



دانشگاه صنعتی شریف

()

GPS/INS

:

:



گزارش دفاع از رساله دکترا
(نسخه مدیریت تحصیلات تکمیلی)

به: مدیریت تحصیلات تکمیلی
از: دانشکده مهندسی هوافضا

نام و نام خانوادگی: حبیب قنبرپور اصل شماره دانشجویی: ۷۹۳۰۸۳۰۷ گرایش: دینامیک پرواز و کنترل
شماره درس رساله: ۴۵۹۰۰ تعداد کل واحد رساله: ۲۴ تعداد واحد دروس جبرانی:

کیفیت درس رساله: P-EX (عالی) P-VG (بسیار خوب) P-GO (خوب) P-FA (نسبتاً خوب)

عنوان رساله: تلفیق GPS/INS با استفاده از فیلترهای غیر خطی تطبیقی
تاریخ دفاع از رساله: ۸۶/۹/۱۷

نام و نام خانوادگی و سمت اعضای شورای رساله:
آقایان:

امضاء

۱- دکتر سید حسین پورتاقدوست (استاد راهنما)

امضاء

۲- دکتر امیر علی اکبر خیاط (ممتحن داخلی)

امضاء

۳- دکتر فریبرز ثقفی (استاد مدعو)

امضاء

۴- دکتر غلامرضا وثوقی (استاد مدعو)

امضاء

۵- دکتر جعفر روشنیان (استاد مدعو)

نام و امضاء معاون تحصیلات تکمیلی دانشکده

نمره مذکور مورد تأیید است.

نام و امضاء مدیر تحصیلات تکمیلی دانشگاه

تقدیر و تشکر

برخود لازم می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد ارجمندم جناب آقای دکتر پورتاکدوست که در تمامی مراحل انجام پروژه مرا یاری نمودند، از ریاست محترم پژوهشکده سیستم‌های ناوبری جناب آقای مهندس جهانگیری به خاطر ایجاد زمینه‌های اجرای پروژه و همچنین از سرکار خانم نفیسه بنی‌جمالی به خاطر تایپ این پایان‌نامه تشکر و قدردانی نمایم. همچنین از تمامی همکارانم در گروه فجر که به نوعی مرا در به ثمر رساندن این رساله یاری نمودند، تشکر می‌نمایم. امیدوارم این پایان‌نامه که نتیجه تلاش سه - چهار ساله اینجانب در زمینه فیلترینگ و سیستم‌های ناوبری اینرسی و تلفیقی است، برای استفاده‌کنندگان مفید واقع شده و گامی در راستای پیشرفت کشورمان باشد.

حبیب قنبرپور اصل

چکیده

این پایان‌نامه به معرفی و توسعه سیستم‌های ناوبری اینرسی و تلفیقی و الگوریتم‌های مختلف به کار گرفته شده در آنها می‌پردازد. بخاطر مزایای ذاتی سیستم‌های ناوبری اینرسی، الگوریتم‌های تلفیقی آن همواره بکار گرفته شده، در دست تحقیق قرار داشته و دارای اهمیت بوده‌اند. از آنجا که خطاهای این سیستم‌ها به صورت نامحدود در طول زمان در حال افزایش می‌باشد، برای دستیابی به دقت بالا نیاز به استفاده از سنسورهای گران قیمت خواهد بود که این کار باعث افزایش قیمت تمام شده این سیستم‌ها می‌گردد. مضافاً این که تهیه سنسورهای دقیقتر برای کشور ما در حال حاضر کار دشواری است. به همین دلیل امروزه سیستم‌های ناوبری تلفیقی که به نوعی برای کنترل خطای سیستم ناوبری اینرسی از یک یا چندین سنسور خارجی استفاده می‌کنند، مورد توجه قرار گرفته است. این سیستم‌ها از یک سری الگوریتم‌های ریاضی و فیلترینگ پیشرفته استفاده می‌کنند که موضوع بحث این پایان‌نامه می‌باشند. بدین لحاظ در این پایان‌نامه به سه موضوع اهمیت خاصی داده شده است که عبارتند از:

۱- فیلتر غیر خطی مرتبه دوم و روش‌های فاکتورسازی و سازگار نمودن آن

۲- سیستم‌های ناوبری تلفیقی و تعیین وضعیت

۳- رویکردی نوین در سیستم‌های ناوبری خطی

در این راستا ابتدا به توسعه فیلتر غیر خطی مرتبه دوم و مقاوم سازی آن در برابر خطاهای محاسباتی و همچنین سازگار نمودن آن برای تخمین ورودی‌های نامعلوم پرداخته شده است. سپس به توسعه سیستم‌های تعیین وضعیت و الگوریتم‌های موجود به جهت مقاوم سازی آنها در برابر شتاب‌های اعمالی پرداخته شده است. توسعه این الگوریتم‌ها کمک شایانی به سیستم‌های تعیین وضعیت که عمده ضعف آنها همین وجود شتاب‌های اضافه بر کرور است، نموده است. مسئله شتاب اضافه بر کرور در این پایان‌نامه به روش‌های مختلفی از قبیل استفاده از ارتفاع سنج، الگوریتم‌های تطبیقی فیلتر مرتبه دوم و همچنین استفاده از مدل تقریبی اتوپیلوت مرتفع گردیده است. بعلاوه توسعه‌های چشمگیری در فرایند کالیبراسیون مگنتومترهای مورد استفاده در این سیستم‌ها انجام گرفته است. نهایتاً یک افق جدید برای سیستم‌های ناوبری با تبدیلات مربوط به کواترنینها انجام گرفته است که می‌تواند آینده این سیستم‌ها را تحت شعاع قرار دهد. در این مبحث سعی شده است از خواص کواترنینها برای خطی نمودن معادلات استفاده شود. تبدیلات کواترنینها نهایتاً معادلات ناوبری را با افزایش یک بعد به صورت شبه خطی درآورده است. از آنجا که این معادلات دارای قیود خاصی هستند، در اینجا سعی شده است که از فیلتر کالمن برای پوشش دادن این نوع غیر خطی‌ها و قیود استفاده گردد.

کلید واژه: ناوبری اینرسی، ناوبری تلفیقی، فیلتر کالمن، فیلتر تطبیقی، فیلتر غیرخطی، تلفیق اطلاعات

فهرست

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه و تاریخچه	۱
۱- مقدمه	۱
۱-۱: تاریخچه	۴
۲-۱: تاریخچه فیلترینگ	۵
۱-۲-۱: اختراع فیلتر کالمن	۵
۲-۲-۱: فیلتر جذر مربع	۶
۳-۲-۱: فیلترهای جذر مربع و UD	۷
۴-۲-۱: روشهای فاکتورسازی	۷
۵-۲-۱: حل معادلات دیفرانسیل تصادفی	۸
۶-۲-۱: استفاده از ممانهای مرتبه بالا	۸
۷-۲-۱: فیلترهای تطبیقی	۹
۸-۲-۱: روش MKF یا فیلتر کالمن مخلوط	۱۰
۹-۲-۱: Sigma Point Kalman Filter	۱۱
۱۰-۲-۱: فیلترهای ذره ای	۱۲
۳-۱: تاریخچه ناوبری اینرسی	۱۳
۱-۳-۱: الگوریتمهای ناوبری اینرسی	۱۴
۲-۳-۱: آنالیز خطا در سیستمهای ناوبری اینرسی	۱۵
۴-۱: تاریخچه سیستمهای ناوبری تلفیقی	۱۶
۱-۴-۱: ظهور GPS	۱۶
۲-۴-۱: الگوریتمهای GPS	۱۷
۳-۴-۱: الگوریتمهای تلفیق GPS/INS	۱۸
۵-۱: سیستم تعیین وضعیت	۱۹
۱-۵-۱: AHRS	۱۹
۲-۵-۱: کاربرد فیلترهای غیر خطی در تخمین وضعیت	۲۰

- ۳-۵-۱: کالیبراسیون مگنتومتر..... ۲۱
- ۴-۵-۱: تخمینهای مقید برای کوتاهترینها..... ۲۱
- ۶-۱: فصلهای رساله ۲۱
- فصل دوم: اصول ناوبری اینرسی ۲۴
- ۱-۲: مدل سازی وضعیت چرخشی..... ۲۵
- ۱-۱-۲: جبر کوتاهترینها..... ۲۵
- ۲-۱-۲: نرخ بردار دوران..... ۲۶
- ۳-۱-۲: کوتاهترین به صورت تابعی از بردار دوران..... ۲۷
- ۴-۱-۲: بردار دوران به صورت تابعی از کوتاهترین..... ۲۸
- ۵-۱-۲: ماتریس کسینوس هادی به صورت تابعی از کوتاهترین..... ۲۸
- ۶-۱-۲: ماتریس دوران به صورت تابعی از بردار دوران..... ۲۸
- ۷-۱-۲: کوتاهترین به صورت تابعی از ماتریس DCM..... ۲۹
- ۸-۱-۲: ماتریس DCD برحسب زوایای اوپلر..... ۳۰
- ۹-۱-۲: زوایای اوپلر به صورت تابعی از ماتریس کسینوسهای هادی..... ۳۰
- ۱۰-۱-۲: کوتاهترین به صورت تابعی از زوایای اوپلر..... ۳۱
- ۲-۲: دستگاه های مختصات مبنی و انتقالها..... ۳۱
- ۱-۲-۲: دستگاه اینرسی..... ۳۲
- ۲-۲-۲: دستگاه زمینی..... ۳۲
- ۳-۲-۲: دستگاه ناوبری..... ۳۴
- ۴-۲-۲: دستگاه بدنی ۳۵
- ۳-۲: معادلات ناوبری..... ۳۵
- ۴-۲ سیستم های کمک ناوبری..... ۳۶
- ۱-۴-۲: سیستم موقعیت یاب جهانی GPS..... ۳۷
- ۲-۴-۲: قطب نمای مغناطیسی (مگنتومتر) ۳۸
- ۳-۴-۲: ارتفاع سنج بارومتري ۳۹
- ۴-۴-۲: سرعت،سنج، اندازه گیری زاویه حمله، زاویه سرش ۴۰
- ۵-۴-۲: دیگر سیستمهای کمک ناوبری ۴۱

۴۳	فصل سوم: مدل سازی خطا در سنسورها و سیستمهای اینرسی
۴۴	۱-۳: مدل‌های تصادفی خطا
۴۴	۱-۱-۳: نویز سفید
۴۴	۲-۱-۳: قدم تصادفی
۴۴	۳-۱-۳: ثابت تصادفی
۴۴	۴-۱-۳: پروسه گوس مارکف
۴۶	۲-۳: مدل‌های خطای IMU
۴۷	۳-۳: مدل‌های خطا در INS
۴۸	۱-۳-۳: مدل خطای زاویه Phi
۵۰	۲-۳-۳: مدل خطای زاویه Psi
۵۱	۳-۳-۳: مدل های خطای توسعه یافته
۵۲	۴-۳-۳: مدل‌های خطای زیاد در زاویه سمت
۵۵	۵-۳-۳: کنترل خطای INS
۵۷	فصل چهارم: فیلتر کالمن غیر خطی مرتبه دوم، فاکتورهای مختلف و تطبیق آن
۵۷	۱-۴: تبدیل Unscented
۶۲	۲-۴: Unscented Kalman Filter
۶۴	۳-۴: RS-UKF
۶۷	۴-۴: SSR-UKF
۷۱	۵-۴: UD-UKF
۷۴	۶-۴: فیلتر تطبیقی تخمین ورودی بر اساس باقیمانده اندازه گیری ها
۷۷	۷-۴: مقایسه فیلترهای مختلف با هم توسط شبیه سازی
۸۰	۸-۴: مقایسه عملکرد EKF و UKF
۸۳	فصل پنجم: تخمین وضعیت در اجسام پرنده
۸۵	۱-۵: ژيروسکوپهای ورتیکال و دایرکشنال
۸۶	۲-۵: بدست آوردن وضعیت با استفاده از خروجی ژيروسکوپها
۸۷	۳-۵: تعیین وضعیت با استفاده از شتاب سنجها

- ۴-۵: الگوریتم ژيروسکوپ ورتیکال Strapdown..... ۸۸
- ۵-۵: مقاوم سازی الگوریتم ژيروسکوپ ورتیکال در برابر شتاب..... ۹۰
- ۶-۵: تخمین رفتار تغییرات شتاب..... ۹۲
- ۷-۵: توسعه تعیین وضعیت با استفاده از پارامترهای ماترس دوران ۹۳
- ۸-۵: تلفیق اطلاعات IMU/Magnetometer..... ۹۵
- ۹-۵: تلفیق اطلاعات IMU/Altimeter برای تخمین وضعیت در حرکات شتابدار..... ۹۶
- ۱۰-۵: کالیبراسیون مگنتومتر..... ۱۰۰
- ۱-۱۰-۵: مدل سازی خطاهای مگنت..... ۱۰۱
- ۲-۱۰-۵: مدل سازی اندازه گیریهای مستقل از وضعیت..... ۱۰۲
- ۳-۱۰-۵: الگوریتم دومرحله ای..... ۱۰۳
- ۴-۱۰-۵: الگوریتم سه مرحله ای..... ۱۰۵
- ۱۱-۵: مطالعه با شبیه سازی ۱۰۸
- ۱-۱۱-۵: شبیه سازی برای مقاوم سازی ژيروسکوپ ورتیکال..... ۱۰۸
- ۲-۱۱-۵: شبیه سازی برای سیستم تعیین وضعیت تطبیقی..... ۱۱۱
- ۳-۱۱-۵: شبیه سازی برای تلفیق IMU/Altimeter/Magnetometer..... ۱۱۴
- ۴-۱۰-۵: شبیه سازی کالیبراسیون مگنتومتر..... ۱۱۸
- فصل ششم: به سمت سیستمهای ناوبری خطی ۱۲۲
- ۱-۶: تبدیلات توسط کواترنینها..... ۱۲۴
- ۲-۶: مدل دینامیکی کواترنینها..... ۱۲۶
- ۳-۶: فیلتر QKF..... ۱۲۷
- ۴-۶: تخمین کواترنینها با قید نرم آنها..... ۱۲۸
- ۵-۶: خطی سازی معادلات سرعت و موقعیت در دستگاه ناوبری..... ۱۳۱
- ۶-۶: تبدیل معادلات اندازه گیری ۱۳۴
- ۷-۶: معادلات دینامیکی توام به همراه نویز سنسورها..... ۱۳۶
- ۸-۶: مدل جذر مربع فیلتر کالمن شبه خطی..... ۱۳۷
- ۹-۶: شبیه سازی فیلتر کالمن کواترنین مقید..... ۱۳۸
- ۱۰-۶: شبیه سازی سیستم ناوبری خطی..... ۱۴۱

۱۴۶	فصل هفتم: شبیه سازی کامل سیستم ناوبری تلفیقی
۱۴۶	۱-۷: فاکتور سازی جدید برای UKF
۱۵۰	۲-۷: تشریح نرم افزار شبیه سازی
۱۵۱	۳-۷: مسیر نامی استفاده شده
۱۵۴	۴-۷: پارامترهای شبیه سازی
۱۵۶	۵-۷: شبیه سازی برای Altimeter/Magnetometer/GPS/IMU
۱۶۱	۶-۷: بررسی مقاوم بودن الگوریتم به قطع شدن اطلاعات سنسورها
۱۶۹	فصل هشتم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۱۶۹	۱-۸: خلاصه
۱۷۱	۲-۸: نتیجه گیری
۱۷۴	۳-۸: پیشنهادات و کارهای آتی
۱۷۶	مراجع
۱۹۲	ضمیمه الف : معادلات Savage
۱۹۷	ضمیمه ب: فاکتورسازیهای لازم برای UKF
۱۹۹	ضمیمه ج: تخمین میانگین و کواریانس برای ترمهای شبه خطی
۲۰۲	ضمیمه د: فاکتور سازی وزنی

فهرست جداول

جدول ۳-۱: پروسه های تصادفی	۴۶
جدول ۴-۱: الگوریتم فیلتر کالمن.....	۶۲
جدول ۴-۲: شبه الگوریتم UKF.....	۶۳
جدول ۴-۳: الگوریتم SR-UKF	۶۵
جدول ۴-۴: الگوریتم SSR-UKF	۶۹
جدول ۴-۵: شبه الگوریتم UD-UKF.....	۷۳
جدول ۴-۶: داده‌های مسئله.....	۷۸
جدول ۴-۷: میانگین جذر مربع خطای فیلتر های متفاوت.....	۸۰
جدول ۵-۱: انحراف استاندارد خطای سنسورها.....	۱۰۸
جدول ۵-۲: مشخصات استفاده شده در شبیه سازی.....	۱۱۱
جدول ۵-۳: نتایج شبیه سازی.....	۱۱۴
جدول ۵-۴: مشخصات استفاده شده در شبیه سازی IMU/Alt/Magnetometer	۱۱۴
جدول ۵-۵: مشخصات میدان مغناطیسی.....	۱۱۸
جدول ۵-۶: مشخصات مگنومتر.....	۱۱۸
جدول ۵-۷: خطای تخمین ضرایب کالیبراسیون.....	۱۲۰
جدول ۶-۱: مشخصات استفاده شده در شبیه‌سازی	۱۳۸
جدول ۷-۱ : شبه الگوریتم New-UKF	۱۵۲
جدول ۷-۲: تعریف نقاط عبور.....	۱۵۵
جدول ۷-۳: پارامترهای شبیه سازی	۱۵۸

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲: بردار دوران..... ۲۶
- شکل ۲-۲: کواترنیم منفی کواترنین، که معادل هم هستند..... ۲۷
- شکل ۳-۲: تعریف زوایای اوپلر..... ۳۰
- شکل ۴-۲: دستگاه اینرسی..... ۳۲
- شکل ۵-۲: رابطه بین دستگاه زمینی و ژئودزی..... ۳۳
- شکل ۶-۲: دستگاه زمینی و دستگاه ناوبری..... ۳۴
- شکل ۷-۲: اندازه گیری های GPS/INS..... ۳۷
- شکل ۸-۲: مولفه های میدان مغناطیسی زمین..... ۳۹
- شکل ۹-۲: Air Data Computer..... ۴۰
- شکل ۱-۳: تابع همبستگی پروسه کوس مارکف..... ۴۵
- شکل ۲-۳: رابطه بین دستگاه ناوبری واقعی ، محاسبه شده Platform..... ۴۹
- شکل ۱-۴: اصول اصلی تبدیل Unscented..... ۶۱
- شکل ۲-۴: مسیر پرواز نامی..... ۷۷
- شکل ۳-۴: میانگین خطای ضریب بالستیک..... ۷۹
- شکل ۴-۴: خطای موقعیت و سرعت محاسبه شده توسط UKF..... ۸۱
- شکل ۵-۴: خطای موقعیت و سرعت محاسبه شده توسط EKF..... ۸۱
- شکل ۶-۴: خطای ضریب بالستیک..... ۸۱
- شکل ۷-۴: انحراف استاندارد محاسبه شده توسط شبیه سازی مونت کارلو UKF..... ۸۱
- شکل ۸-۴: خطای انحراف استاندارد محاسبه شده توسط UKF و شبیه سازی مونت کارلو..... ۸۲
- شکل ۱-۵: الگوریتم ژيروسکوپ ورتیکال..... ۸۹
- شکل ۲-۵: بلوک دیاگرام الگوریتم ژيروسکوپ ورتیکال..... ۹۴

- شکل ۳-۵: خروجی مگنت به صورت تابعی از میدان مغناطیسی اعمال شده در راستای محور ورودی..... ۱۰۱
- شکل ۴-۵: دستگاه مگنت و پلات فرم..... ۱۰۲
- شکل ۵-۵: زوایای رول و پیچ واقعی..... ۱۰۹
- شکل ۶-۵: شتابهای وارده بر وسیله..... ۱۰۹
- شکل ۷-۵: خطای تخمین رول و پیچ..... ۱۰۹
- شکل ۸-۵: خطای تخمین شتابهای کل..... ۱۰۹
- شکل ۹-۵: انحراف استاندارد و خطای تخمین زوایای رول و پیچ..... ۱۱۰
- شکل ۱۰-۵: زوایای رول و پیچ واقعی..... ۱۱۰
- شکل ۱۱-۵: شتابهای وارده بر وسیله..... ۱۱۰
- شکل ۱۲-۵: خطای تخمین رول و پیچ..... ۱۱۰
- شکل ۱۳-۵: خطای تخمین شتابهای کل..... ۱۱۰
- شکل ۱۴-۵: انحراف استاندارد خطای تخمین زوایای رول و پیچ..... ۱۱۱
- شکل ۱۵-۵: شتابها - ورودی های واقعی..... ۱۱۲
- شکل ۱۶-۵: خطای تخمین زوایای اوپلر..... ۱۱۲
- شکل ۱۷-۵: مقدار واقعی و تخمین زده شده بایاسها..... ۱۱۳
- شکل ۱۸-۵: خطای تخمین ورودی ها..... ۱۱۳
- شکل ۱۹-۵: شتابها - ورودی های واقعی..... ۱۱۳
- شکل ۲۰-۵: خطای تخمین زوایای اوپلر..... ۱۱۳
- شکل ۲۱-۵: مقدار واقعی و تخمین زده شده بایاسها..... ۱۱۳
- شکل ۲۲-۵: خطای تخمین ورودیها..... ۱۱۳
- شکل ۲۳-۵: شتابهای مخصوص واقعی..... ۱۱۵
- شکل ۲۴-۵: سرعت های زاویه ای واقعی..... ۱۱۵
- شکل ۲۵-۵: بایاسهای واقعی ژيروسکوپها..... ۱۱۵
- شکل ۲۶-۵: وضعیت واقعی..... ۱۱۵

- شکل ۵-۲۷: ارتفاع و سرعت قائم..... ۱۱۶
- شکل ۵-۲۸: خطای تخمین وضعیت..... ۱۱۶
- شکل ۵-۲۹: خطای تخمین ارتفاع و سرعت قائم..... ۱۱۶
- شکل ۵-۳۰: خطای تخمین بایاس ها..... ۱۱۶
- شکل ۵-۳۱: انحراف استاندارد خطای تخمین وضعیت..... ۱۱۶
- شکل ۵-۳۲: انحراف استاندارد خطای تخمین ارتفاع و سرعت قائم..... ۱۱۶
- شکل ۵-۳۳: انحراف استاندارد خطای تخمین بایاسها..... ۱۱۷
- شکل ۵-۳۴: خطای نرمال بودن c..... ۱۱۷
- شکل ۵-۳۵: مکان هندسی داده های واقعی و خروجی های خام..... ۱۱۹
- شکل ۵-۳۶: مکان هندسی داده های ایده‌آل خروجی‌ای خام هنگام چرخش حول محورهای مختلف ۱۲۰
- شکل ۵-۳۷: خطای نرم خروجی های جبران شده..... ۱۲۱
- شکل ۶-۱: مقایسه MSE برای دو تخمین زننده بایاس دار و بدون بایاس..... ۱۲۹
- شکل ۶-۲: خروجی های ژيروسکوپ ها..... ۱۳۹
- شکل ۶-۳: خروجی های سنسور اول..... ۱۳۹
- شکل ۶-۴: خروجی های سنسور دوم..... ۱۳۹
- شکل ۶-۵: کواترینین های نامی..... ۱۳۹
- شکل ۶-۶: زاویه دوران کواترینین خطا..... ۱۴۰
- شکل ۶-۷: خطا و باند خطای q_0 ۱۴۰
- شکل ۶-۸: خطا و باند خطای q_1 ۱۴۰
- شکل ۶-۹: خطا و باند خطای q_2 ۱۴۰
- شکل ۶-۱۰: خطا و باند خطای q_3 ۱۴۱
- شکل ۶-۱۱: خطا عمود بودن کواترینین..... ۱۴۱
- شکل ۶-۱۲: خطای کواترینینها برای فیلتر QKF بدون قید..... ۱۴۱
- شکل ۶-۱۳: خطای سرعت..... ۱۴۳

- شکل ۶-۱۴: خطای موقعیت..... ۱۴۳
- شکل ۶-۱۵: خطای سرعت ۱۴۳
- شکل ۶-۱۶: خطای موقعیت..... ۱۴۳
- شکل ۶-۱۷: خطای سرعت..... ۱۴۴
- شکل ۶-۱۸: خطای موقعیت..... ۱۴۴
- شکل ۶-۱۹: خطای سرعت..... ۱۴۴
- شکل ۶-۲۰: خطای موقعیت..... ۱۴۴
- شکل ۶-۲۱: خطای سرعت..... ۱۴۵
- شکل ۶-۲۲: خطای موقعیت..... ۱۴۵
- شکل ۷-۱: بلوک دیاگرام شبیه ساز مسیر..... ۱۵۰
- شکل ۷-۲: مسیر فرمان و مسیر واقعی (طول و عرض جغرافیایی)..... ۱۵۱
- شکل ۷-۳: خطای کنترلی طول و عرض جغرافیایی..... ۱۵۱
- شکل ۷-۴: ارتفاع فرمان و ارتفاع واقعی..... ۱۵۲
- شکل ۷-۵: خطای کنترلی ارتفاع..... ۱۵۲
- شکل ۷-۶: سرعت در جهت شمال، شرق پایین..... ۱۵۲
- شکل ۷-۷: زوایای رول و پیچ و سمت..... ۱۵۲
- شکل ۷-۸: سرعتهای زاویه ای موشک نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی..... ۱۵۳
- شکل ۷-۹: شتابهای مخصوص در دستگاه بدنی..... ۱۵۳
- شکل ۷-۱۰: سرعت باد در جهت شمال، شرق و پایین..... ۱۵۳
- شکل ۷-۱۱: سرعت فرمان در جهت شمال ، شرق و پایین..... ۱۵۳
- شکل ۷-۱۲: بایاس واقعی شتاب سنج ها..... ۱۵۴
- شکل ۷-۱۳: سرعت فرمان در جهت شمال، شرق و پایین..... ۱۵۴
- شکل ۷-۱۴: خطای رول پیچ برای UKF..... ۱۵۶
- شکل ۷-۱۵: خطای رول و پیچ برای NEW- UKF..... ۱۵۶

- شکل ۷-۱۶: خطای سمت برای UKF..... ۱۵۷
- شکل ۷-۱۷: خطای سمت برای NEW- UKF..... ۱۵۷
- شکل ۷-۱۸: خطای سرعت ها در دستگاه ناوبری برای UKF..... ۱۵۷
- شکل ۷-۱۹: خطای سرعت ها در دستگاه ناوبری برای NEW- UKF..... ۱۵۷
- شکل ۷-۲۰: خطای طول و عرض جغرافیایی برای UKF..... ۱۵۸
- شکل ۷-۲۱: خطای طول و عرض جغرافیایی برای NEW- UKF..... ۱۵۸
- شکل ۷-۲۲: خطای ارتفاع برای UKF..... ۱۵۸
- شکل ۷-۲۳: خطای ارتفاع برای NEW- UKF..... ۱۵۸
- شکل ۷-۲۴: خطای تخمین بایاس شتاب سنجها برای UKF..... ۱۵۹
- شکل ۷-۲۵: خطای تخمین بایاس شتاب سنج ها برای NEW- UKF..... ۱۵۹
- شکل ۷-۲۶: خطای تخمین بایاس شتاب سنج ها برای UKF..... ۱۵۹
- شکل ۷-۲۷: خطای تخمین بایاس شتاب سنج ها برای NEW- UKF..... ۱۵۹
- شکل ۷-۲۸: انحراف استاندارد خطای تخمین رول پیچ فیلتر UKF..... ۱۶۰
- شکل ۷-۲۹: انحراف استاندارد خطای تخمین سمت فیلتر UKF..... ۱۶۰
- شکل ۷-۳۰: انحراف استاندارد خطای سرعت در راستای شمال، شرق قائم توسط فیلتر UKF..... ۱۶۰
- شکل ۷-۳۱: انحراف استاندارد خطای طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع فیلتر UKF..... ۱۶۰
- شکل ۷-۳۲: انحراف استاندارد خطای بایاس شتاب سنج ها توسط فیلتر UKF..... ۱۶۱
- شکل ۷-۳۳: انحراف استاندارد خطای بایاس ژيروسکوپها توسط فیلتر UKF..... ۱۶۱
- شکل ۷-۳۴: زمان های قطع و وصل بودن سیستمهای کمک ناوبری..... ۱۶۲
- شکل ۷-۳۵: خطای رول و پیچ برای UKF..... ۱۶۲
- شکل ۷-۳۶: خطای رول و پیچ برای NEW- UKF..... ۱۶۲
- شکل ۷-۳۷: خطای سمت برای UKF..... ۱۶۳
- شکل ۷-۳۸: خطای سمت برای NEW- UKF..... ۱۶۳
- شکل ۷-۳۹: خطای سرعت ها در دستگاه ناوبری برای UKF..... ۱۶۳

- شکل ۷-۴۰: خطای سرعتها در دستگاه ناوبری برای NEW- UKF ۱۶۳
- شکل ۷-۴۱: خطای طول و عرض جغرافیایی برای UKF ۱۶۴
- شکل ۷-۴۲: خطای طول و عرض جغرافیایی برای NEW- UKF ۱۶۴
- شکل ۷-۴۳: خطای ارتفاع برای UKF ۱۶۴
- شکل ۷-۴۴: خطای ارتفاع برای NEW- UKF ۱۶۴
- شکل ۷-۴۵: خطای تخمین بایاس شتاب سنج ها برای UKF ۱۶۵
- شکل ۷-۴۶: خطای تخمین بایاس شتاب سنج ها برای NEW- UKF ۱۶۵
- شکل ۷-۴۷: انحراف استاندارد خطای تخمین رول و پیچ فیلتر UKF ۱۶۵
- شکل ۷-۴۸: انحراف استاندارد خطای تخمین سمت فیلتر UKF ۱۶۵
- شکل ۷-۴۹: انحراف استاندارد و خطای سرعت در راستای شمال، شرق قائم توسط فیلتر UKF ۱۶۶
- شکل ۷-۵۰: انحراف استاندارد خطای طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع فیلتر UKF ۱۶۶
- شکل ۷-۵۱: انحراف استاندارد خطای بایاس شتاب سنج ها توسط فیلتر UKF ۱۶۶
- شکل ۷-۵۲: انحراف استاندارد خطای بایاس ژيروسکوپها توسط فیلتر UKF ۱۶۶
- شکل ۷-۵۳: نقاط سیگما برای وضعیت ۱۶۷
- شکل ۷-۵۴: نقاط سیگما برای سرعت ۱۶۷
- شکل ۷-۵۵: نقاط سیگما برای موقعیت ۱۶۷
- شکل ۷-۵۶: نقاط سیگما برای شتاب سنج ها ۱۶۷
- شکل ۷-۵۷: نقاط سیگما برای بایاس ژيروسکوپها ۱۶۸

فصل اول

مقدمه و تاریخچه

کار مهم و عام المنفعه نتیجه افکار افراد روشنفکر است.

"گوستاو لوبون"

۱: مقدمه

سیستم ناوبری اینرسی سیستمی است که با استفاده از خروجیهای IMU¹ (واحد اندازه‌گیری اینرسی) قادر است اطلاعات ناوبری از قبیل موقعیت، سرعت و موقعیت زاویه ای وسیله پرنده را نسبت به یک دستگاه مبنی تولید کند. حسن اصلی این سیستم پنهان ماندن آن از دید دشمن به خاطر عدم تبادل اطلاعات با دنیای خارج خود می‌باشد. این سیستم قادر است با استفاده از خروجی سنسورهای اینرسی همه پارامترهای ناوبری را تولید کند. ایراد اصلی این سیستم افزایش خطای آن با گذشت زمان به دلیل وجود خطا در سنسورهای اینرسی می‌باشد. در این سیستم برای کاهش خطای ناوبری مجبور به استفاده از سنسورهای اینرسی گران قیمت بوده که هزینه سیستم را به شدت افزایش می‌دهد. به همین دلیل در دو دهه اخیر گرایش به سمت سیستمهای ناوبری تلفیقی ارزان قیمت به شدت افزایش یافته است. این سیستمها با استفاده از یک سیستم ناوبری ارزان قیمت و چند سیستم ناوبری کمکی و یک الگوریتم محاسباتی بسیار پیشرفته کار می‌کنند. الگوریتم تلفیق باعث می‌شود که خطای ناوبری از خطای تک

¹ Inertial Measurement Unit

سیستمها کاهش یابد. از جمله سیستمهای کمک ناوبری می توان به ارتفاع سنج^۱، مگنتومتر^۲ DME^۳، LORAN^۴، GPS^۵ و سیستمهای دیگر اشاره نمود.

یکی از مهمترین تکنیکهای تلفیق اطلاعات، استفاده از الگوریتم فیلتر کالمن می باشد. فیلتر کالمن به عنوان یک ابزار مناسب برای تلفیق اطلاعات و تخمین حالت های سیستم به مدت چهار دهه به عنوان مهمترین فیلتر، استفاده شده است. این فیلتر برای سیستمهای دینامیکی خطی و اندازه گیری های خطی و زمانی که نویزهای پروسه و اندازه گیری و شرایط اولیه سیستم داری توزیع گوسی باشند، به عنوان یک تخمین زننده بهینه شهرت جهانی دارد. با اینکه برای اعمال فیلتر کالمن برای سیستمهای غیر خطی می توان از فیلترهای خطی سازی شده و فیلتر کالمن توسعه داده شده استفاده نمود، ولی در این حالت از کارائی فیلتر کاسته شده و در نتیجه حالتها احتمالاً بایاس دار و یا با کواریانس بیشتری تخمین زده خواهند شد. همچنین، نبود اطلاعات کافی درباره ورودی های غیر تصادفی و نویز اندازه گیری در بعضی از سیستمها، باعث انحراف فیلتر از حالت بهینه خواهد شد.

با توجه به اینکه معادلات ناوبری در دستگاه جغرافیائی (حتی در دستگاههای دیگر) به شدت غیر خطی و زمان پیوسته می باشند، اولین مسئله در ارتباط با این معادلات، گسسته سازی آنها با حداقل خطای گسسته سازی و حتی الامکان با محاسبات کم می باشد. روش رانگ کوتا مرتبه چهارم و الگوریتمهای مختلف مانند الگوریتم Savage, Miller, Gilmore و ... به وفور در سیستمهای ناوبری تلفیقی استفاده می شوند. از این دیدگاه بدست آوردن یک سری معادلات ناوبری به صورت زمان گسسته و با کمترین خطا به شدت مورد توجه می باشد.

می دانیم روش بیز^۶، یک تخمین زننده حداقل واریانس با استفاده از توابع دانسیته احتمال شرطی می باشد که تخمینهای با حداقل واریانس خطای تخمین ارائه می کند. این تخمین زننده در حالت گوسی و خطی به همان فیلتر کالمن منتهی می شود. متأسفانه باید گفت که تخمین زننده بیز در حالت کلی برای سیستمهای غیر خطی و غیر گوسی حل تحلیلی نداشته و باید به روشهای عددی و یا تقریبی حل گردد. در اصل می توان از این دیدگاه مسئله فیلترینگ را به مسئله تخمین میانگین و واریانس تبدیلات خطی تبدیل نمود. تلاشهای زیادی در این زمینه صورت گرفته است که حضور فیلترهای جمع گوسی^۷ و UKF^۸ و ذره ای^۹ (مونت کارلو) از آن جمله می باشند. همچنین روشهایی برای تخمین مشخصات نویز و پارامترهای نامعلوم و ورودیهای نامعلوم وجود دارند که فیلترهای تطبیقی سعی در تخمین این مشخصات دارند.

¹ Altimeter

² Magnetometer

³ Distance Measurement Equipment

⁴ Long Range Navigation

⁵ Global Positioning System

⁶ Bayes

⁷ Sum Gaussian Filter

⁸ Unscented Kalman Filter

⁹ Particle Filter

در یک سیستم ناوبری معمولاً مشخصات نويز سنسورهای اینرسی با استفاده از تستهای فراوان و در پروسه تست و کالیبراسیون و جبران سازی خطاهای IMU قابل اندازه گیری و معلوم می‌باشند. در نتیجه در اکثر سیستمهای ناوبری تلفیقی پروسه اغتشاشات سیستم معلوم می‌باشد. همین خطاهای اندازه گیری سیستمهای کمک ناوبری نیز عموماً معلوم بوده و می‌توان خطاهای تصادفی آنها را با استفاده از تستهای زمینی مطالعه نمود. در بعضی از سیستمهای تعیین وضعیت به تخمین شتابهای اضافه بر پرواز کروز نیاز می‌باشد که از این دیدگاه نیز توسعه فیلترهایی که بتوانند ورودیهای نامعلوم را تخمین بزنند و یا در مقابل این ورودیها مقاوم باشند در این پروژه مطرح می‌باشند.

همچنین وجود ناپایداری عددی در فیلترهای استفاده شده در سیستمهای مختلف و نیاز به فیلترهایی با فاکتورسازیهای ماتریس کواریانس خطا برای داشتن پایداری عددی و دقتهای محاسباتی بالا باعث گرایش به سمت این فیلترها گردیده است.

نهایتاً با توجه به روند ۵۰ ساله توسعه فیلترهای غیر خطی و افق باز موجود در این زمینه هنوز هم تلاشها برای توسعه فیلترهای غیرخطی و غیر گوسی وجود دارد و انتظار می‌رود این روند هرگز تکمیل نشده و توسعه پیدا کند. این فیلترها هر کدام در نوع خود دارای مشکلاتی هستند که مهم‌ترین آنها عدم تضمین پایداری در آنها، وجود ناپایداریهای عددی، بحثهای واگرایی فیلترها، محاسبات زیاد لازم برای بعضی از فیلترها، ضعف استفاده طولانی مدت از بعضی فیلترها و ... باعث گرایش به سمت فیلترهای خطی گردیده است. زیرا فیلترهای خطی حالت بهینگی خود را حفظ نموده و از هر حیث می‌توان به آنها اطمینان نمود. به همین دلیل سعی گردیده معادلات وضعیت نسبت به افق^۱، برای زوایای رول و پیچ با استفاده از المانهای ماتریس دوران برای ژيروسکوپهای عمودی^۲، به معادلات خطی تبدیل گردد. همین روال برای سیستمهای تعیین وضعیت با دو بردار ادامه پیدا کرده و با استفاده از کواترنینها^۳، معادلات وضعیت^۴، خطی گردیده‌اند. استفاده از تبدیلات خاص معادلات اندازه گیری در کواترنینها را نیز خطی نموده و در نتیجه معادلات سیستم و اندازه گیری به طور کامل خطی گردیده اند که با احتساب نويز اندازه گیری این سیستمها به شکل شبه خطی^۵، تبدیل شده‌اند. توسعه فیلتر غیرخطی و بهینه برای پشتیبانی این نوع غیر خطی تحت عنوان فیلتر کالمن کواترنین^۶، جوابگوی تمامی سیستمهایی از این قبیل بوده است. مشکل عمده ای که در این گرایش وجود دارد قیدهایی است که برای المانهای ماتریس دوران و کواترنینها وجود دارد. زیرا نرم کواترنینها و نرم المانهای یک سطر از ماتریس دوران برابر با واحد بوده که خود باعث تکین^۷ شدن ماتریس کواریانس خطا می‌شود. این قید بر روی حالتیهای سیستم گاهی باعث ناپایداری فیلتر

¹ Attitude

² Vertical Gyroscope

³ Quaternion

⁴ Orientation

⁵ Pseudo Linear

⁶ Quaternion Kalman Filter

⁷ Singular

می‌شود. در این رساله فیلتری برای اعمال قید در فیلتر کالمن کواترنین طراحی گردیده که این مشکل را رفع می‌کند. در این حالت تخمینها بدون بایاس بوده و با واریانس بیشتری تخمینها ارائه می‌گردد. نهایتاً با ایده گرفتن از نگاشتهای لازم برای خطی نمودن معادلات سیستم و یا اندازه گیری، سیستمهایی با معادلات خطی برای اکثر سیستمها وجود دارد. پیچیدگی خاص این تبدیلات و ابتکارهای لازم در این زمینه باعث متوقف شدن این اصل گردیده است و مجبور هستیم در هر مسئله فیلترینگ دنبال نگاشتهای لازم باشیم. در این رساله نگاشتهایی نیز برای خطی نمودن کامل معادلات ناوبری ارائه گردیده است که در دستگاه زمینی¹ می‌باشند و می‌توانند افق جدیدی را در پیش روی سیستمهای ناوبری اینرسی و تلفیقی قرار دهند. وجود معادلات شبه خطی و فیلترخطی شبه خطی² برای این سیستمها امیدی به آینده می‌باشد که می‌تواند دریچه‌ای به سوی حتی سیستمهای ناوبری اینرسی با مدت کارکرد طولانی باشد که مشکل عمده کشور ماست. از این ایده برای کالیبراسیون مگنتومتر³ نیز استفاده شده است. کالیبراسیون مگنتها به دلیل اغتشاشات بیش از حد در محیطهای آهنی یکی از مشکلات استفاده از آنها می‌باشد. به این دلیل استفاده از روشهای کالیبراسیون مستقل از وضعیت⁴ امروزه بسیار مورد توجه می‌باشند. زیرا این روشها با چرخش تصادفی مگنتومتر در فضا و جمع آوری اطلاعات آن می‌توانند مگنتومتر را کالیبره کنند. در مقابل روشهای سنتی نیاز به چرخش وسیله پرنده در سمتهای⁵ معلوم بود که کار طاقت فرسا و با هزینه های کلان بود. توسعه الگوریتمها در این زمینه نیز باعث راحتی کالیبراسیون قبل از پرواز و حتی حین پرواز وسایل پرنده شده است که در این رساله در توسعه این الگوریتمها برای تخمین زوایای انحراف نیز کوشیده شده است. در اینجا سعی گردیده تا مروری بر کارهای انجام شده در زمینه فیلترینگ، ناوبری اینرسی و تلفیقی و تعیین وضعیت پرداخته شود.

۱-۱: تاریخچه

در این فصل به صورت خلاصه به چهار موضوع پرداخته شده است.

الف: فیلترهای بهینه خطی و غیرخطی و تطبیقی

ب: سیستمهای ناوبری اینرسی

ج: سیستمهای ناوبری تلفیقی

د: سیستمهای تعیین وضعیت

در ذیل به تاریخچه هر چهار موضوع پرداخته می‌شود.

¹ Earth Frame

² Pseudo Linear Kalman Filter

³ Magnetometer

⁴ Attitude Independent Calibration

⁵ Heading

۲-۱: تاریخچه فیلترینگ

تاریخچه توسعه روشهای پردازش اطلاعات تصادفی به سال ۱۸۰۰ میلادی برمی‌گردد، زمانی که گوس روش کمترین مربعات غیر تصادفی، را اختراع نموده و آن را برای حل مسئله تعیین پارامترهای مداری با استفاده از یک سری اندازه گیریهای خطادار بکار برد^[۱]. مطالعه بعدی بر روی تئوری تخمین با صد سال تاخیر، به زمانی که فیشر در سال ۱۹۱۰ بر روی توابع دانسیته احتمال کار می‌کرد برمی‌گردد. وی روش حداکثر شانس^۱ را ارائه نمود، که تا بحال نیز کاربرد داشته است^[۲]. در سال ۱۹۴۰ وینر^۲ الگوریتمی برای طراحی فیلتر بهینه در فضای فرکانس برای جداسازی سیگنال از نویز، ارائه نمود^[۳ و ۴]. این تکنیک بر اساس تابع طیف توان سیگنال و نویز بنا نهاده شده و برای سیستمهای تصادفی پایا می‌توانست در حالت پایا تخمین بهینه را ارائه دهد. همزمان با وینر کولموگوروف^۳ روسی روی مسائل تخمین زمان گسسته کار کرد^[۵]. در ۲۰ ساله بعد، کار وینر برای استفاده در سیستمهای چند ورودی چند خروجی و همچنین برای حالت تصادفی ناپایا توسعه داده شد^[۶ و ۷]. در دهه ۵۰ در تئوری سیستمهای کنترل تحول عظیمی صورت گرفت و آن زمانی بود که جان راگازینی^۴ در سال ۱۹۵۳ بر روی سیستمهای نمونه برداری داده کار می‌کرد^[۱۰]. بواسطه همین تحولات در علم کنترل در سال ۱۹۵۴ مفهوم کنترل پذیری توسط کالمن کشف شد^[۱۰].

۱-۲-۱: اختراع فیلتر کالمن

در سال ۱۹۶۰ کالمن تحولی را در علم تخمین انجام داد، ایده اصلی آن اعمال مسئله فیلترینگ وینر در فضای حالت بود. او یک الگوریتم محاسباتی بازگشتی را برای انجام تخمین بهینه از روی مشاهدات نویزی ارائه داد^[۸ و ۹]. بعداً کالمن به واسطه این کار خود لایق دریافت جایزه نوبل شناخته شد. کار کالمن ایده‌ال برای پیاده سازی بوسیله کامپیوترهای دیجیتال امروزی می‌باشد. به راحتی می‌توان ادعا نمود که کار کالمن پایه و اساس تلفیق اطلاعات در سیستمهای مدرن چند سنسوره تا به حال بوده است. در اینجا جالب است یک مقایسه‌ای از کارهای مدرن امروزی و کار گوس انجام دهیم. در کار گوس دینامیک سیستم کاملاً معلوم بوده ولی در کارهای مدرن دینامیک سیستم نیز دارای ورودی تصادفی نیز می‌باشد، او به عدم دقت مشاهدات که همان نویزهای اندازه‌گیری است، اشاره می‌کند و به ترکیب مناسب^۵ از مشاهدات که همان بهره بهینه می‌باشد و همچنین به تعداد مشاهدات لازم برای بدست آوردن پارامتر نامعلوم که در دیدگاه امروزی همان بحث مشاهده پذیری سیستم می‌باشد. در حقیقت می‌توان گفت که فیلتر کالمن همان حل بازگشتی^۶ از مسئله کمترین مربعات گوس می‌باشد^[۱۱].

¹ Maximum Likelihood

² Wiener

³ Kolmogorov

⁴ John R. Ragazzini

⁵ Suitable Combination

⁶ Recursive Solution

بعد از اختراع کالمن فیلتر، کالمن در پاییز ۱۹۶۰ ملاقاتی را با استنلی اشمیت^۱ در مرکز تحقیقات NACA انجام داد. کالمن نتایج جدید خود را به اشمیت ارائه نموده و او قابلیت این فیلتر را برای به کار گیری در پروژه آپولو " مسئله تخمین مسیر پرواز و کنترل پروژه آپولو برای بردن سرنشین به کره ماه و برگرداندن آن به زمین" را فهمید. اشمیت برای اولین بار به پیاده سازی آن پرداخت و چیزی پیدا نمود که امروزه به فیلتر کالمن توسعه یافته^۲ مشهور می‌باشد. در اصل EKF کاربرد فیلتر کالمن برای سیستمهای غیرخطی می‌باشد. پس از آن اشمیت در سال ۱۹۶۱ یافته‌های خود را برای ریچارد بتین^۳ در آزمایشگاه اجزاء دقیق دراپر^۴ توضیح داد. بتین معمولاً از فضای حالت برای طراحی و پیاده سازی سیستمهای هدایت ستاره‌ای^۵ استفاده می‌نمود، و به زودی این سیستم در این آزمایشگاه طراحی و ساخته شد. در اواسط ۱۹۶۰ بعد از ملاقات کالمن با اشمیت، فیلتر کالمن بخشی از سیستم ناوبری Northup-built برای هواپیمای ترابری C5A که در کمپانی هواپیمائی لاکهید^۶ طراحی می‌شد، تبدیل شد. اینجا نیز فیلتر کالمن مسئله تلفیق اطلاعات رادار با سنسورهای اینرسی را حل نمود [۱۰]. در همین زمان در سال ۱۹۶۱ فیلتر کالمن زمان پیوسته توسط کالمن و بوکی^۷ منتشر شد [۹]. این فیلتر شبیه فیلتر گسسته بوده و برای سیستمهای پیوسته کاربرد داشت.

۱-۲-۲: فیلتر جذر مربع^۸

با پیاده سازی فیلتر کالمن برای سیستمهای مختلف، این فیلتر ضعفهای عددی را در مقابل خطاهای گرد کردن^۹ از خود نشان داد. به طوری که در کواریانس خطای موجود در معادله ریکاتی، رفته رفته حالت تقارن خود را از دست داده و فیلتر واگرا می‌شد. در سال ۱۹۶۳ یک فرمول بندی دوباره برای معادله ریکاتی بوسیله پاتر و استرن^{۱۰} ارائه شد که بر اساس جذر ماتریس کواریانس خطا بود [۱۲]. این روش تحت عنوان روش جذر مربع به صورت موفقیت آمیز روی ناوبری آپولو پیاده سازی شد. ایده آنها بر اساس فاکتور سازی ماتریس کواریانس خطا به صورت فاکتورهای چولوسکی^{۱۱} بود که در آن به جای به روز رساندن ماتریس P (کواریانس خطای تخمین) ماتریس C (جذر ماتریس P) به روز رسانده می‌شد. روش فوق برای اندازه‌گیری برداری توسط یکی از نویسندگان فوق در سال ۱۹۶۸ توسعه داده شد [۱۳].

¹ Stanley F. Schmidt

² Extended Kalman Filter (EKF)

³ Richard H. Battin

⁴ Charles Stark Draper Laboratory

⁵ Astronautically Guidance System

⁶ Lockheed

⁷ Bucy

⁸ Square-Root Filter

⁹ Round off Errors

¹⁰ Potter و Stern

¹¹ Cholesky Factors

ولی یک روش کارا تر توسط Bennet در سال ۱۹۶۷ منتشر شد. این روش از فاکتور سازی بالا مثلثی چولوسکی^۱ استفاده می نمود [۱۴].

۳-۲-۱: فیلترهای جذر مربع و UD

یک توسعه سریع نیز در الگوریتمهای فیلترینگ، پیرو کار انجام شده در NASA/JPL (آزمایشگاه جلو برنده های جت در انیستتوی کالیفرنیا) بعد از ۱۹۶۰ توسط دیر و مک رینولز^۲ [15]، در سال ۱۹۷۰ روشهای سریع چولوسکی انجام گرفت. گسترش روشهای جذر مربع و فیلتر اطلاعات^۳ توسط پایان نامه دکتری در دانشگاه استنفورد توسط کامینسکی در سال ۱۹۷۱ انجام گرفت. اولین الگوریتمهای فاکتور سازی بالا مثلثی ناشی از گزارش Agee و Tutner در سال ۱۹۷۲ بود [۱۷]. این الگوریتم دارای محاسبات سخت مانند کالمن فیلتر داشت ولی دارای پایداری عددی خوبی بود. روش مثلث سازی^۴ توسط کارسون^۵ در سال ۱۹۷۳ [۱۸] منتشر شد، بعداً روش "جذر مربع سریع"^۶ توسط بیرمن^۷ در ۱۹۷۴ دنبال شد [۱۹]. پیوستن روشهای بالا توسط، تورنتن^۸ در دانشگاه کالیفرنیا در پایان نامه دکتری انجام گرفت [۲۰]. پیچیدگیهای محاسباتی برای فیلترهای جذر مربع برای سیستمهای متغیر با زمان، توسط مورف و کیلات^۹ و در سال ۱۹۷۵ ساده شد [۲۱]. معماری پردازش موازی^{۱۰} مخصوص برای حل سریع فیلتر جذر مربع بوسیله جاور و کیلات^{۱۱} در سال ۱۹۸۶ ارائه شد [۲۲]. در دهه بعد روشهای بسیار ساده تر برای پیاده سازی فیلتر جذر مربع برای پیاده سازی کشف کیلات ارائه گردید [۲۳].

۴-۲-۱: روشهای فاکتور سازی

فیلتر جذر مربع برای پیاده سازی فیلتر به جای به روز رسانی ماتریس کواریانس خطای P ، از ماتریس جذر آن یعنی از ماتریس S که در آن $P = SS^T$ می باشد استفاده می کند. در این فیلترها ماتریس کواریانس به صورت $P = QR$ فاکتور سازی می شود که در آن Q یک ماتریس متعامد^{۱۲} بوده و R یک ماتریس بالا مثلثی می باشد، نوشته می شود. تبدیل متعامد باعث بوجود آمدن خواص عددی خوبی در فیلتر می شود. این تبدیل به مثلث سازی^{۱۳} یک ماتریس معروف می باشد. روشهای مثلث سازی، گیونز^{۱۴}

¹ Triangular Cholesky Factors

² Dyer و McReynolds

³ Information Filter

⁴ Fast Triangularization

⁵ Carlson

⁶ Square-Root-free

⁷ Bierman

⁸ Thornton

⁹ Morf Kailath

¹⁰ Paralel Processing Architecture

¹¹ Jover و Kailath

¹² Orthogonal Morf و

¹³ Triangularization

¹⁴ Givens

[۲۴] و هاوسهولدینگ^۱ [۲۵] برای دست یابی به الگوریتمهای مقاومتر در مقابل خطاهای گرد کردن توسط جنتمن^۲ [۲۶] در فیلتر کالمن به کار گرفته شدند.

۱-۲-۵: حل معادلات دیفرانسیل تصادفی

این مسئله معمولاً در دینامیک آماری^۳ بررسی می‌شود. پس انتشار^۴ دانسیته احتمال حالت‌های سیستم دینامیکی غیرخطی، بوسیله معادله دیفرانسیل پاره‌ای غیر خطی که معادله فوکر - پلانک^۵ خوانده می‌شود، انجام می‌گیرد. این معادله توسط اینستین^۶ [۲۷] و فوکر^۷ [۲۸] و پلانک^۸ [۲۹] و کولموگروف [۳۰] و استرونویچ^۹ [۳۱] و میرلی و باراس^{۱۰} [۳۲] و دیگران بررسی شده است. استرونویچ تاثیر دانسیته، احتمال اطلاعات مشاهده شده از اندازه گیریهای نویزی را در دینامیک سیستم مدل سازی نموده و آن را حالت دهی^{۱۱} نامید. معادله دیفرانسیلی پاره‌ای که شامل این تاثیرات بود را نیز معادله حالت دهی فوکر و پلانک^{۱۲} نامید. این مسئله که توسط کوشنر^{۱۳} [۳۳] و بوکی [۳۴] و دیگران با استفاده از حساب تصادفی توسط Kiyosi Ito که ریاضیات ایتو^{۱۴} نامیده می‌شود، بررسی شد [۱۰]. آن یک حساب غیر ریمنی می‌باشد که برای سیستمهای تصادفی با نویز با پهنای باند بینهایت توسعه داده شده است [۱۰]. در اینجا تابع دانسیته احتمال حالت‌های سیستم توسط یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای در طول زمان انتشار می‌یابد. با توجه به محاسبات پیچیده این الگوریتم هنوز از آن در فیلتر کالمن استفاده نشده است [۱۰].

۱-۲-۶: استفاده از ممانهای مرتبه بالا

استفاده از ممانهای آماری مرتبه بالاتر برای توابع غیر خطی (آن سوی ترمهای خطی به کار برده شده در فیلتر کالمن توسعه یافته) توسط افرادی چون استراتنویچ [۳۱] و کوشنر [۳۳] و بوکی [۳۴] و باس [۳۵] برای ترمهای غیر خطی مرتبه دوم و توسط وایبرگ و کامپبل^{۱۵} [۳۶] برای ترمهای مرتبه سوم، کار شد. در این کارها توابع غیر خطی مربوط به سیستم دینامیکی و اندازه گیری بوسیله ترمهای دیگر بسط تیلور مدل سازی شده و سپس ممانهای آماری حساب شده اند. دقت این فیلترها از EKF زیادتر می‌باشد.

¹ Householder

² Gentleman

³ Statistical Dynamics

⁴ Propagate

⁵ Fokker-Planck

⁶ Einstein

⁷ Fokker

⁸ Planck

⁹ Stratonovich

¹⁰ Baras و Mirelli

¹¹ Conditioning

¹² Conditioning Fokker-Planck

¹³ Kushner

¹⁴ Ito Calculus

¹⁵ Wiberg and Campbell

۷-۲-۱: فیلترهای تطبیقی

در بعضی از سیستمهای دینامیکی پارامترهای سیستم به صورت کامل در دست نبوده و نمی‌توان به راحتی مسئله فیلترینگ را حل نمود. به همین دلیل باید پارامترهای سیستم و حالتها به صورت توام تخمین زده شوند. برای حل توام دو مسئله شناسائی سیستم دینامیکی و تخمین حالتها سیستم می‌توان به مراجع زیر رجوع نمود [۳۷-۵۴]. تعدادی از این روشها، مدل سازی پارامترهای سیستم را به صورت دینامیکی و سپس استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته را پیشنهاد می‌کنند. با وجود همه اینها، این روشها به اطلاعات اولیه موجود از پارامترها نیز نیازمند می‌باشند.

چون در اکثر سیستمهای ناوبری تلفیقی دینامیک سیستم در دست می‌باشد، این مسائل بیشتر عدم اطمینان بر روی ماتریسهای کواریانس نویز اندازه گیری سیستم R و ماتریس کواریانس اغتشاشات موجود در دینامیک سیستم Q می‌باشد. در این رساله بیشتر توجه خود را به این سیستمها معطوف خواهیم نمود. در سال ۱۹۶۶ و ۱۹۶۷، هفس^۱ [۵۵] و نیشیمورا^۲ [۵۶] تاثیر خطاهای ماتریسهای Q و R را بر روی پاسخ فیلتر مطالعه نمودند. در این سالها تعدادی از محققین روی شناسائی On-Line ماتریسهای Q و R کار می‌کردند [۵۷ و ۵۸]. در بسیاری از این الگوریتمها شناسائی R به راحتی انجام می‌شد ولی شناسائی Q به سختی انجام می‌گرفت. برای اولین بار کایلات^۳ [۵۹] در سال ۱۹۶۸ برای چک کردن کارکرد فیلتر به صورت بهینه از پروسه اینویشن^۴ استفاده نمود. اگر فیلتر Suboptimal باشد، تابع هم بستگی پروسه Innovation برای تخمین بدون بایاس ماتریسهای Q و R را استفاده نمود. در این روش باید تعداد المانهای نامعلوم Q کمتر از $n \times r$ می‌شد که در آن n تعداد حالتها سیستم و r تعداد اندازه گیریها بود. مهمترین اشخاصی که در این زمینه کار کردند، می‌توان به Mehra [۴۹ - ۴۷ و ۵۴] در سالهای ۱۹۷۰ و ۱۹۷۱ اشاره نمود که ضمن مرور کارهای انجام شده فیلترهای تطبیقی را به چهار بخش، دسته بندی نمود، که عبارتند از: روش

- بیسین^۵،

- ماکزیمم لایکلی هود^۶،

- کورلیشن^۷

- مچینگ کواریانس^۸ [۶۰].

روشهای Bayesian, Maximum Likelihood, دارای محاسبات زیادی می‌باشند و همچنین فرض می‌کنند که مشخصات نویز ثابت می‌باشد [۶۰]. در روش بیز معمولاً بردار پارامتر به چندین پارامتر

¹ Heffes

² Nishimura

³ Kailath

⁴ Innovation

⁵ Bayesian

⁶ Maximum Likelihood

⁷ Correlation

⁸ Covariance Matching

مجهول با احتمالهای مختلف شکسته می‌شود. بعد تخمین بوسیله فیلتر دوباره پارامترهای تخمین زده شده با احتمالات متفاوت جمع می‌شوند. به این روش الگوریتم ترکیب مدل فیلترینگ^۱ [۶۹-۶۱] نیز گفته می‌شود. در این روش حداکثر شانس یک تابع لایکهود تعریف شده و مقداری از مجهول پیدا می‌شود که این تابع را حداکثر می‌کند [۷۶-۷۱]. در روش همبستگی ایده اصلی بدست آوردن معادلاتی است که پارامترهای سیستم را به تابع همبستگی مشاهدات مربوط سازد و سپس حل این معادلات برای پارامترها مجهول می‌باشد [۷۷ و ۷۸ و ۶۸ و ۴۷ و ۴۸]. در این روش نیز مقدار کواریانس رسیجوال^۲ و مقدار تئوریک آن با هم مقایسه شده و برای تنظیم نمودن دقیق ماتریسهای Q, R استفاده می‌شود [۴۹ و ۸۱-۷۹]. جدیداً به علت مدل سازی خوب شبکه‌های عصبی و سیستمهای فازی از پروسه های غیر خطی از این تکنیکها نیز برای تنظیم نمودن ماتریسهای Q, R نیز استفاده می‌شود. اکثر این روشها مبتنی بر روش کواریانس مچینگ Covariance Matching می‌باشند [۸۶-۸۲]. همچنین برای سیستمهای غیر خطی نیز با استفاده از مدل های فازی خطی محلی می‌توان از فیلترهای محلی خطی بهینه استفاده نمود [۸۷]. در سال ۲۰۰۳ کانوی^۳ [۸۸] دو نوع الگوریتم را برای فیلترهای تطبیقی ارائه داد. الگوریتم اولی حافظه پاک شونده نامیده می‌شود^۴ و در روش دوم مولفه‌های ماتریس کواریانس، تخمین زده می‌شود. این فیلتر، نسبت به حالتی که کواریانس نویزها اضافه فرض شده باشند، عملکرد بهتری از خود نشان می‌داد. در سال ۲۰۰۴ لی^۵ روش مربوط به میک^۶ را توسعه داد و آن را برای فیلتر کالمن غیر متمرکز^۷ Filter به کار برد [۲۸۵].

۸-۲-۱: روش MKF یا فیلتر کالمن مخلوط^۸

بعد از اختراع فیلتر کالمن در سال ۱۹۶۰ تلاشهای زیادی برای اعمال این فیلتر برای سیستمهای غیرخطی و غیر گوسی انجام گرفت. از جمله این کارها EKF، فیلترهای جمع گوسی^۹ [۸۸ و ۸۹ و ۹۰] و فیلتر کالمن توسعه یافته تکراری^{۱۰} [۸۹] می‌باشند. در MKF^{۱۱} از یک مدل فضای حالت خاص به نام مدل خطی دینامیکی شرطی^{۱۲} [۹۱ و ۹۲] استفاده می‌شود که دارای کاربرد فراوانی است. برای دیدن مثال می‌توان به مرجع [۹۳] مراجعه نمود. در اینجا با استفاده از تکنیک حاشیه گذاری^{۱۳} و محاسبات مونت کارلو [۹۴] برای سیستمهای خطی گوسی و استفاده از فیلتر کالمن معمول، تخمین بهینه فراهم

¹ Multiple Model Filtering Algorithm

² Residua

³ Congwei

⁴ Adaptive Filtering with Fading Memory Algorithm

⁵ Lee

⁶ Meybek

⁷ Uncentered Kalman Filter

⁸ Mixture Kalman Filter

⁹ Gaussian Sum Filters

¹⁰ Iterated Extended Kalman Filter

¹¹ Mixture Kalman Filter

¹² Linear Conditional Dynamic

¹³ Marginalization Technique

می‌شود [۹۹-۹۵]. تا سال ۱۹۷۰ مهندسی با این فرم مخصوص آشنا نبودند [۹۹]. اولین بار در سال ۱۹۷۰، فو و اکرسان^۱ یک سیستم خطی را که در شرایط سوچینگ کار می‌کرد و پارامتر سوچینگ که پارامتر گسسته محدود و مارکوی بود را در نظر گرفتند. آنها برای جلوگیری از پیچیدگی‌های ریاضی، یک روش تقریبی برای محاسبه تابع احتمال شرطی ارائه دادند [۹۵]. در سال ۱۹۸۲ تاگنت^۲ [۹۶] این روش را برای حالتی که مدها شامل زمانهای گذشته نیز می‌شد، توسعه داده شد. در سال ۱۹۷۷، آکاشی^۳ و کوماتو^۴ [۹۶] یک فیلتر مونت کارلو را برای مشاهده اینکه، سیستم در کدام مد به صورت بهینه کار می‌کند، به کار بردند. جدیداً چندین روش که همه آنها دارای محدودیت‌هایی می‌باشند، مانند روش اسوتیک^۵ در سال ۱۹۸۶ [۱۰۰]، Liu and Chen، در سال ۱۹۹۵ [۹۷]، دوکت^۶ در سال ۱۹۹۹ [۹۸]. در سال ۲۰۰۰ Liu و Chen ضمن مرور کارهای دیگران و جمع‌آوری آنها چندین مثال را در این زمینه حل نمود.

۱-۲-۹: Sigma Point Kalman Filter

می‌دانیم فیلتر کالمن توسعه یافته در اصل یک فیلتر غیرخطی نیست و می‌توان گفت یک تقریب مرتبه اول از اعمال فیلتر کالمن استاندارد برای سیستمهای غیرخطی و گوسی می‌باشد [۸۹ و ۱۱]. جدیداً فیلتری که با یک سری نقاط معین به نام نقاط سیگما که به روشهای غیر آماری و عمداً با استفاده از ماتریس کواریانس خطای تخمین تولید می‌شوند، توسعه یافته‌اند. این فیلترها شبیه تکنیک خطی سازی آماری وزن دار^۷، عمل می‌کنند [۱۱]. در سال ۱۹۹۶ جولیر و آلمان^۸ در دانشگاه آکسفورد توانستند روشی را برای محاسبه میانگین و کواریانس سیستمهای غیر خطی ارائه دهند [۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۳]. این روش یک روش غیرتصادفی بود و می‌توانست دو ممان آماری اول را با تقریب مرتبه دوم و حتی بالاتر برای حالت‌های خاص محاسبه نماید. یک سال بعد توسط خود ایشان UKF^۹ ارائه گردید [۱۰۴-۱۰۶]. با توجه به سادگی آن این روش به سرعت مورد استقبال قرار گرفت. این روش برای حالتی که تعداد متغیرهای حالت بیش از سه تا می‌شد، امکان بوجود آمدن ماتریسی کواریانس غیر مثبت نیمه معین^{۱۰} را داشت در سال ۲۰۰۰ این مشکل توسط خود جولیر رفع و دقت این روش افزایش داده شد [۱۰۷]. با استفاده از این روش ون^{۱۱} و ون دومرو^{۱۲} و نلسون^۱ توانستند این روش را برای شناسایی پارامترهای

¹ Ackerson و Fu

² Tugnait

³ Akash

⁴ kumamoto

⁵ Svetnik

⁶ Doucet et al

⁷ Weighted Statistical Linear Regression

⁸ Julier و Uhlman

⁹ Unscented Kalman Filter

¹⁰ Non-Positive Semidefinite

¹¹ Wan

¹² Van der Merwe

سیستم به صورت Online به کار برند [۱۰۸]. در سال ۲۰۰۱ این فیلتر به صورت جذر مربع توسط ون و ون دو مرو پیاده‌سازی گردید [۱۰۹ و ۱۱۰]. برتری این فیلتر نسبت به EKF توسط افراد مختلفی نشان داده شده است [۱۰۴ و ۱۱۱ و ۱۱۲]. همچنین کارهای مختلفی در ارتباط با هم ارزی UKF و روش خطی سازی آماری [۱۱۳] و کاهش نقاط سیگما [۱۱۴]، UT^۲ مقاوم [۱۱۵]، UT با مراتب بالا [۱۱۶] کار شده است. برای اطلاعات بیشتر می‌توان به مراجع [۱۲۰ - ۱۱۷] مراجعه نمود.

۱-۲-۱۰: فیلترهای ذره ای

یک روش دیگر برای سیستمهای غیر خطی و غیرگوسی فیلترهای ذره‌ای^۳ می‌باشند که بر اساس متد مونت کارلو بنا نهاده شده‌اند. این متد اجازه می‌دهد تا روش تخمین بیز برای سیستمهای غیر خطی به طور کامل پیاده سازی شود. می‌توان گفت که روش مونت کارلو برای کارهای فیزیکی و آماری در طول ۵۰ سال اخیر توسعه یافته‌اند [۱۲۱ و ۱۲۲]. این روشها در کاربردهای کنترلی نیز در طول ۶۰ سال توسعه یافته‌اند [۱۲۶ - ۱۲۳]. در دهه ۷۰ محققین زیادی روی موضوع فوق کار می‌کردند، همه این کارها بر اساس ایده های آکاشی^۴ و کومامتو^۵ [۹۶]، هندزچین^۶ [۱۲۳ و ۱۲۴]، زاریتسکی^۷ و سوتنیک^۸ و شیملویچ^۹ [۱۰۰ و ۱۲۸] بود. همه این روشها از تکنیک نمونه برداری مهم^{۱۰} استفاده می‌نمودند که همگی دارای یک ایراد اساسی بودند و آن انحطاط این روشها در طول زمان بود [۱۱۸]. در دهه ۹۰ برای اولین بار گوردن^{۱۱} در سال ۱۹۹۳ با کشف روش نمونه برداری مجدد^{۱۲} [۱۲۹ و ۱۳۰] جلوی خرابی روش مونت کارلو را گرفت و با این نقطه عطف، فیلترهای ذره‌ای در طول ۱۰ سال گذشته توسعه یافتند [۱۲۴]. شبیه سازی مونت کارلو بر اساس قضیه حد مرکزی^{۱۳} در آمار [۹۶ و ۱۲۵] و نمونه برداری مهم ترتیبی^{۱۴} [۱۳۱ و ۱۱۷ و ۱۱۸] بنا نهاده شده است. برای نمونه برداری مهم می‌توان به جای نمونه برداری از یک تابع دانسیته احتمال، می‌توان از یک تابع دیگر استفاده نمود. برای انتخاب تابع دانسیته احتمال پیشنهادی^{۱۵} کارهای زیادی انجام گرفت که مهم‌ترین آنها در مراجع [۱۲۹ و ۱۳۵ - ۱۳۲]

¹ Nelson

² Unscented Transformation

³ Particle Filter

⁴ Akashi

⁵ Kumamoto

⁶ Hendschin

⁷ Zaritskii

⁸ Svetnik

⁹ Shimelevich

¹⁰ Importance Sampling

¹¹ Gordon et al.

¹² Resampling

¹³ Central limit theorem

¹⁴ Sequential Importance Sampling

¹⁵ Proposal distribution

ارائه شده‌اند. برای جلوگیری از خرابی روش مونت کارلو لازم بود یک نمونه‌برداری دیگری^۱ انجام گیرد. همه الگوریتمهای نمونه برداری مجدد بر اساس کارهای افرون^۲ در سال ۱۹۸۲ [۱۳۶]، روبین^۳ در سال ۱۹۸۸ [۱۳۷]، اسمیت و گلفاند^۴ در سال ۱۹۹۲ [۱۳۸] می‌باشد. نهایتاً در سال ۱۹۹۳ روش توزیع ثابت توسط گردن^۵ [۱۲۹] ارائه شد. اثبات ریاضی آن در مرجع [۱۳۰] آمده است. برای نمونه برداری دوباره روشهای متفاوتی وجود دارد که مهم‌ترین آنها عبارتند از: نمونه برداری ترکیبی^۶ [۱۲۵] و ۱۳۱ و ۱۳۹ و [۱۴۰]، نمونه برداری مجدد باقی‌مانده^۷ [۱۴۱] و [۱۱۷]، نمونه‌برداری با حداقل واریانس^۸ [۱۳۵] و [۱۴۲]، برای مرور کارهای انجام شده می‌توان به گزارش [۱۱۸] مراجعه نمود. در مرجع [۱۴۳] فیلترهای ذره‌ای در مقایسه با EKF بررسی شده است. با پیشرفت فیلترهای ذره‌ای کاربرد این فیلترها نیز در ناوبری [۱۴۴] و ۱۴۶ و [۱۴۷]، شناسایی پارامترها [۱۴۸]، تلفیق اطلاعات سنسورهای مختلف، رهگیری، ... [۱۴۹] و [۱۵۰] به سرعت رشد پیدا نمود. در سال ۲۰۰۴ اسپچولر، اردوکوموس، پرینسیپ^۹، تخمین دانسیته احتمال شرطی را با استفاده از روش کرنل^{۱۰} انجام دادند و کارائی فیلتر را توسعه بخشیدند [۱۵۱].

۳-۱: تاریخچه ناوبری اینرسی

توسعه سیستمهای ناوبری اینرسی، به اوایل قرن بیستم باز می‌گردد، زمانی که آلمانیها از ژيروسکوپ کامپس^{۱۱} در ناوبری کشتی استفاده نمودند [۱۵۲]. در طول جنگ دوم جهانی این سیستمها پیشرفت کرد و برای اولین بار سیستم هدایت اینرسی در موشک V2 استفاده شد. ناوبری اینرسی هواپیماها تا بعد از جنگ به دلیل دقت کم آنها سودمند نبود، تا اینکه سیستمهایی برای وسایل پرنده سرعت بالا بوسیله چالز دراپر^{۱۲} در انستیتو ماساچوست^{۱۳} طراحی شدند. با گذشت زمان دقت ژيروسکوپها بهبود بخشیده شد و کامپیوترهای دیجیتالی سرعت بالا وارد بازار شدند. به همین دلیل سیستمهای ناوبری اینرسی به شدت رشد نمود و در سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ به اوج خود رسیدند. از این تجهیزات در هدایت موشکها و ناوبریهای فضائی نیز استفاده گردید. با ظهور سیستمهای استراپ داون^{۱۴} سیستمهای استیبل پلات فرم^{۱۵} از رده خارج شدند ولی هنوز هم این سیستمها در زیردریائیهها و بعضی هواپیماها استفاده می‌شود. با توجه به سابقه طولانی سیستمهای ناوبری رادیوئی و پخته‌تر شدن سیستمهای اینرسی و نیاز به

¹ Sampling-Importance Resampling (SIR)

² Efron

³ Rubin

⁴ Smith و Gelfand

⁵ Gordon

⁶ Multinomial Sampeling

⁷ Residual Resampling

⁸ Minimum Variance Sampeling

⁹ Schioler, Erdogmus, Principe

¹⁰ kernel

¹¹ Compass

¹² Charles Draper

¹³ Massachusett

¹⁴ Strapdown

¹⁵ Stable Platform

سیستمهای ناوبری ارزان قیمت دقیق، سیستمهای تلفیقی وارد بازار شدند و امروزه شاهد حضور GPS در دنیای ناوبری می‌باشیم. با وجود همه اینها هنوز هم INS نقش بسیار سازنده‌ای در ناوبری زیردریاییها دارد و نقش آن در هدایت و ناوبری با کاربردهای نظامی غیر قابل انکار است. ایراد اصلی سیستم ناوبری اینرسی رشد خطاهای آن در طول زمان می‌باشد. بنابراین از این دیدگاه می‌توان سیستمهای ناوبری اینرسی را به سه دسته تقسیم‌بندی نمود: سیستمهای با خطای کم، متوسط و زیاد. سیستمهای با خطای زیاد، خطاهایی بیش از $4\frac{km}{h} - 2$ داشته و سیستمهای با خطای متوسط دارای خطایی بین $4\frac{km}{h} - 1$ است و سیستمهای دقیق خطایی کمتر از $0.4\frac{km}{h} - 0.2$ دارند [۱۵۲]. رشد دقت در سیستمهای اینرسی و همچنین رشد سنسورهای اینرسی خود مقوله دیگری می‌باشد که در اینجا به آن پرداخته نمی‌شود. در زیر نگاهی تاریخی به رشد الگوریتمهای ناوبری خواهیم داشت.

۱-۳-۱: الگوریتمهای ناوبری اینرسی

با وجود اینکه سیستمهای اینرسی با صفحات پایدار دارای سخت افزار بسیار پیچیده‌ای می‌باشند اما الگوریتمهای محاسباتی آنها نسبتاً ساده می‌باشند. می‌توان گفت که الگوریتمهای ناوبری اینرسی با ظهور کامپیوترهای دیجیتال و روش Strapdown پیشرفت نمودند. در اصل مفهوم ناوبری اینرسی به صورت Strapdown در سال ۱۹۵۰ پایه گذاری شد و این روش بر روی الگوریتمهای مربوط به موقعیت چرخشی متمرکز شد. در بین سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ از دو روش متفاوت برای حل معادلات ناوبری استفاده می‌شد. در روش اول، الگوریتمهای مرتبه اول با سرعت $20 - 10\text{ KHZ}$ اجرا می‌گردید. در روش دوم، الگوریتمهای مرتبه بالا با سرعت $50 - 100\text{HZ}$ اجرا می‌شد. در سال ۱۹۶۶ Savage [۱۷۸]، یک روش دو سرعت برای انتگرال گیری از معادلات موقعیت چرخشی استفاده نمود. در این الگوریتم، یک قسمت با الگوریتم مرتبه اول با سرعت بالا و یک قسمت دیگر با الگوریتم مرتبه پایین و سرعت بیشتر کوپل می‌شد [۱۷۸]. قسمت با سرعت زیاد برای محاسبه نوسان سرعت زاویه ای با فرکانس زیاد که به صورت سنتی به آن حرکت مخروطی^۱ گفته می‌شد، بکار می‌رفت. با توجه به پیشرفت نمودن سرعت کامپیوترها الگوریتمهای مرتبه سوم توسط ویلکوکس^۲ [۱۶۵] در سال ۱۹۶۷ و مک کرن^۳ [۱۶۲ و ۱۶۶] در سال ۱۹۶۷ به کار گرفته شد.

مفهوم بردار دوران برای اولین بار توسط جردن^۴ [۱۶۷]، برتز^۵ [۱۵۷ و ۱۶۷ و ۱۶۹] به کار گرفته شد. گیل مور^۶ [۱۷۰] در سال ۱۹۸۰ با استفاده از مفهوم بردار دوران و به روز رسانی بردار دوران با سرعت بالا (با استفاده از خروجیهای ژيروسکوپها) و به روز رسانی کواترنینها با سرعت پایین را با استفاده از تکنیک

¹ Coning
² Wilcox
³ McKern
⁴ Jordan
⁵ Bortz
⁶ Gilmore

برتز، بکار برد. در سال ۱۹۸۳، میلر^۱ [۱۷۱] الگوریتم معروف خود را مبتنی بر مدل سازی خروجی ژيروسکوپها با یک منحنی درجه دوم با استفاده از سه داده جدید، و حل معادله دیفرانسیل بردار دوران و سپس به روز رسانی کواترنینها، را اختراع نمود. لی [۱۷۲] کار مشابه میلر با نقاط تست زیادتر و پیشگوئی حرکت مخروطی را در سال ۱۹۹۰ انجام داد. بهینه سازی الگوریتم میلر و توسعه آن توسط ایگناگنی^۲ [۱۷۳ و ۱۷۶] و موساف^۳ [۱۷۴] دنبال شد. در سال ۱۹۹۸، سویج^۴ [۱۷۸ و ۱۷۹] مقاله ای متشکل از دو قسمت منتشر کرد که در آن ضمن مرور کارهای دیگران به تشریح الگوریتم انتگرال مخروطی پرداخت. جدیداً بر روی الگوریتمهای Sculling [۱۷۷ و ۱۷۹ و ۱۸۰] نیز کار می شود. سویج [۱۷۹] یک روش تحلیلی از حرکت Sculling، ارائه داد. ایگناگنی [۱۸۰] در سال ۱۹۹۸ یک کلاس از الگوریتمهای را Sculling برای جبران سازی چرخش سرعت را بهینه سازی نموده و دوتائی بودن دوحرفت Coning و Sculling را ثابت نمود. در سال ۲۰۰۱، کلی ام روسکو^۵ [۱۸۱] نشان داد که این دو حرکت با یک فرمول ساده قابل تبدیل به هم دیگر می باشند. نهایتاً در سال ۲۰۰۳، لیت مانوویچ^۶ و مارک^۷ [۱۸۲] مقالات ارائه شده در کنفرانس سن پترزبورگ را بررسی نمودند.

۱-۳-۲: آنالیز خطا در سیستمهای ناوبری اینرسی

در حالت کلی دو روش مختلف برای آنالیز خطا در ناوبری اینرسی وجود دارد. اولین روش به روش اغتشاشات^۸ (یا دستگاه واقعی) معروف بوده و روش دوم Psi-angle (یا دستگاه کامپیوتر) معروف می باشد [۱۸۳ و ۱۸۴]. در روش اول معادلات غیر خطی ناوبری مسیر نامی در دستگاه ناوبری، نسبت به مسیر واقعی INS اغتشاشی می شوند. در روش دوم معادلات مسیر نامی در دستگاه ناوبری، نسبت به مسیر تولید شده توسط INS اغتشاشی می شوند [۱۸۳]. پیت من^۹ [۱۵۶] و لیوندز^{۱۰} [۱۸۵] در سال ۱۹۶۲ معادلات غیر کوپل با حرکت چرخشی را تولید نمودند. این بررسیها مبتنی بر روش Psi-angle بود. همچنین روش اغتشاشات نیز توسط بروکس میر^{۱۱} [۱۸۶] در سال ۱۹۶۴ و توسط بریتینگ^{۱۲} [۱۵۳] در سال ۱۹۷۱ به کار رفت. در سال ۱۹۷۵ هم ارزی دو روش اثبات شد [۱۸۴]. در سال ۱۹۷۱ و ۱۹۷۲ نیز توسط دو اپولیت^{۱۳} [۱۸۷] و ناش^{۱۴} [۱۸۸] مدل خطای ستاره ای INS تولید شد. مشابهت خطاها در

¹ Miller

² Ignagni

³ Musoff

⁴ Sage

⁵ Kelly M. Roscoe

⁶ Litmanovich

⁷ Mark

⁸ Perturbation Method

⁹ Pitman

¹⁰ Leondes

¹¹ Broxmeyer

¹² Britting

¹³ D'Appolito

¹⁴ Nash

مرجع [۱۸۹] و نگاه کنترلی به معادلات خطا در مرجع [۱۹۰] و بررسی خطاها به صورت تصادفی [۱۹۱] و خطای INS در مرجع [۱۹۲ و ۱۹۴ ۱۹۵] و تکرار آنالیز خطا به روش نو در مرجع [۱۹۳] آمده است.

