

**T.C.**  
**MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KUANTUM HALL ETKİSİNDE SIKIŞTIRILAMAZLIĞIN**  
**YEREL DOĞASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Serkan SIRT**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Fizik Programı**

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Afif SİDDİKİ**

**OCAK 2016**



**T.C.**  
**MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KUANTUM HALL ETKİSİNDE SIKIŞTIRILAMAZLIĞIN**  
**YEREL DOĞASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Serkan SIRT**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Fizik Programı**

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Afif SİDDİKİ**

**OCAK 2016**

**Serkan SIRT** tarafından hazırlanan “ KUANTUM HALL ETKİSİNDE SIKIŞTIRILAMAZLIĞIN YEREL DOĞASI ” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Afif SİDDİKİ

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Afif SİDDİKİ



Üye : Doç. Dr. Oğuzhan GÜRLÜ



Üye : Yrd. Doç. Dr. Nader GHAZANFARİ



Bu tez, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

"...

*Dayan kitap ile*

*Dayan iş ile.*

*Tırnak ile, diş ile,*

*Umut ile, sevda ile, düş ile*

... "

## ÖNSÖZ

Çalışmalarım süresince yardımını ve desteğini esirgemeyen, yorumlarıyla beni yönlendiren ve oluşturduğu bilimsel tartışma ortamıyla fiziği daima sorgulamamı sağlayan, çalışmalarımın deneysel kısmının gerçekleşmesinde önemli bir yere sahip Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı'nın kurulumundaki öncülüğünden ve en önemlisi değerli dostluğundan dolayı danışmanım Afif Sıddıki'ye teşekkür ederim.

Bir üyesi olduğum için büyük gurur duyduğum Kuantum Teknoloji Laboratuvarı çalışma arkadaşlarım, yoldaşlarım; ustam-abim E. Metin Kendirlik'e, Deniz Ekşi'ye, Oğuzhan Kaşıkçı'ya, Hüseyin Atıcı'ya, S. Seyyare Aksu'ya, S. Batuhan Kalkan'a, Eren Güvenilir'e ve Emre İren'e teşekkür ederim. Ayrıca bu tezin oluşturulmasında büyük katkısı olan Nader Ghazanfari'ye de müteşekkirim. Birlikte kısa süre çalışmış olsakta, deneyimini ve bilgisini benimle paylaşan Hatice Reçber Başak'a, kısa süreli çalışmamıza ek olarak uzun mesafeye rağmen bana deneysel fizik ile ilgili verdiği bilgilerden dolayı ve Ludwig-Maximillan Üniversitesi NanoScience Merkezi'nde deneysel çalışma yapmama imkan sağlayan şu anda Berlin Paul Drude Enstitüsü'nde bilimsel çalışmalarını yürüten Stefan Ludwig'e teşekkür ederim.

Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı'nın kurulması esnasında sundukları maddi imkanlardan dolayı İstanbul Üniversitesi yönetimine teşekkür ederim.

Oluşturdukları bilimsel ortamdan ve sundukları bilgiden dolayı başta Kayhan Ülker olmak üzere Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fizik Bölümü öğretim üyelerine ve bu bilimsel ortamda birlikte dirsek çürüttüğüm İ. Taygun Bulmuş'a teşekkür ederim. En zor günlerimde hep yanımda olan, eleştirileriyle ve övgüleriyle bana rehber olan değerli dostlarım, yoldaşlarım Mehmet Helva'ya ve Ömer Göksel Erbaş'a teşekkürü bir borç bilirim.

Ve tabii ki bugünlere gelmemde maddi manevi desteğini esirgemeyen aileme şükranlarımı sunarım.

Bu çalışma, Kuantum Hall Tabanlı Aharonov-Bohm Spektroskopisi: Doğrusal Olmayan Manyeto-Transport rejiminde Elektron-Elektron Etkileşimleri adlı, 211T148 nolu TÜBİTAK projesiyle desteklenmiştir.

Ocak 2016

Serkan SIRT

# İÇİNDEKİLER

<b>ÖNSÖZ</b>	<b>i</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b>	<b>iv</b>
<b>SEMBOLLER LİSTESİ</b>	<b>vii</b>
<b>KISALTMALAR LİSTESİ</b>	<b>ix</b>
<b>ÖZET</b>	<b>x</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>xi</b>
<b>1 GİRİŞ</b>	<b>1</b>
<b>2 TEORİ</b>	<b>3</b>
2.1 HALL ETKİSİ . . . . .	3
2.1.1 Klasik Hall Etkisi . . . . .	3
2.1.2 Kuantum Hall Etkisi . . . . .	5
2.2 İKİ BOYUTTA DURUM YOĞUNLUĞU . . . . .	9
2.3 KENAR DURUMLARININ ELEKTROSTATİĞİ . . . . .	12
2.4 KAPASİTE . . . . .	14
<b>3 MALZEME VE YÖNTEM</b>	<b>17</b>
3.1 ÖRNEK . . . . .	17
3.2 DENEY DÜZENEGİ . . . . .	17
3.2.1 Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı'nda Oluşturulan Deney Düzenegi . . . . .	18
3.2.2 NanoScience Merkezi'nde Oluşturulan Deney Düzenegi . . . . .	19
<b>4 BULGULAR VE MODEL</b>	<b>20</b>
<b>5 SONUÇ</b>	<b>29</b>
<b>KAYNAKLAR</b>	<b>31</b>
<b>EKLER</b>	<b>32</b>
<b>A SEYRELTİK SOĞUTUCU</b>	<b>33</b>
A.1 Soğutma İşleminin Temelleri . . . . .	33

<b>B KİLİTLEMELİ YÜKSELTEÇ</b>	<b>36</b>
B.1 Çalışma Prensibi . . . . .	36

## ŞEKİL LİSTESİ

2.1	Klasik Hall etkisinin şematik gösterimi. . . . .	3
2.2	Hall direncinin manyetik alana göre değişimi. . . . .	5
2.3	Kuantum Hall Etkisi (Bu grafik Klaus von Klitzing'in 1985 yılında vermiş olduğu Nobel dersi notlarından alınmıştır). . . . .	6
2.4	(a) Kuantum Hall Etkisi'nde Landau enerji seviyelerindeki durum yoğunluğu. (b) Kuantum Hall Etkisi'nde Hall direnci. . . . .	8
2.5	İki boyutta $k$ -uzayı. Durum yoğunluğu Fermi yüzeyinin içinde birim alanda $E + dE$ enerji aralığındaki girilebilir durumların sayısı olarak tanımlanır. . . . .	9
2.6	(a) Manyetik alan altında parçacığın enerji seviyeleri (Landau seviyeleri). (b) Landau seviyelerinin durum yoğunluğu. Merkezleri $y_0$ 'da bulunan harmonik osilatörden bir Landau seviyesi içerisinde kaç tane bulunduğu sayısını. Bu sayı $2\pi l_B^2$ 'dir. . . . .	11
2.7	Aynı düzlem üzerinde bulunan 2BES ve metalik kapıların tasviri. Sol kalın siyah çizgi $-V_g$ potansiyeli uygulanan metalik kapıyı, sağ taraftaki ise topraklanmış 2BES'i göstermektedir. Artılar donörlerden kaynaklanan pozitif arka plan yüklerini, $x$ -ekseni altında kalan kısım ise dielektrik sabiti $\epsilon$ olan yarıiletkeni temsil eder [3]. . . . .	13
2.8	Kuantum Hall rejiminde spinsiz elektronların kenar durumları. (a) – (c) Tek parçacık resmi. (a) 2BES'in üstten görünümü. Oklar elektron akışını temsil etmektedir. (b) Landau seviyelerinin kenarlarda bükülmesi. İçi dolu yuvarlaklar yerel doluluğu gösterir, içi boş olanlar Fermi seviyesinin üstünde kalan seviyelerdir. Yarı dolu olanlar ise hala girilebilir durumların olduğunu belirtir. (c) Konuma göre elektron yoğunluğu. (d) – (f) Öz uyumlu çözümün sonucu. (d) 2BES'in üstten görünümü. Taralı bölgeler girilebilir durumların olduğu bölgeleri göstermektedir (sıkıştırılabilir şeritler). (e) Landau seviyelerinin bükülmesini gösterir. Enerjide sabit kalan bölgelerde potansiyel sıkıştırılabilir bölgeler tarafından perdelenir. (f) Konuma göre elektron yoğunluğu. Elektron yoğunluğu artışı girilebilir olan bölgelerde mümkündür. Girilebilir durum olmayan bölgelerde (sıkıştırılamaz şeritler) elektron yoğunluğu sabit kalır [3]. . . . .	14
2.9	Yüzey alanı $S$ ve aralarındaki uzaklık $L$ olan paralel levhalar. . . . .	15
3.1	Örneğin kontak yapısı. Hall ölçümü için uygulanan potansiyel fark S-D kontakları aracılığıyla uygulanmıştır. 1-2-3-4 kontakları Hall ve boylamsal potansiyeli ölçmek için kullanılmıştır. A-B kontakları hava köprüsü tekniği ile, örneğin orta kısmında ve 2BES'nin külçe bölgesinin elektriksel özelliğinin incelenmesi için tanımlanmıştır. . . . .	17

3.2	KuanTek'te kurulan deney düzeneği. . . . .	18
3.3	CeNS'te kurulan deney düzeneği. . . . .	19
4.1	10 $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 50 mV$ , iç kontaklar arasında $V_{AB} = 4 mV$ voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi), boylamsal potansiyel (kırmızı-kesikli çizgi) ve iç kontak potansiyeli (mavi-nokta) davranışı. . . . .	20
4.2	10 $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 26 mV$ , iç kontaklar arasında $V_{AB} = 4 mV$ voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi) ve iç kontak potansiyeli (mavi-nokta) davranışı. Sarı bölgeler iç kontak potansiyelinin en yüksek değeri aldığı aralığı göstermektedir. . . . .	21
4.3	170 $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 100 mV$ AC, iç kontaklar arasında $V_{AB} = 0.5 mV$ DC voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi), boylamsal potansiyel (kırmızı-kesikli çizgi) ve iç kontak akımı (mavi-nokta çizgi) davranışı. Sarı bölgeler iç kontak akımının sıfır olduğu aralığı göstermektedir. . . . .	21
4.4	Model. g alt grafiği 10 $mK$ 'deki Hall ölçümünü göstermektedir. $V_{SD} = 4 mV$ , $V_{AB} = 50 mV$ olarak uygulanmıştır. a'dan f'ye kadar olan alt şekiller 2BES durum yoğunluğundaki değişimi kurulacak model doğrultusunda göstermektedir. Yeşil, elektron gazındaki durum yoğunluğunun olduğu bölgeleri (sıkıştırılabilir bölge), siyah, durum yoğunluğunun olmadığı bölgeleri (sıkıştırılamaz bölge) göstermektedir. Sarı, buz mavisi ve kırmızı bölümler kontakları göstermektedir. Alt grafiklerin üst kısmında görülen devre şemaları o anki durumun tahmini elektriksel devre gösterimidir. $R_C$ , kontak direnci, $R_B$ , 2BES'nin direnci, $C_{IS}$ , sıkıştırılamaz şeritlerden kaynaklı oluşan kapasite ve $C_{IB}$ , sıkıştırılamaz bölgeden kaynaklı oluşan kapasitedir. . . . .	23
4.5	Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 26 mV$ , iç kontaklar arasında $V_{AB} = 4 mV$ voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin sıcaklığa göre değişimi. Siyah-düz çizgi 10 $mK$ , kırmızı-kesikli çizgi 250 $mK$ , mavi-nokta 500 $mK$ , yeşil-çizgi nokta 750 $mK$ . . . . .	25
4.6	170 $mK$ 'de 2.24 T manyetik alan değerinde ( $\nu = 2$ ) iç kontakta oluşan potansiyel farkın frekans bağımlılığı. Siyah-düz çizgi 10 $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 50 $mV$ , mavi-nokta 100 $mV$ , yeşil-çizgi nokta 4 V. . . .	26
4.7	170 $mK$ 'de 4.48 T manyetik alan değerinde ( $\nu = 1$ ) iç kontakta oluşan potansiyel farkın frekans bağımlılığı. Siyah-düz çizgi 10 $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 50 $mV$ , mavi-nokta 100 $mV$ , yeşil-çizgi nokta 4 V. . . .	26
4.8	10 $mK$ 'de iç kontaklar arasında 10 $mV$ uygulanırken manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin kaynak-toprak kontaklarına uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi 0 $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 26 $mV$ . . . .	27
4.9	10 $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 26 mV$ manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin iç kontağa uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi 4 $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 10 $mV$ , mavi-nokta 100 $mV$ , yeşil-çizgi nokta 1 V. . . . .	27

4.10	10 $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontakları arasında $V_{SD} = 26 mV$ uygulanırken manyetik alana bağlı Hall potansiyelinin iç kontaklara uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi 4 $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 10 $mV$ , mavi-nokta 100 $mV$ , yeşil-çizgi nokta 1 $V$ . . . . .	28
A.1	Seyreltik soğutucu temel bölümleri ve gaz akış diyagramı. . . . .	34
B.1	LIA sinyal diyagramı. . . . .	36
B.2	LIA blok diyagramı. . . . .	38

## SEMBOLLER LİSTESİ

$\vec{F}_B$	: Lorentz kuvveti
$\vec{E}$	: Elektrik alan
$\vec{B}$	: Manyetik alan
$V_{HALL}$	: Hall potansiyeli
$q$	: Elektrik yükü
$Q$	: Toplam yük
$e$	: Elektron yükü
$h$	: Planck sabiti
$\hbar$	: İndirgenmiş Planck sabiti
$c$	: Işık hızı
$v_d$	: Sürüklenme hızı
$m$	: Kütle
$m^*$	: Etkin kütle
$\tau$	: Çarpışmalar arası geçen süre
$V$	: Voltaj
$I$	: Akım
$J$	: Akım yoğunluğu
$C$	: Kapasite
$L$	: Uzunluk
$S$	: Alan
$n_q$	: Yük taşıyıcısı yoğunluğu
$n_e$	: Elektron yoğunluğu
$N_e$	: Elektron sayısı
$R$	: Direnç
$Z$	: Empedans
$\rho$	: Özdirenç
$R_{xx}$ & $R_{LONG}$	: Boylamsal direnç
$\rho_{xx}$	: Boylamsal özdirenç
$R_{HALL}$	: Hall direnci
$R_{xy}$	: Enine direnç
$\rho_{xy}$	: Enine özdirenç
$\rho_{HALL}$	: Hall özdirenci
$\sigma$	: İletkenlik
$\sigma_{xx}$	: Boylamsal iletkenlik
$\sigma_{xy}$	: Enine iletkenlik
$R_H$	: Hall katsayısı
$R_{K90}$	: Klitzing sabiti
$\nu$	: Doldurma faktörü

$\hat{H}$	: Hamiltonyen
$p$	: Momentum
$\hat{p}$	: Momentum operatörü
$\vec{A}$	: Elektromanyetik vektör potansiyeli
$\hat{A}$	: Vektör potansiyel operatörü
$\omega$	: Frekans
$l_B$	: Manyetik uzunluk
$\psi$	: Özfonksiyon
$\Psi$	: Dalga fonksiyonu
$E_n$	: Enerji seviyesi
$D(E)$	: Durum yoğunluğu
$\phi_0$	: Manyetik akı kuantası
$\phi$	: Manyetik akı
$N_\phi$	: Manyetik akı sayısı
$k$	: Dalga vektörü
$g_s$	: Spin dejeneresi
$\epsilon$	: Dielektrik sabiti
$\mu$	: Kimyasal potansiyel
$k_B$	: Boltzmann sabiti
$a_k$	: Sıkıştırılmaz şeridin kalınlığı
$\varsigma$	: İndüklenmiş yük yoğunluğu
$T$	: Tesla
$K$	: Kelvin
$\Omega$	: Ohm
$F$	: Farad
$Hz$	: Hertz
$\mu_e$	: Mobilite

## KISALTMALAR LİSTESİ

<b>2BES</b>	: İki Boyutlu Elektron Sistemi
<b>MOSFET</b>	: Alan Etkili Transistör
<b>SCM</b>	: Taramalı Kapasite Mikroskobu
<b>KuanTek</b>	: İstanbul Üniversitesi Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı
<b>CeNS</b>	: Ludwig-Maximilian Üniversitesi NanoScience Merkezi
<b>LIA</b>	: Kilitlemeli Yükselteç
<b>LNP</b>	: Önyükselteç
<b>YF</b>	: Yoğunlaşmış Faz
<b>SF</b>	: Seyreltik Faz
<b>PSD</b>	: Faz Duyarlı Ölçüm

**KUANTUM HALL ETKİSİNDE SIKIŞTIRILAMAZLIĞIN  
YEREL DOĞASI  
(Yüksek Lisans Tezi)  
Serkan SIRT**

**MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
OCAK 2016**

**ÖZET**

Kuantize Hall (KH) etkisinin deneysel olarak gözlemlenmesiyle, iki boyutlu elektron sisteminin (2BES) iletkenlik kuantizasyonu ve topolojisi arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bloch Hamiltoniyeniyle tanımlanan 2BES KH platosu içinde manyetik alandan kaynaklı açılan enerji açıklığından dolayı sistemin orta kısmı (bulk) yalıtkan gibi davranır. Bununla birlikte sistemde akım, zaman tersinme simetrisi olmayan 2+1 boyutlu topolojik yalıtkan olduğu gibi kenar durumlarından akar. Bu çalışmada manyeto-iletim deneyleri yüksek saflıktaki GaAs/AlGaAs yarı-iletken alaşımında oluşan Hall geometrisiyle birlikte iki iç kontağa sahip 2BES üzerinde yapılmıştır. Ölçümler sonunda Hall kuantizasyonundaki etkileşimler sonucu oluşan sıkıştırılmaz şeritler kenarlarda oluşmasına rağmen sistemin orta kısmının sıkıştırılabilir olduğu gözlemlenmiştir. Sonuç olarak KH etkisi ile topolojik yalıtkan arasındaki benzeşme, platolar içinde belirli aralıklarda kırılma eğilimindedir.

