

NİSAN 2022

Doktora Tezi-Matematik

ABDULLAH KARGIN

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU
UZAYLAR

MATEMATİK
DOKTORA TEZİ

ABDULLAH KARGIN
NİSAN 2022

**NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU
UZAYLAR**

Gaziantep Üniversitesi

Matematik

Doktora Tezi

Danışman

Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Abdullah KARGIN

Nisan 2022



©2022[Abdullah KARGIN]

NÖTROSOFİK KÜMELER

VE

NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

başlıklı bu çalışma, **Abdullah KARGIN** tarafından hazırlanmış ve yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından **Gaziantep Üniversitesi Matematik Bölümü'nde** Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet İshak YÜCE
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

.....

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Matematik Bölüm Başkanı

.....

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Sınav Tarihi: 22 Nisan 2022

Jüri Üyeleri:

Prof. Dr. Memet ŞAHİN
Danışman, Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Prof. Dr. Memet KULE
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Kilis 7 Aralık Üniversitesi

.....

Prof. Dr. Necati OLGUN
Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Doç. Dr. İlkey GÜVEN
Matematik
Gaziantep Üniversitesi

.....

Doç. Dr. Vakkas ULUÇAY
Matematik
Kilis 7 Aralık Üniversitesi

.....

İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilmek suretiyle tezde yer aldığını beyan ederim.

Abdullah KARGIN

ABSTRACT

NEUTROSOPHIC SETS AND NEUTROSOPHIC TRIPLET NORMED SPACES

KARGIN, Abdullah

Ph.D. in Mathematics

Supervisor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

April 2022

115 Pages

This thesis consists of six chapters. In the first chapter, in which the introduction is given, the historical process of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets is given. In the second chapter, in which general information is given, the definitions and properties of some classical metrics, fuzzy sets, neutrosophic sets and neutrosophic triplet sets that we will use in the thesis are reviewed. In addition, the definitions of some neutrosophic triplet structures and application studies using neutrosophic sets are also included in this section. In the third chapter, which includes the studies, a decision-making application was obtained by using a new neutrosophic similarity measure to evaluate professional competencies. In the fourth chapter, which includes the studies, some neutrosophic triplet metric spaces are defined and some properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet metric spaces and classical metric spaces are compared and the relationship between them is given. In the fifth chapter, which includes the last of the studies, some neutrosophic triplet normed spaces are defined and the general properties of these spaces are given. In addition, these neutrosophic triplet normed spaces and classical normed spaces are compared and the relationship between them is given. In addition, the relations between the neutrosophic triplet metric spaces in the third section and the neutrosophic triplet normed spaces in the fourth section are given. Finally, in the sixth chapter, the results obtained in the thesis are given and suggestions for new studies are made.

Key Words: Metric Spaces, Normed Spaces, Neutrosophic Sets, Neutrosophic Triplet Sets, Neutrosophic Triplet Metrics, Neutrosophic Triplet Norms

ÖZET

NÖTROSOFİK KÜMELER VE NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

KARGIN, Abdullah
Doktora Tezi, Matematik

Danışman: Prof. Dr. Memet Şahin

Nisan 2022

115 sayfa

Bu tez altı bölümden meydana gelmektedir. Giriş kısmının yer verildiği birinci bölümde bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümelerin tarihi sürecine yer verildi. Genel bilgilerin verildiği ikinci bölümde ise tezde kullanacağımız bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nötrosofik kümelerin ve nötrosofik üçlü kümelerin tanım ve özellikleri gözden geçirildi. Ayrıca bazı nötrosofik üçlü yapıların tanımları ile nötrosofik kümelerin kullanıldığı uygulama çalışmaları da bu bölümde yer aldı. Yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirmek için yeni bir nötrosofik benzerlik ölçüsü kullanılarak bir karar verme uygulaması elde edildi. Yine yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde ise bazı nötrosofik üçlü metrik uzaylar tanımlandı ve bu uzayların bazı özellikleri verildi. Ayrıca bu nötrosofik üçlü metrik uzaylarla klasik metrik uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verildi. Yapılan çalışmaların sonucunun yer aldığı beşinci bölümde ise bazı nötrosofik üçlü normlu uzaylar tanımlandı ve bu uzayların genel özellikleri verildi. Ayrıca bu nötrosofik üçlü normlu uzaylarla klasik normlu uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişkiler verildi. Bunun yanı sıra üçüncü bölümdeki nötrosofik üçlü metrik uzaylar ile dördüncü bölümdeki nötrosofik üçlü normlu uzaylar arasındaki ilişkiler elde edildi. Son olarak altıncı bölümde ise tezde elde edilen sonuçlar verildi ve yeni çalışmalar için önerilerde bulunuldu.

Anahtar Kelimeler: Metrik Uzaylar, Normlu Uzaylar, Nötrosofik Kümeler, Nötrosofik Üçlü Kümeler, Nötrosofik Üçlü Metrikler, Nötrosofik Üçlü Normlar



"Canum aileme"

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, her türlü konuda desteğini benden esirgemeyen ve tezimde büyük emeği olan, Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden danışman hocam, sayın Prof. Dr. Memet Şahin' e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmada maddi destek sağlayan TÜBİTAK' a (2211/A Genel Yurtiçi Doktora Bursu) teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süresince beni hep destekleyen ve güvenen abim Mehmet Kargın' a ve çok sevdiğim aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ABSTRACT	v
ÖZET.....	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xi
SEMBOLLER LİSTESİ.....	xiii
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
BÖLÜM II: GENEL BİLGİLER	5
2.1. Bazı Metrik Uzaylar ve Normlu Uzaylar	5
2.2. Bulanık Kümeler ve Sezgisel Bulanık Kümeler.....	9
2.3. Nötrosofik Kümeler.....	10
2.4. Talcott Parson Teoresi için Nötrosofik Karar Verme	12
2.4.1. Talcott Parson Teorisi.....	13
2.4.2. Talcott Parson Teoresinin Nötrosofik Modellemesi	13
2.4.3. Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü.....	15
2.4.4. Talcott Parsons Teorisinin Nötrosofik Modellemesi İçin Karar Verme	
Uygulamaları.....	22
2.4.4.1. Algoritma	22
2.4.4.2. Parsons Teorisinin Nötrosofik Modellemesinde İdeal Toplum	
Belirleme Uygulaması.....	25
2.4.4.3. Uygulamanın Hassasiyet Analizi	28
2.4.4.4. Karşılaştırma Yöntemleri.....	32
2.5. Nötrosofik Üçlü Kümeler ve Bazı Nötrosofik Üçlü Yapılar.....	34
2.6. Nötrosofik Üçlü Kısmi Metrik Uzaylar.....	38

BÖLÜM III: MESLEKİ YETERLİLİKLERİ DEĞERLENDİREBİLMEK

İÇİN NÖTROSOFİK KARAR VERME UYGULAMASI 46

3.1. Tek Değerli Nötrosofik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü 46

3.2. Mesleki Yeterlilikleri Değerlendirebilmek İçin Nötrosofik Karar

Verme Algoritması55

3.3. Öğretmenlerin Mesleki Yeterliliklerini Belirleme Uygulaması..... 58

BÖLÜM IV: BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ METRİK UZAYLAR.....62

4.1. Nötrosofik Üçlü Metrik Uzaylar 62

4.2. Nötrosofik Üçlü b-Metrik Uzaylar 65

4.3. Nötrosofik Üçlü Kısmi b-Metrik Uzaylar 72

BÖLÜM V: BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR 77

5.1. Nötrosofik Üçlü Normlu Uzaylar 77

5.2. Nötrosofik Üçlü Kısmi Normlu Uzaylar 85

5.3. Nötrosofik Üçlü v-Genelleştirilmiş Normlu Uzaylar..... 89

5.4. Nötrosofik Üçlü b-Normlu Uzaylar 94

5.5. Nötrosofik Üçlü Kısmi b-Normlu Uzaylar 98

BÖLÜM VI: SONUÇ VE ÖNERİLER..... 103

KAYNAKLAR 105

ÖZGEÇMİŞ (CV) 109

YAYINLAR 111

TABLÖLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 2.4.4.1.1 Toplumların kriter tablosu.....	24
Tablo 2.4.4.1.2 Her sosyal kriterin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.....	24
Tablo 2.4.4.1.3 Her sosyal kriter için ideal toplum kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.....	25
Tablo 2.4.4.1.4 Toplumların ideal topluma benzerlik tablosu.....	25
Tablo 2.4.4.2.1 Toplumların kriterler tablosu.....	27
Tablo 2.4.4.2.2 Toplum kriterlerinin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.....	27
Tablo 2.4.4.2.3 Toplumların ideal toplumla benzerlik değeri tablosu.....	27
Tablo 2.4.4.2.4 Toplumların ideal topluma ağırlıklı benzerlik tablosu.....	28
Tablo 2.4.4.3.1 $A = \{a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	29
Tablo 2.4.4.3.2 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	29
Tablo 2.4.4.3.3 $A = \{a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	30
Tablo 2.4.4.3.4 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.3, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	30
Tablo 2.4.4.3.5 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	31
Tablo 2.4.4.3.6 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.....	31

Tablo 2.4.4.3.7	Ağırlık değerlere göre ideal toplum.....	32
Tablo 2.4.4.4.1	Hausdorff ölçüsüne göre toplumların ideal topluma benzerlik değeri.....	32
Tablo2.4.4.4.2	Toplumların Hamming benzerlik ölçüsüne göre ideal topluma benzerlik değeri.....	33
Tablo 3.2.1	Bireylerin kriter tablosu.....	56
Tablo 3.2.2	Her birey kriterinin ideal birey kriterlerine benzerlik tablosu.....	57
Tablo 3.2.3	Her bireyin kriterinin ideal bireyin kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.....	57
Tablo 3.2.4	Bireylerin ideal bireye benzerlik tablosu.....	58
Tablo 3.3.1	Jüri Değerlendirme Formu.....	59
Tablo 3.3.2	Öğretmenlerin kriterler tablosu.....	60
Tablo 3.3.3	Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine benzerlik tablosu.....	60
Tablo 3.3.4	Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.....	61
Tablo 3.3.5	Öğretmenlerin ideal öğretmene benzerlik değer tablosu.....	61

SEMBOLLER LİSTESİ

d_m	klasik metrik
d_k	klasik kısmi metrik
d_b	klasik b-metrik
d_{kb}	kısmi b-metrik
d_v	klasik v-genelleştirilmiş metrik
$d_{n\ddot{u}}$	nötrosofik üçlü metrik
$d_{n\ddot{u}k}$	nötrosofik üçlü kısmi metrik
$d_{n\ddot{u}b}$	nötrosofik üçlü b-metrik
$d_{n\ddot{u}kb}$	nötrosofik üçlü kısmi b-metrik
$d_{n\ddot{u}v}$	nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş metrik
$\ \cdot\ $	klasik norm
$\ \cdot\ _{n\ddot{u}}$	nötrosofik üçlü norm
$\ \cdot\ _{n\ddot{u}b}$	nötrosofik üçlü b-norm
$\ \cdot\ _{n\ddot{u}kb}$	nötrosofik üçlü kısmi b-norm
$\ \cdot\ _{n\ddot{u}v}$	nötrosofik üçlü v-genelleştirilmiş norm
$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$\mathbb{R}^+$	Pozitif reel sayılar kümesi
$\mathbb{Z}$	Tamsayılar kümesi
$\mathbb{N}$	Doğal Sayılar kümesi
$*$	ikili işlem
$\#$	ikili işlem
$\subset$	Alt küme işlemi
$\cap$	Kesişim işlemi
$\cup$	Birleşim işlemi
$\setminus$	Fark işlemi
$\wedge$	ve bağlacı
$ \cdot $	mutlak değer

$\cong$	nötorosofik eşittir
$\lessdot$	nötorosofik küçüktür
$\hat{\cup}$	nötrosofik birleşim işlemi
$\hat{\cap}$	nötrosofik kesişim işlemi
$\hat{\cdot}$	nötrosofik çarpma işlemi
$\hat{+}$	nötrosofik toplama işlemi
$A^{\hat{c}}$	A nötrosofik kümesinin tümleyeni
$\lambda.A$	A nötrosofik kümesinin λ skaleri ile çarpımı
A^{λ}	A nötrosofik kümesinin λ skaler kuvveti

BÖLÜM I

GİRİŞ

Günlük hayatta karşımıza birçok belirsizlik çıkmaktadır. Çoğu zaman bu belirsizliklerle başa çıkmada Aristo mantığı (klasik mantık) yetersiz kalmaktadır. Çünkü Aristo mantığında bir eleman bir kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Yani, bir elemanın üyelik değeri $\{0, 1\}$ kümesine aittir. Bu durumu günlük hayatta örneklerle açıklayacak olursak örneğin, klasik mantığa göre hava ya soğuk ya sıcaktır. Havanın serin ya da ılık olması klasik mantıkla açıklanamamaktadır. Yine klasik mantığa göre bir şişe ya su ile tam doludur ya da boştur. Şişenin yarı dolu olması, biraz dolu olması, çeyreğinin dolu olması gibi durumlar klasik mantıkla açıklanamamaktadır. Bu eksikliklerden dolayı belirsizlikleri açıklamada klasik mantık yetersiz kalmaktadır.

Zadeh [1] 1965 yılında belirsizlikleri matematiksel olarak daha hassas bir şekilde açıklayabilmek için Bulanık mantığı tanımlamıştır. Bulanık mantıkta bir kümenin her bir elemanın üyelik derecesi $[0, 1]$ aralığında bir değer almaktadır. Böylece klasik mantıktan farklı olarak her elemanın üyeliği derecelendirilmiştir. Örneğin, hava durumu sıcak, soğuk, ılık, serin, çok sıcak, çok soğuk vb. gibi ifadelerle ve farklı üyelik dereceleri ile belirtilebilir. Böylece belirsizlikleri açıklamada klasik mantığı da içeren daha hassas bir mantık türü elde edilmiştir. Bulanık mantık ortaya çıktığı tarihten günümüze dahil olmak üzere hemen hemen her bilim alanında karar verme uygulamalarında en çok kullanılan mantık türlerinden biridir. Ancak, bulanık mantıkta sadece üyelik derecesi ve üye olmama derecesi toplamı 1 olmak şartıyla elde edilebilmektedir. Yani üyelik derecesi ve üye olmama derecesi birbirine bağlı olarak tanımlanmıştır. Üye olma derecesi dışında varolan belirsizlikleri üyelik fonksiyonuyla tanımlanamamıştır.

Atanassov [2] 1986' da bulanık mantıktaki üyelik derecesi ve üye olmama derecesi yanında belirsizlik derecesini de işin içine katarak sezgisel bulanık kümeleri tanımlamıştır. Böylece bulanık mantıktan daha hassas sonuç verebilecek yeni bir mantık türü ortaya çıkmıştır. Bulanık mantığın yetersiz kaldığı alanlarda sezgisel bulanık mantık sıkça kullanılmaktadır. Ne var ki bu mantık türünde de üyelik derecesi, üye olmama derecesi ve belirsizlik derecesi toplamı 1 olacak şekilde belirsizlik derecesi üyelik derecesi ve üye olmama derecesine bağlı olarak tanımlanmıştır. Bu da bazı uygulamalarda hassas sonuç elde etmede yetersiz kalmaktadır.

Son olarak Smarandache [3] 1998' de nörtrosofik mantığı tanımlamıştır. Nörtrosofik mantıkta, üyelik derecesi, üye olmama derecesi ve belirsizlik derecesi birbirinden bağımsız olarak tanımlanmıştır. Böylece en objektif değerlendirmelerin yapılabileceği bir mantık türü elde edilmiştir. Nörtrosofik mantık kullanılarak günümüzde teorik ve uygulama alanında birçok çalışmalar yapılmıştır. Özellikle, benzerlik ölçüsü ve karar verme uygulamaları, bulanık kümelerin ve nörtrosofik kümelerin tanımlanmasından sonra önemli bir uygulama teorisi olarak ortaya çıkmaktadır. Benzerlik ölçütleri, TOPSIS (Technique For Order Preference By Similarity To An Ideal Solution) yöntemi, VIKOR (ViseKriterijumsa Optimizacija I Kompromisno Resenje) yöntemi, karar ağacı yöntemleri, gri ilişkisel analiz yöntemi vb. benzerlik ölçütlerini kullanarak nörtrosofik kümeler üzerinde yeni uygulamalar yapılmıştır. Son zamanlarda, Şahin ve ark. kombine klasik nörtrosofik kümeler ve çift nörtrosofik kümeler üzerinde çalıştı [4]; Şahin ve Kargın nörtrosofik teoride mesleki yeterlilikler için karar verme uygulamaları elde etti [5]; Uluçay ve Şahin nörtrosofik esnek uzman graflar için karar verme uygulamaları geliştirdi [6]; Olgun ve Hatib karar ağacı üzerinde nörtrosofik mantık çalıştı [7]; Wang ve ark. üçgen bulanık nörtrosofik sayılarla genişletilmiş bir VIKOR yöntemi elde etti [8]; Biswas ve ark. karar verme uygulamaları için tek değerli nörtrosofik sayılara bağlı yeni bir TOPSIS yöntemini geliştirdi [9]; Şahin ve Liu nörtrosofik teoride maksimize edici bir sapma yöntemi elde etti [10]; Biswas ve ark. karar verme uygulamaları için gri ilişkisel analiz yöntemini inceledi [11].

Nörtrosofik mantığın bir alt dalı olan nörtrosofik üçlü kümeler [12] 2016 yılında Smarandache ve Ali tarafından tanımlandı. Bir kümenin nörtrosofik üçlü küme olabilmesi için bu kümedeki her bir "a" elemanının bir etkisiz elemanı ve bir ters elemanı olmalıdır. Buradaki etkisiz eleman klasik gruptaki gibi bütün elemanlar için

sadece bir tane olmak zorunda değildir ve hatta etkisiz elemanlar klasik gruptaki etkisiz elemandan farklı olmalıdır. Yani her bir elemanın kendine ait bir etkisiz elemanı olabilir. Ayrıca bir nôtrosofik üçlü “a” elemanı $\langle a, etkisiz(a), ters(a) \rangle$ şeklinde gösterilir. Bundan dolayı nôtrosofikteki bu yeni yapı klasik küme ve klasik yapılardan farklıdır. Son zamanlarda Ali ve ark. nôtrosofik üçlü cisim ve nôtrosofik üçlü halkayı [13], Şahin ve Kargın nôtrosofik üçlü metrik uzayı, nôtrosofik üçlü vektör uzayını ve nôtrosofik üçlü normlu uzayı [14]; Şahin ve ark. nôtrosofik üçlü kısmi metrik uzayı [15]; Şahin ve Kargın nôtrosofik üçlü iç çarpım uzayı [16], Smarandache ve ark. nôtrosofik üçlü G-modülleri [17], Bal ve ark. nôtrosofik üçlü koset ve bölüm gruplarını [18] çalıştı.

Metrik uzay, dizilerin yakınsaklığı ve fonksiyonların sürekliliği gibi temel kavramları incelemek için elde edilen soyut bir kavramdır. Bu uzay için gerekli olan bir uzaklık fonksiyonudur. 19. Yüzyıl boyunca ulaşılan fikir ve metodlara metrik tanımına 1900 ve 1910 yılları arasında tam olarak açıklık getirilebilmiştir.

Matthew 1994 yılında [20] kısmi metrik uzaylar kavramını tanıttı. Kısmi metrik uzaylarda bir elemanın kendine olan uzaklığı sıfırdan farklı olabileceğinden klasik metrik uzaydan farklı ve klasik metrik uzayın genelleştirilmesidir. Kısmi metrik uzayın en önemli kullanım alanları matematiksel teknikleri bilgisayar bilimlerine aktarmak ve sabit nokta teoremleridir [21-24].

Czerwik 1993 yılında [27] b-metrik uzayları ve Satish 2014 yılında [26] kısmi b-metriği tanımladı. b-metrik uzaylar klasik metrik uzaylardaki üçgen eşitsizliğinden daha genel bir üçgen eşitsizliğine sahiptir. Ayrıca, klasik metrikle kısmi metrik arasındaki ilişkiye benzer şekilde b-metrik ile kısmi b-metrik arasında da bir ilişki vardır. b-metrik uzayın ve kısmi b-metrik uzayın en önemli kullanımı sabit nokta teorisidir ve bu alanda birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır [27-32].

Branciari 2000 yılında [33] v-genelleştirilmiş metriği tanımlamıştır. v-genelleştirilmiş metrik, b-metrikte de olduğu gibi klasik metriğe göre daha genel bir üçgen eşitsizliğine sahiptir. v-genelleştirilmiş metrik yine yaygın olarak sabit nokta teoremlerinde kullanılmıştır [34-38].

Bu tezin ikinci bölümünde tezde kullanılan bazı tanım ve özellikler verildi. Bu bölümün birinci kısmında metrik uzay [19], kısmi metrik uzay [20], b-metrik uzay [25], kısmi b-metrik uzay [26] ve v-genelleştirilmiş metrik uzay [33] tanımlarına yer verildi. İkinci kısımda bulanık küme [1] ve sezgisel bulanık küme [2] tanımlarına yer verildi. Üçüncü kısımda nörtrosofik kümelerden [1], temel özelliklerinden [39] ve nörtrosofik kümeler için benzerlik ölçülerinden [40-41] bahsedildi. Yine üçüncü kısımda nörtrosofik kümelerin ve benzerlik ölçülerinin yardımıyla sosyolojideki Talcott Parson Teoresi için karar verme uygulaması [42] anlatıldı. Dördüncü kısımda ise nörtrosofik üçlü kümeler [12] ve bazı nörtrosofik üçlü yapılar [12-14], [43] incelendi. Son kısım olan beşinci kısımda ise nörtrosofik üçlü kısmi metrik uzay ve genel özelliklerine [15] yer verildi.

Bu tezde yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirebilmek için nörtrosofik küme ve yeni bir benzerlik ölçüsünü kullanarak bir karar verme uygulamasını [5] ve bu uygulama için öğretmen yeterliliğinin değerlendirildiği bir örnek [44] gözden geçirildi.

Yine bu tezde yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde nörtrosofik üçlü metrik uzay [14], nörtrosofik üçlü b-metrik uzay [45], nörtrosofik üçlü kısmi b-metrik uzay [46] tanımlarından bahsedildi ve bu uzayların genel özellikleri verildi.

Bu tezde yapılan son çalışmaların yer aldığı beşinci bölümde ise nörtrosofik üçlü normlu uzay [14], nörtrosofik üçlü kısmi normlu uzay [47], nörtrosofik üçlü b-normlu uzay [48], nörtrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay [49] ve nörtrosofik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay [50] tanımlarına yer verildi ve bu uzayların genel özellikleri ele alındı. Ayrıca, dördüncü bölümdeki nörtrosofik üçlü metrik uzaylarla bu bölümdeki nörtrosofik üçlü normlu uzaylar arasındaki ilişkiler incelendi.

Son bölüm olan altıncı bölümde ise bu tezde elde edilen sonuçlar verildi ve yeni çalışmalar için önerilerde bulunuldu.

BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

Bu bölümde tezde kullanılacak temel tanım ve özellikler yer almaktadır.

2.1 Bazı Klasik Metrik Uzaylar ve Klasik Normlu Uzaylar

Bu kısımdaki temel bilgiler Goffman ve Pedrick [19], Matthew [20], Czerwik [27], Satish [26] ve Branciari [33] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.1.1: [19] N boştan farklı bir küme ve $d_m: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_m fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_m) ikilisine bir metrik uzay denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

- i) $d_m(n, m) = 0 \Leftrightarrow n = m$
- ii) $d_m(n, m) = d_m(m, n)$
- iii) $d_m(n, m) \leq d_m(n, s) + d_m(s, m)$.

Örnek 2.1.2: $d_m = |n - m|$ olmak üzere, $(\mathbb{R}, d_m)$ bir metrik uzaydır.

Tanım 2.1.3: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_m(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in A$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.4: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_m(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.5: [19] (N, d_m) bir metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise (N, d_m) metrik uzayına tam metrik uzay denir.

Tanım 2.1.6: [20] N boştan farklı bir küme ve $d_k: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_k fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_k) ikilisine bir kısmi metrik uzay denir.

Her $n, m, k \in N$ için,

- i) $d_k(n, m) = d_k(m, m) = d_k(n, n) \Leftrightarrow n = m$;
- ii) $d_k(n, m) = d_k(m, n)$;
- iii) $d_k(n, m) \leq d_k(n, k) + d_k(k, m) - d_k(k, k)$;

Örnek 2.1.7: $d_k = \max\{x, y\}$ olmak üzere, $(\mathbb{R}, d_k)$ bir kısmi metrik uzaydır.

Tanım 2.1.8: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_k(x, \{x_n\}) < \varepsilon + d_k(x, x)$$

olacak şekilde bir $x \in A$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.9: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_k(\{x_m\}, \{x_n\}) \leq \varepsilon + d_k(x_m, x_m)$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.10: [20] (N, d_k) bir kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise (N, d_k) kısmi metrik uzayına tam kısmi metrik uzay denir.