۴-۱: تاریخچه سیستمهای ناوبری تلفیقی

با ظهور INS در دنیای ناوبری و افزایش انبوه استفاده از آن از یک طرف و افزایش نامحدود خطای ناوبری از طرف دیگر، باعث شد گرایش به سمت سیستمهای تلفیقی آغاز گردد. در این سیستمها اساس سیستم ناوبری، باز INS بوده و سیستمهای دیگر به عنوان سیستم کمک ناوبری مورد استفاده قرار می گیرند [۱۵۴]. از سیستمهای عمده کمک ناوبری می توان به مگنومتر، رادار، رادار داپلر، سیستم تعیین وضعیت و سمت، سیستم موقعیت یاب جهانی، ارتفاع سنج، ژيروسکوپ عمودی، ژيروسکوپ سمت، سنسور ستاره نگر و ... اشاره نمود. هرکدام از سیستمهای کمک ناوبری می توانند دقت تعدادی از پارامترهای ناوبری را بهبود بخشند. امروزه GPS به علت داشتن خواص مکمل با INS، به شدت مورد توجه می باشد. سیستمهای ناوبری رادیویی زمینی^۱ قبل از سیستمهای ماهواره ای رشد کرده بودند و این سیستمها شبیه سیستمهای VOR^۲ و DME^۳ که برای کاربردهای غیر نظامی و سیستمهای معادل آنها برای اهداف نظامی TACAN^۴ و سیستمهای فرکانس کم و برد زیاد مانند LORAN^۵ و MEGA استفاده می شدند. نیاز جنگ دوم جهانی باعث توسعه این سیستمها بعد از جنگ گردید. مشخصات این سیستمها و پیاده سازی و دقت آنها در مراجع [۱۹۸-۱۹۶] آمده است.

۴-۱-۱: ظهور GPS

سیستمهای ناوبری ماهواره ای طبیعتاً از سیستمهای زمینی با تکنولوژی رادیو الکترونیک مشابه، بوجود آمده اند [۱۵۲]. تفاوت اصلی این سیستمها در معلوم بودن موقعیت ماهواره ها مشابه معلوم بودن موقعیت ایستگاههای زمینی سیستمهای رادیویی است. در بین سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ سیستمهایی مانند GRARR^۶ و SECOR^۷ و TRANSIT^۸ بوجود آمدند. بعداً بر اساس تغییرات داپلر سیگنال برای اولین بار برای نیروی دریایی امریکا که در همه شرایط کار می کرد توسعه داده شد. اما این سیستم در ناوبری زیر دریایی های تجاری و کاربرد های ژئودزی استفاده شد. سیستمهای فوق زمینهای برای GPS^۹ بود که در سال ۱۹۹۶ پایان یافت. جدای از سیستمهای مدرن، DORIS^{۱۰} بوسیله فرانسویها و PRARE^{۱۱} توسط

^۱ Ground Based Radio Navigation

^۲ VHF Omnidirectional Range

^۳ Distance Measurement Equipment

^۴ Tactical Air Navigation

^۵ Long Range Navigation

^۶ Goddard Space Flight Center Range and Range Rate system

^۷ Sequential Collation of Range System

^۸ Navy Navigation Satellite System

^۹ Global Positioning System

^{۱۰} Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellites

^{۱۱} Precise Range and Range Rate Experiment

آلمانها توسعه داده شد [۱۵۲]. همچنین سیستم مشابه توسط روسیه به نام GLONASS توسعه داده شد [۲۰۰-۱۹۸]. سیستم ناوبری GPS به NAVSTAR^۱ معروف می‌باشد و در بین سالهای ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ توسط وزارت دفاع آمریکا بوجود آمده است. در تمام شرایط جوی و به صورت شبانه روزی به کار خود ادامه می‌دهد. این سیستم حاوی دو کد به نامهای کد C/A برای اهداف غیر نظامی و کد P برای اهداف نظامی استفاده می‌شود.

۱-۴-۲: الگوریتمهای GPS

الگوریتمی که به وفور در گیرنده های GPS استفاده می‌شود الگوریتم کمترین مربعات خطا می‌باشد که با در دست داشتن چهار معادله اندازه گیری چهار مجهول ارتفاع، طول و عرض جغرافیائی و زمان پیدا می‌شوند. در ارتباط با دستگاههای مختصات به کار رفته در GPS می‌توان به مراجع [۲۰۱ و ۲۰۲] مراجعه نمود. در گیرنده های GPS سه نوع مشاهده وجود دارد که عبارتند از: شبه فاصله کد^۲ و شبه فاصله فاز^۳ و اندازه گیری داپلر [۱۹۵]. استفاده کنندگان مختلف بر حسب نیاز از این سه اندازه گیری استفاده می‌کنند. همچنین در GPS مشاهدات حاوی خطاهای مختلفی است که از آن جمله می‌توان به خطاهای زیر اشاره نمود: خطای مداری ماهوارها [۲۰۳] و بایاس ساعت گیرنده و خطای چند مسیری شدن [۲۰۶-۲۰۴]، خطای ایزوسفر [۲۰۶] و خطای تروپوسفر [۲۰۹-۲۰۷] و افست مرکز فاز آنتن^۴ [۲۱۰] و خطای سرعت نسبی [۲۱۱] و نویز گیرنده و دریافت ساعت گیرنده. برای مطالعه بیشتر می‌توان به مراجع [۲۰۱ و ۲۱۲] مراجعه نمود.

مهمترین تحولی که در الگوریتمهای GPS بوجود آمد استفاده از مشاهدات فاز کد برای ناوبری بود که می‌توانست دقت گیرنده‌ها را به طرز چشمگیری افزایش دهد. فاز حامل در واقع اندازه‌گیری اختلاف فاز بین سیگنال تولید شده در گیرنده و سیگنال حامل در لحظه ارسال پیام از ماهواره می‌باشد. فاصله بین گیرنده و ماهواره با کمک تعداد سیکل‌های کامل طی شده به اضافه کسری از 2π بدست می‌آید. مشکل عمده و اساسی در استفاده از اندازه‌گیریهای فاز حامل در کارهای ناوبری، مشخص نبودن تعداد سیکل‌های کامل طی شده است که تحت عنوان مقدار ابهام فازی^۵ شناخته می‌شود. اکنون اگر فاصله بین گیرنده و ماهواره بخاطر حرکت نسبی آنها به اندازه یک طول موج اضافه شود، اندازه‌گیری فاز حامل به مقدار یک سیکل کامل به مقدار قبلی آن اضافه می‌شود و به همین ترتیب اگر فاصله بیشتر شود، تعداد بیشتری از این سیکلها شمارش می‌شوند [۲۱۲].

روشهای متعددی تاکنون برای تخمین مقادیر ابهام فازی پیشنهاد شده است که برخی از مهمترین این روشها عبارتند از:

^۱ Navigation Satellite Timing and Ranging

^۲ Code Pseudo range

^۳ Phase Pseudo range

^۴ Antenna Phase Center Offset

^۵ Integer Ambiguities

- روش تابع ابهام^۱ AFM در سال ۱۹۸۱ و ۱۹۸۴ [۲۱۵-۲۱۲].
- روش جستجوی مقدار ابهامات فازی با کمک روش حداقل مربعات^۲ LSAST در سال ۱۹۹۰ [۲۱۶].
- روش رفع ابهام سریع^۳ FARA در سال ۱۹۹۰ [۲۱۷].
- روش فیلتر جستجوی رفع ابهام سریع^۴ FASF در سال ۱۹۹۵ [۲۱۸].
- روش LAMBDA^۵ در سال ۱۹۹۴ [۲۲۳-۲۱۹].
- روش OMEGA^۶ در سال ۲۰۰۰ [۲۲۴].
- روش شبه مشاهدات^۷ در سال ۲۰۰۰ [۲۲۵].
- استفاده از فیلترهای ذره‌ای برای رفع ابهام فازی در سال ۲۰۰۱ [۲۲۶].

۱-۴-۳: الگوریتمهای تلفیق GPS/INS

با ظهور GPS در دهه ۷۰ این سیستم به عنوان یک سیستم مرجع بیرونی^۸ خوب برای سیستم ناوبری اینرسی احساس شده و موضوع محققان آن زمان قرار گرفت [۱۲]. شاید بتوان گفت اولین کارها در این زمینه در اوایل دهه ۷۰ [۲۲۷ و ۲۲۸] انجام گرفت که در این فعالیتها تلفیق INS با سیستم ماهواره‌ای انجام گرفت. به تدریج از اواسط دهه ۷۰ تا اوایل دهه ۹۰ با اینکه سیستم GPS به طور کامل راه نیفتاده بود کارهای زیادی در ارتباط با تلفیق GPS/INS انجام گرفت [۲۳۳-۲۲۹ و ۲۳۶]. برای اولین بار GPS نظامی به نام GPS Receiver III ساخت Collins Avionics Division of Rockwell International در تلفیق با INS در سال ۱۹۸۸ عرضه شد [۲۳۴ و ۲۳۷]. این سیستم قابلیت تلفیق با سیستم ناوبری اینرسی Stable Platform و یا Strapdown را به صورت حلقه بسته و باز دارا بود [۱۲]. در بعضی از کاربردها دقت سیستم فوق کافی نبوده به همین دلیل برای بهبود دقت آن از فیلترهای دو مرحله‌ای استفاده گردید [۲۳۵ و ۲۳۸ و ۲۳۹]، که در آن نویزهای اندازه‌گیری به صورت رنگی مدل شده بودند. در سال ۱۹۹۲، فیلتری با ۹۶ متغیر حالت برای تخمین خطاهای ناوبری به کار رفت [۲۴۰]. به تدریج این مسئله هم به یکی از مسائل کلاسیک تبدیل شده و کارهای زیادی انجام گرفت [۲۴۷-۲۴۱]. علاوه بر کاربردهای مهم سیستمهای تلفیقی در ناوبری زمینی و هوایی کاربرد این سیستم در مسائل ژئودزی نیز بعد دیگری پیدا نمود [۲۴۸ و ۱۹۵]. همچنین تلفیق GPS/INS با استفاده از فیلترهای تطبیقی [۸۵] و تلفیق INS با DGPS^۹ [۲۴۹] بعداً کار شد. در چند ساله اخیر به علت پیشرفت فیلترهای غیرخطی استفاده گسترده از این فیلترها در ناوبری شروع شده است [۲۴۱ و ۲۴۳ و ۱۴۶ و ۱۴۴ و ۱۴۷ و ۲۵۰ و

¹ Ambiguity Function Method

² Least squares

³ Fast Ambiguity Resolution Approach

⁴ Fast Ambiguity Search Filter

⁵ Least-square Ambiguity Decorrelation Adjustment

⁶ Optimal Method for Estimating GPS Ambiguity

⁷ Pseudo Observation

⁸ External Reference Source

⁹ Differential GPS

۲۵۱ و ۲۵۲]. البته باید توجه نمود که این هنوز اول راه استفاده از فیلترهای غیر خطی بوده و پتانسیل این فیلترها برای کاربردهای ناوبری می‌تواند بسیار گسترده باشد.

۱-۵: سیستم تعیین وضعیت^۱

سیستمهای تعیین وضعیت و سمت (AHRS) معمولاً با استفاده از ژيروسکوپهای نرخی و دو بردار خارجی انجام می‌گیرد. طبق اصل Wahba [۲۸۶] با استفاده از مشاهدات دو بردار در دو دستگاه مختصات می‌توان وضعیت دو دستگاه را نسبت به هم تعیین نمود. معمولاً در سیستمهای هوایی از بردارهای میدان مغناطیسی زمین و بردار جاذبه زمین استفاده می‌شود در سیستمهای فضایی نیز از بردار میدان مغناطیسی زمین و سنسور خورشید یا زمین و یا دیگر ستاره‌ها استفاده می‌گردد.

۱-۵-۱: AHRS

معمولاً دقت سمت لازم برای وسایل پرنده بدون سرنشین^۲ در حدود ۲ درجه و برای وسایل پرنده برد بلند ۰/۵ می‌باشد [۲۸۷]. به صورت سنتی زوایای رول و پیچ که برای پرواز هر وسیله سرنشیندار لازم است توسط ژيروسکوپ عمود اندازه‌گیری می‌شود که برای جبران خطاهای بلند مدت ژيروسکوپ مکانیکی خود از یک پاندول استفاده می‌کند [۱۹۷ و ۱۹۸ و ۲۸۷]. جدیداً برای جلوگیری از هزینه‌های زیاد، محققین زیادی برای جایگزین کردن بخش مکانیکی با بخش الکترونیکی با استفاده از سنسورهای MEMS کار می‌کنند [۲۹۸]. در سیستمهای استراپ داون با انتگرال‌گیری از خروجی ژيروسکوپها زوایای اویلر محاسبه می‌شوند. ولی به دلیل انتگرال‌گیری، خطای آنها به صورت نامحدود زیاد می‌شوند، به همین دلیل برای کوچک نگه‌داشتن خطاها باید از ژيروسکوپهای تاکتیکی استفاده گردد. در حال حاضر محققین زیادی درصدد جایگزینی این ژيروسکوپها با ژيروسکوپهای ارزان قیمت می‌باشند [۲۹۰ و ۲۹۱]. برای جبران خطاهای ژيروسکوپها از حالت‌های افزوده استفاده می‌شود در این حالت زوایای رول و پیچ در پروازهای کروز و نزدیک کروز توسط خروجیهای شتابسنجها اندازه‌گیری شده به عنوان اندازه‌گیریهای سیستم تلقی شده و خطای سنسورها در یک پروسه فیلتریگ تخمین زده می‌شوند [۲۹۲ و ۲۹۳]. زمانی که حرکت شتابدار باشد زوایای رول و پیچ محاسبه شده از خروجی شتابسنجها خطادار بوده که یک روش فازی جدید برای تنظیم فرکانس قطع^۳ آن ارائه گردیده است [۲۹۰]. همچنین روشی برای آن کار توسط فیلتر تطبیقی در [۲۹۱] ارائه گردیده است. همچنین کارهای خوبی در زمینه تخمین وضعیت در ماهواره [۲۹۴]، تلفیق مگنتومتر / Air Data / IMU [۲۹۵]، تخمین وضعیت با چندین آنتن و مگنتومتر [۲۹۶]، تخمین وضعیت با چندین آنتن GPS [۲۹۷]، تلفیق اطلاعات GPS با دو آنتن و مگنتومتر برای تخمین وضعیت [۲۹۸] و تلفیق اطلاعات GPS/Air Data در [۲۹۹] ارائه گردیده است. در مرجع [۳۰۰] روشی با استفاده از فیلترهای غیرخطی تطبیقی برای حرکت‌های شتابدار ارائه گردیده است.

^۱ Attitude and Heading Reference System

^۲ Unmanned Vehicle

^۳ Cut-Off

۱-۵-۲ کاربرد فیلترهای غیر خطی در تخمین وضعیت

EKF به عنوان یک فیلتر غیر خطی از قدیم برای تخمین وضعیت به کار رفته است [۳۰۷۱-۳۰۱]. زیرا گروه‌های سه تایی که وضعیت را نشان می‌دهند با حداقل این پارامترها که سه تا است کار می‌کنند، این پارامترها دارای گسستگی و تکنیکی می‌باشند [۳۰۸] در نتیجه استفاده از EKF باید برای این کار توسعه پیدا کند [۳۰۵ و ۳۰۹-۳۰۷]. این مسئله امروزه کاملاً شناخته شده و EKF به صورت MEKF^۱ به کار می‌رود [۲۹۴ و ۳۰۴-۳۰۵]. عملکرد ضعیف EKF و واگرایی آن به علت خطی سازیها در بعضی مسائل محققین را بر آن داشت تا فیلترهای دیگری توسعه پیدا کنند [۳۱۰]. چندین روش که اصل EKF را حفظ نمودند عبارت بودند از AEKF^۲ [۳۱۱-۳۱۶]، هموارسازی رو به عقب [۳۱۷]، EKF به عنوان یک تخمین زننده غیرتصادفی [۳۱۸-۳۲۰] که بسیار شبیه به یک کنترلر H_{∞} [۳۲۱] بود توسعه پیدا کردند. در [۳۲۲] از یک تخمین زننده دو مرحله ای که در مرحله اول معادله اندازه گیری با استفاده از یک نگاشت خطی شده سپس از یک فیلتر خطی استفاده گردیده و نهایتاً از تخمین کمترین مربع خطا برای محاسبه خوب استفاده گردیده است. طراحی های دیگر فرضیات ساده کنند ای را در نظر می‌گیرند که در حالت کلی زیر بهینه می‌باشند که با وجود این از معادلات خطی و یا شبه خطی استفاده می‌کنند. تعدادی از این روشها شامل حل نقطه به نقطه وضعیت می‌باشند که بر اساس تخمین کواترنیونها [۳۲۳]^۳ می‌باشند. طراحی فیلتر در این نوع هم به صورت توام [۳۲۴] و هم به صورت بازگشتی [۳۲۵] توسعه داده شده است. روش پیچیده تر و مقاومتر نیز توسعه داده شده است که مبتنی بر معادلات غیر خطی اندازه گیری می‌باشد [۳۲۶]. استفاده از فیلتر ذره‌ای بر اساس Bootstrap Filter در مرجع [۳۲۷] آمده است که اشنمن و کارمی^۴ از آن برای تخمین بایاس ژيروسکوپها استفاده نمودند [۳۲۸]. استفاده از ترمهای بالاتر بسط تیلور و استفاده از EKF در [۳۲۹] آمده است. استفاده از فیلترهای تطبیقی برای مسئله تخمین وضعیت در دو شاخه دنبال می‌شود. در شاخه اول تخمین ماتریسهای کواریانس نویز اندازه‌گیری و نویز سیستم [۳۳۰] و مسائل مربوط به رنگی بودن نویزها [۳۲۱] و الگوریتمهای مقاوم در برابر خرابی [۳۲۲ و ۳۲۳] دنبال می‌شوند. در شاخه دیگر شناسائی پارامترهای نامعلوم سیستم مانند ماتریس ممان اینرسی، شناسائی بایاسها، مدل اغتشاشات دنبال می‌شوند [۳۳۴-۳۴۰]. چوکورم^۵ در پایان نامه دکتری خود [۳۴۱] به اکثر این روشها پرداخته و در مرجع [۳۱۰] خلاصه کارهای انجام شده تا سال ۲۰۰۷ آمده است.

^۱ Multiplicative Extended Kalman Filter

^۲ Augmented Extended Kalman Filter

^۳ Quaternion Estimation (QUEST)

^۴ Oshmen و Carmi

^۵ Choukroum

۳-۵-۱: کالیبراسیون مگنتومتر

مگنتومترها یکی از اعضای مهم تعیین وضعیت هواپیماها بوده و دارای قیمت کم، وزن کم، حجم و بدون المان چرخنده می‌باشند [۳۴۲]. کالیبراسیون با دقت ۱-۲ درجه توسط روشهای سنتی قابل دسترسی بوده ولی برای رسیدن به دقت بالاتر ۰/۵ درجه باید از روشهای دقیق‌تر استفاده نمود [۳۴۳]. مدل سازی خطاهای مختلف مگنتومتر در مرجع [۳۴۴] آمده است، هر مگنت باید در طول عمر خود چندین بار کالیبره گردد [۳۴۵]. روش سنتی برای کالیبراسیون مگنت روش Swig است [۳۴۴] که شامل قرار دادن مگنت در سمت‌های معلوم و استفاده از روش کمترین مربعات خطا برای شناسایی پارامترها می‌باشد، است. در مرجع [۳۴۷] مشاهده پذیری بایاسها و در مرجع [۳۴۵] روش دو مرحله‌ای^۱ برای کاربرد کالیبراسیون مگنتومتر بدون اندازه گیری وضعیت^۲ آمده است. استفاده از Unscented Kalman Filter برای کالیبراسیون مگنتومتر در [۳۴۸] و استفاده از روشهای تکراری در [۳۴۹] آمده است. در مرجع [۳۵۰] روش دو مرحله ای برای در بر گرفتن انحرافات مگنت نسبت به دستگاه بدنی خود توسعه داده شده است. این روش اگر تخمینهای اولیه از مقادیر واقعی دور باشند واگرا می‌گردد.

۴-۵-۱: تخمینهای مقید برای کواترنینها

در تخمین وضعیت می‌توان از کواترنینها نیز استفاده نمود. استفاده از کواترنینها باعث خطی ماندن معادلات دینامیکی سیستم می شود ولی معمولاً در پروسه فیلترینگ نرم آن واحد نمانده و باید واحد گردد در این حالت معمولاً کواریانسها باید تغییر داده می‌شود که عدم در نظر گرفتن آن باعث واگرایی فیلتر می‌گردد. تعدادی از محققین بر روی فیلتر کالمن مقید کار کرده اند که یکی از روشها، کاهش حالت‌های سیستم می باشد که در این حالت سیستم به یک سیستم غیرخطی تبدیل شده و گاهی مفهوم فیزیکی حالتها از بین می‌رود [۳۵۱-۳۵۲]. بعضی از محققین معادله قید را به صورت یک معادله اندازه گیری در نظر گرفته اند [۳۵۳-۳۵۵]. این روش منجر به تکینکی در ماتریس کواریانس می‌شود. می‌دانیم که تکینک ماتریس کواریانس مشکلات عددی فیلتر را افزایش می‌دهد [۶۸-۳۵۶]. روش مشابهی برای شناسایی پارامترهای مقید در مرجع [۳۶۷] استفاده شده است. در مرجع [۳۶۸] تخمین خطی بدون بایاس مقید در سیستمهای تلفیقی به عنوان پایان نامه دکتری بررسی شده است. کاربرد این فیلتر برای رهگیری^۳ وسیله زمینی در [۳۵۹] آمده است.

۶-۱: فصلهای رساله

در این رساله به توسعه الگوریتمهای ناوبری تلفیقی پرداخته شده است. در فصل دوم به اصول ناوبری اینرسی، دستگاههای مختلف مورد استفاده در بحث ناوبری، سیستمهای کمک ناوبری و خصوصیات آنها پرداخته شده است. در فصل سوم به مدل سازی خطا در سنسورهای اینرسی و همچنین به مدل سازی

¹ Two Step method

² Attitude Free Measurement Equation

³ Tracking

خطا در سیستمهای ناوبری اینرسی و مدل‌های جدید آنالیز خطا که در سالهای اخیر ارائه گردیده‌اند پرداخته شده است. فصل چهارم به تبدیلات Unscented و فیلتر غیرخطی مرتبه دوم آن (UKF) و همچنین روشهای مختلف پیاده سازی آن پرداخته است. در این رساله دو نوع از این فیلترها برای کاربرد در سیستمهای ناوبری تلفیقی و یک نوع دیگر برای استفاده در سیستمهای تعیین وضعیت حالت جامد و غیر صفحه پایدار برای تخمین شتابهای اضافه بر پرواز کروز توسعه داده شده است.

در فصل پنجم به سیستمهای تعیین وضعیت پرداخته شده است. در اینجا نیز الگوریتمی برای مقاوم سازی ژيروسکوپهای عمودی حالت جامد در مقابل شتاب ارائه گردیده است، که بر خلاف الگوریتمهای موجود می‌تواند با تقریب ثابت زمانی اتوپایلوت خروجیها را از گزند شتابهای زیاد حفظ کند. در ادامه روشی برای خطی نمودن معادلات این ژيروسکوپها با استفاده از المانهای ماتریس دوران و همچنین پایداری نرم در این المانها ارائه گردیده است، که عملکرد مطلوبتری را نسبت به زوایای اویلر ارائه می‌دهد. همچنین برای رفع مشکل شتاب در این ژيروسکوپها از ارتفاع سنج فشاری برای تشخیص شتاب قائم نیز استفاده گردیده است. در اصل ترکیب ارتفاع سنج، مگنتومتر و IMU بهترین ترکیب برای تعیین وضعیت بوده که می‌تواند در محیط‌های شتابدار به خوبی عمل کند. در این فصل همچنین الگوریتم تطبیقی با استفاده از تطبیق UKF برای ورودیهای نامعلوم برای استفاده در AHRS ارائه گردیده است. نهایتاً در انتهای فصل روشهای کالیبراسیون مگنتومتر برای در بر گرفتن زوایای نصب مگنت نسبت به بدنه مگنتومتر بدون استفاده از وضعیت زاویه ای ارائه گردیده است.

در فصل ششم یک دیدگاه نو و دریچه ای نو برای سیستمهای ناوبری ایجاد گردیده است. در اینجا اولاً فیلتر شبه خطی بهینه برای سیستمهای شبه خطی ارائه گردیده، دوماً فیلتر بهینه مقید با نرم محدود توسعه داده شده است که می‌تواند تخمینهای بایاس دار را در این فیلترها حذف کند. ثالثاً شبه خطی سازی معادلات ناوبری برای معادلات سرعت و موقعیت توسعه داده شده است و نهایتاً معادلات ناوبری اینرسی به صورت خطی در فضای کواترنینها ارائه گردیده است. در این فضا وضعیت توسط یک کواترنین چهار تایی، سرعت توسط یک کواترنین چهارتایی و موقعیت نیز توسط یک کواترنین موقعیت نشان داده شده است. این کار باعث خطی شدن معادلات ناوبری به طور کامل گردیده است. در اینجا هنگام تبدیل عکس از فضای کواترنین به فضای برداری باید بعد اسکالر صفر گردد که در شبیه سازیهای واقعی دارای دررفتهایی می‌باشد. در اینجا نیز باید فیلتری با سه قید طراحی گردد که تا به حال، حل تحلیل برای این فیلتر بدست نیامده است. امیدواریم در آینده شاهد ظهور فیلتر بهینه با سه قید لازم باشیم. این مدل‌های خطی برای INS به خوبی کار می‌کند و امید است با مدل خطی ارائه شده روند توسعه سیستمهای ناوبری اینرسی با کارکرد زمان زیاد سرعت بیشتری را بگیرد.

در فصل هفتم یک نوع فاکتور سازی دیگری برای UKF بدون استفاده از ماتریس کواریانس خطا تحت عنوان New-UKF توسعه داده شده است. همچنین در این فصل شبیه سازیهای تلفیق عنوان Magnetometer/GPS/Altimeter/IMU انجام گرفته و کارایی دو فیلتر UKF و فیلتر New-UKF که فاکتورسازی جدید را برای این فیلتر ارائه می‌دهد انجام گرفته است. نهایتاً مقاوم بودن این الگوریتمها در برابر قطع شدن اطلاعات یک سنسور بررسی گردیده است.

در فصل هشتم نیز خلاصه‌ای از کل پایان نامه ضعفها و مشکلات الگوریتمهای ارائه شده و همچنین حسن‌ها و مشکلاتی که در پایان نامه حل شده‌اند ارائه گردیده است. در پایان فصل هم پیشنهاد برای کسانی که در صدد توسعه این الگوریتمها می‌باشند ارائه گردیده است. امید است رساله فوق بتواند گامی هرچند اندک در ارتباط با حل و بهبود و سیستمهای ناوبری اینرسی و تلفیقی موجود در کشور باشد.



فصل دوم

اصول ناوبری اینرسی

مطالعه عمیق، پرسش و تحقیق، اندیشه و تخیل انسان را به سوی کمال و موفقیت می کشاند.

”کانفسیوس“

در این فصل اصول ناوبری اینرسی اجسام پرنده خواهد آمد. یک سیستم ناوبری اینرسی^۱ وسیله‌ای است که بوسیله آن می‌توان موقعیت مکانی، وضعیت زاویه‌ای و سرعت وسیله پرنده را اندازه‌گیری نمود. مهم‌ترین قسمت یک سیستم ناوبری اینرسی بخش واحد اندازه‌گیری اینرسی^۲ آن می‌باشد که از سه ژيروسکوپ نرخی عمود بر هم برای اندازه‌گیری سرعت های زاویه‌ای وسیله پرنده نسبت به اینرسی و سه شتاب سنج عمود بر هم برای اندازه‌گیری شتابهای مخصوص^۳ وسیله پرنده نسبت به دستگاه اینرسی استفاده می‌کند. سیستم ناوبری اینرسی به دلیل ارتباط نداشتن با دنیای خارج و به طبع آن مختل نشدنش از طرف دشمن^۴، مورد توجه اکثر صنایع نظامی می‌باشند. این سیستم به دو شکل استراپ داون واستیبل پلات فرم قابل پیاده سازی می‌باشد که در روش اول سنسورهای اینرسی مستقیماً به بدنه وسیله پرنده نصب می‌گردد ولی در روش دوم سنسورهای اینرسی (شتابسنجها) بر روی یک صفحه پایدار شده توسط ژيروسکوپها نصب شده، و می‌تواند جهت شتابسنجها را نسبت به فضای اینرسی ثابت نگه دارند و با انتگرال گیری مستقیم از خروجی آنها سرعت

¹ Inertial Navigation system

² Inertial Measurement Unit

³ Specific Force

⁴ Jamming

و موقیعت بدست می آیند. امروزه سیستم های ناوبری اینرسی استراپ داون به دلیل هزینه کمتر آنها بیشتر مورد توجه می باشند. در این پروژه نیز سیستم های استراپ داون مورد توجه قرار گرفته اند. ولی سیستم های استیبل پلات فرم دارای دقت بیشتری نسبت به سیستم های استراپ داون می باشند. در این فصل ابتدا مدل های مختلف نشان دادن وضعیت چرخشی معرفی شده و ارتباطات بین این پارامترها بیان می شود. سپس دستگاه های مهم مورد استفاده در سیستم های ناوبری تعریف شده و معادلات ناوبری در دستگاه ناوبری ارائه خواهند شد. سپس چند سیستم کمک ناوبری و نحوه مدل سازی آنها خواهد آمد.

۲-۱: مدل سازی وضعیت چرخشی

تکنیک های مدل سازی وضعیت چرخشی معروف در مرجع [۳۰۰] توسط فیلیپس معرفی شده اند. معروف ترین آنها عبارتند از: ماتریس کسینوس های هادی، کواترنینها^۱، بردار دوران^۲، زوایای اوایلر^۳ و پارامترهای هامیلتون^۴. برای مطالعه بیشتر می توان به مرجع [۳۰۶] مراجعه نمود. این بخش به معرفی ارتباط مابین این پارامترها با کواترنینها می پردازد. خواننده برای داشتن اطلاعات بیشتر در مورد کواترنینها و بردار دوران به مراجع [۱۶۸] و [۱۶۹] مراجعه کند. در اینجا علامت گذاری های q_b^a , Φ , C_b^a برای تصویر نمودن یک بردار از دستگاه b به دستگاه a به ترتیب با پارامترهای کواترنینها، بردار دوران و ماتریس کسینوسهای هادی استفاده خواهد شد. اگر دو دستگاه a و b را داشته باشیم، بردار دوران برداری است که اگر دستگاه b حول برداریکه بردار دوران به اندازه طول بردار دوران، دوران کند، به دستگاه a تبدیل خواهد شد [۲۸۰]. در شکل (۱-۲) ابتدا دستگاه b با دستگاه a هم راستا است. بعد از چرخش دستگاه حول بردار دوران Φ به اندازه $\|\Phi\|rad$ به دستگاه a تبدیل خواهد شد.

۲-۱-۱: جبر کواترنین ها

کواترنین q_b^a یک بردار چهار مولفه ای تشکیل شده از یک اسکالر و یک بردار سه مولفه ای به صورت زیر می باشد:

$$q_b^a = \begin{bmatrix} s \\ v \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

در اینجا فرض شده است که $s \geq 0$ می باشد، همچنین q_b^a معادل $q_a^b -$ می باشد که بعداً توضیح داده خواهد شد. معکوس (مزدوج) کواترنین به صورت زیر تعریف می شود.

¹ quaternion
² Rotation vector
³ Euler Angles
⁴ Hamilton parameters

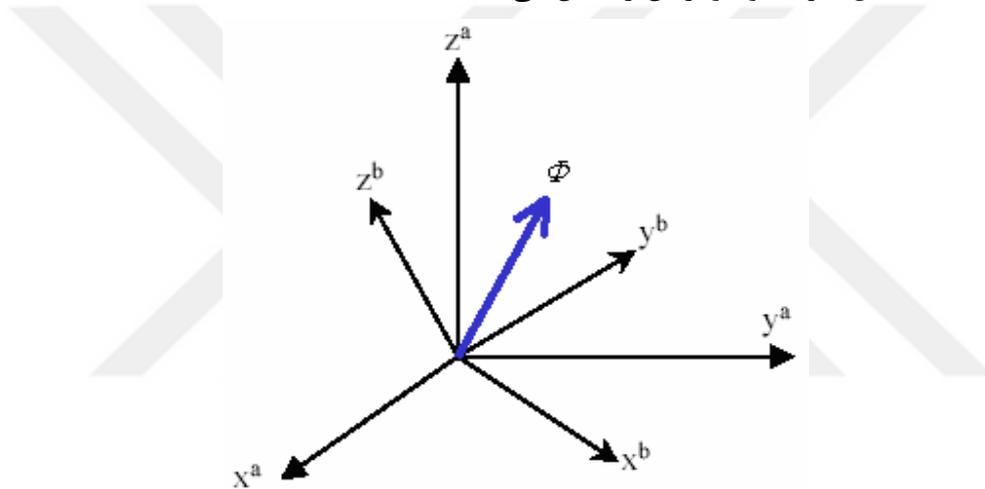
$$(q_b^a)^* = \begin{bmatrix} s \\ -v \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

حاصل ضرب دو کواترنین به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$q_b^c = \begin{bmatrix} s_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad q_c^a = \begin{bmatrix} s_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

$$q_b^a = q_c^a \times q_b^c = \begin{bmatrix} s_1 s_2 - v_1^T v_2 \\ s_1 v_2 + s_2 v_1 - v_1 \times v_2 \end{bmatrix}$$

در اینجا علامت \times حاصل ضرب دو کواترنین را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۱): بردار دوران

۲-۱-۲: نرخ بردار دوران

فرض کنید که دستگاه مختصات b نسبت به دستگاه a در حال چرخش با سرعت زاویه ای ω_{ab}^b باشد. نرخ تغییرات بردار دوران را می‌توان به شکل زیر نوشت [۲۸۲]:

$$\dot{\Phi} = \omega_{ab}^b + \frac{1}{2} \Phi \times \omega_{ab}^b + \frac{1}{\|\Phi\|^2} \left(1 - \frac{\|\Phi\| \sin\|\Phi\|}{2(1 - \cos\|\Phi\|)} \right) \Phi \times (\Phi \times \omega_{ab}^b) \quad (4-2)$$

$$\approx \omega_{ab}^b + \frac{1}{2} \Phi \times \omega_{ab}^b + \frac{1}{12} \Phi \times (\Phi \times \omega_{ab}^b)$$

در اینجا $\dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt}$ می‌باشد. معادله (۴-۲) اولین بار توسط Bortz در سال ۱۹۷۱ ارائه گردید که به معادله برتز نیز معروف می‌باشد. دومین و سومین ترم از معادله (۴-۲) در اثر حرکت زاویه‌ای غیر قابل اندازه‌گیری اینرسی بوجود می‌آیند.

۳-۱-۲: کوتاهترین به صورت تابعی از بردار دوران

کوتاهترین تعریف شده توسط معادله (۱-۲) را می‌توان به صورت تابعی از بردار دوران Φ نوشت [۲۸۲]:

$$q_b^a = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\Phi\| \\ \frac{\sin\|0.5\Phi\|}{\|0.5\Phi\|} 0.5\Phi \end{bmatrix}$$

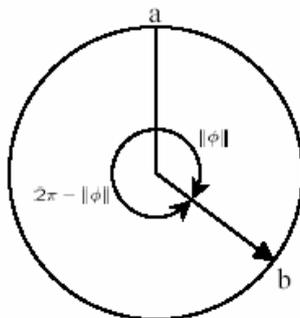
$$\cos\|0.5\Phi\| = 1 - \frac{\|0.5\Phi\|^2}{2!} + \frac{\|0.5\Phi\|^4}{4!} + \dots \quad (۵-۲)$$

$$\frac{\sin\|0.5\Phi\|}{\|0.5\Phi\|} = 1 - \frac{\|0.5\Phi\|^2}{3!} + \frac{\|0.5\Phi\|^4}{5!} + \dots$$

در این حالت q_b^a - را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$-q_b^a = \begin{bmatrix} -\cos\|0.5\Phi\| \\ -\frac{\sin\|0.5\Phi\|}{\|0.5\Phi\|} 0.5\Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(s\| -\|0.5\Phi\| \|) \\ -\frac{\sin(\pi - \|0.5\Phi\|)}{0.5(2\pi - \|\Phi\|)} 0.5 \left(2\pi - \|\Phi\| \frac{\Phi}{\|\Phi\|} \right) \end{bmatrix} \quad (۶-۲)$$

در این حالت q_b^a - یک بردار دوران با دامنه $2\pi - \|\Phi\|$ حول جهت مخالف Φ را نشان می‌دهد. شکل (۲-۲) هر دو دوران a به اندازه $\|\Phi\|$ حول بردار Φ و همچنین دوران a حول جهت مخالف Φ به اندازه $2\pi - \|\Phi\|$ را نشان می‌دهد که هر دو در صفر به یک دستگاه b تبدیل می‌شوند، در نتیجه کوتاهترین q_b^a ، q_b^a - وضعیت های زاویه‌ای همسان را نشان می‌دهند.



شکل (۲-۲): کوتاهترین منفی کوتاهترین، که معادل هم هستند

۴-۱-۲: بردار دوران به صورت تابعی از کواترنین

اگر $q_b^a = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$ باشد، بردار دوران را می‌توان به صورت زیر از کواترنین فوق محاسبه نمود [۲۸۲].

$$\Phi = \frac{1}{f} \begin{bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

$$f = \frac{\sin\|0.5\Phi\|}{\|\Phi\|} \quad (a7-2)$$

$$\|0.5\Phi\| = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin\|0.5\Phi\|}{\cos\|0.5\Phi\|} = \frac{\sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}}{q_1}$$

اگر $q_1 = 0$ آنگاه داریم:

$$\Phi = \pi [q_1 \ q_2 \ q_3] \quad (b7-2)$$

۵-۱-۲: ماتریس کسینوس هادی به صورت تابعی از کواترنین

ماتریس کسینوس هادی دستگاه b نسبت به a را می‌توان به شکل زیر نمایش داد [۲۸۲ و ۲۷۹]:

$$C_b^a = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_2q_4 + q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & (q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2) & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_3q_4 + q_1q_2) & (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) \end{bmatrix} \quad (8-2)$$

۶-۱-۲: ماتریس دوران^۱ به صورت تابعی از بردار دوران

ماتریس DCM رامی‌توان به صورت تابعی از بردار دوران به شکل زیر نمایش داد.

$$C_b^a = I + \frac{\sin\|\Phi\|}{\|\Phi\|} [\Phi \times] + \frac{1 - \cos\|\Phi\|}{\|\Phi\|^2} [\Phi \times]^2 \quad (9-2)$$

که در آن $[\Phi \times]$ نشان‌دهنده یک ماتریس پاد متقارن^۲ از $\Phi = [\Phi_x \ \Phi_y \ \Phi_z]^T$ می‌باشد:

¹ Direction Cosine Matrix

² Skew- System Matrix

$$[\Phi \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\Phi_z & \Phi_y \\ \Phi_z & 0 & -\Phi_x \\ -\Phi_y & \Phi_x & 0 \end{bmatrix} \quad (10-2)$$

معادله (۹-۲) نیز توسط Bortz در سال ۱۹۷۱ ارائه گردید. اگر $\|\Phi\|$ خیلی کوچک باشد در این صورت داریم: $\frac{\sin\|\Phi\|}{\|\Phi\|} \approx 1$ و اگر از ترمهای مرتبه دوم به بعد صرفنظر شود معادله ۹-۳ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$C_b^a \approx I + [\Phi \times] \quad (11-2)$$

۷-۱-۲: کواترنین به صورت تابعی از ماتریس DCM

بهترین راه به دست آوردن کواترنین‌ها، استخراج آنها از ماتریس DCM می‌باشد که به شدت مورد توجه بوده و یک الگوریتم مقاوم تلقی می‌شود این مسئله توسط شوستر و سویج^۱ نشان داده شده است. الگوریتم به شکل زیر کار می‌کند [۳۶۱ و ۳۶۲].

ابتدا پارامترهای زیر را حساب می‌کنیم

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 + tr(C_b^a) & p_2 &= 1 + 2c_{11} - tr(C_b^a) \\ p_3 &= 1 + 2c_{22} - tr(C_b^a) & p_4 &= 1 + 2c_{33} - tr(C_b^a) \end{aligned} \quad (12-2)$$

که در اینجا $Trace = tr$ نشان‌دهنده مجموع المانهای قطر اصلی ماتریس C_{ij} می‌باشند.

اگر $P_1 = \max(P_1 P_2 P_3 P_4)$ باشد بنابراین:

$$q_1 = 0.5\sqrt{p_1}, \quad q_2 = \frac{c_{32} - c_{23}}{4q_1}, \quad q_3 = \frac{c_{13} - c_{31}}{4q_1}, \quad q_4 = \frac{c_{21} - c_{12}}{4q_1} \quad (13-2)$$

اگر $p_2 = \max(p_1 p_2 p_3 p_4)$ باشد بنابراین:

$$q_2 = 0.5\sqrt{p_2}, \quad q_3 = \frac{c_{21} - c_{12}}{4q_2}, \quad q_4 = \frac{c_{13} - c_{31}}{4q_2}, \quad q_1 = \frac{c_{32} - c_{23}}{4q_2} \quad (14-2)$$

اگر $p_3 = \max(p_1 p_2 p_3 p_4)$ باشد بنابراین:

$$q_3 = 0.5\sqrt{p_3}, \quad q_4 = \frac{c_{32} - c_{23}}{4q_3}, \quad q_1 = \frac{c_{13} - c_{31}}{4q_3}, \quad q_2 = \frac{c_{21} - c_{12}}{4q_3} \quad (15-2)$$

¹ Shuster, Savage

اگر $p_4 = \max(p_1 p_2 p_3 p_4)$ باشد بنابراین:

$$q_4 = 0.5\sqrt{P_4}, \quad q_1 = \frac{c_{21} - c_{12}}{4q_4}, \quad q_2 = \frac{c_{13} + c_{31}}{4q_4}, \quad q_3 = \frac{c_{32} - c_{23}}{4q_4} \quad (16-2)$$

نهایتاً اگر $q_1 < 0$ باشد، بنابراین $q = -q$ خواهد بود.

۲-۱-۸: ماتریس DCM بر حسب زوایای اوایلر

یک روش کلاسیک برای نشان دادن موقت چرخشی یک دستگاه مختصات نسبت به یک دستگاه دیگر استفاده از سه دوران ساده متوالی می‌باشد که به زوایای اوایلر معروف می‌باشند. اگر بخواهیم موقعیت چرخشی وسیله پرنده که با دستگاه بدنی نمایش داده می‌شود را، نسبت به دستگاه ناوبری نمایش دهیم می‌توان با سه دوران ساده دستگاه ناوبری را به دستگاه بدنی منطبق نمود. اگر دستگاه بدنی را با (x_b, y_b, z_b) و دستگاه ناوبری را با (N, E, D) ، نمایش دهیم این سه دوران ساده توسط شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$NED \xrightarrow[\psi]{D=z_1} x_1 y_1 z_1 \xrightarrow[\theta]{y_1=y_2} x_2 y_2 z_2 \xrightarrow[\phi]{x_2=x_b} x_b y_b z_b$$

شکل (۲-۳): تعریف زوایای اوایلر

که در آن زاویه ψ به زاویه یاو یا سمت، زاویه θ به زاویه فراز و زاویه ϕ نیز به زاویه رول معروف می‌باشند. در این حالت ماتریس تبدیل به شکل زیر خواهد بود:

$$C_n^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17-2)$$

۲-۱-۹: زوایای اوایلر به صورت تابعی از ماتریس کسینوسهای هادی

با استفاده از معادله (۱۷-۲) می‌توان زاویه فراز را به صورت زیر حساب نمود:

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{-c_{31}}{\sqrt{c_{32}^2 + c_{33}^2}} \quad (18-2)$$

در اینجا $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ است. باید توجه نمود که زوایای اوایلر در $\theta \pm \frac{\pi}{2}$ نقاط تکینه^۱ دارند. بنابراین اگر $|c_{31}| < 0.999$ ، $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ در این حالت زوایای اوایلر می‌توانند وضعیت چرخشی را نمایش دهند. و زوایای رول و سمت به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}\phi &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{c_{32}}{c_{33}} \\ \psi &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin \psi}{\cos \psi} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{c_{21}}{c_{11}}\end{aligned}\quad (19-2)$$

اگر $|c_{31}| \geq 0.999$ باشد فقط می‌توان یک ترکیب خطی از زاویه رول و Yaw را بدست آورد [۳۶۱]:

$$\begin{cases} \psi - \phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{c_{23} - c_{12}}{c_{13} + c_{22}} & : c_{31} \leq -0.999 \\ \psi + \phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{c_{23} + c_{12}}{c_{13} + c_{22}} & : c_{31} \geq 0.999 \end{cases}\quad (20-2)$$

۲-۱-۱۰: کوتاهترین به صورت تابعی از زوایای اوایلر

کوتاهترین ها را می‌توان از روی زوایای اوایلر به شکل زیر محاسبه نمود:

$$q_b^a = \begin{bmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \\ \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} - \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} \\ \cos \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\psi}{2} - \sin \frac{\phi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \end{bmatrix}\quad (21-2)$$

۲-۲: دستگاه های مختصات مبنی و انتقالها

دستگاه‌های مختلفی برای توسعه آنالیز سیستم ناوبری اینرسی تعریف می‌گردد. این دستگاه‌ها تجزیه و تحلیل معادلات ناوبری را آسان می‌کنند. به عنوان مثال شتابسنج‌ها، شتابهای مخصوص و ژيروسکوپها سرعت های زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی را در دستگاه بدنی اندازه‌گیری می‌کنند و نیاز است که این بردارها به دستگاه ناوبری منتقل گردند. در این فصل دستگاه‌های مرتبط با سیستم ناوبری اینرسی تعریف

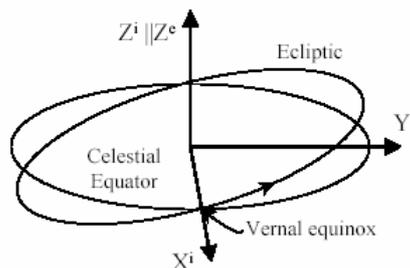
¹ Singularity

شده و ارتباط بین این دستگاه‌ها از جمله ماتریس‌های تبدیل و بردارهای سرعت زاویه دستگاه‌ها نسبت به هم توضیح داده خواهند شد.

۳-۲-۱: دستگاه اینرسی

دستگاه اینرسی ایده‌ال، دستگاهی است که نه شتاب و نه دوران دارد و در نتیجه قانون دوم نیوتن در این دستگاه صادق می‌باشد. در حقیقت خروجی ژيروسکوپ‌های ساکن ایده‌ال در این دستگاه صفر خواهد بود. در عمل دستگاه فوق وجود نداشته و به جای آن از یک دستگاه شبه اینرسی^۱ استفاده می‌شود.

مرکز چنین دستگاه مختصاتی در مرکز زمین تعریف شده و نسبت به کپکشان نمی‌چرخد. محور Z آن در راستای محور اسپین زمین و محور X آن در راستای میانگین اعتدال بهاری^۲ و محور آن طوری است که دستگاه راست گرد را تشکیل می‌دهد. محور اعتدال بهاری به سمت محل تقاطع استوای نجومی و سطح استوای زمین می‌باشد، که در حقیقت یک دستگاه اینرسی تقریبی است [۲۸۲].



شکل (۲-۴): دستگاه اینرسی

۳-۲-۲: دستگاه زمینی

دستگاه زمینی (e) دستگاهی است که مرکز آن مرکز زمین و محورهای آن نیز چسبیده به خود زمین می‌باشند و در نتیجه دستگاه با دوران زمین دوران می‌کند. محور Z آن در راستای بردار دوران زمین و محور X آن در راستای محل برخورد نصف النهار گرینویچ و صفحه استوا می‌باشد. محور Y زمینی طوری است که تشکیل دستگاه راستگرد را می‌دهد. بردار سرعت زاویه‌ای زمین در دستگاه زمینی که در اصل سرعت زاویه‌ای دستگاه زمینی نسبت به اینرسی می‌باشد به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\omega_{ie}^e = [0 \quad 0 \quad \omega_e]^T \quad (2-22)$$

¹ Quasi-inertial frame

² vernal equinox

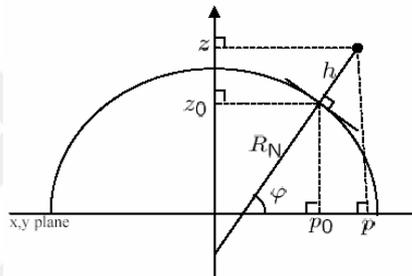
که در آن ω_e اندازه سرعت زمین می باشد که برابر است با:

$$\omega_e = 7.2921158 \times 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (23-2)$$

موقعیت وسیله پرنده نسبت به دستگاه e به صورت تابعی از عرض جغرافیایی^۱ φ و طول جغرافیایی^۲ λ و ارتفاع^۳ h به شکل زیر نمایش داده می شود [۱۵۲]:

$$r^e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (R_N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ (R_N(1 - e^2) + h) \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (24-2)$$

که در آن e خروج از مرکز بیضی گون مبنی^۴ و R_N شعاع انحنای بیضی گون در صفحه نصف النهار می باشد.



شکل (۵-۲): رابطه بین دستگاه زمینی و ژئودزی

با توجه به شکل ۵-۳ می توان با داشتن بردار موقعیت در دستگاه زمینی، طول، عرض جغرافیایی و ارتفاع را محاسبه نمود.

$$\lambda = \text{tg}^{-1}(y, x) \quad (25-2)$$

محاسبه عرض جغرافیایی و ارتفاع چندان ساده نیست ولی معمولاً توسط الگوریتم زیر به صورت بازگشتی محاسبه می شود:

ابتدا عرض جغرافیایی و ارتفاع را توسط الگوریتم زیر مقداردهی اولیه نمایید:

$$h_0 = 0, \quad \varphi_0 = \text{tg}_2^{-1}(z, (1 - e^2)p), \quad p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (26-2)$$

¹ Latitude

² Longitude

³ Height

⁴ First eccentricity of the reference ellipsoid

سپس الگوریتم زیر را تا همگرایی مسئله تکرار نمایید:

- R_N را محاسبه کنید.

- ارتفاع را به صورت زیر به روز نمایید:

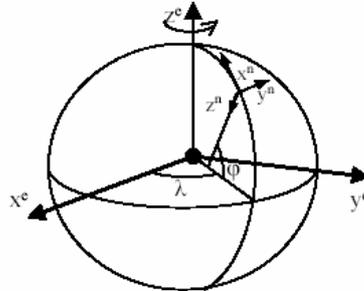
$$h = p / \cos \varphi - R_N \quad (27-2)$$

- عرض جغرافیایی را به صورت زیر به روز نمایید.

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \left(z, p \left(1 - \frac{e^2 R_N}{R_N + h} \right) \right) \quad (28-2)$$

۳-۲-۲: دستگاه ناوبری

دستگاه ناوبری در حقیقت یک دستگاه ژئودزی محلی می باشد که مرکز آن منطبق بر مرکز وسیله پرنده و یا منطبق بر مرکز INS و محور x آن به سمت شمال جغرافیایی و محور z آن قائم بر سطح بیضی گون مینی بوده و محور آن طوری است که یک دستگاه راستگرد را کامل می کند. در اصل محور y آن به سمت شرق می باشد. این دستگاه به North-East-Down (NED) نیز معروف بوده و در شکل (۶-۲) نمایش داده شده است:



شکل (۶-۲): دستگاه زمینی و دستگاه ناوبری

ماتریس DCM از دستگاه نامبرده به دستگاه e به صورت تابعی از پارامترهای ژئودزی به صورت زیر خواهد بود [۱۵۲]:

$$C_n^e = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \lambda & -\cos \varphi \cos \lambda \\ -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \lambda & -\cos \varphi \sin \lambda \\ \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \end{bmatrix} \quad (29-2)$$

همچنین کواترنین مربوطه بوسیله ماتریس C_n^e به صورت زیر نوشته می شود [۱۵۲]:

$$q_n^e = \begin{bmatrix} \cos(-\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\lambda}{2}) \\ -\sin(-\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}) \sin(\frac{\lambda}{2}) \\ \sin(-\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\lambda}{2}) \\ \cos(-\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}) \sin(\frac{\lambda}{2}) \end{bmatrix} \quad (30-2)$$

همچنین سرعت زاویه‌ای دستگاه e نسبت به دستگاه اینرسی در دستگاه ناوبری به صورت زیر است:

$$\omega_{ie}^n = C_e^n \omega_{ie}^e = [\omega_e \cos \varphi \quad 0 \quad -\omega_e \sin \varphi]^T \quad (31-2)$$

دوران دستگاه n نسبت به دستگاه e معمولاً نرخ انتقال^۱ نامیده می‌شود، که می‌توان آن را به صورت تابعی از نرخ تغییرات طول و عرض جغرافیایی بیان نمود [۱۵۲]:

$$\omega_{en}^n = [\dot{\lambda} \cos \varphi \quad -\dot{\varphi} \quad -\dot{\lambda} \sin \varphi]^T \quad (32-2)$$

و نهایتاً معادلات مربوط به موقعیت به شکل زیر می‌باشند [۱۵۲]:

$$\dot{\varphi} = \frac{V_n}{R_M + h}, \quad \dot{\lambda} = \frac{V_e}{(R_N + h) \cos \varphi}, \quad \dot{h} = -V_d \quad (33-2)$$

که در آن h ارتفاع و V_d, V_e, V_n سرعت های دستگاه بدنی نسبت به زمین در دستگاه ناوبری می‌باشند.

۴-۲-۲: دستگاه بدنی

دستگاه بدنی دستگاهی است که سرعت‌های زاویه‌ای وسیله پرنده و شتاب‌های خطی آن در این دستگاه توسط یک IMU اندازه‌گیری می‌شوند. مرکز این دستگاه معمولاً منطبق به مرکز جرم وسیله و محور x آن در راستای محور طولی وسیله پرنده و محور y آن در راستای بال راست و محور z آن در راستای قائم بر محورهای x, y به سمت پایین می‌باشد طوری که یک دستگاه راستگرد را تشکیل دهند.

۳-۲: معادلات ناوبری

معادلات ناوبری معادلاتی هستند که بوسیله انتگرال‌گیری از آنها می‌توان موقعیت، سرعت و وضعیت جسم پرنده را بدست آورد. این معادلات، معادلات دیفرانسیل معمولی می‌باشند که به صورت زمان پیوسته بوده و در اصل باید به صورت گسسته حل شوند (انتگرال‌گیری شوند) این معادلات عبارتند از [۱۵۲]:

^۱ Transport Rate

$$\begin{aligned} \dot{q}_b^n &= 0.5\Omega_{nb}^b q_b^n \\ \dot{V}^n &= C_b^n f^b + g^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n \\ \dot{P} &= D_R V^n \end{aligned} \quad (34-2)$$

که در آن q_b^n کواترنین از دستگاه بدنی به دستگاه ناوبری g^n ، شتاب جاذبه زمین در دستگاه ناوبری، V^n سرعت نسبت به زمین در دستگاه ناوبری و تشابه‌های مخصوص در دستگاه بدنی، ω_{en}^n سرعت زاویه‌ای دستگاه ناوبری نسبت به زمین در دستگاه ناوبری و $p = [\varphi \quad \lambda \quad h]^T$ موقعیت در دستگاه کروی می باشد. که در آن Ω_{nb}^b, D_R به صورت زیر می‌باشند

$$\Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\ -\omega_1 & 0 & \omega_1 & -\omega_2 \\ -\omega_2 & -\omega_2 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_M + h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_N + h) \cos \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (34-2)$$

که در آن $\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{in}^b = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]$ می‌باشد

معادلات ناوبری را می‌توان به شکل مدل فضای حالت به صورت زیر نیز نوشت:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (35-2)$$

که در آن x متغیرهای حالت و u ورودی سیستم دینامیکی می‌باشد که شامل خروجی‌های شتاب‌سنج‌ها و ژيروسکوپ‌ها است.

روشهای مختلفی برای حل معادله (۲-۲۹) موجود می‌باشد که معروف‌ترین آنها رانگ کوتا مرتبه چهار می‌باشد. الگوریتم سویچ یکی از الگوریتم‌های بسیار معروف که در ۳۰ سال اخیر در سیستمهای ناوبری استفاده شده است، در ضمیمه الف آمده است.

۲-۴: سیستم‌های کمک ناوبری

برای یک INS گران قیمت رفتار خطا را به راحتی می‌توان توسط دینامیک شولر که پیرودی در حدود 84.4 min دارد را مدل سازی نمود. یک سیستم ناوبری ارزان قیمت INS را نمی‌توان برای ناوبری بلند مدت در حالت سکون به مدت طولانی استفاده نمود، باید با سیستمهای کمک ناوبری تلفیق گردد. در اینجا تعدادی سیستم‌های کمک ناوبری معروف معرفی خواهند شد.

۲-۴-۱: سیستم موقعیت یاب جهانی GPS

یک گیرنده GPS وسیله‌ای برای ناوبری مکان، سرعت و زمان می‌باشد. این گیرنده معمولاً دارای یک آنتن می‌باشد که باید در جایی نصب گردد که بتواند ماهواره‌های GPS را ببیند. بنابراین در حالت عادی امکان نصب آنتن GPS و IMU در یک مکان وجود ندارد. بنابراین موقعیت محاسبه شده توسط INS و موقعیت محاسبه شده توسط GPS با هم متفاوت خواهد بود. که به آن تاثیرات بازو^۱ گفته می‌شود. فرض کنید که چندین GPS در موقعیت‌های مختلف وسیله نصب شده باشد، در این صورت تاثیرات بازو به شکل زیر فرمول‌بندی می‌شود [۱۵۲]:

$$r_{GPS,i}^n = r_{IMU}^n + D_R C_b^n L_{GPS,i}^b \quad (۳۶-۲)$$

که در آن $r_{IMU}^n, r_{GPS,i}^n$ به ترتیب موقعیت‌های i - امین آنتن GPS و IMU در دستگاه ناوبری می‌باشند. همچنین $L_{GPS,i}^b$ بردار بازو گیرنده i - امین آنتن در دستگاه بدنی می‌باشد. تاثیرات بازو بر روی خروجی‌های سرعت اندازه‌گیری شده توسط GPS به شکل زیر مدل سازی می‌شود [۲۸۲]:

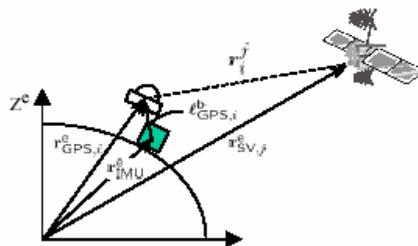
$$V_{GPS,i}^n = V_{IMU}^n - ([\omega_{ie}^n \times] + [\omega_{en}^n \times]) C_b^n L_{GPS,i}^b - C_b^n [L_{GPS,i}^b \times] \omega_{ib}^b \quad (۳۷-۲)$$

معمولاً ترم دو معادله بالا در کار بردهای عادی قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد.

در گیرنده‌های GPS همچنین می‌توان شبه فاصله‌ها را نیز اندازه‌گیری نمود. فاصله i - امین آنتن از J - امین ماهواره را می‌توان به شکل زیر نوشت [۲۸۲]:

$$r_i^J = \|r_{SV,J}^e - r_{GPS,i}^e\| = \|r_{SV,J}^e - r_{IMU}^e - C_b^e L_{GPS,i}^b\| \quad (۳۸-۲)$$

که در آن r_i^J شبه فاصله و $r_{SV,J}^e$ بردار موقعیت ماهواره J -ام در دستگاه e می‌باشد.



شکل (۲-۷): اندازه‌گیری‌های GPS/INS

^۱ Lever-arm effect

در حالت کلی دو روش تلفیق GPS و INS وجود دارد که عبارتند از تلفیق شل^۱ و تلفیق کامل^۲. در تلفیق شل GPS موقعیت و سرعت را اندازه گیری نموده و خروجی سرعت و موقعیت GPS با INS تلفیق می‌گردد [۲۴۲]. در تلفیق کامل مشاهدات GPS شبه فاصله‌ها^۳ و فازهای حامل^۴ می‌باشند و مستقیماً به عنوان مشاهدات GPS تلقی می‌شوند [۲۴۵]. بنابراین معادلات (۲-۳۷) و (۲-۳۸) برای تلفیق شل و معادلات (۲-۳۸) برای تلفیق کامل به کار می‌روند.

۲-۴-۲: قطب نمای مغناطیسی (مگنتومتر)

قطب‌نما از دیر باز به عنوان یک مولفه ناوبری استفاده شده است. قطب نما می‌تواند جهت شمال مغناطیسی را مشخص کند و در نتیجه می‌تواند بعد از یک جبران‌سازی شمال مغناطیسی را نسبت به شمال جغرافیایی، زاویه سمت وسیله را اندازه‌گیری کند. چون یک قطب‌نما فقط می‌تواند در سطح افق شمال را اندازه‌گیری کند برای استفاده از این وسیله در یک جسم پرنده آن را بر روی یک پاندول نصب می‌کنند که می‌تواند شمال مغناطیسی را در حرکت‌های بدون شتاب اندازه‌گیری کند به این وسیله Flux Value گفته می‌شود.

یک مگنتومتر^۵ وسیله‌ای برای اندازه‌گیری مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین بر روی بدنه مگنتومتر می‌باشد. این وسیله به صورت استراپ داوون بر روی وسیله نصب شده و می‌تواند سه مولفه شدت میدان مغناطیسی را در دستگاه بدنی خود اندازه‌گیری نماید. این وسیله یکی از مولفه‌های اصلی AHRS^۶ می‌باشد.

می‌دانیم میدان مغناطیسی زمین تابعی از موقعیت نسبت به زمین بوده و با زمین دوران می‌کند ولی در طول زمان چرخش‌های بسیار کمی دارد. تاکنون موسسه‌های مختلفی بر روی مدل‌سازی میدان مغناطیسی زمین کار کرده‌اند که مهمترین استاندارد در این زمینه WGS-84^۷ می‌باشد. بردار مغناطیسی زمین نسبت به زمین توسط دو زاویه انحراف از شمال^۸ و انحراف از افق^۹ مشخص می‌شود.

اگر اندازه شدت میدان مغناطیسی زمین را با H_0 و زاویه آن را در سطح افق نسبت به شمال جغرافیایی با γ و زاویه آن را نسبت به افق با δ نمایش دهیم در این صورت مولفه‌های میدان مغناطیسی زمین در دستگاه بدنی مگنتومتر به صورت زیر خواهد بود [۱۵۴]:

¹ Loosely -coupled

² Tightly -integration

³ Pseudo ranges

⁴ Carrier phases

⁵ Magnetometer

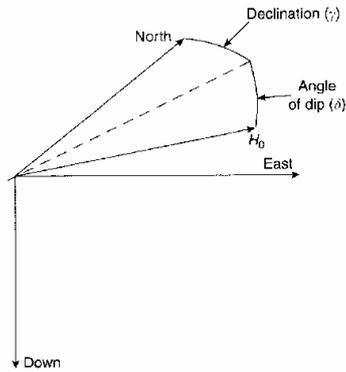
⁶ Attitude & Heading reference system

⁷ World Geodetic System

⁸ Angle of variation

⁹ Angle of dip

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} H_0 \cos \delta \cos \gamma \\ H_0 \cos \delta \sin \gamma \\ H_0 \sin \delta \end{bmatrix} \quad (39-2)$$



شکل (۸-۲): مولفه های میدان مغناطیسی زمین

از فرمول (۳۹-۲) دیده می شود که خروجی مگنتومتر حاوی اطلاعاتی درباره وضعیت جسم پرنده می باشد که در ناوبری تلفیقی می توان از آن استفاده کرد.

۳-۴-۲: ارتفاع سنج بارومتري

یک ارتفاع سنج بارومتري اطلاعات مفیدی را درباره ارتفاع از سطح دریای یک وسیله پرنده گزارش می کند. مهمترین منبع خطای یک ارتفاع سنج بارومتري خطای کوانتیزاسیون آن است. خطای ارتفاع سنج نیز یک نویز سفید با انحراف استاندارد ثابت فرض می شود. مدل مشاهدات ارتفاع سنج بارومتري به شکل زیر است [۲۸۳].

$$\begin{aligned} p &= p_0 \exp(G_{\Delta p} h) + V_{Alt} \\ p^q &= p_0^q \text{floor}\left(\frac{p}{p_0^q}\right) \\ h_{alt} &= -\frac{1}{G_{\Delta p}} L_n\left(\frac{p^q}{p_0^q}\right) \end{aligned} \quad (40-2)$$

که در آن p_0 فشار هوای نامی در سطح دریا^۱، $G_{\Delta p}$ نرخ دهه تغییرات فشار برای ارتفاع^۲، h ارتفاع وسیله

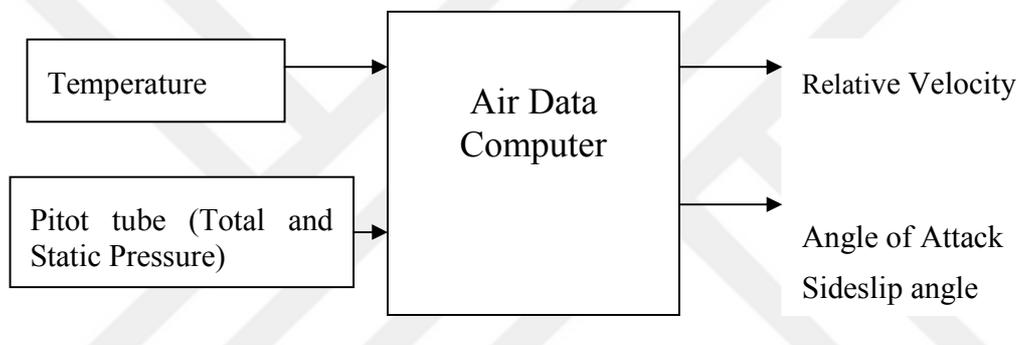
¹ Nominal pressure at sea-level

² Pressure change respect to altitude change

پرنده، p_0^q رزولوشن کوانتیزاسیون ارتفاع سنج^۱ و h_{alt} خروجی ارتفاع سنج و $\text{floor}(\cdot)$ که جزء صحیح عدد را می‌دهد مثلاً $\text{floor}(9.7) = 9$.

۲-۴-۴: سرعت سنج، اندازه‌گیری زاویه حمله، زاویه سرش

این مجموعه سرعت سنج، اندازه‌گیری زاویه حمله^۲، زاویه سرش^۳ در اکثر وسایل پرنده به (CADC) Center Air Data Computer معروف می‌باشد که شامل یک لوله با بالکهای اندازه‌گیری زاویه حمله و زاویه سرش همچنین، سوراخهایی در اطراف لوله پیتوت برای اندازه‌گیری فشار استاتیک و سوراخ اندازه‌گیری فشار دینامیک و همچنین سنسور اندازه‌گیری دمای هوا است. این مجموعه به صورت ترکیبی هم می‌تواند ارتفاع و هم سرعت نسبی وسیله پرنده را نسبت به هوا اندازه‌گیری کند.



شکل (۲-۹): Air Data Computer

ایراد اصلی این مجموعه این است که سرعت نسبی وسیله را نسبت به هوا اندازه‌گیری می‌کند. زمانی که هوا نسبت به زمین ساکن است می‌تواند سرعت وسیله را نسبت به زمین اندازه‌گیری کند، ولی زمانی که باد بوزد در این حالت دیگر فقط با معلوم بودن سرعت باد می‌توان سرعت وسیله پرنده را توسط سرعت سنج محاسبه نمود. اگر سرعت نسبی وسیله پرنده نسبت به هوا در دستگاه بدنی را به $V_{rel} = [u_{rel} \quad v_{rel} \quad w_{rel}]^T$ نشان دهیم، اندازه‌گیری‌های این وسیله به شکل زیر خواهد بود:

¹ Pressure quantization

² Angle of attack

³ Angle of side slip

$$u_{rel} = \sqrt{\frac{2(p_t - p_0)}{\rho}}$$

$$\alpha_{rel} = \text{tg}^{-1}\left(\frac{w_{rel}}{u_{rel}}\right) \quad (41-2)$$

$$\beta_{rel} = \text{tg}^{-1}\left(\frac{v_{rel}}{u_{rel}}\right)$$

که در آن فشار کل و p_0 فشار استاتیک و p دانسیته هوا و β_{rel} ، α_{rel} به ترتیب زاویه حمله جانبی و زاویه حمله می‌باشند. باید توجه نمود که چون سرعت باد معمولاً نسبت به دستگاه افق محلی (ناوبری) ثابت می‌باشد بنابراین معمولاً توسط اداره هواشناسی سرعت باد در این دستگاه داده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{rel} = C_n^b \left(\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (v_n)_{wind} \\ (v_e)_{wind} \\ (v_d)_{wind} \end{bmatrix} \right) \quad (42-2)$$

که در آن $\left[(v_n)_{wind} \ (v_e)_{wind} \ (v_d)_{wind} \right]^T$ سرعت باد نسبت به زمین در دستگاه ناوبری و $\left[V_n \ V_e \ V_d \right]^T$ سرعت وسیله پرنده نسبت به زمین در دستگاه ناوبری و C_n^b ماتریس تبدیل از دستگاه ناوبری به بدنی می‌باشد.

۲-۴-۵: دیگر سیستم‌های کمک ناوبری

سیستم‌های کمک ناوبری دارای تنوع بسیار زیادی بوده و هر سیستم و یا سنسوری که اطلاعاتی را در مورد تعدادی از پارامترهای ناوبری ارائه کند، به عنوان سیستم کمک ناوبری شناخته می‌شود. تعدادی از این سیستم‌ها در زیر آمده است.

- رادار داپلر سرعت وسیله پرنده را اندازه‌گیری می‌کند.
- ژيروسکوپ عمودی^۱ زوایای رول و پیچ را اندازه‌گیری می‌کند.
- ژيروسکوپ دایر کشنال^۲ زاویه سمت را اندازه‌گیری می‌کند.
- AHRS زوایای رول، پیچ و یاو را اندازه‌گیری می‌کند.

^۱ Vertical Gyroscope

^۲ Directional Gyroscope

- سیستم ناوبری بر اساس عوارض زمین^۱ موقعیت وسیله را با استفاده از نقشه های دیجیتالی و یک ارتفاع سنج راداری و یک ارتفاع سنج بارومتري، اندازه گیری می کند.

- سیستم ناوبری بر اساس بینایی^۲ بر اساس تصاویر از قبل معلوم مسیر و تصاویر گرفته شده موقعیت وسیله پرنده را اندازه گیری می کند.



¹ Terrain Navigation

² Visual Navigation

فصل سوم

مدل سازی خطا در سنسورها و سیستمهای اینرسی

بشر با اندیشه، مقیاس هر چیزی است.
" فیثاغورث "

به دلیل خطای بسیار زیادی که سنسورهای ارزان قیمت دارند باید خطای تکرارپذیر آنها که در حقیقت خطاهای معین^۱ می‌باشند، در پروسه تست و کالیبراسیون این سنسورها حذف شوند. اکثر خطاهای باقیمانده سنسورها، خطاهای تصادفی^۲ می‌باشند که باید بر اساس مدل‌های آماری آنها را مطالعه نمود. در حقیقت بعد از کالیبراسیون و جبران سازی خطاها، یک سری خطاها باقی می‌ماند که در این فصل هدف مدل سازی آنها می‌باشد. این خطاها اکثراً شامل خطای بایاس، خطای گین، خطای نصب، یا عدم عمود بودن می‌باشند. البته خطای نویز سفید نیز برای همه سنسورها در نظر گرفته می‌شود. همچنین به دلیل وجود خطا در IMU و خطا محاسبه g و

¹Deterministic

²Stochastic

همچنین خطای ناشی از محاسبات، خروجی سیستم ناوبری دارای خطا می‌باشد که در این فصل مدل‌های مختلفی برای مطالعه این خطاها ارائه خواهد گردید. اهمیت این مدل‌های تصادفی بیشتر برای استفاده از سنسورهای ارزان قیمت می‌باشد.

در این فصل ابتدا چند مدل از پروسه‌های تصادفی مهم معرفی شده و خواص آنها مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهند گرفت. سپس مدل‌های خطا در سنسورهای اینرسی و IMU با استفاده از پروسه‌های ذکر شده مدل سازی خواهد شد. نهایتاً مدل‌های خطا در سیستم‌های ناوبری اینرسی ارائه شده و دست یافته‌های جدید در مدل سازی خطا مخصوصاً در سیستم‌های ارزان قیمت برای خطای زاویه سمت زیاد ارائه خواهند شد.

۳-۱: مدل‌های تصادفی خطا

تعدادی از پروسه‌های تصادفی زمان پیوسته که در مدل سازی خطاهای سنسورهای اینرسی استفاده می‌شود در زیر خواهد آمد. همه این پروسه‌ها بوسیله یک معادله دیفرانسیل خطی تصادفی بیان می‌شوند که نهایتاً به شکل مدل‌های Autoregressive Processes (AR) تبدیل خواهند شد. مطالعه این مدل‌ها در توصیف خطاهای تصادفی IMU کمک خواهد نمود. برای اطلاعات بیشتر در باره پروسه‌های AR می‌توان به مراجع [۱۱] و [۲۴۲] و [۱۵۲] مراجعه نمود.

۳-۱-۱: نویز سفید

نویز سفید به عنوان یک پروسه تصادفی پایا^۱ با یک تابع دانسیته طیف قدرت^۲ (PSD) ثابت شناخته می‌شود. در حقیقت نویز سفید دارای PSD ثابت در تمام محدوده فرکانسی بی‌نهایت می‌باشد. بنابراین به صورت عملی نمی‌تواند وجود داشته باشد [۱۱]. نویز سفید کاربرد بسیار زیادی در مدل‌سازی نویزهای PSD ثابت (در یک باند فرکانسی محدود) دارد [۱۱]. اگر پهنای باند نویز خیلی بیش از پهنای باند سنسور باشد، در این حالت می‌توان این نویز را به عنوان نویز سفید تلقی نمود [۲۸۲]. تعدادی از پروسه‌های تصادفی که با عبور نویز سفید از یک تابع تبدیل بدست می‌آیند، در زیر آمده است.

۳-۱-۲: قدم تصادفی

یک قدم تصادفی^۳ توسط انتگرال گیری از نویز سفید بدست می‌آید بنابراین مدل آن به شکل زیر خواهد بود.

¹ Stationary Random process

² Power spectral density function

³ Random Walk

$$\dot{x} = w \quad (1-3)$$

که در آن $E[w(t)w(\tau)] = q(t)\delta(t-\tau)$ می باشد. با گسسته سازی معادله بالا داریم:

$$x_{k+1} = x_k + w_k \quad (2-3)$$

که در اینجا $q_k = q(t)\Delta t_{k+1}$ کواریانس نویز تصادفی گسسته می باشد کواریانس یک قدم تصادفی به صورت (3-3) در حال زیاد شدن می باشد، در نتیجه یک پروسه پایا نمی باشد.

$$E(x^2) = q(t)t \quad (3-3)$$

اگر پروسه نویز سفید گوسی باشد، در این حالت متغیر تصادفی x نیز گوسی خواهد ماند در این حالت پروسه به پروسه وینر^۱، و یا به پروسه Brownian-motion معروف می باشد [۲۴۲].

بعد از انتگرال گیری از خروجی شتاب سنجها و ژيروسکوپها نویز سفید شتابسنجها و ژيروسکوپها به صورت قدم تصادفی سرعت^۲ (VRN) و قدم تصادفی زاویه^۳ (ARW) ظاهر می شوند. مقادیر VRW, ARW توسط آنالیز Allan Variance پیدا می شوند مدل سازی خطاهای سنسورهای اینرسی با استفاده از آنالیز آلان واریانس در مرجع [۳۶۳-۳۶۸] آمده است.

۳-۱-۳ ثابت تصادفی

یک ثابت تصادفی^۴ یک کمیت بدون دینامیک بوده که بعد از وقوع، به صورت تصادفی در طول زمان ثابت می ماند [۱۱]. مدل زمان گسسته و پیوسته آن به شکل زیر است.

$$\dot{x} = 0 \quad (4-3)$$

$$x_{k+1} = x_k$$

به عنوان مثال زاویه سمت اولیه و عدم عمود بودن سنسورها را می توان به شکل ثابت تصادفی مدل سازی نمود. بایاس نیز اگر کاربرد کوتاه مورد نظر باشد می تواند به شکل ثابت تصادفی مدل شود ولی اگر به صورت طولانی مدت از سنسور استفاده گردد، بایاس در طول زمان تغییر خواهد نمود که در این حالت باید از مدلهای دینامیکی برای توصیف آن استفاده نمود.

¹ wiener

² Velocity Random Walk

³ Attitude Random Walk

⁴ Random Constant

۳-۱-۴: پروسه گوس مارکف

پروسه گوس - مارکف^۱ یک پروسه پایا با تابع همبستگی نمایی می باشد که پروسه گوس مارکف مرتبه اول خوانده می شود. برای یک پروسه گوس - مارکف با زمان همبستگی T و انحراف استاندارد σ مدل به شکل زیر تعریف می شود [۶۸].

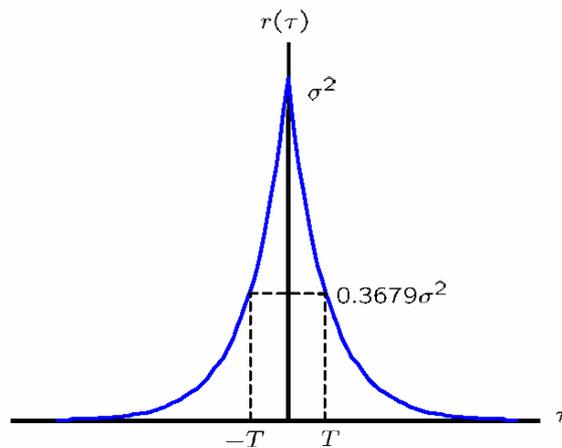
$$\dot{x} = -\frac{1}{T}x + w \quad (۵-۳)$$

که در آن $q = \frac{2\sigma^2}{T}$ واریانس نویز زمان پیوسته می باشد. مدل گسسته آن به شکل زیر است:

$$x_{k+1} = e^{-\Delta_{k+1}/T} x_k + w_k \quad (۶-۳)$$

واریانس نویز گسسته می باشد. بنابراین پروسه گوس - مارکف با دو پارامتر T, σ شناخته می شود. تابع همبستگی آن به شکل زیر می باشد [۶۸].

$$r(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] = \sigma^2 e^{-|\tau|/T} \quad (۷-۳)$$



شکل (۳-۱): تابع همبستگی پروسه گوس مارکف

این پروسه بیشتر برای مدل سازی ناپایداری بایاس سنسورها به کار می رود. همچنین بعضی مواقع برای مدل سازی ناپایداری گین نیز به کار می رود. پارامترهای یک پروسه گوس - مارکف باید توسط تابع همبستگی آن

^۱ Gauss-Markov process

از شکل (۳-۱) تعیین گردد. طبق فرمول زیر برای رسم تابع همبستگی نیاز است که اندازه‌گیری‌های بلند مدت از خروجی سنسور به عمل آید [۲۸۲].

$$\frac{Var[V_x(\tau)]}{\sigma^4} \leq \frac{2T}{t_c} \quad (۸-۳)$$

$$V_x(\tau) = \frac{1}{t_c - \tau} \int_0^{t_c - \tau} x(t)x(t + \tau) dt$$

که در اینجا t_c زمان کل جمع آوری اطلاعات و $Var[V_x(\tau)]$ واریانس بدست آمده از داده‌های جمع شده و σ واریانس واقعی می‌باشد. برای مثال اگر T برابر با ۱۰ ثانیه باشد جمع آوری ۲۰۰ ثانیه اطلاعات برای داشتن خطای ۱۰٪ کافی است. اگر زمان همبستگی سنسور ۴ ساعت باشد در این صورت جمع آوری اطلاعات به مدت ۸۰۰ ساعت خطای کمتر از ۱۰٪ برای واریانس ایجاد خواهد نمود [۲۸۲].

در پایان برای جمع بندی مدلهای خطا می‌توان پروسه گسسته زیر را در نظر گرفت:

$$x_{k+1} = ax_k + w_k \quad (۹-۳)$$

که در آنها پارامترهای مدل w_k نویز پروسه و a می‌باشند. جدول زیر می‌تواند پروسه‌های تصادفی ذکر شده را با پارامترهای ثابت زیر اختیار کند [۲۸۲].

