

**T.C.  
MİLLÎ SAVUNMA ÜNİVERSİTESİ  
HEZÂRFEN HAVACILIK VE UZAY TEKNOLOJİLERİ  
ENSTİTÜSÜ  
UZAY BİLİMLERİ ANABİLİM DALI  
UZAY BİLİMLERİ DOKTORA PROGRAMI**

**ALÇAK DÜNYA YÖRÜNGESİ UYDUSU  
YÖRÜNGE VE YÖNELİMİNİN  
MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRÜ  
ÖLÇÜMLERİNE GÖRE ARIZA TOLERANSLI  
KESTİRİMİ**

**DOKTORA TEZİ**

**MURAT BAĞCI  
1172202**

**TEZ DANIŞMANI: PROF.DR.CENGİZ HACIZADE**

**İSTANBUL  
ARALIK 2021**

**T.C.  
MİLLÎ SAVUNMA ÜNİVERSİTESİ  
HEZÂRFEN HAVACILIK VE UZAY TEKNOLOJİLERİ  
ENSTİTÜSÜ  
UZAY BİLİMLERİ ANABİLİM DALI  
UZAY BİLİMLERİ DOKTORA PROGRAMI**

**ALÇAK DÜNYA YÖRÜNGESİ UYDUSU  
YÖRÜNGE VE YÖNELİMİNİN  
MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRÜ  
ÖLÇÜMLERİNE GÖRE ARIZA TOLERANSLI  
KESTİRİMİ**

**DOKTORA TEZİ**

**MURAT BAĞCI**

**1172202**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 30.12.2021**

**Tezin Savunulduğu Tarih: 28.12.2021**

**Tez Oy birliği / Oy çokluğu ile başarılı bulunmuştur.**

	<b>Unvan Ad Soyad</b>	<b>İmza</b>
<b>Tez Danışmanı</b>	<b>Prof.Dr.Cengiz HACIZADE</b>	
<b>Jüri Üyeleri</b>	<b>Prof.Dr.Alim Rüstem ASLAN</b>	
	<b>Prof.Dr.Fuat İNCE</b>	
	<b>Dr.Öğr.Üyesi Serhat YILMAZ</b>	
	<b>Dr.Öğr.Üyesi İsmail BAYEZİT</b>	

**İSTANBUL  
ARALIK 2021**

## ÖZGÜNLÜK RAPORU

Tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve ç) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 89 sayfalık kısmına ilişkin, 28/12/2021 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan özgünlük raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 6'dır.

Uygulanan filtrelemeler:

- 1- Kaynakça hariç
- 2- Alıntılar hariç
- 3- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Millî Savunma Üniversitesi Hezârfen Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü Lisansüstü Tez Çalışması Özgünlük Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Usul ve Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Murat BAĞCI

28/12/2021

## ETİK BEYAN

Millî Savunma Üniversitesi Enstitüleri Lisansüstü Tez Hazırlama Kılavuzu'nda yer alan kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir; aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Bu tezdeki düşünce, görüş, varsayım, sav veya tezler bana aittir; Millî Savunma Bakanlığı, Türk Silahlı Kuvvetleri, Hava Kuvvetleri Komutanlığı, Millî Savunma Üniversitesi ve Hezârfen Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü sorumlu tutulamaz.

Murat BAĞCI

28/12/2021



*Sevgili eşime ve aileme*

## TEŐEKKÜR ve ÖNSÖZ

Öncelikli olarak bu tezin ortaya çıkmasında bilgi ve tecrübesi ile büyük pay sahibi olan tez danışmanım Prof.Dr. Cengiz HACIZADE'ye, tavsiyeleri ile çalışmamın doğru yolda ilerlemesini sağlayan tez izleme juri üyeleri Prof.Dr. Alim Rüstem ASLAN ile Prof.Dr. Fuat İNCE'ye, bana değerli zamanlarını ayırdıkları için tez savunma juri üyeleri Dr.Öğr. Üyesi Serhat YILMAZ ile Dr.Öğr.Üyesi İsmail BAYEZİT'e, tüm süreçte verdikleri destek ve sonsuz hoşęörü nedeniyle Hezârfen HUTEN personeline sonsuz şükran ve teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul; Aralık 2021

Murat BAğCI

## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
<b>ÖZGÜNLÜK RAPORU</b>	
<b>ETİK BEYANI</b>	
<b>İTHAF</b>	
<b>ÖNSÖZ</b>	
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>vii</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>x</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>xii</b>
<b>KISALTMALAR</b> .....	<b>xiii</b>
<b>TÜRKÇE ÖZ</b> .....	<b>xiv</b>
<b>İNGİLİZCE ÖZ (ABSTRACT)</b> .....	<b>xv</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. KÜRESEL KONUM BELİRLEME SİSTEMLERİ İLE YÖRÜNGE BELİRLEME</b> .....	<b>13</b>
2.1. GPS ile Konum Belirleme .....	13
2.2. GPS ile Yörünge Belirleme .....	16
2.2.1. Yörünge Hareket Modeli .....	16
2.2.2. Runge-Kutta 4 (RK4) Metodu.....	21
2.2.3. Koordinat Sistemleri .....	22
2.3.4. GPS Ölçümlerinden NR ile Konum Belirleme .....	28
2.3.5. GPS Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme.....	30
2.3.6. GPS Ölçümlerinden DGKF ile Yörünge Belirleme.....	35
<b>3. MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRLERİ İLE ARIZA TOLERANSLI YÖRÜNGE BELİRLEME</b> .....	<b>39</b>
3.1. Yönelimden Bağımsız Yörünge Belirleme Konsepti.....	40
3.2. Manyetometre ve Manyetik Alan Hesaplamaları.....	42
3.3. Güneş Sensörü ve Güneş Doğrultusu Hesaplamaları.....	45
3.4. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme .....	47
3.5. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme.....	54
<b>4. MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRLERİ İLE YÖNELİM BELİRLEME</b> .....	<b>56</b>
4.1. Uydunun Açısal Hareket Modeli.....	57
4.2. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme .....	62

	<b>Sayfa</b>
4.3. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme .....	64
<b>5. BENZETİM VE HESAPLAMA SONUÇLARI .....</b>	<b>65</b>
5.1. Yörünge ve Yönelim Benzetiminde Kullanılan Tanımlamalar .....	66
5.2. Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme .....	70
5.3. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme .....	72
5.4. Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme .....	73
5.5. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme .....	75
5.6. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme .....	77
5.7. Hesaplama Sonuçlarının Analizi .....	78
<b>6. SONUÇ .....</b>	<b>81</b>
<b>KAYNAKÇA .....</b>	<b>84</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>88</b>

## TABLolar LİSTESİ

	Sayfa
<b>Tablo 1.1:</b> Yörünge Belirlemede Kullanılan Veriler .....	4
<b>Tablo 1.2:</b> Yönelim Belirlemede Yaygın Kullanılan Sensörler.....	5
<b>Tablo 1.3:</b> Temel Filtreleme Yöntemleri .....	10
<b>Tablo 2.1:</b> Açık Hesaplamalarında Yapılan Hata Örnekleri.....	28
<b>Tablo 2.2:</b> GPS Ölçümlerinden NR ile Konum Belirleme Performansı .....	29
<b>Tablo 2.3:</b> GPS Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Performansı .....	34
<b>Tablo 2.4:</b> GPS Ölçümlerinden DGKF ile Yörünge Belirleme Performansı .....	38
<b>Tablo 5.1:</b> Varsayımsal Uyduya Ait Özellikler.....	67
<b>Tablo 5.2:</b> Dünya'nın Fiziki ve Yörüngesel Özellikleri.....	67
<b>Tablo 5.3:</b> Varsayımsal Uydunun Başlangıç Yörünge Bilgileri .....	68
<b>Tablo 5.4:</b> Uydu Yörünge Hareketi Başlangıç Değerleri .....	68
<b>Tablo 5.5:</b> Uydu Yönelim Hareketi Başlangıç Değerleri.....	69
<b>Tablo 5.6:</b> Güneş'in Fiziki ve Yörüngesel Özellikleri .....	69
<b>Tablo 5.7:</b> Benzetim Özellikleri .....	69
<b>Tablo 5.8:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Hata İstatistikleri.....	71
<b>Tablo 5.9:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri .....	73
<b>Tablo 5.10:</b> Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri .....	73
<b>Tablo 5.11:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri .....	76
<b>Tablo 5.12:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri .....	78
<b>Tablo 5.13:</b> Yörünge Belirleme Kestirim Hatalarının Kıyaslaması .....	78
<b>Tablo 5.14:</b> Yönelim Belirleme Kestirim Hatalarının Kıyaslaması .....	79

## ŞEKİLLER LİSTESİ

	<b>Sayfa</b>
<b>Şekil 1.1:</b> Uyduların Yörüngesel Hareketi .....	3
<b>Şekil 1.2:</b> Uyduların Kendi Kütle Merkezleri Etrafında Dönme Hareketi .....	3
<b>Şekil 1.3:</b> Çalışmada Kullanılan 3U'luk Varsayımsal Uydu .....	7
<b>Şekil 1.4:</b> Sensörlerde Doğruluk ve Hassasiyet .....	9
<b>Şekil 2.1:</b> GPS ile Yörünge Belirleme .....	14
<b>Şekil 2.2:</b> Uydu Konum ve Hız Vektörleri .....	17
<b>Şekil 2.3:</b> DMAKS, DMDSKS, DYKS ve UYKS Koordinat Sistemleri .....	24
<b>Şekil 2.4:</b> YTDKS Koordinat Sistemleri .....	25
<b>Şekil 2.5:</b> Dönme İfadelerinde Açıların Kullanımı .....	27
<b>Şekil 2.6:</b> Kalman Filtresi Blok Diyagramı .....	30
<b>Şekil 2.7:</b> NR ve Kalman Filtresi ile Yörünge Belirleme .....	31
<b>Şekil 3.1:</b> Yönelime Bağımlı ve Bağımsız Yörünge Belirleme Şemaları .....	41
<b>Şekil 3.2:</b> Yönelimden Bağımsız Yörünge Belirleme Kabulü .....	41
<b>Şekil 3.3:</b> Küresel ve Kartezyen Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişkiler .....	44
<b>Şekil 3.4:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörü ile Yörünge Belirleme GKF Şeması Kestirim Şeması .....	47
<b>Şekil 4.1:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörü ile Yönelim Belirleme Şeması .....	57
<b>Şekil 4.2:</b> UCKS Kabulü ve Euler Açıları ile Yönelim Temsili .....	59
<b>Şekil 4.3:</b> UCKS Kabulü ve Kuaterniyonlar ile Yönelim Temsili .....	59
<b>Şekil 5.1:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme .....	70
<b>Şekil 5.2:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Konum ve Hız Kestirim Performansı .....	70
<b>Şekil 5.3:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Konum Bileşenleri Kestirim Performansı .....	71
<b>Şekil 5.4:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Hız Bileşenleri Kestirim Performansı .....	71
<b>Şekil 5.5:</b> Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme .....	72
<b>Şekil 5.6:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Konum ve Hız Kestirim Performansı .....	72
<b>Şekil 5.7:</b> Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme .....	73
<b>Şekil 5.8:</b> Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Konum ve Hız Kestirim Performansı .....	74
<b>Şekil 5.9:</b> Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Konum Bileşenleri Kestirim Performansı .....	74
<b>Şekil 5.10:</b> Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Hız Bileşenleri Kestirim Performansı .....	75

	<b>Sayfa</b>
<b>Şekil 5.11:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Hesaplanan Euler Açıları .....	75
<b>Şekil 5.12:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Hesaplanan Kuaterniyonlar .....	76
<b>Şekil 5.13:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Hesaplanan Euler Açıları .....	77
<b>Şekil 5.14:</b> Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Hesaplanan Kuaterniyonlar .....	77



## SEMBOL LİSTESİ

$\omega$	: Uydu Yörünge Açısal Hızı
$\mu$	: Dünyanın Yerçekim Standart Sabiti
$G$	: Evrensel Çekim Sabiti
$R_{\oplus}$	: Dünya'nın Ekvatoryal Yarıçapı
$J_2$	: Jeopotansiyel Seri Harmonik Modelin En Büyük Katsayısı
$a$	: Yörünge Ana Eksen Yarıçapı (Yarı Büyük Eksen)
$e$	: Elips Dış Merkezlik Parametresi
$i$	: Yörünge Eğim Açısı
$w$	: Yörünge Yerberi Açısı
$\Omega$	: Yörünge Yükselme Düğüm Açısı
$\varphi_T = \theta$	: Yörünge Gerçek Anomali Açısı
$JD$	: Julyen Günü

## KISALTMALAR

<b>ADY</b>	: Alçak Dünya Yörüngesi
<b>DGKF</b>	: Dayanıklı Genişletilmiş Kalman Filtresi
<b>DMAKS</b>	: Dünya Merkezli Ataletsel Koordinat Sistemi
<b>DMDSKS</b>	: Dünya Merkezli Dünya Sabit Koordinat Sistemi
<b>DYKS</b>	: Doğal Yörünge Koordinat Sistemi
<b>DOF</b>	: Degree of Freedom
<b>ECEF</b>	: Earth Centered Earth Fixed
<b>ECI</b>	: Earth Centered Inertial
<b>EKF</b>	: Extended Kalman Filter
<b>GKF</b>	: Genişletilmiş Kalman Filtresi
<b>GKS</b>	: Genişletilmiş Kalman Süzgeci
<b>GNSS</b>	: Global Navigation Satellite Systems
<b>GPS</b>	: Global Positioning System
<b>KF</b>	: Kalman Filtresi
<b>KKBS</b>	: Küresel Konum Belirleme Sistemi
<b>KKS</b>	: Küresel Konumlama Sistemi
<b>LEO</b>	: Low Earth Orbit
<b>MMNSF</b>	: Multiple Measurement Noise Scale Factor
<b>NR</b>	: Newton-Raphson
<b>POF</b>	: Perifocal Orbital Frame
<b>P4P</b>	: Pseudorange Four Point
<b>REKF</b>	: Robust Extended Kalman Filter
<b>RK4</b>	: Runge-Kutta 4
<b>RPY</b>	: Roll Pitch Yaw
<b>TDA</b>	: Tekil Değer Ayrıştırma
<b>TÖGÖÇ</b>	: Tekil Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı
<b>SBF</b>	: Spacecraft Body Frame
<b>SMNSF</b>	: Single Measurement Noise Scale Factor
<b>SVD</b>	: Singular Value Decomposition
<b>SD</b>	: Serbestlik Derecesi
<b>UCKS</b>	: Uydu Cisim Koordinat Sistemi
<b>UYKS</b>	: Uydu Yörünge Koordinat Sistemi
<b>YTDKS</b>	: Yerel Tanjant Düzlemi Koordinat Sistemi

## ÖZ

### **Alçak Dünya Yörünge Uydusu Yörünge ve Yöneliminin, Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerine Göre, Arıza Toleranslı Kestirimi**

Murat BAĞCI

Millî Savunma Üniversitesi, Hezârfen Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü

İstanbul, Aralık, 2021

Bu çalışmada: Manyetometre ve Güneş Sensör ölçümleri kullanılarak arıza toleranslı yörünge ve yönelim belirleme yöntemleri geliştirilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulguların kıyaslanabilmesi için tez içeriğinde bir bölüm GPS ile yörünge belirleme yöntemlerine ayrılmıştır. Uygulanan yörünge belirleme yöntemleri, yönelimden bağımsız mimaride tasarlanmıştır. Manyetometre ve Güneş sensör ölçümlerini kullanarak yörünge belirlenmesi amacına uygun üç farklı yöntem uygulanmıştır. İlk yöntemde; sadece manyetometre ölçümleri ve Genişletilmiş Kalman Filtresi (GKF) algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları yapılmıştır. İkinci yöntemde; manyetometre ve güneş sensörü ölçümleri ile GKF algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları oluşturulmuştur. Üçüncü yöntemde; tez konusuna uygun olarak manyetometre ölçümleri ile arıza/hata toleranslı DGKF algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları yapılmıştır. Yönelim belirleme amacıyla manyetometre ve güneş sensör ölçümlerine dayanan iki farklı yöntem kullanılmıştır. İlk yöntemde; tek kare yönelim belirleme yaklaşımlarından Tekil Değer Ayrıştırma, (TDA) metodu kullanılmıştır. Manyetometre ve Güneş sensöründen sağlanan birim vektörler, TDA algoritması içinde kullanılarak yönelim matrisinin kaba hesaplaması yapılmıştır. İkinci yöntemde; TDA hesaplama bloğunun üzerine GKF algoritması eklenerek tümleştirilmiş bir yönelim belirleme çözümü oluşturulmuştur. Uygulanan yöntemler ve elde edilen sonuçlar açısından, çalışmanın akademik literatüre katkı sağlayacağı değerlendirilmektedir.

**Anahtar Sözcükler:** Kalman süzgeci, Yörünge belirleme, Yönelim belirleme, Manyetometre, Güneş sensörü.

Bilim Kodu : 93106

Sayfa Sayısı : 104

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Cengiz HACIZADE

## ABSTRACT

### **Fault Tolerant Orbit and Attitude Determination for a Low Earth Orbit Satellite via Magnetometer and Sun Sensor Measurements.**

Murat BAĞCI

National Defense University, Hezârfen Aeronautics and Space Technologies Institute  
İstanbul, December, 2021

In this study, fault-tolerant orbit and attitude determination methods were developed using magnetometer and sun sensor measurements. In order to compare the findings obtained as a result of the study, a part of the thesis is devoted to the methods of orbit determination with GPS. The applied orbit determination methods are designed in an attitude-independent architecture. Three different methods were applied to determine the orbit using magnetometer and sun sensor measurements. In the first method; Trajectory determination calculations were made using only magnetometer measurements and the Extended Kalman Filter (EKF) algorithm. In the second method; orbit determination algorithms were designed with the EKF using magnetometer and sun sensor measurements simultaneously. In the third method; In accordance with the thesis topic, orbit determination calculations were made by using magnetometer measurements and a fault-tolerant REKF algorithm. Two different methods based on magnetometer and sun sensor measurements were used for attitude determination. In the first method; the Singular Value Decomposition (SVD) method, one of the single-frame orientation determination approaches, was utilized. The unit vectors obtained from the magnetometer and the Sun sensor were used in the SVD algorithm to make a coarse calculation of the orientation matrix. In the second method; An integrated attitude determination solution was created by adding the GKF algorithm on the SVD calculation block. It is considered that the study will contribute to the academic literature in terms of the methods applied and the results obtained.

**Keywords:** Kalman filter, Orbit determination, Attitude determination, Magnetometer, Sun sensor.

Science Code : 93106

Pages : 104

Supervisor : Prof.Dr.Cengiz HACIZADE

## 1. GİRİŞ

4 Ekim 1957 tarihinde Sputnik uydusunun uzaya gönderilmesi ile birlikte, uzayda bulunan cisimler doğal ve yapay olmak üzere iki temel kategoride incelenmeye başlanmıştır. Yıldızlar, gezegenler, asteroidler ve kuyruklu yıldızlar gibi cisimler doğal gök cisimleri kategorisi altında incelenirken, yapay uydular (bundan sonra kısaca uydu olarak adlandırılacaktır) ve roketler gibi insan eli ile üretilmiş ve uzaya gönderilmiş cisimler yapay gök cisimleri kategorisi altında incelenirler (Vetter, 2007).

Doğal gök cisimlerinin incelenmesi sürecinde ortaya çıkan astronomi biliminden elde edilen kazanımlar; insanoğlunun uzayı tanıma, anlama ve kendi çıkarları doğrultusunda kullanmasına imkân veren yapay gök cisimlerinin oluşturulmasında temelleri oluşturmuştur. Temel bilimlerdeki gelişmelerin uzay alanındaki mühendislik uygulamalarına aktarımı ile hayatı kolaylaştıran pek çok yenilik ortaya çıkmıştır. Tarihi gelişim açısından; ilk büyük keşiflerde karşılaşılan temel problemler, uzay serüveninde de kendisini göstermiştir. Büyük okyanuslara bilinmezlikler ile birlikte açılan ilk kâşiflerin, rota belirleme sürecinde kullandıkları nirengiler, araçlar ve yöntemler, uzay çalışmaları için ilham kaynağı olmuştur. Dünya'dan uzaya açılırken yer ve yön tayini yapılması yani seyrüsefer uygulamaları olmazsa olmaz gereksinimlerden biridir. Kaba bir sınıflandırma yapmak gerekirse; uydularda konum/yer tayini işlemleri yörünge belirleme, belirlenen konumdaki açısız durum tayini işlemleri ise yönelim belirleme alanları altında incelenir.

Uzayda hareket halinde bulunan bir cismin; belirli bir koordinat ve zaman sistemine (referansa) göre hareketinin tanımlanabilmesi için gerekli olan bilginin edinilmesi ve bu bilgilerin kullanımı ile cismin gelecekteki konumuna yönelik gerçeğe yakın tahminlere imkân veren metotların geliştirilmesi süreci, Yörünge Belirleme olarak ifade edilebilir (Curtis, 2014; Tapley ve diğ., 2004; Vallado, 2013; Vetter, 2007).

Aynı cismin; yine belirli bir referans takımına göre uzayda bulunduğu konumda, kendi ağırlık merkezine göre yaptığı açısız hareketin tanımlanabilmesi için gerekli olan bilginin edinilmesi ve bu bilgilerin kullanımı ile cismin gelecekteki açısız durumuna yönelik gerçeğe yakın tahminlere imkân veren metotların geliştirilmesi

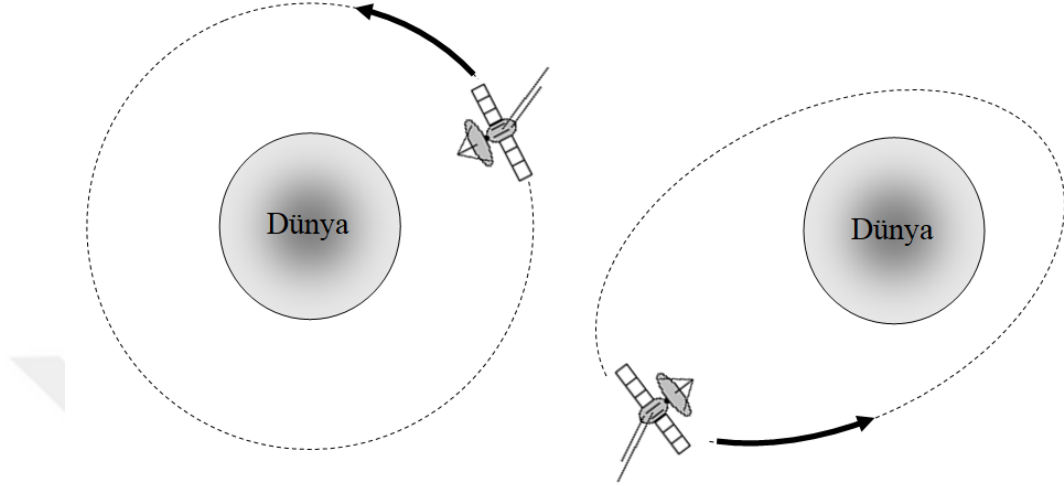
süreci, Yönelim Belirleme olarak ifade edilebilir (Markley ve Crassidis, 2014; Wertz, 1978).

Dünya yüzeyine göre (deniz seviyesinden) 2000 km irtifaya kadar olan yüksekliklerde hareket eden uydular; ADY (LEO) uyduları olarak adlandırılır. Pratikte kabul edilen alt sınır ise 300 km olarak alınabilir. Bu irtifanın altında atmosferik sürüklenme/direnç etkisi giderek artar ve cismin belirli bir süre sonunda Dünya'ya çarpmasına neden olur.

Fizik biliminin alt dallarından birisi olan Mekanik: kuvvet etkisi altındaki cisimlerin durağan veya hareket halindeki durumlarını inceler. Durağan haldeki veya sabit hızla hareket eden cisimlerin analizi; mekaniğin alt dalı olan Statik alanına girer. İvmeli hareket yaptığı gözlemlenen cisimlerin analizi ise mekaniğin diğer alt dalı olan Dinamik alanına girer. Dinamik analiz: Kinematik ve Kinetik olarak adlandırılan iki alt gruba ayrılır. Kinematik analiz; hareketin sadece geometrik yapısının incelenmesinde kullanılırken, Kinetik analiz: cismin hareketine neden olan kuvvetlerin incelenmesinde kullanılır. Kinematik analiz hesaplamalarında cisim kütle merkezi konumu esas alınarak noktasal/parçacık formunda kabul edilir. Kinetik analiz hesaplamalarında ise cismin gerçek yapısı ve geometrik formu devreye girer. Kendi bütünlüğü içerisinde rastgele seçilen iki nokta arasındaki mesafenin, üzerine etki eden kuvvetlerden bağımsız olarak zamana göre sabit kaldığı (deformasyonlar ihmal edilerek) sürekli kütle dağılımına sahip yapıdaki cisimler, katı cisim (rigid/solid body) olarak tanımlanır. Dinamik analiz açısından: Uydular genellikle üç boyutlu katı (rijit) cisim yapısında kabul edilerek incelenirler. Taşıdıkları antenlerin, güneş panellerinin vb. donanımların yapısına göre kısmi esnek cisim yapısında da kabul edilerek analiz edilebilirler. Katı cisim hareketi, iki temel hareket başlığı altında incelenir. Bunlar öteleme hareketi (translational motion) ve dönme hareketi (rotational motion)'dir. Hareket halindeki uydular genellikle bu hareket türlerinden ikisini aynı anda yaparlar (Beer ve diğ., 2013; Hibbeler, 2016; Schaub ve Junkins, 2009).

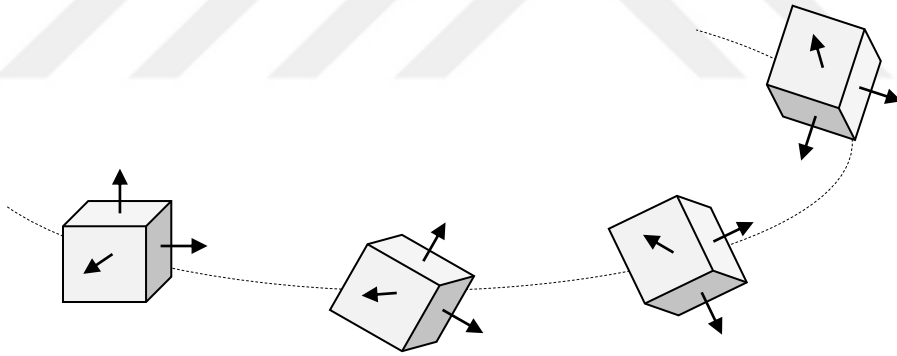
Uyduların hareketleri incelendiğinde özel bir durum ile karşılaşırız. Dünya etrafında dolaşan uyduların; ideal koşullarda (bozucu etkiler olmazsa), belirli zaman aralıklarında aynı noktalar üzerinden geçecek şekilde kapalı bir eğri üzerinde öteleme hareketi yaptıkları gözlemlenir. Bu özel hareket, uydulara ithafen yörünge hareketi olarak adlandırılır. Yörüngesel hareketin bir tam turu bütün olarak ele

alındığında özel bir dönme hareketi ile karşılaşılır ve dolanım (revolution) hareketi adı altında açısal olarak da incelenebilir (Montenbruck ve Gill, 2001).



**Şekil 1.1: Uyduların Yörüngesel Hareketi.**

Curtis (2014); Montenbruck ve Gill (2001)'den uyarlanmıştır.



