

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI

**EKSTREM DEĞER TEORİSİ
VE
İNŞAAT SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA**

Yüksek Lisans Tezi

Hikmet PALAS

İstanbul,2009

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI

**EKSTREM DEĞER TEORİSİ
VE
İNŞAAT SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA**

Yüksek Lisans Tezi

HİKMET PALAS

DANIŞMAN : DOÇ. DR. ÖMER ÖNALAN

İstanbul,2009

Marmara Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü

Tez Onay Belgesi

İŞLETME Anabilim Dalı SAYISAL YÖNTEMLER Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi HİKMET PALAS'ın EKSTREM DEĞER TEORİSİ VE İNŞAAT SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA adlı tez çalışması, Enstitümüz Yönetim Kurulunun 28.05.2009 tarih ve 2009-9/33 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Öğretim Üyesi Adı Soyadı

İmzası

Tez Savunma Tarihi : 06.10.2009

1) Tez Danışmanı : DOÇ. DR. ÖMER ÖNALAN

2) Jüri Üyesi : YRD. DOÇ.DR. HABİB KOÇAK

3) Jüri Üyesi : DOÇ. DR. CEMAL ÇAKICI

Önder
Habib Koçak
Cemal Çakıcı

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No.
TABLO LİSTESİ	III
ŞEKİL LİSTESİ	IV
KISALTMALAR	VI
SİMGELER	VII
1. GİRİŞ	1
2. GLOBAL EKONOMİYE GENEL BAKIŞ (2007-2008)	
2.1 2007 Krizi Nasıl Çıktı?.....	2
3. İNŞAAT SEKTÖRÜ	
3.1 Dünyada İnşaat Pazarına Genel Bakış.....	5
3.2 Türk Yapı Sektörüne Genel Bakış.....	6
3.2.1 Türk Yapı Sektörüne Ekonomik Bakış.....	6
3.2.2 Bina İnşaat Maliyet Endeksi.....	7
3.2.3 Türkiye’de İnşaat Sektöründe Risk Algılaması ve Yönetimi.....	9
4. EKSTREM DEĞER YÖNTEMİ İLE RİSKE MARUZ DEĞER	
4.1 Ekstrem Değer Dağılımları.....	14
4.1.1 Genelleştirilmiş Ekstrem Değerler.....	16
4.1.2 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı.....	23
4.2 Parametre Tahmin Metodları.....	27
4.2.1 Maksimum Olasılıklar Kestirimi.....	28
4.2.2 Hill Kestiricisi.....	30
4.2.3 Olasılıksal Ağırlıklandırılmış Momentler Metodu.....	34
4.3 Teşhisler.....	35
4.3.1 Q-Q Noktaları.....	36
4.3.2 Ortalamayı aşan Noktalar.....	37
4.4 Riske Maruz Değer.....	40
5. EKSTREM DEĞER TEORİSİNİN İNŞAAT SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMASI	
5.1 Normallik Testi.....	48
5.2 Parametrik Olmayan Yaklaşım.....	50
5.3 Parametrik Yaklaşım.....	53
5.4 Parametrik Yaklaşım ile Parametrik Olmayan Yaklaşımın Kıyaslaması..	56

6. SONUÇ.....	58
KAYNAKÇA.....	59

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No.
Tablo 1 : Yıllara Göre İnşaat Sektörü Büyüme Hızı (1987 Baz Yılı).....	7
Tablo 2 : 2008 Yılına Ait TEFE Endeksleri.....	10
Tablo 3 : Frechet Ailesinin Bir Dağılım Listesi.....	22
Tablo 4 : Weilbull Ailesinin Bir Dağılım Listesi.....	23
Tablo 5 : TEFE Endeksi Genel Satır.....	43
Tablo 6 : Verilere Ait İstatistikler.....	48
Tablo 7 : Ki Kare Tablosunda Çeşitli Anlam Seviyelerine Göre 2 Serbestlik Derecesinde Değerler	49
Tablo 8 : Parametrik Metod ile Parametrik olmayan Metod Kıyaslaması.....	56
Tablo 9 : VAR Hesabına Göre Maliyetteki Artış ve Yöntem Kıyaslaması.....	57

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No.
Şekil 1 : Bear Stearns Likitide Havuzu.....	4
Şekil 2 : 2007 ve 2008 Yıllarına Ait Global İnşaat Harcamaları.....	5
Şekil 3 : İnşaat Maliyetinde Paylar.....	8
Şekil 4 : ÜFE Karşısında Firmanın Hak edişlerindeki Fiyat Farkı Endeksi.....	13
Şekil 5 : Eşik Değerini aşan Değerler.....	15
Şekil 6 : Sabit bir Periyoda Göre sınıflanmış Veriler.....	15
Şekil 7 : Gumble, Frechet ve Weibull Dağılımları.....	18
Şekil 8 : Gumble, Frechet ve Weibull Yoğunluk Dağılımları.....	19
Şekil 9 : Frechet Yoğunluk Fonksiyonuna Şekil Parametresinin Etkisi.....	20
Şekil 10 : Weibull Yoğunluk Fonksiyonuna Şekil Parametresinin Etkisi.....	21
Şekil 11 : GPD Dağılım Fonksiyonu	27
Şekil 12 : Gamma=1 Olan Pareto Dağılımına ait Hill Kestiricisi.....	32
Şekil 13 : $(k, H_{k,n})$ Grafiği.....	33
Şekil 14 : $(t$ dağılımı / Frechet Ailesi) Q-Q Noktaları.....	37
Şekil 15 : Ortalamayı Aşan Değerler Noktaları.....	39
Şekil 16 : Riske Maruz Değere Denk Gelen Kısım.....	40
Şekil 17 : (n, Veri) nokta Grafiği.....	48
Şekil 18 : Verilerin Histogram Grafiği.....	50
Şekil 19 : Hill Kestiricisi.....	51
Şekil 20 : $k=33$ için Hill Kestiricisi.....	52

Şekil 21 : Wiesman'ın Önerdiği Dağılıma Göre Q-Q noktaları.....	52
Şekil 22 : Ortalamayı Aşan Değerler Fonksiyon Grafiği.....	55
Şekil 23 : Pareto Dağılımı için Q-Q Noktaları.....	55

KISALTMALAR

GSYH	:	Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
GSMH	:	Gayri Safi Milli Hasıla
TÜİK	:	Türkiye İstatistik Kurumu
ÜFE	:	Üretici Fiyat Endeksi
EVT	:	Ekstrem Değer Teorisi
VAR	:	Riske Maruz Değer
GEV	:	Genelleştirilmiş Ekstrem Değer Dağılımı
GPD	:	Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı
POT	:	Peaks Over Treshold
MDA	:	Dağılım ailesi
iid	:	Bağımsız ve Özdeş Değişkenler
JB	:	Jaqu-Bera İstatistiği

SİMGELER

F	:	Fiyat Farkı
A_n	:	Dönemsel Hak Ediş Tutarı
B	:	0,90 katsayı
P_n	:	Fiyat Farkı Katsayısı
a	:	Katsayı
b1	:	Katsayı
b2	:	Katsayı
b3	:	Katsayı
b4	:	Katsayı
Io, In	:	TEFE İşçilik Temel ve Güncel Endeksleri
Ço,Çn	:	TEFE Çimento Temel ve Güncel Endeksleri
Do,Dn	:	TEFE Demir Çelik Temel ve Güncel Endeksleri
Yo, Yn	:	TEFE Akar Yakıt Temel Endeksleri ve Güncel Endeksleri
Ko,Kn	:	TEFE Kereste İmalatı Temel ve Güncel Endeksleri
Go,Gn	:	TEFE Diğer Malzemeler Temel ve Güncel Endeksleri
Mo,Mn	:	TEFE Makine ve Ekipman Temel ve Güncel Endeksleri
X_i	:	i. Bağımsız ve Özdeş Tesadüfi Değişken
X_{k,n}	:	k. En Büyük Gözlem
M_n	:	Block Minima yada Maksimum Serisi
a_n	:	Seri
b_n	:	Seri

σ	:	Ölçüm Parametresi
γ	:	Şekil Parametresi
μ	:	Yer Parametresi
$H_0(x)$:	Gumble Dağılımı
$H_1(x)$:	Frechet Dağılımı
$H_2(x)$:	Weibull Dağılımı
$G_0(x)$:	Üssel Dağılım
$G_1(x)$:	Pareto Dağılımı
$G_2(x)$:	Pareto II Dağılımı
n	:	Toplam Gözlem Sayısı
u	:	Eşik Değeri
N_u	:	u Eşliğini Aşan Gözlemlerin Sayısı
$E(Y)$:	Verilerin Ortalaması
$S(Y)$:	Verilerin Standart Sapması
$H_{k,n}$:	Hill Kestiricisi
x_p	:	p . kuantilde VAR Değeri
$M_{p,r,s}$:	r . Olasılıksal Ağırlıklandırılmış Moment
$F^{-1}(p)$:	Ampirik Kuantil Fonksiyonu
$Q(p)$:	Ampirik Kuantil Fonksiyonu
$e(u)$:	u Eşliğini Aşan Değerler Fonksiyonu
ΔM	:	Maliyet Farkı
M	:	Maliyet
ΔI	:	Fiyat Farkı Oranı

1.GİRİŞ

İnşaat sektörü en çok emek gücü gerektiren sektörlerden biridir.Bu sektörde meydana gelebilecek bir kayıp, günümüzde makro ekonominin başlıca sorunlarından biri olan işsizlik sorunun artmasına sebebiyet verecektir.

Amerika'dan başlayarak tüm gelişmiş ekonomileri etkisi altına almaya başlayan ekonomik kriz, finansal piyasaların daralmasına, petrol fiyatlarının artmasına ve bununla birlikte, inşaat sektörünün girdileri olan demir, alüminyum, bakır gibi malzeme fiyatlarının da yükselmesine neden olmuştur. Bu durum karşısında malzeme fiyatlarının yükselmesi ve olumsuz ekonomik göstergeler, konut sektöründe olası bir pazar daralmasına yol açacağı endişesi , sektörde global krizin etkilerinin tartışılması gerekliliğini doğurmuştur.

Ekstrem değerler yaklaşımı, gözlemlerin tümü yerine risk yöneticilerini esas ilgilendiren işin kayıp kısmı olan, uç gözlemleri modellediğinden kriz yönetiminde riske maruz değerlerin hesaplanmasında en etkili metodlardan biridir.

Bu çalışmada ekstrem değerler yöntemi kullanılarak maliyet endeksi değerlerinin üzerinde oluşabilecek kayıpların üzerinde çalışılmıştır. Amacımız şuan içinde bulunduğumuz global krizde inşaat sektöründeki kayıpların uç değerler metodu ile ölçerek firmaların olası kayıplara karşı önlem almalarına yardımcı olabilmektir.

2. GLOBAL EKONOMİYE GENEL BİR BAKIŞ (2007 – 2008)

2007 yılında dünya ticaretinde ve üretiminde gerçekleşen büyüme oranı 2006 yılında yaşanan büyüme oranından daha düşük olmuştur.2006 yılında %3,7 olan global ekonomik büyüme oranı gelişmiş ülkelerdeki talep düşüklüğü nedeni ile 2007 yılında yaklaşık dönemin son 10 yılın ortalaması düzeyinde kalarak %3,4 olmuştur. ¹

Büyüyen Çin ve Hindistan ekonomilerinden etkilenme, endüstriyel ve gelişmekte olan piyasalı ülkelerin hemen hemen tümündeki sağlam performans

¹ Dünya Ticaret Örgütü, **Dünya Ticaret Raporu**,2008, http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/2008_dunyaticareti.pdf ,(23 şubat 2008), s.1

tarafından desteklenmesi Dünya Gayri Safi Yurt İçi Hasıla (GSYH) büyümesini 2007’de %5 in üzerinde büyümeyi hızlandırdı.

Buna rağmen, Amerika ekonomisindeki durgunluk ile dünya işletmelerinin durumu göz önüne alındığında bir bakıma mevcut durum üzerinde global ekonominin büyümesinin bazı parçalarında (%4 civarında) düşüş 2008 için kesindir²

2.1 2007 Krizi Nasıl Çıktı?

2006 yılının ilk yarısında Amerika’da konut sektöründe durgunluk başladı. İlk batış haberi 2007’nin haziran ayında Bearn Stearns yatırım bankasından geldi. Sıkıntı temmuz ayında Avusturalya’ da kendini göstermeye başladı ve temmuzdan sonrada Avrupa’ da da kendini gösterdi.³

Amerika’da kredi müşterileri prime ve subprime diye ikiye ayrılır. Prime müşteriler yeterli gelire ve iyi kredi siciline sahiptirler. subprime müşteriler ise tersine kötü gelir ve kötü kredi derecesine sahiptirler. Bu nedenle subprime müşteriler az kredi alır ve yüksek faiz öderler.

Subprime krediyi alan ve veren içinde risklidir. Morgate ile uzun vadede konut alımlarında yaygın olarak subprime müşteriler görülmektedir. İnşaat sektöründeki aşırı arz talebi ile yükselen fiyatlar sonucu subprime müşteriler borçlarını ödeyemez duruma, bunlara kredi verenlerde zararlarını kapatamaz duruma geldiler.

Krizin başlangıç noktası subprime krediler ama şu an içinde bulunduğumuz piyasalarda çalkantının bu pazarla alakası yoktur. Çünkü Amerika’da 1998 yılından buyana subprime pazarında meydana gelmiş kayıp 35 milyon dolar civarındadır. Buda borsada %0,2 lik bir düşüşe tekabül etmektedir.

O zaman neden bu durum global krize neden oldu?

²Davis Langdon, ”Overwiev of the Global Economy”, World construction, 2008, http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/worldconstruction_0708.pdf (05.02.2008), s.1

³Radikal, ‘Mortgage Krizi Nasıl Doğdu?’, 18 Ağustos 2007, s.5

Subprime pazarında New Century Financial Corporation gibi büyük firmalar iflas etmeye ve konkordata ilan etmeye başladığında, yatırımcılar bu riski hafife aldıklarını ve diğer enstrümanlarda da aynı şey olurmu korkusu ile daha az risk alır ve bankalarda riske karşı daha dayanıklı olmak için kasalarında daha fazla nakit tutmaya başladılar. Bu durumda;

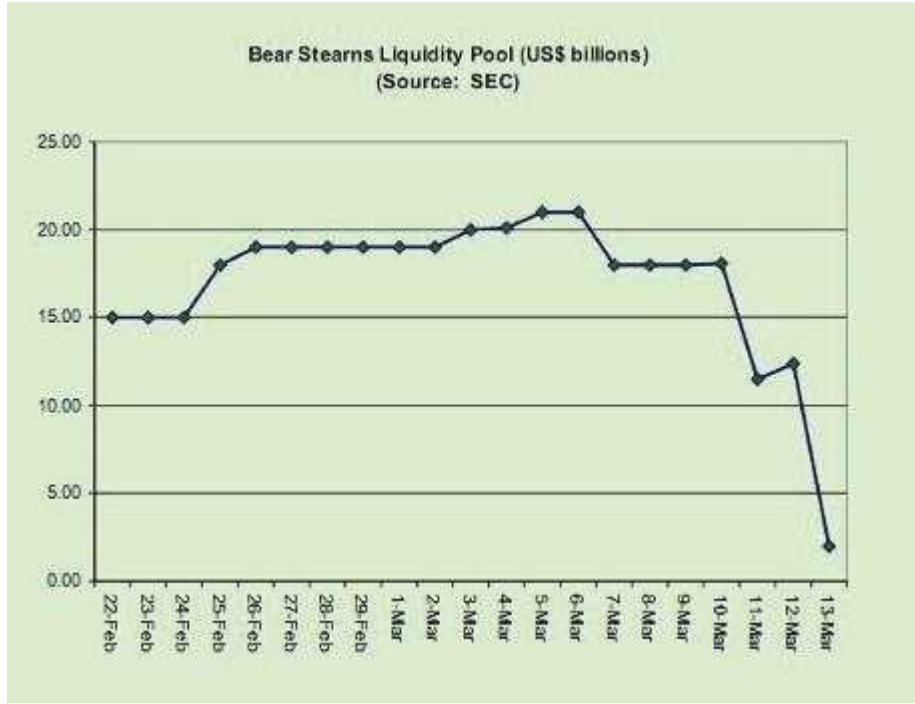
1- Riskli varlıkların fiyatları düşmeye başladı

2- Yatırımcılar, hazine bonusu gibi daha sağlam ama daha az getirili enstrümanlara yöneldiler.⁴

Bankaların pasifine bakıldığında 2004 yılında kısa vadeli borçlanmaların arttığı görülmektedir. Bu durum bankacılık sektörünün likitidesi açısından oldukça riskli idi. Subprime pazarında meydana gelen kayıp ile bankalar borçlarını ödeyemez ve birbirlerine borç veremez duruma geldiler. Bu durum yatırımcılar içinde paniğe sebep oldu.⁵ Bankaların kredi verirken daha tutucu ve titiz hesapları krizin reel sektöre yansımalarına sebep oldu. Şekil 1’de Bears Stearn yatırım bankasının aylara göre likitide havuzu görülmektedir. Bu durum bize bankacılık sektörünün likitide açısından ne kadar riskli hale geldiğini kanıtlamaktadır.

⁴ Metin Münir, Suprime Krizi Nedir, Nasıl çıktı, Nasıl Sona Erecek? , Milliyet, 22 Ağustos 2007

⁵ Yrd. Doç Dr. Osman Nal, İşler rayından nasıl çıktı ve bu noktaya gelindi, Ekonomi G, 2009 , <http://www.ekonomig.com> (23.01.2009).



Şekil 1 : Bear Stearns Likitide Havuzu
Kaynak : <http://www.ekonomig.com>

3. İNŞAAT SEKTÖRÜ

Tüm ülkelerde olduğu gibi, ülkemizde de inşaat sektörü ülke ekonomisine yüksek katma değer yaratmaktadır. Gelişimin ana eksenini inşaat oluşturmaktadır. Barajları, enerji üretimini, yolları, havaalanlarını, kentsel mekanları, fabrikaları, hastaneleri ve diğer tüm yaşamsal mekanların ilk adımı ‘‘inşaat’’ ile atılmaktadır.

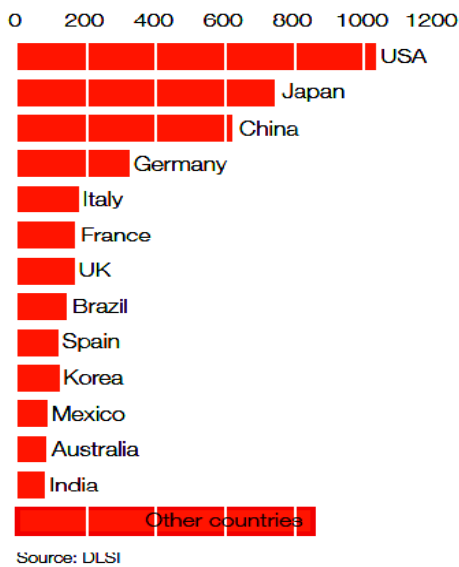
İnşaat sektörüne yapılan yatırımlar ülke kalkınmasında önemlidir. Çünkü inşaat sektöründe yapılan yatırımlar;

- Henüz inşa aşamasında işsizliği azaltacağı gibi, yatırımın tamamlanmasından sonra da istihdam yaratmaya devam etmektedir.
- Tarım altyapısı olan baraj ve sulama projelerinin hızlandırılması, kırsal alanda yaşayan halkımıza istihdam olanakları sağlayarak tersine göçü hızlandıracaktır.