**Anahtar Kelimeler:** Kuantum Hall etkisi, 2BES, Hall etkisi topolojisi

**Sayfa Adedi:** 38

**Tez Yöneticisi:** Afif Sıddıki

# **THE LOCAL NATURE OF INCOMPRESSIBILITY AT QUANTISED HALL EFFECT**

**(M.Sc. Thesis)**

**Serkan SIRT**

**MIMAR SINAN FINE ARTS UNIVERSITY  
INSTITUTE OF SINCE AND TECHNOLOGY**

**JANUARY 2016**

## **ABSTRACT**

Since the experimental realisation of the integer quantised Hall (QH) effect in a two dimensional electron system (2DES), the interrelation between the conductance quantisation and the topological properties of the system has been investigated. Assuming that if the 2DES is described by a Bloch Hamiltonian, then the system is insulating in the bulk of the sample throughout the QH plateau due to a magnetic field induced energy gap. Meanwhile, the system is conducting at the edges resembling a 2+1 dimensional topological insulator without time-reversal symmetry. Here, by our magneto-transport measurements performed on GaAs/AlGaAs high purity Hall bars with two inner contacts surrounded by 2DES, we show that incompressible strips formed at the edges of the sample by interactions result in Hall quantisation, even if the bulk is compressible. Consequently, the relationship between the QH effect and topological bulk insulator is prone to break for specific field intervals within the plateaus.

**Key Words:** Quantum Hall effect, 2DES, topology of Hall effect

**Page Number:** 38

**Supervisor:** Afif Sıddıki

# 1 GİRİŞ

Doğa, tarih boyunca insan tarafından merak edilmiş ve insan çeşitli yöntemlerle doğanın işleyişi hakkında bilgi sahibi olmaya çalışmıştır. İnsan doğa hakkında bilgi sahibi oldukça çeşitli ve daha büyük problemlerle karşılaşmış, bu problemleri de deney ve teori ile gerektiğinde bakış açısını değiştirerek çözmeye çalışmıştır. Bu duruma kuantum mekaniğinin oluşumu iyi bir örnektir. 19. yy. bilim insanları fotoelektrik olay, morötesi felaket ve maddeyi oluşturan atomların davranışı gibi "küçüğün fiziği" problemini çözmek için buldukları zamana kadar karşılaşılan problemleri oldukça iyi çözen klasik fiziğe güvenmişler ancak başarılı olamamışlardır. 20. yy. başlarında bakış açısının değiştirilmesi ile kuantum mekaniğinin temel aksiyomları oluşmaya başlamış ve "küçüğün fiziği" daha iyi anlaşılmıştır. Kuantum mekaniğinin gelişmesiyle kendine geniş bir alan bulan Temel Fizik ve Katı Hal Fiziği gün geçtikçe daha çok soruya cevap bulmakta ve özellikle Katı Hal Fiziği aracılığıyla kuantum mekaniksel sistemler teknolojiye uyarlanarak insanlığın yararına sunulmaktadır.

Kuantum mekaniksel davranışın deneysel olarak incelenmesinde gerek band yapısının değiştirilebilmesi gerekse çeşitli kimyasal yöntemlerle geometri oluşturulabilmesi bakımından yarı-iletkenler önemli bir yere sahiptir. Yarı-iletken alaşımlar üzerinde oluşturulan iki boyutlu elektron sistemlerinde elektronik taşınım üzerine yapılan çalışmalar sayesinde, elektron doğası hakkında gün geçtikçe daha fazla bilgiye ulaşılmaktadır. Ayrıca çoğu bilim insanının bu tip sistemlerin kuantum bilgisayar ve kuantum kriptoloji için temel olacağını düşünmesinden dolayı bu tip çalışmalar fizikte önemli bir yere sahiptir.

İki boyutlu elektron sistemleri üzerinde hem elektrik alan hem de manyetik alanı içermesinden dolayı Hall ölçümleri çok önemlidir. Ayrıca bu ölçümlerin düşük sıcaklık ( $< 4.2 K$ ) ve yüksek manyetik alan ( $> 1 T$ ) altındaki davranışı bu çalışmalara yeni bir boyut katmıştır. Bu şartlar altında ilk olarak Klaus von Klitzing tarafından [1, 2] iki boyutlu elektron sistemi üzerinde yapılan ölçümlerde Hall direncinin bazı manye-

tik alan değerlerinde sabit olması ve aynı zamanda boylamsal direncin sıfıra gitmesi Hall etkisinin kuantum mekaniksel olarak incelenmesini gerektirmektedir. Hall direncinin aldığı bu sabit değer günümüzde Klitzing sabiti olarak anılmakta ve temel direnç ölçütü olarak kullanılmaktadır. Ayrıca boylamsal direncin sıfıra gitmesi elektronun sistem içindeki herhangi bir çarpışmaya uğramadığını söyler ve bundan dolayı oldukça önemli bir sonuçtur. Sistemin bu özel bölgelerdeki elektron dağılımı kullanılarak yapılan interferometrik deneyler sayesinde elektron fazının korunumlu iletimi ve dolanıklık gibi temel kuantum mekaniği olayları üzerinde deneysel çalışmalar için önemli olanak sağlar.

Kuantum Hall rejiminde iki boyutlu elektron sisteminin elektron dağılımı üzerine yapılmış teorik çalışmalardan biri Chklovskii ve diğ. [3] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmanın sonucu olarak sistemin manyetik alan ve konuma bağlı elektron yoğunluğuna bağlı olarak sıkıştırılabilir (metal gibi) ve sıkıştırılmaz (yalıtkan gibi) şeritlere ayrıldığı görülmüştür. Deneysel olarak yapılmış bir başka çalışmada ise Taramalı Kapasite Mikroskobu (SCM) [4] ile elektron dağılımı incelenmiştir. Bu iki çalışmada elektron dağılımı hakkında verdiği bilgi bakımından oldukça önemlidir ancak ne bu çalışmalarda ne de bunlara benzer çalışmalarda da Kuantum Hall rejimindeki sistemin orta kısmının (bulk-külçe) elektron taşınım özellikleri incelenmemiştir.

Bu tez çalışmasında Hall geometrisine sahip iki boyutlu elektron sisteminin orta kısmına özel bir teknik ile yapılmış olan iki kontak aracılığıyla doğrudan elektron taşınım özellikleri deneysel olarak incelenmiştir. Böylelikle Kuantum Hall rejimindeki iki boyutlu elektron sisteminin topolojik özelliği hakkında daha fazla bilgiye ulaşmak amaçlanmıştır.

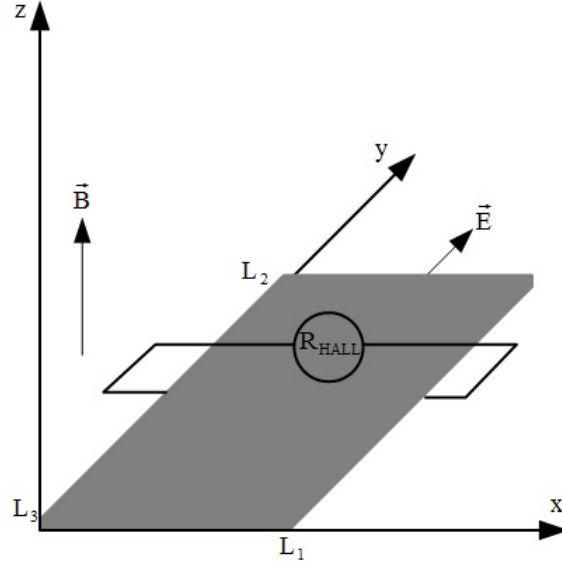
Tezin ilerleyişi şu şekilde olacaktır. Elde edilen sonuçların anlaşılması açısından Hall etkisinin teorik alt yapısı ve oluşturulan modelde etkisi olduğu düşünölen fiziksel etkiler tezin *Teori* bölümünde anlatılmıştır. Kurulan deney üzeneği ve örnek hakkında *Malzeme ve Yöntem* bölümünde bahsedilmiştir. Ayrıca örneğin soğutulması için kullanılan seyreltik soğutucu hakkında *Ek-A*'da, yapılan ölçümlerde kullanılan kilitlemeli yükselteç hakkında *Ek-B*'de ayrıntılı bilgi verilmiştir. *Bulgular ve Model* bölümünde yapılan ölçümler sonucunda elde edilen bulgular sunulmuş ve bu bulgular yardımıyla oluşturulan model anlatılmıştır. *Sonuç* bölümünde çalışmanın çıktısı ve literatüre yaptığı katkı üzerine tartışılmıştır.

## 2 TEORİ

### 2.1 HALL ETKİSİ

Bir iletken yüzeyine dik manyetik alan uygulandığında ve bu manyetik alana dik akım uygulandığında, hem manyetik alana dik hem de uygulanan akıma dik yönde iletkenin iki kenarı arasında bir potansiyel farkı oluşur. Bu etki ilk olarak 1879 yılında Edwin Hall tarafından ölçüldüğü için Hall etkisi olarak adlandırılır. Sabit akım altında, Ohm Yasası gereğince, elde edilen dirence de Hall direnci ( $R_{HALL}$ ) denir. Hall etkisi malzeme içindeki yük taşıyıcılarının tipi (elektron-deşik) ve yoğunluğu hakkında bilgilere ulaşılmasını sağlar. Bu bakımdan Hall etkisi özellikle Katı Hal Fiziği'nde çok önemli bir olgudur.

#### 2.1.1 Klasik Hall Etkisi



Şekil 2.1: Klasik Hall etkisinin şematik gösterimi.

Hall etkisinin oluşmasının sebebi  $\vec{F}_B = q\vec{E} + \frac{q}{c}\vec{v}_d \times \vec{B}$  şeklindeki Lorentz kuvvetidir. Burada  $q$  yük taşıyıcısının yükünü,  $c$  ışık hızını,  $\vec{E}$  elektrik alanı,  $\vec{v}_d$  yük taşıyıcısının sürüklenme hızını ve  $\vec{B}$  manyetik alanı belirtmektedir.

Drude modeli çerçevesinde yük taşıyıcısının malzeme içindeki hareketi saçılmalar üzerinden tanımlanır.  $\tau$  saçılmalar arasında geçen ortalama zaman olmak üzere elektrik alan altında hareket eden yük taşıyıcısının sürüklenme hızı,

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}\tau}{m} \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada  $m$  yük taşıyıcısının kütlesidir. Toplam akım yoğunluğu,

$$\vec{J} = n_q q \vec{v}_d = \sigma_0 \vec{E} \quad (2.2)$$

şeklindedir.  $n_q$ , birim hacimdeki yük taşıyıcısı yoğunluğu,  $\sigma_0$  elektriksel iletkenlikler ve  $\sigma_0 = n_q q^2 \tau / m$  eşitliğini sağlar.

Manyetik alan altında sistemin durumunu iletkenlik ve özdirenç tensörleri ile incelemek faydalıdır;

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

İletkenlik ve özdirenç,

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

şeklinde Ohm kanununu sağlar. Manyetik alan altında sürüklenme hızı Lorentz kuvvetinden dolayı,

$$\vec{v}_d = \frac{q\tau}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v}_d \times \vec{B} \right) \quad (2.5)$$

şeklini alır. Şekil 2.1'deki gibi manyetik alanın  $z$ -yönünde olduğu durumda yük taşıyıcısının hareketi  $xy$ -düzleminde olacaktır. Sabit manyetik alan için hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} \sigma_0 E_x &= \omega\tau j_y + j_x, \\ \sigma_0 E_y &= -\omega\tau j_x + j_y \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklindedir. Burada  $\omega = qB/mc$  olarak tanımlanır ve yük taşıyıcısının siklotron hareketinin frekansıdır. Denklem 2.6'dan özdirenç tensörünün elemanları,

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma_0}, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\omega\tau}{\sigma_0} \quad (2.7)$$

şeklinde, iletkenlik tensörü elemanları,

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{-\sigma_0\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (2.8)$$

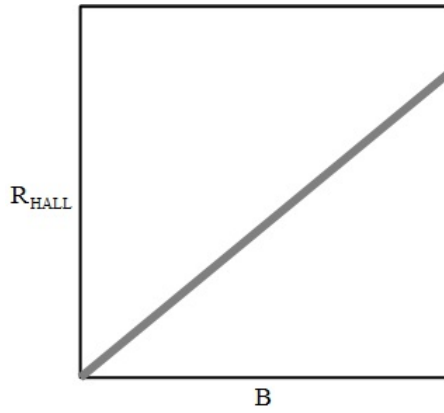
şeklinde bulunur. İletkenlik ve öz direnç arasındaki ilişki,

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad \sigma_{xy} = \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad (2.9)$$

şeklindedir. Malzemeye Şekil 2.1'deki gibi elektrik alan  $y$  yönünde uygulandığı zaman ( $E_x = 0$ ),

$$\rho_{xy} = \frac{\omega\tau}{\sigma_0} = \frac{B}{n_q q c} = \rho_{HALL} \quad (2.10)$$

şeklinde olur. Denklem 2.10'daki  $1/n_q q$  oranı Hall katsayısı ( $R_H$ ) olarak adlandırılır ve Hall katsayısının işareti yük taşıyıcılarının tipi bilgisini verir. Hall etkisinde direnç manyetik alana göre lineer olarak değişir [Şekil 2.2].



Şekil 2.2: Hall direncinin manyetik alana göre değişimi.

