

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

GEOMETRİ ÖĞRENME ALANINDA MATEMATİKSEL
MODELLEME ETKİNLİKLERİNİN TASARIMI VE
UYGULANABİLİRLİĞİNİN İNCELENMESİ

Muhammet ŞAHAL
(Doktora Tezi)

İstanbul, 2022

T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİM DALI

GEOMETRİ ÖĞRENME ALANINDA MATEMATİKSEL
MODELLEME ETKİNLİKLERİNİN TASARIMI VE
UYGULANABİLİRLİĞİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION ON DESIGN AND APPLICABILITY OF MATHEMATICAL
MODELING ACTIVITIES IN GEOMETRY LEARNING DOMAIN

Muhammet ŞAHAL
(Doktora Tezi)

Danışman
Prof. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR

İstanbul, 2022

**Tüm kullanım hakları
M.Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü'ne aittir.
© 2022**

ETİK BEYANI

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak hazırladığım çalışmamda;

- Sunduğum bilgileri, dokümanları ve verileri akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Çalışmamda yararlandığım eserlerin tamamına atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Elde ettiğim verilerde ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı bildirir, aksi bir durumda aleyhimde doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

24/02/2022

(İmza)

Muhammet ŞAHAL

ÖZGEÇMİŞ

Öğrenim

- 2002-2007: Denizli Lütfi Ege Anadolu Öğretmen Lisesi
- 2007-2011: Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Lisans
- 2013-2016: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı, Yüksek Lisans
- 2016-2022: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı, Doktora

Mesleki Deneyim

- 2012-2014: Matematik Öğretmeni, Kars Digor Türkmeşen Ortaokulu
- 2013-2014: Okul Müdür Vekili, Kars Digor Türkmeşen Ortaokulu
- 2014-2022: Araştırma Görevlisi, Yıldız Teknik Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı



Kızım Hüma Gülsüm'e...

ÖNSÖZ

“İlim ilim bilmektir. İlim kendin bilmektir. Sen kendini bilmezsin. Ya nice okumaktır.” dizeleriyle Yunus Emre, ilmi kendini tanıma ve bilme serüveni olarak nitelendirmiştir.

Bu yolculukta sadece akademik anlamda değil, zora düştüğüm her anda zamanını, emeğini ve tavsiyelerini benden esirgemeyen kıymetli hocam, danışmanım Prof. Dr. Ahmet Şükrü ÖZDEMİR’e şükranlarımı sunarım. Uzun doktora çalışma sürecimde tez izleme komitelerinde yer alarak kıymetli görüş ve önerilerini paylaşan değerli hocalarım Dr. Öğr. Üyesi Orhan ÇANAKÇI’ya ve Prof. Dr. Mustafa DOĞAN’a teşekkür ederim. Tez jürisi üyesi olarak araştırmama geri bildirim sağlayan hocalarım Prof. Dr. Emin AYDIN’a ve Doç. Dr. Elif BAHADIR’a teşekkür ederim.

Bugünlere gelmem için sayısız zorluklara hiç usanmadan göğüs geren, haklarını ödeyemeyeceğim aileme; babam Ramazan ŞAHAL’a, annem Ümmügülsüm ŞAHAL’a, kardeşlerim Gülizar Esra ŞAHAL’a ve Çağrı ŞAHAL’a minnet duygularımı ifade etmek istiyorum. Çalışma sürecinde bana katlanmak zorunda kalan, vakitlerinden çaldığım ve varlıklarıyla güç bulduğum çekirdek aileme ne kadar teşekkür etsem azdır. Can yoldaşım, hayat arkadaşım Fatma ŞAHAL ve en büyük motivasyon kaynağım, gelişiyile bize dünyaları veren kızım, Hüma kuşum, iyi ki varsınız!

Çalışma grubundaki öğretmen olmak için can atan sevgili öğretmen adaylarına ve gözlerinin içi parlayan ortaokul öğrencilerine teşekkür ederim. Uygulamada kolaylık sağlayan öğretmen arkadaşlarıma ve yöneticilere teşekkür ederim. Çalışmanın belli aşamalarında fikirlerini esirgemeyen uzman görüşüne başvurduğumuz değerli hocalarıma da teşekkürü bir borç bilirim.

Burada isimlerini zikredemediğim değerli hocalarıma, kıymetli dostlarıma, yakınlarıma ve çalışma arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Muhammet ŞAHAL

Şubat, 2022

ÖZET

Matematik eğitiminde matematiksel modelleme öğretmen adayları başta olmak üzere öğretmenler ve öğrenciler için büyük önem taşımaktadır. Gerçek dünya ile matematiksel dünyayı ilişkilendirmede öne çıkan araştırma alanlarından biri olan matematiksel modellemenin okul matematiği ile bütünleştirilmesi gerekmektedir. Durum temelli ve bağlamsal olarak gerçekleştirilmesi gerektiği literatürde savunulan geometri öğretimi matematiksel modelleme etkinlikleriyle zenginleştirilebilir. Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarından ortaokul öğrencilerine uzanan bir süreçte matematiksel modelleme etkinlikleriyle uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın ilk bölümünde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla matematiksel modelleme etkinlikleri yürütülmüş ve katılımcılar geometri öğrenme alanında matematiksel modelleme etkinlikleri tasarlamışlardır. Araştırmanın ikinci bölümünde ise tasarlanan matematiksel modelleme etkinlikleri kullanılarak ortaokul öğrencileriyle uygulama gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın öğretmen adaylarıyla yürütülen bölümünde nitel araştırma yöntemlerinden eylem araştırması modeli benimsenmiştir. Bu kapsamda iki eylem planı tasarlanmıştır. Birinci eylem planı dâhilinde gerçekleştirilen teorik ve uygulamalı eğitimden sonra ikinci eylem planında değişiklikler yapılarak asıl uygulama gerçekleştirilmiştir. On üç hafta süren araştırmanın ilk kısmına on dokuzu pilot, yirmi biri asıl uygulamada olmak üzere kırk ilköğretim matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Eylem araştırmasından elde edilen sonuçlardan hareketle araştırmanın ortaokul öğrencileriyle yürütülen bölümünde nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli benimsenmiştir. Dört hafta süren çalışmanın ortaokul öğrencileriyle yürütülen kısmına on bir ortaokul öğrencisi katılmıştır. Çalışmada bütün katılımcıların çözüm defterleri, çözüm izleme şablonları, açık uçlu anketler, problem değerlendirme rubriği, ses ve görüntü kayıtları veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenerek modelleme döngüsüne aktarılmıştır.

Matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinden elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının ve ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüsünde yer alan matematiksel model oluşturma ve gerçek sonuçlara yorumlama aşamalarında güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Katılımcıların çözüm sürecini kontrol etme yoluyla doğrulama yaptıkları ancak; problem durumuna alternatif çözümler önermedikleri görülmüştür. Modelleme etkinliklerinin tasarım ilkelerine uygunluğu incelendiğinde öğretmen

adaylarının, dinamik bir yapıya sahip olmasından dolayı, gerçeklik ilkesini karşılamada zorlandıkları tespit edilmiştir. Uygulanan eğitim planının öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye dair kavramsal bilgilerini geliştirmelerine, matematiksel modelleme süreç becerilerini deneyimlemelerine fırsat sağladığı ve model oluşturma etkinliklerinin tasarım süreçlerine katkıda bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada geometri öğrenme alanında tasarlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüsünde yer alan modelleme becerilerini sergilemelerine ve matematiğe karşı bakış açılarını olumlu yönde değiştirmelerine olanak sunduğu ortaya çıkmıştır.

Araştırmanın matematiksel modelleme etkinliklerinin yürütülmesi, değerlendirilmesi ve tasarımına ilişkin çalışmalara ışık tutması bakımından literatüre katkıda bulunması beklenmektedir. Çalışmanın literatüre geometri öğrenme alanıyla ilişkili farklı modelleme etkinliklerini kazandırmasının yanında, öğrenme alanlarına yönelik bir sınıflandırma çeşidine de kapı aralayacağı öne sürülebilir. Bunun için farklı öğrenme alanlarına hitap eden modelleme etkinliklerinin yeterliklerin gelişimine nasıl katkı sağladığı, modelleme döngüsündeki hareketleri nasıl etkilediği, hangi aşamaları kolaylaştırdığını araştıran kuramsal ve uygulamalı çalışmaların yapılması önerilebilir.

Anahtar Sözcükler: Matematiksel modelleme, model oluşturma etkinlikleri, modelleme döngüsü, geometri öğrenme alanında modelleme, eylem araştırması

ABSTRACT

In mathematics education, mathematical modeling has one of the great importance for teachers and students, especially for pre-service teachers. Mathematical modeling, which is one of the prominent research areas in associating the real world with the mathematical world, needs to be integrated with the mathematics curriculum in schools. Geometry teaching, which is advocated in the literature to be situation-based and contextual, can be enriched with mathematical modeling activities. In this study, applications were carried out with mathematical modeling activities in a process ranging from pre-service secondary school mathematics teachers to middle school students. In the first part of the study, mathematical modeling activities were carried out with pre-service secondary mathematics teachers, and the participants designed mathematical modeling activities in the domain of learning geometry. In the second part of the study, the activities designed by the pre-service secondary mathematics teachers were implemented with the middle school students.

Action research was used in the first part of the study, in which pre-service secondary mathematics teachers were participants. In this context, two action plans were designed. After the theoretical and practical training was carried out within the first action plan, the actual implementation was carried out by making changes in the second action plan. Forty pre-service secondary mathematics teachers participated in the first part of the research, which lasted for thirteen weeks, nineteen of which were in the pilot study and twenty-one were in the main study. Based on the results of the action research, the case study model, which is one of the qualitative research methods, was adopted for the next part of the research that was conducted with middle school students. Eleven middle school students participated in this part of the study, which lasted four weeks. In the study, all participants' problem solution notebooks, problem solution tracking templates, open-ended questionnaires, problem evaluation rubrics, audio, and video recordings were used as data collection tools. The data were analyzed by the content analysis method and transferred to the modeling cycle.

According to the results gathered from the solution processes of mathematical modeling problems, it was determined that pre-service secondary mathematics teachers and middle school students had difficulties in the stages of creating a mathematical model and interpreting the real results in the modeling cycle. It was reached that the participants validated the solution process by checking, but did not suggest alternative solutions to the problem situation. When the compatibility of modeling activities with the design principles

was examined, it was determined that the pre-service secondary mathematics teachers had difficulties in meeting the reality principle due to its dynamic structure. It was also reached that the applied plan provided opportunities for the pre-service secondary mathematics teachers to develop their conceptual knowledge about mathematical modeling, experience the mathematical modeling process, and for design processes related to model eliciting activities. In the study, it was revealed that mathematical modeling activities designed in the domain of learning geometry allow middle school students to exhibit their modeling skills in the modeling cycle and to change their perspectives towards mathematics in a positive way.

It is expected that the research will contribute to the literature in terms of conducting, evaluating, and designing mathematical modeling activities. It can also be stated that the study will not only bring different modeling activities related to geometry learning domains but also will bring a new perspective related to classification types for learning domains to the literature. For this, it can be suggested that further studies should be conducted to investigate how modeling activities that address different learning areas contribute to the development of competencies, how they affect the movements in the modeling cycle, and which stages they facilitate.

Key words: Mathematical modeling, model eliciting activities, modeling cycle, modeling in geometry learning, action research

İÇİNDEKİLER

ÖZGEÇMİŞ	i
ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER.....	viii
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiii
KISALTMALAR.....	xvi
BÖLÜM I: GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Amaç	5
1.3 Önem.....	7
1.4 Sınırlılıklar.....	11
1.5 Sayıtlar (Varsayımlar)	11
1.6 Tanımlar.....	12
BÖLÜM II: ALANYAZIN/İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	13
2.1 Matematiksel Model ve Modelleme	13
2.1.1 Matematiksel Model ve Modellemenin Önemi	19
2.1.2 Matematiksel Modellemede Bağlamın Rolü	22
2.2 Matematiksel Modelleme Yeterlikleri	24
2.3 Matematiksel Modelleme Döngüsü	30
2.4 Model Oluşturma Etkinlikleri	40
2.5 Geometri Eğitimi	47
2.6 Matematiksel Modelleme ile İlgili Yapılan Çalışmalar.....	48

2.6.1 Öğretmen Adaylarıyla Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Çalışmaları	48
2.6.2 Öğretmen Adaylarıyla Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Tasarım Çalışmaları.....	56
2.6.3 Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Çalışmaları	58

BÖLÜM III: YÖNTEM..... 61

3.1 Araştırmanın Modeli.....	61
3.2 Çalışma Grubu	67
3.3 Veri Toplama Araçları	71
3.4 Verilerin Toplanması	76
3.4.1 Planlama Süreci	76
3.4.2 Anketin Uygulanması	79
3.4.3 Pilot Uygulama	80
3.4.4 Asıl Uygulama	82
3.4.5 Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Uygulama.....	86
3.5 Verilerin Çözümlemesi	88
3.6 Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları	93

BÖLÜM IV: BULGULAR 96

4.1 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Eğitim Sürecinden Önce Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine ilişkin Bulgular.....	96
4.2 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Bulgular	101
4.3 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Tarafından Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine İlişkin Bulgular	129
4.4 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Eğitim Sürecinden Sonra Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine İlişkin Bulgular	140
4.5 Ortaokul Öğrencilerinin Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Bulgular	146

4.6 Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerine Yönelik Görüşlerine İlişkin Bulgular	175
BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	181
5.1 Sonuçlar ve Tartışma	181
5.1.1 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	181
5.1.2 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	186
5.1.3 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Tarafından Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	194
5.1.4 Ortaokul Öğrencilerinin Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	200
5.1.5 Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerine Yönelik Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	210
5.2 Öneriler	212
5.2.1 Matematiksel Modelleme Eğitimine İlişkin Öneriler	212
5.2.2 Model Oluşturma Etkinliği Tasarımına İlişkin Öneriler	213
5.2.3 Öğretmenlere ve Ortaokulda Matematiksel Modellemenin Uygulanmasına İlişkin Öneriler.....	214
5.2.4 Araştırmacılara Öneriler	216
BÖLÜM VI: KAYNAKLAR.....	217
EKLER.....	243

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2. 1. Yıllara Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Ortalama Puanları	21
Tablo 3. 1. Eylem Araştırması Sürecinin Akışı.....	65
Tablo 3. 2. Pilot Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarına Ait Kodlar ve Bilgiler	69
Tablo 3. 3. Asıl Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarına Ait Kodlar ve Bilgiler	70
Tablo 3. 4. Uygulamaya Katılan Ortaokul Öğrencilerine Ait Kodlar ve Bilgiler	71
Tablo 3. 5. Öğretmen Adaylarının Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerini İçeren Videolara Dair Bilgiler	74
Tablo 3. 6. Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerinin Çözüm Süreçlerini İçeren Videolara Dair Bilgiler	75
Tablo 3. 7. Pilot Uygulamada Gerçekleştirilmesi Planlanan Haftalık Ders Planı.....	78
Tablo 3. 8. İkinci Eylem Planında Gerçekleştirilen Değişiklikler	83
Tablo 3. 9. Katılımcıların Modelleme Döngüsünde Yer Alan Aşamalara Geçişlerinin Analizinde Kullanılan Sınıflandırma.....	90
Tablo 4. 1. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşleri	98
Tablo 4. 2. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşleri	100
Tablo 4. 3. Daha Önce Matematiksel Modelleme İle İlgili Herhangi Bir Ders Aldınız mı?	101
Tablo 4. 4. Saman Balyası Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler.....	107
Tablo 4. 5. Yakıt Problemine (Hopa) İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler	116
Tablo 4. 6. Yakıt Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler	126
Tablo 4. 7. Öğretmen Adaylarının Modelleme Döngülerinde Eksik Bıraktığı Aşamalar ..	128
Tablo 4. 8. Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine Dair Bilgiler.....	130
Tablo 4. 9. Öğretmen Adaylarının Tasarladığı Modelleme Problemlerinin Model Oluşturma Etkinliği Prensiplerine Uygunluğu	132
Tablo 4. 10. Ortaokul Uygulaması İçin Seçilen Problemlerin Düzenlenmemiş Hali	139
Tablo 4. 11. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Sonrasında Model Kavramına İlişkin Görüşleri	142

Tablo 4. 12. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşleri.....	144
Tablo 4. 13. Öğretmen Adaylarının En Fazla Zorluk Yaşadıklarını Belirttikleri Aşamalar	145
Tablo 4. 14. Ortaokul Uygulaması İçin Seçilen Problemlerin Uzman Görüşü Sonrası Düzenlenmiş Hali	147
Tablo 4. 15. Az Öde Çok Ye Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler.....	158
Tablo 4. 16. Konforlu Yurt Yaşamı Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler.....	165
Tablo 4. 17. Portakal Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler	173
Tablo 4. 18. Öğrencilerin Modelleme Döngülerinde Eksik Bıraktığı Aşamalar.....	175

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1. Berrry ve Houston (1995)'a Ait Modelleme Döngüsü.....	31
Şekil 2. 2. Lesh ve Doerr (2003)'e Ait Modelleme Döngüsü.	32
Şekil 2. 3. Stillman ve diğerleri (2007)'ne Ait Modelleme Döngüsü.	32
Şekil 2. 4. Voskoglou (2006)'ya Ait Modelleme Diyagramı.	33
Şekil 2. 5. Blum ve Leiß (2007)'e Ait Modelleme Döngüsü.	33
Şekil 2. 6. Borromeo Ferri (2006)'ye Ait Modelleme Döngüsü.	34
Şekil 2. 7. Problem Çözme ve Model Oluşturma Etkinlikleri Arasındaki İlişki (Lesh vd., 2000).....	41
Şekil 2. 8. Kavramsal Sistemlerin Anlamalarını Gösteren Çeşitli Temsili İletişim Araçları (Lesh ve Doerr, 2003, s. 12).	46
Şekil 3. 1. Kemmis ve Wilkinson (1998)'un Eylem Araştırması Modeli	63
Şekil 3. 2. Uygulamalı Eğitimde Öğretmen Adaylarına Sunulan Modelleme Problemleri	73
Şekil 3. 3. Pilot Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü	81
Şekil 3. 4. Asıl Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü	83
Şekil 3. 5. Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü	88
Şekil 3. 6. Veri Toplama Araçlarından Elde Edilen Bilgilerin Modelleme Döngüsünde Gösterimi	89
Şekil 3. 7. Veri Analizinde Kullanılan Modelleme Döngüsü Üzerinde Katılımcıların Hareketlerini Temsil Eden Okların Gösterimi.....	91
Şekil 4. 1. AÖ1'in Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü	96
Şekil 4. 2. AÖ7'nin Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü	97
Şekil 4. 3. AÖ9'un Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	97
Şekil 4. 4. AÖ6'nın Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü	97
Şekil 4. 5. AÖ20'nin Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	98
Şekil 4. 6. AÖ19'un Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	98
Şekil 4. 7. AÖ4'ün Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	98
Şekil 4. 8. AÖ17'nin Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü.....	99
Şekil 4. 9. AÖ15'in Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü.....	100
Şekil 4. 10. AÖ9'un Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü....	100
Şekil 4. 11. AÖ20'nin Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü.	100
Şekil 4. 12. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Modelleme Döngüsü	102

Şekil 4. 13. Grup 1'in Saman Balyası Probleminde Gerçek Duruma Dair İfadesi	103
Şekil 4. 14. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Gerçek Modeli.....	105
Şekil 4. 15. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Matematiksel Modeli.....	106
Şekil 4. 16. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Çözümü	107
Şekil 4. 17. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Modelleme Döngüsü	111
Şekil 4. 18. Grup 2'nin Yakıt Probleminde (Hopa) Gerçek Duruma Dair İfadesi	112
Şekil 4. 19. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Gerçek Modeli	112
Şekil 4. 20. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Matematiksel Sonuçları	114
Şekil 4. 21. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Gerçek Sonuçları.....	114
Şekil 4. 22. Grup 2'in Yakıt Problemine (Hopa) Ait Çözümü	115
Şekil 4. 23. Grup 7'nin Yakıt Deposu Problemine Ait Modelleme Döngüsü	119
Şekil 4. 24. Grup 7'nin Yakıt Deposu Probleminde Gerçek Duruma Dair İfadesi	120
Şekil 4. 25. Grup 7'nin Yakıt Problemine Ait Gerçek Modeli.....	123
Şekil 4. 26. Grup 7'nin Yakıt Deposu Problemine Ait Çözümü	125
Şekil 4. 27. Tasarım İlkelerine Uygun/Uygun Olmayan Model Oluşturma Etkinliği Sayısına İlişkin Grafik.....	137
Şekil 4. 28. Model Oluşturma Etkinliklerinin Tasarım İlkelerine Uygunluğuna İlişkin Grafik.....	137
Şekil 4. 29. AÖ13'ün Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	141
Şekil 4. 30. AÖ15'in Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	141
Şekil 4. 31. AÖ18'in Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü.....	141
Şekil 4. 32. AÖ1'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü....	142
Şekil 4. 33. AÖ20'nin Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü	143
Şekil 4. 34. AÖ8'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü....	143
Şekil 4. 35. AÖ17'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü..	143
Şekil 4. 36. AÖ5'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü....	143
Şekil 4. 37. AÖ3'ün Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü ...	144
Şekil 4. 38. AÖ13'ün Matematiksel Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü	145
Şekil 4. 39. AÖ19'un Matematiksel Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü	146
Şekil 4. 40. AÖ4'ün Gerçek Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü.....	146
Şekil 4. 41. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Modelleme Döngüsü	151
Şekil 4. 42. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait İlk Gerçek Modeli	155

Şekil 4. 43. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Düzenlenmiş Gerçek Modeli.....	157
Şekil 4. 44. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Matematiksel Modeli ve Sonuç Raporu	158
Şekil 4. 45. Grup İsimsiz'in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Modelleme Döngüsü	160
Şekil 4. 46. Grup İsimsiz'in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Gerçek Model Denemeleri.....	164
Şekil 4. 47. Grup İsimsiz'in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Gerçek Modeli ve Sonuç Raporu	165
Şekil 4. 48. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Modelleme Döngüsü	168
Şekil 4. 49. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Gerçek Modeli	170
Şekil 4. 50. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Çözümü	173
Şekil 4. 51. Ö4 ve Ö8'in Daha Önce Benzer Sorularla Karşılaşmadıklarına Dair İfadeleri	176
Şekil 4. 52. Ö1'in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü.....	176
Şekil 4. 53. Ö3'ün Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü.....	177
Şekil 4. 54. Ö6'nın Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü....	177
Şekil 4. 55. Ö8'in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü.....	177
Şekil 4. 56. Ö11'in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü....	178
Şekil 4. 57. Ö6'nın Model Oluşturma Etkinliklerinde Zorlandığı Bölüme Dair Görüşü..	178
Şekil 4. 58. Ö3, Ö6 ve Ö9'un Etkinliklerinin Matematiğe Bakış Açısı Üzerindeki Etkisine Dair Görüşleri	179

KISALTMALAR

D: Doğrulama

DZT: Durumun zihinsel temsili

EP: Etkili prototip ilkesi

G: Gerçeklik ilkesi

GD: Gerçek durum

GM: Gerçek Model

GS: Gerçek sonuç/sonuçlar

ICMI: The International Commission on Mathematical Instruction

ICTMA: The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications

MM: Matematiksel model

MO: Model oluşturma ilkesi

MOE: Model oluşturma etkinliği

MS: Matematiksel sonuç/sonuçlar

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Gelişme Örgütü)

ÖD: Öz değerlendirme ilkesi

PG: Paylaşım ve genelleştirme ilkesi

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

STEM: Science, Technology, Engineering ve Math'in (Bilim, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik)

YB: Yapıyı belgelendirme ilkesi

BÖLÜM I: GİRİŞ

Bu bölümde; problem, amaç/hipotez, önem, sınırlılıklar, sayıtlar (varsayımlar) ve tanımlar ile ilgili bilgiler verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Eğitim-öğretim sistemleriyle bilimsel, sosyal, toplumsal alanlar başta olmak üzere farklı alanlarda ihtiyaç duyulan nitelikli bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir. Bu amaca ulaşmada matematik eğitiminin hiç kuşkusuz çok önemli bir yeri vardır. Matematik öğretimiyle temel becerileri kazandırmanın yanı sıra, öğrencilerin muhakemeyi öğrenmelerine yardımcı olmak, onları üretken bir geleceğe hazırlamak ve matematiksel okur-yazarlığa hâkim bireyler yetiştirilmesi amaçlanır (Steen, 1999). Toplumlara kalkındıracak kısa, orta ve uzun vadeli planların sürekli değişen ve yenilenen dünyayı takip etmek için değişebildiği gibi; matematik öğretimine dair programların ve uygulamaların da farklı alanlarda yaşanan gelişmelerden etkilenerek zaman zaman değişikliğe uğradığı görülmüştür. 2006 yılında öğretim programında gerçekleştirilen köklü değişikliklerle birlikte hem genel anlamda eğitim-öğretim faaliyetlerinde, hem de özel olarak matematik eğitiminde yapılandırmacı yaklaşımın benimsenmesi hedeflenmiştir. Çünkü eleştirel düşünme, problem çözme, işbirliğine dayalı çalışma, farklı durumlara uyum sağlama, inisiyatif alma, etkili iletişim kurma ve bilgiyi farklı bağlamlarda kullanma gibi içinde bulunduğumuz 21. yüzyıla ait becerilere sahip, hayal gücü gelişmiş bireyleri yetiştirmek, öğretimin yeni ve daha yüksek standartlarla tekrar tanımlanmasıyla mümkündür (Wagner, 2008). Öğrencinin pasif değil aktif olması, bilgiyi hazır alan konumdan bilgiye ulaşma yollarını araştıran duruma gelmesi, yeni bilgileri eski bilgiler üzerine inşa etmesi ve yaşantılarıyla ilişkilendirmesi matematik öğretim programında da vurgulanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Özetle bu beceriler, bütüncül bir bakış açısıyla gerçek hayatla ilişkili beceriler olarak nitelendirilebilir. Gerçek hayatta başarılı bireyler yetiştirmek, o kişilerin bu anlayışa göre düzenlenmiş bir eğitim öğretim sürecinden geçmeleriyle mümkündür. Dolayısıyla öğrencilere sunulan görevlerin, üst düzey matematiksel düşünme biçimlerini uygulamaları amacıyla çoklu temsillere, çoklu çözümlere ve matematiksel iletişime olanak sağlayacak karmaşık, açık uçlu görevler olması gerekir (Doerr ve English, 2006). Bu tür görevler vasıtasıyla öğrencilerin matematiksel düşünme biçimleriyle yaşadıkları gerçek dünyaya bakmaları sağlanmalıdır. Bu anlamda matematiksel modelleme matematik dersleriyle gerçek hayat arasındaki ilişkileri kurmada büyük öneme sahip araştırma alanlarından biri olarak öne çıkmaktadır (Deniz ve

Akgün, 2016). Çünkü matematiksel modellemenin temelinde yatan ana fikir matematik ile karmaşık olan gerçek dünya arasında çift yönlü bir ilişkinin var olduğu düşüncesidir (Borromeo Ferri, 2006).

Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği bir süreç olarak tanımlanmıştır (Blum, 1993; Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme ile bu sürecin içinde geçen model kavramı birbirinden farklıdır. Matematiksel modelleme bir süreç olarak tanımlanırken; model ise bu sürecin sonunda ortaya çıkan ürünü ifade etmektedir (Simon ve Cox, 2019; Sriraman, 2006). Matematiksel modelleme son yıllarda uygulamalı matematik, mühendislik, ekonomi, teknoloji ve tıp gibi pek çok alanda önemli hale gelmiştir (Taşpınar Şener, 2017). Bu bakımdan matematik derslerindeki uygulamaların modelleme süreçleriyle zenginleştirilmesi ve okul matematiğinde matematiksel modellemenin daha fazla yer alması gerektiği birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Ang, 2006; Berry, 2002; Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Deniz ve Akgün, 2016; Lesh ve Doerr, 2003; Şahin ve Eraslan, 2016a). Matematiksel modellemede yetkinlik kazanmak için onu yaparak ve yaşayarak öğrenmek gerekir (Berry, 2002; Blomhøj ve Kjeldsen, 2006). Burghes (1984) modellemeyi yüzmeye benzeterek şöyle söylemiştir: “Başkalarını yüzerken izleyebilirsiniz, hatta izleyerek pratik de yapabilirsiniz. Ancak yüzmek için suya girmek ve kendi başınıza öğrenmek zorundasınız.” (Akt. Kaiser ve Brand, 2015, s. 130). Matematiksel modelleme becerilerinin gelişmesi için de öğrenciler, matematiksel modelleme süreçlerine dâhil oldukları uygun ortamlarda bulunmalıdırlar. Bu yüzden öğrencilerin, onları motive edecek gerçek yaşam durumlarında modelleme yapabilmeleri için öğretmenlere büyük görev düşmektedir.

Modellemeyle ilgili yapılan çalışmalarda, öğretmenlerin modellemeyle alakalı sınırlı bilgi sahibi oldukları ve modellemeyi derslerinde uygulama noktasında sıkıntı yaşadıkları dile getirilmiştir (Kaiser ve Maaß, 2007; Maaß, 2010; Niss, Blum ve Galbraith, 2007; Oliveira ve Barbosa, 2009). Doerr ve English (2006) öğrencilerle başarılı bir şekilde modelleme etkinlikleri yürütmek için öncesinde öğretmenlerin de bu problemlerle uğraşması gerektiğini ve bu yolla daha iyi rehberlik etme imkânına sahip olacaklarını ifade etmişlerdir. Modelleme önceki yıllarda matematik eğitiminin bir parçası olarak algılanmadığından bu konunun öğretimi ile alakalı hali hazırda görev yapan öğretmenlerin neredeyse hiçbiri bu konuda tecrübe sahibi olamamıştır (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006). Oysaki öğretmenlerin

modellemeyle alakalı deneyim sahibi olmaları önemli görülmüştür (Deniz ve Akgün, 2016). Öğrencilerin modelleme basamaklarındaki becerilerini geliştirmeleri, onların öğrenme esnasında ve modelleme süreçlerini uygularken öğretmenler tarafından nasıl desteklendiklerine ve sürecin nasıl yürütüldüğüne bağlıdır (Stillman, 2015). Modelleme etkinliklerini uygun şekilde yürütebilmek için öğretmenlerin geleneksel eğitim yaklaşımlarından çağdaş eğitim yaklaşımlarına uzanan bir paradigma değişimine ihtiyaçları vardır (Doerr ve English, 2006). Çağdaş yaklaşımların öğrencilere ve öğretmenlere yüklediği yeni roller göz önüne alındığında, eski yöntemlerin de değişmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Modelleme problemlerinden istenen verimin elde edilebilmesi için grup çalışması, özgür sınıf ortamları, öğrenciyi daha fazla dinleme, teknolojiyi kullanma gibi yenilikçi uygulamalara daha fazla yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır (Doerr ve English, 2006; Borromeo Ferri, 2018). Tüm bu bilgiler ışığında matematiksel modelleme uygulamalarına hâkim öğretmenler yetiştirmek için lisans düzeyinde aldıkları eğitim ön plana çıkmaktadır. Çünkü lisans düzeyindeki mesleki gelişimi etkileyen aktüel uygulamaların, meslek hayatına başladıktan sonra tatil dönemlerinde veya okul sonrası kısıtlı programlarda verilen eğitimlerden çok daha faydalı olduğu ifade edilmiştir (Sevinç ve Lesh, 2017; Stillman, 2015). Bununla beraber program reformlarının gereklerini karşılamak (uygulamayı öğrenmek) öğretmenler için kolay değildir (Lesh ve Doerr, 2006). Bunun için öğretmenlerin ve özellikle öğretmen adaylarının matematiksel modelleme üzerinde vakit harcamaları ve bu yolla modelleme görevlerinin hangi yönlerinin vurgulanacağı, öğrencilerin çalışmalarının nasıl organize edileceği, farklı seviyelerdeki öğrencilere modelleme süreçlerinde nasıl destek sağlanacağı konusunda yetkin olmaları gerektiği vurgulanmıştır (English, Ärleback, ve Mousoulides, 2016; Wessels, 2014).

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının modelleme becerilerini geliştirmede farklı yaklaşımlar öne sürülmüştür. Bu yaklaşımlardan biri, matematiksel kavramların, işlemlerin ve ilişkilerin matematiksel modelleme yoluyla öğrenildiği *araç olarak matematiksel modelleme* ve matematiksel modellemenin yapısını oluşturan, modelleri inceleyen, genişleten ve eleştiren süreçlerin ele alındığı *amaç (içerik) olarak modelleme* yöntemini içeren sınıflamanın olduğu yaklaşımdır (Julie, 2020). Öğretmenlerin genelde bağlamı tanımlamaktan ya da analiz etmekten ziyade formülleri içeren matematiksel yapılarla yüzeysel olarak ele alındığı araç olarak modelleme yaklaşımıyla karşılaştıkları belirtilmiştir (Jung, Stehr ve He, 2019). Başka bir ifadeyle öğretmenler önce formüllerin anlatıldığı sonra da basit alıştırma ve klasik kelime problemlerinin içinde bu formüllerin uygulanarak

çözüldüğü öğrenme ortamlarından gelmektedirler. Dolayısıyla matematiğin içinde olduğu karmaşık durumları derinlemesine incelemekten ziyade formüllerin uygulandığı klasik alıştırma tarzında soruların çözüldüğü öğretim süreçlerini benimsemektedirler (Jung, Stehr ve He, 2019). Bu kalıplaşmış düşüncenin, öğretim ortamlarında yaratıcı problem çözme veya anlamlandırma yapma yerine sadece sonuç odaklı bir anlayışı hâkim kılmasına yol açabileceğinden, lisans düzeylerinde amaç (içerik) olarak modelleme yaklaşımının daha etkili olacağı belirtilmiştir (Julie, 2002; Simon ve Cox, 2019). Bu yüzden öğretmenlerin eğitim sürecinde modelleme öğretimine eğilmek gerekir. Çünkü geleceğin öğretmenlerinin geçirdikleri öğrenme yaşantılarının, eğitim öğretim ortamlarındaki faaliyetlerinde alacakları kararları etkilediği dile getirilmiştir (Ünlü ve Sarpkaya Aktaş, 2017).

Ortaokul matematik öğretim programında sayılar ve işlemler, cebir, geometri ve ölçme, veri işleme, olasılık olmak üzere beş farklı öğrenme alanı karşımıza çıkmaktadır. Bu öğrenme alanlarının birbirinden keskin çizgilerle ayrılmadığı, aralarında güçlü etkileşimler olduğu söylenebilir. Örneğin birbiriyle tekrarlı çarpımı ifade edilmek istenen bir sayının cebirsel gösterimi a^2 iken, bu cebirsel ifadenin geometrideki karşılığı karenin alanı olarak modellenmiştir. Öte yandan geometri öğrenme alanında bulunan alan kavramının farklı geometrik şekiller için farklı cebirsel modellerle açıklandığı da görülmektedir. Bu durum cebir öğrenme alanıyla geometri öğrenme alanı arasındaki etkileşim olduğunu gösteren örneklerden biri olarak ele alınabilir. Farklı öğrenme alanları için de benzer örnekler türetilir. Öğretim programında belirlenen temel esaslara bağlı kalmanın yanında, her duruma, her derse, her öğrenciye, her okula uygun standart bir eğitim öğretim ortamı oluşturmanın mümkün olmadığı gibi (Mishra ve Koehler, 2006); her öğrenme alanına hitap eden tek bir yaklaşımdan söz edilmesi de mümkün değildir. Eğitim öğretim uygulamalarının öğrenme alanı veya özel konular bağlamında, öğrencilere ve farklı durumlara göre dönüştürülmesi gerekir. Aynı durumun matematiksel modelleme etkinlikleri için de söz konusu olduğu ifade edilebilir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının hazır kaynakları kullanmanın yanında, bu kaynaklardan edinilen problemleri öğrencilerin ve öğrenme ortamının özelliklerine göre değiştirmeye birlikte öğrenme alanlarına hitap edecek ve aralarında ilişkilerin kurulmasına olanak sağlayıcı etkinlikleri tasarlama becerisine sahip olmaları gerektiği söylenebilir. Öğretmen adaylarının bu yetkinliklere sahip olmaları için matematiksel modelleme ilgili deneyim yaşamaları gerekmektedir. Ancak lisans düzeyindeki matematiksel modellemeyle ilgili uygulamalar çok kısıtlı düzeyde kalmaktadır (Aydın Güç ve Baki, 2019). Bununla birlikte yapılan araştırmalar, öğretmen adaylarının hem

farklı matematiksel modelleme aşamalarında hem de modelleme problemlerini tasarlama sürecinde güçlük çektiklerini ortaya çıkarmıştır (Aydın Güç, 2015; Eraslan,2012; Kula Ünver, Hıdıroğlu, Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2018; Sekerak, 2010; Sol, Gimenez ve Rosich, 2011; Taşpınar Şener, 2017; Yu ve Chang, 2011). Oysaki literatürde küçük yaşlardan itibaren öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleriyle gerçek dünya ve matematik arasında ilişkilendirme yapmalarına fırsat verilmesi konusunda fikir birliği mevcuttur (Borromeo Ferri, 2018; English ve Watters, 2004; English, Fox ve Watters, 2005; Wessels, 2014). Bu durum meslek hayatlarında, öğrencilerine bu tür olanaklar sağlaması beklenen öğretmen adaylarının eğitiminde, modelleme süreçlerinin ve modelleme problemi tasarlama becerilerinin gelişimine katkı sağlayacak uygulamaların gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

1.2 Amaç

Çalışmanın temel araştırma problemi “İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme süreç becerilerini, tasarladıkları modelleme görevlerinin model oluşturma etkinlikleri (MOE) prensiplerine uygunluğunu matematiksel modelleme eğitimi nasıl desteklemektedir ve geometri öğrenme alanında tasarlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencileriyle uygulanabilirliği ne düzeydedir?” şeklindedir. Araştırmanın alt problemleri ise şu şekilde belirlenmiştir:

1. Matematiksel modelleme eğitimi öncesinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?
2. Matematiksel modelleme eğitimi ilköğretim öğretmen adaylarının modelleme döngüsü becerilerini nasıl desteklemiştir?
3. Matematiksel modelleme eğitimi ilköğretim matematik öğretmeni adayları tarafından tasarlanan modelleme etkinliklerin MOE prensiplerine uygunluğunu nasıl desteklemiştir?
4. Matematiksel modelleme eğitimi sonrasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?
5. Geometri öğrenme alanında tasarlanan modelleme etkinliklerinde ortaokul öğrencileri hangi modelleme döngüsü becerilerini göstermişlerdir?
6. Geometri öğrenme alanında tasarlanan modelleme etkinliklerine yönelik ortaokul öğrenci görüşleri nelerdir?

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının eğitim süreciyle modelleme süreç becerilerinin gelişimine katkı sağlamak ve öğrenme alanlarını merkeze alarak yeni modelleme görevleri elde etmek amaçlanmıştır. Tasarlanan modelleme görevlerinin uygulanabilirliği ise ortaokulda gerçekleştirilen uygulamada incelenmiştir. Çalışmanın birinci alt problemi şu şekildedir: “Matematiksel modelleme eğitimi öncesinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?” Bu alt problemle, öğretmen adaylarının daha önce matematiksel modelleme deneyimi yaşayıp yaşamadıkları, matematiksel model ve modelleme hakkında var olan bilgileri ve düşüncelerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

İkinci alt problem olan “Matematiksel modelleme eğitimi ilköğretim öğretmen adaylarının modelleme döngüsü becerilerini nasıl desteklemiştir?” araştırma sorusuyla eğitim sürecinde öğretmen adaylarının hangi matematiksel modelleme süreç becerilerini gösterdiklerini ve eğitim sürecinin bu becerilere nasıl katkıda bulunduğunu açığa çıkarmak hedeflenmiştir.

Üçüncü alt problem olan “Matematiksel modelleme eğitimi ilköğretim matematik öğretmeni adayları tarafından tasarlanan modelleme etkinliklerin MOE prensiplerine uygunluğunu nasıl desteklemiştir?” araştırma sorusuyla ortaya çıkarılan ürünlerin değerlendirilmesi hedeflenmektedir. Eğitim süreci sonunda öğretmen adaylarının ürettikleri matematiksel modelleme problemlerinin MOE prensiplerine göre incelenmesi hedeflenmiştir. Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post (2000)’un ortaya koyduğu teorik çerçevede, gerçeklik, model oluşturma, öz değerlendirme, yapı belgelendirme, model genelleme ve etkili prototip olmak üzere altı prensip yer almaktadır. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının üretmiş oldukları modelleme görevlerinin bu teorik çerçeveye göre ne düzeyde olduğunu öğrenme ve uygulanan eğitim sürecinin bu problemleri üretmede etkili olup olmadığını görme fırsatı doğacaktır.

Çalışmanın dördüncü alt problemi “Matematiksel modelleme eğitimi sonrasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?” şeklindedir. Bu araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgularla öğretmen adaylarının deneyimledikleri eğitim öğretim sürecinin onların matematiksel model-modelleme ile ilgili kavramsal bilgilerine nasıl katkıda bulunduğuna ve modelleme etkinliklerinde hangi aşamalarda güçlük çektiklerine dair fikirlerini ortaya çıkarmak hedeflenmiştir. Dash (1999)’a göre eylem araştırmalarında problem durumuyla etkileşim içinde olan bireylerin bakış açısıyla yapılan değerlendirmeler önemli görülmüştür.

Araştırmanın beşinci alt problemi olan “Geometri öğrenme alanında tasarlanan modelleme etkinliklerinde ortaokul öğrencileri hangi modelleme döngüsü becerilerini göstermişlerdir?” araştırma sorusuyla, üretilen modelleme problemlerinin yer aldığı ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen etkinlikler neticesinde hangi modelleme döngüsü becerilerinin açığa çıktığını görmek amaçlanmıştır. Böylece ortaya koyulan matematiksel modelleme problemlerinin uygulanabilirliğini inceleme fırsatı doğmaktadır. Öğrencilerin hangi modelleme etkinliklerinde modelleme süreçlerinden başarıyla geçtikleri, hangilerinde sıkıntılar yaşadıkları belirlenerek, nedenlerin derinlemesine incelenmesi önemli görülmektedir (Chang, Krawitz, Schukajlow ve Yang, 2019).

Çalışmanın altıncı alt problemi “Geometri öğrenme alanında tasarlanan modelleme etkinliklerine yönelik ortaokul öğrenci görüşleri nelerdir?” şeklindedir. Bu araştırma sorusuyla öğrencilerin modelleme etkinlikleri hakkında ne düşündükleri, onları motive edip etmediği, zorlandıkları kısımların hangi aşamalar olduğunu belirlemek hedeflenmiştir.

Modelleme görevlerinde hem öğretmen adaylarının hem de ortaokul öğrencilerinin modelleme süreçlerinde nasıl hareket ettiklerini ortaya çıkarmak için Borromeo Ferri (2006) tarafından ortaya koyulan teorik çerçeveden yararlanılacaktır. Özetle modelleme etkinliklerinin ortaya çıkarılmasından, öğrencilerin bu modelleme etkinlikleriyle muhatap kılınmasına kadar geçen bu sürenin bütüncül bir bakış açısıyla incelenmesi amaçlanmıştır.

1.3 Önem

Matematiksel modelleme 1970'lerden beri gerçek dünya problemlerini çözme süreçlerini tanımlamak için bir şemsiye görevi görmektedir (Berry, 2002). Son yıllarda matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar hız kazanmıştır. Matematiksel modellemeye ilgili literatür incelendiğinde kuramsal çerçevesi ortaya koyulmuş, modelleme döngülerini (Berry ve Houston, 1995; Blum ve Leiß, 2007; Borromeo Ferri, 2006; Lesh ve Doerr, 2003), modelleme yeterliklerini (Blum ve Kaiser, 1997; akt. Maaß, 2006; Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards, 2007), bunları etkileyen faktörleri (Brand, 2014; Galbraith ve Stillman, 2001; Maaß, 2006) öğretmenler, öğretmen adayları ve farklı kademelerdeki öğrencilerin modelleme becerilerini ve görüşlerini inceleyen araştırmaları (Anhalt ve Cortez, 2016; Borromeo Ferri, 2018; Biccard ve Wessels, 2011; Bukova Güzel, 2011; Çakmak Gürel ve Işık, 2018; Eraslan ve Kant, 2015; Korkmaz, 2014; Tekin Dede ve Yılmaz, 2015) görmek mümkündür. Matematik eğitiminde model oluşturma etkinlikleriyle ilgili yapılan çalışmalar

incelendiğinde grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliklerinin geliştirildiği, öğretmen adaylarıyla ve hali hazırda görev yapan öğretmenlerle birlikte model oluşturma etkinliklerinin yapıldığı, belli bir modelleme görevine veya katılımcı grubuna odaklanıldığı, modellemeyle ilgili görüşlerin ortaya çıkarılmaya çalışıldığı görülmektedir (Bukova Güzel, 2011; Carlson, Larsen ve Lesh, 2003; Deniz ve Akgün, 2016; Elçi, 2020; Eraslan, 2011; Eraslan, 2012; Moore ve Diefes-Dux, 2004; Tekin, 2012; Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013a; Taşpınar Şener, 2017; Yu ve Chang, 2011). Ancak özel olarak öğrenme alanlarının merkeze alındığı matematiksel modelleme problemi tasarımının yapıldığı çalışmaya rastlanmamıştır. Bu bakımdan araştırmanın genelde öğrenme alanlarına, özelde ise geometri öğrenme alanına yönelik modelleme problemlerinin tasarlanması ve uygulanabilirliğinin incelenmesi bakımından literatüre katkı sağlayacağı söylenebilir. Bununla beraber amaç olarak modelleme anlayışıyla gerçekleştirilen çalışmaların araç olarak modelleme anlayışıyla gerçekleştirilen çalışmalara nazaran çok az olduğu bulgusuna ulaşılmıştır (Albayrak ve Çiltaş, 2017). Ayrıca bu yapılan çalışmalarda araştırmacılar tarafından yürütülen süreçler söz konusudur. Elde edilen olumlu sonuçların sürdürülebilir olması için modellemenin öğretmenler vasıtasıyla günlük matematik eğitime entegre edilmesi gerekir. Bunun için öğretmenlerin, matematiksel modelleme için gerekli olan anahtar bilgilere ve olumlu düşüncelere sahip olmalarının yanı sıra ihtiyaç duyulan bütün gerekliliklerin öğretmenlerle gerçekleştirilmesi gerekir (Blum, 1993; Doerr ve Lesh, 2011). Dolayısıyla öğretmenlerin, özellikle de öğretmen adaylarının bu anlayışa uygun bir eğitim-öğretim sürecinden geçmeleri gerektiği söylenebilir. Etkili bir eğitim süreciyle öğretmen adaylarının modelleme becerilerini geliştirmenin mümkün olduğu (Bukova Güzel, 2011) düşüncesinden hareketle, bu çalışmada öğretmen adaylarının modelleme becerilerini geliştirmelerine ve ortaokul matematik öğretim programındaki kazanımlara yönelik model oluşturma etkinliği tasarımlarına olanak sağlayacak bir eğitim süreci planlanmıştır. Çünkü Blum ve Borromeo Ferri (2009)'nin de belirttiği gibi sınıf uygulamalarıyla, her gün yaptığımız matematikle, hatta resmi programla modelleme arasında ciddi boşluklar mevcuttur. Bu boşluğun ana sebeplerinden biri modellemenin hem öğretmenler ve öğrenciler için hem de ihtiyaç duyulan gerçek yaşam bilgisi için zor olmasıdır (Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Öğrencilerin ve öğretmenlerin görüşlerini, tecrübelerini içeren çalışmaların modelleme süreçlerinde karanlıkta kalan noktaları aydınlatarak kişisel modelleme deneyimlerini daha kapsamlı anlamaya olanak sağladığı belirtilmiştir (Simon ve Cox, 2019). Bu bağlamda öğretmenlerin eğitim sürecinde modelleme öğretimiyle ilgili uygulamalara daha fazla yer verilmesi gerektiği söylenebilir. Eğitim fakültelerinin ilköğretim matematik öğretmenliği

programlarında seçmeli ders olarak yer alan matematiksel modelleme, Yüksek Öğretim Kurulu'nun düzenlediği yeni müfredatla birlikte 2018-2019 eğitim öğretim yılı itibarıyla zorunlu ders olarak programa eklenmiştir. Çalışmanın bir eylem araştırması modeliyle yürütülmesinden dolayı bu dersin içeriğinin düzenlenmesine ilişkin katkıda bulunabileceği düşünülmüştür. Ayrıca yapılan çalışmalardan farklı olarak geometri öğrenme alanında model oluşturmaya fırsat sağlaması beklenen modelleme örneklerinin uygulanabilirliği, ortaokul öğrencileriyle yapılan uygulamalarla da incelenmiştir.

Alanyazındaki matematiksel modellemeyle ilgili öğrencilerle yapılan çalışmaların var olan hazır problemlerle veya bu problemlerin uyarlanmış formlarıyla gerçekleştirildiği görülmektedir (Doruk ve Umay, 2011; English ve Watters, 2004; Eraslan, 2011; Ikeda, Stephens ve Matsuzaki, 2007; Kula Ünver vd., 2018; Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartin ve Gülbağcı, 2009; Sağırılı, Kırmacı ve Bulut, 2010; Tekin, 2012; Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013b; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Fakat hazır problemlerin uyarlanarak öğrencilere sunulması, öğrencilerin dilbilimsel veya bağlamsal nedenlerden dolayı problemi anlamalarına engel olabilir. Çünkü Plath ve Leiss (2018) özellikle akademik başarısı düşük olan öğrencilerin anlamada yaşadıkları sıkıntıların önüne geçmek için test maddelerini sadeleştirmeye ve dil bakımından kolaylaştırmaya yönelik çalışmaların olduğunu belirtmiştir. Öte yandan matematiksel dilin, matematiksel iletişime özgü kelimeleri içerebileceği gibi aynı zamanda özel matematiksel anlamlar içeren günlük yaşamdaki bağlamları da içerebileceği ifade edilmiştir (Morgan, Craig, Schuette ve Wagner, 2014). Dolayısıyla matematiksel dilin anlaşılması kültürden kültüre, ülkeden ülkeye farklılık arz edebilir. Örneğin farklı ülkeler farklı ölçü birimlerini kullanmaktadır (litre-galon, santimetre-inch, metre-feet, santigrat fahrenheit...). Bu durumun öğrencilerin düşünme biçimlerini etkileyebileceği gibi modelleme problemlerindeki başarılarını da etkilemesi muhtemeldir. Çünkü bireyden bireye farklı şekilde yorumlanan gerçeklik durumlarının (bağlamların) çözüm süreçleri üzerindeki etkisi göz ardı edilemeyecek kadar büyüktür ve anadilin, iletişim biçimlerinin, sahip olunan kültürün bağlamları anlamlandırmada ve yorumlamada etkisi bulunmaktadır (Busse ve Kaiser, 2003; Chang vd., 2019; Morgan vd., 2014; Plath ve Leiss, 2018). Simon ve Cox (2019) da öğrencilerin matematiksel bilgileri kullanma biçimlerinin, içinde bulundukları sınıf kültüründen etkilendiğini dile getirmiştir. Literatür incelendiğinde gerçekçi problemlerle ilgili sınıf uygulamalarının bağlam ya da dilden bağımsız olarak matematik içi boyutlara odaklanarak yürütüldüğü görülmektedir (Depaepe, De Corte ve Verschaffel, 2010). Bu nedenle bu çalışmada farklı olarak öğretmen

adaylarıyla birlikte özgün matematiksel modelleme problemleri üretmek ve bu problemlerin öğrencilere uygulanması amaçlanmıştır. Araştırmanın bu yönüyle de alanyazına katkıda bulunacağı ifade edilebilir.

Matematik eğitiminde yapılan araştırmaların başarısını etkileyen faktörlerden biri uygulanan görevin kalitesidir ve araştırma yaklaşımı 2000'li yıllardan bu yana kısa sorulardan oluşan geniş ölçekli anketlerden daha geniş kapsamlı az sayıda problemlerle öğrencilerin düşünme biçimlerini araştırmaya kaymıştır (Lesh vd., 2000). Gerek öğretim gerekse araştırma amacına uygun olan model oluşturma etkinlikleri özellikle 5-8. sınıf seviyeleri olmak üzere 4-12. sınıf seviyeleri için üretilen modelleme etkinlikleridir (Chamberlin ve Moon, 2005). Model oluşturma etkinlikleri hem uzun yıllar alabilen bilişsel araştırmalarla ortaya çıkarılan öğrencilerin farklı düşünme biçimlerini (revize, doğrulama, reddetme...) kısa bir zaman diliminde sergilemeleri, hem de öğrencilerin modellerinde ortaokul matematiği için önemli görülen becerilerin izleri görülmesi bakımından avantajlıdır (Lesh ve Doerr, 2003). Yani ortaokul seviyesindeki öğrenciler için model ve modelleme perspektifinin (model oluşturma etkinliklerinin) daha uygun olduğu belirtilebilir. Bu nedenle öğretmen adaylarından meslek hayatlarında da faydalı olabileceği düşünülen model oluşturma etkinlikleri tasarımları istenmiştir. Ayrıca Chamberlin ve Moon (2005) matematik öğretimi yapan hemen hemen herkesin belirli bir eğitim neticesinde model oluşturma etkinliği tasarlayabileceğini belirtmiştir. Ancak hem modellemenin tanımı ve ele alınış amacı hem de modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan eğitim öğretim ortamlarının nasıl olması gerektiği konusunda bir fikir birliğinden söz edilemez (Kaiser, Blomhøj ve Sriraman, 2006; Niss, Blum, ve Galbraith, 2007). Bu bakımdan öğretmen adaylarının da matematiksel modellemenin eğitimi için ileri sürülmüş tasarımlardan biri olan Borromeo Ferri (2018)'e ait kuramsal çerçeveye göre düzenlenmiş bir eğitim süreci neticesinde model oluşturma etkinlikleri tasarımları istenmiştir. Bu eğitim planına göre katılımcıların hem teorik hem de uygulamalı olarak matematiksel modelleme süreçlerini ayrıntılı bir şekilde deneyimlemeleri hedeflenmektedir. Bu bakımdan çalışmada uygulanacak matematiksel modelleme eğitim planı olarak tercih edilmiştir. Böylece bu çerçevenin öğretmen adaylarının eğitiminde ne derece uygulanabilir olduğu ve uygulama sonunda ortaya çıkan çıktıları değerlendirme fırsatı doğacaktır. Öte yandan modelleme etkinliklerinde bağlamların ve problemlerde yer alması gereken gerçek yaşam durumlarının önemi vurgulanmıştır (Morgan vd., 2014). Ancak ortaokul düzeyindeki birçok ortaokul öğrencisinin gerçeklikleri yetişkinlere göre farklılık arz etmektedir (Lesh vd., 2000). Bu nedenle ortaokul

öğrencileriyle yaş bakımından aralarında daha az fark bulunan öğretmen adaylarının geçmiş yaşantılarındaki gerçekliklerin ortaokul öğrencilerinin gerçeklikleriyle bir nebze benzerlik gösterdiği düşünülmüştür.

Erbaş ve diğerleri (2014) matematiksel modellemenin öğretim programında öneminin vurgulanmasına karşın, öğretim uygulamalarında nasıl yer alması gerektiğine yönelik çalışmaların yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Çalışmanın böyle bir öğretim ortamı tasarımıya yönelik bir alternatif sunması da beklenmektedir. Bu konuda yapılan çalışmalardan elde edilen birikimlerin, öğretim uygulamalarında kullanılmak üzere somut ürünler ortaya koyma noktasında yararlı olacağı vurgulanmıştır (Erbaş vd., 2014). Çalışmanın hem bütüncül bir bakış açısıyla model oluşturma etkinliklerine eğilmeyi hem de özgün modelleme örnekleri üretmeyi hedeflemesi bakımından literatüre katkı sağlaması beklenmektedir.

1.4 Sınırlılıklar

Bu çalışma;

- Ortaokul matematik öğretim programında yer alan kazanımlarla,
- İstanbul İli'nde yer alan bir devlet üniversitesi ve Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir ortaokulla,
- 2019-2020 ve 2020-2021 eğitim öğretim yılıyla,
- Belirtilen problem ve alt problemlere cevap aranmasıyla,
- Uygulama dönemlerinde Covid-19 pandemisinin getirdiği koşullarla

sınırlıdır.

1.5 Sayılılar (Varsayımlar)

Bu çalışmada;

- Araştırmaya katılan katılımcıların uygulamaya içtenlikle katılacakları ve açık uçlu anketlere samimiyetle cevap verecekleri,
- Çalışma grubunun yeterli olduğu,
- Uygulanacak olan veri toplama araçlarının yeterli olduğu,

varsayılmaktadır.

1.6 Tanımlar

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme gerçek yaşam problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği bir süreçtir (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiksel Model: Gerçek yaşam durumlarının yorumlanmasına, çözümlenmesine fırsat sağlayan zihinsel yapıların matematiksel bir forma dönüşmüş dış temsilleridir (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiksel Modelleme Yeterliği: Matematiksel modelleme süreçlerinde istekli olmakla beraber, gerekli olan uygun ve amaca yönelik yetenek ve beceriler bütünüdür (Maaß, 2006).

Matematiksel Modelleme Döngüsü: Gerçek durum, durumun zihinsel temsili, gerçek model, matematiksel model, matematiksel sonuçlar ve gerçek sonuçlar basamaklarından oluşan ve bu basamaklar arasında geçişlerin yapıldığı döngüsel süreçtir (Borromeo Ferri, 2006).

Model Oluşturma Etkinliği: Geleneksel sorulara verilen kısa cevapların ötesine geçerek, önemli sistemleri matematiksel olarak yapılandırmak, tanımlamak, manipüle etmek, tahmin etmek ve kontrol etmek için paylaşılabılır, değiştirilebilir, düzenlenebilir ve tekrar kullanılabilir kavramsal araçların işe koşulduğu problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Doerr, 2003).

BÖLÜM II: ALANYAZIN/İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematiksel model ve modelleme ile ilgili kuramsal bilgilerle, matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki önemi ve rolüne ilişkin yorumlar yer almaktadır. Bununla birlikte matematiksel modellemede araştırma alanları olarak matematiksel modelleme yeterliklerine, matematiksel modelleme döngülerine, model oluşturma etkinlikleri perspektifine ve geometri öğretimine ilişkin alanyazın taramasına yer verilmiştir. Bölüm öğretmen adayları ve ortaokul öğrencileriyle yürütülen ulusal/uluslararası çalışmaların özetlenmesiyle son bulmaktadır.

2.1 Matematiksel Model ve Modelleme

Okul matematiğinin, öğrencilerin gerçek yaşam problemlerinin üstesinden gelebilmeleri için gerekli olan becerileri, bilgileri ve tutumları onlara kazandırmayı amaçlaması gerektiği ve bu amaca ulaşmanın yüksek kalitede bir matematik eğitimiyle mümkün olacağı belirtilmiştir (Blum ve Leiß, 2007; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019). Okul matematik öğretim programıyla matematiksel düşünme, problem çözme, akıl yürütme, farklı temsilleri kullanma, aralarında geçiş yapabilme, dış dünyayı matematiksel olarak ifade etme, sembolleri, eşitlikleri kullanma, matematiksel ilişkilendirme yapma, matematiksel okur-yazarlık ve teknolojiyi etkin şekilde kullanma becerileri gibi evrensel hedefler gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013; Niss, 2004). Öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini geliştirmek de okul matematiğinin amaçları arasındadır. Matematik eğitiminde daha fazla yer alması gerektiği savunulan matematiksel modellemenin önemi son yıllarda birçok araştırmacı tarafından vurgulanmıştır (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Bukova Güzel, 2011; Deniz ve Akgün, 2016; Lesh ve Doerr, 2003; Maaß, 2006; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Niss, Blum ve Galbraith, 2007; Sriraman, 2006). Çünkü mevcut problemler, öğrencilerin matematiği daha etkili ve günlük hayatla ilişkili olarak anlamalarını sağlamada yetersiz kalmaktadır (Erbaş vd., 2014). Matematiksel modelleme yaklaşımı bu ilişkileri kurmak için eğitimcilere, araştırmacılara ve öğrencilere faydalar barındırmaktadır.

Matematiksel modelleme Borromeo Ferri (2018)'ye göre gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş olarak tanımlanmıştır. Blum (2002) matematiksel modellemeyi gerçek hayat problemlerini çözme becerilerini içeren karmaşık bir yeterlik olarak tanımlamıştır. Problemlerin uygun matematiksel modeller seçilerek ya da inşa edilerek

matematikselleştirilmesi gerçek dünyadan matematiğe geçişi ifade ederken; problemlerde sonuçların gerçek dünya bağlamına yorumlanması ya da doğrulanması matematikten gerçek dünyaya geçişi ifade etmektedir (Borromeo Ferri, 2018). Benzer şekilde Gravemeijer (2002) de modellemeyi problemlerde ortaya çıkan modeller ve sembolik anlamları organize etme süreci olarak tanımlamıştır. Greefrath ve Vorhölter (2016)'e göre ise gerçek hayat probleminden ortaya çıkan, daha sonra bir model vasıtasıyla tanımlanan ve bu modeli kullanarak çözümün gerçekleştiği sürecin tamamı matematiksel modellemedir. Berry ve Houston (1995) matematiksel modellemenin, problemleri matematiksel olarak çözmek için yöntem sağladığını belirtirken; matematiksel modeli ise problemde yer alan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel temsili olarak tanımlamıştır. Matematiksel modellemenin bütün araştırmacıların üzerinde kesin bir fikir birliğine vardıkları tek bir tanımı yoktur ancak şu ortak özellikler öne çıkmaktadır:

- Otantik bir şekilde gerçek dünya ile bağlantılıdır,
- Gerçek hayattaki bir olguyu açıklamak veya sistem hakkında tahminlerde bulunmak için kullanılır,
- Yaratıcı olma, seçim/tahmin yapma ve karar alma süreçlerini gerektirir,
- Tekrarlı bir süreçtir,
- Çoklu yaklaşımlara ve cevaplara olanak sağlar (Common Core Standarts, 2013).

Matematiksel model ve modelleme kavramlarına ayrı ayrı dikkat çekilmiştir. Sriraman (2006) “model” ile “modelleme” kavramları arasındaki farklılığı “süreç” ve “ürün” kavramları arasındaki farka benzeterek modeli, bir problem durumunda modelleme süreci sonucu ortaya çıkan ürün olarak tanımlamıştır. Görüldüğü gibi matematiksel model ile matematiksel modelleme kavramları aynı kavramlar gibi görünse de farklı anlamlar içermektedir. Matematiksel modelleme bir süreci ifade ederken, model ise bu sürecin sonunda ortaya çıkan fiziksel, sembolik ya da soyut temsilleri ifade etmektedir (Erbaş vd., 2014; Sriraman, 2006). Model, bileşenlerden, bu bileşenler arasındaki ilişkilerden, bu bileşenlerin nasıl etkileşime girdiğini açıklayan işlemlerden, ilişkilerden ve işlemler için kurallardan oluşan bir sistem olarak tanımlanmıştır (Chamberlin ve Moon, 2005, s. 39). Lesh ve Doerr (2003)'e göre matematiksel model harici gösterim sistemleriyle açıklanan ve başka sistemlerin davranış şeklini yapılandırmak, tanımlamak ya da açıklamak için -bazen de akıllıca bu sistemleri değiştirmek ve tahmin etmek için- kullanılan bileşenlerden, ilişkilerden, işlemlerden ve bu ilişkileri yöneten kurallardan meydana gelen kavramsal

sistemlerdir. Modelleme süreci de bu kavramsal sistemleri geliştirme faaliyeti olarak tanımlanmıştır (Lesh vd., 2000). Lesh ve Harel (2003) matematiksel modeli semboller, sözel ifadeler, teknolojik veya el ürünü diyagramlar, grafikler ya da tecrübelerle dayalı metaforlar içerebilen birbiriyle etkileşim içinde bulunan farklı temsilleri kullanarak açıklanan kavramsal sistemler olarak ifade etmişlerdir. Ancak her sistem bir model olarak işlev görmeyebilir. Lesh ve diğerleri (2000) bir sistemin model olabilmesi için başka bir sistemi tanımlaması ya da o sistemle ilgili düşünceleri, açıklamaları veya tahminleri sunması gerektiğini vurgulamışlardır. .Modeller;

- a) Problem çözme durumlarına yönelik ilişkili matematiksel nesneleri, ilişkileri, eylemleri, örüntüleri veya düzenlemeleri tanımlamak ya da açıklamaya ilişkin kavramsal sistemler,
- b) Açık bir şekilde belirlenmiş hedeflere ulaşmak için işe yarar yapılar, manipülasyonlar veya tahminleri üretmeye ilişkin prosedürler

olarak ele alınmıştır (Lesh ve Harel, 2003). Özetle model kavramının kavramsal ve prosedürel olarak iki farklı türde olduğu görülmektedir.

Matematik eğitimiyle öğrencileri, doğrudan veya dolaylı olarak günlük yaşama, profesyonel meslek hayatlarına kısaca geleceğe hazırlamak hedeflenmektedir. Sürekli yaşanan değişimler ve gelişmeler hayatı daha karmaşık hale getirmektedir. Öğrencilerin gerek günlük yaşamlarında gerekse meslek hayatlarında karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelebilmeleri için de daha gelişmiş yöntemlere ve becerilere başvurmaları gerekmektedir. Günümüzde sanayi, tıp ve mühendislik gibi uygulamalı alanlarda ihtiyaç duyulan üretimler artık tek bir bakış açısıyla ve tek bir disiplin aracılığıyla değil, disiplinler arası projelerle ortaya koyulmaktadır. Çünkü zaman, para veya kaynaklar gibi birçok kısıtlama barındırması bakımından uygulamalı bilimlerdeki problemler matematik, fizik, kimya gibi temel bilimlerde ortaya çıkan problemlerden farklıdır ve bu alanlardaki problemlere gerçekçi çözümler sunmak için çeşitli uzmanlık alanlarından faydalanmak gerekir. (Blomhøj, 2007; Sevinç ve Lesh, 2017). Benzer şekilde günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümü de verilenlerden hareketle belirli bir sonuca gidilen doğrusal bir süreçle gerçekleşmez ve bu problemler genellikle belirsiz, karmaşık birçok faktörü bünyesinde barındırır (English ve Mousoulides, 2015; English ve Watson, 2018; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019; Lesh ve Lehrer, 2003; Stillman, 2015). Somut-soyut, basit-karmaşık, sezgisel-formal gibi farklı çok boyutlu zihinsel süreçlerin işe koşulmasını gerektirmektedir (Lesh ve Doerr, 2003; Lesh ve

Yoon, 2004). Çeşitli sektörlerde kullanılan sistemler sadece basit sayılarla ve işlemlerle değil; konum, boyut, şekil ve kurallarla birlikte daha birçok değişkenle birlikte çalıştığından, bu sistemleri kurgulamak veya anlayabilmek için basit sayılarla işlemlerin ötesinde matematiksel olarak durumları açıklamayı içeren matematiksel düşünme formlarını kullanmak gerekir (Lesh ve Doerr, 2003). Bu durum okul matematiğinde, öğrencilerin motivasyonlarını ve başarılarını olumlu etkileyecek şekilde temel ihtiyaçlarını karşılayacak böyle öğrenme ortamlarının oluşturulmasını gerekli kılmaktadır (Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Ancak okullarda ne yazık ki, öğrencilere farklı alanlardaki bilgileri keşfedecekleri ve derinlemesine anlamaya çalışacakları karmaşık, açık uçlu görevler sunulmamaktadır (Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015). Bunun yerine öğrenciler, konunun kuramsal çerçevesini dinledikten sonra gerçekçi bağlamlardan uzak, klasik test kitaplarındaki sorulara benzer alıştırmalarla veya problemlerle muhatap kılınmaktadır. Tek bir sonucu olan basit kelime problemlerinin aksine açık uçlu gerçek hayat problemlerinin öğrencilerin kendi düşünme yollarını yansıtmalarına, belirsiz çözümlerinin yararsız olduğunu fark etmelerine ve problem durumuna her seferinde farklı şekilde yaklaşarak kendi kavramlarını ve çözüm yollarını geliştirmelerine fırsat sağlayacağı belirtilmiştir (Sevinç ve Lesh, 2017). Çünkü geleneksel kelime problemlerinde derinlemesine yorumlar yapmadan metinde var olan sayılarla gerçekleştirilen bir ya da birkaç işlemle çözüme ulaşmak mümkündür (Depaepe, De Corte ve Verschaffel, 2010; Sriraman, 2006; Zawojewski, 2010). Ancak modelleme problemlerinin anlaşılmadan rastlantısal işlemlerle çözülmesi mümkün değildir. Modelleme problemleri, kelime problemlerine göre ekstra matematiksel bilgilerle beraber çok daha farklı becerileri gerektirdiğinden, öğrenciler bu problemlerdeki gerçek hayat durumlarıyla uğraşırken onlara çözüm için yardımcı olacak matematiksel yapıları araştırma sürecine girmektedirler (Schukajlow, Achmetli ve Rakoczy, 2019). Modelleme süreçlerinde sürekli yorumlama gerektiren, değişen durumlara göre varsayımların tekrar değişebildiği, modelin revize edilebildiği karmaşık, dinamik bir anlayış söz konusudur (Zawojewski, 2010). Bununla beraber modelleme problemlerinin farklı yaklaşımlara ve çözüm yollarına olanak sağlaması nedeniyle öğrenciyi yaratıcı, eleştirel, esnek düşünme gibi çeşitli matematiksel düşünme biçimlerini uygulamaya teşvik ettiği vurgulanmıştır (English ve Mousoulides, 2015). Ayrıca modelleme süreçlerinde öğrencilerin tıpkı birer matematikçi gibi davranma fırsatı buldukları da belirtilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005; Simon ve Cox, 2019). Bu bağlamda gerçek hayatla bağlantılı bir matematik eğitimi anlayışı için matematiksel model ve modelleme yaklaşımı son yıllarda önem kazanan araştırma alanlarından biri olarak karşımıza çıkmaktadır.

Matematiksel modellemeye ilişkin farklı sınıflandırmalar ileri sürülmüştür. Araç olarak modelleme ve amaç (içerik) olarak modelleme en temel sınıflandırmalardan biridir. Araç olarak modelleme matematiksel kavramların, işlemlerin ve gerçekliklerin matematiksel modelleme yoluyla öğrenildiği yaklaşım olarak tanımlanmıştır (Julie, 2020). Bu yaklaşımda matematiksel kavramlar ya da ilişkiler problem durumunun bağlamında gizlidir. Öğrencinin bu gerçeklikleri modelleme sürecinde anlamlandırması beklenir. İçerik olarak modelleme ise matematiksel kavramların ve işlemlerin bir modelleme sürecinin sonucunda ortaya çıkmadığı, doğal ve sosyal olgular için matematiksel modeller yapılandırmayı amaçlayan, modellerin incelenmesi, tahlili, eleştirisi, genişletilmesi veya uyarlanmasıyla matematiksel modelleme süreçlerinin altında yatan yapılarla ilgilenen yaklaşımdır (Julie, 2002). Araç olarak modelleme yoluyla programda belirtilen kazanımların öğretimi hedeflenmektedir. Ancak içerik olarak modellemenin öğretiminde söz konusu olan modelleme sürecinin kendisidir. Bu iki yaklaşımın formüle etme, matematikselleştirme, çözüm, yorumlama ve değerlendirme süreçlerinin modellemede asli unsurlar olduğu konusunda fikir birliği vardır (Stillman, 2015). Benzer şekilde Gravemeijer ve Stephan (2002) tarafından “ortaya çıkan modeller (emergent models)” kavramı öne sürülmüştür. Bir öğretim yaklaşımı olarak ortaya çıkan modeller anlayışına göre problem bağlamında yer alan informal veya sezgisel olarak oluşturulan modelin (model-of) geliştirilerek daha genel, soyut veya formal durumları açıklayacak model (model-for) haline getirilmesi amaçlanmaktadır (Gravemijer, 2007). Bu yaklaşım Hollanda’da yer alan Freudenthal Enstitüsü’nde yapılan çalışmalarla ve Freudenthal (1968) tarafından ortaya atılan “Gerçekçi Matematik Eğitimi” paradigmasıyla yakından ilişkilidir (Akt. Verschaffel, Greer ve De Corte, 2007). Ortaya çıkan modeller anlayışının daha sonra ayrıntılı bir şekilde ele alınacak olan Lesh ve Doerr (2003)’e ait model ve modelleme perspektifiyle kendilerine has özelliklere sahip olmalarına rağmen benzer olarak görülebilecekleri belirtilmiştir (Sevinç ve Lesh, 2017).

Matematiksel modellemeye dair ICMI ve ICTMA’da yer alan geçmiş çalışmaların bir araya getirilmesiyle oluşturulmuş kapsamlı sınıflamalardan biri Kaiser ve Sriraman (2006)’a ait sınıflandırmadır (Aztekin ve Taşpınar Şener, 2015). Bu sınıflandırmaya göre hizmet ettiği amaca ilişkin olarak gerçekçi (uygulamalı) modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel modelleme, sosyo-kritik modelleme, epistemolojik (teorik) modelleme ve bilişsel modelleme olmak üzere altı farklı modelleme yaklaşımı mevcuttur.

1. Gerçekçi (Uygulamalı Modelleme): Bu modelleme anlayışında pragmatik bir tutum söz konusudur ve mühendislik, uygulamalı matematik gibi alanlarda yer alan gerçek

- hayat problemlerinin çözümü amaçlanmaktadır (Aztekin ve Taşpınar Şener, 2015). Bu anlayış Anglo-Sakson pragmatizminin izlerini taşımaktadır ve öğrencilerde modelleme becerilerinin geliştirilmesi bu yaklaşım için önemlidir (Erbaş vd., 2014; Kaiser ve Sriraman, 2006).
2. Bağlamsal Modelleme: Bu modelleme yaklaşımında Amerika’da uzun zamandan beri bir gelenek olan kelime problemlerinin çözümü ele alınmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Bu problemler yoluyla öğrencilerin otantik durumlar ve uygun bağlamlarla matematiksel kavramları anlamlandırmaları amaçlanmaktadır (Erbaş vd., 2014). Model oluşturma etkinlikleri bu anlayış içinde değerlendirilmektedir (Taşpınar Şener, 2017).
 3. Eğitimsel Modelleme: Bu yaklaşım kendi içinde öğrenme sürecinin yapılandırılması ve geliştirilmesini amaçlayan “didaktik (öğretici) modelleme”, kavram sunumu ve gelişimini amaçlayan “kavramsal modelleme” olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Uygun öğrenme ortamlarının oluşturulması yoluyla öğrencilere kavram öğretimi hedefleyen bu anlayış, gerçekçi ve bağlamsal modelleme yaklaşımlarının kombinasyonu olarak düşünülebilir (Erbaş vd., 2014).
 4. Sosyo-Kritik Modelleme: Etrafımızı çevreleyen dünyayı anlamının amaçlandığı bu yaklaşımda, içinde yaşanılan toplumun, kültürün eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirilmesi amaçlanmaktadır (Aztekin ve Taşpınar Şener, 2015; Kaiser ve Sriraman, 2006). Etno-matematik boyutuna odaklanarak öğrencilerin güncel konulara dair kullanabilecekleri eleştirel düşünme becerilerini kazanmaları hedeflenmektedir (Erbaş vd., 2014).
 5. Epistemolojik (Teorik) Modelleme: Bu anlayışta matematiksel modelleme bir teorinin ortaya atılması ya da geliştirilmesi sürecinin bir parçası olarak ele alınmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Bağlamin arka planda olduğu bu modelleme türünde matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler önemlidir (Erbaş vd., 2014).
 6. Bilişsel Modelleme: Bu yaklaşımda modelleme süreçlerinde yer alan bilişsel süreçleri anlama, analiz etme ve modelleri ya da genelleme, soyutlama gibi zihinsel süreçleri kullanarak matematiksel düşünme süreçlerini anlamlandırmak amaçlanmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006). Modelleme etkinlikleri yoluyla öğretmenler, öğrencilerin düşünme süreçleri hakkında daha net bilgi sahibi olma fırsatı yakalamaktadırlar (Erbaş vd., 2014). Öğrencilerin zihinsel süreçlerini analiz

etmek ve tanılamak, karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelmek amacıyla kullanılan modelleme döngüleri örnek olarak gösterilebilir.

Öznel yorumlar içeren bu sınıflandırmadaki farklı modelleme türlerini keskin hatlarla birbirinde ayırmak mümkün olmayabilir (Erbaş vd., 2014).

2.1.1 Matematiksel Model ve Modellemenin Önemi

Spainer (1992) matematiksel modellemenin, mühendislik ve fizik gibi alanlarda ortaya çıkan karmaşık problemleri çözmeye çalışan matematikçilerin yer aldığı bir klinikte ortaya çıktığını ve 1970'li yıllara uzandığını belirterek, 1980'lerden itibaren okul matematiğiyle bütünleştirilmesi gerektiği konusunda yükselen bir eğilimden bahsetmiştir (Akt. Blum, 1993). 1990'lı yılların başından itibaren ise matematiksel modellemeye daha fazla önem vermeye başlanmıştır (English, Ärlebäck, ve Mousoulides, 2016). Amerika Birleşik Devletleri, Avustralya, Güney Afrika, Brezilya, Almanya, Hollanda, Danimarka ve İspanya gibi birçok ülke matematiksel modellemeyi öğretim programlarına dâhil etmiştir (Ferrando ve Albaraccín, 2019; Julie, 2020; Kaiser ve Brand, 2015; Niss, 2010; Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015; Stillman, Kaiser, Blum ve Brown, 2013). NCTM (2000) matematiksel modellemenin öğrencilerin hem günlük yaşantıları için hem de gelecekleri için önemli olduğunu vurgulamıştır. Blum (1993) matematiksel modellemenin öğrencilerin gerçek durumlarla uğraşması bakımından pragmatik, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri bakımından duyuşsal, entelektüel tarihi ve bilimsel şahsiyetlerin de modelleme benzeri süreçler uygulamaları bakımından kültürel ve derinlemesine anlamayı sağlaması bakımından psikolojik faydaları olduğunu vurgulamıştır. Matematiksel modelleme öğrencilere gerçek hayatlarıyla matematik arasında anlamlı ilişkiler kurmalarına olanak sağlamaktadır (Julie, 2002).

Modelleme problemleri üzerinde çalışırken matematiksel prosedürleri uyguladıkları için öğrencilerin, matematiksel bilgilerini geliştirme fırsatı yakalayacaklarını belirtilmiştir (Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015; Zawojewski, 2010). Okul matematiğinde öğrenilen bilgilerin hangi durumlarda nasıl uygulanacağını, ne işe yarayacağını bilmenin matematiksel kavramların ve becerilerin gelişimi için faydalı olduğu bilinmektedir. Matematiksel modelleme problemleriyle uğraşırken öğrenciler matematiksel dünya ile gerçek dünya arasında ilişki kurma fırsatı yakalamaktadırlar ve bu yolla önemli matematiksel kavramların önemine dair farkındalık oluşturmaktadırlar (English, Ärlebäck, ve Mousoulides, 2016). Klasik problem çözme anlayışının bu konuda yeterli olmadığı söylenebilir. Klasik problem

çözmede sunulan problem durumlarında da yine matematiksel modelleme süreçlerinin içerdiği beceriler kullanılır; ancak modelleme sürecinin matematikselleştirme kısmı zaten halledilmiştir ve bu kısım modelleme yapan kişiye göre basittir (Niss, 2010). Modelleme problemini çözen kişi gerçek modeli formüle etmek için verilmeyen bilgilerle ya da özellikle problemde bahsedilmeyen niceliklerle ilgili varsayımlarda bulunmaya ihtiyaç duyar (Chang vd., 2019; Dede ve Taşpınar Şener, 2021). Aynı şekilde gerçek yaşamda karşılaşılan sorunlar, ayrıntılı bir şekilde bu sorunu ortadan kaldırmamız için hazır bilgilerle gelmemektedir. Yani gerçekçi problemler öğrencilerin durumu matematiksel hale getirmek için düşüncelerini sağlamaktadır. Böylece hem matematikselleştirme aşamasında hem de modelleme sürecinin diğer aşamalarında öğrenci ne yaptığının farkında olarak üstbilişsel becerilerini geliştirme fırsatı yakalayacaktır. Bununla beraber öğrencilerin, karmaşık modelleme problemleri sayesinde tek bir çözüme odaklanmak yerine özgürce hareket edebilecekleri bir çözüm uzayına girmeleri sağlanmaktadır (Simon ve Cox, 2019). Problemin çoklu çözümlerinin ve farklı stratejilerle çözülebildiğinin farkına varan öğrencilerin planlama ve uygulama sürecini izleme becerileri olumlu etkilenmektedir (Schukajlow ve Krug, 2013). Bütün bunlara ek olarak matematiksel modellemenin günümüzde önem kazanan becerilerden biri olan organizasyon becerilerine de katkı sağladığı söylenebilir. Grup çalışmalarıyla gerçekleştirilen modelleme etkinliklerinde öğrenciler birbirlerinin fikirlerini değerlendirme, eleştirme, arkadaşlarıyla fikir alışverişinde bulunma, iletişim becerilerini geliştirme yoluyla birlikte çalışma anlayışı geliştirmektedirler (Stohlmann ve Yang, 2021; Zawojewski, 2010). Modelleme problemleri sayesinde sınıf içinde küçük grup ve büyük grup çalışmaları teşvik edilebilir. Hatta aynı modelleme problemiyle farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerle çalışmak mümkündür. Bu şekilde ortaya çıkan farklı modeller yardımıyla açık uçlu modelleme problemlerinin öğretim programındaki içeriklerle bütünleştirilmesine olanak sağlanacağı belirtilmiştir (Ferrando ve Albaraccín, 2019). Bununla beraber öğrencilerin grup içi dinamiklere aşina olarak önemli becerilerden biri olan takım halinde çalışmayı gelecekteki meslek hayatında kolaylıkla uygulama fırsatı elde edecekleri ifade edilebilir. Özetle, modelleme problemleriyle gerçekleştirilen etkinliklerin öğrencilerin yaratıcılıklarına ve yaratıcı düşünme için önemli görülen akıcı düşünme, değerlendirme, ayrıntılı düşünme, öz-düzenleme, öz-değerlendirme ve genelleştirme becerilerine katkı sağlayacağı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine yardımcı olacağı belirtilmiştir (Amit ve Gilat, 2013; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Gilat ve Amit, 2012; Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015). Chamberlin ve Moon (2005) modelleme etkinlikleri yoluyla öğrencilerin yaratıcılıklarını geliştirmeye beraber bu

tür problemlerin üstün yetenekli öğrencileri fark etmek için de araç olarak kullanılabileceğinden söz etmiştir.

2006'da, ülkemizde uluslararası öğrenci değerlendirme programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) kapsamında gerçekleştirilen sınav sonuçlarına göre, öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansı ortalama puanları 424'tür (OECD, 2006). 2009'daki sınavda matematik okuryazarlığı performansı ortalaması 445 olmuştur (OECD, 2009). 2012 yılındaki sınavda bu ortalama 448 iken; 2015 yılı için bu ortalama 420 olarak kaydedilmiştir (OECD, 2013; OECD, 2017). 2018 yılındaki matematik okuryazarlığı performansı ortalaması ise 454'tür (OECD, 2019). Sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda bütün yıllarda alınan bu puanlar, OECD ortalamasının altında kalmaktadır. Tablo 2.1'de ortalama puanların ve Türkiye sıralamasının yıllara göre değişimi görülmektedir.

Tablo 2. 1. Yıllara Göre PISA Matematik Okuryazarlığı Ortalama Puanları

	PISA 2018	PISA 2015	PISA 2012	PISA 2009	PISA 2006
OECD Ortalaması	489	490	494	496	484
Türkiye Ortalaması	454	420	448	445	424
Sıralama	42	50	44	41	43
Katılan Ülke Sayısı	78	72	65	65	57

* Ortalama puanda sadece OECD ortalaması baz alınırken, sıralamada sınava katılan bütün ülkeler baz alınmıştır.

PISA'nın matematik okuryazarlığı bölümünde yer alan problemlerin matematiksel modelleme süreçlerinde de yer alan a) durumları matematiksel olarak formüle etme, b) matematiksel kavramları, gerçeklikleri, işlemleri kullanma ve akıl yürütme, c) matematiksel sonuçları yorumlama uygulama ve değerlendirme becerilerinden en az birini değerlendirmek üzere düzenlendiği belirtilmiştir (Chang vd., 2019; Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Öğrencilerde matematiksel modelleme becerilerini geliştirmenin, uluslararası düzeyde yapılan sınavlarda sıralamayı üst seviyelere taşımada etkili olacağı söylenebilir.

Okullarda matematiksel modelleme belirli bir problemi çözmek için ya da öğrencilerin sosyal-kişisel dünyalarındaki problemleri tanımlamaları ve çözmeleri için modelleme becerilerini geliştirmek amacıyla yapılmaktadır (Stillman, 2015). Matematiksel modelleme öğrencilerin profesyonel meslek ve sosyal hayatlarıyla oldukça ilişkili olması bakımından

matematik eğitiminde önemli konulardan biridir ve birçok ülkede öğrencilerden modelleme problemlerini çözme becerilerini kazanmaları istenmektedir (Rellensmann, Schukajlow ve Leopold, 2017; Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015). Okul uygulamalarında gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinlikleri, öğrenciler ve öğretmenler açısından birçok fayda barındırmaktadır. Modelleme problemleriyle uğraşırken problemi çözmek için seçtikleri stratejiler ve yaptıkları yorumlarla öğrencilerin sahip oldukları kavramsal bilgileri açığa çıkmaktadır (Lesh ve Harel, 2003). Çünkü özellikle grup çalışmalarıyla gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri sayesinde öğrencilerin öğrenme süreçlerini belgelendirmeleri sağlanmaktadır (Doerr ve English, 2003; English ve Watson, 2018). Öğretmenlerin bu yolla öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri hakkında fikir sahibi olacağı söylenebilir. Bununla birlikte öğretmenlerin öğrencileri hakkında hangi içerik ve stratejik bilgilere sahip olduklarını bilmeleri, onlara sonraki aşamalarda öğrencilerine ne tür ve hangi zorluk düzeyinde modelleme durumları sunacağı ile ilgili bilgiler de sunmaktadır.

Modelleme problemleri tek bir çözüm yoluna ya da tek bir sonuca bağlı olmamaları bakımından da öğrencilere bazı yararlar sunmaktadır. Geleneksel anlayıştaki sonuç odaklı ve tek yönlü bir anlayışın yerini, matematiksel modelleme uygulamalarında dinamik bir süreç almaktadır. Düşünme sürecinde ortaya çıkan ilk modelin illa ki çözümün tamamını kapsaması veya tam anlamıyla kusursuz bir model olması beklenemez (Lesh ve Doerr, 2003; Simon ve Cox, 2019). Bu prototipleri değiştirmek veya geliştirmek mümkündür. Modelleme süreçlerinde öğrenciler serbestçe hareket edebilmektedirler. Öğrenciler, başlangıçta ortaya çıkan modelleri açıklayarak, teste tabi tutarak ve yeniden düzenleyerek modelin eksik ya da sınırlı yönlerini fark edip modellerini geliştirme fırsatı yakalamaktadırlar (Zawojewski, 2010). Başlangıçtaki modelleri problem durumunda yer alan ayırık yüzeysel bilgilere odaklanırken; sonraki modellerde gittikçe daha derin yapılar ve düzenlemeler görülmeye başlanır (Lesh ve Doerr, 2003). Bu durum öğrencilerin gereksiz olarak duygusal sıkıntıya girmelerini de önlemektedir (Thanheiser ve Jansen, 2016).

2.1.2 Matematiksel Modellemede Bağlamanın Rolü

Matematiksel modelleme problemlerinin etkili olmalarını sağlamanın bir yolu uygun bağlamları seçmektir (Niss 2010). Türk Dil Kurumu (TDK) sözlüğünde bağlam (kontekst) bir dil birimini kuşatan, önünde veya sonrasında gelen, o birimi etkileyen ve onu anlamlı hale getiren, değerini belirleyen birim ya da birimler olarak tanımlanmıştır. Matematiksel modellemede bağlamlar çok önemli role sahiptir (Busse ve Kaiser, 2003). Wedege (1999)

bağlamı etkinlikteki, kelime problemlerindeki, alıştırmalardaki, materyallerdeki vs. temsil edilen gerçeklik olan “görev bağlamı” ve matematiğin öğrenildiği, bilindiği veya kullanıldığı tarihi, psikolojik, sosyolojik ilişkiler olan “durum bağlamı” olmak üzere ikiye ayırmıştır. Leiss, Plat ve Swippert (2019) de bağlam derinliğinin (problemin karmaşıklığının) basitten zora kelime problemlerine giydirilen kıyafetlerden otantik modelleme problemlerine doğru değişebileceğinden söz etmiştir. Başka bir deyişle klasik kelime problemlerindeki durumun anlaşılması için modelleme problemlerindeki gibi ekstra matematiksel bilgiye ihtiyaç duyulmadan, sadece matematiksel çözüm süreciyle sonuca ulaşmak mümkündür. Bu konuda Stillman ve Galbraith (1998) kitaplardaki tamamen yapılandırılmış kelime problemleriyle matematiksel modelleme problemleri arasındaki en temel farklardan birinin problemin amacının iyi tanımlandığı, problemin günlük dille ifade edildiği, fakat problemin ortaya çıktığı günlük yaşam durumlarını dikkate alarak ekstra matematiksel bilgilerle yorumlandığı bağlamlar olduğunu belirtmiştir. Modelleme problemlerinin hangi gerçekliklerle temsil edildiği, hangi günlük yaşam durumlarında, disiplinlerde veya olgularda ortaya çıktığı önemlidir. Çünkü Wedege (1999) matematiği bağlamsal bir uğraş olarak görmüş ve bağlamdan bağımsız bir matematiğin düşünülemeyeceğini belirtmiştir. Öğrencilerin akıl yürütme düzeyleri modelleme durumunda verilen yapılara, bağlamlara ve temsillere göre değişebileceği gibi anbean da değişebilir (Lesh ve Doerr, 2003). Gravemeijer (2002) de kültürel araçların içinde bulundukları sosyal uygulamalarla anlam kazandığını vurgulamıştır. Öğrenciler okula, okul dışındaki yaşantıları yoluyla elde ettikleri birikimleriyle beraber gelmektedirler. Karşılaştıkları problemlere, etkinliklere, konulara olan bakışları ve yaklaşım tarzları bu yaşantılardan bağımsız düşünülemez. Nitekim Busse ve Kaiser (2003) çalışmalarında, modelleme problemlerinde öğrenciye sunulan bağlamların kişiden kişiye farklılık arz ettiğini ve çözüm sürecine tahmin edilemeyecek kadar büyük bir etkisi bulunduğunu göstermişlerdir. Öğrencilerin modelleme problemlerinde kendi yaşamlarından, kültürlerinden, çevresinden izler taşıdığını gördükleri takdirde, o problemin çözümüne dair daha da istekli olacakları söylenebilir. Öte yandan öğrencilerde önceden var olan formal ve informal bilgilerin bazı modelleme döngülerinde yer alan durumun zihinsel modelini (temsili) (bkz. Borromeo Ferri, 2006; Blum ve Leiß, 2007) oluşturmada kolaylık sağladığı belirtilmiştir (Stillman, 2015; Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Leiss, Plat ve Schwippert (2019) da karmaşık bir durumda, durum modeli için metni anlamının önemli olduğunu; metni doğru anlamının da dilsel-baglamsal faktörlerden etkilendiğini ifade etmiştir. Çünkü problemi anlama aşaması bütün modelleme döngüsüne temel teşkil

ettiğinden diğer adımlara nispeten daha önemli görülmüştür (Leiss, Schukajlow, Blum, Messner, ve Pekrun, 2010; Plath ve Leiss, 2018). Problemi anlama konusunda sıkıntı yaşayan öğrencinin diğer basamaklarda bilinçli bir şekilde hareket etmesi beklenemez.

Bağlamlar olumlu etkiye sahip olabilecekleri gibi aynı şekilde olumsuz etkiye de sahiptirler ve geçmiş yaşantılardan veya duygusal etkenlerden kaynaklı olarak modelleme probleminden öğrenciyi uzaklaştırabilir (Busse ve Kaiser, 2003). Bu bakımdan öğretmenlerin çok iyi birer gözlemci olmaları ve öğrencilerin çözüm süreçlerinde istekli olmalarını sağlayan bağlamları kullanması önemlidir. Örneğin modelleme problemlerinde futbol bağlamını kullanmak erkek öğrencilerin daha fazla ilgisini çekerken, kız öğrencileri problemin çözümü konusunda isteksiz hale getirecekse senaryonun değiştirilmesi düşünülebilir.

2.2 Matematiksel Modelleme Yeterlikleri

Matematiksel modelleme süreçleriyle matematiksel modelleme yeterlikleri arasında güçlü bir ilişki mevcuttur (Maaß, 2006). Yeterlikler, matematiksel modellemeyi soyut yapısından dolayı temellendirmek ve değerlendirmek zor olduğundan referans noktası olarak kullanılabilecek iyi tanımlanmış standartlar ortaya koymak amacıyla 1990'lı yıllarda ortaya atılmış; fakat günümüzde başlı başına psikolojik ve pedagojik bir araştırma alanı haline dönüşmüştür (Kaiser ve Brand, 2015). Modelleme yeterlikleri birbiriyle ilişkili bilişsel-pratik becerilerin, bilgilerin, motivasyonun, değerler sisteminin, tutumların, duyguların ve diğer sosyal-kişisel bileşenlerin bir araya gelmesiyle belirlenmiştir (OECD, 2002, s.8). Niss (2004) matematiksel yeterliği, bir kişinin matematiğin rol aldığı veya alabilecek olduğu farklı iç-dış matematiksel bağlamlarda ya da durumlarda matematiği anlama, yargılama, uygulama ve kullanma becerisi olarak tanımlamıştır. Niss, Blum ve Galbraith (2007)'e göre ise matematiksel modelleme yeterliği şu şekilde tanımlanmıştır:

Matematiksel modelleme yeterliği, verilen bir gerçek dünya durumuyla ilgili soruları, değişkenleri, ilişkileri veya varsayımları belirleme, bunları matematiğe dönüştürme, yorumlama ve bu durumla ilgili matematiksel problemi sonuçlandırarak çözüme becerisiyle beraber yapılan varsayımları araştırarak, özellikleri kontrol ederek verilen modeli analiz etme ve karşılaştırma yapma becerilerinin bütünüdür (s.12).