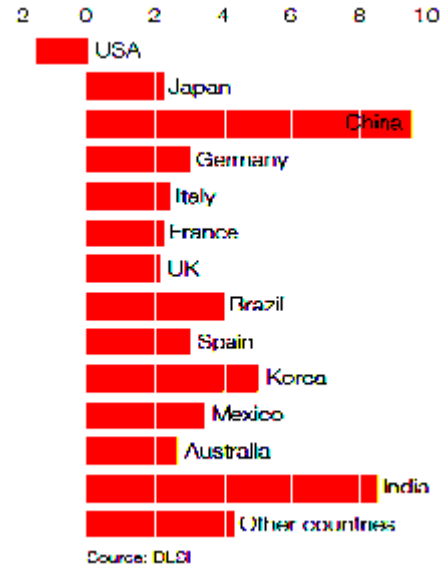
- Kırsal kesimde yükselen kişi başına gelir seviyesi ile bu bölgelerde hayat standardı artacaktır.⁶

3.1 Dünyada İnşaat Pazarına Genel Bakış

Dünya inşaat sektörü harcaması, 2006'daki hemen %5'lik büyümeye kıyasla 2007' de sadece %3 oranında büyüme ile 4,7 trilyon dolara ulaştı. Şu anki sektördeki zayıflamanın kaynağı özellikle US' deki konut sektöründeki yani inşaat pazarıdır. Amerika'da yavaşlama olmasına ve ortak kredi krizinin 2008'de dünya pazarının gördüğü gibi kalarak sakinleşmesine rağmen, diğer ülkelerde önceki yıllardan biraz aşağı %4'lük büyüme görüldü.



a)



b)

Şekil 2 : a) 2007 yılına ait global inşaat harcamaları b) 2008 yılına ait global inşaat harcamaları büyüme oranı

Kaynak: Langdon, S.2

⁶ İntes İşveren Sendikası, İnşaat Sektörü Raporu Sorunlar ve Çözüm Önerilerimiz, 2008, <http://www.yapi.com.tr>, s.2

Gerilemeye rağmen, yıllar arasında geniş bölgesel farklılıklar vardır. 2007’de inşaat harcamaları açısından US hala en geniş ulusal inşaat pazarı olarak global manzaraya hakimdir, ama inşaat harcamaları açısından Amerika’nın büyüme görüntüsü Asya’nın geri kalanına özellikle Çin ve Hindistan’a kıyasla daha zayıftır. (Şekil 2). Çin, inşaat harcamaları açısından 2009’da dünyanın 2. en geniş pazarı olmak için Japonya’yı geçmeyi umuyor.⁷

3.2 Türk Yapı Sektörüne Genel Bakış

İnşaat Endüstrisinin içinde yer alan kimseler iki farklı grup oluştururlar. İnşaat işini yaptıran işverenler ve bina yol, köprü vb. yapıların ortaya çıkmasında çeşitli faaliyetlerin sorumluluğunu alan firmalar. Bu gruplar elbette ki heterojen bir yapı gösterir. İşveren, devlete ait bir birimden, büyük bir imar firmasına veya sadece bir ev sahibine kadar herkes olabilir. Firmalar bünyelerinde mimarlar, mühendisler, diğer teknik ve idari elemanlar ve geniş bir yelpazede alt yükleniciler ve tedarikçiler gibi uzmanları barındırırlar.⁸

İnşaat sektörü uygulamalarında her geçen gün daha karmaşık ve büyük boyutlu projeler gündeme gelmektedir. İşletmeler arasında giderek artan rekabet, bu karmaşık projelerin sadece performansları açısından değil, süre ve maliyet açısından da değerlendirilmesini zorunlu kılmaktadır. İşletmelerin sadece hizmet üretmeleri yetersiz kalmakta, bu hizmetleri rakiplerinden daha kısa sürede ve daha uygun maliyetlerle üretmeleri önemli bir faktör olmaktadır.

3.2.1 Türk Yapı Sektörüne Ekonomik Bakış

Yapı sektörü, gerek sanayi boyutuyla, gerekse de pazarlama ve ticaret boyutuyla Türkiye’nin en geniş sektörlerinden birisini oluşturmakta, dolaylı olarak 400 alt sektörü etkilemektedir. Türkiye’nin dünya inşaat sektörü içerisindeki payı %3’tür. Dünya’nın en büyük 225 uluslararası inşaat firması arasında 7 Türk firması da bulunmaktadır. Sektörün Gayri Safi Milli Hasıla (GSMH) içindeki doğrudan payı %5 ve dolaylı payı %30’dur. Son 33 yıllık dönemde 62 ülkede 60 milyar dolar tutarında 3

⁷ Langdon , s.2

⁸ Yük. İnş. Müh. Latif Onur Uğur, **İnşaat Sektöründe Riskler ve Risk Yönetimi**, Türkiye Müteahhitler Birliği ,2006, s.10-11

bin kadar proje gerçekleştirilmiş olan müteahhitlerimiz hizmet kalitesi, fiyat ve müşteri memnuniyeti boyutlarıyla 4 kıtada kanıtlamışlardır.⁹

Tablo 1
Yıllara Göre İnşaat Sektörü Büyüme Hızı (1987 baz yılı)

2001	2002	2003	2004	2005	2006-I	2006-II	2006-III	2006-IV	2006	2007-I	2007-II	2007-III
-5,5	-4,9	-9,0	4,6	21,5	27,1	14,9	21,3	16,1	19,4	16,5	15,7	5,4

Kaynak : SPK Finansal Piyasalar Ders Notları, Doç Dr. Erhan Aslanoğlu, Ocak 2007, s. 23

TÜİK,1998 bazlı ve kapsamı genişletilen, yeni yönteme göre hesaplanan büyüme rakamlarını açıkladı. TÜİK'in verilerine göre, Türkiye ekonomisinin lokomotif olarak tanımlanan inşaat sektörü son yıllardaki hızlı büyümesi 2007 yılında yerini durgunluğa bıraktı. 2006 yılında %18,5 büyüme oranını yakalayan sektör, 2007'de dönemlere göre sırasıyla %8,8, %7,5, %4,0 ve %0,5 büyüyerek yılı %5,0'lık gelişme hızıyla kapattı. Aynı süreçte sektörün GSYH'da payı %6,5 oldu. 2007 yılında özel sektörün inşaat yatırımları %6,3 artarak 62,3 milyon YTL'ye kamu inşaat yatırımları ise %5,2 artarak 23,8 milyon YTL'ye ulaştı.¹⁰

Dış ticaret müşteşarlığından sağlanan bilgilere göre; 2007 yılında Türk müteahhitleri yurtdışında 364 proje üstlendiler. Türk müteahhitlerinin yurtdışında başlıca üstlendikleri yapı alanları; konut inşaatında %44.33 , ulaşımda %25.9 , endüstride %13.2 , su işlerinde %10.5 ve altyapı da %6 'dır.¹¹

3.2.2 Bina İnşaat Maliyet Endeksi

Bina inşaat maliyet endeksinin oluşturulmasının amacı bina inşaatlarında kullanılan girdi miktarını belirlemek ve bu girdi miktarlarının yıllara göre maliyet

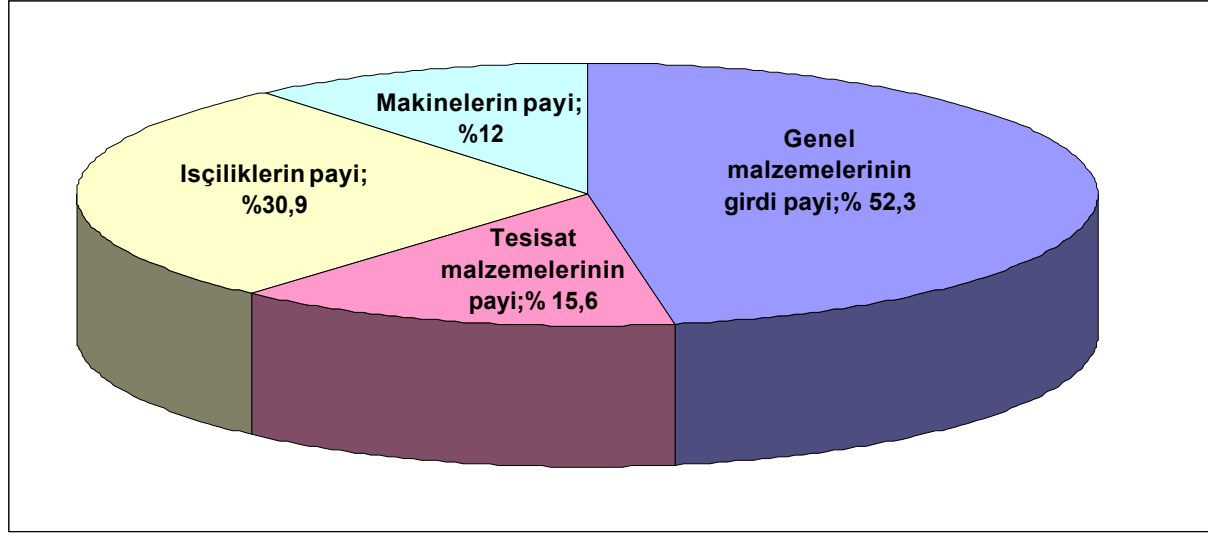
⁹ Tamer Taşkın, Türkiye'de Yapı Sektörü ,Ege Bölgesi Sanayii Odası,2009 , <http://www.kobifinans.com.tr/sector/011702/12786>, (13 Şubat 2009)

¹⁰ İnşaat Dergisi, 2007'de İnşaat Sektörü Hız Kesti,2008, <http://www.insaatdergisi.com>, (31.03.2008), s.1

¹¹ Sinan Yüzal, "İGEME", Turn -Key Industrial Facility Construction Sector Raporu , http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/IGEME_Turn_Key07.pdf ; ekim 2008, s.1

değişimlerini göstermektedir. 1991 yılını baz almakta olan bu indeks 295 maddeden oluşmaktadır.¹²

Şekil 3'te bina inşaat maliyetinde paylar görülmektedir. Bina inşaat maliyetlerinde genel malzemelerin girdi payı %52,3, tesisat malzemelerinin payı %15,6, işçiliklerin payı %30,9 ve makinelerin payı ise %12' dir.



Şekil 3 İnşaat Maaliyetinde Paylar

Bu maddelerin fiyatları kapsama alınan 24 ilden (her madde için üç ayrı işyerinden) derlenmektedir. Bu fiyatlar, her dönemin 3. ayının 15'i itibari ile üreticiden, toptancıdan ya da perakendeciden, yani inşaat firmaları ile, müteahhitlerin alışveriş yaptıkları '1292' iş yerinden toplanmaktadır. Bina inşaat maliyet endeksi üçer aylık dönemler halinde hesaplanmaktadır.¹³

¹² YEMAR, Türk Yapı Sektörü Raporu 2007, İstanbul: Güzel Sanatlar Matbaası, 2008, S.36

¹³ <http://www.tuik.gov.tr>

3.2.3 Türkiye’de İnşaat Sektöründe Risk Algılaması ve Yönetimi

2000’li yıllarda yapılmış olan araştırmalarda inşaat sektöründe, risk yönetiminin bir yönetim olarak değil programsız çalışma olduğu ve yapılan programların gerçeği yansıtmamasından kaynaklandığı şeklindeydi.

Yüklenici firmalar, alt yüklenicilere iş vererek risklerini azaltmaya çabalamakta, alt yüklenicilerden alınan teminat mektupları ile oluşabilecek risklere karşı önlem almaya çalışmaktadır. Kanunlarımızdan zorunlu tuttuğu ALL RİSK sigortalarının yapılması ile sektördeki riskler azaltılmaya çalışılmıştır.

Türkiye müteahhitler birliğinin yaptığı araştırmada, büyük kalemler işlere çok düşük fiyat vererek, ileride fiyatı değiştirme düşüncesinin çok büyük risk oluşturduğu, büyük projelerden ziyade özelliklerinin risk oluşturabileceği kanaatinin yaygın olduğunu belirtmiştir ve yüklenici firmaların işin her aşamasını kontrol ederek risklerini minimize etmeye çalıştıkları ve diğer oluşabilecek riskler için ALL RİSK sigortası yaptırdıkları gözlenmiştir.

Yapılan araştırmada risk kategorileri maddi kayıp etkilerine göre sıralandığında ise,

1. Finansal riskler
2. politik riskler
3. inşaat riskleri
4. çevresel riskler

hierarchy ortaya çıkmaktadır. Ayrıca belirlenen hususların dışında bazıları, gelir vergisinin karla birlikte düşünülmesinin risk olduğu, hukuksal problemler, kredinin kaynak ve temini, kur riski, sözleşme stratejisi açısından oluşabilecek riskler, işin süresinin uzama risklerinin en çok karşılaşılan risklerden olduğu belirtilmiştir.

İnşaat sektöründe , risk yönetimi ile uğraşan bir bölüm bulunmamakta, fakat bu konularda çalışma yapılmasının gerekliliğinin bilincine varılmıştır. Yanı sıra; bazı

firmalarda da farklı bölümlerde riskin türüne göre risk yönetimi yapılmaktadır.(Türkiye Müteahhitler Birliği Raporu,2007)

Özellikle uzun vadeli işlerde sıkça karşılaşılan sorunlardan birisi sabit fiyatla sözleşmelerin imzalanması ve zaman içinde meydana gelen malzeme ve işçilik fiyat artışlarından dolayı yüklenici firmaların zarar etmesini önlemek amacı ile 4737 sayılı kamu ihale kanunu kapsamındaki kurum ve kuruluşlar dönemsel hak edişlerde TÜİK'in yayınladığı fiyat farkı endeksleri (TEFE) kullanılarak oluşabilecek zararların önüne geçilmeye çalışmıştır.

Tablo 2
2008 Yılına ait TEFE Endeksleri

Yıllar - 2008	İşçilik(İn)	Metalik olmayan diğer mineral ürünler(Çn)	Ana metal sanayi(Dn)	Kok kömürü, rafine edilmiş petrol ürünleri (Yn)	Ağaç ve mantar Genel ürünleri (Kn)	Genel(Gn)	Makine ve teçhizat (Mn)
Ocak	12 795,97	8 844,86	10 844,16	26 177,04	5 946,77	10 429,14	7 982,02
Şubat	12 960,55	8 863,48	11 554,76	26 792,54	5 911,56	10 696,37	8 013,38
Mart	13 085,08	8 949,99	13 231,20	30 365,41	5 830,13	11 035,44	8 076,92
Nisan	13 304,51	9 031,03	14 769,24	33 897,10	5 860,50	11 531,83	8 728,16
Mayıs	13 503,05	9 119,73	15 744,67	36 698,88	6 048,01	11 776,07	8 627,36
Haziran	13 455,19	9 226,50	16 530,17	38 624,32	6 088,95	11 814,14	8 720,83
Temmuz	13 532,69	9 293,85	16 962,16	39 403,42	6 140,01	11 961,40	8 923,65
Ağustos	13 499,60	9 259,36	15 250,37	34 129,34	6 100,83	11 681,96	8 848,51
Eylül	13 560,56	9 339,30	13 963,38	32 580,29	6 235,52	11 577,08	8 907,16
Ekim	13 913,24	9 545,17	13 301,91	30 424,90	6 258,41	11 643,17	9 073,33

Kaynak: <http://www.e-kik.net>

Fiyat farkı aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$F=A_n \times B \times (P_n - 1)$$

$$P_n = \left[a \frac{I_n}{I_o} + b_1 \frac{C_n}{C_o} + b_2 \frac{D_n}{D_o} + b_3 \frac{Y_n}{Y_o} + b_4 \frac{K_n}{K_o} + b_5 \frac{G_n}{G_o} + c \frac{M_n}{M_o} \right]$$

Formülde;

F : Fiyat farkı (TL)

A_n : Dönemsel hak ediş tutarı (TL)

B : 0,90 katsayı

P_n : Fiyat farkı katsayısı

a, b_1, b_2, b_3, b_4, c : toplamları bir olan ve ihaleden önce, işin niteliğine ve gereklerine göre belirlenerek ihale dökümanının da gösterilmesi zorunlu katsayılar

Formüldeki temel endeksler (o) ve güncel endeksler(n) ise;

I_o, I_n : işçilik temel ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından aylık yayınlanan 1994 yılı baz alınmış tablo-3:Bölgelere ve illere göre Kentsel Yerler TEFE tablosunun Türkiye satırı

$\mathcal{C}_o, \mathcal{C}_n$: Çimento temel ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı Tablo-2: TEFE tablosunun metalik olmayan diğer mineraller ürünler imalatı satırı

D_o, D_n : Demir çelik temel ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı tablo-2: TEFE endeksi Ana metal sanayi satırı

Y_o, Y_n : Akar yakıt temel endeksleri ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı tablo-2 TEFE endeksi, kok kömürü, rafine edilmiş petrol ürünleri satırı

K_o, K_n : Kereste imalatı temel ve güncel endeksleri; TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı tablo-2:TEFE endeksi, Ağaç ve mantar ürünleri satırı

G_o, G_n : Diğer malzemeler temel ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı tablo-2:TEFE endeksi, diğer malzemelere karşılık gelen sayı

M_o, M_n : Makine ve ekipman temel ve güncel endeksleri, TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı tablo-2 : TEFE endeksi, makine ve teçhizat satırına karşılık gelen sayıyı göstermektedir.¹⁴

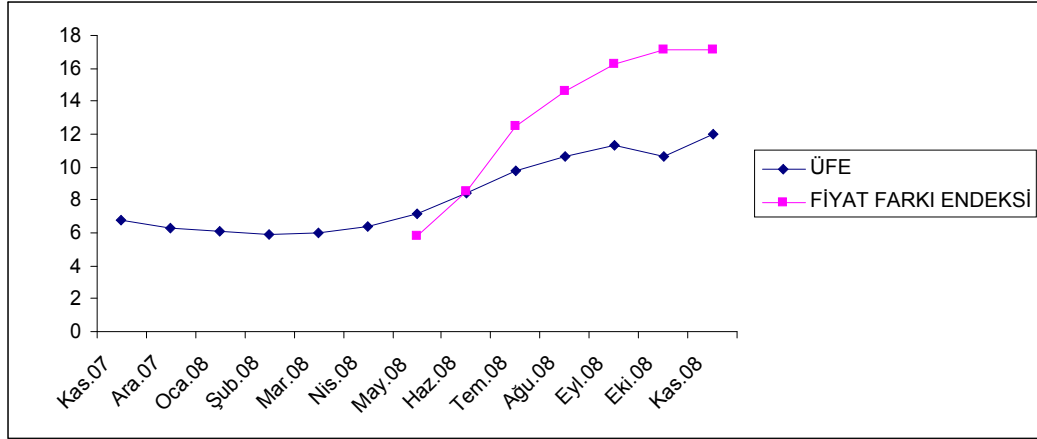
¹⁴ TOKİ Sözleşmesi, Fiyat Farkı Hesaplama Metodu, s. 7-8

Yukarıdaki indekslerin birinin veya birkaçının sözleşmenin uygulanması sırasında Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü tarafından değiştirilmesi halinde, değiştirilen indekslere eşdeğer yeni bir indeks belirlenir ise bu indeks, belirlenmez ise, Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü tarafından aylık yayımlanan (1994=100) bazlı Tablo-2: Toptan eşya fiyatları indeks sayıları tablosunun ‘‘Genel’’ satırındaki sayı esas alınarak fiyat farkı hesaplanır.