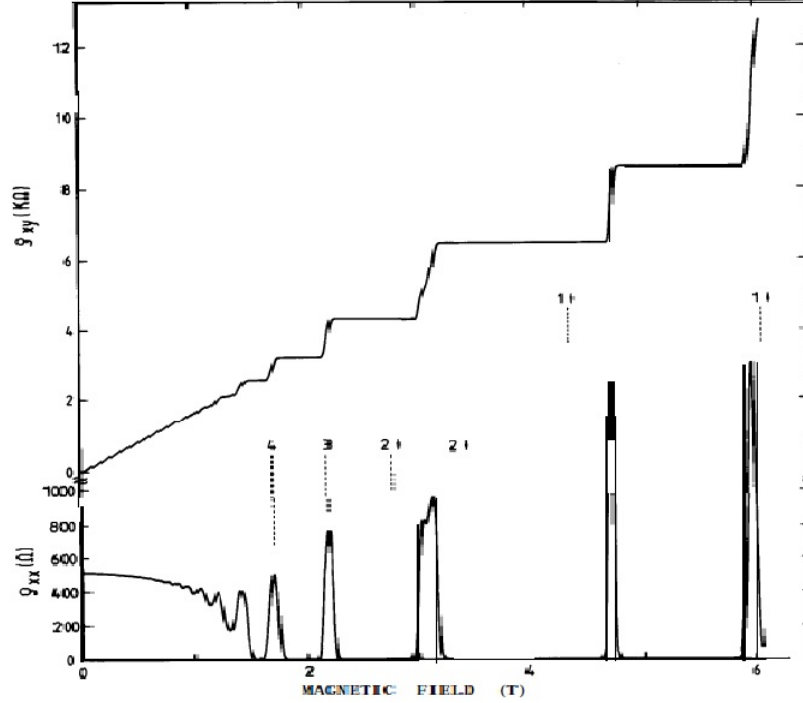
## 2.1.2 Kuantum Hall Etkisi

Klaus von Klitzing [1, 2] 1980 yılında Si-MOSFET ara yüzeyinde oluşan iki boyutlu elektron sisteminin (2BES) yüksek manyetik alan ve düşük sıcaklıkta elektronik taşınım özelliklerini deneysel olarak incelemiştir. Yaptığı deneyler sırasında manyetik alan ile doğru orantılı olan Hall direncinin bazı manyetik alan değerleri arasında sabit kaldığını gözlemlemiştir. Hall direncinin sabit kaldığı bölgelerde direnç değeri,  $h$  Planck sabiti ve  $e$  elektron yükü temel sabitleri oranının katları şeklinde değerler aldığını gözlemlemiştir:

$$R_{HALL} = \frac{h}{\nu e^2}. \quad (2.11)$$

Bu eşitlikteki  $\nu$  katsayısı doldurma faktörü olarak adlandırılır ve Fermi enerjisi altındaki manyetik alan sebebiyle oluşan dolu olan enerji seviyelerinin sayısını ifade eden tam sayıdır. K. von Klitzing'e bu çalışmasından ötürü 1985 yılında Nobel Fizik Ödülü

verilmiştir.  $\nu = 1$  için Hall direnci,  $R_{HALL} = 25812.807 \Omega$  değerinde olup 1990 yılında Klitzing sabiti ( $R_{K90}$ ) olarak adlandırılmıştır. Bu sabit temel direnç ölçütü olarak kullanılmaktadır.



Şekil 2.3: Kuantum Hall Etkisi (Bu grafik Klaus von Klitzing'in 1985 yılında vermiş olduğu Nobel dersi notlarından alınmıştır).

Kuantum Hall Etkisi'nin basit olarak teorisini anlamak için manyetik alan altındaki etkileşimsiz elektron Hamiltonyen'inini çözmek faydalıdır.

### Düzgün Manyetik Alan Altında Hareket Eden Parçacık

Kuantum mekaniksel olarak  $m$  kütleli,  $q$  yüklü ve spinsiz parçacığın manyetik alan altındaki Hamiltonyen'i,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left( \hat{p} - \frac{q}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (2.12)$$

şeklindedir. Burada  $\vec{A}$  elektromanyetik vektör potansiyeli olup  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  şeklinde manyetik alanın kaynak potansiyeli,  $\hat{p}$  momentumdur.  $\hat{p} = \frac{\hbar}{i} \hat{\nabla}$  olduğunu hatırlayarak tam kare açılırsa  $\hat{H}$ ,

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{1}{2m} \left[ \hat{p}^2 - \frac{q}{c} \hat{p} \cdot \vec{A} - \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \hat{p} + \left( \frac{q}{c} \right)^2 \vec{A}^2 \right] \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \hat{\nabla}^2 - \frac{q\hbar}{2imc} \hat{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{q\hbar}{imc} \vec{A} \cdot \hat{\nabla} + \frac{q^2}{2mc^2} \vec{A}^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

şeklini alır. Hamiltonyen Landau ayarı ( $\vec{A} \equiv (-By, 0, 0)$ ) altında tekrar düzenlenirse,

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - i\hbar\omega y \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \quad (2.14)$$

olur.  $[\hat{H}, \hat{p}_x] = 0$  olduğundan  $\hat{H}$  ve  $\hat{p}_x$  aynı özfonksiyonlara sahiptir. Bu durumda  $\hat{H}$ 'nin özfonksiyonları,

$$\psi(x, y) = e^{ip_x x/\hbar} U(y) \quad (2.15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $p_x$ ,  $\hat{p}_x$  operatörünün özdeğeridir. Bu fonksiyon Denklem 2.14'de yerine konursa,  $y_0 = -p_x/m\omega$  olmak üzere  $U(y)$  için,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} U''(y) + \frac{1}{2}m\omega^2 (y - y_0)^2 U(y) = EU(y) \quad (2.16)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem denge noktası  $y_0$ 'da bulunan ve yay sabiti  $m\omega^2$  olan bir boyutlu harmonik osilatörün Schrödinger denklemi ile aynı olduğundan ve

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} = \frac{1}{l_B}; \quad N_n = \left( \frac{\alpha}{\pi^{1/2} n! 2^n} \right)^{1/2} \quad (2.17)$$

olmak üzere,

$$U(y) = N_n e^{-(y-y_0)^2 \alpha^2 / 2} H_n[\alpha(y - y_0)], \quad (2.18)$$

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right); \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

çözümleri bulunur. Burada  $y_0$ , siklotron hareketinin merkezinin koordinatıdır.  $l_B$  manyetik uzunluktur ve siklotron hareketinin yarıçapıyla orantılıdır.  $H_n$  n. derece Hermite polinomu olup,

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} e^{-\xi^2} \quad (2.19)$$

şeklinindedir.  $E_n$  enerji seviyeleri Landau enerji seviyeleri olarak anılır.

Parçacık  $xy$ -düzleminde hareket ediyorsa,  $p_x$  kuantum sayısı sürekli her değeri alır.  $E_n, p_x$ 'e bağlı olmadığı için sonsuz kere dejeneredir. Eğer hareket sonlu  $L_1 \times L_2$  düzlemine kısıtlanırsa, dejenerelikler sonlu ve  $p_x$ 'in alabileceği farklı değerlerin sayısına eşit olacaktır. Bunu görmek için  $\psi$ 'nin  $x$ -boyunca,

$$\psi(x, y) = \psi(x + L_1, y) \quad (2.20)$$

şeklinde periyodik olması koşulu kullanılabilir:

$$e^{ip_x x/\hbar} = e^{ip_x x/\hbar} e^{ip_x L_1/\hbar} \Rightarrow \quad (2.21)$$

$$e^{ip_x L_1/\hbar} = 1, \quad p_x = \hbar k; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

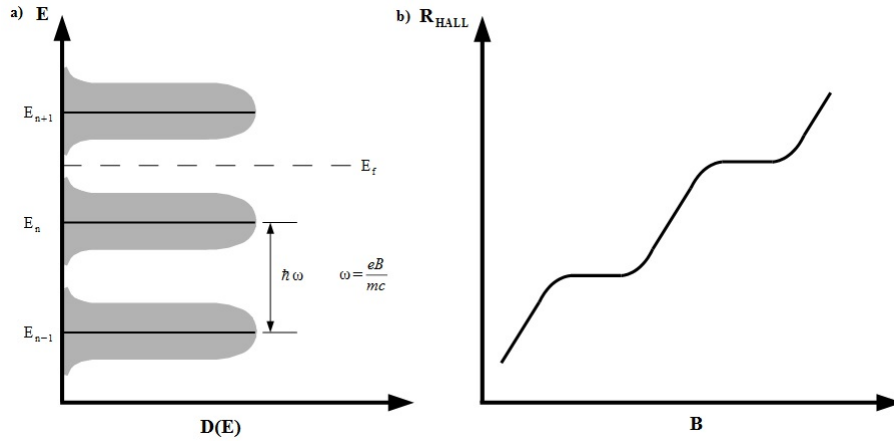
Böylelikle  $p_x$ 'in kuantum koşulu elde edilir. Ardışık iki  $p_x$  değeri arasındaki fark  $\Delta p_x = 2\pi\hbar k/L_1$  sabit değerine eşittir.  $L_2, l_B$  siklotron yarıçapına göre çok büyük alınırsa;  $y_0, 0 < y_0 < L_1$  aralığında her değeri alır. Ancak  $|y_0| = p_x/m\omega$  olduğundan;  $p_x, 0 < p_x < m\omega L_2$  aralığına kısıtlanmış olur. Buna göre  $p_x$ 'in alabileceği değerlerin sayısı:

$$\frac{m\omega L_2}{\Delta p_x} = \frac{BL_1L_2}{\hbar c/q} = \frac{L_1L_2}{\pi l_B} = \frac{\phi}{\phi_0} \quad (2.22)$$

olarak bulunur. Son eşitlik  $|q| = e$  için yazılmıştır. Burada  $\phi_0$  manyetik akı kuantasıdır ve  $h/e^2$ 'ye eşittir. Sonlu dejenerelik durumunda doldurma faktörü,  $n_e$  elektron yoğunluğu ve  $D(E) = qB/hc$  birim alan başına durum yoğunluğu olmak üzere,

$$\nu = \frac{n_e}{D(E)} = \frac{Sn_e}{SD(E)} = \frac{N_e}{\phi/\phi_0} = \frac{N_e}{N_\phi} \quad (2.23)$$

şeklinde olur. Böylelikle daha önceden bahsedilen doldurma faktörünün ifadesi bulunur.  $N_e$  elektron sayısı,  $N_\phi$  manyetik akı sayısıdır.



Şekil 2.4: (a) Kuantum Hall Etkisi'nde Landau enerji seviyelerindeki durum yoğunluğu. (b) Kuantum Hall Etkisi'nde Hall direnci.

2BES'te safsızlıklar ve kenar etkilerinden dolayı Landau enerji seviyeleri genişler. Bu durum ideal sistem için  $\delta$ -fonksiyonu şeklindeki enerji seviyelerinin genişlemesine sebep olur [Şekil 2.4a]. Landau enerji seviyelerinin manyetik alana bağlılığından dolayı 2BES'e uygulanan manyetik alan arttıkça Landau enerji seviyeleri arasındaki fark artar ve enerji seviyeleri bazı manyetik alan aralığında Fermi enerjisine eşit olur. Elektriksel taşınım, elektron enerjisinin Fermi enerjisine eşit olduğu zaman gerçekleştiği için, Kuantum Hall Etkisi'nde iletkenlik kuantize olur. Bu kuantizasyon Şekil 2.4b'de görüldüğü gibi Hall direncinin davranışını değiştirir. Landau enerji seviyesi Fermi enerjisine eşit olduğu zaman Hall direnci lineer olarak değişir, eşit olmadığı durumda ise

Hall direnci belli bir direnç değerinde sabit kalır. Hall direncinin bu sabit değeri Denklem 2.11’de gösterilmişti. Doldurma faktörü görüldüğü gibi Hall direncinin sabit kaldığı aralıklarda aldığı direnç değerinin orantı sabitidir ve direncin sabit olduğu aralıkta Fermi enerjisi altındaki dolu olan Landau enerji seviyelerinin sayısını verir.

## 2.2 İKİ BOYUTTA DURUM YOĞUNLUĞU

Durum yoğunluğu, sistemin birim alanda girilebilir durumlarının sayısıdır. Manyetik alan yokken iki boyutlu serbest elektron için  $E + dE$  enerji aralığında kalan birim alandaki elektron sayısı durum yoğunlunu verecektir. İki boyutta serbest elektronların dispersiyon bağıntısı,

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.24)$$

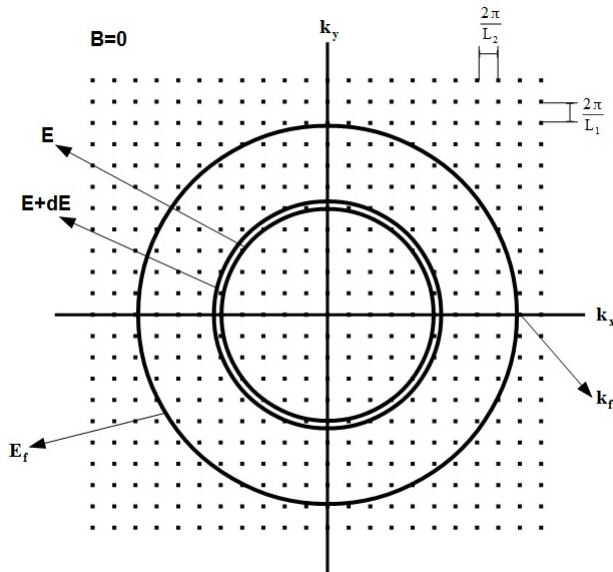
şeklindedir. Serbest elektron için periyodik sınır şartlarından dolayı  $k$ ,

$$k = \frac{2\pi}{L}n ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$

değerlerini alabilir.  $k$  iki boyutta,  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  şeklindedir. Bu denklem  $k$ -uzayının daire şeklinde olacağını söyler [Şekil 2.5]. Bir girilebilir durumun kapladığı alan,

$$\Delta k^2 = \frac{(2\pi)^2}{L_1 L_2} \quad (2.26)$$

şeklindedir. Elektronlar fermiyon olduklarından bu alan içerisinde en fazla spinleri



Şekil 2.5: İki boyutta  $k$ -uzayı. Durum yoğunluğu Fermi yüzeyinin içinde birim alanda  $E + dE$  enerji aralığındaki girilebilir durumların sayısı olarak tanımlanır.

farklı iki elektron bulunabilir. Böylece Fermi yüzeyinin alanını bir durumun kapladığı alana bölersek  $N_e$  toplam elektron sayısını bulabiliriz,

$$N_e = g_s \int \frac{d^2k}{4\pi^2/L_1L_2} = \frac{L_1L_2k^2}{\pi}. \quad (2.27)$$

İntegralin sonucu girilebilir durumların kapladığı alana karşılık gelir,  $g_s$  ise spin dejenereliğini gösterir ve elektron için  $g_s = 2$ 'dir. Durum yoğunluğunun  $E + dE$  enerji aralığında, birim alan başına elektron sayısı olduğunu söylemiştik,  $k$  yerine yazılıp türevi alınırsa iki boyutta durum yoğunluğu,

$$D(E) = \frac{1}{L_1L_2} \frac{dN_e}{dE} = \frac{m}{\pi\hbar^2} \quad (2.28)$$

olarak bulunur.