جدول (۳-۱): پروسه‌های تصادفی

$q_k = E(w_k^2)$	a	
>0	۱	قدم تصادفی
0	۱	ثابت تصادفی
$a^2(1 - e^{-2\Delta t/T})$	$e^{-\Delta t/T}$	گوس-مارکف

۳-۲: مدلهای خطای IMU

در اینجا خطاهای سنسورها به صورت خطی فرض می‌شود. همچنین فرض می‌شود که سیستم کالیبره شده و خطاهای باقیمانده مدل سازی می‌شوند. خطاهای در نظر گرفته شده، عبارتند از خطای نویز سفید، ناپایداری بایاس، ناپایداری گین، خطای عمود بودن. بنابراین خطای شتاب سنج δp^b و خطای ژيروسکوپها $\delta \omega_{ib}^b$ را می‌توان به شکل زیر مدل سازی نمود.

$$\begin{aligned}\delta f^b &= b_a + \text{diag}(f^b)s_a + \Gamma_a \wp_a + v_a \\ \delta \omega_{ib}^b &= b_g + \text{diag}(\omega_{ib}^b)s_g + \Gamma_g \wp_g + v_g\end{aligned}\quad (10-3)$$

که در آن b_a بایاس، s_a خطای گین، و \wp_a خطای عمود بودن و v_a نویز سفید شتاب سنجها بوده و b_g ، s_g ، \wp_g ، v_g برای ژيروسکوپ ها می باشند. در اینجا $\text{diag}(\cdot)$ نشان دهنده یک ماتریس قطری حاصل از یک بردار می باشد. همچنین داریم:

$$\wp_a = [\gamma_{a,xy} \ \gamma_{a,xz} \ \gamma_{a,yz} \ \gamma_{a,yz} \ \gamma_{a,zx} \ \gamma_{a,zy}]^T \quad (11-3)$$

و همچنین:

$$\Gamma_a = \begin{bmatrix} f_y^b & f_z^b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_x^b & f_z^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_x^b & f_y^b \end{bmatrix} \quad (12-3)$$

همچنین پارامترهای فوق به طریق مشابه برای ژيروسکوپ ها نیز تعریف می گردد.

$$\begin{aligned}\wp_g &= [\gamma_{g,xy} \ \gamma_{g,xz} \ \gamma_{g,yz} \ \gamma_{g,yz} \ \gamma_{g,zx} \ \gamma_{g,zy}]^T \\ \Gamma_g &= \begin{bmatrix} \omega_{iby}^b & \omega_{ibz}^b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{ibx}^b & \omega_{ibz}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{ibx}^b & \omega_{iby}^b \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (13-3)$$

اگر گینها و بایاس های سنسورها به صورت قدم تصادفی فرض شوند می توان آنها را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{b}_a &= \text{diag}(C_{ab})b_a + w_{ab} \\ \dot{b}_g &= \text{diag}(C_{gb})b_g + w_{gb} \\ \dot{s}_a &= \text{diag}(C_{as})s_a + w_{as} \\ \dot{s}_g &= \text{diag}(C_{gs})s_g + w_{gs}\end{aligned}\quad (14-3)$$

که در آن C_{ij} برابر با $-\frac{1}{T}$ که در آن T زمان همبستگی پارامتر و w نویز سفید موجود در مدل قدم تصادفی می باشد.

۳-۳: مدل های خطا در INS

به دلیل وجود خطا در سنسورهای اینرسی، خطای محاسبات، خطای نمونه برداری و میدان جاذبه زمین، پارامترهای ناوبری محاسبه شده از پیاده سازی معادلات ناوبری حاوی خطا می باشند. تعداد زیادی مدل های خطا برای توصیف خطاهای INS در طول سالیان دراز توسعه داده شده اند [۱۸۳-۱۹۳] که نوع مدل بیشتر

به کاربر مورد نظر بستگی دارد. در اینجا چند مدل خطا که بیشتر کاربرد سیستم های ناوبری اینرسی از ران قیمت را دارند خواهد آمد.

۳-۳-۱ مدل خطای زاویه phi^۱

یک روش کلاسیک برای آنالیز خطای INS استفاده از روش اغتشاشات جزئی می باشد که در این روش پارامتر های ناوبری نسبت به دستگاه n واقعی اغتشاش داده می شوند. در حقیقت تمام ترمهای اغتشاشی به معادلات ناوبری (۲-۲۸) اعمال می شوند. سپس از بسط تیلور استفاده شده و ساده سازی های مربوطه انجام می شود و نهایتاً معادلات دیفرانسیل خطا ظاهر می شوند [۱۸۳]. در تمام این ساده سازی ها خطاها کوچک فرض می شوند. برای مثال می توان به مراجع [۳۷۰ و ۳۷۱] مراجعه نمود. ابتدا خطای موقعیت را در راستای شمال - شرق و پایین به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\delta r^n = \begin{bmatrix} \delta r_N \\ \delta r_E \\ \delta r_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_M + h)\delta\phi \\ (R_N + h) \cos\phi\delta\lambda \\ -\delta h \end{bmatrix} \quad (۱۵-۳)$$

خطاهای پارامترهای دیگر به صورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$\begin{aligned} \hat{f}^b &= f^b + \delta f^b \\ \hat{\omega}_{ib}^b &= \omega_{ib}^b + \delta\omega_{ib}^b \\ \hat{V}^n &= V^n + \delta V^n \\ \hat{C}_b^n &= [I + (\phi \times)] C_b^n \\ \hat{\omega}_{ie}^n &= \omega_{ie}^n + \delta\omega_{ie}^n \\ \hat{\omega}_{in}^n &= \omega_{in}^n + \delta\omega_{in}^n \\ \hat{g}^n &= g^n + \delta g^n \end{aligned} \quad (۱۶-۳)$$

همچنین خطای شتاب جاذبه را می توان به شکل زیر نوشت [۳۷۲]:

$$\delta g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2g\delta r_D / (R + h) \end{bmatrix} \quad (۱۷-۳)$$

^۱ Phi-angle Error Model

که در آن R به صورت $R = \sqrt{R_M R_N}$ است.

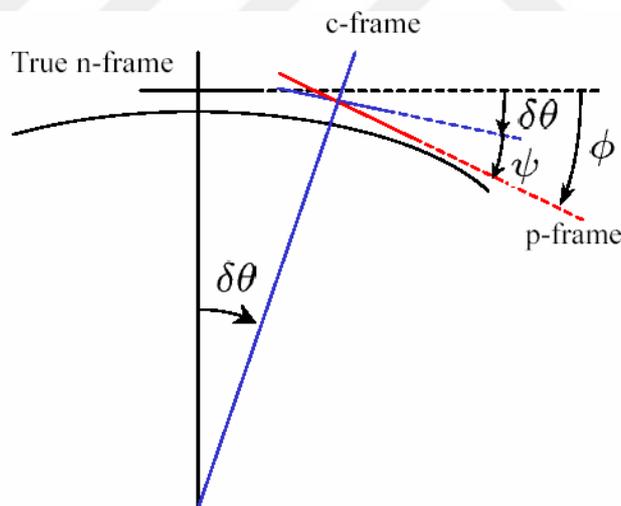
در این حالت می توان با استفاده از روش اغتشاشات جزئی^۱ معادلات خطا را به شکل زیر بدست آورد [۳۷۳] و [۳۷۴]:

$$\begin{aligned} \delta \dot{r}^n &= -\omega_{en}^n \times \delta r^n + \delta \theta \times v^n + \delta v^n \\ \delta \dot{v}^n &= C_b^n \delta f^b + C_b^n f^b \times \phi + \delta g^n - (\omega_{ie}^n + \omega_{in}^n) \times \delta v^n - (\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{in}^n) \times v^n \\ \dot{\phi} &= -\omega_{in}^n \times \phi + \delta \omega_{in}^n - C_b^n \delta \omega_{ib}^n \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

که در آن ϕ خطای موقعیت زاویه‌ای واقعی و $\delta \theta$ نیز خطای دستگاه ناوبری واقعی با دستگاه ناوبری محاسبه شده است.

$$\delta \theta = \begin{bmatrix} \delta r_E / (R_N + h) \\ -\delta r_E / (R_M + h) \\ -\delta r_E \tan \phi / (R_N + h) \end{bmatrix} \quad (۱۹-۳)$$

در اینجا خطای موقعیت زاویه‌ای IMU نسبت به دستگاه ناوبری واقعی بیان شده است. بنابراین به مدل ϕ که خطای وضعیت دو دستگاه را نسبت به هم نشان می‌دهد معروف می‌باشد [۳۷۳] و [۳۷۴].



شکل (۲-۳): رابطه بین دستگاه ناوبری واقعی، محاسبه شده و platform

^۱ Small perturbation

۳-۳-۲: مدل خطای زاویه ψ ^۱

در اینجا آنالیز خطا نسبت به دستگاه ناوبری محاسبه شده انجام می‌گیرد. در اینجا اختلاف نسبت به دستگاه ناوبری واقعی با ایندکس ۱ و اختلاف نسبت به دستگاه ناوبری محاسبه شده با ایندکس ۲ نمایش داده شده می‌شود [۳۷۲ و ۳۷۴]:

$$\begin{aligned}\hat{v}^n &= v^n + \delta v_1^n = v^c + \delta v_2^c \\ \hat{g}^n &= g^n + \delta g_1^n = g^c + \delta g_2^c \\ \hat{\omega}_{ie}^n &= \omega_{ie}^n + \delta \omega_{ie}^n = \omega_{ie}^c \\ \hat{\omega}_{in}^n &= \omega_{in}^n + \delta \omega_{in}^n = \omega_{in}^c\end{aligned}\quad (۲۰-۳)$$

آنالیز دستگاه محاسباتی، $\omega_{ic}^c, \omega_{ie}^c, C_c^e$ بدون خطا معلوم می‌باشند، زیرا موقعیت و نرخ انتقال دستگاه c از دستگاه ناوبری معلوم می‌باشند اسکرزینگر^۲ در سال ۲۰۰۲ نشان داد که خطاهای پارامترهای ناوبری در دو حالت به صورت زیر مربوط می‌باشند.

$$\begin{aligned}\delta v_1^n &= \delta v_2^c + \delta \theta \times v^c \\ \delta g_1^n &= \delta g_2^c + \delta \theta \times g^c \\ \delta \omega_{ie}^n &= -\delta \theta_2^c \times \omega_{ie}^c\end{aligned}\quad (۲۱-۳)$$

با توجه به معادلات (۲۱-۳) و (۱۷-۳) و (۱۹-۳) می‌توان خطای مدل جاذبه را در دستگاه c به شکل زیر محاسبه نمود.

$$\begin{aligned}\delta g_2^c &= \left[\frac{-g}{R_M + h} \delta r_N \quad \frac{-g}{R_N + h} \delta r_E \quad \frac{2g}{R + h} \delta r_D \right]^T \\ &\approx \left[-\omega_s^2 \delta r_N \quad -\omega_s^2 \delta r_N \quad 2\omega_s^2 \delta r_D \right]^T\end{aligned}\quad (۲۲-۳)$$

که در آن ω_s فرکانس شولر می‌باشد. مدل خطا در دستگاه c به شکل زیر بدست می‌آید.

^۱ Psi – Angle Error Model

^۲. Scherzinger

$$\begin{aligned}
\dot{\delta r}^c &= -\omega_{ec}^c \times \delta r^c + \delta v^c \\
\dot{\delta v}^c &= f^c \times \psi - (2\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \delta v^c + \delta g^c + C_b^p \delta f^b \\
\dot{\psi} &= -(\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \psi - C_b^n \delta \omega_{ib}^b
\end{aligned}
\tag{۲۳-۳}$$

چون مدل خطا شامل ترمهایی از زاویه ψ می‌باشد بنابراین مدل فوق به مدل خطای ψ معروف می‌باشد. بنسون^۱ در سال ۱۹۷۵ نشان داد [۳۷۵] که دو نوع مدل سازی خطای ψ و خطای ϕ معادل هم هستند. با این وجود اسکرزینگر، در سال ۲۰۰۲ بر روی حسن‌های استفاده از مدل خطای ψ در پیاده سازی‌های سیستم‌های تلفیقی به صورت زیر تاکید کرد:

- دینامیک خطای زاویه در معادله (۲۳-۳) پایدار بوده و ورودی آن فقط خطاهای ژيروسکوپهاست.
- خطاهای موقعیت و سرعت در معادلات (۲۳-۳) مستقل از خطای ژيروسکوپ هاست و این خطاها ناشی از چرخش زمین و نرخ انتقال می‌باشند که در اثر درست محاسبه نشدن دستگاه c بوجود می‌آیند.
- چون INS/GPS دارای خطای کمی است، بنابراین خطای دستگاه ناوبری محاسبه شده یعنی $\delta\theta$ کم بوده و در نتیجه خطای زاویه ϕ به زاویه ψ همگرا می‌شود.
- مدل خطای زاویه ψ دارای پارامترهای کمی نسبت به مدل خطای ϕ می‌باشد بنابراین برای پیاده سازی کالمن فیلتر راحت‌تر می‌باشد.

۳-۳-۳: مدل‌های خطای توسعه یافته

هر دو مدل خطای زاویه ψ ، ϕ شامل ترمهای انحراف نیروی مخصوص یعنی $f^n \times \psi$ ، $f^n \times \phi$ می‌باشند. در نتیجه نیروهای مخصوص در محاسبه ماتریس انتقال حالت برای فیلتر کالمن گسسته می‌شوند. در نتیجه باید یک تلفیق با سرعت زیاد استفاده شود تا سیستم در دینامیک‌های بالا ماتریس انتقال حالت را درست محاسبه کند. در سیستم‌های ارزان قیمت به دلیل خطای زیاد شتابسنجها ماتریس انتقال حالت دارای خطای زیادی خواهد بود. اسکرزینگر مدل‌های خطای توسعه یافته را در سال ۱۹۹۴ برای حل این مشکل ارائه نمود.

$$\Delta V_1^n = \delta V_1^n - \hat{V}^n \times \phi \tag{۲۴-۳}$$

$$\Delta V_2^c = \delta V_2^c - \hat{V}^n \times \psi$$

¹ Benson

برای جزئیات بیشتر می‌توان به مرجع [۳۷۴] مراجعه نمود. مدل خطای زاویه ϕ توسعه یافته به شکل زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{r}^n &= -\omega_{en}^n \times \delta \mathbf{r}^n + \Delta v_1^n + (\delta\theta - \phi) \times \hat{v}^n \\ \Delta \dot{v}_1^n &= C_b^n \delta f^b + \delta \mathbf{g}_1^n - \hat{\mathbf{g}}^n \times \phi - (\omega_{ie}^c + \omega_{ic}^c) \times \Delta v_1^n \\ &\quad - \hat{v}^n \times (\omega_{ie}^c \times \phi) + \hat{v}^n \times \delta \omega_{ie}^n + \hat{v}^n \times C_b^n \delta \omega_{ib}^b \\ \dot{\phi} &= -\omega_{in}^n \times \phi + \delta \omega_{in}^n - C_b^n \delta \omega_{ib}^b\end{aligned}\tag{۲۵-۳}$$

همچنین مدل خطای زاویه توسعه یافته به شکل زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{r}^c &= -\omega_{ec}^n \times \delta \mathbf{r}^c + \Delta v^c + \hat{v}^n \times \psi \\ \Delta \dot{v}_2^c &= C_b^p \delta f^b + \delta \mathbf{g}_2^c - \hat{\mathbf{g}}^n \times \psi - (2\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \Delta v_2^c \\ &\quad - \hat{v}^n \times (\omega_{ie}^c \times \psi) + \hat{v}^n \times C_b^p \delta \omega_{ib}^b \\ \dot{\psi} &= -(\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \psi - C_b^p \delta \omega_{ib}^b\end{aligned}\tag{۲۶-۳}$$

در هر دو مدل توسعه یافته خطای وضعیت شبیه به هم می‌باشند.

۳-۳-۴: مدل‌های خطای زیاد در زاویه سمت

تمام مدل‌های خطایی که پیش از این بحث شد، این بود که خطای وضعیت کم می‌باشد. در ناوبریهای ارزان قیمت بعضی مواقع زاویه سمت کاملاً نامعلوم بوده و خطاهای بسیار زیادی دارد. معمولاً خطاها در حد چند درجه کوچک فرض می‌شود ولی گاهی برای استفاده از GPS زاویه سمت خطای بسیار زیادی دارد و در نتیجه فیلتر برای زاویه سمت بسیار دیر همگرا می‌شود. دو روش برای توسعه مدل‌های خطا برای LHU^۱ وجود دارند. روجر^۲ در سال ۱۹۹۷ از خطاهای توابع مثلثاتی^۳ برای زاویه و اندر آزیموس^۴ به عنوان قسمتی از بردار حالت

¹ Large Heading Uncertainty

² Roger

³ trigonometric

⁴ azimuth Wander

استفاده نمود. مشابه آن اسکرینگر در سال ۱۹۹۶ توابع تریگونومتریک^۱ را برای خطای سمت زیاد استفاده نمود. در سیستم های ارزان قیمت خطای سمت در زمان کوتاهی اگر اطلاعات سیستم کمکی موجود نباشد رشد خواهد نمود. زیرا خطاهای ژيروسکوپ Z محاسبه نشده و باعث رشد سریع خطا در محاسبه سمت خواهد شد.

اسکرینر در سال ۱۹۹۶ برای خطای وضعیت توسعه یافته ψ_e را به شکل زیر تعریف نمود [۳۷۲].

$$\psi' \equiv \begin{bmatrix} \psi_x \\ \psi_y \\ \sin \psi_z \end{bmatrix}, \quad \psi_e \equiv \begin{bmatrix} \psi' \\ \cos \psi_z - 1 \end{bmatrix} \quad (27-3)$$

به عنوان یک ثابت تصادفی وقتی که خطای زاویه سمت زیاد باشد تلقی $\cos \psi_z - 1$ و $\sin \psi_z$ در اینجا همگرا می شود. یک علامت گذاری ماتریسی برای نشان دادن ψ به ψ' می شوند. برای خطای کوچک مقدار ضرب خارجی توسعه یافته به شکل زیر تعریف می شود.

$$[a \times]_{e+} = \begin{bmatrix} a_x \\ [a \times] \\ a_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28-3)$$

که در آن a یک بردار اختیاری و $a = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ می باشد. اسکرینر مدل خطای زیاد در سمت را بر اساس مدل خطای زاویه ψ به شکل زیر ارائه نمود.

$$\delta \dot{r}^c = -\omega_{ec}^n \times \delta r^c + \delta v^c$$

$$\delta \dot{v}^c = [f_x^c]_{e+} \psi_e + f_z(f^c, \psi) - (2\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \delta v^c + \delta g^c + C_b^p \delta f^b \quad (29-3)$$

$$\dot{\psi}_e = \begin{bmatrix} -[\omega_{ic}^c \times]_{e+} \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \psi_e + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \omega_x \psi_y - \omega_y \psi_x \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_b^p \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \delta \omega_{ib}^b$$

که در اینجا $\omega_{ic}^c = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ و $f^c = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ بوده و $f_z = (f^c, \psi)$ موجود در معادله (۲۹-۳) به صورت زیر تعریف می شود.

¹ Trigonometric

$$f_z(f^c, \psi) \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_x(\psi_x \sin \psi_z + \psi_y (\cos \psi_y - 1)) + f_y(\psi_y \sin \psi_z - \psi(1 - \cos \psi_z - 1)) \end{bmatrix} \quad (30-3)$$

که شامل ترمهای غیر خطی در کانال قائم می‌باشد، که می‌تواند در مقابل ترمهای خطی قابل صرفنظر کردن باشد و یا به صورت تصادفی نسبت به خطای بلند مدت شتاب قائم مدل سازی شود. اگر خطای سمت کوچک گردد معادله (3-29) را می‌توان با معادله زیر جایگزین نمود.

$$\dot{\psi}_e = \begin{bmatrix} -[\omega_{ic}^c \times] \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \psi_e - \begin{bmatrix} C_b^p \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \delta \omega^b \quad (31-3)$$

که معادل خطای وضعیت در مدل خطای زاویه ψ می‌باشد. نهایتاً با تبدیل سرعت به شکل زیر داریم:

$$\Delta V = \delta V^c - [V^c \times]_{e+} \psi_e \quad (32-3)$$

نهایتاً معادلات خطا برای خطای زاویه سمت زیاد به شکل زیر ارائه می‌گردند [284].

$$\begin{aligned} \delta \dot{r}^c &= -\omega_{ec}^c \times r^c + \Delta V^c + [V^c \times]_{e+} \psi_e \\ \Delta \dot{V}^c &= -g^c \times \psi' - (2\omega_{ie}^c + \omega_{ec}^c) \times \Delta V + \delta g^c + C_b^p \delta \omega^b \\ &- V^c \times (\omega_{ie}^c \times \psi') + [V^c \times] C_b^p \delta \omega_{ib}^b + f_z(f^c, \psi) + f_c(\psi', V^c) \\ &+ \begin{bmatrix} \Omega_E^c V_D^c \\ -\Omega_N^c V_D^c \\ -(3\Omega_N^c + 2\rho_N^c)V_E^c + (3\Omega_E^c + 2\rho_E^c)V_V^c \end{bmatrix} (\cos \psi_z - 1) \end{aligned} \quad (33-3)$$

$$\dot{\psi}_e = \begin{bmatrix} -[\omega_{ic}^c \times]_{e+} \\ 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \psi_e + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \omega_x \psi_y - \omega_y \psi_x \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_b^p \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \delta \omega_{ib}^b$$

که در اینجا $\omega_{ec}^c = [\rho_N^c \ \rho_E^c \ \rho_D^c]^T$ و $\omega_{ie}^c = [\Omega_N^c \ \Omega_E^c \ \Omega_d^c]^T$ ، $V^c = [V_N^c \ V_E^c \ V_D^c]^T$

در معادله (33-3) ترم $f_c(\psi, V^c)$ تابع تصحیح برای خطای زیاد سمت می‌باشد. زمانی که خطای سمت کم باشد، باید $f_c(\psi, V^c) = 0$ و معادله (31-3) استفاده شود و زمانی که خطای سمت زیاد باشد معادله (33-3) استفاده خواهد شد. در اینجا $f_c(\psi, V^c)$ به شکل زیر است:

$$f_c(\psi', V') = \begin{bmatrix} (\Omega_E^c + \rho_E^c)V_E^c & (\Omega_N^c + \rho_N^c)V_E^c & 0 \\ -(\Omega_E^c + \rho_E^c)V_N^c & (\Omega_N^c + \rho_N^c)V_N^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \psi' \quad (34-3)$$

۳-۳-۵: کنترل خطای INS

اگر خطاهای INS کنترل نشوند در بلند مدت خطاهای آن بسیار زیاد خواهد بود که در سیستم های ارزان قیمت باعث خرابی خواهد شد. خطای سیستم ناوبری اینرسی باید توسط سیستم های کمک ناوبری و یک فیلتر تخمین زنده، تخمین زده شده و سپس جبران سازی شود تا از بروز خرابی در سیستم جلوگیری شود. در اینجا فرض می کنیم که خطاهای مجموعه توسط یک سنسور خارجی و یک تخمین زنده اندازه گیری شده و هدف در اینجا جبران این خطا می باشد [۲۸۲].

برای کنترل خطای موقعیت در صفحه افق باید تصحیح $q_n^e = q_c^e$ به شکل زیر انجام شود:

$$q_n^e = q_c^e \times q_n^c$$

$$q_n^c = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\delta\theta\| \\ -\frac{\sin\|0.5\delta\theta\|}{\|0.5\delta\theta\|} 0.5\delta\theta \end{bmatrix} \quad (۳۵-۳)$$

در اینجا $\delta\theta$ را می توان از خطاهای موقعیت تخمین زده شده محاسبه نمود. ارتفاع نیز توسط معادله زیر تصحیح می شود.

$$h = \hat{h} + \delta\tilde{r}_D \quad (۳۶-۳)$$

تصحیح سرعت برای مدل خطای ϕ به سادگی به شکل زیر انجام می گیرد.

$$V^n = \hat{V}^n - \delta\hat{V}^n \quad (۳۷-۳)$$

با جایگذاری معادله (۳۴-۳) معادلات خطای برای مدل ψ می توان نوشت:

$$V^n = \hat{V}^n - \delta\hat{V}^c + \delta\theta \times \hat{V}^n \quad (۳۸-۳)$$

برای استفاده از مدل های توسعه یافته برای کنترل سرعت با استفاده از معادلات (۳۴-۳) می توان نوشت:

$$\begin{aligned} V^n &= \hat{V}^n - \Delta\hat{V}_1^n - \hat{V}^n \times \hat{\phi} \\ &= \hat{V}^n - \Delta\hat{V}_2^n - \hat{V}^n \times \hat{\psi} + \delta\theta \times \hat{V} \end{aligned} \quad (۳۹-۳)$$

چون باید $q_b^n = q_b^p$ باشد، بنابراین برای تصحیح وضعیت باید داشته باشیم:

$$q_b^n = q_p^n \times q_b^p$$

$$q_p^n = \begin{bmatrix} \|0.5\hat{\phi}\| \\ \frac{\sin\|0.5\hat{\phi}\|}{\|0.5\hat{\phi}\|} 0.5\hat{\phi} \end{bmatrix} \quad (۴۰-۳)$$

برای مدل خطای ψ ، ابتدا باید $\hat{\phi} = \hat{\psi} + \delta\hat{\theta}$ توسط معادلات (۳-۴۰) محاسبه شوند.



فصل چهارم

فیلتر کالمن غیر خطی مرتبه دوم

فاکتورهای مختلف و تطبیق آن

اساس استفاده از فیلترهای خطی برای حل مسائل غیر خطی است.

Harold W. Sorenson

فیلتر کالمن غیر خطی مرتبه دوم که منظور همان UKF می‌باشد مهمترین فیلتر غیر خطی است که به دلیل سادگی پیاده سازی و دقت قابل توجه آن در سالهای اخیر مورد توجه بوده است. این فیلتر برای سیستم‌های غیر خطی گوسی دارای دقتی بیش از مرتبه سوم بسط تیلور برای دو ممان آماری اول را داراست. دقت‌های این فیلتر با استفاده از روشهای تحلیلی قابل اثبات بوده و در مراجع مختلف موجود می‌باشد. اصولاً در پیاده سازی فیلترها به دلیل استفاده از ماتریس کواریانس خطای تخمین که یک ماتریس مثبت و معین می‌باشد، به دلیل وجود خطاهای محاسباتی این ماتریس خاصیت مثبت و معین بودن خود را در طول زمان از دست می‌دهد. به همین دلیل در اکثر پیاده سازی‌های عملی مخصوصاً برای استفاده بلند مدت، لازم است که از روشهای فاکتور سازی ماتریس کواریانس خطای تخمین، استفاده شود. روشهای فاکتور سازی زیادی برای پیاده سازی فیلتر کالمن استاندارد وجود دارد که تعدادی از آنها عبارتند از:

- الگوریتم فاکتورسازی چولسکی^۱

¹ Cholesky decomposition algorithm

-الگوریتم فاکتور سازی QR

-الگوریتم فاکتور سازی UD^۱

-الگوریتم فاکتورسازی SVD^۲

فیلتر هائی که از روشهای مختلف فاکتور سازی ماتریسها استفاده می کنند به نامهای مختلفی نیز شناخته می شوند که معروفترین آنها عبارتند از: فیلتر کارستون^۳، فیلتر پاتر^۴، فیلتر جوزف^۵ و... در مراجع [۱۰ و ۱۹ و ۲۷۵] در باره این فیلترها اطلاعات زیادی وجود دارد. در تمامی این روشهای فاکتورسازی، به جای به روز نمودن ماتریس کواریانس خطا بعد از اندازه گیری، ماتریس فاکتور سازی شده آن به روز می شود. به این ترتیب فیلتر می تواند پایداری عددی خود را به خوبی حفظ کند. فاکتور سازی UKF برای اولین بار توسط ون دو مرو در سال ۲۰۰۱ ارائه گردید [۱۱۰-۱۰۹]. مشکل عمده در فاکتور سازی UKF، وجود w_0 می باشد که می تواند یک عدد منفی باشد. این مسئله باعث افت کارایی مجذور ریشه غیر مرکزی کالمن^۶ می شود. زیرا حسن عمده این فیلتر نسبت به فیلتر کالمن توسعه داده شده استفاده از یک سری نقاط سیگما می باشد که در این صورت یا باید یک نقطه از نقاط سیگما حذف شود و یا از روشهای جبری دیگری که کارائی کمتری دارند استفاده شود. در این فصل دو نوع فیلتر جدید توسط نویسنده برای جبران ضعف این فیلتر ارائه گردیده است. این فیلترها از یک سری فاکتورسازی های ترکیبی و پیچیده استفاده می کنند که باعث افزایش کارائی فیلتر شده و در کاربردهای عملی عملکرد بهتری نسبت به خود فیلتر مرتبه دوم ارائه می دهد، می گردند. همچنین در اینجا فیلتر تطبیقی دیگری برای استفاده در سیستمهای تعیین وضعیت که فصل بعدی خواهد آمد، ارائه شده است. این فیلتر می تواند برای سیستمهایی که ورودی نامعلوم در معادله اندازه گیری ظاهر می گردد و عملاً اندازه گیری را تحت شعاع قرار می دهد، کاربرد داشته باشد.

در این فصل ابتدا مفهوم تبدیل Unscented بیان شده و سپس UKF معرفی خواهد شد. سپس روش ارائه توسط ون دو مرو برای فاکتور سازی این فیلتر تحت عنوان SR-UKF^۷ ارائه خواهد گردید و مشکل این فیلتر بیان خواهد شد. سپس فیلترهای SSR-UKF^۸ و UD-UKF^۱ که توسط نویسنده توسعه داده شده اند ارائه خواهد شد. در پایان نیز فیلتر تطبیقی بر اساس باقیمانده های اندازه گیری UKF

¹ Upper diagonal (UD) factorization algorithm

² Singular value decomposition (SVD) factorization algorithm

³ Carlson filter

⁴ Potter filter

⁵ Joseph filter

⁶ Square Root Unscented Kalman Filter

⁷ Root Square Unscented Kalman Filter

⁸ Sequentially Root Square Unscented Kalman Filter

توسط نویسنده توسعه داده شده است ارائه گردیده است.

۱-۴: تبدیل Unscented

تبدیل Unscented^۲، یک الگوریتم برای بدست آوردن میانگین و کواریانس یک تابع غیرخطی از یک بردار تصادفی با میانگین و کواریانس معلوم می‌باشد. این روش برای ارزیابی میانگین و کواریانس تابع از یک سری نقاط معلوم به نام نقاط سیگما استفاده می‌کند [۱۰۱-۱۲۰]. فرض کنید می‌خواهیم میانگین و کواریانس تابع غیر خطی زیر را با معلوم بودن میانگین و واریانس بردار تصادفی x پیدا کنیم:

$$y = g(x) \quad (۱-۴)$$

آنچه مسلم است، این است که نقاط سیگما باید از روی تابع دانستیه احتمال بردار تصادفی x تولید شوند. یک مجموعه از $p+1$ نقطه وزنی $S = \{w_i, x_i\}$ باید به صورت معین طوری پیدا شوند که شرایط زیر را برآورده کنند [۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۵ و ۱۰۶]:

$$h[S, p(x)] = 0 \quad (۲-۴)$$

که در آن تابع h تعیین می‌کند که چه شرایطی باید این نقاط داشته باشند. در رابطه ۲-۴ $p(x)$ تابع دانسته احتمال بردار تصادفی x می‌باشد. می‌توان شرایط مختلفی را برای انتخاب نقاط سیگما اعمال نمود. برای رفع این ابهام می‌توان از یک تابع هزینه مانند $C[s, p(x)]$ برای داشتن حل‌های متفاوت استفاده نمود. بنابراین نقاط سیگما بوسیله حل معادله زیر تولید می‌شوند

$$\min_s c[s, p(x)] \quad \text{subject to} \quad h[S, p(x)] = 0 \quad (۲-۴)$$

بعد از گرفتن این نقاط توسط حل معادله (۳-۴) می‌توان نقاط سیگما را با وزنه‌های داده شده در تابع غیرخطی $y_i = g(x_i)$ ارزیابی نموده و بوسیله مجموعه $[w_i, y_i]$ مقدار میانگین و کواریانس y را تخمین زد. بنابراین قیود معادله به صورت زیر خواهد بود. (در اینجا فقط دو ممان اول مورد نظر می‌باشند):

¹ UD Factorization Unscented Kalman Filter

² Unscented Transformation

$$h[s, p(x)] = \begin{cases} \sum_{i=1}^p w_i - 1 \\ \sum_{i=1}^p w_i (x_i - \bar{x}) \\ \sum_{i=1}^p w_i (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T - P_{xx} \end{cases} \quad (4-4)$$

که در آن \bar{x} میانگین و P_{xx} کواریانس می باشد بنابراین انتقال غیرخطی نقاط سیگما توسط تابع g نقاط y_i را تولید خواهد نمود، که دو ممان اول آن به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^p w_i y_i \quad (5-4)$$

$$P_{yy} = \sum_{i=0}^p w_i (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (6-4)$$

در مرجع [49] ثابت شده است که برای تابع دانستیه احتمال متقارن نقاط سیگمائی که در زیر آورده شده میانگین و کواریانس x را برآورده خواهند نمود:

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} & i=0 & & w_i &= \frac{k}{n+k} \\ \chi_i &= \bar{x} + \sqrt{(n+k)P_{xx}} & i=1, \dots, n & & w_i &= \frac{1}{2(n+k)} \\ \chi_{i+n} &= \bar{x} - \sqrt{(n+k)P_{xx}} & i=n+1, \dots, 2n & & w_{i+n} &= \frac{1}{2(n+k)} \end{aligned} \quad (7-4)$$

که در آن $k \in R$ بوده و n نیز بعد بردار تصادفی x و P_{xx} نیز کواریانس x و میانگین x و i - امین ردیف یا ستون از ماتریس جذر کواریانس¹ P_{xx} می باشد. می دانیم که اگر داشته باشیم \sqrt{A} ، $A = \sqrt{A}(\sqrt{A})^T$ ، ماتریس جذر ماتریس A خوانده می شود. در این حل تعداد نقاط سیگما برابر با $2n+1$ نقطه می باشد، به راحتی می توان چک نمود که:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{2n} w_i \chi_i &= \bar{x} \\ P_{xx} &= \sum_{i=0}^{2n} w_i (\chi_i - \bar{x})(\chi_i - \bar{x})^T = \frac{1}{2(n+k)} \sum_{i=1}^{2n} [\chi_i - \bar{x}][\chi_i - \bar{x}]^T \end{aligned} \quad (8-4)$$

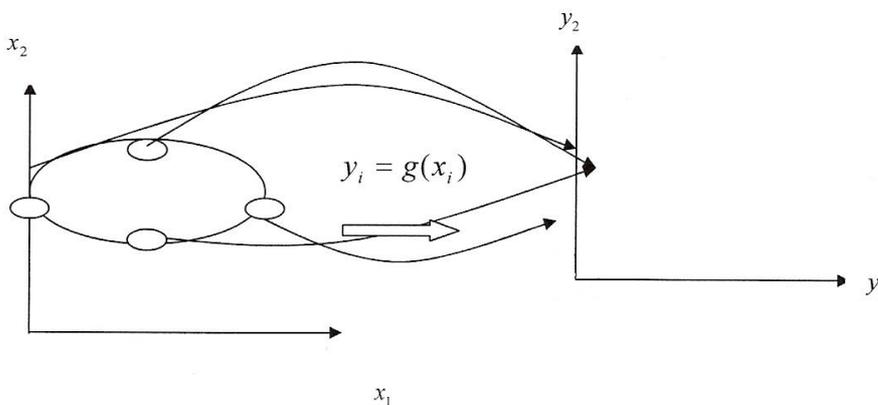
با انتقال نقاط سیگما توسط تبدیل غیرخطی $y_i = g(x_i)$ می توان کواریانس و میانگین y را به صورت زیر حساب نمود:

¹ Square Root of P_{xx}

$$\bar{y} = \frac{1}{n+k} \left[ky_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} y_i \right] \quad (9-4)$$

$$P_{yy} = \frac{1}{n+x} \left\{ k[y_0 - \bar{y}][y_0 - \bar{y}]^T + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} [y_i - \bar{y}][y_i - \bar{y}]^T \right\}$$

همچنانکه دیده شد پروسه فوق یک پروسه معین^۱ بوده و به راحتی می‌توان با اپراتورهای جبر خطی این کار را انجام داد. در اینجا از آنالیز عملکرد این تبدیل صرفنظر می‌کنیم. برای اطلاعات بیشتر می‌توان به مراجع زیر مراجعه نمود [۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۶ و ۱۰۷].



شکل ۴-۱: اصول اصلی تبدیل Unscented

در مراجع [۱۰۷] از یک سری نقاط سیگمای توسعه داده شده با سه پارامتر جدا برای مقیاس نمودن^۲ استفاده شده است. در نتیجه این نقاط سیگما به صورت زیر خواهند بود.

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} & i=0 & & w_0^m &= \frac{\lambda}{n+\lambda} \\ \chi_i &= \bar{x} + \left(\sqrt{(n+k)P_{xx}} \right)_i & i=1, \dots, n & & w_0^c &= \frac{\lambda}{(n+\lambda)} + (1-\alpha^2 + \beta) \\ \chi_{i+n} &= \bar{x} - \left(\sqrt{(n+k)P_{xx}} \right)_i & i=n+1, \dots, 2n & & w_i^m &= w_i^c = \frac{1}{2(n+\lambda)} \end{aligned} \quad (10-4)$$

که در آن $\lambda = \alpha^2(n+k) - n$ یک پارامتر برای اسکالینگ بوده و پارامتر α مقدار پخش شدگی نقاط سیگما را حول \bar{x} تنظیم می‌کند، که معمولاً یک مقدار مثبت و کوچک $|0.01 \leq \alpha \leq 1|$ می‌باشد. پارامتر k نیز پارامتر دوم برای اسکالینگ می‌باشد، که معمولاً مقداری بین ۰ تا $3-n$ دارد و نیز پارامتر

^۱ Deterministic

^۲ scaling

اضافه تری می‌باشد که برای اطلاعات از قبل موجود ما درباره تابع توزیع x را دخیل می‌نماید. برای β حالت گوسی مقدار بهینه $\beta = 2$ می‌باشد [۱۱۸].
معادلات سیستم و اندازه گیری یک سیستم دینامیکی را به شکل زیر در نظر بگیرید:

۲-۴: فیلتر UKF

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, w_k, u_k) \\ z_k &= g(x_k, u_k) + v_k \end{aligned} \quad (۱۱-۴)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= E[x_0] & P_0 &= E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] \\ E[v_k] &= 0 & R_k &= E[v_k v_k^T] \\ E[w_k] &= 0 & Q_k &= E[w_k w_k^T] \end{aligned} \quad E[w_k v_k^T] = 0 \quad (۱۲-۴)$$

که در آن w_k, v_k به ترتیب نویز اندازه گیری و نویز سیستم بوده که سفید و ناهمبسته فرض می‌شوند. در این صورت الگوریتم فیلتر کالمن که یک حالت پیشگوئی-تصحیح را دارد به صورت جدول ۴-۱ خواهد بود [۸ و ۱۱۲ و ۱۱۷].

جدول ۴-۱: الگوریتم فیلتر کالمن

1- Initialization
$P_{0 0} = P_0, \hat{x}_{0 0} = \hat{x}_{01}$
2- Prediction
$\hat{x}_{k+1 k} = E[f(x_k, w_k, u_k) Z_k]$
$P_{k+1 k} = E[(x_k - \hat{x}_{k+1 k})(x_k - \hat{x}_{k+1 k})^T Z_k]$
3- measurement update
$\hat{z}_{k k-1} = E[g(x_k, u_k) Z_{k-1}]$
$P_{r_k r_k} = E[(z_k - \hat{z}_{k k-1})(z_k - \hat{z}_{k k-1})^T]$
$P_{x_k z_k} = E[(x_k - \hat{x}_{k k-1})(z_k - \hat{z}_{k k-1})^T]$
$K_k = P_{x_k z_k} P_{r_k r_k}^{-1}$
$\hat{x}_{k k} = \hat{x}_{k k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k k-1})$
$P_{k k} = P_{k k-1} - K_k P_{r_k r_k} K_k^T$

که در آن $Z_k = [z_1, z_2, \dots, z_k]$ انباشتگی اندازه گیریها از لحظه ۱ تا لحظه k -ام می‌باشد. در جدول (۴-۱) معادلات فیلتر کالمن با کمینه نمودن تابع انرژی زیر بدست آمده است [۱۲۷ و ۱۱ و ۶۸]:

$$J = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad (۱۳-۴)$$

فیلتر کالمن توسعه یافته با استفاده از خطی سازی حول تخمینهای قبلی معادلات جدول (۱-۴) را به شکل تقریب مرتبه اول برای توابع غیر خطی استفاده می‌کند [۱۱ و ۶۸].

دیدیم که در فیلتر کالمن لازم است که مقادیر $\hat{x}_{k|k-1}$ ، $\hat{z}_{k|k-1}$ پیشگوئی شوند و اینجا بود که دقت فیلتر کالمن توسعه یافته افت می‌نمود. در *UKF* برای پیشگوئی دو ممان اول $\hat{x}_{k|k-1}$ ، $\hat{z}_{k|k-1}$ از تبدیل *Unscented* استفاده می‌شود [۱۰۱]. در اینجا ابتدا یک متغیر توأم دیگر به صورت $x_k^a = [x_k^T \quad w_k^T \quad v_k^T]^T$ تعریف می‌گردد که در آن x_k متغیر حالت n بعدی و w_k نیز بردار اغتشاشات سیستم بوده و n_w بعد آن و v_k را n_v بعدی می‌باشند، در نتیجه بعد x_k^a برابر با $L = n_x + n_w + n_v$ خواهد بود. همچنین $\chi^a = [(\chi^a)^T \quad (\chi^w)^T \quad (\chi^v)^T]^T$ نقاط سیگما توأم می‌باشند که دارای بعد $L \times (2L + 1)$ می‌باشند.

الگوریتم *UKF* در جدول (۱-۴) آمده است [۱۰۲ و ۱۰۴ و ۱۰۸ و ۱۰۹ و ۱۱۰]:

جدول (۲-۴): شبه الگوریتم *UKF*

- شرایط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنید:

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= E[x_0] \quad , \quad P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] \\ \hat{x}_0^a &= E[x_0^a] = [\hat{x}_0^T \quad \bar{w}_0^T \quad \bar{v}_0^T]^T \\ P_0^a &= \begin{bmatrix} P_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & Q_0 & 0 \\ 0 & 0 & R_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۱۴-۴)$$

- برای $k = 1, \dots, \infty$

۱- قرار دهید $t = k - 1$

۲- نقطه سیگما را به شکل زیر محاسبه کنید

$$\chi_t^a = [\hat{x}_t^a \quad \hat{x}_t^a + \gamma S_{x_t}^a \quad \hat{x}_t^a - \gamma S_{x_t}^a] \quad (۱۵-۴)$$

۳- سیستم را به شکل زیر پیشگوئی کنید:

$$\begin{aligned} \chi_{k|t}^x &= f(\chi_t^x, u_t, \chi_t^w) \\ \hat{x}_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \chi_{i,k|t}^x \end{aligned} \quad (۱۶-۴)$$

$$P_{x_k}^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^c (\chi_{i,k|t}^x - \hat{x}_k^-)(\chi_{i,k|t}^x - \hat{x}_k^-)^T$$

۴- اندازه‌گیریها را به شکل زیر به روز نمایید:

$$\begin{aligned}
Y_{k|t} &= h(\chi_t^x, u_k) + \chi_t^y \\
y_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^m Y_{i,k|t} \\
P_{\tilde{y}_k} &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^c (Y_{i,k|t} - y_k^-)(Y_{i,k|t} - y_k^-)^T \\
P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k} &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^c (\chi_{i,k|t}^x - \hat{x}_k^-)(Y_{i,k|t} - y_k^-)^T \\
K_k &= P_{x_k y_k} P_{\tilde{y}_k}^{-1} \\
\hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (y_k - y_k^-) \\
P_{x_k} &= P_{x_k}^- - K_k P_{\tilde{y}_k}^{-1} K_k^T
\end{aligned} \tag{۱۷-۴}$$

در جدول بالا وزنه‌های نقاط سیگما به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}
w_0^m &= \frac{\lambda}{L + \lambda}, \quad w_0^c = \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\
w_i^m &= w_i^c = \frac{1}{2(L + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2L \\
\lambda &= \alpha^2(L + \kappa) - L \\
\gamma &= \sqrt{L + \lambda}
\end{aligned} \tag{۱۸-۴}$$

یک پارامتر مقیاس نمودن^۱ برای جدا نمودن نقاط سیگما حول میانگین می‌باشد. $\beta < 0.001$ پارامتر دیگر مقیاس نمودن باشد که وزن نقطه سیگمای میانگین را برای محاسبه کواریانس بیان می‌کند. β می‌تواند تاثیر خطاهای مراتب بالا را با علم به ممانهای آماری اولیه کاهش دهد [۱۰۲]. برای توزیع گوسی مقدار $\beta = 2$ بهینه می‌باشد. κ نیز پارامتر دیگری می‌باشد که عموماً $k = 0$ فرض می‌شود. در مرجع [۲۷۳] انتخاب بهینه این پارامترها آمده است.

۴-۳: روش RS-UKF^۲

می‌دانیم که هر ماتریس مربع و یا غیر مربعی را می‌توان به حاصل ضرب دو ماتریس متعامد^۱ و یک ماتریس بالا مثلثی و یا پایین مثلثی تجزیه نمود، که به آن فاکتورسازی QR گفته می‌شود [۶۸ و ۲۷۷]. مثلاً برای یک ماتریس $X_{n \times m}$ که در آن $m > n$ بوده داشته باشیم $m = n + p$ ، می‌توان نوشت،

^۱ Scaling Parameter

^۲ Root Square UKF

$$X_{n \times (n+p)} = \begin{bmatrix} S_{n \times n} & O_{n \times p} \end{bmatrix} Q_{m \times m} = \tilde{S}Q \quad (19-4)$$

که در آن $S_{n \times n}$ یک ماتریس بالا مثلثی و $Q_{m \times m}$ یک ماتریس Orthogonal می باشد در نتیجه داریم:

$$QQ^T = I \quad (20-4)$$

فرض کنید که ماتریس مربعی مثبت و معین P به شکل زیر تعریف شده باشد:

$$P = X_{n \times m} X_{m \times n}^T \quad (21-4)$$

بعد از فاکتور سازی ماتریس X به صورت $X = \tilde{S}Q$ و جایگزاری آن در معادله (21-4) خواهیم داشت:

$$P = \tilde{S}Q Q^T \tilde{S}^T = SS^T \quad (22-4)$$

در این صورت ماتریس S ماتریس جذر ماتریس^۲ P، گفته می شود.

حال ماتریس مثبت و معین P را به شکل زیر فرض کنید [۱۱۰]:

$$P = XX^T - w_0 xx^T = SS^T \quad (23-4)$$

که در آن X یک ماتریس $n \times (n+p)$ و X یک بردار $n \times 1$ می باشد و w_0 یک اسکالر می باشد همچنین فرض کنید که:

$$XX^T = S_1 S_1^T \quad (24-4)$$

که در آن S_1 یک ماتریس بالامثلثی $n \times n$ می باشد. برای بدست آوردن فاکتورهای جذر مربع ماتریس P از ماتریس X و بردار x روشهای مختلفی وجود دارد که الگوریتم های مختلفی در مراجع [۱۱۰ و ۱۰۹] ارائه گردیده است. دستور cholupdate در مطلب نیز می تواند از روی ماتریس S_1 و بردار x و اسکالر w_0 ماتریس جذر مربع P را که همان S باشد به دست آورد [۳۷۶].

$$S = cholupdate(S_1, x, w_0) \quad (25-4)$$

در بعضی از نسخه های Matlab دستور فوق به شکل زیر اجرا می گردد.

$$S = cholupdate(S_1, \sqrt{w_0}x, "-") \quad (26-4)$$

در اصل اگر در معادله (26-4) علامت بین دو جمله مثبت باشد به cholupdate نمودن ماتریس S_1 ، توسط بردار $\sqrt{w_0}x$ و اگر علامت منفی باشد به Down date نمودن ماتریس S_1 معروف می باشد [۳۷۶].

با توجه به مطالب فوق و الگوریتم ارائه شده برای UKF می توان الگوریتم SR-UKF را به شکل زیر ارائه کرد [۱۱۰ و ۱۱۷].

جدول (۳-۴): الگوریتم SR-UKF

- شرایط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنید

¹ Orthogonal

² Root Square Matrix

$$\hat{x}_0 = E[x_0] \quad , \quad S_{x_0} = \sqrt{E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]}$$

$$\hat{x}_0^a = E[x_0^a] = [\hat{x}_0^T \quad \bar{w}_0^T \quad \bar{v}_0^T]^T$$

$$S_0^a = \begin{bmatrix} S_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Q_0} & 0 \\ 0 & 0 & S_{R_0} \end{bmatrix} \quad (27-4)$$

- برای $k = 1, \dots, \infty$

۱- قرار دهید $t = k - 1$

۲- نقاط سیگما را به شکل زیر محاسبه کنید

$$\chi_t^a = [\hat{x}_t^a \quad \hat{x}_t^a + \gamma S_{x_t}^a \quad \hat{x}_t^a - \gamma S_{x_t}^a] \quad (28-4)$$

۳- سیستم را به شکل زیر پیشگوئی کنید:

$$\chi_{k|t}^x = f(\chi_t^x, u_t, \chi_t^w)$$

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \chi_{i,k|t}^x$$

$$[Q_{x_k}^-, S_{x_k}^-] = qr \left\{ \sqrt{w_1^c} (\chi_{1:2L,k|t}^x - x_k^-) \right\}$$

$$S_{x_k}^- = cholupdate\{S_{x_k}^-, (\chi_{0,k|t}^x - x_k^-), w_0^c\}$$

$$Y_{k|t} = h(\chi_{k|t}^x, u_t) + \chi_t^v$$

$$y_k^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^m Y_{i,k|t}$$

(29-4)

۴- اندازه گیریها را به شکل زیر به روز نمائید:

$$[Q_{\tilde{y}_k}, S_{\tilde{y}_k}] = qr \left\{ \sqrt{w_1^c} (Y_{1:2L,k|t} - y_k^-) \right\}$$

$$S_{\tilde{y}_k} = cholupdate\{S_{\tilde{y}_k}, (Y_{1:2L,k|t} - y_k^-), w_0^c\}$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} w_i^c (\chi_{i,k|t}^x - \hat{x}_k^-) (Y_{i,k|t} - y_k^-)^T$$

(30-4)

$$K_k = (P_{x_k y_k} / S_{\tilde{y}_k}^T) / S_{\tilde{y}_k}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - y_k^-)$$

$$U_k = K_k S_{\tilde{y}_k}$$

$$S_{x_k} = cholupdate\{S_{x_k}^-, U_k, -1\}$$

پارامترهای این فیلتر نیز توسط معادلات (۴-۱۸) محاسبه می‌شوند.

با توجه به جدول (۳-۴) می توان نوشت:

$$P_{x_k} = S_{x_k} S_{x_k}^T = S_{x_k}^- (S_{x_k}^-)^T - K_k P_{\tilde{y}_k} K_k^T = S_{x_k}^- (S_{x_k}^-)^T - U_k U_k^T \quad (۳۱-۴)$$

که در آن $U_k = K_k S_{x_k}^-$ می باشد. برای به روز نمودن ماتریس کواریانس خطای تخمین بعد از اندازه گیری می توان به تعداد اندازه گیری ها، ماتریس $S_{x_k}^-$ را به طور متوالی به روز نمود. بنابراین معادله (۳۱-۴) را می توان به شکل زیر نیز نوشت:

$$S_{x_k} = cholupdate \{S_{x_k}^-, U_k, -1\} \quad (۳۲-۴)$$

۴-۴: روش SSR-UKF

دیدیم که فیلتر SR-UKF از دستور Cholupdate استفاده می کند که باعث افت کارایی فیلتر می شود. همچنین این فیلتر نیاز به معکوس سازی ماتریس در محاسبه گین فیلتر کالمن می باشد که گاهی باعث تکین شدن آن می شود. هدف از طراحی فیلتر SSR-UKF^۱ تبدیل اندازه گیریها به اندازه گیریهای مستقل و نهایتاً پیاده سازی برای اندازه گیری های اسکالر می باشد، تا از معکوس سازی ماتریس جلوگیری شود. برای عملی نمودن این فیلتر برای اندازه گیری های برداری به روز رسانی معادلات اندازه گیری در فیلتر به صورت متوالی به تعداد اندازه گیری های سیستم می باشد. این کار باعث سادگی محاسبه گین فیلتر شده و نیاز به معکوس سازی ماتریسی نخواهد داشت [۳۷۹]. این فیلتر شبیه فیلتر پاتر و فیلتر کارستون می باشد [۲۷۵ و ۳۷۹ و ۱۰]. برای عملی نمودن این فیلتر ابتدا باید نویزهای اندازه گیری هم بستگی باهم نداشته باشند. در اصل باید ماتریس کواریانس نویز اندازه گیری قطری باشد. فرض کنید که معادله اندازه گیری به شکل زیر باشد.

$$y_k = h(x_k, u_k) + v_k, \quad E(v_k) = 0, \quad Cov(v_k) = R_k \quad (۳۳-۴)$$

اگر S_{R_k} ماتریس جذر مربع کواریانس نویز اندازه گیری باشد، می توان با تغییر متغیر زیر نویز اندازه گیری را غیر همبسته نمود. داریم [۲۷۵]:

$$\tilde{y}_k = S_{R_k}^{-1}(h(x_k, u_k)) + \tilde{v}_k, \quad E(\tilde{v}_k) = 0, \quad Cov(\tilde{v}_k) = I \quad (۳۴-۴)$$

معادله بالا برای اندازه گیری j - ام به شکل زیر نوشته می شود:

$$\tilde{y}_{k,j} = \tilde{h}_j(x_k, u_k) + \tilde{v}_{k,j} \quad (۳۵-۴)$$

برای استفاده از اندازه گیری های اسکالر، سیستم دینامیکی و معادله اندازه گیری را به شکل زیر فرض کنید:

¹ Sequential Square-Root Unscented Kalman Filter

$$z_j = z_{j-1} \quad (۳۶-۴)$$

$$\tilde{y}_{k,j} = \tilde{h}_j(z_j, u_k) + \tilde{v}_{k,j} \quad (۳۷-۴)$$

که در آن $\tilde{v}_{k,j}$ المانهای نویز سفید معادلات اندازه‌گیری جدید که دارای واریانس واحد می‌باشند و \tilde{h}_j نیز j - امین ردیف از بردار \tilde{h} می‌باشد. اگر تعداد معادلات اندازه‌گیری n_y باشد، ابتدا فرض کنید که $z_0 = x_k$ بنابراین:

$$E(z_0) = \hat{x}_{k-1}^-, \text{Cov}(z_0) = P_{k-1}^- \quad (۳۸-۴)$$

حال یک فیلتر کالمن جدید و استاندارد را برای حل مسئله فیلترینگ (۳۶-۴) و (۳۷-۴) با شرایط اولیه (۳۸-۴) را در نظر بگیرید که در آن تخمین z_{n_y} از روی مشاهدات $\{y_{k,1}, y_{k,2}, \dots, y_{k,n_y}\}$ مورد نظر می‌باشد. بعد از تخمین z_{n_y} خواهیم داشت:

$$\hat{x}_k = \hat{z}_m, S_{x_k} = S_{z,n_y} \quad (۳۹-۴)$$

در این حالت می‌توان معادله کواریانس خطای تخمین بعد از اندازه‌گیری j - ام را به شکل زیر نوشت:

$$P_{z_j} = P_{z_{j-1}} - P_{z_{j-1}} P_{\tilde{y}_{k,j}}^{-1} P_{\tilde{y}_{k,j}}^T P_{z_{j-1}} \quad (۴۰-۴)$$

با جایگزاری ماتریس های جذر مربع ماتریس های فوق در معادله بالا داریم:

$$S_{z,j} S_{z,j}^T = S_{z,j-1} S_{z,j-1}^T - S_{z,j-1} Q_{x_k}^{-T} Q_{z,j}^T S_{z,j}^T P_{\tilde{y}_{k,j}} S_{z,j} Q_{z,j}^{-T} Q_{x_k}^T S_{z,j-1}^T = S_{z,j-1} (I - b_j a_j^T) S_{z,j-1}^T \quad (۴۱-۴)$$

در معادله بالا باید توجه نمود که:

$$P_{\tilde{y}_{k,j}} = S_{z,j-1} Q_{z,j-1} Q_{\tilde{y}_{k,j}}^T S_{\tilde{y}_{k,j}}^T \quad (۴۲-۴)$$

با توجه به اینکه در لحظه $j = 0$ داریم: $\hat{x}_k^- = \hat{z}_0$ ، بنابراین می‌توان نوشت،

$$Q_{z,j-1} = Q_{x_k}^- \quad (۴۳-۴)$$

فرض کنید که:

$$b_j = \frac{1}{P_{\tilde{y}_{k,j}}}, \quad a_j = S_{z,j-1} Q_{x_k}^- Q_{z,j}^T \quad (۴۴-۴)$$

که در آن b_j یک اسکالر بوده و a_j یک بردار با بعد n_x می‌باشد. با علامت گذاری (۴۴-۴) می‌توان معادله (۴۱-۴) را به شکل زیر نوشت:

$$S_{z,j} S_{z,j}^T = S_{z,j-1} (I - b_j a_j^T) S_{z,j-1}^T \quad (۴۵-۴)$$

برای عبارت داخل پرانتز موجود در معادله (۴۵-۴) یک عبارت جذر مربع به صورت زیر وجود دارد [۲۷۵ و ۱۰ و ۱۹]:

$$(I - b_j a_j^T) = (I - c_j b_j a_j^T) (I - c_j b_j a_j^T)^T \quad (۴۶-۴)$$

که در آن c_j یک اسکالر بوده و به صورت زیر است.

$$c_j = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - b_j a_j^T a_j}} \quad (47-4)$$

عبارت موجود در داخل رادیکال معادله بالا همیشه مثبت می باشد، زیرا با جایگزاری b_j در عبارت داخل رادیکال داریم:

$$1 - b_j a_j^T a_j = \frac{P_{\tilde{y}_{k,j}} - a_j^T a_j}{P_{\tilde{y}_{k,j}}} = \frac{a_j^T a_j + 1 - a_j^T a_j}{P_{\tilde{y}_{k,j}}} = \frac{1}{P_{\tilde{y}_{k,j}}} \quad (48-4)$$

حال می توان یک شبه فیلتر برای اندازه گیریهای متوالی و اسکالر به شکل زیر طراحی نمود [379].
جدول (4-4): الگوریتم SSR-UKF

- شرایط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنید

$$\hat{x}_0 = E[x_0] \quad , \quad S_{x_0} = \sqrt{E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]}$$

$$\hat{x}_0^a = E[x_0^a] = \begin{bmatrix} \hat{x}_0^T & \bar{w}_0^T & \bar{v}_0^T \end{bmatrix}^T$$

$$S_0^a = \begin{bmatrix} S_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Q_0} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (49-4)$$

- برای $k = 1, \dots, \infty$

1- قرار دهید $t = k - 1$

2- نقطه سیگما را به شکل زیر محاسبه کنید

$$\chi_t^a = \begin{bmatrix} \hat{x}_t^a & \hat{x}_t^a + \gamma S_{x_t}^a & \hat{x}_t^a - \gamma S_{x_t}^a \end{bmatrix} \quad (50-4)$$

3- سیستم را به شکل زیر پیشگویی کنید:

$$\chi_{k|t}^x = f(\chi_t^x, u_t, \chi_t^w)$$

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \chi_{i,k|t}^x$$

$$[Q_{x_k}^-, S_{x_k}^-] = qr \left\{ \sqrt{w_1^c} (\chi_{1,2L,k|t}^x - x_k^-) \right\}$$

$$S_{x_k}^- = cholupdate\{S_{x_k}^-, (\chi_{0,k|t}^x - x_k^-), w_0^c\}$$

$$\tilde{y}_k = \sqrt{R_k} y_k \quad (51-4)$$

4- اندازه گیریها را به شکل زیر به روز نمائید:

- قرار دهید: $\hat{z}_0 = \hat{x}_k^-, S_{z,0} = S_{x_k}^-$

- برای $j = 1, \dots, n_y$ معادلات اندازه گیری را به روز کنید:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{k|t,j} &= \tilde{h}_j(Z_{k|t}, u_t) + \chi_t^{\tilde{y}} \\ \tilde{y}_{k,j} &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \tilde{Y}_{i,k|t,j} \\ [Q_{\tilde{y}_{k,j}}, S_{\tilde{y}_{k,j}}] &= qr \left\{ \left[\sqrt{w_1^c} (\tilde{Y}_{1:2L,k|t,j} - \tilde{y}_{k,j}) \right] \right\} \\ S_{\tilde{y}_{k,j}} &= cholupdate \{ S_{\tilde{y}_{k,j}}, (\tilde{Y}_{0,k|t,j} - \tilde{y}_{k,j}), w_0^c \} \\ P_{\tilde{y}_{k,j}} &= S_{\tilde{y}_{k,j}} Q_{\tilde{y}_{k,j}} Q_{\tilde{y}_{k,j}}^T S_{\tilde{y}_{k,j}}^T \end{aligned} \quad (52-4)$$

$$\begin{aligned} a_j &= Q_{x_k}^- Q_{\tilde{y}_{k,j}}^T S_{\tilde{y}_{k,j}}^T \\ b_j &= \frac{1}{P_{\tilde{y}_{k,j}}} \\ c_j &= \frac{1}{1 + \sqrt{1 - b_j a_j^T a_j}} \\ K_j &= b_j S_{\tilde{y}_{k,j}} a_j \\ \hat{z}_j &= \hat{z}_{j-1} + K_j (\tilde{y}_{k,j} - \tilde{y}_{k,j}^-) \\ S_{\tilde{y}_{k,j}} &= S_{\tilde{y}_{k,j-1}} (I - c_j b_j a_j^T) \end{aligned} \quad (53-4)$$

- تکرار به روز نمودن معادلات اندازه‌گیری را تمام کرده و قرار دهید:

$$\hat{x}_k = \hat{z}_{n_y}, S_{x_k} = S_{z,n_y} \quad (54-4)$$

باید توجه نمود که در شبه کد بالا فاکتورسازی برای معادلات اندازه‌گیری بسیار ساده می‌باشد. زیرا در شرایطی که اندازه‌گیری‌ها اسکالر می‌باشند، نقاط سیگمای اندازه‌گیری تشکیل یک بردار به شکل خطی می‌دهند که در این صورت داریم:

$$Y_{1 \times (2L)} = S_{1 \times 1} Q_{1 \times (2L)} \quad (55-4)$$

در این حالت داریم:

$$S = norm(Y), \quad Q = \frac{1}{norm(Y)} Y \quad (56-4)$$

چون S یک اسکالر می‌باشد در این صورت chol up date آن نیز بسیار ساده خواهد بود:

$$S^2 = S^{-2} - w_0 y^2 \quad (57-4)$$

که داریم:

$$S = \sqrt{S^{-2} - w_0 y^2} \quad (58-4)$$

این فیلتر معادل فیلتر UKF استاندارد می‌باشد ولی دارای محاسبات کمتر و آسانتری است. زیرا فاکتورسازی معادلات اندازه‌گیری چون به صورت چند مرحله‌ای انجام می‌شود، ساده‌تر می‌شوند. به غیر از این نیاز به معکوس سازی ماتریس ندارد.

۵-۴: UD-UKF

فیلتر SSR-UKF با اینکه می‌تواند مسئله افت کارایی فیلتر را در اجرای دستور *cholupdate* برای معادلات اندازه‌گیری حل کند ولی این مشکل را نتوانست طبق فرمول (۴-۵۲) برای معادلات پیشگویی نیز حل کند. در اینجا فیلتر UD-UKF^۱ که از فاکتورسازی UD برای ماتریس کواریانس خطا استفاده می‌کند برای رفع این نقص توسعه داده شده است.

می‌دانیم که هر ماتریس مثبت و معین را می‌توان به شکل زیر فاکتور سازی نمود [۱۹]:

$$P = UDU^T \quad (59-4)$$

که در آن U یک ماتریس بالا مثلثی واحد^۲ و D یک ماتریس قطری می‌باشد. در اصل فیلتر UD-UKF برای پس انتشار ماتریس کواریانس خطای تخمین از پس انتشار فاکتورهای UD ماتریس کواریانس خطای تخمین استفاده می‌کند. این فیلتر نسبت به SR-UKF و SSR-UKF دارای حسن‌هایی می‌باشد که بعداً به آنها اشاره خواهد شد. برای شروع فرضیات زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} P_{x_k} &= U_k D_k U_k^T \\ P_{x_{k0}}^- &= U_k^- D_k^- U_k^{-T} \\ Q_{k0} &= U_{Q,k} D_{Q,k} U_{Q,k}^T \\ R_k &= U_{R,k} D_{R,k} U_{R,k}^T \end{aligned} \quad (60-4)$$

باید توجه نمود که تمام المانهای روی قطر اصلی ماتریس U برابر با واحد بوده و تمام المانهای ماتریس D مثبت می‌باشند. فرض کنید که $\sqrt{D_k}$ ماتریس جذر مربع از D_k باشد. چون D_k قطری است، محاسبه این ماتریس نیاز به فاکتور سازی چولسکی نداشته و یافتن ماتریس جذر آن ساده است. معادلات (۴-۶۰) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} P_{x_k} &= U_k \sqrt{D_k} \sqrt{D_k} U_k^T = S_{x_k} S_{x_k}^T \\ P_{x_k}^- &= U_k^- \sqrt{D_k^-} \sqrt{D_k^-} U_k^{-T} = S_{x_k}^- S_{x_k}^{-T} \end{aligned} \quad (61-4)$$

¹ Upper Diagonal Factorization Unscented Kalman Filter

² Unit upper triangular matrix

برای به روز رسانی $D_k^-, U_k^-, \hat{x}_k^-$ از روی $D_k^-, U_k^-, \hat{x}_k^-$ باید معادلات جدیدی برای آنها بدست بیاوریم که معادل UKF استاندارد باشند. ابتدا می‌توان نقاط سیگما را با استفاده از $S_{x_{k-1}} = U_{k-1} \sqrt{D_{k-1}}$ و \hat{x}_{k-1} تولید نموده، بعد از تولید نقاط سیگما باید این نقاط از معادله دینامیک سیستم عبور داده شوند تا نقاط سیگمای پیشگویی شده جدید با استفاده از دینامیک سیستم تولید شوند $\mathcal{X}_{k|t}^x$. ماتریس فوق یک ماتریس $n_x \times (2L+1)$ می‌باشد که در آن L تعداد حالت‌های افزوده سیستم می‌باشد. مقدار پیشگویی حالت \hat{x}_k^- با استفاده از نقاط سیگمای انتقال داده شده، مطابق فیلتر UKF استاندارد انجام می‌شود. معادله کواریانس پیشگویی به شکل زیر خواهد بود:

$$P_{x_k}^- = (\mathcal{X}_{k|t}^x - \hat{x}_k^-) W^c (\mathcal{X}_{k|t}^x - \hat{x}_k^-)^T \quad (۶۲-۴)$$

که در آن W^c ماتریس قطری حاصل از w^c می‌باشد و ماتریس $\hat{\mathcal{X}}_k^-$ از تکرار بردار \hat{x}_k^- به اندازه نقاط سیگما بدست آمده است. با فاکتورسازی QR ماتریس $(\mathcal{X}_{k|t}^x - \hat{x}_k^-)$ در معادله (۶۲-۴) می‌توان نوشت:

$$P_{x_k}^- = U_k^- D_k^- U_k^{-T} = R_{x_k}^- Q_{x_k}^- W^c Q_{x_k}^{-T} R_{x_k}^{-T} \quad (۶۳-۴)$$

که در اینجا $R_{x_k}^-$ یک ماتریس بالا مثلثی و $Q_{x_k}^-$ یک ماتریس Orthogonal می‌باشند. برای هر ماتریس بالا مثلثی را می‌توان نوشت: ضمیمه ۲ [۳۷۹]

$$R_{x_k}^- = \tilde{U}_k \tilde{D}_k \quad (۶۴-۴)$$

که در آن \tilde{U}_k یک ماتریس بالا مثلثی با المانهای قطر اصلی واحد و \tilde{D}_k شامل المانهای مربع قطر اصلی $R_{x_k}^-$ می‌باشد. با جایگزاری (۶۴-۴) در معادله (۶۳-۴) داریم:

$$P_{x_k}^- = U_k^- D_k^- U_k^{-T}, \quad U_k^- = U_k U_k^{\approx}, \quad D_k^- = D_k^{\approx} \quad (۶۵-۴)$$

که در آن U_k^{\approx} , D_k^{\approx} فاکتورهای ماتریس مثبت معین $U_k^- D_k^- U_k^{-T}$ می‌باشند. بنابراین با استفاده از معادله (۶۵-۴) فاکتورهای ماتریس $P_{x_k}^-$ بدست می‌آیند. حال باید فاکتورهای ماتریس کواریانس خطای بعد از اندازه‌گیری نیز توسط این فاکتورها به روز رسانده شوند. اگر معادله اندازه‌گیری باز هم اسکالر فرض شود معادله کواریانس بعد از اندازه‌گیری به شکل زیر خواهد بود:

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{x_k}^{-1} K_k^T \quad (۶۶-۴)$$

می‌دانیم که گین فیلتر کالمن به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$K = P_{x\tilde{y}} P_{\tilde{y}}^{-1} = U_k D_k Q_k W^c (\tilde{Y}_{k|t,j}^- - Y_{k,j}^-)^T P_{\tilde{y}_{k,j}}^{-1} \quad (۶۷-۴)$$

که در آن j نشان دهنده اندازه‌گیری j -ام در لحظه k - ام می‌باشد. با جایگزاری از (۶۷-۴) در معادله (۶۶-۴) بدست می‌آوریم:

$$U_k D_k U_k^T = U_k^- G_{k,j} U_k^{-T} \quad (۶۸-۴)$$

که در آن

$$G_{k,j} = D_k Q_k W^c Q_k^{-T} D_k - D_k Q_k W^c (\tilde{Y}_{k|t,j}^- - y_{k,j}^-) P_{\tilde{y}_{k,j}} (\tilde{Y}_{k|t,j}^- - y_{k,j}^-)^T W^c Q_k^{-T} D_k^{NT} \quad (۶۹-۴)$$

حال اگر \bar{U}_k , \bar{D}_k فاکتورهای ماتریس $G_{k,j}$ باشند در این صورت فاکتورهای ماتریس P_k به شکل زیر به روز می‌شوند:

$$U_k = U_k^{-1} \bar{U}_k, \quad D_k = \bar{D}_k \quad (۷۰-۴)$$

برای پیاده سازی فیلتر باید U_k قبل از اندازه گیری محاسبه شود و بعد از آمدن اندازه گیری لحظه k - ام مقادیر U_k , D_k با استفاده از معادله (۷۰-۴) به روز شوند. باید توجه نمود که برای استفاده از الگوریتم اندازه گیری اسکالر باید معادله اندازه گیری تغییر کند. در اینجا دوباره باید اندازه گیری‌ها مستقل از هم گردند.

$$\tilde{y}_k = U_{R,k}^{-1} h(x_k, u_k) + \tilde{v}_k = \tilde{h}(x, x) + \tilde{v}_k \quad (۷۱-۴)$$

که در آن $Cov(\tilde{v}_k) = D_{R,k}$ می باشد. الگوریتم زیر یک شبه الگوریتم برای پیاده سازی این فیلتر می باشد [۳۷۹].

جدول (۵-۴): شبه الگوریتم UD-UKF

<p>- شرایط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنید</p> $\hat{x}_0 = E[x_0], \quad [U_{x_0}, D_{x_0}] = UDU \left\{ E \left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T \right] \right\}$ $\hat{x}_0^a = E[x_0^a] = [\hat{x}_0^T \quad \bar{w}_0^T \quad \bar{v}_0^T]^T \quad (۷۲-۴)$ $U_0^a = \begin{bmatrix} S_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Q_0} & 0 \\ 0 & 0 & U_{R,0} \end{bmatrix}$ $\sqrt{D_0^a} = \begin{bmatrix} \sqrt{D_{x_0}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{D_{Q,0}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{D_{R,0}} \end{bmatrix}, S_0^a = U_0^a \sqrt{D_0^a}$
<p>- برای $k = 1, \dots, \infty$</p> <p>۱- قرار دهید $t = k - 1$</p> <p>۲- نقطه سیگما را به شکل زیر محاسبه کنید</p> $\chi_t^a = [\hat{x}_t^a \quad \hat{x}_t^a + \gamma S_{x_t}^a \quad \hat{x}_t^a - \gamma S_{x_t}^a] \quad (۷۳-۴)$ <p>۳- سیستم را به شکل زیر پیشگویی کنید:</p>

$$\begin{aligned} \chi_{k|t}^x &= f(\chi_t^x, u_t, \chi_t^w) \\ \hat{\chi}_k^- &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \chi_{i,k|t}^x \\ [U_k^-, D_k^-, Q_k^-] &= QR_UD \{ \chi_{k|t}^x - \hat{\chi}_k^- \} \\ [U_k^{\sim}, D_k^{\sim}] &= UDU \{ D_k^- Q_k^- W^c Q_k^{-T} D_k^{-T} \} \\ U_k^- &= U_k^{\sim} U_k^{\sim}, D_k^- = D_k^{\sim} \\ \tilde{y}_k &= U_{R,k} y_k \end{aligned} \quad (74-4)$$

۴- اندازه گیریها را به شکل زیر به روز نمائید:

$$\hat{z}_0 = \hat{\chi}_k^-, U_{z,0} = U_k^-, D_{z,0} = D_k^-$$

برای $j = 1, \dots, n_y$ معادلات اندازه گیری را به روز کنید:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{k|t,j} &= \tilde{h}_j(Z_{k|t}, u_t) + \chi_t^{\tilde{y}} \\ \tilde{y}_{k,j}^- &= \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \tilde{Y}_{i,k|t,j} \\ P_{\tilde{y}_k} &= (\tilde{Y}_{k|t,j} - \tilde{y}_{k,j}^-) W^c (\tilde{Y}_{k|t,j} - \tilde{y}_{k,j}^-)^T \\ [\bar{U}_{k,j}, \bar{D}_{k,j}] &= UDU \{ G_{k,j} \} \\ U_{z,j} &= U_k^- \bar{U}_{k,j}, D_{z,j} = \bar{D}_{k,j} \\ K_j &= (\chi_{k|t}^x - \hat{\chi}_k^-) W^c (\tilde{Y}_{k|t,j} - \tilde{y}_{k,j}^-)^T \\ \hat{z}_j &= \hat{z}_{j-1} + K_j (\tilde{y}_{k,j} - \tilde{y}_{k,j}^-) \end{aligned} \quad (75-4)$$

تکرار به روز نمودن معادلات اندازه گیری را تمام کرده و قرار دهید:

$$\hat{\chi}_k = \hat{z}_{n_y}, U_k = U_{z,n_y}, D_k = D_{z,n_y} \quad (76-4)$$

در اینجا فیلتر از دو تابع UDU و $QR-UD$ استفاده می کند که تابع اولی در ضمیمه ب معرفی شده و دومی همان فاکتور سازی به شکل یک ماتریس بالا مثلثی و یک ماتریس قطری می باشد. این فیلتر برای به روز رسانی بر اساس مشاهدات از مشاهدات متوالی استفاده می کند.

۴-۶: فیلتر تطبیقی تخمین ورودی بر اساس باقیمانده اندازه گیری ها^۱

در این بخش هدف طراحی یک فیلتر تطبیقی می باشد تا بتواند ورودیهای نامعلوم که در معادلات اندازه گیری ظاهر می شوند را تخمین بزند. در بعضی از سیستمها، ورودیها به عنوان بایاسهای متغیر در اندازه گیریها ظاهر شده و باعث می شوند تا تخمینها بایاس دار شوند. برای جلوگیری از این مشکل فیلتر

¹ Residual Biased Input Estimation

فوق توسعه داده شده است. اگر این ورودیها دارای دینامیک کمی باشند، می توان بر اساس فیلترهای حافظه دار این ورودیها را تخمین زد [۳۷۸].

می دانیم که اگر فیلتر در حالت بهینه کار کند، تفاوت بین اندازه گیری واقعی و اندازه گیری پیشگویی شده، نویز سفید با میانگین صفر و کواریانس معلوم خواهد بود [۶۸ و ۳۳۲]. اگر ورودیها دارای دینامیک کمی باشند در این صورت اندازه گیریها بایاس دار بوده و می توان این بایاسها را تخمین زد. چون این بایاسها با دینامیک کمی در حال تغییر هستند می توان با یک فراموش نمائی این ورودیها را بر اساس الگوریتم مجموع مربع خطا تخمین زد. مسئله تخمین را برای سیستم دینامیکی زیر در نظر می گیریم:

$$x_k = f(x_{k-1}, u'_{k-1}, w_{k-1}) \quad (۷۷-۴)$$

و معادله اندازه گیری به صورت زیر فرض می شود.

$$y_k = h(x_k, v_k) + u_k \quad (۷۸-۴)$$

که در آن u' ورودی معلوم و u ورودی نامعلوم می باشد که در معادله اندازه گیری ظاهر شده است. همچنین مفروضات زیر را داریم:

$$\begin{aligned} x_k &\in \mathfrak{R}^{n_x} \\ u'_{k-1} &\in \mathfrak{R}^{n_{u'}} \\ w_k &\in \mathfrak{R}^{n_w} \\ y_k &\in \mathfrak{R}^{n_y} \\ v_k &\in \mathfrak{R}^{n_v} \\ u_k &\in \mathfrak{R}^{n_u} \end{aligned} \quad (۷۹-۴)$$

همچنین فرض کنید که v_k, w_k نویزهای سفید با میانگین های صفر و کواریانسهای زیر باشند:

$$\begin{aligned} E(v_i v_i^T) &= \delta_{ij} R_i \\ E(w_i w_i^T) &= \delta_{ij} Q_i, \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (۸۰-۴)$$

$$E(v_i w_i^T) = 0$$

می دانیم اگر u'_k, u_k هر دو معلوم باشند با استفاده از یکی از فیلترهای غیر خطی توسعه داده شده در این فصل، مقادیر حالتها یعنی x_k ها را با استفاده از y_k ها به راحتی می توان تخمین زد. در اینجا فرض شده که u_k نامعلوم و u'_k معلوم می باشد. برای شروع باقیمانده را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$r_k = y_k - \hat{y}_k^- \quad (۸۱-۴)$$

فرض کنید که تخمین u_k را با \hat{u}_k نمایش دهیم در این صورت داریم:

$$r_k = y_k - E[h(x_k, v_k)] - \hat{u}_k \quad (۸۲-۴)$$

می دانیم اگر تخمینهای \hat{u}_k بدون بایاس باشند در این حالت r_k دارای میانگین صفر خواهد بود [۴۸-۴۹]. حال یک اندازه گیری جدید به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$z_k = y_k - h_k^- = u_k + r_k \quad (۸۳-۴)$$

در اینجا برای محاسبه h_k^- می‌توان از جایگزاری نقاط سیگمای بدست آمده در تابع h و میانگین‌گیری وزنی از آنها h_k^- را محاسبه نمود. یک تخمین خطی برای u را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$\hat{u}_k = Z_k W_k \quad (۸۴-۴)$$

که در آن $Z_k = [y_k \ y_{k-1} \ \dots \ y_{k-N+1}]$ یک انباشتگی از اندازه‌گیری‌ها از لحظه k تا $k-N+1$ می‌باشد. حال می‌توان با استفاده از روش RLS ^۱ پارامترهای W_k را تخمین زد [۳۸۲ و ۳۸۳]. اگر ورودیها دارای تغییرات باشند در این صورت باید از یک فراموشی نمائی نیز استفاده نمود. باتوجه به مراجع [۳۸۲ و ۳۸۳] و [۳۷۸] با فرمول سازی مناسب برای الگوریتم RLS می‌توان به شکل زیر عمل نمود:

$$W_k = F W_{k-1} + n_{k-1} \quad (۸۵-۴)$$

$$z_k = Z_k W_k + r_k$$

که در آن n_{k-1} نویز پروسه و نویز اندازه‌گیری می‌باشند. کواریانس r_k از تئوری کالمن فیلتر به راحتی قابل محاسبه می‌باشد. فرض می‌کنیم که $Q_{n,k-1} = q_{k-1,I} R_{r_k}$ کواریانس r_k ، n_{k-1} باشند. در اینجا q_{k-1} یک پارامتر تجربی می‌باشد. هر قدر مقدار $Q_{n,k}$ زیادتر باشد در این حالت وزن کمتری را به گذشته اختصاص خواهد داد، ولی اگر $Q_{n,k}$ کمتر باشد به گذشته اهمیت زیادتری خواهد داد. بنابراین برای حالتی که u دارای دینامیک بیشتری است باید $Q_{n,k}$ بزرگ انتخاب شود. الگوریتم فیلتر کالمن خطی برای تخمین ورودی به شکل زیر خواهد بود [۳۸۲]:

$$W_k^- = F \hat{W}_{k-1}$$

$$P_k^- = F P_{k-1} F + Q_{n,k-1}$$

$$S_k = Z_k P_k^- Z_k^T + R_{r_k} \quad (۸۶-۴)$$

$$K_{w_k} = P_k^- Z_k^T S_k^{-1}$$

$$\hat{W}_k = W_{k-1}^- + K_{w_k} (z_k - Z_k W_{k-1}^-)$$

باید توجه نمود که طبق [۳۸۳] باید $F = I$ فرض شود. همچنین می‌توان به جای استفاده از معادله (۸۵-۴) یک سیستم دینامیکی به شکل $F = \lambda I$ و $n_k = 0$ استفاده نمود. که در آن $0 < \lambda < 1$ می‌باشد [۳۸۳]. می‌توان ثابت نمود که دو فیلتر معادل هم می‌باشند.

