

NÜKLEER MADDE İÇİN SKYRME  
PARAMETRELERİNİN VARYASYONEL MONTE  
CARLO YÖNTEMİNDEN ELDE EDİLMESİ

Serap BOSTAN

Yüksek Lisans Tezi

Fizik Anabilim Dalı

Şubat - 2012

NÜKLEER MADDE İÇİN SKYRME PARAMETRELERİNİN  
VARYASYONEL MONTE CARLO YÖNTEMİNDEN ELDE EDİLMESİ

Serap BOSTAN

Dumlupınar Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliği Uyarınca  
Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

Şubat – 2012

## KABUL ve ONAY SAYFASI

Serap BOSTAN'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “NÜKLEER MADDE İÇİN SKYRME PARAMETRELERİNİN VARYASYONEL MONTE CARLO YÖNTEMİNDEN ELDE EDİLMESİ” başlıklı bu çalışma, jürimizce Dumlupınar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğın ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

..... / ..... /2012

Üye : Prof. Dr. Atalay KÜÇÜKBURSA

Üye : Doç. Dr. Erdal ULUALAN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

Fen Bilimleri Enstitüsünün Yönetim Kurulu'nun ... / ... / .... gün ve ..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hasan GÖÇMEZ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

# NÜKLEER MADDE İÇİN SKYRME PARAMETRELERİNİN VARYASYONEL MONTE CARLO YÖNTEMİNDEN ELDE EDİLMESİ

Serap BOSTAN

Fizik Bölümü, Yüksek Lisans Tezi, 2012

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA

## ÖZET

Bu çalışmada, Varyasyonel Monte Carlo yöntemiyle nükleer madde için yeni bir Skyrme parametre seti elde edilmiştir. Nükleer madde için parçacık başına düşen toplam enerjiler Varyasyonel Monte Carlo yöntemiyle ve yeni Skyrme parametre setiyle elde edilmiştir.

Yeni Skyrme parametre seti kullanılarak, simetrik nükleer maddenin doyma yoğunluğu  $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$  olarak ve buna karşılık gelen Fermi momentumu ise  $k_F = 1.30 \text{ fm}^{-1}$  olarak elde edilmiştir. Simetrik nükleer madde için nükleon başına bağlanma enerjisi de  $E(\rho_0) = -15.69$  MeV olarak hesaplanmıştır. Bununla birlikte, simetrik nükleer madde için bulunan aynı özellikler, farklı izospin asimetri parametrelerinde asimetric nükleer madde için de hesaplanmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuçların, nükleer madde için literatürdeki farklı Skyrme parametre setleri kullanılarak elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Nükleer Madde, Simetrik Nükleer Madde, Asimetrik Nükleer Madde, Skyrme Etkileşim Parametreleri, Varyasyonel Monte Carlo Yöntemi.

## DETERMINING THE SKYRME PARAMETERS FROM VARIATIONAL MONTE CARLO METHOD FOR NUCLEAR MATTER

Serap BOSTAN

Physics Department, M. S. Thesis, 2012

Thesis Supervisor: Assist. Prof. Dr. Kaan MANİSA

### SUMMARY

In this study, a new Skyrme parameter set is determined for the nuclear matter by Variational Monte Carlo method. Total energies per particle are obtained for the nuclear matter by Variational Monte Carlo and the new Skyrme parameter set.

Using the new Skyrme parameter set, the saturation density of symmetric nuclear matter is obtained as  $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$  and the corresponding Fermi momentum is  $k_F = 1.30 \text{ fm}^{-1}$ . The binding energy per nucleon for the symmetric nuclear matter is calculated as  $E(\rho_0) = -15.69 \text{ MeV}$ . However, the same properties are calculated for asymmetric nuclear matter at different isospin asymmetry parameter. We observe that results obtained in this study are agreement with those obtained by different Skyrme parameter sets.

**Keywords:** Nuclear Matter, Symmetric Nuclear Matter, Asymmetric Nuclear Matter, Skyrme Interaction Parameters, Varyasyonel Monte Carlo Method.

## TEŞEKKÜR

Bu alıŐma Dumlupınar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsüne Yüksek Lisans tezi olarak sunulmuştur.

Bu tezin hazırlanması sırasında araŐtırmalarım boyunca yardımını esirgemeyen, bilgi ve tecrübeleriyle bana her konuda yardımcı olan, beni teŐvik eden sayın danıŐmanım Yrd. Doç. Dr. Kaan MANİSA'ya en içten teŐekkürlerimi sunmak isterim.

ÇalıŐmalarım sırasında, hesaplamaların yapılması aŐamasında yardımını esirgemeyen sayın Prof. Dr. Ülfet ATAV'a teşekkür ederim.

Ayrıca çalıŐmalarım boyunca benden yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen aileme de teşekkür ederim.

Serap BOSTAN

Şubat 2012, Kütahya

## İÇİNDEKİLER

|   | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| ÖZET .....  | iv           |
| SUMMARY .....   | v            |
| TEŞEKKÜR.....   | vi           |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....  | viii         |
| ÇİZELGELER DİZİNİ .....   | ix           |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....   | x            |
| <br>  |              |
| 1. GİRİŞ .....  | 1            |
| 2. NÜKLEER MADDE TEORİSİ .....  | 3            |
| 2.1 Simetrik ve Asimetrik Nükleer Madde .....                                       | 3            |
| 2.2 Fermi-Gaz Modeli.....   | 5            |
| 3. YOĞUNLUĞA BAĞLI SKYRME ETKİLEŞİM ENERJİSİ .....                                  | 9            |
| 3.1 Yoğunluk- Fonksiyon Modelleri .....   | 9            |
| 3.2 Skyrme Kuvvetleri ile Hartree-Fock Hesaplamaları.....                           | 11           |
| 4. MONTE CARLO YÖNTEMİ.....   | 15           |
| 4.1 Kuantum Monte Carlo .....   | 15           |
| 4.2 Varyasyonel Monte Carlo .....   | 16           |
| 4.3 Metropolis Örnekleme Yöntemi .....  | 17           |
| 4.4 Jastrow Yaklaşımı.....  | 21           |
| 4.5 Hesaplamalarda Kullandığımız Varyasyonel Dalga Fonksiyonu .....                 | 22           |
| 5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....   | 25           |
| 5.1 Monte Carlo Hesaplamalarında Kullanılan Etkileşim Potansiyeli .....             | 25           |
| 5.2 VMC Sonuçları .....   | 27           |
| 5.3 Yeni Skyrme Parametre Seti Kullanılarak Elde Edilen Nükleer Madde Sonuçları.... | 30           |
| 6. SONUÇ VE ÖNERİLER .....  | 47           |
| KAYNAKLAR DİZİNİ .....  | 49           |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

| <u>Sekil</u>  | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 5.1. Simetrik nükleer madde ( $\beta = 0.0$ ) için VMC hesaplamalarından elde edilen toplam enerjinin yoğunlukla değişimi.....  | 29           |
| 5.2. Asimetrik nükleer madde için ( $\beta = 0.9, 0.75, 0.58824, 0.5, 0.35714, 0.17392$ ) VMC hesaplamalarından elde edilen toplam enerjinin yoğunlukla değişimi. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                           | 29           |
| 5.3. Yeni Skyrme parametre seti kullanılarak simetrik nükleer madde ( $\beta = 0.0$ ) için, elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi. ....  | 35           |
| 5.4. Yeni Skyrme parametre seti kullanılarak simetrik ve asimetrik nükleer madde için çeşitli izospin parametreleri için ( $\beta$ ) elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir. .... | 35           |
| 5.5. Simetrik nükleer madde için SI-SVI arasındaki Skyrme etkileşim parametreleri kullanılarak elde edilen enerji değerleri.....  | 37           |
| 5.6. Asimetrik nükleer madde için SI parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir. ....                       | 41           |
| 5.7. Asimetrik nükleer madde için SII parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                       | 41           |
| 5.8. Asimetrik nükleer madde için SIII parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                      | 42           |
| 5.9. Asimetrik nükleer madde için SIV parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                       | 42           |
| 5.10. Asimetrik nükleer madde için SV parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                       | 43           |
| 5.11. Asimetrik nükleer madde için SVI parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.....                      | 43           |
| 5.12. Simetrik nükleer madde için seçilmiş Skyrme parametreleri (SI-SVI) ve yeni Skyrme parametre seti (siyah noktalı) kullanılarak elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi.....   | 46           |
| 5.13. Simetrik ve asimetrik nükleer madde için Varyasyonel Monte Carlo (VMC) ve yeni Skyrme parametre seti (YSPS) ile yapılan hesaplamalardaki enerji değerlerinin yoğunlukla değişimi. VMC ve YSPS grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir..                                 | 46           |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

| <u>Cizelge</u>  | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 5.1. Urbana $V_{14}$ nükleon-nükleon potansiyelinin parametreleri.....  | 27           |
| 5.2. Simetrik ve asimetrik nükleer madde için VMC hesaplamalarından,<br>$\beta = 0.9, 0.75, 0.58824, 0.5, 0.35714, 0.17392, 0.0$ , izospin asimetri parametreleri<br>için elde edilen enerji değerleri.....   | 28           |
| 5.3. Simetrik ve asimetrik nükleer madde için elde edilen yeni Skyrme parametre seti.....   | 30           |
| 5.4. SI den SVI ya kadar Skyrme etkileşiminin parametreleri.....  | 30           |
| 5.5. Literatürde bulunan çeşitli Skyrme parametre setleri. ....   | 31           |
| 5.6. Farklı Skyrme parametre setleri kullanılarak elde edilen simetrik nükleer madde<br>özellikleri: doyma yoğunluğu $n_0$ ( $\text{fm}^{-3}$ ), Fermi momentumu $k_F$ ( $\text{fm}^{-1}$ ), nükleonlar<br>arasındaki mesafe $r_0 = (9\pi)^{1/3} / 2k_F$ (fm), parçacık başına toplam bağlanma<br>enerjisi $\varepsilon$ (MeV), asimetri katsayısı $a_s$ (MeV), sıkıştırılabilirlik $K_\infty$ (MeV),<br>ses hızı $v_s / c$ , ve izoskaler etkin kütle $m_{\text{eff}} = m_s^* / m$ ..... | 32           |
| 5.7. Simetrik ve asimetrik nükleer madde için, yeni Skyrme parametre seti<br>kullanılarak elde edilen enerji değerleri.....   | 34           |
| 5.8. Simetrik nükleer madde için SI-SVI arasındaki Skyrme etkileşim parametreleri<br>kullanılarak elde edilen enerji değerleri.....   | 36           |
| 5.9. Asimetrik nükleer madde için SI parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....   | 38           |
| 5.10. Asimetrik nükleer madde için SII parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....   | 38           |
| 5.11. Asimetrik nükleer madde için SIII parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....  | 39           |
| 5.12. Asimetrik nükleer madde için SIV parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....   | 39           |
| 5.13. Asimetrik nükleer madde için SV parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....  | 40           |
| 5.14. Asimetrik nükleer madde için SVI parametresi kullanılarak $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4,$<br>$0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.....   | 40           |
| 5.15. Nükleer madde için SI-SVI arasındaki parametre setleri kullanılarak farklı<br>izospin parametreleri için elde edilen doyma yoğunlukları ve bunlara karşılık<br>gelen doyma enerjileri. ....   | 44           |
| 5.16. Beiner ve ark. SII, SIII, SIV, SV ve SVI Skyrme parametreleriyle nükleer<br>madde için elde ettikleri değerler.....   | 45           |
| 5.17. Beiner ve ark. bu çalışmada elde edilen simetrik nükleer maddenin özellikleri.....  | 45           |

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ****Simgeler**

|     |                   |
|-----|-------------------|
| E/A | Enerji            |
| fm  | Fermi             |
| K   | Sıkıştırılamazlık |
| MeV | Mega elektronvolt |
| T   | Sıcaklık          |

**Açıklama****Kısaltmalar**

|      |                            |
|------|----------------------------|
| HF   | Hartree-Fock               |
| VMC  | Varyasyonel Monte Carlo    |
| YSPS | Yeni Skyrme Parametre Seti |

**Açıklama**

## 1. GİRİŞ

Nükleer yapıların özelliklerinin araştırılması ve incelenmesinde çekirdekdeki nükleon-nükleon etkileşimleri önemlidir. Nükleer fiziğin temel amaçlarından birisi nükleonlar arasındaki temel etkileşmelerden yola çıkarak bütün nükleer etkileşmeleri açıklamaktır. Bu durum mikroskobik yaklaşım olarak adlandırılır ve bu yaklaşımda iki zorluk vardır; bunlardan birincisi çok-parçacık sistemlerindeki hesaplamaların zorluğu ve ileri seviyede bilgisayar tekniklerinin gerekliliğidir. İkincisi ise, üç ve daha fazla nükleon etkileşimlerinin etkileşim potansiyeline dahil edilmesidir [1].

Nükleon-nükleon etkileşim potansiyelleri, gerçekçi (realistic) ve fenomenolojik (phenomenological) olmak üzere iki sınıfa ayrılabilir. Gerçekçi nükleon-nükleon etkileşim potansiyeli modelleri, serbest nükleon-nükleon saçılması için elde edilen deneysel verilere ve döteronun özelliklerine fit etme temeline dayanır [2]. Fenomenolojik yaklaşım ise, uygun bir matematiksel fonksiyonun yardımıyla etkileşim potansiyelinin parametrizasyonudur. Son zamanlardaki parametrizasyonlar saçılma deneyleri için doğru hesaplamaları veren gerçekçi fonksiyonlara dayalıdır. Woods-Saxon potansiyeli buna güzel bir örnektir. Literatüre bakıldığında, relativistik ve relativistik olmayan yaklaşımlar olan fenomenolojik modeller çeşitli çalışmalarda kullanılmıştır. Örneğin sıcak nükleer maddenin (hot nuclear matter) durum denklemi, relativistik olmayan Skyrme etkileşim modelleri [3-7] ve relativistik ortalama alan teorisi [8] kullanılarak kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Bunun yanında soğuk nükleer maddenin (cold nuclear matter) durum denklemi, varyasyonel yöntem [9-12], relativistik olmayan Brueckner-Hartree-Fock (BHF) yaklaşımı [13, 14] ve gerçekçi nükleon-nükleon (NN) etkileşimlerine dayanan Dirac-Brueckner (DB) teorisi kullanılarak birçok fizikçi tarafından araştırılmıştır.

Skyrme tipi nükleon-nükleon etkileşmesi, 1970'lerden günümüze kadar nükleer Hartree-Fock hesaplamalarında kullanılmıştır [2]. Yoğunluk bağımlı Skyrme tipi etkin nükleon-nükleon etkileşmesi nükleer Hartree-Fock hesaplamaları için faydalı ve başarılıdır. Çünkü bu model en popüler mikroskobik modellerden birisidir. Nükleer maddenin ve saf nötron maddesinin taban durumu özelliklerinin açıklanmasında önemli rol oynar. Vautherin ve Brink [15], yoğunluk bağımlı Skyrme tipi etkin nükleon-nükleon etkileşmesinin Hartree-Fock hesaplamalarında kullanan öncü kişilerdir. Daha sonradan yapılan çalışmalarda Skyrme etkileşmesi için farklı parametre setleri önerilmiştir. Farklı Skyrme parametreleri kullanılarak nükleer maddenin taban durumu özellikleri için elde edilen sonuçlar benzerdir.

Uygun etkileşim potansiyelleri kullanarak, bağlanma enerjisi, doyma yoğunluğu ve sıkıştırılmazlık gibi deneysel olarak bilinen özellikleri elde etmek nükleer madde teorisinin amaçlarından birisidir. Nükleer madde hesaplamaları yapmak için, parametre ve operatörlerden oluşturulan etkileşim potansiyeli, nükleer maddenin bilinen deneysel özelliklerini doğru bir şekilde verecek şekilde seçilmelidir. Nükleer madde doyma noktası hesaplamalarında sıvı damla modeli ve yarı deneysel kütle formülü yada Hartree-Fock hesaplamaları kullanılır [16-18]. Ağır iyonlar ile yapılan elektron saçılma deneyleri sonucunda nükleer maddenin parçacık sayısı yoğunluğu  $\rho = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ , bu yoğunluğa karşılık gelen parçacık başına bağlanma enerjisinin -15 ile -17 MeV arasında, Fermi momentumu  $k_F$ 'nin ise 1.29 ile 1.44  $\text{fm}^{-1}$  değerleri arasında olduğu gösterilmiştir [19].

Day ve Wiringa, Brueckner-Bethe metodu ve varyasyonel hesaplamaları kullanarak nükleer madde hesaplamaları yapmıştır [20]. Argon  $V_{14}$  ve gerçekçi bir potansiyel kullanarak bu iki potansiyel ile yapılan hesaplamaların karşılaştırmasını yapmışlardır. Rashdan (2000)'ın çalışması incelendiğinde; Bethe-Goldstone denkleminin çözümüyle elde edilen nükleer maddenin enerji yoğunluğu fonksiyonunu kullanarak ve üç cisim etkileşmelerini de dahil ederek bir Skyrme parametre seti oluşturulmuştur [21]. Bu parametreler kullanılarak nükleer maddenin doyma özellikleri elde edilmiştir.

Biz bu çalışmamızda gerçekçi bir potansiyel olan Urbana potansiyeli ile [15], Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarından elde ettiğimiz enerji değerlerimizi kullanarak, fenomenolojik bir potansiyel olan Skyrme tipi etkileşim potansiyeli için yeni bir Skyrme parametre seti elde etmeye çalıştık. Elde ettiğimiz bu Skyrme parametre seti ile simetrik ve asimetric nükleer maddenin bağlanma enerjisi ve doyma yoğunluğu gibi dengedeki özelliklerini elde etmeye çalıştık.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, nükleer madde teorisi tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde Skyrme parametreleri ve Hartree-Fock eşitlikleri sunulmuştur. Dördüncü bölümde Varyasyonel Monte Carlo yöntemi tanıtılmıştır. Beşinci bölümde Skyrme parametreleriyle elde edilen hesaplama sonuçları sunulmuştur. Son bölümde bu çalışmadan çıkan sonuçlar değerlendirilmiş, konuyla ilgili bundan sonra yapılabilecek çalışmalar hakkında öneriler getirilmiştir.

## 2. NÜKLEER MADDE TEORİSİ

### 2.1 Simetrik ve Asimetrik Nükleer Madde

Nükleer madde, fiziksel ölçülebilir bir sistem olmamasına rağmen, nükleer madde teorisine, Fermi-gaz modelinden yola çıkarak nükleon-nükleon etkileşim potansiyelleri tanımlamak için oluşturulan bağıntıların genişletilmesiyle ulaşılır.

Teoride nükleer madde sonsuz bir çekirdek olarak tanımlanır ve Coulomb kuvvetleri ihmal edilir. Nükleer madde nötron ve protonların oranıyla tanımlandığı, nötron ve proton farklı izospin bileşeni olan tek bir parçacık gibi ele alınır ve nükleon tanımı kullanılır. Nükleonlar arasındaki etkileşim potansiyeli nükleer madde için doğru bağlanma enerjisini ve yoğunluğu vermelidir. Nükleer madde teorisinin hedefi; denge yoğunluğu, bağlanma enerjisi, sıkıştırılmazlık gibi deneysel olarak bilinen özelliklerin iki-cisim etkileşmelerinden hareketle elde edilmesidir. Diğer bir yaklaşımda nükleer maddenin özelliklerini olaycıl bir potansiyelden hesaplamaktır. Bu potansiyelin parametreleri döteronun özelliklerine, faz kayması verilerine ve nükleer maddenin bağlanma enerjisine uygun hale getirilebilir. Ya da yüzey enerjisi denge yoğunluğu ve nükleer maddenin bağlanma enerjisi gibi özelliklerini doğru olarak verecek hale getirilebilir. Bu potansiyele örnek olarak Seyler ve Blanchard potansiyel gösterilebilir. Bu potansiyeli Mayers ve Swiatecki (1969)  $T=0$  için, Kupper ve ark. (1974)  $T>0$  için kullanmışlardır [22-24].

Nükleer maddenin özelliklerini dengede ve dengede olmayan özellikler olmak üzere iki sınıfta toplayabiliriz. Nükleer maddenin viskozluğu ve ısı iletkenliği dengede olmayan özelliklerini, durum denklemi ve doyma noktası da dengedeki özelliklerini verir. Transport katsayılarının sıcaklık ve yoğunluğa bağlılığı sıvı gaz geçişleri, yoğunluk dalgalanmaları, kritik sıcaklık gibi özellikler bir transport denklemiyle belirlenebilmektedir. Dengede olmayan bir sistemde dengeye doğru yaklaşma ve transport özellikleri ile ilgili çalışmalar için en uygun, en iyi bilinen mikroskobik teori Boltzmann tarafından ele alınmış ve Pauli engelleme terimi de dahil edilerek Uehling-Uhlenbeck tarafından yeniden oluşturulmuştur. Nükleer maddenin transport katsayılarını elde etmek için, seyrek gaz limitinde ortalama alan ve Pauli engellemesi ihmal edilerek Boltzmann denklemi kullanılabilir [25]. Oğul tarafından bu konu ile ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır [26-28].

