T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KUVVETLİ AÇIK VE KAPALI SINIF İRDELEMESİ ÜZERİNE

Elif KARATAŞ

Matematik Anabilim Dalı

ÇANAKKALE

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

KUVVETLİ AÇIK VE KAPALI SINIF İRDELEMESİ ÜZERİNE

Elif KARATAŞ
Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: **28/06/2017**

Tez Danışmanı:
Prof. Dr. Erdal EKİCİ

ÇANAKKALE

Elif KARATAŞ tarafından Prof. Dr. Erdal EKİCİ yönetiminde hazırlanan ve **28/06/2017** tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan "**Kuvvetli Açık ve Kapalı Sınıf İrdelemesi Üzerine**" başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak oybirliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Prof. Dr. Erdal EKİCİ ……………………
Başkan

Yrd. Doç. Dr. Simge ÖZTUNÇ ……………………
Üye

Yrd. Doç. Dr. Sena ÖZEN ……………………
Üye

Prof. Dr. Levent GENÇ
Müdür
Fen Bilimleri Enstitüsü

Sıra No:………

Bu çalışma Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koodinasyon Birimince Desteklenmiştir. Proje Numarası: FYL-2016-811

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Elif KARATAŞ

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleştirilmesinde, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Prof. Dr. Erdal EKİCİ ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her evresinde bana destek olan duydukları güvenle başarılarımın ve başarısızlıklarımın kaygısını yaşadığım zamanlarda beni ayakta tutan can ortağım kıymetli annem Suna KARATAŞ, babam Alihan KARATAŞ, kardeşim Oğuzhan KARATAŞ ve değerli arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışma Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koodinasyon Birimince Desteklenmiştir. Proje Numarası: FYL-2016-811

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koodinasyon Birimine saygı değer danışman hocam Prof. Dr. Erdal EKİCİ ve ben teşekkürlerimizi sunarız.

Elif KARATAŞ

Çanakkale, Haziran 2017

ÖZET

KUVVETLİ AÇIK VE KAPALI SINIF İRDELEMESİ ÜZERİNE

Elif KARATAŞ
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi
Danışman : Prof. Dr. Erdal EKİCİ
28/06/2017,44

Bu tezde kuvvetli bir açık ve kapalı sınıf ile ilişkili sonuçlar araştırılmıştır. Bu kuvvetli açık ve kapalı sınıfın ve sürekliliğin ana teoremleri çalışılmıştır. Kuvvetli açık ve kapalı sınıfın süreklilikle birlikte özellikleri araştırılmıştır. Araştırmalar sonucunda önemli sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Kuvvetli Sınıf, Açık ve Kapalı, Süreklilik

ABSTRACT

ON A DISCUSSION OF STRONG OPEN AND CLOSED CLASS

Elif KARATAŞ
Çanakkale Onsekiz Mart University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Master of Science Thesis in Mathematics
Advisor : Prof. Dr. Erdal EKİCİ
28/06/2017,44

In this thesis, the results on a strong open and closed class were investigated. Main theorems of this strong open and closed class and continuity were studied. Properties of the strong open and closed class with continuity were investigated. Valuable results were obtained with this research.

Keywords: Strong Class, Open and Closed, Continuity

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

BÖLÜM 1
GİRİŞ

Bu tezde kuvvetli bir açık ve kapalı sınıf ile ilişkili sonuçlar araştırılmıştır. Bu kuvvetli açık ve kapalı sınıfın ve sürekliliğin ana teoremleri çalışılmıştır.

Kuvvetli açık ve kapalı sınıfın süreklilikle birlikte özellikleri araştırılmıştır. Araştırmalar sonucunda önemli sonuçlar elde edilmiştir.

Topolojide ana konularda çalışılan birçok sınıfın özellikleri üzerine araştırmalar önemli makalelerde değerlendirilmiştir.

Örnek olarak; Baker ve Ekici (2006); Ekici (2012a); Ekici (2012b); Ekici ve Roy (2011); Ekici (2009); Ekici ve ark. (2008); Ekici (2008a); Ekici (2006); Ekici ve Noiri (2006b); Levine (1970); Velicko (1968); Ekici ve Jafari (2008a); Ekici ve Jafari (2008b); Ekici (2008b); Ekici (2008c); Ekici (2003); Ekici (2005).

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır.

İkinci bölümde tezde kullanılan temel tanımlar ve bilgiler ve tez çalışmasında kullanılan temel teoremler ifade edilmektedir.

Üçüncü bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyonu için sr-sürekliliğin tanımı sunulmaktadır.

$k\colon X_1 \to X_2$ sr-sürekli fonksiyonların çeşitli özellikleri çalışılmıştır.

X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve X_3 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve $l\colon X_2 \to X_3$ fonksiyonu kararsız olduğunda $l o k$ bileşke fonksiyonunun sr-sürekli fonksiyon olduğu gösterilmiştir.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

Hemen hemen δp-düzenli uzay, uzaya göre δönkapalı küme, sr-süreklilik, yarı açık kümeler çalışılmıştır.

Dördüncü bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyonu için tanım kümesi δp-düzenli $T_{1/2}$ uzay olmak üzere ise k fonksiyonunun sr-sürekli olduğu gösterilmiştir.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyon olmak üzere gδpr-kapalı, gδpr-açık kümenin aynı zamanda δönkapalı olduğu gösterilmiştir.

Her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olması durumunda tanımlanan fonksiyonun sr-sürekli olması araştırılmıştır.

Bir sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı fonksiyon için gδpr-kapalı, gδpr-açık kümelerin araştırmaları yapılmıştır.

Beşinci bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu olmak üzere yarı açık küme, gδpr-kapalı, gδpr-açık kümeler çalışılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyon olmak üzere gδpr-kapalı, gδpr-açık kümelerin δönkapalı olması araştırılmıştır.