Manyetik alan altında elektronların dispersiyon bağıntısı değişecektir. Buna bağlı olarak durum yoğunluğuda değişecektir. Manyetik alan altında elektronların dispersiyon bağıntısı (Landau enerji seviyeleri) Denklem 2.18'deki gibidir. Landau enerji seviyesinin merkezi (siklotron hareketinin merkezi)  $y_0 = -p_x/m\omega = -k_x l_B^2$  olarak tanımlanmıştı. Bu ifade  $y_0$ 'ın  $x$ -yönündeki momentuma bağlı olduğunu söyler.  $x$ -yönündeki düzlem dalga çözümleri periyodik olduğu için  $k_x$ 'in alabileceği değerler,

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1} n_x ; n_x = 1, 2, 3, \dots \quad (2.29)$$

şeklinindedir.  $k_x$ 'in alabileceği değerler arasında  $2\pi/L_1$  kadar fark vardır. Bu da Landau seviyelerinin içinde oluşan harmonik osilatörlerin merkezlerinin arasındaki farkı söyler:

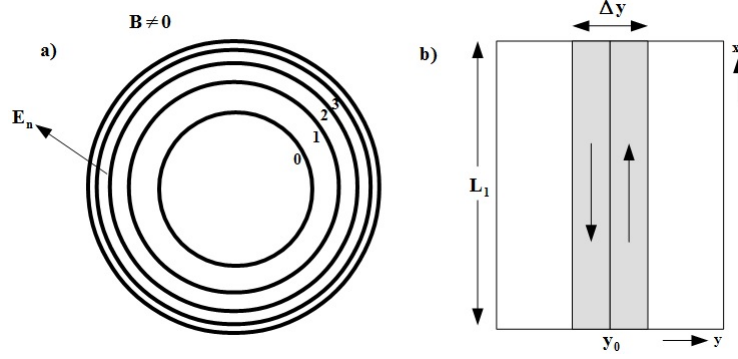
$$\Delta y_0 = \frac{2\pi}{L_1} l_B^2. \quad (2.30)$$

Bir Landau seviyesinin içinde bir girilebilir durumun kapladığı alan,  $\Delta S$ ,

$$\Delta S = L_1 \frac{2\pi}{L_1} l_B^2 = 2\pi l_B^2 \quad (2.31)$$

olarak bulunur. Bu ifade Landau enerji seviyelerinin  $2\pi l_B^2$  kadar dejenere olduğunu söyler ve bir seviyenin durum yoğunluğu bunun tersidir. Enerjideki kesiklikler  $\delta$ -fonksiyonu ile ifade edilir,

$$D_L(E) = \frac{1}{2\pi l_B^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n). \quad (2.32)$$



Şekil 2.6: (a) Manyetik alan altında parçacığın enerji seviyeleri (Landau seviyeleri). (b) Landau seviyelerinin durum yoğunluğu. Merkezleri  $y_0$ 'da bulunan harmonik osilatörden bir Landau seviyesi içerisinde kaç tane bulunduğu sayısını. Bu sayı  $2\pi l_B^2$ 'dir.

olarak durum yoğunluğu bulunur. Spinli durumlar için  $g_s$  ile çarpılır.

Sıfır sıcaklıkta elektronlar, Fermi enerji seviyesine kadar olan seviyeleri doldurabilirler. Eğer sıcaklık sıfırdan farklı ise elektronların doldurabileceği en yüksek enerji seviyesi kimyasal potansiyele eşit olur. Bu durumda durum yoğunluğunun kimyasal potansiyele göre değişimini düşünmemiz gerekir. Bu durum yoğunluğuna termodinamik durum yoğunluğu denir ve sıcaklığın durum yoğunluğu üzerindeki etkilerini ifade eder. Termodinamik durum yoğunluğu,

$$D_T(\mu) = \frac{dn_e}{d\mu} \quad (2.33)$$

şeklinindedir. Termodinamik durum yoğunluğunu hesaplamak için öncelikle  $n_e$ 'nin hesaplanması gerekir,

$$n_e = \int dE f(E) D(E). \quad (2.34)$$

Denklem 2.32'deki durum yoğunluğu ifadesi yardımıyla,

$$\begin{aligned} n_e &= \int dE f(E) \frac{1}{2\pi l_B^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \\ &= \frac{1}{2\pi l_B^2} \int \sum_{n=0}^{\infty} f(E) \delta(E - E_n) dE \\ &= \frac{g_s}{2\pi l_B^2} \sum_{n=0}^{\infty} f(E_n) \end{aligned} \quad (2.35)$$

şeklinde elektron yoğunluğu bulunur. Burada  $f(E_n)$ , Fermi dağılım fonksiyonudur.

$$f(E_n) = \frac{1}{e^{(E_n - \mu)/k_B T} + 1} \quad (2.36)$$

Termodinamik durum yoğunluğu  $n_e$ 'nin kimyasal potansiyele göre türevi,

$$\begin{aligned} D_T(\mu) &= \frac{d}{d\mu} \left[ \frac{g_s}{2\pi l_B^2} \sum_{n=0}^{\infty} f(E_n) \right] \\ &= \frac{g_s}{2\pi l_B^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta}{4 \cosh^2(\beta[E_n - \mu]/2)}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

olarak bulunur. Burada  $\beta = 1/k_B T$ 'dir.

$N_\phi$ , her Landau seviyesindeki durum sayısıdır,

$$N_\phi = \frac{L_1 L_2}{2\pi l_B^2}. \quad (2.38)$$

Doldurma faktörünün elektron yoğunluğuna bağımlılığını görmek için Denklem 2.23 kullanılırsa,

$$\nu = \frac{N_e}{N_\phi} = \frac{n_e L_1 L_2}{\frac{L_1 L_2}{2\pi l_B^2}} = 2\pi l_B^2 n_e \quad (2.39)$$

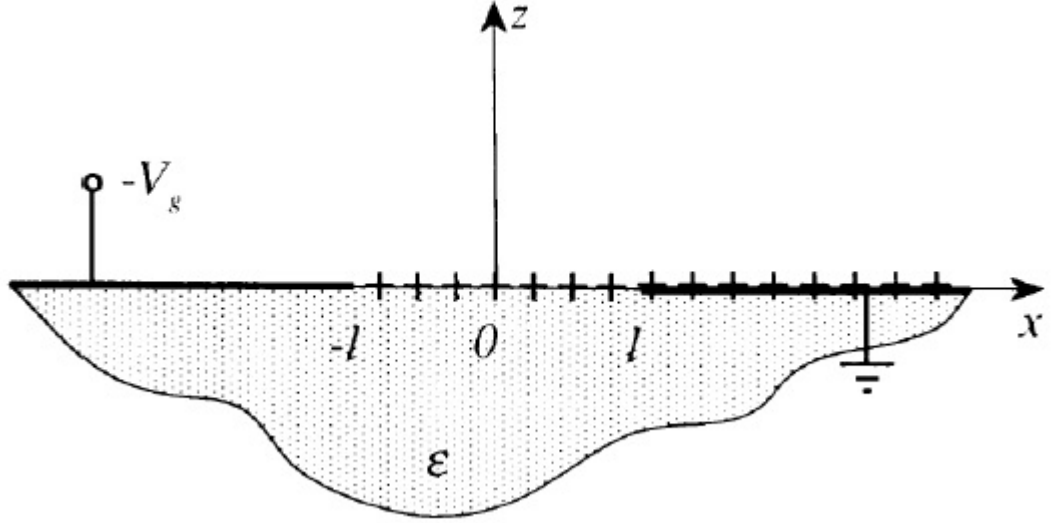
şeklinde elde edilir.

## 2.3 KENAR DURUMLARININ ELEKTROSTATİĞİ

Landau seviyeleri sınırlayıcı potansiyel tarafından kenarlarda bükülecektir ve seviyelerin Fermi seviyesiyle kesiştiği yerde kenar durumları oluşacaktır. Kenar durumlarının elektrostatığı çok parçacık etkileşimlerinin de dahil olduğu analitik olarak hesaplaması D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii ve L. I. Glazman [3] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada metalik kapılardan 2BES'e olan uzaklık ve düzlem tabakanın kalınlığı ihmal edilmiştir. 2BES, metalik kapılar ve pozitif arka plan aynı düzlemedir ( $z = 0$ ) ve problemi iki boyutlu olarak ele almaktadır. Metalik kapılar tarafından uygulanan negatif voltaj  $-V_g$ , 2BES'in sınırlarını belirlemektedir. Düzlemin altında kalan ( $z < 0$ ) bölgede dielektrik sabiti  $\epsilon \gg 1$  olan yarıiletken bulunmaktadır [Şekil 2.7]. Verilen sınır şartları altında Poisson denklemini çözerek 2BES'in sıfır manyetik alan altında elektron yoğunluğu elde edilir;

$$n(x) = n_0 \left( \frac{x-l}{x+l} \right)^{1/2}. \quad (2.40)$$

Elektron yoğunluğu  $x > l$  olduğu durumdan itibaren başlayacaktır.  $n_0$ , kenarlardan uzaklaştıkça düzleşen elektron dağılımının aldığı elektron yoğunluğu değeri,  $l$  ise negatif potansiyel tarafından itilen elektronların arkalarında bıraktığı tükenmiş bölgedir. Manyetik alan altında elektron dağılımı Denklem 2.40'den elde edilir. Manyetik alan ile beraber analitik çözümün sonuçları Şekil 2.8'de gösterilmiştir.



Şekil 2.7: Aynı düzlem üzerinde bulunan 2BES ve metalik kapıların tasviri. Sol kalın siyah çizgi  $-V_g$  potansiyeli uygulanan metalik kapıyı, sağ taraftaki ise topraklanmış 2BES'i göstermektedir. Artılar donörlerden kaynaklanan pozitif arka plan yüklerini,  $x$ -ekseni altında kalan kısım ise dielektrik sabiti  $\epsilon$  olan yarıiletkeni temsil eder [3].

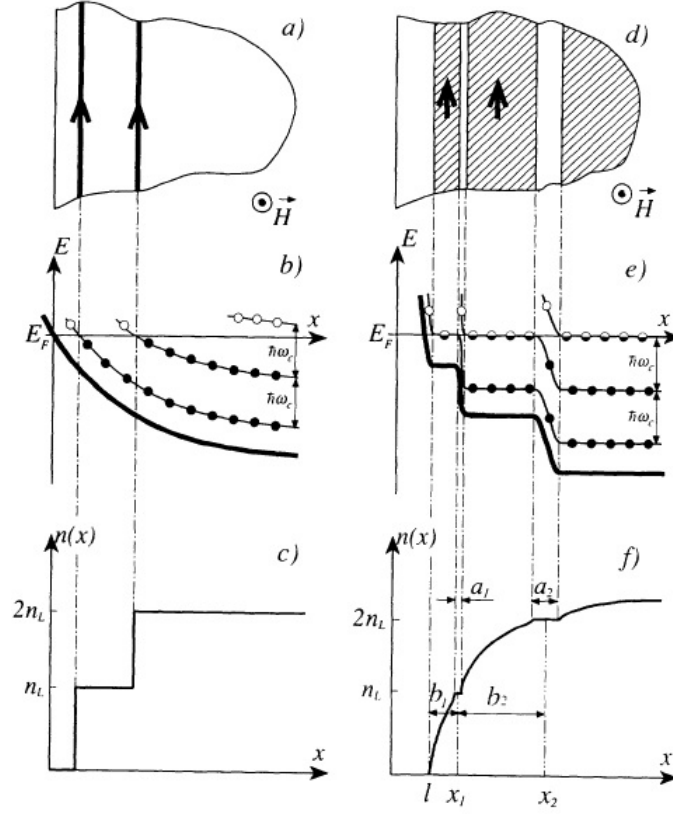
### Sıkıştırılabilir ve Sıkıştırılamaz Şeritler

Manyetik alan elektronların Landau seviyelerine dağılımını değiştirecektir ve analitik yapılan hesap sonucu görüldüğü gibi yapı iki farklı bölgeye ayrılacaktır [5]. Fermi enerjisinde girilebilir durumların olduğu bölge bir metal gibi davranıp iyi perdeleme özelliğine sahip olacak, girilebilir durumların olmadığı bölge ise yalıtkan davranışı gösterecek ve perdeleme özelliğine sahip olmayacak. Bu durumda perdelenen bölgelerde potansiyel sabit kalacak, perdelenmeyen bölgelerde lineer bir potansiyel düşmesi gözlenecek. Ayrıca bu girilebilir durumların olmadığı bölgelerde elektron yoğunluğu sabit kalırken, girilebilir durumların olduğu bölgelerde elektron yoğunluğunda artış gözlenir. Bu girilebilir olan bölgelere sıkıştırılabilir şerit, girilebilir durumların olmadığı bölgeye ise sıkıştırılamaz şerit denir. Bu çalışmada yapılan elektrostatik hesap sonucu sıkıştırılamaz şeridin konumu ve kalınlığı

$$x_n = l \frac{\nu^2 + k^2}{\nu^2 - k^2}, \quad (2.41)$$

$$a_k^2 = \frac{2\hbar\omega\epsilon}{\pi^2 e^2 dn/dx|_{x=x_k}}$$

şeklinde hesaplanmıştır.

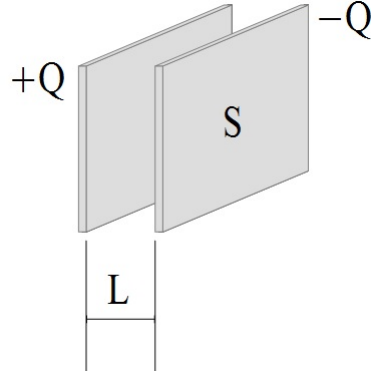


Şekil 2.8: Kuantum Hall rejiminde spinsiz elektronların kenar durumları. (a) – (c) Tek parçacık resmi. (a) 2BES’in üstten görünümü. Oklar elektron akışını temsil etmektedir. (b) Landau seviyelerinin kenarlarda bükülmesi. İçi dolu yuvarlaklar yerel doluluğu gösterir, içi boş olanlar Fermi seviyesinin üstünde kalan seviyelerdir. Yarı dolu olanlar ise hala girilebilir durumların olduğunu belirtir. (c) Konuma göre elektron yoğunluğu. (d) – (f) Öz uyumlu çözümün sonucu. (d) 2BES’in üstten görünümü. Taralı bölgeler girilebilir durumların olduğu bölgeleri göstermektedir (sıkıştırılabilir şeritler). (e) Landau seviyelerinin bükülmesini gösterir. Enerjide sabit kalan bölgelerde potansiyel sıkıştırılabilir bölgeler tarafından perdelenir. (f) Konuma göre elektron yoğunluğu. Elektron yoğunluğu artışı girilebilir olan bölgelerde mümkündür. Girilebilir durum olmayan bölgelerde (sıkıştırılmaz şeritler) elektron yoğunluğu sabit kalır [3].

## 2.4 KAPASİTE

Kapasite, bir maddenin elektrik yükü depolayabilmesidir ve elektrik enerjisi depolamak için kullanılır. Elektrik enerjisi depolayan aletlere kondansatör denir. Bu aletlerin en yaygın örneği paralel levhali kondansatörlerdir [Şekil 2.46]. Levhaların yükleri  $+Q$  ve  $-Q$  ise kapasite  $C = Q/V$  şeklindedir. Paralel levhali kondansatörde kapasite, yüzey alanıyla doğru orantılı levhalar arası uzaklıkla ters orantılıdır. Levhalar arasında bulunan malzemenin dielektrik fonksiyonu  $\epsilon$  olmak üzere,

$$C = \epsilon \frac{S}{L} \quad (2.42)$$



Şekil 2.9: Yüzey alanı  $S$  ve aralarındaki uzaklık  $L$  olan paralel levhalar.

şeklindedir.

Paralel levhalı kondansatör örneği yarı-iletken alaşım sistemlerinde oluşan 2BES içinde kullanılabilir. 2BES elektron dağılımının kontrolünü sağlayan metalik kapılar (gate) levhalardan biri, 2BES ise diğeri gibi düşünülebilir. Bu ikisi arasındaki kapasite yüklü parçacıkların levhalar arasında bir levhadan diğerine geçmesi için gerekli enerji şeklinde hesaplanırsa, metal yüzeyden 2BES'e elektron geçirmek için gerekli iş,

$$\mu_s^* - \mu_m^* = eV_g \quad (2.43)$$

şeklindedir.  $\mu_s^*$  yarı-iletkenin,  $\mu_m^*$  metalin elektrokimyasal potansiyelleridir.  $\mu_s^* = \mu_s + V_s$  şeklindedir.  $\mu_s$  yarı-iletkenin kimyasal potansiyeli,  $V_s$ , metalik kapılara uygulanan  $V_g$  potansiyelinden kaynaklı oluşan yarı-iletken içindeki potansiyel değişimidir.