Tanım 2.1.11: [27] N boştan farklı bir küme ve $d_b: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_b fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_b) ikilisine bir b-metrik uzay denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

- i) $d_b(n, m) = 0 \Leftrightarrow n = m$;
- ii) $d_b(n, m) = d_b(m, n)$;
- iii) $d_b(n, m) \leq k.[d_b(n, s) + d_b(s, m)]$; $k \in \mathbb{R}^+$ ve $k \geq 1$;

Örnek 2.1.12: $d_b(n, m) = (n - m)^2$ ve $k = 2$ olmak üzere (N, d_b) bir b-metrik uzaydır.

Not 2.1.13: b-metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.3, Tanım 2.1.4 ve Tanım 2.1.5 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.14: [26] N boştan farklı bir küme ve $d_{kb}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. d_{kb} fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, (N, d_{kb}) ikilisine bir kısmi b-metrik uzay denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

- i) $d_{kb}(n, m) = d_{kb}(m, m) = d_{kb}(n, n) \Leftrightarrow n = m$;
- ii) $d_{kb}(n, m) = d_{kb}(m, n)$;
- iii) $d_{kb}(n, m) \leq k.[d_{kb}(n, s) + d_{kb}(s, m)] - d_{kb}(s, s)$; $k \in \mathbb{R}^+$ ve $k \geq 1$.

Örnek 2.1.14: $d_{kb}(n, m) = (n - m)^2 + s$, $s \in \mathbb{R}^+$ ve $k = 2$ olmak üzere (N, d_{kb}) bir kısmi b-metrik uzaydır.

Not 2.1.15: Kısmi b-metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.8, Tanım 2.1.9 ve Tanım 2.1.10 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.16: [33] N boştan farklı bir küme olsun. $d_v: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa d_v fonksiyonuna v-genelleştirilmiş metrik denir.

Her $n, m \in \mathbb{N}$ için;

i) $n = m$ ancak ve ancak $d_v(n, m) = 0$;

ii) $d_v(n, m) = d_v(m, n)$;

iii) Birbirinden farklı her $s_1, s_2, \dots, s_v \in \mathbb{N}$ için,

$$d_v(n, m) \leq d_v(n, s_1) + d_v(s_1, s_2) + d_v(s_2, s_3) + \dots + d_v(s_{v-1}, s_v) + d_v(s_v, m).$$

Ayrıca $((\mathbb{N}, d_v))$ bir v -genelleştirilmiş metrik uzaydır.

Not 2.1.17: v -genelleştirilmiş metrik uzaylar için yakınsaklık, Cauchy dizisi ve tam uzay tanımı sırasıyla Tanım 2.1.3, Tanım 2.1.4 ve Tanım 2.1.5 deki gibi yazılır.

Tanım 2.1.18: [19] V bir vektör uzay, C bir cisim ve $\| \cdot \|: V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ bir fonksiyon olsun. $\| \cdot \|$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa, $\| \cdot \|$ fonksiyonuna bir norm denir.

Her $n, m \in V$ ve $\alpha \in C$ için,

i) $\|n\| = 0 \Leftrightarrow n = 0$;

ii) $\|\alpha n\| = \alpha \|n\|$;

iii) $\|n + m\| \leq \|n\| + \|m\|$;

Ayrıca $((V, \| \cdot \|))$ ikilisine bir normlu uzay denir.

Örnek 2.1.19: $\mathbb{R}$ ' de $\|x\| = |x|$ bir normdur.

Tanım 2.1.20: [19] $\| \cdot \|: V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu V vektör uzayı üzerinde bir norm olsun.

$d: V \times V \rightarrow \mathbb{R} \cup \{0\}$ olmak üzere $d(x, y) = \|x - y\|$

şeklinde tanımlanan metriğe $\| \cdot \|$ norm tarafından indirgenmiş metrik denir.

Tanım 2.1.21: [19] $(V, \| \cdot \|)$ bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve d , bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0 \in \mathbb{N}$ olduğunda

$$d(x, \{x_n\}) = \|x - \{x_n\}\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in V$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.22: [19] $(V, \|\cdot\|)$ bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve d , bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0 \in \mathbb{N}$ olduğunda

$$d(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|\{x_m\} - \{x_n\}\| < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.1.23: [19] $(V, \|\cdot\|)$ bir normlu uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir Cauchy dizisi ve d , bu norm tarafından indirgenmiş metrik olsun. Her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi $\|\cdot\|$ norm tarafından indirgenmiş d metriğe göre yakınsak ise $(V, \|\cdot\|)$ normlu uzayına Banach uzayı denir.

2.2 Bulanık Kümeler ve Sezgisel Bulanık Kümeler

Bu kısımdaki temel bilgiler Zadeh [1] ve Atanassov [2] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.2.1: [1] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. Her $x \in E$ için, $0 \leq \mu_K(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_K: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile bir K bulanık kümesi

$$K = \{\langle x, \mu_K(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde verilir.

Burada, $\mu_K(x)$, $x \in E$ elemanının K kümesine ait olma derecesidir.

Tanım 2.2.2: [2] E boş olmayan sonlu bir küme olsun. Her $x \in E$ için, $0 \leq \mu_L(x) + \nu_L(x) \leq 1$ olmak üzere, $\mu_L: E \rightarrow [0,1]$ ve $\nu_L: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları ile bir L sezgisel bulanık küme

$$L = \{\langle x, \mu_L(x), \nu_L(x) \rangle : x \in E\}$$

şeklinde verilir. Burada $\mu_L(x)$ ve $\nu_L(x)$ sırasıyla $x \in E$ için üye olma ve üye olmama derecesidir. Ayrıca π_L ile gösterilen belirsizlik derecesi

$$\pi_L(x) = 1 - \mu_L(x) - \nu_L(x)$$

şeklinde tanımlanır.

2.3 Nötrosofik Kümeler

Bu kısımdaki temel bilgiler Smarandache [1], Wang ve ark. [39], Mukherjee ve ark. [40], ve Ye [41] çalışmalarından alınmıştır.

Tanım 2.3.1: [3] U bir evrensel küme olsun. Bir A nötrosofik kümesi; $A = \{ \langle x: T_{A(x)}, I_{A(x)}, F_{A(x)} \rangle, x \in U \}$ olarak tanımlanır. Burada;

$$0 \leq T_{A(x)} + I_{A(x)} + F_{A(x)} \leq 3^+$$

olmak şartıyla $T:U \rightarrow]0, 1^+[$, $I:U \rightarrow]0, 1^+[$ ve $F:U \rightarrow]0, 1^+[$ fonksiyonları sırasıyla doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonlarıdır.

Tanım 2.3.2: [39] U bir evrensel küme olsun. Bir A tek değerli nötrosofik kümesi; $A = \{ \langle x: T_{A(x)}, I_{A(x)}, F_{A(x)} \rangle, x \in U \}$ olarak tanımlanır. Burada;

$$0 \leq T_{A(x)} + I_{A(x)} + F_{A(x)} \leq 3$$

olmak şartıyla $T:U \rightarrow [0,1]$, $I:U \rightarrow [0,1]$ ve $F:U \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları sırasıyla $x \in U$ ' nun doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerlerini verir.

Tanım 2.3.3: [39] $A_1 = \{ \langle x: T_{A_1(x)}, I_{A_1(x)}, F_{A_1(x)} \rangle \}$, $B_1 = \{ \langle x: T_{B_1(x)}, I_{B_1(x)}, F_{B_1(x)} \rangle \}$ kümeleri $x \in U$ için iki tek değerli nötrosofik küme olsun. $A_1 \cong B_1$ ise $\forall x \in U$ için;

$$T_{A_1(x)} = T_{B_1(x)}, I_{A_1(x)} = I_{B_1(x)} \text{ ve } F_{A_1(x)} = F_{B_1(x)}$$

Tanım 2.3.4: [39] $A_1 = \{ \langle x: T_{A_1(x)}, I_{A_1(x)}, F_{A_1(x)} \rangle \}$, $B_1 = \{ \langle x: T_{B_1(x)}, I_{B_1(x)}, F_{B_1(x)} \rangle \}$ kümeleri $x \in U$ için iki tek değerli nötrosofik küme olsun. $A_1 \gtrsim B_1$ ise; $\forall x \in U$ için;

$$T_{A_1(x)} < T_{B_1(x)}, I_{A_1(x)} > I_{B_1(x)} \text{ ve } F_{A_1(x)} > F_{B_1(x)}$$

Tanım 2.3.5: [39] $A_1 = \{ \langle x: T_{A_1(x)}, I_{A_1(x)}, F_{A_1(x)} \rangle \}$, $B_1 = \{ \langle x: T_{B_1(x)}, I_{B_1(x)}, F_{B_1(x)} \rangle \}$ kümeleri $x \in U$ için iki tek değerli nötrosofik küme olsun.

a) A' 'nın $A^{\hat{c}}$ ile gösterilen tümleyeni;

$$A^{\hat{c}} = \{ \langle x, T_{A^{\hat{c}}(x)}, I_{A^{\hat{c}}(x)}, F_{A^{\hat{c}}(x)} \rangle, x \in U \}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A^c}(x) = F_A(x), I_{A^c}(x) = 1 - I_A(x) \text{ ve } F_{A^c}(x) = T_A(x)$$

b) A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{\cup} A_2$ ile gösterilen birleşimi;

$$A_1 \hat{\cup} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) \rangle : x \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = \max\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}, I_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = \min\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\}, \\ F_{A_1 \hat{\cup} A_2}(x) = \min\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}.$$

c) A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{\cap} A_2$ ile gösterilen kesişimi;

$$A_1 \hat{\cap} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) \rangle : x \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = \min\{T_{A_1}(x), T_{A_2}(x)\}, I_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = \max\{I_{A_1}(x), I_{A_2}(x)\}, \\ F_{A_1 \hat{\cap} A_2}(x) = \max\{F_{A_1}(x), F_{A_2}(x)\}.$$

d) A_1 ile A_2 nin $A_1 \hat{+} A_2$ ile gösterilen toplama işlemi;

$$A_1 \hat{+} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{+} A_2}(x), I_{A_1 \hat{+} A_2}(x), F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) \rangle : x \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = T_{A_1}(x) + T_{A_2}(x) - T_{A_1}(x) \cdot T_{A_2}(x), I_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = I_{A_1}(x) \cdot I_{A_2}(x), \\ F_{A_1 \hat{+} A_2}(x) = F_{A_1}(x) \cdot F_{A_2}(x).$$

e) A_1 ile A_2 ' nin $A_1 \hat{\cdot} A_2$ ile gösterilen çarpma işlemi;

$$A_1 \hat{\cdot} A_2 = \{\langle x, T_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x), F_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) \rangle : x \in U\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$T_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = T_{A_1}(x) \cdot T_{A_2}(x), I_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = I_{A_1}(x) + I_{A_2}(x) - I_{A_1}(x) \cdot I_{A_2}(x), \\ F_{A_1 \hat{\cdot} A_2}(x) = F_{A_1}(x) + F_{A_2}(x) - F_{A_1}(x) \cdot F_{A_2}(x).$$

f) A_1 'nın λ gibi bir skalerle λA_1 ile gösterilen çarpımı, $\lambda > 0$ için

$$\lambda A_1 = \langle 1 - (1 - T_{A_1})^\lambda, (I_{A_1})^\lambda, (F_{A_1})^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

g) A_1 'in λ kuvveti A_1^λ ile gösterilir ve $\lambda > 0$ için

$$A_1^\lambda = \langle (T_{A_1})^\lambda, 1 - (1 - I_{A_1})^\lambda, 1 - (1 - F_{A_1})^\lambda \rangle$$

şeklinde tanımlanır.

Özellik 2.3.6: [41] N bir nütrosifik küme; $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$, $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ ve $A_3 = \langle T_3, I_3, F_3 \rangle$ N kümesinin üç tek değerli nütrosifik sayısı ve $S: N \times N \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu bu sayılar için bir benzerlik ölçüsü olsun. S , benzerlik ölçüsü aşağıdaki şartları sağlar.

i) $0 \leq S(A_1, A_2) \leq 1$

ii) $S(A_1, A_2) = S(A_2, A_1)$

iii) $S(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \cong A_2$.

iv) $A_1 \cong A_2 \cong A_3$ ise $S(A_1, A_3) \leq S(A_2, A_3)$ olur.

Tanım 2.3.7: [41] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$ ve $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ iki tek değerli nütrosifik sayı olsun. $S_h: A_1 \times A_2 \rightarrow [0, 1]$ olacak şekilde

$$S_h(A_1, A_2) = 1 - \max\{|T_1 - T_2|, |I_1 - I_2|, |F_1 - F_2|\}$$

fonksiyonuna Hausdorff benzerlik ölçüsü denir.

Tanım 2.3.8: [41] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$ ve $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ iki tek değerli nütrosifik sayı olsun. $S_H: A_1 \times A_2 \rightarrow [0, 1]$ olacak şekilde

$$S_H(A_1, A_2) = 1 - (|T_1 - T_2| + |I_1 - I_2| + |F_1 - F_2|)/3$$

fonksiyonuna Hamming benzerlik ölçüsü denir.

2.4 Talcott Parson Teoresi için Nütrosifik Karar Verme

Bu kısımda Cahit ve ark. [42] çalışmasındaki temel bilgilere yer verildi. Bu çalışmada nütrosifik sayılar için elde edilen bir benzerlik ölçüsü Talcott Parson Teorisi' ndeki ideal toplumları belirlemek için kullanılmıştır.

2.4.1 Talcott Parson Teoresi

Talcott Parson Teorisini sosyal bilim alanındaki metodolojik ve meta-teorik tartışmalar üzerine inşa eden Parsons, bireyin gönüllü eylemdeki katılımının derecesini (yani nütrosifik) açıklamaya özellikle dikkat etti. Sosyal dengeyi ve uyumu korumak için yapısal ve işlevsel açıklamalar yaptı. Parsons, kültürü, bireylerin sosyal yaşamdaki eylemlerine rehberlik eden değerler ve normlar olarak görürken, yapıyı iç içe ve bağımsız bölümler sistemi olarak kavramsallaştırdı. Parsons'a göre kültürel nesneler özerktir. Bunu kültürel ve sosyal sistemler arasında ayırım yaparak gerçekleştirdi. Ayrıca toplumu genel bir eylem sistemi olarak görüyordu [42].

2.4.2 Talcott Parson Teoresinin Nütrosifik Modellemesi

Bu çalışmadaki benzerlik ölçüsü ve karar verme uygulamasının daha iyi anlaşılması için bu kısımda Talcott Parson Teoresinin Nütrosifik Modellemesi [42] en temel hatlarıyla verildi.

Parsons'ın eylem kategorilerinin mükemmelliğine göre, her toplumda ve belirli bir toplumun katmanları arasında derin şüphelerin olması kaçınılmazdır. Bununla birlikte, “Marx'ın her toplumda ideal değişimlerin tanımını toplum içindeki bir kişinin konumuna göre tanımladığı anlamında ideal bir toplum yoktur. En üst katmanda olanlar tarafından, toplum ideal olarak tanımlanır, en alt katmanda olanlar tarafından, ideal olmaktan uzaktır ve orta katmanda olanlar, bazen idealin ne olduğunu tamamen bilmezler. Toplum, koşullara bağlı olarak dalgalanan bir fenomen olarak tanımlanabilir. Bu nedenle, her zaman nütrosifik ideal bir toplumumuz vardır. Doğal olarak, bu tüm toplumlar için geçerlidir, çünkü her zaman diğerlerinden daha fazla ayrıcalığa sahip insanlar vardır. Herhangi bir demokratik toplumda bile, bazı insanlar küçük bir azınlık oluşturabilmelerine rağmen daha fazla ayrıcalığa sahiptir” [51, 52].

Parsons, belirli bir sosyal düzenin makro ve mikro boyutlarının, üyelerinin katılımıyla birlikte nasıl yapısal bütünlük gösterdiğini açıklayan bir eylem teorisi geliştirdi. Bir yandan sosyal hayata gönüllü katılımını, diğer yandan yapısal sürekliliği dikkate aldı. Burada, bireyin harekete geçerken toplumsal yapının motivasyonu altında hareket ettiği varsayılmaktadır. Ona göre, sosyal bilimler eylemleri incelerken amaçları, sonuçları ve idealleri göz önünde bulundurarak bir üçlü düşünmelidir.

Toplumu genel bir eylem sistemi olarak gören Parson'un temel paradigması, Weber'in “rasyonel sosyal eylem” anlayışına dayanır [53]. Ancak Weber'e göre, sosyoloji, yaşantıyı ve onun etkilerinin nedensel bir açıklamasını elde etmek için sosyal eylemi anlamayı yorumlaya çabası içinde olan bir bilimdir [54].

Bu yorum sosyoloğun bakış açısından zenginleştirildi. Böylece, sosyal eylemler nütrosifik hale gelir. Diğerleri hemfikir olabilir, kısmen hemfikir olabilir ya da katılmayabilir (1, 0, 0). Benzer şekilde, Parson Teorisinde, toplumun tüm üyelerinin bireysel faaliyetlerden ziyade insan ilişkilerini düzenleyen ve yönlendiren toplumsal değerlere ve normlara katılma olasılığı tartışmalıdır, belirsizdir. Burada nütrosifik üçlülere görmeliyiz.

Parson'un teorisine göre, tüm sosyal eylemler beş örüntü değişkenine dayanmaktadır. Bunlar:

1. Duygusal tarafsızlığa karşı Duygusalılık;
2. Kollektif yönelime karşı Bireysel yönelim;
3. Özgünlüğe karşı Evrensellik;
4. Performansa karşı Nitelik;
5. Yaygınlığa karşı Belirlilik.

Parsons, bu değişkenlerin beklentileri ve ilişkilerin yapısını sınıflandırdığına ve maddi olmayan eylem teorisini daha anlaşılır hale getirdiğine inanmaktadır. Bununla birlikte, Parsons'a göre, kalıp değişkenleri iki yönlüdür ve her kalıp değişkeni, eylemin gerçekleştirilebilmesi için aktör tarafından çözülmesi gereken bir sorunu veya bilmeceyi gösterir. Aynı zamanda, geleneksel toplum ile modern toplum arasında geniş bir çeşitlilik vardır. Bununla birlikte, bunlar nütrosifik sosyolojik analiz için ikili olarak görülebilir (1, 0), bireyin davranışlarının hangisinin modern veya geleneksel olduğunu belirlemek çok zordur. Bu nedenle, her biri üçlü nütrosifik olarak kabul edilmelidir (1, 0, 0). Feministlerin Parsons'ın aile görüşüne verdiği yanıt örnek olarak verilebilir. Parsons'a göre, modern toplumlarda aile yapısındaki araçsal liderlik rolü, ailenin itibarının ve gelirinin dayandığı eş-babaya verilmelidir [55]. Ancak feministlere göre Parsons tarafından yapılan bu ifade statükonun devamından başka bir şey değildir [56]. Ek olarak, bu örüntü değişkenleri (stereotipler) insanların rol

çatışmasıyla karşılaştıklarında nasıl davranacaklarını söylemezler ve bir kez daha belirsizlikle karşılaşacağız. Bu belirsizlik sadece nôtrososyoloji ile cevaplanabilir.

2.4.3 Tek Değerli Nôtrosifik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü

Bu kısımda tek değerli nôtrosifik sayılar için yeni bir benzerlik ölçüsü [42] verildi.

Tanım 2.4.3.1: [42] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$, $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ iki tek değerli nôtrosifik sayı olsun. A_1 ve A_2 arasındaki benzerlik ölçüsü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S_N(A_1, A_2) = 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\} + 1} \right. \\ + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\} + 1} \\ \left. + \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\} + 1} \right].$$

Bu benzerlik ölçüsünün Özellik 2.3.6 deki şartları sağladığı Teorem 2.4.3.2 ispatında gösterildi.

Teorem 2.4.3.2: [42] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$, $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ ve $A_3 = \langle T_3, I_3, F_3 \rangle$ üç tek değerli nôtrosifik sayı ve S_N Tanım 2.4.3.1 tanımlanan benzerlik ölçüsü olsun. S_N aşağıdaki özellikleri sağlar.

- i. $0 \leq S_N(A_1, A_2) \leq 1$
- ii. $S_N(A_1, A_2) = S_N(A_2, A_1)$
- iii. $S_N(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \cong A_2$.
- iv. $A_1 \leq A_2 \leq A_3$ ise $S_N(A_1, A_3) \leq S_N(A_1, A_2)$.
- v.

İspat:

i) A_1 ve A_2 tek değerli nôtrosifik sayılar olduğundan,

$$\max\left\{\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\} + 1}}\right\} = 1/2, \\ \min\left\{\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\} + 1}}\right\} = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \max\left\{\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}}\right\} = 1/2, \\
& \min\left\{\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}}\right\} = 0, \\
& \max\left\{\frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}}\right\} = 1/2, \\
& \min\left\{\frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}}\right\} = 0
\end{aligned}$$

olur. Böylece,

$$\begin{aligned}
\min\{S_N(A_1, A_2)\} &= 1 - 2/3(1/2 + 1/2 + 1/2) = 1 - 1 = 0, \\
\max\{S_N(A_1, A_2)\} &= 1 - 2/3(0+0+0) = 1 - 0 = 1.
\end{aligned}$$

Bundan dolayı, $0 \leq S_N(A_1, A_2) \leq 1$.

ii)

$$\begin{aligned}
S_N(A_1, A_2) &= 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1}} \right. \\
&\quad + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}} \right] \\
&= 1 - 2/3 \cdot \left\{ \frac{\min\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2}, |2(T_2-T_1)-(I_2-I_1)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2}, |2(T_2-T_1)-(I_2-I_1)|/3\}/2\}+1}} \right. \\
&\quad + \frac{\min\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(F_2-F_1)^2}, |2(T_2-T_1)-(F_2-F_1)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_2-T_1)^2+(F_2-F_1)^2}, |2(T_2-T_1)-(F_2-F_1)|/3\}/2\}+1}} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{\sqrt{2(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2+(F_2-F_1)^2}, |3(T_2-T_1)-(I_2-I_1)-(F_2-F_1)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_2-T_1)^2+(I_2-I_1)^2+(F_2-F_1)^2}, |3(T_2-T_1)-(I_2-I_1)-(F_2-F_1)|/5\}/2\}+1}} \right\} \\
&= S_N(A_2, A_1).
\end{aligned}$$

iii)

$$\begin{aligned}
S_N(A_1, A_2) &= 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1}} \right. \\
&\quad + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1}} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1}} \right]
\end{aligned}$$

$$= 1$$

olduğunu varsayalım. Böylece,

$$\begin{aligned} & (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1} \right. \\ & + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} \\ & \left. + \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1} \right] \\ & = 0 \end{aligned}$$

olur. Bu yüzden,

$$\begin{aligned} & \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1} = 0, \\ & \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} = 0, \\ & \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1} = 0 \end{aligned}$$

olur. Böylece,

$$\begin{aligned} & \min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\} = 0, \\ & \min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\} = 0, \\ & \min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\} = 0 \end{aligned}$$

olur. Şimdi, bu ifadeleri 0 yapabilen tüm durumları inceleyelim.

a) Kabul edelim ki

$$\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2} = 0 \quad (2.4.3.1)$$

olsun. Böylece,

$$2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2 = 0 \text{ olur.}$$

Bundan dolayı,

$$T_1 - T_2 = 0, I_1 - I_2 = 0 \text{ ve } F_1 - F_2 = 0$$

elde edilir. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2' \text{ dir.}$$

b) Kabul edelim ki

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2} = 0 \quad (2.4.3.2)$$

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2} = 0 \quad (2.4.3.3)$$

olsun. (2.4.3.2) ve (2.4.3.3) den

$3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2 = 0$ ve $3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2 = 0$ elde edilir.

Böylece,

$$T_1 - T_2 = 0, I_1 - I_2 = 0 \text{ ve } F_1 - F_2 = 0$$

elde edilir. Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2$$

elde edilir.

c) Kabul edelim ki

$$\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2} = 0 \quad (2.4.3.4)$$

$$|2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)| = 0 \quad (2.4.3.5)$$

olsun. (2.4.3.4) den dolayı

$$T_1 - T_2 = 0 \text{ ve } I_1 - I_2 = 0 \quad (2.4.3.6)$$

olur. Ayrıca (2.4.3.5) ve (2.4.3.6) dan

$$F_1 - F_2 = 0$$

olur. Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2$$

elde edilir.

d) Kabul edelim ki

$$|2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3 = 0 \quad (2.4.3.7)$$

$$|2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3 = 0 \quad (2.4.3.8)$$

$$|3(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2) - (F_1 - F_2)|/5 = 0 \quad (2.4.3.9)$$

olsun. (2.4.3.7) ve (2.4.3.8) den dolayı,

$$T_1 - T_2 = I_1 - I_2 = F_1 - F_2 \quad (2.4.3.10)$$

elde edilir. Böylece (2.4.3.9) ve (2.4.3.10) den dolayı,

$$T_1 - T_2 = 0$$

elde edilir.

Bundan dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2$$

elde edilir.

