

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
HİDROLİK BİLİM DALI**

**FARKLI MÜHENDİSLİK TEORİLERİ İLE MODELLENMİŞ
AKIŞKAN TAŞIYAN BORUNUN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**

Kevser YÜCE

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Begüm Yurdanur DAĞLI**



MANİSA-2022

**Kevsler
YÜCE**

**FARKLI MÜHENDİSLİK TEORİLERİ İLE MODELLENMİŞ AKIŞKAN TAŞIYAN
BORUNUN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**

2022

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Kevser YÜCE



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER	I
SİMGELER DİZİNİ.....	II
KISALTMALAR DİZİNİ.....	IV
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	V
TABLO DİZİNİ	VI
TEŞEKKÜR.....	VII
ÖZET.....	VIII
ABSTRACT	IX
1. GİRİŞ	1
1. 1. Tezin Önemi.....	2
1 2. Tezin Amacı	2
1. 3. Literatür Taraması.....	3
2. GENEL BİLGİLER	5
2.1. Kiriş Teorileri Hakkında Genel Bilgi	5
2.2. Akışkan Teorileri Hakkında Genel Bilgi.....	6
2.2.1.Euler Hareket Denklemi	8
2.2.2.Navier Stokes Denklemi	8
2.3. Akışkan Yapı Etkileşimi	11
3. SİSTEMİN MATEMATİKSEL MODELİNİN ELDE EDİLMESİ	13
3.1. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi.....	13
3.2. Rayleigh Kiriş Teorisi	14
3.3. Kayma Kiriş Teorisi.	15
3.4. Akışkan Taşıyan Boru Hareket Denklemleri	17
3.5. Boyutsuzlaştırma	19
3.6.Sınır Şartları	21
4. NÜMERİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ.....	23
5. SAYISAL SONUÇLAR	27
5.1. EBBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri	27
5.2. RBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri.....	31
5.3. KBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri.....	39
5.4. EBBM, RBM VE KBM Doğal Titreşim Frekansı Değerlerinin Karşılaştırılması.....	48
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	54
KAYNAKLAR	56
EKLER	59
EK A1 RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$	60
EK A2 RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$	61
EK A3 RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$	62
EK A4 KBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$	63
EK B1 RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$	64
EK B2 KBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$	65
EK B3 KBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$	66
EK B4 RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$	67
ÖZGEÇMİŞ	68

SİMGELER DİZİNİ

Simgeler	Açıklamalar
A_f	akış kesit alanı
A_p	kesit alan
a_y	hareket halindeki akışkanın ivmesi
E	elastisite modülü
F	kuvvet
G	kesme faktörü
I	kesit atalet momenti
J	kütlenin atalet momenti
K	kaymadan kaynaklanan çarpılma açısı
k	yayın rijitliği
k'	kayma faktörü
L	uzunluk, toplam uzunluk
M	kütle, konsantre kütle, eğilme momenti
m	birim boya düşen kütle, birim uzunluk ağırlığı
P	basınç
r	atalet yarıçapı
T	kinetik enerji
t	zaman
U	potansiyel enerji
u	eksenel akışkan hızı
V	kesme kuvveti
v	titreşim sonucu oluşan deplasman
Y	iç kuvvetin düşey bileşeni
y	yer değiştirme
y^*	borunun düşey çökmesi
x	konum
α	eğilme momentinden kaynaklanan dönme açısı
Ω_n	coriolis terimi
ρ_f	akışkan yoğunluk
ω	doğal titreşim frekansı

β	doluluk oranı
λ	narinlik oranı
θ	dönme açısı
ρ	özgül kütle
ρ_p	yoğunluk
$()'$	uzaysal değişkene göre türev
$(\dot{})$	zamana göre türev



KISALTMALAR DİZİNİ

KBM	Kayma Boru Modeli
EBBM	Euler-Bernoulli Boru Modeli
RBM	Rayleigh Boru Modeli
SBM	Shear Boru Modeli



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1. Akışkan Taşıyan Borunun y ekseninde Yaptığı Davranış	12
Şekil 2.Euler-Bernoulli Teorisi Elemanı.....	13
Şekil 3.Rayleigh Kiriş Teorisi Elemanı	15
Şekil 4.Kayma Kiriş Teorisi Elemanı	16
Şekil 5.Akış Diyagramı.....	26
Şekil 6.EBBM için Maple Notasyonları	27
Şekil 7. $\beta=0.2$, $\beta=0.4$ ve $\beta=0.6$ için Akışkan Hızına Bağlı Frekans Değişimi ...	29
Şekil 8.RBM için Maple Notasyonları.....	31
Şekil 9.RBM için Narinlik Katsayısına Bağlı Frekans Değişimi 1. Mod	32
Şekil 10.RBM için Narinlik Katsayısına Bağlı Frekans Değişimi 2. Mod	33
Şekil 11.RBM için Narinlik Katsayısına Bağlı Frekans Değişimi 3. Mod	34
Şekil 12.KBM için Maple Notasyonları	39
Şekil 13.KBM için Kayma Rijitliğine Bağlı Frekans Değişimi 1. Mod	40
Şekil 14. KBM için Kayma Rijitliğine Bağlı Frekans Değişimi 2. Mod	41
Şekil 15. KBM için Kayma Rijitliğine Bağlı Frekans Değişimi 3. Mod	42
Şekil 16. Mod 1 için $u=2.00$ Anında Doğal Frekans ile Λ değişimi.....	45
Şekil 17. Mod 2 için $u=5.00$ Anında Doğal Frekansın Λ ile değişimi.....	46
Şekil 18. Mod 3 için $u=5.00$ Anında Doğal Frekansın Λ ile değişimi.....	47
Şekil 19. Mod 1 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=20$)	48
Şekil 20. Mod 1 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=3600$).....	49
Şekil 21. Mod 2 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=20$).....	50
Şekil 22. Mod 2 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=3600$).....	51
Şekil 23. Mod 3 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=20$).....	52
Şekil 24. Mod 3 için $u=1.00$ anında β 'ya Bağlı Doğal Frekans Karşılaştırması ($\lambda=20$, $\Lambda=3600$).....	53

TABLO DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 1.Üç Farklı Mühendislik Teorisine İlişkin Özellikler.....	6
Tablo 2.Klasik Sınır Şartları	21
Tablo 3.EBBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırması	28
Tablo 4.RBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırması $u=3.0$	35
Tablo 5. KBM için Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırması $u=2.0$	43
Tablo 6. EK A1 RBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$	60
Tablo 7. EK A2 RBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$	61
Tablo 8. EK A3 RBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$	62
Tablo 9. EK A4 KBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$	63
Tablo 10. EK B1 RBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$	64
Tablo 11. EK B2 KBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$	65
Tablo 12. EK B3 KBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$	66
Tablo 13. EK B4 KBM Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$	67

TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aşamasında bana destek olan, bilgi ve tecrübesi ile lisansüstü öğrenim hayatımın tüm zorlu aőamalarında maddi manevi her yönden yardımcı olan, tecrübeleri ile beni aydınlatan, kendisini tanımaktan büyük onur duyduğum danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi, Begüm Yurdanur Dağlı'ya, teşekkür ederim.

Kevser YÜCE
Manisa, 2022



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Farklı Mühendislik Teorileri ile Modellenmiş Akışkan Taşıyan Borunun Serbest Titreşim Analizi

Kevser YÜCE

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi, Begüm Yurdanur DAĞLI

- Bu çalışmada, çeşitli kiriş modellerinin boruların dinamik davranışları üzerindeki etkisini göstermek için iki ucu mesnetli olan akışkan taşıyan boruların enine serbest titreşimi incelenmiştir. Titreşim analizi yapılırken borular, bir kiriş olarak modellenmiştir. Euler-Bernoulli, Rayleigh ve Kayma kiriş teorileri kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Akışkan davranışı Euler Denklemi ile ifade edilmiştir. Akışkan-yapı etkileşimini temel alan yaklaşım ile denklemler birleştirilerek akışkan taşıyan boruya ait hareket denklemi elde edilmiştir. Kayma boru modeli (KBM) için hareket denklemi tek bir denkleme indirgenmiştir. Euler-Bernoulli boru modeli (EBBM) için doluluk oranı ve akışkan hızı ile doğal titreşim frekansı arasındaki ilişki sunulmuştur. Rayleigh boru modeli (RBM) için narinlik katsayısının etkisi araştırılmıştır. Shear boru modeli (SBM) için akışkan hızı ile değişen doğal titreşim frekansı değerleri, farklı doluluk oranı ve kayma rijitliği dikkate alınarak grafik ve tablolar ile verilmiştir. Çalışma sonunda tüm boru modellerine ilişkin sonuçlar karşılaştırılarak tartışılmıştır

Anahtar Kelimeler: Akışkan, doğal titreşim frekansı, Euler Bernoulli, Rayleigh

2022, 80 sayfa

ABSTRACT

M.Sc Thesis

Natural Vibration Analysis of a Pipe Conveying Fluid Modeled with Different Engineering Theories

Kevser YÜCE

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Civil Engineering**

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Begüm Yurdanur DAĞLI

-
-

In this study, the transverse of free vibration of pipes conveying fluid, which has two hinged ends has been examined to show the effect of varied beam models on pipes dynamic behaviors. Pipes have been modeled as a beam while analyzing the vibration. Euler-Bernoulli, Rayleigh and Shear beam theories are utilized to obtain equations of motion. Dynamic behaviour of fluid is expressed by Euler's Equation. The equation of motion of the pipe conveying fluid is generated by combining the equations with the approach based on the fluid-structure interaction. The equation of motion has been reduced to a single equation for Shear pipe model (SPM). The relation between the mass ratio, fluid velocity and natural vibration frequency is presented for Euler-Bernoulli pipe model (EBPM). The effect of the slenderness ratio is investigated for the Rayleigh pipe model (RPM). For the Shear pipe model (SPM), the natural vibration frequency values that change with the fluid velocity are given with graphics and tables, considering the mass ratio and shear stiffness. At the end of the study, the results of all pipe models are compared and discussed.

Keywords: Fluid, natural vibration frequency, Euler Bernoulli, Rayleigh, Shear

2022, 80 pages

1. GİRİŞ

Özellikle son yıllarda küreselleşmenin de etkisi ile verim, emniyet, sürat, maliyet gibi kriterlere bağlı olarak taşıma yolları da sürekli gelişmektedir. Gelişen taşıma yolları beraberinde fiyat performans karşılaştırmalarını getirmektedir. Bu değişkenlere yer küresinin hareketleri, toprak yapısının karakteri, kullanılacak olan malzemenin çeşidi, yapının ve çalışmanın sonucunu büyük oranda etkilemektedir.

Kaynak ve talep merkezlerini birbirine bağlayan önemli taşıma yollarından birisi de boru hatlarıdır. Boru hatları sürekli değişen ve gelişen durumlarda kontrol edilmesi gereken sistemlerdir. Petrol-doğalgaz iletiminin yanı sıra; günümüzde evsel-endüstriyel atık suların deşarjlarında, endüstriyel tesislerin soğutma suyu alım-boşaltım sistemlerinde ve enerji-haberleşme kablolarının deniz geçişlerinde sıkça kullanılmaktadır. Bu sistemlerde tasarımın amacı; hattın ekonomik ömrü içerisinde işletme ve bakım masrafını minimum kılacak, müsaade edilen risk sınırını aşmayacak, imalat-inşa-koruma maliyetini en aza indirecek geçiyi ortaya koyarak, stabil boru boyutlarını seçmektir.

Akışkan taşıyan elastik borularda dinamik özelliklerin belirlenmesi bu borularda meydana gelen titreşimlerin iyi analiz edilmesi ile gerçekleştirilmektedir. Titreşim analizleri faktörel oluşumların nedeninde verime doğrudan sebep üretmektedir. Bu nedenle titreşim analizini etkileyen parametreler birçok kapsamlı çalışmanın konusu olmuştur. Çok yönlü çalışmalarla beraber günümüz koşulları daha teknolojik ve daha fazla parametreyi en ince detayına kadar inceleme sağlamaktadır.

Çalışma temelini oluşturan titreşim analizi boru içinde ki aksiyonu matematiksel olarak algılayıp bu yönlü çalışmalarını detaylandırmada ve problemlerin görünürlüğünü olumlu yönde etkilemektedir.

Bu tez kapsamında, boru dinamik davranışı incelenirken 3 farklı mühendislik teorisi ile tasarım yapılmıştır. Bu mühendislik teorileri sayesinde açıkta bulunan problem ve tasarım detaylarına ilişkin karanlık kısımlar aydınlatılmıştır. Boru davranışı üzerinde ki yöntem izlenirken farklı veri girişleriyle çalışmanın bilimsel karşılığı çeşitli matematiksel ifadelerle ortaya konulmuştur. Bulduğumuz matematiksel ifadeler yardımıyla titreşim analizi üzerinde boru modeli etkisi, elde edilen boyutsuz parametreler ile ilişkilendirilerek sonuçlar tablolar ve grafikler halinde karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

1.1. Tezin Önemi

Gün geçtikçe artan tüketim arzı tetiklemiş akabinde talebin istekleri cevaplayacak çözümler günümüz teknolojiyle aranmaya başlanılmıştır. Yaşamımızın her noktasında teknolojik değişimlere uğrayarak bugünümüze ulaşan boru hatları sistemleri çok yönlü araştırmalar sonucunda taşıdığı akışkana bağlı olarak değişimler göstermektedir. Akışkanların boru hatlarına yapmış olduğu etkiler boru hatlarının davranışını oluşturmuş ve bu davranışlar tasarım kriterlerinin belirlenmesinde etkili olmuştur. Bu sebeple içerisinde akışkan taşıyan özellikle büyük çaplı boru hatlarının titreşim yönünden araştırmaları; başta boru hatlarının ekonomik ömürleri olmak üzere daha fazla yük, daha fazla mesafe, taşınan ürünün verimi ve kalite kaybının yaşanmaması açısından büyük önem arz etmektedir.

1.2. Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında ki temel amaç kullanmış olduğumuz ve halen kullanmakta olduğumuz akışkan taşıyan boru hat sistemlerinin geleceğe aktarımı sağlanırken teknolojik faydalarla beraber yüksek verimli ve kaliteli yapı tasarımlarının en doğru fonksiyonel yolunun bulunması ve bu koşulların tüketicinin ihtiyaçlarını en iyi şekilde karşılanabilmesi için akışkan taşıyan borunun düzlemsel lineer dinamik analizini farklı kiriş teorilerinden yararlanarak gerçekleştirmek ve karşılaştırmalı olarak sonuçları ortaya koyarak gelecek çalışmalara kaynak oluşturmaktır.

Litaratürde bulunan çalışmalardan yola çıkarak bu tez projesi kapsamında; akışkan taşıyan boru problemleri 3 farklı mühendislik modeli ile dizayn edilecektir. Boru içerisindeki akışkan titreşiminin matematiksel ifade edilmesi için geliştirilen diferansiyel denklemler gerçekçi sonuçları yakalamak açısından değişik bakış açısıyla farklı yöntemlerden yararlanılarak sunulacaktır. Akışkanın hareketi borunun davranışını kiriş gibi etkilediğinden kiriş teorileri modelleri ile çözüm aranılacaktır. Akışkan taşıyan borunun serbest titreşim analizi Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi, Rayleigh Kiriş Teorisi, Kayma Kiriş Teorisi kullanılarak incelenecektir.

Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi genel olarak en çok kullanılan kiriş teorisidir. Çalışmalarda birçok noktaya ışık tutmasına karşın kayma deformasyonu çok küçük olduğundan ihmal edilmektedir. İhmal edilen kısımlar için dönme ivmesi Rayleigh Kiriş Teorisi ile kayma deformasyonu da Kayma Kiriş Teorisi ile hesaplara dâhil edilecektir. Elde edilen sonuçlar grafikler halinde karşılaştırmalı olarak ortaya konulacaktır.

1.3. Litaratür Taraması

Boru hatlarında yapılan araştırmaların birçoğu eksik yönleri tamamlayıp tasarımların iyileşmelerinde önemli katkı sağlamıştır.

18. ve 19. Yüzyıl çalışmalarında kiriş teorileri için örnekler kısıtlı ancak karmaşık yapılarda karşılaşılmaktaydılar. Bu çalışmalar boru hatlarında da, taşınılan ürünün yapısına göre farklılık arz ederek günümüz çalışmalarına uygun bir zemin hazırlanabilinmiştir.

Titreşim analizleri, kullanılan malzeme ve bu malzemelerin belirleyici özelliklerindeki kapsayan bir süreci barındırır. Akışkan taşıyan borularda bakılması gerekenler akışkanın karakteritik ve davranışsal yapısının incelenmesi bu incelemeler sonucu matematiksel ifadelerin çıkarılması çalışmaların diğer çalışmalara tecrübe kazandırmasında katkı sağlamıştır.

Önceki çalışmaların materyal ve çalışma araçları, ifadelerin sayısal verilerle analizleri günümüz koşullarından daha dar kapsamlı olmasına karşın, günümüzde bu çalışmalar çeşitli bilgisayar programları sayesinde matematik analizleri ve grafikleri ortaya dökülürken zaman açasından büyük kazanca ulaşmıştır.

Kiriş teorilerinin tarihçesine bakacak olursak ilk olarak Jacob Bernoulli[1] elastik bir kirişin eğilmesinin, kirişin her noktası için eğilme momenti ile orantılı olduğu belirtmiştir. Traill-Nash ve Collar [2] kayma deformasyonu ve dönme ataleti hesaba katıldığı zaman üniform bir kirişin yanal titreşim problemini teorik olarak ele almıştır. Chun[3], bir ucu serbest diğer ucunda burulma yayı bulunan kirişin frekans denklemini ve mod şekillerini incelemiştir. Bickford[4], düşey kayma gerilmelerinin kalınlık boyunca parabolik olarak değişimini dikkate alarak bir kiriş teorisi ortaya koymuştur. Bapat CN ve Bapat C[5], birden fazla kütle ve öteleme yayı taşıyan bir kirişin titreşim analizini incelemiş ve elde ettiği sonuçları farklı yay katsayılarına göre tablolar haline getirmiştir. Bokain [6] farklı sınır koşullarına sahip eksenel kuvvet etkisi altındaki tek açaıklıklı kirişler için, eksenel kuvvetin kirişin serbest titreşim karakteristikleri üzerindeki etkileri incelemiştir. Rossi [7], tekil kütle taşıyan elastik mesnetli kirişlerin serbest titreşimlerini analitik olarak hesaplamıştır. Reddy, Wang ve Lam [8], kayma deformasyonunu ayrıntılı olarak incelemiş ve çalışmalar yapmıştır. Borgland[9], akışkan taşıyan borularda akan sıvı ile oluşan kuvvetlere bağlı olarak kirişlerin optimal tasarımını ve kararlılığını incelemişlerdir. Banerjee [10], dinamik rijitlik matrisleri yardımıyla eksenel yük etkisindeki kirişlerin serbest titreşimi üzerine çalışmıştır. Mısra ve diğerleri [11] bir ucunun tek noktasından, diğer

ucundaysa kelepçe ile sabitlenmiş olan sıvı taşıyan bir borunun davranışını incelemişlerdir. Zhou[12] Rayleigh-Ritz yöntemiyle sürekli kirişlerin ve Law [13] uniform olmayan bir Euler-Bernoulli kirişin dinamik davranışını Hamilton prensibi ile özvektör ve özdeğeri analiz etmişlerdir. Modarres-Sadeghi ve diğerleri [14] içerisinde aksel akış olan ince silindirik boruları incelemişlerdir. Stangl ve Irschik [15] iç akış bulunduran bir Euler elastik borusunun dinamiğini incelemişlerdir. Uğurlu ve Engin[16], akışkan taşıyan ya da aksel bir akım içerisine daldırılmış elastik yapıların dinamik analizi için, lineer bir hidroelastik çözüm metodu sunmuşlardır. Jing ve arkadaşları [17], fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli kirişlerin statik ve serbest titreşim davranışını analiz etmek için merkezi sonlu hacim yöntemi ve Timoshenko kiriş teorisi kombinasyonuna dayanan yeni bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Avcar ve Alwan [18] Rayleigh kiriş teorisini kullanarak sabit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşim analizini yapmışlardır. Şimşek [19] doktora tezinde bir kirişin doğrusal ve doğrusal olmayan titreşimlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisi, Timoshenko kiriş teorsisi ve Reddy-Bickford kiriş teorisi çerçevesinde nümerik olarak incelemiştir.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Kiriş Teorileri Hakkında Genel Bilgi

Akışkan taşıyan boru hatlarının dinamiklerini incelenmesi, boruyu kiriş davranışı yaparken, akışkanın da boruya yaptığı kuvvet etkimesinin kiriş denklemlerinin yardımıyla çözülmesi, boru hatlarının tasarımını anlamamızda yardımcı olmaktadır.

Kiriş denklemleri deyince karşımıza ilk olarak Euler-Bernoulli Kiriş denklemi çıkmaktadır. Euler-Bernoulli Kiriş denklemi klasik kiriş denklemi olarak bilinmektedir. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi basit olması çoğu mühendislik yaklaşımına uygun sonuçlar vermesi sebebiyle genellikle başvuru olan ilk yöntemdir.