$\mu_s$  üzerindeki elektriksel değişimden kaynaklı durum yoğunluğunu termodinamik olarak hesaplanması gerekmektedir ( $D_T(\mu) = (\delta n_e)/(\delta \mu_s)$ ). Durum yoğunluğundaki değişimin meydana getirdiği yük değişimi  $-e\delta n_e$  kadardır. İndüklenen yük yoğunluğu  $\delta \zeta_m = e\delta n_e$  şeklindedir. Bu değişim ise elektrik alan ve elektrostatik potansiyelde değişime sebep olacaktır;

$$\begin{aligned} E &= \frac{4\pi\delta\zeta_m}{\epsilon}, \\ V &= \frac{4\pi\delta\zeta_m L}{\epsilon}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Bunun sonucunda metalik kapılara uygulanan voltajın değişimi,

$$\delta V_g = \frac{\delta\mu_s - \delta\mu_m + \delta V}{e} \quad (2.45)$$

olacaktır. Kapasite metal yüzeyden 2BES'e elektron geçirmek için gerekli iş olarak tanımlanmıştı ve Denklem 2.45 ile birlikte diferansiyel kapasiteye ulaşılır. Alan başına

hesaplanacak kapasite,

$$C = \frac{d\zeta_m}{dV_g} \equiv \frac{edn_e}{dV_g}, \quad (2.46)$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{e} \frac{dV_g}{dn_e} = \frac{1}{eD_T(\mu_s)} + \frac{1}{C_0}$$

şeklindedir.  $1/C_0$  geometriden gelen kapasitedir ve ifadesi  $1/C_0 = 4\pi L/\epsilon$  şeklindedir. Burada durum yoğunluğuna bağlı olan kapasite sadece girilebilir durumların olduğu bölgelerde vardır. Bu kapasiteye kuantum kapasite denir.

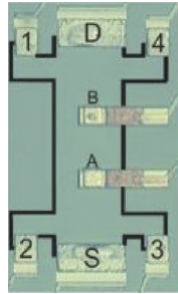
Kuantum kapasite doğrudan durum yoğunluğuna bağlıdır ancak elektriksel kapasiteninde tanımını unutmamak gerekir. Klasik kapasite iletken maddeler arasına yerleştirilmiş yalıtkan maddeler aracılığıyla oluşur. Kuantum kapasiteden de bahsedebilmemiz için sabit dış parametreler altında sistemde hem durum yoğunluğunun olduğu bölgelerin hem de durum yoğunluğunun olmadığı bölgelerin var olması gerekir.

### 3 MALZEME VE YÖNTEM

Örneğin ölçümleri İstanbul Üniversitesi Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı (KuanTek, İstanbul-Türkiye) ve Ludwig-Maximilian Üniversitesi NanoScience Merkezi'nde (CeNS, Münih-Almanya) yapılmıştır. İki merkezde yapılan ölçümler için hazırlanan deney düzeneklerinden 3.2.1 ve 3.2.2 bölümlerinde bahsedilecektir.

#### 3.1 ÖRNEK

Örnek, yüksek saflıkta GaAs/AlGaAs yarı iletken alaşımıdır. Weizmann Enstitüsü'ne (İsrail) bağlı Submicron Merkezi'nde üretilmiştir. Kristal yapıda bulunan 2BES yüzeyin 130 nm aşağısındadır. Üzerinde tanımlanan Hall çubuğunun genişliği 10  $\mu\text{m}$ , uzunluğu 40  $\mu\text{m}$ 'dir. Ayrıca Hall çubuğuna iki adet iç kontak tanımlanmıştır. Bu kontaklar hava köprüsü (air bridge) tekniği ile üretilmiştir ve Hall çubuğunun kenarıyla bir bağlantısı yoktur. İç kontaktların yüzey alanı yaklaşık 1  $\mu\text{m}^2$  olup birbirlerine olan uzaklıkları 7.5  $\mu\text{m}$ 'dir.Şekil 3.1'de örneğin kontak yapısı görülmektedir.



Şekil 3.1: Örneğin kontak yapısı. Hall ölçümü için uygulanan potansiyel fark S-D kontaktları aracılığıyla uygulanmıştır. 1-2-3-4 kontaktları Hall ve boylamsal potansiyeli ölçmek için kullanılmıştır. A-B kontaktları hava köprüsü tekniği ile, örneğin orta kısmında ve 2BES'nin külçe bölgesinin elektriksel özelliğinin incelenmesi için tanımlanmıştır.

#### 3.2 DENEY DÜZENEGİ

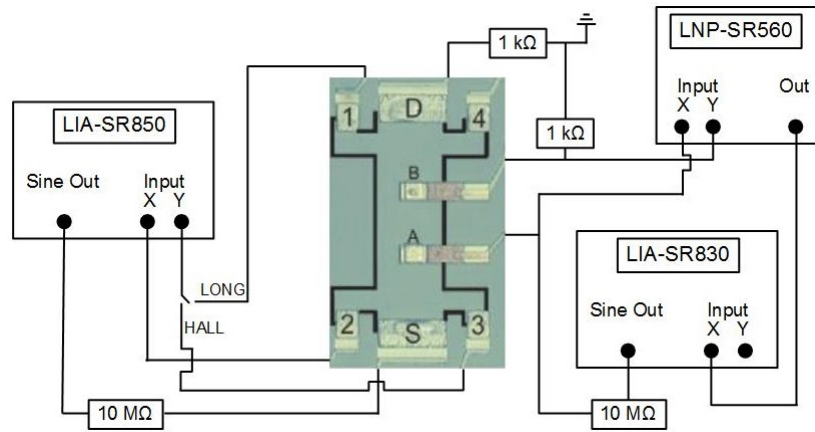
Örneğin düşük sıcaklıktaki ölçümleri Oxford Instruments tarafından üretilen TLM 400 seyreltik soğutucusu ile yapılmıştır [EK A]. KuanTek'te bulunan seyreltik soğutucu

10 mK en düşük sıcaklık, 20 T en yüksek manyetik alan kapasitesinde, CeNS'te bulunan seyreltik soğutucu 30 mK en düşük sıcaklık, 14 T en yüksek manyetik alan kapasitesindedir. Örnek sıcaklığının belirlenmesinde AC sinyal ölçümü temel alınmıştır. Bu prensibin kullanılmasının sebebi düşük sıcaklıklarda resistif etkiden kaynaklı sıcaklık artışını engellemek. Düşük uyarı akımı uygulanarak sıcaklık ölçümü sırasında sistemin sıcaklığı sabit kalmıştır. İki sistem içinde sıcaklık kalibrasyonu üretici firma tarafından yapılmıştır.

Elektriksel ölçümlerde hem DC hem de AC sinyal uygulanmıştır. AC sinyal ölçümleri için kilitlemeli yükseltgeç (Lock-In Amplifier-LIA) kullanılmıştır [EK B].

### 3.2.1 Kuantum Teknolojileri Laboratuvarı'nda Oluşturulan Deney Düzenegi

Ölçümler sırasında iki adet LIA kullanılmıştır (SR850-LIA1, SR830-LIA2). LIA1 temel Hall ölçümünde, LIA2 iç kontakların ölçümünde kullanılmıştır. İç kontak ölçümlerinde sinyali elektriksel gürültüden temizlemek ve gerektiğinde sinyal şiddetini yükseltmek için önyükselteç (Low-Noise Preamplifier-LNP, SR560) kullanılmıştır [Şekil 3.2].



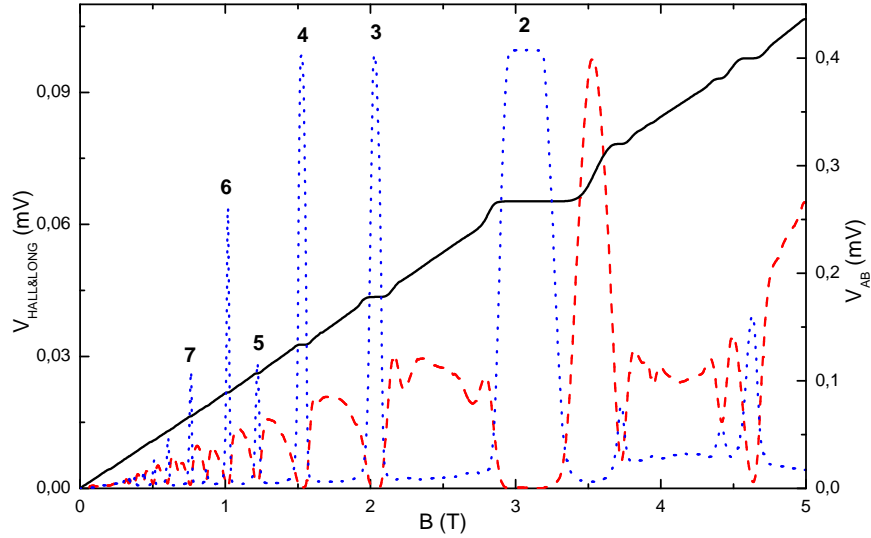
Şekil 3.2: KuanTek'te kurulan deney düzenegi.

LIA1 ve LIA2'nin giriş empedansı  $10\text{ M}\Omega$   $25\text{ pF}$  ve çıkış empedansı  $50\ \Omega$ 'dur. Temel Hall ölçümü için LIA1 frekansı  $8.54\text{ Hz}$ , iç kontak ölçümleri için LIA2  $11.5\text{ Hz}$  olarak ayarlanmıştır. Bu frekanslar seçilirken şehir şebeke gerilim frekansı olan  $50\text{ Hz}$ 'in harmoniği olmamasına dikkat edilmiştir ve yapılan birkaç deneme sonucunda en az gürültünün gözlemlenmesi sonucunda karar verilmiştir. Örneğin üzerinden küçük akım geçirmek amacıyla hem Hall çubuğu hem de iç kontak giriş kontağına  $10\text{ M}\Omega$  bağ-



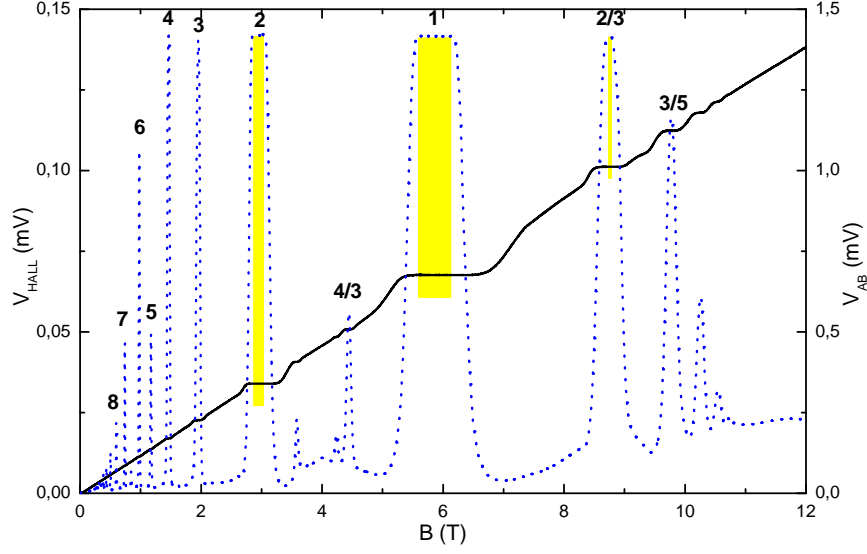
## 4 BULGULAR VE MODEL

KuanTek'te yapılan ilk ölçümler sonucunda 2BES'nin elektron yoğunluğu  $n_e \approx 1.4 \times 10^{15} m^{-2}$  olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.1 ve 4.2'de temel Hall ölçümü sonucunda manyetik alana bağlı potansiyel değişimi gösterilmiştir. Sistem sıcaklığı  $10 mK$  ve uygulanan potansiyel  $4 mV$  (örnekten geçen akım yaklaşık olarak  $0.4 nA$  [3.2]) olmasına rağmen elektriksel gürültü görülmemektedir. Kesirli kuantum Hall platolarının görülmesi de örneğin yüksek saflıkta olduğunu göstermektedir. Şekil 4.2'de sarı renk ile gösterilmiş bölge iç kontak potansiyelinin en yüksek değeri aldığı aralığı göstermektedir.

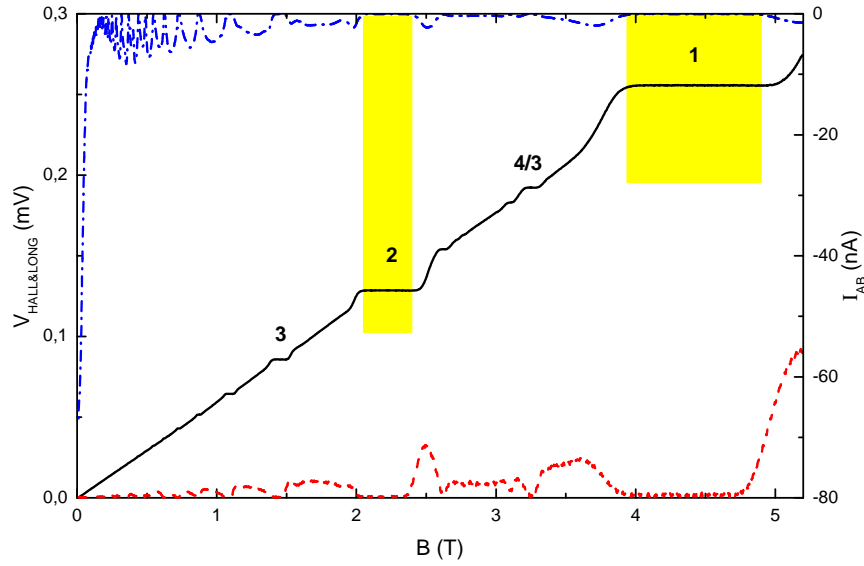


Şekil 4.1:  $10 mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktarı arasında  $V_{SD} = 50 mV$ , iç kontaktar arasında  $V_{AB} = 4 mV$  voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi), boylamsal potansiyel (kırmızı-kesikli çizgi) ve iç kontak potansiyeli (mavi-nokta) davranışı.

CeNS'te yapılan ölçümlerde 2BES'nin elektron yoğunluğu  $n_e \approx 1.7 \times 10^{14} m^{-2}$  olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.3'te temel Hall ölçümü ile birlikte iç kontaktardan akan akımın değişimi gösterilmektedir. Şekildeki sarı bölgeler akımın sıfır olduğu manyetik alan aralıklarını göstermektedir.



Şekil 4.2: 10  $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktları arasında  $V_{SD} = 26 mV$ , iç kontaktlar arasında  $V_{AB} = 4 mV$  voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi) ve iç kontak potansiyeli (mavi-nokta) davranışı. Sarı bölgeler iç kontak potansiyelinin en yüksek değeri aldığı aralığı göstermektedir.



Şekil 4.3: 170  $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktları arasında  $V_{SD} = 100 mV$  AC, iç kontaktlar arasında  $V_{AB} = 0.5 mV$  DC voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı Hall potansiyeli (siyah-düz çizgi), boylamsal potansiyel (kırmızı-kesikli çizgi) ve iç kontak akımı (mavi-nokta çizgi) davranışı. Sarı bölgeler iç kontak akımının sıfır olduğu aralığı göstermektedir.