Blomhøj ve Jensen (2003) yeterliği “kişinin karşılaştığı durumdaki zorlukları karşılayacak şekilde harekete geçmeye hazır olması” olarak tanımlamışlardır (s.126). Matematiksel

modelleme yeterliklerini Stillman ve diğerkleri (2007)'nin çalışmasında ayrıntılı olarak görmek mümkündür:

- Gerçek Yaşam Durumu → Gerçek Yaşam Problem Durumu
 - Problemin bağlamını netleştirme
 - Basitleştirici varsayımlarda bulunma
 - Stratejik durumları belirleme
 - Stratejik durumların doğru bileşenlerini belirleme
- Gerçek Yaşam Problem Durumu → Matematiksel Model
 - Cebirsel modele geçiş için bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleme
 - Özgün olarak tanımlanan bağımsız değişkeni fark etme
 - Formülün uygulanması için bileşenleri matematiksel olarak temsil etme
 - İlişkili varsayımlarda bulunma
 - Hesaplamayı yapmak için teknolojik/matematiksel tabloları seçme
 - Formüllerin çoklu durumlara uygulanmasını sağlamak için teknolojik araçları seçme
 - Modelin grafiksel temsili için teknolojik araçları seçme
 - Cebirsel denklemi doğrulamak için teknolojik araçları seçme
 - Bir grafiği fonksiyonun temsili olarak algılama ancak cebirsel denklemi doğrulamak için bir veri çizim aracı olarak algılamama
- Matematiksel Model → Matematiksel Çözüm
 - Uygun sembolik formülü uygulama
 - Daha karmaşık fonksiyonu üretmek için cebirsel sadeleştirme sürecini uygulama
 - Hesaplamayı yapmak için teknolojik/matematiksel tabloları kullanma
 - Çoklu durumlarda formülleri uygulanmak için teknolojik araçları kullanma
 - Grafiksel temsili oluşturmak için teknolojiyi kullanma
 - Farklı gösterimlere ait kuralları doğru şekilde kullanma
 - Teknoloji kullanarak cebirsel modeli doğrulama
 - Çözümün yorumlanmasını sağlamak için ek sonuçlar elde etme
- Matematiksel Çözüm → Gerçek Yaşam Çözümü
 - Matematiksel çözümleri gerçek yaşamdaki karşılıklarıyla belirleme
 - Gerçek yaşam durumları açısından geçici ve nihai matematiksel sonuçları bağlama uyarlama (rutin → karmaşık)
 - Yorumları doğrulamak için argümanları birleştirme
 - Yeni yorumu desteklemek üzere gerekli olan sonuçları üretmek için engellerin kolaylaştırılması
 - Yorumlayıcı bir soruyu ele almadan önce matematiği dâhil etme ihtiyacının farkına varılması
- Gerçek Yaşam Çözümü → Modeli Tekrar Gözden Geçirme veya Çözümü Kabul Etme
 - Beklenmedik geçici sonuçları gerçek durumla aynı noktaya getirme
 - Matematiksel sonuçların gerçek dünyaya etkilerini düşünme

- Problemin matematiksel ve gerçek yaşam boyutlarını aynı noktada buluşturma
- Geçerli bir çözüm için engellerin ne ölçüde kolaylaştırılması gerektiğinin bir sınırı olduğunun farkına varma
- Modelin genellenebilirliğinin gerçek yaşam durumu için yeterli olup olmadığının düşünülmesi (s. 691).

Bütün bu özelliklerle beraber yeterlikler sadece becerileri değil aynı zamanda gerçek hayatta bunları yansıtıcı olarak kullanabilmeyi ve bu becerileri eyleme dönüştürmede istekli olmayı da içermektedir (Kaiser, 2007; Maaß, 2006). Simon ve Cox (2019) da modellemenin duygularla beraber ilerleyen bir süreç olduğunu vurgulayarak, bu süreçte öğrencilerin gurur, hüsrana, başarı ve endişe gibi duyguları hissedebileceklerini dile getirmişlerdir. Özetle matematiksel modelleme yeterlikleri bireyin modelleme süreçlerinden başarıyla geçmesi için gerekli olan bilişsel ve duyuşsal faktörlerin bütünü olarak ele alınabilir. Modelleme yeterliklerine yönelik farklı yaklaşımlar olsa da modelleme döngüsünde yer alan aşamalar aracılığıyla işlevsel hale getirilebileceği konusunda görüş birliği mevcuttur (Julie, 2020). Başka bir deyişle matematiksel modelleme süreçlerinin başarıyla yürütülebilmesi için gerekli olan soyut bilgi, beceri ve kişisel özellikleri içeren modelleme yeterlikleri modelleme döngüleri yardımıyla görünür hale gelmektedir. Nitekim Kaiser ve Brand (2015) model oluşturma becerileri olarak tanımladıkları yeterlikler için gerçek dünyadan matematiksel dünyaya gidilen ve sonra tekrar gerçek dünya ile son bulan döngüsel süreçteki farklı aşamaları işaret etmektedir.

Matematiksel modelleme yeterlikleri konusunda öğrencilerin yetkin hale gelmeleri sağlanmalıdır. Ancak literatüre bakıldığında birçok çalışma öğrencilerin modelleme yeterlikleri konusunda sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir (Blum, 2011). Modelleme yeterliklerinin gelişimi konusunda sergilenmesi gereken yaklaşımlar, yaklaşımlardaki boyutlar, değerlendirme yöntemleri ile ilgili konuları ele alan farklı ekoller ortaya çıkmıştır. Danimarka ekolünde yer alan Blomhøj ve Jensen (2007) bir kişinin modelleme yeterliklerindeki üç boyuta dikkat çekmiştir;

- a) Öğrencinin çalıştığı modelleme sürecinin bir aşamasıyla ilişkili olan kapsam ve düşünme seviyesi,
- b) Matematiğin kullanıldığı teknik seviye,
- c) Öğrencinin modelleme yaptığı durumun alanını tanımlayan eylemin kapsamı.

İlk boyutta matematiksel modellemenin kendisiyle ilgili beceriler, ikinci boyutta matematiksel kavramlar, işlemler vs. ve üçüncü boyutta da karşılaşılan durumun bağlamıyla matematik arasındaki ilişkinin kurulması önemli görülmektedir. İngiliz-Avustralya

ekolünün amacı modelleme kurslarının etkinliğini değerlendirmek için derecelendirme ölçekleri, değerlendirme şemaları ve modelleme testleri geliştirmek ve teorik sorular yoluyla yetkin-acemi modelleme yapanlar arasındaki farkları ortaya koymaktır (Kaiser ve Brand, 2015). Izard, Crouch, Haines, Houston ve Neill, (2003) tarafından geliştirilen test buna örnek olarak verilebilir. Bu testte modelleme sürecindeki 8 farklı aşama ayrıntılı hale getirilerek her bir aşamaya yönelik bir madde oluşturulmuştur. Bu aşamalar duruma uygun basitleştirici varsayımlarda bulunma, gerçek modelin amacını netleştirme, problem durumunu formüle etme, durum ve modelle ilişkili bileşenleri belirleme, problemi açıklayan matematiksel ifadeleri formüle etme, bir model seçme, farklı temsilleri kullanma ve gerçek durumla yeniden ilişkilendirme olarak belirlenmiştir (Kaiser, 2007). Modelleme yeterlikleri üzerine yapılan tartışmalara, modelleme döngüsünden yer alan aşamalara yönelik alt yeterliklere odaklanarak yeterlikleri tanımlamaya çalışan Alman ekolü de katkıda bulunmuştur (Kaiser ve Brand, 2015). Kaiser (2007) modelleme yeterliklerini şu şekilde alt basamaklara ayırmıştır:

- Gerçek dünya durumunu anlama ve gerçek modeli oluşturma,
- Gerçek modelden matematiksel model oluşturma,
- Matematiksel modeldeki matematiksel problemleri çözme,
- Sonuçları gerçek dünyaya yorumlama,
- Eğer gerekliyse başka bir modelleme süreci yürütme.

Ek olarak “kendi düşünme süreçleri üzerinde düşünme ve bu süreçleri kontrol edebilme becerisi” olarak tanımlanan üstbilişin modelleme yeterliklerinin gelişiminde önemli bir faktör olduğu vurgulanmıştır (Maaß, 2006). Üstbiliş ile beraber sezgisel boyutları ve argümantasyonu da dâhil ederek Maaß (2007) modelleme yeterliklerini şu başlıklarda toplamıştır:

- Gerçek durumu anlama, gerçeğe dayalı model oluşturma, gerçek modelden matematiksel model oluşturma, matematiksel model içinde çözüm gerçekleştirme, çözümleri gerçek duruma yorumlama ve çözümü doğrulamayı içeren modelleme döngüsündeki her bir basamağı tamamlamaya yönelik alt basamaklar,
- Üstbilişsel modelleme yeterlikleri,
- Gerçek yaşam problemini yapılandırmak ve çözüm için bir yön duygusuna sahip olmak,
- Modelleme sürecine yönelik tartışabilmek ve bu argümanları yazılı hale getirmek,
- Matematiğin çözüm için sunduğu olanakları görmek ve bu olasılıkları olumlu olarak değerlendirmek (s. 76).

Başka bir ekol olan Avustralya ekolü de özellikle modelleme basamaklarındaki geçişlerde kişinin kendi düşünme süreçleri üzerinde yansıtıcı düşünmesinin önemine değinerek, üstbilişin modelleme yeterlikleri üzerinde etkili bir faktör olduğunun altını çizmiştir (Stillman, 2011). Literatürde modelleme yeterlikleriyle alakalı daha fazla bakış açısı görmek mümkündür ancak özetle şu dört ekolün öne çıktığı söylenebilir:

- Kapsamlı bir şekilde modelleme yeterliklerinin tanıtımını amaçlayan Danish KOM Projesi (Niss, Blomhøj ve Jensen)
- Modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi amacıyla değerlendirme araçları geliştiren İngiliz-Avustralyalı araştırmacı grubunun bakış açısı (Haines, Houston ve Izard)
- Alt yeterliklere dayalı kapsamlı bir şekilde modelleme yeterliklerinin gelişimine odaklanan Alman ekolü (Blum, Kaiser ve Maaß)
- Üstbilişin modelleme yeterlikleriyle birlikte ele alınması gerektiğini savunan Avustralya ekolü (Galbraith, Stillman ve Brown) (Kaiser ve Brand, 2015, s. 135).

Vorhölter (2018) matematiksel modelleme problemlerini başarılı bir şekilde çözmek için normal becerilerin ve bilgilerin gerekli olduğu ancak yeterli olmadığını ifade ederek, bu becerilerle bilgilerin üstbilişsel bilgiler ve becerilerle harmanlanması gerektiğini vurgulamıştır. Çünkü özellikle doğrulama ve gerçek duruma yorumlama aşamalarında olmak üzere farklı modelleme basamakları arasındaki geçişte üstbilişin önemli rolü vardır (Blum ve Leiß, 2007). Modelleme problemiyle uğraşan kişinin döngüde ilerleyerek sonuca ulaşması ve tekrar gerçek duruma yorumlama yapabilmesi için ne yaptığının farkında olması gerekir. Blum ve Leiß (2007), öğrencilerin problem durumunu anlayamadıklarında verilen matematiksel verilerle rastgele işlemler yaparak sonuca ulaşma eğiliminde olduklarını ifade etmiştir. Fakat modelleme problemleri için çözüm sürecinin işlemesi ve karşılaşılan zorlukların üstesinden gelinebilmesi için daha bilinçli yaklaşımlara ve üstbilişsel stratejilere ihtiyaç olduğu ifade edilebilir. Üstbiliş kısaca “düşünmeyi düşünme” olarak tanımlanan sergilenen becerileri izleme, değerlendirme ve stratejilerin kullanımıyla ilişkili şemsiye bir kavramdır (Scott ve Levy, 2013; s.121). Üstbilişin genel matematiksel modelleme yeterlikleri kapsamında olduğu ve sadece modelleme yeterliklerinin gelişimine katkı sağlamadığı aynı zamanda bu yeterliklerin gelişimi için bir gereklilik olduğu vurgulanmıştır (Blum, 2011; Kaiser, 2007). Scott ve Levy (2013) üstbilişin üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel strateji olmak üzere en az iki bileşeni olduğunu belirtmişlerdir. Vorhölter, Krüger ve Wendt (2019) ise bu sınıflandırmayı matematiksel modellemeye yönelik dönüştürerek üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel süreç stratejileri olarak ele almıştır. Üstbilişsel bilgiler, kişinin kendine

ve probleme dair bilgilerini içerirken; üstbilişsel süreç stratejileri ise problemin çözüm yollarına dair bilgileri kapsamaktadır. Ana hatlarıyla Vorhölter, Krüger ve Wendt (2019) matematiksel modellemeye ilişkin üstbilişsel bilgiyi şu başlıklar altında toplamıştır:

- Üstbilişsel bilgi;
 - Modelleme probleminin özellikleri hakkında bilgi (bağlam, veriler, varsayımlar...),
 - Modelleme probleminin çözümü için yararlı olan stratejilerin bilgisi,
 - Kişnin kendisiyle ve diğer arkadaşlarının kapasitesiyle ilgili bilgi,
 - Üstbilişsel stratejiler;
 - Düşünülen çözüm sürecini planlamayla ilgili stratejiler,
 - Çözüm sürecini izleme ve gerekli durumlarda değiştirme ile ilgili stratejiler,
 - Modelleme sürecini geliştirmek amacıyla süreci değerlendirme ile ilgili stratejiler
- (s. 34).

Vorhölter (2018) üstbiliş üzerine yapılan çalışmaların bireysel süreçlere odaklandığını belirterek, grup içindeki ilişkilerden ve dinamiklerden ortaya çıkan “takım bilişi” kavramına dikkat çekmiştir. Literatürde modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde grup çalışmasıyla yürütülen etkinliklerin daha faydalı olduğu konusunda fikir birliği mevcuttur (Delice ve Kertil, 2015; English ve Watson, 2018; English ve Watters, 2004; Lesh ve Doerr, 2003). Yapılan araştırmalarda da matematiksel modelleme başarısına üstbilişin etkilerini grup dinamikleri bağlamında (grup üstbilişi) incelemenin bireysel anlamda bu becerileri ortaya çıkarmaktan daha kolay olduğu belirtilmiştir (Goos, 2002; Ng, 2010; Vorhölter, 2018). Hem uygulama hem de araştırma perspektifinden değerlendirildiğinde grup olarak matematiksel modelleme etkinliklerini yürütmenin, bireysel çalışmalara göre daha etkili olduğu belirtilebilir. Çünkü grup bilişinin grubu oluşturan üyelerin üstbilişsel becerilerinin toplamından daha fazlası olduğu ifade edilerek sosyal üstbiliş kavramının önemi vurgulanmıştır (Vorhölter, 2018). Özetle üstbilişsel beceri ve bilgilerin modelleme problemlerinin çözüm süreçlerine katkısının yanında aynı zamanda bu problemlerin çözümü için bir gereklilik olduğu söylenebilir.

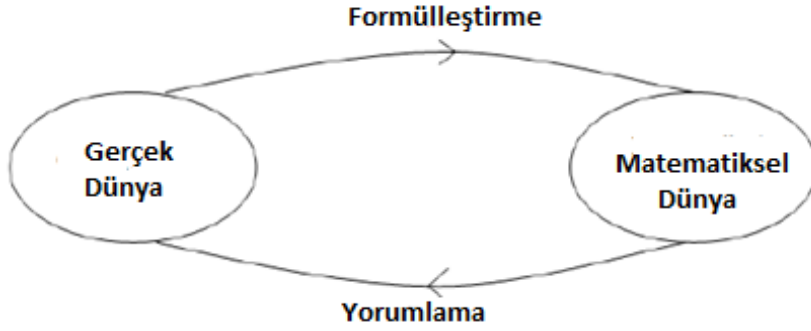
Öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmeye yönelik Blomhøj ve Jensen (2003) tarafından bütüncül ve atomistik (mikro) yaklaşım olmak üzere iki farklı yaklaşım öne sürülmüştür. Bütüncül yaklaşım öğrencilerin bütün modelleme aşamalarıyla ilgili çalıştıkları geniş kapsamlı bir modelleme sürecini gerektirirken, mikro yaklaşımda modelleme sürecindeki zorlayıcı aşamalar olduğu düşünülen matematikselleştirme ve matematiksel modellerin analizleriyle ilgili aşamalara yoğunlaşmak gerekir (Kaiser ve Brand, 2015). Öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirmek amacıyla düzenlenen programlarda hem bütüncül yaklaşım hem de atomistik yaklaşım arasındaki

dengein sağlanması gerektiği ve amaca göre her iki yaklaşımın da önemli olduğu vurgulanmıştır (Blomh j ve Jensen, 2003).       genel anlamda modelleme süreçlerinde sıkıntılar yaşanabileceği gibi sadece bazı alt yeterliklerde de sıkıntı yaşama ihtimali söz konusudur (Leiss, Plat ve Schwippert, 2019; Stillman, Brown, ve Galbraith, 2010). Modelleme yeterliklerine ilişkin bahsedilen dört ekolün yaklaşımları arasında büyük benzerlikler bulunmaktadır. Bu yaklaşımları keskin çizgilerle birbirinden ayırmak doğru bir bakış açısı olmayabilir. Ancak Kaiser ve Brand (2015) bu dört ekol arasında ortaya çıkan en temel ayrımlardan birinin bütüncül ve analitik yaklaşım olduğunu belirterek; Niss, Blomh j ve Jensen gibi araştırmacıların dâhil olduğu Danimarka ekolünün bütüncül yaklaşımı benimsediğini, diğer üç ekolün ise analitik yaklaşımı benimsediğini ifade etmiştir. Hangi yaklaşımın modelleme yeterliklerini ve becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu konusunda kesin bir yargıya varmak mümkün değildir. Her iki yaklaşımın da öğrencilerin modelleme becerileri üzerinde olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşan araştırmalar vardır (Crouch ve Haines, 2004; English,  rleb ck, ve Mousoulides, 2016; Brand, 2014; Chang vd., 2019; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019; Stillman, Brown, ve Galbraith, 2010). Sonuç olarak iki yaklaşım da öğrencilerin modelleme yeterliklerini geliştirmektedir ve değişen durumlara göre zayıf ve güçlü yönlerinin olduğu dile getirilmiştir (Kaiser ve Brand, 2015).

2.3 Matematiksel Modelleme Döngüsü

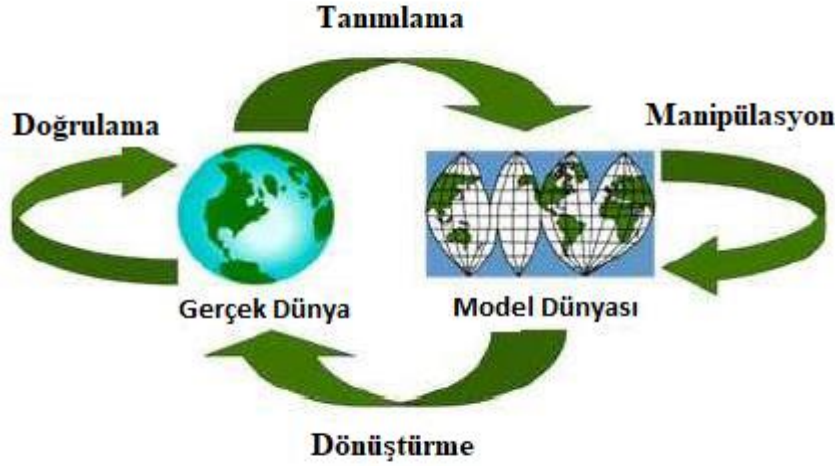
Gerçekçi problemleri çözmek birçok aşamayı içeren, doğrusal olmayan karmaşık bir süreçtir (Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019). Pek çok araştırmacı, matematiksel modellemeyi, belli aşamalardan meydana gelen döngüsel bir süreç olarak ele almıştır (Berry ve Houston, 1995; Blum ve Leiss, 2007; Borromeo Ferri, 2006; Maaş, 2006). Anlaşılması zor olan bu faaliyeti ideal hale getirmek ve betimlemek için “modelleme döngüsü” olarak ifade edilen diyagramlar ortaya atılmıştır. Bu diyagramlar farklı seviyelerdeki öğrencilerle gerçekleştirilen kapsamlı çalışmalar neticesinde gün yüzüne çıkarılmıştır (Stillman, Brown ve Galbraith, 2010). Matematiksel modelleme döngüsü, alt yeterlikleri içeren, modelleme sürecini tanımlamak ve izlemek için bir yapı sunan, çok yönlü ve bilişsel bir öğrenme aracı olarak tanımlanmıştır (Borromeo Ferri, 2018). Bu araçlar modelleme yapanlara matematiksel modelleme süreçlerinde karşılaştıkları sorunların üstesinden gelmeleri için yardımcı olmalarının yanı sıra öğretmenlere de tanılama ve etkili müdahale için temel oluştırmaktadır (Stillman, Brown ve Galbraith, 2010). Literatür incelendiğinde matematiksel modellemeye ilişkin farklı döngüler karşımıza çıkmaktadır.

Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme döngüsünü üç aşamada ele almıştır. Birinci aşamada gerçek dünyaya ait bir durum, matematiksel yapıları kullanarak ifade edilmekte; ikinci aşamada matematiksel çözümler yapılarak sonuçlar elde edilmekte; üçüncü aşamada ise sonuçlar yorumlanmaktadır (Berry ve Houston, 1995). Bu aşamaları ifade eden temsili gösterim Şekil 2.1’de sunulmuştur.



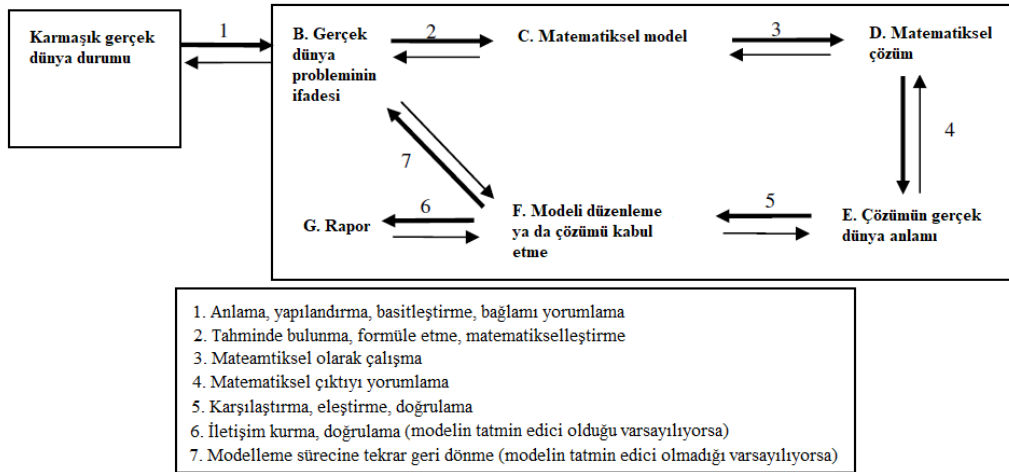
Şekil 2. 1. Berry ve Houston (1995)’a Ait Modelleme Döngüsü.

Lesh ve Doerr (2003) modelleme döngüsünü, gerçek dünyadan model dünyasına bir yol oluşturma (tanımlama), problem çözme durumlarıyla ilgili tahminlerde ve eylemlerde bulunma (manipülasyon), gerçek dünyaya yönelik çıkarımlarda bulunma (dönüştürme) ve tahminlerin, sonuçların kullanılabilirliğini düşünme (doğrulama) olmak üzere 4 aşamalı bir süreçle ifade etmişlerdir. Bu modelleme döngüsü Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Bir problem durumuna ilişkin modelin tek bir döngü ile ihtiyacı karşılaması mümkün olmadığından, modeli geliştirmek veya değiştirmek için sorgulamalar yaparak bu döngüde birçok kez aynı aşamalardan geçilebildiği de vurgulanmıştır (Lesh ve Doerr, 2003).



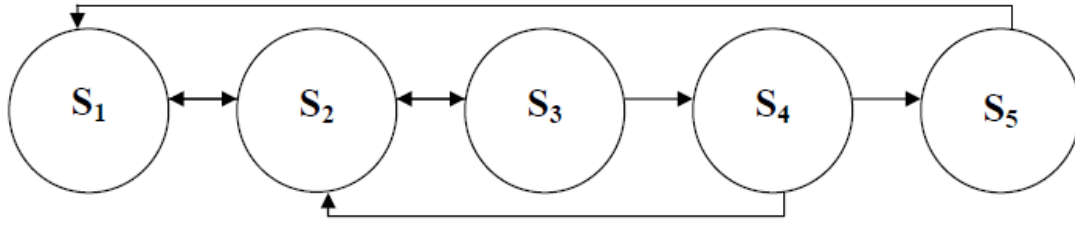
Şekil 2. 2. Lesh ve Doerr (2003)'e Ait Modelleme Döngüsü.

Şekil 2.3'te Stillman ve diğerleri (2007)'ne ait modelleme döngüsü yer almaktadır.



Şekil 2. 3. Stillman ve diğerleri (2007)'ne Ait Modelleme Döngüsü.

Döngüdeki aşamalar arasında yer alan iki yönlü oklarla modelleme süreçlerinin doğrusal olmadığını belirtilmiştir. Ayrıca bu oklar modellemenin üstbilişsel bir aktivite olduğunu göstermektedir. Modelleme sürecindeki bu aşamalar arasında ileri ve geri özgürce hareket edilebilir. Bu şekilde bir diyagramın araştırmacılara, öğrencilerin matematiksel modellemeyi öğrenmelerine ilişkin önemli noktalara odaklanmasına olanak sağlaması gibi birçok amaca hizmet edebileceği düşünülmüştür (Stillman, 2015).



Şekil 2. 4. Voskoglou (2006)'ya Ait Modelleme Diyagramı.

Voskoglou (2006)'ya ait diyagram beş aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar şu şekilde açıklanmıştır:

S₁ (Problemi Anlama): Gerçek durumun ne gerektirdiğini ve sınırlılıklarını anlayarak ifade etme.

S₂ (Matematikselleştirme): Matematiksel olarak çalışmak için gerçek durumu formüle etme.

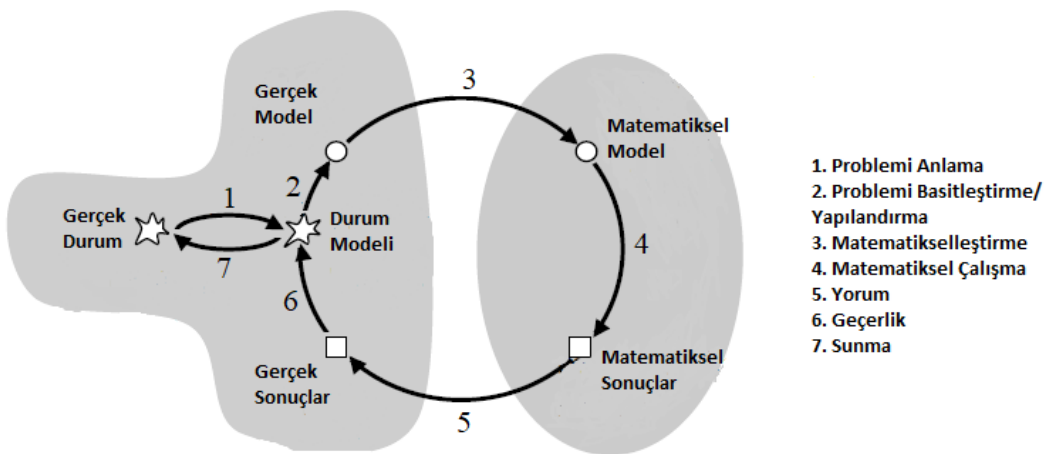
S₃ (Çözüm): Matematiksel işlemlerle çözümü gerçekleştirme.

S₄ (Kontrol Etme): Model vasıtasıyla gerçek durumun belirli şartlar altında nasıl davrandığını doğrulama.

S₅ (Yorumlama): Matematiksel sonuçları gerçek sisteme uyarlama.

Herhangi bir aşamada zorluk yaşanması ya da hata olduğunun fark edilmesi durumunda tekrar istenen aşamaya dönmenin mümkün olduğu belirtilmiştir (Voskoglou, 2006).

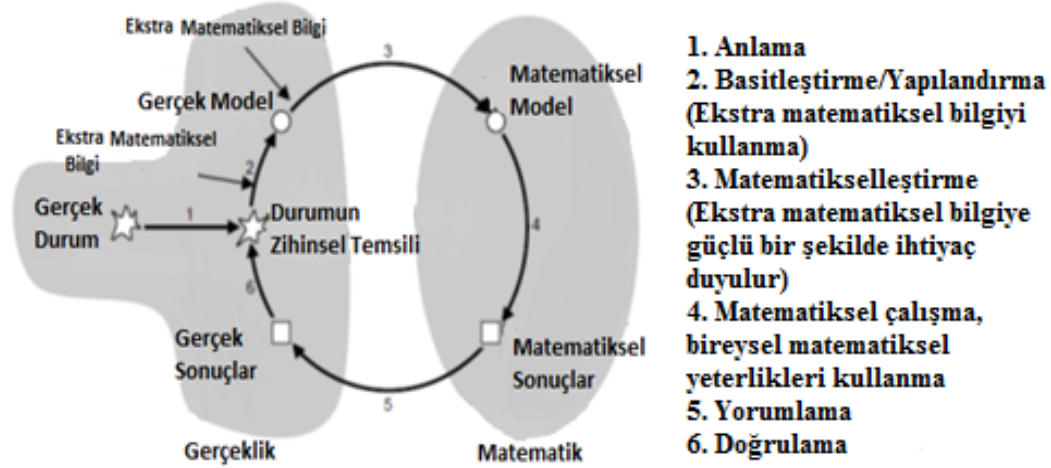
Blum ve Leiß (2007) tarafından ortaya atılan modelleme döngüsü Şekil 2.5'te görülmektedir.



Şekil 2. 5. Blum ve Leiß (2007)'e Ait Modelleme Döngüsü.

Şekil 2.5'e göre matematiksel modelleme döngüsü gerçek bir durumla başlamaktadır. Bu aşamanın ardından durum modeli basamağı gelmektedir. Daha sonra gerçek model basamağına geçilen döngüde, matematiksel model ve matematiksel sonuçlar adımlarıyla devam edilmektedir. Modelleme döngüsü, matematiksel sonuçların ardından gerçek sonuçlar ve bu sonuçların gerçek duruma yorumlanmasıyla 7 aşamada sona ermektedir. Her bir aşama arasındaki geçişte gerçekleşmesi beklenen zihinsel süreçler de Şekil 2.5'te gösterilmiştir.

Blum ve Leiß (2007)'e ait modelleme döngüsüne benzer şekilde Borromeo Ferri (2006) tarafından bilişsel bakış açısıyla düzenlenen modelleme döngüsü Şekil 2.6'da sunulmuştur.



Şekil 2. 6. Borromeo Ferri (2006)'ye Ait Modelleme Döngüsü.

Şekil 2.6 incelendiğinde Şekil 2.5'te yer alan döngüden farklı olarak durum modeli yerine, durumun zihinsel temsili ifadesi göze çarpmaktadır. Çünkü Borromeo Ferri (2006)'ya göre verilen modelleme durumuna ilişkin zihinde oluşan temsiller kişiden kişiye farklılık arz etmektedir. Altı aşamalı modelleme döngüsünde farklı olarak ikinci ve üçüncü aşamalarda ekstra matematiksel bilginin kullanımı yer almaktadır. Borromeo Ferri (2010) bu modelleme döngüsünün ayrıntılı olmasından dolayı bilişsel süreçleri analiz etmek için uygun bir araç olabileceğini belirtmiştir. Modelleme döngüsündeki gerçek durumun ve durumun zihinsel temsili basamağının karmaşık formda olduğu, gerçek model ve matematiksel model aşamasında durumun biraz daha formal bir yapıya kavuşmaya başladığı (O), matematiksel sonuçlar ve gerçek sonuçlarda ise artık kesinlik kazandığını (□) sembolize eden işaretleri de görmek mümkündür. Bu araştırmanın amacına uygunluğundan dolayı sözü edilen

modelleme döngüsü tercih edilmiştir. Döngüde yer alan basamakları şu şekilde detaylı olarak açıklamak mümkündür:

Gerçek Durum: Bir resim veya metinle temsil edilme suretiyle gerçek dünyadan alınan problemdir (Borromeo Ferri, 2018). Doğrusal olarak sadeleştirilemeyen karmaşık gerçek durumun çözümlenebilmesi için bazı kabullerin, tahminlerin ve varsayımların yapılması gerekir (Gürel Çakmak, 2018).

Durumun Zihinsel Temsili: Bireysel olan bu aşama kişinin kendi deneyimlerinden etkilenmektedir ve problemin anlaşılması kişiden kişiye farklılık gösterebilir (Borromeo Ferri, 2018). Problemin ifade edildiği metni okuduktan sonra zihnimize oluşan imajlar olduğu söylenebilir. Bu aşamanın kendisinden sonra gelecek olan basamakları etkilemesi bakımından önemli olduğu belirtilmiştir (Gürel Çakmak, 2018).

Gerçek Model: Zihinde oluşan resmin gerçek durumu biraz daha özelleştirerek basitleştirilmiş ve yapılandırılmış halidir (Borromeo Ferri, 2018). Rulo şeklindeki saman balyalarının matematiksel şekillerden olan çemberlerle ifade edilerek kâğıda çizilmesi gerçek modele örnek olarak verilebilir.

Matematiksel Model: Oluşturmak için matematiksel yeterliklere ihtiyaç duyulan formal dilin kullanıldığı matematiksel dünyaya geçiş aşamasıdır (Borromeo Ferri, 2018). Bu aşamada oluşturulan modeller formül, denklem, grafik gibi farklı matematiksel temsil/temsillerden, gösterimlerden ya da sembollerden meydana gelebilir.

Matematiksel Sonuçlar: Matematiksel model üzerinde farklı işlemler gerçekleştirilerek elde edilen çözüm/çözümlerdir.

Gerçek Sonuçlar: Matematiksel sonuçların tekrar başlangıçtaki gerçek duruma göre yorumlandığı bu aşamada doğrulama süreçlerinin önemi ifade edilmiştir (Borromeo Ferri, 2006). Çünkü öğrenciler doğrulamaya yönelik bir anlayışla problemlere eğilmeye alışmadıklarından, genelde matematiksel sonuç aşamasında problemi bırakmaktadırlar (Borromeo Ferri, 2018). Doğrulama sadece deneyimlere dayalı olarak gerçekleştirilen sezgiye dayalı ve gerçek bilgiye dayalı bilinçli olarak yapılan doğrulama olmak üzere iki farklı türde ele alınmıştır (Borromeo Ferri, 2006).

Bahsi geçen modelleme döngülerine ek olarak farklı bakış açılarıyla düzenlenmiş döngüler görmek mümkündür. Genel olarak, modelleme döngülerinin keskin hatlarla birbirinden ayrılmadığı görülmektedir. Modelleme sürecinde, birbirinden ayrı olarak düşünülemeyen aşamalar arasında esneklik mevcuttur ve belirli aşamalar, bu aşamalar arasındaki geçişler

veya tüm süreç tekrar gözden geçirilebilir (Borromeo Ferri, 2006, 2011; Lesh ve Doerr, 2003). Bununla beraber modellemenin döngüsel bir süreç olduğu konusunda araştırmacılar arasında görüş birliği vardır (Kaiser ve Brand, 2015; Simon ve Cox, 2019; Stillman, Brown ve Galbraith, 2010). Ayrıca bütün modelleme döngülerinin problemin tanımı, ürün geliştirme, test etme ve düzenleme süreçlerini içermesi bakımından ortak noktada birleştiği de görülebilir (Simon ve Cox, 2019). Bu döngüler bilişsel süreçleri modelleyen diyagramlar olmalarının yanı sıra izleme, değerlendirme ve eğitim materyali gibi farklı amaçlar için etkili araçlar olarak da kullanılabilir (Borromeo Ferri, 2018; Lesh ve Doerr, 2003).

Gerçek durumla karşılaştıktan sonra durumun basitleştirilerek matematikselleştirilmesi sürecinde gerekli olan bazı beceriler vardır. Bu becerilerden ilki problemi anlama becerisidir. Borromeo Ferri (2006) ve Blum ve Leiß (2007)'e ait modelleme döngülerinde durum modeli (durumun zihinsel temsili) problemi anlamayla ilgilidir. Durum modeli şu şekilde tanımlanmıştır: “Durum modeli anlama sürecini yönlendiren kişisel idrak sürecidir. Durumun yapısıyla alakalı kurulan bilişsel ilişkidir.” (Reusser, 1989; akt. Plath ve Leiss, 2018, s. 161). Durum modelini oluştururken aşağıdan-yukarı ve yukarıdan-aşağı olmak üzere iki süreçten bahsedilmiştir. Aşağıdan yukarı gerçekleşen süreçte anlamsal, dizilimsel ve dilsel özellikler önemliyken, yukarıdan aşağı gerçekleşen süreçte ise önceki bilgiler, ilgiler ve amaçlar önemlidir (Leiss, Plat ve Schwippert, 2019). Başka bir ifadeyle problemin anlaşılması metnin dilsel, bağlamsal özellikleriyle birlikte metni okuyan kişinin sahip olduğu bilgilere ve hislere de bağlıdır. Bununla birlikte gerçekçi problemler çözümleri için gerekli olan bilgilerin, ilişkilerin ayrıntılı olarak sunulmadığı problemler olduğundan, bu problemlerde bir belirsizlik durumu mevcuttur (Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Karşılaşılan bu engelleri aşmak için bazı ekstra matematiksel bilgilere ve varsayımlarda bulunmaya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu varsayımlar olmadan belki bir sonuca ulaşmak mümkündür ancak sonuç gerçek hayat için uygun veya geçerli olmayabilir (Chang vd., 2019). Modelleme yeterliklerinde de yer alan duruma uygun varsayımlarda bulunma ve matematiksel tahmin becerileri önemli görülmüştür (Maaß, 2006). Chang ve diğerleri (2019) varsayımları, gerçekçi düşünme ve ekstra matematiksel bilgi gerektiren durumun şartlarıyla ilgili varsayımlar olan sayısal olamayan varsayımlar ve matematiksel tahmin becerilerinin önemli olduğu, verilmeyen niceliklerle ilgili varsayımlar olan sayısal varsayımlar olmak üzere iki farklı türde ele almışlardır. Varsayımlarda bulunabilmek için öncelikle problemin anlaşılması gerekir. Leiss, Plat ve Swippert (2019) problemi anlamak için kelimelerin ve cümlelerin anlamıyla ilişkili metni anlama ve metnin bağlamıyla alakalı matematiksel bilgiyi

yorumlayarak (ekstra matematiksel bilgi) durum modelini oluşturma olmak üzere iki seviyenin olduğunu ifade etmiştir.

Problemi anlama aşamasından sonra gelen gerçek model oluşturma aşaması karmaşık durumların kişinin zihninde formal bir yapıya dönüşmeye başladığı aşama olarak ifade edilebilir. Problemden çıkarılan anlamların, yapılan varsayımların ve kişiye ait tecrübelerin harmanlanarak görünür hale gelmeye başladığı aşamadır. Blum ve Leiß (2007)'in çalışmasında teleferik sorusuyla ilgili gerçek modelin dağ, teleferik ve teleferik kablosuna ait imgelerin yer aldığı resimden hareketle, üzerinde probleme ait bilgilerin ve varsayımların yer aldığı dik üçgen şeklinde olabileceğini göstermiştir (s. 226). Gerçek modeli ortaya koyduktan sonra döngüde matematiksel model oluşturma aşaması gelmektedir. Modelleme süreçlerinde gerçek durumdan matematiksel modele geçme aşaması en zor aşama olarak nitelendirilmiştir (Stillman, 2015; Stillman, Brown ve Galbraith, 2010). Blum ve Leiß (2007) de matematikselleştirme aşamasını (gerçek modelin matematiksel modele dönüştürülmesi) modelleme sürecinin anahtarı olarak görmektedir. Öğrencinin problem durumuyla ilgili matematiksel içeriğe, kavramlara, ilişkilere, işlemlere hâkim olması modelleme için önemli görülmüştür (Blum, 2011; Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015). Örneğin gerçek hayat durumu “Pisagor Teoremi” ile ilgiliyse, modelleme döngüsünde ilerleyebilmek için $a^2 + b^2 = c^2$ eşitliğinin bilinmesi hatta değişen durumlara göre farklı formlarda ve temsillerde ifade edilebilmesi gerekir. Niss (2010) de matematikselleştirme aşaması için durumla ilgili matematiksel bilginin, modelleme için bu bilgiyi uygulamaya koymanın, öğrencinin matematikle ilgili inançlarının, matematiksel özgüven ve sebat etmenin gerekli olduğunu belirtmiştir. Yani matematiksel dünyaya geçiş aşamasında bilişsel süreçlerle beraber duyuşsal süreçler de önem arz etmektedir.

Modelleme süreçlerinde öğrenciler çoğu zaman hangi bilgileri kullanmaları veya bilgileri nasıl organize etmeleri gerektiği konusunda sıkıntı yaşayabilirler. Karşılaşılan problemler öğrencilerde bir dengesizlik (rahatsızlık) durumu meydana getirebilir. Stillman, Brown ve Galbraith (2010), Pigaet'in kavramlarıyla yorumlayarak matematiksel model oluşturma aşamasında özümleme (asimilasyon) yapan öğrencilerin yaşadığı engellerin uyumsama (akomodasyon) yapan öğrencilerin yaşadığı zorluklara nazaran daha zor üstesinden geldiğini belirtmişlerdir. Çünkü özümleme yapan öğrenciler, uyumsama yaparak şemalarını genişletmek ya da değiştirmek yerine, karşılaştıkları durumları var olan şemalarına göre yorumlamaya çalışırlar. Eğer sahip olduğu şemalara göre matematiksel model oluşturmuşsa ve bu matematiksel model çözümü gerçekleştirmek için uygun değilse,

öğrencinin modeldeki eksiklikleri veya yanlışlıkları fark etmesi daha zor olacaktır. Yani bütün süreci, doğruluğuna inandığı matematiksel model ile yürütmeye çalışacaktır. Bu konuda öğrencilerin modellemede hangi matematiksel bilgiyi nasıl kullanacaklarına dair tahminlerde bulunmayı nasıl öğrenecekleri bir paradoks olarak görülmüş ve iki yaklaşım öne sürülmüştür (Niss, 2010). Bunlardan ilki Gravemeijer (2007)'in çıkan modeller yaklaşımıdır. Niss (2010)'e göre bu yaklaşım model oluşturma etkinlikleri yaklaşımına benzetilmektedir. Pür matematikle modelleme arasındaki sınırın ortadan kaldırılmasıyla öğrencilerin matematiksel bilgileri modelleme problemlerinde kullanmada yetkin hale geleceklerini savunmaktadır. Diğer yaklaşımda ise öğrencilerin modelleme görevlerini yerine getirmeye çalıştıkları, öğretmen yardımındaki modelleme etkinlikleri yoluyla matematiksel bilgileri öğrenmeleri gerektiği savunulmuştur (Kaiser ve Maaß, 2007; Blomhøj ve Jensen, 2007; Ottesen, 2001).

Gerçek hayat durumundan matematiksel model aşamasına geçildikten sonra matematiksel çözüm gerçekleştirilmelidir. Matematiksel çözüm aşamasında hem kavramsal bilginin hem de işlemsel bilginin önemli ve gerekli olduğu vurgulanmıştır (Blum, 2011; Chang vd., 2019; Schukajlow, Achmetli ve Rakoczy, 2019). Kavramsal bilgi bir alana yönelik prensiplerin ve o alandaki bilgiler arasındaki ilişkilerin örtük ya da açık şekilde anlaşılması olarak tanımlanırken; işlemsel bilgi ise problemi çözmek için uygulanan eylemler dizisi olarak tanımlanmıştır (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999). Fakat bazı durumlarda öğrenciler gerekli olan bilgilere sahip olsalar da bu bilgileri problem çözme süreçlerinde kullanmada sıkıntı yaşayabilmektedirler. Öğrencilerin bilgilerini problem çözerken neden uygulamaya koyamadıklarına dair üç neden öne sürülmüştür: a) bilgi mevcuttur ancak öğrenci çözüm süreçlerine dâhil edemez, b) öğrencinin sahip olduğu bilgide yapısal olarak boşluklar mevcuttur, c) bilgi özü itibarıyla mevcuttur ancak farklı durumlara (bağlamlara) uyarlanamaz (Chang vd., 2019). İlk neden üstbilişsel olarak ele alınabilir. Yani öğrenci bilgiyi hangi çözüm aşamasında kullanacağını bilmiyorsa çözüm süreci ilerlemeyebilir. İkinci neden kavram yanlışları veya hatalarla ilgili olabilir. Bu durum da bilginin kullanılmasına engel olabilir. Üçüncü neden ise bilginin bağlamla ilişkisinin kurulamamasıyla alakalı olabilir. Bununla beraber öğrencilerin matematiksel çözüm aşamasında kullanacakları stratejilere de hâkim olmaları önemlidir. Stillman ve Galbraith (1998) üstbilişsel bilişenlerin öğrenciler tarafından bilinçli bir şekilde uygulanmasının, problemin çözümüne olumlu katkı sağladığı bulgusuna ulaşmışlardır. Weinstein ve Mayer (1986) stratejileri, öğrencinin öğrenme ve problem çözme süreçlerini etkileyen davranış

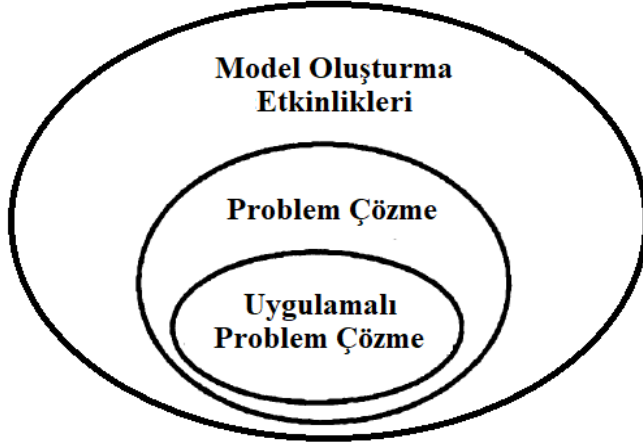
biçimleri ve düşünceler olarak tanımlamışlardır (Akt. Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015; s. 1242). Modelleme döngüsünde bilinçli bir şekilde matematiksel sonuca ulaşmak için öğrencilerin bir strateji dâhilinde hareket etmeleri gerekir. Stratejiler Schukajlow, Kolter ve Blum (2015)'un çalışmasında organizasyon, detaylandırma, gerekli gereksiz bilgileri ayırt etme ve ilişkilendirme becerilerini kapsayan bilişsel beceriler ve bütün bunlarla beraber çözüm sürecini planlamayı içeren üstbilişsel stratejiler olmak üzere sınıflandırılmıştır. Polya (1957)'nın dört adımlı problem çözme (problemi anlama, strateji belirleme, planı uygulama, doğrulama) şemasında bahsedilen benzer bir problemten yararlanma, şekil ya da diyagram çizme, tablo ya da grafiklerden faydalanma, geriye doğru çalışma biçimleri stratejilere örnek olarak verilebilir. Bu stratejileri kullanmak veya geliştirmek problemi çözen kişiye bağlıdır. Bilinçli ve bilişsel olarak zorlayıcı bir zihinsel sürecin ürünü olan stratejiler otomatik olarak, gelişigüzel bir şekilde gerçekleşmez (Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015).

Modelleme problemi için bir matematiksel sonuç elde edildikten sonra bu sonucun gerçek dünya bağlamına tekrar yorumlanmasıyla birlikte modelleme döngüsü tamamlanmış olur. Bu aşamada sonucun matematiksel olarak geçerli olup olmadığı, gerçeğe uygunluğu, matematik dışı bağlamlara yorumlama gerçekleşmektedir (Blum ve Kaiser, 1997). Bu becerilerin yanında alternatif çözüm yollarının da ortaya koyulması veya değerlendirilmesi bu aşamada gerçekleşmektedir. Çoklu çözüm yollarının geliştirilmesi ve değerlendirilmesi yapılandırmacı eğitim teorilerinin önemli bileşenlerindendir ve modelleme yeterliklerini geliştirmek için teşvik edilmesi gerektiği vurgulanmıştır (Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Geleneksel kelime problemlerinde öğrenciler çözümü bulduktan sonra alternatif çözümler sunma veya çözümün doğruluğunu kontrol etme eğiliminde değillerdir. Çünkü kelime problemleri matematiğin o anki işlenen konusuyla ilgili alıştırmaya amacı taşırken, matematiksel modelleme bundan daha fazlasını gerektirmektedir (Pollak, 2011). Belirli işlemleri uygulayan öğrenci artık doğru sonucu bulduğundan emin olduğu için geriye dönük kontrol işlemini gerçekleştirmeye ihtiyaç duymamaktadır. Modelleme problemleri, doğası gereği çoklu çözüm yollarına olanak sağlayan problemlerdir (Maaß, 2007). Bu bakımdan öğrencilerin kendilerine göre kullanabilecekleri en uygun çözümü veya çözüm yolunu belirlemeleri için bazı karşılaştırmalar yapmaları beklenir. Bir modelleme problemi aynı sonuca götüren farklı çözümleri (işlemler), aynı çözüm yollarıyla (işlemlerle) farklı varsayımlardan dolayı farklı sonuçları veya bu ikisinin kombinasyonunu içermesi bakımından alternatif yaklaşımlara olanak sağlamaktadır (Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015). Pollak (2011) bu problemlerde çözümün ve sonucun matematiksel olarak doğru

olmasının modelleme sürecinin doğruluğu anlamına gelmediğine dikkat çekerek, döngünün tamamlanabilmesi için o sonucun başlangıçtaki gerçek hayat durumuna göre geçerliği sorgulanarak doğrulamalar yapılması gerektiğini ifade etmiştir.

2.4 Model Oluşturma Etkinlikleri

Model oluşturma etkinlikleri (MOE) matematiksel modelleme uygulamalarından biridir (Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2017). Lesh ve diğerleri (2000) geleneksel kelime problemlerinin, öğrencilerin derslerde hedeflenen üst düzey süreç becerilerini geliştirmek ve bu becerileri değerlendirmek için yeterli olmadığını; buna imkân sağlanması için daha karmaşık görevlerin gerektiğini belirtmişlerdir. Çünkü geleneksel problemlerde verilenlerle birlikte amaç durağan ve sabit iken; modellemede dinamik, sürekli tekrar tekrar yorumlamayı gerektiren bir süreç söz konusudur (Lesh ve Doerr, 2003; Zawojewski, 2010). Model oluşturma perspektifinin kalbinde, her şeyden önce karşılaşılan gerçek hayat problemini matematikselleştirmenin yattığını belirtmek gerekir (Lesh vd., 2000). Ortaya çıkan modelin geliştirilmesi için bu matematikselleştirme sürecine defalarca girmek gerekebilir. Sözü edilen matematikselleştirme süreci verilenleri, verilenler arasındaki ilişkileri, örüntüleri, düzenlemeleri vs. ölçme, boyutlandırma, koordine etme, kategorize etme, cebirsel olarak ifade etme veya sistematik hale getirme gibi eylemleri içermektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Bununla beraber öğrencilerin çözüm yolunda gerçekleştirdikleri yapılar, tanımlamalar, açıklamalar ve doğrulamalar daha önemlidir (Lesh vd, 2000). Öte yandan problem çözmeyle matematiksel model oluşturma etkinlikleri arasındaki en temel ayrımın öğrencilere sunulan görevin doğasına ilişkin olduğuna dikkat çekilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005). Problemler rutin olan problemler ve rutin olmayan problemler olarak sınıflandırılmıştır. Bu ayrım problemi çözen kişiye göre değişiklik gösterebilir. Aynı durumu ifade eden bir problem biri için rutin olmayan problem iken, başkası için rutin bir problem hatta alıştırma olabilir (Baki, 2015). Problemler rutin olsun veya olmasın belli prensipler gözetilerek öğrencilere sunulmazken, model oluşturma etkinliklerinin belli prensipler dâhilinde ortaya çıkarılarak üretilmesi gerekir (Zawojewski, 2010). Lesh ve diğerleri (2000) model oluşturma etkinliklerinin problem çözmeden çok daha kapsamlı bir kavram olarak ele alınması gerektiğini ifade etmişlerdir (bkz. Şekil 2.7).



Şekil 2. 7. Problem Çözme ve Model Oluşturma Etkinlikleri Arasındaki İlişki (Lesh vd., 2000).

Bu anlamda MOE matematiksel olarak anlamlı olan sistemleri kurmak, tanımlamak, açıklamak, manipüle etmek, tahmin etmek veya kontrol etmek için paylaşılabilir, değiştirilebilir, tekrar kullanılabilir kavramsal araçları içeren dar çerçevede belirlenmiş kısa sorulara kısa cevaplar vermenin ötesine geçmeyi amaçlayan problem çözme uygulamaları olarak tanımlanmıştır (Lesh ve Doerr, 2003; Lesh vd., 2000). Model ise semboller, sözel ifadeler, teknolojik veya manuel diyagramlar içeren, birbiriyle etkileşim içinde bulunan farklı bileşenleri kullanarak açıklanan “kavramsal sistemler” olarak tanımlanmıştır (Lesh ve Harel, 2003). Lesh ve Doerr (2003), ilgili disiplinle uğraşan uzmanların temsil, şema ya da yerleşik bilişsel yapı olarak adlandırdıkları kavramsal sistemleri bu alanın dışındaki uzman olmayanların daha rahat anlamlandırması için “model” kavramını kullandıklarını vurgulamışlardır.

Model oluşturma etkinliklerinin amacı öğrenciyi amaçlı olarak anlamlı bulacakları, onları model oluşturmaya teşvik eden problem durumlarıyla karşılaştırmaktır (English, Ärleback, ve Mousoulides, 2016). Bu yolla öğrencilerin hem matematikle gerçek dünya arasında ilişki kurmaları hem de bu problem durumları yoluyla matematiksel bilgileri, ilişkileri öğrenmelerine ve geliştirmelerine olanak sağlanmalıdır. Ayrıca model oluşturma etkinlikleriyle uğraşma sürecinde ve bu etkinlikler sonucunda ortaya çıkan ürünlerini sunma esnasında öğrencilerin, düşünme süreçlerini yaptıkları tanımlamalar, açıklamalar, doğrulamalar ve kullandıkları temsiller aracılığıyla ortaya çıkarmaları beklenmektedir (Doerr ve English, 2006; Wessels, 2014). Burada amaç öğrencilerin çalışmalarını veya kendilerini “iyi-kötü” olarak etiketlemekten ziyade model oluşturma etkinlikleriyle onların düşünme biçimlerini ortaya çıkarmaktır (Lesh vd., 2000). Dolayısıyla model ve modelleme

perspektifinde problem çözücülerin tatbik ettikleri stratejilerden ziyade amaç, düşünce gelişimidir (Zawojewski, 2010). Model oluşturma etkinliklerinin hedeflenen program ve öğrenme özelliklerine göre yapılandırılması için bazı ilkelere sahip olması gerekmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005). Bu ilkeler şu şekildedir:

1. Model Oluşturma İlkesi: Bu ilkeye göre etkinliğin belirli bir yapı, tanımlama, açıklama veya doğrulanabilir bir tahmin geliştirmek için fırsat sunması gerekir (Lesh vd., 2000). Daha açık ifadeyle, karşılaşılan problem için bileşenlerin belirlenmesi ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri ortaya çıkaracak işlemlerin, işlemler için gerekli olan kuralların sistematik bir biçimde ortaya konması gerekmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005). Bu yolla öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini harekete geçirmek hedeflenir. Bilgi ve uygulama düzeyindeki bilişsel basamakların ötesinde, öğrencilerin model oluşturma esnasında sentez düzeyinde bile düşünme gerçekleştirebilecekleri belirtilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005). Lesh ve diğerleri (2000) tarafından başat ilke olarak görülen bu ilke, karşılanması halinde öğretmenlere iyi bir öğretim planlamaları için, araştırmacılara öğrencilerin düşünme doğasını araştırmaları için ve çağın gerektirdiği matematiksel becerilerin tanımlanması için fırsat sunmaktadır.

2. Gerçeklik İlkesi: Bu ilke problemin öğrencilerin kişisel bilgileri ve geçmiş deneyimlerine göre anlamlı olması demektir (Lesh vd., 2000). Yani problemdeki senaryonun öğrencinin yaşamında ortaya çıkması muhtemel durumları içermesi gerekir (Chamberlin ve Moon, 2005). Öğrencinin kendi yaşamından izler taşıdığını fark etmesi problemin çözümü için daha istekli olmasını sağlayabilir. Lesh ve diğerleri (2000) öğrencilerin bilgilerini genişletecek çözümler içeren, onları cesaretlendirici sorular geliştirmek için üzerinde çalışılan konunun, hedeflenen öğrenci kitlesinin özel ilgileriyle ve tecrübeleriyle uyushması gerektiğini belirtmişlerdir. Böylece problemle karşılaşan öğrencinin ilgisinin çekilmesi veya disiplinler arası bir bağlam kullanılıyorsa kendisini tıpkı o alanla ilgilenen bir uzman gibi hayal etmesi amaçlanmaktadır (Chamberlin ve Moon, 2005).

3. Öz Değerlendirme İlkesi: Bir modelleme etkinliğinin bu ilkeyi sağlaması için problem durumunun alternatif çözümlerin uygunluğunu ve kullanışlılığını öğrencilerin kendi başlarına değerlendirebilmesi gerekir (Chamberlin ve Moon, 2005). Öğrenciler bir model oluşturma etkinliğiyle karşılaştıklarında öğretmenin yardımı olmadan da oluşturdukları modelin işlevselliğini değerlendirebilmeli, gerektiği takdirde modeli geliştirebilmelidir. Ayrıca Lesh ve diğerleri (2000)'ne göre problemin ne, ne zaman, niçin, nerede, kimin için sorularına yönelik amacının açık olması gerekir. Böyle bir sorgulama süreciyle öğrenci

modelleme sürecinin her aşamasında hangi amaçla ne yaptığının farkında olacaktır. Öğrenciler başlangıçta oluşturduğu ilkel çözüm yollarındaki eksiklikleri göremezlerse, o çözüm yolunu geliştirme girişiminde bulunmayacaklardır (Lesh vd., 2000). Bu bakımdan öğrencilerin tekrar tekrar modelleme döngülerine girdikten sonra ortaya çıkan yapının kalitesini sorgulamaları gerekir. Aynı zamanda modelleme etkinliğinin öğrencilerin seviyesine uygun olması da bu ilke kapsamında değerlendirilir (Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013b).

4. Yapıyı Belgelendirme İlkesi: Bu ilkeye göre problem durumuyla uğraşan öğrencilerin, bu sürece ilişkin aşamalardan nasıl geçtiklerine dair zihinsel süreçlerini açıkça ortaya çıkarmaları beklenir (Lesh vd., 2000). Bu bakımdan öğrencilerin düşünme süreçlerini bir şekilde belgelendirmeleri istenir (Chamberlin ve Moon, 2005). Öğrencilerin düşüncelerinin açığa çıkması öğretmenlere, onların hangi aşamalarda sıkıntılar yaşadıklarını görmelerine, hatalarına etkili dönütler vermelerine, oluşturulan modelleri değerlendirmelerine olanak sağlayacaktır (Lesh vd., 2000). Matematiksel gerçeklikler, öğrencilerin matematiksel düşünceleri eleştirdikleri, açıklamaya ve doğrulamaya çalıştıkları tartışmalarla ya da yazılı dokümanlarla ortaya çıkarılabilir (Gravemeijer, 2002). Düşünceleri açığa çıkarmaya yardımcı bu tür eylemler, sadece öğretmen ve araştırmacılar için değil, aynı zamanda öğrenciler için de kendi zihinsel süreçleri üzerinde yansıtıcı düşünceler gerçekleştirilmeleri bakımından faydalıdır (Lesh vd., 2000). Bu yüzden model oluşturma etkinliklerinin grup halinde uygulanması önerilmiştir (Lesh ve Doerr, 2003). Bu ilkenin öğrenciler için öz-değerlendirme ilkesini destekleyici nitelikte olduğu söylenebilir.

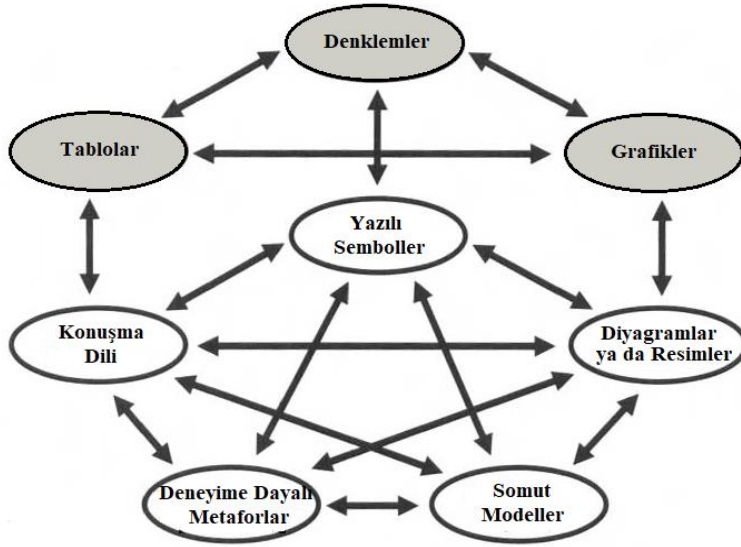
5. Paylaşım ve Genelleştirme İlkesi: Günlük hayatta kullanılan grafik, tablo ya da hesaplama programları gibi akıllı araçlar için yapılan, genel-genel olmayan, veriler değiştirildiğinde kullanılabilen-sadece o veri grubu için geçerli, herkesin kullanımına uygun-sadece kişisel kullanım için uygun gibi, sınıflandırmaların aynı şekilde bir matematik problemi sonunda ortaya çıkan yapı için de geçerli olduğu belirtilmiştir (Lesh vd., 2000). Genel olarak matematik sınıflarında klasik kelime problemlerinden kaynaklı elde edilen sonucun başka problemlere genellemesinin ya da paylaşımının söz konusu olmadığı söylenebilir. Bu ilkeye göre ortaya çıkan modelin sadece o anki durum için yararlı ve kullanışlı olmasının ötesinde paylaşılabilir, başka durumlara transfer edilebilir ve genellenebilir olması gerekir (Lesh vd., 2000). Elde edilen model eğer farklı disiplinlere, farklı gerçek hayat bağlamlarına ya da matematiğin içinde farklı bir konuya uyarlanabiliyorsa bu ilkeyi sağlıyor demektir (Chamberlin ve Moon, 2005).

6. Etkili Prototip İlkesi: Problem durumu bir sonuca evirildikten sonra aradan zaman geçmesine rağmen başka benzer durumlar için bir metafor ya da prototip sunuyorsa, bu ilkenin varlığından söz edilebilir (Lesh vd., 2000). Chamberlin ve Moon (2005) bu ilkenin bir önceki paylaşım ve genelleştirme ilkesiyle yakından ilişkili olduğunu belirterek; prototipin aynı duruma paralel bir başka durumda kullanmayı değil benzer durumlarda kullanılabilmesi bakımından farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Örneğin, ortaya çıkan model aynı konudaki benzer bir probleme uygunluğuyla beraber farklı bir disipline uyarlanabiliyorsa etkili prototip ilkesini karşıladığı söylenebilir. Teknoloji, kimya ve mühendislik gibi birçok disiplinde bu ilkenin varlığından söz edilebilir. Bu ilkeye göre ortaya çıkan prototipin başkaları tarafından rahatça yorumlanabilmesi gerekir (Chamberlin ve Moon, 2005). Lesh ve diğerleri (2000) bu duruma ilişkin Einstein'ın şu sözlerine atıfta bulunmuşlardır: "Bir teori olabildiğince sade olmalı fakat daha basit değil." (s. 627).

Öğrencilere kendi çözümlerini sunma fırsatı vermek, onların sonuçlara dair sorumluluğu almalarını sağlamaktadır (Simon ve Cox, 2019). Model oluşturma etkinlikleri, öğrencilerin anlamlı problem durumlarına girmeleri, model oluşturmaları, uygulamaya temel sunmaları, çoklu yorumlamalara ve yaklaşımlara teşvik edilmeleri, matematiksel iletişimi kullanmaları, ürünleri belgelendirmeleri ve öz-değerlendirmeyi gerçekleştirmeleri bakımından üst düzey düşünme gerçekleştirmelerine olanak sağlamaktadır (Doerr ve English, 2006). Başlangıçta ortaya çıkan modeller tekrar tekrar revize edilerek geliştirilmeye açıktır. Bu sebeple Wessels (2014) model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı olmaları için gerekli bileşenler olan düşünme biçimlerinde akıcı olma (farklı çözümler üretme), esnek olma (farklı yaklaşımlar kullanma), özgün olma (çözümün orijinal olması) ve yararlı olma (çözümün başka durumlara uyarlanabilmesi) becerilerini kazanmalarına imkân sağlayacağını belirtmiştir. Çünkü öğrencilerin başarılarında önemli etkisi olan yaratıcılık, model oluşturma etkinliklerinin kalbi olarak nitelendirilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005). Model oluşturma etkinlikleri yardımıyla öğrencilerin -akademik başarıları düşük olanların bile- öğretmenleri tarafından çok daha karmaşık görülen ortalamalar, eğilimler, uç değerler, ara değerler gibi yapılarla çalışabildikleri görülmüştür (Lesh vd., 2000; Lesh ve Doerr, 2003). Küçük yaşlardan itibaren model oluşturma etkinlikleri öğrencilerin matematiksel bilgilerini, matematiksel düşünme, işbirliğiyle çalışma ve problem çözme becerilerini geliştirmeleri için etkili araçlar olarak görülmüştür (English ve Watters, 2004; Wessels, 2014). Grup çalışmalarıyla uygulanması teşvik edilen model oluşturma etkinliklerinin birbirlerinden zihinsel anlamda uzak olarak algılanan "sokak kafası" olan öğrencilerle "okul kafası" olan

öğrenciler arasında bir iletişim fırsatı doğurması da güçlü yönlerinden biridir (Lesh ve Doerr, 2003). Ek olarak model oluşturma etkinlikleri uygulamalı matematiğin içerdiği problemlere benzediğinden öğrencilerin kendilerini birer matematikçi gibi hissetmelerini sağlayabilir (Chamberlin ve Moon, 2005).

Model oluşturma etkinlikleri öğrencilerde bazı becerilerin gelişmesini sağlamakla beraber öğretmenlerin de alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeleri için fırsatlar barındırmaktadır (Doerr ve English, 2006; Wessels, 2014; Zawojewski, 2010). Öğretmenler modelleme etkinliklerini yürüttükleri ortamlarda öğrencilerin fikirlerinin geliştiğini ve temsil edildiğini görebilme, matematiksel içeriği farklı bağlamlarda ele alabilme, öğrencilerini dinleyerek, gözlemleyerek ve doğrulama yapmaları için sorular sorarak onlarla yeni etkileşim yollarını keşfetme ve sonuç odaklı anlayıştan “yorumlayıcı dinleme” biçimlerine girme imkânı bulmaktadırlar (Doerr ve English, 2006, s. 29). Çünkü tek bir temsille bir buzdağına benzeyen düşüncelerin tamamının açığa çıkartılması mümkün olmadığından, model oluşturma etkinliklerinde öğrencilerin düşüncelerini yansıtmak için farklı iletişim biçimlerini kullanmak önemli görülmüştür (bkz. Şekil 2.8). Tek bir temsilin herhangi bir matematiksel kavramı ya da durumu tamamıyla açıklayamayacağı aynı matematiksel durumu ifade eden farklı temsillerin kullanmanın avantajlarından söz edilmiştir (Goldin, 1998; akt. Delice ve Kertil, 2015). Model oluşturma etkinliklerinin farklı bağlamlara planlı şekilde uygulanmasının, programda amaçlanan özellikler olan disiplinler arası çalışma olanağı sunması, öğrencilerin kendi hayatlarından izler taşıması (gerçeklik) ve öğretmenlere üstbilişsel rehberlik yapma fırsatı sunması bakımından faydalı olduğu ifade edilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005; Wessels, 2014). Lesh ve diğerleri (2000) model oluşturma etkinliklerinin öğrenme özelliklerine bakıldığında, işbirliğini, çoklu süreçleri, kendi kendine öğrenme ve öz-değerlendirmeyi, sorumluluk duygusunu, model gelişimini içerdiği belirterek, özellikle ortaokul seviyesindeki her başarı düzeyindeki öğrenci için kullanılabilecek bir araç olduğunu vurgulamışlardır. Çünkü modellerin, bazı durumlarda farklı bilim dalları için çok karmaşık veya anlaşılmayacak düzeyde olabileceği gibi, bir problemin çözümüne ilişkin basit bir aritmetik ifade şeklinde de olabileceğinden söz edilmiştir (Lesh ve Doerr, 2003).



Şekil 2. 8. Kavramsal Sistemlerin Anlamlarını Gösteren Çeşitli Temsili İletişim Araçları (Lesh ve Doerr, 2003, s. 12).

Öneminin literatürde vurgulanmasına karşın, genel olarak modelleme etkinlikleri öğretim aracı olarak sınıf içi uygulamalarda yer almamaktadır (Maaß, 2010). Model oluşturma etkinlikleri bağlamında bu durumun sebepleri arasında yer alan önyargılara şu şekilde açıklamalar getirilmiştir:

- Model oluşturma etkinlikleri sadece başarılı öğrenciler için değil başarısı ortalama ve ortalamanın altında olan öğrencilere de hitap eder.
- Model oluşturma etkinliklerinin evrensel olmasına gerek yoktur. İlkeleri bildikten sonra öğretmenler öğrencilerinin değerlerine, yerel düzeyde ilgilerine göre bu problemleri onlara sunabilirler.
- Model oluşturma etkinliklerinde sorunun ilgi çekici olması birinci öncelik değildir. Sorunun öğrencilerin deneyimlerinden yola çıkarak matematiksel bilgilerini geliştirmeye olanak sağlaması birinci önceliktir.
- Sorunun açık uçlu olması hiçbir zaman çözüme ulaşılamayacağı anlamına gelmez. Sorunun açık uçlu olması demek öncesinde cevabının kestirilememesinden ve sonuca ulaşmak için bir matematiksel modele ihtiyaç duyulmasından dolayıdır.
- Soruların öğrenciler için zor olduğu düşünülse bile öğrencilerin belli seviyelerde başarı gösterdikleri görülmüştür. (Lesh vd., 2000, s. 627-629).

2.5 Geometri Eğitimi

Geometri kelimesi Antik Yunan'da kullanılan ve arazi etüdü anlamına gelen kelimeden türemiştir (Hwang vd., 2019). Battista (2007) geometriyi şekilleri, uzayı keşfetmek ve analiz etmek için kullanılan kavramlar, akıl yürütme biçimleri ve temsil sistemleri bütünü olarak tanımlamıştır (s. 843). Matematik eğitiminin genelinde olduğu gibi özelde geometri öğretiminde de geliştirilmesi hedeflenen bazı beceriler yer almaktadır. NCTM (2000) okul matematiğindeki geometri öğretimi için şu standartları ortaya koymuştur:

- İki ve üç boyutlu geometrik şekillerin özelliklerini analiz etmek ve geometrik ilişkilerle alakalı matematiksel argümanlar geliştirmek,
- Koordinat geometrisini ve diğer temsil sistemlerini kullanarak konumları ve uzamsal ilişkileri belirlemek,
- Matematiksel durumları analiz etmek için dönüşümleri uygulamak ve simetriyi kullanmak,
- Problemleri çözmek için görselleştirme, uzamsal akıl yürütme ve geometrik modellemeyi kullanmak (s.41).

Uluslararası düzeyde kabul gören bu standartların matematik eğitiminde temel alınması gerektiği vurgulanmıştır (Umay, Akkuş ve Duatepe Paksu, 2006). Geometri öğrenme alanında öğrencilerin anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmesi ve geometriyi nasıl algıladıklarını ortaya koymak için farklı modeller öne sürülmüştür. Bu modellerden biri olan Van Hiele geometrik düşünme modeli farklı düzeylere göre kişilerin geometriyi nasıl algıladıklarını açıklayan bir modeldir (Duatepe Paksu, 2016). Van Hiele (1984)'nin ortaya koyduğu geometrik düşünmenin gelişimine ilişkin 5 hiyerarşik düzeyden oluşan teori, etkili geometri öğretimi ve öğrenimi için en bilinen teoriler arasındadır (Armah ve Kissi, 2019; Chua, Tengah, Shahrill, Tan ve Leong, 2017). Bu düzeyler görsel, betimsel, basit çıkarım, çıkarım ve sistematik düşünme olarak belirlenmiştir (Duatepe Paksu, 2016). Özetle, belirlenen standartlar ve farklı teoriler ışığında geometri öğretiminin, öğrencilerin görselleştirme, geometrik akıl yürütme, geometrik ilişkilendirme ve geometrik modelleme gibi becerilerinin gelişimine katkı sağlaması gerektiği söylenebilir. Ancak, global konumlandırma sistemlerinden bilgisayar animasyonlarına kadar hemen hemen her alanda karşımıza çıkan geometrinin öğretiminde “öğrenme” terimine az vurgu yapılmakta ve sadece şekilleri isimlendirme ve basit sınıflandırma yapma gibi düşük seviyede kalınmaktadır (Van de Walle, Karp ve Bay Williams, 2018). Belirlenen hedeflere ulaşmak için geometri öğretiminin durum temelli, bağlamsal olarak gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin gerçek hayat problemlerinin çözümü yoluyla günlük yaşamları ve öğrendikleri geometrik bilgiler arasında

ilişki kurmalarının temin edilmesi gerekmektedir (Buckley, Seery ve Cauty 2019; Crompton, 2015). Bu bağlamda matematiksel modelleme etkinlikleri, öğrencilerin gerçek yaşamlarındaki durumları içermesi, onları zorlayıcı zihinsel süreçlere sokması, öğrencilerin argümantasyon, matematikselleştirme, doğrulama, yorumlama gibi bilişsel ve üstbilişsel becerilerinin gelişimine katkı sağlaması bakımından (Lesh ve Lehrer, 2003; Maaß, 2007; Zawojewski, 2010) bu amaçlara ulaşmada etkili araçlardan biri olarak değerlendirilebilir.

2.6 Matematiksel Modelleme ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu başlık altında matematiksel modelleme ile ilgili öğretmen adayları ve ortaokul öğrencileriyle yürütülen araştırmalara yer verilmiştir. Matematiksel modellemeye ilişkin araştırmalar gerek ülkemizde gerekse yurt dışında gittikçe yaygınlaşmaktadır. Literatür incelendiğinde araştırmalar, ilkokul-ortaokul-lise düzeyindeki öğrencilerle, öğretmen adaylarıyla ve öğretmenlerle gerçekleştirilen araştırmalar olmak üzere katılımcılar bağlamında üç kategoriye ayrılabilir. Bu çalışmada katılımcılar olarak ilköğretim matematik öğretmeni adayları ve ortaokul öğrencileri yer aldığı için öğretmen adaylarıyla ve ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen çalışmalara değinilmiştir.

2.6.1 Öğretmen Adaylarıyla Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Çalışmaları

Türker, Sağlam ve Umay (2010) atmış matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirdikleri çalışmalarında, katılımcıların modelleme performanslarını dört modelleme problemine dair çözüm süreçlerini irdeleyerek belirlemeye çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının modelleme süreçleriyle alakalı görüşlerini de ortaya çıkarmayı amaçlayan araştırmada öğrencilerin sayısal hesaplamaların ağırlıklı olduğu modelleme problemlerinde daha başarılı performans sergiledikleri; ancak daha az matematiksel bilginin yer aldığı problemlerde bazı güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir. Katılımcılar, yapılan görüşmelerde matematiksel modellemenin günlük hayatlarında kolaylıklar sağlayacağını, klasik problemlerden farklı olduğunu, geçirdikleri eğitim yaşantılarının ve bireysel özelliklerin modelleme problemlerinin çözümünde etkili olduğunu, lisans düzeyinde modellemeye ilişkin bir deneyim yaşamadıklarını dile getirmişlerdir.

Eraslan (2011) yaptığı çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bu etkinliklerin matematik öğretiminde kullanılmasına dair düşüncelerini açığa çıkarmayı amaçlamıştır. Öğretmen adaylarının model oluşturma

etkinliklerinin karmaşıklığına ve belirsizliğine atıfta bulundukları, matematik eğitimine olumlu katkıda bulunacağı, bütün sınıf seviyelerinde kullanılabileceği ve grup çalışmasına olanak sağlayacağı gibi düşüncelere sahip oldukları görülmüştür.

Bukova Güzel (2011) otuz beş ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla yürüttüğü çalışmada bir dönem boyunca gerçekleştirilen modelleme eğitimi sürecinde model oluşturma etkinliklerinin çözüm süreçlerini ve oluşturdukları modelleme problemlerini incelemiştir. Katılımcıların modelleme problemi oluştururken gerçeğe uygunluk, matematiksel bilgiyle çözülebilme ve dikkat çekme kıstaslarını dikkate aldıkları ve modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ancak öğretmen adaylarının sonucun gerçek duruma yorumlanması ve doğrulama aşamalarında bazı güçlükler yaşadıkları görülmüştür.

Eraslan (2012) gerçekleştirdiği çalışmada model oluşturma etkinlikleri yardımıyla öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini incelemeyi ve bu süreçte yaşadıkları güçlükleri nedenleriyle birlikte ortaya koymayı amaçlamıştır. Kırk beş ilköğretim matematik öğretmeni adayının katıldığı araştırmanın sonuçlarına göre modelleme etkinlikleri üzerinde katılımcıların başarılı bir şekilde çalıştıkları, sahip oldukları matematiksel kavramları ve ilişkileri genişletebildikleri görülmüştür. Bununla birlikte öğretmen adaylarının özellikle gerçek durumdan matematiksel dünyaya geçiş aşamasında zorluk yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Çiltaş ve Işık (2013) otuz beş ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile yürüttükleri çalışmada dört haftalık bir modelleme eğitimi sonucunda katılımcıların hem matematiksel model ve modelleme kavramlarına ilişkin bilgilerinde ve düşüncelerinde önemli değişimlerin olduğu hem de bazı modelleme süreç becerilerinin geliştiği görülmüştür.

Özaltun, Hıdıroğlu, Kula ve Bukova Güzel (2013) yürüttükleri çalışmada on beş ortaöğretim matematik öğretmeni adayının gruplar halinde modelleme problemlerinin çözümlerinde hangi temsilleri kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Altı matematiksel modelleme problemine ilişkin çözümlerde katılımcıların farklı temsilleri kullandıkları ancak en fazla cebirsel ve sözel temsillerin öne çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca sunulan problemlerin türünün çözümde yer alan temsilleri etkilediği ve öğretmen adaylarının birbirine benzer gösterim biçimlerinden faydalandıkları görülmüştür.

Tekin Dede ve Yılmaz (2013)'a ait çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Maaß (2006)'ın kuramsal çerçevesi kapsamında modelleme yeterlikleri incelenmiştir. On dokuz öğretmen adayı ile gruplar halinde gerçekleştirilen modelleme problemlerinin çözüm süreçleri neticesinde, katılımcıların durumu anlamlandırma, gerçeğe uygun model oluşturma, matematiksel model oluşturma, matematiksel çözümü gerçekleştirme alt yeterliklerinde başarılı oldukları ancak, sonucu gerçek duruma yorumlama noktasında sıkıntılar yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Duran, Doruk ve Kaplan (2016) da yaptıkları araştırmada öğretmen adaylarının benzer şekilde sonucu yorumlama ve doğrulama aşamalarında güçlük yaşadıkları bulgusuna ulaşmışlardır.

Şen Zeytun (2013) farklı matematiksel modelleme problemleri vasıtasıyla altı matematik öğretmeni adayının model oluşturma süreçlerini ve bu süreçlere tesir eden etmenler hakkındaki görüşlerini açığa çıkarmayı hedeflemiştir. Katılımcıların problemi anlamlandırma, bir strateji belirleme, onu uygulamaya dökme ve ortaya çıkan modeli test etme olmak üzere dört aşamadan geçerek model oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının modellemeyle ilgili kavramsal bilgi ve tecrübe eksikliklerinin, zaman sınırlılıklarının, değerlendirme kaygılarının modelleme sürecini başarılı bir şekilde tamamlamanın önündeki önemli engeller olduğu ifade edilmiştir.

Daher ve Shahbari (2015) otuz ortaokul matematik öğretmeni adayının teknolojiden yararlandıkları model oluşturma etkinliklerini bilişsel bir bakış açısıyla ele almayı amaçlamışlardır. Öğretmen adaylarının problem durumuna uygun teknolojik matematiksel model yapılandıkları, modelleme etkinliklerinde teknoloji kullanımının matematiksel ilişkiler hakkında katılımcıların derinlemesine düşünmelerini sağladığı, öğretmen adaylarının farklı modelleme döngüleri yansıttığı, modelleme döngülerindeki farklı basamaklarda teknolojiden yararlanıldığı tespit edilmiştir.

Delice ve Kertil (2015) temsiller arası geçiş bağlamında matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerini incelemişlerdir. Elli beş matematik öğretmenin katıldığı çalışma neticesinde modelleme sürecinde karşılaşılan zorlukların semiyotik (göstergebilimsel) zorluklarla yakından ilişkili olduğu belirtilmiştir. Öğretmen adaylarının eşzamanlı olarak aynı temsilin ilerletilmesi ve farklı temsiller arası geçiş süreçlerinde güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Özellikle sözel ifadeleri sembolik ya da grafiksel gösterime aktarmada başarısız oldukları gözlemlenmiştir.

Altay, Özdemir ve Akay (2014) otuz ilköğretim matematik öğretmeni adayının katıldığı araştırmada on dört hafta süren modelleme dersi sonunda odak grup görüşmeleriyle model oluşturma etkinlikleriyle alakalı görüşleri ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının, lisans dönemlerinde aldıkları en ilgi çekici ders olduğunu, problemlerin onları zihinsel aktivitelere teşvik ettiğini, model oluşturma etkinliklerinin gerçek hayatta matematiğin önemi konusunda öğrencilerde farkındalık oluşturabileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca bu etkinlikler sayesinde basit alışveriş becerilerinin ötesinde daha karmaşık matematiksel becerilere de sahip olunabileceği ifade edilmiştir.

Korkmaz (2014) yirmi beş ortaokul matematik öğretmeniyle yürüttüğü çalışmasında, onlar için tasarlanan bir modelleme dersinde modellemeyle ilgili düşüncelerini ve pedagojik bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Altı modelleme problemiyle uğraşan katılımcıların sürecin sonunda modellemeyle ve sınıf içinde uygulanmasıyla alakalı olumlu düşünceler geliştirdikleri, modellemenin sadece somut materyaller ve görselleştirmeyle ilgili olduğu yönündeki algılarının gerçek hayatla matematiğin ilişkisi temelinde değiştiği, matematiksel modellemenin öğretimi konusunda önemli kazanımlar elde ettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Didiş (2014) matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeyle alakalı öğrencilerin düşünme biçimlerine ilişkin bilgilerini araştırdığı çalışmasında ilk olarak teorik kurs planlanmıştır. Daha sonra yirmi beş katılımcı, lise öğrencilerinin çözümlerini değerlendirmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre yapılan çoğu tahminin öğrencilerin düşünme yollarıyla uyumlu olmadığı ancak süreç içinde öğretmen adaylarının bu konuda gelişim gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca geçen zaman içinde öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünme biçimlerini değerlendirmede ölçüt olarak süreç odaklı değerlendirme yaklaşımını benimsemeye başladıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adayları, bu tür çalışmaların öğrencilerin zihinsel süreçlerini daha iyi anlama fırsatı sunacağını ifade etmişlerdir.

Özdemir (2014) matematik öğretmeni adayları, ortaokul öğrencileri ve matematik öğretmenleriyle yürüttüğü çalışmasında öğretmen adaylarının modellemeye yönelik öğretim planlaması yeterliklerini ve düşüncelerini açığa çıkarmayı hedeflemiştir. Araştırmacı, on yedi öğretmen adayının katıldığı çalışmanın bir bölümüne ilişkin öğretimi planlama yeterliklerinin gelişim gösterdiği, uygulama becerilerinin incelenen ortaokul öğrencilerinin

videoları aracılığıyla doğrulandığı ve çoğunun matematiksel modelleme yeterlikleri bakımından orta ve yüksek seviyede oldukları sonuçlarına ulaşmıştır.

Anhalt ve Cortez (2016) on bir matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirdikleri çalışmalarında öğretmen adaylarının modelleme kursu uygulaması yoluyla düşüncelerini ve modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Eğitim sürecinden önce katılımcıların modellerin öğretmenlerin kullandığı temsiller, görseller ve manipülatifler olduğu gibi kavram yanılgılarına sahip oldukları ancak, eğitim süreci sonunda modellemeyle ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarını ve hatalarını düzelterek süreci doğru bir şekilde ifade ettikleri görülmüştür.

Karalı ve Durmuş (2015) on dört ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel modelleme problemi çözüm sürecinden sonra, modellemeye dair düşüncelerini açığa çıkarmayı amaçlamışlardır. Öğretmen adaylarının bu etkinliklere dâhil olduktan sonra gerçekleştirilen odak grup görüşmeleriyle modelleme problemlerindeki değişkenleri belirlemenin kişiden kişiye değişebileceği, matematiği günlük yaşamda kullanmaya katkısı olacağı, üst düzey düşünme becerilerini kazandırmada etkili olacağı gibi düşüncelere sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğretmen adayları, modelleme problemleriyle uğraşırken zorlandıklarını ancak, grup çalışmalarının ve tartışmaların faydalı olduğunu ifade etmişlerdir.

Hıdıroğlu (2015) yirmi bir matematik öğretmenin katıldığı araştırmada, teknoloji destekli modelleme problemlerinin çözümü aracılığıyla bilişsel ve üstbilişsel yapıları açığa çıkarmayı hedeflemiştir. Grup çalışmalarıyla gerçekleştirilen modelleme etkinliklerine ilişkin elde edilen sonuçlara göre bilişsel ve üstbilişsel eylemlerin bir arada açığa çıktığı, üstbilişsel eylemlerin bilişsel uygulamaları etkilediği görülmüştür. Teknolojinin modelleme sürecindeki temel aşamalar üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı ancak alt basamaklarda karmaşıklığı azaltma, stratejinin belirlenmesi, temsiller arası geçiş kolaylığı sağlaması, doğrulamayı kolaylaştırması bakımından yardımcı rol üstlendiği sonucuna ulaşılmıştır.

Kertil ve Gürel (2016), matematiksel modellemenin STEM eğitime geçiş için bir köprü olabileceğini belirterek, özellikle öğretmenlerin mesleki yeterlikleri bağlamında STEM'in kavramsallaştırılmasına yönelik bir literatür taraması gerçekleştirmişlerdir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin ve proje tabanlı öğrenme yaklaşımının STEM eğitime katkıda

bulunduğu belirtilmiş ve matematik öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen model oluşturma etkinliği sunulmuştur.

Çetinkaya ve diğerleri (2016) yirmi beş ortaokul matematik öğretmeni adayının gerçek hayat durumlarında matematiksel modellemenin doğasına ve modellemeyle matematik öğretimi için gerekli olan prensipler ve stratejilere ilişkin kavram gelişimlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının matematiksel modelleme, anlamlı öğrenmeyle ilişkisi ve matematiksel modelleme görevlerinin doğasıyla ilgili fikirlerinin genişlediği ifade edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin modelleme etkinliklerini uygulama esnasındaki rolleri ve öğrencilerin farklı düşünme yolları konusunda farkındalık kazandıkları bulgusuna ulaşılmıştır.

Karabaş (2016) dört öğretmen adayıyla birlikte uygulanan dokuz modelleme problemi vasıtasıyla doğrusal ilişkilere yönelik bilişsel yeterlikleri ve modelleme süreçlerini incelemeyi hedeflemiştir. Yeterliklerin problemin türüne ve yapısına göre değişebileceği, belirsizlik durumları arttıkça katılımcıların bilişsel olarak daha fazla zorlandıkları ve uygun öğrenme ortamlarıyla modelleme yeterliklerinin geliştirilebileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Saka (2016)'ya ait araştırmada yirmi matematik öğretmeni adayıyla deneysel ve teorik modelleme problemleri üzerinde çalışılmıştır. Bu problemlerin çözüm süreçlerinde teknolojinin rolünü incelemek amaçlanmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre teknolojinin hem deneysel hem de teorik modelleme problemlerinin çözüm sürecini veriler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, varsayımların oluşturulması, sonuçların gerçek duruma yorumlanması bağlamında kolaylaştırıcı etkiye sahip olduğu tespit edilmiştir. Fakat teknolojik araçlara duyulan güvenden dolayı sonucun doğrulanmasına olumsuz etkisi olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının teorik modelleme problemlerinde daha fazla güçlük yaşadıkları, modelleme döngüsünde yaşanan bir sıkıntının diğer aşamalardaki zorlukları tetiklediği; ancak teknolojinin bu zorlukları gidermede etkili olabileceği ifade edilmiştir.

Sevinç ve Lesh (2017) on beş matematik öğretmeni adayı için model ve modelleme perspektifine göre bir eğitim öğretim süreci tasarlamışlardır. Bu sürecin sonunda öğretmen adaylarının farklı modelleme döngülerini tamamladıkları, gerçekçi problemlerin özelliklerine dair önemli farkındalık kazandıkları ve bu problemlere yönelik model oluşturma, gözden geçirme ve revize etme becerilerinde gelişmeler olduğu belirtilmiştir.

Ayrıca bu eğitim sürecinin katılımcılara geleneksel kelime problemlerine eleştirel bakış açısı ve gerçekçi problemler yoluyla matematiksel düşüncelerin geliştirilebileceği düşüncesi kazandırması açısından faydalı olduğu sonucu elde edilmiştir.

Durandt ve Jacobs (2017) elli matematik öğretmeni adayının yer aldığı çalışmalarında kısa zaman diliminde dahi modelleme etkinliklerinin öğretmen adaylarının tutumlarını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmışlardır. Katılımcıların etkinlikten önce modellemeyle ilgili sınırlı bilgilere sahip oldukları, model oluşturma etkinliklerinin çözüm sürecinde güven problemi yaşadıkları, modelleme süreçlerinde daha başarılı olanların daha olumlu düşüncelere sahip oldukları ve modelleme etkinliklerinden keyif aldıkları bulgularına ulaşılmıştır.

Durandt ve Jacobs (2018) kırk dokuz matematik öğretmenin modelleme etkinlikleriyle ilk karşılaşmalarından sonra modelleme yeterlikleriyle beraber inançlarını ve tutumlarını açığa çıkarmayı hedefledikleri çalışmalarında, öğretmen adaylarının olumlu tutum ve görüşlere sahip olmalarına karşın gelecekte bu uygulamaları yürütme konusunda eksiklik hissettikleri bulgularına ulaşmışlardır. Bununla beraber iyi planlanmış bir eğitim sürecinin öğretmen adaylarının tutumlarına, görüşlerine ve yeterliklerine katkı sağlayabileceği ifade edilmiştir.

Çakmak Gürel ve Işık (2018) yaptıkları çalışmada bütüncül yaklaşıma uygun olarak bir öğretim ortamı tasarlamışlar ve sürecin sonunda bu eğitime katılan ve katılmayan matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerini değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Tasarlanan öğrenme ortamının problem durumunu basitleştirme, yapılandırma, matematikselleştirme ve yorumlama alt yeterliklerinin gelişimini olumlu etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Uygulamanın modelleme becerilerinin gelişimini ve matematiksel bilgilerin kavramsal olarak anlamlandırılmasını da olumlu etkilediği belirtilmiştir.

Kaya (2018) yirmi yedi öğretmen adayıyla yürüttüğü çalışmasında bütüncül ve atomist yaklaşımın harmanlandığı öğrenme ortamının modelleme yeterliklerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Bütün-parça-bütün modeline göre dizayn edilen eğitim süreci sonunda elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının matematiksel çalışma yeterliği ile yorumlama ve doğrulama yeterliği ön test son test puanları arasında son test puanları lehine anlamlı farklılık bulunmuştur. Ayrıca öğrenme ortamının geleneksel olmayan inanca sahip öğretmen adaylarına, geleneksel inanca sahip olan öğretmen adaylarına nazaran modelleme yeterliklerinin gelişimi bakımından faydalı olduğu belirtilmiştir.

Güler, Sen, Ay ve Ciltas (2019) matematik öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmada üç boyutlu yazıcı ile yapılan uygulamalar ve model oluşturma etkinlikleri vasıtasıyla katılımcıların ortaya çıkan mühendislik ve modelleme becerilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının tasarım, modelleme ve model üretmede mühendislik becerilerini kullandıkları, üç boyutlu yazıcılarla yapılan model oluşturma etkinliklerinin öğretmen adaylarını motive ettiği tespit edilmiştir.

Aydın Güç ve Baki (2019) bütüncül yaklaşım temelli bir öğrenme ortamı tasarladıkları araştırmalarında öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerini incelemeyi amaçlamışlardır. Eğitim sürecinin gerçek durumu anlama ve gerçek model oluşturma grubunda yer alan varsayımlarda bulunma; matematiksel model oluşturma grubunda yer alan matematiksel nicelikleri, aralarındaki ilişkileri belirlemeye uygun temsilleri kullanma; matematiksel çözümü gerçekleştirme grubunda yer alan uygun matematiksel bilgiyi ve stratejiyi kullanma; sonucu yorumlama grubunda yer alan sonucu başka durumlara genelleme ve çözümü kontrol etme alt yeterliklerinin gelişimine olumlu katkısı olduğu tespit edilmiştir.

Jung, Stehr ve He (2019) yaptıkları araştırmada otuz yedi matematik öğretmeni adayının matematiksel modellemenin öğrenimine yönelik deneyimlerini ve algılarını açığa çıkarmayı amaçlamışlardır. Bu amaca yönelik elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının gerçek hayat problemlerinin seçim yapma ve temsilleri kullanmaya teşvik edici olduğunu ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte katılımcıların modellemeyi sayıların ve işlemlerin görsel formu, öğretmenin ders esnasında yaptığı gösterimler, kelime problemlerinin çözümü, yazılı ya da sözel ispat ve matematiksel kavramlar için kullanılan bağlamlar olarak algıladıkları ve modellemeyle alakalı kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür.

Shahbari ve Tabach (2019) matematik öğretmenleriyle ve matematik öğretmeni adaylarıyla yürüttükleri çalışmada katılımcıların, ortaokul öğrencilerinin katıldığı modelleme etkinliklerinde nasıl müdahalelerde bulunduklarını ve öğrencilerin yansıttığı modelleme süreçlerine dair yorumlarını incelemişlerdir. Öğretmen adaylarının genelde öğrencilerin modelleme etkinliklerine kendi tercih ettikleri çözümleriyle ilgili ipuçları vermeye eğilimli oldukları gözlemlenmiştir. Bu süreç sonucunda öğretmen adaylarının modelleme süreçleriyle ilgili farkındalık oluşturmalarına katkı sağladığı ancak doğrulama ve sonucun gerçek duruma yorumlanması aşamalarının en az vurgulanan basamaklar olduğu sonucuna

ulaşılmıştır. Shahbari ve Tabach (2018)'a ait benzer bir çalışmada da ek olarak öğrencilerin geliştirdikleri modellerin genelde doğrusal modeller oldukları sonucu elde edilmiştir.

Dede ve Taşpınar Şener (2021) on sekiz ortaokul matematik öğretmeni adayıyla yürüttükleri çalışmalarında öğretmen adaylarının bakış açılarını temel alarak matematiksel modelleme etkinliklerini değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Grup olarak katılımcıların bir sınıf ortamında matematiksel modelleme etkinliklerini değerlendirdikleri uygulamada etkinliklerle ilgili düşünceler, öğretmen adaylarıyla ilgili düşünceler, öğrencilerle ilgili düşünceler ve öğretmenlerle ilgili düşünceler olmak üzere dört farklı tema ortaya çıkmıştır. Çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin farklı düşünme stillerini açığa çıkarmada etkili olduğunu belirttikleri ancak; zaman kısıtlaması, öğrencilerin hazır bulunuşlukları ve öğretmenlerin tutumları gibi bazı olumsuzlukları da dile getirdikleri görülmüştür.

