

**T.C.
ERZİNCAN BİNALİ YILDIRIM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**NANOSERTLİK ÖLÇME YÖNTEMİNİN SONLU ELEMANLAR METODU
İLE MODELLENMESİ**

Metin TUZLUCA

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Özgü BAYRAK

**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

**ERZİNCAN
2022**

Her Hakkı Saklıdır.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

NANOSERTLİK ÖLÇME YÖNTEMİNİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE MODELLENMESİ

Metin TUZLUCA

Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Özgü BAYRAK

Nanoindentasyon testi, malzemelerin farklı mekanik özelliklerini tespit etmek için yaygın olarak kullanılan çok kullanışlı bir tekniktir ancak uygulanması genellikle çeşitli zorlukları içerir. Sonlu elemanlar analizi (FEA), birçok mühendislik ve bilim alanındaki karmaşık problemleri çözmek için hızlı sonuç veren bir bilgisayarda sayısal analiz yöntemidir. Bu tez çalışmasında, rijit bir özellikteki bir batıcı ucun elasto-plastik malzemeler üzerindeki tepkisi nanoindentasyon tekniği özelinde incelenmiştir. Bu amaçla, doğrusal olmayan (non-linear) mekanik özellikler kullanılarak kaplamasız paslanmaz çelik, kaplamasız titanyum ve titanyum ile kaplanmış paslanmaz çelik örneklerine ait üç farklı model iki boyutlu (2B) olarak oluşturulmuştur. Söz konusu modellere ait sınır şartlar, gerçek fiziksel kısıtlar göz önünde bulundurularak tespit edilmiş ve uygulanmıştır. Analizler neticesinde modellere ait zamana veya kuvvete bağlı deformasyon, gerilme ve şekil değiştirme grafikleri yanı sıra, alansal dağılım görüntüleri elde edilmiştir.

2022, 91 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Nanosertlik, Paslanmaz çelik, Titanyum, Sonlu eleman metodu

ABSTRACT

Master Thesis

MODELING NANOINDENTATION TEST PROCEDURE WITH FINITE ELEMENTS METHOD

Metin TUZLUCA

Erzincan Binali Yıldırım University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Özgü BAYRAK

Nanoindentation is an effective technique that is widely used to detect different mechanical properties of materials, but its application often involves several difficulties. Finite element analysis (FEA) is a fast-acting computer aided numerical analysis method for solving complex problems in numerous engineering and scientific fields. In this thesis, the response of a rigid penetrating tip on elasto-plastic materials has been investigated exclusively in the nanoindentation technique. For this purpose, three two-dimensional (2D) models of uncoated stainless steel, uncoated titanium and titanium coated stainless steel samples were built using non-linear mechanical properties. Boundary conditions of the models in question were determined and applied considering the real physical constraints. As a result of the analysis, time or force-dependent deformation, stress and strain graphs as well as spatial distribution images of the model were obtained.

2022, 91 Pages

Keywords: Nanoindentation, Stainless steel, Titanium, Finite element method

TEŐEKKÖR

Tez alıőmamın tamamlanmasında yardımını esirgemeyen kıymetli danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Özgü BAYRAK'a,

Yüksek lisansım süresince desteğini, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen değerli hocam Sayın Prof. Dr. Mehmet ERTUĞRUL'a,

Çalıőmalarım süresince bana vermiő oldukları destek ve teőviklerinden dolayı çok değerli aileme sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Metin TUZLUCA

Őubat, 2022

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
TABLolar LİSTESİ	ix
SİMGELER ve KISALTMALAR	x
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ	3
3. KURAMSAL TEMELLER	13
3.1. Nanosertlik.....	13
3.2. Nanosertlik Cihazı	13
3.3. Batıcı Uçlar	16
3.3.1. Berkovich batıcı uç	16
3.3.2. Vickers batıcı uç.....	17
3.3.3. Cube-corner batıcı uç	17
3.3.4. Cone batıcı uç.....	17
3.3.5. Sphere (küresel) batıcı uç.....	18
3.4. Batıcı Uçların Karşılaştırılması.....	18
3.5. Nanoçizik ve Yanal Kuvvet Ölçümleri.....	20
3.6. Batma (Girinti) Verilerinin Analizi	21
3.6.1. Yük kafesi esnekliği ile batıcı uç alanı fonksiyonunun belirlenmesi.....	28
3.7. Sonlu Elemanlar Metodu	30
3.7.1. Önerme.....	30
3.7.2. Zaman ve uzunluk ölçekleri	31
3.7.3. Düğüm noktaları, elemanlar, serbestlik dereceleri ve sınır koşulları.....	32
3.7.4. Doğrudan sertlik metodu ve sertlik matrisi	34
3.7.4.1 Bir yay (eleman) için sertlik matrisinin elde edilmesi	35
3.7.4.2 Global sertlik matrisinin elde edilmesi	36

3.7.4.3 Eleman sertlik matrislerinden global sertlik matrisinin elde edilmesi	37
3.7.4.4 (u) için çözüm	39
3.7.4.5 Uygulanan sınır koşulları	41
3.7.5. Enterpolasyon / temel / şekil fonksiyonları.....	42
3.7.5.1 1-Boyutlu birinci dereceden şekil fonksiyonları	43
3.7.5.2 1-Boyutlu ikinci dereceden elemanlar	48
3.7.5.3 Koordinat sistemleri	52
3.7.6. Sonlu eleman modellemesindeki temel aşamalar	54
4. MATERYAL ve YÖNTEM.....	56
4.1. Paslanmaz Çelik ve Titanyum	56
4.2. Nanosertlik Testi.....	57
4.3. Model Geometrileri.....	59
4.4. Ağ Örgüsü Oluşturma ve Elemanlar.....	60
4.5. Sınır Şartları.....	61
4.6. Yükleme Adımları	61
5. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA.....	63
5.1. Paslanmaz Çelik İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi	63
5.2. Titanyum İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi	68
5.3. Paslanmaz Çelik Üzerine Titanyum İnce Film Kaplama İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi	73
6. SONUÇLAR.....	83
KAYNAKLAR	85
EKLER	90
7. Ek-1. Tez Çalışması Süresince Yapılan Akademik Çalışmalar.....	91

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1. NanoIndenter XP'nin ana bileşenlerinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).....	15
Şekil 3.2. Nano batıcı uç örneği, Microstartech (2021).....	18
Şekil 3.3. (a) Vickers ve (b) Knoop batıcı uçları ile batma geometrileri, AMETEK Inc (2021).....	19
Şekil 3.4. Teğetsel kuvvet seçeneği donanımının ayrıntılı şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).....	21
Şekil 3.5. İdeal elastik, sert mükemmel plastik, elastik mükemmel plastik (ideal) ve gerçek elastik plastik katılar için gerilme-gerinim eğrileri, tipik girinti eğrileri, uç çıkarıldıktan sonra deforme olmuş yüzeyler ve artakalan girinti izlerinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).....	22
Şekil 3.6. Girinti etrafında numunenin çökmesini ve boşaltma üzerine girinti derinliğindeki azalmayı gösteren girinti sürecinin şematik temsili (Oliver ve Pharr, 1992).....	23
Şekil 3.7. Yük-yer değiştirme eğrisinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).....	24
Şekil 3.8. Uç şekli kalibrasyonu olan ve olmayan parlatılmış tek kristal silikon (111) için girinti derinliği (Doerner ve Nix, 1986).....	26
Şekil 3.9. Çeşitli fiziksel olaylar için geçerli denklemler (Dean, 2021a).....	31
Şekil 3.10. FEM'in uygulanması için karakteristik zaman ve uzunluk ölçekleri (Dean, 2021a).....	31
Şekil 3.11. Geometrik eğriliğin yakalanmasını sağlayan, 3-boyutlu, ikinci dereceden yapı elemanları kullanılarak elde edilen ağ örgülü bir egzoz manifoldu (Dean, 2021b).....	32
Şekil 3.12. Örnek eleman türleri (Dean, 2021b).....	33
Şekil 3.13. Yay sistemi modeli (Dean, 2021a).....	34
Şekil 3.14. Sürekli bir fonksiyona parçalı bir yaklaşımın tasviri (Dean, 2021b).....	42
Şekil 3.15. Sıcaklık serbestlik derecelerine sahip 1-boyutlu doğrusal eleman (Dean, 2021b).....	44
Şekil 3.16. 1-boyutlu ikinci dereceden bir eleman (Dean, 2021b).....	49
Şekil 3.17. $\phi(X)$ 'nin birinci ve ikinci dereceden 1-boyutlu sonlu eleman ayrıştırması (Dean, 2021c).....	51
Şekil 3.18. $\phi(x, y)$ 'nin birinci dereceden, 2-boyutlu sonlu eleman ayrıştırması (Dean, 2021c).....	51
Şekil 3.19. Global, yerel ve doğal referans sistemlerinde tek bir doğrusal elemanın temsili (Dean, 2021b).....	52

Şekil 3.20. Duvara montelenmiş destekli raf.	55
Şekil 4.1. Karmaşık kaplama-alttaş sistemini analiz etmek için algoritma (Kot vd., 2013a).....	57
Şekil 4.2. (a) Model 1 ve Model 2, (b) Model 3, (c) batıcı uç geometrisi.....	59
Şekil 4.3. (a) Model 3 için alttaş ve ince film kaplamanın <i>face sizing</i> atanarak <i>sphere of influence</i> ile etki alanının belirlenmesi, (b) <i>Sphere of influence</i> ile belirlenen etki alanında eleman boyutu verilerek oluşturulan ağ örgüsü görseli.	61
Şekil 5.1. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250, 300 ve 500 nm) paslanmaz çelik bulk malzemenin; (a) y yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi, (c) deformasyon eğrisi, (d) birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (e) gerilme-zaman eğrisi, (f) gerilmenin tüm kütledeki dağılımı.....	64
Şekil 5.2. Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm.....	66
Şekil 5.3. Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm.	67
Şekil 5.4. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Titanyum bulk malzemenin; (a) y yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi, (c) deformasyon eğrisi, (d) birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (e) gerilme-zaman eğrisi.	70
Şekil 5.5. Farklı yüklemeler için Model 2'nin simülasyonuna ait gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.	71
Şekil 5.6. Farklı yüklemeler için Model 2'nin simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.....	72
Şekil 5.7. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) y yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi.	74
Şekil 5.8. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) ince film kaplamaya ait deformasyon-zaman eğrisi, (b) ince film kaplamaya ait birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (c) ince film kaplamaya ait gerilme-zaman eğrisi (d) gerilmenin ince filmde alttaşa transferi.	74
Şekil 5.9. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) alttaş malzemeye ait deformasyon-zaman eğrisi, (b) alttaş malzemeye ait birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (c) alttaş malzemeye ait gerilme-zaman eğrisi.	75
Şekil 5.10. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait ince film kaplamanın birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.....	77
Şekil 5.11. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait ince film kaplamanın gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.....	78

- Şekil 5.12.** Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait alttaş malzemenin birim şekil değiştirme görüntüleri **(a)** 120 nm, **(b)** 200 nm, **(c)** 250 nm ve **(d)** 300 nm..... 79
- Şekil 5.13.** Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait alttaş malzemenin gerilme görüntüleri **(a)** 120 nm, **(b)** 200 nm, **(c)** 250 nm ve **(d)** 300 nm..... 80
- Şekil 5.14.** Bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetlerinin karşılaştırılması. 81
- Şekil 5.15.** Bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait elastik toparlanmaların karşılaştırılması. 82



TABLULAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 3.1. Ticari bir NanoIndenter için teknik özellikler ve yaygın olarak kullanılan çalışma parametreleri (Bhushan ve Palacio, 2016).....	14
Tablo 3.2. Batıcı uçlar. Keysight Technologies (2021).....	16
Tablo 3.3. Berkovich batıcı ucun geometrik konfigürasyonu (Karimzadeh vd., 2019). 20	20
Tablo 3.4. Farklı fizik olaylarından bazı örneklerle karşılık gelen fiziksel yorumlar.	34
Tablo 4.1. Simülasyondaki bulk ve ince film yapılara ait girinti değerleri.	60



SİMGELER ve KISALTMALAR

Simgeler

θ	Derece cinsinden açı
σ_r	Akış gerilimi
$\phi(X)$	Fonksiyon
a	Girinti yarıçapı
A	Maksimum yükte öngörülen temas alanı
α	Derece cinsinden açı
C	Esneklik
C_f	Yük kafesi esnekliği
C_s	Numune esnekliği
(dW/dh)	Boşaltma eğrisinin eğimi
E_i	Elastik modül
E_r	Numunenin indirgenme katsayısı
E_s	Batıcı ucun indirgenme katsayısı
ε_r	Küresel batıcı uç için temsili gerinim
$\{F\}$	Kuvvet vektörü
$F(e)$	Düğüm noktasına uygulanan kuvvetin vektörü
$F(h_c)$	Temas derinliği ile ilişkilendirilen alan fonksiyonu
H	Sertlik
h	Girinti /Penetrasyon derinliği
H_B	Berkovich sertliği
HB	Berkovich sertliği
h_c	Temas derinliği
h_f	Sertlik ölçüsünün nihai derinliği
h_{maks}	Maksimum yer değiştirme
h_p	Plastik girinti derinliği
h_s	Girinti etrafındaki çöküntü
Hz	Hertz
$[K]$	Sertlik matrisi
$K(e)$	Eleman sertlik matrisi
k_{ij}	Diyagonal olmayan matris elemanı
L	Uzunluk
μm	Mikrometre
mm	Milimetre
mN	Mili Newton

MPa	Mega Pascal
N	Newton
nm	Nanometre
nN	Nano Newton
P	Yük
P_m	Batıcı ucun altındaki ortalama basınç
R	Batıcı ucun yarıçapı
S	Sertlik
s	Saniye
S_i	Şekil fonksiyonu ile ilişkilendirilen i düğüm noktası
S_j	Şekil fonksiyonu ile ilişkilendirilen j düğüm noktası
S_{maks}	Maksimum yükte boşaltma eğrisinin eğimine eşit olan sertlik
T	Sıcaklık
T_i	i düğüm noktasının sıcaklığı
T_j	j düğüm noktasının sıcaklığı
$\{u\}$	Düğüm vektörü
$u(e)$	Düğüm noktasının yer değiştirme vektörü
ν_i	Batıcı ucun Poisson oranı
ν_s	Numunenin Poisson oranı
W	Yük
W_{maks}	Maksimum yük

Kısaltmalar

2D	İki Boyutlu
3D	Üç Boyutlu
ABAQUS	Ticari Yazılım Paket Programı
Al	Alüminyum
AlN	Alüminyum Nitrür
ANSYS	Ticari Yazılım Paket Programı
COMSOL Multiphysics	Ticari Yazılım Paket Programı
CrN	Krom Nitrür
DLC	Elmas Benzeri Karbon
FEA	Sonlu Eleman Analizi
FEM	Sonlu Eleman Metodu
FGM	Sınıflandırılmış Fonksiyonel Malzeme

HPPMS	Yüksek Güçlü Darbeli Magnetron Saçtırma
HSS	Yüksek Hız Çeliği
HyperMesh	Ticari Yazılım Paket Programı
ISO	Uluslararası Standartlar Organizasyonu
MEMS	Mikro Elektro Mekanik Sistemler
NEMS	Nano Elektro Mekanik Sistemler
NDT	Tahribatsız Teknik
PLD	Darbeli Lazer Depozisyonu
PVD	Fiziksel Buhar Biriktirme
RF	Radyo Frekans Saçtırma
Ti	Titanyum
TiB	Titanyum Bor
TiN	Titanyum Nitrür
TiSiN	Titanyum Silisyum Nitrür
UHMWPE	Ultra Yüksek Moleküler Ağırlıklı Polietilen
WC	Tungsten Karbür

1. GİRİŞ

İnce film kaplamalar günümüzde çeşitli uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu uygulamalar arasında tribolojik, mekanik bileşenlerin korozyon direnci, biyomedikal implantlar, elektronik parçalar, mikrosistem ambalajı, kesici alet kaplamaları ve manyetik cihazlar yer almaktadır. İnce film kaplamalar, sadece aşınma ve sürtünmeyi kontrol etmede değil, aynı zamanda ekonomik, çevre ve güvenlik endişelerini de ele almada etkili bir yaklaşım olduğunu kanıtlamıştır.

Nanosertlik, malzemelerin mekanik tepkisini karakterize etmek için yaygın olarak kullanılan çok yönlü bir tekniktir. ISO 14577-1'e göre Nanoindentation (Nano girinti veya batma) olarak adlandırılmakta olup, batma izi derinliğinin 200 nanometreden daha küçük olduğu tahribatsız bir yöntem (NDT) şeklinde tanımlanmıştır. İnce film kaplamaların kalınlığı birkaç mikron olduğu için geleneksel batma yöntemleri, mekanik ve tribolojik özelliklerin elde edilmesi için çok uygun değildir. Nanosertlik tekniği bu amaç için kullanılacak geçerli bir seçenektir. Bu teknik, bulk (taban-alttaş) malzemelerin karakterizasyonu için de kullanışlıdır. Geleneksel mekanik test yöntemleriyle malzemelerin mekanik özelliklerinin tespit edilmesi, malzemenin boyutu ve yapısı ile ilgili bazı durumlarda uygun değildir. Nanosertlik testinde batma derinliği ve çapı genellikle nanometre ölçeğindedir. Ayrıca daha az numuneye ihtiyaç duyan ve maliyeti azaltan bu test, numune geometrisinden bağımsızdır. Dolayısıyla, bulk malzemelerin ve ince film kaplamaların mekanik özelliklerini ölçmek için nanosertlik tekniği alternatif bir yaklaşım olarak kullanılmaktadır (Pharr, 1998; Cuy vd., 2002; Ayatollahi vd., 2012). Yaygın olarak araştırılan bu özellikler arasında bulk malzemelerin sertliği, akma dayanımı, Young modülü, deformasyon sertleşmesi (pekleşme), kırılma tokluğu ve viskoelastiklik yer almaktadır (Qasmi vd., 2004).

Sonlu elemanlar metodu (FEM), nanosertlik prosedürlerini simüle ederek bulk malzemelerin ve ince film kaplamaların mekanik özelliklerini karakterize etmek için kullanılmaktadır. Girinti işlemleri için, deney ile elde edilmesi son derece zor olan batıcı uç altındaki karmaşık yorulma ve gerilme alanlarını araştırmak için sonlu eleman simülasyonu kullanılabilir. Gerilme ve gerilme alan bilgisi; sertlik, akma dayanımı, girinti geometrisi ve şekil gibi malzemelerin temel mekanik özelliklerinin

belirlenmesini sağlamaktadır. Bu teknik metaller ve polimerler için de uygulanmaktadır (Saha ve Nix 2002; Marchiori vd., 2016). Yine bu teknik, özellikle malzemelerin kaplamalarını karakterize etmek için gerekli bir teknik haline gelmekle birlikte daha iyi bir tasarım ve anlayış sağlamaya da yardımcı olmaktadır.

Nanosertlik tekniğinin simülasyonu deneysel nanosertliklerin yetersiz kaldığı yerlerde de kullanılmaktadır. Örneğin, yüksek sıcaklık ortamında, termal genişleme ile indüklenen uç ve sıcak numune ara yüzeyindeki sapma ve sıcaklık değişimleri deneysel sonuçlarda hataya yol açmaktadır. Bu tür ortamlarda sonlu elemanlar metodu uygulanabilmektedir (Lee vd., 2013). Her ne kadar sonlu eleman simülasyonu kaplamayı karakterize etmek için kayda değer bir yöntem olsa da sonuçların doğruluğu ve kesinliği batıcı ucun yarıçapına, ağ örgüsü (mesh) boyutuna ve simülasyon modeline uygulanan sertleştirme kuralına bağlıdır (Bressan vd., 2005). Bu nedenle simülasyon sonuçlarını doğrulamak için deneyin yapılması tavsiye edilmektedir.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Gan ve Ben-Nissan 1997'de gerçekleştirdikleri "İnce filmlerin mekanik özelliklerinin nanosertlik verileri üzerindeki etkileri: Sonlu eleman analizi" başlıklı çalışmalarında esneklik modülünün, akma dayanımının ve gerilme sertleşmesinin farklı kalınlıktaki ince filmler üzerindeki etkisini araştırmak için iki boyutlu simetrik eksenli bir model kullanmışlardır. Böylelikle "filmin akma dayanımı ve gerilme sertleşmesi, yük yer değiştirme eğrisi üzerinde daha büyük etkiye sahipken, filmin elastik modülü ihmal edilebilir etkiye sahiptir" sonucuna ulaşmışlardır (Gan ve Ben-Nissan, 1997).

Michler ve Blank 2001 yılında "Küresel batıcı uçların neden olduğu kaplama kırılması ve alttaş (substrat) plastisitesinin analizi: çelik alttaş yüzeylerinde elmas ve elmas benzeri karbon kaplamalar" başlıklı deneysel bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Yaptıkları bu çalışmada sonlu eleman simülasyonu ile küresel bir batıcı ucun çelik alttaşların yüzeyinde yer alan elmas ve elmas benzeri karbon (DLC) kaplamalara itildiği durumdaki temas probleminin analitik simülasyonunu incelemenin yanı sıra kaplamalarda başlayan plastik deformasyon için kritik gerilmeleri ve alttaş hatalarını (bozulmalarını) hesaplamışlardır. Bu sayede kırılma yükünün, girinti yüksekliğinin batıcı ucun yarıçap (h/R) oranına göre değiştiği sonucuna ulaşmışlardır (Michler ve Blank, 2001).

Saha ve Nix 2002 yılında gerçekleştirdikleri "İnce filmin mekanik özelliklerinin nanosertlik ile belirlenmesinde alttaşın etkileri" adlı deneysel çalışmalarında bu etkileri gözlemlemek adına alüminyum, silikon, safir ve camdan oluşan dört farklı alttaş yüzeyinde alüminyum ve tungsten ince filmlerinden oluşan kaplamalar yer almıştır. Farklı alttaş yüzeylerinde aynı kaplama için sekiz deney tasarlamışlardır. Sonuç olarak; sert alttaş yüzeyinde yumuşak film olması durumunda etkinin ihmal edilebilir düzeyde olduğunu, nispeten yumuşak alttaş yüzeyinde sert film olması durumunda etkinin belirgin olduğunu, film ve alttaş modülünde büyük bir uyumsuzluk olduğunda, film modülünün tahmini için *King* analizinin kullanılması gerektiğini önermişlerdir (Saha ve Nix, 2002).

Shan ve Sitaraman, 2003 yılında yaptıkları "Nanosertlik tekniği kullanılarak ince filmin elastik-plastik karakterizasyonu" başlıklı çalışmada karakterizasyon için küresel bir batıcı uç kullanarak ileri analizler ile plastik özellikleri elde etmişlerdir. Sonuç olarak ince

filmin plastik özelliklerinin (akma dayanımı ve gerilme üsteli) aynı malzemenin bulk yapıda olanından nispeten daha üstün özelliklere sahip olduğunu tespit etmişlerdir (Shan ve Sitaraman, 2003).

He ve Veprek, 2003 yılında yaptıkları "Süper sert kaplamalarda sertliğin sonlu eleman modellemesi" başlıklı çalışmalarında nispeten yumuşak alttaş yüzeylerindeki süper sert kaplamaların sonlu eleman analizini gerçekleştirmişlerdir. Süper sert malzemelerin deformasyona uğramasından dolayı analiz yaparken batıcı ucu sert değil elastik olarak ele almışlardır. Sonuç olarak yumuşak bir alttaş yüzeyindeki süper sert bir film için yük-yer değiştirme eğrilerine Oliver-Pharr ve Doerner-Nix yöntemleri uygulandığında, farklı sertlik değerleri verdiğini tespit etmişlerdir. Buna ek olarak süper sert kaplama durumunda alttaş etkisinin daha yoğun olduğunu bulmuşlar ve bu nedenle sertlik deneyinin, pratik olarak kaplama kalınlığının %10'u yerine %5'i içinde yapılmasını önermişlerdir (He ve Veprek, 2003).

Park ve Pharr, 2004 yılında yaptıkları "Küresel batıcı uçlu nanosertlik: elastik-plastik geçiş rejiminde sonlu eleman deformasyon çalışmaları" başlıklı araştırmalarında küresel batıcı ucun avantajından yararlanarak, çeşitli malzemeler için elastik-plastik geçişi keşfetmek adına kısıtlama faktörü P_m/σ_r 'nin, a/R 'ye karşı grafik çizimini gerçekleştirmişlerdir. Burada P_m , batıcı ucun altındaki ortalama basınç; σ_r , küresel batıcı uç için temsili gerinim $\varepsilon_r = 0,2 a/R$ 'den hesaplanan akış gerilimi; a ve R ise sırasıyla batıcı uç ve girinti yarıçapı olarak ele alınmıştır. Sonlu eleman çalışmaları, elastik-plastik geçişin iki alt bölgeye ayrılabilceğini göstermiştir: (i) Tek bir evrensel kanunun geçerli olduğu esnekliğin baskın olduğu bir rejim (ii) Deformasyonun malzemelerin pekleşme özelliklerine bağlı olduğu yerlerde plastisitenin baskın olduğu bir rejim. Esnekliğin baskın olduğu ilk rejimde gözlemlenen evrensel davranışın, pekleşme (deformasyon sertleştirme) davranışı hakkında önceden bilgi sahibi olunmadan bazı malzeme özelliklerinin sertlik yük-yer değiştirme verilerinden ölçülebileceğini belirttiği için faydalı olabilir sonucuna ulaşmışlardır (Park ve Pharr, 2004).

Toparli ve Koksall, 2005 yılında yaptıkları "Simüle edilmiş nanosertlik testinden dentinin sertliği ve akma dayanımı" başlıklı çalışmalarında geleneksel yöntemlerle ölçümün zor olmasından dolayı, nanosertlik işlemine tabi tutarak diş dentininin sertliğini ve akma

dayanımını incelemek için ABAQUS sonlu elemanlar yazılım programını kullanmışlardır. Küresel bir batıcı uç ile gerçekleştirdikleri bu testi, aksel simetrik sonlu eleman analizi ile simüle etmişlerdir. Dentinin izotropik, homojen ve elastoplastik olduğunu varsaydıkları bu çalışmada elde ettikleri teorik sonuçları, literatürde yer alan deneysel çalışmalarla karşılaştırarak dentinin sertliğini ve akma dayanımını başarılı bir şekilde hesaplamışlardır (Toparli ve Koksal, 2005).

Bressan ve arkadaşlarının 2005 yılında gerçekleştirdikleri "Sonlu elemanlar metodu ile bulk ve ince filmin nanosertliğinin modellenmesi" başlıklı çalışmalarında sonlu elemanlar metodunun, deformasyon yanıtını analiz etmek ve batıcı uç geometrisi, sürtünme ve malzeme özelliklerinin (elastik ve plastik) etkisini araştırmak için bulk malzeme üzerindeki sertlik testlerinin sayısal simülasyonunda yaygın olarak kullanılabileceğini göstermişlerdir. Sertlik kanununu dikkate alarak saf bakır, titanyum ve demir gibi ince film ve bulk halindeki malzemelerin mekanik tepkisini araştırmak için sonlu elemanlar analizinin (ABAQUS) sayısal simülasyonu ile nanosertlik sürecini incelemeyi hedefledikleri çalışmalarında bu malzemeler için elde ettikleri sayısal sonuçları, deneysel sonuçlarla dikkatlice karşılaştırmışlardır. Simülasyon sonuçlarının büyük ölçüde ağ örgüsü (mesh) boyutuna, batıcı ucun yarıçapına, sayısal model için uygulanan sertlik kanununa ve çok az da sürtünme katsayısına bağlı olduğunu tespit etmişlerdir. Altaş yüzeyindeki ince filmlerin, bulk olarak kullanılanlarına kıyasla nispeten iyi bir mukavemet sergilediklerini belirtmekle birlikte çok yönlülüğüne ve metal deformasyonlarını analiz etme potansiyeline rağmen, sayısal simülasyon yazılımının deneysel doğrulamaya ihtiyacı olduğunu ifade etmişlerdir (Bressan vd., 2005).

Beegan ve arkadaşlarının 2004 yılında deneysel olarak gerçekleştirdikleri "Silikon altaş yüzeyinde sert ve yumuşak filmlerin nanosertlik davranışı" adlı çalışmalarında RF magnetron sıçratma (sputtering) sistemiyle silikon (100) altaşların yüzeyine sırasıyla 550 ve 400 nm kalınlığında karbon nitrür ve bakır filmler kaplamışlardır. Sonrasında bu filmlerin sertlik davranışını, yük-yer değiştirme eğrilerinin analizi ve artakalan girintilerin görüntülenmesi ile incelemişlerdir. Oliver ve Pharr yöntemini, yük-yer değiştirme eğrisinden sertliği hesaplamak için kullanırlarken, atomik kuvvet mikroskobu ile ölçülen temas alanını geleneksel sertlik denkleminde ($H = P/A$) kullanmışlardır. Her iki filmde de girinti derinliği arttıkça altaşın sertlik değerleri üzerindeki etkisini gözlemlemişlerdir.

"Gerçek" film sertliğini ölçülen kompozit sertliğinden ayırt etmek için Korsunsky'nin kompozit sertlik modelini uygulamışlardır (Beegan vd., 2004).

Yoo ve arkadaşlarının 2004 yılında gerçekleştirdikleri "İnce film / alttaş sistemlerinin küresel nanosertliğinde pekleşmenin kritik girinti sınırına etkisi" adlı çalışmada ince film / alttaş katmanlı sistemlerin küresel nanosertliğinde 'sadece film' özelliklerinin belirlenmesini sağlamak için malzemelerin pekleşmesinin (deformasyon sertleşmesinin) kritik girinti sınırı üzerindeki etkisini araştırmak için bir sonlu eleman analizi yapmışlardır. Katmanlı ve varsayım olarak tek parça (monolitik) malzeme için yapılan sonlu eleman analizlerine ait sonuçlar karşılaştırılmakla birlikte farklı yarıçaplara sahip küresel batıcı uçlu 2 boyutlu eksenel simetrik problem modellenmiş ve kritik sınır, katmanlı sistem ve tek parça malzemenin aynı davranışı gösterdiği girinti ölçüsü ile araştırılmıştır. Alttaştaki eşdeğer plastik gerilme başlangıcı, daha titiz bir kritik girinti derinliği tespiti için kullanılabilir sonucuna ulaşmışlardır (Yoo vd., 2004).

Rao ve Reddy 2009 yılında "Bulk malzemelerin ve ince filmlerin yük-yer değiştirme karakteristiğini çıkarmak için nanosertliğin sonlu eleman modellemesi" başlıklı bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, sonlu eleman modelleme tekniği ile titanyum, bakır ve demir gibi bulk malzemeler ile demir alttaş yüzeyinde bakır ve silikon alttaş yüzeyinde titanyum gibi ince film kaplamaların yükleme-boşaltma özelliklerinin yanı sıra gerilme ve gerinim alanlarını incelemek için Berkovich nanosertlik işlemi uygulamışlardır. Sayısal simülasyon, ticari ANSYS 8.0 Multi-Physics yazılımı kullanılarak geliştirilmiş olup deneysel ve simüle edilmiş veriler arasında iyi bir uyum gözlemlemişlerdir. O yıllarda ANSYS üzerine sınırlı çalışma olmasından dolayı nanosertlik simülasyonunun ANSYS üzerinde gerçekleştirilebileceğini başarıyla tespit etmişlerdir (Rao ve Reddy, 2009).

Zhao ve arkadaşlarının 2011 yılında deneysel olarak gerçekleştirdikleri "Çok katmanlı sert kaplamaların nanosertliği: Sonlu eleman modelleme" adlı çalışmada TiSiN bazlı çok katmanlı kaplamalarda (dört farklı kaplama yapısı) gerilme dağılımını incelemek için aynı şartlar altında nanosertlik kaynaklı deformasyonu, sonlu eleman modellemesi yoluyla simüle etmişlerdir. Gerilme konsantrasyonları ve çatlak başlangıcı arasındaki ilişki, özellikle orta dereceli sertlik yükü altındaki gerilme dağılımlarına vurgu yapılarak ölçülmüştür. Bu dört kaplamadan iki tanesi monolitik yani tek parça (paslanmaz çelik

alttaş yüzeylerde ayrı ayrı tek katmanlı saf 2µm-TiN ve saf 2µm-TiSiN), diğeri ikisi ise çok katmanlı (paslanmaz çelik alttaş yüzeylerde 50nm-TiN/150nm-TiSiN ve 150nm-TiN/50nm-TiSiN)'dır. Tüm kaplamalarda toplam kalınlık aynıdır. Sonuçlar, çok katmanlı yapının gerilim dağılımını değıştirmek ve kaplama içindeki genel gerilim seviyesini düşürmek için kullanılabileceğini göstermiştir. Çok katmanlı bir yapı olması durumunda kaplama/alttaş arayüzünde radyal çekme gerilmesinde maksimum %50'lik bir azalma gözlemlenmiştir (Zhao vd., 2011).

Jauffrès ve arkadaşları 2011 yılında deneysel olarak "Hiyerarşik gözenekli silika ince filmlerin mekanik özellikleri: Nanosertlik ve Sonlu eleman modellemesi ile deneysel karakterizasyon" başlıklı bir çalışma yapmışlardır (Jauffrès vd.,2011). Bu çalışmada farklı yapı ve yoğunluklara sahip gözenekli (mezogözenekli, makrogözenekli ve hiyerarşik olarak gözenekli) ince filmlerin mekanik özelliklerini nanosertlik yoluyla araştırmışlardır. Filmlerin mekanik davranışına ilişkin bazı bilgiler sağlamak için artakalan girinti izlerinin Atomik Kuvvet Mikroskobu (AFM) ile görüntülediği bu çalışmada ayrıca deneysel girinti modülleri, sonlu elemanlar analizi ile elde edilen teorik tahminlerle de karşılaştırılmıştır. Farklı gözenekli yapılar, girinti modülünden çıkarılabilecek olan etkili elastik özellikleri elde etmek için sonlu eleman ile modellenmiştir. Deneysel sonuçlar, Oliver-Pharr analizi ile farklı girinti derinlikleri için elde edilen modüllerin sıfır girinti derinliğine ekstrapolasyonu ve Li-Vlassak (LV) yaklaşımı ile elde edilmiştir (Li ve Vlassak, 2009). LV metotları ile elde edilen sonuçların daha doğru olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca sonuçlar, makrogözenekli ve hiyerarşik olarak gözenekli davranışta benzerlik gösterirken, mezogözenekli film, hem klasik bir elastoplastik hem de geçirilmiş belirgin bir elastik toparlanma davranışı ile tamamen zıt bir davranışa sahiptir.