پروسه زیر را در نظر بگیرید:

$$s_k = K_{w_k} (z_k - Z_k W_{k-1}^-) \quad (۸۷-۴)$$

کواریانس پروسه فوق را به شکل زیر است:

^۱ Recursive Least Square

$$Q_{n,k} \approx \frac{1}{N_1} \sum_{j=k-N+1}^k s_j s_j^T \quad (88-4)$$

در این حالت می توان این ماتریس را از پروسه بازگشتی زیر محاسبه نمود که شبیه به یک فیلتر پایین گذر عمل می کند:

$$Q_{n,k+1} = \left(1 - \frac{1}{T}\right) Q_{n,k} + \frac{1}{T} s_j s_j^T, \quad T > 1 \quad (89-4)$$

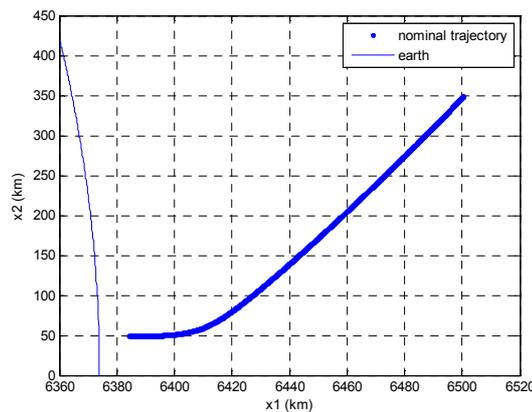
همچنین با گرفتن *trace* از ماتریس Q_n بدست می آوریم:

$$q_{k+1} = \left(1 - \frac{1}{T}\right) q_k + \frac{1}{N T} s_j^T s_j \quad (90-4)$$

معادله بالا اجازه می دهد تا بتوان گین ماتریس کواریانس نیز پروسه را نیز به صورت بازگشتی محاسبه نمود. به همین دلیل این الگوریتم در محیط های ناپایا بهتر کار می کند [۳۷۸].

۷-۴: مقایسه فیلترهای مختلف با هم توسط شبیه سازی

حال یک مثال برای اثبات کارایی فیلترهای بیان شده در این فصل ارائه خواهد شد. مسئله رهگیری یک جسم در حال سقوط با نیروی وزن خود با ضریب درگ نامعلوم در ارتفاع بالا و سرعت زیاد یکی از مسائل به شدت غیر خطی می باشد که برای اثبات کارایی فیلترهای مختلف از طرف محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰۳ و ۱۰۱ و ۳۸۱]. فیلتر کالمن برای مسئله فوق دارای خطای بسیار زیادی بوده ولی UKF خطاهای کمتری را در مقایسه با EKF دارد. برای جسم وارد شونده به جو سه نوع نیرو وجود دارد که عبارتند از: نیروی جاذبه، نیروهای تصادفی، نیروهای آیرودینامیکی. نیروی آیرودینامیکی به شدت غیر خطی بوده و تابعی از ارتفاع و سرعت و ضریب درگ می باشد. مسیر پروازی نمونه از چنین جسمی در شکل (۲-۴) دیده می شود.



شکل (۲-۴): مسیر پرواز نامی

در ابتدا جسم در جو بسیار رقیق است و رفتار خطی دارد ولی رفته رفته با وارد شدن به جو غلیظ دانسیته افزایش یافته و سیستم غیر خطی تر می‌گردد. معادلات حرکت این جسم را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= Dx_3 + Gx_1 + w_1 \\ \dot{x}_4 &= Dx_4 + Gx_2 + w_2 \\ \dot{x}_5 &= w_3\end{aligned}\quad (91-4)$$

در اینجا x_1, x_2 موقعیت در دو بعد x_3, x_4 سرعت‌های وسیله در دو بعد و x_5 پارامتر ثابتی است که در ارتباط با ضریب درگ می‌باشد. D, G نیز به ترتیب شتاب مرتبط با درگ و جاذبه می‌باشند. موقعیت با $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ که فاصله از مرکز زمین می‌باشد نمایش داده شده و $V = \sqrt{x_3^2 + x_4^2}$ سرعت کل وسیله خواهد بود. پارامترهای D, G به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}D &= -\beta \exp\left[\frac{R_0 - R}{H_0}\right] V, \quad G = \frac{\mu}{r^3} \\ \beta &= \beta_0 \exp(x_5)\end{aligned}\quad (92-4)$$

برای این مثال پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned}\beta_0 &= -0.59783, H_0 = 13.406, Gm_0 = 3.9860 \times 10^5 \frac{km^3}{sec^2} \\ R_0 &= 6374 \text{ km}\end{aligned}\quad (93-4)$$

که پارامترهای محیطی می‌باشند. β_0 ضریب بالستیک بوده، که ضریب ترم $\exp(x_5)$ را اسکیل می‌کند، که همیشه مقدار مثبتی دارد. حرکت جسم به وسیله رادار اندازه‌گیری می‌شود که موقعیت رادار (x_r, y_r) بوده و اندازه‌گیری‌های رادار با فرکانس 20 Hz به صورت زیر انجام می‌شود.

$$\begin{aligned}r_r(k) &= \sqrt{(x_1(k) - x_r)^2 + (x_2(k) - y_r)^2} + v_1(k) \\ \theta(k) &= \tan^{-1}\left(\frac{(x_2(k) - y_r)}{(x_1(k) - x_r)}\right) + v_2(k)\end{aligned}\quad (94-4)$$

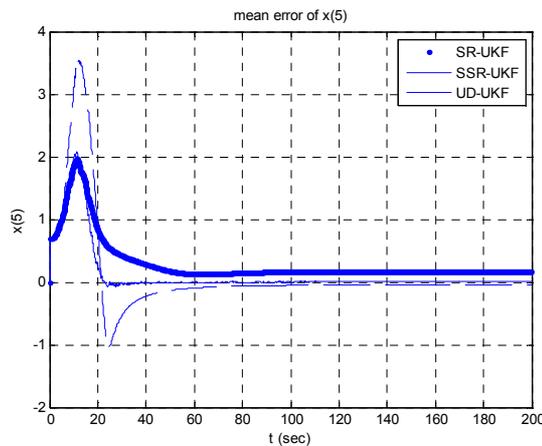
که در آن v_1, v_2 نویزهای سفید اندازه‌گیری بوده و ناهمبسته فرض می‌شوند، همچنین w_1, w_2 نویزهای سفید دینامیک سیستم می‌باشند. اطلاعات مربوط به نویزها و شرایط اولیه در جدول (۶-۴) آمده است.

جدول (۶-۴): داده‌های مسئله

ردیف	عنوان	مقدار
------	-------	-------

$R = \begin{bmatrix} 1m^2 & 0 \\ 0 & 17 \times 10^{-3} rod \end{bmatrix}$	کواریانس نویز اندازه گیری	۱
$Q = \begin{bmatrix} 2.4064 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 2.4064 \times 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	کواریانس نویز دینامیک سیستم	۲
$x(0) = \begin{bmatrix} 6500.4 \\ 349.14 \\ -1.8093 \\ -6.7967 \\ 0.6932 \end{bmatrix}$	شرایط اولیه واقعی	۳
$x(0 0) = \begin{bmatrix} 6500.4 \\ 349.14 \\ -1.8093 \\ -6.7967 \\ 0 \end{bmatrix}, P(0) = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	شرایط اولیه فیلتر و کواریانس آن	۴
$\kappa = 0, \alpha = 0.55, \beta = 2$	پارامترهای فیلتر	۵
$\Delta t = \frac{1}{20} sec$	زمان نمونه برداری	۶
$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100000 \\ 100000 \end{bmatrix} ft$	موقعیت رادار	۷

برای گسسته سازی معادلات از روش اویلر مرتبه اول استفاده شده و شبیه سازی ۱۰۰ بار انجام گرفته و الگوریتم‌های هر فیلتر جداگانه اجرا گردیده است. بعد از تخمین توسط سه فیلتر SR-UKF، SSR-UKF، UKF، UD-UKF، خطای تخمین با استفاده از مسیر مرجع محاسبه شده و RMS خطاها محاسبه گردیده است. RMS خطا در طول زمان برای سه فیلتر برای ضریب بالستیک در شکل (۳-۴) آمده است.



شکل (۳-۴): میانگین خطای ضریب بالستیک

در شکل (۴-۲) دیده می شود که عملکرد سه فیلتر در لحظات اولیه شبیه به هم بوده و هرچه جسم وارد جو غلیظتر گردیده است، سیستم غیر خطی تر شده و فیلترها عملکردهای متفاوتی را از خود نشان داده‌اند. در جدول (۴-۷) میانگین جذر مربع خطا برای کل زمان آمده است.

جدول (۴-۷): میانگین جذر مربع خطای فیلترهای متفاوت

Mean square error for 100 Monte Carlo simulation	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
SR UKF	29.57	327.54	0.0018	0.097	0.1965
SSR-UKF	0.0453	0.1667	0.0011	0.015	0.2961
UD-UKF	0.0043	0.1017	5e-5	0.001	0.1697

باید توجه نمود که در اینجا $\alpha = 0.55$ انتخاب شده است تا مقدار w_0^c مقدار مثبتی گردد تا فیلترها به طور مناسب مقایسه گردند. جدول (۴-۷) به وضوح عملکرد بسیار خوب فیلتر UD-UKF را تایید می‌کند.

۴-۸: مقایسه عملکرد EKF و UKF

برای مقایسه عملکرد فیلترهای EKF و UKF مسئله، به صورت یک بعدی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

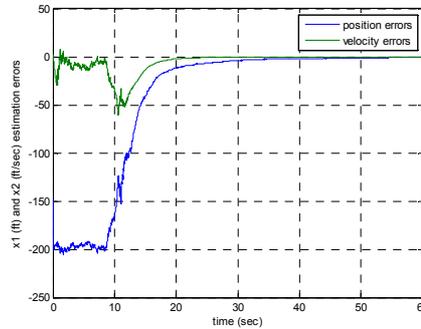
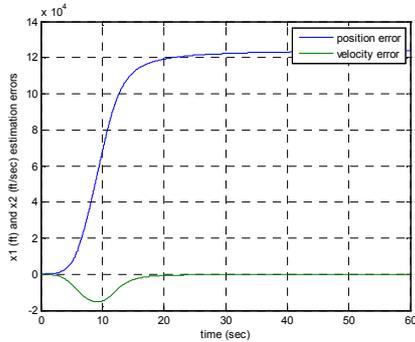
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 + w_1 \\ \dot{x}_2 &= -e^{-\gamma x_1} x_2^2 x_3 + w_2 \\ \dot{x}_3 &= w_3 \end{aligned} \quad (۴-۹۵)$$

$$z(t) = \sqrt{(M^2 + (x_1 - H)^2) + n(t)}$$

که در آن حالتها به ترتیب ارتفاع، سرعت و ضریب بالستیک بوده و M ، H موقعیت رادار بوده که هر دو 100000 ft در نظر گرفته شده است. همچنین $\gamma = 5 \times 10^{-5}$ و $R = 10^4 \text{ ft}^2$ و $Q = 0$ و $\Delta t = 0.01 \text{ sec}$ بوده و معادلات توسط روش اویلر مرتبه اول خطی سازی شده‌اند. شرایط اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

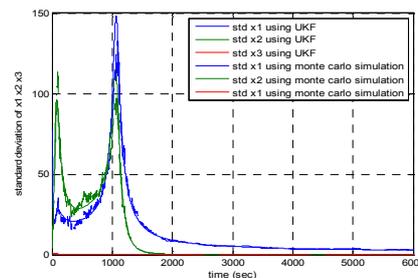
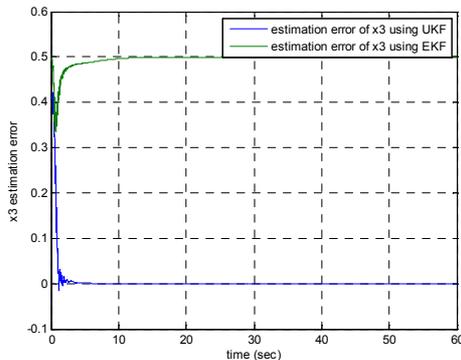
$$\begin{aligned} x(0) &= [3.0e05 \quad 2.0e4 \quad 1.0e-3]^T \\ \hat{x}(0|0) &= [3.0e5 + 200 \quad 2.0e4 - 2 \quad 0.5]^T \\ P(0|0) &= \text{diag} \left((10^3)^2 \quad (2.0e3)^2 \quad 1^2 \right) \end{aligned} \quad (۴-۹۶)$$

بعد از ۱۰۰ شبیه سازی مونت کارلو و محاسبه RMS خطا برای هر متغیر حالت شکل‌های (۴-۴) تا (۴-۷) بدست می‌آیند.



شکل (۴-۴): خطای موقعیت و سرعت محاسبه شده شکل (۴-۵): خطای موقعیت و سرعت محاسبه شده توسط UKF

از شکل‌های (۴-۵) و (۴-۴) دیده می‌شود که EKF برای موقعیت و سرعت دارای خطای بسیار زیادتری نسبت به UKF دارد. بدلیل غیرخطی‌های بسیار بالا در هنگام کاهش ارتفاع فیلتر EKF خطاهای بسیار زیادی را مرتکب می‌شود در مقابل UKF هر لحظه تمایل به کاهش خطا با افزایش اندازه‌گیریها دارد. همچنین در شکل (۴-۶) خطای محاسبه ضریب بالستیک نشان داده شده است. همچنانکه دیده می‌شود ضریب بالستیک تخمین زده شده توسط فیلتر EKF به شرایط اولیه همگرا شده است و در اصل نتوانسته ضریب بالستیک را تخمین زند. حال این که فیلتر UKF به خوبی از عهده این کار برآمده است.

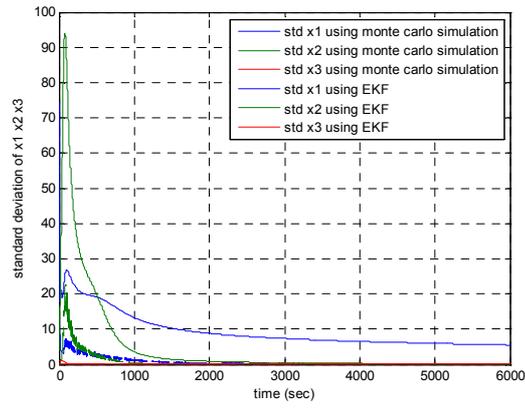


شکل (۴-۷): انحراف استاندارد محاسبه شده توسط

شکل (۴-۶): خطای ضریب بالستیک

و شبیه سازی مونت کارلو UKF

در شکل (۴-۷) انحراف استاندارد تخمین زده شده برای حالت‌های سیستم بسیار منطبق بر واقعیت (شبیه سازی مونت کارلو) می‌باشد. در شکل (۴-۸) خطای انحراف استاندارد محاسبه شده با دو فیلتر نشان داده شده است. که در اینجا نیز فیلتر UKF نسبت به EKF در تخمین کواریانس‌ها موفق بوده است. بنابراین در حالت کلی می‌توان گفت که فیلتر UKF نسبت به EKF دارای عملکرد بهتری می‌باشد.



شکل (۴-۸): خطای انحراف استاندارد محاسبه شده توسط UKF و شبیه سازی مونت کارلو



فصل پنجم

تخمین وضعیت در اجسام پرنده

من یک ریاضی دان هستم نه یک مهندس.

”وینر“

وضعیت زاویه‌ای یک جسم پرنده نسبت به یک دستگاه مرجع یکی از مهمترین اطلاعات لازم برای پرواز می‌باشد، به طوری که بدون علم به آن پرواز غیرممکن می‌باشد. می‌دانیم که وضعیت زاویه‌ای یک جسم پرنده نسبت به یک دستگاه حداقل توسط سه پارامتر بیان می‌گردد. این سه پارامتر به طور تاریخی دورانهای ساده متوالی می‌باشند که به زوایای اوپلر معروف هستند. البته روشهای پیشرفته دیگری نیز برای نشان دادن با سه پارامتر و یا چهار پارامتر و یا با نه پارامتر نیز وجود دارند که در فصل دوم به آنها پرداخته شده است.

سیستمهای تعیین وضعیت در هدایت و کنترل اجسام پرنده نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کنند. متأسفانه سیستمهایی که با دقت مطلوب این کار را انجام دهند بسیار گران قیمت بوده و از ژيروسکوپهای بسیار دقیق استفاده می‌کند ولی با این حال باز هم خطا در این سیستمها واگرا بوده و بالاخره خطاها به بینهایت میل خواهند کرد. در ژيروسکوپهای عمودی و دایرکشنال این مشکل بوسیله پاندول و قطبنا حل شده ولی سیستم در مانورهای شدید خطاهای بسیار زیادی دارد ولی خطاهای آن در طول زمان بینهایت روی هم انباشته نمی‌شود و بعد از اتمام مانور خطاها باز هم کم می‌شوند. در سالهای اخیر ژيروسکوپهای عمودی با تکنولوژی استراپ داون نیز توسعه پیدا کرده‌اند. این سیستمها بسیار زیادتر از سیستمهای مکانیکی به شتاب حساس می‌باشند زیرا عموماً از سنسورهای ارزان قیمت استفاده می‌کنند. این فصل سعی در حل این

مشکلات در سیستمهای تعیین وضعیت که مبتنی بر حالت استراپ داون و بر اساس تکنولوژی حالت جامد می‌باشند، را دارد. بسیاری از الگوریتمها توسط خود نویسنده برای اولین بار توسعه داده شده اند.

این فصل بعد از مروری سریع بر سیستمهای سنتی اندازه‌گیری وضعت و مشکلات آنها در وسایل پرنده به سیستمهای نوین که اکثراً به حالت استراپ داون می‌باشند پرداخته است. بعد از بیان روشهای مختلف تعیین وضعیت، روش بدست آوردن زوایای رول و پیچ در پروازهای کروز با استفاده از شتابسنجها بیان شده و نقاط ضعف این الگوریتمها بحث گردیده و نشان داده شده است که در حرکات شتابدار اندازه‌گیری این زوایا توسط شتابسنجها خطاهای بسیار زیادی دارد. سپس الگوریتم ژيروسکوپ عمودی که در سالهای اخیر توسعه داده شده است بیان گردیده است. آنگاه روش پیشنهادی نویسنده برای مقاوم سازی این الگوریتمها در مقابل شتاب بیان شده است. روش فوق سعی در تخمین شتابهای اضافی بر حالت کروز با استفاده از گذشته زمانی شتابها و دینامیک اتوپیلوت می‌باشد. سپس نشان داده شده که استفاده از تعداد محدودی از المانهای ماتریس دوران به طور کامل زوایای رول و پیچ را نشان داده و رفتار آنها کاملاً خطی است. چون این پارامترها از سه پارامتر برای نشان دادن دو زاویه استفاده می‌کنند، بنابراین یک قید نیز بر این پارامترها حاکم می‌باشد. معادلات برای برآوردن این قید توسعه داده شده و می‌توانند در الگوریتمهای فیلترینگ استفاده شوند. سپس دینامیک کانال قائم مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که در صورت استفاده از پارامترهای ماتریس دوران دینامیک زوایای رول و پیچ و کانال قائم خطی می‌ماند. در صورت استفاده از ارتفاع سنج و تلفیق اطلاعات آن با IMU مشکل شتاب به طور کامل رفع گردیده و به دلیل رفتار خطی معادلات در فرمول بندی جدید سیستم قادر به تخمین بایاسهای ژيروسکوپها نیز می‌گردد. سپس نشان داده شده است که در این حالت کانال سمت دارای غیر خطی‌های کوچکی می‌باشد در اینجا نیز فیلتری برای تخمین زاویه سمت توسعه داده شده است. برای سیستمهایی که شامل ترکیب مگنتومتر / IMU بوده و از ارتفاع سنج استفاده نمی‌کنند، توسط نویسنده یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین شتابهای اضافه بر حالت کروز توسعه داده شده است. این فیلتر به راحتی می‌تواند در محیط‌های دینامیکی کار کند. این فیلتر از یک UKF تطبیقی که اساس آن در فصل قبل آمده استفاده می‌کند. در پایان فصل نیز روش دو مرحله‌ای برای کالیبراسیون مگنتومتر بیان شده و این روش برای اولین بار توسط نویسنده برای در بر گرفتن خطاهای نصب توسعه داده شده است. برای نشان دادن کارایی فیلترهای طراحی شده مطالعاتی بر پایه شبیه‌سازی انجام گرفته که حاکی از کارایی این فیلترها می‌باشد.

۵-۱: ژيروسکوپهای عمودی و سمتی

معمولاً اصطلاح وضعیت^۱ برای زوایای رول و پیچ، و اصطلاح جهت‌گیری به زوایای رول و پیچ و یاو اطلاق می‌گردد. زاویه سمت یا سمت (گاهی یاو) به تصویر محور طولی هواپیما در سطح افق نسبت به شمال جغرافیائی تعریف می‌شود. برای داشتن پرواز موفق نیاز به اطلاعات وضعیت وسیله پرنده می‌باشیم، زیرا وضعیت وسیله وضعیت زاویه‌ای جسم پرنده را نسبت به افق محلی نشان می‌دهد که توسط دو زاویه بیان می‌شود. به طور سنتی این دو زاویه در اکثر وسایل پرنده توسط ژيروسکوپ دو درجه آزادی مکانیکی عمودی اندازه‌گیری می‌شود [۱۸۳ و ۱۵۵]. همچنین زاویه سمت نیز توسط ژيروسکوپ دو درجه آزادی و مکانیکی سمت انجام می‌گیرد [۲۹۰ و ۱۵۵]. تفاوت عمده‌ای بین یک ژيروسکوپ دو درجه آزادی^۲ و ژيروسکوپهای عمودی و دایرکشنال وجود دارد. این تفاوت عبارت از حلقه بسته بودن این سیستمها می‌باشد. در این دو ژيروسکوپ ترکرهائی برای نگه داشتن بردار مومنتوم زاویه‌ای به صورت عمود بر زمین، در ژيروسکوپ عمودی و به صورت افقی در راستای شمال جغرافیائی، در ژيروسکوپ سمتی وجود دارد. باید توجه نمود که در ژيروسکوپ سمتی با اینکه بردار مومنتوم به سمت شمال جغرافیائی است ولی باید خروجی شمال مغناطیسی نسبت به شمال جغرافیائی تصحیح گردد.

حتی اگر ژيروسکوپ دو درجه ایده ال فرض شود به دلیل جابجایی قائم از نقطه‌ای به نقطه دیگر باید بردار مومنتوم زاویه‌ای نسبت به فضای اینرسی چرخانده شود تا همیشه عمود بر زمین باقی بماند [۱۵۵]. به همین دلیل در ژيروسکوپهای مکانیکی عمودی وسیله دیگری مانند پاندول نیز وجود دارد که می‌تواند در حرکت های بدون شتاب، زوایای رول و پیچ را اندازه‌گیری کند [۲۹۰]. این پاندول می‌تواند خطای بلند مدت ژيروسکوپ را کنترل کند. ولی در حرکت های شتابدار چون پاندول قائم بر زمین نخواهد ایستاد، در نتیجه سیستم دارای خطا خواهد بود. با توجه به اینکه ژيروسکوپ آزاد در فرکانس های پایین دارای عملکرد خوبی می‌باشد و پاندول نیز در فرکانس های پایین به خوبی عمل می‌کند این دو سیستم دارای خواص مکمل هم بوده و معمولاً به صورت ترکیبی استفاده می‌شوند [۱۵۵]. به این ترتیب که به دلیل وجود خطاها، ژيروسکوپ آزاد از حالت قائم منحرف شده ولی توسط عملگرهای مناسب نصب شده بر روی گیمبال ها با یک پهنا باند بسیار کم توسط خروجی پاندول، ژيروسکوپ تصحیح می‌شود. این تصحیحات بسیار ضعیف بوده و می‌تواند در بلند مدت جلوی خطای ژيروسکوپ عمودی را بگیرد [۳۸۴ و ۳۸۵ و ۳۸۶]. لازم به یاد آوری است که در یک ژيروسکوپ عمودی برای اندازه‌گیری وضعیت نسبت به افق محلی در حرکات بدون شتاب می‌توان از شتابسنج، Level Switch، تراز و... نیز استفاده نمود [۳۸۶].

¹ Attitude

² Free Gyroscope

در یک ژيروسکوپ سمتی نیز وضعیت به همین منوال می‌باشد، به طوری که زاویه سمت توسط یک Flux Valve که پاندولی است که روی آن سیم پیچ‌هایی برای احساس میدان مغناطیسی زمین وجود دارد، در حرکات بدون شتاب (فرکانس کم) اندازه گیری می‌شود [۳۸۶]. در صورت وجود دیررفت ژيروسکوپ آزاد توسط ترک‌رئائی جهت بردار مومنتوم زاویه‌ای آن به سمت شمال حفظ می‌شود [۱۵۵].

با توجه به اینکه هم پاندول و هم Flux Valve در حرکات شتابدار (فرکانس بالا) وضعیت و یا شمال را صحیح اندازه‌گیری نمی‌کنند، در این حالت خروجی ژيروسکوپ دو درجه آزادی دارای اعتبار می‌باشد ولی خطای آن زیادتر می‌شود. بعد از برطرف شدن شتاب، هم پاندول و هم Flux Valve به خوبی می‌توانند وضعیت و سمت را اندازه‌گیری کنند و اینجاست که در اصل خطاهای ژيروسکوپ دو درجه کنترل می‌شود. در اصل جهت مومنتوم در ژيروسکوپ تصحیح می‌گردد. چون خطاهای ژيروسکوپ دو درجه ماهیت فرکانس پایین داشته و خطاهای پاندول و Flux Valve دارای ماهیت فرکانس بالا می‌باشند، بنابراین این سیستمها می‌توانند مکمل هم باشند که ترکیب آنها ژيروسکوپهای عمودی و سمتی را ارائه می‌دهد. این ژيروسکوپها به دلیل اهمیت آنها در پرواز به وفور در صنعت هوانوردی استفاده می‌شوند [۳۸۵].

۵-۲: بدست آوردن وضعیت با استفاده از خروجی ژيروسکوپها

وضعیت چرخشی یک جسم پرنده نسبت به یک دستگاه می‌تواند توسط روشهای متفاوتی نشان داده شود که هر کدام دارای خواص به خصوصی می‌باشد. این روشها به صورت کلی عبارتند [۳۰۰]:

- Euler –Rodriguez Quaternion
- Direction Cosines Matrix
- Euler–Axis Rotation Parameters,
- Euler Angles

معادلات دینامیکی حاکم بر پارامترهای فوق فقط برای کواترنینها و DCM خطی بوده و برای معادلات اویلر و بردار دوران دارای معادلات غیر خطی می‌باشد. علاوه بر اینها کواترنینها دارای یک قید اضافی و مستقل بوده و المانهای DCM دارای ۶ قید مستقل می‌باشند [۳۰۰]. در اصل برای تعیین وضعیت کامل نیاز به سه پارامتر مستقل می‌باشد [۳۰۶]. چون در تعیین وضعیت اجسام پرنده بیشتر تعیین وضعیت وسیله نسبت به دستگاه ناوبری مطرح می‌باشد، در اینجا تمامی پارامترهای معرفی شده برای نشان دادن وضعیت چرخشی دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ناوبری خواهند بود. باید توجه نمود که در اینجا هدف تعیین زوایای رول و پیچ است و تعیین زاویه سمت یاو در ژيروسکوپهای عمودی مورد توجه نمی‌باشد. در این فرمول بندیها، معادله زاویه یاو نیز وارد می‌شود که ما آن را در نظر نخواهیم گرفت. با استفاده از مرجع [۳۰۰] داریم:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (۱-۵)$$

$$C_b^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

که در آن $\omega_{nb}^b = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ناوبری بوده و Ω_{nb}^b ماتریس پاد متقارن از ω_{nb}^b می‌باشد. باید توجه نمود که خروجی ژيروسکوپها در اصل برابر با سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی می‌باشد. لذا داریم [۱۵۴]:

$$\omega_{ib}^b = \omega_{ie}^b + \omega_{en}^b + \omega_{nb}^b \quad (3-5)$$

زمانی که از سیستمهای اینرسی ارزان قیمت استفاده می‌شود می‌توان از سرعت زاویه‌ای ω_{en}^b که تابعی از سرعت وسیله نسبت به زمین می‌باشد در مقابل خطای سنسورها صرفنظر نموده و سرعت زاویه‌ای ω_{ie}^b را با علم به عرض جغرافیائی جبران سازی نمود. همچنین معادلات مربوط به زوایای اویلر عبارتند از: [۱۵۴]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \operatorname{tg} \theta \sin \phi & \operatorname{tg} \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

در مقایسه با معادلات اویلر که کاملاً شکل غیر خطی دارند معادلات مربوط به کواترنینها، شکل کاملاً خطی دارند. ولی چون دو زاویه رول و پیچ توسط شتابسنجها اندازه‌گیری می‌شوند به همین دلیل مجبور به استفاده از زوایای اویلر برای ژيروسکوپ عمودی می‌باشیم.

۳-۵: تعیین وضعیت با استفاده از شتاب سنجهها

زوایای وضعیت، θ ، ϕ ، همچنین می‌توانند در پرواز کروز با استفاده از خروجی‌های شتابسنجها نیز تعیین شوند. برای این کار معادلات مربوط به سرعت زمینی^۱ را در دستگاه ناوبری در نظر می‌گیریم، داریم [۱۵۴]:

$$\dot{V}_e^n = C_b^n f^b - [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times V_e^n + g^n \quad (5-5)$$

که در آن ماتریس کسینوسهای هادی C_b^n برای انتقال شتابهای مخصوص از دستگاه بدنی به دستگاه ناوبری استفاده شده است. در اینجا g^n شتاب جاذبه ظاهری در دستگاه ناوبری بوده که معمولاً فقط یک المان در راستای قائم دارد. ترم دوم ظاهر شده در معادله (۵-۵) مربوط به جبران سازی شتابهای جانب مرکز می‌باشد که در اثر چرخش دستگاههای ناوبری و زمین ایجاد شده‌اند و مقدار بسیار کمی دارند که در مقابل خطای

^۱ ground speed

شتاب سنج های ارزان قیمت قابل صرفنظر کردن می باشند [۲۹۰]. در پرواز کروز می توان از تغییرات سرعت زمینی نیز صرفنظر نمود. باید توجه شود لازم نیست در پرواز کروز زوایای رول و پیچ صفر باشند. داریم [۳۹۱]:

$$f^b \cong -C_n^b g^n = g \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \phi \\ -\cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad \text{if} \quad \text{abs}(\|f^b\| - g) < \varepsilon \quad (6-5)$$

که در آن ε شتاب کوچکی می باشد.

بنابراین با استفاده از معادله (۶-۵) می توان با استفاده از خروجی شتابسنجها زوایای رول و پیچ را به صورت زیر محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} \phi &= \text{arc tag} 2(f_y, f_z) \\ \theta &= \text{arc sin}(f_x / g) \end{aligned} \quad (7-5)$$

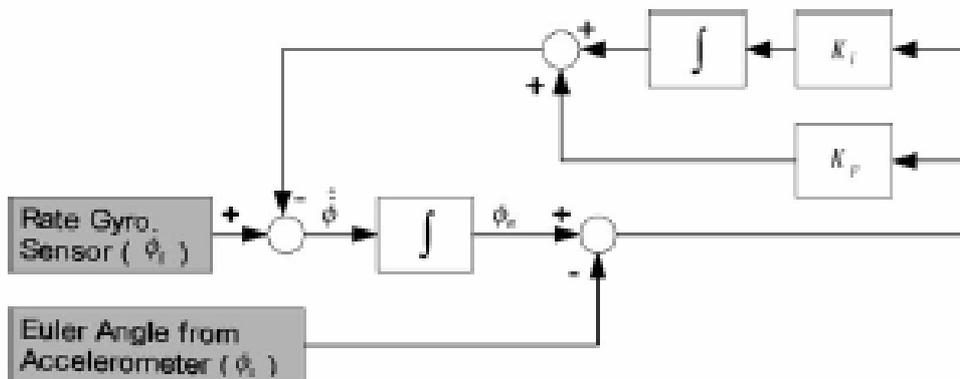
اگر ε کوچک نباشد، یعنی حرکت شتابدار باشد، در این حالت تنها با معلوم بودن شتاب کل می توان وضعیت را محاسبه نمود:

$$F_t^n = \dot{V}_e^n + [2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n] \times V_e^n = C_b^n f^b + g^n \quad (8-5)$$

بنابراین عملاً در حرکت های شتاب دار، تخمین بدون بایاس از زوایای رول و پیچ بدون علم به شتاب کل عملاً غیر ممکن می باشد.

۴-۵: الگوریتم ژيروسکوپ عمودی استراپ داون

در ژيروسکوپهای عمودی زوایای رول و پیچ هم، توسط انتگرال گیری از خروجی ژيروسکوپها محاسبه می گردند که دارای خطاهای ناپایدار و کند می باشند (ماهیت فرکانس پایین) و هم، توسط شتابسنجها، با توجه به الگوریتم ارائه شده در بخش قبلی که خطاهای زیادی در حرکات شتابدار (ماهیت فرکانس بالا) دارند اندازه گیری می شوند. خطاهای زوایای محاسبه شده توسط شتابسنجها پایدار بوده ولی در حرکات شتابدار خطا زیادتر شده و بعد از رفع شتاب خطا صفر خواهد شد. بنابراین، این دو مجموعه دارای خواص مکمل هم بوده و می توانند تماماً برای پایدار سازی رول و پیچ استفاده شوند. در شکل (۱-۵) بلوک دیاگرام محاسبه زاویه رول آمده است.



شکل (۵-۱): الگوریتم ژيروسکوپ عمودی

اگر نرخ تغییرات زاویه رول محاسبه شده توسط ژيروسکوپها بدانیم، و زاویه رول محاسبه شده توسط خروجی شتابسنجها باشد، با توجه به شکل (۵-۱) می توان نوشت:

$$\phi_m = \frac{s^2 \phi_g + k_p \phi_a s + k_i \phi_a}{s^2 + k_p s + k_i} \quad (۹-۵)$$

با استفاده از معادله (۹-۵) اگر $t \rightarrow \infty$ میل کند در این حالت داریم:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \phi_m = \phi_a \quad (۱۰-۵)$$

که نشان می دهد خروجی فیلتر که ϕ_m می باشد در حالت حدی به ϕ_a تخمین زده شده توسط خروجی شتاب سنجهای نزدیک خواهد شد [۳۹۱]. بنابراین با تنظیم مناسب k_p ، k_i می توان انتظار داشت که در بلند مدت خروجی فیلتر به خروجی شتاب سنجهای نزدیک شود. در اینجا می توان ضرایب را به ضریب میرایی^۱ و فرکانس قطع^۲ به صورت زیر مربوط نمود [۲۹۰].

$$k_i = \omega^2, \quad k_p = 2\xi\omega \quad (۱۱-۵)$$

برای اینکه خطا، حالت جهشی^۳ نداشته باشد، مقدار $\xi = 0.707$ انتخاب می شود. همچنین k_p به صورت زیر خواهد بود [۲۹۰].

^۱ Damping

^۲ Cut - Off

^۳ Over shoot

$$k_p = \sqrt{2}\omega \quad (12-5)$$

در اینجا طراحی کنترلر خطا که به شکل PI بوده به انتخاب فرکانس قطع منجر می‌شود. تغییرات این فرکانس در سیستم‌های عملی بین $0.01 \frac{rad}{s}$ ، $0.001 \frac{rad}{s}$ خواهد بود. در مرجع [۲۹۰] یک روش فازی برای انتخاب بهینه ω آمده است.

۵-۵: مقاوم سازی الگوریتم ژيروسکوپ عمودی در برابر شتاب

در اینجا تعاریف زیر را انجام می‌دهیم:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & tg\theta \sin \phi & tg\theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \end{bmatrix} \quad (13-5)$$

با توجه به معادله (۴-۵) می‌توان نوشت:

$$\dot{\Theta} = F(\Theta)\omega_{ib}^b \quad (14-5)$$

همچنین با توجه به فصل اول می‌توان نوشت:

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - [\omega_{ie}^n + \omega_{in}^n] \times V^n + g^n \quad (15-5)$$

که در آن V^n سرعت وسیله نسبت به زمین در دستگاه ناوبری، f^b نیروهای مخصوص وارده بر وسیله پرنده، C_b^n ماتریس تبدیل از دستگاه بدنی به ناوبری، g^n جاذبه زمین در دستگاه ناوبری و $[\omega_{ie}^n + \omega_{in}^n] \times V^n$ شتابهای کریولیس ناشی از چرخش دستگاه‌های ناوبری و زمینی می‌باشند، با چشم پوشی از این ترمها در مقایسه با خطای شتاب‌سنج‌ها داریم:

$$f_t^n \approx C_1^n C_b^1 f^b + g^n \quad (16-5)$$

که در آن f_t^n شتاب کل وارده به وسیله پرنده در دستگاه ناوبری می‌باشد. با ضرب طرفین معادله (۱۶-۵) در C_n^1 خواهیم داشت [۳۹۲]:

$$f_t^1 \approx C_b^1 f^b + g^1 \quad (17-5)$$

حال با مشتق‌گیری از معادله (۱۷-۵) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{f}_t^1 = \dot{C}_b^1 f^b + C_b^1 \dot{f}^b + \dot{g}^1 \quad (18-5)$$

با توجه به این که تقریباً g قائم بر سطح زمین بوده و اندازه آن ثابت می‌باشد در نتیجه داریم: $g^1 = g^n$. همچنین می‌دانیم که شتاب جاذبه زمین ثابت بوده و در نتیجه با تقریب نسبتاً خوب می‌توان از تغییرات آن صرف‌نظر نمود. داریم:

$$\dot{f}_i^1 = C_b^1 [\omega_{1b}^b \times] f^b + C_b^1 \dot{f}^b \quad (19-5)$$

که در آن $[\omega_{1b}^b \times]$ ماتریس پاد متقارن از سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ۱ می‌باشد. \dot{f}^b تغییرات نیروی مخصوص بر حسب زمان در دستگاه بدنی می‌باشد.

برای محاسبه سرعت زاویه ای ω_{1b}^b ، می‌دانیم که سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ۱ ناشی از تغییرات زوایای پیچ و رول می‌باشد، بنابراین داریم [۳۹۲]:

$$\omega_{1b}^b = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_2^b \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \cos \phi \\ -\dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (20-5)$$

با جایگذاری از معادله (۱۴-۵) در معادله (۲۰-۵) خواهیم داشت:

$$\omega_{1b}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \phi \\ 0 & -\sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \phi & \tan \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (21-5)$$

در اینجا معادلات بدست آمده را طوری مرتب سازی می‌کنیم که تبدیل به یک پروسه فیلترینگ در فضای حالت گردد. در اینجا متغیر حالت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$x = [\phi \quad \theta \quad f_{tx}^1 \quad f_{ty}^2 \quad f_{tz}^3]^T \quad (22-5)$$

بردار اغتشاشات سیستم به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$w = [\dot{f}_x^b \quad \dot{f}_y^b \quad \dot{f}_z^b \quad n_{gx} \quad n_{gy} \quad n_{gz} \quad n_{fx} \quad n_{fy} \quad n_{fz}]^T \quad (23-5)$$

که در آن \dot{f}^b نرخ تغییرات نیروهای مخصوص می‌باشند که نامعلوم فرض می‌شوند، همچنین n_g نویز ژيروسکوپها و n_f نویز شتاب سنج‌ها می‌باشند که همگی سفید و گوسی فرض می‌شوند. مقدار کواریانس نویز سنسورها به وسیله تست‌های آزمایشگاهی قابل اندازه‌گیری بوده ولی پیشگویی نرخ تغییرات نیروهای مخصوص توسط خروجی شتاب سنج‌ها کار مشکلی می‌باشد. با جایگذاری (۲۱-۵) در (۱۹-۵) و همراه سازی به معادله (۱۴-۵) داریم [۳۹۲]:

$$\dot{x} = f(x, u, w) \quad (24-5)$$

که در آن $u = \begin{bmatrix} f^b & \omega_{ib}^T \end{bmatrix}^T$ خروجی شتاب سنج ها و ژيروسکوپ ها می باشد. برای تشکیل معادلات اندازه گیری از معادله (۱۷-۵) استفاده می شود که می توان آن را به صورت زیر فرض نمود.

$$z_k = \begin{bmatrix} O_{3 \times 2} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} x_k + v_k \quad (۲۵-۵)$$

که در آن z_k توسط معادله (۱۷-۵) محاسبه می شود. همچنین باید توجه نمود که در معادله (۲۳-۵)، v_k مقدار دامنه نویز در دستگاه ۱ می باشد. با توجه به اینکه نرم ماتریس C_b^1 واحد می باشد، مقدار خطای اندازه گیری در دستگاه ۱ نیز با توجه به واحد بودن هر سطر ماتریس دوران، ثابت باقی خواهد ماند. با توجه به اینکه معمولاً شتابسنج ها هر سه از یک نوع می باشند بنابراین مقدار نویز اندازه گیری در سه جهت مقدار ثابتی خواهد بود. برای گسسته سازی از بسط تیلور مرتبه اول استفاده شده است. با توجه به رابطه (۲۴-۵) می توان نوشت:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t f(x_k, u_k, w_k) \quad (۲۶-۵)$$

۵-۶: تخمین رفتار تغییرات شتاب

حسن اصلی الگوریتم فوق وارد نمودن تغییرات شتاب (هم اندازه و هم جهت آن) در معادلات ناوبری است. تخمین درست و خوب از آن می تواند در دقت مجموعه، تاثیر مثبت داشته باشد. با اینکه این الگوریتم می تواند تغییرات جهت بردار شتاب را توسط ترم اول معادله (۱۹-۵) در حل معادلات ناوبری وارد کند، ولی به صورت از پیش تعیین شده نمی توان \dot{f}^b را وارد معادلات نمود. بدست آوردن \dot{f}^b از خروجی شتابسنج ها کار مشکلی می باشد ولی غیر ممکن نیست. می توان یک الگوریتم تطبیقی برای تخمین آن توسط سری های زمانی ایجاد نمود. ولی در این جا یک الگوریتم مقاوم به کار خواهد رفت. فرض کنید که این سیستم دارای اتوپایلوت کنترل شتاب باشد، اگر این اتوپایلوت دارای تابع تبدیل مرتبه اول باشد، می توان دینامیک حلقه کنترل شتاب را به صورت زیر مدل سازی نمود [۳۹۲]:

$$\dot{f}^b = Af^b + Af^d$$

$$A = \begin{bmatrix} 1/T_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/T_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/T_z \end{bmatrix} \quad (۲۷-۵)$$

که در آن f^d فرمان داده شده به اتوپایلوت می باشد. همچنین T_x, T_y, T_z ثابت های زمانی اتوپایلوت در کانالهای x, y, z خواهد بود. باید توجه نمود که $T_i, i = x, y, z$ را می توان از پهنای باند اتوپایلوت تخمین زد. اگر اتوپایلوت پهنای باند بیشتری داشته باشد T کمتر و اگر دارای پهنای باند کمتر می باشد، T بیشتر

خواهد بود. در اینجا f^d نیز فرمان داده شده به اتوپایلوت می‌باشد که می‌توان آن را یک نویز تصادفی فرض نمود. با جایگذاری عبارت (۲۷-۵) در معادله (۱۹-۵) خواهیم داشت [۳۹۲]:

$$f_i^1 = C_b^1 [\omega_{1b}^1 \times] f^b + C_b^1 A f^b + C_b^1 A f^d \quad (۲۸-۵)$$

مدلسازی f^d به صورت نویز سفید دور از واقعیت نخواهد بود زیرا خلبان می‌تواند هر فرمانی را به وسیله پرنده بدهد. در اینجا می‌توان انحراف استاندارد f^d را برابر با $3f_{\max}^d$ در نظر گرفت، که در آن f_{\max}^d حداکثر شتاب وارده بر وسیله می‌باشد که برای وسیله پرنده تعریف شده است. بنابراین داریم:

$$E(f^d) = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\text{cov}(f^d) = \begin{bmatrix} 3f_{x\max}^d & 0 & 0 \\ 0 & 3f_{y\max}^d & 0 \\ 0 & 0 & 3f_{z\max}^d \end{bmatrix}^2 \quad (۲۹-۵)$$

حال با در نظر گرفتن یک تخمین زننده بهینه مانند UKF و معادله اندازه‌گیری (۲۵-۵) تخمین وضعیت و تخمینی از شتابها را می‌توان بدست آورد. به همین دلیل سیستم در مواجهه با شتاب سریعاً خطا رشد نمی‌کند بلکه با دینامیک حدودی که از سیستم دارد شتابها را پیشگویی کرده و سپس وضعیت را تخمین می‌زند.

۵-۷: توسعه تعیین وضعیت با استفاده از پارامترهای ماتریس دوران

می‌دانیم معادله دیفرانسیل حاکم بر ماتریس دوران به شکل زیر می‌باشد [۱۵۴]:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b$$

$$C_b^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۳۰-۵)$$

در اینجا فرض کنید که $c = [C_{31} \quad C_{32} \quad C_{33}]^T$ سطر سوم از ماتریس C_b^n باشد با استفاده از معادله (۳۰-۵) می‌توان نوشت [۱۵۴]:

$$\dot{c} = [-\omega_{nb}^b \times] c \quad (۳۱-۵)$$

که در آن $[-\omega_{nb}^b \times]$ یک ماتریس پاد متقارن^۱ از بردار ω_{nb}^b می‌باشد. باید توجه نمود که نرم c باید در تمام لحظات برابر واحد باشد، بنابراین باید در هر لحظه دوباره نرمال گردد. در مرجع [۳۹۱] برای کنترل خطای

^۱ Skew Symmetric

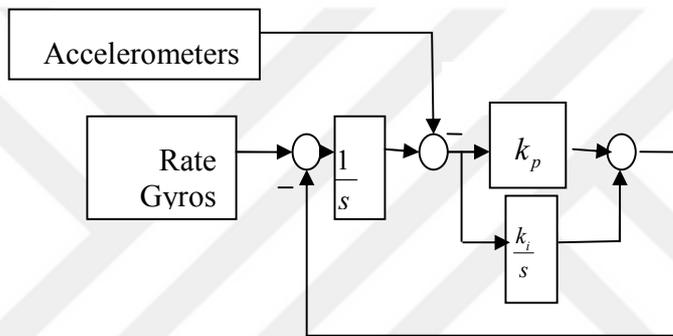
نرمال ماندن کواترنینها از ترمهای قطری برای کنترل خطا در معادله (۳۱-۵) استفاده شده است. در اینجا نیز می توان روشی مشابه به روش فوق برای کنترل خطای نرمال بودن c ارائه داد. داریم [۳۹۱]:

$$\dot{c} = k\gamma c - \Omega_{nb}^b c = [k\gamma I - \Omega_{nb}^b]c \quad (۳۲-۵)$$

که در آن γ خطای عدم نرمال بودن c بوده و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\gamma = 1 - (c^T c) \quad (۳۳-۵)$$

که در آن k یک مقدار بزرگی می باشد. ترم تصحیح موجود در معادله (۳۲-۵) باعث پایداری نرمال بودن c معادله از دیدگاه عددی می شود.



شکل (۲-۵): بلوک دیاگرام الگوریتم ژيروسکوپ عمودی

در شکل (۲-۵) یک روش تلفیق اطلاعات IMU برای تخمین c نشان داده شده است. در اینجا نقش فیلتر مقایسه، زاویه خروجی بین ژيروسکوپها و شتابسنجها و سپس کنترل خطای بین آنها با استفاده از یک کنترلر PI می باشد. گین های کنترلر تناسبی k_p و گین کنترلر انتگرالی k_i می باشد.

حال فرض کنید که با استفاده از این کنترلر بخواهیم خطای ایجاد شده به دلیل خطای ژيروسکوپهای نرخی را در بلند مدت کم کنیم و خروجی آن را به خروجی شتاب سنجهها نزدیک کنیم. با استفاده از معادله (۶-۵) و همچنین با استفاده از معادله (۲۱-۵) برای حرکت کروز می توان نوشت:

$$f^b \approx -C_n^b g^n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} C_{31} \\ C_{32} \\ C_{33} \end{bmatrix} = -gc \quad (۳۴-۵)$$

حال با استفاده از معادله بالا می‌توان المانهای ماتریس دوران را برای پرواز کروز با استفاده از خروجی شتابسنج‌ها، به شکل زیر محاسبه نمود [۳۹۱]:

$$\hat{c} = \frac{-1}{g} f^b \quad (35-5)$$

که در آن \hat{c} تخمین c با استفاده از خروجی شتابسنجها می‌باشد. چون نرم c باید واحد باشد بنابراین می‌توان نوشت [۳۹۱]:

$$c_a = \frac{-1}{\|f^b\|} f^b \quad (36-5)$$

با توجه به شکل (۲-۵) می‌توان نوشت:

$$c_m = \frac{s^2 c_g + k_p c_a s + k_i c_a}{s^2 + k_p s + k_i} \quad (37-5)$$

با استفاده از معادله فوق اگر $t \rightarrow \infty$ میل کند در این حالت داریم:

$$\lim_{s \rightarrow 0} c_m = c_a \quad (38-5)$$

که نشان می‌دهد خروجی فیلتر که c_m می‌باشد در حالت حدی به c تخمین زده شده توسط خروجی شتابسنجها بعد از نرمال سازی نزدیک خواهد شد. بنابر این با تنظیم مناسب k_p , k_i می‌توان انتظار داشت که در بلند مدت خروجی فیلتر به خروجی شتاب سنجهای نزدیک شود. در اینجا می‌توان ضرایب را به ضریب میرایی و فرکانس قطع به صورت زیر مربوط نمود.

$$k_i = \omega^2, \quad k_p = 2\xi\omega \quad (39-5)$$

برای اینکه خطا، حالت جهشی نداشته باشد، مقدار $\xi = 0.707$ انتخاب می‌شود. همچنین k_p به صورت زیر خواهد بود:

$$k_p = \sqrt{2}\omega \quad (40-5)$$

در اینجا طراحی کنترلر خطا که به شکل PI بوده به انتخاب فرکانس قطع منجر می‌شود. تغییرات این فرکانس در سیستم‌های عملی بین $0.01 \frac{rad}{s}$, $0.001 \frac{rad}{s}$ خواهد بود. در مرجع [۲۹۰] یک روش فازی برای انتخاب بهینه ω آمده است.

۵-۸: تلفیق اطلاعات مگنتومتر و IMU

این سیستم که بیشتر به AHRS معروف می‌باشد، عملکردی شبیه به ژيروسکوپهای عمودی و سمتی دارد. در اینجا نیز تعیین وضعیت شبیه به ژيروسکوپهای عمودی استراپ‌داون که در بالا توضیح داده شد، می‌باشد. به

این ترتیب که ابتدا توسط خروجی های IMU زوایای رول و پیچ تخمین زده شده و سپس با تصویر نمودن بردار میدان مغناطیسی زمین در سطح افق زاویه سمت توسط مگنت اندازه گیری می شود. سپس این اندازه گیری توسط اندازه گیری ژيروسکوپها مانند شکل (۵-۱) تلفیق شده و پایداری خطای سمت حاصل می شود. فرض کنید خروجی مگنومتر m^b بوده و H^n نیز تصویر میدان مغناطیسی زمین در دستگاه ناوبری باشد. در این حالت زاویه سمت اندازه گیری شده توسط خروجی الگوریتم ژيروسکوپ عمودی و خروجی مگنت را با ψ_m نمایش می دهیم، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} m^1 &= C_2^1(\theta) C_b^2(\phi) m^b \\ H^n &= C_1^n(\psi) m^1 \end{aligned} \quad (41-5)$$

حال با معلوم بودن زوایای رول و پیچ می توان m^1 را محاسبه نمود. با استفاده از معادله دوم (۴۱-۵) داریم:

$$\begin{aligned} H_x^n &= \cos(\psi) m_x^1 + \sin(\psi) m_y^1 \\ H_y^n &= -\sin(\psi) m_x^1 + \cos(\psi) m_y^1 \\ H_z^n &= m_z^1 \end{aligned} \quad (42-5)$$

با جایگذاری $\cos \psi$ از معادله دوم در معادله اول داریم:

$$H_x^n = \frac{H_y^n + \sin(\psi) m_x^1}{m_y^1} m_x^1 + \sin(\psi) m_y^1 \quad (43-5)$$

با محاسبه زاویه سمت از معادله بالا داریم:

$$\psi_m = \sin^{-1} \left(\frac{H_x^n m_y^1 - H_y^n m_x^1}{m_x^1 + m_y^1} \right) \quad (44-5)$$

حال می توان با استفاده از الگوریتم مشابه ارائه شده در شکل (۵-۱) خطا را کنترل نمود. باید توجه داشت که چون در محاسبه زاویه سمت در (۴۴-۵) رول و پیچ نیز وارد می شوند، بنابراین خطای سمت معمولاً بیش از خطای زوایای رول و پیچ است.

۵-۹: تلفیق اطلاعات ارتفاع سنج و IMU برای تخمین وضعیت در حرکات شتابدار

همچنانکه قبلاً نیز دیدیم تخمین زوایای رول و پیچ از خروجی شتابسنجها برای حرکات شتابدار غیر ممکن می باشد. در اصل در حرکات شتابدار علاوه بر شتاب جاذبه مولفه های از تغییرات سرعت که نامعلوم می باشند در خروجی ظاهر می شوند که اگر آن شتابها تخمین زده شوند مسئله تخمین وضعیت بهبود پیدا خواهد نمود. اندازه گیری سرعت V^n عملاً نیاز به سیستمهای پیچیده ای دارد. حال اینکه اگر V^n اندازه گیری شود وضعیت به طور کامل مشاهده پذیر می شود. در سیستمهای تلفیقی با GPS از روی اندازه گیریهای موقعیت تمامی حالتها مشاهده پذیر می شوند. چون در حرکات شتابدار بیشتر شتاب رو به قائم است که نقش زیادی در تولید خطا در ژيروسکوپهای عمودی استرابداون دارد، بنابراین به نظر می رسد با تخمین شتاب قائم

توسط اندازه گیریهای ارتفاع می‌توان در پایدارسازی الگوریتمهای زوایای رول و پیچ تاثیر گذار بود. با چشم‌پوشی کردن از شتابهای کوریولیس برای کانال قائم می‌توان نوشت [۳۹۱]:

$$\dot{V}_d = c^T f^b + g$$

$$\dot{h} = -V_d$$

$$c = [-\sin\theta \quad \sin\phi\cos\theta \quad \cos\phi\cos\theta] = [2(bd-ac) \quad 2(cd+ab) \quad (a^2-b^2-c^2+d^2)] \quad (۴۶-۵)$$

دیده می‌شود که دینامیک کانال قائم برحسب زوایای اوپلر و حتی کواترنینها غیرخطی است، حال اینکه بر حسب المانهای سطر سوم ماتریس دوران دینامیک کانال قائم خطی است. بنابراین بهتر است برای تلفیق اطلاعات ارتفاعسنج و AHRS از معادلات دینامیکی (۵-۵۴) و (۵-۳۲) که رفتار خطی دارند استفاده گردد [۳۹۱].

حال با جمع نمودن معادلات مربوط به وضعیت و معادلات مربوط به کانال قائم به شکل ماتریسی خواهیم داشت [۳۹۱]:

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_1 \\ \dot{c}_2 \\ \dot{c}_3 \\ \dot{V}_d \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k\gamma & \tilde{\omega}_z & -\tilde{\omega}_y & 0 & 0 \\ -\tilde{\omega}_z & k\gamma & \tilde{\omega}_x & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}_y & -\tilde{\omega}_x & k\gamma & 0 & 0 \\ \tilde{f}_x & \tilde{f}_y & \tilde{f}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ V_d \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} g + \begin{bmatrix} 0 & -c_3 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & 0 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{wx} \\ n_{wy} \\ n_{wz} \\ n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix} \quad (۴۷-۵)$$

که در آن $\tilde{\omega} = [\tilde{\omega}_x \quad \tilde{\omega}_y \quad \tilde{\omega}_z]^T$ خروجیژیروسکوپها بعد از جبران‌سازی سرعت زاویه‌ای زمین، و $\tilde{f}^b = [\tilde{f}_x \quad \tilde{f}_y \quad \tilde{f}_z]^T$ خروجی شتابسنجها و $n_w = [n_{wx} \quad n_{wy} \quad n_{wz}]^T$ نویز سفید گوسی اضافه شده به خروجیژیروسکوپها و $n_a = [n_{ax} \quad n_{ay} \quad n_{az}]^T$ نویز سفید گوسی ظاهر شده در خروجی شتابسنجها می‌باشد. معادلات (۴۷-۵) دارای ۵ متغیر حالت می‌باشد، حال اینکه فقط ۴ متغیر مستقل موجود است. زیرا نرم سه متغیر حالت اول باید برابر واحد باشند. برای اینکه نرم c واحد باقی بماند ترمهائی به شکل یک ضریب بزرگ در خطای نرمال بودن c به معادله (۵-۳۲) اضافه شده است. این ترم باعث پایداری عددی خطای نرمال بودن خواهد شد. اثبات این مسئله در [۳۰۰] برای کواترنینها بیان شده است.

باید دقت نمود که معادلات (۵-۳۲) معادلات خطی می‌باشند که در صورت استفاده از کواترنینها معادله (۵-۴۷) غیر خطی می‌شد. در این حالت معادله اندازه گیری توسط ارتفاع سنج به صورت زیر خواهد بود:

$$z_{Alt} = H_{Alt}x + v_{Alt} \quad , \quad H = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \quad (۴۸-۵)$$

که یک معادله خطی می باشد و v_{Alt} نویز سفید مربوط به اندازه‌گیری‌های ارتفاع‌سنج بوده که در اینجا با میانگین صفر و کواریانس R_{Alt} فرض شده است. چون معادلات حالت و معادله اندازه‌گیری خطی می‌باشند، بنابراین استفاده از فیلتر کالمن خطی می‌تواند تخمین بهینه را فراهم کند. باید دقت شود که در معادلات (۴۷-۵) ترمهای غیر خطی کوچکی وجود دارند که به صورت یک ماتریس تابعی از متغیر حالت در نویز سفید می‌باشد که به چنین ترمهایی در این پایان نامه ترمهای شبه خطی خواهیم گفت. در فصل بعدی یک فیلتر شبه خطی برای این سیستمها توسعه داده خواهد شد.

حال می توان خروجی‌های مگنتومتر را به قائم بر زمین تصویر نمود. حال با استفاده از مولفه های سطر سوم ماتریس دوران می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} m^n &= C_b^n m^b \\ m_d &= c^T m^b \end{aligned} \quad (۴۹-۵)$$

که در آن m^b , m^n تصویر بردار میدان مغناطیسی زمین در دستگاه ناوبری و بدنی می‌باشند. حال اگر فقط مولفه قائم بردار میدان مغناطیسی را در نظر بگیریم، داریم [۳۹۱]:

$$m_d = [\tilde{m}_x \quad \tilde{m}_x \quad \tilde{m}_x \quad 0 \quad 0]x + \begin{bmatrix} c^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x_{mag}} \\ v_{y_{mag}} \\ v_{z_{mag}} \end{bmatrix} \quad (۵۰-۵)$$

که در آن \tilde{m}_i , $i=x,y,z$ مولفه های خروجی مگنتومتر در دستگاه بدنی و m_d مولفه قائم میدان مغناطیسی زمین و $\begin{bmatrix} v_{x_{mag}} & v_{y_{mag}} & v_{z_{mag}} \end{bmatrix}^T$ نویز سفید ظاهر شده در خروجی مگنتومتر می‌باشد. که کواریانس آن R_{mag} فرض می‌شود. دیده می‌شود که معادلات سیستم (۴۷-۵) با معادلات اندازه‌گیری (۵۰-۵) و (۴۸-۵) شبه خطی می‌باشند. بنابراین می‌توان توسط فیلتر شبه خطی که در فصل بعد به آن پرداخته می‌شود پارامترهای ماتریس دوران را تخمین زد. این روش پیاده سازی نسبت به زوایای اوایلر و کواترنینها دارای عملکرد بهتری می‌باشد. زیرا شکل معادلات به شکل شبه خطی بسیار نزدیک به خطی بودند.

حال می‌توان زوایای رول و پیچ را به شکل زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \sin^{-1}(\hat{c}_1) \\ \hat{\phi} &= \text{tg}^{-1}(\hat{c}_2, \hat{c}_3) \end{aligned} \quad (۵۱-۵)$$

در صورت نیاز به تخمین کواریانس خطای این دو زاویه می‌توان از تبدیل Unscented استفاده نمود. که در کاربردهای عملی نیازی به آن نیست. برای تخمین زاویه سمت متاسفانه سیستم دیگر خطی نخواهد ماند. زیرا دینامیک زاویه سمت و اندازه گیری مگنتومترها در راستای شمال و شرق به شکل زیر است:

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \omega_y + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \omega_z \quad (52-5)$$

$$\begin{bmatrix} m_n \\ m_e \end{bmatrix} = C_b^n(1:2,:)m^b + C_b^n(1:2,:)v_m$$

معادلات فوق نشان می‌دهند که کاملاً رفتار غیر خطی دارند. برای نزدیک کردن آنها به معادلات خطی می‌توان به شکل زیر عمل نمود:

$$\begin{aligned} \dot{C}_n^1 &= C_n^1 \Omega_n^1 \\ C_n^1 &= \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & 0 \\ -s_2 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (53-5)$$

که در آن Ω_n^1 در اصل همان ψ می‌باشد. که باید توسط رابطه (52-5) محاسبه گردد. چون ω_{ib}^b و زوایای رول و پیچ تخمین زده شده دارای خطا می‌باشند می‌توان میانگین و واریانس آن را توسط تبدیل Unscented محاسبه نمود. داریم:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_3 &= E \left[\frac{\sin \phi}{\cos \theta} \omega_y + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \omega_z \right] + w_{\omega_3} \\ E[w_{\omega_3}] &\approx 0 \\ E[w_{\omega_3}^2] &= Cov \left(\left[\frac{\sin \phi}{\cos \theta} \omega_y + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \omega_z \right] \right) \end{aligned} \quad (54-5)$$

وهمچنین برای مگنتومتر داریم:

$$\begin{aligned} \tilde{m}^1 &= CE \left[\frac{\sin \phi}{\cos \theta} \omega_y + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \omega_z \right] + v_{mag}^1 \\ E[v_{mag}^1] &\approx 0 \\ E[v_{mag}^1 v_{mag}^1{}^T] &= Cov[C_2^1(\theta)C_b^2(\phi)\tilde{m}_{mag}] \end{aligned} \quad (55-5)$$

حال می‌خواهیم دینامیک و اندازه‌گیری را برای کانال سمت به صورت خطی در بیاوریم. با جایگذاری پارامترهای s_1, s_2 در معادله (53-5) و استفاده تصویر مگنتومترها در دستگاه ۱ داریم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\omega}_3 \\ -\tilde{\omega}_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_2 \\ -s_1 \end{bmatrix} w_{\omega_3} \\ \begin{bmatrix} \tilde{m}_{mag,x}^1 \\ \tilde{m}_{mag,y}^1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m_n & m_e \\ m_e & -m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{mag,x}^1 \\ v_{mag,y}^1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (56-5)$$

دیده می شود که هم معادله اندازه گیری و هم معادله دینامیک سیستم خطی می باشند. باید توجه نمود که برای رسیدن به این معادلات خطی از تبدیلات غیرخطی (۵-۵۵) و (۵-۵۴) استفاده شده است. این تبدیلات غیر خطی باعث افت کارایی فیلتر می شوند ولی باز هم در مقایسه با معادلات کواترنینها و زوایای اویلر دارای دقت بیشتری می باشد. زیرا در این فرمول بندی جدید ابتدا توسط ارتفاع سنج و خروجی مگنت کواریانس زوایای اویلر رول و پیچ کاهش یافته است و استفاده از تبدیلات غیرخطی خطای چندانی ایجاد نمی کند.

مسئله دیگری که در فرمول بندی جدید وجود دارد این است که برای مشخص کردن زاویه سمت از دو پارامتر غیر مستقل s_1 , s_2 استفاده گردیده است که باید شرایط (۵-۴۷) را داشته باشند زیرا نرم هر سطر در ماتریس دوران باید واحد باشد.

$$\begin{aligned} s_1^2 + s_2^2 &= \cos^2 \psi + \sin^2 \psi = 1 \\ \psi &= a \tan 2(s_2, s_1) \end{aligned} \quad (57-5)$$

برای واحد باقی ماندن نرم بردار حالت می توان خطای واحد باقی ماندن آنها را وارد معادلات نمود و یا از فیلتر کالمن با قید نرم استفاده نمود که در فصل بعد توضیح داده خواهد شد. در اینجا با ایده گرفتن از پیاده سازی خطای نرم کواترنینها به شکل زیر عمل می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s \varepsilon_s & \tilde{\omega}_3 \\ -\tilde{\omega}_3 & k_s \varepsilon_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_2 \\ -s_1 \end{bmatrix} \omega_{\omega_3} \quad (58-5)$$

که در آن k_s عدد بزرگ و ε_s خطای واحد بودن بردار s است.

$$\varepsilon_s = s^T s - 1 \quad (59-5)$$

۵-۱۰: کالیبراسیون مگنتومتر

اندازه گیری زاویه سمت در وسایل پرنده همیشه با مشکلاتی مواجه است. مگنتومترها تا حدودی به حل این مسئله کمک می کنند و در بلند مدت می توانند شبیه قطب نما جلوی دریافت ژيروسکوپها را بگیرند. چون میدان مغناطیسی زمین بسیار کوچک است اندازه گیری آن نیز همیشه سخت می باشد. امروزه مگنتها با تکنولوژی MEMS در بازار ناوبری به وفور استفاده می شوند [۳۴۲]. یک سنسور مگنت می تواند شدت میدان مغناطیسی را در راستای محور ورودیش اندازه گیری کند. برای اندازه گیری کامل میدان مغناطیسی زمین از سه مگنت عمود برهم استفاده می شود. معمولاً این سنسورها خروجی دیجیتال دارند و بدون شیء چرخنده می باشند. این سنسورها به میدانهای مغناطیسی و الکتریکی بسیار حساس هستند و معمولاً در جاهائی نصب می گردند که وسایل آهنی در اطراف آن نباشد. برای استفاده مگنتومتر باید مدل میدان مغناطیسی زمین معلوم باشد. موسسات مختلف بر روی مدل سازی میدان مغناطیسی زمین کار می کنند که از جمله آنها می توان به استاندارد WGS-84 اشاره نمود که مدل خود را در نرم افزار MATLAB نیز ارائه نموده است. چون در حین چرخش وسیله پرنده تصویر میدان مغناطیسی زمین در خروجی مگنتها عوض می شود در

نتیجه حاوی اطلاعات مفیدی درباره وضعیت می‌باشد به همین دلیل مگنتها معمولاً عضو جدائی ناپذیر سیستمهای تعیین وضعیت خصوصاً آنهايي هستند که زمان پروازی زیادی دارند [۳۴۳].

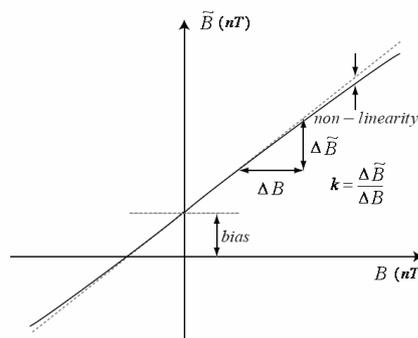
۵-۱۰-۱: مدل سازی خطاهای مگنتومتر

چون مگنتها به آهن آلات و میدانهای مغناطیسی حساس هستند کالیبراسیون آنها می‌تواند بسیار پیچیده باشد. روش قدیمی برای کالیبراسیون مگنت به Swing Method معروف می‌باشد [۳۴۴ و ۳۴۴ و ۳۵۰] که آن وسیله پرنده در سطح افق حول محور قائم چرخانده شده و در موقعیت‌های معلومی نسبت به شمال قرار داده می‌شود. با مقایسه خروجی‌های مگنت و نقاط معلوم و استفاده از یک روش ریاضی خروجی مگنت کالیبره می‌شود. مشکل عمده این روش چرخاندن هواپیما حول محور قائم می‌باشد که کار طاقت فرسائی می‌باشد. در حالت کلی کالیبراسیون مگنت در صورت معلوم بودن وضعیت کار بسیار ساده‌ای می‌باشد [۳۴۷ و ۳۴۸]. در اینجا هدف ارائه روشهای کالیبراسیون بدون استفاده از وضعیت می‌باشد که در سالهای اخیر پیشرفت قابل توجهی داشته و به دلیل سادگی آن امروزه به شدت قابل توجه می‌باشد.

اگر خروجی یک مگنت را به شکل خطی در نظر بگیریم در این حالت مطابق شکل (۵-۳) اگر B میدان مغناطیسی اعمال شده در راستای محور ورودی مگنت باشد و \tilde{B} خروجی مگنت باشد با صرف نظر کردن از خطای غیر خطی بودن برای یک مگنتومتر سه محوره می‌توان نوشت [۳۴۴]:

$$\tilde{B} = b + K B$$

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (۵-۶۰)$$

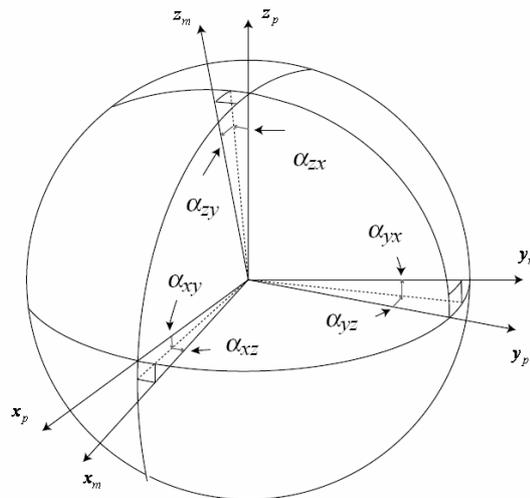


شکل (۵-۳): خروجی مگنت به صورت تابعی خطی از میدان مغناطیسی اعمال شده در راستای محور ورودی

که در آن K بهره و b بایاس آن خوانده می‌شود که خطاهای زیادی را باعث می‌شوند. در حقیقت بایاسها خروجی ناخواسته در خروجی مگنت بوده و بهره‌ها حساسیت آن به ورودی می‌باشند. حال دو دستگاه مختصات پلات فرم و مگنت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

دستگاه p : دستگاهی است که چسبیده به بدنه مگنت تعریف می‌شود و یک دستگاه عمود برهم می‌باشد.

دستگاه m : دستگاهی است که محورهای آن در راستای محورهای ورودی سنسورهای مگنت می‌باشد. این دستگاه دارای محورهای عمود بر هم نبوده و دارای خطای نصب نسبت به دستگاه p می‌باشد.



شکل (۴-۵): دستگاه مگنت و پلات فرم

اگر مگنتها دارای خطای نصب نسبت به جلد مگنتومتر باشند ماتریس تبدیل آن را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۳۵۰]:

$$T_m^p = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ \alpha_{xz} & 1 & -\alpha_{zx} \\ -\alpha_{xy} & \alpha_{yx} & 1 \end{bmatrix}, \quad H^p = T_m^p H^m \quad (۶۱-۵)$$

که در آن α_{ij} , $i = x, y, z$, $j = x, y, z$ زاویه i -مین محور مگنت حول محور j -محور پلات فرم می‌باشد.

۵-۱۰-۲: مدل سازی اندازه گیریهای مستقل از وضعیت

حال اگر تصویر میدان مغناطیسی زمین در دستگاه ناوبری را با H^n و خروجی مگنت را با B نشان دهیم داریم [۳۵۰]:

$$C_n^p H^n = T_m^p K^{-1} (B - b - v) \quad (۶۲-۵)$$

که در آن ν نویز اندازه گیری خروجی مگنت بوده که آن را سفید و میانگین آن را صفر در نظر می گیریم. دیده می شود که خروجی مگنت وابسته به ماتریس C_n^p می باشد که اگر اندازه گیریها را B فرض کنیم وابسته به وضعیت خواهد بود. برای کالیبراسیون مگنت باید بایاسها و گینها و انحرافات محاسبه شوند. بردار حالت را که مجهول است به شکل زیر در نظر می گیریم:

$$x = [b_x \quad b_y \quad b_z \quad k_x \quad k_y \quad k_z \quad \alpha_{yz} \quad \alpha_{zy} \quad \alpha_{zx} \quad \alpha_{xz} \quad \alpha_{xy} \quad \alpha_{yx}]^T \quad (63-5)$$

برای رسیدن به معادلات اندازه گیری مستقل از وضعیت نرم معادله (63-5) را محاسبه می کنیم. داریم:

$$z = H_0^2 = (H^n)^T C_n^p C_n^p H^n = h(x, B) + n$$

$$h(x, B) = [A(B-b)]^T [A(B-b)] \quad (64-5)$$

$$n(B, x, \nu) = \nu^T A \nu - \nu^T A(B-b) - (B-b)^T A \nu, \quad A(x) = [T_m^p K^{-1}]^T [T_m^p K^{-1}]$$

که در آن H_0 مقدار شدت میدان مغناطیسی زمین در محل مورد نظر و n مقدار نویز ظاهر شده و مشخصات آن را می توان با داشتن تخمین اولیه از حالتها آن را پیدا نمود. در معادلات بالا از ایندکس زمان برای B و n طرف نظر گردیده است. همچنانکه دیده می شود معادله اندازه گیری (64-5) مستقل از وضعیت می باشد.

۵-۱۰-۳: الگوریتم دو مرحله ای

این الگوریتم برای تهیه تخمین بایاسها و بهره ها از مشاهدات مگنتومتر بدون علم به وضعیت استفاده می کند. این الگوریتم قادر به تخمین انحرافات نمی باشد. بنابراین در اینجا از انحرافات صرف نظر می کنیم. با استفاده از (62-5) داریم:

$$C_n^p H^n = \begin{bmatrix} \frac{B_x + b_x}{k_x} + \frac{b_x}{k_x} & \frac{B_y + b_y}{k_y} + \frac{b_y}{k_y} & \frac{B_z + b_z}{k_z} + \frac{b_z}{k_z} \end{bmatrix}^T \quad (65-5)$$

با گرفتن نرم از طرفین معادله بالا داریم [344]:

$$H_0^2 = \left(\frac{B_x - b_x}{k_x} \right)^2 + \left(\frac{B_y - b_y}{k_y} \right)^2 + \left(\frac{B_z - b_z}{k_z} \right)^2 \quad (66-5)$$

دیده می شود که مکان هندسی خروجیهای مگنت تشکیل یک بیضی گون را می دهد که مرکز آن b و نصف قطرهای آن بهره ها می باشند. بنابراین مسئله تخمین به تخمین یک بیضی با حداقل خطا بر مکان هندسی خروجیهای مگنت تبدیل می شود. همچنین معلوم است که این معادله بسیار غیر خطی بوده بنابراین پیدا کردن پارامترهای آن بسیار سخت می باشد. الگوریتم دو مرحله ای ابتدا با یک تغییر متغیر معادله فوق را خطی نموده و سپس پارامترهای تبدیل یافته تخمین زده می شوند. بعد از تخمین با تبدیل عکس پارامترها به فضای بایاسها و گینها نگاشته می شوند. با بسط معادله (66-5) داریم:

$$H_0^2 = \frac{B_x^2}{k_x^2} + \frac{b_x^2}{k_x^2} - \frac{2B_x b_x}{k_x^2} + \frac{B_y^2}{k_y^2} + \frac{b_y^2}{k_y^2} - \frac{2B_y b_y}{k_y^2} + \frac{B_z^2}{k_z^2} + \frac{b_z^2}{k_z^2} - \frac{B_z b_z}{k_z^2} \quad (۶۷-۵)$$

با ضرب طرفین در k_x و عملیات ریاضی بدست می آوریم [۳۴۴]:

$$-B_x^2 = (-2b_x)B_x + \left(\frac{k_x^2}{k_y^2}\right)B_y^2 + \left(-\frac{2k_x^2 b_y}{k_y^2}\right)B_y + \left(\frac{k_x^2}{k_z^2}\right)B_z^2 + \left(-\frac{2k_x^2 b_z}{k_z^2}\right)B_z + \left(b_x^2 + \frac{k_x^2}{k_y^2}b_y^2 + \frac{k_x^2}{k_z^2}b_z^2 - H_0^2 k_x^2\right) \quad (۶۸-۵)$$

متغیرهای جدید به شکل زیر تعریف می شوند [۳۴۴]:

$$S = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6]^T = \left[-2b_x \ \frac{k_x^2}{k_y^2} \ \frac{-2k_x^2 b_y}{k_y^2} \ \frac{k_x^2}{k_z^2} \ \frac{-2k_x^2 b_z}{k_z^2} \ b_x^2 + \frac{k_x^2 b_y^2}{k_y^2} + \frac{k_x^2 b_z^2}{k_z^2} - k_x^2 H_0^2 \right]^T \quad (۶۹-۵)$$

معادله (۶۸-۵) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$z(k) = h(k)S \quad (۷۰-۵)$$

که در آن $z(k)$ و $h(k)$ بر اساس خروجیهای مگنت قابل محاسبه می باشند.

$$z(k) = -B_x^2(k), \quad h(k) = \begin{bmatrix} B_x(k) & B_y^2(k) & B_y(k) & B_z^2(k) & B_z(k) & 1 \end{bmatrix} \quad (۷۱-۵)$$

حال برای تخمین S که پارامترهای مجهول می باشند می توان از روشهای حداقل مربعات استفاده نمود. اگر با چرخش تصادفی مگنت در فضای داده ها انباشته شوند، می توان ماتریسهای H , Z را که همان از انباشته شدن $z(k)$, $h(k)$ ایجاد می شوند تولید نمود. بنابراین برای داده های زیاد داریم:

$$Z = H S \quad (۷۲-۵)$$

با استفاده از روش حداقل مربعات خطا می توان S را به صورت زیر تخمین زد.

$$\hat{S} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (۷۳-۵)$$

حال با حل معکوس معادله (۶۹-۵) برای بایاسها و بهره ها داریم [۳۴۴]:

$$\hat{b}_x = \frac{\hat{S}_1}{-2}, \quad \hat{b}_y = \frac{\hat{S}_3}{-2\hat{S}_2}, \quad \hat{b}_z = \frac{\hat{S}_5}{-2\hat{S}_4} \quad (۷۴-۵)$$

$$\hat{k}_x = \sqrt{\frac{\hat{b}_x + \hat{S}_2 \hat{b}_y^2 + \hat{S}_4 \hat{b}_z^2 - \hat{S}_6}{H_0^2}}, \quad \hat{k}_y = \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_2}}, \quad \hat{k}_z = \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_4}}$$

بنابراین الگوریتم دو مرحله ای را می توان به صورت زیر خلاصه نمود:

با چرخش تصادفی زیاد در فضا و در تمام جهات خروجی های مگنتومتر را ذخیره کنید.

با استفاده از معادله (۷۲-۵) پارامترهای S را تخمین بزنید.

با استفاده از معادله (۷۳-۵) بایاسها و بهره ها را محاسبه کنید.

این الگوریتم دارای سادگی پیاده سازی فوق العاده‌ای است و جوابهای خوبی را ارائه می‌دهد.

