EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

BAND COLLOCATION PROBLEMİNİN MODELLENMESİ VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ ÜZERİNE

Ahmet TEKİN

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Arif GÜRSOY

Matematik Anabilim Dalı

Sunuş Tarihi: 27.07.2017

Bornova-İZMİR

2017

Ahmet Tekin tarafından **Yüksek Lisans Tezi** olarak sunulan "**Band Collocation Probleminin Modellenmesi ve Çözüm Yöntemleri Üzerine"** başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 27/07/2017 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:		**İmza**
Jüri Başkanı	**:** Yrd. Doç. Dr. Arif GÜRSOY	**...............................**
Raportör Üye	**:** Yrd. Doç. Dr. Fidan NURİYEVA	**...............................**
Üye	**:** Doç. Dr. Burak ORDİN	**...............................**

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "**Band Collocation Probleminin Modellenmesi ve Çözüm Yöntemleri Üzerine**" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

27 / 07 / 2017

İmzası

Ahmet TEKİN

ÖZET

BAND COLLOCATION PROBLEMİNİN MODELLENMESİ VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ ÜZERİNE

TEKİN, Ahmet

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Arif GÜRSOY
Temmuz 2017, 35 sayfa

Band Collocation Problemi (BCP), telekomünikasyonda kullanılan ve maliyeti en aza indirmeyi amaçlayan bir kombinatoriyal optimizasyon problemidir.

Fiber optik kablo yatırımının çok pahalı olduğu göz önüne alınarak, kullanılacak kartlar (cihazlar) için gereken maliyeti minimum tutmak hedeflenmektedir. Geliştirilecek matematiksel modeller ve algoritmalar ile maliyetler düşürülecektir. Dolayısıyla teknolojinin en önemli yapı taşlarından biri olan telekomünikasyon sektörüne katkısı bulunmuş olacaktır.

Bu tez çalışmasında, bir kombinatoriyal optimizasyon problemi olan BCP'nin modellenmesi ve çözüm yöntemleri ele alınmış, ilgili problemin matematiksel modelleri incelenerek daha kapsamlı matematiksel modeller sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Kombinatoriyal Optimizasyon, Tamsayılı Doğrusal Programlama, Bandpass Problemi, Band Collocation Problemi, Telekomünikasyon, Matematiksel Modelleme, Sezgisel Algoritmalar

ABSTRACT

ON THE MODELLING AND SOLUTION TECHNIQUES OF THE BAND COLLOCATION PROBLEM

TEKIN, Ahmet

MSc in Department of Mathematics.
Supervisor: Asst. Prof. Dr. Arif GURSOY
July 2017, 35 pages

Band Collocation Problem (BCP) is a combinatorial optimization problem that is used in telecommunication and aims to minimize the cost.

Considering that fiber optic cable investment is very expensive, it is aimed to minimize the cost for the cards to be used. Costs will be reduced with mathematical models and algorithms to be developed. Therefore, contribution to telecommunication sector, one of the most important building blocks of technology, will be found.

In this thesis, modeling and solution methods of BCP which is a combinatorial optimization problem are explained. Also, mathematical models of the problem has been analyzed and a more comprehensive mathematical model has been submitted.

Keywords: Combinatorial Optimization, Binary Integer Linear Programming, Bandpass Problem, Band Collocation Problem, Telecommunication, Mathematical Model, Heuristic Algorithm

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımda benden yardım ve tecrübelerini esirgemeyen değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Arif GÜRSOY'a ve tezimde emeği olan herkese teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (devam)

ŞEKİLLER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Band Collocation Problemi (BCP), telekomünikasyonda kullanılan ve çözümü zor olan bir kombinatoriyal optimizasyon problemidir.

Günümüzde iletişim teknolojileri hızla gelişmektedir. Buna bağlı olarak internet kullanımı ve veri alış-veriş trafiği sürekli olarak artmaktadır. Bu veri alış-veriş trafiğinin gereksiniminin karşılanması için fiber optik teknolojisi kullanılmaktadır. Fiber optik tekolojisinin bize sunduğu band genişliğinden yararlanmak için farklı çoğullama teknikleri kullanılır. Yüksek kapasiteli telekomünikasyon bağlantılarının iletişim kapasitesi talebindeki artışı ve tek dalgaboyu bağlantılarının hız sınırlamasına bağlı olarak, gelişmiş ışıkdalgası ağlarında, dalga boyu bölmeli çoğullama WDM (Wavelength Division Multiplexing) kullanılmaktadır (Keiser, 1999).

Dalga boylarının sayısı fazla olduğunda ise yoğun dalga boyu bölmeli çoğullama (Dense Wavelength Division Multiplexing, DWDM) kullanılır. Bir DWDM sisteminin en önemli parçalarından birisi ADM (Add/Drop Multiplexer)'dir. İstasyonlar, optik bir cihaz olan ADM ile dalgaboyu ekleme çıkarma işlemi yaparlar. BCP, DWDM teknolojisini kullanarak fiber optik ağlar üzerinden veri iletir.

BCP'de fiber optik kablodan gönderilen bilgi paketlerinin (dalga boylarının) yerleşimi oldukça büyük öneme sahiptir. Doğru yerleşim ile taşınacak bilgi daha elverişli ve daha az maliyetli bir şekilde hedefe ulaştırılmak istenmektedir.

Bu tezde, telekomünikasyon alanında ve fibet optik kablo üzerinde kullanılan kartların ortaya çıkan maliyetini en aza indirgemek için matematiksel modeller incelenmiş ve yeni modeller önerilmiştir.

Tez 6 bölüm ve kaynaklar listesinden oluşmaktadır.

Giriş bölümünde problemin önemine değinilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde, optimizasyon problemlerinin genel tanımı ve modellenmesi verilmiştir. Kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin kesin ve yaklaşık çözüm yöntemlerinin yanında ayrıca bazı matematiksel modelleme türlerine de değinilmiştir.

Üçüncü bölümde, Bandpass Problemi açıklanmış ve problemin matematiksel modeli ifade edilmiştir.

Dördüncü bölümde, BCP'nin tanımına yer verilmiş ve örnekle açıklanmıştır. Var olan matematiksel modelleri sınıflara ayrılmış ve problemin bazı çözüm yöntemlerine değinilmiştir.

Beşinci bölümde, BCP için önerilmiş matematiksel modellere yer verilmiştir. Bu matematiksel modeller ayrıntılarıyla açıklanmış, günlük problemlere olan katkısı gösterilmiştir.

Altıncı bölümde ise sonuçlar özetlenmiştir.

2. KOMBİNATORİYAL OPTİMİZASYON

Optimizasyon problemleri, verilen şartlar altında en iyi çözümün elde edilmesini amaçlayan problemlerdir. Pratik ve teorik olarak önemi olan bu problemler, amaç fonksiyonu doğrultusunda en iyi yapılandırma veya parametre seçimiyle tanımlanmalıdır. Uzun yıllar boyunca, bu tür problemlerden oluşan bir hiyerarşi, buna karşılık gelen çözüm teknikleriyle birlikte ortaya çıkmıştır (Papadimitriou and Steiglitz, 1982).

Çağımızda sistem analizi önemli bir konu olmasına karşın, bir analizin yapılması için gerekli matematiksel araçlar lazımdır. Bu matematiksel araçların en önemlilerinden birisi matematiksel programlama tekniğidir. Bugün modern işletmecilik konusunda daima optimizasyon problemlerinden söz edilmektedir. Kuşkusuz zamanın en basit fakat en etkili değerlendirmesi olan zaman-para bağlantısı önemli bir yere sahiptir. Zamandan en çok yarar sağlamayı benimsemek ve dolayısıyla optimal çözüm yöntemlerini araştırmak önemlidir.

Tamsayılı programlama, karar değişkenlerinin kesikli değer alan değişkenler biçimde tanımlanmasıdır. Esas olarak optimizasyon problemleri, karar değişkenlerinin yapısına göre iki sınıfa ayrılmıştır. Bunlar Sürekli Optimizasyon ve Kesikli Optimizasyondur. “Kesikli Optimizasyon” ya da “Kombinatoriyal Optimizasyon” olarak da bilinen tamsayılı programlamanın birçok alanda uygulamaları mevcuttur (Nemhauser and Wolsey, 1988).

Kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin bir kısmı tamsayılı programlama yöntemi ile çözülürken, orta ve büyük boyutlu problemlerin sezgisel yöntemlerle çözülmesi gerekmektedir.

2.1 Optimizasyon Problemlerinin Çözüm Yöntemleri

Kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin çözüm yöntemleri kesin ve yaklaşık çözüm yöntemleri olmak üzere iki kısıma ayrılmıştır. Kesin çözüm yöntemleri, verilen problem için optimal çözümü garanti eden yöntemlerdir. Yaklaşık çözüm yöntemleri ise optimal çözümü garanti etmeksizin optimale yakın çözümleri bulmaya yarayan yöntemlerdir.

2.1.1 Kesin Yöntemler

Bu yöntemlerden bazıları şunlardır:

- Sayımlama Yöntemi
- Kesme Yöntemi
- Dinamik Programlama
- Dal-Sınır Yöntemi
- Dal-Kesme Yöntemi

2.1.1.1 Sayımlama Yöntemi

Sayımlama yöntemi tüm olasılıkları saymaya yarayan bir yöntemdir. Var olan tüm olasılıklar için amaç fonksiyonunun değeri hesaplanır ve bunlar arasından en iyi olan çözüm seçilir. Gezgin satıcı problemi için, n adet karar değişkeni için, $\frac{(n-1)!}{2}$ mümkün durum vardır. Sonuç olarak n değeri arttıkça hesaplanamayacak değerler ortaya çıkar ve çok büyük n değerleri için şu andaki bilgisayarlarla çözüm süresi çok uzun zaman almaktadır (Cormen et al., 2009).

