

T.C
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

112949

**KALİTE İYİLEŞTİRME VE GELİŞTİRME
TEKNİKLERİNDEN OLAN DENEY TASARIMINDA
İSTATİSTİKSEL MODELLEME TEKNİKLERİNİN
UYGULANMASI ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA**

112949

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Çiğdem DEMİR

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Samim DÜNDAR

İZMİR
2002

Yüksek Lisans tezi olarak sunduğum “ Kalite İyileştirme ve Geliştirme Tekniklerinden Olan Deney Tasarımında İstatistiksel Modelleme Tekniklerinin Uygulaması Üzerine Bir Araştırma ” adlı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin bibliyografyada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

28.06/2002

Adı SOYADI

Çiğdem DEMİR



TUTANAK

Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü' nün/...../..... tarih vesayılı toplantısında oluşturulan jüri, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği'ninmaddesine göre Ekonometri Anabilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Çiğdem Demir 'in Kalite İyileştirme ve Geliştirme Tekniklerinden Olan Deney Tasarımında İstatistiksel Modelleme Tekniklerinin Uygulanması Üzerine Bir Araştırma konulu tezi incelenmiş ve aday 24.1.7.2002 tarihinde, saat 10.00 da jüri önünde tez savunmasına alınmıştır.

Adayın kişisel çalışmaya dayanan tezini savunmasından sonra 70.. dakikalık süre içinde gerek tez konusu, gerekse tezin dayanağı olan anabilim dallarından jüri üyelerine sorulan sorulara verdiği cevaplar değerlendirilerek tezin Başarılı.....olduğuna oy.....birliği ile karar verildi.

BAŞKAN

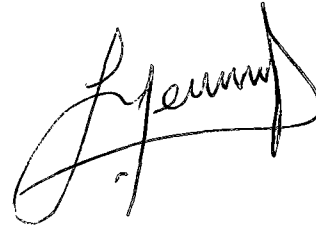
Samim DüNDAR



ÜYE

ÜYE

Yrd. Doç. Dr. Fethi Yegemal



YÜKSEKÖĞRETİM KURULU DOKÜMANTASYON MERKEZİ
TEZ VERİ FORMU

Tez No: Konu Kodu: Üniv. Kodu

- Not: Bu bölüm merkezimiz tarafından doldurulacaktır.

Tez Yazarının
Soyadı: **DEMİR**

Adı: **ÇİĞDEM**

Tezin Türkçe Adı: **Kalite İyileştirme ve Geliştirme Tekniklerinden Olan Deney Tasarımında İstatistiksel Modelleme Tekniklerinin Uygulanması Üzerine Bir Araştırma**

Tezin Yabancı Dildeki Adı: **A Study On Apllying Statistical Modelling Techniques in The Experiment Design, Which Is One Of The Techniques Of Quality Improvement And Development**

Tezin Yapıldığı
Üniversitesi: **Dokuz Eylül Üni.** Enstitü: **Sosyal Bilimler** Yıl: **2002**

Diğer Kuruluşlar:

Tezin Türü:

Yüksek Lisans: X

Dili: Türkçe

Doktora:

Sayfa Sayısı: 62

Tıpta Uzmanlık:

Referans Sayısı: 11

Sanatta Yeterlilik:

Tez Danışmanlarının

Ünvanı: Yrd. Doç. Dr.

Adı: Samim

Soyadı : Dündar

Ünvanı: Yrd. Doç. Dr.

Adı: Ali Kemal

Soyadı: Şehirlioğlu

Türkçe Anahtar Kelimeler:

- 1- Deney Tasarımı
- 2- Modelleme
- 3- Kontrol Edilebilen Edilemeyen Faktörler
- 4- Kararlılık
- 5- Faktör Seviyeleri

İngilizce Anahtar Kelimeler :

- 1- The Experiment Design
- 2- Modelling
- 3 -Controballe and Uncontroballle Factors
- 4- Resolution
- 5- Factor Levels

Tarih: 28 / 06 / 2002

İmza:

ÖNSÖZ

Kalite İyileştirme ve Geliştirme Tekniklerinden Olan Deney Tasarımında İstatistiksel Modelleme Tekniklerinin Uygulanması konusunda çalışma yapmaya beni yönlendiren, düşünsel öneri ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Samim Dündar'a ve değerli katkılarından yararlandığım Yrd. Doç. Dr. Ali Kemal Şehirlioğlu'na çok teşekkür ederim.

Çiğdem DEMİR

Haziran, 2002, İzmir



ÖZET

Kalite iyileştirme ve geliştirme tekniklerinden olan deney tasarımı, son zamanlarda endüstri alanında oldukça yoğun bir ilgiyle karşılanmıştır.

Deney tasarımında, bir ürünün seçilen kalite karakteristiği olan yanıt değişkeni üzerinde önemli etkiye sahip faktörler belirlenir ve bu kalite karakteristiğinin istenilen değerde elde edilebilmesi için söz konusu faktörlerin hangi seviyelerde belirleneceği araştırılır. Bu faktörlerden bazıları kontrol edilebilir (x_1, x_2, \dots, x_p) olmasına karşın bazıları kontrol edilememektedir (z_1, z_2, \dots, z_q) . Kontrol edilemeyen faktörlerden bazılarını deneyin amacına ve fabrika yeteneklerine bağlı olarak kontrol altında tutmak mümkündür. Dışsal değişkenlik kaynaklarından (z'lerden) minimum seviyede etkilenen bir süreç geliştirmek amacıyla deney tasarım metodları uygulanmaktadır.

Ürün veya süreç kalite karakteristiklerinin ortalama ve varyansının ayrı ayrı modellenmesi üzerine yoğunlaşılacak bu çalışmada birçok bilim adamının önerdiği modelleme teknikleri üzerine odaklanılmıştır. Yanıt değişkeninin performans ölçütleri olan ortalama ve varyans ile bunlara etki eden tasarım ve gürültü faktörlerinin modellenmesinde çok farklı yaklaşımlar olduğu ortaya çıkmıştır. Modelleme için yapılan bu yaklaşımlara ek olarak burada, yeni bir modelleme yaklaşımı getirilmeye çalışılmıştır. Bu yaklaşımda, $\sigma = \gamma_0 + \gamma_1 z_i$ modeli ile gürültü faktörlerinin varyans üzerinde doğrusal bir etkiye sahip olduğu varsayılmış ve $Y = X_i \beta + \sigma \varepsilon$ modeli baz alınarak yeni bir model elde edilmiştir. Ayrıca, oluşturulan yeni modeldeki yanıt değişkeni için ortalama ve varyansın modellenmesinde Pledger'in uyguladığı yöntem temel alınmıştır. Bu yöntemde, özellikle varyansın modellenmesinde kullanılan teorem dikkat çekicidir.

ABSTRACT

The experiment design, which is one of the techniques of quality improvement and development has gained a great interest in the industrial area recently.

The factors which have an important effect on the response variable which is a selected quality characteristic of a product are determined in the experiment design, and at what levels the factors in question will be determined is researched in order to obtain the desired value of this quality characteristic. Some of these factors (z_1, z_2, \dots, z_q) are uncontrollable although some of them are controllable (x_1, x_2, \dots, x_p). It is possible to take control of some the uncontrollable factors depending on the aim of experiment and the skills of the factory. The methods of experiment design are carried out to develop a process affected from the external variable (from z 's) at a minimum level.

Modelling techniques suggested by many scientists and modelling the mean and the variance of the product or process quality characteristics separately were focused on in this study. There have been different approaches in modelling the mean and variance which are the response variable of the performance criterions, and the design and noise factors which affect them. In addition to these approaches for modelling, a new modelling approach was presented. In this approach, that $\sigma = \gamma_0 + \gamma_1 z_i$ model and noise factors have a direct effect on variance was supposed, and a new model was obtained by taking $Y = X_i \beta + \sigma \varepsilon$ as a base. However, the method applied by Pledger was taken as a base in modelling the mean and variance for the response variable in the new model. In this method, the theorem used especially in modelling the variance is striking.

**KALİTE İYİLEŞTİRME VE GELİŞTİRME TEKNİKLERİNDEN OLAN
DENEY TASARIMINDA İSTATİSTİKSEL MODELLEME
TEKNİKLERİNİN UYGULANMASI ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA**

YEMİN METNİ	ii
TUTANAK	iii
Y.Ö.K DOKÜMANTASYON MERKEZİ TEZ VERİ FORMU	iv
ÖNSÖZ	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xii
GİRİŞ	xiii

**BİRİNCİ BÖLÜM
DENEY TASARIMI**

1.1 DENEY TASARIM SÜRECİ	2
1.2 İKİ SEVİYELİ DENEYLER : TAM FAKTÖRİYEL TASARIMLAR	3
1.3 KESİRLİ FAKTÖRİYEL TASARIMLAR	10
1.3.1 Dört Faktörlü Sekiz Deney	10
1.3.2 Beş Faktörlü Sekiz Deney	15
1.3.3 k Faktörlü Sekiz Deney	19
1.3.4 Kesirli Faktöriyel Tasarımların Kararlılığı	22

**İKİNCİ BÖLÜM
İSTATİSTİKSEL MODELLEME TEKNİKLERİ**

2.1 TAGUCHİ VE YANIT YÜZEYİ METODOLOJİSİNİN BİRLİKTE ELE ALINMASI	
2.1.1 Taguchi Yaklaşımına Bir Bakış	24

2.1.2 Dual Yanıt Problemine Bir Bakış	25
2.1.3 Taguchi Problemine Dual Yanıt Sonuçlarının Uygulanması	26
2.1.4 Önerilen Metodoloji	28
2.2 DUAL YANIT YÜZEYİ OPTİMİZASYONU	32
2.2.1 Önerilen Optimizasyon Prosedürü	33
2.2.2 En İyi Alt Model Üzerinde Optimizasyon	35
2.3 DUAL YANIT PROBLEMİ İÇİN DOĞRUSAL OLMAYAN BİR PROGRAMLAMA ÇÖZÜMÜ	
2.3.1 GRG Metodunun Uygulanması	37
2.4 BİR TAGUCHİ TASARIMININ YANIT YÜZEYİ ANALİZİ	39
2.5 PROSES VARYANSI İÇİN YANIT YÜZEYİ MODELİ	45
2.6 ENDÜSTRİYEL DENEYLERDE VARYANS MODELLEMESİ	48
2.6.1 Tahminleme Prosedürü	50
2.7 ORTALAMA VE VARYANS FONKSİYONLARINI TAHMİN ETMEK İÇİN DENEYSEL TASARIMLAR	53
2.8 KONTROL EDİLEMİYEN FAKTÖRLERLE OLUŞTURULAN MODEL	55
2.9 ÖNERİLEN MODEL	59
SONUÇ	63
KAYNAKLAR	65

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1.1	Üç Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi	4
Tablo 1.2	Örnek Tasarım Matrisi ve Gözlenen Yanıtlar	6
Tablo 1.3	Yanıt Tablosu	7
Tablo 1.4	Etkileşim Etkilerini İçeren Yanıt Tablosu	8
Tablo 1.5	A ve B Faktörlerinin Seviyeleri İle Ortalama Yanıtlar	9
Tablo 1.6	Üç Faktörlü Sekiz Deneme İçin Faktör ve Etkileşim Seviyeleri	10
Tablo 1.7	Dört Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi	11
Tablo 1.8	Tablo 1.7'de Tanımlanan Deney İçin Bazı Faktör Seviyeleri	12
Tablo 1.9	Sekiz Tasarım Noktalı Deney İçin Alias İlişki	12
Tablo 1.10	Deney İçin Faktör Seviyeleri	13
Tablo 1.11	Deney İçin Rapor Formu	13
Tablo 1.12	Örnek İçin Yanıt Tablosu	14
Tablo 1.13	Beş Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi	16
Tablo 1.14	Beş Faktörlü Deney İçin Deneysel Seviyeler	17
Tablo 1.15	Beş Faktör İçin Yanıt Tablosu	18
Tablo 1.16	Sekiz Tasarım Noktalı, İki Seviyeli Deneyler İçin Temel Tasarım Matrisi	20
Tablo 1.17	Deney İçin Faktör Seviyeleri	21
Tablo 1.18	Örnekteki Veriler İçin Tamamlanan Yanıt Tablosu	21
Tablo 2.1	Basım Süreci Verileri	29
Tablo 2.2	$\hat{\mu} = 500.0$ İçin Minimum Varyans Lokasyonları	31
Tablo 2.3	$\hat{\sigma} = 60.0$ İçin Maksimum Ortalama Lokasyonları	31
Tablo 2.4	$\hat{\sigma} = 75.0$ İçin Maksimum Ortalama Lokasyonları	31
Tablo 2.5	$\hat{\sigma} = 90.0$ İçin Maksimum Ortalama Lokasyonları	32
Tablo 2.6	Kuadratik Model İçin Optimal Kombinasyonların Karşılaştırılması	35
Tablo 2.7	$\hat{\mu} = 500$ Olduğunda “ Hedef Değer En İyidir ” Problemi İçin Sonuçlar	38

Tablo 2.8.a	Deneysel Koşullar – İçsel Dizin	39
Tablo 2.8.b	Deneysel Koşullar – Dışsal Dizin	39
Tablo 2.9	Çekme Kuvveti	40
Tablo 2.10	Byrne ve Taguchi Verilerine Uyumu Yapılan Bazı Modeller İçin Regresyon İstatistikleri	41
Tablo 2.11	İndirgenmiş Dördüncü Dereceden Model	42
Tablo 2.12	Robust Tasarım Örneği : Dayanıklılık	43
Tablo 2.13	Deneydeki Faktörler	51
Tablo 2.14	İnjesiyon Kalıplama Deneyi İçin Veriler	52
Tablo 2.15	ϑ 'nun EKK Tahminleri ve % 5 Seviyesinde γ Vektörünün Tahminleri	52
Tablo 2.16	β Vektörünün % 5 Önem Seviyesindeki A.E.K.K Tahminleri	52
Tablo 2.17	2^{6-1} Faktöriyel İçin Deneysel Tasarım	61

ŞEKİLLER

Şekil 1.1	Ana Etkilerin ve Etkileşim Etkilerinin Grafiksel Gösterimi	9
Şekil 1.2	AB Etkileşim Etkisinin Grafiksel Gösterimi	9
Şekil 1.3	Tahminlenen Etkilerin Grafiksel Gösterimi	15
Şekil 1.4	Beş Faktör İçin Tahminlenen Etkilerin Grafiksel Gösterimi	18
Şekil 1.5	Örnekten Tahminlenen Etkiler	22
Şekil 2.1	Açıklayıcı Bir Örnek	33
Şekil 2.2	Konsantrasyon -1 İçin Dayanıklılık Plotu	44
Şekil 2.3	Konsantrasyon +1 İçin Dayanıklılık Plotu	44
Şekil 2.4	Gürültü Faktörlerinin Etkileşimiyle Sağlanan Kontrol	46



GİRİŞ

Yanıt değişkeni, belirlenmiş ürün veya süreç karakteristikleri olarak ele alındığında deney tasarım metodolojisinin temel amacı, yanıt değişkenine etki eden tasarım ve gürültü faktörlerinin eşanlı olarak değerlendirilip bu faktörler için optimum çalışma seviyelerinin seçilmesi ve böylece kalite karakteristiğinin istenilen değerlerde elde edilmesidir.

Tasarım ve gürültü faktörlerinin yanıt değişkeni üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla birinci bölümde, iki seviyeli tam ve kesirli faktöriyel tasarımlar ele alınmıştır. Tam faktöriyel tasarımlar, tüm faktör ana etki ve etkileşim etkilerinin hesaplanabildiği tasarımlardır. Bununla birlikte, faktör sayısı fazla olduğu durumlarda deney sayısını indirgemek amacıyla kesirli faktöriyel tasarımlar uygulanır. Kesirli faktöriyel tasarımlarda tüm etkileşim etkilerini tahminlemek mümkün değildir ve bunun sonucu olarak da eş yapılar (alias) oluşmaktadır. Yani ana etkiler, etkileşim etkileriyle ve etkileşim etkileri de birbirleriyle karışabilmektedir. Böylece III, IV, V kararlılığında tasarımlar oluşmaktadır. Kararlılığı III olan tasarımlarda ana etkiler ikili faktör etkileşimleri ile ve ikili faktör etkileşimleri de birbirleriyle eş yapı sergilerken kararlılığı IV olan tasarımlarda, bazı ikili faktör etkileşimleri kendi aralarında eş yapı göstermektedir. Kararlılığı V olan tasarımlarda ise bazı ana etkiler ve ikili faktör etkileşimleri, üçlü faktör etkileşimleri ile eş yapı oluşturmaktadır. İyi tasarlanmış bir deneyde minimum tasarım noktası kullanılarak önemli etkileşimler tahminlenebilmektedir.

İkinci bölümde, istatistiksel deney tasarımlarının modelleme teknikleri üzerine incelemeler yapılmıştır. İlk olarak Taguchi'nin yaklaşımıyla başlanmış ve yanıt yüzeyi metoduyla birlikte değerlendirilmiştir. Taguchi, varyans minimize edilirken ortalamanın hedef değere oturtulmasını amaçlamıştır. Yanıt değişkeni olarak sinyal gürültü oranını kullanan Taguchi'nin dikkate aldığı üç temel durum; hedef değer en iyi, daha büyük daha iyi ve daha küçük daha iyi durumlarıdır. Daha sonra Vining ve Myers, Taguchi'nin amacını gerçekleştirmek için Myers ve Carter'in önermiş olduğu dual yanıt yaklaşımını ele almışlardır. Bu yaklaşımda,

ilgilenilen yanıt olarak performans ölçütleri olan ortalama ve varyans dikkate alınmış ve ayrı ayrı modellemeleri yapılmıştır. Daha sonra Lin ve Tu, Castillo ve Montgomery, Lucas, Myers & Lin & Griffiths, Engel, Vining & Schaub, Pledger'in önermiş oldukları modeller ve optimizasyon yöntemleri incelenmiştir.

Bu çalışmanın amacı, ortaya konulan modelleme yaklaşımlarının değerlendirilerek yeni bir yaklaşım geliştirilmesidir. Burada, gürültü faktörlerinin varyansı doğrusal olarak etkilediği varsayılarak $Y = X_i\beta + \sigma\varepsilon$ modeli üzerinden yeni bir model elde edilmiş, ortalama ve varyansın modellenmesinde Pledger'in kullandığı yöntem uygulanmıştır.



Birinci Bölüm

DENEY TASARIMI

Deney tasarımı, belirlenmiş ürün veya süreç karakteristiklerinin ortalama ve varyansına etki etme yeteneğine sahip iki veya daha fazla faktörün eşanlı olarak değerlendirilmek amacıyla deneylerin tasarlanmasıdır. (Lochner, Matar, 1990) Deneyler rasgele yapılırsa elde edilen sonuçlarda rasgele olacaktır. Bu nedenle, istenilen bilgiye ulaşmak için deneylerin planlanması gerekmektedir. (Lundstedt, Bergman ve arkadaşları, 1998) Bu amaca etkin bir şekilde ulaşabilmek için faktör seviyeleri stratejik olarak değiştirilir, belirlenen test kombinasyonlarının sonuçları gözlenir ve tüm sonuçlar etkili faktörleri belirleyip bu faktörlerin tercih edilebilecek seviyelerini tanımlamak amacıyla analiz edilir. İlk adım, “eleme deneyi” olarak ifade edilir. Bu adımda pek çok faktör yer almaktadır. Amaç, etkili ve önemli faktörleri belirlemektir. Deney pek çok faktörü içerdiği için iki seviyeli küçük bir tasarımıdır. Daha sonraki aşama (lar) ise daha az fakat önemli faktörleri içermekle birlikte daha iyi çalışma seviyelerini belirlemek amacı ile üç veya daha fazla seviyelidir.