Ancak, idari şartname ve sözleşmede bu esaslara göre fiyat farkı verileceği belirtilmesine rağmen, ihaleyi yapan idare tarafından ihale dökümanında işin niteliğine ve gereklerine göre a, b1,b2,b3,b4, b5 ve c sabit katsayıları için toplamları bire (1,00) eşit olacak şekilde herhangi bir ağırlık oranı temsil katsayısı belirlenmemiş ise, fiyat farkı hesaplanırken temel indeks ve güncel indeks olarak yukarıdaki indeksler yerine, Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü tarafından aylık olarak yayımlanan (1994=100) bazlı Tablo-2 : Toptan eşya fiyatları indeks sayıları tablosunun ‘‘genel’’ satırındaki sayı esas alınır.¹⁵

Bir müteahhit firmasının sözleşmesi gereği 05.2008 tarihi itibari ile yapmış olduğu 8 adet hak ediş tutarında, fiyat farkı endeksine göre aylık hak ediş tutarlarının üzerine ilave edilecek fiyat farkı yüzdeleri sırası ile %5,8 , %8,5 , % 12,5, %14,65 , %16,3 ve %17,1 olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan fiyat farkları firmanın aylık hak ediş tutarına, iş programında belirtilen aylık hak ediş miktarından az olup olmamasına göre firmadan firmaya değişiklik göstermektedir. Aşağıdaki tabloda Üretici Fiyat Endeksi (ÜFE) endeksi ile fiyat farkı endeksi kıyaslanarak firmanın yaptığı işte kazancının ÜFE endeksi karşısında ne kadar değer kazandığını görmekteyiz.

¹⁵ **Resmi Gazete**, ‘‘4734 Sayılı Kamu İhale Kanununa Göre İhalesi Yapılacak Olan Yapım İşlerine İlişkin Fiyat Farkı Hesabında Uygulanacak Esaslar’’, 24980/3 Mükerrer, 20002, Karar sayısı: 20002/5039



Şekil 4 : ÜFE Karşısında Firmanın Hak Edişlerindeki Fiyat Farkı Endeksi Karşılaştırılması
Kaynak : <http://www.tuik.gov.tr> , Firmanın Hak Edişleri

4.EKSTREM DEĞER TEORİSİ

Ekstrem değer teorisi (EVT) son 15 yılı aşkındır uygulamalı bilimler için en önemli istatistiksel disiplinlerinden biri olarak önemli hale gelmiştir. EVT' nin ayırt edici özelliği; alışılmadık geniş yada küçük düzeylerde bir sürecin stokastik davranışının sayıya dökülmesidir.¹⁶ Özellikle, Ekstrem değer analizleri gözlemlenmiş değerlerden daha çok ekstrem olayların olasılığının kestirimi ile ilgilenir.¹⁷

Riske maruz değeri (VAR) hesaplamada kuyruğu modellemek için EVT'yi yayan Login (1996 – 2000) gibi bazı yazarlar vardır. Focardi ve Fabozzi (2003); EVT'nin bağımlı olan yayımlara rağmen koşulsuz dağılımlı kuyrukları kestirmek için bir metodoloji olarak düşünülebileceği sonucunu çıkardılar. EVT, kantitatif risk ölçümü, sigorta, finans, iklim bilimi ve hidrolojide önemli modelleme tekniklerinden biri olarak yaygın bir şekilde kabul edildi.¹⁸

¹⁶ Viviana Fernandez, **Extrem Value Theory: Value at Risk and Returns Depance Around the World**, no.161, Centro de Economia Aplicado, Unicersida de Chile, 2003, Section 2

¹⁷ Pouyan Mashayekh Ahangarani, Modelling and Estimation of Var using Extreme Value Theory, mart 2005, University of California, Economics Department, www-scf.usc.edu/~mashayek/paper/VaRextreme.pdf, (18 Nisan 2008)

¹⁸ Wei-Han Liu, A closer Examination of Extreme Value theory Modeling in Value-at-Risk estimation, 2008, Tamkang University, Department of Banking and Finance, www.melbournecentre.com.au/Finsia_MCFS/2008/2008_17_Wei-han_Liu.pdf, (25 Nisan 2008)

4.1. Ekstrem Değer Dağılımları

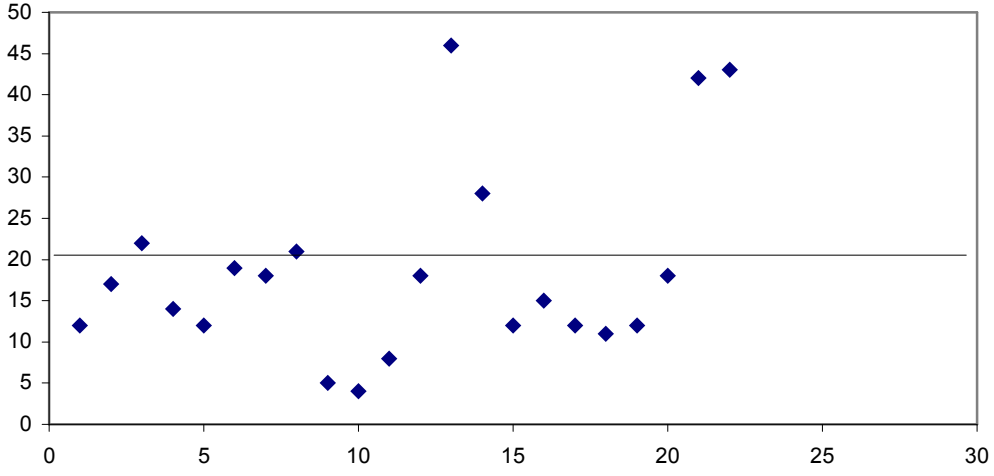
Ekstrem değer teorisi (EVT) iki önemli sonuca sahiptir. Bunlardan ilki, maksimum (minimum) serilerin asimtotik dağılımının modellenmesidir ve kesin koşullar altında, standartlaştırılmış maksimum (minimum) serilerinin Gumbel, Frechet ya da Weibull dağılımlarına yakınsadığını gösterir.¹⁹ Bu üç dağılımın standartlaştırılmış haline genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımı(GEV) denir.

İkinci sonuç ise, verilmiş bir eşik değerinin üzerine geçen verilerin dağılımları ile ilgilidir. Bu eşik değerini aşan değerler bir limit dağılımına yaklaşır ve bu dağılım bir genelleştirilmiş pareto dağılımıdır(GPD).

EVT'nin uygulaması bir takım iddialar içerir:

1. Serilere EVT sonuçlarını uygulayabilmek için ihtiyaç duyulan kalın kuyruğa sahip olup olmadıkları çok önemlidir.
2. Ekstrem gözlemlerin miktarına bağlı H ve G limit dağılımlarının parametre kestiricilerinin kullanımı
3. Eşik seçimi, şartları temin edebilecek kadar büyük olmalıdır.

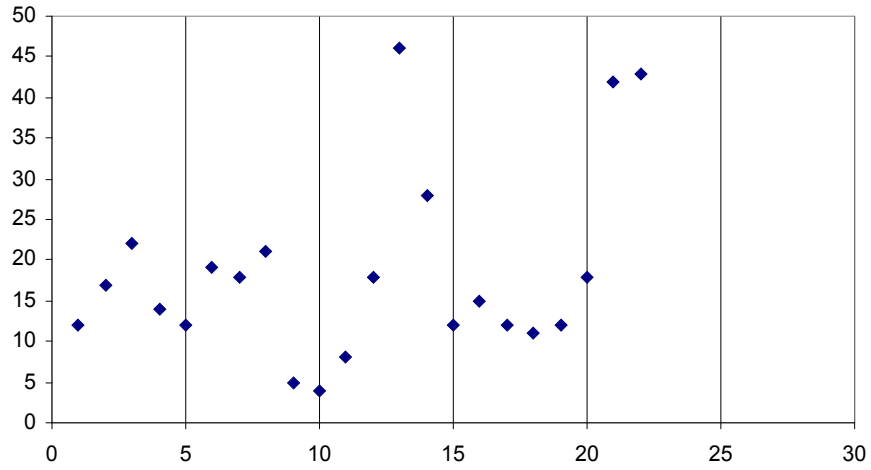
¹⁹ Younes Bensalah, Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review, Working paper 2000-20, Kanada Bankası, 2000, s.2



Şekil 5 : Eşik Değerini Aşan Veriler

Kaynak : Marcelo Cruz, **Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk**, Newyork: John Wiley&sons, 2002, s.67.

Şekil 5 'te görüldüğü gibi GPD eşik değerini aşan değerleri dikkate alır ve olayın ne zaman gerçekleştiğini yok sayar ve peaks over threshold diye de adlandırılır(POT).



Şekil 6 Sabit Bir Perioda Göre Sınıflanmış Veriler

Kaynak : Cruz, s.67

Şekil 6 'daki grafikte görüldüğü üzere GEV'de olaylar düşünülebilen en geniş belli ve sabit bir period da ayıklandı ve zamanı dikkate aldı.

4.1.1 Genelleştirilmiş Ekstrem Değerler (GEV)

GEV modelinin temelleri ilk olarak 1928 yılında Fisher ve Tippett tarafından atılmış. O zamandan belli EVT, dejenere olmayan limite sahip olası bir örneğin normalleştirilmiş maksimumlarının mümkün bir limit formu olarak bilinmiştir.²⁰

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ kümülatif F dağılıma sahip, bağımsız ve özdeş tesadüfi değişkenler(iid) olsun. $M_n = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ sürecin n. Maksimumunu ifade etsin. Genel olarak sıralanmış veriler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$X_{n,n} = \min(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = X_{n-1,n} = \dots = X_{2,n} = X_{1,n} = M_n$$

$X_{k,n}$; verilerimiz içindeki k. en büyük gözlemdir. $X_{n,n}, X_{n-1,n}, \dots, X_{1,n}$ tesadüfi değişkenleri sıralı istatistikler diye adlandırılır.²¹ Block maksimanın ölçüsü (saatlik, günlük, haftalık yada yıllık) enstrümanın ve elimizdeki uygulamaya göre değişir.²² M_n maksimum serisi block maksima, M_n minimum serisi block minima diye adlandırır.

$$P(M_n \leq x) = P(\bigcap_{i=1}^n (X_i \leq x)) = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = F^n(x)$$

M_n serisini, var olan $a_n=0$ ve b_n serileri yardımı ile normalleştirirsek ;

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = F(a_n x + b_n)^n \rightarrow H(x)$$

elde ederiz. Normalleştirilmiş maksimum M_n nin asimptotik dağılımı aşağıdaki gibidir ve GEV diye adlandırılır:

²⁰ Jean Diabet, ve diğerleri, **Improving Probability-Weighted Methods for The Generalized Extreme Value Distribution**, volume 6, Number1, March 2008, S. 35

²¹ Paul Embrechts, L. De Haan, X. Huang, **Modelling Multivariate Extremes, Extreme and Integrated Risk Management**, Risk books, 2000, S.59-67, <http://www.math.ethz.ch/~baltes/ftp/papers.html>, s. 4

²² Jean Diabet and others, S.35

$$H_\gamma(x) = \exp\left(-\left(1 - \gamma \frac{x - \mu}{\sigma}\right)_+^{-1/\gamma}\right) \quad (y_+ = \max(y, 0))$$

Budaya;²³ bir yer parametresi, $\sigma > 0$ bir ölçüm parametresi ve γ şekil parametresini temsil etmektedir. $\gamma > 0$ olduğunda, dağılım Fréchet dalımı, $\gamma < 0$ olduğunda, Weibull dağılımı ve $\gamma = 0$ olduğunda Gumbell dağılımı diye tasnif edilir. $\gamma = 1/\alpha$ olarak gösterilirse;

$$\text{Gumbell} \quad : \quad H_0(x) = \exp(-e^{-x}) \quad , \text{ her } x \text{ için}$$

$$\text{Fréchet} \quad : \quad H_1(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & , x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Weibull} \quad : \quad H_2(x) = \begin{cases} \text{Exp}(-|x|^{-\alpha}) & , x \leq 0 \\ 1 & , x > 0 \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir.

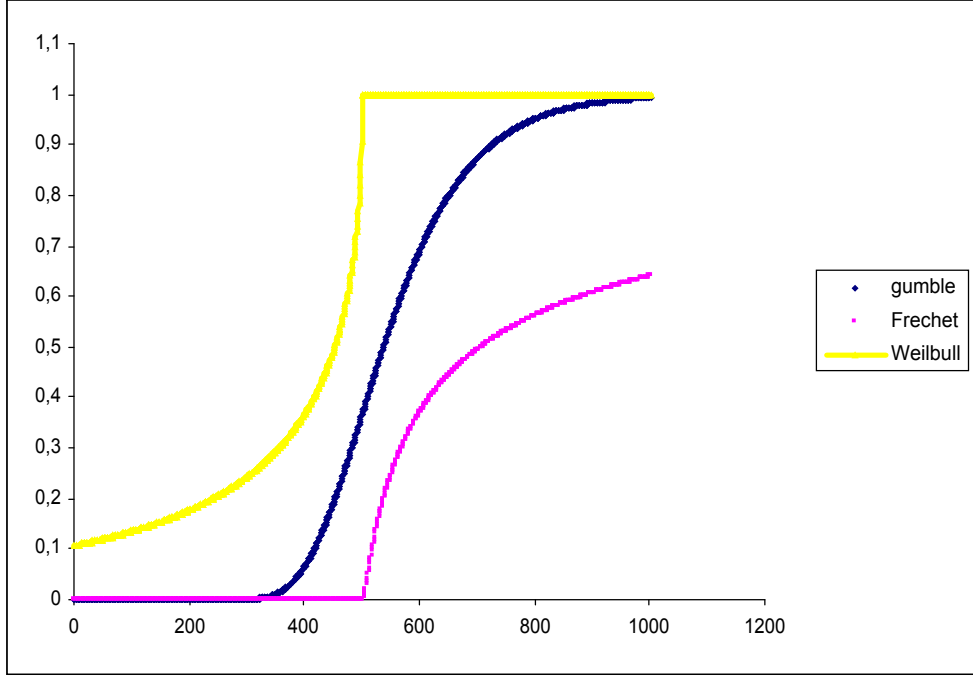
Tüm mümkün dağılımların kuyrukları , bu üç kategori içinde sınıflandırılır.

I. $\alpha < 0$ için, ince kuyruklu dağılımlar: Tüm momentleri sonlu birikimli dağılım fonksiyonu kuyruklarda üstel olarak azalan dağılımlardır.

II. $\alpha > 0$ kalın kuyruklu dağılımlar: Birikimli dağılım fonksiyonları kuyruklarda bir kuvvet kanununa göre azalan dağılımlardır.

III. $\alpha < 0$ için sonlu kuyruklu dağılımlar ile kalın kuyruklu dağılımlar²³

²³ Yrd. Doç Dr. Ömer Önalın, Extreme değer teorisi ile riskin değeri (VAR)'ın tahmini, Devlet İstatistik Enstitüsü, 2003, s. 5-6



Şekil 7 Gumble, Frechet ve Weibull Dağılımları
(Şekil Parametresi 0,5 ve -0,5 Alınmıştır.)

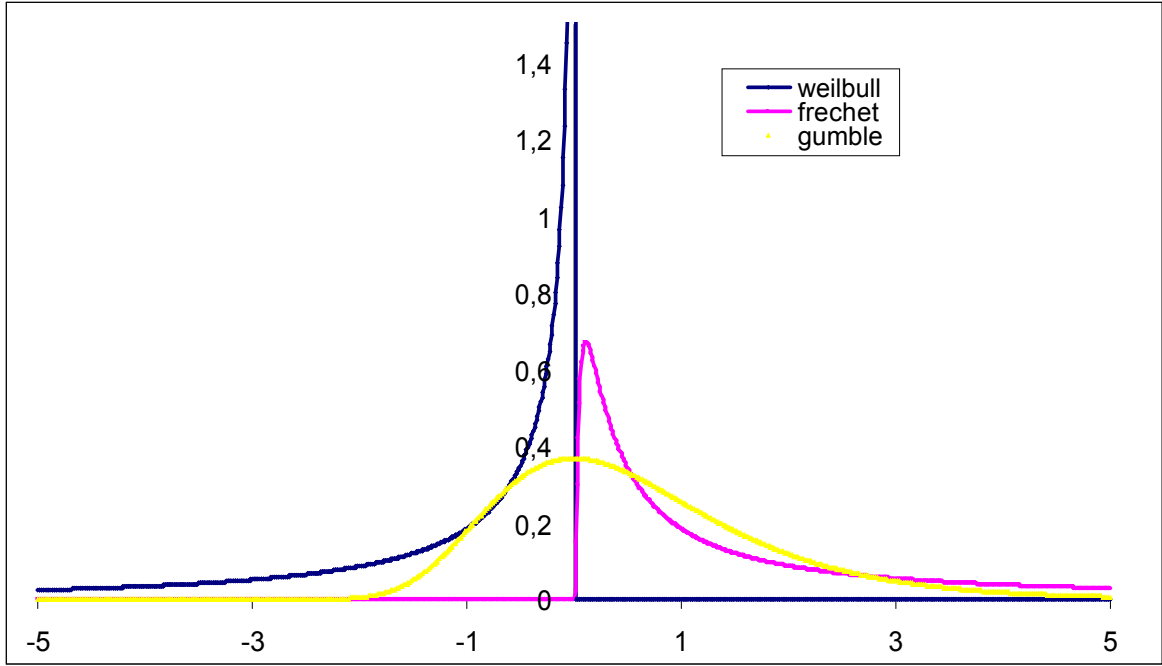
Bilindiği üzere dağılım fonksiyonlarının türevi bize yoğunluk fonksiyonları vermektedir. Bu bilgiden yola çıkarak;

$$h_0(x) = \exp(e^{-x})e^{-x} \quad ; \text{ her } x \text{ için}$$

$$h_1(x) = \alpha \exp(-x^{-\alpha})x^{-(1+\alpha)} \quad ; x=0$$

$$h_2(x) = |\alpha| \exp(-|x|^{-\alpha})(-x)^{-(1+\alpha)} \quad ; x=0$$

Sırasıyla Gumble, Frechet ve Weibull yoğunluk fonksiyonları elde edilir.

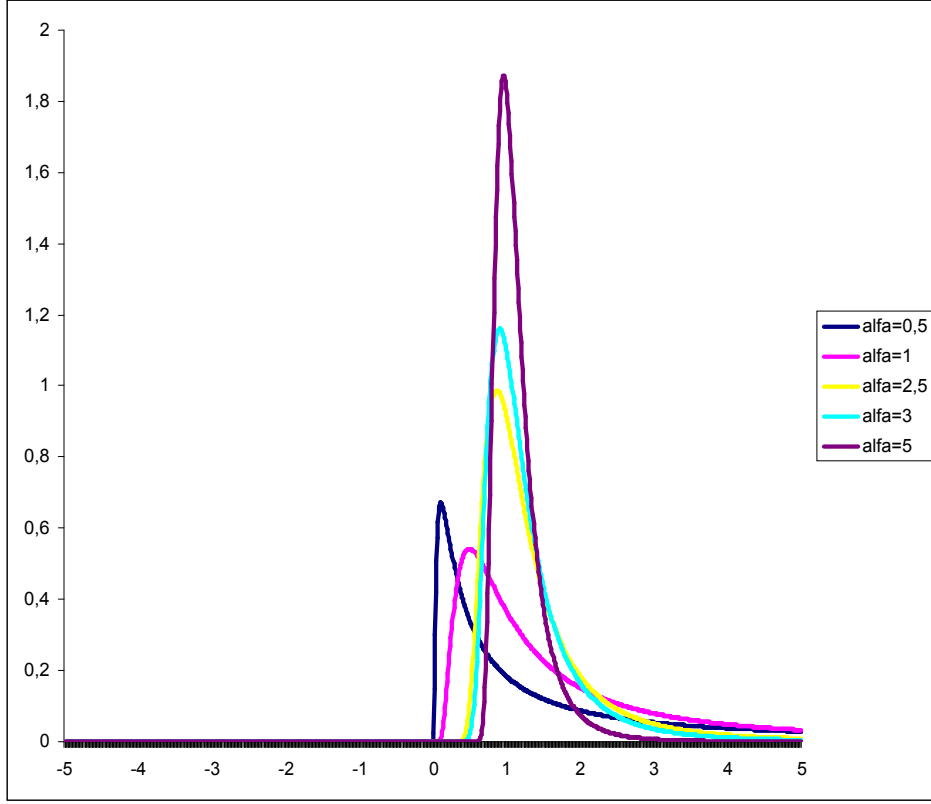


Şekil 8 Gumble, Frechet ve Weibull Yoğunluk Dağılımları
(Şekil Parametresi 0,5 ve -0,5 Alınmıştır.)