Örneğin n değişkenli sırt çantası problemini ele alalım; her bir nesnenin seçilip seçilmemesi durumuna bağlı olarak incelenmesi gereken olasılık sayısı 2^n'dir. $n = 50$ olarak alırsak ve saniye başına düşen işlem sayısını 10^6 megahertz olarak düşünürsek, bu işlem yaklaşık olarak 25 yıl sürebilir.

2.1.1.2 Kesme Yöntemi

Kesme yöntemi tamsayılı doğrusal programlama problemlerini çözmek için önerilmiş ilk yöntemdir. Yöntem ilk defa Dantzig tarafından açıklanmış sonrasında ise Gomory tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntem, tamsayılı programlama probleminin doğrusal programlama problemine benzetilmesine dayanır. Tamsayılı programlama problemdeki tüm kısıtlar olduğu gibi ele alınırken, değişkenlerin tam sayı olması kısıtı kaldırılır. Bu şekilde doğrusal programlama metotlarından herhangi biri kullanılarak sonuç bulunur. Bulunan sonuç tamsayı ise çözüm bulunmuştur. Sonuç tamsayı değil ise, tam sayı olmayan çözümleri dışarıda bırakacak ama aynı zamanda tüm tam sayı çözümleri koruyacak yeni bir kısıt yani kesme eklenir. Bu işlemlere optimal tamsayılı çözüm bulunana kadar devam edilir. Kesme yöntemlerinin genelde düzensiz olduğu bilinmektedir. Ayrıca tüm verilerin simpleks tablo şeklinde saklanması büyük boyutlu problemler için sorun yaratmaktadır (Papadimitriou and Steiglitz, 1982).

2.1.1.3 Dinamik Programlama

Richard Bellman tarafından geliştirilen dinamik programlama, genellikle en iyileme problemleri üzerinde uygulanır. Bu tip problemlerin birden fazla çözümü olabilir. Amaç bu çözümler arasından en iyisini bulmaktır. Buna göre optimum çözüm şu özelliğe sahiptir: Başlangıç durumundan bağımsız olarak diğer çözümler ilk çözüm sonuçlarına göre optimum çözümlerin devamıdır (Bellman and Dreyfus, 1962).

Kesin çözüm yöntemleri içerisinde önemli bir yere sahip olan dinamik programlamada çok aşamalı olan problem alt parçalara veya tek tek bölümlere ayrılır. Her aşamada, her seferinde bir kez olmak üzere yenileme ile belirli bir optimizasyon amacına bağlı kalınarak kararlar verilir. Problemin çözümünü elde etmek için aşama sonuçları toplanır ve birleştirilir. Birleştirme sonrasında ardışık kararlar dizisi elde edilir (Cormen et al., 2009).

2.1.1.4 Dal-Sınır Yöntemi

Dal-sınır yöntemi kombinatoriyal bir optimizasyon probleminin optimal çözüme ulaşması için akıllıca bir şekilde uygun çözümleri saymasına dayanmaktadır. Tüm durumları incelemek gereksizdir bu yüzden küçük bir kısmını inceler. Çözüm alanının ardışık bölünmesine dayanılarak, hesaplama sürecinde ortaya çıkan bir çözümün en iyi çözüm olduğu söylenmektedir. Dal-sınır yönteminin avantajı, hızlı olması, verilmiş herhangi bir tamsayılı problemin özelliklerinin göz önünde bulundurulması ve yöntemin içinde başka tamsayılı metotların kullanılmasına olanak sağlamasıdır. Dezavantajı ise sürekli dallanma yaptığı için bilgisayar belleğine daha çok ihtiyaç duymasıdır (Papadimitriou and Steiglitz, 1982).

2.1.1.5 Dal-Kesme Yöntemi

Dal-kesme algoritması dal-sınır yöntemi ve kesme yönteminin birleşmesinden oluşur. Verilen problem için öncelikle bir tamsayı çözüm bulunana kadar veya daha fazla kesme bulunamayıncaya kadar kesme yöntemi kullanılır.

Sonrasında dal-sınır yöntemi ile bulunan tamsayıya göre dallanarak optimal çözüm bulununcaya kadar çalışır (Wolsey, 1998).

2.1.2 Yaklaşık Yöntemler

Yaklaşık yöntemler, kesin yöntemlerin tersine optimal çözümü garanti etmezler. Problemin kesin çözüm yönteminin olmadığı durumlarda yaklaşık çözüm yöntemleri kullanılır. Yaklaşık çözüm yöntemleri içinde en çok kullanılanlardan birisi sezgisel algoritmadır. Bir sezgisel teknik, makul hesaplama maliyetleriyle uygunluğu veya optimalliği garanti etmeksizin iyi çözümü (optimale yakın) arayan bir tekniktir (Cura, 2008).

Bu yaklaşık yöntemlerden bazıları şunlardır:

- Açgözlü (Greedy) Algoritmalar
- Yerel Arama
- Tabu Arama
- Genetik Algoritma
- Karınca Kolonileri Optimizasyonu
- Benzetilmiş Tavlama

2.1.2.1 Greedy Algoritmalar

Açgözlü (Greedy) algoritmalar hızlı çalışması yönünden oldukça kullanışlıdır. Eğer verilen bir problem sınıfı için tasarlanan açgözlü algoritmanın optimal değeri ürettiği ispatlanabilirse bu algoritmanın diğer optimizasyon yöntemlerine tercih edilmesi kaçınılmazdır. Açgözlü algoritmalar yeterince büyük boyutlu problemler için bile iyi sonuçlar verebilmektedir. Her adımda, bir sonraki adımda ne olacağını göz önüne alınmaksızın karar verir. Kararı verirken o an için en elverişli olanı almaya bakar (Nabiyev, 2009).

Açgözlü algoritmalar herhangi bir adımda çözüm kümesinde elde edilen bir değeri başkasıyla değiştirmezler. Yani açgözlü algoritmalar seçimlerini yeniden düşünmezler. Açgözlü yöntemi başlangıç olarak nesneleri bazı kriterlere göre sıraya koyar ve boş kümeden başlayarak çözüm kümesini genişletir (Cormen et al., 2009).

2.1.2.2 Yerel Arama

Yerel arama algoritması daha önceden bulunmuş bir çözümü başlangıç çözümü olarak alır ve daha iyi yöntemleri araştırarak iteratif çözümler bulmaya çalışır. İteratif olarak araştırılan çözüm, mevcut çözümün yerine geçer. Çözümü daha fazla geliştirebilecek hiç bir yöntem bulunamadığı takdirde algoritma yerel bir optimumda sonlanır (Aarts and Lenstra, 1997).

2.1.2.3 Tabu Arama

Glover tarafından 1986 yılında önerilen sezgisel bir yöntemdir. Tabu arama yöntemi, önceki aşamalarda elde edilen bilginin daha sonraki aşamalardaki yönelimleri belirlemek için kullanılmasına daynamaktadır. İlk doğrusal olmayan örtü problemi çözümü ve bileşen grupların grup kümelerindeki konumunu içeren bir mimari tasarım probleminin çözümü, tabu arama yönteminin gerçek dünyadaki uygulamalarından alınmıştır (Glover, 1986).

2.1.2.4 Genetik Algoritma

Genetik algoritmalar (GA), verilen bir sorun için çözüm veya çözümleri arayarak bulmaya çalışan evrimsel algoritmalardır. GA'ın temel esası doğal seçme ve genetik kurallarına dayanmaktadır. Ortama uyum sağlayabilen bireyler hayatlarına devam eder, uyum sağlamayanlar ise elenirler. GA, çözümlenmesinde karar değişkenlerinin genleri karar uzayında bir noktayı temsil eder. Her nesilde karar değişkenlerinin belirttiği noktalardaki amaç fonksiyonunun sonucu değerlendirilir. Mutasyon ve çaprazlama operatörleriyle populasyonun bazı bireyleri yok olurken onların yerine daha iyi olan yeni bireyler seçilir ve istenilen hedefe daha yakın yeni bir populasyon oluşturulur. Bu işlem istenilen şartlar sağlanana kadar devam ettirilir (Şen, 2004).

2.1.2.5 Karınca Kolonileri Optimizasyonu

Karınca kolonileri optimizasyonu, gerçek karıncaların davranışının gözlenmesinden türetilen modelleri inceler ve bu modelleri optimizasyon problemlerinin çözümü için yeni algoritmaların tasarımında bir ilham kaynağı olarak kullanır. Karıncalar ve çevre arasındaki iletişimin çoğu, en kısa yolu bulabilmek için salgıladıkları kimyasal feromon maddesiyle ilişkilidir. Bu feromon maddesiyle yuvaların veya yemeklerin yolu takip edilebilir.

Bu özellikleri sayesinde yol bulma problemlerini çözebilmektedirler (Dorigo and Stützle, 2004).