Khan ve arkadaşları 2010 yılında "Alüminyum alaşımlarının mekanik özelliklerinin nanosertlik ile belirlenmesi için deneysel ve sonlu eleman yaklaşımı" isimli bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada; havacılık endüstrisi için alüminyum alaşımlarının, korozyon direncini artırmak için genellikle haddelenerek yapıştırılmış alüminyum ile kaplandığı ve 100 µm kalınlığındaki bu kaplama tabakasının mekanik özelliklerinin ise geleneksel mekanik test teknikleri ile belirlenmesinin zor olduğuna dikkat çekmişlerdir. Al-kaplı bir sistem için akma gerilmesi ve pekleşme üstelini elde etmek için deneysel

nanosertlik ve sonlu eleman analizini kullanan birleşik bir yaklaşım hakkında bilgi verdikleri bu çalışmada Al 2024-T351 için ileri analiz yaparken elastik tepkiyi karakterize etmek adına ABAQUS'de alüminyum kaplama (100 µm) için ters analiz yapmışlardır. Deneysel ve simüle edilmiş sonuçlar arasında iyi bir uyum gözlemledikleri bu çalışmada Al kaplama için akma gerilimini 110-120 MPa, pekleşme üstelini ise 0,075-0,1 olarak bulmuşlardır (Khan vd., 2010).

Gîrleanu ve arkadaşlarının 2011 yılında deneysel olarak gerçekleştirdikleri "Nanoyapılı titanyum ve alüminyum nitrür kaplamaların girinti, geçirimli elektron mikroskopisi ve elektron enerji kaybı spektroskopisi ile karakterizasyonu" başlıklı çalışmalarında Vicker batıcı uçlu nanosertlik sisteminin 2 boyutlu eksenel simetrik modelini, çelik bir alttaş yüzeyi üzerindeki TiN ve AlN kaplamalar için simüle etmişlerdir. Sonuç olarak alttaşın plastik deformasyonunun, AlN ve Al bakımından zengin kaplamalar için TiN'den daha az olduğunu, bu durumun da daha düşük bir artakalan derinliğe yol açtığını bulmuşlardır (Gîrleanu vd., 2011).

Kot ve arkadaşları tarafından 2013 yılında "Kaplama-alttaş sistemlerinin küresel sertliklerinin analizi: Deneyler ve sonlu eleman modelleme" adlı iki yönlü bir çalışma yapılmıştır. Kaplama-alttaş sistemlerinin küresel sertliklerinin sayısal deneyleri, FEM yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çelik alttaş yüzeyleri üzerine yapılan TiN kaplamalar için küresel nanosertlik testleri uygulanmıştır. FEM modelleme ve deneysel sonuçların birleştirilmesi alttaş verimi, kaplama kırılması ve buna karşılık gelen gerilme durumuna göre kaplanmış elemanların karakteristik tahribat şekillerine yol açan kritik yüklerin belirlenmesini sağlamıştır. Sonuç olarak;

- Yük-penetrasyon derinliği eğrisi, bir gerilme-gerinim eğrisine dönüştürülmüştür.
- Alttaş verimi ve kaplama kırılmasının başlangıçtaki plastik deformasyonunda kritik yükler için değerlendirme yöntemi belirlenmiştir.
- İlk çatlak, batıcı ucun altındaki kaplama yüzeyinde görülmüştür.
- Çekme geriliminin kaplama kalınlığına ve mukavemetine bağlı olduğu bulunmuştur.

- Kaplama-alttaş sistemlerinin haritalanmasındaki eksiklik (hata) ve sunulan analizin hem malzemelerin özelliklerinin hem de temas geometrisinin rolü hakkında daha fazla fikir verebileceği belirtilmiştir.
- Sonuçların analiz edilen birkaç sisteme ekstrapolasyonu yoluyla diğer malzeme ve geometri kombinasyonları için de bu tür haritalamaların yararlı olabileceği ifade edilmiştir (Kot vd., 2013a).

Kot ve arkadaşları yine 2013 yılında "Küresel sertlik testlerinden elde edilen kaplama-alttaş sistemlerinin yük taşıma kapasitesi" başlıklı bir çalışma daha gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmalarında, kaplanmış yüzeyler için uygulanabilir yükler, 20-500 µm aralıktaki batıcı uç yarıçapı ile küresel girinti testleri kullanılarak belirlenmiştir. Titanyum nitrür (TiN) kaplamalar, darbeli lazer biriktirme (PLD) tekniği ile çelik alttaş yüzeyi üzerine kaplanarak 0,7-2,4 µm kalınlığında test edilmiştir. Sertlik sonuçları, bu kaplama-alttaş sisteminin deformasyon haritasını çizmeye ve alttaş verimi ve kaplama kırılmasıyla sistemin tahrip olmasını önlemek için uygulanabilir yükleri tahmin etmeye olanak sağlamıştır. Disk üzerinde bilye temasında gerçekleştirilen tribolojik çalışmalar, uygulanabilir seviyenin altındaki ve üzerindeki yükler için sistemlerin tamamen farklı bir aşınma karakteri sergilediğini göstermiştir (Kot vd., 2013b).

Liu ve arkadaşlarının 2013 yılında yaptıkları "Eklem yerine geçen uzun ömürlü/dayanıklı elmas benzeri karbon kaplamaların mimari tasarımı" adlı çalışmalarında yapay eklemlerde kullanılan DLC kaplama için modül kademeli çok katmanlı yapı analiz edilmiş, metal (MoM) üzerine kalça protezi taşıyan metal üzerindeki kaplamalarda aşınma partiküllerinin neden olduğu gerilimi araştırmak için FEM&COSMOL Multiphysics yazılımı ile bir simülasyon gerçekleştirilmiştir. Üç tip DLC kaplaması (bir, üç ve beş katman) analiz edilmiştir. Çok katmanlı kaplamalar için modülde gradyan uygulanmıştır. 2 boyutlu aksel simetrik model küresel batıcı uç kullanılarak simüle edilmiştir. Gerilme dağılımı, aşınma partiküllerinin etkisi altında haritalanmıştır. Çok katmanlı kaplamalarda stres konsantrasyonunun azaldığı gözlemlenmiştir. Kademeli çok katmanlı yapının uygulanması, çekme gerilimini 3 katman için %32 azaltırken 5 katman için %40 azaltmıştır. Maksimum kesme gerilimi 3 katman için %18 azalırken 5 katman için %20 azalmıştır. Çekme gerilimindeki azalma, çatlak direncini artırırken kesme

gerilimindeki azalma, delaminasyon riskini azaltacaktır sonucuna ulaşmışlardır (Liu vd., 2013).

Pandure ve arkadaşları 2014 yılında gerçekleştirdikleri "DLC kaplı HSS alttaşın nanosertliğinin sonlu eleman simülasyonu" başlıklı çalışmalarında sonlu elemanlar metodu ile DLC kaplı yüksek hız çeliği (HSS) üzerinde nanosertlik sürecini modellemeyi, simüle etmeyi ve sonuçlarını deneysel nanosertlik sonuçları ile karşılaştırmayı amaçlamışlardır. İki boyutlu (2D) ve üç boyutlu (3D) aksenal simetrik bir model HyperMesh'de modellenmiş (ağ örgüsü oluşturulmuş) ve ANSYS yazılımında analiz edilmiştir. Batıcı uç, elmas malzemeden sert bir gövde olarak modellenmiş olup plastik davranış karakterize edilmiştir (Pandure vd., 2014).

Bartolomé ve arkadaşları 2016 yılında "Nanosertlik verileri ve sonlu eleman modelleme kullanılarak DLC kaplamalar üzerinde ZDDP tribofilmlerinin mekanik davranışı ve yapısal modelleri" adlı bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, Çinko dialkilditiyofosfat (ZDDP) tribofilmlerinin elmas benzeri karbon (DLC) kaplamalar üzerindeki mekanik davranışını nanosertlik deneyi ve sonlu eleman modelleme ile belirlemişlerdir. İleri ve ters algoritmalar temelinde farklı kurucu modeller analiz edilmiş olup hangi modelin filmin gerçek davranışını en iyi tanımladığı kontrol edilmiştir. ZDDP tribofilmlerin daha sert ve yumuşak bileşenlere sahip olduğu tespit edilmiştir. Böylece ZDDP tribofilmlerinin mekanik davranışının, daha sert bileşen için güç yasasına uyan elastik plastik model kullanılarak ve daha yumuşak bileşen için neo-Hooke hiperelastik model kullanılarak doğru bir şekilde tahmin edileceği sonucuna ulaşmışlardır (Bartolomé vd., 2016).

Bobzin ve arkadaşları 2015 yılında yaptıkları "Sonlu eleman simülasyonu ve nanosertlik kullanılarak HPPMS CrN, AlN ve CrN / AlN çok katmanlı kaplamaların plastik davranışının incelenmesi" başlıklı deneysel çalışmada nanoyapılı CrN, AlN ve CrN/AlN katmanlarının plastik tepkisini araştırmak için nanosertlik sürecinin deney ve simülasyonu üzerine yoğunlaşmışlardır. Metal katkılı karbür alttaşların üzerine yüksek güçlü darbeli magnetron sıçratma (HPPMS) PVD sistemi ile kapladıkları CrN, AlN ve CrN/AlN-çok katmanlı kaplamaların plastik akış eğrilerini belirlemek için FEM simülasyonu ile Berkovich uçlu nanosertlik testlerini kullanmışlardır. Sonuçlar ise nanoyapılı CrN/AlN-çok katmanlı kaplamaların plastik deformasyona karşı CrN ve AlN'ye kıyasla daha yüksek bir direnç sergilediğini göstermiştir (Bobzin vd., 2015).

Uysal, 2015 yılında "Fonksiyonel derecelendirilmiş TiB kaplamanın mekanik özelliklerinin belirlenmesinde nanosertliğin sayısal modellemesi" başlıklı bir çalışma gerçekleştirmiştir. Her ikisi de aynı kalınlığa sahip işlevsel olarak derecelendirilmiş ince film ve çok katmanlı filmin hesaplamalı analizinin yapıldığı bu çalışmada, WC (Tungsten Karbür) alttaş yüzeyine TiB (Titanyum Bor) kaplı yapının nanosertlik testini simüle etmek için bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Simüle edilen modeller, bir numunenin aksel simetrik yarı alanı ile küresel girinti arasındaki temas problemine dayanmaktadır. Film tabakası boyunca kalınlık, hem malzeme özellikleri doğrusal olarak değişen fonksiyonel dereceli TiB kaplama için hem de %85 Ti ve %15 TiB içeren ince kaplama tabakası için modellenmiş ve kaplamalar birbiriyle karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak fonksiyonel dereceli malzemenin mekanik özellikler açısından daha iyi olduğu kanıtlanmıştır. Çünkü dağılımda %10 azalma, maksimum normal gerilmelerde 3 kat azalma ve maksimum kayma geriliminde 2 kat azalma gözlemlenmiştir. Kaplamanın mekanik özellikleri FGM (Fonksiyonel dereceli malzeme) kaplama tabakası kullanılarak iyileştirildiği için de malzeme mukavemeti artmış ve alttaş ile kaplama tabakası arasındaki olası delaminasyon azalmıştır (Uysal, 2015).

Marchiori ve arkadaşları 2016 yılında "Ortopedik uygulamalar için plastik bileşenler üzerindeki seramik kaplamaların kalınlığının optimize edilmesi: Sonlu eleman analizi" adlı bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, ortopedik uygulamalardaki dayanıklılık endişelerini gidermek için bir Ultra Yüksek Moleküler Ağırlıklı Poli Etilen (UHMWPE) alttaşı üzerindeki seramik kaplamanın (Zirkonya) kalınlığını simüle etmek için sonlu eleman analizi gerçekleştirilmiştir. Nanosertlik ve mikrosertlik, Berkovich ve Rockwell batıcı uçları ile simüle edilmiştir. Kalınlığın rolü; alttaşın deformasyonu, arayüzdeki gerilmeler ve kaplamanın kendisi açısından değerlendirilmiştir. Sonuç olarak 0,5-5 µm aralığındaki kaplamalar simüle edilmiş ve kalınlığın özel uygulamaya bağlı olması önerilmiştir. Bu nedenle, sadece kaplamayı kalınlaştırmanın çözüm olmayacağı belirtilmiştir (Marchiori vd., 2016).

Alaboodi ve Hussain 2019 yılında yaptıkları "İnce film kaplamaları karakterize etmek için nanosertlik tekniğinin sonlu eleman modellemesi" başlıklı derleme çalışmasında ayrıntılı bir nanosertlik deneyi prosedürü ve sonlu eleman analizi sunmanın yanı sıra bu alandaki en son gelişmeleri ince film çalışmalarına odaklanarak sağladıklarını ifade

etmişlerdir (Alaboodi ve Hussain, 2019). Sonuç olarak nanosertliğin, malzemelerin mekanik özelliklerini tam olarak tanımlamak için tek başına yeterli olmadığını sonlu eleman simülasyonunun ise temas bölgesinde gerilim dağılımı ve yer değiştirme grafiği, sıcaklık etkileri, karmaşık geometri vb. gibi deneyin eksikliklerini giderdiğini belirtmişlerdir. İnce kaplamalar söz konusu olduğunda, nanoindentasyon deneylerinden ve FEM simülasyonlarından mekanik özelliklerin çıkarılmasının, altta etkisinin varlığı nedeniyle özellikle karmaşık hale geldiğini, araştırmacıların "yalnızca film" özelliklerini (Chen ve Bull, 2009) elde etmenin yollarından bahsettiğini ancak çalışmalarını analiz edilen malzeme sınıflarına özgü olduğundan standart bir kuralın olmadığını ifade etmişlerdir. Günümüzde birçok uygulamada bulunan (Liu vd., 2013) çok katmanlı ve dereceli kaplamalar için karmaşıklığın arttığını, deneysel ve simülasyonu birlikte kullanarak çok katmanlı kaplamaların tam karakterizasyonu ve sonlu eleman modellerinin daha güvenilir bir şekilde doğrulanması üzerine sürekli olarak araştırmaların yapıldığını belirtmişlerdir (Beliardouh vd., 2015; Windt ve Gullikson, 2015).

3. KURAMSAL TEMELLER

3.1. Nanosertlik

Nanosertlik, nanometre veya mikrometre altındaki ölçeklerde derinlik algılayıcı bir batıcı uç kullanılarak gerçekleştirilen deneyleri ifade etmektedir. Nanosertlik cihazı, batma işlemi esnasında numunenin yüzeyine göre batmanın (batma derinliği) yükünü ve konumunu sürekli olarak ekrana yansıtmaktadır. (Bhushan ve Palacio, 2016) Katı yüzeylerin ve ince filmlerin mekanik özellikleri yüzeylerin tribolojik performansını etkilediği için ilgi çekicidir (Bhushan, 1999, 2001, 2002, 2010, 2011). Ticari ve özel sertlik test cihazları kullanılarak elastik-plastik deformasyon davranışı, sertlik, Young elastisite modülü, çizilme direnci, film-alttaş yapışması, artık gerilmeler, zamana bağlı sünme ve gevşeme özellikleri, kırılma tokluğu ve yorulma gibi mekanik özellikler elde edilebilir. Sertlik ölçümleri, yüzeyin üzerindeki veya altındaki difüzyon gradyanlarını, çökeltileri, gömülü katmanların varlığını, tane sınırları ve yüzey bileşim modifikasyonu gibi yapısal durumları ortaya koyabilir. Manyetik depolama cihazlarında ve mikro/nano elektromekanik sistemlerde (MEMS / NEMS) kayan ara yüzlerdeki fiziksel temaslar çok düşük yüklerde meydana geldiği için kayan yüzeylerin sürtünmesi ve aşınması, birkaç atomik yüzey katmanının fiziksel ve kimyasal özellikleri tarafından kontrol edilmektedir.

3.2. Nanosertlik Cihazı

Derinlik algılamalı sertlik cihazlarında, yük-batma derinliği yükleme ve boşaltma işlemleri sırasında sürekli olarak izlenmektedir. Ticari olarak temin edilebilen nanosertlik cihazlarından, bazıları Agilent, Oak Ridge, TN; Hysitron, Minneapolis, MN; CSIRO, Lindfield, Australia; CSM Instruments SA, Neuchatel, Switzerland, ve Micro Materials, Wrexham, UK. gibi çeşitli firmalar tarafından yapılmaktadır.

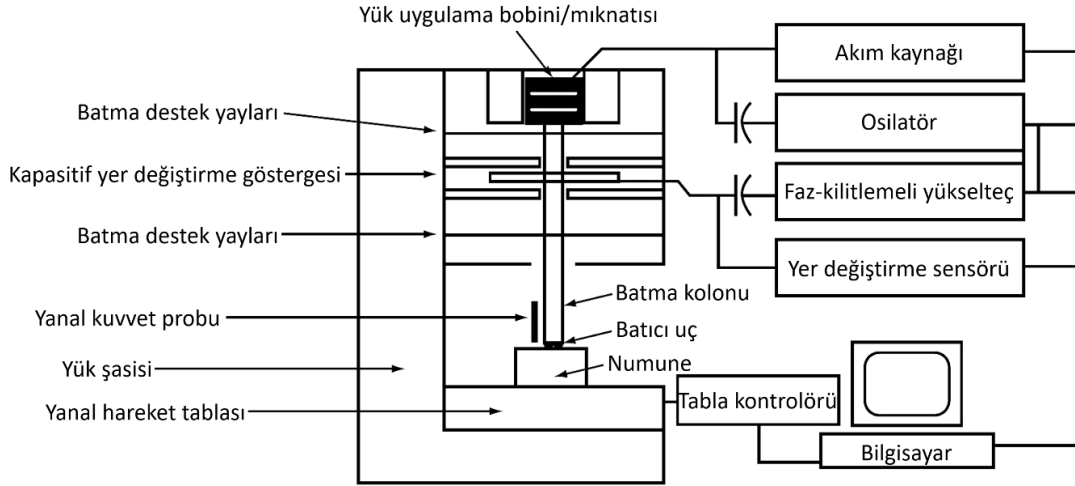
Yaygın bir nanosertlik cihazı, Agilent firması tarafından üretilen NanoIndenter XP'dir. Cihaz, batma işlemi sırasında numunenin yüzeyine göre batmanın (batmanın derinliğini) yükünü ve konumunu sürekli olarak izlemektedir. Batma alanı daha sonra elmas batıcı ucun geometrisinden hesaplanabilmektedir. Mekanik özellik ölçümleri, minimum ~20 nm'lik bir penetrasyon (batma) derinliğinde (veya ~15 nm'lik bir plastik derinlikte)

yapılabilmektedir. Ticari nanosertlik cihazları ile ilgili teknik özellikler ve yaygın olarak kullanılan çalışma parametreleri Tablo 3.1’de verilmektedir.

Tablo 3.1. Ticari bir NanoIndenter için teknik özellikler ve yaygın olarak kullanılan çalışma parametreleri (Bhushan ve Palacio, 2016).

Yük aralığı	
Standart başlık	0-500 mN
Yüksek yük başlığı	0-10 N
Yük hassasiyeti	
Standart başlık	± 50 nN
Yüksek yük başlığı	± 50 nN
Düşey yer değiştirme aralığı	0-500 mm
Düşey yer değiştirme hassasiyeti	$\pm 0,05$ nN
Tipik yaklaşma hızı	10 nm/s
Tipik batma işleminde yükleme hızı	yük/zaman pikinin %10’u
Tipik batma işleminde yer değiştirme oranı	yer değiştirme/zaman pikinin %10’u
Optik mikroskop büyütmesi	1500 x büyütmeye kadar
AFM objektif büyütmesi	1 milyon x büyütmeye kadar
X-Y-Z tablasının üç boyutta hassasiyeti	x ve y doğrultusunda ± 400 nm
Tek bir batmada incelenen alan	150 x 150 mm
Minimum penetrasyon (batma) derinliği	~ 20 nm
Sürekli sertlik seçeneği	
Frekans aralığı	10-150 Hz
Zaman sabiti	0,33 s
Ölçülebilir en küçük mesafe	0,1 nm
Çizik ve teğetsel kuvvet seçeneği	
Çizilme hızı	Maksimum 100 mm/s ile 20 nokta/mm
Teğetsel yer değiştirme aralığı	2 mm
Teğetsel yer değiştirme hassasiyeti	100 nm
Teğetsel yük hassasiyeti	10 mN
Ölçülebilir minimum teğetsel yük	10 mN

NanoIndenter XP; batma başlığı, optik / atomik kuvvet mikroskobu ve numuneyi optik mikroskop ile batma arasında konumlandırmak ve taşımak için $x - y - z$ doğrultularında hareketi sağlayan hassas tabla gibi üç ana bileşenden oluşur (Bkz. Şekil 3.1).



Şekil 3.1. NanoIndenter XP'nin ana bileşenlerinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).

Batma yükü, batma (yükleme) kolununun tepesine tutturulan bobin/mıknatıs kullanılarak meydana getirilmektedir. Oluşturulan yük, bobinden geçen akım ile kalıcı mıknatısın manyetik alan büyüklüğünün vektörel çarpımıdır. Ayrıca bazı nanosertlik cihazlarında ise yük elektrostatik olarak da oluşturulabilmektedir. 50-840 mN'luk bir yük aralığına sahip iki adet değiştirilebilir batma başlığı mevcuttur. Batıcının yer değiştirmesi, üç plakalı kapasitif yer değiştirme sensörü kullanılarak ölçülür. Batma kolonu hareketli plakaya tutturulmuştur. İki dış plaka eşit ve zıt yöndeki voltajda tutulmaktadır. Merkez plakanın çıkış voltajı, bu plakanın boşluktaki kapasitif konumu ile ilişkilidir. Yer değiştirme, bir lazer interferometrik kalibrasyon sistemi kullanılarak kalibre edilmektedir. Bu plaka ve batma düzeneği, çok düşük sertliğe sahip olacak şekilde kesilmiş iki yayla desteklenmektedir. Hareket, yükleme koluna bağlı olan kapasitörün merkez plakası etrafındaki hava akışı ile sönümlenmektedir.

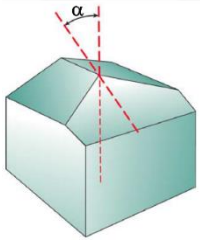
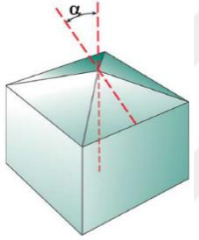
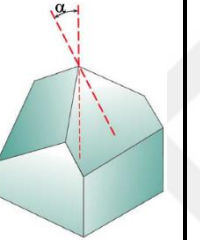
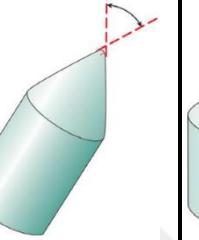
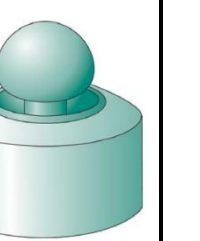
Batma çubuğunun altına elmas bir uç takılmıştır. Şekil 3.1'de görüldüğü üzere batma başlığı düzeneği, altında $x - y - z$ tablasının hareket edebildiği 'U' kirişine sıkıca tutturulmuştur. Optik mikroskop da kirişe tutturulmuştur. Bir numune üzerindeki batmanın konumu optik mikroskop kullanılarak ayarlanabilir. Numuneler, optik

mikroskoba veya batmaya göre konumu bir joystick ile kontrol edilebilen $x-y-z$ tablasına konulur. Tablanın $x-y$ düzlemindeki konumunun hassasiyeti ± 250 nm'dir ve bu konum bilgisayar ekranında gözlemlenebilir. Kabin içerisine alınan nanosertlik cihazı titreşimlerden izole edilmiş bir masanın üzerine yerleştirilir.

3.3. Batıcı Uçlar

Batıcı uçlara ilişkin özelliklerin verildiği Tablo 3.2'de uçların geometrik şekillerine ait bilgi ve şematik görsellerin yanı sıra bu uçlar için uygun olan uygulamalar da yer almaktadır.

Tablo 3.2. Batıcı uçlar. Keysight Technologies (2021).

				
Berkovich	Vickers	Cube-Corner	Cone	Sphere
3-kenarlı pramit	4-kenarlı pramit	3-kenarlı pramit w / dik yüzeyler	Konik	Küresel
Bulk Malzemeler, İnce Filmler, Polimerler, Çizik Testi, Aşınma Testi, MEMS, Yerinde Görüntüleme	Bulk Malzemeler, Filmler ve Folyolar, Çizik Testi, Aşınma Testi,	İnce Filmler, Çizik Testi, Kırılma Tokluğu, Aşınma Testi, MEMS, Yerinde Görüntüleme	Modelleme, Çizik Testi, Aşınma Testi, MEMS, Yerinde Görüntüleme	MEMS
$\alpha=65,3^\circ$	$\alpha=68^\circ$	$\alpha=35,2644^\circ$	-	-

3.3.1. Berkovich batıcı uç

Nano ölçekte mekanik özellikleri belirlemek için aletli sertlik testinde en çok kullanılan batıcı uç Berkovich'dir. Berkovich batıcı ucu, bir noktaya kadar taşlanabilen ve böylece çok küçük ölçeklerde kendine benzer bir geometri sağlayan üç kenarlı bir piramittir. Bu

baticı uç geometrisi genellikle dörtkenarlı bir piramit olan Vickers baticı ucuna tercih edilir. Berkovich baticı uç, birçok test için idealdir. Kolayca zarar görmez ve kolaylıkla imal edilebilir. Anlamalı bir sertlik ölçüsü oluşturan çok küçük yüklerde plastisiteye neden olur. Berkovich baticı uç, sürtünmenin etkisini en aza indiren $142,3^\circ$ 'lik geniş bir iç açığa sahiptir.

3.3.2. Vickers baticı uç

Vickers baticı uç, nano ölçekte mekanik özellikleri ölçmek için aletli sertlik testinde bir baticı uç olarak kullanılır. Vickers baticı uç, dörtkenarlı bir piramittir.

3.3.3. Cube-corner baticı uç

Cube-Corner baticı uç, geometrik olarak bir küpün köşesi gibi ayarlanmış karşılıklı dikey yüzlere sahip üç kenarlı bir piramittir. Bu baticı ucun yüzeyi ile tepe noktasındaki tabanın normali arasında $34,3^\circ$ 'lik bir nominal açı bulunmakla birlikte sivriliğinden dolayı temas alanında çok daha yüksek gerilimler ve gerilmeler oluşturmaktadır. Bu sebepten, kırılğan malzemelerdeki sertlik ölçüleri etrafında çok küçük, iyi tanımlanmış çatlaklar oluşturmada oldukça kullanışlıdır. Bu çatlaklar ise çok küçük ölçeklerde kırılma tokluğunu tahmin etmek için kullanılabilir.

3.3.4. Cone baticı uç

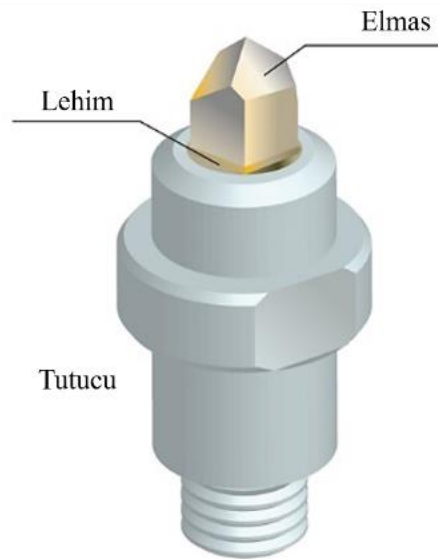
Cone (Konik) baticı uç sivri, kendine benzeyen bir geometriye sahip olmakla birlikte silindirik simetrisinin sadeliği bu ucu modelleme açısından çekici kılmaktadır. Aletli sertlik testi için kullanılan birçok model, konik sertlik temasına dayanmaktadır. Konik ucun sivri kenarlarında gerilim konsantrasyonları ile ilgili komplikasyon bulunmaması bu ucu özel kılmaktadır. Bununla birlikte, konilerle çok az aletli sertlik testi yapılmıştır. Bunun başlıca sebebi ise sivri uçlu konik elmas üretmenin oldukça zor olması ve çoğu aletli sertlik testinin geliştirdiği küçük ölçekli geçici çözümlerin bu elmasları çok az kullanışlı hale getirmesidir. Bu problem, aletli sertlik testi deneyinde konik uçlar kullanılarak birçok bilginin öğrenilebildiği daha büyük ölçeklerde geçerli değildir.

3.3.5. Sphere (küresel) batıcı uç

Bir Berkovich veya Vickers ucuna kıyasla küresel bir batıcı uç kullanılırken batma (girinti) sırasında gerilmeler farklı şekilde gelişir. Küresel batıcı uçlar için, temas gerilmeleri başlangıçta küçüktür ve sadece elastik deformasyon üretir. Küresel batıcı uç yüzeye sürüldüğünde, elastikten plastik deformasyona geçiş meydana geldiği için bu batıcı uç teorik olarak akma ve sertleşmeyi incelemek ve tek bir testte elde edilen verilerden tüm tek eksenli gerilme-gerinim eğrisini yeniden oluşturmak için kullanılabilir. Kürelerle aletli sertlik testi, daha büyük çaplı batıcı uçlar ile oldukça başarılı bir şekilde gerçekleştirilir. Ancak mikron ölçekte katı ve sert malzemelerden yapılmış yüksek kaliteli küreleri elde etmedeki zorluklar, küresel batıcı uçların bu ölçekteki kullanımına engel oluşturmaktadır. Elastik-plastik geçişi araştırmak için kullanılamasa da Berkovich ucun çoğu küçük ölçekli test için tercih edilen bir batıcı uç olmasının nedenlerinden biri de bu durumdur.

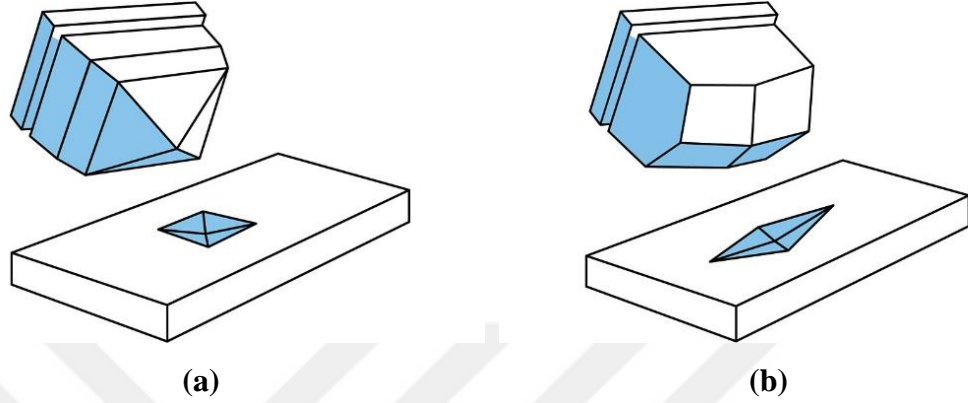
3.4. Batıcı Uçların Karşılaştırılması

Sertlik ölçümü için temel gereksinimler, yüksek elastik modülü, plastik deformasyonun olmaması, düşük sürtünme, pürüzsüz yüzey ve iyi tanımlanmış bir batma izlenimi oluşturabilen bir geometridir. İlk dört gereksinim, batıcı uç için elmas malzeme seçilerek karşılanır (Bkz. Şekil 3.2.).



Şekil 3.2. Nano batıcı uç örneği, Microstartech (2021).

İyi tanımlanmış mükemmel bir batıcı uç şekli elde etmek zordur. Berkovich, üç kenarlı bir piramit olmakla birlikte dörtkenarlı piramitler olan ve hafif bir kaymaya sahip (0.5–1 mm) olan Vickers veya Knoop (Bkz. Şekil 3.3) batıcı uçlarına kıyasla sivri bir batıcı uçtur (Bhushan ve Li, 2003).



Şekil 3.3. (a) Vickers ve (b) Knoop batıcı uçları ile batma geometrileri, AMETEK Inc (2021).

Sertlik ölçümünde Berkovich geometrisi kullanılıyorsa paralel olmayan üç düzlem tek bir noktada kesiştiği için bu sivri ucu taşlamak nispeten kolaydır. Bununla birlikte, sivri uçlu bir batıcı uç, ölçülebilir (belirli) ancak ölçülmesi son derece zor olan uç körlüğünden muzdariptir. Buna ek olarak, sivri uçlu batıcı uçlar neredeyse sabit bir plastik gerilme etkisi meydana getirir ve sürekli değişen boşaltma eğiminden elastik modülün değerlendirilmesi de ayrıca bir problem oluşturmaktadır. Küresel şekle sahip uç, sivri batıcı uçlar ile ilgili birçok sorunun üstesinden gelmektedir. Küresel şekle sahip bir uç ile elastik davranıştan plastiğe geçiş takip edilebilir ve böylece akma gerilmesi tanımlanabilir (Bhushan ve Li, 2003). Bununla birlikte, özellikle sığ girinti gerektiren ince filmler için daha sivri bir uç kullanılması uygundur. Bu nedenle, nanomekanik özelliklerin ölçümlerinde en yaygın kullanılan batıcı uç Berkovich'dir.

Direkt olarak 304 paslanmaz çelik bir tutucuya lehimlenen Berkovich batıcı ucu, yüz ile tepe noktasındaki tabana normal arasında $65,3^\circ$ 'lik bir nominal açığa, kenar ile normal arasında $76,9^\circ$ 'lik bir açığa sahip üç kenarlı piramidal bir elmas olup ucun yarıçapı $0,1 \mu\text{m}$ 'den azdır (Bkz. Tablo 3.3).

Başka bir üç kenarlı piramidal batıcı uç ise Cube-Corner ucudur ve aynı yükte Berkovich ucun hacminin üç katından fazla yer değiştirebilir. Böylece temas çevresinde çok daha

yüksek gerilmeler ve gerilmeler meydana getirerek çatlama eşiğini azaltır. Bu sebepten nispeten küçük ölçeklerde kırılma tokluğunun tahmini için Cube-Corner batıcı uç oldukça idealdir. Küresel batıcı uç, elastik teması başlattıktan sonra daha yüksek yüklerde elastik-plastik temasa neden olduğundan akma ve pekleşmenin incelenmesi için çok uygundur.

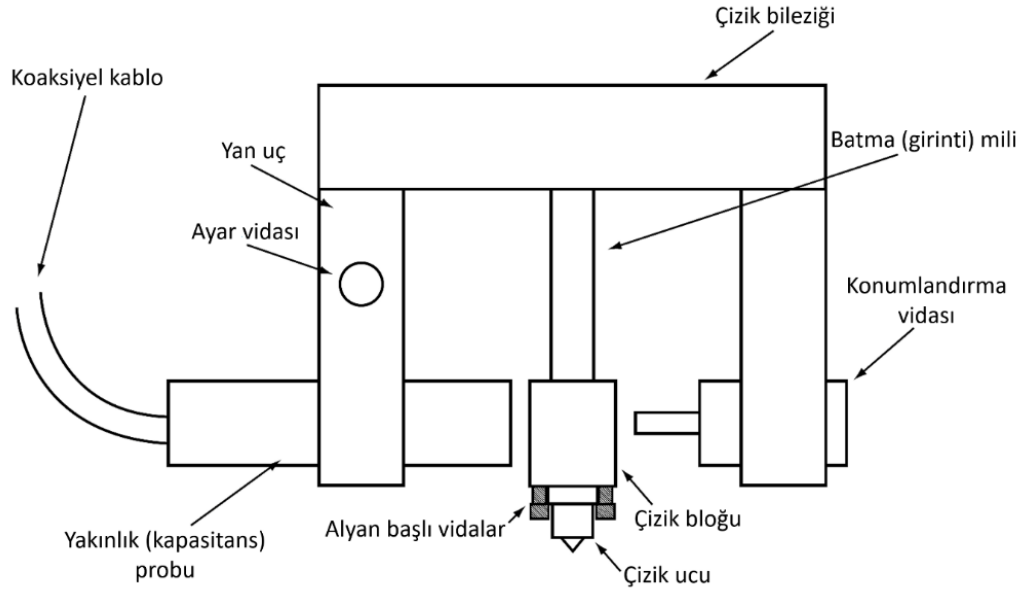
Tablo 3.3. Berkovich batıcı ucun geometrik konfigürasyonu (Karimzadeh vd., 2019).