**Şekil 1.2: Uyduların Kendi Kütle Merkezleri Etrafında Dönme Hareketi.**

Markley ve Crassidis (2014); Wertz (1978)'den uyarlanmıştır.

Bu çalışmada incelenen uzay aracının; katı cisim yapısındaki bir ADY uydusu olduğu kabulü yapılmıştır. Üç boyutlu uzayda katı bir cismin ağırlık merkezinin konumunu, belirli bir referansa göre ifade etmek için en az üç bağımsız parametre gerekir. Dolayısıyla konum belirleme probleminin serbestlik derecesi (SD veya DOF) üç (3)'tür. Şekil 1.1'de tasvir edilen yörüngesel hareketin incelemesi bu esasa göre yapılır.

Benzer biçimde katı bir cismin, belirli bir referansa göre uzaydaki açısal durumunu tanımlamak (yönelimini belirlemek) için en az üç bağımsız açısal parametre gerekir. Bu nedenle yönelim belirleme probleminin serbestlik derecesi de üç (3)'tür. Şekil 1.2'de gösterilen dönme hareketininin incelemesi bu esasa göre yapılır.

Buradan hareketle bir uydunun belirli bir zaman ve koordinat sistemine göre üç boyutlu uzaydaki konum ve açısal durumunu belirleme problemi altı (6) serbestlik derecesine sahiptir. İncelenen uydunun yörünge ve yönelim hareketini tanımlamak için her bir parametrenin zamana göre değişiminin de bilinmesi gerekir. Bu durumda Yörünge ve Yönelim Belirleme probleminin çözümü için gereken en küçük parametre kümesinin eleman sayısı oniki (12) olur. Yörünge Belirleme için konum vektörü ve hız vektörü (konumun zamana göre değişimi) bileşenlerinin, Yönelim Belirleme için yönelim/açı vektörü ve yönelim hareket/açısal hız vektörü (açıların zamana göre değişimi) bileşenlerinin bilinmesi gereklidir (Wertz, 1978).

Yörünge belirlemede kullanılan veriler; farklı algılayıcılar (sensörler) ve sistemlerden elde edilen ölçüm/gözlem verileridir. Bu veriler, Tablo 1.1'de gösterildiği gibi ölçmenin yapıldığı yere göre iki grupta incelenebilirler. Birinci grubu dünya üzerinde yapılan ölçümler, ikinci grubu uzayda uydu üzerinde yapılan ölçümler oluşturur (Vetter, 2007).

**Tablo 1.1: Yörünge Belirlemede Kullanılan Veriler.**

	Ölçülen Büyüklük	Ölçüm Cihazı/Sistemi
Dünya Üzerinde Yapılan Ölçümler	Mesafe Mesafe Değişim Hızı, Açılar,	Radarlar, Lazer Mesafe Ölçerler Radarlar Radarlar, Özel Kameralar, Teleskoplar, Sine-teodolitler
	Dopler Kayması	Radarlar, Özel Alıcılar
Uzayda Uydu Üzerinde Yapılan Ölçümler	Mesafe İvme Açılar	GPS alıcıları, Radarlar İvme ölçerler, Özel Kameralar/Optik Sistemler, Jiroskoplar
	Yıldızların Konumu	Yıldız İzlerler
	Manyetik Alan Yerçekimi Gradyanı	Manyetometreler Yerçekimi Gradyometreleri

Vetter (2007)'den uyarlanmıştır.

Benzer biçimde, yönelim belirleme hesaplamalarında kullanılan veriler çeşitli sensörler ve sistemler kullanılarak elde edilir. Bu algılayıcılar; üretim aşamasında uydunun üzerine tasarıma ve görev amacına uygun geometrik konumda yerleştirilir. Tek Nokta Hataları (single point failures) riskini azaltmak amacıyla; tasarımın yedeklilik (redundancy) politikasına uygun olarak, gereken ölçüm verisini sağlayacak birden fazla sayıda ve türde sensör kullanılır. Yönelim Belirleme alanında yaygın olarak kullanılan sensörlere ilişkin bilgiler Tablo 1.2’de sunulmuştur. Yönelimin belirlenebilmesi için en az iki farklı (birbirine paralel olmayan) doğrultuya sahip vektörel ölçüm bilgisi gerekir (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014; Springmann, 2013; Wertz, 1978).

**Tablo 1.2: Yönelim Belirlemede Yaygın Kullanılan Sensörler.**

Ölçüm Sensörü/Aleti	Sağladığı Bilgi (Çıkış)
Yıldız Tarayıcı/Kamerası	Yıldızların konumlarına ilişkin çektiği görüntüleri, hafızasına yüklenen katalog verileri ile karşılaştırarak, yüksek doğrulukta yönelim bilgisi (açısal veri) sağlar.
Güneş Sensörü	Görüş hattı doğrultusundan gelen güneş ışığının yönünü yani güneş doğrultusunu verir.
Ufuk Sensörü/Tarayıcı	Dünya atmosferi ile uzay arasındaki termal farka duyarlı kızılötesi (infrared) kamera yapısındadır. Dünya ve/veya ufuk hattının yön bilgisini sağlar.
Manyetometreler	Bulunduğu noktaya ait manyetik alan bilgisini/vektörünü sağlar.
Açısal Hız Jiroskopları	Ataletsel sensörlerdir. Uydunun dönme hareketine ilişkin açısal hız bilgisini verir.
GPS Alıcıları	GPS taşıyıcı sinyali faz farkı ölçümü ile yönelim belirlemede kullanılacak temel vektör (base vector) bilgisini oluşturur.

Abid (2005); Markley ve Crassidis (2014); Springmann (2013); Wertz, (1978)’den uyarlanmıştır.

Çevremizde gördüğümüz pek çok bilim ve teknoloji uygulamasına benzer biçimde, uydular da belirli amaçlara ulaşmak için tasarlanır ve üretilirler. Tasarım, üretim,

test, fırlatma ve operasyon adımlarında, başlangıçta belirlenen görev tanımını engelleyecek problemler ile karşılaşmamak için detaylı proje yönetim modelleri uygulanır. Proje yönetim modelleri; projede rol alan tüm unsurların, belirli bir takvime uygun olarak birbirleriyle etkileşim ve eşgüdüm halinde çalışmalarını ve bu sayede arzu edilen hedefe yüksek başarı ile ulaşılmasını kolaylaştırırlar. Uydu projelerinde görev isterleri en belirleyici öge olup; göreve yönelik özel tasarlanan ve üretilen sistemler Görev Yüğü (payload), görev yükünün vazifesini yapabilmesi için gerekli olan tüm diğer sistemler ise Gövde (bus/body) olarak isimlendirilebilir (Brown, 2002; Fortescue ve diğer., 2011; Larson ve Wertz, 1999; Sebestyen ve diğer., 2018).

Bilim ve teknolojiye yaşanan hızlı gelişme sayesinde görev isterlerini karşılayabilecek görev yükleri ve diğer sistem elemanları boyut ve kütle açısından giderek küçülmektedir. Bu sayede uyduların ebatları küçülürken, kabiliyetleri ihtiyaçlara cevap vermekte ve proje maliyetleri düşmektedir. Kabiliyetler, proje süresi (zaman), maliyet, boyut, kütle, enerji ihtiyacı, projede görev alacak uzman personel sayısı gibi kısıtlar değerlendirildiğinde; ADY mikro/nano uydularına yönelik projelerin artarak devam edeceği değerlendirilmektedir. 2020-2025 yılları arası için yapılan tahminlere göre; mikro/nano uydu sınıfında 1800-2400 adet arası fırlatma yapılacağı ve toplam fırlatmanın %80'inin 4-10 kg arası nano uyduların yörüngeye yerleştirilmesi için planlanacağı tahmin edilmektedir. 11-50 kg aralığındaki mikro uydular tarafında ise 6U (1U'luk birim 10x10x10 cm ebatlar ve maks. 1,33 kg kütleyle karşılık gelir) ve üzeri boyuttaki projelerin maliyet-kabiliyet dengesi açısından cazibesini giderek arttıracığı öngörülmektedir (Delozzo ve Williams, 2020).

Bu bilgilerden hareketle küresel ölçekteki uydu pazarı incelendiğinde şu sonuçlar çıkarılabilir:

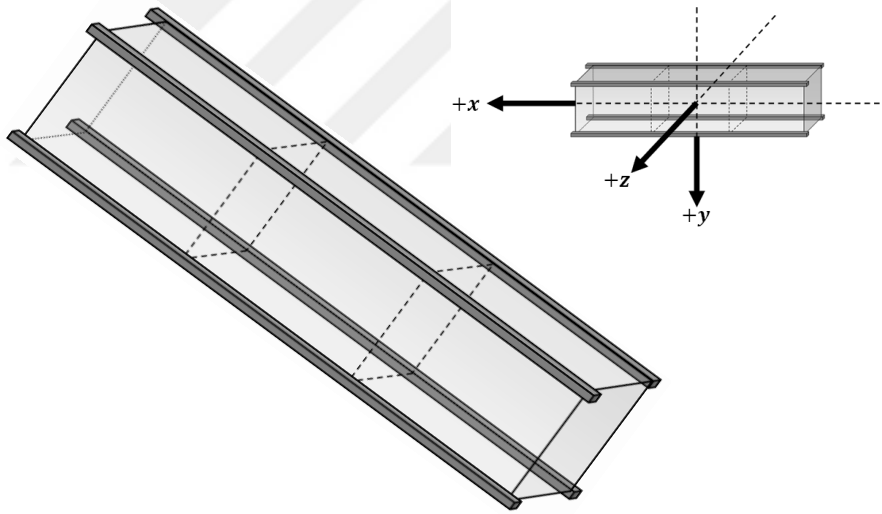
- En çok uydu gönderilen yörünge, Alçak Dünya Yörüngesi (ADY)'dir,
- Mikro ve Nano uydular, en çok tercih edilen uydu türleridir,
- Düşük maliyetlerine karşın gelişen teknolojik ve bilimsel altyapı sayesinde Mikro ve Nano uydular istenen görevleri büyük oranda yerine getirebilmektedir,

- Uydu pazarında özel sektör faaliyet oranının artmasıyla, maliyet etkinlik daha fazla önem kazanmaktadır.

Bu çıkarımlardan hareketle, ADY uyduları için:

- Düşük maliyetli,
- Küçük kütle, küçük boyut ve düşük güç kısıtlarına uyum sağlayabilen,
- Yüksek doğruluğa sahip,

Yörünge ve Yönelim belirleme stratejilerine; hem akademik alanda hem de üretim sahasında odaklanmanın uygun olacağı söylenebilir. Tez çalışmasında; Şekil 1.3'de temsili gösterimi sunulan farazi 3U'luk bir ADY nano uydu modeli kullanılmıştır.



**Şekil 1.3: Çalışmada Kullanılan 3U'luk Varsayımsal Uydu.**

Chin ve diğ. (2008); Sebestyen ve diğ., (2018)'den uyarlanmıştır.

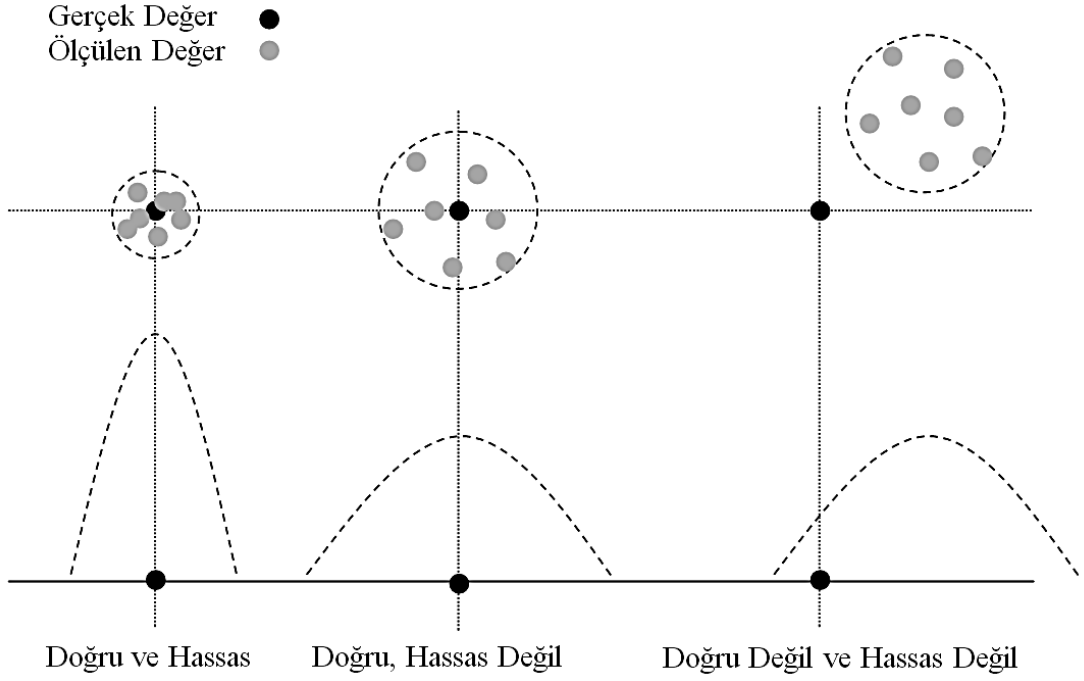
Uzayda uydu üzerinde yörünge ve yönelim belirlemeye yönelik hesaplamalar; sensörlerden elde edilen verilerin sayısal işlemciler üzerinde koşan algoritmalarla işlenmesi neticesinde gerçekleştirilir. Yörünge ve yönelim belirlenmesi için farklı sayıda ve türde sensör kullanılabilir. Kütle, boyut, maliyet ve enerji tüketim avantajlarının yanı sıra, doğal kaynakları kullanarak ölçüm sonucu veren güneş ve manyetometre sensörleri ile kabul edilebilir doğrulukta sonuç veren yörünge ve yönelim belirleme metodu geliştirilmesi hedeflenmiştir. Güneş Sensörleri ve

Manyetometreler, uydu üzerinde kullanılan en düşük maliyetli sensörlerdir Buna karşılık; Güneş Sensörleri ve Manyetometreler, hata değerleri en büyük olan sensörlerdir (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014).

Dünya'nın manyetik alan şiddeti, mesafenin küpüyle ters orantılı olarak azalır. Bu azalma nedeniyle, manyetometrelerin uzaydaki etkin kullanım irtifaları, 1000 km'ye kadar olan irtifalar ile sınırlıdır ve ADY kapsamına girer. Manyetometreler, fırlatma esnasında oluşan şok, titreşim ve termal etkilere karşı hassastır. Uygulamada yörüngeye yerleşim tamamlandıktan sonra manyetometrelere kalibrasyon yapılması gerekir. Uydu üzerindeki elektronik sistemler ve metaller manyetometre ölçümlerini olumsuz etkiler. Bu durumun etkisini azaltmak için manyetometre, yörüngeye yerleşme işlemi tamamlandıktan sonra açılacak bir kol üzerine konumlandırılır (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014; Wertz, 1978).

En basit Güneş Sensörü; Fotodirenç/Fotosel (light-dependent resistor, LDR / photocell)'dir. Fotosel, üzerine düşen ışık şiddetine bağlı olarak iletkenliği/direnci değişen bir yarıiletkenidir. Göz (eye) olarak da adlandırılır. Işığın, ana eksen (boresight) üzerinden paralel (yüzey normaline) gelmesi durumunda; iletkenliği en üst seviyeye çıkararak, en yüksek akım geçişini sağlayan bir elektronik devre kolaylıkla oluşturulur. Bu prensipten yola çıkarak; Uydu yüzeyine yerleştirilen güneş panellerinin ürettiği elektriksel akım verilerinin ölçümü ile Güneş yönünü veren doğrultu vektörü kabaca oluşturulabilir. Bu işlemi daha doğru yapmak ve daha yüksek hassasiyette vektör bilgisi elde etmek için sayısal Güneş Sensörleri (fine/digital sun sensors) kullanılır (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014; Wertz, 1978).

Algılayıcılar/sensörler vasıtasıyla elektronik ölçme yapılan tüm tasarımlarda hatalar mevcuttur. Bu hatalar kabaca; ölçme yapılan ortam, ölçmede kullanılan algılayıcı cihaz, veri iletim kanalı, ölçme verilerinin işlendiği işlemci, model ve yöntem kaynaklı olabilir. Ölçme işleminde kullanılan sensörlerin performans değerlendirmesi ve karakteristik analizi başlıca dört kavram üzerinden yapılır (Abid, 2005; Webster ve Eren, 2014). Bunlar; doğruluk, hassasiyet, çözünürlük ve frekanstır. Doğruluk; ölçmede kullanılan cihazın verdiği sonuçların gerçeğe yakınlık değeridir. Hassasiyet; ardışık olarak yapılan ölçmede kullanılan cihazın verdiği sonuçların birbirlerine yakınlık değeridir. Bir ölçmeye ilişkin doğruluk ve hassasiyet değerlendirmesi Şekil 1.4'te sunulmuştur.



**Şekil 1.4: Sensörlerde Doğruluk ve Hassasiyet.**

Abid (2005); Webster ve Eren (2014)'den uyarlanmıştır.

Çözünürlük; ölçmede kullanılan cihazın, ölçülen değer değişimlerine verebildiği en küçük çıktı olarak tanımlanabilir. Frekans; ölçmede kullanılan cihazın belirli bir zaman aralığında yapabileceği en fazla ölçüm adedi olarak düşünülebilir (Abid, 2005; Webster ve Eren, 2014).

Tasarımda arzu edilen yüksek doğruluk, yüksek hassasiyet, yüksek çözünürlük ve yüksek frekanslı ölçüm yeteneğine sahip algıyıcılar kullanılmasıdır. Fakat bu tür donanımların kullanımı; yüksek maliyetler, tedarik zorlukları, üretici ve/veya ülke/organizasyon onayı gereksinimleri, boyutlar ve enerji tüketim değerleri gibi pek çok nedenlerle mümkün olmayabilir. Bu gibi durumlarda; proje kısıtlarına uygun olan ve doğal kaynaklara yönelik ölçüm yaparak çıktı üreten sensörlerin; gelişmiş algoritmalar kullanımı ile doğruluk seviyesini artırma yaygın olarak başvurulan bir çözümdür.

Uygulamada sensör tümeştirme (sensor fusion) ve kestirim (estimation) yöntemleri bir arada kullanılarak görevin talep ettiği doğrulukta sonuçların elde edilmesi hedeflenir. Sensör tümeştirme; birden fazla ve farklı özellikte algılayıcının aynı anda ölçüm yapması ile ulaşılması istenen verinin güçlendirilmiş ve doğruluğu artırılmış

şekilde elde edilmesi olarak özetlenebilir. Bu süreçte; incelenen olayın veya durumun aynı anda farklı özellikleri ölçülerek daha doğru değerlendirme yapılmasına imkân tanıyacak miktarda ölçüm verisi birlikte işlenerek sonuca varılması hedeflenir. Kestirim; sensörlerden alınan hatalı ölçüm değerleri kullanılarak, incelenen olay veya duruma ilişkin hesaplamalarda kullanılacak verilerin doğrudan veya dolaylı olarak belirlenmesi olarak tanımlanabilir (Webster ve Eren, 2014).

Genel olarak Kestirim teorisi (estimation theory), rassal (random) yapıdaki ölçüm verilerinden ilgili sistem davranışını/durumunu gösteren parametrelerin tahmini sağlayan istatistik dalıdır. İçerisinde rassal değişken barındıran işlemler stokastik/rassal süreçler (stochastic process/random process) olarak kabul edilir. Başka bir ifadeyle zamana veya mekâna göre değişim gösteren olayları tanımlamak için kullanılan, olasılık teorisine uygun matematiksel modele stokastik süreç denir. Matematiksel tanımlaması farklı olmakla birlikte, Filtreleme (filtering); yaygın olarak ardışık durum kestirimi (sequential state estimation) yerine kullanılmaktadır. Uygulamada kullanılan filtreler iki temel kategoride incelenebilir. Bunlar; Toplu/Yığın Filtreleme (batch filtering) ve Ardışık Filtreleme (sequential filtering) olup temel özellikleri Tablo 1.3'te verilmiştir (Crassidis ve Junkins, 2012; Tapley ve diğ., 2004).

**Tablo 1.3: Temel Filtreleme Yöntemleri.**

Tür	Özellikleri
Toplu/Yığın Filtreleme	Kestirim aşamasında, o ana kadar alınan tüm ölçüm verileri kullanılır. Bayes teoremine (Bayes' theorem) uygun En Küçük Kareler teknikleri uygulanır. Genellikle, çok yüksek doğruluk gereksinimlerini karşılamak amacıyla gelişmiş hesaplama ve depolama kabiliyetine sahip bilgisayarlar vasıtasıyla uygulanır.
Ardışık Filtreleme	Kestirim; o an yapılan ölçümler ile yapılır. Filtrenin durumu, bir önceki kestirim ile güncellenir. En yaygın örneği Kalman Filtresidir. Genellikle, görev ihtiyaçlarını karşılayabilecek platform üzerinde bulunan (onboard) işlemciler vasıtasıyla uygulanır.

Tapley ve diğ., (2004)'ten uyarlanmıştır.

Uydu projelerindeki uygulamalara ve teoriye uygun biçimde Yörünge Belirleme süreci çalışmanın ana odak noktasını oluşturmuştur. Buradaki en temel gerekçe; belirli bir referansa göre yörüngeyi tanımlayan konum ve hız vektör bilgisi olmadan Yönelim Belirleme hesaplamalarına geçilememesidir. Yönelim belirleme hesaplama bloğuna geçerken, mutlaka o ana ait yörünge bilgilerinin elimizde bulunması gereklidir. Bu durumdan hareketle, özellikle yörünge belirleme performansına yönelik elde edilen sonuçların kıyaslanabilmesi için projelerde yaygın olarak kullanılan KKS (GPS) alıcısı ile yörünge belirleme yöntemine çalışma içinde yer verilmiştir. Tez çalışmasında, güneş sensörü ile manyetometre ölçümleri; sensör tümleştirme ve ardışık filtreleme tabanlı kestirim uygulamaları kullanılarak işlenmiş ve görece iyi sonuçlar alınmıştır. Bu süreç; ilgili sensörlerden elde edilen verilerin ve hareketi tanımlayan dinamik modellerin Kalman Filtresi/Süzgeci (Kalman filter) kullanılarak ardışık olarak işlenmesi ile gerçekleştirilmiştir.

Günümüzde ilk önerilen modele göre çok gelişmiş ve karmaşık Kalman Filtreleme algoritmaları mevcuttur. Carl Friedrich Gauss ve Adrien-Marie Legendre ile anılan En Küçük Kareler (the least squares) yöntemi ve Andrey Nikolaevich Kolmogorov, Ruslan Stratonovich ve Norbert Wiener tarafından geliştirilen ara kestirim/enterpolasyon(interpolation) ve dış kestirim/ekstrapolasyon (extrapolation) yöntemlerinden sonra Rudolf Emil Kalman tarafından önerilen ve sonradan kendi adıyla anılan filtreleme ve kestirim yöntemleri özellikle kontrol teorisi alanında yeni bir dönemi başlatmıştır (Stepanov, 2011).

Kalman filtresi öngörmeyi düzeltme prensibiyle çalışır. Özetle: Sistem modeli kullanılarak öngörülen/tahmin edilen durum vektörü değerleri ile ölçümler yoluyla elde edilen durum vektörü verileri arasında filtre kazancı olarak adlandırılan bir ağırlıklandırma çarpanı kullanılarak nihai kestirim yapılır (Bagcı ve Hajiyev, 2016). Ayrık zaman (Kalman, 1960) ve sürekli zaman (Kalman ve Bucy, 1961) doğrusal filtreleme ve tahmin/kestirim teorilerine yönelik çığır açıcı çalışmaların, dönemin en büyük projesi olan APOLLO Ay görevlerine başarıyla uygulanması sürecinde ortaya çıkan Genişletilmiş Kalman Filtresi (GKF) algoritması; uzay ve havacılık alanında standart yöntem olarak tercih edilmeye başlanmıştır (Grewal ve Andrews, 2010). Tez çalışmasında; analizde kullanılan sistem ve ölçme modelleri doğrusal olmayan matematiksel yapıya sahip olduğu ve kendisini pek çok çalışmada kanıtladığı için GKF (EKF) tabanlı Kalman filtre algoritmaları tercih edilmiştir.

Tasarım ve proje limitleri kapsamında uygulamada görev isterlerine uygun yedeklilik (redundancy) stratejisi uygulanır. Yedeklilik sağlanabilmesi için mümkün mertebe aynı ölçme verisi farklı türde ve sayıda sensörden alınan veriler ile oluşturulur. Fakat tasarım kaynaklı sınırların çok fazla olduğu mikro/nano/piko uydu projelerinde arzu edilen sayıda yedek sistem kullanımı mümkün olmayabilir. Sensörlerden elde edilen verilerin ölçme değerleri olarak kullanıldığı tasarımların normal/sorunsuz çalışma koşullarında; Kalman filtre algoritmaları çok iyi sonuçlar vermektedir. Uygulamalardan edinilen tecrübeler; sensörlerde arıza durumlarının, üretim ve test aşamasında belirlenen toleranslardan yüksek hatalı sensör verilerinin anlık ve/veya uzun süreli olarak görülme riskinin dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır.

Bu tür problemlerin oluşması durumunda; hataların tespiti (detection), teşhisi (diagnosis), izolasyonu (isolation) ve hatalı ölçümlere adaptasyon (adaptation) süreçleri işleterek sınırlı yedeklilik durumuna rağmen halen sağlıklı kestirim yapmaya devam etme kabiliyeti olan dayanıklı (robust) Kalman filtre algoritmaları üzerinde pek çok çalışma yapılmış ve yapılmaya devam etmektedir (Amin ve Hasan, 2019; Soken ve Hajiyev, 2010; Hajiyev ve Caliskan, 2003; Petersen ve Savkin, 1999; Mehra ve Peschon, 1971). Donanım ve/veya anlık tolerans dışı gürültü (noise) kaynaklı sensör hatalarının hesaplamalara dâhil edildiği DGKF (REKF) algoritmaları, tez çalışması kapsamına alınmıştır.

Tez çalışmasında özetle:

- Kullanılacak tüm verileri sağlayan benzetim/simülasyon ortamı matematiksel modellere uygun kodlamayla oluşturulmuş,
- Varsayımsal olarak tasarlanan uydunun matematiksel modeli oluşturulmuş ve benzetim ortamında kullanılmış,
- Yörünge üzerinde Güneş Yön Vektörü ve Dünya Manyetik Alan vektörü bilgilerini sağlayan güneş sensörü ve manyetometre ölçümleri kullanılmış,
- Uydunun yörünge ve yönelim hareket modelleri ile sensör ölçüm verilerini kullanarak kestirim sağlayan Kalman filtre algoritmaları geliştirilmiş,
- Arıza/hata toleranslı (fault tolerant) DGKF algoritmaları ile hesaplamalar tekrar yapılmış ve performans çıktıları kıyaslanmıştır.

