

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE DİNAMIĞI BİLİM DALI**

**KADEMELİ MİKRO KİRİŞ TİTREŞİM HAREKETLERİNİN
MODİFİYE GERİLME ÇİFTİ TEORİSİNE GÖRE İNCELENMESİ**

Sırrı Can POLAT

**Danışman
Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI**



MANİSA-2021

**Sırrı Can
POLAT**

**KADEMELİ MİKRO KIRIŞ TİTREŞİM HAREKETLERİNİN MODİFİYE GERİLME
ÇİFTİ TEORİSİNE GÖRE İNCELENMESİ**

2021

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Sırrı Can POLAT



İÇİNDEKİLER

| | Sayfa |
|---|--------------|
| İÇİNDEKİLER | I |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ | II |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | IV |
| TABLO DİZİNİ | VII |
| TEŞEKKÜR..... | VIII |
| ÖZET..... | IX |
| ABSTRACT | X |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 1.1.Genel Bilgi | 1 |
| 1.2.Literatür Taraması..... | 3 |
| 1.3.Tezin Amacı..... | 7 |
| 2. MATERYAL VE YÖNTEMLER..... | 9 |
| 2.1. Kademeli Mikro Kirişin Hareket Denklemlerinin ve Sınır Şartlarının Elde Edilmesi | 9 |
| 2.2. Hareket Denklemlerinin ve Sınır Şartlarının Boyutsuzlaştırılması..... | 17 |
| 2.3. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Pertürbasyon Analizi..... | 19 |
| 2.4. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Doğrusal Problem Çözümü..... | 22 |
| 2.5. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Doğrusal Olmayan Problem Çözümü | 24 |
| 3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA | 32 |
| 3.1. Kademeli Mikro Kirişin Doğrusal Titreşim Durumu İçin Sayısal Çözümleri | 32 |
| 3.2. Kademeli Mikro Kirişin Doğrusal Olmayan Titreşim Durumu İçin Sayısal Çözümleri..... | 41 |
| 4. SONUÇ VE ÖNERİLER | 80 |
| KAYNAKLAR | 82 |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

| | |
|------------------|---|
| A | Mikro kiriş kesit alanı |
| a | Genlik |
| β | Faz |
| dx | Diferansiyel boyuttaki elemana ait uzunluk |
| D_0, D_1 | Hızlı ve yavaş zaman ölçeklerine göre türevler |
| E | Mikro kirişin elastisite modülü |
| f | Mikro kiriş genlik faz modülasyon denklemlerindeki katsayı |
| F | Zorlama kuvvet genliği |
| g | Keyfi fonksiyon |
| G | Mikro kirişin kayma modülü |
| I | Mikro kiriş alan atalet momenti |
| l | Malzeme uzunluk ölçeği parametresi |
| L | Mikro kiriş uzunluğu |
| \mathcal{L} | Langrangian |
| n_1 | Mikro kirişlik oranı |
| $O(1)$ | 1 mertebesi |
| $O(\varepsilon)$ | ε mertebesi |
| r | Yarıçap uzunluğu |
| t^* | Boyutlu zaman değişkeni |
| T_0, T_1 | Hızlı ve yavaş zaman ölçekleri |
| T | Kinetik enerji |
| u^* | Boyutlu boyuna yer değiştirme |
| w^* | Boyutlu enine yer değiştirme |
| W | Yer değiştirme fonksiyonunun seküler olmayan terimleri ile ilgili kısım |
| V | Potansiyel enerji |
| x^* | Boyutlu konum değişkeni |
| Y | Titreşim moduna ait şekil fonksiyonu |
| x_s | Mikro kirişin başlangıç konumundan kademe değişimine kadar olan mesafe |
| Q_x | x koordinatındaki manyetik alan şiddeti |

| | |
|---------------|---|
| ρ | Mikro giriş yoğunluğu |
| δ | Varyasyon türevi |
| σ | Zorlama frekansı ile doğal frekans arasındaki ayar parametresi |
| φ | Boyutsuz kademe değişim konumu |
| ϕ | Yer değiştirme fonksiyonunun seküler terimleri ile ilgili kısmı |
| Γ | Boyutsuz kademe yarıçap oranı |
| Ω | Zorlama frekansı |
| μ | Sönüm parametresi |
| ε | Pertürbasyon parametresi |
| ν | Poisson parametresi |
| χ | Mikro giriş kademe oranı parametresi |
| α | Manyetik alan kuvvet parametresi |
| κ | Mikro giriş genlik faz modülasyon denklemlerindeki katsayı |
| θ | Polar formdaki kompleks genliğin faz parametresi |
| λ | Doğrusal olmayan etki parametresi |
| η | Manyetik alan geçirgenlik katsayısı |
| γ | Mikro girişlik katsayısı |
| ω | Doğal frekans |
| ω_{nl} | Doğrusal olmayan doğal frekans |
| $()'$ | Konuma göre birinci mertebe türevi |
| $()''$ | Konuma göre ikinci mertebe türevi |
| $()'''$ | Konuma göre üçüncü mertebe türevi |
| $()^{iv}$ | Konuma göre dördüncü mertebe türevi |
| k.e. | Kompleks eşlenik |
| E.S.T. | Eşitliğin sol tarafı |
| MGÇT | Modifiye Gerilme Çifti Teorisi |
| MŞDGT | Modifiye Şekil Değiştirme Gradyanı Teorisi |
| MEMS | Mikro Elektro Mekanik Sistemler |
| NEMS | Nano Elektro Mekanik Sistemler |
| S.O.T. | Seküler olmayan terim |

ŞEKİLLER DİZİNİ

| | Sayfa |
|--|-------|
| Şekil 1.1.1. Mikro elektro-mekanik sistem[5] | 1 |
| Şekil 1.1.2. Kademeli mikro giriş[14]..... | 2 |
| Şekil 1.1.3. Kademeli mikro mil[15] | 2 |
| Şekil 1.3.1. Basit-basit mesnetli kademeli mikro giriş..... | 8 |
| Şekil 3.1.1. $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerleri için ilk üç mod şekil grafiği (a) $\varphi=0.2$ konumunda, (b) $\varphi=0.4$ konumunda, (c) $\varphi=0.6$ konumunda, (d) $\varphi=0.8$ konumunda..... | 37 |
| Şekil 3.1.2. $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerleri için ilk üç mod şekil grafiği (a) $\varphi=0.2$ konumunda, (b) $\varphi=0.4$ konumunda, (c) $\varphi=0.6$ konumunda, (d) $\varphi=0.8$ konumunda..... | 39 |
| Şekil 3.2.1. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 45 |
| Şekil 3.2.2. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 45 |
| Şekil 3.2.3. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 46 |
| Şekil 3.2.4. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 47 |
| Şekil 3.2.5. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 48 |
| Şekil 3.2.6. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 48 |
| Şekil 3.2.7. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 49 |
| Şekil 3.2.8. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 50 |
| Şekil 3.2.9. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 51 |
| Şekil 3.2.10. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 51 |
| Şekil 3.2.11. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 52 |
| Şekil 3.2.12. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 53 |
| Şekil 3.2.13. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 54 |
| Şekil 3.2.14. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 54 |
| Şekil 3.2.15. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 55 |
| Şekil 3.2.16. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 56 |
| Şekil 3.2.17. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 57 |
| Şekil 3.2.18. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 57 |

| | |
|---|----|
| Şekil 3.2.19. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 58 |
| Şekil 3.2.20. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 59 |
| Şekil 3.2.21. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 60 |
| Şekil 3.2.22. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 60 |
| Şekil 3.2.23. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 61 |
| Şekil 3.2.24. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 62 |
| Şekil 3.2.25. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 63 |
| Şekil 3.2.26. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 63 |
| Şekil 3.2.27. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 64 |
| Şekil 3.2.28. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 65 |
| Şekil 3.2.29. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 66 |
| Şekil 3.2.30. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 66 |
| Şekil 3.2.31. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 67 |
| Şekil 3.2.32. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 68 |
| Şekil 3.2.33. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 69 |
| Şekil 3.2.34. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 69 |
| Şekil 3.2.35. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 70 |
| Şekil 3.2.36. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 71 |
| Şekil 3.2.37. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 72 |
| Şekil 3.2.38. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 72 |
| Şekil 3.2.39. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği..... | 73 |
| Şekil 3.2.40. Farklı mikro kirlilik oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 74 |
| Şekil 3.2.41. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 75 |
| Şekil 3.2.42. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 75 |
| Şekil 3.2.43. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0.5$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği..... | 76 |

- Şekil 3.2.44. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0.5$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği 77
- Şekil 3.2.45. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=1$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği 78
- Şekil 3.2.46. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=1$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği 78



TABLO DİZİNİ

| | Sayfa |
|---|-------|
| Tablo 2.1.1 Bir kademeli mikro kirişin boyutlu sınır şartları | 16 |
| Tablo 2.2.1 Birinci bölge boyutsuz parametreleri..... | 18 |
| Tablo 2.2.2 İkinci bölge boyutsuz parametreleri | 19 |
| Tablo 2.2.3 Bir kademeli mikro kirişin boyutsuz sınır şartları | 19 |
| Tablo 2.2.3 Bir kademeli mikro kirişin boyutsuz sınır şartları | 24 |
| Tablo 2.5.1 Bir kademeli mikro kirişin sınır şartları..... | 28 |
| Tablo 3.1.1 $n_1=0$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları | 33 |
| Tablo 3.1.2 $n_1=0.25$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları..... | 34 |
| Tablo 3.1.3 $n_1=0.5$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları..... | 35 |
| Tablo 3.1.4 $n_1=1$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları | 36 |
| Tablo 3.2.1 $n_1=0$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri | 41 |
| Tablo 3.2.2 $n_1=0.25$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri | 42 |
| Tablo 3.2.3 $n_1=0.5$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri | 43 |
| Tablo 3.2.4 $n_1=1$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri | 44 |

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimimin yanında iŐ hayattmda da bilgi ve tecrübeleri ile bana yol gösteren, çalıŐmamın başlangıcından sonuna kadar tüm aŐamalarında yardımını esirgemeyen, gүнүн her saati kapısı açık olan danışman hocam sayın Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI'ya teŐekkürlerimi sunarım.

ÇalıŐmamın tamamlanması için yardımını eksik etmeyen, bilgisi ve yönlendirmeleri ile çalıŐmamın önünü açan sayın Dr. Őevki AKKOCA'ya teŐekkürlerimi sunarım.

Beni tek başına yetiŐtiren, hayatım boyunca tüm gücüyle maddi ve manevi olarak destekleyen ve beni bu günkü halime getiren canım Anneme teşekkür ederim

Sırrı Can POLAT
Manisa, 2021

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketlerinin Modifiye Gerilme Çifti Teorisine Göre İncelenmesi

Sırrı Can POLAT

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI

Bu çalışmada manyetik alan kuvveti etkisi altında bulunan basit-basit mesnetli kademeli mikro kirişlerin Modifiye Gerilme Çifti Teorisi kullanılarak doğrusal ve doğrusal olmayan titreşim hareketleri incelenmiştir. Kademe yarıçap oranı, kademe değişim konumu ve malzeme boyut parametresi dikkate alınarak kademeli mikro kirişin hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen doğrusal olmayan hareket denklemleri geometrik yapıya ve malzemeye olan bağımlılığı ortadan kaldırmak için boyutsuzlaştırılmıştır. Boyutsuz hareket denklemlerinin yaklaşık çözümü pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot ile hesaplanmıştır. Çalışmanın çözüm aşamaları doğrusal ve doğrusal olmayan problem şeklinde iki ayrı bölüme ayrılmıştır. Öncelikle kademeli mikro kirişin doğrusal problemi ele alınmıştır. Sistemin doğal frekansları bulunmuş ve doğrusal olmayan problemin çözümüne geçilmiştir. Kademe yarıçap oranı, kademe değişim konumu ve mikro kirişlik katsayısı parametrelerinin doğrusal ve doğrusal olmayan etkileri incelenmiş ve frekans-genlik grafikleri oluşturulmuştur. Zorlama frekansının doğal frekansa eşit olduğu rezonans durumu incelenmiş ve kararlılık analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: titreşim, kademeli mikro kiriş, pertürbasyon metodu, çok ölçekli metot, modifiye gerilme çifti teorisi

2021, 87 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

Investigation of Stepped Micro Beam Vibration Motions According to Modified Couple Stress Theory

Sırrı Can POLAT

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering**

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Süleyman Murat BAĞDATLI

In this study, linear and nonlinear vibration movements of simply supported stepped micro beams placed in a magnetic field have been analyzed using Modified Stress Couple Theory. By taking into account the step radius ratio, step change position, and material size parameter, the equations of motion of the stepped micro beam are obtained using the Hamilton principle. The resulting equations of motion are nondimensionalized to eliminate dependence on material type and geometric structure. The approximate solution of the dimensionless equations of motion are calculated by the method of multiple scales, one of the perturbation methods. The solution stages of the study are divided into two separate parts as linear and nonlinear problems. Firstly, the linear problem of the stepped micro beam is addressed. By solving the linear problem, the natural frequencies of the system are obtained. Linear and nonlinear effects of step radius ratio, step change position, and micro beam coefficient are investigated and frequency-amplitude graphs are presented. The resonance state where forcing frequency is equal to natural frequency is examined and stability analysis has been made.

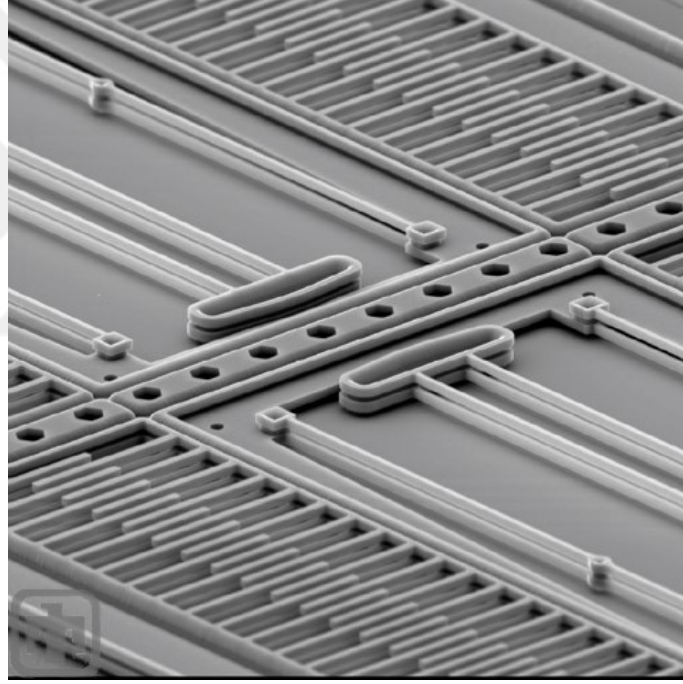
Keywords: vibration, stepped microbeam, perturbation method, method of multiple scales, modified couple stress theory

2021, 87 pages

1. GİRİŞ

1.1. Genel Bilgi

Geçtiğimiz yıllarda teknolojik alanda yapılan çalışmaların genel olarak yeni teknolojilerin daha küçük, daha hızlı ve daha verimli olması yönünde eğilim gösterdiği görülmektedir. Bu eğilimi gösteren teknolojilerden biri de MEMS ve NEMS olarak gösterilen kısaltılan mikro elektro-mekanik sistemler ve nano elektro-mekanik sistemlerdir. Bu sistemler havacılık, optik ve biyomedikal mühendislik alanlarında ve sensörler [1,2], telekomünikasyon sistemleri [3], mikro boyutlu enerji toplama sistemleri [4] gibi birçok uygulamalarda karşımıza çıkmaktadır.

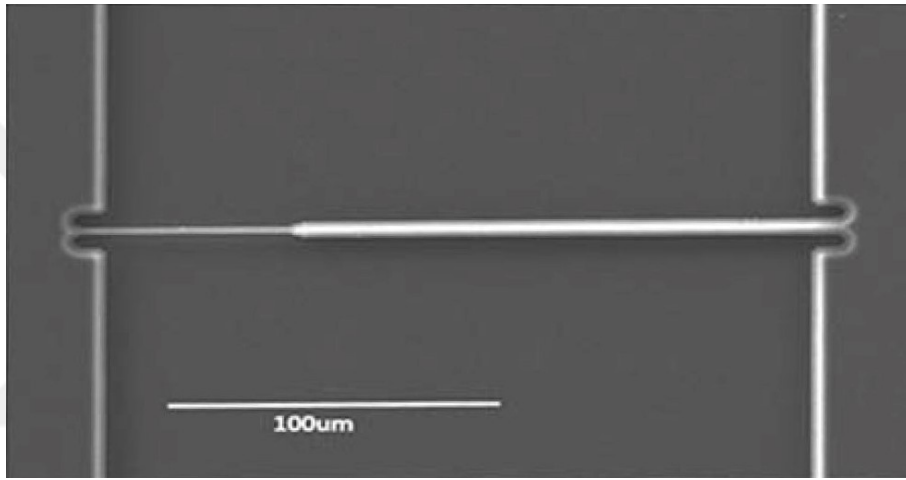


Şekil 1.1.1. Mikro elektro-mekanik sistem[5]

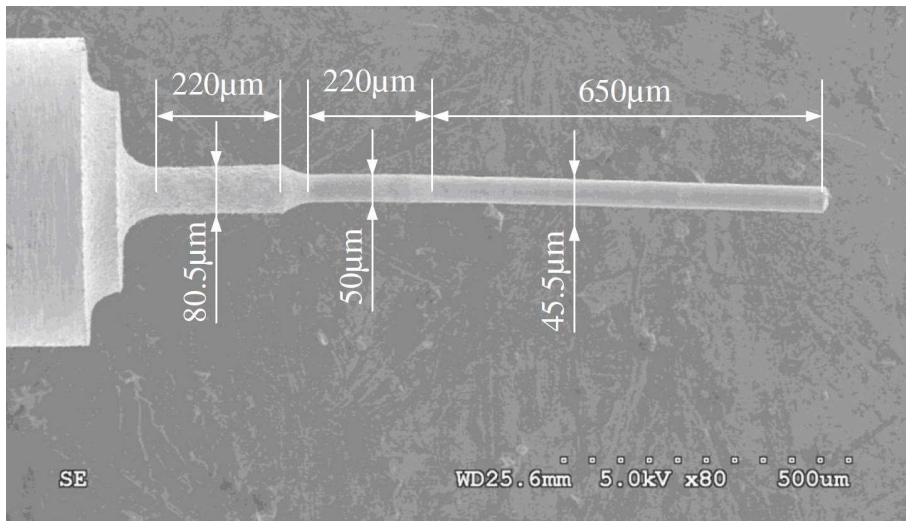
Mikron ve nano boyutlardaki bu sistemlerde mikro kirişler geniş bir kullanım alanına sahiptir. MEMS ve NEMS cihazlarında bulunan kirişlerin titreşim hareketlerinin incelenmesi ve analizi cihazın düzgün çalışabilmesi için büyük bir öneme sahiptir. Sistemin doğal frekansına yakın bir çalışma frekansı uygulanması durumunda sistemin rezonansa girip genliklerde tehlikeli artış gözlenebileceğinden sistemin doğal frekanslarının hesaplanması gerekmektedir. MEMS ve NEMS hassas çalışan cihazlar olduğundan kirişlerin matematik modelleri oluşturulurken doğrusal

davranışlarının yanında doğrusal olmayan davranışlarının da modele dahil edilmesi gerekmektedir.

Bu boyutlardaki sistemlerin doğrusal olmayan davranışları üzerine yapılan araştırmalarda modellenen kirişler genellikle sabit bir kesit alanına[6,7], gittikçe incelen kesit alanına[8,9] veya akışkan taşımaya uygun içi boş dairesel kesit alanına[10,11] sahiptir. Makro seviyede kademeli kirişlerin farklı durumlar için titreşim hareketleri incelenmiş olsa da[12,13] mikro ve nano seviyelerde araştırma yapılmamıştır.



Şekil 1.1.2. Kademeli mikro kiriş[14]



Şekil 1.1.3. Kademeli mikro mil[15]

Küçük boyutlardaki bu sistemler boyutları ve hafiflikleri sayesinde aktivasyon mekanizmaları için düşük enerjiye ihtiyaç duyarlar. Bahsedilen aktivasyon mekanizmaları için elektriksel, manyetik, hidrolik ve termal kuvvetler örnek olarak gösterilebilir. Bu zorlama etkilerinden bir veya birkaçını kullanarak mikro veya nano sistemlerin matematiksel modelleri oluşturulmuş ve konu hakkında birçok araştırma yapılmıştır.

Mikro ve nano seviyelerinde boyutların çok küçük olması deneysel analizlerin yapılmasına engel olmaktadır. Bu seviyelerde birbirinden farklı durumların incelenmesi için duruma uygun farklı matematiksel modellerin kullanılması gerekmektedir. Klasik elastisite teorilerinde boyut etkisini temsil edecek malzeme boyut parametreleri bulunmadığından analizde bu etki doğru bir şekilde gösterilememektedir. Bu eksikliği gidermek için gerekli malzeme boyut parametrelerini içeren Yerel Olmayan Elastisite Teorisi, Klasik Gerilme Çifti Teorisi, Cosserat Elastisite Teorisi, Modifiye Gerilme Çifti Teorisi ve Modifiye Şekil Değiştirme Gradyanı Teorisi gibi birçok farklı elastisite teorileri ortaya atılmıştır[16].

Bu tez çalışmasında kademeli mikro kiriş titreşim hareketlerinin analizinde bir ek malzeme boyut parametresi içeren Modifiye Gerilme Çifti Teorisi (MGÇT) kullanılmıştır.

1.2. Literatür Taraması

1979 yılına kadar kiriş titreşim hareketleri ile ilgili yapılan doğrusal ve doğrusal olmayan araştırmalar Nayfeh ve Mook[17] tarafından özetlenerek kitap haline getirilmiştir. Kiriş uçlarının hareket edememesinden kaynaklanan doğrusal olmayan titreşim hareketleri Hou ve Yuan[18] gibi birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. McDonald[19] uçlarından mesnetlenmiş kiriş üzerine uygulanan yayılı yükün aniden kaldırılması sonucu oluşan doğrusal olmayan davranışı incelemiştir. Qaisi[20] güçlü seri yaklaşımını kullanarak mesnetlenmiş kirişin doğrusal olmayan titreşimini elde etmiş ve önceden yapılan araştırmalarda elde edilen değerlerle karşılaştırmıştır. Özkaya [21] noktasal yükler taşıyan basit mesnetli bir Euler-Bernoulli kirişte doğrusal olmayan problem için pertürbasyon yöntemiyle yaklaşık

sonuç elde etmiştir. Araştırmada kütlelerin farklı konum, büyüklük ve sayısının etkileri incelenmiştir.

Kademeli kiriş üzerine yapılan çalışmaların ilki Taleb ve Suppiger[22] tarafından 1961 yılında basit mesnetli tek kademeli kirişin titreşimi üzerine yapılmış, frekans denklemi elde edilerek doğal frekans değerleri bulunmuştur. Sato[23] uçları ankastre ve basit mesnetli dikdörtgen kesit alanına sahip tek kademeli kirişlerin doğrusal olmayan titreşimleri analiz etmiş, çözüm için transfer matris metodunu kullanmıştır. Sonuçlar Galerkin metodu ile elde edilen doğrusal mod yapılarıyla karşılaştırılmıştır. Ju ve arkadaşları[24] çok kademeli kirişlerin serbest titreşim analizleri yapmış, kademe geometrisi, eksantrikliği ve kademe sayısının etkilerini incelemişlerdir. Lee ve Bergman[25] iki ucundan basit mesnetli iki kademeli kiriş ve basit-ankastre mesnetli üç kademeli kiriş için doğal frekans değerlerini elde etmiştir. Bu değerler sonlu elemanlar metodundan elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Krishnan ve arkadaşları[26] çalışmada basit-basit, ankastre-ankastre, basit-ankastre ve ankastre-serbest mesnetli tek kademeli kirişleri sonlu farklar metodu kullanarak incelemiştir. Naguleswaran[27] çalışmasında klasik mesnet çeşitli tek kademeli Euler-Bernoulli kirişi için kesit alan şeklindeki değişimin doğal frekans ve mod şekillerindeki etkisini incelemiştir. Naguleswaran[28] diğer bir çalışmada bir kademedden fazla kirişler üzerine olan araştırma eksikliğinden dolayı uçları elastik destekli bir, iki ve üç kademeli Euler-Bernoulli kirişlerinin titreşim hareketleri incelemiş ve doğal frekans değerleri bulunmuştur. Dong, Meng ve Li[29] çalışmasında kademeli lamine kompozit Timoshenko kirişinin titreşim davranışları incelenmiştir. Tekin ve Özkaya[12] bu doktora tezi çalışmasında farklı mesnet durumları için çok kademeli kirişlerin doğrusal olmayan titreşim hareketlerini incelemiştir. Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiş ve çözümü için pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot ile yapılmıştır. Kademe yarıçapı oranı ve kademe değişim konumunun doğal frekanstaki ve doğrusal olmayan etkideki yarattığı değişiklikler grafik ve tablolar ile sunulmuştur. Bağdatlı ve Özkaya[13] farklı sınır şartlarındaki kademeli kirişlerin doğrusal olmayan titreşim hareketlerini incelemiştir. Hareket denklemleri için Hamilton prensibi kullanılmış, doğal frekanslar ve doğrusal olmayan etkiler Newton-Rapson metodu ile elde edilmiştir. Elde edilen değerler öne sürülen yapay sinir ağını eğitmek için kullanılmıştır.

Sarı[30] çalışmasında elastik desteğe bağlanmış bir mikro kirişin doğrusal olmayan titreşim hareketini incelemiştir. Çözüm için pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot kullanılmıştır. Xu ve Yang[31] çok katmanlı birbirine bağlı mikro kirişlerin doğal frekanslarını ve genlik-frekans ilişkilerini incelemiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlar gaz sensörü tasarımlarında kullanılmıştır. Yazdi ve Jalali[32] çalışmada uçlarından ankastre mesnetli viskoelastik nanokompozit mikro kirişin elektrostatik ve piezoelektrik etki altındaki statik ve dinamik titreşim hareketlerini incelemiştir. Hareket denklemleri Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi, Kelvin-Voight Modeli ve Hamilton prensibi kullanılarak üretilmiştir. Denklem çözümlerinde Galerkin ve pertürbasyon metodu kullanılmıştır. Rahmani ve Hosseini[33] termal yük altında bulunan bir kavisli fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin titreşim hareketlerini Timoshenko kiriş modelini kullanarak incelemiştir. Madinei ve Khodaparast[34] elektrostatik ve piezoelektrik enerji toplayıcı mikro elektro mekanik sistemin titreşim hareketini incelemiştir. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi ile titreşim hareketi incelenmiş ve çözüm için Galerkin metodu kullanılmıştır. Atçı ve Bağdatlı[10] ideal olmayan sınır şartlarında akışkan taşıyan mikro kirişlerin temel parametrik rezonans davranışlarını incelemiştir. İdeal olmayan ankastre ve basit sınır şartlarının etkisindeki yuvarlak kesitli mikro kirişlerin hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak üretilmiştir. Denklemlere pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot uygulanmıştır.