Kiriş teorileri konusunda ki çalışmalara ışık tutan ilk örneği Euler-Bernoulli modeli eğilmeye bağlı gerilme enerjisi ve yanal yer değiştirmeye bağlı kinetik enerjiyi ortaya koymaktadır. Jacob Bernoulli [20] çalışmalarda eğilme durumunun kabulü sırasında, elastik bir kirişin eğilmesinin, kirişin her noktası için eğilme momenti ile orantılı olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmalara ek olarak Daniel Bernoulli [21] titreşen kirişin matematiksel ifadesi olan diferansiyel denklemini formüleştirmiştir. Çalışmaların devamında Leonhard [22] Euler Bernoulli Teorisini farklı yükleme koşulları baz alınarak elastik kirişlerin formlarını incelerken detaylandırmıştır. Dağlı ve Sınır yaptıkları çalışmada Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak çeşitli sınır koşullarındaki akışkan taşıyan borunun enine dinamiklerini incelemiştir. Boru içerisindeki akışkanı ideal kabul edip hareket denklemi Hamilton prensibinden yararlanarak oluşturmuşlardır. Diferansiyel denklemlerin çözümlenmesiyle birlikte kütle oranı ile titreşim frekansı arasındaki ilişkiyi incelemiştir.[23]. Dağlı, Ergut ve Turan yaptıkları çalışmada Euler-Bernoulli teorisi kullanarak modelledikleri sıvı taşıyan borunun dinamiklerini incelemiştir. Doğal titreşim frekanslarını farklı mesnet şartlarına göre bulmuşlardır. MATLAB programı yardımıyla tanımlanmış oldukları Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı (GRYSA) yöntemini kullanarak doğal titreşim frekansı değerleri belirlemiştir. Her iki yöntemle belirledikleri frekans değerlerini karşılaştırmışlardır.[24] Euler elastik eğri çalışmalarına büyük katkı sağlamıştır. Ancak Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi yüksek titreşimli durumlar ve kayma deformasyonunun konusunda eksik kalmaktadır. Bu noktalarda ki açıklığı Rayleigh Kiriş Teorisi ve Kayma kiriş teorisi sayesinde kapatabilmekteyiz.

Rayleigh Kiriş Teorisi, Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine ek olarak dönme etkisini incelemesiyle Euler-Bernoulli Kiriş Teorisinde olduğundan fazla tahmin edilen doğal frekans değerleri kısmen düzeltilmiştir. Ancak teori tam anlamıyla bütünleşmiş görünmemekle birlikte mantıksal mühendislik formları konusunda eksik kalmıştır. Eksik kalınan nokta kayma açısıdır. Kayma Kiriş Teorisi bu açığı kapatmaya çalışmıştır. Sadece kayma açısı ve dönme ivmesini dahil eden tam kayma modeli ya da sadece kayma açısı ve yanal yer değiştirmeyi dahil eden basit kayma kırıştan farklıdır. Her ikisinin de en önemli etken olan eğilmeyi hariç tutması nedeniyle ne tam kayma ne de basit kayma modeli Euler-Bernoulli modelinin geliştirilmiş halini elde etme amacımıza hizmet etmemektedir. Kayma Kiriş Teorisinin, Rayleigh ve Euler-Bernoulli teorilerini tamamlayıcı ve çıkarılan denklemlerde doğal frekansları bulunması doğruya büyük oranda yaklaşmıştır.

Tez çalışmasında kullanılan üç farklı mühendislik teorisine ilişkin genel bilgi Tablo.1 de verilmiştir.

Tablo 1. Üç Farklı Mühendislik Teorisine İlişkin Özellikler

	Kiriş Teorisi		
	Euler-Bernoulli	Rayleigh	Kayma
Eğilme Momenti	+	+	+
Yanal Yer Değiştirme	+	+	+
Kayma Deformasyonu	-	-	+
Dönme İvmesi	-	+	-

2.2. Akışkan Teorileri Hakkında Genel Bilgiler

Akışkan partiküllerinin hareket esnasında birbirleri ile olan etkileşimlerinin matematiksel olarak ifade edilmesi oldukça önemlidir. Ancak bu aşamada etkileşimin zamanın her anında belirli olamamasından dolayı çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadır. Akışkan yapısı ve bulunduğu ortam gereği göstermiş olduğu davranışlar farklı özelliklere (hız, ivme) sahip olmasını sağlar. Ayrıca akışkan belirli bir noktadan başka bir noktaya ulaşırken dönme yapmaktadır. Akışkanların hareketlerinin tanımlanmasında iki farklı yaklaşımdan yararlanılmaktadır. Bunlar: Lagrange Tanımlama Yöntemi ile Euler Tanımlama Yöntemidir [25]. Kheiri,

Paidoussis ile yaptıkları çalışmada içinden akışkan geçen boruların hareket denklemlerini belirlemek için hamilton prensibinden yararlanmışlardır. Maddesel olmayan hacimler barındıran sistemlerin yanı sıra, açık sistemler için Lagrange denklemleri ile Hamilton prensibinin uygulanabilirliğini incelemişlerdir ve benzer nitelikli çalışmaları derlemişlerdir. [26]

Langrange tanımlamasına göre akım alanındaki her bir parçacığın bir zaman başlangıcındaki konumu (x_0, y_0, z_0) koordinatları ile belirlenir ve parçacıkların yörünge, yoğunluk, hız ve diğer karakteristikleri bu başlangıç koordinatları ve zamanın fonksiyonu cinsinden ifade edilir [27]. t_0 anında bir parçacığın başlangıç koordinatları (x_0, y_0, z_0) olsun. Buna göre parçacığın herhangi bir t anında ki koordinatları;

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t), y = y(x_0, y_0, z_0, t), z = z(x_0, y_0, z_0, t) \quad (1)$$

olarak ifade edilir.

Euler tanımlamasına göre akım alanında hız, ivme ve diğer değişkenler, konumun ve zamanın fonksiyonu olarak ifade edilir. Örnek olarak hız alanının bileşenleri aşağıdaki gibi yazılır;

$$u = u(x, y, z, t), v = v(x, y, z, t), w = w(x, y, z, t) \quad (2)$$

Akışkan hareketinin tanımlanmasında Euler yöntemi daha yaygın olarak kullanıldığından tez kapsamında da Euler yaklaşımı esas alınmıştır.

Bir noktada akımı tanımlayan büyüklükler (hız) zamanla değişmiyorsa yani dikkate alınan bir başka nokta da aynı durum söz konusu ise akım; Zamanla Değişmeyen Akım (permenan akım) olarak ifade edilir. Eğer akımla ilgili büyüklükler zamana bağlı değişiyorsa böyle bir akıma da Zamanla Değişen (peranan olamayan) akım denir.

Sürtünmenin ihmal edildiği yani viskozitenin sıfır olduğu koşullar altında akım ‘Mükemmel Akışkan’ ya da ‘İdeal Akışkan’ olarak isimlendirilir. Bu akışkanlar için kayma gerilmelerinin oluşmadığı kabul edilir [28].

Süreklilik denklemi (kütlenin korunumu) ve Newton’nun ikinci kanuna göre hareket denklemleri (momentumun korunumu) temel denklemlerdir. Bunun yanında viskoz olmayan akışkanlar için elde edilen hareket denklemleri “Euler Hareket

Denklemleri” olarak bilinmektedir. Çevrintisiz, sıkışamaz akım için Euler Hareket Denklemleri’nin integrasyonu viskoz olmayan akışkandaki hız, basınç ve seviye değişimleri arasındaki bağıntıyı sağlayan “Bernoulli Denklemi’ni” vermektedir. Fakat bu denklemde ihmal edilen viskoz etkiler sonradan dâhil edilebilmektedir. Viskoz akışkan için hareket denklemi ise “Navier-Stokes Denklemleri” olarak isimlendirilir.

2.2.1. Euler Hareket Denklemleri

Newton’un İkinci Hareket Kanunu’nundan yola çıkarak Euler yaklaşımı ile elde edilen dinamik denklemlerdir [29]. Euler Hareket Denklemleri’ni elde etmek için sürtünme tesiri (viskozite) ihmal edilmiş hareket halinde bulunan bir akışkan içinde boyutları dx, dy, dz olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir akışkan hacmi alınır. Bu dikdörtgenler prizmasının bir köşesindeki A noktasının koordinatları (x, y, z) olarak kabul edilir. A noktasındaki hız V, sıvının özgül kütlesi ρ , prizmanın birim kütlesine etki eden dış kuvvetlerin (kütleli kuvvetlerin) bileşenleri X, Y, Z ve A noktasındaki hızın bileşenleri u, v, w olarak belirlenir. $F=ma$ denkleminin uygulanması ile x doğrultusunda;

$$\rho dydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz + X dm = dm a_x \quad (3)$$

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

benzer şekilde y doğrultusunda;

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5)$$

z doğrultusunda;

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (6)$$

bağıntılarına ulaşılır. Bu diferansiyel formdaki denklemlere “Euler Hareket Denklemleri” denir.

2.2.2. Navier Stokes Denklemleri

Bu denklemler; akışkan içerisindeki birim kütleye etki eden momentum (ivmelenme) değişimlerinin, basınç değişimleri ve sürtünme kayıplarına neden olan viskoz kuvvetlerin (sürtünmeye benzer) toplamına eşit olduğunun doğruluğunu ortaya koymaktadır. Bu viskoz kuvvetler moleküller arası etkileşimlerden meydana gelmekte ve akışkanın akmaya ne kadar dirençli (viskoz) olduğunu göstermektedir. Böylece, Navier-Stokes denklemlerinin, verilen akışkanın herhangi bir bölgesindeki kuvvetler dengesinin dinamik ifadesi olduğu söylenebilir. Akışkanlar hakkında bazı kabuller yapılması gereklidir. Öncelikle akışkanın sürekli olduğu kabul edilir. Yani akışkanın tamamının aynı özellikte olduğu içinde farklı biçimler (formlar) bulunmadığı kabul edilir. Bir başka gerekli kabul de konu ile ilgili tüm alanların basınç, hız, yoğunluk, sıcaklık vs. diferansiyel olduğudur. Denklemler, momentum ve enerji ve kütle korunumunun temel prensiplerinden elde edilir. Navier-Stokes denklemleri, kütle, enerji, momentum ve açısal momentum korunum kanunlarının uygulanması ile elde edilir.

Akışkanların katı cidar yakınlarında ideal akışkan gibi davrandığı kabul edilmez ve akışkan akımının denklemleri çıkarılırken teğetsel kuvvetler de hesaba katılır. Bu nedenle bir akışkanın birim alanındaki yüzeysel kuvvetler incelendiğinde üç boyutlu akışkan akımı için 18 gerilme bileşeni oluşur. Sonsuz küçük kübik bir eleman için bu durum 9 bileşen, bunun da dönmeye karşı dengede olmasından 6 adet birbirinden bağımsız ($\tau_{xy}=\tau_{yx}$, $\tau_{zy}=\tau_{yz}$, $\tau_{xz}=\tau_{zx}$) bileşen ile tariflenebilir, dolayısıyla aşağıda verilen gerilme tensöründe görüldüğü gibi köşegene göre simetriktir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{yx} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Bir akışkan elemanına tesir eden yüzeysel kuvvetler incelendiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşır;

x doğrultusunda birim hacme etkiyen bileşke yüzeysel kuvvet eşitlik

$$F_x = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

y doğrultusunda birim hacme etkiyen bileşke yüzeysel kuvvet eşitlik

$$F_y = \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (9)$$

z doğrultusunda birim hacme etkiyen bileşke yüzeysel kuvvet eşitlik

$$F_z = \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \quad (10)$$

x, y, ve z doğrultusunda verilen yüzeysel kuvvet eşitlikleri bir bütün halinde ideal akışkanın hareketine ait Euler Hareket Denklemleri ile birlikte düşünülürse, ortaya çıkan gerçek akışkana ait hareket denklemleri

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X = \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho Y = \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho Z = \rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (13)$$

şeklindedir. Denklemler silindirik koordinatlar cinsinden yazılacak olursa;

r momentum

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + F_r \quad (14)$$

θ momentum

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_r u_\theta}{r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + F_\theta \end{aligned} \quad (15)$$

z momentum

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \\ & - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + F_z \end{aligned} \quad (16)$$

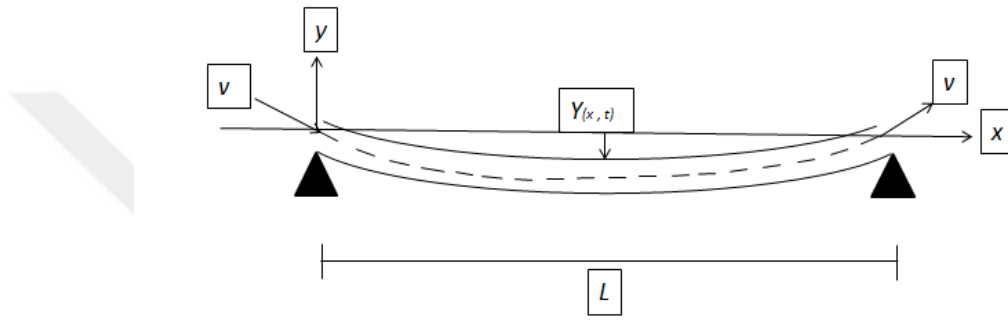
şeklindedir.

2.3. Akışkan Yapı Etkileşimi

Akışkan-yapı etkileşimine ilişkin yapılan çalışmaların kökeni çok eskiye dayanmamaktadır. Bu alanda farklı modeller ve modellere ilişkin geliştirilen farklı matematiksel çözüm yöntemleri bulunmaktadır. Ancak literatürdeki akışkan yapı etkileşimini inceleyen çalışmalar sınırlı sayıdadır ve bu çalışmalar kapsamında araştırılan problemler çoğunlukla inşaat mühendisliği alanlarının dışında kalmıştır. Akışkan taşıyan boruların dinamik davranışı, taşkın etkisi altında yapıların davranışı, kıyı koruma yapılarının analizi, açıkdeniz yapılarının tasarımı gibi konular inşaat mühendisliğindeki akışkan-yapı etkileşimini içeren problemlerden sadece bir kaçıdır. İçinden akışkan geçen boru aslında giriş ve akışkanın hareketinin birlikte düşünülmesiyle elde edilmektedir. Bu sistemin titreşim analizinin yapılabilmesi için öncelikle akışkan taşıyan boruya ait hareket denkleminin matematiksel olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Mergen h. Ghayesh arkadaşlarıyla birlikte içerisinden akışkan geçen dirsekli borunun doğrusal olmayan dinamikleri üzerine çalışmalarda bulunmuşlardır. Akış hızının artmasıyla sistemin çatlama diyagramları oluşturmuşlar. Oluşturdukları bu diyagramları, bazı sistem parametreleri ve Fourier dönüşümleri ile desteklemişlerdir. Akış hızının sıfırdan artmasıyla uzatılmaz bir boruda eksenel yönde statik uzama gözlemlenmiştir.[30]

Boru içerisinde ki akışkan, geçişi esnasında boru da birtakım çökmelere ve yüksek genliklerde titreşime neden olur. Boyutsal farklılıklar bu çökmelerin ve

titreşimlerin etkisini artırır. Bu etkileşim boru içerisinde meydana getirdiği davranışa bağlı olarak boru dışındaki ve konum yapısındaki değişiklikleri de beraberinde getirir. Titreşim ve çökmeler akışkanın sürtünme kuvveti, küçük aksel kuvvetler, basınç kuvveti gibi karakteristik özelliklerine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Akışkan hareketinin boru üzerinde oluşturduğu burulma ve çökmeler düşey eksen boyunca aşağıya doğru titreşimler oluşturacaktır. Borunun akışkan ile birlikte hareket ettiğine ilişkin yapılan kabul ile sistemin davranışı Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil.1 Akışkan Taşıyan Borunun y Ekseninde Yaptığı Davranış

Şekilde görüldüğü gibi x - y düzleminde tanımlanan hareket, L uzunluğundaki borunun içinden geçen u hızındaki akışkanın yol açtığı serbest titreşimden kaynaklanmaktadır. Akışkan taşıyan borunun x konumunda, t anında $Y(x,t)$ deplasmanı meydana gelmektedir. Tez kapsamında iki ucu basit mesnetli olarak modellenen boru için Euler-Bernoulli, Rayleigh ve Kayma kiriş Teorileri kullanılmıştır.

Değişken olan akışkanın davranışı kirişe etkiyen kuvvetlerin tanımlanmasında bazı kabuller yapılmasını zorunlu kılmıştır. Bu kabuller:

- Akışkan sıkıştırılmaz,
 - Akışkan düzgün akım çizgilerine sahiptir,
 - Boru içerisinde her noktadaki akış hızı aynıdır,
 - Boru basıncın etkisiyle şekil değiştirmemekte ve x - y düzleminde yukarı aşağı yönlü titreşim hareketi yapmaktadır,
 - Yer çekimi ivmesi ihmal edilmiştir,
- olarak maddelenmiştir.

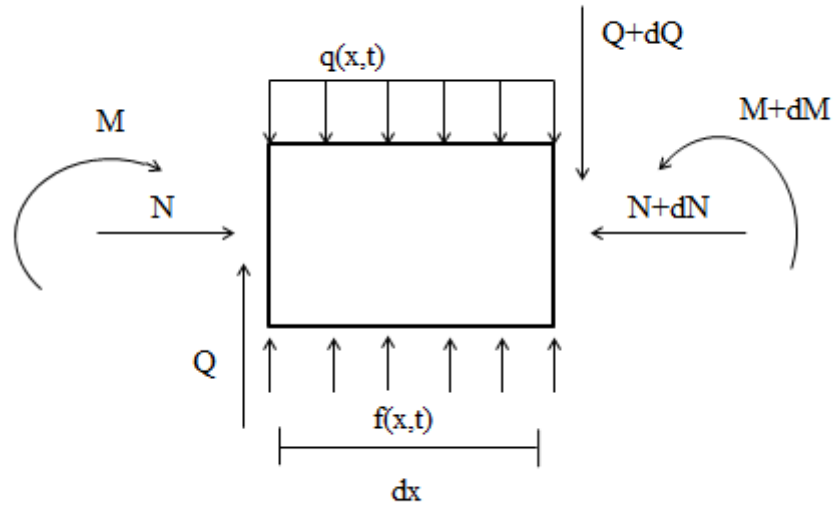
3. SİSTEMİN MATEMATİKSEL MODELİNİN ELDE EDİLMESİ

Klasik kiriş teorileri olarak Euler-Bernoulli, Rayleigh ve Kayma (Shear) kiriş teorilerinden bahsedebiliriz. Bu kiriş teorileri için serbest enine titreşimlerin diferansiyel denklemleri, farklı etkileri (dönme ataleti, kesme, eğilme) dikkate alarak elde edilmektedir.

3.1. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Leonard Euler ve Daniel Bernoulli literatürde bu teoriyi ortaya koyan ilk araştırmacılarıdır. Bu yaklaşıma göre kirişte kesme etkisi ihmal edilir ve bundan dolayı kayma açıları yaklaşık sıfır olur. Bu durumda başlangıçta kiriş eksenine dik olan en kesitler, şekil değiştirme sırasında da kiriş eksenine dik kalacak biçimde rijit bir levha gibi hareket ederler.

Euler Bernoulli teorisinde dikkate alınan kesit tesirleri Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2. Euler-Bernoulli Teorisi Elemanı

Euler Bernoulli teorisi kullanılarak ince bir kirişe ait için türetilen kinetik enerji T ve potansiyel enerji U bağıntıları aşağıda verilmiştir (Denk. [1-2]).

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial t^*} \right)^2 dx^* \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \quad (2)$$

Burada, E elastisite modülünü, I atalet momentini, ρ yoğunluğu göstermektedir. Konum x , zaman t ve titreşim sonucu oluşan deplasman v ile verilmiştir. Alt indis olarak kullanılan p boruya ilişkin (yapı) terimleri, üst indis olarak kullanılan $*$ ise boyutlu parametreleri ifade etmektedir.

Mekanik sistemlerdeki eylem kavramına varyasyon prensiplerinin uyarlanması ile hareket denklemlerinin bulunmasını esas alan Hamilton Prensipleri, Denklem (3) ile ifade edilmiştir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt = 0 \quad (3)$$

Bir dinamik sistem t_1 zamanında sabit bir konfigürasyondan t_2 zamanında başka bir sabit konfigürasyona giderken yaptığı tabii hareketten olan rastgele, kabul edilebilir, küçük varyasyonların yani Hamilton İntegralinin sıfır olması şartı Euler Bernoulli giriş teorisi için yazılırsa,

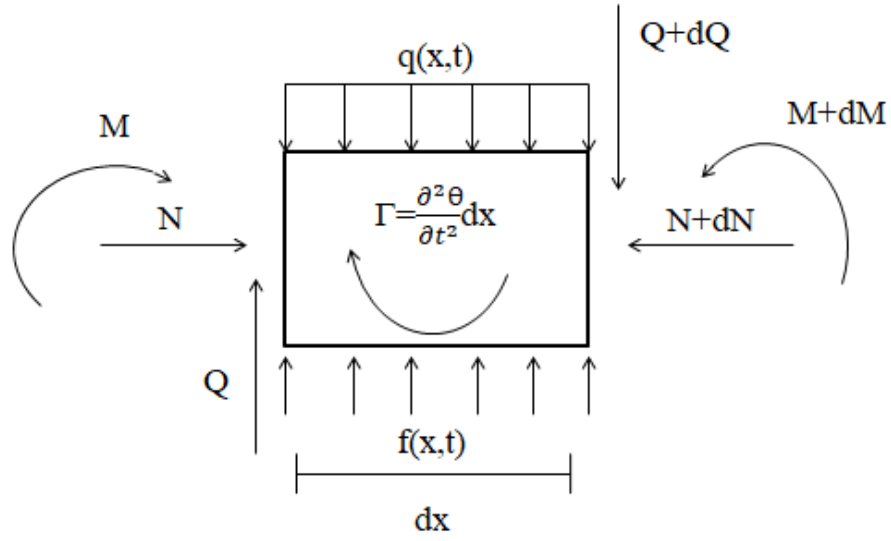
$$\rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*}{\partial t^{*2}} + EI \frac{\partial^4 v^*}{\partial x^{*4}} = 0 \quad (4)$$

elde edilir.