Şimdi, $A_1 \cong A_2$ olduğunu varsayalım. Böylece, Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2, F_1 = F_2$$

Bundan dolayı

$$\begin{aligned} S_N(A_1, A_2) &= 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\} + 1} \right. \\ &\quad + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\} + 1} \\ &\quad \left. + \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\} + 1} \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

elde edilir.

iv) Kabul edelim ki $A_1 \cong A_2 \cong A_3$ olsun. Tanım 2.3.3 ve Tanım 2.3.4 den dolayı

$$T_1 \leq T_2 \leq T_3, I_1 \geq I_2 \geq I_3, F_1 \geq F_2 \geq F_3 \text{ dir.}$$

Böylece,

$$\begin{aligned}
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\} \leq 1, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\}/2 \leq 1, \\
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\} \leq 1, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\}/2 \leq 1
\end{aligned}$$

elde edilir. Böylece,

$$\begin{aligned}
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\} \leq \\
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\}, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\}/2 \leq \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\}/2
\end{aligned}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\begin{aligned}
& \frac{\min\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (I_1 - I_2)|/3\}/2\} + 1} \leq \\
& \frac{\min\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (I_1 - I_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (I_1 - I_3)|/3\}/2\} + 1} \quad (2.4.3.11)
\end{aligned}$$

olur. Ek olarak,

$$\begin{aligned}
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3\} \leq 1, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3\}/2 \leq 1, \\
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (F_1 - F_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (F_1 - F_3)|/3\} \leq 1, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (F_1 - F_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (F_1 - F_3)|/3\}/2 \leq 1.
\end{aligned}$$

olur. Böylece,

$$\begin{aligned}
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3\} \leq \\
& \min\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (F_1 - F_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (F_1 - F_3)|/3\}, \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_2)^2 + (F_1 - F_2)^2}, |2(T_1 - T_2) - (F_1 - F_2)|/3\}/2 \leq \\
& \max\{\sqrt{3(T_1 - T_3)^2 + (F_1 - F_3)^2}, |2(T_1 - T_3) - (F_1 - F_3)|/3\}/2
\end{aligned}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} \leq \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}/2\}+1} \quad (2.4.3.12)$$

olur. Ayrıca,

$$\begin{aligned} \min\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, \frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\} &\leq 1, \\ \frac{\max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, \frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\}}{2} &\leq 1, \\ \min\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\} &\leq 1, \\ \frac{\max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}}{2} &\leq 1 \end{aligned}$$

olduğundan,

$$\begin{aligned} \min\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, \frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\} &\leq \\ \min\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}, & \\ \frac{\max\left\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, \frac{|3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|}{5}\right\}}{2} &\leq \\ \frac{\max\left\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\right\}}{2} & \end{aligned}$$

olur. Bundan dolayı,

$$\begin{aligned} \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2+(I_1-I_2)^2+(F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1} &\leq \\ \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|/5\}/2\}+1} & \end{aligned} \quad (2.4.3.13)$$

elde edilir. Sonuç olarak (2.4.3.11), (2.4.3.12) ve (2.4.3.13) den dolayı

$$\begin{aligned} S_N(A_1, A_3) &= 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(I_1-I_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(I_1-I_3)|/3\}/2\}+1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_3)^2+(F_1-F_3)^2}, |2(T_1-T_3)-(F_1-F_3)|/3\}/2\}+1} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2 + (I_1-I_3)^2 + (F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_3)^2 + (I_1-I_3)^2 + (F_1-F_3)^2}, \frac{|3(T_1-T_3)-(I_1-I_3)-(F_1-F_3)|}{5}\}/2\}+1} \\
& \leq 1 - (2/3) \left[\frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(I_1-I_2)|/3\}/2\}+1} \right. \\
& + \frac{\min\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}}{\{\max\{\sqrt{3(T_1-T_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |2(T_1-T_2)-(F_1-F_2)|/3\}/2\}+1} \\
& + \left. \frac{\min\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}}{\{\max\{\sqrt{2(T_1-T_2)^2 + (I_1-I_2)^2 + (F_1-F_2)^2}, |3(T_1-T_2)-(I_1-I_2)-(F_1-F_2)|/5\}/2\}+1} \right] \\
& = S_N(A_1, A_2)
\end{aligned}$$

elde edilir.

2.4.4 Talcott Parsons Teorisinin Nötrosofik Modellemesi İçin Karar Verme Uygulamaları

Bu kısımda, Tanım 2.4.3.1 deki benzerlik ölçüsünden yararlanarak Parsons'ın büyük eylem teorisinde ideal topluma yakın toplumları bulmamızı sağlayan uygulamalar için bir algoritmaya yer verildi [42].

2.4.4.1 Algoritma

1. Adım: Hangi toplumların ideal topluma daha yakın olduğunu bulmak için dikkate alınması gereken kriterler belirlenir. Kriterlerin kümesi $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ olsun.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri belirlenir. Kriterlerin ağırlık değerlerinin kümesi $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ olsun. Yani,

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri a_1

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri a_2

.

.

.

k_m kriterinin ağırlıklı değeri a_m

olur.

Ayrıca,

$$\sum_{i=1}^m a_i = 1 \text{ ve } a_1, a_2, \dots, a_m \in [0,1]$$

şeklindedir.

3. Adım: İdeal toplum değerlendirmesine alınacak her toplum, tek değerli nôtrosifik sayı olarak, sosyologlar tarafından değerlendirilmelidir. $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ toplumlar kümesi olsun. Toplumların tek değerli nôtrosifik kümeler olarak sembolik temsili:

$$t_1 = \{k_1: \langle T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_1(k_2)}, I_{t_1(k_2)}, F_{t_1(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)} \rangle; k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\},$$

$$t_2 = \{k_1: \langle T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_2(k_2)}, I_{t_2(k_2)}, F_{t_2(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)} \rangle; k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\},$$

.

.

.

$$t_n = \{k_1: \langle T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_n(k_2)}, I_{t_n(k_2)}, F_{t_n(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)} \rangle; k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}$$

şeklinde olur.

Burada, $k_1, k_2, \dots, k_m$ 1. Adımdaki kriterlerdir. Böylece, her toplum verilen kriterlere göre bir tek değerli nôtrosifik sayı olarak elde edilir.

4. Adım: Toplumların ideal topluma ne kadar yakın olduklarını belirlemek için hayali bir kusursuz (ideal) toplum belirlenir. Elde ettiğimiz benzerlik ölçüsü altında ideal toplum

$$I = \{k_1: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 1, 0, 0 \rangle, \dots, k_m: \langle 1, 0, 0 \rangle; k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}$$

şeklinde olmalıdır.

Böylece, her bir kritere göre %100 doğru, %0 belirsiz ve %0 yanlışlık içeren hayali bir toplumu elde edilir.

5. Adım: Adım 3 verilen tek değerli nôtrosifik küme olarak verilen toplumları kriterlere göre bir tabloda ifade ediyoruz. Böylece, Tablo 2.4.4.1.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.1.1 Toplumların kriter tablosu.

	k_1		k_2		k_3		k_4		k_m
t_1	$\langle T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_1(k_3)}, I_{t_1(k_3)}, F_{t_1(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)} \rangle$				
t_2	$\langle T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_2(k_3)}, I_{t_2(k_3)}, F_{t_2(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)} \rangle$				
.	.		.		.				
.	.	...	.	...	.				
.	.		.		.				
t_n	$\langle T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_n(k_3)}, I_{t_n(k_3)}, F_{t_n(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)} \rangle$				

6. Adım: Her toplum için verilen kriter değerinin ayrı ayrı Adım 4 teki ideal toplum I'nın her kriter değerine benzerliğini Tanım 2.4.3.1 deki benzerlik ölçüsüyle hesaplanır. Böylece, Tablo 2.4.4.1.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.1.2 Her sosyal kriterin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$S_N(I_{k_1}, t_{1k_1})$	...	$S_N(I_{k_3}, t_{1k_3})$	...	$S_N(I_{k_m}, t_{1k_m})$
t_2	$S_N(I_{k_1}, t_{2k_1})$	...	$S_N(I_{k_3}, t_{2k_3})$	...	$S_N(I_{k_m}, t_{2k_m})$
.	.		.	...	.
.	.	...	.	.	.
.	.		.	.	.
t_n	$S_N(I_{k_1}, t_{nk_1})$		$S_N(I_{k_3}, t_{nk_3})$	...	$S_N(I_{k_m}, t_{nk_m})$

7. Adım: Bu adımda, ağırlıklı benzerlik tablosu elde edeceğiz (Tablo 2.4.4.1.3)

Tablo 2.4.4.1.3 Her sosyal kriter için ideal toplum kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	$a_1 k_1$	$a_2 k_2$	$a_3 k_3$	$a_4 k_4$	$a_m k_m$
t_1	$a_1 S_N(I_{k_1}, t_{1k_1})$	...	$a_3 S_N(I_{k_3}, t_{1k_3})$	...	$a_m S_N(I_{k_m}, t_{1k_m})$
t_2	$a_1 S_N(I_{k_1}, t_{2k_1})$	...	$a_3 S_N(I_{k_3}, t_{2k_3})$	...	$a_m S_N(I_{k_m}, t_{2k_m})$
.	.		.	...	.
.	.	...	.	.	.
.	.		.	.	.
t_n	$a_1 S_N(I_{k_1}, t_{nk_1})$		$a_3 S_N(I_{k_3}, t_{nk_3})$	...	$a_m S_N(I_{k_m}, t_{nk_m})$

8. Adım: Bu son adımda, $S_{Nm}(t_m, I) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot S_N(I_{k_i}, t_{mk_i})$ eşitliği uygulayarak bir benzerlik değer tablosu elde edilir (Tablo 2.4.4.1.4).

Tablo 2.4.4.1.4 Toplamların ideal topluma benzerlik tablosu.

	Benzerlik değeri
t_1	$S_{N1}(t_1, I)$
t_2	$S_{N2}(t_2, I)$
.	.
.	.
.	.
t_n	$S_{Nn}(t_n, I)$

2.4.4.2 Parsons Teorisinin Nötrosifik Modellemesinde İdeal Toplum Belirleme Uygulaması

Bu kısımda 2.4.4.1 Algoritmadaki adımları kullanarak, 4 toplumun Parsons teorisindeki ideal topluma ne kadar yakın olduğunu belirlendi [42].

1. Adım: Parsons teorisinde ideal bir toplum kriterleri [42]

k_1 = duygusal tarafsızlığa karşı duygusallık

k_2 = kolektif yönelim karşı bireysel yönelim

k_3 = özgüllüğe karşı evrensellik

k_4 = performansa karşı nitelik

k_5 = yaygınlığa karşı belirlilik

şeklindedir.

2. Adım: Bu örnekte, ağırlık değerlerini,

$$w_1 = w_2 = \dots = w_5 = 0.2$$

olacak şekilde alacağız.

3. Adım: Toplamların kümesi $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ olsun. Toplamların sosyologlar tarafından Adım 1'deki kriterlere göre değerlendirilmesiyle tek değerli nôtrosifik kümelerin aşağıdaki gibi olduğunu kabul edelim.

$$\begin{aligned} t_1 &= \{k_1: \langle 0.6, 0.2, 0.1 \rangle, k_2: \langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle, k_3: \langle 0.4, 0.1, 0.2 \rangle, k_4: \langle 0.8, 0.1, 0 \rangle, k_5: \langle 0.5, 0.1, 0.2 \rangle\} \\ t_2 &= \{k_1: \langle 0.5, 0.2, 0.3 \rangle, k_2: \langle 0.6, 0.1, 0.3 \rangle, k_3: \langle 0.8, 0.1, 0.2 \rangle, k_4: \langle 0.4, 0.1, 0.4 \rangle, k_5: \langle 0.9, 0, 0.1 \rangle\} \\ t_3 &= \{k_1: \langle 0.5, 0.2, 0.1 \rangle, k_2: \langle 0.8, 0.1, 0.1 \rangle, k_3: \langle 0.8, 0.1, 0 \rangle, k_4: \langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle, k_5: \langle 0.7, 0.2, 0.3 \rangle\} \\ t_4 &= \{k_1: \langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle, k_2: \langle 0.6, 0.2, 0.2 \rangle, k_3: \langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle, k_4: \langle 0.7, 0.1, 0.2 \rangle, k_5: \langle 0.8, 0.1, 0.1 \rangle\} \end{aligned}$$

4. Adım: Toplamları karşılaştırdığımız hayali mükemmel (ideal) toplamlar

$$I = \{k_1: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_3: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_4: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_5: \langle 1, 0, 0 \rangle\}$$

olsun.

5. Adım: 3. Adımdaki tek değerli nôtrosifik küme olarak verilen toplamlar Tablo 2.4.4.2.1 de gösterilir.

Tablo 2.4.4.2.1 Toplumların kriterler tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
t_1	<0.6, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.4, 0.1, 0.2>	<0.8, 0.1, 0>	<0.5, 0.1, 0.2>
t_2	<0.5, 0.2, 0.3>	<0.6, 0.1, 0.3>	<0.8, 0.1, 0.2>	<0.4, 0.1, 0.4>	<0.9, 0, 0.1>
t_3	<0.5, 0.2, 0.1>	<0.8, 0.1, 0.1>	<0.8, 0.1, 0>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.2, 0.3>
t_4	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.6, 0.2, 0.2>	<0.7, 0.2, 0.1>	<0.7, 0.1, 0.2>	<0.8, 0.1, 0.1>

6. Adım: Tanım 2.4.3.1 de tanımlanan benzerlik ölçüsünü kullanarak, toplumların kriterlerinin ideal toplum kriterlerine benzerliğini veren Tablo 2.4.4.2.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.2 Toplum kriterlerinin ideal toplum kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
t_1	0.5351	0.6088	0.4121	0.7489	0.4700
t_2	0.4263	0.5132	0.6930	0.3734	0.8494
t_3	0.4700	0.7196	0.7489	0.6088	0.5610
t_4	0.6088	0.5112	0.6088	0.6088	0.7196

7. Adım: Bu örnekte, her ölçütün ağırlıklı değerini eşit olarak aldığımız için Tablo 2.4.4.2.2 de herhangi bir değişiklik yapmaya gerek yoktur.

8. Adım: Bu adımda, toplumların ideal toplumla benzerlik değerlerini veren Tablo 2.4.4.2.3 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.3.Toplumların ideal toplumla benzerlik değeri tablosu.

	Benzerlik Değeri
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 2.7749$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 2.8553$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 3.1083$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 3.0572$

Her kriterin ağırlık değeri eşit olduğundan Tablo 2.4.4.2.3 deki değerleri 5 e bölerek benzerlik değerleri $[0, 1]$ aralığına düşürülür ve Tablo 2.4.4.2.4 elde edilir.

Tablo 2.4.4.2.4 Toplamların ideal topluma ağırlıklı benzerlik oranları

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.5549$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.5710$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.6216$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.6114$

Böylece, Tablo 2.4.4.2.4 de her toplumun mükemmel toplumla benzerlik değeri elde edilir. Değerlendirmenin sonucunda ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_3, t_4, t_2 ve t_1 olarak elde edilir.

2.4.4.3 Uygulamanın Hassasiyet Analizi

Bu kısımda 2.4.4.2 Uygulaması için hassasiyet analizi verildi [42].

2.4.4.2 Uygulamada kriterlerin ağırlık değerleri

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri $a_1 = 0.2$

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri $a_2 = 0.2$

k_3 kriterinin ağırlıklı değeri $a_3 = 0.2$

k_4 kriterinin ağırlıklı değeri $a_4 = 0.2$

k_5 kriterinin ağırlıklı değeri $a_5 = 0.2$

şeklinde alındı ve ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_3, t_4, t_2, t_1 olarak elde edildi.

a) $A = \{a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_3, t_4, t_2 ve t_1 olarak Tablo 2.4.4.3.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.1 $A = \{a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.55235$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.57975$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.64662$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.60168$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir.

b) $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1, a_5 = 0.2\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla **t_3, t_4, t_2 ve t_1** olarak Tablo 2.4.4.3.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.2 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.1, a_5 = 0.2\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.5213$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.60302$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.63567$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.61144$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir.

c) $A = \{a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla **t_4, t_3, t_2 ve t_1** olarak Tablo 2.4.4.3.3 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3 $A = \{a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$

olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.54761$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.56237$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.5967$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.6212$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

d) $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.3, a_5 = 0.2\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_4, t_1, t_2 ve t_3 olarak Tablo 2.4.4.3.4 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.4 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.1, a_4 = 0.3, a_5 = 0.2\}$

olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.58866$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.5391$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.36379$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.61144$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuc elde edilir.

e) $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_3, t_4, t_1 ve t_2 olarak Tablo 2.4.4.3.5 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.5 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.58287$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.52346$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.62644$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.60036$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

f) $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3\}$ alınırsa, ideal topluma en yakın toplumlar sırasıyla t_4 , t_2 , t_3 ve t_1 olarak Tablo 2.4.4.3.6 elde edilir.

Tablo 2.4.4.3.6 $A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3\}$ olduğunda toplumların ideal topluma benzerlik oranı.

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_{N1}(t_1, I) = 0.52709$
t_2	$S_{N2}(t_2, I) = 0.61866$
t_3	$S_{N3}(t_3, I) = 0.61688$
t_4	$S_{N4}(t_4, I) = 0.62252$

Böylece 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

Şimdi a), b) c), d), e) ve f) deki sonuçları Tablo 2.4.4.3.7 de karşılaştıralım.

Tablo 2.4.4.3.7 Ağırlık değerlerine göre ideal toplum.

Sırasıyla İdeal Toplamlar	
$A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3\}$	t_3, t_4, t_1, t_2
$A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.3, a_5 = 0.1\}$	t_4, t_3, t_2, t_1
$A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.1, a_3 = 0.3, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$	t_3, t_4, t_2, t_1
$A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.3, a_3 = 0.1, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$	t_4, t_1, t_2, t_3
$A = \{a_1 = 0.3, a_2 = 0.1, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$	t_4, t_3, t_2, t_1
$A = \{a_1 = 0.1, a_2 = 0.3, a_3 = 0.2, a_4 = 0.2, a_5 = 0.2\}$	t_3, t_4, t_2, t_1

Tablo 2.4.4.3.7 de görüldüğü üzere,

$$A = \{a_1 = 0.2, a_2 = 0.2, a_3 = 0.2, a_4 = 0.1, a_5 = 0.3\}$$

alınırsa, 2.4.4.2 Uygulamadaki ile aynı sonuç elde edilir. Diğer durumlarda, 2.4.4.2 Uygulamadaki ile farklı sonuç elde edilir.

2.4.4.4 Karşılaştırma Yöntemleri

Bu kısımda 2.4.4.2 Uygulamadaki verilerden elde edilen sonuçları Tanım 2.3.7 da tanımlanan Hausdorff benzerlik ölçüsüyle [40] ve Tanım 2.3.8 de tanımlanan Hamming benzerlik ölçüsüyle [40] elde edilen sonuçlar karşılaştırıldı [42].

a) 2.4.4.2 Uygulama için Hausdorff benzerlik ölçüsü [40] kullanılırsa, sonuç olarak Tablo 2.4.4.4.1 elde edilir.

Tablo 2.4.4.4.1 Hausdorff ölçüsüne göre toplumların ideal topluma benzerlik değeri

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_h(t_1, I) = 0.6$
t_2	$S_h(t_2, I) = 0.64$
t_3	$S_h(t_3, I) = 0.7$
t_4	$S_h(t_4, I) = 0.7$

Böylece, Hausdorff benzerlik ölçüsüne göre ideal topluma en yakın toplum sırasıyla $t_3 = t_4, t_2$ ve t_1 olarak elde edilir.

b) 2.4.4.2 Uygulama için Hamming ölçüsü [40] kullanılırsa, sonuç olarak Tablo 2.4.4.4.2 elde edilir.

Tablo 2.4.4.4.2 Toplamların Hamming benzerlik ölçüsüne göre ideal topluma benzerlik değeri

Benzerlik Oranı	
t_1	$S_H(t_1, I) = 0.78$
t_2	$S_H(t_2, I) = 0.76$
t_3	$S_H(t_3, I) = 0.806667$
t_4	$S_H(t_4, I) = 0.8$

Böylece, Hamming benzerlik ölçüsüne göre mükemmel topluma en yakın toplum sırasıyla t_3 , t_4 , t_2 ve t_1 olarak elde edilir.

Sonuç olarak,

Tanım 2.4.3.2 deki benzerlik ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$t_3, t_4, t_2, t_1$$

olarak elde edilir.

Hausdorff ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$t_3 = t_4, t_2, t_1$$

olarak elde edilir.

Hamming ölçüsüne göre mükemmel toplum sırasıyla

$$t_3, t_4, t_1, t_2$$

olarak elde edilir.

2.5 Nötrosofik Üçlü Kümeler ve Bazı Nötrosofik Üçlü Yapılar

Bu kısımda Ali ve Smarandache [12], Ali ve ark. [13], Şahin ve Kargın [14], [43] çalışmalarının temel tanım ve özelliklerine yer verildi.

Tanım 2.5.1: [12] N herhangi bir küme ve $*$ bir ikili işlem olsun. N kümesi aşağıdaki şartları sağlıyorsa $(N, *)$ ikilisine bir nötrosofik üçlü küme denir.

i) Her $n \in N$ için,

$$n * \text{etkisiz}(n) = \text{etkisiz}(n) * n = n$$

olacak şekilde bir $\text{etkisiz}(n)$ elemanı vardır.

ii) Her $n \in N$ için,

$$n * \text{ters}(n) = \text{ters}(n) * n = \text{etkisiz}(n)$$

olacak şekilde bir $\text{ters}(n)$ elemanı vardır.

Ayrıca bir $n \in N$ nötrosofik üçlüsü $(n, \text{etkisiz}(n), \text{ters}(n))$ şeklinde gösterilir.

Burada, $\text{etkisiz}(n)$ klasik birim elemandan farklı olmalıdır.

Örnek 2.5.2: $N = \{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$ bir küme olsun. $(N, .)$ çarpma işlemi altında modül 10 $(\mathbb{Z}_{10}, .)$ göre bir nötrosofik üçlü kümedir. Buradaki nötrosofik üçlüler

$$(0, 0, 0), (2, 6, 8), (3, 3, 3), (4, 6, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6) \text{ ve } (8, 6, 2)$$

şeklindedir.

Tanım 2.5.3: [12] $(N, *)$ bir nötrosofik üçlü küme olsun. $(N, *)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa $(N, *)$ ikilisine nötrosofik üçlü grup denir.

i) Her $n, m \in N$ için $n * m \in N$ (kapalılık özelliği)

ii) Her $n, m, s \in N$ için $(n * m) * s = n * (m * s)$ (birleşme özelliği)

Örnek 2.5.4: Örnek 2.5.2 den $N = \{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$ olmak üzere $(N, \cdot)$ çarpma işlemi altında modül 10 $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$ göre bir nötrosifik üçlü kümedir. Aynı zamanda $(N, \cdot)$ bir nötrosifik üçlü gruptur.

Tanım 2.5.5: [13] $(F, *, \#)$ kümesi $*$ ve $\#$ işlemlerine göre bir nötrosifik üçlü küme olsun. $(F, *, \#)$ kümesi aşağıdaki şartları sağlarsa, $(F, *, \#)$ üçlüsüne bir nötrosifik üçlü cisim denir.

- i) $(F, *)$ bir değişmeli nötrosifik üçlü gruptur.
- ii) $(F, \#)$ bir nötrosifik üçlü gruptur.
- iii) Her $n, m, s \in F$ için $n\#(m*s) = (n\#m)*(n\#s)$ ve $(m*s)\#n = (m\#n)*(s\#n)$.

Tanım 2.5.6: [14] $(F, *_1, \#_1)$ bir nötrosifik üçlü cisim ve $(V, *_2, \#_2)$ kümesi $*_2, \#_2$ ikili işlemlerine göre bir nötrosifik üçlü küme olsun. Aşağıdaki şartları sağlarsa $(V, *_2, \#_2)$ üçlüsüne $(F, *_1, \#_1)$ nötrosifik üçlü cisim üzerine bir nötrosifik üçlü vektör uzayı denir.

Her $n, m, s \in V$ ve $\alpha, \beta \in F$ için,

- i) $n*_2m \in V$ ve $n\#_2\alpha \in V$;
- ii) $(n*_2m)*_2s = n*_2(m*_2s)$;
- iii) $n*_2m = m*_2n$;
- iv) $(m*_2n)\#_2\alpha = (m\#_2\alpha)*_2(n\#_2\alpha)$;
- v) $(\alpha*_1\beta)\#_2n = (\alpha\#_2n)*_1(\beta\#_2n)$;
- vi) $(\alpha\#_1\beta)\#_2m = \alpha\#_1(\beta\#_2m)$;
- vii) Her bir $m \in V$ için $m\#_2\text{etkisiz}(\alpha) = \text{etkisiz}(\alpha)\#_2m = m$ olacak şekilde en az bir $\alpha \in F$ vardır.

Ayrıca i), ii) ve iii) şartları $(V, *_2)$ nin bir değişmeli üçlü grup olduğunu gösterir.

Teorem 2.5.7: [14] $(N, *)$ bir nötrosifik üçlü grup olsun. Her $n \in N$ için,

$$n = \text{etkisiz}(n)$$

ise

$$\text{etkisiz}(n) = \text{ters}(n) = n$$

olacak şekilde en az bir $\text{ters}(n) \in N$ vardır.

Teorem 2.5.8: [14] $(N, *)$ bir n trosofik   l  grup olsun. Her $n \in N$ için, aşağıdaki şartlar sağlanır.