Araştırılan süreç veya sistemde bazı süreç değişkenleri x_1, x_2, \dots, x_p kontrol edilebilir olmasına karşın bazıları z_1, z_2, \dots, z_q kontrol edilememektedir. (Lochner, Matar, 1990) Kontrol edilebilir faktörlerin süreç içerisindeki değerleri araştırmacı tarafından set edilebilmektedir. Kontrol edilemeyen (gürültü) faktörler ise üretim veya çevresel değişkenlik kaynaklarıdır.

Her iki sınıfta kendi içinde alt sınıflara ayrılmıştır. Kontrol edilebilir faktörler dört alt sınıfta değerlendirilmektedir.

1. İlgilenilen yanıtın sadece ortalamasını etkileyen **düzeltilme faktörleri**
2. İlgilenilen yanıtın sadece değişkenliğini etkileyen **değişkenlik kontrol faktörleri**
3. Yanıtın ne ortalamasını nede değişkenliğini etkileyen ekonomik gereklilikler için kullanılacak **malîyet tasarım faktörleri**

4. İstenilen performansı veya çıktıyı elde etmek amacıyla kullanıcı veya operatör tarafından set edilen **sinyal faktörleri**

Gürültü faktörleri ise iki alt sınıfa ayrılmıştır:

1. **Dışsal gürültü faktörleri** : Çevresel şartlara bağlı olarak oluşan değişkenliği tanımlayan faktörlerdir.

2. **İçsel gürültü faktörleri** : Üretim girdilerinin neden olduğu değişkenliği tanımlayan faktörlerdir. (Şehirlioğlu, 1997)

Kontrol edilemeyen değişkenlerden bazıları deneyin amacına ve fabrika yeteneklerine bağlı olarak deneyler sırasında kontrol altında tutulabilir. Deneyin amaçları aşağıda belirtilmiştir.

1. Yanıt üzerinde etkisi olan faktörlerin belirlenmesi,
2. Yanıtı istenilen değerde elde edebilmek için etkili değişkenlerin (x 'lerin) alacağı değerlerin belirlenmesi,
3. Yanıttaki değişkenliği minimize etmek için etkili değişkenlerin (x 'lerin) alacağı değerlerin belirlenmesi,
4. Kontrol edilemeyen değişkenlerin (z 'lerin) etkisini minimize etmek için etkili değişkenlerin (x 'lerin) alacağı değerlerin belirlenmesi,

Deney tasarımı metodları, süreç aksaklıklarını önleyip süreci geliştirmek amacıyla yapılan araştırmalarda önemli bir rol oynamaktadır. (Lochner, Matar, 1990) Araştırma , geliştirme ve üretim esnasında meydana gelen çeşitli problemleri sistematik olarak incelemek için kullanılan araçlardır. Deneysel değişkenler ve yanıtlar tanımlandığında deneyler, en az deneyle en çok bilgiyi sağlayacak şekilde planlanıp uygulanabilir. (Lundstedt, Bergman ve arakadaşları, 1998) Pek çok durumda amaç,dışsal değişkenlik kaynaklarından (z 'lerden) minimum seviyede etkilenen bir süreç geliştirmektir.

1.1 Deney Tasarım Süreci

Deney tasarımı süreci, üç ana safhadan oluşur.

1. Planlama safhası

2. Deneilerin gerçekleştirilme safhası

3. Analiz safhası

Etkin bir deney tasarımının 3nemli adımları ise aşağıda tanımlanmıştır. (Lochner, Matar, 1990) Planlama safhası 1-9 adımlarını, deneilerin gerçekleştirilme safhası 10. adımı, analiz safhası ise 11. ve 12. adımları içerir.

1. Problem(ler)in tanımlanması,
2. Deney amaç(lar)ının tanımlanması,
3. Kalite karakteristiğinin ve 3l3m sisteminin seçilmesi,
4. Seçilmiş olan kalite karakteristiğine etki edebilecek fakt3rlerin belirlenmesi,
5. Tasarım ve g3r3lt3 fakt3rlerinin tanımlanması,
6. Fakt3r seviyelerinin seçilmesi,
7. Uygun tasarım matrisinin seçilmesi,
8. Seçilmiş kalite karakteristiğini etkileyecek etkileşim etkilerinin seçilmesi veya Adım 4'e d3n3lmesi,
9. Fakt3rlerin ve etkileşim etkilerinin s3tunlara atanması,
10. Deneilerin uygulanması,
11. Deneilerin sonuçlarının analiz edilip yorumlanması,
12. Doğrulama deneyleri,

1.2 İki Seviyeli Deneiler : Tam Fakt3riyel Tasarımlar

En basit fakt3riyel denemeler 2^n tipindedir ve burada 2, seviye sayısını n ise fakt3r sayısını belirtmektedir. 2 seviyeli n fakt3rl3 bir deneme 2^n adet deney tasarım noktası içerir. 3rneğin, her biri iki seviyeli 3 fakt3r3n etkilerini değerlendirmede kullanılacak bir tasarımda, seviyelerin t3m olası kombinasyonlarını dikkate almak için sekiz deney tasarım noktası, $2^3=8$ gerekmektedir.

Bir fakt3r için kullanılan bu iki seviye; ısı, basınç, zaman, kalınlık gibi bir s3rekli fakt3r3n seçilmiş iki değerini ya da makina A ve B, eski ve yeni metot gibi

iki farklı kesikli olayı temsil edebilir. Kontrol edilebilir faktörler, sürekli veya kesikli olabilir. Fakat, kontrol edilebilir faktörlerin bir fonksiyonu olan ve deneyler esnasında gözlenen süreç kalite karakteristiği sürekli bir değişken olmalıdır.

2^3 faktöriyel tasarımı oluşturan sekiz deney tasarım noktası ve faktörlerin sütunlara atanması Tablo 1.1'de gösterilmiştir. Verilen bu tasarım, ortogondur. Ortogonalite, tasarımlarda olması istenen önemli bir özelliktir. Kısaca ortogonalite, faktörlerin ortalama etkilerinin, diğer faktörlerin etkileri ile karışmadan tahminlenmesini sağlayan bir özelliktir.

Tablo 1.1 Üç Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi

Deneme	Faktör Seviyeleri			Yanıt
	A	B	C	
1	1	1	1	y_1
2	1	1	2	y_2
3	1	2	1	y_3
4	1	2	2	y_4
5	2	1	1	y_5
6	2	1	2	y_6
7	2	2	1	y_7
8	2	2	2	y_8

2^n faktöriyel denemelerde etkileri tahminlenecek n adet etki ve 2^{n-1} adet etkileşim vardır. Böylece, 2^n adet deney tasarım noktasında $2^n - 1$ serbestlik derecesi ana etki ve etkileşimlerin tahmini için kullanılmaktadır. Bir 2^n tasarımındaki ana etki, herhangi bir faktörün düşük seviyesindeki ortalama çıktı değeri ile aynı faktörün yüksek seviyesindeki ortalama çıktı değeri arasındaki farktır. 2^3 faktöriyel tasarımında faktörler A, B ve C olarak temsil edilirse, A faktörünün ana etkisi;

$$A = [(y_5 + y_6 + y_7 + y_8) - (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)] / 4$$

şeklinde bulunabilir.

Diğer bir ifadeyle bir faktörün çıktı değişkeni üzerindeki etkisi, o faktörün düşük seviyeden yüksek seviyeye çıkarılması sonucunda çıktıda oluşan değişiklik olarak tanımlanabilir. Yukarıdaki eşitlikten görüleceği gibi, ana etki A'nın tahmini gözlemlerin bir kontrastıdır. 2^n tam faktöriyel tasarımında tüm etkiler (ana etkiler ve etkileşimler) gözlemler arasındaki kontrastlar yardımı ile tahminlenebilir. Bu tasarımdaki sütunlar birbirine ortogonal olduğu için herhangi bir faktörün çıktı üzerindeki etkisinin tahmini, diğer etkilerle karıştırılmadan tahminlenebilir.

Aynı örnek üzerinde tüm yedi etkinin tahminleri (3 ana etki, 3 ikili faktör etkileşimi ve 1 üçlü faktör etkileşimi) aşağıdaki yedi kontrast ile verilebilir.

$$A = [(y_5 + y_6 + y_7 + y_8) - (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)] / 4$$

$$B = [(y_3 + y_4 + y_7 + y_8) - (y_1 + y_2 + y_5 + y_6)] / 4$$

$$C = [(y_2 + y_4 + y_6 + y_8) - (y_1 + y_3 + y_5 + y_7)] / 4$$

$$AB = [(y_1 + y_2 + y_7 + y_8) - (y_3 + y_4 + y_5 + y_6)] / 4$$

$$AC = [(y_1 + y_3 + y_6 + y_8)] - (y_2 + y_4 + y_5 + y_7) / 4$$

$$BC = [(y_1 + y_4 + y_5 + y_8) - (y_2 + y_3 + y_6 + y_7)] / 4$$

$$ABC = [(y_2 + y_3 + y_5 + y_8) - (y_1 + y_4 + y_6 + y_7)] / 4$$

Etkileşim tahminlerindeki y 'nin katsayıları (ortak bölen 4 hariç), ilgili faktörlerin ana etki tahminlerindeki karşılıklı katsayılarının çarpılması sonucu elde edilebilir. Örneğin, AB etkileşiminin tahmini (kontrastı), deney tasarım matrisindeki A ve B sütunlarındaki düşük ve yüksek seviyeler -1 ve $+1$ ile gösterildiğinde AB sütunu bu iki sütunun çarpımıyla buna karşılık gelen çıktı değerinin çarpılarak toplamın 2^{n-1} ortak bölenine bölünmesi ile elde edilir.

Örnek 1 (Lochner, Matar, 1990)

Tablo 1.2’de verilen 3 faktörlü deneyi göz önünde bulunduralım. Veriler Tablo 1.3’deki yanıt tablosunda verilmiştir. Genel ortalama ve 3 ana etki bu tabloda hesaplanmıştır. Tablo 1.4’de ise etkileşim etkileri de hesaplanarak yanıt tablosunda yer almıştır. Şekil 1.1’de ana etkilerin ve etkileşim etkilerinin grafiksel olarak tanıtımı yapılmıştır. Burada önemli etkilerin B ana etkisi ve AB etkileşimi olduğu görülmektedir. A ve AC daha az önemli olup AC ve BC etkileşimleri ise önemsizdir.

Bu örnek için yanıtın değeri maksimum yapılmak istensin. Ana faktör etkileri dikkate alınıp hiçbir etkileşim etkisi hesaba katılmasın. Bu durumda, eğer A ve B faktörleri yüksek seviyelerde C faktörü düşük seviyede set edilirse, ortalama yanıtın maksimum olduğuna karar verilebilir. Bağımlı değişkenin gözlenen sekiz değeri için genel ortalama $\bar{y} = 35.23$ ’dür. Yanıt değişkeni için tahminlenen maksimum değer,

$$\begin{aligned}\bar{y}_{\max} &= (\text{genel ort.}) + (A\text{'nin katkısı}) + (B\text{'nin katkısı}) + (C\text{'nin katkısı}) \\ &= 35.25 + (37.03 - 35.23) + (41.33 - 35.23) + (36.85 - 35.23) \\ &= 44.75\end{aligned}$$

Tablo 1.2 Örnek Tasarım Matrisi ve Gözlenen Yanıtlar

Deneme	Faktör Seviyeleri			Yanıt
	A	B	C	
1	1	1	1	24.7
2	1	1	2	21.4
3	1	2	1	44.1
4	1	2	2	43.5
5	2	1	1	38.4
6	2	1	2	32.0
7	2	2	1	40.2
8	2	2	2	37.5

Fakat dikkat edilmelidir ki; Tablo 1.2’de A ve B faktörlerinin yüksek, C faktörünün düşük seviyesi için gözlemlenen değer 40.2 iken y için maksimum gözlemlenen değer 44.1’dir. Bu değer, B yüksek seviyede ve AB düşük seviyede oluşmaktadır. Bu durum şüphe yaratmaktadır. Gerçekte, veriler yüksek bir AB etkileşim etkisi gösterdiğinde sadece, A, B ve C ana etkilerine bakarak kesinlikle yanıt maksimizasyonu yapılmamalıdır. A ve B’nin seviyelerinin her bir kombinasyonunda ortalama yanıt hesaplanmalıdır. Bu hesaplama, Tablo 1.5’de yapılmıştır.

Tablo 1.3 Yanıt Tablosu

Rast. Sıra	Stand. Sıra	Yanıt	A		B		C		AB		AC		BC		ABC	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6	1	24.7	24.7		24.7		24.7									
7	2	21.4	21.4		21.4		21.4									
2	3	44.1	44.1		44.1	44.1										
1	4	43.5	43.5		43.5		43.5									
8	5	38.4		38.4	38.4		38.4									
4	6	32.0		32.0	32.0		32.0									
3	7	40.2		40.2		40.2	40.2									
5	8	37.5		37.5		37.5	37.5									
Toplam		281.8														
Değer Sayısı		8	4	4	4	4	4	4								
Ortalama		35.23	33.4	37.0	29.1	41.3	36.8	33.6								
Etki			3.60		12.20		-3.25									

İki faktörün yüksek ve düşük seviyelerinin dört kombinasyonunda yanıt değişkenlerinin ortalama değerleri plot edilerek faktör etkileşimlerinin sonuçları görülebilir. Şekil 1.2’de, AB etkileşimi plot edilmiştir. Bu etkileşimi plot etmek için gereken değerler, Tablo 1.5’de verilmiştir. AC ve BC etkileşimlerini plot etmek için gereken değerler de aynı yolla elde edilebilir. Şekil 1.2’de kuvvetli bir AB etkileşimine işaret edilmektedir. Paralel olmayan iki çizgi parçası, iki faktör arasındaki etkileşimi gösterir

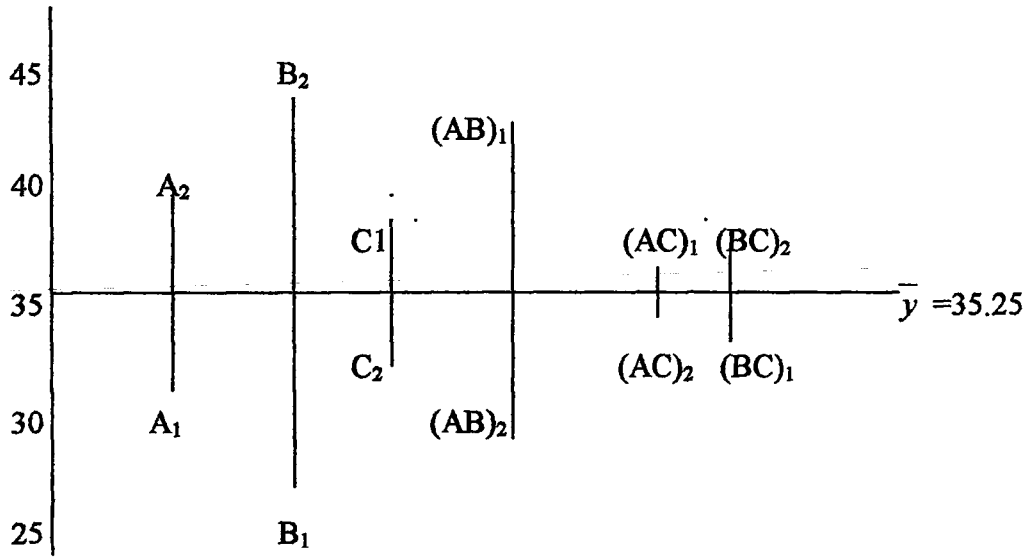
Tablo 1.4 Etkileşim Etkilerini İçeren Yanıt Tablosu

Ras. Sıra	Stand. Sıra	Yanıt	A		B		C		AB		AC		BC		ABC	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6	1	24.7	24.7		24.7		24.7			24.7		24.7		24.7	24.7	
7	2	21.4	21.4		21.4			21.4		21.4	21.4		21.4			21.4
2	3	44.1	44.1			44.1	44.1		44.1			44.1	44.1			44.1
1	4	43.5	43.5			43.5		43.5	43.5		43.5			43.5	43.5	
8	5	38.4		38.4	38.4		38.4		38.4		38.4			38.4		38.4
4	6	32.0		32.0	32.0			32.0	32.0			32.0	32.0			32.0
3	7	40.2		40.2		40.2	40.2			40.2	40.2	40.2	40.2			40.2
5	8	37.5		37.5		37.5		37.5		37.5				37.5		37.5
Toplam		281.8														
Değer Sayısı		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Ortalama		35.23	33.4	37.0	29.1	41.3	36.8	33.6	39.5	30.9	35.8	34.5	34.4	36.0	35.1	35.3
Etki			3.60		12.20		-3.25		-8.55		-1.30		1.60		0.25	

Eğer y için en büyük ortalama değeri üreten faktör seviyesinin ne olduğu hesaplanmak isteniyorsa, en büyük ortalama y değerini veren A ve B kombinasyonuna bakılabilir. C faktörü hem A hem de B ile etkileşmediğine göre A ve B ile ilişkisiz olan C'nin en iyi değerini seçebiliriz. Tablo 1.5'deki en büyük ortalama değer 43.80, A düşük değerde ve B yüksek değerde iken oluşmuştur. Y için tahminlenen maksimum ortalama değer ,

$$\begin{aligned} \bar{y}_{\max} &= (\text{genel ort.}) + (A \text{ ve } B \text{'nin katkısı}) + (C \text{'nin katkısı}) \\ &= 35.23 + (43.80 - 35.23) + (36.85 - 35.23) \\ &= 45.42 \end{aligned}$$

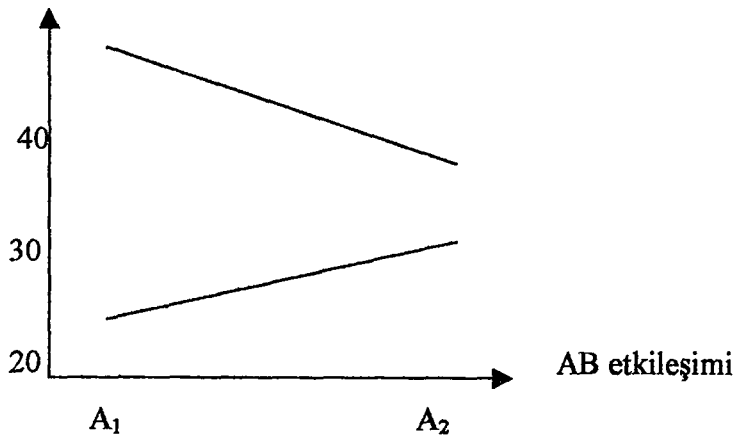
şeklinde hesaplanır. Bu değer, AB etkileşimi göz önünde bulundurulmaksızın tahminlenen maksimum değer olan 44.75'den daha büyüktür. Çoğu zaman bu, faktörler arasındaki etkileşimin kanıtıdır.