Özellik	Boyut	Berkovich batıcı uç
Yarı-açı (α)	65,3°	
Tepe yarım açısı (θ)	76,9°	
Uç yarıçapı	200 nm	
Yükseklik (h)	1 μm	
Taban uzunluğu (L)	7,52 μm	

3.5. Nanoçizik ve Yanal Kuvvet Ölçümleri

Bu kısımda, programlanabilir yüklerde çeşitli uzunluklarda çiziklerin yapılmasını sağlayan nanoçizik ve yanal kuvvet seçeneği anlatılmaktadır. Yanal (sürtünme) kuvvetler aynı anda da ölçülebilmektedir. Yanal kuvvet seçeneği için ek donanım Şekil 3.4'te görüldüğü üzere, x ve y boyunca iki yanal yönde yanal yer değiştirme veya kuvvetin ölçümü için bir dizi yakınlık (kapasitans) probu ve sertlik girintisi ile batma (girinti) milinin etrafına monte edilen özel bir "çizik bileziği" içerir.

Batma (girinti) milinin ucuna yakınlık problemleri ve konumlandırma vidaları ile aynı hizada bir çizik bloğu monte edilmiştir. Çizik ucu, iki alyan başlı vida ile çizik bloğuna tutturulur. Çizik ucu, bir Berkovich batıcı ucu veya yaklaşık 1-5 mm yarıçaplı ve 60-90° açığa (tipik olarak 60° açı ile 1 mm uç yarıçapı) sahip geleneksel bir konik elmas uç olabilir. Daha dayanıklı bir uç için daha geniş 90°'lik bir açı arzu edilebilir. Uç yarıçapı çok küçük olmamalıdır çünkü kolayca körleşir (Bhushan vd., 1995).



Şekil 3.4. Teğetsel kuvvet seçeneği donanımının ayrıntılı şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).

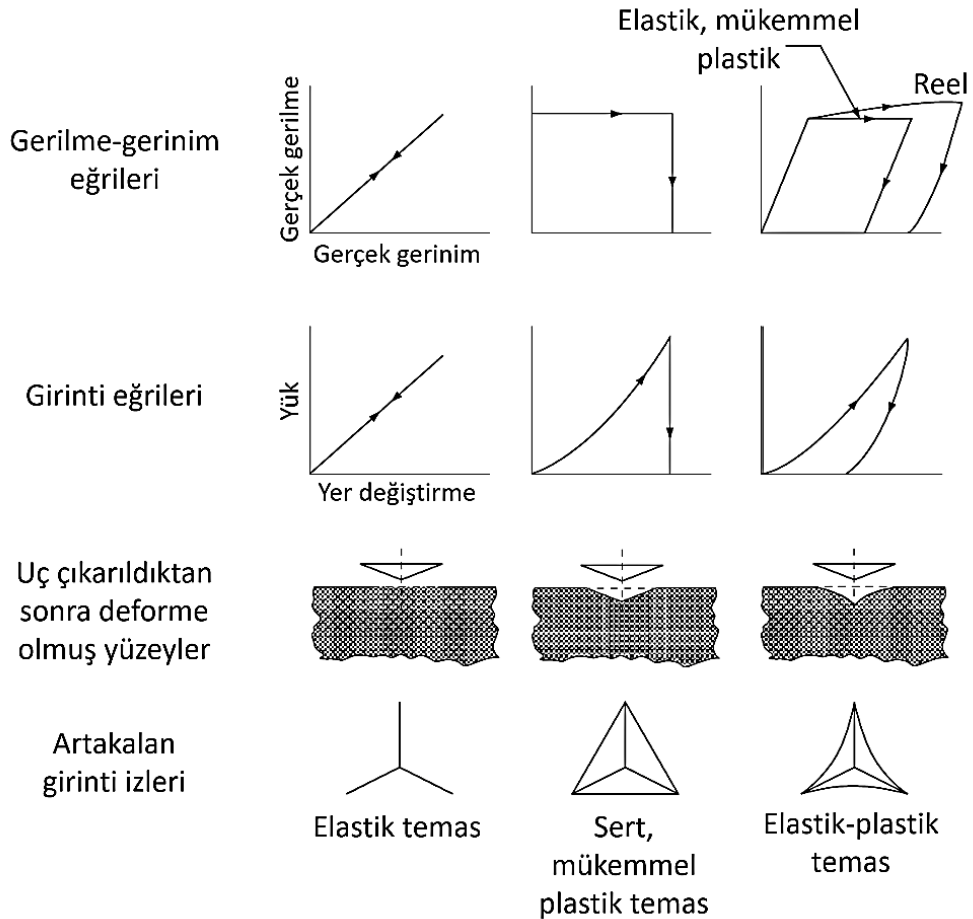
Numune yüzeyini çizme esnasında, belirli bir batma yüküne veya belirli bir batma derinliğine kadar bir yük uygulanır ve numunenin yanal hareketi ölçülür. Ayrıca elbette yük ve batma derinliği izlenir. Çizikler, sabit yükte veya artırılmış yükte yapılabilir. Yanal kuvvetin ölçülmesi, numune yüzeyi çizildiği sırada sürtünme katsayısının hesaplanmasına imkân tanır. Örneğin, NanoIndenter XP için, yakınlık ucunun çözünürlüğü, yaklaşık 2 mN'lik bir yanal kuvvet çözünürlüğü sağlar; bu nedenle minimum ~ 20 mN yük ölçülebilir. Sonuç olarak, NanoIndenter XP kullanılarak yaklaşık 0,1 sürtünme katsayısına sahip bir numune için yaklaşık 0,2 mN'lik bir minimum normal yük kullanılmalıdır. Artan yükte oluşturulan çizimin mikroskopisi, filmin (varsa) kırılması için gereken kritik yükün ve çizilme genişliğinin ölçülmesine ve çizilme morfolojisinin gözlemlenmesine izin verir. Tipik olarak çekme ivmesi ve çekme hızı sırasıyla 10 mm/s² ve 5 mm/s'dir.

3.6. Batma (Girinti) Verilerinin Analizi

Bir batma (girinti) eğrisi, batma sırasında sürekli olarak izlenen ve kaydedilen yük W ile yer değiştirme h (veya girinti derinliği veya penetrasyon derinliği) arasındaki ilişkidir. Gerilme-gerinim eğrileri, tipik girinti eğrileri, uç çıkarıldıktan sonra deforme olmuş

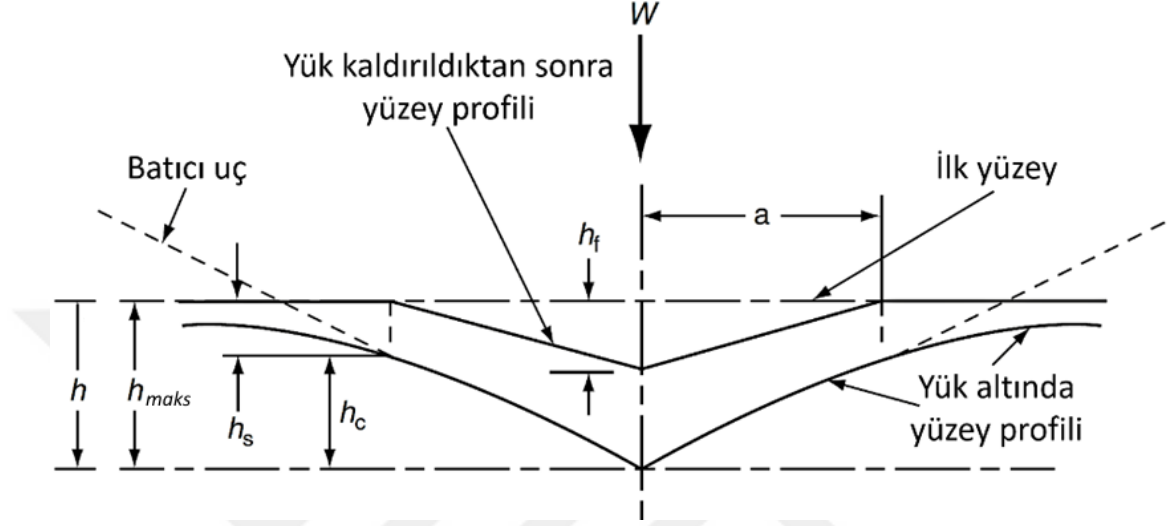
yüzeyler ve ideal elastik, sert-mükemmel plastik ve elastik-mükemmel plastik ve gerçek elastik-plastik katılar için ortakalan girinti izleri Şekil 3.5'te gösterilmiştir.

Elastik bir katı için numune, Young modülüne göre elastik olarak deforme olur ve boşaltma sırasında deformasyon geri kazanılır. Sonuç olarak, boşaltma işleminden sonra herhangi bir batma (girinti) izlenimi yoktur. Katı-mükemmel plastik bir katı için, plastik akış gerçekleştiğinde akma gerilimine ulaşılan kadar hiçbir deformasyon meydana gelmez. Boşaltma sırasında asıl (orijinal) haline geri dönmez ve ölçü değişmeden kalır. Elastik-plastik katı olması durumunda, Young modülüne göre elastik olarak deforme olduktan sonra plastik olarak da deforme olur. Elastik deformasyon boşaltma sırasında geri kazanılır. Elastik-mükemmel plastik bir katı durumunda, pekleşme (deformasyon sertleşmesi) yoktur.



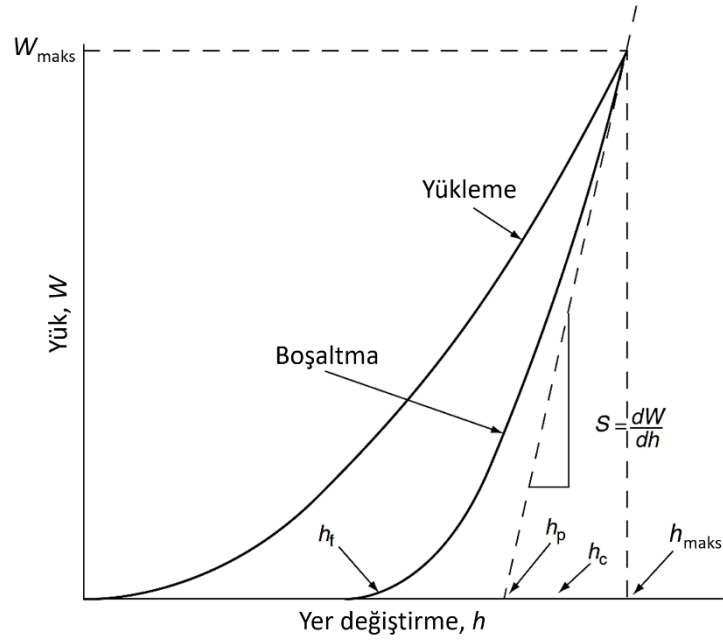
Şekil 3.5. İdeal elastik, sert mükemmel plastik, elastik mükemmel plastik (ideal) ve gerçek elastik plastik katılar için gerilme-gerinim eğrileri, tipik girinti eğrileri, uç çıkarıldıktan sonra deforme olmuş yüzeyler ve ortakalan girinti izlerinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).

Tüm mühendislik yüzeyleri, pekleşme ile gerçek elastik-plastik deformasyon davranışını izler (Johnson, 1985; Gerberich vd., 1997; Bhushan, 1999, 2002, 2011). Batma sırasında ve sonrasında gerçek bir elastik-plastik numunenin deformasyon örneği Şekil 3.6'da şematik olarak gösterilmiştir (Oliver ve Pharr, 1992).



Şekil 3.6. Girinti etrafında numunenin çökmesini ve boşaltma üzerine girinti derinliğindeki azalmayı gösteren girinti sürecinin şematik temsili (Oliver ve Pharr, 1992).

Temas derinliği (h_c), yük altındaki numune ile temas halinde olan girintinin derinliği olarak tanımlanır. Batma (h) sırasında ölçülen derinlik, temas derinliğine ek olarak numunenin girinti etrafındaki çökmesini içerir. Numunenin girinti ($h_s = h - h_c$) etrafındaki çöküntüsü, elastik yer değiştirmelerden kaynaklanır ve gerçek girinti derinliğini veya gerçek sertliği elde etmek için verilerden çıkarılmalıdır. En büyük yükte, yük ve yer değiştirme sırasıyla W_{maks} ve h_{maks} iken temas çemberinin yarıçapı a 'dır. Boşaltma esnasında, temas bölgesindeki elastik yer değiştirmeler geri kazanılır ve batıcı uç tamamen geri çekildiğinde, kalan sertlik ölçüsünün nihai derinliği h_f olur. Yük-yer değiştirme eğrisinin şematik gösterimi Şekil 3.7'deki gibidir.



Şekil 3.7. Yük-yer değiştirme eğrisinin şematik gösterimi (Bhushan ve Palacio, 2016).

Oliver ve Pharr (1992), h_c için h_{maks} 'dan yani maksimum yüke karşılık gelen girinti değerinden (sertlik hesaplaması için gerekli) faydalanarak bir ifade geliştirdi (Denklem 3.1),

$$h_c = h_{maks} - \varepsilon W_{maks} = S_{maks} \quad (3.1)$$

burada konik batıcı uç için $\varepsilon = 0,72$, dönele paraboloid için $\varepsilon = 0,75$ ve flat punch için $\varepsilon = 1$; ve S_{maks} , maksimum yükte boşaltma eğrisinin eğimine (dW/dh) eşit olan sertliktir ($= 1/esneklik$).

Oliver ve Pharr (1992), Berkovich batıcı ucunun davranışının konik batıcı ucun davranışına benzer olduğunu varsaydılar, çünkü her iki tür batıcı ucun enine kesit alanları, temas derinliğinin karesi ve uç geometrileri ile değişir. Bu nedenle, Berkovich batıcı uç için $\varepsilon \sim 0,72$. Böylece, h_c 'nin plastik girinti derinliğinden (h_p) biraz daha büyük olduğu ifade edilir (Denklem 3.2).

$$h_p = h_{maks} - W_{maks} = S_{maks} \quad (3.2)$$

İdeal piramidal geometriye (ideal olarak keskin uç) sahip bir Vickers batıcı ucu için, öngörülen temas alanı derinlik ilişkisi Denklem 3.3'teki gibi verilir (Doerner ve Nix, 1986; Bhushan ve Li, 2003):

$$A = 24,5h_c^2 \quad (3.3)$$

Alan derinlik ilişkisi hem tipik Berkovich hem de Vickers piramitleri için eşdeğer olduğundan, Denk. 3.3 ideal Berkovich batıcı ucu için de geçerlidir. Bununla birlikte, batıcı uç genellikle yuvarlatılmış olduğu için ideal geometri ucun yakınında korunmaz. Gerçek girinti derinliği h_c , ideal şekle sahip bir batıcı uç için beklenenden daha geniş bir temas alanı oluşturur. Gerçek ölçümlerde kullanılan gerçek batıcı uç için normal şekil, batıcı ucun öngörülen temas alanını temas derinliği ile ilişkilendiren bir alan fonksiyonu $F(h_c)$ ile karakterize edilir (Denklem 3.4).

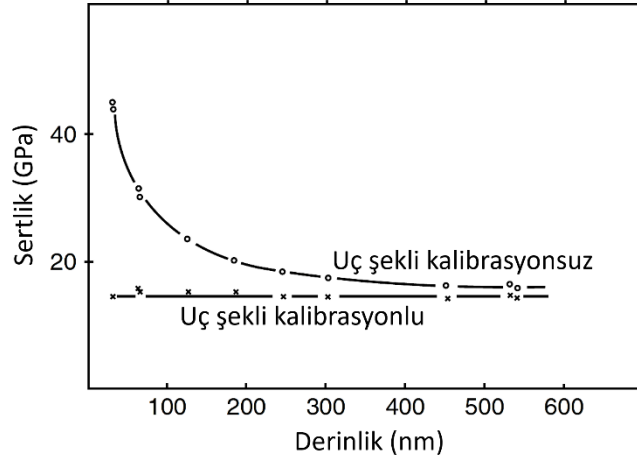
$$A^{1/2} = F(h_c) \quad (3.4)$$

Fonksiyonel şekil, analizden önce deneysel olarak oluşturulmalıdır.

Sertlik-Berkovich sertliği HB (veya H_B), girintinin öngörülen temas alanına bölünen yük olarak tanımlanır. Bu, bir malzemenin yük altında destekleyeceği ortalama basınç anlamına gelir. Girinti eğrisinden maksimum yükte sertlik Denklem 3.5'teki gibi elde edilebilir:

$$HB = W_{maks} = A \quad (3.5)$$

burada W_{maks} maksimum girinti yükü ve A , maksimum yükte öngörülen temas alanıdır. Maksimum yükteki temas alanı, batıcı ucun geometrisi ve h_c temas derinliğine karşılık gelen Denklem 3.1 ve Denklem 3.4 kullanılarak belirlenir. Şekil 3.8'de uç şekli kalibrasyonu olan ve olmayan parlatılmış tek kristal silikon (111) için girinti derinliğinin bir fonksiyonu olarak sertlik grafiği gösterilmektedir. Bu örnek için, uç şekli kalibrasyonunun gerekli olduğu ve sertliğin düzeltilen derinlikten bağımsız olduğu unutulmamalıdır.



Şekil 3.8. Uç şekli kalibrasyonu olan ve olmayan parlatılmış tek kristal silikon (111) için girinti derinliği (Doerner ve Nix, 1986).

Bu tanım kullanılarak ölçülen sertliğin, alanın artakalan sertlik izinin boyutunun doğrudan ölçülmesiyle belirlendiği geleneksel tanımdan farklı olabileceğine dikkat edilmelidir. Farklılığın nedeni, bazı malzemelerde yük altındaki temas alanının küçük bir kısmının plastik olarak deforme olmaması ve sonuç olarak artakalan sertlik izinin gözlemlenmesiyle ölçülen temas alanının maksimum yükte olandan daha az olabilesidir. Bununla birlikte, çoğu malzeme için her iki tekniğin de kullanıldığı ölçümler benzer sonuçlar verir.

Girinti işlemi esnasındaki gerilmeler, itriyum oksitle kararlı hale getirilmiş zirkonyum oksit (ZrO_2) gibi bazı seramik malzemelerde faz dönüşümüne neden olabilir. Gerilme kaynaklı faz dönüşümü, girintili malzemenin hacminde bir değişikliğe neden olabilir ve bu da yük-yer değiştirme verilerini etkileyecektir. Girinti basıncı ve faz dönüşümü arasındaki ilişki ve girinti sırasında girintili malzemenin hacminde ortaya çıkan değişiklikler üzerinde çalışmak önemlidir.

Elastisite Modülü; Bir numune yükleme sırasında elastik-plastik deformasyona uğramasına rağmen, ilk boşaltma elastik bir olaydır. Bu nedenle Young elastisite modülü veya basitçe numunenin elastik modülü, sertlik (maksimum yükte) olarak adlandırılan boşaltma eğrisi (dW/dh)'nin başlangıç eğiminden çıkarılabilir. Temas sertliğinin yalnızca maksimum yükte ölçüldüğü ve boşaltmanın herhangi bir bölümü sırasında boşaltma verilerinin doğrusal olmasına herhangi bir kısıtlama getirilmediğine dikkat edilmelidir.

Öngörülen alan sabitlenmişse, batıcı uç için esnekliğin yaklaşık olarak *şeklinden bağımsız* olduğu (en fazla %3'lük bir farklılıkla) bulunmuştur (Bhushan ve Li, 2003). Bir batıcı uç (Vickers, Knoop ve Berkovich) için esneklik C (sertliğin tersi S) Denklem 3.6'daki gibi verilir:

$$C = \frac{1}{S} = \frac{dh}{dW} \approx \frac{1}{2E_r} \left(\frac{\pi}{A} \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

Burada dW/dh , maksimum yükte boşaltma eğrisinin eğimi; $\frac{1}{E_r} = \frac{1-\nu_s^2}{E_s} + \frac{1-\nu_i^2}{E_i}$ 'deki

E_r , E_s ve E_i numunenin ve batıcı ucun indirgenme katsayısı ve elastik modülüdür; ν_s ve ν_i numune ve batıcı ucun Poisson oranlarıdır. C (veya S), boşaltma sırasında maksimum yükte deneysel olarak ölçülen esnekliktir (veya sertliktir) ve A , maksimum yükte öngörülen temas alanıdır.

Denklem 3.4'e göre gerçek bir batıcı uç için temas derinliği h_c , girintinin öngörülen alanıyla (A) ilgilidir. Ölçülen esneklik (dh/dW) grafiği, farklı girinti eğrilerinden (her eğri için maksimum yükte bir veri noktası) elde edilen düzeltilmiş girinti derinliğinin tersi, $1/E_r$ ile orantılı eğimli düz bir çizgi vermelidir (Doerner ve Nix, 1986). Poisson oranının büyük bir hassasiyetle modülün iyi bir değerini elde ettiği bilinmesi koşuluyla, E_s daha sonra hesaplanabilir. Elmas batıcı uç için $E_i = 1,140$ GPa ve $\nu_i = 0,07$ alınır.

Başlangıç (ilk) boşaltma sertliğini (S) ölçmek için en sık kullanılan yöntem, boşaltma eğrisinin yaklaşık üçte birinin üst kısmına düz bir çizgi ekleyerek S 'yi ölçen Doerner ve Nix'tir (Doerner ve Nix, 1986). Bununla ilgili sorun, doğrusal olmayan yüklemeye verileri için ölçülen sertliğin, verilerin ne kadarının uyumlu kullanıldığına bağlı olmasıdır. Oliver ve Pharr (1992) yeni bir yöntem önerdiler. Tüm boşaltma verilerininin basit bir güç yasası ilişkisi ile iyi tanımlandığını buldular (Denklem 3.7):

$$W = B(h - h_f)^m \quad (3.7)$$

Burada B ve m sabitleri en küçük kareye fit etme yöntemine göre belirlenir. Bu ifadeyi farklılaştırarak ve türevi maksimum yük ve maksimum derinlikte değerlendirerek ilk boşaltma eğimi daha sonra analitik olarak bulunur.

Bu analiz, yalnızca batmayı (orijinal yüzeyin altındaki batıcı ucun etrafındaki girintili malzeme) hesaba katan elastik bir çözüme dayanmaktadır. Bununla birlikte, daha gerçekçi elastik-plastik temas durumunda, malzemenin spesifik mekanik özelliklerine bağlı olarak batma veya yığılma (orijinal yüzeyin üzerindeki batıcı ucun etrafındaki girintili malzeme) meydana gelebilir. Yığılma durumları için, az önce açıklanan yöntem gerçek temas alanının %50'sine kadar düşük tahmin edilmesine sebep olur. Bu da sertlik ve elastik modülünün olduğundan daha fazla tahmin edilmesine yol açar. Bazı modellemelere dayanarak, yığılma yalnızca $h_f/h_{maks} > 0,7$ olduğunda ve malzeme önemli ölçüde sertleşmediğinde önem teşkil etmektedir. h_f/h_{maks} 'nin değeri sifıra eşit olduğunda tamamen elastik deformasyona, 1'e eşit olduğunda ise sert plastik davranışa karşılık geldiğine dikkat edilmelidir. Basıncılı artakalan gerilmeler yığılmaya neden olurken, çekme gerilmeleri batmaya/çökmeye neden olur. Bazı düzeltme yöntemleri önerilmiş olmasına rağmen (Tsui ve Pharr, 1999), gerçek temas alanı ölçümü girinti izlerinin görüntülenmesini gerektirir.

3.6.1. Yük kafesi esnekliği ile batıcı uç alanı fonksiyonunun belirlenmesi

Ölçülen yer değiştirmeler; numunedeki girinti derinliklerinin, asılı yayların yer değiştirmelerinin ve yük kafesi esnekliği olarak adlandırılan ölçüm aletleriyle ilişkili yer değiştirmelerin toplamıdır. Bu nedenle, numune derinliğini doğru bir şekilde belirlemek için yük kafesi esnekliğinin bilinmesi gerekir. Bu, özellikle yük kafesi yer değiştirmesinin toplam yer değiştirmenin önemli bir kısmı olabileceği yüksek modül ile yapılan büyük girintiler için önemlidir. Elmas batıcı ucunun tam şeklinin ölçülmesi gerekir çünkü sertlik ve elastik modül, ölçülen derinliklerden elde edilen temas alanlarına bağlıdır. Uç körelir ve şekli mekanik özelliklerin tahminini önemli ölçüde etkiler (Bkz. Şekil 3.8).

Oliver ve Pharr (1992), alan fonksiyonlarını belirlemek için bir yöntem önerdiler. Yöntemleri, Young modülünün girinti derinliğinden bağımsız olduğu varsayımına

dayanmaktadır. Yük kafesini ve numuneyi seri halde iki yay olarak modelleyerek (Denklem 3.8);

$$C = C_s + C_f \quad (3.8)$$

Burada C , C_s ve C_f sırasıyla toplam ölçülen esneklik, numune esnekliği ve yük kafesi esnekliğidir. Denklem 3.6 ve 3.8 bir araya getirildiğinde

$$C = C_f + \frac{1}{2E_r} \left(\frac{\pi}{A} \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

Denklem 3.9'dan, esneklik modülü sabitse, $A^{1/2}$ 'nin bir fonksiyonu olarak çizilen C grafiğinin doğrusal olduğu ve düşey eksenini kestiği noktanın C_f 'yi verdiği dikkat edilmelidir. C_f 'nin belli değerleri, numune esnekliği küçük olduğunda yani büyük girintiler için elde edilir.

Alan fonksiyonunu ve yük kafesi esnekliğini belirlemek için Oliver ve Pharr, düşük sertliğinden dolayı alüminyumda nispeten büyük girintiler gerçekleştirdiler. Bununla birlikte daha büyük alüminyum girintiler için (tipik olarak 700-4000 nm derinliğinde), ilk teması belirlemek adına mükemmel bir Berkovich batıcı uca (Denklem 3.3) yönelik alan fonksiyonunun kullanılabileceğini belirttiler.

Oliver ve Pharr ölçülen C_f değerini kullanarak, alüminyum üzerinde sıg derinliklerde ölçülen E_r ve/veya literatürdeki E_r değerleri ile daha sert kaynaşmış bir silika yüzeyinde Denklem 3.9'u şu şekilde yeniden yazarak temas alanlarını hesapladılar (Denklem 3.10).

$$A = \frac{\pi}{4} \frac{1}{E_r^2} \frac{1}{(C - C_f)^2} \quad (3.10)$$

alan fonksiyonuna ilişkin ilk tahmini, A 'yı h_c 'nin bir fonksiyonu olarak sekizinci dereceden bir polinoma fit ederek yapmışlardır (Denklem 3.11).

$$A = 24,5h_c^2 + C_1h_c + C_2h_c^{1/2} + C_3h_c^{1/4} + \dots + C_8h_c^{1/28} \quad (3.11)$$

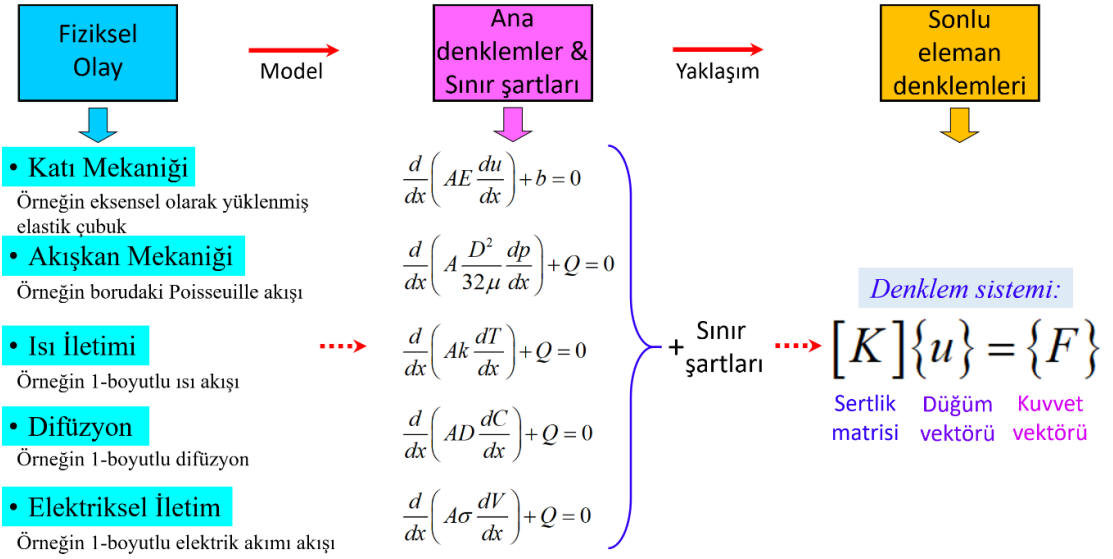
Burada C_1 'den C_8 'e kadar olan terimler sabittir. İlk terim, batıcı ucun mükemmel şeklini tanımlar; diğerleri, ucun körelmesi nedeniyle Berkovich geometrisinden sapmaları tanımlar.

3.7. Sonlu Elemanlar Metodu

Sonlu Elemanlar Metodu (FEM), kısmi diferansiyel denklemlere yaklaşık çözümler bulmak için matematiksel (sayısal) bir yöntemdir. Bu metot, karmaşık fiziksel olayların, özellikle geometride ve / veya malzeme davranışında doğrusal olmayan durumların incelenmesi ve analizi için çok uygundur. Yine bu teknik analitik işlemlere kolayca yatkın olmayan problemlerin üstesinden gelmek için de sıklıkla kullanılmaktadır. Bu tür problemler yapısal, termal, elektriksel, manyetik, akustik vb. veya bunların kombinasyonları olabilir. Termomekanik (diferansiyel termal genişlemenin termal gerilimler ürettiği yerlerde), termoelektrik (bir malzemede akıma karşı gösterilen direnç nedeniyle ısının üretildiği yerlerde) ve eşlenik ısı transferi (hareketli akışkanların üzerinden geçtikleri sıcak nesnelere ısıyı alabildiği yerlerde) kombinasyonlara örnek verilebilir ancak örnekler bunlarla sınırlı değildir. Bu tür problemleri çözmek için Sonlu Elemanlar Metodu kullanıldığında, genellikle Sonlu Elemanlar Analizi (FEA) olarak adlandırılır.

3.7.1. Önerme

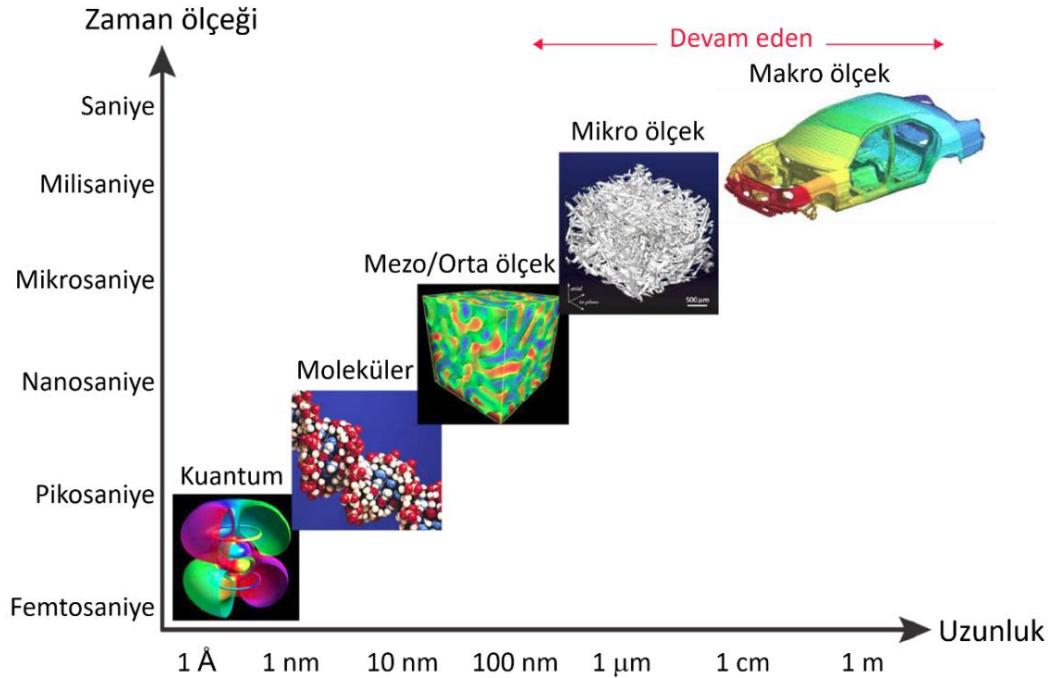
Sonlu elemanlar metodunda önerme şu şekildedir; sürekli alanlar (geometriler) belirli ve bağlantılı bölgelere (veya sonlu elemanlara) ayrıştırılır. Daha sonra, belirli sınır koşullarında alanın tamamını ifade edecek şekilde bir yanıt elde etmek için kinematik uyumluluk koşulları zorlanırken, eleman düzeyinde oluşturulan bir grup denklem de çözülür. Önerme, Şekil 3.9'da bir dereceye kadar açıklanmıştır. Burada görüldüğü üzere bir dizi yaygın fiziksel olay için diferansiyel formda ana denklemler listelenmektedir.



Şekil 3.9. Çeşitli fiziksel olaylar için geçerli denklemler (Dean, 2021a).

3.7.2. Zaman ve uzunluk ölçekleri

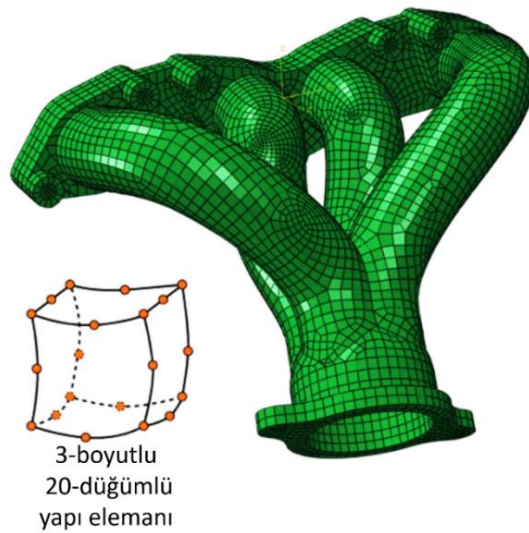
Sonlu eleman metodunun uygulanması için karakteristik zaman ve uzunluk ölçekleri aşağıdaki şekilde verilmektedir (Bkz. Şekil 3.10).



Şekil 3.10. FEM'in uygulanması için karakteristik zaman ve uzunluk ölçekleri (Dean, 2021a).