Ayrıca matematik öğretmeni adaylarıyla herhangi bir matematiksel kavram, konu ya da ilişkiye dair öğretimin matematiksel modelleme yoluyla gerçekleştirildiği çalışmalar da mevcuttur. Ergene (2019) belirli integral ve Riemann toplamaları arasındaki ilişkiye gerçek hayat ve disiplinler arası problemler yoluyla odaklanmıştır. Kertil (2014) yirmi matematik öğretmeni adayıyla matematiksel model geliştirme üniteleri yoluyla kovaryasyonel düşünme (ikili değişime dair akıl yürütme), değişim oranı, fonksiyon ve türev arasında grafiksel bağlantı kurma gibi türevin temelinde yatan fikirleri nasıl algıladıklarını ortaya çıkarmayı ve bunları anlamlandırma becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Çiltaş (2011) yüz elli bir ilköğretim matematik öğretmeni adayının matematiksel modelleme becerilerini ve matematiksel modelleme etkinlikleriyle gerçekleştirilen öğretim uygulamalarının dizi ve seriler konusunu öğrenmeye etkisini incelemiştir.

2.6.2 Öğretmen Adaylarıyla Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Tasarım Çalışmaları

Bukova Güzel (2011) otuz beş matematik öğretmeni adayının tasarlamış olduğu matematiksel modelleme problemlerini belli kriterlere göre incelemiş ve katılımcıların problem oluştururken gerçek hayata, matematikselleştirmeye uygunluğu ve ilgi çekiciliği dikkate aldıkları görülmüştür. Ayrıca modelleme problemlerinin çözüm sürecinde öğretmen adaylarının problemi anlamada ve sadeleştirme aşamalarında başarılı oldukları ancak, yorumlama ve doğrulama aşamalarında güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir.

Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017) yirmi bir matematik öğretmeni adayının gruplar halinde oluşturdukları model oluşturma etkinliklerini Lesh ve diğerleri (2000) tarafından geliştirilen altı model oluşturma etkinliği prensibine göre değerlendirmişler ve iki grubun ürettiği problemlerin tüm prensiplere uyduğu, bir gruba ait problemin model oluşturma etkinliği kategorisinde ele alınamayacağı ve diğer grupların problemlerinin kısmen prensiplere uyduğu bulgularına ulaşmışlardır. Model oluşturma etkinlikleri geliştirirken, prensipler arasında gerçeklik ve model oluşturma ilkesinin bağlayıcı rolü olduğu, paylaşım ve genelleştirme ilkesiyle etkili prototip ilkesinin yakından ilişkili olduğu belirtilmiştir.

Taşpınar Şener (2017)'e ait çalışmada belirli zaman diliminde gerçekleştirilen eğitim süreci sonunda öğretmen adayları tarafından üretilen model oluşturma etkinlikleri değerlendirilmiş ve bu etkinlikler ortaokul öğrencilerine uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre uygulama öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye alakalı bilgi sahibi olmadıkları; ancak uygulama yoluyla matematiksel modellemeye dair kavramları ve ilişkileri anlamlandırdıkları, çoğu ilkeyi karşılayan model oluşturma etkinlikleri tasarladıkları görülmüştür. Ortaokul öğrencileriyle yapılan grup çalışmaları sonucunda öğrencilerde bazı modelleme süreç becerilerinin ve öğrencilerin matematiksel kavramlar hakkında sahip olduğu kavram yanılgılarının açığa çıktığı, özellikle kalabalık sınıflarda uygulama zorlukları yaşandığı tespit edilmiştir.

Kula Ünver ve diğerleri (2018)'nin yirmi yedi matematik öğretmeni adayıyla yaptıkları çalışmada, katılımcılardan gruplar halinde modelleme problemleri kurgulamaları istenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının problemleri kurgularken modelleme süreçlerine, model oluşturmaya ve farklı matematiksel kavramları kullanmaya ilişkin ilgi çekici, anlaşılır ve gerçek hayata uygun olma gibi faktörleri göz önünde bulundurdıkları görülmüştür. Katılımcıların modelleme problemlerine dair gerçekleştirdikleri çözümlerde genel olarak modelleme basamaklarına uygun hareket ettikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Sunulan modelleme eğitiminin öğretmen adaylarının modelleme problemleri geliştirmeleri için fırsat sağladığı belirtilmiştir.

Şen (2020) kırk dokuz ilköğretim matematik öğretmeniyle yürüttüğü çalışmasında tasarlanan modelleme problemlerini model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerine göre değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının ortaya koyduğu modelleme problemlerinin gerçeklik ilkesini karşıladığı, öz değerlendirme, yapıyı

belgelendirme, paylaşım ve genelleştirme ilkelerini kısmen karşıladığı; ancak model oluşturma ilkesini karşılamadığı görülmüştür. Elçi (2020) de otuz dokuz ilköğretim matematik öğretmeniyle gerçekleştirdiği çalışmasında tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin gerçeklik, öz değerlendirme ve yapıyı belgelendirme ilkelerine uygun olduğu; ancak model oluşturma, paylaşım ve genelleştirme ilkelerine uygun olmadığını tespit etmiştir.

2.6.3 Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Çalışmaları

Sol, Gimenez ve Rosich (2011) on iki-on altı yaş aralığındaki öğrencilerle yürüttükleri araştırmalarında modellemenin doğrusal bir formda ilerlemediği bulgusuna erişmişlerdir. Öğrencilerin ilk aşamada kaydettikleri çözümlerini ilerleyen safhalarda geliştirdikleri, problem durumundaki değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri kurmada zorluk yaşadıkları için matematiksel model oluşturmamış oldukları tespit edilmiştir.

Biccard ve Wessels (2011)'in on iki öğrenciye üç model oluşturma etkinliği sunulan çalışmasında, öğrencilerin kavramsal bilgilerinin problemlerin çözüm sürecinde açığa çıktığı, genellenebilir modeller oluşturabildikleri; ancak modelleme sürecindeki yorumlama ve doğrulama aşamalarında zayıf kaldıkları görülmüştür. Ayrıca bazı bağlamların öğrencilerin modelleme yeterliklerini desteklediği görülürken, bazı bağlamlarda ise bu durumun söz konusu olmadığı ifade edilmiştir.

Eraslan ve Kant (2015) ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirdikleri çalışmalarında “Voleybol Problemi” isimli model oluşturma etkinliğinin çözüm sürecinde öğrencilerin farklı bakış açıları geliştirdikleri sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca öğrencilerin bir sonuca varmadan önce aralarında tartışarak farklı varsayımları değerlendirdikleri ancak uygun matematiksel model oluşturmada ve modeli geliştirmede sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Bununla beraber etkinliklerin öğrencilerin derinlemesine ve matematiksel düşünmelerine katkı sağladığı ifade edilmiştir.

Tekin Dede ve Yılmaz (2015) yirmi üç altıncı sınıf öğrencisinin matematiksel modelleme becerilerini geliştirmek amacıyla eylem araştırması deseninde bir çalışma yürütmüşlerdir. Gerçekleştirilen on altı ders sonunda öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çözüm becerilerinde kolaylıkla gelişim yaşandığı görülürken; yorumlama ve doğrulama becerilerinin gelişimi için özel olarak odaklanmak gerektiği ortaya çıkmıştır.

Tekin Dede ve Yılmaz (2016)'a ait çalışmada uzun soluklu bir uygulama vasıtasıyla altıncı sınıf öğrencilerinin modelleme becerilerini açığa çıkarmak hedeflenmiştir. Öğrencilerin problem durumlarına ilişkin kısmen uygun varsayımlarda bulundukları, sınırlı düzeyde de olsa doğru matematiksel modeller inşa edebildikleri, sadece çözüm sürecini kontrol etmek suretiyle doğrulama yaptıkları görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerin gerçek hayata yorumlamada sıkıntı yaşadıkları ortaya çıkmıştır.

Şahin ve Eraslan (2016b) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri kâğıttan uçak tasarımı etkinliğinde katılımcıların farklı stratejiler geliştirdikleri, değişkenleri ve aralarındaki ilişkileri belirleyerek çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Katılımcıların problem durumunu anlamada zorluk yaşadıkları tespit edilirken, matematiksel çözüm sürecinde karşılarına çıkan zorlukları grup içi tartışmalar yoluyla aştıkları görülmüştür.

Tekin Dede (2017) beşinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar üç yüz on bir öğrenciyle gerçekleştirdiği çalışmasında katılımcıların matematiksel modelleme yeterliklerini incelemeyi amaçlamıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin doğrulama haricinde sınıf seviyesi arttıkça geliştiği, katılımcıların varsayımda bulunma, uygun gerçek modeller oluşturma, gerçek yaşama yorumlama ve doğrulama yeterliklerine ilişkin bir sıkıntı yaşamadıkları; ancak matematiksel çözüm esnasında bazı hatalar yaptıkları ortaya çıkmıştır.

Zihar ve Çiltaş (2018) eylem araştırması deseninde yürüttükleri çalışmalarında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar konusundaki başarılarına ve ilgilerine katkı sağlamayı amaçlamışlardır. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri neticesinde öğrencilerin üslü sayılar konusundaki başarılarının ve derse karşı ilgilerinin olumlu yönde geliştiği görülmüştür.

Matematiksel modellemeyle ilgili literatür incelendiğinde, öğretmen adaylarının lisans düzeyinde aldıkları eğitim öğretim süreçlerinde matematiksel modellemeyle ilgili deneyimlerinin çok kısıtlı düzeyde kaldığı söylenebilir. Matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerini inceleyen çalışmalar da, öğretmen adaylarının özellikle matematiksel model oluşturma, gerçek sonuçlara yorumlama ve doğrulama aşamalarında olmak üzere farklı matematiksel modelleme süreç becerilerini sergilemede güçlük yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte yürütülen çalışmaların hemen hemen hepsinde uyarlama problemlerin kullanıldığı söylenebilir. Ortaokul düzeyindeki öğrencilerle

yürütülen çalışmalar da benzer sonuçlara işaret etmektedir. Özellikle ortaokul seviyesinde olmak üzere farklı kademelerde ve öğretmen eğitiminde teori ile pratik arasındaki boşluğa dikkat çekilmiştir. Ayrıca hem matematik öğretmenlerinin hem de matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme problemlerinin tasarımına ilişkin daha fazla deneyim yaşamaları gerektiği ifade edilmiştir. Öte yandan matematiksel modelleme alanıyla ilgili eğitimlerin verildiği çalışmalara bakıldığında katılımcıların gerek matematiksel modellemeye dair kavramsal bilgilerinde ve matematiksel modelleme süreç becerilerinin gelişiminde gerekse matematiksel modelleme problemlerinin tasarımı konusunda ilerlemeler kaydettikleri görülmüştür.



BÖLÜM III: YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanma süreci, verilerin çözümlenmesi ve geçerlik-güvenirlik çalışmaları ile ilgili kısımlar yer almaktadır.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla birlikte ortaokul matematik öğretim programındaki öğrenme alanlarına yönelik model oluşturma etkinlikleri tasarlamak ve bu etkinliklerin uygulanabilirliğini değerlendirmek amaçlanmıştır. Literatüre bakıldığında farklı sınıf seviyelerinde gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinliklerinin çoğunlukla uyarlanmış problemlerle yürütüldüğü görülmektedir. Bağlamların ve yaşanan kültürün özellikle problemi anlama aşaması olmak üzere çözüm süreçlerinde etkili olduğu vurgulanmıştır (Plath ve Leiss, 2018). Bu anlamda Türkiye’de, özellikle ortaokul öğrencilerine uygun özgün modelleme problemlerinin olmayışı eksiklik olarak düşünülmüştür. Üretilen problemlerin başka araştırmalarda ve matematik sınıflarında uygulanmasına olanak sağlamanın ötesinde, sürdürülebilir bir anlayış için öğretmen adaylarının bir modelleme probleminin nasıl ortaya koyulduğu konusunda birikime sahip olmalarının önemli olduğu ifade edilebilir. Bu birikimin öğretmen adaylarına, meslek hayatlarında matematiksel modellemeyi sınıflarına taşımaları konusunda fırsatlar sunması beklenmektedir. Bunun için her şeyden önce öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesi gerekir. Çünkü matematiksel modelleme ancak onu yaparak ve yaşayarak öğrenilir (Berry, 2002). Ancak alanyazın incelendiğinde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinde sıkıntılar yaşadıkları ve modellemeye dair yeterli düzeyde deneyim yaşamadıkları görülmektedir. Bu yüzden çalışmada öğretmen adaylarına matematiksel modelleme ile ilgili tecrübe yaşayacakları bir öğrenme ortamı planlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda ise Borromeo Ferri (2018)’ye ait kuramsal çerçevede yer alan eğitim-öğretim süreci uygulanmıştır. Araştırmacı öğrenme ortamında karşılaşılan zorlukları, öğretmen adaylarında açığa çıkan modelleme süreç becerilerini ve öğrenme ortamından elde edilen bilgileri birincil olarak görmek için çalışmaya bizzat dâhil olmuştur. Bu yüzden çalışmada araştırmacı öğretici rollerini üstlendiğinden ve modelleme öğretimini geliştirmek hedeflendiğinden eylem araştırması modeli benimsenmiştir.

Eylem araştırmasına ilk defa Kurt Lewin'e ait "Eylem Araştırması ve Azınlık Sorunları" isimli çalışmada rastlanmıştır (O'Brien, 2003; akt. Aksoy, 2003). Barınma, çalışma, sosyalleşme ve eğitim gibi konularda dezavantajlı olan gruplarla ilgili olan bu çalışmada adı geçen eylem araştırması, yerel düzeyde değişim ve gelişim gerçekleştirmek için etkili bir araç olarak görülmektedir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Eylem araştırmaları eylemlerin ve öğretimin kalitesini anlamak veya geliştirmek için gerçek bir okul ya da sınıf ortamında yürütülen araştırma süreci olarak tanımlanmıştır (Johnson, 2012; McKernan, 2008; McTaggart, 1997). Ferrance (2000)'e göre eylem araştırması, katılımcıların kendi eğitim uygulamalarını sistematik olarak ve dikkatli bir şekilde araştırma tekniklerini kullanarak araştırdıkları bir süreçtir (s. 1). Bu bakımdan literatürde öğretmen araştırması olarak da geçmektedir. Öğretim süreçlerinde var olan problemleri tespit ettikten sonra geliştirici bir eylem planı hazırlanarak uygulamaların iyileştirilmesini hedeflemektedir. Eylem araştırmalarında amaç yalnızca yaşanan çevreyle alakalı bilgi toplamak, bu bilgileri yorumlamak ya da tanımlamak değil, aynı zamanda sosyal bir ortamda yer alan eylemlerle ilgili bağlamsal olarak derinlemesine anlam ve bilgi geliştirmektir (McKernan, 2008). Bu bakımdan eylem araştırmalarında öğretmenler, kendi profesyonel gelişimlerine dâhil olmakta ve bu süreçlerde daha aktif rol almaktadırlar (Wood, 1988).

Aksoy (2003) eylem araştırmalarının öne çıkan özelliklerini şöyle ifade etmiştir:

- Eylem araştırmaları kuramsal bir bilgi oluşturmak yerine var olan uygulamaları iyileştirme amacı taşımaktadır.
- Araştırmacının doğrudan sürece katılımıyla ilk elden bilgi elde etme imkânı sunmaktadır.
- Doğrudan mevcut problemlerin çözümüne yönelik gerçekleştirilen bu araştırmalar, iş birliğini ve sosyal gelişimi desteklemektedir.
- Elde edilen çözümlerin uygulamaya geçirilmesinde karşılaşılan direnci de yumuşatmaktadır (s. 477-478).

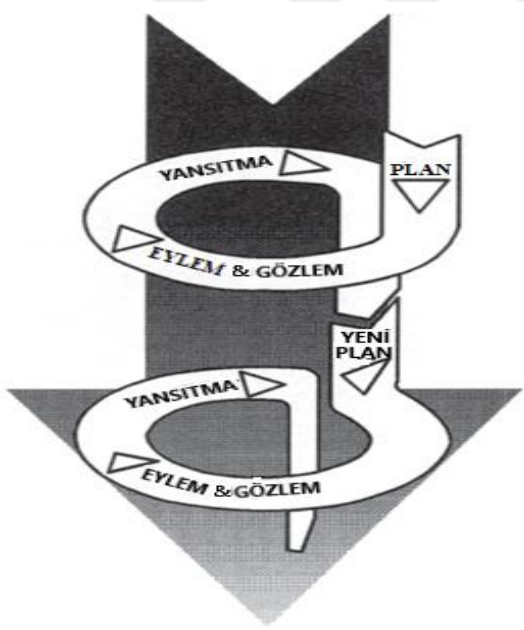
Eylem araştırmalarında, bir değişim planlanmalı, bu plan uygulama sürecinde ve sonucunda izlenmeli, eylem planı üzerinde yansıtıcı düşünme gerçekleştirilerek tekrar planlama yapılmalı ve uygulamaya geçilerek bu döngüye devam edilmelidir (Kemmis ve McTaggart, 2005). Bu özelliklerle beraber eylem araştırmaları, programların iyileştirilmesi, eğitimcilerin bilgilerini geliştirmesi, geleceğe yönelik vizyon oluşturma, yapılan işe yönelik eleştirel ve yansıtıcı düşünme olanağı sağlaması ve karar alma mekanizmalarını güçlendirmesi bakımından da yararlı görülmüştür (Aksoy, 2003).

Eylem araştırmaları kişisel öğretmen araştırması, kolektif eylem araştırması, okul geneli eylem araştırması ve bölge geneli eylem araştırması olmak üzere dört farklı türde ele

alınmıştır (Ferrance, 2000). Kemmis ve Wilkinson (1998) kişisel, sosyal ve her iki seviyede de katılımcı eylem araştırmasının ilkelerini ifade ederek, nasıl uygulanması gerektiğine ilişkin önemli noktalara değinmişlerdir. Katılımcı eylem araştırması süreci mekanik gibi görünse de, şu adımları içeren yansıtıcı döngülerden oluşan sarmal bir yapıdadır:

- Bir değişim planlama,
- Süreci uygulama ve sonuçları gözlemleme,
- Süreç ve sonuçlar üzerine yansıtıcı düşünme,
- Tekrar planlama,
- Tekrar uygulama ve gözlemleme
- Tekrar yansıtıcı düşünme... (Kemmis ve McTaggart, 2005; s. 276).

Kemmis ve Wilkinson (1998)'a ait çalışmada yer alan eylem araştırmasını temsil eden sarmal model Şekil 3.1'de gösterilmektedir.



Şekil 3. 1. Kemmis ve Wilkinson (1998)'un Eylem Araştırması Modeli

Eylem araştırmalarının planlama aşamasında bir problem durumu ve kapsamı belirlenerek, konuyla alakalı literatür taraması yapılır ve bir eylem planı geliştirilir (Mertler, 2016). Belirlenen problemlere yönelik olarak hipotezler hazırlamak da planlama aşamasında yer almaktadır. Ardından belirlenen planın uygulama ve gözlem safhasına geçilir. Bu aşamada gerekli veriler toplanarak, analiz edilir ve çıktılar değerlendirilir. Değerlendirme sürecinden sonra saptanan eksiklikler giderilerek yeni bir eylem planı oluşturulur ve süreç döngüsel bir şekilde devam eder (Mertler, 2016). Bu bağlamda matematiksel modellemeye ilgili olarak

literatür taraması yapılmış ve hem üniversite düzeyinde hem de ortaokul düzeyinde yer alan uygulamaların, alanyazında önemi belirtilmesine karşın yetersiz olduğu anlaşılmıştır. Bu eksikliğin hem bağlamları ortaokul öğrencilerine uygun olduğu düşünülen özgün problemlerin yeterli düzeyde olmayışından, hem de sınıf içinde uygulayacak olan öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyle ilgili deneyim yaşamamalarından kaynaklandığı düşünülmüştür (Aydın Güç ve Baki, 2019; Busse ve Kaiser, 2003; Korkmaz, 2014; Leiss, Plat ve Schwippert; 2019). Dolayısıyla hem ortaokul öğrencilerine hitap eden bağlamları içeren problemleri üretmek hem de öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin sınıf ortamında nasıl uygulandığı konusunda bizzat deneyim yaşamaları için öncelikle öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi literatürde yer alan kuramsal bir çerçeve kapsamında bir eğitim süreciyle öğrenmeleri gerektiği anlaşılmıştır. Çünkü bu tür problemler üretmek için matematiksel modellemeyle ilgili temel bilgilere sahip olunmalı ve Berry (2002)'nin de belirttiği gibi öğretmen adaylarının kendilerinin modelleme süreçlerinden geçmeleri gerektiği düşünülmüştür. Bu bağlamda birinci eylem planı hazırlanarak pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama neticesinde elde edilen çıktılar değerlendirilerek düzenlenen ikinci eylem planı asıl uygulama olarak gerçekleştirilmiştir. Kemmis ve Wilkinson (1998)'in eylem araştırması modeline uygun olarak planlanan eylem araştırması süreci Tablo 3.1'de sunulmuştur.

Diğer araştırma türlerinden farklı olarak genel ve soyut bir uygulamaya odaklanmaktan ziyade eylem araştırmalarında, belirli katılımcıların belirli uygulamalarını değiştirme amacı taşıdığından dolayı ideal olanı ortaya koymak değil, “şimdi ve burada” olan realite içinde hareket etmek ve değişim gerçekleştirmek önemlidir (Kemmis ve McTaggart, 2005). Bununla beraber eylem araştırmalarında hangi araştırma metotlarının önemli olduğunu sorgulamadan önce araştırmanın hangi yönünün pratik hangi yönünün teorik olduğu net bir şekilde ortaya koyulmalıdır (Kemmis ve Wilkinson, 1998). Bu bakımdan çalışmada, Borromeo Ferri (2018)'e ait teorik çerçevenin eğitim sürecinde kullanılması, ona ait modelleme döngüsüyle birlikte kullanılan farklı değerlendirme yöntemleri teorik boyuta hitap ederken, sınıf içi uygulamalarla bizzat öğretmen adayları tarafından gerçekleştirilen modelleme etkinliklerinin çözüm ve model oluşturma etkinliklerinin tasarım süreçleri pratik boyuta hitap etmektedir.

Belirlenen amaç doğrultusunda araştırmada, eylem araştırması türlerinden katılımcı eylem araştırması deseni benimsenmiştir. Bu desen, yeni bilgiler, beceriler ve tecrübeler elde etmek

amacıyla eleştirel bir bakış açısıyla ilgili alanla alakalı kuram ve uygulamaları bir araya getirerek yetkinlik kazanmaya olanak sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Tablo 3. 1. Eylem Araştırması Sürecinin Akışı

Problem Durumu	Matematiksel modellemeye ilgili gerçekleştirilen sınıf içi uygulamalara bakıldığında, etkinliklerde kullanılan problemlerin çoğunlukla farklı ülkelerde gerçekleştirilen çalışmalarda yer alan problemlerin uyarlanmış versiyonları olduğu görülmektedir. Özellikle modelleme sürecindeki ilk basamak olan “problemi anlama” aşamasında olmak üzere diğer aşamalarda bağlamların, içinde yaşanılan kültürün, anadilin önemli olduğu vurgulanmıştır (Busse ve Kaiser, 2003; Plath ve Leiss, 2018). Bu anlamda öğrencilerin kendi hayatından izler taşıyan problemlerle muhatap kılınmasının önemli olduğu düşünülmüştür. Matematiksel modellemeyi bir eğitim reformu anlayışıyla sürdürülebilir kılmak için öğretmen adaylarının profesyonel meslek hayatlarında bu tür problemler üretebilmelerine yardımcı olmak amaçlanmıştır. Bunun için de ilk önce matematiksel modellemede yetkin hale gelmeleri gerektiği ancak, ilgili alanyazından da anlaşılabacağı üzere matematiksel modellemeye alakalı yeterli deneyim sahibi olmadıkları görülmektedir.
1. Eylem Planı	
Gereklilikler	• Eğitim süreci için kullanılacak kuramsal çerçeve. • Öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinin gözlemlenmesi ve değerlendirilmesi için gerekli olan kuramsal çerçeve. • Öğretmen adaylarının üretmiş oldukları problemleri değerlendirmek için gerekli olan kuramsal çerçeve.
Hipotezler	• Borromeo Ferri (2018)’ye ait modellemeyi öğrenme ve öğretme yaklaşımıyla tasarlanan öğrenme ortamı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreç becerilerine katkı sağlamaktadır.

	• Borromeo Ferri (2018)'ye ait modellemeyi öğrenme ve öğretme yaklaşımıyla tasarlanan öğrenme ortamı model oluşturma etkinlikleri prensiplerine uygun modelleme etkinlikleri tasarlamaya katkı sağlamaktadır.
Eylem Planı	• Borromeo Ferri (2018)'ye ait modellemeyi öğrenme ve öğretme yaklaşımıyla tasarlanan öğrenme ortamının tasarlanması. • Teorik eğitim. • Öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerine girecekleri etkinliklerin belirlenmesi ve uygulanması. • Eğitim süreci sonunda öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliği tasarlama çalışmaları.
Uygulama	Eylem planının pilot uygulama kapsamında gerçekleştirilmesi.
Değerlendirme /Yansıtma	• Teorik eğitim çıktılarının değerlendirilmesi. • Öğretmen adaylarının modelleme süreç becerilerinin değerlendirilmesi. • Öğretmen adaylarının oluşturdukları model oluşturma etkinliklerinin değerlendirilmesi.
Yeniden Planlama	Eğitim süreci sonunda karşılaşılan aksaklıkların, belirlenen eksikliklerin giderilerek eylem planının revize edilmesi.
Yeniden Uygulama	Asıl uygulama kapsamında revize edilen eylem planının uygulanması
2. Eylem Planı	• Teorik eğitim çıktılarının değerlendirilmesi. • Öğretmen adaylarının modelleme süreç becerilerinin değerlendirilmesi. • Öğretmen adaylarının oluşturdukları model oluşturma etkinliklerinin değerlendirilmesi.
Sonuçlar	Elde edilen bulgulara ve değerlendirmelere ilişkin varılan sonuçların raporlaştırılması.

Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen uygulama sonucunda elde edilen model oluşturma etkinliklerinden belli kriterleri sağlayanlar ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinliklerinde kullanılmıştır. Bu etkinliklerin ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinde hangi modelleme süreç becerilerini ortaya çıkardığını incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda gerçekleştirilen sınıf uygulamasında sınırlı sayıdaki durum, derinlemesine analiz edilmiştir. Bu bakımdan araştırmanın ortaokul kısmındaki uygulamada nitel araştırma türlerinden durum çalışması deseni benimsenmiştir. Yin (1994) durum çalışmasını özellikle bağlamla arasındaki sınırların açıkça belli olmadığı güncel bir olgunun kendi doğal ortamında incelendiği araştırma yöntemi olarak tanımlamıştır (s.13). Durum çalışmaları araştırmacının bir ya da daha fazla kişinin bulunduğu bir programı, olayı, etkinliği derinlemesine keşfettiği araştırma stratejisidir (Creswell, 2009; s.13). Çalışmanın ikinci kısmında da ortaokul öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerinde, modelleme döngüsünde nasıl hareket ettiklerini, hangi modelleme süreç becerilerini gösterdiklerini derinlemesine incelemek ve modelleme problemleri ile ilgili görüşlerini açığa çıkarmak hedeflenmiştir.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın ilk bölümü iki ayrı çalışma grubuyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunu 2019-2020 eğitim öğretim yılının güz yarıyılında, İstanbul İli'nde bulunan bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü'nde öğrenim görmekte olan kırk öğretmen adayı oluşturmaktadır. Pilot çalışmada on dokuz kişiyle uygulama yapılırken, asıl çalışmada ise yirmi bir kişiyle birlikte uygulama yapılmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının daha önce matematiksel modellemeyle ilgili bir derse katılmadıkları ya da çok sınırlı deneyime sahip oldukları görülmüştür. Bununla birlikte gerek ortaokul gerekse lise dönemlerinde de gerçek hayatla bağlantılı, açık uçlu ve farklı çözüm yollarına olanak sağlayan problemlerle uğraştıkları bir sürece dâhil olmamışlardır. Yani katılımcıların uygulama öncesinde matematiksel modellemeyle alakalı deneyimleri yoktur. Çalışmanın ikinci bölümü ise 2019-2020 eğitim öğretim yılının birinci döneminde, İstanbul İli'nde bulunan Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan on bir sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür.

Bu araştırmada öğretmen adaylarından oluşan çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemiyle oluşturulmuştur. Çalışmanın ortaokul uygulaması için de katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemine başvurulmuştur. Amaçlı örnekleme yönteminde araştırmacının,

derinlemesine araştırma yapmasına olanak sağlayacak, belirlenen amaca yönelik olarak araştırma sorularını aydınlatması için bilgi bakımından zengin vakaları seçmesi söz konusudur (Patton, 2002). Daha önce de belirtildiği gibi eylem araştırmalarında bir uygulamanın geliştirilmesi hedeflenmektedir. Eylem araştırmalarında araştırmacı hedef kitleyi genellikle gelişime açık bireylerden oluşturduğu için amaçlı örnekleme yöntemi yaygın olarak kullanılmaktadır (Tomal, 2010). Patton (2002) amaçlı örnekleme yönteminin, gücünü derinlemesine anlamaya olanak sağlamasından aldığını vurgulamıştır. Dolayısıyla hem öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen eylem araştırması desenindeki uygulama için hem de ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen durum çalışması desenindeki uygulama için katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Araştırmanın birinci eylem planına ilişkin uygulama, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünün üçüncü sınıfında öğrenim gören on dokuz öğretmen adayıyla yürütülmüştür. Araştırmanın ikinci eylem planı kapsamında ise yine aynı bölümün dördüncü sınıfında öğrenim görmekte olan yirmi bir öğretmen adayıyla çalışılmıştır. Pilot uygulamaya katılan bu öğretmen adayları PAÖ1, PAÖ2,...,PAÖ19 şeklinde kodlanırken; asıl çalışma grubunda yer alan öğretmen adayları ise AÖ1, AÖ2,...,AÖ21 şeklinde kodlanmıştır. Pilot uygulama, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programındaki seçmeli derslerden biri olan “Görsel Matematik” dersinde gerçekleştirilirken; asıl uygulama ise yine aynı lisans programındaki seçmeli derslerden biri olan “Geometri Öğretimi” dersinde gerçekleştirilmiştir. Katılımcılardan kendi isteklerine göre üçer kişilik grup oluşturmaları ve hem modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde, hem de model oluşturma etkinliği tasarlama süreçlerinde aynı grup üyeleriyle birlikte çalışmaları istenmiştir. Çünkü eylem araştırmalarının etkili olabilmesi için katılımcılar arasında serbest bilgi akışını sağlayacak serbest diyalogların önemine dikkat çekilmiştir (Aksoy, 2003). Öte yandan katılımcılar arasında gerçekleşen diyalogların saklı olan verileri (objektif gerçeklikleri veya subjektif inançları) ortaya çıkarması bakımından eylem araştırmalarını desteklediği vurgulanmıştır (Palus ve Mcguire, 2015). Ayrıca modelleme etkinliklerinde grup çalışmalarıyla daha etkili sonuçların alındığı birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Biccard ve Wessels, 2011; Borromeo Ferri, 2018; Kertil, 2008; Maaß, 2006). Çünkü grup çalışmaları farklı düşünceleri test etmeye, eleştirmeye ve grup üyeleri arasında bilgi akışını sağlamaya olanak sağlamaktadır (Zawojewski, 2010). Dolayısıyla araştırmada katılımcıların (hem öğretmen adaylarının hem de ortaokul öğrencilerinin) işbirlikli öğrenme gruplarıyla çalışmalarının yararlı olacağı düşünülmüştür. Çalışmaya katılımı gönüllülük esas alınmıştır. Öğretmen

adaylarıyla yürütülen kısımda katılımcılara, araştırma sürecinde derse devamlılığın önemi, ortaya çıkan ürünlerle alakalı araştırmaya katılan veya katılmayan kişilerle herhangi bir bilgi paylaşımının yapılmaması, uygulama esnasında ses ve görüntü kaydı alınması gibi hususlarda ayrıntılı bir şekilde bilgilendirme yapılmıştır. Benzer şekilde ortaokulda yürütülen kısımda öğrenciler derse devamlılığın önemi, uygulama sürecindeki ses ve görüntü kayıtlarıyla ilgili bilgilendirilmiştir. Öğretmen adayları çalışmaya devamsızlık yapmaksızın gönüllü olarak katılacaklarına dair “Gönüllülük Formu” (bkz. Ek 4) imzalamışlardır. Ortaokul uygulaması için de “Veli Onam Formu” doldurulmuş ve veliler tarafından imzalanmıştır (bkz. Ek 11).

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinliklerini başarıyla tamamlamaları için gerekli olan bilgi ve becerilere sahip oldukları düşünülmektedir. Çünkü hem üçüncü sınıfta hem de dördüncü sınıfta öğrenim görmekte olan öğretmen adayları, gerek pür matematiğe dair Genel Matematik, Geometri, Analiz, Analitik Geometri gibi dersleri, gerekse pedagojik alan bilgisine dair Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı, Cebir Öğretimi, Okul Matematik Müfredatı gibi zorunlu veya seçmeli dersleri almışlardır. Asıl uygulama kapsamında dördüncü sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni lisans programına dair çoğu dersi almış olmaları bakımından kendilerini öğretmenliğe yakın hissetmeleridir. Pilot uygulama kapsamında üçüncü sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni ise kendilerinden bir üst sınıfta olan öğretmen adaylarıyla aynı dersleri görmeleri ve onlarla aynı yollardan geçmeleri bakımından benzer üniversite ve fakülte kültürüne sahip olduklarının düşünülmektedir. Bu yolla birinci eylem planından hareketle ikinci eylem planının revize edilmesinde farklı değişkenlerin etkisini azaltmak hedeflenmiştir. Daha önce de bahsedildiği gibi gruplar arasında herhangi bir bilgi paylaşımı söz konusu değildir. Pilot uygulamadaki ve asıl uygulamadaki katılımcılarla birlikte ortaokul öğrencilerine ait kodlar ve demografik bilgiler Tablo 3.2’de, Tablo 3.3’te ve Tablo 3.4’te yer almaktadır.

Tablo 3. 2. Pilot Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarına Ait Kodlar ve Bilgiler

Kod	Cinsiyet	Dâhil Olduğu Grup	AGNO
PAÖ1	Erkek	Grup 6	2.40
PAÖ2	Erkek	Grup 2	2,38
PAÖ3	Kadın	Grup 3	3.28
PAÖ4	Kadın	Grup 3	3.16
PAÖ5	Erkek	Grup 6	2.44

PAÖ6	Kadın	Grup 1	3.24
PAÖ7	Kadın	Grup 3	2.86
PAÖ8	Kadın	Grup 4	2.68
PAÖ9	Kadın	Grup 1	3.83
PAÖ10	Kadın	Grup 1	3.31
PAÖ11	Kadın	Grup 5	2.76
PAÖ12	Kadın	Grup 4	2.55
PAÖ13	Kadın	Grup 4	2.98
PAÖ14	Erkek	Grup 2	2.70
PAÖ15	Erkek	Grup 2	2.40
PAÖ16	Erkek	Grup 6	2.98
PAÖ17	Erkek	Grup 6	2.38
PAÖ18	Kadın	Grup 5	3.35
PAÖ19	Kadın	Grup 5	3.58

Tablo 3. 3. Asıl Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarına Ait Kodlar ve Bilgiler

Kod	Cinsiyet	Dâhil Olduğu Grup	AGNO
AÖ1	Kadın	Grup 2	2.73
AÖ2	Kadın	Grup 4	3.63
AÖ3	Kadın	Grup 7	3.18
AÖ4	Kadın	Grup 1	3.15
AÖ5	Kadın	Grup 5	3.29
AÖ6	Erkek	Grup 5	3.37
AÖ7	Kadın	Grup 6	3.65
AÖ8	Kadın	Grup 3	3.44
AÖ9	Kadın	Grup 1	2.70
AÖ10	Kadın	Grup 3	3.57
AÖ11	Kadın	Grup 2	2.64
AÖ12	Kadın	Grup 5	2.71
AÖ13	Kadın	Grup 4	3.02
AÖ14	Erkek	Grup 6	2.92
AÖ15	Kadın	Grup 4	3.11
AÖ16	Kadın	Grup 2	2.85

AÖ17	Kadın	Grup 7	3.11
AÖ18	Kadın	Grup 3	3.09
AÖ19	Kadın	Grup 7	3.76
AÖ20	Kadın	Grup 1	3.62
AÖ21	Kadın	Grup 6	2.63

Tablo 3. 4. Uygulamaya Katılan Ortaokul Öğrencilerine Ait Kodlar ve Bilgiler

Kod	Cinsiyet	Dâhil Olduğu Grup	Not Ortalaması
Ö1	Kadın	Grup Supernova	96.57
Ö2	Kadın	Grup Supernova	95.11
Ö3	Kadın	Grup Supernova	94.52
Ö4	Kadın	Grup Supernatural	93.92
Ö5	Kadın	Grup Supernatural	93.21
Ö6	Kadın	Grup Supernatural	93.90
Ö7	Kadın	Grup İsimsiz	96.37
Ö8	Kadın	Grup İsimsiz	96.40
Ö9	Kadın	Grup Şurup	90.83
Ö10	Kadın	Grup Şurup	92.81
Ö11	Kadın	Grup Şurup	92.65

3.3 Veri Toplama Araçları

Tasarlanan en mükemmel sistemde dahi kaliteli girdiler olmadan kaliteli çıktılar elde edebilmenin mümkün olmadığı anlamına gelen, bilgi ve iletişim teknolojilerinde kullanılan bir tabir olan “bavula ne girerse bavuldan o çıkar (garbage in, garbage out-GIGA)” değişimin, eylem araştırmalarında da geçerli olduğu vurgulanmıştır (Tomal, 2010; s. 35). Dolayısıyla araştırmanın amacına ve analiz yapmaya uygun olan bilgilerin katılımcılardan elde edilmesi için gerekli olan veri toplama araçlarının ve veri toplamaya ilişkin planlamanın önemi ortaya çıkmaktadır. Bu bölümde öğretmen adaylarıyla ve ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamalardaki veri toplama araçları ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

Çalışmanın öğretmen adaylarıyla yürütülen bölümünde matematiksel model ve modelleme süreçleriyle alakalı fikirlerini öğrenmek ve bu fikirlerin uygulamadan sonra ne şekilde değiştiğini görebilmek için uygulama öncesinde ve sonrasında açık uçlu sorulardan oluşan anket uygulanmıştır. Bu formun oluşturulmasında Akgün, Çiltaş, Deniz ve Işık (2013),

Korkmaz (2014), Taşpınar Şener (2017)'e ait çalışmalardan yararlanılmıştır. Bununla birlikte açık uçlu sorulardan oluşan anketin hazırlanmasında iki matematik eğitimcisinin ve bir dil uzmanının görüşlerine de başvurulmuştur. Ortaokul öğrencilerinin modelleme etkinlikleriyle ilgili görüşlerini açığa çıkarmak amacıyla hazırlanan açık uçlu formun hazırlanmasında da aynı iki matematik eğitimcisi ve bir dil uzmanından yardım alınmıştır. Formlar Ek 6, Ek 7 ve Ek 12'de sunulmuştur.

Borromeo Ferri (2018)'ye ait kuramsal çerçevede yer alan teorik eğitimden sonraki uygulama safhasında öğretmen adaylarının grup çalışmaları yoluyla hangi matematiksel problemleri çözeceğini belirlemek amacıyla literatür taraması yapılmış ve problem havuzu oluşturulmuştur. Uzman görüşlerine başvurularak bu problem havuzundan bir adet ısınma problemi ve üç adet uygulama problemi seçilmiştir. Isınma problemi olarak Borromeo Ferri (2018)'ye ait “A Clear Day at the Ocean” (uzaklık problemi) seçilmiştir. Uygulama problemleri olarak ise Borromeo Ferri (2007)'nin çalışmasında yer alan “Saman Balyası Problemi”, Blum ve Borromeo Ferri (2009)'nin çalışmasındaki “Yakıt Problemi” isimli modelleme probleminin Türkiye'ye uyarlanmış formu ve Tekin Dede ve Yılmaz (2013)'a ait “Yakıt Deposu Problemi” seçilmiştir. Uygulama problemlerinden ilk ikisinin seçilmesinin nedeni eğitim sürecine ilişkin kuramsal çerçeveyi ortaya atan araştırmacıya ait olmasıdır. Üçüncü problem ise Tekin Dede ve Yılmaz (2013)'a ait çalışmada yer alan öğretmen adaylarıyla birlikte uygulaması yapılmış bir model oluşturma etkinliğidir. Bu araştırmada öğretmen adaylarından sürecin sonunda model oluşturma etkinlikleri üretmeleri istenmesinden dolayı uygulaması gerçekleştirilmiş bir model oluşturma etkinliği tercih edilmiştir. Bununla birlikte bu matematiksel modelleme problemlerinin gerçekçi, otantik ve öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinden geçmelerine olanak sağlayacağı düşünülmüştür. Belirlenen problemlerin çözüm süreçlerini değerlendirmek amacıyla Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsü kullanılmıştır. Bu modelleme döngüsünün seçilme nedeni matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecini ayrıntılı olarak incelemeye olanak sağlamasıdır. Ayrıca Borromeo Ferri (2018) modelleme döngülerinin sadece birer bilişsel araç olmadığını, aynı zamanda öğrencilerin yazılı çözümlerini yapılandırmaya olanak sağladığını ve birer değerlendirme aracı olarak kullanılabileceğini belirtmiştir. Bununla beraber Schukajlow, Kolter ve Blum (2015) bu döngülerin öğretmenler için faydalı bir tanılama aracı olduğunu vurgulamıştır. Bu bağlamda öğrencilerin çözüm süreçlerini bu modelleme döngüsüyle izleyebilmek için altı aşamadan oluşan “Modelleme Problemi Çözüm İzleme Şablonu” oluşturulmuştur (bkz. Ek 8). Bu şablon sayesinde

öğretmen adaylarının çözüm sürecindeki eylemlerinin modelleme döngüsündeki aşamalara göre sınıflandırılabilceği tahmin edilmiştir. Ayrıca bu form sayesinde katılımcıların karşılaştıkları zorluklar ve düşünme biçimlerinin somut bir şekilde anlaşılabileceği düşünülmüştür. Bu veri toplama araçlarından elde edilen verilere göre dönütler verilerek karşılaşılan zorlukları tespit etmek ve bu zorlukların üstesinden gelmek amaçlanmıştır.

 Uzaklık Problemi Açık ve rüzgarsız bir günde deniz kenarında durduğunuz yerdən en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz? Bir cankurtaran kulesinden en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?	 Saman Balyası Problemi Resimde gördüğünüz saman balyalarından bir tanesinin yarıçapı sizce ne kadardır? Saman balyalarının oluşturduğu yığının yerden yüksekliğini bulunuz.
 Yakıt Problemi (Hopa) Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına Benzin almak için sizce Batum'a geçmesi karlı mıdır? Tüm çözümlerinizi belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyorsa herhangi bir farklılık olur muydu?	 Yakıt Deposu Problemi Arazi gezilerinden birinde araç olan Ali Bey, çok büyük sıkıntı çektiği bir konuyu Ziraat Fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Konu yakıt göstergesi ile ilgilidir. Aracın yakıt göstergesinin bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmayacağını kestiremediğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali bey bu sıkıntıyı gidermek için çok basit bir araçla yakıt durumunu öğrenip öğrenmeyeceğini sorar: "Mehmet bey acaba elime bir çubuk alsam ve bu çubuğu yakıt deposuna dik olarak batırsam. Çubuğun ıslak kısmına bakarak depomda kaç litre yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için öyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, çubuğun ıslak kısmını ölçtüğümde depomda kaç litre yakıt kaldığını hesaplayabileyim."

Şekil 3. 2. Uygulamalı Eğitimde Öğretmen Adaylarına Sunulan Modelleme Problemleri

Öğretmen adaylarının eğitim sürecinde yer alan modelleme problemlerinin çözüm süreçleri ses ve görüntü kayıt cihazlarıyla kaydedilmiştir. Mills (2003)'e göre video kayıtlar, araştırmacının öğretimi yürütürken gözden kaçırdığı verileri tekrar incelemesi konusunda yardımcı olmaktadır. Böylece modelleme problemlerinin çözümü esnasında grup içindeki her bir diyalogu inceleme fırsatı yakalamak amaçlanmıştır. Ayrıca her bir öğretmen adayından, yapılan çözümlerin ayrıntılı bir şekilde çözüm defterinde belirtilmesi istenmiştir. Modelleme problemlerinin ses ve görüntü kayıtlarına dair bilgiler Tablo 3.5'te verilmiştir. Model oluşturma etkinliği üretme çalışmaları sırasında da görüntü ve ses kayıtları alınmıştır. Öğretmen adayları tarafından tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin araştırmacılar dışındaki uzmanlar tarafından incelenebilmesi için Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017)'nin çalışmasında yer alan her bir model oluşturma etkinliği prensibine yönelik "tamamen uygun", "kısmen uygun" ve "uygun değil" kategorilerinden oluşan rubrik kullanılmıştır. Çalışmanın ortaokul öğrencileriyle yürütülen kısmında veriler, öğretmen adayları tarafından tasarlanan ve belli ölçütleri karşılayan model oluşturma etkinliklerinin

yanı sıra uygulama sonunda öğrencilerin cevapladıkları açık uçlu form vasıtasıyla toplanmıştır. Öğretmen adaylarının modelleme problemi çözüm süreçlerine benzer biçimde ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüsünde nasıl hareket ettiklerini görmek ve hangi modelleme süreç becerilerini sergilediklerini incelemek amacıyla aralarında geçen diyalogların transkripsiyonlarından, çözüm defterlerinden, alınan ses ve görüntü kayıtlarından yararlanılmıştır. Ortaokulda yürütülen çalışmada çözüm izleme şablonu kullanılmamıştır. Çünkü çözüm izleme şablonu uygulamalı eğitimde öğretmen adaylarının kendi modelleme süreçlerini izlemelerine olanak sağlayarak modelleme süreç becerilerini geliştirme amacıyla kullanılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin kendi doğal ortamlarında hangi modelleme süreçlerine girdiğini incelemek amaçlandığından çözüm izleme şablonu kullanılmamıştır. Ortaokul öğrencilerinin çözüm süreçlerini içeren ses ve görüntü kayıtlarına dair bilgiler Tablo 3.6’da sunulmuştur.

Nitel araştırmalarda geçerliği artırmak için en çok kullanılan yöntemlerden biri olan üçleme (triangulation), veri toplamada farklı kaynakların ve yöntemlerin kullanılması olarak tanımlanmıştır (Creswell, 2009). Üçleme, araştırmacının mutlaka üç farklı veri toplama aracını veya yöntemini aynı anda kullanması demek değil, uygun olan birden fazla veri toplama aracı veya yöntemini kullanması anlamına gelmektedir (Mertler, 2016). Bu araştırmada da açık uçlu anketler, değerlendirme amacıyla kullanılan modelleme döngüsüyle birlikte çözüm izleme şablonu, öğretmen adaylarının ve ortaokul öğrencilerinin defterlerinde yer alan çözümleri, alınan ses ve görüntü kayıtlarındaki diyalogların transkripsiyonuyla üçlemenin sağlandığı söylenebilir.

Tablo 3. 5. Öğretmen Adaylarının Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerini İçeren Videolara Dair Bilgiler

Modelleme Problemi	Grup Numarası	Süre	
		Problem Çözümü	Sınıf Tartışması
Saman Balyası Problemi	Grup 1	41 dk 28 sn	40 dk
	Grup 2	1 sa 3 dk 33 sn	40 dk
	Grup 3	54dk 15 sn	40 dk
	Grup 4	56 dk 30 sn	40 dk
	Grup 5	31 dk 57 sn	40 dk
	Grup 6	1 sa 7 dk 10 sn	40 dk
	Grup 7	41 dk 50 sn	40 dk

Yakıt Problemi	Grup 1	56 dk	40 dk
	Grup 2	1 sa 10 dk 3sn	40 dk
	Grup 3	1 sa 6 dk 34 sn	40 dk
	Grup 4	48 dk 50 sn	40 dk
	Grup 5	35 dk 30 sn	40 dk
	Grup 6	50 dk 30 sn	40 dk
	Grup 7	50 dk 46sn	40 dk
Yakıt Deposu Problemi	Grup 1	47 dk 49 sn	40 dk
	Grup 2	43 dk 35 sn	40 dk
	Grup 3	57 dk 3 sn	40 dk
	Grup 4	33 dk	40 dk
	Grup 5	37 dk 31 sn	40 dk
	Grup 6	57 dk 19 sn	40 dk
	Grup 7	1 sa 20 dk 51 sn	40 dk

Tablo 3. 6. Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerinin Çözüm Süreçlerini İçeren Videolara Dair Bilgiler

Modelleme Problemi	Grup Numarası	Süre	
		Problem Çözümü	Sınıf Tartışması
Az Öde Çok Ye	Grup Supernova	57 dk 40 sn	30 dk
	Grup Supernatural	1 sa 16 dk 41 sn	30 dk
	Grup İsimsiz	58 dk 7 sn	30 dk
	Grup Şurup	54 dk	30 dk
Konforlu Yurt Yaşamı	Grup Supernova	1 sa 21 dk 42 sn	30 dk
	Grup Supernatural	1 sa 11 dk 45 sn	30 dk
	Grup İsimsiz	1 sa 11 dk 48 sn	30 dk
	Grup Şurup	1 sa 27 dk 42 sn	30 dk
Portakal Problemi	Grup Supernova	31 dk 6 sn	30 dk
	Grup Supernatural	56 dk 34 sn	30 dk
	Grup İsimsiz	56 dk 40 sn	30 dk
	Grup Şurup	1 sa 6 dk 40 sn	30 dk

3.4 Verilerin Toplanması

3.4.1 Planlama Süreci

Araştırma kapsamında literatür taraması yapılarak problem durumları belirlenmiş ve geliştirici eylem planı için Borromeo Ferri (2018)'ye ait kuramsal çerçevenin kullanılması kararlaştırılmıştır. Bu kuramsal çerçeveye göre literatürde önemine çokça vurgu yapılan matematiksel modellemenin, amaç (içerik) olarak modelleme kapsamında öğretiminin yapılabileceği ve bu öğretimin nasıl yapılması gerektiğine dair bir eğitim süreci öne sürülmüştür. Uygulanan kuramsal çerçevenin öğretmen adaylarının modelleme süreç becerilerini geliştirip geliştirmediğini incelemenin yanında eğitim sürecinin model oluşturma etkinliklerinin tasarımına katkıda bulunup bulunmadığı da bu araştırma için merak konusudur. Bu yüzden öğretmen adaylarından süreç sonunda model oluşturma etkinliği tasarımları istenmiştir. Beş bölümden oluşan eğitim süreci şu şekildedir:

1. Bölüm (Teori): Modellemeyle ilgili teorik temeller (3 ders)
2. Bölüm (Uygulama): Modelleme problemlerinin çözümü ve geliştirilmesi (3 ders)
3. Bölüm (Teori ve Uygulama):
 - a) Öğrenciler tarafından çözülmüş modelleme problemlerinin çözümlerle birlikte incelenmesi
 - b) Modelleme için gerekli olan yeterlikler
 - c) Modelleme esnasında öğretmenin müdahale tarzları
 - d) Okullarda modelleme öğretim metotları (4 ders)
4. Bölüm (Sunum): Katılımcı gruplarının ürettikleri modelleme görevlerini sunması ve öğrencilerin bu modelleme görevlerini nasıl çözebileceklerinin tartışılması (3 ders)
5. Bölüm: Bütün dönem boyunca yapılan çalışmaların genel bir değerlendirmesi (Borromeo Ferri, 2018; s. 5).

Belirtilen eğitim sürecindeki bölümleri birbirinden keskin çizgilerle ayırmanın doğru olmadığı düşünülerek, uygulama sürecinde gerekli görüldüğünde esnek davranılmış ve ek dersler gerçekleştirilmiştir.

Birinci bölüm olan matematiksel modellemeyle alakalı teorik temeller aşamasında matematiksel model ve modellemenin tanımı, geleneksel eğitim anlayışında yer alan klasik test kitabı problemleri ve sorularıyla matematiksel modelleme problemleri arasındaki farklar, problem çözmeyle modelleme ilişkisi, modelleme döngüleri, yeterlikleri ve farklı modelleme türleri gibi alanyazına dayalı başlıklar yer almaktadır. İkinci bölümde ise kararlaştırılmış olan ısınma ve uygulama problemlerinin çözümleri öğretmen adayları tarafından gerçekleştirilmiş ve bu çözümler üçleme ilkesi gereğince belirlenen veri toplama araçlarından elde edilen bilgiler ışığında değerlendirilmiştir. Üçüncü bölüm revize edilerek

öğretmen adaylarından model oluşturma etkinliği üretmeleri için modelleme problemlerini çözdükleri grup arkadaşlarıyla birlikte bir tasarım sürecine girmeleri ve oluşturulan model oluşturma etkinliklerinin modelleme döngüsündeki basamaklara göre ayrıntılı çözümlerini gerçekleştirmeleri istenmiştir. Kuramsal çerçevede üçüncü bölüm, matematiksel modellemeyle alakalı teorik bilgilerle beraber uygulamayı da içermektedir. Dolayısıyla bu aşamada öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliklerini oluşturmak için gerekli olan bilgi ve becerilerinin teorik boyuta, oluşturulan model oluşturma etkinliklerinin çözüm süreçlerinin de uygulama boyutuna hitap ettiği düşünülmüştür. Ayrıca öğretmen adayları ortaokula yönelik olarak modelleme problemi tasarladıkları için öğrencilerin hangi aşamalarda nasıl davranacaklarına ilişkin fikir sahibi olmalı ve tasarımda öğrencilerin bakış açılarını dikkate almalıdırlar. Bu bağlamda Borromeo Ferri (2018)'ye ait kuramsal çerçevede yer alan üçüncü aşama (teori ve uygulama) modelleme problemi elde etmek için yapısına uygun olarak tekrar düzenlenmiştir. Dördüncü aşamada öğretmen adayları tasarladıkları model oluşturma etkinliklerini ve çözümlerini diğer sınıf arkadaşlarına sunmuşlardır. Beşinci aşamaya yönelik olarak ise öğretmen adaylarıyla eğitim sürecinin değerlendirmesi yapılmış ve uygulama sonrasında ankette yer alan açık uçlu soruları cevaplandırmaları istenmiştir. Bütün uygulamalar on üç haftalık bir sürece yayılmıştır. Pilot uygulamadan önce hazırlanan uygulama planı ayrıntılı olarak Tablo 3.7'de sunulmuştur. Belirlenen bu planlama çerçevesinde haftalara göre pilot uygulama gerçekleştirilmiş ve her bir haftaya ait uygulama tekrar düzenlenerek bir sonraki hafta asıl uygulama gerçekleştirilmiştir.

Eylem araştırmalarında problem durumuna katılımcıların perspektifiyle yaklaşmanın ancak serbest diyalogla gerçekleştirilebileceği vurgulanmıştır (Dash, 1999). Bu yüzden diyaloglarla öğretmen adaylarının düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla üçer kişilik çalışma gruplarıyla araştırmanın yürütülmesi planlanmıştır. Çünkü grup çalışmalarıyla öğrencilerin matematik içi veya matematik dışı boyutlarda birbirleriyle iletişim kurmaya teşvik edildiği, mantıksal tartışmalarda gelişim gösterdikleri ve grupta oluşan sinerjiden faydalandıkları ifade edilmiştir (Borromeo Ferri, 2018; Ikeda, Stephens ve Matsuzaki, 2007; Zawojewski, 2010). Yani eylem araştırmalarında önemi vurgulanan serbest diyalogların grup içi konuşmalarla sağlanması düşünülmüştür. Aynı zamanda uygulama sürecinde oluşturulan çalışma grupları içindeki diyaloglara müdahalede bulunulmaması gerektiği düşünülmüştür. Çalışmada tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin ortaokul

öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulama kısmının da öğretmen adaylarının modelleme problemlerinin çözüm sürecine benzer şekilde yapılandırılması planlanmıştır.

Tablo 3. 7. Pilot Uygulamada Gerçekleştirilmesi Planlanan Haftalık Ders Planı

Aşamalar	Hafta	Ders İçeriği	Süre
Bilgilendirme Dersi	1. Hafta 18.09.2019	-Tanışma -Uygulama ile ilgili ayrıntılı bilgilendirmelerin yapılması -Gönüllülük formlarının imzalanması -Uygulama öncesi açık uçlu anketin uygulanması	90 dk
	2. Hafta 25.09.2019	-Ortaokul geometri öğretimi, programda yer alan kazanımlar. -Matematiksel model ve modelleme nedir? -Niçin matematiksel modelleme -Problem çözme ve matematiksel modelleme ilişkisi	120 dk
1. Teorik Eğitim (Teori)	3. Hafta 02.10.2019	-Matematiksel modellemenin amaçları -Farklı matematiksel modelleme döngüleri -Matematiksel modelleme yeterlikleri	120 dk
	4. Hafta 09.10.2019	-Model oluşturma etkinlikleri ve prensipleri -İyi bir matematiksel modelleme sorusunun özellikleri - Borromeo Ferri (2018)'e ait "A Clear Day at the Ocean" bireysel olarak uygulanması (Uzaklık Problemi)	120 dk
2. Modelleme Problemlerinin Çözümü (Uygulama)	5. Hafta 16.10.2019	- Borromeo Ferri (2007)'ye ait "Saman Balyası" probleminin grup çalışmasıyla çözümü -Sınıf tartışması	60 dk + 45 dk

	6. Hafta 23.10.2019	Blum ve Borromeo Ferri (2009)’ye ait “Yakıt Problemi”’nin Türkiye’ye uyarlanmış formunun grup çalışmasıyla çözümü - Sınıf tartışması	60 dk + 45 dk
	7. Hafta 30.10.2019	Tekin Dede ve Yılmaz (2013)’a ait “Yakıt Deposu” probleminin grup çalışmasıyla çözümü - Sınıf tartışması	60 dk + 45 dk
VİZE HAFTASI			
3. Model Oluşturma Etkinliklerinin Tasarımı (Teori ve Uygulama)	8. Hafta 13.11.2019	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	100 dk
	9. Hafta 20.11.2019	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	100 dk
	10. Hafta 27.11.2019	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	100 dk
4. Model Oluşturma Etkinliklerinin Sunumu (Sunum)	11. Hafta 04.12.2019	-Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin ve çözümlerinin sunumu	60 dk
	12. Hafta 11.12.2019	-Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin ve çözümlerinin sunumu	45 dk
5. Eğitim Sürecini Değerlendirilme	13. Hafta 18.12.2019	-Açık uçlu anketin uygulanması -Dönemin değerlendirilmesi	90 dk
	FİNAL HAFTASI		
FİNAL HAFTASI			

3.4.2 Anketin Uygulanması

Araştırmanın ilk bölümünde uygulama öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının model/modelleme süreçleriyle alakalı görüşlerini ve kavramsal bilgilerini açığa çıkarmanın yanı sıra eğitim sürecinin görüşlerine ve kavramsal bilgilerine katkıda bulunup bulunmadığını tespit etmek amacıyla açık uçlu anket uygulanmıştır. İlk ders olan tanışma dersinin başlangıcında öğretmen adaylarından ankette yer alan soruları cevaplandırmaları istenmiştir. Anket yaklaşık olarak 30 dk sürmüştür. Her bir öğretmen adayı münferit olarak soruları cevaplandırmıştır. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamadan sonra

modelleme etkinlikleri ve problemleriyle alakalı öğrencilerin görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla da açık uçlu anket uygulanmıştır.

3.4.3 Pilot Uygulama

Çalışmada birinci eylem planı kapsamında pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Eğitim planına başlamadan önce öğretmen adaylarıyla ilk derste tanışma toplantısı gerçekleştirilmiş ve uygulama ile ilgili ayrıntılı bilgilendirme yapılmıştır. Aynı zamanda bu derste uygulamaya katılmaya istekli olan öğretmen adayları gönüllülük formu imzalamışlardır. İkinci haftada ortaokul matematik öğretim programındaki geometri öğrenme alanında yer alan konular ve kazanımlar incelenmiştir. Van Hiele’ye ait geometrik düşünme düzeyleri hakkında bilgiler verilmiştir. Sonrasında matematiksel model ve modellemenin literatürdeki farklı tanımlarına değinilmiştir. Matematik eğitiminde matematiksel modellemenin önemi ve problem çözme ile modelleme arasındaki ilişkiler ele alınmıştır. Üçüncü haftadaki eğitim süreci matematiksel modellemenin amaçlarını, farklı matematiksel modelleme türlerini, bu türlerin örneklerini, modelleme döngülerini ve yeterliklerini içermektedir. Dördüncü haftada ise model ve modelleme perspektifinde yer alan model oluşturma etkinliklerinin tanımı, prensipleri ve alanyazındaki farklı çalışmalardan örneklere yer verilmiştir.

Beşinci, altıncı ve yedinci hafta itibariyle öğretmen adayları, kendi isteklerine göre oluşturdukları gruplarla sırasıyla “Saman Balyası Problemi”, “Yakıt Problemi” ve “Yakıt Deposu Problemi” adlı problemler üzerinde çalışmışlardır. Beşinci haftadan itibaren problemlerin çözümü esnasında grup içindeki etkileşimleri ve grup üyeleri arasındaki diyalogları görebilmek amacıyla görüntü ve ses kaydı alınmaya başlanmıştır. Çözümler her bir grup üyesi tarafından ayrı ayrı çözüm defterlerine ayrıntılı olarak geçirilmiştir. Bunun yanında çözümler, modelleme döngüsüne göre hazırlanan “gerçek durumun ifade edilmesi”, “gerçek modelin inşası”, “matematiksel modelin inşası”, “matematiksel çözüm süreci”, “matematiksel sonuç/sonuçlar” ve “gerçek sonuç/sonuçlar” olmak üzere altı basamaklı çözüm izleme şablonu üzerine de işlenmiştir. Bu verilerin doğrulaması görüntü ve ses kayıtlarıyla gerçekleştirilerek transkripsiyonlar yapılmıştır.

Sekizinci, dokuzuncu ve onuncu haftada problem çözümlerini gerçekleştiren aynı gruplar model oluşturma etkinliklerini tasarlama sürecine girmişlerdir. Yedinci hafta sonunda öğretmen adaylarına bir sonraki hafta model oluşturma etkinliklerini tasarlamaya başlayacakları tekrar hatırlatılarak, bir hafta süresince grup üyeleriyle beraber konu ve

bağlam düşünceleri tavsiye edilmiştir. Katılımcılara, model oluşturma etkinlikleri tasarladıkları takip eden haftalarda da aynı şekilde hatırlatmalarda bulunulmuştur. Yani model oluşturma etkinliklerinin tasarımının programda belirtildiği gibi 100 dakika ile sınırlı değil, bütün bir haftaya yayılan düşünme sürecinden ibaret olduğu söylenebilir. Öğretmen adayları son olarak derste model oluşturma etkinlikleri konusunda ortak bir karara vararak nihai metni oluşturmuşlar ve bu problemin çözümünü çözüm defterlerine ayrıntılı bir şekilde geçirmişlerdir. Aralarında geçen diyalogları ve grup içi etkileşimleri görebilmek için bu sürecin de ses ve görüntü kayıtları alınmıştır.

On birinci ve on ikinci haftalarda öğretmen adaylarından tasarladıkları üçer model oluşturma etkinliğini ve çözümünü sınıf arkadaşlarına sunmaları istenmiştir. Her bir gruba sunum için yaklaşık on beşer dakika verilmiştir. Sunumlar gerçekleştirildikten sonra sunumu gerçekleştirilen model oluşturma etkinliği ile ilgili anlaşılmayan noktalara ilişkin soru-cevap bölümüne yer verilmiştir.

Son hafta olan on üçüncü haftada ise öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeye alakalı görüşlerinde ve kavramsal bilgilerinde bir değişiklik olup olmadığını incelemek amacıyla açık uçlu son anket uygulanmıştır. Sonrasında dönemin değerlendirmesi yapılarak öğretmen adaylarının ders hakkındaki görüş ve temennileri alınmıştır.

Asıl uygulamada herhangi bir aksaklık yaşanmaması için her hafta uygulamadan sonra elde edilen veriler incelenerek gerekli düzenlemelerin yapılması sağlanmıştır. Yapılan değişikliklere dair ayrıntılı bilgilere asıl uygulama başlığında yer verilmiştir.



Şekil 3. 3. Pilot Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü

3.4.4 Asıl Uygulama

Birinci eylem planı kapsamında pilot uygulama gerçekleştirildikten sonra takip eden haftada ikinci eylem planı kapsamında asıl uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamadan hemen sonra öğretmen adaylarının defterlerine yaptıkları çözümler, çözüm izleme şablonları, grup içi diyalogları ve alınan görüntü kayıtları değerlendirilerek bir sonraki haftada asıl uygulama gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama esnasında herhangi bir problem yaşanmadıysa yapılanlar aynı şekilde asıl uygulamaya aktarılmıştır. Eğer pilot uygulamada herhangi bir aksaklık yaşandıysa veya planlamada değiştirilmesi gereken noktaların olduğu düşünülüyorsa asıl uygulamaya geçilmeden önce uzman görüşlerinden de faydalanarak gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Örneğin, planlamaya normal problem olarak dâhil edilen Borromeo Ferri (2018)'ye ait "A Clear Day at the Ocean" (uzaklık problemi) isimli modelleme etkinliğinde öğretmen adaylarının internet kaynaklarından problemin çözümünü araştırdıkları fark edilmiştir. Dolayısıyla asıl uygulamada bu problemin sadece ısınma problemi olarak kullanılmasına ve pilot uygulamada ortaya çıkan internette çözüm araştırmaya yönelik önlem alınmasına karar verilmiştir. Asıl uygulamada öğretmen adaylarına her türlü kaynağı kullanmakta özgür oldukları fakat bu araştırmaların problem durumunda yer alan bilgilerle veya yapılan varsayımlarla ilgili olması gerektiği hatırlatılmıştır. Sınıf içi modelleme etkinliklerinin uygulamasında ısınma probleminin gerekli olduğu düşünülerek ortaokul uygulamasında da ısınma problemine yer verilmiştir. İlk haftadan sonra asıl uygulamadaki planlamada yapılan bir diğer değişiklik problem çözümünden sonra sınıf tartışmasıyla ilgilidir. Pilot uygulamada sınıf tartışmalarında öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri çözümleri sunmaları istenmiştir. Ancak grupların kendi çözümünü doğru olarak algılama eğiliminde oldukları ve geçmişe yönelik hataları kabul etmede direnç gösterdikleri görülmüştür. Dolayısıyla sınıf tartışmasında yapılan varsayımların, elde edilen sonuçların ve çözüm yollarının karşılaştırılmasına yönelik kısmın da eklenmesi düşünülmüştür. Büyük grup tartışması yoluyla elde edilen farklı sonuçların kendi içinde tutarlı olup olmadığını daha net bir şekilde ortaya koymak hedeflenmiştir. Çünkü benzer varsayımlarla çözüme başlayan grupların birbirine yakın sonuçlara ulaşması beklenir. Eğer grupların ulaştığı sonuçlar arasında aşırı derecede bir sapma söz konusu ise çözümün tutarlılığını sorgulamaya daha fazla istek duydukları görülmüştür. Ayrıca saman balyası problemiindeki yanlış anlamaya sebebiyet verebilecek ifadeler düzenlenmiştir. İkinci eylem planında bu ve buna benzer gerçekleştirilen düzenlemeler Tablo 3.8'de ayrıntılı olarak sunulmuştur.



Şekil 3. 4. Asıl Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü

Tablo 3. 8. İkinci Eylem Planında Gerçekleştirilen Değişiklikler

Hafta	Pilot Uygulama	Asıl Uygulama İçin Yapılan Değişiklikler
1	-Tanışma -Uygulama ile ilgili ayrıntılı bilgilendirmelerin yapılması -Gönüllülük formlarının imzalanması -Uygulama öncesi açık uçlu anketin uygulanması	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
2	-Ortaokul geometri öğretimi, programda yer alan kazanımlar. -Matematiksel model ve modelleme nedir? -Niçin matematiksel modelleme -Problem çözme ve matematiksel modelleme ilişkisi	-Ortaokul geometri öğretimine yönelik öğretmen adaylarının ilgilerini çekmek için Öklid ve Öklid geometrisine değinilerek matematik tarihinden yararlanmak amaçlanmıştır. -Öğretmen adaylarına klasik test kitabı sorularından bazı örnekler gösterilerek, bu sorular üzerinde gerçek hayata uygunluk, verilerin mantıklı olup olmaması gibi farklı açılardan eleştirilerde bulunmalarının uygun olacağı

		düşünülmüştür. Böylece klasik test kitabı sorularıyla modelleme soruları arasındaki farklılıklara hâkim olmaları amaçlanmıştır.
3	-Matematiksel modellemenin amaçları -Farklı matematiksel modelleme döngüleri -Matematiksel modelleme yeterlikleri	-Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde sadece bir başlık olarak değil aynı zamanda matematik dışında da geniş bir çalışma alanı olduğuna değinmek amacıyla farklı modelleme türleri ve sınıflandırmalara yer verilmesi gerektiği düşünülmüştür.
4	-Model oluşturma etkinlikleri ve prensipleri -İyi bir matematiksel modelleme sorusunun özellikleri -Isınma probleminin bireysel olarak uygulanması (Uzaklık Problemi)	-Teorik eğitimden sonra modelleme problemlerinin çözüm çalışmalarında bazı sıkıntılar meydana gelmiş ve ısınma probleminin gerekli olduğu kanısına varılmıştır. Örneğin pilot uygulamada öğretmen adayları modelleme probleminin çözümüne yönelik olarak internetten hazır çözümlere ulaşmaya çalışmışlardır. Bu yüzden asıl uygulamada “Uzaklık Problemi” ısınma problemi olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarına bu etkinliklerin not amacı taşımadığı ve bu yüzden internetin sadece ihtiyaç duyulan bilgiler için kullanılmasının uygun olduğu ve eğer çözüme ulaşamıyorlarsa bunun doğal bir durum olduğu konusunda ayrıca bilgilendirmeler yapılmıştır.
5	- Borromeo Ferri (2007)’ye ait “Saman Balyası” probleminin grup çalışmasıyla çözümü -Sınıf tartışması	-“Saman Balyası” probleminin pilot uygulamasında öğretmen adayları “Resimde gördüğünüz saman balyalarından bir tanesinin boyu sizce ne

kadardır?” ifadesindeki boy kavramı konusunda karışıklık yaşamışlardır. Bu sebeple bu ifadenin asıl uygulamada çap olarak değiştirilmesi uygun görülmüştür.

-Pilot uygulamada öğretmen adaylarının çözüm süreçlerine ve ulaştıkları sonuçlara dair eleştirel bakış açısı ortaya koymada direnç gösterdikleri fark edilmiştir. Bu yüzden sınıf tartışmasına her bir etkinlik sonunda yapılan varsayımların, sonuçların ve çözüm yollarının üzerinde bütüncül bir şekilde değerlendirmelerin yapılması gerektiğine karar verilmiştir.

-Pilot uygulamada öğretmen adaylarının problemin çözüm sürecinde hata yaptıklarını fark ettikleri an çözüm defterindeki o ana kadar gerçekleştirdikleri çizimleri, işlemleri, sonuçları vs. sildikleri fark edilmiştir. Asıl uygulamada bu durumda modelleme döngüsü üzerinde hareketlerin nasıl gerçekleştiğini izlemenin mümkün olmadığı, dolayısıyla çözüm defterlerine işlenen hiçbir bilginin ya da işlemin silinmemesi gerektiği konusunda uyarıda bulunulmuştur. Yanlış yaptıklarını düşündükleri yerlerde not düşmeleri istenmiştir.

6	Blum ve Borromeo Ferri (2009)'ye ait “Yakıt Problemi”nin Türkiye’ye uyarlanmış formunun grup çalışmasıyla çözümü - Sınıf tartışması	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
---	--	--

7	Tekin Dede ve Yılmaz (2013)'a ait “Yakıt Deposu” probleminin grup çalışmasıyla çözümü - Sınıf tartışması	-Katılımcılardan çoğunun altıncı haftadaki problemde değişkenler arasındaki ilişkileri içeren matematiksel bir model ortaya koymadıkları/koyamadıkları görülmüştür. Bu yüzden döngüdeki matematiksel model oluşturma aşamasına yönelik literatürden örneklerle değinilmiştir.
8	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	-Model oluşturma etkinliği tasarımı çalışmalarında öğretmen adaylarının bazılarının problemlerde geometrik argümanları ve ilişkileri kullanmadıkları görülmüştür. Geometri öğrenme alanında model oluşturma etkinliklerini tasarlama amacı öğretmen adaylarına tekrar hatırlatılmıştır.
9	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
10	-Grup çalışmasıyla model oluşturma etkinliği tasarlama	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
11	-Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin ve çözümlerinin sunumu	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
12	-Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin ve çözümlerinin sunumu	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
13	-Uygulama sonrası açık uçlu anketin uygulanması -Dönemin değerlendirilmesi	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.

3.4.5 Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Uygulama

Öğretmen adaylarının tasarladığı modelleme problemlerinden uzman değerlendirmeleri neticesinde Lesh ve diğerleri (2000) tarafından ortaya koyulan model oluşturma etkinliği

tasarım prensiplerine uygun olanlar ve geometri öğrenme alanına hitap edenler ortaokul öğrencilerine sunulmuştur. Seçilen problemlerde değerlendirmeye katılan uzmanların görüşleri doğrultusunda problem durumundaki verileri ve içinde bulunduğu bağlamda değişiklik yapmadan bazı düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Bu problemlerin ilk halleri ve düzenleme yapıldıktan sonraki halleri bulgular kısmında sunulmuştur.

Öğretmen adaylarıyla eylem araştırması deseniyle yürütülen çalışmadan edinilen tecrübeler doğrultusunda ortaokul öğrencilerine de ısınma probleminin sunulması kararlaştırılmıştır. Bu süreçte ilk defa modelleme problemleriyle karşılaşan öğrencilerin zihninde yer alan soruları cevaplandırmanın yanı sıra, öğrencilerin ses ve video kayıtlarına alışıarak asıl uygulamadaki problemlerin çözüm sürecinde aralarında doğal diyaloglar gerçekleştirmelerini temin etmek hedeflenmiştir. Uygulama, öğretmen adaylarının modelleme problemleriyle uğraştıkları uygulamalı eğitimdeki aynı sistemle gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler modelleme görevlerinin çözüm süreçlerinde takım halinde çalışmışlardır. Kendi isteklerine göre üçer kişilik gruplar oluşturmaları istenmiştir. Çalışma grubunun on bir kişi olması sebebiyle üç grup üçer kişiden, bir grup ise iki kişiden oluşmuştur. Sekizinci sınıf öğrencilerinin modelleme döngüsündeki ileri geri hareketlerini net bir şekilde görebilmek için yapılan yanlışların veya fark edilen hataların silinmemesi, bu durumlarda çözüm defterine not düşülmesi gerektiği belirtilmiştir. Uygulamadaki ilk haftada veli onam formlarının doldurulması, ısınma probleminin uygulanması, bilgilendirme ve tanışma toplantısı yer alırken, sonraki üç haftada sırasıyla Tablo 4.14'teki model oluşturma etkinliklerine yer verilmiştir. Uygulamanın sonunda ise öğrencilere, yaşadıkları deneyimle ilgili düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan anket uygulanmıştır. Ortaokul öğrencileriyle yürütülen uygulama toplamda dört hafta sürmüştür.



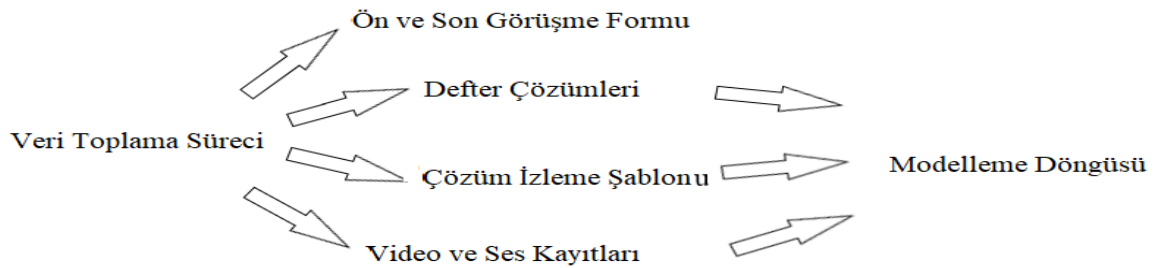
Şekil 3. 5. Ortaokul Öğrencileriyle Gerçekleştirilen Uygulamadaki Modelleme Problemi Çözüm Sürecinden Görüntü

3.5 Verilerin Çözümlemesi

Nitel araştırma paradigmasıyla yürütülen bu çalışmada öğretmen adaylarına ve ortaokul öğrencilerine uygulanan açık uçlu anketlerden, katılımcıların gerçekleştirmiş oldukları modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinden elde edilen veriler ve öğretmen adayları tarafından ortaya koyulan model oluşturma etkinliklerinin tasarım prensiplerine uygunluğu içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. İçerik analizi, belirli bir kurala göre metindeki ifadelerin daha az içerik kategorilerine aktarıldığı sistematik ve tekrarlı bir teknik olarak tanımlanmıştır (Weber, 1990). İçerik analizi metinlerin üzerinde kullanılabileceği gibi, görsellerin ve çekimlerin incelenmesinde de kullanılan bir tekniktir (Büyüköztürk, Çakmak Kılıç, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2017). Genel anlamda içerik analizi, büyük miktardaki nitel malzemeyi alarak temel tutarlılıkları ve anlamları belirlemeye ilişkin nitel veriyi indirgeme ve anlamlandırma çabasını ifade etmek için kullanılır (Patton, 2002; s. 453). Verileri kodlama ve kategorizasyon sürecine geçmeden önce analiz birimlerinin, analizde kullanılacak kodların ve oluşturulacak kategorilerin belirlenmesi gerekir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Öğretmen adaylarının ve ortaokul öğrencilerinin anketlere verdikleri cevaplarda kurulan cümleler, modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde aralarında geçen diyaloglara ait transkripsiyonlardaki bölümler ve tasarlanan model oluşturma etkinliklerindeki problem metinleri analiz birimi olarak belirlenmiştir. Sonrasında bu açık

uçlu anketlere verilen cevaplar, transkripsiyonlardaki bölümler ve problem metinleri kodlanarak belli kategorilere yerleştirilmiştir. Analiz birimlerinin kelime, kalıp, cümle ya da paragraflardan oluşabileceği; kodların içeriğe dair özel ya da genel anlamlara karşılık gelebileceği; kategorilerin ise analiz birimleri arasındaki bağlantıları gösteren daha geniş gruplandırmalar olduğu ifade edilmiştir (Cohen Manion ve Morrison, 2007). Açık uçlu anketlerden ve modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinden elde edilen verilere yönelik olarak araştırmacı ile bir uzman, hem kodların ve kategorilerin belirlenmesinde hem de bu kodların kategorilere yerleştirilmesinde birlikte çalışmışlardır. Model oluşturma etkinliklerinin tasarım prensiplerine uygunluğu ise araştırmacı dışındaki iki uzman tarafından gerçekleştirilmiştir.

Eylem planıyla yürütülen araştırmanın ilk kısmındaki uygulamalı eğitimde öğretmen adaylarına ve durum çalışmasıyla yürütülen ikinci kısımda ortaokul öğrencilerine modelleme görevleri sunulmuştur. Öğretmen adaylarına ait çözüm defterlerinden, çözüm izleme şablonlarından, grup içindeki diyalogların ses kayıtlarından ve uygulamaya ait görüntü kayıtlarından elde edilen bilgiler Şekil 3.6'da gösterildiği gibi modelleme döngüsüne aktarılmıştır. Benzer şekilde ortaokul öğrencilerinin çözüm defterlerinden, aralarında geçen diyalogların ses kayıtlarından ve uygulamanın görüntü kayıtlarından elde edilen veriler de modelleme döngüsüne aktararak incelenmiştir.



Şekil 3. 6. Veri Toplama Araçlarından Elde Edilen Bilgilerin Modelleme Döngüsünde Gösterimi

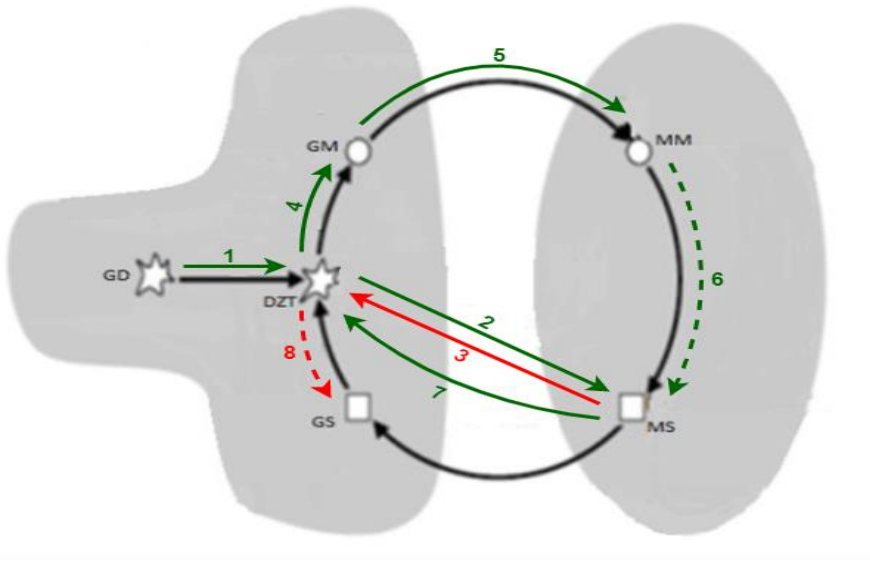
Modelleme problemlerinin çözüm sürecinde elde edilen veriler içerik analizi yönteminden yararlanılarak düz yeşil ok, düz kırmızı ok, kesikli yeşil ok ve kesikli kırmızı ok kategorilerinde ele alınarak modelleme döngüsündeki aşamalar arasındaki geçişlere yerleştirilmiştir. Bu sayede hem öğretmen adaylarının hem de ortaokul öğrencilerinin modelleme süreçlerini görünür hale getirmek amaçlanmıştır. Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsünde yeşil oklar ileri yönlü geçişleri temsil ederken, kırmızı oklar döngüdeki geri dönüşleri temsil etmektedir. Düz oklar modelleme döngüsündeki aşamalar

arasındaki geçişin başarılı bir şekilde gerçekleştiğini gösterirken, kesikli oklar aşamalar arasında geçiş girişiminin olduğunu fakat bu geçişin başarılı bir şekilde gerçekleşmediğini ya da o aşamaya dair gerekliliklerin yanlış bir şekilde ortaya koyulduğunu göstermektedir. Modelleme döngüsündeki aşamalar arasında bir geçiş söz konusu değilse o aşamalar arasında bir ok görülmemektedir. Öğretmen adaylarının ve ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüsündeki hareketlerini sınıflandırmada Bukova Güzel (2011)’e ait değerlendirme yaklaşımından faydalanılmıştır. Çünkü söz konusu çalışmada da Borromeo Ferri (2006)’ye ait modelleme döngüsünde yer alan aşamaların değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Modelleme döngüsünde yer alan her bir aşamayı değerlendirmeye yönelik “tam performans”, “yetersiz performans”, “yanlış performans” ve “performans sergilenmedi” kategorilerini içeren bir yaklaşım ortaya koyulmuştur (Bukova Güzel, 2011; s. 24). Öğretmen adaylarının ve ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüsünde nasıl hareket ettiklerini görmek, hangi modelleme süreç becerilerini sergilediklerini incelemek amacıyla veri analizinde bu yaklaşımda yer alan “tam performans” düz okla, “yetersiz performans” kesikli okla temsil edilirken, aşamalar arasında herhangi bir geçiş söz konusu değilse “performans sergilenmedi” kategorisinde ele alınmıştır. Bukova Güzel (2011)’e ait sınıflandırmada yer alan “yanlış performans” kategorisi ise yanlış da olsa bir geçişten söz edilebileceği düşünülerek kesikli okla ifade edilmiştir. Veri toplama araçlarındaki bilgiler modelleme döngüsüne aktarılırken kullanılan sınıflandırma Tablo 3.9’da görülmektedir.

Tablo 3. 9. Katılımcıların Modelleme Döngüsünde Yer Alan Aşamalara Geçişlerinin Analizinde Kullanılan Sınıflandırma

Kategoriler	İleri yönlü geçiş	Geri yönlü geçiş
Aşamalar arasındaki geçiş başarılı bir şekilde gerçekleşmiştir.		
Aşamalar arasındaki geçiş gerçekleşmiş ancak gereklilikler yeterli düzeyde ortaya koyulamamış veya yanlış olarak ortaya koyulmuştur.		
Aşamalar arasında geçiş gerçekleşmemiştir.	Ok yok	Ok yok

Bununla birlikte modelleme döngüsü üzerindeki her bir ok, katılımcıların kaçınıcı adımda o beceriyi sergilediklerini ifade etmek için numaralandırılmıştır. Okların modelleme döngüsünde kullanılmasına dair örnek de Şekil 3.7’de sunulmuştur. Şekil 3.7’de sunulan modelleme döngüsü örneği herhangi bir katılımcıya ait değildir.



Şekil 3. 7. Veri Analizinde Kullanılan Modelleme Döngüsü Üzerinde Katılımcıların Hareketlerini Temsil Eden Okların Gösterimi

Şekil 3.7'deki modelleme döngüsü, modelleme probleminin çözüm sürecindeki geçişleri ifade eden okların gösterimine örnek teşkil etmesi açısından sunulmuştur. Bu modelleme döngüsündeki çözüm süreci şu şekilde özetlenebilir:

- 1 numaralı düz yeşil ok: İlk adımda, gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş başarıyla tamamlanarak problem durumu anlamlandırılmıştır. İleri yönlü hareket olduğundan yeşil renkle gösterilmiştir.
- 2 numaralı düz yeşil ok: İkinci adımda problem durumu anlamlandırıldıktan sonra matematiksel sonuca ulaşmak için işlemler yapılmıştır. İleri yönlü hareket olduğu için yeşil renkle ifade edilmiştir.
- 3 numaralı düz kırmızı ok: Üçüncü adım olarak matematiksel sonuca ulaştıktan sonra durumun zihinsel temsili aşamasına geri dönmüştür. Geri yönlü hareket olduğundan kırmızı renkle gösterilmiştir. Bu aşamada problemle uğraşan kişi bazı değişkenleri göz ardı ettiğinin farkına varmış olabilir.
- 4 numaralı düz yeşil ok: Dördüncü adımda durumun zihinsel temsilinden gerçek model oluşturma aşamasına geçiş görülmektedir. İleri yönlü hareket olduğu için yeşil renkli okla gösterilmiştir.
- 5 numaralı düz yeşil ok: İleri yönlü geçiş olduğu için yeşil renkle gösterilen bu ok da önceki geçişler gibi bu aşamalar arasında da geçişin başarılı olduğunu ifade etmektedir. Başka bir deyişle oluşturulan gerçek modelden sonra matematiksel

değişkenler arasındaki ilişkileri doğru şekilde ifade eden bir model ortaya koyulduğu söylenebilir.

- 6 numaralı kesikli yeşil ok: İleri yönlü hareketi temsil ettiği için yeşil renkle gösterilen bu okun diğerlerinden farklı olarak kesikli şekilde olduğu göze çarpmaktadır. Matematiksel modelden matematiksel sonuçlara geçişin yapıldığı; ancak bu geçişin veya matematiksel sonucun hatalı olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel işlemlerde yapılan hata bu durumun sebeplerinden biri olabilir.
- 7 numaralı düz yeşil ok: Bu ok bir sonuca ulaştıktan sonra matematiksel sonuçla durumun zihinsel temsili arasındaki geçişi ifade eden doğrulamayı göstermektedir. 3 numaralı kırmızı okla karıştırılmamalıdır. Çünkü 3 numaralı kırmızı ok, ilk ulaşılan matematiksel sonuçlardan sonra tekrar problemi anlamlandırma aşamasına dönüşü ifade ederken, 7 numaralı yeşil ok sürecin sonunda yapılan doğrulamayı göstermektedir. 3 numaralı ok geri dönüşü temsil ederken, 7 numaralı ok ileri yönlü hareketi ifade etmektedir.
- 8 numaralı kesikli kırmızı ok: Son olarak durumun zihinsel temsili aşamasından gerçek sonuçlar aşamasına geçiş görülmektedir. Modelleme döngüsünde gerçek sonuca geçiş aşaması matematiksel sonuçlar aşamasından sonra gelmektedir. Bu döngüde matematiksel sonuçlar aşamasından sonra doğrulama yapıldığı için gerçek sonuçlara geçiş, geri yönlü hareketi ifade etmektedir. Bu yüzden kırmızı renkle gösterilmiştir. Ayrıca gerçek sonuçlara yorumlama başarılı bir şekilde yapılamadığı için kesikli olarak çizilmiştir. Örneğin, kâr-zarar bağlamı içeren bir problemde ulaşılan matematiksel sonucun kârı ifade etmesine karşın, zarar olarak yorumlanması bu duruma neden olmuş olabilir.

Uygulamalı eğitim sonrasında öğretmen adayları gruplarını değiştirmeden ortaokul matematik öğretim programında yer alan kazanım/kazanımlara göre model oluşturma etkinlikleri tasarlamışlardır. Tasarlanan bu etkinlikler Lesh ve diğerleri (2000) tarafından belirlenen altı model oluşturma etkinliği ilkesine göre değerlendirilmiştir. Model oluşturma etkinliklerinin tasarım prensiplerine uygunluğu Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017)'e ait çalışmada yer alan “uygun”, “kısmen uygun” ve “uygun değil” kategorilerini içeren değerlendirme aracı ile incelenmiştir. Model oluşturma etkinliklerinin değerlendirme sürecine araştırmacı dâhil olmamıştır. Tasarlanan modelleme problemlerinin prensiplere uygulanması modelleme alanında çalışmaları bulunan 2 öğretim üyesi tarafından değerlendirilmiştir.

3.6 Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Creswell (2009) nitel araştırmalardaki geçerlik ve güvenirlik kavramlarının nicel araştırmalardaki geçerlik ve güvenirlik kavramlarından farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Nitel araştırmalarda geçerlik araştırmacının belli prosedürleri kullanarak elde edilen bulguların doğruluğunun kontrol etmesi anlamına gelirken, güvenirlik ise araştırmacının yaklaşımının başka araştırmacılar tarafından da tutarlı olması anlamına gelmektedir (Gibbs, 2007). Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği sağlamak için bazı stratejilerin işe koşulması gerekir. Geçerliği sağlamak için çeşitleme, katılımcı teyidi, uzun çalışma süreci, detaylandırma, doğrudan alıntı ve uzman görüşü gibi önlemlerin alınması gerekirken; güvenirliği sağlamak için ise değerlendiriciler arası uyuma bakılması, tutarlık incelemesinin yapılması ve araştırmacının rolünün açıklanması gerekmektedir (Creswell ve Miller, 2000; McMillan ve Schumacher, 2014). Bu bağlamda çalışmada geçerliği ve güvenirliği sağlamak için gerçekleştirilen uygulamalar açıklanmıştır.

Creswell (2009) katılımcılara dair verilerin birbiriyle uyumlu şekilde farklı kaynaklardan elde edilmesinin çalışmanın geçerliğine katkı sağlayacağını belirtmiştir. Bu çalışmada da hem öğretmen adaylarından hem de ortaokul öğrencilerinden elde edilen veriler çözüm defterlerinden, çözüm izleme şablonlarından, grup içi diyalogların transkripsiyonlarından ve video kayıtlardan olmak üzere farklı kaynaklardan toplanmıştır. Açık uçlu anketlere verilen cevaplar, problemlerin çözüm süreçlerinde kullanılan veri toplama araçlarıyla desteklenmiştir.

Katılımcı teyidiyle elde edilen verilerin katılımcılar tarafından doğruluğunun kontrol edilmesi amaçlanmaktadır (McMillan ve Schumacher, 2014). Creswell (2009) katılımcı teyidinin verilerin toplanmasından sonra gerçekleştirilen görüşmelerle sağlanabileceğini belirtmiştir. Çalışmada haftalık gerçekleştirilen uygulamalardan sonra klinik mülakat yapılmamıştır; fakat hem çözüm defterlerindeki ve çözüm izleme şablonundaki modelleme problemlerinin çözümü, hem de model oluşturma etkinliklerinin tasarımı ve çözümleri, kayıt altına alınan diyaloglarla kontrol edilmiştir. Bununla birlikte uygulama esnasında da geçmiş haftalara yönelik toplanan verilere ilişkin katılımcılarla sürekli iletişim halinde kalınmıştır. Katılımcı teyidinin bu yolla sağlandığı düşünülmüştür.

Zengin ve ayrıntılı anlatımla birlikte doğrudan alıntılarının nitel araştırmaların geçerliğine katkı sağlayacağı vurgulanmıştır (Creswell, 2009). Bu bakımdan araştırmada gerçekleştirilen uygulamanın her bir safhası ayrıntılı bir şekilde sunulmaya çalışılmıştır.

Ayrıca katılımcıların gerçekleştirmiş oldukları diyaloglar ve çözümler hiçbir değişiklik yapılmadan ve yorum katılmadan doğrudan alıntılarla sunulmuştur.

Elde edilen verilerin geçerliğine katkı sağlayacak unsurlardan biri de uzun çalışma sürecidir (McMillan ve Schumacher, 2014). Çalışmanın öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen kısmı toplamda on üç hafta, ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen kısmı ise dört hafta sürmüştür. Literatür taraması, uygulama ve veri analiz süreciyle beraber otuz aylık bir süreç söz konusudur. Bu bakımdan araştırmada uzun bir sürecin söz konusu olduğu söylenebilir.

