

ŞUBAT 2021

Yüksek Lisans Tezi-Matematik

MERT KOLUKISA

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NÖTRO – CEBİRSEL YAPILAR

MATEMATİK
YÜKSEK LİSANS TEZİ

MERT KOLUKISA
ŞUBAT 2021

NÖTRO – CEBİRSEL YAPILAR

Gaziantep Üniversitesi

Matematik

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Prof. Dr. Memet ŞAHİN

Mert KOLUKISA

Şubat 2021



©2021[Mert KOLUKISA]

İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilmek suretiyle tezde yer aldığını beyan ederim.

Mert KOLUKISA

ABSTRACT

NEUTRO – ALGEBRAIC STRUCTURES

KOLUKISA, Mert

M.Sc. in Mathematics

Supervisor: Prof. Dr. Memet ŞAHİN

February 2021

48 Pages

This master thesis consists of five chapters. In the first part, which is an introduction, information about neutrosophic theory, partial algebraic structures, BCK algebras and neutro-algebraic structures was given and the history of these structures was mentioned. In the second part where general information is included, the definition of neutrosophic set and some important algebraic definitions are given. In addition, basic definitions and properties of partial algebraic structures and neutro-algebraic structures are given. Differences and similarities between partial algebraic structures and neutro-algebraic structures were mentioned. In the third chapter, the definition of neutro-BCK algebra was given and its general properties were mentioned. It has been shown that neutro - BCK algebra is different from classical BCK algebra. In the fourth chapter, the definitions and properties of neutro - groups, neutro - rings, neutro - fields and neutro - vector spaces are given. Classical algebraic structures were compared with these algebraic structures and differences between them were mentioned. In the fifth chapter, which is the last chapter, the results obtained from this master's thesis were given and the suggestions were mentioned.

Keywords: Neutrosophic Theory, Neutro – Algebraic Structures, Neutro - BCK Algebra, Neutro – Groups, Neutro – Rings, Neutro – Fields, Neutro vector Spaces

ÖZET

NÖTRO – CEBİRSEL YAPILAR

KOLUKISA, Mert

Yüksek Lisans Tezi, Matematik

Danışman: Prof. Dr. Memet Şahin

Şubat 2021

48 sayfa

Bu yüksek lisans tezi beş bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümü olan birinci bölümde nörtosofik teori, kısmi cebirsel yapılar, BCK cebirleri ve nötro – cebirsel yapılar hakkında bilgi verildi ve bu yapıların tarihçesinden bahsedildi. Genel bilgilerin yer aldığı ikinci bölümde ise nörtosofik küme tanımı, bazı önemli cebirsel tanımlara yer verildi. Ayrıca kısmi cebirsel yapılardan ve nötro – cebirsel yapıların temel tanım ve özellikleri verildi. Kısmi cebirsel yapılarla nötro – cebirsel yapılar arasındaki farklılıklar ve benzerliklerden bahsedildi. Üçüncü bölümde ise nötro - BCK cebirinin tanımı verildi ve genel özelliklerinden bahsedildi. Nötro - BCK cebirinin klasik BCK cebirinden farklı olduğu gösterildi. Dördüncü bölümde ise nötro – grupların, nötro – halkaların, nötro – cisimlerin ve nötro – vektör uzayların tanım ve özelliklerine yer verildi. Bu cebirsel yapılarla klasik cebirsel yapılar karşılaştırıldı ve aralarındaki farklılıklardan bahsedildi. Son bölüm olan beşinci bölümde ise bu yüksek lisans tezinden elde edilen sonuçlara yer verildi ve önerilerden bahsedildi.

Anahtar Kelimeler: Nörtosofik Teori, Nötro – Cebirsel Yapılar, Nötro BCK Cebirleri, Nötro – Gruplar, Nötro – Halkalar, Nötro – Cisimler, Nötro – Vektör Uzaylar



“Canum aileme”

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince tüm bilgilerini benimle paylaşmaktan kaçınmayan, her türlü konuda desteğini benden esirgemeyen ve tezimde büyük emeği olan, Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden danışman hocam, sayın Prof. Dr Memet Şahin'e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ABSTRACT	v
ÖZET.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER ..	x
TABLolar LİSTESİ.....	xi
SEMBOLLER LİSTESİ.....	xii
BÖLÜM I: GİRİŞ	1
BÖLÜM II: GENEL BİLGİLER	3
2.1. Bazı Temel Cebirsel Yapılar	3
2.2. Nötrosolik Kümeler	6
2.3. Kısmi Cebirler ve Nötro - Yapılar	6
2.3.1. Uzayı Üçe Keserek Nötrosolikasyon	6
2.3.2. Kısmen İç Tanımlı, Kısmen Dış Tanımlı.....	8
2.3.3. Toplam İç İşlev, Toplam Dış İşlev.....	9
2.3.4. Kısmi Fonksiyonlar.....	9
2.3.5. Nötro - Fonksiyonlar	10
2.3.6. Fonksiyonların Sınıflandırılması.....	11
2.3.7. Nötro – Operatörler.....	11
2.3.8. Operatörlerin Sınıflandırılması.....	12
2.3.9. Cebirsel Yapılar.....	12
2.3.10. Kısmi Cebirler.....	13
2.3.11. Nötro – Aksiyomlar.....	13
2.3.12. Aksiyomların Sınıflandırılması.....	13
2.3.13. Cebirlerin Sınıflandırılması.....	13
2.3.14. Nötro – Fonksiyon ve Nötro – Cebir Uygulamaları.....	14
2.3.15. Dünyamızdaki Nötro – Aksiyomlar... ..	14
2.3.16 Nötro – Cebir ile Kısmi – Cebir Karşılaştırılması.....	16

2.3.17 Kısmi Cebir ve Nötro – Cebir Uygulamaları.....	16
2.3.18 Kısmi Cebir ve Nötro – Cebir Sonuçları.....	19
BÖLÜM III: NÖTRO – BCK CEBİRLER.....	20
BÖLÜM IV: NÖTRO - VEKTÖR UZAYLAR.....	31
4.1. Nötro – Gruplar.....	31
4.2. Nötro - Halkalar.....	33
4.3. Nötro - Cisimler	37
4.4. Nötro – Vektör Uzaylar.....	38
BÖLÜM V: SONUÇ ve ÖNERİLER.....	45
KAYNAKLAR	46

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1	$S_1 = (S, \#_1)$ için Cayley tablosu.....	17
Tablo 2.2	$S_2 = (S, \#_2)$ için Cayley tablosu.....	18
Tablo 3.1	$\#_1$ ikili işlemine göre tip 2 – nötro – BCK cebiri.....	22
Tablo 3.2	$\#_2$ ikili işlemine göre tip 2 – nötro – BCK cebiri.....	22
Tablo 3.3	$\#$ ikili işlemine göre tip 2 – nötro – BCK cebiri.....	22
Tablo 3.4	$\#'$ ikili işlemine göre tip 2 – nötro – BCK cebiri.....	23
Tablo 3.5	$\#_1$ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebiri.....	24
Tablo 3.6	$\#_2$ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebiri.....	24
Tablo 3.7	$\#$ ikili işlemine göre Nötro - BCK cebiri.....	29
Tablo 3.8	$\leq_1$ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebiri.....	29
Tablo 3.9	$\leq_2$ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebiri.....	30
Tablo 3.10	$\leq$ ikili işlemine göre Nötro - BCK cebiri.....	30
Tablo 4.1	$\oplus$ ikili işlemine göre Cayley tablosu	44
Tablo 4.2	$\odot$ ikili işlemine göre Cayley tablosu	44

SEMBOLLER LİSTESİ

$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$\mathbb{Z}_{12}$	Modül 12
$\mathbb{N}$	Doğal Sayılar Kümesi
$\mathbb{Z}$	Tamsayılar kümesi
$\mathbb{N}^+$	Pozitif Doğal Sayılar Kümesi
$\mathbb{R}^+$	Pozitif reel sayılar kümesi
$\leq$	İkili işlem
$\leq_1$	İkili işlem
$\leq_2$	İkili işlem
$\oplus$	İkili işlem
$\odot$	İkili işlem
$\#$	İkili işlem
$\#'$	İkili işlem
$\#_1$	İkili işlem
$\#_2$	İkili işlem
$\subset$	Alt küme işlemi
$\cap$	Kesişim işlemi
$\cup$	Birleşim işlemi
$\setminus$	Fark işlemi

BÖLÜM I

GİRİŞ

Günlük hayatta birçok belirsizlik karşımıza çıkmaktadır. Çoğu zaman bu belirsizlikleri açıklamada klasik matematik mantığı yetersiz kalmaktadır. Çünkü her zaman bir duruma ya da olaya kesin doğru ya da kesin yanlış demek imkânımız yoktur. Örneğin, her zaman hava durumuna kesin soğuk ya da kesin sıcak diyemeyiz. Kimine göre hava sıcakken kimine göre soğuk kimine göre de serin olabilir. Smarandache 1998 yılında nôtrosofik mantık ve nôtrosofik küme kavramını tanımlamıştır [1]. Nôtrosofik mantık ve nôtrosofik kümeler kavramında, T üyelik derecesi, I belirsizlik derecesi ve F üye olmama derecesi vardır. Bu dereceler birbirinden bağımsız olarak tanımlanır. Nôtrosofik bir değer (T, I, F) formuna sahiptir. Yani bir durum nôtrosofide hem doğruluğuna göre hem yanlışlığına göre hem de belirsizliğine göre ele alınmaktadır. Bundan dolayı nôtrosofik mantık ve nôtrosofik kümeler hayatımızdaki birçok belirsizliği açıklamada bize yardımcı olmaktadır. Bundan dolayı birçok araştırmacı bu konuyla ilgili çalışmalar yapmıştır [2 -17]. Bunun yanı sıra BCK cebirler [18 -20] ve kısmi cebirler de [21, 22] cebir alanında önemli bir yer tutan yapılardır.

Florentin Smarandache 2019 yılında nôtrosofide sırasıyla nôtro - yapılar ve karşıt - yapılar adını verdiği yeni araştırma alanlarını tanıttı [23, 24]. $\langle A \rangle$ 'yı bir öge (kavram, öznitelik, fikir, önerme, teori, vb.) olarak değerlendirdiğinde nôtrosifikasyon süreci boyunca, karşıtlar arasında $\langle A \rangle$ ve $\langle \text{karşıt}A \rangle$ 'ya karşılık gelen iki zıt ve nôtro (belirsiz) $\langle \text{neut}A \rangle$ 'ya karşılık gelen (aynı zamanda $\langle \text{nôtro}A \rangle$ olarak da adlandırılır) üç bölge üzerinde çalıştı. Bir nôtro - cebir, bazı öğeler için iyi tanımlanmış, diğerleri için belirsiz ve diğerleri için dıştan tanımlanmış veya bir nôtro - aksiyom (bazı öğeler için geçerli aksiyom) en az bir nôtro - operatör işlemine sahip bir cebirdir

(diğer öğeler için belirsiz ve diğer öğeler için yanlış). Kısmi cebir ise en az bir kısmi işleme sahip ve tüm aksiyomları klasiktir.

Bu sebeple birçok araştırmacı ntro – cebirlerle ilgili birçok çalışma yapmıştır [23 - 33]. Son zamanlarda Smarandache ve Hamidi, ntro – BCK cebirleri [31], İbrahim ve Agboola ntro – vektör uzayları [32] elde etmiştir.

Bu tezin ikinci bölümü Smarandache'nin "Ntro – cebir kısmi cebirin bir genelleştirmesidir" adlı çalışmasından derlenmiştir [24]. Bu bölümde ntro - cebirin kısmi cebirin bir genellemesi olduğu verildi ve kısmi cebir olmayan ntro - cebir örnekleri verildi. Ayrıca ntro - fonksiyonlar ve ntro - aksiyomlardan bahsedildi.

Bu tezin üçüncü bölümü Smarandache ve Hamidi'nin " Ntro – BCK Cebirleri" adlı çalışmasından derlenmiştir [31]. Bu bölümde BCK cebirlerinin aksiyomlarına dayanan, ancak farklı bir sonuca sahip olan Ntro - BCK cebirleri kavramı verildi. BCK cebirleri sisteminde, herhangi iki eleman için işlem tamamen iyi tanımlanmıştır, ancak Ntro - BCK cebirlerinde işlem iyi tanımlanmış, dıştan tanımlanmış veya belirsiz olabilir. Herhangi bir BCK cebiri, tüm aksiyomlarının doğru olduğunu düşünen bir sistemdir ancak aksiyomların tamamen doğru olmadığı, aynı zamanda kısmen yanlış ve kısmen belirsiz olduğu koşullarını kapsamamaktadır. Ntro - BCK cebirleri sayesinde bu eksikliğin giderildiğe bu bölümde yer verdik.

Bu tezin dördüncü bölümü İbrahim ve Agboola'nın "Ntro – Vektör Uzaylar I" adlı çalışmasından derlenmiştir [32]. Bu bölümde ntro – grupların, ntro – halkaların, ntro – cisimlerin ve ntro – vektör uzayların tanım ve özelliklerine yer verildi. Bu cebirsel yapılarla klasik cebirsel yapılar karşılaştırıldı ve aralarındaki farklılıklardan bahsedildi. Böylece bu ntro – cebirsel yapılar sayesinde ntrosolik tezinin yapısı direkt olarak (ntrosolik küme ve sayılar kullanılmadan) gruplara, halkalara, cisimlere ve vektör uzaylarına eklendiği gösterildi.

Son bölüm olan beşinci bölümde ise bu yüksek lisans tezinden elde edilen sonuçlara yer verildi ve önerilerden bahsedildi.

BÖLÜM II

GENEL BİLGİLER

Bu bölümde tezde kullanılacak temel bilgilere yer verilmiştir.

2.1 Bazı Cebirsel Yapılar

Tanım 2.1.1: [34]

A boş olmayan bir küme olsun ve $*$: $A \times A \rightarrow A$, A üzerindeki ikili bir işlem olsun.

Aşağıdaki koşullar geçerliyse $(A, *)$ grup olarak adlandırılır.

$\forall p, r, s \in A$ için,

i) $p * r \in A$ [kapalılık kuralı].

ii) $p * (r * s) = (p * r) * s$ [birleşme aksiyomu].

iii) $p * e = e * p = p$ olacak şekilde $e \in A$ vardır [birim elemanın varlığının aksiyomu].

iv) $p * r = r * p = e$ şeklinde $r \in A$ vardır, burada e , A 'nin birim elemanıdır [ters elemanın varlığının aksiyomu].

Ek olarak,

v) $p * r = r * p$

şartı sağlanırsa $(A, *)$ bir değişmeli grup olarak adlandırılır.

Tanım 2.1.2: [34]

H boş olmayan bir küme, $+$: $H \times H \rightarrow H$ ve $.$: $H \times H \rightarrow H$ sırasıyla H 'de tanımlanan ikili işlemler olsun. Aşağıdaki koşullar sağlanırsa, $(H, +, .)$ bir klasik halka olarak adlandırılır.

$\forall p, r, s \in H$ için,

i) $p + r \in H$ [toplama üzerinde kapalılık kuralı].

ii) $p + (r + s) = (p + r) + s$ [birleşme aksiyomu].

iii) $p + e = e + p = p$ olacak şekilde $e \in H$ vardır [birim eleman varlığının aksiyomu].

iv) $p + (-p) = (-p) + p = e$ olacak şekilde $-p \in H$ vardır [ters eleman varlığının aksiyomu].

v) $p + r = r + p$ [değişme aksiyomu].

vi) $p.r \in H$ [çarpma işleminde kapalılık kuralı].

vii) $p.(r.s) = (p.r).s$ [birleşme aksiyomu].

viii) $p.(r + s) = (p.r) + (p.s)$ [sol dağılımın aksiyomu].

ix) $(r + s).p = (r.p) + (s.p)$ [sağ dağılımın aksiyomu].

Buna ek olarak,

x) $p.r = r.p$ [değişme aksiyomu]

şartı sağlanırsa $(H, +, .)$ değişmeli halka olarak adlandırılır.

Tanım 2.1.3: [34] C boş olmayan bir küme, $+: C \times C \rightarrow C$ ve $.: C \times C \rightarrow C$ sırasıyla C de tanımlanan ikili işlemler olsun. Aşağıdaki koşullar sağlanırsa, $(C, +, .)$ bir cisim olarak adlandırılır.

$\forall p, r, s \in C$ için,

i) $p + r \in C$ [toplama üzerinde kapalılık kuralı].

ii) $p + (r + s) = (p + r) + s$ [birleşme aksiyomu].

iii) $p + e = e + p = p$ [birim eleman varlığının aksiyomu] olacak şekilde $e \in C$ vardır.

iv) $p + (-p) = (-p) + p = e$ [ters eleman varlığının aksiyomu] olacak şekilde $-p \in C$ vardır.

v) $p + r = r + p$ [değişme aksiyomu].

vi) $p.r \in C$ [çarpma işleminde kapalılık kuralı].

vii) $p.(r.s) = (p.r).s$ [birleşme aksiyomu].

viii) $p.e = e.p = p$ olacak şekilde $e \in C$ vardır [birim eleman varlığının aksiyomu].

ix) $\forall p \in C \setminus 0$ için $p.(-p) = (-p).p = e$ olacak şekilde $-p \in C$ vardır [ters elementin varlığının aksiyomu].

x) $p.(r + s) = (p.r) + (p.s)$ [sol dağılımın aksiyomu].

xi) $(r + s).p = (r.p) + (s.p)$ [sağ dağılımın aksiyomu].

Tanım 2.1.4: [34]

V boş olmayan bir küme, $(C, +_1, ._1)$ bir klasik cisim, $+: V \times V \rightarrow V$ ve

$.: C \times V \rightarrow V$ sırasıyla ikili işlemler olsun. Aşağıdaki koşullar sağlanırsa, $(V, +, .)$ bir vektör uzayı olarak adlandırılır.

$\forall p, r, s \in V$ ve $\forall t, q \in C$ için

i) $p + r \in V$,

ii) $p + (r + s) = (p + r) + s$,

iii) $r + 0 = r = 0 + r$ olacak şekilde V' de bir 0 elemanı vardır.

iv) $r + r = 0$ ve $r + (-r) = 0$ olacak şekilde $-r \in V$ elemanı vardır.

v) $p + r = r + p$,

vi) $t.r \in V$,

vii) $t(r + s) = tr + ts$,

viii) $(t + q)r = tr + qr$,

ix) $t(qr) = (tq)r$,

x) $1.r = r$,

Tanım 2.1.5: [18] X boş olmayan bir küme, $\#$ ikili işlem ve 0 sabit bir eleman olsun.

$(X, \#, 0)$ aşağıdaki koşulları sağlıyorsa BCK cebiri olarak adlandırılır.

i) $((p \# r) \# (p \# s)) \# (s \# r) = 0$,

ii) $(p \# (p \# r)) \# r = 0$,

iii) $p \# p = 0$,

iv) Eğer $p \# r = 0$ ve $r \# p = 0$ ise $p = r$,

v) $0 \# p = 0$,

2.2 Nötrosofik Kümeler

Tanım 2.3.1: [1] U bir evrensel küme olsun. Bir A nötrosofik kümesi;

$A = \{(x: T_{A(x)}, I_{A(x)}, F_{A(x)}), x \in U\}$ olarak tanımlanır. Burada;

$$0 \leq T_{A(x)} + I_{A(x)} + F_{A(x)} \leq 3$$

olmak şartıyla $T: U \rightarrow]0, 1[$, $I: U \rightarrow]0, 1[$ ve $F: U \rightarrow]0, 1[$ fonksiyonları sırasıyla $x \in U$ 'nun doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerlerini verir.

2.3 Kısmi Cebirler ve Nötro - Yapılar

$\langle A \rangle$ bir öge olsun (kavram, öznelilik, fikir, öneri, teori vb.). Nötrosofikasyon süreci boyunca, üzerinde çalıştığımız boş olmayan alanı üç bölgeye ayırırız {ikisi zıt olan $\langle A \rangle$ ve $\langle \text{anti}A \rangle$ 'ye karşılık gelir ve biri nötr (belirsiz) $\langle \text{neut}A \rangle$ (aynı zamanda $\langle \text{neutro}A \rangle$ olarak da gösterilir}. Bunlar uygulamaya bağlı olarak ayrık olabilir veya olmayabilir ancak kapsamlıdır (birleşmeleri tüm alana eşittir) [23].

Bir nötro - cebir, en az bir nötro – operatör veya bir nötro - aksiyom (bazı öğeler için doğru olan, diğer öğeler için belirsiz ve diğer öğeler için yanlış olan aksiyom) içeren bir cebirdir [23].

Kısmi cebir ise, en az bir kısmi işlemi olan bir cebirdir ve tüm aksiyomları klasiktir (yani aksiyomlar tüm elemanlar için geçerlidir) [21].

Şimdi kısmi cebir ve nötro – cebir ile ilgili bazı tanım ve özellikleri verelim.

2.3.1 Uzayı Üç Keserek Nötrosofikasyon

X , bir U evrensel kümeye dahil edilmiş belirli bir boş olmayan alan (veya basit küme) olsun.

$\langle A \rangle$, X kümesinde tanımlanmış bir öge (kavram, öznelilik, fikir, öneri, teori, vb.) olsun. Nötrosofikasyon süreci boyunca, X kümesini üç bölgeye [iki zıt $\langle A \rangle$ ve $\langle \text{anti}A \rangle$

ve aralarında bir nötr (belirsiz) $\langle \text{nötroA} \rangle$] uygulamaya bağlı olarak ayrık olabilen veya olmayan bölgelere ayıracağız. Ancak bu bölgelerin birleşimi tüm alana eşit olmalıdır.

Yalnızca $\langle A \rangle$ ile gösterilen bölge, $\langle A \rangle$ doğru olduğunda tüm kümenin öğeleri tarafından oluşturulur {doğruluk derecesi (T)}, $\langle \text{antiA} \rangle$ ile gösterilen bölge, $\langle A \rangle$ 'nın yanlış olduğu tüm kümenin öğeleri tarafından oluşturulur {yanlışlık derecesi (F)} ve $\langle \text{nötro} \rangle$ ile gösterilen bölge, $\langle A \rangle$ 'nın belirsiz olduğu (ne doğru ne de yanlış) {belirsizlik derecesi (I)} tüm kümenin öğelerinden oluşur.

Bundan sonra $\langle A \rangle$ kavramları ile daha fazla tanımlar oluşturacağız: fonksiyon, işlem, aksiyom ve cebir.

Bu nedenle, X kümesini bu tür her bir $\langle A \rangle$ kavramına göre üç bölüme ayırarak,

$$(\langle A \rangle, \langle \text{NötroA} \rangle, \langle \text{AntiA} \rangle)$$

üçlüsüne karşılık gelen aşağıdaki nötrosofik üçlülere elde ederiz:

$$\langle \text{Fonksiyon}, \text{Nötro - Fonksiyon}, \text{Anti - Fonksiyon} \rangle,$$

$$\langle \text{Operatör}, \text{Nötro - Operatör}, \text{Anti - Operatör} \rangle$$

$$\langle \text{Aksiyom}, \text{Nötro - Aksiyom}, \text{Anti - Aksiyom} \rangle$$

$$\langle \text{Cebir}, \text{Nötro - Cebir}, \text{Anti - Cebir} \rangle$$

Bir nötro - cebir, en az bir nötro - operatör veya bir nötro - aksiyom (bazı öğeler için doğru olan, diğer öğeler için belirsiz ve diğer öğeler için yanlış olan aksiyom) içeren bir cebirdir [29].

İlk kez “nötro – cebirsel yapılar” ve genel olarak “nötro – yapılar” Smarandache tarafından 2019'da [23] ve daha sonra 2020'de [24] verildi.

Kısmi cebir ile nötro – cebiri karşılaştıracak olursak,

i) Nötro – cebirde nötro – aksiyom yoksa ve dıştan tanımlanmış bir işlem yoksa, nötro – cebir ile kısmi cebir çakışır.

ii) Nötro – operatöre sahip olmayan ancak nötro – aksiyoma sahip olan nötro - cebirler kısmi cebirlerden farklıdır.

iii) Hem nötro - operatöre sahip hem de nötro - aksiyoma sahip olan nötro - cebirler de kısmi cebirlerden farklıdır.

2.3.2 Kısmen İç Tanımlı, Kısmen Dış Tanımlı

U boş olmayan bir evrensel küme ve X ve Y , U 'nun iki boş olmayan alt kümesi olsun.

Bir $f: X \rightarrow Y$ fonksiyonunu ele alalım.

$a \in X$ için üç olasılık vardır:

i) [İç tanımlı veya iyi tanımlı; nötrosofide gerçeğe karşılık gelir (T)]

$$f(a) \in Y;$$

ii) [Dış tanımlı; nötrosofide yanlışlığa karşılık gelir (F)]

$$f(a) \in U \setminus Y;$$

iii) [Belirsizlik; nötrosofide belirsizlik (I) 'e karşılık gelir]

$$f(a) = \text{belirsizlik};$$

{yani $f(a)$ 'nın değeri mevcuttur, ancak biz onu tam olarak bilmiyoruz.}

Örneğin,

$f(a) = c$ veya d , $f(a)$ 'nın c veya d 'ye eşit olabileceğini biliyoruz (ancak hangisi olduğundan emin değiliz).

$f(a) = \text{tanımsız}$ (yani $f(a)$ 'nın değeri tanımlı değil veya mevcut değil (Kısmi fonksiyonda olduğu gibi). Tanımsızlık, belirsizliğin bir parçası olarak kabul edilir;

$f(\text{belirsizlik}) \in U$, ama ya belirsizliği hiç bilmiyoruz ya da onunla ilgili bazı bilgileri sadece kısmen biliyoruz

Daha genel olarak,

$$f(\text{belirsizlik1}) = \text{belirsizlik2}$$

olduğunda belirsizlik1, X 'te belirsiz olarak bilinen bir değerdir ve belirsizlik2, U'da belirsiz bir şekilde bilinen bir değerdir. [29]

Şüphesiz bunlara benzer pek çok belirsizlik türü var, biz sadece yukarıda bazı temel örnekler verdik.

2.3.3 Toplam İç İşlev, Toplam Dış İşlev

U boş olmayan bir evrensel küme ve X ve Y, U 'nun iki boş olmayan alt kümesi olsun.

Bir $f: X \rightarrow Y$ fonksiyonunu ele alalım.

i) Herhangi bir $x \in X$ için

$$f(x) \in Y \text{ 'ye}$$

(iyi tanımlanmış) sahipse, f' ye Toplam İçsel Fonksiyon (veya klasik toplam fonksiyon veya genel fonksiyon) denir.

ii) Herhangi bir $x \in X$ için

$$f(x) \in U - Y \text{ 'ye}$$

(dış tanımlı) sahipse, o zaman f, Toplam Dış Fonksiyon (veya Anti - Fonksiyon) olarak adlandırılır.

iii) Herhangi bir $x \in X$ için

$$f(x) = \text{belirsizlik veya } f(\text{belirsizlik}) \in U \text{ veya } f(\text{belirsizlik1}) = \text{belirsizlik2}$$

varsa, o zaman f, Toplam Belirsiz Fonksiyon olarak adlandırılır.

Ayrıca, Toplam Belirsiz Fonksiyonun özel bir durumu olarak Toplam Tanımsız

Fonksiyon vardır. Toplam Tanımsız Fonksiyonda, herhangi bir $x \in X$ için

$$f(x) = \text{tanımsız}$$

vardır [29].

2.3.4 Kısmi Fonksiyonlar

Kısmi fonksiyonlar [21] ve [22] çalışmalarından derlenmiştir.

Tanım 2.3.4.1: Bir $f: X \rightarrow Y$ fonksiyonu, X' teki bazı öğeler için iyi tanımlanmışsa ve X' teki diğer tüm öğeler için tanımlanmamışsa kısmi fonksiyon olarak adlandırılır.

Bu nedenle,

$$f(a) \in Y \text{ (iyi tanımlanmış)}$$

olacak şekilde bazı $a \in X$ öğeleri vardır ve diğer tüm $b \in X$ öğesi için bir

$$f(b) = \text{tanımsızdır.}$$

Şimdi kısmi fonksiyonları nötro – fonksiyonlara genişletelim.

2.3.5 Nötro - Fonksiyonlar

Tanım 2.3.5.1: [29] Bir $f: X \rightarrow Y$ fonksiyonu için,

X' de fonksiyonun iyi tanımlanmış olduğu öğelere sahipse

doğruluk derecesi (T)

X' 'deki fonksiyonun belirsiz olduğu öğelere sahipse

belirsizlik derecesi (I)

ve nötro – fonksiyon olarak adlandırılır.

X' de fonksiyonun dıştan tanımlanmış olduğu öğelere sahipse

yanlışlık derecesi (F)

ve anti – fonksiyon olarak adlandırılır.

Burada $T, I, F \in [0, 1]$ olmak üzere,

$$(T, I, F) \neq (1, 0, 0)$$

toplam içsel fonksiyonu,

$$(T, I, F) \neq (0, 0, 1)$$

toplam dışsal fonksiyonu temsil eder.

Bu tanımda "nöttro", dışsallığın veya genel olarak belirsizliğin, bilinmeyenliğin veya belirsizliğin varlığı anlamını veren nötrosifik anlama gelir.

Böylece, bir fonksiyon için

<Fonksiyon, Nötro - Fonksiyon (Kısmi fonksiyonu içerir), Anti - Fonksiyon>

nötrosifik üçlüsü elde edilir.

Örnek 2.3.5.2: [29]

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ bir söylem evreni ve boş olmayan iki altkümeleri $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ve $Y = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ olsun.

$f: X \rightarrow Y$ fonksiyonu için

$f(1) = 7 \in Y$ ise iyi tanımlı ya da iç tanımlı;

$f(2) = 8 \in U \setminus Y$ ise dış tanımlı;

$f(3) =$ tanımsız ya da mevcut değilse belirsiz (nötro);

$f(4) = 9$ veya 10 veya 11 (var, ancak tam olarak bilmiyoruz) ise belirsiz (nötro);

$f(\geq 5\text{'ten büyük bir sayı}) = 12$ {yani $f(5) = 12$ veya $f(6) = 12$ olabilir} ise belirsiz (nötro).

2.3.6 Fonksiyonların Sınıflandırılması

i) (Klasik) Fonksiyon, tanım aralığındaki tüm öğeler için iyi tanımlanmış bir fonksiyondur. [29]

ii) Nötro – fonksiyon, kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz ve tanım aralığındaki kısmen dış tanımlanmış bir fonksiyondur. [29]

iii) Anti – fonksiyon, tanım aralığındaki tüm elemanlar için dış tanımlanan bir fonksiyondur. [29]

2.3.7 Nötro - Operatörler

Bir n-ary ($n \geq 1$ tamsayısı için) $\omega: X^n \rightarrow Y$ operatörü için,

X^n 'de operatörün iyi tanımlanmış olduğu öğelere sahipse

doğruluk derecesi (T)

X^n 'deki operatörün belirsiz olduğu öğelere sahipse

belirsizlik derecesi (I)

ve nötro – operatörü olarak adlandırılır.

X^n 'de operatörün dıştan tanımlanmış olduğu öğelere sahipse

yanlışlık derecesi (F)

ve anti – operatör olarak adlandırılır.

Burada $T, I, F \in [0, 1]$ olmak üzere,

$$(T, I, F) \neq (1, 0, 0)$$

toplam içsel operatörü,

$$(T, I, F) \neq (0, 0, 1)$$

toplam dışsal operatörü (anti – operatörü) temsil eder.

Yine bu tanımda da, "nöttro", dışsallığın veya genel olarak belirsizliğin, bilinmeyenliğin veya belirsizliğin varlığı anlamını veren nötrosofik anlama gelir. [29]

2.3.8 Operatörlerin Sınıflandırılması

Belirli bir kümede[29]:

- i) (Klasik) Operatör, kümenin tüm öğeleri için iyi tanımlanmış bir operatördür.
- ii) Nötro - operatör, verilen kümede kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz ve kısmen dış tanımlanmış bir operatördür.

iii) Anti – operatör, kümenin tüm öğeleri için dış tanımlanmış bir operatördür.

2.3.9 Cebirsel Yapılar

Bir (klasik) Cebirsel Yapı (veya Cebir), evrensel cebire göre, A kümesi üzerinde bazı (tamamen iyi tanımlanmış) operatörler (fonksiyonlar) ve bazı (klasik) aksiyomları sağlayan (tamamen doğru) boş olmayan bir yapıdır.

2.3.10 Kısmi Cebirler

Bir (klasik) Kısmi Cebir, bazı kısmi operatörlerle (veya kısmi fonksiyonlar: kısmen iyi tanımlanmış ve kısmen tanımlanmamış) donatılmış, boş olmayan bir A kümesi üzerine tanımlanan bir cebirdir. Kısmi Cebir üzerinde tanımlanan aksiyomların (yasaların) tümü tamamen (% 100) doğrudur [22].

2.3.11 Nötro – Aksiyomlar

Boş olmayan bir X kümesi üzerinde tanımlanan bir nötro – aksiyom [29],

X kümesinin bazı öğeleri için doğru olan bir aksiyomdur

{doğruluk derecesi (T)},

X kümesinin bazı öğeleri için belirsiz olan aksiyomdur

{belirsizlik derecesi (I)},

X kümesinin bazı öğeleri için yanlış olan aksiyomdur

{yanlışlık derecesi (F)}.

2.3.12 Aksiyomların Sınıflandırılması

Belirli bir kümede [29]:

i) (Klasik) Aksiyom, kümenin tüm öğeleri için iyi tanımlanmış bir aksiyomdur.

ii) Nötro - Aksiyom, verilen kümede kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz ve kısmen dış tanımlanmış bir aksiyomdur.

iii) Anti – Aksiyom, kümenin tüm öğeleri için dış tanımlanmış bir aksiyomdur.

2.3.13 Cebirlerin Sınıflandırılması

Belirli bir kümede [29]:

i) (Klasik) Cebir, kümenin tüm öğeleri için iyi tanımlanmış bir cebirdir.

ii) Nötro - Cebir, verilen kümede kısmen iyi tanımlanmış, kısmen belirsiz ve kısmen dış tanımlanmış bir cebirdir.

iii) Anti – Cebir, kümenin tüm öğeleri için dış tanımlanmış bir cebirdir.

Böylece bir cebir nötrosofik üçlü olarak

<Cebir, Nötro - Cebir (Kısmi cebir içerir), Anti – Cebir>

şeklinde gösterilir.

2.3.14 Nötro - Fonksiyon ve Nötro - Cebir Uygulamaları

Kısmi fonksiyonların uygulanabilirliği, bilgisayar bilimi, hesaplanabilirlik teorisi, programlama dili, reel analiz, karmaşık analiz, atlaslardaki çizelgeler, özyineleme teorisi, kategori teorisi vb. alanlardadır [29].

Nötro – fonksiyonların uygulanabilirliği, kısmi fonksiyonların uygulanabilirliğinin yanı sıra dış tanımlı ve / veya belirsiz değerlerini de içerdiğinden daha geniş bir alana sahiptir [29].

Nötro - aksiyom, nötro – fonksiyona ek olarak, tüm bireylerin bazı düzenlemelere (yasa, kural, eylem, organizasyon, fikir, vb.) tamamen katılmadığı ancak her bireyin kısmen onay, kısmen onaylanmaması gibi durumlarda uygulanabilirliği vardır [29].

2.3.15 Dünyamızdaki Nötro - Aksiyomlar

Aksiyomların (yasalar, kurallar, teoremler, sonuçlar vb.) tüm uzay unsurları için tamamen (% 100) doğru olduğu, belirli bir mükemmel uzay (küme) üzerine inşa

edilmiş, saf matematikten elde edilen idealist veya soyut cebirsel yapıların aksine, dünyamız ve gerçeklik; tahminlerden, kusurlardan, belirsizliklerden ve tarafsızlıklardan oluşur [29].

Matematiksel modellerin çoğu, kusurlu gerçekliği tamamen tanımlayamayacak kadar katıdır. Pek çok aksiyom aslında nötro – aksiyomdur (yani bazı uzayın öğeleri için doğru olan, uzayın diğer öğeleri için belirsiz ve uzayın diğer öğeleri için yanlış olan aksiyomlar) [29].

Esnek Bilimlerde yasalar yorumlanır ve yeniden yorumlanır; sosyal, siyasi, dini yasalarda yasalar esnektir; aynı yasa bir bakış açısından doğru ve başka bir bakış açısından belirsiz veya yanlış olabilir. Dolayısıyla yasa kısmen doğrudur ve kısmen belirsizdir (nötrdür) veya yanlıştır (bu bir nötrosofik yasa veya Nötro – kanundur). Birçok yorumun bir dereceye kadar nesnellik, bir dereceye kadar tarafsızlık (belirsizlik) ve bir dereceye kadar öznellik vardır. Kültürel, gelenek, dini ve psikolojik faktörler bazı düzenlemelerin lehine veya aleyhine yapılan yorumlarda ve eylemlerde önemli rol oynar [29].

Örneğin,

a) "silahlanma kontrolü": Çok fazla suç ve şiddet nedeniyle onu destekleyenler var (ve haklılar) ve kendilerini ve evlerini savunmak istedikleri için buna karşı çıkan insanlar (ve onlar da haklılar); ayrıca umursamayan cahil insanlar da vardır (bu yüzden onlar bunun lehinde veya aleyhinde tezahür etmezler).

Cahil (tarafsız) insanların yanı sıra, her ikisi de doğru, ancak farklı bakış açılarından (farklı kriterlerden / parametrelerden) bunu nasıl çözebilirim? Ortaya, karşıtların arasında (nötrosofide olduğu gibi): ordu, polis, güvenlik, kayıtlı avcıların silah taşımaya izin verin; akıl hastalarının, sosyopatların, suçluların, şiddet kullananların silah taşımalarını yasaklayın; ve silah satın alan herkesin geçmişini araştırın.

b) "kürtaj": Bazı insanlar kürtajla kişinin bir hayatı öldürdüğünü (bu doğrudur), diğerlerinin kadının vücudunun efendisi olma fikrini (bu da doğrudur) ve yine cahiller (tarafsız) olanların düşünceleri vardır.

c) Bir kişi kategorisi (doğruluk derecesi) için geçerli olan, ancak başka bir kişi kategorisi için geçerli olmayan bir yasa (yanlışlık derecesi).

Örneğin, Hindistan'da bir Hintli erkeğin yalnızca bir kadınla evlenmesine izin verilirken, Müslüman bir erkeğin dört eşe kadar evlenmesine izin verilmektedir.

d) İkiyüzlölük: düşmanlarınızı (ama arkadaşlarınızı değil!) arkadaşlarınızın da yaptıkları için eleştirmek! veya düşmanlarınızın da yaptıkları için arkadaşlarınızı (ama düşmanlarınızı değil!) övmek!

Bu nedenle nötro - cebir, kesin olmayan geręeklięimizi daha iyi modellemektedir ve nötro - operatörler (kısmen doğru, kısmen belirsiz ve kısmen yanlış işlemler) ve nötro - aksiyomlar (kısmen doğru, kısmen belirsiz ve kısmen yanlış aksiyomlar) ile donatıldıkları için üzerinde ęalıřılması gerekmektedir [29].

2.3.16 Nötro – Cebir ile Kısmi Cebir Karşılaştırması

Nötro-cebir, Kısmi cebirin bir genellemesidir. Çünkü kısmi cebir, kısmen tanımlanmış işlemlerle donatıldığından bunlar, yukarıdaki nötro - cebir tanımına göre nötro - cebirdir. Ancak bunun tersi doğru değildir [29].

2.3.17 Kısmi Cebir ve Nötro - Cebir Örnekleri

Örnek 2.3.17.1: Sayıların geręek bölümü $\div$ ile donatılmış $S = (0, \infty)$ kümesi verilsin. $(S, \div)$ iyi tanımlanmıştır (burada sıfıra bölme yoktur) [29].

S , nötro – birleşmelidir. Çünkü $p, r, s \in S$ için,

$$p \div (r \div s) = (p \div r) \div s$$

olduğunu kabul edersek,

$$\frac{ps}{r} = \frac{p}{rs}$$

için $s^2 = 1$ olur ($p, r \neq 0$). Yani, $s = 1$ veya -1 birer çözümdür.

Bu nedenle, bazı üçlüler için birleşme özelliği sağlanırken bazılarında sağlanmaz.

Sonuç olarak,

i) $(S, \div)$, klasik bir gruptur.

ii) $(S, \div)$, kısmi bir cebir değildir.

iii) $(S, \div)$, bir nötro - yarı grubudur. (nötro – birleşme kuralından dolayı).

Bu örnekte de görüldüğü üzere, nötro – cebirsel yapılar kısmi cebirsel yapılardan farklıdır.

Örnek 2.3.17.2: [29] $U = \{p, r, s\}$ bir söylem evreni ve $S = \{p, r\}$ boş olmayan alt kümelerinden biri olsun.

a) Cayley Tablosu (Tablo 2.3.17.1) kullanılarak aşağıdaki gibi inşa edilen $S_1 = (S, \#_1)$ yapısı için

Tablo 2.1 $S_1 = (S, \#_1)$ için Cayley tablosu

$\#_1$	P	R
p	R	P
r	P	p or r

$r \#_1 r =$ tanımsız olduğundan ancak

her $x \neq r$ veya $y \neq r$, elemanları için tanımlıdır.

Ayrıca,

$$p \#_1 r \text{ ve } r \#_1 p$$

tanımlı olduğundan ve eşit olduklarından, değişme aksiyomu tamamen doğrudur.

$$(p \#_1 r = r \#_1 p)$$

Bu nedenle, değişme aksiyomu ile donatılmış S_1 , kısmi bir cebirdir.

Ancak birleşme aksiyomu ile donatılmış S_1 kısmi bir cebir değildir, çünkü birleşme özelliği kısmen doğru ve kısmen belirsiz veya kısmen yanlıştır (nötro - birleşme).
Örneğin,

$$p \#_1 (r \#_1 p) = p \#_1 p = r \text{ ve } (p \#_1 r) \#_1 p = p \#_1 p = r$$

olur. Ancak

$$p \#_1 (p \#_1 r) = p \#_1 p = r$$

olduğunda

$$(p \#_1 p) \#_1 r = r \#_1 r = \text{tanımsız} \neq r$$

olur.

Bu nedenle, nötro – birleşme kuralıyla donatılmış S_1 , bir Neutro-cebirdir.

b) Cayley Tablosu (Tablo 2.3.17.2) kullanılarak aşağıdaki gibi inşa edilen $S_2 = (S, \#_2)$ yapısı için,

Tablo 2.2 $S_2 = (S, \#_2)$ için Cayley tablosu

$\#_2$	p	R
p	r	P
r	p	$s \notin S$

$r \#_1 r = s$ olduğundan dış tanımlıdır. Ancak

$$\text{tüm } x \neq r \text{ veya } y \neq r$$

için, $x \#_2 y$ iç tanımlıdır.

Bu nedenle, $\#_2$ kısmen tanımlanmadığından ($r \#_2 r \neq \text{tanımsız}$ olduğundan), S_2 kısmi bir cebir olamaz.

Ancak birleşme aksiyomu S_2 için kısmen doğru ve kısmen belirsiz veya kısmen yanlıştır (yani nötro – birleşme kuralı). Çünkü,

$$p\#_2(b\#_2p) = p\#_2p = r \text{ ve } (p\#_2r)\#_2p = p\#_2p = r$$

olur. Ancak,

$$p\#_2(p\#_2r) = p\#_2p = r$$

olduğunda

$$(p\#_2p)\#_2r = r\#_2r = s \neq r \text{ (yanlışlık derecesi)}$$

olur. Bu nedenle, nötro – birleşme kuralı ile donatılmış S_2 , bir nötro-cebirdir.

2.3.18 Kısmi Cebir ile Nötro – Cebir Sonuçları

Kısmi cebirin en az bir kısmi işlemi vardır, bununla birlikte kısmi ve toplam işlemlerini içeren tüm aksiyomlar (Birleşme, Değişme, vb.) % 100 doğrudur. [29]

Bir nötro – cebir de, en az bir nötro - operatör (Kısmi operatörün bir uzantısı olan) veya bir nötro - aksiyoma sahiptir [29].

Böylece,

a) Nötro – cebirde nötro - aksiyom yoksa kısmi cebir ile çakışır.

ii) Nötro – operatöre sahip olmayan ancak nötro - aksiyoma sahip nötro - cebirler vardır. Bunlar kısmi cebirlerden farklıdır.

iii) Hem nötro - operatöre hem de nötro - aksiyoma sahip nötro – cebirler de vardır. Bunlar da kısmi cebirlerden farklıdır.

BÖLÜM III

NÖTRO – BCK CEBİRLER

Bu bölümdeki bilgiler Hamidi ve Smarandache'nin [31] çalışmasından derlenmiştir.

Tanım 3.1: X boş olmayan bir küme, $0 \in X$ bir sabit ve " $\#$ " X üzerinde ikili bir işlem olsun. Aşağıdaki nötro - aksiyomlardan en az birini karşılarsa (diğerleri klasik BCK aksiyomları iken) $(X, \#, 0)$ ' e bir nötro - BCK cebiri denir.

NA 1)

$$\exists p, r, s \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \# (s \# r) = 0$$

ve

$$[\exists p, r, s \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \# (s \# r) \neq 0 \text{ veya belirsiz}]$$

olur.

NA 2)

$$\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r = 0$$

ve

$$[\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r \neq 0 \text{ veya belirsiz}]$$

olur.

NA 3)

$$\exists p \in X \text{ için } p \# p = 0$$

ve

$$[\exists p \in X, p \# p = 0 \text{ veya belirsiz}]$$

NA 4)

$$\exists p, r \in X \text{ için, } p \# r = r \# p = 0 \text{ ise, } p = r$$

ve

$$[\exists p, r \in X \text{ için, } p \# r = r \# p = 0 \text{ ise } p \neq r \text{ veya belirsiz}]$$

olur.

NA 5)

$$\exists p \in X \text{ öyle ki } 0 \# p = 0$$

ve

$$[\exists p \in X \text{ öyle ki } 0 \# p = 0 \text{ veya belirsiz}]$$

olur.

Burada, nötro - aksiyomların her biri, bir eşitlik derecesine (T), eşit olmama derecesine (F) ve belirsizlik derecesine (I) sahiptir.

Ayrıca, $(X, \#, 0)$ bir nötro - cebir ve NA 1) - NA 5) koşullarını sağlarsa, $(X, \#, 0)$ ' e, tip 5 - nötro - BCK cebiri denir.

Örnek 3.2: $X = \mathbb{Z}$ olsun.

i) $(X, \#, 0)$ bir nötro - BCK cebiridir, burada her $p, r \in X$ için

$$p \# r = pr + pr$$

olarak alınır.

ii) $(X, \#, 1)$ bir nötro - BCK cebiridir, burada her $p, r \in X$ için

$$p \# r = pr$$

olarak alınır.

iii) $(X, \#, 1)$ bir nötro - BCK cebiridir, burada her $p, r \in X$ için

$$p \# r = \begin{cases} 1, & p \text{ çiftse} \\ pr, & p \text{ tekse} \end{cases}$$

olarak alınır.

Örnek 3.3: $X = \{0, p, r\}$ olmak üzere,

$(X, \#_1, 0)$, Tablo 3.1'e göre bir tip 2 – nötro – BCK cebiridir.

$(X, \#_2, 0)$, Tablo 3.2'e göre bir tip 2 – nötro – BCK cebiridir.

$(X, \#, 0)$, Tablo 3.3'e göre bir tip 2 – nötro – BCK cebiridir.

$(X, \#', 0)$, Tablo 3.4'e göre bir tip 2 – nötro – BCK cebiridir.

Tablo 3.1

$\#_1$ ikili işlemine göre tip 2 – nötro – BCK cebir

$\#_1$	0	p
0	0	p
p	0	p

Tablo 3.2

tip 2 – nötro – BCK cebir

$\#_2$	0	p
0	p	0
p	p	0

Tablo 3.3.

tip 2 – nötro – BCK cebir

$\#$	0	p
0	p	0
p	w	0

Tablo 3.4

tip 2 – nötro – BCK cebir

#'	0	P	R
0	0	0	R
P	P	0	R
R	0	R	P

Teorem 3.4: Her klasik BCK cebiri, bir nötro - BCK cebirine genişletilebilir.

İspat: $(X, \#, 0)$ bir BCK cebiri, $\alpha \notin X$ ve $U, X \cup \{\alpha\}$ ' yı kapsayan bir evrensel küme olsun. her $p, r \in X \cup \{\alpha\}$ için, $X \cup \{\alpha\}$ üzerinde

$$p \# \alpha \ r = p \# r$$

ikili işlemini tanımlayalım. Burada $\alpha \in \{p, r\}$ için

$$p \# \alpha \ r \text{ belirsiz ya da } p \# \alpha \ r \neq X \cup \{\alpha\}$$

olur. Böylece, $(X \cup \{\alpha\}, \# \alpha, 0)$ bir nötro - BCK cebiridir.

Örnek 3.5: $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olsun.

i) Tablo 3.5’de,

eğer $a = 0$ alınırsa, $(X, \#_1, 0)$ bir nötro - BCK cebiridir,

eğer $a = 1$ alınırsa $(X \setminus \{3, 4, 5\}, \#_1, 0)$ bir BCK cebiridir.

ii) Tablo 3.6’da,

$(X, \#_2, 0)$ bir nötro - BCK cebiri ve $(X \setminus \{4, 5\}, \#_2, 0)$ bir BCK cebiridir.

Tablo 3.5#₁ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebir

# ₁	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	2	0
1	1	0	a	2	0	3
2	2	2	0	0	2	0
3	3	0	1	2	0	5
4	0	4	0	1	4	0
5	4	0	1	0	2	3

Tablo 3.6#₂ ikili işlemine göre tip 5 – nötro – BCK cebir

# ₂	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	2	0
1	1	0	0	0	0	5
2	2	1	0	0	5	0
3	3	2	1	0	0	2
4	0	1	0	4	1	2
5	5	0	4	0	0	X

Tanım 3.8: X boş olmayan bir küme ve R, X üzerinde bir ikili işlem olsun. O halde R'ye

i) Nötro – yansılalı denir, eğer

$\exists p \in X$ için $(p, p) \in R$ (doğruluk derecesi T)

ve

$[\exists p \in X$ için (p, p) belirsizdir (belirsizlik derecesi I) veya $\exists p \in X$ için $(p, p) \notin R$ (yanlışlık derecesi F)]

(ii) Nötro - ters simetrik denir, eğer

$\exists p, r \in X$ için $(p, r) \in R$ ve $(r, p) \in R$ ise $p = r$ (doğruluk derecesi T)

ve

$[\exists p, r \in X$ için (p, r) veya $(r, p) \in R'$ de belirsizdir (belirsizlik derecesi I)

veya $\exists p, r \in X$ öyle ki $(p, r) \in R$ ve $(r, p) \in R$ ise $p \neq r$ (yanlışlık derecesi F)]

(iii) Nötro – geçişli denir, eğer

$\exists p, r, s \in X$ için $(p, r) \in R, (r, s) \in R$ ise $(p, s) \in R$ (doğruluk derecesi T)

ve

$[\exists p, r, s \in X$ için (p, r) veya $(r, s) \in R$ de belirsiz (belirsizlik derecesi I) veya $\exists p, r, s \in X$ için $(p, r) \in R, (r, s) \in R$ ise $(p, s) \notin R$ (yanlışlık derecesi F).]

Burada, yukarıdaki nötro –aksiyomlardan en az birini sağlayan ikili işleme nötro – kısmi sıralı ikili işlem denir.

R, X üzerinde nötro - kısmi sıralı bir işlem ise, nötro - posedi (X, R) ile göstereceğiz.

Ayrıca, bu bölümde X üzerindeki $\leq_1, \leq_2$ ikili işlemleri;

$x \leq_1 y$ ancak ve ancak $x \# y = 0$ veya $x \leq_1 x$,

$x \leq_2 y$ ancak ve ancak $(x \# y \neq 0$ veya belirsiz) veya $x \leq_2 x$

şeklinde tanımlayalım.

Teorem 3.9: $(X, \#, 0)$ bir cebir olsun. $(X, \#, 0)$ bir nötro - BCK cebiridir ancak ve ancak aşağıdaki koşullar sağlanırsa,

i)

$(\exists p, r \in X$ için $((p \# r) \# (p \# s)) \leq_1 (s \# r))$

ve

$$(\exists p, r \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \leq_2 (s \# r)),$$

ii)

$$(\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \leq_1 r) \text{ ve}$$

$$(\exists p, r \in X \text{ öyle ki } (p \# (p \# r)) \leq_2 r),$$

iii)

$$(\exists p, r \in X \text{ için } p \leq_1 p) \text{ ve } (\exists p, r \in X \text{ için } p \leq_2 p),$$

iv)

$$(\forall p, r \in X \text{ için, eğer } p \leq_1 r \text{ ve } r \leq_1 p \text{ ise } p = r)$$

ve

$$(\forall p, r \in X \text{ için, eğer } p \leq_2 r \text{ ve } r \leq_2 p \text{ ise } p = r).$$

v)

$$(\exists p, r \in X \text{ için } 0 \leq_1 p) \text{ ve } (\exists p, r \in X \text{ için } 0 \leq_2 p).$$

İspat: $(X, \#, 0)$ bir nötro - BCK cebiri olsun. Sadece i) şartını ispatlayacağız. Diğerleri bu ispata benzer şekilde yapılır.

$(X, \#, 0)$ bir nötro - BCK cebiri olduğundan,

$$\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r = 0$$

ve

$$[\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r \neq 0 \text{ veya belirsiz}]$$

olur. Tanım gereği,

$$(\exists p, r \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \leq_1 (s \# s))$$

ve

$$(\exists p, r \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \leq_2 (s \# r))$$

olur.

Tersine i) – iv) şartları sağlansın. Burada sadece i) şartından dolayı nörtro – BCK cebirinin bir şartını sağladığını göstereceğiz. Diğerleri benzer şekilde ispatlanır.

Burada,

$$(\exists p, r \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \leq_1 (s \# r))$$

ve

$$(\exists p, r \in X \text{ için } ((p \# r) \# (p \# s)) \leq_2 (s \# r))$$

olsun. Nörtro – BCK tanımından dolayı,

$$\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r = 0$$

ve

$$[\exists p, r \in X \text{ için } (p \# (p \# r)) \# r \neq 0 \text{ veya belirsiz}]$$

olur.

Şimdi $(X, \#, 0)$ bir nörtro - BCK cebiri olsun.

$$p \leq r$$

ile gösterilen ikili işlemi,

$$p \leq r \text{ ancak ve ancak } p \leq_1 r \text{ ve } r \leq_2 p$$

olarak tanımlayalım. Bu tanımla aşağıdaki sonuçları verelim.

Sonuç 3.10: $(X, \#, 0)$ bir nörtro - BCK cebiri ve her $p, r, s \in X$ olsun.

(i) Eğer $p \neq r$ ve $p \leq r$ ise $r \leq p$.

(ii) $\leq$, X üzerinde yansımali ve simetriktir.

(iii) $\leq$, X üzerinde bir nötro - geçişli cebirdir.

Sonuç 3.11: $(X, \#, 0)$ bir nötro - BCK cebiri olsun. O halde $(X, \#, 0, \leq_1)$, $(X, \#, 0, \leq_2)$ ve $(X, \#, 0, \leq)$ nötro - posetlerdir.

Teorem 3.12: $(X_1, \#_1, 0_1)$ ve $(X_2, \#_2, 0_2)$ BCK cebirleri olsun. Burada,

$$X_1 \cap X_2 = \emptyset, X = X_1 \cup X_2$$

ve

$$p \# r = \begin{cases} p \#_1 r, & \text{eğer } p, r \in X_1/X_2 \text{ ise} \\ p \#_2 r, & \text{eğer } p, r \in X_2/X_1 \text{ ise} \\ 0_1, & \text{eğer } p \in X_1, y \in X_2 \text{ ise} \\ 0_2, & \text{eğer } p \in X_2, y \in X_1 \text{ ise} \end{cases}$$

Böylece,

- i) $(X, \#, 0_1)$ bir nötro - BCK cebiridir;
- ii) $(X, \#, 0_2)$ bir nötro - BCK cebiridir.

İspat: $\#$ ikili işlem tanımından ve nötro – BCK cebir tanımından kolay bir şekilde ispatlanır.

Örnek 3.13: $X_1 = \{t, q\}$ ve $X_2 = \{w, p, r, s\}$ olsun. O halde $(X_1, \#, t)$ ve $(X_2, \#, w)$ BCK cebirlerdir. Yani Teorem 3.12'ye göre, $(X_1 \cup X_2, \#, t)$ ve $(X_1 \cup X_2, \#, w)$ Tablo 3.7' e göre nötro - BCK cebirlerdir.

Tablo 3.7

ikili işlemine göre Nötro - BCK cebiri

#	t	q	W	P	R	S
t	t	t	W	T	T	T
q	q	t	T	T	T	T
w	t	w	W	w	W	W
p	w	w	P	W	W	W
r	w	w	R	P	W	W
s	w	w	S	P	p	W

Şimdi Teorem 3.12' den elde edilen bir sonuç verelim.

Sonuç 3.14: $(X_1, \#, 0_1)$ ve $(X_2, \#, 0_2)$ BCK cebirleri olsun.

i) $(X, \#, 0_1, \leq_1)$ ve $(X, \#, 0_2, \leq_2)$ posettir.

ii) $(X, \#, 0, \leq_2)$, $(X, \#, 0_2, \leq_1)$ nötro - posetlerdir.

Örnek 3.15: Örnek 3.13'teki nötro - BCK cebirine bakacak olursak,

$$(X, \#, w, \leq_1), (X, \#, a, \leq_2) \text{ ve } (X, \#, 0_2, \leq)$$

Tablo 3.3.8' e, Tablo 3.3.9' a ve Tablo 3.3.10' a göre nötro – posetlerdir.

Tablo 3.8 $\leq_1$ ikili işlemine göre nötro - poset

$\leq_1$	t	Q	W	P	r	S
t	t	-	T	P	r	S
Q	-	Q	W	P	r	S
W	t	W	W	w	w	W
P	p	p	W	P	p	P
R	r	r	W	P	r	R
S	s	s	W	P	r	S

Tablo 3.9 $\leq_2$ ikili işlemine göre nötro - poset

$\leq_2$	t	Q	W	P	r	S
t	t	Q	T	P	r	S
q	q	Q	W	P	r	S
w	t	W	W	I	I	I
p	p	P	I	P	I	I
r	r	R	I	I	r	I
s	s	S	I	I	I	S

Tablo 3.10 $\leq$ ikili işlemine göre nötro - poset

$\leq$	t	q	W	P	r	s
t	t	t	W	T	t	t
q	t	q	Q	Q	q	q
w	w	q	W	-	-	-
p	t	q	-	P	-	-
r	t	q	-	-	r	-
s	t	q	-	-	-	s

BÖLÜM IV

NÖTRO – VEKTÖR UZAYLAR

Bu bölümdeki bilgilerin İbrahim ve Agboola'nın çalışmasından [32] derlenmiştir.

4.1 Nötro-Gruplar

Tanım 4.1.1: [Yasanın ve klasik grubun aksiyomların Nötrofikasyonu]

i) [Nötro - Kapalılık Yasası].

En az bir çift $(b, n) \in G$ için

$$b \# n \in G \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in G$ için

$$[u \# v = \text{belirsiz (I) veya } p \# q \notin G \text{ (yanlılık (F))}]$$

ii) [Nötro – Birleşme Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in G$ için

$$b \# (n \# m) = (b \# n) \# m \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in G$ için

$$[[p \# (q \# r)] \text{ veya } [(p \# q) \# r] = \text{belirsiz (belirsizlik I)}]$$

veya

$$u \# (v \# w) \neq (u \# v) \# w \text{ (yanlışlık derecesi F)}$$

iii) [Nötro - birim elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in G$ için

$$b \# e = e \# b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $e \in G$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in G$ için

$$[b \# e \text{ ya da } e \# b = \text{belirsiz (I) veya } b \# e \neq b \neq e \# b]$$

olacak şekilde bir $e \in G$ ögesi vardır.

iv) [Nötro - ters elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in G$ için

$$b \# u = u \# b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $u \in G$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in G$ için

$$[b \# u \text{ ya da } u \# b = \text{belirsiz (I) veya } b \# u \neq b \neq u \# b]$$

olacak şekilde bir $u \in G$ ögesi vardır.

v) [Nötro – değişmeli aksiyomu]

En az bir çift $(b, n) \in G$ için

$$b \# n = n \# b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in G$ için

$[u \# v \text{ yada } v \# u = \text{belirsiz (I) veya } p \# q \neq q \# p \text{ (yanlılık derecesi F)}]$

Tanım 4.1.2: Bir nötro - grup, Tanım 4.1.1' deki en az bir nötro - kanuna $\{i) - iv)\}$ sah

$+$,ip bir nötro – cebirsel yapıdır ve klasik gruba bir alternatiftir

Tanım 4.1.3: Bir nötro –değişmeli grup, Tanım 4.1.1' deki en az bir nötro - kanuna $\{i) - v)\}$ sahip bir nötro – cebirsel yapıdır ve klasik değişmeli gruba bir alternatiftir.

Örnek 4.1.4: $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ olsun. O halde $\mathbb{N}^+$, bilinen çarpma işlemine göre bir nötro – gruptur.

4.2 Nötro - Halkalar

Tanım 4.2.1: [Klasik halkanın yasalarının ve aksiyomlarının Nötrofikasyonu]

i) [Toplama işlemine göre Nötro - Kapalılık Yasası].

En az bir çift $(b, n) \in R$ için

$$b + n \in R \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in R$ için

$$[u + v = \text{belirsiz (I) veya } p + q \notin R \text{ (yanlılık (F))}]$$

ii) [Toplama işlemine göre Nötro – Birleşme Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in R$ için

$$b + (n + m) = (b + n) + m \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in R$ için

$$[[p + (q + r)] \text{ veya } [(p + q) + r] = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$u + (v + w) \neq (u + v) + w \text{ (yanlılık derecesi F)}$$

iii) [Toplama işlemine göre Nötro - birim elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in R$ için

$$b + e = e + b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $e \in R$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in R$ için

$$[b + e \text{ ya da } e + b = \text{belirsiz (I)} \text{ veya } b + e \neq b \neq e + b]$$

olacak şekilde bir $e \in R$ ögesi vardır.

iv) [Toplama işlemine göre Nötro - ters elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in R$ için

$$b + u = u + b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $u \in R$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in R$ için

$$[b + u \text{ ya da } u + b = \text{belirsiz (I)} \text{ veya } b + u \neq b \neq u + b]$$

olacak şekilde bir $u \in R$ ögesi vardır.

v) [Toplama işlemine göre Nötro – değişmeli aksiyomu]

En az bir çift $(b, n) \in R$ için

$$b + n = n + b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in R$ için

[$u + v$ yada $v + u =$ belirsiz (I) veya $p + q \neq q + p$ (yanlışlık derecesi F)]

vi) [Çarpma işlemine göre Nötro - Kapalılık Yasası].

En az bir çift $(b, n) \in R$ için

$$b \cdot n \in R \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in R$ için

$$[u \cdot v = \text{belirsiz (I) veya } p \cdot q \notin R \text{ (yanlışlık (F))}]$$

vii) [Çarpma işlemine göre Nötro – Birleşme Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in R$ için

$$b \cdot (n \cdot m) = (b \cdot n) \cdot m \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in R$ için

$$[[p \cdot (q \cdot r)] \text{ veya } [(p \cdot q) \cdot r] = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$u \cdot (v \cdot w) \neq (u \cdot v) \cdot w \text{ (yanlışlık derecesi F)}$$

viii) [Nötro – Sol Dağılma Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in R$ için

$$b \cdot (n + m) = b \cdot n + b \cdot m \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in R$ için

$$[p \cdot (q + r) \text{ veya } p \cdot q + p \cdot r = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$u \cdot (v + w) \neq u \cdot v + u \cdot w \text{ (yanlışlık derecesi F)}$$

ix) [Nötro – Sağ Dağılma Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in R$ için

$$(n + m) \cdot b = n \cdot b + m \cdot b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in R$ için

$$[(q + r) \cdot p \text{ veya } q \cdot p + r \cdot p = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$(v + w) \cdot u \neq v \cdot u + w \cdot u \text{ (yanlışlık derecesi F)}$$

x) [Çarpma işlemine göre Nötro – değışmeli aksiyomu]

En az bir çift $(b, n) \in R$ için

$$b \cdot n = n \cdot b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in R$ için

$[u \cdot v \text{ yada } v \cdot u = \text{belirsiz (I) veya } p \cdot q \neq q \cdot p \text{ (yanlırlık derecesi F)}]$.

Tanım 4.2.2: Bir n6tro – halka, Tanım 4.2.1’ deki n6tro – aksiyomlardan $\{i) – ix)\}$ en az birini sağlayan bir yapıdır ve klasik halkaya bir alternatiftir.

Tanım 4.2.3: Bir n6tro – değişmeli halka, Tanım 4.2.1’ deki n6tro – aksiyomlardan $\{i) – x)\}$ en az birini sağlayan bir yapıdır ve klasik değişmeli halkaya bir alternatiftir.

6rnek 4.2.4:

i) $R = \mathbb{Z}$ ve $+$ bilinen toplama işlemi olsun. Her $b, n \in R$ için $\odot$ ikili işlemi,

$$b \odot n = \sqrt{bn}$$

olarak tanımlansın. $(R, \oplus, \odot)$ bir n6tro – halkadır.

ii) $R = \mathbb{Z}$ ve $+$ bilinen toplama işlemi olsun. Her $b, n \in R$ için $\odot$ ikili işlemi,

$$b \odot n = b/n$$

olarak tanımlansın. $(R, \oplus, \odot)$ bir n6tro – halkadır.

4.3 N6tro – Cisimler

Tanım 4.3.1: [Yasanın ve klasik cisim aksiyomlarının N6trofikasyonu]

C boş olmayan bir k6me, $+: C \times C \rightarrow C$ ve $\cdot: C \times C \rightarrow C$ sırasıyla C ’ de tanımlanan ikili işlemler olsun.

c1) Tanım 4.2.1 ‘ deki (n6tro – halka şartları) şartları sağlar.

c2) [Çarpma işlemine g6re N6tro - birim elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in C$ için

$$b \cdot e = e \cdot b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $e \in C$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in C$ için

$$[b \cdot e \text{ ya da } e \cdot b = \text{belirsiz (I) veya } b \cdot e \neq b \neq e \cdot b]$$

olacak şekilde bir $e \in C$ ögesi vardır.

c3) [Çarpma işlemine göre Nötro - ters elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in C$ için

$$b \cdot u = u \cdot b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $u \in C$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in C$ için

$$[b \cdot u \text{ ya da } u \cdot b = \text{belirsiz (I) veya } b \cdot u \neq b \neq u \cdot b]$$

olacak şekilde bir $u \in C$ ögesi vardır.

Tanım 4.3.2: Bir nötro – cisim, Tanım 4.3.1’ deki nötro – aksiyomlardan $\{i) - x\}$ ve $c1), c2)\}$ en az birini sağlayan bir yapıdır ve klasik cisme bir alternatiftir.

4.4 Nötro - Vektör Uzaylar

Tanım 4.4.1: [Yasanın ve klasik vektör uzayının aksiyomlarının Nötrofikasyonu]

V boş olmayan bir küme, $(C, +_1, \cdot_1)$ bir nötro - cisim,

$$+ : V \times V \rightarrow V \text{ ve } \cdot : C \times V \rightarrow V$$

sırasıyla ikili işlemler olsun.

[Toplama işlemine göre Nötro - Kapalılık Yasası].

En az bir çift $(b, n) \in V$ için

$$b + n \in V \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in V$ için

$$[u + v = \text{belirsiz (I) veya } p + q \notin V \text{ (yanlışlık (F))}]$$

ii) [Toplama işlemine göre Nötro – Birleşme Aksiyomu]

En az bir üçlü $(b, n, m) \in V$ için

$$b + (n + m) = (b + n) + m \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(p, q, r), (u, v, w) \in V$ için

$$[[p + (q + r)] \text{ veya } [(p + q) + r] = \text{belirsiz (belirsizlik I)}]$$

veya

$$u + (v + w) \neq (u + v) + w \text{ (yanlışlık derecesi F)]}$$

iii) [Toplama işlemine göre Nötro - birim elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in V$ için

$$b + e = e + b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $e \in V$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in V$ için

$$[b + e \text{ ya da } e + b = \text{belirsiz (I) veya } b + e \neq b \neq e + b]$$

olacak şekilde bir $e \in V$ ögesi vardır.

iv) [Toplama işlemine göre Nötro - ters elemanın varlığının aksiyomu].

En az bir $b \in V$ için

$$b + u = u + b = b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $u \in V$ ögesi vardır

ve

en az bir $b \in V$ için

$$[b + u \text{ ya da } u + b = \text{belirsiz (I) veya } b + u \neq b \neq u + b]$$

olacak şekilde bir $u \in V$ ögesi vardır.

v) [Toplama işlemine göre Nötro – değişmeli aksiyomu]

En az bir çift $(b, n) \in V$ için

$$b + n = n + b \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(u, v), (p, q) \in V$ için

$$[u + v \text{ yada } v + u = \text{belirsiz (I) veya } p + q \neq q + p \text{ (yanlılık derecesi F)}].$$

vi) [Çarpma işlemine göre Nötro - Kapalılık Yasası].

$f, g, h \in C$ ve $v, u, b \in V$ olsun.

En az bir çift (f, v) için

$$f \cdot n \in V \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki çift $(g, u), (c, b)$ için

$$[g \cdot u = \text{belirsiz (I) veya } c \cdot b \notin V \text{ (yanlışlık (F))}].$$

vii) [Nötro – Sol Dağılma Aksiyomu]

$p, q, r \in C$ ve $x, y, u, v, w \in V$ olsun.

En az bir üçlü (p, x, y) için

$$p \cdot (x + y) = p \cdot x + p \cdot y \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

En az iki üçlü $(y, u, q), (v, w, r)$ için

$$[y \cdot (u + q) \text{ veya } y \cdot u + y \cdot q = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$v \cdot (w + r) \neq v \cdot w + v \cdot r \text{ (yanlışlık derecesi F)]}$$

viii) [Nötro – Sağ Dağılma Aksiyomu]

$k, m, p, q, r, s \in C$ ve $u, v, w \in V$ olsun.

En az bir üçlü (k, m, u) için

$$(k +_1 m) \cdot u = k \cdot u +_1 m \cdot u \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki üçlü $(p, q, v), (r, s, w)$ için

$$[(p +_1 q) \cdot v \text{ veya } p \cdot v +_1 q \cdot v = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$(r +_1 s) \cdot w \neq r \cdot w +_1 s \cdot w \text{ (yanlışlık derecesi F)}].$$

ix) [Çarpma işlemine göre Nötro – Birleşme Aksiyomu]

$k, m, p, q, r, s \in C$ ve $u, v, w \in V$ olsun.

En az bir üçlü (k, m, u) için

$$k \cdot (m \cdot u) = (k \cdot_1 m) \cdot y \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

ve

en az iki üçlü $(p, q, v), (r, s, w)$ için

$$[[p \cdot (q \cdot v)] \text{ veya } [(p \cdot_1 q) \cdot v] = \text{belirsiz (belirsizlik I)}$$

veya

$$r \cdot (s \cdot z) \neq (r \cdot_1 s) \cdot w \text{ (yanlışlık derecesi F)}$$

x) [Çarpma işlemine göre Nötro – Birim Aksiyomu]

$k \in C$ ve $v \in V$ olsun.

En az bir çift (k, v) için

$$k \cdot v = v \cdot k = v \text{ (doğruluk derecesi T)}$$

olacak şekilde bir $k \in C$ öğesi vardır

ve

en az bir çift (k, v) için

$$[k \cdot v \text{ ya da } v \cdot k = \text{belirsiz (I)} \text{ veya } k \cdot v \neq v \neq v \cdot k]$$

olacak şekilde bir $k \in C$ öğesi vardır.

Tanım 4.4.2: $(C, +_1, \cdot_1)$ bir ntro – cisim olsun. Bir güçlü ntro – vektör uzayı, Tanım 4.4.1’ deki ntro – aksiyomlardan $\{i) - x)\}$ en az birini sağlayan bir yapıdır ve klasik vektör uzayına bir alternatiftir.

Tanım 4.4.3: $(C, +_1, \cdot_1)$ bir klasik cisim olsun. Bir zayıf ntro – vektör uzayı, Tanım 4.4.1’ deki ntro – aksiyomlardan $\{i) - x)\}$ en az birini sağlayan bir yapıdır ve klasik vektör uzayına bir alternatiftir.

Teorem 4.4.4: $V = \mathbb{Z}_{12}$ ve $K = \mathbb{R}$ olsun. $\oplus$ ve $\odot$ ikili işlemelerini

$$a \oplus b = \frac{2a+3b}{2} \text{ ve } p \odot r = pr^2$$

olacak şekilde verilsin.

$(V, \oplus, \odot)$, klasik K cismi üzerinde bir zayıf ntro – vektör uzaydır.

İspat:

- a) $(V, \oplus)$ bir ntro – değişmeli gruptur.
- b) $(V, \oplus, \odot)$, $\odot$ ikili işlemine göre ntro – kapalılık aksiyomunu sağlar.
- c) $(V, \oplus, \odot)$, $\oplus$ ve $\odot$ ikili işlemlerine göre ntro – sol dağılma aksiyomunu sağlar.
- d) $(V, \oplus, \odot)$, $\oplus$ ve $\odot$ ikili işlemlerine göre ntro – sağ dağılma aksiyomunu sağlar.
- e) $(V, \oplus, \odot)$, $\odot$ ikili işlemine göre ntro – birleşme aksiyomunu sağlar.
- f) $(V, \oplus, \odot)$, $\odot$ ikili işlemine göre ntro – birim aksiyomunu sağlar.

Böylece, $(V, \oplus, \odot)$, klasik K cismi üzerinde bir zayıf ntro – vektör uzaydır.

rnek 4.4.5: $X = \{k, l, m, n, p\}$ bir söylem evreni olsun ve $K = \{k, l, m, n\}$ olsun.

$\oplus$ ve $\odot$, Tablo 4.1 ve Tablo 4.2’de gösterildiği gibi K üzerinde tanımlanan ikili işlemler olsun.

Tablo 4.1 $\oplus$ ikili işlemine göre Cayley tablosu

$\oplus$	K	L	M	N
K	K	M	K	M
L	L	N	L	N
M	M	K	M	K
N	N	L	N	l veya n

Tablo 4.2 $\odot$ ikili işlemine göre Cayley tablosu

$\odot$	K	L	M	N
K	K	M	K	M
L	L	N	L	N
M	K	M	K	M
N	L	N	L	N

a) $(K, \oplus, \odot)$ bir nötro – cisimdir.

b) $(K, \oplus, \odot)$, kendi üzerinde bir güçlü nötro – vektör uzayıdır.

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Beş bölümden meydana gelen bu yüksek lisans tezinde, birinci bölümde; nütrosolik teoninin, nütro – cebirsel yapıların tarihçesinden bahsedildi. İkinci bölümde bilinen bazı klasik cebirlerin tanımları yanı sıra Smarandache ‘nin çalışmasından [23, 24] bilgiler derledik. Bu bilgiler ise nütro – cebir ve nütro – yapılar hakkında genel tanım ve özellikleri içermektedir. Üçüncü bölümde ise Hamidi ve Smarandache’ nin çalışması [31] derlendi. Bu çalışma BCK cebirlerinin aksiyomlarına dayanan, ancak farklı bir sonuca sahip olan Nütro - BCK cebirleri kavramı ile ilgilidir. Dördüncü bölümde ise İbrahim ve Agboola’ nın çalışması [32] derlenmiştir. Bu çalışmada ise nütro – grupların, nütro – halkaların, nütro – cisimlerin ve nütro – vektör uzayların tanım ve özellikleri yer almaktadır. Böylece, nütro – cebirlerle ilgili genel bilgiler, nütro – cebirlerin klasik cebirlerden ve kısmi cebirlerden olan farkları ve üstünlükleri verildi. Böylece bu nütro – cebirsel yapılar sayesinde nütrosolik teoninin yapısı direkt olarak (nütrosolik küme ve sayılar kullanılmadan) klasik gruplara, klasik halkalara, klasik cisimlere ve klasik vektör uzaylarına eklendiği gösterildi.

KAYNAKLAR

- [1] Smarandache, F. (1998). *A Unifying field in logics, neutrosophy: Neutrosophic probability, set and logic*. American Research Press: Rehoboth, MA, USA
- [2] Şahin, M., Kargin, A., Smarandache, F. (2020). Combined Classical-Neutrosophic Sets and Numbers, Double Neutrosophic Sets and Numbers, In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 18, 254–265.
- [3] Şahin, M., Kargin, A. (2020). New Similarity Measure between Single-valued Neutrosophic Sets and Decision-making Applications in Professional Proficiencies. *Neutrosophic Sets in Decision Analysis and Operations Research*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 129–149.
- [4] Uluçay, V., Şahin, M. (2020). Decision-making Method based on Neutrosophic Soft Expert Graphs. *Neutrosophic Graph Theory and Algorithms*; IGI Global: Hershey, PA, USA, 33–76.
- [5] Olgun, N., Hatip, A. (2020). The effect of the neutrosophic logic on the decision tree. In *Quadruple Neutrosophic Theory and Applications*; Pons Editions: Brussels, Belgium, 7, 238–253.
- [6] Wang, J., Wei, G., Lu, M. (2018). An Extended VIKOR Method for Multiple Criteria Group Decision Making with Triangular Fuzzy Neutrosophic Numbers. *Symmetry*, **10**, 497.
- [7] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2016). TOPSIS Method for Multi-Attribute Group Decision-Making Under Single-Valued Neutrosophic Environment. *Neural Comput. Appl.*, **27**, 727–737.
- [8] Şahin, R.;Liu, P. (2016). Maximizing Deviation Method for Neutrosophic Multiple Attribute Decision Making with Incomplete Weight Information. *Neural Comput. Appl.*, **27**, 2017–2029.

- [9] Biswas, P., Pramanik, S., Giri, B.C. (2014). Entropy Based Grey Relational Analysis Method for Multi-attribute Decision Making under Single Valued Neutrosophic Assessments. *Neutrosophic Sets Syst.*, **2**, 102–110.
- [10] Kargın, A., Dayan, A., Yıldız, İ., Kılıç, A. (2020). Neutrosophic Triplet m -Banach Spaces. *Neutrosophic Sets and Systems*, **38(1)**, 25.
- [11] Smarandache, F., Ali, M. (2016). Neutrosophic triplet group. *Neural Computing and Applications*, **29**, 595-601.
- [12] Ali, M., Smarandache, F., Khan, M. (2018). Study on the development of neutrosophic triplet ring and neutrosophic triplet field, *Mathematics*, **6(4)**, 46.
- [13] Şahin, M., Kargın, A. (2017). Neutrosophic triplet normed space, *Open Physics*, **15**, 697-704
- [14] Şahin, M., Kargın, A., Çoban, M.A. (2018). Fixed point theorem for neutrosophic triplet partial metric space, *Symmetry*, **10(7)**, 240
- [15] Şahin, M., Kargın, A. (2017). Neutrosophic triplet inner product space, *Neutrosophic Operational Research*, **2(10)**, 193-215.
- [16] Smarandache, F., Şahin, M., Kargın, A. (2018). Neutrosophic Triplet G -Module, *Mathematics*, **6(4)**, 53.
- [17] Bal, M., Shalla, M. M., Olgun, N. (2018). Neutrosophic triplet cosets and quotient groups, *Symmetry*, **10(4)**, 126.
- [18] Imai, Y. and Iseki, K. On axioms systems of propositional calculi , XIV, *Proc. Japan Academy*, 42, pp.19-22,1966
- [19] Bordbar, H., Muhiuddin, G., & Alanazi, A. M. (2020). Primeness of Relative Annihilators in BCK-Algebra. *Symmetry*, **12(2)**, 286.
- [20] Muhiuddin, G., Smarandache, F. and Bae Jun, Y. (2019) Further results on $(\in, \in)$ - neutrosophic subalgebras and ideals in BCK/BCI- algebras, *Neutrosophic Sets and Systems*, **25**, 161-172
- [21] Horst Reichel, *Structural induction on partial algebras*, Akademie-Verlag, 1984.
- [22] Stanley N. Burris and H. P. Sankappanavar (2013) The Horn's Theory of Boole's Partial Algebras, *The Bulletin of Symbolic Logic*, **19(1)**, 97-105
- [23] Florentin Smarandache (2019) Introduction to NeutroAlgebraic Structures and AntiAlgebraic Structures, in *Advances of Standard and Nonstandard Neutrosophic Theories*, Pons Publishing House Brussels, Belgium, Ch. **6**, 240-265

- [24] Florentin Smarandache (2020) Introduction to NeutroAlgebraic Structures and AntiAlgebraic Structures (revisited), Neutrosophic Sets and Systems, vol. **31**, 1-16, DOI: 10.5281/zenodo.3638232.
- [25] Agboola, A.A.A., Ibrahim M.A. and Adeleke E.O. (2020) Elementary Examination of NeutroAlgebras and AntiAlgebras viz-a-viz theClassicalNumber Systems, International Journal of Neutrosophic Science, **4(1)**, 16-19
- [26] Agboola, A.A.A. (2020) Introduction to NeutroGroups, International Journal of Neutrosophic Science, **6(1)**, pp. 41-47
- [27] Agboola, A.A.A. (2020) Introduction to NeutroRings, International Journal of Neutrosophic Science, **7(2)**, 62-73
- [28] Rezaei, A. and Smarandache, F. (2020) On Neutro-BE-algebras and Anti-BE-algebras (revisited), International Journal of Neutrosophic Science, **4(1)**, 8-15
- [29] Smarandache, F. (2020) NeutroAlgebra is a Generalization of Partial Algebra, International Journal of Neutrosophic Science, **2(1)**, 08-17
- [30] A. Rezaei, F. Smarandache (2020) The Neutrosophic Triplet of BI-algebras, Neutrosophic Sets and Systems, **33**, 313-321
- [31] Smarandache, F., & Hamidi, M. (2020). Neutro-bck-algebra. International Journal of Neutrosophic Science, **8(2)**, 110.
- [32] Ibrahim, M. A., & Agboola, A. A. A. (2020). NeutroVectorSpaces I. Neutrosophic Sets and Systems, **36**, 328-351.
- [33] Ibrahim, M. A., & Agboola, A. A. A. (2020). Introduction to NeutroHyperGroups. Neutrosophic Sets and Systems, **38(1)**, 2
- [34] Başar, F. (2012) Lineer Cebir, Sürat Üniversite Yayınları