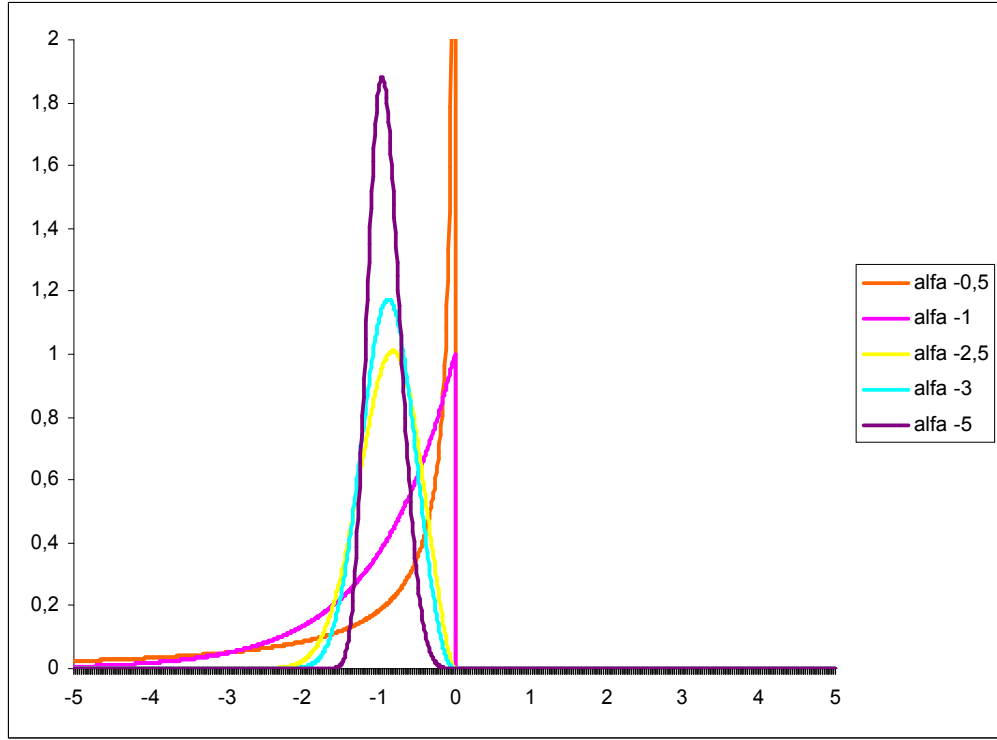
Şekil 8’de de görüldüğü üzere gumble ve frechet yoğunluk dağılımları sağa çarpık ve weillbul yoğunluk dağılımı sola çarpıktır. Weillbul yoğunluk fonksiyonu $\gamma < -0,5$ olduğunda, sola çarpıktır ve $\gamma -0,5$ e yaklaştığında simetrik görünür.²⁴

Şekil 9 ve 10 da; şekil parametresinin frechet ve weillbul dağılımlarını nasıl etkilediğini görüyoruz. alfa değeri 0,5; 1; 2,5; 3 ve 5 olduğunda Frechet yoğunluk dağılımı çizilmiştir. Umulduğu gibi tüm eğriler sağa çarpık ve eğriler şekil parametresinin değeri küçüldükçe daha dik olmaktadır. Diğer taraftan alfa -0,5; -1; -2,5; -3 ve -5 olduğunda weillbul yoğunluk dağılımları görülmektedir ve benzer şekilde şekil parametresinin dağılımı nasıl etkilediği görülmektedir.

²⁴ Gözde Erhan, Ünal, ” Extreme at Value Approach in Analyzing Stock Returns in İstanbul Exchange”,**Doktora Tezi**, Boğaziçi Üniversitesi,2006, s. 18



Şekil 9 Frechet Yoğunluk Fonksiyonuna Şekil Parametresinin Etkisi



Şekil 10 Weibull Yoğunluk Fonksiyonuna Şekil Parametresinin Etkisi

$$P\left(\frac{X_{n:n} - b_n}{a_n} \leq x\right) \rightarrow G(x) \quad ; n \rightarrow \infty$$

Yukarıdaki ifadede n sonsuza giderken $G; \left(\frac{X_{n:n} - b_n}{a_n}\right)$ serisinin mümkün bir

limit dağılımıdır. Tam olarak G limit dağılımını elde etmek için X dağılımı üzerindeki gerekli ve uygun şartlar nelerdir? Sorusuna cevap olarak, genel ve belirgin örneklerle farklı limitlere giden çeşitli dağılımlar kolayca tasfir edilebilir. Bu G limit dağılımları kümesine G 'nin ailesi adı verilir.²⁵

Aşağıdaki tablo3' te Frechet ailesinin bir dağılım listesi ve tablo4'te weibull ailesinin bir dağılım listesi verilmiştir.

²⁵ Jan beirlant ve diğerleri, **Statistics of Extreme and Applications**, England:John Willey& Sons Ltd. ,2004, s.46

Tablo 3
Frechet Ailesinin Bir Dağılım Listesi

Dağılım	1- F(x)	Uç değer indeksi
Pa(x)	$X^{(-\alpha)}$ $x>1, \alpha>0$	$1/\alpha$
GP(σ, γ)	$(1 + \frac{\gamma x}{\sigma})^{-\frac{1}{\gamma}}$ $x>0; \gamma, \sigma>0$	Γ
Burr(η, τ, λ) (Type XII)	$(\frac{\eta}{\eta + x^{-\tau}})^{\lambda}$ $x>0; \eta, \tau, \lambda>0$	$\frac{1}{\lambda\tau}$
Burr(η, τ, λ) (Type III)	$1 - (\frac{\eta}{\eta + x^{-\tau}})^{\lambda}$ $x>0; \eta, \tau, \lambda>0$	$\frac{1}{\tau}$
F(m,n)	$\int_x^{\infty} \frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} \left(\frac{m}{n}\right)^{m/2} w^{m/2-1} \left(1 + \frac{m}{n}w\right)^{-(m+n)/2} dw$ $x>0; m, n>0$	$\frac{2}{n}$
Lnvr $\Gamma(\lambda, \alpha)$	$\int_x^{\infty} \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-\lambda/w) w^{-\alpha-1} dw$ $x>0; \lambda, \alpha>0$	$\frac{1}{\alpha}$
Log $\Gamma(\lambda, \alpha)$	$\int_x^{\infty} \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} w^{-1-\lambda} (\log w)^{\alpha-1} dw$ $x>0; \lambda, \alpha>0$	$\frac{1}{\lambda}$
Frechet(α)	$1 - \exp(-x^{-\alpha})$ $x>0; \alpha>0$	$\frac{1}{\alpha}$
T _n	$\int_x^{\infty} \frac{2\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\Gamma(\frac{n}{2})} \left(1 + \frac{w^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dw$ $x>0; n>0$	$\frac{1}{n}$

Kaynak : Jan Beirlant ve diğerleri, s. 59

Tablo 4
Weibull Ailesinin Bir Dağılım Listesi

Dağılım	$1 - F\left(x, -\frac{1}{x}\right)$	Uç değer indeksi
Uniform	$\frac{1}{x}$ $x > 1$	-1
Beta (p,q)	$\int_{1-\frac{1}{x}}^1 \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} u^{p-1}(1-u)^{q-1} du$ $x > 1; p, q > 0$	$-\frac{1}{q}$
Reversed Burr	$\left(\frac{\beta}{\beta + x^\tau}\right)^\lambda$ $x > 0; \lambda, \beta, \tau > 0$	$-\frac{1}{\lambda\alpha}$
Extreme value weibull	$1 - \exp(-x^{-\alpha})$ $x > 0; \alpha > 0$	$-\frac{1}{\alpha}$

Kaynak: Jan Beirlant ve diğerleri, s.68

4.1.2 Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı (GPD)

POT (Peaks over Threshold) metodu Balkama ve de Haan (1974) ve Pickands (1975) tarafından verilen sonuçlara dayanır. Yüksek bir eşikte GPD dağılımını uydurma; ilk olarak ; Maksimum olasılıklar kestirimi (Smith, 1987), Olasılıksal ağırlıklandırılmış metod (Hosking et al. , 1985), Bayesian analiz metodları (Cales and powell, 1996) ve persentile metod (Castillo ve Hadi, 1997) tarafından verildi. ²⁶

²⁶J. Beirlant, G. Diercks, A. Guillou, **Estimation of the extreme value index and regression on generalized quantile plots**, Bernoulli journal, volume:11, Number 6 , 2005, s.949-970

Ekstrem olayları modellemek için son zamanlardaki yaklaşım; POT diye adlandırılan metoda dayanır. Temel model, yüksek bir eşik değerini aşan tesadüfi değişkenleri modellemek için GPD'ye dayanır.²⁷

Eşiği aşan değerlerin çokluğu GPD tarafından asimtotik olarak modellenebilir (Pickands 1975; Davison 1984)²⁸ $X_i \ 1=i=n$; F dağılımının bir tesadüfi örneği olsun Verilen $X>u$ için u yeteri kadar büyüktür²⁹ (Pickands, 1975). Bu u eşliğini aşan X değerlerini düşünelim. $y = x-u>0$ için;

$$F_u(x) = P(X - u \leq x > u) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)}$$

u değeri sonsuza yaklaşırken, $F_u(y) \ G(y)$ olduğunu Balkema ve de Haan (1974) geniş bir dağılım sınıfı için göstermiştir³⁰ ve

$$G(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\gamma y}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}; \gamma \neq 0 \\ 1 - \exp\left(\frac{-y}{\sigma}\right); \gamma = 0 \end{cases}$$

ve

$$y \in \begin{cases} [0, \infty); \gamma \geq 0 \\ \left[0, \frac{-\sigma}{\gamma}\right); \gamma < 0 \end{cases}$$

Şeklinde GPD fonksiyonu elde edilir.

$$F(x) = F(u+y) = P(X= u+y) = P(X= u+y \mid x> u).P(x>u)$$

²⁷ Marc Raimondo ve Nadar Tajidu, A Peak Over Threshold Model For Change-Point Detection by Wavelets, **Statistica Sinica** , 2004,14, www3.stat.sinica.edu.tw/statistica/password.asp?vol=14&num=2&art=4 (7 mart 2009), s.400

²⁸ Jean Diabet and others, S.35

²⁹ E Simiu ve N.A. Hectert, " Extreme wind distribution tails: A peak over Threshold Approach", **Journal of Structural Engineering**, N0:5, Vol.122, March 1996, s. 539-547

³⁰ David Ferrari, Sandre paterlini, "The Maximum Lq-likelihood : An Application to Extreme Quantile Estimation in Finance, **CEFİN Banca E Finanza**, CEFİN Working Paper, No.20, (2007),s.3

$$= P(X-u=y|x> u).P(x> u)$$

F(x) = Fu(y).F(u) eşitli elde edilir. Bu sonuç; dağılımın kuyruğunun kestiriminin mümkün olduğunu gösterir.³¹

F(u) için deneysel takdirci;

$$\hat{F}(u) = \frac{n - N_u}{n} \quad \text{burada ,} \quad N_u = \sum_{i=1}^n 1_{(X_i > u)}$$

n= Toplam gözlem sayısı

N_u= u eşiğini aşan gözlemlerin sayısı

Bu durumda F(x)'in kuyuruğu aşağıdaki gibi tahmin edilebilir.

$$\hat{F}(x) = \frac{N_u}{u} \left(1 - \left(1 + \frac{\gamma}{\sigma} (x - u)^{-1/\gamma} \right) \right) + \left(1 - \frac{N_u}{u} \right)$$

basitleştirilirse,

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{u} \left(1 + \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\sigma}} (x - u)^{-1/\hat{\gamma}} \right) \quad \text{tüm } x > u \text{ için,}$$

elde edilir.³²

G(y) fonksiyonunun olasılık yoğunluk fonksiyonu g(x), x e bağlı türevinin alınması ile aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$g(x) = \begin{cases} \sigma^{-1} \left(\gamma \frac{(x - u)}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\sigma+1}\right)} ; \gamma \neq 0 \\ \sigma^{-1} \exp\left(-\frac{(x - u)}{\sigma}\right); \gamma = 0 \end{cases}$$

³¹ Younes bensallah, s.10

³² Yrd. Doç. Dr. Ömer Önalın, "Finansal Risk Yönetiminde Extrem Değerler", **Marmara Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Cilt 18, (2003), s. 434-435

Şekil parametresi sıfır, sıfırdan küçük veya büyük olabilir ve kuyruğun ağırlığı üzerinde bir indikatör sağlar. Şekil parametresinin aldığı değerlere göre GP farklı dağılımlar alabilir.

$\gamma > 0$ olduğunda, pareto dağılımı, $\gamma = 0$ olduğunda üssel dağılımı ve $\gamma < 0$ olduğunda paretoII dağılımlarını elde ederiz.³³

$$\text{üssel : } G_0(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 - e^{-x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Pareto : } G_1(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 1 \\ 1 - x^{-\alpha} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{ParetoII : } G_2(x) = \begin{cases} 0 & ; x < -1 \\ 1 - (-x)^{-\alpha} & ; -1 \leq x \leq 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

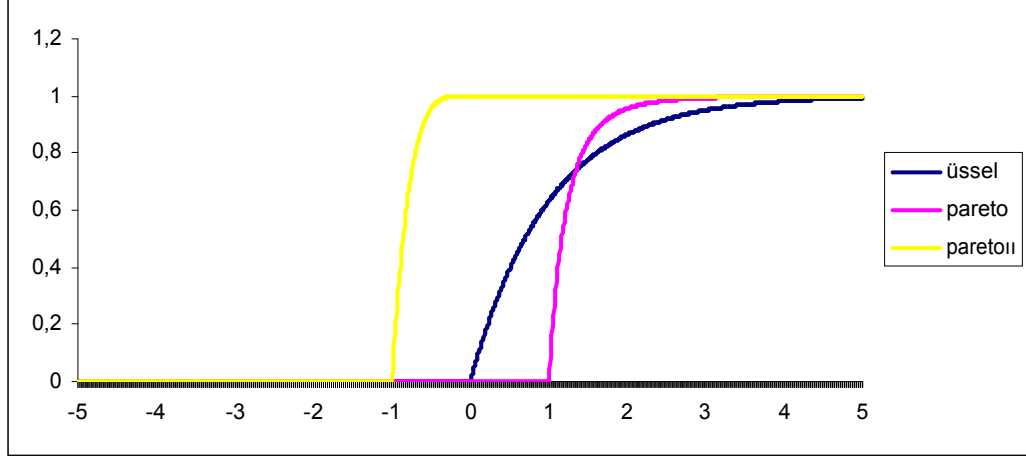
GPD dağılımı; $\gamma < 0$ olduğunda, ağır bir kuyruğa yani uzun kuyruklu bir dağılıma; $\gamma > 0$ olduğunda hafif bir kuyruğa yani kısa kuyruklu bir dağılıma sahiptir. $\gamma < 0$ olduğu zaman, X değişkenleri bir üst limite sahip değildir. $\gamma > 0$ olduğunda ise; $\mu - X < 8$ ve $\mu - X < \sigma/\gamma$ şekilde sınırları vardır.³⁴

Tüm GPD fonksiyonlarına ölçü ve yer parametrelerini de ekleyebiliriz. $G_{2,\alpha,\sigma}(x) = G_2((x-\mu)/\sigma)$ diyerek μ ölçü parametrelili ve σ yer parametrelili paretoII dağılımını elde ederiz. Benzer şekilde diğer GPD fonksiyonları da elde edilebilir.

GPD dağılım fonksiyonları şekil 11'de çizilmiştir.

³³ Davide Ferrari Sandra Paterlini, s. 4

³⁴ V.G Shing and H.Guo, Parameter estimation for 3-parameter generalized pareto distribution by the principle of maximum entropy (POME), Hydrological Sciences-journal-des SciencesHydroloques, 40 April 1995, s.166



Şekil 11 GPD Dağılım Fonksiyonu

Burada u değeri sabit veya değişken şekilde atanarak sabit eşikli GPD veya değişken eşikli GPD'ye ulaşılır.³⁵

Verilen bir ortalama $E(Y)$ ve standart sapma $S(Y)$ için;

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{E(Y)^2}{S(Y)^2} \right]$$

$$\sigma = \frac{1}{2} E(Y) \left[1 - \frac{E(Y)^2}{S(Y)^2} \right]$$

elde edilir(Hosking ve Walls, 1987) (Momentler metoduna göre kesitiricler)

4.2 Parametre Tahmin Metodları

Parametre tahmininde parametrik ve parametrik olmayan metodlar vardır. Uç dağılımların parametreleri çeşitli varsayımlar altında tahmin edilebilir:

1. Ekstrem gözlemlerin kesinlikle GEV dağılımını izlediğini varsayalım.

³⁵ Atilla Çifter, Dr. Alper Özün, Sait Yılmaz, "Beklenen kuyruk Kaybı ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile Risk Maruz Değer Öngörüsü : Faiz Oranları Üzerine Bir Uygulama", **Bankacılar Dergisi**, No.60, (2007), s.8

2. Gözlemlerin aşağı yukarı GEV dağılımı gibi dağıldığını varsayınız. Diğer bir değişle; Gözlemlerin dağılımı H dağılımı ailesine (MDA) aittir.

3. Parametreler ve kuantiller bir eşiği aşan dağılımlar için tahmin edilir.

Ekstrem gözlemlerin yaklaştığı yada kesinlikle H olarak dağıldığını görmek oldukça zordur. Diğer bir varsayımla; gözlemler GEV dağılımı gibi dağılsın, F gözlemlerinin dağılımı H'nin MDA'sına ait olur. Böylece parametre tahmini parametrik metotlardan farklı olur.

Parametre tahmin metodlarından ;Hill kestiricisi (1975),Pickand kestiricisi(1975), maksimum olasılıklar kestirimi (Smith 1987), olasılıksal ağırlıklandırılmış momentler (Hosking and vallis 1987), Deckers (1989), Bayesian yaklaşımı (Colles and powell 1996), Elemental Percintle metod (Castillo and Hadi 1997) ve Maksimum Lq kestirimini (Ferrari ve peaterlini 2007) söyleyebiliriz.

Bu çalışmamızda yukarıdaki tahmin metodlarından Maksimum olasılıklar kestirimi, Hill kestiricisi ve olasılıksal ağırlıklandırılmış metod yöntemlerini ele alacağız.

4.2.1 Maksimum Olasılıklar Kestirimi

İlgilenilen verilerin parametrelerini tahmin için kullanılan, temelde arzu edilen asimtotiklik özellikleri tutarlılık, yeterlilik ve normalliğe bağlı olan bir parametrik metottur. Asimtotiklik sonuçları dikkat çekilen dağılımın GEV yada GPD dağılımlarından biri olması varsayımı ile geçerlidir.³⁶

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ verileri $f(x, \alpha)$ dağılım fonksiyonuna sahip bağımsız ve tesadüfi değişkenler olsunlar ve $X_i, 1=i=n$ için olasılık ölçümü $f(x_i, \alpha) dx$ olsun. O halde ölçümler bağımsız olduğundan ;

³⁶ Davide Ferrari, E Sandra Paterlini, s. 6

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha) dx^n = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha)$$

dx^n terimi sadece bir ölçülük sabiti gibi düşünülebilir. Amacımız α yı maksimize etmektir. O halde;

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha^*} = 0$$

olmalıdır. $\ln L$ ve L aynı yerde maksimuma sahip olmaktadır ve $\ln L$ bir toplama dönüşeceğinden L ' den daha kolay maksimize olacaktır³⁷. Öyleyse;

$$\left. \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha^*} = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} f(x_i, \alpha) \right|_{\alpha=\alpha^*} = 0$$

Elde edilir ve α bir dizi parametre olabilir.