Creswell ve Miller (2000)'e göre uzman incelemesi araştırmadan elde edilen verilerin, araştırma sürecinin o alanda yetkin olan birileri tarafından kontrol edilmesidir ve bu yolla araştırmanın geçerliğine katkı sağlanmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın planlama aşaması, uygulamadan önce ve sonra anketlerin düzenlenmesi, pilot uygulamadan sonra asıl uygulamada değiştirilmesi planlanan unsurlarla birlikte veri analizindeki kodlar ve temalar hususunda gerek dil uzmanından gerekse matematik eğitimi alanında çalışmaları bulunan öğretim üyelerinden destek alınmıştır. Bununla birlikte hem açık uçlu anketlerden hem de modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde elde edilen verilerin analizinde araştırmacıyla birlikte bir uzman çalışmıştır. Araştırmacı tarafından oluşturulan kodların ve kategorilerin kontrollü uzman tarafından gerçekleştirilmiş, kodlara ve kategorilere dair ortaya çıkan fikir ayrılıkları üzerinde uzlaşa sağlanmıştır. Öğretmen adaylarının ortaya koymuş olduğu model oluşturma etkinlikleri araştırmacı haricinde ve matematiksel modelleme alanında çalışmaları bulunan üç uzman tarafından model oluşturma prensiplerine göre değerlendirilmiştir. İlk değerlendirme sonrasında ortaya çıkan görüş ayrılıkları üzerinde tekrar tartışılmıştır. Yapılan tartışmalardan sonra uzmanlar arasında problemlerin bazı ilkelere uygunluğu konusundaki değerlendirmelerde uzlaşa sağlanırken, bazı problemler için görüş ayrılığının devam ettiği görülmüştür. Bu aşamada değerlendiriciler arasındaki uyumun hesaplanmasında Miles ve Huberman (1994)'a ait güvenirlik katsayısı (görüş birliği/[görüş birliği + görüş ayrılığı]*100) kullanılmıştır. Yapılan incelemelerden sonra değerlendiriciler arası uyum %84.85 olarak bulunmuştur. Miles ve Huberman (1994) kodlayıcılar arasındaki en az %80 düzeyindeki uyumun iyi bir nitel güvenirlik için yeterli olduğunu vurgulamıştır. Bu bakımdan çalışmada kodlayıcılar arası güvenirliğin varlığından söz edilebilir.

Araştırmacı çalışmada katılımcı araştırmacı rolündedir. Bununla birlikte katılımcılarla araştırmacı arasında samimiyete dayalı uzun süreli bir ilişki kurulması amaçlanmıştır. Çünkü araştırmacılarla katılımcılar arasında güvene dayalı tesis edilecek uzun süreli bir ilişkinin araştırmanın inandırıcılığına katkı sağlayacağı belirtilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu

sayede katılımcıların bilgi vermede ve diyaloga girmede kendilerini daha rahat hissetmeleri sağlanmaktadır (Creswell ve Miller, 2000). Bu samimiyet tesis edilmeye çalışılırken gerek modelleme problemlerinin çözümünde gerekse model oluşturma etkinliklerinin tasarımı sürecinde öğretmen adaylarına hazır bilgi verilmemeye özen gösterilmiştir. Ortaokul öğrencileriyle yapılan uygulamadaki ısınma problemi sayesinde öğrencilerin hem araştırmacıya hem de kamera ve ses kaydına alışmaları amaçlanmıştır. Katılımcılara eksik gördükleri bilgilere internet aracılığıyla ulaşmaları ya da bu bilgilere yönelik tahminlerde bulunmaları istenmiştir. Herhangi bir yönlendirmede bulunmamak için hem öğretmen adaylarının hem de ortaokul öğrencilerinin uygulama sürecinde düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla “niçin, nasıl, bu tahminin mantığını açıklayabilir misin?” gibi sorular yöneltilmiştir.



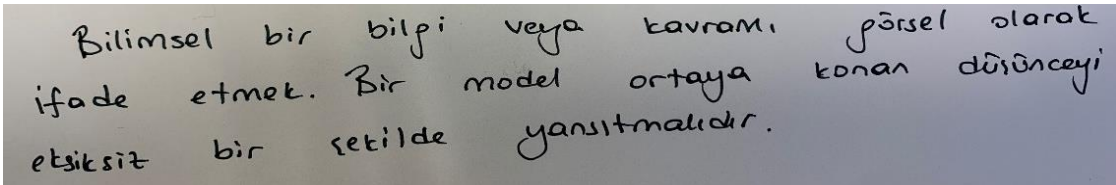
BÖLÜM IV: BULGULAR

Bu bölümde çalışma için çeşitli şekillerde toplanan verilerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

4.1 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Eğitim Sürecinden Önce Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine ilişkin Bulgular

Bu kısımda “Matematiksel modelleme eğitimi öncesinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?” sorusuna yönelik olarak bulgulara yer verilmiştir. Bu araştırma sorusuna yönelik olarak öğretmen adaylarına eğitim süreci öncesinde açık uçlu sorulardan oluşan anket uygulanmıştır. Bu aşamada öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyle alakalı bilgilerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Modelleme eğitimi öncesinde başarılı bir şekilde modelleme etkinliklerini yürütmek amacıyla öğretmen adaylarının matematiksel model ve modelleme ile ilgili ön bilgilerinin açığa çıkarılması önemli görülmüştür. Yazılı dokümanlardan elde edilen bilgiler ayrıntılı bir şekilde alıntılanarak kategoriler halinde sunulmuştur.

Eğitim sürecinden önce uygulanan ankette yer alan sorulara verilen cevaplardan elde edilen bulgular, eğitime katılmaya gönüllü olan öğretmen adaylarının hemen hemen hepsinin matematiksel model ve modellemeyle ilgili düşüncelerinin olduğunu göstermiştir. “Model kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” sorusuna verilen cevaplar öğretim materyali, fizikî model, rol model ve fikrim yok kategorilerinde toplanmıştır. Öğretmen adaylarının çoğu matematiksel modelin soyut kavramları somutlaştırmak, görselleştirmek veya somut materyallerle ilişkili olduğunu belirtmişlerdir. Bu cevaplar öğretim materyali kategorisinde ele alınmıştır. Örneğin Grup 2’de yer alan AÖ1’in model kavramı için kullandığı ifadeler Şekil 4.1’de sunulmuştur.



Bilimsel bir bilgi veya kavramı görsel olarak ifade etmek. Bir model ortaya konan düşüncüyü etkisiz bir şekilde yansıtmalıdır.

Şekil 4. 1. AÖ1’in Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Grup 6'nın üyelerinden AÖ7'ye ait ifadeler Şekil 4.2'de görülmektedir. AÖ7 model kavramının somutlaştırmayla ilişkili olduğunu belirterek örnek olarak sınıfa getirilen bir maketten söz etmiştir.

Soyut bir kavramın somut halde oluşturulmuş halidir. Ortaya çıkan bir tür nesne diyebiliriz. Bir öğretmenin derse organların maketini getirmesi o ders için bir model'e başvurusudur.

Şekil 4. 2. AÖ7'nin Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Benzer biçimde Şekil 4.3'te yer alan alıntıda görüldüğü gibi Grup 1 üyelerinden AÖ9 da model kavramıyla ilgili olarak somutlaştırmadan bahsetmiştir.

Soyut olan bir şeyi somut olarak ifade edebilmenin bir yolu.

Şekil 4. 3. AÖ9'un Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarından bazıları model kavramıyla ilgili olarak araba, ev veya herhangi bir yapı gibi ürünlerin maketlerini örnek göstermişlerdir. Bu cevaplar fizikî model kategorisinde ele alınmıştır. Grup 5 üyesi AÖ6'nın model ile ilgili ankete verdiği cevap Şekil 4.4'te sunulmuştur.

Model, bir örneği somut halde gördü canlandırmak için kullanılabılır.
Örneği: Bir araba modeli, yada bir iş makinesinin modeli örnek verebiliriz.

Şekil 4. 4. AÖ6'nın Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Benzer şekilde Grup 1'de yer alan AÖ20 de model kavramıyla ilişkili olarak çevremizde bulunan nesnelerin maketlerine ve şablonlarına atıfta bulunmuştur. AÖ20'nin cevabı Şekil 4.5'tedir.

Etrafımızda bulunan insan, gezegen, gibi şeylerin temsil edilmesini sağlayan model, materyal ve şablonlardır.

Şekil 4. 5. AÖ20'nin Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarından bazıları ise model kavramının kendilerine örnek alınacak bir kişi, davranış ya da durumu çağrıştırdığını belirtmişlerdir. Bu cevaplar rol model kategorisinde ele alınmıştır. Grup 7'deki AÖ19'e ait modele ilişkin cevap Şekil 4.6'dadır.

Bir işi yapmada örnek alınan kişi.

Şekil 4. 6. AÖ19'un Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Benzer şekilde Grup 1 üyelerinden AÖ4 de model kavramına ilişkin düşüncelerini ifade ederken örnek alınan davranıştan söz etmiştir. AÖ4'ün ifadeleri Şekil 4.7'de görülmektedir.

Örnek alınan davranış, yapıt vb gibi şeyler bana model kavramını çağrıştırıyor.
Bir modele bakarak ya da bir modelden yola çıkarak farklı durumlar üretebiliriz.

Şekil 4. 7. AÖ4'ün Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarının model kavramına yönelik cevaplarına ait kategoriler ve kategorilere ilişkin açıklamalar Tablo 4.1'de sunulmuştur.

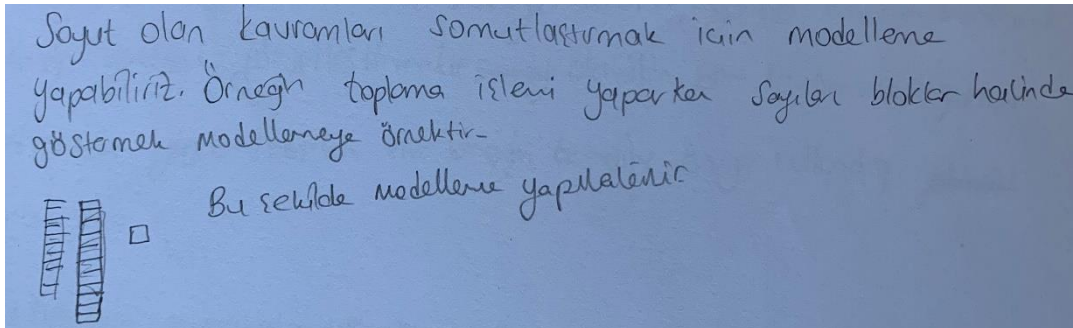
Tablo 4. 1. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Öncesinde Model Kavramına İlişkin Görüşleri

Kategori	Açıklama	f	%
Öğretim materyali	Soyut kavramların, bilgilerin görsel veya somut hali	9	42,86

	Öğretim esnasında kullanılan materyaller	4	19,05
Fizikî model	Bir cismin, yapının ya da eşyanın özelliklerini taşıyan prototipi veya birebir kopyası	5	23,81
Rol model	Örnek alınması gereken kişi veya davranış	2	9,52
Fikrim yok	Herhangi bir düşünce beyan edilmedi	1	4,76

Eğitim süreci öncesinde verilen cevaplar, öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün model kavramını öğretim materyali kategorisinde yer alan öğretim için kullanılan manipülatiflerle, kavramların somutlaştırılması, temsili ya da görselleştirilmesiyle ilişkilendirdiklerini göstermiştir. Öte yandan öğretmen adaylarının bir kısmı modelin, fizikî model kategorisinde ele alınan herhangi bir nesnenin maketi, şablonu ya da kopyasıyla ilgili olduğunu belirtirken; bir kısmı ise rol model kategorisinde ele alınan bir kişiyi veya davranışı örnek olarak almayla ilişkili olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarından biri ise model kavramıyla ilgili herhangi bir düşünce beyan etmemiştir.

Öğretmen adaylarının modelleme kavramı ile ilgili düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla “Modelleme kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” sorusu yöneltilmiştir. Katılımcıların cevapları öğretim materyali tasarımı ve basitleştirme kategorilerinde toplanmıştır. Elde edilen verilere göre katılımcıların çoğu öğretimi kolaylaştırmak amacıyla kullanılan materyallere, somutlaştırmaya ve görselleştirmeye vurgu yapmışlardır. Modellemeyle ilgili verilen bu cevaplar öğretim materyali tasarımı kategorisinde ele alınmıştır. Örnek olarak Şekil 4.8’de alıntılanan Grup 7 üyelerinden AÖ17’nin ifadeleri verilebilir. AÖ17 modellemenin soyut olan kavramları somutlaştırma aracı olarak kullanılabileceğini belirtmiştir.



Şekil 4. 8. AÖ17’nin Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Aynı şekilde Grup 4'te yer alan AÖ15 de modellemenin soyut olan ve zihinde canlandırılması zor olan kavramların görselleştirilmesi veya somutlaştırılmasıyla ilgili olduğunu belirtmiştir. AÖ15'in ifadeleri Şekil 4.9'da görülmektedir.

Modelleme kavramı ; soyut olan ya da zihninizde canlandırma-
dığımız kavramları , cisimleri somut hale getirerek görselleştirip
canlandırdığımızı sağlar

Şekil 4. 9. AÖ15'in Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarından bazılarının modellemenin karmaşık olan bir durumu ya da problemi bir formata koyma işlemi olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bu cevaplar basitleştirme kategorisinde değerlendirilmiştir. Şekil 4.10'da görüldüğü gibi AÖ9, bir problemi daha anlaşılır kılmak için biçimlendirmeye ilişkin olduğunu ifade etmiştir.

Bir kavram veya problemi daha açık ve planlı olması
için biçimlendirmedir. Bilimsel bir hale getirilmesidir

Şekil 4. 10. AÖ9'un Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Benzer şekilde AÖ20 de modellemenin karmaşık haldeki yapıları basitleştirme olduğunu belirtmiştir. Şekil 4.11'de AÖ20'ye ait ifadelere yer verilmiştir.

Karmaşık haldeki formül, problem v.b şeylerin
basit hale getirilmesi.

Şekil 4. 11. AÖ20'nin Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarının modelleme kavramına ilişkin cevaplara ait kategoriler ve açıklamalar Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4. 2. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Öncesinde Modelleme Kavramına İlişkin Görüşleri

Kategori	Açıklama	f	%
----------	----------	---	---

Öğretim materyali tasarımı	Soyut kavramların, bilgilerin görselleştirme veya somutlaştırma süreci	7	33,33
	Öğretim esnasında kullanılan materyalleri tasarlama	10	47,62
Basitleştirme	Karmaşık haldeki problemi veya durumu anlaşılır hale getirmek için basit formda ifade etme	4	19,05

Modelleme kavramına ilişkin öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün somutlaştırma kategorisinde yer alan öğretim sırasında kullanılan materyalleri tasarlama ve soyut kavramların anlaşılır olması için somutlaştırma veya görselleştirme süreci ile alakalı cevaplar verdikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarından bazıları ise modellemenin karmaşık haldeki yapıların, problemlerin ya da durumların basit bir formata dönüştürülmesi, bilimsel halde ifade edilmesi veya belirli bir kurala göre düzenlenmesiyle ilgili olduğunu ifade etmişlerdir.

Uygulama öncesinde öğretmen adaylarına daha önce matematiksel modelleme ile ilgili bir ders alıp almadıkları sorulmuştur. Öğretmen adaylarından ikisi matematiksel modellemeye yönelik olarak kısıtlı deneyimlerinin olduğunu, on dokuzu ise daha önce matematiksel modelleme ile ilgili bir tecrübelerinin olmadığını belirtmişlerdir.

Tablo 4. 3. Daha Önce Matematiksel Modelleme İle İlgili Herhangi Bir Ders Aldınız Mı?

Cevap	f	%
Evet	2	9,52
Hayır	19	90,48

4.2 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarına verilen teorik eğitimden sonra katılımcıların kendi oluşturdukları gruplarla birlikte farklı haftalarda farklı modelleme problemleri üzerinde çalışmaları istenmiştir. Bu etkinliklerin amacı öğretmen adaylarının aldığı teorik eğitimi uygulamaya dökmelerini sağlamak ve öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinde nasıl hareket ettiklerini analiz etmektir. Bu yolla katılımcıların modelleme eğitiminden beklenen verimi alıp alamadıklarını görme fırsatı elde edilmiştir. Ayrıca katılımcıların çözüm süreçlerinde modelleme problemlerinin hangi özellikleri taşıdığını görme fırsatı yakalayacakları ve

4.13'te görülmektedir. Bu süreçte öğretmen adayları arasında geçen diyalogdan alınan kesitler şu şekildedir:

....

AÖ20: İlk önce bir tane saman balyasını bulacağız sonra hepsini ve çocuktan yola çıkacağız.

Bence ortalama almamız lazım.

AÖ4: O zaman ortalama çocuk boyunu mu bulmamız lazım?

AÖ20: Evet bence ortalama almamız lazım.

AÖ4: Bence 10 yaşında.

AÖ9: İnternette bakalım bence. Orda bir de bacak boyu etkiliyor değil mi sadece?

....

AÖ4: Erkeklerin ortalama boyu 1.70 diyor.

AÖ20: 1.70 alalım bence. Bacakla beden arasındaki oranı bulmamız lazım.

AÖ9: Bacak boyu ile boy arasındaki orana baksak.

AÖ20: Örneğin 1.70 boy için baksak bacağı 1 metre olsa.

...

AÖ20: Bacağından yola çıkabilir miyiz?

AÖ4: Bak şimdi çocuk şu balyanın önünde düşünüyorum. Çocuğun bacağı şuradan şuraya gitmiş gibi geldi bana.

AÖ20: Şurası da şey olsun.

AÖ4: Hıh şurası da biraz da küçüktür dersem biraz daha gerçekçi.

AÖ9: Hah çocuğun kafası da burada.

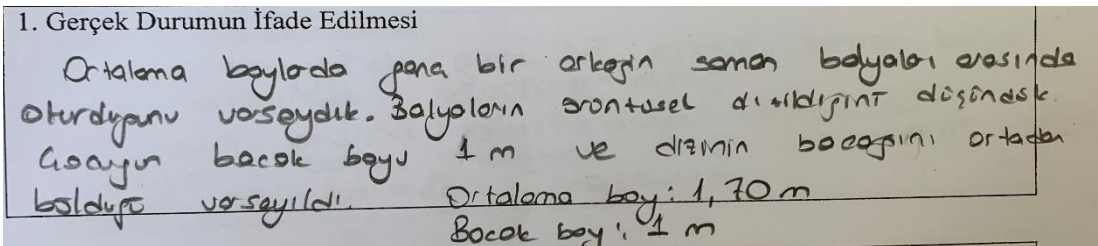
AÖ4: Tam böyle dizi yarıçapın altındaymış gibi.

AÖ9: Evet bence daha da yukarıda

AÖ4: Ben hiza olarak diyorum yani hiza olarak şöyle.

AÖ9: Ha evet.

AÖ4: Bak şu an oldu.



Şekil 4. 13. Grup 1'in Saman Balyası Probleminde Gerçek Duruma Dair İfadesi

Grup 1 üyeleri saman balyasın problemine ilişkin gerçekleştirdikleri diyaloglardan sonra bir yol haritası belirlemiş ve gerçek modeli de ortaya koymuşlardır. Grup 1'in probleme ilişkin gerçek modeli Şekil 4.14'te sunulmuştur. Gerçek modeli oluşturma sürecinde ise araştırmacıdan yardım alarak şu soruyu yönelttikten sonra devam eden diyalog şu şekildedir:

AÖ4: Hocam bir şey sorabilir miyiz? Hocam biz şimdi dedik ki çocuğun bacağının üstünden kafasının üstüne kadar yarıçap olur orası diye tahmin ediyoruz. Oradan devam edebilir miyiz kanıtlamamız gerekiyor mu?

Araştırmacı: Bunu doğrulayacak argümanınız ne, neden öyle düşündünüz? Bu düşünce bize şu yönden mantıklı geliyor gibi bir açıklama yapabilirsiniz. Eğer bu fikir aklınıza geldiyse bunun altında yatan mutlaka bir sebep var demek ki.

...

AÖ4: Bak şimdi çocuk şu balyanın önünde düşünüyorum. Çocuğun bacağı şuradan şuraya gitmiş gibi geldi bana.

AÖ20: Şurası da şey olsun.

AÖ4: Hıh şurası da biraz da küçüktür dersem biraz daha gerçekçi.

AÖ9: Hah çocuğun kafası da burada.

AÖ4: Tam böyle dizi yarıçapın altındaymış gibi.

AÖ9: Evet Bence daha da yukarıda

...

AÖ20: Şimdi burası yarıçap. Çocuğun bacağı ile yarıçap kaç derecelik açı yapıyor? Burası merkez burası çevre açı oluyordu değil mi?

AÖ4: Diğerlerine temas etmesi ile alakalı bir durum olabilir mi? Diğerinden yarıçap çizsek?

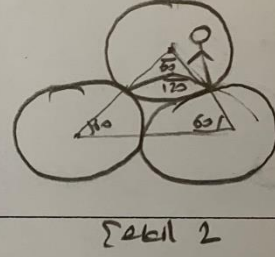
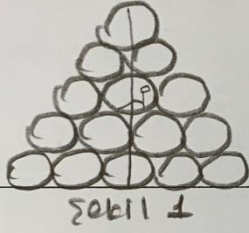
AÖ9: Alttakilerine de çizsene.

AÖ4: Çiziyorum. Şimdi birazcık şuraya geliyor. Hmm eşit olduğunu düşünelim şu anda. Şimdi çocuğun bacakları buraya geliyor. Bunların da bir yarıçapı var.

AÖ20: Ama şimdi öyle bir şey var ki çocuk şimdi üstteki saman balyasının tam köşesinde değil. O yüzden sanki şey yapacağız gibi.

AÖ4: Buna sebep bulmamız lazım. Bana da şimdi çemberde sanki açı ile ilişkili bir şey varmış gibi geliyor. Ama sonra üst üste nasıl yapacağız onu bilmiyorum. Çünkü sıkışmış.

2. Gerçek Modelin İnşası



Şekil 4. 14. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Gerçek Modeli

Gerçek modelin oluşturulmasından sonra başlangıçta kabul ettikleri varsayımlar üzerinden hareket ederek tek bir saman balyasının yarıçapını bulmak için matematiksel çözüm yaparak matematiksel sonuç aşamasına geçmişlerdir. Resimde saman balyası üzerinde oturan kişinin bacak boyunun 1 m olduğu varsayımıyla gerçek modeldeki eşkenar üçgeni kullanarak bir saman balyasına ait yüksekliğin (çapının) 173 cm olduğunu bulmuşlardır.

AÖ4: O zaman yarıçapın şurasından yola çıktığımızı düşünürsek 50 kök 3 dedim. O zaman yarıçapları 50 kök 3.

AÖ9: Evet.

AÖ4: O zaman boyu da 100 kök 3. Aynen.

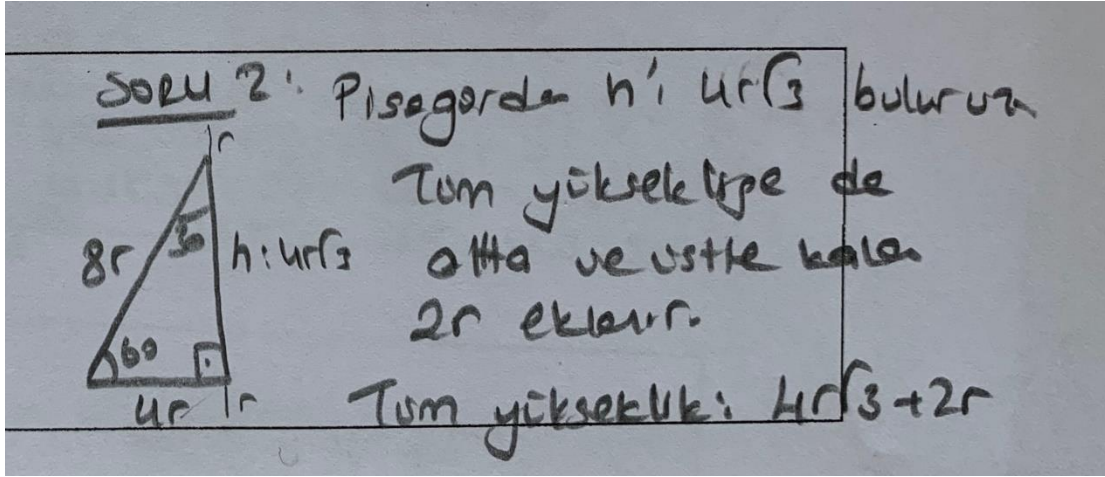
...

AÖ9: 100 kök 3 ü de yapsana. İki katını mı alalım direkt? Ama boyunu soruyor

AÖ4: Ha evet. Direk iki katını alalım. 173,2. Yani 173 diyelim.

AÖ20: Yani 1. sorunun cevabını bulmuş olduk.

Öğretmen adayları tek bir saman balyasına ait yüksekliği bulduktan sonra tüm yığına ait yüksekliği bulmak için gerçek model aşamasına geri dönerek “Biz bu derece üzerinden yürüyüp yapabiliriz aslında. Vallahi buluruz. Şimdi bunların aynı hizada olduklarını düşünelim. Şimdi buraları biliyoruz. Acaba şurası da yarıçap mı (AÖ4)?” ve “Buraların teğet olduğunu biliyoruz. Ama şuradaki boşluklardan dolayı şunu bilmiyoruz (AÖ20).” gibi ifadelerle sorgulama yaparak matematiksel model aşamasına geçiş yapmışlardır. Tek bir balyanın yarıçapını değişken kabul ettikleri tüm yığının yüksekliğini veren formülü “ $4r\sqrt{3}+2r$ ” olarak bulmuşlardır. Matematiksel modeli raporlarken de “Şunun çocuklu halini gerçek modele matematiksel halini de matematiksel modele çizeceğiz (AÖ4).” ve “Şimdi biri gerçek model bir matematiksel model ya. Matematiksel modelde sayıları kullanırsanız gerçek modelde de çizimi yaparsınız (AÖ20).” ifadelerini kullanmışlardır. Grup 1'in matematiksel modeli Şekil 4.15'te görülmektedir.



Şekil 4. 15. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Matematiksel Modeli

Grup 1'deki katılımcılar bu aşamadan sonra oluşturdukları matematiksel modelde değerleri yerine yazarak matematiksel sonuca geçiş yapmışlardır. Tüm yığının yüksekliğini 776 cm olarak bulmuşlardır. Bu matematiksel sonucu gerçek sonuca yorumlarken AÖ4 "Biz yığınların ezilme ihtimalini reddettik. Gerçek sonucun daha az olabileceğini düşünüyoruz." diyerek gerçek sonuçlarla matematiksel sonuçlar arasındaki farkı ifade etmiştir.

Öğretmen adayları gerçek sonuçlar aşamasından tekrar başlangıçtaki gerçek duruma geçiş aşamasında ise başlangıçta kabul ettikleri varsayımlara göre buldukları sonucun mantıklı olup olmadığını sorgulayıcı ifadeler kullanmışlardır. Katılımcılar arasında buna yönelik gerçekleşen diyalog şu şekildedir:

AÖ20: Sonucun mantıklı olup olmadığını yazacağız

AÖ9: 87 olarak alıyorum

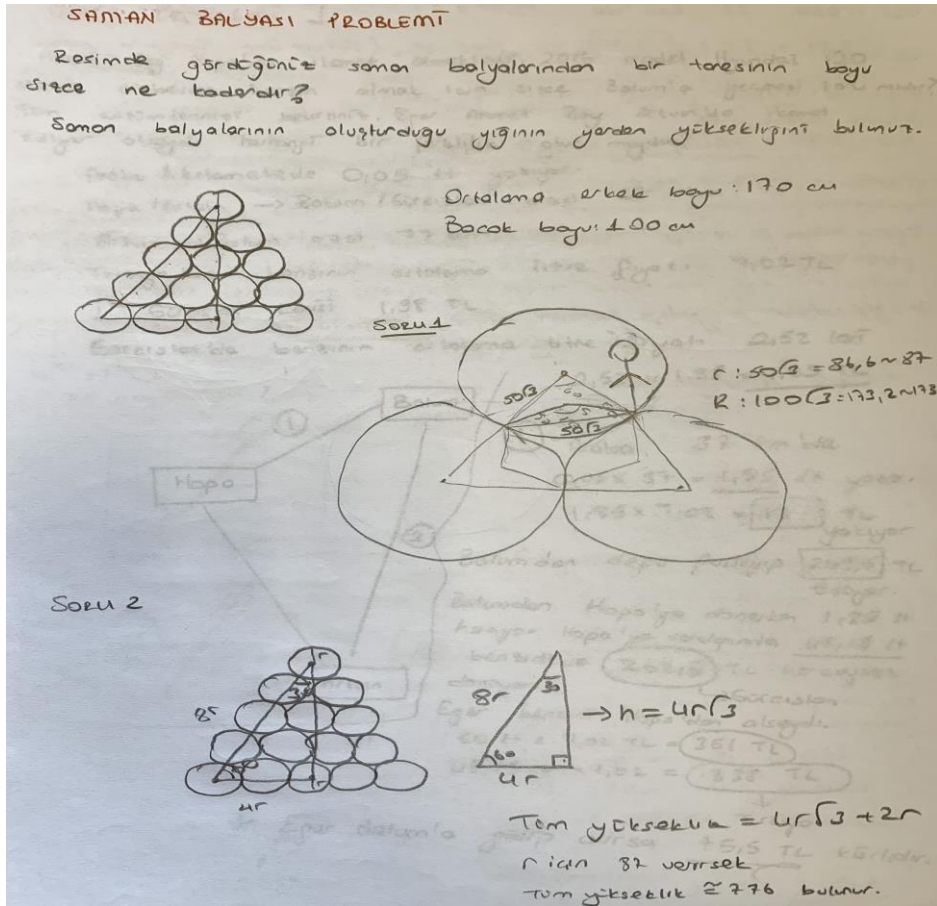
...

AÖ4: Evet. 776 cm cinsinden bulduk. Şimdi çocuğa bakınca gayet mantıklı geldi. Biz yaklaşık olarak bulduk.

AÖ20: Biz yaklaşık olarak bulduk.

AÖ9: 777 ye yuvarladım ben onu.

Grup 1'in saman balyası problemine ilişkin çözümü Şekil 4.16'da sunulmuştur.



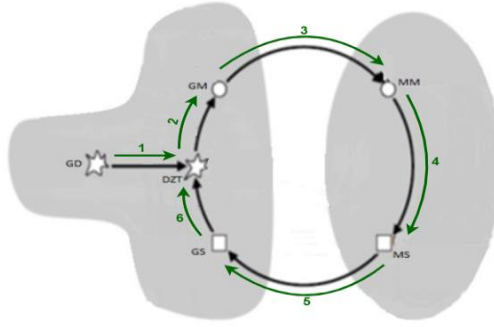
Şekil 4. 16. Grup 1'in Saman Balyası Problemine Ait Çözümü

Saman balyası problemine ilişkin diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm süreciyle ilgili özet bilgiler Tablo 4.4'te görülmektedir.

Tablo 4. 4. Saman Balyası Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözümüne Ait Bilgiler

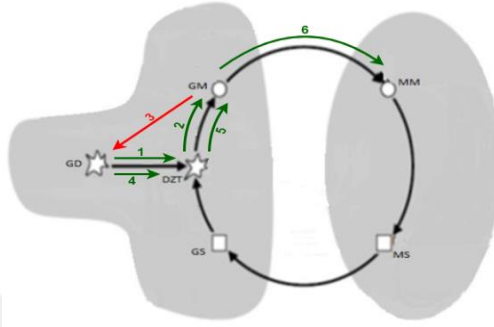
Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1		Matematiksel
DZT: ✓		Model
GM: ✓		Matematiksel
MM: ✓		Sonuç
MS: ✓		Süre
GS: ✓		
D: ✓		
Gr. 2		Matematiksel
DZT: ✓		Model

GM: ✓
MM: ✓
MS: ✓
GS: ✓
D: ✓



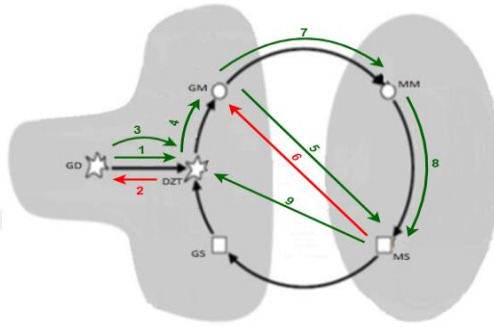
Matematiksel 284 cm (3 sıra)
Sonuç
Süre 1 sa 3 dk 33 sn

Gr. 3
DZT: ✓
GM: ✓
MM: ✓
MS: X
GS: X
D: X



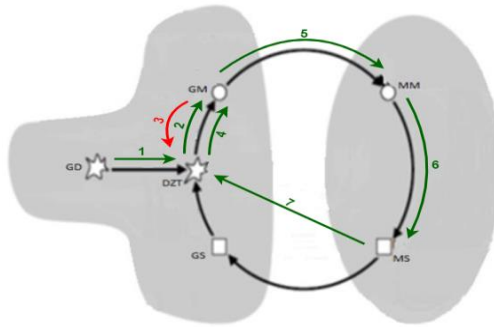
Matematiksel $4r\sqrt{3}+2r$
Model
Matematiksel Yok (5 sıra)
Sonuç
Süre 54 dk 15 sn

Gr. 4
DZT: ✓
GM: ✓
MM: ✓
MS: ✓
GS: X
D: ✓



Matematiksel $4r\sqrt{3}+2r$
Model
Matematiksel $232\sqrt{3}+116$ cm
Sonuç (5 sıra)
Süre 56 dk 30 sn

Gr. 5
DZT: ✓
GM: ✓
MM: ✓
MS: ✓
GS: X
D: ✓



Matematiksel $2r\sqrt{3}+2r$
Model
Matematiksel $150\sqrt{3}+150$ cm
Sonuç (3 sıra)
Süre 31 dk 57 sn

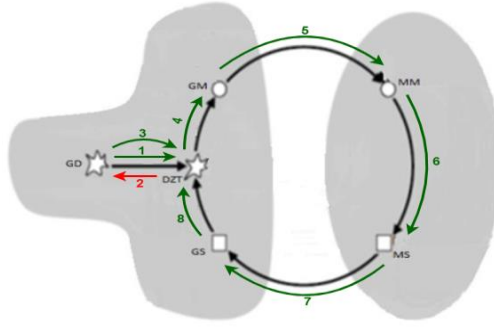
Gr. 6
DZT: ✓
GM: ✓
MM: ✓

Matematiksel $5r+r\sqrt{6}$
Model
Matematiksel 321.8 cm (4 sıra)
Sonuç

MS: ✓

GS: ✓

D: ✓



Süre

1 sa 7 dk 10 sn

Gr. 7

DZT: ✓

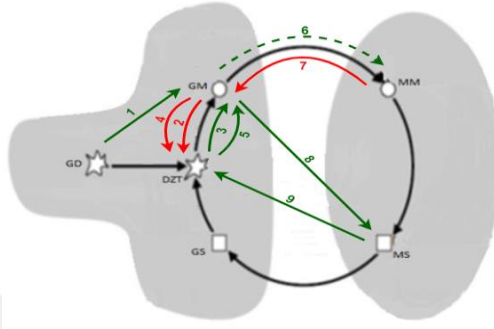
GM: ✓

MM: X

MS: ✓

GS: X

D: ✓



Matematiksel

Yok

Model

Matematiksel

323.89 cm

Sonuç

(5 sıra)

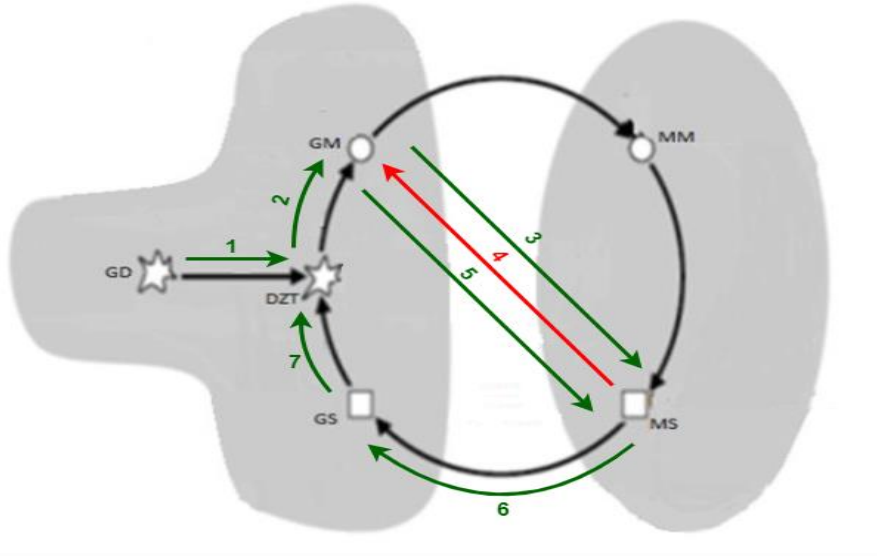
Süre

41 dk 50 sn

Tablo 4.4 incelendiğinde, saman balyası problemi için öğretmen adaylarının modelleme döngüsünde nasıl hareket ettikleri görülmektedir. Bütün grupların saman balyası problemi için gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş aşamasına geçtikleri görülmüştür. Farklı olarak sadece Grup 7 üyeleri, problemi okuduktan sonra durumun zihinsel temsili aşamasını atlayarak gerçek model aşamasına geçiş yapmışlardır. Sonrasında Grup 7'deki öğretmen adayları durumun zihinsel temsiline geri gelerek gerçek modeli oluşturmuşlardır. Probleme ilişkin çözümler incelendiğinde döngülerde de görüldüğü gibi bütün gruplar, kabul ettikleri varsayımlara uygun olarak değişkenleri belirlemişler ve gerçek model aşamasına geçiş yapmışlardır. Öğretmen adaylarına ait modelleme döngülerinin gerçek model oluşturma aşamasından sonra farklılaştığı görülmektedir. Örneğin Grup 2, Grup 3, Grup 5 ve Grup 6'nın bu aşamadan sonra matematiksel model oluşturma basamağına geçiş yaptıkları; ancak Grup 1 ve Grup 4 üyelerinin gerçek model aşamasından sonra matematiksel model oluşturmada işlemler gerçekleştirerek matematiksel sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Grup 1 ve Grup 4'te yer alan öğretmen adayları tekrar gerçek model aşamasına geri dönmüşler ve matematiksel model oluşturma aşamasına geçiş yaparak bir model ortaya koymuşlardır. Grup 7 üyeleri ise gerçek model aşamasından sonra matematiksel model oluşturmaya çalışmışlar; fakat başarılı bir şekilde matematiksel model ortaya koyamamışlardır. Bu girişimden sonra gerçek model aşamasına geri döndükleri ve sonuca ulaşmak için matematiksel işlemler gerçekleştirdikleri gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının oluşturduğu matematiksel modeller ve ulaştıkları matematiksel sonuçlar Tablo 4.4'te yer

almaktadır. Katılımcıların varsayım olarak saman balyası yığını kaç sıra olarak kabul ettiklerine de matematiksel sonuç kısmında parantez içinde yer verilmiştir. Matematiksel sonuca ulaştıktan sonra Grup 1, Grup 2 ve Grup 6'da yer alan öğretmen adayları, bu sonucu gerçek hayata yorumlayarak modelleme döngüsünde gerçek sonuç aşamasına geçiş yapmışlardır. Tablo 4.4'e göre Grup 3'teki öğretmen adayları haricindeki bütün grupların ulaştıkları sonuçlara dair doğrulamalar yaparak veya geçtikleri süreçleri tekrar gözden geçirerek durumun zihinsel temsiline geldikleri ve böylece modelleme döngülerini tamamladıkları görülmüştür. Ancak Grup 4, Grup 5 ve Grup 7'deki katılımcıların gerçek sonuç aşamasını atlayarak doğrulama yaptıkları anlaşılmaktadır. Örneğin, Tablo 4.4'te görüldüğü gibi Grup 5'in matematiksel olarak " $150\sqrt{3}+150$ cm" sonucuna ulaştığı ancak bu niceliğin gerçek hayatta hangi uzunluğa yakın olabileceğini belirtmedikleri görülmüştür. Özetle Grup 3'teki katılımcılar haricindeki bütün öğretmen adayları, saman balyası problemi için farklılıklar olsa da modelleme döngüsünü tamamlamışlardır.

AÖ1, AÖ11 ve AÖ16'nın yer aldığı Grup 2'nin eğitim sürecindeki ikinci problem olan yakıt problemine (Hopa) ilişkin modelleme döngüleri Şekil 4.17'de görülmektedir. Öğretmen adaylarının gerçek durumla karşılaştıktan sonra durumun zihinsel temsili aşamasına geçiş yaptıkları, hesaba katılması gereken değişkenleri belirleyerek gerçek model ve matematiksel çözüm kısımları arasında hareket ettikleri görülmüştür. Sonrasında ulaştıkları matematiksel sonuçları gerçek sonuca çevirmişler ve doğrulama aşamalarından da geçerek modelleme döngüsünü yedi adımda tamamlamışlardır. Yakıt probleminde (Hopa) katılımcılar matematiksel model oluşturma aşamasını atlamışlardır. Katılımcıların gerçek model inşa etme sürecinde ilgili değişkenler üzerinde tartıştıkları, matematiksel çözümlerini belirledikleri değişkenler doğrultusunda gerçekleştirdikleri ancak; belirlenen değişkenlerin ve aralarındaki ilişkilerin gösterildiği matematiksel bir model ortaya koymadıkları gözlenmiştir.



Şekil 4. 17. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Modelleme Döngüsü

Modelleme döngüsünde bulunan 1 numaralı ok ile temsil edilen durumun zihinsel temsiline geçiş sürecinde öğretmen adaylarının çözüm izleme şablonundaki ifadeleri Şekil 4.18'de görülmektedir. Gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş yaparken problemi anlamlandırmak için aralarında geçen diyaloglardan alınan bir kesit şu şekildedir:

AÖ16: Şimdi Hopa ile Batum'un arası ne kadar bence ilk ona bakalım.

AÖ1: Bir de i20'nin ne kadar tükettiğine bakacağız.

AÖ16: Evet o da var.

AÖ11: Bir şey söyleyeceğim Hyundai 2016 i20'nin ne kadar yaktığına bakacağız. Bir de şeye bakalım 2016'daki benzin fiyatlarına bakalım.

AÖ16: Hu Eeeeet çok mantıklı o da çok iyi.

AÖ16: Ama bir şey diyeceğim Bence öyle değil 2016 model olup şu an kullanıyor da olabilir Bence güncel bir soru.

AÖ11: Hu! Olabilir evet.

AÖ1: O zaman şimdiki benzin fiyatlarına bakacağız.

AÖ11: Ben o zaman benzin fiyatlarına bakayım sen de mesafeye bak.

...

1. Gerçek Durumun İfade Edilmesi
 merkezlerindeki benzin fiyatlarına bulup şehir
 oranlamalar yapıp hangisinin daha karlı olacağını
 bulacağız. Toplam yolu belirleyerek

Şekil 4. 18. Grup 2'nin Yakıt Problemünde (Hopa) Gerçek Duruma Dair İfadesi

Grup 2 üyeleri problemde ne yapacaklarını düşündükten sonra ilgili değişkenleri belirlemeye çalışarak gerçek model oluşturma sürecine girmişlerdir. Yol uzunluğu, akaryakıt fiyatları, para birimleri, şehir içi ve şehir dışı yakıt tüketimi gibi değişkenleri bulmaya yönelik araştırmalar yapmışlardır. AÖ1'in "Şehir içi şehir dışı ne demek ya?" sorusuna AÖ16 "Şehir içi ne demek biliyor musun? Dur kalk yapıyorsun. Işık, trafik onlar var ama şehir dışında uzun yol gidiyorsun. Hızlı gidiyorsun" cevabını vererek şehir dışı yakıt tüketiminin neden daha az olduğunu anlatmaya çalışmıştır. Sonrasında bu şehir içi yakıt tüketimini hesaba katıp katmayacaklarını tartışarak bir karara vardıkları ve Şekil 4.19'daki gerçek modeli oluşturdukları görülmüştür. Aralarında geçen diyalog şöyledir:

...

AÖ1: Şu an çok kolay oldu. Acaba şehir içinde gidiyor demesini de mi dikkate almalıydık?

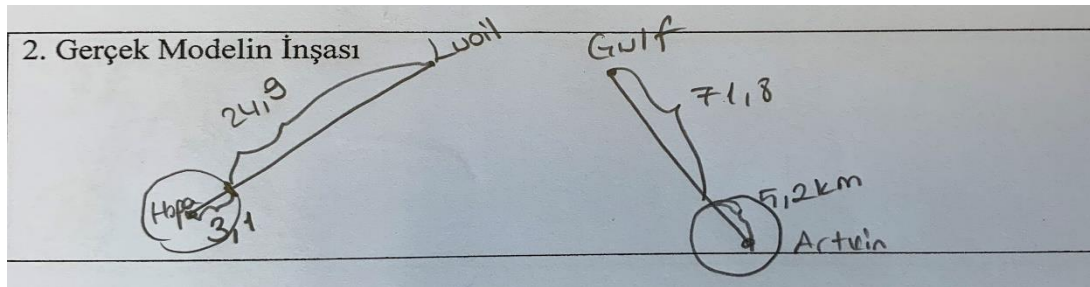
AÖ16: Evet burası Hopa, burası Batum, burası da Artvin merkez. Şimdi Hopa'nın merkezine girdi. Işıklar falan var. Batum'un merkezinde de var. Yani aslında iki tarafta da şehir merkezi var

AÖ1: Nerede otobanda nerede şehir içinde?

AÖ11: Ama şehir içinde herhangi bir konum belirtmemiş ki. Tabelanın asılı olduğu yer şehir olmuyor mu yani? Artvin'in girişi oluyor. Hopa'nın çıkışı mesela.

AÖ16: Şehir içine hesap edeceksek şöyle bir daire çiziyorum mesela bunlar merkezler. Şu yollar şehir içine dâhil. Şu araları şehir dışı diye hesap edeceğiz o zaman.

...



Şekil 4. 19. Grup 2'nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Gerçek Modeli

Öğretmen adayları bu aşamadan sonra matematiksel model oluşturma kısmını atlayarak matematiksel çözüme odaklanmışlardır. Aralarından biri diğer grup üyelerine matematiksel model oluşturma konusunda uyarıda bulunmuş ancak ortaya matematiksel bir model koyulamamıştır. Bu süreçte aralarında şu diyaloglardan kesitler sunulmuştur.

...

AÖ1: Tamam mı? Başka araba özelliği çıkıyor mu? Artık hesap yapacağız değil mi?

AÖ16: Aynen bundan sonrası hesap.

AÖ11: Ama hani model bulun dedi ya!

AÖ1: Evet çizdin dedi.

...

AÖ11: Bir şey söyleyeceğim Biz bunu nasıl matematiksel modelleme yapacağız?

AÖ16: Vallahi çizdiğim en güzel şekilde oluyor. Ben başka bir şey bilmiyorum ki.

...

Öğretmen adayları matematiksel çözüm sırasında değişkenlerden birini atladıklarını fark ederek tekrardan gerçek model aşamasına geri dönmüşler ve ardından matematiksel sonuca ulaşmak için işlemlere devam etmişlerdir. Katılımcılar gerçek model oluşturma kısmında belirledikleri değişkenlere Batum'a giriş maliyetini eklemediklerini fark etmişlerdir. Sonrasında bilgi edindikleri bir sitede trafik sigortasıyla ilgili bir bilgiye rastlamışlar ve AÖ16'nın "Bir dakika bir şey var bu işte. Millet oraya boşuna gitmiyor. Biz yanlış bilgiye sahibiz bence." ifadesinden sonra trafik sigortasını dâhil etmemeleri gerektiği konusunda fikir birliğine varmışlardır. Bu süreç modelleme döngüsünde 4 numaralı kırmızı okla gösterilmiştir. Öğretmen adayları arasında geçen konuşmalara yer verilmiştir.

...

AÖ16: Kızlar bence güzel gidiyoruz.

AÖ11: Aynen güzel gidiyoruz da bakalım.

AÖ1: İyi hesap ettik şu ana kadar. Yani bilgilerimiz şu an iyi bence.

...

AÖ1: Batum'a giriş ücretini almadık.

AÖ11: Ohoooo!

AÖ16: Çok iyi. Batum'a kaç kuruşa giriyoruz biz?

AÖ1: Bilmiyorum ki.

AÖ11: Arabaya göre giriş ücreti değişir mi ki?

AÖ16: Yani biz burada normal araca bakacağız. Bakın ne diyor? Normalde yurtdışına çıkmak için bir sürü evrak toplamanız gerekiyor fakat Gürcistan'a geçmek için çipli kimliğe

sahip olmanız yeter ve bütün yolcuların da kimliklerinin yanlarında olması yeterli diyor. Bu siteye güvenemedim. Bir dakika. Evet burada 50 lira diyor 50 lira.

...

Grup 2’de yer alan öğretmen adayları bütün olası değişkenleri hesaba kattıklarından emin olduktan sonra çözümü gerçekleştirerek matematiksel sonuca ulaşmışlardır. Hopa’dan Batum’a geçme durumundaki hesaplamaları yaptıktan sonra Artvin’den Batum’a geçiş durumundaki hesaplamalarda hata yaptıklarını fark etmişler ve gerçekleştirdikleri bütün işlemleri baştan yaparak matematiksel sonucu tekrar düzenlemişlerdir. Katılımcıların probleme ilişkin ulaştıkları matematiksel sonuçlar Şekil 4.20’de sunulmuştur.

5. Matematiksel Sonuç/Sonuçlar			
Türkiyedeki depo	fulleme	→	351,5 TL
Hopa-Batum arası	masraf	→	321,66 TL
Artvin-Batum	" "	→	346,54 TL

Şekil 4. 20. Grup 2’nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Matematiksel Sonuçları

Katılımcıların ulaştıkları matematiksel sonuçların kâr mı yoksa zarar mı anlamına geldiğini belirleyerek gerçek sonuçlar aşamasına geçiş yaptıkları görülmüştür. Hopa’dan Batum’a geçmenin kârlı olacağı, Artvin’den Batum’a geçerek akaryakıt almanın da kârlı olduğu ancak kârın çok az olması nedeniyle buna değmeyeceği sonucuna ulaşılmıştır. Grup 2’nin matematiksel sonuçları yorumladığı gerçek sonuçları da Şekil 4.21’de sunulmuştur.

6. Gerçek Sonuç/Sonuçlar			
Hopa-Batum da	29,84 TL	kar	
Artvin-Batum arası	4,96 TL	kar	vardır.
Gerçekle uyuyor.			

Şekil 4. 21. Grup 2’nin Yakıt Problemine (Hopa) Ait Gerçek Sonuçları

Öğretmen adaylarının matematiksel sonucu yorumladıktan sonra sonucun mantıklı olup olmadığını sorgulayarak modelleme döngüsünde 7 numaralı okla gösterilen doğrulama aşamasını da gerçekleştirdikleri görülmüştür. Batum’a geçmenin mantıklı olup olmadığı konusunda döviz kuru gibi değişen koşullara dikkat çekildiği diyalogdan anlaşılmaktadır.

...

AÖ16: Ama biz zararlı çıkıyoruz. Böyle şey olmaz saçma oldu ya.

AÖ1: Belki de zararlı çıkıyor.

AÖ16: Ama olmaz. Millet gidiyor ya ucuz olması lazım. Nerede hata yapıyoruz?

AÖ11: Bir şey söyleyeceğim. Niye gidiyor ki?

AÖ1: Yani hatırı sayılır bir fark çıkarsa gidilir. Ama burada gittikçe masraf çıkıyor.

AÖ16: Neden biliyor musunuz arkadaşlar? Çünkü Euro fırladı. Eskiden Euro bu kadar mıydı?

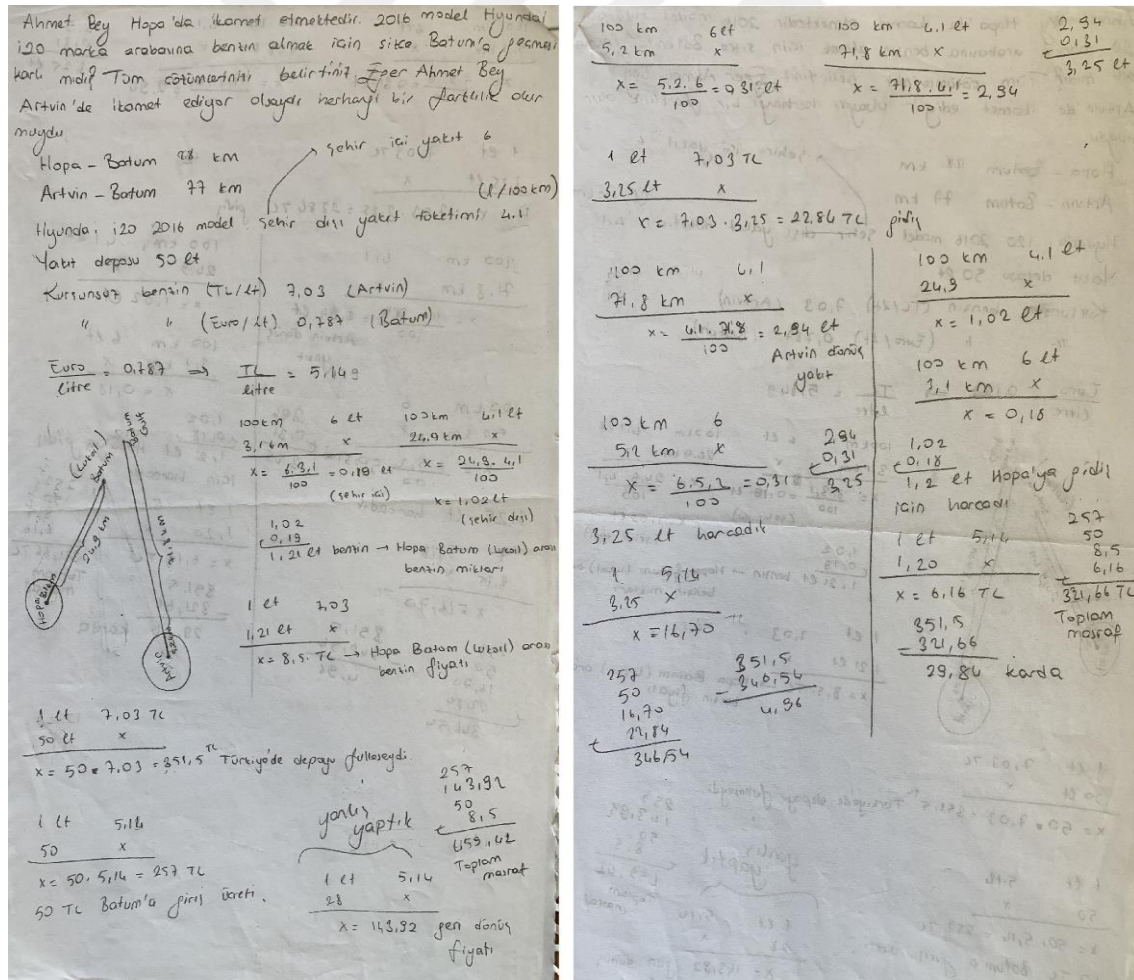
AÖ1: Tabi 1 liradan az benzinleri var. İnsan tabi oraya gider Euro az iken.

AÖ16: Euro şu an yeni fırladı millet gitmiyor olabilir artık.

AÖ1: Evet bence de.

...

Grup 2'de yer alan öğretmen adaylarının yakıt problemine (Hopa) ilişkin çözümü Şekil 4.22'de yer almaktadır.

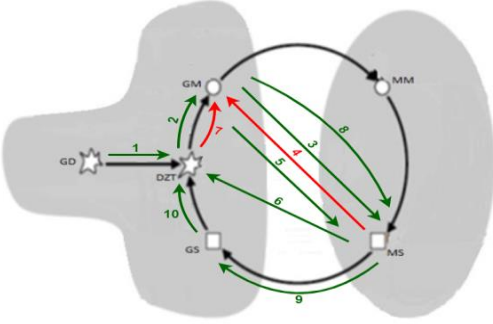
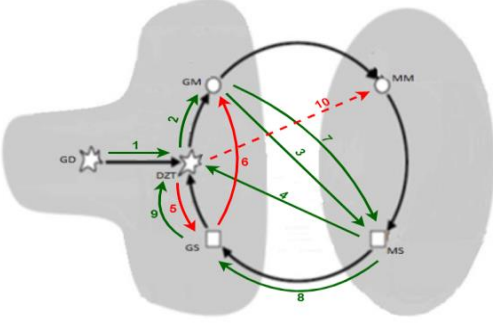
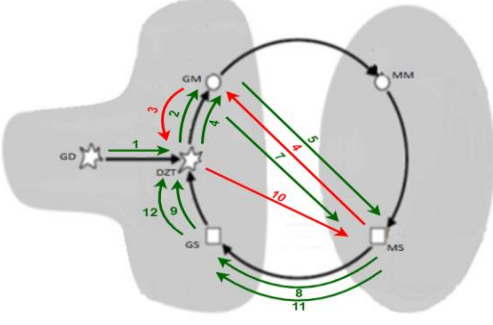


Şekil 4. 22. Grup 2'in Yakıt Problemine (Hopa) Ait Çözümü

Yakıt problemi (Hopa) ile ilgili diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm sürecine dair özet bilgiler Tablo 4.5’te sunulmuştur.

Tablo 4. 5. Yakıt Problemine (Hopa) İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler

Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1 DZT: ✓ GM: ✓ MM: X MS: ✓ GS: ✓ D: ✓		Matematiksel Model Yok Matematiksel Sonuç Hopa: +75.5 TL Artvin: +47.43 TL Süre 56 dk
Gr. 2 DZT: ✓ GM: ✓ MM: X MS: ✓ GS: ✓ D: ✓		Matematiksel Model Yok Matematiksel Sonuç Hopa: +29.84 TL Artvin: +4.96 TL Süre 1 sa 10 dk 3 sn
Gr. 3 DZT: ✓ GM: ✓ MM: X MS: ✓ GS: ✓ D: X		Matematiksel Model Yok Matematiksel Sonuç Hopa: -23.92 TL Artvin: -37.14 TL Süre 1 sa 6 dk 34 sn
Gr. 4 DZT: ✓ GM: ✓ MM: ✓ MS: ✓ GS: ✓ D: ✓		Matematiksel Model Maliyet Tablosu Matematiksel Sonuç Hopa: +67.69 TL Artvin: +45 TL Süre 48 dk 50 sn

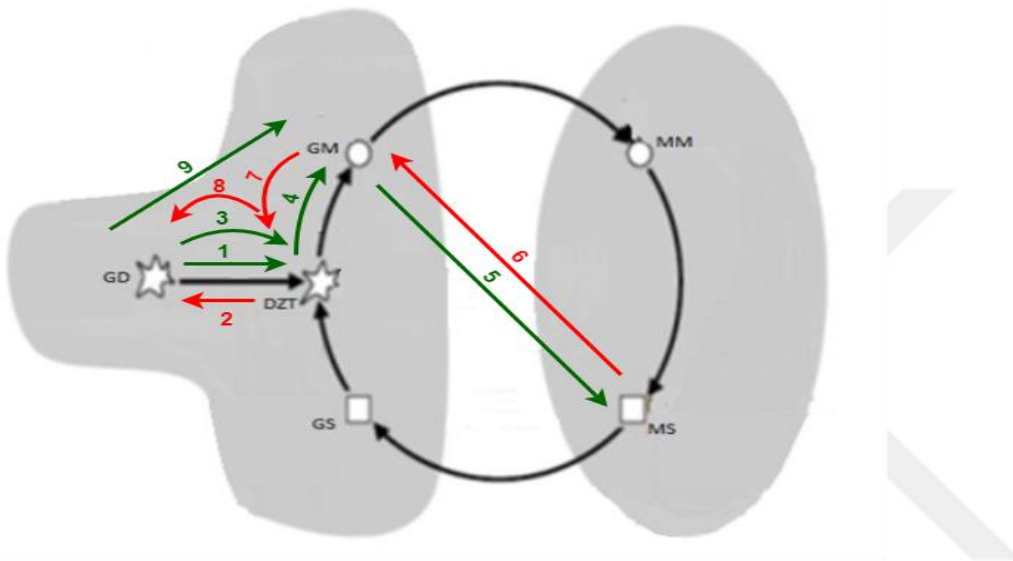
Gr. 5		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	Hopa: +80.31 TL
MM: X		Sonuç	Artvin: +66.86 TL
MS: ✓		Süre	35 dk 30 sn
GS: ✓			
D: ✓			
Gr. 6		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	Hopa: +86.59 TL
MM: X		Sonuç	Artvin: +68.89 TL
MS: ✓		Süre	50 dk 30 sn
GS: ✓			
D: ✓			
Gr. 7		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	Hopa: +79,06 TL
MM: X		Sonuç	Artvin: +51,32 TL
MS: ✓		Süre	50 dk 46 sn
GS: ✓			
D: ✓			

Tablo 4.5’te yer alan modelleme döngüleri incelendiğinde, bütün grupların gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıkları görülmektedir. Başka bir deyişle bütün öğretmen adayları problemi anlamlandırmışlardır. Bu aşamadan sonra problemin çözümü için gerekli olan değişkenleri belirleyerek gerçek model aşamasına geçtikleri görülmüştür. Grup 3 ve Grup 7’de yer alan katılımcılar, gerçek model aşamasından durumun zihinsel temsiline geri dönerek bazı varsayımları güncellemişlerdir. Yakıt problemi (Hopa) ile ilgili gerçek model aşamasından sonra bütün öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturma kısmını atladıkları görülmektedir. Öğretmen adayları, ilgili değişkenlerin neler olabileceğini belirledikten sonra bu değişkenlerle ilişkili herhangi bir matematiksel denklem, gösterim ya da ilişki ifade eden temsil ortaya koymamışlardır. Bu değişkenlere ilişkin matematiksel işlemler gerçekleştirerek matematiksel sonuca ulaşmayı amaçlamışlardır. Grup 2, Grup 3, Grup 5 ve Grup 7’deki öğretmen adayları belirledikleri değişkenlerden bazılarını hesaba

katmadan işlem yapma gibi gerekçelerle matematiksel sonuç ile gerçek model basamağı arasında gidip gelmişlerdir. Örneğin Grup 2 üyeleri belirledikleri değişkenlerle ilgili değerleri hesapladıktan sonra Batum'a giriş ücretini hesaba katmadıklarını fark ettikleri için gerçek model aşamasına geri dönmüşlerdir. Grup 3'teki öğretmen adayları ise gidiş ve dönüş yolunda harcanan yakıtın birim fiyatını aynı alarak hata yaptıklarını fark etmişler ve gerçek model basamağına geri dönmüşlerdir. Modelleme döngüsünde matematiksel sonuç aşamasından gerçek sonuca geçiş bütün gruplar tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ulaştıkları matematiksel sonucu yorumlayarak kârlı mı yoksa zararlı mı olduğu konusunda değerlendirmelerde bulunmuşlardır. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.5'teki matematiksel sonuç kısmında kârlı ise "+", zararlı ise "-" ile gösterilmiştir. Sonrasında Grup 3 üyeleri haricindeki bütün öğretmen adayları ulaştıkları sonucun mantıklı olup olmadığını sorgulamışlar veya gerçekleştirdikleri işlemleri tekrardan kontrol ederek doğrulama yapmışlardır. Modelleme döngüleri incelendiğinde Grup 4 ve Grup 6'ya ait modelleme döngülerinin bu aşamada tamamlanmadığı görülmektedir. Öğretmen adayları problemin çözümünü tamamladıktan sonra matematiksel model oluşturmaya çalışmışlardır. Grup 4'te yer alan katılımcılar matematiksel model olarak gelir gider tablosu sunma fikri geliştirmişlerdir. Grup 7'deki öğretmen adayları ise çözümü tamamladıktan sonra değişkenleri sembolik bir şekilde ifade etmeye çalışmışlar, bunun üzerine bir süre düşündükten sonra matematiksel bir model ortaya koyamadan süreci tamamlamaya karar vermişlerdir. Özet olarak öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun yakıt problemine (Hopa) ilişkin modelleme döngüsünü tamamlayarak çözüm sürecini gerçekleştirdikleri; ancak Grup 4 üyeleri haricinde öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturmadıkları ya da oluşturamadıkları görülmüştür.

Modelleme eğitiminde üçüncü problem olarak yakıt deposu problemi kullanılmıştır. Grup 7'deki AÖ3, AÖ17 ve AÖ19'a ait yakıt deposu problemine ilişkin modelleme döngüsü Şekil 4.23'te görülmektedir. Grup 7'deki öğretmen adayları problemle karşılaştıktan sonra gerçek durumu anlamlandırmada zorluk yaşamışlardır. Modelleme döngüsünde 1, 2 ve 3 numaralı okla ifade edildiği gibi gerçek durum ile durumun zihinsel temsili aşamaları arasında gidip gelmişlerdir. Sonrasında 4 numaralı okla temsil edilen gerçek modele geçiş sürecine girmeye çalışmışlar ve tam olarak gerçek modeli ortaya koymadan matematiksel işlemlere başlamışlardır. Bu işlemlerin ardından 6 numaralı okla gösterildiği gibi gerçek model aşamasında tartıştıkları, 7 numaralı okla ifade edilen problemi anlamlandırma süreçlerini tekrar sorgulayarak durumun zihinsel temsili basamağına geri döndükleri görülmüştür. Bu

aşamadan sonra başlangıçta kabul ettikleri gerçek modeli değiştirmeye karar vermişlerdir. Bu karar değişikliği döngüde 8 numaralı okla gösterilmiştir. Sonrasında öğretmen adayları bu karardan da vazgeçerek 9 numaralı okla ifade edildiği gibi ilk düşündükleri gerçek model üzerinden devam etmeyi tercih etmişlerdir. Bir süre daha matematiksel işlemlerle uğraştıktan sonra herhangi bir matematiksel model ortaya koymadan ve problemi sonuca kavuşturamadan çözüm sürecini 9 adımda bitirdikleri ve modelleme döngüsünü tamamlamadıkları görülmüştür.



Şekil 4. 23. Grup 7'nin Yakıt Deposu Problemine Ait Modelleme Döngüsü

AÖ3, AÖ17 ve AÖ19 gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş sürecinde uzun bir zaman harcamışlardır. Grup 7 üyelerinin problemi anlamlandırmalarına yönelik ifadeleri Şekil 4.24'te görülmektedir. Bu süreçte aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

AÖ17: Şimdi ben soruyu anlamadım. Okuyacağım bir 5 kere falan okuyayım bir.

AÖ3: Ben de.

AÖ17: Bir şey söyleyeceğim depo nasıl ki?

AÖ3: Depoyu şu şekilde mi aldık?

AÖ17: Ama o bildiğin su deposu şeyi. Hocam depo nasıl bir şey?

Araştırmacı: Burada bir örneği var.

AÖ17: Ama hocam o evlerdeki su deposu gibi değil mi? Arabada da mı öyle? Yatay mı yani?

AÖ3: Arazi aracının yakıt deposu diyelim.

AÖ17: Görsellerde çıkar belki. Yani bir türlü mantığıma oturmadı şu anda soru. Böyle saçma sapan niye soru soruyor? Ya ne saçma sapan fikir üretmiş bu ya. Ama şimdi şöyle

olsa mesela depo. Bilemezsin ki bunu. Yani bunun şeklinin nasıl olduğunu. Tamam, bilelim de. Şuradaki uzunluğu nasıl bileceğiz mesela? Yani şöyle düşün. Şuradaki benzin miktarı ile şuradaki aynı şey değil ki. Yani mantıklı bir tahmin olmaz o zaman. Ya depoyu düz bir dikdörtgen gibi düşünersek. Belki mantıklı olur. Ona da nasıl bir çubuk olacak ki buradan buraya sokacak? Ayrıca şöyle bir şey var mesela çaya batıyor ya çabuk, batmayan yeri de ıslanır. Çünkü tahta olduğu için. Yani ıslaklığını nasıl ölçeceksin onun?

...

AÖ3: Bu bir araba ya. Yakıt deposu şurada bir yerde oluyor değil mi? Ama dik bir şekilde aldığımızı varsayalım. Çubuğu da bu şekilde sokacağız ki yüksekliğini ölçeceğiz.

AÖ17: Yani elimiz oradan giriyormuş gibi düşündüğümüz zaman...

AÖ19: O zaman şeklin şöyle bir şey olması lazım. Bir de bak yakıt depoları böyle yanında oluyor ya.

AÖ17: Yani bak sanki şunlar mı? AÖ3 (ismiyle arkadaşına hitap ederek) bak yakıt modelini falan yazmış. Bunların ağzı nerede?

AÖ3: Giriş yeri mi?

AÖ17: Şöyle mi duruyor yani? Bu kırmızı yere mi sokuyorum ben pompayı?

AÖ3: Oradan benzin akıyor.

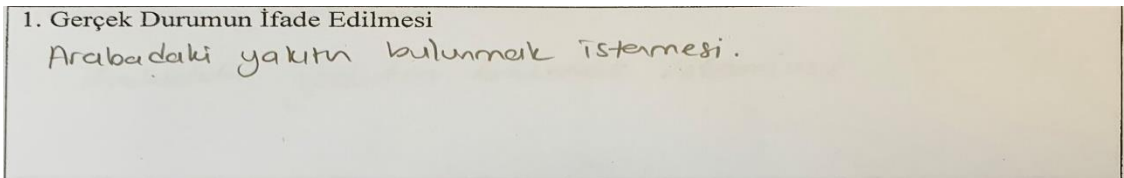
...

AÖ19: Mesela şurası ile şurasının yüksekliği de aynı değil. Şöyle bir şekil de var.

AÖ17: Ortalama bir şey düşüneceğiz burada. Ya da birini baz alacağız. Şimdi senin gösterdiğin de Range Rover vardı ya arazi aracı. Daha dayanıklı ya belki onu baz almamız daha mantıklı. Şu 4 x 4'ler kullanılıyor. Bu o yüzden olabilir gibi geldi bana.

AÖ19: Yani bu çok ucu açık bir soru aslında.

AÖ17: Ben şu an hiçbir şey oturtamadım kafamda.



Şekil 4. 24. Grup 7'nin Yakıt Deposu Probleminde Gerçek Duruma Dair İfadesi

Bu tartışmalardan sonra öğretmen adaylarından AÖ17 ortalama bir dört çeker arazi aracının yakıt deposunu esas almaları ve bu deponun kaç litre yakıt aldığını bulmaları gerektiğini belirtmiş, sonra da grup üyeleri yakıt miktarının anlaşılması için kullanılacak çubuk ile ilgili

akıl yürütmeye başlamışlardır. Ancak bir fikir birliğine varamamışlardır. Grup üyeleri yakıt deposuyla ilgili bilgi sahibi olmak amacıyla internet üzerinden yakıt deposu sökme videosu izlemişler ve problem bağlamının dışına çıkarak yakıt deposunu sökerek yakıt miktarının anlaşılmasıyla ilgili fikir geliştirmişlerdir. Modelleme döngüsünde bu süreç 2 numaralı okla temsil edilmiştir. Bu düşüncenin mantıklı olup olmadığı ile ilgili kendi aralarında ve araştırmacıyla aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

AÖ19: Depoyu çıkartalım.

AÖ17: Depo çıkar mı? İlla ki çıkar da arazinin ortasında...

AÖ3: Ama depoyu çıkaramayız ki.

AÖ17: Yazmaya başlayayım mı biraz? Şunu kabul ettiğimizi düşünüyor muyuz?

AÖ3: Land Rover'ın yakıt deposu kapasitesi 74 litreymiş.

AÖ17: Kaçmış?

AÖ3: 74 litre.

(Grup üyeleri yakıt deposu sökme videosu izliyorlar.)

AÖ19: Bildiğin depoyu açıyor bu adam. Böyle yapması daha mantıklı.

AÖ17: Şimdi mantıklı ama bir de şöyle düşünün. Bu adamın parası yok mu? Bence tamir ettirsin. Çünkü gerçekten çok fazla efor sarf edecek.

AÖ3: 15 dakika oldu şu an.

AÖ17: 15 dakikadır uğraşıyoruz ve...

...

AÖ17: Olur bence soralım bir. Hocam biz şey yapacağız arabanın koltuklarını söküp depoyu sökeceğiz. Depodan öyle bakacağız.

AÖ3: Öyle bir bilgiye ulaştık da biz.

AÖ17: Yani böyle eğikliğinden çubuğun... Çubuğun açısını düşünmek değil de...

Araştırmacı: Yani aslında olay basit. Çubuk alıyorsunuz. Pompacının benzin koyduğu yer var ya, oradan bakacaksınız.

AÖ17: Ama biz böyle yapmak istiyoruz. Olmaz mı?

Araştırmacı: Çubuğun ıslaklık miktarıyla benzinin ne kadar kaldığı arasında mevzu. Bunu da yapıyorlar arkadaşlar. Eski model traktörlerin ibresi genelde bozulabiliyor. Depoya çubuk sokarak ne kadar benzin kaldığını biliyorlar. Ekstradan depoyu kaldırıp söküp işte içinde ne kadar benzin varmış diye bakmıyorlar.

AÖ3: Ama traktörde o çubuğun girdiği yerle 4 x 4 arazi aracının deposuna girdiği yer farklı.

Araştırmacı: Burada akıl yürütmeniz lazım. Elde ettiğiniz bilgi ile bir yerlere ulaşmanız lazım. Sorunun bağlamı dışında işte depoyu sökelim dersek olmaz. Pompacının benzin koyduğu yerden çubuğu sokuyoruz. Gittiği yere kadar gidiyor. Çubuk ıslanıyor ve bu ıslaklığa göre ne kadar benzin kaldığını bulmamız lazım. Deponun yarısı doludur, deponun dörtte biri doludur gibi. Deponun ne kadar büyük olduğunu nereden bulabiliriz?

Bu diyalogdan sonra 3 numaralı okla gösterildiği gibi tekrar ilk düşündükleri noktadan devam etmeye karar vererek durumun zihinsel temsili aşamasına gelmişlerdir. Öğretmen adayları yakıt deposunun silindir şeklinde olduğunu varsayarak gerçek model aşamasına geçiş yapmışlardır. Grup 7'ye ait yakıt deposu problemine ilişkin gerçek model Şekil 4.25'te sunulmuştur. Deponun hacmini 74 litre olarak kabul ettikten hemen sonra deponun boyutlarını bulmak için 5 numaralı okla temsil edilen matematiksel işlemlerle uğraşmaya başlamışlardır. Bu aşamada hacim birimleri arasındaki çevirmelerde zorluk yaşadıkları, hacim hesaplamalarında bazı hataların yapıldığı ve öğretmen adaylarının gerçeklik ilkesiyle çelişecek biçimde pi sayını 3 kabul ettikleri görülmüştür. Bu süreçte aralarında geçen diyaloga yer verilmiştir. Bulunan bu sonuçlar, sonradan yapılan işlemlerle birlikte düzenlenerek Şekil 4.25'te görüldüğü gibi gerçek modelin üzerinde belirtilmiştir.

AÖ17: Bundan vazgeçtik yazacağım. Tamam, şimdi şunu bulduk. 74 litre de. 74 çarpı. Şu işlemi bir yapsanıza: 74×10^{-3} .

AÖ19: 0,074.

AÖ3: Doğru öyle zaten de.

AÖ17: O zaman bir şey söyleyeceğim. Bu 1 e 1 bile değil.

AÖ3: Değil aynı metreküp cinsinden.

AÖ17: Yani düşünsenize, kolumun şurası yarım metre falan.

AÖ3: Ama metreküp cinsinden.

AÖ17: Evet yani düşünün bak bir ölçüsü bu kadar belki. Yani 1 metreyi şöyle hesaplıyoruz. Buradan buraya kadar, bu kadar bile büyük değil yani.

AÖ19: Zaten o kadar büyük olamaz.

AÖ17: Ne bileyim olur gibime geldi. Neyse tamam.

...

AÖ17: Tamam, şimdi yaklaşıyoruz. Hissediyorum. Şuraya r diyelim şurası $2\pi r$. Bildiğimiz matematiksel özellikleri yazdık. Şimdi nereye geçiş yapacağız? Şimdi bunun hacmini bulacağız. Bunun hacmini nasıl yazıyorduk? Silindirin hacmini yazalım.

AÖ3: $\pi r^2 h$.

AÖ17: h dediğime $2\pi r$ dedim.

AÖ19: Şurada yanlışımız var bence. Şimdi bak.

AÖ3: Hayır hayır çevresiydi.

AÖ17: Hayır yanlış değil açılıyor.

AÖ19: Açılıyor ama çevresi dediğimiz kısım burası değil ki.

AÖ17: Orası.

AÖ3: Değil şurası. Şunu açtığında burasından gelen.

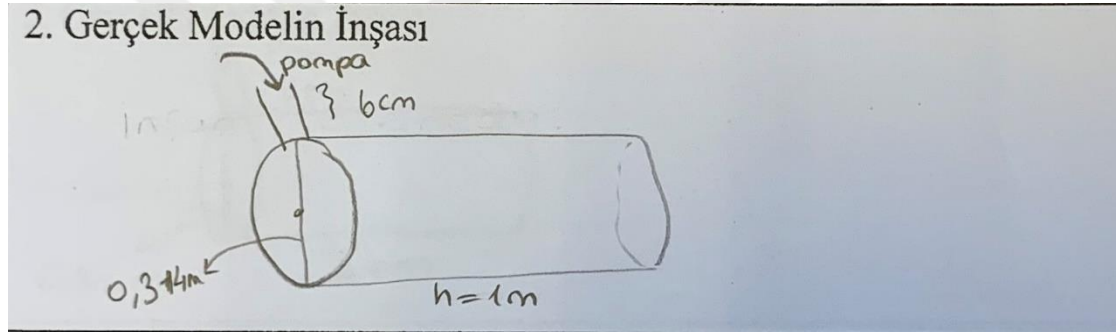
AÖ17: Hı tamam. Matematik elden gidiyor şu an. Tamam, $\pi r^2 h$ dedik. $\pi r^2 h$ kaç çıkıyor?

Şu çıkıyor. 0.074 metre küp.

AÖ3: Aynen

AÖ17: π 'yi 3 kabul edelim. π 'ye 3 diyelim. 0.074 bölü 3 yapalım. 0.0245 diyorum. Tamam

AÖ3: Tamam aynen 47 olur yuvarlarsan.



Şekil 4. 25. Grup 7'nin Yakıt Problemine Ait Gerçek Modeli

Öğretmen adayları deponun boyutlarıyla ilgili matematiksel hesaplardan sonra 6 numaralı kırmızı okla gösterildiği gibi gerçek model aşamasına geri dönmüşlerdir. AÖ17 “Biz şu an neyi arıyoruz biliyor musun? Aracımızın ölçülerini arıyoruz. r 'si kaç h si kaç? Çünkü neden? Buraya sokunca bakacağız ya yüksekliğe ne kadar litre benzin geliyor.” ifadelerini kullandıktan sonra problemin kendisini çok zorladığını belirtmiştir. Bir süre sonra çubuğun deponun girişinden dolayı eğik bir şekilde gireceğinden ve oluşacak olan dik üçgen yardımıyla yakıt miktarının anlaşılacağına yönelik fikir geliştirdikleri durumun zihinsel temsili aşamasına geri dönmüşlerdir. Modelleme döngüsünde bu fikir değişikliği 7 numaralı kırmızı okla ifade edilmiştir. Bu kısımdan sonra 8 numaralı kırmızı okla gösterilen, deponun yapısıyla ilgili değişikliğe gittikleri gerçek duruma geçiş sürecine girmişlerdir. Öğretmen adayları arasında geçen diyalog şu şekildedir:

AÖ3: Yakıt deposu diye yazalım internete.

AÖ17: *Bakalım ne çıkacak?*

AÖ3: *Depoya bakın dikdörtgensel.*

AÖ17: *O zaman dikdörtgenler prizması olsun. Silindiri kim uydurdu o zaman? Yaklaşıyoruz biraz inşallah.*

...

AÖ3: *Şimdi depomuz böyle olmuş olsa diyorsunuz değil mi?*

AÖ17: *Evet.*

AÖ3: *Girişi şuradan olsa. Yani bunu şey düşün köşesinden yapıyorduk ya biz.*

AÖ19: *Ama buradan nasıl olacak şimdi?*

AÖ17: *Senin dediğin gibi düşünüyoruz işte şimdi şuradan şöyle olacak. Karenin köşegeni kadar gidersin, dikdörtgense de onun köşegeni kadar.*

AÖ3: *Çubuğumuz bu.*

AÖ17: *AÖ3 (ismiyle arkadaşına hitap ederek) orayı yok say orası başımıza bela açar. Sıfırdan gidiyormuş gibi düşünelim orayı da. (Benzin girişinin olduğu yerden depoya kadar olan kısmı yok saydılar).*

AÖ3: *Şimdi şöyle.*

AÖ17: *O köşegenin özel bir adı vardı.*

AÖ3: *a^2, b^2, c^2 miydi? Şimdi iki durum var. Hangisi acaba?*

AÖ19: *Ben hiçbir şey bilmiyorum. AÖ3 (ismiyle arkadaşına hitap ederek) bende hiçbir şey oturmadı şu an, bende hiçbir sonuç yok.*

AÖ17: *$a.b.c = 0.074$. 74'ü asal çarpanlarına mı ayırsak?*

...

Grup 7'deki öğretmen adayları bu tartışmadan sonra tekrar fikir değişikliğine giderek daha önce düşündükleri gibi depoyu silindir olarak kabul etmeye karar vermişlerdir. Bu karar değişikliği de modelleme döngüsünde 9 numaralı okla gösterilmiştir. AÖ3, AÖ17 ve AÖ19 bir müddet daha matematiksel işlemler yaptıktan sonra soruyu bırakmaya karar vermişlerdir. Öğretmen adayları arasında geçen diyaloglardan bazı kesitler şu şekildedir:

AÖ17: *Bence bırakalım artık.*

AÖ3: *Bence de.*

AÖ17: *Ben aslında pes etmek istemiyorum ama artık neyse.*

AÖ19: *Ne yapacağız?*

AÖ17: *Bir şey bulamadık ki bir şey yazmayacağız o yüzden. Bulamadığımızı yazacağız yani.*

...

AÖ17: Gerçek modeli inşa edemedik yazıyorum.

AÖ19: Bence gerçek modeli inşa ettik matematiksel modeli inşa edemedik.

AÖ17: Aa Evet doğru. O şekli çizelim.

...

AÖ17: Matematiksel modeli inşa edemedik. Şunları nasıl bulduğumuzu yazalım. Yakıt deposunun uzunluğunu 1 m varsaydık diyelim. Arabamızın 74 litre yakıt aldığını düşündük. Silindirin çapını 0.314 bulduk. Çözemedik.

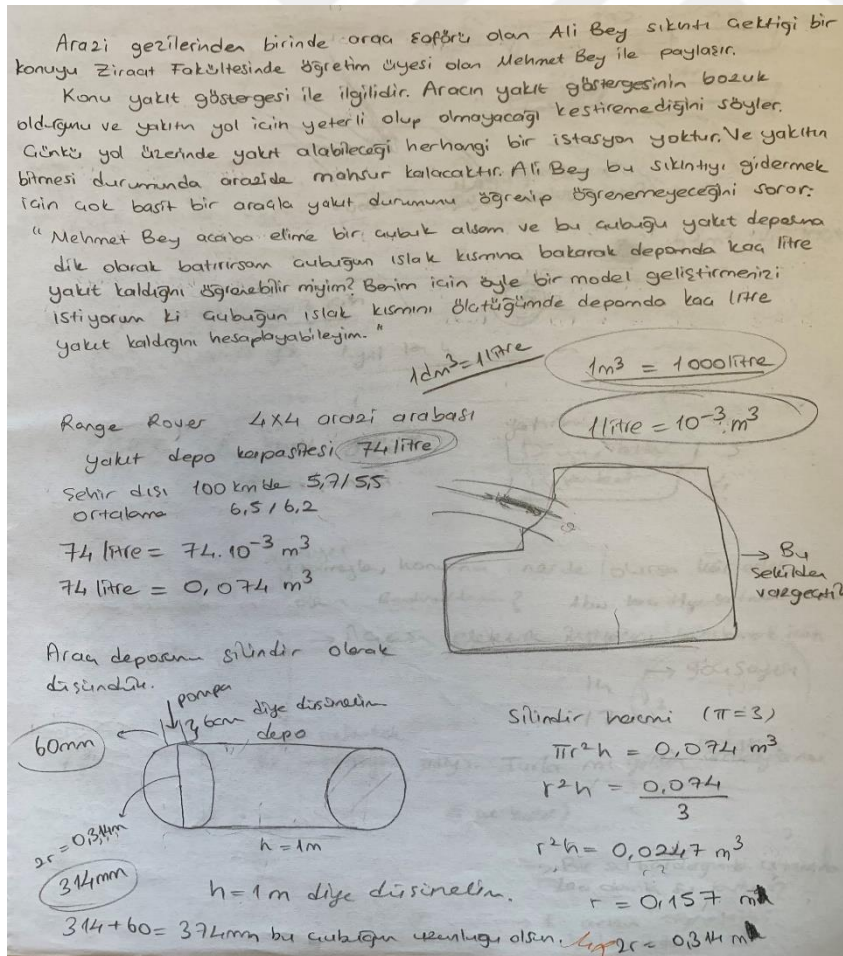
AÖ19: Matematiksel sonuç yok yani.

AÖ17: Gerçek sonuca da neden bulamadığımızı yazarız. Neden bulamadık?

AÖ19: Matematiksel modelde...

AÖ17: Matematiksel modelde bazı eksiklikler olduğunu düşündük. O yüzden.

Grup 7'de yer alan öğretmen adaylarının yakıt deposu problemine ilişkin çözümü Şekil 4.26'da yer almaktadır.



Şekil 4. 26. Grup 7'nin Yakıt Deposu Problemine Ait Çözümü

Yakıt problemine dair diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm süreci ile ilgili özet bilgiler Tablo 4.6’da sunulmuştur.

Tablo 4. 6. Yakıt Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözümüne Ait Bilgiler

Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1 DZT: ✓ GM: ✓ MM: ✓ MS: ✓ GS: X D: ✓		Matematiksel Model $5/3x$ Matematiksel Sonuç 1 cm ıslaklık 1.7 l yakıt demek. Süre 47 dk 49 sn
Gr. 2 DZT: ✓ GM: ✓ MM: ✓ MS: ✓ GS: X D: X		Matematiksel Model $y=x.1230/450$ Matematiksel Sonuç 1 mm ıslaklık 1.73 km yol demek. Süre 43 dk 35 sn
Gr. 3 DZT: ✓ GM: ✓ MM: X MS: ✓ GS: X D: X		Matematiksel Model Yok Matematiksel Sonuç Depo boyutları: 40x50x40 cm Süre 57 dk 3 sn
Gr. 4 DZT: ✓ GM: ✓ MM: X MS: ✓ GS: X D: X		Matematiksel Model Yok Matematiksel Sonuç $20\sqrt{3}$ cm ıslaklık 37 l yakıt demek. Süre 33 dk

Gr. 5		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	1 cm ıslaklık 2 l
MM: X		Sonuç	yakıt demek.
MS: ✓		Süre	37 dk 31 sn
GS: X			
D: ✓			
Gr. 6		Matematiksel	Litre= x.1.8180
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	1 cm ıslaklık
MM: ✓		Sonuç	1.818 l yakıt demek.
MS: ✓		Süre	57 dk 19 sn
GS: X			
D: ✓			
Gr. 7		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	Yok
MM: X		Sonuç	
MS: ✓		Süre	1 sa 20 dk 51 sn
GS: X			
D: X			

Tablo 4.6'daki modelleme döngüleri incelendiğinde bütün öğretmen adaylarının gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçişlerinin başarılı olduğu görülmektedir. Grup 1, Grup 3, Grup 5 ve Grup 7 durumun zihinsel temsili ile gerçek durum arasında gidip gelmişlerdir. Bu gruplarda yer alan öğretmen adayları probleme ilişkin bakış açılarını değiştirdikleri için tekrar durumun zihinsel temsili basamağına hareket etmişlerdir. Örneğin Grup 1'deki öğretmen adayları ilk önce L şeklinde bir çubuk düşünceleri gerektiğini belirtmişler ve bu fikirden vazgeçerek depoya düz bir çubuğun girdiği durumu kabul etmeleri gerektiğini kararlaştırmışlardır. Benzer şekilde Grup 5'teki katılımcılar da yakıt deposuna ilk önce çubuğun eğik bir şekilde girme durumuna göre çözüm yapma fikri sunmuşlar; ancak bu düşüncelerini değiştirerek çubuğun depoya dik girdiği duruma göre hareket etmeye karar vermişlerdir. Katılımcıların, problemi kendilerine göre yorumlayıp anlamlandırdıktan sonra gerçek model aşamasına geçiş yaptıkları görülmüştür. Grup 1

haricindeki bütün grupların bu basamağa bir şekilde geri dönerek probleme ilişkin ortaya koydukları gerçek modellerini revize ettikleri görülmüştür. Örneğin, Grup 4'teki öğretmen adayları başlangıçta yakıt deposunu dikdörtgenler prizması şeklinde kabul etmişler ancak, araştırma yaptıktan sonra küp olarak varsayımda bulunmaya karar vermişlerdir. Aynı şekilde Grup 2 üyeleri de aralarında yakıt deposunu dikdörtgenler prizması mı yoksa silindir şeklinde mi olması gerektiğini tartıştıktan sonra silindir olarak kabul etmeyi kararlaştırmışlardır. Grup 6'daki öğretmen adayları ise problemin çözümünü yaptıktan sonra deponun içine giren çubuğun hacminden kaynaklanan yükseklik farkını da hesaba katmaları gerektiğini belirterek tekrar gerçek model aşamasına gelmişlerdir. Gerçek model aşamasından sonra bütün gruplar, matematiksel model oluşturma basamağını atlayarak sonuca ulaşmak amacıyla matematiksel çözüm sürecine girmişlerdir. Grup 1, Grup 2 ve Grup 6'daki öğretmen adayları matematiksel sonuca ulaştıktan sonra bu sonuçları yorumlayarak ortaya matematiksel model koymaya çalışmışlardır. Buldukları sonuçlardan hareketle ortaya koydukları matematiksel modeller de Tablo 4.6'da görülmektedir. Katılımcıların modelleme döngülerinde gerçek sonuç aşamasına geçiş yapmadıkları görülmektedir. Başka bir ifadeyle öğretmen adaylarının ulaştıkları matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumlarına göre yorumlamadıkları gözlenmiştir. Grup 1, Grup 2 ve Grup 5'te yer alan öğretmen adayları matematiksel model aşamasından sonra doğrulama yaparken, Grup 6'daki katılımcılar, matematiksel sonuca ulaştıktan sonra doğrulama basamağına geçiş yapmışlardır. Grup 3, Grup 4 ve Grup 7'de yer alan katılımcıların ise doğrulama yapmadıkları görülmüştür. Bu gruplardaki öğretmen adayları, sürecin doğru veya mantıklı olup olmadığı konusunda bir değerlendirmede bulunmamışlardır. Özet olarak yakıt deposu probleminin çözümünde öğretmen adaylarının modelleme döngüsünü bazı adımları atlayarak tamamladıkları ve Grup 1, Grup 2 ve Grup 6'daki öğretmen adaylarının bir matematiksel model ortaya koydukları görülmüştür.

Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen üç modelleme probleminde ilişkin döngüler genel anlamda incelendiğinde Grup 3 ve Grup 7 haricindeki bütün grupların modelleme döngüsünde yer alan modelleme süreç becerilerini sergiledikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Katılımcıların modelleme problemlerinde döngüdeki aşamaları tamamlama durumları Tablo 4.7'de sunulmuştur.

Tablo 4. 7. Öğretmen Adaylarının Modelleme Döngülerinde Eksik Bıraktığı Aşamalar

Gr1	Gr2	Gr3	Gr4	Gr5	Gr6	Gr7
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Saman Balyası	✓	✓	MS, GS, D	GS	✓	MM, GS
Yakıt Problemi (Hopa)	MM	MM	MM, D	✓	MM	MM
Yakıt Deposu Problemi	GS	GS, D	MM, GS, D	MM, GS, D	MM, GS	GS, MM, GS, D

Tablo 4.7 incelendiğinde Grup 3 ve Grup 7 dışındaki bütün grupların üç problemde, döngüdeki modelleme süreç becerilerinin hepsini sergilediği görülmektedir. Örneğin Grup 1'e bakıldığında saman balyası probleminde döngüyü eksiksiz tamamladığı; ancak yakıt problemi (Hopa)'da matematiksel model oluşturma aşamasında, yakıt deposu probleminde ise gerçek sonuca yorumlama aşamasında sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Grup 5'in saman balyası probleminde gerçek sonuca yorumlama aşamasını, yakıt problemi (Hopa) probleminde matematiksel model oluşturma aşamasını tamamlamadığı görülmektedir. Tersine yakıt problemi (Hopa)'da gerçek sonuca yorumlama, saman balyası probleminde de matematiksel model oluşturma aşamaları tamamlandığından iki problem birlikte ele alındığında bütün süreç becerilerinin tamamlandığı anlaşılmaktadır. Benzer şekilde Grup 2, Grup 4 ve Grup 6'nın üç problemin hepsi birlikte değerlendirildiğinde, modelleme döngüsündeki bütün aşamaları deneyimledikleri görülmektedir. Ancak Grup 3'ün üç problem için modelleme döngüleri incelendiğinde, tekrar durumun zihinsel aşamasını ifade eden doğrulama sürecini deneyimlemedikleri görülmektedir. Benzer şekilde Grup 7 de problemlerin hiçbirinde matematiksel model oluşturma basamağına geçiş yapmamışlardır. Öte yandan, öğretmen adaylarına ait yirmi bir modelleme döngüsü incelendiğinde on bir döngüde matematiksel model oluşturma aşamasının, bir döngüde matematiksel sonuç/sonuçlar aşamasının, on bir döngüde gerçek sonuçlara yorumlama aşamasının ve beş döngüde ise doğrulama aşamasının eksik olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

4.3 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Tarafından Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine İlişkin Bulgular

Öğretmen adayları, eğitim sürecindeki modelleme problemi çözüm etkinliklerinden sonraki aşamada model oluşturma etkinlikleri tasarlamışlardır. Model oluşturma etkinliklerinin tasarım sürecinde gruplarda herhangi bir değişiklik yapılmamıştır. Yedi grup her hafta bir model oluşturma etkinliği üzerinde çalışarak üç haftada toplam yirmi iki model oluşturma etkinliği tasarlamıştır. Tasarlanan model oluşturma etkinlikleri Lesh ve diğerleri (2000)

tarafından ortaya koyulan model oluşturma prensiplerine göre değerlendirilmiştir. Ortaya koyulan model oluşturma etkinliklerinin tasarım ilkelerine uygunluğu birkaç etkinlik üzerinden örneklendirilmiştir. Öğretmen adayları tarafından tasarlanan diğer model oluşturma etkinlikleri ise Ek 14'te yer almaktadır. Gruplar tarafından tasarlanan model oluşturma etkinliklerine ilişkin bilgiler Tablo 4.8'de sunulmuştur.