Altıncı bölümde gδpr-kapalı gδpr-açık kümelerin özellikleri çalışılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı, yarı açık kümeler, gδpr-kapalı, gδpr-açık kümeler çalışılmıştır.

Ayrıca X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı ve değer kümesinden alınan her yarı açık kümenin ters resmi düzenli açık olması durumu araştırılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu için sr-sürekli olma durumları çalışılmıştır

BÖLÜM 2
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

UYARI 2.1. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

G kümesinin kapanışını

$$kap(G)$$

ile göstereceğiz.

G kümesinin içini

$$iç(G)$$

ile göstereceğiz.

TANIM 2.2. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$$G \subset kap(iç(G))$$

oluyorsa G kümesine yarı açık denir (Levine, 1963).

TANIM 2.3. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$$G = iç(kap(G))$$

oluyorsa G kümesine düzenli açık denir. (Stone, 1937)

TANIM 2.4. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer G kümesi düzenli açık oluyorsa X_1-G kümesine düzenli kapalı denir. (Stone, 1937)

TANIM 2.5. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$$G \subset iç(kap(G))$$

oluyorsa G kümesine önaçık denir. (Mashhour ve ark., 1982)

TANIM 2.6. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer G kümesi önaçık oluyorsa X_1-G kümesine önkapalı denir (Mashhour ve ark., 1982)

TANIM 2.7. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$$\delta\text{-kap}(G)=\{x\in X_1 : G\cap \text{iç}(\text{kap}(H))\neq\emptyset , H\in\sigma_1 \text{ ve } x\in H\}$$

olarak tanımlanır.

Eğer

$$G= \delta\text{-kap}(G)$$

ise G kümesine δkapalı denir. (Velicko, 1968)

TANIM 2.8. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer

$$G\subset \text{iç}(\delta\text{-kap}(G))$$

oluyorsa X_1 uzayının G alt kümesine δönaçık denir. (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993)

TANIM 2.9. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer G kümesi δönaçık oluyorsa X_1-G kümesine δönkapalı denir (Raychaudhuri ve Mukherjee, 1993)

TANIM 2.10. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$G\subset H$ ve H, X_1 uzayında açık olduğunda eğer

$$\text{kap}(G)\subset H$$

olursa X_1 uzayının G alt kümesi genelleştirilmiş kapalı olarak adlandırılır ve kısaca g-kapalı olarak gösterilir. (Levine, 1970)

TANIM 2.11. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$G\subset H$ ve H, X_1 uzayında açık olduğunda eğer

$$\text{önkap}(G)\subset H$$

olursa X_1 uzayının G alt kümesi genelleştirilmiş önkapalı olarak adlandırılır ve kısaca gp-kapalı olarak gösterilir. (Maki ve ark., 1996)

TANIM 2.12. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$G\subset H$ ve H, X_1 uzayında düzenli açık olduğunda eğer

$$\text{kap}(G)\subset H$$

olursa X_1 uzayının G alt kümesi düzenli genelleştirilmiş kapalı olarak adlandırılır ve kısaca rg-kapalı olarak gösterilir.(Palaniappan ve Rao, 1993)

TANIM 2.13. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$G \subset H$ ve H, X_1 uzayında düzenli açık olduğunda eğer

$$\text{önkap}(G) \subset H$$

olursa X_1 uzayının G alt kümesi genelleştirilmiş ön düzenli kapalı olarak adlandırılır

yada

düzenli genelleştirilmiş önkapalı olarak adlandırılır ve kısaca gpr-kapalı olarak gösterilir. (Gnanambal, 1997; Noiri, 1998)

TANIM 2.14. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere eğer X_1 uzayının her G düzenli kapalı kümesi ve her $x \in X_1 - G$ noktası için

$$x \in U \text{ ve } G \subset V$$

olacak şekilde U ve V ayrık δönaçık kümeleri varsa X_1 uzayına hemen hemen δp-düzenli denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.15. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının δönaçık alt kümeleri tarafından oluşan G kümesinin her

$$\{V_a : a \in \Lambda\}$$

örtüsü için

$$G \subset \bigcup \{ \delta\text{önkap}(V_a) : a \in \Lambda_0 \}$$

olacak şekilde Λ'nin bir Λ_0 sonlu alt kümesi varsa X_1 uzayının G alt kümesine X_1 uzayına göre δönkapalı denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.16. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

$G \subset H$ ve H, X_1 uzayında açık olduğunda eğer

$$\delta\text{önkap}(G) \subset H$$

olursa X_1 uzayının G alt kümesi genelleştirilmiş δönkapalı olarak adlandırılır ve kısaca gδp-kapalı olarak gösterilir.(Ekici ve Noiri, 2006a)

TANIM 2.17. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer $G \subset H$ ve H, X_1 uzayında düzenli açık olduğu zaman

$$\delta \text{önkap}(G) \subset H$$

ise X_1 uzayının G alt kümesine genelleştirilmiş δp-düzenli kapalı denir ve kısaca gδpr-kapalı olarak adlandırılır. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.18. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer X_1-G kümesi gδpr-kapalı oluyorsa G kümesine gδpr-açık denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.19. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerinde topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu verilsin.

X_1 uzayından alınan her G δönkapalı küme için k(G) kümesi X_2 uzayında δönkapalı oluyorsa k fonksiyonuna kuvvetli δönkapalı denir. (Ekici ve Noiri, 2006a)

TANIM 2.20. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi olsun.