Yukarıda ifade edilen maksimum olasılıksal yöntemi kullanılarak GEV dağılımına sahip veriler için log-likelihood fonksiyonu;

$\gamma \neq 0$ olduğunda;

$$\text{Log}L(\sigma, \gamma, \mu) = -m \log \sigma - \left(\frac{1}{\gamma} + 1 \right) \sum_{i=1}^m \log \left(1 + \gamma \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^m \left(1 + \gamma \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\gamma}}$$

elde edilir. ve $\gamma=0$ olduğunda;

$$\log L(\sigma, 0, \mu) = -m \log \sigma - \sum_{i=1}^m \exp \left(- \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^m \frac{Y_i - \mu}{\sigma}$$

³⁷Prof. K.K. Gan, The Ohio United States Teaching notes, Ohio University, Department of Physics <http://www.physics.ohio-state.edu/~gan>, bölüm 5

GPD dağılımına sahip veriler için log-likelihood fonksiyonu;

$$\log L(\sigma, \gamma) = -N_t \log \sigma - \left(\frac{1}{\gamma} + 1 \right) \sum_{i=1}^{N_t} \log \left(1 + \frac{\gamma Y_i}{\sigma} \right) \quad ; \gamma > 0$$

$$\log L(\sigma, 0) = -N_t \log \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{N_t} Y_i \quad ; \gamma = 0$$

şeklindedir.

Maksimum olasılıklar kestirimi 3 parametrenin kestiriminin eş zamanlı avantajını sunar ve her bir blok maksima serisine iyi şekilde uyarlanır. Özellikle $\gamma > -\frac{1}{2}$ için iyi kestirimler verir.

4.2.2 Hill Kestiricisi

γ için Hill (1975) aşağıdaki kestiriciyi önerdi. Hill kestiricisi ; γ 'nın kestirimi için, sıralı istatistiklere dayanan, parametrik olmayan kolay bir yöntemdir.³⁸

$X_1 = X_2 = X_3 = \dots = X_n$ sıralı istatistikler olmak üzere,³⁹

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log \left(\frac{X_i}{X_{k+1}} \right)$$

Burada k_n , teorik asimtotik düşünce içinde pozitif tamsayıların bir serisidir ($1 \leq k \leq n-1$) ve aşağıdaki şartlar temin edilir.

$n \rightarrow \infty$ için $k \rightarrow \infty$ ve $(k/n) \rightarrow 0$ dir.

³⁸ Jean Maria Dufour, "Exact inference and optimal invariant estimation for tail coefficient of symmetric α -stable distribution", **Bundes Bank**, 2005,

http://www.bundesbank.de/download/vfz/konferenzen/20051110_12_eltville/paper_dufour_kurz-kim.pdf, s.1

³⁹ Mark Meerschaert, "Tail Parameter Estimation", 1998, Michigan State University, Department of Statistics and Probability, http://scaling.dri.edu/Meerschaert_presentation2.pdf. (16 Aralık 2009)

Eğer verilen k 'nın seçimi için bir kural yoksa uygulamada kestiriciyi kullanmak, hill noktalarının $\{ (k, H_{k,n}) : 1 \leq k \leq n - 1 \}$ volatilitésinin gözlemlenmesini zorlaştırır.

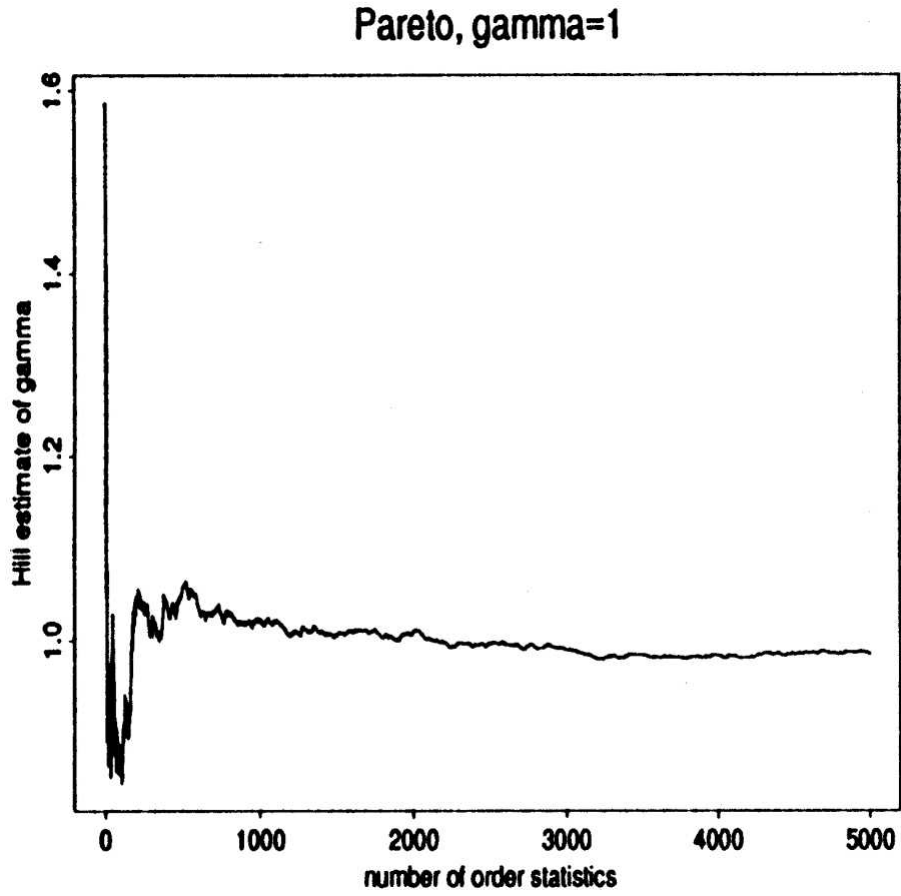
Hill kestiricisi; σ ölçü parametresi altında, invariant değildir. Eğer $\sigma = 1$ ise performansı zayıf olabilir. Eğer $\sigma > 1$ ise, kuyruk indeksinin tahmini aşırı yüksek, $\sigma < 1$ ise aşırı küçük olabilir.⁴⁰

Uygulamada k 'nin en uygun seçimi için $\{ (k, H_{k,n}) : 1 \leq k \leq n - 1 \}$ grafiğinde, şekil parametresinin değeri durağan olan bölgeden seçilir.⁴¹

Geleneksel Hill noktalarının pareto dağılımı yada pareto dağılımına yaklaşan dağılımlar altında en etkili metodlardan olduğu ve kestiricinin tahminin bu metod ile aşığı yukarı açık bir şekilde görülmektedir.

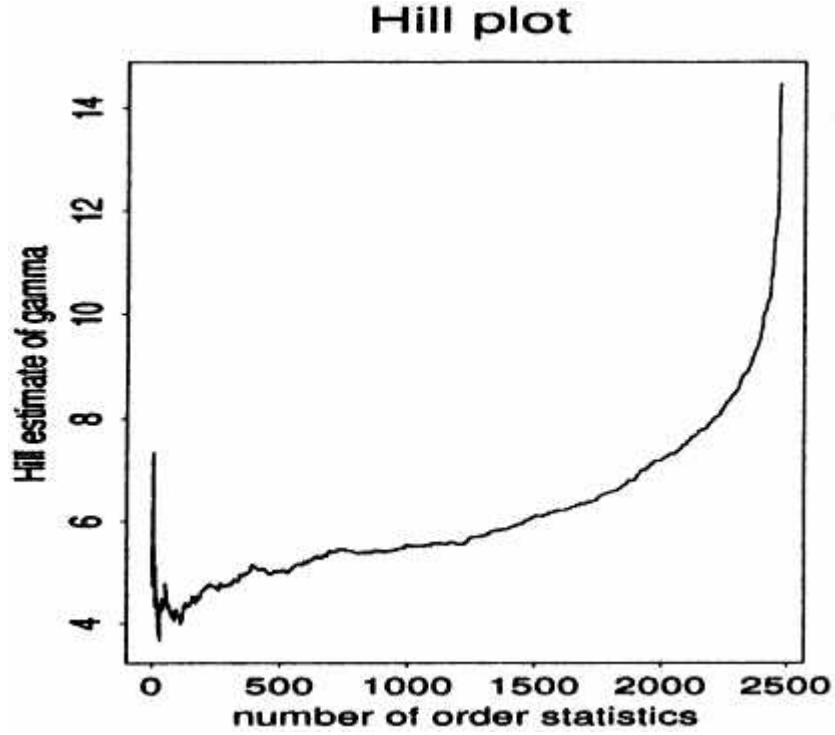
⁴⁰ Rolf Dieter Reiss and Ulf Cormann, "An example of real life data where the hill estimator is correct", **International Conference on Mathematical and Statistical Modelling in Honor of Enrique Castillo**, University of Siegen, (june 28-30,2006), s. 4

⁴¹ Holger Drees, Laurens De Haan, Sidney REsnick, **The Anal of Statistics**,No.1, Vol.28,İnstitute of Mathematical Statistics, 2000, vol.28, s. 255



Şekil 12 : Gamma=1 Olan Pareto Dağılımına ait Hill kestiricisi
Kaynak : The Annals of Statistic, 2000, s. 256

Şekil 12’de 5000 adet gözlem değeri bulunan ve standart sapması ve gamma değeri 1 olarak alınmış bir pareto dağılımı görülmektedir. Grafikten net bir şekilde 1 değerinde durağan hale geldiği ve bu değerın hill kestiricisi olacağı açıktır. Şekil 13’te yine bir hill plot grafiği verilmiştir ve bu grafikte yine gözlem değerlerinde Hill kestiricisinin 5 değerinde olduğu ve gözlemlerin bu değer durağan hale geldiği görülmektedir.



Şekil 13 : $(k, H_{k,n})$ grafiği
Kaynak : The Annals of Statistic, 2000, s. 257

Yüksek kuantilli kestireme dönüşüm, pareto tipi model altında Wiesman (1978) tarafından önerildi:⁴²

$$\hat{X}_p = X_{n-k,n} \left(\frac{k+1}{(n+1)p} \right)^{H_{k,n}}$$

⁴² Jan beirlant, Emmanuel Delafosse, Armalle Guillou, **Estimation of The Extreme Value Index And Regression On Generalized Quantile Plots**, Bernoulli journal, Volume:11, no.6. (2005),s.949-970

4.2.3. Olasılıksal Ağırlıklandırılmış Momentler Metodu

F dağılım fonksiyonlu Y tesadüfi değişkenli, olasılıksal ağırlıklandırılmış momentler, ilk olarak; gerçel p, r, s için

$$M_{p,r,s} = E\left\{Y^p [F(Y)]^r [1-F(Y)]^s\right\}$$

şeklinde Greenwood (1979) tarafından ortaya konuldu.⁴³

Olasılıksal ağırlıklandırılmış momentler; verilere dayanan ampirik momentlere ilişkin GEV dağılımına dayanan matematiksel momentler içerir. Sırası ile μ, σ, γ tahmini için, $M_{1,r,0}$ nin r. momentinin kestiricisi $\hat{M}_{1,r,0}$ 'ı düşünmeliyiz.

$$M_{1,r,0}(\mu, \sigma, \gamma) = \hat{M}_{1,r,0}(\mu, \sigma, \gamma) \quad r=0,1,2$$

$$\hat{M}_{1,r,0}(\mu, \sigma, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{j,n} p_{j,n}^r \quad r=0,1,2$$

Bu formül çeşitli formlarda karşımıza çıkabilir.Örneğin, jhonson (1995)

Olasılıksal ağırlıklandırılmış momentler metodu, GEV ve GPD için Hosking (1985) tarafından çalışıldı.

Çalışmada GEV için ; $\gamma > 0$, $p=1$ ve $r=0,1,2,\dots$ ve $s=0$ için ;

$$M_{1,r,0} = \frac{1}{1+r} \left[\mu + \frac{\sigma}{\gamma} \left(1 - (1+r)^\gamma \Gamma(1-\gamma) \right) \right] \quad \gamma < 1$$

şeklinde tanımlanmıştır. Buradan $r = 0$ için

$$M_{1,0,0} = \mu + \frac{\sigma}{\gamma} (1 - \Gamma(1-\gamma))$$

Elde edilir ve buradan μ nün kestiricisi;

⁴³ Johan Segers ve diğerleri , s. 133

$$\hat{\mu} = M_{1,0,0} - \frac{\sigma}{\gamma}(1 - \Gamma(1 - \gamma))$$

bulunur ve benzer şekilde $2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}$ 'ın matematiksel eşitliğinin sağlanması ile de σ kestiricisi ;

$$\hat{\sigma} = \frac{\gamma(2M_{1,1,0} - M_{1,0,0})}{\Gamma(1 - \gamma)(2^\gamma - 1)}$$

Şeklinde hesaplanır. Şekil parametresinin kestiricisi sayısal olarak hesaplanmaktadır.

$$\hat{\gamma} = 7,8590c + 2,9554c^2$$

$$c = \frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{3M_{1,2,0} - M_{1,0,0}} - \frac{\log 2}{\log 3}$$

GPD için;

$$\hat{\gamma} = 2 - \frac{M_{1,0,0}}{M_{1,0,0} - 2M_{1,0,1}}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{2M_{1,0,0}M_{1,0,1}}{M_{1,0,0} - 2M_{1,0,1}}$$

4.3 Teşhisler

Verilerin modele uyup uymadığını kontrol amaçlı kullanılan yöntemlerdir. Bazı diagnostic metodları; Gumble noktaları, QQ noktaları, ortalamayı aşan noktalar, Z ve W statik noktalarıdır. Bu çalışmamızda QQ noktaları ve ortalamayı aşan noktalar yöntemlerinde bahsedeceğiz.

4.3.1 Q-Q Noktaları

Bu yaklaşım maksimum yada minimum serilerinin inşasında kullanılabilir. Her bloktan maksimum seçimi ve üst üste binmeyen aynı uzunluktaki bloklar şeklinde serileri bölmeyi içerir. Bu olayda varsayım ; ekstrem gözlemlerin iid olmasıdır.

X_1, X_2, \dots, X_n birbirini takip eden bağımsız ve özdeş değişkenler olsunlar. $X_{1,n} < \dots < X_{n,n}$ sıralı istatistikler ve uygun ampirik dağılım fonksiyonu; $F(x) = P (X = x)$ ise bu fonksiyonun tersi yani ampirik kuantil fonksiyonu ; $F^{-1}(p) = Q(p) = \inf \{ x : F(x) = p \}$ olur⁴⁴

$F_n(X_{k,n}) = (n-k+0,5)/n$ ve F parametrik dağılımlı verilerin tahmin edilen dağılım fonksiyonu. Öyleyse Q-Q noktaları aşağıdaki gibi ifade edilir.⁴⁵

$$\left\{ X_{k,n}, F^{-1}\left(\frac{n-k+0,5}{n}\right), k = 1, 2, \dots, n \right\}$$

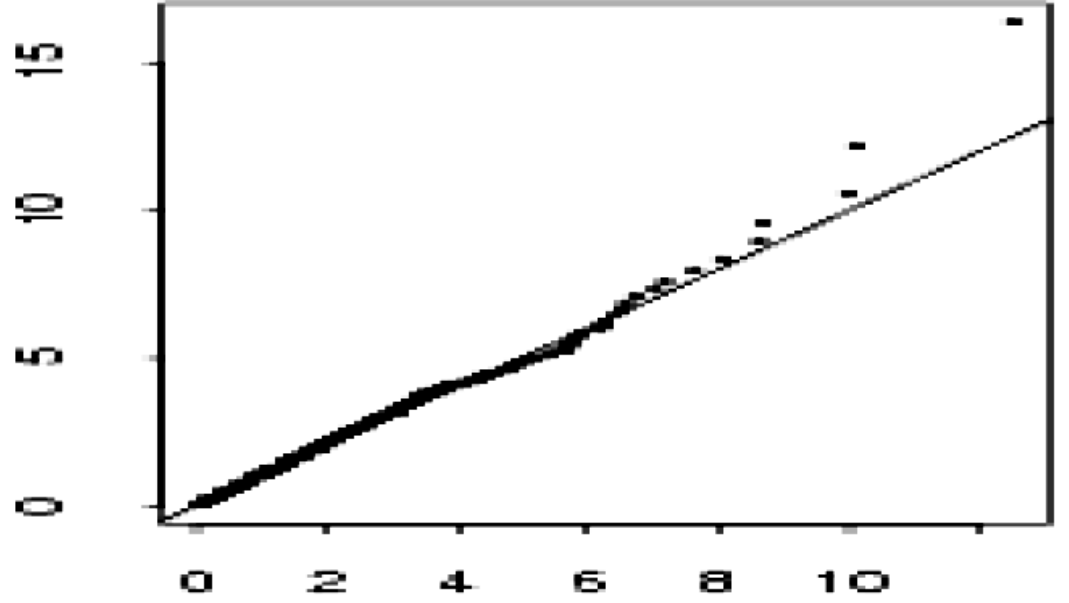
Eğer parametrik model verilere uygunsa, bu grafik lineer bir forma sahip olmak zorundadır. Bu araç klasik iyilik sınaması sorusuna da cevap verir: belirli bir model elimizdeki tesadüfi değişkenlere uyan özel bir model sağlarmı? Birde, eğer verilerin orjinal dağılımı daha az yada çok biliniyorsa doğru dışı kalan verileri meydana çıkarmamıza yardımcı olur.

Şekil 14'deki grafikte t dağılımının QQ plot grafiği çizilmiştir. Grafikte görüldüğü üzere sondan bir kaç nokta dışında geride kalan noktalar doğruya yapışmaktadır. Hatta son noktanın doğrunun oldukça uzağında olduğunu görmekteyiz. Sondaki bir kaç noktayı gözardı ederek verilerimizin bu dağılıma uygun olduğunu söyleyebiliriz.⁴⁶

⁴⁴ Jan Beirlant ve diğerleri, s.1

⁴⁵ Younes Bensalah, s.4

⁴⁶ Richard L. Smith, **Statistics of Extremes with Application in Environment, Insurance and Finance**, CRC press LLC, 2004, s.25



Şekil 14 : (t Dağılımı / Frechet Ailesi) QQ noktaları

Kaynak : Sho Nishiuchi, Ritei Shibata, Relative Error of the Generalized Pareto Approximation to Value-at-Risk, Cherry Bud Workshop 2008
<http://coe.math.keio.ac.jp/2007/cherrybud/pdf/files/nishiuchi-shibata.pdf>;s.9

4.3.2 Ortalamayı Aşan Noktalar

Herhangi bir modeli sağlamlaştırmadan önce bir diagnostic çizimdir ve eşik olarak ne kullanılacağını bulmada yardımcı olur. Bu yaklaşım yeteri kadar yüksek verilen bir eşik ve bu eşik aşan ekstrem gözlemleri içerir.

Verilen X tesadüfi değişken için bir u eşikini aşan ortalamayı aşan değerler fonksiyonu;

$$e(u) = E(X-u | X > u)$$

şeklindedir. Önerilen model için $E(X) < 8$ varsayılır.⁴⁷

⁴⁷ Jan Beirlant ve diğerleri, s.14

Partikte ampirik ortalamayı aşan değerler fonksiyonu e 'nin kestiricisi, verilen her X_i örnek verisi için \hat{e} ile ifade edilir.

$$\hat{e}_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i 1_{(u,\infty)}(x_i)}{\sum_{i=1}^n 1_{(u,\infty)}(x_i)} - u$$

burada eğer $x_i > u$ ise; $1_{(u,8)} = 1$ ve $x_i = u$ ise; $1_{(u,8)} = 0$ dir.