- i) $\text{etkisiz}(\text{etkisiz}(n)) = \text{etkisiz}(n)$
- ii) $\text{ters}(\text{etkisiz}(n)) = \text{etkisiz}(n)$
- iii) $\text{ters}(\text{ters}(n)) = n$
- iv) $\text{etkisiz}(\text{ters}(n)) = \text{etkisiz}(n)$

Tanım 2.5.9: [14] $(N, *)$ bir n trosofik   l  küme olsun. $d_{n }: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n }$ fonksiyonuna bir n trosofik   l  metrik denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

- a) $n * m \in N$;
- b) $n = m$ ise $d_{n }(n, m) = 0$;
- c) $d_{n }(n, m) = d_{n }(m, n)$;
- d) Herhangi bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n }(n, m) \leq d_{n }(n, m * \text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ elemanı var ise

$$d_{n }(n, m * \text{etkisiz}(s)) \leq d_{n }(m, s) + d_{n }(s, m).$$

Ayrıca $((N, *), d_{n })$ bir n trosofik   l  metrik uzaydır.

Tanım 2.5.10: [43] $(N, *)$ bir n trosofik   l  küme olsun. $d_{n v}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n v}$ fonksiyonuna bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş metrik denir.

Her $n, m, s_1, s_2, \dots, s_v \in N$ i in,

a) $n * m \in \mathbb{N}$;

b) $n = m$ ise $d_{n\bar{u}v}(n, m) = 0$;

c) $d_{n\bar{u}v}(n, m) = d_{n\bar{u}v}(m, n)$;

d)

$$d_{n\bar{u}v}(n, m) \leq d_{n\bar{u}v}(n, m * \text{etkisiz}(s_v)),$$

$$d_{n\bar{u}v}(n, s_2) \leq d_{n\bar{u}v}(n, s_2 * \text{etkisiz}(s_1)),$$

$$d_{n\bar{u}v}(u_1, s_3) \leq d_{n\bar{u}v}(s_1, s_3 * \text{etkisiz}(s_2)),$$

.

.

.

$$d_{n\bar{u}v}(s_{v-1}, m) \leq d_{n\bar{u}v}(s_{v-1}, m * \text{etkisiz}(s_v))$$

olacak şekilde $n, m, s_1, s_2, \dots, s_v \in \mathbb{N}$ elemanları var ise

$$\begin{aligned} d_{n\bar{u}v}(n, m * \text{etkisiz}(s_v)) &\leq d_{n\bar{u}v}(n, s_1) + d_{n\bar{u}v}(s_1, s_2) \\ &\quad + d_{n\bar{u}v}(s_2, s_3) + \dots + d_{n\bar{u}v}(s_{v-1}, s_v) + d_{n\bar{u}v}(s_v, m). \end{aligned}$$

Burada $n, m, s_1, s_2, \dots, s_v$ elemanları birbirinden farklıdır.

Ayrıca $((\mathbb{N}, *), d_{n\bar{u}v})$ bir nütrosifik üçlü v -genelleştirilmiş metrik uzaydır.

Tanım 2.5.11: [43] $((\mathbb{N}, *), d_{n\bar{u}v})$ bir nütrosifik üçlü v -genelleştirilmiş metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\bar{u}v}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nütrosifik üçlü v -genelleştirilmiş yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.5.12: [43]: $((N, *), d_{n\ddot{u}v})$ bir n trosofik      v-genelleştirilmiş metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}v}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir n trosofik      v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi denir.

Tanım 2.5.13: [43] $((N, *), d_{n\ddot{u}v})$ bir n trosofik      v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise $((N, *), d_{n\ddot{u}v})$ uzayına bir n trosofik      v-genelleştirilmiş tam uzay denir.

2.6 Nötrosofik      Kısmi Metrik Uzaylar

Bu kısımda  ahin ve ark. [15] çalışmasındaki n trosofik      kısmi metriklerle ilgili temel tanım ve özelliklere yer verildi.

Tanım 2.6.1: [15] $(N, *)$ bir n trosofik      küme olsun. $d_{n\ddot{u}k}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n\ddot{u}k}$ fonksiyonuna bir n trosofik      kısmi metrik denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

i) $x * y \in N$;

ii) $d_{n\ddot{u}k}(n, n) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m)$

iii) $d_{n\ddot{u}k}(n, n) = d_{n\ddot{u}k}(n, m) = d_{n\ddot{u}k}(m, m) = 0$ ise $n = m$.

iv) $d_{n\ddot{u}k}(n, m) = d_{n\ddot{u}k}(m, n)$

v) Herhangi bir $n, s \in N$ eleman çifti için $d_{n\ddot{u}k}(n, s) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, s * \text{etkisiz}(m))$

olacak şekilde en az bir $m \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}k}(n, s * \text{etkisiz}(m)) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m) + d_{n\ddot{u}k}(m, s) - d_{n\ddot{u}k}(s, s).$$

Ayrıca, $((N, *), d_{nük})$ bir nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Örnek 2.6.2: [15] $A = \{a, b, c\}$ bir küme ve $P(A)$, A kümesinin kuvvet kümesi olsun. $\cup$ bilinen birleşim işlemi olmak üzere $X \cup X = X$ dir. Bundan dolayı, $(P(A) \setminus \emptyset, \cup)$ bir nütrosifik üçlü kümedir. Burada, her $X \in P(A) \setminus \emptyset$ için

$$\text{etkisiz}(X) = X \text{ ve } \text{ters}(X) = X$$

olur.

Şimdi, her $X, Y \in P(A) \setminus \emptyset$ için, $d_{nük}(X, Y) = \max\{s(X), s(Y)\}$ olacak şekilde

$$d_{nük}: P(A) \setminus \emptyset \times P(A) \setminus \emptyset \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunun bir nütrosifik üçlü kısmi metrik olduğunu gösterelim. Burada $s(X)$, X kümesinin eleman sayısıdır.

i) her $X, Y \in P(A) \setminus \emptyset$ için, $X \cup Y \in P(A)$.

ii) $s(X) \geq s(Y)$ olsun. Bundan dolayı,

$$d_{nük}(X, Y) = \max\{s(X), s(Y)\} = s(X) = d_{nük}(X, X)$$

olur. Böylece,

$$0 \leq d_{nük}(X, X) \leq d_{nük}(X, Y)$$

olur.

$s(X) < s(Y)$ olsun. Bundan dolayı,

$$d_{nük}(X, Y) = \max\{s(X), s(Y)\} = s(Y) > d_{nük}(X, X)$$

olur. Böylece,

$$0 \leq d_{nük}(X, X) \leq d_{nük}(X, Y)$$

olduğu elde edilir.

iii) $d_{nük}(X, X) = d_{nük}(X, Y) = d_{nük}(Y, Y) = 0$ ise $X = Y = \emptyset$.

iv) $d_{nük}(X, Y) = \max\{s(X), s(Y)\} = \max\{s(Y), s(X)\} = d_{nük}(Y, X)$

v) $Z \subset Y \in P(A) \setminus \emptyset$ için $d_{nük}(X, Y) = d_{nük}(X, Y \cup Z)$ olur. Bundan dolayı,

$s(X) \geq s(Y) \geq s(Z)$ ise

$\max\{s(X), s(Y)\} \leq \max\{s(X), s(Z)\} + \max\{s(Z), s(Y)\} - \max\{s(Z), s(Z)\}$ olur.

$s(Y) \geq s(X) \geq s(Z)$ ise

$\max\{s(X), s(Y)\} \leq \max\{s(X), s(Z)\} + \max\{s(Z), s(Y)\} - \max\{s(Z), s(Z)\}$ olur.

$s(Y) \geq s(Z) \geq s(X)$ ise

$\max\{s(X), s(Y)\} \leq \max\{s(X), s(Z)\} + \max\{s(Z), s(Y)\} - \max\{s(Z), s(Z)\}$ olur.

Bundan dolayı,

$$d_{nük}(X, Y \cup Z) \leq d_{nük}(X, Z) + d_{nük}(Z, Y) - d_{nük}(Z, Z)$$

elde edilir.

Yani, $((P(A) \setminus \emptyset, \cup), d_{nük})$ bir nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Sonuç 2.6.3: [15]

a) Nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.1.1 deki klasik metrikten $*$ ikili işlemi ve üçgen eşitsizliğinden dolayı farklıdır.

b) Nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.1.6 deki klasik kısmi metrikten $*$ ikili işlemi ve üçgen eşitsizliğinden dolayı farklıdır.

c) Nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaylarda $d_{nük}(s, s) > 0$ olabilme durumu olduğu için ve üçgen eşitsizliğinden dolayı nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaylar, Tanım 2.5.9 deki nütrosifik üçlü metrik uzaylardan farklıdır.

Teorem 2.6.4: [15] $A \neq \emptyset$; $P(A)$, A kümesinin kuvvet kümesi; $s(X)$, X kümesinin eleman sayısı ve $((P(A), *), d_{nük})$ bir nütrosifik üçlü metrik olsun.

$$s(Y * etkisiz(Z)) \leq s(Y)$$

olacak şekilde en az bir $Z \in P(A)$ varsa

$$d_{nük}(X, Y) = \frac{d_{nük}(X, Y) + s(X) + s(Y)}{2}$$

bir nütrosolik   l  kısmi metrik uzaydır.

İspat.

i) $d_{n k}(X, X) = 0$ olduğundan

$$d_{n k}(X, X) = \frac{d_{n }(X,X)+s(X)+s(X)}{2} = s(X) \leq \frac{d_{n }(X,Y)+s(X)+s(Y)}{2} = d_{n k}(X, Y)$$

olur.

Bundan dolayı, her $X, Y \in P(A)$ için,

$$d_{n k}(X, X) \leq d_{n k}(X, Y)$$

elde edilir.

ii) $d_{n k}(X, X) = d_{n k}(X, Y) = d_{n k}(Y, Y) = 0$ ise

$$\begin{aligned} \frac{d_{n }(X,X)+s(X)+s(X)}{2} &= \frac{d_{n }(X,Y)+s(X)+s(Y)}{2} \\ &= \frac{d_{n }(Y,Y)+s(Y)+s(Y)}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

ve

$$d_{n }(X, Y) + s(X) + s(Y) = 0$$

olur. Yani, $s(X) = 0$, $s(Y) = 0$ ve $d_{n }(X, Y) = 0$. Bundan dolayı,

$$X = Y = \emptyset.$$

iii) $d_{n k}(X, Y) = d_{n k}(Y, X)$ olduğundan

$$\begin{aligned} d_{n k}(X, Y) &= \frac{d_{n }(X,Y)+d_{n }(X)+d_{n }(Y)}{2} \\ &= \frac{d_{n }(Y,X)+d_{n }(Y)+d_{n }(X)}{2} \\ &= d_{n k}(Y, X) \end{aligned}$$

olur.

iv) En az bir $Z \in P(A)$ için,

$$s(Y * etkisiz(Z)) = s(Y),$$

$$d_{nük}(X, Y) \leq d_{nük}(X, Y * etkisiz(Z)),$$

$$d_{nü}(X, Y) \leq d_{nü}(X, Y * etkisiz(Z))$$

olsun. Bundan dolayı,

$$\frac{d_{nü}(X, Y) + s(X) + s(Y)}{2} \leq \frac{d_{nü}(X, Y \# etkisiz(Z)) + s(X) + s(Y \# etkisiz(Z))}{2} \quad (2.6.1)$$

ve $d_{nü}$ bir nütrosifik üçlü metrik olduğundan

$$d_{nü}(X, Y \# etkisiz(Z)) \leq d(X, Z) + d(X, Z) \quad (2.6.2)$$

olur. Ayrıca, (2.6.1) ve (2.6.2) den dolayı,

$$\begin{aligned} \frac{d_{nü}(X, Y) + s(X) + s(Y)}{2} &\leq \frac{d_{nü}(X, Y \# etkisiz(Z)) + s(X) + s(Y \# etkisiz(Z))}{2} \\ &\leq \frac{d_{nü}(X, Z) + d_{nü}(Z, Y) + s(X) + s(Y) + s(Z)}{2} \\ &= \frac{d_{nü}(X, Z) + s(X) + s(Z)}{2} + \frac{d_{nü}(Z, Y) + s(Z) + s(Y)}{2} - s(Z). \end{aligned}$$

Burada, $d_{nü}(Z, Z) = s(Z)$ olduğundan

$$d_{nü}(X, Y * etkisiz(Z)) \leq d_{nü}(X, Z) + d_{nü}(Z, Y) - d_{nü}(Z, Z)$$

olur.

Bundan dolayı, $((P(A), *), d_{nü})$ bir nütrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Teorem 2.6.5: [15] $(N, *)$ bir nütrosifik küme, $k \in \mathbb{R}^+$ ve $((N, *), d_{nü})$ bir nütrosifik üçlü metrik olsun. Her $n, m \in N$ için,

$$d_{nük}(n, m) = d_{nü}(n, m) + k$$

bir nütrosifik üçlü kısmi metriktir.

İspat.

i) $d_{n\ddot{u}k}(n, n) = 0$ olduğundan

$$0 \leq d_{n\ddot{u}k}(n, n) = d_{n\ddot{u}}(n, n) + k = k \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m) = d_{n\ddot{u}}(n, m) + k$$

olur. Yani,

$$0 \leq d_{n\ddot{u}k}(n, n) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m)$$

olduğunu elde ederiz.

ii) $k \in \mathbb{R}^+$ ve $d_{n\ddot{u}}(n, n) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}k}(n, n) = d_{n\ddot{u}k}(n, m) = d_{n\ddot{u}k}(m, m) = 0$$

olacak şekilde n ve m elemanları yoktur.

iii) $d_{n\ddot{u}}(n, m) = d_{n\ddot{u}}(m, n)$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}k}(n, m) = d_{n\ddot{u}}(n, m) + k = d_{n\ddot{u}}(m, n) + k = d_{n\ddot{u}k}(m, n)$$

olur.

iv) En az bir $s \in N$ için

$$d_{n\ddot{u}k}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m^* \text{ etkisiz}(s))$$

olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) + k \leq d_{n\ddot{u}}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) + k$$

olur. Böylece,

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \text{ olur.} \quad (2.6.3)$$

Ayrıca, $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosofik üçlü metrik olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \leq d_{n\ddot{u}}(n, s) + d_{n\ddot{u}}(s, m) \text{ olur.} \quad (2.6.4)$$

(2.6.3) ve (2.6.3) den dolayı,

$$d_{n\ddot{u}k}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, m^* \text{ etkisiz}(s))$$

$$\begin{aligned}
&= d_{n\ddot{u}}(n, m^*etkisiz(s)) + k \\
&\leq d_{n\ddot{u}}(n, s) + d_{n\ddot{u}}(s, m) + k \\
&= d_{n\ddot{u}k}(n, s) + d_{n\ddot{u}k}(s, m) - k
\end{aligned}$$

olur. Burada, $d_{n\ddot{u}k}(s, s) = k$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}k}(n, m^*etkisiz(s)) \leq d_{n\ddot{u}k}(n, s) + d_{n\ddot{u}k}(s, m) - d_{n\ddot{u}k}(s, s)$$

olur.

Bundan dolayı, $((N, *), d_{n\ddot{u}k})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Sonuç 2.6.6: [15] Teorem 2.6.5 den dolayı, her bir nötrosifik üçlü metrik ile bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay elde edilebilir.

Tanım 2.6.7: [15] $((N, *), d_{n\ddot{u}k})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}k}(x, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{n\ddot{u}k}(x, x)$$

olacak şekilde bir $x \in A$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosifik üçlü kısmi yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 2.6.8: [15] $((N, *), d_{n\ddot{u}k})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda en az bir $s \in \{x_n\}$ için

$$d_{n\ddot{u}k}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{n\ddot{u}k}(s, s)$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosifik üçlü kısmi Cauchy dizisi denir.

Teorem 2.6.9: [15] $((N, *), d_{n\ddot{u}k})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay, $\{x_n\}$ bu uzayda bir nötrosifik üçlü kısmi yakınsak dizi ve en az bir $s \in \{x_n\}$ için

$$d_{n\ddot{u}k}(\{x_m\}, \{x_n\}) \leq d_{n\ddot{u}k}(\{x_m\}, \{x_n\}^*etkisiz(s))$$

olsun. $\{x_n\}$, n trosofik   l  kısmi metrik uzayda bir n trosofik   l  kısmi Cauchy dizisidir.

İspat.

$\{x_n\}$ bu uzayda bir n trosofik   l  kısmi yakınsak dizi olduğundan her $n \geq M$ için

$$d_{n k}(s, \{x_n\}) < \varepsilon/2 + d_{n k}(s, s) \quad (2.6.5)$$

veya her $m \geq M$ için

$$d_{n k}(s, \{x_m\}) < \varepsilon/2 + d_{n k}(s, s). \quad (2.6.6)$$

En az bir $s \in N$ için,

$d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\}) \leq d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\} \text{ *etkisiz}(s))$ olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı her $n, m \geq M$ için; $((N, *), d_{n k})$ bir n trosofik   l  kısmi metrik uzay olduğundan

$$\begin{aligned} d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\}) &\leq d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\} \text{ *etkisiz}(s)) \\ &\leq d_{n k}(s, \{x_n\}) + d_{n k}(s, \{x_m\}) - d_{n k}(s, s). \end{aligned} \quad (2.6.7)$$

Böylece (2.6.5), (2.6.6) ve (2.6.7) den dolayı,

$$\begin{aligned} d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\}) &< \varepsilon/2 + d_{n k}(s, s) + \varepsilon/2 + d_{n k}(s, s) - d_{n k}(s, s) \\ &= \varepsilon + d_{n k}(s, s) \end{aligned}$$

olur. Bundan dolayı $\{x_n\}$ bir n trosofik   l  kısmi Cauchy dizisidir.

Tanım 2.6.10: [15] $((N, *), d_{n k})$ bir n trosofik   l  kısmi metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir n trosofik   l  kısmi Cauchy dizisi olsun. Her $\{x_n\}$ dizisi n trosofik   l  kısmi yakınsak ise $((N, *), d_{n k})$ uzayına n trosofik   l  kısmi tam uzay denir.

BÖLÜM III

MESLEKİ YETERLİLİKLERİ DEĞERLENDİREBİLMEK İÇİN NÖTROSOFİK KARAR VERME UYGULAMASI

Yapılan çalışmaların yer aldığı bu bölümde Şahin ve Kargın [5], [44] çalışmalarındaki tek değerli nütrosifik kümeler için yeni bir benzerlik ölçüsü, mesleki yeterlikleri değerlendirmek için yeni bir nütrosifik algoritma ve bu algoritmayla öğretmen yeterliliklerinin değerlendirildiği bir karar verme uygulaması verildi.

3.1 Tek Değerli Nütrosifik Sayılar İçin Yeni Bir Benzerlik Ölçüsü

Bu kısımda tek değerli nütrosifik sayılar için yeni bir benzerlik ölçüsüne [5] yer verildi.

Tanım 3.1.1: [5] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$ ve $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$ iki tek değerli nütrosifik sayı olsun. A_1 ve A_2 arasındaki benzerlik ölçüsünü

$$S_b(A_1, A_2) = 1 - \frac{2}{3} \left\{ \frac{\min\{|3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2)|, |F_1 - F_2|\}}{\max\{|3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2)|, |F_1 - F_2|\}/5 + 1} \right. \\ + \frac{\min\{|4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2)|, |I_1 - I_2|\}}{\max\{|4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2)|, |I_1 - I_2|\}/7 + 1} \\ \left. + \frac{\min\{|5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2)|, |T_1 - T_2|\}}{\max\{|5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2)|, |T_1 - T_2|\}/10 + 1} \right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Şimdi Tanım 3.1.1 de tanımlanan benzerlik ölçüsünün Özellik 2.3.6 şartları sağladığını gösterelim.

Teorem 3.1.2: [5] $A_1 = \langle T_1, I_1, F_1 \rangle$, $A_2 = \langle T_2, I_2, F_2 \rangle$, $A_3 = \langle T_3, I_3, F_3 \rangle$ üç tek değerli nütrosifik sayı ve S_b Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsü olsun. S_b aşağıdaki özellikleri sağlar.

i) $0 \leq S_b(A_1, A_2) \leq 1$;

ii) $S_b(A_1, A_2) = S_b(A_2, A_1)$;

iii) $S_b(A_1, A_2) = 1$ ancak ve ancak $A_1 \cong A_2$;

iv) $A_1 \cong A_2 \cong A_3$ ise $S_b(A_1, A_3) \leq S_b(A_2, A_3)$ olur.

İspat:

i) A_1 ve A_2 birer tek değerli nütrosifik sayı olduklarından,

$$\begin{aligned} \max\left\{\frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1}}\right\} &= 1/2, \\ \min\left\{\frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1}}\right\} &= 0, \\ \max\left\{\frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1}}\right\} &= 1/2, \\ \min\left\{\frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1}}\right\} &= 0 \\ \max\left\{\frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1}}\right\} &= 1/2, \\ \min\left\{\frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1}}\right\} &= 0 \end{aligned}$$

olur. Böylece,

$$\min\{S_b(A_1, A_2)\} = 1 - 2/3(1/2 + 1/2 + 1/2) = 1 - 1 = 0$$

$$\max\{S_b(A_1, A_2)\} = 1 - 2/3(0+0+0) = 1 - 0 = 1$$

olur. Bundan dolayı

$$0 \leq S_b(A_1, A_2) \leq 1$$

olur.

$$\begin{aligned} \text{ii) } S_b(A_1, A_2) &= 1 - 2/3 \cdot \left\{ \frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1}} \right. \\ &\quad + \frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1}} \\ &\quad \left. + \frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|-3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |(F_1-F_2)|\}}{\{\max\{|-3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |(F_1-F_2)|\}/5\}+1} + \right. \\
&\quad + \frac{\min\{|-4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |(I_1-I_2)|\}}{\{\max\{|-4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |(I_1-I_2)|\}/7\}+1} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{|-5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |(T_1-T_2)|\}}{\{\max\{|-5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |(T_1-T_2)|\}/10\}+1} \right\} \\
&= 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|3(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)|, |F_2-F_1|\}}{\{\max\{|3(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)|, |F_2-F_1|\}/5\}+1} + \right. \\
&\quad + \frac{\min\{|4(T_2-T_1)-3(I_2-I_1)|, |I_2-I_1|\}}{\{\max\{|4(T_2-T_1)-3(I_2-I_1)|, |I_2-I_1|\}/7\}+1} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{|5(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)-3(I_2-I_1)|, |T_2-T_1|\}}{\{\max\{|5(T_2-T_1)-2(F_2-F_1)-3(I_2-I_1)|, |T_2-T_1|\}/10\}+1} \right\} \\
&= S_b(A_2, A_1).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{iii)} \Rightarrow S_b(A_1, A_2) &= 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1} \right. \\
&\quad + \frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1} \right\} \\
&= 1
\end{aligned}$$

olsun. Böylece,

$$\begin{aligned}
&\left\{ \frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1} \right. \\
&\quad + \frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1} \\
&\quad + \left. \frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1} \right\} = 0
\end{aligned}$$

olur. Yani,

$$\begin{aligned}
\frac{\min\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1} &= 0, \\
\frac{\min\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_2)-3(I_1-I_2)|, |I_1-I_2|\}/7\}+1} &= 0, \\
\frac{\min\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)-3(I_1-I_2)|, |T_1-T_2|\}/10\}+1} &= 0
\end{aligned}$$

olmalıdır. Bundan dolayı,

$$\min\{|3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2)|, |F_1 - F_2|\} = 0,$$

$$\min\{|4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2)|, |I_1 - I_2|\} = 0,$$

$$\min\{|5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2)|, |T_1 - T_2|\} = 0$$

olur. Şimdi bu ifadeleri 0 yapabilecek tüm durumları ayrı ayrı yazalım.

$$\mathbf{a)} \quad 3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0 \quad (3.1.1)$$

$$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.2)$$

$$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.3)$$

olsun.

(3.1.1) den dolayı

$$3(T_1 - T_2) = 2(F_1 - F_2)$$

olur. Bundan dolayı (3.1.3) den

$$2(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0$$

elde edilir. Böylece (3.1.2) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (I_1 - I_2) = 0$$

ve

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{b)} \quad T_1 - T_2 = 0 \quad (3.1.4)$$

$$I_1 - I_2 = 0 \quad (3.1.5)$$

$$F_1 - F_2 = 0. \quad (3.1.6)$$

olsun.