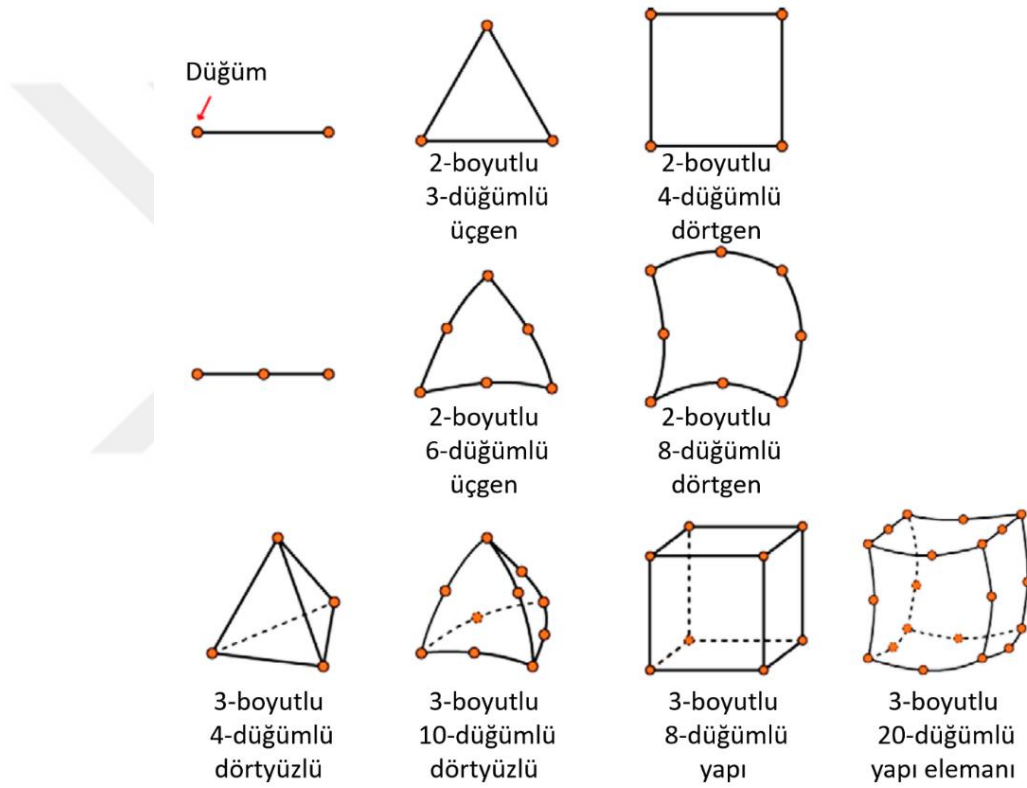
3.7.3. Dügüm noktaları, elemanlar, serbestlik dereceleri ve sınır koşulları

"Dügüm noktaları", "Elemanlar", "Serbestlik Dereceleri" ve "Sınır Koşulları" sonlu eleman metodunda önemli kavramlardır. Bir alan (geometrik bir bölge) ağ örgüsü oluşturduğunda, bir dizi ayırık (dolayısıyla sonlu) elemanlar halinde ayrıştırılır. Bir egzoz manifoldunun ağ örgülü geometrisi Şekil 3.11'de gösterilmektedir. Ağ örgüsündeki elemanların geometriye çok iyi uyduğu ve geometriyi iyi bir yaklaşıklıkla temsil ettiği görülmektedir. Bu örnekteki manifold, 20 düğüm noktası içeren 3 boyutlu bir kalıp eleman ile şekil içerisinde ağ örgüsü oluşturmuştur. Bitişik elemanlar düğüm noktalarında birbirine bağlanmaktadır. Bir düğüm noktası basitçe uzaydaki bir nokta olup serbestlik derecelerinin tanımlandığı koordinatlar ile ifade edilir. Sonlu eleman metodunda bir serbestlik derecesi birçok şekilde olabilir, ancak bu durum gerçekleştirilen analizin türüne bağlıdır. Örneğin, yapısal bir analizde serbestlik dereceleri yer değiştirmeler (U_x, U_y, U_z) iken, termal bir analizde serbestlik derecesi sıcaklıktır (T). Egzoz manifoldu örneğinde, her bir düğüm noktasında U_x, U_y, U_z ve T gibi 4 serbestlik derecesi bulunmaktadır. Çünkü analiz, termal genleşme etkilerinden dolayı bir sıcaklık-yer değiştirme analizinin kombinasyonudur. Bu alan değişkenleri, ana denklemden her bir düğüm noktasında hesaplanır. Dügüm noktaları arasındaki ve elemanlar içindeki alan değişkeni değerleri, bazen şekil veya temel fonksiyonlar olarak adlandırılan enterpolasyon fonksiyonları kullanılarak hesaplanır.



Şekil 3.11. Geometrik eğriliğin yakalanmasını sağlayan, 3-boyutlu, ikinci dereceden yapı elemanları kullanılarak elde edilen ağ örgülü bir egzoz manifoldu (Dean, 2021b).

Tüm uzaysal boyutları kapsayan pek çok eleman türü vardır. Bunlar içerisinde en yaygın olanları Şekil 3.12’de düğüm noktalarının konumu ile gösterilmektedir. Burada bazı elemanların "kenar ortalarında" düğüm noktalarına sahip olduğu, yani köşe düğüm noktalarının ortasına yerleştirilmiş düğüm noktalarına sahip olduğu görülmektedir. Böylece kenarları kıvrılabilen bu elemanlar, manifold örneğinde olduğu gibi karmaşık geometrik şekilleri yakalamak için uygundur. Alan değişkenleri hızla değiştiğinde önemli bir özellik olan düğüm noktaları arasındaki çözümün doğrusal olmayan yollarla değişmesine izin verdiği için bu mümkündür.



Şekil 3.12. Örnek eleman türleri (Dean, 2021b).

Sınır koşulları, alan (geometri) sınırları üzerindeki alan değişkenlerinin veya türevlerinin değerleridir. Bunlar üç kategoriye ayrılırlar (Bkz. Tablo 3.4). Birincisi, çözümü yapılan değişkenin belirlendiği dirichlet koşullarıdır. İkincisi, bağımlı değişkenin gradyanı olarak bir akışın belirlendiği Neumann koşullarıdır. Üçüncüsü ise değişken ve gradyanı arasındaki ilişkinin öngörüldüğü önceki iki sınır koşulu türünün karışımı olan Robin koşullarıdır.

Tablo 3.4. Farklı fizik olaylarından bazı örneklere karşılık gelen fiziksel yorumlar.

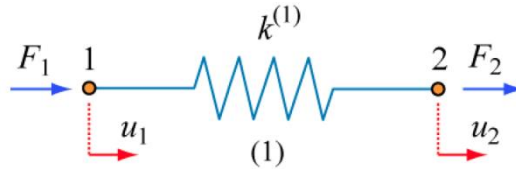
Fizik	Dirichlet	Neumann	Robin
Katı mekaniği	Yer değiştirme	Çekme (Stres)	Yay
Isı transferi	Sıcaklık	Isı akışı	Konveksiyon
Basınç akustiği	Akustik basınç	Normal hızlanma	Empedans
Elektrik akımları	Sabit potansiyel	Sabit akım	Empedans

3.7.4. Doğrudan sertlik metodu ve sertlik matrisi

Birkaç sonlu eleman metodu vardır. Bunlar, 1 ve 2 boyutlu belirli problemleri çözmek için en basit metot olan *Doğrudan Yaklaşım*; diferansiyel denklemleri doğrudan kullanan *Ortalama Rezidü* metodu (örneğin Galerkin metodu) ve varyasyon hesabını ve potansiyel enerjinin en aza indirilmesini kullanan *Varyasyon Yaklaşımı* (örneğin Rayleigh-Ritz metodu).

Doğrudan Sertlik Metodu analizi, sonlu eleman formülasyonunu anlamak için iyi bir başlangıç noktasıdır. Burada ilk olarak yalnızca çekme ve sıkıştırma kuvvetlerini barındıran tek boyutlu elastik bir yay, mümkün olan en basit eleman olarak kabul edilir. Şekil 3.13'te gösterilen yay sistemi için aşağıdaki koşullar kabul edilir:

- Uyumluluk Koşulu-bitişik yayların bağlı uçları (düğüm) aynı yer değiştirmelere sahiptir.
- Statik Denge Koşulu-her düğümde ortaya çıkan kuvvet sıfırdır.
- Yapısal İlişki-Malzemenin (yayın) uygulanan yüklere nasıl tepki verdiğini açıklar.



Şekil 3.13. Yay sistemi modeli (Dean, 2021a).

Yapısal ilişki, uzunluğu boyunca aksenal olarak yüklenmiş elastik bir çubuk için aşağıdaki şekilde denklemlerin ortaya konulması ile elde edilebilir:

$$\frac{d}{du} \left(AE \frac{\Delta l}{l_0} \right) + k = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon \quad (3.13)$$

$$\frac{d}{du} (AE\varepsilon) + k = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{du} (A\sigma) + k = 0 \quad (3.15)$$

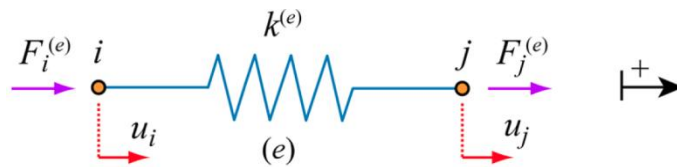
$$\frac{dF}{du} + k = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{dF}{du} = -k \quad (3.17)$$

$$dF = -kdu \quad (3.18)$$

Yay sertliği denklemi (Denklem 3.18), uygulanan kuvvetle yaydaki düğüm noktalarının yer değiştirmesi ile ilişkilidir. Eksi işareti, kuvvetin bir geri çağırıcı kuvvet olduğunu gösterir ve Denklem 3.18'in skaler versiyonu kullanılır (Dean, 2021a).

3.7.4.1 Bir yay (eleman) için sertlik matrisinin elde edilmesi



Bu yay sistemi modelinde u_i ve u_j olmak üzere iki serbestlik derecesi bulunmaktadır.

Kuvvet denge denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$k^{(e)}u_i - k^{(e)}u_j = F_i^{(e)} \quad (3.19)$$

$$-k^{(e)}u_i + k^{(e)}u_j = F_j^{(e)} \quad (3.20)$$

Matris formunda:

$$\begin{bmatrix} k^e & -k^e \\ -k^e & k^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i^{(e)} \\ F_j^{(e)} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

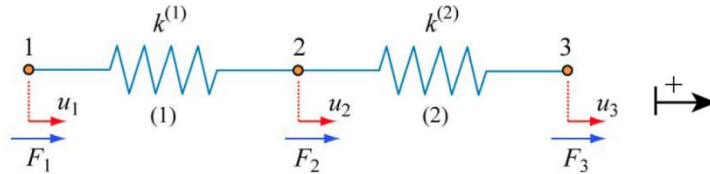
Matrisin boyutu $[2 \times 2]$ 'dir. Çünkü 2 serbestlik derecesi vardır. Simetrik matris olduğuna da dikkat edilmelidir. "Eleman" sertlik ilişkisi Denklem 3.22'deki gibidir:

$$[K^{(e)}] \{u^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} \quad (3.22)$$

Burada $K^{(e)}$ eleman sertlik matrisi, $u^{(e)}$ düğüm noktasının yer değiştirme vektörü ve $F^{(e)}$ düğüm noktasına uygulanan kuvvetin vektörüdür. Eleman sertlik ilişkisi önemlidir çünkü daha karmaşık sistemler için yapı taşı olarak kullanılabilir (Dean, 2021a).

3.7.4.2 Global sertlik matrisinin elde edilmesi

Daha karmaşık bir yay sistemi için, tek bir yay değil tüm sistemin davranışını tanımlayan bir matris yani "global" bir sertlik matrisi gereklidir.



Bu yay sistemi modelinde iki yay (eleman) ve u_1, u_2 ve u_3 olmak üzere üç serbestlik derecesi bulunmaktadır. Tek bir yay sistemi modelinde olduğu gibi, kuvvet denge denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$k^1 u_1 - k^1 u_2 = F_1 \quad (3.23)$$

$$-k^1 u_1 + (k^1 + k^2) u_2 - k^2 u_3 = F_2 \quad (3.24)$$

$$k^2 u_3 - k^2 u_2 = F_3 \quad (3.25)$$

Matris formunda:

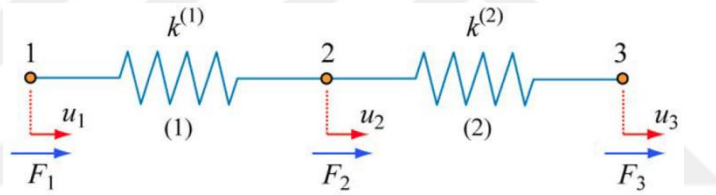
$$\begin{bmatrix} k^1 & -k^1 & 0 \\ -k^1 & k^1 + k^2 & -k^2 \\ 0 & -k^2 & k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Denklem 3.22'deki "eleman" sertlik ilişkisinden farklı olarak "global" sertlik ilişkisi, Denklem 3.27'de verilmiştir (Dean, 2021a).

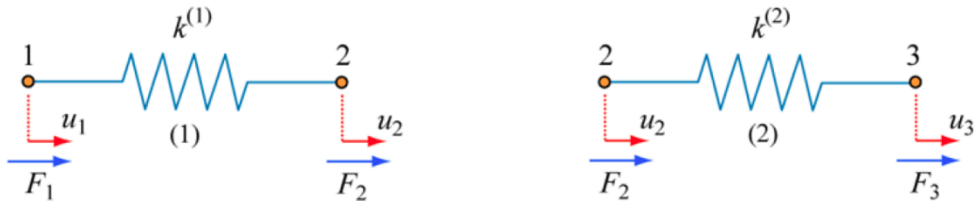
$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.27)$$

3.7.4.3 Eleman sertlik matrislerinden global sertlik matrisinin elde edilmesi

Karmaşık bir yay sistemi için global sertlik matrisini doğrudan oluşturmak kolay değildir. Belirli eleman sertlik matrislerini bir araya getirmek daha verimli bir metottur. Örneğin, aşağıda gösterilen 2 elemanlı yay sistemi modeli ele alınır;



Bileşen, aşağıdaki şekilde iki parçaya ayrılır.



Kuvvet denge denklemleri ise aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$k^1 u_1 - k^1 u_2 = F_1 \quad (3.28)$$

$$k^1 u_2 - k^1 u_1 = k^2 u_2 - k^2 u_3 = F_2 \quad (3.29)$$

$$k^2 u_3 - k^2 u_2 = F_3 \quad (3.30)$$

Belirli eleman sertlik matrisleri ise:

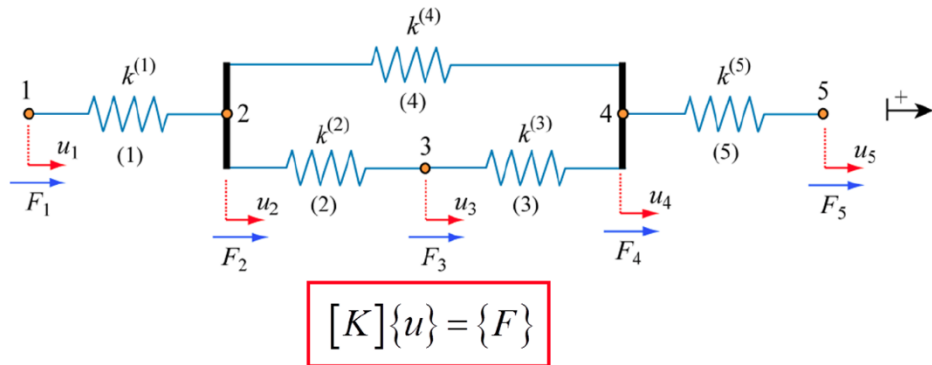
$$\begin{bmatrix} k^1 & -k^1 \\ -k^1 & k^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad \text{ve} \quad \begin{bmatrix} k^2 & -k^2 \\ -k^2 & k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Burada görüldüğü üzere global sertlik matrisi, Denklem 3.26'da türetilenle aynıdır:

$$\begin{bmatrix} k^1 & -k^1 & 0 \\ -k^1 & k^1+k^2 & -k^2 \\ 0 & -k^2 & k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Denklem 3.32'de görüldüğü üzere, eleman sertlik matrislerinden global sertlik matrisi (k_{22} 'nin düğüm 2'ye etki eden) doğrudan sertliklerin toplamıyla elde edilmektedir. Ayrıca diyagonal olmayan matris elemanları (k_{ij}) sıfır (i ve j düğüm noktaları arasında yük aktarımı yokken) veya negatif olsun tepki kuvvetini gösterir.

Bu basit durumda, eleman sertlik matrislerini bir araya getirmenin faydaları (doğrudan global sertlik matrisini türetmenin aksine) açık ve net değildir. Bu nedenle, 5 yay (eleman) ve 5 serbestlik derecesi içeren aşağıdaki (karmaşık) sistem dikkate alınır. Bu tür sistemlerde pratik açıdan ilgili problemler onlarca, yüz binlerce veya daha fazla serbestlik derecesine sahip olabilmektedir. Bu yay sistemi modelinde 5 serbestlik derecesi olduğu için matrisin boyutu 5x5 olmakla birlikte simetriktir. Bu nedenle yay sistemi modeli ve buna karşılık gelen matris formu aşağıda gösterilen hale gelir:



$$\begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 \left[\begin{array}{ccccc}
 1 & & & & \\
 & 2 & & & \\
 & & 3 & & \\
 & & & 4 & \\
 & & & & 5
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 u_1 \\
 u_2 \\
 u_3 \\
 u_4 \\
 u_5
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 F_1 \\
 F_2 \\
 F_3 \\
 F_4 \\
 F_5
 \end{array}$$

Global sertlik matrisini oluşturmak için matris elemanları elde edilmelidir. Bunun için iki yay modeli gibi daha basit sistemlerden yola çıkarak aşağıdaki kurallar ortaya konulabilir:

- ii konumundaki terim, i düğüm noktasında bulunan tüm elemanların doğrudan sertliklerinin toplamından oluşur.
- ij konumundaki terim, i ile j düğüm noktalarını birleştiren tüm elemanların i ve j düğüm noktaları ile ilgili dolaylı sertliklerinin toplamından oluşur.
- Tepki terimlerine $(-k_{ij})$ negatif işaret konulur.
- Birbirleri ile etkileşim halinde olmayan düğüm noktalarına sıfır yazılır.

Bu kuralları takip ederek, global sertlik matrisi aşağıdaki şekilde oluşturulabilir:

$$\begin{array}{c}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4 \\
 5
 \end{array}
 \left[\begin{array}{ccccc}
 1 & & & & \\
 & 2 & & & \\
 & & 3 & & \\
 & & & 4 & \\
 & & & & 5
 \end{array} \right]
 \begin{array}{c}
 u_1 \\
 u_2 \\
 u_3 \\
 u_4 \\
 u_5
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 F_1 \\
 F_2 \\
 F_3 \\
 F_4 \\
 F_5
 \end{array}$$

Bu tür bir araya getirme işlemleri ticari FEM kodları kullanılarak otomatik olarak gerçeşleştirilebilmektedir (Dean, 2021a).

3.7.4.4 (u) için çözüm

Yay sistemi modellerindeki bilinmeyenler (serbestlik dereceleri), u_{ij} yer değiştirmeleridir. Global denklem sistemimiz aşağıdaki şekilde olur:

$$[K]\{u\} = \{F\}$$

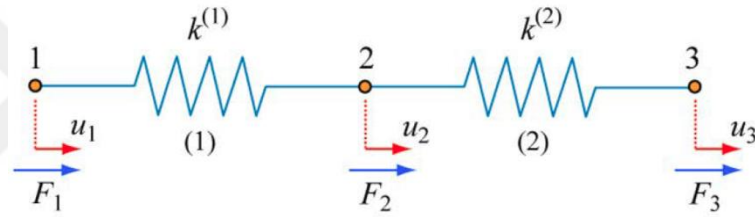
Global sertlik matrisi → $[K]$
 Düğüm yer değiştirmeleri → $\{u\}$
 Düğüm kuvvetleri → $\{F\}$

$\{u\}$ 'yu bulmak için

$$\{u\} = \{F\}[K]^{-1} \quad (3.33)$$

Biliniyor ki $[k][k]^{-1} = I = \text{birim matris} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Bir matrisin tersinir olabilmesi için determinantının sıfır olmaması gerekmektedir. Eğer determinant sıfır ise matrisin tekil olduğu söylenir ve Denklem 3.33'ün tek bir çözümü yoktur. Örneğin, aşağıdaki yay sistemi bir kez daha ele aldığımızda:



Global sertlik matrisi aşağıdaki hale gelir.

$$\begin{bmatrix} k^1 & -k^1 & 0 \\ -k^1 & k^1 + k^2 & -k^2 \\ 0 & -k^2 & k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

$[K]$ 'nin determinantı aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$\det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = (aei + bfg + cdh) - (ceg + bdi + afh) \quad (3.35)$$

Öyle ki:

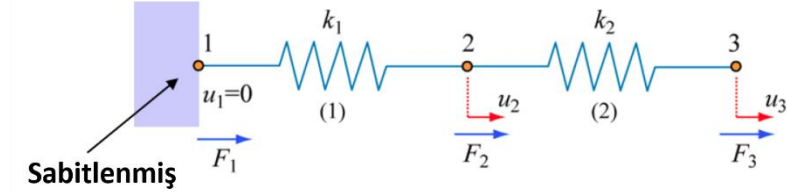
$$(k^1(k^1 + k^2)k^2 + 0 + 0) - (0 + (-k^1 - k^1k^2) + (k^1 - k^2 - k^2)) \quad (3.36)$$

$$\det [K] = (k^1k^2 + k^1k^2) - (k^1k^2 + k^1k^2) = 0 \quad (3.37)$$

$[K]$ 'nin determinantı sıfır olduğu için tersinir değil ancak tekildir. Determinantın tek bir çözümü yoktur ve $\{u\}$ bulunamaz (Dean, 2021a).

3.7.4.5 Uygulanan sınır koşulları

Aşağıdaki sistemde gösterildiği gibi sınır koşulları uygulandığında, $[K]$ tersinir (tekil olmayan) hale gelir. Böylece F_1 tepki kuvveti, F_2 ve F_3 bilinen (uygulanan) kuvvetler, $\{u_2\}$ ve $\{u_3\}$ bilinmeyen yer değiştirmeler için $[K]$ çözülebilir.



Sınır koşulu uygulanmadığında:
$$\begin{bmatrix} k^{(1)} & -k^{(1)} & 0 \\ -k^{(1)} & k^{(1)} + k^{(2)} & -k^{(2)} \\ 0 & -k^{(2)} & k^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \det[K] = 0$$

Sınır koşulu uygulandığında:
$$\begin{bmatrix} k^{(1)} & -k^{(1)} & 0 \\ -k^{(1)} & k^{(1)} + k^{(2)} & -k^{(2)} \\ 0 & -k^{(2)} & k^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \det[K] \neq 0$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k^1 + k^2 & -k^2 \\ -k^2 & k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\det[K] = ab - cd \quad (3.39)$$

$$\det[K] = (k^1 + k^2)k^2 - k^2 = k^1 k^2 \neq 0 \quad (3.40)$$

F_1 , $\{u_2\}$ ve $\{u_3\}$ için çözümler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$-k^1 u_2 = F_1$$

$$(k^1 + k^2)u_2 - k^2 u_3 = F_2 = k^1 u_2 + k^2 u_2 - k^2 u_3$$

$$-k^2 u_2 + k^2 u_3 = F_3$$

Tek çözüm:

$$-k^{(1)}u_2 = F_1$$

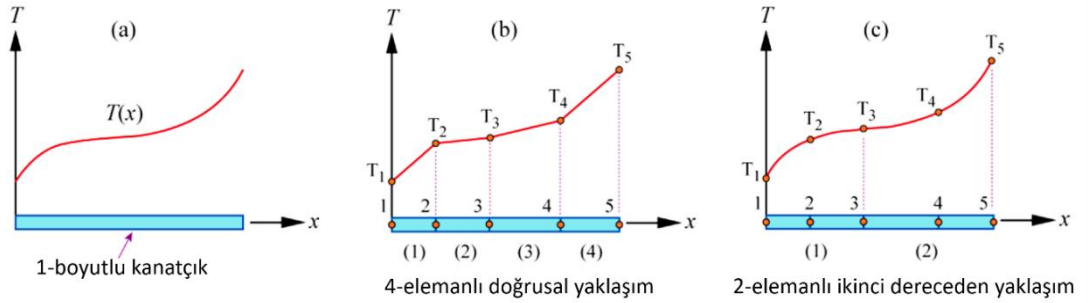
$$u_2 = \frac{1}{k^{(1)}}(F_2 + F_3)$$

$$u_3 = \frac{F_2}{k^{(1)}} + \left(\frac{1}{k^{(1)}} + \frac{1}{k^{(2)}} \right) F_3$$

Bu durumda, üç bilinmeyen için üç denklem çözülür. Pratik açıdan ilgili problemlerde $[K]$ 'nın boyutu genellikle çok büyük olduğu için binlerce bilinmeyen olabilir. O zaman global sertlik matrisinin tersi alınarak $\{u\}$ 'yu elde etmek kolay olmayabilir. Bunun yerine, binlerce bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerini çözmek için daha uygun olan Gauss eliminasyonu kullanılabilir (Dean, 2021a).

3.7.5. Enterpolasyon / temel / şekil fonksiyonları

Sürekli bir fonksiyona parçalı bir yaklaşımın tasviri Şekil 3.14'teki gibi tek boyutlu kanatçıkta boyca sıcaklık dağılımı şeklinde verilmektedir.



Şekil 3.14. Sürekli bir fonksiyona parçalı bir yaklaşımın tasviri (Dean, 2021b).

Sonsuz sayıda bilinmeyenli tek boyutlu bir kanatçığa ait sürekli sıcaklık dağılımı Şekil 3.14 (a)'da gösterilmektedir. Bu kanatçık Şekil 3.14 (b)'de görüldüğü üzere ayrıştırılarak 4 alt alana (veya elemana) bölünmüştür. Düğüm noktaları ise elemanlar gibi soldan sağa doğru art arda numaralandırılmaktadır. Elemanlar birinci dereceden olduğu için düğüm noktaları arasındaki enterpolasyon şeması doğrusaldır. Ara düğüm noktaları elemanlar arasında paylaşıldığı için bu sistemde sadece 5 düğüm noktası bulunmaktadır. Ayrıca bu sürekli sistem modelinde yalnızca sıcaklık çözümlendiği için sadece 5 serbestlik derecesi vardır. Aslında burada elemanların sayısı artırılırsa (uzunlukları azaltılırsa), $T(x)$ için

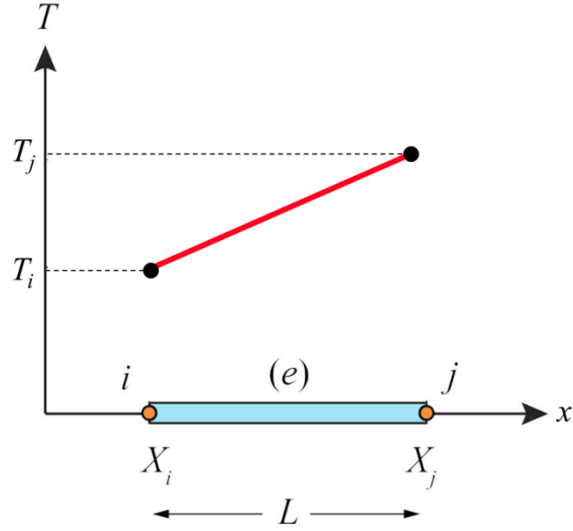
daha iyi bir yaklaşıklık elde edilir. Yani sıcaklığın hızla değiştiği bölgelerde düğüm noktalarının birbirine daha yakın yerleştirilmesi gerekmektedir. Kısacası sıcaklıkta bir değişikliğin beklendiği ve sayısal bir değer gerekli olduğu her yere bir düğüm noktası yerleştirmek yararlıdır. Yakınsak bir çözüme ulaşılan kadar düğüm noktası sayısını artırmaya devam etmek iyi bir uygulamadır.

Şekil 3.14 (c)'de kanatçık eleman 1 ve 2 olmak üzere iki alt alana bölünmüştür. Bununla birlikte, elemanlar kuadratik yani ikinci derecedendir. Gösterildiği üzere bu elemanlar, "kenar ortalarında" düğüm noktaları içermektedir. Düğüm noktaları arasındaki enterpolasyon ikinci dereceden olduğu için gerçek sisteme çok daha yakın bir yaklaşıma izin vermektedir. Bu sistem modelinde de sadece 5 serbestlik derecesi bulunmaktadır. Ancak, (c) deki analiz (b) dekine göre daha uzun sürmektedir çünkü doğrusal duruma karşılık ikinci dereceden enterpolasyonda düğüm noktaları arasındaki konumlarda da sıcaklık hesaplaması yapıldığı için daha çok çaba gerektirmektedir. Bu durum ile ilgili olarak; yalnızca 5 serbestlik derecesine sahip bir sistem için, modern masaüstü bilgisayarlar kullanıldığında fark algılanamamaktadır. Fakat yüzbinlerce serbestlik derecesine sahip büyük sistemler için durum böyle olmamaktadır.

Aslında, çok az hesaplama gerektiren çok sayıda birinci dereceden elemanlar ile daha fazla hesaplama gerektiren daha az sayıda ikinci dereceden elemanlar arasında genellikle bir denge vardır. Bu ise hem analiz süresini hem de çözümün doğruluğunu etkilemektedir. Bu sebepten seçim büyük ölçüde çözülen soruna bağlı olmaktadır (Dean, 2021b).

3.7.5.1 1-Boyutlu birinci dereceden şekil fonksiyonları

Eleman düğüm noktalarındaki serbestlik derecelerini hesaplamak için doğrudan sertlik yöntemi kullanılabilir. Bununla birlikte, elemanın ara konumlarındaki çözümün değeri ile de ilgilenilir. Düğüm noktaları dışındaki konumlarda değerleri hesaplamak içinse düğüm noktaları arasında şekil fonksiyonları kullanılarak enterpolasyon yapılır. L uzunluğuna sahip 1-boyutlu eleman Şekil 3.15'te gösterilmektedir. Her iki ucunda i ve j olarak gösterilen iki düğüm noktasının sıcaklıkları T_i ve T_j olarak bilinmektedir. Elemanın "kenar ortalarında" düğüm noktaları içermediği için birinci dereceden (doğrusal) olduğu sonucuna varılmaktadır.



Şekil 3.15. Sıcaklık serbestlik derecelerine sahip 1-boyutlu doğrusal eleman (Dean, 2021b).

Düğüm noktaları arasındaki konumlarda sıcaklık değerlerini hesaplamak için bir fonksiyon türetilmesi gereklidir. Bu fonksiyon enterpolasyon şekil fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Burada bu fonksiyonun 1-boyutlu bir doğrusal eleman için türetimi gösterilmektedir. Doğrusal elemanlar için polinom enterpolasyon fonksiyonunun birinci dereceden olduğuna dikkat edilmelidir. Eğer eleman ikinci dereceden olsaydı, polinom fonksiyonu da ikinci dereceden (kuadratik) olurdu.

Eleman birinci dereceden olduğundan, sıcaklık düğüm noktaları arasında doğrusal olarak değişmektedir ve T için denklem;

$$T(x) = a + bx \quad (3.41)$$

i ve j düğüm noktaları için Denklem 3.41 aşağıdaki şekilde yazılır,

$$T_i = a + bX_i \quad (3.42)$$

$$T_j = a + bX_j \quad (3.43)$$

a ve b katsayılarını belirlemek için,

$$\frac{T_i - a}{X_i} = b \quad (3.44)$$

$$\frac{T_j - a}{X_j} = b \quad (3.45)$$

$$\frac{T_i - a}{X_i} = \frac{T_j - a}{X_j} \quad (3.46)$$

$$(T_i - a)X_j = (T_j - a)X_i \quad (3.47)$$

$$T_i X_j - a X_j = T_j X_i - a X_i \quad (3.48)$$

$$T_i X_j - T_j X_i = a(X_j - X_i) \quad (3.49)$$

$$\frac{T_i X_j - T_j X_i}{(X_j - X_i)} = a \quad (3.50)$$

$$\frac{T_i X_j - T_j X_i}{L} = a \quad (3.51)$$

Bununla birlikte,

$$T_i - b X_i = a \quad (3.52)$$

$$T_j - b X_j = a \quad (3.53)$$

$$T_i - b X_i = T_j - b X_j \quad (3.54)$$

$$b X_j - b X_i = T_j - T_i \quad (3.55)$$

$$b(X_j - X_i) = T_j - T_i \quad (3.56)$$

$$b = \frac{T_j - T_i}{(X_j - X_i)} \quad (3.57)$$

$$b = \frac{T_j - T_i}{L} \quad (3.58)$$

Denklem 3.51 ve 3.58'in Denklem 3.41'de yerine yazılmasıyla,

$$T(x) = \frac{T_i X_j - T_j X_i}{L} + \left(\frac{T_j - T_i}{L} \right) x \quad (3.59)$$

$$T(x) = \frac{T_i X_j - T_j X_i}{L} + \frac{T_j x - T_i x}{L} \quad (3.60)$$

$$T(x) = \frac{T_i X_j}{L} - \frac{T_j X_i}{L} + \frac{T_j x}{L} - \frac{T_i x}{L} \quad (3.61)$$

$$T(x) = \frac{T_i X_j}{L} - \frac{T_i x}{L} + \frac{T_j x}{L} - \frac{T_j X_i}{L} \quad (3.62)$$

$$T(x) = T_i \left(\frac{X_j - x}{L} \right) + T_j \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \quad (3.63)$$

Denklem 3.63'ten, düğüm noktası sıcaklık değerlerinin (T_i, T_j) x 'in doğrusal fonksiyonları ile çarpıldığı anlaşılmaktadır. Fonksiyonlar, belirli bir şekil fonksiyonu ile ilişkilendirilen düğüm noktalarını belirtmek için S ile gösterilir. Bu durumda:

$$S_i = \left(\frac{X_j - x}{L} \right) \quad (3.64)$$

$$S_j = \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \quad (3.65)$$

Denklem 3.63 aşağıdaki hale gelir,

$$T(x) = S_i T_i + S_j T_j \quad (3.66)$$

Matris formu da aşağıdaki gibi olur,

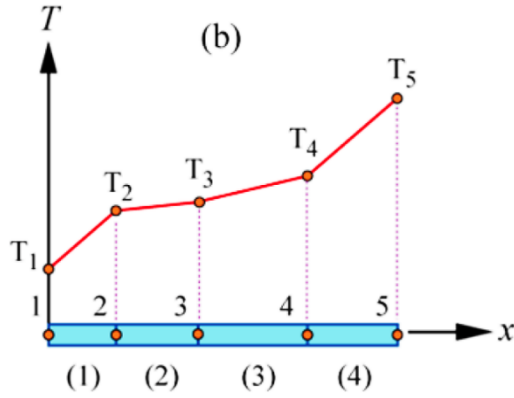
$$T_x^e = [S_i \quad S_j] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \end{Bmatrix} \quad (3.67)$$

Denklem 3.66'ya göre, her şekil fonksiyonunun kendi düğüm noktasında 1 değerine, diğer düğüm noktalarında ise sıfır değerine sahip olduğu sonucuna varılabilir. Şekil fonksiyonlarının toplamı 1'e eşit olmaktadır. Tıpkı orijinal polinomda olduğu gibi şekil fonksiyonları da birinci derecedendir. Eğer orijinal polinom ikinci dereceden olsaydı, şekil fonksiyonları da ikinci dereceden olurdu.