Kuantum Hall rejimi için genel kabul, Hall potansiyeli platoya girdiği anda elektriksel iletimin kenar etkilerinden dolayı bükülmüş Landau enerji seviyelerinin Fermi enerji-

siyle kenarlarda kesişmesinden dolayı kenarlarda olacağı yönündedir. Ayrıca 2BES' nin külçesinde Fermi enerjisiyle kesişen herhangi bir enerji seviyesi olmadığından 2BES' nin külçesinin topolojik yalıtkan olduğu ve doldurma faktörünün topolojik olarak korunan bir büyüklük olduğu söylenir. Bu düşüncenin fiziksel alt yapısı etkileşmeyen tek parçacık yaklaşımına dayanmaktadır. 2BES kenarlarda yüksek duvar potansiyeliyle sınırlandırılmış olarak kabul edilir ve periyodik sınır şartları ile birlikte kenarlarda elektronun herhangi bir etkileşime uğramayacağı kenar durumları oluşur. Yapılan ölçümler sonucunda ilk olarak gözlemlenen durum, 2BES' nin külçesinin bütün plato boyunca yalıtkan olmadığı yönündedir. Çünkü Şekil 4.2'de ve Şekil 4.3'te sarı bölgeyle belirtilmiş alanlar tüm plato boyunca değildir.

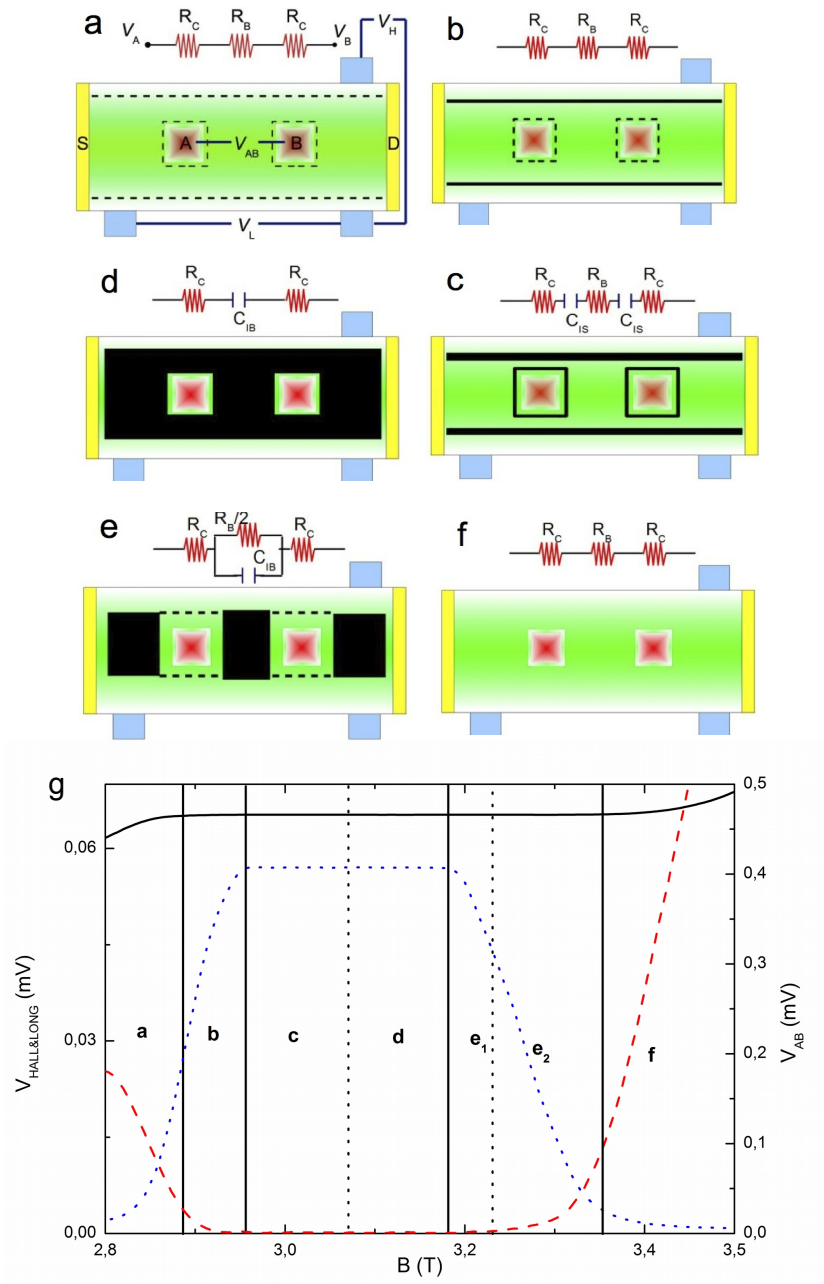
Bu durumda bulguların yorumlanmasıyla oluşturulacak model direk Coulomb etkileşmesi ile birlikte değişen elektron yoğunluğu dağılımı sonucu oluşan sıkıştırılmaz ve sıkıştırılabilir şeritler aracılığıyla anlatılacaktır. Bölüm 2.3'te sıkıştırılmaz ve sıkıştırılabilir şeritlerden bahsedilmişti. Sıkıştırılmaz şeritlerde durum yoğunluğu olmamasından dolayı yalıtkan, sıkıştırılabilir şeritlerde ise durum yoğunluğu olmasından dolayı metalik özellik gösterir. Özellikle iç kontak davranışını incelerken bu özellikleri göz önünde bulundurmak gerekir.

2BES' nin bu bölgesel özelliklerinden dolayı sistem elektriksel kapasiteye sahiptir. Dirençle birlikte kapasite bulunan devrelerde empedanstan bahsetmek gerekir. Empe-

$$Z = \sqrt{R^2 - \frac{1}{(2\pi i f C)^2}} \quad (4.1)$$

deşliğini sağlar ve devrenin direnç büyüklüğüdür. Burada  $f$  devreye uygulanan AC sinyalin frekansıdır. Kapasite ( $C$ ) kurulacak model çerçevesince hem geometrik kapasiteyi hem de kuantum kapasiteyi içermektedir. Kuantum kapasite, alan bağımlılığıyla birlikte  $C = e^2 D_T(E_f) S$  olarak hesaplanmıştı [Denklem 2.46].

Model, Şekil 4.4'ün yardımıyla anlatılacaktır. Burada  $a$ 'dan  $f$ 'ye olan alt şekiller,  $g$  alt şeklinde işaretlenmiş bölgelerdeki sıkıştırılmaz-sıkıştırılabilir şeritlerin (durum yoğunluğu) yerlerini göstermektedir.  $B > 3.4 T$  durumunda  $V_{AB}$  sifıra yaklaşırken  $V_{HALL}$  ve  $V_{LONG}$  gerilimleri lineer olarak artmaktadır [Şekil 4.4g  $f$  bölgesi]. Bu davranış 2BES' nin her bölgesinde zayıf bir iletken gibi davrandığını gösterir. Bu durumda iç kontakların dirençleri ( $R_C$ ) ve 2BES' nin direnci ( $R_B$ ) seri bağlı dirençler olarak düşünülerek  $V_{AB}$  geriliminin davranışı açıklanmıştır. Manyetik alan değerinin biraz

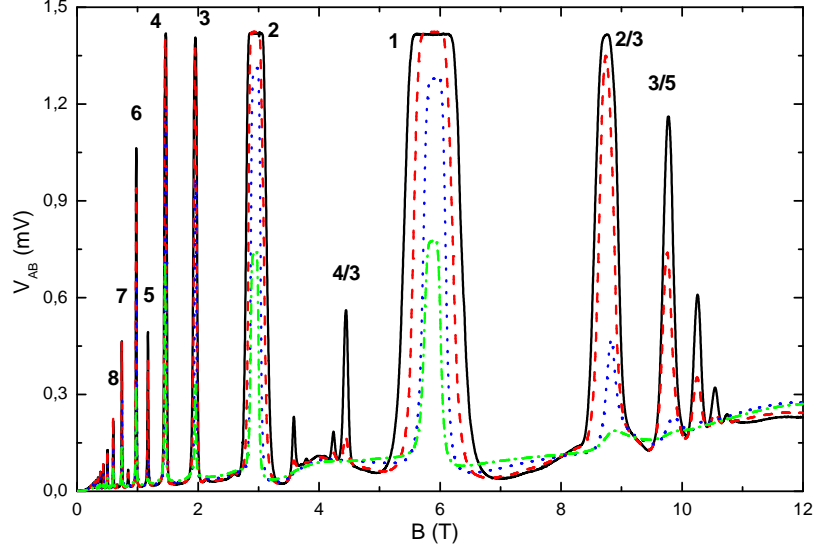


Şekil 4.4: Model. g alt grafiği  $10 \text{ mK}$ 'deki Hall ölçümünü göstermektedir.  $V_{SD} = 4 \text{ mV}$ ,  $V_{AB} = 50 \text{ mV}$  olarak uygulanmıştır. a'dan f'ye kadar olan alt şekiller 2BES durum yoğunluğundaki değişimi kurulacak model doğrultusunda göstermektedir. Yeşil, elektron gazındaki durum yoğunluğunun olduğu bölgeleri (sıkıştırılabilir bölge), siyah, durum yoğunluğunun olmadığı bölgeleri (sıkıştırılamaz bölge) göstermektedir. Sarı, buz mavisi ve kırmızı bölümler kontaktarı göstermektedir. Alt grafiklerin üst kısmında görülen devre şemaları o anki durumun tahmini elektriksel devre gösterimidir.  $R_C$ , kontakt direnci,  $R_B$ , 2BES'nin direnci,  $C_{IS}$ , sıkıştırılamaz şeritlerden kaynaklı oluşan kapasite ve  $C_{IB}$ , sıkıştırılamaz bölgeden kaynaklı oluşan kapasitedir.

daha azaldığı durumda [Şekil 4.4g  $e$  bölgesi]  $E_f$ , Landau enerji seviyesinden ayrılır ve kuantizasyon sağlanır ve sıkıştırılmaz bölgeler oluşur. Ancak iç kontaklardan dolayı oluşan elektron yoğunluğu değişiminden dolayı iç kontaklar arasında kalan bütün bölge sıkıştırılmaz değildir. Bu durum paralel bağlı bir direnç ve bir kondansatör ( $C_{IB}$ ) gibi düşünülmüştür.  $D_T(E_f) \approx 0$  olmasından dolayı elektriksel kapasite sonsuza ıraksar ve ölçülen potansiyel düşmesi  $R_B$  ve  $R_C$  üzerinden olur. Ayrıca boylamsal kontaklar arasında saçılmaların meydana geldiği bölgeler mevcuttur.  $d$  bölgesine geçildiğinde Hall geriliminin kuantize ve boylamsal gerilimin sıfır olduğu ve  $V_{AB}$ 'nin ıraksadığı yerde Kuantum Hall Etkisi'nin topolojik yalıtkan tanımına denk gelmektedir. Bu durumda tüm kontaklar arasında yalıtkan bir bölge oluşmuştur.  $V_{AB}$ 'de elektriksel kapasite baskın hale gelmiştir. Daha düşük manyetik alanda, sıkıştırılmaz bölge kenarları ve iki iç kontak etrafını kuşatan şeritler halinde ayrılır.  $c$  ve  $d$  bölgeleri arasındaki geçiş kesin olarak bilinemez ancak sıcaklık bağımlılığı bu bölgeler arasındaki farkın anlaşılmasında yardımcı olacaktır.  $b$  bölgesinde  $V_{AB}$  potansiyeli en yüksek değerinden azalmaya başlamıştır bununla birlikte  $V_{HALL}$  ve  $V_{LONG}$  potansiyellerinden anlaşılacağı üzere sistem hala Kuantum Hall Etkisi rejimindedir. Bu durum iç kontak etrafındaki sıkıştırılmaz şeritlerin yok olmaya başladığını ve kenarlardaki sıkıştırılmaz şeritlerin hala varlığını koruduğunu göstermektedir.  $a$  bölgesinde sistemin tümü tekrar bir iletken gibi davranmaya başlamıştır yani sistemdeki sıkıştırılmaz şeritler varlığını tamamen kaybetmiştir.

Parçacık sayısı yeterince çoksa fiziksel olarak termodinamik büyüklükler anlamlı hale gelir. Termodinamik olarak bir elektronun davranışını belirleyecek boyutsal nicelik Fermi dalga boyu olacaktır,  $\lambda_F$ . Çünkü Fermi Enerjisi'ndeki elektronlar akıma katkıda bulunur. Sıkıştırılmaz şeritlerin kalınlığı  $\lambda_F$  ile karşılaştırılabilir veya daha küçük olduğu zaman şeritlerin sıkıştırılmazlığının bir önemi olmayacaktır. Bundan dolayı  $V_{AB}$  belirli aralıkta sabit kalmaktadır ( $c$  ve  $d$ ).  $c$  durumundan  $d$  durumuna geçişi belirlemede kenar durumlarının ve sıkıştırılmaz şeritlerin sıcaklık bağımlılığı önemli olacaktır. Sıcaklıktaki artış, Fermi Enerjisi'ndeki boş durumların  $V_{AB}$ 'nin en yüksek değerinde bir azalışı sağlamalıdır. Ayrıca yüksek sıcaklıkta sıkıştırılmaz bölgeler inceleyecektir, bu yüzden  $V_{AB}$ 'nin en yüksek değerine ulaştığı manyetik alan aralığı da azalacaktır. Şekil 4.5'te  $V_{AB}$  potansiyelinin sıcaklık bağımlılığı gösterilmiştir.

$V_{AB}$  potansiyelinin davranışında sıkıştırılmaz şeritlerin yalıtkan özelliğinden dolayı

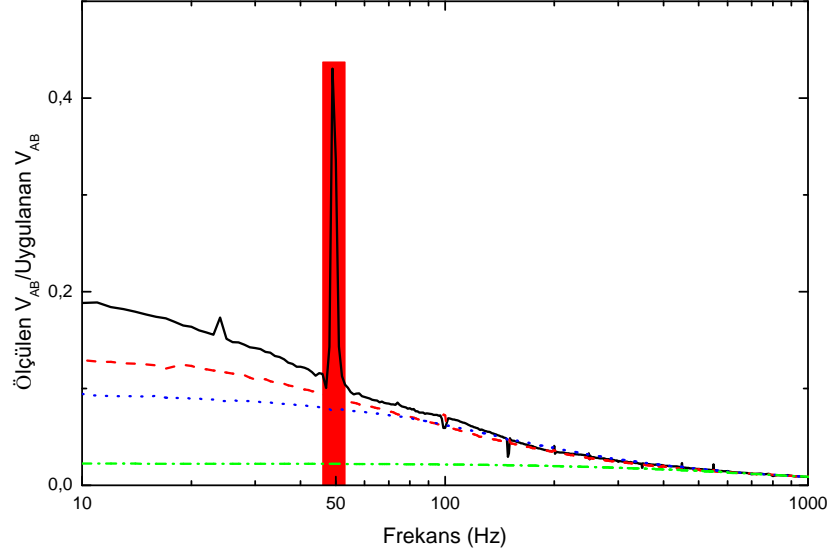


Şekil 4.5: Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktları arasında  $V_{SD} = 26 \text{ mV}$ , iç kontaktlar arasında  $V_{AB} = 4 \text{ mV}$  voltaj farkı uygulandığı durumda manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin sıcaklığa göre değişimi. Siyah-düz çizgi  $10 \text{ mK}$ , kırmızı-kesikli çizgi  $250 \text{ mK}$ , mavi-nokta  $500 \text{ mK}$ , yeşil-çizgi nokta  $750 \text{ mK}$ .