Modifiye Gerilme Çifti Teorisi Yang ve arkadaşları[35] tarafından 2002 yılında önerilmiştir. Klasik Gerilme Çifti Teorisinden farklı olarak iki yerine sadece bir malzeme boyut parametresi kullanılmaktadır. Park ve arkadaşları[36] bu teoriyi Euler-Bernoulli kirişine uygulamıştır. Ma ve arkadaşları[37] tarafındansa Timoshenko kirişine uygulanmıştır. Ahangar, Rezazadeh ve Shabani[38] boyuta bağlı titreşim hareketlerini akışkan taşıyan bir mikro kiriş üzerinde MGÇT kullanarak incelemiştir. Ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnetli akışkan taşıyan mikro kirişlerin titreşim denklemleri Galerkin modeli kullanılarak çözülmüş ve malzeme uzunluk ölçeği parametresinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir. Akgöz ve Civalek[39] Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi ile modellenmiş mikro kiriş titreşim hareketlerini MGÇT ve Modifiye Şekil Değiştirme Gradyanı Teorisine(MŞDGT) göre incelemiştir. Uçları ankastre ve basit mesnetli kirişlerin hareket denklemleri Varyasyon prensibi ile elde edilmiştir. Ghayesh ve Amabili[40] mikro kirişlerin

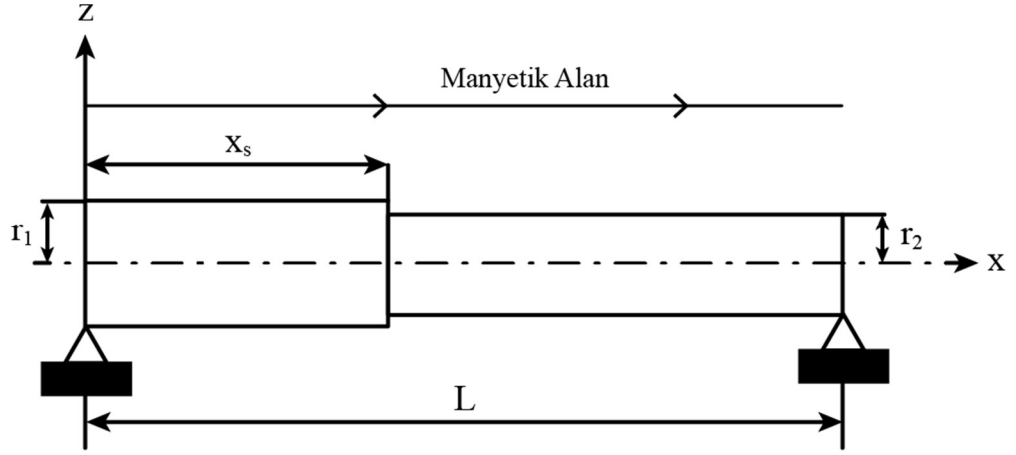
doğrusal olmayan zorlamalı titreşim hareketleri MŞDGT kullanılarak araştırılmıştır. Doğrusal olmayan hareket denklemleri boyut etkisini dahil edecek şekilde Hamilton prensibiyle elde edilmiştir. Hareket denklemlerinin çözümü için Galerkin metodu kullanılmıştır. Akgöz ve Civalek[41] farklı sınır şartlarında fonksiyonel derecelendirilmiş boyut etkisine bağlı mikro kirişlerin burkulma davranışlarını Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi ve MŞDGT kullanarak incelemiştir. Akgöz ve Civalek[8] bir diğer çalışmada ankastre-serbest mesnetli eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş incelen mikro kirişi Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi ve MGÇT ile birlikte incelemiştir. Çözüm için Rayleigh-Ritz metodu kullanılmıştır. İpçi ve Yıldırım[9] bu tez çalışmasında sabit olmayan kesit alanına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş bir mikro kirişin serbest titreşim hareketleri MGÇT ile incelemiştir. Hareket denklemleri ve sınır şartları Hamilton prensibi ile türetilmiştir. Basit-basit, ankastre-ankastre ve ankastre-basit mesnetli durumlar için doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Kural[42] doktora tezi çalışmasında akışkan taşıyan mikro kirişlerde klasik sürekli ortam teorisinden farklı olarak boyut etkilerini görebilmek amacıyla MGÇT ile incelemiştir. Hamilton prensibi ile doğrusal olmayan hareket denklemleri elde edilmiş ve yaklaşık çözüm için pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot kullanılmıştır. Kural ve Özkaya[11] elastik temel üzerine yerleştirilmiş akışkan taşıyan mikro kirişin titreşim hareketlerini mikro boyutluk etkisini görebilmek amacıyla MGÇT ile incelemiştir. Hamilton prensibi kullanılarak akışkan taşıyan mikro kirişin doğrusal olmayan hareket denklemleri elde edilmiştir. Yaklaşık çözüm pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot ile hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Klasik Kiriş Teorisi değerleri ile karşılaştırılmıştır. Şimşek, Aydın ve Yurtcu[40] hareketli yük altında bulunan mikro plağın zorlamalı titreşim hareketini MGÇT ve Kirchhoff-Love Plak Teorisi ile incelemiştir. Mashrouteh ve Sadri[44] akışkan taşıyan mikro tüplerin boyuta bağlı titreşim hareketlerini MGÇT ile modelleyerek incelemiştir. Akkoca, Bağdatlı ve Toğun[6] ortadan mesnetli mikro kirişin titreşim hareketlerini MGÇT ile incelemiştir. Hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Denklemlerin çözümü pertürbasyon yöntemlerinden çok ölçekli metot ile hesaplanmıştır. Doğal frekanslar ve mod şekilleri, boyutsuz parametreler mesnet konumu, gerilme katsayısı ve mikrokirişlik katsayısına bağlı olarak elde edilmiştir.

Sedighi ve Shirazi[45] bu çalışmada bir elektrik alanı tarafından önceden deforme edilmiş mikro kirişlerin doğrusal olmayan titreşim davranışını tahmin etmek

için yöntem geliştirmeyi amaçlamıştır. Doğrusal olmayan hareket denklemleri tüm doğrusal olmayan durumları içermektedir. Parametre Genişletme Yöntemi adı verilen güçlü bir analitik yöntem kullanılarak yaklaşık çözüm ve frekans-genlik ilişkisini elde edilmiştir. Chang[46] bu çalışmada Eringen'in Yerel Olmayan Elastisite ve Euler-Bernoulli Kiriş Teorisine dayalı olarak uzunlamasına manyetik alan altında kalan nano kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Kirişe ait doğrusal olmayan hareket denklemleri Hamilton prensibi ile elde edilmiştir. Denklemlerin çözümünde Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Li ve arkadaşları[47] manyetik sensör içerisinde bulunan ankastre-ankastre ve ankastre-serbest mesnetli mikro kirişler arasında titreşimden kaynaklı enerji kaybı karşılaştırması yapmıştır. Hieu, Duy ve Thoa[48] çalışmada mikro kirişlerin manyetik alan altında doğrusal olmayan titreşim hareketini incelemiştir. Doğrusal elastik bir tabaka üzerinde ve manyetik alan kuvveti altında bulunan mikro kirişin yürütücü hareket denklemleri MGÇT ve Hamilton prensibi ile türetilmiştir. Sadeghi-Goughari ve arkadaşları[49] manyetik alanın akışkan taşıyan mikro ve nano tüplerin titreşim hareketine etkilerini boyut etkilerini göz önüne alarak araştırmıştır. Sistemin titreşim analizi için Yerel Olmayan Euler-Bernoulli Kiriş modeli ile Navier-Stokes Teorisini birleştirerek Akışkan Yapısı Etkileşim modeli oluşturulmuştur. Galerkin yöntemi kullanılarak sistemin frekans diyagramları elde edilmiştir.

1.3.Tezin Amacı

Bu çalışmada manyetik alan kuvveti etkisi altında bulunan basit-basit mesnetli kademeli mikro kirişlerin Modifiye Gerilme Çifti Teorisi kullanılarak doğrusal ve doğrusal olmayan titreşim hareketleri incelenmiştir. Oluşturulan matematiksel modelden Hamilton prensibi yardımıyla hareket denklemleri elde edilmiştir. Kirişi etkileyen aksenal manyetik alan kuvveti denklemlere eklendikten sonra fiziksel büyüklüklerden kurtarmak amacıyla boyutsuzlaştırma işlemleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen boyutsuz denklemler pertürbasyon metotlarından çok ölçekli metot kullanılarak çözülmüş, ulaşılan sonuçlar grafik ve tablolar ile sunulmuş yorumlanmıştır.



Şekil 1.3.1. Basit-basit mesnetli kademeli mikro kiriş

Yapılan literatür taraması sonucunda makro seviyede kademeli kirişler ile ilgili araştırmalar bulunmasına rağmen kademeli mikro kiriş modelleri üzerine yapılan çalışmaların bulunmamasından dolayı MGÇT ile analiz edilen bu çalışmanın alandaki literatür eksikliğini gidereceği öngörülmektedir.

2. MATERYAL VE YÖNTEMLER

Bu bölümde kademeli mikro kirişlerin matematiksel modeli oluşturularak hareket denklemleri ve sınır şartları elde edilmiştir. Klasik sürekli ortam teorisi modelinde mikro yapı özellikleri göz önünde bulundurulmadığından MGÇT kullanılmıştır. Klasik gerilme çifti teorisinden farklı olarak MGÇT’de yalnızca bir malzeme uzunluk ölçeği parametresi tanımlanmıştır. Bu parametreyi içeren bir mikro kirişlik katsayısı modele eklenmiştir. Kademeli mikro kirişin hareket denklemlerini ve sınır şartlarını elde etmek için Hamilton prensibi uygulanmıştır. Elde edilen hareket denklemlerine mikro kiriş üzerine etki eden manyetik alan kuvveti eklenmiştir. Hareket denklemleri ve sınır şartlarını fiziksel büyüklüklerden kurtarmak amacıyla boyutsuzlaştırma işlemleri gerçekleştirilmiştir. Bu boyutsuz hareket denkleminin yaklaşık çözümünü elde etmek için pertürbasyon metotlarından çok ölçekli metot uygulanarak doğrusal ve doğrusal olmayan boyutsuz hareket denklemleri elde edilmiştir. Sınır şartları yardımıyla elde edilen denklemlerin çözümleri yapılmıştır.

2.1. Kademeli Mikro Kirişin Hareket Denklemlerinin ve Sınır Şartlarının Elde Edilmesi

Bu kısımda kademeli mikro kirişin hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak çıkartılmıştır. Öncelikle mikro kirişin kinetik ve potansiyel enerji farkından Langrangian’ının hesaplanması gerekmektedir.

$$\mathcal{L} = T - V \quad (2.1)$$

Burada \mathcal{L} Langrangian, T kinetik enerji ve V potansiyel enerjidir. Kinetik enerji ve potansiyel enerji aşağıdaki şekilde yazılmıştır.

$$T = \left[\frac{1}{2} \int_0^{x_s} \rho A_1 \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L \rho A_2 \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* \right] \quad (2.2)$$

$$V = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^{x_s} EI_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L EI_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{x_s} EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{x_s} GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \end{aligned} \right] \quad (2.3)$$

Kinetik ve potansiyel enerji denklemlerinde, x_s mikro kirişin başlangıcından kademeye kadar olan boyutlu uzunluğunu, L mikro kirişin boyutlu uzunluğunu, ρ mikro kirişin yoğunluğunu, A mikro kirişin kesit alanını, E mikro kirişin elastisite modülünü, I mikro kirişin atalet momentini, G mikro kirişin kayma modülünü, l ise malzeme uzunluk ölçeği parametresini temsil etmektedir. (*) üst indisi ile gösterilen terimler boyutludur. Burada t^* boyutlu zaman ve x^* boyutlu konuma bağlı w^* ve u^* terimleri sırasıyla kirişin enine ve boyuna yer değiştirmesini temsil etmektedir.

Sistemin Langrangian'ı kinetik ve potansiyel enerji denklemlerinin denklem (2.1)'e yazılmasıyla elde edilir. Hamilton prensibine göre sistemin Langrangian'ının zaman integralinin varyasyonu sıfırdır.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt^* = 0 \quad (2.4)$$

Denklem (2.2) ve (2.3), denklem (2.4)'te yerine yazılırsa,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^{x_s} \rho A_1 \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L \rho A_2 \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial t^*} \right)^2 dx^* \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{x_s} EI_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* - \frac{1}{2} \int_{x_s}^L EI_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{x_s} EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* - \frac{1}{2} \int_{x_s}^L EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)^2 dx^* \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{x_s} GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* - \frac{1}{2} \int_{x_s}^L GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right)^2 dx^* \end{aligned} \right] dt^* = 0 \quad (2.5)$$

ifadesi elde edilir. Varyasyon işlemi integralin içine alınarak aşağıdaki ifade elde edilir ve terimler numaralandırılır.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left[\begin{aligned} & \underbrace{\int_0^{x_s} \rho A_1 \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial t^*} \right) \delta \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial t^*} \right) dx^*}_1 + \underbrace{\int_{x_s}^L \rho A_2 \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial t^*} \right) \delta \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial t^*} \right) dx^*}_2 \\ & - \underbrace{\int_0^{x_s} EI_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) dx^*}_3 - \underbrace{\int_{x_s}^L EI_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) dx^*}_4 \\ & - \underbrace{\int_0^{x_s} EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \delta \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) dx^*}_5 \\ & - \underbrace{\int_{x_s}^L EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \delta \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) dx^*}_6 \\ & - \underbrace{\int_0^{x_s} GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) dx^*}_7 - \underbrace{\int_{x_s}^L GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) dx^*}_8 \end{aligned} \right] dt^* = 0 \quad (2.6)$$

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (2.7)$$

Denklem (2.6)'da numaralandırılmış terimlere denklem (2.7)'de verilen kısmi integrasyon formülü uygulanır. Kısmi integrallerin sonuçları yerlerine yazılırsa aşağıdaki denklem (2.8) elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{x_s} \left[\left(-\rho A_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_1 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) \right) \right. \\
& \quad \left. + EA_1 \left[\left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) \right]' \right] \delta w_1^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_s}^L \left[\left(-\rho A_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) \right) \right. \\
& \quad \left. + EA_2 \left[\left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) \right]' \right] \delta w_2^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{x_s} EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \delta u_1^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_s}^L EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \delta u_2^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[\begin{aligned} & -EI_1 \left(\left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) - \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) \delta w_1^* \right) \\ & -EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \delta u_1^* \\ & -EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) \delta w_1^* \\ & -GA_1 l^2 \left(\left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) - \left(\frac{\partial^3 w_1^*}{\partial x^{*3}} \right) \delta w_1^* \right) \end{aligned} \right]_0^{x_s} \right. \\
& \quad \left. + \left[\begin{aligned} & -EI_2 \left(\left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) - \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) \delta w_2^* \right) \\ & -EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \delta u_2^* \\ & -EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) \delta w_2^* \\ & -GA_2 l^2 \left(\left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \delta \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) - \left(\frac{\partial^3 w_2^*}{\partial x^{*3}} \right) \delta w_2^* \right) \end{aligned} \right]_{x_s}^L \right\} dt^* = 0
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Burada ()' üst indisi konuma göre türev işlemini temsil etmektedir. Denklem (2.8)'de elde edilen tek katlı ve çift katlı integrallerin ayrı ayrı sifıra eşit olması gerekmektedir. Tek katlı integrallerden sınır şartları ve çift katlı integrallerden hareket denklemleri elde edilir. Çift katlı integraller düzenlenir ve kademe öncesi ve sonrası olmak üzere iki bölgeye ayrılırsa, birinci bölge için denklem (2.9) ve ikinci bölge için denklem (2.10) elde edilir.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^{x_3} \left[\left(-\rho A_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_1 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) \right) \right. \\ \left. + EA_1 \left[\left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) \right]' \right] \delta w_1^* dx^* dt^* \quad (2.9) \\ + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{x_3} \left[EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \right] \delta u_1^* dx^* dt^*$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{x_3}^L \left[\left(-\rho A_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) \right) \right. \\ \left. + EA_2 \left[\left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) \right]' \right] \delta w_2^* dx^* dt^* \quad (2.10) \\ + \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_3}^L \left[EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' \right] \delta u_2^* dx^* dt^*$$

Denklem (2.9) ve (2.10)'da bulunan $\delta w^* dx^* dt^*$ ve $\delta u^* dx^* dt^*$ terimlerini içeren integrallerin birbirinden ayrı olarak sifıra eşit olması gerekmektedir. Bu durumda birinci bölge için (2.11) ve (2.12), ikinci bölge için (2.13) ve (2.14) denklemleri elde edilir.

$$-\rho A_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_1 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) + EA_1 \left[\left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right) \right]' = 0 \quad (2.11)$$

$$EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' = 0 \quad (2.12)$$

$$-\rho A_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_2 J^2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) + EA_2 \left[\left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right) \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right) \right]' = 0 \quad (2.13)$$

$$EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*}{\partial x^*} \right)^2 \right)' = 0 \quad (2.14)$$

x_s kademe değişim konumunda $\frac{\partial u_1^*(x_s)}{\partial x^*} = \frac{\partial u_2^*(x_s)}{\partial x^*}$ ve $w_1^* = w_2^*$ olduğundan aşığıdaki ifade yazılabilir.

$$EA_1 \left(\frac{\partial u_1^*(x_s)}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 \right) \delta u_1^*(x_s) = EA_2 \left(\frac{\partial u_2^*(x_s)}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 \right) \delta u_2^*(x_s) \quad (2.15)$$

Denklem (2.15) düzenlenir ve denklemin sağ ve sol tarafı ayrı yazılırsa denklem (2.16) ve (2.17) elde edilir.

$$C(t^*) = A_1 \left(\frac{\partial u_1^*(x_s)}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 \right) \quad (2.16)$$

$$D(t^*) = A_2 \left(\frac{\partial u_2^*(x_s)}{\partial x^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 \right) \quad (2.17)$$

$C(t^*) = D(t^*)$ olduğundan (2.16) denkleminin iki tarafının iki bölgeye göre integrali alınırsa aşığıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{1}{A_1} C(t^*)(x_s - 0) = u_1^*(x_s) - u_1^*(0) + \frac{1}{2} \int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{A_2} C(t^*)(L-x_s) = u_2^*(L) - u_2^*(x_s) + \frac{1}{2} \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \quad (2.19)$$

Denklem (2.18) ve (2.19) toplanıp düzenlenirse,

$$C(t^*) = \frac{A_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\frac{A_2}{A_1}} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \quad (2.20)$$

ifadesi elde edilir. $\frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \Gamma^2$ ifadesi denklem (2.20)'de yerine yazılırsa,

$$C(t^*) = \frac{A_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\Gamma^2} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \quad (2.21)$$

elde edilir. Burada Γ kademe yarıçapları arasındaki oranı temsil etmektedir. Denklem (2.21), denklem (2.11) ve (2.13)'te yerine yazılırsa bölgeler için aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} & -\rho A_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_1 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) \\ & + \frac{EA_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\Gamma^2} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} & -\rho A_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \right) - EI_2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) - GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) \\ & + \frac{EA_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\Gamma^2} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Denklem (2.22) ve (2.23)'e denklem (2.24)'deki manyetik alan kuvveti[46,48] eklenip düzenlenerek denklem (2.25) ve (2.26)'da sırasıyla birinci ve ikinci bölge için hareket denklemleri elde edilir.

$$\eta A Q_x^2 \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \quad (2.24)$$

Burada η manyetik alan geçirgenlik katsayısını, Q_x ise x koordinatındaki manyetik alan şiddetini temsil etmektedir.

$$\begin{aligned} & \rho A_1 \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial t^{*2}} \right) + EI_1 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) + GA_1 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_1^*}{\partial x^{*4}} \right) - (\eta A_1 Q_x^2) \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \\ & = \frac{EA_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\Gamma^2} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial x^{*2}} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} & \rho A_2 \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial t^{*2}} \right) + EI_2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) + GA_2 l^2 \left(\frac{\partial^4 w_2^*}{\partial x^{*4}} \right) - (\eta A_2 Q_x^2) \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \\ & = \frac{EA_1}{2 \left(x_s + \frac{(L-x_s)}{\Gamma^2} \right)} \left(\int_0^{x_s} \left(\frac{\partial w_1^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* + \int_{x_s}^L \left(\frac{\partial w_2^*(x_s)}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right) \left(\frac{\partial^2 w_2^*}{\partial x^{*2}} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Basit-basit bir kademeli mikro kirişin boyutlu sınır şartları aşağıdaki Tablo 2.1.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1.1 Bir kademeli mikro kirişin boyutlu sınır şartları

| | | | |
|---|--------------------|---|---|
| 1 | $w_1^*(0) = 0$ | 5 | $w_1^*(x_s) = w_2^*(x_s)$ |
| 2 | $w_1^{*''}(0) = 0$ | 6 | $w_1^{*'}(x_s) = w_2^{*'}(x_s)$ |
| 3 | $w_2^*(L) = 0$ | 7 | $EI_1 w_1^{*''}(x_s) - EI_2 w_2^{*''}(x_s) = 0$ |
| 4 | $w_2^{*''}(L) = 0$ | 8 | $EI_1 w_1^{*'''}(x_s) - EI_2 w_2^{*'''}(x_s) = 0$ |

2.2. Hareket Denklemlerinin ve Sınır Şartlarının Boyutsuzlaştırılması

Bu bölümde mikro kirişin hareket denklemlerinin ve sınır şartlarının fiziksel büyüklüklerden bağımsız hale getirilmesi için boyutsuzlaştırma işlemi yapılmıştır. Öncelikle denklemlerde bulunan değişken parametreler boyutsuz parametreler cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$w_{1,2} = \frac{w_{1,2}^*}{r_{1,2}}, \quad x = \frac{x^*}{L}, \quad t = \frac{t^*}{T}, \quad \varphi = \frac{x_s}{L} \quad (2.27)$$

$$\Gamma = \frac{r_2}{r_1} \quad (2.28)$$

Burada enine yer değiştirme ifadesi olan w^* , kirişin kademe yarıçapı olan r ile, kademe değişim konumu olan x_s ise, kiriş uzunluğu olan L ile boyutsuzlaştırılmıştır. Γ boyutsuz parametresi kademeli kirişin ikinci bölgesindeki kesit yarıçapının birinci bölgedeki kesit yarıçapına oranını belirtmektedir. Hareket denklemlerindeki konum ve zamana bağlı türev ifadeleri aşağıdaki gibi boyutsuz parametreler cinsinden ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial w_{1,2}^*}{\partial x^*} = \frac{\partial (w_{1,2} r_{1,2})}{\partial (xL)} = \frac{r_{1,2}}{L} \frac{\partial w_{1,2}}{\partial x} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial^2 w_{1,2}^*}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{r_{1,2}}{L} \frac{\partial w_{1,2}}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial (xL)} \left(\frac{r_{1,2}}{L} \frac{\partial w_{1,2}}{\partial x} \right) = \frac{r_{1,2}}{L^2} \frac{\partial^2 w_{1,2}}{\partial x^2} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial^3 w_{1,2}^*}{\partial x^{*3}} = \frac{\partial}{\partial (xL)} \left(\frac{r_{1,2}}{L^2} \frac{\partial^2 w_{1,2}}{\partial x^2} \right) = \frac{r_{1,2}}{L^3} \frac{\partial^3 w_{1,2}}{\partial x^3} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^4 w_{1,2}^*}{\partial x^{*4}} = \frac{r_{1,2}}{L^4} \frac{\partial^4 w_{1,2}}{\partial x^4} \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial w_{1,2}^*}{\partial t^*} = \frac{\partial (w_{1,2} r_{1,2})}{\partial (tT)} = \frac{r_{1,2}}{T} \frac{\partial w_{1,2}}{\partial t} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial^2 w_{1,2}^*}{\partial t^{*2}} = \frac{\partial}{\partial t^*} \left(\frac{r_{1,2}}{T} \frac{\partial w_{1,2}}{\partial t} \right) = \frac{r_{1,2}}{T^2} \frac{\partial^2 w_{1,2}}{\partial t^2} \quad (2.34)$$

Boyutsuz türev işlemleri birinci ve ikinci bölgenin hareket denklemi olan denklem (2.25) ve denklem (2.26)'da yerlerine yazılırsa hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \right) + (1 + \gamma_1^2) \left(\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} \right) - \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) = \varepsilon \chi_1 \left(\int_0^\varphi \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx \right) \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) \quad (2.35)$$

$$\frac{1}{\Gamma^2} \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \right) + (1 + \gamma_2^2) \left(\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} \right) - \alpha_2 \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) = \varepsilon \chi_2 \left(\int_0^\varphi \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx \right) \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) \quad (2.36)$$

Denklem (2.35) ve (2.36)'daki boyutsuz ifadelerin açılımları ve fiziksel tanımları Tablo 2.2.1 ve Tablo 2.2.2'de verilmiştir. Küçük ε parametresi doğrusal olmayan terimlerin başına mertebelerini belirtmek amacıyla eklenmiştir.

Tablo 2.2.1 Birinci bölge boyutsuz parametreleri

| Parametre | Fiziksel Tanımı |
|--|--------------------------------------|
| $\alpha_1 = \frac{(\eta A_1 Q_x^2) L^2}{EI_1}$ | Manyetik alan kuvvet parametresi |
| $\gamma_1 = \sqrt{\frac{GA_1 l^2}{EI_1}} = \sqrt{\frac{GA_1 l^2}{EA_1 r_1^2}} = \frac{l}{r_1} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} = \frac{n_1}{\sqrt{1-\nu}}$ | Mikro kirişlik katsayısı |
| $\varepsilon \chi_1 = \frac{A_1 r_1^2}{2I_1 \left(\varphi + \frac{(1-\varphi)}{\Gamma^2} \right)}$ | Mikro kiriş kademe oranı parametresi |

Tablo 2.2.2 İkinci bölge boyutsuz parametreleri

| Parametre | Fiziksel Tanımı |
|---|--------------------------------------|
| $\alpha_2 = \frac{(\eta A_2 Q_x^2) L^2}{EI_2}$ | Manyetik alan kuvvet parametresi |
| $\gamma_2 = \sqrt{\frac{GA_2 l^2}{EI_2}} = \sqrt{\frac{GA_2 l^2}{EA_2 r_2^2}} = \frac{l}{r_2} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} = \frac{n_1}{\Gamma} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}}$ | Mikro kirişlik katsayısı |
| $\varepsilon \chi_2 = \frac{A_1 r_1^2}{2I_2 \left(\varphi + \frac{(1-\varphi)}{\Gamma^2} \right)}$ | Mikro kiriş kademe oranı parametresi |

Bir kademeli mikro kirişin boyutsuz sınır şartları Tablo 2.2.3'teki gibidir.