Eğer X_1 uzayındaki her gδpr-kapalı küme, δönkapalı ise bir X_1 topolojik uzayına δp-düzenli $T_{1/2}$ denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.21. X_1 ve X_2 boş olmayan küme ve σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topoloji olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu verilsin.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında yarı açık oluyorsa k fonksiyonuna kararsız denir. (Crossley ve Hildebrand, 1972)

UYARI 2.22. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının G alt kümesi için aşağıdaki diyagram geçerlidir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

$$\begin{tikzcd}
\text{kapalı} \arrow[r] \arrow[d] & \text{g-kapalı} \arrow[r] \arrow[d] & \text{rg-kapalı} \arrow[d] \\
\text{önkapalı} \arrow[r] \arrow[d] & \text{gp-kapalı} \arrow[r] \arrow[d] & \text{gpr-kapalı} \arrow[d] \\
\delta\text{önkapalı} \arrow[r] & \text{g}\delta\text{p-kapalı} \arrow[r] & \text{g}\delta\text{pr-kapalı}
\end{tikzcd}$$

TEOREM 2.23. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere bir X_1 uzayı hemen hemen δp-düzenli ve X_1 uzayının bir G alt kümesi X_1 uzayına göre δönkapalı ise G kümesi gδpr-kapalıdır. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 2.24. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere $G \subset X_1$ olsun.

G kümesinin hemen hemen çekirdeği A yı bulunduran bütün düzenli açık kümelerin kesişimidir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

UYARI 2.25. G kümesinin hemen hemen çekirdeği a-çek(G) ile gösterilir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TEOREM 2.26. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının bir G alt kümesi gδpr-kapalıdır ancak ve ancak

$$\delta\text{önkap}(G) \subset \text{a-çek}(G)$$

(Ekici ve Noiri, 2006b)

TEOREM 2.27. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının δp-düzenli $T_{1/2}$ olmasın için gerek ve yeter koşul her tek nokta kümesinin ya düzenli kapalı ya da δönaçık olmasıdır. (Ekici ve Noiri, 2006b)

BÖLÜM 3
KUVVETLİ AÇIK, KAPALI VE FONKSİYONLAR

Üçüncü bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu için sr-sürekliliğin tanımı sunulmaktadır.

$k: X_1 \rightarrow X_2$ sr-sürekli fonksiyonların çeşitli özellikleri çalışılmıştır.

X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve X_3 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve $l: X_2 \rightarrow X_3$ fonksiyonu kararsız olduğunda $l o k$ bileşke fonksiyonunun sr-sürekli fonksiyon olduğu gösterilmiştir.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

Hemen hemen δp-düzenli uzay, uzaya göre δönkapalı küme, sr-süreklilik, yarı açık kümeler çalışılmıştır.

TANIM 3.1. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

oluyorsa $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonuna sr-sürekli denir.

ÖRNEK 3.2. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

$X_1=\{1,2,3,4\}$, $\sigma_1=\{X_1,\emptyset,\{1\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{1,2,3\},\{1,3,4\}\}$ ayrıca $X_1=X_2$ ve $\sigma_1=\sigma_2$ olsun.

k fonksiyonu şöyle tanımlansın k(1)=1, k(2)=1, k(3)=1, k(4)=1.

Burada $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olur.

TEOREM 3.3. X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve X_3 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve $l: X_2 \rightarrow X_3$ fonksiyonu kararsız olsun.

O halde $l o k$ fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve X_3 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve $l: X_2 \to X_3$ fonksiyonu kararsız olsun.

O halde $l o k: X_1 \to X_3$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_3 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset (l o k)^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \text{önkap}(H)$$
$$\subset (l o k)^{-1}(G)$$

olduğunu göstereceğiz.

O halde

$$H \subset (l o k)^{-1}(G)$$

ise

$$H \subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olur.

$$H \subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olduğunu ele alalım.

l fonksiyonu kararsız ve G kümesi X_3 uzayında yarı açık olduğu için $l^{-1}(G)$ kümesi de X_2 uzayında yarı açık olur.

k fonksiyonu sr-sürekli ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $l^{-1}(G)$ kümesi de X_2 uzayında yarı açık olduğundan

$$\delta \text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olur.

O halde

$$\delta \text{önkap}(H)$$

$$\subset (l o k)^{-1}(G)$$

olur.

Bu durumda $l o k$ fonksiyonu sr-süreklidir.

Dolayısıyla biz k fonksiyonu sr-sürekli ve l fonksiyonu kararsız olduğunda $l o k$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TANIM 3.4. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere eğer X_1 uzayının her G düzenli kapalı kümesi ve her $x \in X_1 - G$ noktası için

$$x \in U \text{ ve } G \subset V$$

olacak şekilde U ve V ayrık δönaçık kümeleri varsa X_1 uzayına hemen hemen δp-düzenli denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TANIM 3.5. X_1 boş olmayan küme ve σ_1, X_1 üzerindeki topoloji olmak üzere X_1 uzayının δönaçık alt kümeleri tarafından oluşan G kümesinin her

$$\{V_a : a \in \Lambda\}$$

örtüsü için

$$G \subset \bigcup \{\, \delta\text{önkap}(V_a) : a \in \Lambda_0 \}$$

olacak şekilde Λ'nin bir Λ_0 sonlu alt kümesi varsa X_1 uzayının G alt kümesine X_1 uzayına göre δönkapalı denir. (Ekici ve Noiri, 2006b)

TEOREM 3.6. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayı hemen hemen δp-düzenli uzay ve X_1 uzayındaki her küme X_1 uzayına göre δönkapalı olsun.

k fonksiyonu sr-sürekli ise X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_2 uzayı hemen hemen δp-düzenli uzay ve X_1 uzayındaki her küme X_1 uzayına göre δönkapalı olsun.

k fonksiyonu sr-sürekli ise X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesinin δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_1 uzayı hemen hemen δp-düzenli ve X_1 uzayının bir G alt kümesi X_1 uzayına göre δönkapalı olması var olsun.