3.2. Rayleigh Giriş Teorisi

Lord Rayleigh' nin 1877 yılında geliştirdiği teori; burkulma, titreşim, doğrusal olmayan davranış ve yer değiştirme hesabı için önemli teorilerden biridir. Bu teoride Rayleigh girişi; dönme ivmelerine bağlı oluşan D'Alambert momentlerinin Euler Bernoulli girişine eklenmesi ile elde edilmiştir.[31]

Rayleigh kiriş teorisinde dikkate alınan kesit tesirleri Şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3. Rayleigh Kiriş Teorisi Elemanı

En kesiti ve kullanılan malzeme çeşidi açıklık boyunca değişmeyen bir Rayleigh kirişinin kinetik ve potansiyel enerjisi sırası ile Denklem (5) ve Denklem (6)'da görülmektedir.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial t^*} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p I \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^* \partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \quad (5)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \quad (6)$$

Hamilton prensibinin uygulanması ile elde edilen Rayleigh Kirişi serbest titreşim hareket denklemi

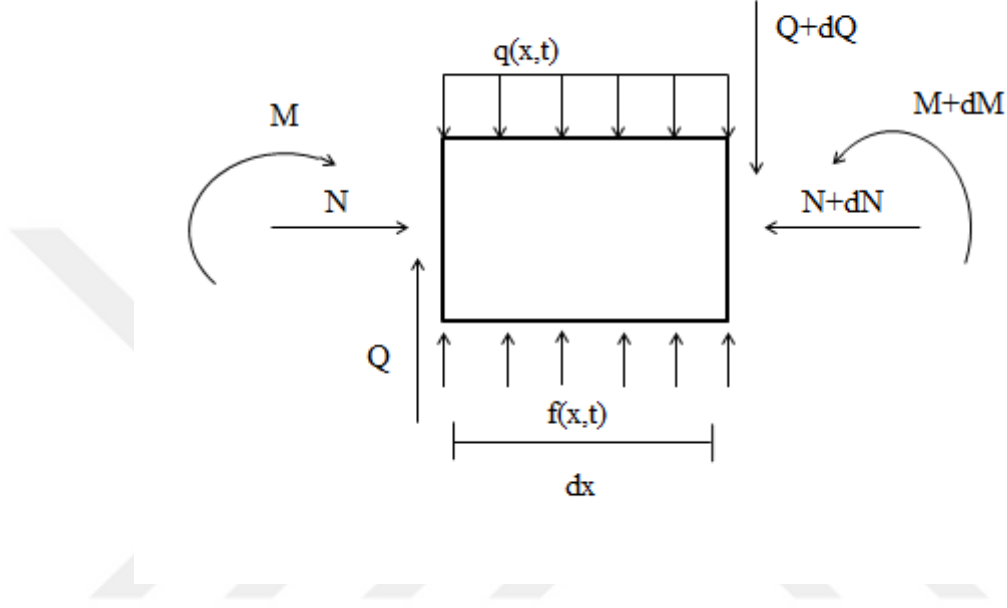
$$\rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + EI \frac{\partial^4 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*4}} - \rho_p I_p \frac{\partial^4 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2} \partial t^{*2}} = 0 \quad (7)$$

şeklindedir.

3.3. Kayma (Shear) Kiriş Teorisi

Euler-Bernoulli kiriş teorisini temel alarak türetilen Kayma Kiriş teorisinde kayma gerilmesinin etkisi de hesaplara dahil edilmiştir.

Bu teoride Timoshenko kiriş teorisinde olduğu gibi dönme ataletinin etkisi hesaplara katılmaz. Şekil 4’de teori için değerlendirilen kesit tesirleri görülmektedir.



Şekil 4. Kayma Kiriş Teorisi Elemanı

Kayma kiriş teorisi Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorilerinin arasında yer almaktadır. Kesit alanındaki eğilme momentinden kaynaklanan dönme açısı α ve kaymadan kaynaklanan çarpılma açısı K olmak üzere toplam dönme açısı

$$\alpha(x,t) + \kappa(x,t) = \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} \right) \quad (8)$$

şeklindedir. Kayma kiriş teorisi için kinetik ve potansiyel enerji bağıntıları ise

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial t^*} \right)^2 dx^* \quad (9)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L k' G A_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} - \alpha(x^*, t^*) \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_0^L E I_p \left(\frac{\partial \alpha(x^*, t^*)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \quad (10)$$

olduğuna göre hareket denklemleri

$$k'GA_p \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} - \frac{\partial \alpha(x^*, t^*)}{\partial x^*} \right) - \rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} = 0 \quad (11)$$

$$k'GA_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} - \alpha(x^*, t^*) \right) + EI \frac{\partial^2 \alpha(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} = 0 \quad (12)$$

olarak elde edilmiştir. Burada k' kayma faktörünü, G ise kesme modülünü göstermektedir.

3.4. Akışkan Taşıyan Boru Hareket Denklemleri

Tez çalışmasında incelenen model L uzunluğunda, A_p ile tanımlı kesit alanına sahip, yoğunluğu ρ_p , birim uzunluk için ağırlığı m olan, elastisite modülü E ve atalet momentini I ile ifade edilen borudan oluşmaktadır. Homojen ve her noktada aynı malzeme özelliklerine sahip olacak şekilde tasarlanan borunun hareketi düzlemsel kabul edilmiştir. Boru içerisindeki akışkanı temsil eden parametreler ise M, u, ρ_f ve A_f ile gösterilmiştir. Bunlardan birim boydaki borudan geçen akışkan kütlesi M, aksenal akışkan hızı u, akışkan yoğunluğu ρ_f olup A_f akış olan kesit alanını belirtmektedir. Hareket denklemlerinin elde edilmesi aşamasında akışkanın sabit A_f kesiti boyunca sıkıştırılmaya maruz kalmadan sabit ρ_f değerini koruduğu göz önünde bulundurulmuştur. Boru ve akışkan arasındaki sürtünme ihmal edilmiştir. Yer ekimi ve bundan doğan yer değiştirmeler değerlendirmeye alınmamıştır.

Akışkan taşıyan boruya ait hareket denklemleri elde edilirken boru ve akışkanın birlikte hareket ettiği kabul edilmiştir. Akışkan hareketi Euler ile tanımlanmıştır. Euler akışkan davranışını kontrol hacmi içerisinde yer an yer alan basınç alanı, hız alanı ve ivme alanı gibi değişkenler ile ifade etmektedir [32].

Euler tanımlamasında; alan değişkenlerinin hepsi belirli bir kontrol hacmi içerisinde (x,y,z) konumunda ve herhangi bir t anında tanımlanmaktadır [33].

Bu tanımdan yola çıkılarak kararlı ve ideal akış için elde edilen elde edilen bağıntı

$$\frac{\partial P}{\partial y^*} = \rho_f Y - \rho_f a_y \quad (13)$$

şeklindedir. Burada y^* borunun düşey çökmesi, P basınç, Y iç kuvvetin düşey bileşeni ve a_y hareket halinde akışkanın ivmesidir. Borunun yatay konumu göz önünde bulundurulduğu için kot farkının yaratacağı basınç farkı 0 olmaktadır. Bu kabuller altında akışkan terimleri yeniden düzenlenirse

$$\rho_f A_f \left\{ \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + 2u^* \frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} + u^{*2} \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right\} = 0 \quad (14)$$

denkleminde ulaşılır.

Akışkan ivme terimlerinin Euler Bernoulli teorisi ile elde edilen hareket denklemindeki ivme terimleri ile süperpoze edilmesi sonucu Euler Bernoulli boru modeli (EBBM)

$$\begin{aligned} \rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + \rho_f A_f \left\{ \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + 2u^* \frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} + u^{*2} \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right\} \\ + EI \frac{\partial^4 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*4}} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

bağıntısı ile gösterilebilir. Benzer şekilde Rayleigh teorisi ile elde edilen hareket denklemini kullanılırsa Rayleigh boru modeline (RBM) ait bağıntı

$$\begin{aligned} \rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + \rho_f A_f \left\{ \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + 2u^* \frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} + u^{*2} \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right\} \\ + EI \frac{\partial^4 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*4}} - \rho I \frac{\partial^4 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2} \partial t^{*2}} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

şeklindedir.

Kayma giriş teorisi ile Euler akışkan yaklaşımının süperpoze edildiği durumda elde edilen Kayma boru modeli (KBM) hareket denklemleri

$$k'GA_p \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} - \frac{\alpha(x^*, t^*)}{\partial x^*} \right) - \rho_p A_p \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} - \rho_f A_f \left\{ \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial t^{*2}} + 2u^* \frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} + u^{*2} \frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right\} = 0 \quad (17)$$

$$k'GA_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial x^*} - \alpha(x^*, t^*) \right) + EI \frac{\partial^2 \alpha(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} = 0 \quad (18)$$

olarak sunulabilir.

3.5. Boyutsuzlaştırma

Dinamik davranışı temsil eden hareket denklemlerinin fiziksel niceliklerden bağımsız hale gelmesi malzeme yapısı ve geometriye ilişkin parametrelerin sadeleştirilmesi ile mümkündür. Yani denklemlerin genelleştirilmesi gerekir ki bu da boyutsuzlaştırma ile sağlanmaktadır. Boyutsuzlaştırma; bağımlı ve bağımsız değişkenleri bilinen büyüklüklere bölerek elde edilmektedir. Zaman t , konum x deplasman v ve akışkan hızının u boyutsuzlaştırılması için kullanılan terimler aşağıda verilmiştir.

$$v = \frac{v^*}{r} \quad x = \frac{x^*}{L} \quad t = \frac{t^*}{\eta} \quad u = Lu^* \sqrt{\frac{m_f}{E J_p}} \quad (19)$$

Denklem (19)'da görüldüğü üzere konum terimi boru boyuna bölünerek boyutsuz hale getirilmiştir. Deplasman ise atalet yarıçapı kullanılarak genelleştirilmiş boyutsuzlaştırılmıştır. Burada kullanılan atalet yarıçapı $r = (J_p / A_p)^{0.5}$ ile gösterilmekte olup borunun atalet momentinin kesit alanına bölünmesi ve daha sonra da karekökünün alınması ile elde edilir.

Zaman t teriminin boyutsuz olarak ifade edilmesi için kullanılan terim

$$\eta = L^2 \sqrt{\frac{m_f + m_p}{E J_p}} \quad (20)$$

şeklindedir. Burada, $m_p = \rho_p A_p$ ile verilen boru birim kütleini, $m_f = \rho_f A_f$ ise akışkan birim kütleini tanımlar. Boyutsuzlaştırma işlemleri sırasında yapılan sadeleştirmeler boyutsuz yeni terimlerin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Bunlardan akışkan kütlei ile akışkan ve borunun birlikte toplam kütlei arasındaki oranı gösteren β çalışmada kullanılan üç model içinde dinamik davranışa etki eden parametredir. Doluluk oranı olarak isimlendirilen terim

$$\beta = \frac{m_f}{(m_p + m_f)} \quad (21)$$

şeklinde gösterilir. Doluluk oranının değeri 0 ile 1 arasında değişmektedir. Sıfır olması borunun akışkan içermediğini içinin boş olduğunu, bir olması ise hareketin aksel yükü kırış problemine karşılık geldiğini göstermektedir.

Boyutsuz terimlerin EBBM hareket denkleminde yerlerine yazılması sonucu elde edilen boyutsuz denklem

$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + u^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + 2u\sqrt{\beta} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (22)$$

şeklindedir. Boyutsuzlaştırmanın RBM hareket denkleminde uygulanması ile boru boyunun atalet yarıçapına oranını ifade eden narinlik katsayısı terimi λ elde edilmiştir.

$$\lambda = \frac{L}{r} \quad (23)$$

Narinlik katsayısı RBM ve KBM için burkulma hassasiyetini ifade etmekte dinamik davranışı etkilemektedir.

RBM için elde edilen boyutsuz hareket denklemi

$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + u^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + 2u\sqrt{\beta} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - \frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (24)$$

olarak yazılabilir. KBM ile yapılan boyutsuzlaştırma çalışmasında ise kayma rijitliğini temsil eden Λ terimi elde edilmektedir.

$$\Lambda = k'G \frac{A_p L^2}{EI} \quad (25)$$

Denklem (25)'de kullanılan kesme modülü $G=E/2(1+\nu)$ eşitliği ile açıklanabilir. ν Poisson oranını göstermektedir. Boyutsuzlaştırılan terimlerin Denklem (17) ve Denklem (18)'de yerine yazılması ile Denklem (26) ve Denklem (27)'e ulaşılır.

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + u^2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + 2u\sqrt{\beta} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t} - \Lambda \left\{ \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - \lambda \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} \right\} = 0 \quad (26)$$

$$\Lambda \left\{ \frac{1}{\lambda} \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} - \alpha(x,t) \right\} + \frac{\partial^2 \alpha(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (27)$$

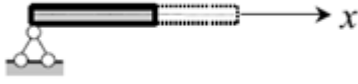

3.6. Sınır Şartları

Sınır şartları borunun iki ucunda serbestlik koşullarını belirleyen mesnetleme şekline göre değişmektedir. Bu sınır şartlarında; y yer değiştirmeyi, θ dönmeyi, M eğilme momentini ve V kesme kuvvetini simgelemektedir. Klasik sınır şartları olarak isimlendirilen ankastre, mafsallı, serbest ve kayar uç koşulları kiriş elastik eğrisinin şeklini hesaba katmaktadır.

Tez çalışmasında akışkan taşıyan 3 farklı boru modeli için boyutsuz parametrelerin dinamik davranışa etkisini daha iyi açıklamak adına mesnetler basit-basit olarak belirlenmiştir. Düşey ötelenmenin önlenildiği durum için borunun

başlangıç noktası olan $x=0$ ve bitiş noktası olan $x=L$ 'ye ait sınır koşulları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Klasik Sınır Şartları

Model	Sınır Şartı $x=0$	Sınır Şartı $x=L$
		
EBBM	$v(0,t) = 0$ $v''(0,t) = 0$	$v(1,t) = 0$ $v''(1,t) = 0$
RBM	$v(0,t) = 0$ $v''(0,t) = 0$	$v(1,t) = 0$ $v''(1,t) = 0$
SBM	$v(0,t) = 0$ $\alpha'(0,t) = (\Lambda - u^2)v'' - \ddot{v} - 2\sqrt{\beta}uv' = 0$	$v(1,t) = 0$ $\alpha'(1,t) = (\Lambda - u^2)v'' - \ddot{v} - 2\sqrt{\beta}uv' = 0$

Tabloda verilen boyutsuz sınır şartları, hareket denklemleri elde edilirken belirlenen β , Λ terimleri ile de ilişkilendirilmiştir.

4. NÜMERİK ÇÖZÜM YÖNTEMİ

İçinden akışkan geçen boru kiriş gibi davrandığı için farklı kiriş teorileri ile modellenenmektedir. Bu tez kapsamında en yaygın olarak kullanılan Euler-Bernoulli, Rayleigh, Kayma kiriş teorileri ile 3 farklı boru modeli oluşturulmuştur. Dönme ve kayma rijitliklerinin dikkate alınması ile daha gerçekçi bir yaklaşım ortaya koymak amaçlanmış ve hareket denklemleri elde edilmiştir [34]. Titreşim esnasında borunun en kesiti değişmemektedir. Boyuna direngenlik çok yüksek olduğu için boyuna uzama ihmal edilmiştir. Denklemlerin lineer diferansiyel denklemler olması borunun dinamik davranışının harmonik şekilde olmasını sağlamaktadır. Basit harmonik hareket, Hooke Yasası tarafından verilen doğrusal elastik geri yükleme kuvvetine tabi olduğundaki hareketle simgelenir [35]. Hareketin harmonik olması durumu kullanılarak konuma bağlı lineer adi diferansiyel denklemler elde edilebilir. Bu durumda genel çözüm Denklem (28) ile ifade edilebilir:

$$v(x,t) = \Omega_n(x)e^{i\omega_n t} + \bar{\Omega}_n(x)e^{-i\omega_n t} \quad (28)$$

Denklemden kullanılan Ω_n Coriolis teriminden kaynaklanan kompleks bir fonksiyonu temsil etmektedir. Coriolis, akışkan elemanların boru ekseninde dönmesine sebep olan kuvvettir [36]. Ayrıca ω_n serbest titreşim frekansıdır. Denklem (28) EEBM, RBM ve KBM için elde edilen boyutsuz hareket denklemlerinde yerine yazılırsa her bir model için sırası ile (28), (29) ve (30) eşitliği elde edilir.

EBM için

$$\Omega_n^{iv} + u^2 \Omega_n'' + 2\sqrt{\beta} u i \omega_n \Omega_n' - \omega_n^2 \Omega_n' = 0 \quad (29)$$

RBM için

$$\Omega_n^{iv} + \left[u^2 + \frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \omega_n^2 \right] \Omega_n'' + 2\sqrt{\beta} u i \omega_n \Omega_n' - \omega_n^2 \Omega_n' = 0 \quad (30)$$

KBM için

$$\left(1 - \frac{u^2}{\Lambda}\right) \Omega_n'' - \frac{2\sqrt{\beta}u\omega_n}{\Lambda} X_n''' + \left[u^2 + \frac{\omega_n^2}{\Lambda}\right] \Omega_n'' + 2\sqrt{\beta}u\omega_n \Omega_n' - \omega_n^2 \Omega_n' = 0 \quad (31)$$

Yukarıda verilen dördüncü mertebe homojen diferansiyel denklemlerin çözümü için önerilen eşitlik

$$\Omega(x) = \sum_{j=1}^4 \varphi_j e^{m_j x} \quad (32)$$

şeklindedir. Burada, m_j ve φ_j bilinmeyen terimlerdir. Denklem (32)'nin Denklem (29), (30), (31)'de kullanılması ile elde edilecek genel form ise

$$a_4 m^4 + a_3 m^3 + a_2 m^2 + a_1 m + a_0 = 0 \quad (33)$$

olarak belirlenebilir. Denklemden kullanılan a_i terimleri her bir model için ayrı ayrı yazılarak doğal frekansın elde edilmesi için gereken iterasyon işlemlerinin bilgisayar programı yardımı ile daha hızlı ve pratik olarak yapılmasına olanak sağlanmıştır.

EBM için

$$a_0 = -\omega_n^2, \quad a_1 = -2\sqrt{\beta}u\omega_n, \quad a_2 = -u^2, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 1 \quad (34)$$

RBM

$$a_0 = -\omega_n^2, \quad a_1 = -2\sqrt{\beta}u\omega_n, \quad a_2 = -\left[u^2 + \frac{(1-\beta)\omega_n^2}{\lambda^2}\right], \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 1 \quad (35)$$

KBM

$$a_0 = -\omega_n^2, \quad a_1 = -2\sqrt{\beta}u\omega_n, \quad a_2 = -\left[u^2 + \frac{\omega_n^2}{\Lambda}\right], \quad a_3 = -\frac{2\sqrt{\beta}u}{\Lambda}, \quad a_4 = 1 - \frac{u^2}{\Lambda} \quad (36)$$

Çözüm sonucu 4 adet keyfi sabit ortaya çıkar. Keyfi sabitleri belirlemek için sınır şartları uygulanır. Tez çalışmasında daha önce de tanımlandığı gibi basit-basit

mesnet kullanılması ile ortaya çıkacak sınır şartlarından yararlanılmıştır. Borunun iki ucunda da çökme engellendiği halde dönme serbestliğine sahiptir. Sınır şartlarının uygulanması sonucunda keyfi sabitleri veren 4 tane cebrik denklem elde edilir. geometrik ve dinamik olmak üzere tüm çalışılan modeller için elde edilen sınır şartı bağıntıları aşağıda verilmiştir.