Tablo 4. 8. Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine Dair Bilgiler

Gr	Model Oluşturma Etkinliği	Öğrenme Alanı	Alt Öğrenme Alanı	Sınıf
Gr.	Evdeki Su Meselesi	Sayılar ve işlemler	Yüzdeler, oran-orantı	7-8
1	Anne Elinden Salça Problemi	Sayılar ve işlemler	Oran-orantı	6-7
	Üç Kafadar Problemi	Sayılar ve işlemler	Ondalık gösterim	5
	Duvar Boyası Problemi	Geometri ve ölçme	Alan ölçme, geometrik cisimler	8
Gr.	Adım Adım Koltuğa Otur	Geometri ve ölçme	Uzunluk ölçme	5
2	Az Öde Çok Ye	Geometri ve ölçme	Çember ve daire	7
	Okul Yolu Düz Gider	Sayılar ve işlemler	Oran-orantı	7
Gr.	Gözümü Açtığımda Değil	Sayılar ve işlemler,	Oran-orantı, sıvı	6
3	Kahve İçtiğimde Uyanırım	Geometri ve ölçme	ölçme	
	Kayısa Yolculuk	Geometri ve ölçme	Uzunluk ölçme	5
	Konforlu Yurt Yaşamı	Geometri ve ölçme	Alan ölçme, geometrik cisimler	8
Gr.	Gitmek mi Kalmak mı?	Sayılar ve işlemler	Oran-orantı	7
4	Hasat Zamanı	Sayılar ve işlemler	Yüzdeler	7
	Kuzuya Sahip Çıkalım	Geometri ve ölçme	Çember ve daire	7
Gr.	Akbil problemi	Sayılar ve işlemler	Oran-orantı	7
5	Kum Saati Problemi	Geometri ve ölçme	Geometrik cisimler	8
	Zeytinlik Problemi	Sayılar ve İşlemler	Oran-orantı	7
Gr.	Paketimin Son Günü	Sayılar ve işlemler,	Oran-orantı, veri	7-8
6		veri işleme,	analizi	
	Yıllık Su Tüketimi	Sayılar ve işlemler	Oran-orantı	7
	Portakal Problemi	Sayılar ve işlemler,	Çarpanlar ve katlar, eşitsizlikler, geometrik cisimler	8
		cebiri, geometri ve ölçme		

Gr. 7	Ağaçlandırma Problemi	Çalışması	Sayılar ve işlemler, veri işleme	Tam işlemler, oran-orantı, veri analizi, eşitlik ve denklem	sayılarla	7-8
	Bal Problemi		Sayılar ve işlemler	Kesirler, yüzdelor, oran	yüzdelor,	5-6
	Enerji Problemi		Sayılar ve işlemler, Geometri ve ölçme	Tam işlemler, oran-orantı, yüzdelor, çokgenler, çarpanlar ve katlar	sayılarla	7-8

Öğretmen adayları tarafından ortaya koyulan model oluşturma etkinliklerinin on beşi (%68.18) sayılar ve işlemler öğrenme alanıyla, onu (%45.45) geometri ve ölçme öğrenme alanıyla, ikisi (%9.09) veri işleme öğrenme alanıyla ve biri (%4.54) cebir öğrenme alanıyla ilişkilidir. Model oluşturma etkinliklerinin on yedisi (%77.27) tek bir öğrenme alanına hitap ederken, beşi (%22.77) birden fazla öğrenme alanına hitap etmektedir. Tablo 4.8'e göre her grubun, tasarladıkları en az bir problemde oran-orantı veya yüzdelor alt öğrenme alanını dikkate aldıkları görülmektedir. Benzer şekilde çalışmada yer alan bütün gruplara ait model oluşturma etkinliklerinden en az biri, araştırmanın amacına uygun şekilde geometri ve ölçme öğrenme alanıyla ilişkilidir. Elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının yedisi (%31.81) sekizinci sınıfa, on üçü (%59.09) yedinci sınıfa, üçü (%13.63) altıncı sınıfa ve dördü (%18.18) beşinci sınıfa olmak üzere bütün ortaokul sınıf seviyelerine yönelik model oluşturma etkinliği dizayn ettikleri görülmektedir.

Öğretmen adaylarının grup olarak ortaya koydukları modelleme problemleri model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerine göre iki ayrı uzman tarafından değerlendirilmiş ve her bir prensibe göre “uygun (✓)”, “kısmen uygun (O)” ve “uygun değil (X)” kategorilerinde ele alınmıştır. Elde edilen bulgular Tablo 4.9'da görülmektedir. Tablo 4.9'da sırasıyla model oluşturma ilkesi (MO), gerçeklik ilkesi (G), öz değerlendirme ilkesi (ÖD), yapıyı belgelendirme ilkesi (YB), paylaşım ve genelleştirme ilkesi (PG) ve etkili prototip ilkesi (EP) maddelerine yönelik uzman değerlendirmeleri neticesinde ulaşılan sonuçlar yer almaktadır.

Tablo 4. 9. Öğretmen Adaylarının Tasarladığı Modelleme Problemlerinin Model Oluşturma Etkinliği Prensiplerine Uygunluğu

Gr	Modelleme Problemi	MO	G	ÖD	YB	PG	EP
Gr.1	Evdeki Su Meselesi**	✓	✓	✓	✓	O	✓
	Anne Elinden Salça Problemi	O	O	X	✓	X*	O
	Üç Kafadar Problemi	X*	✓	O	✓	X	X*
	Duvar Boyası Problemi	✓	X*	O	✓	✓	✓
Gr.2	Adım Adım Koltuğa Otur	✓	X*	✓	✓	✓	✓
	Az Öde Çok Ye**	✓	✓	O	✓	✓	✓
	Okul Yolu Düz Gider	✓	X*	O	✓	✓	X
Gr.3	Gözümü Açtığımda Değil Kahve İçtiğimde Uyanırım	X*	X*	✓	✓	✓	✓
	Kayısıya Yolculuk	✓	X	✓	✓	✓	✓
	Konforlu Yurt Yaşamı**	O	✓	O	✓	✓	✓
Gr.4	Gitmek mi, Kalmak mı?	X*	✓	✓	✓	✓	X*
	Hasat Zamanı	✓	✓	X*	✓	✓	✓
	Kuzuya Sahip Çıkalım	✓	X	O	✓	✓	✓
Gr.5	Akbil Problemi	O	✓	X*	✓	✓	O
	Kum Saati Problemi	✓	X*	✓	✓	X*	✓
	Zeytinlik Problemi	✓	X	O	O	✓	X
Gr.6	Paketimin Son Günü	X*	✓	X*	✓	✓	✓
	Yıllık Su Tüketimi	✓	✓	✓	✓	X	✓
	Portakal Problemi**	✓	✓	✓	✓	O	✓
Gr.7	Ağaçlandırma Çalışması	✓	✓	X	✓	✓	X*
	Bal Problemi	✓	X	O	✓	X*	✓
	Enerji Problemi	X*	X*	O	✓	✓	✓
En az bir uzmanın “X” olarak değerlendirdiği ilke sayısı		5	10	5	0	5	5
Görüş ayrılığı olan ilke sayısı		5	6	3	0	3	3

* Uzmanlar arasında görüş ayrılığının olduğu ilkeler

** Ortaokul uygulaması için seçilen model oluşturma etkinlikleri

✓: Tamamen uygun, O: Kısmen uygun, X: Uygun değil

Tablo 4.9 incelendiğinde öğretmen adaylarının geliştirdiği model oluşturma etkinliklerinden on yedisinin (%77.27) model oluşturma ilkesine kısmen ya da tamamen uygun olduğu, beş (%22.72) problemin ise en az bir uzmana göre bu ilkeye uygun olmadığı tespit edilmiştir. Örneğin Grup 7 tarafından tasarlanan “Enerji Problemi” uzmanlardan birine göre model oluşturma ilkesine uygun değildir. Çünkü problemde, öğrencileri model oluşturmaya yönlendirecek herhangi bir ifadenin olmadığı görülmüştür. Bu probleme ait metin şu şekildedir:

“Ahmet Bey yenilenebilir enerji kaynaklarıyla ilgili bir konferansa gitmiştir. Bu konferansa gittikten sonra yenilenebilir enerji ile ilgili elektrik üretimine ilgi duymuştur. Konferansta tanıştığı Veli Bey’in yenilenebilir enerji üretimiyle ilgili uzmanlığına başvurur. Veli Bey Ahmet Bey’in iki şekilde elektrik üretebileceğinden bahsediyor. Bunlardan biri güneş paneliyle diğeri ise rüzgârgülü ile elektrik üretimidir. Ahmet Bey bu iki seçenekten hangisinin daha kârlı olacağı konusunda kararsız kalmıştır. Veli Bey bu iki seçenekten hangisiyle Ahmet Bey’i ikna etmiş olabilir?”

Grup 4 tarafından tasarlanan “Kuzuya Sahip Çıkalım” probleminin problem çözücüyü model oluşturmaya teşvik edici olduğundan dolayı her iki uzman tarafından da bu ilkeye tamamen uygun olduğu değerlendirilmiştir. Çünkü metinde “Kuzunun otlayamayıp geriye kalan çimenlik alanı hesaplamaya yönelik bir model oluşturunuz.” ifadesi yer almaktadır. “Kuzuya Sahip Çıkalım” model oluşturma etkinliğine ait problem metni aşağıdaki gibidir:

“Köyde yaşayan 7.sınıf öğrencesi Ayşe’ye dedesi bir kuzu hediye etmiştir. Ayşe evlerinin yanında bulunan otluk tarlada kuzuya bakmak istemektedir. Kuzunun kaçmaması için babasından tarlayı çitle çevirmesini istemiştir. Çitle çevirdikten sonra otluk alana kuzuyu salınca kuzunun bu çitlerden atlayarak kurtulduğunu görmüş ve üzülmüştür. Çözüm olarak ailesi ona bu alanın orta yerine bir kazık çakıp kuzuyu iple bu kazığa bağlamayı önermiştir. Daha sonra kuzunun otlayabileceği en geniş alana göre ip ayarlayarak kuzuyu bağlamışlardır. Kuzunun otlayamayıp geriye kalan çimenlik alanı hesaplamaya yönelik bir model oluşturunuz.”

Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin on ikisi (%54.54) gerçeklik prensibine uygun ya da kısmen uygun olarak değerlendirilmiştir. Çünkü bu model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin yaşantılarından izler taşıdığı ve öğretmen adaylarının bu problemleri gerçek ya da gerçeğe yakın verilerle tasarladıkları görülmüştür. Model oluşturma etkinliklerinden onunun (%45.45) ise en az bir uzmana göre gerçeklik prensibine uygun olmadığı tespit edilmiştir. Grup 3’ün oluşturduğu “Kayısıya Yolculuk” adlı model oluşturma etkinliği gerçeklik ilkesine uygun olmayan örnekler biridir. Problem bağlamının gerçek hayatta karşılaşılabilecek bir durumu içermediği görülmektedir. Bu sebeple gerçeklik ilkesini karşılamadığı sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü ortalama bir kayısı ağacının boyu düşünüldüğünde üst üste çocukların birbirlerinin omuzlarına çıkarak en tepedeki kayısılara ulaşması mümkün değildir. Bu model oluşturma etkinliğinin problem metni şöyledir:

“Futbol oynayan 10 kişilik bir grup, bir kayısı ağacından kayısı toplamak isteyip boylarının yetiştiği yerdeki kayısıları toplayıp yedikten sonra ağacın yukarısında kalan kayısıları toplamak istemişlerdir. Merdiven bulamadıkları için birbirlerini omuzlarına alarak en tepedeki kayısıya ulaşmaya çalışmışlardır. En tepedeki kayıılara ulaşmak için bu grup yeterli sayıda kişiye sahip midir? Gereken kişi sayısı için model oluşturup sonucunuzdaki kişi sayısının sebeplerini açıklayınız.”

Tablo 4.9’a göre öğretmen adaylarının oluşturduğu model oluşturma etkinliklerinden on yedisi (%77.27) öz değerlendirme ilkesine uygundur. Çünkü bu problemlerin öğrencilerin farklı alternatifleri değerlendirmelerine olanak sağlayacağı düşünülmüştür. Ayrıca öğretmen adayları tasarladıkları bu etkinlikleri sınıf seviyesi ve kazanımlara göre tasarlamışlardır. Dolayısıyla bu etkinliklerin öğrenci seviyesine uygunluğu bakımından da öz değerlendirme prensibine uygun ya da kısmen uygun olduğu belirlenmiştir. Beş (%22.72) problemin ise en az bir uzmana göre öz değerlendirme prensibine uygun olmadığı belirlenmiştir. Grup 1’in tasarladığı “Anne Elinden Salça Problemi” isimli model oluşturma etkinliği öz değerlendirme prensibini karşılamadığı düşünülen etkinliklerden biridir. Bu etkinliğe ait problem metni incelendiğinde, öğrencileri farklı alternatifleri düşünmeye teşvik edici olmadığı değerlendirilmiştir. Çünkü sonucun, doğal yollarla ya da el emeğiyle üretilen bir ürünün fabrikadan üretilen bir ürüne göre daha az maliyetli olması bakımında net olduğu, öğrencileri farklı alternatifleri değerlendirmeye yönlendirmeyeceği düşünülmüştür. Problemin karakteri olan Şerife Hanım’ın kızlarını ikna etmek için matematiğe ihtiyaç duymayacağı değerlendirilmiştir. Bu probleme ait metin aşağıdaki gibidir:

“Şerife Hanım çocukları için her sene ev yapımı salça yapmaktadır. Ancak yaşlandığı için artık çocukları yapmasını istememekte ve marketten alabileceklerini söylemektedir. Şerife Hanım salçayı yapmak için yazın 150 kg domates ve 3 kg kaya tuzu aldığını, 150 kg domatesten de 8 tane altı kg’lık bidon salça yaptığını söylemiştir. Bu salçadan da Fatma’ya ve Hatice’ye verecektir. Fatma bir yılda Öncü marka salçadan 5 kg kullandığını, Hatice ise bir yılda Tat marka salçadan 5 kg salça kullandığını söylemiştir. Ama anneleri hazır salça almamaları için onları ikna etmeye çalışacaktır. Şerife Hanım’ın kızlarını ikna etmesi için nasıl bir model oluşturması gerekir?”

Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin hepsinin yapıyı belgelendirme ilkesine tamamen ya da kısmen uygun olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adayları ortaya koydukları model oluşturma etkinliklerinin çözümlerini de Ek 8’de yer alan modelleme problemi çözüm

izleme şablonuna göre yapmışlardır. Başka bir deyişle katılımcılar farklı görselleri, temsilleri, matematiksel ilişkileri ve işlemleri kullanarak düşüncelerini açığa çıkarmışlardır. Benzer şekilde ortaokul öğrencilerinin de düşüncelerini açığa çıkarmalarına olanak sağlayacak şekilde model oluşturma etkinliklerine ait problem metinleri “*ikna ediniz*”, “*nasıl ikna edebilir*”, “*sebeplerini açıklayınız*”, “*sizce hangisini tercih etmeli*” gibi kelime öbekleri içermektedir.

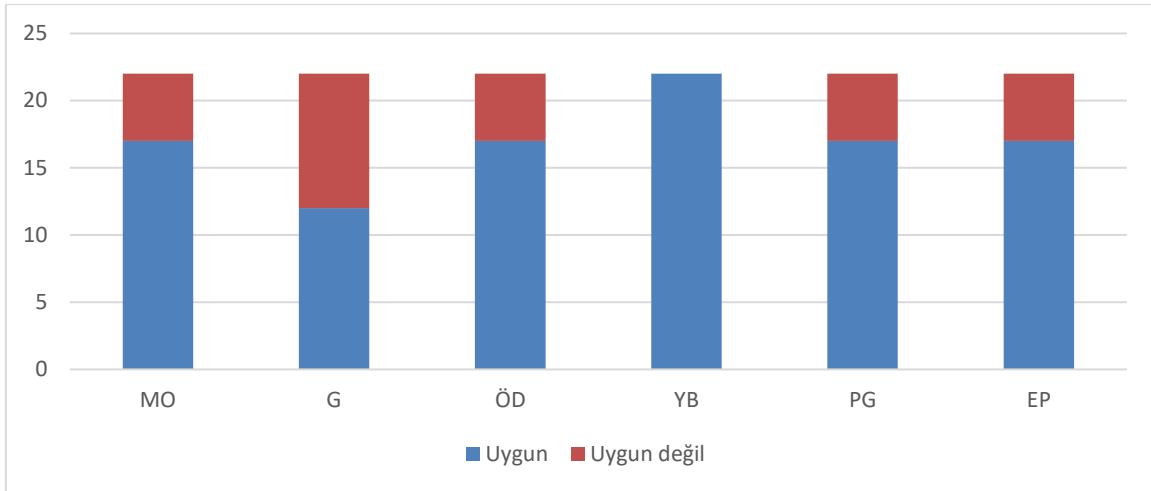
Tablo 4.9 incelendiğinde, on yedi (%77.27) model oluşturma etkinliğinin tamamen ya da kısmen paylaşım ve genelleştirme ilkesine uygun olduğu görülmektedir. Bu modelleme problemlerinden elde edilen sonuçların başka bir problemde veya durumda kullanılabilir olacağı ve paylaşım imkân sağlayacağı düşünülmüştür. Tasarlanan etkinliklerden beşinin (%22.72) en az bir uzman tarafından paylaşım ve genelleştirme ilkesine uygun olmadığı değerlendirilmiştir. Bu problemlerden elde edilen sonuçların sadece problem bağlamında belirlenen durum için çözüm üretmenin ötesine geçemeyeceği değerlendirilmiştir. Örneğin, Grup 1 tarafından tasarlanan “Üç Kafadar Problemi” isimli model oluşturma etkinliğinin bağlamında bir şehre özel ayrıntılı bilgiler yer almaktadır. Problemin hikâyesinde geçen otobüs numaraları, yer, semt isimleri ve ulaşım araçları gibi bilgilerle deneyim yaşamamış, metindeki söz konusu şehri veya semtleri hiç görmemiş biri için genelleme yapılarak farklı durumlara uyarlanması mümkün olmayabilir. Dolayısıyla bu etkinlik paylaşım ve genelleme ilkesine uygun değildir. Bu model oluşturma etkinliğine ait problem metni şu şekildedir:

“TÜYAP kitap fuarına gelmiş olan üç arkadaş Büşra, Nilay, Nida Üsküdar’a evlerine geri dönmek istemektedir. Kitap okumayı sevdikleri için birçok kitap almışlardır ve ellerinde 20’şer TL kalmıştır. Aralarında bir iddiaya girmişler. Bu iddia, Üsküdar iskeleye vardıklarında elinde en çok para kalan kazanacaktır. Kazanan kişi de diğer iki kişinin elinde kalan parayı alacaktır. Bir tek Nilay’ın elinde öğrenci akbili vardır. Diğerlerinin akbili yoktur. Gidecekleri güzergâhları aralarında paylaşmışlardır. Büşra, anonim kart olarak kartına para yükleyip metrobüs ile Söğütlüçeşme’ye gidecek. Söğütlüçeşme’den 12 numaralı Üsküdar otobüsüne binecektir. Nilay deniz havası almak için vapurla geçmek istemiş. İlk olarak metrobüs ile Şirinevler, daha sonra 31E ile Eminönü, en son vapur ile Üsküdar’a geçecektir. Nida, Marmaray’ı çok merak ettiği için Marmaray ile gitmek istemektedir. İlk başta bir geçişlik kart olarak 76 numaralı otobüs ile Bakırköy’e geçecek. Bakırköy’de 3 geçişlik kart olarak Marmaray ile Üsküdar’a geçecektir. Üsküdar’a vardıklarında kimin kazanacağına dair model oluşturunuz.”

Öğretmen adayları tarafından ortaya koyulan model oluşturma etkinliklerinden on yedisi (%77.27) tasarım prensiplerinden etkili prototip ilkesine uzmanlar tarafından tamamen ya da kısmen uygun olarak değerlendirilmiştir. Bu problemlerin basit ve matematiksel olarak anlamlı modeller sunduğu ve problemlerin belli bir zaman geçse de benzer sonuçlara ulaşmaya imkân sağlayacağı düşünülmüştür. Oluşturulan modelleme problemlerinden beşinin (%22.72) en az bir uzmana göre etkili prototip ilkesine uygun olmadığı değerlendirilmiştir. Etkili prototip ilkesine uygun olmayan problemlerden biri Grup 5 tarafından tasarlanan “Zeytinlik Problemi” etkinliğidir. Bu problemde yer alan ayrıntıların kısa zaman içinde değişmesi muhtemel olduğu için benzer sonuçlar elde edilemeyeceğinden dolayı bu ilkeyi karşılamadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu probleme ait metin şu şekilde oluşturulmuştur:

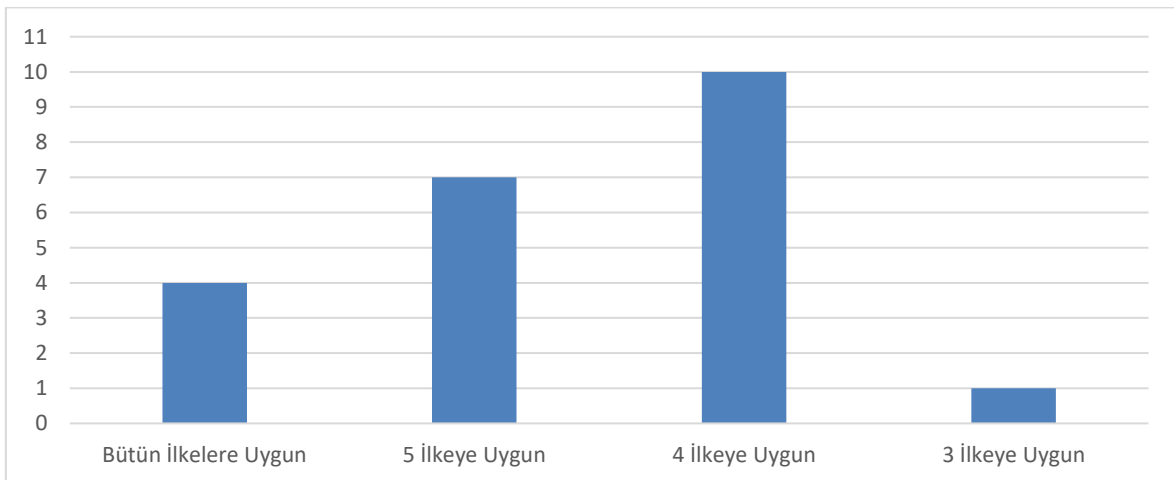
“Hilmi Bey Bursa Gemlik’te oturuyor. Çocuklarını ziyaret etmek için İstanbul’a gidiyor. Çocuklarıyla balık ekmek yemeye Eminönü’ne giderken yolda Nimet Abla’nın dükkânını görüyor. Milli Piyango bileti satın alıyor. Bursa’ya geri dönünce ikramiyenin kendine çıktığını öğreniyor. Kazandığı paranın bir kısmıyla zeytinlik almak istiyor. Sahibinden.com’a girerek Alparslan Emlak’tan Gemlik Umurbey Orhaniye mahallesinde bulunan 10 dönümlük bir arsa satın almaya karar veriyor. Zeytinlikten elde ettiği zeytinyağlarını satarak kaç yılda arsanın parasını çıkarır? Kâr etmeye başladığı zaman yıllık kazancı ne olur? Bununla ilgili bir model oluşturunuz.”

Özetle model oluşturma tasarım prensipleri ayrı ayrı incelendiğinde, en az bir uzmanın “uygun değil” (X) olarak değerlendirdiği ilke sayısının model oluşturma ilkesi için beş (%22.73), gerçeklik ilkesi için on (%45.45), öz değerlendirme ilkesi için beş (%22.73), yapıyı belgelendirme ilkesi için sıfır (%0), paylaşım ve genelleştirme ilkesi için beş (%22.73) ve etkili prototip ilkesi için beş (%22.73) olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Başka bir ifadeyle öğretmen adaylarının modelleme problemi tasarlarken en fazla gerçeklik ilkesini sağlamada sıkıntı yaşadıkları söylenebilir. Bununla beraber yapıyı belgelendirme ilkesine ilişkin öğretmen adaylarının modelleme problemi oluştururken zorluk yaşamadıkları da ifade edilebilir. Problemlerin tasarım ilkelerine uygunluğuna ilişkin bilgiler Şekil 4.27’de sunulmuştur.



Şekil 4. 27. Tasarım İlkelerine Uygun/Uygun Olmayan Model Oluşturma Etkinliği Sayısına İlişkin Grafik

Tablo 4.9'daki * ile işaretli puanlamalar öğretmen adayları tarafından tasarlanan modelleme problemlerini model oluşturma tasarım prensiplerine göre değerlendiren iki uzman arasında görüş ayrılığının olduğu ilkeleri göstermektedir. Uzmanların model oluşturma ilkesi için beş (%22.73) problemde, gerçeklik ilkesi için altı (%27.27) problemde, öz değerlendirme ilkesi için üç (%13.64) problemde, paylaşım ve genelleştirme ilkesi için üç (%13.64) problemde ve etkili prototip ilkesi için üç (%13.64) problemde olmak üzere toplam 20 değerlendirmede görüş ayrılıklarının olduğu tespit edilmiştir. Uzmanlar her problemde 6 ilke olmak üzere 132 değerlendirmede bulunmuştur. Miles ve Hubermann (1994)'a ait güvenilirlik formülüne göre (Güvenirlik = Görüş Birliği / [Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı]) uzmanlar arasındaki görüş birliği güvenilirlik katsayısı %84.85 olarak bulunmuştur.



Şekil 4. 28. Model Oluşturma Etkinliklerinin Tasarım İlkelerine Uygunluğuna İlişkin Grafik

Şekil 4.28’de görüldüğü gibi tasarlanan model oluşturma etkinlikleri ayrı ayrı incelendiğinde, yedi (%31.82) problemin yalnızca bir ilkeye uygun olmadığı, on (%45.45) problemin iki ilkeye uygun olmadığı ve bir (%4.55) problemin ise üç ilkeye uygun olmadığı görülmektedir. Dört problemin ise bütün tasarım ilkelerine kısmen ya da tamamen uygun olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte bu dört problem (“Evdeki Su Meselesi”, “Az Öde Çok Ye”, “Konforlu Yurt Yaşamı” ve “Portakal Problemi”) için uzmanlar arasında fikir ayrılığı saptanmamıştır. Bu dört problem uzmanlar tarafından bütün ilkelere kısmen uygun ya da tamamen uygun olarak değerlendirildiğinden ve bu problemlerle ilgili herhangi bir görüş ayrılığı saptanmadığından ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilecek uygulama için seçilmiştir. Ayrıca problemlerin geometri öğrenme alanıyla ilişkili olması da bu problemlerin ortaokulda gerçekleştirilecek etkinlikler için seçilmesinde etkindir. “Evdeki Su Meselesi” isimli etkinlik geometri öğrenme alanına hitap eden modelleme etkinliği olmadığından, öğrencilerle gerçekleştirilecek pilot uygulamada ısınma problemi olarak kullanılmıştır. Diğer üç problem geometri öğrenme alanına hitap eden modelleme etkinlikleri (model oluşturma etkinlikleri) olarak asıl uygulamada öğrencilere sunulmuştur. Öğretmen adaylarının tasarladıkları haliyle problemler Tablo 4.10’da yer almaktadır. Araştırmanın amacına uygun şekilde geometri öğrenme alanıyla ilişkili modelleme problemi olarak Grup 1 “Duvar Boyası Problemi”; Grup 2 “Adım Adım Koltuğa Otur” ve “Az Öde Çok Ye”; Grup 3 “Kayısıya Yolculuk” ve “Konforlu Yurt Yaşamı”; Grup 4 “Kuzuya Sahip Çıkalım”; Grup 5 “Kum Saati”; Grup 6 “Portakal Problemi” ve Grup 7 “Enerji Problemi” isimli problemleri tasarlamışlardır. Öğretmen adaylarının ortaokul sınıf seviyelerine ve kazanımlara uygun olarak model oluşturma etkinliği tasarlayabildikleri görülmüştür. Özellikle model oluşturma tasarım prensiplerine kısmen uygun olanların küçük düzeltmelerle bütün ilkeleri karşılayan model oluşturma etkinlikleri haline getirilmesi mümkündür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının gerçekleştirilen eğitim süreci neticesinde model oluşturma etkinliği tasarlama konusunda gelişim kaydettikleri söylenebilir.

Tablo 4. 10. Ortaokul Uygulaması İçin Seçilen Problemlerin Düzenlenmemiş Hali

1.1. Evdeki Su Meselesi



Leyla, annesi ve babasıyla İstanbul’ da aynı evde yaşamaktadır. Leyla evine arıtma cihazı taktırmak istemektedir. Ailesine Amway tezgah altı su arıtma cihazının % 60 indirimine girdiğini ve LG Stylus 10 aşamalı cihazını da beğendiğini söylemiştir. Ali Rıza Bey kızına “ Su arıtma cihazı taktırırsak aldığımız 5 litrelik şişelerden daha pahalı olacaktır.” demiştir. Annesi Hayriye Hanım kızının söylediklerini hesaplamak için faturaya bakmıştır ve aylık ortalama $9m^3$ su harcadıklarını görmüştür. Leyla, annesi ve babasını ikna etmek için hesaplamalara başlamıştır. Leyla ve ailesi için size göre bir yılın sonunda en hesaplı yol hangisi olacaktır?

2.2. Az Öde Çok Ye



Tek boy kutu seçeneği olan pizzada üç farklı kampanya seçeneği vardır. Birinci seçenekte bir kutuda bir pizza, 1 litre içecek 30 liradır. İkinci seçenekte bir kutuda 4 eşit boy pizza, 1 tane 1 litre içecek 40 liradır. Üçüncü seçenekte bir kutuda 9 eşit boy pizza 1 tane 1 litrelik içecek 60 liradır. Pizza alan kişinin hangisini seçmesi daha karlıdır? Birinci seçeneğin daha karlı olduğunu konusunda ikna ediniz.

3.3. Konforlu Yurt Yaşamı



Yeni yapılacak bir yurttaki odalar 3 kişilik olacak şekilde belirlenmiştir. Bu odalar için ayrılan alan $19m^2$ 'dir. Yurt işletmecisi öğrenciler için gerekli olan temel yurt eşyalarını nasıl seçmeli ki öğrenciler için daha fazla boş alan kalsın?

Daha fazla boş alan için gerekli eşyaların modelini oluşturup oda içerisinde konumlandırınız.

6.3. Portakal Problemi



Akdeniz Bölgesi'nde ticarlığa yeni atılan Mahmut Dayı kendine römork ölçüleri $2.47 \times 7.50 \times 3.00 m^3$ (genişlik x boy x yükseklik) olan bir kamyonet almıştır. Toplanan portakalları bu kamyonete yerleştirmeyi düşünmektedir. Ölçüleri $30 \times 40 \times 20 cm^3$ olan kasalar ile taşımacılık yapacaktır. Bu kasaları en az boşluk kalacak şekilde nasıl yerleştirmelidir? Ayrıca Mahmut Dayı en fazla ne kadar portakal taşıyabilir? Mahmut Dayı bu konu hakkında sizin fikirlerinizi soruyor. Ona öyle bir model oluşturun Mahmut Dayı'yı sizin modelinizi kullanmaya ikna edelim.

4.4 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Eğitim Sürecinden Sonra Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine İlişkin Bulgular

Dördüncü araştırma sorusuna yönelik olarak eğitim süreci bittikten sonra öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyle alakalı bilgilerini açığa çıkarmak amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan anket uygulanmıştır. Eğitim sürecinin öğretmen adaylarına matematiksel modellemeyle ilgili kavramsal olarak nasıl katkı sağladığını ortaya

çıkarmanın hedeflendiği uygulamadan elde edilen veriler ayrıntılı bir şekilde alıntılanarak kategoriler halinde sunulmuştur.

Öğretmen adaylarına süreç sonunda da aynı sorular yöneltilmiştir. Ankette yer alan “Model kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” sorusuna verilen cevaplar incelendiğinde, katılımcıların model kavramına ilişkin literatürde yer alan tanımlara yakın ifadeler kullandıkları görülmüştür. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının hepsi matematiksel modelin, modelleme süreci sonucunda ortaya çıkan ürün olduğunu belirtmiştir. Bu ifadeyle beraber katılımcılardan bazıları matematiksel modelin gerçek yaşam uygunluğuna vurgu yapmışlardır. Bu cevaplar ürün kategorisinde değerlendirilmiştir. Model kavramını durumları daha basit hale getirmeye yarayan, değişkenler arasındaki ilişkileri gösteren temsil ya da gösterim olarak ifade eden katılımcıların cevapları ise gösterim kategorisinde ele alınmıştır. Şekil 4.29, Şekil 4.30 ve Şekil 4.31’de AÖ13, AÖ15, AÖ18’in model kavramına dair verdikleri cevaplar yer almaktadır.

Problemlerde yer alan iki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkilerin matematiksel temsili.
Model bir süreç sonucunda ortaya çıkan üründür.

Şekil 4. 29. AÖ13’ün Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü

Modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün. Model gerçek yaşama uygun olmalı.

Şekil 4. 30. AÖ15’in Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü

Eurendeki olayları basit ve anlaşılır hale getirmek için yapılan gösterimdir. Modellemenin sonucunda ortaya çıkan üründür.

Şekil 4. 31. AÖ18’in Eğitim Süreci Sorasında Model Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarının eğitim süreci sonrasında model kavramına ilişkin verdikleri cevaplar ürün ve gösterim kategorilerinde ele alınmıştır.

Tablo 4. 11. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Sonrasında Model Kavramına İlişkin Görüşleri

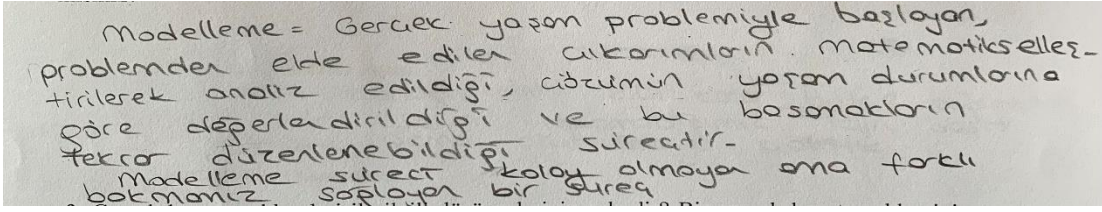
Kategori	Açıklama	f	%
Ürün	Modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün	18	85,71
	Gerçek yaşama uygun ürün	3	14,29
Gösterim	Durumları basit ve anlaşılır hale getiren gösterim	1	4,76
	Değişkenler arasındaki ilişkileri gösteren temsil ya da gösterim	2	9,52

Eğitim süreci sonrasında model kavramına yönelik verilen cevapların hepsi modelleme sürecinden sonra ortaya çıkan ürün ifadesini içermektedir. Katılımcılardan üçü (%14,28) ortaya çıkan ürünlerin gerçek yaşama uygun olması gerektiğini belirtmiştir. Bu cevaplar ürün kategorisine yerleştirilmiştir. Çalışmadaki öğretmen adaylarından üçü matematiksel modelin bir gösterim olduğuna vurgu yapmıştır. Gösterim kategorisinde değerlendirilen bu cevaplar incelendiğinde, öğretmen adaylarından birinin (%4,76) modelin karmaşık durumları daha basit ve anlaşılır hale getirmeye yarayan araç olduğunu belirttiği, ikisinin (%9,52) ise değişkenler arasındaki ilişkilerin yer aldığı temsil ya da formül olarak ifade ettiği görülmüştür. Uygulama öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının model kavramına yönelik cevapları karşılaştırıldığında eğitim süreci sonunda bu kavrama ilişkin düşüncelerin farklılaştığı anlaşılmaktadır.

Eğitim süreci sonrasında “Modelleme kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” sorusuna verilen cevaplar, katılımcıların modelleme kavramıyla ilgili literatürde yer alan tanımlara benzer ifadeler kullandıklarını göstermiştir. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar matematikselleştirme, ilişkilendirme, somutlaştırma ve problem çözme kategorilerinde toplanmıştır. Katılımcıların hepsinin, matematiksel modellemenin gerçek hayatla (günlük yaşam) ilişkili bir süreç olduğuna vurgu yaptıkları görülmüştür. Şekil 4.32 ve Şekil 4.33’te matematikselleştirme kategorisinde değerlendirilen cevaplardan olan AÖ1’in ve AÖ20’nin yanıtları yer almaktadır.

Gerek yaşam problem problemleriyle başlayan, bu problemlerin matematikselleştirilerek analiz edildiği, gerek yaşam sorunlarına göre yorumlanıp, tekrar düzenlenebilir basamakları olan bir süreçtir.

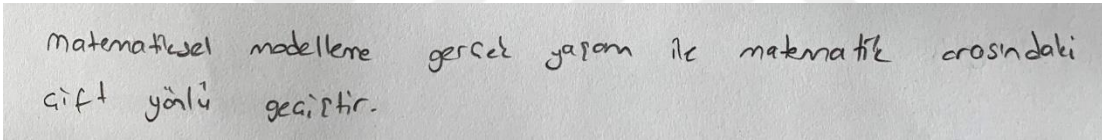
Şekil 4. 32. AÖ1’in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü



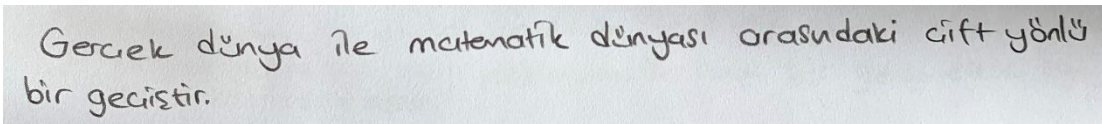
Şekil 4. 33. AÖ20'nin Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

AÖ1 ve AÖ20'nin matematiksel modellemeyle ilgili olarak gerçek yaşam durumlarıyla başlayıp yine gerçek duruma göre yorumlanmasıyla tamamlanmasına, matematikselleştirmeye ve tüm sürecin tekrar düzenlenebilir olmasına vurgu yaptığı görülmektedir.

Matematiksel modellemenin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında çift yönlü bir geçiş süreci olduğunu ifade eden katılımcıların cevapları ilişkilendirme kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu yanıtlara örnek olarak Şekil 4.34'te ve Şekil 4.35'te sunulan AÖ8'e ve AÖ17'ye ait cevaplar verilebilir.

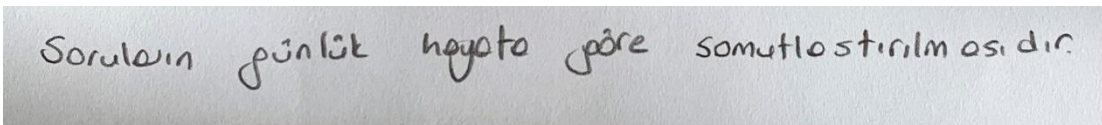


Şekil 4. 34. AÖ8'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü



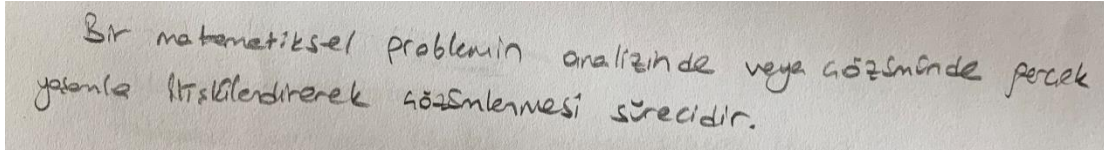
Şekil 4. 35. AÖ17'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Öğretmen adaylarından bazıları matematiksel modellemenin bir somutlaştırma faaliyeti olduğunu belirtmişlerdir. Bu cevaplar da somutlaştırma kategorisinde ele alınmıştır. Matematiksel modellemenin soruların günlük hayata göre somutlaştırılması olduğunu ifade eden AÖ5'e ait yanıt Şekil 4.36'da görülmektedir.



Şekil 4. 36. AÖ5'in Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Katılımcıların bir kısmı da matematiksel modellemeyi bir problem çözme süreci olarak ifade etmiştir. Bu cevaplar ise problem çözme kategorisinde değerlendirilmiştir. Şekil 4.37’de AÖ3’e ait cevap örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 4. 37. AÖ3’ün Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşü

Matematikselleştirme, ilişkilendirme, somutlaştırma ve problem çözümü kategorilerinde ele alınan, eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin öğretmen adaylarına ait yanıtlara ait bilgiler Tablo 4.12’de yer almaktadır.

Tablo 4. 12. Öğretmen Adaylarının Eğitim Süreci Sonrasında Modelleme Kavramına İlişkin Görüşleri

Kategori	Açıklama	f	%
Matematikselleştirme	Gerçek hayat problemleriyle başlayan durumun matematikselleştirilerek analiz edildiği ve çözümün tekrar bu duruma göre yorumlandığı süreç	11	52,38
İlişkilendirme	Gerçek dünya ile matematik arasında ilişki kurma	7	33,33
Somitlaştırma	Matematiksel kavramları ya da soruları somutlaştırma süreci	2	9,52
Problem çözme	Matematiksel problemlerin çözüm süreci	3	14,28

Tablo 4.12’ye göre öğretmen adaylarının eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin cevaplarının matematikselleştirme ve ilişkilendirme kategorilerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Katılımcıların on biri (% 52,38) modellemeyi gerçek bir yaşam durumunun matematikselleştirmeye analiz edilerek çözüme kavuştuğu, bu çözümün tekrar duruma göre yorumlandığı ve geçilen aşamaların tekrar düzenlenebildiği süreç olarak tanımlarken; yedisi (%33,33) ise modellemenin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki çift yönlü geçiş olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen adaylarından ikisi (%9,52) modellemeyi matematiksel problemleri veya kavramları somutlaştırma aracı olarak görürken; üçü (%14,28) ise modellemenin aslında bir matematiksel problem çözme süreci olduğunu belirtmiştir. Model

kavramına benzer şekilde katılımcıların eğitim öncesi ve sonrası matematiksel modellemeye ilgili düşüncelerinde değişiklik olduğu görülmektedir.

Öğretmen adaylarına eğitim süreci sonrasında uygulanan ankette modelleme problemlerinin çözümü esnasında en fazla hangi aşamada zorlandıkları sorulmuştur. Bu soruya verilen cevaplara ait bilgiler Tablo 4.13'te yer almaktadır.

Tablo 4. 13. Öğretmen Adaylarının En Fazla Zorluk Yaşadıklarını Belirttikleri Aşamalar

Modelleme aşamaları	f	%
Durumun zihinsel temsili	4	19,05
Gerçek modelin inşası	6	28,57
Matematiksel modelin inşası	10	47,62
Matematiksel çözüm süreci	1	4,76
Gerçek sonuçlar	0	0
Doğrulama	0	0
Zorluk yaşamadım	2	9,52

Modelleme problemlerinin çözüm sürecinde öğretmen adaylarından dördü (%19.05) durumun zihinsel temsili aşamasında, altısı (%28.57) gerçek modelin inşasında, onu (%47,62) matematiksel modelin inşasında, biri (%4,76) matematiksel çözüm sürecinde zorluk yaşadığını ifade etmiştir. Katılımcılardan ikisi (%9,52) ise çözüm sürecinde zorluk yaşamadığını belirtmiştir. Öğretmen adaylarının en fazla matematiksel modelin inşasında zorlandıkları görülmektedir. Katılımcılar bu durumun sebebi olarak bazı problemlerin şekil, çizim gibi geometrik temsil içermemesi, probleme uygun bir denklem ya da formül ortaya koyamama, problemi matematiksel olarak ifade etmede zorlanma gibi nedenler öne sürmüşlerdir. Şekil 4.38'de ve Şekil 4.39'da öğretmen adaylarından AÖ13 ve AÖ19'un ifadeleri yer almaktadır.

Bazı sorularda matematiksel model oluşturmadık. Geometri ile alakalı olan sorularda çizimler yaptık daha kolay oldu ama bazılarında herhangi şekil, çizim, geometri olmadığında model inşa etmede çok zorlandık.

Şekil 4. 38. AÖ13'ün Matematiksel Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü

Bu kısımda biraz zorlandık. Çünkü gerçek durum problemini matematiksel bir modele nasıl dökeceğimizi bulmak zor oldu.

Şekil 4. 39. AÖ19'un Matematiksel Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü

Öğretmen adayları, matematiksel modelin inşasından sonra en fazla gerçek modelin inşasında zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Gerçek modelin oluşturulması aşamasında yine geometrik bir temsil ya da gösterim arayışı içinde olma, çizim yeteneğinin kötü olması gibi sebeplerden zorluk yaşandığı belirtilmiştir. Şekil 4.40'ta AÖ4'ün geometrik modelin inşasında zorluk yaşandığına dair ifadeleri yer almaktadır.

-Gerçek modelin inşası → Bazen gerçek model inşa etmede zorluk yaşıyoruz. Çünkü bazı modellama soruları çok matematikseledir. Bence göre gerçek model geometrik şekillerle yapılabilir.

Şekil 4. 40. AÖ4'ün Gerçek Modelin İnşasında Zorlanma Nedenine İlişkin Görüşü

Katılımcılardan bazıları ise durumun zihinsel temsili aşamasında problemi anlamakta güçlük çekmeleri nedeniyle zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Matematiksel çözüm sürecinde zorlandığını ifade eden katılımcı ise çok fazla değişken belirlediği için hesaplamalarda boğulduğunu sebep olarak öne sürmüştür. Öğretmen adayları gerçek sonuçlar (yorumlama) ve doğrulama aşamalarında güçlük yaşamadıklarını belirtmişlerdir.

4.5 Ortaokul Öğrencilerinin Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Bulgular

Araştırmada öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen uygulamadan sonra ortaya çıkan model oluşturma etkinlikleri (modelleme problemleri) arasından belli kıstasları sağlayanlar ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilecek uygulama için seçilmiştir. Çalışmanın beşinci alt problemine yönelik olarak modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin hangi modelleme süreç becerilerini ortaya çıkardığını ve böylece bu etkinliklerin uygulanabilirliğini incelemek amaçlanmıştır. Seçilen etkinliklerden “Evdeki Su Meselesi” adlı çalışma pilot uygulamada kullanılmak üzere seçilmiştir. Bu bölümde geometri öğrenme alanına hitap ettiği düşünülen “Az Öde Çok Ye”, “Konforlu Yurt Yaşamı” ve “Portakal Problemi” isimli model oluşturma etkinliklerinin grup çalışmasıyla ortaokul öğrencileri tarafından gerçekleştirilen çözüm süreçlerinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Öğretmen adayları tarafından ortaya koyulan problemlerin her bir model oluşturma ilkesine uygunluğunu geliştirmek amacıyla tasarım prensiplerine göre değerlendiren uzmanların görüşlerine başvurulmuştur. Ortaokul öğrencilerine uygulanacak problemlerin uzman görüşü doğrultusunda düzenlenmiş son hali Tablo 4.14'te görülmektedir.

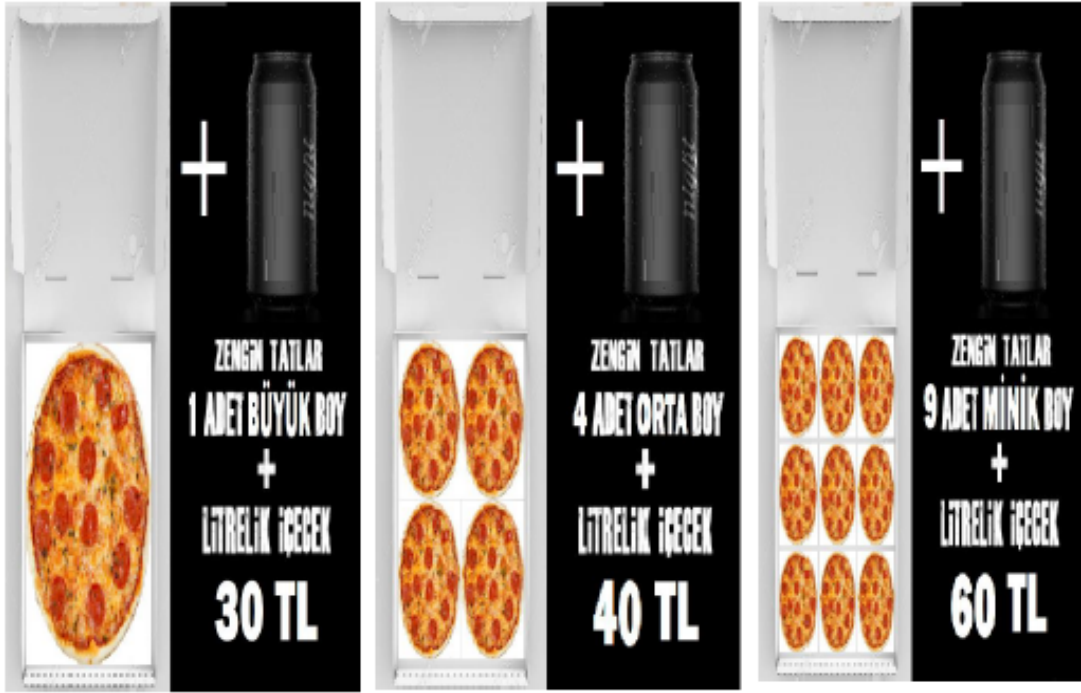
Tablo 4. 14. Ortaokul Uygulaması İçin Seçilen Problemlerin Uzman Görüşü Sonrası
Düzenlenmiş Hali

Evdeki Su Meselesi	
LG Stylus 10 Aşamalı Su Arıtma Sistemi	• 6 filtrasyon ve 10 aşama içerir • Mineral filtre ile yüksek oranda minerali su elde edilir • Mutfak tezgahı altında minimum yer kaplar • Yeşil teknoloji & elektrik gerektirmez • Sağlıklı ve lezzetli su üretir. • Günlük 280 lt su üretim kapasitesine sahiptir. • Filtrasyonun başlangıcında, suda bulunan kaba tortu, kum, mil, çamur Gibi maddelerin arıtılmasını sağlayarak ters ozmos membran filtreyi Korur ve optimum filtre ömrü sağlar. • Filtrelerin kullanım ömrü ortalama ömrü 8-12 aydır. Suyun kullanımına göre de değişiklik gösterebilir. 6 ton su kullanıldığında ömrü dolar ve yerisiyle değişmesi gerekmektedir. Filtre boyutu 2,5 inch kalınlıkta 12 inch boyundadır.



Leyla, annesi ve babasıyla İstanbul’ da aynı evde yaşamaktadır. Bir arkadaşı Leyla’ya su arıtma cihazının daha lezzetli su sağladığını söylemiş ve evlerine bu arıtma cihazından taktırmalarını tavsiye etmiştir. Leyla’ya bu fikir mantıklı gelmiş ve eve gidince ailesine bu konuyu açmıştır. Öncesinde biraz araştırma yapan Leyla LG Stylus 10 aşamalı su arıtma cihazını ailesine önermiştir. Fakat babası Ali Rıza Bey kızına “ Su arıtma cihazı taktırırsak aldığımız 5 litrelik şişelerden daha pahalı olacaktır.” demiştir. Annesi Hayriye Hanım kızının söylediklerini hesaplamak için faturaya bakmıştır ve aylık ortalama $9m^3$ su harcadıklarını görmüştür. Bununla birlikte içme suyunu da hesaba katmaları gerektiğinden bahsetmiştir. Leyla işinin aslında hiç kolay olmadığını anlayarak, annesi ve babasını ikna etmek için hesaplamalara başlamıştır. Ailesini ikna etme sürecinde Leyla’ya bu hesaplamalarda yardımcı olur musunuz? Leyla ve ailesi için size göre bir yılın sonunda en hesaplı yol hangisi olacaktır? Bu konuda Leyla ile birlikte bir model geliştirir misiniz?

Az Öde Çok Ye



Bilindiği gibi pizza şirketleri sipariş aldıkları adreslere pizzaların zarar görmeden ulaşabilmesi için karton kutular kullanmaktadır. Donilos Pizza da aldığı siparişleri uygun şekilde müşterilerine ulaştırabilmek için bir karton kutu şirketiyle anlaşma yapmıştır. Büyük, orta ve minik boyda olmak üzere üç farklı boyda pizza üreten Donilos Pizza, siparişleri aynı boyutlardaki standart karton kutular ile taşımaktadır. Öğrenci evinde kalan Hümeysra, arkadaşları Piroz ve Esra'yı eve pizza yemeye davet etmiştir. Pizzaların soğumaması için evine en yakın yerden sipariş vermesi gerektiğini düşünerek Donilos Pizza'nın sitesine girmiş ve yukarıdaki gibi üç farklı kampanya seçeneğinin olduğunu görmüştür. Afişlerde görüldüğü gibi birinci menüde bir adet büyük boy pizza ve 1 litre içecek 30 liradır. İkinci menüde 4 adet orta boy pizza ve 1 litre içecek 40 liradır. Üçüncü menüde ise 9 adet minik boy pizza ve 1 litrelik içecek 60 liradır. Hümeysra hangi menüyü tercih etmesi gerektiği konusunda kararsız kalmıştır. Menülerden hangisinin daha kârlı olduğunu bulabilmesi için bazı karşılaştırmalar yapması gerektiğini fark etmiştir. Hümeysra'nın en kârlı menüyü seçme konusunda yardımınıza ihtiyacı var. Sizce hangi menü daha kârlıdır? Seçtiğiniz menünün daha kârlı olduğu konusunda Hümeysra'yı ikna edecek bir model geliştirebilir misiniz?

Konforlu Yurt Yaşamı



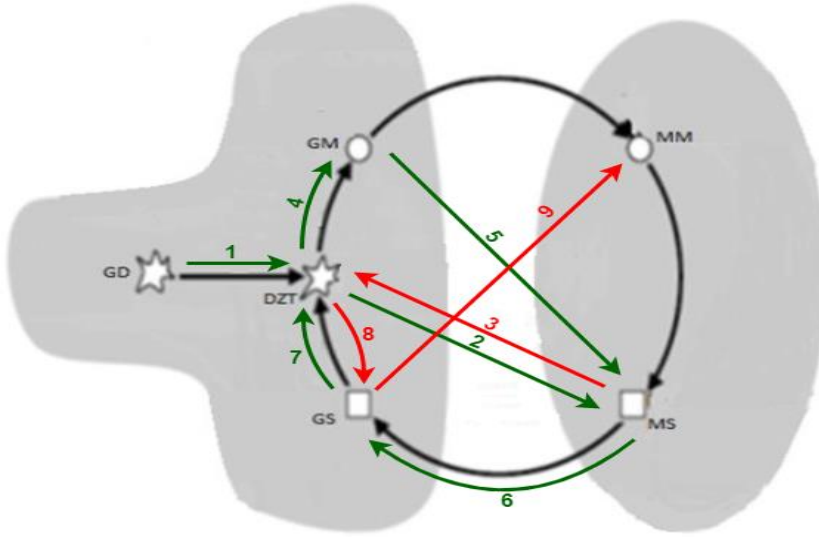
Üniversiteye yeni başlayan Şeyda, Beyza ve Burcu bir yurtla anlaşılmışlardır. Yurttaki üç kişilik odalara ait plan resimde görüldüğü gibidir. Bu üç kişilik odalarda resimdeki gibi standart eşyalar yer almaktadır. Odalarda kalan her bir öğrenciye ait olmak üzere 3 yatak, 3 gardırop, 3 çalışma masası ve 3 komidin bulunmaktadır. Her odada ortak olarak kullanılan 1 adet mini buzdolabı da yer almaktadır. Yurt yönetimi eşyaları odaya yerleştirme konusunda öğrencilere serbestlik tanımıştır. Aralarında tartışan Şeyda, Beyza ve Burcu odada serbestçe hareket edebilecekleri alanın olabildiğince geniş olması gerektiği konusunda fikir birliğine varmışlardır. Bunun için eşyaları nasıl yerleştirmeleri konusunda düşünmeye başlamışlardır. Arkadaşlarımız daha fazla boş alan kalması için bu eşyaları nasıl yerleştirmeliler? Bu konuda onlara yardımcı olmak için bir model geliştirerek onları ikna edebilir misiniz?

Portakal Problemi



Akdeniz Bölgesi'nde ticcarlığa yeni atılan Mahmut Dayı kendine römork (kasa) ölçütleri 2.47 m, 7.50 m ve 3.00 m (genişlik x boy x yükseklik) olan $55.57 m^3$ hacminde bir kamyon almıştır. Toplanan portakalları bu kamyonu yerleştirmeyi düşünmektedir. Portakalları, ölçütleri 30 cm, 40 cm ve 20 cm olan kasalar ile taşıyacaktı. Bu portakal kasalarını kamyonun dorsesinde en az boşluk kalacak şekilde nasıl yerleştirmelidir? Ayrıca Mahmut Dayı en fazla ne kadar portakal taşıyabilir? Mahmut Dayı bu konu hakkında sizin fikirlerinizi soruyor. Ona öyle bir model oluşturun ki, Mahmut Dayı'yı sizin modelinizi kullanmaya ikna edelim.

Ortaokul öğrencilerinin “Az Öde Çok Ye”, “Konforlu Yurt Yaşamı” ve “Portakal Problemi” başlıklı model oluşturma etkinliklerinin çözüm süreçlerini ayrıntılı bir şekilde sunmak amacıyla ikinci araştırma sorusuna yönelik bulgulara benzer şekilde iyi-orta-kötü (Grup Supernova az öde çok ye problemi – Grup İsimsiz konforlu yurt yaşamı problemi – Grup Şurup portakal problemi) modelleme döngüsü örnekleri, öğrenciler arasında gerçekleşen diyaloglardan ve çözüm defterlerinden alınan alıntılarla verilmiştir. Diğer gruplara ait modelleme döngüleri ve çözüm sürecine ilişkin özet bilgiler tablolarda yer almaktadır. Bu gruplara ait problem çözümleri ise Ek 15'te sunulmuştur.



Şekil 4. 41. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Modelleme Döngüsü

Şekil 4.41'de Ö1, Ö2 ve Ö3'ün yer aldığı Grup Supernova'nın modelleme döngüsü görülmektedir. Öğrencilerin “Az Öde Çok Ye” problemini kendilerine göre yorumlayarak durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıkları (1 numaralı ok), sonrasında hemen sonuca ulaşmak için matematiksel işlemler gerçekleştirdikleri (2 numaralı ok) ancak bu gerçekleştirdikleri işlemlerden emin olmadıkları ve tekrar durumun zihinsel temsiline gelerek farklı değişkenler üzerinde düşündükleri görülmüştür (3 numaralı ok). Bu aşamadan sonra mantıklı olduğunu düşündükleri bir çözüm planı üzerinde hareket ederek gerçek modele (4 numaralı ok), matematiksel işlemleri yaparak matematiksel sonuca (5 numaralı ok), sonrasında hangi menünün kârlı olduğu konusunda bir karara vararak gerçek sonuç aşamasına geçmişlerdir (6 numaralı ok). Öğrencilerin çözüm süreçlerini gözden geçirerek doğrulama yaptıkları (7 numaralı ok) ve yaptıkları hatayı fark ederek işlemleri değiştirmeden hangi menünün kârlı olduğuna ilişkin sonuçlarını değiştirdikleri görülmüştür (8 numaralı ok). Son olarak problemdeki karakteri ikna edebilmek için bir matematiksel model ortaya koyarak süreci tamamlamışlardır (9 numaralı ok). Öğrencilerin, modelleme döngüsünde 1 numaralı okla gösterilen gerçek modelden durumun zihinsel temsiline geçiş yaparken aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö2: Şimdi bu tam, bu yarım, bunları da çeyrek olarak düşüneceğiz.

(Soruyu okuyorlar)

Ö1: Ha en kârlı. Bak bir litrelik içecek 5 lira deriz. Hepsinde 5 lira.

Ö3: 5 değil 6 lira verelim buna. Bu 24 olsun.

Ö1: Bir dakika buna 5 TL verirse... Pizza 25 TL

Ö3: Pizza 25 TL olursa 4'e bölmemiz gerekiyor. Burada 25'i 4'e bölemeyiz. Buna 6 lira verelim. Bu 24 olsun.

Öğrenciler probleme dair nasıl bir yol izleyeceklerini tasarladıktan sonra modelleme döngüsünde 2 numaralı okla gösterildiği gibi matematiksel sonuçlara ulaşmak amacıyla işlemler yapmaya başlamışlardır. İşlemler yapılırken aralarında geçen konuşmalar şöyledir:

Ö1: Tamam. Bir dakika hepsine 6 lira verdim. 6 lira çıkarsanıza. 6 lira çıkardım 24 lira. Deftere yazacağız. Al sen buraya yaz. İlk önce az öde çok ye yaz. Şimdi bunda 6 lira çıkardık 24 lira, bundan da 6 lira çıkardık 34 lira, bundan 6 çıkarırsam 54 lira. Şimdi bu büyük boyun fiyatı 24 lira, 4 tane yarımın fiyatı 34 lira.

Ö2: Bir tane yarımın fiyatı kaç yapıyor?

Ö1: Bir dakika. Bir tane büyük 24 lira ise yarısı 12 lira olur.

Ö3: İçecek.

Ö1: Ya da bir dakika 34'ü 4'e bölersem. 8.5 lira.

Ö2: Yalnız bir şey diyeyim mi? Bana şu daha kârlı gibi geldi.

Ö1: Aynen bu daha kârlı. Şimdi şuna bakalım 54'ü 9'a bölersem...

Ö2: Şimdi bunları yarım olarak düşünürsek, bunu da bütün olarak düşünürsek, 4 tane çeyrek anca bir bütün yapıyor.

Ö3: Bu bundan daha kârlı.

Ö1: Bak bunda 1 tane pizza yiyorsun. Bunda iki tane pizza yiyorsun.

Ö2: Evet iki tane büyük boy yiyorsun (2. seçeneği kastederek).

Ö1: Bu kârlı değil zaten bunu biliyoruz (1.seçeneği kastederek). Bu ikisi arasında işlem yapalım. Bir kanıt olsun. İçecek artı 4 orta boy 40 lira.

Öğrenciler yapıkları işlemler üzerinde düşünürken Ö3 arkadaşlarını pizzalar arasındaki oranların bire iki olmadığı konusunda uyarmıştır. Böylece Grup Supernova bu uyarı ile beraber farklı bakış açıları geliştirmek üzere durumun zihinsel temsili aşamasına geri dönmüşlerdir. Ö1, Ö2 ve Ö3 arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Ö3: Bana çok mantıksız geldi. 85 TL diyor orta boya. (İnternette pizza fiyatlarına bakarak)

Ö1: Ama öyle olacak ne yapalım? Biz mi karar veriyoruz? Şimdi buna 24 TL veriyor. Orta boy pizza büyük boyun ne kadarı oluyor mesela?

Ö3: 24 işte.

Ö1: Hayır boyut olarak. Yarısı değil, yarısından biraz daha fazla.

Ö3: Bak kare olarak düşünelim. Bu kâğıt büyük boysa küçük boy da şuradan şuraya.

Ö1: Şimdi. Orta boy pizza bir tanesi, büyük boyun %75'i. Yarısından biraz daha fazla.

Ö2: Nereden bu kaniya vardın?

Ö1: Ya öyle düşünüyorum.

Ö3: Bence yüzdelikleri hiç karıştırmayalım.

Ö2: Bence de karıştırmayalım.

Ö1: Tamam şimdi nasıl yapacağız o zaman?

Bu aşamadan sonra Grup Supernova'da yer alan öğrenciler tekrardan problemin çözümüne yönelik plan üzerinde konuşmaya başlamışlardır. Aralarında pizzalarda kullanılan malzemeler, içecek fiyatı, pizzalar arasındaki oranların ne olabileceği ve kişilere bu pizzaları nasıl paylaştırmaları gerektiği gibi hususlar üzerinde tartıştıktan sonra gerçek model aşamasına geçmişlerdir. Menülerdeki pizzalar arasındaki oranlar üzerinden değil, kişi başına düşen pizza miktarı üzerinden hareket etmeye karar vermişlerdir. Aralarında bu pizzaların nasıl dilimlenebileceğine dair geçen diyalog şöyledir:

Ö1: Ya bak bir tane pizza hani 4 tane var ya. Şimdi bunu bir de bunun yarısını toplarsak 1 tane eder. Bunun yarısıyla bu. Bu da kalıyor.

Ö3: Ama öyle düşünme.

Ö2: Keşke yarısı olsaydı daha kolay işlem yapardık.

Ö1: Şimdi kaç kişi bunlar?

Ö2: Aynen kişileri de içine kat.

Ö1: Evet 3 kişi.

Ö3: Dilim sayısını da mı hesaba katacağız?

Ö1: Bak şimdi 3'e bölemeyiz biri fazla yer.

Ö3: Hayır hayır şöyle olabilir. Herkes birer tane yer bunu da 3'e böleriz.

Ö2: Hayır bunu diyoruz. Tek pizzayı nasıl üçe bölecekler?

Ö3: Bölerler. Şöyle.

Ö1: İsimlere H, P, E diyelim. Şimdi bunu 3'e böldüm diyelim.

Ö3: Şöyle bir dakika.

Ö1: Hangisine fazla geliyor ona bakalım.

Ö2: Bir şey diyeyim mi? Buna da buna da buna da 3 düşer.

Paylaştırma işlemi gerçekleştikten sonra Ö1 kişi başına en fazla miktarın 3. seçenekte olduğunu ileri sürmüş, Ö3 buna karşı çıkararak fiyatının diğerlerine göre daha fazla olduğunu ifade etmiştir. Grup üyeleri kişi başına düşen fiyatı hesaplamak için her bir menüden içecek fiyatlarını çıkarmayı kabul etmişler; ancak içecek fiyatı konusunda bir karara varamamışlardır. Devreye Ö3 girerek içecek fiyatlarını menü fiyatlarından çıkardıktan sonra kişi başına düşen pizza fiyatının küsuratlı çıkmaması konusunda fikrini açıklamış ve arkadaşlarını bu konuda ikna etmiştir. Grup Supernova üyeleri ortak bir karara vararak döngüdeki 4 numaralı ok ile gösterildiği gibi gerçek model aşamasına geçmişlerdir. Ortaya koydukları gerçek model Şekil 4.42’de görülmektedir. Bu aşamada aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö3: Kolayı. Bu 3 lira olursa 40 lira idi 39 olur. Bunun da 2 lira olursa 58 olur hiçbiri bölünmez.

Ö1: Ama neden öyle yaptın? Buradan nasıl anlatacaksın?

Ö2: Anlaşamıyoruz.

Ö1: Şimdi bir dakika. İhtimal veriyorum. Kesin demiyorum. 4 tane küçük pizza bir tane büyük desek. Bir dakika burada 9 tane var. İki tane bütün bir küçük kalır.

Ö3: Bence şöyle yapalım. Şimdi bu 9 ya. 9’un katlarından gidelim. 60’tan bir öncekini alalım. Bunda da 4’ün katlarından 40’tan bir öncekini alalım. Geriye kalan sayı da bu kolanın fiyatı olsun.

Ö2: EBOB EKOK çözer gibi.

Ö3: EBOB EKOK demiyorum. Bakın şimdi. 9, 60’tan bir önceki 54. Kolanın tanesi 6 lira olur. Bunda 4’ün katlarından gidelim. 40’tan bir önceki 36 olsun. Bu da doğru o zaman. Bu da bir tane. Bu 4 bunu 6 aldık. Bunu da 3’bölebileceğimiz bir sayı düşünelim. Buna 27 diyelim. Kolası 3 lira olsun.

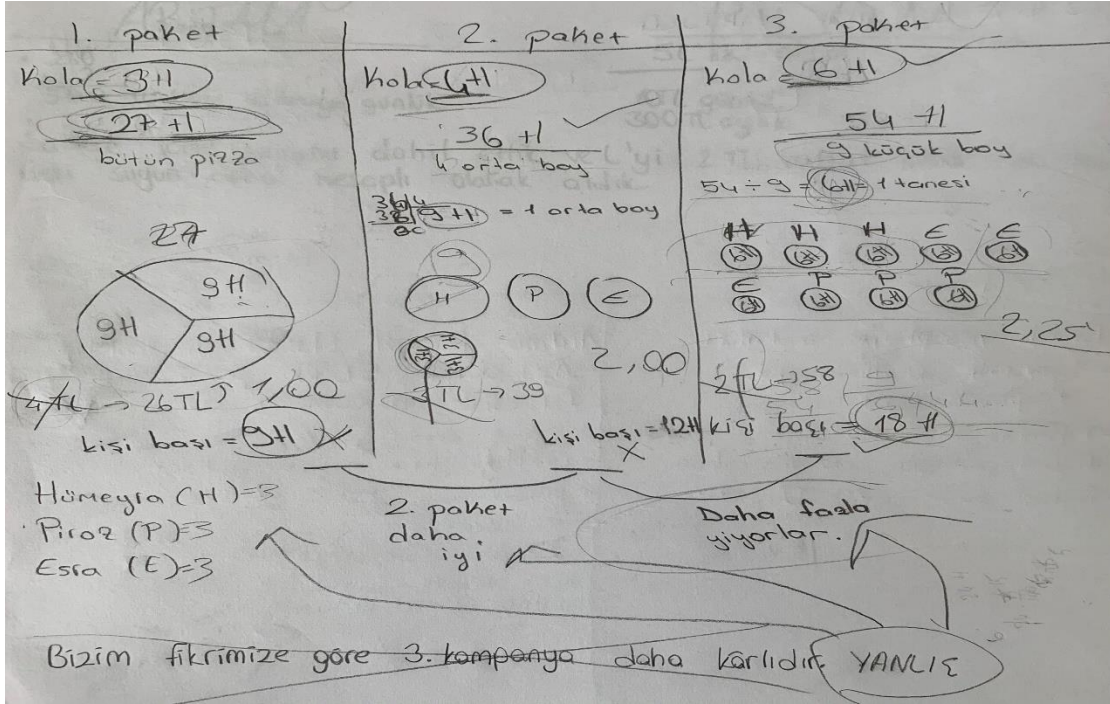
Ö1: Kolaya 6 TL vermeyelim mi?

Ö3: Pizza fiyatı arttıkça verelim; çünkü pizza fiyatının artması gerekiyor.

Ö2: Aynen.

Ö3: 3-4-6.

Ö2: Aynen.



Şekil 4. 42. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait İlk Gerçek Modeli

Grup Supernova gerçek modeli oluşturduktan sonra matematiksel işlemler yaparak ilk menüde kişi başına düşen pizza fiyatını 9 TL, ikinci menüde 12 TL ve üçüncü menüde 18 TL bularak matematiksel sonuç başmağına geçiş yapmışlardır. Sonrasında aralarında aşağıdaki diyalogu gerçekleştirerek üçüncü menünün daha kârlı olduğuna karar vermişlerdir. Yani öğrenciler modelleme döngüsünde 6 numaralı okla gösterildiği gibi, ulaştıkları matematiksel sonuçları hangisinin daha kârlı olduğu konusunda yorumlayarak gerçek sonuç aşamasına geçmişlerdir.

Ö2: Ama daha fazla yiyorlar.

Ö1: Bir dakika bunun iki tanesi diyelim bu ederse. Bir tane daha fazla yiyorlar. Evet bu daha fazla ediyor.

Ö3: O zaman bu da buna göre kârlı.

Ö2: Ama fiyata göre de bakacağız.

Ö1: Tamam o zaman bu daha mantıklı.

Ö2: Yani 60 liraya daha mantıklı.

Ö1: Bir dakika şimdi bunun iki tanesi bu desem...

Ö3: Tamam diyelim bu. 2.5 tanesi yine yarım olmuyor. Hayır. Bak bunun iki tanesi bu etmiyor. İki buçuğu olsa yine bu daha fazlaya geliyor.

Ö1: Nasıl ediyor biliyor musun? Bir tane bundan bunun da çeyreği orta ediyor. Yani daha fazla yiyor bundan. Bitti şimdi o zaman.

Öğrenciler kârlı olan menüyü belirledikten sonra problemin çözümünü tamamladıklarını belirtmişlerdir. Ancak Ö3 buna itiraz ederek üzerinde biraz daha kafa yormaları gerektiğini ifade etmiştir. Böylece gerçekleştirdikleri çözüm sürecini baştan gözden geçirmeye karar vermişlerdir. Öğrenciler yaptıkları çözümün doğruluğundan emin olmak için modelleme döngüsünde 7 numaralı okla gösterilen doğrulama sürecine girmişlerdir. Aralarında geçen konuşmalardan sonra Ö2 çözüm sürecini şu şekilde özetlemiştir:

“Şimdi 27 lira oluyor. Bunu da üçe böldük. Üç kişi oldukları için. Kişi başı 9 TL. ... Ama daha az yiyorlar. İkinci pakete geçtiğimizde pizza adedini artırdıkça kola fiyatını da artırdık. Ve burada da 36 lira yaptık. Şimdi bunlar birer tane pizza yiyor. Ve de üçe bölüyorlar. Ve buradan da kişi başına 12 TL düşüyor. Şimdi üçüncü pakette de kolayı 6 TL yaptık. Çünkü pizzanın adedini artırdık. Kolanın da fiyatını artırıyoruz doğru orantılı. Burada da 3 tane küçük boy pizza yiyorlar.”

Bu ifadelerden sonra Ö3 Şekil 4.42’de de görüldüğü gibi 3. kampanyanın daha kârlı olduğunu sonuç raporu olarak yazdıktan sonra biraz daha düşünmeleri gerektiği konusunda arkadaşlarını uyarmıştır. Ö1 ise arkadaşını destekler biçimde “*Durun hemen karar vermeyelim. Sonra pişman olmayalım.*” ifadelerini kullanmıştır. Ö2 de gramaj üzerinden gidilebileceği konusunda öneride bulunarak araştırmacıya bu konuyu sormuştur. Araştırmacı bu aşamada buna grup üyelerinin karar vermesi gerektiğini belirtmiştir. Grup Supernova’daki öğrenciler biraz daha üzerinde düşündükten sonra aniden soruda bir ayrıntıyı kaçırdıklarını fark etmişlerdir. Bunun üzerine aralarında şu diyalog geçmiştir:

Ö1: Bakın. Ama şey bak. Bunların kutuları aynı. Yani dört tane orta boy bir tane ediyor. Aynı kutu.

Ö3: Bir dakika bir şey söyleyeceğim. Karton kutularla anlaşma yapmış diyor ya. Çünkü demişti ki karton şirketiyle anlaşma yapmış. Bizim orada dikkat etmemiz gereken bir şey var.

Ö2: Standart karton kutularla taşınmaktadır diyor.

Ö1: Aynı yani.

Ö2: Tamam işte o zaman aynı. Dört tane pizza bu ediyor. 3 tane tane pizza da bu ediyor. Yani neredeyse bu buna eşit oluyor aslında bu daha kârlı oluyor (1. seçeneği kastederek).

Ö1: Evet. Aynen. Şimdi bunu nasıl yapacağız.

Ö2: Çözmemiz lazım bir dakika dur. Dokuz tanesi buna eşit oluyor işte bu daha pahalı.

Ö3: Bu daha pahalı. Karton kutular standart olduğundan dolayı buraya bir tane, buraya dört tane küçük sığıyor buraya da dokuz tane daha küçük sığıyor.

Ö2: Burada üç tane pizza yiyor burada üçe bölüyor.

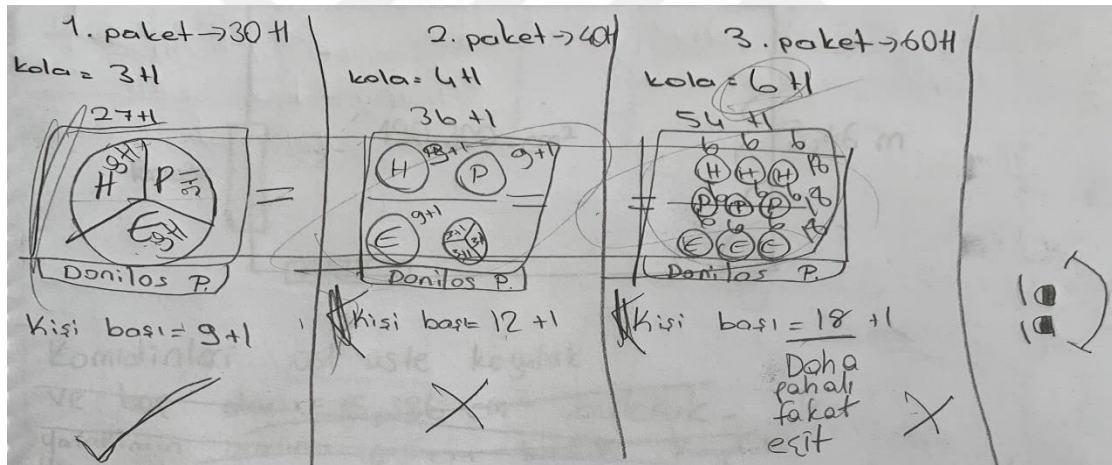
Ö1: Bak bunun üçe bölünmüş hali bunun üç tanesi.

Ö3: Evet. Ve bu daha az para.

Ö1: Diğer sayfaya geçip başlayalım mı? Kaç dakikamız var.

Ö2: Daha var. Daha bir saat bile olmadı.

Öğrenciler işlemleri yaptıkları sayfaya Şekil 4.42’de görüldüğü gibi “YANLIŞ” notu düşerek, yeni bir sayfaya oluşturdukları gerçek modeli ve ulaştıkları matematiksel sonuçları değiştirmeden birinci menünün daha kârlı olduğu konusunda fikir birliğine vararak gerçek sonuçlarını güncellemişlerdir. Grup Supernova’ya ait düzeltilmiş gerçek sonuçlarını da içeren gerçek model Şekil 4.43’te sunulmuştur.



Şekil 4. 43. Grup Supernova’nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Düzenlenmiş Gerçek Modeli

Grup Supernova çözüm sürecini düzenledikten sonra ulaştıkları sonucu raporlamadan önce Şekil 4.44’teki matematiksel modeli de modelleme döngüsündeki 9 numaralı okla gösterildiği gibi ortaya koymayı başarmıştır (1. Paket fiyat < 2. Paket fiyat < 3. Paket fiyat ve pizzalar eşit). Öğrenciler problemin çözümü konusunda emin olduklarını ayrı ayrı “Eminim. Son kararım.” diyerek ifade ederek Şekil 4.44’te de görüldüğü gibi sonuç raporu yazarak süreci tamamlamışlardır. Matematiksel modeli oluştururken aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö2: Eşit yiyorlar fiyat önemli onlar için.

Ö1: Aynen.

Ö2: Yani bunda daha çok para ödeyecek.

Ö3: Şöyle şu işareti çizelim (küçüktür sembolünü kastederek).

Ö2: Birinci paket fiyat.

Ö1: Ne gerek var öyle yazmamıza?

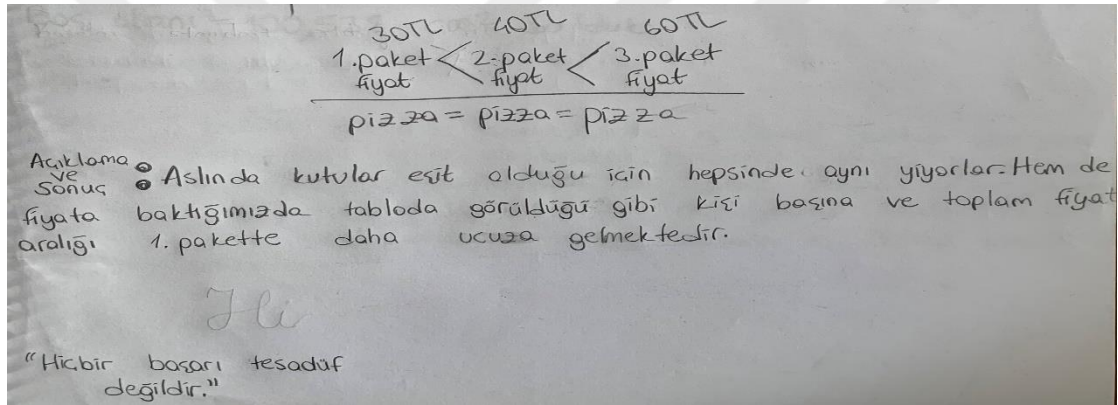
Ö2: Bu daha büyüktür bundan.

Ö3: Ama fiyat olarak.

Ö2: Birinci paketin fiyatı. Bir dakika aynen birinci paket daha ucuz.

Ö1: Şimdi birinci paket daha kârlı. Eşit yiyorlar. Bunda daha pahalı, bunda daha da pahalı.

Ö2: Şimdi şuraya açıklamasını yazıyoruz. Bir dakika fiyat şey de yazalım. Pizzalar da eşit.



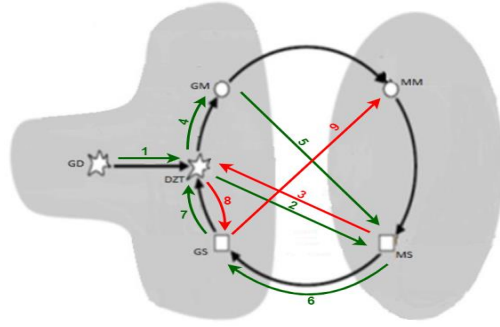
Şekil 4. 44. Grup Supernova'nın Az Öde Çok Ye Problemine Ait Matematiksel Modeli ve Sonuç Raporu

Az öde çok ye problemine ilişkin diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm süreciyle ilgili özet bilgiler Tablo 4.15'te sunulmuştur.

Tablo 4. 15. Az Öde Çok Ye Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler

Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1		Matematiksel $1.P < 2.P < 3.P$
DZT: ✓		Model Pizzalar eşit
GM: ✓		Matematiksel 1. Paket daha kârlı
MM: ✓		Sonuç

MS: ✓
GS: ✓
D: ✓



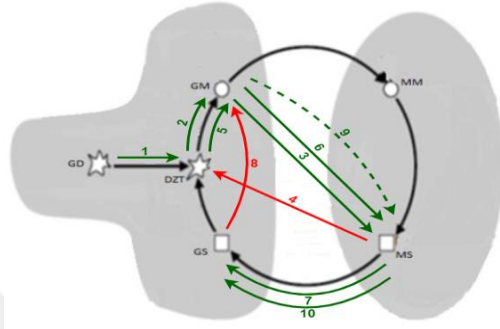
Süre

57 dk 40 sn

Grup Supernova

Gr. 2

DZT: ✓
GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: ✓
D: X



Matematiksel

Yok

Model

Matematiksel 3. Paket daha kârlı

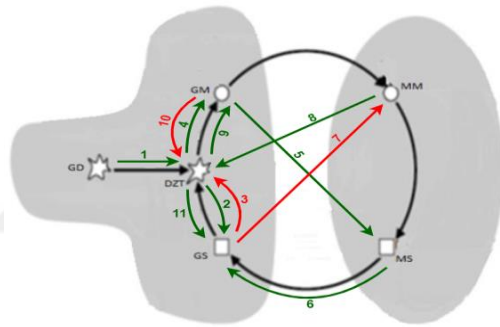
Sonuç

Süre 1 sa 16 dk 41 sn

Grup Supernatural

Gr. 3

DZT: ✓
GM: ✓
MM: ✓
MS: ✓
GS: ✓
D: ✓



Matematiksel

Gramaj Tablosu

Model

Matematiksel 1. Paket daha kârlı

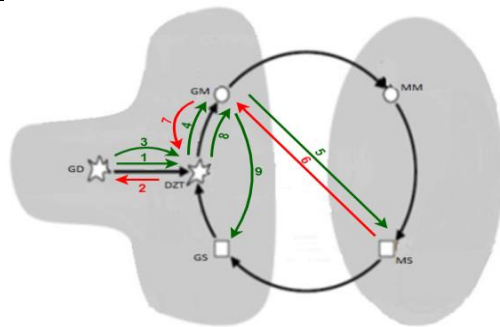
Sonuç

Süre 58 dk 7 sn

Grup İsimsiz

Gr. 4

DZT: ✓
GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: ✓
D: X



Matematiksel

Yok

Model

Matematiksel 1. Paket daha kârlı

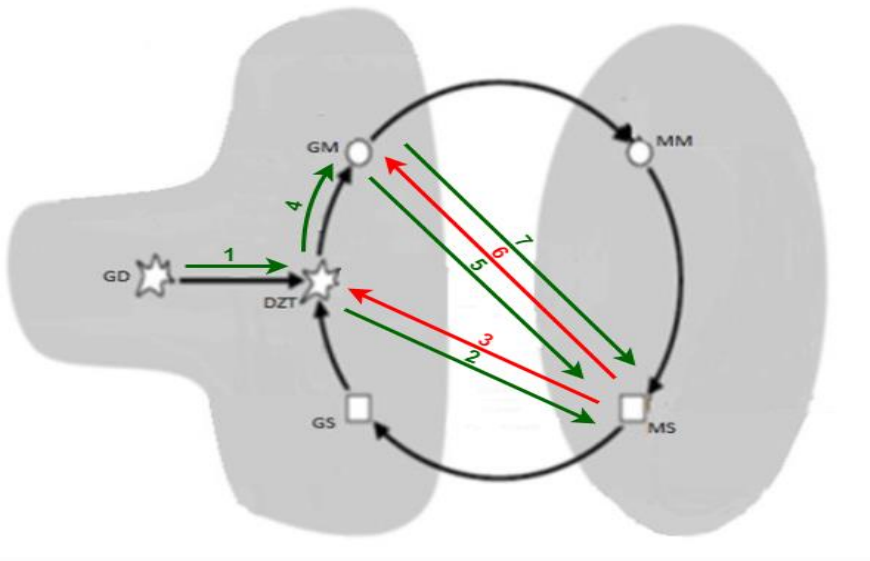
Sonuç

Süre 54 dk

Grup Şurup

Tablo 4.15'e göre bütün grupların gerçek durumdan durumun zihinsel temsili aşamasına geçerek problemi anlamlandırdıkları görülmektedir. Sadece Grup Şurup üyeleri problemi anlamlandırmada biraz daha fazla zaman harcamışlardır. Problemi anlamlandırdıktan sonra Grup Supernova'nın matematiksel işlemler yaparak matematiksel sonuç aşamasına ulaşma girişiminde bulunduktan sonra; Grup İsimsiz'in ise gerçek sonuç aşamasına yönelik bir karar

verdikten sonra tekrar durumun zihinsel temsili aşamasına geri döndükleri gözlenmiştir. Sonrasında bütün gruplar probleme ilişkin gerçek model oluşturmuşlar ve bu doğrultuda işlemler yaparak matematiksel sonuç aşamasına geçiş yapmışlardır. Bu basamaktan sonra Grup Supernova ve Grup İsimsiz'in ulaştıkları matematiksel sonuçlara göre hangi menünün daha kârlı olduğunu yorumlayarak gerçek sonuç aşamasına geçiş yaptıkları gözlenmiştir. Grup Supernatural'in matematiksel sonuç basamağından sonra tekrar zihinsel durumun temsili basamağına, oradan gerçek modele ve tekrar matematiksel sonuca geldikten sonra doğrulama yaptığı; Grup Şurup'un ise matematiksel sonuç aşamasından sonra gerçek modele geri dönerek gerçek sonuca ulaştığı anlaşılmıştır. Modelleme döngüleri incelendiğinde Grup Supernova'nın ve Grup İsimsiz'in yaptıkları çözümlere ilişkin doğrulama süreçlerine girdikleri; ancak Grup Supernatural ve Grup Şurup'ta böyle bir durumun söz konusu olmadığı görülmektedir. Tablo 4.15'e göre özetle az öde çok ye problemi için Grup Supernova ve Grup İsimsiz üyelerinin modelleme döngüsündeki bütün süreç becerilerini eksiksiz sergiledikleri; Grup Supernatural ve Grup Şurup üyelerinin ise matematiksel model ve doğrulama basamakları haricinde modelleme döngüsündeki bütün süreç becerilerini gösterdiği bulgusuna ulaşılmıştır.



Şekil 4. 45. Grup İsimsiz'in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Modelleme Döngüsü

Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamada ikinci problem olarak seçilen “Konforlu Yurt Yaşamı” adlı model oluşturma etkinliğinin çözüm sürecine ilişkin Ö7 ve Ö8'in yer aldığı Grup İsimsiz'e ait modelleme döngüsü Şekil 4.45'te görülmektedir. Öğrenciler problemi kendilerine göre yorumlayarak gerçek durumdan durumun zihinsel

temsili aşamasına geçiş yapmışlardır (1 numaralı ok). Bu aşamadan sonra öğrenciler gerçek modele doğru ilerlemek yerine eşyaların alanını odanın alanından çıkarmak suretiyle hemen matematiksel sonuca ulaşmayı hedeflemişlerdir (2 numaralı ok). Sonra tekrar durumun zihinsel temsiline geri dönerek (3 numaralı ok) problem üzerinde biraz daha düşündükten sonra gerçek modeli oluşturma girişimlerine başlamışlardır (4 numaralı ok). Öğrencilerin gerçek model ile matematiksel sonuç aşamaları arasında hareket ettikleri (5 ve 6 numaralı ok) ve matematiksel sonuca ulaştıktan sonra modelleme döngülerinin son bulduğu görülmektedir (7 numaralı ok). Modelleme döngüsünde 1 numaralı okla ifade edilen gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş aşamasında öğrenciler arasında şu diyalog gerçekleşmiştir:

Ö7: *Bence şöyle bir yapabiliriz.*

Ö8: *Şimdi şöyle bir şey yapamayız. Bunun alanını bul onun hepsinin alanını bulup bundan çıkaramayız. Çünkü o zaman o komodine geçmek için yatağı atlamak gerekir. O yüzden kapak boyunu falan da alarak...*

Ö7: *Yükseklik bizi bağlamaz ki!*

Ö8: *Neden?*

Ö7: *Bana ne yükseklikten. Çünkü iki kısma bakarız (taban alanını kastederek).*

Ö8: *O zaman o iki kısma bakarsak 100 tane sığdırabiliriz.*

Ö7: *Ama üst üste koymayacağız ki hiçbir şeyi.*

Ö8: *Bence hepsinin bir alanını bulup çıkarmalıyız.*

Ö7: *Her şeyi yan yana...*

Ö8: *Şuraya bana dolabı koymak mantıklı geliyor bilmiyorum.*

Ö7: *Çünkü her zaman köşelere o tarz şeyleri koyuyoruz.*

Ö8: *Mantıklı.*

Ö7: *Şöyle bir şey yapabiliriz 3 tane var yataktan. Buzdolabı bir tane zaten. Yükseklik beni bağlamıyor zaten.*

Ö8: *Pencere ile kapının keşke santimetrelerini verselerdi. Bu pencere ile kapı zaten hep standart olur. Boyutu değişmez.*

Ö7: *İnternette bakacağımız çok bir şey yok. Sence alandan mı gitmeliyiz?*

Ö8: *Bence alandan gitmemeliyiz.*

Ö7: *Ama alandan gitmeyecek olsak neden hoca bize bunları versin ki?*

Problemi anlama aşamasında öğrenciler arasında geçen bu diyalogdan sonra Grup İsimsiz bir kez daha alandan gidip gitmemeleri konusunda sorgulama yapmış ve hesaplamaların zaten hesap makinesiyle kolayca yapıldığını söyleyerek hesaplama işlemlerine başlamıştır. Bu kısım modelleme döngüsünde 2 numaralı okla gösterilmiştir. Matematiksel işlemler gerçekleşirken grup üyeleri arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

Ö8: Bir dakika hesapla. Biz ne yaptık?

Ö7: $550 \times 346 =$. Bu kadar cm. Yataklar diyelim.

Ö8: Bunların hepsi yan yana olmalı ki ortada boş bir alan olur.

Ö7: Yatakları yan yana dizersek...

Ö8: 600 ama buraya sığmıyor.

Ö7: Aslında burası 550 cm. Santim. Burası da 346 cm. Tamam bunlar bir şekilde dursun. Alanını da bulup, yatakların alanını da bulalım.

Ö8: Bence yatakları yan yana koyabilirsek, böyle böyle...

Ö7: Bence alan alan gidelim. En son yerleştirme yapalım.

Ö8: Ben yazayım alanları hesapla.

Ö7: Bir yatağın alanı $200 \times 90 \times 3 \times 54000$ cm. Mini buzdolabı bir tane mi? $47 \times 50 =$. Başka Ne kaldı? Gardirop. Gardiropun yüksekliğini de vermiş ama yüksekliğine ihtiyacımız yok.

Ö8: Yükseklikle bir işimiz yok.

Ö7: Altının alanı lazım bize.

Ö8: Hı hı şu çevresi.

Ö7: Dolap 3 tane. Dolapları bulduk. 3 yatak 3 gardirop 3 çalışma masası.

Ö8: Zaten nasıl koyarsak koyalım aynı alanı almayacak mı?

Ö7: Evet bir yerden daha rahat geçersin bir yerden daha zor geçersin.

Ö8: Evet bence hepsini kenarlara koyup ortadaki alanı bulmalıyız. Şuraya bir şey koyamayız zaten.

Ö7: Çarpı 3 (Komodinin alanını hesaplıyorlar).

Ö8: Evet ne yapacağız şimdi? Bunları bir toptasana.

Ö7: Hepsini mi?

Ö8: Hı hı.

Ö7: Saçmalıyor muyuz?

Ö8: Bence saçmalamıyoruz.

Ö7: Şimdi şunu çıkaralım.

Ö8: 550×346 kaç eder acaba?

Ö7: Çıkarınca bu kadar kalıyor.

Ö8: Hımm. O zaman alanımız yetiyor. 105738 alan her halükarda boş kalıyor.

Öğrenciler tüm eşyaların toplam taban alanını odanın alanından çıkararak boş kalan alanı bulduktan sonra bu işlemleri boşuna yaptıklarını, her bir duvara ait uzunluk yardımıyla eşyaları yerleştirmeleri gerektiğini ifade ederek döngüdeki 3 numaralı okla gösterildiği gibi durumun zihinsel temsili aşamasına geri dönmüşleridir. Öğrenciler yerleşim düzeni üzerinde tartışmışlardır. Örneğin Ö8 daha fazla alan kalması için yatakları birleştirmeyi önerdikten sonra Ö7 “Ama sen kardeşin ya da ablanla yatıyorsun. Yabancı biriyle 3 tane yan yana yatamazsın.” diyerek bu fikre karşı çıkmıştır. Grup İsimsiz üyeleri oda yerleşim planı ile ilgili ayrı ayrı farklı denemeler yapmışlardır. Farklı alternatifler üzerinde çalışırken Ö8 herkesin aslında aynı boşluğu bulacağını, çünkü eşyaların aynı olduğunu ileri sürmüştür. Ö7 ise sınıftaki sıraların diziliminden örnek vererek arkadaşını ikna etmiştir. Bu aşamada şu konuşmalar geçmiştir:

Ö8: Bir şey söyleyeceğim. Şimdi biz şeyi bulmaya çalışıyoruz ya. Bu eşyaları koyduğumuzda ne kadar alan kalır? Nereye koyarsak koyalım aynı alan kalıyor. Bizim amacımız ortada ne kadar alan kaldığını bulmak. O zaman herkesin söyleyeceği alan eşit olacak. Nasıl karşılaştıracamız?

Ö7: Ama bak şimdi kalacak olan boşluk aynı ama şöyle söyleyeyim. Şimdi biz bu sıraları böyle böyle...

Ö8: Eşya dizilimi farklı.

Ö7: Evet dizime göre genişlik alanı fark eder.

Ö8: Mesela şöyle hepsini şuraya dizersin. Odayı ikiye ayırdığında karşı tarafa geçecek yer olmaz. Bu mantıksız bir şey olur. Ama ben de şunu demeye çalışıyorum. Biz hepsini nereye koyarsak koyalım aynı şeyi bulacağız.

Ö7: Ama serbest alan bak şimdi. Sınıfı ele alalım. Bütün sıraları 4, 4, 4 dizsek (U oturma düzenini kastederek) orta alan çok geniş kalır değil mi?

Ö8: Evet.

Ö7: Ama böyle dizdiğimizde aralarda kalan alanla aynı olur. Çünkü kaplanan yer aslında totalde aynı. Ama sen bu şekilde aralarda çok rahat hareket edemezsin. Ama şöyle bir dördütlü çevirsen ortası çok açık kalır (sıraları duvara doğru dizdiğini kastederek).

Ö8: Ama yine de aynı kalır. Ben de diyorum ki bizim hocaya söyleyeceğimiz cevaplar aynı olacak. Nasıl karşılaştıracamız?