## 2. KÜRESEL KONUM BELİRLEME SİSTEMLERİ İLE YÖRÜNGE BELİRLEME

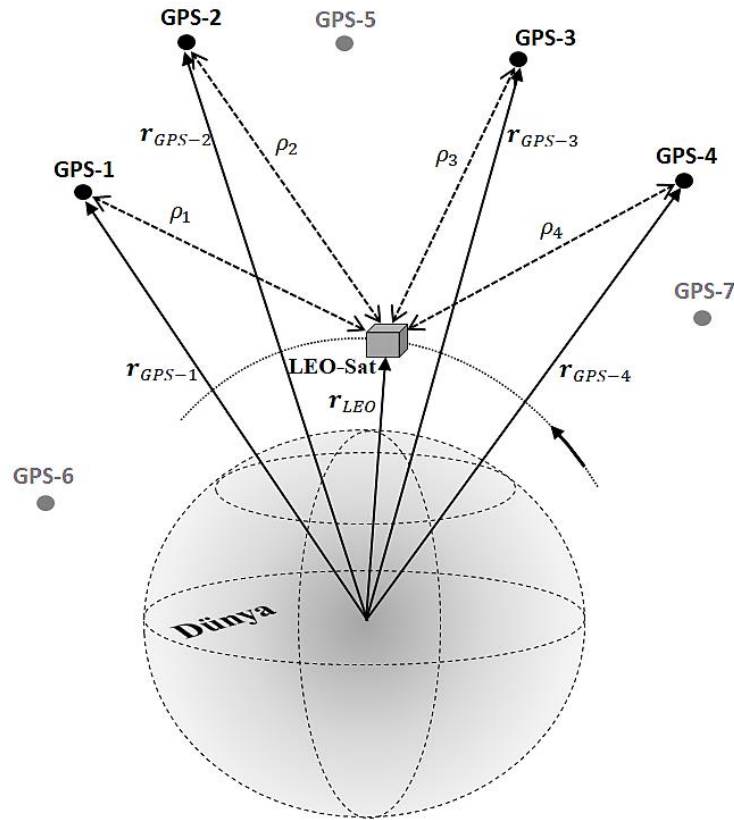
Uzaydan özel olarak geliştirilmiş uydular vasıtasıyla küresel çapta konum ve zaman bilgisi dağıtım hizmeti sunan sistemler KKBS (GNSS) kavramı altında sınıflandırılmaktadır. GPS/ABD, GLONASS/Rusya, Galileo/AB ve BeiDou/Çin en çok bilinen servis sağlayıcı sistemlerdir. Hizmetin alınacağı sisteme uygun KKBS alıcısı seçilmesi gerekir. Avrupa Birliği Uzay Programı Ajansı (EUSPA) tarafından; KKBS pazarı ekonomik büyüklüğünün, 2029 yılına kadar 300 milyar avronun üzerine çıkacağı ve mevcut durum devam ederse GPS'in market lideri olarak yerini koruyacağı tahmin ediliyor (Dorides, 2019). Yörünge belirleme safhasının tez çalışmasının ana odağını oluşturduğu giriş kısmında açıklanmıştı. Bu kapsamda, Manyetometre ve güneş sensör ölçümleri ile elde edilen sonuçların kıyaslanması için GPS tabanlı yörünge belirleme yöntemi çalışmaya dâhil edilmiştir. Bu kısımda yapılan tanımlamalar ve çözüm yaklaşımları diğer KKBS (GNSS) uyduları için de kullanılabilir.

### 2.1. GPS ile Konum Belirleme

Üç boyutlu uzayda bir nokta ile temsil edilen cismin konumu farklı yollarla tanımlanabilir. Uyduyu, kendi kütle merkezinin konumunu gösteren bir nokta ile tanımlarsak; bu noktanın belirli bir referans takımına göre kartezyen koordinat sisteminde konumunu belirlemek için x, y ve z eksen takımlarına uygun adresleme yapılması gerekir. Benzer biçimde silindirik veya küresel parametreler ile de adresleme yapılabilir. GPS uyduları özünde birer verici olarak çalışırlar ve kendi konum bilgileri ile bilginin ait olduğu zaman referansını yayınlırlar. Kendi konumunu belirlemek isteyen bir uydu; üzerindeki GPS alıcısı ile sinyallerini alabildiği GPS uydularından gerekli verileri alır ve konum belirleme algoritması içinde işleyerek yörünge belirleme hesaplamasını tamamlar.

Pratikte, bir LEO uydusu için altı-yedi (bazen daha da fazla) farklı GPS uydusundan sinyal almak mümkündür ama konum belirleme probleminin çözümü için en az dört farklı uydudan sinyal alarak hesaplama yapılması gerekir. Bu özel durum; Dört

Nokta ile Kaba Mesafe Tahmini (P4P) isimli bir model ile anılır ve GPS ile konum belirleme yöntemlerinde sıklıkla kullanılır. Dört GPS uydusundan üç tanesi konumun belirlenmesi, dördüncüsü ise alıcı saat hatasının giderilmesi için gereklidir. GPS uyduları üzerinde bulunan atomik saatler çok hassas zaman verisi üretirken, özellikle düşük bütçeli projeler ile tasarlanan uyduların üzerinde quartz vb. tabanlı zaman devreleri kullanılır ve hassasiyet farkından kaynaklı hesaplama hataları oluşur. Şekil 2.1’de problem tanımlamasına ilişkin durum görseli sunulmuştur. Söz konusu modele uygun olarak problem tanımlanırken; konumu belirlenmek istenen uydu ile her bir GPS uydusu arasındaki mesafe ölçümleri arasında ilişki kurulur. Bu mesafe ölçümleri iki farklı şekilde ifade edilebildiği için, karşılıklı bir eşitlik tanımlaması yapılır ve eşitlikten bilinmeyenler çekilerek çözüme gidilir (Bagci ve Hajiyev, 2019; Bagci ve Hajiyev, 2017; Bagci ve Hajiyev, 2016; Bagci ve Hajiyev, 2015).



**Şekil 2.1: GPS ile Yörünge Belirleme.**

Bagci ve Hajiyev (2019)’den uyarlanmıştır.

$$\rho_i = d_i + (\varepsilon_{Tot})_i \quad \text{ve } i = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (2.1)$$

$$d_i^* = (t_{GPS_i} - t_{LEO})c = \Delta t_i c = \rho_i = d_i + (\varepsilon_{Tot})_i \quad (2.2)$$

$$d_i = \sqrt{(x_{GPS_i} - x_{LEO})^2 + (y_{GPS_i} - y_{LEO})^2 + (z_{GPS_i} - z_{LEO})^2} \quad (2.3)$$

$$(\varepsilon_{Tot})_i = \varepsilon_{Clk} + (\varepsilon_N)_i \quad (2.4)$$

GPS ile konum belirleme probleminin tanımlanmasında kullanılan matematiksel ifadeler Denklem (2.1), Denklem (2.2), Denklem (2.3) ve Denklem (2.4) ile gösterilmiştir. Söz konusu denklemlerde:  $\rho_i$  kaba mesafe ölçümlerini,  $d_i^*$  ilgili GPS uydusu ile konumu hesaplanmak istenen uydudaki hata içeren mesafeleri,  $d_i$  gerçek mesafe bilgisini,  $(\varepsilon_{Tot})_i$  ilgili mesafe ölçümünde yapılan toplam hatayı,  $\varepsilon_{Clk}$  saat hatasını,  $\varepsilon_N$  ilgili ölçüme ait rassal formdaki gürültü kaynaklı hatayı,  $c$  ışık hızını,  $t_{GPS_i}$  sinyalin ilgili GPS uydusundan yayınlandığı zamanı ve  $t_{LEO}$  ilgili GPS uydusundan yayınlanan sinyalin konumu hesaplanmak istenen uyduda alındığı zamanı,  $\Delta t_i$  sinyalin ilgili GPS uydusundan konumu hesaplanacak uyduya ulaşana kadar geçen süreyi ifade eder. Hatanın  $(\varepsilon_{Tot})_i$  olmadığı koşullarda mesafe ifadeleri birbirine eşit olacaktır. Bu ifadelerden yola çıkarak bir amaç/maliyet fonksiyonu (objective/cost function) tanımlaması yapılır. Oluşturulan amaç fonksiyonundan bilinmeyen parametrelerin çekilmesine yönelik matematiksel model GPS ile yörünge belirleme probleminin tanımlanmasında kullanılır (Bagci ve Hajiyev, 2016; Bagci ve Hajiyev, 2015).

$$d_i^* = d_i + (\varepsilon_{Tot})_i \rightarrow d_i^* - (\varepsilon_{Tot})_i = d_i \quad (2.5a)$$

$$(d_i^* - (\varepsilon_{Tot})_i)^2 = d_i^2 \rightarrow F_i = d_i^2 - (d_i^* - (\varepsilon_{Tot})_i)^2 \quad (2.5b)$$

Denklem (2.5a) ve Denklem (2.5b) ile problem tanımlamasında kullanılan amaç fonksiyonu  $F_i$  gösterilmiştir. Bu fonksiyonun değerinin ideal koşullarda sıfır(0) olması gerekir. Dolayısıyla  $F_i$  amaç fonksiyonunu minimize eden bir çözüm yaklaşımı ile bilinmeyen değerlerin hesaplanması mantıklı bir çözüm yaklaşımı olur (Bagci ve Hajiyev, 2019). Toplam hata  $(\varepsilon_{Tot})_i$  parametresini sabit olarak kabul etmek ve bu kabule uygun bir problem tanımlaması yapmak çözüm stratejisi açısından hesaplamaları belirli bir hata toleransına katlanmak kaydıyla basitleştirir (Bagci ve Hajiyev, 2016).

$$F_i^* = d_i^2 - (\Delta t_i c - \varepsilon_{Tot}^*)^2 \quad (2.6)$$

Denklem (2.6) ile gösterilen eşitlik GPS ile konum belirleme probleminde

hesaplanması hedeflenen amaç fonksiyonunun matematiksel yapısını oluşturur. Dört adet GPS uydusu ile konum belirleme hesaplaması yapılırken denklem (2.5a) tercih edilirse yedi adet bilinmeyen değer ( $(\varepsilon_{Tot})_{1,2,3,4}$  ve  $x, y, z$ ) hesaplanması gerekir. Denklem (2.6) ile yapılan tanımlama kullanıldığında ise hesaplanması gereken bilinmeyen parametre sayısı dörde ( $x, y, z, \varepsilon_{Tot}^*$ ) indirgenmiş olur (Bagci ve Hajiyev, 2016).

$$\text{Amaç: minimize}(F_i^*) \quad (2.7a)$$

$$\text{Tanımlar: } (x, y, z, x_{GPS_i}, y_{GPS_i}, z_{GPS_i}, \Delta t_i, \varepsilon_{Tot}^*) \in \mathbb{R} \quad (2.7b)$$

$$\text{Bilinenler: } x_{GPS_i}, y_{GPS_i}, z_{GPS_i}, \Delta t_i, c \quad (2.7c)$$

$$\text{Arananlar: } x, y, z, \varepsilon_{Tot}^* \quad (2.7d)$$

Denklem (2.7) ile amaç fonksiyonunun nihai yapısı gösterilmiştir. Sabit olarak kabul edilen hata parametresi  $\varepsilon_{Tot}^*$  rassal formda olacağı için model stokastik yapıdadır. Bu modelin çözümü için farklı sayısal yöntemler kullanılabilir. Newton-Raphson (NR) yöntemi bu modelin çözümünde yaygın olarak kullanılan ve kabul edilebilir sonuçlar sağlayan sayısal bir yöntemdir (Bagci ve Hajiyev, 2015).

## 2.2. GPS ile Yörünge Belirleme

GPS ile yörünge belirleme hesaplamaları için farklı yaklaşımlar mevcuttur. Tez çalışmasında kullanılan yöntem; NR metodu ile DGKF (REKF) tümleştirmesi esasına dayanmaktadır. Denklem (2.7) ile sunulan amaç fonksiyonu NR yöntemi ile hesaplandıktan sonra DGKF algoritmasına doğrusal ölçme verisi olarak aktarılarak çözüm üretilmektedir (Bagci ve Hajiyev, 2019). Çözüm stratejisine yönelik önemli aşamalar; yörünge hareket modelinin oluşturulması, yörüngesel ilerleme (orbit propagation) benzetimi ile veri üretimi için sayısal türev yöntemi kullanılması, NR ile konum belirleme probleminin çözümü, DGKF ile konum ve hız vektör bileşenlerine yönelik kestirim yapılması.

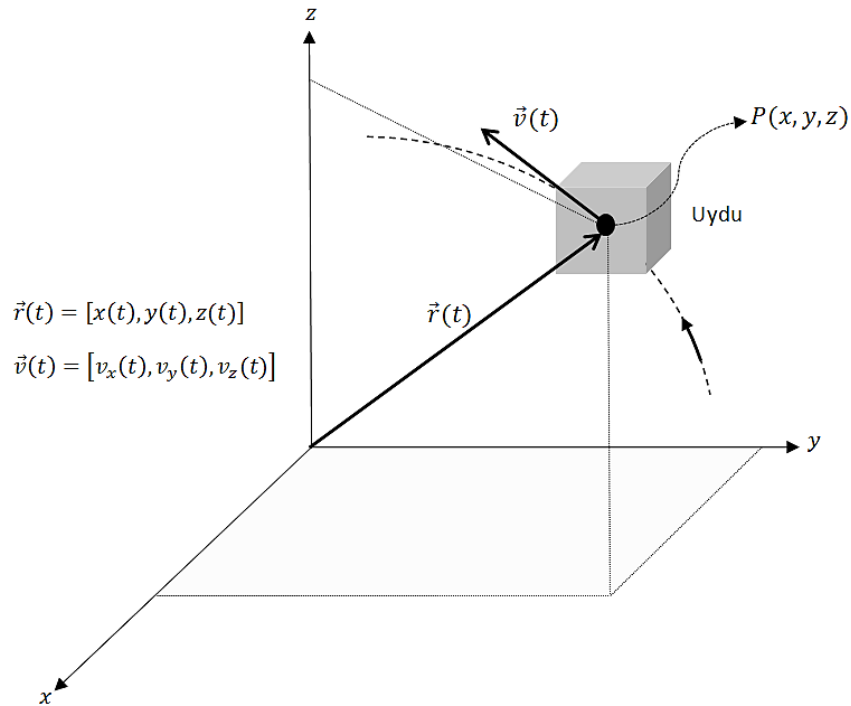
### 2.2.1. Yörünge Hareket Modeli

Uydunun yörünge belirleme hesaplamaları için gerekli olan en temel parametre kümesini; belirli bir eksen takımına göre tanımlanmış konum ve hız vektör bileşenleri oluşturur. Yörünge tanımlamasının yapılmasında kullanılan diğer

parametreler ise klasik Kepler elemanlarıdır. Klasik kepler parametreleri aşağıda sunulmuştur:

- a: Yarı büyük eksen uzunluğu (semi-major axis length),
- e: Dışmerkezlik (eccentricity),
- i: Yörünge eğim açısı (inclination),
- $\alpha_T$ : Gerçek anomali açısı (true anomaly angle),
- $\Omega$ : Yükselme düğümü açısı (right ascension of ascending node, RAAN),
- $\omega$ : Yerberi (Yörünge'nin dünyaya en yakın noktası) açısı (argument of perigee angle)

Bu parametreler ile konum ve hız vektör bileşenleri arasında ara hesaplamalar yapılarak karşılıklı geçiş yapılabilir (Curtis 2014; Vallado 2013). Şekil 2.2 ile tez çalışmasında kullanılan temel yörünge belirleme parametreleri olan konum ve hız vektörlerinin temsili gösterimi yapılmıştır.



**Şekil 2.2: Uydu Konum ve Hız Vektörleri.**

Curtis (2014)'den uyarlanmıştır.

Yörünge belirleme hesaplamaları için önemli olan diğer bir adım ise uydunun

yörüngesel hareket modelinin belirlenmesidir. Sayısal yöntemler vasıtasıyla bu matematiksel model kullanılarak; başlangıç verilerinden hareketle yörünge boyunca her nokta için konum ve hız vektör bileşenleri türetilebilir. Bu sayede yörünge belirleme işlemi gerçekleştirilmiş olur.

Tez çalışmasının tamamında kullanılan yörüngesel hareket modeli aynıdır. Bu model: DMAKS (ECI) ataletsel kartezyen referans sisteminde, iki-cisim (two-body) yaklaşımına uygun, Cowell temsilini esas alan, durum uzayı (state space) gösterimi ile sunulan matematiksel yapıda kullanılmıştır. Yörüngesel bozuntu etkilerinden (orbital perturbations), J2 bozucu ivme etkisi model kapsamına alınmış ve hesaplamalarda kullanılmıştır. Dünyanın homojen olmayan kütle dağılımı ve mükemmel küre formunda olmayan geometrik yapısı nedeniyle yerçikimsel potansiyel etkisi bölgesel olarak değişiklikler gösterir. Bu etkiler küresel harmonik seri formda belirli katsayılar kullanılarak modellenmektedir. Söz konusu katsayılardan birincisi J1'dir ve değeri seri açılım modeli gereği sıfır(0)'a eşittir. İkincisi ve tüm katsayı değerleri arasında en baskın olanı J2'dir ve değeri 0,00108262668355'tür. Bir sonraki katsayı olan J3 ise J2'den yaklaşık 400 kat daha küçüktür. Dolayısıyla J2 katsayısı kullanılarak ifade edilen model, ihmal edilebilecek hata değerini sahiptir (Curtis 2014; Vallado 2013).

$$\begin{pmatrix} \vec{r} = [x \ y \ z]^T \\ r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{pmatrix} \rightarrow \ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_{J_2} \quad (2.8a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{r}} \\ \dot{\vec{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\vec{r}/dt \\ d\vec{v}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}} \\ \dot{\vec{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ -\frac{\mu}{r^3}x + (a_{J_2})_x \\ -\frac{\mu}{r^3}y + (a_{J_2})_y \\ -\frac{\mu}{r^3}z + (a_{J_2})_z \end{bmatrix} \quad (2.8b)$$

$$\vec{a}_{J_2} = \begin{bmatrix} (a_{J_2})_x \\ (a_{J_2})_y \\ (a_{J_2})_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(1 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{x}{r} \right\} \\ \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(1 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{y}{r} \right\} \\ \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(3 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{z}{r} \right\} \end{bmatrix} \quad (2.8c)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\mu}{r^3}x + \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(1 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{x}{r} \right\} \\
\frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\mu}{r^3}y + \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(1 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{y}{r} \right\} \\
\frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\mu}{r^3}z + \left\{ -\frac{3}{2}J_2 \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \left(3 - 5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right) \frac{z}{r} \right\}
\end{aligned} \tag{2.8ç}$$

Denklem (2.8a) çalışmada kullanılan yörünge hareket modelini ifade etmektedir. Denklem (2.8b) aynı modelin birinci dereceden türevli ifadeler yardımıyla yeniden düzenlenmiş halini göstermektedir. Hız vektörü bileşenlerinin model içinde ifade edilmesine imkan sağlamaktadır. Denklem (2.8c)  $J_2$  bozucu ivme vektörü bileşenlerinin açık halini sunmaktadır. Denklem (2.8ç) ile modelin açık hali gösterilmektedir. Bu ifadelerde:  $\vec{r}$  konum vektörünü,  $\vec{v}$  hız vektörünü,  $\mu = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$  Dünya için standart yerçekim parametresini,  $R_e = 6.378137 \times 10^6 \text{ m}$  Dünya için ortalama ekvatorial yarıçap değerini ifade etmektedir (Curtis 2014; Vallado 2013; Bagci ve Hajiyev, 2019; Bagci ve Hajiyev, 2016).

Bu modelin, durum vektörü (state vector) gösterimi kullanılarak ifade edilmesi; sayısal yinelemeli türev uygulamaları ile istenen süre boyunca hareketin benzetimi sağlayacak konum ve hız vektör bileşenlerinin hesaplanması için önemlidir (Ogata, 2014; Zarchan ve Musoff, 2009).

$$\vec{U}(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t) \quad v_x(t) \quad v_y(t) \quad v_z(t)]^T \tag{2.9}$$

$$\dot{\vec{U}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}(t) \\ \dot{\vec{v}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{r}}(t) \\ \dot{\vec{v}}(t) \end{bmatrix} \tag{2.10a}$$

$$\dot{\vec{U}}(t) = \frac{d\vec{U}(t)}{dt} = f(\vec{U}(t), t) \tag{2.10b}$$

$$f(\vec{U}(t), t) = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ -\frac{\mu}{r^3}x + (a_{J_2})_x \\ -\frac{\mu}{r^3}y + (a_{J_2})_y \\ -\frac{\mu}{r^3}z + (a_{J_2})_z \end{bmatrix} \tag{2.10c}$$

Denklem (2.9) ile yörünge belirleme için kullanılan durum vektörü gösterilmiştir. Durum vektörünü, konum ve hız vektör bileşenleri oluşturmaktadır. Bu temsilde

yörünge belirleme için gerekli en küçük kümeyi oluşturan bileşenlere yer verilmiştir. GPS problem tanımlamasında yapılan kabule göre hata parametreleri vb. gibi başka bileşenler eklenerek durum vektörü genişletilebilir (Bagci ve Hajiyeve, 2019, Bagci ve Hajiyeve, 2017). Denklem (2.10a) ile durum vektörünün türev ifadesinin, yörünge modeli bileşenleri cinsinden durum uzayı gösterimi verilmiştir. Denklem (2.10b) ve Denklem (2.10c) ile sayısal türev ve integrasyon uygulamalarının başlangıç noktasını oluşturacak  $f(\vec{U}(t), t)$  fonksiyon tanımlaması sunulmuştur (Bagci ve Hajiyeve, 2019; Curtis 2014).

Yörünge modeli ile ilgili GKF ve DGKF algoritmaları için gerekli olan bir diğer matematiksel yapı ise Jacobi matrisidir. Jacobi matrisi; denklem (2.10c) ile açık ifadesi verilen  $f(\vec{U}(t), t)$  fonksiyonunun, durum vektörü  $\vec{U}(t)$  bileşenlerine göre birinci dereceden türevlerini içeren matematiksel ifadedir.

$$\frac{\partial f(\mathbf{U}, t)}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial r} & \frac{\partial v}{\partial \mathbf{v}} \\ \frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0]_{3 \times 3} & [I]_{3 \times 3} \\ \left[ \frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} \right]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (2.11)$$

Denklem (2.11) ile sunulan Jacobi matrisi ifadesinde;  $[0]_{3 \times 3}$  tüm elemanları sıfır (0) olan matris ve  $[I]_{3 \times 3}$  ana köşegen elemanları bir(1) olan birim matristir.  $\left[ \frac{\partial \ddot{r}}{\partial r} \right]_{3 \times 3}$  ifadesinin hesaplanması zorlayıcı olup, tüm elemanlarına ilişkin sadeleştirilmiş matematiksel ifadeler Denklem (2.12) ile sunulmuştur (Bagci ve Hajiyeve, 2017).

$$\frac{\partial \ddot{r}}{\partial \mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial x} & \frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial y} & \frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial z} \\ \frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial x} & \frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial y} & \frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial x} & \frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial y} & \frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.12a)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial x} = \frac{\mu \{ (6x^2 - 2r^2)r^4 + 3J_2 R_e^2 [r^2(4r^2 - 5y^2) - 35x^2 z^2] \}}{2r^9} \quad (2.12b)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial y} = \frac{3\mu xy \{ 5J_2 R_e^2 (r^2 - 7z^2) + 2r^4 \}}{2r^9} \quad (2.12c)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial z} = \frac{3\mu xz \{ 5J_2 R_e^2 (3r^2 - 7z^2) + 2r^4 \}}{2r^9} \quad (2.12c)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial x} = \frac{\partial \ddot{r}_x}{\partial y} = \frac{3\mu xy\{5J_2 R_e^2(r^2 - 7z^2) + 2r^4\}}{2r^9} \quad (2.12d)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial y} = \frac{-\mu\{(2r^2 - 6y^2)r^4 + 3J_2 R_e^2[r^2(5x^2 - 4r^2) + 35y^2z^2]\}}{2r^9} \quad (2.12e)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_y}{\partial z} = \frac{3\mu yz\{5J_2 R_e^2(3r^2 - 7z^2) + 2r^4\}}{2r^9} \quad (2.12f)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial x} = \frac{3\mu xz\{5J_2 R_e^2(r^2 - 7z^2) + 2r^4\}}{2r^9} \quad (2.12g)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial y} = \frac{3\mu yz\{5J_2 R_e^2(r^2 - 7z^2) + 2r^4\}}{2r^9} \quad (2.12ğ)$$

$$\frac{\partial \ddot{r}_z}{\partial z} = \frac{\mu\{(6z^2 - 2r^2)r^4 + 3J_2 R_e^2[r^2(-15z^2 - r^2) + 35z^2(x^2 + y^2)]\}}{2r^9} \quad (2.12h)$$

### 2.2.2 Runge-Kutta 4 (RK4) Metodu

Tez çalışmasında tanımlanan ve kodlama aşamasında kullanılan tüm diferansiyel denklem çözümlerinde, iteratif/tekrarlı hesaplama yoluyla yeni değer hesaplamalarında klasik Runge-Kutta 4 (RK4) yöntemi kullanılmıştır. Birinci dereceden türevli ifadelerin sayısal hesaplamalarında kodlama kolaylığı sağlayan Euler yöntemine göre, RK4 metodu çok daha doğru sonuçlar verdiği için tercih edilmiştir.

$$f(\vec{U}, t) = \dot{\vec{U}} = \frac{d\vec{U}}{dt} \approx \frac{\vec{U}(t+\Delta t) - \vec{U}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{U}_{i+1} - \vec{U}_i}{\Delta t} \quad (2.13)$$

$$\underbrace{\vec{U}_{i+1}}_{\text{Yeni Değer}} = \underbrace{\vec{U}_i}_{\text{Eski Değer}} + \underbrace{\Delta t f(\vec{U}, t)}_{\text{Artım Fonksiyonu}} \quad (2.14)$$

Denklem (2.10b) ile verilen yörünge modeline ilişkin fonksiyonun, Euler sayısal türev yöntemi ile ifadesi denklem (2.13) ve denklem (2.14) ile özetlenmiştir.  $\Delta t$  adım büyüklüğünü, “i” alt indisi ise hesaplama yapılan adımı belirtmektedir. Klasik RK4 metodunda; denklem (2.14) ile gösterilen  $\Delta t f(\vec{U}, t)$  artım fonksiyonu ifadesi geliştirilerek hesaplama doğruluğu artırılmaktadır (Chapra, 2012).

$$\underbrace{\vec{U}_{i+1}}_{\text{Yeni Değer}} = \underbrace{\vec{U}_i}_{\text{Eski Değer}} + \underbrace{\frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}_{\text{Artım Fonksiyonu}} \quad (2.15a)$$

$$k_1 = f(\vec{U}_i) \quad (2.15b)$$

$$k_2 = f\left(\vec{U}_i + \frac{\Delta t k_1}{2}\right) \quad (2.15c)$$

$$k_3 = f\left(\bar{U}_i + \frac{\Delta tk_2}{2}\right) \quad (2.15c)$$

$$k_4 = f(\bar{U}_i + \Delta tk_3) \quad (2.15d)$$

Denklem (2.15) ile klasik RK4 hesaplama adımları özetlenmiştir (Singh ve Singh, 2018; Chapra, 2012; Kreyszig, 2011). Tez çalışmasındaki tüm sayısal türev işlemleri için birinci dereceden türevli ifadelerin hesaplanmasında RK4 yöntemi tercih edilmiştir.