2.1.2.6 Benzetilmiş Tavlama

Benzetilmiş tavalama, ayrık ve sürekli optimizasyon problemleri için kullanılan uygun bir yöntemdir. Bir kristal katının ısıtıldığı ve daha sonra mümkün olan en düzenli kristal yapıya ulaşana kadar kontrollü bir şekilde soğumasına izin verildiği yapıyı örnek almaktadır. Benzetilmiş tavlama, bu termodinamik davranış türü ile bir ayrık optimizasyon problemi arasındaki minimizasyon bağlantısını kurar (Glover and Kochenberger, 2003).

2.2 Optimizasyon Problemlerinde Modelleme

Modeller, temel bilimlerde ve mühendislikte kullanılan, bir sistemin tüm özelliklerini yansıtan yapılardır. Optimizasyon modelleri ise sistemin yapısını yansıtan, sistemin içindeki ve dışındaki diğer sistemlerle olan etkileşimlerini ele alan matematiksel ifadelerden oluşmaktadır (Williams, 1999). Matematiksel modelleme, bir sistemin işleyişini matematiksel kavramlar ve matematik dili kullanarak tanımlanmasıdır. Genel bir optimizasyon probleminin matematiksel modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Amaç fonksiyonu:

$$Enb(veya\ Enk)\, f(x) \tag{2.1}$$

Kısıtlar:

$$t_i(x) \geq b_{i,} \qquad i = \overline{1,\dots,m} \tag{2.2}$$

$$y_j(x) = c_{j,} \qquad j = \overline{1,\dots,n} \tag{2.3}$$

$$z_k(x) \leq d_{k,} \qquad k = \overline{1,\dots,s} \tag{2.4}$$

$$x \in G \tag{2.5}$$

Bu matematiksel model tanımlamısında, (2.5) modelin karar değikenini, (2.2 - 2.4) modelin kısıtlarını, (2.1) ifadesi modelin amaç fonksiyonunu göstermektedir(Cura, 2008).

Sistemin yapısını yansıtan bu matematiksel ifadeler, parametrelerden, karar değerlerini belirleyen değişkenlerden, sistemi eniyilecek amaç fonksiyonundan ve sistemin özelliklerinin sınırlarını belirleyen kısıtlardan oluşmaktadır.

Matematiksel modeller, çeşitli kriterlere göre sınıflandırılabilir. Bunlar, karmaşıklıkları, uygulama alanları ve amaçlarıdır. Özellikle yöneylem araştırmalarında ve yapay zekâ problemlerinde ortaya çıkan büyük problemlerin modelleme sürecinde farklı modeller kullanılmaktadır (Hürlimann, 1999).

Karar değişkenleri üzerinde herhangi bir sınırlama yoksa ve amaç fonksiyonu en iyilemek isteniyorsa bu durum *kısıtsız model* olarak adlandırılır. Karar değişkeni ile ilgili en az bir sınırlamanın var olması *kısıtlı modeli* ortaya çıkarır (Karaboğa, 2004).

Tüm verilerin ve ilişkilerin kesin olduğu modellere *deterministik modeller* denir. Sistemin gelecek durumlarının incelenmesinde hiçbir rastgelelik barındırmayan modellerdir. Eğer bir model, stokastik parametreler veya değişkenler gibi stokastik bileşenleri içeriyorsa, buna *stokastik model* denir. Sistemin gelecekteki durumunun bilinmesi yerine tahmin edilmesini sağlayan modellerdir ve rastgelelik içerirler (Hürlimann, 1999).

Bir optimizasyon probleminin modeli, içerisinde sadece x karar değişkeni yer alıyorsa ayrıca amaç ve kısıt fonksiyonu doğrusal fonksiyon ise buna *doğrusal programlama modeli (linear programming)* denir. Doğrusal programlama modelleri en çok kullanılan optimizasyon modelleridir. Eğer karar değişkenine bağlı amaç veya kısıt fonksiyonları doğrusal değil ise buna *doğrusal olmayan programlama modeli (non-linear programming)* denir (Karaboğa, 2004).

Bir optimizasyon probleminin modeli, birden fazla karar değişkeni içeriyorsa, amaç ve kısıt fonksiyonları doğrusal fonksiyon ise ve karar değişkenlerinden bazıları negatif olmayan tamsayı değerler alabiliyorsa buna *tamsayılı doğrusal programlama modeli (integer linear programming)* denir. Eğer amaç veya kısıt fonksiyonları doğrusal değil ise *tamsayılı doğrusal olmayan programlama modeli (integer non-linear programming)* denir (Karaboğa, 2004).

3. BANDPASS PROBLEMİ

Optik iletişim ağlarında, girdileri 0 ve 1 olan, m tane bilgi paketinin, n varış noktasına taşındığı, mxn boyutunda bir $A=\{a_{ij}\}$ matrisi olsun. Dalgaboyu bölmeli çoğullama (WDM) teknolojisi ile maliyet optimizasyonunu sağlamak için farklı dalga boylarındaki gruplara bilgi akışının en uygun şekilde paketlenmesi gereklidir. Burada B, *bandpass sayısı* olarak adlandırılan pozitif bir tam sayıdır. Bu ikili A matrisi gösteriminde, bir sütunda ardışık 1 elemanı içeren B, iletişim maliyetini düşürmek için bilgiyi bir arada tutma fırsatı verir. Aynı sütunda B adet sıfırdan farklı elemanların ardı ardına gelmesi bir *bandpass* oluşturur. Bir sütunun sıfırdan farklı olan her bir elemanı sadece bir bandpass'ta yer alabilir. Bu tanım bize aynı sütunda birden fazla bandpass'in aynı elemanı içeremeyeceğini ifade etmektedir. Yani, bandpass problemi, giriş matrisi olan A matrisindeki toplam bandpass sayısı maksimize edilmek üzere, A'nın satırlarının optimum bir permütasyonunu bulmaya dayanmaktadır (Weitian, 2015).

Bandpass problemi ile ilgili olarak farklı modeller önerilmiştir. Tüm modellerdeki amaç, 0 ve 1'lerden oluşan mxn boyutundaki bir matrisin bandpass sayısının maksimum yapılmasıdır. Bandpass problemi için gerçekleştirilen ilk matematiksel model ve kullanılan değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Babayev et al., 2009):

- m: matrisin satır sayısı
- n: matrisin sütun sayısı
- A: mxn boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: k. Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: k. Band-Collocation kartının büyüklüğü

Amaç fonksiyonu:

$$Enb \sum_{k=1}^{m-B+1} \sum_{j=1}^{n} y_{kj} \tag{3.1}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 \quad i = \overline{1,m} \tag{3.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ik} = 1 \quad k = \overline{1,m} \tag{3.3}$$

$$B.y_{kj} \leq \sum_{i=k}^{k+B-1} \sum_{r=1}^{m} a_{rj} x_{ri} \quad j = \overline{1,\mathrm{n}}\ ,\ k = \overline{1, m - B + 1} \tag{3.4}$$

$$\sum_{i=k}^{k+B-1} y_{ij} \leq 1 \quad j = \overline{1,n}\ ,\ k = \overline{1, m - B + 1} \tag{3.5}$$

$$x_{ik},\ y_{kj} \in \{0,1\} \quad i,k = \overline{1,m}\ ,\ j = \overline{1,n} \tag{3.6}$$

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, eğer\ i\ satırı\ \ k\ \ satırına\ \ yerleştirildi\ ise \\ 0, aksi\ halde \end{cases}$$

$$y_{kj} = \begin{cases} 1, eğer\ k\ satırı\ j\ sütunundaki\ bir\ \ bandpassın\ \ ilk\ elemanı\ ise \\ 0, aksi\ halde \end{cases}$$

Burada, (3.2) kısıtı bir satırın sadece bir satırla yer değiştirmesini, (3.3) kısıtı bir satıra diğer satırlardan sadece birinin yerleşmesini garantiler. (3.4) kısıtı bandpasslerin koordinatlarını bulmayı garantiler. (3.5) kısıtı iki bandpassın birbirleri ile çakışmamasını garantiler.(3.2 – 3.6) kısıtları altında amaç (3.1), bandpassların sayısının toplamının maksimum yapılmasıdır.

4. BAND COLLOCATION PROBLEMİ

Band Collocation Problemi (BCP), telekomünikasyonda kullanılan bir kombinatoriyal optimizasyon problemidir. Bir iletişim ağı düşünelim. İletişim ağında tek bir fiber üzerinde yerleştirilen $d_1, d_2, ..., d_n$ gibi bazı varış noktaları vardır. Her bir dalga boyu $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$ farklı bir veri akışı taşır. Bir varış noktası $d_j (j = 1, 2, ..., n)$, fiber tarafından gönderilen tüm veri akışını almak zorunda değildir. Varış noktası, bir veri akışı istemek için kaynağı bildirir. Kaynak ise veriyi hedefe göndermek için dalga boyu kanalına bildirir. Her varış noktası d_j DWDM sistemindeki özel kartları kullanarak kendisine gönderilen verileri alır. Bir kaynak, veriyi çoklayıcı (multiplexer) adı verilen özel bir aygıt ile fiber optik kabloya iletir. Şekil 4.1'de, bir iletişim ağını ikili matris şeklinde temsil edebiliriz. A={ a_{ij} } matrisi için, burada i=1,2,…,m ve j=1,2,…,n olsun. Varış noktası d_j, dalga boyu λ_i üzerinden taşınan verileri isterse $a_{ij} = 1$, aksi halde $a_{ij} = 0$ olur. Matrise baktığımızda, λ_1 dalga boyu ile taşınan veri paketi d_1, d_2 and d_4 varış noktaları tarafından istenilmiştir. Benzer şekilde, λ_2 dalga boyu ile taşınan veri paketi d_1 and d_3 varış noktaları tarafından istenilmiştir.