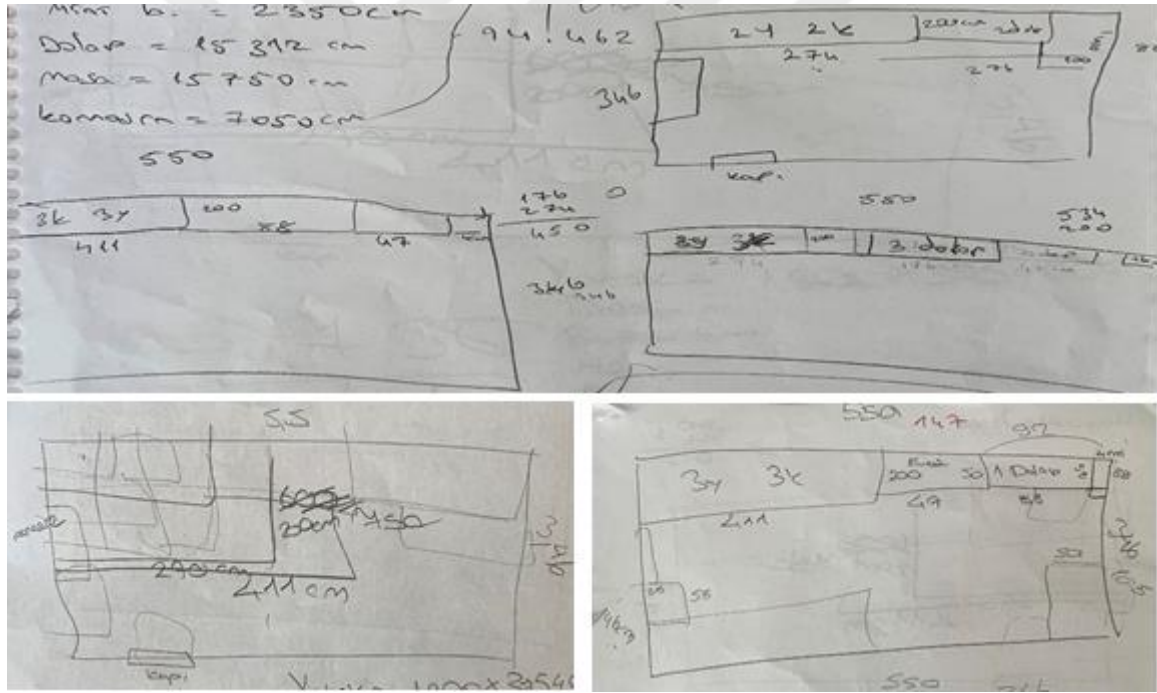
Ö7: Aynı değil işte. Eşya dizilimi önemli. Serbest alan farkı olur işte.

Ö8: O zaman çizimi göstereceğiz.

Ö7: Evet.

Ö8: Tamam. Bir çizimimiz yok.

Öğrenciler bu konuşmalardan sonra daha önce düşündükleri farklı alternatifleri de değerlendirerek modelleme döngüsünde 4 numaralı okla gösterildiği gibi bir oda planı tasarlayarak gerçek modeli ortaya koymaya çalışmışlardır. Belirledikleri bir çizimin odaya uygun olup olmadığını test etmek için matematiksel işlemler gerçekleştirilmiş, eğer eşyaların sığmayacağı anlaşıldıysa gerçek modele geri dönülerek plan değiştirilmiştir. Modelleme döngüsünde gerçek model ile matematiksel sonuç arasındaki bu hareketlilik 5 ve 6 numaralı oklarla temsil edilmiştir. Bu gerçek model oluşturma denemeleri Şekil 4.46’da sunulmuştur.



Şekil 4. 46. Grup İsimsiz’in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Gerçek Model Denemeleri

Öğrenciler yaptıkları denemelerden sonra bir plan üzerinde karara vararak Şekil 4.47’de sunulan gerçek modeli ortaya koymayı başarmışlardır. Bu esnada Ö7 “Sakinleşiyoruz sonuca varıyoruz. Bir şeyler yoluna girdi ya rahatlamış hissediyorum.” diyerek rahatladığını ifade etmiştir. Grup İsimsiz’in ortaya koyduğu modelde Şekil 4.47’de görüldüğü gibi dört ayrı boşluk bulunmaktadır. Öğrenciler bu boşluklar üzerinde ayrı ayrı hesaplamalar yaparak

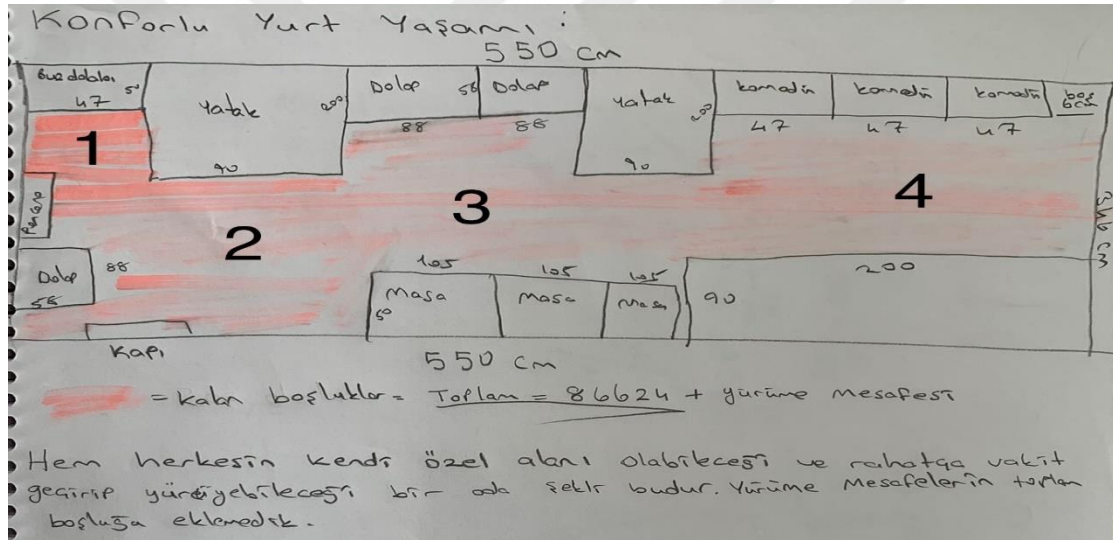
birinci boşluğu 7050 cm^2 , ikinci boşluğu 8640 cm^2 , üçüncü boşluğu 41888 cm^2 ve dördüncü boşluğu 29046 cm^2 hesaplayarak toplamda 86624 cm^2 boş alan oluşturduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu matematiksel çözüm süreci modelleme döngüsünde 7 numaralı okla gösterilmiştir. Öğrenciler sonuca ulaştıktan sonra Şekil 4.47’de görüldüğü gibi kısa bir açıklama yazarak süreci tamamlamışlardır. Problemin çözümünü tamamladıklarına ilişkin aralarında geçen diyalog şöyledir:

Ö7: Bitti şükür. Ohh bitti hocam geçiriyoruz. Kendimi psikolojik olarak yorgun hissediyorum.

Ö8: Bundan fazla bulmaları imkânsız yaa.

Ö7: Nasıl?

Ö8: Bence iyi.



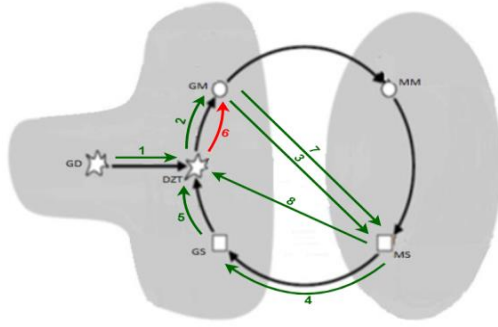
Şekil 4. 47. Grup İsimsiz’in Konforlu Yurt Yaşamı Problemine Ait Gerçek Modeli ve Sonuç Raporu

“Konforlu Yurt Yaşamı” isimli model oluşturma etkinliğine dair diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm sürecine ilişkin özet bilgiler Tablo 4.16’da sunulmuştur.

Tablo 4. 16. Konforlu Yurt Yaşamı Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler

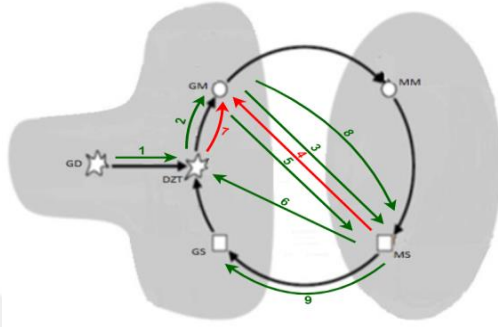
Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1		Matematiksel Yok
DZT: ✓		Model

GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: ✓
D: ✓



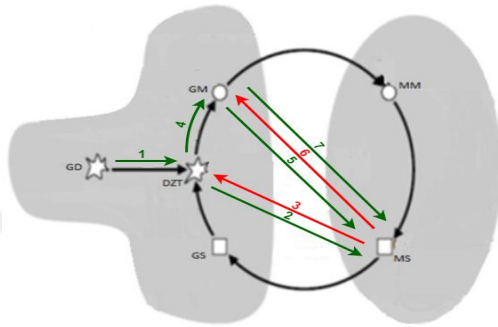
Matematiksel Boş alan:
Sonuç 100538 cm^2
Süre 1 sa 21 dk 42 sn
Grup Supernova

Gr. 2
DZT: ✓
GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: ✓
D: ✓



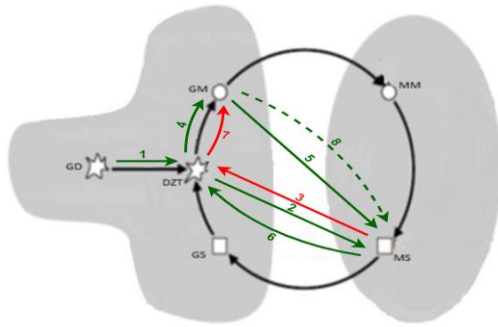
Matematiksel Yok
Model
Matematiksel Boş alan:
Sonuç 34894 cm^2
Süre 1 sa 11 dk 45 sn
Grup Supernatural

Gr. 3
DZT: ✓
GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: X
D: ✓



Matematiksel Yok
Model
Matematiksel Boş alan:
Sonuç 86624 cm^2
Süre 1 sa 11 dk 48 sn
Grup İsimiz

Gr. 4
DZT: ✓
GM: ✓
MM: X
MS: ✓
GS: X
D: ✓



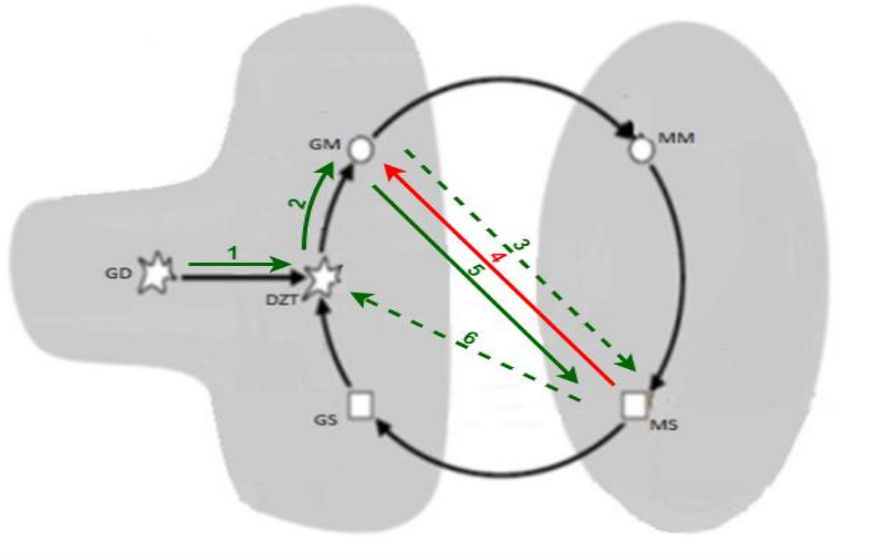
Matematiksel Yok
Model
Matematiksel Boş alan:
Sonuç 128000 cm^2
Süre 1 sa 27 dk 42 sn
Grup Şurup

Öğrencilerin konforlu yurt yaşamı problemine ilişkin modelleme döngülerine bakıldığında, bütün grupların problemi anlama konusunda sıkıntı yaşamadan, gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline başarıyla geçiş yaptıkları görülmektedir. Bu aşamadan sonra Grup Supernova ve Grup Supernatural gerçek model basamağına geçiş yaparken; Grup İsimiz ve Grup Şurup ise matematiksel sonuca ulaşmak için işlemler gerçekleştirdikten sonra gerçek

model basamağına geçiş yapmışlardır. Öğrencilerin probleme dair gerçek model oluşturmalarına karşın; grupların hiçbirinin konforlu yurt yaşamı problemi için problemde yer alan değişkenlere yönelik ilişkileri ifade eden matematiksel bir model ortaya koymadıkları/koyamadıkları görülmektedir. Gruplar bu aşamayı atlayarak matematiksel çözüm süreci gerçekleştirmiş ve matematiksel sonuca ulaşmışlardır. Grup Supernova ve Grup Supernatural'ın ulaştıkları matematiksel sonuçları gerçek yaşama göre yorumlayarak gerçek sonuca başarıyla geçiş yaptıkları; ancak Grup İsimsiz ve Grup Şurup'un bu yorumlamayı gerçekleştirmedikleri görülmüştür. Ayrıca Grup İsimsiz haricindeki bütün grupların ulaştıkları matematiksel sonuca ya da gerçek sonuca giden süreci tekrar değerlendirerek doğrulama yaptıkları gözlenmiştir. Özet olarak “Konforlu Yurt Yaşamı” isimli model oluşturma etkinliğinde Grup Supernova'nın matematiksel model oluşturma haricindeki, Grup Supernatural'ın matematiksel model oluşturma ve doğrulama haricindeki, Grup İsimsiz ve Grup Şurup'un matematiksel model oluşturma, gerçek sonuca yorumlama ve doğrulama haricindeki bütün modelleme süreç becerilerini sergiledikleri bulgusuna ulaşılmıştır.

Ortaokul 8. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamada üçüncü problem olarak katılımcılara “Portakal Problemi” adlı model oluşturma etkinliği sunulmuştur. Şekil 4.48’de Grup Şurup’a ait modelleme döngüsü yer almaktadır. Grup Şurup’ta yer alan öğrenciler gerçek durumla karşılaştıktan sonra problemde ne yapmaları gerektiğine karar vererek problemi kendilerine göre anlamlandırmışlar ve durumun zihinsel temsiline geçiş yapmışlardır (1 numaralı ok). Öğrencilerin bu aşamadan sonra kamyon dorsesinin ve portakal kasalarının belirtilen en, boy ve yüksekliğe göre çizimlerini yaparak gerçek model aşamasına da geçiş yaptıkları görülmüştür (2 numaralı ok). Bu aşamadan sonra hesaplamalarda hata yaparak matematiksel sonuca ulaşmışlar (3 numaralı ok), ardından yaptıkları hatayı fark ederek gerçek model aşamasına geri dönmüşlerdir (4 numaralı ok). Bu hatayı düzeltmek için standart bir birim olarak cm üzerinden hareket etmeye karar vermişler ve hesaplamaları gerçekleştirerek matematiksel sonuca ulaşmışlardır (5 numaralı ok). Yaptıkları matematiksel işlemlerdeki hataları düzeltmelerine rağmen durumun zihinsel temsili aşamasında kurguladıkları mantığın hatalı olduğu gözlenmiştir. Matematiksel sonuca ulaştıktan sonra bu mantık hatasını düzeltmek için grup üyelerinden biri uyarılarda bulunmuş; ancak diğer grup üyelerini ikna etmede başarılı olamamıştır. Grup üyeleri kurguladıkları mantık üzerinde sorgulama yapmadan sadece matematiksel işlemlerde hata olup olmadığını kontrol etmek suretiyle doğrulama yaparak süreci tamamlamışlardır (6

numaralı ok). Üçüncü haftada uygulanan “Portakal Problemi” isimli model oluşturma etkinliğinin çözüm sürecinde Grup Şurup üyeleri bağlam dışında çok konuşma gerçekleştirmiş, problemin kendisiyle ilgilenmek yerine modelleme döngüsündeki her basamakta probleminden uzaklaşarak odaklanma sorunu yaşamışlardır.



Şekil 4. 48. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Modelleme Döngüsü

Grup Şurup'ta yer alan Ö9, Ö10 ve Ö11'in problemi anlamlandırma sürecine diğer gruplardan çok daha sonra girmişlerdir. Problemin çözümüne başlamadan önce aralarında problemin odağı dışında birçok konuşma gerçekleşmiştir. Problemle gerçek anlamda ilgilenmeye başlayana kadar aralarında geçen diyaloglardan kesitler sunulmuştur:

Ö9: Böyle yükseklik ne fark ediyor ki? Hayır, yani boy ne yükseklik ne?

Ö10: Yükseklik, en, boy (arkadaşına göstererek tarif ediyor).

Ö9: Anladım.

Ö11: Soruyu okurken problemi çizin.

Ö10: 30cm-40cm-20cm.

...(Bağlam dışı konuşmalar.)

Ö10: Hocam bize bir kasayı mı soruyor yoksa birden fazla kasayı mı soruyor?

Araştırmacı: Kamyona kasaları yerleştireceksiniz.

...(Bağlam Dışı konuşmalar.)

Ö10: Kâğıtlarınızın başına isimlerinizi yazın.

...(Bağlam dışı konuşmalar.)

Ö9: Dorse ne ya?

Ö11: *Kamyonun arkası işte.*

Ö9: *Ölçülerini vermiş mi?*

Ö11: *Vermiş.*

...(Bağlam dışı konuşmalar.)

Bu konuşmalarla ve konu dışındaki diyaloglardan sonra Ö10 bir kasada kaç portakal olabileceğini araştırmaya karar vermiş ve internetten ulaştığı bilgilere dair “Bir kasa 25 portakal ve 50 mandalina diyor. 4 tane portakal 1 kilogram gelmektedir Bir kasada 24 portakal vardır. Buna göre 1 kasada kaç kilogram portakal olur? Niye sormuşlar ki bu soruyu? Ortalama 28-24 Biz 26 alalım.” demiştir. Grup Şurup üyeleri portakalların kasalara ve kasaların kamyon dorsesine nasıl koyulması gerektiğini konuştuktan sonra yine bağlam dışı diyaloglar gerçekleştirerek probleminden uzaklaşmışlardır. Yirmi üçüncü dakikada Ö11 diğer grupların çoktan çözüme başladığını ancak kendilerinin ortaya hiçbir şey koyamadığını ifade ederek arkadaşlarını uyarmıştır. Bu aşamadan sonra öğrenciler problemi anlamlandırma sürecine girerek gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş yapmışlardır. Aralarında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö11: *Tamam hadi başlayalım artık. Şimdi bak. Onlar doğru yolda biz yola bile giremedik. Bundan sonra gülmek yasak. Kamyonun ölçüsü nerede?*

Ö10: 55-57.

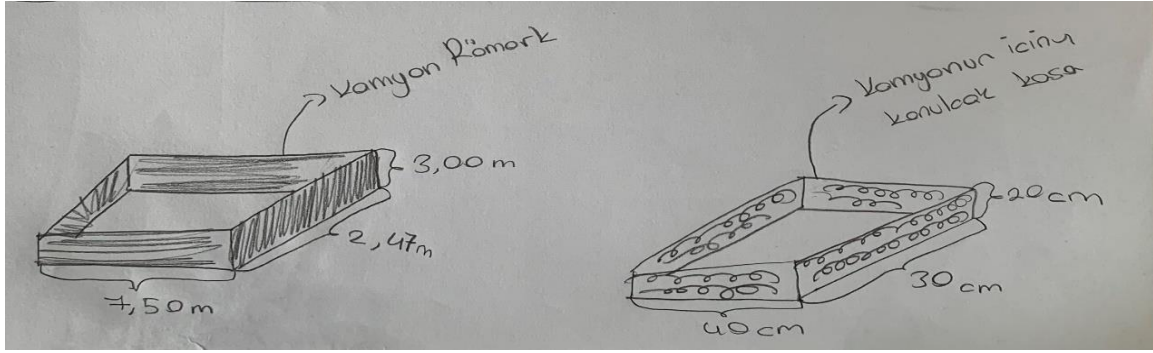
Ö9: *İlk kasaların hacimlerini bulacağız üç farklı kasanın.*

Ö11: *Bir tane römorku var. Şu kasaların da bir tane ölçüsü var 30, 40, 20.*

Ö9: *Tamam anladım. Ben 30, 40, 20 üç tane kasa var sandım. Şöyle bir kasa. Bak 30, 40, 20'yi çarpacağız. Hesap makinesi nerede? Tamam, 30, 40, 20'yi çarpacağız. 30 40 20 eşittir 480. Bak 480 santimetrekaire. Santimetrekaireyi metrekaireye çevirme. Ö11(ismiyle arkadaşına hitap ederek) sonucu nasıl buluyordu ya? Olmuyor.*

...(Bağlam dışı konuşmalar.)

Öğrenciler durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıktan sonra kamyon dorsesinin ve portakal kasalarının ölçülerini gösterecek biçimde çizimler yaparak gerçek modele geçiş yapmışlardır. Grup Şurup'un probleme ilişkin gerçek modeli Şekil 4.49'da görülmektedir.



Şekil 4. 49. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Gerçek Modeli

Bu aşamadan sonra Ö9 portakal kasesinin hacmini ve kamyonu kaç kasa sığabileceğini bulmak amacıyla işlemler gerçekleştirmiştir. Ancak gerçekleştirdiği bu işlemleri modelleme döngüsünde 3 numaralı kesikli okla da görüldüğü gibi hatalı yapmıştır. Bu matematiksel işlem sürecindeki diyaloglar şu şekildedir:

Ö9: Hah! Ben buldum. Bir kasa 49 metrekare. Hayır, ama 49 metrekare olamaz. 4.9 metrekare olur.

Ö10: Ya kasanın ölçüleri 30, 40, 20.

Ö9: Tamam onlar 480.000 oluyor. Çarpıyoruz hepsini 480.000 oluyor.

Ö10: Alanı nasıl buluyorsun?

Ö9: Alanı bulmuyorum ya hacmi buluyorum. Metreküp, metreküp.

Ö11: Arkadaşlar, bir dakika durun lütfen soruya odaklanın. Okumadınız bile şu an soruyu. Herkes fikirlerini söylesin. Kasanın hacmini bulacağız.

Ö10: Aklıma bir şey geldi. Hesap makinesi nerede? 40 çarpı 30 çarpı 20. 24.000

Ö11: Önce şunun içine kaç tane bundan giriyor onu hesaplamamız gerekiyor.

Ö10: Metreküpü ne için kullanıyor? Metreküpü kullanmanın amacı ne?

Ö11: Derinlik de var.

Ö10: O zaman kasayı derinliğe göre hesaplamamız lazım. O yüzden alanla alakamız olmayacak.

Ö11: Evet. Ö9 (ismiyle arkadaşına hitap ederek) sen şu an yapıyorsun ama yanlış yapıyorsun. Bizim metreküp bulmamız gerekiyor.

Ö9: Tamam metreküp buluyorum.

Ö11: Kare yazıyor burada.

Ö9: Onu yanlış yazdım. Sonradan aklıma metreküp olduğu geldi. Hacmini bulacağız işte.

Ö10: Hacim nasıl bulunuyordu?

Ö9: 23 tane sığıyor içine. Bak, kasanın hacmini hesapladım 2,7 metreküp. Hayır 2,4. Bunun hacmi 2,4 metreküp. Sonra Bak bunun hacmini buna böldüm ki içine kaç tane sığacak? Bunun hacmini buna böldüm. 23 çıktı. Yani 23 tane sığacak. Bunlar da boşluklar.

Ö9 matematiksel sonuca ulaştıktan sonra Ö10 arkadaşlarını uyararak “Ama o santimetre olarak Şimdi onu metreküpe çevirin ki çünkü kamyonunkiler metreküptü ya! Eşit olması lazım.” ifadelerini kullanmış ve Ö11 de kamyonun ölçülerini cm’ye çevirmeyi önererek Ö9’u bu konuda ikna etmeye çalışmıştır. Bir süre tartıştıktan sonra Ö9 “O zaman sizin dediğiniz gibi yapalım. Çünkü 240’ı metrekareye dönüştürünce çok küçük bir sayı çıkıyor. Sizin dediğiniz gibi yapalım. Metreküpü santimetre küpe dönüştüreceğiz.” diyerek ikna olduğunu belirtmiştir. Sonrasında 5 numaralı okla gösterildiği gibi matematiksel sonuca ulaşmak amacıyla işlemleri gerçekleştirmişlerdir.

Ö9: Tamam da ben santimetrekare olarak hesapladım.

Ö10: Ya biraz problemle ilgilenin.

Ö11: Soruyu anlamadık ki!

Ö9: Hah! 55.570.000.

Ö11: O zaman bölelim.

Ö9: Bak gördünüz mü benim yaptığımla çözülüyor.

Ö10: 2315. Yaz. 2315 tane kasa sığıyor.

Öğrenciler cm^3 cinsinden kamyon dorsesinin ve kasanın hacmini bulduktan sonra bölme işlemiyle 2315 kasa sığdığı sonucuna ulaşmışlardır ($55.570.000/24.000=2315,41$). Matematiksel sonuca ulaştıktan sonra Ö11 arkadaşlarına hacimleri direkt olarak bölmenin doğru sonucu verip vermeyeceği konusunda uyarılarda bulunmuş, ancak kurguladıkları mantığın hatalı olduğu konusunda arkadaşlarını ikna edememiştir. Bu esnada aralarında şu konuşmalar geçmiştir:

Ö11: Bir şey söyleyeceğim siz niye hacimlerini hesaplıyorsunuz ki?

Ö10: Kaç tane sığacağını bulmak için.

Ö11: Ama mesela genişlik olarak buraya sığmadı ne yapacaksın?

Ö9: Sığar sığar.

Ö10: Çünkü burada en fazla ne kadar sığabilir diyor?

Ö11: İşte, ya sığmazsa?

Ö9: Ya biraz boşluk kalacak zaten. Hepsi dolmayacak ki.

Ö11: *Bak şöyle bir durum var. Bunu nasıl size resmedebilirim?*

Ö9: *Ben anladım. Şurası mesela kamyon arkası ya. Diyorsun ki bak ben bunu böyle sığdırdım. Sığdırdım ama bir tane daha buraya sığmadı. Ne yapacağım? Bunu iptal edeceksin. Burası boşluk kalacak.*

Ö11: *Hacimde 3D var. Hacimde her tarafını hesap ediyorsunuz ama.*

Ö9: *Bak Ö11 (arkadaşına ismiyle hitap ederek). Sen şöyle diyorsun. Bunlar üst üste de konulacak diyorsun.*

Ö11: *Hayır onu demiyorum.*

Ö9: *Şimdi bak hacim hesaplıyoruz ya. Bu hesaplamalara göre böyle de olabiliyor. Bak burayı üst üste dizdik. Burayı da sıra sıra dizdik. Diyorsun ki bu buraya sığmaz. Benim burayı hesaplamam gerekiyor. Ama gerek yok. Buraya hiç koymayacaksın. Burası boşluk kalacak. Zaten boşluk kalabilir.*

Ö11: *Tamam işte boşluk kalma ihtimali var. Ama direkt böldüğün zaman buraya boşluk bırakmıyor.*

Ö9: *Bırakıyor. Bize burada kaç tane kasa olacağını soruyor. Burada kaç tane kasa nasıl sığacağını söylüyor. Burada da sığmayan kasalar var. Sığmayan kasa boşluktur.*

...(Bağlam dışı konuşmalar.)

Grup Şurup üyeleri her bir kasada 25 portakal olduğu varsayımından hareketle kamyonu toplam 57.875 adet portakal sığdığı sonucuna ulaştıktan sonra yaptıkları işlemleri temize çekerken sadece matematiksel işlemlerde hata olup olmadığını kontrol etmişler ve süreci tamamlamışlardır. Grup Şurup'a ait problem çözümü Şekil 4.50'de görülmektedir.

PORTAKAL PROBLEMİ

$$55,57 \text{ m}^3 = 55.570.000 \text{ cm}^3$$

$$20 \cdot 30 \cdot 40 = 24000$$

$$\text{Römork} = 55.750.000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Kasa} = 24000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{55.750.000}{24000} = 2315 \text{ (kasa)}$$

$$1 \text{ Kasada} = 25 \text{ portakal (ortalama)}$$

$$2315 \times 25 = 57.875 \text{ (portakal)}$$

$\Rightarrow$ Römorkta 57.875 tane portakal taşıyabilir

Şekil 4. 50. Grup Şurup'un Portakal Problemine Ait Çözümü

“Konforlu Yurt Yaşamı” isimli model oluşturma etkinliğine dair diğer grupların modelleme döngüleri ve çözüm sürecine ilişkin özet bilgiler Tablo 4.17’de sunulmuştur.

Tablo 4. 17. Portakal Problemine İlişkin Modelleme Döngüleri ve Çözüme Ait Bilgiler

Grup	Modelleme Döngüsü	Matematiksel Model/Sonuç/Süre
Gr. 1		Matematiksel Yok
DZT: ✓		Model
GM: ✓		Matematiksel 2310 kasa
MM: X		Sonuç
MS: ✓		Süre 31 dk 6 sn
GS: ✓		Grup Supernova
D: ✓		
Gr. 2		Matematiksel Toplam – Dolan =
DZT: ✓		Model Boş Alan
GM: ✓		Matematiksel 1620 kasa
MM: ✓		Sonuç
MS: ✓		Süre 56 dk 34 sn
GS: ✓		Grup Supernatural
D: ✓		

Gr. 3		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: X		Matematiksel	2250 kasa
MM: X		Sonuç	
MS: ✓		Süre	56 dk 40 sn
GS: X			Grup İsimsiz
D: ✓			
Gr. 4		Matematiksel	Yok
DZT: ✓		Model	
GM: ✓		Matematiksel	2315 kasa
MM: X		Sonuç	
MS: ✓		Süre	1 sa 6 dk 40 sn
GS: X			Grup Şurup
D: X			

“Portakal Problemi” isimli model oluşturma etkinliğinde ait dört grubun modelleme döngüleri incelendiğinde, hepsinin problemi anlamlandırarak gerçek durumdan durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıkları görülmektedir. Bu aşamadan sonra Grup Supernova ve Grup İsimsiz’in matematiksel sonuca ulaşma girişiminde bulundukları; Grup Supernatural ve Grup Şurup’un gerçek model aşamasına geçiş yaptıkları görülmüştür. Döngülerdeki gerçek model basamağına bakıldığında Grup İsimsiz haricinde bütün grupların bu aşamaya geldiği görülmektedir. Grup Supernatural dışındaki grupların hiçbiri tarafından problem için matematiksel model ortaya koyulmamıştır. Bütün grupların matematiksel bir sonuca ulaşmayı başardıkları da görülmektedir. Grup Şurup haricindeki grupların ulaştıkları matematiksel sonucu bir şekilde yorumlayarak gerçek sonuç aşamasına geçmeyi başardıkları da gözlenmiştir. Bununla birlikte bütün grupların çözüm süreçlerine ilişkin doğrulama süreçlerine girdikleri de görülmektedir. Özetle Grup Supernova’nın matematiksel model oluşturma haricinde, Grup İsimsiz’in gerçek model ve matematiksel model oluşturma haricinde, Grup Şurup’un matematiksel model oluşturma ve gerçek sonuca yorumlama haricinde bütün modelleme süreç becerilerini sergiledikleri bulgusuna ulaşılmıştır. “Portakal Problemi” adlı çalışmada Grup Supernatural’in modelleme döngüsünde yer alan bütün modelleme süreç becerilerini gösterdikleri anlaşılmıştır.

Tablo 4. 18. Öğrencilerin Modelleme Döngülerinde Eksik Bıraktığı Aşamalar

	Gr. Supernova	Gr. Supernatural	Grup İsimsiz	Grup Şurup
Az Öde Çok Ye	✓	MM, D	✓	MM, D
Konforlu Yurt Yaşamı	MM	MM	MM, GS, D	MM, GS
Portakal Problemi	MM	✓	GM, MM, GS	MM, GS, D

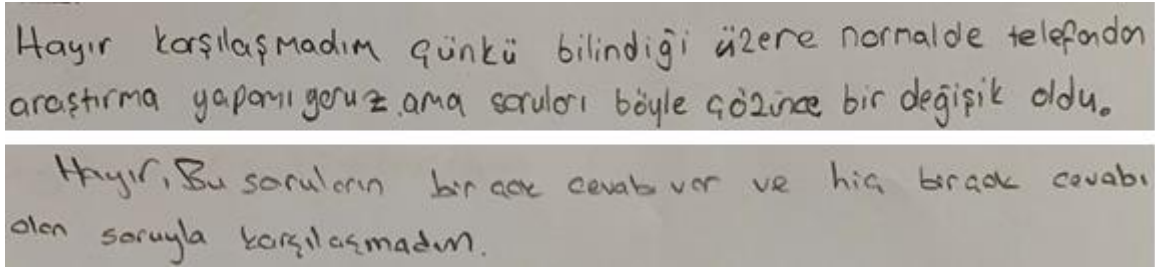
Tablo 4.18'e göre model oluşturma etkinliklerinin tamamı incelendiğinde, Grup Supernova, Grup Supernatural ve Grup İsimsiz'in modelleme döngüsünde yer alan bütün modelleme süreç becerilerini en az bir problem için döngüyü tamamlayarak deneyimledikleri; ancak Grup Şurup'un hiçbir problemde matematiksel bir model ortaya koyamadığı anlaşılmaktadır. Grup Şurup'a ilişkin değerlendirmeye bakılırsa, sürecin sonunda döngüde tekrar durumun zihinsel temsiline geçiş ile ifade edilen doğrulama aşamasını "Az Öde Çok Ye" probleminde gerçekleştirmediği fakat "Konforlu Yurt Yaşamı" probleminde gerçekleştirdiği görülmektedir. Aynı durumun zıttı gerçek sonuca yorumlama modelleme süreç becerisi için de geçerlidir. Dolayısıyla Grup Şurup'un matematiksel model oluşturma haricinde döngüdeki bütün modelleme süreç becerilerini tecrübe ettiği anlaşılmaktadır. Ortaokul öğrencilerine ait on altı modelleme dönüsünün birinde gerçek model oluşturma aşamasının, dokuzunda matematiksel model oluşturma aşamasının, dördünde ise gerçek sonuçlara yorumlama aşamasının ve doğrulama aşamasının eksik olduğu bulgusuna ulaşılmıştır.

4.6 Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerine Yönelik Görüşlerine İlişkin Bulgular

Bu bölümde çalışmanın altıncı alt problemine ilişkin ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamadan sonra, öğrencilerin etkinliklerle ilgili görüşlerini açığa çıkarmak amacıyla sorulan açık uçlu sorulara verdikleri cevaplara yer verilmiştir.

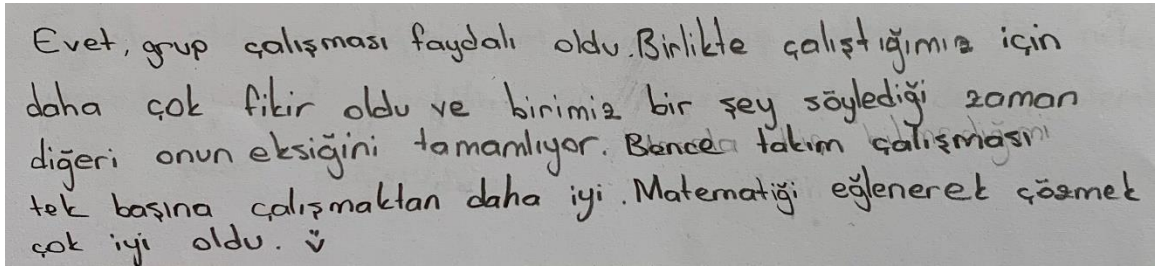
Bir hafta pilot uygulama ve üç hafta asıl uygulama olmak üzere dört hafta boyunca gerçekleştirilen etkinliklerden sonra öğrencilere ilk olarak "Daha önce etkinlikte çözdüğünüz problemlere benzer problemlerle karşılaştınız mı? Eğer benzer sorularla karşılaştıysanız örnek verebilir misiniz? Karşılaştığınız soruyu özetleyebilir misiniz?" sorusu yöneltilmiştir. Çalışmaya katılan bütün öğrenciler daha önce benzer şekilde bir soruyla karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Bu soruya "Hayır. Karşılaşmadım.", "Daha önce benzer sorulara rastlamadım.", "Hayır karşılaşmadım. Bundan sonra da

karşılaşacağımı düşünmüyorum.” gibi cevaplar vermişlerdir. Şekil 4.51’de Ö4 ve Ö8’e ait cevaplar yer almaktadır.



Şekil 4. 51. Ö4 ve Ö8’in Daha Önce Benzer Sorularla Karşılaşmadıklarına Dair İfadeleri

Öğrencilere ikinci olarak “Grup çalışması yöntemiyle problemin çözümü sizce faydalı mıydı? Eğer faydalı olduğunu düşünüyorsanız, size matematiksel olarak ne gibi katkılar sağladı?” sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler bu soruyla ilgili grup çalışmalarının faydalı olduğunu, değişik fikirlerin ortaya çıktığını, çözüm sürecini eğlenceli hale getirdiğini, probleme farklı bakış açılarının oluştuğunu ve görev dağılımıyla iş yükünün hafiflediğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerden hiçbiri grup çalışmasıyla ilgili olumsuz bir görüş ifade etmemiştir. Şekil 4.52, Şekil 4.53, Şekil 4.54, Şekil 4.55 ve Şekil 4.56’da bazı öğrencilere ait ifadelere yer verilmiştir. Diğer öğrencilere ait cevaplar da alıntılarda verilen cevaplarla paralellik göstermektedir.



Şekil 4. 52. Ö1’in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü

Grup Supernova üyesi Ö1, grup çalışması yardımıyla farklı fikirlerin ortaya çıktığını ve grup üyelerinin birbirlerinin eksik kalan yönlerini tamamlamaya fırsat sağladığını ifade etmiştir. Ayrıca takım halinde çalışmanın matematiği daha eğlenceli hale getirdiğini de vurguladığı görülmektedir.

Bence faydalıydı. Çünkü farklı bakış açıları oluştu ve oy birliği ile bize en mantıklı gelen karara vardık.

Şekil 4. 53. Ö3'ün Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü

Grup Supernova'nın diğer üyelerinden Ö3'ün de grup çalışmasına dair problemle ilgili karara oy birliğiyle vardıklarını ifade ederek demokratik bir çalışma ortamının varlığından söz etmiştir.

Bence faydalı çünkü birkaç beyin bir araya geldiğinde daha çok fikir daha çok iş bölümü oluyor ve bir kişinin üzerindeki baskı azalıyor.

Şekil 4. 54. Ö6'nın Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü

Grup Supernatural'de yer alan Ö6 benzer şekilde grup çalışmasının farklı fikirleri ortaya çıkarmada faydalı olduğunu belirterek, iş bölümü sayesinde kişi başına düşen iş yükünün azaldığını ve tek bir kişinin bu yük altında kendisini baskı altında hissetmediğini ifade etmiştir.

Grup olması iyiydi çünkü tek başıma soru gördüğümde tek bir düşünceye ya da kendi düşünceleme alanımın boyutuna hapsediyordum. Farkat yanında biri veya birileri olursa farklı fikirlerle ve düşüncelerle soru hem daha eğlenceli hem daha kolay oluyor. Zaten çok eğlendiğimiz için 1 saat kısa bir zaman gibi geçiyor. Matematiksel olarak değil ama ruhsal olarak haftada bir eğlenmemi sağladı.

Şekil 4. 55. Ö8'in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü

Grup İsimsiz'deki öğrencilerden Ö8 de grup çalışmasının faydalı olduğunu belirtmiştir. Tek başına bir soru üzerinde çalışmanın kendi var olan fikirlerimiz dışında farklı bakış açıları geliştirmedeki zorluğuna dikkat çekerek, grup olarak çalışmanın alternatifler sunduğunu ve matematiksel çözüm sürecini daha eğlenceli hale getirdiğini ifade etmiştir. Bununla birlikte

grup çalışması sayesinde bir çözümün uzun sürse dahi kısa bir zamanmış gibi algılandığını ve zihinsel olarak zorlansa bile, psikolojik olarak rahatladığını öne sürmüştür.

Evet. Matematik'in hayatta nerelerde karşımıza çıkacağını gördüm. Bu durumu bireysel olarak değil grup olarak yapmanın daha olumlu ve doğru sonuçlar elde etmemizi sağladığını düşünüyorum.

Şekil 4. 56. Ö11'in Model Oluşturma Etkinliklerinde Grup Çalışmasına Dair Görüşü

Grup Şurup'ta yer alan Ö11, bu etkinlikler sayesinde matematiğin gerçek hayatla ilişkisini gördüğünü belirterek, gerçek hayat durumlarını takım çalışmasıyla ele almanın daha olumlu ve doğru sonuçlara götüreceğini ifade etmiştir.

Etkinliklerin sonrasında öğrencilere grup çalışmasıyla ilgili soru ile beraber “Etkinlik sırasında en fazla zorluk çektiğiniz bölüm hangisiydi?” ve “Etkinliklerin en çok hoşunuza giden bölümü hangisiydi?” soruları yöneltilmiştir. Öğrencilerden dördü pilot uygulama olan “Evdeki Su Meselesi” probleminde, ikisi “Az Öde Çok Ye” probleminde, üçü “Portakal Problemi” etkinliğinde zorlandıklarını ifade etmişlerdir. İki öğrenci ise özel bir etkinlikte değil; ancak problemlerin doğruluğunu kontrol etme aşamasında zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Şekil 4.57’de modelleme döngüsündeki doğrulama aşamasını kastederek kontrol etme sürecinde zorlandığını belirten Ö6’nın cevabı yer almaktadır.

En fazla zorluk çektiğim bölüm problemi gözden geçiren sonra kontrol ederken oldu çünkü kaçırdığımız bir bölüm oluyordu çok ufak bir şey bile olsa her şeyi kontrol ettiriyorduk

Şekil 4. 57. Ö6’nın Model Oluşturma Etkinliklerinde Zorlandığı Bölüme Dair Görüşü

Yapılan etkinliklerde en fazla beğenilen kısmın öğrencilerden üçü için “Az Öde Çok Ye” problemi, yedisi için “Konforlu Yurt Yaşamı” problemi ve biri için ise problem metinlerinde geçen karakterlerin isimleri olduğu verilen cevaplardan anlaşılmıştır. Örneğin, Grup Supernova’daki Ö3 etkinliklerde en fazla beğendiği bölüme ilişkin “Benim hoşuma en çok

pizzalı soru gitti. Çünkü tam soruyu tamamladık derken ince bir ayrıntıyı keşfettik." ifadelerini kullanmıştır.

Son olarak öğrencilere "Yapılan etkinlik matematiğe bakış açınızı değiştirdi mi?" sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerden dördü bu soruya sadece "Hayır" ya da "Hayır değiştirmedim." olarak cevap vermişlerdir. Bir öğrenci ise zaten matematiğe küçüklüğünden beri ilgi duyduğunu ve bu yüzden bakış açısında bir değişiklik olmadığını açıklamıştır. Diğer altı öğrenci matematiğe karşı var olan sevgisinin arttığını, farklı bakış açıları kazandığını, her problemin tek bir cevabının olmadığını fark ettiğini ve araştırmaya yönelttiğini belirterek bakış açılarında değişiklik olduğunu ifade etmişlerdir. Şekil 4.58'de yukarıdan aşağıya sırasıyla Ö3, Ö6 ve Ö9'un cevapları görülmektedir.

Ben matematiği zaten çok seviyordum. Şimdi ise farklı bakış açıları ve ihtimallerle yorumlama yeteneği kazandığım için daha çok seviyorum.

Tabi ki değişti çünkü her problemin illa bir sonucu varmadığını, farklı kişilerin düşünceleriyle aynı düşüncelerde olmadıklarını, bir soru olasılık yaratma ihtimalimizin olduğunu anladım. Yani matematiğin aslında olasılıklar üzerine de yapıldığını fark ettim.

Evet artık matematikte ezberin değil araştırmanın daha mantıklı olduğunu düşünüyorum.

Şekil 4. 58. Ö3, Ö6 ve Ö9'un Etkinliklerinin Matematiğe Bakış Açısı Üzerindeki Etkisine Dair Görüşleri

Özetle sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamadan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin daha önce modelleme problemlerinin yapısına benzer problemlerle karşılaşmadıkları, modelleme problemleri üzerinde grup çalışmasının farklı bakış açılarının ve fikirlerin ortaya çıkmasının yanı sıra demokratik bir sınıf ortamı meydana getirmeye yardımcı olduğunun farkına vardıkları ve iş birliğinin çalışmayı eğlenceli hale getirdiğini belirttikleri görülmüştür. Bununla beraber açık uçlu sorulara verilen cevaplar öğrencilerin aynı grupta olsalar bile zorlandıkları kısımların ve hoşlandıkları kısımların farklılık arz

edebileceğini göstermiştir. Örneğin Grup Şurup'ta yer alan Ö9 en fazla pilot uygulamada yapılan “Evdeki Su Meselesi” etkinliğinde zorlandığını ifade ederken, aynı gruptaki Ö10 en fazla “Portakal Problemi” etkinliğinde güçlük yaşadığını belirtmiştir. Benzer şekilde Grup Supernova'daki Ö1 en fazla “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminden hoşlandığını belirtirken, aynı grupta yer alan Ö2 ve Ö3 “Az Öde Çok Ye” probleminden hoşlandıklarını açıklamışlardır. Ek olarak yapılan uygulamanın öğrencilerin bakış açılarını değiştirip değiştirmediğine yönelik cevaplara bakıldığında öğrencilerden bir kısmının matematiğin aslında ezberden değil araştırmadan ibaret olduğu, problemlerin birden fazla çözümünün veya sonucunun olabileceği gibi ifadeleri göze çarpmaktadır. Öğrencilerden bazıları matematiğe karşı isteklerinin arttığına yönelik cevaplar da vermişlerdir.



BÖLÜM V: SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar ve Tartışma

Araştırma kapsamında eylem araştırması tasarımıyla planlanan teorik ve uygulamalı eğitimle birlikte öğretmen adaylarının modelleme süreç becerilerinin geliştirilmesi ve eğitim süreci sonunda tasarlanan modelleme problemlerinin model oluşturma prensiplerine göre değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra gerçekleştirilen uygulamadan önce ve sonra öğretmen adaylarının matematiksel model ve modelleme kavramlarıyla ilgili düşüncelerini açığa çıkarmak hedeflenmiştir. Çalışmanın ikinci kısmında ise tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin çözüm süreçlerinde ortaokul öğrencilerinin hangi modelleme süreç becerilerini sergilediklerini ve ortaokul öğrencilerinin bu etkinliklere dair düşüncelerini ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Bu yolla öğretmen adayları tarafından üretilen model oluşturma etkinliklerinin uygulanabilirliği incelenmiştir. Bu bölümde öğretmen adaylarıyla ve ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamalardan elde edilen sonuçlara ve bu sonuçlara ilişkin tartışmaya yer verilmiştir.

5.1.1 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemeye Yönelik Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında planlanan eğitime geçmeden önce öğretmen adaylarının matematiksel model ve modelleme kavramlarıyla ilgili düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla açık uçlu soruların yer aldığı anket uygulanmıştır. Elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramına ilişkin düşüncelerinin matematiksel model ve modelleme literatüründe yer alan tanımlamalardan farklılık gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Eğitim süreci öncesinde öğretmen adaylarının model kavramına ilişkin cevapları öğretim materyali, fizikî model, rol model ve fikrim yok kategorilerinde toplanmıştır. Model kelimesinin sözlük anlamında bir nesneye benzetilmeye çalışılan örnek, örnek olmaya değer kimse ya da şey, tasarlanan ürünün prototipi gibi karşılıklar yer almaktadır (TDK, 2018). Öğretmen adaylarının model kavramını öğrenme ortamında öğrencilere sunulan materyallerle ilişkilendirmelerinin yanı sıra, kelimenin sözlük anlamına da işaret ettikleri görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının model kavramıyla ilgili ön bilgilerinin matematiksel modelleme literatürde yer alan tanımların kapsamı dışında olduğunun göstergesidir. Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modeli, gerçek yaşam durumlarının

yorumlanmasına, çözümlenmesine fırsat sağlayan zihinsel yapıların matematiksel bir forma dönüşmüş dış temsilleri olarak tanımlamışlardır.

Öğretmen adaylarının modelleme kavramına yönelik verdikleri cevapların öğretim materyali tasarımı ve basitleştirme kategorilerinde olduğu görülmüştür. Öğretmen adayları modellemeyi öğrenme ortamlarında kullanılan materyallere atıfta bulunarak soyut kavramları somutlaştırma ve görselleştirme süreci olarak tanımlamışlar ya da modellemenin karmaşık bir durumu daha basit anlamda ifade etmeyle ilişkili olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının model kavramına yönelik düşüncelerine benzer biçimde modellemeye ilişkin de bir çeşit somutlaştırma ve görselleştirme süreci ile ilgili olduğuna dair düşüncelere sahip oldukları görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramları arasındaki ayrımın farkında olmadıklarının ve bu kavramları birbiriyle benzer olarak algıladıklarının göstergesi olarak kabul edilebilir. Matematiksel modelleme gerçek yaşam problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği; gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş sürecidir (Borromeo Ferri, 2018; Lesh ve Doerr, 2003). Bu sonuçlar, model kavramıyla ilgili sonuçlara benzer şekilde öğretmen adaylarının eğitim süreci öncesinde modelleme kavramlarına ilişkin zihinlerinde yer alan ilişkilerin ve tanımların matematik eğitiminde ortaya atılmış modelleme tanımlarımdan farklılık gösterdiğine işaret etmektedir.

Öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarına yönelik zihinsel yapılarının matematiksel model ve modelleme kavramlarının matematik eğitimindeki karşılıklarına uzak olmasının nedeni olarak daha önce matematiksel modelleme ile alakalı bir tecrübe yaşamamış olmaları gösterilebilir. Nitekim ilk alt probleme ilişkin bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının büyük bir bölümü, Aydın Güç ve Baki (2019)'nin çalışmasındaki sonuçlara benzer şekilde, daha önce matematiksel modelleme ile ilgili bir deneyim yaşamadıklarını, çok azı ise kısıtlı düzeyde deneyim yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Elde edilen bu sonuçlar literatürde yapılan benzer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Türker, Sağlam ve Umay (2010)'a ait çalışmada öğretmen adayları, üniversitede modelleme becerilerini geliştirmelerine olanak sağlayacak derslerin olmadığını ifade etmişlerdir. Şen Zeytun (2013) ve Korkmaz (2014)'ın çalışmalarında da öğretmen adayları, modelleme etkinlikleriyle ilgili deneyimlerindeki eksikliklere vurgu yapmışlardır. Jung, Stehr ve He (2019) tarafından yapılan çalışmada model ve modellemeye ilişkin öğretmen adaylarının işlemleri ve sayıları görselleştirme veya öğretim sürecindeki materyal

olarak algıladıkları sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Anhalt ve Cortez (2016) de matematik öğretmeni adaylarına yönelik hazırlanmış bir modelleme eğitimi öncesinde, katılımcılardan bazılarının matematiksel modellemeyi temsillerle, görsel modellerle ve ders materyalleriyle eş anlamlı yorumladıkları bulgusuna erişmişlerdir. Alanyazında öğretmen adaylarının herhangi bir modelleme dersi veya etkinliği öncesinde modellemeyle ilgili ön bilgilerinin somut materyallerle ve matematiksel kavramların görselleştirilmesiyle ilişkili olduğuna dair düşüncelerinin olduğu sonucuna ulaşan benzer çalışmalar bulunmaktadır (Abramovich, 2013; Akgün vd., 2013; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Deniz ve Akgün, 2017; Korkmaz, 2014; Özturan Sağırılı, 2010; Taşpınar Şener, 2017).

Eğitim süreci sonrasında öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarına yönelik düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla araştırmanın dördüncü alt problemi olan “Eğitim süreci sonrasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?” sorusuna cevap aranmıştır. Katılımcıların model kavramıyla ilgili düşüncelerine ilişkin bulgular incelendiğinde, verilen cevapların ürün ve gösterim kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının modeli “modelleme sürecinin sonunda ortaya çıkan ürün” olarak nitelendirdikleri görülmüştür. Bununla beraber bazı katılımcılar, bu ürünün gerçek yaşama uygunluğunu vurgulamışlardır. Ayrıca modelin durumları basitleştirme işlevi gördüğüne ve değişkenler arasındaki ilişkileri içeren temsillere ya da görsellere vurgu yapan öğretmen adayları da mevcuttur. Uygulama sonunda öğretmen adaylarının model kavramına ilişkin zihinsel yapılarının literatürde yer alan farklı matematiksel model tanımları kapsamında değerlendirilebileceği anlaşılmaktadır. Çünkü model kavramı Berry ve Houston (1995) tarafından genel anlamda değişkenler arasındaki ilişkilerin temsili olarak tanımlanırken; Sriraman (2006) tarafından modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün olarak tanımlanmıştır. Lesh ve diğerleri (2000) ise modelin hedefe ulaşmada fayda sağlayıcı yapılar sunması gerektiğine işaret etmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının zihnindeki model kavramıyla ilgili düşüncelerinin gerçekleştirilen uygulamayla alanyazındaki tanımlara benzer bir yapıya kavuştuğu söylenebilir.

Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının modelleme kavramıyla ilgili görüşlerine yönelik bulgulara bakıldığında, verilen cevapların matematikselleştirme, ilişkilendirme, somutlaştırma ve problem çözme kategorilerinde toplandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının büyük bir bölümü matematiksel modellemeyi gerçek hayattaki bir durumun matematikselleştirilerek analiz edildiği ve ulaşılan çözümün tekrar yorumlandığı gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında gerçekleşen çift yönlü geçiş süreci olarak

tanımlamışlardır. Model kavramına ilişkin bulgulara paralel şekilde öğretmen adaylarının modellemeyle ilgili düşüncelerinin uygulama sonrasında literatürde yer alan tanımlarla benzerlik gösterdiği görülmüştür. Gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki bu zorlu transfer süreci matematiksel modellemenin özü olarak nitelendirilmiştir (Schukajlow, Kaiser ve Stillman, 2021). Öğretmen adaylarından ikisi eğitim süreci öncesindeki düşüncelere benzer şekilde modellemeyi bir somutlaştırma süreci olarak nitelendirirken; üçü ise matematiksel problemlerin çözüm süreci olarak nitelendirmiştir. Gravemeijer (1999) ortaya çıkan modeller (emergent models) yaklaşımında cetvelden yola çıkarak, öğrencilerin başlangıçta sayıları tanımlanabilir nesnelere bağlı olarak algıladıklarına (araç olarak modelleme) ancak zamanla bundan bağımsız hale gelerek matematiksel bir varlık olarak algılama (amaç olarak modelleme) sürecine değinmiştir. Yani araç olarak modelleme yaklaşımında matematiksel kavramları daha görünür kılmak için somutlaştırmanın yapıldığı belirtilmektedir. Bu bakımdan somutlaştırmanın matematiksel modellemede kullanıldığı söylenebilir; ancak matematiksel modelleme sürecinin tamamını somutlaştırmayla açıklamanın bu kavramın literatürde yer alan tanımlarına ait kapsamı daraltacağı söylenebilir. Öğretmen adaylarından bazıları uygulamadan sonraki açık uçlu ankette matematiksel modellemeyi bir problem çözme süreci olarak açıklamışlardır. English, Fox ve Watters (2005) matematiksel modellemenin öğrencileri problem çözme becerilerini geliştirici anlamlı problem durumlarına soktuğunu ve bu yolla öğrencilerin matematiksel düşünmeyi ve öğrenmelerini desteklediğini belirtmiştir. Aslında matematiksel modelleme bir tür problem çözme süreci olarak ifade edilmiştir (Merrill, 2003). Ancak Zawojewski (2010) problem çözmede verilenlerle amaçların daha durağan ve değişime kapalı olduğunu ancak matematiksel modellemede daha dinamik bir sürecin söz konusu olduğunu belirterek problem çözme ile matematiksel modelleme arasındaki farklara dikkat çekmiştir. Özetle her matematiksel modelleme bir problem çözme süreci olarak algılanabilirken, her problem çözme sürecini bir matematiksel modelleme süreci olarak görmek doğru olmayabilir. Uygulamadaki teorik eğitimde problem çözme süreci ile matematiksel modelleme arasındaki farklara yönelik literatürde yer alan bilgiler yer almasına rağmen öğretmen adaylarından bazıları uygulama sonrasındaki ankette modellemeyi problem çözme süreci olarak tanımlamışlardır. Öğretmen adayları eğitim sürecindeki uygulamalı eğitimde, matematiksel modelleme aşamalarında problem çözme süreçlerinden geçmişlerdir. Bu durum matematiksel modelleme ile problem çözme özdeşleştirmelerine neden olmuş olabilir.

Tan ve Ang (2013) modelleme etkinliklerini deneyimlemenin modellemeye dair kavramsal bilgileri geliştireceğini belirtmiştir. Genel olarak eğitim sürecinin öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarını alanyazındaki matematiksel model ve modellemeye ilişkin tanımlamalara ve özelliklere uygun şekilde geliştirmelerine katkı sağladığı söylenebilir. Elde edilen bu sonuçlar literatürdeki benzer çalışmalardan elde edilen sonuçlarla uyumludur (Anhalt ve Cortez, 2016; Çiltaş ve Işık, 2013; Durandt ve Jacobs, 2017; Karalı ve Durmuş, 2015; Korkmaz, 2014; Özdemir, 2014; Taşpınar Şener, 2017; Tidwell, Anhalt, Cortez ve Kohler, 2021). Anhalt ve Cortez (2016) öğretmen adaylarında matematiksel model ve modellemeyle ilgili kavram yanılgılarının yaygın olduğuna değinerek, çalışmalarında kullandıkları eğitim modülünün katılımcıların model ve modellemeyle ilgili kavramsal anlayışlarını derinleştirdiği ve genişlettiği sonucuna ulaşmışlardır. Çiltaş ve Işık (2013) başlangıçta öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyle alakalı kapsamlı bir tanım ortaya koyamadıklarını ancak son görüşmede literatürde yer alan tanımlamalara uygun açıklamalar yaptıklarını belirtmişlerdir. Korkmaz (2014) da öğretmen adaylarının modellemeyle ilgili kavramlarının “somut materyaller ve görselleştirme” düşüncesinden “matematik ile ilgili gerçek hayat durumları” düşüncesine evrildiği sonucuna ulaşmıştır. Özdemir (2014) de benzer şekilde eğitim sürecinden sonra öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi gerçek hayatla ilişkilendiklerine dair sonuçlar elde etmiştir. Çetinkaya ve diğerleri (2016) çalışmalarında öğretmen adaylarının başlangıçta modellemeyle somutlaştırmayı ilişkilendirdikleri; ancak uygulama sonrasında matematiksel modellemeye dair düşüncelerinde önemli değişiklikler olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Taşpınar Şener (2017)’in çalışmasında da eğitim süreci öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi somut materyaller, manipülatifler ve maketlerle ilişkilendirdikleri görülürken, eğitim süreci sonunda ise günlük hayatla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Tidwell, Anhalt, Cortez ve Kohler (2021)’e ait çalışmada öğretmen adaylarının profesyonel olarak matematiksel modelleme anlayışı geliştirdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu bakımdan araştırmadaki öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyle ilgili düşüncelerine ilişkin elde edilen sonuçların alanyazındaki benzer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik arz ettiği söylenebilir.

Araştırmanın dördüncü alt problemine yönelik elde edilen dikkat çekici bir diğer sonuç öğretmen adaylarının modelleme problemlerinin çözümünde en fazla matematiksel modelin inşasında zorlandıklarını ifade etmeleridir. Çalışmanın ikinci alt problemine ilişkin elde edilen bulgular da bu ifadeleri desteklemektedir. Çünkü öğretmen adaylarının üç modelleme

problemine yönelik çözüm sürecini gösteren döngülerde, en fazla başarısız olunan aşamalardan birinin matematiksel model oluşturma aşaması olduğu görülmektedir. Bununla beraber öğretmen adayları gerçek modeli oluşturma aşamasında ve durumun zihinsel temsili aşamasında da zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Modelleme döngüleri incelendiğinde bu aşamalarda zorluk yaşamalarına rağmen genel olarak durumun zihinsel temsiline ve gerçek model aşamasına başarıyla geçiş yaptıkları söylenebilir. Bu bulgular değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının modelleme problemlerinin çözüm sürecinde hangi aşamalarda zorluk yaşadıkları konusunda da farkındalık geliştirdikleri ifade edilebilir. Stillman ve diğerleri (2007) bir modelleme durumunda öğrencilerin nerelerde güçlük yaşayabileceklerini bilmelerinin önemini vurgulayarak, bunu bilmenin öğretimi planlarken öğretmenlere ve araştırmacılara kolaylık sağlayacağını belirtmişlerdir. Modelleme döngülerinde öğretmen adaylarının matematiksel model oluşturma aşamasıyla birlikte en fazla başarısız olduğu diğer basamağın gerçek sonuçlara yorumlama ve doğrulama basamağı olduğu görülmektedir. Ancak uygulama sonrasındaki açık uçlu ankete verilen cevaplara bakıldığında bu aşamalarda zorluk yaşadığını ifade eden katılımcının olmadığı görülmektedir. Bu durum iki bakış açısıyla yorumlanabilir. Birincisi; gerçek sonuca ve doğrulama basamaklarını başarıyla tamamladığı görülen öğretmen adaylarının bunu zorlanmadan gerçekleştirmeleri olabilir. İkinci olarak ise; gerçek sonuca yorumlama ve doğrulama süreç becerilerini hiç sergilemeyen grupların buna yönelik zaten bir çaba sarf etmedikleri için zorluk yaşayıp yaşamadıklarının farkında olmamaları buna sebep olarak ele alınabilir. Öğretmen adaylarının modelleme döngüleriyle ilgili sonuçlar, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme döngüsü becerilerine ilişkin sonuç ve tartışma başlığı altında ayrıntılı şekilde ele alınacaktır.

5.1.2 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Matematiksel modellemenin ancak onu uygulama yoluyla öğrenilebileceği ifade edilmiştir (Berry, 2002; Blomhøj, 2007). Araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreç becerilerinin gelişimini sağlamak amacıyla küçük gruplar halinde modelleme problemleri üzerinde çalışmaları sağlanmıştır. Katılımcıların hangi modelleme süreç becerilerini sergilediklerini analiz etmek amacıyla aynı zamanda etkili bir değerlendirme aracı olduğu da belirtilen bilişsel bir araç olan modelleme döngüsü kullanılmıştır (Borromeo Ferri, 2018).

Borromeo Ferri (2007)'ye ait "Saman Balyası Problemi" için öğretmen adaylarının modelleme döngüleri incelendiğinde, durumun zihinsel temsiline ve gerçek modele geçişte herhangi bir sıkıntı yaşanmadığı, bir grubun matematiksel model oluşturmada, başka bir grubun ise matematiksel sonuç ortaya koymayla birlikte doğrulama aşamasında başarılı olamadığı görülmüştür. Ancak dört grubun matematiksel sonuçları gerçek sonuçlara yorumlamadıkları saman balyası problemine ait döngülerde dikkat çekmektedir. Genel olarak saman balyası probleminin çözüm süreci incelendiğinde, problemin gerçek sonuca yorumlama süreç becerisine kısmî katkısı olduğu, döngüde yer alan diğer modelleme süreç becerilerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir.

Blum ve Borromeo Ferri (2009)'ye ait "Yakıt Problemi"nin Türkiye'ye uyarlanmış formu olan "Yakıt Problemi (Hopa)" için modelleme döngülerine bakıldığında, öğretmen adaylarının durumun zihinsel temsili, gerçek modelin inşası, matematik sonuca ulaşma ve gerçek sonuca yorumlama aşamalarında herhangi bir problem yaşamadıkları görülürken; sadece bir grubun probleme ilişkin doğrulamayı başarıyla yapamadığı tespit edilmiştir. Bu problem için de modelleme süreç becerilerinden matematiksel modelin inşasında, bir grup haricindeki bütün grupların sıkıntı yaşadığı göze çarpmaktadır. Uygulamalı eğitimdeki ikinci problemin öğretmen adaylarının matematiksel modelin inşası haricindeki diğer modelleme süreç becerilerinin gelişimi için faydalı olduğu söylenebilir.

Eğitim sürecinde yer alan üçüncü problem olan Tekin Dede ve Yılmaz (2013)'a ait "Yakıt Deposu Problemi"ne ait modelleme döngüleri incelendiğinde, bütün grupların durumun zihinsel temsili ve gerçek model aşamalarına geçişte başarılı oldukları görülmektedir. Dört grubun matematiksel modelin inşasında ve doğrulama aşamalarında sıkıntılar yaşadığı tespit edilirken, grupların hiçbirinin matematiksel sonuçları gerçek sonuca yorumlamadıkları belirlenmiştir. Dolayısıyla yakıt probleminin öğretmen adaylarının durumun zihinsel temsiline geçiş ve gerçek model oluşturma becerilerine katkı sağladığı, matematiksel modelin inşasına ve doğrulama becerilerine kısmen katkı sağladığı ancak gerçek sonuçlara yorumlama modelleme süreç becerisinin gelişimine katkı sağlamadığı sonucuna ulaşılmıştır.

İkinci araştırma sorusuna yönelik bulgular grup bazında değerlendirildiğinde Grup 3 ve Grup 7 haricindeki bütün grupların Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsünde yer alan modelleme süreç becerilerini sergilediği görülmektedir. Grup 3 ulaşılan çözümler üzerinde yansıtıcı düşünme gerçekleştirme ve eleştirel kontrollerde bulunmayı içeren doğrulama aşamasını hiçbir problemde gerçekleştirememiştir. Grup 7 ise belirlenen değişkenler

arasındaki ilişkilerin matematikselleştirildiği uygun matematiksel gösterimleri veya temsilleri içeren matematiksel modeli problemlerin hiçbirinde ortaya koyamamıştır. Başka bir ifadeyle Grup 3 ve Grup 7'nin ayrı ayrı sadece birer aşamada sıkıntı yaşadıkları ancak döngüde yer alan diğer aşamalara başarıyla geçiş sağladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu bilgiler ışığında uygulamanın öğretmen adaylarına modelleme süreç becerilerine dair deneyim yaşamaları konusunda fırsat sağladığı söylenebilir. İkinci araştırma sorusuna ilişkin öğretmen adaylarının bir problemde sergilemediği modelleme süreç becerisini başka bir problemde sergileyebildiği; tersine bir problemde bütün aşamalarını tamamladığı döngünün bazı kısımlarını başka problemde eksik bırakabildiği görülmüştür. Bununla birlikte aynı problem için bir grubun modelleme döngüsünü tamamlaması fakat başka bir grubun bazı aşamaları eksik bırakması gibi durumlar söz konusudur. Bu sonuçlar aynı problemin farklı kişilerde farklı modelleme becerilerine hitap ettiğine veya farklı problemlerin aynı kişilerde farklı modelleme becerilerine hitap ettiğine işaret etmektedir. Başka bir deyişle öğrenciler aynı problem için farklı çözüm yollarını işe koşabilmekte, modelleme döngülerinde farklı basamakları takip edebilmekte ve farklı sonuçlara ulaşabilmektedir. Örneğin, yakıt problemi (Hopa) için grupların farklı varsayımlardan hareketle farklı sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Hatta saman balyası probleminde aynı matematiksel modeli ortaya koyan iki farklı grubun bile saman balyalarının yarıçapları için farklı kabullerle hareket ettiklerinden dolayı farklı sonuçlara gittiği görülmüştür. Nitekim modelleme döngülerinin de gruptan gruba, problemden probleme değiştiği göze çarpmaktadır. Matematiksel modelleme problem durumlarında eksik bilgilerin bulunması ve öğrencilere ayrıntılı bilgilerin sunulmaması, varsayımların yapılmasını gerekli kılmaktadır (Blum ve Leiß, 2007; Chang vd., 2019; Fukushima, 2021; Galbraith ve Stillman, 2001). Maaß (2010) yapılan farklı varsayımların problemin çözüm yollarını veya ulaşılan sonuçları çeşitlendireceğini belirtmiştir. Alanyazında matematiksel modelleme problemlerinin doğası itibariyle çoklu çözüm yollarını ve matematiksel sonuçları içerdiğine dikkat çekilmiştir (Bukova, Güzel, 2011; Diefes-Dux, Zawojewski, Hjalmarson, ve Cardella, 2012; English ve Watters, 2004; Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015; Wessels, 2014). Tüm bu bilgiler ışığında çalışmadan elde edilen sonuçların, öğretmen adaylarının çözüm yollarının ve ulaştıkları sonuçların çeşitlilik göstermesi bakımından literatürdeki yer alan bilgiler ve elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu söylenebilir.

Uygulamalı eğitim sürecinde öğretmen adaylarına sunulan üç modelleme problemine ait modelleme döngüleri incelendiğinde bütün grupların gerçek durumdan durumun zihinsel

temsile geçişle problem çözümüne başladıkları görülmektedir. Durumun zihinsel temsiline geçiş aşaması Borromeo Ferri (2006) tarafından problem bağlamında yer alan karmaşık durumun sadeleştirilerek zihinde anlamlandırılması süreci olarak nitelendirmiştir. Blum ve Leiß (2005), durum modeli olarak isimlendirdikleri bu aşamanın, problemi anlamayla ilişkili olması bakımından, modelleme döngüsündeki en önemli aşama olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla bazı öğretmen adaylarının gerçek durum ile durumun zihinsel temsili basamakları arasında tekrarlı hareketleri olsa da katılımcıların en önemli aşama olarak nitelendirilen problemi anlama konusunda herhangi bir sıkıntı yaşamadıkları ifade edilebilir. Çiltaş ve Işık (2013) ve Şen Zeytun (2013) da öğretmen adaylarının problemi anlamlandırmada başarılı olduklarına yönelik benzer sonuçlara ulaşmışlardır. Durumun zihinsel temsiline geçiş aşamasından sonra modelleme döngülerinin farklılaştığı görülmüştür. Bu aşamadan sonra modelleme döngülerinin hemen hemen hepsinin farklı basamakları izleyerek tamamlandığı, bazı basamakların atlandığı ya da sık sık tekrarlandığı, döngülerin doğrusal formda ilerlemediği, geri dönüşlerin gerçekleştirildiği, döngüdeki basamakların hiyerarşik yapıda olmadığı ve birbiri ardına gelmediği sonuçlarına ulaşılmıştır. Örneğin, saman balyası probleminde Grup 1 gerçek model aşamasından sonra matematiksel sonuç aşamasına geçiş yaparken, Grup 2'nin matematiksel model inşa etme basamağına geçiş yaptığı, Grup 4'ün ise gerçek sonuca yorumlama basamağını atladığı görülmüştür. Yine yakıt problemi (Hopa)'da Grup 4 matematiksel modeli süreç içinde değil, çözüm sürecinin en sonunda ortaya koymuştur. Döngülerdeki kırmızı oklara bakıldığında hemen hemen her döngüde geri dönüşün veya dönüşlerin gerçekleştiği görülmektedir. Modelleme basamaklarındaki geçişlerin tek yönlü ve doğrusal olmadığı birçok araştırmacı tarafından vurgulanmıştır. (Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Blum ve Leiss, 2007; Borromeo Ferri, 2006; English, Ärlebäck, ve Mousoulides, 2016; Eraslan, 2012; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019; Lesh ve Lehrer, 2003; Maaß, 2006). Borromeo Ferri (2006) modelleme problemlerinde kişinin bazı tercihler yaptığını, bu tercihlere göre hareket ederek bazı aşamalara odaklanıp bazı aşamaları görmezden gelebileceğini, geçtiği aşamalarda fikrini değiştirebileceğini ve bu yüzden sürecin lineer olmadığını ifade etmiştir. Modelleme problemlerinin çözüm yolunda ileri ve geri hareketler, aynı basamakların tekrarlanması ya da bir seferde basamağın geçilmesi gibi durumları görmek mümkündür (Borromeo Ferri, 2011). Araştırmadaki sonuçlar öğretmen adaylarının modelleme döngülerinin de sıralı, hiyerarşik ve düzenli bir yapıda olmadığını göstermiştir. Dolayısıyla elde edilen sonuçların, modelleme döngülerindeki farklı aşamaların doğrusal formda olmaması bakımından literatürdeki bilgileri desteklediği ifade edilebilir. Gerçek durumdan durumun zihinsel

temsiline geçişe benzer şekilde öğretmen adaylarının gerçek model oluşturma aşamasında da herhangi bir sıkıntı yaşamadıkları modelleme döngülerinden anlaşılmaktadır. Bu durum katılımcıların problem durumunu anlamlandırmada başarılı olmalarından kaynaklanmış olabilir. Çünkü problemde durumun zihinsel temsiline geçişte dikkate alınan bilgiler, değişkenler ve yapılan varsayımlar doğrultusunda gerçek modele geçiş yapılmıştır. Örneklendirmek gerekirse öğretmen adayları ilk problemde saman balyalarına uygun çemberler ve yarıçaplarını göstermişler, ikinci problemde şehirlerarası uzaklığı ifade eden bilgileri çizimlerinin üzerine yerleştirmişler, üçüncü problemde ise kabul ettikleri depo şekli üzerinde internet kaynaklarından elde ettikleri bilgilerin gösterimini yapmışlardır. Dolayısıyla, durumun zihinsel temsiline geçişteki başarının, gerçek model oluşturma aşamasını kolaylaştırdığı ifade edilebilir.

Araştırmanın ikinci alt probleminde ilişkin bir diğer dikkat çekici sonuç, üç probleme ait toplam yirmi bir modelleme döngüsünde en fazla atlanan aşamanın matematiksel model oluşturma ve gerçek sonuçlara yorumlama basamağının olmasıdır. Öğretmen adayları bu sonuçla uyumlu şekilde uygulama sonrasında en fazla zorlandıkları kısmın matematiksel model oluşturma aşaması olduğunu ifade etmişlerdir. Döngüdeki matematiksel model basamağı anlamlandırılan duruma dair temsillerin kullanıldığı, artık tamamen gerçeklikten matematiksel dünyaya geçişin sağlandığı kısımdır (Borromeo Ferri, 2006). Matematiksel modelin inşası aşaması gerçek yaşam durumunun matematiksel bir problem haline dönüştürülmesi bakımından modellemenin merkezinde görülmüştür (Kaiser, 2005). Stillman (2015) ve Berry (2002) modelleme problemlerinde matematiksel model oluşturmaya geçiş aşamasını döngüdeki en zorlayıcı aşama olarak nitelendirmiştir. Çiltaş ve Işık (2013) araştırmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının model oluşturmada ve modeli matematiksel olarak formüle etmede güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Eraslan (2012)'a ait çalışmada da öğretmen adaylarının gerçek dünyadan matematiksel modellemeye geçişte sıkıntı çektikleri sonucu ortaya çıkmıştır. Şen Zeytun (2013)'a ait araştırmada öğretmen adaylarının bazı durumlarda çözüm üzerinde verimsiz bir şekilde zaman harcayarak uygun matematiksel modeller ortaya koyamadıkları görülmüştür. Bukova Güzel ve Uğurel (2010), öğretmen adaylarının problemi anlama ve ilgili değişkenleri belirlemede başarılı oldukları; ancak problemi matematikselleştirme ve matematiksel model ortaya koymada bir kırılma yaşadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Literatürde matematiksel model oluşturma sürecine dair benzer sonuçlara ulaşan başka araştırmalar da mevcuttur (Özdemir, 2014, Shahbari ve Tabach, 2020; Sol, Gimenez ve Rosich, 2011). Bu bakımdan

çalışmadan elde edilen matematiksel model oluşturma sürecinde zorluk yaşandığına yönelik sonuçların alanyazındaki benzer sonuçlara ulaşan teorik ve uygulamalı araştırmalardan elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarına ait modelleme döngülerinde matematiksel model oluşturma basamağıyla birlikte en fazla eksik bırakılan diğer basamağın gerçek sonuçlar basamağı olduğu görülmektedir. Bu basamak ulaşılan matematiksel sonucun/sonuçların matematik dışı bağlamlara yorumlanmasını, daha geniş bağlamlara genellemeyi ve matematiksel dili kullanarak iletişim kurmayı gerektirmektedir (Blum ve Kaiser, 1997). Modelleme döngülerinde gerçek sonuca yorumlamayı atlayan grupların, ulaştıkları matematiksel sonuçları gerçek hayata yorumlamadıkları görülmüştür. Örneğin, Grup 4 saman balyası probleminde matematiksel olarak “ $232\sqrt{3}+116$ cm” sonucuna ulaşmıştır. Ancak öğretmen adayları bu sonucun gerçek hayatta ne kadar uzunluğa tekabül edebileceğine dair bir yorumlama getirmemişlerdir. Aksine Grup 1’in “ $100\sqrt{3}$ cm” olarak buldukları bir saman balyasına ait olan çapı gerçek hayattaki yaklaşık karşılığı olan “173.2... cm” olarak kabul ettikleri diyaloglardan anlaşılmaktadır. Aynı şekilde yakıt problemi (Hopa)’da bütün gruplar, matematiksel sonuç pozitif ise kâr, negatif ise zarar olarak nitelendirerek matematiksel sonuçları gerçek sonuçlara yorumlamışlardır; ancak yakıt deposu probleminde hiçbir grup gerçek sonuç aşamasına geçiş yapmamıştır. Çiltaş ve Işık (2013) da yaptıkları araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel sonuçları gerçek hayata yorumlamada güçlük çektikleri sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Bukova Güzel ve Uğurel (2010)’e ait çalışmada da öğretmen adaylarının genel anlamda matematiksel sonuçları gerçek yaşama uyarlamada sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Şen Zeytun, Çetinkaya ve Erbaş (2017) öğretmen adaylarının çoğu durumda ulaştıkları sonuçları gerçek hayat bağlamalarına yorumlamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Bukova Güzel (2011) öğretmen adaylarının modelleme sürecinde en fazla zorlandıkları aşamalardan birinin yorumlama kısmı olduğunu ifade etmiştir. Tekin Dede ve Yılmaz (2013) da benzer şekilde öğretmen adaylarının buldukları matematiksel sonuçların gerçek hayatta ne alama geldiğini sorgulamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Literatürde diğer süreç becerilerine nazaran elde edilen sonuçların gerçek hayat bağlamında yorumlanmasında modelleme problemini çözen kişilerin yetersiz kaldığına dair sonuçlara ulaşan başka araştırmalar da mevcuttur (Blum, 2011; Maaß, 2006; Şen Zeytun, 2013; Tekin Dede, 2015). Çalışmadan elde edilen öğretmen adaylarının elde ettikleri sonuçları gerçek yaşama ilişkin yorumlamada diğer modelleme süreç becerilerine göre daha az başarılı olmalarına ilişkin sonuçların alanyazındaki çalışmalardan elde edilen

sonuçlarla paralel olduğu ifade edilebilir. Modelleme döngülerinde en fazla eksik bırakılan süreç becerilerinden biri olmasına karşın öğretmen adaylarının eğitim süreci sonunda zorlandıkları aşamalar arasında gerçek sonuca yorumlama aşamasına yer vermedikleri görülmüştür. Bu durumun altında yatan sebeplerin neler olabileceğine ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşlerine ilişkin sonuç ve tartışma kısmında değinilmiştir. Bu aşamaya başarıyla geçenlerin zorlandıklarını ifade etmemeleri, bu aşamayı eksik bırakanların ise herhangi bir güçlük yaşayıp yaşamadıklarının farkında olmamaları sebepler arasında gösterilebilir. Zbiek ve Conner (2006) modelleyicilerin çözüm sürecinde matematiksel sonucu ve gerçek sonucu açıkça sunmamalarının altında yatan sebebin, bunu bilinçaltı bir eylem olarak gerçekleştirmeleri olabileceğine değinerek bu duruma açıklık getirmiştir. Borromeo Ferri (2006) ise döngüdeki önemli aşamalardan biri olan matematiksel sonuçlardan gerçek sonuca geçişin çoğu zaman bilinçli olarak yapılmadığına dikkat çekmiştir.

Araştırmanın ikinci alt problemine ilişkin öne çıkan bir diğer sonucun modelleme döngüsündeki doğrulama aşamasına yönelik olduğu belirtilebilir. Öğretmen adaylarının yirmi bir modelleme döngüsünün beşinde doğrulama aşamasına geçiş yapmadıkları görülmüştür. Matematiksel model oluşturma ve gerçek sonuca yorumlama basamaklarına göre düşünüldüğünde öğretmen adaylarının doğrulama süreç becerisinde kısmen başarılı oldukları söylenebilir. Blum ve Kaiser (1997) doğrulamanın problem durumuna alternatif çözümler sunularak yapılabileceği gibi, ulaşılan çözümler üzerinde eleştirel kontroller yaparak ve yansıtıcı düşünme gerçekleştirerek de yapılabileceğini belirtmiştir. İkinci araştırma sorusuna ilişkin bulgular kısmında yer alan diyaloglardaki doğrulama aşamalarına bakıldığında öğretmen adaylarının buldukları sonucun üzerinde yansıtıcı düşünceler gerçekleştirme yoluyla doğrulama yaptıkları görülmektedir. Diğer modelleme döngülerinde de aynı durumun söz konusu olduğu, analiz edilen video ve ses kayıtlarından anlaşılmıştır. Yani öğretmen adaylarının hiçbirisi doğrulama aşamasında problem durumuna yönelik alternatif çözümler üretmemişlerdir. Aydın Güç ve Baki (2019) problem durumuna farklı çözüm yolları sunmanın değişime karşı oldukça dirençli olduğunu vurgulamışlardır. Schukajlow, Krug ve Rakoczy (2015) gerçek hayatta karşılan problemler için de tek bir çözümle yetinmenin sınıf uygulamalarında çoklu çözümlerin ortaya çıkmasını engelleyebileceğini ifade etmiştir. Bu yönüyle çalışmadan elde edilen sonucun literatürdeki benzer çalışmalarla uyumlu olduğu söylenebilir (Aydın Güç ve Baki, 2019; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Aydın Güç ve Baki (2019) araştırmalarında öğretmen adaylarının çözüm

süreçleri üzerinde eleştirel kontroller ya da yansıtıcı düşünceler gerçekleştirdikleri; ancak farklı çözüm yollarının sunulması yoluyla doğrulama gerçekleştirmedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Tekin Dede ve Yılmaz (2013) öğretmen adaylarının elde ettikleri çözümleri kontrol ederek ve modelleme süreçlerinden tekrar geçerek eksikliklerini düzeltme yoluyla doğrulama yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır. Bununla beraber bu çalışmadaki doğrulamaya ilişkin sonuçlar, Şen Zeytun (2013), Bukova Güzel (2011) ve Kaiser, Schwarz ve Tiedemann (2010)'a ait çalışmalarda doğrulamaya ilişkin sonuçlarla çelişmektedir. Şen Zeytun (2013) öğretmen adaylarının çoğunun buldukları sonucun doğruluğuna inandıkları için çözüme geri dönerek kontrol etme gereği duymadıklarını ve doğrulama gerçekleştirmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Bukova Güzel (2011) öğretmen adaylarının doğrulama süreçlerinde zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Kaiser, Schwarz ve Tiedemann (2010) geleceğin öğretmenlerinin modelleme sürecindeki doğrulama kısmında zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Maaß (2006) çoğu durumda modelleme sürecindeki doğrulama kısmının kaçırıldığını ya da yüzeysel kaldığını vurgulamıştır. Öğretmen adaylarının çoğunun doğrulama sürecine girdikleri döngülerden anlaşılmaktadır. Katılımcıların doğrulama aşamalarına girmelerinin sebebi uygulamalı eğitim sürecinde öğretmen adaylarına verilen çözüm izleme şablonu olabilir. Çünkü öğretmen adaylarının çözüm izleme şablonunda yer alan bölümler, çözüm sürecinde ne yaptıklarına dair tekrar düşüncelerine ve çözüm sürecinde hangi aşamada olduklarının farkında olmalarına olanak sağlamış olabilir. Başka bir ifadeyle şablonun öğretmen adaylarının üstbilişsel becerilerine katkı sağladığı söylenebilir. Nitekim Schukajlow, Kolter ve Blum (2015) çözüm sürecini izlemek amacıyla geliştirdikleri problemi anlama, matematiği arama, matematiği kullanma ve sonuçları açıklama olmak üzere dört başlıktan oluşan bir şablonun öğrencilerin organizasyon, detaylandırma, kontrol ve planlama stratejilerine katkı sağladığı sonucuna ulaşmışlardır. Dolayısıyla araştırmada kullanılan altı başlıklı çözüm izleme şablonunun kullanıldığı uygulamalı eğitim sürecinin öğretmen adaylarının doğrulama süreç becerilerine katkı sağladığı söylenebilir.

Özet olarak, gerçekleştirilen uygulamalı eğitimin öğretmen adaylarının modelleme döngüsündeki modelleme süreç becerilerinin gelişimine katkı sağladığı ifade edilebilir. Çünkü sadece iki grup haricindeki bütün grupların modelleme döngüsündeki her basamağa yönelik deneyim yaşadıkları görülmüştür. Sunulan üç problemin çözüm sürecinde öğretmen adayları, modelleme döngüsündeki farklı aşamalardan geçerek döngüleri tamamlamışlardır. Bu anlamda Borromeo Ferri (2018)'ye ait kuramsal çerçeve kapsamında planlanan ve

gerçekleştirilen eğitim sürecinin öğretmen adaylarının modelleme süreç becerilerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının eğitim süreci sonrasında modelleme süreç becerilerinin geliştiğini ifade eden çalışmalar göz önüne alındığında, elde edilen sonuçların literatürdeki çalışmalardan elde edilen sonuçları desteklediği söylenebilir (Aydın Güç, 2019; Borromeo Ferri, 2018; Bukova Güzel, 2011; Çakmak Gürel ve Işık, 2018; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013; Tidwell, Anhalt, Cortez ve Kohler, 2021; Yılmaz ve Tekin Dede, 2016).

5.1.3 İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları Tarafından Tasarlanan Model Oluşturma Etkinliklerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmada teorik ve uygulamalı eğitim sonrasında öğretmen adaylarından ortaokul öğrencilerine yönelik model oluşturma etkinliği tasarımları istenmiştir. Üç hafta süren bu tasarım süreci sonunda her grup en az üçer adet model oluşturma etkinliği tasarlayarak problemleri ve çözümlerini içeren sunumlarını gerçekleştirmiştir. Tasarlanan model oluşturma etkinlikleri araştırmacı haricindeki matematiksel modelleme alanında uzman iki matematik eğitimcisi tarafından model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerine göre değerlendirilmiştir. Bu bölümde tasarlanan model oluşturma etkinliklerine dair sonuçlara ve tartışmaya yer verilmiştir.

Araştırmanın üçüncü alt problemine ilişkin bulgular incelendiğinde öğretmen adayları tarafından tasarlanan yirmi iki problemin on yedisinin model oluşturma ilkesine kısmen ya da tamamen uygun olduğu değerlendirilmiştir. Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin öğrencileri çözüme ulaştıracak matematiksel modelleri oluşturmaya fırsat sağlayıcı nitelikte olduğu söylenebilir. En önemli ilke olan model oluşturma ilkesinin sağlanması durumunda öğrencilerin karmaşık olan durumlarda verilenler, istenenler ve mümkün olan çözüm yollarını bulabilecekleri ifade edilmiştir (Lesh vd., 2000). Genel anlamda öğretmen adaylarının grup çalışmasıyla ortaya koyduğu modelleme problemlerinin model oluşturma ilkesine uygun olduğu söylenebilir. Literatürde tasarlanan problemlerin model oluşturma ilkesine uygunluğu ile ilgili farkı sonuçlara ulaşan araştırmalar mevcuttur. Model oluşturma ilkesine uygunluk ile ilgili araştırmadan elde edilen sonuç Bukova Güzel (2011), Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Kula Ünver ve diğerleri (2018), Moore ve Difes Dux (2004), Yu ve Chang (2011), Tekin (2012), Tekin Dede ve Bukova Güzel (2013b) ve Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017)'e ait çalışmalardan elde edilen sonuçlarla uyumludur. Bu araştırmalarda da tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin genel olarak model oluşturma

prensibine uygun olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ancak Deniz ve Akgün (2016), Elçi (2020), Şen (2020), çalışmalarında öğretmen adaylarının oluşturdukları model oluşturma etkinliklerinin tam olarak model oluşturma ilkesini karşılamadığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu bakımdan model oluşturma prensibiyle ilgili çalışmadan elde edilen sonuçlar, bu araştırmalardan elde edilen sonuçlarla çelişki göstermektedir. Katılımcıların matematiksel modellemeye ilişkin uyguma sürecinde almış oldukları teorik ve uygulamalı eğitim bu konuda başarılı olmalarındaki etkenlerden biri olarak değerlendirilebilir.

Model oluşturma etkinliklerinin tasarım prensiplerine uygunluğu incelendiğinde, öğretmen adaylarının en fazla gerçeklik ilkesini karşılamada sıkıntı yaşadıkları söylenebilir. Çünkü diğer ilkelere göre gerçeklik ilkesinin daha az problemde sağlandığı görülmektedir. On iki problemde gerçeklik ilkesinin tamamen ya da kısmen sağlandığı değerlendirilirken, on problemin gerçeklik ilkesine uygun olmadığı değerlendirilmiştir. Gerçeklik ilkesinin sağlanması için problemdeki senaryonun öğrencinin yaşamında ortaya çıkması muhtemel durumları içermesi, geçmiş bilgilerine ve deneyimlerine göre anlamlı olması gerekmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005; Lesh vd., 2000). Gerçeklik ilkesiyle ilgili araştırmadan elde edilen bu sonuç model oluşturma etkinliklerindeki problem durumunun ortaya çıktığı bağlamlardan kaynaklanmış olabilir. Çünkü bağlamların özellikle problemi anlama aşamasında büyük önem arz ettiği birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Busse ve Kaiser, 2003; Chang vd., 2019; English ve Watson, 2018; Morgan vd., 2014; Plath ve Leiss, 2018). Bağlam, problemin içine yerleştirilen gerçek senaryo olarak tanımlanmıştır (Busse ve Kaiser, 2003). Stillman (2015) öğrencinin problem durumunun bağlamı ile ilgili sahip olduğu tecrübeleri ya da bilgilerinin problem çözümünü etkileyebileceğini vurgulayarak, bağlamların öznel olduğunu ifade etmiştir. Bu bakımdan problem metnindeki senaryo hakkında hiçbir tecrübesi olmayan bir öğrenci için problemin gerçeklik ilkesini sağlamaması söz konusu olabilir. Benzer şekilde bir öğrencinin karşılaşmadığı bir durumu başka bir öğrencinin yaşamış olması da ihtimal dâhilinde kabul edilebilir. Bu ve benzeri durumların probleme ilişkin öğrencilerin duyuşsal yaklaşımlarını etkilemesinden dolayı gerçeklik ilkesinin dinamik olduğundan bahsedilebilir. Nitekim araştırmada ortaokul öğrencilerinin model oluşturma etkinliklerine yönelik görüşlerine ilişkin elde edilen bulgular bu bilgileri desteklemektedir. Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamalarda farklı öğrencilerin farklı etkinliklerden hoşlandıklarını ifade ettiği görülmüştür. Konold ve Higgins (2003) bağlamda yer alan çözüme dair gerekli bilgileri çıkarmak için öğrencilerin bağlamı hoş karşılamaları gerektiğini belirtmiştir. Bununla birlikte Dede ve Taşpınar Şener (2021)

çalışmalarında öğrencilerin duyuşsal boyutlarının ilgi çekicilikten etkilendiğini ortaya koymuşlardır. Tasarlanan model oluşturma etkinliklerindeki bağlamlar öğretmen adayları tarafından ortaya koyulmuştur. Uzmanlar ortaokul düzeyindeki öğrencilere göre bu problemlerin tasarım ilkelerine uygun olup olmadığını değerlendirmişlerdir. Öğretmen adaylarıyla ortaokul öğrencileri arasındaki yaş farkı ve öğretmen adaylarının henüz profesyonel meslek hayatlarına başlamamış olmaları sebebiyle öğrencilerle daha az deneyim yaşamış olmaları gerçeklik ilkesine yönelik elde edilen sonuçların sebebi olabilir. Çünkü Lesh ve diğerleri (2000) ortaokul düzeyindeki birçok ortaokul öğrencisinin gerçekliklerinin yetişkinlere göre farklılık arz ettiğini belirtmişlerdir. Tüm bu bilgiler ışığında, çalışmadan elde edilen modelleme problemlerinin gerçeklik prensibine uygunluğuna ilişkin sonuç, literatürdeki benzer çalışmalardan elde edilen sonuçlarla çelişmektedir (Bukova Güzel, 2011; Carlson, Larsen ve Lesh, 2003; Deniz ve Akgün, 2016; Elçi, 2020; Kula Ünver vd., 2018; Moore ve Difes Dux, 2004; Tekin, 2012; Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013b; Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2017; Şen, 2020; Yu ve Chang, 2011).

Modelleme probleminin, alternatif çözümlerin uygunluğunu ve kullanılabilirliğini öğrencilerin kendi başlarına değerlendirebilmesine olanak sağlaması durumunda öz değerlendirme ilkesinin sağlanacağı belirtilmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005). Öğretmen adaylarına ait model oluşturma etkinlikleri öz değerlendirme ilkesi bağlamında değerlendirildiğinde model oluşturma ilkesine benzer şekilde beş problemin bu ilkeye uygun olmadığı tespit edilmiştir. Öz değerlendirme ilkesine uygun olmayan problemler, model oluşturma, paylaşım ve genelleştirme, etkili prototip ilkesine uygun olmayan problemlerin sayısı ile aynı iken; kısmen uygun olarak değerlendirilen model oluşturma etkinliklerinin sayısı bu ilkeler bazında karşılaştırıldığında daha fazladır. Örneğin, model oluşturma ilkesine uygun ya da kısmen uygun olarak değerlendirilen on yedi problemin üçü kısmen uygun olarak değerlendirilirken, öz değerlendirme ilkesi için on yedi problemin sekizinin kısmen uygun olduğu değerlendirilmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının genel olarak öz değerlendirme ilkesine kısmen ya da tamamen uygun şekilde problem tasarladıklarının; ancak gerçeklik ilkesinden sonra en fazla bu aşamada zorluk yaşadıklarının göstergesi olabilir. Elde edilen bu sonuçlar Deniz ve Akgün (2016), Tekin (2012), Tekin ve Bukova Güzel (2013b) ve Şen (2020)'e ait çalışmalarda öğretmen adaylarının tasarladıkları problemlerin öz değerlendirme ilkesine kısmen uygun olduğuna dair sonuçlarla paraleldir. Öte yandan Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Elçi (2020) ve Moore ve Diefes Dux (2004) çalışmalarında, tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin tamamen bu ilkeye uygun olduğuna dair sonuca

ulaşmışlardır. Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017) öğretmen adayları tarafından tasarlanan yedi problemten beşinin bu ilkeye uygun olduğunu tespit etmişlerdir. Çalışmadan elde edilen sonucun bir ölçüde literatürdeki bu çalışmalarla da uyumluluk gösterdiği söylenebilir. Ancak Modelleme problemlerinin öz değerlendirme prensibine uygun olmadığı sonucuna ulaşan Yu ve Chang (2011)'a ait çalışmayla, bu prensibe ilişkin araştırmadan elde edilen sonuç zıtlık göstermektedir. Tekin ve Bukova Güzel (2013b) problemlerin öğrencilerin seviyesine uygun olmasının da bu kapsamda değerlendirilebileceğini ifade etmişlerdir. Öğretmen adayları ortaokul öğretim programında yer alan kazanım/kazanımlara göre bu problemleri tasarlamayı amaçladıklarından öğrenci seviyelerini göz önünde bulundurmaları nedeniyle öz değerlendirme prensibinde kısmen başarı sağladıkları ifade edilebilir.