### 2.2.3. Koordinat Sistemleri

Dünya etrafında dolaşan uyduların yörünge hesaplamalarında bir merkezde birleşen ortogonal eksen takımları ile ifade edilen koordinat sistemleri kullanılır. Çalışmada kullanılan uydu yörüngeleri elips geometrisinde seçilmiş olup tanımlamalar bu kapsamda yapılmıştır. Bu bölümde, GPS ile yörünge belirleme hesaplamaları dışında çalışmanın diğer bölümlerinde kullanılan koordinat sistemleri de akış bütünlüğünü korumak maksadıyla kısaca açıklanmıştır.

DMAKS (ECI): orijini Dünya'nın merkezinde, x eksenini bahar gündönümü (vernal equinox) doğrultusunda, z eksenini kuzey kutup noktası doğrultusunda ve y eksenini ekvatorial düzlem üzerinde sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda uzanır. DMAKS (ECI) referans takımı ataletsel bir eksen takımıdır ve yörünge hareket modeline ilişkin vektör bileşenleri bu eksen takımında tanımlanarak hesaplamalara dâhil edilir. Tez çalışmasında J2000 ismiyle anılan ve 2025 yılına kadar geçerli olduğu kabul edilen eksen takımına göre hesaplamalar yapılmıştır (Curtis 2014; Vallado 2013).

DMDSKS (ECEF): orijini Dünya'nın merkezinde, x eksenini başlangıç (greenwich) meridyeni ile ekvator düzleminin kesiştiği nokta doğrultusunda, z eksenini kuzey kutup noktası doğrultusunda ve y eksenini ekvatorial düzlem üzerinde sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda uzanır. DMDSKS (ECEF) referans takımı Dünya'ya sabit olduğundan, Dünya ile birlikte dönen bir eksen takımındadır. GPS vericileri bu eksen takımında tanımlı konum vektörü bileşenlerini yayınlamaktadır. Dolayısıyla konum vektörü bileşenlerinin hareket modellerinde kullanılmadan önce DMAKS (ECI) eksen takımında ifade edilmeleri gerekir (Curtis 2014; Vallado 2013).

DYKS (POF): orijini Dünya'nın merkezinde, P eksenini yörünge düzleminde uydu yerberi (perigee) noktası doğrultusunda, W eksenini yörünge düzlemine dik açısai momentum vektörü doğrultusunda ve Q eksenini yörünge düzleminde sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı yön olan yarı-küçük eksen doğrultusunda uzanır. Dairesel geometriye sahip uydu yörüngeleri için bu tanımlamalar değişir. Yörünge bozuntularının hesaba katılmadığı modeller için ataletsel özelliktedir. Bu çalışmada olduğu gibi J2 bozuntusunun kullanıldığı yörünge hareket modellerinde: yörünge yerberi noktası (argument of perigee) ile yükselme düğümü noktası (right ascension of ascending node) konumlarında kayma (drift) meydana gelir. Dolayısıyla DYKS (POF) ile DMAKS (ECI) eksen takımları arasında yapılacak dönüşümler için bu kayma miktarının hesaplanması ve kullanılacak vektör bileşenlerinin hesaplama sonuçlarına göre güncellenmesi gerekir. Tez çalışmasında bu hesaplamalar yapılmıştır (Curtis 2014; Vallado 2013).

UYKS orijini uydunun merkezinde ve ataletsel olmayan koordinat sistemidir. Yörünge belirleme çalışmalarında yaygın olarak kullanılan üç(3) farklı türü mevcuttur. Tez çalışmasında farkı göstermek adına parantez içinde ayırt edici eksen başlıkları ile gösterim yapılmıştır (Curtis 2014; Vallado 2013).

UYKS (RPY): R eksenini uydunun hız vektörü doğrultusunda, Y eksenini Dünya'nın merkezine yönelen konum vektörünün tam ters doğrultusunda ve P eksenini sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda uzanır. Yuvarlanma, Yunuslama ve Sapma eksen takımı olarakta adlandırılır.

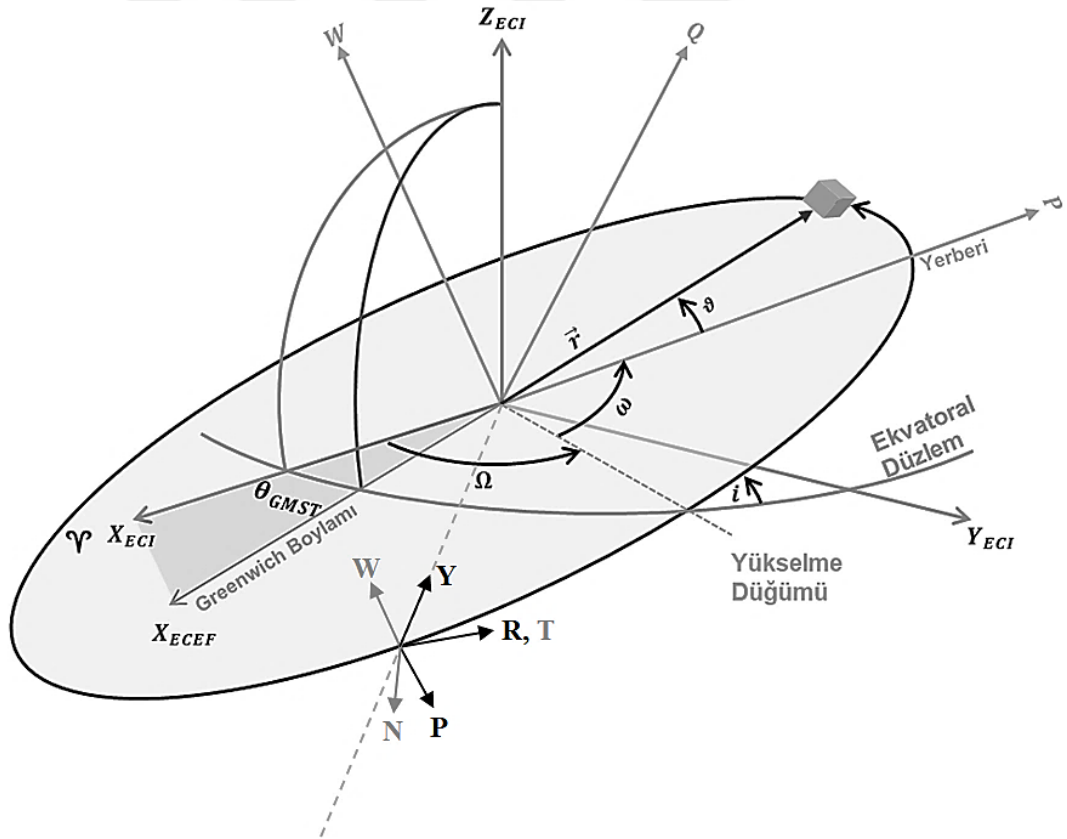
UYKS (NTW): T eksenini uydunun hız vektörü doğrultusunda, W eksenini yörünge düzlemine dik açısai momentum vektörü doğrultusunda ve N eksenini sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda uzanır. Frenet sistemi olarakta adlandırılır.

UYKS (RSW): R eksenini konum vektörü doğrultusunda, W eksenini yörünge düzlemine dik açısai momentum vektörü doğrultusunda ve S eksenini sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda uzanır. Gauss koordinat sistemi olarakta adlandırılır.

YTDKS: orijini yerel tanjant düzlemi üzerinde nadir veya zenit doğrultusunda uzanan düzleme dik eksen ile yerel ufuk doğrultusunda uzanan eksenin kesişiminde bulunan ve incelenen nokta üzerindedir. İngilizce olarak Local Tangent Plane (LTP)

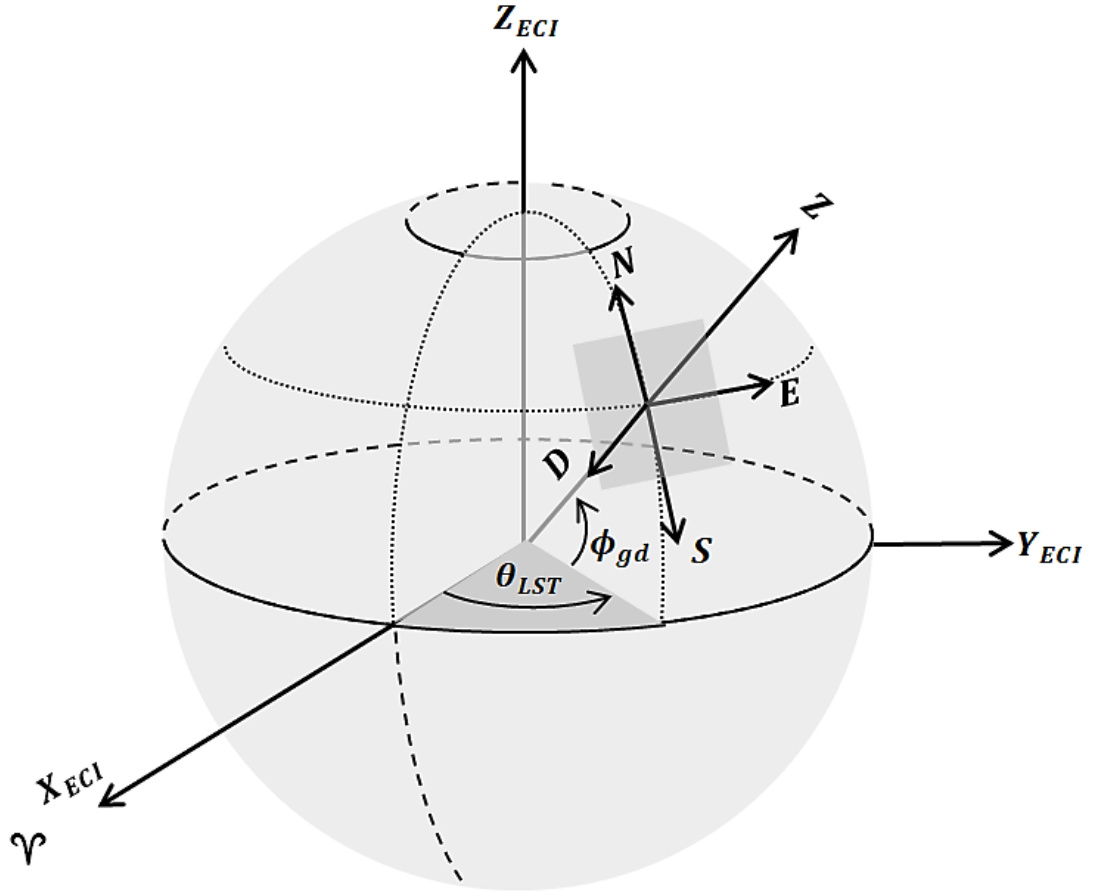
ve Local Vertical, Local Horizontal (LVLH) koordinat sistemleri isimleri ile anılır. Özellikle düşey eksen doğrultusunun seçimine göre farklı tanımlamaları mevcuttur. YTDKS (NED): D eksenini düşey eksen olup “Nadir” yönü doğrultusunda, E eksenini üzerinde bulunduğu kabul edilen paralele teğet Dünya’nın dönme yönünde doğu doğrultusunda ve N eksenini üzerinde bulunduğu kabul edilen meridyene teğet kuzey doğrultusunda (sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda) uzanır. YTDKS (SEZ): Z eksenini düşey eksen olup “Zenit” yönü doğrultusunda, E eksenini üzerinde bulunduğu kabul edilen paralele teğet Dünya’nın dönme yönünde doğu doğrultusunda ve S eksenini üzerinde bulunduğu kabul edilen meridyene teğet güney doğrultusunda (sağ-el kuralına göre 90 derecelik tamamlayıcı doğrultuda) uzanır.

Bu bölümde açıklanan ve yörünge belirleme hesaplamalarında yaygın olarak kullanılan koordinat sistemleri arasındaki ilişkiler Şekil 2.3 ve Şekil 2.4 ile gösterilmiştir.



**Şekil 2.3: DMAKS, DMDSKS, DYKS ve UYKS Koordinat Sistemleri.**

Curtis (2014); Vallado (2013)'den uyarlanmıştır.



**Şekil 2.4: YTDKS Koordinat Sistemleri.**

Curtis (2014); Vallado (2013)'den uyarlanmıştır.

Şekil 2.3 koordinat sistemleri gösteriminde yer alan  $\theta_{GMST}$  açısı Greenwich saat açısı olarak isimlendirilir ve DMAKS (ECI) ile DMDSKS (ECEF) arası koordinat dönüşümlerinde kullanılır. Şekil 2.4 koordinat sistemleri gösteriminde yer alan  $\theta_{LST}$  açısı Yerel Saat açısı olarak isimlendirilir ve DMAKS (ECI) ile YTDKS (LVLH) arası koordinat dönüşümlerinde kullanılır. Bahar gündönümü doğrultusundan saatin tersi yönde (ccw) bulunulan boylama (longitude) kadar ölçülen açıdır.  $\phi_{gd}$  açısı ise ekvator düzeleminde kuzey veya güney küreye göre bulunulan enleme (latitude) kadar ölçülen açıdır (Vallado 2013).

Koordinat sistemleri arasındaki geçiş, dönüşüm matrisi veya doğrultman kosinüs matrisi olarak adlandırılan ve temelde ardışık olarak yapılan üç(3) dönme işlemini matematiksel olarak ifade eden yapılar ile gerçekleştirilir. Sağ-El kuralına uygun tanımlanan koordinat sistemleri için pozitif dönme yönü saatin dönüş yönünün tersi (ccw) olarak kabul edilir. Doğrultman Kosinüs Matrisleri: dik (orthogonal) özellikte

olup, tersi ( $[\cdot]^{-1}$ ) ile transpozesi ( $[\cdot]^T$ ) eşittir. Bu özellik ile karşılıklı dönüşüm/geçiş yapılır. Ayrıca “ $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ ” (çift fonksiyon) ve “ $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ ” (tek fonksiyon) gibi özellikler dönüşümlerde dikkate alınır. Eksen numaralandırma kabulüne uygun olarak; birincil eksen etrafındaki “ $\alpha$ ” açısı kadar dönme  $ROT1(\alpha)$ , ikincil eksen etrafındaki dönme  $ROT2(\alpha)$  ve üçüncül eksen etrafındaki dönme  $ROT3(\alpha)$  biçiminde gösterilebilir. Yaygın kabüle ve vektör bileşenlerinin yazım sıralamasına göre; birincil eksen x, ikincil eksen y ve üçüncül eksen z olarak alınır.

$$[ROT1(\alpha)] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.16a)$$

$$[ROT2(\alpha)] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.16b)$$

$$[ROT3(\alpha)] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (2.16c)$$

Denklem (2.16) ile eksen numaralandırma kabulüne uygun dönme ifadelerinin hesaplanmasında kullanılan matrisler gösterilmiştir.

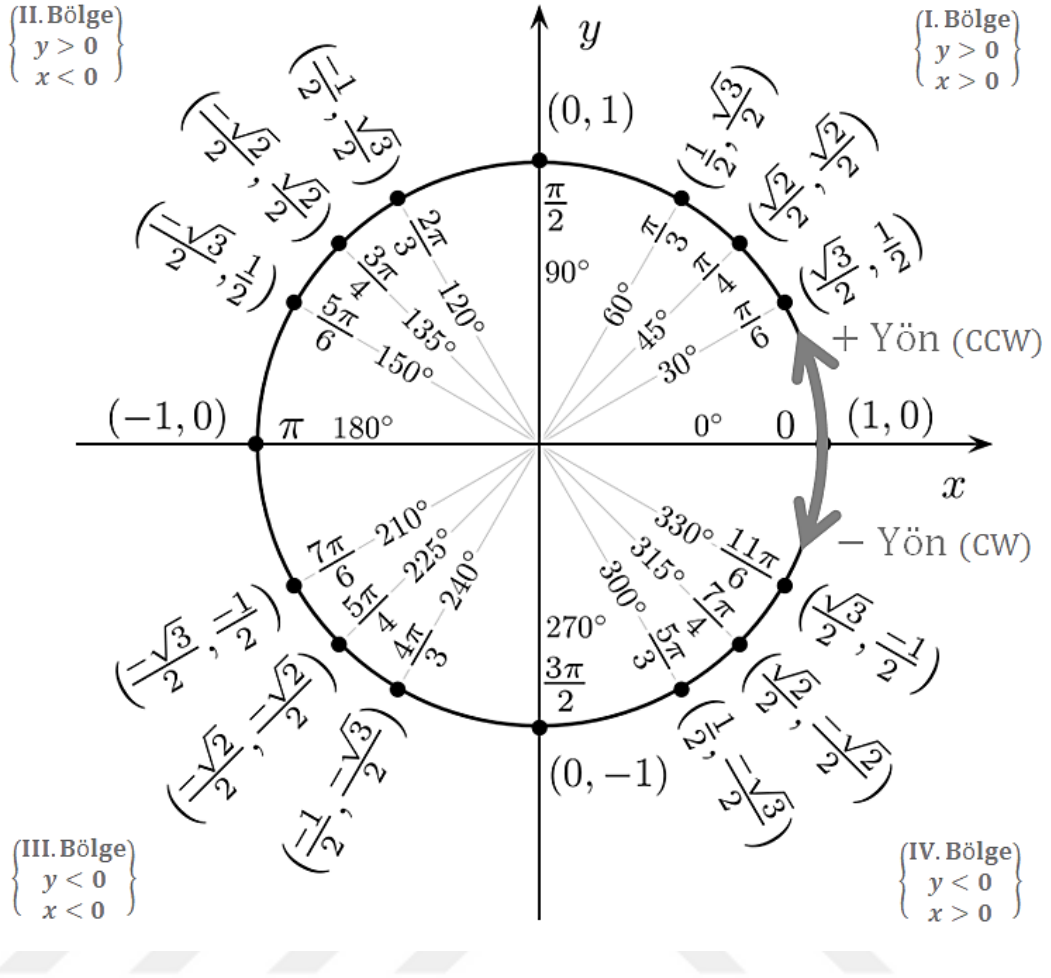
$$\vec{r}_{ECI} = C_{PQW}^{ECI} \vec{r}_{PQW} \quad (2.17a)$$

$$C_{PQW}^{ECI} = \left[ \frac{IJK}{PQW} \right]_{313} = [ROT3(-\Omega)][ROT1(-i)][ROT3(-\omega)] \quad (2.17b)$$

$$\vec{r}_{ECEF} = [ROT3(\theta_{GMST})] \vec{r}_{ECI} \quad (2.18a)$$

$$[ROT3(\theta_{GMST})] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{GMST}) & \sin(\theta_{GMST}) & 0 \\ -\sin(\theta_{GMST}) & \cos(\theta_{GMST}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18b)$$

Örnek olarak, denklem (2.17a) ile DYKS’de tanımlı bir konum vektörünün  $\vec{r}_{PQW}$ , DMAKS’ta tanımlı konum vektörüne  $\vec{r}_{ECI}$  dönüşümü;  $C_{PQW}^{ECI}$  ile gösterilen dönüşüm matrisi ile gerçekleştirilir. Denklem (2.17b) ile açık hali görüldüğü üzere ilk dönme işlemi en sonda ve son dönme işlemi en başta yer alacak biçimde matris çarpımı formunda dönüşüm matrisi oluşturulur. Başlangıç koordinat sistemi alt indis, hedef koordinat sistemi üst indis olarak  $C_{PQW}^{ECI}$  dönüşüm matrisinde belirtilir. Benzer şekilde denklem (2.18) ile DMAKS’ta tanımlı konum vektörünün  $\vec{r}_{ECI}$ , DMDSKS’ta tanımlı konum vektörüne  $\vec{r}_{ECEF}$  dönüşümü tek bir dönme ile ifade edilmiştir (Kupiers, 1999).



**Şekil 2.5: Dönme İfadelerinde Açıların Kullanımı**

Koordinat dönüşüm işlemleri yoğun açısal hesaplama yapılmasını gerektirir. Açılar ile bilgisayar ortamında kodlama yaparak çalışırken hata yapma olasılığı çok yüksek olur.

$$atan2(y, x) = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & x > 0 \\ \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & y < 0, x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ 0 & y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Özellikle işlem sonucunda çıkan değere karşılık gelen açısal büyüklüğün hesaplanmasında standart tanjant işleminin uygulanması en büyük hata kaynaklarından biridir. Bu nedenle açısal hesaplamalarda denklem (2.19) ile sunulan atan2 fonksiyonu kullanılmış ve radyan olarak verilen çıktılar dereceye çevrilmiştir. Şekil 2.5 ile verilen birim çember üzerindeki; 30, 150, 210 ve 330 derece açı değerleri için hata durumuna örnek nitelikte tanjant ve ters tanjant işlemlerini gösteren bilgiler Tablo 2.1 ile verilmiştir.

**Tablo 2.1: Açı Hesaplamalarında Yapılan Hata Örnekleri.**

$\alpha^\circ$	$b = \tan(\alpha^\circ) = \frac{y}{x}$	$c^\circ = \tan^{-1}(b)$	$d^\circ = \text{atan2}$
30 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	0,577	30	30
150 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$	-0,577	-30	150
210 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$	0,577	30	210
330 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$	-0,577	-30	330

#### 2.2.4 GPS Ölçümlerinden NR ile Konum Belirleme

Newton-Raphson (NR) metodu: amaç fonksiyonuna ait kısmi türev ifadelerini uygun arama yönünde iteratif olarak kullanarak belirlenen tolerans dâhilinde çözüm bulmaya yarayan bir en iyileme yöntemidir. Amaç fonksiyonunun aranan değerlere göre birinci dereceden kısmi türevleri hesaplanarak bulunan Jacobi matrisi yöntemin en önemli kısmını oluşturur.

Tez çalışmasında denklem (2.6) ve denklem (2.7) ile tanımlanan amaç fonksiyonu NR ile çözülmüş ve çıkan sonuçlar bir sonraki adımda Kalman filtresinin ölçme kanalında kullanılmıştır.

$$F_i^* = (x_{GPS_i} - x_{LEO})^2 + (y_{GPS_i} - y_{LEO})^2 + (z_{GPS_i} - z_{LEO})^2 - (d_i^* - \varepsilon_{Tot}^*)^2 \quad (2.20a)$$

$$J(F^*) = \frac{\partial F^*}{\partial SNRM} \quad (2.20b)$$

$$J(\mathbf{F}^*) = (-2) \begin{bmatrix} (x_{GPS_1} - x) & (y_{GPS_1} - y) & (z_{GPS_1} - z) & (\varepsilon_{Tot}^* - d_1^*) \\ (x_{GPS_2} - x) & (y_{GPS_2} - y) & (z_{GPS_2} - z) & (\varepsilon_{Tot}^* - d_2^*) \\ (x_{GPS_3} - x) & (y_{GPS_3} - y) & (z_{GPS_3} - z) & (\varepsilon_{Tot}^* - d_3^*) \\ (x_{GPS_4} - x) & (y_{GPS_4} - y) & (z_{GPS_4} - z) & (\varepsilon_{Tot}^* - d_4^*) \end{bmatrix} \quad (2.20c)$$

$$\text{Başlangıç Değerleri: } S_0^{NRM} = [x_0^{NRM}, y_0^{NRM}, z_0^{NRM}, \varepsilon_{Tot_0}^{*NRM}]^T \quad (2.20ç)$$

$$\text{Artış Değeri: } \Delta_i^{NRM} = -J(\mathbf{F}^*)_i^{-1} \mathbf{F}_i^* \quad (2.20d)$$

$$\text{Yeni Değer: } \mathbf{s}_{i+1}^{NRM} = \mathbf{s}_i^{NRM} + \Delta_i^{NRM} \quad (2.20e)$$

NR algoritması: başlangıç değerleri ile algoritmanın çalıştırılması, NR artış fonksiyonu değerinin hesaplanması, yeni değer bulunması ve durma kriteri ile kıyaslama yaparak iteratif hesaplamalara devam edilmesi veya çözümün çıktı olarak verilmesi şeklinde özetlenebilir. Denklem (2.20) ile NR algoritmasına yönelik matematiksel ifadeler gösterilmiştir. Jacobi matrisinin hesaplanması iteratif blok öncesinde yapılır ve iteratif adımlarda kullanılır. Durma kriteri olarak iki durum belirlenmiştir. Bunlar: bir önceki adımda hesaplanan değer ile yeni çıkan değer arasında kayda değer değişim olmaması veya maksimum iterasyon adedine ulaşılması şeklinde tanımlanmıştır. GPS ölçümlerinden NR ile konum belirleme sonuçlarına yönelik performans analizi Tablo 2.2 ile özetlenmiştir. En büyük hata değerinin “z” bileşininde olduğu görülmüş olup, standart sapma değerlerinin 20 metre civarında olduğu gözlemlenmiştir (Bagci ve Hajiyev, 2017).

**Tablo 2.2: GPS Ölçümlerinden NR ile Konum Belirleme Performansı.**

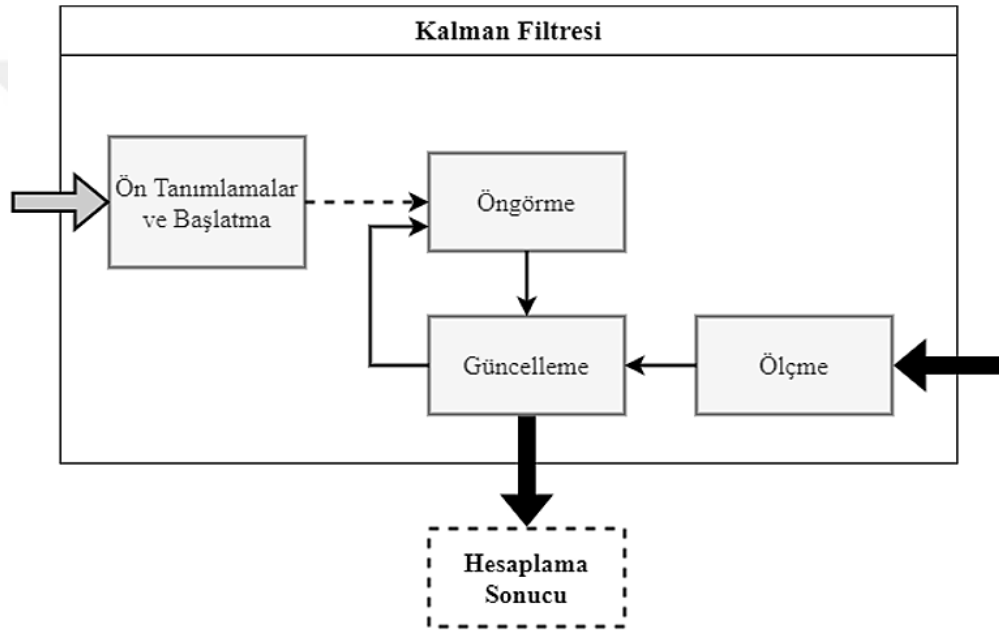
İstatistik Verileri	Hata Değerleri		
	$x_{LEO}$	$y_{LEO}$	$z_{LEO}$
Std. Sapma, m	13.8755	10.1130	20.4239
Varyans, m <sup>2</sup>	192.5303	102.2735	417.1358
Ortalama, m	0.0743	-0.0813	-0.1218
Min. Değer  , m	0.00038262	0.00047408	0.00054758
Maks. Değer  , m	49.8094	42.1272	71.1342

Bagci ve Hajiyev (2017)'den uyarlanmıştır.

Kullanılan yöntemde; bu aşamada elde edilen sonuçlar, bir sonraki aşama olan Kalman filtresine doğrusal ölçme verileri olarak aktarılmaktadır.