Şekil 1.1 Ana Etkilerin ve Etkileşim Etkilerinin Grafikselleştirilmesi

Tablo 1.5 A ve B Faktörlerinin Seviyeleri ile Ortalama Yanıtlar

Faktör Seviyeleri		Gözlenen Değerler	Ortalama
A	B		
1	1	24.7, 21.4	23.05
1	2	44.1, 43.5	43.80
2	1	38.4, 32.0	35.20
2	2	40.2, 37.5	38.85



Şekil 1.2 AB Etkileşim Etkisinin Grafikselleştirilmesi

1.3 Kesirli Faktöriyel Tasarımlar

Bundan önceki kısımda n tane faktörle çalışırken 2^n tam faktör tasarımları kullanılmıştı. n adet faktörün etkisi sadece $n+1$ deney kullanılarak analiz edilebilir. n faktörün etkisini analiz ederken deney sayısı azaltılmak istenirse, bu durumda tüm etkileşim etkileri tahminlenemez ve ana etkiler etkileşim etkileri ile karışabilir. Bununla birlikte iyi planlanmış tasarımlar yardımı ile minimum deney tasarım noktası kullanılarak önemli etkileşim etkilerinin tahminlenmesi mümkündür.

Kısım 1.2'de tanıtilan sekiz tasarım noktalı deney tasarımı tekrar ele alınsın. Bu tasarım için tasarım matrisi Tablo 1.2'de verilmiştir. Bu tasarım matrisi, tasarımdaki her bir deneme için üç adet faktörün seviyelerini gösterir. Tablo 1.6'da, deneyde kullanılan etkileşim etkilerinin seviyeleri de gösterilmiştir.

Tablo 1.6 Üç Faktörlü Sekiz Deney İçin Faktör ve Etkileşim Seviyeleri

Standart Sıra	Ana Etkiler			Etkileşim Etkileri			
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	-1	-1	1	1
6	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	1	-1	1	-1	-1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1

1.3.1 Dört Faktörlü Sekiz Deney

Sadece sekiz deney tasarım noktası kullanılarak her biri iki seviyeli dört faktörün etkileri değerlendirilebilir. Bunun gerçekleştirilmenin bir yolu ABC sütunu olarak hazırlanmasıdır. Dördüncü faktör D'nin sütunundaki değerler $D=ABC$

şeklinde elde edilebilir. Böylece Tablo 1.7'deki tasarım matrisi elde edilir. Etkileşim sütunları daha önce olduğu gibi ana faktör sütunlarındaki karşılıklı değerlerin çarpımı ile oluşturulur. Sadece A, B ve C faktörlerini içeren etkileşim etkilerinin sütunları Tablo 1.6'da verilmiştir. D faktörünü içeren etkileşimler AD, BD, CD, ABD, ACD, BCD ve ABCD'dir. D faktörünü içeren ikili faktör etkileşimleri Tablo 1.8'in son üç sütununda verilmiştir. Tablo 1.6 ve Tablo 1.8'in sütunları karşılaştırıldığında sadece $ABC = D$ 'nin değil $AB = CD$, $AC=BD$ ve $BC =AD$ olduğu da görülebilir. Birbiri ile karışan bu etkiler bir eş yapı (alias) oluşturmaktadır.

Dört faktörlü, sekiz deney tasarım noktalı tasarımda dördüncü faktör D'nin sütununun ABC sütunu şeklinde oluşturulması sonucu ortaya çıkan eş yapılar şöyledir :

$$\begin{aligned}
 D &= ABC & AB &= CD \\
 C &= ABD & AC &= BD \\
 B &= ACD & AD &= BC \\
 A &= BCD
 \end{aligned}$$

Gözlenmiş olan üçlü ve dörtlü faktör etkileşimleri nadiren önemli olacaktır. Bazı deneylerde ikili faktör etkileşimlerinden daha büyük tüm etkileşimler ihmal edilebilir ve gerçek ikili faktör etkileşimlerinin, etkileşimi oluşturan her iki faktörün ana etkileri önemli olmadıkça gerçekleşmeyeceği kabul edilir.

Tablo 1.7 Dört Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi

A	B	C	D
-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1
-1	1	-1	1
-1	1	1	-1
1	-1	-1	1
1	-1	1	-1
1	1	-1	-1
1	1	1	1

Örneğin, Tablo 1.7'de tanımlanan deneyin uygulandığı ve tahminlenmiş etkilerin Tablo 1.9'da verildiği gibi elde edildiği kabul edilsin. Hangi etkilerin gerçek olduğu araştırılmalıdır. Verilerden görüleceği üzere $B = ACD$, $D = ACB$ ve $AC = BD$ etkileri büyüktür. Genellikle üçlü faktör etkileşimleri araştırılmadığından faktörlerin ABC ve ACD gibi üçlü faktör etkileşimlerinden çok B ve D gibi ana etkiler olduğuna karar verilebilir. Faktörler arasındaki ilişki ile ilgili bilgilerin mevcut olmaması durumunda, B ve D etkileri büyük olduğu için büyük olan $AC = BD$ etkisinin BD etkileşiminden kaynaklandığına karar verilebilir.

Tablo 1.8 Tablo 1.7'de Tanımlanan Deney İçin Bazı Faktör Seviyeleri

A	B	C	D	CD	BD	AD
-1	-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1

Tablo 1.9 Sekiz Deney Tasarım Noktalı
Deney İçin Alias İlişki

Faktör	Alias	Tahmin
A	BCD	4.8
B	ACD	18.2
C	ABD	2.9
D	ABC	23.4
A	BCD	3.0
A	CBD	11.5
A	DBC	5.1

Örnek 2 (Lochner, Matar, 1990)

Bir arařtırmacı, metalle kaplı bir cam tabaka üzerine baėlanan bir devre (IC) için baė kuvvetini maksimum yapmak istemektedir. Baė kuvvetini etkilediėi dūřınılen dōrt faktōr; yapıřtırıcının çeřidi, iletken madde, kuruma sūresi ve IC son kaplama tipi olarak tanımlanmıřtır. Arařtırmacı, bu dōrt faktōrūn her biri için iki seviyeli sekiz tasarım noktalı bir deney dūzenlemeye karar vermiřtir. Yanıt deėiřkeni baė kuvvetidir.

Tablo 1.10 Deney İçin Faktōr Seviyeleri

Faktōrler	Dūřuk Seviyeler	Yūksək Seviyeler
A. Yapıştırıcının tipi	D2A	H – 1 – E
B. İletken madde	Bakır	Nikel
C. Kuruma sūresi	90 min	120 min
D. IC son kaplama	Kalay	Gūmūř

Tablo 1.10, deneysel faktōrler için seçilen seviyeleri gōstermektedir. Tamamlanan rapor formu, Tablo 1.11’de verilmiřtir. Temelde Tablo 1.7 ile Tablo 1.11 aynıdır. Tablo 1.12, deney için yanıt tablosudur. Bu tablonun en son sūtununda D = ABC faktōrū yer almaktadır.

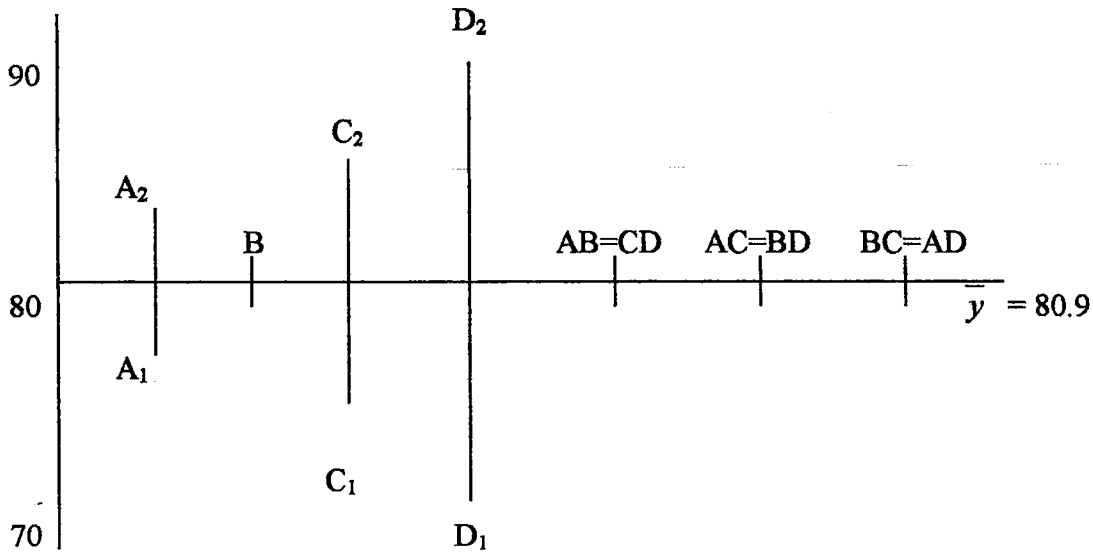
Tablo 1.11 Deney İçin Rapor Formu

Deneme Sırası	Standart Sıra	Yapışkanın Tipi	İletken Madde	Kuruma Sūresi	IC Son Kaplama	Bağ Kuvveti- y
6	1	D2A	Bakır	90	Kalay	73
4	2	D2A	Bakır	120	Gūmūř	88
2	3	D2A	Nikel	90	Gūmūř	81
7	4	D2A	Nikel	120	Kalay	77
3	5	H-1-E	Bakır	90	Gūmūř	83
1	6	H-1-E	Bakır	120	Kalay	81
8	7	H-1-E	Nikel	90	Kalay	74
5	8	H-1-E	Nikel	120	Gūmūř	90

Tablo 1.12’de hesaplanan etkiler, Şekil 1.3’de plot edilmiştir. Şekil 1.3’e dayanarak C ve D faktörlerinin yanıt değişkenini etkilediğine karar verilir ve belki de A faktörü de yanıt değişkenini etkilemektedir. B faktörü ve bütün etkileşim etkileri, ortalama yanıt üzerinde ölçülebilir bir etkiye sahip görünmemektedir. Şekil 1.3’e dayanarak bağ kuvvetini maksimum yapmak için C ve D faktörlerinin her ikisi de yüksek seviyelerde (120 dakika ve gümüş) belirlenebilir. Yapıştırıcı H-1-E, yapıştırıcı D2A’dan önemsiz bir farkla daha iyi olabilir, yani tahminlenen fark oldukça azdır. Eğer yapıştırıcı H-1-E bu deneyde kullanılmak için çok pahalıysa, bu yapıştırıcının kullanımından elde edilen fayda bu yapıştırıcı için harcanan paraya değmeyebilir.

Tablo 1.12 Örnek İçin Yanıt Tablosu

Rastgele Sıra	Standart Sıra	Yanıt	A		B		C		AB		AC		BC		D	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6	1	73	73		73		73			73	73		73	73		
4	2	88	88		88		88			88	88		88			88
2	3	81	81			81	81		81			81	81			81
7	4	77	77			77		77	77		77			77	77	
3	5	83		83	83		83	83			83			83		83
1	6	81		81	81			81	81			81	81		81	
8	7	74		74		74	74			74	74		74		74	
5	8	90		90		90		90		90		90		90		90
Toplam		647	319	328	325	322	311	336	322	325	322	325	324	323	305	342
Değer Sayısı		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Ortalama		80.9														
Etki			2.2		-0.8		6.2		0.8		0.8		-0.2		9.2	



Şekil 1.3 Tahminlenen Etkilerin Grafikselsel Gösterimi

1.3.2 Beş Faktörlü Sekiz Deney

Sekiz deney tasarım noktası ile beş faktörün etkisi değerlendirilmek istendiğinde Tablo 1.6 da verilen tasarım ile başlanabilir. Bu durumda tasarımın son dört sütunundan ikisine D ve E faktörleri atanmalıdır. Karar verilmesi gereken nokta, D ve E faktörlerinin bu dört sütundan hangi ikisine atanacağıdır. Dört faktörlü deneyde D faktörü ABC olarak değerlendirilip dördüncü sütuna atanmıştı. Kurulan yeni tasarımda da $D = ABC$ olarak set edilsin ve daha sonra $E = AB$ olarak kabul edilip beşinci sütuna atansın. Bu durumda ana etkiler ve ikili faktör etkileşimleri için eş yapı aşağıdaki gibi verilebilir.

$$A = BE$$

$$B = AE$$

$$C = DE$$

$$D = CE$$

$$E = AB = CD$$

$$AC = BD$$

$$AD = BC$$

Bu ilişkiler $D = ABC$ ve $E = AB$ ifadeleri kullanılarak elde edilir. Hazırlanan bu yeni tasarımda ana etkiler, ikili faktör etkileşimleri ile karışmaktadır. $D = AB$ ve $E = AC$ olduğu kabul edilen farklı bir tasarımın oluşturulması durumunda ana etkiler ve ikili faktör etkileşimleri için aşağıdaki eş yapı oluşacaktır.

$$A = BD = CE$$

$$B = AD \quad BC = DE$$

$$C = AE \quad BE = CD$$

$$D = AB$$

$$E = AC$$

Sekiz deney tasarım noktası kullanılarak beş faktörün analiz edilmesi durumunda ana etkiler ile ikili faktör etkileşimleri daima karışacaktır. Sekiz deney tasarım noktalı bir tasarım ile beş faktörün etkilerinin analizi sırasında D faktörü AB sütununa, E faktörü de AC sütununa atanacaktır. İlgili tasarım matrisi Tablo 1.13’de verilmiştir.

Tablo 1.13 Beş Faktör, Sekiz Deneme İçin Tasarım Matrisi

Standart Sıra	Ana Etkiler				
	A	B	C	D	E
1	-1	-1	-1	1	1
2	-1	-1	1	1	-1
3	-1	1	-1	-1	1
4	-1	1	1	-1	-1
5	1	-1	-1	-1	-1
6	1	-1	1	-1	1
7	1	1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1

Örnek 3 (Lochner, Matar, 1990)

Bir mühendis, çapak alma işleminin verimliliğinin iyileştirilmesi ile ilgilenmektedir. Çapak alma makinesi, materyali temizlemek için tel süpürgeler kullanmaktadır. Materyal temizleme oranını etkileyen beş faktör tanımlanmıştır. Bu faktörler Tablo 1.14'de listelenmiştir. Deney için kullanılan tasarım Tablo 1.13'de verilmiştir. Beş faktörlü bir tasarımın eş yapıları 1.3.2'de açıklanmıştır.

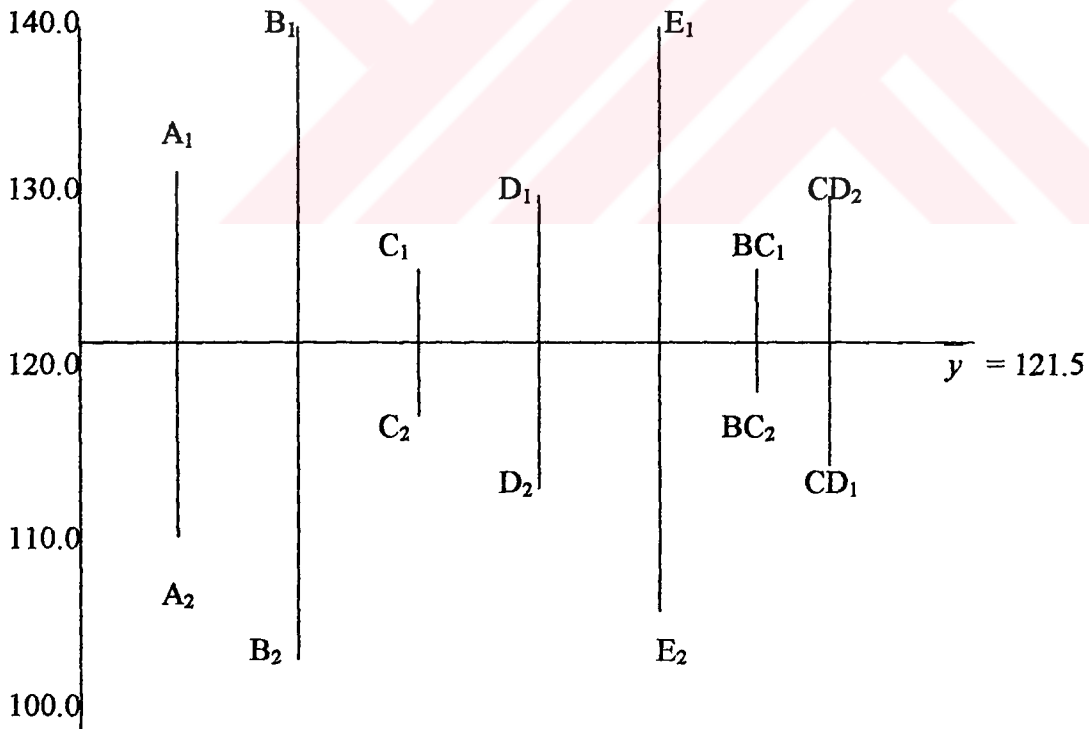
Deney için tamamlanan yanıt tablosu Tablo 1.15'de gösterilmiştir. Yanıt değişkeni her devir için $\text{inch}^3 \times 10^{-7}$ cinsinden ölçülen materyali temizleme oranıdır. Tahminlenen etkiler, Şekil 1.4'de plot edilmiştir. Şekil 1.4'e dayanarak A, B ve E faktörlerinin ortalama yanıtı anlamlı bir şekilde etkilediği görülmektedir. İkili faktör etkileşimleri hakkında nasıl bir yorum yapılabilir? Eğer ikili faktör etkileşimleri mevcutsa; A, B ve E'nin anlamlı etkileri nedeniyle A ve B, A ve E ya da B ve E arasında tahminlenen ikili faktör etkileşimlerinin büyük olması beklenir. Fakat bu faktör çiftlerinin hiç biri büyük tahminlenmiş etkileşim etkilerine sahip değildir. Bu nedenle veriler, sadece büyük tahminlenmiş üç ana faktör etkisini önerir. Materyal temizleme oranını maksimum yapmak için, çapak alma makinası A, B ve E faktörlerinin düşük seviyelerinde set edilebilir.