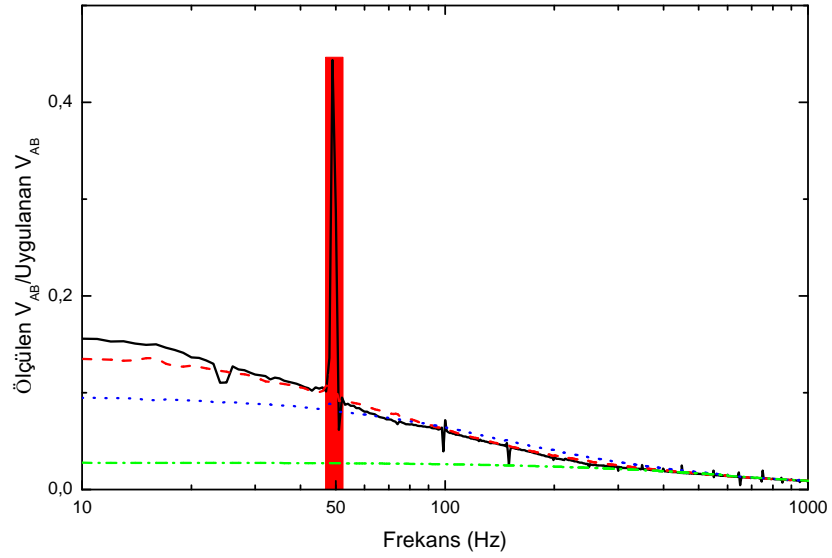
elektriksel kapasite baskındır. Bu düşüncüyü destekleyecek durum Şekil 4.6'da ve Şekil 4.7'de gösterilmiştir. Manyetik alan değeri  $\nu = 1$  ve 2 platolarının ortasına gelecek ( $c$  veya  $d$  durumu) şekilde ayarlanmıştır ve LIA aracılığıyla uygulanan potansiyelin frekans bağımlılığına bakılmıştır. İki şekilden de görüleceği gibi sistem bir RC devresinin kesim frekansı davranışına oldukça benzemektedir.

Şekil 4.8'de Hall çubuğuna uygulanan potansiyelin, ölçülen iç kontak potansiyeline olan etkisi görülmektedir. Burada hem örneğe uygulanan iki farklı potansiyel farkından dolayı herhangi bir deneysel hatanın olmadığı hem de Hall çubuğuna uygulanan potansiyelinin ölçülen iç kontak potansiyeline elektriksel bir etkisinin olmadığı görülmektedir. Gözlemlenen ufak farklar Hall çubuğuna uygulanan potansiyel farkından kaynaklı oluşan ısınma etkisinden kaynaklıdır.

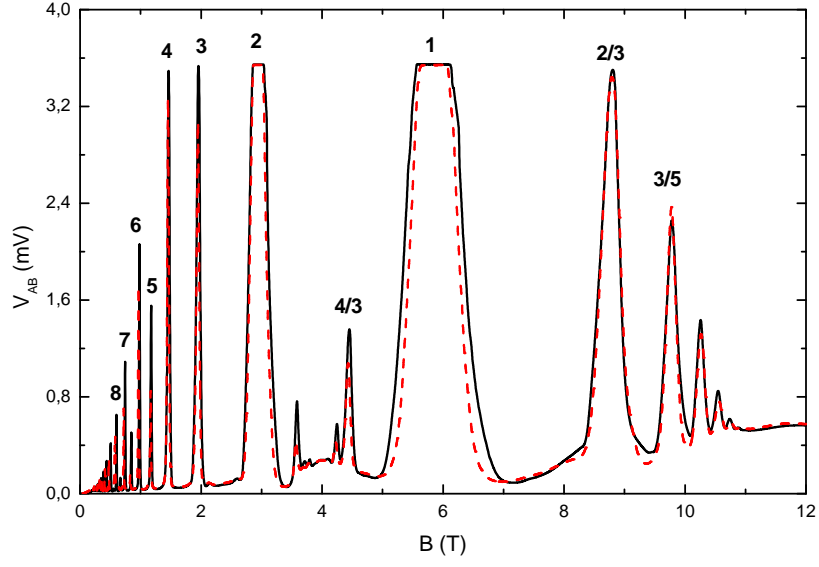
Şekil 4.9'da ve Şekil 4.10'da görüldüğü gibi elektriksel aktivasyonun artması 2BES üzerindeki kuantum etkileri etkilemeye başlamıştır. Bu etki hem iç kontak potansiyelinde hem de Hall potansiyelinde sistemin ısınmasına karşılık gelmektedir. Ayrıca iç kontaktlara  $1 \text{ V}$  uygulandığı durumda, Hall potansiyelinde elektriksel gürültünün etkisine benzer bir durum gözlemlenmiştir. Bu durum oldukça normaldir çünkü sisteme uygulanan iki farklı potansiyel farkı arasında  $10^2$  mertebesinde fark vardır. Bu mertebe farkı ölçülen Hall potansiyeline elektriksel gürültü eklemiştir.



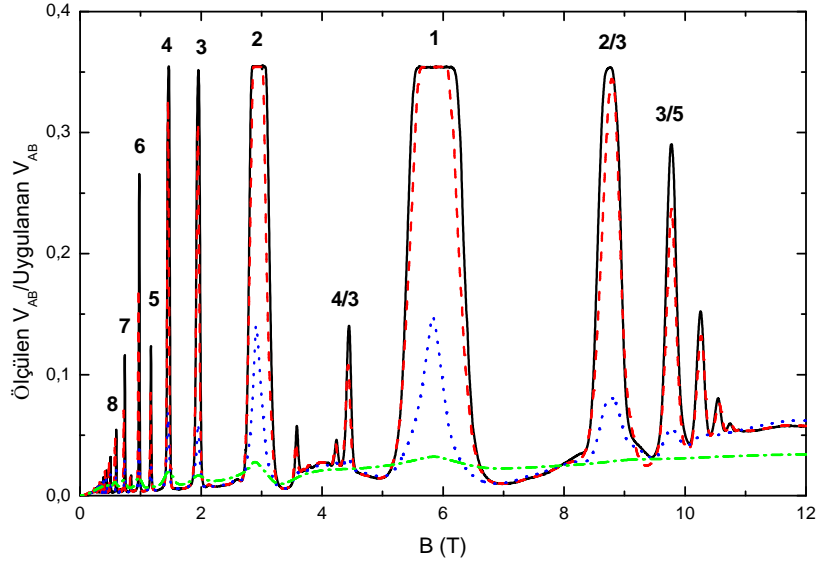
Şekil 4.6:  $170 mK$ 'de  $2.24 T$  manyetik alan değerinde ( $\nu = 2$ ) iç kontakta oluşan potansiyel farkın frekans bağımlılığı. Siyah-düz çizgi  $10 mV$ , kırmızı-kesikli çizgi  $50 mV$ , mavi-nokta  $100 mV$ , yeşil-çizgi nokta  $4 V$ .



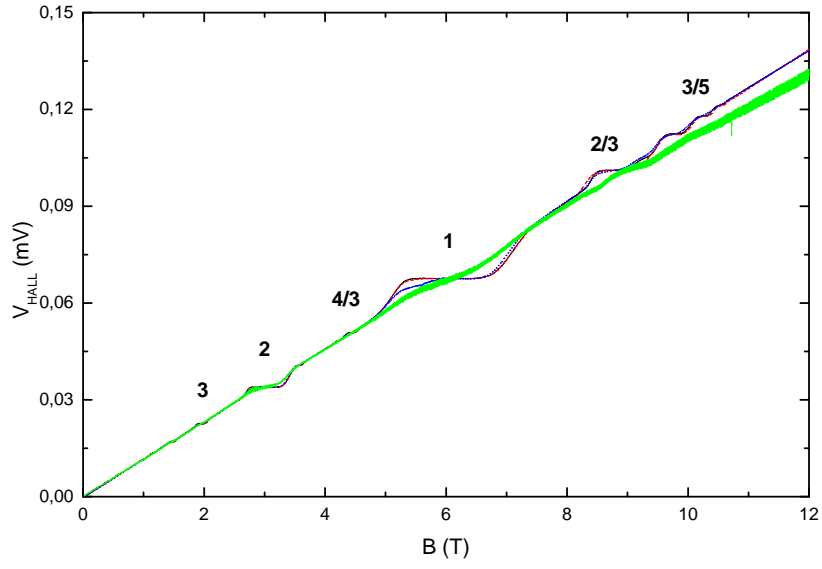
Şekil 4.7:  $170 mK$ 'de  $4.48 T$  manyetik alan değerinde ( $\nu = 1$ ) iç kontakta oluşan potansiyel farkın frekans bağımlılığı. Siyah-düz çizgi  $10 mV$ , kırmızı-kesikli çizgi  $50 mV$ , mavi-nokta  $100 mV$ , yeşil-çizgi nokta  $4 V$ .



Şekil 4.8:  $10\text{ mK}$ 'de iç kontaklar arasında  $10\text{ mV}$  uygulanırken manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin kaynak-toprak kontaktlarına uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi  $0\text{ mV}$ , kırmızı-kesikli çizgi  $26\text{ mV}$ .



Şekil 4.9:  $10\text{ mK}$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktları arasında  $V_{SD} = 26\text{ mV}$  manyetik alana bağlı iç kontak potansiyelinin iç kontakta uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi  $4\text{ mV}$ , kırmızı-kesikli çizgi  $10\text{ mV}$ , mavi-nokta  $100\text{ mV}$ , yeşil-çizgi nokta  $1\text{ V}$ .



Şekil 4.10: 10  $mK$ 'de Hall çubuğunun kaynak-toprak kontaktarı arasında  $V_{SD} = 26 mV$  uygulanırken manyetik alana bağı Hall potansiyelinin iç kontaktara uygulanan voltaja göre değişimi. Siyah-düz çizgi 4  $mV$ , kırmızı-kesikli çizgi 10  $mV$ , mavi-nokta 100  $mV$ , yeşil-çizgi nokta 1  $V$ .

## 5 SONUÇ

Bu çalışmada 2BES'lerde gözlemlenen Kuantum Hall Etkisi'nin elektrostatik özellikleri deneysel olarak incelenmiştir. Ayrıca bu sistemlerde manyetik alana bağlı olarak değişen durum yoğunluğunun elektrostatik davranışa etkisi anlaşılmasına çalışılmıştır. Yapılan çalışmanın şimdiye kadar yapılmış çalışmalardan ayıran en önemli özellik örnek üzerine Hall geometrisi dışında tanımlanmış iki adet iç kontaklıdır. Bu kontaklar sayesinde örneğin orta kısmındaki elektron dağılımı ile durum yoğunluğu ile ilgili direkt bilgi edinilecek ölçümler alınabilmektedir. Bunun önemi durum yoğunluğunun manyetik alana bağlı olmasından dolayı oluşan sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz bölgelerin Kuantum Hall rejiminde nasıl oluştuğu ve hangi şartlar altında var olduğu bu çalışma sayesinde daha iyi anlaşılmıştır.

Yapılan ölçümler sonucunda literatürde genel olarak Kuantum Hall Etkisi'nin gözlemlenmesi için kabul edilen şart olan 2BES'nin topolojik yalıtkan olmasının gerekli olmadığı ( $c$  ve  $d$  bölgeleri), Hall kontakları arasında oluşacak sıkıştırılmaz şeritlerin var olması ( $b$  ve  $e$  bölgeleri) Kuantum Hall Etkisi'nin gözlemlenmesinde yeterli olacaktır. Bir başka deyişle Kuantum Hall Etkisi için Hall kontakları arasında herhangi bir saçılmanın olmaması gereklidir. Bu durum doldurma faktörünün tanımını değiştirmemektedir yani doldurma faktörü Fermi Enerjisi Landau seviyelerinin miktarını söylemektedir. Ancak literatür üzerinde tanımlanan Kuantum Hall Etkisi topolojik özelliklerinin daha dikkatli incelenmesi gerekmektedir.

Sistem üzerinde yapılan ölçümlerin bir diğer önemi kuantum kapasite üzerine verdiği bilgilerdir. Suddards ve diğ. [4] çalışmasında olduğu gibi kuantum kapasitenin durum yoğunluğuna bağlılığı gözlemlenmiştir. Ancak bu noktada da dikkat edilmesi gereken husus örnekteki safsızlıklardan ve kenar etkilerinden dolayı Landau seviyelerindeki değişen durum yoğunluğudur. Şekil 4.5'te ve Şekil 4.9'da görüldüğü gibi sıcaklığın veya uygulanan potansiyelin artması kapasitif davranışı etkilemektedir. Bu durum Landau Enerji seviyelerinin genişlemesinden kaynaklıdır. Termal veya elektriksel aktivasyon-

nun artmasıyla Landau Enerji seviyeleri arasındaki durum yoğunluğu çok küçük olsa da sonlu bir değere yaklaşır.

Sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz bölgeler hakkında elde edilecek bilgi bu sistemler üzerinde yapılan interferometrik ölçümler için oldukça önemlidir. Bu bölgeler sayesinde elektronun herhangi bir saçılmaya uğramadan hareket edebileceği kanallar oluşur ve bunun sayesinde elektron kazandığı faz bilgisini kaybetmez. Bu konuda da bu çalışmanın literatüre yardımcı olacağını düşünmekteyiz.

Bu çalışma mevcut çıktılarıyla literatüre çok önemli katkı sunmaktadır. İki boyutlu elektron sistemlerinin topolojisi ve bu topolojinin elektriksel özelliklerine doğrudan bakmasından dolayı gelecek çalışmalarda öncü olacaktır. Kuantum Hall Etkisi ve iki boyutlu elektron sistemlerindeki elektro-manyetik taşınım ile ilgili sunduğu çıktılar mevcut görüşlerin gözden geçirilmesini desteklemektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Klitzing, K. v., Dorda, G., Pepper, M., 1980. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45, (6): 494-497
- [2] Klitzing, K. v., 1986. The Quantized Hall Effect. *Rev. Mod. Phys.*, 58, (3): 519-531
- [3] Chklovskii, D. B., Shklovskii, B. I., Glazman, L. I., 1992. Electrostatics of Edge Channels, *Phys. Rev. B*, 46, (7) : 4026-4034
- [4] Suddards, M. E., Baumgartner, A., Henini M., Mellor, C. J. 2012. Scanning Capacitance Imaging of Compressible and Incompressible Quantum Hall Effect Edge Strip, *New Journal of Physics*, 14, 083015.
- [5] Chang, A. M., 1990. A unified transport theory for the integral and fractional quantum hall effects: Phase boundaries, edge currents, and transmission/reflection probabilities, *Solid State Commun.*, 74, 871.
- [6] Hook, J. R., Hall, H. E., 1991. *Solid State Physics*, John Wiley & Sons Ltd.
- [7] Dereli, T., Verçin, A., 2009. *Kuantum Mekaniği: Temel Kavramlar ve Uygulamaları*, Türkiye Bilimler Akademisi Ders Kitapları.
- [8] Ezawa, Z., 2008. *Quantum Hall Effects:Field Theoretical Approach and Related Topics*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- [9] Davies, J. H., 1998. *The Physics of Low-Dimensional Semiconductor*, Cambridge University Press, United Kingdom.
- [10] Ashcroft N. W., Mermin N. D. 1976. *Solid State Physics*, Harcourt College Publishers, United States of America.

- [11] London, H., Clarke, G. R., Mendoza, E., 1962. Osmotic Pressure of  $^3\text{He}$  in Liquid  $^4\text{He}$ , with Proposals for a Refrigerator to Work below 1  $K$ . Phys. Rev. Lett., 128, (5): 1992-2005
- [12] Lounasmaa, O. V., 1979. Dilution Refrigeration. J. Phys. E: Sci. Instrum., 12, (8): 668-675
- [13] Stanford Research Model SR830 & SR850 DSP Lock-In Amplifier Manual

## A SEYRELTİK SOĞUTUCU

Kuantum mekaniksel etkilerin görülebilmesi için çok düşük sıcaklıklara inilmesi gerekmektedir. Bundan dolayı deneysel fizikte  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  seyreltik soğutucularının çok önemli bir yeri vardır.  $^3\text{He} - ^4\text{He}$  seyreltik soğutucuları sayesinde 0.3 K'in altındaki sıcaklıklarda sürekli soğutma gücü sağlanır. İlk olarak Alman fizikçi Heinz London [11] tarafından 1950li yılların başlarında teorik hesaplamaları yapılmış ve 1962 yılında deneysel olarak ilk örneği yapılmıştır.