### 2.2.5 GPS Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme

Tez çalışmasında Kalman filtre algoritma ailesinden GKF tabanlı filtre modelleri kullanılmıştır. GKF algoritmalarında: doğrusal olmayan sistem ve ölçme modellerinin doğrusallaştırılmasında (linearization), birinci dereceden analitik Taylor seri açılımı (kısmi türevler) kullanılır. Ayrıca, sistem ve ölçme hataları için Gauss/Normal dağılım (Gaussian) kabulü yapılır.



**Şekil 2.6: Kalman Filtresi Blok Diyagramı.**

Grewal ve Andrews (2015)'den uyarlanmıştır.

Tez çalışmasında kullanılan Kalman filtre algoritmalarının genel yapısını temsil eden akış diyagramı Şekil 2.6 ile sunulmuştur. Ön Tanımlamalar ve Başlatma kısmında: filtre algoritmasının hesaplamalarda ihtiyaç duyacağı başlangıç değerleri, matematiksel modeller ve kodlama için gerekli tanımlamalar yapılarak filtrenin ilk başlangıç hesaplamasının yapılması sağlanır. Öngörme kısmında: sistemin matematiksel modellere göre bir sonraki hesaplama adımında sahip olması gerektiği öngörülen durum vektörleri ve filtre hata kovaryans matrisi oluşturulur. Birinci dereceden türevli ifadelerden oluşan matematiksel modeller kullanılarak, bir adım önceki verilerden bir sonraki veriler oluşturulur. Ölçme kısmında; filtrenin

hesaplamayı hedeflediği durum vektörü bileşenlerinden ölçümler yoluyla elde edilebilecek olanlar hesaplanır. Bu aşama gözlenebilirlik (observability) açısından önemlidir. Ölçümü yapılabilen durum değişkeni sayısıyla, filtre ile kestirimi yapılmak istenen durum değişkenlerinin hesaplanabilir olması gerekir. Doğrudan ölçülebilen durum değişkenleri için ölçme modellerinin geliştirilmesi görece daha kolaydır. Ölçülen büyüklük içinde kapalı veya dolaylı durum vektörü bilgisi taşıyan durumlar için ise ölçüm modellerinin oluşturulması zorlayıcı olabilir. Ölçüm verileri oluşturulduktan sonra güncelleme kısmına gönderilir. Güncelleme veya düzeltme olarak adlandırılan kısımda: Kalman filtre algoritmasının kalbi niteliğindeki filtre kazanç çarpanı hesaplanır ve öngörme ile ölçme aşamalarından gelen değerler arasında anlık hata performansına göre ağırlıklandırma yapılması için kullanılır. Daha sonra durum vektörü ve filtre hata kovaryans matrisi bu bilgiler doğrultusunda güncellenir. Güncellenen durum vektörü değerleri filtre algoritmasının çıktısı olarak alınır. Ayrıca, güncelleme aşamasında hesaplanan değerler bir sonraki hesaplama adımı için kullanılmak üzere ilgili kısımlara yönlendirilir (Grewal ve Andrews, 2015; Zarchan ve Musoff, 2009).



**Şekil 2.7: NR ve Kalman Filtresi ile Yörünge Belirleme.**

Bagci ve Hajiyev (2017)'den uyarlanmıştır.

Tez çalışmasında kullanılan GPS ile yörünge belirleme problemine yönelik temel çözüm yaklaşımının temsili gösterimi Şekil 2.7 ile verilmiştir. Yörünge belirleme problemi için gerekli olan durum vektörünü; denklem (2.9) da gösterildi gibi konum ve hız vektör bileşenleri oluşturuyor. Tez çalışmasında uygulanan yöntemde hata tahmini de yapıldığı için ilave bir değişken olarak  $\varepsilon_{Tot}^* = \varepsilon$  durum uzayı vektörüne eklenmiştir.

Ön Tanımlama Adımı:

$$\vec{U}(t) = \mathbf{U} = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z \ \varepsilon]^T \quad (2.21a)$$

$$\mathbf{U}_{i+1} = \boldsymbol{\phi}_i(\mathbf{U}_i) + \mathbf{w}_i \quad (2.21b)$$

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{h}_{i+1}(\mathbf{U}_{i+1}) + \mathbf{v}_{i+1} \quad (2.21c)$$

$$F_U \approx \frac{\partial f(\mathbf{U}, t)}{\partial \mathbf{U}} \rightarrow \Phi_U \approx \frac{\partial \boldsymbol{\phi}(\mathbf{U}, i+1)}{\partial \mathbf{U}} \quad (2.21\text{ç})$$

$$f(\mathbf{U}, t) \rightarrow \boldsymbol{\phi}(\mathbf{U}, i+1) \rightarrow \Phi_i \approx \left. \frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i+1}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{U}=\hat{\mathbf{U}}_i^{(-)}} \quad (2.21d)$$

$$H_U \approx \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{U}, t)}{\partial \mathbf{U}} \rightarrow H_U \approx \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{U}, i+1)}{\partial \mathbf{U}} \quad (2.21e)$$

$$H_{i+1} \approx \left. \frac{\partial h_{i+1}}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{U}=\hat{\mathbf{U}}_i^{(-)}} \quad (2.21f)$$

Başlatma Adımı:

Algoritmanın bu adımında GKF'nin çalışması için gerekli başlangıç değer atamaları yapılır.  $\mathbf{U}_0$  durum vektörü başlangıç değeri,  $P_0$  filtre hata kovaryans matrisi başlangıç değeri,  $G_0$  sistem gürültü geçiş matrisi başlangıç değeri (sabit alınacak!),  $Q_0$  sistem gürültüsü kovaryans matrisi başlangıç değeri (sabit alınacak!),  $R_0$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi başlangıç değeri (sabit alınacak!),  $N$  iteratif hesaplama yapılacak üst değeri ve  $\Delta t$  örnekleme adımı veya artım miktarı değerleri bu adımda atanır. Döngüsel hesaplama başlamadan değer atamalarının yapılmış olması gerekir. Kısıtlı hafıza vb. donanımsal kaynaklar üzerinde algoritma koşturulacak ise bu adımda iteratif hesaplama ile genişleme özellikli olacak vektör, matris vb. için hafıza tahsis işlemleri de yapılır.

Öngörme Adımı:

$$\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)} = \boldsymbol{\phi}_i(\hat{\mathbf{U}}_i^{(+)}) \quad (2.21g)$$

$$P_{i+1}^{(-)} = \Phi_i P_i^{(+)} \Phi_i^T + G_i Q_i G_i^T \quad (2.21ğ)$$

Güncelleme Adımı:

$$S_{i+1} = H_{i+1} P_{i+1}^{(-)} H_{i+1}^T + R_i \quad (2.21h)$$

$$K_{i+1} = P_{i+1}^{(-)} H_{i+1}^T S_{i+1}^{-1} \quad (2.21i)$$

$$\Delta_{i+1} = \mathbf{z}_{i+1} - \hat{\mathbf{z}}_{i+1} = \{\mathbf{h}_{i+1}(\mathbf{U}_{i+1}) + \mathbf{v}_{i+1}\} - \{\mathbf{h}_{i+1}(\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)})\} \quad (2.21i)$$

Hesaplama Sonucu:

$$\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(+)} = \hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)} + K_{i+1}\Delta_{i+1} \quad (2.21j)$$

$$P_{i+1}^{(+)} = \{I - K_{i+1}H_{i+1}\}P_{i+1}^{(-)} \quad (2.21k)$$

Denklem (2.21) ile klasik GKF algoritma adımları ve matematiksel ifadeleri gösterilmiştir. Bu eşitliklerde yer alan:  $\mathbf{U}$  durum vektörü,  $\mathbf{U}_{i+1}$  doğrusal olmayan sistem modeli,  $\mathbf{z}_{i+1}$  doğrusal olmayan ölçme modeli,  $\Phi_i$  sistem geçiş matrisi için doğrusal yaklaşım modeli,  $H_{i+1}$  ölçme duyarlılık matrisi için doğrusal yaklaşım modelini ifade eder.  $\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)}$  öngörme aşamasında tahmini yapılan durum vektörü,  $P_{i+1}^{(-)}$  öngörme aşamasında tahmini yapılan filtre hata kovaryans matrisi,  $S_{i+1}$  inovasyon kovaryans matrisi,  $K_{i+1}$  Kalman filtre kazancı matrisi,  $\Delta_{i+1}$  inovasyon fark (residual) matrisi,  $\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(+)}$  güncellenmiş (düzeltilmiş) durum vektörü kestirimi,  $P_{i+1}^{(+)}$  güncellenmiş (düzeltilmiş) filtre hata kovaryans matrisini ifade eder. Ayrıca; “ $\cdot^{(-)}$ ” şeklinde gösterilen üst indis, ilgili değerın güncelleme adımı öncesindeki aşamaya ait olduğunu ve “ $\cdot^{(+)}$ ” şeklinde gösterilen üst indis ise ilgili değerın güncelleme adımından çıkmış olduğunu belirtmek için kullanılır. Örnek vermek gerekirse,  $\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)}$  ifadesi “ $\mathbf{U}_i$ ” durum vektörünün öncül (a priori) kestirim ifadesini,  $\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(+)}$  ise “ $\mathbf{U}_i$ ” durum vektörünün artçıl (posteriori) kestirim ifadesini temsil etmektedir (Grewal ve Andrews, 2015; Zarchan ve Musoff, 2009; Bağci ve Hajiyev, 2017). Tez çalışmasının bütününde kullanılan Kalman filtre uygulamaları, denklem (2.21) ile matematiksel ifadeleri sunulan GKF algoritmasına dayanmaktadır. Arıza toleranslı çalışmalar ve daha yüksek doğruluk için kullanılan DGKF algoritması da bu modelin modifikasyona uğramış halidir.

Bu çalışmada kullanılan çözüm algoritmasında NR aşamasında konum belirleme problemi çözüldüğü ve Kalman bloğuna doğrusal ölçüm değerleri verildiği için denklem (2.21) ile verilen GKF algoritmasının belirli bölümlerinde değişiklikler yapılarak kodlama aşamasına geçilmiştir. Ayrıca hesaplama için iki (2) adım veri alınarak NR aşamasında ardışık iki konum değeri hesaplanmış ve arada geçen zaman farkı ile hız vektörü başlangıç değerleri olarak kullanılmak üzere ortalama hız değerleri hesaplanmış ve  $\mathbf{U}_0$  durum vektörü başlangıç değerleri bu sayede algoritma tarafından otomatik olarak atanabilecek seviyeye gelinmiştir.  $R$  ölçme gürültüsü

kovaryans matrisi; NR bloğunun ardışık olarak çok fazla çalıştırılması ile elde edilen çıktıların ortalama varyans değerleri ile oluşturulmuş ve GKF içinde sabit matris olarak kullanılmıştır. Durum vektörü bileşenlerinden  $x, y, z$  ve  $\varepsilon$  değişkenleri NR aşamasında hesaplandığı için  $H_{i+1}$  ölçme duyarlılık matrisi yerine sabit değerli  $H$  adaptasyon matrisi kullanılarak GKF'nin ilgili bölümü modifiye edilmiştir.

$$R = \begin{bmatrix} 190 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 95 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 395 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 130 \end{bmatrix} \quad (2.22a)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.22b)$$

Denklem (2.22) ile NR ve GKF'nin tümleşik yapıda kullanım önerisine uygun değerler verilmiştir.  $P_0$  filtre hata kovaryans matrisi başlangıç değeri  $50[I]_{7 \times 7}$ ,  $G_0$  sistem gürültü geçiş matrisi başlangıç değeri  $[I]_{7 \times 7}$ ,  $Q_0$  sistem gürültüsü kovaryans matrisi başlangıç değeri  $0,01[I]_{7 \times 7}$  olarak başlangıç aşamasında atanmıştır. Bu değerler kullanılarak denklem (2.21) ile matematiksel modeli verilen GKF algoritması modifiye edilerek yörünge belirleme hesaplamaları yapılmıştır (Bagci ve Hajiye, 2017).

**Tablo 2.3: GPS Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Performansı.**

İstatistik Verileri	Hata Değerleri		
	$x_{LEO}$	$y_{LEO}$	$z_{LEO}$
Std. Sapma, m	2.3882	1.8527	3.0960
Varyans, m <sup>2</sup>	5.7034	3.4325	9.5853
Ortalama, m	1.4696	0.1464	0.1188
Min. Değer  , m	0.000252	0.000107	0.000914
Maks. Değer  , m	8.7366	6.2877	12.0109
	$v_x$	$v_y$	$v_z$
Std. Sapma, m/s	0.3984	0.3329	0.3871
Varyans, (m/s) <sup>2</sup>	0.1587	0.1109	0.1498
Ortalama, m/s	0.0026	0.0007	-0.0017
Min. Değer  , m/s	0.000008	0,000008	0.000005
Maks. Değer  , m/s	1.6509	1.1067	1.6320

Bagci ve Hajiye (2017)'den uyarlanmıştır.

GPS ölçümlerinden GKF ile yörünge belirleme sonuçlarına yönelik performans

analizi Tablo 2.3 ile özetlenmiştir. ADY uydularının yörüngelerinde irtifaya bağlı olarak 7-8 km/saniye hızla hareket ettikleri düşünüldüğünde: konumda 2-3 m, hızda 0,3-0,4 m/s hata ile görece iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bu kısımda açıklanan NR ile GKF tümleşik çalıştırma süreci için adaptif veya uyarlamalı tanımlamaları da yapılmaktadır. Adaptif Genişletilmiş Kalman Filtresi (AGKF) veya Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Filtresi (UGKF) isimleri ile yayınlanan çözüm algoritmalarında kabaca benzer yaklaşımlar yapılmaktadır.

### 2.2.6 GPS Ölçümlerinden DGKF ile Yörünge Belirleme

Tez çalışmasının giriş bölümünde; ölçüm verilerini sağlayan donanım ve/veya yazılımlardan kaynaklı arıza/hata durumlarını tolere edebilecek Dayanıklı Genişletilmiş Kalman Filtresi (DGKF/REKF) algoritmalarına olan ihtiyaç nedenleri detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Bu tür algoritmalar; Arıza Toleranslı Genişletilmiş Kalman Filtresi (Fault Tolerant Extended Kalman Filter, FTEKF) ismiyle de anılır. Özünde bir veya birden fazla ölçme verisi için; ölçümlerden birinde veya daha fazlasında anlık ve/veya daha uzun süreli hata/arıza oluşması halinde, bu durumu tespit ederek güvenilirliği yüksek ölçümlerle istenen durum vektörü çıktısını olabildiğince yüksek doğrulukta veren yöntemler inceleme kapsamına girer.

Denklem (2.21) ile verilen klasik GKF matematiksel modeli incelendiğinde; ölçüm hatalarının tespiti için  $\Delta_{i+1}$  inovasyon fark (residual) matrisi ifadesinin kullanılması akılcı bir yaklaşım olur.  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi oluşturulurken; ölçüm verilerindeki hataların varyans değerleri kullanıldığı için  $R$  matrisinin de ölçüm hatalarına karşı geliştirilecek algortmada rol alması beklenir. Bu noktadan hareketle yapılacak matematiksel düzenlemelerin;  $S_{i+1}$  inovasyon kovaryans matrisi ve  $K_{i+1}$  Kalman filtre kazancı matrisi ile ilişkilendirilmesi ile  $\hat{U}_{i+1}^{(+)}$  güncellenmiş durum vektörü kestiriminde istenen hedefe ulaşılabilir. Hatalı ölçümlerin tespit edilmesi ise ayrı bir problemdir. Sensörlerden alınan ölçüm verilerinin hafızada saklanarak istatistiksel analiz ile bir eşik değeri belirlenmesi ve bu eşik değerinin üzerine çıkan ölçüm verilerinin hatalı olarak kabul edilmesi yaygın bir yöntemdir. Bu aşamada ise uzun süre görev yapan ve fırlatma sonrası fiziki müdahale imkânı olmayan uyduların üzerinde sürekli büyüyen veri depolama alanı ihtiyacı ve giderek artacak işlemci gücü talebine karşı bir strateji geliştirilmesi gerekir. Her hesaplama adımı için geriye dönük belirli sayıda verinin depolanması ve işlenmesi ile söz konusu problem tolere

edilebilir. Kayan pencere (sliding window) uygulamaları ile istenen genişlikte bir istatistiksel analiz çerçevesi çizilerek görev isterlerine uygun algoritma geliştirilmesi mümkündür (Hajiyev, Soken ve Vural, 2015; Hajiyev ve Caliskan, 2003).

$$\mathcal{S}_i^{SMNSF} R_i \quad (2.23a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{S}_i^{SMNSF} R_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{S}_i^{SMNSF} R_{2i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{S}_i^{SMNSF} R_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{S}_i^{SMNSF} R_{4i} \end{bmatrix} \quad (2.23b)$$

$$\mathcal{S}_i^{MMNSF} R_i \quad (2.24a)$$

$$\begin{bmatrix} (\mathcal{S}_i^{MMNSF})_1 R_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\mathcal{S}_i^{MMNSF})_2 R_{2i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\mathcal{S}_i^{MMNSF})_3 R_{3i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathcal{S}_i^{MMNSF})_4 R_{4i} \end{bmatrix} \quad (2.24b)$$

Tekil Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı (SMNSF)  $\mathcal{S}_i^{SMNSF}$  ile  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi güncelleme işlemi denklem (2.23) ile verilmiştir. Burada  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi ana köşegeninde bulunan varyans ifadeleri aynı değer ile çarpılmaktadır. Çoklu Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı (MMNSF)  $\mathcal{S}_i^{MMNSF}$  ile  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi güncelleme işlemi denklem (2.24) ile verilmiştir. Bu yaklaşımda ise,  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi ana köşegeninde bulunan varyans ifadeleri farklı değerler ile çarpılmaktadır (Hajiyev, Soken ve Vural, 2015).

Tez çalışmasında denklem (2.23) ile sunulan yaklaşım kullanılmış ve DGKF algoritması bu prensiple oluşturulmuştur. Denklem (2.23a) ile gösterilen  $\mathcal{S}_i^{SMNSF} R_i$  terimi, GKF algoritması içinde  $R$  matrisi yerine kullanılarak matematiksel modelde değişiklik yapılır.

$$S_{i+1} = H_{i+1} P_{i+1}^{(-)} H_{i+1}^T + (\mathcal{S}_i^{SMNSF} R_i) \quad (2.25)$$

Denklem (2.21) ile verilen GKF algoritmasında içindeki  $S_{i+1}$  inovasyon kovaryans matrisi yerine denklem (2.25) ile verilen ifade kullanılarak algoritma güncellenir.

$$\hat{C}_{\Delta_i} = \frac{1}{N} \sum_{j=i-N+1}^i (\tilde{\Delta}_j \tilde{\Delta}_j^T) \quad (2.26)$$

Kayan pencere yardımıyla inovasyon serisine ilişkin kovaryans  $\hat{C}_{\Delta_i}$  hesaplaması denklem (2.26) ile verilen eşitlik yardımıyla gerçekleştirilmiştir.  $N$  kayan pencerenin genişliğini, başka bir ifadeyle kapsadığı hesaplama adımı sayısını göstermektedir.  $\tilde{\Delta}_j$  terimi kayan pencere içindeki inovasyon fark (residual) matrisi yani hata ortalamasını ifade eder.

$$\mathcal{S}_{i+1}^{SMNSF} = \frac{(\tilde{\Delta}_{i+1}^T \tilde{\Delta}_{i+1}) - \text{tr}\{H_{i+1} P_{i+1}^{(-)} H_{i+1}^T\}}{\text{tr}\{R_{i+1}\}} \quad (2.27)$$

Denklem (2.27) ile Tekil Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı (SMNSF)  $\mathcal{S}_i^{SMNSF}$  hesaplanmaktadır. Sistemde hata olmadığı zaman  $\mathcal{S}_i^{SMNSF} = 1$  koşulunda yani filtrenin normal akışta çalışması, hata olduğu değerlendirildiğinde ise denklem  $\mathcal{S}_i^{SMNSF}$  nin hesaplanan değerinin kullanıldığı algoritma akışının koşması istenir (Hajiyev, Soken ve Vural, 2015).

Sistemin normal koşullarda çalışma durumu ve hata/arıza koşullarında çalışma durumu istatistiksel hipotez testi yardımıyla belirlenebilir. Bu çalışmada ki-kare ( $\chi^2$ ) hipotez sınama yöntemi kullanılmıştır.

$$\beta_i = \tilde{\Delta}_{i+1}^T \left[ H_{i+1} P_{i+1}^{(-)} H_{i+1}^T + R_{i+1} \right]^{-1} \tilde{\Delta}_{i+1} \quad (2.28a)$$

$$\begin{aligned} h_0: & \text{Sistemde hata yok, } \beta_i \leq \chi_{\alpha, M}^2 \\ h_1: & \text{Sistemde hata var, } \beta_i > \chi_{\alpha, M}^2 \end{aligned} \quad (2.28b)$$

Denklem (2.28a) ile verilen ki-kare ( $\chi^2$ ) dağılımına sahip istatistiksel bir fonksiyondur.  $\chi_{\alpha, M}^2$  ifadesi ki-kare ( $\chi^2$ ) dağılımına uygun eşik değere karşılık gelir. “ $\alpha$ ” terimi yanılgi düzeyini (level of significance), “ $M$ ” serbestlik derecesini (degree of freedom) ifader.

Bu çalışmada  $\alpha = 0,05 = \%5$  alınmıştır. “ $M$ ” inovasyon vektörünün boyuna eşittir ki bu bölüm için yapılan GPS hesaplamasında  $M = 4$  olur. Bu değerler yardımıyla ki-kare ( $\chi^2$ ) tablosuna bakarak  $\chi_{\alpha, M}^2$  ifadesi yani eşik değeri belirlenir,  $\chi_{0,05,4}^2 = 9,488$ . Denklem (2.28b) ile tanımlanan hipotez koşullarına göre her adımda sınama yapılır. Eşik değerini geçen durumlar için  $\beta_i > \chi_{\alpha, M}^2$  sistemde hata olduğu kabul edilir ve  $\mathcal{S}_{i+1}^{SMNSF}$  terimi hesaplanarak DGKF algoritması içinde kullanılır.  $\beta_i \leq \chi_{\alpha, M}^2$  koşulunu sağlayan durumlar için  $\mathcal{S}_{i+1}^{SMNSF} = 1$  alınır ve sistem normal algoritmasına uygun

çalışmaya devam eder (Haghighi ve Wickramasinghe, 2021; Hajiyev, Soken ve Vural, 2015).

**Tablo 2.4: GPS Ölçümlerinden DGKF ile Yörünge Belirleme Performansı.**

İstatistik Verileri	Hata Değerleri		
	$x_{LEO}$	$y_{LEO}$	$z_{LEO}$
Std. Sapma, m	1.7557	1.4366	2.5392
Varyans, m <sup>2</sup>	3.0825	2.0637	6.4477
Ortalama, m	4.8120	0.0226	-0.0610
Min. Değer  , m	0.0069	0.0001	0.0005
Maks. Değer  , m	10.3667	4.5485	9.4763
	$v_x$	$v_y$	$v_z$
Std. Sapma, m/s	0.1650	0.1279	0.2306
Varyans, (m/s) <sup>2</sup>	0.0272	0.0163	0.0532
Ortalama, m/s	0.4826	0.0025	-0.0056
Min. Değer  , m/s	0.0005	0.00004	0.00001
Maks. Değer  , m/s	1.0952	0.4046	0.8776

Bağcı ve Hajiyev (2019)'dan uyarlanmıştır.

GPS ölçümlerinden DGKF ile yörünge belirleme sonuçlarına yönelik performans analizi Tablo 2.4 ile özetlenmiştir. Filtre algoritması normal yani sistemde hata olmadığı değerlendirilen koşullar altında önceki bölümde açıklanan GKF yapısında çalışmaktadır. Dolayısıyla ki-kare ( $\chi^2$ ) değerlendirmesinin eşik değeri altında çıkan sonuçlar için GKF ile aynı hesaplama performansının görülmesi beklenir. GKF performansı ile kıyaslandığında; hesaplanan konum ve hız vektör bileşenlerinin referans (hatasız) verilere göre hatalarındaki standart sapma değerlerinde iyileşme olduğu görülmektedir. Benzer şekilde tüm durum vektörü bileşenleri için en yüksek hatanın mutlak değerlerinde iyileşme oluşmuştur.

### 3. MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRLERİ İLE ARIZA TOLERANSLI YÖRÜNGE BELİRLEME

Giriş bölümünde, tez çalışmasının odak noktasını; manyetometre ve güneş sensörü ölçümleri ile yörünge belirleme yönteminin oluşturacağı gerekçeleri ile açıklanmıştı. GPS özel olarak konum ve zaman bilgisi dağıtmak için tasarlanmış bir sistem olduğu için GPS uydularından alınan veriler ile konum belirleme, seyrüsefer/navigasyon, yörünge ve rota belirleme gibi problemlerin çözümü görece kolaydır.

Manyetometreler; ölçüm yapılan noktadaki manyetik alan (magnetic field) bilgisini işleyerek çıktı verirler. Ölçüm verisi olarak sağladıkları bilgi paketi içinde doğrudan kullanılacak konum verisi bulunmaz. Uydu üzerinde genellikle yönelim kontrolü için kullanılacak manyetik tork hesaplamalarında ve yönelim belirleme süreçlerinde kullanılırlar. Uydular üzerinde en yaygın kullanılan türü üç eksenli fluxgate manyetometrelerdir. Ölçümlerini uydu cisim koordinat sisteminde tanımlı biçimde verirler (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014).

Güneş sensörleri; uydunun o an bulunduğu konuma göre Güneş yön/doğrultu verisini sağlarlar. Ölçmenin yapılabilmesi için Güneş'ten gelen ışınların sensörlere ulaşması gerekir. Uydu yörünge hareketi boyunca Dünya'nın gölgesine girdiğinde Güneş sensörleri ölçüm çıktısı veremez. Sağladıkları bilgi paketi içinde konum verisi doğrudan bulunmaz. Güneş yön vektörü olarak adlandırılan bir birim vektör bilgisini ölçme çıktısı olarak iletirler. Kaba (coarse) ve hassas/sayısal (fine/digital) olmak üzere iki tür altında sınıflandırılırlar. Ölçümlerini uydu cisim koordinat sisteminde tanımlı biçimde verirler (Abid, 2005; Markley ve Crassidis, 2014).

Tez çalışmasında üç eksenli manyetometre ve hassas güneş sensörü ölçümlerine dayalı yörünge ve yönelim belirleme stratejisi geliştirilmiştir. Pratikte, fırlatma sonrası yörüngeye yerleşim aşaması ile uydu üzerinde kalibrasyon işlemleri yapılması gerekir. Fırlatma esnasında oluşan titreşim ve diğer etkiler nedeniyle kalibrasyon yapılması bir gerekliliktir. Bu çalışmada sensörlerin kalibreli olduğu varsayılarak hesaplamalar yapılmıştır. Yörünge belirleme çözüm stratejisi; yönelimden bağımsız ölçüm modelleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Tez

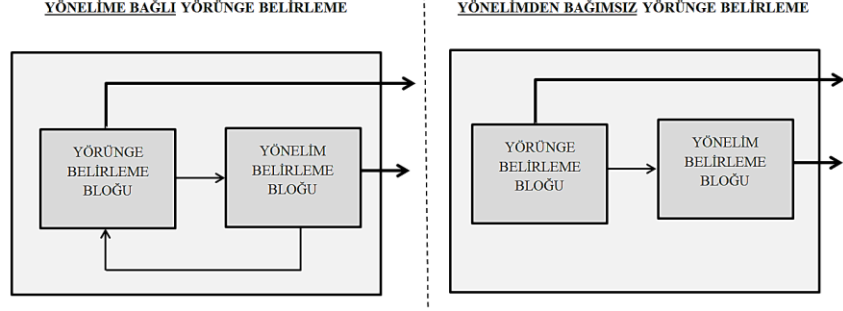
çalışmasının Giriş ve Küresel Konum Belirleme Sistemleri ile Yörünge Belirleme başlıkları ile verilen bölümlerde açıklanan hususlar, kavramlar ve incelenen matematiksel modellerin bu ve sonraki bölümlerde tekrarı yapılmamıştır.