EBM ve RBM için sınır şartları:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 \quad (37a)$$

$$m_1^2 \varphi_1 + m_2^2 \varphi_2 + m_3^2 \varphi_3 + m_4^2 \varphi_4 = 0 \quad (37b)$$

$$\varphi_1 e^{m_1} + \varphi_2 e^{m_2} + \varphi_3 e^{m_3} + \varphi_4 e^{m_4} = 0 \quad (37c)$$

$$\varphi_1 m_1^2 e^{m_1} + \varphi_2 m_2^2 e^{m_2} + \varphi_3 m_3^2 e^{m_3} + \varphi_4 m_4^2 e^{m_4} = 0 \quad (37d)$$

KBM için sınır şartları:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 \quad (38a)$$

$$\varphi_1 e^{m_1} + \varphi_2 e^{m_2} + \varphi_3 e^{m_3} + \varphi_4 e^{m_4} = 0 \quad (38b)$$

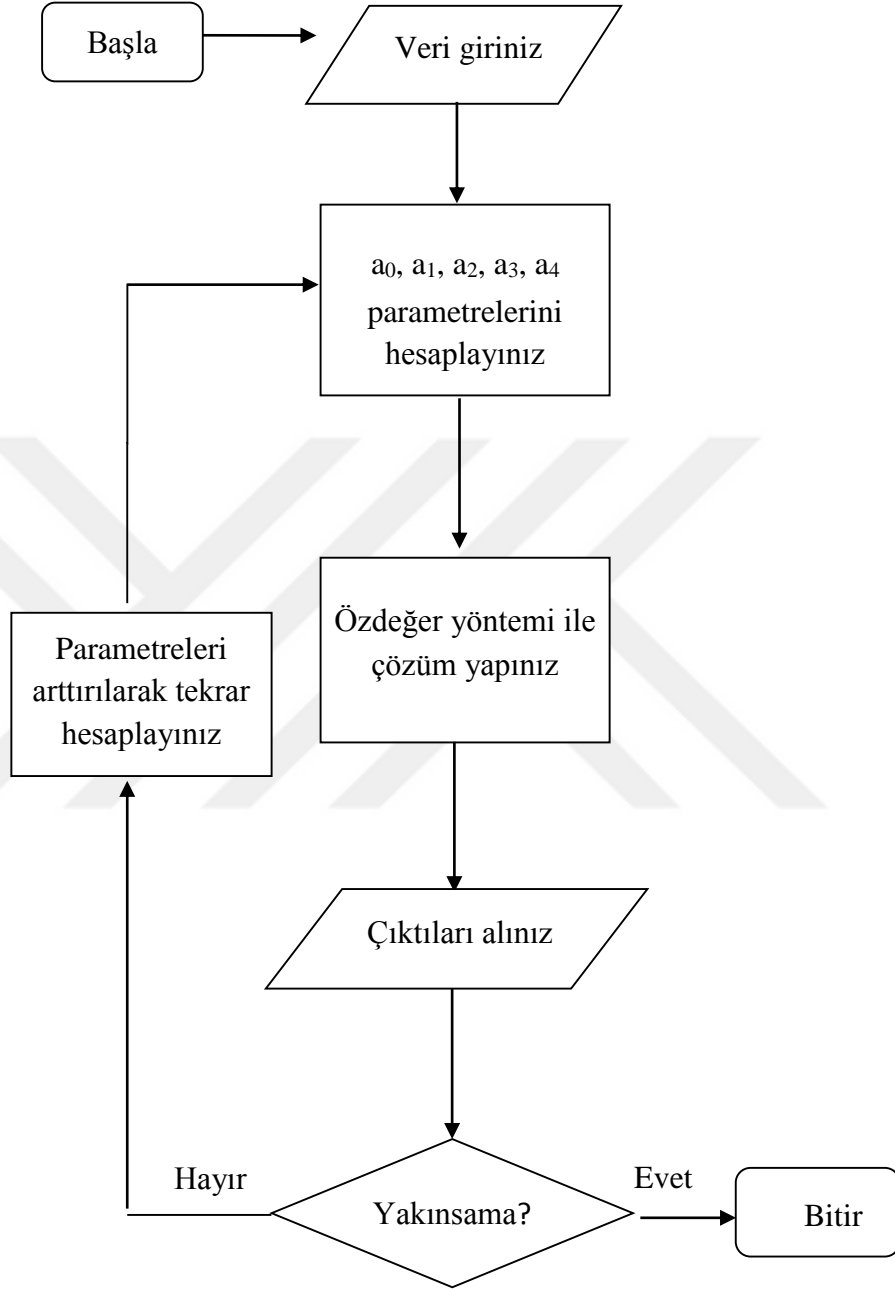
$$\varphi_1 \left[\omega_n^2 + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_1 + (u^2 - \Lambda) m_1^2 \right] + \varphi_2 \left[\omega_n^2 + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_2 + (u^2 - \Lambda) m_2^2 \right] \quad (38c)$$

$$+ \varphi_3 \left[\omega_n^2 + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_3 + (u^2 - \Lambda) m_3^2 \right] + \varphi_4 \left[\omega_n^2 + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_4 + (u^2 - \Lambda) m_4^2 \right] = 0$$

$$\begin{aligned} & \varphi_1 \left[\omega_n^2 e^{m_1} + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_1 e^{m_1} + (u^2 - \Lambda) m_1^2 e^{m_1} \right] \\ & + \varphi_2 \left[\omega_n^2 e^{m_2} + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_2 e^{m_2} + (u^2 - \Lambda) m_2^2 e^{m_2} \right] \\ & + \varphi_3 \left[\omega_n^2 e^{m_3} + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_3 e^{m_3} + (u^2 - \Lambda) m_3^2 e^{m_3} \right] \\ & + \varphi_4 \left[\omega_n^2 e^{m_4} + 2\sqrt{\beta} u \omega_n m_4 e^{m_4} + (u^2 - \Lambda) m_4^2 e^{m_4} \right] = 0 \end{aligned} \quad (38d)$$

Bu denklemlerin içinde bilinmeyen olarak sistemin doğal frekansı vardır. Keyfi sabitleri veren denklemler matris formunda yazılırsa katsayılar matrisi elde edilir. Sıfırdan farklı çözüm elde edebilmek için katsayılar matrisinin determinanti sıfıra eşit olmalıdır. Bu durumda problem çok iyi bilinen öz değer-öz vektör problemine dönüşür. Öz değerler doğal frekansı, öz vektörler ise mod yapısını gösterir. Burada sonsuz tane öz değer (frekans) bulunmaktadır. Tez kapsamında öneme binayen en küçük ilk üç frekansı belirlenmiştir. Çünkü en küçük frekanslarda

en büyük genlikler oluşmaktadır. Frekansların hesaplanması için yapılacak olan iteratif işlemler Şekil 5’de akış diyagramı verilen yazılım ile gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5. Akış diyagramı

Farklı boru modelleri için boyutsuz akışkan hızı, doluluk oranı, narinlik değişimi, kayma rijitliği değerleri ile frekansın değişimi incelenmiştir.

5. SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, üç farklı teori ile modellenen her iki ucu basit mesnetli borunun nümerik çözümleri sonrasında elde edilen değerler sunulmuştur. Akışkan taşıyan borunun doğal titreşim frekansları ilk üç temel mod için verilmiştir.

Doğal titreşim frekansına etki eden boyutsuz parametreler önceki bölümlerde belirlenmiştir. Bunlar; akışkan hızı, doluluk oranı, narinlik katsayısı, kayma rijitliği terimleridir. Bu terimlerin etkisi kullanılan kiriş teorisine göre değişmektedir. Bu nedenle sayısal sonuçlar incelenirken her bir boru modelinin dinamik davranışı ayrı bir başlık altında yorumlanmıştır. Sayısal Sonuçlar bölümünde grafikler ve tablolar ile örnek sonuçlar sunulmuş olup Ekler bölümünde sonuçları destekleyici çıktılara yer verilmiştir. Sonuçların güvenilir olabilmesi amacı ile veri ve değişken sayısı fazla tutulmuştur. Boyutsuz parametrelerin dinamik davranış üzerindeki etkisini yitirdiği değerler belirlenmiştir. Bu değişimin sebepleri tartışılmıştır.

5.1. EBBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri

Akışkan taşıyan borunun doğal titreşim frekansı değerlerini belirlemek için Maple paket programından yararlanılmıştır. Matematiksel problemleri çözmek ve görselleştirmek için kullanılan paket program ile daha kısa sürede daha fazla analiz yapılabilmektedir. Şekil 6'da EBBM için geliştirilen hareket denkleminin çözümüne ilişkin program notasyonları verimiştir.

```
func:= proc (v,w) global sol,p1,p2,p3,p4; local a0,a1,a2,a3,a4,f,A;
a0:=-w^2:
a1:=+2*sqrt(beta)*v*w:
a2:=-v^2:
a3:=0:
a4:=1:
f:=m-> a4*m^4+a3*m^3+a2*m^2+a1*m+a0;
sol:=solve(f(m),m);
p1:=sol[1];p2:=sol[2];p3:=sol[3];p4:=sol[4];
A:=Matrix(4,4,[[1,1,1,1],[p1^2,p2^2,p3^2,p4^2],[exp(I*p1),exp(I*p2),exp(I*p3),
exp(I*p4)],[p1^2*exp(I*p1),p2^2*exp(I*p2),p3^2*exp(I*p3),p4^2*exp(I*p4)]]);
Determinant(A)/w:
end proc:
w:=10:
beta:=0.4:
```

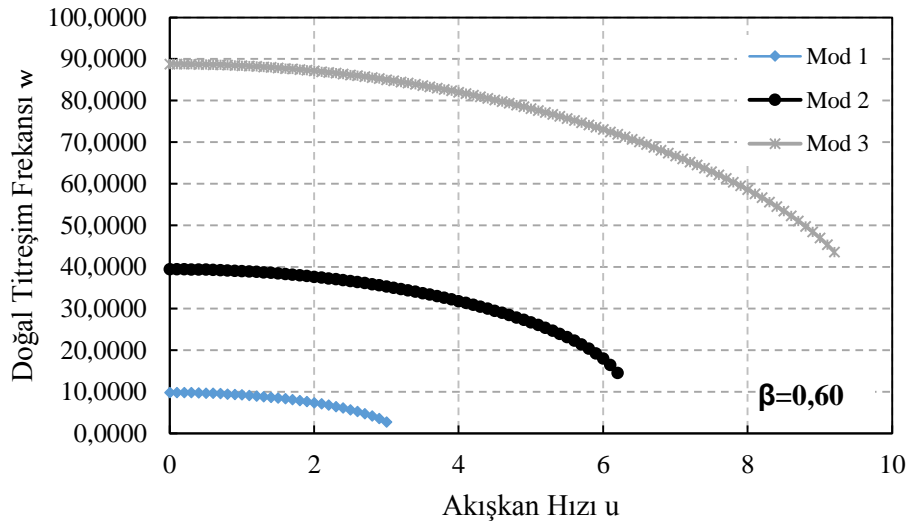
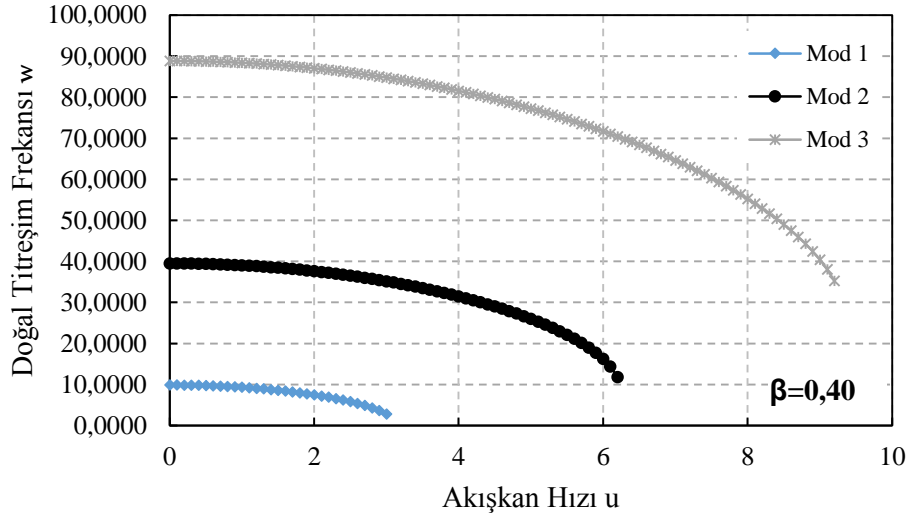
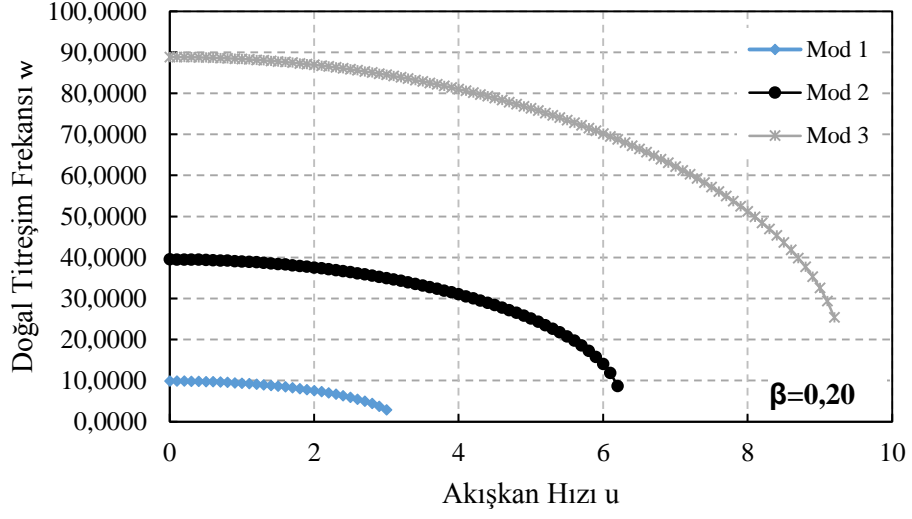
Şekil 6. EBBM için Maple Notasyonları

EBBM için doğal titreşim frekansını etkileyen boyutsuz terimler; akışkan hızı ve borunun ne kadar akışkan ihtiva ettiği ile ilişkili olan doluluk oranıdır. Akışkan hızı ve doluluk oranının ilk üç mod açısından karşılaştırmalı olarak sunulduğu tablo ve grafikler Tablo 3 ve Şekil 7’de görülmektedir.



Tablo 3. EBBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması

Boyutsuz akışkan hızı (u)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
0,5	9,7414	39,3555	88,7050	9,7390	39,3578	88,7086	9,7366	39,3601	88,7122
1,0	9,3469	38,9848	88,3396	9,3375	38,9943	88,3542	9,3282	39,0037	88,3687
1,5	8,6519	38,3596	87,7277	8,6320	38,3820	87,7610	8,6123	38,4041	87,7942
Boyutsuz akışkan hızı (u)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
0,5	9,7342	39,3624	88,7158	9,7318	39,3647	88,7194	9,7294	39,3670	88,7230
1,0	9,3189	39,0131	88,3833	9,3097	39,0224	88,3978	9,3004	39,0317	88,4123
1,5	8,5927	38,4258	87,8273	8,5732	38,4473	87,8602	8,5539	38,4685	87,8931
Boyutsuz akışkan hızı (u)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
0,5	9,7270	39,3693	88,7266	9,7246	39,3716	88,7302	9,7222	39,3739	88,7338
1,0	9,2912	39,0408	88,4267	9,2821	39,0500	88,4411	9,2729	39,0591	88,4555
1,5	8,5347	38,4893	87,9258	8,5156	38,5099	87,9584	8,4967	38,5302	87,9908



Şekil 7. $\beta=0.2$, $\beta=0.4$ ve $\beta=0.6$ için akışkan hızına bağlı frekans değişimi

Tablo 3’de görüldüğü gibi doluluk oranı değerleri 0,10’dan başlamak üzere 0,10’luk artış ile 0,90’a kadar değişken kabul edilmiştir. Borunun içerisinde akışkan bulunmaması durumu olan $\beta=0,00$ ve problemin kiriş olarak değerlendirilmesi gereken $\beta=1,00$ değerleri dikkate alınmamıştır. Akışkan hızı için $u=0,5$, 1,0 ve 1,5 değerleri seçilmiştir. Bu değerlerin seçilmesinin nedeni üç mod için de stabilitenin kaybolmadığı sınırlar içerisinde sağlıklı sonuç vermesidir.

Akışkan hızının $u=0,5$ olduğu koşullar altında doluluk oranı birinci mod doğal frekans değerlerinde düşüşe sebep olmaktadır. Doluluk oranındaki 0,10’luk artış frekans değerlerini $\approx \%0,024$ oranında azaltmaktadır. Doluluk oranının $\beta=0,10$ ve $\beta=0,90$ olduğu şartları karşılaştırdığımızda frekans değerlerinde $\% 0,197$ ’luk bir düşüş hesaplanmaktadır. Akışkan hızının artması ile doğal titreşim frekansı değerleri azalmaktadır. Birinci modda doluluk oranının etkisi akışkan hızının artışı ile artmaktadır. β boyutsuz teriminin 0,10 oranında artması ile frekans $\approx \%0,099$ oranında düşmektedir. İncelenen en büyük ve en küçük doluluk oranı değerleri için aradaki fark $\% 0,791$ olarak hesaplanmıştır. Birinci mod için akışkan hızının 1,5 olduğu koşullarda ise doluluk oranı etkisini daha da arttırmıştır. β ’nın 0,10 farkı doğal frekansı $\approx \%0,228$ oranında düşürmektedir. Borunun $\%10$ ve $\%90$ olması durumlarında doğal frekans farkı $\%1,794$ oranına ulaşmıştır.

İkinci mod değerleri akışkan hızının 0,5, 1,0 ve 1,5 olması koşullarına göre değerlendirilirse, doğal titreşim frekansının mod yapısına bağlı olarak arttığı görülmektedir. Akışkan hızı ile frekans değerleri azaldığı için en büyük sonuçlara $u=0,5$ şartlarında ulaşılmıştır. Bu da doluluğun 0,90 olduğu anda ulaşılan 39,3739 değeridir. Doluluk oranının etkisi ise azalmıştır. En büyük fark için elde edilen oran $\%0,058$ olarak hesaplanmıştır. β boyutsuz teriminin 0,10 oranındaki artışı doğal titreşim frekansı değerlerini $\approx \%0,006$ oranında arttırmaktadır. Akışkan hızı $u=1,0$ için belirlenen en küçük frekans değeri 38,9848 ve en büyük değer 39,0591 arasındaki fark $\approx \%0,191$ değerindedir. Doluluk oranının 0,10 oranındaki artışı da $\%0,024$ ’lik doğal titreşim frekansı artışına yol açmaktadır.

Üçüncü mod için elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri doluluk oranı ile artmakta akışkan hızı ile azalmaktadır. Akışkan hızının 0,5 olması koşulu altında doluluk oranındaki 0,10'luk artış frekans değerlerini \approx %0,004 oranında arttırmaktadır. En büyük fark %0,03 olarak %10 ve %90 doluluk oranları arasında hesaplanmıştır. Akışkan hızının artışı ile birlikte doluluk oranı etkisi de artmakta ve sırası ile %0,016 ve %0,038 olarak $u=1,0$ ve $u=1,5$ koşulları altında hesaplanmaktadır. En büyük fark birinci ve ikinci modda olduğu gibi doluluk için dikkate alınan en küçük ve en büyük değerler arasında belirlenmekte olup %0,131 ve %0,299'dur. Şekil 7 akışkan hızının etkisini daha iyi ortaya koyabilmek amacı ile doluluk oranının 0,20, 0,40 ve 0,60 olması koşullarında elde edilmiştir. Her üç mod için de akışkan hızı doğal titreşim frekansını düşürmektedir. Frekans değerlerindeki değişim üç farklı grafik üzerinde belirgin olarak göze çarpmamaktadır. Bu da doluluk oranının doğal titreşim frekansı üzerindeki etkisinin düşük olduğuna işaret eder.

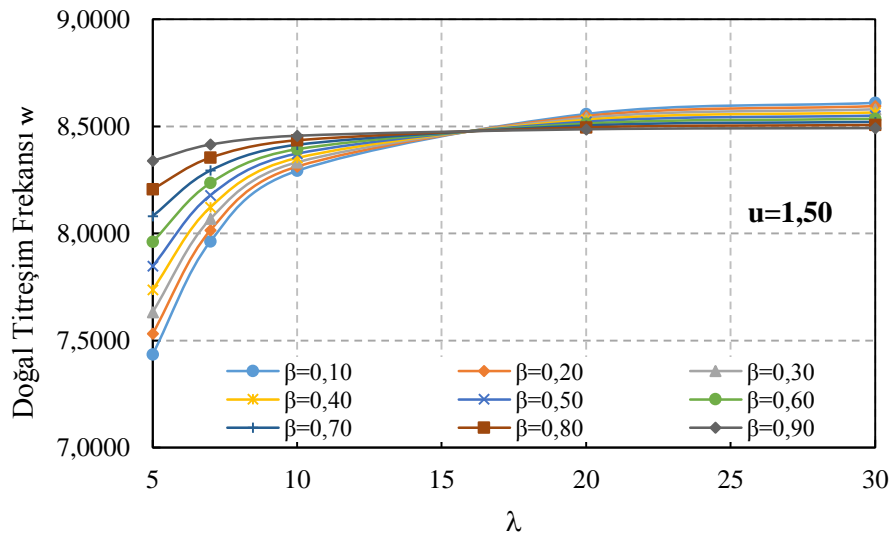
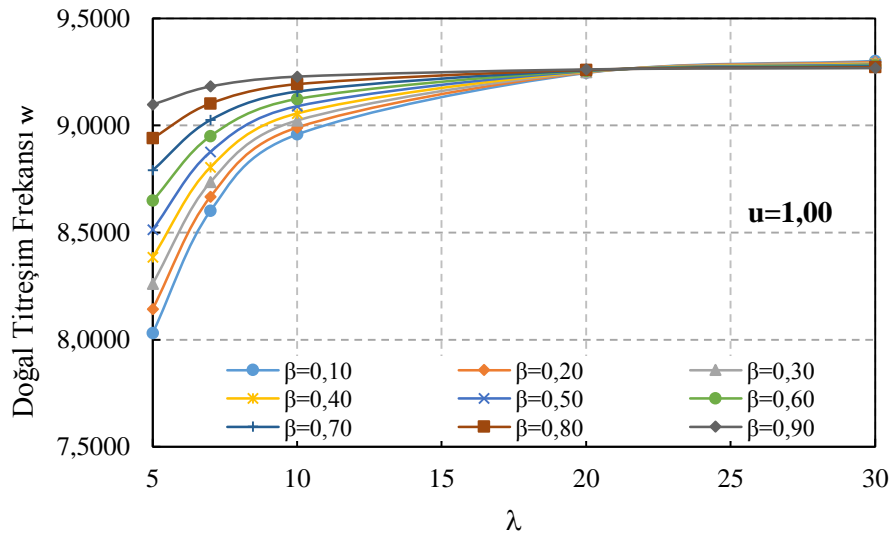
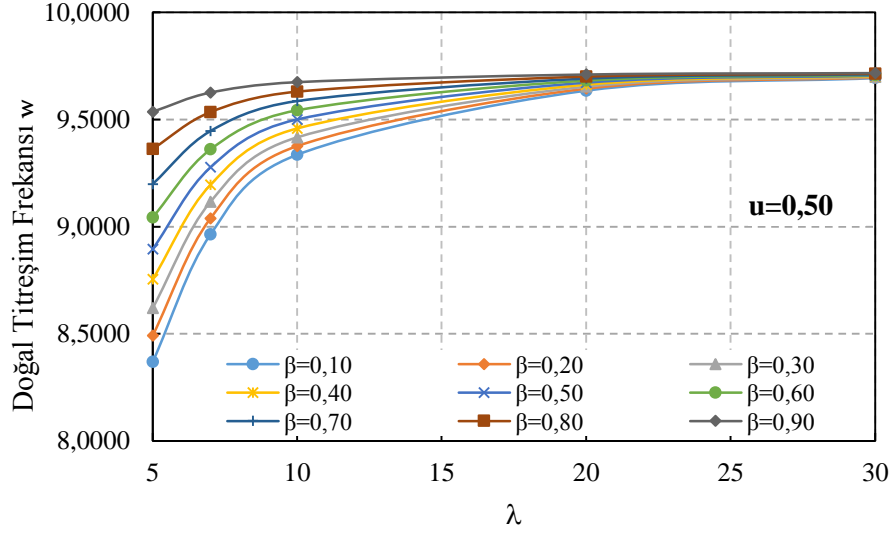
5.2. RBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri

RBM ile daha gerçekçi bir yaklaşım sunabilmek amacı ile elde edilen hareket denklemlerinin çözümü için Maple paket programında kullanılan veri girişi ve notasyonlar Şekil 8'de görülmektedir.