İlk olarak Şekil 3.14'te gösterilen 1-boyutlu kanatçık için doğrusal eleman denklemlerinin bir araya getirilmesiyle sürekli bir fonksiyona parçalı bir yaklaşımla düzgün bir denklem oluşturulabilir. Herhangi bir elemanın herhangi bir noktasındaki sıcaklık, düğüm noktası sıcaklıklarından (T_i) ve şekil fonksiyonlarından (S_i) bulunabilir.

Aşağıdaki sistem için:

$$T_x^e = S_i T_i + S_j T_j \quad X_i \leq x \leq X_j \quad (3.68)$$



4-elemanlı doğrusal yaklaşım

Eleman #	Düğüm	
	i	j
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5

$$T_x^1 = S_1^1 T_1 + S_2^1 T_2 \quad S_1^1 = \frac{X_2 - x}{X_2 - X_1} \quad S_2^1 = \frac{x - X_1}{X_2 - X_1} \quad X_1 \leq x \leq X_2 \quad (3.69)$$

$$T_x^2 = S_2^2 T_2 + S_3^2 T_3 \quad S_2^2 = \frac{X_3 - x}{X_3 - X_2} \quad S_3^2 = \frac{x - X_2}{X_3 - X_2} \quad X_2 \leq x \leq X_3 \quad (3.70)$$

$$T_x^3 = S_3^3 T_3 + S_4^3 T_4 \quad S_3^3 = \frac{X_4 - x}{X_4 - X_3} \quad S_4^3 = \frac{x - X_3}{X_4 - X_3} \quad X_3 \leq x \leq X_4 \quad (3.71)$$

$$T_x^4 = S_4^4 T_4 + S_5^4 T_5 \quad S_4^4 = \frac{X_5 - x}{X_5 - X_4} \quad S_5^4 = \frac{x - X_4}{X_5 - X_4} \quad X_4 \leq x \leq X_5 \quad (3.72)$$

$$S_2^1 \neq S_2^2, S_3^2 \neq S_3^3 \text{ ve } S_4^3 \neq S_4^4$$

Tek bir eleman boyunca sıcaklık gradyanı $\frac{dT^e}{dx}$, Denklem 3.73'ün türevinden bulunabilir.

$$T_x^e = T_i \left(\frac{X_j - x}{L} \right) + T_j \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \quad (3.73)$$

$$T_x^e = \frac{X_j T_i}{L} - \frac{x T_i}{L} + \frac{x T_j}{L} + \frac{X_i T_j}{L} \quad (3.74)$$

$$T_x^e = \frac{x T_j}{L} - \frac{x T_i}{L} + \frac{X_j T_i}{L} - \frac{X_i T_j}{L} \quad (3.75)$$

$$T_x^e = \frac{x}{L} (T_j - T_i) + \frac{1}{L} (X_j T_i - X_i T_j) \quad (3.76)$$

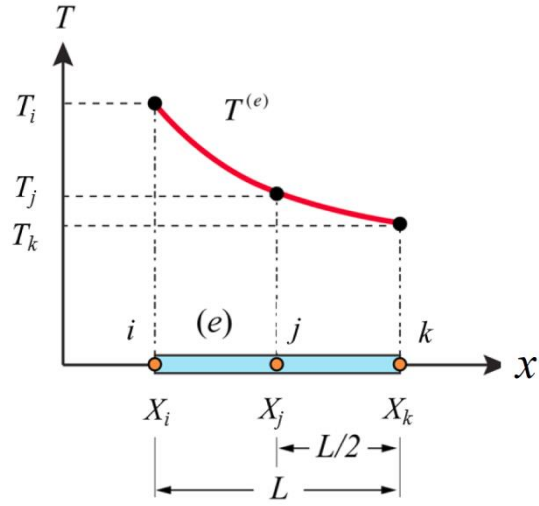
$$\frac{dT_x^e}{dx} = \frac{T_j - T_i}{L} \quad (3.77)$$

Şekil fonksiyon türevlerinin toplamı sıfır olmaktadır. Böylece şekil fonksiyonlarının doğru olup olmadığı da kontrol edilebilmektedir (Dean, 2021b).

3.7.5.2 1-Boyutlu ikinci dereceden elemanlar

Şekil 3.16'da 1-boyutlu ikinci dereceden bir eleman gösterilmektedir. Düğüm noktaları arasındaki enterpolasyon doğrusal olmadığı için eleman derecesinin birden büyük olduğu anlaşılmaktadır. Burada, "kenar ortalarında" düğüm noktası olduğu için de elemanın ikinci dereceden (kuadratik) olduğu tespit edilebilir. Bu nedenle, çözüme giden fonksiyon ikinci dereceden bir polinom olur.

$$T_x^e = a + bx + cx^2 \quad (3.78)$$



Şekil 3.16. 1-boyutlu ikinci dereceden bir eleman (Dean, 2021b).

Şekil fonksiyonları S_i , bilinen X_i ve T_i kullanılarak Denklem 3.78'in çözülmesiyle belirlenebilir:

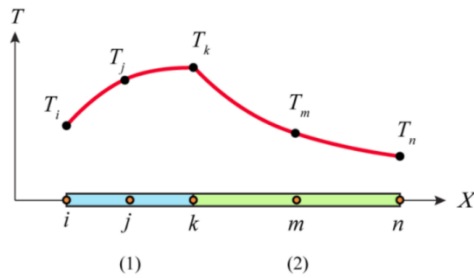
$$T_x^e = S_i T_i + S_j T_j + S_k T_k \quad (3.79)$$

$$S_i = \frac{2}{L^2} (x - X_k)(x - X_j) \quad (3.80)$$

$$S_j = \frac{-4}{L^2} (x - X_i)(x - X_k) \quad (3.81)$$

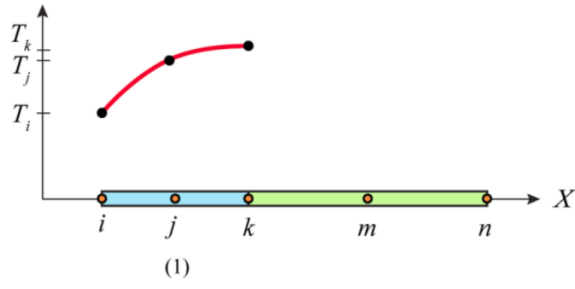
$$S_k = \frac{2}{L^2} (x - X_i)(x - X_j) \quad (3.82)$$

Tek bir eleman için ikinci dereceden şekil fonksiyonları kullanılarak (Denklem 3.80-3.82), daha büyük bir sisteme karşılık gelen denklemler bir araya getirilebilir:

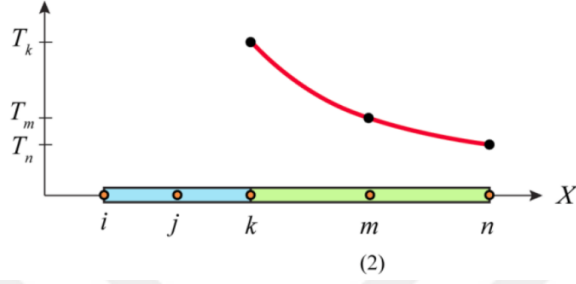


Eleman #	Düğümler		
	i	j	k
1	i	j	k

Eleman #	Düğümler		
	i	j	k
2	k	m	n



$$T_x^1 = [S_i^1 \quad S_k^1 \quad S_j^1] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_k \\ T_j \end{Bmatrix}$$



$$T_x^2 = [S_k^2 \quad S_m^2 \quad S_n^2] \begin{Bmatrix} T_k \\ T_m \\ T_n \end{Bmatrix}$$

$$T_x^1 = S_i^1 T_i + S_j^1 T_j + S_k^1 T_k$$

$$S_i^1 = \frac{2}{L^2} (x - X_k)(x - X_j)$$

$$S_j^1 = \frac{-4}{L^2} (x - X_i)(x - X_k)$$

$$S_k^1 = \frac{2}{L^2} (x - X_i)(x - X_j)$$

(3.83)

$$T_x^2 = S_k^2 T_k + S_m^2 T_m + S_n^2 T_n$$

$$S_k^2 = \frac{2}{L^2} (x - X_n)(x - X_m)$$

$$S_m^2 = \frac{-4}{L^2} (x - X_k)(x - X_n)$$

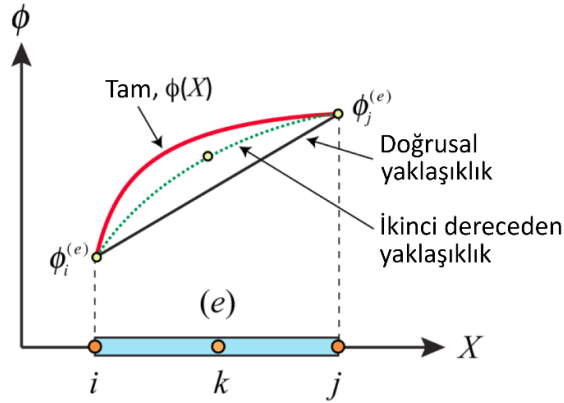
$$S_n^2 = \frac{2}{L^2} (x - X_k)(x - X_m)$$

(3.84)

Eleman şekil fonksiyonları, ticari olarak sunulan sonlu eleman kodlarında eleman içinde saklanır. X_i konumları, ağ örgüsü oluşturulduğunda meydana gelir. Düğüm noktası serbestlik dereceleri bilindiğinde, düğüm noktaları arasındaki herhangi bir noktadaki çözüm, eleman şekil fonksiyonları ve düğüm noktası konumları kullanılarak hesaplanabilir (Dean, 2021b).

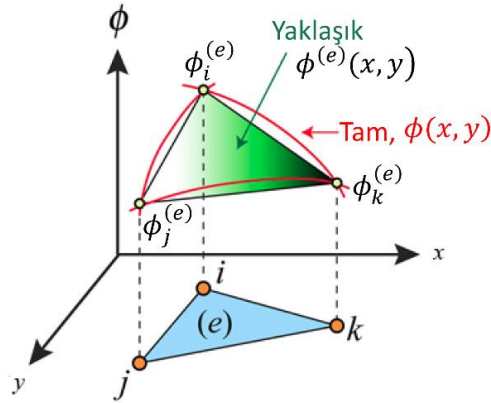
Yukarıda ifade edilen durumlar için, basit 1-boyutlu elemanlar en uygundur, ancak birçok pratik uygulama için daha karmaşık 2 ve 3-boyutlu geometri ile karşılaşılabilir.

Şekil 3.17’de görüldüğü üzere $\phi(X)$ fonksiyonunun tam çözümü, bir sonlu eleman yaklaşıklığıdır. Bu yaklaşıklık hem birinci hem de ikinci dereceden bir eleman ile sağlanmaktadır. Düğüm noktaları dışındaki konumlarda ϕ ’yi tahmin etmek için, 1-boyutlu birinci ve ikinci dereceden elemanlar ile ilgili şekil fonksiyonları yukarıda türetilmişti (Dean, 2021c).



Şekil 3.17. $\phi(X)$ ’nin birinci ve ikinci dereceden 1-boyutlu sonlu eleman ayrıştırması (Dean, 2021c).

Bununla birlikte, uygulamalarda dikkat çeken çoğu problemler 2 veya 3-boyutta kendini göstermektedir. Şekil 3.18’de bir $\phi = f(x, y)$ örneği verilmektedir. Bu örnekteki tam çözüm, 2-boyutlu, birinci dereceden (çift doğrusal) bir üçgen eleman ile yaklaşık olarak tahmin edilmektedir.



Şekil 3.18. $\phi(x, y)$ ’nin birinci dereceden, 2-boyutlu sonlu eleman ayrıştırması (Dean, 2021c).

3.7.5.3 Koordinat sistemleri

Çözüm alanları, katı mekaniğindeki yer değiştirme alanları gibi genellikle aşağıdaki türden integrallerin hesaplanması ile bulunabilmektedir:

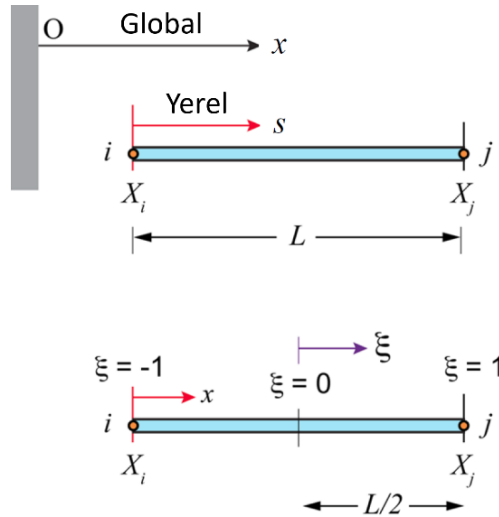
$$\int_{x_i}^{x_j} S_i(x)S_j(x)dx \quad \text{veya} \quad \int_{x_i}^{x_j} S_i^2(x)dx \quad (3.85)$$

Denklem 3.85'teki üst simge şekil fonksiyonunun karesinin alındığını belirtmektedir. Bu integraller, yerel (eleman seviyesi) bir koordinat sistemine göre tanımlanan yeni şekil fonksiyonları türetilerek integrasyon işlemlerini daha verimli hale getirmek için basitleştirilebilir.

Örneğin, şu ana kadar 1-boyutlu doğrusal şekil fonksiyonları, Şekil 3.19'daki gibi orijini O olan global bir koordinat sistemi kullanılarak türetilmiştir. Bu şekil fonksiyonları:

$$S_i(x) = \left(\frac{X_j - x}{L} \right) \quad (3.86)$$

$$S_j(x) = \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \quad (3.87)$$



Şekil 3.19. Global, yerel ve doğal referans sistemlerinde tek bir doğrusal elemanın temsili (Dean, 2021b).

Şekil 3.19’da gösterildiği üzere X_i noktasında bir orijine sahip yerel koordinat sisteminde de şekil fonksiyonları türetilbilir. Yeni referans sisteminde, eleman boyunca konum ifadesi daha önce x ile verilirken şimdi $X_i + s$ ile verilmektedir. Denklem 3.86 ve 3.87’deki şekil fonksiyonları yeni referans sistemi değiştirilerek yeniden yazılabilir.

$$S_i(s) = \frac{X_j - (X_i + s)}{L} = 1 - \frac{s}{L} \quad (3.88)$$

$$S_j(s) = \frac{(X_i + s) - X_i}{L} = \frac{s}{L} \quad (3.89)$$

ve

$$\int_{x_i}^{x_j} S_i(x)S_j(x)dx \quad \text{veya} \quad \int_{x_i}^{x_j} S_i^2(x)dx \quad (3.90)$$

haline gelir.

$$\int_0^L S_i(s)S_j(s)ds \quad \text{veya} \quad \int_0^L S_i^2(s)ds \quad (3.91)$$

Bu şekilde integrasyon sınırlarını ayarlamak daha kolay olur. Bununla birlikte, boyutsuz bir doğal koordinat sistemi kullanılarak şekil fonksiyonları daha da basitleştirilebilir. Şekil 3.19’da doğal bir koordinat sistemi gösterilmektedir. Elemanın merkezinde bir koordinat belirtilmektedir. Bu referans sisteminde şekil fonksiyonları,

$$S_i(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (3.92)$$

$$S_j(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (3.93)$$

Bunları bulmak için, Denklem 3.86 ve 3.87’deki x , $x = X_i + \frac{L}{2} + \xi$ ile değiştirilir ve $L = 2$ olduğuna dikkat edilmelidir.

$$S_i(\xi) = \frac{X_j - x}{L} = \frac{X_j - (X_i + \frac{L}{2} + \xi)}{L} = \frac{X_j}{L} - \frac{X_i}{L} - \frac{L}{2L} - \frac{\xi}{L} = \frac{1}{2} - \frac{\xi}{2} = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (3.94)$$

$$S_j(\xi) = \frac{x - X_i}{L} = \frac{(X_i + \frac{L}{2} + \xi) - X_i}{L} = \frac{X_i}{L} + \frac{L}{2L} + \frac{\xi}{L} - \frac{X_i}{L} = \frac{1}{2} + \frac{\xi}{2} = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (3.95)$$

Şekil fonksiyonlarının, ilgili düğüm noktalarında 1'e diğer düğüm noktalarında ise 0'a eşit olduğu göz önünde bulundurulursa:

$$\begin{aligned} S_i(-1) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) = 1 \\ S_i(1) &= \frac{1}{2}(1 - \xi) = 0 \\ S_j(-1) &= \frac{1}{2}(1 + \xi) = 0 \\ S_j(1) &= \frac{1}{2}(1 + \xi) = 1 \end{aligned} \quad (3.96)$$

İntegraller aşağıdaki şekilde olur:

$$\int_{-1}^1 S_i(\xi)S_j(\xi)d\xi \quad \text{veya} \quad \int_{-1}^1 S_i^2(\xi)d\xi$$

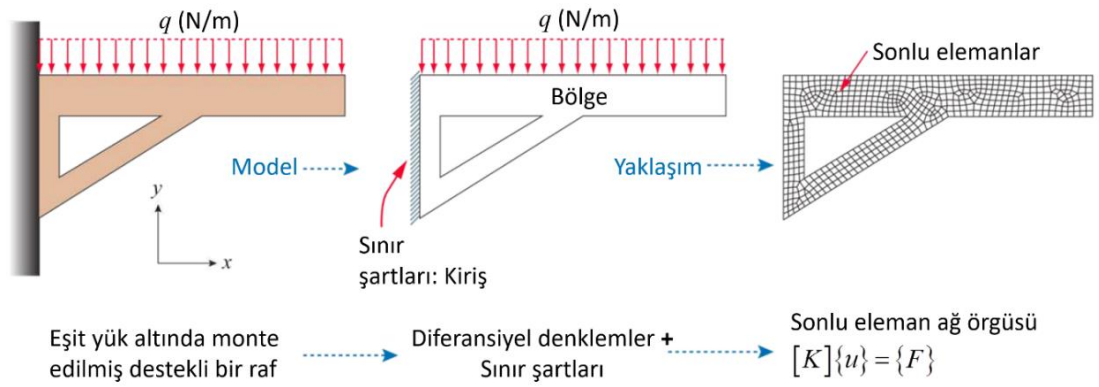
Burada integrasyon sınırları -1 ve +1 olmaktadır. Bu tür integraller Gauss-Legendre metodu kullanılarak da çözülebilir. (Dean, 2021b)

3.7.6. Sonlu eleman modellemesindeki temel aşamalar

Bu aşamaları gösterebilmek adına Şekil 3.20'deki gibi boyca eşit yüklenmiş duvara monteli destekli bir raf incelenecektir.

Burada tanımlanmış olan geometri oldukça karmaşıktır. Ayrıca tanımlanmış olan sınır koşulları da şu şekilde verilmektedir;

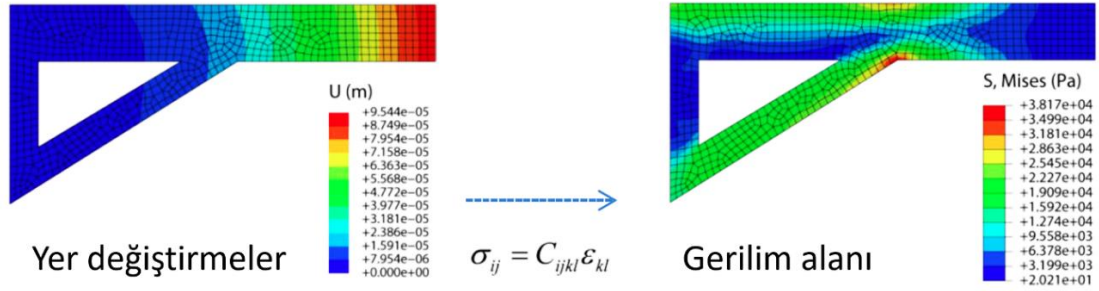
- Üst kenar boyunca birim uzunluk başına eşit (tek tip) bir kuvvet
- Kenetlenmiş kenar boyunca x ve y yer değiştirmeleri sabit



Şekil 3.20. Duvara montelenmiş destekli raf.

Destekli rafın, uygulanan yükün etkisi altında mekanik olarak tepki vereceği ve uygulanan yükü dengelemek için bir iç gerilmelerin oluşacağı açıktır. Oluşan gerilmeleri hesaplamak için öncelikle bölgeler ayrılmalı, $[K]$ global sertlik matrisi oluşturulmalı ve ardından bazı sayısal teknikler kullanılarak (örneğin Gauss eliminasyonu) $\{u\}$ düğüm noktası yer değiştirmeleri ve sonuçta ortaya çıkan $\{F\}$ kuvvetleri belirlenmelidir. Böylece özellikle elastik sistemler için yer değiştirmelerden kaynaklanan gerilmeleri hesaplamak nispeten kolaylaşmaktadır.

Çözüm yolları:



Bununla birlikte, belirli sayıda elemanın (ağ örgüsü yoğunluğu) ve eleman boyutu kombinasyonlarının yanlış çözümlere yol açabileceği de unutulmamalıdır. Bir ağ örgüsündeki hassasiyeti azaltmak için ardışık olarak daha ince ağ örgülerinin çözümü üzerindeki etkinin analiz edildiği bir çalışmanın yapılması önerilir. Bu oldukça iyi bir uygulamadır (Dean, 2021a).

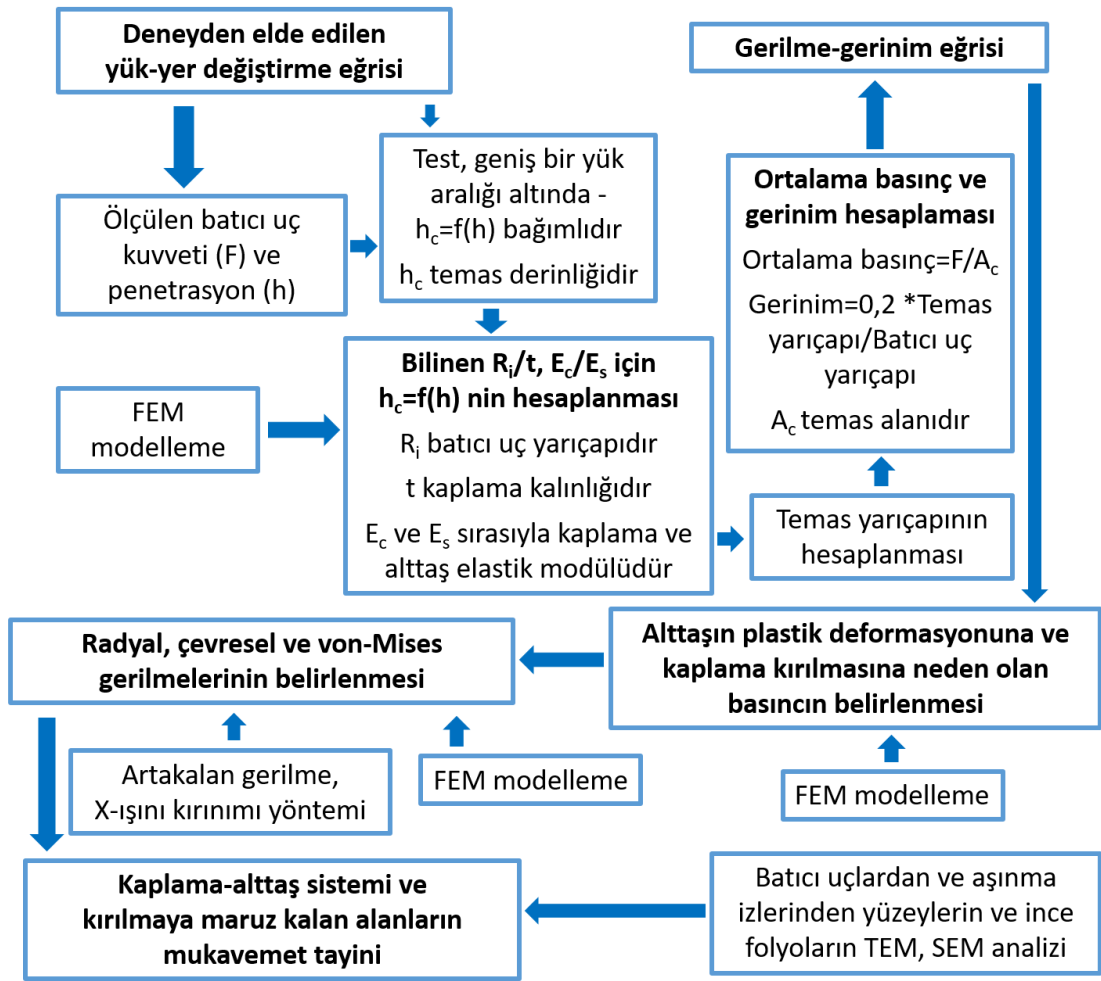
4. MATERYAL ve YÖNTEM

4.1. Paslanmaz Çelik ve Titanyum

Birçok işletme ve endüstri, günlük operasyonları sırasında titanyum ve/veya paslanmaz çelik kullanırlar. Bu iki malzeme arasındaki temel fark, titanyumun saf olarak kullanılabilmesi, paslanmaz çeliğin ise bir metal alaşımı olmasıdır. Metalik bir element olan titanyum, yüksek mukavemet (dayanım)/ağırlık oranı sayesinde son derece güçlü bir malzemedir. Titanyum ayrıca korozyona karşı oldukça dirençli olmasının yanı sıra yüksek bir ısı transfer verimliliği sunmaktadır. Bu sayede, sıcaklık değişikliklerinin ve hava koşullarının yapısal bileşenler üzerinde olumsuz etkiler oluşturabileceği inşaat gibi belirli endüstrilerde kullanılması oldukça arzu edilmektedir. Titanyum, yüksek düzeyde mekanik dirence sahip olmakla birlikte son derece dayanıklı bir metaldir. Düşük yoğunluğu sayesinde belirli endüstrilerde kullanılma potansiyeline sahiptir. Korozyon direnci geniş bir alana hitap eder; çok çeşitli alkaliler, asitler, endüstriyel kimyasallar ve doğal sular tarafından oluşturulan korozyona karşı oldukça dirençlidir. Paslanmaz çeliğin kendine özgü özellikleri ona alaşım metalleri ilave edilerek oluşturulurken titanyumun özellikleri ise doğal olarak yapısında bulunmaktadır. Belirli uygulama alanlarında genellikle bir malzemenin diğerinden daha uygun olabileceği durumlar vardır. Örneğin titanyum, düşük yoğunluğun yanı sıra mukavemet ve dayanıklılık sağlayan benzersiz özellikleri nedeniyle bazı üreticiler tarafından sıklıkla tercih edilmektedir. Bu durum titanyumu, mukavemete ek olarak daha düşük yoğunluk gerektiren bir endüstri olan havacılık ve uzay gibi belirli endüstriler için son derece uygun bir hale getirmektedir. Titanyum, paslanmaz çeliğe göre oldukça pahalıdır. Bu nedenle büyük miktarlar gerektiren endüstriler için maliyetli olduğundan kullanımı kısıtlanmaktadır. Titanyum son derece biyouyumludur, yani insan vücudu için toksik değildir. Bu nedenle, tıp endüstrisinde kalça implantları, diz protezleri, kalp pilleri için kılıflar ve insan vücudu için kraniyofasiyal plakalar gibi yedek parçalar için mükemmel bir kaynak olarak kullanılmaktadır. Paslanmaz çelik, yorulma ve kırılmaya maruz kalırken titanyum, sıcaklıktaki dalgalı değişikliklerden kaynaklanan yorgunluğa karşı oldukça dirençlidir. Bu nedenle, çalışma sıcaklıklarının aşırı yüksek veya düşük seviyelere ulaştığı alanlarda titanyum daha iyi bir seçimdir.

4.2. Nanosertlik Testi

Karmaşık bir kaplama-altaş sistemi, deney ve simülasyonla birlikte analiz edilebilir. Mukavemet ve yük taşıma kapasitesi, yük-yer değiştirme eğrisini gerilme-gerinim eğrisine dönüştürerek ve ardından kırılma haritası (map of fracture) elde edilerek bulunabilir. Şekil 4.1’de, karmaşık kaplama-altaş sistemini analiz etmek için hem nanosertlik deneyinin hem de simülasyonun kullanıldığı ayrıntılı bir prosedür tasvir edilmiştir.



Şekil 4.1. Karmaşık kaplama-altaş sistemini analiz etmek için algoritma (Kot vd., 2013a).

Modeli doğrulamak için kullanılacak deneysel boyutlar arasında, nanosertliğin sonlu eleman simülasyonu, yer değiştirme büyük olduğunda ve numune plastik olarak deforme olduğunda gerilim dağılımlarını anlamak için kullanılabilir. Deneysel olarak

değerlendirilemeyen gerilme-gerinim alanları, alttaş-kaplama ara yüzeyindeki gerilmeler, batıcı uç-girintili malzeme dinamik etkileşimi, termal etkiler vb., sonlu elemanlar metodu ile tespit edilebilmektedir. Bununla birlikte, sınırlamalar da vardır. Hesaplama sınırlamaları, özellikle kaplama durumunda başarısızlık kriterlerinin uygulanmasındaki zorluklar araştırmacıları hala zorlamaktadır (Dias vd., 2006; Mousse vd., 2012;).

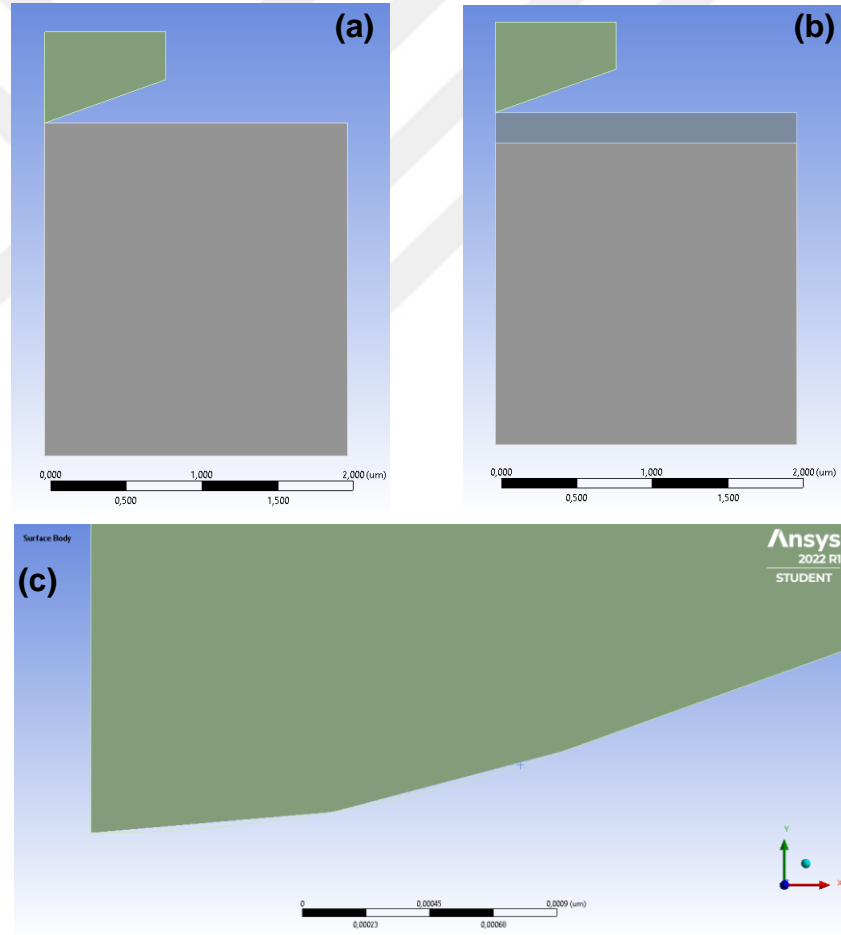
Temas analizine dayalı girinti simülasyonu doğrusal olmayan bir problemdir. Bu karmaşıklık nedeniyle, nanosertliğin deformasyon problemlerini modellemek için ANSYS 2022 R1 STUDENT programı kullanılarak iki boyutlu ve aksisimetrik (eksenel simetrik) modeller oluşturulmuştur. Bu çalışmada 3 farklı 2 boyutlu aksisel simetrik FE modeli incelenmiştir. Model 1 ve Model 2’de sırasıyla bulk paslanmaz çelik ve titanyum malzemelerin, Model 3’te ise paslanmaz çelik üzerine titanyum ince film kaplı yapının konik girinti davranışlarını incelemek amacıyla simülasyon çalışmaları yapılmıştır.

Simülasyonlar için bazı temel varsayımlar kabul edilmiştir. İlk olarak, ince film ve alttaşın ara yüzeyinin mükemmel bir adezyona sahip olduğu varsayılmıştır (kaplama ile alttaş malzemesi arasındaki *contact* türü *bonded* olarak atanmıştır). Yani ara yüzeyde delaminasyon veya kayma bulunmamaktadır. İkincisi ise batıcı uç ile bulk malzemenin veya ince filmin üst yüzeyi arasındaki temas türünün sürtünmeli olduğudur. Batıcı uç ile metal yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı 0,1 olup simülasyonlarda da bu değer kullanılmıştır (Mehan ve Hayden, 1981). Üçüncü olarak, modellerde ANSYS 2022 R1 STUDENT programının kendi kütüphanesinde bulunan nonlinear (doğrusal olmayan) paslanmaz çelik ve titanyum malzemeleri seçilmiştir. Nonlinear malzemeler seçilmesinin nedeni, lineer (doğrusal) malzemelerin yük altında yüklemeye doğru orantılı olarak şekil değişimi sergilemeleridir. Diğer bir ifadeyle kalıcı şekil değişimi veya pekleşme davranışı lineer malzemelerde gözlemlenmez. Akma sınırının altında çalışacak şekilde tasarlanan cisimlerde lineer analiz makul ve yeterli bir yaklaşım olmakla birlikte, kalıcı şekil değişiminin oluşacağı nanosertliğin modellenebilmesi için uygun değildir. Literatür araştırmalarında bulk paslanmaz çelik ve bulk titanyum malzemelere ait nanosertlik testlerinin yapılmış olduğu fakat paslanmaz çelik üzerine titanyum ince film kaplamaya ait birebir eşleşen herhangi bir çalışmanın olmadığı tespit edildiği için bu çalışma gerçekleştirilmiştir. Yükleme adımında batıcı ucun deformasyona uğraması istenmeyen bir durumdur. Daha sağlıklı sonuçlar elde etmek amacıyla batıcı uç malzemesi olarak da

daha rijit bir yapıya sahip olan sentetik elmas ($E = 865 \text{ GPa}$, $\nu = 0,2$) seçilmiştir (Blank vd., 1999).

4.3. Model Geometrileri

Model 1, Model 2 ve Model 3'ün geometrileri Şekil 4.2 (a) ve (b)'de gösterilirken batıcı uç geometrisi de Şekil 4.2 (c)'de gösterilmektedir. Model 1 ve Model 2'de 2200 nm kalınlığında 2000 nm yarıçap genişliğinde aksenal simetrik şekilde alttaş ve toplam $140,6^\circ$ tepe açılı, dik kenar uzunluğu 600 nm, üst kenar uzunluğu 800 nm, kısa kenar uzunluğu 313 nm, hipotenüs (en uzun kenar) uzunluğu 847 nm ve uç yarıçapı 5 nm olan konik batıcı uç kullanılmıştır.