Dünya Manyetik Alan modeli kapsamında: Uluslararası Jeomanyetizma ve Aeronomi Birliği (The International Association of Geomagnetism and Aeronomy, IAGA) tarafından yayınlanan ve 2020-2025 yılları için geçerli olan 13'üncü nesil Uluslararası Jeomanyetik Referans Alan (13th Generation International Geomagnetic Reference Field, IGRF-13) modeli ve ilgili katsayı bilgileri kullanılmıştır (Alken ve diğ., 2021). IGRF-13 dışında; Tsyganenko (T89) ve Dünya Manyetik Modeli (World Magnetic Model, WMM) modelleri de bu alanda yapılan çalışmalarda kullanılmaktadır (Cilden, Kaymaz ve Hajiyev 2015; Guler, Kaymaz ve Hajiyev 2018; Chulliat, 2020).

### **3.1. Yönelimden Bağımsız Yörünge Belirleme Konsepti**

Manyetometre ve Güneş Sensör çıktıları cisim koordinat sisteminde tanımlı olduğu için ölçüm verilerini içeren vektörlerin ardışık koordinat dönüşümleri ile farklı referans eksen takımlarına dönüştürülmesi gerekir. Cisim Koordinat Sistemi (CKS): uydu üzerinde tasarım aşamasında belirlenen, merkezi uydunun merkezinde olan ve uyduya sabitlenmiş bir koordinat sistemidir. Eksen takımları, kullanılan sensörlerin/cihazların uydu üzerindeki geometrik yerleşimi ile oluşturulur (Markley ve Crassidis, 2014).

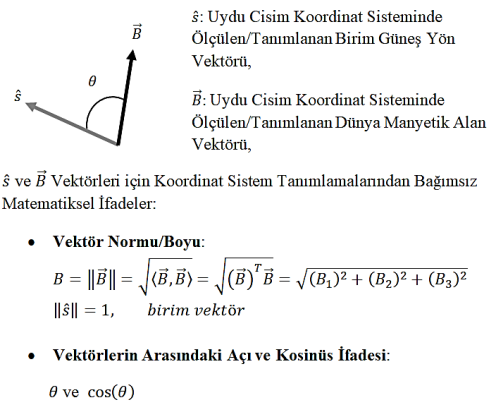
Denklem (2.21) ile matematiksel ifadeleri tanımlanan GKF algoritmasında;  $\Delta_{i+1}$  inovasyon fark (residual) matrisine ilişkin hesaplamada kullanılacak eşitlik sunulmuştur. Bu hesaplamanın yapılabilmesi için; sensörlerden gelen veriler ile hesaplanan  $\mathbf{z}_{i+1}$  ölçme vektörü ile  $\hat{\mathbf{U}}_{i+1}^{(-)}$  öngörme aşamasında tahmini yapılan durum vektörü bileşenleri ile hesaplanan tahmini  $\hat{\mathbf{z}}_{i+1}$  ölçme vektörünün kıyaslanması gerekir. Bu aşamada ölçme vektörü ifadeleri, uydunun yönelim bilgisine gerek duymadan oluşturulursa yörünge belirleme algoritması yönelimden bağımsız hale gelmiş olur. Yönelim verisine bağlı ve bağımsız yörünge belirleme algoritma şemalarının basit gösterimleri Şekil 3.1 ile sunulmuştur.



**Şekil 3.1: Yönelime Bağımlı ve Bağımsız Yörünge Belirleme Şemaları.**

Abdelrahman ve Park (2011); Markley ve Crassidis (2014)'den uyarlanmıştır.

Manyetometre ve Güneş sensör ölçümleri kullanarak yönelimden bağımsız yörünge belirleme işleminin birlikte yapıldığı çalışmalara yönelik literatür incelemesi yapıldığında: yığın (batch) filtre algoritması ile kepler elemanlarına dayalı yörünge modeli kullanılan (Psiaki, 1999) ve Adaptif Unscented Kalman Filtresi (AUKF) ile Kartezyen koordinat sistemi temelli konum ve hız vektör bileşenleri kullanılan (Hua ve diğ., 2018) ön plana çıkmaktadır. Sadece manyetometre ölçümü kullanılarak yörünge ve yönelim belirlenmesine yönelik: manyetik alan vektörünün norm ifadesinin GKF ölçme modelinde kullanıldığı (Wiegand, 1996) ve dinamik ve kinematik modellerin geliştirilerek GKF temelli algoritmalar ile kullanıldığı (Abdelrahman ve Park, 2011) iki çalışma ön plana çıkmaktadır. Manyetometre ve Güneş Sensörü ölçümleri kullanılarak, yönelimden bağımsız yörünge hesaplaması ile yönelim hesaplamalarının birlikte yapıldığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. İlâveten Arıza/Hata toleranslı bir yöntem önerisine de rastlanmamıştır.



**Şekil 3.2: Yönelimden Bağımsız Yörünge Belirleme Kabulü.**

Hua ve diğ., (2018); Abdelrahman ve Park (2011); Psiaki, (1999); Wiegand, (1996)'dan uyarlanmıştır.

Yönelim bilgisine gerek duymadan yörünge belirleme yönteminin temelini oluşturan matematiksel durumlar Şekil (3.2)'de gösterilmiştir. Hangi koordinat sisteminde tanımlandığından bağımsız olarak; herhangi bir vektörün boyunu/şiddetini veren norm hesaplaması aynı olur. Benzer şekilde hangi koordinat sisteminde tanımlandığından bağımsız olarak; iki vektör arasında kalan açı ve açının kosinüs ifadesinin hesaplaması aynı olur. İki vektör arasındaki açının kosinüs ifadesi, noktasal çarpım (dot product, inner product) ifadesini veren eşitlikte çarpan terim olarak bulunduğu için önemlidir.

### 3.2. Manyetometre ve Manyetik Alan Hesaplamaları

Dünya üzerinde ve civarında bulunan herhangi bir nokta için, Manyetik Alan Vektör ifadesini küresel koordinat bileşenleri cinsinden nanotesla biriminde veren matematiksel model denklem (3.1) ile verilmiştir (Alken ve diğ., 2021).

$$\vec{B}(r, \theta, \phi, t) = -\nabla V(r, \theta, \phi, t) \quad (3.1a)$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} B_r \\ B_\theta \\ B_\phi \end{bmatrix}_{SEZ} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial V}{\partial r} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ -\frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial V}{\partial \phi} \end{bmatrix}_{SEZ} \quad (3.1b)$$

$$V(r, \theta, \phi, t) = a \sum_{n=1}^N \left( \left( \frac{a}{r} \right)^{n+1} (\sum_{m=0}^n [g_n^m(t) \cos(m\phi) + h_n^m(t) \sin(m\phi)] P_n^m(\cos(\theta))) \right) \quad (3.1c)$$

Denklem (3.1) ile gösterilen eşitlikte:  $\vec{B}$  manyetik alan vektörünü,  $V$  küresel harmanik seriler ile ifade edilen manyetik skaler potansiyel fonksiyonu,  $\nabla$  gradyant operatörü,  $r$  Dünya'nın merkezine km biriminde radyal uzaklığı,  $\theta$  derece biriminde yer merkezli tamamlayıcı enlemi,  $\phi$  derece biriminde doğu yönünde ölçülen boylamı,  $a$  Dünya'nın küresel kabüle uygun km biriminde ortalama yarıçapı ( $a = 6371,2 \text{ km}$ ),  $N, m$  seri toplam ifadesinin üst sınır değerini ( $N_{maks}$  ve  $m_{maks} = 13$ ),  $g_n^m, h_n^m$  zamana bağlı fonksiyonlar şeklinde ifade edilen Gauss katsayılarını,  $P_n^m$  Schmidt yarı normalize Legendre fonksiyonunu ifade eder.

$$V(r, \theta, \phi, t) = \frac{a^3}{r^2} \{ [g_1^0(t)] P_1^0(\cos(\theta)) + [g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)] P_1^1(\cos(\theta)) \} \quad (3.2)$$

Denklem (3.1c) ile verilen manyetik skaler potansiyel fonksiyonu  $N = 1$  ve  $m = 1,0$  sınır değerine kadar açılarak hesaplanırsa, denklem (3.2) ile verilen Dünya Manyetik

Alanı için Dipol (iki kutuplu) model elde edilir. Tez çalışmasında, ölçüm yapılan ortamın manyetik alan benzetimi için  $N, m = 13$  alınarak modelin tam çıktısı kullanılmıştır. Türevli ifadelerin hesaplamasında kolaylık sağlanabilmesi için Kalman algoritması içinde hata kabulü tanımlanarak  $N = 1$  durumuna uygun dipol model kullanılmıştır. Hesaplamalarda kolaylık sağlanması ve benzetimin hızlı yapılması ihtiyaçlarının ön plana çıktığı durumlarda daha sade ve basitleştirilmiş buna karşın gerçek durumdan daha fazla uzaklaşmış dipol model tanımlamaları da kullanılmaktadır (Wertz, 1978).

$$B_r = 2 \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^0(t) \cos(\theta) + (g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)) \sin(\theta)] \quad (3.3a)$$

$$B_\theta = \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^0(t) \sin(\theta) - (g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)) \cos(\theta)] \quad (3.3b)$$

$$B_\phi = \left(\frac{a}{r}\right)^3 [g_1^1(t) \sin(\phi) - h_1^1(t) \cos(\phi)] \quad (3.3c)$$

Manyetik alan hesaplamalarının yapıldığı tarih olan 20 Mart 2020 Cuma 03:49 UTC için: IGRF-13 modelinde verilen tablo değerleri, normalizasyon işlemleri ve zamana bağlı katsayı hesaplamaları yapılarak oluşturulan Dipol Manyetik Alan modeline uygun nanotesla biriminde (nT) manyetik alan vektörü bileşenleri denklem (3.3) ile gösterilmiştir. Belirtilen tarih için:  $g_1^0 = -29403.56723872951$  nT/yıl,  $g_1^1 = -1449.299573087430$  nT/yıl ve  $h_1^1 = 4646.898505806006$  nT/yıl olarak hesaplanmış ve algoritmada kullanılmıştır.

$$\phi = 90 - \text{Enlem } " \varphi " , \text{ derece} \quad (3.4a)$$

$$\theta = \begin{cases} \lambda & \text{Boylam } " \lambda " \geq 0 \\ 360 + \lambda & \text{Boylam } " \lambda " < 0 \end{cases} \quad (3.4b)$$

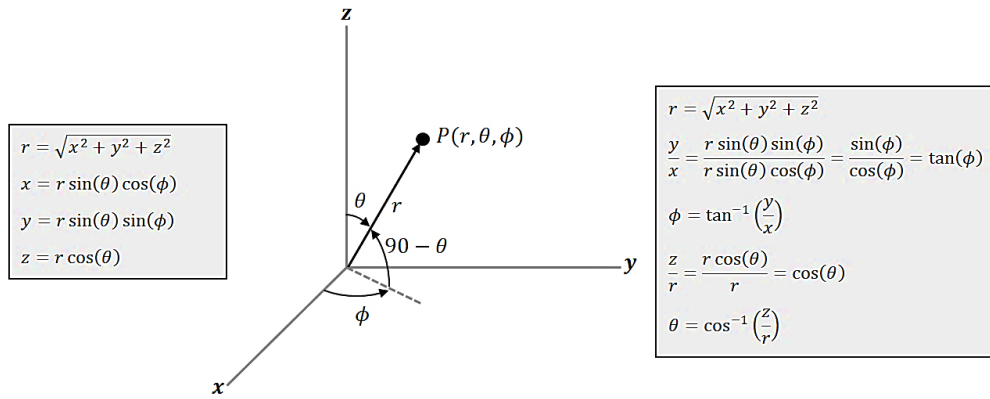
Hesaplamalarda dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ise model içinde yer alan;  $\theta$  derece biriminde yer merkezli tamamlayıcı enlemi,  $\phi$  derece biriminde doğu yönünde ölçülen boylamı terimlerinin kullanılmasıdır. Coğrafi enlem " $\varphi$ " ve boylam " $\lambda$ " değerleri kullanılarak  $\theta$  ve  $\phi$  terimlerinin hesaplanmasında kullanılan eşitlikler denklem (3.4) ile verilmiştir. Hesaplamaların genelinde olduğu gibi bu kısım özelinde de her adımdan sonra zaman bilgisinin güncellenmesine ve yeni tarih ve saat bilgisine göre eşitliklere giren tüm zamana bağlı değişken, katsayı, parametre vb. ifadelerin yeniden hesaplanmasına dikkat edilmelidir.

Manyetik alan vektörü ile yapılan hesaplamalarda dikkat edilmesi gereken diğer konu ise koordinat dönüşümleridir. Yörünge modelinde kullanılan konum vektörü bileşenleri DMAKS (ECI) tanımlıdır. Manyetik alan modeli içinde konum bilgisi örtülü (implicit) olarak yer almakta ve YTDKS (SEZ) referans eksen takımında küresel koordinat bileşenleri ile tanımlanmıştır. Dolayısıyla YTDKS (SEZ) referans takımından DMAKS (ECI) referans takımına dönüşüm yapılması gerekir.

$$\vec{r}_{ECI} = ROT3(-\theta_{LST})ROT2(-(90^\circ - \phi_{gd}))\vec{r}_{SEZ} \quad (3.5a)$$

$$\vec{r}_{SEZ} = ROT2(90^\circ - \phi_{gd})ROT3(\theta_{LST})\vec{r}_{ECI} \quad (3.5b)$$

Denklem (3.5) ile YTDKS (SEZ) ve DMAKS (ECI) referans sistemleri arasındaki dönüşüm tanımlamaları verilmiştir (Vallado, 2013).  $\theta_{LST}$  ve  $\phi_{gd}$  terimleri 2'nci Bölümde, Şekil (2.4)'te ve devamındaki açıklama kısmında tanımlanmıştır.



**Şekil 3.3: Küresel ve Kartezyen Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişkiler.**

Manyetik alan modeli küresel koordinat sisteminde tanımlı bileşenler ile oluşturulmuştur. YTDKS (SEZ) referans takımında küresel koordinat bileşenleri ile ifade edilen konum adreslemesi, Şekil (3.3) ile gösterilen ilişkiler kullanılarak Kartezyen referans takımında ifade edilebilir. Bu geçiş ile DMDSKS (ECEF) referans takımında kartezyen bileşenler ile konum adreslemesi yapılmış olur. Bu adım, manyetik alan modelinin türevli ifadelerinin oluşturulmasında kullanılacak zincir kuralı (chain rule) için önemlidir.

### 3.3. Güneş Sensörü ve Güneş Doğrultusu Hesaplamaları

Uydunun yörüngesi üzerinde tanımlı herhangi bir noktadan, Güneş'in merkezine doğru uzanan doğrultuyu gösteren vektör güneş yön vektörüdür. Bu vektör hesaplanırken orijini Güneş'in merkezinde bulunan ekliptik düzlemde tanımlı ataletsel koordinat sistemi esas alınır. DMAKS (ECI) referans takımı ile "x" eksenleri aynı doğrultuyu (bahar gündönümü) gösterir ve birbirine paralel konumdadır. "Z" eksenini Güneş'in kuzey kutup noktası doğrultusunda uzanır ve "y" eksenini sağ-el kuralına uygun olarak tamamlayıcı doğrultuda uzanır. Algoritmelerde uydunun konumunun DMAKS (ECI) referans takımı ile hesaplandığı ve Güneş merkezli ataletsel koordinat sistemi ile "y" ve "z" eksenleri aynı olmadığı akılda tutulmalıdır. Dünya'nın kendi yörüngesindeki konumuna bağlı olarak ekliptik düzlem ile ekvatorial düzlem arasındaki açı değişir. Bu nedenle Güneş merkezli koordinat sistemlerinin dâhil olduğu hesaplamalarda bu açısal durumun hesaplanması gerekir. Dünya etrafındaki bir uydudan Güneş'e baktığımız düşünülürse; hesaplama yapılan tarih için Güneş'in enlem, boylam ve ortalama anomali değerlerinin bilinmesi, yön vektörü hesaplamaları için gerekli olur. Güneş yön vektörü için önemli olan diğer bir husus zaman hesaplamaları ve ifadeleridir. Jülyen (Julian) Takvimi: Julius Caesar tarafından M.Ö. 46 yılında kabul edilen ve batı dünyasında 16. yüzyıla kadar kullanılan takvimdir. Artık yıl hesaplamasındaki ufak bir fark sonucu yaklaşık her 128 yılda bir günlük bir kayma oluşturduğu için, yerini Gregoryan/Miladi (Gregorian) takvimi almıştır. Günümüzde bilgisayar ve elektronik devrelerin kullanabileceği tek bir rakam oluşturmak için tercih edilmektedir. Belirli tarihlere göre düzeltmeler yapılır ve uluslararası ortak kullanım için yayınlanır. Şu anda kullandığımız J2000 (J2000 epoch = 2451545,0 JD = 2000,Ocak,1, 12:00:00.000 TT) kabulüdür. (Vallado, 2013; Markley ve Crassidis, 2014).

$$JD_0 = 1721013,5 + 367 Y - INT \left\{ \frac{7}{4} \left[ Y + INT \left( \frac{A+9}{12} \right) \right] \right\} + INT \left( \frac{275A}{9} \right) + G \quad (3.6a)$$

$$UT = S + \left( \frac{D}{60} \right) + \left( \frac{sn}{3600} \right) \quad (3.6b)$$

$$JD = JD_0 + \frac{UT}{24} \quad (3.6c)$$

$$JC = \frac{JD_0 - 2451545}{36525} \quad (3.6ç)$$

$$\lambda_{M\odot} = \text{Mod}\{(280.4606184^\circ + (36000.77005361JC)^\circ), 360\} \quad (3.6d)$$

$$\varphi_{M\odot} = \text{Mod}\{(357.5277233^\circ + (35999.05034JC)^\circ), 360\} \quad (3.6e)$$

$$\lambda_{\odot} = \lambda_{M\odot} + (1.914666471^\circ) \sin(\varphi_{M\odot}) + (0.019994643^\circ) \sin(2\varphi_{M\odot}) \quad (3.6f)$$

$$\varphi_{\oplus} = (\tilde{\varphi}_{\oplus})^\circ - (0,0130042JC)^\circ = (23.439291)^\circ - (0.0130042JC)^\circ \quad (3.6g)$$

$$\hat{e}_{\oplus \rightarrow \odot} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_{\odot}) \\ \cos(\varphi_{\oplus}) \sin(\lambda_{\odot}) \\ \sin(\varphi_{\oplus}) \sin(\lambda_{\odot}) \end{bmatrix} \quad (3.6ğ)$$

$$d_{\oplus \rightarrow \odot} = 1.000140612 - 0.016708617 \cos(\varphi_{M\odot}) - 0.000139589 \cos(2\varphi_{M\odot}) \quad (3.6h)$$

$$\vec{r}_{\oplus \rightarrow \odot} = d_{\oplus \rightarrow \odot} \hat{e}_{\oplus \rightarrow \odot} \quad (3.6i)$$

$$\vec{r}_{U \rightarrow \odot} = \vec{r}_{\oplus \rightarrow \odot} - \vec{r}_{\oplus \rightarrow U} \quad (3.6i)$$

$$\hat{e}_{U \rightarrow \odot} = \frac{\vec{r}_{U \rightarrow \odot}}{\|\vec{r}_{U \rightarrow \odot}\|} \quad (3.6j)$$

Denklem (3.6) ile Uydudan Güneş'e doğru uzanan doğrultuyu gösteren birim güneş yön vektörü hesaplamalarında kullanılan matematiksel ifadeler sunulmuştur. Y: yıl, A: ay, G: gün, S: saat, D: dakika, sn: saniye, JD: Jülyen tarihi, JC: Jülyen yüzyılı, INT: tam sayıya çevirme operatörü, Mod: mod alma operatörü,  $\lambda_{M\odot}$ : Güneş için Ortalama Boylam Açısı (derece),  $\varphi_{M\odot}$ : Güneş için Ortalama Anomali Açısı (derece),  $\lambda_{\odot}$  Güneş için Yörünge Düzlemi Boylam Açısı (derece),  $\varphi_{\oplus}$ : Dünyanın Kendi Dönme Eksenini ile Yörünge Düzlemi Arasındaki Açısı (derece);  $\hat{e}_{\oplus \rightarrow \odot}$ : Dünya'dan Güneş'e Doğru Birim Yön Vektörü (ECI'da tanımlı),  $d_{\oplus \rightarrow \odot}$ : Dünya ile Güneş arasındaki Mesafe/Uzaklık (AU biriminde,  $1 \text{ AU} = 1,49597871 \times 10^8 \text{ km}$ ),  $\vec{r}_{\oplus \rightarrow \odot}$ : Dünya'dan Güneş'e Doğru Uzanan Yön Vektörü,  $\vec{r}_{\oplus \rightarrow U}$ : Dünya'dan Güneş'e Doğru Uzanan Yön Vektörü,  $\vec{r}_{U \rightarrow \odot}$ : Dünya Yörüngesindeki bir Uydudan, Güneş'e Doğru Uzanan Yön Vektörü (Tüm vektörler AU biriminde),  $\hat{e}_{U \rightarrow \odot}$ : Uydu'dan Güneş'e Doğru Birim Yön Vektörü (ECI'da tanımlı) olarak tanımlanır (Vallado, 2013; Markley ve Crassidis, 2014).

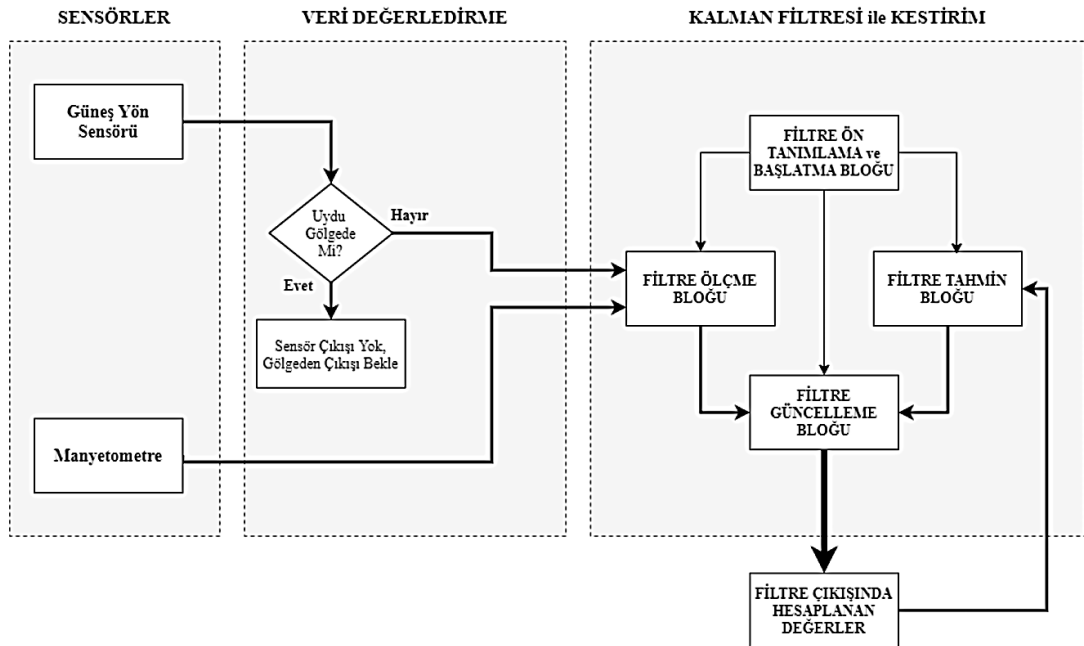
$$\vec{r}_{uydu} \cdot \hat{e}_{\oplus \rightarrow \odot} < -\sqrt{(r_{uydu}^2 - R_{\oplus}^2)} \quad (3.7)$$

Uydunun yörüngedeki hareketi süresince, Dünya'nın gölgesine girdiği ve gölgede geçen sürenin hesaplanması önemlidir. Bu süreç boyunca güneş sensörlerinden veri

alınmaz. Dolayısıyla gölge durumunu düşünerek çözüm stratejisi geliştirmek gerekir. Denklem (3.7) ile silindirik gölge modeline uygun uydunun gölgede olma koşulu tanımlanmıştır (Markley ve Crassidis, 2014). Tez çalışmasında yörünge belirleme stratejisi gölge durumları düşünülerek sadece manyetometre ölçümleri kullanılarak da hesaplanmıştır.

### 3.4. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme

Bu bölümde; manyetometre ve güneş sensörü ölçümlerinden GKF algoritması kullanarak yörünge belirleme hesaplamalarında kullanılacak matematiksel ifadeler ve tanımlar verilmiştir. 2'nci Bölümde verilen yörünge hareket modeli ile GKF algoritması kullanılmıştır. Durum vektörü; konum ve hız bileşenlerinden oluşmaktadır. Gölge durumu düşünülerek Filtre iki farklı modda hesaplama yapacak şekilde tasarlanmıştır. GKF Ölçme matrisi  $H$ , ifadeleri buna göre düzenlenmiş; doğrusallaştırma için kullanılan birinci dereceden türevli ifadeler dipol manyetik alan tanımlamalarına uygun olarak oluşturulmuştur. Ölçüm vektörünün matematiksel model yardımıyla tahmin edildiği “ $\hat{z}$ ” aşamada, IGRF-13'ün  $N=13$ ,  $m=13$  sınırları baz alınarak kestirim yapılmıştır. Önceki bölümlerde açıklanan hususlara tekrara düşmemek adına yer verilmemiştir. Algoritma yapısı Şekil 3.4 ile sunulmuştur.