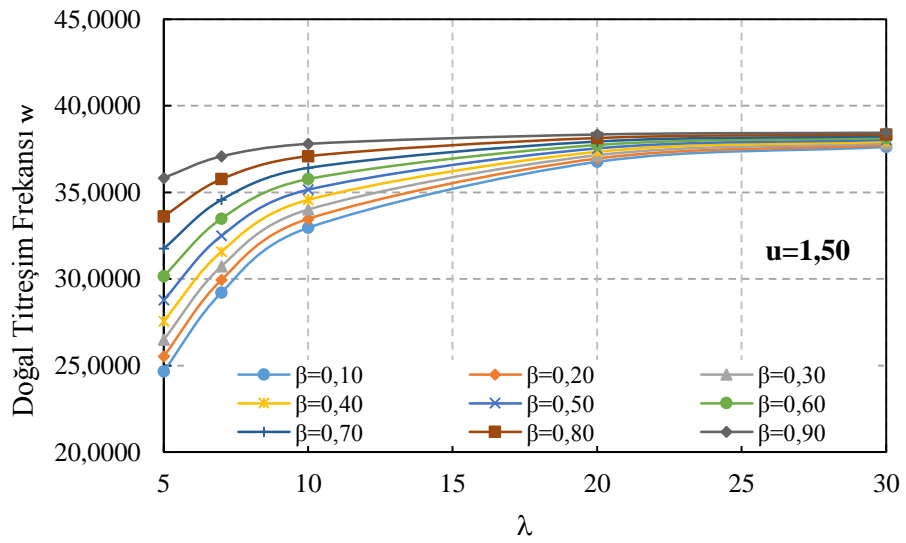
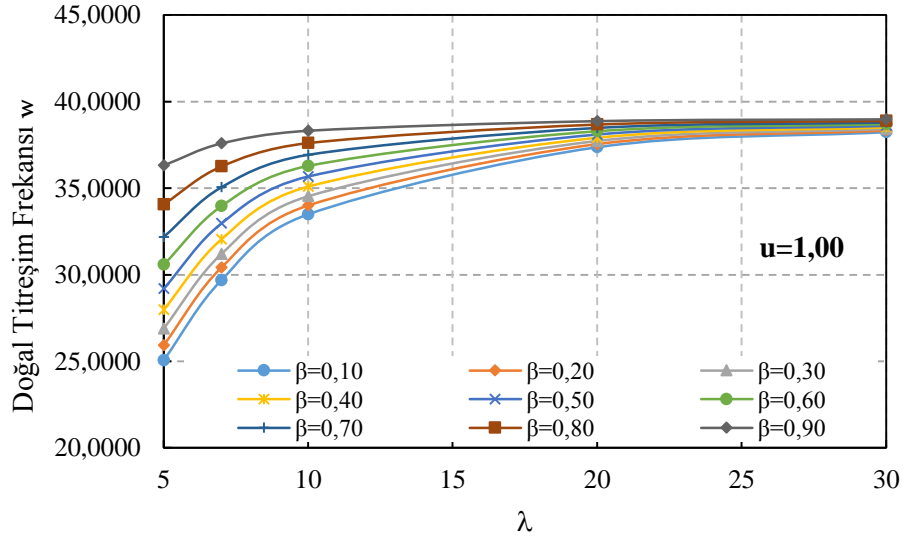
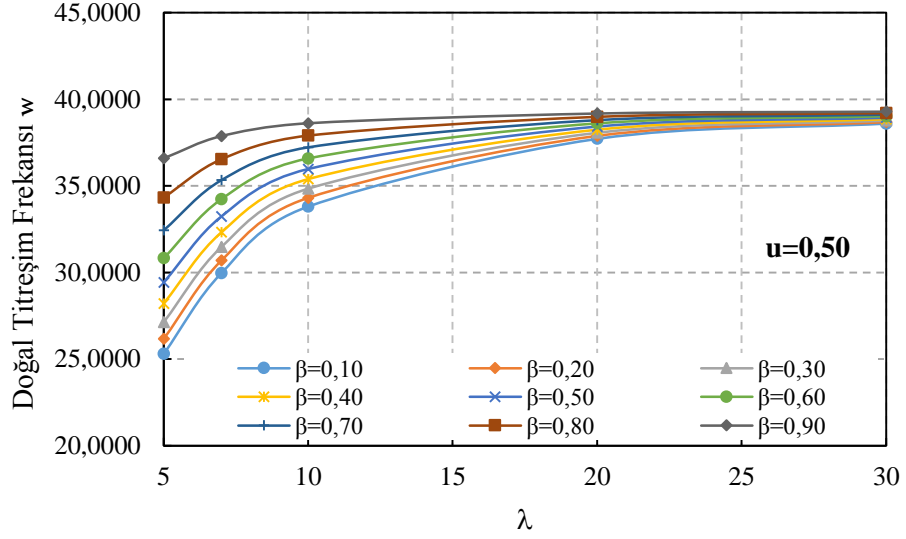
```
func:= proc (v,w) global sol,p1,p2,p3,p4; local a0,a1,a2,a3,a4,f,A,lambda;
lambda:=10:
a0:=-w^2:
a1:=-2*sqrt(beta)*v*w:
a2:=- (v^2+((1-beta)*w^2)/lambda^2):
a3:=0:
a4:=1:
f:=m-> a4*m^4+a3*m^3+a2*m^2+a1*m+a0;
sol:=solve(f(m),m);
p1:=sol[1];p2:=sol[2];p3:=sol[3];p4:=sol[4];
A:=Matrix(4,4,[[1,1,1,1],[p1^2,p2^2,p3^2,p4^2],[exp(I*p1), exp(I*p2), exp(I*p3), exp(I*p4)],
[p1^2*exp(I*p1),p2^2*exp(I*p2), p3^2*exp(I*p3), p4^2*exp(I*p4)]]);
Determinant(A)/w:
end proc:
w:=10:
beta:=0.1:
```

Şekil 8. RBM için Maple Notasyonları

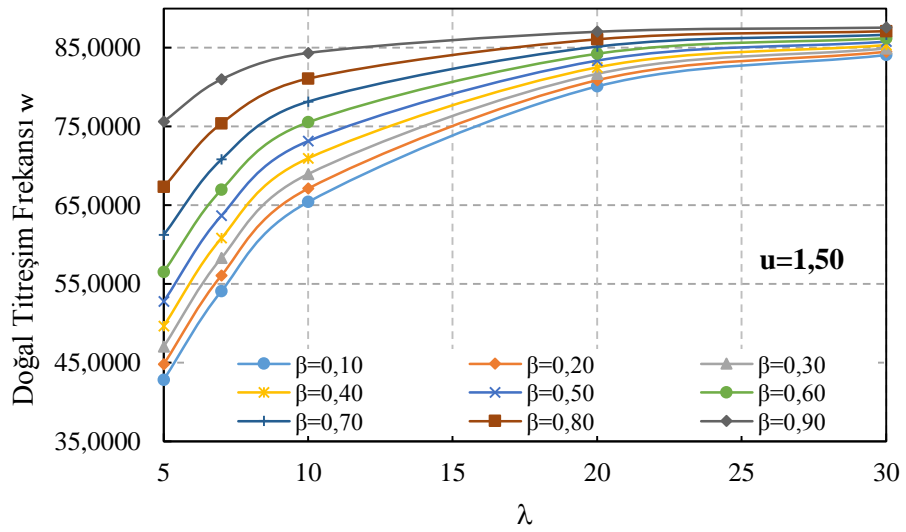
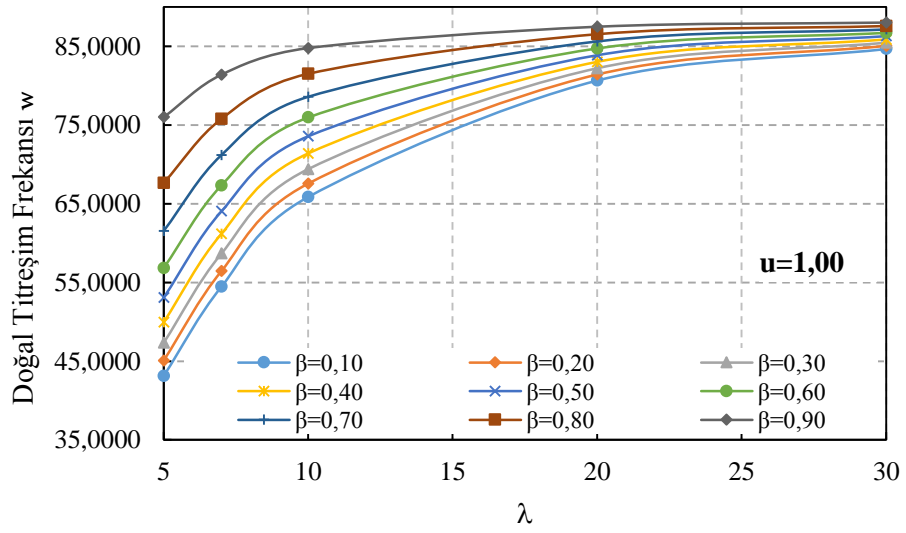
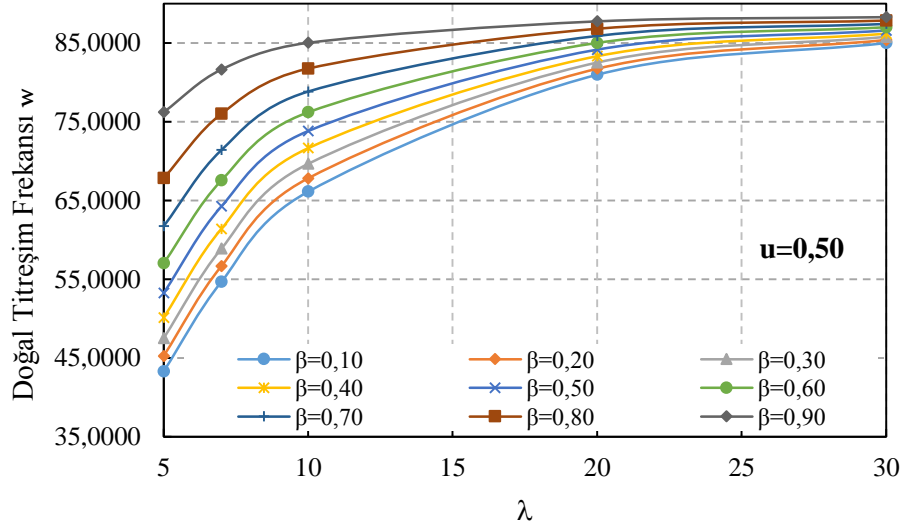
Doğal titreşim frekansı değerleri EBBM'de olduğu gibi akışkan hızı ve doluluk oranından etkilenmektedir. Ancak RBM için bunun yanında narinlik katsayısı da belirleyici bir terimdir. Şekil 9-11 ve Tablo 4 sonuçları vermektedir.



Şekil 9. RBM için narinlik katsayısına bağlı frekans değişimi 1. Mod



Şekil 10. RBM için narinlik katsayısına bağlı frekans değişimi 2. Mod



Şekil 11. RBM için narinlik katsayısına bağlı frekans değişimi 3. Mod

Tablo 4. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=3.0$

Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,7801	29,9182	62,9068	2,7654	30,4799	64,6547	2,7511	31,0572	66,5377
20	2,8674	33,3648	77,0229	2,8415	33,6324	77,8919	2,8162	33,8962	78,7799
30	2,8845	34,1436	80,8474	2,8563	34,3305	81,3625	2,8288	34,5120	81,8806
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,7369	31,6513	68,5735	2,7230	32,2633	70,7830	2,7093	32,8947	73,1920
20	2,7916	34,1563	79,6876	2,7677	34,4128	80,6156	2,7444	34,6659	81,5646
30	2,8021	34,6883	82,4016	2,7762	34,8596	82,9254	2,7510	35,0261	83,4522
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,6958	33,5470	75,8319	2,6826	34,2219	78,7421	2,6695	34,9213	81,9727
20	2,7216	34,9158	82,5355	2,6994	35,1626	83,5291	2,6778	35,4064	84,5463
30	2,7265	35,1880	83,9819	2,7026	35,3454	84,5144	2,6793	35,4985	85,0499

RBM kullanılarak birinci mod için elde edilen doğal titreşim frekansı değerlerinin doluluk oranı ve narinlik katsayısına bağlı değişimi Şekil 9’da verilmiştir. Şekil 9’da verilen grafikler EBBM modeli için elde edilen grafikler ile karşılaştırma yapılabilmesi adına akışkan hızının 0,5, 1,0 ve 1,5 olduğu koşullar altında çizilmiştir. Akışkan hızı beklenildiği gibi doğal titreşim frekansı değerlerini düşürmektedir. Doluluk oranı ise narinlik katsayısı değerlerine bağlı olarak doğal frekans üzerinde farklı etki göstermektedir. Akışkan hızının 0,5 olması durumunda narinliğin artması ile doğal titreşim frekansı değerleri birbirine yakınsamaktadır. Özellikle $\lambda=20$ değerinden sonra doluluk oranı RBM’nin dinamik davranışı üzerindeki etkisini yitirmektedir. Başlangıçta $\lambda=5$, $\beta=0,10$ için 8,3681 olan doğal titreşim frekansı $\lambda=30$ koşulunda 9,6937 olarak hesaplanmıştır. Bu da narinlik artışı ile doğal titreşim frekansının arttığı sonucunu ortaya koymaktadır. Doluluğun %90 olduğu durumda frekans değerleri sırası ile 9,5364 ve 9,7169 olarak belirlenmiştir. Bu durumda en büyük fark %13,962’den % 0,239’a düşmüştür. Akışkan hızı arttıkça narinlik etkisi ile doğal titreşim frekansı değerleri birbirine daha çok yaklaşmaktadır. Akışkan hızının $u=1,0$ olması koşulunda birinci moda ait değerler incelendiğinde doluluk oranı ile doğal frekans artışının narinliğin $\lambda=15$ durumuna kadar sürdüğü görülmektedir. Ancak bu değerden sonra doluluk oranı arttıkça doğal titreşim frekansı azalmaktadır. Başlangıçta narinlik katsayısının 5 olması durumunda %13,287 artış eğiliminde olan frekans farkı, narinlik katsayısının 30 olması durumunda %0,358 azalma eğilimine geçmiştir. Akışkan hızı $u=1,5$ olduğunda ise doluluk oranı artışı ile frekans artışı arasındaki doğru orantı narinliğin daha düşük olduğu durumda tersine dönmektedir. Narinlik katsayısı 15 olana kadar birbirine yakınsayan doğal titreşim frekansı değerleri daha narin borular için doluluk oranı ile azalmakta ve birbirinden uzaklaşmaktadır. Doğal titreşim frekansı değerlerinin en büyük farkı doluluk oranının 0,10 ve 0,90 olduğu koşullar arasında olduğundan bu durum değerlendirilmiştir. Narinlik katsayısı 5 iken artış eğiliminde %12,149 olan fark, narinlik katsayısı 30 iken %1,365 ile azalma eğilimindedir.

Şekil 10’da ise ikinci moda ait sonuçlar karşılaştırılmıştır. Grafikler incelendiğinde doğal titreşim frekansı değerlerinde doluluk oranına bağlı değişken bir ilişki olmadığı görülmektedir.

Akışkan hızı ile frekans düşmekte, doluluk oranı ile de artmaktadır. Narinlik katsayısının büyük değerleri için doluluk oranı etkili bir parametre olmaktan çıkmaktadır. $\beta=0,10$ ve $\beta=0,90$ değerleri için elde edilen doğal titreşim frekanslarının sırası ile $u=0,5$, $u=1,0$, $u=1,5$ için karşılığı % 44,679, % 44,913, % 45,323 olarak hesaplanmıştır. Sonuçlardan da anlaşıldığı gibi akışkan hızı ile birlikte doluluk oranına bağlı değişim de ikinci modda artış eğilimindedir. Doğal frekans değerlerinin birbirine yakınsadığı narinlik katsayısı değerleri de akışkan hızına bağlı değişmektedir. Narinlik katsayısının 20'den büyük değerleri için doluluk oranına bağlı doğal titreşim frekansı değişiminin çok küçük değerleri aldığı grafiklerin nerdeyse sabitlenmesinden anlaşılmaktadır. Doluluk oranına bağlı doğal frekan değerlerindeki değişim aralığı akışkan hızının 0,5 olması koşulunda %0,22 ile %5,227 arasındadır. Akışkan hızı 1,0 olduğunda değişim aralığı %0,239 ile %5,246 olarak hesaplanmıştır. Göz önünde bulundurulan son akışkan hızı 1,5 için ise sonuçlar 0,272 ile -5,866 arasında değişmektedir.

Üçüncü mod için elde edilen sonuçların verildiği Şekil 11'de ise narinliğin diğer iki moddan daha etkili bir terim olduğu görülmektedir. Narinlik katsayısının 5 olduğu durumda doluluk oranına bağlı değişim değerleri fazladır. Doluluk oranı için seçilen en küçük ve en büyük değerler arasındaki fark akışkan hızının 0,5 olduğu durumda %76,060, akışkan hızının 1,0 olduğu koşulda %76,272 ve 1,5 olması durumunda %76,633 olarak hesaplanmıştır. Bu da doluluk oranının doğal titreşim frekansını üçüncü modda büyük ölçüde değiştirdiğini göstermektedir. Üçüncü modda yüksek narinlik katsayısı değerlerinde de doluluk oranı ve frekans arasındaki doğru orantı korunmakta ve aradaki fark devam etmektedir. Narinlik katsayısı değişimine bağlı doğal frekans değerleri arasında belirlenen sapma aralığı akışkan hızının 0,5, 1,0 ve 1,5 olması koşuluna göre sırası ile %0,469 - %9,901, %474-%9,916 ve %0,497-%9,943 arasında değişmektedir. Bu değerler narinlik katsayısı için seçilen değerlerin ardışık karşılaştırması yapılarak hesaplanmıştır.

Akışkan hızının daha da arttırılması durumunda doğal titreşim frekansı değerlerindeki değişime ilişkin sonuçlar Tablo 4'te sunulmuştur.

Tabloda verilen değerlerde görüldüğü gibi akışkan hızının artışı, doluluk oranı etkisini değiştirmiştir. Sonuçlar birinci mod açısından değerlendirildiğinde Şekil 9'u doğrulamaktadır. Şekil 9'da doluluk oranının artması ile doğal titreşim frekansı değerlerinin arttığı sınır $\lambda=15$ olarak verilmiştir. Tablo 4'te ise bu değer için yüksek akışkan hızları için daha da aşağı düştüğü hatta $\lambda=10$ koşulları altında bile frekans doluluk oranı arasında ters orantılı bir sapma gerçekleştiği görülmektedir. Akışkan hızı ve doluluk oranı ile frekans azalmaktadır. Aynı doluluk oranı için narinlik katsayısı değerleri doğal titreşim frekansını arttırmaktadır. Bunun sebebi RBM için elde edilen hareket denkleminde yer alan $\left[u^2 + \frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \omega_n^2 \right]$ terimidir. Terimde akışkan hızının artması ile frekansın değişimine sebep olan narinlik katsayısı değerinin daha da aşağı düşmesi gerektiği görülmektedir.

