

**TEKSTİL SANAYİNDE BULANIK ÜRETİM PLANLAMASI**

Sait ULUTEPE

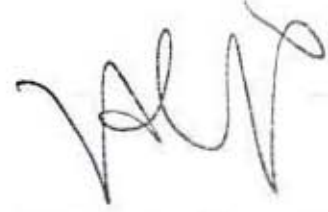
A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'S' followed by a checkmark-like symbol and a long, sweeping underline.

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
(İSTATİSTİK)**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Ağustos 1999  
ANKARA**

Sait ULUTEPE tarafından hazırlanan **TEKSTİL SANAYİNDE BULANIK ÜRETİM PLANLAMASI** adlı bu tezin yüksek lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.



Yrd.Doç.Dr. İhsan Alp  
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından İstatistik Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan

Doç. Dr. Hakan BAL

Üye

Yrd. Doç. Dr. İhsan ALP

Üye

Doç. Dr. SAHİT ÇELEBİOĞLU

Üye

.....

Üye

.....

Bu tez Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.



## İÇİNDEKİLER

	SAYFA
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	iv
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	v
1. GİRİŞ.....	1
2. BULANIK KÜME KAVRAMI, TEORİSİ VE ELEMANLARI.....	4
2.1. Temel Tanımlar.....	4
2.1.1. Birleşim.....	12
2.1.2. Kesişim.....	13
2.1.3. Tümlleyen.....	14
2.1.4. Cebirsel toplam.....	15
2.1.5. Cebirsel kuvvet.....	16
2.1.6. Cebirsel fark.....	16
2.1.7. Cebirsel çarpım.....	17
2.1.8. Eşitlik.....	17
2.1.9. Kapsama.....	18
2.1.10. Boş küme.....	19
2.1.11. Bulanık ilişki (Fuzzy relation).....	20
2.2. Bulanık Küme Türevleri.....	22
2.2.1. Destek (Support).....	22
2.2.2. $\alpha$ -Kesim.....	23
2.2.3. Yükseklik.....	24
2.2.4. Normallik.....	25

2.2.5.	Dışbükeylik.....	25
3.	BULANIK KARAR VE BULANIK MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA.....	27
3.1.	Bulanık Karar.....	27
3.2.	Bulanık Matematiksel Programlama.....	30
3.2.1.	Doğrusal programlamada bulanıklık.....	32
3.2.2.	Sağ taraf sabitlerinde bulanıklık.....	32
3.2.3.	Bulanık doğrusal programlama problemi.....	37
3.2.4.	Bulanık karar problemlerine çözüm yaklaşımları.....	40
3.3.	Bulanık Matematiksel Programlama Problemlerinin Sınıflandırılması.....	43
3.3.1.	Kaynaklarda bulanıklık durumu.....	45
4.	UYGULAMA.....	52
4.1.	Model Elemanları ve Veriler.....	53
4.1.1.	Amaç fonksiyonu.....	53
4.1.2.	İplik bölümü kısıtı.....	54
4.1.3.	Dokuma bölümü kısıtları.....	56
4.1.4.	Terbiye bölümü kısıtları.....	58
4.1.5.	Piyasa kısıtları.....	60
4.2.	Bulanıklık Durumu .....	61
5.	SONUÇ VE TARTIŞMA.....	64
	KAYNAKLAR.....	67
	ÖZGEÇMİŞ.....	71

**TEKSTİL SANAYİNDE BULANIK ÜRETİM PLANLAMASI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sait ULUTEPE**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
Ağustos 1999**

**ÖZET**

Gerçek dünya problemlerini belirsizlik ve bulanıklık içerdiği durumlarda klasik yöntemlerle modellemek yeterli ve doğru olmaz. Bu nedenle büyük bir eksikliği dolduran bulanık mantık, bulanık küme teorisi ve bulanık programlama ve versiyonları geliştirilmiştir. Bu tezde, üretim planlaması problemi bulanık mantık çerçevesinde ele alınıp çözülecektir.

Bilim Kodu : 406.03.01 İstatistik/Yöneylem Araştırması

Anahtar Kelimeler : Bulanık Kümeler, Bulanık Programlama, Doğrusal Programlama, Üretim Planlaması, Tekstil Sanayi

Sayfa adedi : 71

Tez Yöneticisi : Yrd.Doç.Dr. İhsan ALP

**FUZZY PRODUCTION PLANNING IN TEXTILE INDUSTRY**  
**(M.Sc. Thesis)**

**Sait ULUTEPE**

**GAZI UNIVERSITY**  
**INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

**August 1999**

**ABSTRACT**

It is not a correct and sufficient way that modelling the real world problems by the classical methods when these problems includes indefinite and fuzzy situations. For this reason, Fuzzy logic, Fuzzy set theory, Fuzzy Programming and the different versions of it has been developed to overcome this problem. In this thesis, the Production Planning Problem, of which we make the models by classical linear programming formerly, will be treated and solved in the point of view of the Fuzzy Logic.

Science Code : 406.03.01 Statistics/Operational Research  
Key Words : Fuzzy Sets, Fuzzy Programming, Linear Programming,  
Production Planning, Textile Industry  
Page Number : 71  
Advisor : Assis. Prof . Ihsan ALP

## TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Yrd. Doç. Dr. İhsan ALP'e İstatistik Bölümünde görev yapan hocalarıma teőekkürü bir borç bilirim. Ayrıca çalıőmam esnasında her türlü desteğini esirgemeyen Bursa Kent Bilgi Sistemleri Merkezi'nde çalıőan mesai arkadaşlarıma ve aileme teşekkür ederim.

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge		Sayfa
Çizelge 4.1.	Ürünlerin 1 metredeki karı.....	53
Çizelge 4.2.	İplik bölümü iplik işleme süreleri.....	55
Çizelge 4.3.	Dokuma bölümü işleme süreleri.....	57
Çizelge 4.4.	Dokuma bölümü makine adedi ve toplam kapasiteleri .....	58
Çizelge 4.5.	Terbiye bölümü işleme süreleri.....	59
Çizelge 4.6.	Terbiye bölümü makine adedi ve toplam kapasiteleri .....	60
Çizelge 4.7.	Makinelerde tolerans miktarları.....	61
Çizelge 4.8.	Sağ taraf bulanık doğrusal programlama çözümü.....	66

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil		Sayfa
Şekil 2.1.	A, B, C, D, E Boy Uzunlukları Dağılımı.....	5
Şekil 2.2.	A, B, C, D, E Boy Uzunlukları Grafiği.....	6
Şekil 2.3.	Atışların Dağılımı.....	7
Şekil 2.4.	İyi Atışların Bulanık Kümesi.....	8
Şekil 2.5a.	Klasik Karakteristik Fonksiyon.....	9
Şekil 2.5b.	Bulanık Karakteristik Fonksiyon.....	10
Şekil 2.6.	Üyelik Fonksiyonu.....	12
Şekil 2.7.	Birleşim.....	13
Şekil 2.8.	Kesişim.....	14
Şekil 2.9.	Tümleyen.....	15
Şekil 2.10.	Bulanık Yakınlık İlişkisi.....	22
Şekil 2.11.	$\alpha$ Kesim Kümeleri.....	24
Şekil 2.12a	Dışbükey Bulanık Küme.....	26
Şekil 2.12b	İçbükey Bulanık Küme.....	26
Şekil 3.1	Bulanık Karar.....	29
Şekil 3.2	Grafik Çözüm.....	33
Şekil 3.3.a	Problemin Azalan Üyelik Fonksiyonu.....	34
Şekil 3.3.b	Problemin Azalan Üyelik Fonksiyonu.....	35
Şekil 3.4.	Bulanık Doğrusal Programlama Problemi Grafiği.....	35
Şekil 3.5.a	Artan Üyelik Fonksiyonu.....	39
Şekil 3.5.b	Azalan Üyelik Fonksiyonu.....	39
Şekil 3.5.c	Üçgensel Üyelik.....	39
Şekil 3.5.d	Yamuk Üyelik Fonksiyonu.....	39
Şekil 3.6.	Bulanık Kararın Uygun Karar Bölgesi.....	41
Şekil 3.7.	Sürekli Artan Üyelik Fonksiyonu.....	49

## 1.GİRİŞ

Bu yüzyıla girerken İsviçreli tarihçi Jakob Burkhardt, pek çok tarihçiden farklı olarak gelecek hakkında arkadaşı Friderich Nietzsche'ye yirminci yüzyılın 'basitleştirme çağı' olacağı yolunda tahminde bulundu [1].

Yirminci yüzyılın başlarında bilim ve mühendislikte karmaşık gerçek dünya problemlerini basit matematiksel modellere dönüştürmek ana uğraşı oldu. O zamandan beri, Yöneylem araştırması gerçek dünya problemlerine uygulanmaktadır. Bugün bilim ve mühendisliğin çok önemli alanlarından biri olmuştur. Bununla birlikte her durum genellikle iyi tanımlı değildir ve açıkça tanımlanamaz. Bu açık olmama yapısı rasgelelikten çok bulanıklıktır. Bu nedenle geleneksel Yöneylem araştırması yaklaşımı pratik karar problemlerini çözmekte gerçekten uygun olmayabilir. Bu yüzden Zadeh 1965'de bulanık küme teorisini önerdi. Böylece iyi-tanımlı, kesin verilerle bulanık veya açık olmayan bulutlu; 'kar %30 civarında', 'fiyat 55 dolardan az', 'çalışma zamanı 68 saatten fazla' gibi verileri ele almak, modelde kullanmak mümkün hale gelmiştir. Bulanık kümelerin karar verme işlemindeki rolü Belman ve Zadeh'in orjinal cümlelerinde güzel biçimde verilmiştir [2].

Gerçek dünyada karar vermelerin çoğu, hedeflerin, kısıtların ve bunların sonucu mümkün hareket yönlerinin açık olarak bilinmediği ortamda gerçekleşir. Belirsizliği sayısal olarak bahsetmek için genellikle, olasılık teorisinin kavram ve tekniklerini, özellikle karar teorisi kontrol ve bilgi teorisi teknikleri kullanılır. Bunu yaparken yapısı ne olursa olsun problemlerdeki belirsizlik rasgeleliğe eşitlenmektedir. Bu tartışılır bir varsayımdır.

Bu yüzden karar işlemi bulanık küme teorisi kullanılarak kesin yaklaşımlardan daha iyi tanımlanabilir ve çözülebilir. Probleme dayalı görüş açısı kazanmak

hedeflerimize doğru hızlı ilerlemek için belki de en önemli şeydi .Bu bütünleşik tüm mümkün çözümlerini görerek probleme adaptasyon sağlama özellikli algoritma, mantıksal 'eğer-ise' kuralı ile çalışır.

L. Asker Zadeh ilk kez "bulanık küme" kavramından 1962'de yayınlanan "Devre teorisinden sistem teorisine" adlı çalışmasında bahsetmiştir [3]. Belirsizliğin matematiği olarak isimlendirilebilecek bu düşünceler ikinci çalışmada olgunlaştı [4]. Bundan sonraki on yılda (1965-1975) iki çalışmadan kapsamlı bir bibliyografya oluşturabilecek 620 çalışmaya ulaşıldı [5]. Çalışmaların sayısı yıldan yıla artarak 1979' da 1400' e ulaştı [6]. Takip eden yıllarda yayınlar artık üstel bir hıza erişmişti. Bulanık küme teorisi ile ilgilenenler, bu konuda çalışanlar, küçük uzman gruplardan uluslararası topluluklara dönüştü. Uygulama alanı öyle çoğaldı ki çeşitli disiplinlerdeki bu yayınları izlemek artık mümkün değil.

Bulanık/Bulutlu (Fuzzy/Cloudy) küme teorisi ve matematiğine bu aşırı ilgi neden? Çünkü teorik ve uygulamacı bilim adamları ve teknokratların hatırı sayılır bir çoğunluğunun problem çözme anlayışında değişim var. İnsan yapılı sistemlerin geliştirilmesinde geçerliliği ve güçlülüğü ispatlanan katı (hard) sistem yaklaşımı doğal sistem, ya da yarı doğal yarı insan yapılı sistem için model geliştirmede o kadar etkili görülmemektedir. "Yumuşak" (soft) sistem yaklaşımı bilim ve teknolojinin, ekolojik, sosyal ve ekonomik süreçlere genişletilmesi için gerekli hale gelmiştir. Yumuşak sistem yaklaşımının temelinde ise bulanık küme teorisi ve onun uzman sistemlerdeki uygulamaları vardır [7].

Zadeh, Kaufman'ın kitabı için yazdığı sunuş yazısında çok iddialı olarak bulanık küme teorisinin psikoloji, sosyoloji, sosyal bilimler, felsefe, ekonomi dil bilimi, yöneylem araştırması, yönetim bilimi ve diğer alanlarda yapay zeka

sistemlerinin tasarımında temel olacağını [8] belirtmiştir. Gerçekten de bugüne kadar yapılan çalışmalar Zadeh'in tahminlerini doğrulamaktadır. Bulanık küme teorisi aşağıdaki bilim dalları ve alanlarda uygulanmıştır.

Yapay zeka, uzman sistemler, kontrol teorisi, kalite kontrol, çok amaçlı karar verme, ürün planlaması, seçimi, optimum sistem planlaması, taşıma, ulaşım, network, oyunlar kuramı, çevre yönetimi, bankacılık finansı, ziraat. Bununla beraber başlangıçta bir çok bilim adamının bu yeni teori üzerinde şüpheleri vardı [9,10].

Bu tezde, ilk bölümlerde bulanıklık kavramı tanıtılarak bulanık kümelerle ilgili temel kavramlara yer verildi. Daha sonra Bulanık doğrusal programlamanın tanımı ve sınıflaması yapıldı. Kaynaklarda bulanıklık olduğunda kullanılacak çözüm algoritmaları sunuldu.

Son bölümde, Bursa'da tekstil alanında faaliyet gösteren bir işletmenin verileri kullanılarak bulanık üretim planlaması modeli oluşturuldu ve çözüldü.

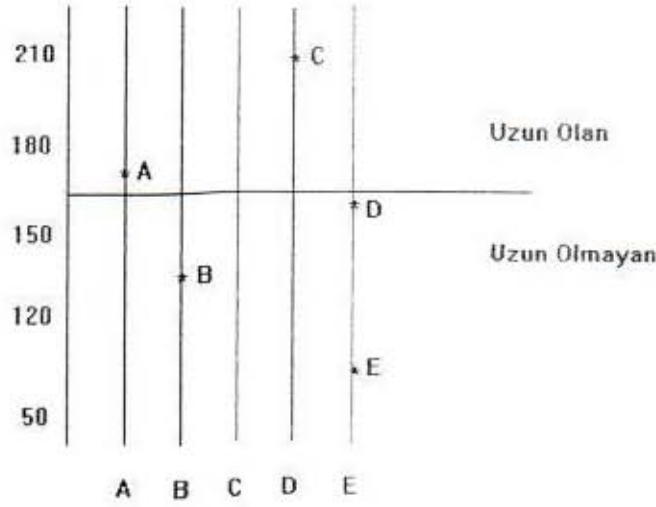
## 2. BULANIK KÜME KAVRAMI, TEORİSİ VE ELEMANLARI

### 2.1 Temel Tanımlar

Matematikte çeşitli grupta ve kavramlar kümelerle ifade edilir. Kümeler sonlu ya da sonsuz sayıda elemandan oluşur. Klasik küme teorisinde tanımlanan bir küme evrensel kümenin herhangi bir elemanını kapsar ya da kapsamaz. Yapılan ayırımla kümeye üye olan ve olmayanlar arasında kesin bir sınır konur. Örneğin, zar atma deneyinde elde edilecek sonuç kümesi  $\{1,2,3,4,5,6\}$  tamsayılarından oluşur. Birden küçük ve altıdan büyük tamsayılar bu kümenin elemanı değildir. Aynı şekilde 1 ile 6 arasında ondalıklı 3.4, 5.1 gibi değerler de. Yine bir para atma deneyinin sonucu yazı veya turadır. Bir denek bay ya da bayandır. Böyle bir çok olay için olasılık teorisinin  $P(A \cup \bar{A}) = 1$  ve tersi,  $P(A \cap \bar{A}) = 0$  kuralı geçerlidir. Oysa günlük hayatta konuşmalarımızda ve bir çok olayda ayırım ve gruplamalarımız o kadar kesin ve net değildir. Örneğin pahalı giyecekler, tehlikeli hastalıklar, güzel müzik, soğuk gün gibi kategori ve gruplamalar net sınır ve ayırımlara sahip değildir. Bir insan zayıf, şişman veya biraz şişman olabilir. Bir elma kırmızı, açık (biraz) kırmızı ya da koyu (fazla) kırmızı olabilir. Şişman veya zayıflık için mutlak bir ayırım noktası yoktur. Gerçekten de bu tür ayırımlar için sınır değerler, bulunulan çevreye ve insanlara göre değişmektedir. Bu tür kümelerde elemandan eleman olmayana geçiş kesin değil derecelere göre. Açıktır ki bu tip belirsizlik ve dereceleme olasılık teorisi ile modellenemez. Kısmi ve dereceli üyelik tanımlaması ve buna bağlı problemlerin çözümü için bulanık küme teorisi önerilmiştir.