Ortalamayı aşan değerlerin noktaları ;

$$\{ (X_{k,n} ; e_n(X_{k,n}), k=1,2,\dots,n \}$$

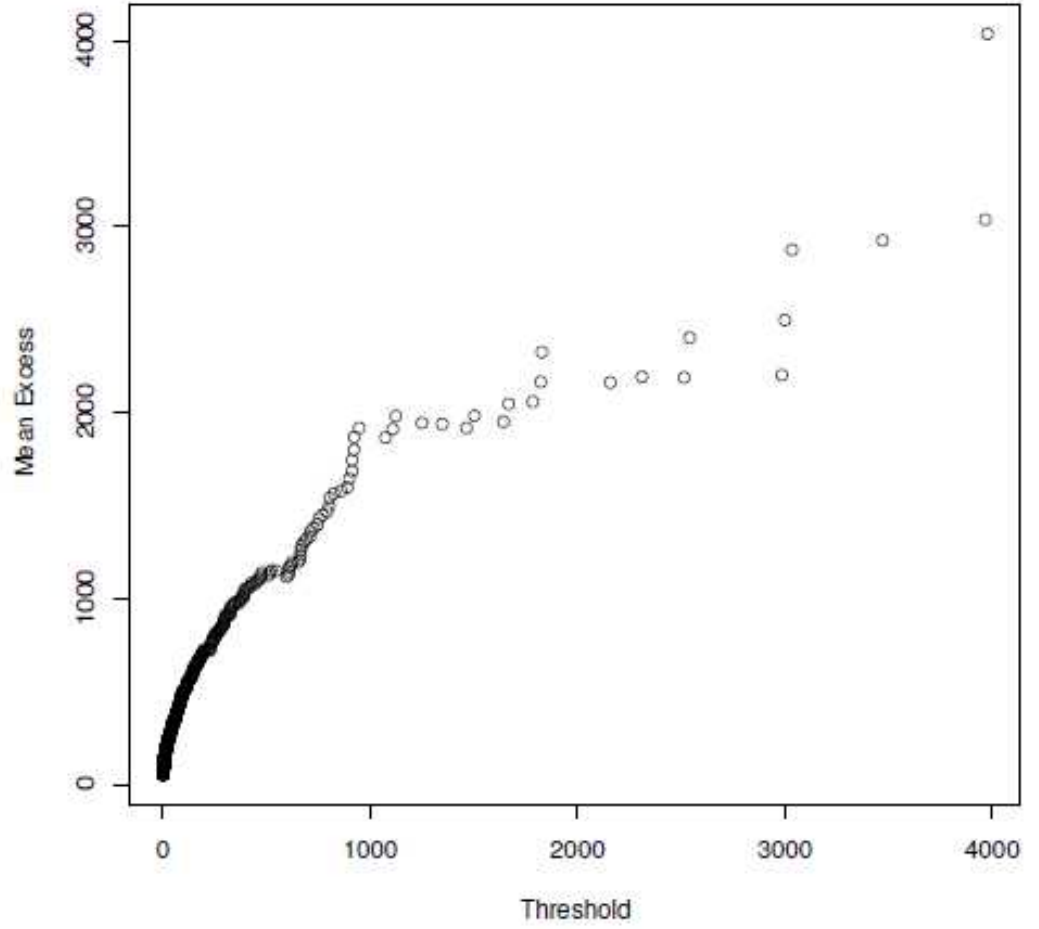
şeklindedir.⁴⁸

Eşiğin seçimi varyans ve sapma arasında bir değişim (takas) yapma konusudur. Maksimumun (daha düşük bir eşik) serisi için gözlemlerin miktarı arttırmakla, dağılımın merkezinde bazı gözlemler seride görülür ve kuyruk indeksi daha tutarlıdır (daha küçük varyans) ama sapma çoktur. Diğer taraftan yüksek bir eşik seçimi sapmayı azaltır ama kestiriciyi daha volatileti yapar.

e 'nin şekli, elimizdeki dağılımın kuyruğunun hakkında önemli bilgiler verir. Ağır kuyruklu dağılıma sahip bir olayda, üssel Q-Q noktaları konveks bir şekle sahip olur ve eğim daha yüksek gözlemlere yaklaştıkça artmaya devam eder. Bu ozaman ortalamayı aşan değerler noktalarının da bir artışa dayanır.⁴⁹

⁴⁸ Younes Bensallah, s.5

⁴⁹ Jan beirlant ve diğerleri, s. 19



Şekil 15 Ortalamayı Aşan Değerler Noktaları

Kaynak : Doris Schirmacher, Ernesto Schirmacher, Neeza Thandi Stochastic Excess-of-Loss Pricing within a Financial Framework, **Casualty Actuarial Society**, Virginia, 2005 s. 312

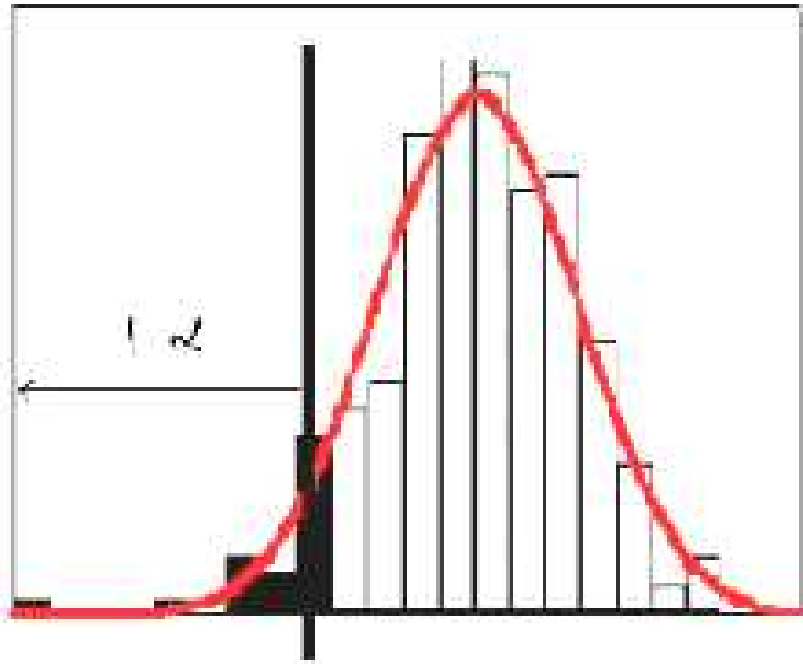
Şekil 15’de ampirik ortalamayı aşan değerler noktaları görülüyor. Genelleştirilmiş pareto dağılımı için ortalamayı aşan değerler fonksiyonu, pozitif eğimli düz bir doğru olduğundan beri, ortalamayı aşan değerler noktalarının izlediği bir doğrudan eşiğe bakarız. Şekil 15’de pozitif eğimli doğru bir çizgi izleyen 2 bölgede

noktalar görülür. Bunlardan ilki 600 ve 1000 arasındaki eşikler değerlerindedir. İkincisi; 1000 ve 2500 arasındadır. Tabii ki, ikinci bölge çok az veriye sahiptir.⁵⁰

4.4 Riske Maruz Değer

Belirli bir güven aralığında muhtemel maksimum zarar miktarını ölçen yönteme Riske Maruz Değer (VAR) denmektedir. İstatistiki açıdan VAR, bir örneklem üzerinde hesaplanan “portföy zarar dağılımı” olarak ifade edilmektedir (Artzner ve vd,1999). VAR yöntemini , $100(1-\alpha)$ güven aralığı için tanımlamaktadır(Yasuhiro ve Toshinao,2002) .⁵¹

Örneğin; bir günlük %99 güven aralığında VAR değeri 3000 TL olsun, bu bize %1 olasılıkla 1 günde 3000 TL’ den fazla kaybedileceğini ifade eder.



Şekil 16 Riske Maruz Değere Denk Gelen Kısım
Kaynak : Selimov, s. 1

⁵⁰Doris Schirmacher, Ernesto Schirmacher, Neeza Thandi, Ph.D. , ‘‘ Stochastic Excess of loss pricing within financial framework’’ , *Casualty Actuarial Society Forum*, (Spring 2005) , s. 311

⁵¹ Sezer Bozkuş, Risk Ölçümünde Alternatif Yaklaşımlar: Riske Maruz Değer (Var) ve Beklenen Kayıp (ES) Uygulamaları, D.E.İ.İ.B.F Dergisi, Cilt:20, No.2, 2005 s. 28

VAR'ı ölçmek için geliştirilen modellerin hemen hepsi getirilerle ilgili gözlemlerin tümünü dikkate alır.

Fakat yatırımcıları ve risk yöneticilerini esas ilgilendiren işin kayıp kısmıdır (tail). Ekstrem Değerler yaklaşımı, gözlemlerin tümü yerine, olasılığı daha düşük olan uç gözlemleri modelleyerek bu sorunun üstesinden gelmektedir. Riskyöneticileri genellikle çok büyük kayıplara yol açabilecek, olasılığı düşük uç olayların yarattığı risklerle ilgilenirler.⁵² Özellikler kriz dönemlerinde, yatırım yapılması düşünülen enstrümanda dalgalanmaların çok yüksek olduğu durumlarda geleneksel VAR modelleri yetersiz kalmaktadır.

$$P(\text{Kayıp} > \text{VAR}) = 1 - \alpha$$

α güven seviyesi 0,95 ile 1 arasındaki bir sayıdır. X, riskli kayıp yada kazanç dağılımının tanımlayan Fx kümülatif dağılım fonksiyonu ile bir tesadüfi değişken olsun. X'in negatif değerleri kazançlara, pozitif değerleri de kayıplara karşılık gelsin. Şu halde Var, Fx dağılımının α kuantili olarak tanımlanabilir.

F_x^{-1} ; Fx dağılım fonksiyonunun kuantil fonksiyonu olarak adlandırılır. Böylece t zaman periyodunda VAR_α her 100t periyotta, ortalama olarak $100(1-\alpha)$ defa gerçekleşecektir.⁵³

Ekstrem VAR; ekstrem dağılımlardan p kuantil olarak tanımlandı. Çeşitli kestiriciler, varsayımlar ve tahmin metodlarına bağlı olarak mevcut olur.⁵⁴

VAR, kesinlikle GEV dağılımı izleyen ekstrem gözlemler varsayımı altında tahmin edilecekse (parametrik metodlar kullanılacaksa);

$$\text{VAR}_{\text{extreme}} = \hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\gamma}} \left[-\ln(p)^{-\gamma} - 1 \right]$$

⁵² Vügar Selimov, "Riske Maruz Deger ve Uç Degerler Yaklaşımı Teorisi ve Uygulaması", http://www.geotices.com/ceteris_tr/v_selimov.doc , (2 Mayıs 2007) ,s.4.

⁵³ Önalın, Marmara üniversitesi iktisadi ve idari bilimler fakültesi dergisi, s. 433

⁵⁴ Bensallah, s. 11

Gözlemler aşağı yukarı GEV dağılımı gibi dağılıyorsa (parametrik olmayan metodlar kullanılacaksa) VAR;

$$VAR_{\text{extreme}} = \hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\gamma}} \left[-\ln(1-p)^{-\gamma} - 1 \right]$$

Bir u eşliğini aşan değerleri içeren GPD dağılımı için ise;

$$VAR_{\text{extremeGPD}} = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\gamma}} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\gamma} - 1 \right)$$

şeklindedir.

Parametrik olmayan metodlar kullanılacaksa;

$$VAR_{\text{extreme}} = \left(\frac{n+1}{k+1} p \right)^{-\gamma} X_{k+1}$$

şeklindedir.

5. EKSTREM DEĞER TEORİSİNİN İNŞAAT SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMASI

Uygulama kısmında inşaat sektöründe fiyat farkı analizi için TÜİK tarafından yayınlanan 1994 yılı bazlı veriler kullanılmıştır. Uygulamamızın daha genel olması amacı ile a, b1, b2, b3, b4, b5 ve c katsayıları seçilmemiş; eğer bu katsayılar belirlenemiyorsa önerilen Tablo-2 Toptan eşya fiyatları indeks sayıları tablosunun ‘Genel’ satırındaki sayı esas alınmıştır.

Amacımız, bu endeks değerlerinin yardımı ile maliyetteki artışın belli bir dönemde ; belli bir olasılık düzeyinde ne olacağını kestirmektir.

$$\Delta M = M * B * \Delta I \text{ dersek ;}$$

1994	Eylül	112,80	0,044717	1	0,00558659	0,0446927
1994	Ekim	119,79	0,0619888	1	0,00558659	0,0502793
1994	Kasım	126,63	0,0570695	1	0,00558659	0,0558659
1994	Aralık	134,68	0,0636126	1	0,00558659	0,0614525
1995	Ocak	148,47	0,1023686	1	0,00558659	0,0670391
1995	Şubat	159,03	0,0711172	1	0,00558659	0,0726257
1995	Mart	167,77	0,0549668	1	0,00558659	0,0782123
1995	Nisan	176,42	0,0515774	1	0,00558659	0,0837989
1995	Mayıs	179,66	0,0183692	1	0,00558659	0,0893855
1995	Haziran	181,96	0,0128151	1	0,00558659	0,0949721
1995	Temmuz	186,11	0,0227995	1	0,00558659	0,1005587
1995	Ağustos	190,30	0,0225203	1	0,00558659	0,1061453
1995	Eylül	199,11	0,0462746	1	0,00558659	0,1117318
1995	Ekim	206,54	0,0373439	1	0,00558659	0,1173184
1995	Kasım	213,79	0,0350732	1	0,00558659	0,122905
1995	Aralık	223,07	0,0434099	1	0,00558659	0,1284916
1996	Ocak	244,85	0,0976356	1	0,00558659	0,1340782
1996	Şubat	259,10	0,0582056	1	0,00558659	0,1396648
1996	Mart	277,30	0,0702431	1	0,00558659	0,1452514
1996	Nisan	299,70	0,0807789	1	0,00558659	0,150838
1996	Mayıs	312,10	0,0413747	1	0,00558659	0,1564246
1996	Haziran	320,60	0,0272349	1	0,00558659	0,1620112
1996	Temmuz	328,20	0,0237056	1	0,00558659	0,1675978
1996	Ağustos	340,60	0,0377818	1	0,00558659	0,1731844
1996	Eylül	358,00	0,0510863	1	0,00558659	0,1787709
1996	Ekim	377,60	0,0547486	1	0,00558659	0,1843575
1996	Kasım	396,90	0,0511123	1	0,00558659	0,1899441
1996	Aralık	412,50	0,0393046	1	0,00558659	0,1955307
1997	Ocak	435,80	0,0564848	1	0,00558659	0,2011173
1997	Şubat	462,80	0,061955	1	0,00558659	0,2067039
1997	Mart	490,70	0,0602852	1	0,00558659	0,2122905
1997	Nisan	517,90	0,055431	1	0,00558659	0,2178771
1997	Mayıs	544,80	0,0519405	1	0,00558659	0,2234637
1997	Haziran	563,40	0,034141	1	0,00558659	0,2290503
1997	Temmuz	593,10	0,0527157	1	0,00558659	0,2346369
1997	Ağustos	624,60	0,0531108	1	0,00558659	0,2402235
1997	Eylül	663,70	0,0626001	1	0,00558659	0,2458101
1997	Ekim	708,00	0,066747	1	0,00558659	0,2513966
1997	Kasım	747,60	0,0559322	1	0,00558659	0,2569832
1997	Aralık	787,70	0,0536383	1	0,00558659	0,2625698
1998	Ocak	839,10	0,0652533	1	0,00558659	0,2681564
1998	Şubat	877,40	0,0456441	1	0,00558659	0,273743
1998	Mart	912,70	0,0402325	1	0,00558659	0,2793296
1998	Nisan	949,30	0,0401008	1	0,00558659	0,2849162
1998	Mayıs	980,20	0,0325503	1	0,00558659	0,2905028

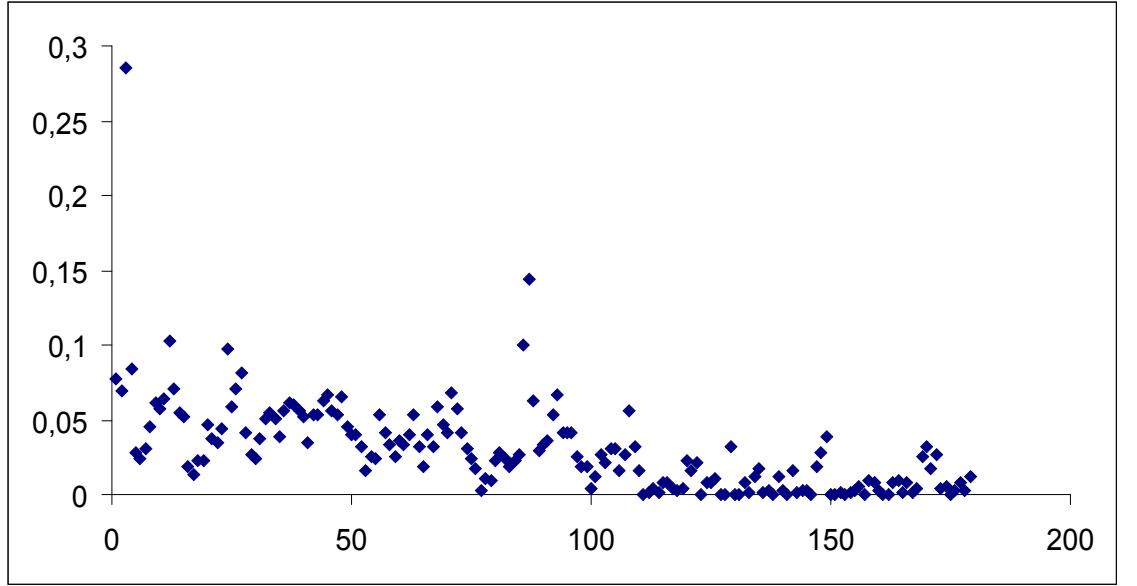
1998	Haziran	995,50	0,0156091	1	0,00558659	0,2960894
1998	Temmuz	1020,70	0,0253139	1	0,00558659	0,301676
1998	Ağustos	1045,30	0,0241011	1	0,00558659	0,3072626
1998	Eylül	1101,20	0,0534775	1	0,00558659	0,3128492
1998	Ekim	1146,80	0,0414094	1	0,00558659	0,3184358
1998	Kasım	1185,70	0,0339205	1	0,00558659	0,3240223
1998	Aralık	1215,10	0,0247955	1	0,00558659	0,3296089
1999	Ocak	1258,60	0,0357995	1	0,00558659	0,3351955
1999	Şubat	1301,00	0,0336882	1	0,00558659	0,3407821
1999	Mart	1352,90	0,0398924	1	0,00558659	0,3463687
1999	Nisan	1424,40	0,0528494	1	0,00558659	0,3519553
1999	Mayıs	1469,90	0,0319433	1	0,00558659	0,3575419
1999	Haziran	1496,50	0,0180965	1	0,00558659	0,3631285
1999	Temmuz	1556,00	0,0397594	1	0,00558659	0,3687151
1999	Ağustos	1606,80	0,0326478	1	0,00558659	0,3743017
1999	Eylül	1700,80	0,0585014	1	0,00558659	0,3798883
1999	Ekim	1780,10	0,0466251	1	0,00558659	0,3854749
1999	Kasım	1852,70	0,0407842	1	0,00558659	0,3910615
1999	Aralık	1979,50	0,0684407	1	0,00558659	0,396648
2000	Ocak	2094,00	0,0578429	1	0,00558659	0,4022346
2000	Şubat	2179,30	0,0407354	1	0,00558659	0,4078212
2000	Mart	2246,80	0,0309732	1	0,00558659	0,4134078
2000	Nisan	2300,50	0,0239007	1	0,00558659	0,4189944
2000	Mayıs	2339,50	0,0169528	1	0,00558659	0,424581
2000	Haziran	2346,40	0,0029493	1	0,00558659	0,4301676
2000	Temmuz	2370,50	0,0102711	1	0,00558659	0,4357542
2000	Ağustos	2393,00	0,0094917	1	0,00558659	0,4413408
2000	Eylül	2448,30	0,0231091	1	0,00558659	0,4469274
2000	Ekim	2516,70	0,0279378	1	0,00558659	0,452514
2000	Kasım	2577,20	0,0240394	1	0,00558659	0,4581006
2000	Aralık	2626,00	0,0189353	1	0,00558659	0,4636872
2001	Ocak	2686,80	0,0231531	1	0,00558659	0,4692737
2001	Şubat	2757,60	0,026351	1	0,00558659	0,4748603
2001	Mart	3035,00	0,1005947	1	0,00558659	0,4804469
2001	Nisan	3470,80	0,1435914	1	0,00558659	0,4860335
2001	Mayıs	3689,60	0,0630402	1	0,00558659	0,4916201
2001	Haziran	3795,60	0,0287294	1	0,00558659	0,4972067
2001	Temmuz	3920,60	0,0329329	1	0,00558659	0,5027933
2001	Ağustos	4059,50	0,0354283	1	0,00558659	0,5083799
2001	Eylül	4276,70	0,0535041	1	0,00558659	0,5139665
2001	Ekim	4564,50	0,0672949	1	0,00558659	0,5195531
2001	Kasım	4755,50	0,0418447	1	0,00558659	0,5251397
2001	Aralık	4951,70	0,0412575	1	0,00558659	0,5307263
2002	Ocak	5157,40	0,0415413	1	0,00558659	0,5363128
2002	Şubat	5289,50	0,0256137	1	0,00558659	0,5418994