Şekil 4.2. (a) Model 1 ve Model 2, (b) Model 3, (c) batıcı uç geometrisi.

Konik girinti, $70,3^\circ$ 'lik bir yarı dikey açığa sahiptir. Bu sebeple, Berkovich girintisi ile aynı derinlik-alan fonksiyonunu verdiği için üç kenarlı piramit Berkovich girintisini

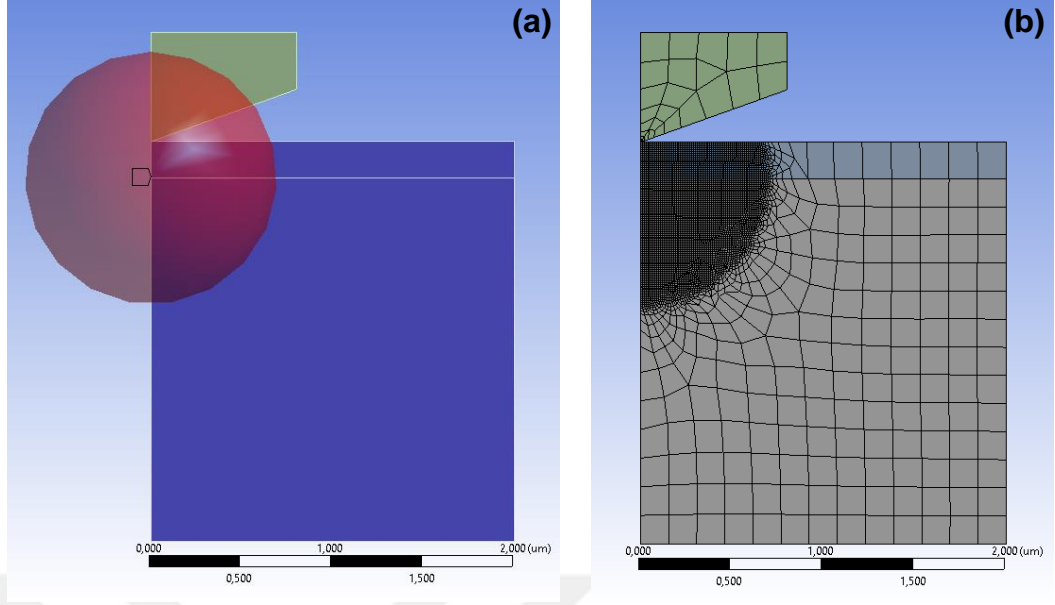
hesaplamak için kullanılabilir. Model 3'te ise 2000 nm kalınlığında, 2000 nm yarıçap genişliğinde alttaş malzeme üzerine 200 nm kalınlığında ince film kaplanarak eksenel simetrik şekilde yine toplam $140,6^\circ$ tepe açılı, 5 nm uç yarıçaplı konik batıcı uç kullanılmıştır. Bununla birlikte bu modellerde uygulanan girinti değerleri de Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1. Simülasyondaki bulk ve ince film yapılara ait girinti değerleri.

Malzeme	Girinti değerleri (nm)
Paslanmaz çelik	120, 200, 250, 300 ve 500
Titanyum	120, 200, 250 ve 300
Paslanmaz çelik üzeri titanyum ince film	120, 200, 250 ve 300

4.4. Ağ Örgüsü Oluşturma ve Elemanlar

Modellerin ağ örgülerini oluşturmak için *Static Structural* içerisinde *Mesh* komutu çalıştırılmıştır. Çalıştırılan bu komut içerisinde de *Face Sizing* seçilerek *Sphere of Influence* komutu ile Global koordinat sistemi üzerinde orijin noktasını merkez alan 700 nm yarıçaplı etki alanı içerisinde incelenecek alanların eleman boyutu da 10 nm olarak verilmiştir. Yapılan bu ağ örgüsü detaylandırma işleminin sadece belirli bir alana uygulanmasının temel nedeni sonlu eleman metodunun parçadan bütüne gitme temel ilkesi ile çalışmasıdır (Chen, 2009). Batıcı ucun temas edeceği bölgede eleman boyutlarını küçültüp ağ yapısını detaylandırarak daha hassas ölçümler alınır ve alınan bu sonuçlar modelin tamamına uygulanır. *Mesh* elemanı olarak (dörtgen) *face sizing* seçilmesinin nedeni ise analizlerdeki modellerimizin 2 boyutlu tasarlanıp eksenel simetrik olarak inceleniyor olmasıdır. Batıcı uç, incelenecek alanlar içerisine dahil edilmeksizin Model 1 ve Model 2'de sadece bulk yüzey, Model 3'te ise bulk yüzey ile ince film kaplama incelenmiştir (Bkz. Şekil 4.3). Batıcı ucun detaylandırılan ağ örgüsü içerisinde yer almama nedeni ise batıcı ucun rijit olarak davrandığı ve herhangi bir deformasyona maruz kalmadığının kabul edilmesinden kaynaklanmaktadır. Kaplamasız modelin ağ örgüsü 16773 düğüm ve 5517 elemandan oluşurken, ince film kaplamalı modelin ağ örgüsü 17295 düğüm ve 5634 elemandan oluşmaktadır.



Şekil 4.3. (a) Model 3 için alttaş ve ince film kaplamanın *face sizing* atanarak *sphere of influence* ile etki alanının belirlenmesi, **(b)** *Sphere of influence* ile belirlenen etki alanında eleman boyutu verilerek oluşturulan ağ örgüsü görseli.

4.5. Sınır Şartları

Simetri eksenini boyunca silindirik sınır koşulları uygulanmıştır. Y eksenindeki tüm düğümler yalnızca y yönünde yer değiştirmeye sahiptir. X yönlü yer değiştirmeler sıfıra ayarlanmıştır. Çünkü burada numunenin yüklemeye karşı gösterdiği davranışlar incelenmek istenmektedir. X yönlü yer değiştirmeler sıfır verilmeseydi girinti esnasında X yönlü daha büyük kuvvetler, deformasyonlar ve hatta eksenel kaymalar oluşacaktı. Bulk malzeme veya alttaşın tabanı, sabit sınır koşulları tarafından sınırlandırılmıştır. Tabandaki tüm düğümler herhangi bir yönde hareket edemez. Batıcı uç ve malzemenin temas bölgesindeki tüm düğümler birbirine bağlanmaktadır. Bu şekilde, bu düğümler aynı y yer değiştirmesine sahiptir. Batıcı uca Y yönlü yer değiştirme uygulanmıştır. Bu uygulamanın nedeni yer değiştirme sonucunda karşılık gelen kuvvetlerin incelenmesi içindir. Bu düğümler bu tür bir yüklemenin, ilk temas boşluğunun neden olduğu yakınsama problemlerinin önlenmesine yardımcı olmaktadır.

4.6. Yükleme Adımları

Modellerde üç adım kullanılmıştır. Bunlar; yükleme, bekleme ve boşaltma adımlarıdır. Nanosertliğin yükleme davranışı, küçük artışlarla batıcı ucun y yönündeki yer

değiştirmesini artırarak simüle edilir. Batıcı uç bulk malzeme veya ince film kaplı yapıda maksimum girinti derinliğine kadar ilerler. Bekleme adımımda ise batıcı uç ulaştığı maksimum girinti değerinde tanımlanan bekleme süresi kadar sabit bir şekilde aynı yükte bekler. Bekleme adımının uygulanma nedeni ise maksimum girinti miktarına ulaşıp yükleme sırasında kuvvet aktarımının sağlıklı bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlayıp elastik toparlanmaların daha doğru değerlerde oluşmasını sağlamaktır. Analiz sonucu incelenecek deformasyon değerlerinin doğruluğu için bu adım önem arz etmektedir. Boşaltma adımında ise batıcı uç başlangıç konumuna geri dönmektedir.

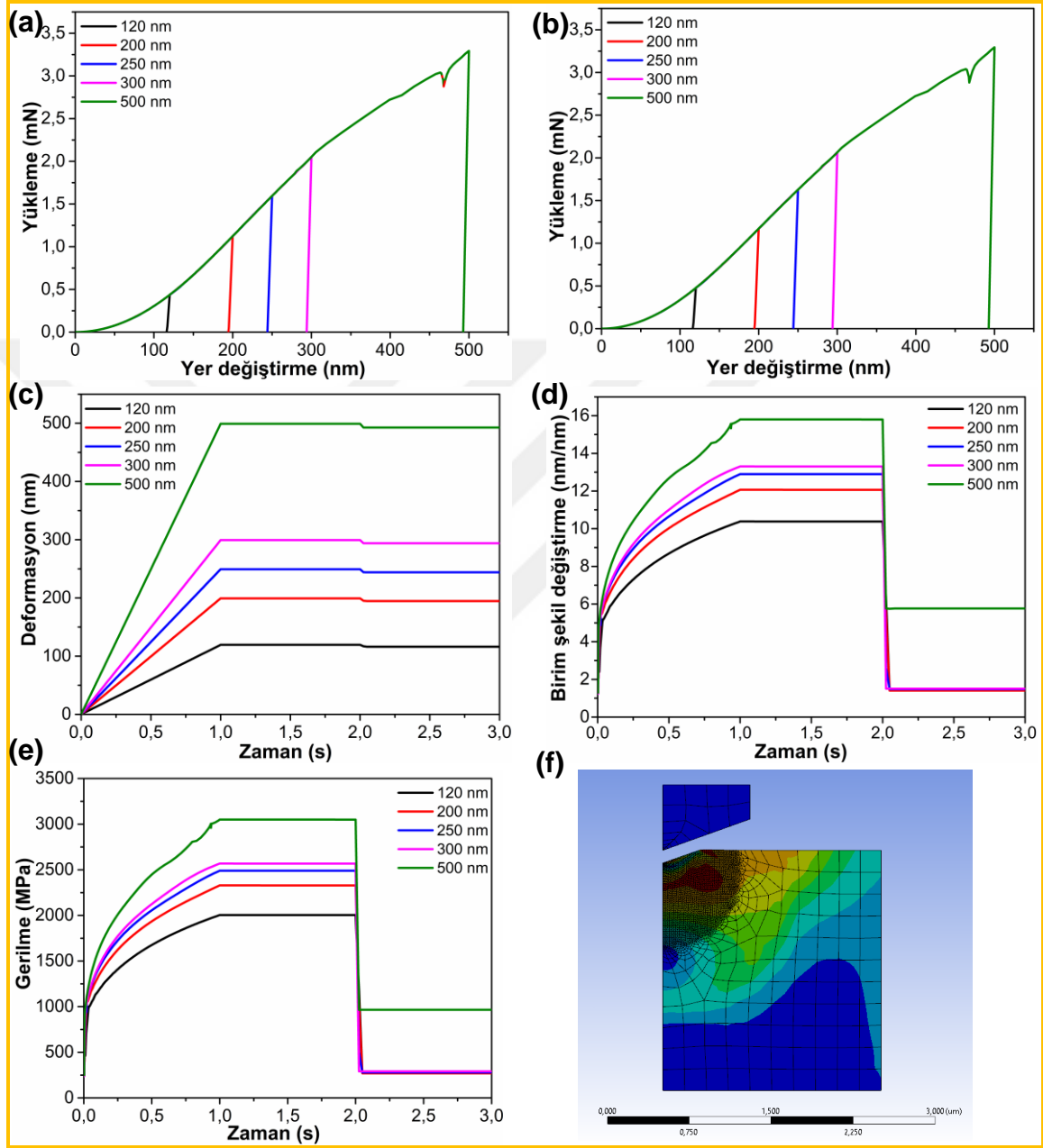


5. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

5.1. Paslanmaz Çelik İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi

Girinti değerleri sırasıyla; 120, 200, 250, 300 ve 500 nm olarak verilmiştir. Simülasyonlar tüm Model ve adımlar için toplamda 3 s (yükleme adımı 1 s, bekleme adımı 1 s ve boşaltma adımı 1 s olmak üzere) sürmüştür. Şekil 5.1 (a) ve (b)'de sırasıyla y yönlü yükleme-yer değiştirme ve toplam yükleme-yer değiştirme eğrileri verilmiştir. Toplam yükleme-yer değiştirme grafiğinde görüldüğü üzere her ne kadar y yönlü bir yükleme uygulansa da malzemelerin iç yapısından ötürü x yönünde de küçük iç kuvvetler meydana gelmektedir. Meydana gelen bu kuvvetlerin sonuçlarda büyük bir fark oluşturmadığı gösterilmek istenmiştir. Nitekim St. Venant ilkesi uyarınca, uygulanan bir yükten makul ölçüde uzaktaki bir bölgede gerilme ve şekil değiştirmeler önemli ölçüde etkilenmez ve dağılım sadece yük uygulama bölgelerinin yakınında değişir. Paslanmaz çelik ile ilgili yapılan literatür araştırmalarından elde edilen 500 nm'lik girinti değerinin (Celentano, 2012) yanı sıra sırasıyla 120, 200, 250 ve 300 nm girintileri de uygulanmıştır. Uygulanan bu girintiler sonucu ölçülen reaksiyon kuvvetleri yine sırasıyla 0,43; 1,12; 1,58; 2,05 ve 3,29 mN'dur. 500 nm girinti için elde edilen reaksiyon kuvvetinin referans literatürde yer alan 13,5 mN değerinden düşük olduğu tespit edilmiştir (Celentano, 2012). Bunun sebebi, literatür değerlerinin deneysel verilerden elde edilmiş olması ve paslanmaz çeliğin faz dağılımı (ostenit, ferrit, martenzit vb.), tane boyutu, alaşım elementlerinin miktarı, ısıl işlem geçmişi gibi pek çok nedenle pekleşme davranışını da içeren mekanik özelliklerin yazılım kütüphanesinde bulunan malzeme özelliklerinden farklılık gösterebilmesidir. Şekil 5.1 (a) ve (b)'de verilen Model 1'e ait yükleme-yer değiştirme eğrilerinden de görüldüğü üzere düşük yer değiştirmeler için üstel bir ilişki göze çarpmakta iken, artan yer değiştirme ile ilişki doğrusala yakın seyretmekte, sonrasında yine üstel bir biçime dönüşmektedir. Maksimum yer değiştirme ile yük boşaltıldıktan sonra elde edilen değer arasındaki fark, yükün kalkması ile geri dönebilen elastik deformasyondan kaynaklanmaktadır. Yükün boşaltılması ile oluşan geri dönüş eğrisinin eğimi (dW/dh), malzemenin elastisite modülünün hesaplanmasında kullanılabilir. Paslanmaz çelik için geri dönüş eğrilerinin 120 nm için en düşük, 500 nm için en büyük eğime sahip olduğu görülmektedir. 200, 250 ve 300 nm için ise eğimler yaklaşık aynıdır. Şekil 5.1 (c)'de ise deformasyon (girinti)-zaman eğrileri gösterilmektedir. Bu eğrilerin 0-1 saniye aralığının

eğimi, yükleme hızını (dh/dt) belirtiyor olmakla birlikte, gerçekleştirilen analizlerin yapısal statik (*static structural*) olmasından dolayı farklı yükleme hızlarının sonuçlar üzerinde bir etkisi bulunmamaktadır.



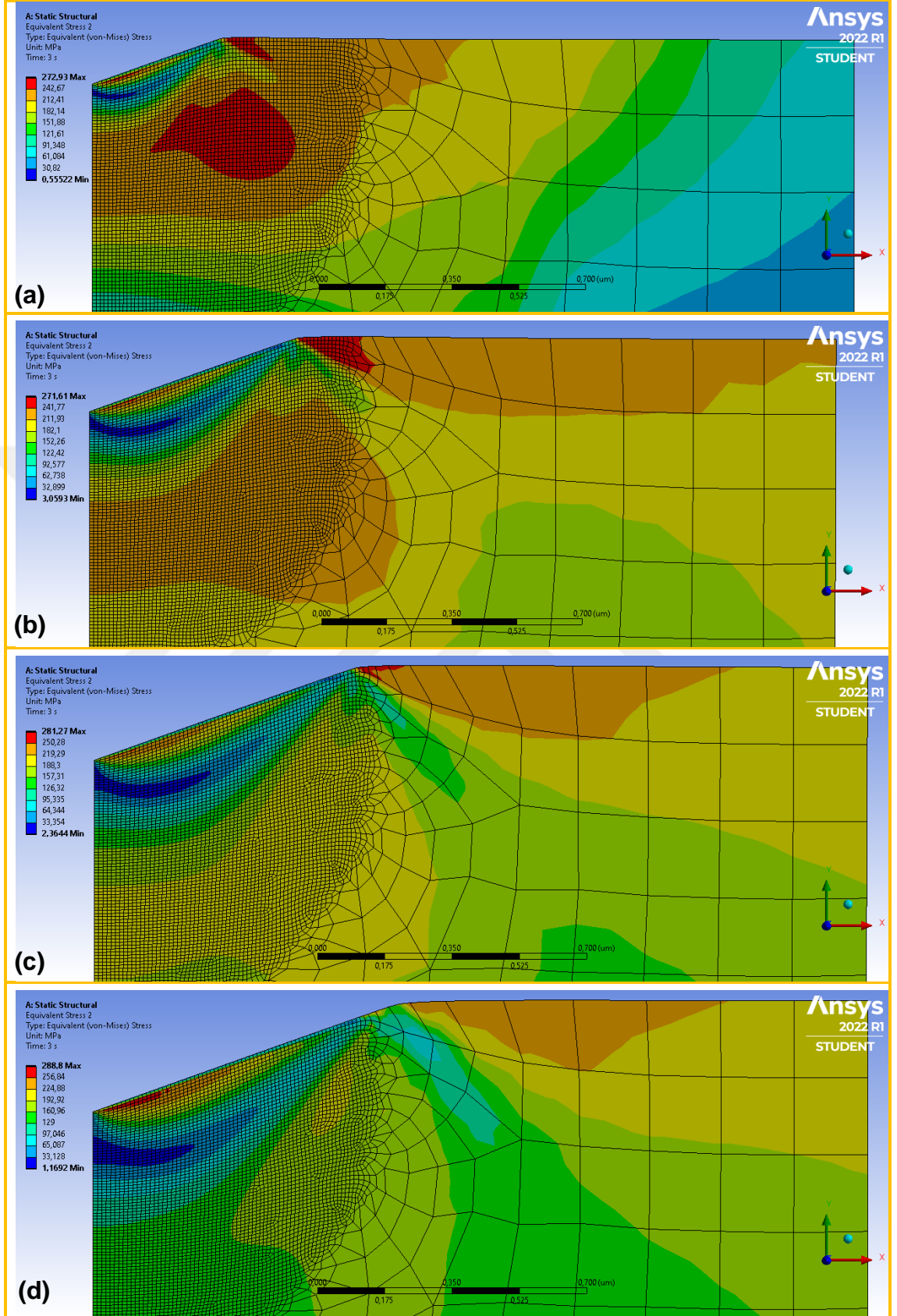
Şekil 5.1. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250, 300 ve 500 nm) paslanmaz elik bulk malzemenin; (a) y yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi, (c) deformasyon eğrisi, (d) birim Şekil değiştirme-zaman eğrisi, (e) gerilme-zaman eğrisi, (f) gerilmenin tüm kütledeki dağılımı.

Bekleme adımımda ulaşılan maksimum girinti değerinin boşaltma adımı sırasında bir miktar azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi, yukarıda bahsedildiği üzere toplam

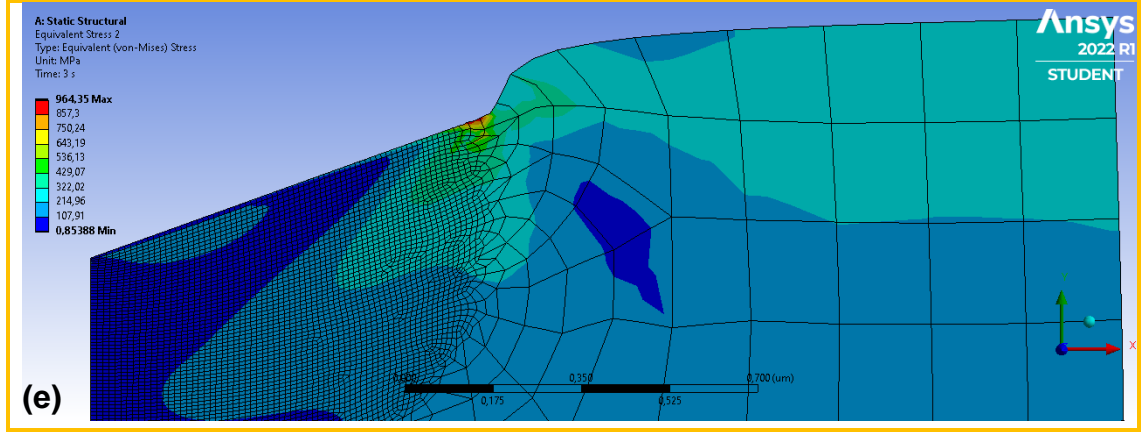
deformasyon içindeki elastik deformasyon miktarının yük kalktığında geri dönüşüdür. Bu elastik toparlanma değerleri sırasıyla 3,6; 5,0; 6,0; 6,1; ve 7,3 nm'dir. 500 nm girinti için elde edilmiş olan eğride, yaklaşık 450 nm'lik derinlikten sonra bir bozulma görülmektedir. Bu durum, Şekil 5.2 (e)'de de görülebileceği gibi batıcı uç için modellenmiş olan kısmın neredeyse tamamen malzeme içine girmiş olmasıdır.

Şekil 5.1 (d) ve (e)'de verilen zamana göre çizilmiş birim şekil değiştirme ve von-Mises eşdeğer gerilme eğrileri, iki büyüklük arasındaki orantıdan dolayı aynıdır. Gerilme grafiği incelendiğinde, maksimum gerilmenin batma derinliği arttıkça arttığı ve tüm deney şartları için akma değerinin (~210 MPa) oldukça üzerinde olduğu görülmektedir. Dikkat çeken diğer bir nokta, yükleme kaldırıldıktan sonra gerilme değerlerinin sıfıra inmemiş olmasıdır. Bu durum, deformasyon neticesinde yapı içerisinde kalan artık gerilmeleri işaret etmektedir. 120, 200, 250 ve 300 nm'lik girintiler sonrası oluşan artık gerilmeler yaklaşık olarak akma gerilmesi değerine dönüyorken 500 nm'lik girinti sonrasında malzemenin iç yapısında oluşan artık gerilme değeri çok daha büyük görülmektedir. Bu durumun, daha önce de belirtilmiş olduğu üzere batıcı ucun malzemenin içine girmiş olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Şekil 5.1 (f)'de, ankastre olarak mesnetlenmiş olan örneğin taban kısmının yukarıda belirtilmiş olan ilkeye uygun olarak gerilme dağılımından fazla etkilenmediği gösterilmiştir.

Şekil 5.2'de verilen Model 1'e ait boşaltma sonrası gerilme görüntüleri incelendiğinde 120 nm'lik derinlik için maksimum değerlerin batıcı ucun temas ettiği yüzeyin hemen altında bir hat şeklinde, deformasyon alanının hemen altındaki bir bölgede ve son olarak girintinin köşesine tekabül eden yüzey bölgesinde olduğu görülmektedir. Artan derinlik ile, ucun temas ettiği yüzey altı bölgede benzer gerilme değerleri görülmekte ancak deformasyon alanının altında kalan kısımdaki gerilmenin şekil değişiminin artması nedeniyle azaldığı anlaşılmaktadır. Uç izinin kenarındaki gerilme bölgesi ise yine varlığını devam ettirmektedir ancak 350 nm'lik derinlikte deformasyonun inceltirilmiş ağ bölgesinden çıkması nedeniyle belirgin değildir. 500 nm'lik derinlikte ise diğer şartlara nazaran daha farklı bir gerilme dağılımı söz konusudur. Maksimum büyüklük ucun malzeme içine girmiş olduğu kenarda gerçekleşmiştir ve değeri diğer şartların neredeyse 4 katıdır.

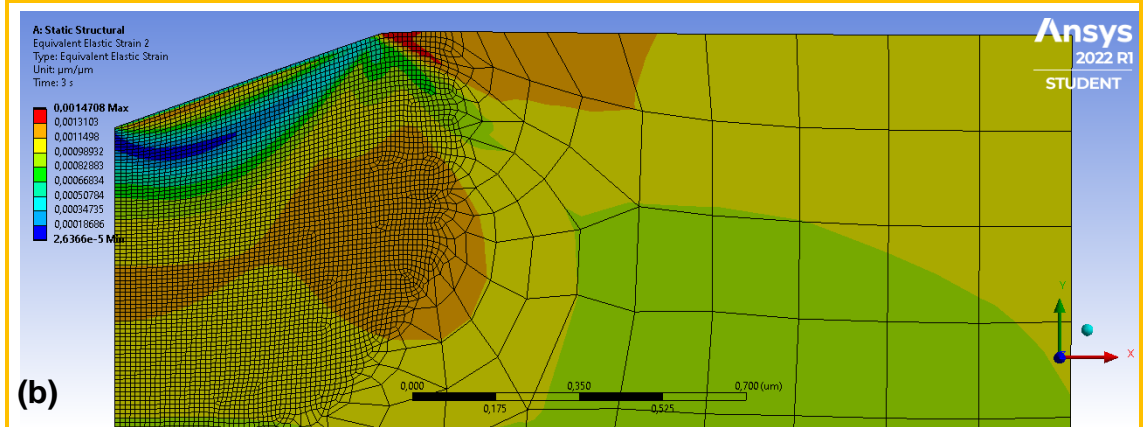
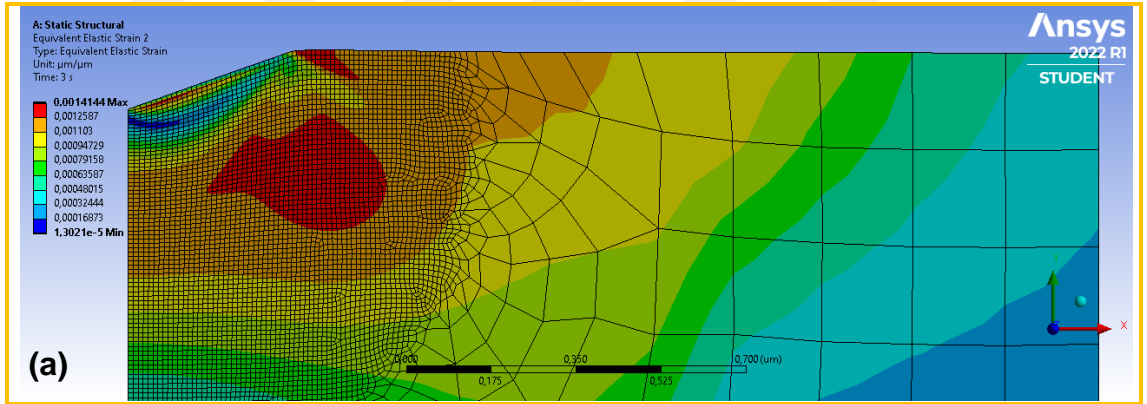


Şekil 5.2. Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm.

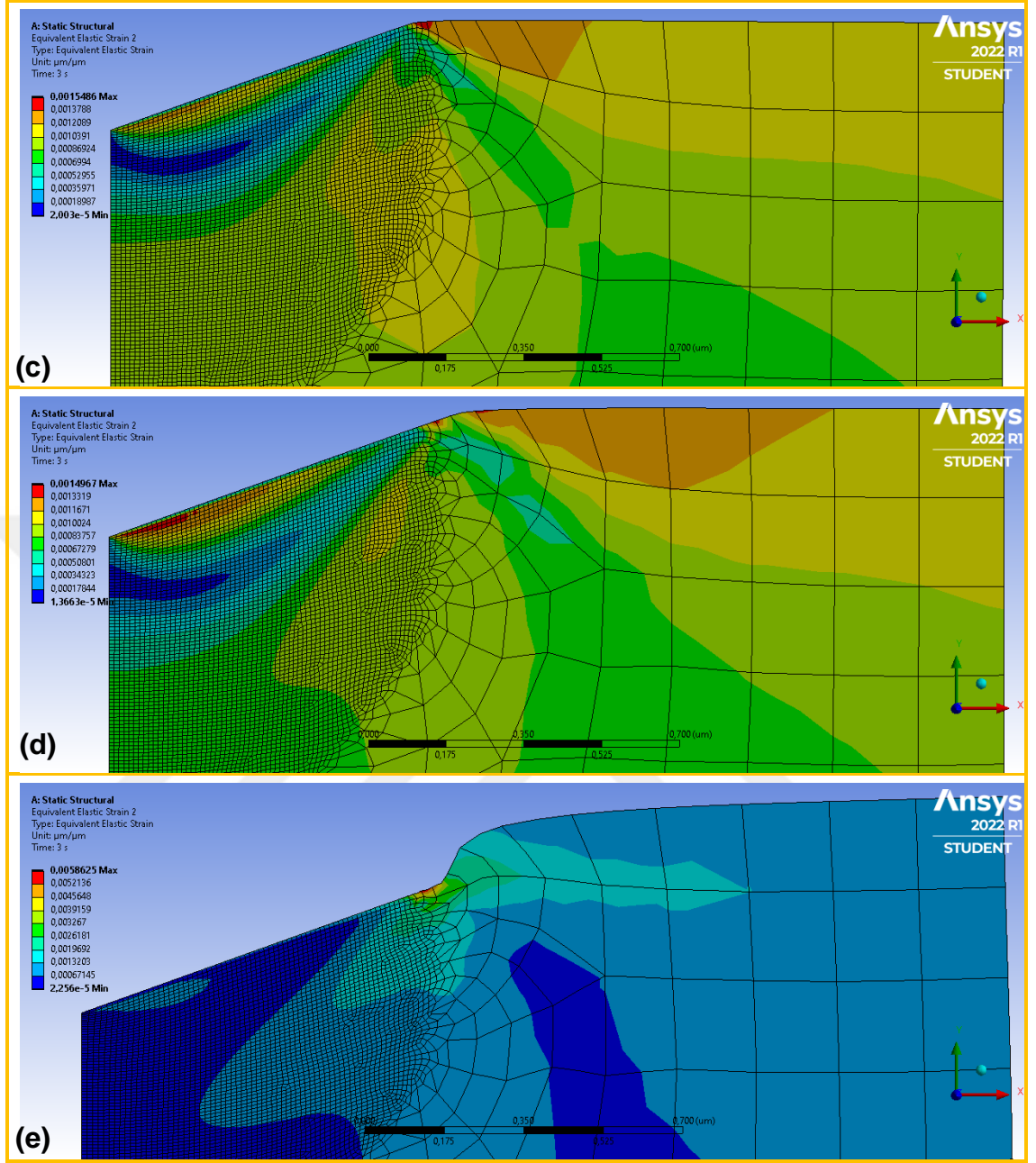


Şekil 5.2 Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm (devam).

Öte taraftan Şekil 5.2 (e)'de verilmiş olan görüntüde, açık mavi renge tekabül eden gerilme değerlerinin (214-322 MPa aralığı) diğer şartlarda kırmızı ile gösterilen değerler civarında (256-289 MPa aralığı) olduğuna da dikkat edilmelidir. Birim şekil değiştirmeye ait simülasyon görselleri Şekil 5.3'te verilmektedir. Bu görseller incelendiğinde şekil değişikliği gerçekleşen bölgelerin gerilme oluşan bölgeler ile oldukça benzer olduğu görülmektedir.



Şekil 5.3. Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm.



Şekil 5.3 Farklı yüklemeler için Model 1'in simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm, (d) 300 nm ve (e) 500 nm (devam).

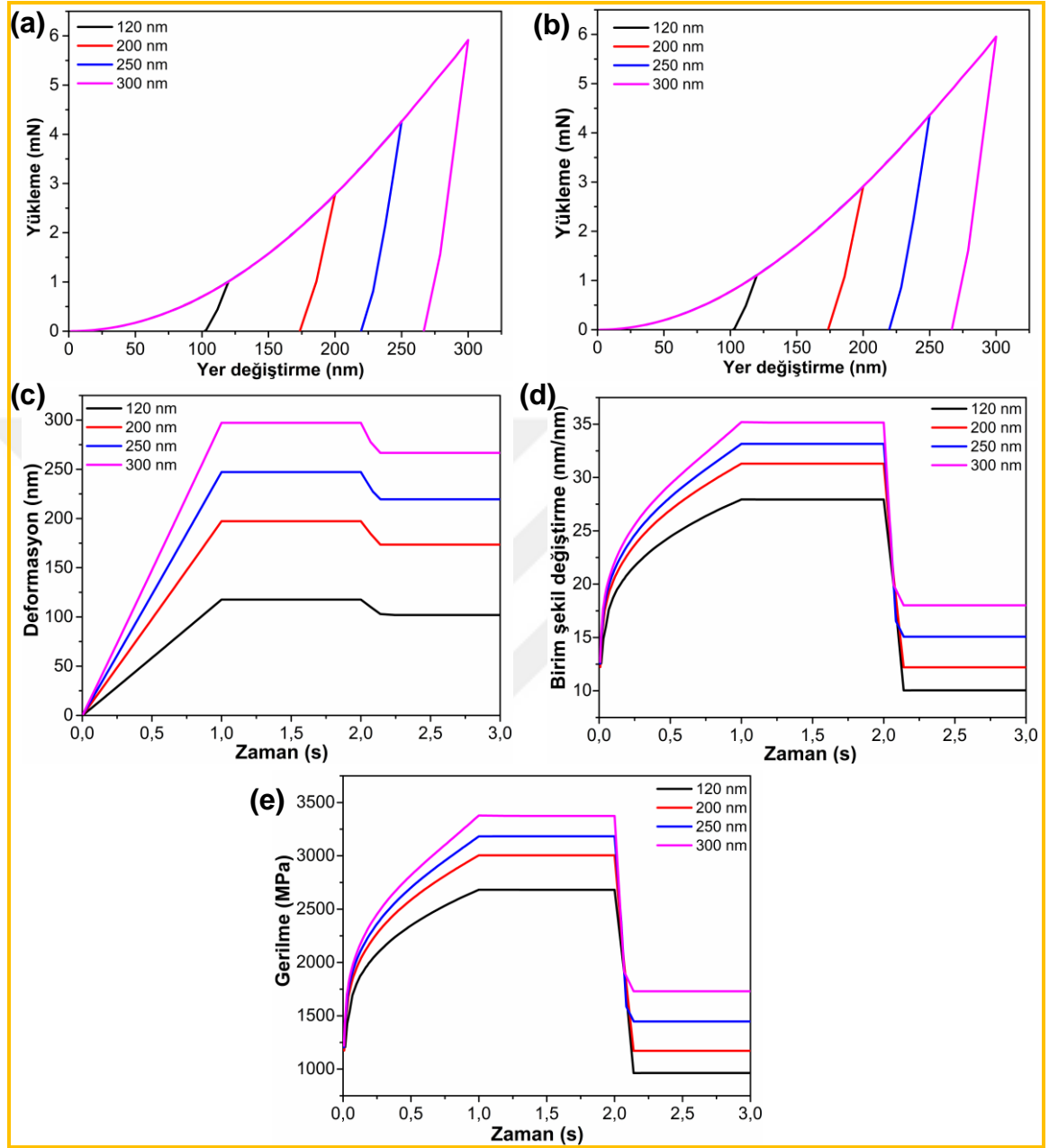
5.2. Titanyum İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi

Model 2 için girinti değerleri sırasıyla; 120, 200, 250 ve 300 nm olarak uygulanmıştır. Paslanmaz çelikte olduğu gibi 500 nm'lik bir girinti uygulanmamış olma nedeni, titanyum malzeme için bu derinliğin fazla olması ve çözüme ulaşılamamasıdır. Ayrıca literatür araştırmalarında da bu malzeme için derinliğin sınırlı tutulduğu görülmüştür. Şekil 5.4 (a) ve (b)'de sırasıyla y yönlü yükleme-yer değiştirme ve toplam yükleme-yer değiştirme

eğrileri verilmiştir. Paslanmaz çelikte olduğu gibi y yönlü ve toplam yer değiştirme değerlerinde küçük bir fark söz konusudur. Titanyum malzemeye literatür referans değeri olan 120 nm girintinin yanı sıra sırasıyla 200, 250 ve 300 nm girinti değerleri de uygulanmıştır. Uygulanan 120, 200, 250 ve 300 nm girinti değerleri sonucu ölçülen reaksiyon kuvvetleri yine sırasıyla 1,0; 2,80; 4,25 ve 5,92 mN olarak belirlenmiştir. Deneysel olarak elde edilmiş olan 5 mN'luk literatür referans değeri (Attar, 2017) ile simülasyon neticesinde elde edilen 1 mN'luk değer arasında farklılık tespit edilmiş olup bu farklılığın paslanmaz çelik örneğinde olduğundan çok daha küçük olduğu görülmüştür. Bunun sebebi ise paslanmaz çeliğin davranışını etkileyen çok sayıda faktöre karşın saf titanyumun tek fazlı oluşu, ısıl işlemler ile sertliğinin fazla değiştirilemiyor olması gibi özellik yelpazesini sınırlandıran hallerdir. Yine de tane boyutu, deformasyon geçmişi gibi sebeplerden, referans literatür ile yazılım kütüphanesindeki değerler arasında fark olması olağandır.