İkinci mod için elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri ise doluluk oranına bağlı olarak artmaktadır. Bu artış narinlik katsayısının 10 olduğu koşulda %2,044 ile en fazla fark yüzdesine ulaşırken narinlik katsayısının artışı ile azalmakta ve $\lambda=30$ durumunda %0,433 değerine kadar düşmektedir.

Üçüncü mod doğal titreşim frekansı değerlerini değişimi ikinci modda elde edilen sonuçlara benzerdir. Narinlik artışı ile frekans değerleri artmakta ancak artış oranı azalmaktadır. Doluluk oranı ile doğal frekans artışı da yine narinlik etkisi arttığında düşmekte %4,103 ile %0,634 arasında sapma göstermektedir.

Narinlik katsayısının artışı ile $\left[u^2 + \frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \omega_n^2 \right]$ teriminde görüldüğü gibi doluluk oranının da fazla olduğu koşullarda hareketi tanımlayan bağıntı EBBM'ne benzemeye başlamaktadır. Bu nedenle elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri de birbirine yakınsar. Akışkan hızının 1,5, 2,0 ve 2,5 olması durumunda narinlik katsayısının doğal titreşim frekansı üzerinde etkisinin daha fazla hissedildiği 5 ve 7 değerleri için sonuçları içeren tablolar EK A bölümünde sunulmuştur. Elde edilen çıktılar sonuçları desteklemektedir.

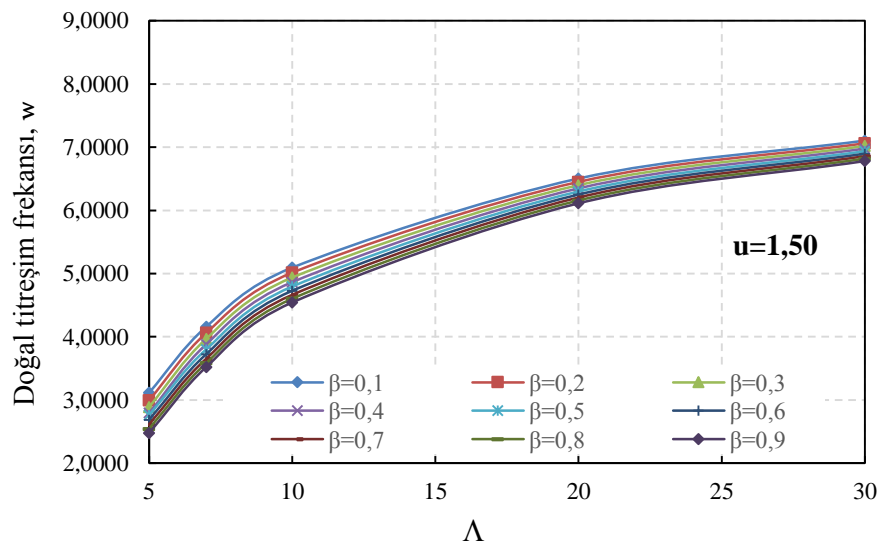
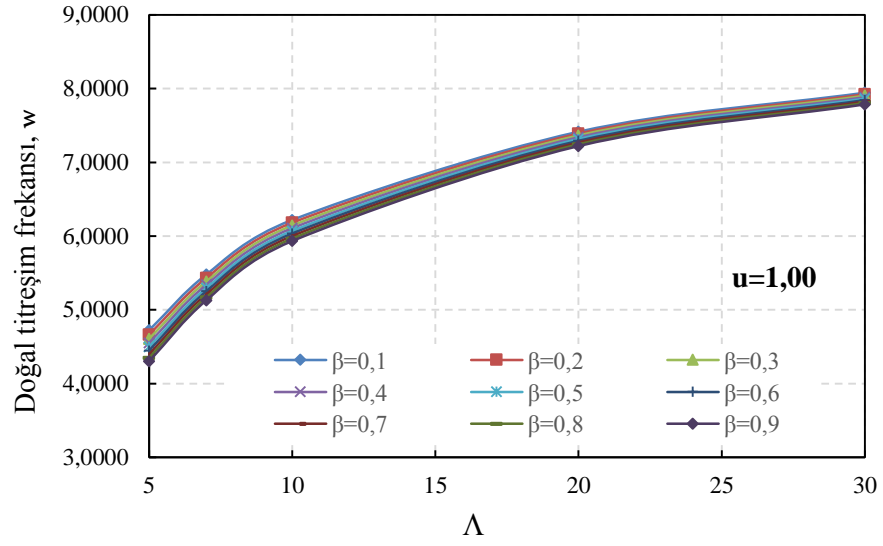
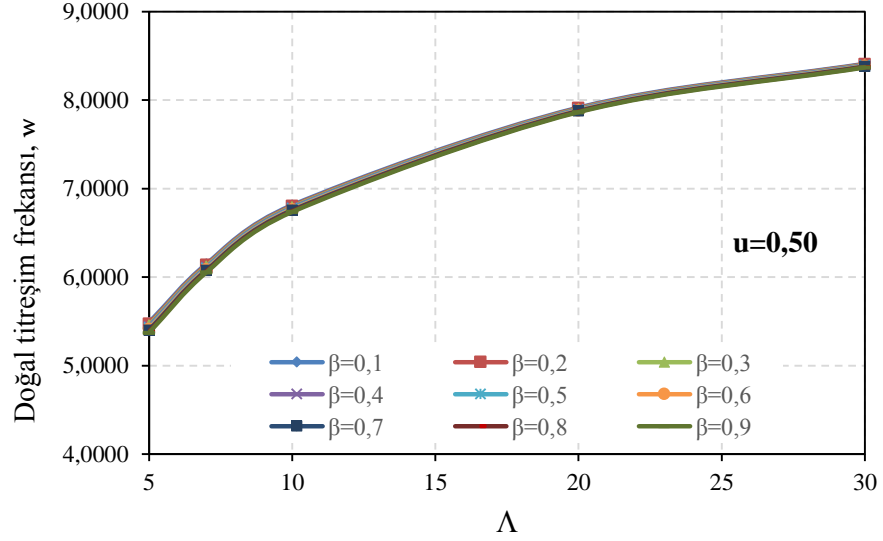
5.3. KBM Doğal Titreşim Frekansı Değerleri

Kayma rijitliği, doluluk oranı, akışkan hızı olmak üzere diğer iki modele göre daha fazla değişken içeren KBM için Maple paket programında kullanılan veri girişi ve notasyonlar Şekil 12’de görülmektedir.

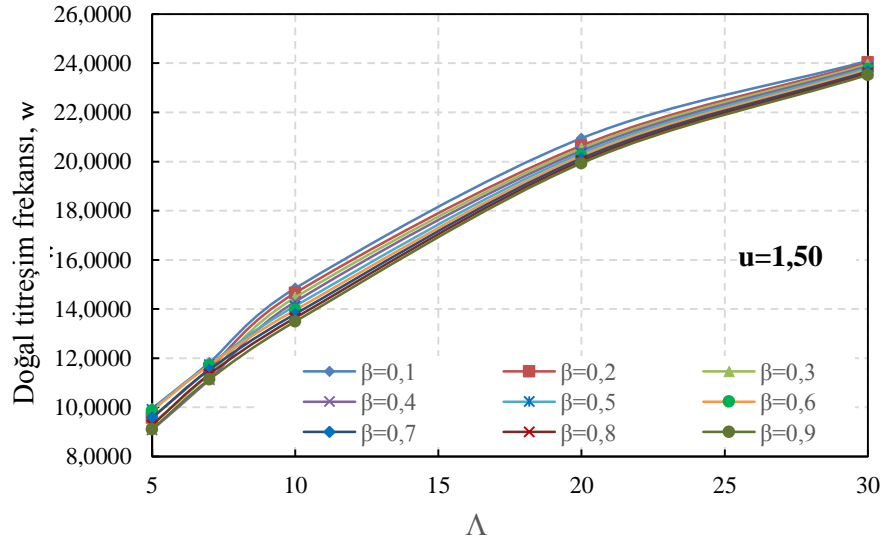
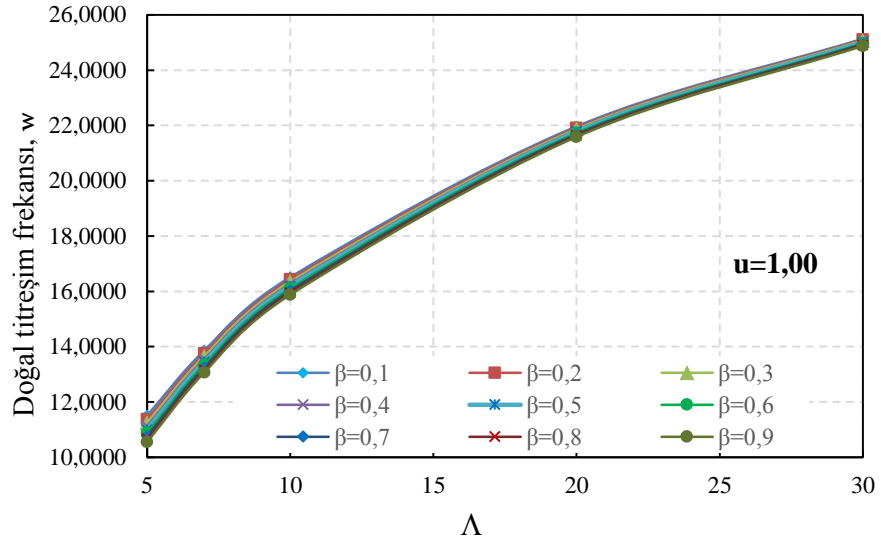
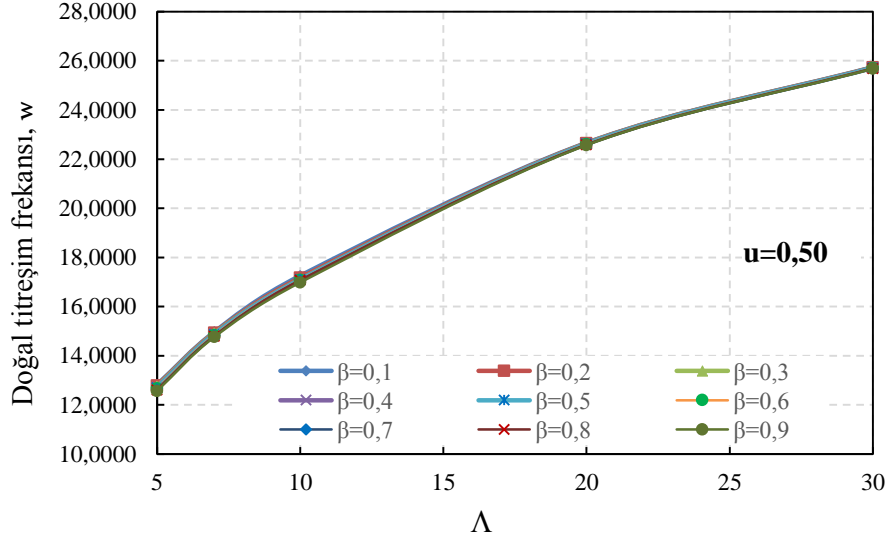
```
Lambda:=5:
beta:=0.2
func:= proc (v,w) global k,G; local f,B,i,m,a0,a1,a2,a3,a4:
a0:=-w^2:
a1:=-2*sqrt(beta)*v*w:
a2:=- (v^2+((w^2)/(Lambda))):
a3:=- (2*sqrt(beta)*v*w)/(Lambda):
a4:=1-((v^2)/(Lambda)):
f:=m-> a4*m^4+a3*m^3+a2*m^2+a1*m+a0;
m:=solve(f(m),m):
B:=Matrix(4,4):
for i from 1 by 1 to 4 do
B[1,i]:=1;
B[2,i]:=exp(I*m[i]);
B[3,i]:=w^2+2*sqrt(beta)*v*w*m[i]+(v^2-(Lambda))*m[i]^2;
B[4,i]:= (w^2+2*sqrt(beta)*v*w*m[i]+(v^2-(Lambda))*m[i]^2)*exp(I*m[i]);
end do:
B;
Determinant(B):
end proc:
```

Şekil 12. KBM için Maple Notasyonları

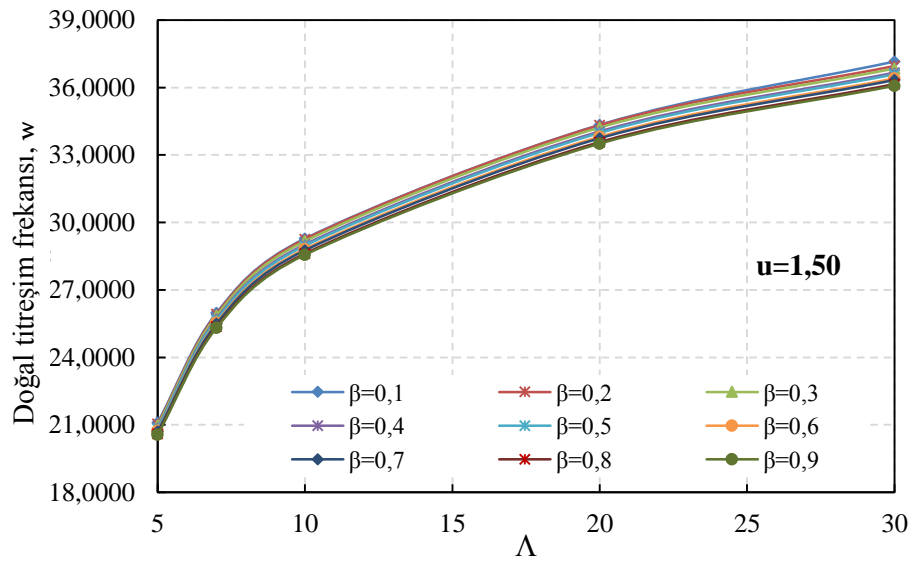
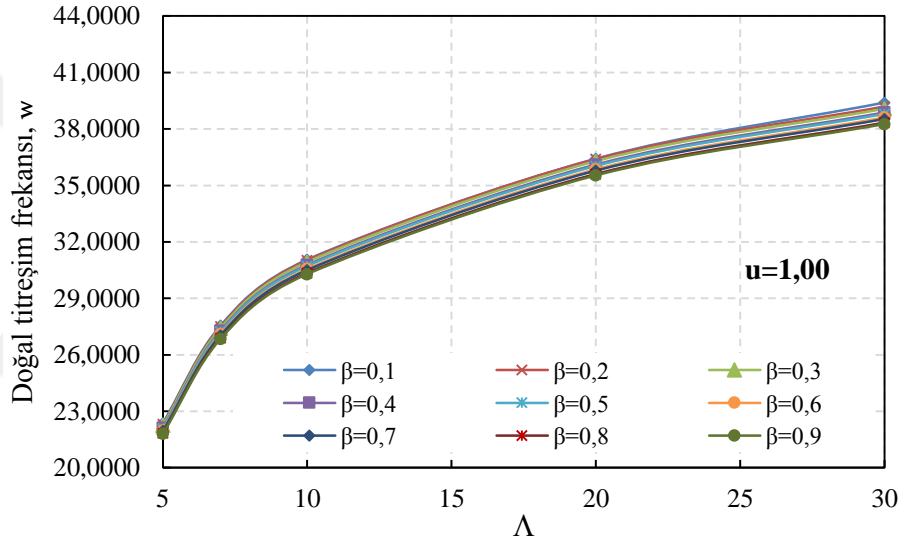
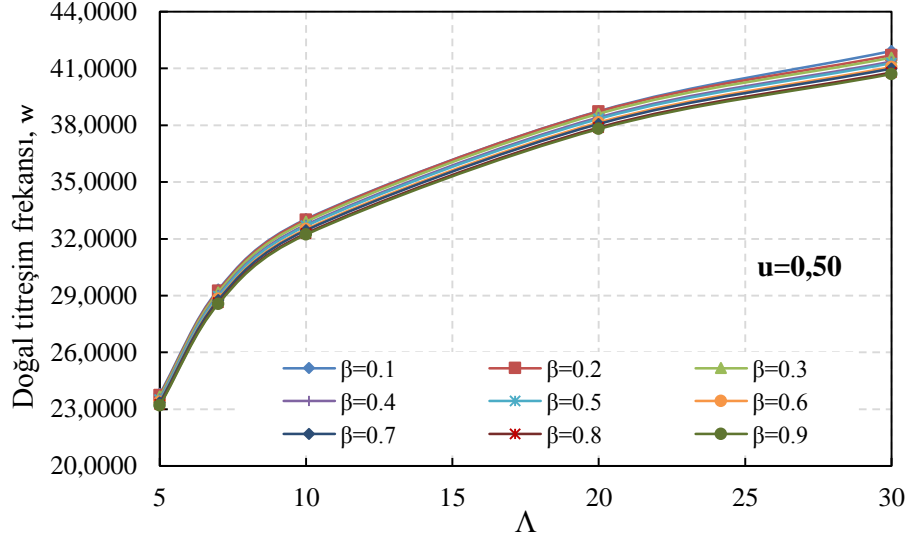
Doğal titreşim frekansları, diğer akışkan taşıyan boru modelleri ile karşılaştırılsın diye akışkan hızı için 0,5, 1,0 ve 1,5 değerleri seçilmiştir. Doğal titreşim frekansının doluluk oranı ve kayma rijitliğine bağlı değişimi ilk üç mod için Şekil 13-15’de sunulmuştur. Tablo 5’de ise narinlik katsayısının 10, 20, 30 değerleri için $u=2,0$ anında hesaplanan doğal titreşim frekansları verilmiştir. Akışkan taşıyan borunun birinci modda stabilitesini kaybettiği akışkan hızı diğer teorilere göre daha düşük olduğu için dikkate alınan tüm mod değerlerinde sonuç alınabilen $u=2,0$ tercih edilmiştir.



Şekil 13. KBM için kayma rijitliğine bağlı frekans değişimi 1 Mod



Şekil 14. KBM için kayma rijitliğine bağlı frekans değişimi 2 Mod



Şekil 15. KBM için kayma rijitliğine bağlı frekans değişimi 3 Mod

Tablo 5. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$

Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,9732	12,1762	33,0391	2,8691	11,8386	33,0072	2,7752	13,5187	32,9081
20	4,9886	16,3825	38,7432	4,9075	18,7662	38,7226	4,8303	18,5862	38,6065
30	5,7458	22,5728	41,9194	5,6787	22,4510	41,6945	5,1641	22,3293	41,5694
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,6900	13,2099	32,7436	2,6123	12,8999	32,6781	2,5409	12,5695	32,5147
20	4,7566	18,4094	38,4134	4,6862	18,2359	38,3366	4,6189	18,0658	38,1449
30	5,5516	22,2079	41,3615	5,4911	22,0870	41,2788	5,4326	21,9667	41,0724
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
10	2,4751	12,1944	32,4497	2,4141	11,4521	32,2875	2,3575	9,2323	32,2229
20	4,5545	17,8990	38,0686	4,4926	17,7357	37,8783	4,4333	17,5758	37,8025
30	5,3760	21,8470	40,9903	5,3211	21,7282	40,7853	5,2679	21,6102	40,7037

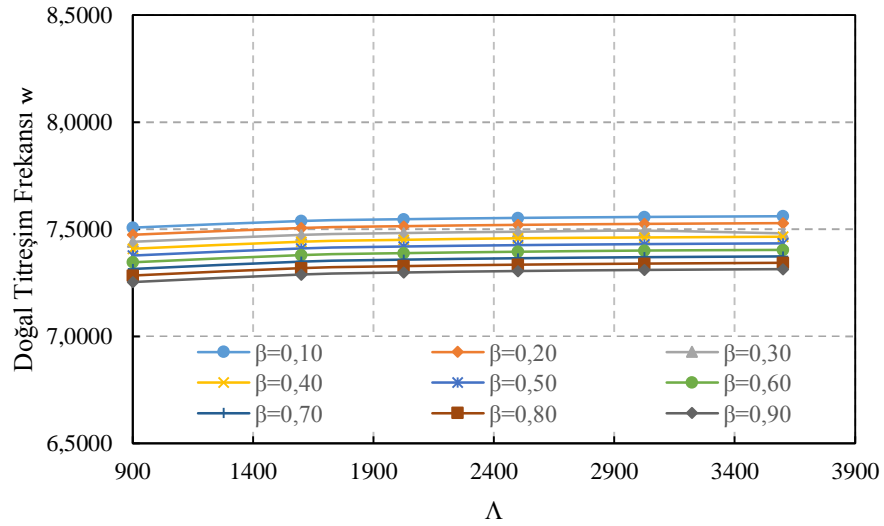
Şekil 13-15 incelendiğinde, akışkan hızının artışına bağlı olarak doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir. Aradaki fark akışkan hızı arttıkça artmaktadır. Birinci mod için değişim aralığı %5,880 ile %73,672 olarak hesaplanmıştır. İkinci modda bu değerler düşmüş ve %3,218 ile %48,487 sonuçlarına ulaşılmıştır. Üçüncü mod incelendiğinde %2,415 ile 16,383 sapma aralığı olarak belirlenmiştir. Bu değerler akışkan hızının doğal titreşim frekansları üzerinde etkili bir terim olduğunu göstermektedir. Özellikle birinci mod için doğal titreşim frekansı değerlerinin belirleyicisidir.