Nükleer madde hakkında temel bilgi, çekirdeğin bağlanma enerjisini sağlayan yarı deneysel kütle formüllerinden gelir. Bunlardan, en eski, en bilinen ve hala yararlı olanlardan bir tanesi Bethe-Weizsacker formülüdür.

$$B(A) = a_{vol}A + a_{surf}A^{2/3} + a_{coul}Z^2A^{-1/3} + a_{sym}\frac{(N-Z)^2}{A}$$

$$a_{vol} \approx -16 \text{ MeV}, \quad a_{surf} \approx 20 \text{ MeV},$$

$$a_{coul} \approx 0.751 \text{ MeV}, \quad a_{sym} \approx 21.4 \text{ MeV}$$
(2.1)

Burada ilk terim, proton ve nötronların eşit yoğunluğunda her nükleonun sabit bağlanma enerjisini gösteren ve böylece nükleer maddenin önemli parametrelerinden bir tanesini sağlayan hacim terimidir. İkinci terim nükleer yarıçapının karesiyle orantılıdır, böylece yüzeydeki nükleonlardan dolayı yüzey enerjisi bağlayıcı azalmayı tanımlar. Üçüncü terim homojen yüklü bir kürenin  $Z^2 / R$  yani  $Z^2 / A^{1/3}$  ile orantılı olduğu Coulomb enerjisidir. Son olarak son terim yetersiz sayıdaki proton ve nötronların bağlanmadaki azalmayı gösteren simetrik enerjidir.

Kütle formülünün daha modern bir versiyonu Seeger [29] tarafından verildi, aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$B(A) = W_0A - \gamma A^{2/3}$$

$$-0.86r_0^{-1}Z^2A^{-1/3} \left(1 - 0.76361Z^{-1/3} - 2.543r_0^{-2}A^{-2/3}\right)$$

$$-(\eta A^{-4/3} - \beta A^{-1})(N-Z)^2 + \delta A^{-1/2} (0, \pm 1)$$

$$+ 7e^{-6|N-Z|/A} - 14.33 \times 10^{-6} Z^{2.39}$$
(2.2)

Burada ilk terim yine hacim katkısını ve ikinci terim yüzey enerjisini tanımlar, üçüncü terim bozunma ve yüzeysel difüzyon düzeltmesi ile Coulomb enerjisini doğrular (ikinci ve üçüncü terimler parantez içindedir). Dördüncü terim bir A ifadesiyle yüzeysel etkilerden dolayı simetrik enerjidir. Ayrıca parantez içerisinde belirtilen ( $\delta$  ile orantılı) tek-çift için sıfır çift-çift için pozitif ve tek-tek çekirdeği için negatif ifade olan bir çiftlenim terimi vardır. Bu terim nükleon çiftlerinin daha sıkı bağlandığı gerçeğini gösterir. Son iki terimin daha az fiziksel önemi vardır fakat kütle tahminlerinin kesinliğini artırır. Katsayı için standart değerler kesin olmasa da  $W_0=15.645 \text{ MeV}$ ,  $\gamma=19.655 \text{ MeV}$ ,  $\beta=30.586 \text{ MeV}$ ,  $\eta=53.767 \text{ MeV}$ ,  $\delta=10.609 \text{ MeV}$  ve  $r_0=1.2025 \text{ fm}$  olarak verilir [30].

Nükleer madde, yarı deneysel kütle formülündeki  $A \rightarrow \infty$  alındığında Coulomb etkileşimleri, yüzey gerilimi, simetri, teklik-çiftlik gibi etkilerin sıfırlandığı, nötron ve

protonların oranı ile verilen sonsuz bir çekirdek olarak tanımlanır [31]. Nükleer madde de Coulomb kuvvetleri ihmal edildiği için nükleon tanımı kullanılır, nötron ve proton farklı izospin bileşeni olan tek bir parçacık gibi ele alınır. Simetrik nükleer maddede nötron ve protonların sayısı eşit olduğu gibi aynı zamanda kütleleri de eşit kabul edilir. Asimetrik nükleer madde de ise nötron ve proton sayıları farklıdır. Asimetrik nükleer maddenin doyma özelliği temel bir nükleer özelliktir ve astrofizik şartları altında kararsız çekirdeğin özelliklerinde önemli rol oynar. Asimetrik nükleer maddenin doyma yoğunluğu ve enerjisi gibi fiziksel özelliklerinde belirsizlik olmasına rağmen, simetrik nükleer maddenin doyma yoğunluğu ve enerjisi kararlı çekirdeğin yarıçap ve kütesinden deneysel olarak elde edilebilmektedir. Laboratuvarlarda kararsız bir çekirdek kullanarak asimetrik nükleer maddenin deneysel doyma şartının elde edilebilmesi için çalışmalar vardır [32-33].

Asimetrik nükleer maddenin parçacık başına enerjisi, izospin asimetri parametre  $\beta$  cinsinden Taylor serisine açılarak aşağıdaki gibi verilir [12].

$$E(\rho, \beta) = E(\rho) + \beta^2 S_1(\rho) + \beta^4 S_2(\rho) + \dots \quad (2.3)$$

Burada  $\beta^4$  ve daha yüksek terimleri ihmal edersek, asimetrik nükleer maddenin parçacık başına toplam enerjisini;

$$E(\rho, \beta) = E_s(\rho) + \beta^2 S(\rho). \quad (2.4)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada  $E_s(\rho)$  simetrik nükleer maddenin nükleon başına enerjisi ve  $S(\rho)$  ise simetri enerjisi olarak adlandırılır. İzospin asimetri parametresi  $\beta$  ise,

$$\beta = \frac{N_n - N_p}{N_n + N_p} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $N_n$  ve  $N_p$  sırasıyla nötron sayısını ve proton sayısını göstermektedir. Asimetrik nükleer maddenin durum denklemi ve daha detaylı bilgi için [12] numaralı kaynak incelenebilir.

## 2.2 Fermi-Gaz Modeli

Nükleer maddenin önemli birkaç özelliğini kavramamızı sağlayan ve hala çok basit olan diğer model Fermi-gaz modelidir. Sıvı damla modelinin aksine Fermi-gaz modeli, proton ve nötronları belirli yoğunluklarla etkileşmeyen fermiyon gazı olarak tek bir parçacık olarak ele alır.

Sonsuz bir hacimdeki serbest parçacıkların dalga fonksiyonu ve enerji özdeğerleri,

$$\psi_k(r) = \sin(k.r), \quad \varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.6)$$

şeklinde tanımlanır. Süreklilik durumunu koruyabilmek için dalga fonksiyonlarının kenar uzunlukları  $a; x, y, z = 0, \dots, a$  olan bir küp ile sınırlanır. Burada  $k$  dalga vektörünün izinli bileşenleri,

$$k_x = \frac{\pi}{a} n_x, \quad k_y = \frac{\pi}{a} n_y, \quad k_z = \frac{\pi}{a} n_z \quad (2.7)$$

$$n_x, n_y, n_z = 1, 2, \dots$$

şeklinde verilir. Bu durumda enerji özdeğerleri aşağıdaki gibi olur.

$$\varepsilon_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m a^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (2.8)$$

Küresel koordinatlarda  $(n, \Omega)$ ,

$$dN = dn_x dn_y dn_z = n^2 dn d\Omega \quad (2.9)$$

Küresel simetriyi kullanarak  $4\pi / 8$  faktörüyle  $\Omega$  boyunca birleşmeyi değiştirebiliriz (8 verilmesinin nedeni  $n$ 'nin sadece pozitif değerlerine izin verilir ve uzaklık açısının sekizde biriyle ilgilidir) ve böylece  $n$  sadece bağımsız bir niceliktir. Diğer taraftan (2.7) denkleminde dolay,

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m a^2} n^2 \quad (2.10)$$

ifadesini elde ederiz ki, buradaki  $n$  değeri (2.9)'da yerine yazılabilir:

$$dN = \frac{a^3}{\pi^2 \sqrt{2}} \left( \frac{m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon_n} d\varepsilon_n \quad (2.11)$$

Türevdeki  $\varepsilon < \varepsilon_n$  enerjisiyle, küresel bölgedeki tüm durumlar göz önüne alınır. Yoğunluk durumları  $\varepsilon_F$  Fermi enerjisine kadar birleştirilerek ve  $a^3$  hacmine bölünerek  $\rho$  tanecik yoğunluğu elde edilir:

$$\rho = \frac{N}{a^3} = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{2}} \left( \frac{m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon \sqrt{\varepsilon} . \quad (2.12)$$

Küçük hesaplamalarla integralin istenen sonucu bulunabilir:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \sqrt{6\pi^2 \rho} \quad (2.13)$$

Bu elde edilen sonuca bozulma faktörü eklenmelidir. Bu faktörü türeve sokmak çok kolaydır; burada bilmemiz gereken yoğunluğu bu faktöre bölmemizdir, yani sonuç olarak şu ifadeyi elde ederiz:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2}{\rho/g} \right)^{3/2} \quad (2.14)$$

Gerekli ve önemli bir nicelik olan yoğunluk yerine daha çok nükleer teoride Fermi momentumu kullanılır:

$$k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 \rho/g} . \quad (2.15)$$

Toplam kinetik enerji yoğunluğu, tek parçacıklı enerjilerin toplamıdır.

$$E_{kin} = g \frac{1}{\pi^2 \sqrt{2}} \left( \frac{m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon \varepsilon \sqrt{\varepsilon} = \frac{1}{5} \frac{gm^{3/2} \sqrt{2}}{\pi^2 \hbar^3} \varepsilon_F^{5/2} \quad (2.16)$$

Bu ifade kinetik enerji yoğunluğu olarak adlandırılır, çünkü hiçbir şekilde bağlanma potansiyellerini içermez. Bu modelde nükleonlar serbest parçacıklarımız gibi hareket ederler, fakat dikkate alınmamış bir negatif potansiyel enerjiye katkıda bulunan büyük homojen potansiyelle birleştirilmelidir. Her bir parçacığın ortalama enerjisi basit bir bağlantıyla verilir.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{E_{kin}}{\rho} = \frac{3}{5} \varepsilon_F \quad (2.17)$$

Nükleer madde enerji formülünde  $\rho^{2/3}$  ile artar böylece yoğunluğa bağlı bir terim oluşur.

Dikkate alınan bu durum sıfır sıcaklıkta, temel (taban) durumda ya da istatistiksel sınırdaki nükleer maddeyle ilgili olarak sadece Fermi-gazın en düşük durumudur. Enerji, artan yoğunlukla daha yüksek seviyeler elde etmemizi sağlayan Pauli Dışarlama İlkesinden ortaya çıkar. Bu dejenere olmuş bir gaz olayıdır.

Fermi-gaz modelinin önemli bir sonucu simetrik nükleer enerjinin temel bir açıklamasıdır. Proton numarası için  $Z$  ve nötron numarası için  $N$ 'yi kullanırsak  $Z + N = A$  kütle numarasıdır. Proton ve nötronların yoğunlukları  $\rho_p$  ve  $\rho_n$  farklı olabilir, fakat toplam yoğunluğa ilave edilmelidir.

$$\rho_p + \rho_n = \rho_0 \quad (2.18)$$

Sonuç olarak Fermi enerjileri farklı olacaktır ve yukarıdaki bütün formüller böyle bir birleşmeye uyarlanmak zorundadır. Toplam kinetik enerji ve tanecik sayısı için integrallerin karşılaştırılması ortalama kinetik enerji için uygun ortalamayı sağlar.

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{3 N \mathcal{E}_F^n + Z \mathcal{E}_F^p}{5 A} \quad (2.19)$$

Fermi enerjiler (2.14) denklemindekine göre yoğunluk terimleriyle verilir, böylece sadece yoğunluklar  $Z, N, A$  ve toplam yoğunluk terimleriyle ifade edilir.  $(Z - N)/A$ , ifadesinin simetrik enerjiye bağlı olduğunu hatırlayarak şu şekilde yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \rho_p &= \frac{Z}{A} \rho_0 = \frac{\rho_0}{2} \left( 1 + \frac{Z - N}{A} \right) \\ \rho_n &= \frac{N}{A} \rho_0 = \frac{\rho_0}{2} \left( 1 - \frac{Z - N}{A} \right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Bu Fermi enerjilerde daha sonra ortalama kinetik enerjide yer alır ve son olarak enerjinin en düşük konumu  $(Z - N)/A$ 'da sağlanır.

$$\Delta \bar{\mathcal{E}} \approx \bar{t}_N \left[ 1 + \frac{5 (Z - N)^2}{9 A^2} \right] \quad (2.21)$$

Sabit katsayının bulunduğu ifade şöyle verilir:

$$\bar{t}_N = \frac{3 \hbar^2}{5 2m} \left( \frac{3\pi^2 \rho_0}{2} \right)^{2/3} \approx 21 \text{ MeV} \quad (2.22)$$

Bu sonuç doğru olduğunu gösterir ve bir simetrik enerjiye yol açabilen en azından basit bir tekniği açıklar [30].

### 3. YOĞUNLUĞA BAĞLI SKYRME ETKİLEŞİM ENERJİSİ

#### 3.1 Yoğunluk- Fonksiyon Modelleri

Fermi-gaz modelinin doğal bir genellemesi Thomas-Fermi teorisi tarafından sağlanır; bunun için gerçek tek parçacıklı dalga fonksiyonları yüzey dalgaları tarafından bölgesel olarak yenilenir, böylece her bir noktada yerel Fermi momentumla uygun bağlantıda nükleonların bir yoğunluğu vardır. Hem momentum hem de durumun açıkça sabitlenmesi kuantum mekaniklerini bozar, fakat yerel yoğunluk yaklaşımı (LDA) olarak adlandırılan bu metot atom fiziğinde olduğu gibi hala oldukça başarılıdır. Çekirdekteki modern uygulamalar için birçok düzeltme ve üst seviyedeki terimler eklenmeli, bu da enerji yoğunluk formalizasyonunun tanımlanmasına yol açar. Bu varyasyonel bir ilkede özetlenebilir:

$$\delta \int d^3r (E[\rho(r)] - \lambda \rho(r)) = 0. \quad (3.1)$$

Burada  $\rho(r)$ , integralin en az değeri bulununcaya kadar çeşitlilik gösteren çekirdeğin içindeki yoğunluktur ve  $E(\rho)$  yerel yoğunluk açısından çekirdeğin enerjisini ifade eden enerji fonksiyonudur. İntegraldeki ikinci terim nükleonların sabit olması gereken toplam sayısını belirten ikinci derece şartları açıklar.

Bu yaklaşımdaki asıl problem tabii ki uygun bir  $E(\rho)$  fonksiyonu bulmaktır. Nükleer fizikteki gelişmeler Bethe-Weizsacker [34] formülüyle bağlantılı olarak başlamış, nükleer etkileşimin [35, 36] anlaşılmasındaki gelişime paralel olarak artarak gelişmiştir ve sonuç olarak tamamen gelişmiş enerji yoğunluk formalizmini [37-39] ortaya çıkarmıştır. Devam eden yıllarda birçok düzeltmelerin eklenmesi, bu metodun nükleer yapının birçok yönünü ve genel uyarılmalarını başarılı bir şekilde açıklamasını sağlamıştır.

Bu yoğunluk fonksiyonu sadece en temel unsurları içerir, fakat çekirdekte yoğunluk dağılımlarını tanımlamada oldukça yararlıdır ve şu şekilde verilmiştir:

$$\begin{aligned} E(\rho) = & \int d^3r \rho W(\rho) + \frac{e^2}{2} \int d^3r' \int d^3r \frac{\rho_p(r) \rho_p(r')}{|r-r'|} \\ & + C_{ex} \int d^3r \rho_p^{4/3} + C_{sym} \int d^3r (\rho_p - \rho_n)^2 \rho^v \\ & + \frac{V_0}{4\pi} \int d^3r' \int d^3r \rho(r) \frac{e^{-|r-r'|/\mu}}{|r-r'|} (\rho(r') - \rho(r)). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Burada ilk terim, nükleon başına hacim enerjisi,  $W(\rho)$ 'ya bağlı olan bir katkıdır ve nükleer maddenin durum denklemi olarak adlandırılır.

Nükleer maddede denge yoğunluğu  $\rho_0 \approx 0.16 \text{ fm}^{-3}$ 'dür ve bu yoğunluğa karşılık gelen nükleer madde bağlanma enerjisi  $W_0 = W(\rho_0) \approx -16 \text{ MeV}$ 'dir. Dengeden uzaklaştıkça, yani yüksek yoğunluklara doğru çıktıkça  $\rho_0 - W(\rho_0)$  ilişkisi bozulmaktadır. Nükleer maddenin dengede olmayan özellikleri hakkında bildiklerimiz sınırlıdır.

Son yıllarda daha yüksek yoğunluklarda ne olduğu ile ilgili soru ilgi noktası olmuştur, yüksek enerjilerdeki çekirdeğin çarpışmasından dolayı yüksek yoğunluk ve sıcaklıkta nükleer maddenin oluşması mümkündür. Nükleer maddenin ikinci kararsız durumu, yoğunluk izomeri, ya da bir quark-gluon plazmaya bağlantı aşaması gibi birçok egzotik etkiler araştırmacılar tarafından tartışılmaktadır.

$W(\rho)$ 'nin eğim derecesiyle ilgili olan ve aşağıdaki gibi tanımlanan nükleer modellerin en önemli niceliği nükleer maddenin sıkıştırılmazlığıdır:

$$K = 9\rho_0^2 \left. \frac{dW}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_0} \quad (3.3)$$

K doğrudan ölçülemez, çeşitli metot ve teknikler kullanılarak ölçülür. K'nın deneysel değeri 230-300 MeV arasında kabul edilmektedir [40]. Doğru bir sıkıştırılmazlık değeri, bir parabolik basit bir durum denklemi yardımıyla elde edilebilir:

$$W(\rho) = \frac{K}{18\rho_0^2} (\rho - \rho_0)^2 \quad (3.4)$$

Bu durum denge yoğunluğu civarındaki küçük salınımlar için geçerlidir ve daha yüksek yoğunluklara gidildikçe doğru olmayan sıkıştırılmazlık değerleri elde edilir.

Şimdi tekrar denklem (3.2)'ye dönersek; ikinci terim, protonların oluşturduğu bir yük dağılımının Coulomb enerjisine  $e\rho_p(r)$  benzerdir. Üçüncü terim Coulomb değişim [41] enerjisine bir yaklaşımı ifade eder. Bu değişim etkileri bir sonraki kesimde Hartree-Fock metoduyla ilgili olarak tartışılacaktır.

Diğer bir terim ise, şunda nötron ve proton yoğunlukları arasında bölgesel sapmalar üzerindeki bir integral olarak yazılır. Bu her bir noktada yerel bir Fermi-gaz üreten yerel yoğunluk yaklaşımının bütünüdür ve bu yüzden denklem (2.21)'in basit bir genellemesidir. Ek

yoğunluk faktörü  $\nu$  'nün gücü çok iyi bilinmez. Fermi-gaz modeli  $\nu = -1/3$  olarak önerir, fakat bu nicelik olarak güvenilir değildir, -1 ve 1/3 arasındaki uygulama değerleri ile daha iyi sonuçlar verir.

Son terim yüzeysel enerjinin yoğunluk fonksiyon versiyonudur. Bu Yukawa etkileşiminden dolayı temel bir enerjidir, fakat homojen bir dağılım için enerji çıkarılır (Bu da  $\rho(r')$  'nin neden  $-\rho(r)$  olarak görüldüğünü açıklar.), bu yüzden sadece yüzeye katkıda bulunur [30].

### 3.2 Skyrme Kuvvetleri ile Hartree-Fock Hesaplamaları

Bu kesimde üç cisim etkileşmelerinin Skyrme kuvvetlerine uygulanmasından bahsedilecektir. İki ve üç cisim etkileşmelerini içeren bir sistemin Hamiltoniyeni'ni aşağıdaki şekilde yazabiliriz [30]:

$$\hat{H} = \sum_i \hat{t}_i + \sum_{i \langle j} v_{ij}^{(2)} + \sum_{i \langle j \langle k} v_{ijk}^{(3)}. \quad (3.5)$$

Burada Skyrme etkileşim potansiyeli, iki-cisim ve üç-cisim etkileşmeleri için,

$$V = \sum_{i \langle j} v_{ij}^{(2)} + \sum_{i \langle j \langle k} v_{ijk}^{(3)} \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. İki cisim kısımları aşağıdaki gibi verilir;

$$\begin{aligned} v_{12}^{(2)} = & t_0 (1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \delta(r_1 - r_2) \\ & + \frac{1}{2} t_1 (\delta(r_1 - r_2) \hat{k}^2 + \hat{k}'^2 \delta(r_1 - r_2)) \\ & + t_2 \hat{k}^2 \cdot \delta(r_1 - r_2) \hat{k} + i W_0 (\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2) \cdot \hat{k}' \times \delta(r_1 - r_2) \hat{k} \end{aligned} \quad (3.7)$$

ve üç cisim kısımları da;

$$v_{123}^{(3)} = t_3 \delta(r_1 - r_2) \delta(r_2 - r_3) \quad (3.8)$$

şeklinde verilmektedir.  $\hat{k}$  ve  $\hat{k}'$  operatörlerinin aşağıdaki gibi tanımlandığını hatırlayalım ve  $\hat{k}'$  sola doğru hareket etmektedir;

$$\hat{k} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2), \quad \hat{k}' = -\frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2) \quad (3.9)$$

Hartree-Fock denklemini elde etmek için, Hamilton'un beklenen değerini Slater determinantı  $|HF\rangle$  içinde değerlendiririz. Bu şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} E &= \langle HF | \hat{H} | HF \rangle \\ &= \sum_i \langle i | \hat{t} | i \rangle + \frac{1}{2} \langle ij | \bar{v}^{(2)} | ij \rangle + \frac{1}{6} \sum_{ijk} \langle ijk | \bar{v}^{(3)} | ijk \rangle \end{aligned} \quad (3.10)$$

Böylece Hamilton yoğunluğunun uzay integralleri üzerinden yeniden yazılabileceğini görürüz.

$$E = \int d^3 r \hat{H}(r) \quad (3.11)$$

O halde Hamilton yoğunluğu, sırasıyla tek-parçacık durumları üzerinden toplama işlemi yapılarak elde edilen belirli (kesin) yoğunlukların bir fonksiyonudur. Tek-parçacık durumlarını;

$$\phi_i(r, \sigma, q) \quad (3.12)$$

şeklinde yazabiliriz, burada  $\sigma = \pm \frac{1}{2}$  spin belirtir,  $q = \pm \frac{1}{2}$  de izospini belirtir (burada q proton ve nötron durumunu gösteren bir niceliktir:  $q = p, n$ ) ve  $i$  sadece farklı yörünge fonksiyonlarını belirtir. Bütün dolu tek-parçacık durumları nötron ve protonlar için aşağıdaki gibi verilir.