O halde k fonksiyonu sr-sürekli olduğunda X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesinin δönkapalı olduğunu göstermemiz yeterli olacaktır.

Bunun için sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu hatırlayalım..

X_1 uzayından alınan her H kümesi için X_2 uzayından alınan G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık olur.

O halde sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının $k^{-1}(G)$ alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$k^{-1}(G) \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \text{önkap}(k^{-1}(G))$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

Dolayısıyla biz X_2 uzayı hemen hemen δp-düzenli uzay ve X_2 uzayındaki her küme X_2 uzayına göre δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan her H kümesi için k fonksiyonu sr-sürekli olduğunda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 3.7. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

$$\delta \text{önkap}(H)$$

$$\subset \text{a-çek}(H)$$

ve

$$\delta \text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset \text{a-çek}(X_1\text{-}H)$$

için k(H) kümesi gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset \text{a-çek}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset \text{a-çek}(X_1\text{-}H)$$

için k(H) kümesinin gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunu için X_1 uzayının bir G alt kümesi gδpr-kapalı olmasını kullanmamız gerek.

Buradan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset \text{a-çek}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset \text{a-çek}(X_1\text{-}H)$$

olduğunda X_1 uzayının bir H alt kümesi X_1-H alt kümesinin var olmasını kullanacağız.

O halde k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermemiz gerekecek.

Bunun için k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun ve H kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık olduğundan $k(H)\subset G$ olarak alalım.

Burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme. k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H\subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\delta\text{önkap}(H))$$

$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\text{önkap}(H))\subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

ve

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(H))\subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(H))\subset G$$

olur.

O halde

$$k(H)$$

gδpr-kapalı.

Dolayısıyla

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset a\text{-çek}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset a\text{-çek}(X_1\text{-}H)$$

olduğunda H kümesini kullanarak $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 3.8. X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve X_3 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi düzenli kapalı olsun ve $l: X_2 \rightarrow X_3$ fonksiyonu kararsız olsun.

O halde $l o k$ fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1, X_2 ve X_3 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2, σ_3 sırasıyla X_1, X_2 ve üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi düzenli kapalı olsun ve $l: X_2 \to X_3$ fonksiyonu kararsız olsun.

O halde $l o k$ fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstereceğiz. $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olsun.

X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göstterelim.

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $l o k: X_1 \to X_3$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_3 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset (l o k)^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset (l o k)^{-1}(G)$$

olduğunu göstereceğiz.

O halde

$$H \subset (l o k)^{-1}(G)$$

ise

$$H\subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olur.

$$H\subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olduğunu kullanacağız.

l fonksiyonu kararsız ve G kümesi X_3 uzayında yarı açık olduğu için $l^{-1}(G)$ kümesi de X_2 uzayında yarı açık olur.

k fonksiyonu sr-sürekli ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $l^{-1}(G)$ kümesi de X_2 uzayında yarı açık olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(l^{-1}(G))$$

olur.

O halde

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset (l o k)^{-1}(G)$$

olur.

Bu durumda lok fonksiyonu sr-süreklidir.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi düzenli kapalı ve l fonksiyonu kararsız ise lok fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 3.9. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun. X_1 uzayından alınan H kümesi kapalı, açık olsun.

Bu durumda k(H), X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunu alalım.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H kümesi kapalı, açık olsun H kümesini X_1 uzayında kapalı, açık alalım.

H kümesini X_1 uzayında kapalı, açık olduğunu kullanacağız.

Bu durumda k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde k(H)⊂G olarak alalım burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme. k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi kapalı, açık ve $H \subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\delta\text{önkap}(H))$$
$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\text{önkap}(H)) \subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}(k(H))$$
$$\subset \delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

olur ve

$$\delta\text{önkap}(k(H))$$
$$\subset \delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(H)) \subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(H)) \subset G$$

olur.

O halde k(H) gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan H kapalı, açık kümesi için k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

BÖLÜM 4

KUVVETLİ AÇIK, KAPALI VE ARAŞTIRMALAR

Dördüncü bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu için tanım kümesi δp-düzenli $T_{1/2}$ uzay olmak üzere ise k fonksiyonunun sr-sürekli olduğu gösterilmiştir.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyon olmak üzere gδpr-kapalı, gδpr-açık kümenin aynı zamanda δönkapalı olduğu gösterilmiştir.

Her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olması durumunda tanımlanan fonksiyonun sr-sürekli olması araştırılmıştır.

Bir sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı fonksiyon için gδpr-kapalı, gδpr-açık kümelerin araştırmaları yapılmıştır.

TEOREM 4.1. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayı δp-düzenli $T_{1/2}$ ise her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_1 uzayı δp-düzenli $T_{1/2}$ ise her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermek için X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göstereceğiz.

O halde X_2 uzayının bir G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının bir H altkümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olsun.

X_1 uzayı δp-düzenli $T_{1/2}$ olduğundan yola çıkacağız.

H kümesi ele alırsak

$$\delta\text{önkap}(H)$$

gözönüne alacağız.

$$H \subset k^{-1}(G)$$

O halde buradan

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

Böylece k fonksiyonu sr-sürekli olur.

Dolayısıyla biz X_1 uzayı δp-düzenli $T_{1/2}$ iken her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.2. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

Keyfi X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olsun. Bu durumda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

Keyfi X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_1 uzayından H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım.

k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının bir G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının bir H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olmasını biliyoruz.

X_1 uzayından bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım. X_1 ve X_2 uzaylarını birbirine eşit alalım.

X_2 uzayının üzerinde elemanları $\emptyset$, H ve X_2 olan topolojiyi alalım.

Burada H kümesi X_1 ve X_2 uzayında olduğu için aynı zamanda X_1 ve X_2 uzayında yarı açıktır.