Şekil 3.4: Manyetometre ve Güneş Sensörü ile Yörünge Belirleme GKF Şeması.

$$\hat{s} = \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|} \quad (3.8a)$$

$$\hat{b} = \frac{\vec{B}}{\|\vec{B}\|} = \frac{\vec{B}}{\sqrt{(\vec{B})^T \vec{B}}} = \frac{\vec{B}}{\sqrt{(B_1)^2 + (B_2)^2 + (B_3)^2}} \quad (3.8b)$$

$$\langle \hat{s}, \vec{B} \rangle = \hat{s}^T \vec{B} = [s_1 \quad s_2 \quad s_3] \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (3.8c)$$

$$\angle(\hat{s}, \vec{B}) = \theta = \cos^{-1} \left( \frac{\langle \hat{s}, \vec{B} \rangle}{\|\hat{s}\| \|\vec{B}\|} \right), \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (3.8c)$$

$$\theta = \frac{\hat{s}^T \vec{B}}{\sqrt{(\vec{B})^T \vec{B}}} = \hat{s}^T \left( \frac{\vec{B}}{\sqrt{(\vec{B})^T \vec{B}}} \right), \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (3.8d)$$

$$\cos(\theta) = (\hat{s})^T \hat{b}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (3.8e)$$

Denklem (3.8) ile yönelimden bağımsız yörünge belirleme hesaplamasında kullanılacak temel matematiksel ifadeler tanımlanmıştır.  $\vec{B}$  manyetik alan vektörü,  $\hat{b}$  birim manyetik alan vektörü,  $\vec{S}$  güneş yön vektörü,  $\hat{s}$  birim güneş yön vektörü,  $\langle , \rangle$  iki vektörün iç çarpımını (inner product) ifade eden operatör,  $\angle(\hat{s}, \vec{B}) = \theta$  iki vektör arasındaki açı (radyan),  $\| \quad \|$  vektör boyunu/şiddetini veren norm operatörüdür.

$$\mathbf{U} = \vec{U}(t) = [x(t) \quad y(t) \quad z(t) \quad v_x(t) \quad v_y(t) \quad v_z(t)]^T \quad (3.9)$$

Denklem (3.9) ile manyetometre ve güneş sensörü ölçümlerinden yörünge belirleme algoritmalarında kullanılacak durum vektörü gösterilmiştir.

$$\underbrace{\Delta_{i+1}}_{inovasyon} = \underbrace{\mathbf{z}_{i+1}}_{ölçme} - \underbrace{\hat{\mathbf{z}}_{i+1}}_{tahmini ölçme} \quad (3.10a)$$

$$\frac{\|\vec{B}\|_{ölçme}}{\{(\hat{s})^T \hat{b}\}_{ölçme}} \rightarrow \underbrace{\mathbf{z}_{i+1}}_{ölçme} = \begin{bmatrix} (z_1)_{i+1} \\ (z_2)_{i+1} \end{bmatrix} = \left( \frac{\|\vec{B}\|_{ölçme}}{\| \vec{B} \|} \right)_{ölçme} \left( \frac{(\hat{s}_{i+1})^T \vec{B}_{i+1}}{\| \vec{B} \|} \right)_{ölçme} \quad (3.10b)$$

$$\frac{\|\vec{B}\|_{tahmin}}{\{(\hat{s})^T \hat{b}\}_{tahmin}} \rightarrow \underbrace{\hat{\mathbf{z}}_{i+1}}_{ölçme tahmini} = \begin{bmatrix} (\hat{z}_1)_{i+1} \\ (\hat{z}_2)_{i+1} \end{bmatrix} = \left( \frac{\|\vec{B}\|_{tahmin}}{\| \vec{B} \|} \right)_{tahmin} \left( \frac{(\hat{s}_{i+1})^T \vec{B}_{i+1}}{\| \vec{B} \|} \right)_{tahmin} \quad (3.10c)$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial U} (\|\vec{B}\|) \\ \frac{\partial}{\partial U} \left( \frac{(\vec{s})^T \vec{B}}{\|\vec{B}\|} \right) \end{bmatrix} \quad (3.10\text{ç})$$

Denklem (3.10) ile manyetometre ve güneş sensörü ölçümlerinin birlikte kullanıldığı durumlar için Kalman algoritmasında uygulanacak ölçüm ifadeleri gösterilmiştir.

$$\|\vec{B}\|_{ölçme} \rightarrow \underbrace{\mathbf{z}_{i+1}}_{ölçme} = (z_1)_{i+1} = \left( \frac{\sqrt{(\vec{B}_{i+1})^T \vec{B}_{i+1}}}{\|\vec{B}\|} \right)_{ölçme} \quad (3.11a)$$

$$\|\vec{B}\|_{tahmin} \rightarrow \underbrace{\hat{\mathbf{z}}_{i+1}}_{ölçme tahmini} = (\hat{z}_1)_{i+1} = \left( \frac{\sqrt{(\vec{B}_{i+1})^T \vec{B}_{i+1}}}{\|\vec{B}\|} \right)_{tahmin} \quad (3.11b)$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial U} \left( \frac{\sqrt{(B_1)^2 + (B_2)^2 + (B_3)^2}}{\|\vec{B}\|} \right) \end{bmatrix} \quad (3.11c)$$

Denklem (3.11) ile sadece manyetometre ölçümlerinin kullanıldığı durumlar için Kalman algoritmasında uygulanacak ölçüm ifadeleri gösterilmiştir. Denklem (2.21) ile verilen GKF (EKF) algoritması matematiksel modeli; sensör ölçüm sayısına göre denklem (3.10) ve denklem (3.11) ile sunulan ifadeler kullanılarak güncellenir ve algortimalar bu güncellemelere uygun olarak düzenlenir.

Denklem (3.10ç) ve denklem (3.11c) ile matematiksel ifadeleri sunulan  $H$  ölçüm matrislerinin hesaplanması; özellikle manyetik alan modelin karmaşık olması ve durum vektörü bileşenlerinin DMAKS(ECI), manyetik alan vektörü bileşenlerinin YTDKS (SEZ) küresel koordinat sisteminde tanımlı olması nedeniyle zorlayıcıdır. Belirtilen birinci dereceden türevli ifadelerin hesaplanması aşamasında dipol manyetik alan modeli esas alınmış ve zincir kuralı kullanılarak cebirsel ifadeler oluşturulmuştur.

$$\frac{\partial}{\partial U} (\|\vec{B}\|) = \left[ \frac{\partial \|\vec{B}\|_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} + [0]_{1 \times 3} \right]_{1 \times 6} \quad (3.12a)$$

$$\vec{B}_{SEZ} = \begin{bmatrix} B_{South} \\ B_{East} \\ B_{Zenith} \end{bmatrix}_{SEZ} = \begin{bmatrix} B_{\theta}^{dipol} \\ B_{\phi}^{dipol} \\ B_r^{dipol} \end{bmatrix}_{SEZ} \quad (3.12b)$$

$$\vec{B}_{ECI}(x, y, z) = C_{ECEF}^{ECI} \vec{B}_{ECEF}(x, y, z) \quad (3.12c)$$

$$\vec{r}_{ECI}(x, y, z) = C_{ECEF}^{ECI} \vec{r}_{ECEF}(x, y, z) \quad (3.12c)$$

$$\vec{r}_{ECEF}(x, y, z) = C_{ECI}^{ECEF} \vec{r}_{ECI}(x, y, z) \quad (3.12d)$$

$$C_{ECEF}^{ECI} = ROT3(-\alpha_{GMST}) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{GMST}) & -\sin(\alpha_{GMST}) & 0 \\ \sin(\alpha_{GMST}) & \cos(\alpha_{GMST}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12e)$$

$$C_{ECI}^{ECEF} = C_{ECEF}^{ECI}{}^T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{GMST}) & \sin(\alpha_{GMST}) & 0 \\ -\sin(\alpha_{GMST}) & \cos(\alpha_{GMST}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12f)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECI}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = \frac{\partial (C_{ECEF}^{ECI} \vec{B}_{ECEF}(x, y, z))}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \quad (3.12g)$$

$$\frac{\partial (C_{ECEF}^{ECI} \vec{B}_{ECEF}(x, y, z))}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = C_{ECEF}^{ECI} \left( \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right) + \left( \frac{\partial C_{ECEF}^{ECI}}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right) \vec{B}_{ECEF}(x, y, z) \quad (3.12h)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \quad (3.12i)$$

$$\frac{\partial C_{ECEF}^{ECI}}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = \frac{\partial C_{ECEF}^{ECI}}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = 0 \quad (3.12i)$$

$$\frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = \frac{\partial (C_{ECEF}^{ECI}{}^T \vec{r}_{ECI}(x, y, z))}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \quad (3.12j)$$

$$\frac{\partial (C_{ECEF}^{ECI}{}^T \vec{r}_{ECI}(x, y, z))}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = C_{ECEF}^{ECI}{}^T \underbrace{\left( \frac{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right)}_{[I]_{3 \times 3}} + \underbrace{\left( \frac{\partial C_{ECEF}^{ECI}{}^T}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right)}_0 \vec{r}_{ECI}(x, y, z) \quad (3.12k)$$

$$\frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = C_{ECEF}^{ECI}{}^T \quad (3.12l)$$

$$C_{ECEF}^{ECI} \left( \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right) = C_{ECEF}^{ECI} \left( \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} \right) \quad (3.12m)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECI}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = C_{ECEF}^{ECI} \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} C_{ECEF}^{ECI}{}^T \quad (3.12n)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECI}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x, y, z)} = ROT3(-\alpha_{GMST}) \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} ROT3(\alpha_{GMST}) \quad (3.12o)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(x, y, z)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} = \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(r, \theta, \phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(r, \theta, \phi)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(r, \theta, \phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x, y, z)} \quad (3.12o)$$

$$\frac{\partial \vec{B}_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} = ROT\mathbf{3}(-\alpha_{GMST}) \left[ \frac{\partial \vec{B}_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x,y,z)} \right] ROT\mathbf{3}(\alpha_{GMST}) \quad (3.12p)$$

Denklem (3.12) ile türevli ifadelerin kritik hesaplama adımları verilmiştir. Denklem (3.12p) ile verilen matematiksel ifade cebirsel yapının temelinı oluşturur.

$$\frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x,y,z)} = \begin{bmatrix} \frac{x}{r} & \frac{y}{r} & \frac{z}{r} \\ \frac{xz}{(\sqrt{r^2-z^2})(r^2)} & \frac{yz}{(\sqrt{r^2-z^2})(r^2)} & \frac{-\sqrt{r^2-z^2}}{r^2} \\ \frac{-y}{r^2-z^2} & \frac{x}{r^2-z^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Şekil (3.3)'te sunulan ilişkiler kullanılarak; denklem (3.13) ile verilen türev ifadesi denklem (3.12p) ile verilen matematiksel ifadenin hesaplanmasında kullanılmak üzere oluşturulmuştur.

$$\frac{\partial \|\vec{B}\|_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)} = \left[ \frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial r} \quad \frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial \theta} \quad \frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial \phi} \right] \quad (3.14a)$$

$$\|\vec{B}\|_{ECEF}(r,\theta,\phi) = \sqrt{(B_\theta)^2 + (B_\phi)^2 + (B_r)^2} \quad (3.14b)$$

$$\frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial r} = - \frac{\left( \frac{24a^6(\#2)^2}{r^7} \right) + \left( \frac{a^6(\#1)^2 6}{r^7} \right) + \left( \frac{a^6(\#3)^2 6}{r^7} \right)}{2 \sqrt{\left( \frac{4a^6(\#2)^2}{r^6} \right) + \left( \frac{a^6(\#1)^2}{r^6} \right) + \left( \frac{a^6(\#3)^2}{r^6} \right)}} \quad (3.14c)$$

$$\#1 = g_1^0(t) \sin(\theta) - \cos(\theta) \{g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)\}$$

$$\#2 = g_1^0(t) \cos(\theta) + \sin(\theta) \{g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)\}$$

$$\#3 = h_1^1(t) \cos(\phi) - g_1^1(t) \sin(\phi)$$

$$\frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial \theta} = - \frac{3a^6(\#2)(\#1)}{r^6 \sqrt{\left( \frac{4a^6(\#2)^2}{r^6} \right) + \left( \frac{a^6(\#1)^2}{r^6} \right) + \left( \frac{a^6(\#3)^2}{r^6} \right)}} \quad (3.14c)$$

$$\#1 = g_1^0(t) \sin(\theta) - \cos(\theta) \{g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)\}$$

$$\#2 = g_1^0(t) \cos(\theta) + \sin(\theta) \{g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)\}$$

$$\#3 = h_1^1(t) \cos(\phi) - g_1^1(t) \sin(\phi)$$

$$\frac{\partial \|\vec{B}\|}{\partial \phi} = - \frac{\left(\frac{2a^6(\#4)(\#1)}{r^6}\right) + \left(\frac{2a^6 \cos(\theta)(\#1)(\#2)}{r^6}\right) - \left(\frac{8a^6 \sin(\theta)(\#1)(\#3)}{r^6}\right)}{2\sqrt{\left(\frac{4a^6(\#3)^2}{r^6}\right) + \left(\frac{a^6(\#2)^2}{r^6}\right) + \left(\frac{a^6(\#1)^2}{r^6}\right)}} \quad (3.14d)$$

$$\#1 = h_1^1(t) \cos(\phi) - g_1^1(t) \sin(\phi)$$

$$\#2 = g_1^0(t) \sin(\theta) - \cos(\theta) (\#4)$$

$$\#3 = g_1^0(t) \cos(\theta) + \sin(\theta) (\#4)$$

$$\#4 = g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)$$

Denklem (3.14) ile sadece manyetometre ölçümleri ile yörünge belirleme algoritmasında kullanılacak H matrisi için kullanılacak türev ifadelerinin son bölümü tanımlanmıştır.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial U} (\|\vec{B}\|) \\ \frac{\partial}{\partial U} \left( \frac{(\hat{s})^T \vec{B}}{\|\vec{B}\|} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \|\vec{B}\|_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} & [0]_{1 \times 3} \\ \frac{\partial \{(\hat{s})^T \hat{b}\}_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} & [0]_{1 \times 3} \end{bmatrix}_{2 \times 6} \quad (3.15a)$$

$$\frac{\partial \{(\hat{s})^T \hat{b}\}_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} = \{(\hat{s})^T_{ECI}\} \frac{\partial \hat{b}_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} + \underbrace{\frac{\partial (\hat{s})^T_{ECI}}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} \{ \hat{b}_{ECI}(x,y,z) \}}_0 \quad (3.15b)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_{ECI}(x,y,z)}{\partial \vec{r}_{ECI}(x,y,z)} = ROT3(-\alpha_{GMST}) \left[ \frac{\partial \hat{b}_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)} \frac{\partial \vec{r}_{ECEF}(r,\theta,\phi)}{\partial \vec{r}_{ECEF}(x,y,z)} \right] ROT3(\alpha_{GMST}) \quad (3.15c)$$

$$\hat{b}_{ECEF}(r,\theta,\phi) = \frac{\vec{B}(r,\theta,\phi)}{\sqrt{(B_r)^2 + (B_\theta)^2 + (B_\phi)^2}} \quad (3.15d)$$

Manyetometre ve güneş sensörü ölçümlerinin birlikte kullanıldığı algoritma için hesaplanacak türevli ifadelerin temelini denklem (3.15) ie verilen matematiksel tanımlamalar oluşturur. Denklem (3.12) ve denklem (3.13) ile gösterilen matematiksel akış, Denklem (3.15) ile tanımlanan birinci dereceden türev hesaplamalarına uygulanarak hesaplama yapılır.

$$\frac{\partial \hat{b}(r, \theta, \phi)}{\partial \vec{r}(r, \theta, \phi)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{b}_r}{\partial r} & \frac{\partial \hat{b}_r}{\partial \theta} & \frac{\partial \hat{b}_r}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial r} & \frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial \theta} & \frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial r} & \frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial \theta} & \frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial \phi} \end{bmatrix} \quad (3.16a)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_r}{\partial r} = \frac{a^3 \#10 \#3}{\#7} - \frac{6a^3 \#10}{\#6} \quad (3.16b)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_r}{\partial \theta} = \frac{6a^9 (\#10)^2 \#9}{\#5} - \frac{2a^3 \#9}{\#4} \quad (3.16c)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_r}{\partial \phi} = \frac{a^3 \#10 \#1}{\#7} + \frac{2a^3 \sin(\theta) \#11}{\#4} \quad (3.16\zeta)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial r} = \frac{a^3 \#9 \#3}{\#2} - \frac{3a^3 \#9}{\#6} \quad (3.16d)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial \theta} = \frac{a^3 \#10}{\#4} + \frac{3a^9 \#10 (\#9)^2}{\#5} \quad (3.16e)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\theta}{\partial \phi} = \frac{a^3 \#9 \#1}{\#2} - \frac{a^3 \cos(\theta) \#11}{\#4} \quad (3.16f)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial r} = \frac{3a^3 \#11}{\#2} - \frac{a^3 \#11 \#3}{\#2} \quad (3.16g)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial \theta} = -\frac{3a^9 \#11 \#10 \#9}{\#5} \quad (3.16\eta)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_\phi}{\partial \phi} = \frac{a^3 \#12}{\#4} - \frac{a^3 \#11 \#1}{\#2} \quad (3.16h)$$

$$\#1 = \frac{2a^6 \#12 \#11}{r^6} + \frac{2a^6 \cos(\theta) \#11 \#9}{r^6} + \frac{8a^6 \sin(\theta) \#11 \#10}{r^6}$$

$$\#2 = 2r^3 \sqrt{(\#8)^3}$$

$$\#3 = \frac{24a^6 (\#10)^2}{r^7} + \frac{6a^6 (\#9)^2}{r^7} + \frac{6a^6 (\#11)^2}{r^7}$$

$$\#4 = r^3 \sqrt{\#8}$$

$$\#5 = r^9 \sqrt{(\#8)^3}$$

$$\#6 = r^4 \sqrt{\#8}$$

$$\#7 = r^3 \sqrt{(\#8)^3}$$

$$\#8 = \frac{4a^6(\#10)^2}{r^6} + \frac{a^6(\#9)^2}{r^6} + \frac{a^6(\#11)^2}{r^6}$$

$$\#9 = [g_1^0(t) \sin(\theta) - \{\#12\} \cos(\theta)]$$

$$\#10 = [g_1^0(t) \cos(\theta) + \{\#12\} \sin(\theta)]$$

$$\#11 = [h_1^1(t) \cos(\phi) - g_1^1(t) \sin(\phi)]$$

$$\#12 = [g_1^1(t) \cos(\phi) + h_1^1(t) \sin(\phi)]$$

Denklem (3.16) ile manyetometre ve güneş sensörü ölçümlerinden Kalman filtre algoritması ile yörünge belirleme yönteminde kullanılacak  $H$  ölçüm matrisinin kritik türev ifadeleri verilmiştir. Bu bölümde tanımlanan türevli ifadeler DGKF algoritması içinde de kullanılmıştır. Cebirsel ifadelerin bu şekilde oluşturulması ve iteratif hesaplama bölümünün öncesinde algoritmanın tanımlama bölümünde kodlanması ile programın hesaplama hızında çok ciddi bir artış sağlanmıştır. Ayrıca işlemci hesaplama gücü düşük mikro işlemciler ve küçük bilgisayarlar üzerinde de algoritmanın çalışması kolaylaşmıştır (Boulet, 1991).

### **3.5. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme**

Dayanıklı Genişletilmiş Kalman Filtresi (DGKF) ile ilgili kapsamlı açıklamalar Bölüm 2.2.6.'da verilmiştir. Manyetometre ve güneş sensör ölçümlerinden Kalman filtresi ile yörünge belirleme stratejisine yönelik Şekil 3.4'te özet akış temsili verilen şemada belirtildiği gibi uydunun dünyanın gölgesine girdiği zamanlarda güneş sensör verileri alınamamaktadır. Bu süre zarfında sadece manyetometre ölçümleri ile yörünge belirleme hesaplamaları yapılmaktadır. Yörüngesel hareket boyunca gölgeye girme durumu devamlı karşılaşılabilecek bir durum olduğu ve ölçüm verisinin sıfır (0) değer vereceği düşünüldüğünde, gölgeye girme zamanında güneş sensöründe çok yüksek hata varmış gibi değerlendirme yapılabilir. Bu değerlendirme yanlıştır çünkü sensör çalışma prensiplerine uygun davranmaktadır ve bu durum hata değil beklenen bir olgudur. Ayrıca bir adım önce ölçme verisi sağlıyorken bir adım sonra hiç veri alınamaması durumu istatistiksel analiz açısından problem oluşturur. Bu aşamada alınan verilere yönelik istatistiksel analiz yapılarak karar verilmesi çözüm algoritmasını hataya sevk eder. Bu durumdan hareketle DGKF algoritması sadece manyetometre ile yörünge belirlenen algoritma üzerinde uygulanmıştır. Normal

şartlar altında manyetometreden sürekli ölçüm verisi alınması gerekir. Bölüm 2.2.6.'da açıklanan Tekil Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı (SMNSF)  $\mathcal{S}_i^{SMNSF}$  ile  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi güncelleme işlemi bu bölümde de kullanılmıştır. Bu yönteme ilave olarak hatanın belirlenen eşik değerinin üzerine çıktığı durumlarda Kalman filtre kazancının “K” sıfır (0)’a eşitlenmesi halinde oluşacak sonuçlarda analiz edilmiştir. Çalışmada örnekleme süresi 0,1 saniye olarak alındığı yani çok kısa zaman aralıkları ile ölçüm yapıldığı için, hata/arıza durumlarında ölçüm verisinin kullanılmaması tercih edilebilir. Bu mantıkla hata/arıza tespit edilen hesaplama adımlarında filtre kazancının “K” sıfır (0)’a eşitlenmesi ile sadece öngörü ile üretilen durum vektörü kestirimi kullanılır.

$$[\mathcal{S}_i^{SMNSF} R_i]_{1 \times 1} \quad (3.17)$$

Denklem (3.17) ile bu bölümde kullanılan Tekil Ölçme Gürültüsü Ölçekleme Çarpanı ifadesi verilmiştir. Manyetometre ölçümü olarak manyetik alan vektörünün norm ifadesi yani şiddeti kullanıldığı için ölçme kanalına sadece bir adet veri gelmektedir. Her hesaplama adımında tek bir  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans verisi kullanılacağından, ölçekleme çarpanı ile tek bir değer güncellemesi yapılmaktadır. ki-kare ( $\chi^2$ ) hipotez sınama yöntemi benzer şekilde oluşturulmuştur. İnovasyon vektör boyu da  $1 \times 1$  yani tek bir değerden oluşacağı için  $\chi_{\alpha, M}^2$  eşik değerinin “ $M$ ” serbestlik derecesi “1” olarak alınmıştır.  $\alpha = 0,05 = \%5$  olarak alınmış ve bu tanımlamalara uygun ki-kare ( $\chi^2$ ) tablo değeri 3,841 hesaplamalarda kullanılmıştır. Kayan pencere genişliği yine benzer şekilde 20 olarak alınmıştır.

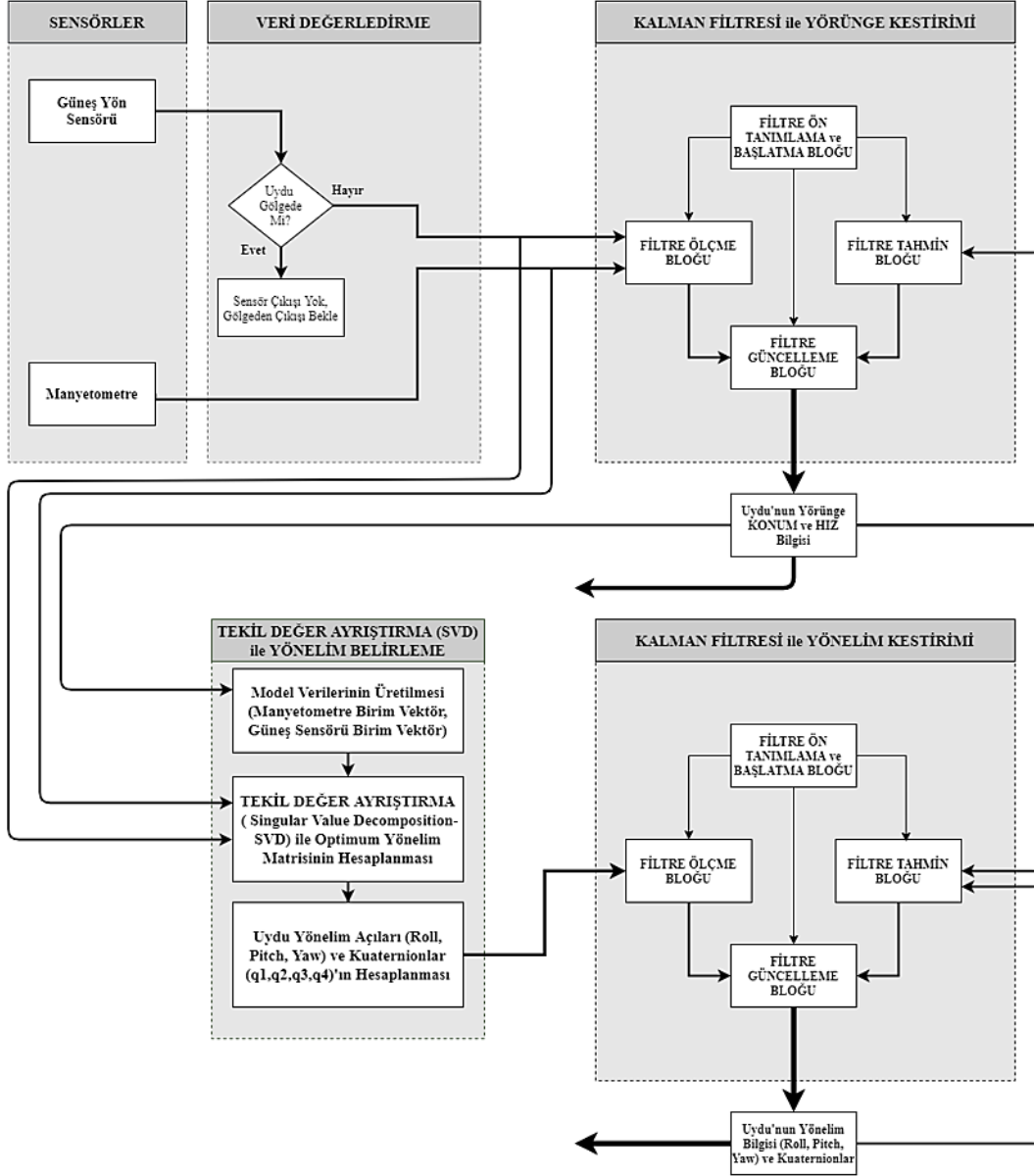
#### 4. MANYETOMETRE VE GÜNEŞ SENSÖRLERİ İLE YÖNELİM BELİRLEME

Uydular için Yönelim belirleme (attitude determination); herhangi bir an için uydunun üzerine sabitlenmiş uydu cisim koordinat sistemi (UCKS) ile referans olarak alınan başka bir koordinat sistemi arasındaki geçişi sağlayan dönüşüm matrisi ifadesini oluşturmayı amaçlar. Bu özel duruma uygun olarak dönüşüm matrisi, yönelim matrisi (attitude matrix) adıyla anılır. Uydunun yörüngesi üzerinde tanımlanmış bir koordinat sistemine göre uydunun kendi kütle merkezi etrafında yaptığı dönme hareketinin, istenen bir an için dondurulduğunu düşündüğümüzde; o an için uydunun uzaydaki oryantasyonu uydunun yönelimi olarak adlandırılır (Markley ve Crassidis, 2014).

Tez çalışmasında, yörünge koordinat sistemi olarak UYKS (RPY) referans alınmış ve yönelim bu referansa göre ifade edilmiştir. Yönelim matrisinin matematiksel gösterimi farklı biçimlerde yapılabilir. İki koordinat sisteminin eksen takımlarını ifade eden birim vektörler, sinüs ve kosinüs açı ifadeleri ve kuaterniyonlar (quaternions) kullanılarak yönelim matrisi matematiksel olarak ifade edilebilir (Wertz, 1978; Markley ve Crassidis, 2014). Bu çalışmada kuaterniyon temsili esas alınarak işlemler gerçekleştirilmiştir. Açı değerlerinin kosinüs ve sinüs operatörleri ile işlenmesi esnasında karşılaşılabilecek sıfır (0) çıkış riskine kıyasla kuaterniyon temsili matematiksel işlemlerde kararlılık sağlar. Yönelim belirleme hesaplamalarının yapılabilmesi için yörünge belirlemenin yapılmış olması gerekir. Referans olarak alınacak UYKS (RPY) gibi eksen takımlarının oluşturulabilmesi için yörünge bilgisine ihtiyaç duyulur.