Tablo 2.2.3 Bir kademeli mikro kirişin boyutsuz sınır şartları

| | | | |
|---|----------------|---|---|
| 1 | $w_1(0) = 0$ | 5 | $w_1(\varphi) = \Gamma w_2(\varphi)$ |
| 2 | $w_1''(0) = 0$ | 6 | $w_1'(\varphi) = \Gamma w_2'(\varphi)$ |
| 3 | $w_2(1) = 0$ | 7 | $w_1''(\varphi) - \Gamma^5 \kappa w_2''(\varphi) = 0$ |
| 4 | $w_2''(1) = 0$ | 8 | $w_1'''(\varphi) - \Gamma^5 \kappa w_2'''(\varphi) = 0$ |

2.3. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Pertürbasyon Analizi

Bu bölümde kademeli mikro kirişin denklem (2.35) ve (2.36)'daki birinci ve ikinci bölge boyutsuz hareket denklemlerine yaklaşık çözümü elde etmek için pertürbasyon yöntemlerinden olan çok ölçekli metot uygulanmıştır. Çok ölçekli metota göre zaman ölçekleri hızlı ve yavaş zaman ölçeği olmak üzere sırasıyla $T_0 = t$ ve $T_1 = \varepsilon t$ olarak tanımlanır [50]. Denklem (2.35) ve (2.36)'daki zamana bağlı türevler yeni zaman ölçeklerine göre denklem (2.37) ve (2.38)'de tanımlanmıştır.

$$\frac{\partial}{\partial t} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (2.38)$$

Pertürbasyon işlemleri uygulanmadan önce hareket denklemlerine zorlama ve sönüm terimleri eklenmiştir.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \right) + (1 + \gamma_1^2) \left(\frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} \right) - \alpha_1 \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) + \mu^* \left(\frac{\partial w_1}{\partial t} \right) \\ & = \varepsilon \chi_1 \left(\int_0^\varphi \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx \right) \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) + F_1^* \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Gamma^2} \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \right) + (1 + \gamma_2^2) \left(\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} \right) + \mu^* \left(\frac{\partial w_2}{\partial t} \right) \\ & = \varepsilon \chi_2 \left(\int_0^\varphi \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(\frac{\partial w_2}{\partial x} \right)^2 dx \right) \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \right) + F_2^* \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Bu denklemlerde μ^* sönüm katsayısını, F^* zorlama kuvvetini, Ω ise zorlama frekansını temsil etmektedir. μ^* ve F^* ifadelerinin doğrusal olmayan etkilerle aynı mertebede ortaya çıkmasını sağlamak için $\mu^* = \varepsilon \mu$ ve $F^* = \varepsilon F$ dönüşümleri yapılarak ε mertebesinde kalması sağlanmıştır. Kademeli mikro kirişin bölgelere göre enine deplasman fonksiyonları denklem (2.41) ve (2.42)'deki gibi seri olarak açılabilir.

$$w_1(x, t; \varepsilon) = \varepsilon^0 w_{11}(x, T_0; T_1) + \varepsilon w_{12}(x, T_0; T_1) \quad (2.41)$$

$$w_2(x, t; \varepsilon) = \varepsilon^0 w_{21}(x, T_0; T_1) + \varepsilon w_{22}(x, T_0; T_1) \quad (2.42)$$

Denklem (2.37), (2.38), (2.41) ve (2.42) boyutsuz hareket denklemlerinde yerlerine yazılır ve düzenlenirse birinci bölge için denklem (2.43), ikinci bölge için denklem (2.44) elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \left(D_0^2 w_{11} + (1 + \gamma_1^2) w_{11}^{iv} - \alpha_1 w_{11}'' \right) \\
& + \varepsilon \left(D_0^2 w_{12} + 2 D_0 D_1 w_{11} + (1 + \gamma_1^2) w_{12}^{iv} - \alpha_1 w_{12}'' + D_0 \mu w_{11} \right) + \varepsilon^2 (\dots) + \varepsilon^3 (\dots) \\
& = \varepsilon \left[\chi_1 \left(\int_0^\varphi (w_{11}'^2) dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 (w_{21}'^2) dx \right) (w_{11}'') + F_1 \cos(\Omega t) \right] \\
& + \varepsilon^2 [\dots] + \varepsilon^3 [\dots] + \varepsilon^4 [\dots]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{\Gamma^2} D_0^2 w_{21} + (1 + \gamma_2^2) w_{21}^{iv} - \alpha_2 w_{21}'' \right) \\
& + \varepsilon \left(\frac{1}{\Gamma^2} D_0^2 w_{22} + \frac{1}{\Gamma^2} 2 D_0 D_1 w_{21} + (1 + \gamma_2^2) w_{22}^{iv} - \alpha_2 w_{22}'' + D_0 \mu w_{21} \right) \\
& + \varepsilon^2 (\dots) + \varepsilon^3 (\dots) \\
& = \varepsilon \left[\chi_2 \left(\int_0^\varphi (w_{11}'^2) dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 (w_{21}'^2) dx \right) (w_{21}'') + F_2 \cos(\Omega t) \right] \\
& + \varepsilon^2 [\dots] + \varepsilon^3 [\dots] + \varepsilon^4 [\dots]
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Denklem (2.48) ve (2.49)'daki yüksek mertebe terimleri ihmal edilip 1 ve ε mertebesine göre ayrılır.

1 mertebesindeki birinci ve ikinci bölgenin denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$O_1(1): \quad D_0^2 w_{11} + (1 + \gamma_1^2) w_{11}^{iv} - \alpha_1 w_{11}'' = 0 \tag{2.45}$$

$$O_2(1): \quad \frac{1}{\Gamma^2} D_0^2 w_{21} + (1 + \gamma_2^2) w_{21}^{iv} - \alpha_2 w_{21}'' = 0 \tag{2.46}$$

ε mertebesindeki birinci ve ikinci bölgenin denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
O_1(\varepsilon): \quad & D_0^2 w_{12} + (1 + \gamma_1^2) w_{12}^{iv} - \alpha_1 w_{12}'' = -(2 D_0 D_1 + D_0 \mu) w_{11} \\
& + \chi_1 \left(\int_0^\varphi (w_{11}'^2) dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 (w_{21}'^2) dx \right) (w_{11}'') + F_1 \cos(\Omega t)
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
O_2(\varepsilon): \quad & \frac{1}{\Gamma^2} D_0^2 w_{22} + (1 + \gamma_2^2) w_{22}^{iv} - \alpha_2 w_{22}'' = - \left(\frac{1}{\Gamma^2} 2D_0 D_1 + D_0 \mu \right) w_{21} \\
& + \chi_2 \left(\int_0^\varphi (w_{11}'^2) dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 (w_{21}'^2) dx \right) (w_{21}'') + F_2 \cos(\Omega t)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Denklem (2.45) ve (2.46)'daki $O(1)$ mertebesi denklemleri doğrusal problemleri oluştururken, denklem (2.47) ve (2.48)'teki $O(\varepsilon)$ mertebesi denklemleri doğrusal olmayan problemleri oluşturmaktadır.

2.4. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Doğrusal Problem Çözümü

Bu bölümde $O(1)$ mertebesindeki denklem (2.45) ve (2.46)'nın çözümleri yapılacaktır. Kademeli mikro kirişin bölgelerinin enine deplasman fonksiyonları kompleks formda denklem (2.49) ve (2.50)'deki gibi ifade edilebilir.

$$w_{11}(x, T_0, T_1) = A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_1(x) = (A(T_1) e^{i\omega T_0} + k.e.) Y_1(x) \tag{2.49}$$

$$w_{21}(x, T_0, T_1) = A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_2(x) = (A(T_1) e^{i\omega T_0} + k.e.) Y_2(x) \tag{2.50}$$

Burada A kompleks genliği, ω sistemin doğal frekansını ve $k.e.$ kompleks eşleniği ifade etmektedir. Denklem (2.49), denklem (2.45)'de ve denklem (2.50), denklem (2.46)'da yerlerine yazıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$(1 + \gamma_1^2) Y_1^{iv} - \alpha_1 Y_1'' - \omega^2 Y_1 = 0 \tag{2.51}$$

$$(1 + \gamma_2^2) Y_2^{iv} - \alpha_2 Y_2'' - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} Y_2 = 0 \tag{2.52}$$

Bu denklemler için aşağıdaki çözüm önerileri sunulabilir.

$$\begin{aligned}
Y_1(x) &= c_{11}e^{ir_{11}x} + c_{12}e^{ir_{12}x} + c_{13}e^{ir_{13}x} + c_{14}e^{ir_{14}x} \\
&= c_{11} \left(e^{ir_{11}x} + \frac{c_{12}}{c_{11}}e^{ir_{12}x} + \frac{c_{13}}{c_{11}}e^{ir_{13}x} + \frac{c_{14}}{c_{11}}e^{ir_{14}x} \right)
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
Y_2(x) &= c_{21}e^{ikr_{21}x} + c_{22}e^{ikr_{22}x} + c_{23}e^{ikr_{23}x} + c_{24}e^{ikr_{24}x} \\
&= c_{21} \left(e^{ikr_{21}x} + \frac{c_{22}}{c_{21}}e^{ikr_{22}x} + \frac{c_{23}}{c_{21}}e^{ikr_{23}x} + \frac{c_{24}}{c_{21}}e^{ikr_{24}x} \right)
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Denklem (2.54)'da $k = 1/\sqrt{\Gamma}$ 'dır. Denklem (2.53) ve (2.54), denklem (2.51) ve (2.52)'de yerlerine yazılır ve sabit katsayılar denklem (2.60)'daki şekilde yeniden tanımlanıp katsayı parantezlerine alınarak düzenlenirse birinci bölge için denklem (2.56) ve ikinci bölge için (2.57) ifadeleri elde edilir.

$$\begin{aligned}
C_{12} &= \frac{c_{12}}{c_{11}} \quad , \quad C_{13} = \frac{c_{13}}{c_{11}} \quad , \quad C_{14} = \frac{c_{14}}{c_{11}} \\
C_{22} &= \frac{c_{22}}{c_{21}} \quad , \quad C_{23} = \frac{c_{23}}{c_{21}} \quad , \quad C_{24} = \frac{c_{24}}{c_{21}}
\end{aligned} \tag{2.55}$$

$$c_{11} \left\{ \begin{aligned} &e^{ir_{11}x} \left((1 + \gamma_1^2)r_{11}^4 + \alpha_1 r_{11}^2 - \omega^2 \right) \\ &+ C_{12}e^{ir_{12}x} \left((1 + \gamma_1^2)r_{12}^4 + \alpha_1 r_{12}^2 - \omega^2 \right) \\ &+ C_{13}e^{ir_{13}x} \left((1 + \gamma_1^2)r_{13}^4 + \alpha_1 r_{13}^2 - \omega^2 \right) \\ &+ C_{14}e^{ir_{14}x} \left((1 + \gamma_1^2)r_{14}^4 + \alpha_1 r_{14}^2 - \omega^2 \right) \end{aligned} \right\} = 0 \tag{2.56}$$

$$c_{21} \left\{ \begin{aligned} &e^{ikr_{21}x} \left((1 + \gamma_2^2)r_{21}^4 + \alpha_2 r_{21}^2 - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} \right) \\ &+ C_{22}e^{ikr_{22}x} \left((1 + \gamma_2^2)r_{22}^4 + \alpha_2 r_{22}^2 - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} \right) \\ &+ C_{23}e^{ikr_{23}x} \left((1 + \gamma_2^2)r_{23}^4 + \alpha_2 r_{23}^2 - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} \right) \\ &+ C_{24}e^{ikr_{24}x} \left((1 + \gamma_2^2)r_{24}^4 + \alpha_2 r_{24}^2 - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} \right) \end{aligned} \right\} = 0 \tag{2.57}$$

Denklem (2.56) ve (2.57)'nin sağlanabilmesi için parantez içindeki terimlerin sifıra eşit olması gerekmektedir. Buradan saçılma denklemleri denklem (2.58) ve (2.59) gibi elde edilebilir. Saçılma denklemlerinin sayısal kökleri ve sınır şartları kullanılarak sistemin doğal frekansına ulaşılabilir.

$$(1 + \gamma_1^2)r_{1m}^4 + \alpha_1 r_{1m}^2 - \omega^2 = 0 \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (2.58)$$

$$(1 + \gamma_2^2)r_{2m}^4 + \alpha_2 r_{2m}^2 - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} = 0 \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (2.59)$$

Sınır şartları Tablo 2.4.1'deki gibidir.

Tablo 2.4.1 Bir kademeli mikro kirişin boyutsuz sınır şartları

| | | | |
|---|----------------|---|--|
| 1 | $Y_1(0) = 0$ | 5 | $Y_1(\varphi) = \Gamma Y_2(\varphi)$ |
| 2 | $Y_1''(0) = 0$ | 6 | $Y_1'(\varphi) = \Gamma Y_2'(\varphi)$ |
| 3 | $Y_2(1) = 0$ | 7 | $Y_1''(\varphi) - \Gamma^5 Y_2''(\varphi) = 0$ |
| 4 | $Y_2''(1) = 0$ | 8 | $Y_1'''(\varphi) - \Gamma^5 Y_2'''(\varphi) = 0$ |

2.5. Kademeli Mikro Kiriş Titreşim Hareketinin Doğrusal Olmayan Problem Çözümü

Bu bölümde kademeli mikro kiriş için doğrusal olmayan etkilerin doğrusal frekansa katkısını incelemek amacıyla doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümü yapılmıştır. $O(\varepsilon)$ mertebesindeki doğrusal olmayan problemin aşağıdaki çözüm önerilerini kabul ettiği varsayılmıştır.

$$w_{12}(x, T_0, T_1) = \phi_{12}(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W_{12}(x, T_0, T_1) + k.e. \quad (2.60)$$

$$w_{22}(x, T_0, T_1) = \phi_{22}(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W_{22}(x, T_0, T_1) + k.e. \quad (2.61)$$

Yukarıdaki denklemlerde ϕ terimi fonksiyonun seküler terimleriyle, W terimi ise fonksiyonun seküler olmayan terimleriyle ilgilidir [50]. Doğrusal olmayan problemin çözümünde kullanılacak olan doğrusal çözüm önerileri aşağıda tekrar verilmiştir.

$$w_{11}(x, T_0, T_1) = A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_1(x) \quad (2.62)$$

$$w_{21}(x, T_0, T_1) = A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_2(x) \quad (2.63)$$

Denklem (2.47)'de, denklem (2.60), (2.62) ve (2.63), denklem (2.48)'de, denklem (2.61), (2.62) ve (2.63) yerlerine yazılırsa ve elde edilen ifadelere denklem (2.64)'daki düzenleme yapılırsa, birinci bölge için denklem (2.65) ve ikinci bölge için denklem (2.66) ifadeleri elde edilir.

$$\cos(\Omega t) = \frac{e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}}{2} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} & D_0^2 \left(\phi_{12}(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W_{12}(x, T_0, T_1) + k.e. \right) + (1 + \gamma_1^2) \left(\phi_{12}^{iv}(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W_{12}^{iv}(x, T_0, T_1) + k.e. \right) \\ & - \alpha_1 \left(\phi_{12}''(x, T_1)e^{i\omega T_0} + W_{12}''(x, T_0, T_1) + k.e. \right) \quad (2.65) \\ & = -(2D_0D_1 + D_0\mu) \left(A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_1(x) \right) \\ & + \mathcal{X}_1 \left\{ \begin{array}{l} \int_0^\varphi \left(A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1'(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_1'(x) \right)^2 dx \\ + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_2'(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_2'(x) \right)^2 dx \end{array} \right\} \left(A(T_1)e^{i\omega T_0} Y_1''(x) + \bar{A}(T_1)e^{-i\omega T_0} Y_1''(x) \right) \\ & + \frac{F_1}{2} (e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Gamma^2} D_0^2 \left(\phi_{22}(x, T_1) e^{i\omega T_0} + W_{22}(x, T_0, T_1) + k.e. \right) + (1 + \gamma_2^2) \left(\phi_{22}^{iv}(x, T_1) e^{i\omega T_0} + W_{22}^{iv}(x, T_0, T_1) + k.e. \right) \\
& - \alpha_2 \left(\phi_{22}''(x, T_1) e^{i\omega T_0} + W_{22}''(x, T_0, T_1) + k.e. \right) \\
& = - \left(\frac{1}{\Gamma^2} 2 D_0 D_1 + D_0 \mu \right) \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_2(x) \right) \\
& + \chi_2 \left\{ \begin{aligned} & \int_0^\varphi \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_1'(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_1'(x) \right)^2 dx \\ & + \Gamma^2 \int_\varphi^1 \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2'(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_2'(x) \right)^2 dx \end{aligned} \right\} \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2''(x) + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega T_0} Y_2''(x) \right) \quad (2.66) \\
& + \frac{F_2}{2} (e^{i\Omega T_0} + e^{-i\Omega T_0})
\end{aligned}$$

Zorlama frekansının sistemin doğal frekansına yakın olduğu farz edilirse aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\Omega = \omega + \varepsilon \sigma \quad (2.67)$$

Burada σ bir ayar parametresi olup zorlama frekansının doğal frekansa yakınlığını belirtmektedir. Denklem (2.67), denklem (2.65) ve (2.66)'da yerine yazılır ve ardından $e^{i\omega T_0}$ içeren terimler ayrılıp diğer terimler seküler olmayan terimler (S.O.T.) ve kompleks eşlenikler (k.e.) şeklinde düzenlenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \left((1 + \gamma_1^2) \phi_{12}^{iv} - \alpha_1 \phi_{12}'' - \omega^2 \phi_{12} \right) e^{i\omega T_0} = - (2 D_0 D_1 + D_0 \mu) \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_1(x) \right) \\
& + \chi_1 \left(3 A^2 \bar{A}(T_1) e^{i\omega T_0} \right) \left\{ \int_0^\varphi Y_1'(x)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 Y_2'(x)^2 dx \right\} Y_1''(x) \quad (2.68) \\
& + \left(\frac{F_1}{2} e^{i\sigma T_1} \right) e^{i\omega T_0} + S.O.T. + k.e.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((1 + \gamma_2^2) \phi_{22}^{iv} - \alpha_2 \phi_{22}'' - \frac{1}{\Gamma^2} \omega^2 \phi_{22} \right) e^{i\omega T_0} = - \left(\frac{1}{\Gamma^2} 2 D_0 D_1 + D_0 \mu \right) \left(A(T_1) e^{i\omega T_0} Y_2(x) \right) \\
& + \chi_2 \left(3 A^2 \bar{A}(T_1) e^{i\omega T_0} \right) \left\{ \int_0^\varphi Y_1'(x)^2 dx + \Gamma^2 \int_\varphi^1 Y_2'(x)^2 dx \right\} Y_2''(x) \quad (2.69) \\
& + \left(\frac{F_2}{2} e^{i\sigma T_1} \right) e^{i\omega T_0} + S.O.T. + k.e.
\end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitliklerin sol tarafındaki terimler E.S.T. kısaltması ile gösterilmiştir. Denklemler keyfi g_1 ve g_2 fonksiyonları ile çarpılıp bölgesine göre 0 ile φ ve φ ile 1 integre edilir.

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\varphi} \left((1+\gamma_1^2) \phi_{12}^{iv} g_1(x) - \alpha_1 \phi_{12}'' g_1(x) - \omega^2 \phi_{12} g_1(x) \right) dx \\
& + \int_{\varphi}^1 \left((1+\gamma_2^2) \phi_{22}^{iv} g_2(x) - \alpha_2 \phi_{22}'' g_2(x) - \frac{1}{\Gamma^2} \omega^2 \phi_{22} g_2(x) \right) dx \\
& = \int_0^{\varphi} g_1(x) (E.S.T.)_1 dx + \int_{\varphi}^1 g_2(x) (E.S.T.)_2 dx
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Denklem (2.70) eşitliğinin sol taraflarına kısmi integrasyon uygulanarak türevlerin ϕ_{12} ve ϕ_{22} fonksiyonlarında g_1 ve g_2 fonksiyonlarına taşınması ile denklem (2.76) elde edilir.

$$\begin{aligned}
& (1+\gamma_1^2) \left\{ \left[\phi_{12}''' g_1|_0^{\varphi} - \phi_{12}'' g_1'|_0^{\varphi} + \phi_{12}' g_1''|_0^{\varphi} - \phi_{12} g_1'''|_0^{\varphi} \right] \right. \\
& \left. + \left[\phi_{22}''' g_2|_{\varphi}^1 - \phi_{22}'' g_2'|_{\varphi}^1 + \phi_{22}' g_2''|_{\varphi}^1 - \phi_{22} g_2'''|_{\varphi}^1 \right] \right\} \\
& - \alpha_1 \left\{ \left[\phi_{12}' g_1|_0^{\varphi} - \phi_{12} g_1'|_0^{\varphi} \right] + \left[\phi_{22}' g_2|_{\varphi}^1 - \phi_{22} g_2'|_{\varphi}^1 \right] \right\} \\
& + (1+\gamma_1^2) \left[\int_0^{\varphi} \phi_{12} g_1^{iv} dx + \int_{\varphi}^1 \phi_{22} g_2^{iv} dx \right] - \alpha_1 \left[\int_0^{\varphi} \phi_{12} g_1'' dx + \int_{\varphi}^1 \phi_{22} g_2'' dx \right] \\
& - \omega^2 \left[\int_0^{\varphi} \phi_{12} g_1 dx + \frac{1}{\Gamma^2} \int_{\varphi}^1 \phi_{22} g_2 dx \right] \\
& = \int_0^{\varphi} g_1(x) (E.S.T.)_1 dx + \int_{\varphi}^1 g_2(x) (E.S.T.)_2 dx
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Keyfi olarak seçilen g_1 ve g_2 fonksiyonları eşitliğin sol tarafını sıfır yapacak şekilde seçilir ve denklem düzenlenirse birinci ve ikinci bölge için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$(1+\gamma_1^2) g_1^{iv} - \alpha_1 g_1'' - \omega^2 g_1 = 0 \tag{2.72}$$

$$(1 + \gamma_2^2) g_2^{iv} - \alpha_2 g_2'' - \frac{\omega^2}{\Gamma^2} g_2 = 0 \quad (2.73)$$

Denklem (2.77) ve (2.78)'in sağlanması için gerekli şartlar;

$$g_1(x) = Y_1(x) \quad (2.74)$$

$$g_2(x) = Y_2(x) \quad (2.75)$$

Tablo 2.5.1 Bir kademeli mikro kirişin sınır şartları

| | | | |
|---|----------------|---|--|
| 1 | $g_1(0) = 0$ | 5 | $g_1(\varphi) = \Gamma g_2(\varphi)$ |
| 2 | $g_1''(0) = 0$ | 6 | $g_1'(\varphi) = \Gamma g_2'(\varphi)$ |
| 3 | $g_2(1) = 0$ | 7 | $g_1''(\varphi) - \Gamma^5 g_2''(\varphi) = 0$ |
| 4 | $g_2''(1) = 0$ | 8 | $g_1'''(\varphi) - \Gamma^5 g_2'''(\varphi) = 0$ |

$$0 = \int_0^{\varphi} g_1(x) (E.S.T.)_1 dx + \int_{\varphi}^1 g_2(x) (E.S.T.)_2 dx \quad (2.76)$$

Eşitliğin sağ tarafındaki terimler açılır ve denklem (2.74) ve (2.75), denklem (2.76)'de yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
0 = & \int_0^{\varphi} Y_1(x) \left[\begin{aligned} & (-2i\omega) \left(A'(T_1) + \frac{\mu A(T_1)}{2} \right) Y_1(x) \\ & + \chi_1 (3A^2 \bar{A}(T_1)) \left\{ \int_0^{\varphi} Y_1'(x)^2 dx + \Gamma^2 \int_{\varphi}^1 Y_2'(x)^2 dx \right\} Y_1''(x) dx \\ & + \left(\frac{F_1}{2} e^{i\sigma T_1} \right) + S.O.T. + k.e. \end{aligned} \right] \\
& + \int_{\varphi}^1 Y_2(x) \left[\begin{aligned} & (-2i\omega) \left(\frac{A'(T_1)}{\Gamma^2} + \frac{\mu A(T_1)}{2} \right) Y_2(x) \\ & + \chi_2 (3A^2 \bar{A}(T_1)) \left\{ \int_0^{\varphi} Y_1'(x)^2 dx + \Gamma^2 \int_{\varphi}^1 Y_2'(x)^2 dx \right\} Y_2''(x) dx \\ & + \left(\frac{F_2}{2} e^{i\sigma T_1} \right) + S.O.T. + k.e. \end{aligned} \right] dx
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Denklem (2.77) düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
0 = & -2i\omega A' - i\omega \mu A \frac{\left(\int_0^{\varphi} Y_1^2 dx + \int_{\varphi}^1 Y_2^2 dx \right)}{\underbrace{\left(\int_0^{\varphi} Y_1^2 dx + \frac{1}{\Gamma^2} \int_{\varphi}^1 Y_2^2 dx \right)}_{\kappa_1}} \\
& + A^2 \bar{A} 3 (\chi_1 + \chi_2) \underbrace{\frac{\left(\int_0^{\varphi} Y_1'^2 dx + \Gamma^2 \int_{\varphi}^1 Y_2'^2 dx \right)}{\left(\int_0^{\varphi} Y_1^2 dx + \frac{1}{\Gamma^2} \int_{\varphi}^1 Y_2^2 dx \right)}}_{\kappa_2} \left(\int_0^{\varphi} Y_1'' Y_1 dx + \int_{\varphi}^1 Y_2'' Y_2 dx \right) \\
& + \left(\frac{F}{2} \right) \frac{\left(\int_0^{\varphi} Y_1 dx + \int_{\varphi}^1 Y_2 dx \right)}{\underbrace{\left(\int_0^{\varphi} Y_1^2 dx + \frac{1}{\Gamma^2} \int_{\varphi}^1 Y_2^2 dx \right)}_f} e^{i\sigma T_1} + S.O.T. + k.e.
\end{aligned} \tag{2.78}$$

Denklem (2.78) üzerinde tanımlanan terimler yerlerine yazılır ve denklem düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir.

$$2i\omega A' + i\omega\mu A\kappa_1 - A^2\bar{A}\kappa_2 - fe^{i\sigma T_1} + S.O.T. + k.e. = 0 \quad (2.79)$$

Kompleks genlin denklem (2.79)'de denklem (2.80)'te verilen şekilde yazılırsa,

$$A = \frac{1}{2}ae^{i\theta} \quad , \quad \bar{A} = \frac{1}{2}ae^{-i\theta} \quad (2.80)$$

$$2i\omega\left(\frac{1}{2}a' + \frac{1}{2}ai\theta'\right)e^{i\theta} + \kappa_1 i\omega\mu \frac{1}{2}ae^{i\theta} - \kappa_2 \frac{1}{8}a^3 e^{i\theta} - fe^{i\sigma T_1} = 0 \quad (2.81)$$

elde edilir. Denklem (2.81)'in iki tarafı $e^{i\theta}$ ile bölünür ve faz ifadesi için $\sigma T_1 - \theta(T_1) = \beta$ tanımı yapıp düzenlenirse, denklem (2.82) elde edilir.

$$2i\omega a' - 2\omega a\theta' + \kappa_1 i\omega\mu a - \kappa_2 \frac{1}{4}a^3 - 2f(\cos\beta + i\sin\beta) = 0 \quad (2.82)$$

Denklem (2.82) gerçekte ve sanal kısımlarına ayrılarak sırasıyla denklem (2.83) ve (2.84) elde edilir.