Proton ve nötronlar için yoğunluk sayıları,

$$\rho_q(r) = \sum_{i, \sigma} |\phi_i(r, \sigma, q)|^2 \quad (3.13)$$

nötron ve protonlar için kinetik enerji yoğunlukları,

$$\tau_q(r) = \sum_{i, \sigma} |\nabla \phi_i(r, \sigma, q)|^2 \quad (3.14)$$

nötron ve protonlar için spin yörünge akımı,

$$J_q(r) = -i \sum_{i, \sigma, \sigma'} \phi_i^*(r, \sigma, q) [\nabla \phi_i(r, \sigma', q) \times \langle \sigma | \hat{\sigma} | \sigma' \rangle] \quad (3.15)$$

Bütün dolu tek-parçacık durumlarını yukarda göstermiş olduk. Dolu tek-parçacık durumlarının alt uzayının zaman tersinirliği altında değişmediğini kabul ederek aşağıdaki

Skyrme enerji yoğunluğu denklemini elde ederiz. Bu denklemin merkezi terim ve spin-yörünge terimi için detaylı çıkarılması kaynak [15]'de bulunabilir.

$$\begin{aligned}
\hat{H}(r) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\
& + \frac{1}{4} (t_1 + t_2) \rho \tau + \frac{1}{8} (t_2 - t_1) (\rho_n \tau_n + \rho_p \tau_p) \\
& + \frac{1}{16} (t_2 - 3t_1) \rho \nabla^2 \rho + \frac{1}{32} (3t_1 + t_2) (\rho_n \nabla^2 \rho_n + \rho_p \nabla^2 \rho_p) \\
& + \frac{1}{16} (t_1 - t_2) (J_n^2 + J_p^2) + \frac{1}{4} t_3 \rho_n \rho_p \rho + H_c(\vec{r}) \\
& - \frac{1}{2} W_0 (\rho \nabla \cdot J + \rho_n \nabla \cdot J_n + \rho_p \nabla \cdot J_p).
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Burada  $\rho = \rho_n + \rho_p$ ,  $\tau = \tau_n + \tau_p$  ve  $\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$  'dır.  $H_c(\vec{r})$  'deki Coulomb etkileşmesinin açık kısmı  $\frac{1}{2} V_c(\vec{r}) \rho_p(\vec{r})$  'dır. Bu ifadedeki  $V_c(\vec{r})$  aşağıdaki şekilde verilir:

$$V_c(\vec{r}) = \int \rho_p(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r'. \tag{3.17}$$

Denklem (3.16)'daki  $t_0$  ve  $t_3$  ile orantılı terimleri kıyaslayarak üç-cisim ilişki etkileşmesinin denklem (3.7) ile denklem (3.8)'de tanımlanan yoğunluk bağımlı iki-cisim kuvvetine eşit olduğu görülebilir. Ancak bu eşitlik sadece çift-çift çekirdekler için geçerlidir. Bir çekirdekte  $N = Z$  ve Coulomb alanı yoksa,

$$\rho_n = \rho_p = \frac{1}{2} \rho, \quad \tau_n = \tau_p = \frac{1}{2} \tau, \quad \vec{J}_n = \vec{J}_p = \frac{1}{2} \vec{J} \tag{3.18}$$

ve  $H(\vec{r})$  enerji yoğunluğu ifadesi aşağıdaki şekilde daha basite indirgenmiş olur:

$$\begin{aligned}
\hat{H}(r) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] \\
& + \frac{1}{4} (t_1 + t_2) \rho \tau + \frac{1}{8} (t_2 - t_1) (\rho_n \tau_n + \rho_p \tau_p) + \frac{1}{4} t_3 \rho_n \rho_p \rho
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Burada  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0$  Skyrme parametreleridir. 5. bölümde farklı Skyrme parametre setleri ve bu çalışmada elde ettiğimiz yeni Skyrme parametre seti sunulmuştur. (3.19) denkleminde, simetrik nükleer madde için parçacık başına bağlanma enerjisi;

$$\frac{E}{A} = \frac{H}{\rho} = \frac{3}{5}T_F + \frac{3}{8}t_0\rho + \frac{1}{16}t_3\rho^2 + \frac{3}{80}(3t_1 + 5t_2)\rho k_F^2 \quad (3.20)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $T_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m$  Fermi yüzeyindeki bir parçacığın kinetik enerjisidir. Denklem (3.20)'nin Fermi momentumunu  $k_F$ 'ye göre iki kere türevini aldığımızda nükleer madde için sıkıştırılabilirlik ifadesini elde ederiz [22].

$$K = k_F^2 \frac{\partial^2 (E/A)}{\partial k_F^2} = \frac{6}{5}T_F + \frac{9}{4}t_0\rho + \frac{15}{8}t_3\rho^2 + \frac{3}{4}(3t_1 + 5t_2)\rho k_F^2. \quad (3.21)$$

## 4. MONTE CARLO YÖNTEMİ

### 4.1 Kuantum Monte Carlo

Kuantum Monte Carlo, çok cisim problemlerini çözme fikriyle birlikte kuantum sistemlerini simüle eden bilgisayar algoritmalarının büyük bir kısmını oluşturur. Kuantum Monte Carlo, bir bakıma Monte Carlo metodunu ortaya çıkaran çok boyutlu integralleri ele almak için kullanılır. Kuantum Monte Carlo dalga fonksiyonu çok cisim etkileşmesinin doğrudan temsiline izin verir ve Kuantum Monte Carlo hesaplamalarındaki istatistiksel belirsizlik daha fazla simülasyon zamanıyla azaltılabilir. Bozonlar için sayısal olarak kesin ve polinom ölçekli algoritmalar mevcuttur. Fermiyonlar için çok iyi yaklaşımlar ve sayısal olarak üssel ölçme Kuantum Monte Carlo algoritmaları mevcuttur, fakat ikisinin de birlikte olduğu algoritmalar yoktur.

Herhangi bir fiziksel sistemin parçacıkları, çok hızlı hareket etmediği sürece çok cisim Schrödinger denklemi ile tamamlanabilir. Bu, dünyadaki hemen hemen her maddedeki elektronları kapsar, bu yüzden eğer Schrödinger denklemini çözebilirsek, bilgisayardan biyolojiye birçok alanda önemli uygulamalara sahip her bir elektronik sistemin davranışını tahmin edebiliriz. Bu aynı zamanda Bose-Einstein yoğunlaşmasındaki çekirdekleri ve sıvı helyum gibi superfluidleri (tam akışkanlar) kapsar. Zorluk, Schrödinger denkleminde parçacık sayısının üç katı olan bir fonksiyon içermesidir ve bu denklemi çözmek zordur. Genel olarak olarak teorisyenler, üç boyutlu dalga fonksiyonunu tek boyutlu orbitallerin bir antisimetrik fonksiyonu olarak değerlendirir. Bu tür formülasyon, ya Hartree-Fock yaklaşımı durumundaki gibi olası dalga fonksiyonlarını sınırlar ya da konfigürasyon (yapılandırma) etkileşimindeki gibi dalga fonksiyonlarını çok yavaşça birleştirir. Hartree-Fock yaklaşımında başlangıç değeri tahminlerindeki zorluklarından biri de, dalga fonksiyonunda elektronik ve nükleer biçimlendirmenin çok zor olmasıdır.

Kuantum Monte Carlo bu tarz problemler için bir yoldur çünkü doğrudan bizim seçtiğimiz üç boyutlu bir dalga fonksiyonunu örnek almamıza izin verir. Özellikle, bir Hartree-Fock yaklaşımını başlangıç noktamız olarak kullanabiliriz. Ancak sonra tipik olarak Jastrow fonksiyonları gibi herhangi bir simetrik fonksiyonu ile çarparak biçimlendirme şartlarını yerine getirmemiz gerekir. Birçok metot, sistemin taban durumundaki dalga fonksiyonunu hesaplamayı amaçlar. Bunların içinde yoğunluk matrisini hesaplayan Yörünge İntegrali Monte Carlo ve Yardımcı Alan Monte Carlo gibi metotlar vardır. Kuantum Monte Carlo metotlarını aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

- Stokastik Green Fonksiyon (SGF) Algoritması: Bozonlar için herhangi bir örgü Hamiltonyenini simüle etmek için kullanılır ve etkili bir yöntemdir.
- Varyasyonel Monte Carlo: Çoğunlukla çeşitli kuantum problemlerinin çözümünde, sistemin taban durumu özelliklerinin mutlak sıfırda belirlenmesinde kullanılır.
- Difüzyon Monte Carlo: Elektronlar için kullanılan en yaygın yüksek duyarlıklı Kuantum Monte Carlo metodudur. Ayrıca atomların kuantum davranışlarını simüle etmekte de kullanılır.
- Yörünge İntegrali Monte Carlo: Sonlu sıcaklık tekniği özellikle süper akışkan helyum gibi sıcaklığın çok önemli olduğu bozonlara uygulanır.
- Yardımcı Alan Monte Carlo: Genellikle örgü problemlerini kapsar, aynı zamanda kimyasal sistemlerde elektronlara uygulanır.
- Reptation Monte Carlo: Sıfır sıcaklık metoduyla Difüzyon Monte Carlo' ya benzer yaklaşımlardır fakat bazı farklı karşılaştırmalarıyla Yörünge İntegral Monte Carlo ya bağlıdır.
- Gauss Kuantum Monte Carlo.

## 4.2 Varyasyonel Monte Carlo

Varyasyonel Monte Carlo (VMC) metodu, sistemin taban durumuna yaklaşmak için uygulanan varyasyonel bir Kuantum Monte Carlo metodudur. VMC çok boyutlu integrallerin sayısal olarak hesaplanmasında kullanılır. Örneğin sadece 50 nükleon içeren bir sistemi ele alırsak, nükleon-nükleon etkileşim potansiyeli 0.2 fm mertebesinde bir mesafede oldukça önemli değişim gösterdiğinden ve böyle bir sistemin ortalama çapı 4 fm olacağından konvansiyonel sayısal integrasyon yöntemleri her koordinat için her bir kartezyen doğrultuda en az 100 noktada integrandın hesaplanmasını gerektirir. Dolayısıyla integrandın toplam olarak  $(100)^{3 \times 50} = 10^{300}$  noktada hesaplanması gerekir. Saniyede  $10^7$ , yılda  $10^{14}$  hesaplama yapılabilen en yüksek bilgisayar hızlarında bu  $10^{286}$  yıl gerektirir ki, bulunduğumuz evrenin yaşı sadece  $2 \times 10^{10}$  yıldır veya integrandın bu noktalardaki değerlerini her biri 10g kütleli ve  $10^8$  değer alabilen compact disklerde depolamaya kalkarsak bu durumda  $10^{290}$  kg lık bir kütle gerekir ki, galaksimizin kütlesi sadece  $4 \times 10^{41}$  kg mertebesinde. Eğer olayın fiziksel yapısı integrandın bu kadar ayrıntılı olarak örneklenmesini gerektirseydi durumun tamamen umutsuz olacağı açıktır [40].

Monte Carlo yöntemi, yapay bir dinamik (artificial dynamics) kullanarak çok cisim sistemlerini simüle etmek için kullanılan metotlardan birisidir ve rastgele sayılar (random numbers) üzerine kurulmuştur. Bu yöntemde kullanılan yapay dinamik bize çok parçacıktan

oluşmuş bir sistemin dinamik fiziksel özellikleri hakkında birçok durumda bilgi sağlar. Monte Carlo yönteminin tam olarak tanımını yapmak zordur. Monte Carlo uygulamalarının en önemli ve belirgin özelliği, gelişigüzel örnekleme yöntemlerinin hesaplardaki temel rolüdür. Uygulanan bütün Monte Carlo yöntemlerinde belirli olasılık dağılımlarından örnekler seçilir. Ele alınan fiziksel problemin çözümünde, istatistiksel veriler bu örneklerden toplanır ve bunların analizi ile çözüme gidilir. Özellikle Monte Carlo yöntemi, incelenen fiziksel problemin analitik bir çözümü bulunmadığı durumlarda problemin teorik çözümünde önemli rol oynar [22].

Basit bozon sistemlerine Varyasyonel Monte Carlo yöntemi ve Green fonksiyonu Monte Carlo yöntemini ilk olarak McMillan (1965) ve Kalos ve ark. (1974) tarafından uygulanmıştır [42, 43]. Burada, sistemin etkileşim potansiyelinin sadece parçacıklar arasındaki mesafeye bağlı olduğu için basit sistem tanımı yapılmıştır. Basit sistemlere örnek olarak Coulomb sistemleri ve atomik helyum sıvısı gibi sistemler gösterilebilir. Ancak çekirdekler basit bir sistem değildir. Çünkü çekirdekteki etkileşen nükleonların spin-izospin durumları nükleer kuvvetlerin kuvvetli bir şekilde etkilemesine sebep olur. Monte Carlo yöntemleri basit Fermi sistemleri ve sonlu çekirdekler için de geliştirilmiştir [44, 45].

### 4.3 Metropolis Örnekleme Yöntemi

$[\bar{R}_i]$  değer kümesinin elde edilmesi için  $W(\bar{R})$  ağırlık fonksiyonunun örnekleme gerekir.  $W(\bar{R})$  ağırlık fonksiyonu basit bir fonksiyonsa, Kalos ve Whitlock (1986) tarafından geliştirilen özelleştirilmiş yöntemler kullanılabilir [46]. Eğer  $W(\bar{R})$  basit bir fonksiyon değilse, o zaman  $[\bar{R}_i]$  değerlerinin kümesini elde etmek için Metropolis yöntemi kullanılır. Metropolis Algoritması ayrıntılı denge şartı üzerine kurulmuştur. Denge durumunda  $[\bar{R}_i]$  noktalarını içeren dinamik bir sistemi dikkate alırsak bu noktaları içeren yoğunluğu,

$$\rho = [\bar{R}_i] \text{ noktalarının yoğunluğu} \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlayabiliriz. Bu noktalar  $\bar{R}$  durumundan  $\bar{R}'$  durumuna geçiş olasılığını  $P(\bar{R} \rightarrow \bar{R}')$  sağlıyorsa o zaman,

$$\rho(\bar{R}') P(\bar{R} \rightarrow \bar{R}') = \rho(\bar{R}) P(\bar{R}' \rightarrow \bar{R}) \quad (4.2)$$

ifadesi dinamik denge şartını ifade eder.  $W(\bar{R})$  ağırlık fonksiyonunun örneklemeyle bizim elde etmek istediğimiz,

$$\rho \propto W(\bar{R}) \quad (4.3)$$

ifadesidir. Bu yüzden  $P(R \rightarrow \bar{R}')$  aşağıdaki (4.4) denklemini sağlamalıdır:

$$\frac{P(\bar{R}' \rightarrow \bar{R})}{P(\bar{R} \rightarrow \bar{R}')} = \frac{\rho(\bar{R})}{\rho(\bar{R}')} = \frac{W(\bar{R})}{W(\bar{R}')} \quad (4.4)$$

Bu denklemi aşağıdaki şekilde ifade etmek ve kullanmak daha uygundur.

$$P(\bar{R}' \rightarrow \bar{R}) = 1 \quad W(\bar{R}) \gg W(\bar{R}') \text{ ise,} \quad (4.5)$$

$$P(\bar{R}' \rightarrow \bar{R}) = W(\bar{R}') / W(\bar{R}) \quad (4.6)$$

Metropolis ve ark. (1953) [ $\bar{R}_i$ ] koordinatlarının örneklenmesi için normalize edilmemiş herhangi bir dağılıma uygun olarak bir algoritma geliştirmiştir [47]. Bulunan  $\bar{R}_i$  noktaları bu algorithmada, Metropolis adımlarıyla adım adım oluşturulmasıyla tamamlanır. Mesela  $W(\bar{R})$  ağırlık fonksiyonuna uygun olarak  $\bar{R}$  noktaları seçmek istediğimizi varsayalım. Bunun için başlangıç noktamız  $\bar{R}_i$  olsun.  $\bar{R}_{i+1}$  değerini bulmak için,  $\bar{R}' = \bar{R}_i + \Delta\bar{R}$  şeklinde rastgele bir adım ilerleyerek geçici bir nokta belirlenir. Bu durumun olasılık dağılımı  $\min[1, W(\bar{R})/W(\bar{R}_i)]$  kabul edilir. Yani  $\bar{R}_{i+1} = \bar{R}'$  alınır, aksi takdirde reddedilir, yani  $\bar{R}_{i+1} = \bar{R}_i$  alınır. Bu şekilde seçilen  $\bar{R}$  değerlerinin kümesi  $W(\bar{R}) / \int W(\bar{R}) d\bar{R}$  olasılık dağılım fonksiyonuna uygun bir dağılım verir. Bu şekilde elde edilen dağılımın ayrıntılı denge şartını sağladığı yani bir  $\bar{R}$  durumundan  $\bar{Y}$  durumuna toplam geçiş olasılığı  $P(\bar{R} \rightarrow \bar{Y})$  ise  $P(\bar{R} \rightarrow \bar{Y}) = P(\bar{Y} \rightarrow \bar{R})$  olduğu kolayca gösterilebilir. Algoritma ile ilgili ayrıntı Kalos ve Whitlock (1986) tarafından verilmiştir [46].

Örnekleme dalga fonksiyonu klasik topluluklar için kullanılanlarla özdeşdir. Sadece determinant değerinin hesaplanmasında bir zorluk ortaya çıkar. Dalga fonksiyonunun örneklenmesi için biz bu çalışmamızda yukarıda bahsettiğimiz Metropolis ve ark. (1953) tarafından önerilen algoritmayı kullandık [47].

Metropolis algoritmasında her bir parçacığın başlangıç koordinatları seçilir; parçacık ya bir örgüde ya da bir önceki Monte Carlo hesaplama sonuçlarının verdiği konumdadır. Bu çalışmamızda parçacıkların başlangıç konumlarını bir ön Monte Carlo hesaplamasıyla rastgele

olarak seçtik. Daha sonra parçacıklar birer adım birer adım yeni konumlarına hareket ettirilir. Örneğin 1 parçacığının böyle adım adım ilerlediğini kabul edersek parçacığın yeni konumu  $r_y$  ;

$$\bar{r}_y = \bar{r}_1 + \bar{\xi} \quad (4.7)$$

ile verilir. Burada  $\bar{\xi}$  bir küpün içinde düzgün olarak dağılmış rastgele bir vektördür. Parçacık 1 için yeni konumda bulunma olasılığı,

$$P = \min \left[ 1, \left| \Psi(\bar{r}_y) / \Psi(\bar{r}_1) \right|^2 \right] \quad (4.8)$$

olarak kabul edilir. Yeni konumdaki dalga fonksiyonunun kesin değeri eskisinden daha büyükse o zaman yeni koordinatlar otomatik olarak kabul edilir. Bu rastgele ilerleme ile yeterince uzun bir süre sonunda oluşturulan koordinatlar kümesi,

$$P = \frac{|\Psi(\bar{r})|^2}{\int d\bar{r} |\Psi(\bar{r})|^2} \quad (4.9)$$

olasılığına uygun olarak tüm uzay koordinatları üzerinden tarafsız olarak seçilmiş bir örnekleme oluşturur. Buna göre herhangi bir F operatörünün beklenen değeri, rastgele B adım ilerlenmesiyle oluşan koordinatlar için hesaplanan operatörün ortalama değerine eşittir:

$$\langle \hat{F} \rangle = \frac{\int W(\bar{r}) F(\bar{r}) d\bar{r}}{\int W(\bar{r}) d\bar{r}} \quad (4.10)$$

$$\langle \hat{F} \rangle = \frac{\int d\bar{r} \Psi^*(\bar{r}) F(\bar{r}) \Psi(\bar{r})}{\int d\bar{r} |\Psi(\bar{r})|^2} \quad (4.11)$$

$$\langle \hat{F} \rangle = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B F(\bar{r}_i) \quad (4.12)$$

Bu dalga fonksiyonu ile çalışmanın en etkin yolu rastgele ilerlemenin başlangıcında  $D^s$  matrislerinin tersini hesaplamak ve parçacıklar ilerledikçe ters matrisin elemanlarını yenilemektir. Bu ters matris Metropolis kabul olasılığını ve varyasyonel enerjiyi hesaplamak için gerekli olacaktır.  $D^s$  matrisinin tersi  $\overline{D^s}$  olmak üzere tanım gereği,

$$\sum_{j=1}^I \overline{D_{ij}^s} D_{kj}^s = \delta_{ik} \quad (4.13)$$

yazabiliriz. Bu denklemde birinci indis yörüngeyi ikincisi ise bir parçacığı göstermektedir. Bir parçacık hareket ettiğinde determinantlardan sadece birinin bir sütunu değişecektir. Matrisin bir satırı veya sütunu ile kofaktörler matrisinin aynı satırının veya sütununun skaler çarpımı bir matrisin determinantına eşittir. Ayrıca kofaktörler matrisinin transpozunun matrisin determinantına oranı bir matrisin tersini verir. Burada bir matrisin determinantı ve bir matrisin tersi tanımlarından yola çıkarak, bir matrisin sadece bir satırı veya sütunu değiştiğinde kofaktörler matrisinin karşılık gelen satırının veya sütununun değişmeyeceğini de göz önünde bulundurarak determinantların oranını,

$$\sum_{j=1}^I \overline{D_{j1}^s} \phi_j(\vec{r}') = q \quad (4.14)$$

ve buna göre korelasyon fonksiyonu  $f_j(r_{ij}) = \exp[-u(r_{ij})]$  olmak üzere dalga fonksiyonlarının oranı,

$$\frac{\Psi(\vec{r}')}{\Psi(\vec{r})} = q \cdot \exp \left[ - \sum_{j=2}^N (u(r'_{1j}) - u(r_{1j})) \right] \quad (4.15)$$

ile verilir. Dalga fonksiyonlarının oranı hesaplandıktan sonra yeni konum,

$$P = \left| \frac{\Psi(\vec{r}')}{\Psi(\vec{r})} \right|^2 = q^2 \exp \left( -2 \sum_{j=2}^N [u(r'_{1j}) - u(r_{1j})] \right) \quad (4.16)$$

olasılığıyla kabul veya reddedilir. Eğer yeni konum kabul edilirse  $\overline{D^s}$  matrisinin bütün elemanlarının değişmesi gereklidir. Yeni ters matrisin elemanları,

$$\overline{D_{ji}^s} = \begin{cases} \frac{\overline{D_{ji}^s}}{q}, \dots \dots \dots i = 1 \\ \overline{D_{ji}^s} - \overline{D_{j1}^s} \sum_{k=1}^I \frac{\overline{D_{kj}^s} \phi_k(\vec{r}')}{q}, \dots \dots \dots i \neq 1 \end{cases} \quad (4.17)$$

ifadesinden hesaplanabilir. Bu şekilde elde edilen yeni ters matrisin (4.13) ifadesini sağladığı gösterilebilir [40].