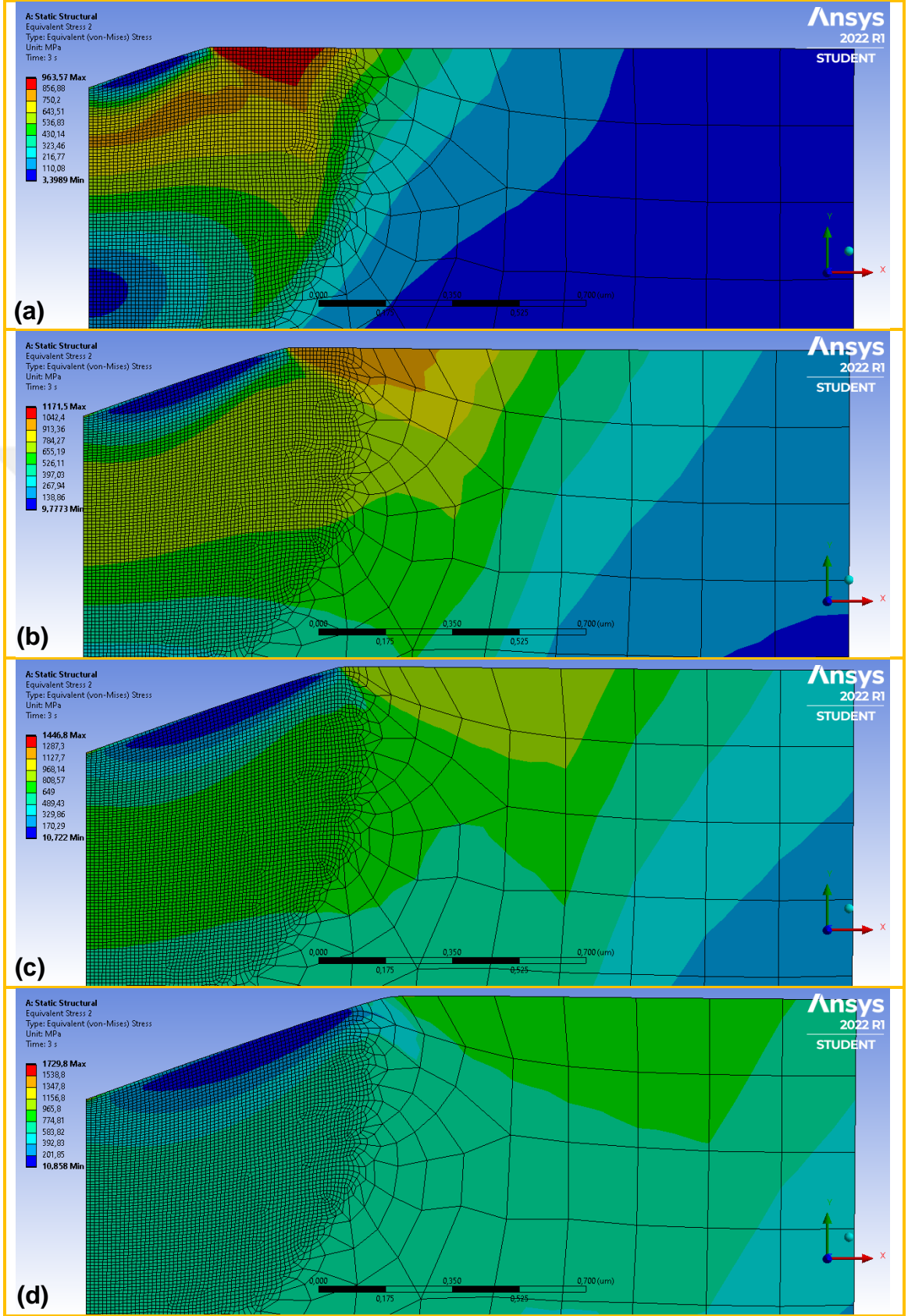
Yüklemeye-yer değiştirme eğrileri düşük yer değiştirme değerleri için üstel bir ilişki göstermekte, artan yer değiştirmeyle (yaklaşık 180 nm'den sonra) ilişki doğrusala yakın seyretmektedir. Maksimum yer değiştirme ile yük boşaltıldıktan sonra elde edilen değer arasındaki fark, elastik deformasyonun geri dönmesinin sonucudur. Bu fark, titanyumun elastisite modülünün daha küçük olması (~95 GPa) nedeniyle paslanmaz çeliğe nazaran daha büyüktür. Yükün boşaltılması ile oluşan geri dönüş eğrilerinin eğimi (dW/dh), 120 nm için en düşük, 250 ve 300 nm için ise yaklaşık eşit ve en büyük değere sahiptir. Şekil 5.4 (c)'de deformasyon-zaman eğrileri verilmiştir. Bekleme adımında ulaşılan maksimum girinti değerinin boşaltma adımı sırasında bir miktar azaldığı görülmektedir. Toplam deformasyon içindeki elastik deformasyon miktarının yük kalkmasıyla gerçekleşen geri dönüşünden kaynaklanan bu durum, paslanmaz çelikte olduğundan daha belirgindir. Boşaltma adımı sırasında oluşan elastik toparlanma değerleri sırasıyla 17,3; 26,3; 30,0 ve 33,2 nm'dir. Şekil 5.4 (d) ve (e)'de verilen zamana karşı çizilmiş birim şekil değiştirme ve von-Mises eşdeğer gerilme eğrileri, iki büyüklük arasındaki orantıdan dolayı aynıdır. Gerilme grafiği incelendiğinde, maksimum gerilmenin batma derinliği ile arttığı ve tüm deney şartları için akma değerinden (~930 MPa) daha büyük olduğu görülmektedir. Yüklemeye kaldırıldıktan sonra gerilme değerleri sıfıra inmemiş olmakla birlikte, yapı içerisinde kalan bu artık gerilmelerin her batma derinliği için farklı olduğu dikkati

çekmekte olup, sebepleri birim şekil değişimi ve gerilme dağılımını gösteren resimlerde tartışılacaktır.



Şekil 5.4. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Titanyum bulk malzemenin; (a) y yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi, (c) deformasyon eğrisi, (d) birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (e) gerilme-zaman eğrisi.

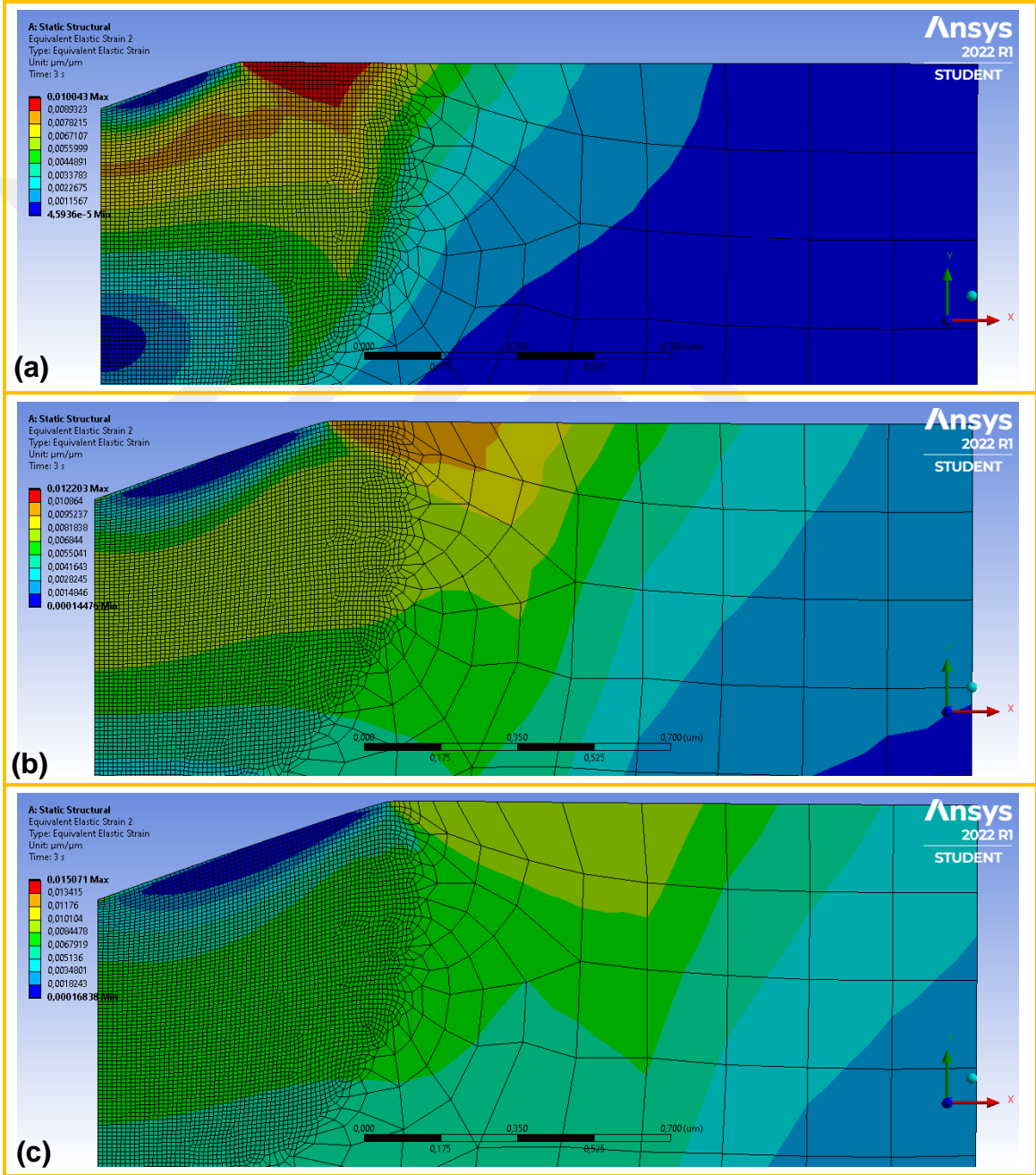
Şekil 5.5'te verilen Model 2'ye ait gerilme görüntülerinde, tüm yükleme halleri için maksimum değerlerin batıcı ucun oluşturduğu izin yan kısmında henüz deforme olmamış kısımda gerçekleştiği görülmektedir. Farklı girintiler için elde edilmiş olan görüntülerde renk skalasının da farklı olduğuna dikkat edilmelidir. Tüm şartlar için izin henüz deforme olmamış yan bölgesi için gerilme değerleri yaklaşık olarak malzemeye ait akma gerilmesi kadardır.



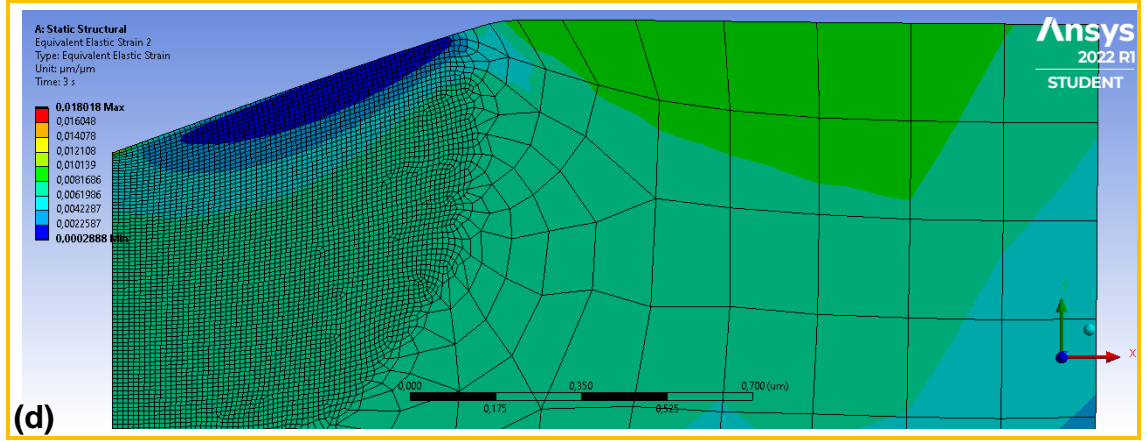
Şekil 5.5. Farklı yüklemeler için Model 2'nin simülasyonuna ait gerilme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.

Maksimum gerilme ise yine tüm şartlar için tam olarak batıcı ucun sivri noktasının altına denk gelen dar kısımdadır. Diğer bir ifade ile, aslında dört derinlik hali için de gerilme dağılımı ve değerleri aslında benzerdir.

Şekil 5.6’da Model 2 için birim şekil değiştirme görüntüleri verilmiş olup, dağılım itibarı ile gerilme ile aynıdır. Şu hâlde, renk skalasına bakılmaksızın değerler incelendiğinde benzer sonuçlar görülmektedir.



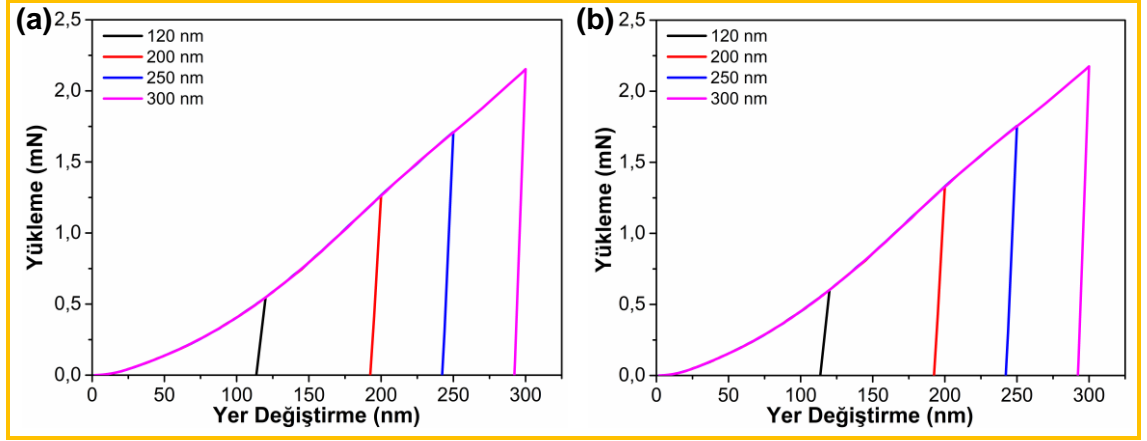
Şekil 5.6. Farklı yüklemeler için Model 2’nin simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.



Şekil 5.6 Farklı yüklemeler için Model 2'nin simülasyonuna ait birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm (devam).

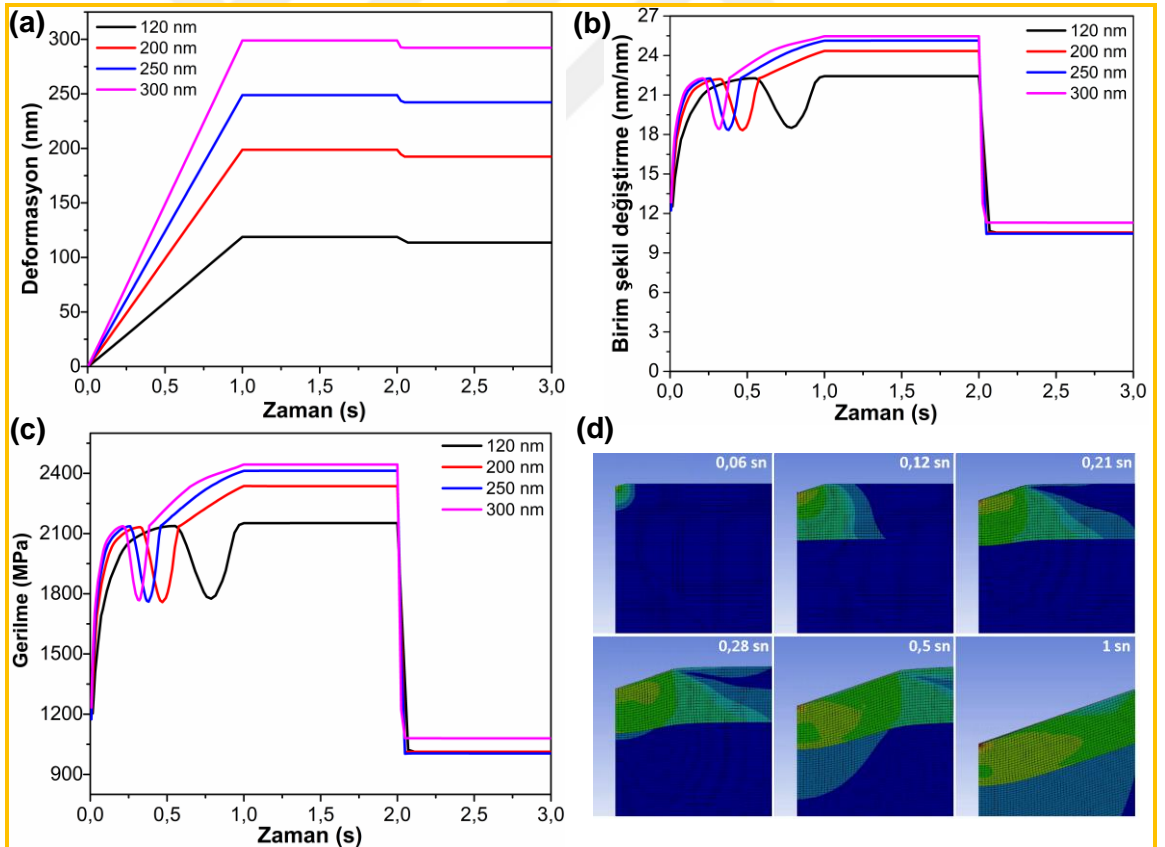
5.3. Paslanmaz Çelik Üzerine Titanyum İnce Film Kaplama İçin Yükleme Derinliğinin Etkisi

Üçüncü model olarak kurulmuş olan paslanmaz çelik alttaş üzerine titanyum ince film kaplama modelinin simülasyonu da 120, 200, 250 ve 300 nm derinliklerde gerçekleştirilmiştir. Bu modelde ince film kaplama ve alttaş malzeme yükleme-yer değiştirme davranışı açısından bir bütün olarak ele alınmış olup, deformasyon-zaman, birim şekil değiştirme-zaman ve gerilme-zaman ilişkileri açısından ayrı ayrı incelenmiştir. Şekil 5.7 (a) ve (b)'de sırasıyla alttaş-kaplama sistemine ait y yönlü yükleme-yer değiştirme ve toplam yükleme-yer değiştirme eğrileri verilmiştir. Uygulanan 120, 200, 250 ve 300 nm'lik girinti değerleri sonucu ölçülen kuvvetler sırasıyla 0,55; 1,26; 1,70 ve 2,15 mN'dur. Elde edilen bu değerler titanyum için elde edilenlerden daha düşük olup, bulk paslanmaz çelik değerlerine daha yakındır. Benzer şekilde elastik toparlanma değerleri sırasıyla 6,39; 7,56; 7,8 ve 7,8 nm'dir. Yükün boşaltılması ile oluşan geri dönüş eğrilerinin eğimi (dW/dh), 120 nm için en düşük, 200, 250 ve 300 nm için ise yaklaşık eşit ve daha büyük değerdedir. Söz konusu eğimler, 120 nm girinti hariç olmak üzere bulk paslanmaz çelik için gözlemlenmiş değerlere daha yakın görünmektedir. 120 nm için eğim, bulk paslanmaz çelik ve bulk titanyum arasındadır. Bu durum, girinti miktarı düşükken davranışın alttaştan etkilenmekle birlikte kaplamaya yakın olduğu, girinti miktarı artarak taban malzeme etkisi de arttığında ise bu yönde bir değişim görüleceği şeklinde yorumlanabilir.



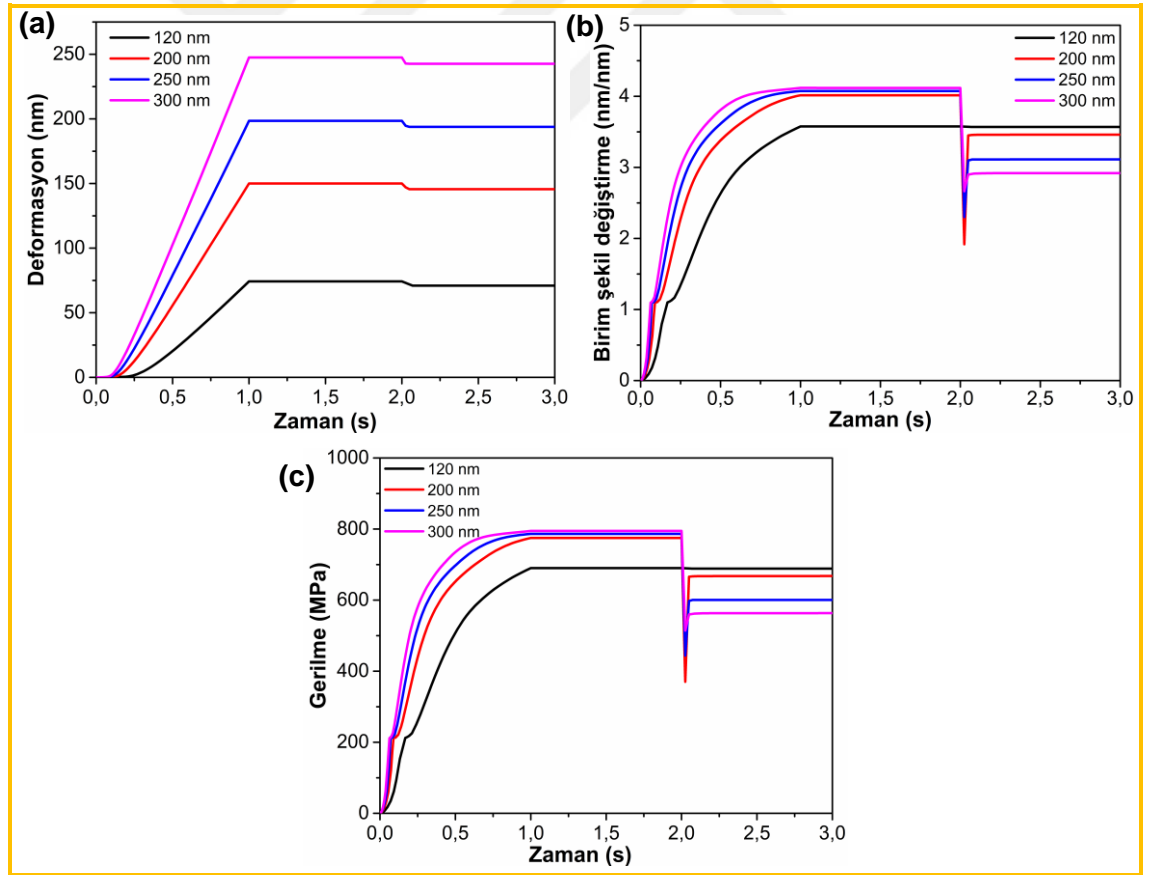
Şekil 5.7. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) yönlü yükleme-yer değiştirme eğrisi, (b) toplam yükleme-yer değiştirme eğrisi.

Şekil 5.8 (a)'da verilen titanyum ince film kaplamaya ait deformasyon-zaman eğrisinde de elastik toparlanmalar görülebilmektedir. Şekil 5.8 (b) ve (c)'de titanyum kaplama için yine aralarındaki bağıntı nedeniyle aynı eğri formuna sahip olan birim şekil değiştirme ve gerilme grafikleri verilmiştir.



Şekil 5.8. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) ince film kaplamaya ait deformasyon-zaman eğrisi, (b) ince film kaplamaya ait birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (c) ince film kaplamaya ait gerilme-zaman eğrisi (d) gerilmenin ince filmde altına transferi.

Her iki grafikte ve tüm girintiler için geçerli olmak üzere bir azalma ve yeniden artma bölgesi dikkat çekmektedir. Bu bölge, birim şekil değiştirme ve dolayısıyla gerilmenin kaplamadan ara yüzey vasıtasıyla altına transfer olduğu bölgedir. Girinti miktarının artması ile bu geçişin daha kısa sürede gerçekleştiği görülmektedir. Bu durum da kaplamalı bir sisteme ait simülasyonda yükleme hızının (dh/dt) etkili bir parametre haline geldiğini göstermektedir. Şekil 5.8 (d)'de söz konusu transfer 300 nm girinti değeri için yükleme süreleri ile gösterilmiştir. Şekil 5.8 (c)'de verilen titanyum ince film kaplamaya ait gerilme-zaman eğrisinde görüldüğü üzere 120, 200 ve 250 nm'lik girintiler sonrası oluşan artık gerilme değerleri yaklaşık olarak bulk titanyumun akma değerine yakın bir büyüklükte iken 300 nm'lik girinti sonrası oluşan artık gerilme değeri biraz daha yüksektir. Dikkat çeken diğer bir nokta da kaplamaya ait birim şekil değiştirme ve gerilme değerlerinin bulk titanyum ile karşılaştırıldığında altına olan transfer nedeniyle kayda değer miktarda düşük olmasıdır.

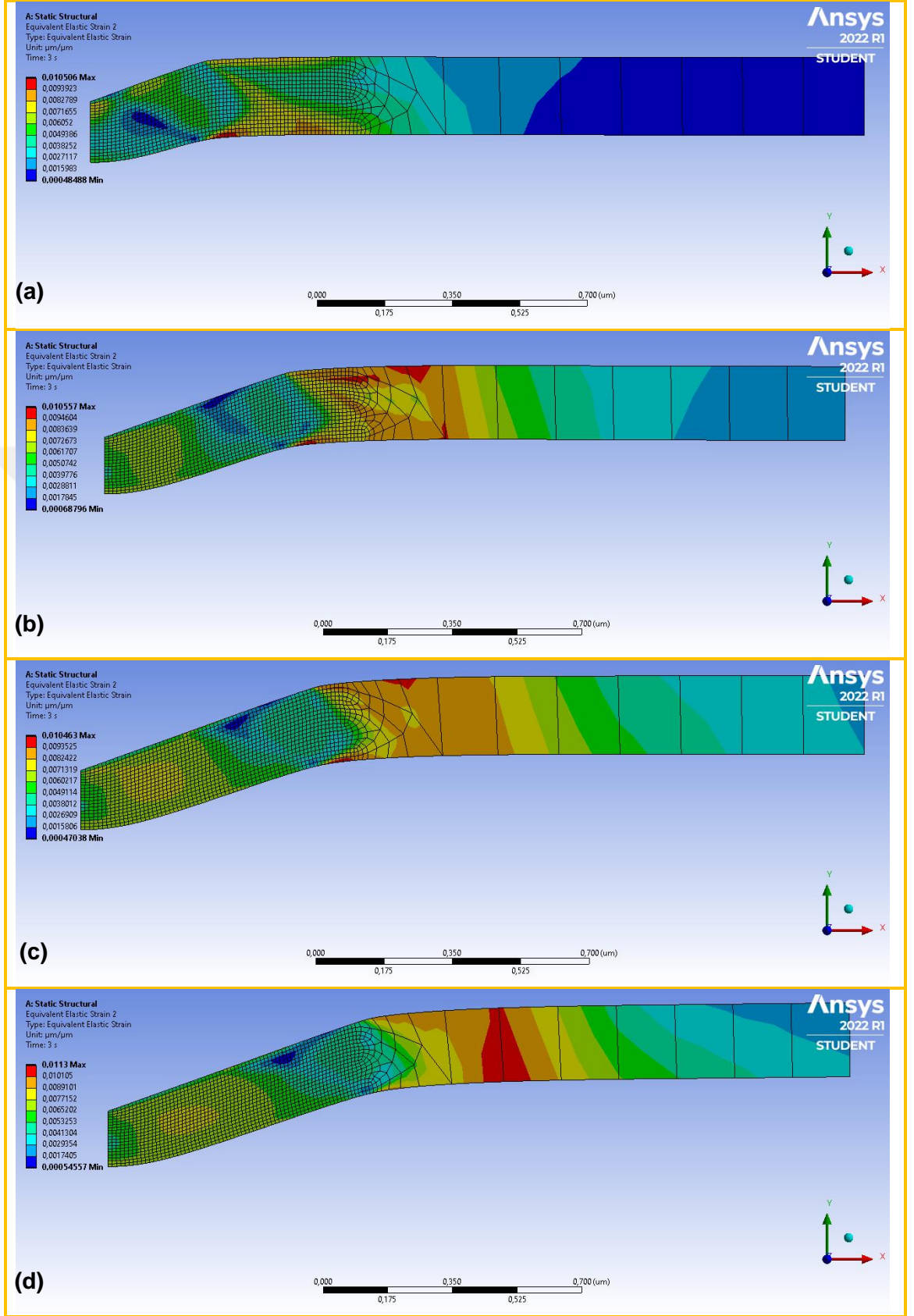


Şekil 5.9. Farklı yüklemeler için (120, 200, 250 ve 300 nm) Model 3'e ait simülasyon eğrileri; (a) alttaş malzemeye ait deformasyon-zaman eğrisi, (b) alttaş malzemeye ait birim şekil değiştirme-zaman eğrisi, (c) alttaş malzemeye ait gerilme-zaman eğrisi.

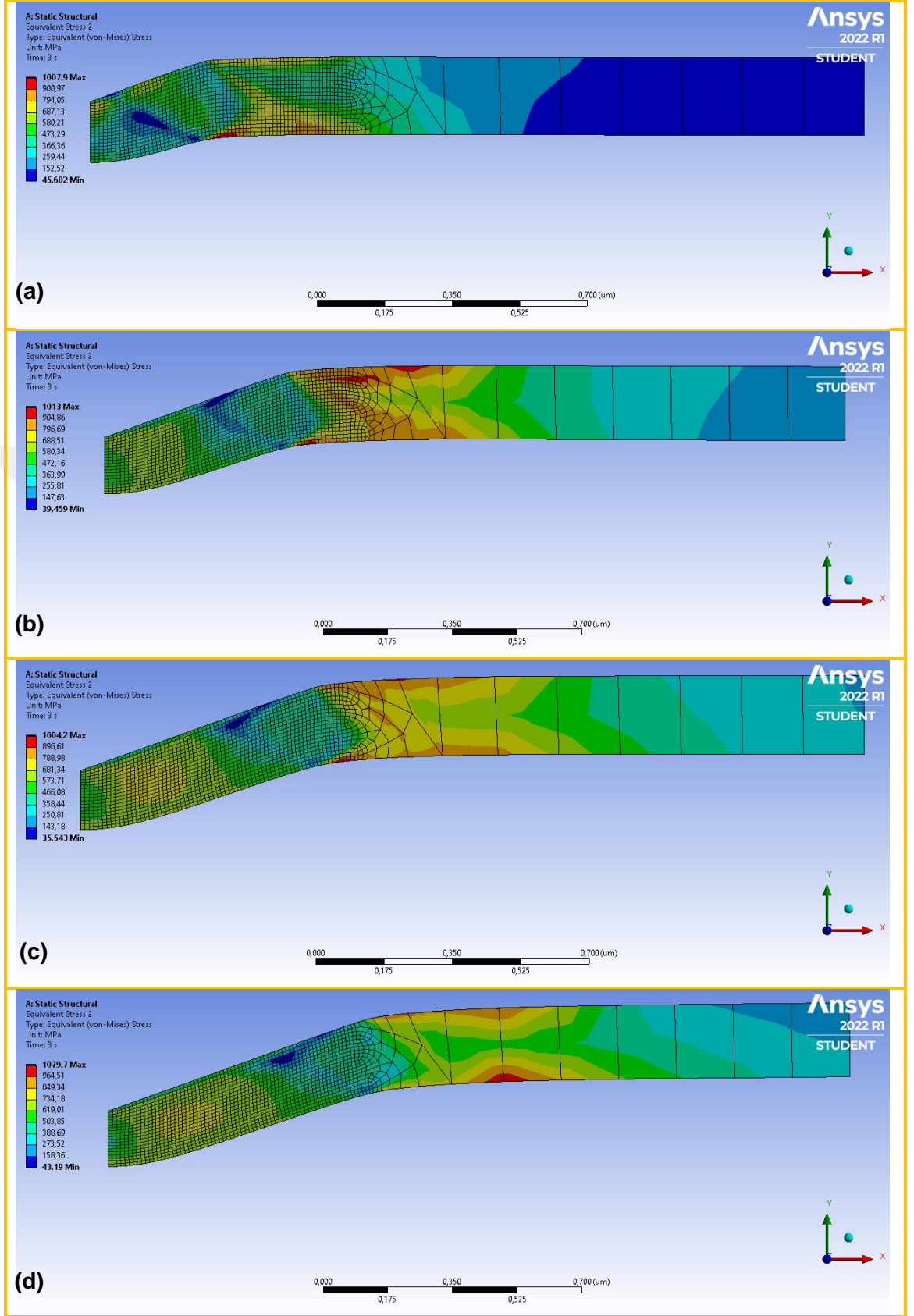
Şekil 5.9 (a)'da verilen paslanmaz çelik alttaş malzemeye ait deformasyon-zaman eğrisinde de elastik toparlanmaları gözlemlemek mümkündür. Ayrıca deformasyonun başlamasının önce kaplama deforme olduğu için bir miktar zaman aldığı ve düşük girinti değerinde daha belirgin olmak üzere deformasyonun doğrusal olmadığı görülebilmektedir. Şekil 5.9 (b)'de ve (c)'de alttaşa ait birim şekil değiştirme ve gerilme grafikleri verilmiştir. Alttaşa ait birim şekil değiştirme ve gerilme değerleri hem kaplamadan hem de bulk paslanmaz çelik malzemedeki neredeyse yarı yarıya azdır. Diğer bir ifade ile kaplamanın varlığı, alttaşın uğradığı etkiyi ciddi miktarda azaltıcı yönde davranmıştır. Grafiklerde ayrıca 120 nm'lik girinti hariç olmak üzere yükün kalktığı anda bir azalma ve yeniden artma hali görülmektedir. Bu durumun nedeni de boşaltma adımında hem kaplamanın hem de alttaşın elastik toparlanmasıdır. İnce filmin toplanması sonucu aldığı şekil ile alttaşın aldığı şekil birbirinden farklıdır. Bu nedenle yükleme esnasında oluşan gerilme batıcı ucun altında maksimum değerinde iken, yüklemeden sonra elastik toparlanma miktarlarının uyumsuzluğu nedeniyle maksimum artık gerilme kaplama-alttaş ara yüzeyinde olmaktadır. Girintinin az olduğu durumda ise alttaşın şekil değiştirmesi sınırlı olduğu için elastik toparlanma farklılığı da küçük olmaktadır.

