalım. Bu durumda sistemin uygun tek parçacık Hamiltonyeni

$$H_{spp} = \sum_{s,\tau} E_s(\tau) (\alpha_s^+(\tau) \alpha_s(\tau) + \alpha_{\bar{s}}^+(\tau) \alpha_{\bar{s}}(\tau)). \quad (5.5)$$

şeklinde verilir. Burada E_s nükleonların tek kuaziparçacık enerjileri, $\alpha_s^+(\alpha_s)$ kuazi parçacık yaratma(yoketme) operatörleri ve $|\bar{s}\rangle$, $|s\rangle$ tek parçacık durumlarının zaman tersinirli halidir. τ izospin indeksi nötronlar(protonlar) için n(p) değerlerini alır.

Şimdi spin-spin kuvvetlerinin deforme çekirdeklere 1^+ durumlarını oluşturduğu kabul edilerek sistemin Hamiltoniyeni

$$H = H_{sqp} + H_{koll} \quad (5.6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada sqp indisi tek kuaziparçacık, koll indiside spin titreşimine işaret etmektedir. H_{koll} ifadesi de spin etkileşmelerini tanımlayan hamiltoniyendir ve aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$H_{coll} = \frac{1}{4} \chi \bar{\sigma}_n \bar{\sigma}_n + \frac{1}{4} \chi \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_p + \frac{1}{2} q \chi \bar{\sigma}_n \bar{\sigma}_p \quad (5.7)$$

Burada

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (C_{ss'}^+ + C_{ss'}) \quad (5.8)$$

ifadesi olarak elde edilmiştir. Burada $L_{ss'} = u_s v_{s'} - u_{s'} v_s$ ve $u_i (v_i)$ bilinen Bogolyubov kuaziparçacık dönüşüm parametreleridir. Kolektif uyarılmaların spektrumunu genellikle kuaziparçacık kavramı kullanılarak elde edilir. (5.8) ifadesindeki C^+ ve C operatörleri fonon operatörleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$$C_{ss'} = \sqrt{2} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i Q_i + \varphi_{ss'}^i Q_i^+ \} \quad (5.9)$$

$$C_{ss'}^+ = \sqrt{2} \sum_{ss'} \{ \psi_{ss'}^i Q_i^+ + \varphi_{ss'}^i Q_i \} \quad (5.10)$$

Bu ifadeleri (5.8)'de yerlerine yazılırsa

$$\bar{\sigma} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'}) (Q^+ + Q) \quad (5.11)$$

elde edilir. Burada $g_{ss'} = \psi_{ss'} + \varphi_{ss'}$ kısaltması yapılırsa,

$$\vec{\sigma} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} \mathbf{g}_{ss'} (Q^+ + Q) \quad (5.12)$$

ifadesine geçilir. Burada daha sonra yapacağımız hesaplamalarımızı kolaylaştırmak için,

$$R_n = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} \mathbf{g}_{ss'} \quad (5.13)$$

$$R_p = \sum_{vv'} \sigma_{vv'} L_{vv'} \mathbf{g}_{vv'} \quad (5.14)$$

kısaltmaları yapılır.

Şimdi sistemin hamiltoniyeni (5.5) ve (5.7) denklemleri kullanılarak aşağıdaki gibi açık bir şekilde yazılabilir.

$$H = H_{spp} + H_{koll}$$

$$H = \left\{ \sum_{nöt} E_{ss'} (\psi_{ss'}^2 + \phi_{ss'}^2) + \sum_{prot} E_{vv'} (\psi_{vv'}^2 + \phi_{vv'}^2) + \chi R_n^2 + \chi R_p^2 + 2q\chi R_n R_p \right\} Q_i^+ Q_i \quad (5.15)$$

QRPA'da kolektif 1^+ seviyelerinin dalga fonksiyonlarına bir fonon fonksiyonu olarak bakılacaktır. Bu nedenle vakumdaki bir kuaziparçacık çifti için dalga fonksiyonu

$$|\psi_i\rangle = Q_i^+ |\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sum_{nöt} \{ \psi_{ss'}^i C_{ss'}^+ - \phi_{ss'}^i C_{ss'} \} + \sum_{prot} \{ \psi_{vv'}^i C_{vv'}^+ - \phi_{vv'}^i C_{vv'} \} \right] |\psi_0\rangle \quad (5.16)$$

gibi yazılabilir. Burada Q_i^+ fonon üretim operatörü ve $|\Psi_0\rangle$ çift çift çekirdeğin taban durumuna uygun gelen fonon vakumudur. $\psi_{ss'}$, $\phi_{ss'}$ iki kuaziparçacık durumlarının genlikleridir ve $\psi_{ss'}$, $\phi_{ss'}$ genlikleri fonon operatörünün komütasyon şartlarına uygun olarak aşağıdaki gibi normalleştirilebilir. Bu normalizasyon koşulu;

$$\sum_{\mu\tau} [\psi_{\mu}^{i^2}(\tau) - \phi_{\mu}^{i^2}(\tau)] = 1 \quad (5.17)$$

ile tanımlanır. Buradaki μ indisi n(veya p) indislerini birlikte ele alan genel yazılıştır.

Şimdi bir fononlu uyarılmış halleri araştırmak için,

$$HQ_i^+|\psi\rangle = [H, Q_i^+]\psi + Q_i^+H|\psi\rangle \quad (5.18)$$

hareket denkleminde yararlanarak,

$$\langle\psi|Q_i HQ_i^+|\psi\rangle = \langle\psi|Q_i [H, Q_i^+]\psi\rangle + \langle\psi|Q_i Q_i^+ H|\psi\rangle \quad (5.19)$$

$$" = \omega_i \langle\psi|Q_i Q_i^+|\psi\rangle + \langle\psi|H|\psi\rangle$$

$$" = \omega_i + \langle\psi|H|\psi\rangle \quad (5.20)$$

yazılabilir. Hamiltoniyenin özfonksiyon ve özdeğerlerini bulmak için RPA'nın bilinen işlemlerini kullanarak ve

$$[H_{sap} + H_{koll}, Q_i^+] = \omega_i Q_i^+ \quad (5.21)$$

$$[H_{sap} + H_{koll}, Q_i] = -\omega_i Q_i \quad (5.22)$$

hareket denklemlerini çözerek ve varyasyon ilkesi kullanılarak 1^+ seviyelerinin uyarılma enerjileri

$$\delta \left\{ \langle\psi|Q_i HQ_i^+|\psi\rangle - \langle\psi|H|\psi\rangle - \omega_i \left(\sum_i (\psi_s^{i^2} - \phi_s^{i^2}) - 1 \right) \right\} = 0 \quad (5.23)$$

denklemi vasıtasıyla ulaşılabacak dispersiyon denkleminin kökleridir. Yukarıdaki varyasyon işlemi bir kere ψ ve bir kere de φ için yapılırsa şu denklemlere ulaşılır:

$$(E_{ss'} - \omega_i)\psi_{ss'} + \sigma_{ss'}L_{ss'}(\chi R_n + q\chi R_p) = 0 \quad (5.24)$$

$$(E_{ss'} + \omega_i)\varphi_{ss'} + \sigma_{ss'}L_{ss'}(\chi R_n + q\chi R_p) = 0 \quad (5.25)$$

bu denklemlerden QRPA genlikleri $\psi_{ss'}$ ve $\varphi_{ss'}$ çekilirse,

$$\psi_{ss'} = -\chi(R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'}L_{ss'}}{(E_{ss'} - \omega_i)} \quad (5.26)$$

$$\varphi_{ss'} = -\chi(R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'}L_{ss'}}{(E_{ss'} + \omega_i)} \quad (5.27)$$

denklemleri bulunur. Şimdi bu ifadeler R_n ve R_p ifadelerinde yerlerine yazılırsa ve

$$F_n = 2 \sum_n \frac{\sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2 E_{ss'}}{E_{ss'}^2 - \omega_i^2} \quad (5.28)$$

$$F_p = 2 \sum_p \frac{\sigma_{vv'}^2 L_{vv'}^2 E_{vv'}}{E_{vv'}^2 - \omega_i^2} \quad (5.29)$$

olarak tanımlanırsa nötron ve proton sistemi için iki dispersiyon denklemi elde edilir.

$$R_n + F_n \chi R_n + q\chi R_p F_n = 0 \quad (5.30)$$

$$(1 + F_p \chi) R_p + q\chi F_p R_p = 0 \quad (5.31)$$

bu iki denklemden yararlanarak

$$(1 + \chi^{F_n})(1 + \chi^{F_p}) - q^2 \chi^{2F_n F_p} = 0 \quad (5.32)$$

buluruz. İşte bu denklemin kökleri eşleme titreşimlerinin meydana getirdiği uyarılmış 1^+ hallerinin enerjilerini verir.

Şimdi (5.32) ifadesindeki parantez açılırsa,

$$q=1 \text{ için } 1 + \chi^{(F_n + F_p)} = 0 \Rightarrow 1 + \chi^{F_n} = -\chi^{F_p} \quad (5.33)$$

ve

$$q=-1 \text{ için } (1 + \chi^{F_n})R_n - \chi^{F_p}R_p = 0 \Rightarrow \frac{R_p}{R_n} = \frac{1 + \chi^{F_n}}{\chi^{F_n}} \quad (5.34)$$

$$-\chi^{F_p}R_n + (1 + \chi^{F_p})R_p = 0 \Rightarrow \frac{R_p}{R_n} = \frac{\chi^{F_p}}{1 + \chi^{F_p}} \quad (5.35)$$

elde edilir. Bu ifadelerini genel bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$L_i = \frac{R_p}{R_n} = \frac{1 + \chi^{F_n}}{q\chi^{F_n}} = -\frac{q\chi^{F_p}}{1 + \chi^{F_p}} \quad (5.36)$$

Bu ifadeyi ψ_μ, φ_μ genliklerine uygulanırsa ve (5.17) normalizasyon koşulunda bu genlikler kullanılırsa aşağıdaki gibi tanımlanan $Z(\omega_i)$ fonksiyonu elde edilmiş olur.

$$Z(\omega_i) = (1 + qL_i)^2 Y_n + (L_i + q)^2 Y_p \quad (5.37)$$

Bu fonksiyondaki Y_n ve Y_p kısaltmaları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$Y(\omega_i) = 4\omega_i \sum_{\mu} \frac{E_{\mu} \sigma_{\mu}^2 L_{\mu}^2}{(E_{\mu}^2 - \omega_i^2)^2} \quad (5.38)$$

Tek fononlu (5.16) dalga fonksiyonunun $\psi_{\mu}^i, \varphi_{\mu}^i$ iki kuaziparçacık genliklerini tekrar düzenlenerek yazılırsa;

$$\psi_{ss'} = -\frac{1+qL_i}{\sqrt{Z}} \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{E_{ss'} - \omega_i} \quad \varphi_{ss'} = -\frac{1+qL_i}{\sqrt{Z}} \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{E_{ss'} + \omega_i} \quad (5.39)$$

$$\psi_{vv'} = -\frac{L_i + q}{\sqrt{Z}} \frac{\sigma_{vv'} L_{vv'}}{E_{vv'} - \omega_i} \quad \varphi_{vv'} = -\frac{L_i + q}{\sqrt{Z}} \frac{\sigma_{vv'} L_{vv'}}{E_{vv'} + \omega_i} \quad (5.40)$$

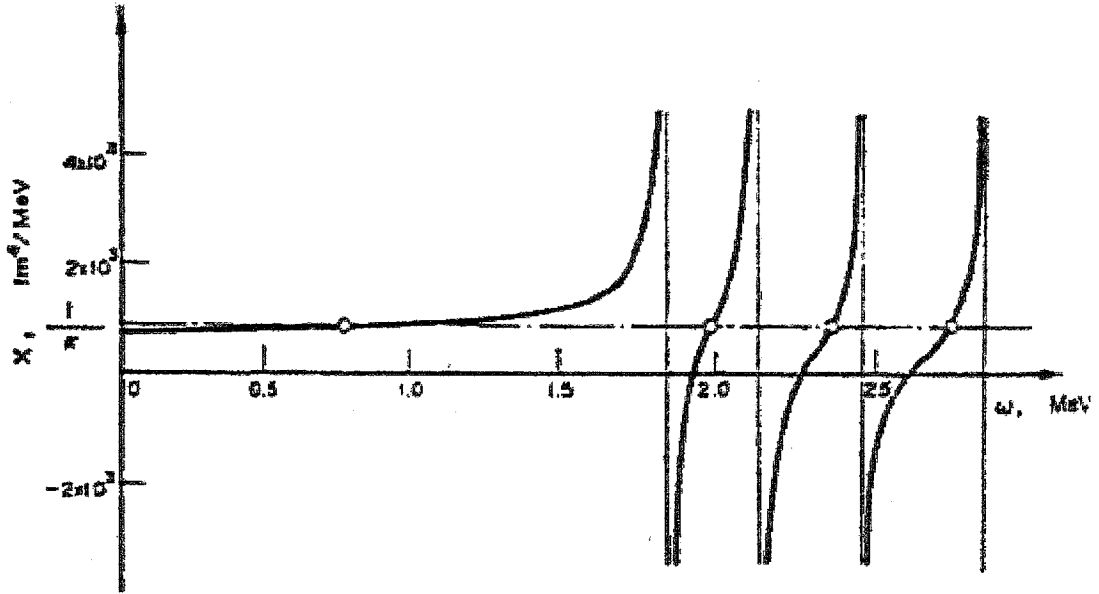
ifadelerini buluruz. Burada ss' indisleri nötron ve vv' indisleri ise proton sistemlerine karşı gelmektedir.

Yukarıdaki ifadelerde verilen q nötron-proton etkileşmesini karakterize eden ve deneysel sonuçlar fit edilerek bulunmuş bir değerdir. Tek çekirdeklerdeki manyetik momentlerin deneysel verilerle karşılaştırılmaları sonucu q ' nun -1 değerine sahip olduğu tespit edilmiştir. Buda kullanılan spin-spin etkileşimlerinin izovektör dalına karşı gelmektedir.