Böylece, $T_1 = T_2, I_1 = I_2$ ve $F_1 = F_2$ olur. Tanım 2.3.3 den dolayı,

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{c)} \quad 3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0 \quad (3.1.7)$$

$$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.8)$$

$$(T_1 - T_2) = 0 \quad (3.1.9)$$

olsun. (3.1.9) ve (3.1.7) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) = 0$$

olur. Böylece, (3.1.8) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{d)} \quad 3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0, \quad (3.1.10)$$

$$(I_1 - I_2) = 0, \quad (3.1.11)$$

$$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.12)$$

olsun. (3.1.10), (3.1.11) ve (3.1.12) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) = (I_1 - I_2) = 0$$

olur. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{e)} \quad (F_1 - F_2) = 0 \quad (3.1.13)$$

$$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.14)$$

$$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.15)$$

olsun. (3.1.13), (3.1.14) ve (3.1.15) den dolayı

$$(T_1 - T_2) = (F_1 - F_2) = (I_1 - I_2) = 0$$

olur. Böylece,

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{f)} (F_1 - F_2) = 0, \quad (3.1.16)$$

$$(I_1 - I_2) = 0, \quad (3.1.17)$$

$$5(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.18)$$

olsun. (3.1.16) ve (3.1.1) den dolayı

$$I_1 - I_2 = F_1 - F_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.18) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{g)} (F_1 - F_2) = 0 \quad (3.1.19)$$

$$4(T_1 - T_2) - 3(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.20)$$

$$(T_1 - T_2) = 0 \quad (3.1.21)$$

olsun. (3.1.19) ve (3.1.21) den dolayı

$$F_1 - F_2 = T_1 - T_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.20) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

elde edilir. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$$\mathbf{h)} \ 3(T_1 - T_2) - 2(F_1 - F_2) = 0 \quad (3.1.22)$$

$$(I_1 - I_2) = 0 \quad (3.1.23)$$

$$(T_1 - T_2) = 0 \quad (3.1.24)$$

olsun. (3.1.23) ve (3.1.24) den dolayı

$$T_1 - T_2 = I_1 - I_2 = 0$$

olur. Bununla birlikte (3.1.22) den dolayı

$$T_1 = T_2, I_1 = I_2 \text{ ve } F_1 = F_2$$

olur. Tanım 2.3.3 den dolayı

$$A_1 \cong A_2.$$

$\Leftarrow$: $A_1 \cong A_2$ olsun. Böylece Tanım 2.3.3 den

$$T_1 = T_2, \quad I_1 = I_2, \quad F_1 = F_2$$

olur. Bundan dolayı

$$\begin{aligned} S_b(A_1, A_2) &= 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|3(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)|, |F_1-F_1|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_2)-2(F_1-F_2)|, |F_1-F_2|\}/5\}+1}} \right. \\ &\quad + \frac{\min\{|4(T_1-T_1)-3(I_1-I_1)|, |I_1-I_1|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_1)-3(I_1-I_1)|, |I_1-I_1|\}/7\}+1}} \\ &\quad \left. + \frac{\min\{|5(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)-3(I_1-I_1)|, |T_1-T_1|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_1)-2(F_1-F_1)-3(I_1-I_1)|, |T_1-T_1|\}/10\}+1}} \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

olur.

iv) Varsayalım ki $A_1 \hat{=} A_2 \hat{=} A_3$ olsun. Tanım 2.3.3 ve Tanım 2.3.4 den dolayı

$$T_1 \leq T_2 \leq T_3, \quad I_1 \geq I_2 \geq I_3, \quad F_1 \geq F_2 \geq F_3$$

olur. Böylece

$$\begin{aligned} \min\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\} &\leq 1, \\ \{\max\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\}/5\} &\leq 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\} &\leq 1, \\ \{\max\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\}/5\} &\leq 1 \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \min\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\} &\geq \\ \min\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\}, \\ \{\max\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\}/5\} &\geq \\ \{\max\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\}/5\}, \end{aligned}$$

olduğundan

$$\begin{aligned} \frac{\min\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\}}{\{\max\{|3(T_1 - T_3) - 2(F_1 - F_3)|, |F_1 - F_3|\}/5\} + 1} &\geq \\ \frac{\min\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\}}{\{\max\{|3(T_2 - T_3) - 2(F_2 - F_3)|, |F_2 - F_3|\}/5\} + 1} & \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

olur. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned} \min\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\} &\leq 1, \\ \{\max\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\}/7\} &\leq 1, \\ \min\{|4(T_2 - T_3) - 3(I_2 - I_3)|, |I_2 - I_3|\} &\leq 1, \\ \{\max\{|4(T_2 - T_3) - 3(I_2 - I_3)|, |I_2 - I_3|\}/7\} &\leq 1 \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \min\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\} &\geq \\ \min\{|4(T_2 - T_3) - 3(I_2 - I_3)|, |I_2 - I_3|\}, \\ \{\max\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\}/7\} &\geq \\ \max\{|4(T_2 - T_3) - 3(I_2 - I_3)|, |I_2 - I_3|\}/7\}, \end{aligned}$$

olduğundan

$$\frac{\min\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\}}{\{\max\{|4(T_1 - T_3) - 3(I_1 - I_3)|, |I_1 - I_3|\}/7\} + 1} \geq$$

$$\frac{\min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|, |I_2-I_3|\}}{\{\max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|, |I_2-I_3|\}/7\}+1} \quad (3.1.26)$$

olur. Benzer şekilde,

$$\begin{aligned} \min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\} &\leq 1, \\ \min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\} &\leq 1, \\ \{\max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}/10\} &\leq 1, \\ \{\max\{|45(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}/10\} &\leq 1, \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} \min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\} &\geq \\ \min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}, \\ \{\max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}/10\} &\geq \\ \{\max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}/10\} \end{aligned}$$

olduğundan aşağıdaki eşitsizlik elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}/10\}+1} &\geq \\ \frac{\min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}}{\{\max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}/10\}+1} \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

Böylece, (3.1.25), (3.1.26) ve (3.1.27) den dolayı,

$$\begin{aligned} S_b(A_1, A_3) &= 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|, |F_1-F_3|\}}{\{\max\{|3(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)|, |F_1-F_3|\}/5\}+1} \right. \\ &\quad + \frac{\min\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|, |I_1-I_3|\}}{\{\max\{|4(T_1-T_3)-3(I_1-I_3)|, |I_1-I_3|\}/7\}+1} \\ &\quad \left. + \frac{\min\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}}{\{\max\{|5(T_1-T_3)-2(F_1-F_3)-3(I_1-I_3)|, |T_1-T_3|\}/10\}+1} \right\} \\ &\leq 1-2/3. \left\{ \frac{\min\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|, |F_2-F_3|\}}{\{\max\{|3(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)|, |F_2-F_3|\}/5\}+1} \right. \\ &\quad + \frac{\min\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|, |I_2-I_3|\}}{\{\max\{|4(T_2-T_3)-3(I_2-I_3)|, |I_2-I_3|\}/7\}+1} \\ &\quad \left. + \frac{\min\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}}{\{\max\{|5(T_2-T_3)-2(F_2-F_3)-3(I_2-I_3)|, |T_2-T_3|\}/10\}+1} \right\} \end{aligned}$$

$$= S_b(A_2, A_3) \text{ olur.}$$

3.2 Mesleki Yeterlilikleri Değerlendirebilmek İçin Nötrosofik Karar Verme

Algoritması

Bu kısımda mesleki yeterlilikleri değerlendirebilmek için nötrosofik karar verme algoritması [5] verildi.

1. Adım: Mesleki yeterlilikleri belirlerken dikkate alınması gereken kriterler belirlenir. Kriterlerin kümesi $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ olsun.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri belirlenir. Kriterlerin ağırlık değerlerinin kümesi $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ olsun. Yani,

k_1 kriterinin ağırlıklı değeri a_1

k_2 kriterinin ağırlıklı değeri a_2

.

.

.

k_m kriterinin ağırlıklı değeri a_m

olur.

Ayrıca,

$$\sum_{i=1}^m a_i = 1 \text{ ve } a_1, a_2, \dots, a_m \in [0,1]$$

şeklindedir.

3. Adım: Mesleki yeterlilik değerlendirmesine alınacak her birey, tek değerli nötrosofik sayı olarak, jüri tarafından değerlendirilir.

$$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$$

bireylerin kümesi olsun. Bireylerin tek değerli nötrosofik kümeler olarak sembolik temsili:

$$\begin{aligned}
t_1 &= \{k_1: \langle T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_1(k_2)}, I_{t_1(k_2)}, F_{t_1(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)} \rangle; \\
&k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}, \\
t_2 &= \{k_1: \langle T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_2(k_2)}, I_{t_2(k_2)}, F_{t_2(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)} \rangle; \\
&k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}, \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
t_n &= \{k_1: \langle T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)} \rangle, k_2: \langle T_{t_n(k_2)}, I_{t_n(k_2)}, F_{t_n(k_2)} \rangle, \dots, k_m: \langle T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)} \rangle; \\
&k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}
\end{aligned}$$

şekildedir.

Burada, $k_1, k_2, \dots, k_m$ 1. Adımdaki kriterlerdir. Böylece, her birey verilen kriterlere göre bir tek değerli nütrosifik küme olarak elde edilir.

4. Adım: Bireyleri, mesleki yeterliliğe sahip olup olmadıklarını karşılaştırmak için hayali bir ideal birey

$$I = \{k_1: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 1, 0, 0 \rangle, \dots, k_m: \langle 1, 0, 0 \rangle; k_i \in K (i = 1, 2, \dots, m)\}$$

şeklinde tanımlanır.

Böylece, her bir kritere göre %100 doğru, %0 belirsiz ve %0 yanlışlık içeren hayali bir toplum elde edilir.

5. Adım: Adım 3 deki tek değerli nütrosifik küme olarak verilen bireyleri kriterlere göre bir tabloda ifade edelim. Böylece, Tablo 3.2.1 elde edilir.

Tablo 3.2.1 Bireylerin kriter tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$\langle T_{t_1(k_1)}, I_{t_1(k_1)}, F_{t_1(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_1(k_3)}, I_{t_1(k_3)}, F_{t_1(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_1(k_m)}, I_{t_1(k_m)}, F_{t_1(k_m)} \rangle$
t_2	$\langle T_{t_2(k_1)}, I_{t_2(k_1)}, F_{t_2(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_2(k_3)}, I_{t_2(k_3)}, F_{t_2(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_2(k_m)}, I_{t_2(k_m)}, F_{t_2(k_m)} \rangle$
·	·		·		·
·	·	...	·	...	·
·	·		·		·
t_n	$\langle T_{t_n(k_1)}, I_{t_n(k_1)}, F_{t_n(k_1)} \rangle$	...	$\langle T_{t_n(k_3)}, I_{t_n(k_3)}, F_{t_n(k_3)} \rangle$	...	$\langle T_{t_n(k_m)}, I_{t_n(k_m)}, F_{t_n(k_m)} \rangle$

6. Adım: Her birey için verilen kriter değerlerinin ayrı ayrı Adım 4 teki ideal birey I'nın her kriter değerine benzerliği Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsüyle hesaplanır. Böylece, Tablo 3.2.2 elde edilir.

Tablo 3.2.2 Her birey kriterinin ideal birey kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_m
t_1	$S_b(I_{k_1}, t_{1k_1})$	...	$S_b(I_{k_3}, t_{1k_3})$	...	$S_b(I_{k_m}, t_{1k_m})$
t_2	$S_b(I_{k_1}, t_{2k_1})$	...	$S_b(I_{k_3}, t_{2k_3})$	...	$S_b(I_{k_m}, t_{2k_m})$
...					
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
t_n	$S_b(I_{k_1}, t_{nk_1})$		$S_b(I_{k_3}, t_{nk_3})$	...	$S_b(I_{k_m}, t_{nk_m})$

7. Adım: Bu adımda, ağırlıklı benzerlik tablosu elde edilir. (Tablo 3.2.3).

Tablo 3.2.3 Her birey kriteri için ideal birey kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	$a_1 k_1$	$a_2 k_2$	$a_3 k_3$	$a_4 k_4$	$a_m k_m$
t_1	$a_1 S_b(I_{k_1}, t_{1k_1})$	...	$a_3 S_b(I_{k_3}, t_{1k_3})$	...	$a_m S_b(I_{k_m}, t_{1k_m})$
t_2	$a_1 S_b(I_{k_1}, t_{2k_1})$	...	$a_3 S_b(I_{k_3}, t_{2k_3})$	...	$a_m S_b(I_{k_m}, t_{2k_m})$
...					
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
t_n	$a_1 S_b(I_{k_1}, t_{nk_1})$		$a_3 S_b(I_{k_3}, t_{nk_3})$	...	$a_m S_b(I_{k_m}, t_{nk_m})$

8. Adım: Bu son adımda, $S_{bm}(t_m, I) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot S_b(I_{k_i}, t_{m_{k_i}})$ eşitliği uygulayarak bir benzerlik değer tablosu elde edilir (Tablo 3.2.4).

Tablo 3.2.4 Bireylerin ideal bireye benzerlik tablosu.

Benzerlik değeri	
t_1	$S_{b1}(t_1, I)$
t_2	$S_{b2}(t_2, I)$
.	.
.	.
.	.
t_n	$S_{bn}(t_n, I)$

3.3 Öğretmenlerin Mesleki Yeterliliklerini Belirleme Uygulaması

Bu kısımda 3.2 Algoritma kullanılarak öğretmenlerin mesleki yeterliliklerini belirleme uygulaması [44] verildi.

Şimdi 3.2 Algoritmadaki adımları kullanarak 4 öğretmenin yeterliliklerini değerlendirelim.

1. Adım: Öğretmen yeterlilik değerlendirmesinde göz önüne alınacak kriterlerin kümesi $K = \{k_1, k_2, k_3\}$ ve

k_1 = sınıf içi hâkimiyet

k_2 = ders anlatım

k_3 = alan bilgisi

olarak belirlenir.

2. Adım: Kriterlerin ağırlık değerleri ise

k_1 kriterinin ağırlık değeri 0.2

k_2 kriterinin ağırlık değeri 0.3

k_3 kriterinin ağırlık değeri 0.5

olarak belirlenir. Ayrıca, bu uygulamadaki kriterlere uygun jüri değerlendirme formu Tablo 3.3.1' de verilmiştir.

Tablo 3.3.1 Jüri değerlendirme Formu

Jüri Değerlendirme Formu				
Öğretmenin Adı ve Soyadı:		Tarih:		
Çalıştığı Kurum:				
Kriterler ve Kriterlere Göre Alınan Değerler				
1. Kriter :	Alan Bilgisi	Doğruluk Değeri	Belirsizlik Değeri	Yanlışlık Değeri
2. Kriter :	Ders Anlatma	Doğruluk Değeri	Belirsizlik Değeri	Yanlışlık Değeri
3. Kriter :	Sınıf İçi Hakimiyet	Doğruluk Değeri	Belirsizlik Değeri	Yanlışlık Değeri
Jürinin Adı ve Soyadı İmza				
Not: Doğruluk değeri, belirsizlik değeri ve yanlışlık değeri [0, 1] değer aralığında olacaktır. Ayrıca bu form tek değerli nütrosifik sayılara göre hazırlanmış bir formdur.				

3. Adım: Öğretmenlerin kümesi $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ olsun. Öğretmenlerin jüriler tarafından 1. Adımdaki kriterlere göre değerlendirilip tek değerli nütrosifik küme olarak yazılışını

$$t_1 = \{k_1: \langle 0.4, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 0.6, 0.3, 0.2 \rangle, k_3: \langle 0.7, 0.2, 0.3 \rangle\}$$

$$t_2 = \{k_1: \langle 0.5, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 0.5, 0.3, 0.4 \rangle, k_3: \langle 0.7, 0.4, 0.2 \rangle\}$$

$$t_3 = \{k_1: \langle 0.3, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle, k_3: \langle 0.8, 0.2, 0.2 \rangle\}$$

$$t_4 = \{k_1: \langle 0.5, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 0.7, 0.2, 0.3 \rangle, k_3: \langle 0.6, 0.3, 0.3 \rangle\}$$

şeklinde kabul edilsin.

4. Adım: Öğretmenleri kıyaslayacağımız hayali ideal öğretmen

$$I = \{k_1: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_2: \langle 1, 0, 0 \rangle, k_3: \langle 1, 0, 0 \rangle\}$$

olsun.

5. Adım: 3. Adımdaki tek değerli nütrosifik küme olarak verilen öğretmen kriterleri Tablo 3.3.2 de verilir.

Tablo 3.3.2 Öğretmenlerin kriterler tablosu.

	k_1	k_2	k_3
t_1	$\langle 0.4, 0, 0 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3, 0.2 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2, 0.3 \rangle$
t_2	$\langle 0.5, 0, 0 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3, 0.4 \rangle$	$\langle 0.7, 0.4, 0.2 \rangle$
t_3	$\langle 0.3, 0, 0 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2, 0.1 \rangle$	$\langle 0.8, 0.2, 0.2 \rangle$
t_4	$\langle 0.5, 0, 0 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3, 0.3 \rangle$

6. Adım: Tanım 3.1.1 deki benzerlik ölçüsünü kullanarak öğretmen kriterlerinin ideal öğretmenin kriterlerine benzerlik tablosu Tablo 3.3.3 elde edilir.

Tablo 3.3.3 Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine benzerlik tablosu.

	k_1	k_2	k_3
t_1	0.6923	0.5511	0.6281
t_2	0.7333	0.4411	0.5429
t_3	0.6543	0.6766	0.6666
t_4	0.7333	0.5826	0.5080

7. Adım: Tablo 3.3.3 deki kriterlerin benzerlik değerleriyle 2. Adımdaki kriterlerin ağırlık değerleri çarparak ağırlıklı benzerlik tablosu Tablo 3.3.4 elde edilir.

Tablo 3.3.4 Öğretmen kriterlerinin ideal öğretmen kriterlerine ağırlıklı benzerlik tablosu.

	$0.2k_1$	$0.3k_2$	$0.5k_3$
t_1	0.1384	0.1653	0.3140
t_2	0.1466	0.1323	0.2714
t_3	0.1308	0.2029	0.3333
t_4	0.1466	0.1747	0.2540

8. Adım: Bu son adımda Tablo 3.3.4 deki her bir öğretmen için elde edilen ağırlıklı benzerlik değerleri toplanarak her bir öğretmenin ideal öğretmene benzerlik değerleri Tablo 3.3.5 de elde edilir.

Tablo 3.3.5 Öğretmenlerin ideal öğretmene benzerlik değer tablosu.

	Benzerlik Değeri
t_1	$S_{b1}(t_1, I) = 0.6177$
t_2	$S_{b2}(t_2, I) = 0.5503$
t_3	$S_{b3}(t_3, I) = 0.6670$
t_4	$S_{b4}(t_4, I) = 0.5703$

Ayrıca Tablo 3.3.5 de her bir öğretmenin mesleki yeterlilik değerlendirme sonucu verildi. Böylece mesleki yeterliliği iyi olan öğretmenler sırasıyla

t_3, t_1, t_4 ve t_2

olur.

BÖLÜM IV

BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ METRİK UZAYLAR

Yine yapılan çalışmaların yer aldığı bu bölümde Şahin ve Kargın [14], [45], [46] çalışmalarında elde edilen bazı nütrosolik üçlü metrik uzaylar ve özellikleri verildi.

4.1 Nütrosolik Üçlü Metrik Uzaylar

Tanım 4.1.1: [14] $(N,*)$ bir nütrosolik üçlü küme olsun. $d_{n\ddot{u}}:N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n\ddot{u}}$ fonksiyonuna bir nütrosolik üçlü metrik denir.

Her $n, m, s \in N$ için,

- i) $n*m \in N$;
- ii) $n = m$ ise $d_{n\ddot{u}}(n, m) = 0$;
- iii) $d_{n\ddot{u}}(n, m) = d_{n\ddot{u}}(m, n)$;
- iv) Herhangi bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}}(n, m*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ elemanı varsa

$$d_{n\ddot{u}}(n, m*etkisiz(s)) \leq d_{n\ddot{u}}(m, s) + d_{n\ddot{u}}(s, m).$$

Ayrıca $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nütrosolik üçlü metrik uzaydır.

Sonuç 4.1.2: [14] Tanım 4.1.1 den dolayı nütrosolik üçlü metrik uzaylar Tanım 2.1.1 de tanımlanan klasik metrik uzaylardan farklıdır. Çünkü klasik metrikte

herhangi bir $*$ ikili işlemi yoktur. Ayrıca klasik metrikteki üçgen eşitsizliği ile Tanım 4.1.1 deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Örnek 4.1.3: Örnek 2.6.2 de olduğu gibi $A = \{0, 2, 3\}$ bir küme, $P(A)$ kümesi A kümesinin kuvvet kümesi ve $s(A)$ A kümesinin eleman sayısı olsun. Her $X \in P(A)$ için

$$X \cup X = X$$

olduğundan

$$\text{etkisiz}(X) = X \text{ ve } \text{ters}(X) = X$$

alınır. Böylece $(P(A) \setminus \emptyset, \cup)$ bir nütrosifik üçlü kümedir.

Şimdi

$$d_{n\ddot{u}}: P(A) \setminus \emptyset \times P(A) \setminus \emptyset \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) = |s(X) - s(Y)|$$

olacak şekilde tanımlayalım. $d_{n\ddot{u}}$ fonksiyonunun bir nütrosifik üçlü metrik olduğunu gösterelim.

i) Her $X, Y \in P(A) \setminus \emptyset$ için $X \cup Y \in P(A) \setminus \emptyset$ olduğu açıktır.

ii) $s(X)$, X kümesinin eleman sayısı olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) = |s(X) - s(Y)| \geq 0$$

olduğu elde edilir.

iii) $X = Y$ ise

$$d_N(X, Y) = |s(X) - s(Y)| = |s(X) - s(Y)| = 0$$

olur.

iv) $X, Y, Z \in P(A) \setminus \emptyset$ için $Z \subset Y$ olsun. Buradan

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y) \leq d_{n\ddot{u}}(X, Y \cup Z)$$

olduğu açıktır. Ayrıca

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y \cup Z) = |s(X) - s(Y \cup Z)| \leq |s(X) - s(Z)| + |s(Z) - s(Y)|$$

olduğu kolayca elde edilir. Böylece

$$d_{n\ddot{u}}(X, Y \cup Z) \leq d_{n\ddot{u}}(X, Z) + d_{n\ddot{u}}(Z, Y)$$

olur.

Ayrıca $((P(A) \setminus \emptyset, U), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosifik üçlü metrik uzaydır.

Tanım 4.1.4: [14] $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosifik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in N$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nötrosifik üçlü yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 4.1.5: [14] $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosifik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosifik üçlü Cauchy dizisi denir.

Teorem 4.1.6: [14] $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosifik üçlü metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. $\{x_n\}$ x elemanına yakınsayan bir nötrosifik üçlü yakınsak dizi olsun.

$$d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\} * \text{etkisiz}(x))$$

şartı sağlanırsa $\{x_n\}$ bir nötrosifik üçlü Cauchy dizisidir.

İspat: $\{x_n\}$ dizisi nötrosifik üçlü yakınsak olduğundan her $n > n_0$ için

$$d_{n\ddot{u}}(x, \{x_n\}) < \varepsilon/2$$

ya da her $n > n_0$ için

$$d_{n\ddot{u}}(x, \{x_m\}) < \varepsilon/2$$

alınabilir. Her $n, m \geq n_0$ için

$$d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\}^* \text{etkisiz}(x))$$

olduğundan ve $d_{n\ddot{u}}$ bir nötrosifik üçlü metrik olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\}) \leq d_{n\ddot{u}}(\{x_n\}, \{x_m\}^* \text{etkisiz}(x))$$

$$\leq d_{n\ddot{u}}(x, \{x_n\}) + d_{n\ddot{u}}(x, \{x_m\})$$

$$= \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon$$

olduğu elde edilir. Böylece Tanım 4.1.5 den dolayı $\{x_n\}$ bir nötrosifik üçlü Cauchy dizisidir.

Tanım 4.1.7: [14] $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ bir nötrosifik üçlü metrik uzay olsun. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ Cauchy dizisi yakınsak ise $((N, *), d_{n\ddot{u}})$ uzayına bir nötrosifik üçlü tam uzay denir.

4.2 Nötrosifik Üçlü b-Metrik Uzaylar

Tanım 4.2.1: [45] $(N, *)$ bir nötrosifik üçlü küme olsun. $d_{n\ddot{u}b}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n\ddot{u}b}$ fonksiyonuna bir nötrosifik üçlü b-metrik denir.

Her $n, m, t \in N$ için,

i) $n * m \in N$ ve

ii) $n = m$ ise $d_{n\ddot{u}b}(m, n) = 0$.

iii) $d_{n\ddot{u}b}(n, m) = d_{n\ddot{u}b}(m, n)$.

iv) Herhangi bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m * etkisiz(s)) \leq k.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, m)].$$

Burada, $k \geq 1$ olarak alınır.

Ayrıca, $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir n trosofik   l  b-metrik uzaydır.

 rnek 4.2.2: [45] $N = \{0, 2, 3, 4\}$ bir küme olsun. $(N, .)$  arpma işlemi altında modül 6 $(\mathbb{Z}_6, .)$ ya göre bir n trosofik   l  kümedir. Buradaki n trosofik   l ler

$$(0, 0, 0), (3, 3, 3), (4, 4, 4) \text{ ve } (2, 4, 2).$$

Şimdi

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) = |2^m - 2^n|$$

olacak şekilde

$$d_{n\ddot{u}b}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu tanımlayalım.

$d_{n\ddot{u}b}$ ’nin bir n trosofik   l  b-metrik olduğunu gösterelim.

i) $\mathbb{Z}_6$ ve çarpma işleminin dolayı her $k, m \in N$ için $k.m \in N$ ve

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) = |2^m - 2^n| \geq 0.$$

ii) $m = n$ ise

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) = |2^m - 2^n| = |2^m - 2^m| = 0$$

olduğu elde edilir.

iii) $d_{n\ddot{u}b}(m, n) = |2^m - 2^n| = |2^n - 2^m| = d_{n\ddot{u}b}(n, m)$.

iv) Bu şartın sa land  n  göstermek için her bir eleman çiftini ayrı ayrı ele alalım.