	d1	d2	d3	d4	...
λ_1	1	1	0	1	
λ_2	1	0	1	0	
λ_3	0	1	0	1	
λ_4	1	1	1	1	
λ_5	0	0	1	0	
λ_6	0	0	0	0	
⋮					

Şekil 4.1 Bir iletişim ağının ikili matrisi

BCP'yi daha ayrıntılı olarak tanımlayalım: m x n boyutunda elemanları 0 veya 1 lerden oluşmuş bir A matrisi verilsin. Veri akışının tek bir fiber optik kablo vasıtasıyla m tane bilgi paketinin, n varış noktasına taşındığını varsayalım. Her sütunda B sayıda ardı-ardına gelen eleman dizisine "B-Band-Collocation" diyelim. Burada adışık gelen elemanların hepsinin "1" olması zorunlu değildir, "0" da içerebilir. "B" sayısı 2 nin kuvvetleri şeklindedir. $B_k = 2^k$, $k = 0, 1, 2, ..., t$. Burada t, $t = \lfloor \log_2 m \rfloor$ olarak belirlenir. t, kartların maksimum kapasitesinin 2 tabanındaki logaritmasıdır. B_k uzunluklu, Band-Collocation kartının maliyeti C_k olarak kabul edilir. BCP’de amaç, matriste minimum maliyete sahip olacak bir satır permütasyonu bulmaktır (Nuriyev et al., 2015a).

BCP’nin bir uygulaması için, matris dağılımı aşağıdaki gibi olan Şekil 4.2’de 12x6 boyutunda bir A matrisi verilmiştir. Maliyetler, $c_0 = 1000$, $c_1 = 1500$, $c_2 = 2250$, $c_3 = 3380$ olarak kabul edilmiştir.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	1
3	1	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0
6	0	1	0	1	0	0
7	1	0	0	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1
9	0	1	0	1	0	0
10	1	0	0	1	1	0
11	0	0	0	0	0	1
12	0	1	0	1	0	0

Şekil 4.2 *A* matrisi

Hiçbir optimizasyon işlemi yapılmadan ve satır değişikliği olmaksızın mevcut satır yerleşimine göre A matrisinin band-collocation maliyeti Şekil 4.3’de görüldüğü üzere 19510’dur.

Kullanılan kart miktarları ise $s(B_0) = 6$, $s(B_1) = 3$, $s(B_2) = 1$ ve $s(B_3) = 2$ olarak belirlenmiş olup $6*1000 + 3*1500 + 1*2250 + 2*3380 = 19510$ olarak maliyet hesaplaması yapılmıştır.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	1
3	1	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0
6	0	1	0	1	0	0
7	1	0	0	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1
9	0	1	0	1	0	0
10	1	0	0	1	1	0
11	0	0	0	0	0	1
12	0	1	0	1	0	0

Şekil 4.3 İlk satır yerleşimine göre *A* matrisinin band-collocation dağılımı

A matrisini BCP örneği olarak çözdürdüğümüzde yani uygun satır değişikliklerini bulup yeni satır yerleşimini yaptığımızda maliyeti Şekil 4.4'de görüldüğü üzere 15880'dir.

Kullanılan kart miktarları ise $s(B_0)=2$, $s(B_1)=1$, $s(B_2)=4$ ve $s(B_3)=1$ olarak belirlenmiş olup $2*1000+1*1500+4*2250+1*3380=15880$ olarak maliyet hesaplaması yapılmıştır.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	0	1
8	0	1	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	0	1
6	0	1	0	1	0	0
9	0	1	0	1	0	0
10	1	0	0	1	1	0
12	0	1	0	1	0	0
7	1	0	0	1	1	0
3	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	1	0

Şekil 4.4 *A* matrisinin optimum band-collocation yerleşimi

Satırların yerleri değiştirilerek uygun satır permütasyonu elde edilmiştir. Bunun sonucunda maliyetin azaldığı görülmektedir.

Örneğin; A matrisinin ilk halinin band-collocation maliyetine bakıldığında 2. sütunda 1-uzunluklu 1 band-collocation kart, 2-uzunluklu 1 band-collocation kart ve 4-uzunluklu 1 band-collocation kart mevcuttur. Kartların maliyeti hesaplandığında, $1*1000+1*1500+1*2250+0*3380=4750$ olarak elde edilir. Şekil 4.3'te görülmektedir. Fakat uygun satır değişiklikleri yapıldıktan sonra A matrisinin 2. sütununda 8-uzunluklu 1 band-collocation kart mevcuttur. Yeni oluşan maliyet hesaplandığında, $0*1000+0*1500+0*2250+1*3380=3380$ olarak değişmiştir. Şekil 4.4'te bu değişim görülmektedir.

4.1 BCP'nin Matematiksel Modellenmesi

BCP'nin var olan matematiksel modellerinin anlatılacağı bu bölümde 3 tane matematiksel modele yer verilmiştir.

Nuriyev ve arkadaşları tarafından BCP olarak BP'nin yeni bir versiyonu tanımlanmış ve BCP'nin kombinatoriyal matematiksel modeli sunulmuştur (Nuriyev et al., 2015a). Ardından Nuriyev ve arkadaşları BCP için tamsayılı doğrusal olmayan bir matematiksel model geliştirmiştir (Nuriyev et al., 2015b). Son olarak Gürsoy ve arkadaşları tarafından BCP'nin tamsayılı doğrusal matematiksel modeli sunulmuştur (Gursoy et al., 2015).

BCP'nin matematiksel modellerinde kullanılacak karar değişkenlerinden hem yukarıdaki matematiksel modeller için hem de önereceğimiz matematiksel modeller için yararlanacağız. Bu nedenle, bu değişkenleri tanımlayalım:

Verilen $A_{mxn}=\left[a_{ij}\right]$ matrisi için, *m* tane paket ve *n* tane varış noktası olduğunu varsayalım. Burada $a_{ij}\in\{0,1\}$'dir. a_{ij}'yi tanımlayalım:

$$a_{ij}=\begin{cases}1, & eğer\ i\ paketi\ j\ noktasına\ gönderilecekse\\ 0, & aksi\ durumda\end{cases}$$

Her sütunda *B* sayıda ardı-ardına gelen eleman dizisine "B-Band-Callocation" diyelim. Burada ardı-ardına gelen elemanların hepsinin "1" olması zorunlu değildir, "0" da içerebilir.

“*B*” sayısı 2 nin kuvvetleri şeklindedir: $B_0 = 2^0$, $B_1 = 2^1 = 2$, $B_2 = 2^2 = 4$, …, $B_k = 2^k$, $k = 0,1,2,...,t$. Burada *t* aşağıdaki eşitsizlikten belirlenir:

$$t = \lfloor \log_2 m \rfloor$$

t değeri, mevcut olan, temin edilebilecek kartların parametrelerine göre de belirlenebilir.

B_k uzunluklu “Band-Collocation” u çekmek için gereken kartın değerini C_k olarak tanımlayalım.

Matematiksel modellerde kullanılan karar değişkenleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$x_{ir} = \begin{cases} 1, & eğer\ \ i\ \ satırı\ \ r\ \ satırına\ \ yerleştirildi\ ise \\ 0, & aksi\ halde \end{cases}$$

$$y_{ij}^k = \begin{cases} 1, & eğer\ \ i\ \ satırı\ j\ \ sütunundaki\ \ bir\ \ B_k\ \ Band-Collocationun\ \ ilk\ elemanı\ \ ise \\ 0, & aksi\ halde \end{cases}$$

$$z_{ij}^k = \begin{cases} 1, & eğer\ \ a_{ij}\ \ elemanı\ \ bir\ \ B_k\ \ Band-Collocationun\ \ elemanı\ \ ise \\ 0, & aksi\ halde \end{cases}$$

4.1.1 BCP’nin Kombinatoriyal Matematiksel Modeli

Bu matematiksel model BCP’nin ilk modeli olup Nuriyev ve arkadaşları tarafından BP’nin yeni bir versiyonu olarak tanımlanmış ve BCP’nin kombinatoriyal matematiksel modeli sunulmuştur (Nuriyev et al., 2015a). BCP’nin kombinatoriyal matematiksel modeli ve kullanılan değişkenler aşağıdaki gibidir:

- *m*: matrisin satır sayısı
- *n*: matrisin sütun sayısı
- *A*: *mxn* boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: *k*. Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: *k*. Band-Collocation kartının büyüklüğü

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} \sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \rightarrow \min \qquad (4.1)$$

$$2^k y_{lj}^k \leq \sum_{i=l}^{m} z_{ij}^k \qquad k = \overline{0,t}\,,\ j = \overline{1,n}\,,\ l = \overline{1, m-2^k+1} \qquad (4.2)$$

$$\sum_{k=0}^{t}\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \geq \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j=\overline{1,n} \tag{4.3}$$

$$y_{lj}^k + \sum_{i=l+1}^{l+2^k-1}\sum_{p=0}^{t} y_{ij}^p \leq 1 \qquad k=\overline{0,t},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,m-2^k+1} \tag{4.4}$$

$$\sum_{k=0}^{t} y_{ij}^k \leq 1 \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n} \tag{4.5}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \geq a_{ij} \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n} \tag{4.6}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \leq 1 \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n} \tag{4.7}$$

$$y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\},\ i=\overline{1,m}\ ,\ j=\overline{1,n}\ ,\ k=\overline{0,t} \tag{4.8}$$

Burada, (4.2) kısıtı Band-Collocation'ların matristeki koordinatlarını belirler. (4.3) kısıtı bir sütundaki Band-Collocation'ların toplam uzunluğunun o sütundaki "1" değerli elemanlarının sayısından az olmayacağını garantiler. (4.4) kısıtı Band-Collocation'ların ortak elemana sahip olamayacağını garantiler. (4.5) kısıtı her bir a_{ij} nin en fazla bir "k.Band-Collocation" un başlangıç noktası olabilmesini garantiler. (4.6 – 4.7) kısıtları her bir a_{ij} elemanının en fazla bir Band-Collocation'un elemanı olabilmesini garantiler.