Çiftlenme korelasyonlarını tasvir etmede kullanılan matematiksel yaklaşımlar, kuaziparçacık sayısını korumamaktadır. Bu etkiyi yok etmek için, ortalama olarak parçacık sayısının korunduğunu düşünelim. Bu durumda taban haldeki kuaziparçacık sayısı,

$$N = 2 \sum_{ss'} \varphi_{ss'}^2 \quad (5.41)$$

ifadesiyle verilir. Bir sonraki bölümde bir örnek olarak ^{154}Sm çekirdeği için kuaziparçacık sayıları (5.41)'den yararlanılarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.1. QRPA yaklaşımında $F(\omega_i)$ çözüm fonksiyonunun tipik davranışı

5.2. Kolektif 1^+ Durumlarının Manyetik Özellikleri

Spin-Titreşim 1^+ seviyelerinin en karakteristik niceliği çekirdek taban durumundan uyarılmalarının M1 geçiş matris elemanlarıdır.

$$M_i = \langle \psi_i | \vec{\mu} | \psi_0 \rangle \quad (5.41)$$

burada manyetik dipol operatörü

$$\vec{\mu} = \sum_{\tau,i} [(g_s^\tau - g_l^\tau) \vec{s}_i^\tau + g_l^\tau \vec{J}_i^\tau] \quad (5.42)$$

ile ifade edilir. Burada J toplam açısal momentum operatörüdür, g_s^τ ve g_l^τ ise sırasıyla nükleonların spin ve yörüngesel jromanyetik oranlarıdır. Dalga fonksiyonunun (5.16) ifadesini kullanarak (5.41) ve (5.42) ifadelerinin yardımıyla 1^+ seviyelerinin taban halinden uyarılmalarının indirgenmiş M1 geçiş ihtimali için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$B(M1,0 \rightarrow 1^+) = \frac{3}{16\pi} \left[\sum_{nbt.} \mu_{ss'}^n L_{ss'} g_{ss'} + \sum_{prot.} \mu_{vv'}^p L_{vv'} g_{vv'} \right] \quad (5.43)$$

burada $\mu_{ii}^{(\tau)}$, $\vec{\mu}$ manyetik dipol operatörünün tek-parçacık matris elemanlarıdır.

5.3. Enerji Ağırlıklı Toplam Kuralı

Atom çekirdeği güçlü bir şekilde etkileşen çok parçacıklı bir sistemdir. Pratikte güçlü olarak etkileşen bir sistemin tanımlanması çok karmaşık olduğundan, çok parçacık probleminin analizinde bazı yaklaşımlar kullanmak gerekir. Nükleer çok parçacıklı sistemin yaklaşık çözümünde Hartree-Fock(HF) ve Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) metotları sıkça kullanılır. İlk adımda teori çekirdeği bağımsız parçacık dalga fonksiyonları ile tanımlar, ancak bu şekilde çiftlenme ve diğer komplike korelasyonlar dışlanmış olur (Kabuk Modeli). Kapalı kabuklardan uzak çekirdeklerde ise nükleonlar arasında statik çiftlenme korelasyonları mevcuttur. HFB teorisi çekirdekteki bu korelasyonları tanımlar (Bağımsız Kuaziparçacıklar Modeli). Her iki teoride de çeşitli fiziksel problemlerin çözümünde önemlidir. Ancak çekirdekte yer alan diğer yüksek mertebeli etkileşmeleri içermedik için, nükleer kolektif hareketi tam olarak tanımlayamazlar. Bu nedenle, koherent kolektif etkilerin tanımını içeren diğer metotların kullanılması gerekir.

Mikroskobik nükleer modeller, nükleer kolektif modların özelliklerini araştırmak için başarılı bir şekilde kullanılmaktadır[16]. Bu modeller etkin nükleer etkileşme kavramını kullanır. Her bir nükleer etki için nükleer kuvvetlerin bundan sorumlu bileşeni bulunur ve sadece bu bileşen hesabın içine sokulur. Bu şekilde, nükleer çok parçacık problemi sınırlı sayıda nükleer serbestlik dereceli bir probleme indirgenir.

Bu konuda klasik olarak birkaç yöntem vardır; Nükleer madde yaklaşımı, Gren fonksiyon yöntemi, Yaklaşık ikinci kuantumlanma yöntemi (TD, RPA) ve Bogolyubov'un özuyumlu alan yöntemi. Bu yöntemlerin hepsi, çok parçacıklı sistemin kolektif hareketinin tanımını içerir. Bununla birlikte nükleer fizikte tam olarak çözülebilen modellerde, elektrik ve manyetik multipol radyasyonu, alfa ve beta geçiş olasılıklarının hesabı için çok önemlidir.

Kuantum mekaniğinde, sistemin bir durumdan diğer bir duruma geçiş ihtimalleri, matris elemanları için geçerli olan ve toplam kuralları olarak adlandırılan belirli ilişkilerle sınırlandırılır. Toplam kuralları enerji ağırlıklı ve enerji ağırlıksız olmak üzere iki çeşittir ve geçiş operatörlerinin komütasyon ilişkileri kapalılık bağıntılarından faydalanarak elde edilir. Enerji ağırlıklı toplam kuralı (NEWSR) matrislerin çarpım kuralından elde edilir.

Toplam kuralı mikroskobik nükleer teoride nükleer kolektif uyarılmaların özelliklerini araştırmak için kullanılmıştır. Toplam kuralları, çekirdekteki keyfi bir potansiyel durumunda, dev dipol ve kuadrupol rezonans enerjisinin titreşici hesabını elde etmeye izin verir. TD ve RPA çözümlerinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla da nükleer geçiş matris elemanları içinde toplam kurallarından yararlanır.

Bu toplam kuralı;

$$\frac{1}{4} \langle \psi_0 | [\bar{\mu}, [H, \bar{\mu}]] \psi_0 \rangle = \frac{8}{3} \pi \sum_i \omega_i B_i (M1, 0^+ \rightarrow 1^+) \quad (5.44)$$

şeklinde ifade edilir[19] ve biz özellikle (5.44) eşitliğinin sağ tarafının sol tarafına eşit olacak şekilde doyumuyla ilgileniyoruz. Yani,

$$\chi_n(\omega_i) = \frac{8}{3} \pi \sum_i \omega_i B_i (M1, 0^+ \rightarrow 1^+) \quad (5.45)$$

fonksiyonunun enerjiye göre değişimini irdelleyeceğiz.

Yukarıdaki (5.44) eşitliğinin solundaki kısım χ parametresinden bağımsız olduğundan ω 'ye göre değişmezdir, ve kuaziparçacık enerjileri ve matris elemanlarıyla belirlenir. Sonuç olarak toplam kural hesabı; toplam kurala karşı farklı 1^+ durumlarının katkısı hakkında bilgimize verilen (5.45) fonksiyonunun QRPA çözümlerinin doğruluğu hakkında bazı sonuçlar saptamamıza bir imkan sağlar.

BÖLÜM 6. NÜMERİK HESAPLAMALAR VE TARTIŞMALAR

Bu çalışmadaki nümerik hesaplamalar deforme Saxon-Woods tek parçacık modeli baz alınarak yapılmıştır. Schrödinger denklemi Saxon-Woods potansiyeli vasıtasıyla ref.[20]'de kullanılan metodla çözüldü. Biz nadir toprak elementlerinin $150 < A < 178$ bölgesinde yer alan ^{154}Sm , ^{168}Er ve ^{178}Hf çift-çift deforme çekirdekleri için izovektör spin-spin kuvvetlerinin ürettiği kolektif $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin özelliklerini araştırdık. Bu çekirdeklerin için hesaplamalarda kullanılan deformasyon parametreleri ise ref.[21] den alınmıştır. Soloviev'e göre seçilmiş olan eşleme-etkileşme sabitleri [22], çekirdek çalışmalarına uygun olan tek parçacık seviyelerine dayandırılmıştır. Bu sebeple araştırmamızın bütününde harmonik yaklaşımdaki QRPA metodunun dışına çıkılmamıştır. İzovektör spin-spin etkileşme sabiti $\chi_{\sigma\tau} = 40/A$ MeV olarak seçilmiştir[23]. Kullanılan bu değer bizi iyi deformeli nadir toprak çekirdeklerinde makas modu parçalanmasının tatmin edici bir tasvirine götürür.

Yaptığımız hesaplamalarda spektroskopik enerji bölgesindeki (5 MeV'e kadar) ve yüksek enerji bölgesindeki kolektif $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin enerjileri, M1 geçiş matris elemanlarının enerji ağırlıklı toplam kuralına katkıları, bu geçişlerin uyarılma güç fonksiyonlarının enerji dağılımı ve iki-kuaziparçacık yapısı incelenmiştir. ^{154}Sm , ^{168}Er ve ^{178}Hf çekirdekleri için yapılan bu hesaplamaların sayısal dökümü aşağıdaki tablolarda ayrıntılı olarak verilmiştir.

Spin uyarılmalarının meydana getirdiği rezonans bölgesini ve B(M1) değerlerinin büyük olduğu kolektif seviyeleri tespit etmek çok önemlidir. Teorik hesaplamalarda düşük enerjili spektroskopik bölgede B(M1) indirgenmiş geçiş ihtimallerinin

nispeten büyük değerler aldığı görülmüştür. Spektroskopik enerji bölgesindeki (4 MeV'e kadar) 1^{+1} seviyelerinin iki-kuaziparçacık karakterli olmasından dolayı nötron-proton spin-spin etkileşimleri çok zayıftır. Bu bölgedeki B(M1) geçiş ihtimalleri için $B(M1,0 \rightarrow 1^{+}) \leq 1.2\mu_N^2$ olduğu gözlenmiştir.

Tablo 6.1' den görüldüğü gibi; ^{154}Sm çekirdeği için spektroskopik bölgede BM1 değerlerinin nispeten büyük olduğu iki-kuaziparçacık karakterli az kolektif olan 1^{+1} uyarılma seviyeleri mevcuttur. Bu seviyelerin enerji ağırlıklı toplam kuralına katkıları (%5 civarı) küçüktür.

Tablo 6.2' den yüksek enerji bölgesinde BM1 değerlerinin büyük olduğu kolektif 1^{+1} uyarılma seviyeleri mevcuttur. Bu seviyelerin enerji ağırlıklı toplam kuralına katkıları (%80 civarı) büyüktür. Bu seviyelerin oluşturduğu rezonans bölgesinde B(M1) geçiş ihtimallerinin $B(M1,0 \rightarrow 1^{+}) \leq 3.2\mu_N^2$ olduğu gözlenmiştir.

^{168}Er çekirdeğinde spektroskopik enerji bölgesinde 1^{+1} uyarılma seviyeleri iki-kuaziparçacık karakterli olduğundan kolektiflikleri azdır (Tablo 6.3). Spektrumun 10-12 MeV enerji aralığında ise çok kolektif olan spin-titreşim 1^{+1} seviyeleri vardır. Bu seviyeler manyetik dipol rezonansını meydana getirirler (Tablo 6.4).

^{178}Hf çekirdeği için yapılan teorik hesaplamalar spektroskopik bölgede B(M1) değerlerinin $B(M1,0 \rightarrow 1^{+}) \leq 1.4\mu_N^2$ olduğu seviyelere rastlanmaktadır (Tablo 6.5) .

Yüksek enerji bölgesinde ise $B(M1,0 \rightarrow 1^{+}) \leq 1.8\mu_N^2$ olduğu kolektif seviyeler mevcuttur (Tablo 6.6).

Tablo 6.1. Sm^{154} için spektroskopik enerji bölgesindeki karakteristik $I^\pi K = 1^+1$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri

Enerji ω MeV	BMI μ_N^2	Genlik ψ_μ	Seviyelerin Yapısı	Deney (γ, γ')		Deney (e, e')	
				ω MeV	BMI μ_N^2	ω MeV	BMI μ_N^2
2.201	0.139	0.655 0.267	pp 541-532 pp 532-523	1.973	0.15(8)		
2.232	3.744	-0.213 0.265 -0.653 -0.667	nn521-521 pp541-532 pp532-523 pp420-411	2.444 2.907 3.092 3.117	0.18(4) 0.18(4) 0.45(4) 0.31(4)	2.90 3.10	0.46(9) 0.68(8)
3.262	1.148	0.286 0.643	pp411-411 pp422-413	3.193 3.371 3.492 3.621	0.81(6) 0.14(3) 0.10(4) 0.19(6)	3.20	0.90(8)
4.412	0.587	-0.700	pp420-411				
4.632	0.166	-0.706	pp411-402				
4.735	0.691	0.152 0.688	nn523-514 pp411-422				
5.335	0.218	0.679 0.129	pp550-541 pp413-413				
5.738	0.336	-0.318 0.392 -0.451	nn512-523 pp541-550 pp413-413				

Tablo 6.1'de bizim hesapladığımız sayısal sonuçlar ile (γ, γ') ve (e, e') saçılması deneylerinde gözlenen 1^+1 seviyelerinin enerjileri ve B(M1) değerleri verilmiştir[24]. Deneysel sonuçlarda parantez içinde verilen sayılar hata payımı ifade etmektedir. Bizim teorik olarak bulduğumuz seviyelerin sayısı ile deneylerde gözlenen seviyelerin sayısı arasında bir uyum vardır.

Tablo 6.2. Sm^{154} için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve $B(M1)$ 'in en büyük değerlerinin listelendiği seviyeler

<i>Enerji</i> ω <i>MeV</i>	<i>BMI</i> μ_N^2	<i>Genlik</i> ψ_μ	<i>Durum</i> <i>Yapısı</i>
10.410	0.708	-0.223 0.209 0.219 0.122 0.114 -0.423 -0.101 -0.231	nn550-541 nn640-422 nn512-532 nn505-503 nn505-505 pp521-541 pp440-420 pp633-404
10.849	1.035	-0.154 0.108 0.231 0.138 0.185 0.252 -0.326 0.306	nn510-541 nn505-505 pp541-521 pp521-541 pp440-411 pp440-422 pp541-512 pp512-523
11.347	3.194	0.165 0.103 -0.173 0.107 0.163 -0.176 0.101 0.125 0.328 -0.122 -0.171 -0.144 -0.102 0.149 -0.131	nn550-510 nn510-541 nn523-505 nn514-514 nn505-505 pp541-521 pp521-541 pp541-512 pp532-303 pp431-402 pp532-514 pp512-523 pp422-413 pp642-413 pp404-404
11.366	0.954	-0.624 0.101	pp532-303 pp642-413
11.552	0.961	-0.328 0.508 -0.279	nn550-510 nn523-505 pp532-514
11.716	1.797	-0.101 0.121 0.115 0.608	nn550-510 nn523-505 nn505-505 pp532-514

Tablo 6.3. Er¹⁶⁸ için karakteristik $I^\pi = 1^+$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri

Enerji ω MeV	BMI μ_N^2	Genlik ψ_μ	Durum Yapısı
2.715	0.940	0.704	pp 550-530
2.792	2.397	-0.700	pp523-514
3.731	1.301	-0.171 -0.239 0.638	nn521-512 nn523-514 pp411-402
4.213	1.089	-0.206 -0.675	nn642-633 pp413-404
4.774	0.682	-0.106 0.130 0.679	nn761-512 pp550-521 pp411-400
5.475	0.217	-0.112 0.103 0.170 0.420 -0.477	nn 400-660 nn651-651 pp550-541 pp532-532 pp411-642
6.037	0.488	0.695	pp400-411

Tablo 6.4. Er¹⁶⁸ için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve B(M1)'in en büyük değerlerinin listendiği seviyeler