$d_{n\ddot{u}b}(0, 0) \leq d_{n\ddot{u}b}(0, 0.2) = d_{n\ddot{u}b}(0, 0)$ d r. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0, 0) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 0) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 0)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(0, 3) \leq d_{n\ddot{u}b}(0, 3.3) = d_{n\ddot{u}b}(0, 3)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0, 3) = 7$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3, 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 3) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 3)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(0, 2) \leq d_{n\ddot{u}b}(0, 2.4) = d_{n\ddot{u}b}(0, 2)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0, 2) = 3$, $d_{n\ddot{u}b}(0, 4) = 15$ ve $d_{n\ddot{u}b}(2, 4) = 12$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(0, 4) \leq d_{n\ddot{u}b}(0, 4.4) = d_{n\ddot{u}b}(0, 4)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(0, 4) = 15$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4, 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(0, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(0, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 4)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3, 3) \leq d_{n\ddot{u}b}(3, 3.2) = d_{n\ddot{u}b}(3, 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3, 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3, 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3, 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 3) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 3)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(2, 2) \leq d_{n\ddot{u}b}(2, 2.3) = d_{n\ddot{u}b}(2, 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3, 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(2, 2) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(2, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(2, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(4, 4) \leq d_{n\ddot{u}b}(4, 4.2) = d_{n\ddot{u}b}(4, 2)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(4, 2) = 12$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4, 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(4, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(4, 2) + d_{n\ddot{u}b}(2, 4)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3, 2) \leq d_{n\ddot{u}b}(3, 2.3) = d_{n\ddot{u}b}(3, 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3, 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3, 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(3, 3) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 2)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(3, 4) \leq d_{n\ddot{u}b}(3, 4.4) = d_{n\ddot{u}b}(3, 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(3, 0) = 7$, $d_{n\ddot{u}b}(3, 4) = 8$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4, 4) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(3, 4) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(3, 4) + d_{n\ddot{u}b}(4, 4)].$$

$d_{n\ddot{u}b}(4, 2) \leq d_{n\ddot{u}b}(4, 2.3) = d_{n\ddot{u}b}(4, 0)$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(4, 0) = 15$, $d_{n\ddot{u}b}(3, 4) = 8$, $d_{n\ddot{u}b}(3, 2) = 4$ ve $d_{n\ddot{u}b}(4, 2) = 12$ olduğundan,

$$d_{n\ddot{u}b}(4, 2) \leq 2.[d_{n\ddot{u}b}(4, 3) + d_{n\ddot{u}b}(3, 2)].$$

Bundan dolayı, $((N, .), d_{n\ddot{u}b})$ $k = 2$ olmak üzere bir nötrosifik üçlü b-metrik uzaydır.

Sonuç 4.2.3: [45] Tanım 4.2.1 de yer alan üçgen eşitsizliği ve $*$ işleminden dolayı nötrosifik üçlü b-metrik uzaylar Tanım 2.1.1 deki klasik metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.2.4: [45] Tanım 4.2.1 de yer alan üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosifik üçlü b-metrik uzaylar Tanım 4.1.1 deki nötrosifik üçlü metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.2.5: [45] Tanım 3.1 de $k = 1$ alınırsa nötrosifik üçlü metrik uzaylar nötrosifik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

Sonuç 4.2.6: [45] Sonuç 4.2.5 den dolayı, her bir nötrosifik üçlü metrik uzaydan bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay tanımlanabilir.

Teorem 4.2.7: [45] $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olsun. Aşağıdaki şart sağlanırsa $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

i) Her $m, n \in N$ için, $d_{n\ddot{u}b}(m, n) = 0$ ise $m = n$.

İspat: $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ uzayının Tanım 2.6.1 deki nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay şartlarını sağladığını gösterelim.

i) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan her $n, m \in N$ için $n*m \in N$.

ii) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(n, n) = 0 \text{ ve } d_{n\ddot{u}b}(m, n) \geq 0$$

ve

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) \geq d_{n\ddot{u}b}(n, n) \geq 0.$$

iii) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(n, n) = d_{n\ddot{u}b}(m, m) = 0.$$

Ayrıca, i) şartından dolayı

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) = 0 \text{ ise } m = n.$$

Böylece,

$$d_{n\ddot{u}b}(m, m) = d_{n\ddot{u}b}(m, n) = d_{n\ddot{u}b}(n, n) = 0$$

ise

$$m = n.$$

iv) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(m, n) = d_{n\ddot{u}b}(n, m).$$

v) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan her bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{ etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \leq k.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, n)] \text{ dir. } (k \geq 1 \text{ ve } k \in \mathbb{R}).$$

Burada $k = 1$ alınırsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, n)$$

olur. Bundan dolayı $d_{n\ddot{u}b}(n, n) = 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, n) - d_{n\ddot{u}b}(n, n)$$

olur.

Böylece, $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır.

Teorem 4.2.8: [45] $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olsun.

$$d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\ddot{u}b}(n, m)}{d_{n\ddot{u}b}(n, m) + 1}$$

bir nötrosifik üçlü b-metrik uzaydır.

İspat:

i) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan her $n, m \in N$ için $n*m \in N$. Ayrıca, $d_{n\ddot{u}b}(n, m) \geq 0$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\ddot{u}b}(n, m)}{d_{n\ddot{u}b}(n, m) + 1} \geq 0.$$

ii) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan $n = m$ ise $d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = 0$. Böylece, $n = m$ ise

$$d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\ddot{u}b}(n, m)}{d_{n\ddot{u}b}(n, m) + 1} = \frac{0}{0 + 1} = 0.$$

iii) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) = d_{n\ddot{u}b}(n, m).$$

Böylece,

$$d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\ddot{u}b}(n, m)}{d_{n\ddot{u}b}(n, m) + 1} = \frac{d_{n\ddot{u}b}(m, n)}{d_{n\ddot{u}b}(m, n) + 1} = d_{n\ddot{u}b_1}(m, n)$$

elde edilir.

iv) $((N, *), d_{n\ddot{u}b})$ bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan her bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s)) \leq k.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, m)] \quad (k \geq 1).$$

Bundan dolayı, her bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ varsa,

$$d_{n\ddot{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\ddot{u}b}(n, m)}{d_{n\ddot{u}b}(n, m) + 1}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \frac{k.[d_{n\bar{u}b}(n,s) + d_{n\bar{u}b}(s,m)]}{k.[d_{n\bar{u}b}(n,s) + d_{n\bar{u}b}(s,m)]+1} \\
&= \frac{k.d_{n\bar{u}b}(n,s)}{k.[d_{n\bar{u}b}(n,s) + d_{n\bar{u}b}(s,m)]+1} + \frac{k.d_{n\bar{u}b}(s,m)}{k.[d_{n\bar{u}b}(n,s) + d_{n\bar{u}b}(s,m)]+1} \\
&\leq \frac{k.d_{n\bar{u}b}(n,s)}{d_{n\bar{u}b}(n,s) + 1} + \frac{k.d_{n\bar{u}b}(s,m)}{d_{n\bar{u}b}(s,m) + 1} \\
&= k.[d_{n\bar{u}b_1}(n, s) + d_{n\bar{u}b_1}(s, m)]
\end{aligned}$$

elde edilir.

Böylece

$$d_{n\bar{u}b_1}(n, m) = \frac{d_{n\bar{u}b}(n,m)}{d_{n\bar{u}b}(n,m)+1}$$

bir nörtrosifik üçlü b-metrik uzaydır.

Tanım 4.2.9: [45] $((N, *), d_{n\bar{u}b})$ bir nörtrosifik üçlü b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\bar{u}b}(x, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $x \in N$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi x elemanına nörtrosifik üçlü b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \text{ ya da } x_n \rightarrow x$$

ile gösterilir.

Tanım 4.2.10: [45] $((N, *), d_{n\bar{u}b})$ bir nörtrosifik üçlü b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\bar{u}b}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nörtrosifik üçlü b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 4.2.11: [45] $((N, *), d_{n\bar{u}b})$ bir nörtrosifik üçlü b-metrik uzay. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ nörtrosifik üçlü b-Cauchy dizisi yakınsak ise $((N, *), d_{n\bar{u}b})$ uzayına nörtrosifik üçlü b-tam uzay denir.

4.3 Nötrosifik Üçlü Kısmi b-Metrik Uzaylar

Tanım 4.3.1: [46] $(N, *)$ bir nötrosifik üçlü küme olsun. $d_{n\ddot{u}bk}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki şartları sağlarsa $d_{n\ddot{u}bk}$ fonksiyonuna bir nötrosifik üçlü kısmi b-metrik denir. Her $n, m, s \in N$ için,

i) $n * m \in N$;

ii) $d_{n\ddot{u}bk}(n, m) \geq d_{n\ddot{u}bk}(n, n) \geq 0$;

iii) $d_{n\ddot{u}bk}(n, m) = d_{n\ddot{u}bk}(n, n) = d_{n\ddot{u}bk}(m, m) = 0$ ise $n = m$ dir;

iv) $d_{n\ddot{u}bk}(n, m) = d_{n\ddot{u}bk}(m, n)$;

v) Herhangi bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}bk}(n, m^* \text{ etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $y \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m^* \text{ etkisiz}(s)) \leq b. [d_{n\ddot{u}bk}(n, s) + d_{n\ddot{u}bk}(s, m)] - d_{p_b}(s, s).$$

Burada, $b \in \mathbb{R}^+$ ve $b \geq 1$.

Ayrıca $((N, *), d_{n\ddot{u}bk})$ bir nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaydır.

Örnek 4.3.2: Örnek 4.2.2 de olduğu gibi $N = \{0, 2, 3, 4\}$ kümesi çarpma işlemine göre $\mathbb{Z}_6$ da bir nötrosifik üçlü kümedir. Nötrosifik üçlüler ise $(0, 0, 0)$, $(2, 4, 2)$, $(3, 3, 3)$, $(4, 4, 4)$ olur.

Ayrıca,

$$d_{n\ddot{u}bk}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}bk}(x, y) = \max\{2^x - 1, 2^y - 1\}$$

fonksiyonu $b = 2$ olmak üzere bir nötrosifik üçlü kısmi b-metriktr.

Bundan dolayı $((N, .), d_{n\ddot{u}bk})$ bir nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaydır.

Sonuç 4.3.3: [46]

a) Nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaylar üçgen eşitsizliğinden dolayı klasik kısmi metrik ve klasik b-metrik uzaylardan farklıdır.

b) Nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaylar üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosifik üçlü kısmi metrik uzay ve nötrosifik üçlü b-metrik uzaylardan farklıdır.

Sonuç 4.3.4: [46]

a) Nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaylarda $b = 1$ alınırsa bu uzay nötrosifik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

b) Nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaylarda;

$$n = m \text{ ise } d_{n\ddot{u}bk}(n, m) = 0$$

şartı sağlanırsa bu uzay nötrosifik üçlü b-metrik uzay şartlarını sağlar.

Teorem 4.3.5: [46] $(N, *)$ bir nötrosifik üçlü küme ve $d_{n\ddot{u}b}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olsun. $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m) = d_{n\ddot{u}b}(n, m) + k$$

fonksiyonu bir nötrosifik üçlü kısmi b-metriktir.

İspat:

$d_{n\ddot{u}b}: N \times N \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu bir nötrosifik üçlü b-metrik uzay olduğundan

i) $n * m \in N$.

ii) $d_{n\ddot{u}b}(n, n) = 0$ olduğundan,

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m) = d_{n\ddot{u}b}(n, m) + k$$

$$\geq d_{n\ddot{u}bk}(n, n)$$

$$= d_{n\ddot{u}b}(n, n) + k$$

$$\geq 0$$

olur.

iii) $k \in \mathbb{R}^+$ olduğundan

$$\begin{aligned} d_{n\ddot{u}bk}(n, m) &= d_{n\ddot{u}b}(n, m) + k \\ &= d_{n\ddot{u}bk}(n, n) \\ &= d_{n\ddot{u}b}(n, n) + k \\ &= d_{n\ddot{u}bk}(m, m) \\ &= d_{n\ddot{u}b}(m, m) + k \\ &= 0 \end{aligned}$$

olacak şekilde $x, y \in N$ eleman çifti yoktur.

iv) $d_{n\ddot{u}b}$ bir nötrosifik üçlü b-metrik olduğundan

$$\begin{aligned} d_{n\ddot{u}bk}(n, m) &= d_{n\ddot{u}b}(n, m) + k \\ &= d_{n\ddot{u}b}(m, n) + k \\ &= d_{n\ddot{u}bk}(m, n) \end{aligned}$$

olur.

v) $d_{n\ddot{u}b}$ bir nötrosifik üçlü b-metrik olduğundan her bir $n, m \in N$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s)) \leq b.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, m)]$$

olur. Böylece,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) + k \leq d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s)) + k$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m^* \text{etkisiz}(s)) + k \leq b.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, m)] + k$$

elde edilir. Bundan dolayı

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m) \leq d_{n\ddot{u}bk}(n, m^*etkisiz(s))$$

olacak şekilde en az bir $s \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m^*etkisiz(s)) + k \leq b.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + d_{n\ddot{u}b}(s, m)] + k$$

olur. Bundan dolayı

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m^*etkisiz(s)) \leq b.[d_{n\ddot{u}b}(n, s) + k + d_{n\ddot{u}b}(s, m) + k] - k$$

alınabilir. Böylece,

$$d_{n\ddot{u}bk}(s, s) = d_{n\ddot{u}b}(s, s) + k = k$$

olduğundan

$$d_{n\ddot{u}bk}(n, m^*etkisiz(s)) \leq b.[d_{n\ddot{u}bk}(n, s) + d_{n\ddot{u}bk}(s, m)] - d_{n\ddot{u}bk}(s, s)$$

elde edilir.

Tanım 4.3.6: [46] $((N, *), d_{n\ddot{u}bk})$ bir nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}bk}(s, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{n\ddot{u}bk}(s, s)$$

olacak şekilde bir $s \in N$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nötrosifik üçlü kısmi b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 4.3.7: [46] $((N, *), d_{n\ddot{u}bk})$ bir nötrosifik üçlü kısmi b-metrik uzay ve $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda en az bir $s \in N$ için

$$d_{n\ddot{u}bk}(\{x_m\}, \{x_n\}) < \varepsilon + d_{n\ddot{u}bk}(s, s)$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nötrosifik üçlü kısmi b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 4.3.8: [46] $((N, *), d_{n\ddot{u}bk})$ bir n trosofik   l  kısımi b-metrik uzay. Bu uzaydaki her $\{x_n\}$ n trosofik   l  kısımi b-Cauchy dizisi yakınsak ise $((N, *), d_{n\ddot{u}bk})$ uzayına bir n trosofik   l  kısımi b-tam uzay denir.



BÖLÜM V

BAZI NÖTROSOFİK ÜÇLÜ NORMLU UZAYLAR

Yapılan çalışmaların yer aldığı bu son bölümde Şahin ve Kargın [14], [47], [48], [49] ve [50] çalışmalarındaki bazı nütrosolik üçlü normlu uzaylara yer verildi.

5.1 Nütrosolik Üçlü Normlu Uzaylar

Tanım 5.1.1: [14] $(V, *_2, \#_2)$, $(F, *_1, \#_1)$ nütrosolik üçlü cisim üzerinde bir nütrosolik üçlü vektör uzayı olsun. $\| \cdot \|_{n\ddot{u}} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\| \cdot \|_{n\ddot{u}}$ fonksiyonuna bir nütrosolik üçlü norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\alpha, n) = f(\alpha, \text{ters}(n)),$$

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

$$\text{i) } n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \|n\|_{n\ddot{u}} = 0$$

$$\text{ii) } \|\beta \#_2 n\|_{n\ddot{u}} = f(\beta, n) \cdot \|n\|_{n\ddot{u}}$$

$$\text{iii) } \|\text{ters}(n)\|_{n\ddot{u}} = \|n\|_{n\ddot{u}}$$

$$\text{iv) Her bir } n, m \in V \text{ eleman çifti için}$$

$$\|n*_2m\|_{nü} \leq \|n*_2 m*_2 etkisiz(s)\|_{nü}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n*_2m*_2 etkisiz(s)\|_{nü} \leq \|n\|_{nü} + \|m\|_{nü}.$$

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nü})$ uzayı bir nütrosifik üçlü normlu uzay olarak adlandırılır.

Örnek 5.1.2: $N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \setminus M, & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' = S \text{ ise} \\ M \setminus S, & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' = M \text{ ise} \\ (M \setminus S)', & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \setminus M)', & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M) = s(S) \text{ } M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M = S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre ve

$$M \varphi S = \begin{cases} M \cap S, & M, S \in P(N) \setminus N \text{ ise} \\ N, & M = N \text{ veya } S = N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre $(P(N), *, \varphi)$ bir nütrosifik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nütrosifik üçlü cisimdir.

Burada;

$$etkisiz(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset,$$

$$etkisiz(\{n\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{n\}) = \{m\},$$

$$etkisiz(\{m\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\},$$

$$etkisiz(\{n, m\}) = \emptyset, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\}$$

olduğu elde edilir. Ayrıca; $s(M)$, M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = \begin{cases} s(M \varphi S)/s(S), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\|\cdot\|_{n\ddot{u}}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$\|M\|_{n\ddot{u}} = s(M)$$

fonksiyonunun bir nötrosofik üçlü norm olduğunu gösterelim.

Her $M, S, K \in P(N)$ için

$$i) \|M\|_{n\ddot{u}} = s(M) \geq 0$$

$$ii) \emptyset = \text{etkisiz}(\emptyset) \text{ olduğundan } \|\emptyset\|_{n\ddot{u}} = s(\emptyset) = 0$$

$$iii) S \neq \emptyset \text{ ise}$$

$$\|M \cap S\|_{n\ddot{u}} = s(M \cap S)$$

$$= s(S) \cdot s(M \cap S)/s(S)$$

$$= f(M, S) \cdot \|S\|_{n\ddot{u}}$$

olur.

$$S = \emptyset \text{ ise } \|M \cap S\|_{n\ddot{u}} = 0 \text{ ve } \|S\|_{n\ddot{u}} = 0 \text{ olduğundan}$$

$$\|M \cap S\|_{n\ddot{u}} = f(M, S) \cdot \|S\|_{n\ddot{u}}$$

olur.

$$iv) \text{ters}(\emptyset) = \emptyset, \text{tera}(\{n\}) = \{m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\}, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\} \text{ olduğundan}$$

$$\|\text{ters}(M)\|_{n\ddot{u}} = \|M\|_{n\ddot{u}}$$

olur.

$$v) \emptyset \in P(N) \text{ için}$$

$$\|\emptyset * \emptyset\|_{n\ddot{u}} \leq \|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{n, m\})\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde $\{n, m\} \in P(X)$ elemanı olduğundan,

$$\begin{aligned}
\|\emptyset * \emptyset * \text{etkisiz}(\{n, m\})\|_{n\ddot{u}} &= \|\emptyset * \emptyset * \emptyset\|_{n\ddot{u}} \\
&= \|\emptyset\|_{n\ddot{u}} = 0 \\
&\leq \|\emptyset\|_{n\ddot{u}} + \|\emptyset\|_{n\ddot{u}} = 0
\end{aligned}$$

olur.

$\{n\} \in P(N)$ için

$$\|\{n\} * \{n\}\|_{n\ddot{u}} \leq \|\{n\} * \{n\} * \text{etkisiz}(\{m\})\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde $\{m\} \in P(X)$ elemanı olduğundan,

$$\begin{aligned}
\|\{n\} * \{n\} * \text{etkisiz}(\{m\})\|_{n\ddot{u}} &= \|\{m\}\|_{n\ddot{u}} = 1 \\
&\leq \|\{n\}\|_{n\ddot{u}} + \|\{n\}\|_{n\ddot{u}} \\
&= 2
\end{aligned}$$

olur.

$\{m\} \in P(N)$ için

$$\|\{m\} * \{m\}\|_{n\ddot{u}} \leq \|\{m\} * \{m\} * \text{etkisiz}(\{n\})\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde $\{n\} \in P(X)$ elemanı olduğundan,

$$\begin{aligned}
\|\{m\} * \{m\} * \text{etkisiz}(\{n\})\|_{n\ddot{u}} &= \|\{n\}\|_{n\ddot{u}} = 1 \\
&\leq \|\{m\}\|_{n\ddot{u}} + \|\{m\}\|_{n\ddot{u}} \\
&= 2
\end{aligned}$$

olur.

$\{n, m\} \in P(X)$ için

$$\|\{n, m\} * \{n, m\}\|_{n\ddot{u}} \leq \|\{n, m\} * \{n, m\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde $\emptyset \in P(N)$ elemanı olduğundan,

$$\begin{aligned}
\|\{n, m\} * \{n, m\} * \text{etkisiz}(\emptyset)\|_{n\ddot{u}} &= \|\emptyset\|_{n\ddot{u}} = 0 \\
&\leq \|\{n, m\}\|_{n\ddot{u}} + \|\{n, m\}\|_{n\ddot{u}} = 4 \text{ olur.}
\end{aligned}$$

Benzer şekilde diğer $M, S \in P(N)$ elemanları için de bu şartın sağlandığı gösterilebilir.

Sonuç 5.1.3: [14] Tanım 5.1.1 deki şartlardan dolayı nütrosifik üçlü normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır. Çünkü klasik normda herhangi bir $*$ işlemi ve f fonksiyonu yoktur. Ayrıca klasik normdaki üçgen eşitsizliği ile Tanım 5.1.1 deki üçgen eşitsizliği birbirinden farklıdır.

Şimdi hangi şartlar sağlandığında klasik normlu uzayların nütrosifik üçlü normlu uzay şartlarını sağladığını gösteren teoremi verelim.

Teorem 5.1.4: [14]: $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$, bir $\mathbb{R}$ cismi üzerinde bir klasik normlu uzay olsun. Tanım 5.1.1 deki f fonksiyonunu

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}, f(\beta, n) = |\beta|$$

olarak alınırsa, $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ klasik normlu uzay Tanım 5.1.1 deki nütrosifik üçlü normlu uzay şartlarını sağlar.

İspat: $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ bir klasik normlu uzay olduğundan, $n \in \mathbb{R}$ için

$$\text{etkisiz}(n) = 0 \text{ ve } \text{ters}(n) = -n \quad (5.1.1)$$

olduğu elde edilir.

(5.1.1)' den dolayı,

$$f(\beta, n) = |\beta| = |-\beta| = f(\text{ters}(\beta), \text{ters}(n))$$

şartını sağlar. (Buradaki $\text{ters}(n)$ elemanı $+$ işlemine göre elde edilmektedir.)

a) $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ bir klasik normlu uzay olduğundan $\|n\| \geq 0$ dır.

b) $n = \text{etkisiz}(n) = 0$ ise $\|n\| = \|0\| = 0$ olur.

c) $\|\beta \cdot n\| = |\beta| \|n\| = f(\beta, n) \cdot \|n\|$ olur.

d) $\|\text{ters}(n)\| = \|-n\| = \|n\|$ olur.

e) Her $n, m \in \mathbb{R}$ eleman çifti için

$$\|n + m\| \leq \|n + m + \text{etkisiz}(s)\|$$

olacak şekilde $s = 0 \in \mathbb{R}$ elemanı vardır. Bundan dolayı ve $\|\cdot\|$ klasik norm olduğundan

$$\|n + m + \text{etkisiz}(s)\| \leq \|n\| + \|m\|$$

olur.

Böylece $((\mathbb{R}, +, \cdot), \|\cdot\|)$ klasik normlu uzayı nütrosifik üçlü normlu uzay şartlarını sağladı.

Teorem 5.1.5: [14] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}}), (F, *_1, \#_1)$ nütrosifik üçlü cismi üzerinde bir nütrosifik üçlü normlu uzay olsun.

$$d_{n\ddot{u}}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nütrosifik üçlü metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: $n, m, s \in V$ olsun. Tanım 5.1.1 nütrosifik üçlü norm tanımından,

$$i) d_{n\ddot{u}}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} \geq 0;$$

ii) $n = m$ olsun. Buna göre

$$\begin{aligned} d_{n\ddot{u}}(n, m) &= \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} \\ &= \|m *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} \\ &= \|\text{etkisiz}(m)\|_{n\ddot{u}} \\ &= 0 \end{aligned}$$

olur.

iii) $\|\text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} = \|m\|_{n\ddot{u}}$ olduğundan

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} = \|\text{ters}(n *_2 \text{ters}(m))\|_{n\ddot{u}}$$

yazılabilir. Nütrosifik üçlü küme özelliğinden ve Teorem 2.5.7 den

$$\begin{aligned}
d_{n\ddot{u}}(n, m) &= \|\text{ters}(n *_2 \text{ters}(m))\|_{n\ddot{u}} \\
&= \|\text{ters}(n) *_2 \text{ters}(\text{ters}(m))\|_{n\ddot{u}} \\
&= \|\text{ters}(n) *_2 m\|_{n\ddot{u}}
\end{aligned} \tag{5.1.2}$$

olur.