Tablo 1.14 Beş Faktörlü Deney İçin Deneysel Seviyeler

Faktörler	Düşük Seviyeler	Yüksek Seviyeler
A. Penetrasyon derinliği	0.12 in	0.17 in
B. Fırça genişliği	1.5 in	2.0 in
C. Filament sayısı	20.000	25 000
D. Filament uzunluğu	1.0 in	2.0 in
E. Filament çapı	0.010 in	0.015 in

Tablo 1.15 Beş Faktör İçin Yanıt Tablosu

Ras. Sıra	Stand. Sıra	Yanıt	A		B		C		D		E		BC		CD	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
5	1	123	123		123		123			123		123		123	123	
2	2	163	163		163		163		163	163		163				163
4	3	115	115			115	115		115			115	115			115
1	4	126	126			126		126	126			126			126	126
6	5	150		150	150		150		150			150			150	150
7	6	114		114	114		114	114				114	114		114	
3	7	105		105		105	105			105	105		105		105	
8	8	76		76		76		76		76		76		76		76
Toplam		972	527	445	550	422	493	479	505	467	544	428	497	475	468	504
Değer Sayısı		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Ortalama		121.5														
Etki			-20.5		-32.0		-3.5		-9.5		-29.0		-5.5		9.0	



Şekil 1.4 Beş Faktör İçin Tahminlenen Etkilerin Grafiks gösterimi

Tahminlenen ortalama materyal temizleme oranı,

$$\begin{aligned}\hat{y} &= (\text{genel ort.}) + (A\text{'nin katkısı}) + (B\text{'nin katkısı}) + (C\text{'nin katkısı}) \\ &= 121.5 + (131.8 - 121.5) + (137.5 - 121.5) + (136.0 - 121.5) \\ &= 121.5 + 10.3 + 16.0 + 14.5 \\ &= 162.3 \text{ inch}^3 \times 10^{-7} \text{ (her devirde)}\end{aligned}$$

(\hat{y} değeri, faktör seviyelerinin verilen bir kombinasyonu için tahminlenen ortalama yanıtı gösterir.)

A, B ve E faktörleri için önerilen durumlar, sadece bu şekildeki tek bir deneye dayanarak belirlenmemelidir. Bu kararların doğru olduğunu teyit etmek için tekrarlı deneyler yapılmalıdır.

1.3.3 k Faktörlü Sekiz Deney

Her biri iki seviyeye sahip beş, altı veya yedi faktörün etkisi, Tablo 1.6'da verilen sekiz deney tasarım noktalı bir tasarım yardımı ile analiz edilebilir. Bu tabloda verilen sütunların her birine bir faktör atanabilir. Tablo 1.6'da sütun başlıkları birden yediye kadar numaralandırılıp, -1, +1 notasyonu ile ve +1, +2 notasyonu ile değiştirilirse Tablo 1.16'daki tasarım elde edilir. Altı ve yedi faktörün Tablo 1.16'da verilen tasarım matrisi sütunlarına nasıl atanacağı ve ana etkiler ile ikili faktör etkileşimleri arasındaki eş yapı aşağıda liste şeklinde verilmiştir. Bu kısımda kullanılmış olan tasarımların tümü ortogonaldir. Bunun sonucu olarak, büyük bir B etkisi veya büyük bir AB etkileşim etkisi, A etkisinin tahmininde yanıltıcı sonuçlara neden olmayacaktır. Fakat ortogonalite, AB ile CD gibi karışmış etkilerin ayırt edilmesinde bir rol oynamaz.

Altı faktör için

A	sütun 1	A = BD = CE	sütun 1
B	sütun 2	B = AD = CF	sütun 2
C	sütun 3	C = AE = BF	sütun 3

D	sütun 4	$D = AB = EF$	sütun 4
E	sütun 5	$E = AC = DF$	sütun 5
F	sütun 6	$F = BC = DE$	sütun 6
		$AF = BE = CD$	sütun 7

Yedi faktör için

A	sütun 1	$A = BD = CE = FG$	sütun 1
B	sütun 2	$B = AD = CF = EG$	sütun 2
C	sütun 3	$C = AE = BF = DG$	sütun 3
D	sütun 4	$D = AB = EF = CG$	sütun 4
E	sütun 5	$E = AC = BG = DF$	sütun 5
F	sütun 6	$F = AG = BC = DE$	sütun 6
G	sütun 7	$G = AF = BE = CD$	sütun 7

Tablo 1.16 Sekiz Tasarım Noktalı, İki Seviyeli Deneyler İçin
Temel Tasarım Matrisi

Sıra No	Faktör Kolonları						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	2	2	2	1
2	1	1	2	2	1	1	2
3	1	2	1	1	2	1	2
4	1	2	2	1	1	2	1
5	2	1	1	1	1	2	2
6	2	1	2	1	2	1	1
7	2	2	1	2	1	1	1
8	2	2	2	2	2	2	2

Örnek 4 (Lochner, Matar, 1990)

Bir otomatik öğütme prosesinde vibrasyon, kronik bir problemdir. Vibrasyon miktarını etkilediği düşünülen yedi faktör tanımlanmıştır. Bahsedilen yedi faktör, Tablo 1.17’de listelenmiş ve her bir faktör için iki seviye belirlenmiştir. Deneyin

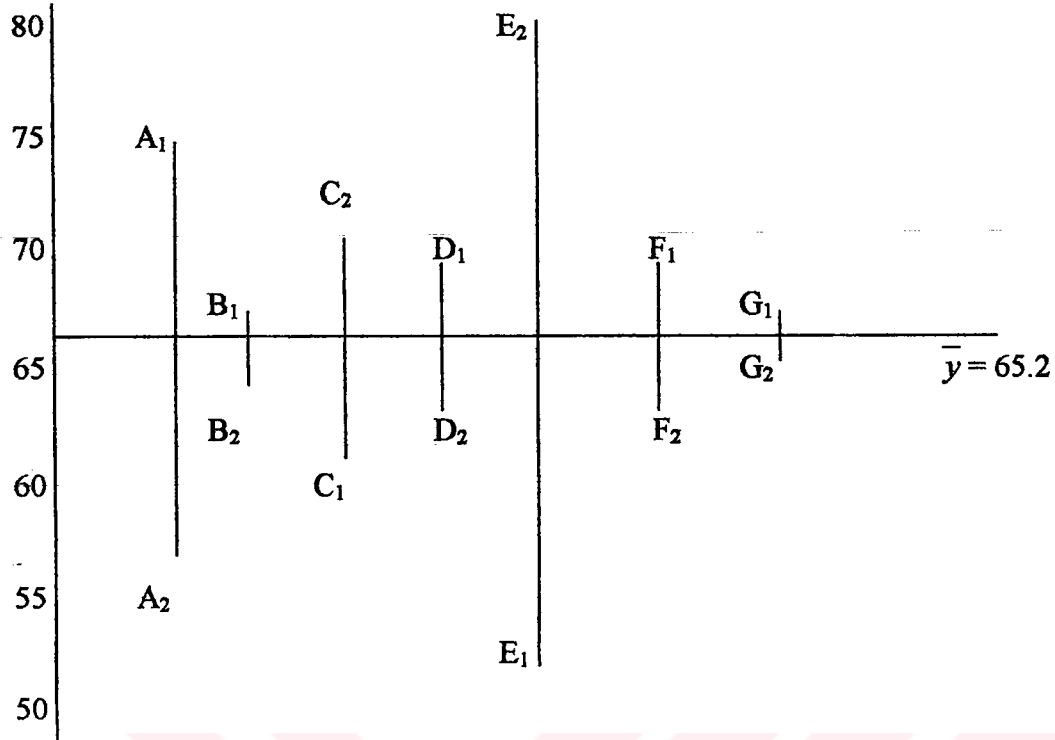
kurulma ve gerçekleştirilme maliyeti nedeniyle sekiz tasarım noktalı bir deney kullanılması kararlaştırılmıştır. Aynı problemi daha önce analiz etmiş olan bir mühendis, etkileşim etkilerinin önemsiz olduğunu belirtmiştir.

Tablo 1.17 Deney İçin Faktör Seviyeleri

Faktörler	Düşük Seviyeler	Yüksek Seviyeler
A. Öğütme aracının çapı	1.0 in	1.5 in
B. Öğütme aracının uzunluğu	1.0 in	2.0 in
C. Öğütme taşının büyüklüğü	80/ in	120/in
D. Öğütme taşının yapısı	1 oz/in	4 oz/in ³
E. Öğütücü aracın yapısı	1 lb	4 lb
F. Parça rpm'si	15 000 rpm	20 000 rpm
G. Parça ilerleme oranı	2 in/min	4 in/min

Tablo 1.18 Örnekteki Veriler İçin Tamamlanan Yanıt Tablosu

Rast. Sıra	Stand. Sıra	Yanıt	A		B		C		D		E		F		G		
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
5	1	77.4	77.4		77.4		77.4		77.4		77.4		77.4	77.4			
2	2	68.3	68.3		68.3		68.3		68.3	68.3		68.3				68.3	
4	3	81.9	81.9			81.9	81.9		81.9			81.9	81.9			81.9	
1	4	66.2	66.2			66.2		66.2	66.2			66.2			66.2	66.2	
6	5	42.1		42.1	42.1			42.1		42.1		42.1			42.1		42.1
7	6	78.3		78.3	78.3			78.3	78.3			78.3	78.3			78.3	
3	7	39.0		39.0		39.0	39.0			39.0	39.0		39.0			39.0	
8	8	68.4		68.4		68.4		68.4		68.4		68.4		68.4		68.4	
Toplam		521.6															
Değer Sayısı		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
Ortalama		65.20															
Etki			-16.50		-2.65		10.20		-3.85		22.60		-3.35		-0.05		



Şekil 1.5 Örnekten Tahminlenen Etkiler

Deneyden elde edilen veriler, Tablo 1.18'in üçüncü sütununda yer almaktadır. Faktör etkileri, bu yanıt tablosunda tahminlenmiştir. Tahminlenen etkiler, Şekil 1.5'de grafiksel olarak gösterilmektedir. Bu çalışmanın amacı, vibrasyon seviyesini azaltmaktır. Şekil 1.5, A faktörü (öğütme aracının çapı) için yüksek seviyenin ve C (öğütme taşının büyüklüğü) ve E (öğütücü aracın yapısı) faktörleri için düşük seviyelerin kullanılabilirliğini göstermektedir. B, D ve F faktörlerinin yüksek seviyeleri de kullanılabilir. G faktörü, vibrasyon üzerinde etkili görünmemesine karşın yüksek seviyede set edilebilir. Verimlilik, daha yüksek ilerleme oranlarında çalışılarak artırılabilir.

1.3.4 Kesirli Faktöriyel Tasarımların Kararlılığı

Kararlılık III : Kararlılığı III olan tasarımlarda ana etkiler birbirleri ile eş yapı göstermezler. Fakat ana etkiler, ikili faktör etkileşimleri ile ve ikili faktör etkileşimleri birbirleri ile eş yapı sergilerler.

Kararlılık IV : Kararlılığı IV olan tasarımlarda, ana etkiler birbirleri ile ve ikili faktör etkileşimleri ile eş yapı göstermezler. Fakat, bazı ikili faktör etkileşimleri kendi aralarında eş yapı gösterirler.

Kararlılık V : Kararlılığı V olan tasarımlarda, ana etkiler kendi aralarında veya ikili faktör etkileşimleriyle eş yapı oluşturmamakla birlikte, ikili faktör etkileşimleri de kendi aralarında eş yapı oluşturmaz. Fakat bazı ana etkiler ve ikili faktör etkileşimleri, üçlü faktör etkileşimleri ile eş yapı oluşturmaktadır.

İki seviyeli, sekiz tasarım noktalı bir deney ile yedi faktöre kadar analiz yapılabilir. Fakat, beş yada daha fazla faktör için tasarımın kararlılığı III olacaktır. Pek çok bilim adamı ve özellikle Taguchi (1987), kararlılığı üç olan tasarımların, faktör sayısının fazla olduğu durumda eleme tasarımı olarak kullanılmasını önermektedirler. (Lochner, Matar, 1990) Kararlılığı IV olan tasarımlar, istenen deneme sayısına karşın faydalı bilginin dengesini iyi sağlaması nedeniyle sık sık kullanılmaktadır. (Lochner, Matar, 1990)

Bölüm 2

TAGUCHİ VE YANIT YÜZEYİ FELSEFELERİ KULLANILARAK OLUŞTURULAN TASARIM VE MODELLER

2.1 Taguchi ve Yanıt Yüzeyi Metodolojisinin Birlikte Ele Alınması

2.1.1 Taguchi Yaklaşımına Bir Bakış

Taguchi felsefesinin temel amacı varyans minimize edilirken ortalamanın bir hedef değere oturtulmasıdır. Ortalama ve varyansın her ikisi de ilgilenilen bir yanıt olarak ele alınmıştır.

Prensip olarak Taguchi, ilgilenilen karakteristiğin ortalama karesel hatasını minimize eden deney stratejisi uygulamalarını savunmaktadır. Taguchi, üç temel durumu dikkate almıştır.

1) Hedef değer en iyidir.

Bu durumda, belirli bir hedef değer çerçevesindeki ortalama karesel hatanın minimize edilmesiyle ilgilenilir.

2) Daha büyük daha iyidir.

İlgilenilen karakteristiğin maksimizasyonu amaçlanır.

3) Daha küçük daha iyidir.

İlgilenilen karakteristiğin minimizasyonu amaçlanır.

Taguchi yaklaşımı sinyal-gürültü oranını (S/N), arzu edilen amacın göreceli bir performans ölçümü olarak kullanmıştır. Taguchi'nin tanımladığı 60'dan fazla farklı S/N oranından en önemli üç tanesi:

1) $-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum y_i^2 \right]$, daha küçük daha iyi durumu için

2) $-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum \frac{1}{y_i^2} \right]$, daha büyük daha iyi durumu için

3) $10 \log \left[\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right]$, hedef değer en iyi durumu için

Taguchi içsel ve dışsal dizinleri kullanarak hazırladığı deney tasarımını uygulayarak uygun S/N oranının minimizasyonunu araştırır. Taguchi, içsel ve dışsal dizinlerin her ikisi içinde doyurulmuş yada yaklaşık doyurulmuş ortogonal dizinleri tercih etmiştir.

2.1.2 Dual Yanıt Problemine Bir Bakış

Taguchi metodunun temel amacının başarılması için Myers ve Carter'in (1973) geliştirmiş olduğu bir teknik kullanılacaktır. (Vining, Myers, 1990) Deneycinin kontrol altında tuttuğu $k \times 1$ adet bağımsız değişken x vektörü ile temsil edilsin. Deneycinin, $x \in R$ olmak üzere x için iki yanıtın optimizasyonunu araştırdığı kabul edilsin. Bu yanıtlardan birinci olanı η_p ve ikinci olanı η_s ile gösterilsin. Ayrıca yanıtlara ait modeller,

$$\eta_p = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ii} x_i^2 + \sum \sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_p \quad (2.1)$$

$$\eta_s = \gamma_0 + \sum \gamma_i x_i + \sum \gamma_{ii} x_i^2 + \sum \sum \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_s \quad (2.2)$$

şeklinde olup β ve γ 'lar bilinmeyen katsayılar ε_p ile ε_s ise rasgele hatayı temsil etmektedir.

Uygun bir ikinci dereceden yanıt yüzeyi deneyinin uygulandığı kabul edilsin. Gözlenmiş birinci ve ikinci yanıtlar W_p ve W_s ile gösterilsin.

$$\hat{W}_p = b_0 + x'\beta + x'Bx \quad (2.3)$$

$$\hat{W}_s = c_0 + x'c + x'Cx \quad (2.4)$$

modelleri ile temsil edilebilir. Burada $b_0 = \hat{\beta}_0$, $c_0 = \hat{\gamma}_0$, $b = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k)'$, $c = (\hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_k)'$ ve

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12} & \dots & \hat{\beta}_{1k} \\ \hat{\beta}_{12} & 2\hat{\beta}_{22} & \dots & \hat{\beta}_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\beta}_{1k} & \hat{\beta}_{2k} & \dots & 2\hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix}, \quad C = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{\gamma}_{11} & \hat{\gamma}_{12} & \dots & \hat{\gamma}_{1k} \\ \hat{\gamma}_{12} & 2\hat{\gamma}_{22} & \dots & \hat{\gamma}_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\gamma}_{1k} & \hat{\gamma}_{2k} & \dots & 2\hat{\gamma}_{kk} \end{bmatrix}$$

olarak verilmiştir.

Dual yanıt problemi, $\hat{W}_s = \mathcal{S}$ kısıtı altında \hat{W}_p 'yi optimize eden $x^* \in R$ koşullar kümesinin belirlenmesi konusunu ele alır. Buradaki \mathcal{S} , ikinci yanıt için kabul edilebilir bir değerdir. Verilen bir ek kısıt $x'x = \rho^2$ ile daima bir çözüm bulunabileceği gösterilmiştir.

2.1.3 Taguchi Problemine Dual Yanıt Sonuçlarının Uygulanması

İlgilenilen karakteristiğin ortalaması μ , varyansı σ^2 ile gösterilsin. Bu karakteristiklerin (2.1) ve (2.2) modelleri ile yeterli bir şekilde modellendiği kabul edilsin. Deneyi yapan kişinin bu modeller için n noktalı bir tasarımı seçtiği kabul edilsin. Ayrıca bu tasarımdaki her noktada $m \geq 2$ üzere tekrar yapılmıştır. Kullanılan tasarımın u . tasarım noktasındaki j . yanıt y_{uj} ile belirtilmektedir. Burada $j = 1, 2, \dots, m$ ve $u = 1, 2, \dots, n$ 'dir. Buna uygun olarak,

$$\bar{y}_u = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{uj} \quad (2.5)$$

ve

$$s_u^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (y_{uj} - \bar{y}_u)^2 \quad (2.6)$$

örnek istatistikleri , μ ve σ parametrelerinin nokta tahminleyicisidir (u . tasarım noktası için).

Hatırlanacağı gibi dual yanıt yaklaşımının amacı, ikinci yanıtın uygun bir değeriyle kısıtlanmış birinci yanıtın optimizasyonudur. Ortalamanın birinci yada ikinci yanıt olması deneyin amacına bağlı olarak verilir.

Bu nedenle Taguchi'nin üç temel durumu dikkate alınacaktır:

(1) "Hedef değer en iyi" . Bu durum için μ belirlenmiş bir μ_0 hedef değerinde tutulurken σ^2 'nin minimizasyonu gerçekleştirilmeye çalışılır.

(2) "Daha büyük daha iyidir". Bu durum için σ^2 kontrol altında tutulurken μ 'nün olabildiğince büyük olması istenir.

(3) "Daha küçük daha iyidir". Bu durum için σ^2 kontrol altında tutulurken μ 'nün olabildiğince küçük olması istenir.

Dual yanıt yaklaşımının birinci durum için ideal olduğu görülmektedir. Bu durum için μ ikinci yanıt olurken $\mu = \mu_0$ kısıtı altında σ^2 'nin uygun bir fonksiyonu minimize edilmeye çalışılır. Daha sonra varyans için birkaç mümkün değer oluşturularak, varyans üzerindeki bu kısıtlar için μ 'nün optimum değerleri bulunur ve elde edilen kombinasyonlardan en iyisi seçilir.

Gözlenmiş örnek ortalaması ve örnek varyansı vektörleri W_μ ve W_σ ile gösterilsin. β ve γ 'nın EKK tahminleri

$$\hat{\beta} = (x'x)^{-1} x'W_\mu \quad (2.7)$$

ve

$$\hat{\gamma} = (x'x)^{-1} x'W_\sigma \quad (2.8)$$

şeklindedir. Pek çok durum için bu tahminler yeterli olabilecektir..