#### 4.4 Jastrow Yaklaşımı

Çalışmamızda Jastrow yaklaşımını varyasyonel Monte Carlo yöntemi ile nükleer madde enerjilerinin beklenen değerlerini hesaplamak için kullandık. Jastrow yaklaşımının amacı, birçok parçacık dalga fonksiyonu oluşturmak ve bu dalga fonksiyonuna göre hesaplanan toplam enerji minimize edilerek varyasyonel parametreleri belirlemektir.

Genel olarak basit Fermi sistemleri için iki ve üç cisim korelasyon fonksiyonları  $f(r_{ij})$ , varyasyonel dalga fonksiyonu  $\Psi_V$ ,  $F(r_{ij}, r_{jk}, r_{ki})$  ile spin-aşağı ve spin-yukarı parçacıklar için yazılan  $\Phi_u(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_{A_u})$  ve  $\Phi_d(\bar{r}_{A_u+1}, \dots, \bar{r}_A)$  antisimetrik Slater determinantlarının çarpımına eşittir:

$$\Psi_V(\bar{R}) = \left[ \prod_{i \langle j \langle k} F(r_{ij}, r_{jk}, r_{ki}) \right] \left[ \prod_{i \langle j} f(r_{ij}) \right] \Phi_u(\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_{A_u}) \Phi_d(\bar{r}_{A_u+1}, \dots, \bar{r}_A) \quad (4.18)$$

Bu denklemi korelasyon fonksiyonları  $f = F = 1$  olduğunda Hartree-Fock şekline döndürür. Jastrow yaklaşımı üç cisim korelasyonu  $F = 1$  ve çift korelasyon  $f \neq 1$  olduğunda elde edilir. Buna göre varyasyonel dalga fonksiyonu,

$$\Psi_J = \prod_{i < j} f_J(r_{ij}) \Phi \quad (4.19)$$

şeklinde verilir. Burada  $f_J$  sadece parçacıklar arasındaki mesafenin yani  $r_{ji} = |r_i - r_j|$ 'nin bir fonksiyonu olan iki parçacık korelasyon fonksiyonudur.  $\Phi$  ise sistemdeki parçacıkların birbirleriyle etkileşmedikleri durumda elde edilen dalga fonksiyonudur.

$\Psi_J$  dalga fonksiyonunu  $\Psi_0$ 'a yaklaştırmak için, H sistemin toplam Hamiltoniyen operatörü olmak üzere,

$$E_J = \frac{\langle \Psi_J | H | \Psi_J \rangle}{\langle \Psi_J | \Psi_J \rangle} \quad (4.20)$$

ile verilen  $E_J$  varyasyonel enerjisi minimize edilerek yani;

$$\frac{\partial E_J}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial E_J}{\partial \beta} = 0 \quad (4.21)$$

şartları kullanılarak  $\alpha$ ,  $\beta$  parametreleri belirlenir. Burada  $\Psi_V$  değeri  $\Psi_0$ 'a yakın olduğunda, bütün parçacıkları 1 ile N arasındaki konfigürasyondan oluşmuş bir sistemde 3N boyutlu bir vektör olan  $\bar{R}$  için konfigürasyon enerjisi,

$$E(\bar{R}) = \frac{\Psi_V^*(\bar{R})H\Psi_V(\bar{R})}{\Psi_V^*(\bar{R})\Psi_V(\bar{R})} \quad (4.22)$$

olarak tanımlanır. Bu enerji değeri bütün  $\bar{R}$ 'ler için  $E_0$ 'a yakın bir değerdir.

$$E_V = \frac{1}{N} \sum_{i=1, N} E(\bar{R}_i) \quad (4.23)$$

ve varyans,

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1, N} [E(\bar{R}_i) - E_V]^2. \quad (4.24)$$

$\Psi_V = \Psi_0$  olduğunda varyansı sıfırdır ve bu mükemmel bir durumdur. Dolayısıyla  $E_V = E_0$  olduğunda istatistik hata yoktur [40]. Araştırmacıların çoğu a ve b pozitif sabitlerini uygun olarak seçerek,  $aE_V + b\sigma^2$  kombinasyonunu daha uygun bir şekilde bulma çabaları vardır[48].

#### 4.5 Hesaplamalarda Kullandığımız Varyasyonel Dalga Fonksiyonu

Jastrow yaklaşımında (4.19) denkleminde dalga fonksiyonumuzu ifade etmiştik. Bu ifadede N tane özdeş parçacıktan oluşmuş homojen bir sistemi dikkate alalım. Parçacıklarının her birini üç boyutlu olarak bir küpün içine izospin ve g spin durumları ve yörüngelerin sayısı I ile birlikte periyodik sınır şartlarıyla beraber yerleştirelim. Böylelikle küpün içindeki toplam parçacık sayısı  $N=I.g$ 'dir. Taban durumunda izospin ve g spin durumlarının eşit olarak dağıldığını kabul ederek parçacıkların koordinatlarını  $(\bar{r}, s)_i$  şeklinde verebiliriz. Bu durumda izospin ve s spin koordinatı  $1 \leq s \leq g$  ve  $1 \leq i \leq I.g = N$ 'dir. Gerçek taban durumunda deneme dalga fonksiyonunun bütün simetrilerini içerebilmesi için I yörünge sayısı k uzayında bir kabuk tam dolacak şekilde  $I= 1, 7, 19, 27, 33, 57, 81, \dots$  dizisinden seçilmelidir. Bu çalışmamızda nükleer madde için  $g= 4$  olduğundan nükleon sayıları nötron maddesi için  $N= 2, 14, 23, 54, \dots$  ve nükleer madde için  $N= 4, 28, 46, 108, \dots$  dizilerinden seçilmiştir.

(4.19) denklemindeki  $\Phi$ 'nin sistemdeki parçacıkların birbirleriyle etkileşmedikleri durumdaki dalga fonksiyonlarını temsil ettiğinden bahsetmiştik. Nükleer madde içerisindeki nükleonların birbirleriyle etkileşmedikleri durumlarda nükleonlar için tek parçacık dalga fonksiyonları,

$$\phi = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (4.25)$$

şeklinde düzlem dalga fonksiyonları ile verilir. Burada  $\vec{k}$  dalga vektörüdür. Kenarları L uzunluklu kübün içine nükleer madde ötelemeler altında değişmez olduğu ve nükleonları periyodik sınır şartı ile yerleştirdiğimiz için, nükleonların dalga fonksiyonları periyodik olacağından  $\vec{n}$  bir tam sayı vektör olmak üzere,

$$\vec{k} = \frac{2\pi\vec{n}}{L} \quad (4.26)$$

dalga vektörüyle hareket eden düzlem dalgalarıdır. Periyodik düzlem dalga fonksiyonları kullanıldığında birbirleriyle etkileşmeyen N tane nükleon ve bir kenarı L olan bir küp içerisinde bulunan çok parçacık dalga fonksiyonu

$$\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N) = \prod_{s=1}^g D^s \quad (4.27)$$

şeklinde verilebilir. Burada  $\phi_i(r)$  'ler tek parçacık düzlem dalga fonksiyonları ve  $D^s$  bilinen determinant dalga fonksiyonu olmak üzere,

$$D^s = \begin{vmatrix} \phi_1(r_{s1}) & \phi_1(r_{s2}) & \phi_1(r_{s3}) & \cdots & \phi_1(r_{sI}) \\ \phi_2(r_{s1}) & \phi_2(r_{s2}) & \phi_2(r_{s3}) & \cdots & \phi_2(r_{sI}) \\ \phi_3(r_{s1}) & \phi_3(r_{s2}) & \phi_3(r_{s3}) & \cdots & \phi_3(r_{sI}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_I(r_{s1}) & \phi_I(r_{s2}) & \phi_I(r_{s3}) & \cdots & \phi_I(r_{sI}) \end{vmatrix} \quad (4.28)$$

ile verilir. (4.19) denklemdeki iki parçacık arasındaki mesafeye bağlı olarak  $f_j(r_{ij})$  korelasyon fonksiyonunu,

$$u(r_{ij}) = -\ln[f_j(r_{ij})] \quad (4.29)$$

veya

$$f_j(r_{ij}) = \exp[-u(r_{ij})] \quad (4.30)$$

şeklinde tanımlanan bir pseudo potansiyel aracılığıyla tanımlayabiliriz. (4.27) ve (4.30) denklemleri (4.19) denklemde yerine yazarsak varyasyonel dalga fonksiyonumuz,

$$\Psi_J = \exp\left(-\sum_{i<j} u(r_{ij})\right) \times \prod_{s=1}^g D^s \quad (4.31)$$

şeklini alır. Bilgisayar hesaplamalarımızda kompleks aritmetikle uğraşmama kolaylığı sağladığı için bu çalışmada tek parçacık dalga fonksiyonlarını reel düzlem dalga fonksiyonları,

$$\phi_{\vec{n}}(\vec{r}) = \begin{cases} \cos\left(\frac{2\pi}{L}\vec{n}\cdot\vec{r}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi}{L}\vec{n}\cdot\vec{r}\right) \end{cases} \quad (4.32)$$

olarak aldık. Bu çalışmada Woods-Saxon potansiyeline benzeyen korelasyon fonksiyonlarından biri olan

$$f_j(r) = \left(\frac{1}{1 + e^{(r_0-r)/a}}\right)^t \quad (4.33)$$

fonksiyonunu kullandık [40].

## 5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

### 5.1 Monte Carlo Hesaplamalarında Kullanılan Etkileşim Potansiyeli

Herhangi bir nükleer maddenin özelliklerinin hesaplanmasında başlangıç noktası, nükleon-nükleon etkileşmesini ifade eden bir iki cisim potansiyelidir [49]. Orta mesafelerde nükleon-nükleon etkileşmesi çekici olmasına rağmen kısa mesafelerde çok itici özellik gösterir. Bu durum nükleonları çekirdeğe bağlayan tek piyon değiş-tokuşuyla meydana gelen orta mesafedeki etkileşme ve korelasyonların bir kombinasyonudur. Nükleon-nükleon etkileşmesinin en önemli kısmı, radyal fonksiyonları da içine alacak şekilde spin-izospin operatörlerinin bir toplamı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir [50].

$$V_{ij} = \sum_k V_k(r_{ij}) O^k(r_{ij}) \quad (5.1)$$

Burada operatörler spin ve izospine bağımlı operatörlerin bir çarpımı olarak seçilir:

$$O^k = [1, \sigma_i \cdot \sigma_j, S_{ij}, L \cdot S_{ij}, L^2, L^2 \sigma_i \cdot \sigma_j, L \cdot S_{ij}^2, L \cdot S_{ij}^2 \sigma_i \cdot \sigma_j] x [1, \tau_i \cdot \tau_j] \quad (5.2)$$

Toplam açısal momentum  $J \leq 2$  olduğu kanallardaki faz kaymalarına uyum sağlanabilmesi için potansiyelin en az on operatör bileşen içermesi gerekir:

$$\begin{aligned} V_{ij} = & v^c + v^\sigma (\sigma_i \cdot \sigma_j) + v^\tau (\tau_i \cdot \tau_j) + v^{\sigma\tau} (\sigma_i \cdot \sigma_j)(\tau_i \cdot \tau_j) \\ & + v^s S_{ij} + v^{t\tau} S_{ij} (\tau_i \cdot \tau_j) + v^b (L \cdot S)_{ij} + v^{b\tau} (L \cdot S)_{ij} (\tau_i \cdot \tau_j) \\ & + v^q L_{ij} + v^{q\tau} L_{ij} (\tau_i \cdot \tau_j) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Burada  $L$ ,  $i$  ve  $j$  nükleon çiftinin yörünge açısal momentumu,

$$S_{ij} = 3(\sigma_i \cdot r)(\sigma_j \cdot r) - \sigma_i \cdot \sigma_j$$

bilinen tensör operatörü,  $(L \cdot S)$  spin-yörünge operatörü ve

$$L_{ij} = (\sigma_i \cdot \sigma_j) L^2 - \frac{1}{2} [(\sigma_i \cdot L)(\sigma_j \cdot L) + (\sigma_j \cdot L)(\sigma_i \cdot L)]$$

kuadratik spin-yörünge operatörüdür.  $v^i$  ler radyal uzaklık  $|r_i - r_j|$  'nin basit fonksiyonlarıdır.

Lagaris ve Pandharipande deneysel verilere en iyi şekilde uyum sağlaması için 14 operatör bileşen içeren Urbana potansiyeli aşağıdaki şekilde ifade etmişlerdir.

$$\begin{aligned}
V_{ij} = & v^c + v^\sigma (\sigma_i \cdot \sigma_j) + v^\tau (\tau_i \cdot \tau_j) + v^{\sigma\tau} (\sigma_i \cdot \sigma_j)(\tau_i \cdot \tau_j) \\
& + v^l S_{ij} + v^{l\tau} S_{ij}(\tau_i \cdot \tau_j) + v^b (L.S)_{ij} + v^{b\tau} (L.S)_{ij}(\tau_i \cdot \tau_j) \\
& + v^q L^2 + v^{q\sigma} L^2(\sigma_i \cdot \sigma_j) + v^{q\tau} L^2(\tau_i \cdot \tau_j) + v^{q\sigma\tau} L^2(\sigma_i \cdot \sigma_j)(\tau_i \cdot \tau_j) \\
& + v^{bb} (L.S)^2 + v^{bb\tau} (L.S)^2(\tau_i \cdot \tau_j).
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Bu denklemde 14 operatörün kullanılmasındaki amaç deneysel verilere en iyi şekilde uyum sağlamasıdır. Denklem (5.4)'e bakıldığında ilk dört terimin ( $i = c, \sigma, \tau, \sigma\tau$ ) yani skaler terimle spin ve izospine bağlı terimlerin şiddetleri diğer terimlere göre çok daha büyüktür [51, 52]. Ayrıca sonsuz nükleer maddenin simetrisi nedeniyle açılma momentuma bağlı terimler nükleer maddenin bağlanma enerjisine önemli bir katkıda bulunmazlar. Bu nedenle Urbana potansiyelinin ilk dört terimini ( $i = c, \sigma, \tau, \sigma\tau$ ) dikkate alarak hesaplamalarımızı yaptık [53]:

$$V_{ij} = v^c + v^\sigma (\sigma_i \cdot \sigma_j) + v^\tau (\tau_i \cdot \tau_j) + v^{\sigma\tau} (\sigma_i \cdot \sigma_j)(\tau_i \cdot \tau_j) \tag{5.5}$$

Burada  $V^c$ ,  $V^\sigma$ ,  $V^\tau$  ve  $V^{\sigma\tau}$  terimleri sadece  $i$  ve  $j$  nükleonu arasındaki mesafeye bağlıdır. Denklem (5.4)'deki her bir terim üç kısımdan oluşur:

$$V^i = V_\pi^i + V_l^i + V_s^i \tag{5.6}$$

Burada ( $V_\pi^i$ ) uzun-mesafe etkileşmeleri, ( $V_l^i$ ) orta-mesafe etkileşmeleri ve ( $V_s^i$ )'de kısa-mesafe etkileşmeleri temsil eder. ( $V_\pi^i$ )'nin değeri sadece  $i = \sigma\tau$  için sıfırdan farklıdır ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$V_\pi^{\sigma\tau} = 3.488 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} (1 - e^{-cr^2}) \tag{5.7}$$

Orta ve kısa mesafe etkileşmeler ise,

$$V_l^i(r) = I^i \left[ \left( 1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right) \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} (1 - e^{-cr^2}) \right]^2 \tag{5.8}$$

$$V_s^i(r) = \frac{S^i}{1 + e^{(r-R)/a}} \tag{5.9}$$

şeklinde verilir. Burada  $\mu = 0.7 \text{ fm}^{-1}$  pilyonların Compton dalga boyudur. Potansiyel şiddet terimleri  $I^i$ ,  $S^i$  ve  $c$ ,  $R$ ,  $a$  parametreleri Çizelge 5.1'de verilmektedir [53].

**Çizelge 5.1** Urbana  $V_{14}$  nükleon-nükleon potansiyelinin parametreleri.

| $I$          | $I^i$   | $S^i$   |
|--------------|---------|---------|
| $C$          | -5.7030 | 2575.3  |
| $\sigma$     | 0.7628  | -366.56 |
| $\tau$       | 0.8892  | -466.56 |
| $\sigma\tau$ | -0.2790 | 402.81  |

$$c=0.2 \text{ fm}^{-2}, R=0.5 \text{ fm}, a=0.2 \text{ fm}$$

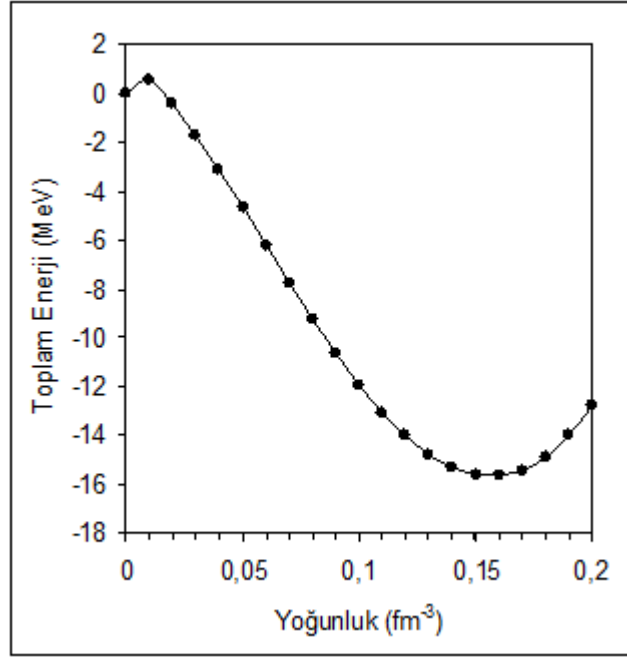
Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarımızda üç ve daha çok cisim etkileşmelerini temsil etmek için  $V_{TNI} = (\alpha\rho)^\beta v_s$  şeklinde bir potansiyel kullandık. Bu durumda kullandığımız Urbana etkileşim potansiyeli  $v_{14} + TNI = v_\pi + v_l + v_s + v_s(\alpha\rho)^\beta$  şeklindedir. Burada  $v_s$  Urbana potansiyelinin kısa mesafede etkili olan kuvvetli itici kısmıdır.  $\alpha$  ve  $\beta$  serbest parametrelerdir.

## 5.2 VMC Sonuçları

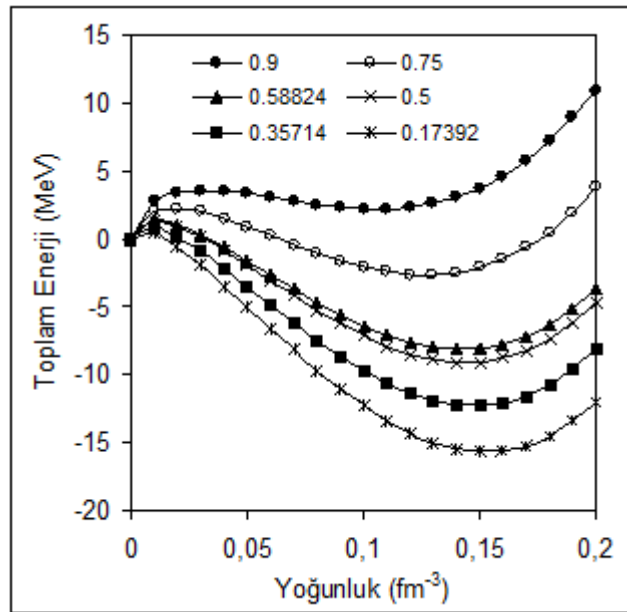
Simetrik ve asimetric nükleer madde için yoğunluğu  $\rho = 0.01 \text{ fm}^{-3}$  değerinden  $\rho = 0.20 \text{ fm}^{-3}$  değerine kadar  $0.01 \text{ fm}^{-3}$  aralıklarla artırarak ve Urbana  $V_{14}$  potansiyelini kullanarak Varyasyonel Monte Carlo hesaplamaları yaptık. Bu yoğunluklar ve çeşitli izospin parametreleri için elde edilen toplam enerji değerleri Çizelge 5.2'de verilmiştir. Simetrik nükleer madde için Şekil 5.1'de, asimetric nükleer madde için Şekil 5.2'de toplam enerjinin yoğunlukla değişim grafikleri verilmiştir. Kullandığımız Varyasyonel Monte Carlo yöntemi hakkında daha detaylı bilgi [1, 11, 12, 53-57] numaralı kaynaklardan elde edilebilir.