(4.2 – 4.8) kısıtları altında amaç (4.1), kullanılacak kartlar için gereken maliyeti minimum yapmaktır.

4.1.2 BCP'nin Tamsayılı Doğrusal Olmayan Matematiksel Modeli

BCP'nin kombinatoriyal matematiksel modelinden sonra, Nuriyev ve arkadaşları BCP için tamsayılı doğrusal olmayan bir matematiksel model geliştirmiştir (Nuriyev et al., 2015b). BCP'nin tamsayılı doğrusal olmayan matematiksel modeli ve kullanılan değişkenler aşağıdaki gibidir:

- m: matrisin satır sayısı
- n: matrisin sütun sayısı
- A: mxn boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: k. Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: k. Band-Collocation kartının büyüklüğü

$$\sum_{k=0}^{t}\sum_{i=1}^{m-2^k+1}\sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \to \min \tag{4.9}$$

$$\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad i=\overline{1,m} \tag{4.10}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad r=\overline{1,m} \tag{4.11}$$

$$2^k y_{li}^k \le \sum_{r=l}^{l+2^k-1}\sum_{i=1}^{m} z_{ij}^k x_{ir} \qquad k=\overline{0,t},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,m-2^k+1} \tag{4.12}$$

$$\sum_{k=0}^{t}\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \ge \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{4.13}$$

$$y_{lj}^k + \sum_{i=l+1}^{l+2^k-1}\sum_{p=0}^{t} y_{ij}^p \le 1 \qquad k=\overline{0,t},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,m-2^k+1} \tag{4.14}$$

$$\sum_{k=0}^{t} y_{ij}^k \le 1 \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{4.15}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \ge a_{ij} \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{4.16}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \le 1 \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{4.17}$$

$$x_{ir}, y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\},\ i,r=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n},\ k=\overline{0,t} \tag{4.18}$$

Burada, (4.10) kısıtı bir satırın sadece başka bir satır ile yer değişimini, (4.11) kısıtı bir satıra diğer satırlardan sadece birinin yerleşmesini garantiler. (4.12) kısıtı Band-Collocation'ların matristeki koordinatlarını belirler. (4.13) kısıtı bir sütundaki Band-Collocation'ların toplam uzunluğunun o sütundaki "1" değerli elemanlarının sayısından az olmayacağını garantiler. (4.14) kısıtı Band-Collocation'ların ortak elemana sahip olamayacağını garantiler. (4.15) kısıtı her bir a_{ij} nin en fazla bir "k.Band-Collocation" un başlangıç noktası olabilmesini garantiler. (4.16 – 4.17) kısıtları her bir a_{ij} elemanının en fazla bir Band-Collocation'un elemanı olabilmesini garantiler.

(4.10 – 4.18) kısıtları altında amaç (4.9), kullanılacak kartlar için gereken maliyeti minimum yapmaktır.

4.1.3 BCP'nin Tamsayılı Doğrusal Matematiksel Modeli

Son olarak BCP'nin tamsayılı doğrusal olmayan matematiksel modelinden sonra, Gürsoy ve arkadaşları tarafından BCP'nin tamsayılı doğrusal matematiksel modeli sunulmuştur (Gursoy et al., 2015). BCP'nin tamsayılı doğrusal matematiksel modeli ve kullanılan değişkenler aşağıdaki gibidir:

- m: matrisin satır sayısı
- n: matrisin sütun sayısı
- A: mxn boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: k. Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: k. Band-Collocation kartının büyüklüğü

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} \sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \rightarrow \min \tag{4.19}$$

$$\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad i = \overline{1,m} \tag{4.20}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad r = \overline{1,m} \tag{4.21}$$

$$2^k y_{li}^k \leq \sum_{r=l}^{l+2^k-1} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_{ir} \qquad k = \overline{0,t},\ j = \overline{1,n},\ l = \overline{1,m-2^k+1} \tag{4.22}$$

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \geq \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j = \overline{1,\text{n}} \tag{4.23}$$

$$\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k = \sum_{i=1}^{m} z_{ij}^k \qquad k = \overline{0,t},\ j = \overline{1,\text{n}} \tag{4.24}$$

$$\sum_{i=1}^{l+2^k-1} y_{ij}^k \leq 1 \qquad k = \overline{0,t},\ j = \overline{1,n},\ l = \overline{1,m-2^k+1} \tag{4.25}$$

$$\sum_{k=0}^{t} y_{ij}^k \leq 1 \qquad i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,\text{n}} \tag{4.26}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \geq \sum_{r=1}^{m} a_{rj} . x_{ri} \qquad i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,\text{n}} \tag{4.27}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \leq 1 \qquad i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,\text{n}} \tag{4.28}$$

$$x_{ir}, y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\},\ i,r = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n},\ k = \overline{0,t} \tag{4.29}$$

Burada, (4.20) kısıtı bir satırın sadece başka bir satır ile yer değişimini, (4.21) kısıtı bir satıra diğer satırlardan sadece birinin yerleşmesini garantiler. (4.22) kısıtı Band-Collocation'ların matristeki koordinatlarını belirler. (4.23) kısıtı bir sütundaki Band-Collocation'ların toplam uzunluğunun o sütundaki "1" değerli elemanlarının sayısından az olmayacağını garantiler. (4.24) kısıtı Band-Collocation'a dahil olan elemanların sayısının Band-Collocation genişliği kadar olacağını gösterir. (4.25) kısıtı Band-Collocation'ların ortak elemana sahip olamayacağını garantiler. (4.26) kısıtı her bir a_{ij} nin en fazla bir "k.Band-Collocation" un başlangıç noktası olabilmesini garantiler. (4.27 - 4.28) kısıtı her bir a_{ij} elemanının en fazla bir Band-Collocation'un elemanı olabilmesini garantiler.

(4.20 – 4.29) kısıtları altında amaç (4.19), kullanılacak kartlar için gereken maliyeti minimum yapmaktır.

4.2 Çözüm Yöntemleri

BCP'nin çözümü zor bir problem olduğu bilinmektedir. Bu nedenle problemi çözmek için aşağıdaki yaklaşık çözüm yöntemleri önerilmiştir.

BCP'de satırların yerlerinin belirlenmesi ve bu belirlemeden sonra, maliyeti minimuma indirmek için kartları optimum şekilde seçmek gerekir. Bu işlemi yapmak için benzetilmiş tavlama (Simulated Annealing) algoritmasından yararlanılır. Bir başlangıç değeri ile başlayarak karar vericinin belirlediği sayıya kadar tekrarlı olarak algoritma çalıştırılır ve bulunan her bir sonuçla kendisinden sonraki bulunan sonuç karşılaştırılarak en iyi çözüm bulunmaya çalışılır.

Benzetilmiş tavlama, katılardaki tavlama benzetmesinin bir motivasyonudur. Bu fikir ilk olarak Metropolis ve arkadaşları (1953) tarafından yayınlanan bir makaleden gelmektedir. Bu makaledeki algoritma, bir ısı banyosundaki malzemenin soğutulmasını taklit eder. Bu tavlama olarak bilinen bir işlemdir. Kirkpatrick ve diğerleri (1983), Metropolis algoritması fikrini alıp optimizasyon problemlerine uyguladılar. Burada fiziksel sistemlerin tavlama sürecinden esinlenmişlerdir. Bu fikir, uygun çözümleri bulmak ve en uygun çözüme yaklaşmak için benzetimli tavlama yöntemini kullanmaktır. Son olarak Russell ve Norvig (1995) tarafından en temel bilinen versiyonuna dönüşmüştür

Optimizasyon problemine uygulanan benzetimli tavlama algoritmasının her iterasyonunda, fonksiyon iki çözüm için değerleri üretir (mevcut çözüm ve yeni üretilen bir çözüm) ve karşılaştırılır. Daha iyi çözümler her zaman kabul edilirken, global optimumu aramak için yerel optimumdan kaçma umuduyla kötü çözümlerin bir kısmı kabul edilir. Kötü çözümleri kabul etmesinin nedeni, algoritmanın her iterasyonu ile azalan bir sıcaklık parametresine bağlıdır (Kutucu et al., 2016).

Benzetilmiş tavlama ile fonksiyonun minimum değerini bulmak için kullanılabilecek örnek bir algoritma aşağıdaki gibidir:

Adım 1: T için başlangıç değeri seçilir.

Adım 2: α için başlangıç değeri seçilir.

Adım 3: Başlangıç çözümü π ve maliyeti $f(\pi)$ hesaplanır.