۵-۱۰-۴: الگوریتم سه مرحله ای

ایده اصلی این الگوریتم بر پایه الگوریتم دو مرحله‌ای استوار است با این تفاوت که قادر است خطای نصب سنسورها را نیز تخمین زند. معادله (۷۳-۵) نشان می‌دهد که ۱۲ پارامتر مستقل وجود دارند که باید تخمین زده شوند. می‌توان با روش تعریف یک دستگاه مختصات دیگر تعداد پارامترها را کاهش داد. برای این کار از فاکتور سازی QR ماتریس T_m^p استفاده می‌کنیم [۳۸۰]:

$$T_m^p = QR = C_m^p T_m^{m'} \quad (۷۵-۵)$$

که در آن C_m^p یک ماتریس متعامد و $T_m^{m'}$ یک ماتریس بالامثلثی می‌باشد. از دیدگاه فیزیکی در حقیقت دستگاه m' یک دستگاه متعامد بوده و با دستگاه m زوایای کوچک α_{yz} , α_{zy} , α_{zx} را می‌سازد. داریم [۳۸۰]:

$$T_m^{m'} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ 0 & 1 & -\alpha_{zx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۷۶-۵)$$

چون ماتریس C_m^p متعامد است بنابراین معکوس آن با ترانزپوز آن برابر است داریم:

$$C_m^p C_n^p H^n = T_m^{m'} K^{-1} (B - b) \quad (۷۷-۵)$$

با محاسبه نرم طرفین معادله (۷۷-۵) داریم:

$$H_0^2 = H^{nT} C_p^n C_m^p C_p^m C_n^p H^n = \left(\frac{B_x - \gamma_{yz} B_y + \gamma_{zy} B_z - b'_x}{k_x} \right)^2 + \left(\frac{B_y - \gamma_{zx} B_z - b'_y}{k_y} \right)^2 + \left(\frac{B_z - b'_z}{k_z} \right)^2 \quad (۷۸-۵)$$

که در آن γ_{ij} و b'_i به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_{yz} = \frac{k_x}{k_y} \alpha_{yz}, \quad \gamma_{zy} = \frac{k_x}{k_z} \alpha_{zy}, \quad \gamma_{zx} = \frac{k_y}{k_z} \alpha_{zx} \quad (۷۹-۵)$$

$$b'_x = b_x - \frac{k_x}{k_y} \alpha_{yz} b_y + \frac{k_x}{k_z} \alpha_{zy} b_z, \quad b'_y = b_y - \frac{k_y}{k_z} \alpha_{zx} b_z, \quad b'_z = b_z$$

با بسط معادله (۷۸-۵) داریم:

$$(B_x - \gamma_{yz} B_y + \gamma_{zy} B_z)^2 + S_1 (B_x - \gamma_{yz} B_y + \gamma_{zy} B_z) + S_2 (B_y - \gamma_{zx} B_z)^2 + S_3 (B_y - \gamma_{zx} B_z) + S_4 (B_z)^2 + S_5 (B_z) + S_6 = 0 \quad (۸۰-۵)$$

که در آن پارامتر S را شبیه الگوریتم دو مرحله ای به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$S = \left[-2b'_x \quad \frac{k_x^2}{k_y^2} \quad \frac{-2k_x^2 b'_y}{k_y^2} \quad \frac{k_x^2}{k_z^2} \quad \frac{-2k_x^2 b'_z}{k_z^2} \quad b_x'^2 + \frac{k_x^2 b_y'^2}{k_y^2} + \frac{k_x^2 b_z'^2}{k_z^2} - H_0^2 k_x^2 \right] \quad (81-5)$$

با جایگذاری (81-5) در (70-5) بدست می‌آوریم [380]:

$$B_x^2 + S_1 B_x + (\gamma_{yz}^2 + S_2) B_y^2 + (-S_1 \gamma_{yz} + S_3) B_y + (\gamma_{zy}^2 + S_2 \gamma_{zx}^2 + S_4) B_z^2 + (S_1 \gamma_{zy} - S_3 \gamma_{zx} + S_5) B_z + (-2\gamma_{yz}) B_x B_y + (2\gamma_{zy}) B_x B_z + (-2\gamma_{yz} \gamma_{zy} - 2S_2 \gamma_{zx}) B_y B_z + S_6 = 0 \quad (82-5)$$

حال متغیرهای $z(k)$, $h(k)$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$z(k) = -B_x^2, \quad h(k) = [B_x \quad B_y^2 \quad B_y \quad B_z^2 \quad B_z \quad B_x B_y \quad B_x B_z \quad B_y B_z \quad 1] \quad (83-5)$$

همچنین متغیرهای تبدیل یافته به صورت زیر تعریف می‌شوند [380]:

$$X = [S_1 \quad \gamma_{yz}^2 + S_2 \quad -S_1 \gamma_{yz} + S_3 \quad \gamma_{zy}^2 + S_2 \gamma_{zx}^2 + S_4 \quad S_1 \gamma_{zy} - S_3 \gamma_{zx} + S_5 \quad -2\gamma_{yz} \quad 2\gamma_{zy} \quad -2\gamma_{yz} \gamma_{zy} - 2S_2 \gamma_{zx} \quad S_6] \quad (84-5)$$

حال اگر انباشتگی $z(k)$, $h(k)$ را با H , Z نمایش دهیم، معادله (83-5) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Z = H X \quad (85-5)$$

با استفاده از روش کمترین مربع خطا برای معادله فوق داریم:

$$\hat{X} = (H^T H)^{-1} H^T Z \quad (86-5)$$

بعد از تخمین X در مرحله اول با حل معکوس معادله (86-5) برای $S_i, i=1, \dots, 6$ و همچنین $\gamma_{xz}, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}$ خواهیم داشت [380]:

$$\begin{aligned} \hat{S}_1 &= \hat{x}_1 & \hat{S}_6 &= \hat{x}_9 & \hat{\gamma}_{yz} &= -0.5 \hat{x}_6 \\ \hat{\gamma}_{zy} &= 0.5 \hat{x}_7 & \hat{S}_2 &= \hat{x}_2 - \hat{\gamma}_{zy}^2 & \hat{S}_3 &= \hat{x}_3 + \hat{S}_1 \hat{\gamma}_{yz}^2 \\ \hat{\gamma}_{zx} &= -0.5 \frac{1}{\hat{S}_2} (\hat{x}_8 + 2\hat{\gamma}_{yz} \hat{\gamma}_{zy}) & \hat{S}_4 &= \hat{x}_4 - \hat{\gamma}_{zy}^2 - \hat{S}_2 \hat{\gamma}_{zx}^2 & \hat{S}_5 &= \hat{x}_5 - \hat{S}_1 \hat{\gamma}_{zy} + \hat{S}_3 \hat{\gamma}_{zx} \end{aligned} \quad (87-5)$$

دوباره با حل معکوس معادله (87-5) برای بایاسها و گینها و خطای نصب داریم [380]:

$$\begin{aligned} \hat{b}'_x &= -0.5 \hat{S}_1 & \hat{b}'_y &= -0.5 \frac{\hat{S}_3}{\hat{S}_2} & \hat{b}'_z &= -0.5 \frac{\hat{S}_5}{\hat{S}_4} \\ \hat{k}_x &= \frac{1}{H_0} \sqrt{\hat{b}'_x{}^2 + \hat{S}_2 \hat{b}'_y{}^2 + \hat{S}_4 \hat{b}'_z{}^2 - \hat{S}_6} & \hat{k}_y &= \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_2}} & \hat{k}_z &= \sqrt{\frac{\hat{k}_x^2}{\hat{S}_4}} \\ \hat{\alpha}_{yz} &= \hat{\gamma}_{yz} \frac{\hat{k}_y}{\hat{k}_x} & \hat{\alpha}_{zy} &= \hat{\gamma}_{zy} \frac{\hat{k}_z}{\hat{k}_x} & \hat{\alpha}_{zx} &= \hat{\gamma}_{zx} \frac{\hat{k}_z}{\hat{k}_y} \\ \hat{b}_z &= \hat{b}'_z & \hat{b}_y &= \hat{b}'_y + \hat{\gamma}_{zx} \hat{b}_z & \hat{b}_x &= \hat{b}'_x + \hat{\gamma}_{yz} \hat{b}_y - \hat{\gamma}_{zy} \hat{b}_z \end{aligned} \quad (88-5)$$

در حقیقت در طی سه مرحله پارامترهای اصلی تخمین زده می‌شوند. این الگوریتم را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- با چرخش تصادفی زیاد در فضا و در تمام جهات خروجی‌های مگنتومتر را ذخیره کنید.

- با استفاده از معادله (۷۶-۵) پارامترهای X را تخمین بزنید.

- با استفاده از معادله (۷۷-۵) ، $S_i, i = 1, \dots, 6$ و $\gamma_{xz}, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}$ را محاسبه کنید.

- با استفاده از معادله (۷۸-۵) بایاسها و گینها و خطای نصب را محاسبه کنید.

لازم به یاد آوری است که خطاهای نصب محاسبه شده نسبت به بدنه مگنتومتر نبوده و خطای نصب بین دو دستگاه m, m' می‌باشند.

تبدیل خطی از دستگاه m' به p را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$H^p = C_m^p H^{m'} \quad (۸۹-۵)$$

نرم ماتریس C_m^p واحد بوده و اندازه بردار در دو دستگاه ثابت است. برای تکمیل کالیبراسیون باید ماتریس C_m^p شناسائی گردد. در اینجا برای راحتی از یک روش ساده‌تر استفاده خواهد شد. این روش به طور کامل بدون اطلاعات وضعیت نمی‌باشد و برای کالیبراسیون باید سطح افق کامل معلوم باشد. در این روش ابتدا محور x_p در راستای قائم قرار گرفته و مگنت روی سطح افق چندین دور چرخانده شده و اطلاعات ذخیره می‌گردد. در این حالت مقدار مولفه قائم بر افق کاملاً به صورت زیر معلوم می‌باشد:

$$H_x^p = H_0 \sin \delta \quad (۹۰-۵)$$

که در آن δ زاویه بردار میدان مغناطیسی زمین نسبت به افق می‌باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$H_0 \sin \delta = \begin{bmatrix} H_x^{m'} & H_y^{m'} & H_z^{m'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \end{bmatrix} \quad (۹۱-۵)$$

که در آن $C_{1j}, j = 1, 2, 3$ مولفه های C_m^p می‌باشند. اگر دستگاه m', P کاملاً بر هم منطبق باشند مولفه $H_x^{m'}$ باید ثابت بوده و دو مولفه دیگر صفر باشند. معمولاً این دو دستگاه بر هم منطبق نبوده و $H_y^{m'}, H_z^{m'}$ دارای مقادیر مختلفی در حین چرخش خواهند بود. با جمع آوری این اطلاعات و استفاده از روش کمترین مربعات خطا $[C_{11} \ C_{12} \ C_{13}]$ محاسبه خواهد شد. با تکرار این روش حول محورهای y_p, z_p به طور کامل C_m^p تخمین زده خواهد شد. می‌دانیم که ماتریس تبدیل یک ماتریس متعامد است، همچنین مقدار تخمین زده شده آن دارای خطا است، بنابراین داریم:

$$\hat{C}_m^p = \begin{bmatrix} \hat{C}_{11} & \hat{C}_{12} & \hat{C}_{13} \\ \hat{C}_{21} & \hat{C}_{22} & \hat{C}_{23} \\ \hat{C}_{31} & \hat{C}_{32} & \hat{C}_{33} \end{bmatrix} = C_m^p + \delta C_m^p \quad (۹۲-۵)$$

با استفاده از تعریف تابع هزینه‌ای به شکل $[(C_{m'}^p)_{opt} - C_{m'}^p]$ می‌توان نزدیک‌ترین ماتریس متعامد را به شکل زیر تخمین زد [۱۵۳]:

$$(\hat{C}_{m'}^p)_{opt} = \hat{C}_{m'}^p (S_{m'}^p)^{-1}, S_{m'}^p = chol((\hat{C}_{m'}^p)^T (\hat{C}_{m'}^p)) \quad (۹۳-۵)$$

که در آن $chol(.)$ فاکتور چولسکی ماتریس می‌باشد.

۵-۱۱: مطالعه با شبیه سازی

در اینجا مطالعاتی بوسیله شبیه‌سازی برای ارزیابی الگوریتمهای توسعه داده شده در این فصل آمده است که به ترتیب به شبیه سازی الگوریتم مقاوم ژيروسکوپ عمودی، شبیه‌سازی برای سیستم تعیین وضعیت به صورت تطبیقی، شبیه سازی برای تلفیق مگنتومتر / ارتفاع‌سنج / IMU، همچنین به شبیه سازی کالیبراسیون مگنتومتر پرداخته شده است.

۵-۱۱-۱: شبیه سازی برای مقاوم سازی ژيروسکوپ عمودی

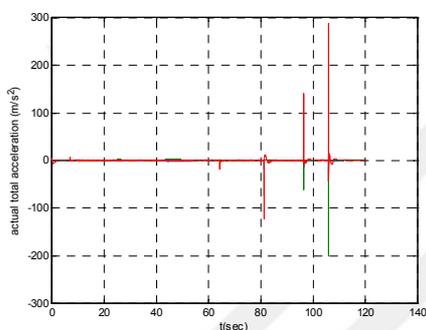
برای ارزیابی الگوریتم طراحی شده هواپیمای Navion توسط نرم افزار AeroSim شبیه سازی شده است. در هنگام شبیه سازی توسط نرم افزار ورودیهای متفاوتی به هواپیما وارد شده که از جمله آنها اغتشاشات باد و زوایای ایلرون، رادر و الویتور و نیروی تراست بوده است. برای این کار هواپیما در دو مرتبه شبیه سازی در مانورهای مختلفی قرار داده شده است. برای شبیه سازی خروجی سنسورها، به خروجی های شبیه سازی شده شتابهای مخصوص و سرعت‌های زاویه‌ای مقداری نویز اضافه گردیده است. که در جدول (۵-۱) انحراف استاندارد نویز سفید اضافه شده، نشان داده است.

جدول (۵-۱): انحراف استاندارد خطای سنسورها

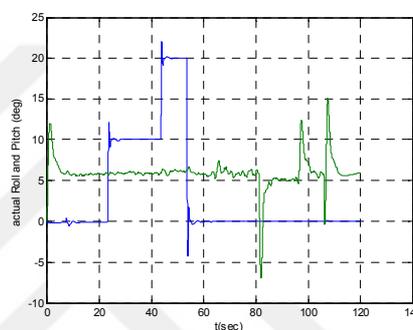
ردیف	سنسور	انحراف استاندارد نویز
1	ژيروسکوپ های نرخی	0.2 deg/sec
2	شتاب سنج ها	14 mg

در اینجا ثابت زمانی اتوپیلوت برای کانال z و y برابر با 0.3 sec و برای کانال x برابر با 0.5 sec در نظر گرفته شده است. برای اثبات کارایی فیلتر مقاوم دو نوع شبیه سازی در نظر گرفته شده است. که گرافهای (۵-۵) تا (۹-۵) مربوط به مانور اول و شکل‌های (۵-۱۰) تا (۵-۱۴) مربوط به مانور دوم می‌باشند. زوایای واقعی رول و پیچ در شکل‌های (۵-۵) و (۵-۱۰) دیده می‌شوند که متغیر با زمان می‌باشند. شتابهای وارده بر وسیله پرنده نیز در شکل‌های (۵-۶) و (۵-۱۱) دیده می‌شوند که دامنه آنها در شروع مانورها بسیار زیاد می‌باشد که باعث می‌شود زوایای بدست آمده از شتابسنج‌ها غیر معتبر باشد. شکل‌های (۵-۹) و (۵-۱۳)

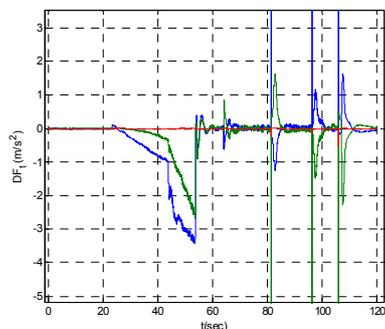
خطای تخمین شتاب کل را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که خطای تخمین شتابها در اکثر مواقع زیر $0.3g$ می‌باشد که می‌توان تا حدودی به خروجی وضعیت محاسبه شده جبران شده شتابسنجها اعتماد نمود. ولی در آغاز هر عملیات باز خطای تخمین شتاب زیاد بوده ولی این مسئله در محاسبه رول و پیچ تاثیر کمتری دارد. زیرا سیستم برای فرکانسهای بالا بهره کمتری دارد. خطای تخمین زوایای رول و پیچ نیز همچنانکه در شکل‌های (۵-۸) و (۵-۱۲) دیده می‌شود محدود می‌باشد. البته این به معنی پایداری همیشگی خطا در مانورهای بلند مدت نیست. همچنین دیده می‌شود که انحراف استاندارد زوایای رول و پیچ حدود 1.7 deg برای هر دو مانور می‌باشد که اگر فیلتر به صورت بایاس دار عمل می‌نمود این مقادیر با توجه به نویز سنسورها کوچک می‌شدند.



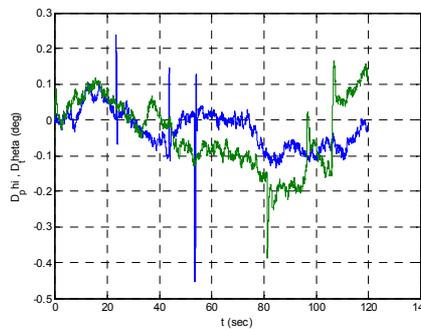
شکل (۵-۶): شتابهای وارده بر وسیله



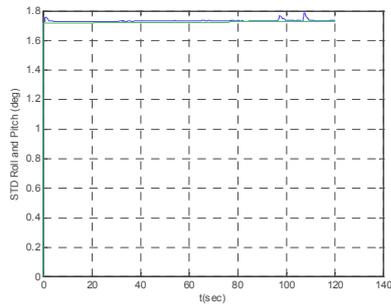
شکل (۵-۵): زوایای رول و پیچ واقعی



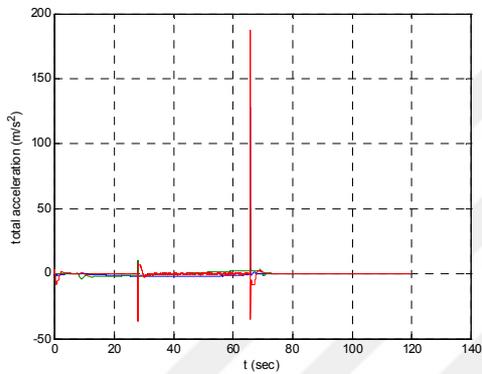
شکل (۵-۸): خطای تخمین شتابهای کل



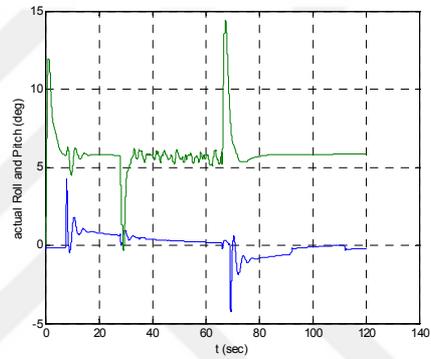
شکل (۵-۷): خطای تخمین رول و پیچ



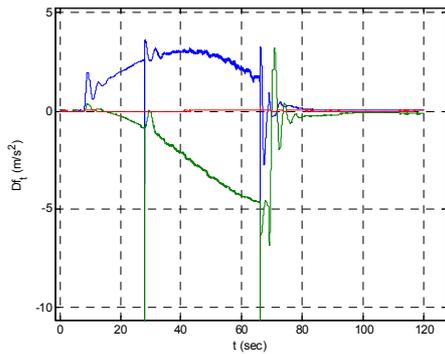
شکل (۹-۵): انحراف استاندارد خطای تخمین زوایای رول و پیچ



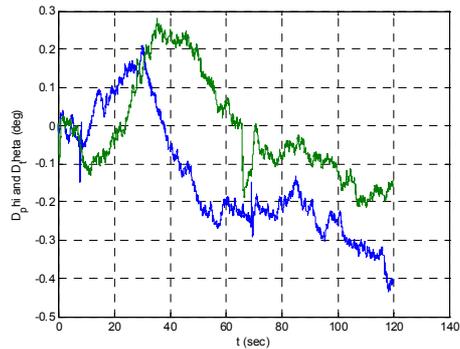
شکل (۱۱-۵): شتابهای وارده بر وسیله



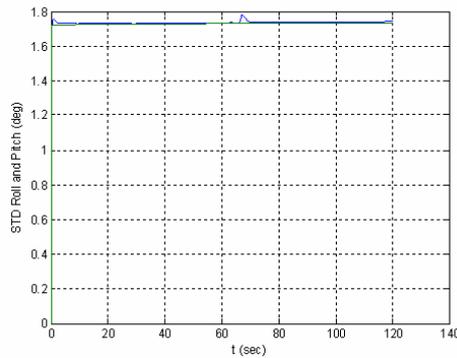
شکل (۱۰-۵): زوایای رول و پیچ واقعی



شکل (۱۳-۵): خطای تخمین شتابهای کل



شکل (۱۲-۵): خطای تخمین رول و پیچ



شکل (۵-۱۴): انحراف استاندارد خطای تخمین زوایای رول و پیچ

نهایتاً می‌توان گفت که این روش برای حالت‌هایی که تا حدودی تخمینی از دینامیک اتوپایلوت در دست باشد می‌تواند مفید باشد. زیرا به راحتی می‌تواند حدود شتاب را تخمین زند.

۵-۱۱-۲: شبیه سازی برای سیستم تعیین وضعیت تطبیقی

در اینجا برای شبیه سازی *AHRS* تطبیقی دو حالت دینامیک زیاد و کم با استفاده از نرم افزار *AeroSim* در نظر گرفته شده است. در این الگوریتم همچنین بایاس ژيروسکوپها نیز در پروسه تخمین آمده است. مدل در نظر گرفته شده برای تغییرات بایاس ژيروسکوپها گوس-مارکو مرتبه اول می‌باشد که ثابت زمانی آنها $\tau = 40 \text{ sec}$ در نظر گرفته شده است. در اینجا معادله بایاس به شکل زیر گسسته سازی شده است:

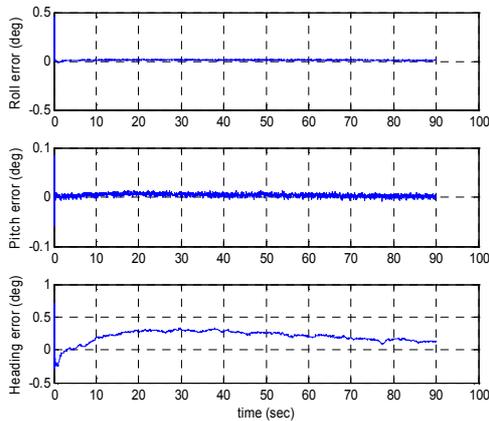
$$\omega_{ib}^b = u - b - \eta_{1k}$$

$$\dot{b} = \frac{-1}{\tau} b + \frac{1}{\tau} \eta_2, \quad b_{k+1} = \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right) b_k + \frac{\Delta t}{\tau} \eta_{2k} \quad (۵-۹۴)$$

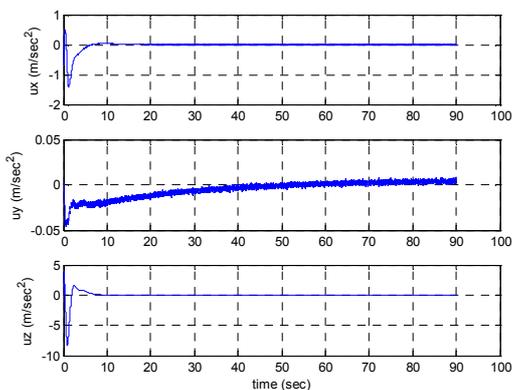
جدول (۵-۲): مشخصات استفاده شده در شبیه سازی

مقدار خطا	اندازه گیری	ردیف
$0.2 \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$	$Std(\eta_{1k})$	۱
$0.3 \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$	$Std(\eta_{2k})$	۲
14 mg	انحراف استاندارد نویز شتابسنجها	۳
$100(nT)$	انحراف استاندارد نویز مگنتومتر	۴
0.01 sec	Δt	۵

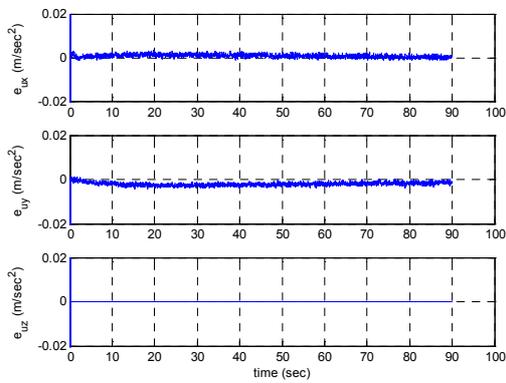
در جدول (۲-۵) مشخصات خطای سنسورها و پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی آمده است. شکل‌های (۱۵-۵) تا (۱۸-۵) مربوط به دینامیک کم و شکل‌های (۱۹-۵) تا (۲۲-۵) مربوط به مانورهایی با دینامیک زیاد می‌باشند. در اینجا منظور از ورودی شتابهای اضافی تر از حالت کروز می‌باشد. در این شبیه سازیها از *Adaptive UKF* با اندازه‌گیریهای غیر خطی و ورودیهای نامعلوم که در فصل قبل توسعه داده شد استفاده گردیده است. ورودیهای واقعی و بدون خطا که همان شتابهای اضافه بر حالت کروز می‌باشند در شکل‌های (۱۵-۵) و (۱۹-۵) نمایش داده شده اند، دیده می‌شود که این شتابها با زمان متغیر بوده و برای حالت دینامیک کم، دامنه کمتری دارد. خطای ورودیهای تخمین زده شده نیز در شکل‌های (۱۸-۵) و (۲۲-۵) نمایش داده شده اند. دیده می‌شود که خطاهای تخمین ورودیها نسبت به خود ورودیها بسیار کم بوده و در نتیجه می‌تواند خروجیهای شتابسنجها در الگوریتم *AHRS* به خوبی استفاده گردد. خطای تخمین وضعیت نیز در شکل‌های (۱۶-۵) و (۲۰-۵) دیده می‌شود که دارای باند خطای محدودی است. ولی طبیعتاً در هنگام وارد شدن شتاب این خطاها افزایش یافته است. در شکل‌های (۱۷-۵) و (۲۱-۵) نیز مقدار تغییرات بایاسها و مقدار تخمین زده شده آنها آمده است. گرافها حاکی از تخمین مناسب بایاسها می‌باشند.



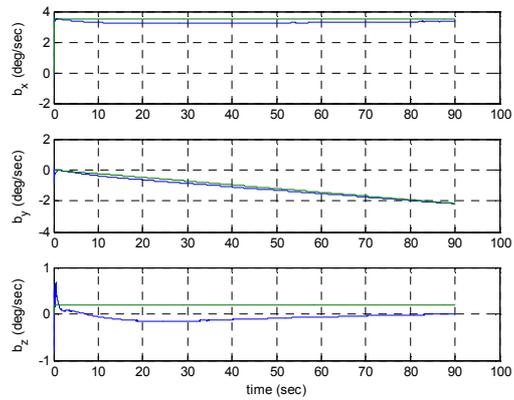
شکل (۱۶-۵): خطای تخمین زوایای اوایلر



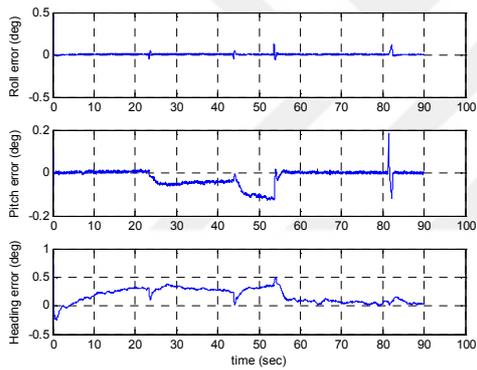
شکل (۱۵-۵): شتابها- ورودیهای واقعی



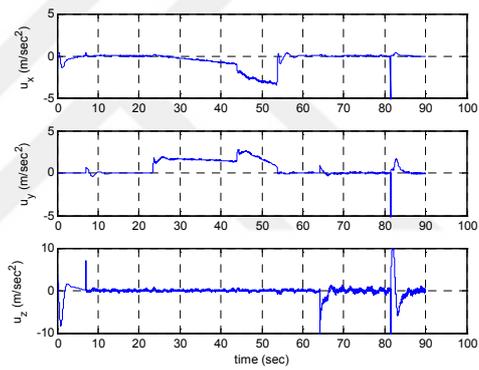
شکل (۵-۱۸): خطای تخمین ورودیها



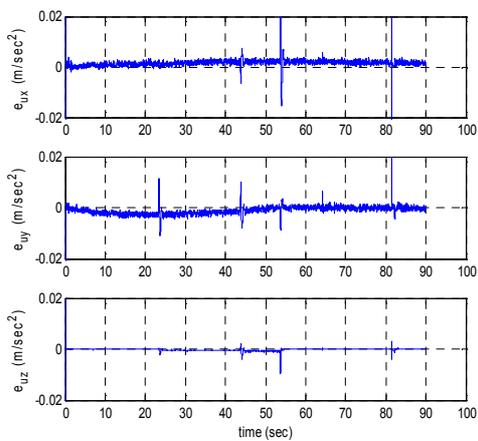
شکل (۵-۱۷): مقدار واقعی و تخمین زده شده بایاسها



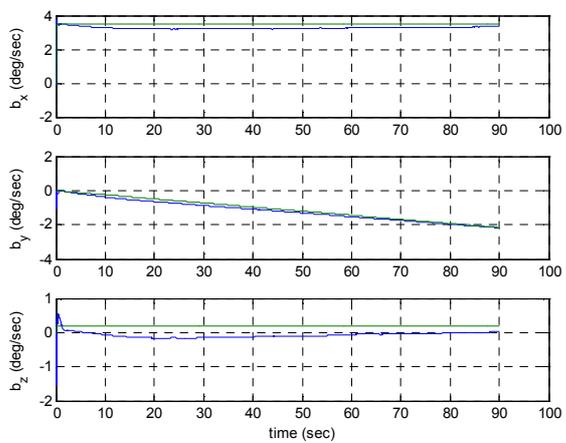
شکل (۵-۲۰): خطای تخمین زوایای اوپلر



شکل (۵-۱۹): شتابها- ورودیهای واقعی



شکل (۵-۲۲): خطای تخمین ورودیها



شکل (۵-۲۱): مقدار واقعی و تخمین زده شده

بایاسها

نتایج به دست آمده از شبیه سازیهای فوق در جدول (۳-۵) لیست شده است. در اینجا برای ارزیابی مقدار خطا از جذر میانگین مربع خطای تخمین استفاده شده است.

جدول (۳-۵): نتایج شبیه سازی

ردیف	زاویه (درجه)	دینامیک کم	دینامیک زیاد
۱	رول	0.0145	0.0277
۲	پیچ	0.0356	0.1099
۳	سمت	0.2836	0.5174

از جدول بالا دیده می شود که سیستم برای دینامیک زیاد دارای خطای بیشتری نسبت به دینامیک کم می باشد. همچنین در همه حالتها خطای زاویه سمت بیشتر می باشد.

۳-۱۱-۵: شبیه سازی برای تلفیق مگنتومتر / ارتفاع سنج / IMU

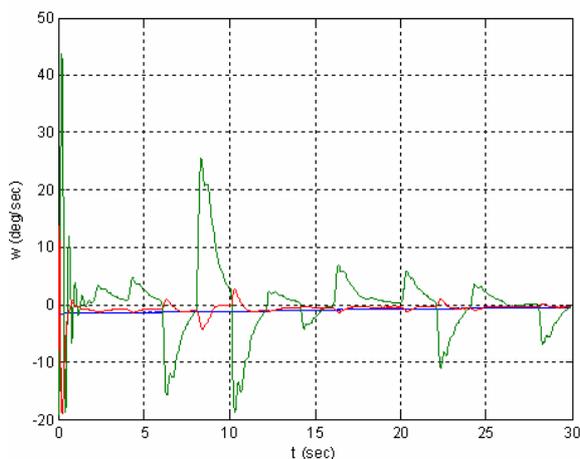
حال برای پایدارسازی خطای وضعیت در مانورهای طولانی مدت از تلفیق مگنتومتر/ارتفاع سنج/IMU استفاده می کنیم. قبلاً دیدیم که مانور در صفحه قائم خطای بسیار زیادی در محاسبه زوایای رول و پیچ تولید می کند که در اینجا هدف کنترل این خطا توسط ارتفاع سنج است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای شبیه سازی در جدول (۴-۵) نشان داده شده است.

جدول (۴-۵): مشخصات استفاده شده در شبیه سازی مگنتومتر/ارتفاع سنج/IMU

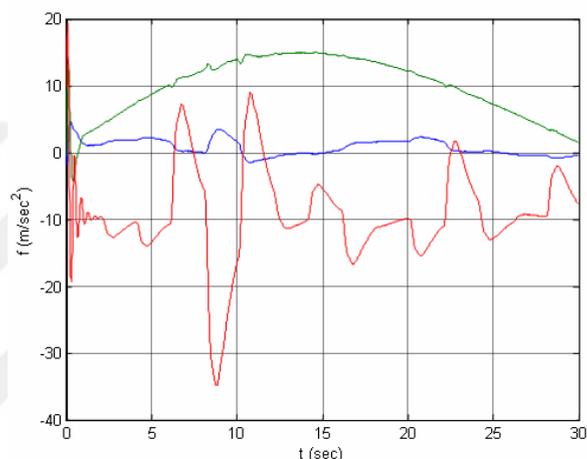
ردیف	انحراف استاندارد	مقدار
۱	نویز ژيروسکوپها	0.01 (deg/sec)
۲	نویز شتابسنجها	0.01 $\frac{m}{sec^2}$
۳	نویز مگنتومتر	5 %
۴	نویز ارتفاع سنج	2 ^m
۵	نویز گسسته بایاس ژيروسکوپها	0.06 (deg/sec)
۶	مقدار اولیه بایاس ژيروسکوپ	2.8650 (deg/sec)

10 m	مقدار اولیه ارتفاع	۷
1 m/sec	مقدار اولیه سرعت قائم	۸

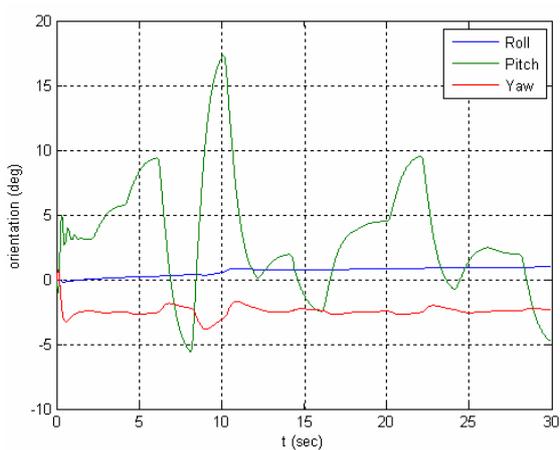
در شکل‌های (۲۳-۵) و (۲۴-۵) شتابهای مخصوص و سرعت‌های زاویه‌ای واقعی وارد بر وسیله پرنده نشان داده شده است. شتاب شتابسنج قائم نیز از مقدار g تغییرات شدیدی داشته و نشان می‌دهد که پرواز کروز نیست.



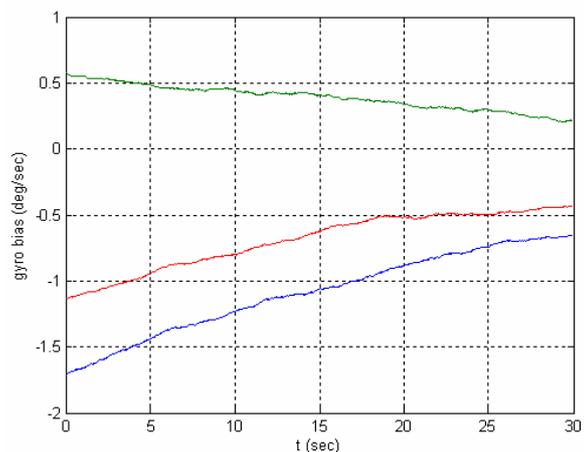
شکل (۲۴-۵): سرعت‌های زاویه ای واقعی



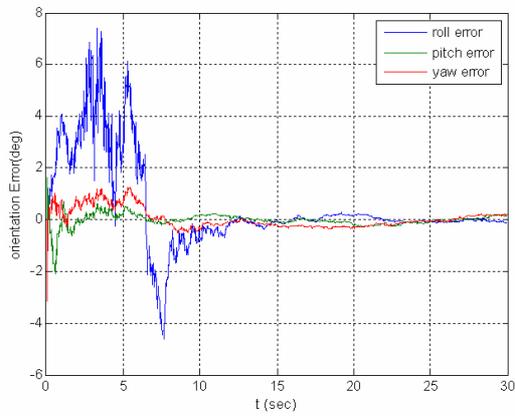
شکل (۲۳-۵): شتابهای مخصوص واقعی



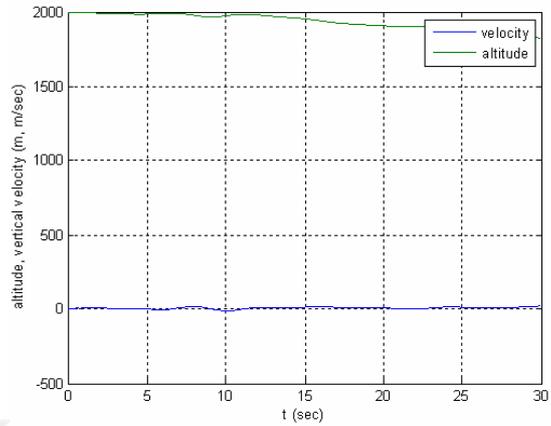
شکل (۲۶-۵): وضعیت واقعی



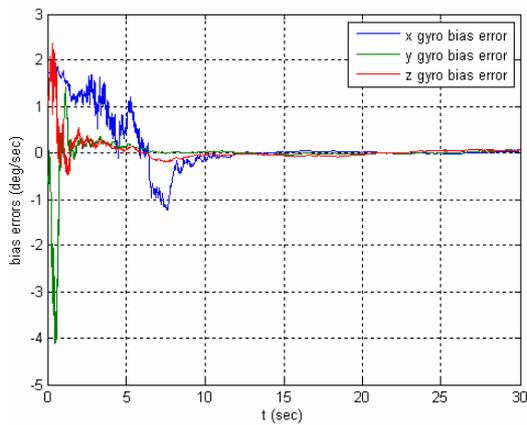
شکل (۲۵-۵): بایاسهای واقعی ژيروسکوپها



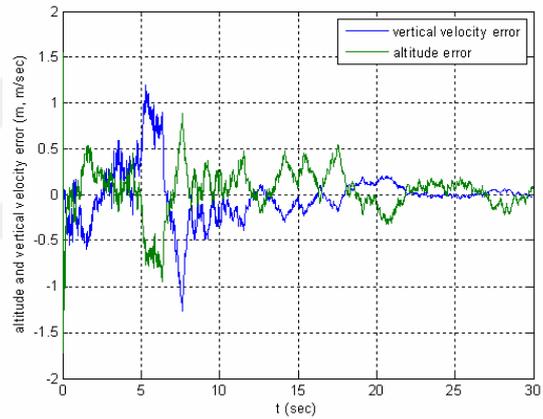
شکل (۲۸-۵): خطای تخمین وضعیت



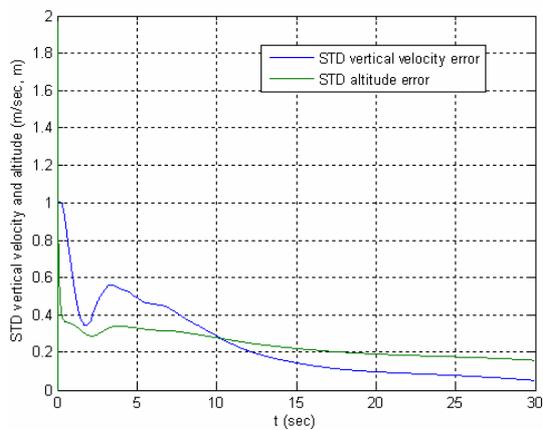
شکل (۲۷-۵): ارتفاع و سرعت قائم



شکل (۳۰-۵): خطای تخمین بایاسها

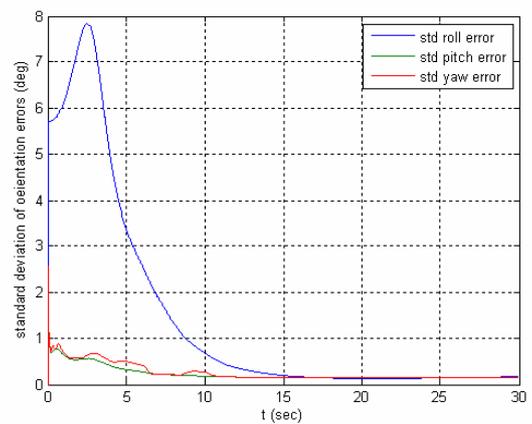


شکل (۲۹-۵): خطای تخمین ارتفاع و سرعت قائم



شکل (۳۲-۵): انحراف استاندارد خطای تخمین

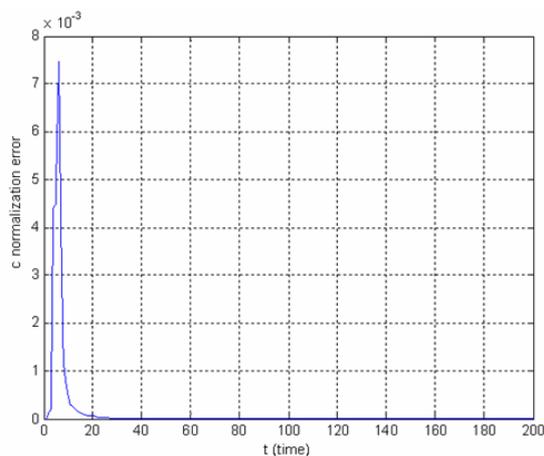
ارتفاع و سرعت قائم



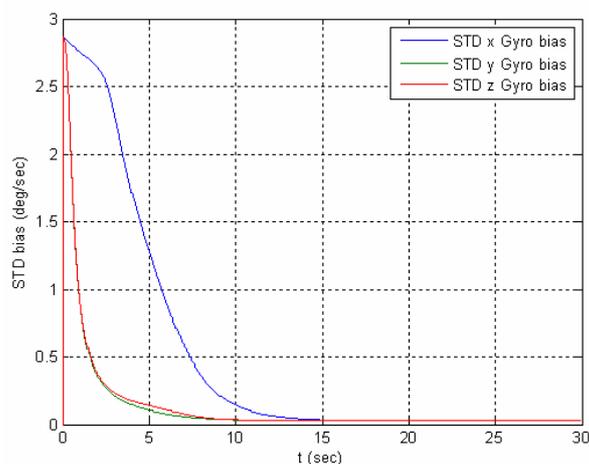
شکل (۳۱-۵): انحراف استاندارد خطای تخمین

وضعیت

شکل‌های (۲۵-۵) و (۲۶-۵) و (۲۷-۵) به ترتیب بایاسهای واقعی ژيروسکوپها، وضعیت و ارتفاع - سرعت قائم را نشان می‌دهند. بایاسهای ژيروسکوپها به شدت زیاد بوده و بدون تخمین بایاس عملاً تعیین وضعیت غیرممکن خواهد بود. به دلیل مانور در صفحه قائم تغییرات شدیدی در زاویه پیچ دیده می‌شود. شکل‌های (۲۸-۵) و (۲۹-۵) خطای تخمین وضعیت، ارتفاع و سرعت قائم را نشان می‌دهند که دیده می‌شود خطاها بعد از پایداری فیلتر به حالت پایا رسیده‌اند. شکل (۲۹-۵) خطای بسیار کم ارتفاع و سرعت قائم را نشان می‌دهد که حالت پایدار داشته و خطاها به سرعت کاهش یافته است. شکل‌های (۳۱-۵) و (۳۲-۵) و (۳۳-۵) به ترتیب انحراف استاندارد خطای تخمین که توسط فیلتر برای وضعیت، ارتفاع و - سرعت قائم و بایاسها می‌باشند را نشان می‌دهند. همه این انحرافات استاندارد حالت پایا دارند زیرا وضعیت خطی بودن معادلات باعث بهتر پایا شدن این پارامترها می‌شود. همچنین خطای نرمال ماندن c در شکل (۳۴-۵) نمایش داده شده است که آن نیز وضعیت پایدار دارد. نکته قابل توجهی که در شبیه سازی وجود دارد خطای کم سمت می‌باشد. چون در این الگوریتم خروجی دو کانال از مگنت برای تخمین سمت استفاده می‌شود بنابراین دقت آن نیز افزایش می‌یابد که در کاربردهای عملی حائز اهمیت است. در اینجا از خروجی‌های دو کانال شرق و شمال مگنومترها هیچ استفاده‌ای در تخمین بایاس ژيروسکوپها و ارتفاع - سرعت قائم نمی‌شود که خود دلیل محکمی برای افزایش دقت سمت است.



شکل (۳۴-۵): خطای نرمال بودن c



شکل (۳۳-۵): انحراف استاندارد خطای تخمین بایاسها

۵-۱۱-۴: شبیه سازی کالیبراسیون مگنتومتر

تعدادی شبیه سازی جهت ارزیابی عملکرد الگوریتم توسعه داده شده برای کالیبراسیون مگنتومتر انجام گرفته است. ابتدا مشخصات میدان مغناطیسی محل مورد آزمایش به شکل جدول (۵-۵) در نظر گرفته می شود:

جدول (۵-۵): مشخصات میدان مغناطیسی زمین

Total intensity (nT)	(Deg) Angle of dip	(Deg) Inclination angle
47641.57	53.78	3.87

همچنین مشخصات مگنتومتر برای شبیه سازی در جدول (۶-۵) آمده است.

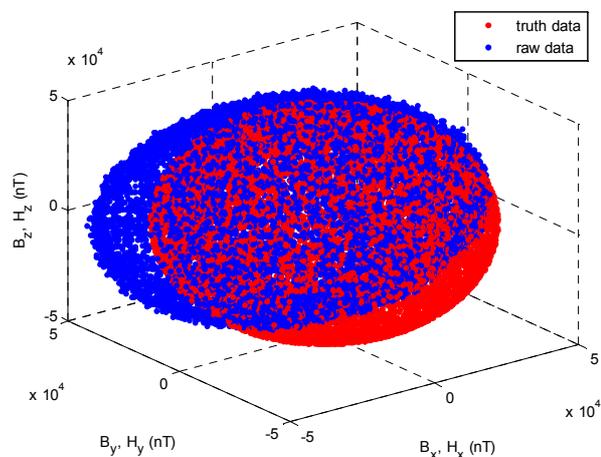
جدول (۶-۵): مشخصات مگنتومتر

(nT) Biases	$b = [-11000 \quad 13000 \quad 9000]^T$
$(\frac{nT}{nT})$ Scale factors	$K = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix}$
$\alpha_{yz}, \alpha_{zy}, \alpha_{zx}$ (Rad) Misalignments	0.1 , 0.05 , -0.12
m' To P frame Rotation matrix from	$C_m^P = \begin{bmatrix} 0.9889 & -0.1390 & -0.0523 \\ 0.1352 & 0.9884 & -0.0697 \\ 0.0614 & 0.0618 & 0.9962 \end{bmatrix}$
(nT) Standard deviation on additive white noise	$Std(v) = [1.3e3 \quad 1.5e3 \quad 1.1e3]^T$

با توجه به مشخصات شدت میدان مغناطیسی محل و جهت های آن، بردار شدت میدان مغناطیسی در دستگاه ناوبری به صورت زیر بدست می آید.

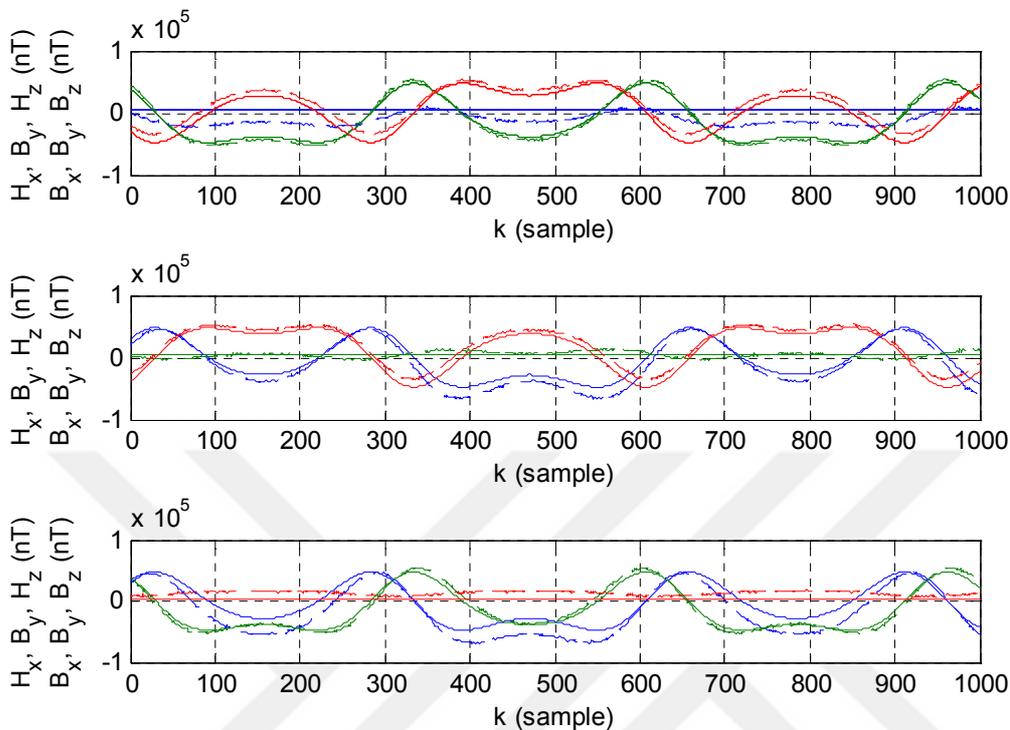
$$H^n = [28086.60 \quad 38347.39 \quad 3215.46]^T (nT) \quad (۹۵-۵)$$

برای شبیه سازی خروجی مگنتومتر زوایای رول و پیچ و یاو دستگاه بدنی آن (دستگاه پلات فرم) به صورت تصادفی برای ۱۰۰۰۰ نقطه انتخاب شده و بعد از اعمال ماتریسهای تبدیل C_n^P و T_p^m و همچنین اضافه نمودن بایاسها و نویز سفید و اعمال گین سیستم خروجیها شبیه سازی شده اند. نویز سفید اعمال شده انحراف استاندارد مشخص شده در جدول (۶-۵) را دارد. در شکل (۵-۳۵) مکان هندسی داده های خام و مولفه های شدت میدان مغناطیسی واقعی نمایش داده شده است.



شکل (۳۵-۵): مکان هندسی داده های واقعی و خروجی های خام

دیده می شود مکان هندسی مجموعه نقاط واقعی میدان دایره و مکان هندسی داده های خام یک بیضی گون می باشد که هدف از کالیبراسیون مجموعه یافتن تبدیلی است که نقاط خام را به نقاط واقعی بنگارد. همچنین خروجی ها زمانی که مگنتومتر حول محورهای x^p, y^p و z^p چرخانده شده است شبیه سازی شده است. همچنین خروجی ایده ال نیز شبیه سازی شده است. این شبیه سازیها در شکل (۳۶-۵) نشان داده شده اند. زمانی که دوران حول یک محور مگنتومتر در راستای قائم صورت می گیرد، باید خروجی مگنتومتر در آن محور ثابت باشد ولی به دلیل انحرافات محورها ثابت نبوده و دارای نوساناتی است. این دورانها برای سه محور تکرار شده است که در آن $H_i, i = x, y, z$ خروجی های ایده ال و $B_i, i = x, y, z$ نیز خروجی های اندازه گیری شده توسط مگنتومتر می باشند.



شکل (۵-۳۶): مکان هندسی داده های ایده ال و خروجی های خام
 هنگام چرخش حول محورهای مختلف مگنتومتر

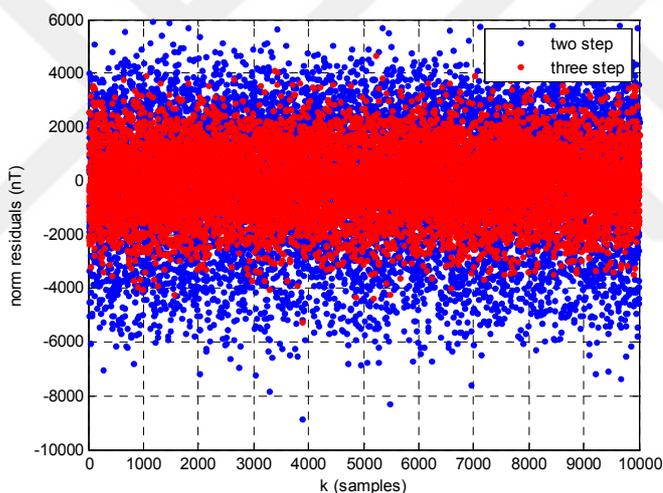
ضرایب کالیبراسیون توسط الگوریتم های ارائه شده در این فصل در محیط مطلب پیاده سازی شده و بعد از تخمین ضرایب کالیبراسیون توسط دو روش ارائه گردیده خطای آنها محاسبه شده و این مقادیر در جدول (۵-۷) لیست شده اند. جدول فوق نشان می دهد که الگوریتم سه مرحله ای دارای دقت بیشتری نسبت به الگوریتم دو مرحله ای دارد. علاوه بر این الگوریتم دو مرحله ای اصلاً قادر به تخمین انحرافات مگنتومتر نسبت به بدنه خود نمی باشد حال اینکه الگوریتم سه مرحله ای در این مورد نیز نسبت به آن ارجحیت دارد.

جدول (۵-۷): خطای تخمین ضرایب کالیبراسیون

	parameter	Two step	Three step
1	Biases error(nT)	$[-7.2899 \quad -42.6950 \quad -2.4959]^T$	$[0.9359 \quad -0.6983 \quad 6.9857]^T$
2	Scale Factor errors	$[-0.0325 \quad 0.0313 \quad 0.0109]$	$[-0.0125 \quad 0.0058 \quad 0.0038]$
3	Misalignments(rad) $[\alpha_{yz} \quad \alpha_{zy} \quad \alpha_{zx}]$	-	$-0.0025 \quad , \quad 0.0012 \quad , \quad -0.0017$

4	Rotation matrix error $\Delta C_{m'}^P$	$\begin{bmatrix} -0.0013 & -0.0081 & -0.0040 \\ 0.0083 & -0.0005 & 0.0077 \\ 0.0035 & -0.0087 & 0.0004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0011 & -0.0066 & -0.0038 \\ 0.0068 & -0.0004 & 0.0072 \\ 0.0032 & -0.0081 & 0.0003 \end{bmatrix}$
---	--	---	---

برای ارزیابی بیشتر دو الگوریتم، اندازه شعاع بیضی گون اصلاح شده که بسیار نزدیک به دایره می باشد حساب شده و با شعاع دایره واقعی که همان اندازه شدت میدان در آن نقطه است مقایسه شده است. مقدار خطای اندازه محاسبه شده در دو روش در شکل (۳۷-۵) آمده است. از خطاهای فوق دیده می شود که RMS برای الگوریتم سه مرحله ای برابر با 1263.7 (nT) و برای الگوریتم دو مرحله ای برابر با 2346.6 (nT) می باشد. که حاکی از عملکرد بهتر الگوریتم سه مرحله ای است.



شکل (۳۷-۵): خطای نرم خروجیهای جبران شده

الگوریتم طراحی شده برای کالیبراسیون مگنتومتر دارای سادگی خاصی است و به راحتی می توان بدون داشتن وضعیت واقعی مگنتومتر آن را با جمع آوری داده های خروجی آن کالیبره نمود. این روش برای کاربردهای زمان واقعی مناسب نبوده و بیشتر برای اهداف کالیبراسیون قبل از پرواز طراحی گردیده است.

فصل ششم

به سمت سیستمهای ناوبری خطی

مدرسه مقدمه زندگی نیست بلکه خود زندگی است.

”داروین“

همچنانکه در فصل دوم گفته شد معادلات ناوبری به شدت غیر خطی می‌باشند که باعث افت کارایی فیلترها می‌شوند [۱۰،۹۰]. در دهه اخیر تلاشهای زیادی برای رسیدن به فیلترهای بهینه برای سیستمهای غیرخطی و غیرگوسی انجام گرفته است [۱۱۲،۱۲۷،۳۰۱]. در اصل، روند توسعه در سیستمهای ناوبری تلفیقی، توسعه در الگوریتمهای فیلترینگ مورد استفاده در ناوبری بوده است. در ارتباط با الگوریتمهای ناوبری توسعه چندانی حاصل نگردیده و سالهای سال است که همان الگوریتمها که پیشرفته‌ترین آنها توسط سویج^۱ [۱۷۸،۱۷۹] ارائه گردیده است استفاده می‌شود. معمولاً نويز سیستمهای اندازه گیری گوسی می‌باشند و اکثراً عاملی که باعث غیر گوسی شدن سیستم می‌گردد، تبدیلات غیر خطی از خروجی سنسورها به وضعیت، سرعت و موقعیت جسم پرنده می‌باشد. بنابراین ماهیت خطی معادلات می‌تواند کمکهای شایانی به توسعه الگوریتمهای ناوبری نماید. زیرا فیلتر بهینه برای این حالت فیلتر کالمن [۸،۹] می‌باشد که در اکثر مسائل عملی، تخمین، کاربرد جهانی دارد. می‌دانیم مسئله تخمین وضعیت دارای سابقه طولانی است [۳۱۰]. این سابقه باعث گردیده است که کارهای زیادی در این زمینه انجام گیرد. استفاده از کوتاهترینها و تبدیل

^۱ Savage

معادلات اندازه‌گیری از شکل غیر خطی به شکل شبه خطی توسط کواترنینها و توسعه فیلتر خطی مناسب آن مهمترین پیشرفت در این زمینه محسوب می‌گردد [۳۱۶]. مشکل اصلی استفاده از کواترنینها ناپایداری نرم کواترنینها می‌باشد زیرا کواترنینها برای توصیف وضعیت چرخشی جسم باید دارای نرم واحد باشند. چون نرمال سازی کواترنینها خود یک تبدیل غیرخطی می‌باشد، باید ماتریس کواریانس آن نیز تصحیح گردد. توسعه تخمین مقید برای کواترنینها راه چاره اکثر مشکلات در این زمینه است که می‌تواند ما را به افقی باز در این زمینه رهنمون گردد [۳۶۰].

در این فصل سعی شده تا مسئله خطی سازی معادلات ناوبری که قبلاً برای معادلات وضعیت توسط کواترنینها انجام گرفته بود به معادلات سرعت و موقعیت نیز توسعه داده شود. برای اینکار از یک نگاهت که توسط ضرب کواترنینها انجام می‌گیرد، استفاده خواهد شد. این تبدیل معادلات ناوبری را به شکل شبه خطی در آورده است. شبیه معادلات کواترنینها روشی برای پایدار سازی قیدهائی که ایجاد می‌شود ارائه خواهد گردید. همچنین فیلتر مناسب برای پشتیبانی این نوع غیر خطی‌های کوچک طراحی شده و به عنوان یک فیلتر بهینه با ایده گرفتن از QKF^۱ ارائه خواهد گردید. نویسنده امیدوار است که معادلات ارائه شده در این فصل، افقی جدیدی در برابر سیستمهای ناوبری اینرسی و تلفیقی ایجاد کند. این معادلات به دو دلیل دارای اهمیت فراوان می‌باشند که عبارتند از:

- ماهیت شبه خطی بودن آنها که پیش گوئی میانگین و کواریانس را دقیقتر می‌کند.
 - سادگی محاسبات آن به دلیل نیاز نداشتن به محاسبه توابع مثلثاتی
- در فضای جدید ارائه شده در این پایان نامه یک سری مشکلاتی نیز ایجاد می‌گردد که مهمترین آنها عبارتند از:
- ایجاد یک بعد اضافی برای معادلات وضعیت، سرعت و موقعیت.
 - تولید شدن سه قید که باید تضمین شوند.
 - ایجاد ناپایداری عددی به دلیل تخلف از قیدهای ذکر شده.

در این فصل ابتدا تعریف کواترنینها و تبدیل دستگاههای مختلف توسط آنها و همچنین نگاهت لازم برای خطی سازی معادلات اندازه‌گیری یک بردار ارائه خواهد شد. این نگاهت نقش کلیدی را در تبدیل معادلات اندازه‌گیری غیرخطی به خطی بازی می‌کند. سپس مدل دینامیکی کواترنینها و فیلتر کالمن کواترنین ارائه خواهد گردید. سپس فیلتر کالمن برای تخمینهای مقید که نرم آنها مقدار ثابتی داشته باشد توسعه داده

^۱ Quaternion Kalman Filter

خواهد شد. توسعه این فیلتر در پایدار سازی فیلتر نقش کلیدی را بازی می‌کند. سپس با ایده گرفتن از نگاشت معادلات اندازه‌گیری توسط کواترنینها معادلات ناوبری خطی سازی شده و معادلات ناوبری به طور کامل به صورت شبه خطی نمایش داده خواهد شد. همچنین قیدهای لازم برای خطی ماندن معادلات ارائه خواهد شد. سپس معادلات توام برای تخمین بایاس سنسورها خواهد آمد. لازم به توضیح است که این تبدیلات برای اولین بار توسط نویسنده ارائه شده است. ولی هنوز برای سیستمهای تلفیقی دارای مشکلاتی است که باید در آینده رفع گردند.

۶-۱: تبدیلات توسط کواترنینها

کواترنین q_b^n از یک بردار سه مولفه‌ای که مولفه اول آن اسکالر s و مولفه دوم آن یک بردار سه بعدی v می باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۱۰ و ۳۱۱ و ۳۱۲].

$$q_b^n = \begin{bmatrix} s \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (۱-۶)$$

مزدوج کواترنین به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$(q_b^n)^* = \begin{bmatrix} s \\ -v \end{bmatrix} \quad (۲-۶)$$

حال ضرب دو کواترنین $q_b^c = \begin{bmatrix} s_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$, $q_c^a = \begin{bmatrix} s_1 \\ v_1 \end{bmatrix}$ به شکل زیر تعریف می‌گردد [۱۵۵]:

$$q_b^a = q_c^a \otimes q_b^c = \begin{bmatrix} s_1 s_2 - v_1^T v_2 \\ s_1 v_2 + s_2 v_1 + v_1 v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & -v_1^T \\ v_1 & s_1 I + [v_1 \times] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 & -v_2^T \\ v_1 & s_2 I + [-v_2 \times] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (۳-۶)$$

اگر فرض کنیم $q = q_b^n = \begin{bmatrix} s & v^T \end{bmatrix}^T$ کواترنین تبدیل دستگاه بدنی به ناوبری باشد، در این صورت تبدیل بردار r^b به دستگاه ناوبری به شکل زیر خواهد بود:

$$m^{n'} = q \otimes m^b \otimes q^* \quad , \quad m^b = \begin{bmatrix} 0 \\ m^b \end{bmatrix} \quad , \quad m^{n'} = \begin{bmatrix} 0 \\ m^n \end{bmatrix} \quad (۴-۶)$$

که در آن $m^{n'}$, m^b بردارهایی هستند که به صورت کواترنین نوشته شده‌اند. در این حالت ماتریس دوران به شکل زیر خواهد بود:

$$C_b^n(q) = (s^2 - v^T v)I_3 + 2vv^T - 2s[v \times] \quad (۵-۶)$$

خاصیت اصلی کواترنینها این است که در دورانهایی پی در پی کواترنینها در هم ضرب کواترنین می‌شوند:

$$C(q_1)C(q_2) = C(q_1 * q_2) \quad (6-6)$$

مشکل عمده در کواترنیها این است که باید همیشه $|q|=1$ باشد. زیرا کواترنیها در اصل با چهار پارامتر می‌توانند دوران را نشان دهند.

حال اجازه دهید که دو تبدیل $N(x)$, $Y(x)$ را از R^3 به $R^{4 \times 4}$ به صورت زیر تعریف کنیم [۳۴۱]:

$$\forall x \in R^3 \quad N(x) \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} 0 & -x^T \\ x & -[x \times] \end{bmatrix}, \quad Y(x) \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} 0 & -x^T \\ x & [x \times] \end{bmatrix} \quad (7-6)$$

که در آن $[x \times]$ ماتریس skew symmetric از بردار x می‌باشد. با استفاده از تعریف ضرب کواترنیها (۳-۶) و تعاریف (۴-۶)، اگر طرفین معادله را در q ضرب کنیم داریم [۳۴۱]

$$m^{n'} \otimes q = q \otimes m^b \quad (8-6)$$

حال با استفاده از تعاریف (۷-۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} [N(m^b) - Y(m^n)]q &= 0 \\ \begin{bmatrix} 0 & -(m^b - m^n)^T \\ (m^b - m^n) & -[(m^b + m^n) \times] \end{bmatrix} q &= 0 \end{aligned} \quad (9-6)$$

معادله بالا نشان می‌دهد که معادله (۴-۶) که کاملاً ماهیت غیرخطی دارد به شکل کاملاً خطی در آمده است. در حقیقت در آنجا مسئله تبدیل مختصات از یک دستگاه به دستگاه دیگر کاملاً رفتار خطی دارد.

دوباره فرض کنید که m^n یک بردار کاملاً معلوم است که مولفه‌های آن در دستگاه ناوبری معلوم باشد. فرض کنید تصویر این بردار در دستگاه بدنی قابل اندازه‌گیری باشد [۳۴۱].

$$\tilde{m}^b = C_n^b m^n + n = q^* \otimes m^n \otimes q + n \quad (10-6)$$

که در آن \tilde{m}^b اندازه‌گیری نویزی از بردار m^b بوده و n نویز اندازه‌گیری می‌باشد. دوباره با ضرب طرفین در q^* از سمت راست داریم:

$$0 = [Y(m^n) - N(\tilde{m}^b)]q + Y(q)n \quad (11-6)$$

دیده می‌شود که در این حالت معادله اندازه‌گیری شبه خطی خواهد بود. منظور از شبیه خطی بودن معادله، ترم غیر خطی آخری $Y(q)n$ می‌باشد که به صورت یک ماتریس تابعی از بردار حالت در یک بردار نویز ظاهر شده است. بنابراین با تبدیلات اشاره شده می‌توان معادله اندازه‌گیری در دستگاه معین را خطی نمود.

۲-۶: مدل دینامیکی کواترنینها

همان طور که قبلاً اشاره شد، حسن استفاده از معادلات دیفرانسیل کواترنینها این است که معادلات دیفرانسیل آنها به صورت خطی می‌باشد. برای حالتی که سرعت زاویه ای بدون خطا باشد داریم [۱۵۵]:

$$\dot{q} = 0.5q \otimes \omega_{nb}^b \quad (۱۲-۶)$$

که در آن ω_{nb}^b سرعت زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه ناوبری به صورت کواترنین می‌باشد. برای اینکه خطای نرم کواترنینها دارای دینامیک پایدار باشد روشهای مختلفی برای حل این مشکل موجود می‌باشد که در مرجع [۳۰۰] به طور کامل این مسئله بررسی شده است.

برای اینکه مقدار خطا حالت پایدار داشته باشد، می‌توان یک ترم به معادله دیفرانسیل (۱۲-۶) تابعی از مقدار خطای خارج از نرم است را اضافه نمود [۳۰۰]:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}(\Omega_{nb}^b + k\mathcal{I}_4)q \quad (۱۳-۶)$$

که در آن k یک عدد بزرگ بوده و باعث پایداری محاسباتی خطای نرم کواترنین می‌شود. در آنجا $\varepsilon = q^T q - 1$ خطای نرمال نبودن و $\Omega_{nb}^b = N(\omega_{nb}^b)$ می‌باشد.

حال خطای اندازه ژيروسکوپها را نیز در نظر می‌گیریم. در اینجا برای مدل اندازه‌گیری سرعت زاویه شکل زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = \omega_{in}^b + \omega_{nb}^b + w_\omega + b_g \quad (۱۴-۶)$$

که در آن w_ω نویز سفید بوده و دارای میانگین صفر و کواریانس Q_ω می‌باشد. همچنین ژيروسکوپها دارای مقداری ناپایداری بایاس بوده که مدل آن به شکل زیر فرض شده است:

$$\dot{b}_g = F_g b_g + w_{b_g}, \quad F_g = \text{diag}\left(\frac{1}{\tau_g}\right) \quad (۱۵-۶)$$

که در آن w_{b_g} دوباره نویز سفید با میانگین صفر و کواریانس $Q_{w_{b_g}}$ می‌باشد. با جایگذاری معادله (۱۵-۶) در (۱۳-۶) خواهیم داشت:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}[N(\tilde{\omega}_{nb}^b - \omega_{in}^b) + k\mathcal{I}_4]q - N(b)q - N(w_\omega)q \quad (۱۶-۶)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned}
N(b)q &= \Xi(q)b, & \Xi(q) &= \begin{bmatrix} -v^T \\ aI + [v \times] \end{bmatrix} \\
Y(b)q &= \Psi(q)b, & \Psi(q) &= \begin{bmatrix} -v^T \\ aI - [v \times] \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{۱۷-۶}$$

همچنین داریم [۳۱۰]:

$$\begin{aligned}
C_b^n &= \Xi^T(q)\Psi(q) \\
N(w_\omega)q &= \Xi(q)w_\omega \\
Y(w_\omega)q &= \Psi(q)w_\omega
\end{aligned}
\tag{۱۸-۶}$$

حال می توان معادلات توام را برای دینامیک کواترنیها و بایاسهای ژيروسکوپها به شکل زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{b}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} [N(\tilde{\omega}_{nb}^b - \omega_{in}^b) + k\epsilon I_4] & -\Xi(q) \\ 0 & F_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{b}_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Xi(q) \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_\omega \\ w_{b_g} \end{bmatrix}
\tag{۱۹-۶}$$

دیده می شود که معادله بالا شکل شبه خطی را دارد.

۳-۶: فیلتر QKF

دیده شد که در استفاده صحیح از کواترنینها معادلات دینامیکی و اندازه گیری ها به شکل شبه خطی تبدیل می شوند. در حقیقت این معادلات دارای غیر خطی بودنهای کوچکی می باشند که به راحتی می توان فیلتر مناسب آنها را که به QKF معروف می باشد توسعه داد. حال معادلات دینامیکی و اندازه گیری را به شکل شبه خطی زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}
x_{k+1} &= F_k x_k + G(x_k) w_k \\
Z_k &= H_k x_k + \Gamma_k(x_k) v_k
\end{aligned}
\tag{۲۰-۶}$$

که در آن w_k , v_k نویزهای اندازه گیری و سیستم بوده که دارای میانگین صفر بوده و از هم مستقل فرض می شوند همچنین کواریانس آنها به ترتیب R_k و Q_k می باشد.

در این شکل فرمول بندی $G(x_k)w_k$ تنها ترم غیرخطی ظاهر شده معادله دینامیکی سیستم و ترم $\Gamma_k(x_k)v_k$ نیز تنها ترم غیر خطی ظاهر شده در معادله اندازه گیری می باشد. هر دو ترم دارای یک شکل خاص می باشند. در اینجا یک روش کلی برای محاسبه میانگین و ماتریس کواریانس چنین ترمهایی ارائه خواهد شد. زیرا اگر با روش خطی سازی کواریانس این ترمها محاسبه شود دارای خطای زیادی خواهند بود.

ترمهای غیرخطی موجود در معادلات (۲۰-۶) نوع خاصی از غیرخطی بودن به شکل $y = G(x)w$ می باشد که در آن $x \in R^n$ و $w \in R^m$ و دو متغیر w و x مستقل از هم می باشند. محاسبه میانگین و کواریانس y در

ضمیمه ج آمده است. در اینجا فیلتر کالمن توسعه داده شده برای سیستم (۶-۲۰) به شکل زیر خواهد بود [۳۱۶, ۳۴۱]:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1|k} &= F_x \hat{x}_{k|k} \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + G(\hat{x}_{k|k}) Q_k G^T(\hat{x}_{k|k}) + \Lambda(Q \otimes P_{k|k}) \Lambda \\ \bar{R}_k &= \bar{\varepsilon}(R \otimes P_{k|k+1}) \bar{\varepsilon} + R_k \quad (21-6) \\ K_k &= P_{k+1|k} H_k^T (H_k P_{k+1|k} H_k^T + \bar{R}_k)^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - k_k (H_k P_{k+1|k} H_k^T + \bar{R}_k) k_k^T \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1})\end{aligned}$$

که در آن \otimes ضرب Kronecker بوده و همچنین Λ و $\bar{\varepsilon}$ به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} G_{c1} & G_{c2} & \dots & G_{cn_w} \end{bmatrix} \quad (22-6)$$

همچنین

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Gamma_{c1} & \Gamma_{c2} & \Gamma_{c3} & \dots & \Gamma_{cn_v} \end{bmatrix} \quad (23-6)$$

که در آن هر ماتریس $G_{ci} \in R^{n \times n_w}$, $i=1,2,\dots,n_w$ و $\Gamma_{ci} \in R^{n \times n_v}$, $i=1,2,\dots,n_v$ که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G_{ci} = G(x) n_i \quad , \quad \Gamma_{ci} = \Gamma(x) n_i \quad (24-6)$$

که در آن n_i بردار نرمالی است که حاوی مقدار i در i - امین سطر و در بقیه سطرها ۰ می‌باشند. بنابراین با اجرای پروسه فیلترینگ (۶-۲۱) تخمین‌های بهینه x فراهم خواهد شد.

۶-۴: تخمین کواترنینها با قید نرم آنها

می‌دانیم که فراهم نمودن تخمینهای بدون بایاس در مسائل تخمین مخصوصاً برای سیستمهای غیرخطی می‌تواند بسیار حائز اهمیت باشد. معمولاً معیار میانگین مربع خطا^۱ برای این گونه مسائل مناسب می‌باشد. که به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۰ و ۱۱]:

$$J = E[e^T e] = E[\text{trace}(ee^T)] = E[(\hat{x} - x)^T (\hat{x} - x)] \quad (25-6)$$

^۱Mean – Square Error (MSE)

بهترین تخمین بدون بایاس از دیدگاه MSE بر اساس مشاهدات y به شکل زیر است [۹]:

$$\hat{x} = E[x|y] \quad (۲۶-۶)$$

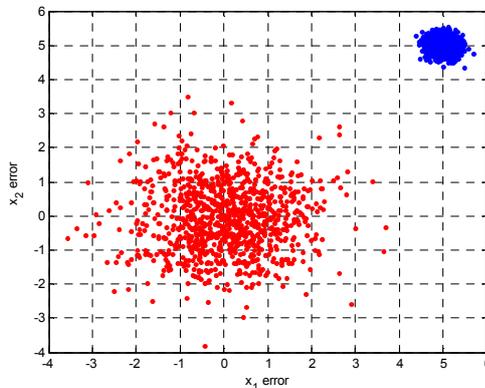
توجه کنید که در این حالت [۳۶۰]:

$$E[ee^T] = Cov(e, e) + E[e]E[e^T] \quad (۲۷-۶)$$

باید توجه نمود که از دیدگاه MSE (اکثر به اشتباه) تابعی که حداقل می‌گردد تا تخمین بهینه بدست آید عبارت است از:

$$J = trace[Cov(e, e)] \quad (۲۸-۶)$$

و این زمانی درست است که تخمین زننده بدون بایاس باشد. که در این حالت مجموع قطر اصلی ماتریس کواریانس حداقل می‌گردد اگر تخمینها بایاس دار باشند کواریانس حول بایاس حداقل می‌گردد ولی از دیدگاه کلی (۲۵-۶) تخمینها بهینه نبوده ولی از دیدگاه (۲۸-۶) بهینه می‌باشند. شکل (۱-۶) دو تخمین زننده را نشان می‌دهد. تخمین زننده اولی بایاس دار بوده و $Cov(e_1) = 0.2I_{2 \times 2}$, $E(e_1) = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ است درحالی که تخمین زننده دومی بدون بایاس و کواریانس آن $Cov(e_2) = I_{2 \times 2}$ می‌باشد. تخمین زننده بایاس دار مسلماً دارای واریانس کمی بوده ولی MSE بیشتری دارد.



شکل (۱-۶): مقایسه MSE برای دو تخمین زننده بایاس دار و بدون بایاس

مسلم است که تخمین زننده دوم با اینکه کواریانس زیادتری دارد از دیدگاه MSE بهینه می‌باشد.

حال فرض کنید که تخمین حالت‌های سیستم توسط اندازه‌گیریها تا قبل از لحظه k -ام برابر با \hat{x}_k^- و کواریانس آن P_k^- باشد. همچنین تخمین کواترنینها بعد از اندازه‌گیری \hat{x}_k و کواریانس آن P_k باشد. می‌خواهیم تخمین \hat{x}_k طوری فراهم شده باشد که نرم آن در حالت کلی [۳۶۰]:

$$\hat{x}_k^T \hat{x}_k = l \quad (۲۹-۶)$$

معادله اندازه‌گیری به شکل زیر فرض می‌شود:

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (۳۰-۶)$$

که در آن v_k نویز اندازه‌گیری با میانگین صفر و واریانس R_k فرض می‌شود. می‌دانیم که تخمین خطی به شکل زیر فراهم می‌شود:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \varepsilon_k \quad (۳۱-۶)$$

که در آن $\varepsilon_k = y_k - \hat{y}_k^-$ باقیمانده اندازه‌گیری بوده و \hat{y}_k^- تخمین y با استفاده از اندازه‌گیریها تا یک لحظه قبل از k -ام می‌باشد. با جایگذاری معادله (۳۱-۶) در معادله (۲۹-۶) بدست می‌آوریم [۳۶۰]:

$$\varepsilon_k^T K_k^T K_k \varepsilon_k + 2\hat{x}_k^T K_k \varepsilon_k + \hat{x}_k^T \hat{x}_k - l = 0 \quad (۳۲-۶)$$

می‌دانیم کواریانس بعد از اندازه‌گیری به صورت زیر است:

$$P_k = P_k^- - K_k H_k K_k^T - P_k^- H_k^T K_k^T + K_k W_k K_k^T, \quad W_k \stackrel{\Delta}{=} H_k P_k^- H_k^T + R_k \quad (۳۳-۶)$$

حل برای بدست آوردن گین فیلتر کالمن باید تابع هزینه زیر حداقل گردد:

$$J = \text{trace}[P_k(K_k)] \quad (۳۴-۶)$$

برای فیلتر بدون مقید داریم:

$$K_k = P_k^- H_k^T W_k^{-1} \quad (۳۵-۶)$$

گین فیلتر برای حالت مقید باید با توجه به قید (۳۲-۶) حل گردد. بنابراین می‌توان برای داشتن حداقل خطا معادله (۳۲-۶) را با استفاده از ضرب‌کننده‌های لاگرانژ در پروسه مینیمم‌سازی وارد نمود [۳۶۰]:

$$J = \text{trace}[P_k^- - K_k H_k K_k^T - P_k^- H_k^T K_k^T + K_k W_k K_k^T] + \lambda_k [\varepsilon_k^T K_k^T K_k \varepsilon_k + 2\hat{x}_k^T K_k \varepsilon_k + \hat{x}_k^T \hat{x}_k - l] \quad (۳۶-۶)$$

اگر \hat{x}_k^* و P_k^* تخمین مقید و کواریانس آن فرض شوند، بعد از عملیات ریاضی معادلات تخمین مقید به صورت زیر بدست می‌آیند [۳۶۰]:

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^* &= \hat{x}_k^- + K_k^* \varepsilon_k = \frac{\sqrt{l}}{\|\hat{x}_k\|} \hat{x}_k \\ P_k^* &= P_k + \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_k} \left(1 - \frac{\sqrt{l}}{\|\hat{x}_k\|}\right)^2 \hat{x}_k \hat{x}_k^T \\ K_k^* &= K_k + \left(\frac{\sqrt{l}}{\|\hat{x}_k\|} - 1\right) \hat{x}_k \frac{\varepsilon_k^T W_k^{-1}}{\tilde{\varepsilon}_k} \varepsilon_k \\ \tilde{\varepsilon}_k &= \varepsilon_k^T W_k^{-1} \varepsilon_k\end{aligned}\tag{۳۷-۶}$$

دیده می‌شود که کواریانس در معادله (۳۷-۶) افزایش یافته است ولی در عوض تخمینهای بدون بایاس بدست آمده‌اند. برای اثبات بدون بایاس بودن می‌تواند به شکل زیر عمل نمود [۳۶۰]:

$$e_k^* = (I - K_k^* H_k) e_k^- + K_k^* v_k\tag{۳۸-۶}$$

که در آن e_k^* خطای تخمین مقید بعد از اندازه‌گیری و e_k^- خطای تخمین قبل از اندازه‌گیری می‌باشد. کاملاً واضح است که اگر e_k^- بدون بایاس باشد، e_k^* بدون بایاس خواهد بود.