**Çizelge 5.2** Simetrik ve asimetrik nükleer madde için VMC hesaplamalarından,  $\beta = 0.9, 0.75, 0.58824, 0.5, 0.35714, 0.17392, 0.0$ , izospin asimetri parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

| Yoğunluk<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | Toplam Enerji<br>(MeV) |                |                   |               |                   |                   |               |
|----------------------------------|------------------------|----------------|-------------------|---------------|-------------------|-------------------|---------------|
|                                  | $\beta = 0.9$          | $\beta = 0.75$ | $\beta = 0.58824$ | $\beta = 0.5$ | $\beta = 0.35714$ | $\beta = 0.17392$ | $\beta = 0.0$ |
| $\rho$                           |                        |                |                   |               |                   |                   |               |
| 0.01                             | 2.75434                | 2.10052        | 1.41325           | 1.32069       | 0.87883           | 0.41851           | 0.53757       |
| 0.02                             | 3.39677                | 2.26995        | 1.05401           | 0.91851       | 0.16132           | -0.61732          | -0.42186      |
| 0.03                             | 3.58784                | 2.00539        | 0.33836           | 0.12414       | -0.92273          | -1.98471          | -1.72072      |
| 0.04                             | 3.50515                | 1.48013        | -0.57832          | -0.88323      | -2.16527          | -3.47151          | -3.16458      |
| 0.05                             | 3.32954                | 0.88665        | -1.56220          | -1.93515      | -3.49360          | -5.03666          | -4.71151      |
| 0.06                             | 3.04259                | 0.22110        | -2.63909          | -3.06944      | -4.84494          | -6.60980          | -6.24752      |
| 0.07                             | 2.76372                | -0.43440       | -3.66956          | -4.18120      | -6.16864          | -8.16101          | -7.77962      |
| 0.08                             | 2.51146                | -1.04740       | -4.65603          | -5.24924      | -7.42884          | -9.64250          | -9.25410      |
| 0.09                             | 2.31465                | -1.58109       | -5.60115          | -6.22001      | -8.63061          | -11.02191         | -10.63470     |
| 0.10                             | 2.18783                | -2.05895       | -6.41529          | -7.12596      | -9.69399          | -12.25119         | -11.91990     |
| 0.11                             | 2.14367                | -2.37457       | -7.09117          | -7.88808      | -10.60981         | -13.35397         | -13.08257     |
| 0.12                             | 2.31253                | -2.62529       | -7.64801          | -8.47292      | -11.33257         | -14.27374         | -13.98779     |
| 0.13                             | 2.58073                | -2.61022       | -8.00449          | -8.86204      | -11.89319         | -15.00446         | -14.78032     |
| 0.14                             | 3.07375                | -2.46961       | -8.15299          | -9.06424      | -12.19190         | -15.47167         | -15.30654     |
| 0.15                             | 3.74498                | -2.10472       | -8.06377          | -9.05303      | -12.26387         | -15.65175         | -15.61422     |
| 0.16                             | 4.61456                | -1.50343       | -7.78704          | -8.74170      | -12.10253         | -15.60797         | -15.67273     |
| 0.17                             | 5.77591                | -0.65333       | -7.18482          | -8.17787      | -11.58609         | -15.22975         | -15.43771     |
| 0.18                             | 7.24094                | 0.50865        | -6.35231          | -7.33894      | -10.79302         | -14.52957         | -14.88654     |
| 0.19                             | 8.93836                | 1.94226        | -5.20270          | -6.21559      | -9.63044          | -13.43081         | -14.00599     |
| 0.20                             | 10.92213               | 3.76388        | -3.72861          | -4.72726      | -8.13561          | -12.02648         | -12.80795     |



**Şekil 5.1** Simetrik nükleer madde ( $\beta = 0.0$ ) için VMC hesaplamalarından elde edilen toplam enerjinin yoğunlukla değişimi.



**Şekil 5.2** Asimetrik nükleer madde için ( $\beta = 0.9, 0.75, 0.58824, 0.5, 0.35714, 0.17392$ ) VMC hesaplamalarından elde edilen toplam enerjinin yoğunlukla değişimi. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.

### 5.3 Yeni Skyrme Parametre Seti Kullanılarak Elde Edilen Nükleer Madde Sonuçları

Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarından, simetrik ve asimetrik nükleer madde için elde edilen enerji değerleri, denklem (3.19) ve (3.20)'de verilen enerji denkleminde denkleştirilerek nükleer madde için yeni Skyrme parametre seti elde edilmiştir. Elde edilen bu yeni Skyrme parametre seti Çizelge 5.3'de verilmiştir.

**Çizelge 5.3** Simetrik ve asimetrik nükleer madde için elde edilen yeni Skyrme parametre seti.

| $t_0$ (MeV.fm <sup>3</sup> ) | $t_1$ (MeV.fm <sup>5</sup> ) | $t_2$ (MeV.fm <sup>5</sup> ) | $t_3$ (MeV.fm <sup>6</sup> ) | $x_0$ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------|
| -488.716                     | -5819.885                    | 1994.994                     | 63800                        | 0.22  |

Bu kesimde elde edilen yeni Skyrme parametre seti kullanılarak, simetrik ve asimetrik nükleer madde için bağlanma enerjisi ve buna karşılık gelen doyma yoğunlukları elde edilmiştir. Bulunan sonuçlar, literatürdeki SI, SII, SIII, SIV, SV ve SVI parametreleri kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Seçtiğimiz Skyrme etkileşim parametreleri Çizelge 5.4 'de verilmiştir.

**Çizelge 5.4** SI den SVI ya kadar Skyrme etkileşiminin parametreleri [19,56].

| Skyrme Etkileşimleri | $t_0$ (MeV.fm <sup>-3</sup> ) | $t_1$ (MeV.fm <sup>5</sup> ) | $t_2$ (MeV.fm <sup>5</sup> ) | $t_3$ (MeV.fm <sup>6</sup> ) | $x_0$  | $W_0$ (MeV.fm <sup>5</sup> ) |
|----------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------|------------------------------|
| SI                   | -1057.30                      | 235.90                       | -100.00                      | 14463.5                      | 0.560  | 120                          |
| SII                  | -1169.90                      | 586.60                       | -27.100                      | 9331.10                      | 0.340  | 105                          |
| SIII                 | -1128.75                      | 395.00                       | -95.000                      | 14000.0                      | 0.450  | 120                          |
| SIV                  | -1205.60                      | 765.00                       | 35.000                       | 5000.00                      | 0.050  | 150                          |
| SV                   | -1248.29                      | 970.56                       | 107.22                       | 0.00000                      | -0.170 | 150                          |
| SVI                  | -1101.81                      | 271.67                       | -138.33                      | 17000.0                      | 0.583  | 115                          |

Literatürde birçok Skyrme etkileşim parametresi bulunmasına rağmen Çizelge 5.4'de seçmiş olduğumuz Skyrme etkileşim parametreleri elde ettiğimiz parametre ile uyumludur. Çizelge 5.5'de çeşitli Skyrme parametreleri ve Çizelge 5.6'da da farklı Skyrme parametre setleri kullanılarak elde edilen nükleer maddenin çeşitli özellikleri verilmiştir.

**Çizelge 5.5** Literatürde bulunan çeşitli Skyrme parametre setleri [2].

| Skyrme  | $t_0$   | $t_1$ | $t_2$  | $t_3$ | $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\alpha$ | $K_\infty$ | $(m_s^*/m)$ | $(m_v^*/m)$ |
|---------|---------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|------------|-------------|-------------|
| Gs      | -1800.2 | 336.2 | -85.7  | 11113 | -0.49 | 0.00  | 0.00  | -1.03 | 0.30     | 237.6      | 0.78        | 0.68        |
| Rs      | -1798.0 | 336.0 | -84.8  | 11083 | -0.40 | 0.00  | 0.00  | -0.87 | 0.30     | 237.7      | 0.78        | 0.68        |
| SGI     | -1603.0 | 515.9 | 84.5   | 8000  | -0.02 | -0.50 | -1.73 | 0.14  | 0.33     | 262.1      | 0.61        | 0.57        |
| Sly0    | -2486.4 | 485.2 | -440.5 | 13783 | 0.79  | -0.50 | -0.93 | 1.29  | 0.17     | 230.2      | 0.70        | 0.80        |
| Sly1    | -2487.6 | 488.3 | -568.9 | 13791 | 0.80  | -0.31 | -1.00 | 1.29  | 0.17     | 230.3      | 0.70        | 0.80        |
| Sly10   | -2506.8 | 431.0 | -305.0 | 13826 | 1.04  | -0.67 | -1.00 | 1.68  | 0.17     | 230.1      | 0.68        | 0.80        |
| Sly2    | -2484.2 | 482.2 | -290.0 | 13763 | 0.79  | -0.73 | -0.78 | 1.28  | 0.17     | 230.4      | 0.70        | 0.80        |
| Sly230a | -2490.2 | 489.5 | -566.6 | 13803 | 1.13  | -0.84 | -1.00 | 1.92  | 0.17     | 230.4      | 0.70        | 1.00        |
| Sly3    | -2481.1 | 481.0 | -540.8 | 13731 | 0.84  | -0.34 | -1.00 | 1.36  | 0.17     | 230.4      | 0.70        | 0.80        |
| Sly4    | -2488.9 | 486.8 | -546.4 | 1377  | 0.83  | -0.34 | -1.00 | 1.35  | 0.17     | 230.4      | 0.69        | 0.80        |
| Sly5    | -2483.4 | 484.2 | -556.7 | 13757 | 0.78  | -0.32 | -1.00 | 1.26  | 0.17     | 230.4      | 0.70        | 0.80        |
| Sly6    | -2479.5 | 462.2 | -448.6 | 13673 | 0.82  | -0.47 | -1.00 | 1.36  | 0.17     | 230.3      | 0.69        | 0.80        |
| Sly7    | -2480.8 | 461.3 | -433.9 | 13669 | 0.85  | -0.49 | -1.00 | 1.39  | 0.17     | 230.2      | 0.69        | 0.80        |
| Sly8    | -2481.4 | 480.8 | -538.3 | 13731 | 0.80  | -0.34 | -1.00 | 1.31  | 0.17     | 230.4      | 0.70        | 0.80        |
| Sly9    | -2511.1 | 510.6 | -429.8 | 13716 | 0.80  | -0.62 | -1.00 | 1.37  | 0.17     | 230.1      | 0.67        | 0.80        |
| SV      | -1248.3 | 970.6 | 107.2  | 0     | -0.17 | 0.00  | 0.00  | 1.00  | 1.00     | 306.2      | 0.38        | 0.33        |
| SkI1    | -1913.6 | 439.8 | 2697.6 | 10592 | -0.95 | -5.78 | -1.29 | -1.56 | 0.25     | 243.2      | 0.69        | 0.80        |
| SkI2    | -1915.4 | 438.4 | 305.4  | 10548 | -0.21 | -1.74 | -1.53 | -0.18 | 0.25     | 241.3      | 0.68        | 0.80        |
| SkI3    | -1762.9 | 561.6 | -227.1 | 8106  | 0.31  | -1.17 | -1.09 | 1.29  | 0.25     | 258.7      | 0.58        | 0.80        |
| SkI4    | -1855.8 | 473.8 | 1006.9 | 9703  | 0.41  | -2.89 | -1.33 | 1.15  | 0.25     | 248.4      | 0.65        | 0.80        |
| SkI5    | -1772.9 | 550.8 | -126.7 | 8206  | -0.12 | -1.31 | -1.05 | 0.34  | 0.25     | 256.2      | 0.58        | 0.80        |
| SkI6    | -1849.3 | 483.9 | 528.4  | 9553  | 0.49  | -2.14 | -1.38 | 1.34  | 0.25     | 249.0      | 0.64        | 0.80        |
| SkMP    | -2372.2 | 503.6 | 57.3   | 12585 | -0.16 | -0.40 | -2.96 | -0.27 | 0.17     | 231.3      | 0.65        | 0.58        |
| SkO     | -2103.7 | 303.4 | 791.7  | 13553 | -0.21 | -2.81 | -1.46 | -0.43 | 0.25     | 223.7      | 0.90        | 0.85        |
| SkO'    | -2099.4 | 301.5 | 154.8  | 13526 | -0.03 | -1.33 | -2.32 | -0.15 | 0.25     | 222.7      | 0.90        | 0.87        |
| SkT4    | -1808.8 | 303.4 | -303.4 | 12980 | -0.18 | -0.50 | -0.50 | -0.50 | 0.33     | 235.8      | 1.00        | 1.00        |
| SkT5    | -2917.1 | 328.2 | -328.2 | 18584 | -0.29 | -0.50 | -0.50 | -0.50 | 0.17     | 202.2      | 1.00        | 1.00        |

Simetrik ve asimetrik nükleer madde için yeni Skyrme parametre setini kullanarak  $\rho = 0.01 \text{ fm}^{-3}$ 'den itibaren  $0.01 \text{ fm}^{-3}$  adımlarla artırılarak  $\rho = 0.20 \text{ fm}^{-3}$  değerine kadar enerji hesaplamaları yapılmıştır. Bu enerji değerleri Çizelge 5.7'de gösterilmektedir. Simetrik ve asimetrik nükleer madde için enerjinin yoğunlukla değişim grafikleri Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'de gösterilmiştir. Yeni Skyrme parametresi kullanılarak yapmış olduğumuz hesaplamalar sonucunda elde edilen grafiklerden görüldüğü gibi, asimetrik nükleer maddenin izospin parametresi simetrik nükleer maddeye yaklaştıkça doyma yoğunlukları ve bu yoğunluklara karşılık gelen bağlanma enerjileri daha belirgin bir hal almaktadır.

**Çizelge 5.6** Farklı Skyrme parametre setleri kullanılarak elde edilen simetrik nükleer madde özellikleri: doyma yoğunluğu  $n_0$  ( $\text{fm}^{-3}$ ), Fermi momentumu  $k_F$  ( $\text{fm}^{-1}$ ), nükleonlar arasındaki mesafe  $r_0 = (9\pi)^{1/3}/2k_F$  (fm), parçacık başına toplam bağlanma enerjisi  $\varepsilon$  (MeV), asimetri katsayısı  $a_s$  (MeV), sıkıştırılmazlık  $K_\infty$  (MeV), ses hızı  $v_s/c$ , ve izoskaler etkin kütle  $m_{eff} = m_s^*/m$  [2].

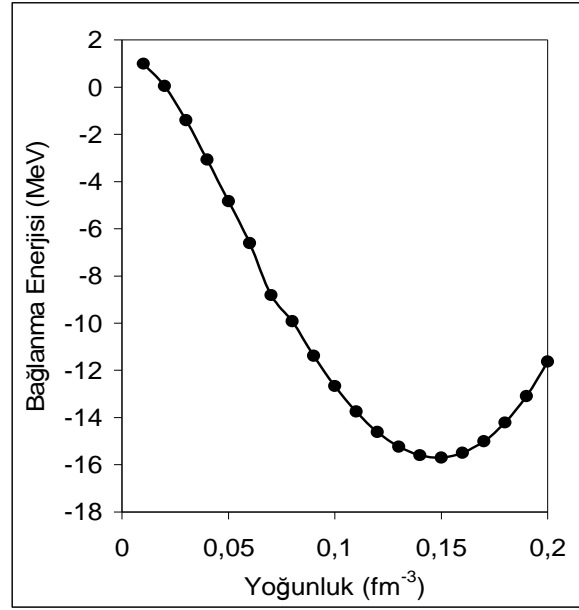
| Skyrme | $n_0$ | $k_F$ | $r_0$ | $\varepsilon$ | $a_s$ | $K_\infty$ | $v_s$ | $m_{eff}$ |
|--------|-------|-------|-------|---------------|-------|------------|-------|-----------|
| SI     | 0.156 | 1.320 | 1.154 | -15.99        | 29.25 | 372.1      | 0.212 | 0.91      |
| SII    | 0.148 | 1.300 | 1.172 | -15.96        | 34.15 | 341.6      | 0.203 | 0.58      |
| SkT    | 0.148 | 1.298 | 1.174 | -15.40        | 24.90 | 334.0      | 0.200 | 0.60      |
| SIII   | 0.145 | 1.291 | 1.180 | -15.85        | 28.17 | 355.9      | 0.207 | 0.76      |
| SIV    | 0.151 | 1.308 | 1.165 | -15.96        | 31.24 | 325.4      | 0.198 | 0.47      |
| SV     | 0.155 | 1.320 | 1.154 | -16.05        | 32.86 | 306.8      | 0.192 | 0.38      |
| SVI    | 0.144 | 1.286 | 1.185 | -15.75        | 26.89 | 364.0      | 0.209 | 0.95      |
| SVII   | 0.143 | 1.285 | 1.185 | -15.79        | 26.96 | 366.9      | 0.210 | 1.00      |
| SIII*  | 0.151 | 1.307 | 1.165 | -16.57        | 32.67 | 372.9      | 0.212 | 0.79      |
| SkM    | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.77        | 30.77 | 217.5      | 0.162 | 0.79      |
| SGI    | 0.155 | 1.318 | 1.156 | -15.89        | 28.35 | 262.6      | 0.178 | 0.61      |
| SGII   | 0.159 | 1.329 | 1.146 | -15.59        | 26.85 | 215.4      | 0.161 | 0.79      |
| SkM*   | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.77        | 30.06 | 217.5      | 0.162 | 0.79      |
| RATP   | 0.160 | 1.333 | 1.143 | -16.05        | 29.28 | 240.6      | 0.170 | 0.67      |
| SkT1   | 0.161 | 1.336 | 1.140 | -15.98        | 32.05 | 237.2      | 0.169 | 1.00      |
| SkT2   | 0.161 | 1.336 | 1.140 | -15.94        | 32.03 | 236.8      | 0.169 | 1.00      |
| SkT3   | 0.161 | 1.336 | 1.140 | -15.94        | 31.53 | 236.8      | 0.169 | 1.00      |
| SkT4   | 0.159 | 1.331 | 1.145 | -15.95        | 35.49 | 236.5      | 0.169 | 1.00      |
| SkT5   | 0.164 | 1.345 | 1.133 | -16.00        | 37.05 | 202.7      | 0.156 | 1.00      |
| SkT6   | 0.161 | 1.336 | 1.140 | -15.96        | 29.99 | 237.0      | 0.169 | 1.00      |
| SkT7   | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.94        | 29.54 | 236.7      | 0.169 | 0.83      |
| SkT8   | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.94        | 29.95 | 236.8      | 0.169 | 0.83      |
| SkT9   | 0.161 | 1.334 | 1.142 | -15.88        | 29.78 | 235.9      | 0.169 | 0.83      |
| SkP    | 0.163 | 1.341 | 1.136 | -15.95        | 30.02 | 201.9      | 0.156 | 1.00      |
| E      | 0.159 | 1.331 | 1.144 | -16.12        | 27.65 | 335.3      | 0.201 | 0.87      |
| Es     | 0.163 | 1.341 | 1.136 | -16.02        | 26.44 | 249.9      | 0.173 | 0.84      |
| Z      | 0.159 | 1.331 | 1.145 | -15.97        | 26.81 | 332.1      | 0.200 | 0.84      |
| Zs     | 0.163 | 1.342 | 1.135 | -15.88        | 26.70 | 234.5      | 0.168 | 0.78      |
| Zs*    | 0.163 | 1.340 | 1.136 | -15.96        | 28.82 | 236.0      | 0.169 | 0.77      |
| Rs     | 0.158 | 1.327 | 1.148 | -15.59        | 30.61 | 238.3      | 0.169 | 0.78      |
| Gs     | 0.158 | 1.327 | 1.148 | -15.59        | 31.40 | 238.1      | 0.169 | 0.78      |
| SkMP   | 0.157 | 1.325 | 1.149 | -15.56        | 29.91 | 231.7      | 0.167 | 0.65      |
| SkSC1  | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.85        | 28.11 | 235.6      | 0.168 | 1.00      |

Çizelge 5.6. (devamı)