Bulanık kümeyi klasik kümeden ayıran farkı daha iyi anlamak için aşağıdaki örneklere bakalım [11].

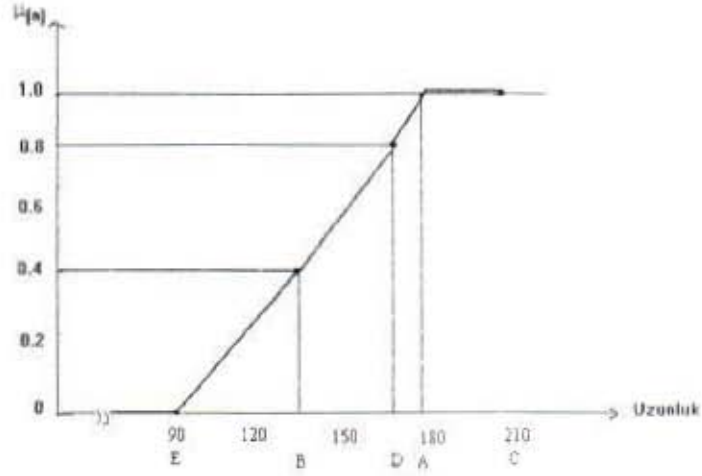
Örnek 2.1. Adları A,B,C,D,E ile kısaltılan yetişkin 5 kişiye ait boy uzunluklarının dağılımında, Şekil 2.1.'deki gibi yatay çizgi uzun olanlarla uzun olmayanları ayırsın. A uzunluk sınırının üzerinde olduğu için uzun boylu sayılacaktır. Daha üstte yer alan C de uzun boyludur. Uzunluk sınırının altında kalan B çizginin hemen altında yer alan D ve çizginin çok altında kalan E uzun boylu değildir.



Şekil 2.1. A, B, C, D, E Boy Uzunlukları Dağılımı

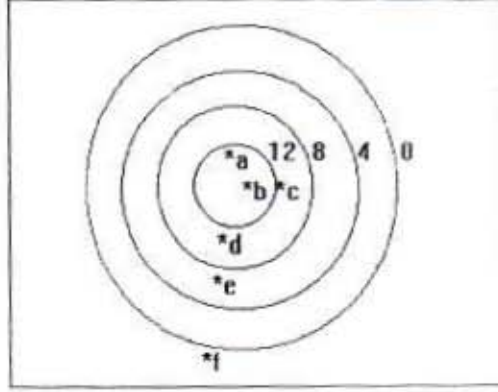
Uzunluk için çekilen çizginin yeri neresi olmalıdır tartışması bir yana, A ve C boy uzunlukları bir grupta, B, D, E boy uzunlukları ise diğer grupta yer almıştır. D ayırım çizgisinin çok yakınında olmasına rağmen ikinci grupta sayılmaktadır. A ve C boyları mutlak olarak uzundur. E ise mutlak olarak kısadır. B, D boy uzunlukları için mutlak uzun ya da mutlak kısa denemez. B, D, E boy uzunlukları arasında bir miktar fark vardır. Ölçümlerin uzunluk çizgisi ile aralarındaki mesafeye göre orantılı, örneğin  $\mu(B) = 0.4$ ,  $\mu(D) = 0.8$  değerleri verilebilir. Verilen değerler izafi puanlar da olabilir. Uygun bir dönüştürme ile bu puanlar her zaman  $[0,1]$  aralığına taşınabilir. Sayısal

değerler dikkate alınarak uzun boyluluk değerlendirilmesi Şekil 2.2.'deki gibi grafikleştirilebilir.



Şekil 2.2. A, B, C, D, E Boy Uzunlukları Grafiği

Örnek 2.2. Bir atış poligonunda yapılan 6 atış Şekil 2.3.'de verilen biçimde yapılmış olsun. İyi atışlar 12 numaralı daireye isabet eden atışlardır. A ve B atışları 12 numaralı dairenin içine düştüğünden mutlak iyi atışlardır. En dıştaki 0 numaralı dairenin dışına düşen F atışı mutlak olarak kötü atıştır.

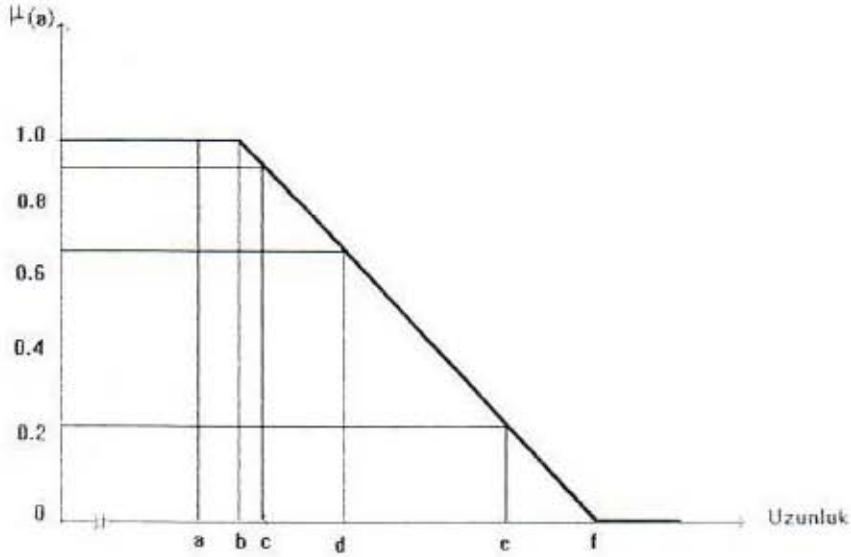


Şekil 2.3. Atışların Dağılımı

İyi atışlar kümesine üyelikleri için bir derecelendirme yapılırsa  $\mu(a) = 1$ ,  $\mu(b) = 1$  ve  $\mu(f) = 0$  verilir. 12 numaralı dairenin üzerine düşen C ve daha dıştaki D ve E atışları nispeten daha az iyi atışlardır. Yani tamamen kötü atış değildirler. Hedefe (12) uzaklıklarına göre dereceleme yapılırsa bu, kümeye, üyelikleri yakın olana büyük göreceli, uzak olan küçük olmak üzere,

$$\mu(c) = 0.9, \mu(d) = 0.7 \text{ ve } \mu(e) = 0.3$$

değerleri ile verilebilirler.  $\mu$  üyelik fonksiyonuna bu açıdan bakıldığında tercih fonksiyonu da denebilir.



Şekil 2.4. İyi Atışların Bulanık Kümesi

Şöyle bir klasik kümeyi dikkate alalım;  $A = \{ x \mid x = 2y + 1, y \in \mathbb{N} \}$ . Böylece A kümesi doğal sayılardan tek olanları kapsar. Eğer, doğal sayı, çift ise A kümesinin elemanı değildir. A kümesi şu şekilde de gösterilebilir:

$$A = \{ (1, 1), (2, 0), (3, 1), (4, 0), \dots \}.$$

Kümedeki ikinci sayılardan 1 birinci verilen doğal sayının bu kümeye ait olduğunu, 0 ise birinci verilen doğal sayının bu kümeye ait olmadığını göstermektedir. Eğer aynı kural konunun başında verilen birinci örneğe uygulanırsa,

$$A = \{ (A, 1), (B, 0.4), (C, 1), (D, 0.8), (E, 0), \dots \}$$

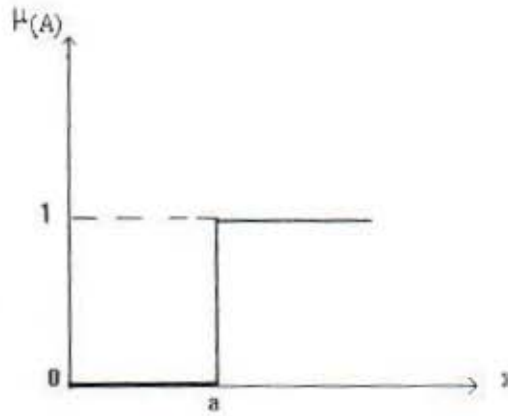
bulanık kümesi elde edilir. Burada ikinci elemanlar birincilerin A kümesine aitlik derecesini göstermektedir. Aitlik derecesi  $[0, 1]$  aralığında bir değer olmaktadır. 1'e yakın değerler aitlik derecesinin güçlülüğünü, 0'a yakın

değerler sözü edilen elemanın bu kümeye aitlik derecesinin zayıf olduğunu göstermektedir.

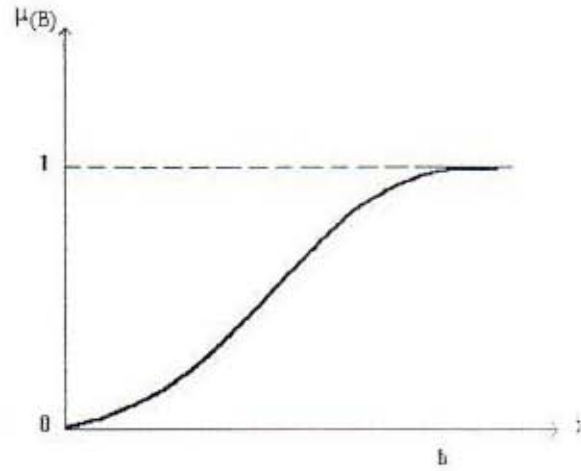
X klasik evrensel kümeyi gösterebilir, x ise bu kümeye ait genel bir eleman olsun. A kümesinin karakteristik fonksiyonu  $\mu_A$  ile sembolize ve

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & \text{d.h} \end{cases} \quad (2.1)$$

biçiminde tanımlanır. Karakteristik fonksiyonun değer kümesi  $\{0,1\}$  kesiklidir.



Şekil 2.5a. Klasik Karakteristik Fonksiyon



Şekil 2.5.b Bulanık Karakteristik Fonksiyon

Eğer karakteristik fonksiyonun değer kümesi  $[0,1]$  aralığında sürekli her gerçek sayıyı alabilecek şekilde tanımlanırsa A kümesine bulanık küme denir [12].

$\mu_A(x)$ ,  $x$ 'in A kümesine aitlik, üyelik (membership) derecesini gösterir. A bulanık kümesi,

$$A = \{(x, \mu_A(x) \mid x \in X\} \quad (2.2)$$

biçiminde gösterilir. A bulanık kümesi başka formlarda da gösterilmektedir. X evrensel kümesi  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ;

sonlu elemanına sahip ise,

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} \quad (2.3)$$

X evrensel kümesi sürekli ise,

$$A = \int_x \frac{\mu_A(x)}{x} \quad (2.4)$$

biçiminde tanımlanır. Buradaki semboller, genel toplama ve integral anlamında kullanılmadığına dikkat edilmelidir. Bu semboller aritmetik toplamdan farklı olarak her bir üyelik değerinin birleşimi ve bölü işareti de herhangi bir elemanla onun üyelik derecesi arasında bağı sağlamak amacıyla kullanılmaktadır.

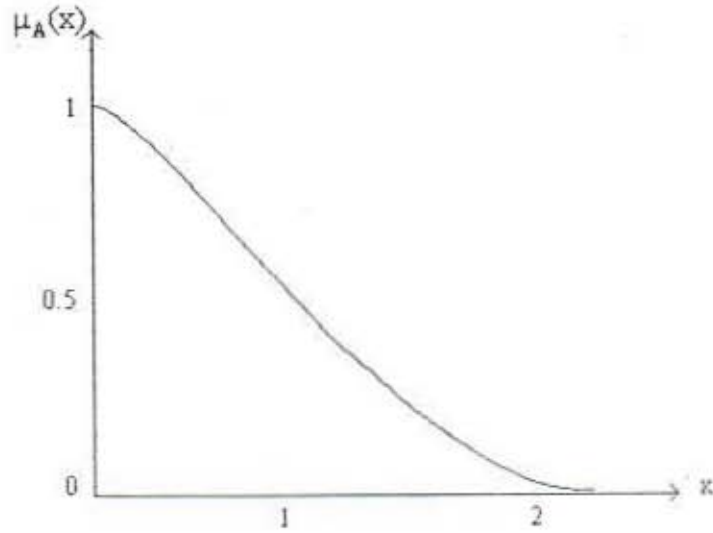
Atış örneğini A bulanık kümesi olarak tanımlayıp son verilen biçimde gösterelim.

$$A = \mu_A(a) / a + \mu_A(b) / b + \mu_A(c) / c + \dots + \mu_A(f) / f$$

$$A = 1/a + 1/b + 0.9/c + 0.7/d + 0.3/e + 0/f$$

Karakteristik fonksiyonu birinci ve ikinci örnekte olduğu gibi üyelik fonksiyonu ya da olabilirlik (possibility) fonksiyonudur. Eğer olabilirlik fonksiyonu ise karakteristik fonksiyon  $\Pi(x)$  ile sembolize edilebilir. Karakteristik ya da üyelik fonksiyonu analitik bir fonksiyon da olabilir:

$$\mu_A(x) = (1 + 10x^2)^{-1} \quad x \geq 0 \quad (2.5)$$



Şekil 2.6. Üyelik Fonksiyonu

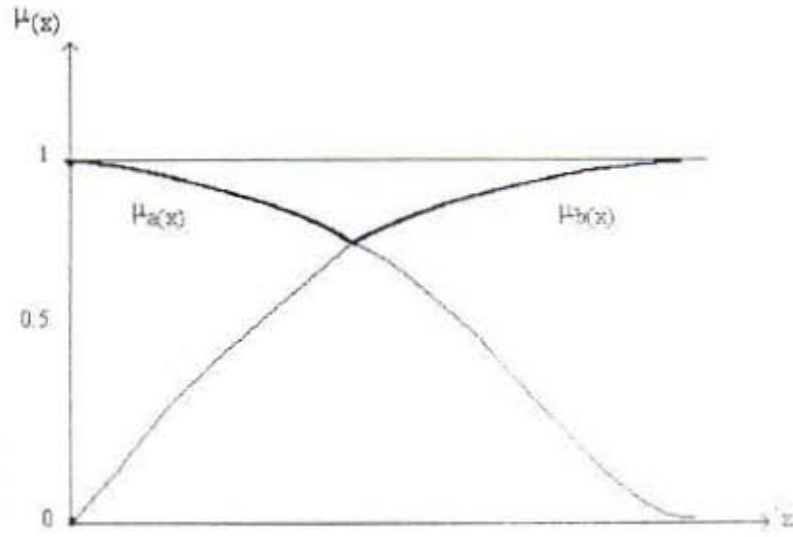
Bulanık kümeler klasik kümelerin bir uzantısı olduğundan bu kümeler için yapılan tanımlamalar bulanık kümeler için de yapılabilir. Tüm bu tanımlamalarda üyelik fonksiyonunun ikili (0, 1) değerleri de klasik küme tanımlarıyla tamamen örtüşür.

### 2.1.1. Birleşim

A ve B, X evrensel kümesinin iki bulanık alt kümesi olsun. A birleşim B,  $(A \cup B)$  A ve B kümelerinin her ikisinin kapsandığı bulanık kümelerin en küçüğüdür.

Birleşim "veya" ( or ) birleştiricisine karşılık gelir.  $A \cup B$  üyelik fonksiyonu

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B} &= \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad x \in X \text{ biçiminde tanımlanır.} \\ &= \mu_A \vee \mu_B \end{aligned} \quad (2.6)$$



Şekil 2.7. Birleşim

Örnek 2.3. Aynı yaş ve boydaki Ali, Osman, Ahmet ve Kaya' dan oluşan bulanık küme,

$A = \{ \text{Yakışıklı} \}$ ,  $B = \{ \text{Zeki} \}$  ve aşağıdaki veriler de elde olsun.

$$B = 0.8/\text{Ali} + 1/\text{Osman} + 0.4/\text{Ahmet} + 0.2/\text{Kaya}$$

$$A = 0.8/\text{Ali} + 0.6/\text{Osman} + 0.9/\text{Ahmet} + 0.4/\text{Kaya}$$

$A \cup B$ , yani yakışıklı veya zeki öğrenciler bulanık alt kümesi,

$$A \cup B = 0.8/\text{Ali} + 1/\text{Osman} + 0.9/\text{Ahmet} + 0.4/\text{Kaya} \quad \text{elde edilir.}$$

### 2.1.2. Kesişim

A ve B bulanık kümesinin kesişimi  $(A \cap B)$  ( $X$  üzerinde), A ve B bulanık kümesinin kapsandığı en büyük bulanık alt kümedir.

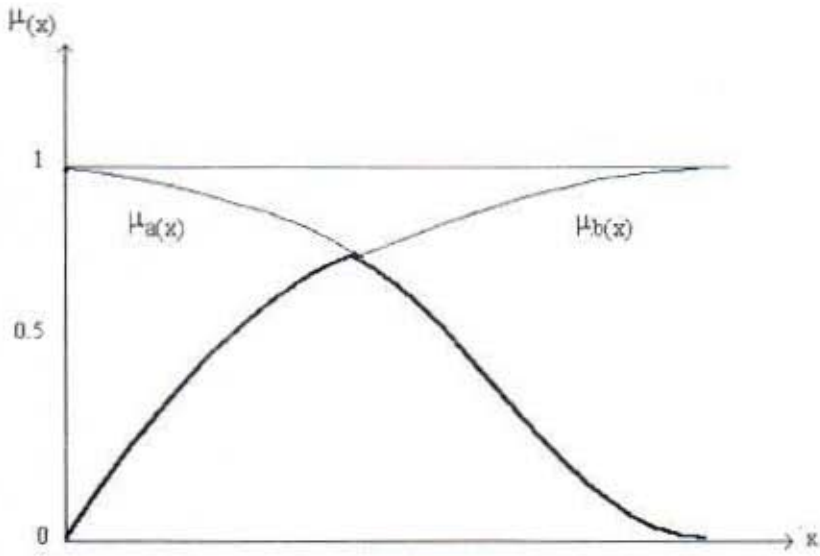
$\mu_{A \cap B} = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad x \in X$  biçiminde tanımlanır.

$$= \mu_A \wedge \mu_B \quad (2.7)$$

Kesişim "ve" birleştiricisine karşılık gelir. Örnek 2.3. için,

$$A \cap B = 0.8/\text{Ali} + 0.6/\text{Osman} + 0.4/\text{Ahmet} + 0.2/\text{Kaya}$$

elde edilir.



Şekil 2.8. Kesişim

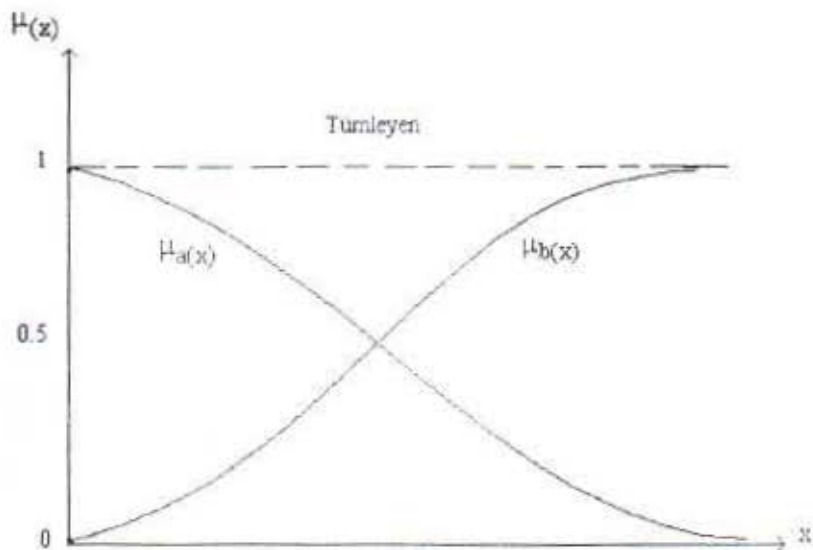
### 2.1.3. Tümlen

X evrensel kümesine göre A bulanık kümesinin tümleni

$$A^c, \bar{A},$$

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad x \in X \quad (2.8)$$

biçiminde tanımlanır. Tümlen "değil" bağlacına karşılık gelir.



Şekil 2.9. Tümleyen

Örnek 2.3. için,

$$A^C = \{ z/\text{yakışıklı değil} \} = 0.2/\text{Ali} + 0.6/\text{Ahmet} + 0.8/\text{Kaya}$$

#### 2.1.4. Cebirsel toplam

A ve B bulanık kümesinin cebirsel toplamı,

$(A \oplus B)$  aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\mu_{A \oplus B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x) \quad x \in X \quad (2.9)$$

Örnek 2.3. için  $A \oplus B$ ,

X	ALİ	OSMAN	AHMET	KAYA
$\mu_A(x)$	0.8	1	0.4	0.2
$\mu_B(x)$	0.8	0.6	0.9	0.4
$\mu_A \mu_B$	0.64	0.6	0.36	0.08
$\mu_A \oplus \mu_B$	0.96	1	0.94	0.52

### 2.1.5. Cebirsel kuvvet

A herhangi bir bulanık küme,  $\alpha$  pozitif bir sayı olmak üzere  $A^\alpha$ ,

$$\mu_{A^\alpha}(x) = [\mu_A(x)]^\alpha \quad (2.10)$$

biçiminde tanımlanır. Herhangi bir bulanık kümenin  $\alpha$  katı,

$$\mu_{\alpha A}(x) = \alpha \mu_A(x) \quad x \in X \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlanır.  $\oplus$ , cebirsel toplam yumuşak " veya " ya karşılık gelir.

### 2.1.6. Cebirsel fark

A ve B bulanık kümelerinin farkı (A-B),

$$\mu_{A \setminus B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B^c(x) \} \quad x \in X \quad (2.12)$$

biçiminde tanımlanır.  $B^c$  bulanık kümesinin tümleyenidir.

Örnek 2.3. için cebirsel farkı,

X	ALİ	OSMAN	AHMET	KAYA
$\mu_A(x)$	0.8	1	0.4	0.2
$\mu_B(x)$	0.8	0.6	0.9	0.4
$\mu_B^c(x)$	0.2	0.4	0.1	0.6
$\mu_{A \cap B^c}(x)$	0.2	0.4	0.1	0.2

### 2.1.7. Cebirsel çarpım

A ve B bulanık kümelerinin cebirsel çarpımı (AB),

$$\mu_{AB}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (2.13)$$

olan  $x \in X$  elemanlarının kümesi olarak tanımlanır. Cebirsel çarpım "yumuşak" 've' ye karşılık gelmektedir.

Örnek 2.3. için cebirsel çarpım,

$$\mu_{AB}(x) = 0.64/\text{Ali} + 0.6/\text{Osman} + 0.36/\text{Ahmet} + 0.08/\text{Kaya}$$

### 2.1.8. Eşitlik

A ve B bulanık kümeleri için eğer,

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad x \in X \quad (2.14)$$

ifadesi sağlanırsa A ve B birbirlerine eşittir, denir.

Örnek 2.4.

$$X = \{x_1, x_2, x_3\}$$

$$A = 0.5/x_1 + 0.3/x_2 + 0.9/x_3$$

$$B = 0.5/x_1 + 0.3/x_2 + 0.9/x_3$$

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad x \in X$$

olması nedeniyle  $A = B$  denir.

### 2.1.9. Kapsama

$X$  kümesinin  $A$  ve  $B$  bulanık alt kümeleri olsun. Eğer,

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad x \in X \quad (2.15)$$

sağlanırsa  $B$ ,  $A$  kümesini kapsar denir. ( $A \subset B$ ),

Örnek 2.5.

$$X = \{x_1, x_2, x_3\}$$

$$A = 0.5/x_1 + 0.4/x_2 + 0.3/x_3$$

$$B = 0.7/x_1 + 0.5/x_2 + 0.3/x_3 \quad \text{olsun.}$$

$0.5 < 0.7$ ,  $0.4 < 0.5$ ,  $0.3 \leq 0.3$  olduğundan,  $A \subset B$ ,  $B$   $A$  kümesini kapsar denir.

### 2.1.10 Boş küme

$A$ ,  $X$  evrensel kümesinin bulanık bir alt kümesi olsun. Eğer  $A$  kümesinin üyelik fonksiyonu her yerde sifıra eşitse  $A$  kümesi boştur. Yani

$$A = \emptyset \Leftrightarrow \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X \quad (2.16)$$

dir. kesişim ve diğer işlemcilerin kombinasyonlarıyla klasik küme teorisinde kolayca doğruluğu gösterilebilen birçok cebirsel özellikler bulanık kümeler için de geçerlidir.

<u>Kesişim</u>	<u>Birleşim</u>	
$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$	Değişim
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	Birleşim
$A \cap A = A$	$A \cup A = A$	Idempotent

### Dağılma

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{De Morgan Teoremi}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\emptyset: \mu_{\emptyset}(x) = 0 \quad \forall x \in X$$

$$E: \mu_E(x) = 1 \quad \forall x \in X \quad \text{olmak üzere,}$$

$$X \cap \overline{X} = \emptyset \quad \text{Özdeşlik} \quad X \cup \overline{X} = E \quad \text{Tümleme} \quad (2.17)$$

özellikleri ( the law of excluded middle) bulanık kümeler için geçerli değildir. Zaten bulanık küme kavramı açık olarak bu kuralın inkarıdır. Aşağıdaki özelliklerde de bulanık kümeler için geçerlidir.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap E = A$$

$$A \cup E = E \quad [13] \quad (2.18)$$

### 2.1.11 Bulanık ilişki (Fuzzy Relation)

$X$  ve  $Y$  iki klasik küme olsun.  $X \times Y$  kartezyen çarpım sıralı çiftler,  $\{ (x, y) \mid x \in X, y \in Y \}$  topluluğudur. Bulanık ilişki ise,

$$r = \{ (\mu_r(x, y) / (x, y)) \mid \forall (x, y) \in X \times Y \quad \mu_r \in [0, 1] \} \quad (2.19)$$

klasik biçiminde tanımlanmaktadır. Bu  $X \times Y$  kartezyen çarpımının bir uzantısı ve bir alt kümesidir.

$\mu_r(x, y)$ ,  $x$  ve  $y$  arasında ilişkinin derecesi olarak söylenebilir. Bulanık ilişki kavramını anlamak için “benzeyiş” bulanık ilişkisine bakalım.

Örnek 2.6.

$X = \{ \text{Tuğba, Tilbe} \}$  ve  $Y = \{ \text{Mine, Meltem, Zeynep} \}$ .

$$r = 0.3 / (\text{Tuğba, Mine}) + 0.9 / (\text{Tuğba, Meltem}) + 0.4 / (\text{Tuğba, Zeynep}) \\ + 0.5 / (\text{Tilbe, Mine}) + 0.2 / (\text{Tilbe, Meltem}) + 0.6 / (\text{Tilbe, Zeynep})$$

Bulanık ilişki matris formunda da gösterilebilir. Şimdi verilecek matris yukarıdaki "benzeyiş" bulanık ilişkisine karşılık gelmektedir.

	Mine	Meltem	Zeynep
Tuğba	0.3	0.9	0.4
Tilbe	0.5	0.2	0.6

Burada ( i,j ) eleman  $\mu_r(x_i,y_j)$  değerlendirilir.

Klasik ilişki kapsamında düzenlenebilen kompozisyonlar bulanık ilişkilerle de yapılabilir. Örneğin  $r_1$ , X ve Y arasında;  $r_2$ , Y ile Z arasında bulanık ilişkiler olsun. Max-Min bileşimi  $r_1 \circ r_2$  şöyle tanımlanır.

$$\mu_{r_1 \circ r_2} = \text{Max} - \text{Min} \{ \mu_{r_1}(x,y), \mu_{r_2}(y,z) \mid y \in Y, x \in X, z \in Z \}$$

veya kısaca,

$$(c = r_1 \circ r_2) \mu_c(x) = y \vee (\mu_{r_1} \wedge \mu_{r_2}). \quad (2.20)$$

Klasik ilişkilerin karar durumunda oynadığı role benzer olarak özellikle vektör baskınlığının sıralanması gibi amaçlarla kullanıldığı çeşitli çalışmalarla görülebilir. [14,15]

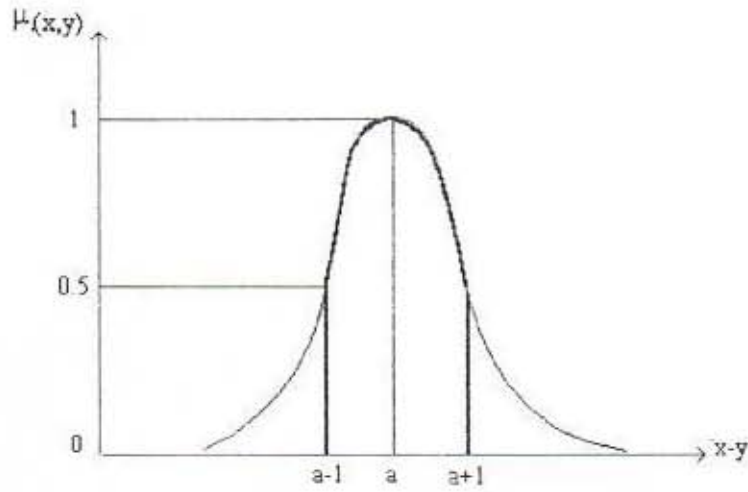
n boyutlu bulanık ilişki bir çarpım uzayında  $X = X_1 \times X_2, \dots, X_n$

$X'$  de n varyasyonlu,

$$\mu_r(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad x_i \in X_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

bulanık kümesidir. Bulanık ilişkiye başka bir örnek,  $X = Y = R$  ile “yakınlık” verilebilir. “Yakınlık” bulanık ilişkisi (Şekil 2.10.) bir analitik fonksiyon ile şöyle verilebilir.

$$\mu_r(x,y) = (1 + (x-y)^2)^{-1} \quad (2.21)$$



Şekil 2.10. Bulanık yakınlık ilişkisi

## 2.2. Bulanık Küme Türevleri

Kimi zaman bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu yerine elemanlar gerekli olur. Böylece bulanık bir kümeden klasik bir küme üretilir.

Türevleri üretmek için yeni kavramlar:

### 2.2.1 Destek (Support)

Bulanık bir kümenin sıfırdan büyük üyelik fonksiyonunun elemanları destek kümesini oluşturur. Yani,

$$\text{des}A = \{ x \mid \mu_A(x) > 0 \} \quad x \in X \quad (2.22)$$

dir.

Örnek 2.7.

$$A = \{(x_1, 0.6), (x_2, 0), (x_3, 0.3), (x_4, 0.8), (x_5, 1)\}$$

ise,  $\text{des}A = \{x_1, x_3, x_4, x_5\}$  olup  $\mu(x_2) = 0$  olduğundan  $x_2$  bu kümenin elemanı değildir.

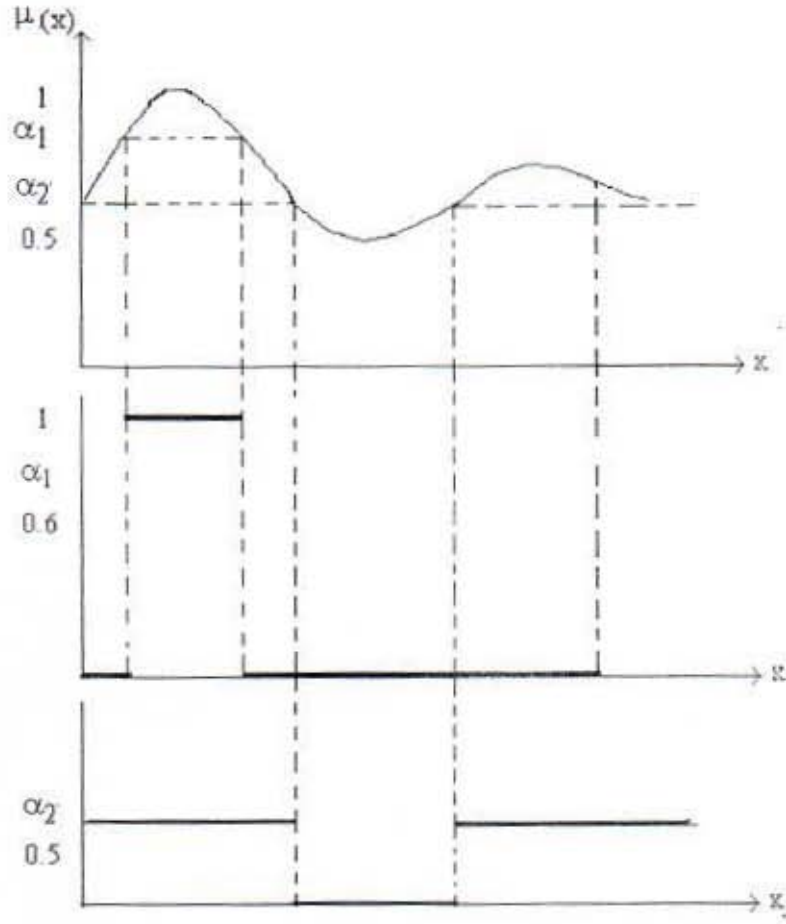
### 2.2.2. $\alpha$ -Kesim

A bulanık kümesinin üyelik dereceleri  $\alpha$ 'ya eşit veya büyük elemanlardan oluşturulan klasik kümeye  $\alpha$ -Kesim ( $\alpha$ -Düzey) kümesi denir. Yani,

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad x \in X \quad (2.23)$$

kümesi A'nın  $\alpha$ -kesim kümesidir. Önceki kısımda verilen sayısal A kümesi için,

$$A_{0.3} = \{x_1, x_3, x_4, x_5\} \quad \text{ve} \quad A_{0.7} = \{x_4, x_5\}$$

Şekil 2.11.  $\alpha$ -Kesim kümeleri

### 2.2.3 Yükseklik

A bulanık kümesinin yüksekliği

$$\text{Yük}(A) = \text{enb } \mu_A(x) \quad x \in X \quad (2.24)$$

biçiminde tanımlanır.

Örnek 2.8.

Eğer  $X = \{1,2,3,5\}$   $A = 0.4/1 + 0.6/2 + 0/3 + 0.9/5$  ise,

$Yük(A) = 0.9$  olur.

#### 2.2.4 Normallik

A bulanık kümesinin yüksekliği 1 ise A bulanık kümesine normaldir denir. Diğer bir ifade ile ,

$$\text{enb } \mu_A(x) = 1 \quad (2.25)$$

ise, A bulanık kümesi normaldir. Aksi durumda A kümesine anormal (altnormal)' dir denir. Verilen bir bulanık küme boş değilse tüm elemanlar yüksekliğe bölünerek normalize edilir.

#### 2.2.5. Dışbükeylik

Klasik kümeler için tanımlanan dışbükeylik bulanık kümeler için de yapılabilir ve klasik kümeler için geçerli olan birçok özellikler korunur. Bu özellikler optimizasyon ve diğer ilgili alanlar için oldukça önemlidir [11]. Dışbükeylik için iki tanım yapmak mümkün:

i - Bir bulanık küme A, eğer  $\forall \alpha \in [0, 1]$  için  $\Gamma_\alpha$  kümeleri,

$$\Gamma_\alpha = \{ X \mid \mu_A(x) \geq \alpha \} \quad x \in X \quad (2.28)$$

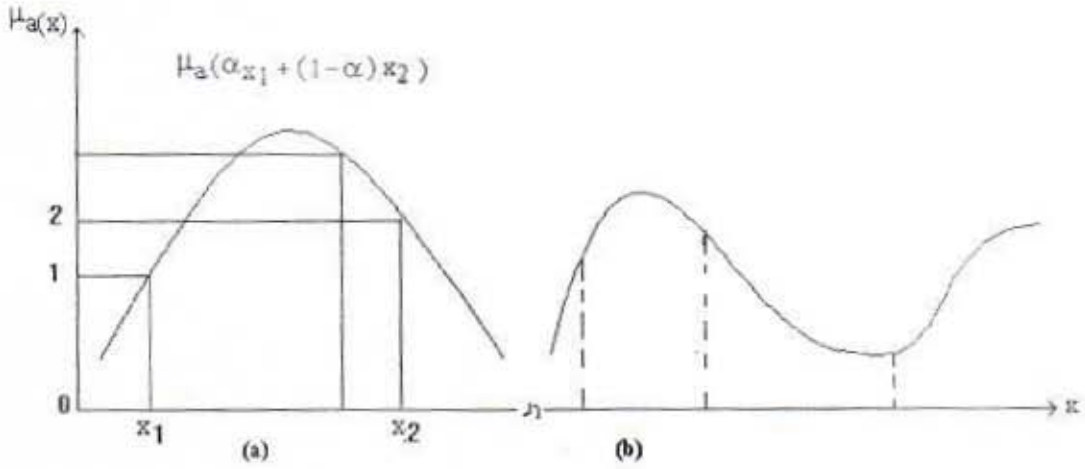
ifadesini sağlıyor ise dışbükeydir.

Alternatif ve daha doğrudan bir tanım ise ;

ii - A bulanık kümesi için,

Eğer bir A bulanık kümesinde her  $x_1, x_2 \in X$  ve  $\lambda \in [0,1]$  için  $\mu_A[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$  bağıntısını sağlıyorsa, A' ya dışbükeydir, denir.

A kümesinin dışbükey değilse içbükeydir.



Şekil 2.12a. Dışbükey Bulanık Küme Şekil 2.12b. İçbükey Bulanık Küme

Bulanık kümeler ile ilgili olarak şunlar söylenebilir:

- \* A bulanık kümesi dışbükey ise  $\bar{A}$  içbükeydir.
- \* Dışbükey bulanık kümelerin kesişimi de dışbükeydir.
- \* İçbükey kümelerin birleşimi de içbükeydir [11].

### 3. BULANIK KARAR VE BULANIK MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA

#### 3.1. Bulanık Karar

Karar verme insanoğlunun hayatında kişisel ya da organizasyonel seviyede çok önemli bir yere sahiptir. Her an, her işte bir takım kararlardan sonra hareket söz konusudur. Her bilinçli hareket bir karar verme olgusundan sonra hayata geçer.

Bir karar verme problemi

- \* Alternatifler kümesi,
- \* Alternatif çevreleyen, sınırlayan kısıtlar,
- \* Alternatiflerin tercih edilirliliğinin sıralanmasını sağlayan amaç/performans fonksiyonu parçalarından oluşur.

Karar verme işleminde zorluklar belirsizlikten doğar. Eğer, hangi stratejinin en iyi olduğu biliniyorsa, o strateji uygulanır ve problem yoktur. Ancak pek çok karar probleminde, karar mekanizmasının değişik bölümlerinde belirsizliklerle karşılaşılır. Belirsizliğin bir çeşidi olan bulanıklık, karar değişkenlerinde, kısıtlarda ve hedeflerde olabilir. Bulanık karar vermeye son ikisinde, birlikte ya da tek tek bulanıklık söz konusu olduğunda çözüm için başvurulur.

Kısıtlar ve amaç fonksiyonu bulanık küme özelliğini taşıyorsa uygun üyelik fonksiyonları ile temsil edilebilir. Eğer amaç fonksiyonuna karşılık düşünülen hedeflerle kısıtları birlikte sağlayan çözüm ya da çözümler varsa bulanık kararın varlığından söz edilebilir. Bulanık karar, bahsedilen bulanık hedeflerle bulanık kısıtların kesişimidir. Belman ve Zadeh'in [16] de belirttiği gibi

bulanık amaç ve bulanık kısıtlar arasında simetri önemlidir. Simetri bunların arasındaki benzerlikten doğar ve karar kavramını görelî olarak basit ve mümkün kılar [17].

Bulanık karar parçaları şöyle tanımlanabilir: Mümkün karar alternatiflerin kümesi  $X$ , amaç fonksiyonu için sağlama aralığı bulanık hedef  $H$ , ve bulanık kısıtların kümesi  $C$  ile gösterilsin. Bulanık hedef ve kısıtlar  $X$  kümesinin bir alt kümesidir.  $H$  ve  $C$  üyelik fonksiyonu ile karakterize edilirse,

$\mu_H : X \rightarrow [0, 1]$  ve  $\mu_C : X \rightarrow [0, 1]$  'dir.

Bulanık karar  $K$ ,

$K = H \cap C$  ve üyelik fonksiyonu

$$\mu_K(x) = \min[\mu_H(x), \mu_C(x)] \quad (3.1)$$

ile karakterize edilir.

Bulanık kararı bir örnekle gösterelim:

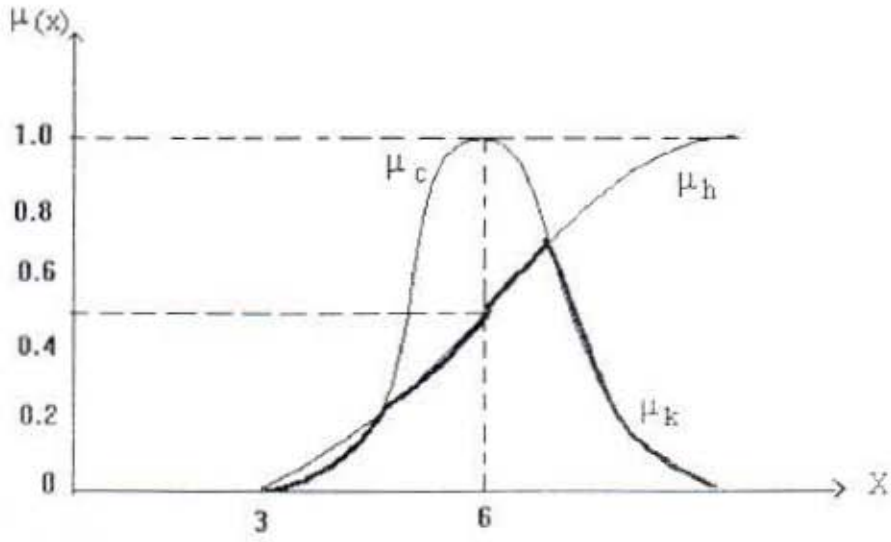
Örnek 3.1.

$H$ :  $x$ , 3' den çok büyük

$$\begin{aligned} \mu_H(x) &= 1 - (1 + (0.2(x-3)^2)^{-1}) & x > 3 \\ &= 0 & \text{d.h} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$C$ :  $x$ , 6 civarında

$$\begin{aligned} \mu_C(x) &= 1 + (x-6)^2)^{-1} & (3.3) \\ &= 0 & \text{d.h} \end{aligned}$$



Şekil 3.1. Bulanık karar

Bulanık karar koyu taralı çizgi ile verilen kısımdadır. Simetriden dolayı bulanık karar, bulanık hedef ve bulanık kısıtların 've' işlemine karşılık gelen kesişimidir. Hem bulanık hedefi, hem de bulanık kısıtları sağlar. Yukarıda verilen biçimdeki bir bulanık kararda yine belirsizlik vardır.  $x$ 'in seçimi için bir dizi yaklaşım, Zadeh [18], Zadeh ve Belman [16] ve Sommer ve Pollatschek [19] tarafından önerilmiştir. Bunlardan en popülerleri  $K$ 'ya ait alternatifler içinden  $x^* \in X$  en büyüğünü seçmek, yani [20];

$$\mu_K(x^*) = \text{enb}_{x \in X} \mu_K(x) \quad (3.4)$$

$n$  hedef,  $H_1, H_2, \dots, H_n \subseteq X$  ( $\subseteq$  bulanık alt küme)

ve  $m$  kısıt  $C_1, C_2, \dots, C_m \subseteq X$

$$\mu_K(x) = \mu_{G1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{Gn}(x) \wedge \mu_{C1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{Cm}(x) \quad x \in X \quad \text{ve yine} \quad x^* \in X$$

$$\mu_K(x^*) = \text{enb} \mu_K(x) \quad \text{aranır.} \quad (3.5)$$

### 3.2. Bulanık Matematiksel Programlama

Matematiksel programlama problemleri karar verme problemlerinin bir alt sınıfını oluşturur. Matematiksel programlamada alternatifler arasında tercih amaç fonksiyonu yardımıyla yapılır. Tanımlanan amaç fonksiyonun daha büyük (ya da daha küçük)değerleri alternatifleri daha tercih edilir kılar. Amaç fonksiyonunun değerleri şu ya da bu alternatifin seçiminde sonucu belirler. Bu değerler ekonomi problemlerinde, örneğin çeşitli üretim yollarını kullanarak elde edilecek karları yansıtır. Su yönetimi problemlerinde çeşitli su kaynaklarından elde edilen elektrik gücü üretimi anlamına gelir. Matematiksel programlama problemlerinde uygun alternatifler kümesi değişkenler arasında ilişkileri gösteren eşitlik ya da eşitsizliklerle tanımlanır. Herhangi bir durumda, verilen Matematiksel programlama formülasyonundan çıkan analiz sonuçları, büyük oranda gerçek sistem veya işlemin kısıtları ve amaç fonksiyonu ile yansıtılmasına bağlıdır.

Matematiksel programlama problemlerinde amaç fonksiyonları ve kısıtların tanımlanması parametreleri kapsar. Örneğin su, toprak ve öteki tabii kaynakların rasyonel tahsisinde bu tür parametreler; ürün verimliliği, değişik ürünlerin birim alan başına sulama miktarı, ekonomik parametreler, değişik tipteki ürünlerin fiyatları, işgücü gereksinimleri vb. gibi. Şüphesiz bu parametreler tabiatı gereği model gösterimi için verilen detaylara bağlıdır, ve veri olarak kullanılacak değerleri analiz için dışardan temin edilir.

Açıktır ki, bu tür parametrelerin değerleri problem formülasyonunda kapsanmayan pek çok faktöre bağlıdır. Yukarıdaki örnek için bu faktörler toprağın besin muhtevası, toprak bakımı, güneş durumu, dış pazarların durumu vb. dir. Eğer modeli gerçek sistemi daha iyi yansıtan biçimde kurmak üzere karmaşık bağımlılıkları da temsil etmeye çalışırsak karşılık gelen model

anlaşılmaz ve analitik olarak kabul edilmez hale gelebilir. Daha da kötüsü, modelin hassaslığını artırmak için yapılan bu tutum ölçüm imkansızlığından ya da yeni üretilen parametrelerin ölçümü yeteri doğrulukta olmadığından pratik bir yarar sağlamayacaktır. Diğer yandan modeldeki bu değerler genellikle gayet sıradan seçildiğinden parametrelerin bazı sabit değerleri çok kaba olabilir. Daha ileri ve esnek bir yaklaşım, parametrelerin uzman anlayışıyla bulanık kümeler ve mümkün değerler ile uygun biçimde modele girmesi yoludur. Sonuçta model her ne kadar gerçek sistemin bir kısım detaylarını dikkate almasa da az çok sabit değerli parametrelili gösterimden, gerçeğin daha uygun temsili olacaktır. Bu yolla, bulanık parametreler bulunan yeni Matematiksel programlama problemleri elde edilmiş olur. Ve böyle problemlerle uğraşmak bulanık küme teorik elemanlarının pratikliğini, tutarlı ve mantıksal biçimde kullanmayı gerektirir.

Bulanık kümelerin geçerliliği Matematiksel programlama problemleriyle ilgili analizler için değişik formülasyonlar ve yaklaşımlar yaygın biçimde çalışıldı ve pek çok yayın yapıldı. Örneğin ilk çalışmalar olarak Belman ve Zadeh [21], Tanaka, Okuda Asai [22, 23], Negoita ve Ark [24, 25, 26], Zimmermann [27, 28, 29], Orlovski [30, 31], Dubois and Prade [32], Yager [33] ve Freeling [34], [35], [36] çalışmaları sayılabilir. Bulanık matematiksel programlama konusunda 1965-70 arasında birkaç çalışma yapılmış iken yakın zamanlarda her yıl onlarca dergide yüzlerce makale yer almaktadır.

### 3.2.1. Doğrusal programlamada bulanıklık

Çalışmanın bu kesiminde doğrusal programlama probleminin çeşitli parçalarında karşılaşılabilecek 'bulanıklık' a ve böyle durumlarda önerilen çözüm yaklaşımlarına yer verilecektir. Aynı problem için birden fazla yaklaşım da söz konusu olabilmektedir.

### 3.2.2. Sağ taraf sabitlerinde bulanıklık

Kaynak sınırları olarak adlandırılan sağ taraf sabitleri (b) bulanıklığa en çok imkan veren doğrusal programlama modeli parçasıdır. Çünkü işgücü, makine zamanı, hammadde miktarı gerçekten bir çok faktöre bağlıdır. Aslında, sabit düşünülmesi olayı etkileyen faktörlerin tümünü gözardı ederek problemi basitleştirmektedir. Örneğin insan gücü kullanan bir üretimde insanlarla ilgili onlarca olay çalışma zamanının sabit bir değerde gitmesine imkan vermez. Dolayısıyla çalışma zamanı sabit değerinin artı-eksi çevresinde, belli bir aralıkta gerçekleşecektir. Ya da karı en büyükmek için kaynakları sonuna kadar kullanmak veya ek kaynak imkanları karlı olacak ise bunun değişim aralığı ve getirisi bilinmek istenecektir.

Kaynaklarda bulanıklık söz konusu olduğunda meydana gelecek farklılıkları daha iyi kavramak için grafiksel çözüme uygun küçük bir doğrusal programlama problemine bakalım.

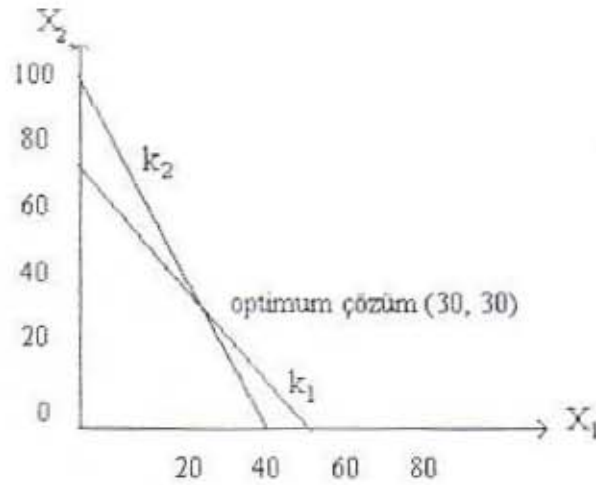
#### Örnek 3.2.

Bir mobilya atölyesinde iki tip kitaplık üretilmektedir. Birinci tip kitaplıkta 3 birim ikincisi ise 2 birim tahta kullanılmaktadır. Kitaplıkların birincisi 15 ikincisi 6 saat işçilik istemektedir. Kitaplıkların karı ise birinci 3, ikinci 2 milyon TL dir. Atölyenin deposunda 150 birim tahta vardır. Toplam çalışma süresi ise 630 saattir. Üretilecek tüm kitaplıklar alıcı bulmaktadır. Mobilyacı üretim planlamasıyla karını en büyükmek istemektedir.

Mobilyacının üretim planlaması için birinci kitaplık üretim miktarı  $x_1$ , ikinci kitaplık üretim miktarı  $x_2$  ise model,

$$\begin{aligned}
 \text{enb} & \quad 3x_1 + 2x_2 && \text{(kar)} \\
 \text{kısıtlar} & \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 150 && \text{(tahta)} \\
 & \quad 15x_1 + 6x_2 \leq 630 && \text{(iş saati)} \\
 & \quad x_1, x_2 \geq 0 && (3.6)
 \end{aligned}$$

Grafik yöntemiyle çözüm;



Şekil 3.2. Grafik çözüm

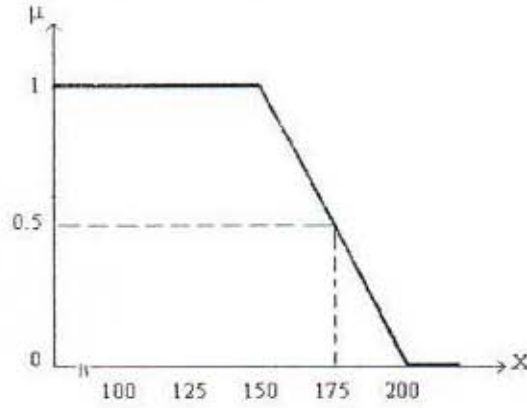
Mobilyacı bu modele göre, birinci ve ikinci kitaplıktan 30' ar adet üreterek 150 milyon TL kar edecektir. Mobilyacı işçileriyle konuşarak fazla mesai ile çalışma zamanını artırayabileceğini, ayrıca ek materyal sağlayabileceğini öğrenmiştir. Böylece mobilyacının karı 150 milyondan hayli fazla olacaktır. Hammadde miktarının 150 ünite ve daha az olması mutlak olarak kesin. 200 üniteye eşit veya fazla olması ise mümkün değil. Çalışma zamanı 630 saat eşit veya küçük olması kesin. 840 saate eşit veya büyük olması mümkün değil. Önceki değerlerden sonraki değerlere doğru artış şansı giderek azalmakta. Önceki değerler ve altlarının üyelik derecesi bir, sonraki sınır değerleri ve

üstlerinin üyelik derecesi sıfırdır. Üyelik fonksiyonu bu iki değer arasında sürekli azalandır.

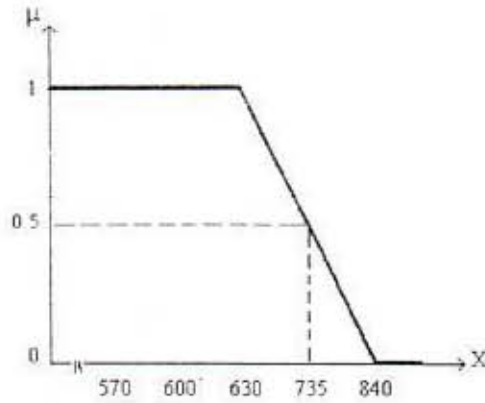
Hammadde	$k_1$	100	125	150	175	200
Elde edilebilirlik	$\mu$	1	1	1	0.5	0

Çalışma zamanı	$k_2$	570	600	630	735	840
Elde edilebilirlik	$\mu$	1	1	1	0.5	0

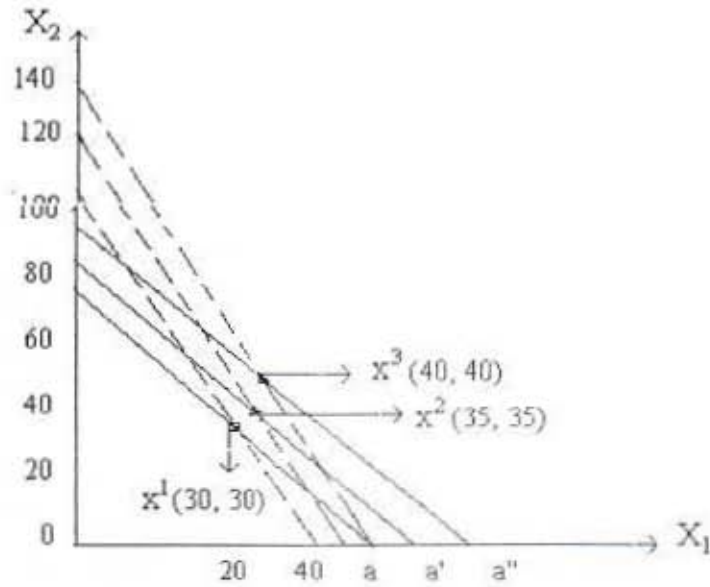
Üyelik fonksiyonlarının grafikte gösterimi,



Şekil 3.3.a Azalan üyelik fonksiyonu



Şekil 3.3.b Azalan üyelik fonksiyonu



Şekil 3.4. Bulanık doğrusal programlama probleminin grafikte gösterimi

Şekil 3.3. a/b de görüldüğü gibi hammadde miktarı  $\leq 150$  ve çalışma zamanı  $\leq 630$  saat iken kar = 150M.TL ve gerçekleşme düzeyi = 1' dir.

Birinci kısıt  $\leq 753$  olduğunda kar = 175M.TL, gerçekleşme düzeyi = 0.5' dir. Birinci kısıt  $\leq 200$ , ikinci kısıt  $\leq 840$  ve kar = 200M.TL ve gerçekleşme düzeyi = 0' dir.

Örnekte görüldüğü gibi belli bir değişim aralığında kaynakların değişim derecesi ve optimum çözümün gerçekleşme düzeyi üyelik fonksiyonuyla karakterize edilmektedir.

Sağ taraf katsayıları bulanık olduğunda standart model,

enb  $C X$

$$\begin{aligned} \text{Kısıtlar } (Ax)_i &\leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

veya,

$$\begin{aligned} \text{enb } CX \\ \text{Kısıtlar } (Ax)_i &\leq b_i \quad i=1, 2, \dots, m \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

biçiminde verilebilir.

Burada ' $\approx$ ' veya ' $\leq$ ' bulanıklık belirtmesi için kullanılır. ' $\leq$ ' 'bulanık eşit veya küçük' veya 'esas olarak (essentially) eşit veya küçük' diye söylenir.

### 3.2.3. Bulanık doğrusal programlama problemi

Üretim planlama, organizasyon planlama, askeri planlama doğrusal programlama modelleriyle formüle edilip çözüldüğünden beri doğrusal programlama uygulamalı matematik bilim dalının en önemli alanlarından biri olmuştur.

Kısıtlı kaynakların en iyi biçimde kullanılması olarak özetlenebilecek doğrusal programlamanın en temel karakteristikleri elemanlar arasında doğrusal ilişki varolduğu ve bu ilişkinin oranlama ve toplanabilirlik şartlarını sağlamasıdır.

Standart doğrusal programlama problemi,

$$\begin{aligned}
 \text{enb} \quad Z &= CX \\
 \text{kısıtlar} \quad A X &\leq b \\
 x &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Burada  $X$ , karar değişkenleri ya da alternatifleri vektörü ( $n \times 1$ ),  $C$  karar değişkenlerinin kar ya da maliyet değerleri vektörü ( $1 \times n$ ),  $A$  teknik katsayılar matrisi ( $m \times n$ ) ve  $b$  elde edilebilir kaynak sınırları vektörüdür ( $m \times 1$ ).

Doğrusal programlama probleminin girdileri, kar katsayıları ( $C$ ), teknik katsayılar ( $A$ ), ve kaynak sınırları ( $b$ ), çeşitli nedenlerle, örneğin bilgi eksikliği, bilgiye ulaşamama veya durgun olmayan ekonomik ortamlar nedeniyle kesin belli olmama bulanık (fuzzy) olabilirler. Örneğin kar katsayıları enflasyonist ortamlarda sürekli oynar. Kesin tek değerde durmaz. Yine elde edilebilir iş zamanı 2000 saat 'civarında' veya hammadde 5000 birim 'kadar' gibi olabilir. Aynı şekilde teknolojik matris ( $A$ ) nın elemanları içinde üretimde olduğu gibi insan ve diğer, sonuçları çeşitli nedenlerle etkileyen faktörlerin olması nedeniyle her bir katsayı için 'civarında', 'aralığında', 'kadar' gibi bulanık terimler söz konusudur.

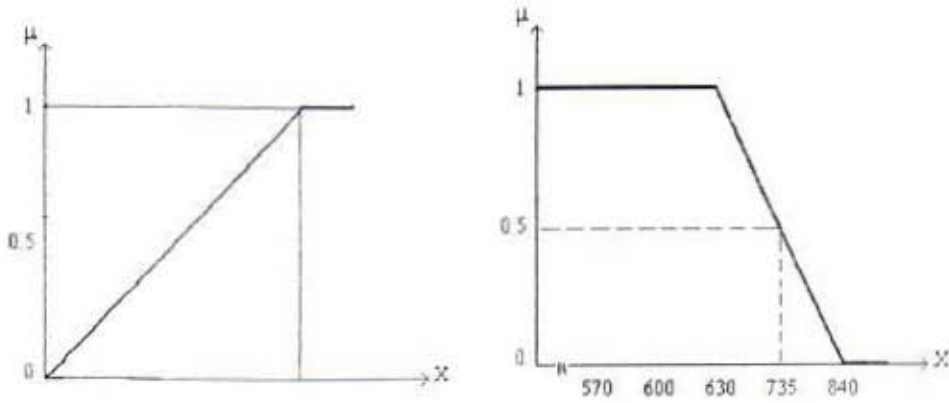
Böyle kesin olmayan (imprecise), bulanık (fuzzy) sayıları förmüle etmek için duruma bağlı olarak üyelik (membership) fonksiyonu ya da olabilirlik (possibility) fonksiyonu kullanılır. (3.8) ifadesiyle verilen standart doğrusal programlama problemi girdilerinin bulanık veya kesin olmayan veriler olmasına göre bulanık doğrusal programlama veya olabilirlik doğrusal programlama olarak adlandırılır. Girdi bilgilerindeki kesin olmayış, bulanık karar vericinin tercihine dayalı üyelik fonksiyonu ile (preference-based membership function) ifade ediliyorsa bulanık, olayların oluşlarına dayalı olabilirlik dağılımı (possibility distribution) veya derecesi ile ifade ediliyorsa olabilirlik doğrusal programlama geçerlidir. Matematiksel programlama

problemlerinin fomülasyonu sırasında bu fark göz önünde bulundurulmalıdır. Bu çalışmada bulanık doğrusal programlama problemleri üzerinde durulacaktır.

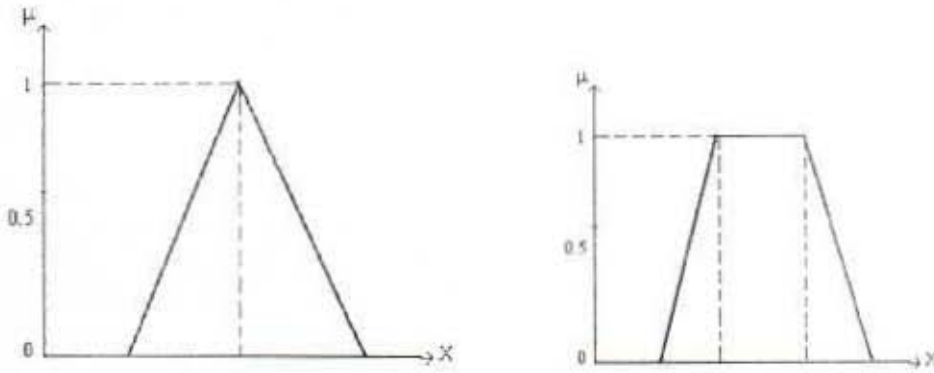
(3.8)modeli elemanlarında bulanıklık,

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & (3.9) \\
 CX & \tilde{C}X & \tilde{C}X & CX & \tilde{C}X & CX \\
 AX \leq \tilde{b} & AX \leq b & \tilde{A}X \leq \tilde{b} & \tilde{A}X \leq b & \tilde{A}X \leq b & \tilde{A}X \leq \tilde{b} \\
 X \geq 0 & X \geq 0 & X \geq 0 & X \geq 0 & X \geq 0 & X \geq 0
 \end{array}$$

biçimlerinde daha sık görülmektedir. Burada ' $\approx$ ' ile ' $\tilde{\cdot}$ ' üzerinde ' $\approx$ ' işareti bulunan elemanın bulanık özellikte olduğu, sabit olmadığı vurgulanmaktadır. Kısıt işareti genel olarak ( $\leq$ ) biçiminde verilmiştir. Tersine veya eşitlik biçiminde de olabilir. ( $\leq$ ) biçiminde kısıtlar için sürekli azalan (non-increasing) üyelik fonksiyonu, ( $\geq$ ) biçiminde kısıtlar için sürekli artan (non-decreasing) üyelik fonksiyonu, eşitlik için ise üçgensel ve yamuk(trapeze) tipli üyelik fonksiyonu, en küçükleme problemi için azalan en büyükleme problemleri için artan üyelik fonksiyonu kullanılır.