۶-۵: خطی سازی معادلات سرعت و موقعیت در دستگاه ناوبری

در اینجا هدف دستیابی به معادلات شبه خطی برای سرعت و موقعیت با ایده گرفتن از تبدیل بردارها توسط کوآترینینها می‌باشد. می‌دانیم معادلات ناوبری در دستگاه ناوبری به توجه به معادله (۲-۳۴) و (۶-۴) به شکل زیر هستند:

$$\begin{aligned}\dot{V}^n &= q \otimes f^b \otimes q^* + g^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n \\ \dot{P} &= D_R V^n\end{aligned}\tag{۳۹-۶}$$

اگر طرفین معادله (۳۹-۶) در q ضرب گردد داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}^{n'} \otimes q &= q \otimes f^{b'} + g^{n'} \otimes q - \hat{\Omega} V^{n'} \otimes q \\ \dot{P}' \otimes q &= D_R V^n \otimes q \\ \hat{\Omega} &= Y \left(\frac{1}{|V^n|^2} [(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n]' (V^n)^* \right) \\ D &= Y \left(\frac{1}{|V^n|^2} [D_R V^n]' (V^n)^* \right)\end{aligned}\tag{۴۰-۶}$$

(که در آن علامت $(\cdot)'$ روی متغیرها نشان‌دهنده نوشته شدن بردار به صورت کواترنین با اسکالر صفر می‌باشد [۱۵۴]). حال تبدیلات زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} W &= V^{n'} \otimes q \\ R &= P' \otimes q \end{aligned} \quad (۴۱-۶)$$

که در آن W , R کواترنینهای موقعیت و سرعت تبدیل یافته بوده با تبدیلات عکس زیر به خود موقعیت و سرعتها تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} V^{n'} &= W \otimes q^* \\ P' &= R \otimes q^* \end{aligned} \quad (۴۲-۶)$$

برای بدست آوردن معادلات دیفرانسیل مربوط به سرعت و موقعیت تبدیل شده از معادلات (۴۱-۶) مشتق‌گیری می‌کنیم. چون اپراتور \otimes خطی است داریم:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \dot{V}^{n'} \otimes q + V^{n'} \otimes \dot{q} \\ \dot{R} &= \dot{P}' \otimes q + P' \otimes \dot{q} \end{aligned} \quad (۴۳-۶)$$

حال با جایگذاری از (۱۲-۶) و (۴۱-۶) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \dot{V}^{n'} \otimes q + 0.5 V^{n'} \otimes q \otimes \omega_{nb}^{b'} = \dot{V}^{n'} \otimes q + 0.5 W \otimes \omega_{nb}^{b'} \\ \dot{R} &= \dot{P}' \otimes q + 0.5 P' \otimes q \otimes \omega_{nb}^{b'} = \dot{P}' \otimes q + 0.5 R \otimes \omega_{nb}^{b'} \end{aligned} \quad (۴۴-۶)$$

حال دوباره با جایگذاری از (۴۰-۶) در (۴۴-۶) و استفاده از فرض (۴۱-۶) بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= q \otimes f^{b'} + g^{n'} \otimes q - \hat{\Omega} W + 0.5 W \otimes \omega_{nb}^{b'} \\ \dot{R} &= D W + 0.5 R \otimes \omega_{nb}^{b'} \end{aligned} \quad (۴۵-۶)$$

با استفاده از تعریف (۷-۶) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= (N(f^{b'}) + Y(g^{n'}))q + (0.5 \Omega_{nb}^b - \hat{\Omega})W \\ \dot{R} &= D W + 0.5 \Omega_{nb}^b R \end{aligned} \quad (۴۶-۶)$$

دیده می‌شود که معادلات در این وضعیت نسبت به q , W , R به شکل خطی در می‌آیند. باید توجه نمود که در اینجا ترمهائی که شامل $\hat{\Omega}$ و D می‌باشند غیرخطی بسیار کوچک دارند که قابل صرفنظر کردن می‌باشند. لازم به یادآوری است که معادلات فقط در دستگاه اینرسی به شکل کاملاً شبه خطی در می‌آیند. چون در مسائل ناوبری ما به سرعت‌های وسیله پرنده در دستگاه ناوبری و موقعیتهای ژئودزی علاقمند هستیم به همین دلیل معادلات در این دستگاه نوشته شد. ولی باید دانست که در دستگاه زمینی نیز فقط ترم مربوط به عرض جغرافیائی به شکل خطی ظاهر می‌شود. این معادلات به معادلات دستگاه اینرسی ارجحیت دارند.

زیرا در دستگاه اینرسی برای تبدیل مختصات به طول و عرض جغرافیائی، نیاز به زمان می‌باشد که خطای زیادی دارد.

مشکل عمده‌ای که در این روش وجود دارد این است که W , R کواترنین می‌باشند و باید بعد از تبدیل عکس توسط رابطه (۶-۴۲) به V^n , P تبدیل شوند. که در این تبدیل به دلیل وجود خطای کواترنینها مقدار اسکالر کواترنینهای V^n , P' صفر باقی نمی‌ماند. این مسئله در سیستمهای تلفیقی چون V^n , P مشاهده پذیر می‌باشند اهمیت چندانی ندارد ولی برای مدل‌های INS باید تخمینهای مقید سرعت و موقعیت توسعه داده شوند تا در بلند مدت خطای آنها رشد نکنند.

برای بدست آوردن قیده‌های لازم برای سرعت و موقعیت از معادله (۶-۴۲) شروع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} V^n &= Y(W)q^* \\ P' &= Y(R)q^* \end{aligned} \quad (۶-۴۷)$$

چون سمت راست معادله بالا یک بردار است که به شکل کواترنین نوشته شده است بنابراین باید بخش مربوط به اسکالر آنها برابر با صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} q^T q &= 1 \\ W^T q &= 0 \\ P^T q &= 0 \end{aligned} \quad (۶-۴۸)$$

که در معادلات فوق، معادله اول مربوط به قید کواترنین، معادله دوم مربوط به قید سرعت و معادله سوم مربوط به قید موقعیت می‌باشد.

با ایده گرفتن از پایدارسازی دینامیکی نرم کواترنینها می‌توان خطای تبدیل را اندازه‌گیری نموده و در معادلات (۶-۴۶) وارد نمود:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= (N(f^{b'}) + Y(g^{n'}))q + (0.5 \Omega_{nb}^b - \hat{\Omega})W + (k_W \varepsilon_W I)W \\ \dot{R} &= D W + 0.5 \Omega_{nb}^b R + (k_R \varepsilon_R I)R \end{aligned} \quad (۶-۴۹)$$

که در آن ε_R , ε_W عبارتند از:

$$\begin{aligned} \varepsilon_W &= W^T q \\ \varepsilon_R &= P^T q \end{aligned} \quad (۶-۵۰)$$

روش دیگری که در پایدار سازی اسکالر مربوط به معادلات (۶-۴۷) می‌باشد، استفاده از شبه اندازه‌گیریها است. استفاده از شبه اندازه‌گیریها می‌توان به راحتی تمامی قیود را تا حد معقولی کنترل کند [۲۸۳]. در استفاده از این روش، سه معادله (۶-۴۸) به صورت اندازه‌گیریهای با نویز سفید با میانگین صفر و واریانس بسیار کوچک فرض می‌شوند:

$$\begin{aligned}
 1 &= q^T q + v_q \\
 0 &= W^T q + v_w \\
 0 &= P^T q + v_p
 \end{aligned}
 \tag{۵۱-۶}$$

که در آن v_q , v_w , v_p شبه نویزهای اندازه گیری در معادلات قید می باشند. کواریانس آنها به صورت نامی به شکل زیر به صورت تجربی انتخاب می گردند.

$$\begin{aligned}
 1e-20 &\leq Q_{v_q} \leq 1e-3 \\
 1e-5 &\leq Q_{v_w} \leq 0.01 \\
 .01 &\leq Q_{v_p} \leq 0.1
 \end{aligned}
 \tag{۵۲-۶}$$

۶-۶: تبدیل معادلات اندازه گیری

قبلاً معادلات اندازه گیری تصویر یک بردار در یک دستگاه مختصات توسط کوآترینینها به صورت خطی در آمد. به عنوان مثال با تبدیلات بیان شده در این فصل می توان خروجی سرعت سنج در دستگاه بدنی، خروجی مگنومتر در دستگاه بدنی، سنسور ستاره یاب، سنسور خورشید، سنسور زمین و ... را می توان به صورت شبه خطی تبدیل نمود. در اینجا بیشتر هدف توسعه الگوریتم اندازه گیری های GPS و ارتفاع سنج برای رسیدن به معادلات شبه خطی می باشد. فرض کنید که خروجی موقعیت و سرعت اندازه گیری شده توسط GPS به شکل زیر باشد:

$$\begin{aligned}
 r_{GPS} &= P + v_{p_{GPS}} \\
 V_{GPS} &= V^n + v_{V_{GPS}}
 \end{aligned}
 \tag{۵۳-۶}$$

که در آن $v_{p_{GPS}}$ و $v_{V_{GPS}}$ نویزهای اندازه گیری موقعیت و سرعت توسط GPS می باشند. چون حالت های جدید سیستم بر حسب R , W می باشند باید معادلات اندازه گیری بر حسب R , W توسعه داده شوند. به همین دلیل طرفین معادله (۵۳-۶) را در q ضرب می کنیم. داریم:

$$\begin{aligned}
 r'_{GPS} \otimes q &= P' \otimes q + v'_{p_{GPS}} \otimes q \\
 V'_{GPS} \otimes q &= V^{n'} \otimes q + v'_{V_{GPS}} \otimes q
 \end{aligned}
 \tag{۵۴-۶}$$

با استفاده از معادله (۴-۴۱) و تعریف (۶-۷) داریم:

$$\begin{aligned}
 0 &= R - Y(r_{GPS})q + \Xi(q)v_{p_{GPS}} \\
 0 &= W - Y(V_{GPS})q + \Xi(q)v_{V_{GPS}}
 \end{aligned}
 \tag{۵۵-۶}$$

که به صورت ماتریسی می توان آن را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y(r_{GPS}) & 0 & I \\ -Y(V_{GPS}) & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ W \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Xi(q) & 0 \\ 0 & \Xi(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{P_{GPS}} \\ v_{V_{GPS}} \end{bmatrix} \quad (56-6)$$

که یک معادله شبه خطی می‌باشد، و به راحتی می‌توان توسط آن خروجی‌های نویزی GPS را به متغیرهای حالت جدید نگاشت.

برای مدل سازی ارتفاع سنج به فرم فوق داریم:

$$h_{alt} = P_3 + v_{alt} \quad (57-6)$$

که در آن v_{alt} نویز اندازه‌گیری ارتفاع سنج می‌باشد. با اضافه نمودن سه صفر در معادله (56-6) و ضرب طرفین آن در q داریم:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_{alt} \end{bmatrix} \otimes q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_3 \end{bmatrix} \otimes q + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_{alt} \end{bmatrix} \otimes q \quad (58-6)$$

با بسط معادله فوق توسط تعریف ضرب کواترنیونها، معادله فوق را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$0 = R - Y \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & h_{alt} \end{bmatrix}^T \right) q + \Xi(q) \begin{bmatrix} 0 & 0 & v_{alt} \end{bmatrix}^T \quad (59-6)$$

دیده می‌شود که در اینجا چهار معادله برای اندازه‌گیری ارتفاع سنج وجود می‌آید. این معادلات نیز برحسب متغیرهای حالت جدید شبه خطی می‌باشند.

معادلات مربوط به سرعت سنج که سرعت نسبی هوا را در دستگاه بدنی اندازه‌گیری می‌کند می‌توان با توجه به فصل دوم به شکل زیر نوشت:

$$V_{air} = q^* \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ V^n - W \end{bmatrix} \otimes q + v_{V_{air}} \quad (60-6)$$

$$V^n - W = \begin{bmatrix} V_n \\ V_e \\ V_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (V_n)_{wind} \\ (V_e)_{wind} \\ (V_d)_{wind} \end{bmatrix}$$

که در آن $v_{V_{air}}$ نویز اندازه‌گیری سرعت توسط لوله پیتوت می‌باشد. به ضرب طرفین معادله (60-6) در q از سمت راست به دست می‌آوریم:

$$0 = -\Xi(V_{Air})q + W - \Xi(q)V_{wind} + \Psi(q)v_{V_{air}} \quad (61-6)$$

که باز هم معادله نسبت به متغیرهای حالت خطی بوده و نسبت به نویزهای اندازه گیری شبه خطی می باشد. بنابراین در مجموع تبدیلات ارائه گردیده در این فصل می توانند معادلات سیستم را نسبت به حالت‌های سیستم به شکل خطی تبدیل نموده و نسبت به نویزهای اندازه گیری و سیستم شبه خطی نماید. فیلتر ارائه گردیده در این فصل مناسب سیستم‌های ناوبری با معادلات فوق می باشد که بهینگی خود را برای نویزهای گوسی حفظ می کند. سیستم‌های ارائه شده در این فصل تنها با افزایش بعدهای سیستم توانست معادلات را خطی نماید. در این حالت مشکلاتی نیز برای فیلتر ایجاد می شود که مهمترین آنها ایجاد تکینگی در ماتریس کواریانس خطای تخمین می باشد.

۶-۷: معادلات دینامیکی توام به همراه نویز سنسورها

در اینجا خروجی‌های شتابسنجها را بایاس دار فرض می کنیم. در این حالت مدل دینامیکی شتابسنجها به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}^b &= f^b + w_f + b_f \\ \dot{b}_f &= F_f b_f + w_{b_f}, \quad F_f = \text{diag}\left(\frac{1}{\tau_f}\right) \end{aligned} \quad (62-6)$$

که در آن w_f و w_{b_f} نویزهای سفید با میانگین صفر و واریانس معلوم می باشند. با جایگذاری (۶-۶۱) و (۶-۶۲) در (۱۴) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \left(N(\tilde{f}^b) + Y(g^{n'}) \right) q + \left(0.5 \tilde{\Omega}_{ib}^b - 0.5 \Omega_{in}^b - \bar{\Omega} + (k_w \varepsilon_w I) \right) W \\ &\quad - \Xi(q) b_f - \Xi(W) b_g - 0.5 \Xi(q) w_f - 0.5 \Xi(W) w_g \\ \dot{R} &= D W + 0.5 \left(\tilde{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{in}^b + (k_R \varepsilon_R I) \right) R - 0.5 \Xi(R) b_g - 0.5 \Xi(W) w_g \end{aligned} \quad (63-6)$$

نهایتاً می توان معادلات توام (۶-۶۳) و (۶-۶۲) و (۶-۶۱) را به شکل ماتریسی زیر ارائه نمود:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{W} \\ \dot{R} \\ \dot{b}_g \\ \dot{b}_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.5 [N(\tilde{\omega}_{nb}^b - \omega_{in}^b) + k \varepsilon_q I] & 0 & 0 & -\Xi(q) & 0 \\ N(\tilde{f}^b) + Y(g^{n'}) & (0.5 \tilde{\Omega}_{ib}^b - 0.5 \Omega_{in}^b - \bar{\Omega} + (k_w \varepsilon_w I)) & 0 & -0.5 \Xi(W) & -\Xi(q) \\ 0 & D & 0.5 (\tilde{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{in}^b + (k_R \varepsilon_R I)) & -0.5 \Xi(W) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ W \\ R \\ b_g \\ b_f \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\Xi(q) & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 \Xi(W) & -\Xi(q) & 0 & 0 \\ -0.5 \Xi(W) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_\omega \\ w_f \\ w_{b_g} \\ w_{b_f} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (64-6)$$

معادلات (۶-۶۴) معادلات توام برای ناوبری در دستگاه ناوبری به همراه بایاس سنسورها بوده و به دلیل وارد نمودن ترمهای پایدار کننده هم از دیدگاه پایداری خطای نرم، هم از دیدگاه عمود بودن کوتاهترین بر سرعت

تبدیل یافته و عمود بودن کواترنین به موقعیت تبدیل یافته پایدار می‌باشند. این معادلات می‌توانند به شکل مناسبی گسسته سازی شده و در ناوبری انتگرالی استفاده شوند.

۶-۸: مدل جذر مربع فیلتر کالمن شبه خطی^۱

فیلتر ارائه شده در معادلات (۶-۲۱) دارای تفاوت‌هایی با فیلتر کالمن استاندارد دارد. در اینجا سعی می‌شود مدل جذر میانگین مربع^۲ (RMS) برای پایدار سازی خطا ارائه گردد. نکته قابل توجهی که در این فیلتر وجود دارد وجود ترمهای ضرب کرونکر است. فرض کنید داریم:

$$C = A \otimes B \quad (۶۵-۶)$$

اگر S_c , S_a , S_b به ترتیب فاکتورهای چولسکی C , A , B باشند می‌توان نوشت:

$$S_c S_c^T = S_a S_a^T \otimes S_b S_b^T \quad (۶۶-۶)$$

حال با استفاده از ضمیمه د می‌توان نوشت:

$$S_c = S_a \otimes S_b \quad (۶۷-۶)$$

بنابراین اگر $P_{k+1|k}$ و $P_{k|k}$ و Q_k و R_k دارای فاکتورهای چولسکی $S_{k+1|k}$ و $S_{k|k}$ و S_{Q_k} و S_{R_k} در این صورت معادله دوم را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت:

$$\begin{bmatrix} S_{k+1|k} & Q_{k+1|k} \end{bmatrix} = QR \left\{ \begin{bmatrix} F_k S_{k|k} & G(\hat{x}_{k|k}) S_{Q_k} & \Lambda_k(S_{Q_k} \otimes S_{k|k}) \end{bmatrix} \right\} \quad (۶۸-۶)$$

که در آن QR علامت فاکتورسازی QR می‌باشد.

حال اگر اندازه‌گیری اسکالر فرض شود (اگر برداری باشد باید به اندازه بعد بردار به روز گردد) در نتیجه R_k , اسکالر بوده و گین کالمن بردار خواهد بود. در این شرایط می‌توان کواریانس خطای تخمین را به شکل زیر نوشت:

$$S_{k|k} S_{k|k}^T = S_{k|k-1} S_{k|k-1}^T - b S_{k|k-1} H^T H_k S_{k|k-1}^T, \quad b = 1 / (H_k P_{k+1|k} H^T + \bar{R}_k) \quad (۶۹-۶)$$

که در آن b یک اسکالر می‌باشد. با فاکتورگیری از $S_{k|k-1}$ و عملیات ریاضی می‌توان نوشت:

^۱ Root Mean Square - Pseudo Linear Kalman Filter (RMS-PLKF)

^۲ Root Mean Square

$$S_{k|k} = S_{k|k-1}(I - bcH_k^T H_k) \quad , \quad c = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - bH_k H_k^T}} \quad (70-6)$$

بنابراین با استفاده از فرمول‌های (۶۸-۶) و (۶۶-۶) به راحتی می‌توان کواریانس را به روز نمود. این فیلتر به نسبت به فیلتر کالمن شبه خطی دارای پایداری عددی خوبی است.

۹-۶: شبیه سازی فیلتر کالمن کوتاهترین مقید

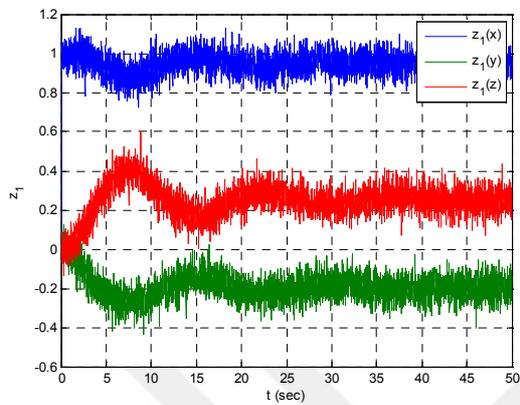
در اینجا برای اثبات کارائی QKF برای تخمین کوتاهترینها از روی مشاهدات نویزی دو بردار شبیه سازی‌هایی انجام گرفته است. در این شبیه‌سازی مشخصات استفاده شده در جدول زیر ارائه شده‌اند:

جدول (۱-۶): مشخصات استفاده شده در شبیه‌سازی

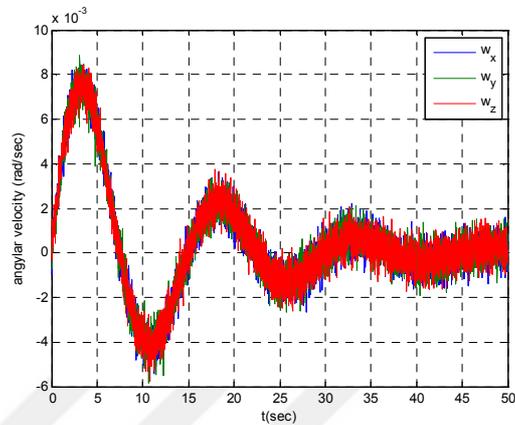
ردیف	عنوان	مقدار
۱	انحراف استاندارد نویز ژيروسکوپ	$100 \frac{\text{deg}}{h}$
۲	انحراف استاندارد نویز سنسور اول	۰.۵٪ طول بردار
۳	انحراف استاندارد نویز سنسور دوم	۰.۵٪ طول بردار
۴	بردار اول در دستگاه مبنی	$[1 \ 0 \ 0]^T$
۵	بردار دوم در دستگاه مبنی	$[0 \ 0 \ 1]^T$
۶	کواترین اولیه	$[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
۷	انحراف استاندارد شرایط اولیه کواترینها	0.2236
۸	سرعت زاویه ای در سه جهت	$0.01e^{-0.008t} \sin\left(\frac{2\pi}{150}t\right) \text{ rad}$
۹	زمان نمونه برداری	$\Delta t = 0.01 \text{ sec}$

برای این شبیه‌سازی سرعت‌های زاویه‌ای نویزی در شکل (۲-۶) و خروجی سنسور اول که تصویر بردار $[1 \ 0 \ 0]^T$ واقع شده در دستگاه اینرسی را در دستگاه بدنی اندازه‌گیری می‌کند در شکل (۳-۶) نمایش داده شده است. به همین ترتیب خروجی سنسور دوم که تصویر بردار $[0 \ 0 \ 1]^T$ را در دستگاه بدنی

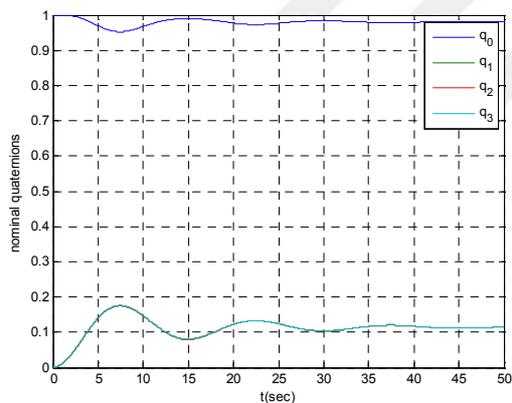
اندازه‌گیری می‌کند در شکل (۴-۶) نمایش داده شده است. کواترنیهای واقعی نیز در شکل (۵-۴) نمایش داده شده‌اند.



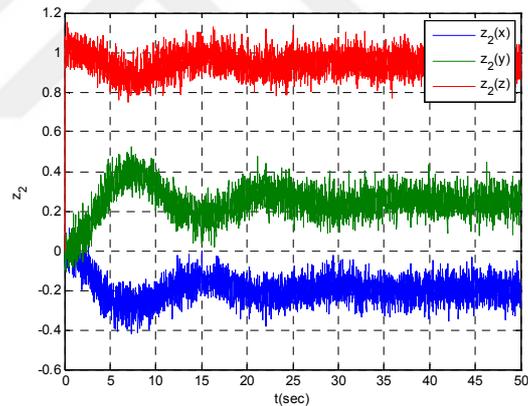
شکل (۳-۶): خروجیهای سنسور اول



شکل (۲-۶): خروجیهای ژيروسکوپها



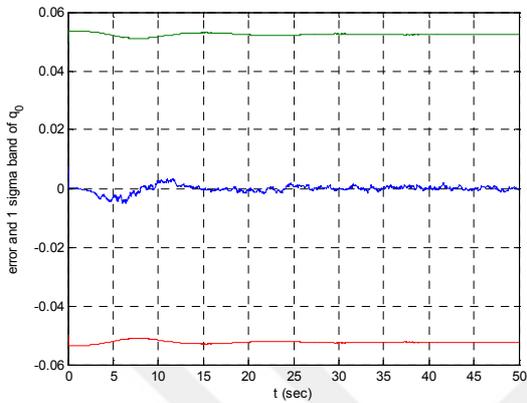
شکل (۵-۶): کواترنیهای نامی



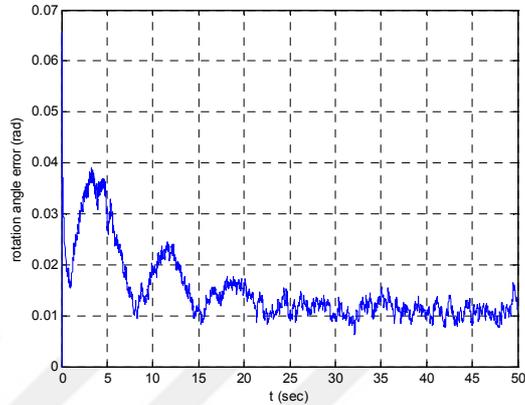
شکل (۴-۶): خروجیهای سنسور دوم

بعد از شبیه‌سازی و اعمال الگوریتم فیلتر کالمن کواترنین مقید نتایج در زیر آمده است. در اینجا دو نوع خطا می‌توان متصور بود. خطای نوع اول که در آن $q_e = q - \hat{q}$ که به آن خطای افزوده گفته می‌شود و خطای نوع دو نیز به شکل $q_e = q \otimes \hat{q}$ تعریف می‌گردد. در اینجا بعد از تخمین کواترنین توسط فیلتر مقید طبق تعریف ضرب کواترنیها خطای محاسبه شده و زاویه دوران خطا به شکل $\Delta\phi = 2\cos^{-1}(q_e(1))$ محاسبه گردیده است. شکل (۶-۶) زاویه دوران بردار دوران خطا دیده می‌شود. در شکل‌های (۶-۷) تا (۶-۱۱) خطای افزوده

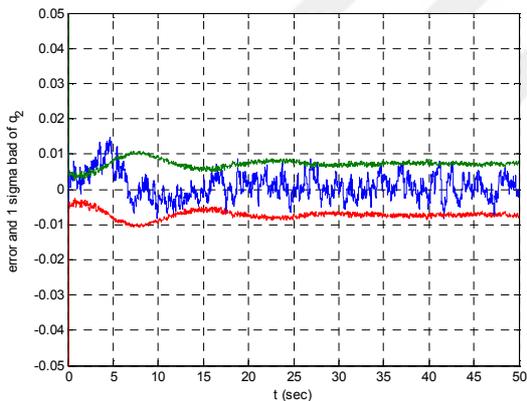
کواترنیوها و همچنین باند خطای یک سیگمای آنها را نشان می‌دهد. دیده می‌شود که خطاها کاملاً در باند یک سیگما بوده و ماتریس کواریانس بدون تکینگی است.



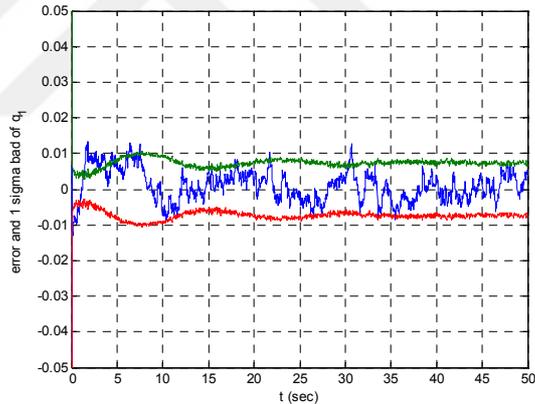
شکل (۶-۷): خطا و باند خطای q_0



شکل (۶-۶): زاویه دوران کواترنین خطا

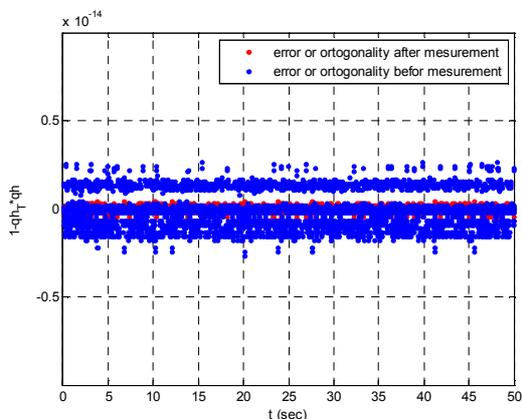


شکل (۶-۹): خطا و باند خطای q_2

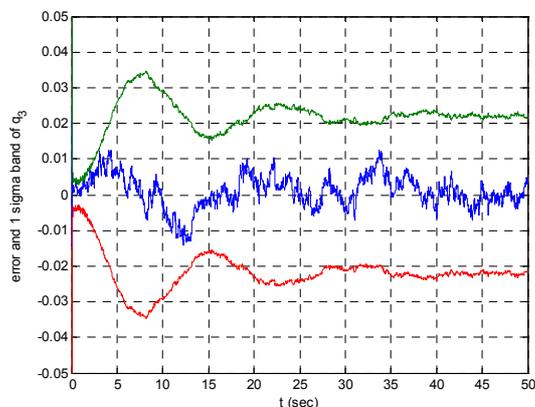


شکل (۶-۸): خطا و باند خطای q_1

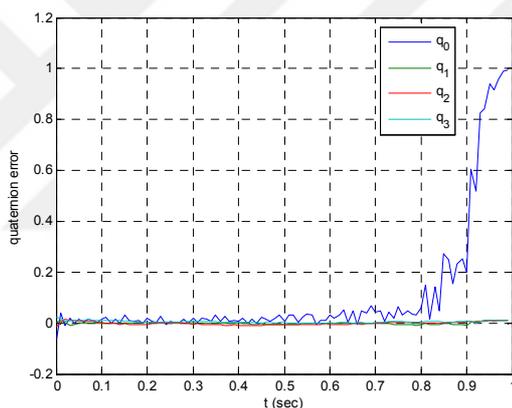
در شکل (۶-۱۱) نیز خطای عمود بودن کواترنینها برای قبل و بعد از اندازه‌گیری آمده است. چون قبل از آمدن اندازه‌گیری خطا از حالت صفر دریافت دارد به همین خاطر خطای بیشتری دارد. بعد از آمدن اندازه‌گیری تقریباً خطای عمود بودن کواترنین به صفر کاهش داده می‌شود. به طبع آن نیز کواریانس مجموعه افزایش داده می‌شود. این کار باعث جلوگیری از واگرایی فیلتر می‌شود. همچنین شبیه سازی برای فیلتر کالمن کواترنین بدون استفاده از قید نیز انجام گرفته است که فیلتر کاملاً واگرا شده و واگرایی آن در شکل (۶-۱۲) نشان داده شده است.



شکل (۶-۱۱): خطای عمود بودن کواترنین



شکل (۶-۱۰): خطا و باند خطای q_3



شکل (۶-۱۲): خطای کواترنینها برای فیلتر QKF بدون قید

۶-۱۰: شبیه سازی سیستم ناوبری خطی

در اینجا برای اثبات کارایی مدل‌های توسعه داده شده در این فصل برای سیستم ناوبری خطی و کاربرد آن در عمل، مثالی برای معادل بودن این دو سیستم آورده شده است. در شبیه سازیها، سیستم در دستگاه ناوبری نمی‌توانست معادل سیستم ناوبری معمول در دستگاه ناوبری عمل کند. زیرا در این دستگاه طول و عرض جغرافیایی در مقایسه با ارتفاع پارامترهای بسیار کوچکتری می‌باشند که در اثر تبدیل شدن به فضای کواترنینها به دلیل وجود ترکیب خطی وزن دار با وزنه‌های کواترنین و پارامترهای موقعیت خطای بسیار زیادی در پارامترهای محاسبه شده موقعیت به صورت کواترنین ایجاد می‌کند. در تبدیل عکس، به دلیل خطای عددی ارتفاع خطای بسیار زیادی بر روی طول و عرض جغرافیایی ایجاد می‌کند. به عنوان مثال ارتفاع عددی

در حد ۰-۱۰۰ کیلومتر بوده ولی طول و عرض جغرافیائی عددی برابر با $-\pi \dots +\pi$ و $-\frac{\pi}{2} \dots +\frac{\pi}{2}$ خواهد بود. در تبدیل موقعیت سه بعدی به کوآرتنن موقعیت یک ترکیب خطی از اعداد داده شده خواهد بود چون خود کوآرتنن دارای خطا است، در تبدیل عکس خطای موقعیت بر روی خطای طول و عرض جغرافیائی تاثیر می‌گذارد. بنابراین نمی‌توان با معادلات خطی ارائه شده در قسمتهای قبلی برای معادلات ناوبری در دستگاه ناوبری استفاده نمود.

برای جلوگیری از این خطا، در این پایان نامه معادلات در دستگاه زمینی نوشته شده است تا بتوان پارامترهای موقعیت را هم اندازه گیری نمود. در این شرایط هر دو نوع معادلات شبیه هم عمل می‌کنند. (در اینجا از آوردن معادلات خطی در دستگاه زمینی صرفنظر می‌شود (ساده‌تر می‌باشند) و می‌توان آن را شبیه به معادلات ناوبری در دستگاه ناوبری از آنها استفاده نمود). در این مطالعه فرض شده است که INS در قطب شمال به صورت کاملاً افقی قرار گرفته است. که محور x_{imu} در راستای x_e و محور y_{imu} در راستای y_e و محور z_{imu} در راستای z_e می‌باشد. همچنین فرض شده است که پارامترهای وضعیت، موقعیت چرخشی IMU را نسبت به دستگاه زمینی بیان می‌کنند. در این حالت داریم:

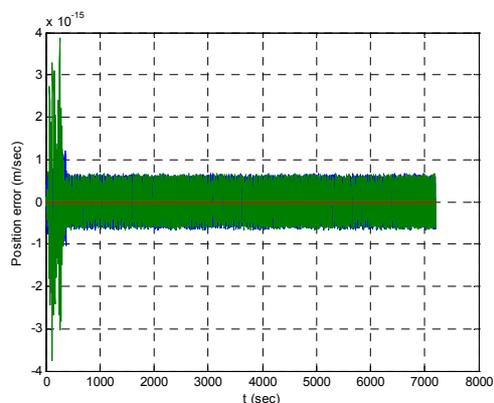
$$\begin{bmatrix} \phi_0 \\ \theta_0 \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (\text{deg}) \quad , \quad \begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \\ v_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (m/sec) \quad , \quad \begin{bmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ z_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (m) \quad (71-6)$$

همچنین اندازه گیری‌های واقعی IMU به شکل زیر می‌باشند:

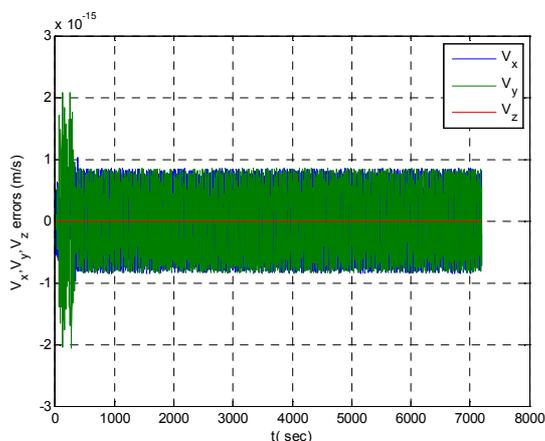
$$f^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} (m/sec^2) \quad , \quad \omega_{ib}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_e \end{bmatrix} (rad/sec) \quad (72-6)$$

در این شرایط با خطای سرعت اولیه به شکل $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} (m/sec)$ برای سیستم ناوبری، هم معادلات

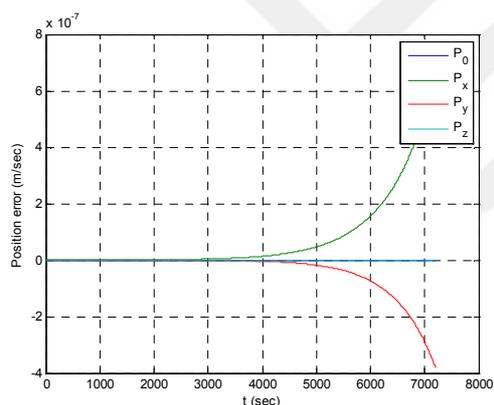
معمول و هم معادلات توسعه داده شده با کوآرتنننها توسط نرم افزار Simulink با روشهای حل یکسان حل گردیده و خطاها برای 2×3600 ثانیه محاسبه گردیده است. در این حالت خطای سرعت برای روشهای معمول در شکل (۶-۱۴) و خطای سرعت در شکل (۶-۱۳) نشان داده شده است. همچنین خطاهای سرعت و موقعیت برای روش توسعه داده شده در این فصل بدون اعمال شرایط (۶-۴۸) در شکل‌های (۶-۱۵) و (۶-۱۶) نمایش داده شده‌اند. در این شکلها P_0 , V_0 کوآرتننهای اول موقعیت و سرعت می‌باشند که در حالت ایده‌آل باید صفر باشند. دیده می‌شود که ناپایداری عددی در این معادلات بیشتر از روشهای معمول چشمگیر می‌باشد. همین مشکلات در برابر با کوآرتنننها نیز وجود دارند. زیرا نرم کوآرتنننها همیشه باید واحد باشد.



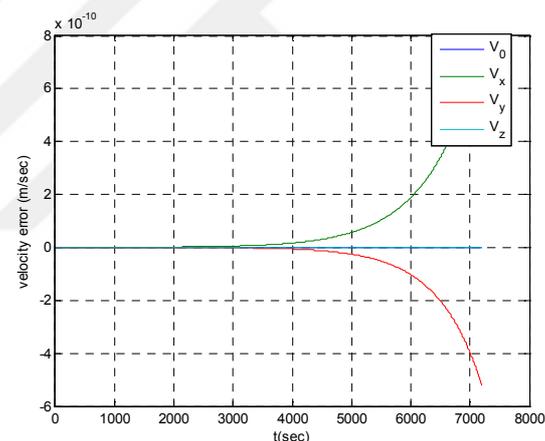
شکل ۶-۱۴: خطای موقعیت



شکل ۶-۱۳: خطای سرعت



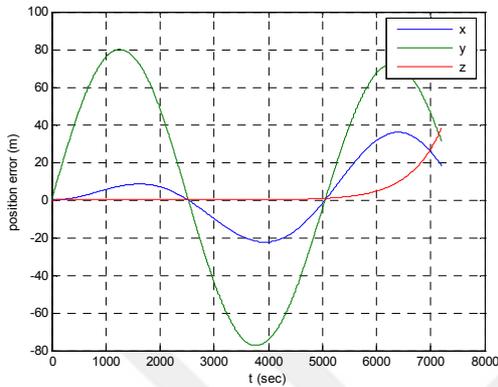
شکل ۶-۱۶: خطای موقعیت



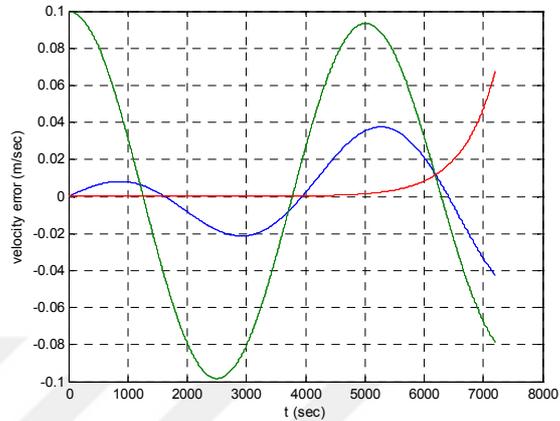
شکل ۶-۱۵: خطای سرعت

حال برای تحلیل خطا فرض کنید که سرعت اولیه V_y دارای خطائی به اندازه $0.1 (m/sec)$ باشد. در این حالت خطاهای سرعت و موقعیت در شکل‌های (۶-۱۷) و شکل (۶-۱۸) که با استفاده از معادلات معمول حل گردیده‌اند، رسم شده است. دیده می‌شود که فرکانس شولر در این خطاها برابر با $\sqrt{\frac{g_0}{R_e}} = 84.4 \text{ min}$ می‌باشد. برای مقایسه معادلات توسعه داده شده در این فصل، خطای معادلات خطی نسبت به خطای معادلات معمول رسم گردیده است. زیرا این خطاها بسیار کوچک بوده و با چشم قابل دیدن نیست. در شکل‌های (۶-۱۹) و (۶-۲۰) تفاوت خطاهای دو روش نسبت به هم دیده می‌شود. و این که خطا در این معادلات حالت ناپایدار داشته و برای این شبیه سازی حدود $0.2m$ برای دو ساعت نوبری ایجاد می‌کند. در اینجا برای درک بهتر معادلات، مقادیر ویژه ماتریس سیستم معادلات خطی محاسبه گردیده است و دو زوج ریشه مزدوج موهومی

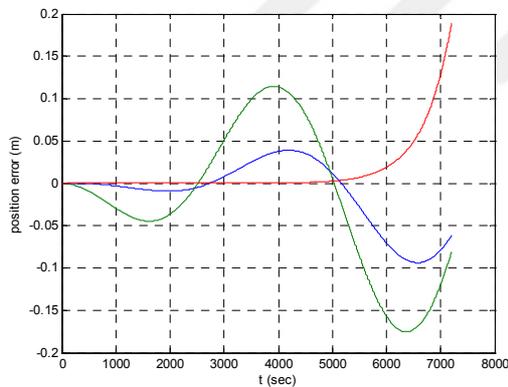
مشاهده گردید که دارای فرکانس شولر بودند. بقیه مقادیر ویژه صفر بودند. این نشان دهنده رفتار درست شبیه سازی‌ها می‌باشد.



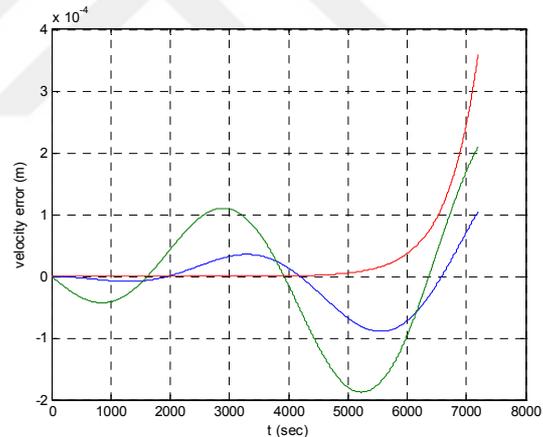
شکل ۶-۱۸: خطای موقعیت



شکل ۶-۱۷: خطای سرعت



شکل ۶-۲۰: خطای موقعیت

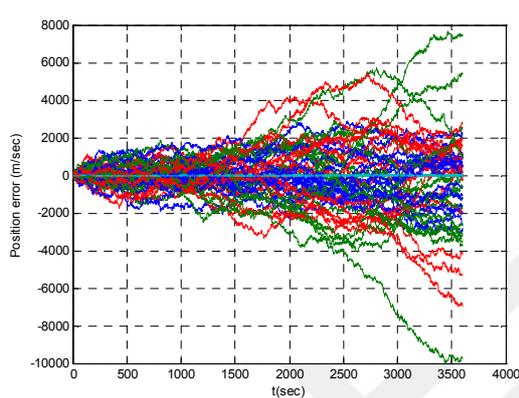


شکل ۶-۱۹: خطای سرعت

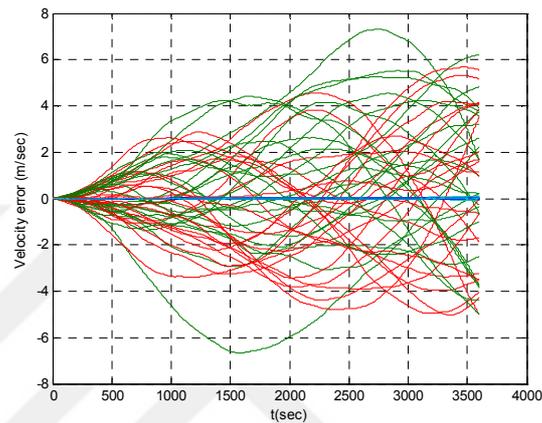
نهایتاً در اینجا یک شبیه سازی مونت کارلو برای ۱۰۰ اجرا رسم شده است که در آن از تمامی خطاهای شرایط اولیه صرف‌نظر شده و فقط خطای سنسورهای اینرسی به صورت تصادفی در نظر گرفته شده‌اند.

همچنانکه قبلاً نیز ذکر گردید حسن اصلی این معادلات در خطی ماندن آنها است. زیرا در معادلات خطی روشهای تخمین برای نویزهای گوسی بدون بایاس و گوسی باقی می‌مانند، ولی در سیستمهای غیر خطی نویزهای گوسی در تبدیلات غیر خطی بایاس دار عمل نموده و، واگرایی سیستم را شدیدتر می‌کنند. برای اثبات این مطلب یک شبیه‌سازی در زیر انجام گرفته است. در اینجا از تمامی خطاهای شرایط اولیه صرف‌نظر

شده و فقط در خروجی سه ژيروسکوپ نرخي و سه شتابسنج خطي مقداری نویز سفید گوسی با واریانس $\sigma_{Acc} = 0.1 \text{ mg}$, $\sigma_{Gyro} = 2 \frac{\text{deg}}{\text{h}}$ اضافه گردیده است. معادلات ناوبری به دو روش حل گردیده است. و نتایج شبیه سازی برای ۳۰ اجرا برای خطای سرعت در شکل‌های (۶-۲۱) و برای خطای موقعیت در شکل (۶-۲۲) نمایش داده شده است که رفتار خطی خطا را نشان می‌دهد.



شکل ۶-۲۲: خطای موقعیت



شکل ۶-۲۱: خطای سرعت

نویسنده امیدوار است، مسئله ای که در این فصل عنوان شد در آیند تحولی در سیستم‌های ناوبری ایجاد نماید و دسترسی به سیستم‌های ناوبری با زمان کارکرد طولانی را سهل الوصول نماید.

فصل هفتم

شبیه سازی کامل سیستم ناوبری تلفیقی

علمی اندک، که عمل می کند، بسیار پربهتر از دانشی عظیم است که بیکاره مانده است.

”جبران خلیل جبران“

این فصل به توسعه یک نوع فاکتور سازی بسیار جدید برای فیلتر UKF و شبیه سازی سیستم ناوبری تلفیقی به طور کامل پرداخته است. ابتدا یک فاکتور خاص برای UKF توسعه داده شده است طوری که نیازی به ماتریس کواریانس خطا نداشته و فقط نقاط سیگما را به روز می رسانی. سپس یک جعبه ابزار برای شبیه سازی و کنترل موشک کروز توسعه داده شده است. این نرم افزار شبیه سازی کاملی از یک موشک کروز فرضی با قابلیت عبور از یک سری نقاط معلوم به عنوان نقاط مسیر را ارائه داده و مدل سازی اغتشاشات باد نیز در شبیه سازی در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی از نرم افزار Matlab7.1 و از محیط Simulink استفاده گردیده است. با استفاده از این نرم افزار یک مسیر نامی طراحی گردیده و خروجی سنسورهای مختلف به همراه خطاهای آنها شبیه سازی گردیدند. با استفاده از الگوریتمهای توسعه داده شده در این پایان نامه و فیلتر جدید New – UKF، تلفیق سنسورها برای سیستم ناوبری پیاده سازی شده است. عمده سنسورهای کمک ناوبری مورد استفاده در این شبیه سازی عبارتند از IMU، مگنومتر، GPS، ارتفاع سنج. همچنین برای ارزیابی مقاوم بودن الگوریتمها در مقابل قطع شدن GPS شبیه سازیهای به این منظور انجام شده است.

۷-۱: فاکتور سازی جدید برای UKF

فیلتر UKF برای پیاده سازی نیاز به استفاده از فاکتور سازی چولسکی دارد که گاهی برای نقطه سیگمای اول که گاهی وزن آن منفی است دچار مشکل می شود. برای رفع این معضل از دو نوع فاکتور سازی جدید در این

پایان نامه استفاده شد. در اینجا یک نوع فاکتورسازی بسیار جالب از این فیلتر ارائه می گردد که نیاز به محاسبه ماتریس کواریانس خطا به طور مستقیم و یا فاکتور چولسکی آن را ندارد. این نوع فاکتور سازی برای پیاده سازیهای عملی این فیلتر می تواند بسیار جالب باشد. در این نوع پیاده سازی فقط نقاط سیگما با توجه به وزنه های آنها در ماتریس کواریانس به روز می شوند و برای یک لحظه بعد این نقاط سیگما ذخیره می گردند. برای شروع می دانیم که ماتریس کواریانس خطا را برای فیلتر UKF به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} P_{k|k} &= \Delta \chi_{k|k} W_c \Delta \chi_{k|k}^T \\ P_{k|k-1} &= \Delta \chi_{k|k-1} W_c \Delta \chi_{k|k-1}^T \\ \Delta \chi_{k|k} &= \chi_{k|k} - \hat{\chi}_{k|k} \\ \Delta \chi_{k|k-1} &= \chi_{k|k-1} - \hat{\chi}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (1-7)$$

که در آن مقدار تخمین حالتها بعد و قبل از اندازه گیری می باشند که به تعداد نقاط سیگما تکرار شده اند. اگر فرض شود که اندازه گیری به صورت اسکالر باشد، معادلات اندازه گیری برای فیلتر UKF را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} P_{y_k y_k} &= \Delta Y_{k|k-1} W_c \Delta Y_{k|k-1}^T \\ P_{x_k y_k} &= \Delta \chi_{k|k-1} W_c \Delta Y_{k|k-1}^T \\ K_k &= P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - K_k P_{y_k y_k} K_k^T \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - y_{k|k-1}) \\ \Delta Y_{k|k-1} &= Y_k - Y_{k|k-1} \end{aligned} \quad (2-7)$$

که در آن مقدار اندازه گیری و پیشگویی اندازه گیری می باشند که به صورت ماتریس با تعداد نقاط سیگما تکرار شده اند. می دانیم که ماتریس کواریانس خطای تخمین بعد از اندازه گیری را با توجه به معادلات (۷-۱) و (۲-۷)، می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta \chi_{k|k} W_c \Delta \chi_{k|k}^T = \Delta \chi_{k|k-1} W_c \Delta \chi_{k|k-1}^T - \left(P_{y_k y_k} \right)^{-1} \Delta \chi_{k|k-1} W_c \Delta Y_{k|k-1}^T \Delta Y_{k|k-1} W_c \Delta \chi_{k|k-1}^T \quad (3-7)$$

چون اندازه گیری به صورت اسکالر فرض شده است بنابراین اسکالر بوده و به راحتی معکوس پذیر خواهد بود. با توجه به معادله (۳-۷) می توان نوشت:

$$\Delta \chi_{k|k} W_c \Delta \chi_{k|k}^T = \Delta \chi_{k|k-1} W_c \left(W_c^{-1} - \left(P_{y_k y_k} \right)^{-1} \Delta Y_{k|k-1}^T \Delta Y_{k|k-1} \right) W_c \Delta \chi_{k|k-1}^T \quad (4-7)$$

نکته کلیدی در فاکتور سازی جدید بدست آوردن $\Delta\chi_{k|k}$ از $\Delta\chi_{k|k-1}$ می باشد. برای اینکار باید عبارت داخل پرانتز در معادله (۳-۷) به صورت زیر فاکتورسازی گردد (ضمیمه د):

$$\left(W_c^{-1} - (P_{y_k y_k})^{-1} \Delta Y_{k|k-1}^T \Delta Y_{k|k-1} \right) = B_{k|k} W_c B_{k|k}^T \quad (5-7)$$

اگر این کار عملی گردد، با جایگذاری در (۵-۷) در (۴-۷) بدست می آوریم:

$$\Delta\chi_{k|k} = \Delta\chi_{k|k-1} W_c B_{k|k} \quad (6-7)$$

بنابراین با معلوم بودن $B_{k|k}$ براحتی می توان نقاط سیگمای قبل از اندازه گیری را با توجه به فرمول (۵-۷) به شکل زیر به روز نمود:

$$\chi_{k|k} = \Delta\chi_{k|k-1} W_c B_{k|k} + \hat{\chi}_{k|k} \quad (7-7)$$

در جدول (۱-۷) پیاده سازی این فیلتر آمده است.

جدول (۱-۷) : شبه الگوریتم New-UKF

- شرایط اولیه را به شکل زیر محاسبه کنید:

$$\hat{x}_0 = E[x_0], \quad S_{x_0} = \text{Chol} \left\{ E \left[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T \right] \right\}$$

$$\hat{x}_0^a = E[x_0^a] = \begin{bmatrix} \hat{x}_0^T & \bar{w}_0^T & \bar{v}_0^T \end{bmatrix}^T$$

$$S_a = \begin{bmatrix} S_{x_k} & 0 & 0 \\ 0 & S_{Q_k} & 0 \\ 0 & 0 & U_{R,k} \end{bmatrix},$$

$$\chi_t^a = \begin{bmatrix} \hat{x}_t^a & \hat{x}_t^a + \gamma S_{x_t}^a & \hat{x}_t^a - \gamma S_{x_t}^a \end{bmatrix},$$

$$\chi_{x_0}^a = \chi_t^a(1:n_x,:), \quad \chi_{wv}^a = \chi_t^a(n_x+1:n_a,:)$$

- برای $k=1, \dots, \infty$

۱- قرار دهید $t=k-1$

۲- نقطه سیگما را به شکل زیر مونتاژ کنید

$$\chi_t^a = \begin{bmatrix} \chi_{x_t} \\ \chi_{wv} \end{bmatrix}$$

۳- سیستم را به شکل زیر پیشگوئی کنید:

$$\chi_{k|t}^x = f(\chi_t^x, u_t, \chi_t^w)$$

$$\hat{\chi}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^m \chi_{i,k|t}^x$$

$$\hat{\chi}_{k|t} = [\hat{\chi}_k^- \quad \hat{\chi}_k^- \quad \dots \quad \hat{\chi}_k^-]$$

$$\Delta \chi_{k|t} = \chi_{k|t}^x - \hat{\chi}_{k|t}$$

۴- اندازه گیریها را با الگوریتم زیر به روز رسانید.

- برای $j = 1, \dots, n_y$ معادلات اندازه گیری را به روز کنید:

$$Y_{k|t} = h(\chi_{k|t}) + \chi_i^y$$

$$y_k^- = \sum_{i=0}^{2L} w_i^m Y_{i,k|t}$$

$$Y_k = [y_k \quad y_k \quad \dots \quad y_k]$$

$$\Delta Y_{k|t} = Y_k - Y_{k|t}$$

$$P_{y_k y_k} = \Delta Y_{k|t} W_c \Delta Y_{k|t}^T$$

$$P_{x_k y_k} = \Delta \chi_{k|t} W_c \Delta Y_{k|t}^T$$

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1}$$

$$\hat{\chi}_{k|k} = \hat{\chi}_{k|k}^- + K_k (y_k - y_{k|t}^-)$$

$$\hat{\chi}_{k|k} = [\hat{\chi}_{k|k} \quad \hat{\chi}_{k|k} \quad \dots \quad \hat{\chi}_{k|k}]$$

فاکتور سازی جدید را انجام دهید:

$$B_{k|k} = New_factor \left(W_c^{-1} - (P_{y_k y_k})^{-1} \Delta Y_{k|k-1}^T \Delta Y_{k|k-1} \right)$$

نقاط سیگما را به صورت زیر به روز رسانید:

$$\chi_{k|k} = \Delta \chi_{k|k-1} W_c B_{k|k} + \hat{\chi}_{k|k}$$

به تعداد اندازه گیریها معادلات اندازه گیری تکرار شود.

۵- قرار دهید: $\chi_{x_i} = \chi_{k|k}$ و به مرحله ۱ بروید.

۲-۷: تشریح نرم افزار شبیه سازی

این نرم افزار ابتدا به طور کامل دینامیک موشک کروز را با ورودیهای تراست، زوایای بالکهای کنترلی و اغتشاشات باد با در نظر گرفتن کروییت زمین و سرعت دورانی زمین شبیه سازی می کند. شکل (۷-۱) این نرم افزار را نشان می دهد. بلوکهای به کار رفته در این شبیه سازی و وظایف هر کدام به شکل زیر می باشند:

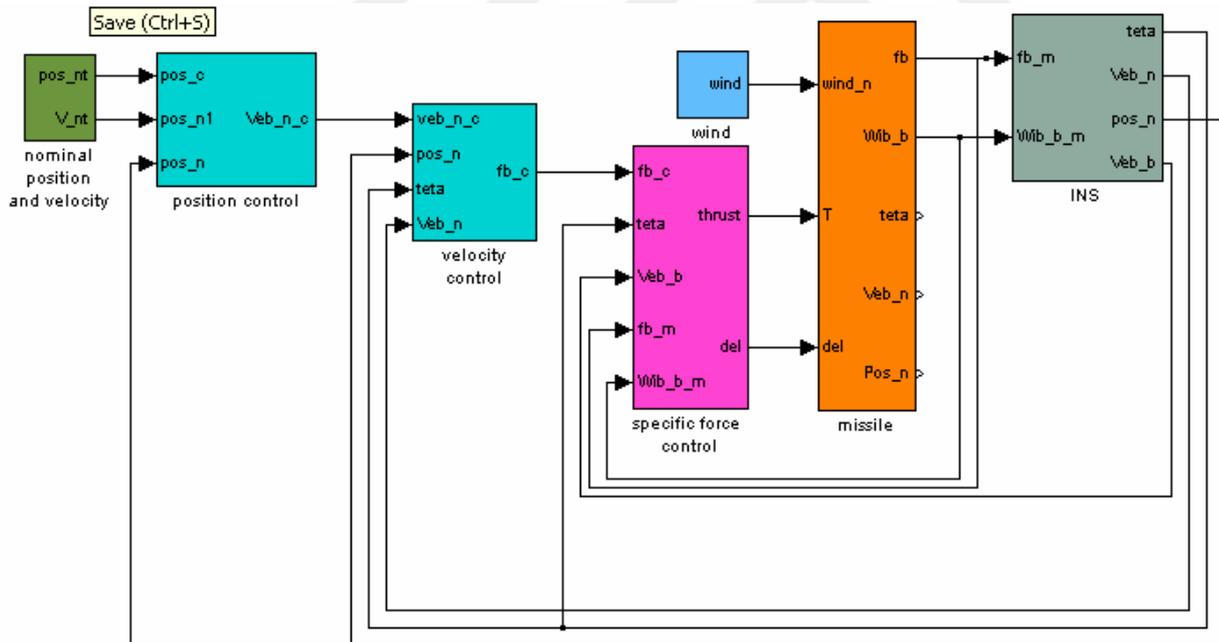
بلوک missile: این بلوک دینامیک موشک را شبیه سازی می کند.

بلوک Specific force control: کنترلر نیروهای مخصوص در دستگاه بدنی است.

بلوک Velocity control: کنترلر سرعت نسبت به زمین در دستگاه ناوبری است.

بلوک Position control: کنترلر موقعیت می باشد.

بلوک Nominal Position and velocity: مولد مسیر نامی و سرعت بر روی مسیر نامی با استفاده از نقاط مسیرهها.



شکل (۷-۱): بلوک دیاگرام شبیه ساز مسیر

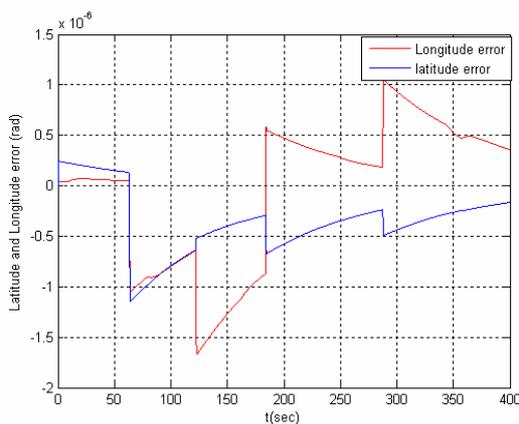
این نرم افزار برای کنترل مسیر از روش LQR برای کنترل شتابهای مخصوص و از روش دینامیک معکوس برای کنترل سرعت و موقعیت استفاده می‌کند. لازم به توضیح است که برای شبیه سازی مستقیم به صورت حلقه بسته سیستم ناوبری اینرسی به صورت ایده ال فرض گردیده است. زیرا هدف از شبیه سازی ، تولید مسیر نامی برای ارزیابی سیستم ناوبری است.

۳-۷: مسیر نامی استفاده

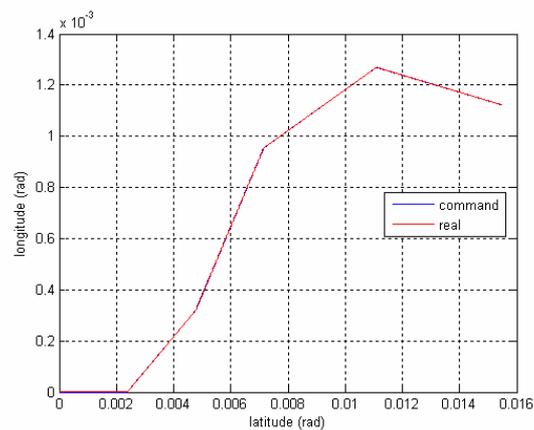
نقاط عبور موشک به صورت زیر تعریف می‌شوند:

جدول (۲-۷): تعریف نقاط عبور

نقاط Way Point	عرض جغرافیائی (رادیان)	طول جغرافیائی (رادیان)	ارتفاع (متر)	سرعت (متر بر ثانیه)
1	0	0	2000	250
2	$15 \cdot 1000 / 6,3e6$	0	1000	240
3	$30 \cdot 1000 / 6,3e6$	$2 \cdot 1000 / 6,3e6$	1500	260
4	$45 \cdot 1000 / 6,3e6$	$6 \cdot 1000 / 6,3e6$	500	255
5	$70 \cdot 1000 / 6,3e6$	$8 \cdot 1000 / 6,3e6$	1000	245
6	$100 \cdot 1000 / 6,3e6$	$7 \cdot 1000 / 6,3e6$	2000	250

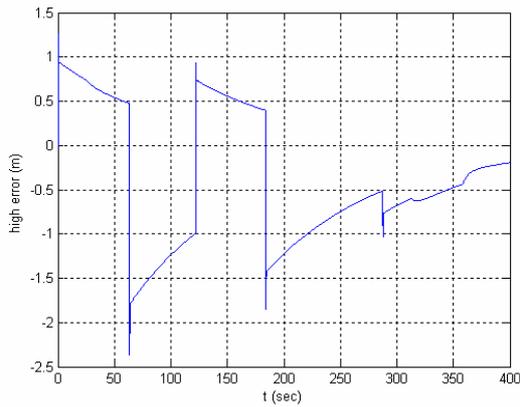


شکل (۳-۷): خطای کنترلی طول و عرض جغرافیائی

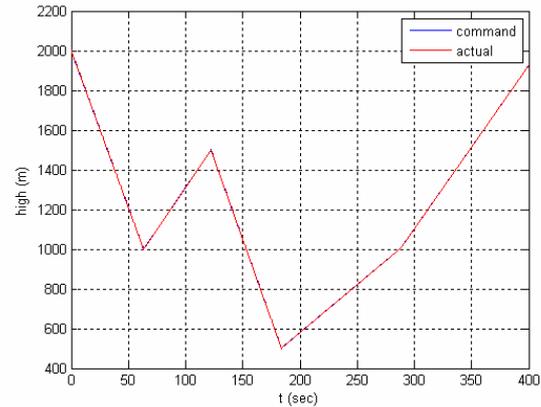


شکل (۲-۷): مسیر فرمان و مسیر واقعی (طول و عرض جغرافیائی)

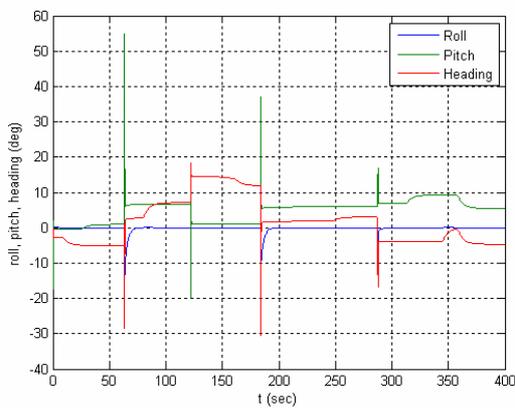
در شکل (۲-۷) طول و عرض جغرافیائی فرمان داده شده و اجرا شده نشان داده شده است. همچنین در شکل (۳-۷) خطای طول و عرض جغرافیائی نشان داده شده است این خطا در اثر وجود خطاهای کنترلی با فرض سیستم ناوبری ایده ال بدست آمده اند.



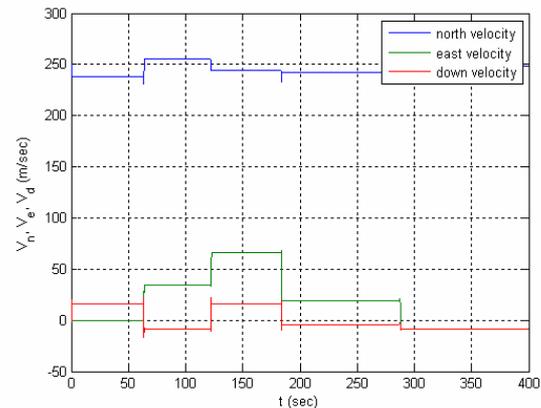
شکل (۵-۷): خطای کنترلی ارتفاع



شکل (۴-۷): ارتفاع فرمان و ارتفاع واقعی

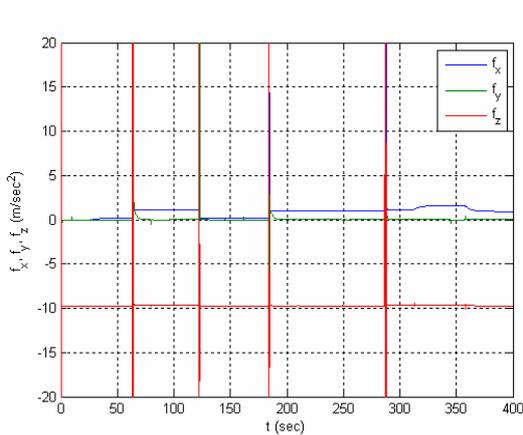


شکل (۷-۷): زوایای رول، پیچ و سمت

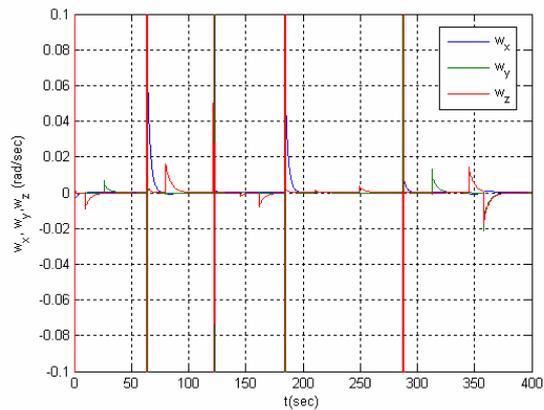


شکل (۶-۷): سرعت در جهت شمال، شرق و پایین

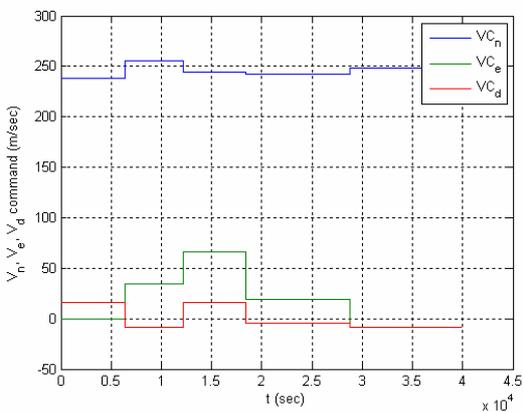
در شکل (۷-۴) و (۷-۵) ارتفاع فرمان داده شده و ارتفاع اجرا شده توسط موشک نشان داده شده است. در شکل (۷-۶) سرعت‌های واقعی موشک در دستگاه ناوبری و در شکل (۷-۷) وضعیت موشک نسبت به دستگاه ناوبری نشان داده شده است.



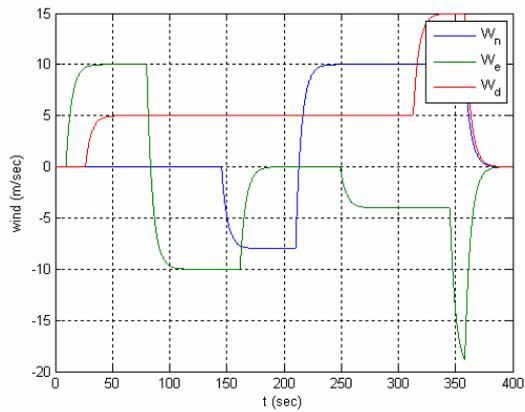
شکل (۷-۹): شتابهای مخصوص در دستگاه بدنی



شکل (۷-۸): سرعت‌های زاویه‌ای موشک نسبت به اینرسی در دستگاه بدنی



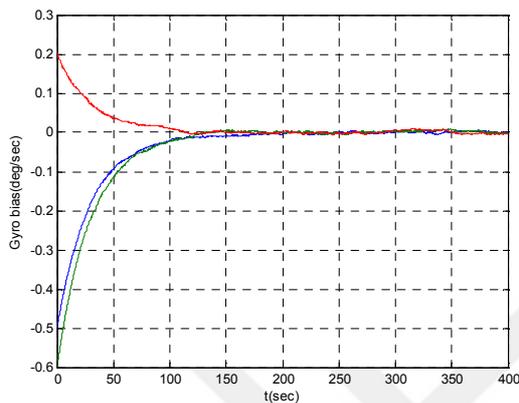
شکل (۷-۱۱): سرعت فرمان در جهت شمال، شرق و پایین



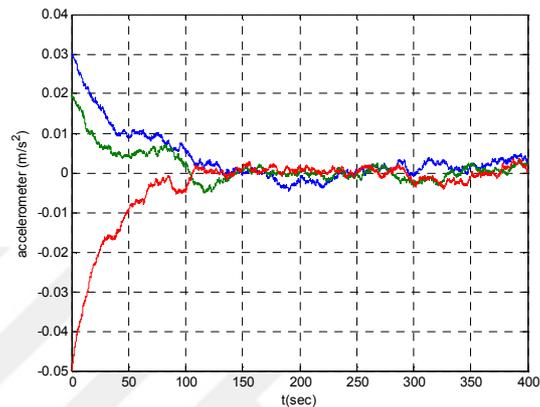
شکل (۷-۱۰): سرعت باد در جهت شمال، شرق و پایین

در شکل (۷-۸) سرعت‌های زاویه‌ای موشک نسبت به دستگاه اینرسی که توسط ژيروسکوپهای ایده آل اندازه‌گیری می‌شوند و در شکل (۷-۹) شتابهای مخصوص که توسط شتابسنجهای ایده آل اندازه‌گیری

می‌شوند، نشان داده شده اند. همچنین در شکل (۷-۱۰) سرعت باد در راستای شمال و شرق و پایین آمده است که نشان می‌دهد باد در طول زمان در جهات مختلفی وزیده است. در شکل (۷-۱۱) نیز سرعت محاسبه شده بر روی مسیر بدست آمده از نقاط مسیره آمده است.



شکل (۷-۱۳): سرعت فرمان در جهت شمال، شرق و پایین



شکل (۷-۱۲): بایاس واقعی شتابسنجها

در شکل‌های (۷-۱۲) و (۷-۱۳) بایاسهای واقعی شتابسنجها و ژيروسکوپها آمده اند.

۷-۴: پارامترهای شبیه سازی

مدل خطا برای شتابسنجها و ژيروسکوپها مدل گاوس مارکف مرتبه اول در نظر گرفته شده و مدل خطا برای بقیه سنسورها (GPS، Magnetometer و Altimeter) به صورت نویز سفید که به خروجی سنسورها اضافه می‌شود. شرایط اولیه نیز به صورت یک مقدار اولیه با توزیع گوسی و انحراف استاندارد معلوم در نظر گرفته شده اند. پارامترهای سنسورها و شرایط اولیه در جدول (۷-۳) آمده است:

جدول (۷-۳): پارامترهای شبیه سازی

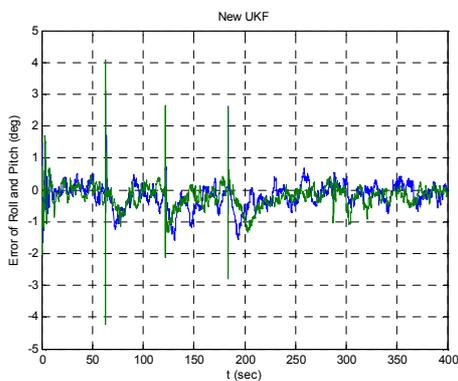
ردیف	عنوان	مقدار	واحد	توضیحات
۱	نویز سفید شتابسنجها	0.05	m/sec^2	انحراف استاندارد
۲	نویز سفید ژيروسکوپها	0.1	deg/sec	انحراف استاندارد
۳	نویز سفید قدم تصادفی شتابسنجها	0.05	$m/sec^2/\sqrt{Hz}$	انحراف استاندارد

ردیف	عنوان	مقدار	واحد	توضیحات
۴	نویز سفید قدم تصادفی ژيروسکوپها	1	$\text{deg/sec}/\sqrt{\text{Hz}}$	انحراف استاندارد
۵	ثابت زمانی ژيروسکوپها و شتابسنجها	30	sec	مقدار واقعی
۶	نویز سفید مگنتومتر	0.06	$\% H_0$	انحراف استاندارد
۷	نویز سفید ارتفاع سنج	5	m	انحراف استاندارد
۸	نویز سفید برای موقعیت GPS	20	m	انحراف استاندارد
۹	مقدار اولیه بایاس شتابسنجها	$\begin{bmatrix} 0.03 \\ 0.02 \\ -0.05 \end{bmatrix}$	m/sec^2	مقدار واقعی
۱۰	مقدار اولیه بایاس ژيروسکوپها	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.6 \\ 0.2 \end{bmatrix}$	deg/sec	مقدار واقعی
۱۱	انحراف شرایط اولیه (رول، پیچ و سمت)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 60 \end{bmatrix}$	deg	انحراف استاندارد
۱۲	انحراف شرایط اولیه (سرعت در جهت شمال، شرق، پائین)	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	m/sec	انحراف استاندارد
۱۳	انحراف شرایط اولیه (طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع)	$\begin{bmatrix} 20 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix}$	m	انحراف استاندارد
۱۴	خطای مقدار اولیه برای فیلتر (رول، پیچ و سمت)	$\begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \\ -60 \end{bmatrix}$	deg	مقدار تخمین
۱۵	خطای مقدار اولیه برای فیلتر (سرعت در جهت شمال، شرق، پائین)	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	m/sec	مقدار تخمین

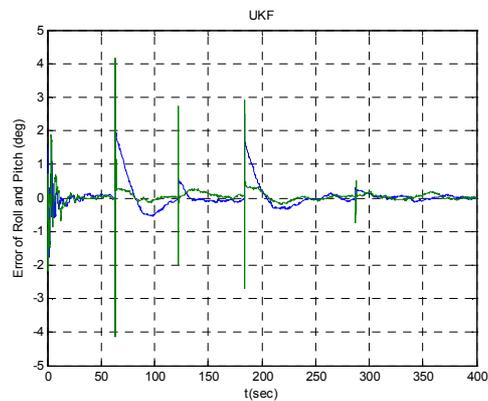
			پائین)	
مقدار تخمین	m	$\begin{bmatrix} 15 \\ -10 \\ 20 \end{bmatrix}$	خطای مقدار اولیه برای فیلتر (طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع)	۱۶
مقدار تخمین	m / sec^2	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	تخمین بایاس اولیه شتابسنجها	۱۷
مقدار تخمین	deg/sec	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	تخمین بایاس اولیه ژيروسکوپها	۱۸
مقدار واقعی	sec	0.01	بازه زمانی حل معادلات	۱۹

۷-۵: شبیه سازی برای مگنتومتر و ارتفاع سنج / GPS/IMU

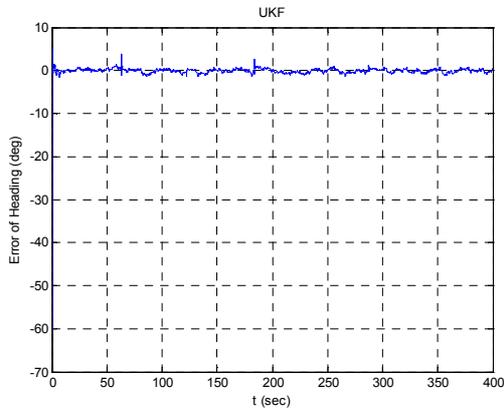
در این شبیه سازی در تمام مدت شبیه سازی تمامی سنسورها در دسترس بوده و داده ها معتبر می باشد.



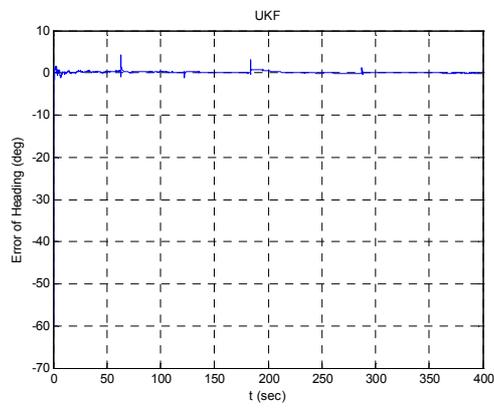
شکل (۷-۱۵): خطای رول و پیچ برای New-UKF



شکل (۷-۱۴): خطای رول و پیچ برای UKF

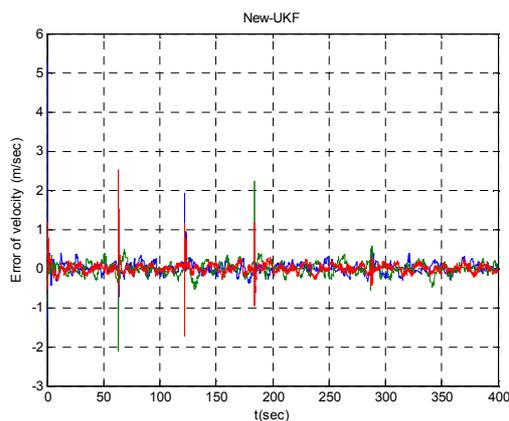


شکل (۷-۱۷): خطای سمت برای New-UKF

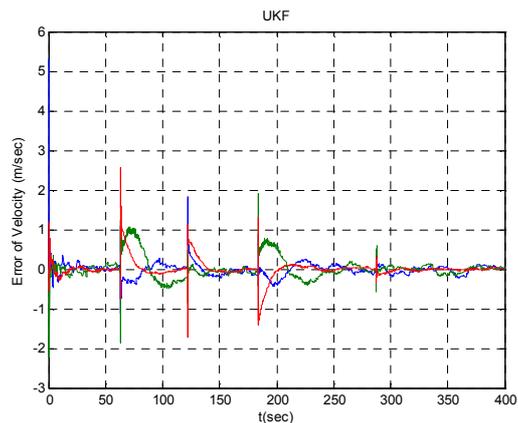


شکل (۷-۱۶): خطای سمت برای UKF

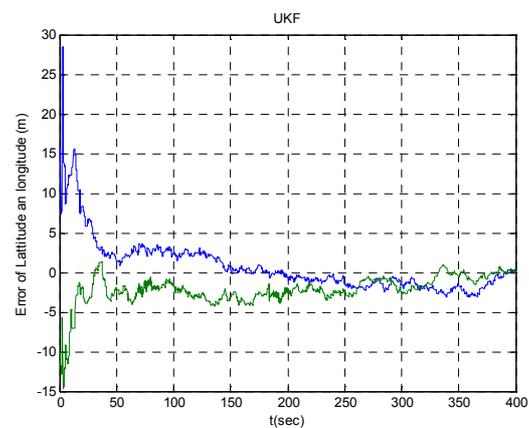
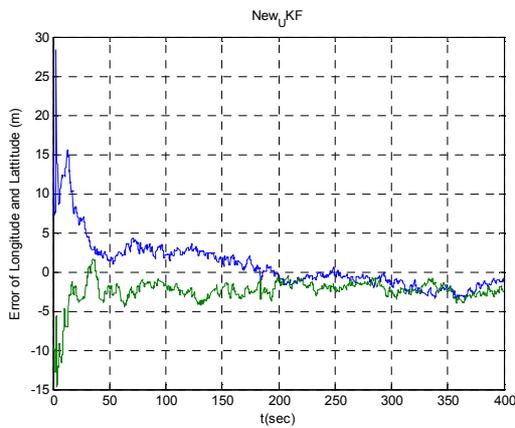
در شکل‌های (۷-۱۴) و (۷-۱۵) خطای رول و پیچ برای دو نوع فیلتر UKF و New-UKF دیده می‌شود. همچنین خطای زاویه سمت برای این دو فیلتر در شکل‌های (۷-۱۶) و (۷-۱۷) دیده می‌شوند. دیده می‌شود که خطای وضعیت برای هر دو فیلتر حالت پایداری داشته، ولی خطای فیلتر جدید در مقایسه با فیلتر UKF زیادتر می‌باشد. فیلترها به اندازه کافی مقاوم بوده و برای خطای زاویه سمت به اندازه ۶۰ درجه نیز پایداری خود را حفظ نموده‌اند. همانطور که دیده می‌شود، هنگامی که موشک از نقاط مسیر عبور می‌کند، خطای زیاد می‌شود ولی به زودی به حالت پایدار خود رسیده است



شکل (۷-۱۹): خطای سرعتها در دستگاه ناوبری برای New-UKF

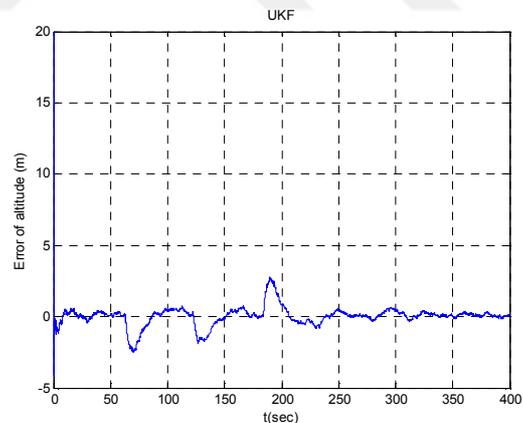
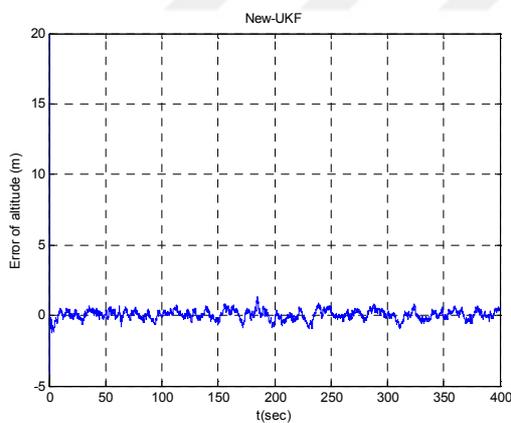


شکل (۷-۱۸): خطای سرعتها در دستگاه ناوبری برای UKF



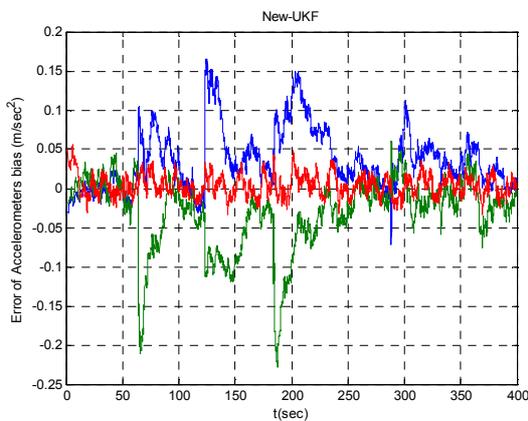
شکل (۲۰-۷): خطای طول و عرض جغرافیائی برای UKF
 شکل (۲۱-۷): خطای طول و عرض جغرافیائی برای New-UKF

در شکل‌های (۱۸-۷) و (۱۹-۷) خطای سرعت موشک نسبت به زمین در دستگاه جغرافیائی (ناوبری) دیده می‌شود. همچنانکه از این شکلها پیداست فیلتر جدید دارای خطای نویزی تری بوده ولی نرمتر می‌باشد. در شکل‌های (۲۰-۷) و (۲۱-۷) خطای طول و عرض جغرافیائی بر حسب متر دیده می‌شوند که رفتاری بسیار شبیه به هم دارند.