Gerçek kısım:

$$-2\omega a\theta' - \kappa_2 \frac{1}{4}a^3 - 2f \cos\beta = 0 \quad (2.83)$$

Sanal kısım:

$$2\omega a' + \kappa_1 \omega\mu a - 2f \sin\beta = 0 \quad (2.84)$$

Basit olmayan $a \neq 0$ çözümünde düzgün rejim için $a' = 0$ ve $\beta' = 0$ 'dır. Bu durumda denklem (2.83) ve (2.84) aşağıdaki halleri alır.

$$-2\omega a \left(\sigma - \frac{\beta'}{\omega} \right) - \kappa_2 \frac{1}{4} a^3 - 2f \cos \beta = 0 \quad (2.85)$$

$$2\omega \frac{a'}{\omega} + \kappa_1 \omega \mu a - 2f \sin \beta = 0 \quad (2.86)$$

Buradan hız değişim frekansı ve genlik arasındaki ilişki şu şekilde elde edilir.

$$\omega a \sigma + \kappa_2 \frac{1}{8} a^3 = -f \cos \beta \quad (2.87)$$

$$\frac{1}{2} \kappa_1 \omega \mu a = f \sin \beta \quad (2.88)$$

$$\frac{\left(\omega a \sigma + \kappa_2 \frac{1}{8} a^3 \right)^2}{f^2} + \frac{\left(\frac{1}{2} \kappa_1 \omega \mu a \right)^2}{f^2} = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \quad (2.89)$$

$$\omega a \sigma + \kappa_2 \frac{1}{8} a^3 = \mp \sqrt{f^2 - \frac{\kappa_1^2 \omega^2 \mu^2 a^2}{4}} \quad (2.90)$$

$$\sigma_{1,2} = \underbrace{-\kappa_2 \frac{1}{8\omega} a^2}_{\lambda} \mp \frac{1}{\omega a} \sqrt{f^2 - \frac{\kappa_1^2 \omega^2 \mu^2 a^2}{4}} \quad (2.91)$$

$$\sigma_{1,2} = \lambda a^2 \mp \frac{1}{\omega a} \sqrt{f^2 - \frac{\kappa_1^2 \omega^2 \mu^2 a^2}{4}} \quad (2.92)$$

$$\omega_{nl} = \omega + \varepsilon \lambda a^2 \quad (2.93)$$

3. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Bu tez çalışması basit-basit mesnet durumundaki kademeli bir mikro kirişin kademe değişim konumundaki, kademe kesit yarıçapı oranındaki ve mikro kirişlik katsayısındaki değişikliklerin mikro kirişin titreşim hareketi üzerindeki etkileri incelemek üzere yapılmıştır. Değişken parametreler olarak kademe değişiminin olduğu konum, mikro kirişin ikinci bölgesinin kesit yarıçapının birinci bölgesinin kesit yarıçapına oranı ve MGÇT'den gelen mikro kirişlik katsayısı seçilmiştir. Seçilen değişken parametrelerin kademeli mikro kiriş titreşim hareketi üzerindeki etkileri, verilen değerlerde mikro kirişin doğal frekanslarının bulunması ile incelenmiştir.

3.1. Kademeli Mikro Kirişin Doğrusal Titreşim Durumu İçin Sayısal Çözümleri

Kademeli mikro kirişe ait doğrusal hareket denklemlerinin verilen değerler ve sınır şartları yardımıyla çözülmesi ile elde edilen doğal frekanslar ve mod şekilleri bu bölümde yer almaktadır. Hesaplamalarda mikro kirişlik katsayısındaki değişiklik, katsayı içerisindeki malzeme uzunluk ölçeği parametresini içeren $n_1 = l/r_1$ oranına verilen değerler ile sağlanmıştır. n_1 değişkeni için 0, 0.25, 0.5 ve 1 değerleri alınmıştır. Kademeli mikro kirişin ikinci bölge yarıçapının birinci bölge yarıçapına oranı Γ ile gösterilmiş ve bu oran için 0.5, 0.8, 2 ve 3 değerleri alınmıştır. Kademe değişim konumu ise φ ile gösterilip 0.2, 0.4, 0.6 ve 0.8 değerleri ile mikro kiriş taranmıştır. Bu değerler ile elde edilen veriler aşağıdaki tablo ve şekiller ile sunulmuştur.

Tablo 3.1.1 $n_1=0$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları

| $n_1=0$ | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
| 0.5 | 0.2 | 5.5864689 | 14.6740020 | 29.5983209 |
| | 0.4 | 5.9116372 | 18.3988689 | 40.5699647 |
| | 0.6 | 6.9752123 | 25.6351193 | 45.9491279 |
| | 0.8 | 9.8594828 | 27.6369140 | 66.9613551 |
| 0.8 | 0.2 | 8.9884354 | 29.3663625 | 64.3280326 |
| | 0.4 | 9.4845179 | 33.4710373 | 69.8905800 |
| | 0.6 | 10.5862478 | 34.8835022 | 77.1718607 |
| | 0.8 | 11.8053435 | 38.2518945 | 81.3011894 |
| 2 | 0.2 | 30.6937359 | 100.0201570 | 257.9168829 |
| | 0.4 | 18.0456122 | 91.2577093 | 171.2088328 |
| | 0.6 | 13.6938013 | 60.2379352 | 148.1675332 |
| | 0.8 | 12.3148356 | 44.8767650 | 103.2201443 |
| 3 | 0.2 | 38.3088893 | 183.0955063 | 428.7561490 |
| | 0.4 | 18.6792748 | 113.3267999 | 272.7635101 |
| | 0.6 | 13.7797343 | 62.0621882 | 158.8171293 |
| | 0.8 | 12.3222998 | 45.0383702 | 103.9527711 |

Tablo 3.1.2 $n_1=0.25$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları

| $n_1=0.25$ | | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
| 0.5 | 0.2 | 5.9967062 | 17.2755478 | 36.7375496 |
| | 0.4 | 6.2034747 | 21.6484108 | 50.4231839 |
| | 0.6 | 7.2219851 | 30.3603069 | 55.0305557 |
| | 0.8 | 10.3673473 | 31.3689853 | 77.2592191 |
| 0.8 | 0.2 | 9.7052466 | 32.9403164 | 72.9065638 |
| | 0.4 | 10.2089505 | 37.2400679 | 78.6554554 |
| | 0.6 | 11.3487948 | 38.6888011 | 86.1373874 |
| | 0.8 | 12.6183293 | 42.0291572 | 90.1863315 |
| 2 | 0.2 | 31.6547368 | 104.9139253 | 269.8281009 |
| | 0.4 | 18.8894852 | 97.1917840 | 182.3759497 |
| | 0.6 | 14.4860299 | 64.8042663 | 160.2214915 |
| | 0.8 | 13.1308890 | 48.6615205 | 112.3663984 |
| 3 | 0.2 | 39.3157758 | 190.3358423 | 455.7907659 |
| | 0.4 | 19.4568858 | 121.8004467 | 290.2155371 |
| | 0.6 | 14.5345956 | 66.7110550 | 172.3268346 |
| | 0.8 | 13.1303323 | 48.7782880 | 113.0515254 |

Tablo 3.1.3 $n_1=0.5$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları

| $n_1=0.5$ | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
| 0.5 | 0.2 | 7.0957402 | 23.1829714 | 52.0164165 |
| | 0.4 | 7.1069945 | 29.0605235 | 71.6293096 |
| | 0.6 | 8.1826795 | 40.8231058 | 73.9722168 |
| | 0.8 | 11.9940022 | 39.4816823 | 99.6513487 |
| 0.8 | 0.2 | 11.5916044 | 41.8192657 | 93.9006074 |
| | 0.4 | 12.1191600 | 46.6754387 | 100.3362543 |
| | 0.6 | 13.3709055 | 48.2720569 | 108.4000266 |
| | 0.8 | 14.7916391 | 51.6239114 | 112.4730670 |
| 2 | 0.2 | 34.2115754 | 117.0714582 | 300.6950957 |
| | 0.4 | 21.0151861 | 112.4898384 | 210.2834984 |
| | 0.6 | 16.5250706 | 76.3603053 | 191.0038253 |
| | 0.8 | 15.2944868 | 58.2937444 | 135.5080140 |
| 3 | 0.2 | 41.6581601 | 207.1131264 | 522.3933441 |
| | 0.4 | 21.2689782 | 143.4438744 | 330.5023964 |
| | 0.6 | 16.4035627 | 78.2642512 | 206.6792315 |
| | 0.8 | 15.2552931 | 58.1571299 | 135.7962126 |

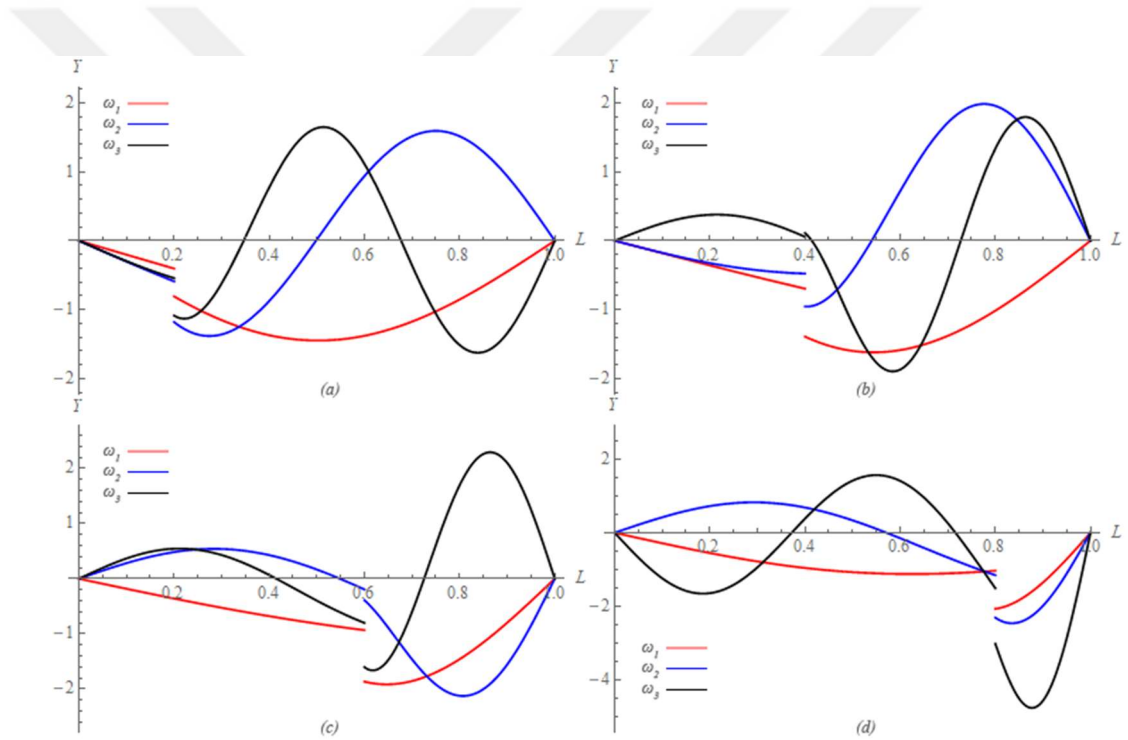
Tablo 3.1.4 $n_1=1$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekansları

| $n_1=1$ | | | | |
|----------|-----------|------------|-------------|-------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
| 0.5 | 0.2 | 10.4081330 | 38.2829973 | 89.3768189 |
| | 0.4 | 10.0987353 | 48.1830561 | 123.4211981 |
| | 0.6 | 11.5566136 | 67.0843387 | 121.5581434 |
| | 0.8 | 17.2146655 | 61.0621317 | 157.5351448 |
| 0.8 | 0.2 | 17.1746453 | 66.2571260 | 150.7772963 |
| | 0.4 | 17.8040697 | 72.9678484 | 159.7118897 |
| | 0.6 | 19.4460629 | 75.1175948 | 170.0454826 |
| | 0.8 | 21.3793098 | 78.9318545 | 174.8106293 |
| 2 | 0.2 | 42.4523282 | 151.8520103 | 392.3088668 |
| | 0.4 | 27.1771162 | 156.9255711 | 289.0449765 |
| | 0.6 | 22.4138686 | 109.3228246 | 279.3138860 |
| | 0.8 | 21.7667036 | 85.4184199 | 200.5180636 |
| 3 | 0.2 | 48.0912912 | 248.8859622 | 691.6255544 |
| | 0.4 | 25.7873872 | 205.8545092 | 422.9078488 |
| | 0.6 | 21.2855614 | 110.2167509 | 304.7941848 |
| | 0.8 | 21.4490521 | 83.4451451 | 197.9324452 |

Tablo 3.1.1’de $n_1=0$ iken mikro kirişlik katsayısı da sıfıra eşittir ve bulunan doğal frekans değerlerinde mikro kirişlik etkisi bulunmamaktadır. Tablo 3.1.1-3.1.4’te n_1 değerinin 0’dan 1’e ilerlemesi ile üç moda ait doğal frekans değerlerinde genel bir artış gözlenmektedir.

Aynı mikro kirişlik katsayı değerinde yarıçap oranı Γ 0.5 ve 0.8 için kademe değişim konumu 0.2 değerinden 0.8 değerine doğru ilerlerken birinci, ikinci ve üçüncü mod doğal frekans değerlerinde artış gözlenirken, yarıçap oranı Γ 2 ve 3 için aynı durumda doğal frekans değerlerinde düşüş gözlenmiştir. Yarıçap oranı 0.5 ve 0.8 iken birinci bölgenin kesit yarıçapı ikinci bölgenin kesit yarıçapından büyük iken yarıçap oranı 2 ve 3 için tam tersi geçerlidir. Doğal frekanslardaki artış ve düşüşler yarıçapı

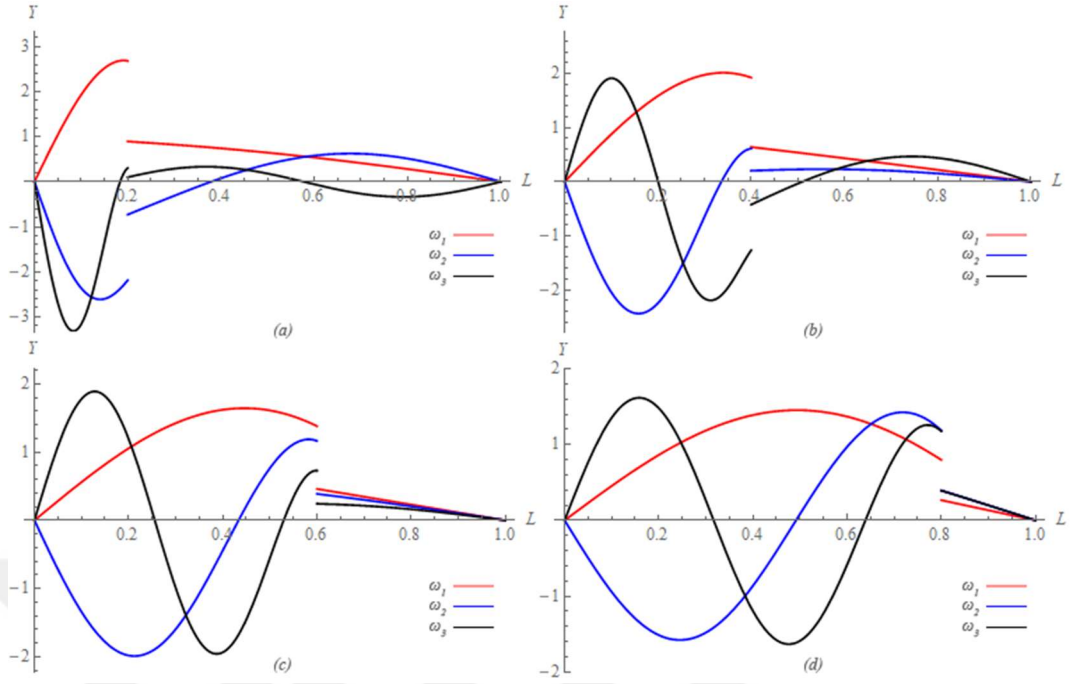
büyük olan bölgenin kiriş üzerinde kapladığı alana bağlı değişiklik göstermektedir. $\Gamma=0.5$ iken birinci bölgenin yarıçapı ikinci bölgeye göre daha büyüktür. Kademe değişim noktası $\varphi=0.2$ 'de yarıçapı büyük olan birinci bölge kirişin %20'sini kaplarken $\varphi=0.8$ iken %80'ini kaplamaktadır. Yarıçapı büyük olan bölgenin artışıyla üç modun doğal frekansında artış gözlenmiştir. $\Gamma=2$ iken ikinci bölgenin yarıçapı birinci bölgeye göre daha büyüktür. Kademe değişim noktası $\varphi=0.2$ 'de yarıçapı büyük olan ikinci bölge kirişin %80'ini kaplarken $\varphi=0.8$ iken %20'ini kaplamaktadır. Burada da yarıçapı büyük olan bölgenin artışıyla üç modun doğal frekansında artış gözlenmektedir. Yarıçapı büyük olan bölge yarıçap oranına bağlı olarak kirişin başlangıcında veya bitişinde olabileceğinden doğal frekanstaki artış ve düşüşler tablolarda ters olarak gözlemlenebilir.



Şekil 3.1.1. $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerleri için ilk üç mod şekil grafiği (a) $\varphi=0.2$ konumunda, (b) $\varphi=0.4$ konumunda, (c) $\varphi=0.6$ konumunda, (d) $\varphi=0.8$ konumunda

Şekil 3.1.1. de 0.5 değerinde kademe yarıçap oranı ve 0.5 değerinde mikro kirişlik oranı alınarak 0.2-0.4-0.6-0.8 kademe değişim konumu değerlerinde ilk üç mod frekansı için mod şekil grafikleri çizilmiştir. Şekildeki dört grafik için ilk bölge kademe yarıçapı büyük olan bölgeyi temsil ederken ikinci bölge kademe yarıçapı küçük olan bölgeyi temsil etmektedir. Şekil 3.1.1.a'da görüldüğü gibi mod seviyeleri

ilerledikçe mod şekillerinin genliği de artmaktadır. Kademe değişimi $\varphi=0.2$ konumunda genliklerde ani sıçrama olmuştur. Birinci bölgeye göre mod şekillerinin genlik değerleri ikinci bölgede daha büyüktür. Şekil 3.1.1.b'de önceki grafiğe benzer şekilde mod seviyelerinin ilerlemesi ile genlikte artış görülmüştür. Bu grafikte ilk üç moda ait frekans değerleri şekil 3.1.1.a'ya göre daha büyüktür. Kademe değişimi $\varphi=0.4$ konumunda genliklerde benzer bir ani sıçrama gözlenmiştir. İkinci bölgedeki genlik değerleri birinci bölgedekine göre daha büyüktür. Şekil 3.1.1.c'de önceki iki grafiğe benzer şekilde mod seviyelerinin ilerlemesi ile genlikte artış görülmüştür. Kademe değişimi $\varphi=0.6$ konumunda genliklerde benzer bir ani sıçrama gözlenmiştir. Kademe konumu ilerledikçe ikinci bölgedeki genlik değerlerinin artışı daha belirginleşmiştir. İlk üç moda ait frekans değerleri şekil 3.1.1.a ve şekil 3.1.1.b'ye göre daha büyüktür. Önceki grafiklere benzer şekilde ikinci bölgenin genlik değerleri birinci bölgenin genlik değerlerinden büyüktür. Şekil 3.1.1.d'de de diğer grafiklerdeki gibi mod seviyesinin ilerlemesi ile genlik değerlerinde artış görülmüştür. Kademe değişimi $\varphi=0.8$ konumundaki genlik değeri dört grafik arasında en büyük değere ulaşmıştır. Bu grafikteki genlik değerleri şekil 3.1.1.a'daki genlik değerlerinin yaklaşık iki katıdır. Önceki grafiklerdeki gibi ikinci bölgedeki genlik değerleri birinci bölgenin genlik değerlerinden büyüktür. Şekil 3.1.1.'den kademe yarıçapının büyük olduğu bölgede genlik değerlerinin kademe yarıçapının küçük olduğu bölgedeki genlik değerlerine göre küçük olduğu ve kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e doğru ilerlerken ilk üç moda ait genlik değerlerinde genel bir artış olduğu gözlemlenebilir.



Şekil 3.1.2. $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerleri için ilk üç mod şekil grafiği (a) $\varphi=0.2$ konumunda, (b) $\varphi=0.4$ konumunda, (c) $\varphi=0.6$ konumunda, (d) $\varphi=0.8$ konumunda

Şekil 3.1.2. de 3 değerinde kademe yarıçap oranı ve 0.5 değerinde mikro kırıklık oranı alınarak 0.2-0.4-0.6-0.8 kademe değişim konumu değerlerinde ilk üç mod frekansı için mod şekil grafikleri çizilmiştir. Şekildeki dört grafik için ilk bölge kademe yarıçapı küçük olan bölgeyi temsil ederken ikinci bölge kademe yarıçapı büyük olan bölgeyi temsil etmektedir. Şekil 3.1.2.a'da mod seviyeleri ilerledikçe mod şekillerinin genliği de artmaktadır. Kademe değişimi $\varphi=0.2$ konumunda genliklerde ani bir düşüş gözlenmiştir. Birinci bölgede mod şekillerinin genlik değerleri ikinci bölgeye göre daha büyüktür. Şekil 3.1.2.b'de önceki grafiğe benzer şekilde mod seviyelerinin ilerlemesi ile genlikte artış görülmüştür. Bu grafikte ilk üç moda ait frekans değerleri şekil 3.1.1.a'ya göre daha küçüktür. Kademe değişimi $\varphi=0.4$ konumunda genliklerde benzer bir ani düşüş gözlenmiştir. Birinci bölgedeki genlik değerleri ikinci bölgedekine göre daha büyüktür. Şekil 3.1.2.c'de önceki iki grafiğe benzer şekilde mod seviyelerinin ilerlemesi ile genlikte artış görülmüştür. Kademe değişimi $\varphi=0.6$ konumunda genliklerde benzer ani bir düşüş gözlenmiştir. Kademe konumu ilerledikçe birinci bölgedeki genlik değerlerinin büyüklüğü şekil 3.1.2.a'ya göre daha az belirgindir. İlk üç moda ait frekans değerleri şekil 3.1.2.a ve şekil

3.1.2.b'ye göre daha küçüktür. Önceki grafiklere benzer şekilde birinci bölgenin genlik değerleri ikinci bölgenin genlik değerlerinden büyüktür. Şekil 3.1.2.d'de de diğer grafiklerdeki gibi mod seviyesinin ilerlemesi ile genlik değerlerinde artış görülmüştür. Kademe değişimi $\varphi=0.8$ konumundaki genlik değeri dört grafik arasında en küçük değer aralığındadır. Bu grafikteki genlik değerleri şekil 3.1.2.a'daki genlik değerlerinin yaklaşık yarısıdır. Önceki grafiklerdeki gibi birinci bölgedeki genlik değerleri ikinci bölgenin genlik değerlerinden büyüktür. Şekil 3.1.2.'den kademe yarıçapının büyük olduğu bölgede genlik değerlerinin kademe yarıçapının küçük olduğu bölgedeki genlik değerlerine göre küçük olduğu ve kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e doğru ilerlerken ilk üç moda ait genlik değerlerinde genel bir azalış olduğu gözlemlenebilir.

Şekil 3.1.1 ve 3.1.2'den mod seviyelerindeki ilerleme ile mod şekillerinin genlik değerlerinin arttığı, genlik değerlerinin kademe yarıçapı küçük olan bölgede kademe yarıçapı büyük olan bölgeye göre daha büyük olduğu ve kademe yarıçap oranı 1 değerinden küçükken kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken ilk üç moda ait frekans değerlerinde artış gözlenirken, kademe yarıçapı oranı 1 değerinden büyükken kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken değerlerde düşüş olduğu gözlemlenebilir.

Tablo 3.1.1-3.1.4'ten ve Şekil 3.1.1-3.1.2'den elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmıştır:

- Aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve mod için kademe değişim konumunun artmasıyla kademe yarıçap oranı 1'den küçük ise mod doğal frekans değeri artmakta, 1'den büyük ise azalmaktadır.
- Aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve kademe değişim konumu için mod değerinin artmasıyla doğal frekans değeri artmaktadır.
- Aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe değişim konumu ve mod için kademe yarıçap oranının artmasıyla mod doğal frekans değeri artmaktadır.

- Aynı kademe yarıçap oranı, kademe değişim konumu ve mod için mikro kirişlik katsayısının artmasıyla mod doğal frekans değeri artmaktadır.

3.2. Kademeli Mikro Kirişin Doğrusal Olmayan Titreşim Durumu İçin Sayısal Çözümleri

Aşağıdaki tablolarda mikro kirişlik oranı (n_1) değerinin 0'dan 1'e ilerlemesi ile ilk üç mod frekansları ve doğrusal olmayan etki (λ) değerleri verilmiştir.