Yönelim matrisi elemanlarının belirlenmesi başka bir ifadeyle tahmini için iki temel yaklaşım uygulanabilir. Bunlardan ilki Tek Kare (single Frame) ikincisi ise filtre algoritmalarıdır. Tek kare yöntemleri ile hesaplama yapılacak andaki değerler kullanılarak uydunun yönelim matrisi hesaplanır. Filtre algoritmaları ise önceki hesaplamalara ilişkin verilere ihtiyaç duyar. Tez çalışmasında: bölüm 2’de açıklanan NR ve GKF tümleşik uygulamasına benzer biçimde, yönelim belirleme aşamasında; Tekil Değer Ayrıştırma, TDA (singular value decomposition, SVD) ve GKF

tümleştirmesi ile yönelim hesaplaması yapılmıştır. TDA yöntemi tek kare yöntemleri sınıfına girer. TDA adımı ile yönelim matrisinin öncül hesaplaması yapılmış ve sonraki adım olan GKF algoritmasına hesaplanan açı değerleri doğrusal ölçüm verisi olarak aktarılmıştır.



**Şekil 4.1: Manyetometre ve Güneş Sensörü ile Yönelim Belirleme Şeması.**

Tez çalışmasında uygulanan yönelim belirleme çözümünü özetleyen akış şeması Şekil (4.1)'de gösterilmiştir.

#### 4.1. Uydunun Açısal Hareket Modeli

Kendi kütle merkezi etrafında açısal dönme hareketi yapan bir uydu için açısal hareket modeli: uydu üzerine etki eden net tork ile açısal momentum ifadelerinin

ilişkilendirilmesi esasına dayanır. Bu modelde, UCKS (SBF) refrans takımının DMAKS (ECI) koordinat sistemine göre zamana bağlı değişimi matematiksel olarak ifade edilir.

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \mathbf{N} - (\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI} \times \mathbf{L}) \quad (4.1a)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI} \rightarrow \frac{\partial L}{\partial t} = \mathbf{J} \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI}}{\partial t} \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI}}{\partial t} = [\mathbf{J}]^{-1} \left( \mathbf{N} - (\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI} \times ([\mathbf{J}] \boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI})) \right) \quad (4.1b)$$

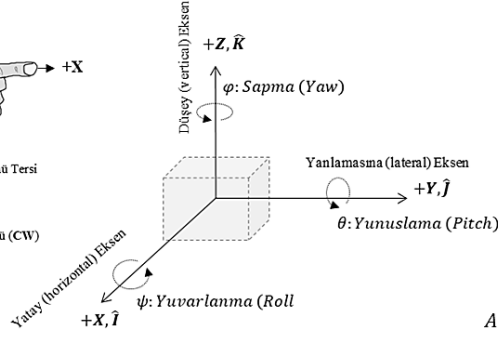
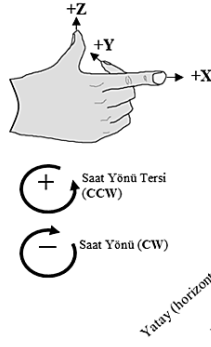
$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \left( \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} - \left( \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \right) \right) \quad (4.1c)$$

$$\dot{\omega}_x = \frac{(J_{yy} - J_{zz})(\omega_y \omega_z) + N_x}{J_{xx}} \quad (4.1c)$$

$$\dot{\omega}_y = \frac{(J_{zz} - J_{xx})(\omega_z \omega_x) + N_y}{J_{yy}} \quad (4.1d)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{(J_{xx} - J_{yy})(\omega_x \omega_y) + N_z}{J_{zz}} \quad (4.1e)$$

Denklem (4.1) ile uydunun açısal hareketini tanımlamak için kullanılan matematiksel model verilmiştir. Modelde:  $\mathbf{L}$  açısal momentum vektörü,  $\mathbf{N}$  net/toplam harici/dış tork vektörü,  $\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI}$  UCKS (SBF) refrans takımının DMAKS (ECI) koordinat sistemine göre dönüşünü ifade eden açısal hız vektörünü,  $\mathbf{J}$  uydunun eylemsizlik moment matrisini ifade eder. Bu model ile tanımlana açısal hızın zaman bağlı birinci dereceden türev ifadesi yardımıyla iteratif hesaplama yapılması mümkündür. Bölüm 2’de açıklanan Euler veya RK4 yöntemleri ile bu işlem yapılabilir. Tez çalışmasında RK4 tercih edilmiştir. Çalışmada kullanılan varsayımsal uydu üzerinde tanımlı olan UCKS koordinat sistemi kabulü ile yönelim matris ifadelerinin Euler ve Kuaterniyon temsilleriyle gösterimlerine ilişkin açıklamalar Şekil (4.2) ve Şekil (4.3)’de sunulmuştur (Wertz, 1978; Markley ve Crassidis, 2014).



$$A_3 = A_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

$$A_2 = A_Y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$A_1 = A_Z = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

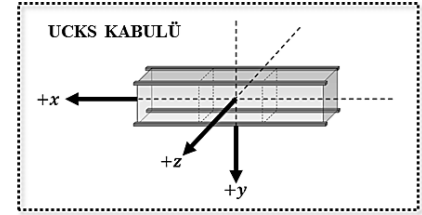
$$A_{321}(\phi, \theta, \psi) = [A_X][A_Y][A_Z] = [A_3][A_2][A_1]$$

$$A(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\phi) & c(\theta)s(\phi) & -s(\theta) \\ -c(\psi)s(\phi) + s(\psi)s(\theta)c(\phi) & c(\psi)c(\phi) + s(\psi)s(\theta)s(\phi) & s(\psi)c(\theta) \\ s(\psi)s(\phi) + c(\psi)s(\theta)c(\phi) & -s(\psi)c(\phi) + c(\psi)s(\theta)s(\phi) & c(\psi)c(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\frac{A_{2,3}}{A_{3,3}} = \frac{s(\psi)c(\theta)}{c(\psi)c(\theta)} = \frac{s(\psi)}{c(\psi)} = \tan(\psi) \rightarrow \psi = \tan^{-1}\left(\frac{A_{2,3}}{A_{3,3}}\right)$$

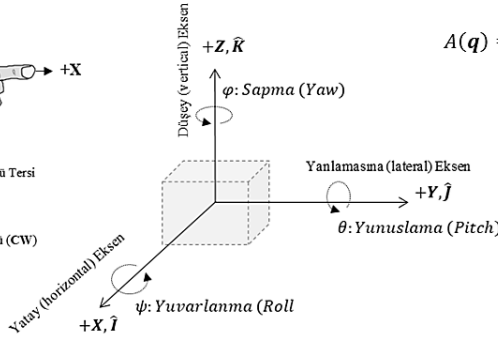
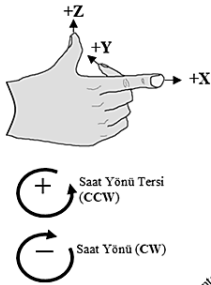
$$A_{1,3} = -s(\theta) \rightarrow \theta = \sin^{-1}(-A_{1,3})$$

$$\frac{A_{1,2}}{A_{1,1}} = \frac{c(\theta)s(\phi)}{c(\theta)c(\phi)} = \frac{s(\phi)}{c(\phi)} = \tan(\phi) \rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{A_{1,2}}{A_{1,1}}\right)$$



### Şekil 4.2: UCKS Kabulü ve Euler Açıları ile Yönelim Temsili.

Wertz (1978); Markley ve Crassidis (2014)'den uyarlanmıştır.



$$A(\mathbf{q}) = (q_4^2 - \|\mathbf{q}_{1:3}\|^2)I_3 - 2q_4[\mathbf{q}_{1:3} \times] + 2\mathbf{q}_{1:3}\mathbf{q}_{1:3}^T$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{q}_{1:3} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}$$

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad q_4 = \sqrt{1 - (\|\mathbf{q}_{1:3}\|^2)}$$

$$[\mathbf{q}_{1:3} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

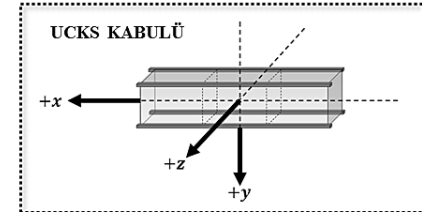
$$\mathbf{q}_{1:3}\mathbf{q}_{1:3}^T = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^2 & q_1q_2 & q_1q_3 \\ q_1q_2 & q_2^2 & q_2q_3 \\ q_1q_3 & q_2q_3 & q_3^2 \end{bmatrix}$$

$$A(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & (-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & (-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2) \end{bmatrix}$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{2(q_2q_3 + q_1q_4)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_{2,3}}{A_{3,3}}\right)$$

$$\theta = \sin^{-1}(-2(q_1q_3 - q_2q_4)) = \sin^{-1}(-A_{1,3})$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2(q_1q_2 + q_3q_4)}{(q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{A_{1,2}}{A_{1,1}}\right)$$



### Şekil 4.3: UCKS Kabulü ve Kuaterniyonlar ile Yönelim Temsili.

Wertz (1978); Markley ve Crassidis (2014)'den uyarlanmıştır.

Modelde yer alan  $\mathbf{N}$  net dış tork vektörü, açısal harekete olumsuz/istenmeyen yönde girdi oluşturan harici tork kaynaklarının etkilerini ifade eder. Tez çalışmasında sadece Yerçekimi Gradyanı (gravity gradient)'nin harici istenmeyen tork etkisi oluşturduğu kabulü yapılmış ve model buna göre düzenlenmiştir.

$$\left(3 \frac{\mu_{\oplus}}{r^3}\right) (\mathbf{n} \times [\mathbf{J}]\mathbf{n}) \quad (4.2a)$$

$$\left(3 \frac{\mu_{\oplus}}{r^3}\right) \left( \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \right) \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{n} = A_{321}(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \sin(\psi) \cos(\theta) \\ \cos(\psi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.2c)$$

$$\mathbf{n} = A(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ 2(q_2 q_3 + q_1 q_4) \\ (-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2) \end{bmatrix} \quad (4.2ç)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \left(3 \frac{\mu_{\oplus}}{r^3}\right) \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy}) c^2(\theta) c(\psi) s(\psi) \\ (J_{zz} - J_{xx}) c(\theta) s(\theta) c(\psi) \\ (J_{xx} - J_{yy}) c(\theta) s(\theta) s(\psi) \end{bmatrix} \quad (4.2d)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \left(3 \frac{\mu_{\oplus}}{r^3}\right) \begin{bmatrix} (J_{yy} - J_{zz})(A(\mathbf{q})_{23})(-A(\mathbf{q})_{33}) \\ (J_{zz} - J_{xx})(A(\mathbf{q})_{13})(-A(\mathbf{q})_{33}) \\ (J_{yy} - J_{xx})(A(\mathbf{q})_{13})(A(\mathbf{q})_{23}) \end{bmatrix} \quad (4.2e)$$

Denklem (4.1)'de Yerçekimi Gradyan kaynaklı  $\mathbf{N}$  net dış tork vektörü hesaplamalarında kullanılacak matematiksel ifadeler sunulmuştur. Şekil (4.2) ve Şekil (4.3)'de gösterilen yönelim temsili ifadelerine göre ayrı ayrı  $\mathbf{N}$  net dış tork vektörü eşitlikleri verilmiştir. Bu eşitliklerde:  $\mu_{\oplus}$  Dünya için yerçekim sabitini,  $r$  konum vektörünün boyunu,  $\mathbf{n}$  UCKS referans takımında tanımlı ve nadir doğrultusunu gösteren birim vektörü,  $c(\cdot)$  kosinüs ve  $s(\cdot)$  sinus fonksiyonlarını,  $\phi$  Sapma (yaw, z etrafındaki dönme),  $\theta$  Yunuslama (pitch, y etrafındaki dönme) ve  $\psi$  Yuvarlanma (roll, x etrafındaki dönme) açılarını ifade eder. Burada UYKS (RPY) yörünge koordinat sistemine göre yönelim 3-2-1 dönme sıralamasına uygun olarak kullanılmıştır. Kuaterniyon hesaplamalarında kullanmak üzere  $A(\mathbf{q})$  kuaterniyon temsili ile de eşitlik çıkarımı yapılmıştır (Wertz, 1978; Markley ve Crassidis, 2014).

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{1}{2}\Omega(\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow RPF})\mathbf{q} = \frac{1}{2}\Xi(\mathbf{q})(\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow RPY}) \quad (4.3a)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\substack{SBF \rightarrow RPF \\ UCKS \ UYKS}} = \boldsymbol{\omega}_{\substack{B \rightarrow O \\ Body \ Orbit}} \quad (4.3b)$$

$$\Omega(\boldsymbol{\omega}_{B \rightarrow O}) = \begin{bmatrix} 0 & (\omega_{B \rightarrow O})_z & -(\omega_{B \rightarrow O})_y & (\omega_{B \rightarrow O})_x \\ -(\omega_{B \rightarrow O})_z & 0 & (\omega_{B \rightarrow O})_x & (\omega_{B \rightarrow O})_y \\ (\omega_{B \rightarrow O})_y & -(\omega_{B \rightarrow O})_x & 0 & (\omega_{B \rightarrow O})_z \\ -(\omega_{B \rightarrow O})_x & -(\omega_{B \rightarrow O})_y & -(\omega_{B \rightarrow O})_z & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3c)$$

$$\Xi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_4 [I]_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_{1:3} \times] \\ -\mathbf{q}_{1:3}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (4.3c)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{B \rightarrow O} = \begin{bmatrix} (\omega_{B \rightarrow O})_x \\ (\omega_{B \rightarrow O})_y \\ (\omega_{B \rightarrow O})_z \end{bmatrix} = \boldsymbol{\omega}_{B \rightarrow ECI} - A(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} 0 \\ -(\omega_{O \rightarrow ECI}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.3d)$$

$$\omega_{O \rightarrow ECI} = \omega_o = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (4.3e)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\omega_{B \rightarrow O})_x \\ (\omega_{B \rightarrow O})_y \\ (\omega_{B \rightarrow O})_z \end{bmatrix} \quad (4.3f)$$

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{2} \{ (\omega_{B \rightarrow O})_z q_2 - (\omega_{B \rightarrow O})_y q_3 + (\omega_{B \rightarrow O})_x q_4 \} \quad (4.3g)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2} \{ -(\omega_{B \rightarrow O})_z q_1 + (\omega_{B \rightarrow O})_x q_3 + (\omega_{B \rightarrow O})_y q_4 \} \quad (4.3ğ)$$

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{2} \{ (\omega_{B \rightarrow O})_y q_1 - (\omega_{B \rightarrow O})_x q_2 + (\omega_{B \rightarrow O})_z q_4 \} \quad (4.3h)$$

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{2} \{ -(\omega_{B \rightarrow O})_x q_1 - (\omega_{B \rightarrow O})_y q_2 - (\omega_{B \rightarrow O})_z q_3 \} \quad (4.3i)$$

Denklem (4.3) ile Uydu yöneliminin (açısal hareket) kuaterniyon temsili ile matematiksel modellemesi verilmiştir. Euler açıları yerine kuaterniyonların yer aldığı matematiksel modelin en büyük avantajı tekillik (singularity) durumunun önüne geçilmesidir. Trigonometrik ifadeler içinde kullanılan açıların özel değerlerinde sıfır (0) ve/veya belirsizlik durumlarının görülmesi olasıdır. Kuaterniyon temsili esas alan model ile bu durumun önüne geçilmiş olur. Bu modelde: *SBF* ve *B* alt indisleri UCKS referans takımını, *RPY* ve *O* alt indisleri UYKS referans takımını,  $\mu$  Dünya için yerçekim sabitini,  $a$  uydu yörüngesinin yarı büyük eksen uzunluğunu ifade eder.  $\omega_{O \rightarrow ECI}$  uydunun DMAKS (ECI) referans takımına göre açısal hızını gösterir. Uydu

yörünge üzerinde prograde yani dünya ile aynı yönde (batıdan-doğuya doğru) ilerliyorsa  $[0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T$ , retrograde yani dünya ile zıt yönde (doğudan-batıya doğru) dönüyorsa  $[0 \quad \omega_0 \quad 0]^T$  olarak işlemlere girer. Buradaki işlemlerde prograde yörünge tasarımı yapılmıştır (Wertz, 1978; Markley ve Crassidis, 2014).

#### 4.2. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme

Manyetometre ve güneş sensörlerinden alınan ölçüm verilerinin Tek Kare (single frame) yöntemlerde kullanılması ile yönelim hesaplanabilir. Hesaplama sonucunda uydunun anlık açılal durumunu ifade eden Yuvarlanma (roll), Yunuslama (pitch) ve Sapma (yaw) açılarının belirlenmesi gerekir.

$$f_{loss}(A) \equiv \sum_{i=1}^N a_i \|\vec{b}_i - A\vec{r}_i\|^2 \quad (4.4a)$$

$$\|\vec{b}_i - A\vec{r}_i\|^2 = \|\vec{b}_i\|^2 + \|A\vec{r}_i\|^2 - 2\vec{b}_i(A\vec{r}_i) = 2 - 2tr(A\vec{b}_i\vec{r}_i^T) \quad (4.4b)$$

$$\lambda_0 \equiv \sum_{i=1}^N a_i \quad (4.4c)$$

$$B \equiv \sum_{i=1}^N a_i \vec{b}_i\vec{r}_i^T \quad (4.4c)$$

$$f_{loss}(A) = \lambda_0 - tr(AB^T) \quad (4.4d)$$

Sensörlerden elde edilen N adet vektör ile yönelimin en az hatayla belirlenme koşulu Grace Wahba tarafından tanımlanan kayıp fonksion (loss function) ifadesinin minimizasyonu koşuluna bağlıdır. Denklem (4.4) ile Wahba kayıp fonksiyonu ifadesi matris trace operatörü kullanılarak sunulmuştur. Burada;  $a_i$  ağırlık katsayıları,  $\vec{b}_i$  sensör ölçümleri yoluyla elde edilen birim vektörü,  $\vec{r}_i$  sensör ölçümleri ile elde edilen vektörün referans eksen takımındaki birim vektör karşılığını,  $A$  yönelim matrisini ifade eder. Tekil Değer Ayrıştırma, TDA (SVD) yönteminin temeli Denklem (4.4) ile tanımlanan kayıp fonksiyon ifadesinin matris tekil değer ayrıştırma işlemleri ile çözümüne dayanır (Stuelpnagel ve Farell, 1966; Wahba, 1965; Markley ve Crassidis, 2014).

$$B \equiv U\Sigma V^T = Udiag[\Sigma_{11} \Sigma_{22} \Sigma_{33}]V^T \quad (4.5a)$$

$$tekil \text{ de\u011ferler: } \Sigma_{11} \geq \Sigma_{22} \geq \Sigma_{33} \geq 0 \quad (4.5b)$$

$$tr(AB^T) = tr(AVdiag[\Sigma_{11} \Sigma_{22} \Sigma_{33}]U^T) \quad (4.5c)$$

$$tr(AB^T) = tr(U^T diag[\Sigma_{11} \Sigma_{22} \Sigma_{33}]) \quad (4.5c)$$

$$U^T A_{optimal} V = diag[1 \quad 1 \quad \det(U)\det(V)] \quad (4.5d)$$

$$A_{optimal} = U diag[1 \quad 1 \quad \det(U)\det(V)] V^T \quad (4.5e)$$

$$P_{hata} = U diag[(s_2 + s_3)^{-1} \quad (s_3 + s_1)^{-1} \quad (s_1 + s_2)^{-1}] U^T \quad (4.5f)$$

$$\begin{aligned} s_1 &= \Sigma_{11} \\ s_2 &= \Sigma_{22} \\ s_3 &= \det(U)\det(V)\Sigma_{33} \end{aligned} \quad (4.5g)$$

Denklem (4.5) ile Tekil Değer Ayırıştırma, TDA (SVD) yöntemine ilişkin matematiksel ifadeler tanımlanmıştır. Bu yöntem Denklem (4.4) ile Wahba kayıp fonksiyonunu minize ederek en uygun yönelim matrisini  $A_{optimal}$  bulmak için kullanılır. Özetle bir matrisi üç matrisin çarpımı şeklinde ifade etmek için kullanılan TDA yönteminde: U ve V ortogonal matrisler ve  $\Sigma$  tekil değerleri içeren matrisin ana köşegen elemanlarını ifade eder.  $P_{hata}$  ifadesi yönelimi gösteren açıl değer hesaplamasına yönelik hata kovaryans matrisini veren matematiksel ifadedir. TDA (SVD) ile GKF tümleştirme sürecinde bu kovaryans değerleri kullanılır. TDA'nın tek çözüm yöntemi olarak kullanıldığı durumlarda ise  $P_{hata}$  ifadesi ile hesaplanan tahmini hata değeri ile belirlenecek bir eşik değeri kıyaslanarak anlık oluşan beklenenden yüksek hata değerlerine karşı önlem alınabilir (Hajiyev, Cilden ve Somov, 2015).

$$\begin{aligned} \hat{S}_{SBF} &= A\hat{S}_{RPY} \\ \hat{b}_{SBF} &= A\hat{b}_{RPY} \end{aligned} \quad (4.6a)$$

$$B = (a_1 \hat{S}_{SBF} \hat{S}_{RPY}^T) + (a_2 \hat{b}_{SBF} \hat{b}_{RPY}^T) \quad (4.6b)$$

Denklem (4.6) ile TDA(SVD) bloğunda kullanılan  $B$  matrisine ait matematiksel tanımlamalar verilmiştir.  $\hat{S}_{SBF}$  UCKS referans takımında tanımlı güneş sensörü ile ölçülen birim güneş yön vektörü,  $\hat{S}_{RPY}$  UYKS referans takımında tanımlı eldeki veriler ve matematiksel modeller ile üretilen birim güneş yön vektörü,  $\hat{b}_{SBF}$  UCKS referans takımında tanımlı manyetometre ile ölçülen birim manyetik alan vektörü,  $\hat{b}_{RPY}$  UYKS referans takımında tanımlı eldeki veriler ve matematiksel modeller ile üretilen birim manyetik alan vektörünü ifade eder. SVD algoritması içinde sensörlerin güvenilirlik seviyesini belirlemek için kullanılan  $a_{1,2}$  ağırlık katsayıları toplamı 1 olacak şekilde 0,5 değerinde alınmıştır.

### 4.3. Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme

Tez çalışmasında TDA(SVD) bloğunda hesaplanan yönelim matrisinden elde edilen Yuvarlanma, Yunuslama ve Sapma açıları kuaterniyonlara dönüştürülmüştür. Kuaterniyonlar doğrusal ölçme formunda GKF algoritmasının ölçme bloğuna aktarılarak yönelim belirlemede doğruluğun artırılması hedeflenmiş ve sağlanmıştır.

Bölüm 2 ve Bölüm 3'te GKF algoritmasına yönelik detaylı açıklamalar yapılmış ve genel matematiksel model denklem (2.2) ile verilmişti. Bu bölümde genel yapıya uygun olarak tanımlanması gereken matematiksel ifadeler sunulmuştur.

NR ve GKF tümleştirmesinde izlenen akışa benzer biçimde; TDA (SVD) bloğundan alınan bilgiler doğrusal ölçme formunda olduğundan  $H$  ölçme matrisi için türevli ifadeler yerine adaptasyon matrisi kullanılmıştır. Hareket modelinin durum vektörü bileşenlerine göre birinci dereceden kısmi türevlerinden oluşan sistem geçiş matrisi için matematiksel ifadeler verilmiş ve algoritmada kullanılmıştır.

$$\mathbf{U} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (4.7a)$$

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T \quad (4.7b)$$

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (4.7c)$$

Denklem (4.7)'da TDA(SVD) ve GKF ile yönelim belirleme bloğunda kullanılan durum vektörü tanımlaması yapılmıştır.

$$f(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{q}}{dt} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (4.8a)$$

$$f(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \Xi(\mathbf{q})(\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow RPY}) \\ [\mathbf{J}]^{-1} (\mathbf{N} - (\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI} \times ([\mathbf{J}]\boldsymbol{\omega}_{SBF \rightarrow ECI}))) \end{bmatrix} \quad (4.8b)$$

$$\mathbf{F}_U = \frac{\partial f(\mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} \right]_{4 \times 4} & \left[ \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right]_{4 \times 3} \\ \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \mathbf{q}} \right]_{4 \times 4} & \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{7 \times 7} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} \right]_{4 \times 4} & \left[ \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right]_{4 \times 3} \\ [0]_{4 \times 4} & \left[ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{7 \times 7} \quad (4.8c)$$

$$\left[ \frac{\partial \dot{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{q}} \right]_{4 \times 4} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & (\omega_{B \rightarrow O})_z & -(\omega_{B \rightarrow O})_y & (\omega_{B \rightarrow O})_x \\ -(\omega_{B \rightarrow O})_z & 1 & (\omega_{B \rightarrow O})_x & (\omega_{B \rightarrow O})_y \\ (\omega_{B \rightarrow O})_y & -(\omega_{B \rightarrow O})_x & 1 & (\omega_{B \rightarrow O})_z \\ -(\omega_{B \rightarrow O})_x & -(\omega_{B \rightarrow O})_y & -(\omega_{B \rightarrow O})_z & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8c)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{q}}{\partial \omega} \end{bmatrix}_{4 \times 3} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (4.8d)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial q} \end{bmatrix}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8e)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(J_{yy}-J_{zz})(\omega_z)}{J_{xx}} & \frac{(J_{yy}-J_{zz})(\omega_y)}{J_{xx}} \\ \frac{(J_{zz}-J_{xx})(\omega_z)}{J_{yy}} & 1 & \frac{(J_{zz}-J_{xx})(\omega_x)}{J_{yy}} \\ \frac{(J_{xx}-J_{yy})(\omega_y)}{J_{zz}} & \frac{(J_{xx}-J_{yy})(\omega_x)}{J_{zz}} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8f)$$

Denklem (4.8)'de TDA(SVD) ve GKF ile yönelim belirleme bloğunda kullanılan  $F_U$  sistem geçiş matrisi ve ilgili birinci dereceden kısmi türev ifadeleri verilmiştir.

$$R = \begin{bmatrix} (\sigma^2)_{SVD,q1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma^2)_{SVD,q2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma^2)_{SVD,q3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\sigma^2)_{SVD,q4} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Denklem (4.9)'de TDA(SVD) ve GKF ile yönelim belirleme bloğunda kullanılan  $R$  ölçme gürültüsü kovaryans matrisi için varyans  $(\sigma^2)$  ifadeleri verilmiştir. Bu değerler TDA bloğunun hata analizi yapılarak elde edilmiş ve algoritmada kullanılmıştır.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Denklem (4.10)'de TDA(SVD) ve GKF ile yönelim belirleme bloğunda kullanılan  $H$  ölçme adaptasyon matrisi gösterilmiştir. TDA bloğundan doğrusal ölçme verileri alındığı için  $H$  ölçme matrisinin kısmi türevli ifadeleri hesaplanmamıştır.

## 5. BENZETİM ve HESAPLAMA SONUