T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TESTLERDE ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nurcan İŞTAR

İstatistik Anabilim Dalı

OCAK 2016
SAMSUN

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TESTLERDE ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nurcan İŞTAR
(13210501)

Tezin Savuma Tarihi : 12/02/2016

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Yüksel TERZİ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalında

Nurcan İŞTAR Tarafından Hazırlanan

PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TESTLERDE ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR

başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından 12/02/2016 tarihinde yapılan sınav ile YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : **Prof. Dr. Mehmet Ali CENGİZ** ....
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Yrd.Doç.Dr.Nurettin SAVAŞ** ....
Erzincan Üniversitesi

Doç.Dr.Yüksel TERZİ ....
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

…./…./2016

Prof. Dr. Hüseyin DEMİR

Enstitü Müdürü

iii

ÖNSÖZ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalında hazırlamış olduğum yüksek lisans tez çalışmamda yardımından dolayı değerli danışman hocam Doç. Dr. Yüksel TERZİ' ye teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ayrıca eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini benden esirgemeyen, bugünlere gelmemde emeği olan sevgili dedem Şükrü ESTİ'ye ve aileme en içten dileklerimle teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 2016 Nurcan İŞTAR

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

KISALTMALAR

C	: İşlem Sayısı
FR	: Friedman Testi
$\mathbf{FR_D}$	: Düzeltilmiş Friedman Testi
KW	: Kruskal-Wallis Testi
$\mathbf{KW_D}$	: Düzeltilmiş Kruskal-Wallis Testi
L	: i. Satırda Aynı Değerli Ölçüm Gruplarının Sayısı
n	: Blok Sayısı
$\mathbf{n_i}$	:i. Gruptaki Gözlem Sayıları
SH	: Standart Hata
t	:Tekrarlı gözlem sayısı
$\mathbf{t_j}$	:Bu Gruplardan j. Grupta Olanların Sayısı
$\mathbf{R_{.j}}$	:j. İşleme İlişkin Sıra Sayıları Toplamı
$\mathbf{\overline{R}_i}$	:Sıra Sayıları Ortalaması
X_{ij}	: j. Yığındaki i. Birimin Değeri
$\boldsymbol{\mu}$	:Bilinmeyen Genel Ortalama
$\boldsymbol{\tau_j}$	: Faktörün j. Düzeyinin Bağımlı Değişkene Etkisi
$\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$	:Hata Terimi
$\boldsymbol{\beta_i}$	:i. Bloğun Bağımlı Değişken Etkisi

PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TESTLERDE ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR

ÖZET

Nicel verili ikiden çok bağımsız veya bağımlı gruplarda verilerin normal dağılıma sahip olmamasıya da verilerin ordinal ölçekli olması halinde parametrik olmayan testler kullanılmaktadır. İkiden fazla grup karşılaştırmasında grupları ikişer ikişer karşılaştıran testler kullanıldığında birinci tip hata payı artmaktadır. Bu nedenle bunların yerine k tane örneklemi aynı anda işleme tabi tutan yöntemler önerilmiştir.

Bu çalışmada parametrik olmayan testlerden sonra kullanılması önerilen ve çoğunlukla sıra sayıları üzerine kurulmuş olan çoklu karşılaştırma testlerinden bahsedilmiştir. Parametrik olmayan testlerden Kruskal-Wallis testi ve Friedman testinden sonra yokluk hipotezi olarak adlandırılan H_0 hipotezleri reddedildiğinde k sayıda faktör düzeyinden hangilerinin aynı etkide hangilerinin farklı etkide olduğuna bakmak gerekir. Bu amaçla çoklu karşılaştırma yöntemlerine başvurulur.Bu çalışmada amaç ikiden çok bağımlı ve bağımsız gruplarda kullanılan parametrik olmayan çoklu karşılaştırma testleri verilmiştir. Grupların bağımsız veya bağımlı olması, gözlem sayısısının eşit veya farklı oması durumuna göre uygun çoklu karşılaştırma testlerinin seçilmesi önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Parametrik Olmayan Testler; Çoklu Karşılaştırmalar; Dunn Testi; Nemenyi Testi; Friedman Testi; Kruskal-Wallis Testi

NONPARAMETRIC MULTIPLE COMPARISON METHODS

ABSTRACT

Nonparametric tests are used when the data in multiple independent or dependent groups with quantitative data do not have normal distribution or when the data have ordinal scale. In comparison of multiple groups, first type margin of error increases when tests which compare groups in two are used. Thus, methods which process k number of samples at the same time have been proposed.

This study is about multiple comparison tests mostly based on ordinal numbers which are recommended to be used after nonparametric tests. After Kruskal-Wallis test and Friedman test, which are nonparametric tests, when H_0 hypotheses which are called null hypotehesis are rejected, it is necessary to check which of the k number factor levels will have the same effect and which ones will have different effects. Multiple comparison methods are used for this purpose. The purpose of this study is to compare nonparametric multiple comparison tests which are used in multiple independent and dependent groups. A choice of suitable multiple comparison tests based on the dependency or independency of groups or equal or different numbers of observations has been recommended.

Key Words: Nonparametric Tests; Multiple Comparisons; Dunn Test; Nemenyi Test; Friedman Test; Kruskal-Wallis Test

1. GİRİŞ

İstatistiksel analizler kullanım amaçlarına göre ikiye ayrılır. Bunlar betimleme ve çıkarsamadır. Betimleme varolan veriler için özet bilgilerin elde edilmesidir, çıkarsama ise kitleden alınan örneklemler yardımı ile tahminde bulunmak ve güven aralıkları bulmaktır. İstatistiksel teknikler her ne amaçla kullanılırsa kullanılsın örenkelemin çekildiği kitleye ait bilgiler ve verilerin özellikleri iki farklı şekilde analiz edilebilir.

Birincisinde kitle dağılımı bilinmektedir. Bu durumda merkezi limit teoremi ve normal dağılımdan faydalanılarak parametrik olan yöntemlere başvurulur. İkinci durumda ise dağılım fonksiyonu ya da örneklemin alındığı kitle hakkında bilgi bilinmemektedir ve bu durumda da parametrik olmayan yöntemlere başvurulmaktadır. Örneklenen kitlenin bazı özellikleri sağladığı varsayımına dayandığı için parametrik yöntemler ilk olarak tercih edilir. Bu nedenle bu testlerin başarısı yüksek oranda ileri sürülen varsayımların geçerliliğine bağlı olmaktadır. Bu varsayımlar dağılımın normal olması, varyansların homojen olması gibi varsayımlardır. Normal dağılım varsayımı sağlanmadığı taktirde parametrik olmayan yöntemlere başvurulur. Parametrik olmayan yöntemler de gözlemlerin bağımsızlığı ve simetrikliği varsayımına dikkat edilir. Kitle dağılımına ilişkin hiçbir bilgi gerektirmemesi bu yöntemlere olan tercihi artırmaktadır (Kıroğlu, 2001).

Bu yöntemler dağılımdan bağımsız yöntemler ile karıştırılmaktadır fakat aralarında önemli farklılık bulunmaktadır. Parametrik olmayan yöntemlerde ortalama, varyans gibi parametreler zorunlu değidir ayrıca kitle parametresi gözönünde bulundurulmaz (ki-kare gibi). Dağılımdan bağımsız yöntemlerde ise örneklem değerlerine bağlı olup bunları belirleyen rastlantı değişkenlerinin alındğı kitlenin her hangi bir fonksiyonundan bağımsızdır (Kıroğlu, 2001).

Bu çalışma 6 bölüm ve kaynaklardan oluşmaktadır. Birinci bölümde istatistiksel testlerin kullanım amaçları ve hangi durumlarda parametrik olan testler hangi durumlarda parametrik olmayan testlerin kullanılması gerektiği kısaca belirtilmiştir. İkinci bölümde istatistiksel analiz yapılırken hipotez, kullanılacak testin seçimi, anlamlılık seviyesi, örnekleme dağılımı ve karar gibi uygulanan aşamalar anlatılmıştır. Üçüncü bölümde parametrik olmayan istatistiksel testler hakkında bilgi verilmiş olup, hangi durumda parametrik testlerin kullanılması gereketiği, bu testlerin avantajları ve dezavantajları anlatılmıştır. Ayrıca üç ve daha fazla sayıda gruplara sahip bağımlı ve bağımsız değişkenli verilerde kullanılması önerilen testler verilmiştir. Dördüncü bölümde çoklu karşılaştırmalar hakkında bilgi verilmiş ve çoklu karşılaşılaştırmaların avantajlarından bahsedilmiştir. Üç ve daha fazla grup sayısına sahip parametrik olmayan testler anlatılmıştır. Ayrıca bağımsız değişkenli verilerde gözlem sayılarının eşit olması durumunda kullanılan çoklu karşılaştırma testleri, gözlem sayılarının eşit olmaması durumunda kullanılan çoklu karşılaştırma testleri ile üç ve daha fazla gruba sahip bağımlı değişkenli veri setlerinde kullanılan çoklu karşılaştırma testlerinde bahsedilmiştir. Beşinci bölümde bağımlı ve bağımsız değişkene sahip veriler için uygulama yapılmıştır. Altıncı bölümde ise uygulama ve kullanılan testler sonucunda elde edilen bilgiler ve sonuçlar anlatılmıştır.

2. İSTATİSTİKSEL TESTİN AŞAMALARI

Araştırmada veriler elde edildikten sonra istatistiksel bir test yapmak için takip edilecek yolu aşağıdaki gibi sıralayabiliriz.

i)Hipotezler

Hipotez doğru olup olmadığı araştırılacak konuyu anlatır. Hipotez cümleleri açıkça ifade edilen, sınanabilen ve basit cümleler olmalıdır. İki çeşit hipotez vardır:

- Sıfır hipotezi : Yokluk hipotezi olarak da adlandırılan "iki değişken arasında ilişki yoktur veya iki parametrik değer arasında fark yoktur " şeklinde ifade edilen hipotezdir. H_0 şeklinde gösterilir.

-Alternatif hipotez : Karşıt hipotez olarak da adlandırılır. Sıfır hipotezinde ileri sürülen ifadenin tersi şeklinde düzenlenir. Sıfır hipotezinin reddedilmesi alternatif hipotezin kabul edilmesi demektir. H_1 şeklinde gösterilir (Canküyer ve Aşar, 2005).

ii) İstatistiksel Testin Seçimi

Hipotezler hakkında karara varmada kullanılabilecek farklı testler mevcutur. Her testin kendine özgü koşulları vardır. Bu koşulların neler olduğu ve elde edilen veriye uygunluğu dikkate alınarak uygun bir test seçilir.

iii) Anlamlılık Seviyesi ve Örnekleme Dağılımı

Hipotezler belirlendikten ve uygun istatistiksel testin seçimi yapıldıktan sonra sıra anlamlılık seviyesini (α) ve örneklem syısını belirlemektir. İstatistiksel testten elde edilen değerin H_0 şartına bağlı olarak ortaya çıkma olasılığına anlamlılık seviyesi denir. İki tip hata vardır. Birincisi I.tip hata, doğru olan H_0 hipotezinin reddedilmesidir ve α ile gösterilir. Hata miktarını 0,05 alırsak geriye kalan 0,95 düzeyindeki olasılık doğru olan H_0 hipotezinin kabul edilme olsaılığıdır. Bu olasılığa testin güvenilirlik düzeyi $(1-\alpha)$ denilir. İkincisi yanlış olan H_0 hipotezinin kabul edilmesi olan II. Tip hatadır ve βile gösterilir. $\beta = 0{,}05$ alınırsa geriye kalan 0,95 düzeyindeki olasılık yanlış olan H_0 hipotezinin kabul edilmesi olasılığıdır ve Testin gücü (1- β) olarak tanımlanır.

Araştırmacı hata oranını azaltmak için örneklemdeki birim sayısını artırmak, uygun test tekniğini kullanmak ve örnekleme tekniklerini iyi kullanmak gibi önlemler almalıdır. Örneklem sayısını (N) belirlemede α ve β değerlerinden yararlanılır. α ve β birbirleri ile ters orantılıdır (Canküyer ve Aşar, 2005). Örneklem sayısı (N) arttıkça II. Tip hata olasılığının azaldığı gözlenir (Topsever, 1977).

iv) Örnekleme Dağılımı

Araştırmacının uygulayacağı bir sonraki adım örnekleme dağılımının belirlenmesidir. Örnekleme, bir anakütleden bazı kurallara uyarak anakütleden daha küçük hacime sahip bir örneklemin seçilmesidir (Canküyer ve Aşan, 2005). İlgilenilen istatistiksel değerin belirli bir büyüklüğe eşit ya da o değerden büyük olması olasılığının hesaplanması için örnekleme dağılımından yararlanılır (Gamgam ve Altunkaynak, 2008).

v) Kabul ve Red Bölgesi

Reddetme bölgesi, H_0 şartına bağlı olarak test istattistiğinin alabileceği tüm değerleri içeren bir alt grubunu içerir ve bu alt grup içerisinde değer veren test istatistiğinin ortaya çıkma olasılığı α ile ifade edilir. Bu olasılık α' dan küçük ya da α' ya eşittir. Reddetme bölgesinin genişliği α ile gösterilir (Topsever, 1977).

vi) Karar

İstatistiksel test sonucunda elde edilen olasılıksal sonuç α değerine eşit ya da küçükse sıfır hipotezi reddedilir.

3.PARAMETRİK OLMAYAN İSTATİSTİKSEL TESTLER

Parametrik olmayan istatistiksel yöntemler hakkında ilk bilgiler John Arbuthnot'un 1710 yılında yapmış olduğu çalışmasına dayanmaktadır. 1940'lı yıllara kadar bu testler üzerinde çalışmalar olmuştur. İki örneklemi konum yönünden Wilcoxon 1945 yılında karşılaştırmıştır (Kıroğlu, 2001). Bu testler parametrik olmayan veya dağılıma bağlı olmayan testler adıyla günümüze kadar gelişerek ulaşmıştır (Canküyer ve Aşar, 2005). Bu yöntemler parametrik testlerin varsayımlarının karşılanmadığı durumlarda parametrik testler yerine tercih edilir ancak parametrik testlere göre daha az duyarlıdır. Örneklemin seçildiği kitleye ait parametreler için varsayıma ihtiyaç duyulmaz ve sürekli dağıldıkları kabul edilir (Şenol, 2004). Bu testler örneklemin alındığı evren hakkında her hangi bir şart gerektirmez. Gözlemlerin bağımsızlığı ve değişkenlerin sürekliliği gibi varsayımlara sahip olmasına rağmen parametrik testlerin varsayımlarından daha az ve parametrik testler kadar güçlü olmayan testlerdir (Topsever, 1977).

İstatistiksel analiz yapılmadan önce, verilerin kategorik (nominal, ordinal) veya sürekli (aralıklı, oransal) olup olmadığına bakılmalıdır. Sürekli verilerde parametrik yöntemler kullanılırken kategorik verilerde parametrik olmayan yöntemler kullanılır (Kalaycı, 2010). Aralıklı ve oransal ölçekli verilerde dağılım varsayımı kurulur, parametreler hesaplanırken isimsel ve sıralı verilerde parametre tahmini yapılamaz fakat kategorilere göre oransal tahminler yapılabilir. İsimsel ve sıralı ölçekli verilerde normal dağılım varsayımı olmadığı için ve parametre tahmini yapılmadığı için bu tür verilerin analizinde parametrik olmayan testler uygulanır. Normal dağılım varsayımının kurulamadığı zamanlarda ve belirli bir dağılım varsayımına göre kurulmuş hipotezler yerine serbest yaklaşımların denenmek istendiği, aralıklı ölçeğe sahip verilerde de bu yöntemler uygulanabilir (Özdamar, 1997). Parametrik testler modelden çekilen örnekleme ilişkin varsayımlar üretir. Bu varsayımlar örneklem dağılımına ilişkin varsayımlardır(normal dağılım gibi). Parametrik olmayan yöntemler ise, bu gibi varsayımlara gerek duymaz ve örneklem dağılımına ilişkin varsayımlar ortaya koymaz. Parametrik olmayan yöntemler parametrik yöntemler kadar duyarlı olmadığı için gruplar arasındaki farklılıkları bulmada yetersiz olabilir. Nominal ve ordinal ölçekli veriler, küçük örneklemler ve verinin parametrik yöntemlerin varsayımlarını sağlamadığı durumlarda parametrik olmayan yöntemler daha uygundur (Kalaycı, 2010). Bu yöntemler kitle dağılımına bağlı olmayan ve parametrik yöntemlerin uygulanamadığı durumlarda uygulanabilen kullanışlı ve kolay testlerdir. Bu yüzden sık sık başvurulan testlerdir (Canküyer ve Aşar, 2005).

Yani, parametrik olmayan testler nominal, ordinal ya da normal dışı dağılım gösteren sayısal veriler analiz edilebilirken, parametrik testlerle normal dağılım gösteren verilerin analizi yapılabilir. Ayrıca normal dağılıma uygun verilere parametrik olmayan yöntemlerin uygulanması hatalı sayılmazken, ordinal yada normal dışı dağılım gösteren verilere parametrik test uygulanması daha risklidir. Analiz yapılmadan önce uygulanacak testin varsayımlarının sağlanıp sağlanmadığı hakkında bir bilgi yoksa parametrik olmayan yöntemler daha güvenlidir. Ancak parametrik yöntemler için gerekli varsayımların sağlanmasına rağmen parametrik olmayan yöntemlere başvurulursa, parametrik yöntemlerin avantajlarından yararlanılmamış olunur (Kalaycı, 2010).

3.1 Parametrik Olmayan Testlerin Avantajları

Bu testler kolay, pratik ve kullanışlı olmalarından dolayı geniş bir kullanım alanına sahiptir.

- ✓Dağılımın normal olması gibi katı varsayıma ihtiyaç yoktur.
- ✓Pekçok parametrik olmayan testlerden elde edilen olasılıklar tam olasılıklardır ve kitle dağılımından bağımsızdır.
- ✓Küçük örneklemlerde kitle dağılımı tam olarak bilinmediği sürece parametrik olmayan yöntemlere hiçbir alternatif yoktur. Bu testlerin gücü örneklem büyüklüğü arttıkça artar.
- ✓Yeterince güvenilmeyen verilere uygulanır.
- ✓Fazla zamana gerek yoktur.
- ✓ Kitle üzerindeki dağılım varsayımları için oldukça güçlüdür (Kıroğlu, 2001).
- ✓Uygulanması, öğrenilmesi ve anlaşılması kolaydır.
- ✓Parametrik testlerin uygulanamadığı sınıflama, sıralama ölçek düzeyindeki verilere rahatlıkla uygulanabilir (Topsever, 1977).

- ✓Örneklem sayısının çok küçük olduğu durumlarda kullanılır (Topsever, 1977).
- ✓Farklı anakütleden alınmış örneklemlere uygulanabildiği için gerçek bilgi ve varsayımlara ihtiyaç duyulmadığından farklı anakütlelerden çekilen örneklemlere ait istatistikler ile bu testler karşılaştırılabilir Canküyer ve Aşar, 2005).

3.2 Parametrik Olmayan Testlerin Dezavantajları

- ✓Aynı verilere uygulanan farklı parametrik olmayan testlerin sonuçları farklı olabilir.
- ✓Parametrik olmayan testin gücü parametrik testin gücünden daha düşüktür.
- ✓Parametrik yöntemlerin tüm koşullarının sağlanması durumunda parametrik olmayan yöntemler zaman ve bilgi kaybıdır (Kıroğlu, 2001).
- ✓Bu testler sınıflama ve sıralamaya dayalı, matematiksel işlemlerin yoğun olmadığı, basit düzeydeki testler olduğundan, parametrik testler yerine kullanıldığında bilgi kaybına sebep olur ve doğru analiz sonuçları alınmayabilir.

3.3 İkiden Çok Gruplarda Kullanılan Önemli Bazı Parametrik Olmayan Testler

3.3.1 Kruskal - Wallis testi

Üç ve daha fazla örneklemin aynı kitleden gelip gelmediğini test etmek için varyans analizine uygun olmayan veriler için 1952 yılında W. H. Kruskal ve W. A. Wallis tarafından önerilen bir testtir.Gruplar arası tek yönlü varyans analizinin parametrik olmayan alternatifidir. Sürekli değişkenlere sahip üç ya da daha fazla grup için karşılaştırma yapar. Değerler sıralı hale çevrilir ve sıralı ortalamalar karşılaştırlır (Kalaycı, 2010). Bu test medyan testinden daha fazla bilgi kullanıldığı için daha güçlüdür ve uygun veri kümesinden az sıralı düzeyde ölçüldüğünde tercih edilir (Daniel, 1978). Amaç, her biri n_j, hacimli k sayıda bağımsız örneğin aynı kitleden gelip gelmediğine karar vermektir. Sürekli değişkenlere sahip üç yada daha fazla grup için karşılaştırma yapmayı sağlar. Değerler sıralı hale çevrilir ve her grup için sıralı ortalamalar karşılaştırılır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013).

Varsayımları :

- Veriler $n_1, n_2, \dots, n_k$hacimli k tane örnekten oluşur.
- Gözlemler hem örneklem içi hem de örneklemler arası bağımsızdır.
- Değişkenler süreklidir.
- Ölçme düzeyi en az sıralamadır.

Hipotezler :

H_0 $:\tau_1 = \tau_2 = \cdots \tau_k$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1,2,…k)

ya da ;

H_0 : Örneklerin seçildiği k sayıda yığının hepsi aynı medyana sahiptir.

H_1 : Örneklerin seçildiği k sayıda yığının hepsi aynı medyana sahip değildir.

Bu durumda model aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$X_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1,2, \dots, n_j$$
$$j = 1,2, \dots, k$$

X_{ij} : j. yığındaki i. birimin değeri

μ : Bilinmeyen genel ortalama

τ_j: Faktörün j. düzeyinin bağımlı değişkene etkisi

ε_{ij}: Hata terimi

Test ölçütü:

Verilerin oluşturduğu tabloda orijinal değerlerin yerine rankları yazılır. Bunun için tüm gözlemler birleştirilir ve birleştirilen gözlemler küçükten büyüğe sıralanır ve en küçük değere 1, en büyük değere n rankı verilir. Burada n, herbir gruptaki gözlem sayılarının toplamıdır. Gözlemlerde tekrarlar söz konusu olduğunda bu gözlemlere rank olarak tekrar olmadığı durumda verilecek rankların ortalaması verilir. Bu değerler tabloda verildiği şekilde oluşturulur (Kıroğlu, 2001).

Çizelge 3.1.Gözlemlerin ve rankların özet tablosu

Örneklemeler	Gözlemler	$R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R_{(ij)}\, n_i$
1	$y_{11} y_{12} \dots\dots y_{1n1}$	$R_1 n_1$
2	$y_{21} y_{22} \dots\dots y_{2n2}$	$R_2 n_2$
⋮ ……………	…	…
k	$y_{k1} y_{k2} \dots\dots y_{knk}$	$R_k n_k$

Tabloda y_{ij} değerleri sıralı değerler ise kendi değerlerinden, aralıklı ya da oranlı ölçekte ölçülmüş değerler ise sıra değerlerinden yararlanılarak, her bir örneklemin sıra sayıları toplamı kullanılarak R_i toplamları bulunur (Kıroğlu, 2001).

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{{R_i}^2}{n_i} - 3(N+1) \quad \mathbf{(3.1)}$$

k = örneklemlerin sayısı,

n_j = j. Örneklemdeki olguların sayısı,

N = $\sum n_j$, birleştirlmiş tüm örneklemlerdeki olgu sayısı,

R_j = j. Örmeklemdeki mertebelerin toplamı,

Eğer veri setinde tekrarlı gözlem var ise Kruskall-Wallis'in düzeltme terimi uygulanır. Düzeltme yapmanın amacı test istatistiğinin değerini artırmak ve böylece durumu daha anlamlı hale getirmektir. Eğer düzeltme yapılmaksızın test istatistiği sonucunda H_0 hipotezi red edilirse, düzeltme yapılacak duruma kıyasla H_0'ı güçlü bir anlamlılık seviyesinde red edebilir (Topsever, 1977).

Düzeltme terimi = $1- \frac{\sum T}{N^3-N}$

$T = t^3$-t

t : tekrarlı gözlem sayısı

$$KW_D = \frac{KW}{1-\frac{\sum T}{N^3-N}} \quad \textbf{(3.2)}$$

Karar kuralı :

$$\begin{cases} k = 3\ , \quad n_j \leq 5 & Run\ testi\ tablosu \\ k \geq 3\ ,\ n_j \geq 5 & {X_{(k-1);a}}^2 \end{cases}$$

Hesaplanan KW değeri tablo değerinden büyük ise H_0 hipotezi reddedilir.Örneklerin seçildiği k sayıda yığının hepsi aynı medyana sahip değildir denilebilir.

3.3.2 Friedman testi

Friedman testi tekrarlanan değerli iki yönlü varyans analizinin parametrik olmayan alternatifidir. Üç ya da daha fazla grup için karşılaştırma yapmayı sağlar (Kalaycı, 2010). Örnek birimlerini bloklar olarak adlandırılan homojen alt gruplara ayrılması ile ilgili bağımlı değişken bakımından gruplar arasında farklılık olup olmadığını araştırmak için kullanılan bir testtir. Bu testin temel özelliği normal dağılım ve homojen varyans varsayımı gerektirmemesi ve sıra sayılarına dayanmasıdır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013). Örneklem dağılımı normal olmadığı durumda ya da veri setinin analiz için sadece sıra sayılarına uygun olduğu durumda bu test kullanılır (Şenol, 2004). Bu test ile M. Friedman 1937 yılında gözlem değerlerine sıra numarası verilerek skorlar üzerinden parametrik olmayan bir test yapılabileceğini göstermiştir. Bloklarda yer alan birimlerin gözlem değerlerinin birbirinden farklı olup olmadığını gösteren bir testtir. Bu amaçla n bloklu ve c tane veri tablosu oluşturulur (Canküyer ve Aşan, 2005). Bir blok aynı sürüden alınan hayvanlardan, aynı formülle üretilen materyalden, yaş, eğitim ve fiziksel koşul gibi belirli uygun değişkenlere dayalı olarak birleştirilmiş gözlemlerden oluşabilir (Şenol, 2004).

Çizelge 3.2. Rastgele tanımlanmış blok tasarımları

	İşlemler			
Bloklar	1	2	….	c
1	X_{11}	X_{12}	….	X_{1c}
2	X_{21}	X_{22}	….	X_{2c}
⋮	⋮	⋮	….	⋮
n	X_{n1}	X_{n2}	….	X_{nc}

Varsayımlar :

- ✓ Veriler birbirinden bağımsız n tane bloktan oluşmaktadır.
- ✓ Her blokta elde edilen ölçümler en azında sıralayıcı ölçektedir.
- ✓ İlgilenilen değişken süreklidir.
- ✓ Blok ve denemeler arasında etkileşim yoktur.
- ✓ i. bloktaki j. ölçüm değeri $X_{ij}, i = 1, 2, \ldots, n, j = 1, 2, , \ldots, c$ ile gösterilir ve satırlar bloklar, sütunlarda işlemler olarak ifade edilir.

Model aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$X_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1,2, \ldots, n$$
$$j = 1,2, \ldots, c$$

n : Blok sayısı

c : İşlem sayısı

X_{ij} : i. bloktaki j. işlem için bağımlı değişkenin ölçüm değeri

μ : Bilinmeyen genel ortalama

β_i : i. Bloğun bağımlı değişken etkisi

τ_j : İşlemin j. düzeyinin bağımlı değişkene etkisi

ε_{ij} : Hata terimi

Hipotezler :

H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \cdots \tau_k$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1,2,…k)

ya da ;

H_0: Bir işlem içindeki kitleler benzerdir.

H_1 : En az bir deneme, en az bir faklı denemeden büyük değerler gösterme eğilimindedir.

Test istatistiği :

i. bloktaki c sayıda ölçüm değerine büyüklüklerine göre sıra sayıları verilir. Bu durumda i. bloktaki c sayıda ölçüm değerlerinden en küçük değerli olana 1 sıra sayısını ,…, ve en büyük değerli olan da c sıra sayısını alır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013). Veri tablosunun genel görünümü aşağıdaki gibi olur.

Çizelge 3.3. Blok ve denemeler için kuramsal değerler

	İşlem		
Bloklar	1	2 …	c
1	R_{11}	R_{12} …	R_{1c}
2	R_{21}	R_{22} …	R_{2c}
.			
.			
n	R_{n1}	R_{n2} …	R_{nc}
Toplam	$R_{.1}$	$R_{.2}$ …	$R_{.c}$
Ortalama	$\overline{R}_{.1}$	$\overline{R}_{.2}$ …	$\overline{R}_{.c}$

Test istatistiği :

$$FR = \frac{12}{cn(c+1)}\sum_{j=1}^{c} R_{.j}^{\,2} - 3n(c+1) \quad \textbf{(3.3)}$$

$R_{.j}$: j. İşleme ilişkin sıra sayıları toplamı

n : blok sayısı

c : işlem sayısı

Eğer veri setinde tekrarlı gözlem varsa tekrarlı gözlemler için düzeltme terimi uygulanır.

Düzeltme terimi = $1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{nc(c^2-1)}$

T_i : $\sum_{j=1}^{L} t^3 - \sum_{j=1}^{L} t_j$

L : i. satırda aynı değerli ölçüm gruplarının sayısı

t_j : Bu gruplardan j. grupta olanların sayısı

$$FR_D = \frac{FR}{1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{nc(c^2-1)}} \quad \textbf{(3.4)}$$

Karar kuralı :

c = 3, n > 15; c = 4, n > 8 ve c ≥ 5 iken (c-1) serbestlik dereceli ki-kare dağılım tablosundan yararlanılır. c = 3, n = 2, 3, … , 15 ve c = 4, n = 2, 3, … , 8 iken Friedman'ın S testi için α değeri tablosunda yararlanılır.

FR $>\mathcal{X}^2_{a;(c-1)}$ise H_0 hipotezi reddedilir.

FR $>S_t$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

4. ÇOKLU KARŞILAŞTIRMALAR

İkiden fazla örneğin seçildiği yığınların konum parametreleri eşitliği hipotezini test etmek için kullanılan parametrik yöntem varyans analizi (F) ‘dir. μ genel ortalama, μ_j j. yığın ortalaması ve k kitle sayısı olmak üzere yokluk hipotezi ve alternatif hipotez aşağıdaki şekilde yazılır.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$$

$$H_1 : \mu_j \text{ ‘lerin en az biri farklıdır.}$$

Yokluk hipotezin test etmek için j. örnek hacmi n_j ve $\sum n_j = n$ olmak üzere, $k-1$ ve $n-1$ serbestlik derecesine sahip F istatistiği kullanılabilir. F istatistiğini kullanmak için bazı varsayımlara ihtiyaç vardır. Bunlar,

- ✓ “n_j hacimli örneklerin her biri normal dağılımdan gelmiştir”.
- ✓ “n_j hacimli örneklerin her birinin geldikleri yığınların varyansları aynıdır”.

Bu varsayımlardan biri sağlanmadığı durumda F testinin kullanılması doğru olmaz (Gamgam ve Altunkaynak, 2013). Varyans analizi ile yapılan karşılaştırmalar en güçlü sonuçlar verdiğinden bu varsayımların mutlaka geçerli olması gerekir. Varsayımlar sağlanmadığı durumlarda parametrik olmayan yöntemlere başvurulmak gerekir (Canküyer ve Aşan, 2005).

Bu durumda varyans analizine alternatif olarak kullanılan parametrik olmayan testler olarak adlandırılan testlerden yararlanılır. Bu testler Kruskal-Wallis (KW). Kruskal-Wallis H testinden sonra yokluk hipotezi red edildiğinde k sayıda faktör düzeyinden hangilerinin aynı etkide hangilerinin farklı etkide olduğunu bulmak için faktör düzeylerinin bağımlı değişken bakımından karşılaştırılmasında “çoklu karşılaştırma yönemleri” kullanılır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013). Örneğin; M_1, M_2 ve M_3 medyanların biribirinden farklı olup olmadığına ve farkın M_1- M_2 arasında mı, $M_1 - M_2$ arasında mı yoksa $M_2 - M_3$ arasında mı olduğunu araştırmak için çoklu karşılaştırma yöntemleri kullanılır (Şenol, 2004). Çoklu karşılaştırma testleri parametrik olmayan testlerden sonra kullanılan ve sıra sayıları üzerine kurulmuş olan bir yöntemdir (Doğan ve Doğan, 2014).

Hipotezler;

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

şeklinde kurulur.

Kruskal-Wallis gibi testlerden sonra H_0 hipotezi red edildiğinde farklılığa sebep olan grup ya da grupların hangisi olduğu araştırılabilir. Farklılığı bulmak için Mann-Whitney testine benzer bir test uygulanabilir. Ancak bu durumda H_0 hipotezinin red edilme olasılığının etkilenmesi sorunu ile karşılaşılır.

Çoklu karşılaştırma konusunun istatistiğin en çok karışıklık yaratan konularından biri olduğu ve bu konu ile ilgili literatürde oldukça farklı önerilerin bulunduğu ifade edilmektedir. Araştırmacılar biraz farklı gerekçelerle de olsa kendi tercihlerini yaparak benzer problemlerin çözülmesinde farklı çoklu karşılaştırma işlemleri kullanmaktadırlar. Araştırmacılar literatürde yer alan klasik çoklu karşılaştırma testlerini kullanırlarken gerçekte çoklu karşılaştırma testlerinin kullanılmasının bir sonucu olarak ortaya çıkan birinci tip hatanın kontrolüne ilişkin önemli kararlar ile yüz yüze kalmaktadır. Bir araştırmada araştırmacı tarafından öncelikle anlamlılık düzeyinin (α) belirlenmesi gerekmektedir. Anlamlılık düzeyi araştırmacının doğasına uygun olarak belirlenmesi gerekirken kabul edilmiş bazı anlamlılık düzeyleri $(\alpha = 0.01,\ \alpha = 0.05\ veya\ \alpha = 0.10\ vb.)$ araştırmacılar tarafından kullanılmaktadır. İkinci olarak araştırmacılar analiz edecekleri birimi karşılaştırma başına hata oranı ya da deneysel hata oranı belirlemek durumundadırlar. Karşılaştırma başına hata oranı (α_{PC}), belirlenen α anlamlılık düzeyinde her bir karşılaştırma için yokluk hipotezinin yanlışlıkla reddedilmesi olasılığını göstermektedir. α_{PC}'nin dezavantajı , karşılaştırma sayısının (c) arması ile paralel olarak değerin yaklaşık $1-(1-\alpha)^C$kadar artmasıdır (Doğan ve Doğan, 2014).