Tablo 3.2.1 $n_1=0$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri

| $n_1=0$ | | | | | | | |
|----------|-----------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 | λ_1 | λ_2 | λ_3 |
| 0.5 | 0.2 | 5.5865 | 14.6740 | 29.5983 | 4.4031 | 30.6988 | 85.4586 |
| | 0.4 | 5.9116 | 18.3989 | 40.5700 | 7.5274 | 56.9485 | 144.9350 |
| | 0.6 | 6.9752 | 25.6351 | 45.9491 | 19.2596 | 81.9946 | 217.6510 |
| | 0.8 | 9.8595 | 27.6369 | 66.9614 | 75.2606 | 165.1180 | 322.5760 |
| 0.8 | 0.2 | 8.9884 | 29.3664 | 64.3280 | 8.2027 | 43.2437 | 105.8380 |
| | 0.4 | 9.4845 | 33.4710 | 69.8906 | 10.2750 | 54.3923 | 119.6650 |
| | 0.6 | 10.5862 | 34.8835 | 77.1719 | 14.2679 | 59.4800 | 152.3350 |
| | 0.8 | 11.8053 | 38.2519 | 81.3012 | 18.4236 | 80.5987 | 175.4470 |
| 2 | 0.2 | 30.6937 | 100.0202 | 257.9169 | 103.2670 | 191.2180 | 337.0350 |
| | 0.4 | 18.0456 | 91.2577 | 171.2088 | 30.4624 | 95.6181 | 235.0320 |
| | 0.6 | 13.6938 | 60.2379 | 148.1675 | 13.0496 | 70.3687 | 156.9860 |
| | 0.8 | 12.3148 | 44.8768 | 103.2201 | 7.9908 | 40.1758 | 98.2099 |
| 3 | 0.2 | 38.3089 | 183.0955 | 428.7561 | 254.3690 | 219.4850 | 986.9320 |
| | 0.4 | 18.6793 | 113.3268 | 272.7635 | 40.4087 | 170.3050 | 276.5840 |
| | 0.6 | 13.7797 | 62.0622 | 158.8171 | 14.2636 | 78.4797 | 188.0560 |
| | 0.8 | 12.3223 | 45.0384 | 103.9528 | 7.9426 | 40.3679 | 99.0896 |

Tablo 3.2.2 $n_1=0.25$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri

| $n_1=0.25$ | | | | | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 | λ_1 | λ_2 | λ_3 |
| 0.5 | 0.2 | 5.9967 | 17.2755 | 36.7375 | 4.1026 | 25.8861 | 66.9991 |
| | 0.4 | 6.2035 | 21.6484 | 50.4232 | 7.1790 | 43.6270 | 97.1163 |
| | 0.6 | 7.2220 | 30.3603 | 55.0306 | 18.6681 | 52.7806 | 170.8570 |
| | 0.8 | 10.3673 | 31.3690 | 77.2592 | 72.7430 | 143.5170 | 219.7200 |
| 0.8 | 0.2 | 9.7052 | 32.9403 | 72.9066 | 7.5967 | 38.5089 | 92.9502 |
| | 0.4 | 10.2090 | 37.2401 | 78.6555 | 9.5435 | 48.0488 | 104.4350 |
| | 0.6 | 11.3488 | 38.6888 | 86.1374 | 13.3018 | 52.4944 | 134.1450 |
| | 0.8 | 12.6183 | 42.0292 | 90.1863 | 17.2357 | 73.0512 | 156.3430 |
| 2 | 0.2 | 31.6547 | 104.9139 | 269.8281 | 99.6617 | 178.4890 | 294.1330 |
| | 0.4 | 18.8895 | 97.1918 | 182.3759 | 29.0614 | 80.9055 | 216.6960 |
| | 0.6 | 14.4860 | 64.8043 | 160.2215 | 12.3329 | 63.4492 | 137.7960 |
| | 0.8 | 13.1309 | 48.6615 | 112.3664 | 7.4941 | 36.9825 | 89.5850 |
| 3 | 0.2 | 39.3158 | 190.3358 | 455.7908 | 247.3770 | 199.7000 | 798.3850 |
| | 0.4 | 19.4569 | 121.8004 | 290.2155 | 38.7847 | 144.9000 | 233.9610 |
| | 0.6 | 14.5346 | 66.7111 | 172.3268 | 13.5241 | 70.5715 | 166.2000 |
| | 0.8 | 13.1303 | 48.7783 | 113.0515 | 7.4540 | 37.1893 | 90.3488 |

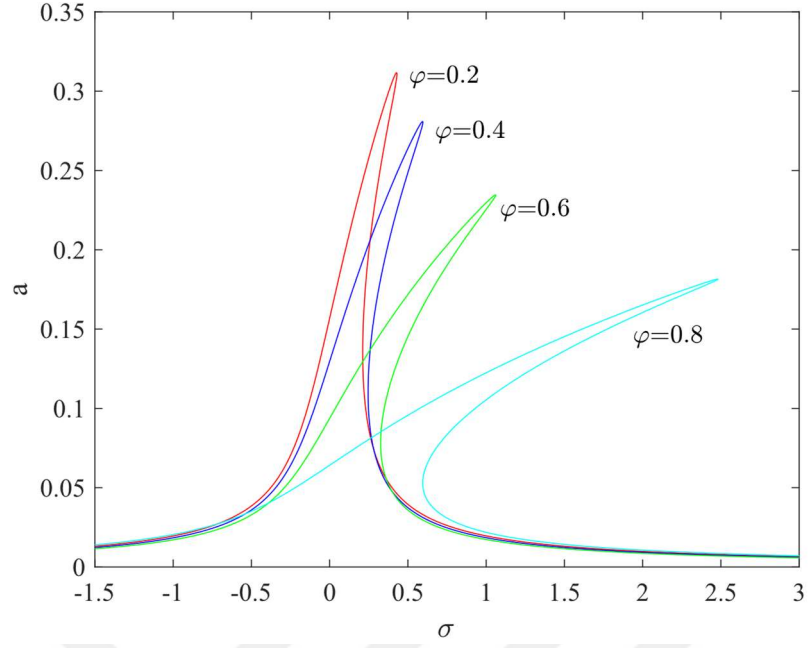
Tablo 3.2.3 $n_1=0.5$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri

| $n_1=0.5$ | | | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 | λ_1 | λ_2 | λ_3 |
| 0.5 | 0.2 | 7.0957 | 23.1830 | 52.0164 | 3.4677 | 18.9333 | 44.6684 |
| | 0.4 | 7.1070 | 29.0605 | 71.6293 | 6.2708 | 27.1852 | 56.7725 |
| | 0.6 | 8.1827 | 40.8231 | 73.9722 | 16.5385 | 29.1123 | 120.5290 |
| | 0.8 | 11.9940 | 39.4817 | 99.6513 | 63.6383 | 110.2360 | 139.0570 |
| 0.8 | 0.2 | 11.5916 | 41.8193 | 93.9006 | 6.3603 | 30.2683 | 71.5264 |
| | 0.4 | 12.1192 | 46.6754 | 100.3363 | 8.0362 | 37.0906 | 79.4873 |
| | 0.6 | 13.3709 | 48.2721 | 108.4000 | 11.2809 | 40.5488 | 103.0790 |
| | 0.8 | 14.7916 | 51.6239 | 112.4731 | 14.7020 | 59.1197 | 122.6220 |
| 2 | 0.2 | 34.2116 | 117.0715 | 300.6951 | 91.4736 | 154.0610 | 223.5110 |
| | 0.4 | 21.0152 | 112.4898 | 210.2835 | 26.0520 | 56.5888 | 179.6160 |
| | 0.6 | 16.5251 | 76.3603 | 191.0038 | 10.8059 | 49.6544 | 102.9860 |
| | 0.8 | 15.2945 | 58.2937 | 135.5080 | 6.4339 | 30.6956 | 72.7698 |
| 3 | 0.2 | 41.6582 | 207.1131 | 522.3933 | 232.6640 | 167.4310 | 492.8270 |
| | 0.4 | 21.2690 | 143.4439 | 330.5024 | 35.4653 | 100.7690 | 170.7960 |
| | 0.6 | 16.4036 | 78.2643 | 206.6792 | 11.9872 | 54.4819 | 125.4310 |
| | 0.8 | 15.2553 | 58.1571 | 135.7962 | 6.4163 | 30.9388 | 73.1371 |

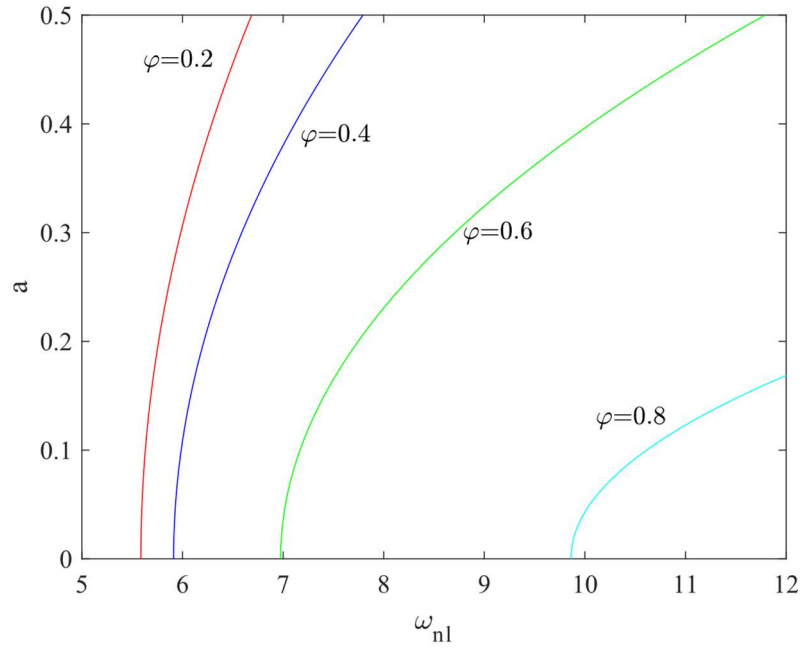
Tablo 3.2.4 $n_1=1$ ve farklı kademe değişim konumları ve kademe yarıçap oranları için kademeli mikro kirişin doğal frekans ve doğrusal olmayan etki değerleri

| $n_1=1$ | | | | | | | |
|----------|-----------|------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Γ | φ | ω_1 | ω_2 | ω_3 | λ_1 | λ_2 | λ_3 |
| 0.5 | 0.2 | 10.4081 | 38.2830 | 89.3768 | 2.3643 | 11.1333 | 24.2146 |
| | 0.4 | 10.0987 | 48.1831 | 123.4212 | 4.4148 | 13.7027 | 28.6278 |
| | 0.6 | 11.5566 | 67.0843 | 121.5581 | 11.7406 | 14.3118 | 57.1969 |
| | 0.8 | 17.2147 | 61.0621 | 157.5351 | 44.5856 | 69.1132 | 78.5503 |
| 0.8 | 0.2 | 17.1746 | 66.2571 | 150.7773 | 4.2926 | 19.0497 | 44.0224 |
| | 0.4 | 17.8041 | 72.9678 | 159.7119 | 5.4681 | 22.7297 | 48.3968 |
| | 0.6 | 19.4461 | 75.1176 | 170.0455 | 7.7502 | 24.9860 | 62.9618 |
| | 0.8 | 21.3793 | 78.9319 | 174.8106 | 10.1708 | 38.4450 | 77.5210 |
| 2 | 0.2 | 42.4523 | 151.8520 | 392.3089 | 73.0113 | 113.3960 | 139.5330 |
| | 0.4 | 27.1771 | 156.9256 | 289.0450 | 20.0683 | 29.6291 | 113.9430 |
| | 0.6 | 22.4139 | 109.3228 | 279.3139 | 7.9616 | 28.7702 | 58.0401 |
| | 0.8 | 21.7667 | 85.4184 | 200.5181 | 4.5210 | 20.5555 | 46.3790 |
| 3 | 0.2 | 48.0913 | 248.8860 | 691.6256 | 200.6650 | 126.2530 | 193.6420 |
| | 0.4 | 25.7874 | 205.8545 | 422.9078 | 29.2370 | 49.7351 | 115.2860 |
| | 0.6 | 21.2856 | 110.2168 | 304.7942 | 9.2488 | 29.4947 | 70.5967 |
| | 0.8 | 21.4491 | 83.4451 | 197.9324 | 4.5656 | 20.7137 | 45.2371 |

Tablo 3.2.1-3.2.4'te n_1 değerinin 0'dan 1'e ilerlemesi ile ilk üç moda ait doğal frekans değerlerinde genel bir artış gözlenirken doğrusal olmayan etki değerleri aynı kademe yarıçapı ve kademe konumlarında genel bir azalış görülmüştür. Kademe yarıçap oranı 1'den küçük olan değerler için doğrusal olmayan etki kademe değişim konumunun 0.2'den 0.8'e ilerlemesiyle artış gösterirken, kademe yarıçap oranı 1'den büyük olan değerlerde aynı ilerlemede azalış göstermiştir. Sabit mikro kirişlik oranı ve kademe değişim konumu için kademe yarıçap oranı 0.5'ten 3'e ilerlerken her durum için doğrusal olmayan etkide artış gözlenmiştir.

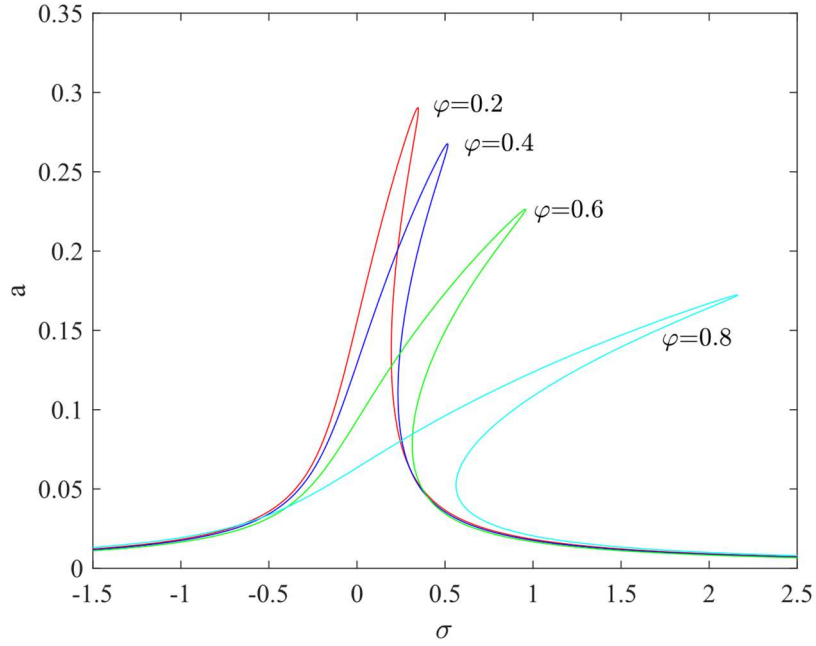


Şekil 3.2.1. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

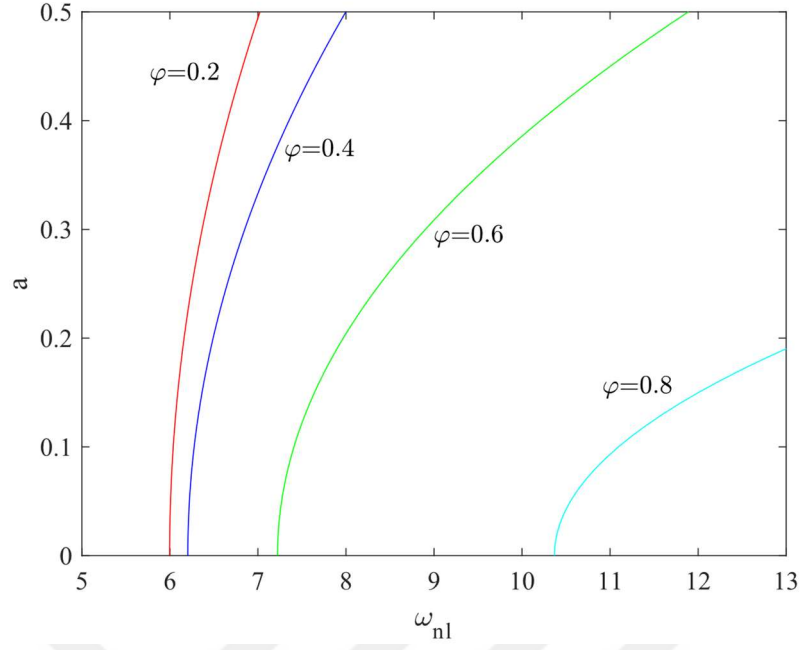


Şekil 3.2.2. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.1.'de grafiğin sağa doğru yatması doğrusal olmayan etkinin sertleştirici bir etki ortaya çıkarttığını göstermektedir. Doğrusal olmayan etkinin birinci mod frekans değerleri için kademe değişim noktası 0.2'den 0.8'e ilerlerken artış gösterdiği grafiklerden anlaşılabilir. Şekil 3.2.2.'de genlik değerinin artmasıyla doğrusal olmayan etkinin doğrusal olmayan frekans değerine etkisi görülmektedir.

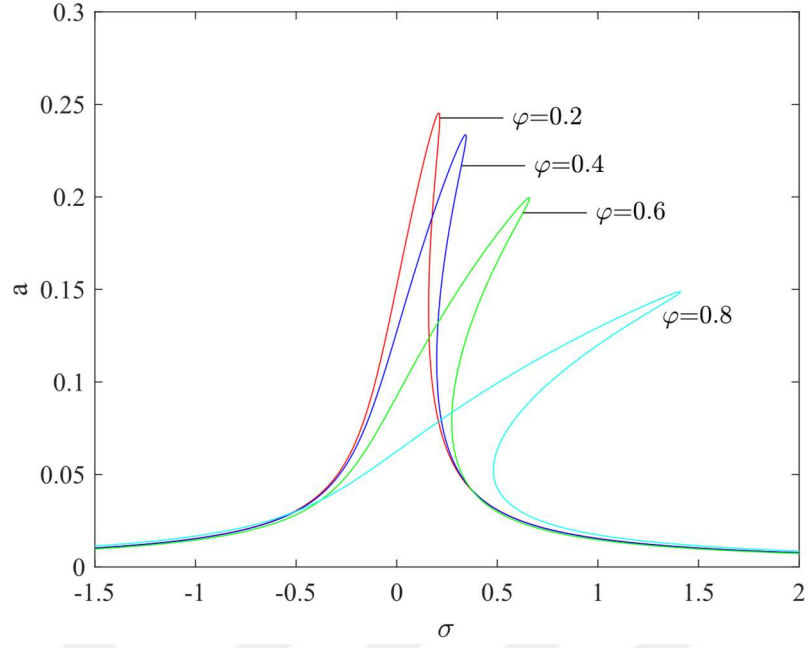


Şekil 3.2.3. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

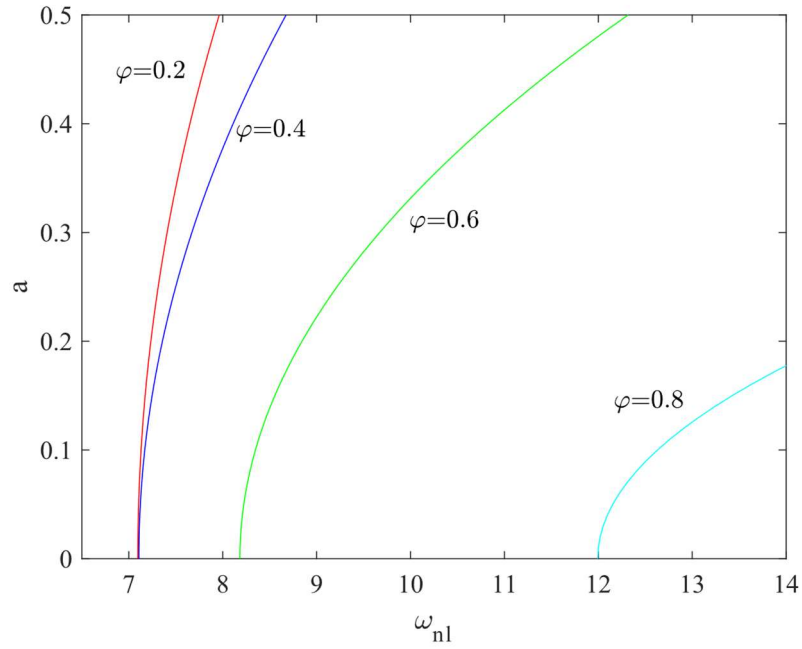


Şekil 3.2.4. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.3.'de mikro kirişlik oranının artmasıyla her durum için sağa doğru yatıklıkta azalma görölmüştür. Bu doğrusal olmayan etkinin şekil 3.2.1.'e göre azaldığını göstermektedir. Şekil 3.2.4.'te doğrusal olmayan etkinin şekil 3.2.2'deki gibi en çok kademe değişim noktası değeri 0.8'de en az 0.2'de olduğu görölmektedir.

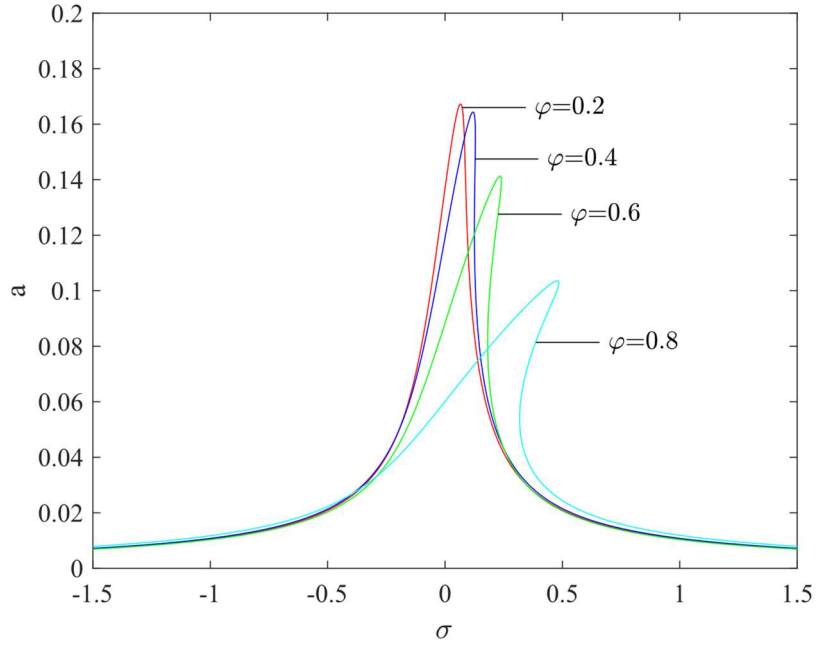


Şekil 3.2.5. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

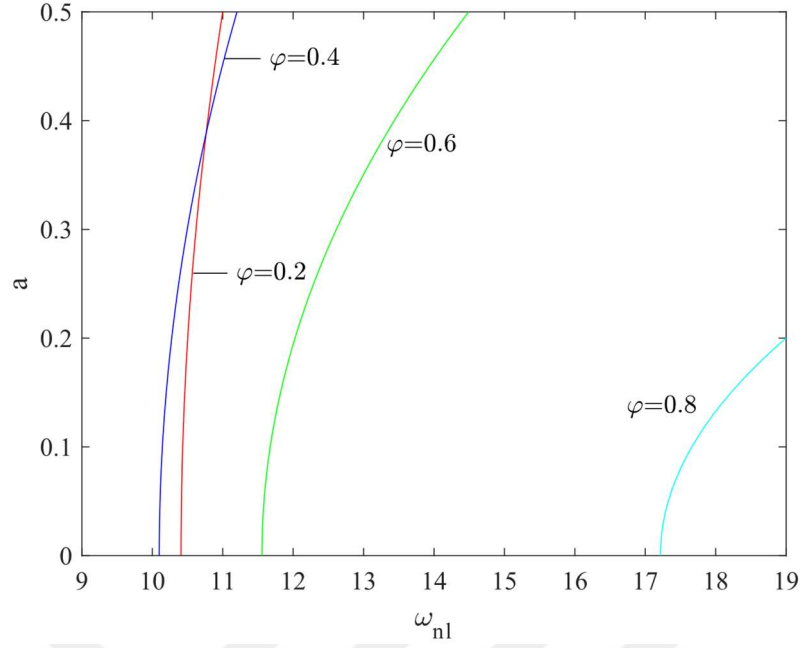


Şekil 3.2.6. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.5.'te benzer şekilde mikro kirlilik oranının artmasıyla her durum için sağa doğru yatıklıkta azalma görülmüştür. Doğrusal olmayan etkinin önceki grafiklere göre daha az olduğu anlamına gelmektedir. Şekil 3.2.6.'da doğrusal olmayan etkinin en az kademe değişim konumu 0.2 iken, en fazla kademe değişim konumu 0.8 iken olduğu görülmektedir.



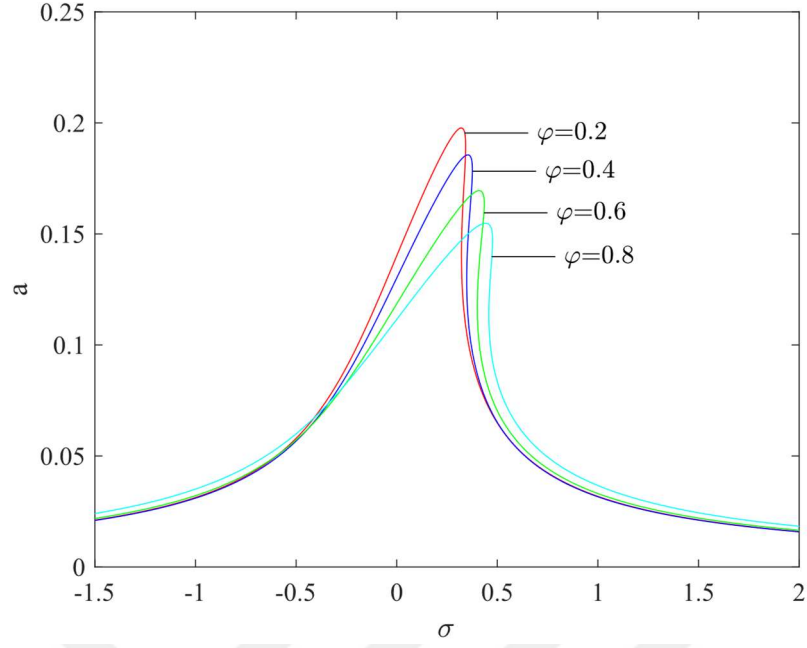
Şekil 3.2.7. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği



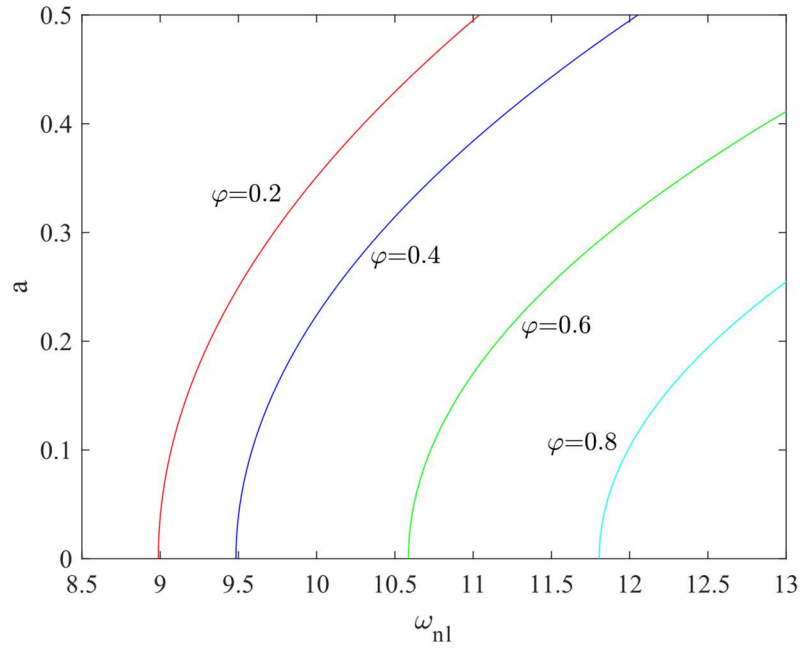
Şekil 3.2.8. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.7.'de mikro kirişlik oranının artmasıyla her durum için sağa doğru yatıklıkta azalma görölmüştür. Benzer durumlar içerisinde doğrusal olmayan etkilerin en düşük olduğu durumdur. Şekil 3.2.8.'de kademe değişim konumu 0.4 için frekans başlangıç değeri en düşük olsa da doğrusal olmayan etki öncekilere benzer şekilde en az kademe değişim konumu 0.2'de, en fazla kademe değişim konumu 0.8'de görölmektedir.

Şekil 3.2.1-3.2.8'in incelenmesiyle kademe yarıçap oranı 0.5 için mikro kirişlik oranı 0'dan 1'e giderken doğrusal olmayan etkide genel bir azalma olduğu anlaşılabilir. Her durum için doğrusal olmayan etkinin en fazla kademe değişim konumu 0.8 iken, en az kademe değişim konumu 0.2 iken olduğu gözlenmektedir.