2002	Mart	5387,90	0,0186029	1	0,00558659	0,547486
2002	Nisan	5485,50	0,0181147	1	0,00558659	0,5530726
2002	Mayıs	5508,40	0,0041746	1	0,00558659	0,5586592
2002	Haziran	5572,00	0,011546	1	0,00558659	0,5642458
2002	Temmuz	5720,70	0,026687	1	0,00558659	0,5698324
2002	Ağustos	5842,80	0,0213435	1	0,00558659	0,575419
2002	Eylül	6024,60	0,0311152	1	0,00558659	0,5810056
2002	Ekim	6213,30	0,0313216	1	0,00558659	0,5865922
2002	Kasım	6314,30	0,0162555	1	0,00558659	0,5921788
2002	Aralık	6478,80	0,026052	1	0,00558659	0,5977654
2003	Ocak	6840,70	0,0558591	1	0,00558659	0,603352
2003	Şubat	7055,70	0,0314295	1	0,00558659	0,6089385
2003	Mart	7169,40	0,0161146	1	0,00558659	0,6145251
2003	Nisan	7173,30	0,000544	1	0,00558659	0,6201117
2003	Mayıs	7183,50	0,0014219	1	0,00558659	0,6256983
2003	Haziran	7213,40	0,0041623	1	0,00558659	0,6312849
2003	Temmuz	7222,20	0,00122	1	0,00558659	0,6368715
2003	Ağustos	7281,80	0,0082523	1	0,00558659	0,6424581
2003	Eylül	7336,20	0,0074707	1	0,00558659	0,6480447
2003	Ekim	7364,00	0,0037894	1	0,00558659	0,6536313
2003	Kasım	7382,10	0,0024579	1	0,00558659	0,6592179
2003	Aralık	7410,00	0,0037794	1	0,00558659	0,6648045
2004	Ocak	7576,50	0,0224696	1	0,00558659	0,6703911
2004	Şubat	7700,60	0,0163796	1	0,00558659	0,6759777
2004	Mart	7861,60	0,0209075	1	0,00558659	0,6815642
2004	Nisan	7862,20	7,632E-05	1	0,00558659	0,6871508
2004	Mayıs	7923,50	0,0077968	1	0,00558659	0,6927374
2004	Haziran	7982,70	0,0074714	1	0,00558659	0,698324
2004	Temmuz	8067,80	0,0106606	1	0,00558659	0,7039106
2004	Ağustos	8069,70	0,0002355	1	0,00558659	0,7094972
2004	Eylül	8070,50	9,914E-05	1	0,00558659	0,7150838
2004	Ekim	8326,55	0,0317272	1	0,00558659	0,7206704
2004	Kasım	8328,42	0,0002238	1	0,00558659	0,726257
2004	Aralık	8330,10	0,0002019	1	0,00558659	0,7318436
2005	Ocak	8392,70	0,0075149	1	0,00558659	0,7374302
2005	Şubat	8403,80	0,0013226	1	0,00558659	0,7430168
2005	Mart	8503,60	0,0118756	1	0,00558659	0,7486034
2005	Nisan	8647,64	0,0169387	1	0,00558659	0,7541899
2005	Mayıs	8655,06	0,000858	1	0,00558659	0,7597765
2005	Haziran	8675,43	0,0023535	1	0,00558659	0,7653631
2005	Temmuz	8677,15	0,0001983	1	0,00558659	0,7709497
2005	Ağustos	8785,74	0,0125145	1	0,00558659	0,7765363
2005	Eylül	8804,91	0,0021819	1	0,00558659	0,7821229
2005	Ekim	8805,20	3,294E-05	1	0,00558659	0,7877095
2005	Kasım	8950,24	0,0164721	1	0,00558659	0,7932961

2005	Aralık	8957,94	0,0008603	1	0,00558659	0,7988827
2006	Ocak	8980,93	0,0025664	1	0,00558659	0,8044693
2006	Şubat	9003,20	0,0024797	1	0,00558659	0,8100559
2006	Mart	9009,11	0,0006564	1	0,00558659	0,8156425
2006	Nisan	9177,76	0,0187199	1	0,00558659	0,8212291
2006	Mayıs	9432,06	0,0277083	1	0,00558659	0,8268156
2006	Haziran	9797,71	0,0387667	1	0,00558659	0,8324022
2006	Temmuz	9799,14	0,000146	1	0,00558659	0,8379888
2006	Ağustos	9802,74	0,0003674	1	0,00558659	0,8435754
2006	Eylül	9811,35	0,0008783	1	0,00558659	0,849162
2006	Ekim	9814,95	0,0003669	1	0,00558659	0,8547486
2006	Kasım	9822,13	0,0007315	1	0,00558659	0,8603352
2006	Aralık	9843,68	0,002194	1	0,00558659	0,8659218
2007	Ocak	9890,38	0,0047442	1	0,00558659	0,8715084
2007	Şubat	9896,12	0,0005804	1	0,00558659	0,877095
2007	Mart	9986,64	0,009147	1	0,00558659	0,8826816
2007	Nisan	10066,38	0,0079847	1	0,00558659	0,8882682
2007	Mayıs	10095,11	0,0028541	1	0,00558659	0,8938547
2007	Haziran	10101,58	0,0006409	1	0,00558659	0,8994413
2007	Temmuz	10105,89	0,0004267	1	0,00558659	0,9050279
2007	Ağustos	10187,78	0,0081032	1	0,00558659	0,9106145
2007	Eylül	10277,57	0,0088135	1	0,00558659	0,9162011
2007	Ekim	10291,22	0,0013281	1	0,00558659	0,9217877
2007	Kasım	10369,52	0,0076084	1	0,00558659	0,9273743
2007	Aralık	10385,32	0,0015237	1	0,00558659	0,9329609
2008	Ocak	10429,14	0,0042194	1	0,00558659	0,9385475
2008	Şubat	10696,37	0,0256234	1	0,00558659	0,9441341
2008	Mart	11035,44	0,0316995	1	0,00558659	0,9497207
2008	Nisan	11227,24	0,0173804	1	0,00558659	0,9553073
2008	Mayıs	11531,83	0,0271296	1	0,00558659	0,9608939
2008	Haziran	11577,08	0,0039239	1	0,00558659	0,9664804
2008	Temmuz	11639,58	0,0053986	1	0,00558659	0,972067
2008	Ağustos	11643,17	0,0003084	1	0,00558659	0,9776536
2008	Eylül	11681,96	0,0033316	1	0,00558659	0,9832402
2008	Ekim	11776,07	0,008056	1	0,00558659	0,9888268
2008	Kasım	11814,14	0,0032328	1	0,00558659	0,9944134
2008	Aralık	11961,40	0,0124647	1	0,00558659	1
TOPLAM			5,4224454	179	1	

Tablo 5’te maliyet artışlarının aylara göre genel olarak belirlendiği ve TÜİK tarafından aylık olarak yayımlanan verileri görmekteyiz. Bu veriler üzerinden aylık fiyat farkı oranına ulaşılmıştır. Bu oranı hesaplarken formüldeki G_0 değeri olarak ocak 1994 genel endeks değeri 61,94 baz olarak alınmıştır.

Şekil 17 de fiyat farkı oranlarının nokta grafiği görülmektedir.



Şekil 17 (n, veri) nokta grafiği

5.1 Normallik Testi

Verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığını sınamak için verilerin çarpıklık ve basıklık değerlerine bakılmış ve jarque bera istatistiği ile de normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilmiştir.

Tablo 6
Verilere ait istatistikler

μ (Ortalama)	σ (standart sapma)	Çarpıklık	Basıklık	Jaque- Bera
0,030293	0,031595082	3,3896674	113,46	91340,16934

Yukarıdaki Tablo 6’da görüldüğü üzere çarpıklık katsayısı $3,3896674 > 0$ olduğundan seri sağa çarpık ve basıklık katsayısı $113,46 > 3$ olduğundan dağılım sivridir⁵⁵. Normal dağılımda çarpıklık katsayısı 0 ve basıklık katsayısı 3’tür. Bulduğumuz değerler normal dağılımın değerlerine uymadığından dağılımımız normal dağılmamıştır. ve yine Jarque Bera istatistiği ile $H_0 =$ Veriler normal dağılmıştır, hipotezine bakarsak; Normal dağılımın serbestlik derecesi 2 olduğundan, Ki,kare 0,05 anlam seviyesinde 5,991 dir. $JB > 5,991$ olduğundan, bu anlam seviyesinde H_0 hipotezi kabul edilemez ve dağılım normal dağılmamıştır diyebiliriz. 0,025 ; 0,01 ve 0,005 anlam seviyelerinde de dağılımın normal dağılıma uygun olmadığını aşağıdaki tabloda görebiliriz.

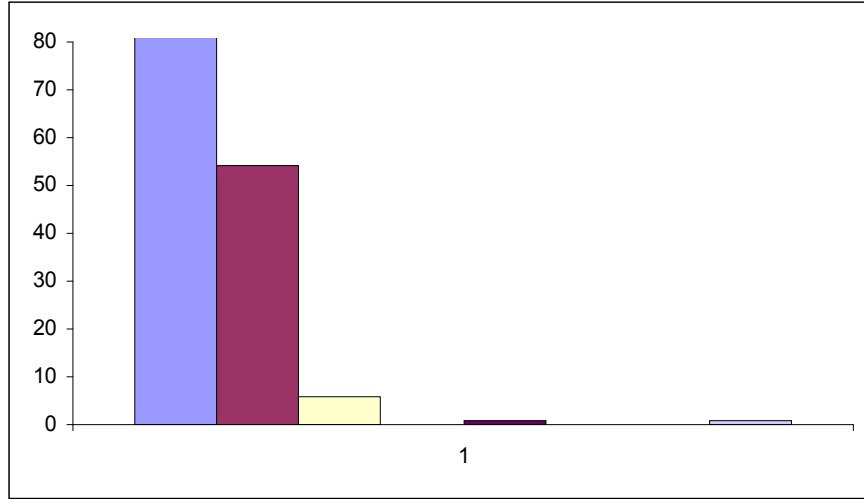
Tablo 7
Ki Kare Tablosunda Çeşitli Anlam Seviyelerine Göre 2 Serbestlik Derecesinde Değerler

Ki kare anlam seviyesi	Ki kare değeri (Serbestlik derecesi =2)
0,05	5,991
0,025	7,378
0,01	9,21
0,005	10,597

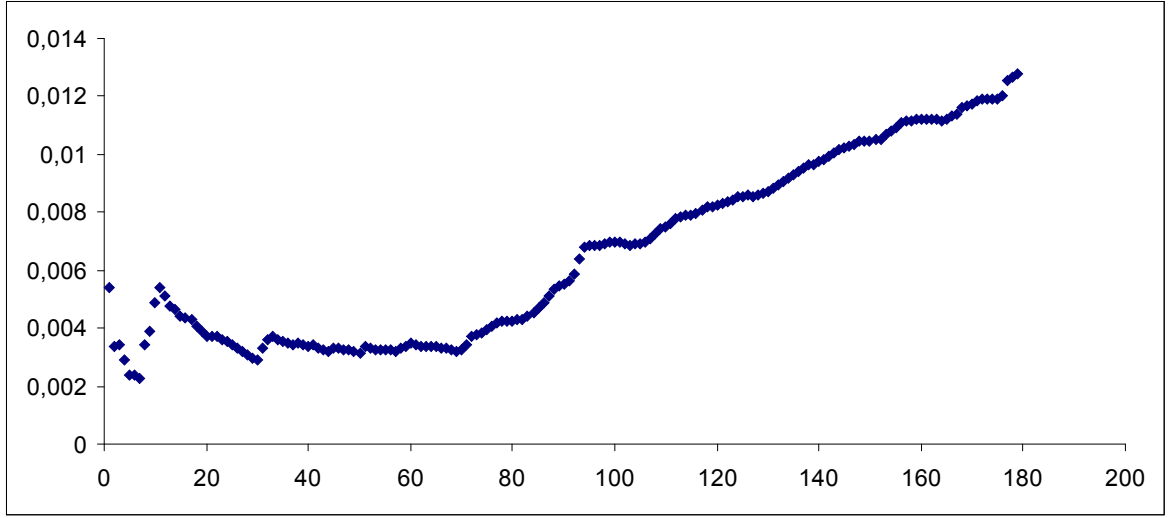
⁵⁵ İsmail Hakkı Armutlu ,**İşletme İstatistiğine Giriş**, İstanbul:Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. , 2004 , s.104.

5.2 Parametrik Olmayan Yaklaşım

Şekil 18 de verilerin histogramı görülmektedir. Parametrik olmayan yöntemi uygulayabilmek için kullanabileceğimiz kestirim metodları içinde Hill, Deckers ve maksimum likelihood metodlarını sayabiliriz. Bu uygulamamızda kestirim metodu olarak hill estimatörden yararlanacağız. Hill kesitiricisini ararken, optimum k değerini, eşik değerini ve şekil parametresini bulacağız.

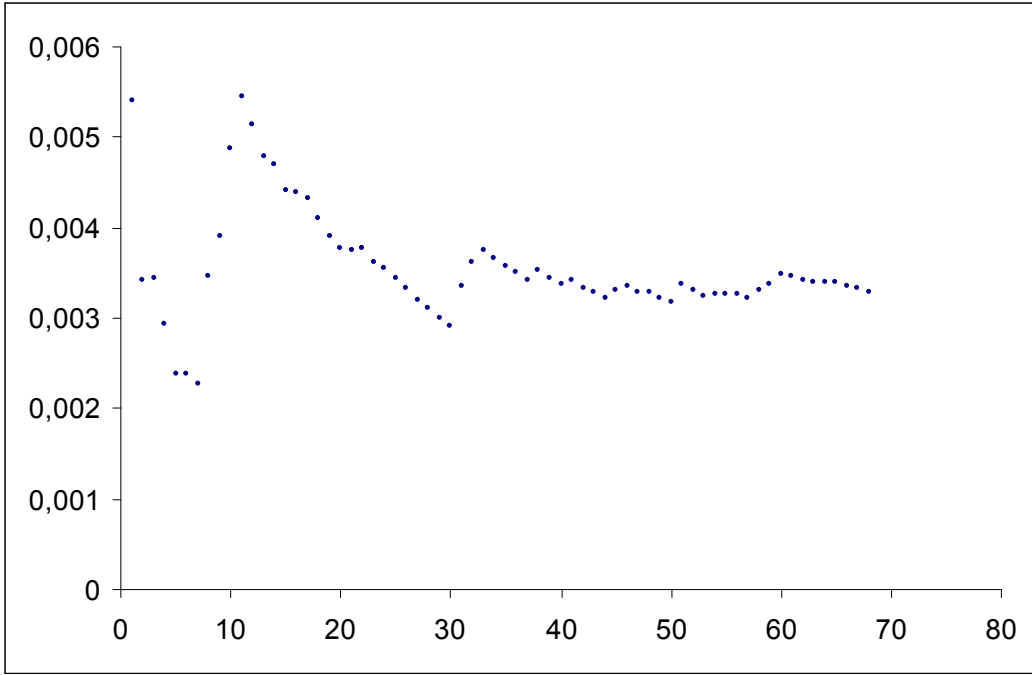


Şekil 18 Verilerin Histogramı

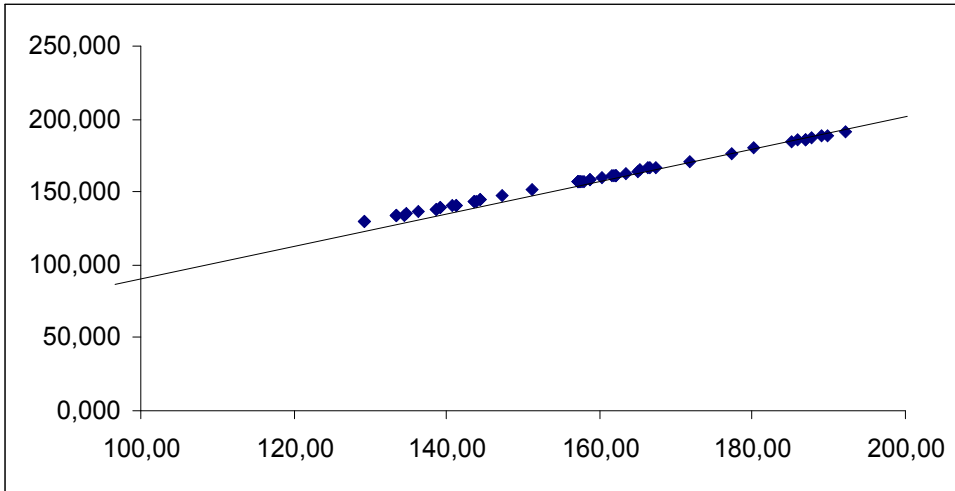


Şekil 19 Hill Kestiricisi

Şekil 19 daki tüm gözlem değerleri için hill kestiricine dikkat edilirse k 'nın 33 ile 69 kapalı aralığındaki değerlerinde grafiğin durağan hale geldiğini görüyoruz. O halde k değerinin en iyi değerinin bu aralıkta olduğunu düşünebiliriz. Şekil 20'da $k = 33$ için hill kestiricisi grafiği, k 'nın en uygun değerinin 33 olduğunu görmek için çizilmiştir. Bu grafikte kuyruk kısmının durağan bir hal aldığını görüyoruz.



Şekil 20 k=33 için Hill K estiricisi



Şekil 21 Wiesman'ın Önerdiği Dağılıma Göre Q-Q Noktaları

Şekil 22' de Q-Q noktaları grafiğini görmekteyiz. Bu grafik bize verilemizin dağılıma uygun olup olmadığını göstermektedir. Grafikteki noktaların çizilen bir doğru

üzerinde olduğunu görmekteyiz. Bunun anlamı verilerimizin Wiesman'ın önerdiği dağılıma uygun olduğunu göstermektedir.

Hill estimator metodu ile şekil parametresine sahip olduğumuzda X_{k+1} değerini eşik olarak seçebiliriz ve kuyruğun dağılım fonksiyonu

$$\hat{G}(x) = \frac{k+1}{n+1} \left(\frac{x}{x_{k+1}} \right)^{-1/\hat{\gamma}}$$

Sonuç olarak, p düzeyinde kestirilen VAR değeri;

$$VAR_p = \left(\frac{n+1}{k+1} (1-p) \right)^{-1/\hat{\gamma}} X_{k+1}$$

$k=33$. değeri şekil parametresi yani şekil parametresini 0,00361661 olarak ve $X_{k+1}=X_{54}$. değeride eşik olarak seçersek ;

$$\hat{G}(x) = \frac{34}{180} \left(\frac{x}{147,17} \right)^{-1/0,00361661}$$

ve

$$VAR_{extreme} = \left(\frac{180}{34} (1-p) \right)^{-0,00361661} .147,17$$

elde ederiz

5.3 Parametrik Yaklaşım

Parametrik yaklaşımda parametrelerin kestirimi konusunda 4.2.1'de maksimum olasılıklar kestirimi ve 4.2.3'de olasılıksal ağırlıklandırılmış metodu gördük. Buradaki uygulamamızda bu yaklaşımlardan olasılıksal ağırlıklandırılmış metodu ele alacağız.