Enerji ω MeV	BMI μ_N^2	Genlik ψ_μ	Durum Yapısı
10.757	1.334	-0.468 -0.162 0.148 -0.111 0.367	nn512-532 pp550-521 pp640-651 pp532-514 pp422-404
11.333	1.434	-0.314 0.167 0.115 -0.484 0.130	nn550-501 nn541-512 pp431-400 pp651-651 pp532-514
11.457	1.016	-0.384 0.390 -0.122 0.340	nn510-541 nn523-505 pp651-411 pp651-651
11.565	1.146	0.191 -0.189 -0.175 0.102 0.136 0.228 -0.491 -0.112	nn510-541 nn523-505 pp431-402 pp411-431 pp651-651 pp301-523 pp411-422 pp651-422
11.624	1.728	0.141 -0.131 -0.140 -0.100 0.353 0.136 -0.365 0.235	nn510-541 nn633-404 nn523-505 nn505-505 pp411-431 pp651-651 pp301-523 pp411-422
11.752	1.389	0.481 0.401 0.109 -0.121	nn411-642 nn633-404 pp301-521 pp411-431

Tablo 6.5. Hf^{178} için karakteristik $I^\pi K = 1^+1$ seviyeleri ve B(M1) geçiş ihtimalleri

Teorik				Deney (γ, γ')	
Enerji ω MeV	BMI μ_N^2	Genlik ψ_μ	Durum Yapısı	Enerji ω MeV	BMI μ_N^2
2.661	1.460	0.704	pp 523-514	2.613 2.840	0.459 0.297
3.288	0.768	0.582 0.392	pp550-530 pp411-402	2.894	0.123
3.601	0.261	0.256 0.233 -0.130 -0.470 -0.156 -0.249	nn510-501 nn660-631 nn651-633 nn503-503 pp411-411 pp651-402	2.916 3.293 3.410 3.546 3.578	0.144 0.048 0.068 0.171 0.119
3.803	0.237	-0.242 -0.149 0.334 0.524	nn660-631 nn503-503 nn752-503 pp413-404	3.589 3.610 3.773	0.209 0.165 0.095
4.173	0.984	0.234 -0.634 0.133 0.135	nn624-615 pp411-400 pp411-402 pp402-402	3.824 3.932	0.096 0.143
5.402	0.660	0.263 0.149 -0.408 0.461	nn521-501 pp530-550 pp400-411 pp532-532		

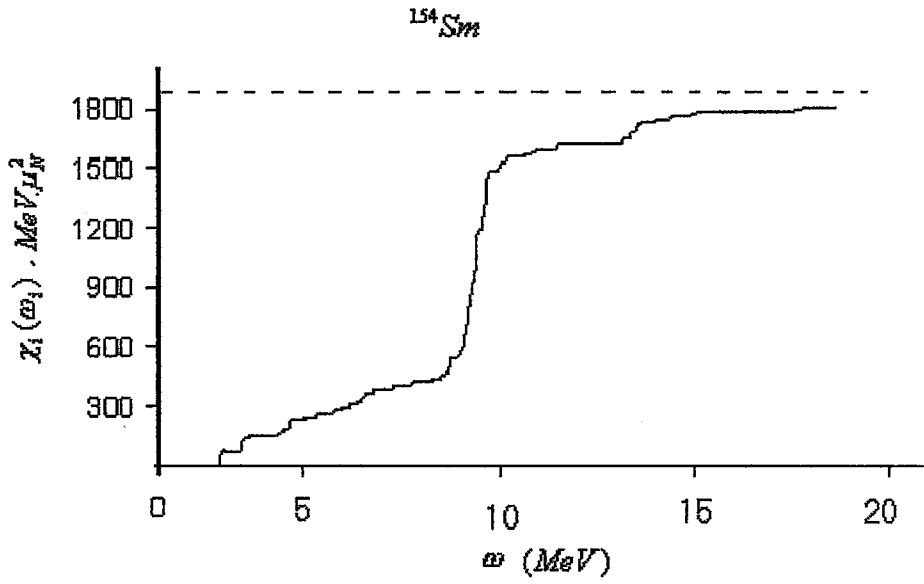
Tablo 6.5'te verilen deney sonuçları (γ, γ') saçılma deneyinden elde edilen sonuçlardır. ^{178}Hf geçiş bölgesi çekirdeği için yapılan foton saçılma deneyinden[25] elde edilen sonuçlar ile teorik sonuçlarımızı yukarıdaki tabloyu gözönüne alarak mukayese edersek; spektroskopik enerji bölgesinde (≈ 4 MeV) gözlenen $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin enerjileri ile teorik olarak hesaplanan enerjilerin birbiriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Yukarıdaki tabloda teorik hesaplarımızdan sadece B(M1) geçiş ihtimalinin büyük olduğu değerleri aldığımızdan dolayı seviyelerin sayısı az görünmektedir.

Tablo 6.6. Hf¹⁷⁸ için yüksek enerji bölgesindeki $I^\pi K = 1^+1$ seviyelerinin yapısı ve B(M1)'in en büyük değerlerinin listelendiği seviyeler

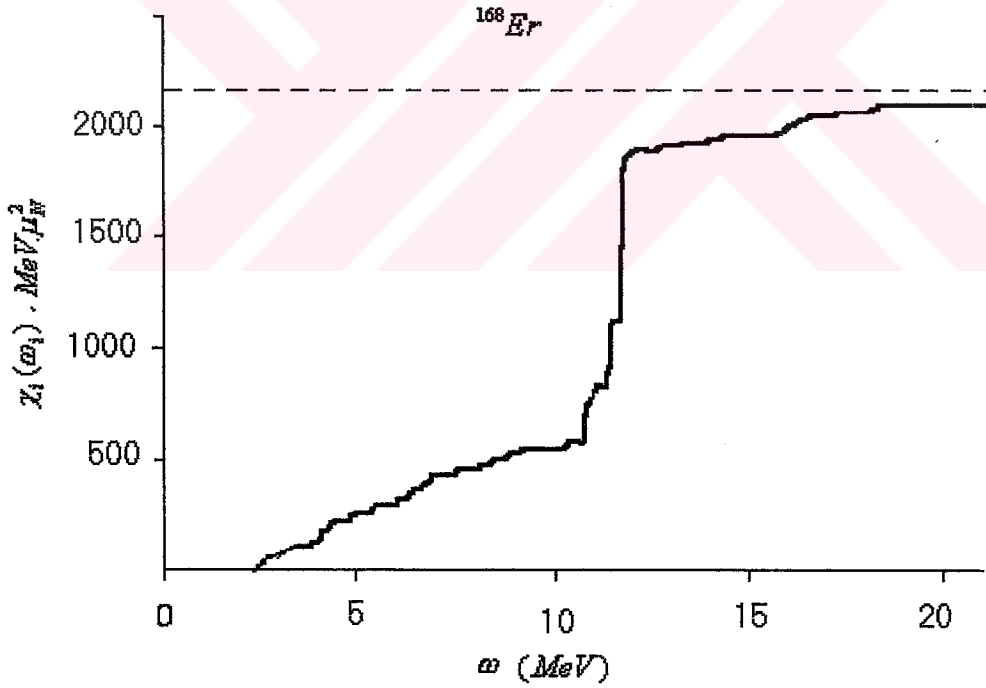
<i>Enerji</i> ω <i>MeV</i>	<i>BMI</i> μ_N^2	<i>Genlik</i> ψ_μ	<i>Durum</i> <i>Yapısı</i>
9.401	1.353	-0.179 -0.620	nn642-633 pp503-514
10.131	1.174	0.108 0.155 -0.276 -0.154 -0.408 0.281 -0.185	nn521-512 pp530-521 pp550-512 pp521-541 pp541-512 pp521-512 pp532-514
10.238	1.140	-0.451 0.239 0.289 0.276 -0.102 -0.113	nn550-501 nn550-761 pp530-521 pp541-512 pp532-514 pp413-413
10.504	2.951	-0.245 0.502 -0.114 0.193	pp530-521 pp413-413 pp514-514 pp633-624

Manyetik dipol rezonansın enerjisini belirlemek için M1 geçişlerinin enerji ağırlıklı toplam kuralının sayısal değerleri irdelenmiştir. Bu hesaplamalar Sm, Er ve Hf çekirdekleri için tek tek yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 6.1, 6.2 ve 6.3' teki grafiklerde gösterilmiştir (burada kesikli çizgiler (Denklem 5.44) toplam kuralındaki kuaziparçacık değerlerini, sürekli çizgiler ise toplam kuralının χ_i (Denklem 5.45) doyma tavrını göstermektedir).

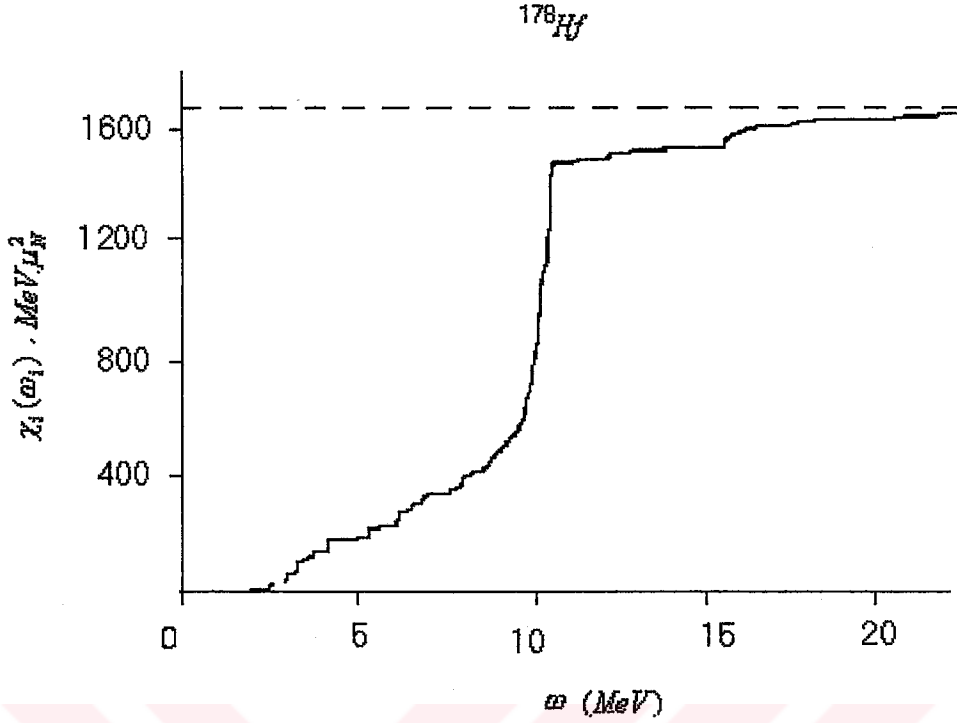
¹⁵⁴Sm çekirdeği için doyma ≈ 1813 MeV civarındadır. Şekilden görüldüğü gibi 9-11 MeV enerji aralığındaki seviyelerin toplam kuralına katkıları $\approx 80\%$ 'den fazladır. (Şekil 6.1). ¹⁶⁸Er çekirdeğinde ≈ 2200 MeV civarında doyuma ulaşıldığı görülmektedir (Şekil 6.2). ¹⁷⁸Hf çekirdeğinde ise ≈ 1700 MeV civarındaki enerjilerde doyuma ulaşıldığı görülmektedir (Şekil 6.3).



Şekil 6.1. ^{154}Sm çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı. Kesikli çizgi toplam kuralının değerini, sürekli çizgi ise χ_1 (Denklem 5.45) fonksiyonunun değerini gösterir

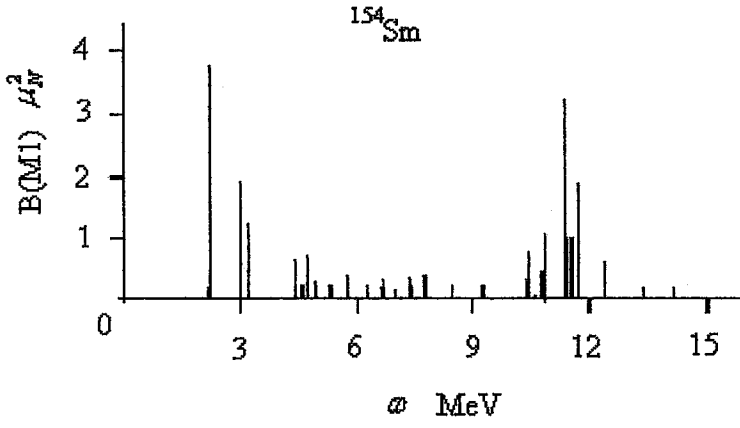


Şekil 6.2. ^{168}Er çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı. Kesikli çizgi toplam kuralının değerini, sürekli çizgi ise χ_1 (Denklem 5.45) fonksiyonunun değerini gösterir

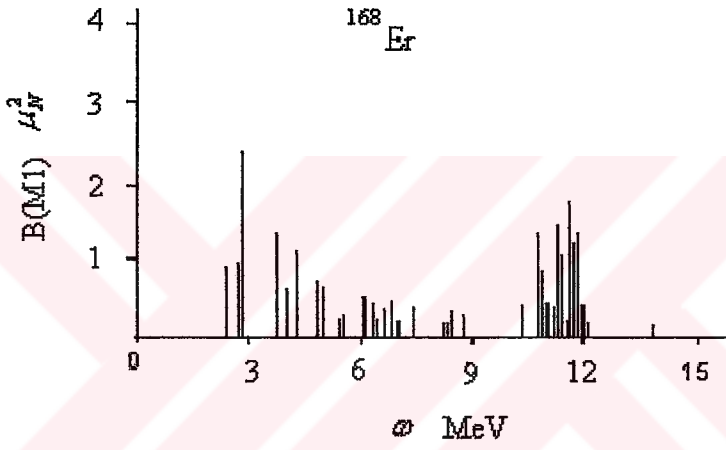


Şekil 6.3. ^{178}Hf çekirdeğinde M1 geçişlerinin Enerji ağırlıklı toplam kuralı. Kesikli çizgi toplam kuralının değerini, sürekli çizgi ise χ_i (Denklem 5.45) fonksiyonunun değerini gösterir

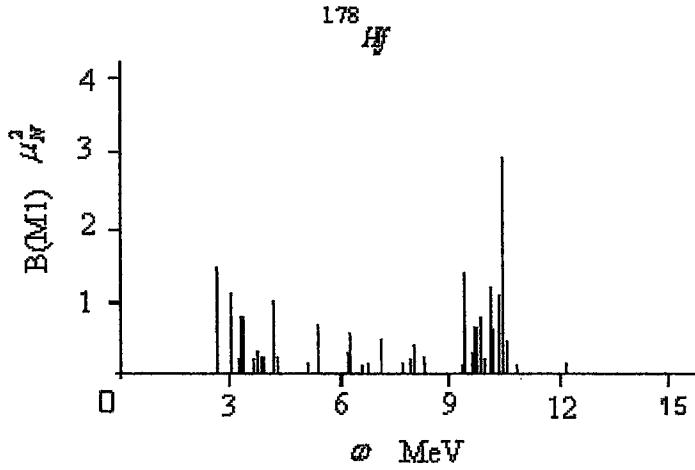
Şekil 6.4'te Sm, Er ve Hf çekirdeklerinde 1^+ uyarılma seviyeleri için B(M1) geçiş ihtimallerinin seviyelerin enerjilerine göre dağılımı gösterilmektedir. Şekil 6.4a'dan görüldüğü gibi 10-12 MeV enerji aralığında geçiş olasılığının $B(M1,0 \rightarrow 1^+) = (0.7 - 3.2)\mu_N^2$ olduğu birçok seviye mevcuttur. Bu kolektif 1^+ seviyeleri manyetik dipol rezonansını meydana getirirler. Rezonans enerji bölgesinde nötron-proton etkileşmelerinin diğer enerji bölgelerinkinden daha kuvvetli olduğu görülmüştür.