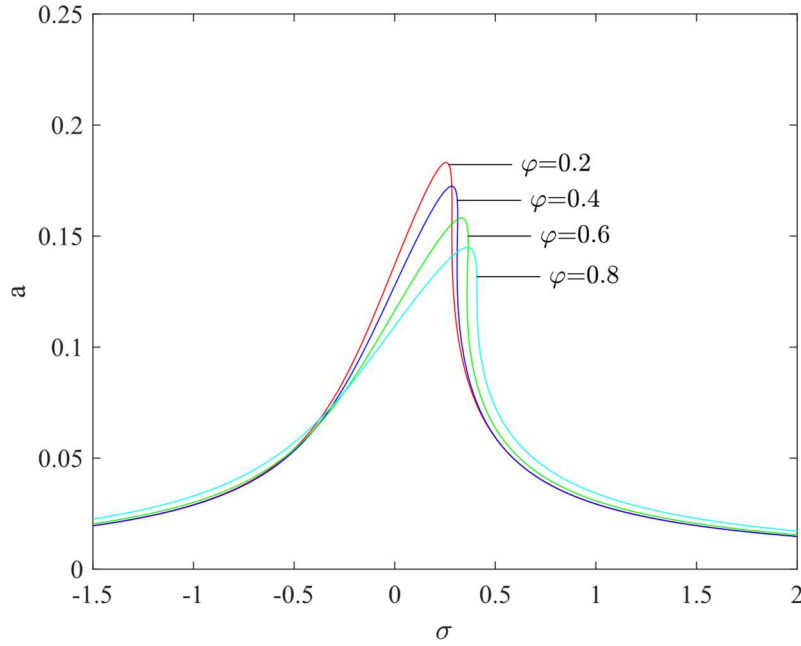


Şekil 3.2.9. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

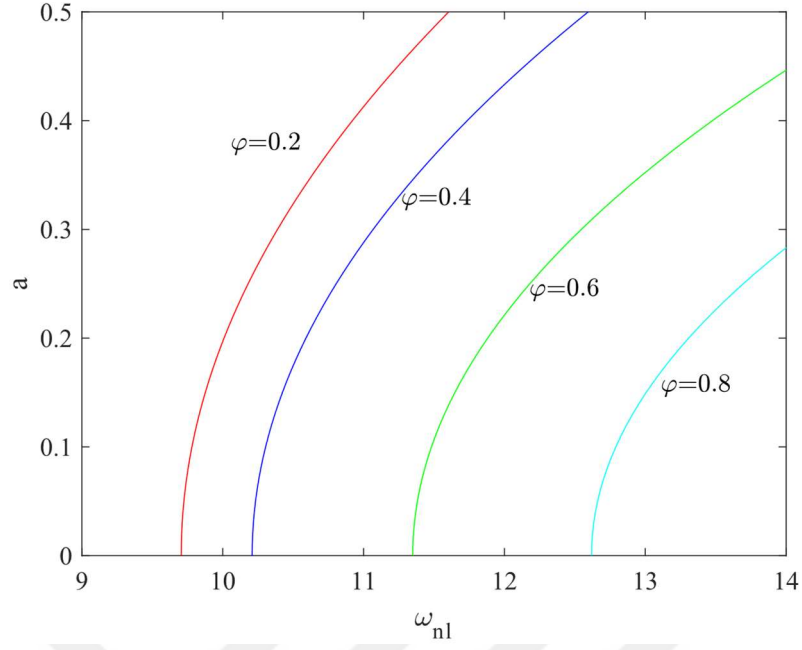


Şekil 3.2.10. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.9.'da doğrusal olmayan etkiden kaynaklı sağa yatıklık en fazla kademe değişim konumu 0.8 değerinde görülmüştür. Benzer şekilde şekil 3.2.10.'da doğrusal olmayan etkinin en az kademe değişim konumu 0.2 iken, en fazla kademe değişim konunu 0.8 iken olduğu görülmektedir.

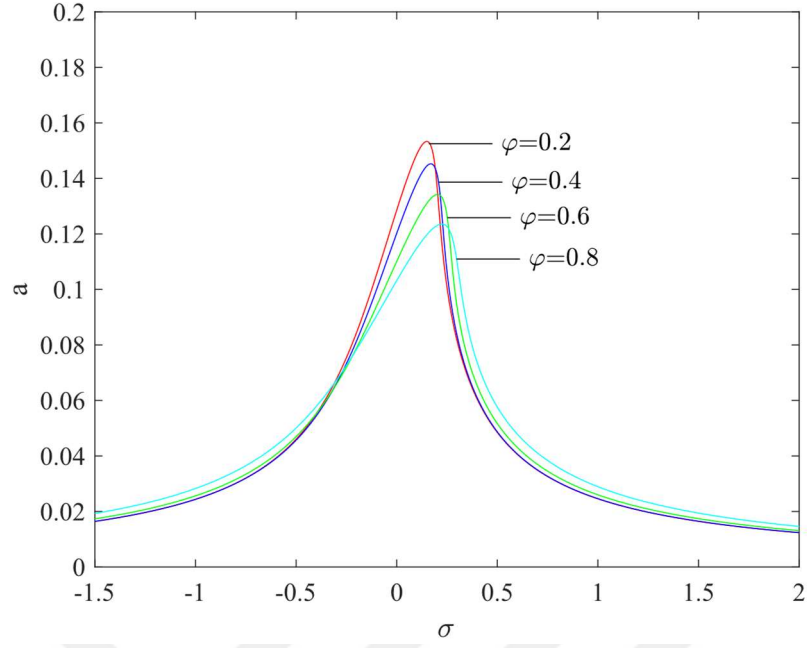


Şekil 3.2.11. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

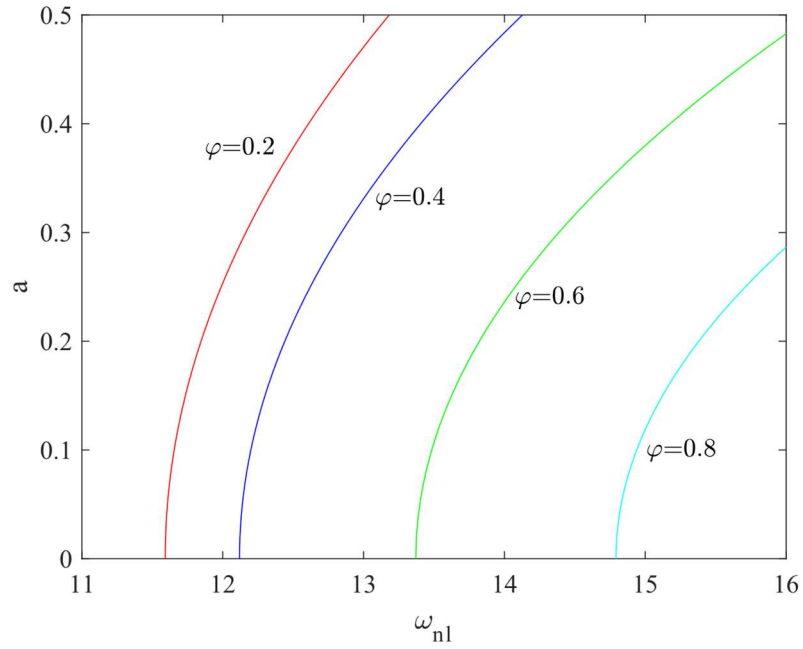


Şekil 3.2.12. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.11.'de şekil 3.2.9'a benzer şekilde sağa doğru yatıklık kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e doğru giderken artış göstermiştir. Şekil 3.2.12.'de doğrusal olmayan etki kademe değişim noktası 0.2'de iken en az iken 0.8'de iken en fazla olduğu görölmektedir.

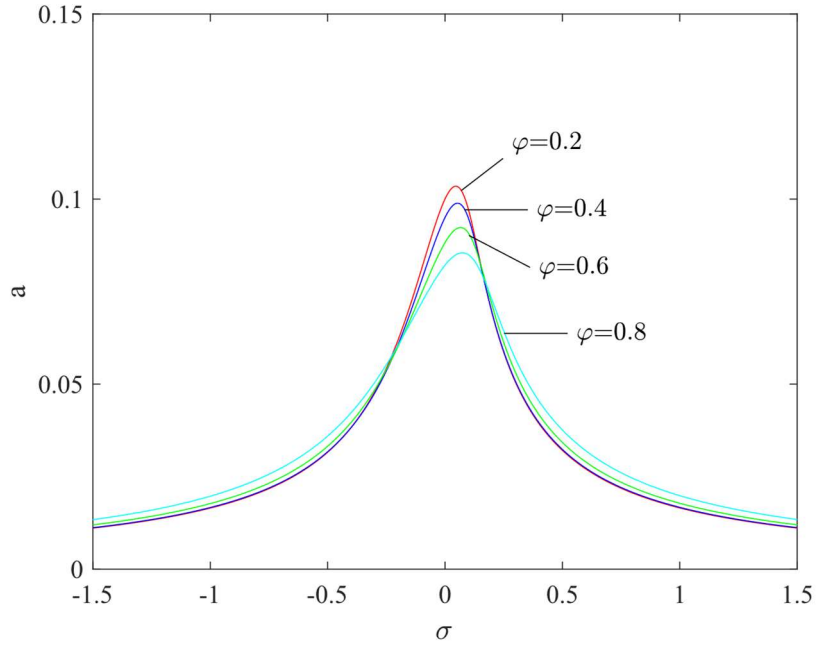


Şekil 3.2.13. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

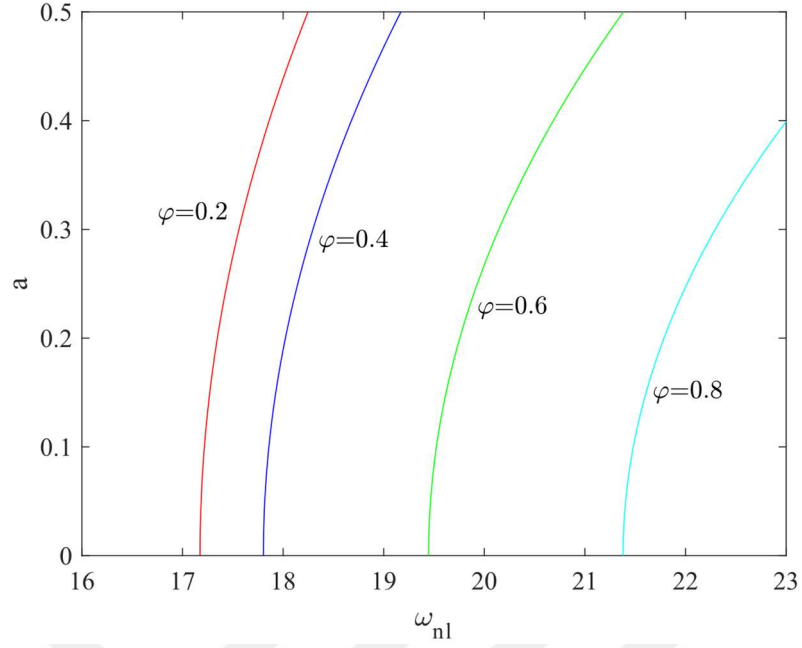


Şekil 3.2.14. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.13.'te mikro kırıllık oranındaki artışla doğrusal olmayan etkiden kaynaklı grafikteki sağa doğru yatıştaki azalma belirginleşmiştir. Şekil 3.2.14.'te kademe değişim konumunun 0.2'den 0.8'e ilerlemesiyle doğrusal olmayan etkinin artışı görülmektedir.



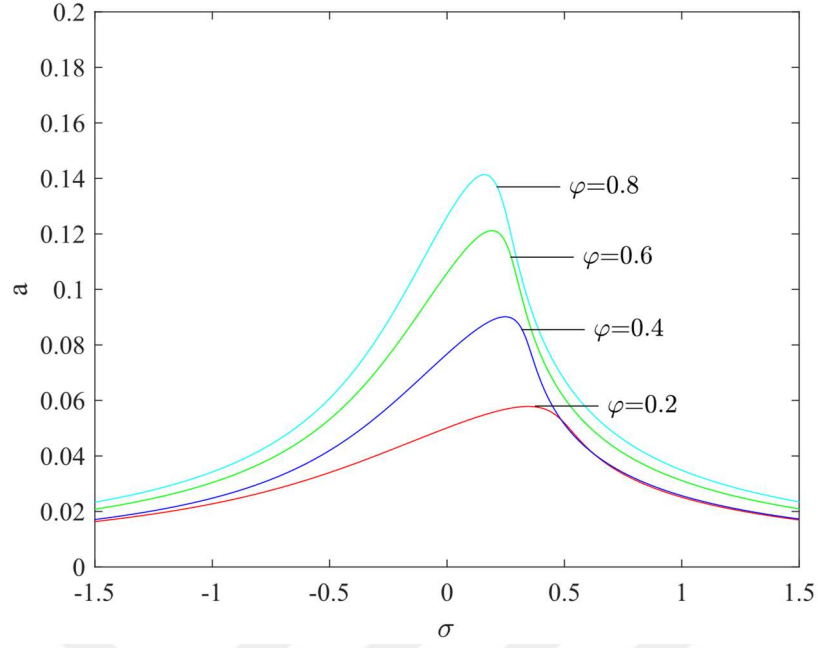
Şekil 3.2.15. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği



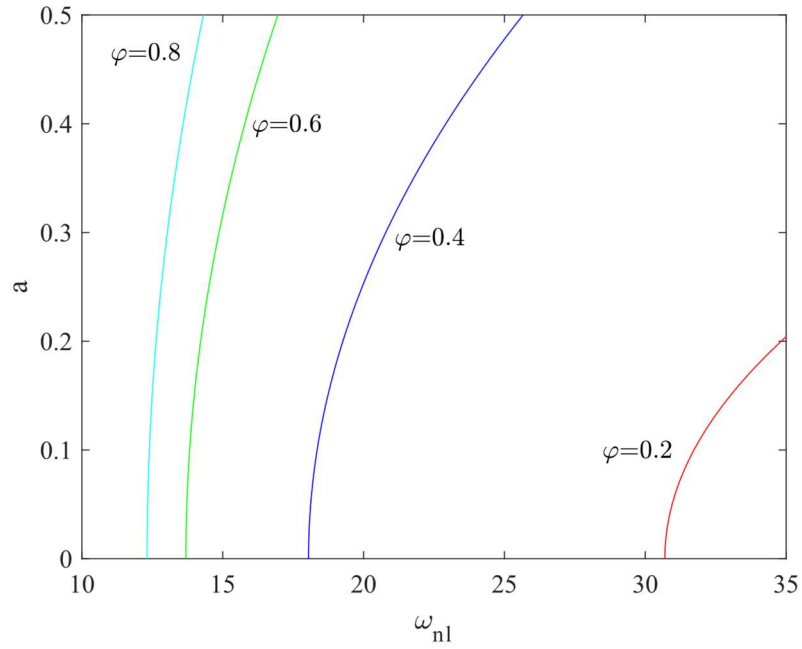
Şekil 3.2.16. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=0.8$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.15. doğrusal olmayan etkiden kaynaklı grafikteki sağa doğru yatıklığın benzer durumlar için en düşük olduğu şekildir. Şekil 3.2.16.'da doğrusal olmayan etkinin en az kademe değişim konumu 0.2 iken, en fazla kademe değişim konunu 0.8 iken olduğu görölmektedir.

Şekil 3.2.9-3.2.16'nın incelenmesiyle kademe yarıçap oranı 0.8 için mikro kirişlik oranı 0'dan 1'e giderken doğrusal olmayan etkide genel bir azalma olduğu görölmektedir. Her durum için kademe değişim konumunun 0.2'den 0.8'e ilerlemesiyle doğrusal olmayan etkinin artışı görölmektedir.

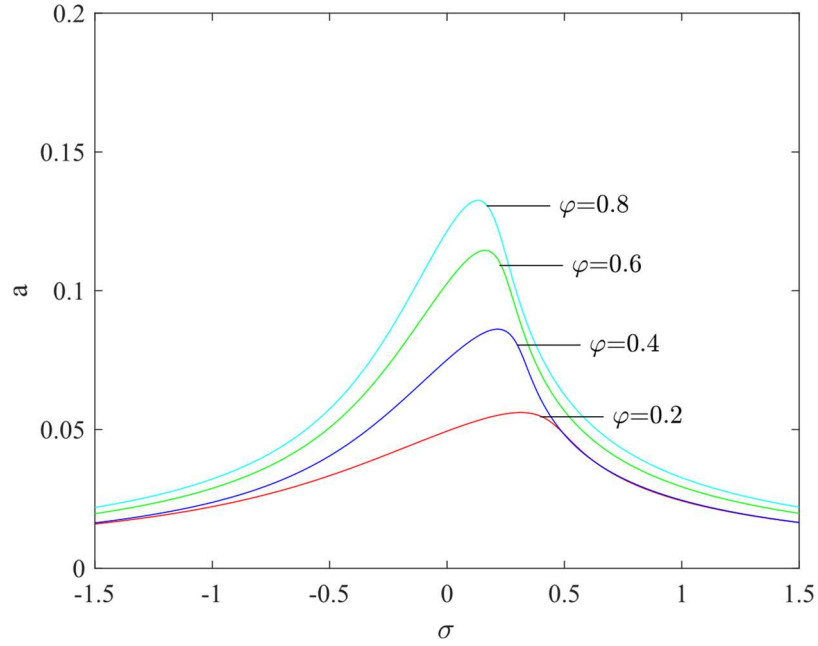


Şekil 3.2.17. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

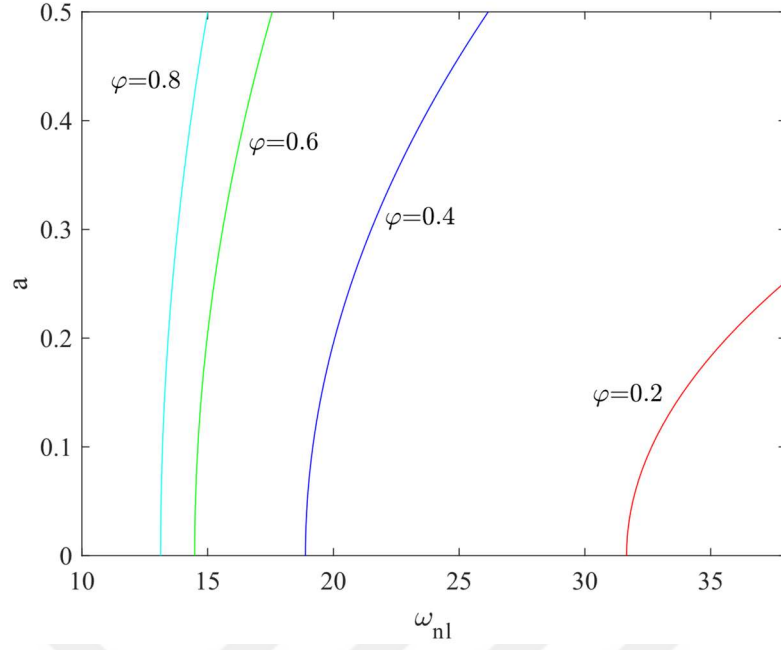


Şekil 3.2.18. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.17.'de önceki durumlardan farklı olarak doğrusal olmayan etkiden kaynaklı sağa doğru yatıklık kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e giderken azalma göstermiştir. Şekil 3.2.18.'de de benzer şekilde doğrusal olmayan etki en fazla kademe değişim konumu 0.2 iken gözlenirken, en az kademe değişim konumu 0.8'de görülmüştür.

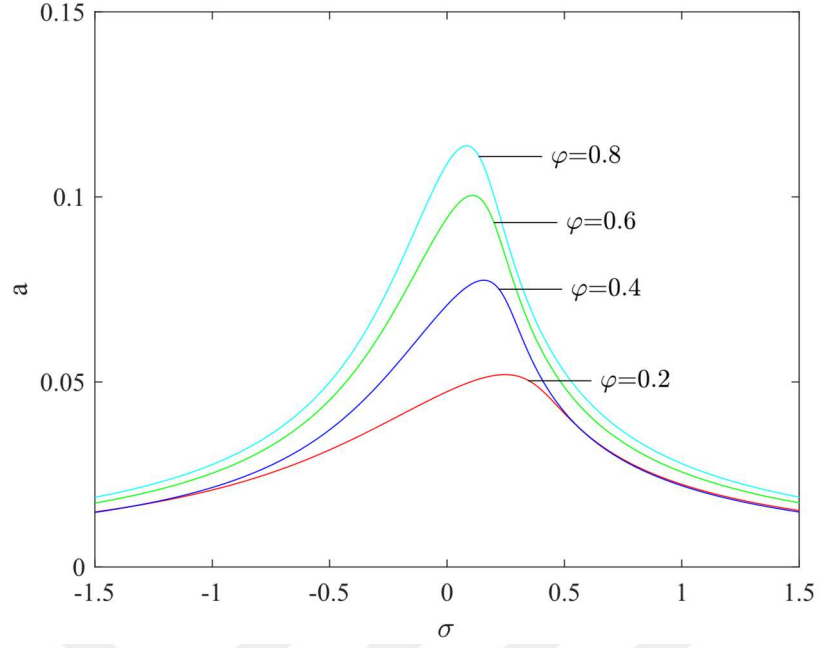


Şekil 3.2.19. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

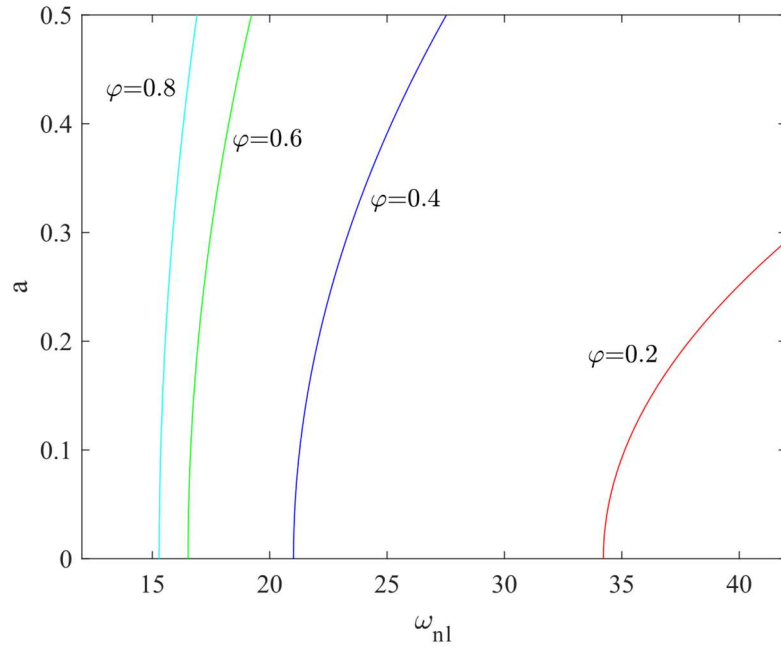


Şekil 3.2.20. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.19.'da mikro kirişlik oranının artışıyla şekil 3.2.17.'ye göre doğrusal olmayan etkinin daha az olduğu gözlenmiştir. Şekil 3.2.20.'de doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma göstermiştir.

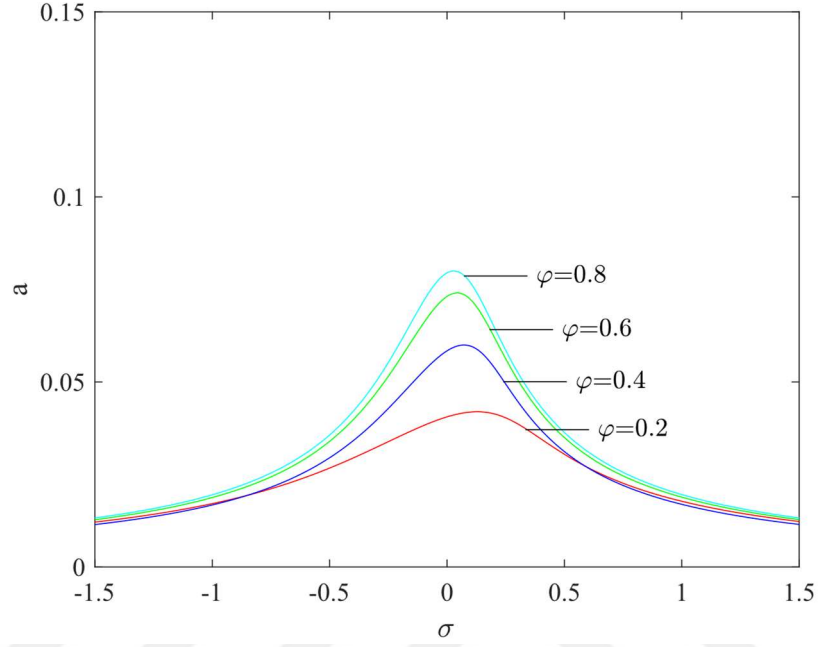


Şekil 3.2.21. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

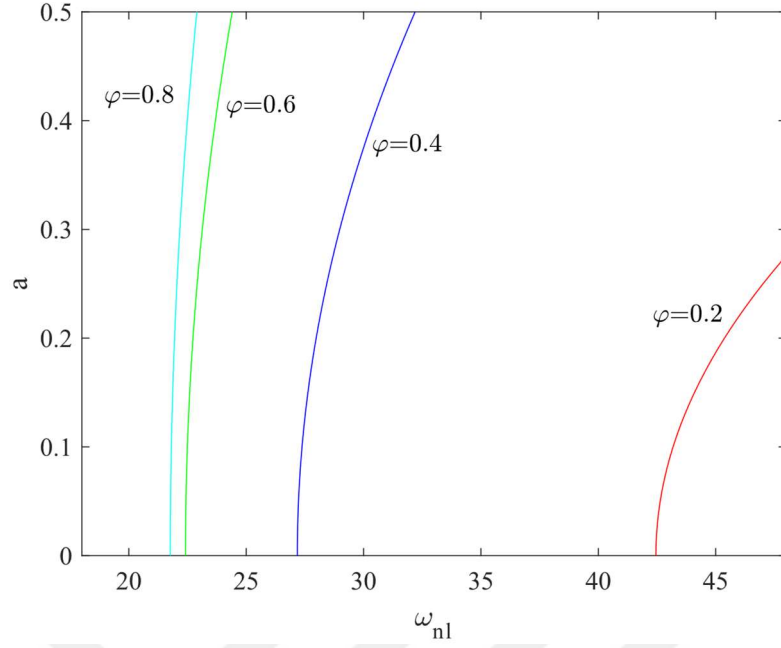


Şekil 3.2.22. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.21.'de doğrusal olmayan etkiden kaynaklı grafikteki sağa doğru eğiklikte azalma gözlenmiştir. Şekil 3.2.22.'de doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma göstermiştir.



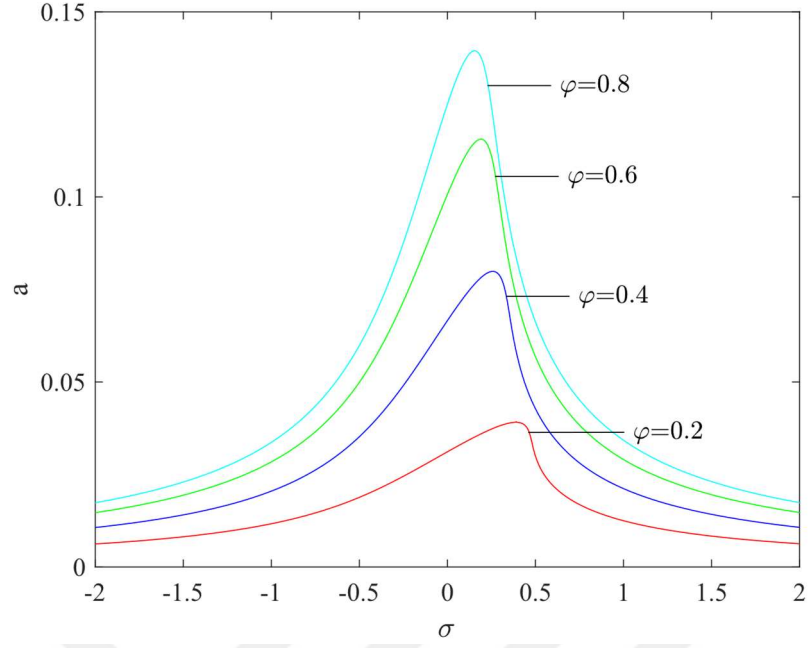
Şekil 3.2.23. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği



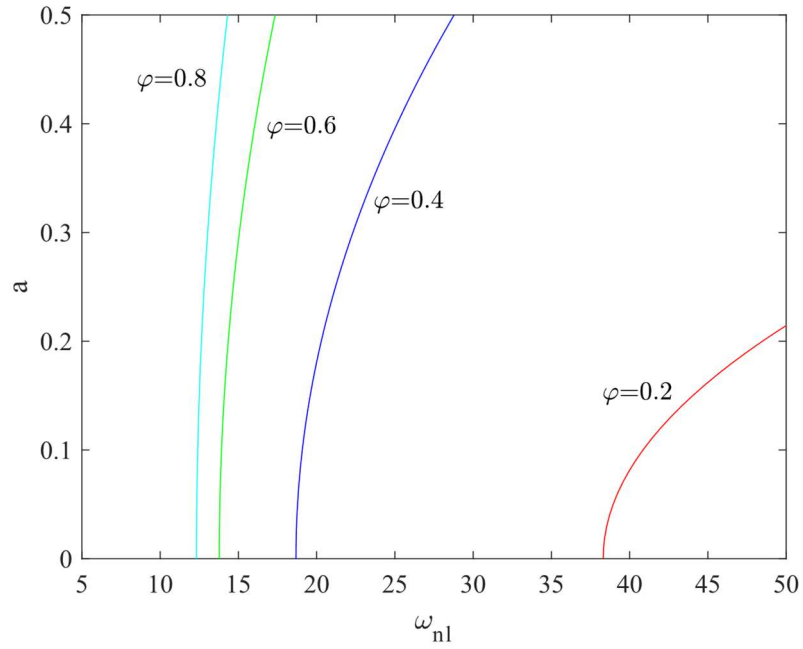
Şekil 3.2.24. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=2$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.23.'de doğrusal olmayan etkiden kaynaklı sağa doğru eğiklikte azalma gözlenmiştir. Şekil 3.2.24.'de doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma göstermiştir.