X_1 uzayından X_2 uzayına bir birim dönüşüm tanımlayıp bu dönüşüme k fonksiyonu diyelim.

Topolojinin öğelerini H, X_2 ve $\varnothing$ olarak alalım.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğundan k fonksiyonu aynı zamanda sr-sürekli olur.

H kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık ve H kümesi yarı açıktır.

O halde

$$H \subset k^{-1}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(H)$$

olur. k fonksiyonu birim fonksiyon olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H) \subset H$$

olur.

O halde H kümesi δönkapalı olur.

Dolayısıyla biz keyfi X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğunda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.3. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun. X_1 uzayından alınan H kümesi kapalı, açık olsun.

Bu durumda k(X_1-H), X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunu alalım.

H kümesini X_1 uzayında kapalı, açık alalım.

k fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun. X_1 uzayından alınan H kümesi kapalı, açık olsun H kümesini X_1 uzayında kapalı, açık alalım.

H kümesini X_1 uzayında kapalı, açık olduğunu kullanacağız. O halde X_1-H kümesini ele alalım.

Bu durumda k(X_1-H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz. Bunun içinde k(X_1-H)⊂G olarak alalım burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme. k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının X_1-H alt kümesi kapalı, açık ve $X_1\text{-}H\subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H))$$

$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H))\subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}\Big(k\big(X_1\text{-}H\big)\Big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)))$$

olur ve

$$\delta\text{önkap}\Big(k\big(X_1\text{-}H\big)\Big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H))\subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(X_1\text{-}H))\subset G$$

olur.

O halde $k(X_1\text{-}H)$ gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k\colon X_1\rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan H kümesi kapalı, açık için $k(X_1\text{-}H)$ kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.4. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k\colon X_1\rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayındaki her H kümesi için

$$\delta\text{önkap}(H)\subset\text{a-çek}(H)$$

olsun. k fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayındaki her H kümesi için

$$\delta\text{önkap}(H) \subset \text{a-çek}(H)$$

olsun.

k fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

X_1 uzayının bir G alt kümesi için δönkap(G)⊂a-çek(G) olduğunu kullanacağız.

$$\delta\text{önkap}(G) \subset \text{a-çek}(G).$$

Buradan δönkap(H)⊂a-çek(H) olduğunda X_1 uzayının bir H alt kümesini kullanacağız.

O halde $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı olduğunda X_2 uzayındaki her yarı açık G kümesi $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermemiz yeterli olacaktır.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olsun. k fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun için sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $H \subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olduğunu biliyoruz.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğu için X_2 uzayından alınan G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık olur.

O halde sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının $k^{-1}(G)$ alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$k^{-1}(G) \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(k^{-1}(G))$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

Dolayısıyla biz

$$\delta\text{önkap}(H)\subset \text{a-çek}(H)$$

olduğunda X_1 uzayının bir H alt kümesni kullanarak;

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğunda ve k fonksiyonu sr-sürekli olduğunda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.5. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan bir H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda k(H), X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda k(H), X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde $k(H)\subset G$ olarak alalım burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme.

k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H\subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu biliyoruz.

Buradan

$$k(\delta\text{önkap}(H))$$

$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\text{önkap}(H))\subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

ve

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(H))\subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(H))\subset G$$

olur.

O halde k(H) gδpr-kapalı.

Dolayısıyla $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.6. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere X_1 uzayında her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olsun.

Keyfi X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere X_1 uzayında her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olsun.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

Bunun için koşul her tek nokta kümesinin ya düzenli ya da δönaçık olmasını kullanacağız.

O halde X_1 uzayında her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olduğunda ele alarak ispatı bitireceğiz.

O halde $: X_1 \to X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermemiz yeterli olacaktır.

O halde k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermek için X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $H\subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göstereceğiz.

O halde X_2 uzayının bir G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının bir H altkümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olsun.

X_1 uzayındaki her H gδpr-kapalı olduğundan ve her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olmasını kullanırsak

$$\delta\text{önkap}(H)$$

ele alacağız.

O halde buradan $\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$ olur.

Böylece k fonksiyonu sr-sürekli olur.

Dolayısıyla biz X_1 uzayında her tek nokta kümesi düzenli kapalı ya da δönaçık olduğunda keyfi X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.7. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan bir H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda $k(X_1\text{-}H)$, X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

O halde X_1-H kümesi de X_1 uzayında gδpr-açık, gδpr-kapalı olur.

Bu durumda $k(X_1\text{-}H)$, X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde $k(X_1\text{-}H) \subset G$ olarak alalım burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme.

k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının X_1-H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$X_1\text{-}H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-}H)$$
$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\delta\ddot{o}nkap(X_1\text{-}H))$$
$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\ddot{o}nkap(X_1\text{-}H))\subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\ddot{o}nkap\big(k(X_1\text{-}H)\big)$$
$$\subset \delta\ddot{o}nkap(k(\delta\ddot{o}nkap(X_1\text{-}H)))$$

ve

$$\delta\ddot{o}nkap\big(k(X_1\text{-}H)\big)$$
$$\subset \delta\ddot{o}nkap(k(\delta\ddot{o}nkap(X_1\text{-}H))))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\ddot{o}nkap(X_1\text{-}H))$$
$$\subset G$$

olduğundan

$$\delta\ddot{o}nkap(k(X_1\text{-}H))$$
$$\subset G$$

olur.

O halde $k(X_1\text{-}H)$ gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ve kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için $k(X_1\text{-}H)$ kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.8. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olsun.

O zaman $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olsun.

k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermek için X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göstereceğiz.

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli.