Şekil 6.4a



Şekil 6.4b



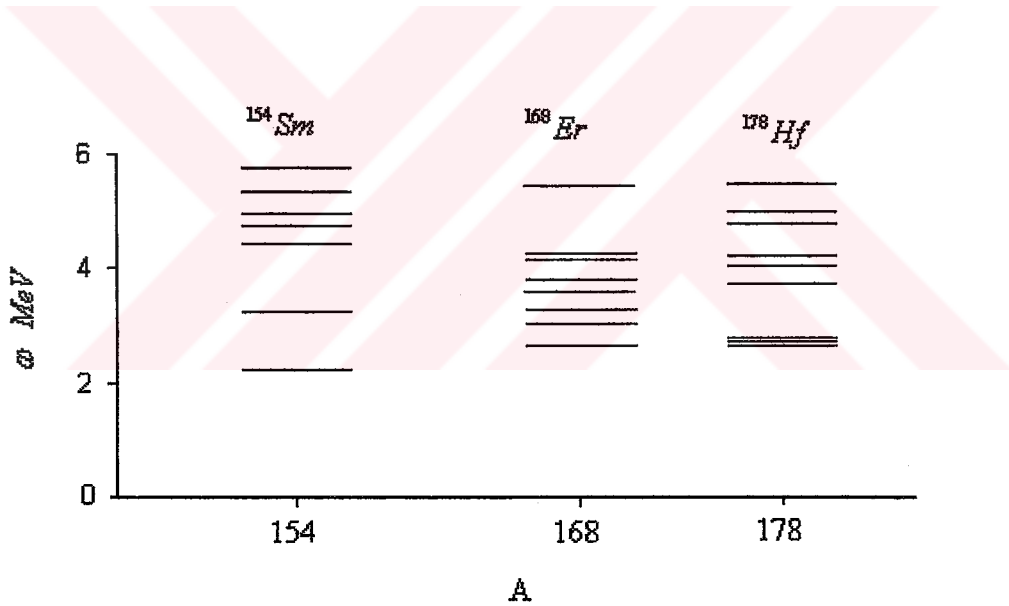
Şekil 6.4c

Şekil 6.4. Sm, Er ve Hf deforme çekirdekleri için hesaplanan B(M1) değerlerinin enerji diyagramı. Grafikte sadece $B(M1) > 0.1 \mu_N^2$ değerleri gösterilmiştir

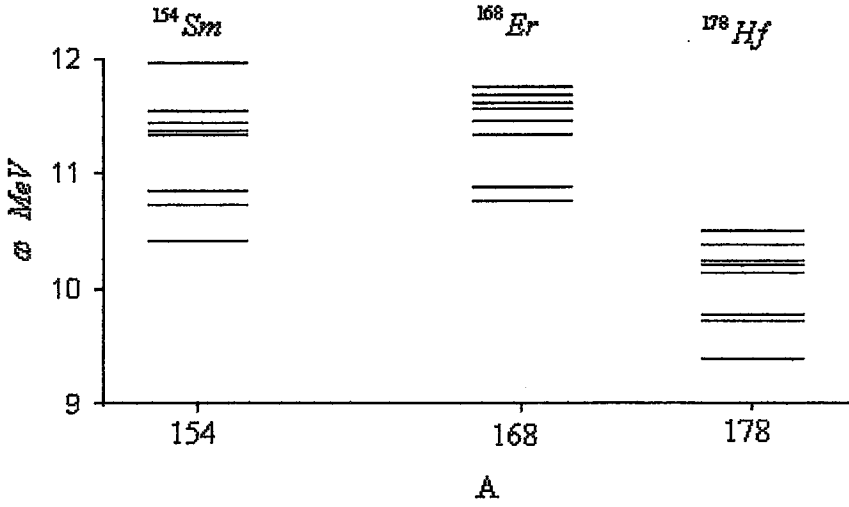
^{168}Er çekirdeğinin enerji spektrumundaki düşük enerjilerde kolektifliği az olan 1^+ uyarılma seviyeleri mevcuttur. Spektrumda 10-12 MeV enerji bölgesinde bu seviyeler kolektif bir şekilde yerleşmiştir. Bu seviyelerin M1 geçiş ihtimali $B(M1,0 \rightarrow 1^+) = (1-1,8)\mu_N^2$ arasında değerler almıştır (Şekil 6.4b)

^{178}Hf çekirdeğinin enerji spektrumunda da düşük enerjilerde kolektifliği az olan 1^+ uyarılma seviyeleri mevcuttur. Spektrumda 9-11 MeV yüksek enerji bölgesinde bu seviyeler kolektif bir şekilde yerleşmiştir. Bu seviyelerin M1 geçiş ihtimali $B(M1,0 \rightarrow 1^+) = (1-3)\mu_N^2$ arasında değerler almıştır (Şekil 6.4b)

Şekil 6.5'te spektroskopik enerji bölgesinde çift-çift deforme çekirdeklerdeki 1^+ seviyelerinin enerjilerinin kütle numaralarına göre dağılımı verilmiştir.



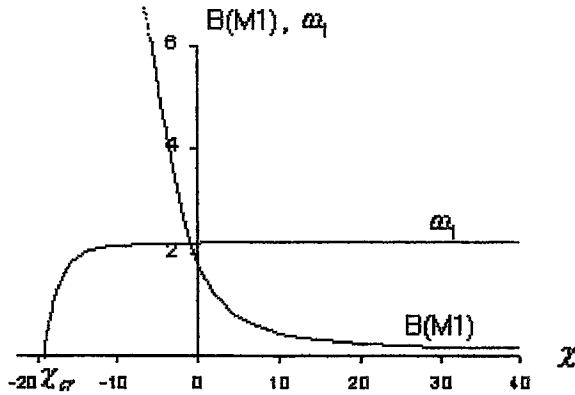
Şekil 6.5. Çift-çift deforme çekirdeklerin (Sm, Er ve Hf) spektroskopik enerji bölgesindeki enerjilerinin kütle numaralarına göre grafiği



Şekil 6.6. Yüksek enerji bölgesindeki M1 rezonansının meydana geldiği kolektif 1^+ seviyelerinin enerjilerinin kütle numaralarına göre grafiği

Şekil 6.6'da spektrumun 9-12 MeV enerji bölgesinde çift-çift deforme çekirdeklerdeki 1^+ seviyelerinin enerjilerinin kütle numaralarına göre dağılımı verilmiştir.

Bu çalışmada buraya kadar yaptıklarımıza ek olarak, sadece ^{154}Sm çekirdeği için aşağıdaki hesaplamalar yapılmıştır.

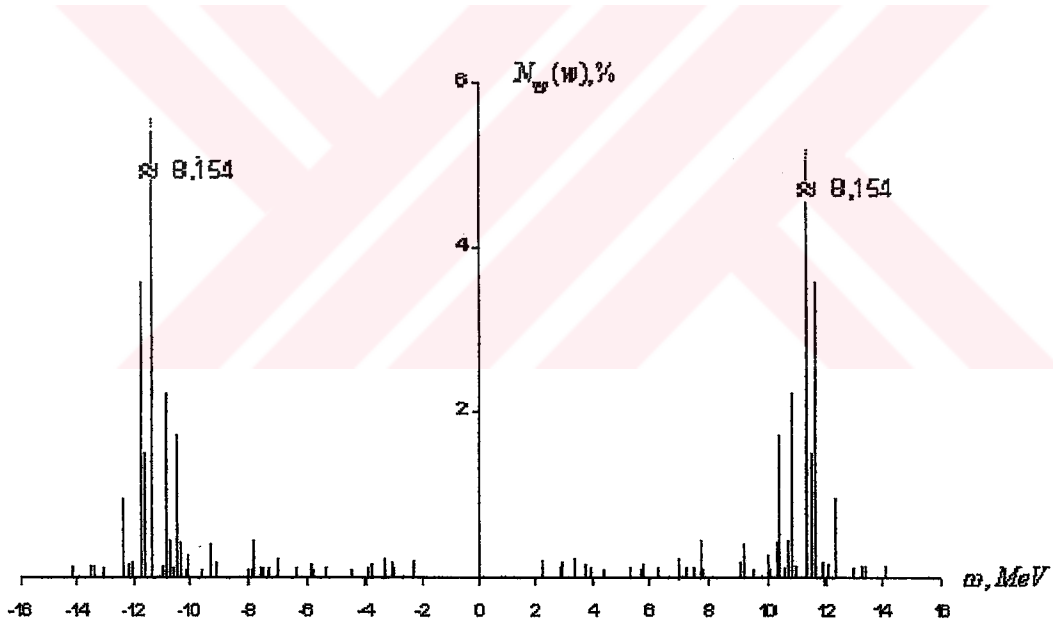


Şekil 6.7. ^{154}Sm çekirdeği için hesaplanan 1^+ seviyelerinin en düşük QRPA enerjilerinin (ω_1 (MeV))

ve $B(M1)$ geçiş ihtimallerinin $\chi_{cr} = \frac{\chi}{A}$ 'ya göre değişimi

Nükleonlar arasındaki spin-spin etkileşme sabiti olan $\chi_{\sigma\sigma} = \frac{\chi}{A}$ 'nın değerlerini bilgisayarda programda değiştirerek QRPA enerjilerinin (ω_i) ve B(M1) geçiş ihtimallerinin değişimi incelenmiştir. Bu değişim χ 'nin -20 ile 40 arasındaki değerlerine göre şekil 6.7'de verilmiştir.

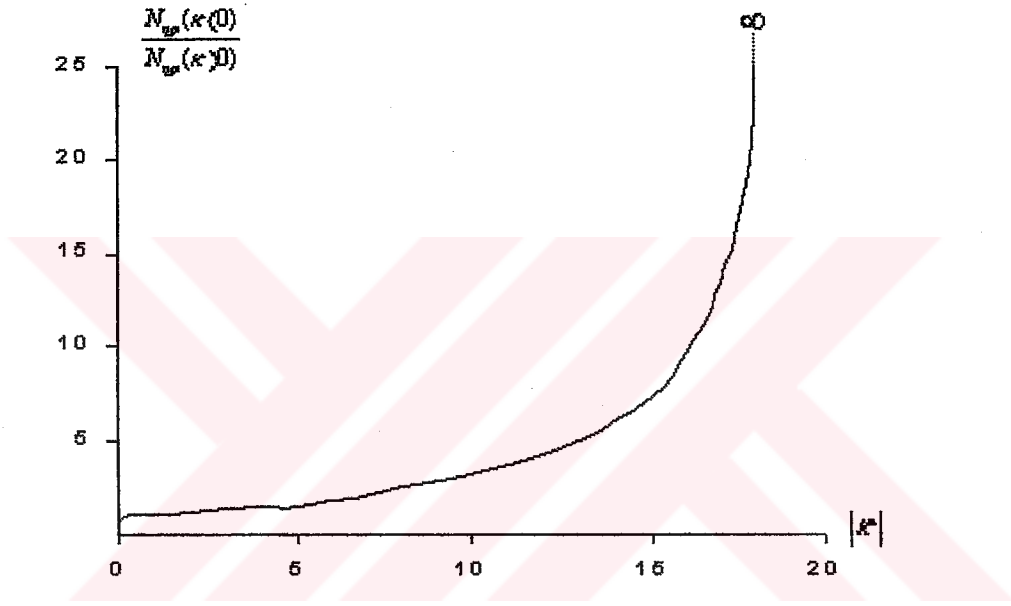
Bir ortalama kuaziparçacık sayısı içindeki en düşük çözümün katkısını saptayabilmek için dönme-değişmez olmayan bir hamiltoniyen kullanarak 1^+ seviyeleri hesaplanır. Genel olarak spin-spin etkileşimleri itici etkileşimlerdir. Fakat bizim çalışmamız itici etkileşimlerin ürettiği en düşük çözümün özelliklerini ve bu çözümün B(M1) ile N_{qp} 'ye katkılarının incelenmesidir. Bundan dolayı sahte ve titreşimsel çözümlerle bu çözümlerin karışımını içeren dönme-değişmez olmayan bir Hamiltoniyende çekici etkileşimleri kullanarak hesaplar yaptık.



Şekil 6.8. ^{154}Sm çekirdeğindeki hesaplanan uyarılmış 1^+1 seviyelerinin $N_{qp}(\omega_i)$ güç dağılımının ince yapısı

Burada $N_{qp} = \langle B_{ss} \rangle$, nükleonlar arası etkileşimlerden dolayı değişmiş olan taban durumundaki kuazi parçacık sayısıdır. N_q nin hesaplanması fermiyon-bozon dönüşümü yardımıyla yapılabilir. Fonon temsilinde $N = 2 \sum_{ss'} \phi_{ss'}^2$ şeklinde ifade

edilir. Şekil 6.8'de N_{qp} 'nin ω 'ya göre değişimi verilmiştir. Burada sahte haller ile titreşimsel halleri kullandığımız hamiltoniyenle ayrıştırılmaz. Fakat son birkaç yılda geliştirilen FR-QRPA yaklaşımıyla bu problem ortadan kalkmıştır. Yani sahte hallerin hesaplamalara katkısı açıkça bilinmektedir. Böylece izolasyonlu uyarılmaların $\omega = 0$ kısmının taban hal korelasyonları ve 4 MeV'e kadar enerjilerdeki kuvvetli kolektif durumlarda baskın bir rolünün olduğu sonucu çıkarılabilir.



Şekil 6.9. $\chi < 0$ 'da hesaplanan N_{qp} 'nin (kuaziparçacık sayısı) $\chi > 0$ 'da hesaplanan N_{qp} 'ye oranının χ 'nin mutlak değerine göre değişimi

Şekil 6.9'da görüldüğü gibi kuaziparçacık sayısının $N_{qp}(\chi < 0)/N_{qp}(\chi > 0)$ oranının χ spin-spin etkileşme sabitinin kritik değerine yaklaştığında eğrimiz sonsuza gitmektedir. Bu şunu gösterir ki $N_{qp}(\chi < 0)$ için kuaziparçacık sayısı kritike yaklaştıkça anormal bir şekilde artmaktadır.