Şekil 3.2.17.-3.2.24.'te şekil 3.2.1-3.2.16'dan farklı olarak doğrusal olmayan etkinin en büyük ve en küçük olduğu kademe değişim noktaları ters olacak şekilde ilerlese de doğrusal olmayan etkinin mikro kirişlik oranının 0'dan 1'e ilerlemesiyle azalması her durum için gözlenmektedir.

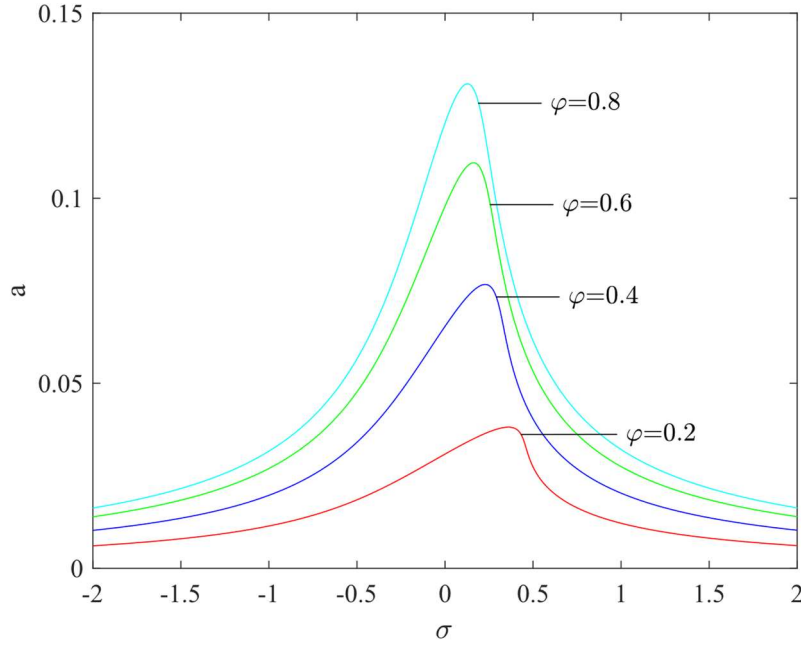


Şekil 3.2.25. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

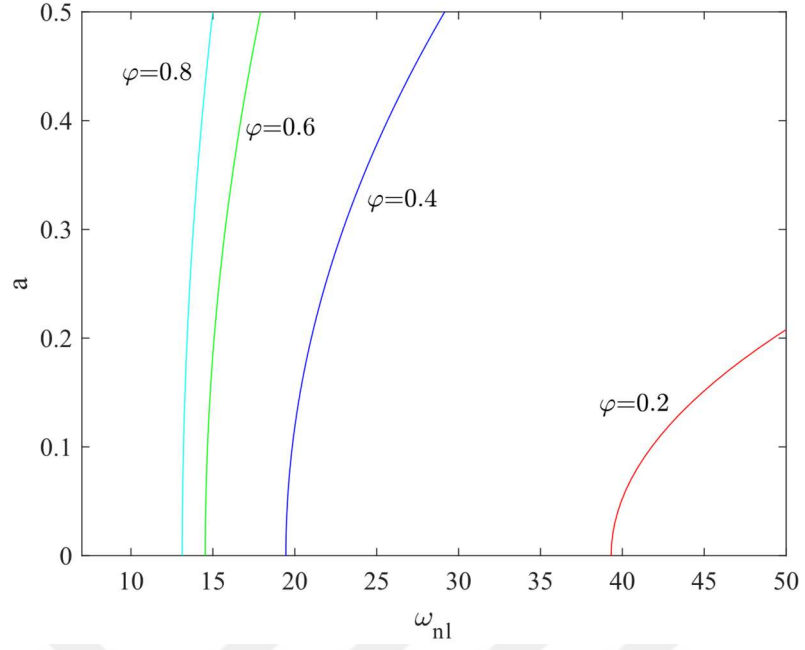


Şekil 3.2.26. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.25.'te şekil 3.2.17'ye benzer şekilde doğrusal olmayan etkiden kaynaklı sağa doğru yatıklık kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e giderken azalma göstermiştir. Şekil 3.2.26.'da doğrusal olmayan etki en fazla kademe değişim noktası 0.2 değeri için gözlenirken, en düşük olduğu değer kademe değişim konumu 0.8'de gözlenmektedir.

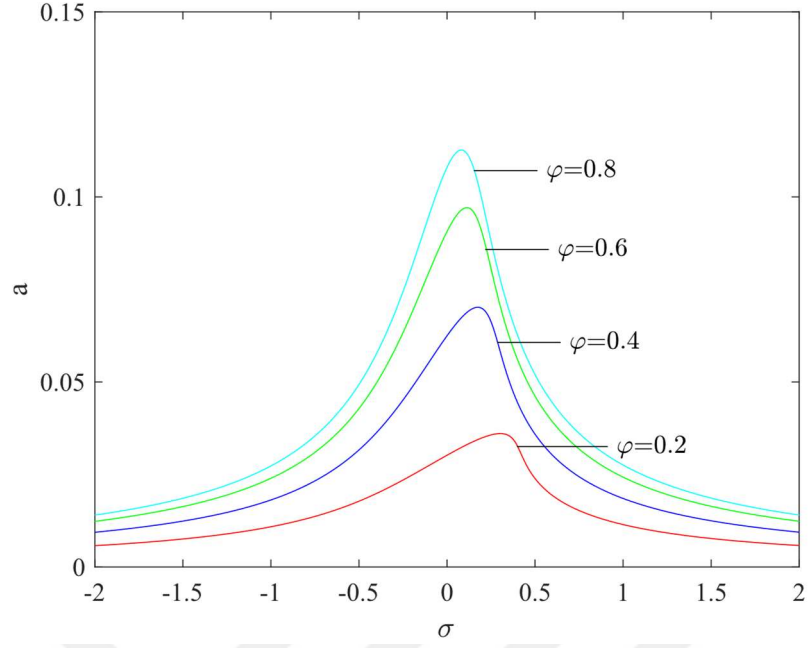


Şekil 3.2.27. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

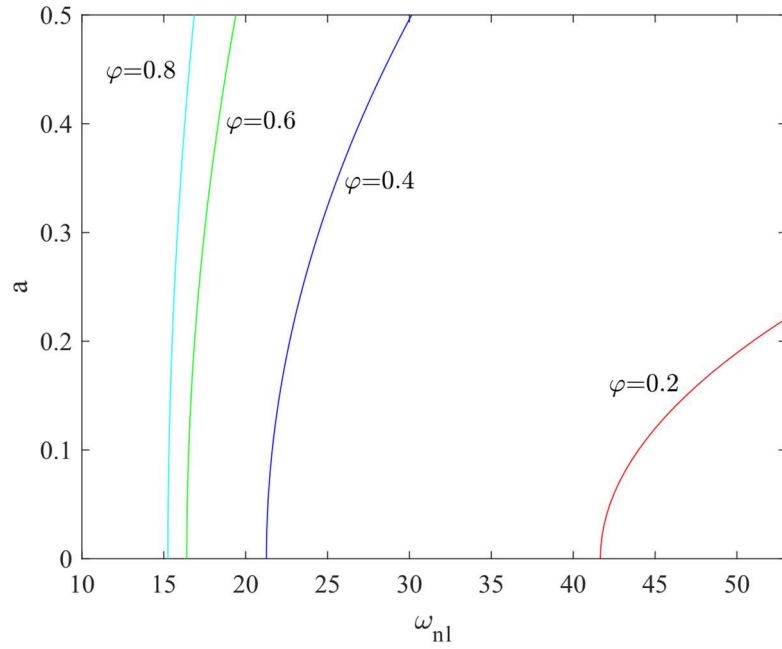


Şekil 3.2.28. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.25$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.27.'de doğrusal olmayan etkiden kaynaklı grafikteki sağa doğru eğiklikte azalma gözlenmiştir. Şekil 3.2.28.'de doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma göstermiştir.

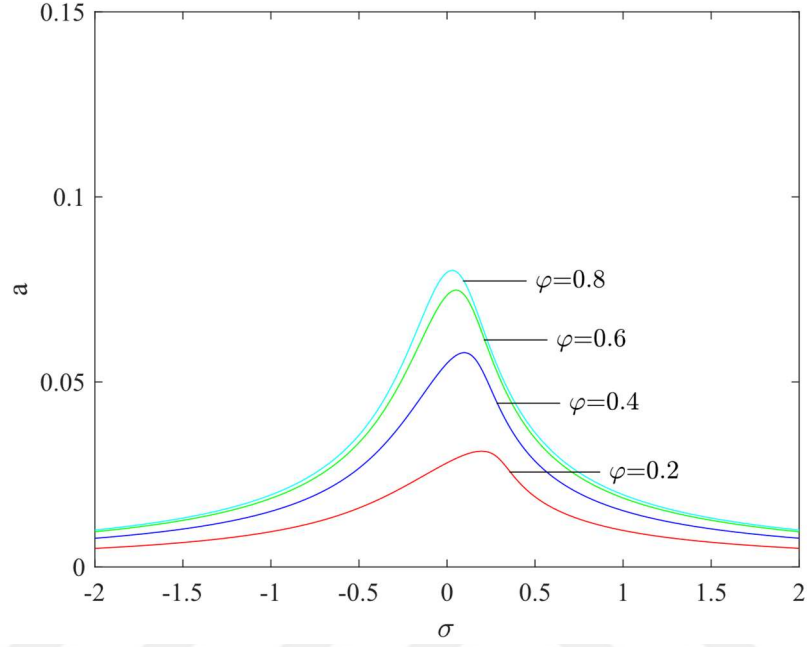


Şekil 3.2.29. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği

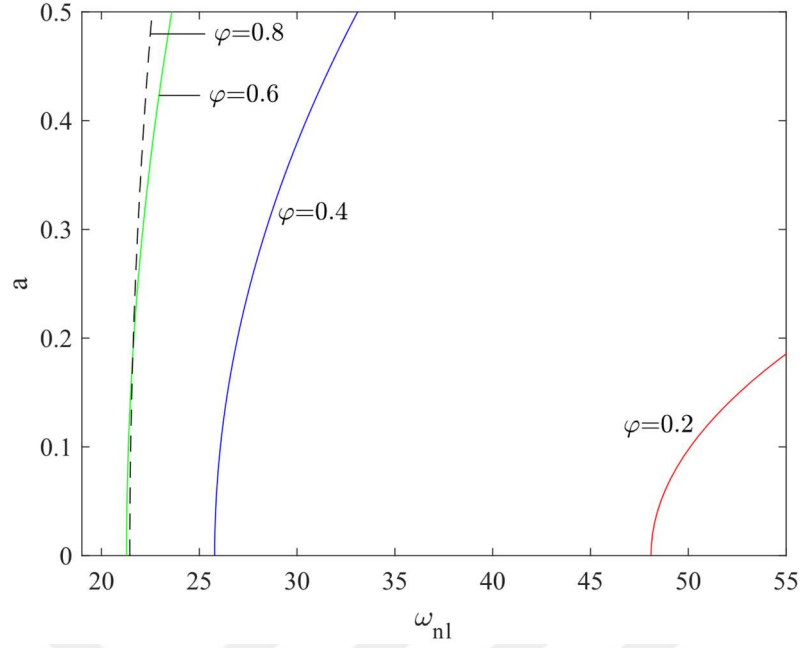


Şekil 3.2.30. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=0.5$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.29.'da mikro kırırlık oranındaki artış ile grafikteki sağı doğru eğiklikte azalma gözlenmiştir. Şekil 3.2.30.'da doğrusal olmayan etki kademe değışim konumu 0.2'de en fazla iken, 0.8 değeriinde en az olarak görölmektedir.



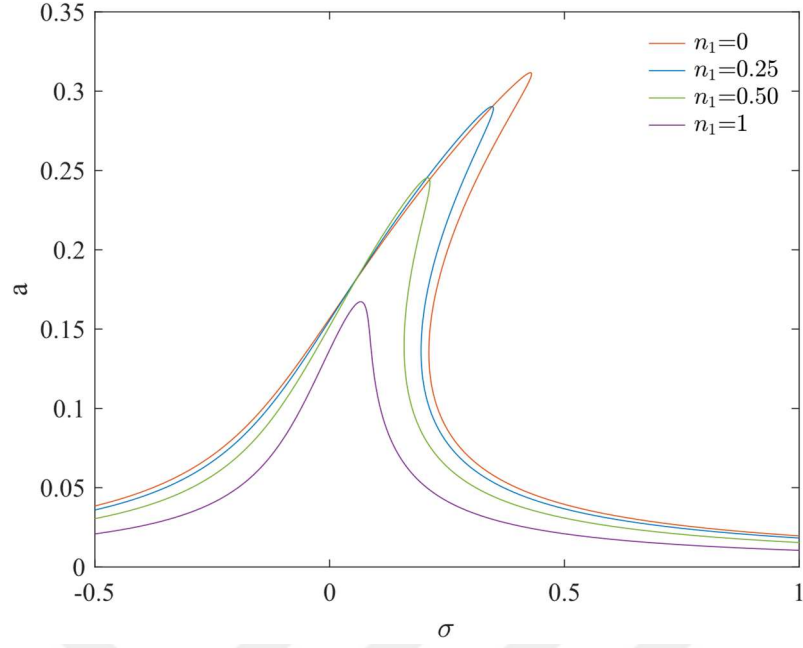
Şekil 3.2.31. Farklı kademe değışim konumu (φ) değeri için $\Gamma=3$ ve $n_1=1$ değeriinde 1. mod ayar parametresi-genlik grafiği



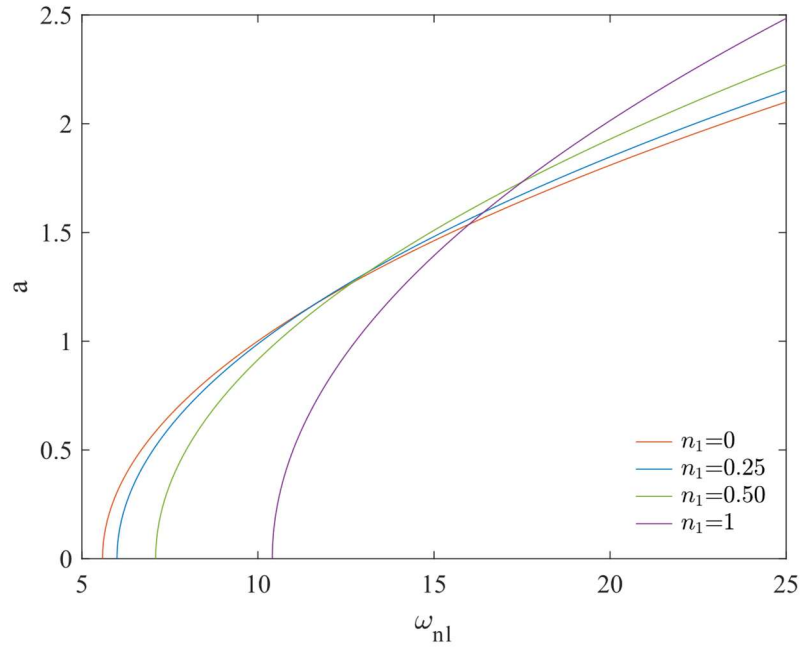
Şekil 3.2.32. Farklı kademe değişim konumu (φ) değerleri için $\Gamma=3$ ve $n_1=1$ değerlerinde 1. mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.31.'de doğrusal olmayan etkiden kaynaklı sağa doğru yatıklığın benzer durumlar arasında en az olduğu görölmektedir. Şekil 3.2.32'de kademe değişim noktası 0.6 değeri için başlangıçta frekans değeri en düşük olmasına rağmen diğer grafiklere benzer olarak doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma göstermiştir.

Şekil 3.2.25.-3.2.32.'de şekil 3.2.17.-3.2.24'e benzer olarak doğrusal olmayan etkinin kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azaldığı gözlenmiştir. Mikro kirişlik oranı 0'dan 1'e ilerlerken doğrusal olmayan etkide genel azalma olduğu görölmüştür. Şekil 3.2.1.-3.2.16. ve şekil 3.2.17.-3.2.32.'nin birlikte incelenmesiyle kademe yarıçap oranının 1'den küçük olduğu durumlarda doğrusal olmayan etki kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken artış gösterirken, kademe yarıçap oranının 1'den büyük olduğu durumlarda kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken azalma gösterdiği anlaşılabilir.

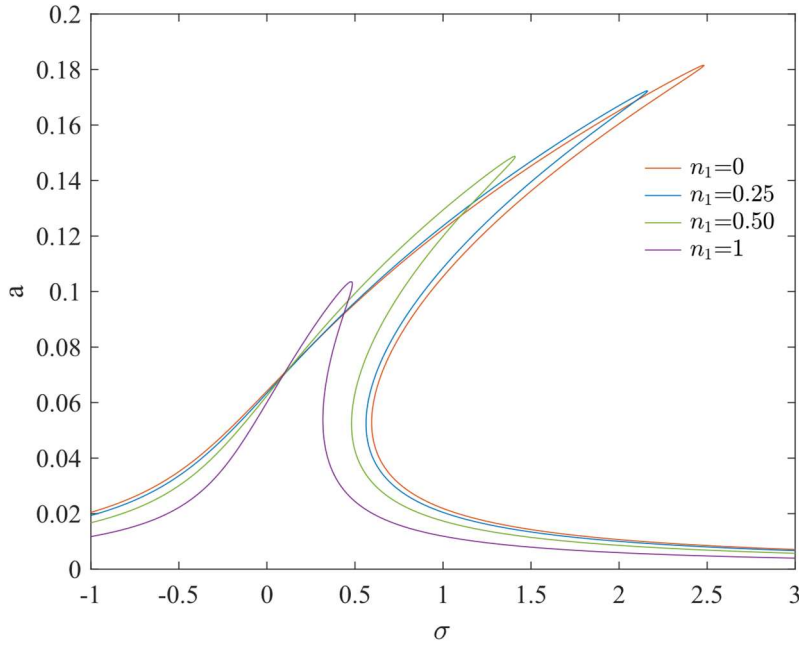


Şekil 3.2.33. Farklı mikro kırırlık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.2$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği

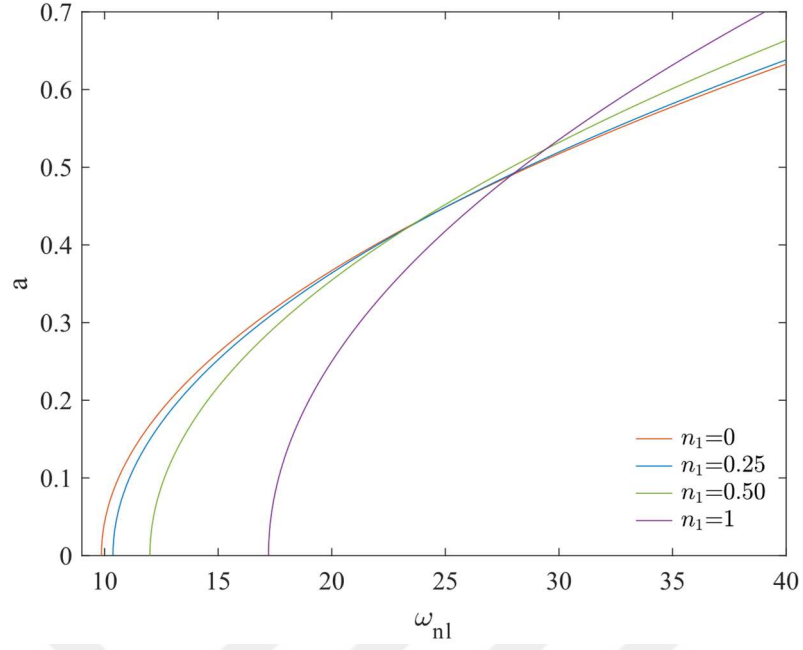


Şekil 3.2.34. Farklı mikro kırırlık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.33. ve 3.2.34.'te 1. mod frekanslarında farklı mikro kırıslık oranı değerleri için doğrusal olmayan etkinin grafikleri verilmiştir. Şekil 3.2.33. ve 3.2.34.'te $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.2$ değerleri için mikro kırıslık oranının 0'dan 1'e ilerlemesi ile doğrusal olmayan etki değerinde azalma görülmüştür.

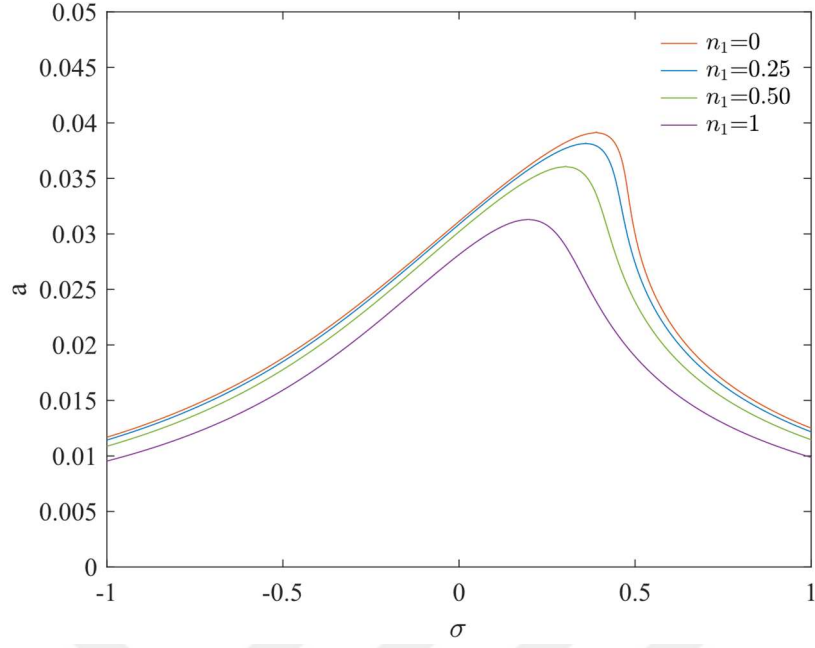


Şekil 3.2.35. Farklı mikro kırıslık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.8$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği

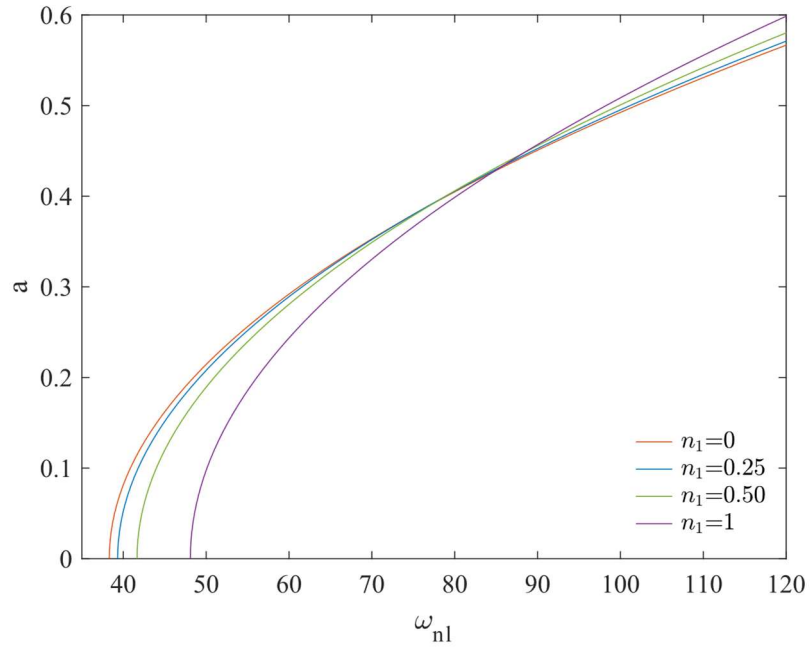


Şekil 3.2.36. Farklı mikro kırıklık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.35. ve 3.2.36.'te $\Gamma=0.5$ ve $\varphi=0.8$ değerleri için mikro kırıklık oranının 0'dan 1'e ilerlemesi ile doğrusal olmayan etki değerinde azalma görülmüştür.

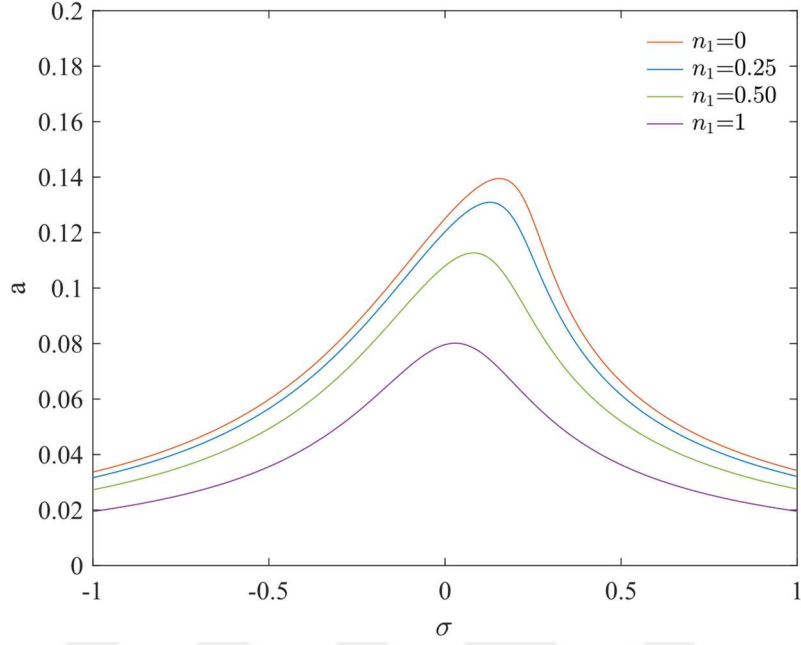


Şekil 3.2.37. Farklı mikro kırıklık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği

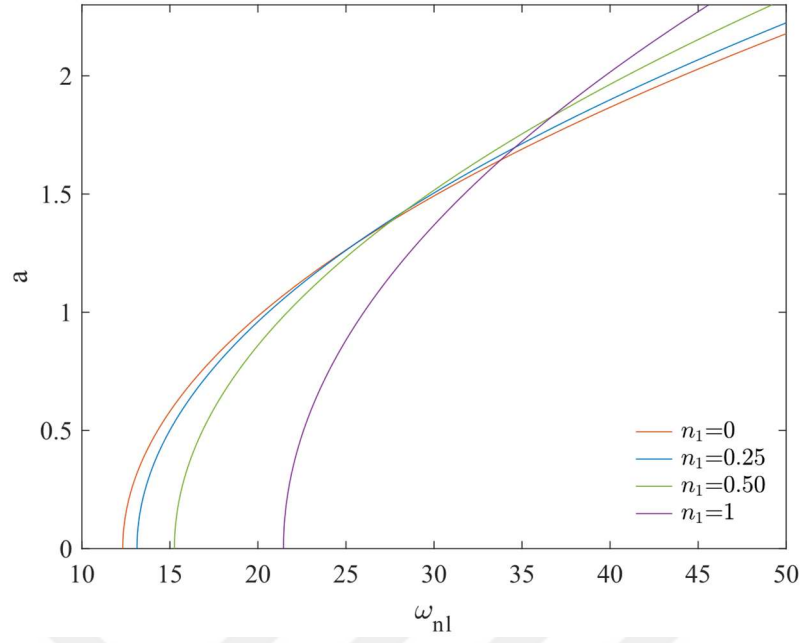


Şekil 3.2.38. Farklı mikro kırıklık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.37. ve 3.2.38.'te $\Gamma=3$ ve $\varphi=0.2$ değerleri için mikro kırıslık oranının 0'dan 1'e ilerlemesi ile doğrusal olmayan etki değerinde azalma görülmüştür.



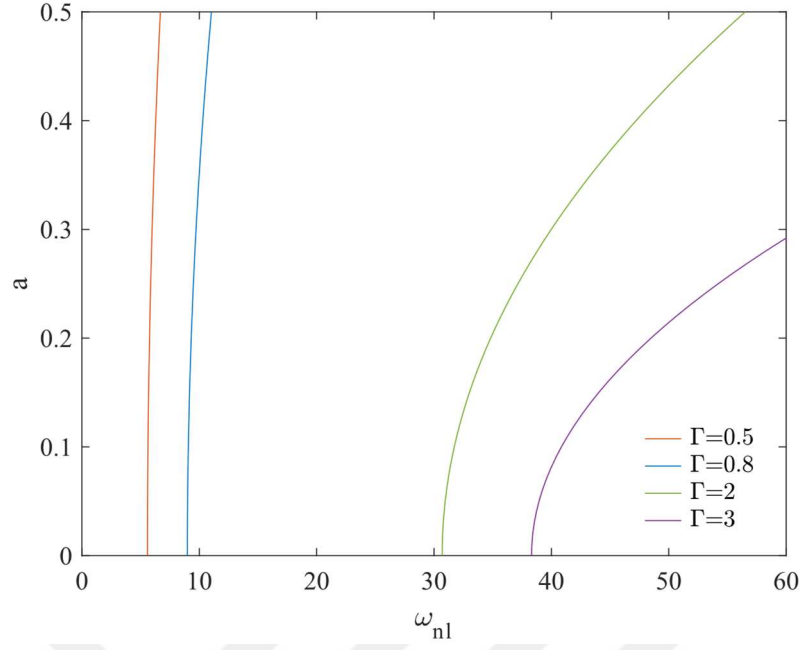
Şekil 3.2.39. Farklı mikro kırıslık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi=0.8$ değerlerinde 1.mod ayar parametresi-genlik grafiği



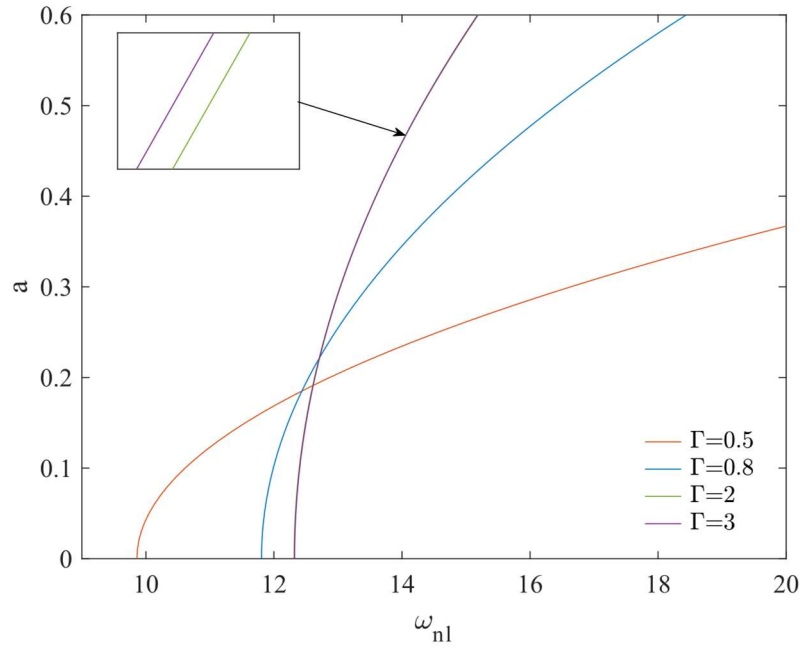
Şekil 3.2.40. Farklı mikro kırıklık oran (n_1) değerleri için $\Gamma=3$ ve $\varphi=0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.39. ve 3.2.40.'te $\Gamma=3$ ve $\varphi=0.8$ değerleri için mikro kırıklık oranının 0'dan 1'e ilerlemesi ile doğrusal olmayan etki değerinde azalma görülmüştür.

Şekil 3.2.33.-3.2.40'ın incelenmesi ile her durum için mikro kırıklık oranının 0'dan 1'e ilerlemesi durumunda doğrusal olmayan etki değerinde azalma olduğu görülebilir.

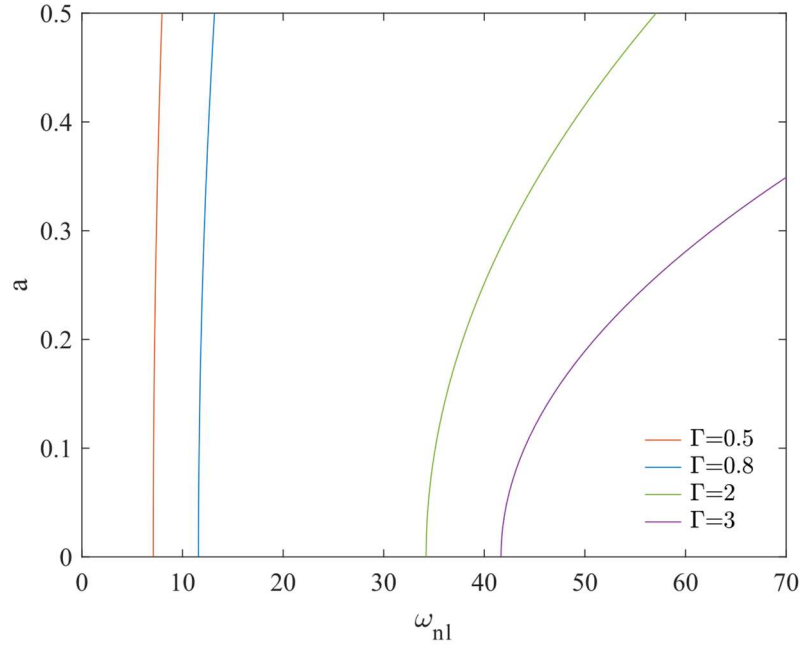


Şekil 3.2.41. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0$ ve $\varphi=0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

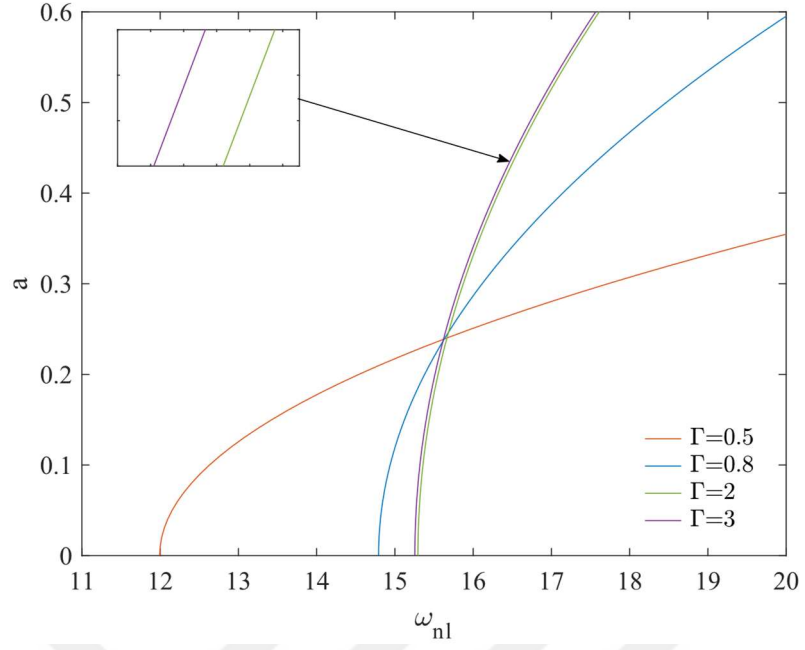


Şekil 3.2.42. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0$ ve $\varphi=0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.41. ve şekil 3.2.42.'de mikro kirişlik oranı 0'da sabit kademe değişim konumunda kademe yarıçap oranındaki değişikliğin doğal olmayan frekans-genlik grafikleri verilmiştir. Şekil 3.2.41.'de kademe yarıçap oranı 0.5'ten 3'e ilerlerken doğrusal olmayan etki artış gösterirken, şekil 3.2.42.'de kademe yarıçap oranı 0.5'ten 3'e ilerlerken doğrusal olmayan etki azalma göstermektedir.

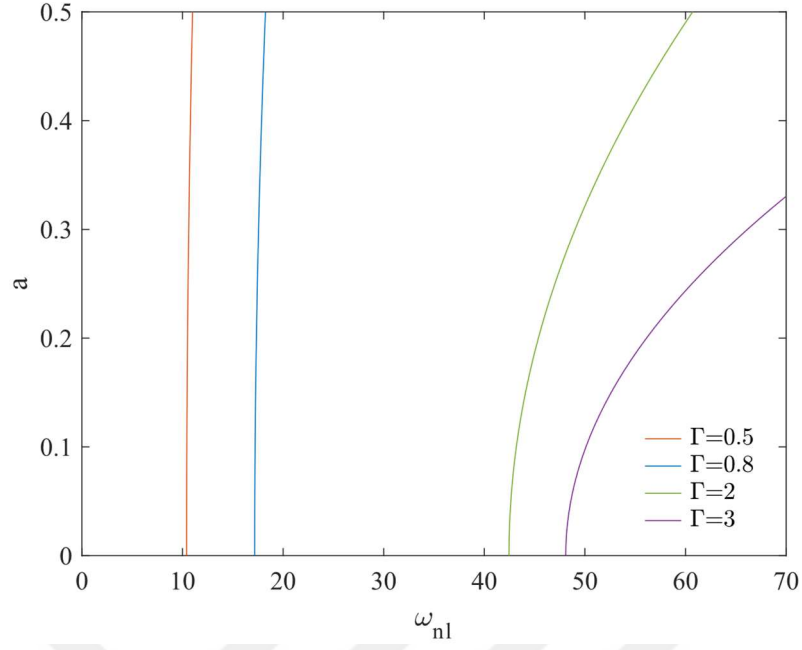


Şekil 3.2.43. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0.5$ ve $\varphi =0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

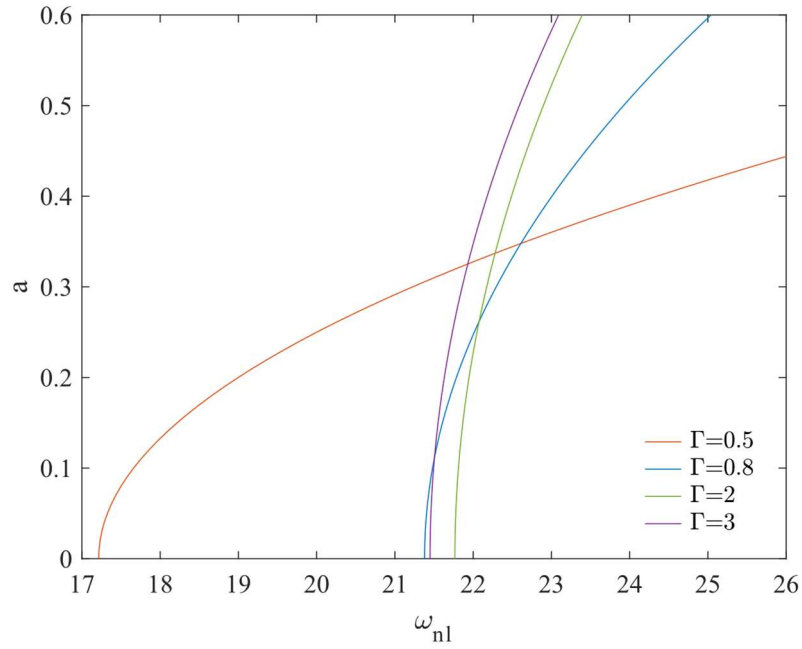


Şekil 3.2.44. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=0.5$ ve $\varphi =0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.43.'te kademe yarıçap oranı 0.5'ten 3'e ilerlerken doğrusal olmayan etki artış gösterirken, şekil 3.2.44.'te şekil 3.2.42.'ye benzer olarak tam tersi gözlenmektedir.



Şekil 3.2.45. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=1$ ve $\phi=0.2$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği



Şekil 3.2.46. Farklı kademe yarıçap oran (Γ) değerleri için $n_1=1$ ve $\phi=0.8$ değerlerinde 1.mod doğrusal olmayan frekans-genlik grafiği

Şekil 3.2.45.'te kademe yarıçap oranı 0.5'ten 3'e ilerlerken doğrusal olmayan etki artış gösterirken, şekil 3.2.46.'da tam tersi gözlenmektedir.



4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan tez çalışmasında eksenel manyetik alan kuvvetine maruz kalan basit-basit mesnetli bir kademeli mikro kirişin Modifiye Gerilme Çifti Teorisi ile analiz edilerek doğrusal ve doğrusal olmayan titreşim hareketleri incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

- a. Genel olarak aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve kademe değişim konumu değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişler için mod değerinin artmasıyla doğal frekans değeri artmaktadır.
- b. Kademe yarıçap oranı değeri arttıkça, aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe değişim konumu ve mod değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişlerde doğal frekans değerleri artmaktadır.
- c. Kademe değişim konumu değeri arttıkça, aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve mod değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişlerde kademe yarıçap oranı 1'den küçük ise mod doğal frekans değerlerinin arttığı, 1'den büyük ise azaldığı görülmektedir.
- ç. Mikro kirişlik katsayısı arttıkça, aynı kademe yarıçap oranı, kademe değişim konumu ve mod değerine sahip tüm kademeli mikro kirişleri için doğal frekans değeri artmaktadır.
- d. Genel olarak mod değeri arttıkça, aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve kademe değişim konumu değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişlerde mod değerine ait doğrusal olmayan etki değerlerinde artış görülmektedir.
- e. Aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe değişim konumu ve mod değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişlerde kademe yarıçap oranı arttıkça doğrusal olmayan etki artmaktadır.

- f. Kademe değişim konum değeri 0.2'den 0.8'e ilerledikçe, aynı mikro kirişlik katsayısı, kademe yarıçap oranı ve mod değerlerine sahip tüm kademeli mikro kirişlerde doğrusal olmayan etkinin kademe yarıçap oranı 1'den küçük ise arttığı, 1'den büyük ise azaldığı görülmektedir. 1. mod şekli için çizilen grafiklerde kademe yarıçapı oranı 1'den küçük kademeli mikro kirişlerde kademe değişim konumu 0.2'den 0.8'e ilerlerken sistemi etkileyen sertleştirici etkinin arttığı görülürken, kademe yarıçapı oranı 1'den büyük olan kademeli mikro kirişler için aynı kademe değişim konumu ilerlemesinde sertleştirici etkinin azaldığı görülmektedir.
- g. Mikro kirişlik katsayı değeri 0'dan 1'e ilerledikçe, aynı kademe yarıçap oranı, kademe değişim konumu ve mod değerine sahip tüm kademeli mikro kirişleri için doğrusal olmayan etki değeri azalmaktadır. Mikro kirişlik katsayısının artışı ve neticesinde doğrusal olmayan etkinin azalmasıyla 1. mod şekli için çizilen grafiklerde sistemi etkileyen sertleştirici etkinin azaldığı görülmektedir.

Analiz sonrası elde edilen sonuçlar ve sayısal değerler sayesinde kademeli mikro kiriş sistemlerinde, özellikle 1. mod titreşim durumları için, mikro kirişlik katsayısı değerinin artışı ile sisteme etki eden sertleştirici etkinin azaldığı ve sistem kararlılığının arttığı görülmektedir. Kademe değişim konum değerinin artışının kademe yarıçapı oranı 1'den büyük durumlarda sistem kararlılığını artırırken, 1'den küçük durumlarda kararlılığı bozduğu görülmektedir. Mikro elektro-mekanik sistemlerin tasarımında yukarıda bahsedilen durumların göz önüne alınması tasarlanan sistemlerin daha kararlı bir şekilde çalışmasını sağlayacağı öngörülmektedir.

Bu çalışmanın devamı olarak mikro kiriş üzerinde kademe sayısı artırılıp analiz yapılarak genel formül oluşturulabileceği, farklı mesnet durumları, manyetik alan kuvvet değerleri, sönüm değerleri ve dış zorlama metotları için araştırmalar yapılabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Ejeian, F., Shohreh, A. Design and applications of MEMS flow sensors: A review. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2019, 295, 483-502.
- [2] Ali, W.R., Prasad, M. Piezoelectric MEMS based acoustic sensors: A review. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2020, 301, 111-756.
- [3] Dubuc, D., Saddaoui, M. Smart MEMS concept for high secure RF and millimeterwave communications. *Microelectronics Reliability*. 2004, 44(6), 899-907.
- [4] Azizi, S., Ghodsi, A. A conceptual study on the dynamics of a piezoelectric MEMS (Micro Electro Mechanical System) energy harvester. *Energy*. 2016, 96, 495-506.
- [5] https://www.sandia.gov/mesa/mems_info/movie_gallery.html 22.06.2021 tarihinde esinlenilmiştir.
- [6] Akkoca, Ş., Bağdatlı, S.M., Toğun, N. Ortadan mesnetli mikro kirişin doğrusal titreşim hareketleri. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 2021, 36(2), 1089-1104.
- [7] Sarı, G. Mikro Kirişlerin Lineer Olmayan Titreşimleri. Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği A.B.D., Manisa, 2013, 130, (Doktora Tezi).
- [8] Akgöz, B., Civalek, Ö. Free vibration analysis of axially functionally graded tapered Bernoulli–Euler microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*. 2013, 98, 314-322.
- [9] İpci, D., Yıldırım, B. Free Vibration Analysis of Functionally Graded Micro-Beams with Tapered Cross Section. Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği A.B.D., Ankara, 2014, 72. (Yüksek Lisans Tezi).
- [10] Atıcı Çömen, D., Bağdatlı, S.M. Vibrations of fluid conveying microbeams under non-ideal boundary conditions. *Microsystem Technologies*. 2017, 23, 4741–4752.
- [11] Kural, S., Özkaya, E. Size-dependent vibrations of a micro beam conveying fluid and resting on an elastic foundation. *Journal of Vibration and Control*. 2017, 23(7), 1106-1114.

- [12] Tekin, A., Özkaya, E. Çok Kademeli Kirişlerin Nonlinear Titreşimleri. Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği A.B.D., Manisa, 2007, 106. (Doktora Tezi).
- [13] Bağdatlı, S.M., Özkaya, E., Özyiğit, H.A., Tekin, A. Non linear vibrations of stepped beam systems using artificial neural networks. *Structural Engineering and Mechanics*. 2009, 33(1), 15–30.
- [14] Yu, J., Asadi, K., Brahmi, H., Cho, H., Nezmi, S., Lee, S. Frequency Stabilization in a MEMS Oscillator with 1:2 Internal Resonance. *IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, 2019, 1-4.
- [15] Wang, YQ., Bai, JC. Diameter control of microshafts in wire electrical discharge grinding. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2014, 72, 1747–1757.
- [16] Akgöz, B. Yüksek Mertebeden Elastisite Teorileriyle Mikro ve Nano Yapıların Lineer ve Lineer Olmayan Analizleri. Akdeniz Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Antalya, 2010, 85. (Yüksek Lisans Tezi).
- [17] Nayfeh, A.H., Mook, D.T. *Nonlinear Oscillations*. Wiley, New York, A.B.D., 1979, 720 s.
- [18] Hou, J. W., Yuan, J. Z. Calculation of eigenvalue and eigenvector derivatives for nonlinear beam vibrations. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 1988, 26(7), 872–880.
- [19] McDonald, P. H. Nonlinear dynamics of a beam. *Computers and Structures*. 1991, 40(5), 1315-1320.
- [20] Qaisi, M.I. A power series solution for the nonlinear vibrations of beams. *Journal of Sound and Vibration*. 1997, 199(4), 587-594.
- [21] Özkaya, E. Non-linear transverse vibrations of a simply supported beam carrying concentrated masses. *Journal of Sound and Vibration*. 2002, 257(3), 413-424.
- [22] Taleb, N.J., Suppiger, E.W. Vibrations of stepped beams. *Journal of Aerospace Engineering*. 1961, 28, 295-298.
- [23] Sato, H. Non-linear free vibrations of stepped thickness beams. *Journal of Sound and Vibration*. 1980, 72, 415-422.

- [24] Ju, F., Lee, H. P., Lee, K.H. On the free vibration of stepped beams. *International Journal of Solids and Structures*. 1994, 31, 3125–3137.
- [25] Lee, J., Bergman, L.A. Vibration of stepped beams and rectangular plates by an elemental dynamic flexibility method. *Journal of Sound and Vibration*. 1994, 171(5),617–40.
- [26] Krishnan, A., George, G., Malathi, P. Use of finite difference method in the study of stepped beams. *Journal of Mechanical Engineering Education*. 1998, 26(1), 11-24.
- [27] Naguleswaran, S. Natural frequencies, sensitivity and mode shape details of an Euler-Bernoulli beam with one-step change in cross-section and with ends on classical supports. *Journal of Sound and Vibration*. 2002, 252, 751-767.
- [28] Naguleswaran, S. Vibration of an Euler-Bernoulli beam on elastic end supports and with up to three step changes in cross section. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2002, 44, 2541–2555.
- [29] Dong, X., Meng, G., Li, H., Ye, L. Vibration analysis of a stepped laminated composite Timoshenko beam. *Mechanics Research Communications*. 2005, 32, 572-581.
- [30] Sari, G., Pakdemirli, M. Non-linear vibrations of a microbeam resting on an elastic foundation. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2013, 38(5), 1191–1199.
- [31] Xu, L., Yang, Q. Multi-field coupled dynamics for a micro beam. *Mechanics Based Design of Structures & Machines*. 2015, 43 (1), 57-73.
- [32] Yazdi, F.C., Jalali, A. Vibration behavior of a viscoelastic composite microbeam under simultaneous electrostatic and piezoelectric actuation. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 2015, 19(3), 277–304.
- [33] Rahmani, O., Hosseini, S.A.H., Ghoytasi, I., Golmohammadi, H. Buckling and free vibration of shallow curved micro/nano-beam based on strain gradient theory under thermal loading with temperature-dependent properties. *Applied Physics A*. 2016, 123(4).
- [34] Madinei, H., Khodaparast, H. H., Adhikari, S., Friswell, M. I. A Hybrid piezoelectric and electrostatic vibration energy harvester. *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. 2016, 9, 189–195.

- [35] Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C., Tong, P. Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, 39(10), 2731–2743.
- [36] Park, S. K., Gao, X.-L. Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 2006, 16(11), 2355–2359.
- [37] Ma, H.M., Gao, L., Reddy, J.N. A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2008, 56, 3379–3391.
- [38] Ahangar, S., Rezazadeh, G., Shabani, R., Ahmadi, G., Toloei, A. On the stability of microbeam conveying fluid considering modified couple stress theory. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. 2011, 7(4), 327-342.
- [39] Akgöz, B., Civalek, Ö. Analysis of micro-sized beams for various boundary conditions based on the strain gradient elasticity theory. *Archive of Applied Mechanics*. 2012, 82(3), 423-443.
- [40] Ghayesh, M.H., Amabili, M., Farokhi, H. Nonlinear forced vibrations of a microbeam based on the strain gradient elasticity theory. *International Journal of Engineering Science*. 2012, 63, 52-60.
- [41] Akgöz, B., Civalek, Ö. Buckling analysis of functionally graded microbeams based on strain gradient theory. *Acta Mechanica*. 2013, 224(9), 2185-2201.
- [42] Kural, S. Akışkan Taşıyan Mikro Kiriş Titreşimleri. Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Manisa. 2013, 248 (Doktora Tezi).
- [43] Şimşek, M., Aydın, M., Yurtcu, H. H., Reddy, J. N. Size-dependent vibration of a microplate under the action of a moving load based on the modified couple stress theory. *Acta Mechanica*. 2015, 226(11), 3807-3822.
- [44] Mashrouteh, S., Sadri, M., Younesian, D., Esmailzadeh, E. Nonlinear vibration analysis of fluid-conveying microtubes. *Nonlinear Dynamics*. 2016, 85(2), 1007–1021.
- [45] Sedighi, H. M., Shirazi, K. H. Vibrations of micro-beams actuated by an electric field via Parameter Expansion Method. *Acta Astronautica*. 2013, 85, 19–24.

- [46] Chang, T. Nonlinear Free Vibration Analysis Of Nanobeams Under Magnetic Field Based On Nonlocal Elasticity Theory. *Journal Of Vibroengineering*. 2015, 18(3), 1912-1919.
- [47] Li, W., Pan, M., Wu, X., Xiao, D., Tian, W., Hu, J., Hou, Z., Zhao, J., Hu, J. Comparison Analysis Of Energy Loss Between Micro Clamped– Clamped And Clamped-Free Beam In Vertical Motion Flux Modulation Magnetic Sensor. *Microsyst Technol*. 2017, 23, 1991–1997.
- [48] Hieu, D.V., Duy, L.Q., Thoa, N. Nonlinear Vibration of Microbeams under Magnetic Field Using the Modified Couple Stress Theory. *Asian Research Journal of Mathematics*. 2019, 12(1), 1-14.
- [49] Sadeghi-Goughari, M., Jeon, S., Kwo, H. Fluid Structure Interaction Of Cantilever Micro And Nanotubes Conveying Magnetic Fluid With Small Size Effects Under A Transverse Magnetic Field. *Journal Of Fluids And Structures*. 2020, 94, 1-11
- [50] Nayfeh, A.H. *Introduction to Perturbation Techniques*. Wiley Classics Library Edition Published, 1993, 519 s.