### A.1 Soğutma İşleminin Temelleri

#### $^3\text{He}$ ve $^4\text{He}$ Sıvı Karışımı

Soğutma işleminin temeli düşük sıcaklıktaki  $^3\text{He}$  ve  $^4\text{He}$  karışımına dayanmaktadır [12]. 0.8 K'in altında bu karışım kendiliğinden iki faza ayrılır. Karışımın ayrıldığı iki fazdan biri  $^3\text{He}$ , diğeri ise  $^4\text{He}$  bakımından zengindir.  $^3\text{He}$  bakımından zengin olan faz, düşük yoğunluğundan kaynaklı,  $^4\text{He}$  bakımından zengin olan fazın üstünde yüzer. Sıcaklık düşmeye devam ettikçe (yaklaşık 40 mK civarında) yukarı kısımda yoğunlaşmış saf  $^3\text{He}$  (yoğunlaştırılmış faz-YF), alt kısımda yaklaşık olarak %6.6  $^3\text{He}$  ve %93.4  $^4\text{He}$ 'ten oluşan seyreltik faz (SF) oluşur. Soğutma için sıvı  $^4\text{He}$  içinde %6.6 oranında  $^3\text{He}$ 'ün bulunması büyük önem taşır.

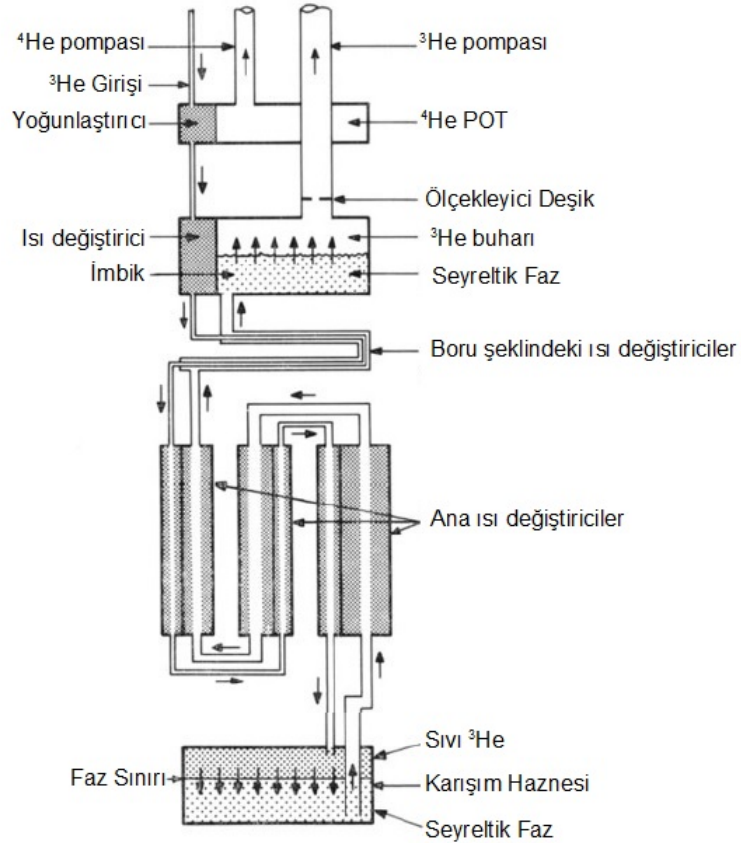
Düşük sıcaklıkta sıvı  $^4\text{He}$  ve  $^3\text{He}$  termal özellikleri arasında büyük bir fark vardır. Sıvı  $^4\text{He}$  0 nükleer spine sahiptir ve 0.5 K'in altında kuantum mekaniksel olarak temel durumu olan süper akışkan faza geçiş yapar. Hafif izotopu  $^3\text{He}$   $\frac{1}{2}$  nükleer spine sahiptir ve sıcaklığa yaklaşık olarak lineer bağlı olan ısı kapasitesi oldukça yüksektir. Bu özelliklerin sonucunda seyreltik fazda olan  $^4\text{He}$ , aktif  $^3\text{He}$  atomları için mekanik vakum durumundadır.

## Seyreltme İşleminin Temelleri

Seyreltme işleminin temeli, buharlaşmaya dayanmaktadır. Yoğunlaştırılmış aktif  $^3\text{He}$  atomlarının sıvı fazdan buharlaşmasıyla soğutma işlemi gerçekleşir. Seyreltik soğutucu içinde bir taraftan  $^3\text{He}$  yoğunlaştırılırken diğer taraftan buharlaştırılır ve böylece sürekli bir döngü oluşturulur. Sıvı fazdan buhar faza geçen atomlar ortamdaki enerjiyi çekerek ortamın sıcaklığının düşmesini sağlar.

Sürekli döngünün devamlı sürmesi için  $^4\text{He}$  içinde %6.6 oranında  $^3\text{He}$  çözünürlüğünün sabit kalması çok önemlidir. Seyreltik soğutucu içinde buharlaşmanın sıcaklıkla azalması beklenebilir çünkü buhar basıncı sıcaklığa bağlı olarak hızlı bir şekilde azalır. Ancak YF ile SF arasındaki faz sınırından geçen  $^3\text{He}$  atomlarının sayısı zamana göre sabit olduğu için buhar basıncı seyreltik soğutucu içinde sabit kalır.

## Seyreltik Soğutucu



Şekil A.1: Seyreltik soğutucu temel bölümleri ve gaz akış diyagramı.

Seyreltik soğutucu temel bölümleri ve gaz akış diyagramı Şekil A.1'de gösterilmiştir. Soğutma işlemi *karışım haznesinde* (*mixing chamber*) gerçekleşir. Sistemdeki  $^3\text{He}$  do-

laşımı, oda sıcaklığında çalışan pompa sayesinde sürekli hale getirilir. Sisteme giren gaz, ilk olarak  ${}^4\text{He}$  pot'a bağlı yoğunlaştırıcıya (*condenser*) girer ve burada ön soğuması ve sıvılaşması sağlanır.  ${}^4\text{He}$  pot'un sıcaklığı 1.7 K civarındadır. Bundan sonra  ${}^3\text{He}$  sırasıyla, 0.7 K civarında bulunan *imbik (still) ısı değiştiricisi*, boru şeklindeki ısı değiştirici ve ana ısı değiştiriciden geçerek karışım haznesine ulaşır.

${}^3\text{He}$  atomları karışım haznesindeki faz sınırından geçtikten sonra ozmotik basınç değişiminden dolayı ısı değiştiricilerinden tekrar geçerek imbiğe ulaşır. Karışım haznesi ve imbik arasında süper akışkan sıvı faz bulunmaktadır ve bu sıvı fazın bittiği yer imbiktir. Buhar, pompa yardımıyla imbikten çekilir ve bu şekilde  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ 'ten ayrılır. 0.7 K'de  ${}^4\text{He}$  buhar basıncı  ${}^3\text{He}$  buhar basıncına göre çok küçük olduğundan dolayı çıkan gazın yaklaşık olarak %95'i  ${}^3\text{He}$ 'tür. Ayrıca *ölçekleyici deşik (orifice)* takılırsa, süper akışkan sıvı fazdaki  ${}^4\text{He}$ 'ün üst kısımlara geçmesi engellenir.

Seyreltik soğutucuda soğutma işlemi  ${}^4\text{He}$  pot'un 1.7 K'e ulaşmasıyla başlar. Sisteme gaz halinde giren  ${}^3\text{He} - {}^4\text{He}$  karışımı burada yoğunlaşır. Daha sonra döner pompa çalıştırılarak gaz döngüsü başlar. İmbik basıncı yeterince azaldığında difüzyon pompası çalıştırılır. Karışım haznesinde faz ayrışması olana kadar sistemdeki en soğuk yer imbiktir. Faz ayrışması gerçekleşince imbik 0.7 K civarında sabit sıcaklıkta kalır ve karışım haznesinin sıcaklığı sistem taban sıcaklığına doğru azalır.

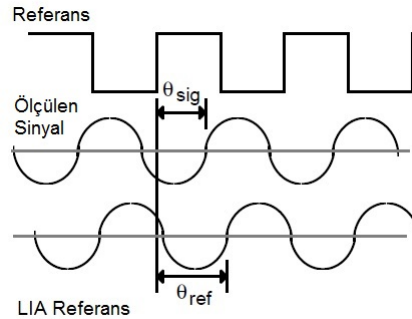
## B KİLİTLEMELİ YÜKSELTEÇ

Kilitlemeli yükselteçler (LIA) çok küçük AC sinyalleri algılamak ve ölçmek için kullanılır. Ölçülecek küçük genlikli sinyaller, büyük genlikli gürültü sinyalleri tarafından perdelense bile LIA yardımıyla ölçülebilir. LIA faz duyarlı ölçüm tekniğini (phase-sensitive detection, PSD) kullanır. Bu ölçüm tekniğinde referans olarak belirlenmiş bir sinyalin frekansı ve fazı yardımıyla, ölçülen sinyaldeki diğer frekans (gürültü sinyali) değerleri ölçülecek sinyalden temizlenmiş olur ve bunun ölçüme herhangi bir etkisi olmaz [13].

### B.1 Çalışma Prensibi

#### Faz Duyarlı Ölçüm

LIA ölçümü için referans frekansı gerekmektedir. Yapılacak ölçümde referans frekansı  $\omega_r$  frekansında bir kare dalga olsun. Deneyde kullanılacak uyarıcı sinyal ve deneyin sonucu ölçülen sinyal, referans frekansıyla aynı olacaktır. Ölçülen sinyal,  $V_{sig}$  sinyalin genliği olmak üzere,  $V_{sig} \sin(\omega_r t + \theta_{sig})$  şeklindedir. LIA kendi sinüs dalgasını oluşturur ve LIA referans sinyalidir. LIA referans sinyali,  $V_L$  sinyalin genliği olmak üzere,  $V_L \sin(\omega_L t + \theta_{ref})$  şeklindedir. Şekil B.1'de sinyal diyagramı gösterilmiştir.



Şekil B.1: LIA sinyal diyagramı.

LIA ölçülen sinyali yükseltir ve daha sonra kendi referans sinyali ile PSD aracılığıyla

çarpır. PSD çıkış sinyali bu iki sinüs dalgasının çarpımı şeklindedir:

$$\begin{aligned} V_{psd} &= V_{sig} V_L \sin(\omega_r t + \theta_{sig}) \sin(\omega_L t + \theta_{ref}) \\ &= \frac{1}{2} V_{sig} V_L \cos[(\omega_r - \omega_L)t + \theta_{sig} - \theta_{ref}] \\ &\quad - \frac{1}{2} V_{sig} V_L \cos[(\omega_r + \omega_L)t + \theta_{sig} + \theta_{ref}] \end{aligned} \quad (B.1)$$

PSD çıkış sinyali biri frekansların farkını, diğeri frekansların toplamını içeren iki AC sinyal şeklindedir [Denklemler B.1]. Eğer PSD çıkış sinyali alçak geçiren filtreden (low pass filter) geçirilirse AC sinyal silinecektir. Ancak  $\omega_r$  frekansının  $\omega_L$  frekansına eşit olduğu durumda, frekansların farkını içeren kısım DC sinyale dönüşecektir. Bu durumda filtrelenmiş PSD çıkış sinyali,

$$V_{psd} = \frac{1}{2} V_{sig} V_L \cos(\theta_{sig} - \theta_{ref}) \quad (B.2)$$

şeklinde olacaktır. Bu DC sinyal, ölçülen sinyalin genliği ile orantılıdır.

### **Genlik ve Faz**

Faz duyarlı ölçüm ile PSD çıkış sinyalinin  $V_{sig} \cos \theta$  ( $\theta = \theta_{sig} - \theta_{ref}$ ) ile orantılı olduğu görüldü.  $\theta$ , ölçülen sinyal ve LIA referans sinyali arasındaki faz farkıdır.  $\theta = 0$  olduğu durumda, ölçülen sinyal  $V_{sig}$  olacaktır. Ancak  $\theta = 90^\circ$  olduğu durumda herhangi bir sinyal ölçülemeyecektir. Bu durum PSD çıkış sinyalinin ( $V_{sig} \cos \theta$ ) faz bağımlı olmasından kaynaklıdır.

Bu faz bağımlılığı problemi ikinci bir PSD eklenerek giderilir. İkinci PSD ölçülen sinyal ile LIA referans sinyali çarpımında, LIA referans sinyaline  $90^\circ$ 'lik bir faz eklerse ( $V_L \sin(\omega_L + \theta_{ref} + 90^\circ)$ ), alçak geçiren çıkış sinyali,

$$\begin{aligned} V_{psd2} &= \frac{1}{2} V_{sig} V_L \sin(\theta_{sig} - \theta_{ref}) \Rightarrow \\ V_{psd2} &\sim V_{sig} \sin \theta \end{aligned} \quad (B.3)$$

şeklinde olur. Bu durumda LIA'nın biri  $\cos \theta$ , diğeri ise  $\sin \theta$ 'ya bağlı iki adet çıkış sinyali olur. Çıkış sinyalleri,

$$\begin{aligned} X &= V_{sig} \cos \theta, \\ Y &= V_{sig} \sin \theta \end{aligned} \quad (B.4)$$

şeklinde tanımlanırsa, trigonometrik fonksiyonların özelliğinden kaynaklı,  $X$  sıfır olduğu zaman  $Y$ ,  $Y$  sıfır olduğu zaman  $X$  LIA'nın çıkış sinyali olacaktır. Burada  $X$  eş

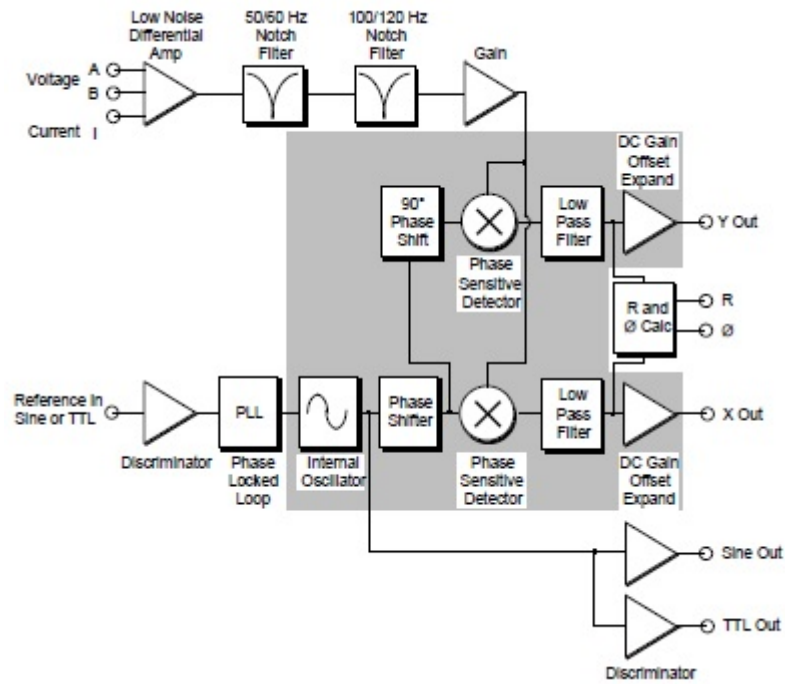
evreli (in-phase),  $Y$  tümlev (quadrature) olarak adlandırılır. Ara değerlerdeki genlik hesabı,

$$R = (X^2 + Y^2)^{1/2} = V_{sig} \quad (\text{B.5})$$

şeklinde hesaplanır. Bu şekilde ölçülen sinyal genliği, LIA referans sinyali ile ölçülen sinyal arasındaki faz farkından bağımsız olur. Ayrıca faz farkı,

$$\theta = \tan^{-1}(Y/X) \quad (\text{B.6})$$

şeklinde hesaplanabilir. LIA blok diyagramı Şekil B.2'de gösterilmiştir.



Şekil B.2: LIA blok diyagramı.