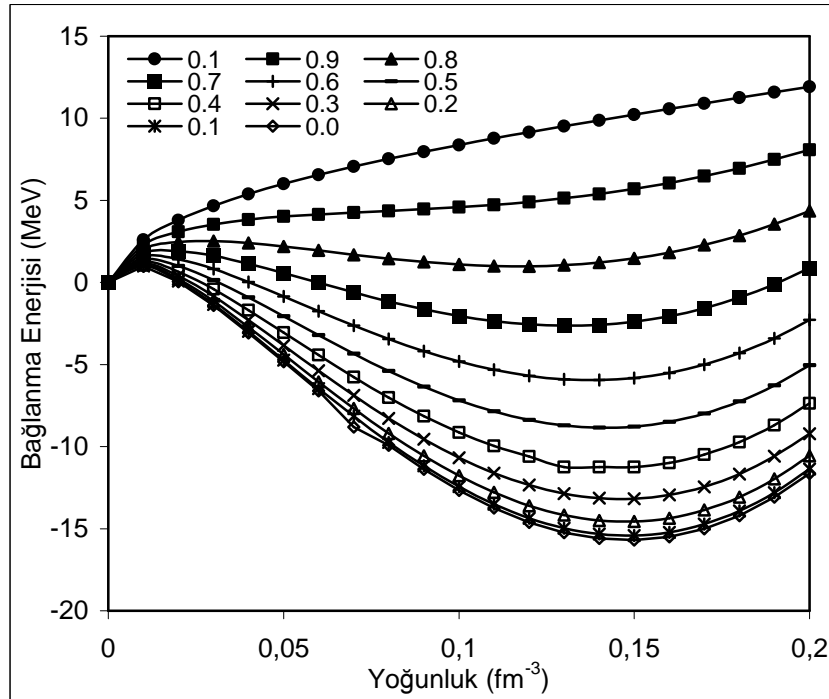
| Skyrme   | $n_0$ | $k_F$ | $r_0$ | $\varepsilon$ | $a_s$ | $K_\infty$ | $v_s$ | $m_{eff}$ |
|----------|-------|-------|-------|---------------|-------|------------|-------|-----------|
| SkSC2    | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.90        | 24.75 | 236.2      | 0.169 | 1.00      |
| SkSC3    | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.85        | 27.02 | 235.5      | 0.168 | 1.00      |
| SkSC4    | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.86        | 28.82 | 235.8      | 0.168 | 1.00      |
| SkSC5    | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.85        | 31.00 | 235.6      | 0.168 | 1.00      |
| SkSC6    | 0.161 | 1.336 | 1.141 | -15.92        | 24.59 | 236.5      | 0.169 | 1.00      |
| SkSC10   | 0.161 | 1.336 | 1.141 | -15.96        | 22.84 | 237.0      | 0.169 | 1.00      |
| SkI1     | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.95        | 37.59 | 243.8      | 0.171 | 0.69      |
| SkI2     | 0.158 | 1.327 | 1.148 | -15.77        | 33.42 | 241.9      | 0.171 | 0.68      |
| SkI3     | 0.158 | 1.327 | 1.148 | -15.98        | 34.89 | 259.2      | 0.177 | 0.58      |
| SkI4     | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.94        | 29.54 | 249.1      | 0.173 | 0.65      |
| SkI5     | 0.156 | 1.322 | 1.153 | -15.85        | 36.69 | 256.7      | 0.176 | 0.58      |
| SLy0     | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.97        | 32.03 | 230.7      | 0.167 | 0.70      |
| SLy1     | 0.161 | 1.334 | 1.141 | -15.98        | 32.04 | 230.8      | 0.167 | 0.70      |
| SLy2     | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.99        | 32.05 | 230.9      | 0.167 | 0.70      |
| SLy3     | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.97        | 32.03 | 230.9      | 0.167 | 0.70      |
| SLy4     | 0.160 | 1.332 | 1.143 | -15.97        | 32.04 | 230.9      | 0.167 | 0.69      |
| SLy5     | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.98        | 32.05 | 230.9      | 0.167 | 0.70      |
| SLy6     | 0.159 | 1.331 | 1.145 | -15.92        | 32.00 | 230.8      | 0.167 | 0.69      |
| SLy7     | 0.159 | 1.329 | 1.146 | -15.90        | 32.03 | 230.6      | 0.167 | 0.69      |
| SLy8     | 0.161 | 1.334 | 1.141 | -15.97        | 32.04 | 230.9      | 0.167 | 0.70      |
| SLy9     | 0.151 | 1.308 | 1.164 | -15.79        | 32.02 | 230.3      | 0.166 | 0.67      |
| SLy10    | 0.156 | 1.321 | 1.153 | -15.90        | 32.02 | 230.4      | 0.167 | 0.68      |
| SkM1     | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.77        | 25.19 | 217.5      | 0.162 | 0.79      |
| Skyrmel' | 0.156 | 1.320 | 1.154 | -15.99        | 29.37 | 372.1      | 0.211 | 0.91      |
| SkI6     | 0.159 | 1.331 | 1.144 | -15.92        | 30.13 | 249.7      | 0.173 | 0.64      |
| SkXce    | 0.155 | 1.320 | 1.154 | -15.86        | 30.16 | 269.1      | 0.180 | 1.01      |
| SkXm     | 0.159 | 1.330 | 1.145 | -16.04        | 31.22 | 239.1      | 0.170 | 0.97      |
| SkX      | 0.156 | 1.321 | 1.153 | -16.05        | 31.11 | 272.0      | 0.181 | 0.99      |
| MSk1     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.83        | 30.02 | 243.6      | 0.168 | 1.00      |
| MSk2     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.83        | 30.02 | 232.5      | 0.167 | 1.05      |
| MSk3     | 0.158 | 1.327 | 1.148 | -15.82        | 28.00 | 234.4      | 0.168 | 1.00      |
| MSk4     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| MSk5     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| MSk5*    | 0.156 | 1.322 | 1.152 | -15.78        | 28.01 | 244.6      | 0.172 | 0.80      |
| MSk6     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| MSk7     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 27.96 | 232.1      | 0.167 | 1.05      |
| SKRA     | 0.160 | 1.332 | 1.141 | -15.78        | 31.35 | 217.9      | 0.162 | 0.75      |
| SkO      | 0.161 | 1.335 | 1.141 | -15.83        | 32.01 | 224.3      | 0.164 | 0.90      |
| SkO'     | 0.160 | 1.334 | 1.142 | -15.75        | 31.98 | 223.3      | 0.164 | 0.90      |
| Sly230a  | 0.160 | 1.333 | 1.142 | -15.99        | 32.04 | 230.9      | 0.167 | 0.70      |
| v110     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| v105     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| v100     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| v090     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |
| v080     | 0.158 | 1.326 | 1.148 | -15.79        | 28.01 | 232.0      | 0.167 | 1.05      |

**Çizelge 5.7** Simetrik ve asimetrik nükleer madde için, yeni Skyrme parametre seti kullanılarak elde edilen enerji değerleri.

| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta=1.0$<br>(MeV) | $\beta=0.9$<br>(MeV) | $\beta=0.8$<br>(MeV) | $\beta=0.7$<br>(MeV) | $\beta=0.6$<br>(MeV) | $\beta=0.5$<br>(MeV) |
|--------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0.01                           | 2.59363              | 2.29326              | 2.02252              | 1.78229              | 1.57315              | 1.39554              |
| 0.02                           | 3.77890              | 3.08416              | 2.45626              | 1.89795              | 1.41109              | 0.99711              |
| 0.03                           | 4.66236              | 3.53864              | 2.52085              | 1.61437              | 0.82289              | 0.14918              |
| 0.04                           | 5.38674              | 3.82388              | 2.40556              | 1.14050              | 0.03464              | -0.90754             |
| 0.05                           | 6.01045              | 4.01334              | 2.19750              | 0.57554              | -0.84389             | -2.05432             |
| 0.06                           | 6.56445              | 4.14862              | 1.94784              | -0.02076             | -1.74551             | -3.21761             |
| 0.07                           | 7.06754              | 4.25659              | 1.69079              | -0.60773             | -2.62386             | -4.34625             |
| 0.08                           | 7.53217              | 4.35613              | 1.45104              | -1.15548             | -3.44455             | -5.40197             |
| 0.09                           | 7.96707              | 4.46131              | 1.24745              | -1.64089             | -4.18072             | -6.35477             |
| 0.10                           | 8.37865              | 4.58300              | 1.09496              | -2.04539             | -4.81066             | -7.18027             |
| 0.11                           | 8.77178              | 4.72994              | 1.00581              | -2.35367             | -5.31634             | -7.85811             |
| 0.12                           | 9.15024              | 4.90930              | 0.99020              | -2.55277             | -5.68245             | -8.37098             |
| 0.13                           | 9.51706              | 5.12708              | 1.05686              | -2.63158             | -5.89577             | -8.70387             |
| 0.14                           | 9.87468              | 5.38841              | 1.21332              | -2.58041             | -5.94474             | -8.84362             |
| 0.15                           | 10.22510             | 5.69770              | 1.46618              | -2.39072             | -5.81911             | -8.77856             |
| 0.16                           | 10.57000             | 6.05883              | 1.82130              | -2.05489             | -5.50973             | -8.49821             |
| 0.17                           | 10.91080             | 6.47521              | 2.28392              | -1.56607             | -5.00835             | -7.99313             |
| 0.18                           | 11.24869             | 6.94989              | 2.85873              | -0.91806             | -4.30748             | -7.25472             |
| 0.19                           | 11.58472             | 7.48560              | 3.55004              | -0.10522             | -3.40026             | -6.27512             |
| 0.20                           | 11.991975            | 8.08483              | 4.36173              | 0.87762              | -2.28041             | -5.04710             |
| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta=0.4$<br>(MeV) | $\beta=0.3$<br>(MeV) | $\beta=0.2$<br>(MeV) | $\beta=0.1$<br>(MeV) | $\beta=0.0$<br>(MeV) |                      |
| 0.01                           | 1.24981              | 1.13621              | 1.05494              | 1.00612              | 0.98984              |                      |
| 0.02                           | 0.65706              | 0.39178              | 0.20188              | 0.08777              | 0.04971              |                      |
| 0.03                           | -0.40464             | -0.83697             | -1.14659             | -1.33269             | -1.39477             |                      |
| 0.04                           | -1.68264             | -2.28803             | -2.72178             | -2.98255             | -3.06955             |                      |
| 0.05                           | -3.05079             | -3.82950             | -4.38764             | -4.72329             | -4.83529             |                      |
| 0.06                           | -4.43035             | -5.37857             | -6.05847             | -6.46744             | -6.60393             |                      |
| 0.07                           | -5.76618             | -6.87701             | -7.67383             | -8.15325             | -8.81328             |                      |
| 0.08                           | -7.01687             | -8.28096             | -9.18809             | -9.73402             | -9.91627             |                      |
| 0.09                           | -8.14982             | -9.55577             | -10.5651             | -11.1728             | -11.3757             |                      |
| 0.10                           | -9.13844             | -10.6731             | -11.7755             | -12.4393             | -12.6609             |                      |
| 0.11                           | -9.96049             | -11.6094             | -12.7943             | -13.5080             | -13.7464             |                      |
| 0.12                           | -10.5970             | -12.3441             | -13.6004             | -14.3574             | -14.6102             |                      |
| 0.13                           | -11.2494             | -12.8599             | -14.1753             | -14.9683             | -15.2333             |                      |
| 0.14                           | -11.2494             | -13.1411             | -14.5029             | -15.3243             | -15.5988             |                      |
| 0.15                           | -11.2381             | -13.1736             | -14.5687             | -15.4103             | -15.6916             |                      |
| 0.16                           | -10.9858             | -12.9461             | -14.3597             | -15.2132             | -15.4985             |                      |
| 0.17                           | -10.4822             | -12.4464             | -13.8642             | -14.7207             | -15.0072             |                      |
| 0.18                           | -9.71778             | -11.6646             | -13.0714             | -13.9219             | -14.2065             |                      |
| 0.19                           | -8.68383             | -10.5913             | -11.9716             | -12.8067             | -13.0863             |                      |
| 0.20                           | -7.37234             | -9.2179              | -10.5556             | -11.3658             | -11.6372             |                      |



Şekil 5.3 Yeni Skyrme parametre seti kullanılarak simetrik nükleer madde ( $\beta = 0.0$ ) için, elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi.



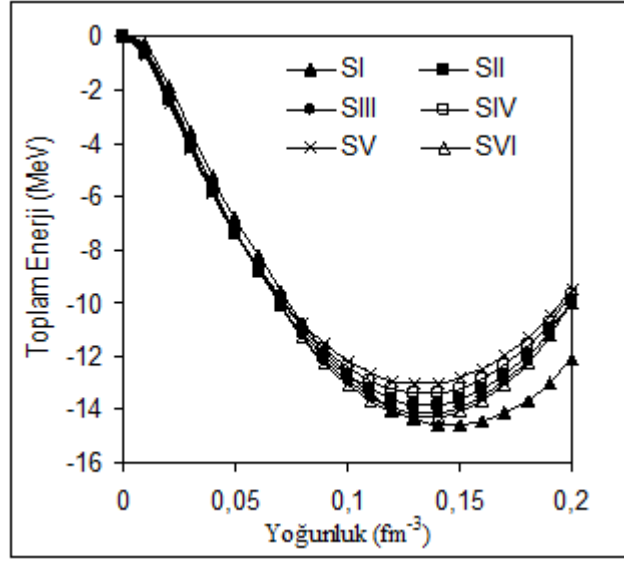
Şekil 5.4 Yeni Skyrme parametre seti kullanılarak simetrik ve asimetric nükleer madde için çeşitli izospin parametreleri için ( $\beta$ ) elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi.

İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.

Simetrik ve asimetrik nükleer madde için, SI-SVI arasındaki Skyrme parametrelerini ve Hartree-Fock eşitliklerini kullanarak bağlanma enerjisini elde etmeye çalıştık. Simetrik nükleer madde için  $0.01-0.20 \text{ fm}^{-3}$  aralığındaki yoğunluklardan elde edilen bağlanma enerjisi değerleri Çizelge 5.8’de ve aynı zamanda elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi Şekil 5.5’de verilmiştir.

**Çizelge 5.8** Simetrik nükleer madde için SI-SVI arasındaki Skyrme etkileşim parametreleri kullanılarak elde edilen enerji değerleri.

| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | SI<br>(MeV) | SII<br>(MeV) | SIII<br>(MeV) | SIV<br>(MeV) | SV<br>(MeV) | SVI<br>(MeV) |
|--------------------------------|-------------|--------------|---------------|--------------|-------------|--------------|
| 0.01                           | -0.32766    | -0.62264     | -0.53983      | -0.69038     | -0.77400    | -0.48469     |
| 0.02                           | -1.88267    | -2.34959     | -2.24391      | -2.42972     | -2.53291    | -2.17203     |
| 0.03                           | -3.55853    | -4.11963     | -4.02237      | -4.18326     | -4.27259    | -3.95384     |
| 0.04                           | -5.21253    | -5.80868     | -5.73939      | -5.83784     | -5.89247    | -5.68670     |
| 0.05                           | -6.78627    | -7.36983     | -7.34079      | -7.35328     | -7.36013    | -7.31178     |
| 0.06                           | -8.24881    | -8.78024     | -8.79861      | -8.71146     | -8.66293    | -8.79783     |
| 0.07                           | -9.58134    | -10.02727    | -10.09632     | -9.90334     | -9.79600    | -10.12584    |
| 0.08                           | -10.77144   | -11.10339    | -11.22329     | -10.92428    | -10.75802   | -11.28316    |
| 0.09                           | -11.81037   | -12.00392    | -12.17227     | -11.77196    | -11.54939   | -12.26093    |
| 0.10                           | -12.69172   | -12.72587    | -12.93812     | -12.44538    | -12.17145   | -13.05261    |
| 0.11                           | -13.41064   | -13.26733    | -13.51706     | -12.94437    | -12.62599   | -13.65322    |
| 0.12                           | -13.96332   | -13.62709    | -13.90626     | -13.26921    | -12.91506   | -14.05889    |
| 0.13                           | -14.34678   | -13.80441    | -14.10354     | -13.42051    | -13.04080   | -14.26651    |
| 0.14                           | -14.55855   | -13.79889    | -14.10721     | -13.39906    | -13.00537   | -14.27356    |
| 0.15                           | -14.59664   | -13.61037    | -13.91594     | -13.20576    | -12.81092   | -14.07798    |
| 0.16                           | -14.45936   | -13.23884    | -13.52867     | -12.84160    | -12.45957   | -13.67801    |
| 0.17                           | -14.14531   | -12.68442    | -12.94456     | -12.30758    | -11.95336   | -13.07220    |
| 0.18                           | -13.65329   | -11.94732    | -12.16291     | -11.60474    | -11.29428   | -12.25930    |
| 0.19                           | -12.98228   | -11.02781    | -11.18319     | -10.73410    | -10.48423   | -11.23822    |
| 0.20                           | -12.13137   | -9.92621     | -10.00494     | -9.69671     | -9.52506    | -10.00803    |



**Şekil 5.5** Simetrik nükleer madde için SI-SVI arasındaki Skyrme etkileşim parametreleri kullanılarak elde edilen enerji değerleri.

Asimetrik nükleer madde için SI-SVI arasındaki parametreler kullanılarak 0.01- 0.20 fm<sup>-3</sup> aralığındaki yoğunluklardan elde edilen bağlanma enerjisi değerleri Çizelge 5.9, Çizelge 5.10, Çizelge 5.11, Çizelge 5.12, Çizelge 5.13, Çizelge 5.14’de ve aynı zamanda elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi Şekil 5.6, Şekil 5.7, Şekil 5.8, Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11’de verilmiştir.

**Çizelge 5.9** Asimetrik nükleer madde için SI parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | 0.97701                | 0.63082                | 0.33792                | 0.09830                | -0.08806               | -0.22117               | -0.30104               |
| 0.02                           | 0.60997                | -0.05149               | -0.61110               | -1.06891               | -1.42495               | -1.67924               | -1.83181               |
| 0.03                           | 0.01218                | -0.93544               | -1.73711               | -2.39290               | -2.90290               | -3.26715               | -3.48569               |
| 0.04                           | -0.67084               | -1.87626               | -2.89594               | -3.73005               | -4.37869               | -4.84195               | -5.11989               |
| 0.05                           | -1.37900               | -2.81427               | -4.02833               | -5.02139               | -5.79361               | -6.34512               | -6.67599               |
| 0.06                           | -2.08011               | -3.71764               | -5.10270               | -6.23557               | -7.11648               | -7.74559               | -8.12301               |
| 0.07                           | -2.75447               | -4.56689               | -6.09978               | -7.35349               | -8.32833               | -9.02450               | -9.44214               |
| 0.08                           | -3.38888               | -5.34903               | -7.00674               | -8.36248               | -9.41659               | -10.16935              | -10.62093              |
| 0.09                           | -3.97402               | -6.05489               | -7.81456               | -9.25359               | -10.37241              | -11.17135              | -11.65063              |
| 0.10                           | -4.50295               | -6.67768               | -8.51655               | -10.02025              | -11.18930              | -12.02406              | -12.52482              |
| 0.11                           | -4.97039               | -7.21221               | -9.10764               | -10.65747              | -11.86230              | -12.72259              | -13.23864              |
| 0.12                           | -5.37215               | -7.65442               | -9.58383               | -11.16132              | -12.38757              | -13.26310              | -13.78829              |
| 0.13                           | -5.70488               | -8.00103               | -9.94194               | -11.52867              | -12.76202              | -13.64257              | -14.17075              |
| 0.14                           | -5.96583               | -8.24938               | -10.17937              | -11.75700              | -12.98316              | -13.85853              | -14.38357              |
| 0.15                           | -6.15272               | -8.39726               | -10.29397              | -11.84418              | -13.04892              | -13.90893              | -14.42473              |
| 0.16                           | -6.26362               | -8.44281               | -10.28393              | -11.78848              | -12.95759              | -13.79210              | -14.29257              |
| 0.17                           | -6.29689               | -8.38444               | -10.14774              | -11.58841              | -12.70772              | -13.50659              | -13.98566              |
| 0.18                           | -6.25112               | -8.22081               | -9.88407               | -11.24269              | -12.29806              | -13.05120              | -13.50280              |
| 0.19                           | -6.12509               | -7.95075               | -9.49180               | -10.75023              | -11.72755              | -12.42487              | -12.84296              |
| 0.20                           | -5.91773               | -7.57322               | -8.96995               | -10.11009              | -10.99527              | -11.62671              | -12.00525              |

**Çizelge 5.10** Asimetrik nükleer madde için SII parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | 0.50887                | 0.20859                | -0.04544               | -0.25326               | -0.41487               | -0.53030               | -0.59956               |
| 0.02                           | -0.19506               | -0.76695               | -1.25069               | -1.64638               | -1.95407               | -2.17382               | -2.30565               |
| 0.03                           | -1.03819               | -1.85625               | -2.54815               | -3.11404               | -3.55405               | -3.86828               | -4.05680               |
| 0.04                           | -1.89131               | -2.93148               | -3.81112               | -4.53050               | -5.08981               | -5.48922               | -5.72882               |
| 0.05                           | -2.70436               | -3.94341               | -4.99109               | -5.84780               | -6.51385               | -6.98944               | -7.27474               |
| 0.06                           | -3.45228               | -4.86754               | -6.06406               | -7.04238               | -7.80291               | -8.34594               | -8.67167               |
| 0.07                           | -4.12074               | -5.68999               | -7.01653               | -8.10104               | -8.94404               | -9.54592               | -9.90694               |
| 0.08                           | -4.70085               | -6.40225               | -7.84029               | -9.01581               | -9.92947               | -10.58176              | -10.97300              |
| 0.09                           | -5.18684               | -6.99882               | -8.53007               | -9.78163               | -10.75430              | -11.44867              | -11.86513              |
| 0.10                           | -5.57476               | -7.47601               | -9.08242               | -10.39523              | -11.41538              | -12.14359              | -12.58032              |
| 0.11                           | -5.86191               | -7.83131               | -9.49500               | -10.85440              | -11.91065              | -12.66454              | -13.11666              |
| 0.12                           | -6.04635               | -8.06301               | -9.76624               | -11.15772              | -12.23875              | -13.01026              | -13.47291              |
| 0.13                           | -6.12675               | -8.16989               | -9.89508               | -11.30425              | -12.39884              | -13.17996              | -13.64833              |
| 0.14                           | -6.10212               | -8.15115               | -9.88085               | -11.29339              | -12.39043              | -13.17318              | -13.64251              |
| 0.15                           | -5.97180               | -8.00624               | -9.72310               | -11.12481              | -12.21323              | -12.98973              | -13.45526              |
| 0.16                           | -5.73533               | -7.73484               | -9.42161               | -10.79837              | -11.86717              | -12.62955              | -13.08657              |
| 0.17                           | -5.39240               | -7.33673               | -8.97628               | -10.31403              | -11.35229              | -12.09274              | -12.53656              |
| 0.18                           | -4.94284               | -6.81186               | -8.38711               | -9.67189               | -10.66873              | -11.37947              | -11.80542              |
| 0.19                           | -4.38657               | -6.16023               | -7.65420               | -8.87210               | -9.81668               | -10.48999              | -10.89342              |
| 0.20                           | -3.72357               | -5.38191               | -6.77769               | -7.91486               | -8.79642               | -9.42458               | -9.80088               |