Şekil 3.5.a. Artan üyelik fonksiyonu Şekil 3.5.b. Azalan üyelik fonksiyonu



Şekil 3.5.c. Üçgensel üyelik ve Şekil 3.5.d. Yamuk üyelik fonksiyonu

Girdilerin biri veya birkaçı bulanık programlama probleminde karar değişkenleri tamsayılarla sınırlandırılırsa bulanık tam sayılı doğrusal programlama, amaç fonksiyonu ya da kısıtlar doğrusal değilse bulanık doğrusal olmayan programlama, problemi birden çok amaç olduğunda bulanık çok amaçlı karar problemiyle karşı karşıyayız demektir

### 3.2.4. Bulanık karar problemlerine çözüm yaklaşımları

Bulanık olmayan karar vermede, kesin bilgilerin elde olduğu tam belirli ortamlarda karar probleminin parçaları daha önce de bahsedildiği gibi üç parçadan oluşur. a) Mümkün hareketler, alternatifler yani karar değişkenleri kümesi, b) Çözüm uzayından ya da alternatifler arasından seçimi sınırlayan kısıtlar kümesi, c) Alternatiflerin istenirliği, onlara birer değer vererek sağlayan amaç fonksiyonu. En iyi (optimum) karar ise, istenirliği en yüksek olan alternatifi, çözümü seçmektir. Karla ilgili problemlerde en yüksek kar verecek alternatifi, maliyet ile ilgili problemlerde en düşük maliyetli alternatifi seçmek gibi. Bulanık karar ortamlarında bu yaklaşım biraz farklıdır, değişime uğramaktadır. Bulanık karar problemlerinde kısıtlar ve amaç fonksiyonu üyelik fonksiyonları ile karakterize edilmektedir. Bulanık olmayan ortamlarda amaç fonksiyonunu en büyükleyen (ya da en küçükleyen) alternatif aranırken kısıtların yani kaynakların hangi dereceye kadar kullanıldığı göz önüne alınmaz. Bulanık programlama problemlerinin çözümünde simetrik yaklaşım olarak adlandırılan birinci yaklaşımda amaç fonksiyonunun en büyüklenmesine çalışıldığı kadar kısıtların (kaynakların) da sonuna kadar kullanılması istenir. Bu yaklaşımda amaç fonksiyonu kısıt gibi değerlendirilir.

Amaçlar ve kısıtlar birlikte, hepsi kısıt gibi çözüm sürecinde kullanılır. Yukarıdaki tanıma göre kısıtlar mantıksal 've'ye (kesişime) karşılık gelir. Bulanık ortamda 'karar' bulanık amaç ve kısıtların bir kesişimi olarak görülebilir. Böylece bulanık ortamda kısıtlar ve amaç fonksiyonları arasındaki ilişki tamamen simetriktir, yani ilişki arasında bir fark yoktur [34].

Bunu örnekle gösterelim.

Karar değişkeni  $x$ ,

Amaç fonksiyonu, ' $x$ , 5' ten hayli büyük olsun'

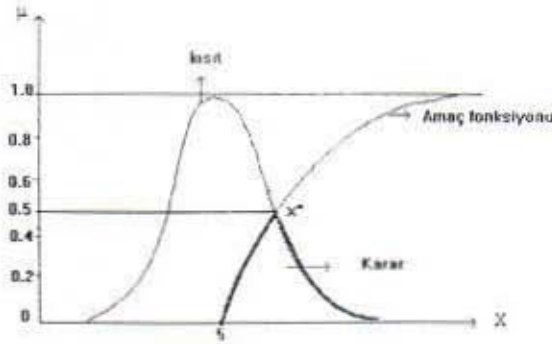
Kısıt, 'x, 5 dolayında olsun'.

Amaç fonksiyonu ve kısıt sözel terimler dikkate alınarak sırasıyla aşağıdaki üyelik fonksiyonlarıyla temsil edilebilir:

$$\begin{aligned} \mu_A(x) &= 0 & x < 5 \\ \mu_A(x) &= (1 + (x - 5)^2)^{-1} & x \geq 5 \\ \mu_K(x) &= (1 + (x - 5)^4)^{-1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bulanık kararın üyelik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \mu_D(x) &= \mu_A(x) \wedge \mu_K(x) \\ \mu_D(x) &= \text{enk } (1 + (x - 5)^2)^{-1}, (1 + (x - 5)^4)^{-1} & x \geq 5 \\ &= 0 & x < 5 \end{aligned} \quad (3.11)$$



Şekil 3.6. Bulanık Kararın Uygun Karar Bölgesi

Koyu taralı sınır bir anlamda uygun karar bölgesine karşılık gelmektedir. Burada en büyük değerli üyelik fonksiyonuna karşılık gelen  $x^*$  noktasına bulanık karara referans olabilir.

Başka bir örnek, karar uzayı  $x = \{1, 2, \dots, 8\}$  amaç fonksiyonu ve üç kısıtın üyelik fonksiyon değerleri aşağıda tablodaki gibi olsun.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mu_A(x)$	0.0	0.0	0.2	0.2	0.9	0.7	0.6	0.1
$\mu_{K1}(x)$	0.2	0.2	0.6	1.0	0.7	0.7	0.6	0.3
$\mu_{K2}(x)$	0.3	0.5	0.9	0.9	0.9	0.6	0.4	0.0
$\mu_{K3}(x)$	0.0	0.2	0.5	0.8	1.0	0.9	0.5	0.2

(3.12)

Her alternatifin üyelik karar değerleri,

X	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mu_D(x)$	0.0	0.2	0.2	0.2	0.7	0.6	0.4	0.0

$\mu_D(x)$ , her bir alternatifin üyelik değerini vermektedir. Alternatifler kümesinden bir karar seçmek için üyelik değeri en büyük alternatif aranır. Yani üyelik değeri en büyük  $x^*$ ,

$\mu_D(x^*) = \text{enb } \mu_D(x) \quad x \in D$  seçilir. Bu örnekte  $x^*$ , beşinci alternatiftir.

Optimal karar kümesini tanımlamada diğer bir yaklaşım belli bir üyelik derecesini sağlayan alternatiflerin oluşturacağı kümedir. Bu küme  $\alpha$ -kesim kümesi olarak adlandırılır.

A bir bulanık küme ise, A kümesinin  $\alpha$ -kesim kümesi bulanık olmayan bir kümedir ve üyelik derecesi  $\alpha$  eşit ya da büyük elemanlardan oluşur.

$$A_\alpha = \{ x \mid \mu_A(x) \geq \alpha \}$$

Yukarıdaki örnek için  $\alpha = 0.5$  için 'karar kümesi'  $D_{0.5} = \{5, 6\}$

' $\alpha$ -anlamında' optimumdur.

Bulanık karar problemlerinin çözümünde simetrik olmayan modelleme ise şu iki yaklaşıma dayanır [37].

- 1-Bulanık karar kümesinin belirlenmesi,
- 2-Amaç fonksiyonunun, uygun dönüştürmelerden sonra, kısıtlarla toplamından klasik en büyükleme kararının belirlenmesi.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde Zimmermann'ın yaklaşımı simetrik modele örnektir [34]. Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde simetrik olmayan modele ise Verdegay [36] ve Wernes'in [37, 38] yaklaşımları örnek olarak verilebilir.

### 3.3. Bulanık Matematiksel Programlama Problemlerinin Sınıflandırılması

Bulanık programlamayla uğraşan birçok yazar değişik açıdan bakarak farklı sınıflamalar yapmışlardır. Bulanık matematiksel programlama alanının otoritelerinden biri sayılacak Zimmerman, çözüm biçimine göre bulanık programlama problemlerini simetrik modeller ve simetrik olmayan modeller olmak üzere iki kategoride düşünmektedir [35, 39]. Leung [41] model elemanlarının bulanık olup olmamasına göre bulanık matematiksel programlama problemlerini,

- a- Bulanık kısıtlı,
- b- Bulanık amaç fonksiyonlu ,
- c- Bulanık amaç fonksiyonlu, bulanık kısıtlı,
- d- Güvenli(robust) programlama, olarak dört sınıfta toplamıştır.

Luhandjula [42] ise başlıca üç sınıfa ayırmaktadır:

- a- Bulanık parametrelı matematiksel programlama,
- b- Esnek (flexible) programlama,
- c- Stokastik programlama.

Birinci grup amaç fonksiyonun bulanık olup olmamasına göre, ikinci grup czm biçiminin simetrikliğine göre iki alt gruba ayrılmaktadır.

Lai [17], Lai ve Hwang [43] başlangıçta, Bulanık matematiksel programlamayı, üyelik fonksiyonun olabilirlik dağılımına veya karar vericinin tercihine bağlı olmasına göre doğrusal olabilirlik programlaması, bulanık doğrusal programlama olarak iki gruba ayırır. Bulanık doğrusal programlama problemi ise girdilerin ( $C/Z, b, A$ ) bulanıklık durumuna göre beş büyük gruba ayrılmaktadır,

- 1- Bulanık  $b$ ,
- 2- Bulanık  $b$  ve bulanık  $Z$ ,
- 3- Bulanık  $C$ ,
- 4- Bulanık  $A$ , bulanık  $b$  ve bulanık  $C$ , veya bulanık  $A$  ve bulanık  $b$ ,  
bulanık  $A$  ve bulanık  $C$ , veya bulanık  $A$  bulanık  $b$  bulanık  $C$ ,
- 5- Bulanık  $A$  ve bulanık  $Z$ , veya bulanık  $A$ , bulanık  $b$  ve  
bulanık  $Z$ .

Lai ve Hwang bu beş gruba ek olarak yukarıdaki tüm mümkün durumlara bütünleşik czm getiren altıncı bir 'uzman karar destek sistemi' de önermektedir.

### 3.3.1. Kaynaklarda bulanıklık durumu

#### 3.3.1.1 Verdegay yaklaşımı

Önceki kesimde bahsedilen nedenlerle kaynaklarda,  $(b_i, i = 1, \dots, m)$  kısıtların sağ tarafında, modelin tüm kısıtlarında ya da bir kısmında, bulanıklık olduğunda sabit değerlere karşılık mümkün değişim miktarları (tolerans

limitleri) karar vericiden istenir. Her,  $b_i$  verilen tolerans limiti  $p_i$  ile  $[b_i, b_i + p_i]$  aralığındadır. Üyelik fonksiyonlarının varlığında,  $\mu_i: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$  karar verici  $(Ax)_i > b_i$  'ye belli dereceye kadar izin vermekte demektir.

Bulanık kısıtlar için üyelik fonksiyonu sürekli ve monoton ise,

$$\begin{aligned} \mu_i(x) &= 0 & (Ax)_i > b_i + p_i \\ &= 1 - [(Ax)_i - b_i] / p_i & b_i \leq (Ax)_i < b_i + p_i \\ &= 1 & (Ax)_i < b_i \end{aligned} \quad (3.13)$$

değerini alır.

Bulanık kısıtlar için  $\alpha$ - düzey kesimi,

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \mu_i(A_i x, b_i) \geq \alpha, i=1, \dots, m, \alpha \in [0, 1]\} \quad (3.14)$$

standart doğrusal programlama problemi kaynaklarında bulanıklık olduğunda,

$$\begin{aligned} \text{enb} \quad & Cx \\ \text{kısıtlar} \quad & Ax \leq b \end{aligned}$$

$$x \geq 0 \quad (3.15)$$

modelinin çözümü,

$$\begin{aligned} \text{enb} \quad & Cx \\ \text{kısıtlar} \quad & (Ax)_i \leq b_i + (1 - \alpha) p_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \\ & x \geq 0, \alpha \in [0, 1] \end{aligned} \quad (3.16)$$

parametrik programlama ile bulunur [ Verdegay , 1982]. Amaç fonksiyonu kısıtlar gibi değerlendirilmediğinden bu çözüm biçimi simetrik olmayan yaklaşım olarak adlandırılır.

Verdegay çözüm algoritması kısaca aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Adım : Bulanık olan kısıtlar belirlenir.  $I$ , bulanık kısıt indisleri kümesi olsun. Hassaslık ölçüsü  $\Delta t$  ve tolerans limitleri  $p_i$ ,  $i \in I$  alınır.
2. Adım :  $\alpha = 1$ , İterasyon sayacı  $h = 1$  olsun.
3. Adım : ( 5 ) modeli kurulur ve çözülür. Her döngü için  $\alpha$ , amaç ve kaynakların kullanım miktarları çıktı olarak verilir.
4. Adım :  $\alpha = \alpha - \Delta t$  ve  $h = h + 1$  alınır.
5. Adım :  $\alpha < 0$  ise durulur. Aksi halde 3. Adımdan devam edilir.

### 3.3.1.2 Werners yaklaşımı

Genel olarak bulanık programlama problemi modellenirken karar vericinin hedeflere ilişkin üyelik fonksiyonunu dikte edebileceği varsayılır. Werners karar vericinin kısıtlar altında problemin çözümünü görmeden bunu yapamayacağını düşünerek amaçların gerçekleşebilir enküçük ve enbüyük değerlerini bulup üyelik fonksiyonunu kurar [ Werners, 1987 ]. Werners

yöntemi Belman ve Zadeh'in [ Belman, 1970 ] bulanık karar; bulanık hedef ve bulanık kısıtların kesişimidir tanımına uyarak tamamiyle simetrik bir çözüm yaklaşımı önermektedir. Her  $(\leq)$  biçimindeki kısıtlar için karar verici  $b_i^{-1}$ ,  $b_i^{-1}$  alt ve üst sınırları belirler. Hiçbir durumda  $b_i^{-1}$  değeri aşılamaz.  $b_i^{-1}$  değerine ulaşıncaya kadar kısıt tamamiyle sağlanır. Böylece  $b_i^{-1}$  değerinden küçük değerler için üyelik değeri bir,  $b_i^{-1}$  sınırının üstündeki değerleri için üyelik değeri sıfırdır.  $b_i^{-1}$  ve  $b_i^{-1}$  arasında ise doğrusal üyelik fonksiyonu varsayılır. Diğer tip kısıtlar için de benzer biçimde sınır değerleri belirlenir. Notasyon uyumu için,  $b_i^{-1} - b_i^{-1} = p_i$  diyeceğiz. Dolayısıyla diğer çözüm yaklaşımlarında olduğu gibi her bir bulanık amaç için tolerans limitleri karar vericiden alınır.

$$\begin{aligned} \text{enb} \quad & Cx \\ \text{kısıtlar} \quad & (Ax)_i \leq b_i \\ x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

modelinin çözümü için Werners'in algoritması şöylece özetlenebilir:

1. Adım : Bulanık kısıt kümesi  $I$  olsun . Karar vericiden bulanık kısıtlar için  $p_i$  ( $i \in I$ ) tolerans değerleri alınır.
2. Adım :

$$\begin{aligned} \text{enb} \quad & Cx \\ \text{kısıtlar} \quad & Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

modeli çözülerek  $Z$  bulunur. Tolerans değerleri modele alınmadığında  $Z$  çözümlerin en küçüğüdür.

3. Adım :

$$\text{enb } Cx$$

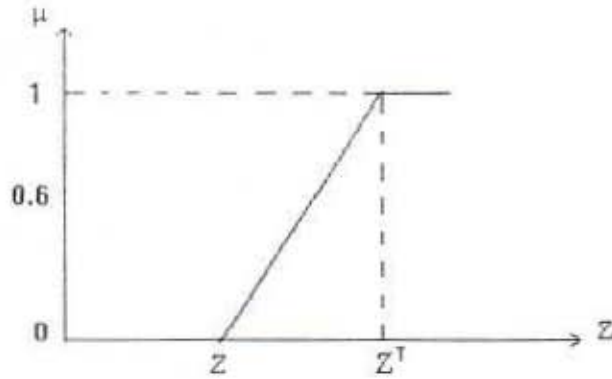
$$\text{kısıtlar } (Ax)_i \leq b_i + p_i \quad i \in I \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$x \geq 0 \quad (3.19)$$

modeli çözümlenerek bulunur. Tolerans sınırları tam olarak kullanılarak  $\bar{Z}$  çözümlerin en büyüğüdür.  $\underline{Z}$  ve  $\bar{Z}$  arasında sürekli artan üyelik fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \mu_Z(x) &= 0 & Cx &\leq \underline{Z} \\ &= 1 - (-Cx) / (-\underline{Z}) & \underline{Z} &\leq Cx \leq \bar{Z} \\ &= 1 & Cx &> \bar{Z} \end{aligned} \quad (3.20)$$

biçimindedir.