Şekil 13’de görüldüğü üzere doluluk oranı doğal titreşim frekansı değerlerini $\Lambda < 30$ koşullarında büyük ölçüde değiştirmemektedir. Akışkan hızının artması ile kayma rijitliğine bağlı frekans değişimi artmakta ve doluluk oranının artışından daha fazla etkilenmektedir. Birinci mod için elde edilen sonuçlar; kayma rijitliği arttığında doluluk oranına bağlı doğal titreşim frekansı değişiminin azaldığına işaret eder. Başlangıçta yani $\Lambda=5$ için doluluk oranlarına bağlı hesaplanan ardışık artış yüzdesi en fazla %0,271 iken $\Lambda=30$ için %0,139 olarak hesaplanmıştır. Doluluk oranının 0,10 ve 0,90 olması koşulları karşılaştırıldığında ise %0,491’lik fark yüzdesi belirlenir. Şekil 14’de verilen ikinci mod sonuçlarına göre ise akışkan hızı artışının doluluk oranının dinamik davranış üzerindeki etkisini arttırdığını ancak bu artışın baskın olmadığını söyleyebiliriz. Kayma rijitliği ile doğal titreşim frekansı değerleri artmaktadır. Bu artış ikinci modda en fazla %120,641 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç tez kapsamında incelenen $\Lambda < 30$ koşulları için kayma rijitliğinin doğal titreşim frekansı hesabında çok etkili bir parametre olduğunu göstermektedir.

Üçüncü moda ait Şekil 15, ilk iki mod için geçerli olan koşulları sağlamaktadır. Kayma rijitliğine bağlı doğal titreşim frekansı değişimi azalarak %76,120 değerlerine düşmesine rağmen etkisini korumuştur. Ayrıca doluluk oranı değişimi özellikle kayma rijitliğinin $\Lambda < 10$ olduğu koşullarda ihmal edilebilecek kadar küçük sapsmalarına sebep olmaktadır. En büyük fark ise $\Lambda=30$ koşulu için $u=1,5$ anında % 2,987 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4’de ise akışkan hızının 2,0 olduğu koşullar altında elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri görülmektedir. Doğal titreşim frekansı değerlerinin doluluk oranı ile düştüğü ancak aradaki farkın kayma rijitliği artışına bağlı olarak azaldığı sonucuna ulaşılmaktadır.

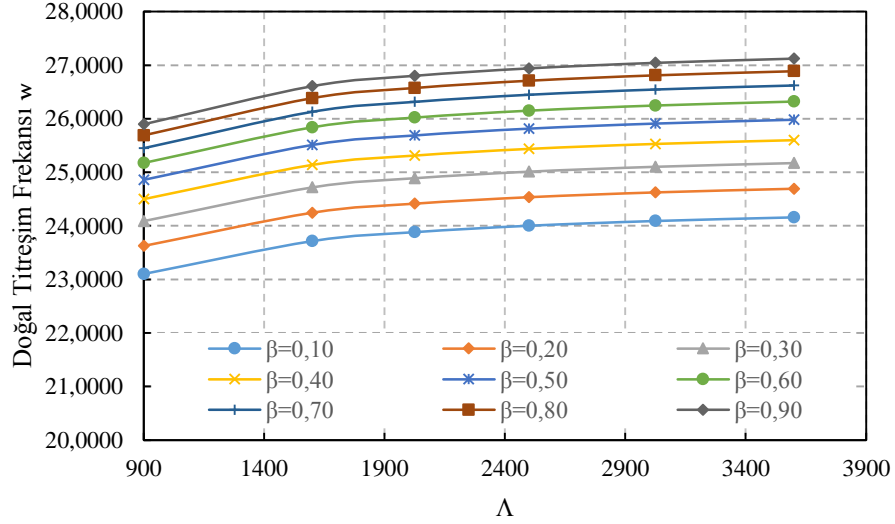
Kayma rijitliğinin artırılması ile doğal titreşim frekansı değişimini incelemek amacı ile 900, 1600, 2025, 2500, 3025 ve 3600 değerleri için hesaplar yapılmıştır. Şekil 16’da akışkan hızının 2,0 alındığı koşullar için doluluk oranı etkisine bağlı çizilen 9 frekans eğrisi verilmiştir.



Şekil 16. Mod 1 için $u=2.00$ anında doğal frekansın Λ ile değişimi

Şekil 16’da elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri birinci moda aittir. Daha önce $\Lambda < 30$ için sunulan grafik ile arasında fark olduğu görülmektedir. Kayma rijitliğinin artması ile doluluk oranı etkisi de artmıştır. Daha önce birbirine çok yakın değerleri içeren sonuçlar arasındaki fark artmıştır. Doluluk oranı arttıkça doğal titreşim frekansı düşmektedir. Doluluk oranının 0,10 ve 0,90 olduğu koşullarda karşılaşılan fark ise %2,949 olarak hesaplanmıştır. En yüksek doğal titreşim frekansı $\Lambda=3600$ koşulu altında 7,5287 olarak belirlenmiştir. En düşük değer ise $\Lambda=900$ için 7,2537 değeridir. Düşük doluluk oranı ve yüksek kayma rijitliği KBM’ini EBBM’ye yakınsamaktadır.

Aynı karşılaştırmanın ikinci mod değerleri açısından değerlendirilmesi için sunulan grafik Şekil 17’de görülmektedir. Kayma rijitliğinin 900, 1600, 2025, 2500, 3025 ve 3600 değerlerine karşılık ikinci modda akışkan hızının daha yüksek değerleri için sonuç alınabildiğinden daha görünür çıktılar elde etmek adına $u=5,0$ koşulu kullanılmıştır.

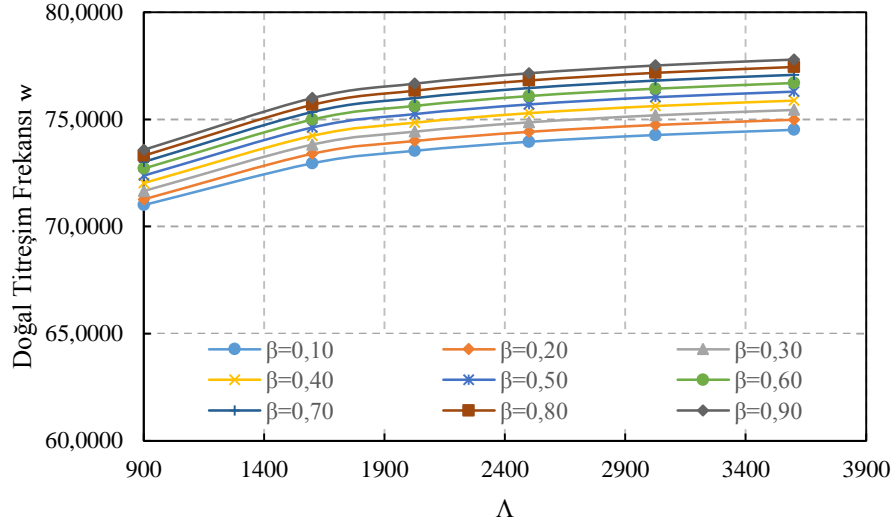


Şekil 17. Mod 2 için $u=5.00$ anında doğal frekansın Λ ile değişimi

İkinci mod için doğal titreşim frekansı değerleri incelendiğinde doluluk oranı etkisinin $\Lambda < 30$ koşulundan farklı olduğu görülmektedir. Doluluk oranı artışı ile frekans değerleri artış göstermektedir. KBM’ye ait hareket denklemindeki $\left(1 - \frac{u^2}{\Lambda}\right)$, $\left(u^2 + \frac{\omega_n^2}{\Lambda}\right)$ terimleri kayma rijitliğinin incelenen > 900 değerleri için etkisini yitireceğinden EBBM ile benzer dinamik davranış sergilemeye başlar. Kayma rijitliğinin ve akışkan hızının daha düşük değerleri ile Şekil 17 aasındaki fark bundan kaynaklanmaktadır.

Doluluk oranının 0,90 olduğu durumda elde edilen en büyük doğal titreşim frekansı değeri 27,1222 aynı koşullardaki en küçük değer ise 25,8970 olarak hesaplanmıştır. Doluluk oranı etkisini daha görünür kılmak adına $\beta=0,10$ için en büyük ve en küçük doğal titreşim frekansı değerleri sırası ile yazılırsa 24,1583; 23,1011 sonucuna ulaşılır.

Kayma rijitliği etkisinin üçüncü mod için değerlendirmesi Şekil 18’de yapılmıştır. Kayma rijitliğinin 900, 1600, 2025, 2500, 3025 ve 3600 değerlerine karşılık akışkan hızının $u=5,0$ olması durumunda elde edilen doğal titreşim frekansı değerleri verilmiştir.



Şekil 18. Mod 3 için $u=5.00$ anında doğal frekansın Λ ile değişimi

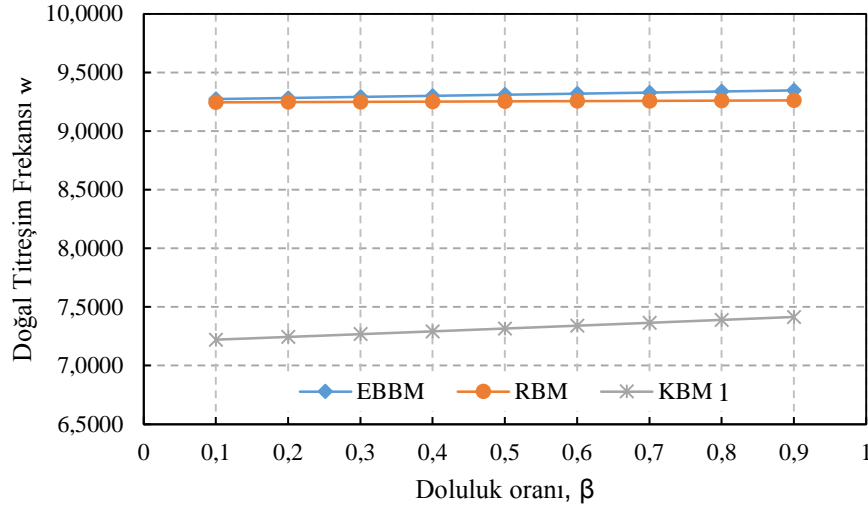
Şekil 18’de görüldüğü gibi doluluk oranı artışı ile doğal titreşim frekansı arasındaki artış ikinci moda benzer şekildedir. Ancak doluluk oranı etkisi azalmıştır. Farklı doluluk oranlarına bağlı verilen dokuz eğri birbirine yakısamaktadır. Kayma rijitliği ile artan doğal titreşim frekanları için hesaplanan en büyük değer 77,7942, en küçük değer ise 71,2670 olarak belirlenmiştir.

Kayma rijitliğine bağlı frekans değişimi giderek azalmakta Λ boyutsuz teriminin hareket denkleminde etkisi ortadan kalktığında sabitleneceği ön görülmektedir. Böylece yaklaşım tamamen en klasik teori olan EBBM durumuna dönecektir.

Sonuçları doğrulamak amacı ile yapılan ilave çalışmaya ilişkin sonuçlar EK B’de verilmiştir. Ekte verilen tablolarda kayma rijitliği için 50, 100 ve 150 değerleri seçilmiştir.

5.4. EBBM, RBM ve KBM Doğal Titreşim Frekansı Değerlerinin Karşılaştırılması

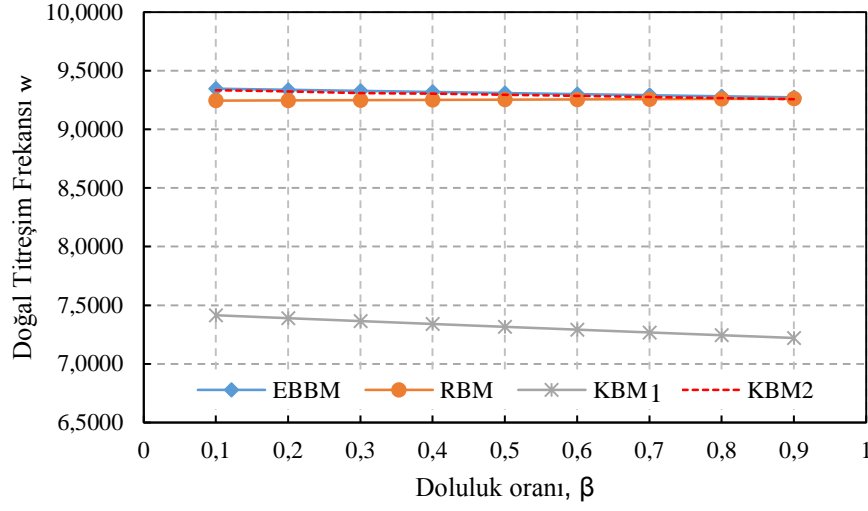
Tez kapsamında yapılan son araştırma ise ele alınan tüm modellerin karşılaştırılmasını içermektedir. Daha önce elde edilen sonuçlar narinlik katsayısı ve kayma rijitliği terimlerinin belirli değerlerin üzerinde alınması durumunda teorilere göre dinamik davranış arasındaki farkların ortadan kaybolacağını göstermiştir. Yani doğal titreşim frekansları birbirine eşit olmaktadır. Bu nedenle doluluk oranına bağlı doğal frekans değerleri değişimini incelemek için RBM'nin kendi özelliklerini koruyabildiği $\lambda=20$ koşulu dikkate alınmıştır. KBM için ise iki farklı yaklaşım dikkate alınmıştır. KBM1 için modelin kendi özelliklerini koruyabildiği $\Lambda=20$ koşulu, KBM2 için ise EBMM'ye yakınsadığı $\Lambda=3600$ durumu göz önünde bulundurulmuş ve grafikler halinde karşılaştırmalı olarak doğal titreşim frekansı değerleri verilmiştir. Şekil 19'da EBBM, RBM ve KBM1'ye ilişkin birinci moda ait değerleri içeren karşılaştırma sonuçları görülmektedir.



Şekil 19. Mod 1 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması ($\lambda=20, \Lambda=20$)

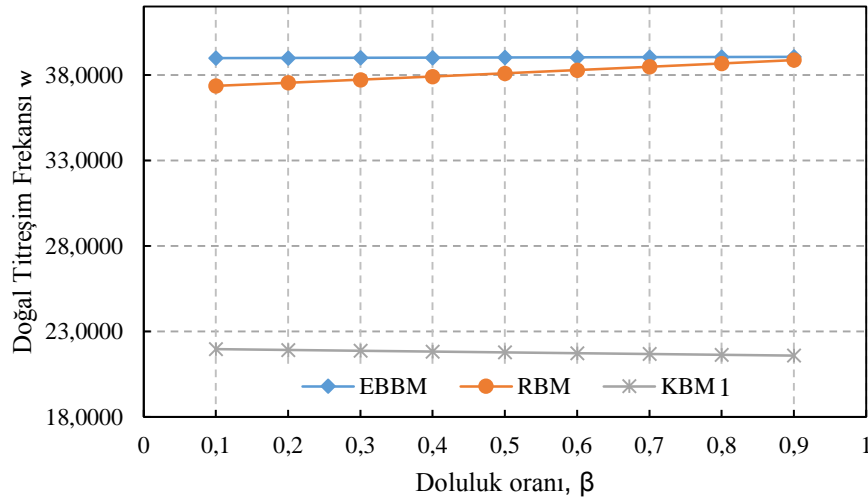
Şekil 19'a göre doluluk oranının artması ile tüm modeller için frekans değerlerinde artış gözlenmiştir. Kayma rijitliğinin arttığı koşullarda diğer modeller ile KBM1 modelinin doğal titreşim frekansı değerleri arasındaki fark kapanmaktadır. Bunun sebebi rijitlik katsayısının büyük değerleri için borunun EBBM modeli gibi

davranmasıdır. Şekil 20’de KBM2 için $\Lambda=3600$ koşulu da grafik üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 20. Mod 1 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması ($\lambda=20, \Lambda=3600$)

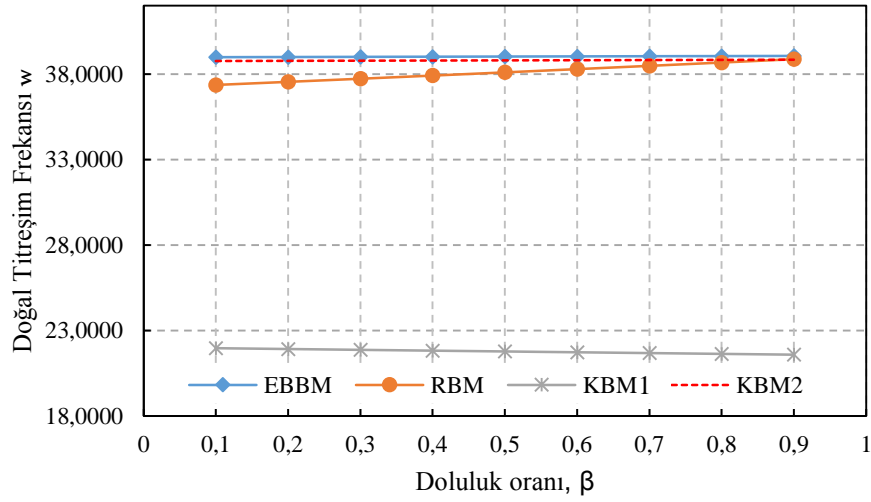
Şekil 19 ve Şekil 20 birlikte incelendiğinde kayma rijitliğinin etkisi açıkça görülmektedir. Doluluk oranı artışı ile doğal titreşim frekansı değerlerinin düştüğü KBM2 için kayma rijitliğinin artışı frekansı arttırmaktadır. Birinci mod için KBM1 ile ters yönlü eğilim gösteren KBM2 için elde edilen doluluk oranı artışı ile doğal titreşim frekansı sonuçları EBBM ile çakışmaktadır. Şekil 21 ikinci moda ait karşılaştırmalı sonuçları vermektedir.



Şekil 21. Mod 2 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması ($\lambda=20, \Lambda=20$)

İkinci mod için elde edilen sonuçlar EBM ve KBM1 modellerinin birbirine benzer davrandığını göstermektedir. Aynı koşullar altında en büyük doğal titreşim frekansı değeri EBBM için hesaplanırken sıralama RBM ve KBM1 olarak devam etmektedir. Aradaki farkı nümerik olarak ortaya koymak amacı ile doluluk oranı 0,40 için değerler büyükten küçüğe doğru 39,0131; 37,9095; 21,8219 olarak sıralanmaktadır. KBM de kullanılan kayma deformasyonunun etkisinin RBM’de dikkate alınan dönme ivmesi etkisinden daha baskın olduğu elde edilen sonuçlardan

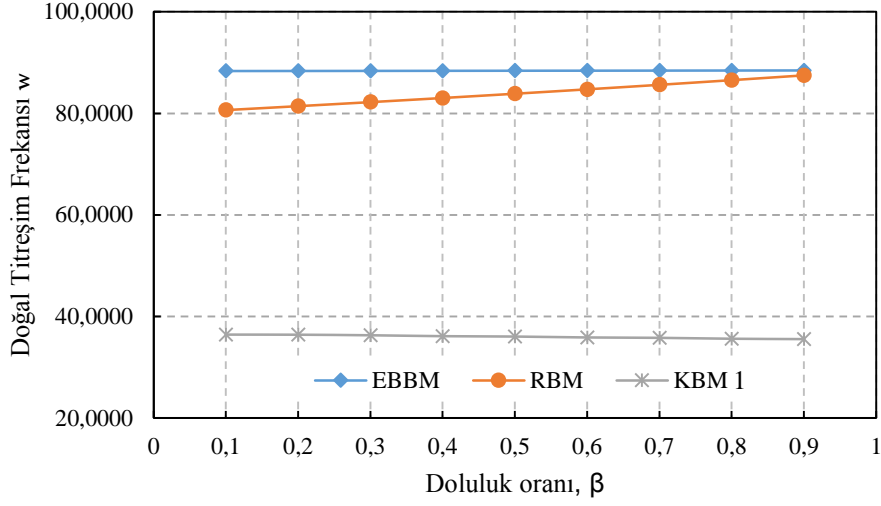
İkinci mod için KBM2’nin de grafiğe eklenmesi ile elde edilen karşılaştırmalı değerler Şekil 22’de görülmektedir.



Şekil 22. Mod 2 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması
($\lambda=20$, $\Lambda=3600$)

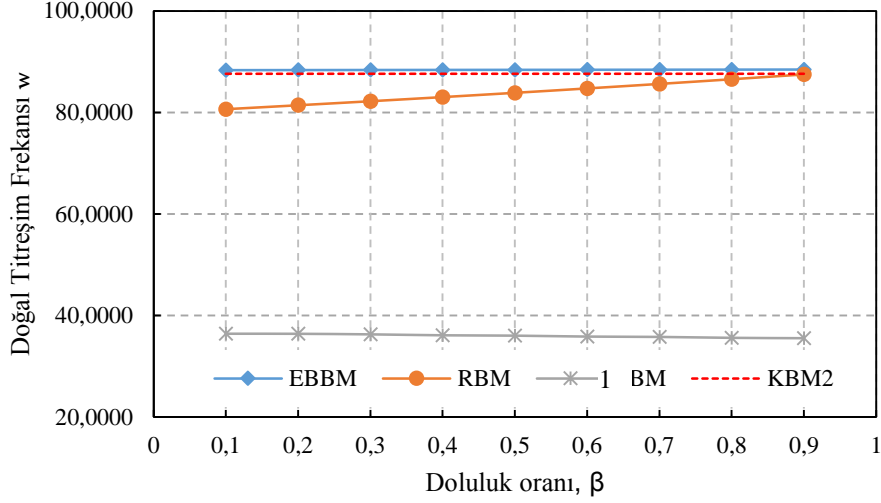
İkinci mod doğal frekans değerleri kullanılarak yapılan karşılaştırma sonuçları için de birinci modda elde edilen çıkarımlar geçerlidir. Rijitlik katsayısı arttıkça doğal frekans değerleri açısından EBBM ve KBM2 birbirine benzer şekilde davranmaktadır. Ancak birinci modda olduğu kadar sonuçlar yakın değildir. Daha yüksek kayma rijitliği değerleri için daha yüksek benzerlik beklenmektedir.