Örneklem çiftleri arasında C bağımsız karşılaştırma yapılırsa ve her bir karşılaştırma α yanılma düzeyinde ise, farklardan en az birinin anlamlı olma olasılığı $1-(1-\alpha)^C$ ‘dir. α ‘nın küçük değerleri için ise Cα'dır. Karşılaştırma sayısı arttıkça gerçek olmayan bir sonucu bulma olasılığı da artar. Bağımlı örneklemler durumunda ise bu olasılıklar daha da karmaşık olur. Bu sorunu gidermek için anlamlılık düzeyine göre ayarlama yapan çoklu karşılaştırma yöntemlerini kullanmaktadır. Bu yöntemde deneysel hata oranı kullanılır ve bu yöntem kitleler arasında fark olmadığında doğru yanıt verme olasılığını $(1-\alpha)$'da sabit kılar (Daniel, 1978). Karşılaştırma sayısının artması ile paralel olarak deneysel hata oranının artmaması deneysel hata oranının kontrölü ile ilgili işlemlerin temel avantajıdır (Doğan ve Doğan, 2014). Yani bu yaklaşım H_0 doğru olduğunda hatalara karşı iyi bir koruma sağlamasına karşın H_0 hipotezi yanlış olduğunda farklılıkların önemli olduğunun araştırılması zorlaşır (Şenol, 2004).

Çoklu karşılaştırma yöntemini kullanmak için önce her bir örneklem için sıra sayılarının ortalaması bulunur ve α belirlenir. α'nın seçimi örneklem sayısı olan k'ya göre yapılır ve büyük k değeri için α' da büyük olmalıdır (Şenol, 2004).

Çoklu karşılaştırma işlemleri uygulamalardaki önemliliğinden dolayı temel bir problemdir ve farklı yollarla kullanıcılara yol göstermektedir. Araştırmacıların amacına göre literatürde görülen dört tip karşılaştırma söz konusudur.

- ✓Tüm ikili çoklu karşılaştırmalar. $i \neq j$ olmak üzere tüm $\mu_{i-}\mu_j$ farklarının karşılaştırılması dikkate alınmaktadır.
- ✓En iyi ile çoklu karşılaştırmalar, $i \neq j$ ve $i = 1,2,\ldots,k$ olmak üzere tüm $\mu_{i-}\, max\mu_j$ farklarının karşılaştırılması dikkate alınmaktadır.
- ✓Bir kontrol ile çoklu karşılaştırmalar, $i = 1,2,\ldots,k-1$ olmak üzere $\mu_{i-}\mu_k$ farklarının karşılaştırılması dikkate alınmaktadır.
- ✓Ortalama ile çoklu karşılaştırmalar, $i = 1,2,\ldots,k$ olmak üzere tüm $\mu_{i-}\bar{\mu}_j$ farklarının karşılaştırılması dikkate alınmaktadır.

Literatürde yer alan çoklu karşılaştırma testleri ya eşzamanlı ya da adımsal çoklu karşılaştrma işlemleridir. Eşzamanlı çoklu karşılaştırma işlemlerinde tüm ikili karşılaştırmalar için sabit bir anlamlılık dikkate alınırken, adımsal çoklu karşılaştırma testlerinde ikili karşılaştırmaların her biri için anlamlılık düzeyi yeniden belirlenmektedir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.1 Çoklu Karşılaştırma Yöntemlerinin Avantajları

İki örneklem testleri k örneklem durumunda da kullanılabilir. Ancak bu durumda k tane örneklemden oluşturulabilecek olası ikili gruplar teker teker analiz edilir. Bu durum testlerin hata paylarının büyümesine sebep olur. Bu nedenle k tane örneklemi aynı anda yöntemler işleme tabi tutan yöntemler önerilmiştir.

4.2 Parametrik Olmayan Çoklu Karşılaştırma Testleri

Bu testler üç ve daha fazla örneklemin aynı anakütleden gelip gelmediğini ortaya koymak için uygulanan yöntemlerdir (Canküyer ve Aşan, 2005). Verilerin normal dağılıma sahip olmaması ile varyansların homojenliği gibi varsayımların sağlanmaması durumunda ya da verilerin sıralı ölçek ile elde edilmesi halinde varyans analizi kullanılamamaktadır. Bu durumda varyans analizine alternatif olarak kullanılan ve parametrik olmayan testler olarak isimlendirilen testlerden Kruskall-Wallis ve Friedman testlerinden yararlanılmaktadır (Doğan ve Doğan, 2014).

Hipotezler :

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

4.3 İkiden Çok Bağımsız Gruplar İçin Parametrik Olmayan Çoklu Karşılaştırma Testleri

4.3.1 Gözlem sayılarının eşit olması durumunda kullanılan testler

Gözlemsayılarıeşitolanbağımsızörneklerdekullanılanönemlitestlerşunlardır.

- TukeyTesti
- Student-Newman-KeulsTesti
- Levy OrtancaTesti
- Dwass-StellTesti
- NemenyiTesti
- Dunn Testi

4.3.1.1 Tukey testi

Tukey (honestly significant difference) testigruplardakiörneklemsayılarınıneşitolmasınıgerektirmektedir (ŞenoğluveAcıtaş, 2011).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1.Her birgrupiçinayrıayrıgözlemdeğerlerine ait sırasayılarınıntoplamları ($\sum_{i=1}^{n_i} R_i$) bulunur.

Adım 2.Karşılaştırılacakgrupların sırasayılarıtoplamlarıarasındakifarklarbulunur.

$D_{i-j} = \left| R_i - R_j \right|$

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$\text{SH} = \sqrt{\frac{n_i(n_i k)(n_i k+1)}{12}}$

Adım 4. Tukey test istatistiğinin değeri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi=k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere $q_{a;k;\infty}$

$$\text{Tukey} = q_a * \text{SH} \qquad \textbf{(4.1)}$$

Adım 5. Eğer $D_{\text{i}-J}$ >Tukey ise H_0hipotezi reddedilir(Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.1.2 Student-Newman-Keuls testi

$\mathbf{H_0}$hipotezi reddedildiğinde farklı olan grupları bulmak için kullanılan çoklu karşılaştırma yöntemlerinden biridir(Doğan ve Doğan, 2014). Bu method Newman (1939) ve Keuls (1952) tarafından ortaya koyulmuştur (URL-1, Erişim tarihi: 27.04.2015).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında farkyoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1.Her birgrupiçinayrıayrıgözlemdeğerlerine ait sırasayılarınıntoplamlarıbulunur ($\sum_{i=1}^{n_i} R_i$).

Adım 2.Gruplara ait gözlem sıra sayıları ortalamaları küçükten büyüğe doğru sıralanır.

Adım 3.İkilikarşılaştırmayapmakiçin, en büyüktoplamdeğerdenbaşlayaraksırasıylabudeğerilediğerleriarasındakifarklarbulunur .Bu farklarınsayısı k-1 tanedir.Dahasonra, ikinci en büyükortalamadeğerilekendindenküçükortalamadeğerlerarasındakifarklarbulunur.Bu farklarınsayısı k-2 tanedir. Bu işlemk(k-1)/2 tanekarşılaştırmayapılıncayakadardevameder. Kritikdeğerinhesaplanmasında q tablodeğerindenyararlanıldığıiçinkarşılaştırmalarda test edilenortalamalararalığındakalanortalamasayılarına (r) göre q tablodeğeribelirlenir.

Adım 4.Karşılaştırılacakgruplarileilgilistandarthatadeğerlerihesaplanır.

$$SH_{i-j} = \sqrt{\frac{n_i(n_i r)(n_i r + 1)}{12}}$$

Adım 5. SNK_{i-j} değerleri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi = r ve ∞ olan teorik q tablo değeri hesaplanır.

Test istatistiği :

$$SNK_{i-j} = q_a * SH_{i-j} \quad \textbf{(4.2)}$$

Adım 6. Eğer $D_{i-j} > SNK_{i-j}$ ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.1.3 Levy (Ortanca) testi

H_0hipotezi reddedildiğinde farklı olan grupları bulmak için kullanılan çoklu karşılaştırma yöntemlerinden biridir (Doğan ve Doğan, 2014).

Varsayımaları :

- ✓ Her bir örneklem, bilinmeyen ortanca değerli k tane kitlenin birbirinden çekilen n_i genişlikli örneklemdir.
- ✓ Ölçüm ölçeği en azından sıralıdır.
- ✓ Gözlemler hem örneklem içi hem de örneklemler arasında bağımsızdır.
- ✓ Eğer tüm kitleler aynı ortancaya sahip ise her kitle için gözlenen değerin genel ortancayı aşma olasılığı (p) aynıdır (Kıroğlu, 2001)

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grubun ayrı ayrı ortanca değerleri bulunur.

Adım 2. Her grup için genel ortanca değerine eşit olmayan sayılar belirlenir.

Adım 3. Genel ortancadan büyük gözlem sayılarına (f_i) göre gruplar sıralanır.

Adım 4. Gözlem sayılarına (n_i) bakılır. Gözlem sayıları eşit ise standart hatanın hesaplanmasında $n_i$değerlerinden biri ortalama gözlem sayısı (n_i) olarak kullanılır. Eşit değilse $n_i$değerlerinden yararlanılarak harmonik ortalama (n_i) hesaplanır.

$$\bar{n} = \frac{k}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \ldots + \frac{1}{n_k}}$$

Adım 5. Standart hata değerleri hesaplanır. Bunun için ikinci adımda elde edilen toplam gözlem sayılarına bakılır.

Eğer N tek sayı ise,

SH = $\sqrt{\frac{\bar{n}N}{4(N-1)}}$

Eğer N çift satı ise,

SH = $\sqrt{\frac{\bar{n}(N+1)}{4N}}$

formülü kullanılır.

Adım 6. Üçüncü adımda elde edilen f_i değerleri arasındaki farklar bulunur.

$$f_i - f_j$$

Adım 7. Test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$$L_{i-j} = \frac{f_i - f_j}{SH} \quad \textbf{(4.3)}$$

Adım 8 . Yedinci adımda bulunan L_{i-j} değerleri $q_{a;k;\infty}$ tablo değeri ile karşılaştırılır. $L_{i-j} > q_{a;k;\infty}$ ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.1.4 Dwass-Stell testi

Kruskal-Wallis testi ile H_0 hipotezi red edildikten sonra tek yönlü biçimde olan veri setlerinde uygulanan çoklu karşılaştırma testlerinden biridir (Hollander ve arkadaşları, 2014).Deney başı hata oranı αiken Stelll-Dwass-Critchlow-Flinger tüm ikili karşılaştırmalar için bu işleme ulaşmışlardır (Dwass, 1960).

$$W_{i,j} = \sum_{b=1}^{n_j} R_{ib}, \quad 1 \leq i < j \leq k \text{ için}$$

Tüm ikili karşılaştırmalar $\binom{k}{2} = k(k-1)/2$

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

ya da ;

$H_0 : \tau_u = \tau_v$

$H_1 : \tau_u \neq \tau_v$

Adım 1. Gruplar ikişerli olarak ele alınır. Karşılaştırılacak iki gruba ait gözlem değerlerine en küçükten başlamak üzere 1'den itibaren sıra sayıları verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyor ise gözlemlere karşılık gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması sıra sayısı olarak kullanılır. $i \neq j$ olmak üzere karşılaştırmalarda yer alan her bir grup için $\sum R_i$ ve $\sum R_i$ şeklinde ifade edilen sıra sayıları toplamları bulunur.

Adım 2. $\sum R_i = W_{i,j}$ ve $\sum R_i = W_{i,j}$ alınması sonucu değiştirmeyeceğinden $S_{i,j}$ değerlerinden yaralanarak her bir ikili karşılaştırma için,

$$W_{i,j}^{*} = \frac{\left|W_{i,j} - \frac{n_i\,(2n_i+1)}{2}\right|}{\sqrt{\frac{n_i^{2}(2n_i+1\,)}{24}}} \quad \textbf{(4.4)}$$

değerleri hesaplanır.

Her bir ikili karşılaştırma için $(\tau_u\,, \tau_v)$ $\quad 1 \le u < v \le k$

Adım 3. Eğer $\left|W_{u,v}^{*}\right| \ge q_a^{*}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

q_a : a hata düzeyinde serbestlik derecesi k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere $q_{a;k;\infty}$'dir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.1.5 Nemenyi testi

Eşit gözlem sayılarına sahip veri setlerinde Friedman testinden sonra ve Kruskal-Wallis testinden sonra H_0 hipotezinin red edilmesi ile farklılığı yaratan grup ya da grupların belirlenmesinde kullanılan çoklu karşılaştırma testlerinden biridir. Ancak Kruskal-Wallis testinden sonraki kullanımı ile Friedman testinden sonraki kullanımı farklıdır (Doğan ve Doğan, 2014).

Kruskal -Wallis testinden sonra Nemenyi :

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

ya da ;

$H_0 : \tau_i = \tau_j$

$H_1 : \tau_i \neq \tau_j \quad , \; 1 \le \mathrm{i} < j \le k$

Adım 1. Her grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları toplamları bulunur $(\sum_{i=1}^{n_i} R_i)$.

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları toplamları arasındaki farklar bulunur.

$D_{i-j} = |R_i - R_j\,|$

Adım 3. Standart hata değerleri hesaplanır.

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\mathrm{k}(n_i\mathrm{k} + 1)}{12}}$$

n gözlem sayısı

k deneme sayısı

a deneme başı hata oranı

Adım 4 . Nemenyi test istatistiğinin değeri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi = k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere $q_{0.05;k;\infty}$'dır.

$$\text{Nemenyi} = n_i * \mathrm{q_a} * \mathrm{SH}. \quad \textbf{(4.5)}$$

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Nemenyi değeri karşılaştırılır. Eğer D_{i-j}> Nemenyi ise H_0 hipotezi redddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.1.6 Dunn testi

Bu test Kruskal-Wallis testinde yokluk hipotezi reddedildiğinde yani örneklem kitlelerinin benzer olmadığı sonucuna varıldığında hangi kitelenin diğerinden farklı olduğunu bulmak için kullanılan ve Dunn tarafından (1964) geliştirlen ve Kruskal-Wallis testini izleyen çoklu karşılaştırma yöntemidir (Şenol, 2004)

Adım 1. Her bir örneklem için sıra sayılarının ortalaması bulunur($\bar{R}_i$).

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları arasındaki farklar bulunur($|\bar{R}_i - \bar{R}_j|$)

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$$

Adım 4. Test istatistiği hesaplanır.

$$z^*\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}},\ z^* = \alpha/(\mathrm{k(k\text{-}1)}$$

Adım 5. Dördüncü adımda bulunan test istatistiği değeri ile z^* tablo değeri karşılaştırılır. Eğer $|\bar{R}_i - \bar{R}_j| \geq z^*\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$ ise $\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir

4.3.2 Gözlem sayılarının eşit olmaması durumunda kullanılan testler

Bağımsız örneklerde gözlem sayılarının eşit olmaması durumunda çoklu karşılaştırma yapmak için aşağıdaki bazı testler kullanılır.

-Dunn Testi

-Conover Testi

-Miller Testi

4.3.2.1 Dunn testi

Dunn testi Kruskal-Wallis testinden sonra H_0 hipotezi reddedildiği medyanlar arasında farkı bulmak için kullanılan uygun parametrik olmayan çoklu karşılaştırma yöntemlerinden biridir. Karşılaştırılacak grup sayısı $\binom{k}{2} = k(k-1)/2$ 'dir (Dinno, 2015). Bu yöntemi Dunn (1964) bulmuştur (Gibbons ve Chakraborti, 2003).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları bulunur.$(\bar{R}_i)$

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur ($|\bar{R}_i - \bar{R}_j|$)

Adım 3. Karşılaştırılacak gruplar ile ilgili standart hata değerleri bulunur.

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{i-j}} = \sqrt{\frac{\mathrm{n(n+1)}}{12}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

Adım 4. Dunn test istatistiğinin değerleri hesaplanır.

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{i-j}} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{i-j}}} \quad \textbf{.(4.6)}$$

Adım 5. Dördüncü adımda bulunan $\mathrm{Dunn}_{\mathrm{i-j}}$ değerleri serbestlik derecesi = k olan a yanılma düzeyindeki Dunn tablo ($\mathrm{Dunn}_{\mathrm{q;k}}$) değeri ile karşılaştırılır. Eğer $\mathrm{Dunn}_{\mathrm{i-j}} > \mathrm{Dunn}_{Tablo}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

4.3.2.2 Conover testi

Conover-Iman testi (Conover ve Iman, 1979; Conover 1999) rastgele seçilmiş k tane grup arasında Kruskal-Wallis testinden sonra ikili çoklu karşılşatırmalar arasında olasılıksal sonuçlar verir. Kruskal-Wallis testi reddedildiği zaman uygun parametrik olmayan çoklu karşılaştırma yöntemlerinden biridir. Karşılaştırılacak grup sayısı $m = k(k-1)/2$ 'dir (Conover, 1999).