2.1.4 Önerilen Metodoloji

Uygun bölge belirlendikten sonra, birinci yanıtın uyumu için bir klasik ikinci dereceden yanıt yüzeyi tasarımının kullanılması ve onun bütün noktalarında bir dışsal dizinin oluşturulması önerilmektedir. Böyle bir strateji dikkate alındığında mümkün olduğunca küçük temel bir tasarımın kullanılması tavsiye edilmektedir. Tavsiye edilen tasarımlar: Box – Behnken (1960), Roquemore (1976) ve Box – Draper (1974)'dir. (Vining, Myers, 1990) Bu deneyler sonucunda elde edilen sonuçlar Myers ve Carter (1973) tarafından geliştirilen dual yanıt tekniği kullanılarak analiz edilmelidir. (Vining, Myers, 1990) Optimum küme belirlendikten sonra, bu bölgede en az bir doğrulama deneyinin yapılması tavsiye edilir. İdeal olanı ise deney bölgesi civarında bir küçük deneyin hazırlanıp uygulanmasıdır.

Bütün bunlara ek olarak, teklif edilen metod, ilgilenilen karakteristiğin ortalama ve varyansına ayrı ayrı model uyumu yaptığı için, direkt olarak ortalamayı ve direkt olarak varyansı etkileyen faktörlerin belirlenmesine olanak verir.

Örnek 5 (Vining, Myers,1990)

İncelenecek örnek Box ve Draper (1987)'den alınmıştır. (Vining, Myers, 1990) Bu örnek her ne kadar teklif edilen prosedürü açıklamak için mükemmel değilse de istatistiksel literatürdeki en iyi örnektir.

Bu deneyin amacı, ambalaj etiketleri üzerine renkli mürekkep basan makinanın yeteneğinin araştırılmasıdır. İncelenen faktörler ise hız (x_1), basınç (x_2) ve uzaklık (x_3)'dir. Bu deney bir 3^3 ($n=27$) faktöriyeldir ve her bir tasarım noktasında üç tekrardır ($m=3$). Bu tasarım için ilgilenilen bölgenin ön deneylerle yada yeterli bir ön bilgiyle belirlendiği kabul edilmiştir. Tablo 2.1 'deki veriler,

Tablo 2.1 Basım Süreci Verileri

u	x_1	x_2	x_3	y_{u1}	y_{u2}	y_{u3}	\bar{y}_u	s_u
1	-1	-1	-1	34	10	28	24.0	12.5
2	0	-1	-1	115	116	130	120.3	8.4
3	1	-1	-1	192	186	263	213.7	42.8
4	-1	0	-1	82	88	88	86.0	3.7
5	0	0	-1	44	178	188	136.7	80.4
6	1	0	-1	322	350	350	340.7	16.2
7	-1	1	-1	141	110	86	112.3	27.6
8	0	1	-1	259	251	259	256.3	4.6
9	1	1	-1	290	280	245	271.7	23.6
10	-1	-1	0	81	81	81	81.0	0.0
11	0	-1	0	90	122	93	101.7	17.7
12	1	-1	0	319	376	376	357.0	32.9
13	-1	0	0	180	180	154	171.3	15.0
14	0	0	0	372	372	372	372.0	0.0
15	1	0	0	541	568	396	501.7	92.5
16	-1	1	0	288	192	312	264.0	63.5
17	0	1	0	432	336	513	427.0	88.6
18	1	1	0	713	725	754	730.7	21.1
19	-1	-1	1	364	99	199	220.7	133.8
20	0	-1	1	232	221	266	239.7	23.5
21	1	-1	1	408	415	443	422.0	18.5
22	-1	0	1	182	233	182	199.0	29.4
23	0	0	1	507	515	434	485.3	44.6
24	1	0	1	846	535	640	673.7	158.2
25	-1	1	1	236	126	168	176.7	55.5
26	0	1	1	660	440	403	501.0	138.9
27	1	1	1	878	991	1161	1010.0	142.5

İlgilenilen karakteristiğin ortalaması için uyumu yapılmış yanıt yüzeyi,

$$\begin{aligned}\hat{W}_\mu = & 327.6 + 177.0 x_1 + 109.4 x_2 + 131.5 x_3 \\ & + 32.0 x_1^2 - 22.4 x_2^2 - 29.1 x_3^2 \\ & + 66.0 x_1 x_2 + 75.5 x_1 x_3 + 43.6 x_2 x_3\end{aligned}$$

Logaritmik yada karekök transformasyonu uygulanmamıştır. Bazı nedenlerden dolayı $\log \sigma^2$ yerine standart sapmanın modellenmesi tercih edilmiştir.

Birincisi $m=3 < 5$ olması, ikincisi ise 10. ve 14. tasarım noktalarındaki varyansın sıfır olmasıdır. Standart sapma için uyumu yapılmış model,

$$\begin{aligned}\hat{W}_\sigma = & 34.9 + 11.5x_1 + 15.3x_2 + 29.2x_3 \\ & + 4.2x_1^2 - 1.3x_2^2 + 16.8x_3^2 \\ & + 7.7x_1x_2 + 5.1x_1x_3 + 14.1x_2x_3\end{aligned}$$

şeklinde. Dual yanıt metodolojisi uygulandığında en önemli konu modelin kestirim yeterliliği olduğunda R^2 'si büyük olan model tercih edilir.

Verilen örnekte “Hedef değer en iyi” durumu ele alınmıştı. Ortalama için hedef değer 500.0 olduğu durumda anakütle standart sapmasının minimize edilmek istendiği kabul edilsin. Bu durumda birinci yanıt σ , ikinci yanıt μ ve kısıt ise $\hat{\mu} = 500$ olacaktır. Tablo 2.2, MURSAC çıktısını özetlemektedir. Tablodaki λ_g , dual yanıt analizi için uygun Lagrange çarpanlarını temsil etmektedir. Sonuçlardan görüldüğü üzere faktörler $x_1 = 0.614$, $x_2 = 0.228$ ve $x_3 = 0.100$ değerlerini alırsa $\hat{\mu} = 500.0$ şartı 51.778’lik bir anakütle standart sapması ile elde edilebilir.

İkinci olarak “Daha büyük daha iyi” durumu ele alınsın. Böylece μ birinci yanıt, σ ise ikinci yanıttır. Arzu edilen ana kütle standart sapması için hedef değerlerin 60.0, 75.0 ve 90.0 olduğu kabul edilsin. Tablolar 2.3 - 2.5 MURSAC çıktılarının sonuçlarını özetlemektedir. Tablolardaki λ_g değerleri uygun Lagrange çarpanlarıdır. Tablo 2.3, $\hat{\sigma} = 60.0$ için optimal kümenin $x_1 = 0.772$, $x_2 = 0.307$, $x_3 = 0.204$ olduğunu belirtir. Bu koşullardaki μ için kestirilmiş değer 557.9’dur. Tablo 2.4, $\hat{\sigma} = 75.0$ için en iyi kümenin $x_1 = 1.048$, $x_2 = 0.442$ ve $x_3 = 0.292$ olduğunu ve μ için kestirilmiş değer 687.5 olarak elde edildiğini göstermektedir. Tablo 2.5, $\hat{\sigma} = 90.0$ için optimal kümenin $x_1 = 1.333$, $x_2 = 0.558$, $x_3 = 0.368$ ve kestirilmiş μ değerinin 813.9 olduğunu belirtir. Kullanıcı bu üç kümeden kendisi için en iyi olanı seçecektir.

Tablo 2.2 $\hat{\mu} = 500.0$ İçin Minimum Varyans Lokasyonları

λ_g	$\hat{\sigma}$	x_1	x_2	x_3
-3.00	57.360	0.465	0.260	0.285
-2.00	57.147	0.470	0.259	0.278
-1.00	56.482	0.485	0.256	0.258
-0.75	56.017	0.495	0.254	0.244
-0.50	55.041	0.519	0.249	0.213
-0.25	51.778	0.614	0.228	0.100

Tablo 2.3 $\hat{\sigma} = 60.0$ İçin Maximum Ortalama Lokasyonları

λ_g	$\hat{\mu}$	x_1	x_2	x_3
-3.00	494.8	0.386	0.264	0.372
-2.00	500.4	0.414	0.269	0.359
-1.00	507.3	0.449	0.275	0.341
-0.75	509.3	0.459	0.276	0.336
-0.50	511.4	0.470	0.278	0.331
-0.25	513.6	0.482	0.280	0.325
0.00	516.0	0.494	0.282	0.319
0.25	518.5	0.507	0.284	0.313
0.50	521.2	0.521	0.286	0.306
0.75	524.0	0.536	0.288	0.299
1.00	527.0	0.552	0.290	0.291
2.00	540.8	0.627	0.299	0.253
3.00	557.9	0.722	0.307	0.204

Tablo 2.4 $\hat{\sigma} = 75.0$ İçin Maximum Ortalama Lokasyonları

λ_g	$\hat{\mu}$	x_1	x_2	x_3
-3.00	585.0	0.567	0.381	0.536
-2.00	594.9	0.610	0.389	0.515
-1.00	606.9	0.664	0.398	0.489
-0.75	610.4	0.679	0.400	0.481
-0.50	614.0	0.695	0.403	0.473
-0.25	617.8	0.712	0.405	0.465
0.00	621.8	0.731	0.408	0.456
0.25	626.0	0.750	0.411	0.446
0.50	630.4	0.770	0.414	0.436
0.75	635.1	0.792	0.417	0.425
1.00	640.0	0.815	0.420	0.413
2.00	662.0	0.920	0.431	0.359
3.00	687.5	1.048	0.442	0.292

Tablo 2.5 $\hat{\sigma} = 90.0$ İçin Maximum Ortalama Lokasyonları

λ_g	$\hat{\mu}$	x_1	x_2	x_3
-3.00	671.7	0.728	0.483	0.679
-2.00	686.1	0.785	0.493	0.651
-1.00	703.7	0.854	0.505	0.617
-0.75	708.6	0.874	0.508	0.607
-0.50	713.8	0.895	0.511	0.596
-0.25	719.2	0.918	0.515	0.585
0.00	724.9	0.941	0.518	0.573
0.25	730.9	0.966	0.522	0.561
0.50	737.2	0.922	0.525	0.548
0.75	743.7	1.019	0.529	0.534
1.00	750.5	1.048	0.533	0.519
2.00	780.4	1.118	0.547	0.451
3.00	813.9	1.333	0.558	0.368

Sonuç olarak teklif edilen metodun “Hedef değer en iyi” durumu için daha genel ve daha doğal bir yaklaşım olduğu görülmektedir. (Vining, Myers, 1990)

2.2 Dual Yanıt Yüzeyi Optimizasyonu

İlk olarak Box ve Wilson tarafından tanıtılan Yanıt Yüzeyi Yöntem Bilimi, yanıt Y 'yi maximize veya minimize eden tasarım değişkenleri setinin optimal kombinasyonunu bulmak için tasarlanmıştır. (Lin, Tu, 1995) Bu tip bir problem, doğrudan Y 'nin ortalama değeri üzerinde odaklanmıştır. Y 'nin varyansının bilinen veya bilinmeyen bir sabit değer olduğu varsayıldığında bu yaklaşım iyi sonuçlar vermektedir.

Varyans sabit bir değer olmadığında, şüphesiz klasik yanıt yüzeyi yöntembilimi yanıltıcı sonuçlar verebilir. Vining ve Myers (1990); yukarıda tanıtılan dual yanıt yaklaşımını kullanarak, böyle bir problemin üstesinden gelmek için sade bir yöntem önermişlerdir. (Lin, Tu, 1995) VM'nin önerdiği bu yöntemde, Lagrange çarpanları kullanılarak $\hat{W}_s = T$ kısıtı altında \hat{W}_p 'yi optimize eden x değerleri bulunacaktır. T , kısıtlanan yanıtın istenilen hedef değeridir ve küresel bir bölgeyle ilgilenildiği varsayılır. Diğer bir ifadeyle, bulunan x değeri, (2.9) eşitliğini sağlar.

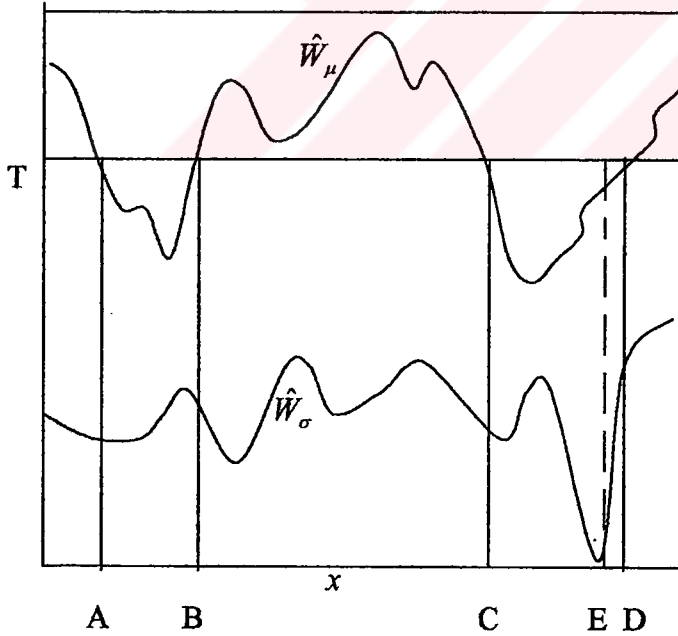
$$\partial L / \partial x = 0 \quad (2.9)$$

$$L = b_0 + b'x + x'Bx + \lambda(c_0 + c'x + x'Cx - T) \quad (2.10)$$

VM metodunun en büyük eksikliği, eşitlik kısıtlarının yeterince gerçekçi olmamasıdır. Optimizasyonun eşitlik kısıtları ile sınırlandırılması durumunda, global olarak tercih edilen değerlerin dışlanacağı kaçınılmazdır.

2.2.1 Önerilen Optimizasyon Prosedürü

Önerilen optimizasyon prosedürü en iyi şekilde izleyen örnekle açıklanmıştır. Buradaki temel düşüncüyü açıklamak için sadece “Hedef değer en iyidir” durumu ele alınmıştır. Şekil 2.1 ele alınsın. Burada tahminlenmiş ortalama yanıt eğrisi \hat{W}_μ ve tahminlenmiş standart sapma yanıt eğrisi \hat{W}_σ ile gösterilmiştir. Amaç, standart sapma \hat{W}_σ küçük tutulduğunda, \hat{W}_μ ’yi hedef değer T ’ye yaklaştıracak optimal koşullar kümesini bulmaktır. Ortalama için hedef değer belirtildiği gibi T olduğu varsayılınsın. Bu durumda, VM yaklaşımına göre önce $\hat{W}_\mu = T$ kısıt olarak alınır.



Şekil 2.1 Açıklayıcı Bir Örnek

Şekil 2.1'e bakıldığında dört noktanın (A, B, C, D) bu kısıtı sağladığı görülmektedir. Bu noktalar arasında A, minimum varyanslıdır ve böylece "optimal" koşullar kümesini vermektedir.

\hat{W}_μ ve \hat{W}_σ 'nin davranışı incelendiğinde, E noktasının A'dan daha iyi bir seçim olacağı açık bir şekilde görülmektedir. Hedef değerden küçük bir sapmaya göz yumulduğunda, varyansta büyük bir azalma olacaktır. Gerçekte, E noktası ortalama karesel hatayı $\left[OKH = (\hat{W}_\mu - T)^2 + \hat{W}_\sigma^2 \right]$ minimize etmektedir.

OKH ölçüsü, iki ana terimden oluşmaktadır. Bunlar sapma ve varyanstır. Her iki yanıt fonksiyonun da tahmini ile çalışmak zorunda olduğumuz için OKH ölçüsü hedef değer etrafındaki küçük sapmalara imkan vermektedir; bu arada varyans küçük tutulmaktadır. Bu ise, VM'deki eşitlik kısıtlarından daha iyi bir yaklaşım olarak düşünülebilir. Böylece, problemin daha tatmin edici bir formülasyonu aşağıdaki adımlar takip edilerek sağlanabilir:

- 1) W_μ ve W_σ için bir model bulun. (her ikisi de x 'in fonksiyonudur)
- 2) $OKH = \left[(\hat{W}_\mu - T)^2 + \hat{W}_\sigma^2 \right]$ 'yi minimize edecek x 'i bulun.

Örnek 6

VM'deki optimizasyon ile yapılan karşılaştırmalarda doğru bir taban oluşturmak için, VM'nin kullandığı aynı veri kümesi analiz edilmiştir. VM, $\hat{W}_\mu = 500$ kısıtı altında \hat{W}_σ 'yi minimize edecek (x_1, x_2, x_3) kümesini bulmayı amaçlamıştı. Buradaki yaklaşım ise, $OKH = (\hat{W}_\mu - T)^2 + \hat{W}_\sigma^2$ 'yi minimize edecek (x_1, x_2, x_3) kümesini bulmak olacaktır.

Bu iki yaklaşıma göre elde edilen sonuçlar Tablo 2.6'da verilmiştir. OKH yaklaşımında, ilgilenilen bölgenin kübik olduğu başka bir deyişle $i = 1, 2, 3$ için

$-1 \leq x_i \leq 1$ olduğu varsayılmıştır. VM yaklaşımında ise ilgilenilen bölgenin küresel olduğu varsayılmıştır.

Tablo 2.6 Kuadratik Model İçin Optimal Kombinasyonların Karşılaştırılması

Yöntem	Optimal Koşullar	\hat{W}_μ	\hat{W}_σ^2	OKH
Vining&Myers	(0.614, 0.228, 0.1)	500	2679.70	2679.70
OKH Yöntemi	(1.0, 0.07, -0.25)	494.44	1974.02	2005.14

VM yaklaşımında, optimal koşullar kümesi olarak $(x_1, x_2, x_3) = (0.614, 0.228, 0.1)$ kombinasyonu bulunmuştur ve beklenen ortalama 500, varyans ise 2679.698 [$OKH = (2679.698)$] olmaktadır. OKH ölçüsü kullanıldığında ise, en iyi koşullar seti $(x_1, x_2, x_3) = (1, 0.07, -0.25)$ olarak bulunur. Burada, beklenen ortalamadan çok az bir sapma söz konusudur, ancak varyans oldukça küçülmüştür ($OKH = 2005.145$). OKH yaklaşımıyla bulunan OKH değeri (2005.145); VM yaklaşımıyla bulunan OKH değerinden (2679.698), % 25.17 daha küçüktür.

2.2.2 En İyi Alt Model Üzerinde Optimizasyon

Örnek 5’de VM tarafından oluşturulan modellerin R^2 (tahmini ortalama modeli için 0.87, tahmini varyans modeli için 0.45) değerleri yeterince tatmin edici değildir. Ortalama ve standart sapma için en iyi modellerin uyumunu yapmak amacıyla önce tam kübik ele alınır (yani $x_1x_2x_3$, $x_i^2x_j$ ’ler, x_i^2 ’ler, x_ix_j ’ler, x_i ’ler, vs). Birkaç farklı model seçim prosedürü uygulandığında aşağıdaki en iyi modeller elde edilmiştir.

$$\hat{W}_\mu = 314.667 + 177.0x_1 + 109.426x_2 + 131.463x_3 + 66.028x_1x_2 + 75.472x_1x_3 + 43.583x_2x_3 + 82.792x_1x_2x_3$$

ve

$$\hat{W}_\sigma = 47.994 + 11.527x_1 + 15.323x_2 + 29.190x_3 + 29.566x_1x_2x_3$$

Yukarıdaki tahmini ortalama yanıt modeli ve tahmini standart sapma modeli için R^2 değerleri sırasıyla 0.95 ve 0.48 olarak bulunmuştur. VM'nin tam ikinci derece modellerindeki 0.87 ve 0.45 ile karşılaştırıldığında artış söz konusudur.