V kümesi $*_2$ işlemine göre değişmeli olduğundan ve (5.1.2) den dolayı

$$\begin{aligned}
d_{n\ddot{u}}(n, m) &= \|\text{ters}(n) *_2 m\|_{n\ddot{u}} \\
&= \|m *_2 \text{ters}(n)\|_{n\ddot{u}} \\
&= d_{n\ddot{u}}(m, n)
\end{aligned}$$

olur.

iv) Herhangi bir $n, s \in V$ için

$$d_{n\ddot{u}}(n, s) = \|n *_2 \text{ters}(s)\|_{n\ddot{u}} \leq \|n *_2 \text{ters}(s) *_2 \text{etkisiz}(m)\|_{n\ddot{u}}$$

olacak şekilde en az bir $m \in V$ elemanının olduğunu kabul edelim. Bundan dolayı ve

$$m *_2 \text{ters}(m) = \text{etkisiz}(m)$$

olduğundan

$$\begin{aligned}
d_{n\ddot{u}}(n, s) &= \|n *_2 \text{ters}(s)\|_{n\ddot{u}} \\
&\leq \|n *_2 \text{ters}(s) *_2 \text{etkisiz}(m)\|_{n\ddot{u}} \\
&= \|n *_2 \text{ters}(s) *_2 m *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}}
\end{aligned}$$

yazabiliriz. Ayrıca $V, *_2$ işlemine göre bir değişmeli grup olduğundan

$$\begin{aligned}
\|n *_2 \text{ters}(s) *_2 m *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} &= \|(n *_2 \text{ters}(s)) *_2 (\text{ters}(s) *_2 m)\|_{n\ddot{u}} \\
&\leq \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}} + \|m *_2 \text{ters}(s)\|_{n\ddot{u}}
\end{aligned}$$

elde edilir. Böylece her bir $n, s \in V$ eleman çifti için

$$d_{n\ddot{u}}(n, s) \leq d_N(n, s * \text{etkisiz}(m))$$

olacak şekilde en az bir $m \in N$ elemanı varsa,

$$d_{n\ddot{u}}(n, s * \text{etkisiz}(m)) \leq d_{n\ddot{u}}(n, m) + d_{n\ddot{u}}(m, s)$$

olur.

Sonuç 5.1.6: [14] Teorem 5.1.5 den dolayı her n trosofik   l  normlu uzay aynı zamanda bir n trosofik   l  metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.1.7: [14] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$, $(F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  normlu uzay ve

$$d_{n\ddot{u}}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}}$$

 eklinde tanımlanan n trosofik   l  metriğe $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ n trosofik   l  normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi n trosofik   l  normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak n trosofik   l  normlu uzayda n trosofik   l  yakınsak diziyi, n trosofik   l  Cauchy dizisini ve n trosofik   l  Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.1.8: [14] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$, $(F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}}(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $s \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına n trosofik   l  yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.1.9: [14] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}}, ((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir n trosofik   l  Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.1.10: [14] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}}, ((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ n trosofik   l  Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş $d_{n\ddot{u}}$ n trosofik   l  metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ n trosofik   l  normlu uzaya n trosofik   l  Banach uzayı denir.

5.2 Nötrosofik   l  Kısım Normlu Uzaylar

Tanım 5.2.1: [47] $(V, *_2, \#_2), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cisim üzerinde bir n trosofik   l  vektör uzayı olsun. $\|\cdot\|_{n\ddot{u}k} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\cdot\|_{n\ddot{u}k}$ fonksiyonuna bir n trosofik   l  kısmi norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

 artlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

$$i) \|n\|_{n\ddot{u}k} \geq 0$$

$$ii) \|n\|_{n\ddot{u}k} = \|\text{etkisiz}(n)\|_{n\ddot{u}k} = 0 \text{ ise } n = \text{etkisiz}(n).$$

$$\text{iii) } \|\beta\#_2 n\|_{nük} = f(\beta, n) \cdot \|n\|_{nük}$$

$$\text{iv) } \|\text{ters}(n)\|_{nük} = \|n\|_{nük}$$

v) Herhangi bir $n, m \in V$ eleman çifti için

$$\|n*_2 m\|_{nük} \leq \|n*_2 m*_2 \text{etkisiz}(s)\|_{nük}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n*_2 m*_2 \text{etkisiz}(s)\|_{nük} \leq \|n\|_{nük} + \|m\|_{nük} - \|\text{etkisiz}(s)\|_{nük}.$$

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük})$ uzayı bir nötrosifik üçlü kısmi normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.2.2: [47]

a) Tanım 5.2.1 deki şartlardan dolayı nötrosifik üçlü kısmi normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.2.1 de

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \|n\|_{nük} = 0$$

koşulunun her zaman sağlanmadığı açıktır. Bundan dolayı nötrosifik üçlü kısmi normlu uzaylar nötrosifik üçlü normlu uzaylardan farklıdır. Ayrıca bu uzaylardaki üçgen eşitsizlikleri de farklıdır.

Örnek 5.2.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

$N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \setminus M, & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' = S \text{ ise} \\ M \setminus S, & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' = M \text{ ise} \\ (M \setminus S)', & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \setminus M)', & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M) = s(S) \text{ } M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M = S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre ve

$$M \varphi S = \begin{cases} M \cap S, & M, S \in P(N) \setminus N \text{ ise} \\ N, & M=N \text{ veya } S=N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre $(P(N), *, \varphi)$ bir nütrosifik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nütrosifik üçlü cisimdir.

Burada;

$$\text{etkisiz}(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset,$$

$$\text{etkisiz}(\{n\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{n\}) = \{m\},$$

$$\text{etkisiz}(\{m\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\},$$

$$\text{etkisiz}(\{n, m\}) = \emptyset, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\}$$

olduğu elde edilir.

Ayrıca, $s(M)$, M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = (s(M \varphi S) + k) / (s(S) + k)$$

olacak şekilde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\| \cdot \|_{nük}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere $k \in \mathbb{R}^+$ için

$$\|M\|_{nük} = s(M) + k$$

fonksiyonu bir nütrosifik üçlü kısmi normdur.

Sonuç 5.2.4: [47] $((V, *_2, \#_2), \| \cdot \|_{nük})$ bir nütrosifik üçlü normlu uzay olsun.

$$\|n\|_{nük} = \|n\|_{nü} + k \quad (k \in \mathbb{R}^+)$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon bir nütrosifik üçlü kısmi normdur.

Sonuç 5.2.5: [47] Sonuç 5.2.4 den dolayı her bir nôtrosifik üçlü normlu uzaydan bir nôtrosifik üçlü kısmi norm elde edilebilir.

Teorem 5.2.6: [47] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük}), (F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay olsun.

$$d_{nük}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nük}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nük}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon nôtrosifik üçlü kısmi metrik uzay şartlarını sağlar.

İspat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuç 5.2.7: [47] Teorem 5.2.6 den dolayı her nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay aynı zamanda bir nôtrosifik üçlü kısmi metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.5.8: [47] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük}), (F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay ve

$$d_{nük}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nük}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nük}$$

şeklinde tanımlanan nôtrosifik üçlü kısmi metriğe $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük})$ nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzayda nôtrosifik üçlü kısmi yakınsak diziyi, nôtrosifik üçlü kısmi Cauchy dizisini ve nôtrosifik üçlü kısmi Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.2.9: [47] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük}), (F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nük}, ((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük})$

tarafından indirgenmiş n trosofik   l  kısmi metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n k}k(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{n k} < \varepsilon + \|\text{etkisiz}(s)\|_{n k}$$

olacak şekilde bir $s \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına n trosofik   l  kısmi yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.2.10: [47] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cisim i üzerinde bir n trosofik   l  kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n k}, ((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  kısmi metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda en az bir $s \in V$ elemanı için

$$d_{n k}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{n k} < \varepsilon + \|\text{etkisiz}(s)\|_{n k}$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir n trosofik   l  kısmi Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.2.11: [47] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cisim i üzerinde bir n trosofik   l  kısmi normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n k}, ((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  kısmi metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ n trosofik   l  kısmi Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k})$ tarafından indirgenmiş $d_{n k}$ n trosofik   l  kısmi metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k})$ n trosofik   l  kısmi normlu uzaya n trosofik   l  kısmi Banach uzayı denir.

5.3 Nötrosofik   l  v-Genelleştirilmiş Normlu Uzaylar

Tanım 5.3.1: [50] $((V, *_2, \#_2), (F, *_1, \#_1))$ n trosofik   l  cisim i üzerinde bir n trosofik   l  vektör uzayı olsun. $\|\cdot\|_{n v} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\|\cdot\|_{n v}$ fonksiyonuna bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş norm denir.

Burada,

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

$$i) \|n\|_{n\bar{u}v} \geq 0$$

$$ii) n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \|n\|_{n\bar{u}v} = 0$$

$$iii) \|\beta \#_2 n\|_{n\bar{u}v} = f(\beta, n) \cdot \|n\|_{n\bar{u}v}$$

$$iv) \|\text{ters}(n)\|_{n\bar{u}v} = \|n\|_{n\bar{u}v}$$

$$v) \|n *_2 m\|_{n\bar{u}v} \leq \|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s_v)\|_{n\bar{u}v},$$

$$\|n *_2 s_2\|_{n\bar{u}v} \leq \|n *_2 s_2 *_2 \text{etkisiz}(s_1)\|_{n\bar{u}v},$$

$$\|s_1 *_2 s_3\|_{n\bar{u}v} \leq \|s_1 *_2 s_3 *_2 \text{etkisiz}(s_2)\|_{n\bar{u}v},$$

·
·
·

$$\|s_{v-1} *_2 m\|_{n\bar{u}v} \leq \|s_{v-1} *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s_v)\|_{n\bar{u}v},$$

olacak şekilde $n, s_1, s_2, \dots, s_v, m$ elemanları var ise

$$\|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s_v)\|_{n\bar{u}v} \leq \|n\|_{n\bar{u}v} + \|s_1\|_{n\bar{u}v} + \dots + \|s_v\|_{n\bar{u}v} + \|m\|_{n\bar{u}v}.$$

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\bar{u}v})$ uzayı bir nötrosifik üçlü v -genelleştirilmiş normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.3.2: [50] Tanım 5.3.1 deki üçgen eşitsizliğinden dolayı nötrosifik üçlü v -genelleştirilmiş normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan ve nötrosifik üçlü normlu uzaylardan farklıdır.

Örnek 5.3.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

$N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \setminus M, & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' = S \text{ ise} \\ M \setminus S, & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' = M \text{ ise} \\ (M \setminus S)', & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \setminus M)', & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M) = s(S) \text{ } M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M = S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre ve

$$M \varphi S = \begin{cases} M \cap S, & M, S \in P(N) \setminus N \text{ ise} \\ N, & M = N \text{ veya } S = N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre $(P(N), *, \varphi)$ bir nütrosifik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nütrosifik üçlü cisimdir.

Burada;

$$\text{etkisiz}(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset,$$

$$\text{etkisiz}(\{n\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{n\}) = \{m\},$$

$$\text{etkisiz}(\{m\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\},$$

$$\text{etkisiz}(\{n, m\}) = \emptyset, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\}$$

olduğu elde edilir.

Ayrıca,

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$f(M, S) = \begin{cases} (s(M \varphi S) + 2^{s(M \varphi S)} - 1) / (s(S) + 2^{s(S)} - 1), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunu tanımlayalım. Burada

$$\|\cdot\|_{n\ddot{u}v}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere;

$$\|M\|_{n\ddot{u}v} = s(M) + 2^{s(M)} - 1$$

bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normdur. Yani $((P(N), *, \varphi), \|\cdot\|_{niv})$ $v = 1$ için bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzaydır.

Sonuc 5.3.4: [50] Her bir n trosofik   l  normlu uzaylar aynı zamanda $v = 0$ için bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normu uzaydır.

Teorem 5.3.5: [50] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n k}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzay olsun.

$$d_{n v}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n v}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{niv}$$

 eklinde tanımlanan fonksiyon n trosofik   l  v-genelleştirilmiş metrik uzay şartlarını sağlar.

 spat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuc 5.3.6: [50] Teorem 5.3.5 den dolayı her n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzay aynı zamanda bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.3.7: [50] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{niv}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzay ve

$$d_{n v}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n v}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{niv}$$

 eklinde tanımlanan n trosofik   l  v-genelleştirilmiş metriğe $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{niv})$ n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak n trosofik   l  v-genelleştirilmiş normlu uzayda n trosofik   l 

v-genelleştirilmiş yakınsak diziyi, nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisini ve nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.3.8: [50] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$, $(F, *_1, \#_1)$ nõtrosolik üçlü cismi üzerinde bir nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}v}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$ tarafından indirgenmiş nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}v}(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}v} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $s \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.3.9: [50] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$, $(F, *_1, \#_1)$ nõtrosolik üçlü cismi üzerinde bir nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}v}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$ tarafından indirgenmiş nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}v}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}v} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.3.10: [50] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$, $(F, *_1, \#_1)$ nõtrosolik üçlü cismi üzerinde bir nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}v}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$ tarafından indirgenmiş nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$ tarafından indirgenmiş $d_{n\ddot{u}v}$ nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}v})$ nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş normlu uzaya nõtrosolik üçlü v-genelleştirilmiş Banach uzayı denir.

5.4 Nötrosofik Üçlü b-Normlu Uzaylar

Tanım 5.4.1: [48] $(V, *_2, \#_2), (F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\| \cdot \|_{n\ddot{u}b} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\| \cdot \|_{n\ddot{u}b}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü b-norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } f(\alpha, n) = 0$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

$$\text{i) } \|n\|_{n\ddot{u}b} \geq 0$$

$$\text{ii) } n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \|n\|_{n\ddot{u}b} = 0$$

$$\text{iii) } \|\beta \#_2 n\|_{n\ddot{u}b} = f(\beta, n) \cdot \|n\|_{n\ddot{u}b}$$

$$\text{iv) } \|\text{ters}(n)\|_{n\ddot{u}b} = \|n\|_{n\ddot{u}b}$$

v) Her bir $n, m \in V$ eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{n\ddot{u}b} \leq \|n *_2 \text{ etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}b}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n *_2 \text{ etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}b} \leq k(\|n\|_{n\ddot{u}b} + \|m\|_{n\ddot{u}b})$$

olur. Burada, $k \in \mathbb{R}^+$ ve $k \geq 1$.

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}b})$ uzayı bir nötrosofik üçlü b-normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.4.2: [48]

a) Tanım 5.4.1 deki şartlardan dolayı nütrosofik üçlü b-normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.4.1 deki üçgen eşitsizliğinden dolayı nütrosofik üçlü b-normlu uzaylar nütrosofik üçlü normlu uzaylardan farklıdır.

c) Tanım 5.4.2 de $k = 1$ alınırsa, her bir nütrosofik üçlü b-normlu uzaylar bir nütrosofik üçlü normlu uzaydır.

Örnek 5.4.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

$N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \setminus M, & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' = S \text{ ise} \\ M \setminus S, & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' = M \text{ ise} \\ (M \setminus S)', & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \setminus M)', & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M) = s(S) \text{ } M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M = S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre ve

$$M \varphi S = \begin{cases} M \cap S, & M, S \in P(N) \setminus N \text{ ise} \\ N, & M = N \text{ veya } S = N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre $(P(N), *, \varphi)$ bir nütrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nütrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

$$\text{etkisiz}(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset,$$

$$\text{etkisiz}(\{n\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{n\}) = \{m\},$$

$$\text{etkisiz}(\{m\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\},$$

$$\text{etkisiz}(\{n, m\}) = \emptyset, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\}$$

olduğu elde edilir.

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$f(M, S) = \begin{cases} (2^{s(M\varphi S)} - 1) / (2^{s(S)} - 1), & S \neq \emptyset \text{ ise} \\ 0, & S = \emptyset \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunu tanımlayalım. Burada

$$\|.\|_{n\ddot{u}b}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere;

$$\|M\|_{n\ddot{u}b} = 2^{s(M)} - 1$$

bir n trosofik   l  b - normdur. Yani $((P(N), *, \varphi), \|.\|_{n\ddot{u}b})$ $k = 2$ için bir n trosofik   l  b -normlu uzaydır.

Teorem 5.4.4: [48] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{n\ddot{u}}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  b-normlu uzay olsun.

$$d_{n\ddot{u}b}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}b}$$

 eklinde tanımlanan fonksiyon n trosofik   l  b-metrik uzay şartlarını sağlar.

 spat: Teorem 5.1.5 in ispatına benzer bir şekilde yapılır.

Sonuç 5.4.5: [48] Teorem 5.4.4 den dolayı her n trosofik   l  b-normlu uzay aynı zamanda bir n trosofik   l  b-metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.4.6: [48] $((V, *_2, \#_2), \|.\|_{n\ddot{u}v}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  b-normlu uzay ve

$$d_{n\ddot{u}b}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}b}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}b}$$

şeklinde tanımlanan nörtrosofik üçlü b-metriğe $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ nörtrosofik üçlü b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nörtrosofik üçlü b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nörtrosofik üçlü b-normlu uzayda nörtrosofik üçlü b-yakınsak diziyi, nörtrosofik üçlü b-Cauchy dizisini ve nörtrosofik üçlü b-Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.4.7: [48] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$, $(F, *_1, \#_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü b - normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}b}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş nörtrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}b}(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}b} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $s \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nörtrosofik üçlü b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.4.8: [48] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$, $(F, *_1, \#_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}b}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş nörtrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda

$$d_{n\ddot{u}b}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}b} < \varepsilon$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir nörtrosofik üçlü b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.4.9: [48] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$, $(F, *_1, \#_1)$ nörtrosofik üçlü cismi üzerinde bir nörtrosofik üçlü b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}b}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş nörtrosofik üçlü b-metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ nörtrosofik üçlü b-Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ tarafından indirgenmiş $d_{n\ddot{u}b}$ nörtrosofik üçlü b-metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}})$ nörtrosofik üçlü b - normlu uzaya nörtrosofik üçlü b-Banach uzayı denir.

5.5 Nötrosofik Üçlü Kısmi b-Normlu Uzaylar

Tanım 5.5.1: [49] $(V, *_2, \#_2), (F, *_1, \#_1)$ nötrosofik üçlü cisim üzerinde bir nötrosofik üçlü vektör uzayı olsun. $\| \cdot \|_{n\ddot{u}kb} : V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ fonksiyonu aşağıdaki koşulları sağlarsa, $\| \cdot \|_{n\ddot{u}kb}$ fonksiyonuna bir nötrosofik üçlü kısmi b-norm denir.

Burada

$$f: F \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olacak şekilde

$$f(\beta, n) = f(\beta, \text{ters}(n)),$$

şartlarını sağlayan bir fonksiyon olsun.

Her $n, m \in V$ ve $\beta \in F$ için

$$\text{i) } \|n\|_{n\ddot{u}kb} \geq 0$$

$$\text{ii) } \|n\|_{n\ddot{u}kb} = \|\text{etkisiz}(n)\|_{n\ddot{u}kb} = 0 \text{ ise } n = \text{etkisiz}(n) \text{ ' dir.}$$

$$\text{iii) } \|\beta \#_2 n\|_{n\ddot{u}kb} = f(\beta, n) \cdot \|n\|_{n\ddot{u}kb}$$

$$\text{iv) } \|\text{ters}(n)\|_{n\ddot{u}kb} = \|n\|_{n\ddot{u}kb}$$

v) Her bir $n, m \in V$ eleman çifti için

$$\|n *_2 m\|_{n\ddot{u}kb} \leq \|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}kb}$$

olacak şekilde en az bir $s \in V$ elemanı varsa

$$\|n *_2 m *_2 \text{etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}kb} \leq k \cdot (\|n\|_{n\ddot{u}kb} + \|m\|_{n\ddot{u}kb}) - \|\text{etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}kb}$$

olur. Burada, $k \in \mathbb{R}^+$ ve $k \geq 1$.

Ayrıca, $((V, *_2, \#_2), \| \cdot \|_{n\ddot{u}kb})$ uzayı bir nötrosofik üçlü kısmi b-normlu uzay olarak adlandırılır.

Sonuç 5.5.2: [49]

a) Tanım 5.5.1 deki şartlardan dolayı nôtrosofik üçlü kısmi b-normlu uzaylar klasik normlu uzaylardan farklıdır.

b) Tanım 5.5.1 de

$$n = \text{etkisiz}(n) \text{ ise } \ln_{nukb} = 0$$

koşulunun her zaman sağlanmadığı açıktır. Bundan dolayı nôtrosofik üçlü kısmi b-normlu uzaylar nôtrosofik üçlü normlu uzaylardan ve nôtrosofik üçlü b-normlu farklıdır. Ayrıca bu uzaylardaki üçgen eşitsizlikleri de farklıdır.

Örnek 5.5.3: Örnek 5.1.2 de olduğu gibi

$N = \{n, m\}$ ve $P(N) = \{\emptyset, \{n\}, \{m\}, \{n, m\}\}$, N kümesinin kuvvet kümesi olsun. $M, S \in P(N)$ olmak üzere

$$M * S = \begin{cases} S \setminus M, & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' = S \text{ ise} \\ M \setminus S, & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' = M \text{ ise} \\ (M \setminus S)', & s(M) > s(S) \text{ } M \supset S \wedge S' \neq M \text{ ise} \\ (S \setminus M)', & s(M) < s(S) \text{ } S \supset M \wedge M' \neq S \text{ ise} \\ N, & s(M) = s(S) \text{ } M \neq S \text{ ise} \\ \emptyset, & M = S \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde $*$ işlemine göre ve

$$M \varphi S = \begin{cases} M \cap S, & M, S \in P(N) \setminus N \text{ ise} \\ N, & M = N \text{ veya } S = N \text{ ise} \end{cases}$$

olacak şekilde φ işlemine göre $(P(N), *, \varphi)$ bir nôtrosofik üçlü vektör uzay ve aynı zamanda bir nôtrosofik üçlü cisimdir.

Burada;

$$\text{etkisiz}(\emptyset) = \emptyset, \text{ters}(\emptyset) = \emptyset,$$

$$\text{etkisiz}(\{n\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{n\}) = \{m\},$$

$$\text{etkisiz}(\{m\}) = \{n, m\}, \text{ters}(\{m\}) = \{n\},$$

$$\text{etkisiz}(\{n, m\}) = \emptyset, \text{ters}(\{n, m\}) = \{n, m\}$$

elde edilir.

Ayrıca, $s(M)$, M kümesinin eleman sayısı olmak üzere

$$f: P(N) \times P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

fonksiyonunu

$$f(M, S) = (2^{s(M \oplus S)} + k) / (2^{s(S)} + k)$$

olacak şekilde tanımlayalım.

Bunun yanı sıra

$$\|\cdot\|_{n\ddot{u}kb}: P(N) \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere $k \in \mathbb{R}^+$ için

$$\|M\|_{n\ddot{u}kb} = 2^{s(M)} + k$$

fonksiyonu bir n trosofik   l  kısımlı b-normdur.

Sonuç 5.5.4: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}b})$ bir n trosofik   l  b - normlu uzay olsun.

$$\|n\|_{n\ddot{u}kb} = \|n\|_{n\ddot{u}b} + k \quad (k \in \mathbb{R}^+)$$

 eklinde tanımlanan fonksiyon bir n trosofik   l  kısımlı b-normdur.

Sonuç 5.5.5: [49] Sonuç 5.5.4 den dolayı her bir n trosofik   l  b-normlu uzaydan bir n trosofik   l  kısımlı b- norm elde edilebilir.

Teorem 5.5.6: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  kısımlı b-normlu uzay olsun.

$$d_{n\ddot{u}kb}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{n\ddot{u}kb}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{n\ddot{u}kb}$$

 eklinde tanımlanan fonksiyon n trosofik   l  kısımlı b-metrik uzay şartlarını sağlar.

 spat: Teorem 5.1.5 deki ispata benzer şekilde yapılır.

Sonuç 5.5.7: [49] Teorem 5.5.6 den dolayı her nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay aynı zamanda bir nôtrosifik üçlü kısmi b-metrik uzaydır. Ancak bunun tersi her zaman doğru değildir.

Tanım 5.5.8: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük b})$, $(F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay ve

$$d_{nük b}: V \times V \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

olmak üzere

$$d_{nük b}(n, m) = \|n *_2 \text{ters}(m)\|_{nük b}$$

şeklinde tanımlanan nôtrosifik üçlü kısmi b-metriğe $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük b})$ nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik denir.

Şimdi nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay tarafından indirgenmiş metrik tanımını kullanarak nôtrosifik üçlü kısmi normlu uzayda nôtrosifik üçlü kısmi b-yakınsak diziyi, nôtrosifik üçlü kısmi b - Cauchy dizisini ve nôtrosifik üçlü kısmi b-Banach uzayını tanımlayalım.

Tanım 5.5.9: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük b})$, $(F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nük b}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük b})$ tarafından indirgenmiş nôtrosifik üçlü kısmi b-metrik uzay olsun. Her $\varepsilon > 0$ için $n > n_0$ olduğunda

$$d_{nük b}(s, \{x_n\}) = \|s *_2 \text{ters}(\{x_n\})\|_{nük b} < \varepsilon + \|\text{etkisiz}(s)\|_{nük b}$$

olacak şekilde bir $s \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisi s elemanına nôtrosifik üçlü kısmi b-yakınsaktır denir ve

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = s \text{ ya da } x_n \rightarrow s$$

ile gösterilir.

Tanım 5.5.10: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{nük b})$, $(F, *_1, \#_1)$ nôtrosifik üçlü cismi üzerinde bir nôtrosifik üçlü kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{nük b}$,

$((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  kısmi b-metrik uzay olsun.