Varsayımları;

- ✓Örnekler restgeledir,
- ✓Her bir örnekler aralarında bağımsızdır,
- ✓Ölçüm ölçeği en az sıralıdır,

✓Her iki dağılımın fonksiyonları aynıdır (URL – 1, Erişim tarihi: 28.10.2015).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları bulunur.($\bar{R}_i$)

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar ve karşılaştırmada kullanılacak değerler bulunur.

$$| \bar{R}_i - \bar{R}_j | \ , \ D_{i-j} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{\sqrt{\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}}}$$

Adım 3. Conover test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$t_{1-\frac{a}{2};(n-k)}$: a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = n-k olan teorik t tablo değeri

$$\text{Conover} = t_{1-\frac{a}{2};(n-k)} * \sqrt{\frac{n(n+1)}{12} * \frac{(n-1-KW)}{n-k}} \quad \textbf{(4.7)}$$

Adım 4. İkinci adımda bulunan D_{i-j} değerleri ile üçüncü adımda bulunan Conover değeri karşılaştırılır. Eğer $D_{i-j} >$ Conover ise H_0 hipotezi redddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.3.2.4 Miller testi

H_0 hipotezi red edilmesinden sonra medyan etkileri arasında farklılığı bulmak için kullanılan çoklu karşılaştıma yötemidir (Hollander ve arkadaşları, 2014). Scheffe’nin (1959) F istatistiğinden hareketle oluşturduğu eşanlı güven aralığı yöntemini Miller (1966) sıra sayılarının farkı için uyarlamış (Gamgam ve Altunkaynak, 2013).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları ($\bar{R}_i$) bulunur.

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar ($| \bar{R}_i - \bar{R}_j |$) bulunur.

Adım 3. Karşılaştırılacak gruplar ile ilgili standart hata değerleri hesaplanır.

$$\mathrm{SH}_{i-j} = \sqrt{\frac{n(n+1)}{12}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

Adım 4. Miller test istatistiğinin değerleri hesaplanır.

$|m|_{a;c;\infty}$: a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = c ve ∞ olan Studentized Maximum Modulus tablo değeri

Test istatistiği :

$$\mathrm{Miller}_{i-j} = |m|_{a;c;\infty} * \mathrm{SH}_{i-j}. \quad \textbf{(4.8)}$$

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Miller değerleri karşılıklı olarak karşılaştırılır. Eğer $|\bar{R}_i - \bar{R}_j|>\mathrm{Miller}_{i-j}$ ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014)

4.4 İkiden Çok Bağımlı Gruplarda Kullanılan Parametrik Olmayan Testler

Gözlemsayılarıeşitolanbağımlıörneklerdekullanılanbazıçoklukarşılaştırmatestleriaşağıdakigibidir :

- Nemenyitesti
- Friedman testi
- Friedman Aligned testi
- Friedman 2 testi
- Miller Testi

4.4.1 Nemenyi testi

Eşit gözlem sayılarına sahip veri setlerinde Friedman testinden sonra H_0 hipotezinin red edilmesi ile farklılığı yaratan grup ya da grupların belirlenmesinde kullanılan çoklu karşılaştırma testlerinden biridir. Karşılaştırma sayısı m = k(k-1)/2’dir (Elliott ve Hynan, 2010).

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir denemeye ait gözlem değerleri ayrı ayrı dikkate alınır. En küçük gözlem değerinden başlayarak 1’den itibaren sıra sayısı $R(X_{ij})$ verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyorsa sıra sayısı olarak denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması kullanılır. Elde edilen sıra sayılardan yararlanarak her bir marka için sıra sayılarının ortalamaları ($\bar{R}_i$) hesaplanır.

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur (D_{i-j} = $|\bar{R}_i - \bar{R}_j|$).

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\mathrm{k(k+1)}}{6\mathrm{n}}}$$

Adım 4. Nemenyi testi istatistiği değeri hesaplanır.

q_a : a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere $q_{a;k;\infty}$'dır.

$$\text{Nemenyi} = \frac{\mathrm{q}_a}{\sqrt{2}} * SH \quad \textbf{(4.9)}$$

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Nemenyi değeri karşılaştırılır. Eğer $|D_{i-j}|>$ Nemenyi ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.4.2 Friedman testi

Hipotezler:

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir denemeye ait gözlem değerleri ayrı ayrı dikkate alınır. En küçük gözlem değerinden başlayarak 1'den itibaren sıra sayısı $R(X_{ij})$ verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyorsa sıra sayısı olarak denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması kullanılır. Elde edilen sıra sayılardan yararlanarak her bir marka için sıra sayılarının ortalamaları ($\bar{R}_i$) hesaplanır.

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur.

$D_{i-j} = |\bar{R}_i - \bar{R}_j|$

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\mathrm{k(k+1)}}{6\mathrm{n}}}$$

Adım 4. Test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$$z_{i-j} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{SH} \quad \textbf{(4.10)}$$

Adım 5. Standart normal dağılım tablosundan yararlanarak dördüncü adımda elde edilen z_{i-j} değerlerine karşılık gelen olasılık değerleri bulunur. Olasılık değerleri a

ile karşılaştırılır. Eğer olasılık değerleri $<a$ ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.4.3 Frieman testi-2

Friedman sonucunda H_0 hipotezi red edilirse farklılık yaratan grup ya da grupları bulmak için kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yaklaşıma göre örneklem çiftleri arasında tüm olası farklar karşılaştırıldığında deneysel hata oranı a için, blok sayısı çok olduğundan R_i ve R_j , i. ve j. denemeler için rank toplamları hesaplanır (Kıroğlu, 2001)

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Sıra sayıları toplamları bulunur

Adım 2. Sıra sayıları toplamları farkları ($R_i - R_j$) bulunur.

Adım 3. Test istatistiği;

$$\left|\mathrm{R_i} - \mathrm{R_j}\right| \geq \mathrm{Z}_{\mathrm{a/k(k-1)}} * \sqrt{\frac{nk\,(k+1)}{6}} \quad \textbf{.(4.11)}$$

ise H_0 hipotezi red edilir(Gibbons ve Chakraorti, 2003).

4.4.4 FriedmanAligned testi

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ortalama miktarı bulunur.

Adım 2. Her bir gruba ait gözlem değerlerinden o markete ait ortalamalar çıkartılır.

Adım 3. İkinci adımda elde edilen tüm değerler aynı anda dikkate alınır. En küçük değerden başlamak üzere tüm değerlere 1'den itibaren sıra sayısı verilir. Aynı değer birden fazla sayıda tekrar ediyorsa denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması sıra sayısı olarak verilir ve sıra sayıları ortalamaları bulunur.

Adım 4. Sıra sayıları ortalamaları arasındaki farkları bulunur.

$D_{A-B} = |\bar{R}_A - \bar{R}_B\,|$

Adım 5. Standart hata değerleri hesaplanır.

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{k\,(n+1)}{6}}$$

Adım 6. Test istatistiği hesaplanır.

$$z_{i-j} = \sqrt{\frac{\bar{R}_i - \bar{R}_j}{SH}} \quad \textbf{(4.12)}$$

Adım 6. Standart normal dağılım tablosundan yararlanarak dördüncü adımda elde edilen z_{i-j} değerlerine karşılık gelen olasılık değerleri bulunur. Olasılık değerleri a ile karşılaştırılır. Eğer olasılık değerleri $<a$ ise H_0 hipotezi reddedilir (Doğan ve Doğan, 2014).

4.4.5 Miller testi

Friedman testi sonucunda H_0 hipotezi red edildiğinde deneme etkilerinin hangilerinin farklı, hangilerinin aynı olduğunu bulmak için Scheffe'nin parametrik çoklu karşılaştırmalar için geliştirdiği eşanlı güven aralığı yöntemini Miller (1966) sıra sayılarının ortalamalarının farkı için uyarlamıştır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013).

Hipotezler**:**

H_0 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan gruplar arasında fark vardır.

Test istatisiği ve Karar kuralı:

$$\left|\bar{R}_{.i} - \bar{R}_{.j}\right| > \sqrt{\mathcal{X}^2} * \mathrm{Var}\left|\bar{R}_{.i} - \bar{R}_{.j}\right| \quad \textbf{(4.13)}$$

ise H_0 hipotezi red edilir.

c = 3, n = 2, 3, … , 15 ve c = 4, n = 2, 3, … ,8 iken c, n ve α değerlerine Friedman'ın S testi için α değerleri tablosundan ulaşılır. c =3, n < 15; c = 4, n > 8 ve c > 4 iken S istatistiğinin dağılımının $c-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına yaklaşımı kullanılır (Gamgam ve Altunkaynak, 2013).

Çizelge 4.1. Kullanılan testler için özet tablosu

İKİDEN ÇOK BAĞIMSIZ GRUP	Gözlem Sayıları Eşit İse	Gözle Sayıları Eşit Değilse
• Kruskal-Wallis Testi	• Tukey Testi • Student-Newman-Keuls Testi • Levy Ortanca Teti • Dwass-Steel Testi • Nemenyi Testi • Dunn Testi	• Conover Testi • Dunn Testi • Miller Testi

İKİDEN ÇOK BAĞIMLI GRUP	Gözlem Sayıları Eşit ise	Gözlem Sayıları Eşit Değilse
• Friedman Testi	• Nemenyi Testi • Friedman Testi • Friedman Aligned Testi • Friedman Testi -2 • Miller Testi	• -

5. UYGULAMA

5.1 Bağımsız Gruplar

Uygulama1. 2004 – 2014 yılları arasında kadınların ortalama ilk evlilik yaşların belirlemiş. Bu yaşlar arasından rastgele 55 ortalama evlenme yaşı seçilmiştir ve beş gruba ayrılmış. Bu gruplar Antalya, Kayseri, Samsun, Van ve İzmir'dir. Antalya, Kayseri, Samsun, Van ve İzmir illerinde kadınların ortalama ilk evlenme yaşları aşağıdaki verilmiştir (URL-3, Erişim tarihi: 21.10.2015).

Çizelge 5.1. İllere göre kadınların ortalama ilk evlenme yaşı

İller	İlk Evlenme Yaşı
A	23.1 23.1 23.2 23.3 23.5 23.6 23.7 23.9 24.024.1 24.3
K	21.6 21.7 21.9 21.8 21.9 22.1 22.2 22.2 22.5 22.7 22.8
S	22.2 22.2 22.5 22.5 22.6 22,7 22.9 23.1 23.2 23.4 23.6
V	23.1 22.5 22.2 22.0 21.8 21,8 21.8 21.8 21.8 21.9 22.0
İ	23.1 23.3 23.4 23.6 23.7 23.9 24.1 24.2 24.5 24.6 25.7

Çizelge 5.2. Rank toplamları ve özet tablosu

	1	2	3	4	5
n_i11	11	11	11	11	
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	455.5	150.5	300.5	132	501.5
$\bar{R}_i$	41.409	13.6818	27.3181	12	45.591
$\left(\sum_1^{n_i} R_i\right)^2$	207480.25	22650.25	90300.25	17424	251502.25

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1, 2, 3, 4, 5)

veya;

H_0 : Kadınları ortalama ilk evlilik yaşları bakımından illere göre farklılık yoktur.

H_1 : Kadınları ortalama ilk evlilik yaşları bakımından illere göre farklılık vardır.

$$KW = \frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{{R_i}^2}{n_i} - 3(N+1)$$

N = 55, k=5

$$KW = \frac{12}{55*56}\left(\frac{207480.25}{11} + \frac{22650.25}{11} + \frac{90300.25}{11} + \frac{17424}{11} + \frac{251502.25}{11}\right) - 3*(55+1)$$

KW = 40.74510032

Tekrarlı gözlem olduğundan düzeltme terimi uygulanır.

Düzeltme terimi = $1-\frac{\sum T}{n^3-n}$

T = t^3-t , $\sum$ T = 582

t : tekrarlı gözlem sayısı

$$KW_D = \frac{KW}{1-\frac{\sum T}{n^3-n}} = \frac{40.74510032}{1-\frac{240}{55^3-55}} = 40.888179$$

Karar kuralı :

$KW_D > \mathcal{X}^2{}_{a;(k-1)}$ ise H_0 hipotezi reddedilir. $\mathcal{X}^2{}_{0.05;(4)}$ = 9.488

40.7451 > 9.488 olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Kadınların ortalama ilk evlenme yaşları bakımından illere göre farklılık vardır. Hangi il ya da illerin farklılık yarattığını bulmak için çoklu karşılaştırma testleri uygulanır.

i) Tukey testi

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

Adım 1.Her birgrupiçinayrıayrıgözlemdeğerlerine ait sırasayılarınıntoplamlarıbulunur.

	İller (k)				
	A	K	S	V	İ
n_i	11	11	11	11	11
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	455.5	150.5	300.5	132	501.5

Adım 2.Karşılaştırılacakgruplarınsırasayılarıtoplamlarıarasındakifarklarbulunur.

D_{A-K} = $|R_A - R_K|$ = |455.5 – 150.5| = 305$D_{A-İ}$ = $|R_A - R_İ|$ =| 455.5 – 501.5| = 46

D_{A-S}= $|R_A - R_S|$ = |455.5 – 300.5|= 155 $D_{K-İ}$ = $|R_K - R_İ|$ = |150.5 – 501.5 | = 351

D_{A-V}= $|R_A - R_V|$ = |455.5 - 132 |= 323.5 $D_{S-İ}$ = $|R_S - R_İ|$ = |300.5 – 501.5| = 201

D_{K-S}= $|R_K - R_S|$ = |150.5 – 300.5| = 150 $D_{V-İ}$ = $|R_V - R_İ|$ = |132 – 501.5| = 369.5

D_{K-V} =$|R_K - R_V|$= |150.5 - 132| = 18.5 D_{S-V}= $|R_S - R_V|$ = |300.5 – 132| = 168.5

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

SH = $\sqrt{\frac{n_i(n_ik)(n_ik+1)}{12}} = \sqrt{\frac{11(11*5)(11*5+1)}{12}} = 53.1350$

Adım 4. Tukey test istatistiğinin değeri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi=k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere α=0.05 için $q_{0.05;5;\infty} = 3.858$

Tukey = q_a *SH=3.858*53.1350=204.99483

Adım 5. Eğer $D_{İ-J}$ >Tukey ise H_0hipotezi reddedilir.

A – K	için	21.5< 204.99483	H_0hipotezi reddedilemez.
A – S	için	155 < 204.99483	H_0hipotezi reddedilemez.
A – V	için	323.5 > 204.99483	H_0hipotezi reddedilir.
A – İ	için	46 < 204.99483	H_0 hipotezi reddedilemez.
K – S	için	150 < 204.99483	H_0hipotezi reddedilemez.
K – V	için	18.5 < 204.99483	H_0hipotezi reddedilemez.
K – İ	için	351 > 204.99483	H_0hipotezi reddedilir
S – V	için	168.5 < 204.994	H_0hipotezi reddedilemez.
S – İ	için	201 < 204.99483	H_0hipotezi reddedilemez.
V – İ	için	369.5 > 204.99483	H_0hipotezi reddedilir

Ankara – Van, Kayseri – İzmir ve Van – İzmir illeri arasında kadınların ortalama ilk evlenme yaşları bakımından fark vardır. Diğer iller arasında fark yoktur

ii) Student-Newman-Keuls testi

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

Adım 1.Her birgrupiçinayrıayrıgözlemdeğerlerine ait sırasayılarınıntoplamlarıbulunur.

	İller (k)				
	A	K	S	V	İ
n_i	11	11	11	11	11
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	455.5	150.5	300.5	132	501.5

Adım 2.Gruplara ait gözlem sıra sayıları ortalamaları küçükten büyüğe doğru sıralanır.

Grup	V	K	S	A	İ
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	132	150.5	300.5	455.5	501.5

Adım 3.İkilikarşılaştırmayapmakiçin, en büyüktoplamdeğerdenbaşlayaraksırasıylabudeğerilediğerleriarasındakifarklarbulunur .Bu farklarınsayısı k-1 tanedir.Sonra, ikinci en büyükortalamadeğerilekendindenküçükortalamadeğerlerarasındakifarklarbulunur.Bu farklarınsayısı k-2 tanedir. Bu işlemk(k-1)/2 tanekarşılaştırmayapılıncayakadardevameder. Kritikdeğerinhesaplanmasında q tablodeğerindenyararlanıldığıiçinkarşılaştırmalarda test edilenortalamalararalığındakalanortalamasayılarına (r) göre q tablodeğeribelirlenir.