Bu modeller ve kübik bir bölge altında, optimal kombinasyon $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, -0.525)$ olarak bulunmuştur. Bu noktada ortalama 492.285 ve standart sapma 44.01 ($OKH = 1996.6$) olarak hesaplanmıştır. Böyle bir kombinasyondaki OKH , tam ikinci derece model için optimal kombinasyondaki OKH 'ya yakındır; ancak VM'nin seçiminden uzaktır. (Lin, Tu, 1995)

2.3 Dual Yanıt Problemi İçin Doğrusal Olmayan Bir Programlama Çözümü

Del Castillo ve Montgomery (1993), Taguchi felsefesinin amaçlarını gerçekleştirmek için doğrusal olmayan bir programlama tekniği olan genelleştirilmiş indirgenmiş gradyan algoritması (GRG) kullanmışlardır. GRG algoritması, yanıt yüzeyi çalışmalarında optimum şartları belirlemek için endüstride kullanıldı. Bu yaklaşım, modellemede dual yanıt yaklaşımından daha büyük esneklik sağlar ve bu esneklik sayesinde, ilgilenilen bölge içersinde daha iyi çözümler elde edilebilir.

Vining ve Myers metodolojisinde, dual yanıt yaklaşımı

$$x'x = \rho^2 \quad (2.11)$$

ek kısıtıyla problemi çözmek için Taguchi'nin üç temel durumuna uygulanır. (Castillo, Montgomery, 1993) Kısıt (2.11), ρ küresel bölgenin yarıçapıyla araştırma bölgesini sınırlamaktadır.

Myers ve Carter (1973), sabit nokta x için

$$(B - \lambda_1 C - \lambda_2 I)x = \frac{\lambda_1 c - b}{2} \quad (2.12)$$

eşitliğini sağlaması gerektiğini göstermişlerdir. (Castillo, Montgomery, 1993) λ_1 , VM problemindeki kısıtın lagrange çarpanıdır, λ_2 ise kısıt (2.11)'in lagrange çarpanıdır. Bu prosedür, λ_1 değerinin sabitlenmesini, uygun bir λ_2 değerinin hesaplanmasını ve eşitlik (2.12) kullanılarak x optimum değerlerinin elde edilmesini gerektirir.

2.3.1 GRG Metodunun Uygulanması

Dual yanıt probleminde; iki eşitlik kısıtına bağlı olarak birincil yanıt optimize edildiğinden aylak değişkenlerin kullanılmasına gerek yoktur. GRG metodunda ise, daha fazla kısıt (yanıt fonksiyonu) altında da çalışılabilmekte, ayrıca kısıtlar daha genel formlara sahip olabilmektedir. Örneğin, ikincil yanıt

$$L \leq \hat{Y}_s \leq U \quad (2.13)$$

şeklinde daha genel formlara sahip olabilir. U ve L, ikincil yanıtın üst ve alt sınırlarını tanımlamaktadır.

Bazı uygulamalarda, ilgilenilen bölgeyi tanımlayan kısıtlar farklı formlara sahiptir. Eğer kullanılan deney tasarımı, faktöriyel yapıda ise

$$-1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.14)$$

kısıtlamasıyla bir küp şekli, mevcut çalışma noktası etrafındaki ilgilenilen bölgeyi tanımlamak için daha iyi bir seçenek olabilir. Böyle bir kısıt, GRG algoritmasıyla kolaylıkla kullanılabilir. Araştırmacı, ayrıca ilgilenilen bölgeyi tanımlamak için iki çember kısıtı da :

$$x'x \geq RL^2 \quad (2.15)$$

$$x'x \leq RU^2 \quad (2.16)$$

kullanabilir. RU ve RL sırasıyla, mevcut çalışma noktasından araştırılan sabit noktaya olan maximum ve minimum uzaklığı belirler.

(2.13), (2.15) ve (2.16) numaralı eşitsizlikler, artık ve aylak değişkenler kullanılarak kolaylıkla GRG algoritmasına dahil edilebilir. (2.14) numaralı kısıt ise değişiklik gerektirmez. Örneğin (2.15) numaralı eşitsizlik, aylak değişken x_s 'yi çıkararak

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_k^2 - x_s = R_L^2 \quad (2.17)$$

eşitliğine dönüştürülebilir. Bu sebepten, GRG yaklaşımı, dual yanıt yaklaşımından daha esnektir.

Örnek 7 (Castillo, Montgomery, 1993)

VM'den alınan örnek üzerinde, $\hat{\mu} = 500$ ve $x'x = \rho^2$ kısıtlarına bağlı olarak $\hat{\sigma}$ tahmini standart sapma minimize edilmek istensin. Bu problem, ρ^2 'nin çeşitli değerleri için GRG metodu kullanılarak çözülür. Kısıtlar, eşitlik formunda olduğundan aylak değişken kullanmaya gerek yoktur. Sonuçlar, Tablo 2.7'de gösterilir.

Tablo 2.7 $\hat{\mu} = 500$ Olduğunda “Hedef Değer En İyidir” Problemi İçin Sonuçlar

$x'x = \rho^2$	$\hat{\sigma}$	λ_1	λ_2	X'
1.0	45.31	-0.1240	14.73	(0.9839, 0.0265, -0.1760)
1.5	43.60	-0.1119	2.64	(1.1897, -0.2237, -0.1857)
2.0	42.45	-0.1084	2.05	(1.3395, -0.4261, -0.1544)
3.0	46.98	-0.0921	-0.50	(0.9525, 1.2461, -0.7348)

Vining ve Myers, $\rho^2 = 0.4389$ değeriyle bulunan en iyi çözümün $\hat{\sigma} = 51.778$ ve $\lambda_1 = -0.25$ ile $x' = (0.614, 0.228, 0.100)$ noktası olduğunu belirttiler (Castillo, Montgomery, 1993). $x'x = \rho^2 = 0.4389$ belirtilirse, aynı sabit

nokta GRG yöntemi ile bulunur. Kesin olarak, GRG algoritmasıyla bulunan çözümler daha iyidir. (Castillo, Montgomery, 1993)

2.4 Bir Taguchi Tasarımının Yanıt Yüzeyi Analizi

Gürültü faktörlerine duyarlı bir süreç elde etmekte kullanılmak üzere Taguchi , içsel ve dışsal dizin olarak adlandırılan çapraz yerleştirilmiş tasarımları önermiştir. (Lucas, 1994)

Tablo 2.8.a Deneysel Koşullar – İçsel Dizin

Deneme	X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4
1	-1	-1	-1	-1	Düşük	İnce	Alçak	Düşük
2	-1	0	0	0	Düşük	Orta	Orta	Orta
3	-1	1	1	1	Düşük	Kalın	Derin	Yüksek
4	0	-1	0	1	Orta	İnce	Orta	Yüksek
5	0	0	1	-1	Orta	Orta	Derin	Düşük
6	0	1	-1	0	Orta	Kalın	Alçak	Orta
7	1	-1	1	0	Yüksek	İnce	Derin	Orta
8	1	0	-1	1	Yüksek	Orta	Alçak	Yüksek
9	1	1	0	-1	Yüksek	Kalın	Orta	Düşük

Tablo 2.8.b Deneysel Koşullar – Dışsal Dizin

Deneme	$X_5 = Z_1$	$X_6 = Z_2$	$X_7 = Z_3$	Şart.Zaman	Şart. Sıc.	Şart.N.Nem
1	-1	-1	-1	24h	72F	25%
2	-1	-1	1	24h	72F	75%
3	-1	1	-1	24h	150F	25%
4	-1	1	1	24h	150F	75%
5	1	-1	-1	120h	72F	25%
6	1	-1	1	120h	72F	75%
7	1	1	-1	120h	150F	25%
8	1	1	1	120h	150F	75%

Tablo 2.9 Çekme Kuvveti

İçsel Dizin	Dışsal			Dizin				
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	15.6	9.5	16.9	19.9	19.6	19.6	20.0	19.1
2	15.0	16.2	19.4	19.6	19.7	19.8	24.2	21.9
3	16.3	16.7	19.1	15.6	22.6	18.2	23.3	20.4
4	18.3	17.4	18.9	18.6	21.0	18.9	23.2	24.7
5	19.7	18.6	19.4	25.1	25.6	21.4	27.5	25.3
6	16.2	16.3	20.0	19.8	14.7	19.6	22.5	24.7
7	16.4	19.1	18.4	23.6	16.8	18.6	24.3	21.6
8	14.2	15.6	15.1	16.8	17.8	19.6	23.2	24.4
9	16.1	19.9	19.3	17.3	23.1	22.7	22.6	28.6

İki seviyeli bir dışsal dizin ile, üç seviyeli bir eleme tasarımı olan tipik bir içsel dizin Tablo 2.8’de verilmiştir. Bu tasarım, Byrne ve Taguchi (1989) tarafından kullanılan yedi faktör tasarımıdır. (Lucas, 1994) İçsel dizinde dört, dışsal dizinde üç faktör vardır. “Daha büyük daha iyidir” durumunun geçerli olduğu bu tasarımda $72(=9 \times 8)$ gözlem vardır ve Tablo 2.9’da verilmiştir.

Byrne ve Taguchi’nin bu yedi faktörlü çapraz tasarımı, yanıt yüzeyi metodu kullanılarak incelenecektir. Yanıt yüzeyi incelemesinin ilk adımı olarak, verilere bir kaç farklı regresyon modelinin uyumu yapılmıştır. Tablo 2.10 bu modelleri özetlemektedir. Özellikle ilgilenecek olan model, “ hata yayılım ” modelidir. Modele bu ismin verilmesinin nedeni, hata yayılım formülü kullanılarak tüm değişkenlik bilgisinin elde edilebilmesidir. İçsel dizin üç seviyeli, dışsal dizin ise iki seviyeli doyurulmuş birer eleme tasarımı olduklarında bir Taguchi tasarımına uyumu yapılabilecek en kapsamlı model, hata yayılım modelidir.

İçsel dizindeki faktörler X , dışsal dizindeki faktörlerse Z ile belirtildiğinde hata yayılım modeli; X_i, Z_j (tüm değişkenlerin doğrusal etkileri); X_i^2 (içsel dizindeki değişkenlerin kuadratik etkileri); $X_i Z_j$ veya $X_i^2 Z_j$ (içsel ve dışsal dizin değişkenleri arasındaki çapraz çarpımlar) terimlerini içerir. Model,

$$Y = b_0 + \sum b_i X_i + \sum b_{ii} X_i^2 + \sum d_j Z_j + \sum \sum d_{ij} X_i Z_j + \sum \sum d_{ijj} X_i^2 Z_j + \varepsilon \quad (2.18)$$

formundadır. Byrne ve Taguchi'nin dışsal dizini doyurulmamış olduğu için, daha yüksek dereceden terimler ilave edilebilir. Daha kapsamlı modeller, içsel dizin faktörleri (X_i, X_i^2) ile dışsal dizin faktörlerinin $(Z_i, Z_j, \text{veya } Z_1 Z_2 Z_3)$ ikili üçlü faktör etkileşimleri arasındaki çapraz çarpımları da içerebilir. Tablo 2.10'da verilen 37 terimli indirgenmiş dördüncü derece model, hata yayılım modelinden çok daha iyi bir uyum vermektedir. Tablo 2.11, bu model için regresyon katsayılarını ve F değerlerini göstermektedir.

Tablo 2.10 Byrne ve Taguchi Verilerine Uyumu Yapılan Bazı Modeller İçin Regresyon İstatistikleri

Model	Modeldeki Terimler	R ²	R _{düz} ²	$\hat{\sigma}_{hata}$
İkinci Derece	27	0.77	0.63	2.10
Üçüncü Derece	52	0.92	0.71	1.87
Dördüncü Derece	68	0.97	0.53	2.36
Azaltılmış Üçüncü Der.	32	0.87	0.77	1.66
Azaltılmış Dördüncü Der.	37	0.91	0.81	1.51
Hata Yayılım	36	0.83	0.66	2.02
Beşinci Der.	72	1.00	-	-
Genel Ortalama = 19.73				
Toplam Standart Sapma = 3.45				

Hata yayılım modeli (2.18), ne içsel ne de dışsal dizindeki ikili faktör etkileşim etkilerini $(X_i X_j, \text{veya } Z_i Z_j)$ tahminlemez. Sadece bu iki dizin arasındaki etkileşim etkileri tahminlenebilir.

Tablo 2.11 İndirgenmiş Dördüncü Dereceden Model

Tahmini Katsayılar	Model Terimleri	Tahmin	F Değeri
b_0	1	21.525	
b_1	X_1	0.560	6.58*
b_2	X_2	0.325	2.21
b_3	X_3	1.102	25.44**
b_4	X_4	-0.677	9.60**
b_5	Z_1	1.183	120.32**
b_6	Z_2	2.150	70.56**
b_7	Z_3	0.121	0.46
b_{11}	X_1^2	-1.490	15.49**
b_{22}	X_2^2	-0.721	3.63
b_{33}	X_3^2	-0.802	4.49*
b_{44}	X_4^2	0.323	0.73
b_{15}	X_1Z_1	0.060	0.08
b_{16}	X_1Z_2	0.098	0.20
b_{17}	X_1Z_3	0.744	11.59**
b_{25}	X_2Z_1	0.325	2.21
b_{26}	X_2Z_2	-0.158	0.53
b_{27}	X_2Z_3	0.058	0.07
b_{35}	X_3Z_1	-0.235	1.16
b_{36}	X_3Z_2	-0.219	1.00
b_{37}	X_3Z_3	-0.298	1.86
b_{45}	X_4Z_1	-0.065	0.09
b_{46}	X_4Z_2	-0.060	0.08
b_{47}	X_4Z_3	-0.160	0.54
b_{56}	Z_1Z_2	0.229	1.65
b_{57}	Z_1Z_3	-0.193	1.17
b_{67}	Z_2Z_3	0.149	0.69
b_{445}	$X_4^2Z_1$	1.160	9.40**
b_{446}	$X_4^2Z_2$	-0.977	6.67*
b_{456}	$X_4Z_1Z_2$	0.477	4.77*
b_{567}	$Z_1Z_2Z_3$	-0.082	0.21
b_{156}	$X_1Z_1Z_2$	0.598	7.49**
b_{256}	$X_2Z_1Z_2$	0.275	1.58
b_{257}	$X_2Z_1Z_3$	0.267	1.49
b_{357}	$X_3Z_1Z_3$	-0.694	10.08**
b_{267}	$X_2Z_2Z_3$	-0.317	2.10
b_{2567}	$X_2Z_1Z_2Z_3$	0.608	7.75**

* F değeri, % 95 seviyesinde önemli

** F değeri, % 99 seviyesinde önemli

Bir Taguchi tasarımının yanıt yüzeyi şeklindeki analizi, gürültü faktörlerine duyarsız bir süreçten daha iyisinin nasıl elde edileceğini gösterebilir. Taguchi analizi, dışsal dizin değişkenlerinin ana etkilerini ihmal etmektedir. Oysa, ana etkiler prensibine göre bu ana etkilerin dikkate alınması, önemli olabilecek olan etkileşimlerin dikkate alınmasına göre daha uygundur. Tablo 2.11’de, en büyük iki etkinin dışsal dizin değişkenlerinin ana etkileri olduğu görülmektedir.

Örnek 8

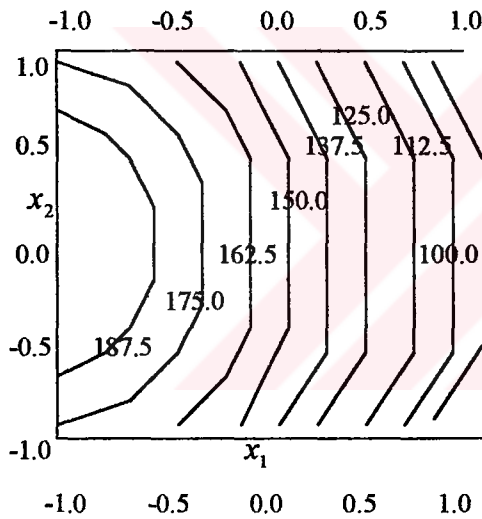
Bu örnek, içsel ve dışsal dizin tasarımı için oluşturulan yanıt yüzeyi analizinin avantajlarını açıklamaktadır. Tablo 2.12, bir üç faktör tasarım dizinidir. Burada X_1 ve X_2 içsel dizin değişkenleri olup $X_3 = Z_1$ bir dışsal dizin değişkenidir. Sınırları 75 ile 200 arasında değişen yanıt (Y), bir dayanıklılık ölçümünü temsil etmektedir. Tablo 2.12, dayanıklılığın ortalama değeri (\bar{Y}) değeri ve sınırları göstermektedir.

Tablo 2.12 Tasarım Örneği : Dayanıklılık

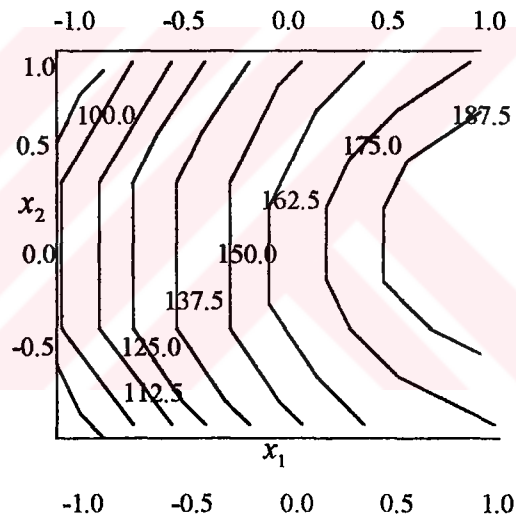
Yapışkanlık X_1	Sıcaklık X_2	Konsantrasyon $X_3 = Z_1$		\bar{Y}	Δ
		-1	+1		
-1	-1	75	175	125	100
-1	0	100	200	150	100
-1	1	75	175	125	100
0	-1	150	150	150	0
0	0	175	175	175	0
0	1	150	150	150	0
1	-1	175	75	125	100
1	0	200	100	150	100
1	1	175	75	125	100

$$\hat{Y} = 175 - 50 X_1 X_3 - 25 X_1^2 - 25 X_2^2$$

Verilere tam bir uyum sağlayan model yukarıda verilmiştir. Şekil 2.2 ve 2.3, +1 ve -1 konsantrasyon seviyeleri için oluşturulmuş eş yükselti eğrilerini göstermektedir. Müşterinin yoğunluğu (X_3), etkili olmadığı için yapışkanlığın 0 seviyesinde robust bir süreç elde edilir. $X_2 = 0$ seçilerek bu robust süreç maksimize edilir. Bu durumda elde edilen yanıt değeri 175'dir. Eş yükselti eğrilerinden, yüksek konsantrasyon (+1) isteyen müşterilerin yapışkanlığın (-1) seviyesinde daha fazla tatmin olmalarına karşın, düşük konsantrasyon (-1) isteyen müşterilerin yapışkanlığın (+1) seviyesinde daha fazla memnun oldukları görülmektedir. Ayrıca isteyen müşteri için 200 birimlik dayanımda elde edilebilir. Bu örnek, hem içsel hem de dışsal değişkenleri içeren bir yanıt yüzeyi analizinin sürecin daha iyi anlaşılmasını kolaylaştırdığını göstermektedir.