Adım 4: Eiyi = π

Adım 5: Yeni bir çözüm π' ve maliyeti $f(\pi')$ hesaplanır.

Adım 6: $\Delta f = f(\pi') - f(\pi)$

Adım 7: Eğer $\Delta f < 0$ ise $\pi = \pi'$

Adım 8: Eğer $random\,[0,1] < \exp(-\Delta f / T)$ ise $\pi = \pi'$

Adım 9: $f(\pi') < f(\text{Eiyi})$ ise Eiyi = π'

Adım 10: $T = T \; x \; \alpha$

Adım 11: Eğer $T > 0.1$ ise Adım 5'e git.

Algoritmada T'nin, büyük değeri için başlayan çözüm kümesinde bütün noktaları gezebilmesi için α değerinin 1'e çok yakın bir değer seçilmesi gereklidir. Bir sonraki adımda T belirli bir miktar azaldığında, işlem önceki noktada bulunan minimum noktasından başlayarak devam eder. Eğer bu nokta global minimum değilse program hareketi sırasında bir önceki hareketten biraz düşük olan T sayesinde birçok yerel minimumu aşacak ve global minimumu bulacaktır.

Bir başka çözüm yöntemi ise Gürsoy ve arkadaşları tarafından önerilen sezgisel bir algoritmadır (Gursoy et al., 2016). Algoritmanın iki farklı versiyonu vardır. Birincisi, sütunlardaki 0 olmayan elemanların toplamına göre sütunların artan şekilde sıralandığı ikincisi ise azalan şekilde sıralandığı algoritmadır. Algoritmada kullanılan değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

- *m*: matrisin satır sayısı
- *n*: matrisin sütun sayısı
- *A*: *mxn* boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: *k*. Band-Collocation kartının maliyeti

```
Sezgisel Algoritma 1:
    Sort_Columns_Ascending(A);
    Boolean_Order(1,m,1,1);
    BC_Cost_Calculate(A,C);

Sezgisel Algoritma 2:
    Sort_Columns_Descending(A);
    Boolean_Order(1, m, 1, 1);
    BC_Cost_Calculate(A, C);
```

Sort_Columns_Ascending() ve Sort_Columns_Descending() fonksiyonları, *A* matrisini sütunların toplamına göre artan veya azalan şekilde sıralar.

Sıralama işlemi yapılırken hızlı sıralama algoritması (quick sort algorithm) kullanılmıştır. Hızlı sıralama algoritmasının ortalama zaman karmaşıklığı $O(n\log_n)$ dir (Cormen et al., 2009).

BC_Cost_Calculate() fonksiyonu *A* matrisini ve C_k maliyetlerini girdi olarak alır ve satırların yer değişiminden sonra band-collocation maliyetini hesaplar. Bu iki algoritmanın en önemli ve temel fonksiyonu Boolean_Order() fonksiyonudur. Bu fonksiyon girdi olarak *top*, *bottom*, *column_id* ve *value* değişkenlerini kullanır. *top* ve *bottom* değişkenleri uygulanacak satır aralığını belirlemek için kullanılır, *column_*id değişkeni işlem yapılacak sütunu belirtir ve *value* değişkeni 0 veya 1 değerini alır. Eğer *value* değişkeni 0'a eşitse Boolean_Order fonksiyonu *top* ve *bottom* değişkenleri arasındaki sütunun sıfır değerli satırları yeniden konumlandırır. Eğer *value* değişkeni 1'e eşitse Boolean_Order fonksiyonu *top* ve *bottom* değişkenleri arasındaki sütunun sıfır olmayan satırları yeniden konumlandırır.

Boolean_Order() fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

```
1.  Boolean_Order(top, bottom, column_id, value)
2.      location_index = 1;
3.      for i = top to bottom
4.          if(A[i][column_id] == value)
5.              swap(i, top + location_index++);
6.      middle = top + location_index – 1;
7.      newvalue = (value + 1) mod 2;
8.      if(middle – top > 1 && column_id < n)
9.          Boolean_Order(top, middle, column_id + 1, newvalue);
10.     if(bottom – middle + 1 > && column_id < n)
11.         Boolean_Order(middle + 1, bottom, column_id + 1, value);
```

Boolean_Order () fonksiyonun ilk çağrısı ilk sütundaki tüm satırlarla başlar. İlk çağırmadan sonra fonksiyon, her sütun için tam olarak iki kez, üst kısım için ve alt kısım için özyinelemeli olarak kendisini çağırır. Bu fonksiyonda 3-5 satırları arasındaki for döngüsü *value* değişkeni ile aynı girdileri seçer ve bunları satırların önüne taşır. 6. satır yeni satır aralığını belirler. 7. satır *value* değişkeninin bir tamamlayıcısını hesaplar, bu değer 0 veya 1'dir. 8-11 satırları arasında geçerli aralık iki alt aralığa ayrılır ve iki özyinelemeli çağrı gerçekleşir.

Önerilen sezgisel algoritmanın iki farklı versiyonu farklı problemlere uygulanmıştır. Artan yapıya sahip olan olan sezgisel algoritma, azalan yapıya sahip olan sezgisel algoritmadan daha iyi sonuçlar vermiştir (Gursoy et al., 2016).

5. BCP İÇİN ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODELLER

BCP için önerilen matematiksel modellerin anlatılacağı bu bölümde 2 tane matematiksel modele yer verilmiştir.

Tekin ve arkadaşları tarafından kısıtlı kaynaklara sahip BCP için tamsayılı doğrusal matematiksel model önerilmiştir (Tekin et al., 2016). Gursoy ve arkadaşları tarafından BCP'nin tamsayılı doğrusal matematiksel modeli geliştirilmiş ve yeni bir matematiksel model önerilmiştir (Gursoy et al., 2017).

5.1 BCP'nin Kaynak Kısıtlı Matematiksel Modeli

BCP için şimdiye kadar oluşturulmuş matematiksel modeller, kullanılabilecek kaynaklarda herhangi bir kısıtın olmadığı, yani sınırsız kaynak kullanımının var olduğu durumlar içindir. Ancak, gerçek hayat problemlerinde kaynakların sınırsız olması mümkün değildir ve genellikle mevcut olanaklar doğrultusunda planlamalar yapılır. Bu nedenle, gerçek hayat taleplerine cevap verecek şekilde Kaynak Kısıtlı BCP tanımlanmış ve tamsayılı doğrusal matematiksel modeli geliştirilmiştir (Tekin et al., 2017).

Modelde kullanılan s_k değişkeni k.Band-Collocation'ların bir üst sınırıdır.

Kaynak Kısıtlı BCP modeli ve kullanılan değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

- *m*: matrisin satır sayısı
- *n*: matrisin sütun sayısı
- *A*: *mxn* boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: *k.* Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: *k.* Band-Collocation kartının büyüklüğü
- S_k: k.Band-Collocation'ların bir üst sınırı

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} \sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \to \min \qquad (5.1)$$

$$\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad i = \overline{1,m} \qquad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad r = \overline{1,m} \qquad (5.3)$$

$$2^k y_{li}^k \le \sum_{r=l}^{l+2^k-1} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_{ir} \qquad k = \overline{0,t}\,,\ j = \overline{1,n}\,, l = \overline{1, m-2^k+1} \qquad (5.4)$$

$$\sum_{k=0}^{t} \sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \ge \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j = \overline{1,\mathrm{n}} \qquad (5.5)$$

$$\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k = \sum_{i=1}^{m} z_{ij}^k \qquad k = \overline{0,t}\,,\ j = \overline{1,\mathrm{n}} \qquad (5.6)$$

$$\sum_{i=1}^{l+2^k-1} y_{ij}^k \le 1 \qquad k = \overline{0,t}\,,\ j = \overline{1,n}\,, l = \overline{1, m-2^k+1} \qquad (5.7)$$

$$\sum_{k=0}^{t} y_{ij}^k \le 1 \qquad i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,\mathrm{n}} \qquad (5.8)$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \ge \sum_{r=1}^{m} a_{rj}.x_{ri} \qquad i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,\mathrm{n}} \qquad (5.9)$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \le 1 \qquad i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,\mathrm{n}} \qquad (5.10)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^k \le s_k \qquad k = \overline{0,t} \qquad (5.11)$$

$$x_{ir}, y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\}\,,\ i,r = \overline{1,m}\ ,\ j = \overline{1,n}\ ,\ k = \overline{0,t} \qquad (5.12)$$

Burada, (5.2) kısıtı bir satırın sadece başka bir satır ile yer değişimini, (5.3) kısıtı bir satıra diğer satırlardan sadece birinin yerleşmesini garantiler. (5.4) kısıtı Band-Collocation'ların matristeki koordinatlarını belirler. (5.5) kısıtı bir sütundaki Band-Collocation'ların toplam uzunluğunun o sütundaki "1" değerli elemanlarının sayısından az olmayacağını garantiler. (5.6) kısıtı Band-Collocation'a dahil olan elemanların sayısının Band-Collocation genişliği kadar olacağını gösterir. (5.7) kısıtı Band-Collocation'ların bir birleri ile çakışmamasını garantiler. (5.8) kısıtı her bir a_{ij} nin en fazla bir "k.Band-Collocation" un başlangıç noktası olabilmesini garantiler. (5.9) kısıtı a_{ij} elemanının mutlaka bir Band Collocation'un elemanı olmasını garantiler. (5.10) kısıtı her bir a_{ij} elemanının en fazla bir Band-Collocation'un elemanı olabilmesini garantiler. (5.11), her B_k tipindeki Band-Collocation kartlarının, ilgili mevcut kaynakların sayısını (s_k) aşamayacağını göstermektedir.