Şekil 3.7. Sürekli artan üyelik fonksiyonu

Her ne kadar en iyi model olmasa da matematiksel olarak en kolay kesişim, en küçük işlemcisidir. Bulanık kısıtlar için doğrusal üyelik fonksiyonları

$$\mu_i(x) \quad (i \in I),$$

$$\mu_{k_i}(x) = 0 \quad k_i(x) > b_i + p_i$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - (k_i(x) - b_i) / p_i & b_i \leq k_i(x) \leq b_i + p_i \\
&= 1 & k_i(x) < b_i,
\end{aligned} \tag{3.21}$$

ve enküçük işlemcisi ile (3.17) modeli,

$$\alpha = \text{enk} [\mu_z(x) \wedge \prod_i^m \mu_{k_i}], \text{ ve bunların enbüyüğü}$$

enb  $\alpha$ ,  $x \geq 0$  ile, yani,

$$\begin{aligned}
&\text{enb } \alpha \\
&\mu_z(x) \geq \alpha \\
&\mu_i(x) \geq \alpha \\
&x \geq 0, \alpha \in [0, 1]
\end{aligned} \tag{3.22}$$

4. Adım :  $\theta = 1 - \alpha$  alınır.  $\theta$  sıfırdan bire kadar  $\Delta t$  adımları ile (3.20) modeli çözülür.

5. Adım : Enbüyük değerli  $Z'$  yi veren  $X$  değerleri aranan çözümdür. Durulur.

### 3.3.1.3. Zimmermann yaklaşımı

Zimmermann'a [ Zimmermann, 1986 ] göre doğrusal programlama modelinin değişik parçaları bulanık olabilir.  $A$ ,  $b$  veya  $C$  elemanları kesin sayılar yerine bulanık sayılar olabilir. Kısıtlar ve amaç fonksiyonu bulanık küme veya fonksiyonlarla gösterilebilir. Son olarak karar veya çözüm bulanık küme veya kesin çözüm olabilir. Amaç fonksiyonu ve kaynaklar bulanık olduğunda bulanık programlama problemi,

$$\text{enb } \tilde{Z} = Cx$$

$$\begin{aligned} \text{kısıtlar } Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

biçiminde gösterilir. Ve problem,

$$\begin{aligned} Cx &\leq Z \\ Ax &\leq b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

olacak şekilde  $x$ 'in bulunmasına dönüşür.  $Z$  hedefi standart modeldeki amaç fonksiyonu için üst sınır olarak görülür. (3.22) modeli amaç fonksiyonu ve kısıtlara göre simetriktir.

$(C \ A) = B$  ve  $(Z \ b) = d$  konularak (3.22) modeli,

$$\begin{aligned} x \text{ bul, öyleki} \\ Bx &\leq d \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

(3.20) modelinin  $(m+1)$ . satırı bulanık küme ile gösterilecek ve üyelik fonksiyonu  $\mu_i(x)$ ,  $X$ 'in bulanık eşitsizlikleri ne derece sağladığı biçiminde yorumlanır. (3.25) modelinin 'kararı', bulanık kümenin üyelik fonksiyonu,

$$\mu_D(x) = \text{enk } \mu_i(x) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m+1 \quad (3.26)$$

Karar verici bulanık küme ile değil de kesin 'optimal' çözüm ile ilgilendiğini varsayarsak (3.24) ifadesinin enbüyüğü aranan çözümdür:

$$\mu_m(x) = \text{enb} \{ \text{enk } \mu_i(x), i=1, \dots, m+1, x \geq 0 \}. \quad (3.27)$$

$\mu_i(x)$  üyelik fonksiyonu, (amaç fonksiyonu da dahil olmak üzere) tolerans limitleri fazla ihlal edildiğinde 0, tam sağlandığında 1, 0-1 aralığında sürekli artandır. Bu durumda sisteme yeni bir değişken ekleyerek,

$$\begin{aligned} \text{enb } & \lambda \\ \text{öyleki } & \lambda p_i + (Bx)_i \leq d_i + p_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m+1 \end{aligned} \quad (3.28)$$

kısıtı elde edilir. Zimmermann'ın algoritması önceliklerle aynı, sadece çözüm modeli (3.28) biçimindedir.

#### 4. UYGULAMA

Gerçek dünya problemleri matematiksel olarak modellenmeye kalkıldığında bazı zorluklarla yüz yüze gelinir. Bu zorlukların bir kısmı bilgi eksikliğinden, bir kısmı parametrelerin bulanık oluşundan kaynaklanır. İki tür kesin olmayıştan söz edilebilir. Birincisi, bilgi veya verideki belirsizlik, örneğin, “Kar oranı, yaklaşık, hemen hemen metrede 500 000 TL olsun.” bildiriminde olduğu gibidir. Diğer bir belirsizlik ise, karar vericinin tercih ve sağlama düzeyindeki bulanıklıktır. Örneğin, “Karımız 4 Milyar TL den oldukça fazla olmalı.” ifadesinde karar vericinin istediği düzey; “4 Milyardan oldukça fazla” bulanıklık içermektedir.

Bulanık Programlama bu tür belirsizlik ve bulanıklıkları bulunduran durumlar için önerilmektedir[42, 44].

Günümüzde enflasyonist ortam ve yerel/global krizler ya da başka nedenlerle sanayinin her kesiminde olduğu gibi tekstil sanayinde de birçok açıdan belirsizlik söz konusudur.

Çalışmamızda tekstil sanayinde faaliyet gösteren bir işletmede üretim planlaması gerçekleştirmek üzere bulanık bir model oluşturularak çözülecektir. Bu modelde, belirsizlik ve bulanıklık sağ taraf sabitlerinde, yani kaynak limitlerinde görülmektedir. Firmadan alınan bilgilerden hareketle kurulan bulanık modelin çözümünden on farklı seçenek elde edilmekte ve karar vericiye sunulmaktadır.

#### 4.1. Model Elemanları ve Veriler

Bu kesimde işletmeye ilişkin Doğrusal programlama modeli, amaç ve kısıtların oluşturulması, sağ taraf sabitlerinin hesabı ayrıntılı biçimde verilecektir. İplik hammaddeleri, kumaş oluncaya kadar iplik, dokuma ve terbiye aşamalarından geçmektedir. Bu aşamalarda kendi içinde kısımlara ayrılmaktadır.

##### 4.1.1. Amaç fonksiyonu

Üretimle ilgili bir modelde amaç fonksiyonu, ya kar en büyükleme, ya da maliyet en küçükleme biçimindedir. Bu uygulamada kar en büyükleme seçildi. Bilindiği gibi kar, ürünün satış fiyatı ile maliyeti arasındaki farktır. Her ürün için bu değerler; yani tahmini satış fiyatı ile tahmini karlar arasındaki fark işletmeden hazır alınmıştır(Çizelge 4.1.).

Çizelge 4.1. Ürünlerin 1 metredeki karı

No	Ürün Adı	Kar	No	Ürün Adı	Kar
		TL/m			TL/m
1	Kot	175000	8	Fluard	410000
2	Epengle	530000	9	Alpaka II	190000
3	Krinkil	135000	10	Alpaka I	262000
4	Fransız Serj	360000	11	Trençkot	480000
5	Serj24	420000	12	Waves	330000
6	Saten	250000	13	Ekose	525000
7	Tarlata	200000	14	Gabardin	450000

Buna göre amaç fonksiyonu;

(4.1)

$$Z_{\max} = 175000X_1 + 530000X_2 + 135000X_3 + 360000X_4 + 420000X_5 \\ + 250000X_6 + 200000X_7 + 410000X_8 + 190000X_9 + 262000X_{10} \\ + 480000X_{11} + 330000X_{12} + 525000X_{13} + 450000X_{14}$$

biçimindedir.

Sonraki aşama, tekstil üretim hattındaki bölümlere ait makine kısıtlarıdır.

#### 4.1.2. İplik bölümü kısıtı

Tekstil üretiminin iplik bölümündeki makineler tümleşik olup bir çok fonksiyonu gerçekleştirmesine karşılık bir makine gibi düşünülmektedir. Her tip kumaş ipliğinin bu aşamada ihtiyaç duyduğu makine zamanı (dakika/metre), diğer bir deyişle dakikada o ipten üretilen miktar, o kumaşta kullanılan ipin ağırlığına, her iğn o ipin üretimindeki hızına ve iğn sayısına bağlı olarak gerçekleşmektedir. Bu değerler Çizelge 4.2' de yer almaktadır. Kısıtın sağ tarafındaki sabit, iplik bölümünün yıllık kapasitesi olacaktır. Yılda 290 gün, günde 3 vardiya yani 24 saat, bir saatte 60 dakika çalışmaya göre, 60 makinelik iplik bölümünün kapasitesi,

$$b_1 = (290 \text{ gün/yıl}) * (24 \text{ saat/gün}) * (60 \text{ dakika/saat}) * (60 \text{ adet/makine}) \\ = 25056600$$

makine dakikasına karşılık gelmektedir. Buna göre iplik bölümü kısıtı,

(4.2)

$$1. \text{ KISIT: } 2.3X_1 + 3.2X_2 + 2.1X_3 + 3.2X_4 + 1.8X_5 + 2.1X_6 + 2.6X_7 + 2.9X_8 \\ + 1.7X_9 + 2.1X_{10} + 2.1X_{11} + 1.8X_{12} + 4.2X_{13} \\ + 2.8X_{14} \leq 25056000$$

biçimindedir.

Çizelge 4.2. İplik bölümü iplik işleme süreleri

No	Ürün Adı	İplik Bölümü
		Makine I dk/m
1	Kot	2.3
2	Epengle	3.2
3	Krinkıl	2.1
4	Fransız Serj	3.2
5	Serj24	1.8
6	Saten	2.1
7	Tarlatañ	2.6
8	Fluard	2.9
9	Alpaka II	1.7
10	Alpaka I	2.1
11	Trençkot	2.1
12	Waves	1.8
13	Ekose	4.2
14	Gabardin	2.8
bj		25 056 000

### 4.1.3. Dokuma bölümü kısıtları

Bu bölümde, ürünlerin bir kısmı sadece bir makinede üretilirken diğerleri iki ya da daha çok makinede işlem görmektedir. Çizelge 4.3'de her bir ürünün işlendiği makine ve (dakika/metre) cinsinden işlenme zamanı verilmektedir.

Kısıtların sağ taraf sabitleri  $b_i$ 'ler ( $i = 2, \dots, 6$ ) iplik bölümü kısıtında olduğu gibi  $417600 \cdot (\text{makine sayısı})$  çarpımından bulunmaktadır. Dokuma bölümündeki makine sayıları Çizelge 4.3'de olduğu gibidir. Buna göre dokuma bölümü kısıtları;

$$2.\text{KISIT: } 14.2X_1 + 22.1X_2 + 7.2X_5 \leq 25056000$$

$$3.\text{KISIT: } 7.8X_5 + 12.8X_6 + 19.2X_8 \leq 12528000 \quad (4.3)$$

$$4.\text{KISIT: } 14.1X_1 + 15.7X_2 + 14.5X_3 + 23.0X_4 + 14.2X_7 + \leq 20880000$$

$$5.\text{KISIT: } 15.2X_2 + 18.5X_7 + 18.1X_{13} \leq 10440000$$

$$6.\text{KISIT: } 20.2X_2 + 8.2X_9 + 6.8X_{10} + 9.2X_{12} \leq 20880000$$

biçimindedir.

Çizelge 4.3. Dokuma bölümü işleme süreleri

No	Ürün Adı	Dokuma Bölümü				
		Makine2	Makine3	Makine4	Makine5	Makine6
		dk/m	dk/m	dk/m	dk/m	dk/m
1	Kot	14.2		14.1		
2	Epengle	22.1		15.7	15.2	20.2
3	Krinkıl			14.5		
4	Fransız Serj			23.0		
5	Serj24	7.2	7.8			
6	Saten		12.8			
7	Tarlatan			14.2	18.5	
8	Fluard		19.2			
9	Alpakall					8.2
10	Alpakal					6.8
11	Trençkot					
12	Waves					9.2
13	Ekose				18.1	
14	Gabardin					
bj		25056000	12528000	20880000	10440000	20880000

Çizelge 4.4. Dokuma bölümü makine adedi ve toplam kapasiteleri (dk)

Makine No	Makine Adedi	$b_i$ =(Makinenin yıllık Kapasitesi)
2	60	25 056 000
3	30	12 528 000
4	50	20 880 000
5	25	10 440 000
6	50	20 880 000

#### 4.1.4. Terbiye bölümü kısıtları

Bu bölümde Çizelge 4.5'te yer alan  $t_1, \dots, t_6$  notasyonu ile gösterilen terbiye makineleri şunlardır; Gaze, Yıkama, Fiksaj, Kurutma, Kasar, Merserize vb.. Bu bölümde her ürün aynı işlemlerden geçebilmektedir. Çizelge 4.5'te ayrıca her bir ürünün bu makinelerde kaç (dakika/metre)de işlediği verilmektedir. Kısıtların sağ taraf sabitleri  $b_i$   $i = 6, \dots, 12$  diğer bölümlerdeki kısıtlarda olduğu gibi  $417600 \cdot (\text{makine sayısı})$  dır. Terbiye Bölümündeki makine sayıları Çizelge 4.6'da olduğu gibidir.

Terbiye Bölümü Kısıtları;

$$7.KISIT: .009X_1 + .009X_2 + .009X_3 + .007X_4 + .110X_5 + .007X_6 + .006X_7 \\ + .012X_8 + .008X_9 + .105X_{10} + .01X_{11} + .07X_{12} + .012X_{13} \\ + .008X_{14} \leq 417600$$

$$8.KISIT: .003X_1 + .003X_2 + .003X_3 + .003X_4 + .003X_5 + .006X_6 + .004X_7 \\ + .003X_8 + .004X_9 + .003X_{10} + .003X_{11} + .003X_{12} + .003X_{13} \\ + .003X_{14} \leq 835200$$

(4.4)

$$9.KISIT: .175X_1 + .25X_2 + .275X_3 + .27X_4 + .102X_5 + .321X_6 + .245X_7 \\ + .122X_8 + .301X_9 + .32X_{10} + .285X_{12} + .321X_{13} + .2X_{14} \leq 5011200$$

$$10.KISIT: .26X_1 + .113X_2 + .125X_3 + .106X_4 + .056X_5 + .102X_6 + .155X_7 \\ + .145X_8 + .045X_9 + .105X_{10} + .32X_{11} + .186X_{12} + .31X_{13} \\ + .112X_{14} \leq 1252800$$

$$11.KISIT: .05X_1 + .04X_7 + .046X_{11} + \leq 4593600$$

$$12.KISIT: .008X_{11} \leq 835200 \quad \text{biçimindedir.}$$

Çizelge 4.5. Terbiye bölümü işleme süreleri

No	Ürün Adı	Terbiye Bölümü					
		t1	t2	t3	t4	t5	t6
		dk/m	dk/m	dk/m	dk/m	dk/m	dk/m
1	Kot	.009	.003	.175	.260	.050	
2	Epengle	.009	.003	.250	.113		
3	Krinkal	.009	.003	.275	.125		
4	Fransız Serj	.007	.003	.270	.106		
5	Serj24	.110	.003	.102	.056		
6	Saten	.007	.006	.321	.102		
7	Tarlitan	.006	.004	.245	.155	.040	
8	Fluard	.012	.003	.122	.145		
9	Alpaka II	.008	.004	.301	.045		
10	Alpaka I	.105	.003	.320	.105		
11	Trençkot	.010	.003		.320	.046	.008
12	Waves	.070	.003	.285	.186		
13	Ekose	.012	.003	.321	.310		
14	Gabardin	.008	.003	.200	.112		
bj		417600	1336120	5011200	1252800	4593600	835200

Çizelge 4.6. Terbiye bölümü makine adedi ve toplam kapasiteleri (dk)

Makine No	Makine Adedi	$b_i$ =(Makinenin yıllık Kapasitesi)
7	1	417 600
8	2	1336120
9	12	5 011 200
10	3	1 252 800
11	11	4 593 600
12	2	835 200

#### 4.1.4. Piyasa kısıtları

İşletme piyasa durumuna göre her maldan belli bir miktar (metre) üretmek istemektedir. Bu kısıtlar tamamen yöneticilerin istek ve pazarlama kurallarından kaynaklanmaktadır. Piyasa kısıtları:

$$13.KISIT: X_1 \geq 10000$$

$$14.KISIT: X_3 \geq 2500$$

$$15.KISIT: X_7 \geq 50000 \quad (4.5)$$

$$16.KISIT: X_{10} \geq 1000$$

$$17.KISIT: X_6 \geq 3000$$

$$18.KISIT: X_{14} \leq 5000000$$

$$19.KISIT: X_2 \geq 50000$$

$$20.KISIT: X_8 \geq 2000$$

$$21.KISIT: X_{12} \geq 3800$$

$$22.KISIT: X_{13} \geq 4000$$

#### 4.2. Bulanıklık Durumu

Karar verici çevre imkanlarını dikkate alarak eğer karlı olacak ise bazı makinelerde ek imkanlarını devreye sokmayı düşünmektedir. Makine tolerans sınırları olarak isimlendirebileceğimiz bu değerler ve makine cinsleri yukarıdaki çizelgelere uyarak aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.7. Makinelerde tolerans miktarları

Makine No	Mevcut Makine Sayıları	Eklenecek Makine Sayıları	P <sub>i</sub> (dk)
2	60	5	2 088 000
3	30	2	835 200
4	50	3	1 252 800
5	25	4	1 670 400
6	50	11	4 593 600
8	2	2	835 200

Böylece oluşturulan doğrusal modelin sağ tarafında bazı kısıtlar bulanık olmaktadır. Üyelik fonksiyonunu sürekli artan olarak (  $\theta_j = 0.1, 0.2, \dots, 1$  ) değerlerle modelin çözümlerini bulacağız. Düzenlenmiş sağ taraf doğrusal bulanık programlama modeli,

*Amaç Fonksiyonu*

(4.6)

$$Z_{\max} = 175000X_1 + 530000X_2 + 135000X_3 + 360000X_4 + 420000X_5 \\ + 250000X_6 + 200000X_7 + 410000X_8 + 190000X_9 + 262000X_{10} \\ + 480000X_{11} + 330000X_{12} + 525000X_{13} + 450000X_{14}$$

*İplik bölümü kısıtları*

(4.7)

$$\begin{aligned}
1. \text{ KISIT: } & 2.3X_1 + 3.2X_2 + 2.1X_3 + 3.2X_4 + 1.8X_5 + 2.1X_6 + 2.6X_7 + 2.9X_8 \\
& + 1.7X_9 + 2.1X_{10} + 2.1X_{11} + 1.8X_{12} + 4.2X_{13} \\
& + 2.8X_{14} \leq 25056000
\end{aligned}$$

*Dokuma bölümü kısıtları*

$$2. \text{ KISIT: } 14.2X_1 + 22.1X_2 + 7.2X_5 \leq 25056000 + \theta_j^*(2088000)$$

$$3. \text{ KISIT: } 7.8X_5 + 12.8X_6 + 19.2X_8 \leq 12528000 + \theta_j^*(835200)$$

$$4. \text{ KISIT: } 14.2X_1 + 15.7X_2 + 14.5X_3 + 23.0X_4 + 14.2X_7 + \leq 20880000 + \theta_j^*(1252800) \quad (4.8)$$

$$5. \text{ KISIT: } 15.2X_2 + 18.5X_7 + 18.1X_{13} \leq 10440000 + \theta_j^*(1670400)$$

$$6. \text{ KISIT: } 20.2X_1 + 8.2X_9 + 6.8X_{10} + 9.2X_{12} \leq 20880000 + \theta_j^*(4593600)$$

*Terbiye bölümü kısıtları*

$$\begin{aligned}
7. \text{ KISIT: } & .009X_1 + .009X_2 + .009X_3 + .007X_4 + .110X_5 + .007X_6 + .006X_7 \\
& + .012X_8 + .008X_9 + .105X_{10} + .01X_{11} + .07X_{12} + .012X_{13} + .008X_{14} \leq 417600 \quad (4.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \text{ KISIT: } & .003X_1 + .003X_2 + .003X_3 + .003X_4 + .003X_5 + .006X_6 + .006X_7 \\
& + .003X_8 + .004X_9 + .003X_{10} + .003X_{11} + .003X_{12} + .003X_{13} \\
& + .003X_{14} \leq 835200 + \theta_j^*(835000)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9. \text{ KISIT: } & .175X_1 + .25X_2 + .275X_3 + .27X_4 + .102X_5 + .321X_6 + .245X_7 \\
& + .122X_8 + .301X_9 + .32X_{10} + .285X_{12} + .321X_{13} + .2X_{14} \leq 5011200
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
10. \text{ KISIT: } & .26X_1 + .113X_2 + .125X_3 + .106X_4 + .056X_5 + .102X_6 + .155X_7 \\
& + .145X_8 + .045X_9 + .105X_{10} + .32X_{11} + .186X_{12} + .31X_{13} \\
& + .112X_{14} \leq 1252800
\end{aligned}$$

$$11. \text{ KISIT: } .05X_1 + .04X_7 + .046X_{11} + \leq 4593600$$

12.KISIT:  $.008X_{11} \leq 835200$  biçimindedir.

$\theta_j = 0.1, 0.2, \dots, 1$

*Piyasa Kısıtları*

13.KISIT:  $X_1 \geq 10000$

14.KISIT:  $X_3 \geq 2500$

15.KISIT:  $X_7 \geq 50000$

16.KISIT:  $X_{10} \geq 1000$

17.KISIT:  $X_6 \geq 3000$

18.KISIT:  $X_{14} \leq 5000000$  (4.10)

19.KISIT:  $X_2 \geq 50000$

20.KISIT:  $X_8 \geq 2000$

21.KISIT:  $X_{12} \geq 3800$

22.KISIT:  $X_{13} \geq 4000$  biçimindedir.

## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Tekstil sanayinde üretim faktörlerinde çeşitli nedenlerle belirsizlik vardır. Özellikle de kaynaklarda bulanıklık sıkça sözkonusudur. Bu çalışmada bulanık üretim planlaması denemesi yapıldı. Kaynaklarda bulanıklık olduğunda problem, sağ taraf bulanık doğrusal programlama problemi olarak isimlendirilir. Böylece karar vericiye bulanık üretim planlaması modeli ve çözümü ile klasik doğrusal programlamadan daha esnek bir yaklaşım sunulmaktadır. Karar destek sistemi QSB yardımıyla , karar vericiye 10 alternatif sonuç ve bu koşullarda karar değişkenlerinin alacağı değerlerle amaç fonksiyon değerlerini vermiştir. Bunlardan herhangi birini seçmek karar vericinin tercihinine kalmıştır. Karar verici seçeceği alternatife göre işletmenin karını görecek ve Çizelge 4.8.'e göre üretim planını düzenleyecektir

Çizelge 4.8.'de görüldüğü gibi bazı ürünlerdeki karar değişkenleri sabit değerler almıştır. Bunun nedeni piyasa kısıtlarıdır. Piyasa şartları olarak ta isimlendirebileceğimiz bu kısıtlar tamamen karar vericinin -tekstil sanayi piyasasının dışında kalmamak müşteri kaybetmemek, müşterilerinin diğer satıcılara kaymaması düşüncesiyle- karlı olmasa da her üründen bir miktar üretmek istemesinden kaynaklanmaktadır. Karar verici, ürün portföyünü geniş tutarak potansiyel müşterilerinin taleplerini karşılayacak ve tekstil piyasasına belli bir oranda hakim olabilecektir.

Ayrıca çizelgede tolerans miktarlarının artan üyelik derecesiyle birlikte amaç fonksiyon değerlerinin arttığı gözlenmektedir. En büyük kar açıktır ki ek imkanların tamamen devreye sokulmasıyla gerçekleşecektir. Bu ise tolerans miktarlarının en büyük üyelik derecesi olan  $\theta_j = 1$  olduğu durumda gerçekleşmektedir.

Sağ taraf sabitleri yanında Amaç fonksiyonu katsayıları, üretim matrisi elemanları ve bunların kombinasyonları durumlarında da bulanık söz konusu olacaktır. Bu durumlar başka tezlerin konusu olmaya adaydır. Araştırılmalıdır.

Çizelge 4.8. Sağ taraf bulanık doğrusal programlama çözümü

Ürün adı	$0_j$	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
Kot	$X_1$	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
Epengle	$X_2$	573414	585017	479086	445191	411296	377400	343505	309610	275715	241820	207924
Krinkıl	$X_3$	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
Fransız Serj	$X_4$	381590	363019	500693	532961	565229	597498	629766	662034	694302	726571	758840
Serj24	$X_5$	1656820	1656820	1617723	1628430	1639138	1649846	1660553	1671261	1681969	1692676	1703384
Saten	$X_6$	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
Tarlata	$X_7$	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000
Fluard	$X_8$	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
Alpaka II	$X_9$	1143326	1156127	1473099	1612616	1752134	1891652	2031168	2170686	2310203	2449721	2589239
Alpaka I	$X_{10}$	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Trençkot	$X_{11}$	1343792	1344046	1298117	1277904	1257691	1237477	1217264	1197051	1176838	1156625	1136412
Waves	$X_{12}$	3800	3800	3800	3800	3800	3800	3800	3800	3800	3800	3800
Ekose	$X_{13}$	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
Gabardin	$X_{14}$	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000	5000000
Amaç Fonksiyonu (Milyon TL)	Mi	4266672	4268691	4283867	4298823	4313779	4328734	4343690	4358645	4373600	4388556	4403511

### KAYNAKLAR

1. P.J. Davis and R. Hers, The Mathematical Experience (**Houghton Mifflin, New York**, 1981). pp.17-19.
2. H.A. Simon, Two heads are better than one: the collaboration between AI and or, **Interface** 17, (1987).pp.8-5.
3. Zadeh L.A., From **Circuit Theory to System Theory Proceedings of Institute of Radio Engineering** 50, (1962). pp.856-865.
4. Zadeh L.A., Fuzzy Sets, **Information and Control**, Vol. 8, (1965). pp. 338-353
5. Gaines, B.R., and L.J. Kohout, The Fuzzy Decade: a bibliography of fuzzy systems and closely related topics, **Int. J. Man- Machine Studies** 9, (1977). pp. 1-68.
6. Kendall, A., and R.R Yager A., bibliography of fuzzy sets, their applications and related topics, In M.M. Gupta, R.K Regade and R.R. Yager (eds.) **Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, Nort -Holland, Amsterdam**, (1979). pp. 621-744.
7. Gaines, R.B., **New Paradigms in System Engineering : From 'Hard' to 'Soft' Approaches** in Kacprzyk J., and S.A Orlovski, **Optimization Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. (1987).
8. Kaufmann, A **Introduction to the Theory of Fuzzy Sub-Sets**, **Academic Press**, Newyork, 1975.
9. Arbib, M.A., Book Reviews, in **Bulletin of The American Mathematical Society**, Vol. 83 No.5, (1977). pp. 446-451.
10. French S., Fuzzy decision analysis: some criticism, Zimmermann, H.-J., L.A Zadeh and B.R. Gaines (eds.), **Fuzzy Sets and Analysis** (Elsevier Science ,Amsterdam, (1984). pp.29-44.
11. Alp, I., **Bulanik Doğrusal Programlama Ders Notları**, Ankara, (1997).

12. Zadeh, Lütü, Asker, Fuzzy Sets and Applications, Wiley,  
**Interscience Publication** (1987), Newyork.
13. Kichert, W.J.M., Fuzzy Theories an Decision Making, **Martinus Nijhoff  
Social Sciences Division**, London (1978).
14. Ovchinnikov, S.V. Structure of Fuzzy Binary Relations. **Fuzzy Sets and  
Syst.** 6, (1981). pp. 169-195.
15. Orlovsky, S.A., Decision-Making With a Fuzzy Preference Relation.  
**Fuzzy Sets and System.** 1, (1981). pp.155-168.
16. Belman, R.E. and L.A Zadeh, Decision Making In Fuzzy Environment.  
**Mang. Scie.** 17, (1970). pp. 151-169.
17. Lai Y.J.and Hwang, **Fuzzy Mathematical Programming**, Springer-  
Verlag, (1997).
18. Zadeh, L.A., **Fuzzy Algorithms.** *Inf. and Control* 112, (1968).  
pp. 94-102.
19. Somer, G. and M.A., Pollatscheck, A Fuzzy Programming Approach to an  
air pollution regulation problem. **Eur. J. op. Res.** 10, (1978).pp. 303-313
20. Kocprzyk, J., and S.A. Orlovski , **Fuzzy Optimization  
and Mathematical Programming: a brief Introduction and Survey.**  
(Springer-Verlag, Heidelberg, 1987).
21. Belman, R.E., and M. Gietz, On the analytic formalism of the theory of  
fuzzy sets. **Information Sciences** 5 (1973). pp. 149-156.
22. Klir G., T. A. Folger, Fuzzy Sets, Uncetainty and Information,  
**Presentice-Hall**, London.(1988).
23. Freeling, A. N. S., Possibilities versus probabilities-two alternative  
decision aids, in **Fuzzy Sets and Decision Analysis** (edr. Zimmerman,  
H.J.) Elsevier Science, Amesterdam, (1984).
24. Schweizer, B. And A.Skalar , "Associative functions and statistical  
triangle inequalities". **Publications Mathematica Debrecen**, 8,(1961).  
pp 169-186.

25. Hamacher, H., "Über Logisch Verknüpfungsfunktionen Unscharfer Aussagen und deren zugehörige Bewertungsfunktionen." in **Progress in Cybernetics and System Research**, Vol. 3, ed. R. Trappl., G.J.Klir, and L. Ricciardi, Hemisphere, Washington, D.C., (1978). pp. 276-288.
26. Frank, M.J., "On the Simultaneous associativity of  $F(x, y)$ ," **Equation. Math.** 19, (1976). pp. 194-226.
27. Yager, R.R., "On a general class of fuzzy connectives," **Fuzzy Sets and Systems**, 4, (1980). pp. 235-242.
28. Dubois, D. And H. Prade., "New results about properties and semantics of fuzzy set-theoretic operators." In **Fuzzy Sets**, Wang, P.P. and S.K. Chang eds. (1980), Plenum Press, New York.
29. Dombi J., "A general class of fuzzy operators ...", **Fuzzy Sets and Systems**, 8, (1982). pp. 149-163.
30. Chen, S.J., and C.L.Hwang, **Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications (Springer-Verlag, Heidelberg, 1991)**.
31. Zimmermann, H.J., "Results of empirical studies in Fuzzy Set Theory ." in **Applied General System Research**, edited by G.J. Klir **Plenum Press**, New York, (1978). pp. 303-312.
32. Zimmermann, H.J., and P.Zysno "Latent Connectives in Human Decision Making ." **Fuzzy Sets and Systems**, 4, (1980). pp. 37-51.
33. Yager, R.R., "Some Procedure for Selecting Fuzzy Set-Theoretic Operators." **Intern. J. of General System**, 8, (1982). pp. 115-124.
34. Zimmermann, H.J., Description and Optimization of fuzzy systems, **Int.J. General Systems**, (1976), Vol.2, pp. 209-215.
35. Zimmermann, H.J., Application of Fuzzy Set Theory to Mathematical Programming, **Information Science** 36, (1985) 29-58.
36. Verdegay, J.L., Fuzzy Mathematical Programming, in **Approximate Reasoning in Decision Analysis**, (Gupta, M.M. and E. Sanchez (eds.)), **Northolland Amsterdam**, (1982). pp. 231-236.

37. Werners, B., Interactive Multiple Objective Programming Subject to Flexible Constraints, **European Journal of Operational Research** 31, (1987). pp. 342-349.
38. Werners, B., An Interactive Fuzzy Programming System, **Fuzzy Sets and Systems** 23 (1987).
39. Zimmermann, H.J., Fuzzy Set Theory to Mathematical Programming, in [40] (1985) 99-114.
40. Jones, A., A. Kaufmann and H.-J. Zimmermann (eds.), **Fuzzy Sets and Applications (D. Reidel, Dordrecht, 1985)**.
41. Kacprzyk, J. and M. Fedrizzi (eds.), **Non-Conventional Preference Relations in Decision Making (Springer-Verlag, Heidelberg, 1988)**.
42. Luhandjula, M.K., Fuzzy Optimization: an appraisal, **Fuzzy Sets and System**, 30 (1989) 257-282
43. Lai Y.J. and Hwang, **Fuzzy Mathematical Programming and fuzzy multiple objective decision making**, Springer- Verlag, (1997), Dept. of I.E., Kansas State University.
44. Sakawa, M., **Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization, Plenum Press. New York, (1993)**

## ÖZGEÇMİŞ

Sait ULUTEPE, 23 Nisan 1970'de Bursa'da doğdu. İlk ve Orta Öğrenimini doğduğu yere bağlı olan Osmangazi İlçesi'nde gördü. Yüksek tahsilini Anadolu Üniversitesi İktisat Fakültesi İktisat Bölümü'nde yaptı. Halen Bursa Kent Bilgi Sistemleri Merkezi'nde İstatistik ve Bilgisayar Uzmanı olarak çalışmaktadır.

e-posta : [sulutepe@hotmail.com](mailto:sulutepe@hotmail.com)

web : <http://sait.8m.com>