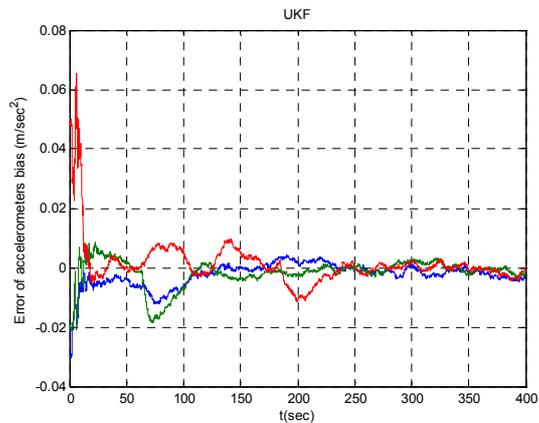


شکل (۲۳-۷): خطای ارتفاع برای New-UKF

شکل (۲۲-۷): خطای ارتفاع برای UKF

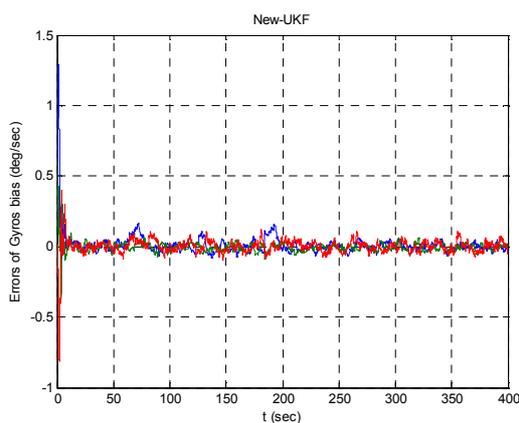


شکل (۲۵-۷): خطای تخمین بایاس شتابسنجها برای New-UKF

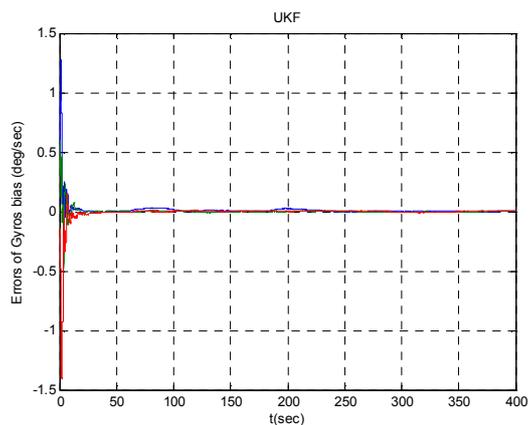


شکل (۲۴-۷): خطای تخمین بایاس شتابسنجها برای UKF

در شکل‌های (۲۲-۷) و (۲۳-۷) خطای ارتفاع برای هر دو فیلتر UKF و New-UKF دیده می‌شوند. همچنانکه از شکل‌ها پیداست خطای فیلتر جدید نویزی‌تر بوده ولی فیلتر UKF حساستر می‌باشد. همچنین در شکل‌های (۲۴-۷) و (۲۵-۷) خطای بایاس‌های تخمین زده شده برای شتاب سنجها توسط دو فیلتر دیده می‌شوند که فیلتر UKF جواب‌های بهتری ارائه نموده است. خطای فیلتر جدید پایدار بوده ولی نسبت به فیلتر UKF زیادت‌ر می‌باشد.

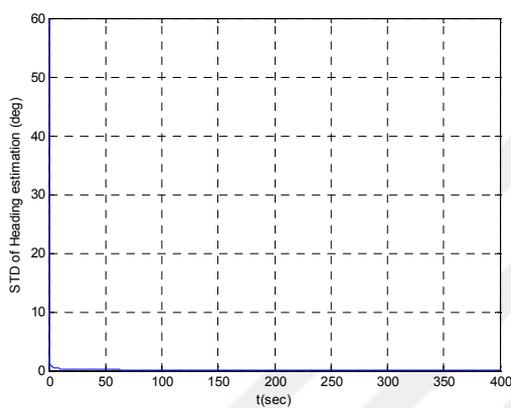


شکل (۲۷-۷): خطای تخمین بایاس شتابسنجها برای New-UKF

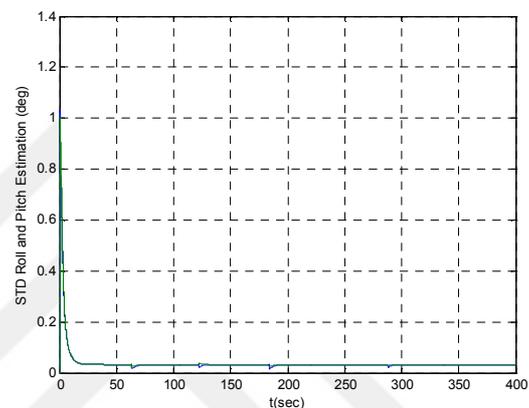


شکل (۲۶-۷): خطای تخمین بایاس شتابسنجها برای UKF

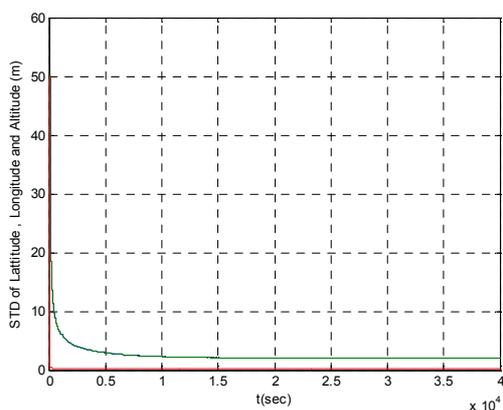
در شکل‌های (۲۶-۷) و (۲۷-۷) خطای تخمین بایاس ژيروسکوپها دیده می‌شوند. دیده می‌شود که فیلتر UKF دارای خطای کمتر می‌باشد و فیلتر New-UKF خطای نویزی‌تر و بیشتری، نسبت به فیلتر UKF دارد. در زیر نیز برای نشان دادن انحراف استاندارد تخمین زده شده توسط فیلتر UKF و پایداری آن گرافهای آن ارائه می‌گردد. باید توجه نمود که چون فیلتر New-UKF دارای ماتریس کواریانس خطا نمی‌باشد، بنابراین در پایین انحراف استاندارد تخمین زده شده توسط این فیلتر نیامده است.



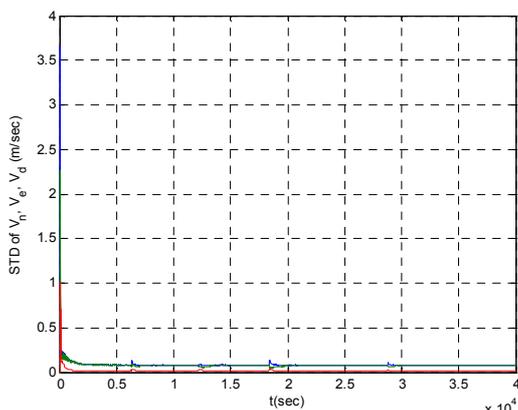
شکل (۲۹-۷): انحراف استاندارد خطای تخمین سمت فیلتر UKF



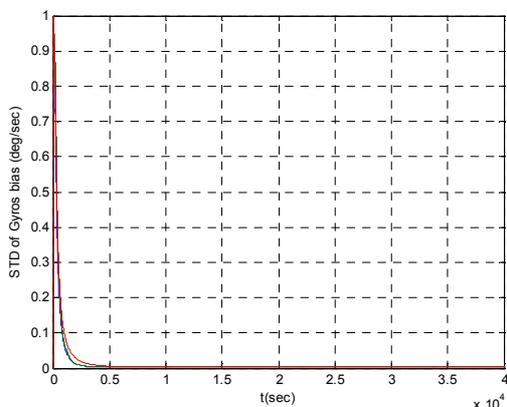
شکل (۲۸-۷): انحراف استاندارد خطای تخمین رول و پیچ فیلتر UKF



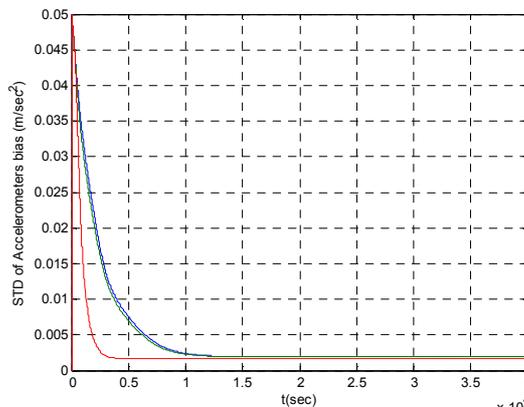
شکل (۳۱-۷): انحراف استاندارد خطای طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع فیلتر UKF



شکل (۳۰-۷): انحراف استاندارد خطای سرعت در راستای شمال، شرق، قائم توسط فیلتر UKF



شکل (۷-۳۳): انحراف استاندارد خطای بایاس ژيروسکوپها توسط فیلتر UKF



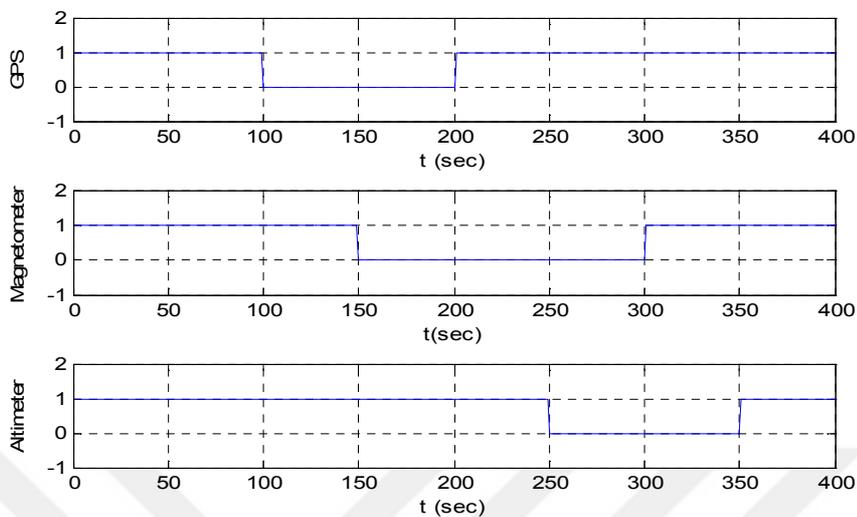
شکل (۷-۳۲): انحراف استاندارد خطای بایاس شتابسنجها توسط فیلتر UKF

همانطور که از شکل‌های (۷-۲۸) تا (۷-۳۳) دیده می‌شود، انحراف استاندارد تخمین زده شده برای خطای تخمین حالت‌های سیستم همگی حالت پایدار داشته و در رنج خطاهای دیده شده در گرافها می‌باشند. بنابراین می‌توان گفت که سیستم به صورت نرمال کار نموده و خطاهای نرمالی دارد.

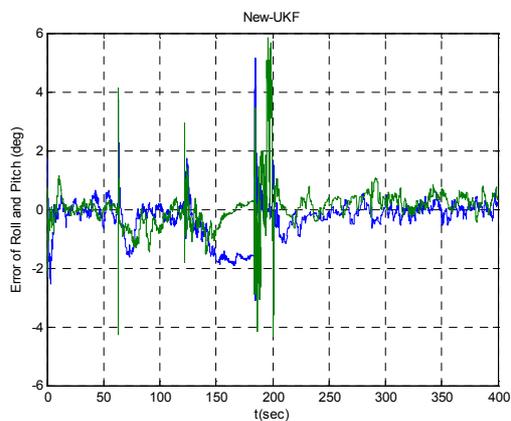
۷-۶: بررسی مقاوم بودن الگوریتم به قطع شدن اطلاعات سنسورها

در اینجا شبیه‌سازی‌هایی به منظور ارزیابی الگوریتم‌های طراحی شده در مقابل نبودن اطلاعات سنسورها انجام شده است. برای این شبیه‌سازیها قطع بودن و یا وصل بودن سنسورها با علامت ۰ و ۱ نشان داده شده‌اند. در شکل (۷-۳۴) نحوه قطع و وصل بودن GPS و مگنتومتر و ارتفاع سنج نشان داده شده است. باید توجه نمود که در تمامی مراحل IMU در حال کار می‌باشد.

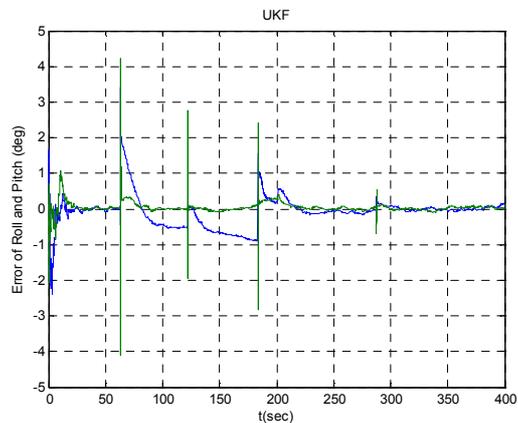
در حقیقت GPS به مدت ۱۰۰ ثانیه بین ثانیه صدم و دوایستم قطع بوده و مگنتومتر به مدت ۱۵۰ ثانیه بین زمانهای ثانیه صد و پنجاهم و سی‌صدم قطع بوده و ارتفاع سنج به مدت ۱۰۰ ثانیه از ثانیه دویست و پنجاهم تا سی‌صد و پنجاهم قطع بوده است و در زمانهای دیگر همگی سیستم‌های کمک ناوبری و IMU کار کرده‌اند.



شکل (۷-۳۴): زمان‌های قطع و وصل بودن سیستم‌های کمک ناوبری

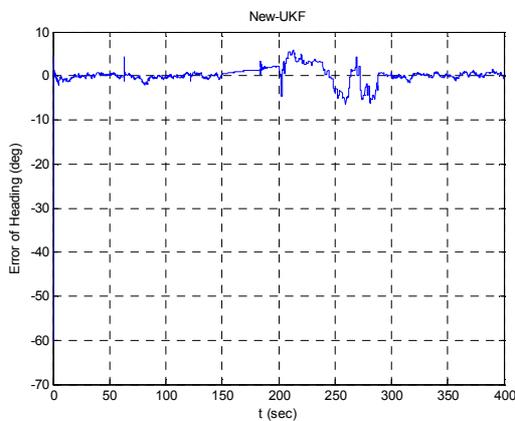


شکل (۷-۳۶): خطای رول و پیچ برای New-UKF

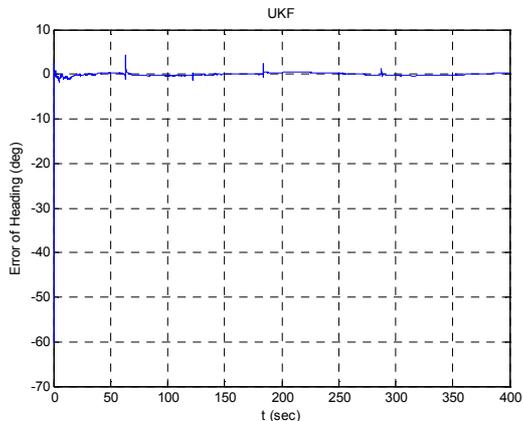


شکل (۷-۳۵): خطای رول و پیچ برای UKF

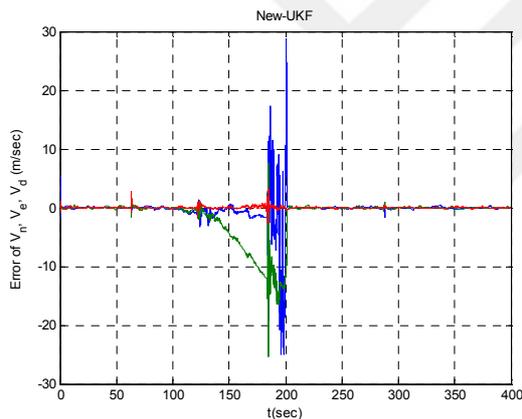
از شکل‌های بالا معلوم است زمانی که مگنتومتر نیست، خطاهای وضعیت بزرگ بوده و بعد از آمدن اطلاعات از تمامی سنسورها اطلاعات وضعیت بهبود قابل توجهی پیدا می‌کند.



شکل (۷-۳۸): خطای سمت برای New-UKF

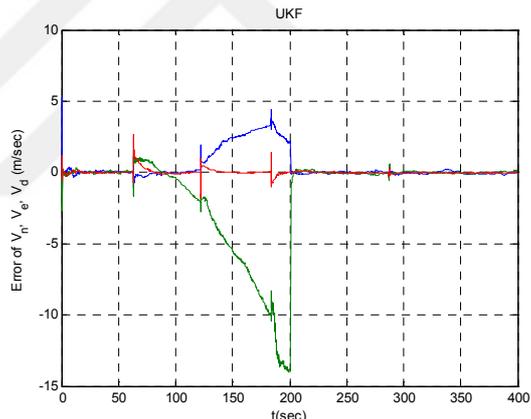


شکل (۷-۳۷): خطای سمت برای UKF



شکل (۷-۴۰): خطای سرعتها در دستگاه ناوبری

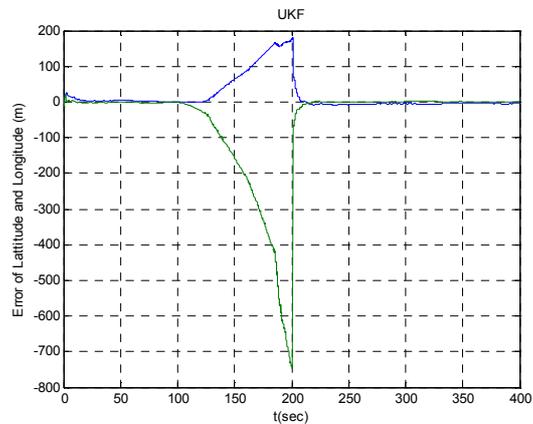
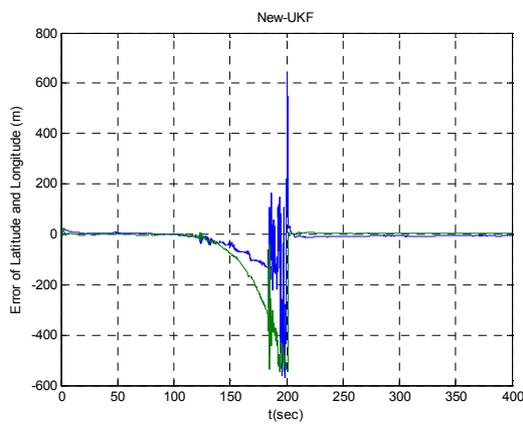
برای New-UKF



شکل (۷-۳۹): خطای سرعتها در دستگاه ناوبری

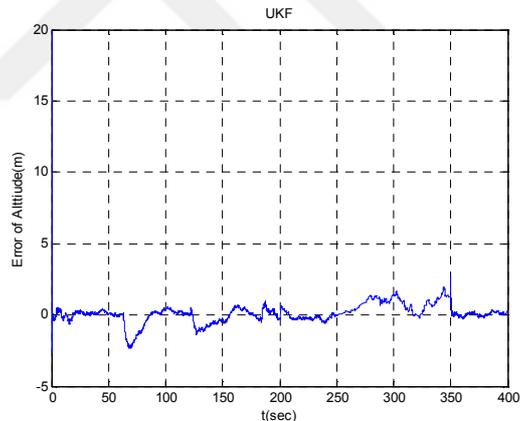
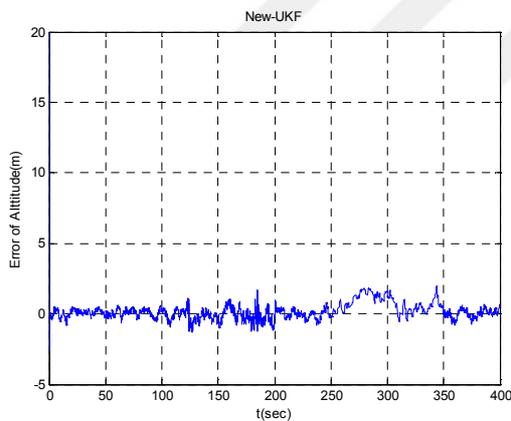
برای UKF

از شکل (۷-۳۸) دیده می‌شود زمانی که اطلاعات مگنٹومتر قطع می‌باشد، خطای سمت بسیار زیاد شده و بعد از وصل شدن آن خطا کمتر می‌باشد. همچنین هردو فیلتر توانسته‌اند مقدار خطای بزرگ اولیه سمت را کم کنند. همچنین زمانی که اطلاعات GPS در دسترس نبوده، خطای سرعتها رشد قبل ملاحظه‌ای داشته است. ولی به دلیل وجود ارتفاع سنج خطای سرعت قائم کمتر از بقیه بوده است.



شکل (۷-۴۲): خطای طول و عرض جغرافیائی برای New-UKF

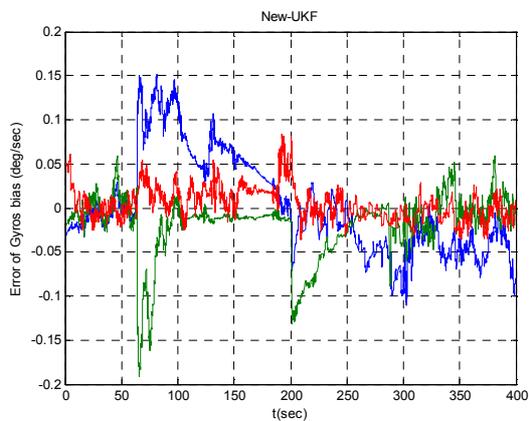
شکل (۷-۴۱): خطای طول و عرض جغرافیائی برای UKF



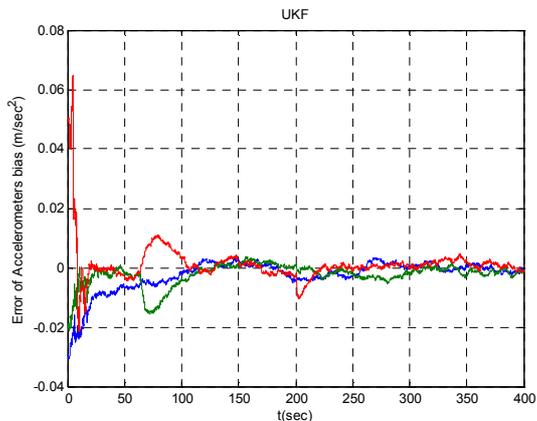
شکل (۷-۴۴): خطای ارتفاع برای New-UKF

شکل (۷-۴۳): خطای ارتفاع برای UKF

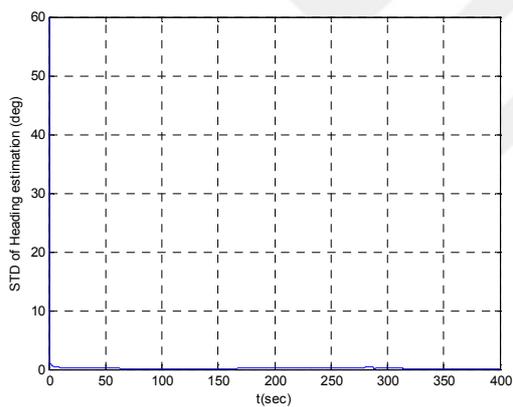
همچنین دیده می‌شود زمانی که GPS نیست، خطای موقعیتها (طول و عرض جغرافیائی) رشد قابل ملاحظه‌ای داشته و در تمامی موارد خطای فیلتر جدید زیادتر از فیلتر استاندارد UKF می‌باشد. همچنین خطای ارتفاع تقریباً در تمامی موارد ثابت می‌باشد. زیرا همیشه سنسوری که ارتفاع را اندازه‌گیری کند، موجود بوده‌است.



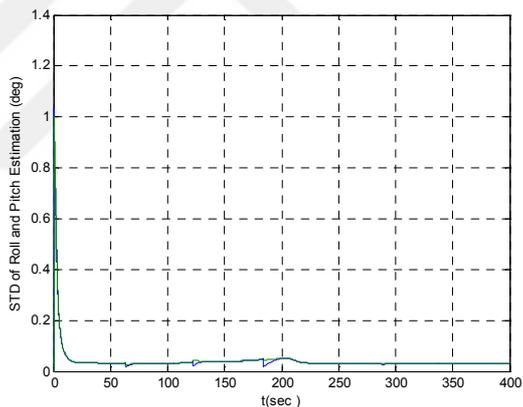
شکل (۷-۴۶): خطای تخمین بایاس شتابسنجها
برای New-UKF



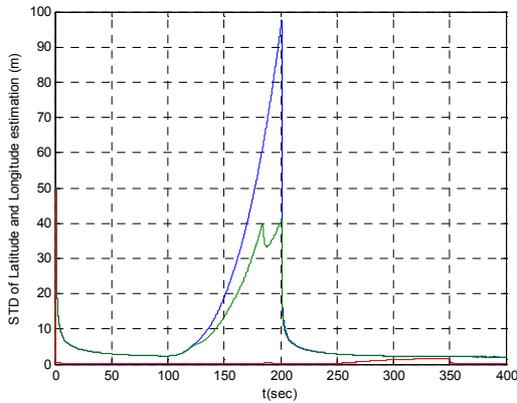
شکل (۷-۴۵): خطای تخمین بایاس شتابسنجها
برای UKF



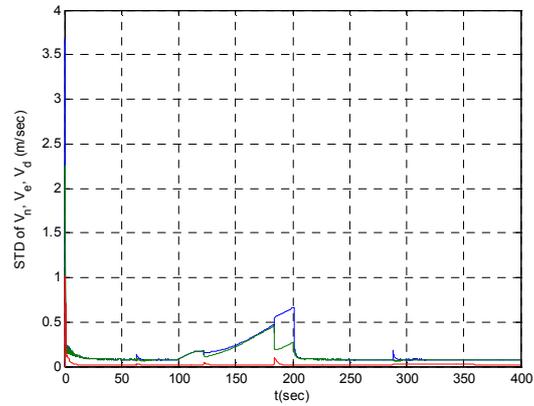
شکل (۷-۴۸): انحراف استاندارد خطای تخمین
سمت فیلتر UKF



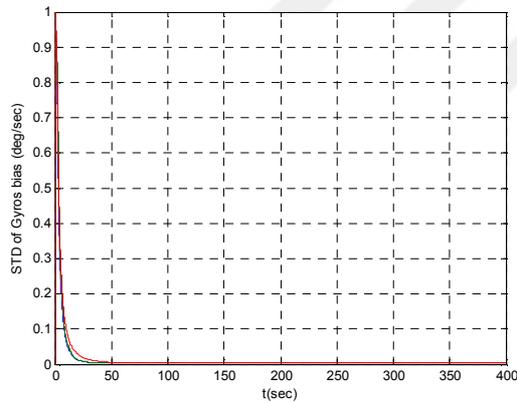
شکل (۷-۴۷): انحراف استاندارد خطای تخمین رول
و پیچ فیلتر UKF



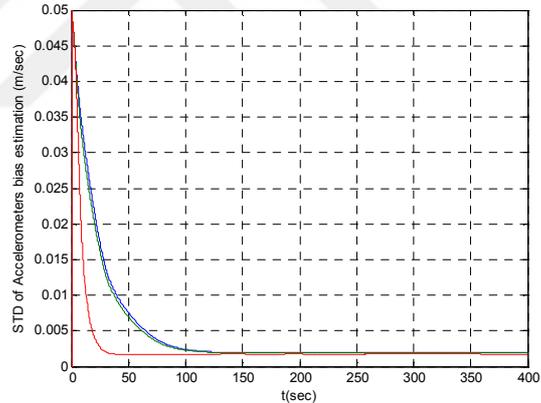
شکل (۷-۵۰): انحراف استاندارد خطای طول و عرض جغرافیائی و ارتفاع فیلتر UKF



شکل (۷-۴۹): انحراف استاندارد خطای سرعت در راستای شمال، شرق، قائم توسط فیلتر UKF



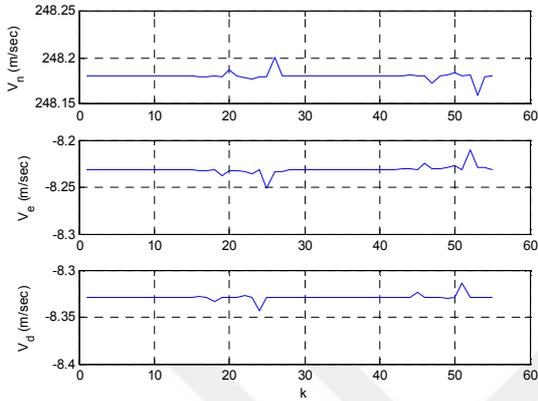
شکل (۷-۵۲): انحراف استاندارد خطای بایاس ژيروسکوپها توسط فیلتر UKF



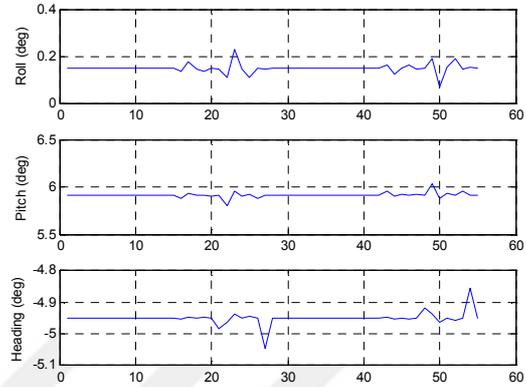
شکل (۷-۵۱): انحراف استاندارد خطای بایاس شتابسنجها توسط فیلتر UKF

در شکل‌های بالا زمانی که GPS در دسترس نبوده مقدار کواریانسهای موقعیتها و سرعتها روند رشد بیشتری به خود گرفته و بعد از وصل شدن GPS این روند محدود شده است. همچنین زمانی که مگنومتر و یا GPS نبوده‌اند، انحراف استاندارد خطای وضعیت افزایش زیادی کرده است.

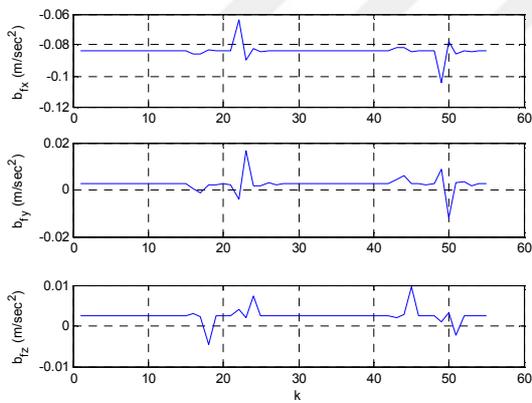
برای نشان دادن نحوه ذخیره نمودن اطلاعات کواریانس در فیلتر جدید، نقاط سیگمای موجود برای $t = 400 \text{ sec}$ در زیر رسم گردیده‌اند.



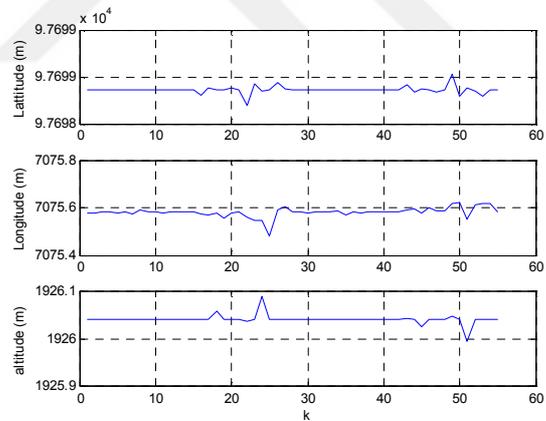
شکل (۷-۵۴): نقاط سیگما برای سرعت



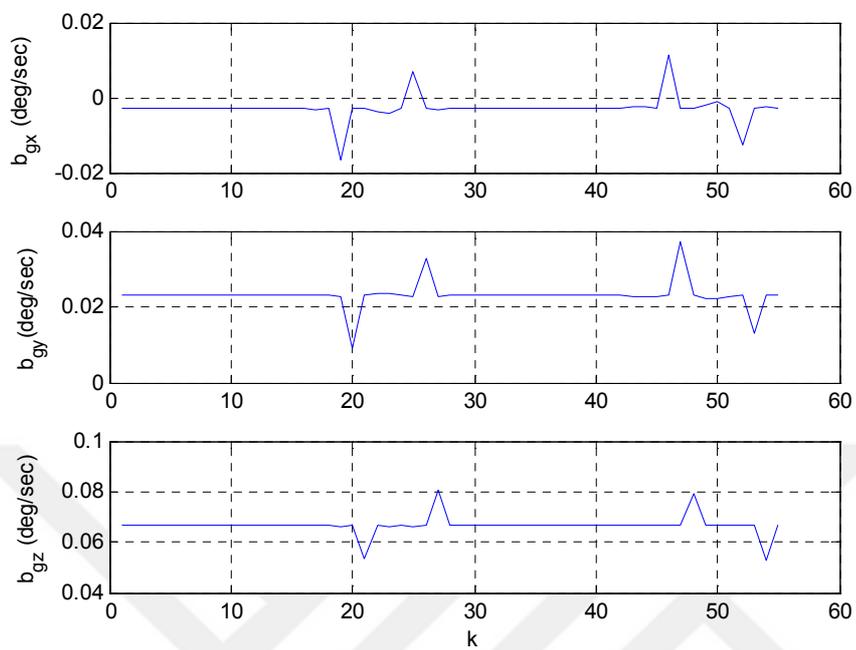
شکل (۷-۵۳): نقاط سیگما برای وضعیت



شکل (۷-۵۶): نقاط سیگما بایاس شتابسنجها



شکل (۷-۵۵): نقاط سیگما برای موقعیت



شکل (۷-۵۷): نقاط سیگما برای بایاس ژيروسکوپها

فصل هشتم

نتیجه گیری و پیشنهادات

نیکوترین عادت تفکر است و حکمت و دانش زائیده تفکر می باشد.

حضرت علی "ع"

۸-۱: خلاصه

در این پایان نامه سیستمهای ناوبری اینرسی، سیستمهای ناوبری تلفیقی و الگوریتمهای به کار رفته در آنها بررسی شد و الگوریتم هایی برای رسیدن به کیفیت های بهتر توسعه داده شد. این پایان نامه شامل هشت فصل بود که فصل اول آن مربوط به مقدمه ای بر سیستمهای ناوبری و کارهای انجام گرفته در آن می باشد. در ادامه به تاریخچه توسعه انواع فیلترها و الگوریتمهای ناوبری پرداخته شده است. این تاریخچه به طور وسیعی مراحل رشد فیلترهای مختلف، روشهای فاکتور سازی آنها، تطبیق این فیلترها نسبت به پارامترهای نویز و یا سیستم را شامل می شود. همچنین فیلترهایی که در دهه اخیر تحت عنوان فیلترهای غیرخطی توسعه پیدا کرده اند در بحث فوق آمده است.

در فصل دوم به اصول ناوبری اینرسی از جمله، الگوریتمهای مختلف برای نشان دادن وضعیت و تبدیلات آنها به هم، دستگاههای مختلف که در سیستمهای ناوبری استفاده می شوند، معادلات ناوبری و سیستمهای کمک ناوبری پرداخته شده است. در اینجا مدل سازی چند سیستم کمک ناوبری که از همه کاربرد بیشتری دارند آمده است، که از جمله آنها می توان به GPS، ارتفاع سنج، قطب نما، سرعت سنج و ... اشاره نمود. در اینجا از پرداختن به

جزئیات این سیستمها خودداری شده است اما نحوه استفاده از آنها در سیستمهای ناوبری تلفیقی بیان شده است.

در فصل سوم به مدل سازی خطا در سنسورهای اینرسی و سیستمهای ناوبری اینرسی و نحوه مدل سازی ریاضی آنها پرداخته شده است. در اینجا بیشتر از دیدگاه مدل سازی تصادفی خطا که در حقیقت مقدار خطائی که قابل جبران سازی نیست به مسئله نگاه شده است. فرض شده که خطاهای تکرارپذیر سنسورها در آزمایشگاه توسط روشهای کالیبراسیون حذف و مدل سازی خطا در IMU به صورت ماتریسی پرداخته شده است. در ادامه مدل سازیهای برای آنالیز خطا در سیستمهای ناوبری اینرسی آمده است. در پایان نیز به مدل‌های خطا با زاویه سمت زیاد اشاره شده که امروزه در سیستمهای ارزان قیمت کاربرد دارند.

فصل چهارم تخمین دو ممان اول آماری (میانگین و کواریانس) برای تبدیلات خطی با تقریب حداقل مرتبه دوم است. با استفاده از این تبدیلات فیلتر غیر خطی UKF برای پروسه‌های دینامیکی غیرخطی آمده است. سپس به روشهای فاکتورسازی این فیلتر پرداخته شده است که ابتدا به روش ون دو مرو پرداخته و آنگاه به دلیل نقاط ضعفی که این فیلتر داشته، دو روش دیگر فاکتورسازی با عنوانهای SSR-UKF و UD-UKF توسط نویسنده توسعه داده شده است. این فیلترها در مقایسه با فیلتر UKF استاندارد و تنها روش ارائه شده ون دو مرو عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند. نهایتاً در این فصل یک فیلتر تطبیقی برای تخمین ورودی‌های نامعلوم با استفاده از باقیمانده‌های اندازه‌گیری برای UKF توسعه داده شده است. این فیلتر برای تخمین شتابهای نامعلوم در فصل بعدی برای استفاده در AHRS به کار گرفته شده است.

فصل پنجم سیستمهای تعیین وضعیت و نقاط ضعف آنها است. ابتدا روشهای سنتی که شامل ژيروسکوپهای ورتیکال و دایرکشنال بودند توضیح داده شد و نقاط ضعف آنها بیان گردید. سپس به روشهای تعیین وضعیت معمول در سیستمهای استراپ داوون خصوصاً با سنسورهای MEMS پرداخته شد و طریقه محاسبه زوایای رول و پیچ با استفاده از خروجیهای ژيروسکوپها و شتابسنجها پرداخته شد و فیلتر مخصوص تلفیق اطلاعات این خروجیها با استفاده از فضای فرکانسی بیان گردید. این روش برای تلفیق اطلاعات IMU و مگنتومتر توسعه داده شده و به نقاط ضعف این سیستمها که همانا وجود شتاب بیش از شتاب کروم است به عنوان بزرگترین منبع خطا اشاره شد. در این پایان نامه روشهای مختلفی برای مقابله با شتابهای اضافه بر کروم بیان گردید. روشهایی مانند مقاوم سازی الگوریتم ژيروسکوپهای ورتیکال در مقابل شتاب، استفاده از ارتفاع سنج برای تخمین شتاب قائم، و استفاده از فیلترهای تطبیقی برای اینکار توسط نویسنده به کار رفته است. در انتهای فصل به روش دو مرحله‌ای کالیبراسیون مستقل از وضعیت برای مگنتومتر بیان شد و این الگوریتم برای در بر گرفتن خطاهای نصب توسط نویسنده توسعه داده شد.

در فصل ششم دیدگاهی جدید به معادلات ناوبری صورت گرفت. در اینجا ابتدا به روش تبدیل بردارها توسط کوآترینینها اشاره گردید، سپس نحوه تبدیل معادلات غیرخطی مشاهدات بردار توسط کوآترینینها به معادله اندازه‌گیری خطی اشاره گردید. در حقیقت نگاشتی برای خطی نمودن معادله اندازه‌گیری مشاهدات بردار معرفی

گردید که می‌توانست معادله اندازه‌گیری غیر خطی را با افزایش بعد و استفاده از تبدیلات کواترنینها به معادلات خطی در محیطهای بدون نویز و به معادلات خطی در محیطهای نویزی تبدیل کند. با این کار، گام مهمی در سیستمهای تعیین وضعیت برداشته شد. زیرا ماهیت خطی معادلات دینامیکی کواترنینها و معادله اندازه‌گیری خطی برای مشاهدات برداری و توسعه فیلتر کواترنین اجازه تخمین بهینه را برای وضعیت فراهم می‌نماید. مشکلات استفاده از کواترنینها و تکینه شدن ماتریس کوارینانس خطای آن در شبیه‌سازیها زمینه را برای توسعه فیلتر کالمن با قید نرم فراهم نمود. حال وجود معادلات شبه خطی برای دینامیک و اندازه‌گیریها توسط کواترنینها زمینه را برای توسعه معادلات خطی در سیستمهای ناوبری فراهم نمود. در اینجا نیز با تبدیلات مختلف توسط کواترنینها معادلات سرعت و موقعیت خطی سازی شد. البته در این خطی‌سازیها چون پارامترهای سرعت و موقعیت که برای هر کدام ۳ پارامتر بودند به ۴ پارامتر توسعه پیدا نمود که البته هر کدام قیدی نیز به سیستم تحمیل نمود. نهایتاً شبیه‌سازیهای برای نشان دادن سودمندی استفاده از معادلات شبه خطی برای وضعیت و معادل بودن معادلات INS خطی و غیر خطی انجام گرفت.

در فصل هفتم این پایان‌نامه ابتدا یک فاکتور بسیار جدید برای فیلتر UKF بدون استفاده از ماتریس کوارینانس خطا ارائه گردیده است. این فیلتر از نقاط سیگما برای ارزیابی کوارینانس بدون محاسبه مستقیم ماتریس کوارینانس استفاده می‌کند. این فیلتر در کاربردهای عملی برای پیاده‌سازی در پردازنده‌های دیجیتال (DSP) بسیار مناسب می‌باشد. زیرا نیازی به فاکتورسازی ماتریس کوارینانس خطا نداشته و به جای آن از نقاط سیگما استفاده نموده و در طول زمان آنها را به روز می‌رساند. به همین دلیل برای نگهداری ماتریس کوارینانس خطای تخمین مخصوصاً کوارینانس خطای تخمین طول و عرض جغرافیائی نیاز به بیت‌های کمتری دارد. همچنین شبیه‌سازیهای برای ارزیابی الگوریتمهای توسعه داده شده در این پایان‌نامه ارائه گردید که حاکی از عملکرد مناسب این فیلتر دارند. همچنین بررسی‌هایی برای قطع شدن داده‌های یک سنسور نیز بررسی شد که نشان داد الگوریتمها در مقابل از دست دادن اطلاعات سنسورها چقدر مقاوم می‌باشند.

۸-۲: نتیجه‌گیری

این پایان‌نامه عمدتاً به توسعه فیلتر غیر خطی UKF که امروزه در اکثر سیستمهای ناوبری ارزان قیمت استفاده می‌شود پرداخت که دقتی بالاتر از EKF دارد. مشابه فیلتر کالمن استاندارد که حساس به خطای گرد نمودن اعداد می‌باشد، این فیلتر نیز برای استفاده در محیطهای عملی که اکثراً با DSP ها انجام می‌شود، نیاز به فاکتورسازی ماتریس کوارینانس خطا دارد تا از دریغتهای آن در طول زمان برای به هم خوردن مثبت-معین بودن ماتریس کوارینانس خطا، جلوگیری کند. تنها فیلتر فاکتورسازی شده، توسط ون دو مرو توسعه داده شده که خود دارای مشکلات زیادی است. از جمله مشکلات آن می‌توان به، به هم خوردن مثبت و معین بودن ماتریس کوارینانس خطا در پروسه Cholupdate و همچنین نیاز به معکوس‌سازی ماتریسی اشاره نمود. دو فیلتر برای حل این مشکل در این پایان‌نامه پیشنهاد شد که عبارتند از: SSR-UKF و UKF-UD. این فیلترها دقیقاً معادل فیلتر UKF بودند با این تفاوت که نسبت به خطاهای گرد نمودن مقاومتر از SR-UKF و همچنین دقت بالاتری

نسبت به UKF داشتند. فیلتر SSR-UKF دارای یک پروسه Choldupdate در پیشگویی سیستم از روی معادله دینامیکی آن است و هنوز باعث افت کارایی فیلتر می‌شد. ولی این فیلتر می‌توانست مشاهدات را به صورت متوالی در تخمین شرکت دهد. حال اینکه SR-UKF بعد از محاسبه گین فیلتر کالمن برای به روز رسانی ماتریس کواریانس خطا به صورت متوالی از یک پروسه Choldupdate استفاده می‌نمود. در این حالت پروسه Choldupdate برای مشاهدات اسکالر بسیار ساده می‌گردید. ولی برای پیشگویی سیستم، ضعف اشاره شده را داشت. به همین دلیل فیلتر UD-UKF برای فائق آمدن بر تمامی مشکلات پیاده سازی UKF ارائه گردید. این فیلتر به طور کامل می‌توانست پروسه Choldupdate را حذف نموده و به جای آن از یک فاکتورسازی پیچیده‌ای بهره‌مند شود که ترکیبی از فاکتورسازی UD و QR بود. همین پروسه برای معادلات اندازه‌گیری نیز توسعه داده شد در اینجا نیز به دلیل اسکالر بودن مشاهدات فاکتورسازی فوق می‌توانست ساده باشد. شبیه سازیها نشان دادند که فیلترهای فوق دقت بالاتری نسبت به فیلترهای قبلی داشتند. در شبیه سازیهای مختلف UKF به دلیل مثبت- معین نماندن ماتریس کواریانس خطا نمی‌توانست نقاط سیگما را تولید کند و عملاً شبیه سازی انجام نمی‌گرفت. فیلتر SR-UKF نیز در بعضی شبیه سازیها نمی‌توانست به همین دلیل پروسه را تا لحظه نهائی ادامه دهد. فیلتر SSR-UKF به ندرت در وسط کار به دلیل مثبت-معین نماندن ماتریسی کواریانس خطا متوقف می‌شد. همچنین در شبیه سازیهای متعدد هرگز چنین وضعی مشاهده نگردید. همچنین فیلتر UKF با فاکتور سازی جدید با نام New-UKF ارائه گردید که می‌توانست تعداد بیت‌های کمتری برای نشان دادن اعداد استفاده نماید که در پیاده سازیهای عملی می‌توانست بسیار مفید باشد.

علاوه بر فیلترهای فوق که برای اولین بار ارائه می‌شد، فیلتر تطبیقی UKF برای در بر گرفتن ورودیهای نامعلوم که عملاً معادلات اندازه‌گیری را غیر قابل استفاده می‌نمود توسعه داده شد. باید توجه نمود که در بلند مدت خطای تخمین ورودیها به بینهایت می‌رفت و سیستم نمی‌توانست به مدت زیادی این کار را ادامه دهد.

همچنین در این پایان نامه روشی برای مقاوم سازی ژيروسکوپ ورتیکال پیشنهاد شد که می‌توانست با مدل سازی تقریبی اتوپایلوت مجموعه برای تخمین شتابها عمل کند. این سیستم شبیه یک فیلتر پایین گذر عمل می‌نمود و می‌توانست شتاب کل که برابر با شتاب مخصوص به علاوه شتاب جاذبه بود را به استفاده از اطلاعات وضعیت تخمین زند. برای اینکار ابتدا دستگاه مختصاتی واسط معرفی می‌شد تا شتاب را فقط در کانال قائم و افق نمایش دهد زیرا برای بردن به دستگاه ناوبری نیاز به زاویه سمت بود که در ژيروسکوپهای ورتیکال در دسترس نبود، بنابراین دینامیک شتابها به این دستگاه منتقل گردید و سیستم توانست مقاومت خوبی در برابر مانورهای شتابدار داشته باشد. سپس برای رفع این مشکل در حرکات شتابدار از ارتفاع سنج استفاده گردید. ولی به دلیل مشاهده پذیری بسیار ضعیف زوایای رول و پیچ از خروجی ارتفاع سنج، نیاز به خطی نمودن معادلات بود تا فیلترها بتوانند حالت بهینگی خود را با دقت زیاد حفظ کنند. استفاده از کوآترینها که معادلات دینامیکی سیستم را خطی می‌نمود، نمی‌توانست معادلات کانال قائم را خطی نگه دارد به همین دلیل از سه پارامتر ماتریس دوران برای نشان دادن زوایای رول و پیچ استفاده شد که می‌توانستند رفتار خطی را برای موقعیت و هم

کانال قائم حفظ کنند. در این شرایط یک قید نیز به فیلتر اضافه می‌گردید که با اضافه نمودن ضریبی از خطای نرمال بودن پارامترها می‌توانست این مشکل را رفع نماید. در این حالت برای خطی ماندن دینامیک کانال سمت از دو پارامتر که مربوط به پارامترهای ماتریس دوران بودند استفاده شد. در این حالت سرعت زاویه‌ای کانال سمت خطی نگردید که مجبور به استفاده از تبدیل Unscented در محاسبه میانگین و واریانس تغییرات یا زاویه سمت شدیم. به هر حال ترکیب ارتفاع‌سنج و مگنتومتر و IMU بهترین ترکیب برای سیستم‌های تعیین وضعیت بود و به طور کامل مشکلات مربوط به حرکات شتابدار را مرتفع می‌نمود. همچنین برای سیستم‌هایی که از ارتفاع‌سنج استفاده نمی‌کردند و می‌بایست ترکیب مگنتومتر و IMU را حفظ کنند فیلتر تطبیقی برای تخمین شتابهای اضافه بر پرواز کروز توسعه داده شد که مشکل شتابها را به صورت کوتاه مدت می‌توانست حل کند به این معنی که با وارد شدن وسیله پرنده در یک مانور شتابها با استفاده از تاریخچه زمانی آنها تخمین زده شده و جبران سازهایی لازم انجام گرفت. این از به روز خطاهای ناگهانی در وضعیت به دلیل وجود شتاب جلوگیری می‌نمود. ولی در بلند مدت نمی‌توانست به دلیل انباشتگی خطاهای وضعیت تخمین شتاب را به خوبی انجام دهد. این کار با برطرف شدن شتاب (مانور)، سریعاً خطای فیلتر برای تخمین شتاب به صفر می‌رسید و دوباره تا شروع مانور بعدی می‌توانست پایداری تخمین شتاب را حفظ کند. چون مرتباً سیستم در حال مانور بود و شتابهای مختلفی در جهات مختلف ایجاد می‌شود فیلتر برای چنین پرنده‌هایی به خوبی می‌تواند جوابگو باشد. ولی اگر پرنده مثلاً به مدت ۱۵ دقیقه در یک جهت وارد مانور شود، قطعاً سیستم خطاهای زیادی پیدا می‌نمود.

همچنین الگوریتم‌هایی برای کالیبراسیون مگنتومترها که به وفور در سیستم‌های تعیین وضعیت استفاده می‌شدند، توسعه داده شد. زیرا کالیبراسیون دقیق مگنتومترها می‌توانست تاثیر زیادی در سیستم‌های تعیین وضعیت داشته باشد و چون برای کالیبراسیون دقیق این تجهیزات نیاز به معلوم بودن وضعیت مگنتومتر بود و مگنتها در کنار سیستم‌های فلزی نمی‌توانستند به خوبی کار کنند بنابراین الگوریتم‌های کالیبراسیون این سنسورها برای در بر گرفتن خطای نصب آنها توسعه داده شد. زیرا پروسه نصب این سنسورها در داخل برد در یک جهت کار دشواری بود که قبلاً باید در مونتاژ این سنسورها بر روی بردها دقت می‌شد که روش ارائه شده در این پایان نامه می‌توانست هم دقت کالیبراسیون را افزایش دهد و هم پارامترهای خطای نصب را نیز شامل شود.

نهایتاً در این پایان نامه استفاده از کواترنینها به کواترنینهای سرعت و موقعیت توسعه داده شد تا بتوان به معادلات خطی نزدیک شد. زیرا برای سیستم‌های خطی حلهای تحلیلی موجود بوده و برای آنها فیلترهای بهینه نیز فراهم می‌باشد. مشکلات موجود عبارت بود از واحد نمادند کواترنینها و عمود نمادند کواترنینها بر کواترنین سرعت و موقعیت. در اینجا فیلتری برای در برگشتن سیستم‌هایی با معادلات شبه خطی توسعه داده شد که برای ترم غیرخطی که به صورت حاصل ضرب یک ماتریس تابع از حالت‌های سیستم به یک بردار نویز ظاهر می‌شد توسعه داده شد. همچنین برای حفظ پایداری فیلتر برای واحد نمادند نرم کواترنینها فیلتر کالمن با قید نرم توسعه داده شد که تلفیق این فیلتر، با فیلتر کواترنینها، فیلتر کالمن کواترنین مقید را تولید نمود که به خوبی می‌توانست در سیستم‌های تعیین وضعیت استفاده شود. شبیه سازهها نشان دادند که سیستم تکینه نبوده و

می‌تواند هم پایداری نرم و هم پایداری فیلتر را حفظ کند. همچنین شبیه‌سازی‌هایی برای اثبات هم ارز بودن معادلات خطی توسعه داده شده برای سیستم‌های ناوبری اینرسی در فضای کواترنین انجام گرفت که نشان می‌داد که بعد چهارم سرعت و موقعیت در طول زمان در یفت‌هایی دارد که اجازه نمی‌داد سیستم مثلاً برای یک ماه کارکرد طراحی شود ولی برای سیستم‌های ناوبری با کارکرد هوائی که استفاده آنها به چند ساعت محدود می‌شود می‌تواند کاربرد داشته باشد.

۸-۳: پیشنهادات و کارهای آتی

الف- در این پایان نامه پارامترهای فیلتر UKF که عبارت بودند از α , β , κ در محدوده مورد نظر انتخاب شدند. انتخاب آنها می‌تواند وزنه‌های نقاط سیگما و در نتیجه عملکرد فیلتر را تغییر دهد. با اینکه برای هر سیستم با مقدار نویز معلوم می‌توان با شبیه‌سازی، این فیلترها را تنظیم نمود، ولی تیون اتوماتیک آنها و یا پیدا نمودن مقدار بهینه آنها در حالت کلی برای UKF می‌تواند گام مهمی در توسعه فیلتر UKF برای در برگرفتن مرتبه‌های بسط تیلور برای ممان‌های بالا برای نیل به دقت‌های بالا باشد. توصیه می‌شود کسانی که در صدد توسعه این فیلتر می‌باشند بر روی بهینه‌سازی پارامترهای ثابت فیلتر کار کنند.

ب- چون اکثر الگوریتم‌های توسعه داده شده برای سیستم‌های MEMS مفیدتر می‌باشند، و رفتار نویز این سنسورها در طول زمان متغیر است (با توجه به شرایط پروازی متفاوت) بهتر است پارامترهای نویز سنسورها در طول زمان به صورت واقعی انجام گیرد که این کار می‌تواند به دو روش انجام شود. در روش اول هدف تطبیق کواریانس‌های نویز سنسورها با استفاده از باقیمانده‌های اندازه‌گیری است. در روش دوم تخمین مشخصات تصادفی سنسورها از روی پردازش سیگنال‌های خروجی این سنسورهاست که در اینجا با استفاده از پروسه‌های تصادفی و یا مثلاً با استفاده از روش استاندارد Allan Variance مشخصات تصادفی سنسورها را به صورت زمان واقعی استخراج نمود که می‌تواند کاربردهای عملی بسیار خوبی داشته باشد.

ج- بهینه‌سازی الگوریتم‌های ارائه شده برای فیلترهای SSR-UKF و UD-UKF برای رسیدن به فیلترهایی با حداقل محاسبات ریاضی با دقت بالا و پایداری عددی بالا. در اینجا بیشتر روش‌های بهینه فاکتورسازی ماتریسها می‌باشد که می‌تواند حجم محاسبات فاکتور سازی را به حداقل برساند.

د- توسعه تبدیل Unscented برای در بر گرفتن ترم‌های مرتبه بالا با دوبار استفاده از تبدیل Unscented. در اینجا توصیه می‌شود برای بدست آوردن دو ممان اول آماری به صورت متوالی استفاده شود. به این ترتیب که، ابتدا با استفاده از تبدیل Unscented میانگین و کواریانس تبدیل غیر خطی پیشگوئی شود، سپس با استفاده از آن اطلاعات، دوباره نقاط سیگمای دیگری مانند فیلترهای ذره‌ای طراحی شده و بعد از ارزیابی این نقاط در تابع غیر خطی میانگین و کواریانس تابع غیر خطی با دقت بالاتر تقریب زده شود.

ه - نکته اصلی که در فیلتر UKF وجود دارد تولید نقاط سیگما است. در فیلتر New-UKF این نقاط به طور اتوماتیک پس انتشار داده شدند و نیازی به فاکتور سازی ماتریس P برای طراحی نقاط سیگما نبود. در این

حالت گین فیلتر مستقیماً از روی نقاط سیگما حساب شد. در فیلتر نیازی به پس انتشار ماتریس کواریانس نبود و این مسئله به خودی خود در داخل نقاط سیگما نهفته بود. این کار باعث افزایش سرعت فیلتر و هم باعث کاهش تعداد بیتها لازم برای نمایش اعداد گردید. در این فاکتور سازی دقت فیلتر افت پیدا نمود که بیشتر مربوط به نقطه سیگمای اول با ضریب منفی بود که در نقاط سیگما چون میانگین تابع باقی نمی ماند کارائی فیلتر نسبتاً افت می کند. پیشنهاد می گردد این نوع فاکتور سازی مقاومتر گردد.

و- برای تخمین شتابهای اضافه بر کروزر در سیستمهای AHRS شتابدار تخمین شتاب انجام گرفت ولی در این تخمینها، تخمین کواریانس ورودی که همان شتابهای اضافی بر کروزر می باشند، دقت کمتری دارند و اینکار باعث افت کارائی فیلتر می شود. بهتر است در اینجا از روشهای تطبیق کواریانس استفاده شود، که الگوریتمهای آن در این پایان نامه توسعه داده شد، ولی تخمین مقاوم آن که با استفاده از فیلتر مقاوم انجام می شود می تواند بسیار مفید باشد ولی متأسفانه استفاده تنها از فیلتر مقاوم به دلیل بایاس دار بودن اندازه گیریها، به دلیل وجود شتاب، مشکل شتاب را حل نمی کند. بنابراین توصیه می شود از UKF تطبیقی مقاوم برای AHRS استفاده گردد.

ز- در این پایان نامه افقی عظیم به سمت سیستمهای ناوبری اینرسی خطی ایجاد گردید. این معادلات در حال حاضر برای سیستمهای تلفیقی برای معادلات اندازه گیری، باز هم غیر خطی باقی می ماند. ولی غیر خطی بودن آنها به شکل $G(x)y$ بوده که در آن بردارهای تصادفی x, y مستقل از هم نمی باشند. حال اینکه در فیلتر کواترنین توسعه داده شده، این دو بردار از هم مستقل بودند که مطابق بر واقعیت نیز بود زیرا x حالتی سیستم و y نویز اندازه گیری بود. برای توسعه این فیلتر لازم است زمانی که x, y نیز با هم همبستگی دارند، توسعه داده شود. در صورت خطی سازی معادلات اندازه گیری که با تبدیل به فضای کواترنین انجام می گرفت، به دلیل وابستگی که در تخمینها ایجاد می شد بعد چهارم، موقعیت و سرعت دریافت بیشتری پیدا می نمود. در اینجا یا باید تبدیلات خاص دیگری برای معادلات اندازه گیری در نظر گرفته شود و یا از دریافت بعد چهارم پارامترها جلوگیری شود.

ح - در این پایان نامه اینجا برای INS خطی سه معادله قید پیدا شد که اولی مربوط به نرم واحد کواترنیها و دومی مربوط به عمود بودن کواترنین وضعیت به کواترنین سرعت و آخرین قید مربوط به عمود ماندن کواترنین وضعیت به کواترنین موقعیت بود. همچنین در اینجا فیلتر مقید با در نظر گرفتن قید نرم توسعه داده شد. توصیه می شود فیلتر کالمن دیگری با در نظر گرفتن این سه قید توسعه پیدا کند که این فیلتر هم می تواند جلوی دریافت بعد چهارم را حل کند و هم به افزایش دقت فیلتر کمک کند.

ی- توسعه الگوریتمهای گسسته سازی دقیق برای سیستم خطی و مقایسه آن با الگوریتمهای savage به همراه در نظر گرفتن قیدهای سه گانه و مقایسه دقت آنها باهم می تواند بسیار مفید باشد. زیرا راه رسیدن به ناوبریهای ارزان قیمت را الگوریتمهای ناوبری خطی هموار می کند.

References

- [1] Gauss, K.K., *Theoria Motus*, 1809; also, *theory of the Motion of the Heavenly Bodies About the Sun in Conic sections*, New York, 1963.
- [2] Fisher, R.A., "On an Absolute Criterion for Filtering Frequency Curves," *Messenger of Math.*, vol. 41, 1912.
- [3] Wiener, N., "The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series," OSDR 370, Report to the Services 19, Research Project DIC-6037, MIT, February 1942.
- [4] Norbert Wiener, "Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications", The MIT Press, Cambridge(Mass.), Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1949.
- [5] Kolmogorov, A.N., "Interpolation and Extrapolation von Stationaren Zufalligen Folgen," *Bull. Acad. Sci. USSR, Ser. Math.* 5, 1941, pp. 3-14.
- [6] Zadeh, L.A., and Ragazzini, J.R., "An Extension of Wiener's Theory of Prediction," *J. Appl. Phys.*, vol. 21, July 1950, pp. 645-655.
- [7] shinbort, M., "Optimization of Time-Varying Linear Systems with Nonstationary Inputs", McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1956, Chapter 8.
- [8] Rudolph. E. Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *Trasactions of the ASME: Journal of Basic Engineering*, vol 82, Series D, pp. 35-45, 1960.
- [9] Kalman, R.E., and Bucy, R.S., "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory," *J. Basic Eng.*, March 1961, pp.95-108.
- [10] Sorenson, H.W., "Least-squares Estimation: from Gauss to Kalman," *IEEE Spectrum*, July 1970, pp. 63-68.
- [10] Grewal, M.S., Andrews, A.P., "Kalman Filtering Theory and Practice using Matlab," John Wiley & Sons, INC., 2001.
- [11] Gelb, A., "Applied Optimal Estimation," The MIT Press, 1974.
- [12] J. E. Potter, R. G. Stern, "statistical filtering of space navigation measurements", in *Proceedings of 1963 AIAA Guidance and Control Conference*, AIAA, New York, 1963.
- [13] A. Andrews, "A square root formulation of the Kalman covariance equations", *AIAA Journal*, Vol. 6, pp. 1165-1166, 1968.
- [14] J. M. Bennet, "Triangular factors of modified matrices", *numerische mathematic*, Vol. 7, pp.217-221, 1963.
- [15] P. dyer, McReynolds, "Extention of square-root filtering to include process noise", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 3, pp. 444-458, 1969.
- [16] P. G. Kaminski, "Square Root Filtering and Smoothing for Discrete Processes", PH.D. thesis, Stanford University, 1971.
- [17] W. S. Agee, R. H. Turner, " Triangular Decomposition of a Positive Definite Matrix Plus a Symmetric Dyad, with Application to Kalman Filtering", *ehith Sands Missile Range Tech. Rep. No. 38*, Oct. 1972.
- [18] N. A. Carlson, "Fast triangular formulation of the square root filter", *AIAA Journal*, Vol.11, No. 9, pp. 1259-1265, 1973.
- [19] G. J. Bierman, "Factorization METHODS FOR Discrete Sequential Estimation", Academic, New York, 1977.
- [20] C.L. Thornton, " Triangular Covariance Factorizations for Kalman Filtering", PH.D. thesis, University of California at Los Angeles, School of Engineering, 1976.
- [21] M. Morf, T. Kailath, "Square root algorithms for least squares estimation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-20, pp. 487-497,1975.
- [22] J. M. Jover, T. Kailath, " A parallel architecture for Kalman filter measurement update and parameter update", *Automatica*, Vol. 22, pp. 783-786,1986.
- [23] T. Kailath, " State Space modeling : Square root algorithms", in *Systems and Control Encyclopedia* (M. G. Singn, Ed.), Pergamon, Elmsford,NY, 1984.
- [24] W. Givens, " Computation of plane unitrary rotations transforming a general matrix to triangular form", *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol.6, pp. 26-50, 1958.
- [25] A. S. householder, " University triangularization of a nonsymmetric matrix", *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 5, pp. 339-342, 1958.
- [26] W. M. Gentleman, " least squares computation by givens transformations without square roots", *Journal of the Institute for mathematical Applications*, Vol. 12, pp.329-336, 1973.
- [27] A. Einstein, "Uber die von molekularkinestischen Theorie der Warme geforderte Bewegung von in ruhenden Flussigkeiten suspendierten Teilchen", *Annalen der Physik*, Vol. 17, pp. 549-560, 1905.

- [28] A. D. Fokker, "Die mittlerer Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld", *Annalen der Physik*, Vol. 43, pp. 810-820, 1914.
- [29] M. Planck, "Über einen Satz der statistischen Dynamik und seine Erweiterung in der Quantentheorie", *Sitzungsberichte d. Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaft*, pp. 324-341, 1917.
- [30] A. A. Kolmogorov, "Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Mathematische Annalen*, Vol. 104, pp. 415-458, 1931.
- [31] R. L. Stratonovich, "Topics in the Theory of Random Noise", (R. A. Silverman, Ed.), Gordon & Breach, New York, 1963.
- [32] J. Baras and V. Mirelli, "Recent Advances in Stochastic Calculus", Springer-Verlag, New York, 1990.
- [33] H. J. Kushner, "On the differential equations satisfied by conditional probability densities of Markov Processes", *SIAM Journal on Control*, Ser. A, Vol. 2, pp. 106-119, 1964.
- [34] R. S. Bucy, "Nonlinear filtering theory", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-10, pp. 198-206, 1965.
- [35] R. W. Bass, V. D. Norum, and L. Schwartz, "Optimal multichannel nonlinear filtering", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1966.
- [36] D. M. Wiberg and L. A. Campbell, "A discrete-time convergent approximation of the optimal recursive parameter estimator", in *Proceedings of the IFAC Identification and System Parameter Identification Symposium*, Vol. 1, pp. 140-144, 1991.
- [37] Astor, K. J., and Eykhoff, P., "System Identification-A Survey", *Automatica*, Vol. 7, No. 2, pp. 123-162, 1971.
- [38] Bar-Shalom, "Optimal simultaneous state estimation and Parameter Identification in linear discrete-time systems", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC- 17, No. 3, pp. 308- 319, 1972.
- [39] Detachmenty, D. M., and Sridhar, R., "Sequential estimation of states and parameters in noisy nonlinear dynamical systems", *J. Basic Eng. (Trans. ASME)*, pp. 362- 363, 1966.
- [40] Eykhoff, P., "Process Parameter and state estimation", *Automatica*, Vol. 4, pp. 205-233, 1968.
- [41] Geise, C., and McGhee, R. B., "Estimation of nonlinear system states and parameters by regression methods", *Preprints of the Joint Automat. Control Conf., Rensselaer Polytechnic Inst., Troy, New York* PP. 46- 55 (June 1965).
- [42] Ho, Y., and Whalen, B. H., "An approach to the Identification and Control of Linear Dynamic systems with unknown parameters", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC-8, No. 3, pp. 255-256 1963.
- [43] Iserman, R., Baur, U., Bamberger, W., Kneppo, P., and Siebert, H., "Comparison of six on- line identification and parameter estimation methods, *Automatica*, Vol. 10, pp. 81-103, 1974.
- [44] Kailath, T. (ed.), "Special issue on system identification and time- series analysis", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC- 19, No. 6, 1980.
- [45] Maybeck, P. S., "Combined, Estimation of States and Parameters for On- Line Applications", Rep. T-557. Ph. D. dissertation, MIT, Cambridge, Massachusetts, February 1972.
- [46] Maybeck, P. S., Cusumano, S. J., Deponte, M., Jr., and Negro, G. E., "Enhanced fire control system filtering via refined air- to- air missile acceleration modeling", *Proc. 1978 IEEE Conf. Decision and Control*, San Diego, California, pp. 80-87, January 1979.
- [47] Mehra, R. K., "On the identification of variances and adaptive Kalman filtering", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC- 15, No. 2, pp. 175-184, 1970.
- [48] Mehra, R. K., "Identification of stochastic linear dynamic systems using Kalman filter representation", *Vol. AIAA J.* 9, No. 1, pp. 28-31, 1971.
- [49] Mehra, R. K., "Approaches to adaptive filtering", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC- 17, No. 5, pp. 693- 698, 1972.
- [50] Sage, A. P., and Masters, G. W., "On- line estimation of states and parameters for discrete nonlinear dynamic systems", *proc. Nat. Electron. Conf., Chicago, Illinois* 22, pp. 677-682, Oct. 1966.
- [51] Sandell, N. R., Jr., and Yared, K. I., "Maximum Likelihood Identification of State Space Models for Linear Dynamic Systems", *Tech. Rep. ESL-R- 814. MIT Electronic Systems Lab., Cambridge, Massachusetts*, April 1978.
- [52] Saridis, G. N., "Comparison of six on- line identification algorithms", *Automatica*, Vol. 10, pp. 69-79, 1974.
- [53] Saridis, G. N., and Lobbia, R. N., "Parameter Identification and control of linear discrete-time systems", *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. AC-17, No. 1, pp. 52- 60, 1972.
- [54] Mehra, R. K., "On-line Identification of linear dynamic systems with Applications to Kalman Filtering", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC-16, No. 1, pp. 12-21, 1971.
- [55] Heffes, H., "The effects of erogenous models on the Kalman filter response", *IEEE Trans. Automat. Control (Short Papers)*, Vol. AC-11, pp. 541-543, July 1966.

- [56] Nishimura, T., "Error bounds of continuous Kalman filters and the application to orbit determination problems", *IEEE Trans. Automat. Control (Short Papers)*, Vol. AC-12, pp. 268-275, June 1967.
- [57] R. C. K. Lee, "Optimal estimation, Identification and Control", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Res. Mono. 28, 1964.
- [58] R. L. Kashyap, "Maximum Likelihood Identification of stochastic linear systems", Purdue University, Lafayette, Ind., Tech. Rept. TR-EE 68-28, Aug. 1968.
- [59] t. Kailath, "An innovation approach to least squares estimation part I: Linear filtering in additive white noise", *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC-13, pp. 646-655, December 1968.
- [60] Alireza Moghaddamjoo, Lynn Kirlin, "Robust Adaptive Kalman Filtering with Unknown Inputs", *IEEE Trans. On Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 37, No.8, pp. 1166-1175, August 1989.
- [61] Athans, M., et al., "The scholastic control of the F-8C aircraft using a multiple model adaptive control (MMAC) method-part 1 : equilibrium flight, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC- 22, No. 5, pp. 768-780, 1977.
- [62] Athans, M., and Chang, C. B., Adaptive estimation and parameter Identification Using Multiple Model Estimation Algorithm, ESD-TR-76-186, Tech. Note 1976-28, Lincoln Lab. Lexington, Massachusetts, June 1976.
- [63] M,Whiting, R.H., And Gruber, M., A Suboptimal estimation algorithm with probabilistic editing for false measurements with application to target tracking with wake phenomena, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. AC-22 No. 3, pp. 372-384, 1977.
- [64] Y.,Information ,Consisten Estimation And dynamic system identification, rep. ESL-r-718, Electronic Systems Lab., Dept. of Elec. Eng. MIT, Cambridge, Massachusetts, Nov. 1976.
- [65] 12 Baram, Y., and Sandell, N. R., Jr., Consistent estimation of finite parameter sets with application to linear systems identification, *IEEE Trans. Automat. Control* AC-23 (3), 451-454 (1978).
- [66] 14 Bar- Shalom, Y., Tracking methods in a multitarget environment, *IEEE Trans. Automat. Control* AC -23 (4), 618 – 626 (1978).
- [67] 23 Chang, C. B., Whiting, R. H., and Athans, M., On the state and parameter estimation for maneuvering re-entry vehicles, *IEEE Trans. Automat. Control* AC- 23 (1), 99- 105, (1977).
- [68] Maybeck, P.S., "Stochastic Models, Estimation, and Control," Mathematics in Scince and Engineering, 1994.
- [69] Brown, R.G., Hawang, P. Y.C., "Introduction to random signals and applied Kalman Filtering," John Willey & Sons Inc., 1997
- [70] Kashyap ,R.L., Maximum likelihood identification of stochastic linear systems , *IEEE Trans . Automat . control* AC-19 (6)(1974).
- [71] Maybeck, P.S., Combined Estimation of States and Parameters for On-Line Applications, Rep. T-557. PhD. dissertation, MIT, Cambridge, Massachusetts, (February1972).
- [72] Sandell, N. R., jr., and Yared, K.I., Maximum Likelihood Identification of State Space Models for Linear Dynamic Systems, Tech. Rep.ESL-R-814.MIT Electronic Systems Lab., Cambridge, Massachusetts, April 1978.
- [73] Yared, K.I., On Maximum Likelihood Identification of Linear State Space Models, PhD. dissertation, Rep. LIDS-TH-920. MIT Lab. For inform. And Decision Systems, Cambridge, Massachusetts, July 1979.
- [74] Wilks, S.S., *Mathematical Statistics*. Wiley, New York, 1963.
- [75] Rao, C.R., *Linear Statistical Inference and its Applications*. Wiley, New York, 1968.
- [76] Cramer, H., *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton Univ. Press, Princeton, New jersey, 1946.
- [77] Box, G.E.P., and Jenkins, G.M., *Time Series Analysis :Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco, California, 1976.
- [79] Sage, A.P., and Husa, G.W., Adaptive filtering With unknown Prior Statistics, *Proc. Joint Automat. Control Conf.*, Boulder, Colorado pp. 760-769, 1969.
- [80] Shellenbarger, J.C., Estimation of covariance parameters for an adaptive Kalman filter, *proc. Nat. Electron. Conf.*, Vol. 22, pp. 698-702, 1965.
- [81] Shellenbarger, J.C., A Multivariance learning technique for improved dynamic system performance, *proc. Nat. Electron. Conf.*, Vol. 23, pp. 146-151, 1967.
- [82] Lalk, J., "Intelligent Adaptation of Kalman filters using Fuzzy Logic", *IEEE*, pp. 744-749, 1994.
- [83] zhi Qiao wu, and Chris J. Harris, "An Adaptive Neurofuzzy Kalman filter", *IEEE*, pp. 1344-1349, 1996.
- [84] Escamilla-Ambrosio, P. J., and Mort N., "A Hybrid Kalman filter-Fuzzy Logic Architecture for multisensor data fusion", *Proc. of the 2001 IEEE International symposium on Intelligent Control*, pp. 364-369, Sep. 2001.

- [85] Feng Wen-Jiang, Yang Shi-Zhong, Zhao Feng, "Adaptive filtering algorithm to GPS/INS integrated System", IEEE, pp. 352-356, 2001.
- [86] young Hwan Lho, and Jhon H. Painter, "a Fuzzy-Tuned Adaptive Kalman Filter", IEEE, pp. 144-148, 1993.
- [87] Shaun McGinnity, George Irwin, "Nonlinear Kalman filtering using fuzzy Local Linear Models", Proc. of ACC, pp. 3199-3300, June 1997.
- [88] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, Optimal Filtering. Englewood Cliffs, NJ USA Prentice-Hall, 1979
- [89] Jazwinski, A.H., "Stochastic Processes and Filtering Theory," Academic Press, New York, 1970.
- [90] D. L. Alspach and H. W. Sorenson, "Nonlinear Bayesian Estimation using Gaussian Sum Approximation," IEEE Transactions on Automatic Control, 17(4):439-448, 1972.
- [91] A. Pole, M. West, and P. J. Harrison, "Non-normal and non-linear dynamic Bayesian Modelling", In J. C. Spall, editor, Bayesian Analysis of Time Series and Dynamic Models. Marcel Dekker, New York, 1988.
- [92] West, M., and Harrison, J., "Bayesian Forecasting and Dynamic Models", Springer, New York, 1989.
- [93] Shephard, N., "Partial Non-Gaussian state space", Biometrika, Vol. 81, pp. 115-131, 1994.
- [94] Rubinstein, R. Y., "Simulation and Monte Carol Method", Wiley, New York, 1981.
- [95] Ackerson, G. A., and Fu, K. s., "On state estimation in switching environments", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 15, pp.10-17, 1970.
- [96] Akashi, H. and Kumamoto, H., "Random Sampling approach to state estimation in Switching environments", Automatica, Vol. 13, pp. 429-434, 1977.
- [96] Tugnait, J. K., "Detection and Estimation for abruptly changing Systems", Automatica, Vol. 18, pp. 607-615, 1982.
- [97] J. S. Liu and R. Chen, "Blind Deconvolution via Sequential Imputations", Journal of the American Statistical Association, June 1995.
- [98] A. Doucet, S. J. Godsill, and C. Andrieu, "On Sequential Simulation-based Methods for Bayesian Filtering", Statistics and Computing, Vol. 10, No. 3, pp. 197-208, 2000.
- [99] R. Chen and J. S. Liu, "Mixture Kalman Filters", Journal of the Royal Statistical Society, 2000.
- [100] Svetnik, V. B., "Applying the Monte Carlo method for optimum estimation in systems with random structure", Autom. Remote Control, Vol. 47, pp 818-827, 1986.
- [101] S. J. Julier and J. K. Uhlmann. "A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions". Technical report, Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford, 1994.
(Internet publication:<http://www.robots.ox.ac.uk/~siju/index.html>).
- [102] S. Julier, J. Uhlmann, and H. Durrant-Whyte, "A new Approach for Filtering Nonlinear Systems," In Proceedings of the American Control Conference, pages 1628-1632, 1995.
- [103] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A General Method for Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions," Technical report, RRG, Dept. of Engineering Science, University of Oxford, Nov 1996. http://www.robots.ox.ac.uk/~siju/work/publications/letter_size/Unscented.zip.
- [104] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems," In Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls., 1997.
- [105] S. J. Julier, "A Skewed Approach to Filtering," In SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, volume 3373, pages 271-282, Orlando, Florida, April 1998. SPIE.
- [106] S. Julier, J. Uhlmann, and H. F. Durrant-Whyte, "A new Approach for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in linear Filters", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 5, No. 3, pp. 477-482, March 2000. 5.
- [107] Julier, S. J., "The Scaled Unscented Transformation", to appear in Automatica. (pre print), 2000. <http://citeseer.nj.nec.com/julier99scaled.html>
- [108] E. Wan, R. van der Merwe, and A. T. Nelson, "Dual Estimation and the Unscented Transformation. In Neural Information Processing Systems 12, pages 666-672. MIT Press, 2000.
- [109] R. van der Merwe and E. Wan, "Efficient Derivative-Free Kalman Filters for Online Learning", In Proc. of the 9th European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN), pp. 205-210, Bruges, Belgium, April 2001.
- [110] R. van der Merwe and E. Wan, "The square-root unscented kalman filter for state and Parameter-Estimation", In Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Vol. 6, pp. 3461-3464, Salt Lake City, Utah, May 2001.
- [111] Clark, S., "Autonomous Land Vehicle Navigation using Millimetre Wave Radar", PHD thesis, University of Sydney.
- [112] E. A. Wan and R. van der Merwe, "The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation", In Proc. of IEEE Symposium 2000 (AS-SPCC), Lake Louise, Alberta, Canada, October 2000.

- [113] T. Lefebvre, H. Bruyninckx, and J. De Schutter, "Comment on 'A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators,'" *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(8), Aug 2002.
- [114] S. Julier, J. Uhlmann, "Reduced sigma Point Filters for the propagation of Means and Covariance's through Nonlinear Transformations", <http://citeseer.nj.nec.com/julier99sreduced.html>, December 1998.
- [115] Jams R. Van Zandt, "A more Robust Unscented Transform", technical report, MITRE Corporation, July 2001.
<http://www.mitre.org>,
- [116] dirk Tenne and Tarunaraj Singh, "The Higher Order Unscented Filter", , ACC03-IEE0215.
- [117] Rudolph van der Merwe and Eric Wan, "Sigma Point Kalman filter for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models," OGI School of Science and Engineering,
- [118] Rudolph van der Merwe, Nando de Freitas, Arnaud Doucet, and Eric Wan, "The Unscented Particle Filter", Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380, Cambridge University Engineering Department, August 2000.
- [119] E. A. Wan and R. van der Merwe, "Kalman Filtering and Neural Networks", Ed. Simon Haykin., chapter 7 - The Unscented Kalman Filter. Wiley, 2001.
- [120] Yong Rui and Yunqiang Chen, "Better Proposal Distributions: Object Tracking Using Unscented Particle Filter", In Proc. of IEEE CVPR, volume II, pages 786–793, Kauai, Hawaii, Dec 2001.
- [121] Hammersley, J. M and Morton, K. W., "Poor man's Monte Carlo", *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 16, pp. 23-38, 1954.
- [122] Rosenbluth, M. N. and Rosenbluth, A. W., "Monte Carlo calculation of the average extension of molecular chains", *Journal of chemical Physics*, Vol. 23, pp. 356-359, 1955.
- [123] J. E. Handschin and D. Q. Mayne, "Monte Carlo techniques to estimate the conditional expectation in multi-stage non-linear filtering", *International Journal of Control*, Vol. 9, No. 5, pp. 547-559, 1969.
- [124] J. E. Handschin, "Monte Carlo Techniques for Prediction and Filtering of non-linear Stochastic Processes", *Automatica*, 1970.
- [125] A. Doucet, "On Sequential Simulation-Based Methods for Bayesian Filtering," Technical Report CUED/F-INFENG/TR 310, Department of Engineering, University of Cambridge, 1998.
- [126] C. Andrieu, A. Doucet, and W J. Fitzgerald, "An introduction to Monte Carlo methods for Bayesian data analysis", Technical report, Department of Engineering, University of Cambridge CB2 1PZ Cambridge.
- [127] Doucet, A., "Monte Carlo Methods for Bayesian estimation of hidden Markov Models application to radiation Signals", PHD thesis, University Paris-sud, France, Chapter 4 and 5 in English.
- [128] Zaritskii, V. S., Svetnik, V. B., Shimelevich, L. I., "Monte Carlo techniques in problems of optimal information processing," *automation and Remote Control*, Vol 36, No. 3, pp. 2015-2022, 1975.
- [129] N. J. Gordon, D. J. Salmond, and A. F. M. Smith, "Novel approach to Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian State Estimation", In *IEE Proceedings on Radar and Signal Processing*, volume 140, 1993.
- [130] Gordon, N. J., "Bayesian Methods for Traking", PhD thesis, Imperial College, University of London, 1994.
- [131] M. K. Pitt and N. Shephard, "Filtering via Simulation: Auxiliary Particle Filters", *Journal of the American Statistical Association*, 1999.
- [132] AvitzourD., "a Stochastic simulation Bayesian approach to multitarget tracking", *IEE Proceeding on Radar, Sonar and Navigatio*, Vol 142, No. 2, pp. 41-41, 1995.
- [133] Beadle, E. R. and Djuric, P. M., "A fast weighted Bayesian Bootstrap filter for nonlinear model state estimation", *IEEE Transaction On Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 33, No. 1, pp. 338-343. 1997.
- [134] M Isard and A Blake, "Contour tracking by stochastic propagation of conditional density", In *European Conference on Computer Vision*, pages 343–356, Cambridge,UK, 1996.
- [135] G. Kitagawa, "Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models", *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1996.
- [136] Efron, B., "The Booststrap, Jackknife and other Resampling Plans, SIAM, Philadelphia, 1982.
- [137] Rubin, D. B., "Using the SIR algorithm to simulate posterior distributions", in J. M. Bernardo, M. H. DeGroot, D. V Lindley and A. F. Smith(eds), *Bayesian Statistics 3*, Oxford University Press, Cambridge, Ma, pp. 395-402, 1988.
- [138] A. F. M. Smith and A. E. Gelfand. Bayesian statistics without tears: A sampling-resampling perspective, *American Statistician*, Vol. 46, No. 2, 1992.
- [139] J. Liu and R. Chen, "Sequential Monte Carlo Methods for Dynamic Systems," *Journal of the American Statistical Association*, 93:1032–1044, 1998.
- [140] carpenter, J., Clifford, P. and Fearnhead, P., "Building robusnt simulation-based filters for evolving data sets", Unpublished, Department of Statistics, Oxford University, 1999.

- [141] Higuchi, T., "Monte Carlo filter using the generic algorithm operators", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-23, 1997.
- [142] Crisan, D., "Particle filters –A theoretical perspective, in A Doucet J. F. G. de Freitas and N. J. Gordon (eds), *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer -Verlag, 2000.
- [143] Sanjeev, M., maskell S., Gordon, N., Clapp, T., "A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 50, No. 2, Feb. 2002.
- [144] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, R. Karlsson, and P-J. Nordlund, "Particle Filters for Positioning, Navigation and Tracking", *IEEE Transactions on signal processing*, Feb 2002.
- [145] F. Gustafsson and A. J. Isaksson, "Best Choice of Coordinate System for Tracking Coordinated turns. In *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, 1996.
- [146] P-J. Nordlund and F. Gustafsson, "Sequential Monte Carlo Filtering techniques applied to integrated navigation systems", In *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, volume 6, 2001.
- [147] P-J. Nordlund and F. Gustafsson, "Recursive Estimation of Three-Dimensional Aircraft Position using Terrain-aided Positioning", In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2002.
- [148] Thomas Schon and Fredrik Gustafsson, "Particle Filters for system Identifivation of State-Space Models linear in Either Parameters", Swedish Research Council,
- [149] Rosencrantz, M., Gordon, G., Thrun, S., "Decentralized sensor fusion with Distributed Particle Filters",
- [150] Chhetri, A. S., Morrell, D., Papandreou-Suppappola, A., "The Use of Particle Filtering with the Unscented Transform to schedule Sensors Multiple steps Ahead", 2004.
- [151] Schioler, T. L., Erdogmus, D., Principe, J. C., "Parzen Particle filters", *IEEE*, pp. v-781 – v784, 2004.
- [152] Christopher Jekeli, "Inertial Navigation systems with Geodetic Applications", Walter de Gruyter, Berlin New York, 2001.
- [153] Britting K.R., "Inertial Navigation Systems Analyses", Wiley Intescince, Wiley & Sons, New York, 1971.
- [154] D. H. Titerton and J. L. Weston, "Strapdown Inertial Navigation Technology", Peter Peregrinus Ltd., 1997.
- [155] Kayton, M. and W.R. Fried, "Avionics Navigation Systems", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1969.
- [156] Pitman, G. R., Jr. ed., "Initial Guidance", wiley, New York, 1962.
- [157] Bortz, J. E., "A New mathematical Formulation rotations and angles ", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MIT/II Special Rept. 6398-s-3, 1949.
- [158] J. H. Laning, Jr., "The vector analysis of finite rotations and angles", Massachusetts Inst. Of Technology, Cambridge, MIT/II Special Rept. 6398-s-3, 1949.
- [159] Minnor, J. W., "Low Cost Strapdown-Dow Inertial Systems, "AIAA/ION Guidance and Control Conf. Aug. 1965.
- [160] Hills, F. B., "A Study of Coordinate-Conversion Errors in Strapped-Down Navigation", MIT Electronics Systems Lab., E SL-4-244. Massachusetts Inst. Of Technology, Cambridge, Ma, Aug. !965.
- [161] Turley, A. R. , "A Solution for the Problems of the No-Gimbal Inertial Navigator Concept", Air Force Avionics Lab., AFAL-TR-64-307, Wright-Patterson AFB, OH, Jan. 1965.
- [162] McKern, R. A., "A Study of Transformation Algorithms for use in a Digital Computer", M.S. Thesis, Dept. of Aeronutics and Astronautics., Massachusetts Inst. Of Technology, Cambridge, Ma, Jan. 1968.
- [163] United Aircraft Corp., "A Study of Critical Computation Problems Associated with Strapdown Inertial Navigation Systems", NACA CR-698, April 1968.
- [164] Savage, P.G., "A New Second-order Solution for Strapped-Down Attitude Computation", AIAA/JACC Guidance and Control Conf., Aug. 1966.
- [165] Wilcox, J. C., "A New Algorithm for Strapped-Down Inertial Navigation", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-3, No. 5, pp. 796-802, Sept. 1967.
- [166] McKern, R. A., "A Study of Transformation Algorithms for Use in a Digital Computer", MIT, Cambridge, Mass., M. S. Thesis T493, Jan. 1968.
- [167] Jordan, J. W., "An Accurate Strapdown Direction Cosine Algorithm", NACA TN D-5384, Sep. 1969.
- [168] J. E. Bortz, St., "A new concept in strapdown inertial navigation", NACA Tech. Rept. TR R-329, March 1970.
- [169] Bortz, J. E., "A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-7, No. 1, pp. 61-66, Jan. 1971.
- [170] Gilmore, J. P., "Modular Strapdown Guidance Unit with Embedded Microprocessors", *Journal of guidance and control*, Vol. 3, pp. 3-10, Jan. 1980.

- [171] Robin B. Miller, "A New Strapdown attitude algorithm", *Journal of guidance and control*, Vol. 6, No. 4, pp. 287-291, July-August 1983.
- [172] Lee, J. G., Yoon, Y. J., Mark, J. G., and Tazartes, D. A., "Extension of Strapdown Attitude Algorithm for High-Frequency Base Motion", *Journal of guidance and control*, Vol. 13, No. 4, pp. 738-743, 1990.
- [173] Ignagni, M. B., "Optimal Strapdown Attitude Integration Algorithm", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 13, No. 2, pp. 363-369, 1990.
- [174] Musoff H., Murphy J.H., "A Study of Starpdown Navigation algorithms", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 2, 1995.
- [175] Gusinsky V. Z., Lesyuchevsky V. M., Litmanovich Yu. A., Musoff H., Schmidt G.T., "Optimization of Strapdown attitude algorithms", *Proceedings of the 2d Saint Petersburg international conference on gyroscopic technology and navigation, Part II*, pp. 110-121, May 1995.
- [176] Ignagini, M. B., "Efficient Class of Optimized Coning compensation Algorithms", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 2, pp. 424-429, 1996.
- [177] Mark J. G., Tazartes D.A., "On Sculling algorithms", *Proceedings of the 3d Saint Petersburg international conference on Integrated Navigation Systems, Part II*, pp. 22-26, 1996.
- [178] Savage, P. G., "Strapdown Inertial Navigation Integration algorithm design Part 1: Attitude Algorithms", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 1, pp. 19-28, 1998.
- [179] Savage, P. G., "Strapdown Inertial Navigation Integration algorithm design Part 2: Velocity and Position Algorithms", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 1, pp. 208-221, 1998.
- [180] Ignagni, M. B., "Duality of Optimal Strapdown Sculling and coning Compensation Algorithms", *Journal of the Institute of Navigation*, Vol. 45, No. 2, pp. 85-95, 1998.
- [181] Kelly M. Roscoe, "Equivalency between Strapdown Inertial Navigation Coning and Sculling Integrations/algorithms", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 2, pp. 201-205, March-April 2001.
- [182] Litmanovich Y. A., Mark J. G., "Programs in Strapdown algorithm design at the west and east as appeared at Saint Petersburg Conferences: decade overview", *Proceedings of the 8d Saint Petersburg international conference on Navigation*, pp. 369-377, 2003.
- [183] Ching-Fang Lin, "Modern Navigation, Guidance, and Control Processing", Prentice Hall Inc., 1991.
- [184] Benson, D. O., "A Cooperation of two approaches to Pure-Inertial and Doppler-inertial error Analysis," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-7, pp. 447-455, July 1975.
- [185] Leondes, C. T., "Guidance and Control of Aerospace Vehicles", New York : McGraw-Hill, 1963.
- [186] Broxmeyer, C., "Inertial Navigation Systems", New York : McGraw-Hill, 1964.
- [187] D'Applito, J. A., "The equivalent of Kalman filter designs for Multisensor Integrated Navigation systems", TASC Tech. Rept. T-183-1, Reading, MA: January 1971.
- [188] Nash, R. A., ET AL., "Error Analysis of Hybrid Aircraft Inertial Navigation Systems", AIAA paper No. 72-848, 1972.
- [189] Bar-Itzhack, I. Y., "Identity between Ins position and Velocity Error Models", *J. Guidance, and control*, Vol. 4, No. 5, pp. 568-570, Sept. Oct. 1981.
- [190] Bar-Itzhack, I. Y., and N. Berman, "Control Theoretic Approach to Inertial Navigation Systems", *J. Guidance, control, and Dynamics*, Vol. 11, No. 3, pp. 237-245, May-June. 1988.
- [191] Heller, W. G., "Models for Aided Inertial Navigation System Sensor Errors", Reading, MA. TASC Tech. Rept. TR-313-3, Feb. 1975.
- [192] Arshal, G., "Errore Equations of Inertial Navigation", *Journal of Guidance and control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 4, pp. 351-358.1987.
- [193] Drora Goshen-Meskin and Itzhack Y. Bar-Itzhack, "Unified approach to Inertial Navigation System Error Modeling", *Journal of Guidance and control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 3, pp. 648-653, 1992.
- [194] Jeleli, C."An Intrroduction to Inertial Navigation Systems", *Lecture Notes, Dpartment of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, The Ohio State University, Ohio, USA, 1996.*
- [195] Fathi Y. Dwaik, "INS, GPS, and Photogrammetry Integration for Vector Gravimetry Estimation", *Dpartment of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, rport No. 456, The Ohio State University, Ohio, USA, 1998.*
- [196] Beck, G.E., "Navigation Systems", Van Nostrand Reinhold, London, 1971.
- [197] Kayton, M. and W.R. Fried, "Avionics Navigation Systems", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1969.
- [198] Kayton, M. and W.R. Fried, "Avionics Navigation Systems", Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997.
- [199] Seeber, G., "Satellite Geodesy", Walter deGruyter & Co., Berlin, 1993.
- [200] Leick, A., "GPS Satellite Surveying", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.

- [201] Pratap Misra, per Enge, "Global Positioning System Signals, Measurements, and Performance", Ganga-Jamuna Press, 2001.
- [202] Moritz, H., I. Mueller, "Earth Rotation, Theory and Observation", Ungar, New York, 1987.
- [203] Bowen, R., et al, "GPS Control System Accuracies", Gps Papers, Vol. III, Institute of Navigation, Washington D, C., pp. 241-247, 1986.
- [204] Scherrer, R., The Wm GPS Primer, Wm Satellite Survey Company, Wild, Heerburgg, Switzerland, 1985.
- [205] Bletzacker, FR., "reduction of Multipath Contamination in a Geodetic GPS Receiver", Proceedings of the 1st International Symposium on Precise Positioning with the GPS, Rockville, Maryland, 1985.
- [206] Hofmann, B., H. Lichtenegger, and J. Collins, "Global Positioning System, Theory and Practice, Spinger-Verlag Wein, New York, 1992, 2001.
- [207] Leick, A., "GPS Satellite Surveying", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.
- [208] Goad C., L. Goodmann, "A Modified Hopfield Tropospheric Refraction Correction Model", Paper presented at the AGU, Annual Fall meeting, San Francisco, California, pp. 12-17, December 1974.
- [209] Brunner, F. K., and W> M., Welsch, "Effect of Troposphere on GPS Measurements", GPS World, Jan. 1993.
- [210] Schupler BR., TA Clark, "How Different Antennas Affect the GPS Observable", GPS World, Vol. 2, No. 10, pp. 32-36, 1991.
- [211] Ashby, N., "Relativistic Effect in the GPS", Proceedings of the International Association of Geodesy (IAG) Symposia of the XIX General Assembly of IUGG, Vancouver, Canada, vol. 1, pp.10-22, August 1987.
- [212] Counselman, C.C. and S.A. Gourevith, "Miniature interferometer terminals for earth surveying: ambiguity and multipath with Global Positioning System", IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, Vol. GE-19, No. 4, pp. 244-252, 1981.
- [213] Remondi, B. W., "Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for relative geodesy: modeling, processing and results", Ph.D. dissertation, Center for Space Research, University of Texas at Austin, 1984.
- [214] Mader, G. L., "Kinematic GPS phase Initialization Using the Ambiguity Function", Proceeding of Sixth International Geodetic Symposium on Sattelaite Positioning, pp. 712-719, March 1990.
- [215] Remondi, B. W., "Pseudo Kinematic GPS Results Using the Ambiguity Function Method", Navigation, Journal of the Institute of Navigation, Vol. 38, No. 1, 1991.
- [216] Hatch, R., "Instantaneous ambiguity resolution", proceeding of KIS'90, Banff, Canada, pp. 299-308, 1990.
- [217] Frei, E. and Beutler G., "Rapid static positioning based on the fast ambiguity resolution approach FARA: theory and first results", Astin, Texas, Vol 1, No. 4, pp. 325-356, 1990.
- [218] Chen, D. and Lachapelle, "A comparison of the FASF and least-squares search algorithms for on-the-fly ambiguity resolution", Journal of the Institute of Navigation, Vol. 42, No. 2, pp. 371-390, 1995.
- [219] Teunissen, P.J.G., "Anew method for fast carrier phase ambiguity estimation", Proceeding of IEEE PLANS'94, Las Vegas, NV, pp. 562-573, April 1994.
- [220] Teunissen, P.J.G., "The Least Square Ambiguity Decorrelation Adjustment: a Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation, Journal of Geodesy, Vol 70(1-2), pp. 65-83, Nov. 1995.
- [221] Teunissen, P.J.G., Jonge, P.J.de and Tiberius C.C.J.M., "The Volume of GPS Ambiguity Search Space and its Relevance for Integer Ambiguity Resolution", Geodetic Computing Centre, delft University of Technology, 1996.
- [222] Teunissen, P.J.G., Jonge, P.J.de and Tiberius C.C.J.M., "Performance of the LAMBDA Method for Fast GPS Ambiguity Resolution", Journal of The Institute of Navigation, Vol.44, No.3, pp.373-383, 1997.
- [223] Teunissen, P.J.G., "Statistical GNSS Carrier Phase Ambiguity resolution: A Review", Department of Mathematical Geodesy and positioning, Delft University of technology, pp. 4-12, 2001.
- [224] kim, D. and Langley, R. B., "GPS Ambiguity Resolution and validation: Methodology, trends and issues", Presented at 7-th GNSS workshop, International Symposium on GPS/GnSS, seoul, Korea, Dec. 2000.
- [225] Ueno, M., Santerre, R., "A Combined Method for GPS Ambiguity Resolution with Single-Frequency Receivers: Application for Ship Berthing", Journal of The Institute of Navigation, Vol. 47, No. 2, pp.100-111, 2000.
- [226] Azimi-Sadjadi, B, Krishnaprasad P.S., "INTEGER Ambigutiy Resolution in GPS using Particle Filtering", Proceeding American Control conference, Arlington, pp. 3761-3766, June 2001.
- [227] D'appolito, J. A., and Roy, K. J., "Satellite/Inertial Navigation System Kalman Filter Design Study", tech. Rep. AFAL-TR-71-178, Air Force Avionics Laboratory, Wright-Patterson AFB, Ohio, March 1971.

- [228] Butler, R. R., and Rhue, G. T., "Kalman Filter Design for an inertial Navigation system Aided by Non-Synchronous Navigation Satellite Constellations", Masters Thesis, Air Force Institute of technology, Wright-Patterson AFB, Ohio, March 1974.
- [229] Brockstein, A. J., "GPS-Kalman Augmented Inertial Navigation System Performance", IEEE NAECON, 1976.
- [230] Cox, D. B., "Integration of GPS with Inertial Navigation Systems", Navigation, 1978.
- [231] Griffiths, B. E., Geyer, E. M. and Berning, "Integrating Kalman Filters with the Standard INS", Proceeding of the IEEE NAECON, 1984.
- [232] Nielson, J. T., Swearingen, G. W. and Witsmeier, A. J., "GPS Aided Inertial Navigation", IEEE AES Magazine, Mar. 1986.
- [233] Graham, W. R., and Johnston G. R., "Standard Integration Filter (SIF) Astate Specification and Accuracy Projection", Navigation, Winter 1986-1987.
- [234] Greenspan, R. L., Donna, J. I., Soltz, J. A., "The GPS Users Integration Guide", Proc. of the Nat. Tech. Meeting of the ION, Jan. 1988.
- [235] Bletzacker, F. R., et al., "Kalman Filter design for Integration of Phase III GPS with An Inertial Navigation System", Proc. of the Nat. Tech. Meeting of the ION, Jan. 1988.
- [236] tazartes, D. A. and Mark, J. G., "Integration of GPS Receiver into Existing Inertial Navigation Systems", Navigation, Vol. 35, No. 1, spring 1988.
- [237] Soltz, J. A., Donna, J. I. and Greenspan, R. L., "An Option for Mechanizing Integrated GPS/INS Solution", Navigation, Vol. 35, No. 1, spring 1988.
- [238] Wade M. and Grewal M. S., "Analysis of cascaded INS Calibration Filter", IEEE Position, Location and Navigation Symposium, pp. 366-374, 1988.
- [239] Schlee, F. H., Toda, N. F., Islam M. A., Standish, C. J., "Use of An External Cascaded Kalman Filter to Improve the Performance of A Global Positioning System (GPS) Inertial Navigation", IEEE NAECON, Vol. 1, pp. 345-330, 1988.
- [240] lewantowicz, Z. H., "Architectures and GPS/INS Integration: Impact on Mission Accomplishment", IEEE Position, Location and Navigation Symposium, pp.284-290, 1992.
- [241] B. Azimi-Sadjadi and P. S. Krishnaprasad, "Approximate nonlinear Filtering and its Applications for an Integrated INS/GPS", Technical report, Institute for Systems Research, University of Maryland at College Park, College Park, MD 20742, Nov 2000.
- [242] Brown, R. G., Hwang, Y. C., "introduction to random signals and applied Kalman filtering", John wiley & sons, 3rd edition, 1992.
- [243] H. Carvalho, P. del Moral, A. Monin, and G. Salut, "Optimal nonlinear Filtering in GPS/INS Integration", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, July 1997.
- [244] B. W. Leach. A Kalman Filter Integrated Navigation Design for the IAR twin outer atmospheric research aircraft", Technical Report NRC No. 32148, Institute for Aerospace Research, National Research Council Canada, April 1991.
- [245] Karat Sinides, S. P., "Enhancing Filter Robustness in Cascaded GPS-INS Integrations", IEEE Trans. AES, Vol. 30, No. 4 , pp. 1001-1008, Oct. 1994.
- [246] Gao, Y., Krakiwskv, E. J., and Abousalem, M. A., "comparison and Analysis of Centralized, Decentralized, and federated Filters", Navigation , Journal of Institute of Navigation, Vol. 40, No. 1, pp. 69-86, 1993.
- [247] An dong, Ren Sicong, Zheng E, "A Novel Filter Mechanization for Cascaded GPS/INS Integration", pp. 128-134.
- [248] Napier, M. "Data Processing for GPS/INS Integration , High Precision navigation, Integration of Navigation and Geodetic Methods", k. Linkwitz and U. Hangleiter (eds), Springer-Verlag, berlin Heidelberg, New York, 1988.
- [249] Jay, A. Farrell, Tony D. Givargis, Matthew J. Barth, " Real-Time Differential Carrier Phase GPS-Aided INS", IEEE Trans. On Control System Tech., Vol. 8, No. 4, July 2000.
- [250] Per-Johan Nordlund, "Sequential Monte Carlo Filters and Integrated Navigation," Linkopings Universities, Thesis No. 945, <http://www.control.isy.liu.se>, 2002.
- [251] P-J. Nordlund. Recursive state estimation of nonlinear systems with applications to integrated navigation. Technical Report LITH-ISY-R-2321, Department of Electrical Engineering, Link. oping University, SE-58183 Link. oping, Sweden, Nov 2000.
- [252] Petter Frykman, "Applied Particle filters in integrated aircraft navigation," Linkopings Universities, Reg. no. LiTH-ISY-EX-3406-2003, <http://www.control.isy.liu.se>, April, 2003.
- [253] <http://www.nima.mil/GandG/wgs-84>

- [254] Olynik, M.C., "Temporal Characteristics of GPS Error Sources Their Impact on Relative Positioning", Master's Thesis, Department of Geometrics Engineering, UCGE Reports, No. 20162, University of Calgary, 2002.
- [255] M. Norgaard, N. Poulsen, and O. Ravn, "New Developments in State Estimation for Nonlinear Systems", *Automatica*, 36, 2000.
- [256] Branko Ristic, Sanjeev Arulampalam, Neil Gordon, "Beyond the Kalman Filter, Practical Filters for Tracking Applications", Artech House Publishers, 2004.
- [257] A. Doucet, N. de Freitas, and N. J. Gordon, eds., "Sequential Monte Carlo Methods in Practice", New York, Springer, 2001.
- [258] "Special issue on Monte Carlo methods for statistical signal Processing", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 50, Feb. 2002.
- [259] P. J. Davis and Rabinowitz, "Methods of Numerical Integration", New York, Academic Press, 1984.
- [260] J. MacCormick and A. Blake, "A probabilistic exclusion principle for tracking multiple objects", in *Proc Int. Conf. Computer Vision*, pp. 572-578, 1999.
- [261] P. D. Moral, "Measure valued processes and interacting particle systems: Application to non-linear filtering problems", *Annals of Applied Probability*, Vol. 8, No. 2, pp. 438-495, 1998.
- [262] K. Kanazawa, D. Koller, and S. J. Russell, "Stochastic simulation algorithms for dynamic probabilistic networks", in *Proceeding of the Eleventh Annual Conference on Uncertainty in AI (UAI' 95)*, pp. 346-351, 1995.
- [263] A. Kong, J. S. Liu, and W. H. Wong, "Sequential imputation and Bayesian missing data problems", *Journal of American Statistical Association*, Vol. 89, No. 425, pp. 278-288, 1994.
- [264] Huddle, J. R., "Applications of Kalman Filtering theory to augmented inertial navigation systems", *NATO-AGARDograph* 139, ch. 11, Feb. 1970.
- [267] C. Musso, N. Oudjane, and F. LeGland, "Improving regularized particle filters", in *Sequential Monte Carlo Methods in Practice* (A. Doucet, N. de Freitas and N. J. Gordon, eds.), New York, Springer, 2001.
- [268] J. Shaun McGinnity, George Irwin, "Multiple Model Bootstrap filter for maneuvering target tracking" *IEEE Transaction On Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 36, No. 3, pp. 1006-1012, 2000.
- [269] D. S. Angelova, T. A. Semerdjiev, V. P. Jilkov, and E. A. Semerdjiev, "Application of Monte Carlo method for tracking maneuvering target in clutter", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 1851, pp. 1-9, 2000.
- [270] Stephen, A. Whitmore, Mike Fife, and Logan Brashear, "Development of a closed-loop Strapdown Attitude System for an Ultrahigh Altitude flight Experiment", *NASA Technical Memorandum* 4775, January 1977.
- [271] Jiang, Y.F., Y.P. Lin, "Improved Strapdown coning algorithms", *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 2, pp. 484-489, 1992.
- [272] R. van der Merwe, E. Wan, "Sigma Point Kalman Filter for Integrated Navigation", *Adaptive System Lab.*, 2004.
- [273] S. J. Julier and J. K. Uhlmann. *Unscented Filtering and Nonlinear Estimation*. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 92, No. 3, pp. 401-422, March 2004.
- [274] <http://www.> "Chapter 4, Estimator Design",
- [275] G. Minkler, J. Minkler, "Theory and Application of Kalman Filtering", Magellan Book Company, 1993.
- [276] Congwei Hu, Wu Chen, Yongqi Chen and Dajie Liu, "Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation", *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 2, No. 1, pp. 42-47, 2003.
- [277] Gerald J. Bierman, "Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation", Academic Press,
- [278] R. van der Merwe, E. Wan, and S. J. Julier. *Sigma-Point Kalman Filters for Nonlinear Estimation and Sensor-Fusion: Publications to Integrated Navigation*. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation & Control Conference*, Providence, RI, Aug 2004.
- [279] Eun-Hwan Shin and Naser El-Sheimy. *An Unscented Kalman Filter for In-Motion Alignment of Low-Cost IMUs*. In *proceedings of the IEEE Frames Conference*, pages 273-279, Monterey, California, April 2004.
- [280] S. Nassar, K. Schwarz, and N. El-Sheimy. *INS and INS/GPS Accuracy Improvement Using Autoregressive (AR) Modeling of INS Sensor Errors*. In *Proceedings of ION-NTM*, pages 936-944, San Diego, Jan 2004.
- [281] A. A. Bogdanov and E. A. Wan. *SDRE Control with Nonlinear Feed forward Compensation for a Small Unmanned Helicopter*. In *Proceedings of the 2nd AIAA Unmanned Unlimited Systems, Technologies, and Operations Conference*, San Diego, CA, September 2003. AIAA Paper Number: 2003-6512.
- [282] Eun-Hwan Shin, "Estimation Techniques for Low-cost Inertial Navigation", PhD Thesis, Geomatics Engineering, Calgary, May, 2005.

- [283] R. van der Merwe. Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models. PhD thesis, OGI School of Science & Engineering at Oregon Health & Science University, Portland, OR, April 2004.
- [284] R. van der Merwe, E. Wan, and S. J. Julier. Sigma-Point Kalman Filters for Nonlinear Estimation and Sensor-Fusion: Applications to Integrated Navigation. In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation & Control Conference, Providence, RI, Aug 2004.
- [285] Deok-Jin Lee, Kyle T. Alfriend, "Adaptive Sigma Point Filtering State and Parameter Estimation", AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, August 2004.
- [286-a] G. Wahba and et. Al. Problem 65-1 (Solution), SIAM, Review, 8:384-386, 1966.
- [286-b] Wahba, G., "A Least-Squares Estimate of Satellite Attitude," SIAM Review, Vol. 7, No. 3, 1965, pp. 409.
- [287] S.A. Whitmore, M. Fife, L. Brasher, Development of strapdown attitude system for an ultrahigh altitude flight experiment, NASA TM-4775, January 1997.
- [288] B. Wie, "Space Vehicle Dynamics and Control", AIAA Education Series, AIAA Inc., USA, 1998.
- [289] S.C. Garg, L.D. Morrow, R. Mamen, "Strapdown navigation technology: a literature survey", J. Guid. Contr. Dyn. 1 (3) (1978) 287–291.
- [290] Sung Kyung Hong, "Fuzzy logic based closed-loop strapdown attitude system for unmanned aerial vehicle (UAV)", www.elsevier.com, accepted 4 June 2003.
- [291] M. Wang, Y. Yang, R. R. Hatch, and Y. Zhang, "Adaptive Filter for a Miniature MEMS Based Attitude and Heading Reference System", IEEE, April 26-29, 2004.
- [292] I. Humphrey, Inertial navigation system for a micro unmanned aircraft, in: Proceedings of the AIAA-97-3567 Paper, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, New Orleans, 1997.
- [293] I. Madani, "An investigation into a reduced sensor fit for unmanned aircraft", M.Sc. Thesis, Cranfield University, 1998.
- [294] E.J. Lefferts, F.L. Markley, M.D. Shuster, "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude estimation", J. Guidance, Vol.5, No.5, Sept-Oct 1982.
- [295] J.F Guerrero Castellanos, S. Leseq, N. Marchand, J. Delamare, "A Low-Cost Air Data attitude Heading Reference System for the Tourism Airplane Applications",.
- [296] Demoz Gebre-Egziabher, Gabriel H. Elkaim, J. D. Powell and Bradford W. Parkinson, "A Gyro-Free Quaternion-Based Attitude Determination System Suitable for mplementation Using Low Cost Sensors",
- [297] Gang Lu, "Development of a GPS Multi-Antenna System for Attitude Determination", www.ensu.ucalgary.ca/GradTheses.html, PhD Thesis, January 1995.
- [298] Yang, Y., Tightly Integrated Attitude Determination Methods for Low-Cost Inertial Narigation: Two-Antenna GPS and GPS/Magnetometer, PII.D. Dissertation, Dept. of Electrical Enginecling. University of California, Riverside, CA June 2001.
- [299] R. P. Kornfeld, R. J. Hansman and J.J. Deyst, "Single-Antenna GPS-Based Aircraft Attitude Determination", Journal of The Institute of Navigation, Vol. 45, No.1, Spring 1998.
- [300] W. F. Phillips, C. E. Hailey, "Review of Attitude Representations Used for Aircraft Kinematics", Journal of Aircraft, Vol. 38, No. 4, July-August, 2001.
- [301] Crassidis, J. L., and Junkins, J. L., Optimal Estimation of Dynamic Systems , Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2004, Chaps. 2 and 5.
- [302] Schmidt, S. F., " Kalman Filter: Its Recognition and Development for Aerospace Applications," Journal of Guidance and Control, Vol. 4, No. 1, 1981, pp. 4– 7.
- [303] Farrell, J. L., " Attitude Determination by Kalman Filter, " Automatica , Vol. 6, No. 5, 1970, pp. 419 – 430.
- [304] Murrell, J. W., " Precision Attitude Determination for Multimission Spacecraft, " AIAA Paper 78-1248, Aug. 1978.
- [305] Markley, F. L., " Attitude Error Representations for Kalman Filtering, " Journal of Guidance, Control, and Dynamics , Vol. 63, No. 2, 2003, pp. 311 –317.
- [306] Stuelpnagel, J., " On the Parameterization of the Three-Dimensional Rotation Group, " SIAM Review, Vol. 6, No. 4, 1964, pp. 422– 430.
- [307] Shuster, M. D., " Constraint in Attitude Estimation Part I: Constrained Estimation, " Journal of the Astronautical Sciences , Vol. 51, No. 1, 2003, pp. 51– 74.
- [308] Shuster, M. D., " Constraint in Attitude Estimation Part II: Unconstrained Estimation, " Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 51, No. 1, 2003, pp. 75– 101.
- [309] Markley, F. L., " Attitude Estimation or Quaternion Estimation?, " Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 52, Nos. 1/2, 2004, pp. 221 –238.
- [310] Crassidis J. L., F. L. Markley, Y. Cheng, "Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods", Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 30, No. 1, January– February 2007.

- [311] Bar-Itzhack, I. Y., and Oshman, Y., "Attitude Determination from Vector Observations: Quaternion Estimation," *IEEE Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 321, No. 1, 1985, pp. 128–136.
- [312] Bar-Itzhack, I. Y., Deutschmann, J., and Markley, F. L., "Quaternion Normalization in Additive EKF for Spacecraft Attitude Determination," *AIAA Paper 91-2706*, Aug. 1991.
- [313] Deutschmann, J., Markley, F. L., and Bar-Itzhack, I. Y., "Quaternion Normalization in Spacecraft Attitude Determination," *Proceedings of the Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium*, NASA-Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, CP-1992-3186, NASA Center for Aerospace Information, Hanover, MD, 1992, pp. 523–536.
- [314] Psiaki, M. L., Theiler, J., Bloch, J., Ryan, S., Dill, R. W., and Warner, R. E., "ALEXIS Spacecraft Attitude Reconstruction with Thermal/Flexible Motions Due to Launch Damage," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 5, 1997, pp. 1033–1041.
- [315] Psiaki, M. L., Klatt, E. M., Kintner, P. M., and Powell, S. P., "Attitude Estimation for a Flexible Spacecraft in an Unstable Spin," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 1, 2002, pp. 88–85.
- [316] Choukroun, D., Bar-Itzhack, I. Y., and Oshman, Y., "Novel Quaternion Kalman Filter," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 42, No. 1, 2006, pp. 174–190.
- [317] Psiaki, M. L., "Backward-Smoothing Extended Kalman Filter," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 5, 2005, pp. 885–894.
- [318] Markley, F. L., Berman, N., and Shaked, U., "H1 -Type Filter for Spacecraft Attitude Estimation," *AAS Paper 93-298*, May 1993.
- [319] Markley, F. L., Berman, N., and Shaked, U., "Deterministic EKF-Like Estimator for Spacecraft Attitude Estimation," *Proceedings of the American Control Conference*, IEEE Publications, Piscataway, NJ, June 1994, pp. 247–251.
- [320] Smith, R. H., "An H1 -Type Filter for GPS-Based Attitude Estimation," *AAS Paper 95-134*, Feb. 1995.
- [321] Nagpal, K. M., and Khargonekar, P. P., "Filtering and Smoothing in an H1 Setting," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, No. 2, 1991, pp. 152–166.
- [322] Haupt, G. T., Kasdin, N. J., Keiser, G. M., and Parkinson, B. W., "Optimal Recursive Iterative Algorithm for Discrete nonlinear Least-Squares Estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, 1996, pp. 643–649.
- [323] Shuster, M. D., and Oh, S. D., "Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, No. 1, 1981, pp. 70–77.
- [324] Shuster, M. D., "A Simple Kalman Filter and Smoother for Spacecraft Attitude," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 37, No. 1, 1989, pp. 89–106.
- [325] Bar-Itzhack, I. Y., "REQUEST: A Recursive QUEST Algorithm for Sequential Attitude Determination," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 5, 1996, pp. 1034–1038.
- [326] Psiaki, M. L., "Attitude-Determination Filtering via Extended Quaternion Estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 2, 2000, pp. 206–214.
- [327] Cheng, Y., and Crassidis, J. L., "Particle Filtering for Sequential Spacecraft Attitude Estimation," *AIAA Paper 04-5337*, Aug. 2004.
- [328] Oshman, Y., and Carmi, A., "Estimating Attitude from Vector Observations Using a Genetic Algorithm-Embedded Quaternion Particle Filter," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Providence, RI, AIAA, 04-5340, Aug. 2004.
- [329] Crassidis, J. L., and Markley, F. L., "Predictive Filtering for Nonlinear Systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 3, 1997, pp. 566–572.
- [330] Ma, Z., and Ng, A., "Spacecraft Attitude Determination by Adaptive Kalman Filtering," *AIAA Paper 02-4460*, Aug. 2002.
- [331] Lam, Q. M., and Wu, A., "Enhanced Precision Attitude Determination Algorithms," *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, Vol. 1, IEEE Publications, Piscataway, NJ, Mar. 1998, pp. 61–68.
- [332] Mehra, R., Seereeram, S., Bayard, D., and Hadaegh, F., "Adaptive Kalman Filtering, Failure Detection and Identification for Spacecraft Attitude Estimation," *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, IEEE Publications, Piscataway, NJ, Sept. 1995, pp. 176–181.
- [333] Rapoport, I., and Oshman, Y., "Optimal Filtering in the Presence of Faulty Measurement Biases," *Proceedings of 41st IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE Publications, Piscataway, NJ, Dec. 2002, pp. 2236–2241.
- [334] Carter, M. T., Vadali, S. R., and Chamitoff, G. E., "Parameter Identification for the International Space Station Using Nonlinear

- Momentum Management Control,” AIAA Paper 97-3524, Aug. 1997.
- [335] Kim, J.-W., Crassidis, J. L., Vadali, S. R., and Dershowitz, A. L., “International Space Station Leak Localization Using Vent Torque Estimation,” IAC Paper 04-A.4.10, Oct. 2004.
- [336] Psiaki, M. L., “Estimation of the Parameters of Spacecraft’s Attitude Dynamics Model Using Flight Data,” Proceedings of the Flight Mechanics Symposium, CP-2003-212246, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, 2003, Session 5, Paper 3.
- [337] Kim, I., Kim, J., and Kim, Y., “Angular Rate Estimator Using Disturbance Accommodation Technique,” AIAA Paper 02-4829, Aug. 2002.
- [338] Schaub, H., Akella, M. R., and Junkins, J. L., “Adaptive Control of Nonlinear Attitude Motions Realizing Linear Closed Loop Dynamics,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 1, 2001, pp. 95–100.
- [339] Costic, B. T., Dawson, D. M., de Queiroz, M. S., and Kapila, V., “Quaternion-Based Adaptive Attitude Tracking Controller Without Velocity Measurements,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 6, 2001, pp. 1214–1222.
- [340] Tanygin, S., “Generalization of Adaptive Attitude Tracking,” AIAA Paper 02-4833, Aug. 2002.
- [341] Choukroum, “Novel Methods for Attitude Determination Using Vector Observations”, Phd. Thesis, Senate of the Technion-Israel Institute of Technology Haifa, May 2003.
- [342] B. T. Blaylock, “Magnetometers,” *Spacecraft Attitude Determination and Control* , edited by J. R. Wertz, chap. 6.3, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1978, pp. 180-184.
- [343] M. Challa and G. Natanson, “Effects of Magnetometer Calibration and Maneuvers on Accuracies of Magnetometer-Only Attitude and Rate Determination”, Proceedings of the AAS/GSFC 13th International Symposium on Space Flight Dynamics, Vol. 1, (NASA/CP- 1998-206858/VOL1) NASA-Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, May 1998, pp. 389-401.
- [344] Gebre-Egziabher, D., Elkaim, G. H., Pawell, J. D., and Parkinson, B. W., “A nonlinear two-step estimation algorithm for calibrating solid-state strapdown magnetometers”, Proc. 8th Int. Conf. on Integrated Navigation Systems, 200-299.
- [345] L., Lai, K.-L., and Harman, R. R., “Real-Time Attitude-Independent Three-Axis Magnetometer Calibration”, Flight Mechanics Symposium, (NASA CP-2003- 212246) NASA-Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, Oct. 2003, Session 6, Paper 5.
- [346] Gebre-Egziabher, D., Elkaim, G. H., Powell, J. D., and Parkinson, B. W., “Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain”, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol 19, No. 2, April 2006. pp. 87–102.
- [347] R. Alonso and M. D. Shuster, “Centering and Observability in Attitude-Independent Magnetometer-Bias Determination”, *The Journal of the Astronautical Sciences*, Vol.51, No.2, April-June 2003, pp.133-141.
- [348] R. Alonso and M. D. Shuster, “Complete Linear Attitude-Independent Magnetometer Calibration”, *JAS*, Vol.50, No.4, Oct-Dec. 2002, pp.477-490.
- [349] Joseph Sedlak, “Iterative Magnetometer Calibration”, AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Keystone, CO, August 2006.
- [350] Gebre-Egziabher, D., Elkaim, G. H., Powell, J. D., and Parkinson, B. W., “Calibration of Strapdown Magnetometers in Magnetic Field Domain”, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol 19, No. 2, April 2006. pp. 87–102.
- [351] W. Wen and H. Durrant-Whyte, “Model based active object localization using multiple sensors, Intelligent Systems and Robotics”, Osaka, Japan, November 1991.
- [352] W. Wen and H. Durrant-Whyte, “Model-based multi-sensor data fusion”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, pp. 1720-1726, May 1992.
- [353] S. Hayward, Constrained Kalman Filter for least-squares estimation of time-varying beamforming weights, in *Mathematics in Signal Processing IV* (J. McWhirter and I. Proudler, Eds.) Oxford University Press, pp. 113-125, 1998.
- [354] J. Porrill, Optimal combination and constraints for geometrical sensor data, *International Journal of Robotics Research* 7(6) pp. 66-77, December 1988.
- [355] J. De Geeter, H. Van Brussel, and J. De Schutter, A smoothly constrained Kalman Filter, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19(10) pp. 1171-1177, October 1997.
- [356] R. Stengel, *Optimal Control and Estimation* (Dover Publications, New York, 1994).
- [357] T. Chia, P. Chow, and H. Chizek, “Recursive parameter identification of constrained systems: An application to electrically stimulated muscle”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 38(5) pp. 429-442, May 1991.

- [358] Keshu Zhang, "Best Linear Unbiased Estimation Fusion with Constraints", Phd. Thesis, University of New Orleans, 2002.
- [359] Sangho Ko and Robert R. Bitmead, "State Estimation for Linear Systems with State Equality Constraints", submitted to *Automatica*, 26 January 2005.
- [360] Renato Zanetti, Robert H. Bishop, "Quaternion estimation and norm Constrained Kalman filtering", AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, 21-24 August 2006.
- [361] M.D. Shuster, "A Survey of Attitude Representations", the journal of Astronautical Sciences, 41(4): 439-517, 1993.
- [362] P. G. Savage, "Strapdown Analytics: part 1. Strapdown Associates", Inc., Maple Plain, Minnesota, 2000.
- [363] Allan, D., "Statistics of Atomic Frequency Standards," Proceedings of the IEEE, Vol. 54, No. 2, 1996, pp. 221-230.
- [364] Ng, L., and Pines, D., "Characterization of Ring Laser Gyro Performance Using the Allan Variance Method," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 1, 1997, pp. 211-214.
- [365] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros: IEEE STD 647-1995, Inst. of Electrical and Electronics Engineers, New York, 1996.
- [366] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros: IEEE STD 952-1997, Inst. of Electrical and Electronics Engineers, New York, 1998.
- [367] Bielas, M., "Stochastic and Dynamic Modeling of Fiber Gyros," Proceedings of the SPIE—Fiber Optic and Laser Sensors XII, Vol. 2292, 1994, pp. 240-254.
- [368] Jason J. Ford, Michael E. Evans, "Online Estimation of Allan Variance Parameters, JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS, Vol. 23, No. 6, November-December 2000.
- [369] Quang M. Lam, Nick Stamatakos, Craig Woodruff, and Sandy Ashton, "Gyro Modeling and Estimation of Its Random Noise Sources" AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 1111 - 14 August 2003, Austin, Texas.
- [370] Schwarz, K.-P. and Wei, M., "INS/GPS Integration for Geodetic Applications: Lecture Notes ENGO 623", Department of Geometrics Eng., The University of Calgary, Calgary, Canada, 2000.
- [371] Farrell, J. A. and Barth M., "The Global Positioning System & Inertial Navigation", McGraw-Hill, 1998.
- [372] Scherzinger, B. M., "Inertial Navigation Error Models for Large Heading Uncertainty", IEEE Position Location and Navigation Symposium", 1996.
- [273] Scherzinger, B. M., "Estimation with application to Navigation", Lecture Notes ENGO 699.11", Department of Geometrics Eng., The University of Calgary, Calgary, Canada, 2004.
- [374] Scherzinger, B. M., Reid, D. B. "Modified Strapdown Inertial Navigator Error Models", IEEE Position Location and Navigation Symposium", 1994.
- [375] Benson Jr., D. O., "A Comparison of Two Approaches to Pure-Inertial and Doppler-Inertial Error Analyses", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-11(4):447-455, 1975.
- [376] <http://www.mathworld.com>.
- [377] Battin, R.H., "A Statistical Optimizing Navigation Procedure for Space Flight," *ARS Journal*, vol. 32, 1962, pp. 1681-1696.
- [378] Pourtakdoust S. H., Ghanbarpur Asl H., "Adaptive Unscented Kalman Filter for Quaternion Based Orientation Estimation in Low Cost AHRS", To be Published in the *Journal of Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 79, No. 5, Emerald Group Publishing, 2007.
- [379] Ghanbarpur Asl H., Pourtakdoust S. H., "UD Covariance Factorization for Unscented Kalman Filter using Sequential Measurements Update", Submitted to *The Journal of Aerospace Science and Technology*, Elsevier, January 2007.
- [380] H. Ghanbarpourasl, S.H. Pourtakdust," A New Non-linear Algorithm for Complete Pre-Fight Calibrating Magnetometers in Magnetic field Domain", Submitted to *The Journal*, Royal Aeronautical Society, May 2007.
- [381] H. Ghanbarpourasl, S.H. Pourtakdust," A New Kalman Filter for Nonlinear Systems with Non Gaussian noise", 6th International Aerospace Engineering Conference, Tehran, 1385.
- [382] Simon Haykin, Ali H. Sayed, James R. Zeidler, Paul Yee and Paul C. Wei, "Adaptive Tracking of linear Time-Variant Systems by Extended RLS Algorithms", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 45, No. 5, May 1977.
- [383] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory", Fourth edition, Prentice-Hall, Inc., 2002.
- [384] William S. Watson, "SOLID STATE STRAP DOWN VERTICAL GYRO SYSTEM", Watson Industries, Inc. 1995.
- [385] ---, "Avionic Fundamentals", United Airlines, 1971.

- [386] C. J. Savant, R.C. Howard, C.B. Solloway, C.A. Savant, "Principles of Inertial Navigation", McGraw-Hill, 1961.
- [387] Farrel, J.L. and Stuelpnagel, "A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude," SIAM Review, Vol. 8, No. 3, 1966, pp. 384-386.
- [388] Wessner, R.H., "A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude," SIAM Review, Vol. 8, No. 3, 1966, pp. 384-386.
- [389] Velman, J.R., "A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude," SIAM Review, Vol. 8, No. 3, 1966, pp. 384-386.
- [390] Brock, J.E., "Optimal Matrices Describing Linear Systems," AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, Jul. 1968, pp. 1292-1296.

مراجع فارسی

- [۳۹۱] حبیب قنبرپور اصل، سید حسین پورتاکدوست، "تخمین وضعیت یک جسم پرنده با استفاده از خروجیهای IMU و ارتفاعسنج در حرکت‌های شتابدار"، ارائه شده به مجله علمی پژوهشی امیرکبیر، اردیبهشت ۱۳۸۶.
- [۳۹۲] حبیب قنبرپور اصل، سید حسین پورتاکدوست، "مقاوم سازی الگوریتم یک ژيروسکوپ ورتیکال MEMS در مقابل شتاب"، همایش تخصصی کاربردی سامانه های ناوبری، دی ماه ۱۳۸۵.
- [۳۹۳] رمضان هاونگی، حبیب قنبر پور اصل، محمد تشنه لب، " تلفیق کامل GPS/INS و بهبود آن با فیلتر فازی تطبیقی"، مجله علمی پژوهشی مدرس، تهران، ۱۳۸۳.
- [۳۹۴] رمضان هاونگی، حبیب قنبر پور اصل، تشنه لب، " تلفیق متوالی اطلاعات GPS/INS با استفاده از فیلتر کالمن تطبیقی فازی"، دوازدهمین کنفرانس مهندسی هوافضا، اصفهان، ۱۳۸۲.
- [۳۹۵] رمضان هاونگی، حبیب قنبر پور اصل، محمد تشنه لب، " تلفیق کامل GPS/INS و بهبود آن با فیلتر فازی تطبیقی"، دوازدهمین کنفرانس مهندسی برق، مشهد، ۱۳۸۳.
- [۳۹۶] عسگر عباسزاده، حبیب قنبرپور اصل، "تلفیق اطلاعات INS با سیستم پردازش تصویر با استفاده از بانک عکس"، سیزدهمین کنفرانس مهندسی برق، زنجان، ۱۳۸۴.
- [۳۹۷] علی اصغر عابدی، حبیب قنبر پور اصل، مجتبی لطفی زاد، "روشی نو در رفع ابهام فازی در سیستمهای ناوبری ماهواره‌ای (GPS)"، سومین کنفرانس مهندسی هوافضا، اصفهان، ۱۳۸۲.
- [۳۹۸] علی اصغر عابدی، حبیب قنبر پور اصل، مجتبی لطفی زاد، "افزایش سرعت و قابلیت اطمینان در سیستمهای ناوبری ماهواره‌ای تفاضلی"، دوازدهمین کنفرانس مهندسی برق، مشهد، ۱۳۸۳.
- [۳۹۹] منصور کبکانیان، محمد جواد یزدان پناه، جعفر کیقبادی، "طراحی سیستم تعیین سمت اینرسی برای خودرو"، همایش تخصصی کاربردی سامانه های ناوبری، دی ماه ۱۳۸۵.
- [۴۰۰] مهرداد جعفر بلند، " الگوریتم جدیدی از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زن وضعیت برای کنترل تعقیب و مقاوم وضعیت ماهواره در مانورهای چرخشی با زاویه بزرگ"، همایش تخصصی کاربردی سامانه های ناوبری، دی ماه ۱۳۸۵.
- [۴۰۱] حسین ارغوان، " پیاده سازی الگوریتم تلفیق GPS/INS برای هواپیمای بدون سرنشین"، همایش تخصصی کاربردی سامانه های ناوبری، دی ماه ۱۳۸۵.

[۴۰۲] حسین رحیمی، علی پازوکی، کاظم نیایش، مهدی اسماعیل زاده " محاسبه پایداری بایاس
ژیروسکوپ FOG مدل VG941 با استفاده از روش ALLAN VARINCE "، همایش تخصصی کاربردی سامانه
های ناوبری، دی ماه ۱۳۸۵.



ضمیمه الف

معادلات Savage

این ضمیمه به ارائه روش که یکی از معروفترین روشهای حل معادلات ناوبری به صورت گسسته است، می پردازد. روشهای زیادی برای حل گسسته ناوبری وجود دارد که الگوریتم Savage نتیجه پیشرفتهای ۵۰ ساله الگوریتمهای ناوبری است. این الگوریتم دارای سه سرعت متفاوت برای حل معادلات ناوبری می باشد. بالاترین سرعت مربوط به نمونه برداری از خروجیهای سنسورهای اینرسی برای بدست آوردن انتگرال شتاب یا سرعت زاویه‌ای در بازه زمانی حل معادلات می باشد. با سرعتی پایین‌تر از سرعت نمونه برداری از سنسورها معادلات وضعیت حل شده و با سرعت بسیار پائین دیگر سرعتها و موقعیتها به روز می گردند. در سیستمهای قدیمی فرکانس نمونه برداری از سنسورها بین $5000\text{Hz} - 500\text{Hz}$ انجام می شود. در بعضی از سیستمها این انتگرال گیری به صورت سخت افزاری انجام می شود. با فرکانسی بین $500\text{Hz} - 100\text{Hz}$ پارامترهای وضعیت به روز می گردند. و با فرکانس $100\text{Hz} - 10\text{Hz}$ پارامترهای سرعت و موقعیت به روز می گردند. امروزه با پیشرفت کامپیوترها این الگوریتمها اکثراً به صورت دو فرکانسی حل می شود. به صورت سخت افزاری و یا با حداکثر فرکانس نمونه برداری انتگرال شتابها و سرعتهای زاویه ای محاسبه می شود که بعد از آن خروجی کالیبره شده سنسورها به صورت انتگرال در بازه زمانی Δt وارد الگوریتم می شود. در اینجا یک الگوریتم بر اساس مرجع [۲۸۸] برای کارکردن در محیطهای دو فرکانسی آورده شده است. ابتدا انتگرال خروجی سنسورها به صورت زیر تعریف می شود:

$$\Delta \tilde{V}_{f,k}^b = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \tilde{f}^b dt \quad (\text{الف-۱})$$

$$\Delta \tilde{\theta}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \tilde{\omega}_{ib}^b dt$$

که در آن $\Delta \tilde{V}_{f,k}^b$ نمو سرعت و $\Delta \tilde{\theta}_k$ نمو زاویه می باشد.

الف-۱: به روز رسانی سرعت

برای به روز رسانی سرعت باتوجه به [۱۷۹] می توان نوشت:

$$V_k^n = V_{k-1}^n + \Delta V_{f,k}^n + \Delta V_{g/cor,k}^n \quad (\text{الف-۲})$$

که در آن $\Delta V_{g/cor,k}^n$ نمو سرعت در اثر شتابهای کوریولیس و شتاب جاذبه و $\Delta V_{f,k}^n$ نمو سرعت در اثر شتاب مخصوص می باشد، که می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta V_{f,k}^n = \frac{1}{2} [C_{n(k-1)}^{n(k)} + I] C_{n(k-1)}^{n(k-1)} \Delta V_{f,k}^{b(k-1)}$$

$$\Delta V_{f,k}^{b(k-1)} \approx \Delta V_{f,k}^b + \frac{1}{2} \Delta \theta_k \times \Delta V_{f,k}^b + \frac{1}{12} (\Delta \theta_{k-1} \times \Delta V_{f,k}^b + \Delta V_{f,k-1}^b \times \Delta \theta_k) \quad (\text{الف-۳})$$

$$C_{n(k-1)}^{n(k)} = I - (\zeta_k \times)$$

که در آن $b(k)$ و $n(k)$ نشان دهنده دستگاه مختصات بدنی و ناوبری را در لحظه k نشان می‌دهد. با جایگذاری معادلات (الف-۳) در داخل هم بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \Delta V_{f,k}^n &= [I - (\zeta_k \times)] C_{n(k-1)}^{n(k-1)} \Delta V_{f,k}^{b(k-1)} \\ \zeta_k &= [\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n]_{k-1/2} \Delta t \end{aligned} \quad (\text{الف-۴})$$

که در اینجا ζ_k بردار دوران دستگاه $n(k)$ نسبت به $n(k-1)$ می‌باشد. زیر نویس $k-1/2$ نشان دهنده نقطه میانی آن پارامتر در بازه $[t_{k-1}, t_k]$ می‌باشد. می‌دانیم که ω_{en}^n ، ω_{ie}^n تابعی از سرعت و موقعیت می‌باشند. در اصل باید ابتدا نقطه میانی موقعیت و سرعت حساب شود تا پارامترهای فوق قابل محاسبه باشند. چون سرعت و موقعیت در لحظه t_k هنوز محاسبه نشده‌اند، می‌توان از برون یابی استفاده نمود. ابتدا برون یابی ارتفاع را به شکل زیر انجام می‌دهیم:

$$h_{k-1/2} = h_{k-1} - \frac{V_{D,k-1} \Delta t}{2} \quad (\text{الف-۵})$$

طول و عرض جغرافیائی نیز می‌توانند به شکل زیر برون یابی شوند:

$$\begin{aligned} q_{n(k-1/2)}^{e(k-1)} &= q_{n(k-1)}^{e(k-1)} \otimes q_{n(k-1/2)}^{n(k-1)} \\ q_{n(k-1/2)}^{e(k-1/2)} &= q_{e(k-1)}^{e(k-1/2)} \otimes q_{n(k)}^{e(k-1)} \end{aligned} \quad (\text{الف-۶})$$

که در اینجا

$$\begin{aligned} q_{n(k-1/2)}^{n(k-1)} &= \begin{bmatrix} \cos \|0.5 \zeta_{k-1/2}\| \\ \frac{\sin \|0.5 \zeta_{k-1/2}\|}{\|0.5 \zeta_{k-1/2}\|} 0.5 \zeta_{k-1/2} \end{bmatrix} \\ q_{e(k-1)}^{e(k-1/2)} &= \begin{bmatrix} \cos \|0.5 \xi_{k-1/2}\| \\ -\frac{\sin \|0.5 \xi_{k-1/2}\|}{\|0.5 \xi_{k-1/2}\|} 0.5 \xi_{k-1/2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{الف-۷})$$

که در آن $\zeta_{k-1/2} = \omega_{in}^n (k-1) \Delta t / 2$ و $\xi_{k-1/2} = \omega_{ie}^n (k-1) \Delta t / 2$ است.

حال می‌توان بر اساس برون یابی، سرعت را در نقطه میانی به شکل زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} V_{k-1/2}^n &= V_{k-1}^n + \frac{1}{2} \Delta V_{k-1}^n \\ \Delta V_{k-1}^n &= +\Delta V_{f,k-1}^n + \Delta V_{g/cor,k-1}^n \end{aligned} \quad (\text{الف-۸})$$

که در آن ΔV_{k-1}^n باید از لحظه قبل نگهداری شود. همچنین تصحیحات کوریولیس و نیروی مخصوص به شکل زیر خواهد بود:

$$\Delta V_{g/cor,k}^n = [g^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n]_{k-1/2} \Delta t \quad (\text{الف-۹})$$

الف-۲: به روز رسانی موقعیت

کوآترینین q_n^e از دستگاه ناوبری به دستگاه زمینی حاوی اطلاعاتی در مورد طول و عرض جغرافیائی می باشد. q_n^e بر اساس پروسه زیر به روز می شود:

$$\begin{aligned} q_{n(k)}^{e(k-1)} &= q_{n(k-1)}^{e(k-1)} \otimes q_{n(k)}^{n(k-1)} \\ q_{n(k)}^{e(k)} &= q_{e(k-1)}^{e(k)} \otimes q_{n(k)}^{e(k-1)} \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۰})$$

که کوآترینینهای $q_{n(k)}^{n(k-1)}$ و $q_{e(k)}^{e(k-1)}$ به صورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} q_{n(k)}^{n(k-1)} &= \begin{bmatrix} \cos\|0.5\zeta_k\| \\ \frac{\sin\|0.5\zeta_k\|}{\|0.5\zeta_k\|} 0.5\zeta_k \end{bmatrix} \\ q_{e(k)}^{e(k-1)} &= \begin{bmatrix} \cos\|0.5\xi_k\| \\ \frac{\sin\|0.5\xi_k\|}{\|0.5\xi_k\|} 0.5\xi_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۱})$$

که در آن $\xi_k = \omega_{ie}^e \Delta t$ بردار دوران از دستگاه $e(k-1)$ به دستگاه $e(k)$ می باشد. زمانی که سرعتها به روز می شوند باید نقطه میانی سرعت نیز به شکل زیر به روز گردد:

$$V_{k-1/2}^n = \frac{1}{2} (V_{k-1}^n + V_k^n) \quad (\text{الف-۱۲})$$

بنابراین ابتدا توصیه می گردد ζ_k بر اساس نقطه میانی سرعت به روز شده و سپس از معادله اول (الف-۱۱) استفاده شود. حال می توان طول و عرض جغرافیائی را از این کوآترینین استخراج نمود. همچنین ارتفاع در نقطه میانی می تواند به صورت جداگانه به شکل زیر به روز شود:

$$h_k = h_{k-1} - V_{D,k-1/2} \Delta t \quad (\text{الف-۱۳})$$

الف-۳: به روز رسانی وضعیت

برای به روز رسانی کوآترینینها می توان از الگوریتم زیر استفاده نمود:

$$\begin{aligned} q_{b(k)}^{n(k-1)} &= q_{b(k-1)}^{n(k-1)} \otimes q_{b(k)}^{b(k-1)} \\ q_{b(k)}^{n(k)} &= q_{n(k-1)}^{n(k)} \otimes q_{b(k)}^{n(k-1)} \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۴})$$

کوآترینین برای به روز رسانی دستگاه بدنی به صورت زیر است:

$$q_{b(k)}^{b(k-1)} = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\phi_k\| \\ \frac{\sin\|0.5\phi_k\|}{\|0.5\phi_k\|} 0.5\phi_k \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۱۵})$$

که در اینجا ϕ_k بردار دوران دستگاه بدنی می باشد. در اینجا می توان نرخ چرخش این بردار دوران را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &\approx \omega_{ib}^b + \frac{1}{2}\phi \times \omega_{ib}^b + \frac{1}{12}\phi \times (\phi \times \omega_{ib}^b) \\ &\approx \omega_{ib}^b + \frac{1}{2}\Delta\theta(t) \times \omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۶})$$

که در آن $\Delta\theta(t)$ نمونه انتگرال خروجی ژيروسکوپها در فاصله زمانی بین Δt است.

$$\Delta\theta(t) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega_{ib}^b dt \quad (\text{الف-۱۷})$$

حال می توان نوشت [۱۷۸]:

$$\begin{aligned} \phi_k &\approx \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\omega_{ib}^b + \frac{1}{2}\Delta\theta(t) \times \omega_{ib}^b \right) dt \\ &\approx \Delta\theta_k + \frac{1}{12}\Delta\theta_{k-1} \times \Delta\theta_k \end{aligned} \quad (\text{الف-۱۸})$$

که در اینجا $\frac{1}{12}\Delta\theta_{k-1} \times \Delta\theta_k$ مربوط به ترم تصحیح مرتبه دوم حرکت مخروطی^۱ می باشد. برای به روز رسانی دستگاه ناوبری به صورت زیر عمل می کنیم:

$$q_{n(k-1)}^{n(k)} = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\zeta_k\| \\ -\frac{\sin\|0.5\zeta_k\|}{\|0.5\zeta_k\|} 0.5\zeta_k \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۱۹})$$

چون قبلاً مقدار میانی موقعیت به روز شده بود می توان ζ_k را به روز نمود. همچنین برای به روز رسانی ارتفاع میانی به شکل زیر عمل می شود:

$$h_{k-1/2} = \frac{1}{2}(h_{k-1} + h_k) \quad (\text{الف-۲۰})$$

نهایتاً کواترنین متناظر با تغییرات موقعیت از لحظه t_{k-1} به لحظه t_k به صورت زیر خواهد بود:

$$q_{\delta\theta} = (q_{n(k-1)}^{e(k-1)})^{-1} \otimes (q_{n(k)}^{e(k)}) \quad (\text{الف-۲۱})$$

که در اینجا باید بردار دوران $\delta\theta$ حساب شود. پس برون یابی موقعیت به صورت زیر انجام می شود:

$$q_{n(k-1/2)}^{e(k-1/2)} = q_{n(k-1)}^{e(k-1)} \otimes q_{0.5\delta\theta} \quad (\text{الف-۲۲})$$

¹ Conning motion

که در آن کواترنین $q_{0.5\delta\theta}$ متناظر با بردار دوران $0.5\delta\theta$ است.

به دلیل خطاهای عددی، اغلب کواترنین محاسباتی q_b^n نرمال نبوده و باید نرمال سازی گردد [۱۷۸]:

$$\begin{aligned} q_b^n &:= (1 - e_q) q_b^n \\ q_b^n &= \frac{1}{2} \left((q_b^n)^T q_b^n - 1 \right) \end{aligned} \quad (\text{الف-۲۳})$$

که در آن e_q خطای نرمال بودن کواترنین q_b^n می باشد.



ضمیمه ب

فاکتورسازیهای لازم برای UKF

ب-۱: cholesky update/downdate

فرض کنید که ماتریس R فاکتور چولسکی ماترسی مربعی A باشد در این صورت داریم:

$$A = RR^T \quad (\text{ب-۱})$$

که در آن R یک ماتریس بالا مثلثی می باشد. دستور نرم افزار Matlab مطلب برای محاسبه فاکتور چولسکی به شکل زیر است:

$$R = \text{chol}(A) \quad (\text{ب-۲})$$

حال فرض کنید که فاکتور چولسکی A که R است، معلوم باشد، می خواهیم فاکتور ماتریس زیر را محاسبه کنیم:

$$R' = \text{chol}(A + w_0 xx^T) \quad (\text{ب-۳})$$

در این حالت، نیازی به فاکتور سازی دوباره ماتریس A نیست و می توان فاکتور R را توسط بردار x با وزن w_0 به روز نمود. دستور نرم افزار Matlab برای این کار به شکل زیر است:

$$R' = \text{cholupdate}(R, x, w_0) \quad (\text{ب-۴})$$

اینکار اگر w_0 مثبت باشد به Cholesky update کردن و اگر w_0 منفی باشد به Cholesky downdate معروف است. در بعضی از نسخه های مطلب این کار به صورت زیر انجام می شود:

$$R' = \text{cholupdate}(R, \sqrt{w_0}x, '+') \quad (\text{ب-۵})$$

$$R' = \text{cholupdate}(R, \sqrt{w_0}x, '-')$$

ب-۲: فاکتور سازی QR

فرض کنید که ماتریس $X_{n \times L}$ یک ماتریس مستطیلی با $L \geq n$ باشد. در این صورت می توان این ماتریس را می توان به دو ماتریس $Q' \in R^{L \times L}$ که یک ماتریس متعامد می باشد و به ماتریس $S \in R^{n \times n}$ که یک ماتریس بالا مثلثی است به صورت زیر تجزیه نمود. داریم:

$$X_{n \times L} = \begin{bmatrix} S_{n \times n} & 0_{n \times (L-n)} \end{bmatrix} Q'_{L \times L} \quad (\text{ب-۶})$$

فرض کنید که داریم $P = XX^T$ بنابراین با جایگذاری از (ب-۶) می توان نوشت:

$$P = XX^T = \begin{bmatrix} S & 0 \end{bmatrix} Q' Q'^T \begin{bmatrix} S & 0 \end{bmatrix}^T = SQQ^T S^T = SS^T \quad (\text{ب-۷})$$

که در آن S فاکتور چولسکی از ماتریس P می باشد.

برای فاکتور سازی ماتریس $r \in R^{n \times 1}$ که به صورت یک بردار است می توان به صورت زیر عمل نمود:

$$r^T = S_r Q_r \quad (\text{ب-۸})$$

که در اینجا $S_r = \|r\|$ برابر با نرم بردار r و $Q_r = \frac{1}{\|r\|} r^T$ ماتریس با اندازه واحد خواهد بود. بنابراین الگوریتم فاکتور سازی QR برای بردار می تواند بسیار ساده باشد.

ب-۳: شبه کد برای فاکتور سازی ترکیبی از QR UD

این شبه کد برای فاکتور سازی ماتریس به شکل $X \in R^{n \times L}, L \geq n$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$X_{n \times L} = U_{n \times n} D_{n \times n} Q_{n \times L} \quad (\text{ب-۹})$$

این کد به صورت زیر استفاده شده است:

$$[U, D, Q] = QR_UD\{X\} \quad (\text{ب-۱۰})$$

که در آن U یک ماتریس بالامثلثی با المانهای صفر در قطر اصلی و D یک ماتریس قطری و Q یک ماتریس متعامد می باشد که در آن اندازه هر سطر واحد بوده و عمود بر سطرهاى دیگر است. برای تولید این نوع فاکتور سازی ابتدا با استفاده از فاکتور سازی QR ماتریس X را به صورت زیر فاکتور سازی می کنیم.

$$X = RQ \quad (\text{ب-۱۱})$$

سپس ماتریس R را که یک ماتریس بالامثلثی است به صورت زیر یک ماتریس بالامثلثی با المانهای قطر اصلی صفر و یک ماتریس دیگر که قطری بوده و المانهای قطر اصلی ماتریس R روی آن نشسته است تجزیه می شود، به طوری که داشته باشیم:

$$R = UD \quad (\text{ب-۱۲})$$

ضمیمه ج

تخمین میانگین و کواریانس

ترمهای شبه خطی

در نظر بگیرید که می‌خواهیم میانگین و کواریانس y_k را که تابعی از بردارهای تصادفی $w_k \in R^m$ و $x_k \in R^n$ است و به شکل زیر تعریف می‌شود را بدست آوریم.

$$y_k = F_k x_k + G(x_k) w_k \quad (\text{ج-۱})$$

که در آن:

$$\begin{aligned} E(w_k) &= 0 & E(x_k) &= \hat{x}_k \\ E(w_k w_k^T) &= Q_k & E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] &= P_k \end{aligned} \quad (\text{ج-۲})$$

باشد، که w_k مستقل از x_k بوده و $G(x_k)$ تابعی خطی از المانهای بردار x_k می‌باشد. ترم $G(x_k)w_k$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$z_k = G(x_k)w_k = G(x_k) \left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} e_i \right) \quad (\text{ج-۳})$$

معادله (ج-۳) را به دلیل اسکالر بودن $w_{i,k}$ می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$z_k = G(x_k)w_k = \sum_{i=1}^m w_{i,k} [G(x_k)e_i] = \sum_{i=1}^m w_{i,k} (G_{ci} x_k) = \left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} G_{ci} \right) x_k \quad (\text{ج-۴})$$

برای محاسبه میانگین z_k می‌توان به شکل زیر عمل نمود.

$$E(z_k) = E \left[\left(\sum_{i=1}^m w_{i,k} G_{ci} \right) x_k \right] = \sum_{i=1}^m E(w_{i,k}) G_{ci} E(x_k) = 0 \quad (\text{ج-۵})$$

دلیل آن صفر بودن میانگین $w_{i,k}$ و مستقل بودن دو بردار تصادفی می‌باشد. بنابراین میانگین y_k به شکل زیر خواهد بود:

$$\hat{y}_k = F_k \hat{x}_k \quad (\text{ج-۶})$$

برای محاسبه کواریانس y_k به شکل زیر عمل می‌کنیم:

$$P_{y_k} = E[(y_k - \hat{y}_k)(y_k - \hat{y}_k)^T] = F_k E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)] F^T + F_k E[(x_k - \hat{x}_k) w_k^T G^T(x_k)] + E[G(x_k) w_k (x_k - \hat{x}_k)^T] + E[G(x_k) w_k w_k^T G^T(x_k)] \quad (7-ج)$$

می توان به راحتی نشان داد که ترمهای سوم و دوم سمت راست معادله (7-ج) برابر با صفر می باشند. دلیل این امر مستقل بودن x_k از w_k می باشد. بنابراین داریم:

$$P_{y_k} = F_k P_k F_k^T + E[G(x_k) w_k w_k^T G^T(x_k)] \quad (8-ج)$$

برای محاسبه ترم دوم معادله (8-ج) می توان x_k را به صورت تابعی از \hat{x}_k و خطای تخمین \hat{x}_k نوشت:

$$x_k = \hat{x}_k + (x_k - \hat{x}_k) \quad (9-ج)$$

با جایگزاری (9-ج) در ترم دوم معادله (8-ج) داریم:

$$E[G(x_k) w_k w_k^T G^T(x_k)] = [G(\hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(\hat{x}_k)] + E[G(\hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k) w_k^T G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] \quad (10-ج)$$

ترمهای دوم و سوم به دلیل مستقل بودن x_k و w_k و همچنین صفر بودن خطای تخمین اولیه $E = (x_k - \hat{x}_k)$ و همچنین با بسط $G(x_k - \hat{x}_k) w_k$ با استفاده از معادله (10-ج) برابر با صفر خواهند بود. بنابراین داریم:

$$E[G(x_k) w_k w_k^T G^T(x_k)] = [G(\hat{x}_k) E(w_k w_k^T) G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] = [G(\hat{x}_k) Q_k G^T(\hat{x}_k)] + E[G(x_k - \hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(x_k - \hat{x}_k)] \quad (11-ج)$$

با بسط ترم دوم معادله (11-ج) مطابق با معادله (10-ج) بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} & E[G(x - \hat{x}_k) w_k w_k^T G^T(x - \hat{x}_k)] \\ &= E \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} w_{i,k} w_{j,k} (x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)^T G_{cj}^T \right] \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} E[w_{k,i} w_{j,k} (x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)] G_{cj}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} E[w_{k,i} w_{j,k}] E[(x_k - \hat{x}_k) (x_k - \hat{x}_k)] G_{cj}^T \quad (12-ج) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} Q_{ij} P_k G_{cj}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ci} [Q \otimes P_k] G_{cj}^T \\ &= [G_{c1} G_{c2} \cdots G_{c6}] (Q \otimes P_k) [G_{c1} G_{c2} \cdots G_{c6}]^T \\ &= \Gamma(Q \otimes P_k) \Gamma^T \end{aligned}$$

دومین تساوی به دلیل خطی بودن اپراتور E میباشد که می تواند با اپراتور \sum جابجا گردد. سومین تساوی به دلیل مستقل بودن x_k, w_k اتفاق می افتد. در تساوی پنجم از تعریف ضرب Kronecker دو ماتریس استفاده شده است. تساوی آخر نیز به دلیل تعریف Γ و حذف \sum ها می باشد. حال با جایگذاری (ج-۱۲) در (ج-۱۱) و حاصل در (ج-۸) کواریانس y_k براحتی قابل محاسبه خواهد بود. داریم:

$$P_{y_k} = F_k P_k F_k^T + G(\hat{x}_k) Q_k G(\hat{x}_k) + \Gamma(Q_k \otimes P_k) \Gamma^T \quad (\text{ج-۱۳})$$



ضمیمه د

فاکتورسازی وزنی

فرض کنید که W ماتریس وزن و قطری $L \times L$ و X یک ماتریس $L \times 1$ بوده که در آن $L \geq 1$ باشد. اگر $c \geq 0$ یک اسکالر باشد می‌خواهیم ماتریس B را از معادله ماتریسی زیر بدست آوریم، به شرط اینکه ماتریس $W^{-1} - cXX^T$ مثبت معین باشد.

$$W^{-1} - cXX^T = BWB^T \quad (1-د)$$

در اینجا این نوع فاکتورسازی را فاکتورسازی وزنی می‌نامیم.

چون ماتریس $W^{-1} - cXX^T$ مثبت معین فرض شده است، بنابراین می‌توان فاکتورهای چولسکی آن را نوشت. بنابراین یک فاکتور وزنی برای ماتریس فوق به صورت زیر فرض می‌شود:

$$W^{-1} - cXX^T = (W^{-1} - bcXX^T)W(W^{-1} - bcXX^T)^T \quad (2-د)$$

با بسط فرمول (2-د) داریم:

$$W^{-1} - cXX^T = (I - bcXX^T W)(W^{-1} - bcXX^T)^T \quad (3-د)$$

با بسط دوباره (3-د) داریم:

$$W^{-1} - cXX^T = W^{-1} - 2bcXX^T + b^2c^2XX^T WXX^T \quad (4-د)$$

با حذف W^{-1} از طرفین (4-د) داریم:

$$-cXX^T = -2bcXX^T + b^2c^2XX^T WXX^T \quad (5-د)$$

با با فاکتورگیری از طرفین معادله (5-د) داریم:

$$0 = X(c - 2bc + b^2c^2X^T W X)X^T \quad (6-د)$$

که یک معادله درجه دو برای b است. می‌توان از معادله (6-د) را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$b = \frac{1 \pm \sqrt{1 - cX^T W X}}{cX^T W X} \quad (7-د)$$

و یا داریم:

$$b = \left(1 + \sqrt{1 - cX^T W X}\right)^{-1} \quad (8-d)$$

با مقایسه رابطه (۲-د) و (۱-د) خواهیم داشت:

$$B = W^{-1} - bcXX^T \quad (9-d)$$

فاکتور سازی فوق را با علامت زیر نشان می دهیم:

$$B = \text{New_factor}(W^{-1} - cXX^T) \quad (10-d)$$



ABSTRACT

In this dissertation the subject of inertial and integrated navigation systems are discussed and new algorithms are developed. Due to inherent advantages of inertial navigation systems (INS), their integrated forms have been continually utilized, researched on and are of importance. A main drawback to the basic INS has always been due to unlimited build up of errors requiring highly expensive, inaccessible sensor technology to remedy. Therefore integrated INS systems utilizing additional external sensors for error control are of value and together with their required algorithms and advanced filtering techniques are the focuses of this dissertation. In this regard, this work specifically covers three pertinent areas:

1. 2nd order non-linear filters, factorization and adaptive methods.
2. integrated INS and attitude estimation.
3. A novel approach for linearized INS.

For the first part, the problems of non-linear 2nd order filters, robustness against numerical computation errors and adaptation for estimating unknown inputs are adhered to.

In the second part, the problem of attitude estimation utilizing existing algorithms is developed for enhanced robustness during accelerating flight phases. These enhanced algorithms are essential and useful for most attitude determination systems whose main weaknesses in real life application are the existence of surplus to cruise acceleration. The problem of additive (surplus) to cruise acceleration have been challenged in this working using altimeter, autopilot models as well as 2nd order adaptive filtering schemes. In addition some advances toward magnetometers calibration techniques have been made. Showing the effectiveness of some of the developed algorithms.

In the last part of this work, the navigation equation is linearized utilizing quaternion properties. This approach opens up a new horizon for enhanced inertial navigation systems. The resulting equivalent linearized Navigation equation requires one additional constraint for which a norm constrained quaternion Kalman filter is developed.

Keywords: Inertial Navigation, Integrated Navigation, Kalman Filter, Adaptive Filter, Nonlinear Filter, Data Fusion

ABSTRACT

In this dissertation the subject of inertial and integrated navigation systems are discussed and new algorithms are developed. Due to inherent advantages of inertial navigation systems (INS), their integrated forms have been continually utilized, researched on and are of importance. A main drawback to the basic INS has always been due to unlimited build up of errors requiring highly expensive, inaccessible sensor technology to remedy. Therefore integrated INS systems utilizing additional external sensors for error control are of value and together with their required algorithms and advanced filtering techniques are the focuses of this dissertation. In this regard, this work specifically covers three pertinent areas:

1. 2nd order non-linear filters, factorization and adaptive methods.
2. integrated INS and attitude estimation.
3. A novel approach for linearized INS.

For the first part, the problems of non-linear 2nd order filters, robustness against numerical computation errors and adaptation for estimating unknown inputs are adhered to.

In the second part, the problem of attitude estimation utilizing existing algorithms is developed for enhanced robustness during accelerating flight phases. These enhanced algorithms are essential and useful for most attitude determination systems whose main weaknesses in real life application are the existence of surplus to cruise acceleration. The problem of additive (surplus) to cruise acceleration have been challenged in this working using altimeter, autopilot models as well as 2nd order adaptive filtering schemes. In addition some advances toward magnetometers calibration techniques have been made. Showing the effectiveness of some of the developed algorithms.

In the last part of this work, the navigation equation is linearized utilizing quaternion properties. This approach opens up a new horizon for enhanced inertial navigation systems. The resulting equivalent linearized Navigation equation requires one additional constraint for which a norm constrained quaternion Kalman filter is developed.

Keywords: Inertial Navigation, Integrated Navigation, Kalman Filter, Adaptive Filter, Nonlinear Filter, Data Fusion



Sharif University of Technology
Aerospace Department

Ph. D. Thesis

GPS/INS Integration Using Adaptive Nonlinear Filters

By:

Habib Ghanbarpour Asl

Supervisor:

Prof. S. H. Pourtakdoust

December 2007