Farklı teoriler ile modellenen akışkan taşıyan boruların üçüncü moda ait karşılaştırmalı sonuçları Şekil 23'te verilmiştir.



Şekil 23. Mod 3 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması
($\lambda=20$, $\Lambda=20$)

Üçüncü mod doğal titreşim frekansı değerlerine göre RBM ile EBBM arasındaki en büyük fark doluluğun %10 olduğu koşullar altında meydana gelmekte olup % 8.71 olarak hesaplanmıştır. Doluluk oranı artışı ile aradaki fark azalmaktadır. KBM1 ile EBBM arasındaki fark ise doluluk oranının 0,90 olması durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu fark %59.82'dir. Kullanılan teorilere göre değişen frekans değerleri arasındaki farklar en fazla üçüncü modda hesaplanmıştır. Üçüncü modda yüksek kayma rijitliğine sahip KBM2 Şekil 24'de grafiğe eklenmiştir.



Şekil 24. Mod 3 için $u=1.00$ anında β' ya bağlı doğal frekans karşılaştırması
($\lambda=20$, $\Lambda=3600$)

Üçüncü mod için belirlenen en büyük doğal frekans değerleri arasındaki fark kayma rijitliği artışı ile elde edilen KBM2 ile % 0.81 değerine düşmektedir. Üçüncü mod için de sonuçların tutarlı olduğu, ilk iki mod davranışı ile uyumlu değerlerin elde edildiği görülmüştür.

Doğal titreşim frekansı değerlerinin tez çalışmasında dikkate alınan üç farklı modeli için yapılan analiz sonuçları birbirleri ile uyum içerisindedir. İlk üç mod için yapılan karşılaştırmalar farklı teorilere özgü kullanılan boyutsuz terimlerin dinamik davranış üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır. Sonuçları destekleyici ilave analiz sonuçları EKA ve EKB ile verilmiştir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması; önemi hızla artan boru hattı taşımacılığı alanında, farklı modellerin kullanılması ile karşılaşılabilecek farklı dinamik davranışları incelemek amacı ile gerçekleştirilmiştir. Boru içerisindeki akışkan titreşiminin matematiksel olarak ifade edilmesi için geliştirilen diferansiyel denklemler, gerçekçi sonuçları ortaya koymak amacı ile üç farklı yaklaşım altında incelenmiştir. Öncelikle gerilme ve uzama arasındaki ilişkinin lineer kabul edildiği en yaygın kullanım alanına sahip Euler Bernoulli kiriş teorisinden yararlanılmıştır. İkinci olarak dönme ivmesinin de dikkate alındığı Rayleigh kiriş teorisi ve son olarak kayma deformasyonun hareket denklemine dahil edildiği Kayma kiriş teorisi seçilen modelleridir. Akışkan ise Euler denklemleri ile temsil edilmiştir. Akışkan ve yapı arasındaki etkileşimi ifade eden, sistemin hareket denklemi; ayrı hareket denklemlerinin birleştirilip, Hamilton prensibinin kullanılmasıyla türetilmiştir.

Malzeme ve geometriden bağımsız hale getirmek için uygulanan boyutsuzlaştırma işlemleri sırasında kiriş modellerine göre farklılık gösteren katsayılar tanımlanmıştır. Bunlardan tüm boru modellerinde etikili olan boyutsuz parametreler; doluluk oranı ve akışkan hızıdır. Akışkan hızının artması ile tüm boru modellerinde doğal titreşim frekansı değerlerinin düştüğü görülmüştür. Doluluk oranının ise hareket denklemlerindeki kullanımına bağlı olarak farklı şekillerde ve farklı oranlarda dinamik harekete etki ettiği gözlemlenmiştir. Tüm modeller için geçerli olan sonuç ise; akışkan hızının artması ile doluluk oranının doğal titreşim frekansı üzerindeki etkisinin artması olmuştur.

Rayleigh boru modeline (RBM) ait hareket denkleminin boyutsuzlaştırma aşamasında elde edilen bir diğer parametre narinlik katsayısıdır. Narinlik katsayısının artışı doluluk oranının doğal titreşim frekansı üzerindeki etkisini değiştirmektedir. Benzer şekilde akışkan hızının düşük olduğu durumlarda RBM'nin EBBM'den farkı daha narin sistemlerde hissedilirken akışkan hızı arttıkça narinlik katsayısının daha düşük olduğu borular için de dinamik davranış değişiklik göstermektedir. Akışkan hızındaki artışın boru modelinin daha narin hale gelmesinde etkisi olduğu görülmektedir. Narinlik artışı ile frekans değerleri artmakta ancak artış oranı gittikçe azalmaktadır.

Kayma boru modeli (KBM) hareket denklemleri boyutsuzlaştırılırken ise kayma rijitliği tanımlaması yapılmıştır. Kayma rijitliği artışı ile doğal titreşim frekansı değerlerinin arttığı gözlenmiştir. Ayrıca kayma rijitliğinin çok büyük olduğu durumda boru modelinin EBBM gibi davrandığı doğal titreşim frekanslarının neredeyse eşitlendiği, karşılaştırmalı grafiklerden elde edilen bir diğer sonuçtur.

Yapılan bu çalışma ile farklı boru modellerinin dinamik davranışını etkileyen farklı kriterler olduğu gösterilmiştir. Ayrıca akışkan taşıyan boruların stabilitesi ve dinamiği üzerinde boru modelinin çok etkili olduğu vurugulanmıştır. Bu nedenle özellikle enerji sektöründe yapılacak doğru tasarımların önemi büyüktür. Yaygın kullanılan ve basitleştirilmiş teoriler her zaman gerçekçi yaklaşım sunamamaktadır. Bu durumda daha kapsamlı bir akışkan-yapı etkileşim modelini içeren analizlerin yapılması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Gül,Ufuk. Kirişlerin Dinamik Davranışlarının Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorileri ile Analizi. Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği, Edirne,2015,16 (Yüksek Lisans Tezi).
- [2] Traill-Nash, R.W. and Collar, A.R., The Effects of Shear Flexibility and Rotary Inertia on the Bending Vibrations of Beams, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 1953, 6, 186-222.
- [3] Chun KR. “Free vibration of a beam with one end spring-hinged and the other free”. Journal of Applied Mechanics, 1972, 39, 1154-1155.
- [4] Bickford, W. B. A consistent higher order beam theory, Developments Theoretical and Applied Mechanics,1982, 11, 137-150.
- [5]Bapat CN, Bapat C. “Natural frequencies of a beam with non-classical boundary conditions and concentrated masses”. Journal of Sound and Vibration, 1987, 1, 66-71.
- [6] Bokaian, A., “Natural Frequencies of Beams under Tensile Axial Loads”, Journal of Sound and Vibration, 1988, 126, 49-56.
- [7] Rossi, R.E., “ Free Vibrations of Timoshenko Beams Carrying Elastically Mounted Concentrated Masses”, Journal of Sound and Vibration, 1993, 165, 209-223.
- [8] J. N. Reddy, C. M. Wang, K. H. Lee, Relationships between bending solutions of classical and shear deformation beam theories, International Journal of Solids and Structures, 1997, 34, (26), 3373-3384.
- [9] Borglund, D., On The Optimal Design Of Pipes Conveying Fluid, Journal Of Fluids And Structures, 1998, 12, 353-365.
- [10] Banerjee, J.R., “Free Vibration of Axially Loaded Composite Timoshenko Beams Using the Dynamic Stiffness Matrix Method”, Computers & Structures, 1998, 69, 197-208.
- [11] MISRA, A.K., WONG, S.S.T., PAIDOUSSIS, M.P., Dynamics and Stability of Pinned-Clamped and Clamped-Pinned Cylindrical Shells Conveying Fluid, Journal of Fluid and Structures, 2001, 15, 1153-1166.
- [12] Zhou D., “ Free Vibration of Multi-Span Timoshenko Beams Using Static Timoshenko Beam Functions”, Journal of Sound and Vibration, 2001, 241, 725-734.
- [13] Law, C.L., Mujumdar, A.S 2007. Handbook of Industrial Drying, (3. Basım), Boca Raton: CRC Press
- [14] Modarres-Sadeghi, Y., Paidoussis, M.P., Semler, C., A Nonlinear Model for an Extensible Slender Flexible Cylinder Subject to Axial Flow, Journal of Fluid and Structures, 2005, 21, 609-627.
- [15] Stangl, M., Irschik, H. Dynamics Of An Euler Elastica Pipe With Internal Flow Of Fluid. Proceedings İn Applied Mathematics And Mechanics. 2006, 6, 335-336.

- [16] Uğurlu, B., Ergin, A., Üniform Eksenel Akım Etkisindeki Elastik Yapıların Dinamik Analizi için bir Sınır Eleman Metodu, İ.T.Ü Mühendislik Dergisi, 2007, 6(1), 25-36.
- [17] Jing, L.L., Ming, P.J., Zhang, W.P., Fu, L.R., Cao, Y.P., Static and Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams by Combination Timoshenko Theory and Finite Volume Method. Composite Structures, 2016, 138, 192-213.
- [18] Avcar, M., Alwan, H.H.A., Free Vibration of Functionally Graded Rayleigh Beam. International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS), 2017, 9(2), 127-137.
- [19] Şimşek, M., Cansız, S., Birbirlerine Elastik Olarak Bağlı Fonksiyonel Derecelendirilmiş Paralel İki Timoshenko Kirişinin Hareketli Yükler Altında Dinamik Analizi. XVII. Ulusal Mekanik Kongresi, 5-9 Eylül, 2011, Fırat Üniversitesi, Elazığ
- [20] Gül, Ufuk, Kirişlerin Dinamik Davranışlarının Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorileri İle Analizi, Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Edirne,2015,2,(Yüksek Lisans Tezi).
- [21] Koç, Yusuf. Euler Bernoulli ve Timoshenko teorileri kullanılarak basit mesnetli kirişlerin serbest titreşimlerinin incelenmesi. Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa. 2006,2, (Yüksek Lisans Tezi)
- [22] Euler, L. Théorie plus complete des machines qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau, Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, (1756), 10(1756), 227–295.
- [23] Dağlı, B.Y, Sınır, B.G. Dynamics of transversely vibrating pipes under non-classical boundary conditions, Universal Journal of Mechanical Engineering. 2015, 3 (2), 27–33.
- [24] Dagli, B.Y., Ergut A., Turan M.E., İçinden Akışkan Geçen Boru Doğal Frekansının Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağları Yöntemi İle Tahmini. DUJE, 2020. 11 (2), 863-874.
- [25] Euler, L. (1756). Théorie plus complete des machines qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau, Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, 10(1756), 227–295.
- [26] Kheiri, M. Païdoussis, M. P. On the use of generalized Hamilton's principle for the derivation of the equation of motion of a pipe conveying fluid. Journal of Fluids and Structures. 2014. 50. 18-24.
- [27] Kayacan, Erkan. Yuvarlanan Küresel Robot Modellenmesi ve Kontrolü, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği, İstanbul,2010, (Yüksek Lisans Tezi).
- [28] Güler, Serhat. Manyetorelojik Akışkan Sentezi ve Karakterizasyonu. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kimya Mühendisliği, İstanbul,2010,13,(Yüksek Lisans Tezi).
- [29] Kocaman, Selahattin. Baraj Yıkılması Probleminin Deneysel ve Teorik Olarak İncelenmesi. Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği, Adana,2007,34. (Doktora Tezi).
- [30] Ghayesh, M. H. Païdoussis, M. P. Amabili, M. Nonlinear dynamics of cantilevered extensible pipes conveying fluid. Journal of Sound and Vibration. 2013. 332(24). 6405–6418.

[31] Enez,Süleyman. Düzlem Çerçeve Sistemlerin Mod Birleştirme Yöntemi İle Dinamik Analizi. Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Adana,2009,6,(Yüksek Lisans Tezi)

[32] Angrand, F. (Ed.). Numerical methods for the Euler equations of fluid dynamics (Vol. 21)., (1985), SIAM.

[33] Majda, A. J., Bertozzi, A. L., & Ogawa, A. Vorticity and incompressible flow. Cambridge texts in applied mathematics. Appl. Mech. Rev, 2002, 55(4), B77-B78.

[34] Sunguroğlu, N. G. Sivriltilmiş Ankastr Kiriş Yapılarda Kiriş Teorilerinin İncelenmesi Ve Titreşim Analizi Uygulamaları (Doctoral dissertation, Fen Bilimleri Enstitüsü), (2015).

[35] Kelly, S. G. Advanced vibration analysis. CRC Press, 2006.

[36] Yi-Min, H., Yong-Shou, L., Bao-Hui, L., Yan-Jiang, L., & Zhu-Feng, Y.Natural frequency analysis of fluid conveying pipeline with different boundary conditions. Nuclear Engineering and Design, (2010), 240(3), 461-467.



EKLER

Tablo 6. EK A1. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$

Tablo 7. EK A2. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$

Tablo 8. EK A3. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$

Tablo 9. EK A4. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$

Tablo 10. EK B1. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$

Tablo 11. EK B2. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$

Tablo 12. EK B3. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$

Tablo 13. EK B4. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$



EK A1. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$

Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta =0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	8,0306	25,0578	43,1176	8,1435	25,9273	45,0759	8,2614	26,8922	47,3266
7	8,6010	29,6852	54,4594	8,6675	30,4144	56,4502	8,7356	31,1984	58,6746
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	8,3846	27,9712	49,9501	8,5137	29,1889	53,0622	8,6489	30,5776	56,8357
7	8,8054	32,0445	61,1823	8,8769	32,9612	64,0387	8,9503	33,9590	67,3327
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	8,7909	32,1816	61,5432	8,9403	34,0629	67,6459	9,0976	36,3122	76,0042
7	9,0256	35,0506	71,1888	9,1029	36,2520	75,7871	9,1822	37,5827	81,4010

EK A2. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$

Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	7,4357	24,6603	42,8196	7,5324	25,5291	44,7756	7,6330	26,4923	47,0238
7	7,9628	29,2135	54,0850	8,0151	29,9453	56,0775	8,0685	30,7310	58,3035
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	7,7379	27,5683	49,6447	7,8474	28,7808	52,7534	7,9619	30,1616	56,5220
7	8,1231	31,5774	60,8122	8,1788	32,4929	63,6686	8,2359	33,4875	66,9607
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	8,0817	31,7533	61,2211	8,2073	33,6161	67,3081	8,3392	35,8373	75,6334
7	8,2943	34,5735	70,8115	8,3540	35,7658	75,3989	8,4152	37,0834	80,9921

EK A3. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$

Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta =0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	6,5166	24,0927	42,3988	6,5912	24,9608	44,3514	6,6685	25,9219	46,5963
7	6,9772	28,5405	53,5564	7,0110	29,2767	55,5514	7,0454	30,0652	57,7798
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	6,7488	26,9937	49,2135	6,8322	28,1993	52,3177	6,9191	29,5688	56,0796
7	7,0805	30,9127	60,2902	7,1162	31,8270	63,1468	7,1526	32,8174	66,4366
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	7,0095	31,1434	60,7673	7,1039	32,9802	66,8324	7,2024	35,1621	75,1118
7	7,1898	33,8955	70,2804	7,2276	35,0753	74,8528	7,2662	36,3745	80,4173

EK A4. RBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$

Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta =0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	5,1071	23,3425	41,8511	5,1546	24,2101	43,7994	5,2037	25,1688	46,0400
7	5,4664	27,6516	52,8686	5,4801	28,3949	54,8673	5,4939	29,1883	57,0991
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	5,2544	26,2355	48,6528	5,3067	27,4322	51,7515	5,3607	28,7875	55,5052
7	5,5080	30,0382	59,6122	5,5222	30,9515	62,4698	5,5367	31,9371	65,7571
Narinlik Katsayısı (λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
5	5,4167	30,3401	60,1787	5,4746	32,1436	66,2160	5,5346	34,2755	74,4367
7	5,5514	33,0055	69,5924	5,5664	34,1695	74,1460	5,5815	35,4451	79,6741

EK B1. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.0$

Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	8,4384	28,8162	49,5289	8,4223	28,7980	49,4810	8,4063	28,7797	49,3326
100	8,8634	32,8264	58,0798	8,8506	32,8209	58,0491	8,8379	32,8153	57,8749
150	9,0174	34,5585	62,8413	9,0057	34,5577	62,5041	8,9941	34,5568	62,3166
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	8,3904	28,7613	49,0859	8,3746	28,7430	48,9877	8,3589	28,7245	48,7428
100	8,8252	32,8097	57,5856	8,8125	32,8040	57,4704	8,7999	32,7982	57,1830
150	8,9825	34,5559	62,0050	8,9710	34,5549	61,8810	8,9595	34,5538	61,5716
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	8,3432	28,7060	48,6453	8,3277	28,6875	48,4021	8,3122	28,6690	48,3053
100	8,7874	32,7923	57,0687	8,7749	32,7864	56,7833	8,7625	32,7804	56,6698
150	8,9480	34,5527	61,4485	8,9366	34,5515	61,1412	8,9253	34,5502	61,0190

EK B2. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=1.5$

Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	7,6558	27,9267	46,7057	7,6216	27,8874	46,6606	7,5879	27,8478	46,5206
100	8,1243	32,0610	54,7693	8,0970	32,0501	54,7403	8,0701	32,0389	54,5761
150	8,2929	33,8377	59,2594	8,2680	33,8373	58,9414	8,2434	33,8365	58,7646
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	7,5546	27,8080	46,2880	7,5217	27,7680	46,1954	7,4893	27,7277	45,9645
100	8,0434	32,0273	54,3032	8,0170	32,0153	54,1946	7,9908	32,0030	53,9236
150	8,2191	33,8354	58,4708	8,1949	33,8339	58,3538	8,1710	33,8320	58,0620
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	7,4573	27,6872	45,8725	7,4258	27,6465	45,6432	7,3946	27,6056	45,5519
100	7,9649	31,9903	53,8158	7,9393	31,9773	53,5467	7,9139	31,9640	53,4396
150	8,1470	33,8298	57,9459	8,1237	33,8273	57,6562	8,1005	33,8244	57,5409

EK B3. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.0$

Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	6,4154	26,6382	43,7633	6,3613	26,5734	43,7210	6,3086	26,5075	43,5898
100	6,9686	30,9618	51,3188	6,9252	30,9465	51,2917	6,8826	30,9299	51,1378
150	7,1649	32,8052	55,5260	7,1253	32,8081	55,2281	7,0862	32,8097	55,0624
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	6,2572	26,4406	43,3719	6,2071	26,3730	43,2851	6,1581	26,3045	43,0687
100	6,8408	30,9121	50,8821	6,7997	30,8930	50,7803	6,7594	30,8729	50,5264
150	7,0479	32,8102	54,7871	7,0101	32,8094	54,6775	6,9730	32,8076	54,4041
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	6,1104	26,2355	42,9826	6,0637	26,1658	42,7677	6,0181	26,0956	42,6821
100	6,7198	30,8517	50,4254	6,6810	30,8294	50,1732	6,6428	30,8061	50,0729
150	6,9365	32,8046	54,2953	6,9005	32,8006	54,0239	6,8651	32,7955	53,9158

EK B4. KBM İçin Doğal Frekans Değerlerinin Karşılaştırılması $u=2.5$

Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,10$			$\beta=0,20$			$\beta=0,30$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	4,3693	24,8974	38,0303	4,3068	24,8078	37,9935	4,2470	24,7150	37,8796
100	5,1378	29,4959	44,5961	5,0856	29,4809	44,5724	5,0341	29,4624	44,4387
150	5,4000	31,4337	48,2521	5,3507	31,4461	47,9932	5,3027	31,4552	47,8492
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,40$			$\beta=0,50$			$\beta=0,60$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	4,1896	22,2787	37,6902	4,1345	24,5217	37,6148	4,0815	24,4219	37,4267
100	4,9841	29,4406	44,2165	4,9356	29,4158	44,1281	4,8886	29,3881	43,9075
150	5,2560	31,4611	47,6100	5,2106	31,4641	47,5148	5,1663	31,4642	47,2772
Kayma Rijitliği (Λ)	Boyutsuz doğal frekanslar (ω_i)								
	$\beta=0,70$			$\beta=0,80$			$\beta=0,90$		
	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü	Birinci	İkinci	Üçüncü
50	4,0305	24,3260	37,3519	3,9814	24,2179	37,1651	3,9341	24,1142	37,0908
100	4,8428	29,3578	43,8196	4,7984	29,3251	43,6005	4,7551	29,2901	43,5133
150	5,1231	31,4616	47,1826	5,0811	31,4565	46,9467	5,0400	31,4490	46,8528

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Kevser YÜCE

Doğum Yeri ve Yılı :

Medeni Hali :

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta :

Eğitim Durumu

Lise : Fatih Sultan Mehmet Lisesi, 2012

Lisans : Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Çevre Müh. Bölümü, 2016

Yüksek Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Müh. Bölümü, -

Mesleki Deneyim

Yetkin Kontrol (Kalite Yöneticisi) 2017-2018

Dost Enerji (Enerji Proje Yöneticisi) 2018

Şefkat Osgb(İş Güvenliği Uzmanı) 2021-