(5.2 – 5.12) kısıtları altında amaç (5.1), sınırlı kaynaklar dikkate alınarak kullanılacak kartlar için gereken maliyeti minimum yapmaktır.

5.1.1 Modelin Uygulaması

m=10, *n*=4 olacak şekilde A matrisi (Şekil 5.1-a) verilmiştir. Maliyetler, $c_0 = 1000$, $c_1 = 1600$, $c_2 = 2560$, $c_3 = 4100$ olarak kabul edilmiştir. Ayrıca, kırmızı renk 1 uzunluklu, yeşil renk 2 uzunluklu, sarı renk 4 uzunluklu ve mavi renk 8 uzunluklu kartları göstermektedir. Hiçbir optimizasyon yapılmadan A matrisinin band-collocation maliyeti 16280'dir (Şekil 5.1-b). Ayrıca kullanılan kart miktarları $s(B_0) = 7$, $s(B_1) = 1$, $s(B_2) = 3$ ve $s(B_3) = 0$ olarak tespit edilmiştir.

A matrisini BCP olarak çözdürdüğümüzde maliyeti 12780'dir (Şekil 5.1-c) ve kullanılan kart miktarları $s(B_0) = 1$, $s(B_1) = 0$, $s(B_2) = 3$ ve $s(B_3) = 1$ olarak bulunmuştur.

	1	2	3	4
1	1	1	0	1
2	0	1	1	0
3	0	0	1	0
4	0	1	0	1
5	1	0	0	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	0	1	0
9	0	1	0	1
10	0	0	1	0

(a)

	1	2	3	4
1	1	1	0	1
2	0	1	1	0
3	0	0	1	0
4	0	1	0	1
5	1	0	0	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	0	1	0
9	0	1	0	1
10	0	0	1	0

(b)

	1	2	3	4
3	0	0	1	0
10	0	0	1	0
2	0	1	1	0
8	1	0	1	0
6	0	1	0	1
5	1	0	0	1
1	1	1	0	1
9	0	1	0	1
4	0	1	0	1
7	0	1	0	0

(c)

Şekil 5.1 *A* matrisi ve band-collocation dizilimleri

BCP için mevut kaynakların kısıtlı olarak dikkate alındığı 2 farklı durum aşağıda örneklenmiştir:

İlk örnekte A matrisi için $s_0 \leq 4$, $s_1 \leq 1$, $s_2 \leq 3$, $s_3 \leq 0$ şeklinde kısıtlar olduğunda maliyet 13280 olarak bulunmaktadır. Kullanılan kart miktarları $s(B_0) = 4$, $s(B_1) = 1$, $s(B_2) = 3$ ve $s(B_3) = 0$'dır. Bu kısıtlamadaki optimal çözüm, (Şekil 5.2-a) matris üzerinde renklendirilmiştir.

İkinci örnekte kart sayıları için $s_0 \leq 3$, $s_1 \leq 3$, $s_2 \leq 1$, $s_3 \leq 1$ şeklinde kısıtlar olduğunda maliyet 13460 olarak bulunmaktadır. Kullanılan kart miktarları $s(B_0) = 2$, $s(B_1) = 3$, $s(B_2) = 1$ ve $s(B_3) = 1$'dır. Bu kısıtlamadaki optimal çözüm, (Şekil 5.2-b) matris üzerinde renklendirilmiştir.

	1	2	3	4
1	0	0	1	0
2	1	0	1	0
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	0	1
6	1	0	0	1
7	1	1	0	1
8	0	1	0	1
9	0	1	0	1
10	0	1	0	0

(a)

	1	2	3	4
5	1	0	0	1
1	1	1	0	1
4	0	1	0	1
9	0	1	0	1
6	0	1	0	1
3	0	0	1	0
10	0	0	1	0
7	0	1	0	0
2	0	1	1	0
8	1	0	1	0

(b)

Şekil 5.2 *A* matrisinin kısıtlara göre band-collocation dağılımı

Burada kaynak kısıtlı BCP için tamsayılı doğrusal matematiksel model geliştirilmiştir ve bu model baz alınarak 2 farklı örnek matris üzerinde sonuçlar analiz edilmiştir. Bu model ile mevcut sınırlı kaynaklarla optik iletişim ağlarındaki planlamaların düşük maliyetlerle karşılanabileceği gösterilmiştir.

5.2 BCP'nin Geliştirilmiş Tamsayılı Doğrusal Matematiksel Modeli

Geliştirilmiş BCP modeli ve kullanılan değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

- *m*: matrisin satır sayısı
- *n*: matrisin sütun sayısı
- *A*: *mxn* boyutunda elemanları 0 ve 1 olan bir matris
- C_k: *k.* Band-Collocation kartının maliyeti
- B_k: *k.* Band-Collocation kartının büyüklüğü

$$\sum_{k=0}^{t}\sum_{i=1}^{m-2^k+1}\sum_{j=1}^{n} c_k y_{ij}^k \rightarrow \min \tag{5.13}$$

$$\sum_{r=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad i=\overline{1,\mathrm{m}} \tag{5.14}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ir} = 1 \qquad r=\overline{1,\mathrm{m}} \tag{5.15}$$

$$2^k y_{li}^k \le \sum_{r=l}^{l+2^k-1}\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_{ir} \qquad k=\overline{0,t}\,,\ j=\overline{1,n}\,, l=\overline{1,m-2^k+1} \tag{5.16}$$

$$\sum_{k=0}^{t}\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k \ge \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{5.17}$$

$$\sum_{i=1}^{m-2^k+1} 2^k y_{ij}^k = \sum_{i=1}^{m} z_{ij}^k \qquad k=\overline{0,t}\,,\ j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{5.18}$$

$$\sum_{i=1}^{l+2^k-1} y_{ij}^k \le 1 \qquad k=\overline{0,t}\,,\ j=\overline{1,n}\,, l=\overline{1,m-2^k+1} \tag{5.19}$$

$$\sum_{k=0}^{t} z_{ij}^k \ge \sum_{r=1}^{m} a_{rj}.x_{ri} \qquad i=\overline{1,\mathrm{m}}\,,\ j=\overline{1,\mathrm{n}} \tag{5.20}$$

$$x_{ir}, y_{ij}^k, z_{ij}^k \in \{0,1\}\,,\ i,r=\overline{1,m}\,,\ j=\overline{1,n}\,,\ k=\overline{0,t} \tag{5.21}$$

Burada, (5.14) kısıtı bir satırın sadece başka bir satır ile yer değişimini, (5.15) kısıt bir satıra diğer satırlardan sadece birinin yerleşmesini garantiler. (5.16) kısıtı Band-Collocation'ların matristeki koordinatlarını belirler. (5.17) kısıtı bir sütundaki Band-Collocation'ların toplam uzunluğunun o sütundaki "1" değerli elemanlarının sayısından az olmayacağını garantiler. (5.18) Band-Collocation'a dahil olan elemanların sayısının Band-Collocation genişliği kadar olacağını gösterir. (5.19) kısıtı Band-Collocation'ların bir birleri ile çakışmamasını garantiler. (5.20) kısıtı a_{ij} elemanının mutlaka bir Band Collocation'un elemanı olmasını garantiler. (5.14 - 5.21) kısıtları altında amaç (5.13), sınırlı kaynaklar dikkate alınarak kullanılacak kartlar için gereken maliyeti minimum yapmaktır.

BCP’nin tamsayılı doğrusal matematiksel modeline göre yeni matematiksel modelde kısıtlar azaltılmıştır. BCP’nin tam sayılı matematiksel modeli, ana kısıtlar haricinde 9 adet işlevsel kısıta sahiptir. Ancak, önerilen yeni matematiksel modelde 7 adet işlevsel kısıt vardır (Gursoy et al., 2017).

Geliştirilen yeni tamsayılı doğrusal matematiksel model ile birlikte problemlerin daha kısa sürede optimal sonuca ulaştırılması amaçlanmıştır.

BCP için geliştirilen algoritmaların ve matematiksel modellerin kıyaslanmasını gerçekleştirebilmek için oluşturulan BCPLib problem kütüphanesinden Şekil 5.3’teki örnek problemler seçilmiştir (Gursoy, A, 2017).

Kütüphane içerisinde aynı satır ve sütun sayısına sahip olan TX-M1, TX-M2 ve TX-M3 biçiminde üç farklı matris tanımlıdır ve her bir matris için altı farklı maliyet seçeneği mevcuttur. Maliyet seçenekleri büyüme oranıyla belirlenir $(\rho = 0.05,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.4 \text{ ve } 0.5)$. Her bir k. band-collocation kartının maliyeti $c_{k+1} = (2-\rho)\mathrm{c}_k$ formülü ile hesaplanır. Bir matrisin yoğunluğu (d), sıfır olmayan elemanların sayısının toplam eleman sayısına oranıdır. Yoğunluklar %35, %50 ve %75’dir. Optimal, örnek problemin optimal değeridir. Gap ise optimal değer ile yeni çözüm arasındaki göreceli hatayı ifade eder.