Dolayısıyla X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(A)$, X_1 uzayında düzenli kapalı olduğunda k fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 4.9. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalı olsun.

O halde k fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalı olsun.

O halde k fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \ddot{o}nkap(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göreceğiz.

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olduğunda

$$\delta \ddot{o}nkap(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

$k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalı olduğundan

$$\delta \ddot{o}nkap(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde k fonksiyonu sr-süreklidir. Dolayısıyla biz X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalı olduğunda k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

BÖLÜM 5

KUVVETLİ AÇIK, KAPALI VE SONUÇLAR

Beşinci bölümde X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu olmak üzere yarı açık küme, gδpr-kapalı, gδpr-açık kümeler çalışılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyon olmak üzere gδpr-kapalı, gδpr-açık kümelerin δönkapalı olması araştırılmıştır.

TEOREM 5.1. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesi X_1 uzayında δönaçıktır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesi X_1 uzayında δönaçık olduğunu göstereceğiz.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olarak alalım.

X_1 uzayından bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım. X_1 ve X_2 uzaylarını birbirine eşit alalım.

X_2 uzayının üzerinde elemanları $\emptyset$, X_1-H ve X_2 olan topolojiyi alalım.

Burada X_1-H kümesi X_1 uzayında aynı zamanda X_1 uzayında yarı açıktır. X_1 uzayından X_2 uzayına bir birim dönüşüm tanımlayıp bu dönüşüme k fonksiyonu diyelim.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olarak alalım.

O halde

$$X_1\text{-}H \subset k^{-1}(X_1\text{-}H)$$

ve

$$\delta \text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset k^{-1}(X_1\text{-}H)$$

olur. k fonksiyonu birim fonksiyon olduğundan

$$\delta \text{önkap}(X_1\text{-}H)$$

$$\subset X_1\text{-}H$$

olur.

O halde H kümesi ise δönaçık olur.

Dolayısıyla biz her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olduğunda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönaçık olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 5.2. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayından alınan her gδpr-kapalı, gδpr-açık kümenin δönkapalı olması için gerek ve yeter şart her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olmasıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_1 uzayından alınan her H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun ve H kümesi δönkapalı olsun.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu gösterelim.

Bunun için sr-sürekliliğin tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göstermeliyiz.

Bunun için X_1 uzayından alınan H kümesi δönkapalı olduğundan

$$\delta \text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

dır.

Buradan

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olduğu için ispat biter.

O halde k fonksiyonu sr-süreklidir.

Dolayısıyla biz X_1 uzayından alınan her gδpr-kapalı, gδpr-açık küme δönkapalı ise $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

Tersine; Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunun sr-sürekli olsun.

X_1 uzayından alınan her gδpr-kapalı, gδpr-açık kümenin δönkapalı olduğunu gösterelim.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_1 uzayından H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım.

k fonksiyonu sr-sürekli olduğundan X_2 uzayının bir G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının bir H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H\subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu görmeliyiz.

X_1 uzayından bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım. X_1 ve X_2 uzaylarını birbirine eşit alalım.

X_2 uzayının üzerinde elemanları $\emptyset$, H ve X_2 olan topolojiyi alalım.

Burada H kümesi X_2 uzayında yarı açıktır.

X_1 uzayından X_2 uzayına bir birim dönüşüm tanımlayıp bu dönüşüme k fonksiyonu diyelim.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğundan k fonksiyonu aynı zamanda sr-sürekli olur.

H kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık ve H kümesi yarı açıktır.

O halde

$$H\subset k^{-1}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(H)$$

olur.

k fonksiyonu birim fonksiyon olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H) \subset H$$

olur.

O halde H kümesi δönkapalı olur.

Dolayısıyla biz X_1 uzayından alınan her H gδpr-kapalı, gδpr-açık küme için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli ise H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 5.3. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli açık olsun.

O zaman $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonunu alalım.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli açık olsun.

k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermek için X_2 uzayından alınan G kümesi yarı açık ve X_1 uzayından alınan bir H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göreceğiz.

O halde H kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

alalım. $k^{-1}(G)$, X_1 uzayında düzenli açık olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

O halde $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu sr-sürekli.

Dolayısıyla X_2 uzayından alınan her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında düzenli açık oluyorsa $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 5.4. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

Bu k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun ve k kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan her H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda k(H), X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu alalım.

Bu k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun ve k kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda k(H), X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde $k(H) \subset G$ olarak alalım burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme.

k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olarak kabul ediyoruz.

O halde X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\text{δönkap}(H) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\text{δönkap}(H))$$

$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\text{δönkap}(H)) \subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

ve

$$\delta\text{önkap}\big(k(H)\big)$$

$$\subset\delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(H)))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(H))\subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(H))\subset G$$

olur.

O halde k(H) gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık ve k kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan her H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için k(H) kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

BÖLÜM 6
ÇEŞİTLİ UYGULAMALAR

Altıncı bölümde gδpr-kapalı gδpr-açık kümelerin özellikleri çalışılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı, yarı açık kümeler, gδpr-kapalı, gδpr-açık kümeler çalışılmıştır.

Ayrıca X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı ve değer kümesinden alınan her yarı açık kümenin ters resmi düzenli açık olması durumu araştırılmıştır.

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu için sr-sürekli olma durumları çalışılmıştır.

TEOREM 6.1. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı ve X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun.

X_1 uzayının bir H alt kümesini gδpr-kapalı, gδpr-açık alalım. $k(X_1\text{-}H)$ kümesi X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı olsun.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun.

X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğunu kullanacağız.

X_1 uzayından alınan bir H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

O zaman X_1-H kümesi de ele alarak işlem yapacağız.

Bu durumda $k(X_1\text{-}H)$, X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde

$$k(X_1\text{-}H) \subset G$$

olarak alalım.

Burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme. k fonksiyonu için X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının X_1-H alt kümesini düşünürsek ve

$$X_1\text{-}H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta \text{önkap}(X_1\text{-H}) \subset k^{-1}(G)$$

olur.

Buradan

$$k(\delta \text{önkap}(X_1\text{-H})) \subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta \text{önkap}(X_1\text{-H})) \subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta \text{önkap}\Big(k\big(X_1\text{-H}\big)\Big) \subset \delta \text{önkap}(k(\delta \text{önkap}(X_1\text{-H})))$$

ve

$$\delta \text{önkap}\Big(k\big(X_1\text{-H}\big)\Big) \subset \delta \text{önkap}(k(\delta \text{önkap}(X_1\text{-H})))$$

olduğundan ve

$$k(\delta \text{önkap}(X_1\text{-H})) \subset G$$

olduğundan

$$\delta \text{önkap}(k(X_1\text{-H})) \subset G$$

olur.

O halde $k(X_1\text{-H})$ gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu kuvvetli δönkapalı ve X_2 uzayından alınan her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğunda X_1 uzayının bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık alt kümesi için $k(X_1\text{-H})$ kümesi X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 6.2. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunu alalım.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olarak alalım.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalıdır.

X_1 uzayından H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım.

X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun için X_1 uzayından bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım. k fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olduğundan X_2 uzayının bir G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının bir H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\ddot{o}nkap(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

X_1 uzayından bir H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi alalım. X_1 ve X_2 uzaylarını birbirine eşit alalım.

X_2 uzayının üzerinde elemanları $\emptyset$, H ve X_2 olan topolojiyi alalım.

Burada H kümesi X_2 uzayında yarı açıktır.

X_1 uzayından X_2 uzayına bir birim dönüşüm tanımlayıp bu dönüşüme k fonksiyonu diyelim.

Her X_2 uzayı için $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olduğunu kullanacağız.

H kümesi X uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık ve H kümesi yarı açıktır.

O halde

$$H \subset k^{-1}(H)$$

ve

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(H)$$

olur.

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(H)$$

olmasını kullanacağız.

k fonksiyonu birim fonksiyon olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)\subset H$$

olur.

O halde H kümesi δönkapalı olur.

Dolayısıyla biz her X_2 uzayı için $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu X_2 uzayından alınan keyfi bir G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ düzenli kapalı olduğunda X_1 uzayından alınan H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için H kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 6.3. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olsun. k fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olsun. k fonksiyonu sr-sürekli olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $H\subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)\subset k^{-1}(G)$$

olur.

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olması durumunu kullanacağız.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğu için X_2 uzayından alınan G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık olur.

O halde sr-süreklilik tanımından X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının $k^{-1}(G)$ alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$k^{-1}(G)\subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(k^{-1}(G))$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

Dolayısıyla biz X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğunda ve k fonksiyonu sr-sürekli olduğunda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 6.4. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında kapalı olsun. O halde k fonksiyonu sr-süreklidir.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \to X_2$ fonksiyonu verilsin.

O halde k fonksiyonu sr-sürekli olduğunu göstereceğiz.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında kapalı olsun.

X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $H\subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olduğunu göreceğiz.

Her yarı açık küme için ters resim kapalı küme olduğundan $k^{-1}(H)$ kümesini ele alırsak ve $H\subset k^{-1}(G)$ olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

$k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında kapalı olduğundan

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

Olduğunu görürüz.

O halde k fonksiyonu sr-süreklidir.

Dolayısıyla X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında kapalı olduğunda k fonksiyonunun sr-sürekli olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 6.5. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin. X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olsun.

X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun. Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olsun. X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun.

Bu durumda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstereceğiz.

O halde X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğuu kabul edelim ve k fonksiyonu her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının H alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve $H \subset k^{-1}(G)$ olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(H)$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

dır.

X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğu için X_2 uzayından alınan G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında gδpr-kapalı, gδpr-açık olur.

O halde her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğundan X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının $k^{-1}(G)$ alt kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık ve

$$k^{-1}(G) \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta önkap(k^{-1}(G))$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

O halde $k^{-1}(G)$ kümesi X_1 uzayında δönkapalıdır.

Dolayısıyla biz X_1 uzayından alınan her H kümesi için H gδpr-kapalı olduğunda ve X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olduğunda X_2 uzayındaki her G yarı açık kümesi için $k^{-1}(G)$ kümesinin X_1 uzayında δönkapalı olduğunu göstermiş olduk.

TEOREM 6.6. X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu verilsin.

Bu k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun ve k kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan her H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

Bu durumda $k(X_1\text{-}H)$, X_2 uzayında gδpr-kapalıdır.

İSPAT

X_1 ve X_2 boş olmayan kümeler σ_1, σ_2 sırasıyla X_1 ve X_2 üzerindeki topolojiler olmak üzere $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonu alalım.

Bu k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(G)$ düzenli açık olsun ve k kuvvetli δönkapalı olsun.

X_1 uzayından alınan H kümesi gδpr-kapalı, gδpr-açık olsun.

O halde X_1-H kümesi X_1 uzayında ele alacağız.

Bu durumda $k(X_1\text{-}H)$, X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstereceğiz.

Bunun içinde

$$k(X_1\text{-}H) \subset G$$

olarak alalım

Burada G, X_2 uzayında düzenli açık küme. k fonksiyonunda X_2 uzayındaki her U yarı açık küme için $k^{-1}(U)$ düzenli açık olduğunu kullanacağız.

O halde X_2 uzayının G alt kümesi yarı açık ve X_1 uzayının X_1-H alt kümesi düşünürsek ve

$$X_1\text{-}H \subset k^{-1}(G)$$

olması durumunda

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-H})$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olur.

$$\delta\text{önkap}(X_1\text{-H})$$

$$\subset k^{-1}(G)$$

olmasını kullanacağız.