Tasarlanan modelleme problemlerinin yapıyı belgelendirme ilkesine uygunluğu incelendiğinde, bütün model oluşturma etkinliklerinin bu ilkeye tamamen ya da kısmen uygun olduğu tespit edilmiştir. Lesh ve diğerleri (2000) problemin, öğrencilere çözüm sürecinde hangi aşamalardan nasıl geçtiklerini ve düşünme süreçlerini açıkça ortaya koymalarına olanak sağlayacak biçimde tasarlanması durumunda bu ilkenin karşılanabileceğini ifade etmişlerdir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının tasarım prensiplerini sağlamada diğer ilkelere göre en fazla başarılı oldukları ilkenin yapıyı belgelendirme ilkesi olduğu söylenebilir. Uzmanlar tarafından, ortaya koyulan model oluşturma etkinliklerinin, öğrencilerin yaptıklarını açık bir şekilde belgelendirmeye teşvik edici nitelikte olduğu değerlendirilmiştir. Bu bağlamda elde edilen sonucun Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Elçi (2020), Moore ve Diefes Dux (2004), Tekin ve Bukova Güzel (2013b)'in araştırmalarındaki tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin yapıyı belgelendirme ilkesine uygun olmasına ilişkin sonuçlarıyla aynı doğrultuda olduğu belirtilebilir. Deniz ve Akgün (2016), Tekin (2012) ve Şen (2020) çalışmalarında öğretmen adaylarının yapıyı belgelendirme ilkesine kısmen uygun problemler tasarladıkları sonucuna ulaşmışlardır. Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017) öğretmen adaylarının ortaya koyduğu yedi problemten beşinin bu ilkeyi karşıladığını belirlemişlerdir. Bu çalışmaların da yapıyı belgelendirme ilkesinin karşılanmasına dair sonuçları desteklediği söylenebilir. Ek olarak, Yu ve Chang (2011)'in çalışmasındaki yapıyı belgelendirme prensibine ilişkin sonuçla araştırmadan elde edilen sonuç çelişmektedir.

Bir model oluşturma etkinliğinin paylaşım ve genelleştirme prensibine uygun olması için ortaya çıkan modelin paylaşılabılır, başka durumlara transfer edilebilir ve genellenebilir olması gerektiği ifade edilmiştir (Lesh vd., 2000). Araştırmada tasarlanan modelleme problemlerinin, model oluşturma ilkesi için elde edilen sonuçlara benzer şekilde, paylaşım ve genelleştirme prensibine de genel olarak uygun olduğu değerlendirilmiştir. Ortaya koyulan yirmi iki problemten on yedisinin bu ilkeye tamamen ya da kısmen uygun olduğu tespit edilmiştir. Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Deniz ve Akgün (2016), Moore ve Diefes Dux (2004), Tekin ve Bukova Güzel (2013b) çalışmalarında da tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin bu ilkeye uygun olduğu tespit edilmiştir. Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017)'in çalışmasında yedi problemin beşinin paylaşım ve genelleştirme ilkesine uygun olduğu değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Tekin (2012) ve Şen (2020)'ye ait çalışmalarda da modelleme problemlerinin bu ilkeye kısmen uygun olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bakımdan araştırmadan elde edilen paylaşım ve genelleştirme ilkesine yönelik bulguların literatürdeki bu çalışmalarla benzerlik gösterdiği söylenebilir. Öte yandan Yu ve Chang (2011) ve Elçi (2020)'nin araştırmalarında, çalışmadan elde edilen sonuçlarla çelişki gösteren, paylaşım ve genelleştirme ilkesinin karışlanmadığına dair sonuçlar elde edilmiştir.

Literatürde model oluşturma etkinliği tasarlamaya yönelik çalışmalar incelendiğinde etkili prototip ilkesine yönelik değerlendirmelerin bazı çalışmalarda yapılmadığı görülmektedir (Deniz ve Akgün, 2016; Tekin Dede ve Bukova Güzel, 2013b, Şen, 2020; Yu ve Chang, 2011). Bir problem durumunun çözümü gerçekleştirildikten sonra üzerinden zaman geçmesine rağmen benzer durumlara bir prototip sunması halinde etkili prototip ilkesinden söz edilebilir (Lesh vd., 2000). Alanyazındaki çalışmalarda bu sebeple etkili prototip ilkesine dair bir değerlendirme yapılmamıştır. Ancak Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Moore ve Diefes Dux (2004) ve Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2017)'in çalışmalarında bu ilkeye dair değerlendirme yapılmıştır. Tekin (2012) tasarlanan modelleme problemlerinin çözümleri üzerinden bu ilkenin varlığına dair bir tahmin yürütülebileceğini ifade etmiştir. Deniz ve Akgün (2016) de tasarlanan problemlerde yer alan öyküler benzer durumları anlamlandırma gücüne sahip ise etkili prototip ilkesine uygunluğunun kısmen de olsa belirlenebileceğini belirtmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının tasarladıkları problemlerde kullandıkları senaryolardan ve yaptıkları çözümler üzerinde tahmin yürütülerek, model oluşturma etkinliklerinin model oluşturma, paylaşım ve genelleştirme ilkelerine yönelik elde edilen sonuçlara benzer şekilde etkili prototip ilkesine de genel olarak

uygun olduğu değerlendirilmiştir. Elde edilen bu sonucun Carlson, Larsen ve Lesh (2003), Moore ve Diefes Dux (2004) ve Tekin Dede, Hıdıroğlu ve Bukova Güz el (2017)'ye ait çalışmalardan etkili prototip ilkesine ilişkin elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu söylenebilir.

zet olarak tüm bu bilgiler işığında, araştırmada tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin tasarım prensiplerine uygunluğu genel olarak değerlendirildiğinde ğretmen adaylarının yapıyı belgelendirme ilkesini sağlamada başarılı oldukları, model oluşturma, öz değerlendirme, paylaşım ve genelleştirme ve etkili prototip ilkelerini sağlamada yapıyı belgelendirme kadar olmasa da başarılı kabul edilebilecekleri; ancak gerçeklik ilkesini sağlamada sıkıntı yaşadıkları söylenebilir.

Modelleme problemlerinin tasarımına dair bulgular grup bazında değerlendirildiğinde Grup 1, Grup 2, Grup 3 ve Grup 6'nın bütün tasarım ilkelerine uygun en az bir model oluşturma etkinliği ortaya koyabildikleri, diğer üç grubun bütün ilkeleri sağlayan bir problem ortaya koyamadıkları grlmştir. Tüm ilkelere uygun bir modelleme problemi tasarlayanın zorluğu bu araştırmada da ortaya çıkmıştır. Nitekim Deniz ve Akgün (2016) de tasarım prensiplerine tamamen uygun problemleri üretmenin zor oluğunu, bu yüzden bazı prensiplerde eksikliklerin olabileceğini ifade etmiştir. Bu bakımdan çalışmadan elde edilen sonucun bu gerçeği desteklediği söylenebilir. Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin uygun model oluşturma etkinlikleri tasarlayabilmeleri için matematiksel modellemeyle ilgili tecrübe sahibi olmaları ve modellemeye ilişkin literatüre hâkim olmaları gerekmektedir (Deniz ve Akgün, 2016; Yu ve Chang, 2011). Uygun desteğin ve geri dönütlerin sağlanması durumunda ğretmen adaylarının özgün matematiksel modelleme problemlerini tasarlayabilecekleri ifade edilmiştir (Turner vd., 2022). Tüm ilkelere uygun modelleme problemleri ortaya koymada zorluklar yaşansa da, ayrı ayrı incelendiğinde model oluşturma tasarım ilkelerini sağlamada genel anlamda bir başarıdan söz edilebilir. Çünkü bir grubun problemi tasarlarken başarısız olduğu bir ilkeyi, başka bir problemin tasarımında başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği görülmektedir. Bu yüzden gerçekleştirilen teorik ve uygulamalı eğitimin ğretmen adaylarının model oluşturma etkinliği tasarım süreçlerine de katkı sağladığı söylenebilir.

5.1.4 Ortaokul Öğrencilerinin Modelleme Döngüsü Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın beşinci alt problemine yönelik olarak öğretmen adaylarının tasarladıkları model oluşturma etkinliklerinden üçüncü alt probleme yönelik bulgularda da belirtildiği gibi belli ölçütleri sağlayanlar, ortaokul uygulaması için seçilmiştir. Uzman görüşü doğrultusunda problemlerdeki bilgiler ve oluşturulan senaryo değiştirilmeden düzeltmeler gerçekleştirilerek ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri ile uygulama yapılmıştır. Model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerde hangi modelleme süreç becerilerini ortaya çıkardığını tespit etmek amacıyla ikinci alt probleme yönelik yapılan uygulamaya benzer biçimde Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsü kullanılmıştır.

AÖ1, AÖ11 ve AÖ16'nın yer aldığı Grup 2 tarafından tasarlanan “Az Öde Çok Ye” problemine ait ortaokul öğrencilerinin modelleme döngüleri incelendiğinde, bütün grupların durumun zihinsel temsiline başarıyla geçerek problem durumunu anlamlandırdıkları, probleme ilişkin gerçek model ortaya koydukları, matematiksel sonuç/sonuçlara ulaşmayı başararak bu sonuçları gerçek sonuçlara yorumlayabildikleri görülmüştür. Grup Supernova ve Grup İsimsiz'in matematiksel bir model ortaya koydukları ve doğrulama sürecine girdikleri de tespit edilmiştir. Grup Supernatural ve Grup Şurup'un ise matematiksel model ortaya koyamadıkları ve doğrulama sürecine girmedikleri anlaşılmıştır. Dolayısıyla genel olarak “Az Öde Çok Ye” probleminin öğrencilerin modelleme döngüsündeki modelleme süreç becerileri ile ilgili deneyim yaşamalarına olanak sağladığı söylenebilir.

Grup İsimsiz'deki AÖ8, AÖ10 ve AÖ18 tarafından tasarlanmış olan “Konforlu Yurt Yaşamı” isimli model oluşturma etkinliğine ait modelleme döngülerine bakıldığında ortaokul öğrencilerinin bu problemin çözüm sürecinde problemi anlamlandırarak durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıkları, başarılı bir şekilde gerçek model ortaya koydukları, matematiksel sonuca ulaştıkları ve doğrulama sürecine girdikleri görülmüştür. Bu problem için hiçbir grubun matematiksel model ortaya koyamadıkları tespit edilmiştir. Grup Supernova ve Grup Supernatural'in ulaştıkları sonuçları gerçek sonuçlara yorumlamayı başardıkları ancak Grup İsimsiz ve Grup Şurup'un bu konuda sıkıntı yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminin ortaokul öğrencilerinin durumun zihinsel temsiline geçiş, gerçek model oluşturma, matematiksel sonuca ulaşma ve doğrulama süreç becerilerini sergilemelerine katkı sağladığı, gerçek sonuçlara yorumlama süreç becerisi için kısmen faydalı olduğu ancak modellemenin en önemli basamağı olan matematiksel model oluşturma sürecini desteklemediği söylenebilir.

Araştırmanın ikinci ayağındaki üçüncü problem olan Grup 6’da bulunan AÖ7, AÖ14 ve AÖ21’in tasarlamış olduğu “Portakal Problemi” isimli model oluşturma etkinliğinin modelleme döngülerinde bütün grupların durumun zihinsel temsiline geçiş yaparak problemi anlamlandırdıkları ve matematiksel sonuca ulaştıkları görülmüştür. Bir grup haricindeki üç grubun gerçek model oluşturduğu, üç grubun matematiksel model ortaya koyamadığı, iki grubun gerçek sonuçlara yorumlama aşamasına geçiş yapmadığı ve bir grubunda doğrulama sürecine girmediği tespit edilmiştir. Özet olarak bu problemin öğrencilerin durumun zihinsel temsiline geçişlerini ve matematiksel çözüm süreçlerini desteklediği; gerçek model oluşturma, gerçek sonuca yorumlama ve doğrulama süreç becerilerine kısmi olarak fayda sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bununla beraber problemin matematiksel model oluşturmaya olanak sağlamadığı da söylenebilir.

Beşinci araştırma sorusuna yönelik bulgular gruplara göre değerlendirildiğinde Grup Supernova, Grup Supernatural ve Grup İsimsiz’in gerçekleştirilen üç etkinliğin tamamında Borromeo Ferri (2006)’nin modelleme döngüsünde yer alan bütün modelleme süreç becerilerini sergiledikleri anlaşılmaktadır. Grup Şurup hiçbir problemde matematiksel bir model ortaya koymamıştır. Problemlerin hepsine bakıldığında ise Grup Şurup’un, matematiksel model oluşturma haricinde döngüdeki diğer modelleme süreç becerileri ile ilgili deneyim yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen etkinliklerin öğrencilere modelleme süreçlerinden geçmeleri bakımından olanak sağladığı ifade edilebilir. İkinci araştırma sorusuna ilişkin ulaşılan sonuçlara benzer şekilde ortaokul öğrencilerinin de bir modelleme probleminde başarıyla tamamlayamadığı modelleme süreç becerisini başka bir problemde başarılı bir şekilde ortaya çıkardığı hatta döngüdeki modelleme süreç becerilerinin tamamında başarılı olabildiği tespit edilmiştir. Benzer durum gruplar arasında da ortaya çıkmıştır. Örneğin, Grup Supernova ve Grup Supernatural’in “Az Öde Çok Ye” problemine ait döngüleri incelendiğinde, Grup Supernova’nın döngüyü başarıyla tamamladığı; ancak Grup Supernatural’in matematiksel model oluşturma ve doğrulama sürecine girmediği görülmüştür. Farklı problemlerin farklı modelleme süreç becerilerini destekleyebileceği veya aynı modelleme problemi için farklı öğrencilerin birbirinden farklı modelleme süreç becerileri sergileyebileceği gerçeği araştırmanın ortaokul öğrencileriyle yapılan uygulamasında da ortaya çıkmıştır. Çünkü öğrencilerin birbirinden farklı çözüm süreçlerinden geçtiği ve aynı problem için farklı sonuçlara ulaştıkları bulgulardan anlaşılmaktadır. Örneğin, “Konforlu Yurt Yaşamı” problemi incelendiğinde, odaya aynı eşyaları yerleştirmelerine rağmen, Grup Supernatural

ile Grup Şurup'un farklı sonuçlara ulaştığı görülmüştür. Bununla beraber gerek aynı problem için gerekse farklı problemler için gruplara ait döngülerin birbirinden farklı olduğu dikkat çekmektedir. Grupların problemi anlamlandırma aşamasındaki gerçekleştirdikleri varsayımlar, bu durumun nedeni olabilir. Öğrenciler arasında gerçekleşen diyaloglara bakıldığında “*İhtimal veriyorum. Kesin demiyorum.*”, “*pizza adedini artırdıkça kola fiyatını da artırdık*”, “*5 değil 6 lira verelim buna. Bu 24 olsun.*” ve “*Bir kasa 25 portakal ve 50 mandalina diyor.*” gibi ifadeler yapılan farklı varsayımlara işaret etmektedir. Anhalt ve Cortez (2016)'in belirttiği gibi problem durumuna dair varsayımlarda bulunmak matematiksel modellemenin önemli özelliklerinden biridir ve problem durumu için sonuçları farklılaştırmaktadır. Galbraith ve Stillman (2001) da varsayımların çözüm yolunu çeşitlendirebileceğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme süreçlerine benzer biçimde ortaokul öğrencilerinin de model oluşturma etkinliklerindeki çözüm yollarının ve ulaştıkları çözümlerin çeşitlilik arz ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Modelleme problemlerinin farklı çözüm yollarına ve farklı sonuçlara ulaşmaya olanak sağladığı (English ve Watters, 2004; Schukajlow, Krug ve Rakoczy, 2015) göz önünde bulundurulduğunda, ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamada farklı sonuçların ve farklı çözüm yollarının ortaya çıkması, literatürdeki bilgileri desteklemektedir.

Ortaokul öğrencilerinin modelleme döngülerine göz atıldığında bütün grupların durumun zihinsel temsiline başarıyla geçiş yaptıkları görülmektedir. Bu durum öğrencilerin problemleri anlamlandırmada herhangi bir sıkıntı yaşamadıklarının göstergesidir. Blum ve Leiß (2005)'in döngüdeki en önemli aşama olarak belirttiği problemi anlamada öğrencilerin başarılı oldukları söylenebilir. English ve Watters (2004) ve Şahin ve Eraslan (2016a)'a ait çalışmalarda öğrencilerin problem bağlamında yer alan bilgileri analiz etmede sıkıntı yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu yüzden araştırmadan elde edilen sonucun bu çalışmalardaki sonuçlarla çeliştiği görülmektedir. Araştırmada, öğrenciler arasında geçen diyaloglardan anlaşıldığı gibi grup çalışmasının problemi anlamlandırmada kolaylık sağladığı söylenebilir. Nitekim Eraslan ve Kant (2015) da çalışmalarında öğrencilerin gruplarında çözüme ulaşmaya kadar farklı düşünceleri gündeme getirdikleri ve bunlar üzerinde tartıştıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin problem durumunu anlamada başarılı olduklarına dair benzer bulgulara Şahin (2019)'in çalışmasında da rastlanmıştır. Bununla beraber öğrenciler telefon kullanma konusunda serbest bırakıldıkları için problem durumunda yer almayan ihtiyaç duydukları bilgilere Patel ve Pfannkuch (2018)'un çalışmasındaki gibi internet kaynaklarından erişmişlerdir. Bu faktörler öğrencilerin problem

durumunu anlamlandırmalarını kolaylaştırmış olabilir. İkinci araştırma sorusundan elde edilen bulgulara benzer şekilde modelleme döngülerinin bu aşamadan sonra farklılaştığı görülmektedir. Durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıktan sonra kimi öğrencilerin hemen sonuca ulaşmak amacıyla işlemler yapmaya başladıkları; kimi öğrencilerin ise gerçek model oluşturma aşamasına doğru ilerledikleri fark edilmiştir. Öğrencilerin modelleme döngüsü üzerinde belirli bir sırayla hareket etmedikleri, bazı adımları tekrarladıkları, bazı aşamalara geri döndükleri tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının modelleme döngülerinde ortaya çıkan durum, ortaokul öğrencileri için de söz konusudur. Başka bir ifadeyle ortaokul öğrencilerinin modelleme döngülerinde doğrusal ve hiyerarşik yapıda ilerlemedikleri ve birbirinden farklı döngülerin ortaya çıktığı sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, Grup Supernova'nın "Az Öde Çok Ye" problemine ait modelleme döngüsü incelendiğinde geri dönüşlerin gerçekleştiği ve dolayısıyla bazı aşamaların tekrarlandığı, sıralamanın birbiri ardına gelmediği, matematiksel modelin gerçek model aşamasından sonra değil, sürecin en sonunda ortaya koyulduğu görülmektedir. Öte yandan, matematiksel model oluşturma gibi bazı adımların başka gruplara ait döngülerde atlandığı tespit edilmiştir. Elde edilen bu sonuçların literatürdeki modelleme döngülerinin doğrusal ve tek yönlü olmadığı ile ilgili bilgileri (Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Blum ve Leiss, 2007; Borromeo Ferri, 2006; English, Ärlebäck, ve Mousoulides, 2016; Eraslan, 2012; Eraslan ve Kant, 2015; Leiss, Plat ve Schwippert, 2019; Lesh ve Lehrer, 2003; Maaß, 2006) desteklediği söylenebilir. Ortaokul öğrencilerine ait modelleme döngülerinde gerçek model aşamasına geçişin de neredeyse hepsinde başarılı olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarına ait modelleme döngülerine benzer şekilde problem durumu anlamlandırmada başarılı olmanın gerçek model oluşturmada kolaylık sağladığı söylenebilir.

Ortaokul öğrencilerine ait on altı modelleme döngüsünün dokuzunda matematiksel model oluşturma aşamasının atlandığı görülmüştür. Yani öğrencilerin model oluşturma etkinliklerinde belirlenen değişkenler ve bunlar arasındaki ilişkilerin matematiksel gösterimlerle ifade edilmesi olarak tanımlanan (Blum ve Kaiser, 1997) matematiksel model oluşturma aşamasına geçmede sıkıntı yaşadıkları söylenebilir. Matematiksel model oluşturan öğrencilerin de basit matematiksel gösterimlerden faydalandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin durumun zihinsel temsiline geçiş yaptıktan ya da problem durumuyla ilgili gerçek modeli oluşturduktan sonra hemen sonuca ulaşmak için işlemlere giriştikleri görülmüştür. Dede ve Taşpınar Şener (2021)'a ait çalışmada da öğrencilerin problemi anlamlandırma aşamasını çok hızlı geçerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür.

Nitekim döngüler incelendiğinde hiçbir grubun gerçek model oluşturma aşamasından sonra matematiksel model oluşturma aşamasına geçiş yapmadığı görülmektedir. Matematiksel model ortaya koyan grupların döngüleri incelendiğinde de bu aşamaya ya sürecin en sonunda ya da matematiksel işlemleri gerçekleştirdikten sonra geçiş yaptıkları döngüdeki izlenen rotalardan anlaşılmaktadır. Bu durum öğrencilerin bir an önce matematiksel bir sonuca ulaşma isteklerinden ileri gelmiş olabilir. Çünkü öğrencilerin süreç odaklı değil sonuç odaklı değerlendirme sisteminin esas alındığı kültüre sahip oldukları ifade edilebilir. Blum ve Borromeo Ferri (2009) ve English ve Watters (2004) verilenlerinle istenenlerin açık olduğu ve bu bilgilerin tek bir bakış açısıyla yorumlandığı geleneksel problem çözme anlayışının öğrencileri tek bir çözüm yoluna ve sonuca yönlendirdiğini vurgulamıştır. Çalışmanın altıncı alt problemine ilişkin olarak öğrenciler *“Daha önce benzer sorulara rastlamadım.”*, *“Bu soruların birçok cevabı var ve hiç birçok cevabı olan soruyla karşılaşmadım.”* ve *“Normalde telefonda araştırma yapmıyoruz. Ama soruları böyle çözünce değişik oldu.”* gibi geleneksel kelime problemlerine alışkın olduklarına ve çoklu çözüme, farklı sonuçlara teşvik edici deneyimler yaşamadıklarına işaret eden ifadeler kullanmışlardır. Dede ve Taşpınar Şener (2021) de çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlardır. Maaß (2007) çalışmasında öğrencilerin gerçek model ile matematiksel model arasındaki ayrımı net olarak yapamadıklarını ve matematiksel modeli açık bir şekilde ortaya koyamadıkları sonucuna ulaşmıştır. Borromeo Ferri (2006) gerçek modelden matematiksel modele geçişin bireysel olduğunu ve bu geçişte ekstra matematiksel bilginin önemine dikkat çekmiştir. Blum ve Niss (1991)’in kişinin günlük hayatında karşılaşabileceği deneyimlerinin ve bilgilerinin tümü olarak yorumladığı matematik dışındaki her şeye, Borromeo Ferri (2006) ekstra matematiksel bilgi olarak atıfta bulunmuştur (Liu, 2011; s.52). Örneklendirmek gerekirse, öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen uygulamadaki *“Saman Balyası Problemi”* için resimdeki kişinin boyu veya saman balyalarının yarıçapı problem durumuyla alakalı kişisel tecrübelerle dayalı olacağından ekstra matematiksel bilgi olarak nitelendirilmiştir (Borromeo Ferri, 2018). Ekstra matematiksel bilginin modelleme döngüsü üzerindeki farklı aşamalarda öğrencilerin hareketlerini ve modelleme döngülerinin rotasını etkileyeceği vurgulanmıştır (Borromeo Ferri, 2007; Manouchehri ve Lewis, 2017). Dolayısıyla öğrencilerin modelleme döngüsündeki hareketlerinde matematiksel model aşamasını atlamalarının bir diğer nedeni sahip oldukları matematiksel bilgi ile ekstra matematiksel bilgilerini nasıl ilişkilendirmeleri gerektiği konusunda deneyim eksiklikleri olabilir. Bu anlamda ortaokul seviyesindeki öğrencilerin ekstra matematiksel bilgi olarak tarif edilen bağlamlarla ilgili geçmiş tecrübeleri ve matematiksel birikimleri arasındaki ilişkiyi tesis edememenin çözüm için matematiksel

bir model ortaya koymaya engel olduğu; bununla beraber problemi anlamlandırmanın veya gerçek model oluşturmanın çözüm için yeterli olduğunu düşündükleri yorumu yapılabilir. Nitekim Lesh ve diğerleri (2000) de öğrencilerin basit hesaplama becerilerine yönelik yorumlamaya kapalı basit test kitabı sorularına aşına olduklarından gerçek hayat durumlarını açıklayıcı modeller geliştiremediklerini ifade etmişlerdir. Blum (2011) çalışmasında öğrencilerin genellikle gerçek modeli ortaya koyduklarını ancak matematiksel modeli oluştururken değişkenleri belirlemede hata yaptıkları için matematiksel model oluşturmada problem yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Zulkarnaen (2018) lise öğrencileri ile gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin büyük bir kısmının matematiksel model ortaya koymada sıkıntı yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Maaß (2007) çalışmasında bazı öğrencilerin matematiksel model oluştururken yeterli düzeyde matematiksel sembolleri kullanmadıklarını veya yanlış algoritmalarından faydalandıkları sonucunu elde etmiştir. Galbraith ve Stillman (2006) öğrencilerin gerçek dünya problem durumundan matematiksel modele geçişte güçlük çektiklerini ortaya çıkarmışlardır. Crouch ve Haines (2007), Eraslan ve Kant (2015), Sol Gimenez ve Rosich (2011) belirlenen değişkenler arasındaki ilişkileri bir matematiksel modelle ifade etmede, ortaya bir formül koymada öğrencilerin başarılı olamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Leiß (2007), Kaiser (2007), Schapp, Vos ve Goedhart (2011) ve Sekerak (2010)'a ait çalışmalarda da benzer sonuçlar söz konusudur. Taşpınar Şener (2017) öğrencilerin matematiksel model kurmada bazı etkinliklerde eksikliklerinin olduğunu bazı etkinliklerde ise uygun matematiksel modellerin oluşturulduğunu tespit etmiştir. Biccard ve Wessels (2011) ve Tekin Dede ve Yılmaz (2016)'ın çalışmasında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin daha ileri düzeyde matematiksel bilgilere sahip olmalarına karşın basit düzeyde matematik kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel model oluşturmada sıkıntı yaşadıkları ve oluşturulan matematiksel modellerin basit olmasına dair çalışmadan elde edilen sonuçların literatürdeki bu çalışmalardan elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu ifade edilebilir. Diğer yandan, English ve Waters (2004), Şahin (2019), Şahin ve Eraslan (2016a) ve Tekin Dede ve Yılmaz (2015)'ın çalışmalarında öğrencilerinin matematikselleştirme ve model oluşturma süreçlerinde başarılı oldukları görülmüştür. Bu çalışmalarda öğrencilerin problem durumunda yer alan değişkenleri ve verileri varsayımlarını kullanarak gerçek model haline dönüştürdükleri görülmüştür. Gerçek modelden matematiksel modele geçiş için belirlenen değişkenlerin ve arasındaki ilişkilerin uygun matematiksel gösterimlerle formülasyonu gerekmektedir (Maaß, 2006). Öğrenciler arasında gerçekleşen diyaloglardan problem durumlarında yer alan matematiksel içerik bilgisi bakımından eksikliklerinin

olmadığı, olsa bile arkadaşlarına veya kaynaklara başvurarak kolayca bu eksikliklerin üstesinden gelebilecekleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin model oluşturma etkinliklerine yönelik görüşlerine dair bulgulara yer alan ifadelerinde olduğu gibi daha önce geleneksel kelime problemleri dışında bir tecrübe yaşamamış olmaları matematiksel model oluşturma sürecinde sahip oldukları içerik bilgisini kullanmalarını zorlaştırmış olabilir.

Ortaokul öğrencilerinin modelleme döngülerinde dikkat çeken bir diğer sonuç matematiksel sonuçları gerçek sonuçlara yorumlamaya ilişkin elde edilen sonuçlardır. Öğrencilerin on altı modelleme döngüsünden on ikisinde gerçek sonuçlara yorumlamayı başarıyla gerçekleştirdikleri, dördünde ise bu aşamanın atlandığı görülmektedir. Grup bazında değerlendirildiğinde bütün grupların en az bir problemde gerçek sonuca yorumlama süreç becerisini sergilediği tespit edilmiştir. Matematiksel sonuçları gerçek sonuçlara yorumlama yeterliği, ulaşılan sonuçların matematik dışı bağlamlara yorumlanmasını gerektirmektedir (Maaß, 2006). Öğrencilerin “Az Öde Çok Ye” probleminde ulaştıkları matematiksel sonuçların kâr mı yoksa zarar mı anlamına geldiği konusunda yorumlamalarda bulundukları, “Konforlu Yurt Yaşamı” probleminde buldukları boşluğun gerçek hayatta ne kadarlık bir alana denk gelebileceği konusunda tartışmalar yaptıkları ve portakal probleminde yüksekliği verilen dorseye üst üste kaç kasa sığabileceğine dair ulaştıkları sonucu sınıfa ait duvar yüksekliğiyle karşılaştırdıkları gözlenmiştir. Şahin (2019) çalışmasında öğrencilerin ulaştıkları matematiksel sonuçları geçmiş yaşam tecrübelerine dayanarak matematik dışı bağlamlara yorumlamayı performans olarak ortaya koydukları; ancak bu performansı sergilemede zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır. Tekin Dede (2017)’nin çalışmasında öğrencilerin gerçek hayatlarında karşılabilecekleri durumlara göre sonuçları yorumlamaya çalıştıkları görülmüştür. Elde edilen matematiksel sonuçların gerçek sonuçlara yorumlanmasıyla ilgili çalışmadan elde edilen verilerin bu çalışmalardaki sonuçları desteklediği söylenebilir. Öte yandan, Maaß (2007) ve Blum (2011) ulaşılan matematiksel sonucun gerçek hayatta ne anlama geldiğinin göz ardı edildiği sonucuna ulaşmıştır. Sekerak (2010) yaptığı araştırmada öğrencilerin büyük bir kısmının sonuçlarını gerçek hayata anlamlı olacak şekilde yorumlamadıklarını belirtmiştir. Zulkarnaen (2018) öğrencilerin gerçek sonuca yorumlamada güçlük çektikleri sonucuna ulaşmıştır. Glabraith ve Stillman (2006) öğrencilerin matematiksel sonuçları gerçek dünyada tanımlamada zorlandıkları sonucunu elde etmiştir. Biccand ve Wessels (2011), Eraslan ve Kant (2015), Yılmaz ve Tekin Dede (2016) ve Tekin Dede ve Yılmaz (2016)’a ait çalışmalarda da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu çalışmalardan elde edilen sonuçlarla gerçek sonuçlara yorumlamaya ilişkin

araştırmadan elde edilen sonuçların çelişkili olduğu görülmektedir. En basit anlamda yorumlama, matematiksel çıktı ile gerçek dünyadaki varlığın birebir eşleşmesini gerektirmektedir (Galbraith ve Stillman, 2006). Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamadaki problemlerin öğrencilerin hayatından izler taşıması ulaştıkları sonuçları geçmiş yaşantılarına göre yorumlamalarını kolaylaştırmış olabilir. Nasıl ki öğrencilerin problem durumunda yer alan bilgilere giydirilen anlamı matematikselleştirme sürecinde ayırarak bu durumu sadece matematiksel olarak ifade ediyorsa; tersine gerçek sonuçlara yorumlama aşamasında, Maaß (2007)'in da belirttiği matematik dışı bağlamlara yorumlama olarak ifade edilen yeterliğin, ulaşılan matematiksel sonuçlara bu anlamın tekrar giydirilmesi olarak ele alınabilir. Örneğin, “Az Öde Çok Ye” probleminde öğrenciler, kişi başına düşen maliyeti sırasıyla menülerde 9 TL, 12 TL ve 18 TL olarak bulmuşlardır. Matematiksel olarak incelendiğinde 18, 12'den ve 12'den 9'dan daha büyük bir sayıyı ifade etmektedir. Fakat problemin bağlamı içinde değerlendirildiğinde 9 sonucunun öğrenciler için daha kârlı olduğu ve ilk menünün seçilmesi gerektiği modelleme probleminin bağlamı içinde anlam kazanmaktadır. Tüm bu bilgiler ışığında öğretmen adaylarının tasarlamış olduğu etkinliklerin genel anlamda öğrencilerin gerçek sonuca yorumlama modelleme süreç becerilerini sergilemelerine olanak sağladığı ifade edilebilir.

Araştırmanın beşinci alt problemine ilişkin elde edilen sonuçlara göre ortaokul öğrencilerine ait üç döngüde sürecin sonunda tekrar durumun zihinsel temsiline geçiş olarak ifade edilen doğrulama aşamasının atlandığı, bir döngüde ise doğrulama girişiminin olduğu fakat bu girişimin yanlış olan problemin çözüm sürecini değiştirmeye yeterli olmadığı görülmüştür. On altı döngünün on ikisinde öğrencilerin doğrulama sürecine girdikleri anlaşıldığı için genel anlamda başarılı oldukları söylenebilir. Modelleme problemlerinde doğrulama sürecine girmek, ulaşılan sonuçlar ve ortaya koyulan model üzerinde eleştirel ve yansıtıcı düşünme gerçekleştirmeyi veya alternatif çözüm yollarını araştırmayı gerektirmektedir (Maaß, 2006). Öğrencilerin çözüm süreçlerinin incelenmesi sonucunda doğrulama yapan bütün grupların bu süreci, çözüm süreçlerine ilişkin geriye dönük kontroller ve hata yapılıp yapılmadığının incelenmesi yoluyla gerçekleştirdiği tespit edilmiştir. Hiçbir grup alternatif çözüm yolu sunmamıştır. Öğrenciler arasında geçen diyaloglarda yer alan “*Durun hemen karar vermeyelim. Sonra pişman olmayalım.*” ve üçüncü model oluşturma etkinliğinin çözüm sürecinde Ö11'in, kullandıkları mantığın hatalı olduğuna yönelik ikna çabaları buna örnektir. Bununla birlikte altıncı alt probleme ilişkin bulgularda öğrencilerin, etkinliklerde en fazla zorlandıkları aşamanın çözümü kontrol etme aşaması olduğuna yönelik ifadeleri

mevcuttur. Şahin (2019) çalışmasında öğrencilerin gerçekleştirilen etkinliklerin bazılarında çözüm üzerinde eleştirel kontroller yapmada yeterli ya da kısmen yeterli bulunduklarını; ancak alternatif çözümler sunmada hiçbir grubun performans sergilemediği sonucuna ulaşmıştır. Tekin Dede (2017) çalışmasında öğrencilerin doğrulamayı sadece işlem hatası olup olmadığını kontrol ederek gerçekleştirdiklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde Tekin Dede ve Yılmaz (2016b)'ın araştırmasında da öğrencilerin kontrol ve düzeltme süreçlerine girdikleri ortaya çıkmıştır. Bu bakımdan ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulama neticesinde doğrulama sürecine ilişkin elde edilen sonuçların bu çalışmalardan elde edilen sonuçlarla benzerlik gösterdiği söylenebilir. Biccard ve Wessels (2011), Eraslan ve Kant (2015), Sol, Gimenez ve Rosich (2011), Tekin Dede ve Yılmaz (2015)'in çalışmalarında öğrencilerin çözüm süreciyle ilgili doğrulama sürecine girmedi başarısız oldukları ortaya çıkmıştır. Doğrulama becerisine ilişkin araştırmadan elde edilen sonuçların da ortaokul öğrencilerinin herhangi bir problemde alternatif çözümler sunmamış olmaları bakımından literatürdeki sonuçları desteklediği ifade edilebilir. Çünkü matematiksel modellemedeki doğrulama süreci farklı çözüm yollarının araştırılması ve bunlar üzerinde tartışmayı da içermektedir (Blum ve Kaiser, 1997). Öğrencilerin modelleme problemlerinin alternatif çözümleri üzerinde düşünmemelerine sebep olarak, Aydın Güç ve Baki (2019)'nin de belirttiği gibi alternatif çözüm yolları sunmaya ilişkin düşüncelerin değişime karşı oldukça dirençli olması gösterilebilir. Farklı çözüm yollarını düşünme yoluyla doğrulama yapılmaması, zaman faktörüyle de ilişkili olabilir. Öğrencilere modelleme problemleriyle uğraşmaları için verilen süre okuldaki kısıtlı bir zaman diliminden ibarettir. Öğrencilere modelleme problemlerinin çözümü için ihtiyaç duyulan süre herhangi bir kısıtlama olmadan verildiği takdirde daha başarılı sonuçlar alınabileceği vurgulanmıştır (Carlson, Jensen ve Lesh, 2003; Galbraith ve Stillman, 2006). Süre konusundaki benzer duruma Şahin (2019)'in çalışmasında da dikkat çekilmiştir. Doğrulamaya ilişkin sonuçlar özetlendiğinde, öğretmen adaylarının ürettiği model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin genel anlamda çözüm üzerinde eleştirel kontroller yapmalarına yönelik doğrulama becerilerini sergilemelerine olanak sağladığı; ancak alternatif çözümler üzerine düşünmelerine teşvik etmediği sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırmanın beşinci alt problemine yönelik sonuçlar özetlenecek olursa, öğretmen adaylarının ortaya koyduğu modelleme problemlerinin (model oluşturma etkinliklerinin) ortaokul öğrencilerinin modelleme süreç becerilerini bütüncül ya da kısmî olarak sergilemelerine ve modelleme döngüsü üzerinde farklı şekillerde hareket etmelerine olanak

sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Gerçekleştirilen uygulamadaki öğrenciler arasında geçen diyaloglardan ve çözümlerinden yapılan alıntılardan da anlaşılabileceği gibi tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini geliştirmelerine, matematiksel kavramları ve ilişkileri gerçek hayata yorumlamalarına, sahip oldukları matematiksel bilgi ve kavramlarını açığa çıkarmalarına fırsat tanıdığı görülmüştür. Ayrıca modelleme döngülerinin, aynı grup için düşünülecek olursa problemden probleme; aynı problem için düşünülecek olursa gruptan gruba değişiklik gösterdiği ve döngülerin doğrusal formda ilerlemediği tespit edilmiştir. Ek olarak, aynı problemde başlangıçta kabul edilen varsayımlara göre modelleme döngüsündeki aşamalara ait bilgilerin değişiklik gösterdiği ve böylece ulaşılan matematiksel sonuçların farklılaştığı anlaşılmıştır. Elde edilen sonuçlar, Chamberlin ve Moon (2005)'un model oluşturma etkinliklerinin ortaokul seviyesindeki öğrenciler için uygun etkinlikler olduğunu ifade eden görüşünü de desteklemektedir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının planlanan eğitim süreci sonunda tasarladığı modelleme problemlerinin ortaokul seviyesinde uygulanabileceği ortaya çıkmıştır.

Literatürde pek çok araştırmacı modelleme döngülerinin etkili bir değerlendirme ve tanılama aracı olarak kullanılabilecek bilişsel araçlar olduğunu vurgulamıştır (Blum, 2011; Borromeo Ferri, 2006; Borromeo Ferri ve Blum, 2010; Galbraith ve Stillman, 2006; Shahbari ve Tabach, 2020; Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015; Stillman, 2015; Stillman, Brown ve Galbraith, 2010). Borromeo Ferri (2006) “araştırma” ve “ okul” için kullanılan modelleme döngüleri arasında amaç bakımından bir ayrım yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Maaß (2004) yedinci sınıf öğrencilerinin gerçek model ile matematiksel model arasındaki ayrımı yapamadıklarını belirterek alt sınıf seviyelerinde daha sade modelleme döngüsünün kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Ortaokul öğrencilerinin döngülerindeki gerçek model ve matematiksel model aşamalarına bakıldığında bu durumun doğrulandığı görülebilir. Ancak araştırmanın ikinci ve beşinci alt problemine ilişkin sonuçlar beraber ele alındığında, modelleme döngüsünün etkili bir tanılama ve değerlendirme aracı olduğu alanyazındaki bilgileri destekleyici biçimde doğrulanmıştır. Bununla birlikte Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsünün hem ortaokul seviyesindeki öğrencilerin hem de üniversite seviyesindeki öğrencilerin modelleme süreçlerini izlemeye olanak sağladığı söylenebilir.

5.1.5 Ortaokul Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinliklerine Yönelik Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulama sonrasında öğrencilerin modelleme problemleriyle ilgili görüşlerine dair sonuçlar ve ilgili tartışma yer almaktadır.

Araştırmanın altıncı problemine ilişkin bulgular incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin daha önce modelleme problemlerine benzer problemlerle ilgili herhangi bir deneyim yaşamadıkları anlaşılmıştır. Öğrenciler düşüncelerini ifade ederken model oluşturma etkinliklerinin birden fazla cevabı olduğuna ve internet gibi farklı kaynaklardan araştırma yapmanın onlara farklı geldiğine dikkat çekmişlerdir. Öğrencilerin daha önce model oluşturma etkinliklerine benzer problemlerle karşılaşmamış olmaları geleneksel test kitabı kelime problemlerinin ve öğretimi yapılan kazanıma veya kazanımlarla ilgili alıştırmaların ağırlıkta olduğu bir anlayışa sahip eğitim öğretim ortamında olduklarına işaret etmektedir. Matematiksel modelleme literatüründe ortaya koyulan ve uygulanması gereken resmi programlarla sınıf uygulamaları arasındaki boşluğu ifade ederek, teori ve pratik arasındaki uyumsuzluğa dikkat çeken pek çok çalışma mevcuttur (Blum, 2011; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2009; Garcia, Maass ve Wake, 2010; Leikin ve Levav-Waynberg, 2007). Öğrencileri gerçek dünya problemlerine benzer açık uçlu soruların, onların hayatlarından izler taşıyan bağlamları içeren rutin olmayan problemlerin ve çoklu çözüm yollarına olanak sağlayan modelleme uygulamalarının öğrencilerden uzak olduğu bu çalışmada da ortaya çıkmıştır. Bu bakımdan literatürdeki çalışmalarda ifade edilen ideal ve gerçek uygulamalar arasındaki boşluğa yönelik bilgileri desteklediği söylenebilir.

Ortaokul öğrencileri gerçekleştirilen etkinliklerde modelleme problemleri üzerinde kendi istekleri doğrultusunda oluşturdukları gruplarla birlikte çalışmışlardır. Öğrencilerin grup çalışmasıyla ilgili cevapları grup çalışmasının kendileri için faydalı olduğunu, farklı fikirlerin ortaya çıktığını, grup üyelerinin eksikliklerinin tamamlandığını, takım çalışmasının süreci daha eğlenceli hale getirdiğini, oy birliği kavramına vurgu yapılarak demokratik bir ortam meydana geldiğini göstermektedir. Çalışmanın beşinci alt problemine ilişkin bulgulara yer alan diyaloglardan yapılan alıntılar da bu sonucu destekler niteliktedir. Alanyazında modelleme problemleri ile takım halinde çalışmanın açıklama, doğrulama ve matematiksel temsiller içeren düşünceleri paylaşmayı gerektiren ortamlar oluşturduğu için sosyalleşme tecrübelerini, matematiksel iletişim becerilerini geliştirdiğini, öğrenme süreçlerini belgelendirmeyi sağladığını ve grup üstbilişini harekete geçirdiğini ifade eden çok sayıda araştırma mevcuttur (Biccard ve Wessels, 2011; Delice ve Kertil, 2015; English

ve Watson, 2018; English ve Watters, 2004; Karalı ve Durmuş, 2015; Lesh ve Doerr, 2003; Vorhölter, 2018). Vorhölter (2018) bütün grup üyelerinin ayrı ayrı çözüm süreci ile ilgili bilgi sahibi olması gerekmediğini, en az birinin bu konuda fikir sahibi olarak diğerlerinin bu fikri onaylaması durumunda çözüm sürecinin gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Literatürde yer alan tüm bu bilgilerin, öğrencilerin gerçekleştirilen etkinliklere dair düşüncelerine yönelik sonuçlarda ve aralarında geçen diyaloglarda ortaya çıktığı söylenebilir. Bu bağlamda grup çalışmalarının modelleme problemlerinde etkili olduğuna dair çalışmadan elde edilen sonuçlar, alanyazındaki bilgileri destekleyici niteliktedir.

Gerçekleştirilen etkinliklerde en fazla zorluk çekilen kısım olarak bazı öğrencilerin model oluşturma etkinliklerinin isimlerini bazı öğrencilerin ise modelleme süreç becerilerinden doğrulama aşamasını ifade etkileri görülmüştür. En fazla beğenilen kısım için de öğrencilerin model oluşturma etkinliklerini söyledikleri ortaya çıkmıştır. Hatta bu durumun aynı grup içinde yer alan öğrenciler için bile farklılık gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçların problem durumunun içinde geçtiği senaryo (bağlam) ile ilgili olduğu düşünülmektedir. Matematiksel modelleme problemlerinde bağlamların öğrencilerin ilgisini çekmede etkili olduğu, öznel olması sebebiyle tahmin edilenin aksine daha fazla önem arz ettiği vurgulanmıştır (Busse ve Kaiser, 2003; Hankeln, 2020; Stillman, 2015; Plat ve Leiss, 2017). Bu bakımdan bağlamların etkisi ile ilgili elde edilen sonucun da literatürle uyumlu olduğu belirtilebilir.

Son olarak öğretmen adayları tarafından tasarlanan model oluşturma etkinliklerinin öğrencilerin matematiğe karşı bakış açılarını olumlu yönde değiştirmelerine olanak sağladığı ifade edilebilir. Çünkü öğrencilerin *“ihtimallerle yorumlama yeteneği kazandım.”*, *“problemin illa bir sonuca varmadığını, farklı kişilerin düşünceleriyle aynı olmadığını...”*, *“matematikte ezberin değil araştırmanın daha önemli olduğunu anladım.”* gibi ifadeleri ve grup çalışmasıyla ilgili düşüncelerinde yer alan öğrencinin matematiksel olarak zorlandığını ancak ruhsal olarak haftada bir eğlenmesini sağladığına yönelik bulgular, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiğe karşı düşüncelerini etkilemede güçlü araçlar olduğunu göstermektedir. Burkhardt (2006) çoğu öğrencinin modelleme etkinliklerini alışkın oldukları matematikten daha farklı ve ilginç bulduklarını belirterek iyi yürütülen modelleme etkinliklerinin öğrencilerin ilgisini çekebileceğini ifade etmiştir. Bu sonuçlar English ve Watters (2004)’ın ifade ettiği matematiksel modellemenin öğrencileri sembolik olarak tanımlanan temel kelime problemlerinden matematiksel olarak

yorumlanması ve tanımlanması gereken otantik durumlara taşıdığı gerçeğini desteklemektedir. English, Ärleback, ve Mousoulides (2016)'e ait çalışmada da öğrencilerin modelleme etkinlikleri sayesinde ilgilerinin çekildiği ve motive oldukları görülmüştür. Durandt ve Jacobs (2017) etkinliklerde öğrencilerin zorlanmalarına rağmen daha fazlasını istedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Zihar ve Çiltaş (2018)'a ait çalışmada da matematiksel modelleme etkinlikleriyle gerçekleştirilen sekizinci sınıf üslü sayılar konusundan sonra öğrencilerin dersi daha eğlenceli buldukları, konuyu daha iyi anlayarak günlük yaşamla matematiğin ilişkili olduğu konusunda düşüncelere sahip oldukları görülmüştür. Dolayısıyla çalışmadan elde edilen sonuçların matematiksel modellemenin öğrencilerin matematiğe olan ilgilerini artırdığı sonucuna ulaşan çalışmaları desteklediği ifade edilebilir.

5.2 Öneriler

Bu bölümde elde edilen sonuçlar doğrultusunda araştırmacılara, eğitimcilere, uygulayıcılara ve karar alıcılara yönelik öneriler yer almaktadır.

5.2.1 Matematiksel Modelleme Eğitime İlişkin Öneriler

Araştırmanın birinci ve ikinci alt problemine yönelik öğretmen adaylarıyla eylem araştırması kapsamında bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamada gerçekleştirilen teorik eğitimle ve modelleme problemlerinin çözümüyle öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin teorik bilgilerini ve modelleme süreç becerilerini geliştirmek amaçlanmıştır. Literatürde matematiksel modellemeyle ilgili teori ve pratik arasındaki farklılıktan bahsedilmiştir. Araştırmanın sonuçları dikkate alındığında kullanılan kuramsal çerçevenin özellikle uygulamayla ilgili açığı kapatmada etkili olacağı söylenebilir. Öğretmen adaylarıyla ilgili olarak şu önerilere yer verilebilir:

- Literatürde önemi vurgulanan matematiksel modellemenin, öğretmen adaylarının eğitim süreçlerinde proje, dönem ödevi, gönüllü aktiviteler gibi gerek ders gerek ders dışı etkinlikler yoluyla daha fazla yer alması sağlanarak, matematik eğitiminde yaygınlaştırılması gerektiği ifade edilebilir.
- Üniversitelerin eğitim fakültelerinde yer alan matematik eğitimi bölümlerindeki matematiksel modelleme derslerinde, araştırmada faydalanan kuramsal çerçeveden yararlanılabilir.

- Grup olarak modelleme problemi üzerinde çalışmanın matematiksel modelleme için gereklilik olduğu alanyazında vurgulanmıştır. Bu çalışmada da modelleme problemleriyle takım çalışması gerçekleştiren gruplar içinde ve büyük sınıf tartışmalarında farklı dinamiklerin ortaya çıktığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının üniversite zamanlarında grup çalışmasıyla modelleme problemleri üzerinde çalışabilecekleri öğrenme ortamları tasarlanabilir. Bu çalışmalar, öğretmen adaylarının gelecekteki sınıflarında takım çalışması kültürünü öğrencileriyle devam ettirmelerini kolaylaştırabilir.
- Modelleme döngülerinin etkili bir tanılama ve değerlendirme aracı olduğu bu çalışmada da ortaya çıkmıştır. Araştırma öğretmen adaylarının bu bilişsel araçların kullanımı konusunda yetkin hale getirilmeleri için de bir örnek sunmaktadır. Dolayısıyla alternatif bir biçimlendirici değerlendirme aracı olan modelleme döngülerinin kullanımı konusunda öğretmen adayları teşvik edilmelidir.
- Literatürde modelleme süreç becerilerinin gelişimi için bütüncül ve kısmi yaklaşımlar yer almaktadır. Çalışmada öğretmen adaylarının modelleme süreçleri bütüncül bir yaklaşımla ele alınmıştır. Araştırmanın sonuçlarından hareketle bütüncül yaklaşımın tanılamada etkili olduğu söylenebilir. Bütüncül yaklaşımda ortaya çıkmayan modelleme süreç becerilerine yönelik kısmi yaklaşımın uygulanması önerilebilir. Özetle bütüncül ve kısmi yaklaşımın birlikte kullanıldığı eğitim süreçlerinin öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerine gelişimi incelenebilir.
- Öğretmen adaylarıyla özellikle matematiksel model oluşturma, modelin karakterini inceleme, modelin durumlara nasıl tepki verdiğini araştırma ve alternatif çözümler üzerinde tartışmaya yönelik çalışmalara yer verilebilir.
- Araştırmadaki öğretmen adaylarının farklı modelleme problemlerinde farklı becerileri sergilediğine dair sonuçtan hareketle eğitim süreçlerinde tek bir modelleme problemiyle yetinmeyerek birden fazla modelleme etkinliğinin kullanılması gerektiği söylenebilir. Böylece katılımcıların bütün modelleme süreç becerilerini deneyimlemesi sağlanabilir.

5.2.2 Model Oluşturma Etkinliği Tasarımına İlişkin Öneriler

Araştırmanın öğretmen adaylarıyla yürütülen ayağında matematiksel modellemeye ilişkin teorik ve uygulamalı eğitimden sonra öğretmen adaylarının model oluşturma etkinliği

tasarımları istenmiştir. Tasarlanan model oluşturma etkinliklerine yönelik elde edilen sonuçlardan hareketle şu önerilerde bulunulabilir:

- Literatürde tüm model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerine tamamen uygun problemler üretmenin zorluğu belirtilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının özellikle gerçeklik ilkesi olmak üzere bazı ilkeleri karşılamada güçlük çektiklerini göstermiştir. Problemlerin değerlendirilmesinden sonra tekrar güçlük çekilen ilkelere yönelik mikro çalışmalar gerçekleştirilebilir.
- Problem tasarımıda önemli olan faktörlerden biri bağlamlardır. Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen problem tasarım çalışmalarında bağlamların daha da vurgulanmasıyla beraber matematiksel kavramlara ve ilişkilere bağlam giydirmeye yönelik çalışmaların yapılması önerilebilir.
- Öğretmen adaylarının ürettikleri problemleri öğrencilerle beraber uygulamaları sağlanarak tasarladıkları problemlerin güçlü ve zayıf yönlerini görmelerine, modelleme süreçlerinde öğrencilere nasıl müdahalede bulunduklarını incelemeye yönelik çalışmalar gerçekleştirilebilir.

5.2.3 Öğretmenlere ve Ortaokulda Matematiksel Modellemenin Uygulanmasına İlişkin Öneriler

Araştırmanın ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen kısmında elde edilen sonuçlara ilişkin şu öneriler verilebilir:

- Uygulamadan sonra etkinliklerle alakalı ortaokul öğrencilerinden alınan görüşler eğitim-öğretim ortamlarında geleneksel anlayışa hâkim bir eğitim kültürünün varlığına işaret etmektedir. Bu durum daha önce belirtildiği gibi teori ve uygulama arasındaki farkı gözler önüne sermektedir. Dolayısıyla bu açığın kapanması için ortaokul öğrencilerinin de modelleme etkinlikleriyle daha fazla muhatap kılınması gerekliliğinin ortaya çıktığı söylenebilir. Ortaokul öğrencileriyle birlikte ilkokuldan üniversite eğitimine kadar matematiksel modelleme etkinliklerini yaygınlaştırmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri önündeki en büyük engellerden birinin zaman kısıtlamasının olduğu söylenebilir. Çünkü hem öğretim programının yoğunluğu, hem de merkezi sınavlara hazırlık sürecinin bu tür etkinliklere olanak sağlamadığı düşünülmektedir. Bu yüzden matematiksel modelleme etkinliklerinin derslere entegre edilemediği durumlarda, sınıf dışı

etkinlikler, ödev, dönem projesi, gönüllü katılımın esas alındığı okul süresi dışındaki topluluklar yardımıyla gerçekleştirilmesi önerilebilir.

- Grup çalışması yoluyla problemlerin çözüm sürecini yürütmenin önemi ortaokul öğrencileriyle gerçekleştirilen uygulamada da görülmüştür. Ortaokul düzeyinde gerçekleştirilen sınıf içi uygulamalarda matematiksel modelleme etkinlikleriyle beraber diğer etkinliklerde de takım çalışması teşvik edilmelidir. Bununla beraber farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin aynı grupta yer aldığı etkinliklerin yapılması da önerilebilir.
- Öğretmen adaylarının eğitim sürecinde olduğu gibi ortaokulda gerçekleştirilecek modelleme etkinliklerinde de öğrencilerin farklı modelleme becerilerine yönelik deneyim yaşamaları ve farklı bağlamlarla karşılaşmalarına olanak sağlamak amacıyla tek bir etkinlik yerine birden fazla etkinliğin kullanılması önerilebilir. Bununla birlikte gerçekleştirilecek modelleme çalışmalarında katılımcılara ısınma problemi sunmak, alışma sürecine ve gerçekleştirilecek asıl uygulamaya kolaylık sağlamaktadır.
- Öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerinin yer aldığı etkinliklerin başarılı bir şekilde yürütülebilmesi için hali hazırda görev yapan öğretmenlere büyük görevler düşmektedir. Dolayısıyla özellikle eğitim-öğretim yılının başında ve sonunda gerçekleştirilen seminer dönemleri öğretmenlerin matematiksel modelleme kültürüne aşina olmalarını sağlamak için fırsat olarak değerlendirilebilir. Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen uygulamalara benzer şekilde il ve ilçe müdürlükleriyle koordinasyon sağlanarak teorik ve uygulamalı eğitim seminerleri, çalıştayları ve hizmet içi kurslar düzenlenebilir.
- Ortaokul öğrencilerinin modelleme görevlerinde etkin rol almalarını sağlayan etkenlerden biri bağlamlar olarak değerlendirilebilir. Çünkü öğrencilerin problemin çözümüne istekli olması için senaryonun ilgi çekici, zorlayıcı nitelikte olması ve öğrencinin hayatından izler taşıması gerekmektedir. Türk eğitim sistemine ve Türk kültürüne uygun bağlamları içeren model oluşturma etkinliklerinin tasarımı konusunda çalışmalar genişletilebilir.
- Bu çalışmada alternatif bir değerlendirme aracı olduğu belirtilen modelleme döngüsüne yapılan aktarım araştırma kapsamında bir çalışma olduğundan dolayı farklı veri kaynaklarından elde edilen bilgilerin bir arada değerlendirilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Yapılacak sınıf içi uygulamalarda özellikle ses kaydı gibi

verilerin çözümlenmesi uzun zaman alabilir. Ancak döngü üzerinde öğrencilerin nasıl hareket ettiklerine dair çıkarımlar çözüm defterlerinin incelenmesi yoluyla da yapılabilir. Bu noktada önemli olan çözüm sürecinde yapılan yanlışların ve hataların silinmemesidir. Çünkü bu hatalar sayesinde modelleme döngüsündeki geri dönüşleri görmek mümkündür.

5.2.4 Araştırmacılara Öneriler

Matematiksel modellemeye yönelik olarak yapılan sınıflandırmalara bakıldığında, literatürde Kaiser ve Sriraman (2006)'ın, hizmet ettiği amaca ilişkin ortaya attığı gerçekçi (uygulamalı) modelleme, bağlamsal modelleme, eğitimsel modelleme, sosyo-kritik modelleme, epistemolojik (teorik) modelleme ve bilişsel modelleme olmak üzere altı farklı sınıflandırma yer almaktadır. Matematiksel modellemeye ilişkin yapılan başka bir sınıflandırma türü de öğretim ortamı tasarlamaya yönelik olan bütüncül, kısmi ve karma yaklaşımın bulunduğu sınıflandırmadır (Blomhøj ve Jensen, 2003). Julie (2002)'ye ait kuramsal çerçevede ise araç olarak modelleme ve amaç (içerik) olarak modelleme sınıflandırmalarını görmek mümkündür. Matematiksel modellemeyle ilgili farklı amaçlara göre sınıflandırmanın olduğu görülürken, öğrenme içeriklerine yönelik bir sınıflandırmanın olmadığı ifade edilmiştir (Aydın Güç ve Baki, 2016). Çalışmada ortaokul öğretim programında yer alan geometri öğrenme alanına hitap ettiği düşünülen modelleme örnekleriyle ilgili öğretmen adaylarından ortaokul öğrencilerine uzanan bir araştırma yürütülmüştür. Burkhardt (2006) cebirin özellikle matematiksel modellemedeki formülasyon ve çözüm aşamasında önemli olduğunu, geometrinin tasarım gibi etkinliklerle modelleme bağlamında bir bakış açısıyla vurgulanması gerektiğini, istatistik ve olasılığın da pek çok uygulamalı problemde önemli olduğuna değinmiştir. Geometrik modelleme, cebirsel modelleme, istatistiksel modelleme, aritmetik modelleme kavramlarının ayrı ayrı kullanıldığı çalışmalar mevcuttur (Blum ve Leiß, 2007; Ferrando ve Albaraccín, 2019; Patel ve Pfannkuch, 2018; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Çalışmanın literatüre geometri öğrenme alanıyla ilişkili farklı modelleme etkinliklerini kazandırmasının yanında, farklı çalışmalarda kullanılan bu kavramların yer aldığı bir sınıflandırma çeşidine de kapı aralayacağı öne sürülebilir. Bunun için farklı öğrenme alanlarına hitap eden modelleme etkinliklerinin yeterliklerin gelişimine nasıl katkı sağladığı, modelleme döngüsündeki hareketleri nasıl etkilediği, hangi aşamaları kolaylaştırdığını araştıran çalışmaların yapılmasına ihtiyaç vardır. Buna yönelik olarak kuramsal ve uygulamalı araştırmaların yapılması önerilebilir.

BÖLÜM VI: KAYNAKLAR

- Abramovich, S. (2013). Modeling as isomorphism: The case of teacher education. R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines ve A. Hurford (Ed.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* içinde (s. 501–510). New York, NY: Springer. doi: 10.1007/978-94-007-6271-8_43
- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(12), 1-34.
- Aksoy, N. (2003). Eylem araştırması: eğitimsel uygulamaları iyileştirme ve değiştirmede kullanılacak bir yöntem. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 36, 474-489.
- Albayrak, E. ve Çiltaş, A. (2017). Türkiye'de matematik eğitimi alanında yayınlanan matematiksel model ve modelleme araştırmalarının betimsel içerik analizi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 9, 258-283.
- Atlay, M. K., Ozdemir, E. Y. ve Akar, S. S. (2014). Pre-service elementary mathematics teachers' views on model eliciting activities. *Procedia - Social and Behavioural Sciences*, 116, 345-349. doi: 10.1016/j.sbspro.2014.01.219
- Amit, M. ve Gilat, T. (2013). Mathematical modelling through the creativity lenses: Creative process and outcomes. *Proceedings of PME*, 37(2), 9–16.
- Ang, K.C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The Mathematics Educator*, 9(2), 33-47.
- Anhalt, C.O. ve Cortez, R. (2016). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *J Math Teacher Educ*, 19, 523–545. doi: 10.1007/s10857-015-9309-8
- Armah, R. B. ve Kissi, P. S. (2019). Use of the van Hiele theory in investigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(4), 1305-8223. doi: 10.29333/ejmste/103562
- Aydın Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme*

yeterliklerinin değerlendirilmesi. (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Aydın Güç, F. ve Baki, A. (2016). Matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme ve değerlendirme yaklaşımlarının sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(3), 621-645. doi: 10.16949/turkbilmat.277876
- Aydın Güç, F. ve Baki, A. (2019). Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 38(4), 191–215. doi: 10.1093/teamat/hry002
- Aztekin, S. ve Taşpınar Şener, Z. (2015). Türkiye’de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim*, 179(40), 139-161. doi: 10.15390/EB.2015.4125
- Baki, A. (2015). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 843-908). Reston, VA: NCTM.
- Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: the role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 34(5), 212-220.
- Berry, J. S. ve Houston, S. K. (1995). *Mathematical modelling*. London: Edward Arnold.
- Biccard, P. ve Wessels, D. (2011). Documenting the development of modelling competencies of Grade 7 mathematics students. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling (ICTMA 14)* içinde (s. 375–383). New York: Springer.
- Blomhøj, M. (2007). Developing mathematical modelling competency through problem based project work - experiences from Roskilde University. *Philosophy and Science Teaching Conference*. Erişim adresi: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.548.8062&rep=rep1&type=pdf>

- Blomhøj, M. ve Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139. doi: 10.1093/teamat/22.3.123
- Blomhøj, M. ve Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies. W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study* içinde (s. 45–56). New York: Springer.
- Blomhøj, M. ve Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. T. Breiteig, I. Huntley ve G. Kaiser-Messmer (Ed.), *Teaching and learning mathematics in context* içinde (pp. 3-14). New York: Ellis Horwood.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education- Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* içinde (pp. 15–30). Dordrecht: Springer.
- Blum, W. ve Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1) 45-58.
- Blum, W. ve Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Blum, W. ve Leiß, D. (2005). “Filling up” the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. *Working group 13: Applications and modelling CERME 4*, 1623. Almany.
- Blum, W. ve Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum ve S. Khan (Ed.), *Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* içinde (s. 222–231). Chichester: Horwood Publishing.

- Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied Mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. doi: 10.1007/BF00302716
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. Pitta-Pantazi, D ve Philippou, G. (Ed.), *CERME 5 – Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 2080-2089.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31, 99–118. doi: 10.1007/s13138-010-0009-8
- Borromeo Ferri, R. (2011). Effective mathematical modelling without blockages - A commentary. G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: The 14. ICMTA study* içinde (s. 181–185). New York: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham: Springer.
- Borromeo Ferri, R. ve Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education—experiences from a modelling seminar. V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne ve F. Arzarello (Ed.), *Proceedings of CERME 6* içinde (s. 2046–2055). Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique.
- Brand, S. (2014). Effects of a holistic versus an atomistic modelling approach on students' mathematical modelling competencies. P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle ve D. Allan (Ed.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 2* içinde (s. 185–192). Vancouver: PME.
- Buckley, J., Seery, N. ve Canty, D. (2019). Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving. *International Journal of Technology and Design Education*, 29(2), 341–362. doi: 10.1007/s10798-018-9446-3

- Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36.
- Bukova Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-90.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in mathematics classrooms: reflections on past development and the future. *ZDM*, 38(2), 178-195.
- Busse, A. ve Kaiser, G. (2003). Context in application and modelling – an empirical 300 approach. Q.-X. Ye, W. Blum, S. K. Houston ve Q.-Y Jiang, (Ed.), *Mathematical modelling in education and culture: ICTMA10* içinde (s. 3-15). Chichester: Horwood Publishing.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak Kılıç, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (23. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Carlson, M., Larsen, S. ve Lesh, R. (2003). Integrating a models and modeling perspective with existing research and practice. R. Lesh ve H. M. Doerr (Ed.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* içinde (s. 465-478). Mahwah N. J.:Lawrance Erlbaum Associates Publishers.
- Chamberlin, S. A. ve Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Chang, Y. P., Krawitz, J., Schukajlow, S. ve Yang, K. L. (2019). Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. *ZDM Mathematics Education*, 52, 59-72. doi: 10.1007/s11858-019-01090-4
- Chua, G. L. L., Tengah, K. A., Shahrill, M., Tan, A. ve Leong, E. (2017). Analysing students' Perspectives on Geometry Learning from The Combination of van Hiele phase-based instructions and geogebra. *Procediing of the 3rd International Conference on Education*, 205-213. Kuala Lumpur, Malezya.

- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K., (2007). *Research methods in education* (Sixth Edition). London: Routledge.
- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (Third edition). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Creswell J. W. ve Miller D. L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into Practice*, 39, 124-130.
- Crompton, H. (2015). Using context-aware ubiquitous learning to support students' understanding of geometry. *Journal of Interactive Media in Education*, 1(13), 1–11. doi: 10.5334/jime.aq
- Crouch, R. ve Haines, C. (2004). Mathematical modelling: Transitions between the real world and mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197–206. doi: 10.1080/00207390310001638322
- Çakmak Gürel, Z. ve Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85-103. doi: 10.19160/ijer.477651
- Çetinkaya, B., Kertil, M., Erbaş, A. K., Korkmaz, H., Alacacı, C. ve Cakıroğlu, E. (2016). Pre-service teachers' developing conceptions about the nature and pedagogy of mathematical modeling in the context of a mathematical modeling course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287-314. doi: 10.1080/10986065.2016.1219932
- Çiltaş, A. (2011). *Dizi Ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme Ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Çiltaş, A. ve Işık, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1187–1192.

- Daher, W. M. ve Shahbari, J. A. (2015). Pre-Service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 25-46. doi: 10.1007/s10763-013-9464-2
- Dash, D. P. (1999). Current databases in action research. *Systemic Practice and Action Research*, 12(5), 457-492.
- Dede, Y. ve Taşpınar Şener, Z. (2021). Mathematical modeling from the eyes of preservice teachers. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 24(2), 121-150, doi: 10.12802/relime.21.2421
- Delice, A. ve Kertil, M. (2015). Investigating the representational fluency of pre-service mathematics teachers in a modeling process. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(3), 631-656. doi: 10.1007/s10763-013-9466-0
- Deniz, D. ve Akgün, L. (2016). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım prensiplerine uygun etkinlik tasarlayabilme yeterlikleri. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, 4, 1-14.
- Deniz, D. ve Akgün, L. (2017). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemi ve uygulamalarına yönelik görüşleri. *Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 95-117. doi: 10.18506/anemon.272677
- Depaepe, F., De Corte, E. ve Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education*, 26(2), 152–160. doi: 10.1016/j.tate.2009.03.016
- Didiş, M. G. (2014). *An Investigation of Pre-Service Secondary Mathematics Teachers' Knowledge of Students' Thinking Through Analyzing Student Work*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Diefes-Dux, H. A., Zawojewski, J. S., Hjalmarson, M. A. ve Cardella, M. E. (2012). A framework for analyzing feedback in a formative assessment system for mathematical modeling problems. *Journal of Engineering Education*, 101(2), 375–406. doi: 10.1002/j.2168-9830.2012.tb00054.x

- Doerr, H. M. ve English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34, 110–136. doi: 10.2307/30034902
- Doerr, H. M. ve English, L. D. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 5–32. doi: 10.1007/s10857-006-9004-x
- Doerr, H. M. ve Lesh, R. (2011). Models and modelling perspectives on teaching and learning mathematics in the twenty-first century. G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling (ICTMA 14)* içinde (s. 247–268). New York, NY: Springer.
- Doruk, B. K. ve Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 124-135.
- Duatepe Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat, (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 102-116). Ankara: Pegem Akademi.
- Durandt, R. ve Jacobs, G. J. (2017). Mathematical modelling strategies and attitudes of third year pre-service teachers. G. A. Stillman, W. Blum ve G. Kaiser (Ed.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researchng boundaries in mathematics education* içinde (s. 243–254). New York: Springer.
- Durandt, R. ve Jacobs, G. J. (2018). Exploring the initial convictions and mindset of prospective mathematics teachers towards modelling. M.E. Strutchens, D. Huang, L. Potari ve L. Losano (Ed.), *Educating Prospective Secondary Mathematics Teachers. ICME-13 Monographs* içinde (s. 307-324). Cham: Springer.
- Elçi, A. N. (2020). The compatibility of model eliciting activities of secondary school teacher candidates with design principles. *Journal of Computer and Education Research*, 8(15), 305-322. doi: 10.18009/jcer.695253
- English, L. D., Ärleback, J. B. ve Mousoulides, N. (2016). Reflections on progress in mathematical modelling research. A. Gutierrez, G. Leder ve P. Boero (Ed.), *The second handbook of research on the psychology of mathematics education* içinde (s. 383–413). Rotterdam: Sense Publishers.

- English, L. D., Fox, J. L. ve Watters, J. J. (2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 156–163.
- English, L. D. ve Mousoulides, N. G. (2015). Bridging STEM in a real-world problem. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 20(9), 532–539. doi: 10.5951/mathteacmidscho.20.9.0532
- English, L. D. ve Watson, J. (2018). Modelling with authentic data in sixth grade. *ZDM Mathematics Education*, 50(1–2), 103–115.
- English, L. ve Watters, J. (2004). Mathematical Modeling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59–80.
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 364-377.
- Eraslan, A. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri üzerinde düşünme süreçleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 1-16.
- Eraslan, A. ve Kant, S. (2015). Modeling processes of 4th-year middle-school students and the difficulties encountered. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(3), 809-824. doi: 10.12738/estp.2015.3.2556
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacalı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1607-1627. doi: 10.12738/estp.2014.4.2039
- Ergene, Ö. (2019). *Matematik Öğretmeni Adaylarının Riemann Toplamlarını Kullanarak Modelleme Yoluyla Belirli İntegrali Anlama Durumlarının İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ferrance, E. (2000). *Action research*. Providence, RI: Northeast and Islands Regional Education Laboratory.
- Ferrando, I. ve Albarracín, L. (2019). Students from grade 2 to grade 10 solving a Fermi problem: Analysis of emerging models. *Mathematics Education Research Journal*. doi:10.1007/ s13394-019-00292-z.

- Fukushima, T. (2021). The role of generating questions in mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. doi: 10.1080/0020739X.2021.1977402
- Galbraith, P. L. ve Stillman, G. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. J. Matos, W. Blum, K. Houston ve S. Carreira (Ed.), *Modelling and mathematics education, ICTMA 9: Applications in science and technology* içinde (s. 300–310). Chichester: Horwood Publishing.
- Galbraith, P. L. ve Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143–162.
- Garcia, F. J., Maass, K. ve Wake, G. (2010). Theory meets practice: Working pragmatically within different cultures and traditions. R. A. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines ve A. Harford, (Ed.), *Modeling students' mathematical modeling competencies (ICTMA13)* içinde (s. 445–457). New York, NY: Springer.
- Gibbs, G. R. (2007). Analyzing qualitative data. U. Flick (Ed.), *The SAGE qualitative research kit* içinde (s. 100-108). Thousand Oaks, CA: SAGE.
- Gilat, T. ve Amit, M. (2012). Teaching for creativity: The interplay between mathematical modelling and mathematical creativity. *Proceedings of PME*, 36(2), 267–274.
- Goos, M. (2002). Understanding metacognitive failure. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 283–302.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155–177.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers ve L. Verschaffel (Ed.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* içinde (s. 7-22). Dordrecht: Kluwer Academic Publish.
- Gravemeijer, K. (2007). Emergent modelling as a precursor to mathematical modelling. W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* içinde (s. 137–144). New York: Springer. doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_12
- Gravemeijer, K. ve Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional heuristic. K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers ve L. Verschaffel (Ed.), *Symbolizing, modeling*

- and tool use in mathematics education içinde (s. 145–169). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/978-94-017-3194-2_10
- Greefrath, G. ve Vorhölter, K. (2016). Teaching and learning mathematical modelling approaches and developments from German speaking countries. G. Greefrath ve K. Vorhölter (Ed.), *Teaching and Learning mathematical Modelling (ICME 13)* içinde (s. 1-42). Cham: Springer.
- Guler, G., Sen, C., Ay, Z. S. ve Ciltas, A. (2019). Engineering skills that emerge during model-eliciting activities (MEAs) based on 3D modeling done with mathematics preservice teachers. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 7(3), 251-270.
- Gürel Çakmak, Z. (2018). *Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Süreçlerinin Bilişsel Açidan İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Hankeln, C. (2020). Mathematical modeling in Germany and France: a comparison of students' modeling processes. *Educational Studies in Mathematics*, 103, 209-229. doi: 10.1007/s10649-019-09931-5
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2015). *Teknoloji Destekli Ortamda Matematiksel Modelleme Problemlerinin Çözüm Süreçlerinin Analizi: Bilişsel Ve Üst Bilişsel Yapılar Üzerine Bir Açıklama*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Hwang, W. Y., Zhao, L., Shadiev, R., Lin, L. K., Shih, T. K. ve Chen, H. R. (2019). Exploring the effects of ubiquitous geometry learning in real situations. *Educational Technology Research and Development*, 1(27), 1121-1147. doi: 10.1007/s11423-019-09730-y
- Ikeda, T., Stephens, M. ve Matsuzaki, A. (2007). A teaching experiment in mathematical modelling. C. Haines P. Galbraith, W. Blum ve S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics (ICTMA 12)* içinde (s. 101-109). Chishester, UK: Horwood Publishing.
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K. ve Neill, N. (2003). Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications. S. J. Lamon, W. A. Parker

- ve S. K. Houston (Ed.), *Mathematical modelling: A way of life ICTMA 11* içinde (s. 165-177). Chichester: Horwood Publishing.
- Johnson, A. P. (2012). *A short guide to action research* (4th ed.). New Jersey: Pearson Education.
- Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney ve C. Kourouniotis (Compilers). *Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. New York: Wiley.
- Julie, C. (2020). Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(8), 1181-1195. doi: 10.1080/0020739X.2020.1725165
- Jung, H., Stehr, E. M. ve He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics*, 119(6), 353-365. doi: 10.1111/ssm.12359
- Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school – Examples and experiences. Kaiser, G. ve Henn, H.-W. (Ed.), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evaluation und Evolution* içinde (s. 99-108) Hildesheim: Franzbecker.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. C. Haines, P. Galbraith, W. Blum ve S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics: Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* içinde (s. 110–119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., Blomhøj, M. ve Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM– The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 82- 85.
- Kaiser, G. ve Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. G. Stillman, W. Blum ve M. S. Biembengut (Ed.), *Mathematical modelling in education research and practice. Cultural, social and cognitive influences* içinde (s. 129–149). Cham: Springer.
- Kaiser, G. ve Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom — Problems and opportunities. Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, HW. ve Niss M.

- (Ed.), *Modelling and Applications in Mathematics Education New ICMI Study Series*, vol 10 içinde (s. 99-108). Boston MA: Springer. doi: 10.1007/978-0-387-29822-1
- Kaiser, G., Schwarz, B. ve Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines ve A. Hurford (Ed.), *Modeling students' mathematical modeling competencies, ICTMA 13* içinde (pp. 433–444). New York: Springer.
- Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Karabaş, C. (2016). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Doğrusal İlişkileri Modelleme Süreçlerinin Ve Bilişsel Yeterliklerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Karalı, D. ve Durmuş, S. (2015). Primary school pre-service mathematics teachers' views on mathematical modeling. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(4), 803– 815. doi: 10.12973/eurasia.2015.1440a
- Kaya, G. (2018). *Bütün-Parça -Bütün Öğrenme Modelinin Farklı Matematiksel İnançlara Sahip İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerine Etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kemmis, S. ve McTaggart, R. (2005). Communicative action and public sphere. N. K. Denzin ve Y. S. Lincoln (Ed.), *The Sage handbook of qualitative research* içinde (s. 559–603). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Kemmis, S. ve Wilkinson, M. (1998). Participatory action research and the study of practice. B. Atweh, S. Kemmis ve P. Weeks (Ed.), *Action research in practice: Partnerships for social justice in education* içinde (s. 21–36). New York: Routledge.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kertil, M. (2014). *Pre-service Elementary Mathematics Teachers' Understanding of Derivative Through A Model Development Unit*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Kertil, M. ve Gurel, C. (2016). Mathematical modelling: A bridge to STEM education. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(1), 44–55. doi: 10.18404/ijemst.95761
- Konold, C. ve Higgins, T. (2003). Reasoning about data. J. Kilpatrick, W. G. Martin ve D. Schifter (Ed.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* içinde (s. 193–215). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Korkmaz, H. (2014). *An Investigation of Prospective Secondary Mathematics Teachers' Thinking About Mathematical Modeling and Pedagogy of Modeling Throughout A Modeling Course*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kula Ünver, S., Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2018). Factors revealed while posing mathematical modelling problems by mathematics student teachers. *European Journal of Educational Research*, 7(4), 941-952. doi: 10.12973/eu-jer.7.4.941
- Leikin, R. ve Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371. doi: 10.1007/s10649-006-9071-z
- Leiß, D. (2007). *Lehrerinterventionen im selbständigkeitsorientierten Prozess der Lösung einer mathematischen Modellierungsaufgabe*. Hildesheim: Franzbecker.
- Leiss, D., Plath, J. ve Schwippert, K. (2019). Language and mathematics - Key factors influencing the comprehension process in reality based tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 21, 131–153. doi: 10.1080/10986065.2019.1570835
- Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R. ve Pekrun, R. (2010). The role of the situation model in mathematical modelling - Task analyses, student competencies, and teacher interventions. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31(1), 119–141. doi: 10.1007/s13138-010-0006-y
- Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. R. Lesh ve H. M. Doerr (Ed.), *Beyond constructivism: models and modelling perspectives on mathematics*

- problem solving, learning and teaching* içinde (s. 3-33). Mahwah N. J.:Lawrance Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R. ve Harel, G. (2003). Problem solving, modelling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5, 157-190.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. ve Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. R. Lesh ve A. Kelly (Ed.), *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lesh, R. ve Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 5, 109–130. doi: 10.1080/10986065.2003.9679996
- Lesh, R. ve Yoon, C. (2004). Evolving communities of mind – In which development involves several interacting and simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205–226. doi: 10.1207/s15327833mtl0602_7
- Liu, M. (2011). *Students' mathematical modelling behaviors: Strategies and competencies*. (Unpublished doctoral thesis). Simon Fraser University/Mathematics Education Program, Canada.
- Maaß, K. (2004). Mathematisches Modellieren im Unterricht. Hildesheim: Franzbecker.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum ve S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics: Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* içinde (s. 63–78). Chichester: Horwood.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *J Math Didakt*, 31, 285-311.
- Manouchehri, A. ve Lewis, S. T. (2017). Reconciling intuitions and conventional knowledge: The challenge of teaching and learning mathematical modeling. G. A. Stillman, W. Blum, & G. Kaiser (Ed.), *Mathematical modelling and applications:*

- Crossing and researching boundaries in mathematics education* içinde (s. 107–116). Cham: Springer.
- McKernan, J. (2008). *Curriculum and imagination: Process theory, pedagogy and action research*. London: Routledge.
- McMillan, J. ve Schumacher, S. (2014). *Research in education. Evidence-based inquiry* (Seventh edition). Harlow: Pearson.
- McTaggart, R. (1997). *Participatory action research: International contexts and consequences*. Albany: State University of New York Press.
- MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Merrill, S. J. (2003). Solving problems: Perchance to dream. S. J. Lamon, W.A. Parker ve S. K. Houston (Ed.), *Mathematical modelling: A way of life* içinde (s. 97—105). Chichester: Horwood.
- Mertler, C. A. (2016). *Action research improving schools and empowering educators* (Fifth edition). Thousand Oaks, California: SAGE Publications.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Mills, G. E. (2003). *Action research: A guide for the teacher researcher*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Mishra, P. ve Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108, 1017-1054.
- Manouchehri, A. ve Lewis, S.T. (2017) Reconciling intuitions and conventional knowledge: the challenge of teaching and learning mathematical modelling. Stillman G., Blum W. ve Kaiser G. (Ed.), *Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* içinde (s. 107-116). Springer, Cham.
- Moore, T. ve Diefes-Dux, H. (2004). Developing model-eliciting activities for undergraduate students based on advanced engineering content. *34th Annual Frontiers in Education* içinde (s. 461–466). Savannah, GA.

- Morgan, C., Craig, T., Schuette, M. ve Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 46(6), 843–853. doi: 10.1007/s11858-014-0624-9
- NCTM (2000). *Principals and Standarts for School Mathematics*. Reston, Va: Nationa Council of Teachers of Mathematics Pub.
- Ng, K. E. D. (2010). Partial metacognitive blindness in collaborative problem solving. L. Sparrow, B. Kissane ve C. Hurst (Ed.), *Shaping the future of mathematics education: MERGA 33 conference proceedings* (Volume 2) içinde (s. 446–453). Freemantle: Merga.
- Niss, M. (2004). Key issues and trends in research on mathematical education. *Proceedings of the ninth international congress on mathematical education* içinde (s. 37-57). Springer Netherlands.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students’ mathematical modeling. R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines ve A. Hurford (Ed.), *Modeling students’ mathematical competencies* içinde (s. 43-59). New York: Springer.
- Niss, M., Blum, W. ve Galbraith, P. (2007). How to replace the word problems. W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn ve M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* içinde (s. 3-32). New York: Springer.
- Oliveira, A. M. P. ve Barbosa, J. C. (2009). The teachers’ tensions in mathematical modelling practice. Blomhøj, M. ve Carreira, S. (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics : 461. Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematics Education* içinde (pp. 61–71). Roskilde: Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartin, F. T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: ilköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 151(34), 65-73.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2002). *Definition and selection of competences (DeSeCo): Theoretical and conceptual foundations. Strategy Paper*. Paris: OECD.

- Organisation for Economic Co-operation and Development (2006). *Assesing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: OECD. doi: 10.1787/19963777
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2009). *PISA 2009 assessment framework - key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD. doi: 10.1787/19963777
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris: OECD. doi: 10.1787/9789264190511-en
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving* (revised edition). Paris: OECD. doi: 10.1787/9789264281820-en.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. Paris: OECD. doi: 10.1787/b25efab8-en.
- Ottesen, J. (2001). Do not ask what mathematics can do for modeling. Ask what modeling can do for mathematics! D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study* içinde (s. 335–346). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Özaltun, A., Hıdıroğlu, Ç.N., Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının modelleme sürecinde kullandıkları gösterim şekilleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(2), 66-88.
- Özdemir, E. (2014). *Matematik Eğitiminde Modelleme Üzerine Öğrenme-Öğretme Uygulamaları*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Özturan Sağırılı, M. (2010). *Türev Konusunda Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarıları Ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniveristesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Palus, C. J. ve McGuire, J. B. (2015). Mediated dialogue in action research. In H. Bradbury (Ed.), *The SAGE handbook of action research* içinde (s. 691–669). Thousand Oaks CA: Sage.
- Patel, A. ve Pfannkuch, M. (2018). Developing a statistical modelling framework to characterize year 7 students' reasoning. *ZDM Mathematics Education*, 50(7), 1197–1212. doi: 10.1007/s11858-018-0960-2
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Plath, J. ve Leiss, D. (2018). The impact of linguistic complexity on the solution of mathematical modelling tasks. *ZDM Mathematics Education*, 50(1,2), 159–171. doi: 10.1007/s11858-017-0897-x
- Pollak, H. O. (2011). What is mathematical modeling? *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 2, 64.
- Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S. ve Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95, 53–78. doi: 10.1007/s10649-016-9736-1
- Rittle-Johnson, B. ve Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91, 175–189.
- Saka, E. (2016). *Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemlerini Çözme Sürecinde Teknolojinin Rolü*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U. ve Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi* 3(2), 221-247.
- Schaap, S., Vos, P. ve Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: exploring a framework. G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo

- Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in Teaching and Learning Mathematical Modelling: ICTMA 2014* içinde (s. 137–146). New York: Springer
- Schukajlow, S., Achmetli, K. ve Rakoczy, K. (2019). Does constructing multiple solutions for real-world problems affect self-efficacy? *Educational Studies in Mathematics*, 100, 43–60. doi: 10.1007/s10649-018-9847-y
- Schukajlow, S., Kaiser, G. ve Stillman, G. (2021). Modeling from a cognitive perspective: theoretical considerations and empirical contributions. *Mathematical Thinking and Learning*. doi: 10.1080/10986065.2021.2012631
- Schukajlow, S., Kolter, J. ve Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM*, 47(7), 1241–1254. doi: 10.1007/s11858-015-0707-2
- Schukajlow, S. ve Krug, A. (2013). Considering multiple solutions for modelling problems - design and first results from the MultiMa-Project. G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum ve J. Brown (Ed.), *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 15 Proceedings)* içinde (s. 207– 216). Heidelberg: Springer.
- Schukajlow, S., Krug, A. ve Rakoczy, K. (2015). Effects of prompting multiple solutions for modelling problems on students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 393–417. doi: 10.1007/s10649-015-9608-0
- Scott, B. M. ve Levy, M. G. (2013). Metacognition: Examining the components of a fuzzy concept. *Educational Research*, 2(2), 120–131.
- Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of Mathematics*, 13(2), 105-112.
- Sevinc, S. ve Lesh, R. (2017). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *ZDM*, 50, 301–314. doi: 10.1007/s11858-017-0898-9
- Shahbari, J. A. ve Tabach, M. (2018). Developing prospective mathematics teachers' knowledge of the modeling approach. *Scientia in Educatione*, 9(2), 146–158. doi: 10.14712/18047106.1183
- Shahbari, J. A. ve Tabach, M. (2019). Adopting the modelling cycle for representing prospective and practicing teachers' interpretations of students' modelling

- activities. G. Stillman ve J. Brown (Ed.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* içinde (pp. 179–196). Cham: Springer.
- Shahbari, J. A. ve Tabach, M. (2020). Features of modeling processes that elicit mathematical models represented at different semiotic registers. *Educ Stud Math* 105, 115–135. doi: 10.1007/s10649-020-09971-2
- Simon, L. H. ve Cox, D. C. (2019). The role of prototyping in mathematical design thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100724. doi: 10.1016/j.jmathb.2019.100724
- Sol, M., Giménez, J. ve Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12–16-year-old pupils. G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling (ICTMA 14)* içinde (pp. 231–240). New York, NY: Springer.
- Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving. M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the fourth congress of the european society for research in mathematics education (CERME 4)* içinde (s. 1686-1695). Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.
- Steen, L. A. (1999). Twenty question about mathematical reasoning. L. V. Stiff ve F. R. Curcio (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12. 1999 yearbook* içinde (s. 270-285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stillman, G. A. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling ICTMA14* içinde (s. 165–180). New York, NY: Springer.
- Stillman, G.A. (2015). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt?. Cho, S. (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* içinde (s. 791-805). Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-17187-6_44
- Stillman, G., Brown, J. ve Galbraith, P. (2010). Identifying challenges within transition phases of mathematical modelling activities at year 9. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines ve A. Hurford (Ed.), *Modelling students' mathematical modelling competencies ICTMA 13* içinde (pp. 385–395). New York: Springer.

- Stillman, G. A. ve Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students. *Educational Studies in Mathematics*, 36(2), 157–195.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. ve Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. J. Watson ve K. Beswick (Ed.). *Mathematics: Essential research, essential practice* içinde (pp. 691-700). Australia: Merga.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W. ve Brown, J. P. (2013). Mathematical modelling: Connecting to teaching and research practices–The impact of globalisation. G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum ve J. P. Brown (Ed.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* içinde (pp. 1–24). Dordrecht: Springer.
- Stohlmann, M. ve Yang, Y. (2021). Investigating the alignment to mathematical modelling of teacher-created mathematical modelling activities available online. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. doi: 10.1080/0020739X.2021.1961030
- Şahin, N. (2019). *İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Belirlenmesi ve Değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016a). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67. doi: 10.15390/EB.2016.6011
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016b). Ortaokul öğrencilerin modelleme deneyimleri: Kâğıttan uçak yapma yarışması problemi. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 34-44.
- Şen, E. Ö. (2020). Öğretmen adaylarının tasarladıkları matematiksel modelleme problemleri ve tasarlama sürecine ilişkin görüşleri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(3), 1530 - 1560. doi: 10.29299/kefad.853996
- Şen Zeytin, A. (2013) *An Investigation of Prospective Teachers' Mathematical Modelling Processes And Their Views About Factors Affecting These Processes*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Şen Zeytun, A., Cetinkaya, B. ve Erbas, A. (2017). Understanding prospective teachers' mathematical modeling processes in the context of a mathematical modeling course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(3), 691–722. doi: 10.12973/eurasia.2017.00639a
- Tan, L. S. ve Ang, K.C. (2013). Pre-service secondary school teachers' knowledge in mathematical modelling—A case study. G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum ve J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* içinde (pp. 373–384). Dordrecht: Springer.
- Taşpınar Şener, Z. (2017). *Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Tasarladıkları Model Oluşturma Etkinliklerinin İncelenmesi ve Bu Etkinliklerin Öğretim Sürecinde Kullanımlarına İlişkin Görüşleri*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- TDK (2018). Türk Dil Kurumu. Erişim adresi: <https://sozluk.gov.tr/>
- Tekin, A. (2012). *Matematik Öğretmenlerinin Model Oluşturma Etkinliği Tasarım Süreçleri Ve Etkinliklere Yönelik Görüşleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tekin Dede, A. (2015). *Matematik Derslerinde Öğrencilerin Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesi: Bir Eylem Araştırması*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tekin Dede, A. (2017). Modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarısı arasındaki ilişkilerin incelenmesi. *Elementary Education Online*, 16(3), 1201-1219. doi: 10.17051/ilkonline.2017.330251
- Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2013a). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 300-322
- Tekin Dede, A. ve Bukova Güzel, E. (2013b). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarım süreçlerinin incelenmesi: obezite problemi. *İlköğretim Online*, 12(4), 1100-1119.
- Tekin Dede, A., Hidiroglu, C. N. ve Bukova Güzel, E. (2017). Examining of model eliciting activities developed by mathematics students teachers. *Journal on Mathematis Education*, 8(2), 223-242. doi: 10.22342/jme.8.2.3997.223-242

- Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2015). 6. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterlikleri nasıl geliştirilebilir? *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 4(1), 49-63.
- Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2016). Cognitive modelling skills from novice to expertness. *European Journal of Education Studies, Special Issue*, 15-32. doi: 10.5281/zenodo.167309
- Thanheiser, E. ve Jansen, A. (2016). Inviting prospective teachers to publicly share their rough draft mathematical thinking. *Mathematics Teacher Educator*, 4(2), 145–163. doi: 10.5951/mathteaceduc.4.2.0145
- Tidwell, W., Anhalt, C. O., Cortez, R. ve Kohler, B. R. (2021). Development of prospective elementary teachers' mathematical modelling competencies and conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. doi: 10.1080/0020739X.2021.2005170
- Tomal, D. R. (2010). *Action research for educators* (2nd ed.). Lanham, MD: Rowman & Littlefield.
- Turner, E. E. vd. (2022). Authenticity of elementary teacher designed and implemented mathematical modeling tasks. *Mathematical Thinking and Learning*. doi: 10.1080/10986065.2022.2028225
- Türker, B., Sağlam, Y. ve Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4622-4628.
- Umay, A., Akkuş, O. ve Duatepe Paksu, A. (2006). Matematik dersi 1.-5. sınıf öğretim programının NCTM prensip ve standartlarına göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 198-211.
- Ünlü, M. ve Sarpkaya Aktaş, G. (2017). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifade ve denklemlere yönelik kurdukları problemlerin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 161-187.

- Van de Walle, J., Karp, K. ve Bay-Williams, J. (2018). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (Tenth ed.). New York: Pearson.
- Verschaffel, L., Greer, B. ve De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 557-628). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Vorhölter, K. (2018). Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. *ZDM Mathematics Education*, 50(1–2), 343–354. doi: 10.1007/s11858-017-0909-x
- Vorhölter, K., Krüger, A. ve Wendt, L. (2019). Chapter 2: Metacognition in mathematical modeling—an overview. S. A. Chamberlin ve B. Sriraman (Ed.), *Affect in mathematical modeling* içinde (s. 29–51). Cham: Springer.
- Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 16(1), 53-60.
- Wagner, T. (2008). Rigor redefined. *Educational Leadership*, 66(2), 20-24.
- Weber, R. P. (1990). *Basic content analysis*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Wedge, T. (1999). To know or not to know – mathematics, that is a question of context. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 205–227.
- Wessels, H. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(9), 22-40.
- Wood, P. (1988). Action Research a field perspective. *Journal of Education for Teaching*, 14(2), 135–150.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, S. ve Tekin Dede, A. (2016). Mathematization competencies of pre-service elementary mathematics teachers in the mathematical modelling process. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*. 4(4), 284-298. doi: 10.18404/ijemst.39145
- Yin, R. (1994). *Case study research design and methods second edition* (Vol. 5). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

- Yu, S. Y. ve Chang, C. K. (2011). What did Taiwan mathematics teachers think of model-eliciting activities and modelling teaching? G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri ve G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling (ICTMA 14)* içinde (s. 147-156). New York: Springer.
- Zawojewski, J. (2010). Problem solving versus modeling. R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines ve A. Hurford (Ed.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* içinde (pp. 237-244). New York: Springer.
- Zbiek, R., M. ve Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 89-112.
- Zihar, M. ve Çiltaş, A. (2018). Matematiksel modelleme yöntemiyle 8. sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması. *e- Kafkas Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 5(3),46-63. doi: 10.30900/ kfkasegt.500004
- Zulkarnaen, R. (2018). Why is mathematical modeling so difficult for students? *8th Annual Basic Science International Conference*, 1-6. East Java, Endonezya.