Şekil 22'deki ortalamayı aşan değerler fonksiyonu grafiğinde bakıldığında pozitif eğimli iki ayrı doğru görülmektedir. Birincisi 31 ile 61. gözlem arası diğeri ile 70. gözlem ile 95. gözlem arasındadır. Gözlem değeri 31 ile 61. gözlem arasında daha fazla olduğundan 31. gözlemi eşik değeri seçebiliriz.

Olasılıksal ağırlıklandırılmış metodunun GPD dağılımı için önerilen formülleri yardımı ile standart sapma, eşik değeri ve ölçüm parametrelerini kestirebiliriz.

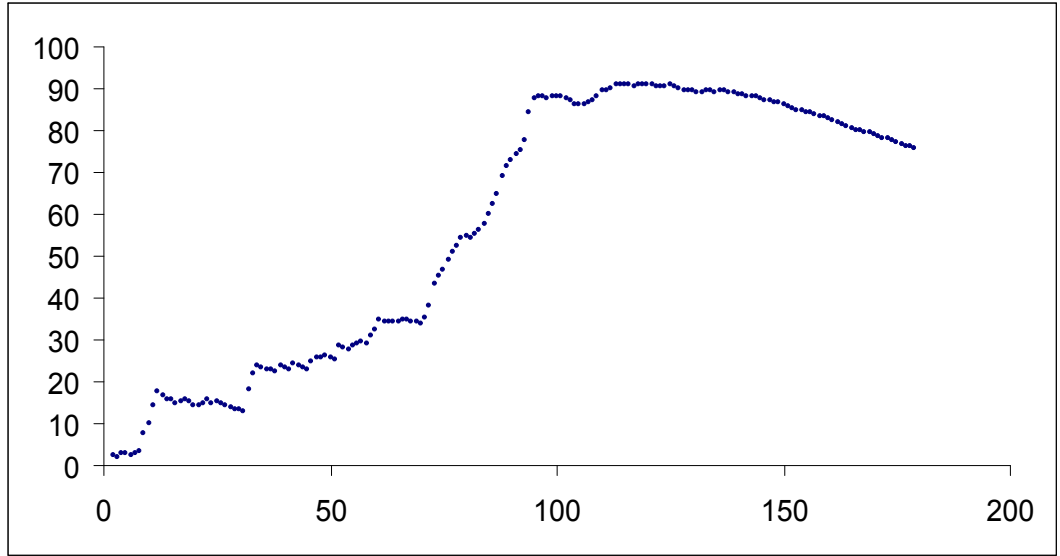
Şekil 23'de 59. gözlem değeri eşik değeri olmak üzere kuyruk verilerinin pareto dağılımına uygun olup olmadığını incelemek için Q-Q noktaları grafiğini gözleyorsunuz. Grafikteki noktalar bir doğru üzerinde sıralandığı için kuyruk verilerinin dağılımı pareto dağılımına yakınsar diyebiliriz.

O halde;

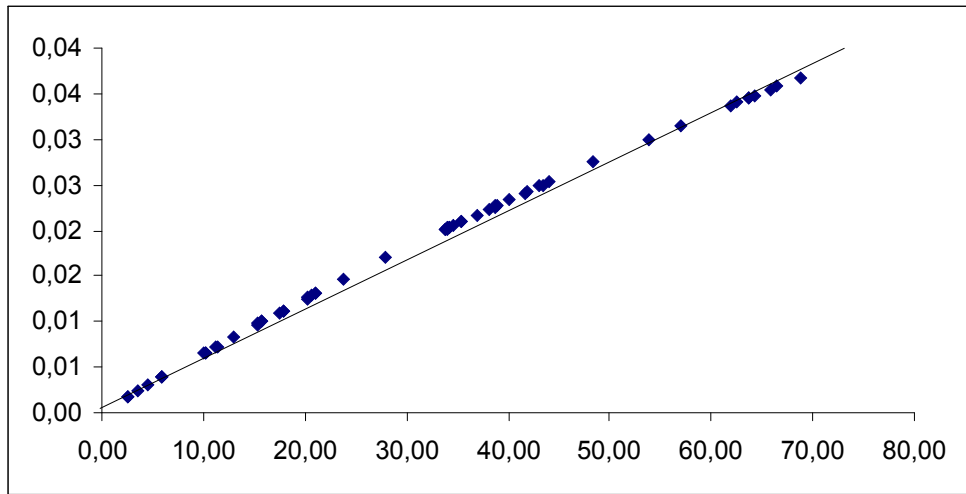
$$F(y) = 1 - \left(1 + \frac{y}{20,57894}\right)^{-1/0,207658}$$

elde ederiz. Buradan VAR değerini aşağıdaki formül yardımı ile hesaplayabiliriz:

$$VAR_{extreme} = \left[(1 - p)^{-0,207658} - 1\right] * 20,57894$$



Şekil 22 : Ortalamayı aşan Değerler Fonksiyonu Grafiği



Şekil 23 : Pareto Dağılımı İçin Q-Q Noktaları

5.4 Parametrik Olmayan Metod ile Parametrik Metodun Kıyaslaması

Tablo 8'e dikkat edilirse endeks değerlerinde elde edilen fiyat farkı oranlarının parametrik metod ile parametrik olmayan metod kullanıldığında çeşitli olasılıklar düzeyinde fiyat farkı oranlarının hangi değerlerin üzerinde olabileceği görülmektedir.

Örneğin; Parametrik olmayan metod uygulandığında %99 güven aralığında VAR değeri 148,7424158'dir. Bunun anlamı %1 olasılıkla fiyat farkı oranının 148,7424158'den fazla olabileceğini ifade eder.

Parametrik metod uygulandığında %99 güven aralığında VAR değeri 32,968612912dir. Bunun anlamı %1 olasılıkla fiyat farkı oranının belirlediğimiz eşik değerini 32,96861291'den fazla oranda aşacağıdır. Bu ise fiyat farkı oranının 156,2886129 oranından fazla olacağı anlamına gelmektedir.

VAR değerinin %99; %98 ; %95 ve %90 olasılıklarla hangi değerleri alabileceği de tablo 8'den benzer şekilde yorumlanabilir.

Tablo 8

Parametrik Metod İle Parametrik Olmayan Metod Kıyaslaması

p	Parametrik Olmayan Metod	Parametrik Metod	
	x	x-u	X
0,99	148,7424158	32,96861291	156,2886129
0,98	148,3700089	25,79011518	149,1101152
0,95	147,8791443	17,75581528	141,0758153
0,90	147,5088988	12,61672045	135,9367205

Tablo 9'da maliyetler üzerinden , belli olasılık düzeylerinde, VAR değerinin ne olacağı gösterilmiştir. Yine uygulamada kullandığımız Parametrik olmayan metod ve Parametrik Metod üzerinde kıyaslamalı VAR değerleri görülmektedir.

Tablo 9

VAR Hesabına Göre Maliyetteki Artış Ve Yöntem Kıyaslaması

p	Parametrik Olmayan Metod (A)	Parametrik Metod (B)	A – B
0,99	5.756.331,49 TL	6.048.369,32 TL	-292.037,83 TL
0,98	5.741.919,34 TL	5.770.561,46 TL	-28.642,11 TL
0,95	5.722.922,88 TL	5.459.634,05 TL	263.288,83 TL
0,90	5.708.594,38 TL	5.260.751,08 TL	447.843,30 TL

Örneğin, Tablo 9’da Parametrik olmayan metod da %99 güven aralığında VAR değerini hesaplamak için maliyet değer 43 trilyon TL ve B katsayısı 0,90 olarak alınmıştır. Buradan; $43\ 000\ 000,00 \cdot 0,90 \cdot 148,7424158 = 5.756.331,49$ TL olarak bulunmuştur. Bunun anlamı; %1 olasılıkla maliyetteki artış 5.756.331,49 TL’den fazla olacaktır. Benzer şekilde yine tablo 9’da parametrik olmayan metod ile %99 olasılıkla VAR değeri 6.048.369,32 TL olarak bulunmuştur. Bunun anlamı, %1 olasılıkla maliyetteki artış 6.048.369,32 TL’den fazla olacaktır. Benzer şekilde %98 ; %95 , %90 olasılıklar VAR değerlerini tablo 9 da görmekteyiz.

Her iki yöntemde kıyasladığımızda; olasılık düzeylerine göre yöntemler arasında hesaplanan VAR değerleri arasındaki farkı tablo 9’ da görmekteyiz. %99 olasılıkla VAR değerlerini kıyasladığımızda parametrik metod ile elde edilen VAR değerinin parametrik olmayan metoddan - %5,07 oranında fazla olduğunu ve %98 ; %95 ve %90 güven aralığında VAR değerinin sırası ile -%0,49 ; %4,60 ; %8,37 oranında parametrik metod ile hesaplanana VAR değerinden fazla geldiği görülmektedir.

6. SONUÇ

Riske mazur değer, belli bir zaman aralığında, belli bir güven aralığında, çıkması beklenen kayıp olarak belirlenir. Ekstrem değerler metodu da kriz dönemlerinde beklenen kayıpları ölçmeye yarayan risk ölçümü metodlarından biridir.

İnşaat sektöründe, risk kategorileri maddi kayıp etkilerine göre sıralandığında finansal risk, politik risk, inşaat riskleri , çevresel riskleri ağırlıklı olarak görülmektedir.

Yıllara sari inşaat işlerinde, işe başlamadan önce bir maliyet hesabı yapılmaktadır. Ancak piyasadaki dalgalanmanın çok fazla olduğu kriz dönemlerinde bu hesaplanan maliyetin üstünde bir maliyetle karşılaşmaktadır. Bu maliyet artışından doğacak zararları bertaraf etmek için TOKİ'nin sözleşmelerinde önerdiği, TÜİK tarafından yayınlanan bazı endeksler yardımı ile hesaplanan bir fiyat farkı endeksi görmekteyiz. Bu endeks yardımı ve ekstrem değerler metodu kullanılarak maliyetdeki artışın, belli bir zamanda belli bir olasılık düzeyinde söylenebilmesi muhtemeldir.

Firmalar bu sayede, ileride oluşabilecek olası bu durumlar karşısında bütçelerinde gerekli sermaye miktarını bulundurarak düşük sıklıkta gerçekleşen ekstrem olaylar karşısında tedbirlerini alabileceklerdir.

Firmalardaki üst düzey yöneticilerinin risk algıma düzeylerine göre; VAR hesaplamada tercih edecekleri metod (parametrik metod veya parametrik olmayan metod) değişiklik gösterebilir.

KAYNAKÇA

Kitaplar

Richard L. Smith, **Statistics of extremes, with Applications in Environment, Insurance, and Finance**, CRC press LLC, 2004

Jain Beirlant, Yuri Goegebeur, Johan Segers and Jozef Teugels, **Statistics of Extremes Theory and Applications**, Volume:2., England, August 2005

TOKİ sözleşmesi, TOKİ, 2008

Diabet, Jean. Armelie Guillou, Philippe Naveou, Pierre R, bereou. **Improving Probabilty-Weighted Metods for The Generalized Extreme Value Distribution**. volume 6, Number1, March 2008.

Beirlant, Jean. G. Diercks, A. Guillou. **Estimation of the extreme value index and regression on generalized quantile plots**, Bernoulli journal. volume:11. Number 6 . 2005.

Holger Drees, Laurens De Haan, Sidney Resnick, **The Anal of Statistics**, No.1, Vol.28, Institute of Mathematical Statistics, 2000, vol.28

Armutlu, İsmail Hakkı. **İşletme İstatistiğine Giriş**,. 1. Baskı , İstanbul :Alfa Yayınevi, 1999.

Cruz , Marcelo . **Modelling , Measuring and Hedging Operational Risk** , New York:John Wiley & Sons , 2002.

Uğur, Latif Onur. **İnşaat Sektöründe Riskler ve Risk Yönetimi**, Türkiye Müteahhitler Birliği ,2006.

Fernandez, Viviana. **Extrem Value Theory: Value at Risk and Returns Depance Around the World**, no.161, Centro de Economia Aplicado, Unicersida de Chile, 2003, Section 2

Paul Embrechts, L. De Haan, X. Huang, **Modelling Multivariate Extremes, Extreme and İntegrated Risk Management**, Risk books, 2000, S.59-67, <http://www.math.ethz.ch/~baltes/ftp/papers.html>, s. 4

Önalın, Ömer. **Finans Mühendisliğinde Matematiksel Modelleme**, 1. Baksı, İstanbul, Avcıol Basım Yayım, 2004

Sürelî Yayınlar

Langdon Davis. **World construction 2007-2008**,
http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/worldconstruction_0708.pdf ,s.1

Dünya Ticaret Örgütü. Dünya Ticaret Raporu.2008,
http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/2008_dunyaticareti.pdf ,(23 şubat 2008).

Nal, Osman. **İşler Rayından Nasıl Çıktı ve Bu Noktaya Nasıl Gelindi**,
Ekonomi G, 2009, <http://www.ekonomig.com> (23.01.2009)

İntes İşveren Sendikası. **İnşaat Sektörü Raporu Sorunlar ve Çözüm Önerilerimiz**. 2008, <http://www.yapi.com.tr> (13 Nisan 2009).

Taşkın, Tamer. Türkiye’de Yapı Sektörü, Ege Bölgesi Sanayi Odası, 2009,
<http://www.kobifinans.com.tr/tr/sector/011702/12786> (13 Şubat 2009)

İnşaat Dergisi. 2007’de İnşaat Sektörü Hız Kesti.2008,
<http://www.insaatdergisi.com>, (31.03.2008).

Önalın, Ömer. ’’Finansal Risk Yönetiminde Extrem Değerler’’. **Marmara Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, Cilt 18, (2003), s. 434-435

Çifter, Atilla, Alper Özün, Sait Yılmaz. ‘ ’Beklenen kuyruk Kaybı ve Genelleştirilmiş Pareto Dağılımı ile Riske Maruz Değer Öngörüsü : Faiz Oranları Üzerine Bir Uygulama’’. **Bankacılar Dergisi**, No.60, (2007), s.8

Shing, V.G and H.Guo. ’’ Parameter estimation for 3-parameter generalized pareto distribution by the principle of maksimum entropy (POME)’’. **Hydrological Sicences-journal-des SciencesHydroloques**, 40 April 1995, s.166

Schirmacher,Doris. Ernesto Schirmacher, Neeza Thandi Stochastic. Excess-of-Loss Pricing within a Financial Framework, **Casualty Actuarial Society**.Viginia,2005 s. 312.

Bozkuş, Sezer. Risk Ölçümünde Alternatif Yaklaşımlar: Riske Maruz Değer (Var) ve Beklenen Kayıp (ES) Uygulamaları, **D.E.İ.İ.B.F Dergisi**, Cilt:20, No.2, 2005 s. 28.

Yüzal, Sinan. ’’Turn-Key Industrial Facility Construction Sector Raporu’’ İGEME, http://www.yapi.com.tr/V_Images/arastirma/IGEME_Turn_Key07.pdf ;ekim 2008.

YEMAR. **Türk Yapı Sektörü Raporu 2007**. İstanbul: Güzel Sanatlar Matbaası, 2008.

Diğer yayımlar

Radikal, "Mortgage Krizi Nasıl Doğdu?", (18.08.2007).

Münir, Metin. "Suprime Kriz Nedir, Nasıl Çıktı, Nasıl Sona Erecek?", **Milliyet Gazetesi**, 22.08.2007.

<http://www.tuik.gov.tr>

<http://www.e-kik.net>

Resmi Gazete. "4734 Sayılı Kamu İhale Kanununa Göre İhalesi Yapılacak Olan Yapım İşlerine İlişkin Fiyat Farkı Hesabında Uygulanacak Esaslar", 24980/3 Mükerrer, 20002, Karar sayısı: 20002/5039

Ahangarani, Pouyan Mashayekh. "Modelling and Estimation of Var using Extreme Value Theory", mart 2005, Universty of California, Economics Department, www-scf.usc.edu/~mashayek/paper/VaRextreme.pdf, (18 Nisan 2008)

Liu, Wei-Han. A closer Examination of Extreme Value theory Modeling in Value-at-Risk estimation, 2008, Tamkang University, Department of Banking and Finance, www.melbournecentre.com.au/Finsia_MCFS/2008/2008_17_Wei-han_Liu.pdf, (25 Nisan 2008)

Bensalah, Younnes. "Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance : A Review", **Bank of Canada Working Paper**, 2000, <http://www.bankofcanada/en/res/wp/2000/wp00-20.pdf> (21 Aralık 2007)

Önalın, Ömer. Extreme değer teorisi ile riskin değeri (VAR)'ın tahmini. Devlet İstatistik Enstitüsü, 2003.

E Simiu ve N.A. Hectert, "Extreme wind distribution tails: A peak over Threshold Approach", **Journal of Structural Engineering**, N0:5, Vol.122, March 1996, s. 539-547

Ferrai, David. Sanda Paterlini. "The Maximum Lq-likelihood Estimation: An Application to Extreme Quantile Estimation in Finance", **CEFİN Banca E Finance**, CEFİN Working Paper, No:3, 2007

Gan, K.K., The Ohio Un ited Statetheaching notes. Ohio University, Department of Physics <http://www.physics.ohio-state.edu/~gan>, bölüm 5, (23 Mayıs 2008)

Dufour, Jean Maria. "Exact inference and optimal invariant estimation for tail coefficient of symmetric α -stable distribution", **Bundes Bank**, 2005 http://www.bundesbank.de/download/vfz/konferenzen/20051110_12_eltville/paper_dufour_kurz-kim.pdf (13 Ocak 2009).

Meershaert, Mark. "Tail Parameter Estimation",1998.Michigan State University, Department of Statistics and Probabilty.
http://scaling.dri.edu/Meerschaert_presentation2.pdf. (16 Aralık 2009).

Reis, Rolf Dieter and Ulf Cormann. " An example of real life data where the hill estimator is correct", **International Conference on Mathematical and Statistical Modelling in Honor of Enrique Castillo**. Universty of Siegen, (june 28-30,2006), s. 4.

Nishiuchi,Sho. Ritei Shibata. Relative Error of the Generalized Pareto Approximation to Value-at-Risk. **Cherry Bud Workshop 2008**
<http://coe.math.keio.ac.jp/2007/cherrybud/pdffiles/nishiuchi-shibata.pdf>,2008.

Schirmacher,Doris. Ernesto Schirmacher, Neeza Thandi, Ph.D. , " Stochastic Excess of loss pricing within financial framework" , **Casualty Actuarial Society Forum**. (Spring 2005) , s. 311.

Selimov, Vügar."Riske Maruz Deger ve Uç Degerler Yaklaşımı Teorisi ve Uygulaması".
http://www.geotices.com/ceteris_tr/v_selimov.doc . , (2 Mayıs 2007) ,s.4.

İnşaat Dergisi, 2007'de İnşaat Sektörü Hız Kesti,2008,
<http://www.insaatdergisi.com>, (31.03.2008).

Ünal,Gözde Erhan." Extreme at Value Approach in Analayzing Stock Returns in İstanbul Exchange",**Doktora Tezi**, Boğaziçi Üniversitesi,2006.

Aslanoğlu, Erhan."SPK Finansal Piyasalar Ders Notları",**SPK**, Ocak 2007

Marc Raimondo ve Nadar Tajidu, "A Peak Over Threshold Model For Change-Point Detection by Wavelets",(Elektironik version) **Statisca Sinica** . 2004,14, (7 mart 2009), ss.395-412