Tablo 6.7. ^{154}Sm için QRPA çerçevesinde ω enerjileri için hesaplanan parçacık sayılarının gösterimi

$$H = H_{sqp} + V_{\sigma\tau}$$

QRPA	N_n	N_p	N_{qp}
Tüm ω	14.82	16.51	31.33
$\omega \neq 0$	7.40	8.23	15.62
$\omega = 0$	7.37	8.20	15.56

Tablo 6.7'de dönme değişmez olmayan bir hamiltoniyen kullanılarak QRPA çerçevesinde tüm ω enerjileri için kuaziparçacık sayıları gösterilmektedir. Bu aldığımız hesaplamalar R-QRPA ve FR-QRPA metodlarından bulunan değerlerle karşılaştırıldığında birbiriyile uyum içinde olduğu görülmüştür.

BÖLÜM 7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Hesaplamalarımızdan elde ettiğimiz sonuçlar şunlardır:

a) Teorik olarak hesaplama yaptığımız çekirdeklerin enerji spektrumunda, spektroskopik enerji bölgesinde (4 MeV'e kadarki enerjilerde) yeralan 1^+1 uyarılma seviyeleri bir kaide olarak az kolektif olup çoğunlukla iki-kuaziparçacık karakterlidir.

b) Enerji spektrumlarının 4-10 MeV enerji aralığında kısmen kolektif seviyelere rastlanmaktadır.

c) Spektrumun 10-12 MeV enerji aralığında çok kolektif olan spin-titreşim 1^+1 seviyeleri manyetik dipol rezonansını meydana getirirler. Bu seviyelerin enerji ağırlıklı toplam kuralına katkıları %80' den fazladır. Rezonans enerji bölgesinde nötron-proton etkileşimlerinin diğer enerji bölgelerinkinden daha kuvvetli olduğu görülmüştür.

d) Düşük enerjilerdeki 1^+1 seviyelerinin iki-kuaziparçacık karakterli olmasından dolayı nötron-proton spin-spin etkileşimleri diğer enerji bölgelerindeki etkileşimlere nazaran daha zayıftır.

Bu tezde yapılan sayısal hesaplamalar; nötron ve proton sistemlerinin matris elemanlarını, verilen çekirdeğe göre hesaplayan programları kullanarak ve Fortran programlama diliyle yazdığımız programla yapılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] GABRAKOV S.I, KULIEV A.A. and PYATOV N.I., “States $I^\pi K = 1^+1$ even-even deformed nuclei” , Joint Institute for Nuclear Research, 1970.
- [2] GABRAKOV S.I, KULIEV A.A., PYATOV N.I., SALAMOV D.I. and SCHULZ H., “Collective 1^+ states in doubly even deformed nuclei” , Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, USSR, 1971.
- [3] BOHR A. And MOTTELSON B., “Nuclear Structure” v.2, Benjamin, New York, Amsterdam, 1974.
- [4] GULIYEV E., YAVAŞ Ö., KULIEV A.A., “Spin-vibrational 1^+ states in ^{140}Ce ”, Journal Physics 17, Bulgarian, 2000.
- [5] THOULESS D., “Quantum Mechanics of Many-body Systems, Academic Press, New York, 1961.
- [6] BROWN G. E. , “Unified Theory of Nuclear Models and Forces, matter, in Theory of Nuclear Structure, North- Holland, Amsterdam, 1967.
- [7] BRUECKNER K., “Theory of nuclear matter, in Theory of Nuclear Structure, Dunod, Paris, 1959.
- [8] NEMIKOVSK U. , Contemporary Models of Atomic Nucleus, Atomizdat, Moscow, 1960.
- [9] BOGOLYUBOV N.N., Lectures on Quantum Statistics, Sovetskaya Shkola, Kiev, 1949.
- [10] SOLOVIEV V.G., Effect of Pairing Superfluid Correlations on the properties of Atomic Nuclei, Atomizdat, Moscow, 1963.
- [11] BOHR A. and MOTTELSON B., Nuclear Structure, vol1, Benjamin, New York and Amsterdam, 1969.
- [12] BARDEEN J., COOPER L. and SCHRIEFFER J., Phys Rev. 108,1175, 1957.
- [13] TAMM I. E. , J. Phys. (USSR) 9,449, 1945.
- [14] DANCOFF S.M. , Phys. Rev. 112,1900, 1958.
- [15] BOHLE D. Etal., Phys. Lett. B137,27,1984.

- [16] RING P. and SHUCK P., The Nuclear many body problem (Sprenger-verley, Berlin, 1980)
- [17] BOHR A., Pair Correlation and Double Transfer Reactions, in Nuclear Structure, Dubna Symposium, I.A.E.A., Vienna, 179-189pp, 1968.
- [18] SOLOVIEV V.G., Theory of Complex Nuclei , Pergamon Press, New York, 1976.
- [19] BRAGLIA R.A., MDINARY A. and SORONSEN B., Nucl. Phys. A109,353, 1968
- [20] GAREEV F. A., IVANOVA S. P. and KALINKIN B. N., Izv. Akad. Nauk SSSR (ser. Fiz.) 32 (1968) 1960.
- [21] ZIEGLER W., et al., Phys. Rev. Lett. 65,2525,1990.
- [22] MARGRAF J., et al., Phys. Rev. C47, 1474, 1993.
- [23] NOJAROV A. and FAESSLER A., Nucl. Phys. A484,1, 1988; Nucl. Phys. A492, 105, 1989 ; Phys. Rev. C41,1243,1990.
- [24] ZIEGLER W., HUXEL N., NEUMANN-COSEL P. Von., RANGACHARYULU C., RICHTER A., SPIELER C., "Low-energy dipole-strength distributions in $^{148,150,152,154}\text{Sm}$ ", Nuc. Phys. A 564, 346-382, 1993.
- [25] PIETRALLA N., Beck O., Besserer J., Brentano P. von., Eckert T., Fischer R., Fransen C., Herzberg R.-D., Jäger D., Jolos R. V., Kneissl U., Krischok B., Margraf J., Maser H., Nord A., Pitz H. H., Rittner M., Schiller A., Zilges A., "The scissors mode and other magnetic and electric dipole excitations in the transitional nuclei $^{178,180}\text{Hf}$ ", Nuc. Phys. A 618, 141-165, 1997.

EKLER

Ek A SÜPERAKIŞKAN MODEL İLE İLGİLİ ARA İŞLEMLER

Süperakışkan modelde sistemin parçacık sayısının kuasi-parçacık tasvirinde yazılışı;

$$N = \sum_{s\sigma} a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} \quad (\text{A.1})$$

$$N = \sum_{s\sigma} (u_s \alpha_{s-\sigma}^+ + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}) (u_s \alpha_{s-\sigma} + \sigma v_s \alpha_{s\sigma}^+) \quad (\text{A.2})$$

$$N = \sum_{s\sigma} \left[u_s (\alpha_{s-\sigma}^+ \alpha_{s-\sigma}) + \sigma u_s v_s (\alpha_{s-\sigma}^+ \alpha_{s\sigma}^+) + \sigma u_s v_s (\alpha_{s\sigma} \alpha_{s-\sigma}) + \sigma^2 v_s^2 (\alpha_{s\sigma} \alpha_{s\sigma}^+) \right] \quad (\text{A.3})$$

$\sigma = \pm 1$ olduğundan $\sigma^2 = 1$ ' dir. Şimdi toplamdaki $\sigma = \pm 1$ ' i açalım;

$$N = \sum_{s+} \left[u_s^2 (\alpha_{s-}^+ \alpha_{s-}) + u_s v_s (\alpha_{s-}^+ \alpha_{s+}^+) + u_s v_s (\alpha_{s+} \alpha_{s-}) + v_s^2 (\alpha_{s+} \alpha_{s+}^+) \right] + \sum_{s-} \left[u_s^2 (\alpha_{s+}^+ \alpha_{s+}) - u_s v_s (\alpha_{s+}^+ \alpha_{s-}^+) - u_s v_s (\alpha_{s-} \alpha_{s+}) + v_s^2 (\alpha_{s-} \alpha_{s-}^+) \right] \quad (\text{A.4})$$

burada $s+$ ve $s-$ yerine sırasıyla s ve \tilde{s} yazabiliriz.

$$N = \sum_{s+} \left[u_s^2 (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_{\tilde{s}} + \alpha_s^+ \alpha_s) + u_s v_s (\alpha_{\tilde{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\tilde{s}} - \alpha_s^+ \alpha_{\tilde{s}}^+ - \alpha_{\tilde{s}} \alpha_s) + v_s^2 (\alpha_s \alpha_s^+ + \alpha_{\tilde{s}} \alpha_{\tilde{s}}^+) \right] \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s'\sigma'} + \alpha_{s'\sigma'} \alpha_{s\sigma}^+ = \delta_{ss'} \delta_{\sigma\sigma'}$$

$$\alpha_{s\sigma} \alpha_{s'\sigma'} + \alpha_{s'\sigma'} \alpha_{s\sigma} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s'\sigma'}^+ + \alpha_{s'\sigma'}^+ \alpha_{s\sigma}^+ = 0$$

anti-komütasyon bağıntıları kullanılırsa;

$$\begin{aligned}
\alpha_s^+ \alpha_{\bar{s}} &= -\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ \\
\alpha_{\bar{s}} \alpha_s &= -\alpha_s \alpha_{\bar{s}} \\
\alpha_s \alpha_s^+ &= 1 - \alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s \\
\alpha_{\bar{s}} \alpha_{\bar{s}}^+ &= 1 - \alpha_s^+ \alpha_{\bar{s}}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

ifadeleri yazılabilir bu ifadeleri yerlerine koyarsak

$$N = \sum_s \left[u_s^2 (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{\bar{s}} + \alpha_s^+ \alpha_s) + 2u_s v_s (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\bar{s}}) + v_s^2 (2 - \alpha_s^+ \alpha_s - \alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{\bar{s}}) \right] \tag{A.8}$$

$$N = \sum_s \left[(u_s^2 - v_s^2) (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{\bar{s}} + \alpha_s^+ \alpha_s) + 2u_s v_s (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\bar{s}}) + 2v_s^2 \right] \tag{A.9}$$

$$N = \sum_{s\sigma} \left[(u_s^2 - v_s^2) (\alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s\sigma}) + 2u_s v_s (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\bar{s}}) + 2v_s^2 \right] \tag{A.10}$$

burada

$$B_{ss} = \sum_{\sigma} \alpha_{s\sigma}^+ \alpha_{s\sigma} \tag{A.11}$$

$$u_s^2 - v_s^2 = \frac{E_s - \lambda_n}{\epsilon_s} \tag{A.12}$$

$$N = \sum_{s\sigma} \left[\frac{E_s - \lambda_n}{\epsilon_s} B_{ss} + 2u_s v_s (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_{\bar{s}}) + 2v_s^2 \right] \tag{A.13}$$

ifadesi parçacık sayısının kuaziparçacık tasvirinde yazılmış halidir.

Taban durumundaki parçacık sayısını bulabilmek için (A.13) ifadesinin ortadeğeri alınır;

$$\langle N \rangle = \sum_{s\sigma} \langle \psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \psi_0 \rangle \tag{A.14}$$

$$\langle N \rangle = \frac{E_s - \lambda_n}{\varepsilon_s} \sum_s \langle \psi_0 | B_{ss} | \psi_0 \rangle + 2u_s v_s \sum_s \langle \psi_0 | (\alpha_s^+ \alpha_s^+ + \alpha_s \alpha_s^-) | \psi_0 \rangle + 2v_s^2 \sum_s \langle \psi_0 | \psi_0 \rangle \quad (\text{A.15})$$

burada sistemin taban durumu kuasi-parçacık vakumu olduğundan;

$$\alpha | \psi_0 \rangle = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\langle \psi_0 | \alpha^+ = 0 \quad (\text{A.17})$$

olur. Bu ifadeler (15)'te kullanılırsa,

$$\langle N \rangle = \sum_{s\sigma} \langle \psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \psi_0 \rangle = 2v_s^2 \quad (\text{A.18})$$

elde edilir. Bu ifade taban durumundaki kuaziparçacık sayısıdır.

Şimdi taban durumunda (ψ_0) $H_0(n)$ Hamiltonyeninin beklenen değerinin ifadesini bulalım.

$$H_0(n) = \sum_{s\sigma} (E_0(s) - \lambda_n) a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} - G_N \sum_{ss'} a_{s^+}^+ a_{s^-}^+ a_{s'}^- a_{s'^+} \quad (\text{A.19})$$

$$\langle H_0(n) \rangle_0 = \sum_{s\sigma} (E_0(s) - \lambda_n) \langle \psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \psi_0 \rangle - G_N \sum_{ss'} \langle \psi_0 | a_{s^+}^+ a_{s^-}^+ a_{s'}^- a_{s'^+} | \psi_0 \rangle \quad (\text{A.20})$$

burada

$$\langle \psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma} | \psi_0 \rangle = 2v_s^2 \quad (\text{A.21})$$

olarak bulunur. (bkz. (A.18))

(A.20) ifadesindeki $\langle \psi_0 | a_{s^+}^+ a_{s^-}^+ a_{s'}^- a_{s'^+} | \psi_0 \rangle$ terimi ele alırsa,

$$\left. \begin{aligned}
 a_{s+}^+ &= u_s \alpha_{s-}^+ + v_s \alpha_{s+} \\
 a_{s-}^+ &= u_s \alpha_{s+}^+ - v_s \alpha_{s-} \\
 a_{s'+}^- &= u_{s'} \alpha_{s'+}^+ - v_{s'} \alpha_{s'-}^+ \\
 a_{s'+}^+ &= u_{s'} \alpha_{s'-}^+ + v_{s'} \alpha_{s'+}^+
 \end{aligned} \right\} \quad (A.22)$$

(A.22) ifadeleri (A.20)' de yerlerine konulursa,

$$\langle \psi_0 | a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'+}^- a_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle = \langle \psi_0 | \underline{(u_s \alpha_{s-}^+ + v_s \alpha_{s+})} (u_s \alpha_{s+}^+ - v_s \alpha_{s-}) (u_{s'} \alpha_{s'+}^+ - v_{s'} \alpha_{s'-}^+) \underline{(u_{s'} \alpha_{s'-}^+ + v_{s'} \alpha_{s'+}^+)} | \psi_0 \rangle$$

elde edilir ve bu ifadedeki altı çizili terimler (A.16) ve (A.17) ifadelerinden dolayı ihmal edilebilir.