Buradan

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-H}))$$

$$\subset k(k^{-1}(G))$$

ve

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-H}))\subset G$$

olur.

Ayrıca

$$\delta\text{önkap}(k(X_1\text{-H}))$$

$$\subset \delta\text{önkap}(k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-H})))$$

olduğundan ve

$$k(\delta\text{önkap}(X_1\text{-H}))\subset G$$

olduğundan

$$\delta\text{önkap}(k(X_1\text{-H}))\subset G$$

olur.

O halde $k(X_1\text{-H})$ gδpr-kapalı.

Dolayısıyla biz $k: X_1 \rightarrow X_2$ fonksiyonunda X_2 uzayındaki her G yarı açık küme için $k^{-1}(A)$ düzenli açık ve k kuvvetli δönkapalı olduğunda X_1 uzayından alınan her H gδpr-kapalı, gδpr-açık kümesi için $k(X_1\text{-H})$ kümesinin X_2 uzayında gδpr-kapalı olduğunu göstermiş olduk.

KAYNAKLAR

Baker C. W., Ekici E., 2006. A Note on Almost Contra-precontinuous Functions, International Journal of Mahtematics and Mathematical Sciences, Volume 2006, Article ID 96032, 1-8

Crossley S. G., Hildebrand S. K., 1972. Semi-topological Properties, Fund. Math., 74: 233-254.

Ekici E., 2003. Nearly Continuous Multifunctions, Acta Mathematica Universitatis Comenianae, Vol. LXXII, 2, pp. 229-235.

Ekici E., 2005. Generalization of Perfectly Continuous, Reguler Set-connected and Clopen Functions, Acta Mathematica Hungarica, 107 (3), 193-206.

Ekici E., 2006. On Almost and Weak Forms of Nearly Continuous Multifunctions, Proceedings of the Jangjeon Mathematical Society, 9 (2), 109-120.

Ekici E., Noiri T., 2006a. On a Generalization of Normal, Almost Normal and Mildly Normal Spaces-I. Mathematica Moravica, 10: 9-20.

Ekici E.,Noiri T., 2006b. On a Generalization of Normal, Almost Normal and Mildly Normal Spaces II. Filomat, 20(2): 67-80.

Ekici.E., 2008a. On Contra πg-continuous Functions, Chaos, Solitons and Fractals, 35, 71-81.

Ekici E., 2008b. On (LC,s)-continuous Functions, Chaos, Solitons and Franctals, Vol 38, 430-438

Ekici E., 2008c. On Almost and Weakly δ-semicontinuous Multifunctions, Miskolc Mathematical Notes, Vol. 9, No. 1,41-52

Ekici E., Jafari S., 2008a. On DS*-sets and Decompositions of Continuous Functions, Filomat, 22:2, 65-73.

Ekici E., Jafari S., 2008b. On D-sets, DS-sets and Decompositions of Continuous, A-continuous and AB-continuous Functions, Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, N. 24, 255-264

Ekici E., Jafari S., Noiri T., 2008. On Upper and Lower Contra-continuous Multifunctions, Analele Stiintifie Ale Universitatii Al I. Cuza Din Lasi (S.N.), Matematica, 54 (1), 75-85.

Ekici E., 2009. On e*-open Sets and (D.S)*-sets, Mathematica Moravica, Vol. 13-1, 29-36.

Ekici E., Roy B., 2011. New Generalized Topologies on Generalized Topological Spaces Due to Császár, Acta Mathematica Hungarica, 132 (1-2), 117-124.

Ekici E., 2012a. On Weak Structures Due to Császár, Acta Mathematica Hungarica, 134 (4), 565-570.

Ekici E., 2012b. Generalized Submaximal Spaces, Acta Mathematica Hungarica, 134 (1-2), 132-138.

Gnanambal Y., 1997. On Generalized Preregular Closed Sets in Topological Spaces, Indian J. Pure Appl. Math., 28: 351-360.

Levine, N. 1963. Semi-open sets and semi-continuity in topological spaces, Amer. Math. Monthly 70: 36-41.

Levine N., 1970. Generalized Closed Sets in Topology, Rend. Circ. Mat. Palermo (2), 19: 89-96.

Maki H.,Umehara J., Noiri T., 1996. Every topological space is pre-$T_{1/2}$, Mem. Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A Math., 17: 33-42.

Mashhour A. S., Abd El-Monsef M. E., El-Deeb S. N., 1982. On Precontinnous and Weak Precontinuous Mappings, Proc. Math. Phys. Soc. Egypt, 53: 47-53.

Noiri T., 1998. Almost p-regular Spaces and Some Functions, Acta Math. Hungar., 79: 207-216.

Palaniappan N., Rao K. C., 1993. Regular Generalized Closed Sets, Kyungpook Math. J., 33: 211-219.

Raychaudhuri S., Mukherjee N., 1993. On δ-almost Continuity and δ-preopen Sets, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica., 21: 357-366.

Stone M. H., 1937. Applications of the Theory of Boolean Rings to General Topology. Trans Amer Math Soc., 41: 375-381.

Velicko N. V., 1968. H-closed Topological Spaces, Amer. Math. Soc. Transl., 78: 103-118.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Elif KARATAŞ

Doğum Yeri : İstanbul/Fatih

Doğum Tarihi : 14/05/1993

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü (2011-2015)

Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü (2015-2017)

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Yayınlar -SCI -Diğer :

b) Bildiriler –Uluslar arası : The Second International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences (CMES2017)

c) Katıldığı Projeler : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi-FYL-811

İLETİŞİM

E-posta Adresi : e.karatas7@hotmail.com