EKLER

- Ek 1:** MEB tarafından araştırma için verilen izin belgesi
- Ek 2:** Araştırma ve yayın etik kurul kararı
- Ek 3:** Öğretmen adaylarıyla yürütülecek derse ilişkin izin belgesi
- Ek 4:** Gönüllülük formu
- Ek 5:** Eğitimde kullanılan PowerPoint sunusu
- Ek 6:** Uygulama öncesi öğretmen adaylarına uygulanan anket
- Ek 7:** Uygulama sonrası öğretmen adaylarına uygulanan anket
- Ek 8:** Modelleme problemi çözüm izleme şablonu
- Ek 9:** Modelleme problemi sunum şablonu
- Ek 10:** Model oluşturma etkinliği uzman değerlendirme rubriği
- Ek 11:** Bilgilendirilmiş veli onam formu
- Ek 12:** Ortaokul öğrencilerine uygulanan anket
- Ek 13:** Saman balyası, yakıt problemi (Hopa) ve yakıt problemine ilişkin örnek katılımcı çözümleri
- Ek 14:** Tasarlanan model oluşturma etkinliklerinden örnekler
- Ek 15:** Az öde çok ye, konforlu yurt yaşamı ve portakal problemine ilişkin ortaokul öğrencilerinin örnek çözümleri

Ek 1



T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 59090411-20-E.10217242
Konu : Anket ve Araştırma İzin Talebi.

05/08/2020

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Marmara Üniversitesi'nin 13.07.2020 tarihli ve 188401 sayılı yazısı.
b) Bakanlığımızın 21.01.2020 tarih ve 1563890/ 2020/2 No'lu genelgesi
c) Müdürlüğümüz Araştırma ve Anket Komisyonunun 05.08.2020 tarihli tutanağı.

Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Doktora Öğrencisi Muhammet ŞAHAL 'ın "Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi" konulu tezine dair araştırma çalışmasını Gözlem formu uygulama isteği hakkındaki ilgi (a) yazı ve ekleri müdürlüğümüzce incelenmiştir.

Araştırmacının söz konusu talebi; bilimsel amaç dışında kullanılmaması, uygulama sırasında bir örneği müdürlüğümüzde muhafaza edilen mühürlü ve imzalı veri toplama araçlarının kurumlarımıza araştırmacı tarafından ulaştırılarak uygulanması, katılımcıların gönüllülük esasına göre seçilmesi, araştırma sonuç raporunun kamuoyuyla paylaşılmaması koşuluyla, okul idarelerinin denetim, gözetim ve sorumluluğunda, eğitim-öğretimi aksatmayacak şekilde ilgi (b) Bakanlık emri esasları dâhilinde uygulanması, sonuçtan Müdürlüğümüze rapor halinde (CD formatında) bilgi verilmesi kaydıyla Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Levent YAZICI
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:
1- Genelge.
2- Komisyon Tutanağı.

OLUR
05/08/2020
Dr. Hasan Hüseyin CAN
Vali a.
Vali Yardımcısı



es: İstanbul Millî Eğitim Müdürlüğü - Strateji Geliştirme Şb.Md.
birdirek Mh.İmran Öktem Cd. No:1 Sultanahmet-Fatih/İstanbul
Elektronik Ağ: istanbul.meb.gov.tr
E-posta: ist.sgb34@gmail.com

Bilgi için: Aykut ÇELİK

Tel: 0 (212) 384 36 32

Faks: 0 () _____

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 23f3-5ccf-3ce1-b0e3-187f kodu ile teyit edilebilir.

Ek 2



T.C.
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULU KARARI

Sayı: 2000310285

Tarih: 19 Kasım 2020

Projenin Adı: *Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi*

Projenin Yürütücüsü: Muhammet ŞAHAL

Projedeki Araştırmacılar: Prof. Dr. Ahmet ŞÜKRÜ ÖZDEMİR

Onay Tarihi ve Onay Sayısı: 4.11.2020 /

2020-8-20

2020/101... Protokol Nolu

Sayın: Muhammet ŞAHAL

“Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi” isimli projeniz Üniversitemiz Eğitim Bilimler Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından incelenmiş ve etik yönden uygunluğuna karar verilmiştir.

Ek 3



T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM FAKÜLTESİ

Sayı : 36994665-605.01-E.1909090332
Konu : Uygulama İzni

Tarih: 09.09.2019

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ BÖLÜMÜ BAŞKANLIĞINA

İlgi: MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ BÖLÜMÜ, 06.09.2019 Tarih ve E.1909060442 Sayılı Yazısı

İlgi yazı gereğince, Bölümünüz öğretim elemanı Arş. Gör. Muhammet ŞAHAL'ın "Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi" başlıklı doktora tezinin uygulamasını 2019-2020 Eğitim-Öğretim Yılı Güz Yarıyılında yürütülen IMO3071 Görsel Matematik ve IMO4051 Geometri Öğretimi derslerinde gerçekleştirmesi Dekanlığınızca uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

e-imzalıdır
Prof. Dr. Mustafa ARSLAN
Dekan

Adres : Yıldız Teknik Üniversitesi Davutpaşa Kampüsü Eğitim Fakültesi Davutpaşa
Cad. 34220 Esentepe/İSTANBUL
Tel / Fax : 0212 383 48 24 / 0212 383 48 08
Kep Adresi : yildizteknikuniversitesi@is01.kep.tr

İrtibat : Şule Nur KARAER
Web : <http://www.egf.yildiz.edu.tr>
e-Posta : suyazici@yildiz.edu.tr

Ek 4

Değerli Katılımcı,

Bu uygulama “Geometrik modelleme etkinliklerinin tasarımı ve uygulanabilirliğinin incelenmesi” başlıklı tez için gerçekleştirilecektir. Uygulama sürecinde sizden matematiksel modelleme eğitimine devamsız katılımınız, matematiksel modelleme soruları çözmeniz ve geometrik modelleme etkinlikleri tasarlamanız istenecektir. Uygulama esnasında kamera ve ses cihazıyla kayıt alınacaktır. Çalışmada kişisel verilerin gizliliğine dikkat edilecektir.

Geometrik modelleme etkinliklerinin tasarım sürecinde ve sonrasında ortaya çıkan etkinliklerle ilgili olarak herhangi bir paylaşım yapmamanız, çalışmanın geçerliği ve güvenilirliği açısından önem arz etmektedir.

Kendi el yazınızla “Çalışmaya gönüllü olarak katıldım ve ortaya çıkan ürünü başka bir kişiyle paylaşmayacağım” ifadesini yazarak imzalamanızı istirham ediyorum.

Çalışmaya yapmış olduğunuz katkılardan dolayı şimdiden size teşekkür ederim.

Arş. Gör. Muhammet ŞAHAL

Ek 5

MATEMATİKSEL MODELLEME

Hazırlayan:
Muhammet ŞAHAL

2. Matematiksel modelleme nedir?
 - a. Matematiksel model nedir?
 - b. Matematiksel modelleme ile model ilişkisi.
 - c. Niçin matematiksel modelleme?
 - d. Problem çözme ve modelleme ilişkisi
3. Modelleme türleri ve farklı sınıflandırmalar
4. Modelleme döngüleri (Araç olarak, amaç olarak)
5. Modelleme yeterlikleri
6. Model oluşturma etkinlikleri ve prensipleri
7. İyi bir modelleme sorusunun özellikleri

1. Geometri Öğretimi
 - a. Niçin geometri öğretimi?
 - b. Öklid Geometrisi
 - c. Van Hiele (1986)'in geometrik düzeyleri
 - d. Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda geometri ve ölçme öğrenme alanı

7. Örnek modelleme sorularının çözümü
8. Uygulama
9. Değerlendirme

Niçin Geometri Öğretimi?

- Matematik öğretimi ile genelde bireylerin gerçek hayatta karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelmelerini sağlamaktır. Bu amaca ulaşmak için sistematik bir eğitim öğretim sürecinin işletilmesi gerekmektedir.
- Özelde geometri öğretiminin amacı ise yukarıda bahsi geçen genel amaçla birlikte bireylerin,
 - Uzamsal farkındalığını artırmak,
 - Geometrik anlamda akıl yürütme becerilerini geliştirmek
 - Farklı geometrik düşünme becerileri kazandırmak ve geliştirmek
 olarak ele alınabilir.
- Elbette ki geometrik düşünme becerileri matematiksel düşünme becerilerinden bağımsız olarak düşünülemez. Aralarında yakın ilişkiler mevcuttur.

- Geometrik düşünme ise literatürde bireylerin geometrik şekiller, kavramlar ve prensipler arasında ilişkiler kurarak geometri problemlerini çözebilmelerine olanak sağlayan bir düşünme şekli olarak tanımlanmıştır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014).

Öklid Geometrisi

- MÖ 300'lü yıllarda yaşadığı bilinen Öklid ile beraber geometri aksiyomatik bir yapı kazanmıştır. 13 ciltlik elementler isimli ortaya koyduğu eser bu anlamda ilk kapsamlı eser olarak kabul edilmektedir. Kendinden sonra neredeyse 2000 yıllık süreçte önemli bir başvuru kaynağı olmaya devam etmiştir. Ortaokul geometri öğretimi Antik Yunan dönemindeki matematik olduğu söylenebilir.

- Öklid'in ortaya koymuş olduğu aksiyomlar şunlardır:
 - İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.
 - Bir doğru parçası iki yöne sınırsız bir şekilde uzatılabilir.
 - Merkezi ve üzerinde bir noktası verilen bir çember çizilebilir.
 - Bütün dik açılar eşittir.
 - Bir doğruya dışında alınan bir noktadan bir ve yalnız bir paralel çizilebilir.
- Öklid kendinden sonra gelen 2000 yıla damgasını vurmamakla kalmamıştır. Aynı zamanda Öklid dışı geometriye de etkisi olduğunu söyleyebiliriz. Çünkü Öklid dışı geometrinin doğuşu da 5. aksiyoma getirilen itirazlar sayesinde olmuştur. Bu aksiyoma zıt olarak kendi içinde tutarlı yeni aksiyomların ortaya atılmasıyla Öklid dışı geometrinin doğduğu söylenebilir.

Van Hiele'nin Geometrik Düşünme Düzeyleri

- Geometrik düşünme becerileri ile matematiksel düşünme becerilerinin bir alt basamağı gibi düşünülmüştür. Literatürde geometrik düşünme düzeylerine ilişkin farklı teoriler ortaya atılmıştır. Ancak Van Hiele'nin geometrik düşünme düzeyleri bunlar arasında öne çıkan kuramsal çerçeve olarak kabul görmektedir. Van Hiele (1986)'nin beş farklı geometrik düşünme düzeyi şu şekildedir.
 - Düzey 0 (Görsel)
 - Düzey 1 (Betimsel)
 - Düzey 2 (Basit Çıkarım)
 - Düzey 3 (Çıkarım)
 - Düzey 4 (Sistematik Düşünme)

- Düzey 0 (Görsel): Geometrik şekiller bir bütün olarak algılanmaktadır. Bu düzeyde şekiller sadece görünümlerine göre sınıflandırılabilir.
- Düzey 1 (Betimsel): Bu düzeyde geometrik şekillerin bazı parçalardan oluştuğu ve bu parçaların özellikleri olduğu fark edilir. Özelliklerine göre şekiller sınıflandırılmaya başlanır.
- Düzey 2 (Basit Çıkarım): Şekiller arasındaki ilişkiler ve hiyerarşik yapı anlamlandırılmaya başlanır. Bir kavramı tanımlamak için gerekli ve yeterli olan özellikler söylenebilir.
- Düzey 3 (Çıkarım): Bu düzeyde matematiksel olarak akıl yürütülebilir ve aksiyomatik yapıyla çalışarak ispatlar yapılabilir.
- Düzey 4 (Sistematik Düşünme): Bu düzey matematikle bir bilim olarak uğraşanların ulaştığı düzey olarak belirlenmiştir.

5. sınıfta öğrencilerin doğru, doğru parçası, ışın gibi temel geometrik kavramları anlamlandırmaları, çokgenleri ve özel dörtgenleri isimlendirmeleri, özelliklerini tanımları ve uzunluk ölçme birimleri hakkında bilgi sahibi olmaları amaçlanmaktadır. Ayrıca dikdörtgenin alanının hesaplanması ve dikdörtgenler prizmasının temel elemanlarını belirleme, açınımlarını çizme gibi konularda yetkin hale gelmeleri hedeflenmektedir.

6. sınıf geometri öğretimi ele alındığında öğrencilerin açısı, eş açısı, yükseklik gibi kavramları tanımları, üçgen ve paralelkenarın alanlarını hesaplamaları, çember kavramı ve dikdörtgenler prizmasının hacmi konusunda yeterli düzeye gelmeleri beklenmektedir.

7. sınıfta ise açıortay, yöndeş, ters, iç ters ve dış ters açı kavramları, düzgün çokgenlerin özellikleri, iç açıları, dış açıları, dörtgenlerin alan bağıntılarının oluşturulması, çemberde açılar, yay uzunluğu, daire ve daire diliminin alanları ve cisimlerin farklı yönlerden görünüşleriyle çizimleri ele alınmaktadır.

Son olarak 8. sınıfta üçgenler ayrıntılı olarak yer almakta ve Pisagor bağıntısının oluşturulması ve ilgili problemlerin çözümü hedeflenmektedir. Ayrıca bu sınıfta dönüşüm geometrisiyle çokgenlerde, üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularıyla dik prizma, dik piramit, dik silindirdi, dik koni konuları yer almaktadır.

Özetle ortaokul geometri öğretimi kazanımları incelendiğinde Van Hiele'nin düzey 1 (betimsel) ve düzey 2 (basit çıkarım) düşünme seviyeleriyle ilişkili olduğu görülebilir.

Matematiksel Modelleme

Modelleme kavramı günlük hayatta, internet ortamında veya farklı durumlarda karşımıza çıkabilmektedir. Burada modelleme kavramıyla matematiksel modelleme kavramları birbiriyle eş kavramlar olarak ele alınacaktır. Peki matematiksel modelleme nedir?

Matematiksel modelleme gerçek yaşam problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek yaşam durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği bir süreçtir (Lesh ve Doerr, 2003).

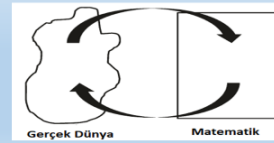
Borromeo Ferri (2018) matematiksel modellemeyi gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş olarak tanımlamıştır.

Gravemeijer (2002) de modellemeyi problemlerde ortaya çıkan modeller ve sembolik anlamları organize etme süreci olarak tanımlamıştır.

Greefrath ve Vorhölter (2016) ise gerçek hayat probleminden ortaya çıkan, daha sonra bir model vasıtasıyla tanımlanan ve bu modeli kullanarak çözümün gerçekleştirildiği sürecin tamamını matematiksel modelleme olarak tanımlamıştır.

Berry ve Houston (1995) matematiksel modellemenin, problemleri matematiksel olarak çözmek için yöntem sağladığını belirtir; matematiksel modeli ise problemde yer alan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkinin matematiksel temsili olarak tanımlamıştır.

Literatürdeki matematiksel modelleme tanımları bu araştırmacıların tanımlarıyla sınırlı değildir. Ancak matematiksel modelleme tanımlarında gerçek dünyayla matematik arasındaki çift yönlü ilişki olduğu konusunda fikir birliği mevcuttur. Bütün modelleme tanımlarında bu çift yönlü ilişkiye dikkat çekilmiştir.



Matematiksel Modelleme ve Model ilişkisi

Matematiksel model ile matematiksel modelleme arasındaki en temel ilişki şöyle açıklanabilir: **Matematiksel modelleme bir süreç olarak tanımlanırken; model ise bu sürecin sonunda ortaya çıkan ürünü ifade etmektedir (Sriraman, 2006).**

Niçin Matematiksel Modelleme?

Gerçek dünya ile matematik arasındaki ilişkiyi kurmada hali hazırda gerçekleştirilen uygulamaların bu amaca ulaşmada ne kadar yeterli olduğu tartışmalıdır?

Matematiksel modelleme bütün bilgilerin verildiği ve bir algoritmanın uygulandığı uydurulmuş gerçekçi bir problem olarak algılanamaz. Bu yüzden gerçek bir durumda matematiği uygulamayı gerektiren matematiksel modellemede öğrenciler zorlanmaktadır. Bunu üstesinden gelebilmek için öğrencilerin tam anlamıyla gerçek dünyayla ilgili problemlerle uğraşarak kendilerini geliştirmeleri gerekir.

- Bu yolla öğrencilerin gerçek dünya sorunlarını anlamaları ve bunların çözüm yollarını araştırmaları,
- Modelleme etkinlikleri vasıtasıyla matematiksel yeterliklerini geliştirmeleri,
- Matematiğe daha geniş perspektiften bakmaları,
- Matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri amaçlanmaktadır.

Bir inşaat firması eni 54 m ve boyu 81 m olan dikdörtgen şeklindeki arsı, epti alanı kare şeklinde parsellere bölüp, her parselde bir konut yapacaktır. Buna göre en az kaç konut yapılabilir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 27



- A) Gül B) Çiçek C) Karanfil D) Kimsiyeti

Boş bir havuzu A ve B muslukları 36 saatte, A ve C muslukları 48 saatte, B ve C muslukları ise 72 saatte doldurabilmektedir. Buna göre, üç musluk birlikte bu havuzu kaç saatte doldurur?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 34

Bir kümede kazlar, ördekler ve tavuklar vardır. Bu kümeden rastgele seçilecek bir hayvanın ördek olma olasılığı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{4}$

Problem Çözme ve Matematiksel Modelleme ilişkisi

Matematiksel problem çözme sürecinde daha çok Polya'nın problem çözme yöntemi kabul görmektedir. Polya'nın 4 adımlı yöntemi,

- Problemi anlama,
- Bir plan kurma (strateji geliştirme),
- Planı uygulama (çözüm),
- Geri dönüş (kontrol ve yorum)

olarak sınıflandırılmıştır (Polya, 1957).

Öğrenciler genelde matematiksel sonuç aşamasında problemi bırakmaktadırlar, çünkü şimdiye kadar çözdükleri sorularda o şekilde yapmışlardır. Fakat matematiksel modellemede durum farklıdır. Sonucu bulduktan sonra doğrulama aşaması matematiksel modelleme için önem arz etmektedir. Problem çözmeden farklı olarak elde edilen sonucun sadece matematiksel anlamda doğruluğunu kontrol etmenin yanında gerçek dünya durumuna uyarlanarak yorumlanması gerekir.

Normal bir problemten farklı olarak matematiksel modelleme sorularının şu özellikleri içermesi gerekir:

- Açık uçlu olmalıdır.
- Karmaşık olmalıdır.
- Gerçekçi olmalıdır.
- Otantik olmalıdır. (Kurgulanarak, senaryo üretmek değil gerçek bir durumdan üretilmelidir.)
- Problem içermelidir.
- Modelleme süreçleriyle çözümlenmelidir.



Açık bir havada deniz kenarında durduğunuzu düşünün. Bu durumda Dünya'nın eğiminden dolayı belli bir mesafeyi görebildiğinizi fark edeceksiniz. Eğer görülebilen maksimum uzaklığa w , gözlerinizin yerden yüksekliğine h dersanız $w^2=13h$ eşitliğiyle görülebilen en uç noktanın uzaklığı hesaplanabilmektedir.

- Gözlerinizin yerden yüksekliği 1.60 m ise ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?
- Yerden 5 m yükseklikte bir kulenin üzerinden ne kadar uzaklık görülebilir?



Açık ve rüzgarsız bir günde deniz kenarında durduğunuzu düşünün.

- Bulduğunuz yerden en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?
- Bir cankurtaran kulesinden en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?



İzmir şehrinin sembollerinden biri de Konak meydanında bulunan saat kulesidir. Bu saat kulesinin en tepesine ulaşabilmek için içinde bulunduğunuz grup gibi kaç tane kişi grubunu üst üste koymak gerekir?

Matematiksel Modelleme Türleri

Kaiser ve Sriraman (2006) altı farklı modelleme türüne dikkat çekmiştir:

- 1. Gerçekçi Modelleme:** Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünün vurgulandığı modelleme türüdür. Pragmatik yaklaşım sergilenir. Daha çok mühendislik bilimlerinde kullanılmaktadır.
- 2. Bağlamsal Modelleme:** Amerika'daki okullarda uygulanan sözel problemlerle ilgili araştırmalar sonunda ortaya atılmıştır. Bu modelleme türünde daha sonra açıklanacak olan model oluşturma etkinlikleri kullanılmaktadır. Öğrencilerin gerçek hayat problemleri vasıtasıyla anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmeleri beklenir.
- 3. Teorik Modelleme:** Matematiksel durumlar, kavramlar, teoremler arasındaki ilişkilerin öne çıktığı modelleme türüdür. Bu modelleme türünde bağlam çok önemsenmez.

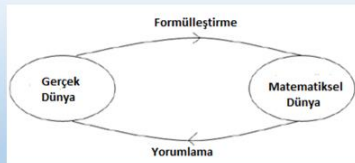
4. Eğitimsel Modelleme: Bu modelleme türünde gerçek dünya ile matematik arasındaki ilişkinin matematiği etkili ve anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlamak için merkeze alınmaktadır. Aslında diğer modelleme türlerini kapsayıcı niteliktedir. Pedagojik ve konu odaklı hedefler söz konusudur. Öğrenme-öğretme süreçlerinin geliştirilmesi ve kavram öğretimi olarak iki başlık altında ele alınmaktadır.

5. Bilişsel Modelleme: Öğrencilerin bilişsel süreçlerinin incelenip analiz edildiği, değerlendirildiği modelleme türüdür. Bu yolla öğrencilerde matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Modelleme etkinlikleri bilişsel psikoloji bağlamında ele alınmaktadır.

6. Sosyo-Kritik Modelleme: Öğrencilerin modelleme süreçlerinde toplumu anlamaları, yaşanan kültürü fark etmeleri hedeflenmektedir. Modelleme yaparken öğrencilerin üzerinde durduğu tartışmalar önem arz etmektedir.

Modelleme Döngüleri

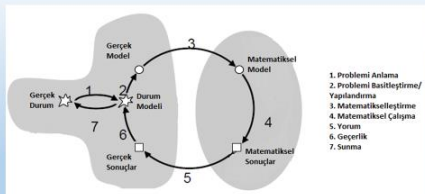
Modelleme döngüleri, modelleme süreçlerini betimleyen teorik araçlar olarak tanımlanmaktadır. Bu döngüler sadece teorik çerçeve olarak ele alınmamakta, aynı zamanda öğrenciler için birer öğrenme aracı, öğretmenler içinse birer tanımlama aracı olarak da nitelendirilmektedir. Öğrenciler için birer öğrenme aracıdır çünkü öğrenciler modelleme problemleri üzerinde çalışırken hangi adımda olduklarını fark etmeleri ve üst-bilişsel farkındalık kazanmalarına yardımcı olmaktadır. Öğretmenler için birer öğretim materyali görevi görmektedir çünkü modelleme problemleri üzerinde öğrenciler çalışırken basamakların ayırt edilmesinde, adlandırılmasında ve karşılaşılan bilişsel engeller daha kolay aşılabılır. Modellemeye ilgili literatür incelendiğinde farklı modelleme döngüleriyle karşılaşmak mümkündür.



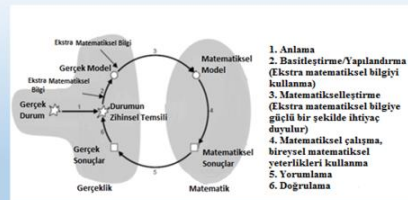
Berry ve Houston (1995)'a ait modelleme döngüsü.



Lesh ve Doerr (2003)'e ait modelleme döngüsü.



Blum ve Leiß (2007)'e ait modelleme döngüsü.



Borromeo Ferri (2006)'ye ait modelleme döngüsü.

Modelleme Yeterlikleri

Matematiksel modelleme yeterlikleri bir kişinin matematiğin rol aldığı veya alabileceği olduğu farklı iç-dış matematiksel bağlamlarda ve durumlarda matematiği anlama, yargılama, uygulama ve kullanma becerisi olarak tanımlanmıştır. Bu yeterlikler alt başlıklar halinde şu şekilde özetlenebilir:

• Gerçek Yaşam Durumu → Gerçek Yaşam Problem Durumu

- Problemin bağlamını netleştirme
- Basitleştirici varsayımlarda bulunma
- Stratejik durumları belirleme
- Stratejik durumların doğru bileşenlerini belirleme

• Gerçek Yaşam Problem Durumu → Matematiksel Model

- Cebirsel modele geçiş için bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleme
- Özgün olarak tanımlanan bağımsız değişkeni fark etme
- Formülün uygulanması için bileşenleri matematiksel olarak temsil etme
- İlişkili varsayımlarda bulunma
- Hesaplamayı yapmak için teknolojik/matematiksel tabloları seçme
- Formüllerin çoklu durumlara uygulanmasını sağlamak için teknolojik araçları seçme
- Modelin grafiksel temsili için teknolojik araçları seçme
- Cebirsel denklemi doğrulamak için teknolojik araçları seçme
- Bir grafiği fonksiyonun temsili olarak algılamak ancak cebirsel denklemi doğrulamak için bir veri çizim aracı olarak algılamama

• Matematiksel Model → Matematiksel Çözüm

- Uygun sembolik formülü uygulama
- Daha karmaşık fonksiyonu üretmek için cebirsel sadeleştirme sürecini uygulama
- Hesaplamayı yapmak için teknolojik/matematiksel tabloları kullanma
- Çoklu durumlarda formülleri uygulanmak için teknolojik araçları kullanma
- Grafiksel temsili oluşturmak için teknolojiyi kullanma
- Farklı gösterimlere ait kuralları doğru şekilde kullanmak
- Teknoloji kullanarak cebirsel modeli doğrulamak
- Çözümün yorumlanmasını sağlamak için ek sonuçlar elde etmek

• Matematiksel Çözüm → Gerçek Yaşam Çözümü

- Matematiksel çözümleri gerçek yaşamdaki karşılıklarıyla belirlemek
- Gerçek yaşam durumları açısından geçici ve nihai matematiksel sonuçları bağlama uyarılama (rutin → karmaşık)
- Yorumları doğrulamak için argümanları birleştirme
- Yeni yorumu desteklemek üzere gerekli olan sonuçları üretmek için engellerin kolaylaştırılması
- Yorumlayıcı bir soruyu ele almadan önce matematiği dâhil etme ihtiyacının farkına varılması

• Gerçek Yaşam Çözümü → Modeli Tekrar Gözden Geçirme veya Çözümü Kabul Etme

- Beklenmedik geçici sonuçları gerçek durumla aynı noktaya getirmek
- Matematiksel sonuçların gerçek dünyaya etkilerini düşünmek
- Problemin matematiksel ve gerçek yaşam boyutlarını aynı noktada buluşturmamak
- Geçerli bir çözüm için engellerin ne ölçüde kolaylaştırılması gerektiğinin bir sınırı olduğunun farkına varmak
- Modelin genellenebilirliğinin gerçek yaşam durumu için yeterli olup olmadığının düşünülmesi

Bütün bu özelliklerle beraber yeterlikler sadece becerileri değil aynı zamanda gerçek hayatta bunları yansıtıcı olarak kullanabilmeyi ve bu becerileri eyleme dönüştürmede istekli olmayı da içermektedir (Maaß, 2006). Özetle matematiksel modelleme yeterlikleri bireyin modelleme süreçlerinden başarıyla geçmesi için gerekli olan bilişsel ve duyuşsal faktörlerin bütünü olarak ele alınabilir.

Model Oluşturma Etkinlikleri ve Prensipleri

Matematikte kullanılan geleneksel kelime problemleri öğrencilerin üst düzey becerilerini geliştirmede yetersiz kalmaktadır (Ali'nin parası Veli'nin parasının 2 katından 5 TL fazladır. Toplam 35 TL paraları olduğuna göre...). Bu becerilere hitap eden problemlerin daha karmaşık olması gerekir. Model oluşturma etkinlikleri (MOE) buna fırsat sunmaktadır. MOE matematiksel olarak anlamlı olan sistemleri kurmak, tanımlamak, açıklamak, manipüle etmek, tahmin etmek veya kontrol etmek için paylaşılabılır, değiştirilebilir, tekrar kullanılabilir kavramsal araçları içeren dar çerçevede belirlenmiş kısa sorulara kısa cevaplar vermenin ötesine geçmeyi amaçlayan problem çözme uygulamaları olarak tanımlanmıştır (Lesh ve Doerr, 2003). MOE'nin 6 ilkesi vardır.

1. Model Oluşturma İlkesi: Bu ilkeye göre etkinliğin belirli bir yapı, tanımlama, açıklama veya doğrulanabilir bir tahmin geliştirmek için fırsat sunması gerekir (Lesh vd., 2000). Daha açık ifadeyle karşılaşılan problem için bileşenlerin belirlenmesi ve bu bileşenler arasındaki ilişkileri ortaya çıkaracak işlemlerin, işlemler için gerekli olan kuralların sistematik bir biçimde ortaya konması gerekmektedir (Chamberlin ve Moon, 2005).

2. Gerçeklik İlkesi: Bu ilke problemin öğrencilerin kişisel bilgileri ve geçmiş deneyimlerine göre anlamlı olması demektir (Lesh vd., 2000). Yani problemdeki senaryonun öğrencinin yaşamında ortaya çıkması muhtemel durumları içermesi gerekir (Chamberlin ve Moon, 2005).

3. Öz Değerlendirme İlkesi: Bir modelleme etkinliğinin bu ilkeyi sağlaması için problem durumunun alternatif çözümlerin uygunluğunu ve kullanılabilirliğini öğrencilerin kendi başlarına değerlendirebilmesi gerekir (Chamberlin ve Moon, 2005). Ayrıca Lesh vd. (2000)'ne göre problemin ne, ne zaman, niçin, nerede, kimin için sorularına yönelik amacının açık olması gerekir.

4. Yapıyı Belgelendirme İlkesi: Bu ilkeye göre problem durumuyla uğraşan öğrencilerin, bu süreçle ilişkin aşamalardan nasıl geçtikleri ve zihinsel süreçleri açıkça ortaya çıkarılmalıdır (Lesh vd., 2000). Bu bakımdan öğrencilerin düşünme süreçlerini bir şekilde belgelendirmeleri istenir (Chamberlin ve Moon, 2005).

5. Paylaşım ve Genelleştirme İlkesi: Bu ilkeye göre ortaya çıkan modelin sadece o anki durum için yararlı ve kullanışlı olmasının ötesinde paylaşılabılır, başka durumlara transfer edilebilir ve genellenebilir olması gerekir (Lesh vd., 2000).

6. Etkili Prototip İlkesi: Problem durumu bir sonuca evrildikten sonra aradan zaman geçmesine rağmen başka benzer durumlar için bir metafor ya da prototip sunuyorsa, bu ilkenin varlığından söz edilebilir (Lesh vd., 2000). Chamberlin ve Moon (2005) bu ilkenin bir önceki paylaşım ve genelleştirme ilkesiyle yakından ilişkili olduğunu belirtmiştir.

İyi Bir Modelleme Sorusunun Özellikleri

Gerçekten bir matematiksel modelleme problemi ortaya koymak ve bununla kaliteli bir öğretim yapmak zordur. Tecrübeli öğretmenler bile modelleme görevi geliştirme sürecinin başlangıcında yaşa uygun bağlam bulma, etkin materyaller kullanma ve görevin karmaşıklığı konularında zorlanmaktadır. Buna alternatif olarak herhangi bir matematik sorusunu modelleme problemine çevirmekle işe başlanabilir. Böylece bir modelleme problemini normal bir matematik sorusundan ayıran özelliklerin neler olduğunu daha net bir şekilde anlama fırsatı bulunmuş olur.

Maaß (2007)'a göre iyi bir modelleme sorusunun özellikleri şunlardır:

- Modelleme sorusu **açık** olmalıdır.
- Modelleme sorusu karmaşık olmalıdır.
- Gerçekçi durumlardan ortaya çıkmalıdır. (Tecrübeye dayalı, yaşantılarla ilişkili)
- Modelleme sorusu özgün (otantik) olmalıdır.
- Bir probleme yönelik olmalıdır (En az bir problem içermelidir).
- Modelleme süreçleriyle çözülebilir olmalıdır.

Bütün bunların yanında bir modelleme sorusu öğrencilere anlamlı gelmeli, yaşlarına ve gerçekçi bağlamlara uygun, öğrencilerin farklı sorular sormaları için teşvik edici ve onların seviyesine uygun dilde olmalıdır.



Uzaklık Problemi

Açık ve rüzgarsız bir günde deniz kenarında durduğunuz düşünün.

Bulduğunuz yerden en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?

Bir cankurtaran kulesinden en fazla ne kadar uzaklığı görebilirsiniz?



Saman Balyası Problemi

Resimde gördüğünüz saman balyalarından bir tanesinin yarıçapı sizce ne kadardır?

Saman balyalarının oluşturduğu yığının yerden yüksekliğini bulunuz.



Yakıt Problemi (Hopa)

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına Benzin almak için sizce Batum'a geçmesi karlı mıdır? Tüm çözümlerinizi belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyorsa olsaydı herhangi bir farklılık olur muydu?



Yakıt Deposu Problemi

Arazi gezilerinden birinde araç olan Ali Bey, çok büyük sıkıntı çektiği bir konuyu Ziraat Fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Konu yakıt göstergesi ile

ilgilidir. Aracın yakıt göstergesinin bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmayacağını kestiremediğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali bey bu sıkıntıyı gidermek için çok basit bir araçla yakıt durumunu öğrenip öğrenmeyeceğini sorar:

"Mehmet bey acaba elime bir çubuk alsam ve bu çubuğu yakıt deposuna dik olarak batırsam. Çubuğun ıslak kısmına bakarak depomda kaç litre yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için öyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, çubuğun ıslak kısmını ölçtüğümde depomda kaç litre yakıt kaldığını hesaplayabileyim."

Teşekkürler...

Ek 6

Değerli katılımcı,

Bu anket “Geometrik modelleme etkenliklerinin tasarımı ve uygulanabilirliğinin incelenmesi” başlıklı tez için veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Anketteki sorulara samimiyetle cevap vermeniz çalışmanın güvenilirliği ve geçerliği açısından önem arz etmektedir. Kişisel bilgilerinizin gizliliği konusuna önem verildiğini belirterek, çalışmaya vermiş olduğunuz katkıdan dolayı teşekkür ederiz.

1. “Model” kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?

2. “Modelleme” kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?

3. Daha önce “matematiksel model” ve “matematiksel modelleme kavramını duydunuz mu? Bu kavramlar hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?

4. Gerçek hayat problemleri ile ilgili düşünceleriniz nelerdir? Bir gerçek hayat probleminin nasıl olması gerektiğini düşünüyorsunuz?

Ek 7

Değerli katılımcı,

Bu anket “Geometrik modelleme etkenliklerinin tasarımı ve uygulanabilirliğinin incelenmesi” başlıklı tez için veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Anketteki sorulara samimiyetle cevap vermeniz çalışmanın güvenilirliği ve geçerliği açısından önem arz etmektedir. Kişisel bilgilerinizin gizliliği konusuna önem verildiğini belirterek, çalışmaya vermiş olduğunuz katkıdan dolayı teşekkür ederiz.

1. “Model” kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?

2. “Modelleme” kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?

3. Gerçek hayat problemleri ile ilgili düşünceleriniz nelerdir? Bir gerçek hayat probleminin nasıl olması gerektiğini düşünüyorsunuz?

4. Meslek hayatınızda matematiksel modellemeden etkin şekilde yararlanmak istiyor musunuz? Neden?

5. Tasarladığınız modelleme etkinliğinin öğrencilere hangi yönlerden yararlı olacağını düşünüyor musunuz? Neden?

6. Modelleme problemlerinin çözümü aşamasında hangi aşamada zorluk yaşadığınızı ayrıntılı bir şekilde belirtir misiniz? Lütfen sebebini de belirtiniz.

-Gerçek durumun ifade edilmesi

-Gerçek modelin inşası

-Matematiksel modelin inşası

-Matematiksel çözüm süreci

-Matematiksel sonuç/sonuçlar

-Gerçek sonuç/sonuçlar

7. Modelleme etkinliği tasarlama sürecinde en fazla zorlandığınız kısım/kısımlar hakkında bilgi verir misiniz?

8. Modelleme etkinliklerinin öğrencilere uygulanması aşamasında sizce ne gibi sorunlar ortaya çıkabilir? Bu sorunları nasıl çözersiniz?

9. Modelleme eğitimi sürecinin size fayda sağladığını düşünüyor musunuz? Neden?

10. Matematik derslerinde kullanılan problemlere bakış açınız değişti mi? Açıklar mısınız?

Ek 8**Modelleme Problemi:**

1. Gerçek Durumun İfade Edilmesi

2. Gerçek Modelin İnşası

3. Matematiksel Modelin İnşası

4. Matematiksel Çözüm Süreci

5. Matematiksel Sonuç/Sonuçlar

6. Gerçek Sonuç/Sonuçlar

Ek 9

Modelleme Probleminin Adı	
Sınıf Seviyesi	
İlişkili Kazanım/Kazanımlar	
Problemin Bağlamı	
Bağlamı Kullanma Sebebi	
Problem Metni:	
Ayrıntılı Çözüm (Gerçek Durumun İfade Edilmesi - Gerçek Modelin İnşası - Matematiksel Modelin İnşası - Matematiksel Çözüm Süreci - Matematiksel Sonuç/Sonuçlar - Gerçek Sonuç/Sonuçlar):	

Değerli Hocam,

Bu rubrik “Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi” başlıklı doktora tezine yönelik matematiksel modelleme etkinlikleri sonucunda ortaya çıkan model oluşturma etkinliklerinin bu alandaki uzmanlar tarafından model oluşturma ilkelerine göre değerlendirmesi için hazırlanmıştır. Ekte yer alan modelleme problemlerine model oluşturma ilkelerine uygunluğu bakımından puanlamanız istenmektedir. (1: Kötü, 2: Orta, 3: İyi)

[illegible]

4.1	Gitmek mi, Kalmak mı?	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
4.2	Kurutulmuş Kayısılar	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
4.3	Kuzuya Sahip Çıkalım	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
5.1	Akbil Problemi	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
5.2	Kum Saati	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
5.3	Zeytinlik	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
6.1	Paketimin Son Günü	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
6.2	Yıllık Su Tükeimi	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
6.3	Portakal Problemi	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
7.1	Ağaçlandırma Çalışması	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
7.2	Bal Problemi	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐
7.3	Enerji Problemi	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐

Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ek 11**Veli İzin Formu**

Sayın Veli,

“Geometrik Modelleme Etkinliklerinin Tasarımı ve Uygulanabilirliğinin İncelenmesi” adlı araştırma kapsamında öğrencinize sorulacak olan problemler, çözüm izleme şablonu ve anket/görüşme formu ektedir. Bu bilgiler araştırma amaçlı olup doktora tezi çalışmasında kullanılacaktır. Bu bilgiler herhangi bir özel bilgi içermemektedir ve etik ilkelere bağlı kalınacaktır.

Not: Ayrıca ilgili öğrencilere bilgilendirme yapılacaktır.

Öğrencinin adı, soyadı:

Öğrencinin imzası:

Tarih:

Velisinin adı, soyadı:

Velisinin imzası:

Tarih:

Araştırmacının adı, soyadı, unvanı: Arş. Gör. Muhammet ŞAHAL

Adres : Yıldız Teknik Üniversitesi Davutpaşa Kampüsü Eğitim Fakültesi A-218

Güngören/İstanbul

İmza:

Tarih:

Ek 12

Sevgili öğrenciler,

Bu anket modelleme problemleriyle ve bu problemlerin çözüm süreçleri ile ilgili görüşlerinizi öğrenmek için düzenlenmiştir. Çalışmaya sunduğunuz katkıdan ve göstermiş olduğunuz işbirliğinden dolayı teşekkür ederiz.

1. Daha önce etkinlikte çözdüğünüz problemlere benzer problemlerle karşılaştınız mı? Eğer benzer sorularla karşılaştıysanız örnek verebilir misiniz? Karşılaştığınız soruyu özetleyebilir misiniz?

2. Grup çalışması yöntemiyle problemin çözümü sizce faydalı mıydı? Eğer faydalı olduğunu düşünüyorsanız, size matematiksel olarak ne gibi katkılar sağladı?

3. Etkinlik sırasında en fazla zorluk çektiğiniz bölüm hangisiydi?

4. Etkinliğin en çok hoşunuza giden ve bölümü hangisiydi?

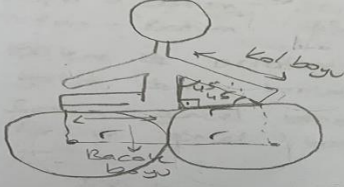
5. Yapılan etkinlik matematiğe olan bakış açınızı değiştirdi mi?

Saman balyası problemi

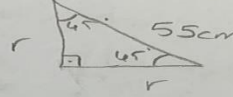
GR. 4

Resimde gördüğünüz saman balyalarından bir tanesinin boyu sızce ne kadardır?

Saman balyalarının düştürdüğü yığının yeder yüksekliğini bulunuz.



165 boy için ortalama bacak boyu: 76-78 cm
ortalama kol uzunluğu: 55cm

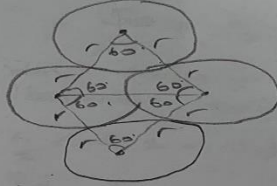


$$2r^2 = 3025$$

$$r = 39$$

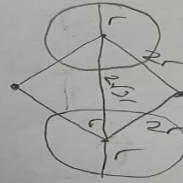
Pisagordan bulduğumuz sonucu ile (r), bacak boyuyla topladığımızda 2r bulunur.

$$77 + 39 = 116 \text{ cm}$$



(3 sıra için)

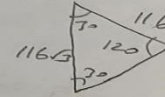
Yığının yüksekliği



$$2r + 2\sqrt{3}r$$

$$116 + 116\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$4\sqrt{3}r + 2r = 2\sqrt{3} + 116 \text{ cm}$$



116



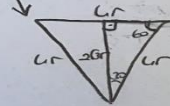
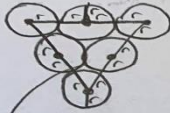
Resimde gördüğünüz saman balyalarından bir tanesinin boyu sızce ne kadardır?
Saman balyalarının düştürdüğü yığının yeder yüksekliğini bulunuz.

GR. 5

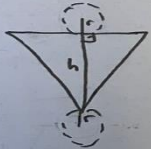


12-13 yaşlarında ki bir çocuğun ortalama boyu $\rightarrow 150 \text{ cm}$
Saman balyasının çapı ortalama $\rightarrow 150 \text{ cm}$

$\rightarrow$ Saman balyaları aynı mabinede çıktıkları için yüksekliklerini eşit kabul ederiz.



$\rightarrow 30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeninde uzunluğu bulduk $\rightarrow 2r\sqrt{3}$



$$\text{Saman yığının uzunluğu} \rightarrow h + 2r$$

$$(h = 2r\sqrt{3}) \quad \boxed{2r\sqrt{3} + 2r}$$

$$r = 75 \text{ cm} \Rightarrow 2 \cdot 75\sqrt{3} + 2 \cdot 75$$

$$= 150\sqrt{3} + 150 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$ Bir saman balyasının uzunluğu $2r = 150 \text{ cm}$.

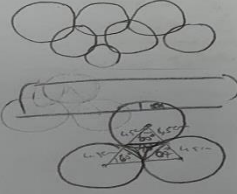
116

SAMAN BALLYASI PROBLEMİ

GR. 6

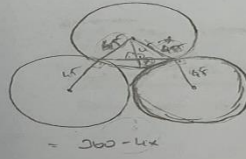
Resimde görüldüğü üzere saman balyalarından bir tanesinin boyu sizce ne kadardır?

Saman balyalarının oluşturduğu yığın yerden yüksekliğini bulunuz.



20 yaşındaki bir kadın $\rightarrow 162$ cm
en kısa bacak boyu = 53 cm en uzun bacak boyu = 81 cm
 $\frac{53+81}{2} = \frac{134}{2} = 67$ cm ortalama bacak boyu.

32 cm diğden aşapisi ve
35 cm diğden yukarısi olarak
kabul ederek bir saman balyasının
yarıçapını yaklaşık 45 cm olarak
alabiliriz. Dolayısıyla bir saman
balyasının boyu $45 \cdot 4 = 180$ cm'dir.



$$20 \rightarrow r \cdot \sqrt{3}$$

$$r \cdot \sqrt{3} = r + x$$

$$6r + 4r \cdot \sqrt{3} = r$$

$$r + r \cdot \sqrt{3}$$

$$225 + 4 \cdot \sqrt{3}$$

$$225 + 4 \cdot \sqrt{3} \cdot (2,44) \approx 334,8$$

$$a \approx 13 \text{ denek } 221 \text{ cm'dir.}$$

$$260 - 2 \cdot 13 = 334 = 13 \Rightarrow 321$$

Indr

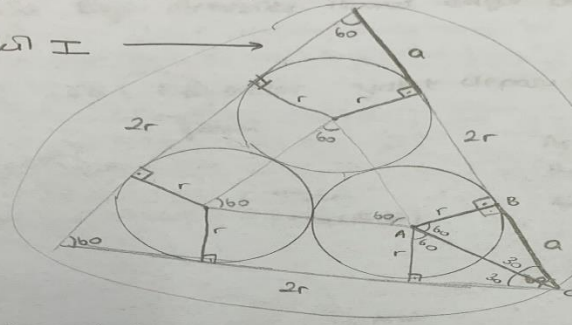
Saman Balyası Problemi

GR. 7

Resimde görüldüğü üzere saman balyalarından bir tanesinin boyu sizce ne kadardır?

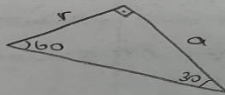
Saman balyalarının oluşturduğu yığın yerden yüksekliğini bulunuz.

Şekil I



Resimdeki şekli kâğıt olarak düşünürsek, ortalama kadın boyunu 162 cm olarak aldık. Ve kadının saman balyası üzerinde gökürle kısmını 81 cm (yani yarısı) olarak düşündük. Ve bu uzunluğun a uzunluğuna eşit olduğunu düşündük. ($a = 81$ cm)

ABC üçgeninde;



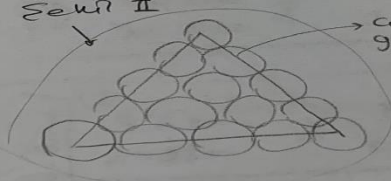
$$a = \sqrt{3}r \text{ olarak çıkıyor. (özel üçgenlerden dolayı)}$$

$$81 \text{ cm} = \sqrt{3}r \quad 2r = 93,5 \text{ cm yani balyanın}$$

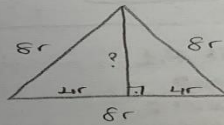
$$\text{çapını } 93,5 \text{ cm olarak bulduk.}$$

Saman balyalarının 5'den başlayarak üst üste birer azalarak konulabileceğini resimden görebiliriz bulduk.

Şekil II



çizdiğimiz üçgen birbirine eşit ve tüm balyaların merkezinden geçer.



$$(8r)^2 = (4r)^2 + ?^2$$

$$? = 323,88 \text{ cm}$$

$$\text{olarak bulduk.}$$

Indr

YAKIT PROBLEMİ 1

GR. 1

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için sadece Batum'a geçmesi yeterli midir? Tüm seçeneklerini belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyor olsaydı herhangi bir farklılık olur muydu?

Araba 1 kilometrede 0,05 lt yakıyor.
Hopa / Artvin → Batum / Gürcistan arası 37 km

Artvin → Batum arası 77 km

Türkiye'de benzinin ortalama litre fiyatı 7,02 TL

↓ Gürcistan Lirası 1,98 TL

Gürcistan'da benzinin ortalama litre fiyatı 2,52 liri

$2,52 \times 1,98 = 4,99$ TL

① Araba 37 km'de
 $0,05 \times 37 = 1,85$ lt yakar.
 $1,85 \times 7,02 = 13$ TL yakıyor

Batum'dan depo puluyla 249,5 TL alıyor.

Batum'dan Hopa'ya dönüşte 1,85 lt yakıyor. Hopa'ya vardığında 48,15 lt benzinde 262,5 TL harcar.

Eğer benzin Hopa'dan olsaydı,
 $50 \text{ lt} \times 7,02 \text{ TL} = 351 \text{ TL}$
 $48,15 \text{ lt} \times 7,02 = 338 \text{ TL}$

* Eğer Batum'a gidip alırsa 75,5 TL kârdır.

② Araba 77 km'de $0,05 \times 77 = 3,85$ lt yakıyor.

$3,85 \times 7,02 = 27$ TL harcar. (Artvin'den Batum'a gidene kadar)

Batum'da arabayı puluyla 249,5 TL alıyor.

Artvin'e dönüşünde
 $50 - 3,85 = 46,15$ lt benzin alıyor.

Toplam $27 + 249,5 = 276,5$ TL para harcar.

Eğer Artvin'de kolip 46,15 lt benzin almak için 323,973 TL para veriyor.

* Eğer Batum'a gidip benzin alırsa 47,473 TL kârdır.

GR. 1

Türkiye

Ind

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için sadece Batum'a geçmesi yeterli midir? Tüm seçeneklerini belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyor olsaydı herhangi bir farklılık olur muydu?

Hopa → Artvin Batum → Gürcistan

Hopa - Artvin → 70 km Batum - Hopa → 37 km

Artvin'den Batum'a giderken sınırda geçerken Gürcü trafik sigortası yaptırmanızı gerektirir. Bedeli 110 TL

Artvin - Batum arası 75 km

Hyundai i20 model araba → 100 km → 4,8 lt Benzin yakıyor.

1 km ort → 30 kurus Türkiye'de benzin litresi → 6,97 TL.

2,51 liri → 5,01 lira

100 km $\times$ 4,8 lt
37 km $\times$?

$1,936$ lt → giderken
 $1,936$ lt → gelirken

Hopa - Batum Gidiş
Giriş parası 110 TL

$6,97 \times 1,936 = 12,37$ lira

122,37 lira

(ort. 251 liri → 5,01 lira)

GR. 3

depo → 50 litre

(6,97) → ort. Türkiye benzin fiyatı

Batumda
250,5 lira
122,37
372,87 lira

Artvin - Batum gidiş
100 km 4,8 litre
76,5 km $\times$
 $x = 3,67$ litre

$(3,67) \times (6,97) = 25,59$ TL

+ 110 TL giriş ücreti
= 135,59 TL

50 litre → 368,5 TL

23,92 TL zararda

135,59 TL
+ 250,05 TL
385,64 TL

Türkiye'de

Ind

Yakıt problemi 1

GR. 4

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için önce Batum'a gemesi karlı mıdır? Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyor olsaydı herhangi bir farklılık olur muydu?

Hopa - Batum 36,6 km
Artvin - Batum 75 km (merkesten)
100 km'de ortalama 5,1 lt (90 km/h hızla varsayıyoruz)
yakıt deposu hacmi 50 litre
Batum genel benzin fiyatı: 5,10 TL
Türkiye genel benzin fiyatı: 6,90 TL (kurgusal benzin)

100 km 5,1 lt
36,6 km ?
? = 1,86 lt harcar. Hopa'dan Batum'a giderken harcanan benzin:
 $1,86 \times 6,90 = 12,83$ TL
50 lt Batum'dan alınan benzin fiyatı:
 $50 \times 5,1 = 255$ TL (depo fullenirse)
Batum'dan Hopa'ya döerken 36,6 km'de Batum'dan alınan benzinden kullanılması:
 $1,86 \times 5,1 = 9,48$ TL
Benzini Hopa'dan almış olsaydı:
 $50 \times 6,9 = 345$ TL
 $277,31 < 345$ kar ediyor.

Artvin'de yaşıyorsa

GR. 4

Artvin - Batum 75 km

100 km'de 5,1 lt.

75 km'de ?

Batum'da 5,1 TL

Türkiye'de 6,9 TL

3,82 lt harcar.

 $3,82 \times 6,9 = 26,35$ TL

(Artvin'den Batum'a giderken) harcar.

Batum'da 50 litre benzin alıncı,

 $50 \times 5,1 = 255$ TL

Bazı 3,82 x 5,1 = 19,48 TL harcar

26,35

255,00

+ 19,48

300,83 Artvin'de almış olsaydı $50 \times 6,9 = 345$ TL
kar eder.

Mdn

Yakıt Problemi 1

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için önce Batum'a gemesi karlı mıdır? Tüm eşyalarını batum'a götürürse Eger Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyor olsaydı herhangi bir farklılık olur muydu?

Hopa → Batum 36,6 km
Hopa benzin fiyatı → 7,01 TL
Artvin benzin fiyatı → 7,03 TL
Batum benzin fiyatı → 5,14 TL

Hopa'da
Sehir 100 km 8,5 lt
Sehir dışı 100 km 5,1 lt
Depo litresi → 50 litre

GR. 5

Hopa'dan Batum'a gitmesi

Gidis yolu → 36,6 km

100 km 5,1 lt
1 km x

x = 0,051 lt

$36,6 \times 0,051 = 1,8815$ lt yakıt
 $1,8815 \times 7,01 = 13,1815$ TL

Batum'dan Hopa'ya gitmesi

Dönüş yolu → 36,6 km

100 km 5,1 lt
1 km x

x = 0,051

$36,6 \times 0,051 = 1,8815$
 $1,8815 \times 5,14 = 9,672266$ TL

Batum'da depoyu doldurması → $50 \times 5,14 = 257$ TL→ $257 + 13,1815 = 270,1815$ TL

Hopa'dan olsaydı
 $50 \times 7,01 = 350,5$ TL

⇒ $350,5 - 270,1815$
 $= 80,307881$ lira kar
olur

Artvin'den Batum'a gitmesi

Artvin'den olsaydı → $50 \times 7,03 = 351,5$ TL

Artvin'den → Batum

Gidis yolu → 77,1 km

x = 0,051

 $0,051 \times 77,1 = 3,9321$ lt $3,9321 \times 7,03 = 27,642663$ TL

Dönüş yolu → 77,1 km

x = 0,051

 $0,051 \times 77,1 = 3,9321$ lt $3,9321 \times 5,14 = 20,210954$ TLBatum'da depoyu doldurması → $50 \times 5,14 = 257$ TL $257 + 27,642663 = 284,642663$ TLKar → $351,5 - 284,642663 = 66,857337$ lira

GR. 5

YAKIT PROBLEMİ 1

GR. 6

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için sizce Batum'a gitmesi karlı mıdır? Tüm koşullarınızı belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyorsa herhangi bir farklılık olur muydu?

Hopa → Batum arası 36,6 km

Artvin'de benzin TL/Lt → 7,03 TL

Hyundai i20 benzin deposu → 50 L

Bürci'de benzin TL/Lt → 2,52 Georgian Lari

2,52 · 1,88 = 4,83 TL

7,03 · 50 = 351,5 TL Tükiyede ki

100 km 4,8 L

36,6 km 4,75 L

1,75 · 7,03 = 12,3 TL 50 · 4,88 = 243 TL

8,74 TL harcar.

Toplam 252,6 TL Tükiyede ki → 48,25 · 7,03 = 339 TL

Batum'dan almak daha karlı. 86,59 TL kar.

Artvin - Batum

100 km 4,8 L

33,1 km X

3,7008 L ≈ 3,7 L

26,01 TL → 50 · 4,88

243 TL

18,426 TL

Toplam 256,551 TL

46,3 · 7,03 = 325,48 TL Tükiyede ki

Her iki durumda da Batum'dan almak daha karlı.

68,85 TL

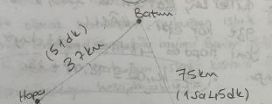
mdv

YAKIT PROBLEMİ 1

GR. 7

Ahmet Bey Hopa'da ikamet etmektedir. 2016 model Hyundai i20 marka arabasına benzin almak için sizce Batum'a gitmesi karlı mıdır? Tüm koşullarınızı belirtiniz. Eğer Ahmet Bey Artvin'de ikamet ediyorsa herhangi bir farklılık olur muydu?

Hyundai i20 1.2 motor yakıt deposu 50 lt



Artvin'de benzin fiyatı 7,02 TL

Hopa'da " " 7,01 TL

Batum'da " " 2,52 Lari (3,87 TL)

1 Lari = 1,5 TL

Batum'da sınır'dan giriş ücreti → 50 TL harca pulu

Giriş trafiki sigortası yapmak zorunlu → 110 TL

Karma tüketim 41,8 litre (100 km) (Karma tüketim olduğunu varsayalım.)
Sehir içi 6 litre (100 km)
Sehir dışı 4,1 litre (100 km)

41,8 litre 100 km 50 litre ile 104 km yol yapıyor.
50 litre ile 20,82 km yol yapıyor.

37 km X ? 1 litre
20,82 km X ? 1 litre
1,7 litre harcıyor (37 km için)
Batum - Hopa
2 litre benzin arabada bulunduğunu varsayalım. Depoyu fulllemek için 48 litreye ihtiyacı var. 48 x 7,01 = 336,5 TL

Depodaki 2 litre benzin Batum'a giderken bitirir.

50 x 3,87 = 193,5 TL → benzin fiyatı

50 TL → giriş ücreti
Ahmet Bey'in aracı sigortası olduğunu varsayalım. (110 TL ödeniyor.)

193,5 + 50 = 243,5 TL ile depoyu fullledi.

Hopa'dan 336,5 TL ile fulllerken, Batum'da 243,5 TL ile aracı depoyu fullledi. Yani 93 TL kör etti. KÂRLI.
Geri dönerken 2 litre harcıyacak. Yani Hopa'da 2 litre benzin alıyor.
2 litre benzin = 14,02 TL yapıyor. (93 - 14,02 = 78,98 TL kör)

Artvin - Batum Arası

50,82 km X 11 litre
75 km X ?

3,6 litre benzin

2 litre benzin arabada var olduğunu düşünelim.

50 - 4 = 46 litre

46 x 7,02 = 322,9 TL ile depo doluyor.

Depodaki 4 litre benzin Batum'a giderken bitirir.

50 x 3,87 = 193,5 TL

50 TL

243,5 TL ile depo doluyor.

79,4 TL kör etti.

KÂRLI

Geri dönerken 4 litre benzin harcıyor. Yani Artvin'de 50 - 4 = 46 litre benzin oluyor. 4 x 7,02 = 28,08 TL daha ediyor.

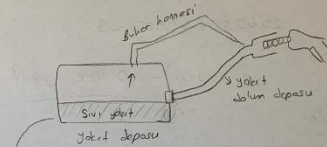
79,4 - 28,08 = 51,32 TL kör ediyor.

Yakıt II

GR. 3

Arazi gezilerinden birinde arazi sorunu olan Ali Bey, sınıtı seçtiği bir kanyun ziraat fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Arazin yakıt göstergesinin bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmadığını kestiremeyeceğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali Bey bu sınıtıyı gidermek için en basit bir araçla yakıt durumunu öğrenip öğreneceğini sorar.

"Mehmet Bey acaba elime bir cubuk alsam ve bu cubuk yakıt deposuna ile olarak batırsam. Cubuğun ıslak kısmına bakarak depoda kaç litre yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için böyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, cubuğun ıslak kısmını ölçtiğinde depoda kaç litre yakıt kaldığını hesaplayabileyim."



Arazin yakıt deposu ortalaması 80 lt.

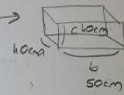
Arazin yakıt deposuna batıracacağımız cubuğu pipetten esiklenerek gptirilecektir.



Pipeti bu şekilde batıracak şekilde ve pipet yakıt deposuna girdikten sonra ağızdan cubuk acılacak, dik bir hale gelecek.

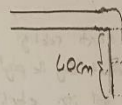
Bu şekilde yakıt miktarını bulacağız.

$$\begin{aligned} 1 \text{ litre} &= 1000 \text{ cm}^3 \\ 80 \text{ litre} &= X \\ X &= 80000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



$$a \cdot b \cdot c = 80000 \text{ cm}^3$$

Pipet



GR. 3

II. kısıt

Pipetin uzunluğu olarak yakıt deposu borusunun uzunluğunu almıyoruz.

Cubuğu batırıldığında ıslak kısmı 20cm gelirse bu sıfır hacmini hesaplayıp kaç litre yakıt olduğunu bulabiliriz.



$$20 \cdot 50 \cdot 50 = 50000 \text{ cm}^3$$

$$50.000 \text{ cm}^3 = 50 \text{ litre yakıt}$$

Matematiksel formül için

Islak kısmı h cm diriz.

Deponun dolu hacmi = a.b.h cm³ olur.

Bundan litreye dönüştürürüz.

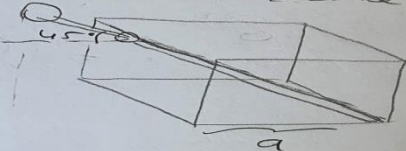
Yakıt Problemi 2

GR. 4

Arazi gezilerinden birinde arazi sorunu olan Ali Bey, sınıtı seçtiği kanyun ziraat fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Arazin yakıt göstergesinin bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmayacağını kestiremediğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali Bey bu sınıtıyı gidermek için en basit bir araçla yakıt durumunu öğrenip öğreneceğini sorar:

"Mehmet Bey, acaba elime bir cubuk alsam ve bu cubuk yakıt deposuna dik olarak batırsam cubuğun ıslak kısmına bakarak depoda kaç litre yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için böyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, cubuğun ıslak kısmını ölçtiğinde depoda kaç litre yakıt kaldığını hesaplayabileyim."

Yakıt deposu hacmi 80 Lt
Depo küp şeklinde olsun.

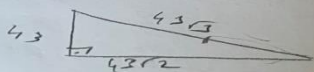


$$80 \text{ lt} = 80000 \text{ cm}^3$$

$$a^3 = 80000$$

$$a = 43 \text{ cm}$$

Cubuğu 45° açıyla soktuğumuzda cubuğun tamamı cisim kesgeni olarak cubuk uzunluğumuz 43√3 cm yani cisim kesgeni kadar. Yakıt deposuna jiden benzin borusu 30cm olarak alınırsa cubuğun tamamı



$$43\sqrt{3} \text{ cm ıslak ve } 80 \text{ litre}$$

$$20\sqrt{3} \text{ cm } \text{ " " } 37 \text{ L dolu dur.}$$

Bu şekilde oran kurulabilir. //

Yakıt Problemi 2

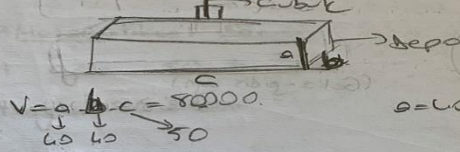
GR. 5

Arazi parçelerinde birinde arazi sahibi olan Ali Bey, sıkıntı yaşadığı bir konuyu Ziraat Fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Konu yakıt istasyonu ile ilgilidir. Arazi yakıt istasyonu bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmadığını kestiremediğini söyler. Çünkü yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur. Yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali Bey bu sıkıntısını şöyle anlatır: "Mehmet Bey acaba elime bir cubuk alsam ve bu cubuğu yakıt deposuna dökerek batırırsam, cubuğun ısıtık kısmına baktık depomda kaç lt yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için böyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, cubuğun ısıtık kısmının ısıtık depomda kaç lt yakıt kaldığını hesaplayabileyim."

→ Arabamız Range Rover'in 80 modeli

Hacmi = 80 litre

Cubuk depo berraklığı → 20 litre



$$V = a \cdot b \cdot c = 80000$$

$$a = 10 \text{ cm} \Rightarrow \text{Cubuk boyu } 60 \text{ cm (50'er 10'er)}$$

Boru → 10 cm

Cubuğun üzerinde 10 cm ölçmek için boyu öker. Bölgeyi ısıtık. Daha sonra berraklığı ölçmek için cubuğu soktuk. ısıtık olan kısmı ısıtık kaldığını kısmı ısıtık olarak kaç cm ısıtıldığını buluruz. b ve c verileriyle belli olur. ısıtılan kısmın uzunluğu olup hacmi buluruz.

$$V = \text{cubuk} \cdot b \cdot c$$

Buldığımız hacim 20 litre'nin altındaysa yakıt kalabilir

ML

YAKIT PROBLEMİ 2

GR. 6

Arazi parçelerinde birinde arazi sahibi olan Ali Bey, sıkıntı yaşadığı bir konuyu Ziraat Fakültesinde öğretim üyesi olan Mehmet Bey ile paylaşır. Konu yakıt istasyonu ile ilgilidir. Arazi yakıt istasyonu bozuk olduğunu ve yakıtın yol için yeterli olup olmayacağını kestiremediğini söyler. Çünkü yakıtın yol üzerinde yakıt alabileceği herhangi bir istasyon yoktur ve yakıtın bitmesi durumunda arazide mahsur kalacaktır. Ali Bey bu sıkıntısını şöyle anlatır: "Mehmet Bey acaba elime bir cubuk alsam ve bu cubuğu yakıt deposuna dökerek batırırsam, cubuğun ısıtık kısmına baktık depomda kaç litre yakıt kaldığını öğrenebilir miyim? Benim için böyle bir model geliştirmenizi istiyorum ki, cubuğun ısıtık kısmının ısıtık depomda kaç litre yakıt kaldığını hesaplayabileyim."

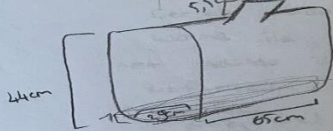
$$\text{iveco konsept} \rightarrow 80 \text{ lt} \rightarrow \frac{28 \times 44 \times 65}{1000}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$80 \text{ L}$$

$$82.840 \text{ cm}^3 = 82.84 \text{ dm}^3$$



$$1.88$$

cubuk →

$$80 \text{ lt} \Rightarrow 82.840 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ Lt} \Rightarrow \frac{x}{1000}$$

$$x = 1.036 \text{ cm}^3$$

$$\frac{82.840 \text{ cm}^3}{1000} = 82.84 \text{ dm}^3$$

$$\frac{80}{44} = 1.8181 \text{ L}$$

$$3.1.100 = 300 \text{ cm}^3$$

$$\frac{3}{65.25} = 0.0046 \text{ cm}^3/\text{cm}$$

aynı yuları yakar. Bu depo çok küçük olduğu için yakıt sayılır.

$$x = 1.8181$$

$$x \rightarrow \text{cm}$$

ML

EK 14

1.4. Duvar Boyası Problemi



Sekiz yaşındaki Aydın'ın bir kız kardeşi dünyaya gelmiştir. Artık Aydın odasını kız kardeşi ile paylaşacağı için odada bazı değişiklikler yapacaklardır. Aydın'ın odasının duvarları mavi renktir ve annesi duvarları beyaz renge boyatmak için usta çağırıştır. Usta mavi boyanın kapanması için üç kat boya sürmesi gerektiğini söylemiştir. Aydın'ın odası kare şeklinde ve $16 m^2$ büyüklüğündedir. Usta odayı rulo fırça ile boyamaya başlamıştır. Aydın ustanın rulo fırça ile boyadığını görünce tüm boyama işlemi bitene kadar fırçanın kaç kez döneceğini ustaya sormuştur. Ustanın Aydın'a cevap verebilmesi için nasıl bir model oluşturması gerekir?

2.1. Adım Adım Koltuğa Otur



Okulun ilk günü serviste oturulacak yerler belirlenmemiştir. Şoförün yanında iki koltuk vardır. İki koltuktan birinde hostes oturacaktır. Kalan tek koltuğa 5. sınıf öğrencisi Mehmet ve Ayşe oturmak istemektedir. Koltuğa oturacak kişiye karar veremedikleri için Ayşe ve Mehmet bir oyun oynayarak kazananı seçeceklerdir. Oyun şöyledir; oyuna ilk başlayan kişi “aldım verdim ben seni yendim ” cümlesindeki kelime sayısı kadar adım atacaktır. İkinci başlayan da “ alamazsın veremezsin sen beni yenemezsin ” cümlesindeki kelime sayısı kadar adım atacaktır. Ayak parmak ucu diğer diğer ayak topuğuna değecek şekilde adım atması gerekir. Bir öğrenci servisin başına diğer öğrenci servisin sonuna geçecektir. İlk önce arkadaşının ayağına basan öğrenci kazanacaktır. Ayşe'nin kazanması için ilk başlayıp başlamaması konusunda ikna ediniz.

2.3. Okul Yolu Düz Gider

Ortaokula yeni başlayacak ali ailesi ile servisle mi yoksa toplu taşıma ile gitmenin mantıklı olup olmayacağını tartışmaktadır. Servis Ali'yi ilk alacağı için ev ile okul arası 10 km bulunmaktadır. Toplu taşıma ile giderse aylık akbil kullanacaktır. Ev ile okul arası da 2 km olmaktadır. İstanbul'da oturan ali hangisini tercih ederse yol başına daha düşük ücret öder? Servis ile okula gitmek isteyen ali daha karlı olanı seçmek konusunda ikna ediniz.

3.1. Gözümü Açtığımda Değil Kahve İçtiğimde Uyanırım

Özge bir üniversite öğrencisidir. Özge'nin lise sınav döneminden kalan kahve alışkanlığı vardır. Okula gittiği her gün uyanabilmek için kahve içmektedir. Özge kahveye çok para verdiğini düşünüp artık kahvesini kendi hazırlamak istemektedir. Kahvesini sütlü ve şekerli seven Özge kahve hazırlığı için alışverişe çıkıyor. Özge'nin kahvesini okuldan alması mı yoksa kendi hazırlaması mı daha karlı olur?

4.1. Gitmek mi, Kalmak mı?



Tekirdağ'da yaşayan gamze öğretmen, Yıldız Teknik Üniversitesi'nde yüksek lisansa kabul edilmiştir. Pazartesi, salı, perşembe günleri dersi vardır. Gamze öğretmen derslere gelebilmek için ya Tekirdağ'dan otobüsle gidiş geliş yapacaktır, ya da pazartesi gecesi öğretmenine giriş yapıp perşembe sabahı çıkış yapacaktır. Eğer öğretmeninde kalırsa çarşamba günleri 1 saatlik özel ders ayarlayacaktır. Gidiş geliş yapması mı, öğretmeninde kalması mı daha kârlıdır? (Otobüs firması 10 bilete 1 bilet bedava vermektedir.)

4.2. Hasat Zamanı



30 dönümlük bir kayısı bahçesi olan Ahmet Bey kayısı yetiştiriciliği yapmaktadır. Yazın hasat yaptığı kayısıları yaş olarak değil de kurutup satmayı düşünmektedir. Sezon sonunda kaç kilo kurutulmuş kayısı elde edeceğine dair bir model oluşturunuz.

5.1. Akbil Problemi

Kaan Şirinevler’de yaşıyor. Evinden YTÜ’ye giderken iki farklı güzergah (İstanbulkart kullanabileceği güzergahlar) kullanıyor. İki güzergahı da düşünerek bir hafta da harcadığı parayı bulunuz. Aylık abonman yapması mı yoksa para yüklemesi mi daha kârlı olur? Kaan için bir model geliştiriniz.

5.3. Kum Saati Problemi



Yukarıda çalar saat ve kum saati bulunmaktadır. Bu kum saatlerinden her biri kare prizma şeklindeki kutulara konulacaktır. 25 tane kum saati de bir koliye konulacaktır. Bütün kum saatleri kolilendikten sonra Man marka Mega Tenteli dorsesi olan kamyonu yerleştirilecektir. Kaç koli ve kum saati olduğunu bulunuz. Yükleme yapacak kişi için bir model oluşturunuz.

6.1. Paketimin Son Günü



8. sınıfa giden LGS öğrencisi Muhammed, okuldan eve dönerken 55 dakikalık servis yolculuğunda sıkılmaktadır. Aniden internet paketinin akşam 23:59’da biteceği aklına gelir. Geriye kalan 400 MB internetini youtubeda Tonguç Akademiyi izleyerek bitirmek ister. Çünkü Muhammed evde wifi kullanmaktadır. Tonguç Akademiden 48:53 dakikalık kareköklü ifadeler videosunu izlemek ister. Buna göre Muhammed videoyu hangi pikselde izlerse görüntü kalitesi net ve internetinin yetebileceği şekilde olur? Buna uygun modeli oluşturunuz. Sütun grafiği şeklinde ifade edersek tercih yorumlarınızı yapınız.

6.2. Yıllık Su Tüketimi



4 kişilik bir ailede, günlük su tüketimi kişi başı 2 litredir. Aile ekonomisine katkıda bulunmak için, kendilerince bir su problemi oluşturmuşlardır. Sürekli hazır su tükettikleri için perakende değil de toptan almaktadırlar. Şişe boyutlarına göre toplu alım fiyatları da değişmektedir. Bu toplu alımın bile pahalı düşünen aile artırıcı taktırmayı istemektedir. Aile sizce şişe boyutunu büyütüp toplu hazır su alımına devam mı etmeli yoksa artırıcı taktırp artırıcı kullanmayı tercih mi etmelidir? Buna göre hangisi daha karlı olur? Buna uygun modeli oluşturunuz.

7.1. Ağaçlandırma Çalışması Problemi



Yapılan araştırmalara göre son 2 yılda İstanbul'a gelen göçmen sayısında hızlı bir artış yaşadığı görülmektedir. Artan nüfus yoğunluğuyla doğru orantılı olarak hava kirliliği gibi sorunlarda da artış gözlemlenmiştir. Bu sorunu çözebilmek için bir ağaçlandırma çalışması yapılmak isteniyor. Bu çalışmada kaç ağaç dikilirse üretilen oksijen miktarı nüfusa yeterli hale gelir?

7.3. Bal Problemi



Organik beslenmeye geçiş yapan bir aile, çeker kullanımını tamamen sonlandırıp alternatif olarak balı tüketmeye geçiş yapmak istiyor. Bu tüketeceği bal miktarı önceden tükettiği çeker miktarından az mıdır yoksa çok mudur? Bir model oluşturarak bu soruyu bulunuz.

Az öde çok ye

Grup Supernova

(bu sayfa deneme sayfası)
yani yanlış

icecek + 1 büyük boy = 30 TL
icecek + 4 orta boy = 40 TL
icecek + 9 küçük boy = 60 TL

1. paket	2. paket	3. paket
Kola = 3 TL 27 TL bitun pizza	Kola = 4 TL 36 TL 1 orta boy	Kola = 6 TL 54 TL 9 küçük boy
27 TL 9H 9H 9H	36 TL 3H 3H 3H P E 2,00 3TL = 39	54 TL H H H E E P P P P P 2,25 3TL = 58 9
4TL → 26 TL kisi başı = 3H X	kisi başı = 12H kişi başı = 18 TL X	kisi başı = 18 TL
Hümeysa (H) = 3 Piraz (P) = 3 Esra (E) = 3	2 paket daha iyi	Daha fazla yiyorlar.

Bizim fikrimize göre 3.kompanya daha karlıdır. YANLIŞ

Standard karton kutu;

Grup Supernova

1. paket $\rightarrow 30 TL$ kola = 3 TL

2. paket $\rightarrow 40 TL$ kola = 4 TL

3. paket $\rightarrow 60 TL$ kola = 6 TL

Donlos P

Kisi başı = 3 TL

Kisi başı = 4 TL

Kisi başı = 18 TL

Daha pahalı fakat esit

30 TL 40 TL 60 TL

1. paket fiyat 2. paket fiyat 3. paket fiyat

$p1 \cdot 20 = p1 \cdot 20 = p1 \cdot 20$

Aşklama ve Sonuç

Ashında tutkular esit olduğu için hepsinde aynı yapıyorlar. Hem de fiyatı baktığımızda tabloda görüldüğü gibi kişi başına ve toplam fiyatı aralığı 1. pakette daha ucuz gelmektedir.

Ali

"Hiçbir başarı tesadüf değildir"

Donib's Pizza

Cocola night

1. Kapananya

1adet büyük boy + Pizza + Little'ik içecek = 30 TL

hadet orta boy Pizza + 1 litre içecek = 40 TL

1adet minik boy Pizza + 1 litre içecek = 60 TL

En pahallı

1L ecla 4,75 = 30 - 4,75 = 25,25

en ucuz

1L ecla 4,75 = 30 - 4,75 = 25,25

Orta boy Sığirta

10 - 4,75 = 5,25

no - 4,75 = 5,25

60 - 4,75 = 55,25 minik boy

60 - 4,75 = 55,25

1- büyük boy ve orta boyun arasında 10 TL fark var

2- büyük boy ve minik boyun arasında 30 TL fark var

3- Orta boy ve minik boyun arasında 20 TL fark var

Büyük Boy Pizza Gram = 550 gr (Herkesin Hesap)
 Orta boy Pizza Gram = 340 gr (Herkesin Hesap)
 Küçük boy Pizza Gram = 195 gr (Herkesin Hesap)
 Herkesin kaç gram yediğini bulursak daha kolay olacaktır
 Büyük Boy Pizza = 1 adet büyük boy pizza gr. içerisinde

$$\frac{550}{3} = 183 \text{ gr} = \text{herkesin yediği gram}$$
 Orta Boy Pizza = 1 adet orta boy pizza gr. içerisinde

$$\frac{340 \cdot h}{3} = 113 \text{ gr} = \text{herkesin yediği gram}$$
 Küçük Boy Pizza = 1 adet küçük boy pizza gr. içerisinde

$$\frac{195 \cdot g}{3} = 65 \text{ gr} = \text{herkesin yediği gram}$$
 Herkesin 1 litre içerisinde içtiği toplam ml si

$$\frac{1000}{3} = 333,3 \text{ ml herkesin içtiği}$$

A2 ÖDE GÖRÜŞÜ

Küçük boy: 22 cm = 263 alan
Orta boy: 26 cm = 507 alan
Büyük boy: 34 cm = 867 alan

Grup İsimsiz

550 büyük 30 TL 550
185 orta 40 TL 740
97,5 küçük 60 TL 877,5

1 adet büyük boy	550g	1 adet	550g	1 TL = 18,3
1 adet orta boy	185g	4 adet	740g	1 TL = 18,5
1 adet küçük boy	97,5g	9 adet	877,5g	1 TL = 14,625

1 adet büyük boy Pizza 550g'dır. 1 TL'ye 18,3 gram düşer = 30 TL
4 adet orta boy Pizza 740g'dır. 1 TL'ye 18,5 gram düşer = 40 TL
9 adet küçük boy Pizza 877,5g'dır. 1 TL'ye 14,625 gram düşer = 60 TL

4 orta = 2.028 alan
9 küçük = 2.267 alan
1 büyük = 867 alan

YANLIŞ

Standart kutu
büyük = 30 TL
orta = 40 TL
küçük = 60 TL

1 büyükün sigdışına 4 orta 9 küçük sığar

Ozdeş kutuyu dolduruyoruz
O zaman hepsinin alanı eşit
Olar 1 büyük daha ucuz oluyor
Yani 1 büyük almamız.

Grup İsimsiz

1764
42
40 TL
4 ortanın alanı = 1 büyük = 30 TL
9 küçükün alanı = 1 büyük = 30 TL
60 TL
1 Büyük alan

Büyük Boy: 1
Orta Boy: 2
Küçük Boy: 1

A2 ÖDE GÖRÜŞÜ

Grup Şurup

30 - 10 = 20 TL

Küçük

60 - 10 = 50 TL

Orta

40 - 10 = 30 TL

1 Pizza
+ koto

100g = Pizza kutusu
270g = Büyük boy Pizza

Grup Şurup

Küçük boy orta boy

Fiyat 30 60

aynı hamur (gramaj) 9'a bölünür

aynı hamur (gramaj) 4'e bölünür

Fiyat 30 60

büyük

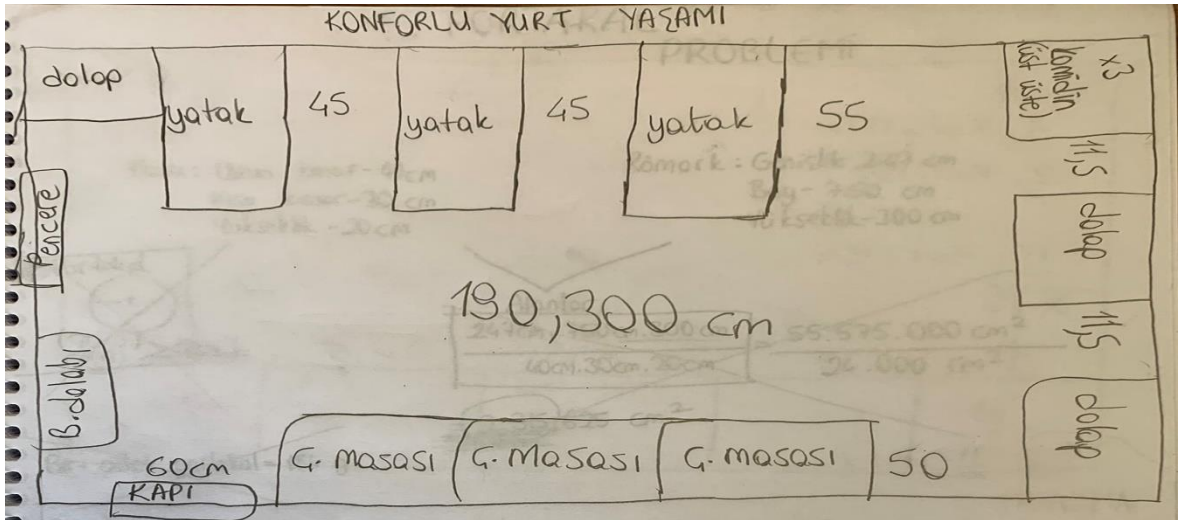
aynı hamur (gramaj) Bölünmüyor

Orta boy ve küçük boy hamur gramajı aynı
hamur azarken büyük boy Pizza daha geniş olur

SONUÇ =

Büyük boy
Pizza

Gramajları aynı olduğu halde
Fiyatları farklı. Bu yüzden
Büyük boyu almamız
İlana etme önce basanlı.

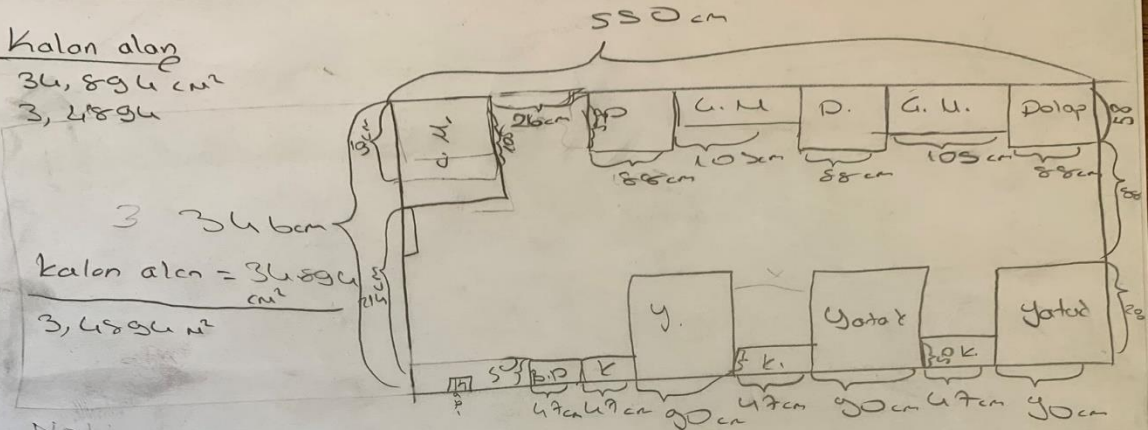


Dolu alan = 89,762 cm²
Boş alan = 100,538 cm²

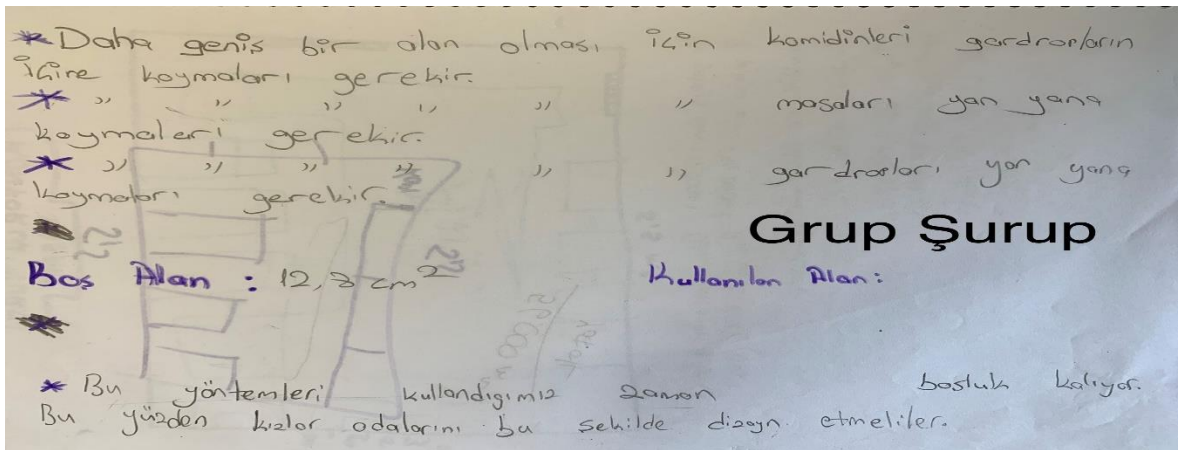
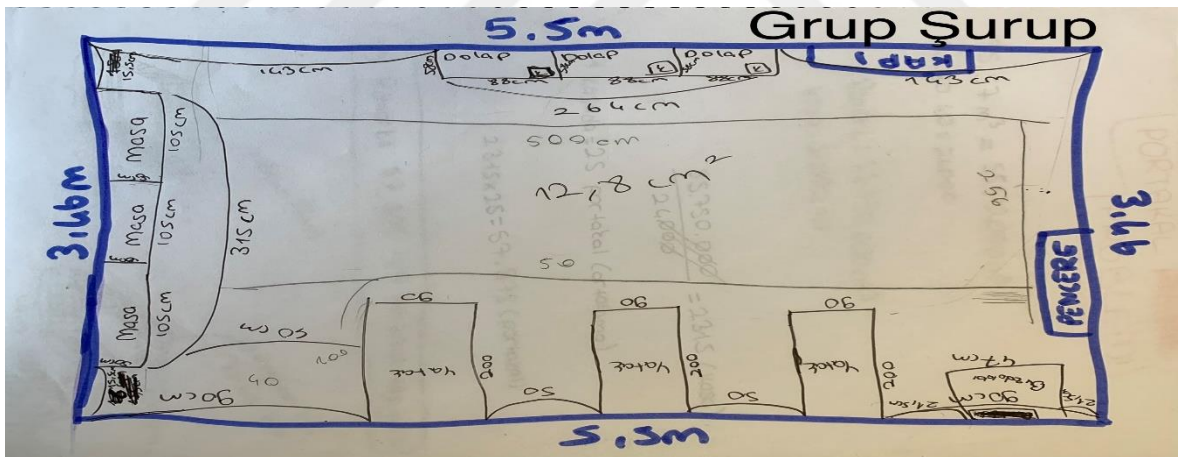
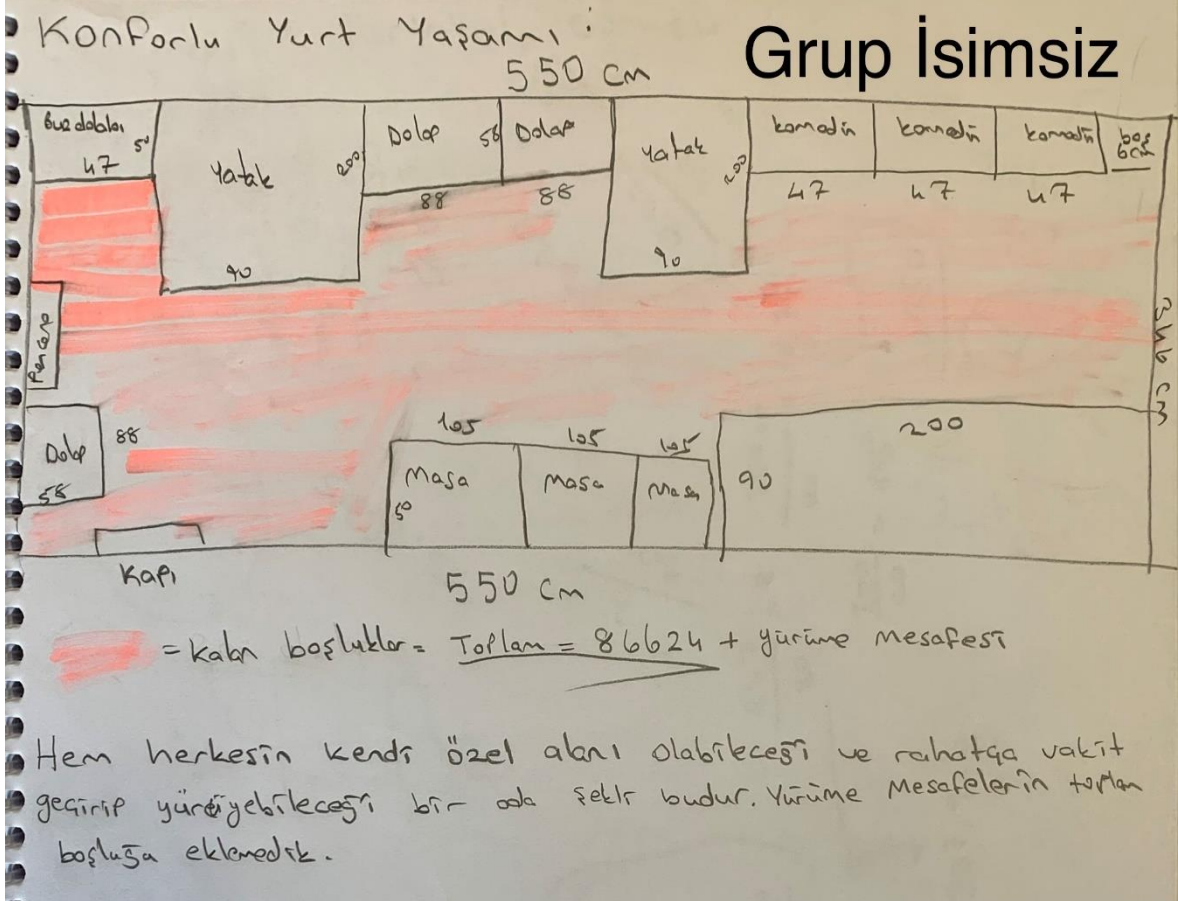
Grup Supernova

Açıklama: 3 komidini üst üste koyduk, çalışma masalarını aralıksız yan yana koyduk. Yataklar arası 45'er cm bıraktık. Pencerenin önünü boş bıraktık. Üst üste koyduğumuz komidilerle bir yatak arasına 55 cm bıraktık. 3 komidin ile 1 dolap arasına 11,5 cm, 2 dolap arası 11,5 cm bıraktık. Yan yana koyduğumuz 3 çalışma masası ile dolap arasına 50 cm bıraktık.

Konforlu Yurt Yaşamı Grup Supernatural



Sonuç = Bir önceki plana yaparken yatakların ve komidilerinin bitişik yaptık aynı şekilde çalışma masalarını ve dolaplarını da bitişik yaptık ama bir çalışma masası sağda, diğerinin yanındadır. boş alana yerleştirdik. Yatakların ve komidilerinin arasındakı boş alanı serbest alana dahil etmedik. Aynı şekilde dolapların ve G. masalarının arasındakı boş alanı serbest alana dahil etmedik. Pencerenin ve son dolabın arasındakı boş alana dahil etmedik. Sadece dolaplar, yataklar ve kapının olduğu boş alanı serbest alana dahil ettik!



P. PORTAKAL PROBLEMİ
Grup Supernova

Kasa: Uzun kenar-40cm
Kısa kenar-30cm
Yükseklik-20cm

Römark: Genişlik-247cm
Boy-750cm
Yükseklik-300cm

Alanlar:

247cm.750cm.300cm	= 55.575.000 cm ²
40cm.30cm.20cm	= 24.000 cm ²
	= 2.315.750 cm ²

Bir adet portakal = 154 g

Alan = Römark = $\frac{247 \text{ cm} \cdot 750 \text{ cm}}{1200 \text{ cm}^2} = 154,375$

Alan = Kasa = $\frac{30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{1200 \text{ cm}^2} = 1$

Bir kat = 154 kasa

Yükseklik = $\frac{300}{20} = 15$

$154,15 = 2310$ kasa

Grup Supernova

1. Kat = 154
2. Kat = 154
15. Kat = 154

AMCACIM,

Bu römark ortalama 15 kat kasa sığıyor. 1 katta da 154 kasa sığabilir. İçin 154.15 olarak römark ortalama 2310 kasa oluyor. Yani 2310 kasa portakal taşıyabilirsin. 625 cm² boşluk kalıyor.

GÖRÜŞMEMEK ÜZERE MANUT DAVI (AMCA)...

P. Portakal Problemi
Grup Supernatural

Römark ölçüleri: 247cm genişlik, 750cm boy, 300cm yükseklik

Portakal kase ölçüleri: 40cm boy, 30cm genişlik, 20cm yükseklik

(Birim) Portakal ölçüleri m²: genişlik 68mm, boy 69mm, 162gr

Kasa: 2400cm² (hacim) 2400cm² (hacim)

Portakal:

20cm = 200mm = 2 tane
69mm = 69mm
40cm = 400mm = 5 tane
68mm = 68mm
30cm = 300mm = 4 tane
68mm = 68mm

1.5 = 20
20.2 = 40 portakal
15 kase

18. 6 = 108
108. 15 = 1620 kase

1620. 40 = 64.800 portakal

1620. 24.000 = 38.880.000 cm² (Dolun hacim)

55.570.000 cm² - 38.880.000 cm² = 16.690.000 cm² (Boş alan)

(Toplam) (Dolun) (Boş)

Grup Supernatural

Römark: 7500 x 2470 = 18.525.000 cm² = 185,250 m²

Kasa: 100.1620 = 1.616.000 cm² = 16,160 m²

Römark - Kasa (alan) = 16.581.000 cm² = 165,810 m²

64.800 portakal

165.810 m² alan (Boş)

1620 kase

Portakal Problemi :

Grup İsimsiz

$$\text{kasa ölçüsü} = 2,47 \cdot 7,50 \cdot 8,00 \text{ m}$$

$$\text{Meyve kasası ölçüsü} = 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}$$

$$1 \text{ Portakal} = 184 \text{ gram}$$

$$1 \text{ kamyon kasasına} = 2250 \text{ tane Meyve kasası sığar.}$$

$$1 \text{ Portakal kasasına yaklaşık} = 61 \text{ portakal sığar.}$$

$$1 \text{ kasa portakal} = 11224 \text{ gram}$$

~~1 portakal kasası~~

$$1 \text{ kamyon kasasına} 137.250 \text{ tane portakal}$$

$$1 \text{ kamyon kasasında} = 25.254 \text{ gram portakal}$$

$$1 \text{ kamyon} = 25.254 \text{ kg}$$

Saygı değer Mahmut Bey, alandan ve kilogramdan yola çıkarak kasanıza ortalama 25254 kg Portakal sığdığını tespit ettik.

PORTAKAL PROBLEMİ

Grup Şurup

$$55,57 \text{ m}^3 = 55.570.000 \text{ cm}^3$$

$$20 \cdot 30 \cdot 40 = 24000$$

$$\text{Römork} = 55.750.000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Kasa} = 24000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{55.750.000}{24000} = 2315 \text{ (Kasa)}$$

$$1 \text{ Kasada} = 25 \text{ portakal (ortalama)}$$

$$2315 \times 25 = 57.875 \text{ (portakal)}$$

⇒ Römorka 57.875 tane portakal taşıyabilir