$$\langle \psi_0 | a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'+}^- a_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle = \langle \psi_0 | (u_s v_s \alpha_{s+} \alpha_{s+}^+ - v_s^2 \alpha_{s+} \alpha_{s-}) (u_{s'} v_{s'} \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^+ - v_{s'}^2 \alpha_{s'+}^+ \alpha_{s'+}^+) | \psi_0 \rangle \quad (A.23)$$

$$\begin{aligned}
 &= u_s v_s u_{s'} v_{s'} \langle \psi_0 | \alpha_{s+} \alpha_{s+}^+ \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle - u_s v_s v_{s'}^2 \langle \psi_0 | \alpha_{s+} \alpha_{s+}^+ \alpha_{s'-} \alpha_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle - \\
 &\quad - v_s^2 u_{s'} v_{s'} \langle \psi_0 | \alpha_{s+} \alpha_{s-} u_{s'} v_{s'} \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle + v_s^2 v_{s'}^2 \langle \psi_0 | \alpha_{s+} \alpha_{s-} \alpha_{s'+}^+ \alpha_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle \quad (A.24)
 \end{aligned}$$

(A.24) ifadesindeki bazı terimleri aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{s+} \alpha_{s+}^+ &= 1 - \alpha_{s+}^+ \alpha_{s+} \\
 \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^+ &= 1 - \alpha_{s'+}^+ \alpha_{s'+} \\
 \alpha_{s-} \alpha_{s-}^+ &= \delta_{ss'} - \alpha_{s'-}^+ \alpha_{s-}
 \end{aligned} \quad (A.25)$$

Buradan,

$$\langle \psi_0 | a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'+}^- a_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle = u_s v_s u_{s'} v_{s'} \langle \psi_0 | \alpha_{s'+} \alpha_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle + v_s^2 v_{s'}^2 \delta_{ss'} \langle \psi_0 | \alpha_{s+} \alpha_{s+}^+ | \psi_0 \rangle \quad (A.26)$$

$$\langle \psi_0 | a_{s+}^+ a_{s-}^+ a_{s'+}^- a_{s'+}^+ | \psi_0 \rangle = u_s v_s u_{s'} v_{s'} + v_s^2 v_{s'}^2 \delta_{ss'} \delta_{ss'} \quad (A.27)$$

bulunur. Bu ifade genel formda

$$\langle \psi_0 | a_{s^+}^+ a_{s^-}^+ a_{s'}^- a_{s'+}^- | \psi_0 \rangle = u_s v_s u_{s'} v_{s'} - v_s^4 \delta_{ss'} \quad (\text{A.28})$$

şeklinde yazılabilir.

Böylece Hamiltonyenin beklenen değeri için; (A.21) ve (A.28) ifadelerini aşağıda yerine yazarsak

$$\begin{aligned} \langle | H_0(n) | \rangle_0 &= \sum_{s\sigma} (E_0(s) - \lambda_n) \langle \psi_0 | a_{s\sigma}^+ a_{s\sigma}^- | \psi_0 \rangle - G_N \sum_{ss'} \langle \psi_0 | a_{s^+}^+ a_{s^-}^+ a_{s'}^- a_{s'+}^- | \psi_0 \rangle \\ \langle | H_0(n) | \rangle_0 &= 2 \sum_{s\sigma} (E_0(s) - \lambda_n) v_s^2 - G_N \sum_{ss'} (u_s v_s u_{s'} v_{s'} - v_s^4 \delta_{ss'}) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Bu eşitlikte $E(s) = E_0(s) - G_N \frac{v_s^2}{2}$ ifadesindeki $E_0(s)$ terimi çekilip yerine yazılırsa

(A.29) ifadesinin genel formda yazılışı;

$$\langle | H_0(n) | \rangle_0 = 2 \sum_{s\sigma} (E_s - \lambda_n) v_s^2 - G_N \sum_s u_s v_s \sum_{s'} u_{s'} v_{s'} \delta_{ss'} \quad (\text{A.30})$$

elde edilir.

* u_s ve v_s çözümlerinin elde edilmesi

$$2\{E(s) - \lambda_n\} u_s v_s - (u_s^2 - v_s^2) C_N = 0 \quad (\text{A.31})$$

$$2\{E(s) - \lambda_n\} u_s v_s = (u_s^2 - v_s^2) C_N \quad (\text{A.32})$$

eşitliğinde her iki tarafın karesi alınırsa

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 u_s^2 v_s^2 = (u_s^4 - 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4) C_N^2 \quad (\text{A.33})$$

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 u_s^2 v_s^2 = [(u_s^4 + 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4) - 4u_s^2 v_s^2] C_N^2 \quad (\text{A.34})$$

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 u_s^2 v_s^2 = [(u_s^4 + 2u_s^2 v_s^2 + v_s^4) - 4u_s^2 v_s^2] C_N^2 \quad (\text{A.35})$$

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 + C_N^2 u_s^2 v_s^2 = [(u_s^2 + v_s^2)^2] C_N^2 \quad (\text{A.36})$$

$u_s^2 + v_s^2 = 1$ olduğundan

$$4\{E(s) - \lambda_n\}^2 + C_N^2 u_s^2 v_s^2 = C_N^2 \quad (\text{A.37})$$

Burada $\varepsilon(s) = \sqrt{C_N^2 + \{E(s) - \lambda_n\}^2}$ olarak seçilirse

$$u_s^2 v_s^2 = \frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon^2(s)} \quad (\text{A.38})$$

$$u_s v_s = \frac{1}{2} \frac{C_N}{\varepsilon(s)} \quad (\text{A.39})$$

bulunur.

(A.38) ifadesinden $v_s^2 = \frac{1}{4u_s^2} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}$ alınıp aşağıda yerine konursa,

$$u_s^2 + v_s^2 = 1$$

$$u_s^2 + \frac{1}{4u_s^2} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = 1 \quad (\text{A.40})$$

$$u_s^4 - u_s^2 + \frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = 0 \quad (\text{A.41})$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerde $u_s^2 = t$ değişken dönüşümü ve $\frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2} = k$ sadeleştirilmesi yapılırsa;

$$t_s^2 - t_s + k = 0 \quad (\text{A.42})$$

Bu ikinci dereceden denklem çözülürse;

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4k}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \frac{1}{4} \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{\varepsilon(s)^2 - C_N^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} \quad (\text{A.43})$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{\{E(s) - \lambda_n\}^2}{\varepsilon(s)^2}}}{2} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\{E(s) - \lambda_n\}}{\varepsilon(s)} \right] \quad (\text{A.44})$$

$$u_s^2 = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\{E(s) - \lambda_n\}}{\varepsilon(s)} \right] \quad (\text{A.45})$$

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\{E(s) - \lambda_n\}}{\varepsilon(s)} \right] \quad (\text{A.46})$$

çözümleri elde edilir.

*Eğer Bogolyubov'un teorisi doğru ise $\alpha_s \psi_0 = 0$ olmalıdır. Yani BCS temel hal dalga fonksiyonu kuasi-parçacık vakumudur.

$$\psi_0 = \prod_{s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'}^+ a_{s'}^+) \psi_{00} \quad (\text{BCS}) \quad (\text{A.47})$$

$$\alpha_s = u_s a_s + v_s a_s^+ \quad (\text{A.48})$$

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s a_{\bar{s}} + v_s a_s^+) \prod_{s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.49})$$

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s a_{\bar{s}} + v_s a_s^+) (u_s + v_s a_{s+}^+ a_{s-}^+) \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.50})$$

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s^2 a_{\bar{s}} + v_s^2 \underline{a_s^+ a_s^+ a_s^+} + u_s v_s a_s^+ + u_s v_s a_{\bar{s}} a_s^+ a_s^+) \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.51})$$

$a_s^+ a_s^+ = 0$ dir. (Pauli ilkesinden dolayı)

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s^2 a_{\bar{s}} + u_s v_s a_s^+ - u_s v_s a_s^+ a_{\bar{s}} a_s^+) \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.52})$$

$a_{\bar{s}} a_{\bar{s}}^+ = 1 - a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}}$ olduğundan

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s^2 a_{\bar{s}} + u_s v_s a_s^+ - u_s v_s a_s^+ + u_s v_s a_s^+ a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}}) \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.53})$$

$$\alpha_s \psi_0 = (u_s^2 a_{\bar{s}} + u_s v_s a_s^+ a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}}) \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) \psi_{00} \quad (\text{A.54})$$

$$\alpha_s \psi_0 = \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) (u_s^2 a_{\bar{s}} + u_s v_s a_s^+ a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}}) \psi_{00} \quad (\text{A.55})$$

$$\alpha_s \psi_0 = \prod_{s \neq s'} (u_{s'} + v_{s'} a_{s'+}^+ a_{s'-}^+) (u_s^2 + u_s v_s a_s^+ a_{\bar{s}}^+) a_{\bar{s}} \psi_{00} \quad (\text{A.56})$$

burada $a_{\bar{s}} \psi_{00} = 0$ dir.

$$\alpha_s \psi_0 = 0 \quad (\text{A.57})$$

elde edilir.

Ek B

$\vec{\sigma} = \sum_{(sp)} \sigma_{s\rho s'\rho'} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho'}$ ifadesinin bozon operatörleri cinsinden (5.3) ifadesinin bulunması. (B.1)

Spin fonksiyonu ifadesinin kuazi-parçacık tasvirinde nasıl yazılacağını bulalım.

$\sigma_{s\rho s'\rho'} \equiv \langle s\rho | \vec{\sigma} | s'\rho' \rangle$ dır.

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{s}\bar{s}'} &= -\sigma_{ss'} \\ \sigma_{s's} &= \sigma_{ss'} \\ \sigma_{\bar{s}\bar{s}'} &= \sigma_{s's} = \sigma_{\bar{s}'\bar{s}} \end{aligned} \quad (B.2)$$

$$\mu_{ss'} = u_s v_{s'} + u_{s'} v_s \quad (B.3)$$

$$L_{ss'} = u_s v_{s'} - u_{s'} v_s$$

$$V_{ss'} = u_s u_{s'} - v_s v_{s'} \quad (B.3')$$

$$U_{ss'} = u_s u_{s'} + v_s v_{s'}$$

$$a_{s\rho} = u_s \alpha_{s-\rho} + \rho v_s \alpha_{s\rho}^+ \quad (B.4)$$

$$a_{s\rho}^+ = u_s \alpha_{s-\rho}^+ + \rho v_s \alpha_{s\rho}$$

ifadelerinden yararlanacağız.

$$\vec{\sigma} = \sum_{(sp)} \sigma_{s\rho s'\rho'} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho'} \quad (B.5)$$

$$\vec{\sigma} = \sum_{\substack{(sp) \\ \rho'=\rho}} \sigma_{s\rho s'\rho} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho} + \sum_{\substack{(sp) \\ \rho'=-\rho}} \sigma_{s\rho s'\rho} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho} \quad (B.6)$$

$$\vec{\sigma} = \sum_{(sp)} (\sigma_{s+s'+} a_{s+s'+}^+ a_{s'+} + \sigma_{s-s'-} a_{s-s'-}^+ a_{s'-}) + \sum_{(sp)} (\sigma_{s+s'-} a_{s+s'-}^+ a_{s'-} + \sigma_{s-s'+} a_{s-s'+}^+ a_{s'+}) \quad (B.7)$$

$$\vec{\sigma} = \sum_{(s\rho)} (\sigma_{ss'} a_s^+ a_{s'} + \underline{\sigma_{\bar{s}\bar{s}'}} a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}'}) + \sum_{(s\rho)} (\sigma_{\bar{s}\bar{s}'} a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}'} + \underline{\sigma_{ss'}} a_s^+ a_{s'}) \quad (\text{B.8})$$

Burada (B.2) ifadelerinden yararlanarak altı çizili spin matris elemanları $\sigma_{ss'}$ ve $\sigma_{\bar{s}\bar{s}'}$ şeklinde yazılabilir.

$$\vec{\sigma} = \sum_{(s\rho)} \sigma_{ss'} (a_s^+ a_{s'} - \underline{a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}'}}) + \sum_{(s\rho)} \sigma_{\bar{s}\bar{s}'} (a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}'} + \underline{a_s^+ a_{s'}}) \quad (\text{B.9})$$

$$\vec{\sigma} = \sum_{(s\rho)} \sigma_{ss'} \underbrace{\left(\sum_{\rho} \rho a_{s\rho}^+ a_{s'\rho} \right)}_I + \sum_{(s\rho)} \sigma_{\bar{s}\bar{s}'} \underbrace{\left(\sum_{\rho} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho} \right)}_{II} \quad (\text{B.10})$$

Şimdi I ifadesini kuasi-parçacık tasvirinde yazalım.

$$I = \sum_{\rho} \rho a_{s\rho}^+ a_{s'\rho} = \sum_{\rho} (a_s^+ a_{s'} - a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}'}) \quad (\text{B.11})$$

$$I = (u_s \alpha_s^+ + v_s \alpha_s) (u_{s'} \alpha_{s'}^+ + v_{s'} \alpha_{s'}) - (u_s \alpha_s^+ - v_s \alpha_s) (u_{s'} \alpha_{s'}^+ - v_{s'} \alpha_{s'}) \quad (\text{B.12})$$

$$I = \underline{(u_s u_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{s'}^+ + u_s v_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{s'}^+ + u_s v_s \alpha_s \alpha_{s'}^+ + v_s v_{s'} \alpha_s \alpha_{s'}^+)} - \underline{(u_s u_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{s'} - u_s v_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{s'} - u_s v_s \alpha_s \alpha_{s'} + v_s v_{s'} \alpha_s \alpha_{s'})} \quad (\text{B.13})$$

$$I = u_s u_{s'} (\alpha_s^+ \alpha_{s'}^+ - \alpha_s \alpha_{s'}) + u_s v_{s'} (\alpha_s^+ \alpha_{s'}^+ + \alpha_s \alpha_{s'}^+) + u_s v_s (\alpha_s \alpha_{s'}^+ + \alpha_s \alpha_{s'}) + v_s v_{s'} (\alpha_s \alpha_{s'}^+ - \alpha_s \alpha_{s'})$$

$$C_{ss'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s'\rho} \alpha_{s-\rho} = -C_{s's}$$

$$C_{ss'}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s-\rho}^+ \alpha_{s'\rho}^+ = -C_{s's}^+ \quad (\text{B.14})$$

$$B_{ss'} = \sum_{\rho} \rho \alpha_{s-\rho}^+ \alpha_{s'-\rho}$$

$$B_{ss'}^+ = B_{s's}$$

kuaziparçacık operatörlerinden yararlanırsak;

$$I = u_s u_{s'} B_{ss'} + u_s v_{s'} B_{s's} + u_s v_s \sqrt{2} C_{ss'}^+ + v_s v_{s'} \sqrt{2} C_{s's}^+ \quad (\text{B.15})$$

$$I = u_s u_{s'} B_{ss'} + v_s v_{s'} B_{s's}^+ + u_s v_{s'} \sqrt{2} C_{ss'}^+ - u_{s'} v_s \sqrt{2} C_{ss'} \quad (\text{B.16})$$

Bu ifade (B.10)'nun ilk teriminde yerine yazılırsa

$$\sigma_I = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} (u_s u_{s'} B_{ss'} + v_s v_{s'} B_{s's}^+ + u_s v_{s'} \sqrt{2} C_{ss'}^+ - u_{s'} v_s \sqrt{2} C_{ss'}) \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} \sigma_I = & \frac{1}{2} \sum_{ss'} \sigma_{ss'} (u_s u_{s'} B_{ss'} + v_s v_{s'} B_{s's}^+ + \sqrt{2} u_s v_{s'} C_{ss'}^+ - \sqrt{2} u_{s'} v_s C_{ss'}) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{ss'} \sigma_{s's} (u_{s'} u_s B_{s's} + v_{s'} v_s B_{ss'}^+ + \sqrt{2} u_{s'} v_s C_{s's}^+ - \sqrt{2} u_s v_{s'} C_{s's}) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Burada $B_{s's} = B_{ss'}^+$, $B_{s's}^+ = B_{ss'}$, $C_{s's}^+ = -C_{ss'}^+$, $C_{s's} = -C_{ss'}$ olduğundan

$$\sigma_I = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \frac{1}{2} (u_s u_{s'} + v_s v_{s'}) B_{ss'} + \frac{1}{2} (v_s v_{s'} + u_s u_{s'}) B_{ss'}^+ + \frac{\sqrt{2}}{2} (u_s v_{s'} - u_{s'} v_s) C_{ss'}^+ + \frac{\sqrt{2}}{2} (u_s v_{s'} - u_{s'} v_s) C_{ss'} \right\}$$

$$\sigma_I = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \frac{1}{2} \mu_{ss'} B_{ss'} + \frac{1}{2} \mu_{ss'} B_{ss'}^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} C_{ss'}^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} C_{ss'} \right\} \quad (\text{B.20})$$

$$\sigma_I = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \frac{\mu_{ss'}}{2} (B_{ss'} + B_{ss'}^+) + \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (C_{ss'}^+ + C_{ss'}) \right\} \quad (\text{B.21})$$

ifadesi bulunur.