Fark değerleri	r
$D_{İ-V} = \|R_İ - R_V\| = \|132 - 501.5\| = 369.5$	5
$D_{İ-K} = \|R_İ - R_K\| = \|150.5 - 501.5\| = 351$	4
$D_{İ-S} = \|R_İ - R_S\| = \|300.5 - 501.5\| = 201$	3
$D_{İ-A} = \|R_İ - R_A\| = \|455.5 - 501.5\| = 46$	2
$D_{A-V} = \|R_A - R_V\| = \|455.5 - 132\| = 323.5$	4
$D_{A-K} = \|R_A - K\| = \|455.5 - 150.5\| = 305$	3
$D_{A-S} = \|R_A - R_S\| = \|455.5 - 300.5\| = 155$	2
$D_{S-V} = \|R_S - R_V\| = \|300.5 - 132\| = 168.5$	3
$D_{S-K} = \|R_S - R_K\| = \|150.5 - 300.5\| = 150$	2
$D_{K-V} = \|R_K - R_V\| = \|150.5 - 132\| = 18.5$	2

Adım 4. Karşılaştırılacak gruplar ile ilgili standart hata değerleri hesaplanır.

$$SH_{İ-J} = \sqrt{\frac{n_i(n_i r)(n_i r+1)}{12}}$$

$SH_{İ-V} = \sqrt{\frac{11(11*5)(11*5+1)}{12}} = 53.135$ $SH_{İ-A} = \sqrt{\frac{11(11*2)(11*2+1)}{12}} = 21.536$

$SH_{İ-K} = \sqrt{\frac{11(11*4)(11*2+1)}{12}} = 42.602$ $SH_{A-K} = \sqrt{\frac{11(11*4)(11*4+1)}{12}} = 42.602$

$SH_{İ-S} = \sqrt{\frac{11(11*3)(11*3+1)}{12}} = 32.070$ $SH_{A-S} = \sqrt{\frac{11(11*2)(11*2+1)}{12}} = 21.536$

$SH_{K-V} = \sqrt{\frac{11(11*2)(11*2+1)}{12}} = 21.536$ $SH_{A-V} = \sqrt{\frac{11(8*4)(111*4+1)}{12}} = 42.602$

$SH_{S-K} = \sqrt{\frac{11(11*2)(11*2+1)}{12}} = 21.536$ $SH_{S-V} = \sqrt{\frac{11(11*3)(11*3+1)}{12}} = 32.070$

Adım 5. SNK_{i-j} değerleri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi = r ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere α = 0.05 için $q_{0.05;5;\infty}$= 3.858, $q_{0.05;4;\infty} = 3.63$, $q_{0.05;3;\infty} = 3{,}34$, $q_{0.05;2;\infty}$ = 2,27

$$SNK_{i-j} = q_a * SH_{i-j}$$

Fark değerleri	r	q_a	SNK_{i-j}
$D_{İ-V}$ = |132 – 501.5| = 369.5	5	3.858	204.994
$D_{İ-K}$= |150.5 – 501.5 | = 351	4	3.63	154.645
$D_{İ-S}$= |300.5 – 501.5| = 201	3	3.34	107.113
$D_{İ-A}$= | 455.5 – 501.5| = 46	2	2.27	48.886
D_{A-V} = |455.5 - 132 |= 323.5	4	3.63	154.645
D_{A-K}= |455.5 – 150.5| = 305	3	3.34	142.290
D_{A-S} = |455.5 – 300.5|= 155	2	2.27	48.886
D_{S-V} = |300.5 – 132| = 168.5	3	3.34	107.113
D_{S-K} = |150.5 – 300.5| = 150	2	2.27	48.886
D_{K-V} = |150.5 - 132| = 18.5	2	2.27	48.886

Adım 6. Eğer $D_{i-j} > SNK_{i-j}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

İ - V	için	369.5 > 204.994	H_0hipotezi reddedilir.
İ - K	için	351 > 154.645	H_0hipotezi reddedilir.
İ - S	için	201 > 107.113	H_0hipotezi reddedilir.
İ - A	için	46 < 48.886	H_0 hipotezi reddedilemez
A - V	için	323.5 > 154.645	H_0hipotezi reddedilir.
A – K	için	305 > 142.290	H_0hipotezi reddedilir.
A - S	için	155 > 48.886	H_0 hipotezi reddedilir
S - V	için	168.5 > 107.1	H_0hipotezi reddedilir.
S - K	için	150 > 48.886	H_0hipotezi redd edilir.
K - V	için	18.5 < 48.886	H_0 hipotezi reddedilemez

İzmir- Van, İzmir – Kayseri, İzmir – Samsun, Ankara – Van, Ankara – Kayseri, Ankara – Samsun, Samsun – Van, Samsun –Kayseri illerinde kadınları ortalama ilk evlenme yaşları bakımından farklılık vardır

iii) Levy Ortanca (Medyan) testi

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

Adım 1. Ortanca değerleri bulmak için tüm gözlemler küçükten büyüğe doğru sıralanır.

21.60	21.70	21.80	21.80	21.80	21.80	21.80	21.80	21.90	21.90	21.90	22	22	22.10
22.20	22.20	22.20	22.20	22.20	22.50	22.50	22.50	22.50	22.60	22.70	22.70	22.80	
22.90	23.10	23.10	23.10	23.10	23.10	23.20	23.20	23.30	23.30	23.40	23.40	23.50	
23.60	23.60	23.60	23.70	23.70	23.90	23.90	24	24.10	24.10	24.20	24.30	24.50	24.60
25.70													

Ortanca değer 22.9

Adım 2. Her grup için genel ortanca değerinden büyük ve küçük ya da eşit olan gözlem sayıları belirlenir.

İller (k)

	A	K	S	V	İ	Genel
$x_i >$ 22.9	11	0	4	1	11	27
$x_i <$ 22.9	0	11	6	10	0	27
Toplam(n_i)	11	11	10	11	11	54 (N)

Adım 3. Genel ortancadan büyük gözlem sayılarına (f_i) göre gruplar sıralanır.

Grup	İ	A	S	V	K
$f_i = x_i > 22.9$	11	11	4	1	0
n_i	11	11	10	11	11

Adım 4. Gözlem sayılarına (n_i) bakılır. Gözlem sayıları eşit ise standart hatanın hesaplanmasında n_i değerlerinden biri ortalama gözlem sayısı (n_i) olarak kullanılır. Eşit değilse n_i değerlerinden yararlanılarak harmonik ortalama ($\bar{n}$) hesaplanır.

$$\bar{n} = \frac{k}{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\ldots+\frac{1}{n_k}} = \frac{5}{\frac{1}{11}+\frac{1}{11}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}} = 13.4146$$

Adım 5. Standart hata değerleri hesaplanır. Bunun için ikinci adımda elde edilen toplam gözlem sayılarına bakılır.

Eğer N tek sayı ise,

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\bar{n}\mathrm{N}}{4(\mathrm{N}-1)}}$$

Eğer N çift satı ise,

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\bar{n}(\mathrm{N}+1)}{4\mathrm{N}}}$$

formülü kullanılır. Örneğimiz için N = 54 olduğundan,

$$\mathrm{SH} = \sqrt{\frac{\bar{n}(\mathrm{N}+1)}{4\mathrm{N}}} = \sqrt{\frac{13.4146*(54+1)}{4*54}} = 1.848864$$

Adım 6. Üçüncü adımda elde edilen f_i değerleri arasındaki farklar bulunur.

$f_İ - f_A = 11 - 11 = 0$ $\quad f_İ - f_V = 11 - 1 = 10$ $\quad f_A - f_S = 11 - 4 = 7$

$f_İ - f_S = 11 - 4 = 7$ $\quad f_İ - f_K = 11 - 0 = 11$ $\quad f_A - f_K = 11 - 0 = 11$

$f_V - f_K = 1 - 0 = 1$ $\quad f_A - f_V = 11 - 1 = 10$ $\quad f_S - f_V = 4 - 1 = 3$

$f_S - f_K = 4 - 0 = 4$

Adım 7. Test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$$L_{i-j} = \frac{f_i - f_j}{SH}$$

$$L_{İ-A} = \frac{0}{1.8488} = 0 \quad L_{İ-S} = \frac{7}{1.8488} = 3.786 \quad L_{İ-V} = \frac{10}{1.8488} = 5.408$$

$L_{İ-K} = \frac{11}{1.8488} = 5.949$ $\quad L_{A-S} = \frac{7}{1.8488} = 3.786$ $\quad L_{A-K} = \frac{11}{1.8488} = 5.949$

$L_{V-K} = \frac{1}{1.8488} = 0.540$ $\quad L_{S-K} = \frac{4}{1.8488} = 2.163$ $\quad L_{A-V} = \frac{10}{1.8488} = 5.408$ $\quad L_{S-V} = \frac{3}{1.8488} = 1.622$

Adım 8. Yedinci adımda bulunan L_{i-j} değerleri $q_{a;k;\infty} = q_{0.05;5;\infty} = 3.858$ tablo değeri ile karşılaştırılır. $L_{i-j} > q_{a;k;\infty}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

İ – V	için	5.408 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
İ – K	için	5,949 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
İ – S	için	3.786 < 3.858	H_0hipotezi reddedilemez
İ – A	için	0 < 3.858	H_0 hipotezi reddedilemez
A – V	için	5.408 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
A – K	için	5.949 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
A – S	için	3.786 < 3.858	H_0 hipotezireddedilemez
S – V	için	1.622 < 3.858	H_0hipotezi reddedilemez
S – K	için	2.163 < 3.858	H_0hipotezi reddedilemez
K – V	için	0.540 < 3.858	H_0 hipotezi reddedilemez

İzmir- Van, İzmir – Kayseri, Ankara – Van, Ankara – Kayseri, illerinde kadınların ortalama ilk evlenme yaşları bakımından farklılık vardır. Diğer illerde farklılık yoktur.

iv) Dwass-Stell testi

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

Adım 1. Gruplar ikişerli olarak incelenir. Karşılaştırılacak iki gruba ait gözlem değerlerine en küçükten başlamak üzere 1'den itibaren sıra sayıları verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyor ise gözlemlere karşılık gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması sıra sayısı olarak kullanılır. $i \neq j$ olmak üzere karşılaştırmalarda yer alan her bir grup için $\sum R_i$ ve $\sum R_j$ şeklinde ifade edilen sıra sayıları toplamları bulunur.

i	j	$\sum R_i$	$\sum R_j$
1	2	187	66
1	3	174	79
1	4	186	67
1	5	106.5	146.5
2	3	82.5	170.5
2	4	134	119
2	5	66	187
3	4	175.5	77.4
3	5	73	180
4	5	66.5	186.5

Adım 2. $\sum R_i = S_{i,j}$ ve $\sum R_j = S_{i,j}$ alınması sonucu değiştirmeyeceğinden $S_{i,j}$değerlerinden yaralanarak her bir ikili karşılaştırma için,

$$S_{i,j}^* = \frac{\left|S_{i,j} - \frac{n_i(2n_i+1)}{2}\right|}{\sqrt{\frac{n_i^2(2n_i+1)}{24}}} = \frac{\left|S_{i,j} - \frac{11(2*11+1)}{2}\right|}{\sqrt{\frac{11^2(2*11+1)}{24}}} = \frac{\left|S_{i,j} - 126.5\right|}{9.257}$$

değerleri hesaplanır.

i	j	$S_{i,j}^*$
1	2	6.535
1	3	5.131
1	4	6.427
1	5	2.160
2	3	4.753
2	4	0.810
2	5	6.535
3	4	5.239
3	5	5.779
4	5	0.0064

Adım 3. Eğer $S_{i,j}^* > q_\alpha$ isenH_0 hipotezi reddedilir ($q_{0.05;5;\infty}$ = 3.858).

İ - V	için	0.0064 < 3.858	H_0hipotezi reddedilemez.
İ - K	için	6.535 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
İ - S	için	5.779 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
İ - A	için	2.160 < 3.858	H_0 hipotezi reddedilemez.
A - V	için	6.427 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
A – K	için	6.535 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
A - S	için	3.786 < 3.858	H_0 hipotezireddedilemez.
S - V	için	5.239 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
S - K	için	4.753 > 3.858	H_0hipotezi reddedilir.
K - V	için	00.810 < 3.858	H_0 hipotezi reddedilemez.

İzmir – Kayseri, İzmir – Samsun, Antalya – Van, Antalya – Kayseri, Samsun – Van ve Samsun – Kayseri illerinde kadınların ortalama ilk evlenme yaşları bakımında farklılık vardır. Diğer illerde farklılık bulunmmaktadır.

v) Nemenyi testi

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

Adım 1. Her grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları toplamları bulunur.

	İller (k)				
	A	K	S	V	İ
n_i	11	11	11	11	11
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	455.5	150.5	300.5	132	501.5

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları toplamları arasındaki farklar bulunur.

$D_{A-K} = |R_A - R_K|$ = |455.5 – 150.5| = 305 $D_{A-İ} = |R_A - R_İ|$ =| 455.5 – 501.5| = 46

$D_{A-S} = |R_A - R_S|$ = |455.5 – 300.5|= 155 $D_{K-İ} = |R_K - R_İ|$ = |150.5 – 501.5| = 351

$D_{A-V} = |R_A - R_V|$ = |455.5 - 132 |= 323.5 $D_{S-İ} = |R_S - R_İ|$ = |300.5 – 501.5| = 201

$D_{K-S} = |R_K - R_S|$ = |150.5 – 300.5| = 150 $D_{V-İ} = |R_V - R_İ|$ = |132 – 501.5| = 369.5

$D_{K-V} = |R_K - R_V|$= |150.5 - 132| = 18.5 $D_{S-V} = |R_S - R_V|$ = |300.5 – 132| = 168.5

Adım 3. Standart hata değerleri hesaplanır.

$$SH = \sqrt{\frac{k(n_i k + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{5(11*5 + 1)}{12}} = 4.8304$$

Adım 4 . Nemenyi test istatistiğinin değeri hesaplanır.

q_a : α hata düzeyinde, serbestlik derecesi = k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere α=0.05 için $q_{0.05;5;\infty} = 3.858$

$$\text{Nemenyi} = n_i * q_a * SH = 11*3.858*4.8304 = 47.2684$$

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Nemenyi değeri karşılaştırılır. Eğer D_{i-j} > Nemenyi ise H_0 hipotezi redddedilir. Buna göre;

A – K	için	21.5< 47.2684	H_0 hipotezi reddedilemez
A – S	için	155 > 47.2684	H_0 hipotezi reddedilir.
A – V	için	323.5 > 47.2684	H_0hipotezi reddedilir.
A – İ	için	46 < 47.2684	H_0 hipotezi reddedilemez
K – S	için	150 > 47.2684	H_0 hipotezi reddedilir.
K – V	için	18.5 < 47.2684	H_0 hipotezi reddedilemez
K – İ	için	351 > 47.2684	H_0hipotezi reddedilir
S – V	için	168.5 > 47.268	H_0 hipotezi reddedilir.
S – İ	için	201 < 47.2684	H_0 hipotezi reddedilemez
V – İ	için	369.5 > 47.2684	H_0hipotezi reddedilir.

Antalya – Samsun, Antalya – Van, Kayseri – Samsun, Kayseri –İzmir, Samsun – Van ve Van – İzmir illeri arasında kadınların ortalama ilk evlenme yaşları arasında fark vardır. Diğer iller arasında fark yoktur.

vi) Dunn testi

Adım 1. Her bir örneklem için sıra sayıları ortalamaları bulunur.

İller (k)

	A	K	S	V	İ
n_i	11	11	11	11	11
$\bar{R}_i$	41.41	13.68	27.31	12	45.56

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları arasındaki farklar bulunur.

$|\bar{R}_A - \bar{R}_K|$ = 41.41 – 13.68 = 24.73

$|\bar{R}_A - \bar{R}_S|$ = 41.41 – 13.68 = 14.1

$|\bar{R}_A - \bar{R}_V|$ = 41.41 – 27.31 =29.41

$|\bar{R}_A - \bar{R}_İ|$ = 41.41 – 45.56 = 4.15

$|\bar{R}_K - \bar{R}_S|$ = 13.68 – 27.31 = 13.63

$|\bar{R}_K - \bar{R}_V|$ = 13.68 – 12 =1.68

$|\bar{R}_K - \bar{R}_İ|$ = 13.68 – 45.56 = 31.88

$|\bar{R}_S - \bar{R}_V|$ = 7.31 – 12 = 15.31

$|\bar{R}_S - \bar{R}_İ|$ = 27.31 – 45.56 =18.25

$|\bar{R}_V - \bar{R}_İ|$ = 12 – 45.56 = 33.56

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

SH = $\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$ = 6.77

Adım 4. Test istatistiği hesaplanır.

$z^*\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$, $z^* = \alpha/(k(k-1)) = \frac{0.05}{5*4} = 0.0025$, $z^* = 2.801$

$z^*\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$ = 2.801*6.77 =18.96277

Adım 5. Dördüncü adımda bulunan test istatistiği değeri ile z^* tablo değeri karşılaştırılır. Eğer $|\bar{R}_i - \bar{R}_j| \geq z^*\sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_K \rvert = 24.73 > 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilir.
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_S \rvert = 14.1 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_V \rvert = 29.41 > 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilir
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_İ \rvert = 4.15 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\lvert \bar{R}_K - \bar{R}_S \rvert = 13.63 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\lvert \bar{R}_K - \bar{R}_V \rvert = 1.68 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\lvert \bar{R}_K - \bar{R}_İ \rvert = 31.88 > 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilir
$\lvert \bar{R}_S - \bar{R}_V \rvert = 15.31 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\lvert \bar{R}_S - \bar{R}_İ \rvert = 18.25 < 18.9627$	H_0 hipotezi reddedilemez.

Antalya – Kayseri, Antalya – Van, Kayseri – İzmir ve Van –İzmir illerinde farklılık vardır.

H_0 : Veriler normal dağılıma uyugundur.

H_1 : Veriler normal dağılıma uygun değildir.

Çizelge 5.3. Normallik testi sonucu

İller	Kolmogorov-Smirnov		
	İstatistik	Gözlem sayısı	p
Antalya	0.140	11	0.200
Kayseri	0.169	11	0.200
Samsun	0.137	11	0.200
Van	0.289	11	0.011
İzmir	0.125	11	0.200

0.001 < 0.05 olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Yani dağılım normal değildir.

Çizelge 5.4. Kruskal-Wallis testi sonucu

	Ortalama	Medyan	Min-Max	Test İstatistiği	P
Antalya	23.6183	23.6	23.1 - 24.3	40.894	0.000
Kayseri	22.1273	22.1	21.6 -22.8		
Samsun	22.8091	22.7	22.2 - 23.6		
Van	22.0636	21.9	21.8 - 23.1		
İzmir	24.0091	23.9	23.1 - 25.7		

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1, 2, 3, 4,5)

0.00 < 0.05 H_0 hipotezi reddedilir. % 95 güvenle illere göre kadınların ortalama ilk evlenme yaşları arasında arasında fark vardır.

Çizelge 5.5. Kruskal-Wallis testi çoklu karşılaştırma sonucu

	Test İstatistiği	Standart Hata	Stnd. Test İstatistiği	p	Düzeltilmiş p
Van-Kayseri	1.682	5.819	0.247	0.805	1.00
Van-Samsun	15.318	6.819	2.246	0.025	0.247
Van-Antalya	29.409	6.819	4.313	0.000	0.000
Van-İzmir	-33.591	6.819	-4.926	0.000	0.000
Kayseri-Samsun	-13.636	6.819	-2.000	0.046	0.455
Kayseri-Antalya	27.727	6.819	4.066	0.000	0.000
Kayseri- İzmir	-31.909	6.819	-4.680	0.000	0.000
Samsun-Antalya	14.091	6.819	2.066	0.039	0.388
Samsun-İzmr	-18.273	6.819	-2.680	0.07	0.074
Antalya-İzmir	-4.182	6.819	-0.613	0.540	1.000

Kadınların ortalama ilk evlenme yaşları bakımından iller arasında farklı olan iller çizelge 5.5 'te görüldüğü gibidir.

H_0 : Karşılaştırılan iller arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan iller arasında fark vardır.

0.000 < 0.05 olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. %95 güven düzeyinde illere göre kadınların ortalama ilk evlenme yaşları arasında Van – Antalya, Van – İzmir, Kayseri – Antalya ve Kayseri- İzmir illerinde farklılık vardır. Diğer iller arasında fark yoktur.

Çizelge 5.6. Gözlem sayıları eşit olan bağımsız gruplarda parametrik olmayançoklu karşılaştırma testleri sonuçları

	Tukey	SNK	Levy Ortanca	Dwass-Stell	Nemenyi	Dunn Testi
Antalya-Kayseri	-	+	+	+	-	+
Antalya-Samsun	-	+	-	-	+	-
Antalya-Van	+	+	+	+	+	+
Antalya –İzmir	-	-	-	-	-	-
Kayseri-Samsun	-	+	-	+	+	-
Kayseri- Van	-	-	-	-	-	-
Kayseri-İzmir	+	+	+	+	+	+
Samsun-Van	-	+	-	+	+	-
Samsun-İzmir	-	+	-	+	+	-
Van- İzmir	+	+	+	-	+	+

Uygulama 2. (Gözlem sayıları eşit değil)

Türkiye'de 5 farklı yaş gruplarına (grup) ait intihar eden kişi sayıları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Gruplardaki gözlem sayısı sırasıyla, 13, 13, 13, 12 ve 12'dir (URL-4, Erişim tarihi: 19.10.2015).

Çizelge 5.7. Yaş gruplarına göre intihar sayıları

15-19	25-29	30-34	35-39	40-44
354	313	216	196	183
460	333	241	215	167
425	301	247	212	179
358	324	246	178	180
394	329	247	208	205
358	367	237	226	218
375	296	248	251	229
331	326	263	251	227
381	331	288	202	231
354	280	276	272	252
371	316	335	264	251
402	325	313	251	263
362	297	314		

Çizelge 5.8. Rank toplamlarıveözettablosu

	15-19	25-29	30-34	35-39	40-44
n_i	13	13	13	12	12
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	732.5	557	369.5	201.5	155.5
$\bar{R}_i$	61.0416	42.846	28.423	16.7919	12.9583
$\left(\sum_1^{n_i} R_i\right)^2$	536556.25	310249	136530.25	40602.25	24180.25

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1, 2, 3, 4, 5)

ya da;

H_0 : İntihar eden kişi sayıları bakımından yaş gruplarıarasında fark yoktur.

H_1 : İntihar eden kişi sayıları bakımından yaş grupları arasında fark vardır.

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^{\,2}}{n_i} - 3(N+1)$$

N = 63, k=5

$$KW = \frac{12}{63*64}\left(\frac{536556.25}{13} + \frac{310249}{13} + \frac{136560.25}{13} + \frac{40602.25}{12} + \frac{24180.25}{12}\right) - 3*(63+1)$$

KW = 49.18968

Tekrarlı gözlem olduğundan düzeltme terimi uygulanır.

Düzeltme terimi = $1 - \frac{\sum T}{n^3 - n}$

$T = t^3$-t ,

$T_1 = 2^3 - 2 = 6$

$T_2 = 4^3 - 4 = 60$

$T_3 = 2^3 - 2 = 6$

$T_4 = 2^3 - 2 = 6$

$T_5 = 2^3 - 2 = 6$

$T_6 = 2^3 - 2 = 6$

$\sum T = 90$

t : tekrarlı gözlem sayısı

$$KW_D = \frac{KW}{1 - \frac{\sum T}{n^3 - n}} = \frac{49.18968}{1 - \frac{90}{63^3 - 63}} = 49.2074$$

Karar kuralı :

$KW_D > \mathcal{X}^2{}_{a;(k-1)}$ise H_0 hipotezi reddedilir. $\mathcal{X}^2{}_{0.05;(4)}$ = 9.488

49.2074 > 9.488 olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. %95 güven düzeyinde intihar eden kişi sayıları bakımından yaş grupları arasında fark vardır. Hangi yaş grubunun ya da grupların farklılık yarattığını bulmak için çoklu karşılaştırma testleri uygulanır. (A=15-19, B=25-29,C=30-34, D=35-39, E=40-44)

i) Dunn testi

H_0 : Karşılaştırılanyaşgruplarıarasındafarkyoktur.

H_1 : Karşılaştırılan yaş grupları arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları bulunur (A=15-19, B=25-29, C=30-34, D=35-39, E=40-44).

	yaş grupları				
	A	B	C	D	E
n_i	13	13	13	12	12
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	732.5	557	369.5	201.5	155.5
$\bar{R}_i$	61.0416	42.846	28.423	16.7916	12.9583

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur.

$|\bar{R}_A - \bar{R}_B|$ = 61.0416 – 42.846 = 18.1956

$|\bar{R}_A - \bar{R}_C|$ = 61.0416 – 28.423 =32.6186

$|\bar{R}_A - \bar{R}_D|$ = 61.0416 – 16.7916 =44.25

$|\bar{R}_A - \bar{R}_E|$ = 61.0416 – 12.9583 = 48.0833

$|\bar{R}_B - \bar{R}_C|$ = 42.846 – 28.423 = 14.423

$|\bar{R}_B - \bar{R}_D|$ = 42.846 – 16.7916 =26.0544

$|\bar{R}_B - \bar{R}_E|$ = 42.846 – 12.9583 =29.8877

$|\bar{R}_C - \bar{R}_D|$ = 28.423 – 16.7916 = 11.6324

$|\bar{R}_C - \bar{R}_E|$ = 28.423 – 12.9583 = 15.4647

$|\bar{R}_D - \bar{R}_E|$ = 16.7916 – 12.9583 = 3.8333

Adım 3. Karşılaştırılacak gruplar ile ilgili standart hata değerleri bulunur.

$SH_{A-B} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)}$ = 7.1897

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{A-C}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)} = 7.1897$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{A-D}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{A-E}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{B-C}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)} = 7.1897$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{B-D}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{B-E}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{C-D}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{C-E}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$\mathrm{SH}_{\mathrm{D-E}} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right)} = 7.4833$$

Adım 4. Dunn test istatistiğinin değerleri hesaplanır.

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-B}} = \frac{|\bar{R}_A-\bar{R}_B|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{A-B}}} = \frac{18.1956}{7.1897} = 2.5307$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-C}} = \frac{|\bar{R}_A-\bar{R}_C|}{\mathrm{SH}_{A-C}} = \frac{32.6186}{7.1897} = 4.5368$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-D}} = \frac{|\bar{R}_A-\bar{R}_D|}{\mathrm{SH}_{A-D}} = \frac{44.25}{7.3379} = 6.0303$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-E}} = \frac{|\bar{R}_A-\bar{R}_E|}{\mathrm{SH}_{A-E}} = \frac{48.0833}{7.3379} = 6.687$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{B-C}} = \frac{|\bar{R}_B-\bar{R}_C|}{\mathrm{SH}_{B-C}} = \frac{14.423}{7.1897} = 2.0060$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{B-D}} = \frac{|\bar{R}_B-\bar{R}_D|}{\mathrm{SH}_{B-D}} = \frac{26.0544}{7.3379} = 3.550$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{B-E}} = \frac{|\bar{R}_B-\bar{R}_E|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{B-E}}} = \frac{29.8877}{7.3379} = 4.073$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{C-D}} = \frac{|\bar{R}_C-\bar{R}_D|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{C-D}}} = \frac{11.6324}{7.3379} = 1.585$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{C-E}} = \frac{|\bar{R}_C-\bar{R}_E|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{C-E}}} = \frac{15.4647}{7.3379} = 2.107$$

$$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{D-E}} = \frac{|\bar{R}_D-\bar{R}_E|}{\mathrm{SH}_{\mathrm{D-E}}} = \frac{3.8333}{7.4833} = 0.5122$$

Adım 5. Dördüncü adımda bulunan $\mathrm{Dunn}_{\mathrm{i-j}}$ değerleri serbestlik derecesi = k olan a yanılma düzeyindeki Dunn tablo ($\mathrm{Dunn}_{\alpha;\mathrm{k}}$) değeri ile karşılaştırılır. Eğer $\mathrm{Dunn}_{\mathrm{i-j}}$>$\mathrm{Dunn}_{Tablo}$ ise H_0 hipotezi reddedilir. $\mathrm{Dunn}_{0..05;5}$ = 2.80

$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-B}}$	için	2.530 < 2.807	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-C}}$	için	4.536 > 2.807	H_0 hipotezi reddedilir.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-D}}$	için	6.030 > 2.807	H_0 hipotezi reddedilir.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{A-E}}$	için	6.687 > 20807	H_0 hipotezi reddedilir.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{B-C}}$	için	2.006 < 2.807	H_0 hipotezi reddedilemez.
Dunn_{B-D}	için	3.550 > 2.807	H_0 hipotezi reddedilir.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{B-E}}$	için	4.073 > 2.807	H_0 hipotezi reddedilir.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{C-D}}$	için	1.585 < 2.807	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{C-E}}$	için	2.107 < 2.807	H_0 hipotezi reddedilemez.
$\mathrm{Dunn}_{\mathrm{D-E}}$	için	0.512 < 2.807	H_0 hipotezi reddedilemez.

(15-19)-(30-34) ,(15-1-)-(35-39), (15-19)-(40-44), (25-29)-(35-39), ve (25-29)-(40-44) yaş grupları arasında intihar eden kişi sayısı bakımından fark vardır.

ii) Conover testi

$\mathbf{H_0}$: Karşılaştırılan yaş gruplarıarasında fark yoktur.

$\mathbf{H_1}$ **:** Karşılaştırılan yaş grupları arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları bulunur (A=15-19, B=25-29. C=30-34. D=35-39, E=40-44)

	Yaş Grupları				
	A	B	C	D	E
n_i	13	13	13	12	12
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	732.5	557	369.5	201.5	155.5
$\bar{R}_i$	61.0416	42.846	28.423	16.7916	12.9583

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar ve karşılaştırmada kullanılacak değerler bulunur.

$|\overline{R}_A - \overline{R}_B|$ = 61.0416 – 42.846 = 18.1956

$|\overline{R}_A - \overline{R}_C|$ = 61.0416 – 28.423 =32.6186

$|\overline{R}_A - \overline{R}_D|$ = 61.0416 – 16.7916 =44.25

$|\overline{R}_A - \overline{R}_E|$ = 61.0416 – 12.9583 = 48.0833

$|\overline{R}_B - \overline{R}_C|$ = 42.846 – 28.423 = 14.423

$|\overline{R}_B - \overline{R}_D|$ = 42.846 – 16.7916 =26.0544

$|\overline{R}_B - \overline{R}_E|$ = 42.846 – 12.9583 =29.8877

$|\overline{R}_C - \overline{R}_D|$ = 28.423 – 16.7916 = 11.6324

$|\overline{R}_C - \overline{R}_E|$ = 28.423 – 12.9583 = 15.4647

$|\overline{R}_D - \overline{R}_E|$ = 16.7916 – 12.9583 = 3.8333

$$D_{A-B} = \frac{|\overline{R}_A - \overline{R}_B|}{\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}} = \frac{18.1956}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{13}}} = 46.389$$

$$D_{A-C} = \frac{|\overline{R}_A - \overline{R}_C|}{\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_C}}} = \frac{32.6186}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{13}}} = 83.161$$

$$D_{A-D} = \frac{|\overline{R}_A - \overline{R}_D|}{\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_D}}} = \frac{44.25}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{12}}} = 110.542$$

$$D_{A-E} = \frac{|\overline{R}_A - \overline{R}_E|}{\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_E}}} = \frac{48.0833}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{12}}} = 120.118$$

$$D_{B-C} = \frac{|\overline{R}_B - \overline{R}_C|}{\sqrt{\frac{1}{n_B}+\frac{1}{n_C}}} = \frac{14.423}{\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{13}}} = 36.030$$

$$D_{B-D} = \frac{|\overline{R}_B - \overline{R}_D|}{\sqrt{\frac{1}{n_B}+\frac{1}{n_D}}} = \frac{26.0544}{\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}} = 65.087$$

$$D_{B-E} = \frac{|\overline{R}_B - \overline{R}_E|}{\sqrt{\frac{1}{n_B}+\frac{1}{n_E}}} = \frac{29.887}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{12}}} = 65.859$$

$$D_{C-D} = \frac{|\overline{R}_C - \overline{R}_D|}{\sqrt{\frac{1}{n_C}+\frac{1}{n_D}}} = \frac{11.6324}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{12}}} = 29.059$$

$$D_{C-E} = \frac{|\overline{R}_C - \overline{R}_E|}{\sqrt{\frac{1}{n_C}+\frac{1}{n_E}}} = \frac{15.4647}{\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{12}}} = 38.632$$

$$D_{D-E} = \frac{|\overline{R}_D - \overline{R}_E|}{\sqrt{\frac{1}{n_D}+\frac{1}{n_E}}} = \frac{3.833}{\sqrt{\frac{1}{12}+\frac{1}{12}}} = 9.388$$

Adım 3. Conover test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$t_{1-\frac{a}{2};(n-k)}$: a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = n-k olan teorik t tablo değeri

$t_{0.975;(58)}$= 2.00

Conover = $2 * \sqrt{\frac{63(63+1)}{12} * \frac{(63-1-49.2\,)}{63-5}}$ = 17.2227

Adım 4. İkinci adımda bulunan D_{i-j} değerleri ile üçüncü adımda bulunan Conover değeri karşılaştırılır. Eğer D_{i-j} > Conover ise H_0 hipotezi redddedilir.

$\mathrm{D_{A-B}}$	için	46.389 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{A-C}}$	için	83.161 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{A-D}}$	için	110.542 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{A-E}}$	için	120.118> 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{B-C}}$	için	36.030 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{B-D}}$	için	65.087 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{B-E}}$	için	65.859 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{C-D}}$	için	29.059 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{C-E}}$	için	38.632 > 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilir.
$\mathrm{D_{D-E}}$	için	9.388 < 17.2227	$\mathrm{H_0}$ hipotezi reddedilemez.

(15-19)-(25-29), (15-19)-(30-34), (15-19)-(35-40), (25-29)-(30-34), (25-29)-(35-39),(25-29)-(40-44), (30-34)-(35-39) ve (30-34)-(40-44)yaş grupları arasında intihar eden kişi sayısı bakımından fark vardır.

iii) Miller testi

$\mathrm{H_0}$: Karşılaştırılanyaşgruplarıarasındafarkyoktur.

$\mathrm{H_1}$: Karşılaştırılan yaş grupları arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ayrı ayrı gözlem değerlerine ait sıra sayıları ortalamaları ($\bar{R}_i$) bulunur (A=15-19,B=25-29, C=30-34, D=35-39, E=40-44).

	İller				
	A	B	C	D	E
n_i	13	13	13	12	12
$\sum_{i=1}^{n_i} R_i$	732.5	557	369.5	201.5	155.5
$\bar{R}_i$	61.0416	42.846	28.423	16.7916	12.9583

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar ve karşılaştırmada kullanılacak değerler bulunur.

$|\overline{R}_A - \overline{R}_B|$ = 61.0416 – 42.846 = 18.1956

$|\overline{R}_A - \overline{R}_C|$ = 61.0416 – 28.423 =32.6186

$|\overline{R}_A - \overline{R}_D|$ = 61.0416 – 16.7916 =44.25

$|\overline{R}_A - \overline{R}_E|$ = 61.0416 – 12.9583 = 48.0833

$|\overline{R}_A - \overline{R}_C|$ = 42.846 – 28.423 = 14.423

$|\overline{R}_B - \overline{R}_D|$ = 42.846 – 16.7916 =26.0544

$|\overline{R}_B - \overline{R}_E|$ = 42.846 – 12.9583 =29.8877

$|\overline{R}_C - \overline{R}_D|$ = 28.423 – 16.7916 = 11.6324

$|\overline{R}_C - \overline{R}_E|$ = 28.423 – 12.9583 = 15.4647

$|\overline{R}_D - \overline{R}_E|$ = 16.7916 – 12.9583 = 3.8333

Adım 3. Karşılaştırılacak gruplar ile ilgili standart hata değerleri hesaplanır.

$$SH_{A-B} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)} = 7.1897$$

$$SH_{A-C} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)} = 7.1897$$

$$SH_{A-D} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{A-E} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{B-C} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{13}\right)} = 7.1897$$

$$SH_{B-D} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{B-E} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{C-D} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{C-E} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{12}\right)} = 7.3379$$

$$SH_{D-E} = \sqrt{\frac{63(63+1)}{12}\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right)} = 7.4833$$

Adım 4. Miller test istatistiğinin değerleri hesaplanır.

$|m|_{a;c;\infty}$: a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = c ve ∞ olan Studentized Maximum Modulus tablo değeri c = 10 karşılaştırma içi, $|m|_{0.05;10;\infty}$ = 2.80

Test istatistiği : $\mathrm{Miller}_{i-j} = |m|_{a;c;\infty} * \mathrm{SH}_{i-j}$

Fark Değerleri	SH_{i-j}	Miller_{i-j}
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_B \rvert$ 18.1956	7.1897	20.131
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_C \rvert$ =32.6186	7.1897	20.131
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_D \rvert$ =44.25	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_A - \bar{R}_E \rvert$= 48.0833	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_B - \bar{R}_C \rvert$ = 14.423	7.1897	20.131
$\lvert \bar{R}_B - \bar{R}_D \rvert$ =26.0544	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_B - \bar{R}_E \rvert$ =29.8877	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_C - \bar{R}_D \rvert$ = 11.6324	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_C - \bar{R}_E \rvert$ = 15.4647	7.3379	20.546
$\lvert \bar{R}_D - \bar{R}_E \rvert$ = 3.8333	7.4833	20953

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Miller değerleri karşılıklı olarak karşılaştırılır. Eğer $\left|\bar{R}_i - \bar{R}_j\right|$>$\mathrm{Miller}_{i-j}$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

$D_A - D_B$	için	18.1956 < 20.131	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_A - D_C$	için	32.6186 > 20.131	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_A - D_D$	için	44.25 > 20.546	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_A - D_E$	için	48.0833 > 20.546	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_B - D_C$	için	14.423 < 20.131	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_B - D_D$	için	26.0544 > 20.546	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_B - D_E$	için	29.8877 > 20.546	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_C - D_D$	için	11.6324 < 20.546	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_C - D_E$	için	15.4647 < 20.546	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_D - D_E$	için	3.8333 < 20.953	H_0 hipotezi reddedilemez.

(15-19)-(30-34), (15-19)-(35-39),(15-19)-(40-44),(25-29)-(35-39) ve (2529)-(40-44) yaş grupları arasında intihar eden kişi sayısı bakımından farklılık vardır. Diğer illerde farklılık yoktur.

Çizelge 5.9.Gözlem sayıları eşit olmayan çoklu karşılaştırma testleri sonucu

	Dunn Testi	Conover Testi	Miller Testi
(15-19)-(25-29)	-	+	-
(15-19)-(30-34)	+	+	+
(15-19)-(35-39)	+	+	+
(15-19)-(40-44)	+	+	+
(25-29)-(30-34)	-	+	-
(25-29)-(35-39)	+	+	+
(25-29)-(40-44)	-	+	+
(30-34)-(35-39)	-	+	-
(30-34)-(40-44)	-	+	-
(35-39)-(40-44)	+	-	-

Çizelge 5.10. Normallik testi sonucu

Yaş grubu	Kolmogorov-Smirnov		
	İstatistik	Gözlem sayısı	p
15-19	0.167	13	0.200
25-29	0.174	13	0.200
30-34	0.241	13	0.037
35-39	0.204	12	0.180
40-44	0.180	12	0.200

H_0 : Veriler normal dağılıma uyugundur.

H_1 : Veriler normal dağılıma uygun değildir

$0.037 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Veriler normal dağılıma sahip değildir.

Çizelge 5.11. Kruskal-Wallis testi sonucu

	Ortalama	Medyan	Min-Max	Test İstatistiği	p
15-19	378.8462	371	331 - 460	49.207	0.000
25-29	318.3077	324	280-367		
30-34	267	248	216-335		
35-39	227.166	220.5	178-272		
40-44	213.1667	222.5	167-252		

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5$

H_1: En az bir τ_j farklıdır (j=1, 2, 3, 4,5)

0.00 < 0.05 H_0 hipotezi reddedilir. % 95 güvenle intihar eden kişi sayılarına göre yaş grupları arasında fark vardır.

Çizelge 5.12. Kruskal-Wallis testi çoklu karşılaştırma sonucu

	Test İstatistiği	Standart Hata	Standartlaştırılmış Test İstatistiği	p	Düzeltilmiş p
(35-39)-(40-44)	3.833	7.482	0.512	0.608	1.000
(30-34)-(40-44)	15.465	7.337	2.108	0.035	0.350
(25-29)-(40-44)	29.888	7.337	4.074	0.000	0.000
(15-19)-(40-44)	43.388	7.337	5.194	0.000	0.000
(30-34)-(35-39	11.631	7.337	1.585	0.113	1.000
(25-29)-(34-39)	26.054	7.337	3.551	0.000	0.004
(15-19)-(34-39)	39.554	7.337	5.391	0.000	0.000
(25-29)-(30-34)	14.423	7.188	2.006	0.045	0.448
(15-19)-(30-34	27.923	7.188	3.884	0.000	0.001
(15-19)-(25-29)	13.500	7.188	1.878	0.060	0.604

H_0 : Karşılaştırılan yaş grupları arasında fark yoktur.
H_1 : Karşılaştırılan yaş grupları arasında fark vardır.

$\left\{\begin{matrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.001 \\ 0.004 \\ 0.00 \end{matrix}\right\} < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. (25-29)-(40-44), (15-19)-(40-44), (25-29)-(35-39), ve (15-19)-(35-39) yaş gruplarıarasında fark vardır. Diğer gruplar arasında fark yoktur.

5.2 BağımlıGruplar

UYGULAMA 3 : Akdeniz, DoğuKaradeniz, EgeveDoğuAnadolubölgelerinde 2005 – 2014 yıllarındakisinema salon sayılarıaşağıdakigibidir.

Çizelge 5.13.Bölgelerdekisinema salon sayıları

Yıllar	Bölgeler			
	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anadolu
2005	123	28	135	49
2006	115	29	133	44
2007	140	50	172	41
2008	151	46	217	52
2009	157	53	222	73
2010	173	58	252	81
2011	188	68	237	68
2012	191	64	252	83
2013	207	64	255	110
2014	216	68	261	153

Friedman testi için büyüklük sıra sayıları ;

Yıllar	Bölgeler			
	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anadolu
2005	3	1	4	2
2006	3	1	4	2
2007	3	2	4	1
2008	3	1	4	2
2009	3	1	4	2
2010	3	1	4	2
2011	3	1,5	4	1.5
2012	3	1	4	2
2013	3	1	4	2
2014	3	1	4	2
R_J	30	11.5	40	18.5
$\overline{R}_j$	31.15 4	1.85		
$(R_J)^2$	900	132.25	1600	342.25

Hipotezler:

H_0 : Salon sayılarının bölgeler üzerinde bir etkisi yoktur

H_1 : Salon sayılarının bölgeler üzerinde bir etkisi vardır.

ya da;

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$

H_1 : En az bir τ_j farklıdır.

Test istatistiği :

$$FR = \frac{12}{cn\,(c+1)} \sum_{j=1}^{c} R_{.j}{}^2 - 3n(c+1) \quad , c = 4,\ n = 10$$

$$FR = \frac{12}{4*10*5} * (900 + 110.25 + 1600 + 380.25) - 3 * 10 * 5 = 28.47$$

Veri setinde tekrarlı gözlem olduğu için tekrarlı gözlemler için düzeltme terimi uygulanır.

$$\text{Düzeltme terimim} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{nc\,(c^2-1\,)} = 1 - \frac{6}{10*4*24} = 0.99375$$

$$T_i : \sum_{j=1}^{L} t^3 - \sum_{j=1}^{L} t_j = 6$$

$$FR_D = \frac{FR}{1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{nc\,(c^2-1\,)}} = \frac{28.47}{0.99375} = 28.64$$

Karar kuralı :

$FR_D > \mathcal{X}^2{}_{a;(k-1)}$ ise H_0 hipotezi reddedilir. $\mathcal{X}^2{}_{0.05;3} = 7.815$

28.64 > 7.815 H_0 hipotezi reddedilir. Bölgelere göre sinema salonu sayıları arasında fark vardır. Farklılığı yaratan bölge ya da bölgeleri bulmak için çoklu karşılaştırma testlerinden yararlanılır.

i) Nemenyi testi

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir denemeye ait gözlem değerleri ayrı ayrı dikkate alınır. En küçük gözlem değerinden başlayarak 1'den itibaren sıra sayısı $R(X_{ij})$ verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyorsa sıra sayısı olarak denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması kullanılır. Elde edilen sıra sayılardan yararlanarak her bölge için sıra sayılarının ortalamaları ($\bar{R}_i$) hesaplanır.

	Bölgeler			
Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anodolu
$\bar{R}_i$3	1.15	4	1.85	

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur.

$D_{A-D.K} = |\overline{R}_A - \overline{R}_{D.K}| = 3 – 1.15 = 1.85$

$D_{A-E} = |\overline{R}_A - \overline{R}_E| = 3 – 4 = 1$

$D_{A-D.A} = |\overline{R}_A - \overline{R}_{D.A}| = 3 – 1.82 = 1.15$

$D_{D.K-E} = |\overline{R}_{D.K} - \overline{R}_E| = 1.15 – 4 = 2.85$

$D_{D.K-D.A} = |\overline{R}_{D.K} - \overline{R}_{D.A}| = 1.15 – 1.85 = 0.7$

$D_{E-D.A} = |\overline{R}_E - \overline{R}_{D.A}| = 4 – 1.85 = 2.15$

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$SH = \sqrt{\frac{k(k+1)}{6n}} = \sqrt{\frac{4*5}{6*10}} = 0.5773$$

Adım 4. Nemenyi testi istatistiği değeri hesaplanır.

q_a : a hata düzeyinde, serbestlik derecesi = k ve ∞ olan teorik q tablo değeri olmak üzere $q_{a;k;\infty}$'dır. $q_{0.05;4,\infty} = 3.633$

$$\text{Nemenyi} = \frac{q_a}{\sqrt{2}} * SH = \frac{3.633}{\sqrt{2}} * 0.573 = 1.471$$

Adım 5. İkinci adımda bulunan fark değerleri ile dördüncü adımda bulunan Nemenyi değeri karşılaştırılır. Eğer $|D_{i-j}|$> Nemenyi ise H_0 hipotezi reddedilir.

$D_{A-D.K} = 1.85 > 1.471$	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_{A-E} = 1 < 1.471$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_{A-G.A} = 1.15 < 1.471$	H_0 hipotezi reddedilemez.
$D_{D.K-E} = 2.85 > 1.471$	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_{D.K-G.A} = 0.7 < 1.471$	H_0 hipotezi reddedilemez
$D_{E-G.A} = 2.15 > 1.471$	H_0 hipotezi reddedilir

Akdeniz – Doğu Karadeniz, Doğu Karadeniz –Ege ve Güneydoğu Anadolu – Ege bölgelerindeki salon sayıları %95 güven düzeyinde farklı bulunmuştur. Diğer bölgeler arasında fark yoktur

ii) Friedman testi

Hipotezler:

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır

Adım 1. Her bir denemeye ait gözlem değerleri ayrı ayrı dikkate alınır. En küçük gözlem değerinden başlayarak 1'den itibaren sıra sayısı $R(X_{ij})$ verilir. Aynı gözlem değeri birden fazla sayıda tekrar ediyorsa sıra sayısı olarak denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması kullanılır. Elde edilen sıra sayılardan yararlanarak her bir bölge için sıra sayılarının ortalamaları ($\bar{R}_i$) hesaplanır.

	Bölgeler			
Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anodolu
$\bar{R}_i$3	1.15	4	1.85	

Adım 2. Karşılaştırılacak grupların sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur.

$D_{A-D.K} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{D.K}| = 3 – 1.15 = 1.85$

$D_{A-E} = |\bar{R}_A - \bar{R}_E| = 3 – 4 = 1$

$D_{A-G.A} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{G.A}| = 3 – 1.82 = 1.15$

$D_{D.K-E} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_E| = 1.15 – 4 = 2.85$

$D_{D.K-G.A} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_{G.A}| = 1.15 – 1.85 = 0.7$

$D_{E-G.A} = |\bar{R}_E - \bar{R}_{G.A}| = 4 – 1.85 = 2.15$

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$SH = \sqrt{\frac{k(k+1)}{6n}} = \sqrt{\frac{4*5}{6*10}} = 0.577$$

Adım 4. Test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$$z_{i-j} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{SH}$$

$z_{A-D.K} = \frac{1.85}{0.577} = 3.206$ $\quad$ $z_{D.K-E} = \frac{2.85}{0.577} = 4.939$

$z_{A-E} = \frac{1}{0.577} = 1.733$ $\quad$ $z_{D.K-G.A} = \frac{0.7}{0.577} = 1.213$

$z_{A-G.A} = \frac{1.15}{0.577} = 1.993$ $\quad$ $z_{E-G.A} = \frac{2.15}{0.577} = 3.726$

Adım 5. Standart normal dağılım tablosundan yararlanarak dördüncü adımda elde edilen z_{i-j} değerlerine karşılık gelen olasılık değerleri bulunur. Olasılık değerleri a ile karşılaştırılır. Eğer olasılık değerleri $< a$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

A – D.K
P(z < -3.206 veya z> 3.206)= 0.001374 <0.05 H_0hipotezi reddedilir.
A- E
P(z < -1.733 veya z> 1.733)= 0.0836 > 0.05 H_0hipotezi reddedilemez.
A – G.A
P(z < -1.993 veya z> 1.993)= 0.0465 < 0.05 H_0hipotezi reddedilir.
D.K - E
P(z < -4.939 veya z> 4.939)=0.0000008 < 0.05 H_0hipotezi reddedilir.
D.K – G.A
P(z < -1.213 veya z> 1.213)= 0.2262 > 0.05 H_0hipotezi reddedilemez.
E – G.A
P(z < -3.726 veya z> 3.726)= 0.0001992 < 0.05 H_0hipotezi reddedilir

Akdeniz – Doğu Karadeniz, Akdeniz – Güneydoğu Anadolu, Ege-Güneydoğu Anadolu ve Doğu Karadeniz – Ege bölgelerinin sinema salon sayları %95 güven düzeyinde farklı bulunmuştur.

iii) Frieman testi – 2

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.
H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır.
Adım 1. Sıra sayıları toplamları bulunur.

	Bölgeler			
Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anodolu
$R_{.j}$ 30	11.5	40	18.5	

Adım 2. Sıra sayıları toplamları farkları ($R_i - R_j$) bulunur.

$D_{A-D.K} = |R_A - R_{D.K}| = 18.5$ $D_{D.K-E} = |R_{D.K} - R_E| = 28.5$
$D_{A-E} = |R_A - R_E| = 10$ $D_{D.K-G.A} = |R_{D.K} - R_{G.A}| = 7$
$D_{A-G.A} = |R_A - R_{G.A}| = 11.5$ $D_{E-G.A} = |R_E - R_{G.A}| = 21.5$

Adım 3. Test istatistiği;

$\left|R_i - R_j\right| \geq Z_{a/k(k-1)} * \sqrt{\frac{nk(k+1)}{6}}$ ise H_0 hipotezi red edilir.

$\sqrt{\frac{nk(k+1)}{6}} = \sqrt{\frac{10*4(5)}{6}}$ =5.7735 , $Z_{a/k(k-1)} = Z_{0.05/(4*3)} = 2.63$

$a/k(k-1) = 0.004166$

$Z_{a/k(k-1)} * \sqrt{\frac{nk(k+1)}{6}} = 15.184305$

A – D.K	için	18.5 > 15.184	H_0 hipotezi red edilir.
A – E	için	10 < 15.1843	H_0 hipotezi reddedilemez.
A – G.A	için	11.5 < 15.1843	H_0 hipotezi reddedilemez.
D.K – E	için	28.5 > 15.1843	H_0 hipotezi red edilir.
D.K – G.A	için	7 < 15.1843	H_0 hipotezi reddedilemez.
E – G.A	için	21.5 > 15.1843	H_0 hipotezi red edilir

Akdeniz – Doğu Karadeniz, Doğu Karadeniz – Ege ve Ege – Güneydoğu Anadolu bölgelerinin sinema salon sayları %95 güven düzeyinde farklı bulunmuştur.

iv) Friedman Aligned testi

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir grup için ortalama miktarı bulunur.

	Bölgeler				
Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anadolu	$\bar{X}$
2005	123	28	135	48	83.75
2006	115	29	133	44	80.25
2007	140	50	172	41	100.75
2008	151	46	217	52	116.5
2009	157	53	222	73	126.25
2010	173	58	252	81	141
2011	188	68	237	68	140.25
2012	191	64	252	83	147.5
2013	207	64	255	10	159
2014	216	68	261	153	174.5

Adım 2. Her bir gruba ait gözlem değerlerinden o bölgelere ait ortalamalar çıkartılır.

Bölgeler

Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anadolu
2005	39.25	-55.75	51.25	-34.75
2006	34.75	-51.25	52.75	-36.25
2007	39.25	-50.75	71.25	-59.75
2008	34.5	-70.5	100.5	-64.5
2009	30.75	-73.25	95.75	-53.25
2010	32	-83	111	-60
2011	47.75	-72.25	96.75	-72.25
2012	43.5	-83.5	104.5	-64.5
2013	48	-95	96	-49
2014	41.1	-106,5	86,5	-21,5

Adım 3. İkinci adımda elde edilen tüm değerler aynı anda dikkate alınır. En küçük değerden başlamak üzere tüm değerlere 1'den itibaren sıra sayısı verilir. Aynı değer birden fazla sayıda tekrar ediyorsa denk gelen sıra sayılarının aritmetik ortalaması sıra sayısı olarak verilir ve sıra sayıları ortalamaları bulunur.

Bölgeler

Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anadolu
2005	25.5	13	31	19
2006	24	15	32	18
2007	25.5	16	33	12
2008	23	8	38	9.5
2009	21	5	35	14
2010	22	4	40	11
2011	29	6.5	37	6.5
2012	28	3	39	9.5
2013	30	2	36	17
2014	27	1	34	20
$\bar{R}_j$	25.5	7.35	35.5	13.65

Adım 4. Sıra sayıları ortalamaları arasındaki farkları bulunur.

$D_{A-D.K} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{D.K}| = 25.5 - 7.35 = 18.15$

$D_{A-E} = |\bar{R}_A - \bar{R}_E| = 25.5 - 35.5 = 10$

$D_{A-G.A} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{G.A}| = 25.5 - 13.65 = 11.85$

$D_{D.K-E} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_E| = 7.35 - 35.5 = 28.15$

$D_{D.K-G.A} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_{G.A}| = 7.35 - 13.65 = 6.3$

$D_{E-G.A} = |\bar{R}_E - \bar{R}_{G.A}| = 35.5 - 13.65 = 21.85$

Adım 5. Standart hata değerleri hesaplanır.

$$SH = \sqrt{\frac{k(n+1)}{6}} = \sqrt{\frac{4*11}{6}} = 2.614$$

Adım 6. Test istatistiğinin değeri hesaplanr.

$$z_{i-j} = \frac{|\bar{R}_i - \bar{R}_j|}{SH}$$

$z_{A-D.K} = \frac{18.15}{2.614} = 6.9433$ $\quad$ $z_{D.K-E} = \frac{28.15}{2.614} = 10.7689$

$z_{A-E} = \frac{10}{2.614} = 3.8255$ $\quad$ $z_{D.K-G.A} = \frac{6.3}{2.614} = 2.410$

$z_{A-G.A} = \frac{1.15}{2.614} = 0.4399$ $\quad$ $z_{E-G.A} = \frac{21.85}{2.614} = 8.3588$

Adım 7. Standart normal dağılım tablosundan yararlanarak dördüncü adımda elde edilen z_{i-j} değerlerine karşılık gelen olasılık değerleri bulunur. Olasılık değerleri α ile karşılaştırılır. Eğer olasılık değerleri $<\alpha$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

A – D.K
P(z < -6.943 veya z> 6.943)=0 < 0.05 H_0 hipotezi reddedilir.
A- E
P(z < -3.825 veya z> 3.825)= 0.0001334 < 0.05 H_0 hipotezi reddedilir.
A – G.A
P(z < -0.439 veya z> 0.439)= 0.9680 >0.05 H_0 hipotezi reddedilemez.
D.K - E
P(z < -10.768 veya z> 10.768)= 0 <0.05 H_0 hipotezi reddedilir
D.K – G.A
P(z < -2.410 veya z> 2.410)= 0.0159 <0.05 H_0 hipotezi reddedilir.
E – G.A
P(z < -8.358 veya z> 8.358)= 0 <0.05 H_0 hipotezi reddedilir.

Akdeniz-Doğu Karadeniz, Ege-Güneydoğu Anadolu, Doğu Karadeniz – Güneydoğu Anadolu, Akdeniz – Ege ve Doğu Karadeniz – Ege bölgelerinin sinema salon sayları %95 güven düzeyinde farklı bulunmuştur.

iv) Miller testi

Hipotezler**:**

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır.

Adım 1. Her bir bölge için sıra sayılarının ortalamaları ($\bar{R}_i$) hesaplanır.

Bölgeler				
Yıllar	Akdeniz	Doğu Karadeniz	Ege	Güneydoğu Anodolu
$\bar{R}_i$	3	1.15	4	1.85

Adım 2. Karşılaştırılacak bölgelerin sıra sayıları ortalamaları arasındaki farklar bulunur.

$D_{A-D.K} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{D.K}| = 3 – 1.15 = 1.85$

$D_{A-E} = |\bar{R}_A - \bar{R}_E| = 3 – 4 = 1$

$D_{A-G.A} = |\bar{R}_A - \bar{R}_{G.A}| = 3 – 1.82 = 1.15$

$D_{D.K-E} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_E| = 1.15 – 4 = 2.85$

$D_{D.K-G.A} = |\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_{G.A}| = 1.15 – 1.85 = 0.7$

$D_{E-G.A} = |\bar{R}_E - \bar{R}_{G.A}| = 4 – 1.85 = 2.15$

Adım 3. Standart hata değeri hesaplanır.

$$\text{Var} = \sqrt{\frac{k(k+1)}{6n}} = \sqrt{\frac{4*5}{6*10}} = 0.577$$

Adım 4. Test istatistiğinin değeri hesaplanır.

$|\bar{R}_{.i} - \bar{R}_{.j}| > \sqrt{\mathcal{X}^2} * \text{Var}$ ise H_0 hipotezi red edilir.

c = 3, n = 2, 3, … , 15 ve c = 4, n = 2, 3, … ,8 iken c, n ve α değerlerine Friedman'ın S testi için α değerleri tablosundan ulaşılır. c =3, n < 15; c = 4, n > 8 ve c > 4 iken S istatistiğinin dağılımının $c-1$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına yaklaşımı kullanılır($\mathcal{X}^2{}_{a;(c-1)}$)

$$\sqrt{\mathcal{X}^2{}_{0.05;(4-1)}} = \sqrt{7.815} = 2.795$$

Fark değeri	$\sqrt{\mathcal{X}^2} * SH$	
$D_{A-D.K} = \|\bar{R}_A - \bar{R}_{D.K}\|$	1.85 > 1.612	H_0 hipotezi reddedilir.
$D_{A-E} = \|\bar{R}_A - \bar{R}_E\|$	1 < 1.612	H_0 hipotezi reddedilemez
$D_{A-G.A} = \|\bar{R}_A - \bar{R}_{G.A}\|$	1.15 < 1.612	H_0 hipotezi reddedilemez
$D_{D.K-E} = \|\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_E\|$	2.85 > 1.612	H_0 hipotezi reddedilir
$D_{D.K-G.A} = \|\bar{R}_{D.K} - \bar{R}_{G.A}\|$	0.7 < 1.612	H_0 hipotezi reddedilemez
$D_{E-G.A} = \|\bar{R}_E - \bar{R}_{G.A}\|$	2.15 > 1.612	H_0 hipotezi reddedilir.

Akdeniz – Doğu Karadeniz, Doğu Karadeniz - Ege ve Ege – Güneydoğu Anadolu bölgelerinin sinema salon sayıları %95 güven düzeyinde farklı bulunmuştur.

Diğer bölgeler arasında bir fark yoktur.

Çizelge 5.14. Normallik testi sonucu

Bölgeler	Shapiro-Wilk		
	İstatistik	Gözlem sayısı	P
Akdeniz	0.960	10	0.788
Doğu karadeniz	0.874	10	0.112
Ege	0.830	10	0.033
Güneydoğu Anadolu	0.912	10	0.294

H_0 : Veriler normal dağılıma uyugundur.

H_1 : Veriler normal dağılıma uygun değildir.

$0.033 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Yani dağılım normal değildir.

Normal dağılıma sahip olmayan ve 3 ve daha fazla gözlem sayısına sahip bağımlı örneklerde Friedman Testi uygulanır.

Çizelge 5.15. Friedman test sonucu

	Ortalama	Medyan	Min-Max	Test İstatistiği	p
Akdeniz	166.1	165	115 - 216	28.758	0.000
Doğu Karadeniz	52.8	55.5	28 - 68		
Ege	213.6	229.5	133 - 261		
Güneydoğu Anadolu	72.6	70.5	39 - 135		

H_0 : Bölgelere göre sinema salon sayıları bakımından fark yoktur.

H_1 : Bölgelere göre sinema salon sayıları bakımından fark vardır.

$0.000 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Bölgelere göre sinema salon sayıları bakımından fark vardır.

Çizelge 5.16. Friedman testi için çoklu karşılaştırma sonucu

	Test İstatistiği	Standart Hata	Std. Test İstatistiği	p	Düzeltilmiş p
Doğu Karadeniz-Güneydoğu Anadolu	-0.700	0.577	-1.212	0.225	1.000
Doğu Karadeniz-Akdeniz	1.850	0.577	3.204	0.001	0.008
Doğu Karadeniz-Ege	-2.850	0.577	-4.936	0.000	0.00
Güneydoğu Anadolu-Akdeniz	1.150	0.577	1.992	0.046	0.278
Güneydoğu Anadolu-Ege	2.150	0.577	3.724	0.000	0.001
Akdeniz-Ege	-1.000	0.577	-1.732	0.083	0.500

H_0 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark yoktur.

H_1 : Karşılaştırılan bölgeler arasında fark vardır.

$\begin{Bmatrix} 0.008 \\ 0.000 \\ 0.001 \end{Bmatrix} < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. %95 güven düzeyinde Doğu Karadeniz – Akdeniz, Doğu Karadeniz- Ege ve Güneydoğu –Ege bölgeleri arasında fark vardır. Diğer bölgeler arasında fark yoktur.

6. SONUÇ VE TARTIŞMA

Veri setindeki değişkenler gerekli varsayımları sağlamadığında bu testlerin karşılığı olan parametrik olmayan testler kullanılır. Parametrik testler varsayımlar sağlandığı ölçüde güçlü testlerdir. Varsayımların ihlali söz konusu olduğunda sonuca olan güven azalmaktadır. Bu yüzden parametrik olmayan yöntemler tercih edilir. Bu yöntemlerde sıra sayıları kullanılır ve medyanlar arasında fark olup olmadığına bakılır. Verilerin normal dağılıma sahip olmaması ya da verilerin sınıflayıcı, sıralayıcı ölçeğe sahip olması durumunda parametrik olmayan yöntemler tercih edilir. Her testin uygulanabilmesi için testin varsayımları ve verinin bu varsayımları sağlayıp sağlamadığının bilinmesi gerekir.

Parametrik olmayan çok sayıda çoklu karşılaştırma testi vardır. Ancak hangi durumda hangi çoklu karşılaştırma testinin kullanılacağı önemlidir. Gözlem sayılarının eşit olması yada eşit olmaması, grupların bağımlı yada bağımsız olması gibi durumlarda farklı yöntemlere başvurulur.

Çizelge 4.1'de de gösterildiği gibi bağımlı ve bağımsız gruplarda, gözlem sayılarının eşit olması ve eşit olmaması durumda kullanılması gereken testler belirtilmiştir. Bağımlı gruplarda gözlem sayılarının eşit olmaması durumunda literatürde henüz bir test bulunmamaktadır.

Bu çalışma da parametrik olmayan ikiden fazla bağımsız grup karşılaştırmalarında Kruskal-Wallis testi, ikiden fazla bağımlı gruplarda ise Frieman testi kullanıldı. Gözlem sayılarının eşit olması durumunda bağımsız gruplarda farklı çoklu karşılaştırma testlerine başvurulur. Bu testler Tukey testi, Student-Newman-Keuls testi, Levy Ortanca testi, Dwass-Steel testi, Nemenyi testi ve Dunn testi; gözlem sayılarının eşit olmaması durumunda ise Dunn testi, Conover testi ve Miller testlerikullanılır. Bağımlı gruplarda ise Nemenyi testi, Friedman testi, Friedman Aligned testi, Friedman testi-2 ve Miller testleri kullanılır. Çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır.

KAYNAKLAR

Canküyer E., Aşan Z., 2005.*Parametrik olmayanistatistiksel teknikler*,1th ed., Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, Eskişehir, 2-226.

Conover, W. J. and Iman, R. L., 1979. *On multiple-comparisons procedures*, Technical Report LA-7677-MS, Los Amlamos Scientific Laboraty.

Conover, W. J., 1999. *Practical Nonparametric Statistic*, Wiley, Hoboken, NJ. 3th ed.

Daniel W.W., 1978.*Applied nonparametric statistics*, 1th ed., Houghton mifflin company, U.S.A.,200-231.

Dwass, M., 1960. *Some k –sample rank order tests Contributions to Probability and Statistics*.In I. Olkin et al. (eds.), Palo Alto, California : Stanford University Press, 198-202

Doğan İ., Doğan N., 2014.*Çoklu Karşılaştırma Yöntemleri*, 1, Detay Yayıncılık, Ankara, 65-89.

Dunn O. J., 1964. *Multiple Comparasion Using Rank Sums*, Technometrics, 241-252

Elliott A. C., Hynan L. S., 2010.*A SAS macro implementation of a multıple comparison post hoc test for a Krsukal-Wallis analysis*, Computer Methods and ın Bıomedicine, 102, 75-79

Gamgam H., Altunkaynak B.,2013. *Parametrik olmayan yöntemler*, 5.th ed., Seçkin, Ankara, 267-338.

Gibbons J., Chakraborti S., 2003.*Nonparametric Statistical Inference*,4nd ed., Marcel dekker,New York, 365-459.

Hollander M., 2013. Wolfe D.A., Chıcken E., *Nonparametric Statistical Methods*, 3nd ed., Wiley & Sons, 256-316.

Kalaycı Ş., 2010.*SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri*, 5th ed.,, Öz Baran Ofset, Ankara, 85-108.

Keuls M., 1952. *The use of the "studentized range" in connection with an analysis of variance Euphytica*, 112–122.

Kıroğlu G., 2001. *Uygulamalı Parametrik Olmayan İstatistiksel Yöntemler*, İstanbul, 6-8, 148-187.

Miller, R. G., 1966. *Simultaneous Statistical Inference*, Mc Graw-Hill, New York

Newman D., 1939. *The distribution of range in samples from a normal population, expressed in terms of an independent estimate of standard deviation,. Biometrika* ***31*** *(1*): 20–30.

Özdamar K., 1997. *Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi 1*, 1th ed., Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, Eskişehir, 331.

Sheffe, H., 1959. The analysis of variance, Wiley, New York

Şenoğlu B., Acıtaş Ş., 2011.*İstatistiksel Deney Tasarımı*, 2th ed., Nobel, Ankara, 52-53.

Şenol Ş., 2004.*Parametrik olmayan istatistiksel yöntemler*, 1th ed., Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları, İzmir, 137-165.

Topsever Y., 1977.,*Davranış bilimleri için parametrik olmayan istatistikler*, Ankara Üniversitesi Basımevi, Ankara, 7-16, 205-206.

URL-1 : http://en.wikipedia.org/wiki/Newman%E2%80%93Keuls_method, (Erişim tarihi: 27.04.2015

URL-3 : https://biruni.tuik.gov.tr/medas/?kn=110&locale=tr, (Erişim tarihi: 21.10.2015)

URL-2: Http://www.statsdirect.com/help/content/nonparametric_methods/kruskal_

wallis.htm, (Erişim tarihi: 28.11.2015).

URL-4:https://biruni.tuik.gov.tr/medas/?kn=110&locale=tr, (Erişim tarihi: 19.10.2015).

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Nurcan İŞTAR

Doğum Yeri ve Tarih : Ordu / 07.02.1991

Adres : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen – Edebiyat fakültesi İstatistik Bölümü

E-Posta : nurcan_nurcanistar@hotmail.com

Lisans :Ondokuz Mayıs Üniversitesi