**Çizelge 5.11** Asimetrik nükleer madde için SIII parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | 0.69595                | 0.36802                | 0.09058                | -0.13638               | -0.31290               | -0.43898               | -0.51462               |
| 0.02                           | 0.10091                | -0.52139               | -1.04784               | -1.47849               | -1.81339               | -2.05257               | -2.19607               |
| 0.03                           | -0.68535               | -1.57112               | -2.32036               | -2.93321               | -3.40977               | -3.75012               | -3.95431               |
| 0.04                           | -1.52294               | -2.64229               | -3.58902               | -4.36336               | -4.96546               | -5.39545               | -5.65341               |
| 0.05                           | -2.35516               | -3.67889               | -4.79838               | -5.71394               | -6.42581               | -6.93418               | -7.23914               |
| 0.06                           | -3.15226               | -4.65164               | -5.91955               | -6.95641               | -7.76254               | -8.33819               | -8.68351               |
| 0.07                           | -3.89637               | -5.54302               | -6.93531               | -8.07379               | -8.95887               | -9.59085               | -9.96996               |
| 0.08                           | -4.57578               | -6.34162               | -7.83449               | -9.05510               | -10.00396              | -10.68145              | -11.08784              |
| 0.09                           | -5.18237               | -7.03952               | -8.60939               | -9.89281               | -10.89041              | -11.60266              | -12.02988              |
| 0.10                           | -5.71023               | -7.63103               | -9.25447               | -10.58151              | -11.61293              | -12.34927              | -12.79093              |
| 0.11                           | -6.15494               | -8.11191               | -9.76562               | -11.11723              | -12.16763              | -12.91746              | -13.36718              |
| 0.12                           | -6.51311               | -8.47890               | -10.13973              | -11.49694              | -12.55156              | -13.30434              | -13.75581              |
| 0.13                           | -6.78205               | -8.72945               | -10.37436              | -11.71831              | -12.76247              | -13.50770              | -13.95461              |
| 0.14                           | -6.95964               | -8.86155               | -10.46758              | -11.77948              | -12.79857              | -13.52581              | -13.96190              |
| 0.15                           | -7.04413               | -8.87356               | -10.41787              | -11.67901              | -12.65845              | -13.35731              | -13.77632              |
| 0.16                           | -7.03411               | -8.76417               | -10.22398              | -11.41571              | -12.34101              | -13.00109              | -13.39682              |
| 0.17                           | -6.92838               | -8.53227               | -9.88488               | -10.98862              | -11.84531              | -12.45631              | -12.82254              |
| 0.18                           | -6.72597               | -8.17695               | -9.39974               | -10.39696              | -11.17063              | -11.72223              | -12.05279              |
| 0.19                           | -6.42603               | -7.69747               | -8.76786               | -9.64010               | -10.31637              | -10.79830              | -11.08702              |
| 0.20                           | -6.02785               | -7.09317               | -7.98867               | -8.71748               | -9.28202               | -9.68404               | -9.92478               |

**Çizelge 5.12** Asimetrik nükleer madde için SIV parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

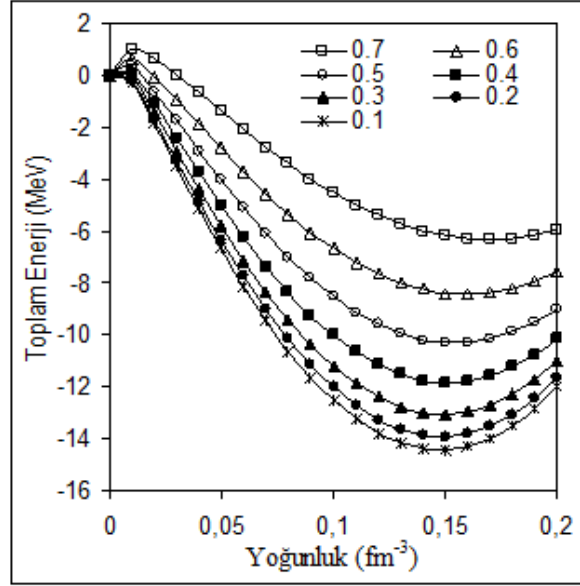
| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | 0.05456                | -0.14317               | -0.31043               | -0.44725               | -0.55363               | -0.62961               | -0.67519               |
| 0.02                           | -1.03154               | -1.40281               | -1.71677               | -1.97353               | -2.17315               | -2.31570               | -2.40121               |
| 0.03                           | -2.20881               | -2.73329               | -3.17670               | -3.53925               | -3.82108               | -4.02232               | -4.14303               |
| 0.04                           | -3.35799               | -4.01694               | -4.57392               | -5.02923               | -5.38313               | -5.63579               | -5.78734               |
| 0.05                           | -4.43513               | -5.21083               | -5.86633               | -6.40207               | -6.81841               | -7.11562               | -7.29387               |
| 0.06                           | -5.41948               | -6.29490               | -7.03445               | -7.63877               | -8.10832               | -8.44348               | -8.64447               |
| 0.07                           | -6.30000               | -7.25863               | -8.06823               | -8.72964               | -9.24346               | -9.61017               | -9.83006               |
| 0.08                           | -7.07044               | -8.09618               | -8.96219               | -9.66950               | -10.21888              | -10.61090              | -10.84595              |
| 0.09                           | -7.72714               | -8.80426               | -9.71334               | -10.45560              | -11.03201              | -11.44325              | -11.68980              |
| 0.10                           | -8.26802               | -9.38107               | -10.32011              | -11.08659              | -11.68166              | -12.10614              | -12.36060              |
| 0.11                           | -8.69192               | -9.82571               | -10.78182              | -11.56196              | -12.16746              | -12.59930              | -12.85813              |
| 0.12                           | -8.99829               | -10.13786              | -11.09834              | -11.88173              | -12.48956              | -12.92295              | -13.18268              |
| 0.13                           | -9.18699               | -10.31756              | -11.26989              | -12.04626              | -12.64842              | -13.07765              | -13.33484              |
| 0.14                           | -9.25815               | -10.36512              | -11.29691              | -12.05612              | -12.64470              | -13.06412              | -13.31537              |
| 0.15                           | -9.21207               | -10.28100              | -11.18002              | -11.91201              | -12.47920              | -12.88321              | -13.12518              |
| 0.16                           | -9.04918               | -10.06578              | -10.91989              | -11.61474              | -12.15280              | -12.53587              | -12.76523              |
| 0.17                           | -8.77000               | -9.72010               | -10.51730              | -11.16516              | -11.66641              | -12.02307              | -12.23652              |
| 0.18                           | -8.37510               | -9.24466               | -9.97303               | -10.56414              | -11.02099              | -11.34579              | -11.54007              |
| 0.19                           | -7.86509               | -8.64017               | -9.28790               | -9.81258               | -10.21748              | -10.50504              | -10.67692              |
| 0.20                           | -7.24060               | -7.90737               | -8.46274               | -8.91137               | -9.25685               | -9.50181               | -9.64807               |

**Çizelge 5.13** Asimetrik nükleer madde için SV parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

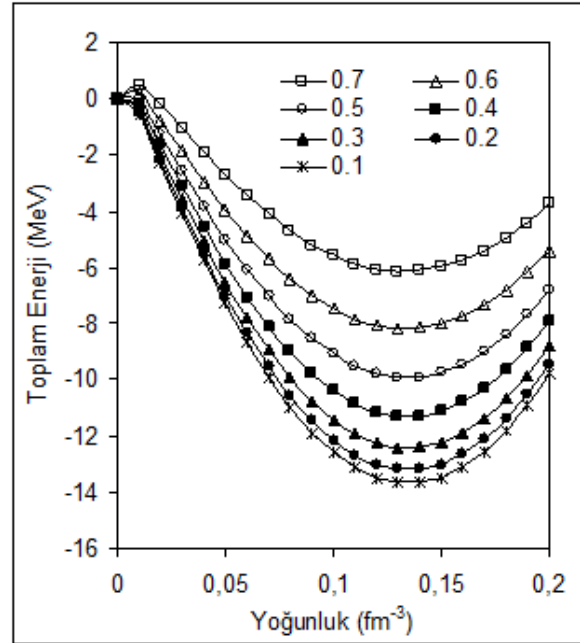
| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | -0.33089               | -0.44857               | -0.54808               | -0.62945               | -0.69270               | -0.73787               | -0.76497               |
| 0.02                           | -1.71895               | -1.93528               | -2.11811               | -2.26755               | -2.38369               | -2.46661               | -2.51633               |
| 0.03                           | -3.14256               | -3.44312               | -3.69700               | -3.90443               | -4.06559               | -4.18062               | -4.24960               |
| 0.04                           | -4.49397               | -4.86623               | -5.18050               | -5.43717               | -5.63651               | -5.77876               | -5.86405               |
| 0.05                           | -5.73631               | -6.16890               | -6.53390               | -6.83186               | -7.06320               | -7.22823               | -7.32716               |
| 0.06                           | -6.85383               | -7.33620               | -7.74296               | -8.07485               | -8.33244               | -8.51614               | -8.62625               |
| 0.07                           | -7.83926               | -8.36151               | -8.80160               | -9.16049               | -9.43892               | -9.63742               | -9.75638               |
| 0.08                           | -8.68939               | -9.24210               | -9.70751               | -10.08683              | -10.38096              | -10.59059              | -10.71618              |
| 0.09                           | -9.40307               | -9.97724               | -10.46032              | -10.85376              | -11.15869              | -11.37593              | -11.50605              |
| 0.10                           | -9.98031               | -10.56728              | -11.06066              | -11.46218              | -11.77319              | -11.99467              | -12.12729              |
| 0.11                           | -10.42177              | -11.01318              | -11.50975              | -11.91352              | -12.22606              | -12.44850              | -12.58166              |
| 0.12                           | -10.72850              | -11.31626              | -11.80913              | -12.20949              | -12.51913              | -12.73939              | -12.87119              |
| 0.13                           | -10.90175              | -11.47799              | -11.96049              | -12.35194              | -12.65441              | -12.86941              | -12.99800              |
| 0.14                           | -10.94291              | -11.49998              | -11.96559              | -12.34278              | -12.63390              | -12.84066              | -12.96425              |
| 0.15                           | -10.85342              | -11.38385              | -11.82621              | -12.18394              | -12.45963              | -12.65523              | -12.77206              |
| 0.16                           | -10.63474              | -11.13123              | -11.54415              | -11.87729              | -12.13358              | -12.31517              | -12.42354              |
| 0.17                           | -10.28832              | -10.74374              | -11.12113              | -11.42471              | -11.65770              | -11.82249              | -11.92073              |
| 0.18                           | -9.81562               | -10.22295              | -10.55886              | -10.82798              | -11.03387              | -11.17913              | -11.26558              |
| 0.19                           | -9.21803               | -9.57041               | -9.85900               | -10.08887              | -10.26389              | -10.38695              | -10.46001              |
| 0.20                           | -8.49694               | -8.78762               | -9.02315               | -9.20905               | -9.34954               | -9.44775               | -9.50583               |

**Çizelge 5.14** Asimetrik nükleer madde için SVI parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri.

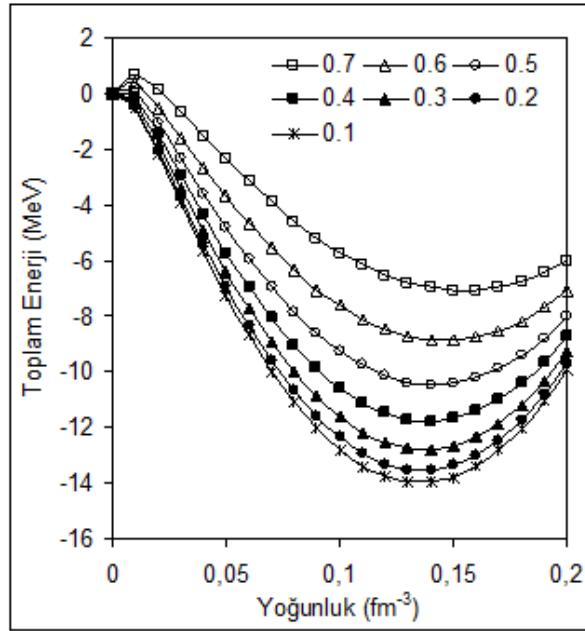
| $\rho$<br>( $\text{fm}^{-3}$ ) | $\beta = 0.7$<br>(MeV) | $\beta = 0.6$<br>(MeV) | $\beta = 0.5$<br>(MeV) | $\beta = 0.4$<br>(MeV) | $\beta = 0.3$<br>(MeV) | $\beta = 0.2$<br>(MeV) | $\beta = 0.1$<br>(MeV) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.01                           | 0.89577                | 0.52947                | 0.21955                | -0.03398               | -0.23117               | -0.37202               | -0.45652               |
| 0.02                           | 0.45045                | -0.24549               | -0.83426               | -1.31591               | -1.69049               | -1.95802               | -2.11853               |
| 0.03                           | -0.21946               | -1.21057               | -2.04900               | -2.73485               | -3.26820               | -3.64912               | -3.87766               |
| 0.04                           | -0.96715               | -2.21986               | -3.27950               | -4.14626               | -4.82027               | -5.30164               | -5.59044               |
| 0.05                           | -1.73169               | -3.21297               | -4.46586               | -5.49064               | -6.28749               | -6.85657               | -7.19798               |
| 0.06                           | -2.48034               | -4.15756               | -5.57607               | -6.73624               | -7.63833               | -8.28254               | -8.66902               |
| 0.07                           | -3.19295               | -5.03376               | -6.59052               | -7.86366               | -8.85355               | -9.56043               | -9.98449               |
| 0.08                           | -3.85598               | -5.82831               | -7.49612               | -8.85999               | -9.92036               | -10.67755              | -11.13177              |
| 0.09                           | -4.45982               | -6.53175               | -8.28361               | -9.71610               | -10.82975              | -11.62494              | -12.10195              |
| 0.10                           | -4.99730               | -7.13710               | -8.94614               | -10.42525              | -11.57506              | -12.39602              | -12.88848              |
| 0.11                           | -5.46291               | -7.63899               | -9.47846               | -10.98229              | -12.15121              | -12.98579              | -13.48638              |
| 0.12                           | -5.85230               | -8.03319               | -9.87644               | -11.38318              | -12.55425              | -13.39030              | -13.89176              |
| 0.13                           | -6.16194               | -8.31629               | -10.13677              | -11.62468              | -12.78100              | -13.60644              | -14.10151              |
| 0.14                           | -6.38896               | -8.48549               | -10.25674              | -11.70416              | -12.82886              | -13.63166              | -14.11311              |
| 0.15                           | -6.53093               | -8.53848               | -10.23410              | -11.61943              | -12.69570              | -13.46384              | -13.92447              |
| 0.16                           | -6.58581               | -8.47328               | -10.06696              | -11.36864              | -12.37972              | -13.10123              | -13.53385              |
| 0.17                           | -6.55185               | -8.28823               | -9.75370               | -10.95025              | -11.87941              | -12.54233              | -12.93977              |
| 0.18                           | -6.42755               | -7.98188               | -9.29294               | -10.36290              | -11.19347              | -11.78587              | -12.14098              |
| 0.19                           | -6.21158               | -7.55299               | -8.68348               | -9.60546               | -10.32076              | -10.83077              | -11.13640              |
| 0.20                           | -5.90279               | -7.00044               | -7.92427               | -8.67690               | -9.26033               | -9.67605               | -9.92508               |



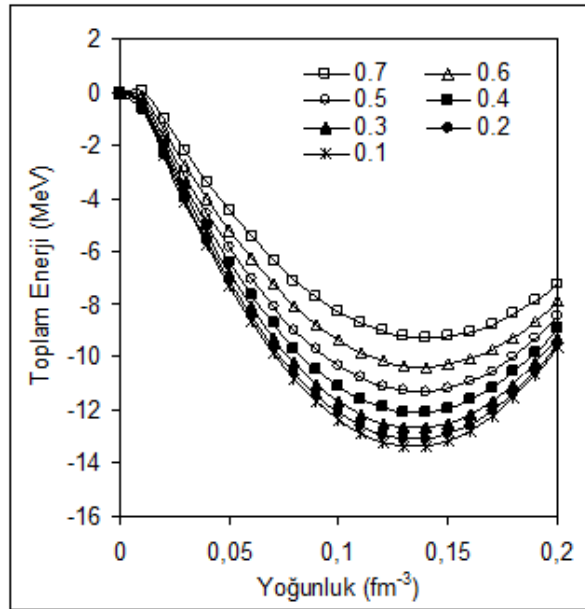
**Şekil 5.6** Asimetrik nükleer madde için SI parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.



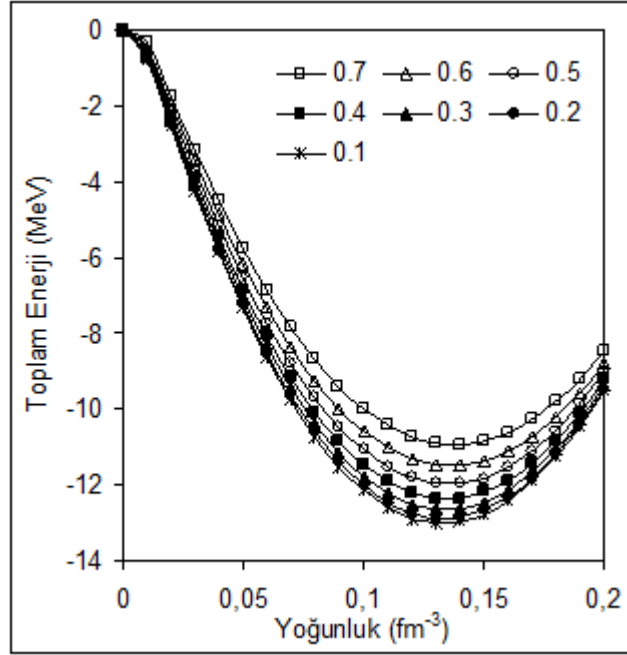
**Şekil 5.7** Asimetrik nükleer madde için SII parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.



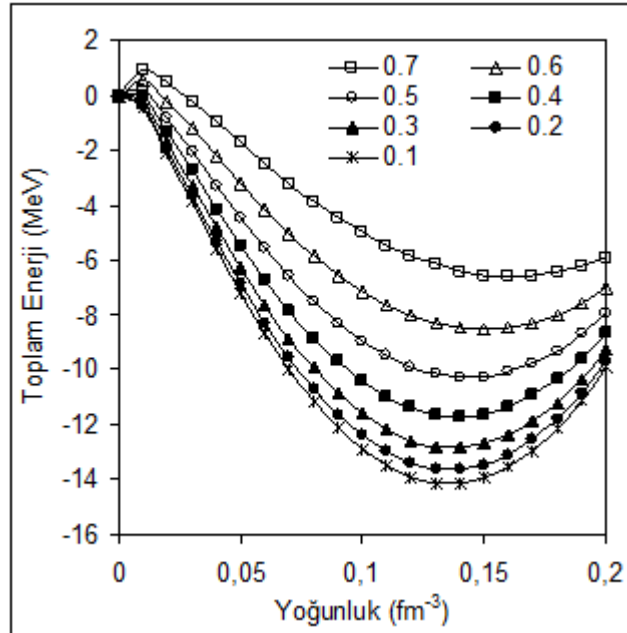
**Şekil 5.8** Asimetrik nükleer madde için SIII parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.



**Şekil 5.9** Asimetrik nükleer madde için SIV parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.



**Şekil 5.10** Asimetrik nükleer madde için SV parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.



**Şekil 5.11** Asimetrik nükleer madde için SVI parametresi kullanılarak  $\beta = 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ , izospin parametreleri için elde edilen enerji değerleri. İzospin asimetri parametre değerleri grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.

Simetrik ve asimetrik nükleer maddenin dengedeki özellikleri olan doyma yoğunluğu, ve bunlara karşılık gelen doyma enerji değerleri her bir Skyrme parametresi için Çizelge 5.15’de verilmiştir.