Tablo 5.1 Örnek problemlerin optimal değerleri ve modellerinin çözümleri

Optimal Çözümü Bilinen Problem Örnekleri						**Tamsayılı Model**		**Geliştirilmiş Tamsayılı Model**	
Matris Adı	ρ	**Optimal**	**m**	**n**	**d**	**Çözüm**	**Gap**	**Çözüm**	**Gap**
OT4M2	0.10	41280	16	8	35	41280	0,00	41280	0
OT4M2	0.50	24780	16	8	35	28000	0,12	24780	0
OT6M2	0.10	84420	16	8	75	85080	0,01	84420	0
OT6M2	0.50	37990	16	8	75	49660	0,23	37990	0
OT10M2	0.30	82620	32	12	35	83660	0,01	82620	0
OT11M2	0.10	162800	32	12	50	163130	0,00	162800	0
OT11M2	0.50	69830	32	12	50	77840	0,10	69830	0
OT12M2	0.30	155680	32	12	75	162130	0,04	155680	0
OT16M2	0.10	230230	48	16	35	230890	0,00	230230	0
OT16M2	0.50	98440	48	16	35	111490	0,12	98440	0
OT17M2	0.30	203420	48	16	50	216030	0,06	203420	0
OT18M2	0.50	158110	48	16	75	171980	0,08	158110	0
OT22M2	0.30	245080	64	20	35	265710	0,08	245080	0
OT23M2	0.50	166130	64	20	50	218690	0,24	166130	0

Örnek problemler GAMS programı yardımıyla ilgili modele uyarlanmış ve NEOS sunucusundaki CPLEX çözücüsü ile çözdürülmüştür. NEOS sunucusu sekiz saate kadar optimal sonuç elde edemediği problemlerde optimale en yakın sonucu vermektedir (Czyzyk et al., 1998).

Tablo 5.1'te görüldüğü üzere tamsayılı doğrusal matematiksel modelin verdiği çözümler ile geliştirilmiş tamsayılı doğrusal matematiksel modelin verdiği çözümler arasında farklılıklar vardır. Geliştirilmiş tamsayılı doğrusal matematiksel modelin daha kısa sürede optimal değerlere ulaştığı görülmektedir.

6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, bilgi paketlerinin bir başlangıç noktasından bir varış noktasına taşınmasını ele alan BCP için önemli bilgiler verilmiştir. BCP için optimal satır yerleşimi ve bu yerleşimin minimum maliyetle hesaplanması incelenmiştir. Daha önceden önerilen matematiksel modeller araştırılmış, analiz edilmiş ve problem için oluşturulmuş bir örnek anlatılmıştır.

Ayrıca BCP için incelenen matematiksel modeller ile birlikte yeni matematiksel modeller önerilmiştir.

Günlük problemler dikkate alındığında kaynakların sınırsız olması mümkün olamayacağı için BCP'nin kaynak kısıtlı tamsayılı doğrusal programlama modeli önerilmiş ve bu model örnek bir problem üzerinde çalıştırılarak sonuçları gösterilmiştir.

Ayrıca BCP'nin incelenen tamsayılı doğrusal matematiksel modelinin kısıtları optimize edilerek yeni bir tamsayılı doğrusal matematiksel model geliştirilmiştir. Geliştirilen bu matematiksel model ile birlikte problemlerin daha kısa sürede optimal sonuca ulaştırıldığı seçilen örnek problemler üzerinde gösterilmiştir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Aarts E. and Lenstra J. K., 1997, Local Search in Combinatorial Optimization, John Wiley&Sons, England, 493p.

Babayev, D. A., Bell, G. I. and Nuriyev, U. G., 2009, The Bandpass Problem Combinatorial Optimization and Library of Problem, Journal of Combinatorial Optimization, Vol. 18, pp.151-172.

Bellman, R. E., Dreyfus, S. E., 1962, Applied Dynamic Programming, Princeton University Press, New Jersey, 363p.

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L. and Stein, C., 2009, Introduction to Algorithms, Third Edition, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, England, 1292p.

Cura, T., 2008, Modern Sezgisel Teknikler ve Uygulamaları, Papatya Yayıncılık, İstanbul, 173s.

Czyzyk, J., Mesnier, M. P., Mor, J. J., 1998, The NEOS Server, IEEE Journal on Computational Science and Engineering, 5(3), pp.68-75.

Dorigo, M., Stützle T., 2004, Ant Colony Optimization, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, England, 305p.

Glover, F., 1986, Future Paths For Integer Programming And Links To Artificial Intelligence, *Comput. & Ops. Res.*, Vol. 13, No. 5, 533–549pp.

Glover, F., Kochenberger, G. A., 2003, Handbook Of Metaheuristics, Kluwer Academic Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 556p.

Gursoy, A., Kutucu, H., Kurt, M. and. Nuriyev, U., 2015, A Binary Integer Linear Programming Model for the Band Collocation Problem, Theoretical and Applied Aspects of Cybernetics. Proceedings of the 5th International Scientific Conference of Students and Young Scientists, Kiev, Ukrain.

Gursoy A., Kutucu H., Kurt M. and Nuriyev U.G., 2016, A Heuristic Algorithm For The Band Collacation Problem, 10th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT, Azerbaijan, Baku, 12-14 October, pp.473-476.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Gursoy A., Tekin A., Keserlioglu S., Kutucu H., Kurt M. and Nuriyev U., 2017, An Improved Binary Integer Programming Model of the Band Collocation Problem, Journal of Modern Technology and Engineering, Vol. 2 No. 1, pp.34-42.

Gursoy A., The Band Collocation Problem Library (BCPLib), http://fen.ege.edu.tr/~arifgursoy/bps/ (Erişim Tarihi: 24 Mayıs 2017).

Hürlimann, T., 1999, Mathematical Modeling And Optimization, Kluwer Academic Publishers, 313p.

Karaboğa, D. 2004, Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları, Atlas Yayın Dağıtım, İstanbul.

Keiser, G., 1999, A Review Of WDM Technology And Applications, Optical Fiber Technology, Volume 5, Issue 1, 3-39pp.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D. and Vecchi, M. P., 1983, Optimization by Simulated Annealing Science, Vol 220, No. 4598, 671-680pp.

Kutucu H., Gürsoy A., Kurt M., and Nuriyev U., 2016, The Band Collocation Problem: A Library of Problems and a Metaheuristic Approach, International Conference on Discrete Optimization and Operations Research, DOOR, Vladivostok, Russia, 19-23 September, CEUR-WS, Vol.1623, pp.464-476.

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. and Teller, E., 1953, Equation of State Calculation by Fast Computing Machines, The Journal of Chemical Physics, 21, 1087-1091pp.

Nabiyev, V. V., 2009, Teoriden Uygulamalara Algoritmalar, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 824s.

Nemhauser, G. L. and Wolsey, L. A., 1988, Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, New York, 763p.

Nuriyev, U., Kurt, M., Kutucu, H. and Gürsoy, A., 2015a, The Band Collocation Problem and Its Combinatorial Model, International Conference Mathematical and Computational Modelling in Science and Technology ICMCMST, Izmir University, Turkey.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Nuriyev, U., Kutucu, H., Kurt, M. and Gürsoy, A., 2015b, The Band Collocation Problem in Telecommunication Networks, The 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, Baku, Azerbaijan.

Papadimitriou, C. H. and Steiglitz, K., 1982, Combinatorial Optimization Algorithms and Complexity, Dover Publications, New York, 496p.

Russell, S. and Norvig, P., 1995. Artificial Intelligence A Modern Approach, Prentice-Hall

Şen, Z., 2004, Genetik Algoritmalar ve En İyileme Yöntemleri, Su Vakfı Yayınları, İstanbul, 142s.

Tekin A., Keserlioglu S. and Gursoy A., 2016, Band Collocation Problem with Limited Resources, International Conference on Computer Science and Engineering, UBMK, 20-23 October, pp.845-847.

Weitian T., 2015, Approximation Algorithms Under The Worst-Case Analysis And The Smoothed Analysis, Department Of Computing Science, University Of Alberta.

Williams, H. P., 1999, Model Building in Mathematical Programming, Fourth Edition, John Wiley & Sons, New York, 354p.

Wolsey, L. A., 1998, Integer Programming, John Wiley & Sons, New York, 264p.

ÖZGEÇMİŞ

04.01.1992 tarihinde Manisa'da dünyaya gelen Ahmet TEKİN, İlk ve orta öğrenimini sırasıyla Ayhan Şahenk İlkokulu, Kazlıçeşme Abay Ortaokulu, Bülent Ecevit Anadolu Lisesi ve Özel İdare Anadolu Lisesi'nde tamamladı. Ardından 2010 yılında Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümünü kazandı. 2015 yılında Matematik Bölümünün Bilgisayar Bilimleri Opsiyonundan mezun oldu. Aynı yıl Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı.

YAYINLAR

1. **Tekin A.**, Keserlioglu S., Gursoy A., 2016 Band Collocation Problem with Limited Resources, International Conference on Computer Science and Engineering, UBMK, 20-23 October, pp.845-847.
2. Gursoy A., **Tekin A.**, Keserlioglu S., Kutucu H., Kurt M., Nuriyev U., 2017, An Improved Binary Integer Programming Model of the Band Collocation Problem, Journal of Modern Technology and Engineering, Vol. 2 No. 1, pp.34-42.
3. **Tekin A.**, Gursoy A., 2017, Band Collocation Problem: A Station-Based Model, International Scientific Conference on "Theoretical and Application Problems of Mathematics", Sumqayıt, 25-26 May, Part III Optimization and Optimal Management, pp.197-198.