Her $\varepsilon > 0$ için $n, m > n_0$ olduğunda en az bir $s \in V$ elemanı için

$$d_{n\ddot{u}kb}(\{x_m\}, \{x_n\}) = \|x_m *_2 \text{anti}(\{x_n\})\|_{n\ddot{u}kb} < \varepsilon + \|\text{etkisiz}(s)\|_{n\ddot{u}kb}$$

olacak şekilde bir $n_0 \in \mathbb{N}$ mevcutsa $\{x_n\}$ dizisine bir n trosofik   l  kısmi b-Cauchy dizisi denir.

Tanım 5.5.11: [49] $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb}), (F, *_1, \#_1)$ n trosofik   l  cismi üzerinde bir n trosofik   l  kısmi b-normlu uzay; $\{x_n\}$ bu uzayda bir dizi ve $d_{n\ddot{u}kb}$, $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb})$ tarafından indirgenmiş n trosofik   l  kısmi b-metrik uzay olsun. Her $\{x_n\}$ n trosofik   l  kısmi b-Cauchy dizisi $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb})$ tarafından indirgenmiş $d_{n\ddot{u}kb}$ n trosofik   l  kısmi b-metrik uzaya göre yakınsak ise $((V, *_2, \#_2), \|\cdot\|_{n\ddot{u}kb})$ n trosofik   l  kısmi b-normlu uzaya n trosofik   l  kısmi b-Banach uzayı denir.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır. Giriş kısmının yer aldığı birinci bölümde bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nörtrosofik kümelerin ve nörtrosofik üçlü kümeler hakkında bilgilere yer verilmiştir.

Genel bilgilerin verildiği ikinci bölümde ise tezde kullanacağımız bazı klasik metriklerin, bulanık kümelerin, nörtrosofik kümelerin ve nörtrosofik üçlü kümelerin tanım ve özellikleri incelenmiştir. Ayrıca bazı nörtrosofik üçlü yapıların tanımları ile nörtrosofik kümelerin kullanıldığı uygulama çalışmalarına da bu bölümde yer verilmiştir.

Yapılan çalışmaların yer aldığı üçüncü bölümde ise mesleki yeterlilikleri değerlendirmek için yeni bir nörtrosofik benzerlik ölçüsü kullanarak bir karar verme uygulaması elde edilmiştir. Bu uygulamaya öğretmen yeterliliklerini değerlendirdiğimiz bir örnek verildi. Bu uygulama ve örnekten yararlanılarak diğer meslek grupları için de benzer karar verme uygulamaları yapılabilir. Ayrıca bu bölümdeki benzerlik ölçüsü başka karar verme uygulamalarında da kullanılabilir.

Yine yapılan çalışmaların yer aldığı dördüncü bölümde ise bazı nörtrosofik üçlü metrik uzaylar tanımlanmış ve bu uzayların genel özellikleri verilmiştir. Ayrıca bu nörtrosofik üçlü metrik uzaylarla klasik metrik uzaylar karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verilmiştir. Bu bölümdeki tanımlardan faydalanılarak diğer klasik metriklerde nörtrosofik üçlü teoride tanımlanabilir. Ayrıca, matematikte önemli bir yer tutan sabit nokta teoremleri çoğunlukla metrik uzaylar üzerine kurulduğundan sabit nokta teoremleri de bu bölümdeki nörtrosofik üçlü metrikler yardımıyla veya bu bölümdeki bilgilerle elde edilebilecek yeni nörtrosofik üçlü metrik uzaylar yardımıyla nörtrosofik üçlü teoride tanımlanabilir.

Son olarak yapılan çalışmaların yer aldığı beşinci bölümde ise bazı ntrosofik l normlu uzaylar tanımlanmış ve bu uzayların genel özellikleri verilmiştir. Ayrıca bu ntrosofik l normlu uzaylarla klasik normlu karşılaştırılarak aralarındaki ilişki verilmiştir. Bunun yanı sıra üçüncü bölümdeki ntrosofik l metrik uzayalar ile beşinci bölümdeki ntrosofik l normlu uzaylar arasındaki ilişkiler verilmiştir. Ayrıca bu bölümdeki tanımlar yardımıyla yeni ntrosofik l i çarpım uzayları ve yeni ntrosofik l Hilbert uzayları tanımlanabilir ve bu yapılarla ilgili özellik ve teoremler ntrosofik l teoride çalışılabilir.



KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control*, **8(3)**, 338-353.
- [2] Atanassov, T. K. (1986). Intuitionistic Fuzzy Sets, *Fuzzy Sets System*, **20**, 87–96
- [3] Smarandache, F. (1998). *A Unifying Field in Logics, Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*. American Research Press: Rehoboth, MA, USA
- [4] Şahin, M., Kargın, A., Smarandache, F. (2020). Combined Classical-Neutrosophic Sets and Numbers, Double Neutrosophic Sets and Numbers, In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 18, 254–265.
- [5] Şahin, M., Kargın, A. (2020). New Similarity Measure Between Single-Valued Neutrosophic Sets and Decision-Making Applications in Professional proficiencies. In *Neutrosophic Sets in Decision Analysis and Operations Research*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 129–149.
- [6] Uluçay, V., Şahin, M. (2020). Decision-Making Method Based on Neutrosophic Soft Expert Graphs. In *Neutrosophic Graph Theory and Algorithms*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 33–76.
- [7] Olgun, N., Hatip, A. (2020). The Effect of the Neutrosophic Logic on The Decision Tree. In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 7, 238–253.
- [8] Wang, J., Wei, G., Lu, M. (2018). An Extended VIKOR Method for Multiple Criteria Group Decision Making with Triangular Fuzzy Neutrosophic Numbers. *Symmetry*, **10**, 497.
- [9] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2016). TOPSIS Method for Multi-Attribute Group Decision-Making Under Single-Valued Neutrosophic Environment. *Neural Comput. Appl.*, **27**, 727–737.
- [10] Şahin, R.;Liu, P. (2016). Maximizing Deviation Method for Neutrosophic Multiple Attribute Decision Making with Incomplete Weight Information. *Neural Comput. Appl.*, **27**, 2017–2029.
- [11] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2014). Entropy Based Grey Relational Analysis Method for Multi-Attribute Decision Making Under Single Valued Neutrosophic Assessments. *Neutrosophic Sets Syst.*, **2**, 102–110.
- [12] Smarandache, F., Ali, M. (2016). Neutrosophic Triplet Group. *Neural Computing and Applications*, **29**, 595-601.

- [13] Ali, M., Smarandache, F., Khan, M. (2018). Study on The Development of Neutrosophic Triplet Ring and Neutrosophic Triplet Field, *Mathematics*, **6(4)**, 46.
- [14] Şahin, M., Kargin, A. (2017). Neutrosophic Triplet Normed Space, *Open Physics*, **15**, 697-704
- [15] Şahin, M., Kargin, A., Çoban, M.A. (2018). Fixed Point Theorem for Neutrosophic Triplet Partial Metric Space, *Symmetry*, **10(7)**, 240
- [16] Şahin, M., Kargin, A. (2017). Neutrosophic Triplet Inner Product Space, *Neutrosophic Operational Research*, **2(10)**, 193-215.
- [17] Smarandache, F., Şahin, M., Kargin, A. (2018). Neutrosophic Triplet G- Module, *Mathematics*, **6(4)**, 53.
- [18] Bal, M., Shalla, M. M., Olgun, N. (2018). Neutrosophic Triplet Cosets and Quotient Groups, *Symmetry*, **10(4)**, 126.
- [19] Goffman, C., Pedrick G., (1965). *First Course in Functional Analysis*, Prentice-Hall
- [20] Matthews S. G. (1994). Partial Metric topology, *Annals of New York Academy of Sciences*, **728**, 183-197.
- [21] Kopperman, H. D., Matthews, S. G., and Pajoohesh K. (2004). Partial Metrizable in Value Quantales, *Applied General Topology*, **5**, 115-127.
- [22] Altun I., Sola F., Simsek H. (2010). Generalized Contractions on Partial Metric Space, *Topology and Its Applications*, **157**, 2778-2785.
- [23] Romaguera, S., (2010). A Kirk Type characterization of Completeness for Partial Metric Space, *Fixed Point Theory and Applications*, 493298.
- [24] Romaguera, S. (2012). Fixed Point Theorems for Generalized Contractions on Partial Metric Space, *Applied General Topology*, **3**, 91-112.
- [25] Bakhtin, I. A., (1989). The Contraction Mapping Principle in Quasimetric Spaces, *Funct. Anal. Unianowsk Gos. Ped. Inst.*, **30**, 26 – 37.
- [26] Shukla, S. (2017). Some Fixed Point Theorems for Ordered Contractions in Partial b-metric space, *Gazi University Journal of Science*, **30**, 345-354.
- [27] Czerwik, S. (1993). Contraction Mappings in b-Metric Spaces, *Acta. Math. Inf. Univ. Ostraviensis*, **1**, 5 – 11.
- [28] Czerwik, S. (1998) Nonlinear Set-valued Contraction Mappings in b-Metric Spaces, *Atti. Sem. Mat. Fis. Univ. Modena*, **46(2)**, 263 – 276
- [29] Boriceanu, M. (2009). Fixed Point Theory for Multivalued Generalized Contraction on a Set with Two b-Metric, *Studia Uni. Babes – Bolyai Math.*, **3** 1 – 14.
- [30] Czerwik S., Dlutek K., Singh S. L. (1997). Round-Off Stability of Iteration Procedures for Operators in b-Metric Space, *J. Nature. Phys. Sci.*, **11**, 87 – 94

- [31] Aydi H., Bota M., F., Karapinar E., Mitrovic S. (2012). A Fixed Point Theorem for Set-Valued Quasicontractions in b-Metric Space, *Fixed Point Theory Appl.*, **88**
- [32] Nadaban S., (2016). Fuzzy b-Metric Spaces, *Int. Jour. Of Comp. Com. & Cont.*, **11(2)**.
- [33] Branciari, A. (2000). A Fixed Point Theorem of Banach-Caccioppoli Type on a Class of Generalized Metric Spaces. *Publ. Math.*, **57**, 31–37.
- [34] Alamri, B., Suzuki, T., Khan, L.A. (2015). Caristi's fixed Point Theorem and Subrahmanyam's Fixed Point Theorem in ν -Generalized Metric. *J. Funct. Spaces*, 709391.
- [35] Ramabhadra, S.I., Madhusudana, R.J., Rao, S.S. (2009). Contractions Over Generalized Metric Space. *J. Nonlinear Sci. Appl.*, **2**, 180–182.
- [36] Suzuki, T. (2014). Generalized Metric Space Do Not Have the Compatible topology. *Abstr. Appl. Anal.*, 458096.
- [37] Suzuki, T. (2016). Completeness of 3-Generalized Metric Space. *Filomath*, **30**, 3575–3585.
- [38] Suzuki, T. (2017). The Strongly Compatible Topology on ν -Generalized Metric Space. *Ser. A Math.*, **112**, 301– 309.
- [39] Wang H., Smarandache F., Zhang, Y., Sunderraman, R. (2010). Single Valued Neutrosophic Sets. *Multispace Multistruct.*, **4**, 410–413.
- [40] Mukherjee, A., Sarkar, S. (2014). Several Similarity Measures of Neutrosophic Soft Sets and its Application in Real Life Problems. *Ann. Pure Appl. Math.*, **7**, 1– 6.
- [41] Ye, J. (2014). Clustering Methods Using Distance-Based Similarity Measures of Single-Valued Neutrosophic Sets. *Journal of Intelligent Systems*, **23(4)**, 379-389.
- [42] Aslan, C., Kargın, A., Şahin, M. (2020). Neutrosophic Modeling of Talcott Parsons's Action and Decision-Making Applications for It. *Symmetry*, **12(7)**, 1166.
- [43] Şahin M., Kargın A. (2018). Neutrosophic Triplet ν -Generalized Metric Space, *Axioms*, **7**, 67.
- [44] Proje Adı: Tek Değerli Nötrosifik Sayılar İçin Benzerlik Ölçüsünü Öğretmen Yeterliliklerini Değerlendirmede Kullanma (2019). Proje Yürütücüsü M. Şahin, Proje Araştırmacısı A. Kargın, Gaziantep Üniversitesi, Araştırma Projeleri Yönetim Birimi, Proje No: FEF.DT.19.08.

- [45] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet b-Metric Space, In *Neutrosophic Triplet Research*, Pons Editions Brussels, Belgium, EU, **1(7)**, 79 - 90
- [46] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet Partial b-Metric Space, *1 May International Congress of Social Policies and Scientific Research*, May 1, Ankara, Turkey
- [47] Şahin M., Kargın A. (2018). Neutrosophic Triplet Partial Normed Space, *Zeugma I. International Multidisciplinary Studies congress*, Gaziantep, Turkey
- [48] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet b-Normed Space, *MAS International Conference of Mathematics, Engineering, Naturel & Medical Sciences – VI*, Kiev, Ukrania
- [49] Şahin M., Kargın A. (2019). Neutrosophic Triplet Partial b-Normed Space, *MAS International Conference of Mathematics, Engineering, Naturel & Medical Sciences – VI*, Kiev, Ukrania
- [50] Şahin M., Kargın A. (2018), Neutrosophic Triplet v-Generalized Normed Space, *Zeugma I. International Multidisciplinary Studies congress*, Gaziantep, Turkey
- [51] Parsons, T. (1975). *Social Systems and The Evolution of Action Theory*; The Free Press: New York, USA.
- [52] Smarandache, F. (2019). *Introduction to Neutrosophic Sociology (Neutrosociology)*; Pons Publishing House/Pons asblQuai du Batelage: Bruxelles, Belgium.
- [53] Dillon, M., Parsons, T., Merton, R. (2013). Functionalism and Modernization. In *Introduction to Sociological Theory: Theorists, Concepts, and their Applicability to the Twenty-First Century*; Wiley: Hoboken, NJ, USA, 156–157.
- [54] Weber, M. (1947). *The Theory of Social and Economic Organization*; The Free Press: New York, USA.
- [55] Parsons, T. (1954). *Essays in Sociological Theory*, Revised Edition; The Free Press: New York, USA.
- [56] Wallace, R.A., Wolf, A. (1995). *Contemporary Sociological Theory: Expanding the Classical Tradition*, Subsequent Edition; Prentice Hall, Pearson Education, New York, USA.

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı: Abdullah Kargın

Öğrenim Durumu: Doktora

YABANCI DİL BİLGİSİ

Yabancı Dil	Sınav Türü	Puan
İngilizce	YÖKDİL	77.5

EĞİTİM BİLGİLERİ

	Mezun olduğu okul	Mezuniyet yılı
Doktora:	Gaziantep Üniversitesi	2022
Yüksek Lisans:	Gaziantep Üniversitesi	2015
Lisans:	Gaziantep Üniversitesi	2012
Lise:	Gaziantep Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi	2008

ALDIĞI BURSAR

2009 – 2012: Tev Yükseköğretim Lisans Bursu, Türk Eğitim Vakfı

2018 – 2022: 2211/A Yurt İçi Genel Doktora Bursu, TÜBİTAK

PROJELER

2019: Tek Değerli Nötrosifik Sayılar İçin Benzerlik Ölçüsünü Öğretmen Yeterliliklerini Değerlendirmede Kullanma, Proje Yürütücüsü M. Şahin, Proje Araştırmacısı A. Kargın, Gaziantep Üniversitesi, Araştırma Projeleri Yönetim Birimi, Proje No: FEF.DT.19.08

ULUSLARARASI KİTAPLARDA YAPILAN GÖREVLER

Peer Reviewer: Neutrosophic Triplet Structures 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Doç. Dr. Memet Şahin; Peer Reviewers: Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2019

Editor: Quadruple Neutrosophic Theory and Applications 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Prof. Dr. Memet Şahin; Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2020

Editor: NeutroAlgebra Theory 1, Editors: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Prof. Dr. Memet Şahin; Doç. Dr. Derya Bakbak, Dr. Vakkas Uluçay, Abdullah Kargın; Neutrosophic Science International Association, The Education Publisher Inc., OH, United States, 2021

Çeviri: Introduction to Neutrosophic Sociology, Editor: Prof. Dr. Floretin Smarandache, Neutrosophic Science International Association, Pons asbl, Brussels, Belgium, 2019. Nötrosifik Sosyolojiye Giriş, Çevirmenler: Doç. Dr. Cahit Arslan, Prof. Dr. Memet Şahin, Abdullah Kargın, Karahan Yayınevi, Adana, Türkiye, 2021

YAYINLAR

Uluslararası Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler

1. Uluçay V., Öztekin Ö., Şahin M., Olgun N. and Kargın A., Soft representation of soft groups, New Triends Mathematical Sciences, 2016, 4, 2, 23-29
2. Olgun N., Şahin M., Kargın A. and Çoban M. A., Partial Normed Space, Reviews Math Journal of Mathematic, 2017, 1, 1-8
3. Şahin M., Olgun N., Uluçay V., Kargın A., and Smarandache F. A new similarity measure on falsity value between single valued neutrosophic sets based on the centroid points of transformed single valued neutrosophic numbers with applications to pattern recognition, Neutrosophic Sets and Systems, 2017, 15, 31-48, doi: org/10.5281/zenodo570934
4. Şahin M., Ecemiş O., Uluçay V. and Kargın A. Some new generalized aggregation operators based on centroid single valued triangular neutrosophic numbers and their applications in multi-attribute decision making, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2017, 16, 2, 63-84
5. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet normed space, Open Physics, 2017, 15, 697-704
6. Smarandache F., Şahin M., and Kargın A. Neutrosophic Triplet G-Module, Mathematics, 2018, 6, 53
7. Şahin M., Kargın A. and Çoban M. A. Fixed point theorem for neutrosophic triplet partial metric space, Symmetry, 2018, 10, 240
8. Şahin M., Kargın A. Neutrosophic triplet v-generalized metric space, Axioms, 2018, 7, 67
9. M. Şahin., N. Olgun, A. Kargın and V. Uluçay Isomorphism theorems for Soft G-modules, Afrika Matematika, 2018, <https://doi.org/10.1007/s13370-018-0621-1> (Scopus)
10. Ecemiş O., Şahin M. And Kargın A., Single valued neutrosophic number valued generalized neutrosophic triplet groups and its applications for decision making applications, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2018, 25(4): 205-218

11. Şahin M., Kargın A., Neutrosophic triplet normed ring space, Neutrosophic Set and Sytems, 2018, 21, 20-27
12. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet metric topology, Neutrosophic Set and Systems, (2019) 27, 154 -162
13. Şahin M. And Kargın A., Single valued neutrosophic quadruple graps, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, 2019, 26(4): 243–250
14. Şahin, M., Kargın A., Neutrosophic triplet groups based on set valued neutrosophic quadruple numbers, Neutrosophic Set and Systems, 2019, 30, 122 - 131
15. Şahin, M., Kargın A. Yücel M., Neutrosophic triplet partial g – metric space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 33, 116 – 134
16. Şahin, M., Kargın A. Uz M. S., Neutrosophic triplet partial bipolar metric space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 33, 297 – 313
17. Aslan, C. Kargın, A. Şahin, M. Neutrosophic Modeling of Talcott Parsons’s Action and Decision-Making Applications for It, Symmetry, 2020, 12(7), 1166.
18. Kargın, A., Dayan A., Yıldız, İ., Kılıç, A. Neutrosophic Triplet m – Banach Space, Neutrosophic Set and Systems, 2020, 38, 383 – 398
19. Kargın, A., Dayan A., Şahin, N. M. Generalized Hamming Similarity Measure Based on Neutrosophic Quadruple Numbers and Its Applications to Law Sciences, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 40, 2021, pp. 45-67
20. Şahin, S., Kargın A., Yücel, M. Hausdorff Measures on Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Numbers and Decision Making Applications for Adequacy of Online Education, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 40, 2021, pp. 86-116
21. Şahin, M., Kargın A., Uz, M. S. Generalized Euclid Measures Based On Generalized Set Valued Neutrosophic Quadruple Numbers And Multi Criteria Decision Making Applications, Neutrosophic Sets and Systems, vol. 47, 2021, pp. 573-600

Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

1. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet b – normed spaces. 6. International European Conference On Mathematics, Engineering, Natural and Medical Sciences, Kiev, Ukraine (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)
2. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - normed spaces. 6. International European Conference On Mathematics, Engineering, Natural and Medical Sciences, Kiev, Ukraine (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)

3. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - metric topology spaces. 1 Mayıs Uluslararası Sosyal Politikalar ve Bilimsel Araştırmalar Kongresi, Ankara, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)
4. Şahin, M., Kargın A. (2019). Neutrosophic triplet partial b - metric spaces. 1 Mayıs Uluslararası Sosyal Politikalar ve Bilimsel Araştırmalar Kongresi, Ankara, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)
5. Şahin, M., Kargın A. (2018). Nötrosofik üçlü v - genelleştirilmiş normlu uzaylar. Zeugma I. uluslararası Multi Disipliner Çalışmalar Kongresi, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)
6. Şahin, M., Kargın A. (2018). Nötrosofik üçlü kısmi normlu uzaylar. Zeugma I. uluslararası Multi Disipliner Çalışmalar Kongresi, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum))
7. Şahin, M., Kargın A. (2018). Representation of Neutrosophic Triplet Groups. III. Uluslararası Mesleki ve Teknik Bilimler Kongresi, Gaziantep, Türkiye (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)
8. Şahin, M., Kargın A. (2017). Neutrosophic Triplet Metric Spaces and Neutrosophic Triplet Normed Spaces. International Conference on Mathematics and Mathematics Education, Şanlıurfa, Türkiye (ICMME-2017) (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)
9. Olgun, N., Şahin, M., Kargın A., Uluçay, V. (2015). Fuzzy Generalized Meir Keeler Type Contraction on Fuzzy Partial Metric Spaces. Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Türkiye (Tam Metin Bildiri / Sözlü Sunum)
10. Olgun, N., Şahin, M., Kargın A., Uluçay, V. (2015). Soft G - Modules. Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Türkiye (Tam Metin Bildiri / Sözlü Sunum)

Yazılan Ulusal/Uluslararası Kitaplardaki Bölümleri

1. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet inner product space, Neutrosophic Operational Research, 2017, 2, 193-215
2. Şahin M., Kargın A. And Smarandache F., Generalized Single Valued Triangular Neutrosophic Numbers and Aggregation Operators for Application to Multi-attribute Group Decision Making, New Trends in Neutrosophic Theory and Applications, 2018, 2, 51-84
3. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet partial inner product space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 1, 10-21

4. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet partial v- generalized metric space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 2, 22 -35
5. Şahin M., Kargın A. and Smarandache F. Neutrosophic triplet topology, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 4, 43 -53
6. Şahin M. and Kargın A. Isomorphism theorems for Neutrosophic triplet g- modules, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 5, 54 -67
7. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet Lie algebra, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 6, 68 -78
8. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet b – metric space, Neutrosophic Triplet Structures, 2019, 7, 79 -90
9. Şahin M., Kargın A. and Kılıç, A. Generalized neutrosophic quadruple sets and numbers, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 1, 11 -22
10. Şahin M., Kargın A. and Kılıç, A. Generalized set valued neutrosophic quadruple sets and numbers, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 2, 23 - 40
11. Şahin M., Kargın A. and Yıldız, İ. Neutrosophic triplet field and neutrosophic triplet vector space based on set valued neutrosophic quadruple number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 4, 52 -61
12. Şahin M. and Kargın A. Neutrosophic triplet metric space based on set valued neutrosophic quadruple number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 5, 61 -71
13. Şahin M., Kargın A., Uz, M. S, Kılıç, A. Neutrosophic triplet bipolar metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 11, 150 -164
14. Şahin M., Kargın A., Yücel M, Özkattepe, P. Neutrosophic triplet g- metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 13, 181 -203
15. Şahin M., Kargın A., Dayan A, Kılıç, A. Neutrosophic triplet m- metric space, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 15, 213 -223
16. Şahin M., Kargın A., Smarandache F. Combined classic-neutrosophic sets and numbers, double neutrosophic set and number, Quadruple Neutrosophic Theory and Applications, 2020, 18, 254 -266
17. Şahin, M., and Kargın, A. New Similarity Measure Between Single-Valued Neutrosophic Sets and Decision-Making Applications in Professional Proficiencies. In Neutrosophic Sets in Decision Analysis and Operations Research (pp. 129-149). IGI Global. 2020
18. Şahin M., Kargın A., Smarandache, F. Neutro-G Modules and Anti-G Modules, NeutroAlgebra Theory 1, 4, 50 – 71, 2021

- 19.** Şahin M., Kargın A. Neutro-R Modules, NeutroAlgebra Theory 1, 6, 85 – 101, 2021
- 20.** Şahin M., Kargın A., Yücel, M. Neutro-Topological Space, NeutroAlgebra Theory 1, 2, 16 – 31, 2021
- 21.** Şahin M., Kargın A., Altun, A. Neutro-Metric Spaces, NeutroAlgebra Theory 1, 5, 71 – 85, 2021
- 22.** Şahin M., Kargın A. Uz, M. S. Neutro-Lie Algebra, NeutroAlgebra Theory 1, 7, 101 – 120, 2021
- 23.** Kargın, A., Şahin, N. M. Neutro-Law, NeutroAlgebra Theory 1, 13, 198 – 207, 2021
- 24.** Şahin, S., Bozkurt, B., Kargın, A. Comparing the Social Justice Leadership Behaviors of School Administrators According to Teacher Perceptions Using Classical and Fuzzy Logic, NeutroAlgebra Theory 1, 9, 145 – 161, 2021