**Çizelge 5.15** Nükleer madde için SI-SVI arasındaki parametre setleri kullanılarak farklı izospin parametreleri için elde edilen doyma yoğunlukları ve bunlara karşılık gelen doyma enerjileri.

| İzospin parametresi<br>$\beta$ | SI  |                               | SII   |                               | SIII  |                               |
|--------------------------------|---|-------------------------------|---|-------------------------------|---|-------------------------------|
|                                | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) |
| 0.0                            | 0.15  | -14.59664                     | 0.13  | -13.80441                     | 0.14  | -14.10721                     |
| 0.1                            | 0.15  | -14.42473                     | 0.13  | 13.64833                      | 0.14  | -13.96190                     |
| 0.2                            | 0.15  | -13.90893                     | 0.13  | -13.17996                     | 0.14  | -13.52581                     |
| 0.3                            | 0.15  | -13.04892                     | 0.13  | -12.39884                     | 0.14  | -12.79857                     |
| 0.4                            | 0.15  | -11.84418                     | 0.13  | -11.30425                     | 0.14  | -11.77948                     |
| 0.5                            | 0.15  | -10.29397                     | 0.13  | -9.89508                      | 0.14  | -10.46758                     |
| 0.6                            | 0.16  | -8.44281                      | 0.13  | -8.16989                      | 0.15  | -8.87356                      |
| 0.7                            | 0.17  | -6.29689                      | 0.13  | -6.12675                      | 0.15  | -7.04413                      |
| İzospin parametresi<br>$\beta$ | SIV   |                               | SV  |                               | SVI   |                               |
|                                | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) | Doyma Yoğunluğu<br>$\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Doyma Enerjisi<br>$E_0$ (MeV) |
| 0.0                            | 0.13  | -13.42051                     | 0.13  | -13.04080                     | 0.14  | -14.27356                     |
| 0.1                            | 0.13  | -13.33484                     | 0.13  | -12.99800                     | 0.14  | -14.11311                     |
| 0.2                            | 0.13  | -13.07765                     | 0.13  | -12.86941                     | 0.14  | -13.63166                     |
| 0.3                            | 0.13  | -12.64842                     | 0.13  | -12.65441                     | 0.14  | -12.82886                     |
| 0.4                            | 0.14  | -12.05612                     | 0.13  | -12.35194                     | 0.14  | -11.70416                     |
| 0.5                            | 0.14  | -11.29691                     | 0.14  | -11.96559                     | 0.14  | -10.25674                     |
| 0.6                            | 0.14  | -10.36512                     | 0.14  | -11.49998                     | 0.15  | -8.53848                      |
| 0.7                            | 0.14  | -9.25815                      | 0.14  | -10.94291                     | 0.16  | -6.58581                      |

Beiner ve ark. [58] SII, SIII, SIV, SV ve SVI Skyrme parametreleriyle nükleer madde için elde ettikleri değerler de Çizelge 5.16’da gösterilmektedir. Bizim çalışmamızda bulmuş olduğumuz bağlanma enerjisi, doyma yoğunluğu ve fermi momentum değerleriyle karşılaştırılacaktır.

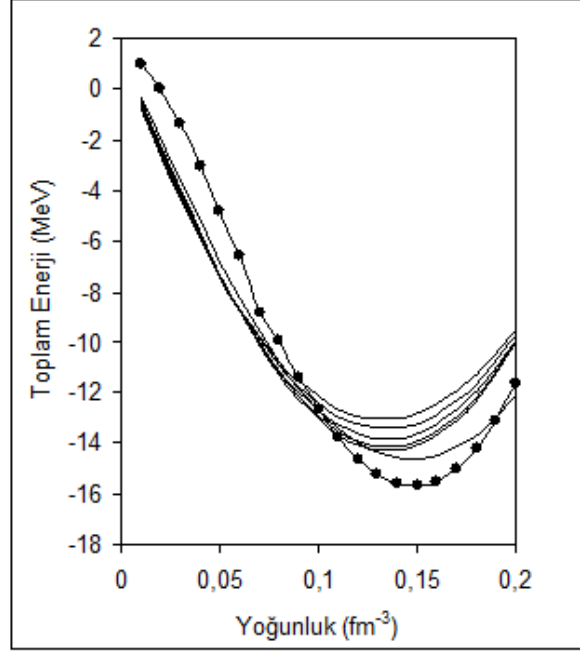
**Çizelge 5.16** Beiner ve ark. [58] SII, SIII, SIV, SV ve SVI Skyrme parametreleriyle nükleer madde için elde ettikleri değerler.

| Skyrme Etkileşmeleri | E/A (MeV) | $\rho$ (fm <sup>-3</sup> ) | $k_F$ (fm <sup>-1</sup> ) |
|----------------------|-----------|----------------------------|---------------------------|
| SVI                  | -15.77    | 0.145                      | 1.29                      |
| SIII                 | -15.87    | 0.145                      | 1.29                      |
| SII                  | -16.00    | 0.148                      | 1.30                      |
| SIV                  | -15.98    | 0.152                      | 1.31                      |
| SV                   | -16.06    | 0.155                      | 1.32                      |

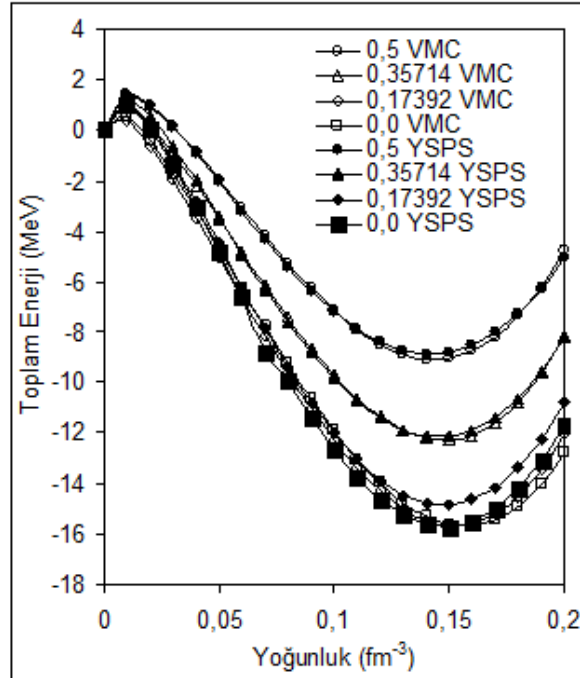
Çizelge 5.17 incelendiğinde, yeni Skyrme parametre seti kullanılarak elde edilen nükleer maddenin dengedeki özellikleri, literatürdeki Skyrme parametreleri ile elde edilen sonuçlarla ve Beiner ve ark. [58] elde ettikleri sonuçlarla oldukça uyumludur. Literatürdeki Skyrme parametreleriyle hesaplanan bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi ve bizim elde ettiğimiz Skyrme parametre seti ile hesaplanan bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi Şekil 5.12’de gösterilmiştir. Grafik incelendiğinde, bizim elde ettiğimiz değerlerin Skyrme parametreleriyle elde edilen değerlerle uyum halinde olduğu görülmektedir. Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarıyla elde ettiğimiz enerji değerleri ile yeni Skyrme parametre setini kullanarak hesapladığımız enerji değerlerinin oldukça uyumlu olduğunu gösteren grafik Şekil 5.13’de verilmektedir.

**Çizelge 5.17** Beiner ve ark. [58] bu çalışmada elde edilen simetrik nükleer maddenin özellikleri.

| Skyrme Etkileşmeleri | Doyma Enerjisi E/A (MeV) | Doyma Yoğunluğu $\rho_0$ (fm <sup>-3</sup> ) | Fermi momentumu $k_F$ (fm <sup>-1</sup> ) |
|----------------------|--------------------------|--|---|
| SII                  | -16.00                   | 0.148  | 1.30                                      |
| SIII                 | -15.87                   | 0.145  | 1.29                                      |
| SIV                  | -15.98                   | 0.152  | 1.31                                      |
| SV                   | -16.06                   | 0.155  | 1.32                                      |
| SVI                  | -15.77                   | 0.145  | 1.29                                      |
| Bizim çalışmamız     | -15.69                   | 0.15   | 1.30                                      |



**Şekil 5.12** Simetrik nükleer madde için seçilmiş Skyrme parametreleri (SI-SVI) ve yeni Skyrme parametre seti (siyah noktalı) kullanılarak elde edilen bağlanma enerjisinin yoğunlukla değişimi.



**Şekil 5.13** Simetrik ve asimetrik nükleer madde için Varyasyonel Monte Carlo (VMC) ve yeni Skyrme parametre seti (YSPS) ile yapılan hesaplamalardaki enerji değerlerinin yoğunlukla değişimi. VMC ve YSPS grafik içinde çeşitli şekillerle ifade edilmiştir.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Nükleer fiziğin temel amaçlarından birisi, nükleonlar arasındaki etkileşimlerden yola çıkarak bütün nükleer etkileşimleri açıklamaktır. Bu yaklaşım literatürde nükleer fiziğin mikroskobik yaklaşımı olarak geçer [1]. Bu yaklaşımda iki büyük zorluk vardır. Birincisi, çok-cisim sistemlerindeki hesaplamaların zorluğu ve ileri bilgisayar ve tekniklerinin gerekliliğidir. İkincisi ise, hesaplamalarda önemli rol oynayan üç-cisim etkileşmelerinin etkileşim potansiyeline dahil edilmesidir. Kullanılan teknik veya metod kadar etkileşim potansiyeli de önemlidir. Şöyle ki; bu çalışmamız nükleer madde üzerine olduğu için bu çalışmada kullandığımız etkileşim potansiyelinin, nükleer maddenin deneysel olarak bilinen bağlanma enerjisi, doyma yoğunluğu ve sıkıştırılmazlık gibi doyma özelliklerini doğru olarak vermelidir.

Giriş kısmında da bahsettiğimiz gibi nükleon-nükleon etkileşim potansiyelleri, gerçekçi (realistic) ve fenomenolojik (phenomenological) olmak üzere iki sınıfa ayrılabilir. Gerçekçi nükleon-nükleon etkileşim potansiyeli modelleri, serbest nükleon-nükleon saçılması için elde edilen deneysel verilere ve döteronun özelliklerine fit etme temeline dayanır [2]. Fenomenolojik yaklaşım ise, uygun bir matematiksel fonksiyonun yardımıyla etkileşim potansiyelinin parametrizasyonudur. Bu çalışmada gerçekçi Urbana  $V_{14}$  potansiyeli kullanılarak fenomenolojik Skyrme etkileşim potansiyeli için yeni bir Skyrme parametre seti elde edilmiştir.

Çalışmamızda, simetrik ve asimetrik nükleer madde için hesaplamalarımızı ilk olarak Varyasyonel Monte Carlo yöntemiyle Urbana  $V_{14}$  potansiyelini kullanarak yaptık. Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarımızdan her bir yoğunluk için elde ettiğimiz enerji değerlerimizi (140 değer), Skyrme parametre seti ile verilen Hartree-Fock enerji denkleminde denkleştirerek asimetrik nükleer madde için  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  ve  $x_0$  Skyrme parametre seti elde ettik. Elde ettiğimiz bu yeni Skyrme parametre setini kullanarak simetrik nükleer madde için hesaplanan, bağlanma enerjisi  $-15.69$  MeV, doyma yoğunluğu  $0.150$  fm<sup>-3</sup> ve Fermi momentumu  $1.30$  fm<sup>-1</sup> dir. Simetrik nükleer madde için Varyasyonel Monte Carlo hesaplamalarımızdan elde ettiğimiz bağlanma enerjisi, doyma yoğunluğu ve Fermi momentumu deneysel verilerle uyumludur.

Bununla birlikte bu çalışmamızda, literatürdeki SI den SVI ya kadar olan Skyrme parametrelerini ve Hartree-Fock eşitliklerini kullanarak simetrik ve asimetrik nükleer maddenin bağlanma enerjisi, doyma yoğunluğu ve Fermi momentumunu hesaplayarak bizim elde ettiğimiz değerlerle karşılaştırdık. Sonuç olarak elde ettiğimiz yeni Skyrme parametre setini kullanarak bulduğumuz nükleer maddenin özellikleri hem literatürle hem de deneysel verilerle uyumludur.

Skyrme etkileşim potansiyeli ve diğer fenomenolojik potansiyeller, nükleer maddenin özelliklerinin hesaplanmasında çok faydalı olduğu gibi aynı zamanda da çok uygundur. Ancak bunun yanında böyle potansiyelleri kullanmadan önce bu potansiyellerin güvenilirliğinin sağlanmış olması lazımdır. Monte Carlo hesaplamaları bu prensip ve nükleon-nükleon etkileşim potansiyelleri üzerine kurulmuştur ve çeşitli fenomenolojik potansiyellerden elde edilen sonuçların kontrolü amaçlı da kullanılabilir [1].

Sonuç olarak, hem çekirdeğin yapısı hem nükleer maddenin özelliklerinin belirlenmesi için hangi metot veya yöntem kullanılırsa kullanılsın, nükleonlar arasındaki etkileşim potansiyeli önemlidir. Kullanılan etkileşim potansiyeli nükleer maddenin ve çekirdeğin temel özelliklerini vermelidir.

İleriki çalışmalarda Skyrme etkileşim potansiyelinden yola çıkarak, çekirdeğin ve nükleer maddenin özelliklerini daha iyi açıklayabilecek nükleon-nükleon etkileşim potansiyelleri ya da daha çok parametreden oluşan yeni bir Skyrme parametre seti oluşturulabilir.

### KAYNAKLAR DİZİNİ

- [1] Manisa, K., 2011, Determining a skyrme-type effective interaction from realistic two-nucleon interaction, *Physics of Atomic Nuclei*, Vol. 74, No. 7, pp. 958–970.
- [2] Stone, J. R., Miller, J. C., Koncewicz, R., Stevenson, P. D. and Strayer, M. R., 2003, Nuclear matter and neutron-star properties calculated with the Skyrme interaction, *Phys. Rev. C* 68, 034324.
- [3] Jagaman, H. R., Mekjian, A. Z. and Zamick, L., 1983, *Phys. Rev. C* 27, 2782.
- [4] Su, R. K., Yang, S. D. and Kuo, T. T. S., 1987, Liquid-gas and superconducting phase transitions of nuclear matter calculated with real time Green's function methods and Skyrme interactions *Phys. Rev. C* 35, 1539.
- [5] J. M. Lattimer, C. J. Pethick, D. G. Ravenhall, and D. Q. Lamb, 1985, *Nucl. Phys. A* 432, 646.
- [6] D. Catalano, G. Giansiracusa, and U. Lombardo, 2001, *Nucl. Phys. A* 681, 390.
- [7] Glendenning, N. K., 1987, *Nucl. Phys. A* 469, 600.
- [8] Muller, H. and Serot, B. D., 1995, Phase transitions in warm, asymmetric nuclear matter, *Phys. Rev. C* 52, 2072.
- [9] Wiringa, R. B., Fiks, V. and Fabrocini, A., 1988, Equation of state for dense nucleon matter, *Phys. Rev. C* 38, 1010.
- [10] Akmal, A. and Pandharipande, V. R., 1997, *Phys. Rev. C* 56, 2261.
- [11] Manisa, K., Atav, Ü. and Oğul, R., 2005, VMC calculations of the ground state properties of nuclear matter, *Int. J. Mod. Phys. E* 14, 255-267.
- [12] Manisa, K., Atav, Ü., Sarıaydın S., 2010, Equation of state of asymmetric nuclear matter: a VMC study, *Cent. Eur. J. Phys.* 8, 587.
- [13] Bombacı, I. and Lombardo, U., 1991, Asymmetric nuclear matter equation of state, *Phys. Rev. C* 44, 1892.
- [14] Zuo, W., Bombacı, I. and Lombardo, U., 1999, Asymmetric nuclear matter from an extended Brueckner-Hartree-Fock approach, *Phys. Rev. C* 60, 024605.
- [15] Vautherin, D. and Brink, D. M., 1972, Hartree-Fock calculations with Skyrme interaction, I. Spherical nuclei, *Physical Review*, C 5, 626.
- [16] Negele, J. W., 1970, *Phys. Rev. C* 1, 1260.
- [17] Campi, X. and Sprung, D.W., 1972, Spherical nuclei in the local density approximation, *Nucl. Phys. A* 194, 401.
- [18] Fai, G. and Nemeth, J., 1973, Density-dependent effective interactions in finite nuclei (II), *Nucl. Phys., A* 208, 463.
- [19] Lagaris, I.E. and Pandharipande, V.R., 1980, Variational calculations of  $v_8$  models of nuclear matter, *Nuclear Physics A*, 334, 217.

### KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- [20] Day, B. D. Ve Wiringa, R. B., 1985, Brueckner Bethe and variational calculations of nuclear matter, *Physical Review, C*. 32, 3.
- [21] Rashdan, M., 2000, A Skyrme parametrization based on nuclear matter BHF calculations, *Modern Physics Letters A*, 15, 20. 1287-1299.
- [22] Biçer, A., 2010, Skyrme etkileşim parametreleriyle simetrik nükleer madde hesaplamaları, Dumlupınar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek lisans tezi, 39 s.
- [23] Mayers, W.D. and Swiatecki, W.J., 1969, *Annual of Physics*. 55, 395.
- [24] Kupper, W.A., Wegmann, G. and Hilf, E., 1974, Thermostatic properties of symmetric nuclear matter, *Annual of Physics* 88, 454.
- [25] Manisa, K. and Oğul, R., 2004, Transport coefficients of nuclear matter at high temperatures, *Mathematical and Computational Applications*, 9, 19-24.
- [26] Oğul, R., 1989, Time dependent Hartree-Fock theory and residual interactions, *Z. Phys. A-Atomic Nuclei*, 333, 149-152.
- [27] Oğul, R. and Eren, N., 1996, On the quantum nonequilibrium theory with density matrices, *J. Chem. Phys.*, 105, 7664.
- [28] Oğul, R., 1998, On the spinodal instabilities at subnuclear densities, *Int. J. Mod. Phys.E*, 7(3), 419.
- [29] Seeger, P. A., 1968, Los Alamos Report No. LA-DC-8950a.
- [30] Greiner, W. and Maruhn, J. A., 1995, *Nuclear models*, Springer Verlag, New York Inc., 375 p.
- [31] Bethe, H. A., 1971, Theory of nuclear matter, *Ann. Rev. of Nucl. Sc.*, 21, 93.
- [32] Oyamatsu, K., Tanihata, I., Sugahara, Y., Sumiyoshi, K. And Toki, H., 1998, Can the equation of state of asymmetric nuclear matter be studied using unstable nuclei?, *Nuclear Physics A*, 634, 3-14.
- [33] Oyamatsu, K. and Lida, K., 2003, Empirical properties of asymmetric nuclear matter to be obtained from unstable nuclei, *Nuclear Physics A*, 718, 363c-366c.
- [34] Bethe, H. A., Bacher, F., 1936, *Nuclear Physics A. Stationary States of Nuclei*, *Mod. Phys.* 8, 82.
- [35] Skyrme, T.H. R., 1956, *Phil. Mag.* 1, 1043.
- [36] Skyrme, T.H. R., 1959, *Nucl. Phys.* 9, 615.
- [37] Bruckner, K. A., Buchler, J. R., Jorna, S., Lombard, R. L., 1968, *Phys. Rev.* 171, 1188.
- [38] Bethe, H. A., 1973, *Phys. Rev.* 167, 879.
- [39] Lombard, R. J., 1973, *Ann. Phys. (NY)* 77, 380.

### KAYNAKLAR DİZİNİ(devam)

- [40] Manisa, K., 2003, Simetrik nükleer maddenin ve nötron maddesinin dengedeki özellikleri, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü. Doktora tezi.
- [41] Dirac, P. A. M., 1930, Proc. Cambridge Phil. Soc. 26, 376.
- [42] McMillan, W.L., 1965. Phys. Rev. A, 442, 138.
- [43] Kalos, M.H., Levesque, D. and Verlet, L., 1974, Helium at zero temperature with hard sphere and other forces, Physical Review, 9, 5.
- [44] Ceperley, D., Chester, G.V. and Kalos, M.H., 1977, Monte Carlo simulation of a many fermion study, Phys. Rev. B, 16, 3081.
- [45] Lee, M.A., Schmidt, K.E., Kalos, M.H. and Chester, G.V., 1981, Green's function Monte Carlo method for liquid  $^3\text{He}$ , Phys. Rev. Lett., 46, 728.
- [46] Kalos, M.H., and Whitlock, P.A., 1986, Monte Carlo Methods, 1: Basics, John Wiley & Sons, New York.
- [47] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. and Teller, E., 1953, Equation of state calculations by fast computing machines, J. Chem. Phys., 21, 1087.
- [48] Caracciolo, S. ve Fabrocini, A. 1992, Monte Carlo Methods in Theoretical Physics. ETS Editrice. Pisa.
- [49] Manisa, K. and Atav, Ü., 2007, Asimetrik nükleer maddenin simetri enerjisi, IV. Nükleer Yapı Özellikleri Çalıştayı, Gazi Üniversitesi.
- [50] Sarıaydın S., 2007, Çok fermiyon sistemlerde kuantum Monte Carlo metodunun uygulanması, Dumlupınar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans tezi, 31 s.
- [51] Lagaris, I. E., and Pandharipande, V.R., 1981, Phenomenological two-nucleon interaction operator, Nucl. Phys. A, 359, 331.
- [52] Lagaris, I. E. and Pandharipande, V.R., 1981, Variational calculations of realistic models of nuclear matter Nucl. Phys. A, 359, 349.
- [53] Atav, Ü. and Oğul, R., 2000, Variational Monte Carlo calculations of nuclear and neutron matter, Physica Scripta, 61, 52-58.
- [54] Manisa, K., 2004, Variational monte carlo calculations of energy per particle of nuclear matter, Mathematical and Computational Applications, Vol. 9, No. 3, pp. 485-494.
- [55] Manisa F., Küçükburşa A., Manisa K., and Babacan T., 2011, A new expression for radial distribution function of nuclear matter, Mathematical and Computational Applications, Vol. 16, No. 2, pp. 414-424.
- [56] Biçer A., Manisa K., 2011, Properties of symmetric nuclear matter with skyrme interactions, Mathematical and Computational Applications, Vol. 16, No. 4, pp. 900-912
- [57] Manisa K., EOS of neutron-rich matter and pure neutron matter, Science China Physics Mechanics & Astronomy / Production (basımda).
- [58] Beiner M., Flocard H., Giai N. V., and Quentin P., 1975, Nuclear ground-state properties and self-consistent calculations with the Skyrme interaction, Nuclear Physics, A238, 29-69.