Şekil 2.2 Konsantrasyon -1 İçin Dayanıklılık Plotu



Şekil 2.3 Konsantrasyon +1 İçin Dayanıklılık Plotu

Bu model için X 'ler sabit ve Z 'ler birbirinden bağımsız olduklarında, hata yayılım formülü

$$\sigma_Y^2 = \sum \left(\frac{\partial Y}{\partial Z_j} \right)^2 \sigma_{Z_j}^2 + \sigma_{hata}^2 \quad (2.19)$$

$$= \sum \left(d_j + \sum d_{ij} X_i + \sum d_{ij} X_i^2 \right)^2 \sigma_{Z_j}^2 + \sigma_{hata}^2$$

sonucunu verir. Burada σ_Y^2 , verilen bir içsel dizin noktasındaki Y 'nin değişkenliğidir. (Lucas, 1994)

2.5 Proses Varyansı İçin Yanıt Yüzeyi Modeli

Güçlü parametre tasarım amaçları, gürültü değişkenleri tarafından artan proses değişkenliğini azaltma üzerine odaklanır.

Güçlü ürün analizinde, proses varyansını minimize eden kontrol değişkenlerinin seviyeleri tahmin edilip, bu tahmini seviyelerin örnekleme değişkenliği hakkında bilgi edinilir. Analiz, proses varyansı için bir modelin kullanımını ele alırsa, modelin kalitesiyle ilgili sorular doğal olarak artacaktır. Bir metod, proses varyansının minimize edildiği kontrol faktörlerinin bulunduğu yere yerleştirilecek bir güven bölgesini kabul eder.

Yanıt modeli, çoğu biçimi alabilir fakat, Box ve Jones (1990) tarafından tanımlanan ve Lucas (1994) ve Myers, Khuri, ve Vining'de (1992) tartışılan modelle başlanacaktır. (Myers, Kım, Griffiths, 1997) Şöyle ki :

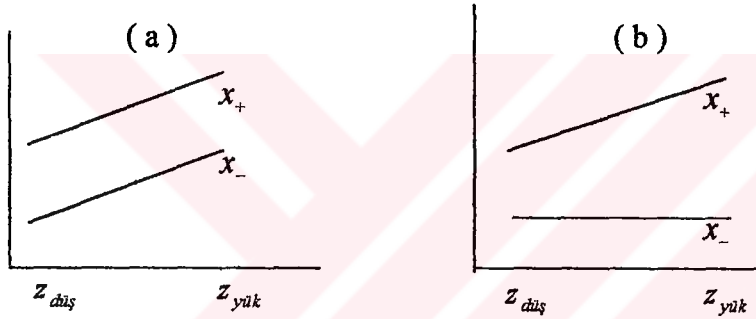
$$y = \beta_0 + x'\beta + x'Bx + z'\gamma + x'\Delta z + \varepsilon \quad (2.20)$$

$$x' = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{rx}] \quad \text{ve} \quad z' = [z_1, z_2, z_3, \dots, z_{rz}]$$

ε_i 'nin aynı ve bağımsız olarak dağıldığı (i.i.d) $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ varsayalım. Model, kontrol değişkenlerindeki ikinci derece yanıt yüzeyini $(\beta_0 + x'\beta + x'Bx)$, gürültü değişkenlerindeki doğrusal ana etki terimini $(z'\gamma)$, gürültü etkileşim terimleri $(x'\Delta z)$ tarafından sağlanan çok önemli kontrolü hesaba katar.

Şüphesiz, gürültü etkileşimleri tarafından yapılan kontrolün varlığı, proses varyansını kontrol değişkenleri seviyesinin fonksiyonu yapar. Yani, Δ elemanları, δ_y , gürültü değişkenleri tarafından yaratılan dağılım etkilerini elde eder. Doğal olarak bu, güçlü parametre tasarım probleminin önemli bir parçası olan proses varyansı için bir model verir.

Şekil 2.2' de bir örnek verilir. Şekil 2.2'nin (a) şikkında, x ve z arasındaki etkileşim eksikliği, x 'in hem artı (+) hem de eksi (-) seviyelerinde proses varyansı katılımasının aynı olduğunu gösterir. Sonuç olarak x , proses varyansını kontrol etmek için kullanılamaz. Bununla birlikte, Şekil 2.2'nin (b) şikkında x ve z arasındaki etkileşim, x 'in artı (+) seviyesinde gürültü değişkeni z 'nin, y üzerindeki proses değişkenliğine daha büyük bir katılım sağladığını ifade eder.



Şekil 2.4 Gürültü Faktörlerinin Etkileşimiyle Sağlanan Kontrol

Bütün gürültü değişkenlerinin sürekli olduğunu, tasarım seviyesine göre bir noktaya toplandığını (merkezlendiğini) ve ölçeklendiğini varsayalım.

$$E(z) = 0$$

$$Var(z) = V$$

V 'nin köşegen elemanları,

$$\hat{\sigma}_y^2 = \hat{\sigma}_z^2 \quad (j = 1, 2, \dots, r_z)$$

varyanslarını içerir. Eğer proses hakkında yeterli bilgiye sahip olunursa, gürültü değişkenlerinin varyans tahminleri kullanılabilir. Tüketicinin ürünü nasıl kullandığı hakkındaki fabrika verisi ve deneysel bilgi, tahminlerin bulunabildiği kaynaklardır.

Eşitlik (2.20)'de z üzerinden alınan beklenti ve varyans işlemlerini kullanarak, ortalama ve varyans yanıt yüzeylerinin tahminleri;

$$\mu_z[y(x)] = b_0 + x'b + x'\hat{B}x \quad (2.21)$$

ve

$$\hat{\sigma}_z^2[y(x)] = (\hat{\gamma} + \hat{\Delta}'x)' \vee (\hat{\gamma} + \hat{\Delta}'x) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.22)$$

Burada b , $\hat{\gamma}$, \hat{B} ve $\hat{\Delta}$ uygun model eşitlik 2.20'nin regresyon katsayılarıdır. $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$, uygun modeldeki ortalama hata karedir.

Güçlü parametre tasarım probleminde (RPD), eşitlik (2.20) modelinin gürültü değişkenleri yönündeki eğimleri, proses varyansında önemli bilgi içerir. Bu, Şekil 2.4'deki grafiklerde açık bir şekilde görülmektedir. "Etkileşimin olmadığı" durumda, (sabit eğim), rasgele gürültü değişkenlerden oluşturulan proses varyansı sabittir, halbuki "etkileşim" durumunda, değişen eğimler x 'in seçimiyle $\hat{\sigma}_z^2[y(x)]$ 'nin kontrol edilmesini sağlar.

Eşitlik (2.22) modeli,

$$\hat{\sigma}_z^2[y(x)] = \hat{I}'(x) \vee \hat{I}(x) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2$$

olarak yazılabilir. $\hat{I}(x) = \hat{\gamma} + \hat{\Delta}'x = \partial \hat{y} / \partial z(x)$, gürültü değişkenleri yönündeki "yanıt modeli" eğimlerinin vektörüdür. Eğimler, kontrol değişkenlerinin doğrusal fonksiyonlarıdır ve böylece, x üzerindeki istenilen şartları belirlemek için kolay ve yararlı bir manipulasyona götürür. (Myers, Kim, Griffiths, 1997)

2.6 Endüstriyel Deneylerde Varyans Modellemesi

Endüstrideki kalite geliştirme gereksinimi, ürün ve süreçlerin araştırma ve geliştirme sürecinde deney tasarımı uygulamalarının kullanılması için yeni bir fırsat yaratmıştır.

Bu çalışmada, verilerin ortalama ve varyansının birlikte modellenmesi Taguchi metodlarına oranla daha basit ve daha esnek bir yöntemle gerçekleştirilecektir. Verilerin varyansı, genellikle ortalama değer bir fonksiyonudur. Varyansın, varyans fonksiyonları kullanılarak modellenmesi amaçlanmıştır. İki yaklaşım vardır.

Birinci yaklaşım, Davidian ve Carroll (1987) tarafından önerilmiştir. (Engel, 1992) Bu yaklaşımda verilerin ortalama ve varyansları parametrik olarak modellenmiştir. Model parametrelerini tahminlemek için, ağırlıklandırılmış en küçük kareler metodu kullanılmıştır. Sahte normal olabilirlik (PNL) ele alınmış ve parametre tahminlerinin hesaplanmasında bir araç olarak kullanılmıştır.

İkinci yaklaşım olarak Nelder ve Pregibon (1987) yaklaşımı, verilerin varyansının modellenmesinde kullanılabilir. (Engel,1992) Önerilen metod, genişletilmiş benzeri olabilirlik (EQL) metodudur.

Davidian ve Carroll (1987, 1988)

$$E(y_i) = \mu_i = x_i \beta \quad (2.23)$$

$$Var(y_i) = \sigma^2 g^2(\mu_i, z_i, \vartheta) \quad (2.24)$$

modelini tanımlamışlardır. (Engel, 1992) Burada, y_i yanıt değişkenidir, f ve g fonksiyonları bilinmektedir, x_i ve z_i kestirim değişkenleri sıra vektörleri olup β ve ϑ parametre vektörleridir.

Varyans modellemesi için benzer bir yaklaşım Nelder ve Pregibon (1987) tarafından sunulmuştur. (Engel,1992) Önerilen model :

$$E(y_i) = \mu_i \quad (2.25)$$

$$Var(y_i) = \phi_i V(\mu_i) \quad (2.26)$$

$$f(\mu_i) = X_i \beta \quad (2.27)$$

$$g(\phi_i) = z_i \vartheta \quad (2.28)$$

şeklinde olup, f ve g bilinen bağıntı fonksiyonları olup, V bilinen pozitif varyans fonksiyonudur.

Bu çalışmada ortalama ve varyans için önerilen model, daha önce belirtilen her iki yaklaşımla ilişkilidir. Model,

$$E(y_i) = \mu_i = x_i \beta \quad (2.29)$$

$$Var(y_i) = \phi_i V(\mu_i, \vartheta) \quad (2.30)$$

$$\log \phi_i = z_i \gamma \quad (2.31)$$

şeklinde olup, burada β ve γ parametre vektörüdür ve ϑ , genellikle bir skalerdir. $Var(y_i)$ için bu ifade, Nelder ve Pregibon tarafından verilenin genişletilmiştir. Bununla birlikte, varyans için bu model, Davidian ve Carroll'un (1987,1988) önerdiği modelin özel bir durumudur.

Burada Engel; varyansı biri μ_i 'ye (ve ϑ) bağlı $V(\mu_i, \vartheta)$ faktörü, diğeri de μ_i 'den bağımsız ϕ_i faktörünün çarpımı şeklinde ifade etmiştir. Bu fikir, varyans fonksiyonu $V(\mu_i, \vartheta)$ yoluyla varyanstan ortalama değer oluşturmak anlamını ifade etmektedir. Böylece, geriye kalan ϕ_i kısmı, sadece değişkenliği etkileyen z_i kestirim değişkenlerine bağımlı olacaktır.

“ Ortalamanın kuvveti ” modeli,

$$V(\mu_i, \vartheta) = \mu_i^\vartheta \quad (2.32)$$

varyans fonksyonu olarak önerilebilecektir. (Engel,1992) Önerilen modelin, basit bir yapıya sahip olması daha ileri analizlerde kullanılabilir olmasını sağlamaktadır.

Gözlenmiş olan $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im})$ değerleri, deney tasarımının her bir hücresi için birbirinden bağımsız $i = 1, 2, \dots, n$ adet tekrara sahip m adet vektörü temsil etmektedir. Toplam gözlem sayısı $N = n.m$ 'dir.

2.6.1 Tahminleme Prosedürü

Adım 1 : $\log s_i^2 = \log \phi + \vartheta \log \bar{y}_i + hata$

modeline EKK uygulayarak θ 'nın tahminleyicisi $\hat{\vartheta}^{(1)}$ elde edilir.

Adım 2 : Verilen $\hat{\vartheta}^{(1)}$ için,

$$\log(s_i^2 / \bar{y}_i^{\hat{\vartheta}^{(1)}}) = z_i \gamma + hata$$

modeline EKK uygulayarak γ 'nın tahminleyicisi $\hat{\gamma}^{(1)}$ elde edilir.

Adım 3 : $\log s_i^2 = z_i \gamma + \vartheta \log \bar{y}_i + hata$

modeline EKK uygulayarak, ϑ ve γ 'nın tahminleyicileri $\hat{\vartheta}^{(2)}$ ve $\hat{\gamma}^{(2)}$ elde edilir.

Adım 4 : Tahminlenmiş \hat{w}_i ağırlıklarını,

$$\hat{w}_i^{-1} = \phi_i \overline{y_i^{(2)}}$$

kullanarak

$$\overline{y_i} = x_i \beta + hata$$

modelinden A.E.K.K metodu ile β 'nin tahminleyicisi $\hat{\beta}^{(1)}$ elde edilir.

Örnek 9

İnjesiyon ile kalıplanan bir ürünün çekme payı yüzdesindeki ortalama değer ve değişkenlik üzerinde etkisi olan faktörlerin bu etkisini araştırmak üzere bir Taguchi deneyi uygulanmıştır. Varyasyon çalışması için tasarımda üç gürültü faktörü içerilmiştir. Tüm faktörler iki seviyeye sahiptir ve Tablo 2.13'de verilmiştir.

Tablo 2.13 Deneydeki Faktörler

Kontrol edilebilir fak.	Gürültü fak.
A : Devir zamanı	M : Düzeltme Yüzdesi
B : Kalıp sıcaklığı	N : Nem
C : Boşluk kalınlığı	O : Sıcaklık
D : Şartlanmış basınç	
E : İnjesiyon hızı	
F : Şartlanmış zaman	
G : Koridor genişliği	

Kalite karakteristiği “nominal en iyi” tipinde olup, amaç çekme payı yüzdesi için belirli bir hedef değer araştırmaktır. Aynı zamanda, bu değer çevresindeki varyasyonun küçültülmesi gereklidir. Kullanılan tasarım, yedi kontrol edilebilir faktörlü $L_8 (2^7)$ tipi Taguchi tasarımıdır. Dışsal dizin ise $L_4 (2^3)$ tasarımıdır. Veriler, ortalamalar $\overline{y_i}$ ve standart sapmalar s_i Tablo 2.14'de verilmiştir. Bu tablodaki

veriler, yukarıda verilen tahminleme prosedürü kullanılarak analiz edilecektir. Tahminleme sonuçları Tablo 2.15 ve Tablo 2.16'da verilmiştir.

Tablo 2.14 İnjektion Kalıplama Deneyi İçin Veriler

Den. Sayısı	Kontrol edilebilir fak.							Gürültü fak için çekme payı yüzdesi				\bar{y}_i	s_i
	A	B	C	D	E	F	G	(1,1,1)	(1,2,2)	(2,1,2)	(2,2,1)		
1	1	1	1	1	1	1	1	2.2	2.1	2.3	2.3	2.225	0.11
2	1	1	1	2	2	2	2	0.3	2.5	2.7	0.3	1.45	1.38
3	1	2	2	1	1	2	2	0.5	3.1	0.4	2.8	1.70	1.45
4	1	2	2	2	2	1	1	2.0	1.9	1.8	2.0	1.925	0.10
5	2	1	2	1	2	1	2	3.0	3.1	3.0	3.0	3.025	0.05
6	2	1	2	2	1	2	1	2.1	4.2	1.0	3.1	2.60	1.37
7	2	2	1	1	2	2	1	4.0	1.9	4.6	2.2	3.175	1.33
8	2	2	1	2	1	1	2	2.0	1.9	1.9	1.8	1.90	0.08

Tablo 2.15 ρ 'nun EKK Tahminleri ve % 5 Seviyesinde γ Vektörünün Tahminleri

Adım	Sapma	Serb.		Parametre tahminleri		
		Der.	Ölçüm	ρ	γ_0	γ_F
1	65.01	6	10.83	-1.70 (4.47)	-0.19 (3.66)	
2	1.165	6	0.19	0 (sabit)	-5.09 (0.22)	5.72 (0.31)
3	0.90	5	0.18	-0.70 (0.58)	-4.53 (0.51)	5.69 (0.30)

Tablo 2.16 β Vektörünün % 5 Önem Seviyesindeki A.E.K.K Tahminleri

Adım	Sapma	Ser.		Parametre tahminleri			
		Der.		β_0	β_A	β_D	β_E
4 (WLS)	2.16	4		2.22 (0.039)	0.39 (0.039)	-0.71 (0.039)	0.41 (0.039)
4 (LS)	2.15	4		1.96 (0.344)	0.85 (0.344)	-0.56 (0.344)	0.29 (0.344)

Standart hatası 4.47 olarak tahminlenen $\hat{\mathcal{G}}^{(1)} = -1.70$ parametresi % 5 önem seviyesinde 0'dan anlamlı olarak farklı olmadığı için Adım 2'de $\mathcal{G} = 0$ olarak alınır. Sadece bir tek F faktörünün değişkenlikle ilgili olduğu görülmektedir ve test sonucu yüksek bir önem seviyesine sahiptir.

Adım 4'de kullanılan tahminlenmiş \hat{w}_i ağırlıkları 162.7 ve 0.53 değerlerine sahiptir. Tablo 2.15 ve Tablo 2.16'nın sonuçlarından ϕ_i ve μ_i için;

$$\log \hat{\phi}_i = -5.09 + 5.72 F_i$$

$$\hat{\mu}_i = 2.2 + 0.4 A_i - 0.7 D_i + 0.4 E_i$$

modelleri oluşturulabilir. Bu modellerde F düşük seviyeler için 0, yüksek seviye için 1 değerini almaktadır. ϕ_i için oluşturulan modelde Adım 2'nin sonuçları kullanılmış olup, $\mathcal{G} = 0$ alınmıştır. F gürültü faktörü; A, D ve E işaret faktörleri olarak sınıflandırılabilir. (Engel, 1992)

2.7 Hem Ortalama Hem de Varyans Fonksiyonlarını Tahmin Etmek İçin Deneysel Tasarımlar

Bu çalışmada geliştirilmiş etkili deneysel stratejiler için bir temel geliştirmek amaçlanır. Analizi yapan, bu stratejiler sayesinde yanıt ve varyans için ayrı modeller geliştirebilir. Bu amacı gerçekleştirmek için ilk olarak, uygun bir kriter geliştirilmelidir. Tasarımları değerlendirmek için kullanılan kriter, D-Optimal kriteridir. Böyle bir kriter, geliştirilmiş tasarımlar için birkaç yaklaşım önerir. Burada, iki tanesi ele alınacaktır.

İlk yaklaşım, varyans fonksiyonu hakkındaki ilk bilgiye sahip olunmadığında, ilgilenilen bölge üzerinde proses varyansının sabit olduğunu kabul ederek deneyi tasarlayan tek-adım yaklaşımıdır.

İkinci yaklaşım ise, Yarı-Bayes yaklaşımıdır. Bu yaklaşım, varyans fonksiyonun niteliği hakkındaki ilk bilginin ışığında uygun bir deneysel strateji geliştirmeye çalışır.

y_i , ilgilenilen i . yanıt olsun; x_i , beklenen yanıt değerini etkileyen tahmini değişkenlerin i . kümesini temsil eden $k_r \times 1$ vektörü olsun ve z_i varyansı etkileyen tahmini faktörlerin i . setini temsil eden $k_v \times 1$ vektörü olsun. Yanıt için uygun bir doğrusal modelin;

$$y_i = f_r'(x_i)\beta + \varepsilon_i \quad (2.33)$$

olduğunu varsayalım. $f_r(x_i)$, yanıtın tahmini modeli için x_i 'nin uygun polinomial büyümesini temsil eden bir $p_r \times 1$ vektörüdür. β , $(p_r \times 1)$ bilinmeyen katsayılar vektörüdür. ε_i 'ler, 0 ortalama ve σ_i^2 varyanslı bağımsız, normal olarak dağılan rasgele hatalardır. $\sigma_i^2 = h(\tau_i)$ gibi uygun bir varyans transformasyonunu inceleyelim. h , iki kez diferansiyellenebilir monoton bir fonksiyon ve τ_i , “doğrusal bir tahminci” dir.

$$\tau_i = f_v'(z_i)\gamma \quad (2.34)$$

olarak tanımlanır. $f_v(z_i)$ doğrusal tahmincinin tahmin edilen modeli için z_i 'nin uygun polinomial büyümesini temsil eden bir $p_v \times 1$ vektörüdür. γ , $p_v \times 1$ boyutlu bilinmeyen katsayılar vektörüdür. Literatür her zaman olmamakla birlikte, bir logaritma transformasyonu [$h(\tau_i) = \exp(\tau_i)$] önerir. Bu logaritma doğrusal formu, $\sigma_i^2 > 0$ olmasını sağlar.

Uygun bir deneyin yapıldığı kabul edilsin. y yanıtların $n \times 1$ boyutlu vektörü olsun ve τ doğrusal tahmincilerin $n_v \times 1$ boyutlu vektörü olsun. Hedefler için n_v tekrar edilen farklı tasarım noktalarının sayısını temsil eder. (2.33)'den

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (2.35)$$

elde edilir. $X' = [f_r(x_1), f_r(x_2), \dots, f_r(x_{nr})]$. Benzer şekilde (2.34)'den

$$\tau = Zy \quad (2.36)$$

elde edilir $Z' = [f_v(z_1), f_v(z_2), \dots, f_v(z_{nv})]$. (Vining, Schaub, 1996)

2.8 Kontrol Edilemeyen Faktörlerle Oluşturulan Model

Bu bölümde, kontrol edilemeyen faktörler iki kümeye ayrılır, gözlemlenebilen ve gözlemlenemeyen şeklinde. İkinci kümede, maliyeti nedeniyle ölçülemeyen nitelikli faktörler olabilirken ilk kümede, nemlilik ve ısı derecesi gibi faktörler olabilir.

Amaç, ortalama yanıtı hedef değer üzerinde tutup, aynı zamanda yanıtın varyansını minimum yaparken kontrol edilebilen faktörler ve gözlemlenebilir kontrol edilemeyen faktörler arasında bir ilişki bulmaktır. Üretim prosesi esnasında, her ne zaman gözlemlenebilir bir kontrol edilemeyen faktörün özel bir değeri oluşursa, kontrol edilebilir faktörler için uygun bir değer üretilebilir ki; bu da ifade edilen amacı karşılar.

Örnek 10

i zamanında, y_i yanıtı, x_i kontrol edilebilir faktörleri, t_i gözlemlenebilir kontrol edilemeyen faktörleri ve z_i gözlemlenemeyen kontrol edilemeyen faktörleri gösterebilir. Burada amaç; ortalama yanıtı hedef değerde tutup x_i ve t_i arasında bir ilişki bulurken y_i 'nin varyansını minimize etmek olacaktır.

Nitelikli yanıt değişkeni y için model;

$$y_i | x_i, t_i, z_i = \beta_0 + x_i' \beta_1 + t_i' \beta_2 + z_i' \beta_3 + x_i' \sum_1 t_i + z_i' \sum_2 x_i + z_i' \sum_3 t_i + \varepsilon_i$$

Yanıt x_i , t_i ve z_i 'ye bağlıdır. $\beta_0: 1 \times 1$, $\beta_1: p \times 1$, $\beta_2: q \times 1$, $\beta_3: r \times 1$,
 $x_i: p \times 1$, $t_i: q \times 1$, $z_i: r \times 1$, $\sum_1: p \times q$, $\sum_2: r \times p$, $\sum_3: r \times q$,
 $t_i \sim Dist(0, \Lambda_1)$, $z_i \sim Dist(0, \Lambda_2)$ ve $\varepsilon_i \sim Dist(0, \sigma_\varepsilon^2)$. ε , t ve z bağımsız
 olmalıdır.

Şimdi,

$$\begin{aligned} E_Y(Y_i | x_i, t_i) &= E_Z(E_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i)) \\ &= \beta_0 + x_i' \beta_1 + t_i' \beta_2 + x_i' \sum_1 t_i \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} Var_Y(Y_i | x_i, t_i) &= E_Z[Var_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i) + Var_Z(E_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i))] \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + Var_Z \left[\beta_0 + x_i' \beta_1 + t_i' \beta_2 + x_i' \sum_1 t_i + z_i' (\beta_3 + \sum_2 x_i + \sum_3 t_i) \right] \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + (\beta_3 + \sum_2 x_i + \sum_3 t_i)' \Lambda_2 \times (\beta_3 + \sum_2 x_i + \sum_3 t_i) \end{aligned}$$

$T = E_Y(Y_i | x_i, t_i)$ hedef değerine bağlı olarak $Var_Y(Y_i | x_i, t_i)$ varyans
 minimize edilmek istenir. Lagrange minimizasyonu kullanılarak

$$x_i^* = (2D'B)^{-1} (F + 2E'B)D - E$$

elde edilir. A 'nın tersinin var olduğu kabul edilerek;

$$A = \left(\sum_2' \wedge_2 \sum_2 \right)^{-1}$$

$$B = \frac{1}{2} (\beta_1 + \sum_1 t_i)$$

$$C = \sum_2' \wedge_2 (\beta_3 + \sum_3 t_i)$$

$$D = AB$$

$$E = AC$$

$$F = T - \beta_0 - t_i' \beta_2$$

Böylece üretim esnasında, t_i gözlemlenebilir kontrol edilemeyen faktörlerin değerleri, kontrol edilebilir faktörlerin, x_i değerlerini elde etmekte kullanılacaktır.

Parametre metodunun alışılmış metodu, t_i ve z_i 'yi bir grup olarak ele almaktadır. Bu metod, en az varyansla y_i değişkenini hedef değerde tutan x_i için bir değer bulmaktadır. Bu durumda,

$$\begin{aligned} E_Y(Y_i | x_i) &= E_T [E_Z(E_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i))] \\ &= \beta_0 + x_i' \beta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var_Y(Y_i | x_i) &= E_T [E_Z(Var_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i)) + Var_Z(E_Y(Y_i | x_i, t_i, z_i))] \\ &\quad + Var_T(E_Y(Y_i | x_i, t_i)) \\ &= \sigma_\varepsilon^2 + (\beta_3 + \sum_2 x_i)' \wedge_2 (\beta_3 + \sum_2 x_i) + tr \left(\sum_3' \wedge_2 \sum_3 \wedge_1 \right) \\ &\quad + \left(\beta_2 + \sum_1 x_i \right)' \wedge_1 \left(\beta_2 + \sum_1 x_i \right) \end{aligned}$$

$T = E_Y(Y_i | x_i)$ hedef değerine bağlı $Var_Y(Y_i | x_i)$ minimize edilmek istenir.

Bir kez daha Lagrange minimizasyonunu kullanarak

$$x_i^{**} = (K' \beta_1)^{-1} (T - \beta_0 + J' \beta_1) K - J$$

G 'nin tersinin var olduğu kabul edilerek

$$G = \left(\sum_2' \wedge_2 \sum_2 + \sum_1 \wedge_1 \sum_1' \right)^{-1}$$

$$H = \sum_2' \beta_3 + \sum_1 \beta_2$$

$$K = G \frac{\beta_1}{2}$$

$$J = GH$$

t_i 'nin bazı değerleri için hem x_i^{**} hem de x_i^* hedefe değere daha yakın olan y_i için bir değer tahminleyebilir. Bu iki tahmini karşılaştırmak için $E((y_i - T)^2)$ istatistiği incelenecektir.

x_i^* için :

$$E(y_i | x_i^*, t_i) = \beta_0 + x_i' \beta_1 + t_i' \beta_2 + x_i' \sum_1 t_i$$

Böylece

$$E(y_i - T)^2 = E(y - E(y | x_i^*, t_i))^2 = Var(y | x_i^*, t_i)$$

x_i^{**} için

$$\begin{aligned} E(y_i | x_i^{**}) &= \beta_0 + x_i^{**'} \beta_1 \\ &= E(y_i | x_i^{**}, t_i) - \left(t_i' \beta_2 + x_i^{**'} \sum_1 t_i \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(y_i - T)^2 &= E \left[y_i - E(y_i | x_i^{**}) \right]^2 \\ &= E \left(y_i - E(y_i | x_i^{**}, t_i) + t_i' \beta_2 + x_i^{**'} \sum_1 t_i \right)^2 \\ &= \text{Var}(y_i | x_i^{**}, t_i) + \left(t_i' \beta_2 + x_i^{**'} \sum_1 t_i \right)^2 \quad (\text{Pledger, 1996}) \end{aligned}$$

2.9 Önerilen Model

Ele alınan model;

$$y = x_i \beta + \sigma \varepsilon_i \quad (2.37)$$

olsun.

$$e_i = \frac{y_i - x_i \beta}{\hat{\sigma}}$$

$\sigma = \gamma_0 + \gamma_1 z_i$, gürültü faktörlerinin varyansı doğrusal olarak etkilediği varsayalım. Eşitlik 2.37'de, σ yerine konulduğunda;

$$y_i = x_i' \beta + \gamma_0 \varepsilon_i + \gamma_1 z_i \varepsilon_i \quad (2.38)$$

modeli elde edilir. Bu modelin beklenen değeri,

$$E_Y(Y_i|x_i) = E_\varepsilon[E_Z(E_Y(Y|x_i, \varepsilon_i, z_i))]$$

$$E_Y(Y_i|x_i) = E_\varepsilon[E_Z(E_Y(Y|x_i, \varepsilon_i, z_i))]$$

$$E_Y(Y_i|x_i) = x_i' \beta$$

x_i $p \times 1$, $\varepsilon \sim N(0, 1)$, $z_i \sim \text{Dist}(0, \Lambda_2)$ ve $\text{Cov}(z, \varepsilon) = 0$ varsayımlarıyla varyans,

$$\begin{aligned} \text{Var}_Y(Y_i|x_i) &= E_\varepsilon[E_Z(\text{Var}_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i, z_i) + \text{Var}_Z(E_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i, z_i)))] + \text{Var}_\varepsilon[E_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i)] \\ &= \sigma_\varepsilon + E_\varepsilon[(\gamma_1 \varepsilon_i)' \wedge_2 (\gamma_1 \varepsilon_i)] + \gamma_0' \gamma_0 \end{aligned}$$

İlk olarak

$$\varepsilon_i' \gamma_1' \wedge_2 \gamma_1 \varepsilon_i = \text{tr}(\gamma_1' \wedge_2 \gamma_1 \varepsilon_i \varepsilon_i')$$

Böylece,

$$E_\varepsilon(\varepsilon_i' \gamma_1' \wedge_2 \gamma_1 \varepsilon_i) = \text{tr}(\gamma_1' \wedge_2 \gamma_1)$$

Sonuç olarak;

$$\text{Var}_Y(Y_i|x_i) = \sigma_\varepsilon + \text{tr}(\gamma_1' \wedge_2 \gamma_1) + \gamma_0' \gamma_0$$

Tablo 2.17 2^{6-1} Faktöriyel Tasarım İçin Deneysel Tasarım

Faktörler						Yanıt
x_1	x_2	t_1	t_2	z_1	z_2	
-1	-1	-1	-1	-1	-1	91.5311
1	-1	-1	-1	-1	1	110.09547
-1	1	-1	-1	-1	1	120.90064
1	1	-1	-1	-1	-1	133.24822
-1	-1	1	-1	-1	1	99.8026
1	-1	1	-1	-1	-1	71.35239
-1	1	1	-1	-1	-1	101.25509
1	1	1	-1	-1	1	78.83396
-1	-1	-1	1	-1	1	106.93987
1	-1	-1	1	-1	-1	134.56421
-1	1	-1	1	-1	-1	138.35204
1	1	-1	1	-1	1	98.02461
-1	-1	1	1	-1	-1	96.73753
1	-1	1	1	-1	1	78.68531
-1	1	1	1	-1	1	92.89983
1	1	1	1	-1	-1	125.50157
-1	-1	-1	-1	1	1	79.88534
1	-1	-1	-1	1	-1	93.51969
-1	1	-1	-1	1	-1	80.66505
1	1	-1	-1	1	1	96.4498
-1	-1	1	-1	1	-1	58.77738
1	-1	1	-1	1	1	96.73602
-1	1	1	-1	1	1	101.59202
1	1	1	-1	1	-1	126.37272
-1	-1	-1	1	1	-1	75.88907
1	-1	-1	1	1	1	87.37854
-1	1	-1	1	1	1	66.28703
1	1	-1	1	1	-1	143.92734
-1	-1	1	1	1	1	93.3468
1	-1	1	1	1	-1	122.44309
-1	1	1	1	1	-1	116.39455
1	1	1	1	1	1	83.3959

Örnek 11

Tablo 2.17'deki verilere (Pledger, 1996), 2.38 modelinin uyumu yapıldığında;

$$Y = 100 + 4.97 x_1 + 6.45 x_2 - 3.54 \varepsilon_1 + 3.74 \varepsilon_2 + 8.23 \varepsilon_1 z_1 + 1.00 \varepsilon_1 z_2$$

$$(st) \quad (3.18) \quad (3.18) \quad (3.18) \quad (3.18) \quad (3.18) \quad (3.18)$$

$$(Prob) \quad (0.13) \quad (0.05) \quad (0.27) \quad (0.25) \quad (0.01) \quad (0.75)$$

$$- 0.30 \varepsilon_2 z_1 - 8.57 \varepsilon_2 z_2$$

$$(3.18) \quad (3.18)$$

$$(0.92) \quad (0.01)$$

$$R^2 = 0.50$$

sonuçları elde edilir. Burada, % 5 önem seviyesinde yanıt değişkeni üzerinde anlamlı etkilere sahip olan değişkenlerin; x_2 , $\varepsilon_1 z_1$ ve $\varepsilon_2 z_2$ olduğu görülmektedir.

SONUÇ

Belirlenmiş ürün veya süreç karakteristiklerinin ortalama ve varyansına etki etme yeteneğine sahip iki veya daha fazla faktörün eşanlı olarak değerlendirilmesini amaçlayan deney tasarımı, istatistiksel modelleme tekniklerinin uygulanması üzerine yapılmış pek çok çalışma vardır. Yanıt değişkeninin performans ölçütleri olan ortalama ve varyans ile bunlara etki eden tasarım ve gürültü faktörlerinin modellenmesinde birçok bilim adamı farklı yaklaşımlar ortaya koymuştur. Burada, modelleme için getirilen bu farklı yaklaşımlar analiz edilmiş ve bazı bilim adamlarının yanıt değişkeni üzerinde sadece tasarım faktörlerinin etkisini dikkate aldığı bazılarının ise tasarım faktörlerinin yanında gürültü faktörlerinin etkisini de hesaba kattığı görülmüştür.

Yapılmış olan bu çalışmanın amacı, var olan modelleme yaklaşımlarına ek bir yaklaşım getirmektir. Bu amaçla,

$$\sigma = \gamma_0 + \gamma_1 z_i$$

modeli ile gürültü faktörlerinin varyans üzerinde doğrusal bir etkiye sahip olduğu varsayılmış ve

$$y = x_i \beta + \sigma \varepsilon_i$$

modeli baz alınarak

$$y_i = x_i \beta + \gamma_0 \varepsilon_i + \gamma_1 z_i \varepsilon_i$$

yeni modeli elde edilmiştir. Böylece, gürültü faktörlerinin yanıt modelinde değerlendirilmesi sağlanmıştır. Ayrıca, oluşturulan yeni modeldeki yanıt değişkeni için ortalama ve varyansın modellenmesi amacıyla Pledger'in uyguladığı yöntem uygulanmıştır. Sonuçta;

$$E_Y(Y_i|x_i) = E_\varepsilon [E_Z(E_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i, z_i))]$$

$$E_Y(Y_i|x_i) = x_i' \beta$$

$$\begin{aligned} Var_Y(Y_i|x_i) &= E_\varepsilon [E_Z(Var_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i, z_i) + Var_Z(E_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i, z_i))) + Var_\varepsilon[E_Y(Y_i|x_i, \varepsilon_i)]] \\ &= \sigma_\varepsilon + E_\varepsilon [(\gamma_1 \varepsilon_i)' \wedge_2 (\gamma_1 \varepsilon_i)] + \gamma_0' \gamma_0 \end{aligned}$$

ortalama ve varyans modellerine ulaşılmıştır.

KAYNAKLAR

Castillo, E. D., & Montgomery, D. C. (1993). A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem. *Journal of Quality Technology*

Engel, J. (1992). Modelling Variation in Industrial Experiments. *Royal Statistical Society*.

Lin, D. K. J., & Tu, W. (1995). Dual Response Surface Optimization. *Journal of Quality Technology*

Lochner, Robert H., & Matar, Joseph E. (1990). Desining For Quality. ASQC Quality Press.

Lucas, J. M. (1994). How to Achieve a Robust Process Using Response Surface Methodology. *Journal of Quality Technology*

Lundstedt, T., & Seifert, E., & Abramo, L., & Thelin, B., & Nyström A., & Pettersen J., & Bergman, R. (1998). Experimental Design and Optimization. *Elsevier Science B. V.*

Myers, R. H. , & Kim, Y. , Griffiths, K. L. (1997). Response Surface Methods and the Use of Noise Variables. *Journal of Quality Technology*

Pledger, M., (1996). Observable Uncontrollable Factors in Parameter Design. *Journal of Quality Technology*.

Şehirlioğlu, Ali Kemal. (1997). *Ürün ve Süreç Kalitesini İyileştirmede Kullanılan İstatistiksel Modelleme Teknikleri Üzerine Bir Araştırma*. Yayınlanmış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İzmir.

Vining, G. G., & Myers, R. H. (1990). Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach. *Journal of Quality Technology*.

Vining, G. G., & Schaub, D. (1996). Experimental Designs for Estimating Both Mean and Variance Functions. *Journal of Quality Technology*