Şimdi benzer işlemleri II ifadesi için yapalım:

$$II = \sum_{\rho} a_{s\rho}^+ a_{s'-\rho} = a_s^+ a_{s'} + a_s^+ a_{s'} \quad (\text{B.22})$$

$$II = (u_s \alpha_s^+ + v_s \alpha_s) (u_{s'} \alpha_{s'} - v_{s'} \alpha_{s'}^+) + (u_s \alpha_s^+ - v_s \alpha_s) (u_{s'} \alpha_{s'}^+ + v_{s'} \alpha_{s'}) \quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned}
H = & (u_s u_{s'} \alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{s'} - u_s v_{s'} \alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{s'}^+ + u_s v_s \alpha_s \alpha_{s'} - v_s v_{s'} \alpha_s \alpha_{s'}^+) + \\
& + (u_s u_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{\bar{s}'} + u_s v_{s'} \alpha_s^+ \alpha_{s'}^+ - u_{s'} v_s \alpha_{\bar{s}} \alpha_{s'} - v_s v_{s'} \alpha_{\bar{s}} \alpha_{s'}^+)
\end{aligned} \tag{B.24}$$

$$H = u_s u_{s'} (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{s'} + \alpha_s^+ \alpha_{s'}) + u_s v_{s'} (\alpha_{\bar{s}}^+ \alpha_{s'}^+ - \alpha_s^+ \alpha_{s'}^+) + u_s v_s (\alpha_s \alpha_{s'} - \alpha_{\bar{s}} \alpha_{s'}) - v_s v_{s'} (\alpha_s \alpha_{s'}^+ + \alpha_{\bar{s}} \alpha_{s'}^+)$$

$$H = u_s u_{s'} \bar{B}_{ss'} + v_s v_{s'} \bar{B}_{s's} + \sqrt{2} u_s v_{s'} \bar{C}_{s's}^+ + \sqrt{2} u_s v_s \bar{C}_{ss'} \tag{B.26}$$

burada $\bar{B}_{s's} = \bar{B}_{ss'}^+$ ve $\bar{C}_{s's}^+ = -\bar{C}_{ss'}^+$ olduğundan,

$$H = u_s u_{s'} \bar{B}_{ss'} + v_s v_{s'} \bar{B}_{ss'}^+ - \sqrt{2} u_s v_{s'} \bar{C}_{ss'}^+ + \sqrt{2} u_s v_s \bar{C}_{ss'} \tag{B.27}$$

ifadesi bulunur. Şimdi (B.27) ifadesini (B.10) ifadesinin ikinci terimini hesaplamakta kullanalım;

$$\bar{\sigma}_{II} = \sum_{(sp)} \sigma_{ss'} (\sum_{\rho} a_{s\rho}^+ a_{s'\rho}) \tag{B.28}$$

$$\bar{\sigma}_{II} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} (u_s u_{s'} \bar{B}_{ss'} + v_s v_{s'} \bar{B}_{ss'}^+ - \sqrt{2} u_s v_{s'} \bar{C}_{ss'}^+ + \sqrt{2} u_s v_s \bar{C}_{ss'}) \tag{B.29}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{II} = & \frac{1}{2} \sum_{ss'} \sigma_{ss'} (u_s u_{s'} \bar{B}_{ss'} + v_s v_{s'} \bar{B}_{ss'}^+ - \sqrt{2} u_s v_{s'} \bar{C}_{ss'}^+ + \sqrt{2} u_s v_s \bar{C}_{ss'}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{ss'} \sigma_{s's} (u_s u_s \underline{\bar{B}}_{s's} + v_s v_s \underline{\bar{B}}_{s's}^+ - \sqrt{2} u_s v_s \underline{\bar{C}}_{s's}^+ + \sqrt{2} u_s v_{s'} \underline{\bar{C}}_{s's})
\end{aligned} \tag{B.30}$$

burada altı çizgili olan ifadeler $\underline{\bar{B}}_{s's} = \underline{\bar{B}}_{ss'}^+$, $\underline{\bar{B}}_{s's}^+ = \underline{\bar{B}}_{ss'}$, $\underline{\bar{C}}_{s's}^+ = -\underline{\bar{C}}_{ss'}^+$ ve $\underline{\bar{C}}_{s's} = -\underline{\bar{C}}_{ss'}$ şeklinde yazılabilirler;

$$\bar{\sigma}_{II} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} \left\{ \sigma_{ss'} (u_s u_{s'} + v_s v_s) \underline{\bar{B}}_{ss'} + (v_s v_{s'} + u_s u_s) \underline{\bar{B}}_{ss'}^+ - \sqrt{2} (u_s v_{s'} - u_s v_s) \underline{\bar{C}}_{ss'}^+ + \sqrt{2} (u_s v_s - u_s v_{s'}) \underline{\bar{C}}_{ss'} \right\}$$

$\mu_{ss'} = u_s u_{s'} + v_s v_{s'}$ ve $L_{ss'} = u_s v_{s'} - u_{s'} v_s$ ifadeleri yukarıda yerlerine yazılırsa;

$$\bar{\sigma}_{II} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \mu_{ss'} (\bar{B}_{ss'} + \bar{B}'_{s's}) - \sqrt{2} L_{ss'} (\bar{C}_{ss'}^+ + \bar{C}_{ss'}) \right\} \quad (\text{B.32})$$

$$\bar{\sigma}_{II} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \frac{1}{2} \mu_{ss'} (\bar{B}_{ss'} + \bar{B}'_{s's}) - \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (\bar{C}_{ss'}^+ + \bar{C}_{ss'}) \right\} \quad (\text{B.33})$$

$$\bar{\sigma}_{II} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} \left\{ \mu_{ss'} \bar{B}_{ss'} - \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (\bar{C}_{ss'}^+ + \bar{C}_{ss'}) \right\} \quad (\text{B.34})$$

ifadesi elde edilir.

Şimdi (B.21) ve (B.34) ifadelerini (B.10)'da yerlerine yazalım ve spin fonksiyonunun ifadesini tam olarak yazalım,

$$\sigma = \sigma_I + \bar{\sigma}_{II} = \sum_{ss'} \left\{ \sigma_{ss'} \left[\mu_{ss'} B_{ss'} + \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (C_{ss'}^+ + C_{ss'}) \right] + \sigma_{ss'} \left[\mu_{ss'} \bar{B}_{ss'} - \frac{1}{\sqrt{2}} L_{ss'} (\bar{C}_{ss'}^+ + \bar{C}_{ss'}) \right] \right\}$$

elde edilmiş olur (Soloviev "Theory of complex nuclei" kitabında sayfa 227'de (6.68) ifadesiyle verilmiştir).

Ek C QRPA ÇERÇEVESİNDE SPİN TİTREŞİMLERİNİN ARAŞTIRILMASI İLE İLGİLİ ARA İŞLEMLER

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = \delta_{st} \delta_{s't'} - \delta_{st'} \delta_{s't} + \sum_{\substack{s'', \rho'' \\ s''', \rho'''}} F(\delta).(s, s'; t, t'; s'', s''') \alpha_{s''\rho''}^+ \alpha_{s'''\rho'''} \quad (4.6)$$

komütasyonunun ispatı.

$$C_{ss'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s',\rho} \alpha_{s,-\rho} \quad (C.1)$$

$$C_{ss'}^+ = -C_{s's}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \alpha_{s,-\rho}^+ \alpha_{s',\rho}^+ \quad (C.2)$$

operatörlerinden bölüm 4'te bahsedilmişti. Bu operatörleri kullanarak (4.6) ifadesini elde etmeye çalışalım.

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = C_{ss'} C_{tt'}^+ - C_{tt'}^+ C_{ss'} \quad (C.3)$$

bu ifadeye sağ taraftaki ilk ifadeyi tek başına ele alalım.

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ = \frac{1}{2} \left(\sum_{\rho} \alpha_{s',\rho} \alpha_{s,-\rho} \right) \left(\sum_{\rho'} \alpha_{t-\rho'}^+ \alpha_{t'\rho'}^+ \right) \quad (C.4)$$

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} \alpha_{s',\rho} \alpha_{s,-\rho} \alpha_{t-\rho'}^+ \alpha_{t'\rho'}^+ \quad (C.5)$$

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} \left[\alpha_{s',\rho} (\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho'} - \alpha_{t-\rho'}^+ \alpha_{s,-\rho}) \alpha_{t'\rho'}^+ \right] \quad (C.6)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} \left[\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho'} \alpha_{s',\rho} \alpha_{t'\rho'}^+ - \alpha_{s',\rho} \alpha_{t-\rho'}^+ \alpha_{s,-\rho} \alpha_{t'\rho'}^+ \right] \quad (C.7)$$

$$" = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho'} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',\rho'}^+ - (\delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho'} - \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho}) (\delta_{st'} \delta_{-\rho\rho'} - \alpha_{t',\rho'}^+ \alpha_{s-\rho})] \quad (C.8)$$

$$" = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho'} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',\rho'}^+ - \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho'} \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho'} + \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho'} \alpha_{t',\rho'}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho'} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho} - \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{t',\rho'}^+ \alpha_{s-\rho}] \quad (C.9)$$

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \sum_{\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho'} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',\rho'}^+ - \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho'} \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho'} + \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho'} \alpha_{t',\rho'}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho'} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho} - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho'} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{t',\rho'}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{s-\rho}] \quad (C.10)$$

elde edilir. Bu ifadeden

$$" = \frac{1}{2} \sum_{\rho=\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ - \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho} \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho} + \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho} \alpha_{t',\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho} - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{s-\rho}] + \frac{1}{2} \sum_{\rho'=-\rho} [\delta_{st} \delta_{-\rho\rho} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',-\rho}^+ - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} + \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t',-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho} - \delta_{s't'} \delta_{\rho-\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{s-\rho}] \quad (C.11)$$

burada altı çizili olan ifadeler sıfıra eşittir.

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ = \frac{1}{2} \sum_{\rho\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho} \alpha_{s',\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} + \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t',-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho}] + \sum_{\rho\rho'} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{s-\rho} \quad (C.12)$$

$\sum_{\rho\rho'} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{t',\rho}^+ \alpha_{s',\rho} \alpha_{s-\rho} = C_{tt'}^+ C_{ss'}$ olduğundan,

$$C_{ss'} C_{tt'}^+ - C_{tt'}^+ C_{ss'} = \frac{1}{2} \sum_{\rho\rho'} [\delta_{st} \delta_{-\rho-\rho} (\delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} - \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho}) - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} - \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} + \delta_{s't'} \delta_{\rho\rho} \alpha_{t',-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'} \delta_{-\rho-\rho} \alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s',\rho}] \quad (C.13)$$

Burada $\sum_{\rho\rho'} \delta_{\rho\rho'} = \sum_{\rho=\pm} 1 = 2$ toplam ifadeleri yerlerine yazılırsa

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = 2(\delta_{st}\delta_{s't'} - \delta_{s't}\delta_{st'}) - \sum_{\rho} [(\delta_{st}\alpha_{t'\rho}^+ \alpha_{s'\rho} + \delta_{s't}\alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s-\rho}) + (\delta_{s't}\alpha_{t'-\rho}^+ \alpha_{s-\rho} + \delta_{st'}\alpha_{t-\rho}^+ \alpha_{s'\rho})]$$

genel ifadesi elde edilmiş olur.

Bu genel yazılış iki komütasyon bağıntısının toplamıdır. Bunlardan biri olan

$$[C_{ss'}, C_{tt'}^+] = \delta_{st}\delta_{s't'} - \delta_{s't}\delta_{st'} + \sum_{\substack{s'',\rho'' \\ s'',\rho''}} F(\delta).(s, s'; t, t'; s'', s'') \alpha_{s''\rho''}^+ \alpha_{s''\rho''} \text{ olarak bulunur.}$$

*** $\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^2 - \varphi_{ss'}^2) = 1$ olduğunun ispatı.

Aşağıdaki komütasyon kullamlarak bunu ispat etmeye çalışalım.

$$[Q_i, Q_j^+] = Q_i Q_j^+ - Q_j^+ Q_i = \delta_{ij} \quad (C.16)$$

Q_i ve Q_j ifadelerini sadece nötron sistemi için ele alırız.