Şekil 5.10'da Model 3'e ait titanyum ince film kaplamanın birim şekil değiştirme görüntüleri verilmektedir. Burada yükleme değeri arttıkça ince film kaplamanın alt yüzeyinde yani yukarıda bahsedildiği gibi kaplama-alttaş ara yüzeyinde oluşan maksimum şekil değiştirmenin artan yükleme değeri deforme olmamış bölgelere doğru ilerleyerek ağ örgüsünün detaylandırılmış olduğu bölgenin dışına çıktığı görülmektedir. Bu durum hem alttaş malzeme ile ince film kaplama arasındaki kuvvet iletiminden hem de titanyum malzeme ile paslanmaz çelik malzemelerin mekanik özelliklerinin farklı oluşundan kaynaklanmaktadır.

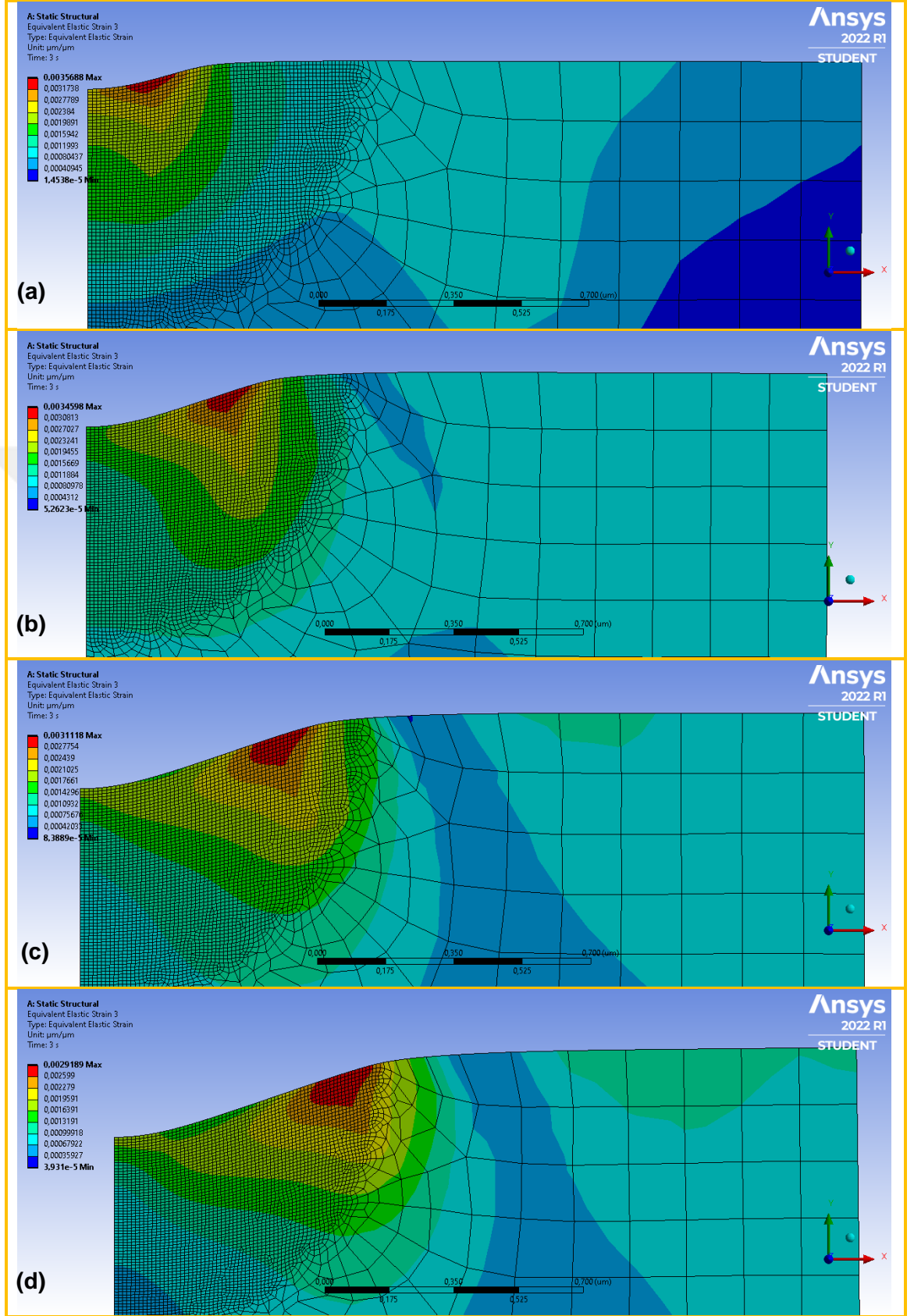
Şekil 5.11'de Model 3'e ait titanyum ince film kaplamanın gerilme görüntüleri verilmektedir. Birim şekil değiştirme görüntülerinde olduğu gibi burada da yükleme değeri arttıkça ince film kaplamanın alt yüzeyinde oluşan maksimum gerilmenin girinti miktarının artmasıyla ağ örgüsünü detaylandırılan bölgenin dışına çıktığı görülmektedir.



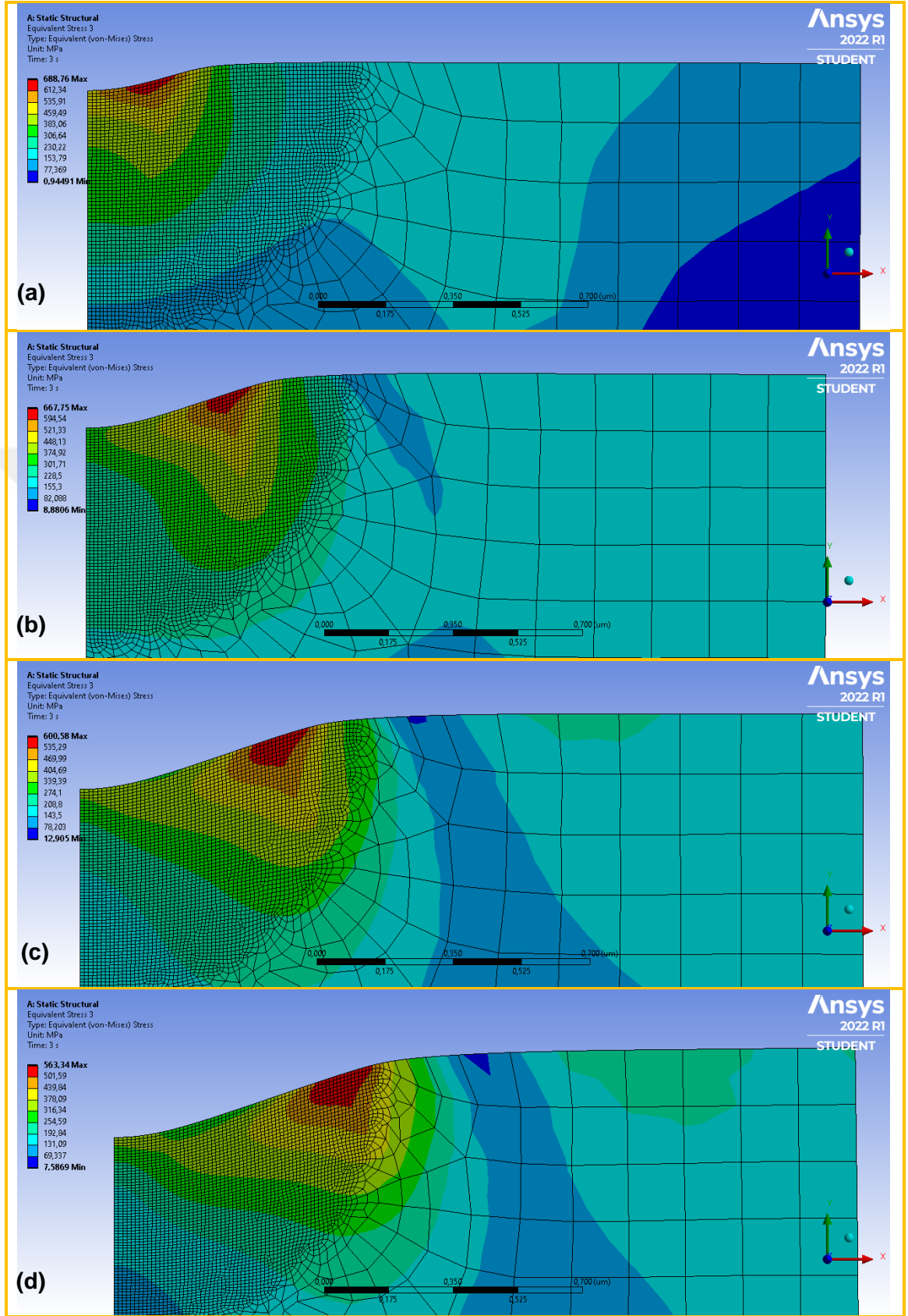
Şekil 5.10. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait ince film kaplamanın birim şekil değiştirme görüntüleri (a) 120 nm, (b) 200 nm, (c) 250 nm ve (d) 300 nm.



Şekil 5.11. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait ince film kaplamanın gerilme görüntüleri **(a)** 120 nm, **(b)** 200 nm, **(c)** 250 nm ve **(d)** 300 nm.



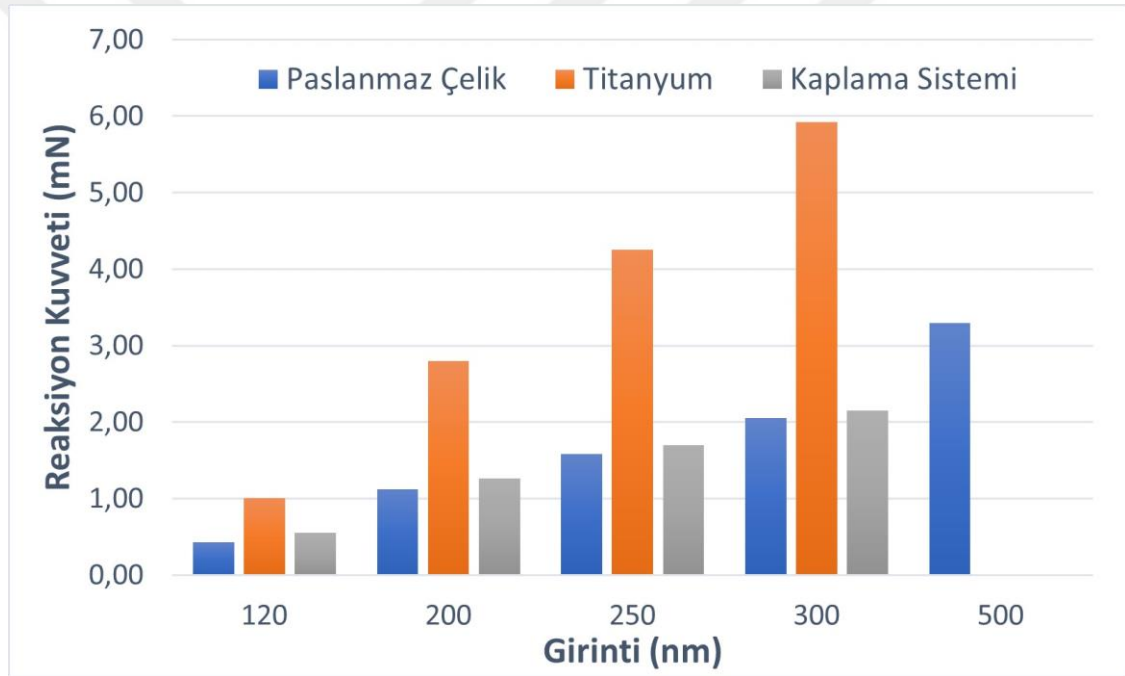
Şekil 5.12. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait alttaş malzemenin birim şekil değiştirme görüntüleri **(a)** 120 nm, **(b)** 200 nm, **(c)** 250 nm ve **(d)** 300 nm.



Şekil 5.13. Farklı yüklemeler için Model 3'ün simülasyonuna ait alttaş malzemenin gerilme görüntüleri **(a)** 120 nm, **(b)** 200 nm, **(c)** 250 nm ve **(d)** 300 nm.

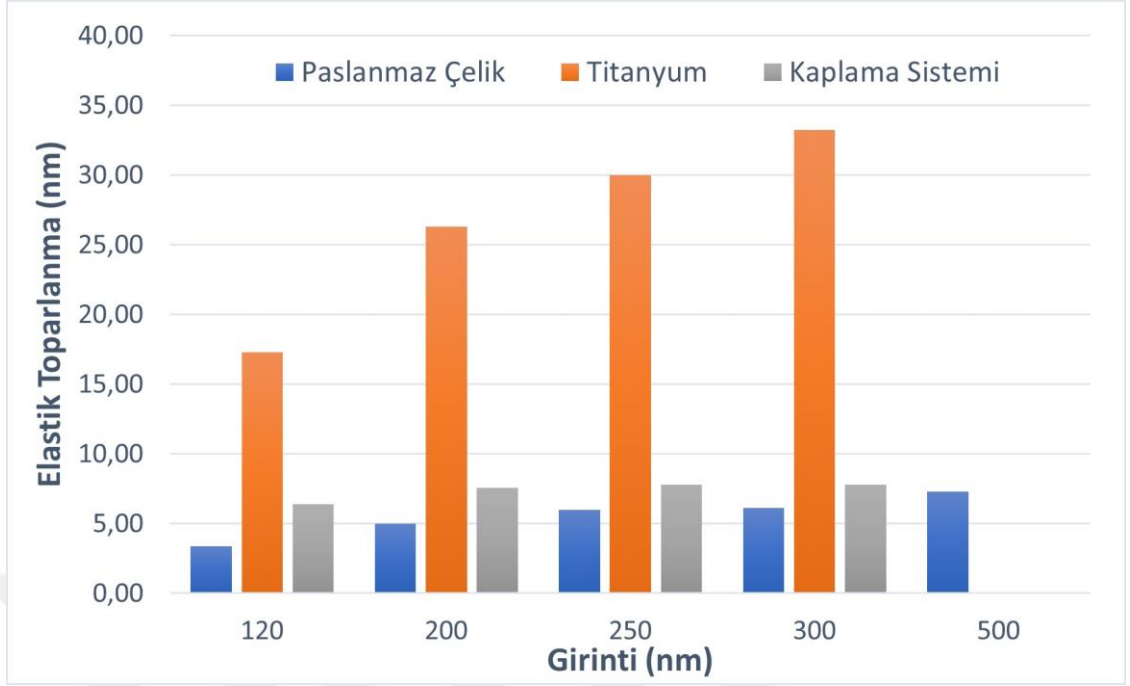
Model 3'e ait paslanmaz çelik alttaş malzemenin Şekil 5.12'de verilen birim şekil değiştirme ve Şekil 5.13'te verilen gerilme görüntülerinde, yukarıda bahsedilmiş olduğu gibi yüklemenin kalkması ile elastik toparlanma farkından doğan ara yüzey etkisi ve bu etki ile gerilme ve birim şekil değişiminin maksimum değerinin ara yüzeyde nasıl hareket ettiği açıkça gözlemlenebilmektedir.

Şekil 5.14'te bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetlerinin alttaşın bulk değerine daha yakın olduğu, ancak yine de kaplamayı oluşturan iki bileşene ait değerlerin arasında kaldığı görülmektedir.



Şekil 5.14. Bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetlerinin karşılaştırılması.

Benzer bir durum Şekil 5.15'te verilen elastik toparlanma miktarları için de geçerlidir. Şu durumda, bir ince film kaplama sistemine ait mekanik davranışın büyük oranda alttaştan etkileneceğini göstermesi açısından uygulanan sonlu elemanlar modelinin gerçek koşullarla paralellik gösterdiği yorumu yapılabilir.



Şekil 5.15. Bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait elastik toparlanmaların karşılaştırılması.

6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında nanosertliğin deformasyon problemlerini modellemek için ANSYS 2022 R1 STUDENT programı kullanılarak iki boyutlu ve aksisimetrik (eksenel simetrik) modeller oluşturulmuştur. 3 farklı 2 boyutlu aksenel simetrik FE modeli incelenmiştir. Model 1 ve Model 2’de sırasıyla bulk paslanmaz çelik ve titanyum malzemelerin, Model 3’te ise paslanmaz çelik üzerine titanyum ince film kaplı yapının konik sentetik elmas batıcı uç ile girinti davranışlarını incelemek amacıyla simülasyon çalışmaları yapılmıştır.

Model 1 için uygulanan girinti değerleri sırasıyla; 120, 200, 250, 300 ve 500 nm olarak verilmiştir. Uygulanan bu girintiler sonucu ölçülen reaksiyon kuvvetleri sırasıyla 0,43; 1,12; 1,58; 2,05 ve 3,29 mN’dur. 500 nm girinti için elde edilen reaksiyon kuvveti değerinin literatürde karşılaşılan değerden (yaklaşık 13 mN) düşük olduğu tespit edilmiştir. Bunun sebebi, literatür değerlerinin deneysel verilerden elde edilmiş olması ve paslanmaz çelik malzemenin mekanik özelliklerinin yazılım kütüphanesinde bulunan malzeme özelliklerinden farklılık gösterebilmesidir. 120, 200, 250 ve 300 nm’lik girintiler sonrası oluşan artık gerilmeler yaklaşık olarak akma gerilmesi değerine dönüyorken 500 nm’lik girinti sonrasında malzemenin iç yapısında oluşan artık gerilme değeri çok daha büyük görülmektedir. Bu durumun nedeni olarak seçilen batıcı uç boyutlarının neredeyse tamamının malzeme içerisine girmiş olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Model 2 için girinti değerleri sırasıyla; 120, 200, 250 ve 300 nm olarak uygulanmıştır. Titanyum malzemeye literatür referans değeri olan 120 nm girintinin yanı sıra sırasıyla 200, 250 ve 300 nm girinti değerleri de uygulanmıştır. Uygulanan 120, 200, 250 ve 300 nm girinti değerleri sonucu ölçülen reaksiyon kuvvetleri yine sırasıyla 1,0; 2,80; 4,25 ve 5,92 mN’dur. Referans literatür değerleri (Attar, 2017) ile simülasyon neticesinde elde edilen değerler arasında bir miktar farklılık olmakla birlikte bu farklılık paslanmaz çelik örneğinde olduğundan çok daha küçüktür. Bunun sebebi ise paslanmaz çeliğin davranışını etkileyen çok sayıda faktöre karşın saf titanyumun tek fazlı oluşu, ısıl işlemler ile sertliğinin fazla değiştirilemiyor olması gibi özellik yelpazesini sınırlandıran hallerdir.

Model 3 için girinti değerleri sırasıyla; 120, 200, 250 ve 300 nm olarak uygulanmıştır. Uygulanan 120, 200, 250 ve 300 nm’lik girinti değerleri sonucu ölçülen kuvvetler

sırasıyla 0,55; 1,26; 1,70 ve 2,15 mN'dur. Elde edilen bu değerler titanyum için elde edilenlerden daha düşük olup, bulk paslanmaz çelik değerlerine daha yakındır.

Model 1 için elastik toparlanma değerleri sırasıyla 3,6; 5,0; 6,0; 6,1; ve 7,3 nm'dir. Model 2 için elastik toparlanma değerleri sırasıyla 17,3; 26,3; 30,0 ve 33,2 nm'dir. Model 3 için elastik toparlanma değerleri sırasıyla 6,39; 7,56; 7,8 ve 7,8 nm şeklindedir. Düşük girinti değerlerinde elastik toparlanma değeri kaplama ile alttaş malzeme arasında yer alırken girinti değerinin artmasıyla birlikte alttaş malzemenin etkisinin arttığı ve değerlerin alttaş malzeme değerlerine yakınlığı görülmektedir.

Bulk malzemeler ve kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Kaplama sistemine ait reaksiyon kuvvetlerinin alttaşın bulk değerine daha yakın olduğu, ancak yine de kaplamayı oluşturan iki bileşene ait değerlerin arasında kaldığı görülmektedir. Benzer bir durum elastik toparlanma miktarları için de geçerlidir. Şu durumda, bir ince film kaplama sistemine ait mekanik davranışın büyük oranda alttaştan etkileneceğini göstermesi açısından uygulanan sonlu elemanlar modelinin gerçek koşullarla paralellik gösterdiği yorumu yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Alaboodi, A. S., and Hussain, Z. (2019) "Finite element modeling of nano-indentation technique to characterize thin film coatings", *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, 31(1), 61-69.
- AMETEK Inc. "How to Deal with the Difficulties of Microhardness Testing", <https://www.qualitymag.com/articles/93264-how-to-deal-with-the-difficulties-of-microhardness-testing>, 19.03.2021.
- Attar, H., Ehtemam-Haghighi, S., Kent, D., Okulov, I. V., Wendrock, H., Bönisch, M., ... & Dargusch, M. S. (2017). "Nanoindentation and wear properties of Ti and Ti-TiB composite materials produced by selective laser melting". *Materials Science and Engineering: A*, 688, 20-26.
- Ayatollahi, M. R., Alishahi, E., Doagou-R, S., and Shadlou, S. (2012) "Tribological and mechanical properties of low content nanodiamond/epoxy nanocomposites", *Composites Part B: Engineering*, 43(8), 3425-3430.
- Bartolomé, L., Oblak, E., and Kalin, M. (2016) "Mechanical behaviour and constitutive models of ZDDP tribofilms on DLC coatings using nano-indentation data and finite element modelling", *Tribology International*, 95, 19-26.
- Beegan, D., Chowdhury, S., and Laugier, M. T. (2004) "The nanoindentation behaviour of hard and soft films on silicon substrates", *Thin Solid Films*, 466(1-2), 167-174.
- Beliardouh, N. E., Bouzid, K., Nouveau, C., Tlili, B., and Walock, M. J. (2015) "Tribological and electrochemical performances of Cr/CrN and Cr/CrN/CrAlN multilayer coatings deposited by RF magnetron sputtering", *Tribology International*, 82, 443-452.
- Bhushan B., and Palacio M.L.B. (2016) "Nanoindentation", Encyclopedia of Nanotechnology 2nd ed., *Springer*, Dordrecht, 2423-2444.
- Bhushan, B. (1999) Principles and Applications of Tribology, *Wiley*, New York.
- Bhushan, B. (2001) Modern Tribology Handbook vol. 1 and 2., *CRC Press*, Boca Raton.
- Bhushan, B. (2002) Introduction to Tribology, *Wiley*, New York.
- Bhushan, B. (2010) Springer Handbook of Nanotechnology, 3rd ed., *Springer*, Heidelberg.
- Bhushan, B. (2011) Nanotribology and Nanomechanics I – Measurement Techniques and Nanomechanics, II – Nanotribology, Biomimetics, and Industrial Applications, 3rd ed., *Springer*, Heidelberg.

- Bhushan, B., and Li, X. (2003) "Nanomechanical characterisation of solid surfaces and thin films", *International Materials Reviews*, 48(3), 125-164.
- Bhushan, B., Gupta, B. K., and Azarian, M. H. (1995) "Nanoindentation, microscratch, friction and wear studies of coatings for contact recording applications", *Wear*, 181, 743-758.
- Blank, V., Popov, M., Pivovarov, G., Lvova, N., & Terentev, S. (1999). "Mechanical properties of different types of diamond". *Diamond and related materials*, 8(8-9), 1531-1535.
- Bobzin, K., Brögelmann, T., Brugnara, R. H., Arghavani, M., Yang, T. S., Chang, Y. Y., and Chang, S. Y. (2015) "Investigation on plastic behavior of HPPMS CrN, AlN and CrN/AlN-multilayer coatings using finite element simulation and nanoindentation", *Surface and Coatings Technology*, 284, 310-317.
- Bressan, J. D., Tramontin, A., and Rosa, C. (2005) "Modeling of nanoindentation of bulk and thin film by finite element method", *Wear*, 258(1-4), 115-122.
- Celentano, D. J., Guelorget, B., François, M., Cruchaga, M. A., & Slimane, A. (2012). "Numerical simulation and experimental validation of the microindentation test applied to bulk elastoplastic materials". *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 20(4), 045007.
- Chen, C. (2009). "2-D finite element modeling for nanoindentation and fracture stress analysis". **Graduate Theses and Dissertations.**
- Chen, J., and Bull, S. J. (2009) "On the factors affecting the critical indenter penetration for measurement of coating hardness", *Vacuum*, 83(6), 911-920.
- Cuy, J. L., Mann, A. B., Livi, K. J., Teaford, M. F., and Weihs, T. P. (2002) "Nanoindentation mapping of the mechanical properties of human molar tooth enamel", *Archives of oral biology*, 47(4), 281-291.
- Dean, J. "Introduction to the Finite Element Method (FEM) Lecture 1 The Direct Stiffness Method and the Global Stiffness Matrix", <https://www.ccg.msm.cam.ac.uk/femor/lecture-course-material>, 19.03.2021a.
- Dean, J. "Introduction to the Finite Element Method (FEM) Lecture 2 First and Second Order One Dimensional Shape Functions", <https://www.ccg.msm.cam.ac.uk/femor/lecture-course-material>, 19.03.2021b.
- Dean, J. "Introduction to the Finite Element Method (FEM) Lecture 3 First Order Two Dimensional Shape Functions", <https://www.ccg.msm.cam.ac.uk/femor/lecture-course-material>, 19.03.2021c.
- Dias, A. M. D. S., Modenesi, P. J., and Godoy, G. C. D. (2006) "Computer simulation of stress distribution during Vickers hardness testing of WC-6Co", *Materials Research*, 9(1), 73-76.

- Doerner, M. F., and Nix, W. D. (1986) "A method for interpreting the data from depth-sensing indentation instruments", *Journal of Materials Research*, 1(4), 601-609.
- Gan, L., and Ben-Nissan, B. (1997) "The effects of mechanical properties of thin films on nano-indentation data: Finite element analysis", *Computational Materials Science*, 8(3), 273-281.
- Gerberich, W. W., Gao, H., Sundgren, J. E., and Baker, S. P. (1997) "Thin films: stresses and mechanical properties VI", (No. CONF-960401-) *Materials Research Society*, Pittsburgh, PA (United States).
- Girleanu, M., Pac, M. J., Louis, P., Ersen, O., Werckmann, J., Rousselot, C., and Tuilier, M. H. (2011) "Characterization of nano-structured titanium and aluminium nitride coatings by indentation, transmission electron microscopy and electron energy loss spectroscopy", *Thin Solid Films*, 519(18), 6190-6195.
- He, J. L., and Veprek, S. (2003) "Finite element modeling of indentation into superhard coatings", *Surface and Coatings Technology*, 163, 374-379.
- Jauffrès, D., Yacou, C., Verdier, M., Dendievel, R., and Ayrat, A. (2011) "Mechanical properties of hierarchical porous silica thin films: Experimental characterization by nanoindentation and Finite Element modeling", *Microporous and Mesoporous Materials*, 140(1-3), 120-129.
- Johnson, K.L. (1985) "Contact Mechanics", *Cambridge University Press*, Cambridge, 95, 365.
- Karimzadeh, A., Kolor, S. S. R., Ayatollahi, M. R., Bushroa, A. R., and Yahya, M. Y. (2019) "Assessment of nano-indentation method in mechanical characterization of heterogeneous nanocomposite materials using experimental and computational approaches", *Scientific reports*, 9(1), 1-14.
- Keysight Technologies. "How to select the correct indenter tip", <https://www.keysight.com/zz/en/assets/7018-02358/application-notes/5990-4907.pdf>, 19.03.2021.
- Khan, M. K., Hainsworth, S. V., Fitzpatrick, M. E., and Edwards, L. (2010) "A combined experimental and finite element approach for determining mechanical properties of aluminium alloys by nanoindentation", *Computational Materials Science*, 49(4), 751-760.
- Kot, M., Rakowski, W., Lackner, J. M., and Major, Ł. (2013a) "Analysis of spherical indentations of coating-substrate systems: experiments and finite element modeling", *Materials & Design*, 43, 99-111.
- Kot, M., Rakowski, W., Major, Ł., and Lackner, J. (2013b) "Load-bearing capacity of coating-substrate systems obtained from spherical indentation tests", *Materials & Design*, 46, 751-757.

- Lee, H., Chen, Y., Claisse, A., and Schuh, C. A. (2013) "Finite element simulation of hot nanoindentation in vacuum", *Experimental Mechanics*, 53(7), 1201-1211.
- Li, H., and Vlassak, J. J. (2009) "Determining the elastic modulus and hardness of an ultra-thin film on a substrate using nanoindentation", *Journal of Materials Research*, 24(3), 1114-1126.
- Liu, Y., Zhao, X., Zhang, L. C., Habibi, D., and Xie, Z. (2013) "Architectural design of diamond-like carbon coatings for long-lasting joint replacements", *Materials Science and Engineering: C*, 33(5), 2788-2794.
- Marchiori, G., Lopomo, N., Boi, M., Berni, M., Bianchi, M., Gambardella, A., Visani, A., Russo, A., and Marcacci, M. (2016) "Optimizing thickness of ceramic coatings on plastic components for orthopedic applications: A finite element analysis", *Materials Science and Engineering: C*, 58, 381-388.
- Mehan, R. L., & Hayden, S. C. (1981). "Friction and wear of diamond materials and other ceramics against metal". *Wear*, 74(2), 195-212.
- Michler, J., and Blank, E. (2001) "Analysis of coating fracture and substrate plasticity induced by spherical indentors: diamond and diamond-like carbon layers on steel substrates", *Thin Solid Films*, 381(1), 119-134.
- Microstartech. "Nano Indenters", <https://www.microstartech.com/>, 19.03.2021.
- Moussa, C., Bartier, O., Mauvoisin, G., Pilvin, P., and Delattre, G. (2012) "Characterization of homogenous and plastically graded materials with spherical indentation and inverse analysis", *Journal of Materials Research*, 27(1), 20-27.
- Oliver, W. C., and Pharr, G. M. (1992) "An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments", *Journal of Materials Research*, 7(6), 1564-1583.
- Pandure, P. S., Jatti, V. S., and Singh, T. P. (2014) "Finite element simulation of nano-indentation of DLC coated HSS substrate", *Procedia materials science*, 6, 1619-1624.
- Park, Y. J., and Pharr, G. M. (2004) "Nanoindentation with spherical indenters: finite element studies of deformation in the elastic-plastic transition regime", *Thin Solid Films*, 447, 246-250.
- Pharr, G. M. (1998) "Measurement of mechanical properties by ultra-low load indentation", *Materials Science and Engineering: A*, 253(1-2), 151-159.
- Qasmi, M., Delobelle, P., Richard, F., Brun, C., and Fromm, M. (2004) "Viscoelastic mechanical properties determined by nanoindentation tests and its numerical modelling of polypropylene modified by He⁺ particle implantation and e⁻ irradiation", *Progress in organic coatings*, 51(3), 195-204.

- Rao, C. S., and Reddy, C. E. (2009) "Finite element modeling of nanoindentation to extract load-displacement characteristics of bulk materials and thin films", *Indian Journal of Pure & Applied Physics (IJPAP)*, Vol.47(01), 54-59.
- Saha, R., and Nix, W. D. (2002) "Effects of the substrate on the determination of thin film mechanical properties by nanoindentation", *Acta Materialia*, 50(1), 23-38.
- Shan, Z., and Sitaraman, S. K. (2003) "Elastic-plastic characterization of thin films using nanoindentation technique", *Thin Solid Films*, 437(1-2), 176-181.
- Toparli, M., and Koksall, N. S. (2005) "Hardness and yield strength of dentin from simulated nano-indentation tests", *Computer methods and programs in biomedicine*, 77(3), 253-257.
- Tsui, T. Y., and Pharr, G. M. (1999) "Substrate effects on nanoindentation mechanical property measurement of soft films on hard substrates", *Journal of Materials Research*, 14(1), 292-301.
- Uysal, M. U. (2015) "Numerical modeling of functional graded TiB coating in nanoindentation on determination of mechanical properties", *Materials Today: Proceedings*, 2(1), 217-223.
- Windt, D. L., and Gullikson, E. M. (2015) "Pd/B₄C/Y multilayer coatings for extreme ultraviolet applications near 10 nm wavelength", *Applied Optics*, 54(18), 5850-5860.
- Yoo, Y. H., Lee, W., and Shin, H. (2004) "Effect of work hardening on the critical indentation limit in spherical nano-indentation of thin film/substrate systems", *Surface and Coatings Technology*, 179(2-3), 324-332.
- Zhao, X., Xie, Z., and Munroe, P. (2011) "Nanoindentation of hard multilayer coatings: Finite element modelling", *Materials Science and Engineering: A*, 528(3), 1111-1116.



EKLER

7. Ek-1. Tez Çalışması Süresince Yapılan Akademik Çalışmalar

SCI, SSCI VE AHCI İndekslerine Giren Dergilerde Yayınlanan Makaleler

Yesilbag, Y. O., Tuzluca Yesilbag, F. N., Huseyin, A., **Tuzluca, M.**, Ismail, I., and Ertugrul, M. (2021) "Synthesis and characterization of graphene/carbon nanotube hybrid: effects of Ni catalyst thickness and H₂ flow rate on growth and morphological structure", *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 32(6), 7943-7955.

Hakemli Kongre / Sempozyum Bildiri Kitaplarında Yer Alan Yayınlar

Yesilbag, Y. O., Tuzluca Yesilbag, F. N., Huseyin, A., **Tuzluca, M.**, and Ertugrul, M. "Synthesis and characterization of BCN nanotubes by floating catalyst CVD method", *4th International Symposium on Advanced Materials and Nanotechnology 2020*, Kuala-Lumpur, MALAYSIA, 01- 03 December 2020, ss.282-287.

Tuzluca, M., and Bayrak, O. (2022) "Nanoindentasyon testinin sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesi", *VII. International Battalgazi Scientific Studies Congress*, Malatya, TURKEY, 28-29 January 2022, ss. 776.

Projeler

"Süperkapasitör için Grafen@BCN-NT@WS₂ kompozit elektrot üretimi ve karakterizasyonu", TÜBİTAK-3501, 217M323, Bursiyer, 2021.