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i C_{ss'} - \varphi_{ss'}^2 C_{ss'}^+) \quad (C.17)$$

$$Q_j^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^j C_{ss'}^+ - \varphi_{ss'}^j C_{ss'}) \quad (C.18)$$

operatörlerini yukarıdaki komütasyonda yerlerine yazalım.

$$\begin{aligned} Q_i Q_j^+ - Q_j^+ Q_i &= \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i C_{ss'} - \varphi_{ss'}^i C_{ss'}^+) (\psi_{ss'}^j C_{ss'}^+ - \varphi_{ss'}^j C_{ss'}) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^j C_{ss'}^+ - \varphi_{ss'}^j C_{ss'}) (\psi_{ss'}^i C_{ss'} - \varphi_{ss'}^i C_{ss'}^+) \end{aligned} \quad (C.19)$$

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j C_{ss'} C_{ss'}^+ - \psi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j C_{ss'} C_{ss'} - \underline{\varphi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j C_{ss'}^+ C_{ss'}^+} + \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j C_{ss'}^+ C_{ss'}) - \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^j \psi_{ss'}^i C_{ss'}^+ C_{ss'} - \underline{\psi_{ss'}^j \varphi_{ss'}^i C_{ss'}^+ C_{ss'}^+} - \underline{\varphi_{ss'}^j \psi_{ss'}^i C_{ss'} C_{ss'}} + \varphi_{ss'}^j \varphi_{ss'}^i C_{ss'} C_{ss'}^+) \quad (C.20)$$

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} [\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j (C_{ss'} C_{ss'}^+ - C_{ss'}^+ C_{ss'}) + \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j (C_{ss'}^+ C_{ss'} - C_{ss'} C_{ss'}^+)] \quad (C.21)$$

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} [\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j [C_{ss'}, C_{ss'}^+] + \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j [C_{ss'}^+, C_{ss'}]] \quad (C.22)$$

$[C_{ss'}^+, C_{ss'}] = -[C_{ss'}, C_{ss'}^+]$ komütasyonundan yararlanırsak;

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j - \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j) [C_{ss'}, C_{ss'}^+] \quad (C.23)$$

$[C_{ss'}, C_{ss'}^+] = \delta_{ss} \delta_{s's'} - \delta_{ss'} \delta_{s's}$ olduğu bulunmuştur. Bu ifadeyi de kullanırsak,

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^j - \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^j) (\delta_{ss} \delta_{s's'} - \delta_{ss'} \delta_{s's}) \quad (C.24)$$

$\sum_{ss'} (\delta_{ss} \delta_{s's'} - \delta_{ss'} \delta_{s's}) = 2$ olduğundan $i=j$ durumunda ifademiz,

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i{}^2 - \varphi_{ss'}^i{}^2) = \delta_{ii} = 1 \quad (C.25)$$

olarak bulunur.

*** Şimdi bozon operatörlerini fonon operatörleri cinsinden bulalım. Yani

$C_{ss'}^+ = \sqrt{2}(\psi_{ss'}^i Q_i^+ + \varphi_{ss'}^i Q_i)$ ve $C_{ss'} = \sqrt{2}(\psi_{ss'}^i Q_i + \varphi_{ss'}^i Q_i^+)$ ifadelerinin çıkarılışı:

$$Q_i^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} [\psi_{ss'}^i C_{ss'}^+ - \varphi_{ss'}^i C_{ss'}] \quad (C.26)$$

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} [\psi_{ss'}^i C_{ss'} - \varphi_{ss'}^i C_{ss'}^+] \quad (C.27)$$

(C.26) ifadesini $\sum_{ss'} \psi_{ss'}^i$, (C.27) ifadesini de $\sum_{ss'} \varphi_{ss'}^i$ ile çarpıp her iki ifade taraf tarafa toplanırsa;

$$\sum_{ss'} \psi_{ss'}^i Q_i^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sum_{ss'} \psi_{ss'}^i \psi_{ss'}^i C_{ss'}^+ - \sum_{ss'} \psi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^i C_{ss'})$$

$$\sum_{ss'} \varphi_{ss'}^i Q_i = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sum_{ss'} \varphi_{ss'}^i \psi_{ss'}^i C_{ss'} - \sum_{ss'} \varphi_{ss'}^i \varphi_{ss'}^i C_{ss'}^+)$$

$$+ \quad +$$

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i Q_i^+ + \varphi_{ss'}^i Q_i) = \frac{1}{\sqrt{2}} ((\psi_{ss'}^i)^2 - (\varphi_{ss'}^i)^2) C_{ss'}^+ \quad (C.28)$$

$\sum_{\mu} (\psi_{\mu}^2 - \varphi_{\mu}^2) = 1$ olduğunu gözönüne alarak; (C.28) ifadesi

$$\sum_{ss'} (\psi_{ss'}^i Q_i^+ + \varphi_{ss'}^i Q_i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{ss'} C_{ss'}^+$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $C_{ss'}^+$ ifadesi yalnız bırakılırsa;

$$C_{ss'}^+ = \sqrt{2}(\psi_{ss'}^i Q_i^+ + \varphi_{ss'}^i Q_i) \quad (C.29)$$

ifadesi elde edilir.

$C_{ss'}$ ifadesini bulmak için ise (C.26) terimi $\sum_{ss'} \varphi_{ss'}^i$, (C.27) terimi de $\sum_{ss'} \psi_{ss'}^i$ ifadeleri ile çarpılıp taraf tarafa toplandığında;

$$C_{ss'} = \sqrt{2}(\psi_{ss'}^i Q_i + \varphi_{ss'}^i Q_i^+) \quad (\text{C.30})$$

ifadesi bulunur.

*** $(1 + \chi F_n)(1 + \chi F_p) - q^2 \chi^2 F_n F_p = 0$ (5.32) denklemin kökleri eşleme titreşimlerinin meydana getirdiği uyarılmış 1^+ hallerinin enerjilerini verir.

Şimdi biz bu dispersiyon denklemini ve Bölüm 5'te verilen bazı bağıntıları elde etmeye çalışacağız.

Bunun için sistemimizin Hamiltoniyeni aşağıdaki gibi seçilir.

$$H = H_{spp} + H_{koll} \quad (\text{C.31})$$

burada

$$H_{spp} = \sum_{s,\tau} E_s(\tau) (\alpha_s^+(\tau) \alpha_s(\tau) + \alpha_{\bar{s}}^+(\tau) \alpha_{\bar{s}}(\tau)) \quad (\text{C.32})$$

$$H_{koll} = \frac{1}{4} \chi \bar{\sigma}_n \bar{\sigma}_n + \frac{1}{4} \chi \bar{\sigma}_p \bar{\sigma}_p + \frac{1}{2} q \chi \bar{\sigma}_n \bar{\sigma}_p$$

sırasıyla sistemin tek-parçacık hamiltoniyeni ve spin etkileşmelerini içine alan hamiltoniyendir.

Bu iki hamiltoniyen düzenlenirse ve (C.26)'da yerlerine yazılırsa

$$H = \left\{ \sum_{ndt} E_{ss'} (\psi_{ss'}^2 + \varphi_{ss'}^2) + \sum_{prot} E_{vv'} (\psi_{vv'}^2 + \varphi_{vv'}^2) + \chi R_n^2 + \chi R_p^2 + 2q\chi R_n R_p \right\} Q_i^+ Q_i \quad (C.33)$$

elde edilir (Burada sadece köşegenel olan terimler alınmıştır).

(C.33) hamiltoniyenine varyasyon prensibini uygularsak

$$\delta \left\{ \langle \psi | Q_i H Q_i^+ | \psi \rangle - \langle \psi | H | \psi \rangle - \omega_i \left(\sum_i (\psi_s^{i2} - \varphi_s^{i2}) - 1 \right) \right\} = 0 \quad (C.34)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki ortadeğerler aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} \langle \psi_0 | Q_i H Q_i^+ | \psi_0 \rangle &= \\ " &= \left\{ \sum_{ndt} E_{ss'} (\psi_{ss'}^2 + \varphi_{ss'}^2) + \sum_{prot} E_{vv'} (\psi_{vv'}^2 + \varphi_{vv'}^2) + \chi R_n^2 + \chi R_p^2 + 2q\chi R_n R_p \right\} \langle \psi | Q_i Q_i^+ Q Q_i^+ | \psi \rangle \\ " &= \left\{ \sum_{ndt} E_{ss'} (\psi_{ss'}^2 + \varphi_{ss'}^2) + \sum_{prot} E_{vv'} (\psi_{vv'}^2 + \varphi_{vv'}^2) + \chi R_n^2 + \chi R_p^2 + 2q\chi R_n R_p \right\} \end{aligned}$$

olarak bulunur. (C.35)

$$\langle 0 | H | 0 \rangle = 0 \quad \text{olarak bulunur.} \quad (C.36)$$

(C.35) ve (C.36) ifadelerini (C.34)'te yerlerine yazarsak;

$$\delta \left\{ \sum_{ndt} E_{ss'} (\psi_{ss'}^2 + \varphi_{ss'}^2) + \sum_{prot} E_{vv'} (\psi_{vv'}^2 + \varphi_{vv'}^2) + \chi R_n^2 + \chi R_p^2 + 2q\chi R_n R_p - \omega_i \left(\sum_i (\psi_s^{i2} - \varphi_s^{i2}) - 1 \right) \right\} = 0$$

elde edilir. (C.37)

$$R_n = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} g_{ss'}$$

$$R_p = \sum_{vv'} \sigma_{vv'} L_{vv'} g_{vv'} \quad (C.38)$$

$$g = \psi + \varphi$$

ifadeleri (C.37)'de yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \sum_{n\dot{t}} E_{ss'}(\psi_{ss'}^2 + \varphi_{ss'}^2) + \sum_{p\dot{t}} E_{vv'}(\psi_{vv'}^2 + \varphi_{vv'}^2) + \chi \left(\sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'})^2 + \right. \\ \left. + \chi R_p^2 + 2q\chi \left(\sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'}) R_p - \omega_i \left(\sum_i (\psi_s^{i2} - \varphi_s^{i2}) - 1 \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (C.39)$$

elde edilir. Bu ifadeye önce $\psi_{ss'}$ 'ye göre türev alıp $\psi_{ss'}$ 'yü ve sonrada $\varphi_{ss'}$ 'e göre türev alıp $\varphi_{ss'}$ 'yü çekersek, RPA genliklerini elde etmiş oluruz.

$\psi_{ss'}$ 'ye göre türev alınırsa

$$2 \sum_{n\dot{t}} E_{ss'} \psi_{ss'} + 2\chi \sum_{ss'} \sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2 (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'}) + 2q\chi \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} R_p - 2\omega_i \psi_{ss'} = 0 \quad (C.40)$$

$$2 \sum_{n\dot{t}} E_{ss'} \psi_{ss'} + 2\chi \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'}) + 2q\chi \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} R_p - 2\omega_i \psi_{ss'} = 0 \quad (C.41)$$

altı çizili ifade yerine R_n yazıp ifademizi düzenlersek;

$$\sum_{n\dot{t}} (E_{ss'} - \omega_i) \psi_{ss'} + \chi \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (R_n + qR_p) = 0 \quad (C.42)$$

elde edilir. Bu ifadeden $\psi_{ss'}$ 'ü çekilirse,

$$\psi_{ss'} = -\chi (R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{(E_{ss'} - \omega_i)} \quad (C.43)$$

bulunmuş olur.

Şimdi (C.39) ifadesinde $\varphi_{ss'}$ 'ye göre türev alınıp aynı işlemler yapıp $\varphi_{ss'}$ terimi çekilirse,

$$\varphi_{ss'} = -\chi(R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{(E_{ss'} + \omega_i)} \quad (\text{C.44})$$

ifadesi elde edilir.

Aynı işlemleri proton sistemi için yapılırsa $\psi_{vv'}$ ve $\varphi_{vv'}$ genlikleri aşağıdaki gibi

$$\psi_{vv'} = -\chi(R_p + qR_n) \frac{\sigma_{vv'} L_{vv'}}{(E_{vv'} - \omega_i)} \quad (\text{C.45})$$

$$\varphi_{vv'} = -\chi(R_p + qR_n) \frac{\sigma_{vv'} L_{vv'}}{(E_{vv'} + \omega_i)} \quad (\text{C.46})$$

elde edilir.

Şimdi (C.43) ve (C.44) ifadeleri (C.38)'de yerlerine konursa;

$$R_n = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} g_{ss'} = \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} (\psi_{ss'} + \varphi_{ss'}) \quad (\text{C.47})$$

$$= \sum_{ss'} \sigma_{ss'} L_{ss'} \left\{ -\chi(R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{(E_{ss'} - \omega_i)} - \chi(R_n + qR_p) \frac{\sigma_{ss'} L_{ss'}}{(E_{ss'} + \omega_i)} \right\}$$

$$= \sum_{ss'} \sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2 \left\{ \frac{-\chi(R_n + qR_p)(E_{ss'} + \omega_i) - \chi(R_n + qR_p)(E_{ss'} - \omega_i)}{(E_{ss'}^2 - \omega_i^2)} \right\}$$

$$= \sum_{ss'} \sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2 \left\{ \frac{-2\chi(R_n E_{ss'} - qR_p E_{ss'})}{(E_{ss'}^2 - \omega_i^2)} \right\}$$

$$= 2 \sum_{ss'} \frac{E_{ss'} \sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2}{E_{ss'}^2 - \omega_i^2} (-\chi R_n - q\chi R_p) \quad (\text{C.48})$$

bu ifadeye $F_n = 2 \sum_{ss'} \frac{E_{ss'} \sigma_{ss'}^2 L_{ss'}^2}{E_{ss'}^2 - \omega_i^2}$ olduğu kabul edilirse,

$$R_n = F_n (-\chi R_n - q\chi R_p) \quad (\text{C.49})$$

$$R_n + \chi R_n F_n + q\chi R_p F_n = 0$$

$$R_n(1 + \chi F_n) + q\chi R_p F_n = 0 \quad (\text{nötron sistemi için}) \quad (\text{C.50})$$

ifadesi bulunur.

Nötron sistemi için yaptığımız işlemleri proton sistemi için tekrarlırsak;

$$R_p(1 + \chi F_p) + q\chi R_n F_p = 0 \quad (\text{Proton sistemi}) \quad (\text{C. 51})$$

denklemleri elde edilir.

(C.50) ve (C.51) ifadelerinden yararlanarak spin-titreşim 1^+1 durumlarının ω_i enerjilerinin bulunabilmesi için gerekli olan dispersiyon eşitliği elde edilir.

$$R_n(1 + \chi F_n) + q\chi R_p F_n = 0$$

$$R_p(1 + \chi F_p) + q\chi R_n F_p = 0$$

$$\begin{vmatrix} (1 + \chi F_n) & q\chi F_n \\ q\chi F_p & (1 + \chi F_p) \end{vmatrix} = (1 + \chi F_n)(1 + \chi F_p) - q^2 \chi^2 F_n F_p = 0 \quad (\text{C.52})$$

bulunmuş olur.

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında Akyazı'da doğdu. İlköğretimini Eser İlkokulu'nda, ortaöğretimini Sakarya Ali Dilmen Lisesinde tamamladı. 1997 yılında Sakarya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünü kazandı. 2001 yılında fizik bölümünden başarıyla mezun oldu. Aynı yıl içinde SAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğretimine başladı. Aralık 2003'te SAÜ Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak göreve başladı. Halen aynı bölümde yüksek lisans öğrenimini sürdürmekte ve araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.

Hakan YAKUT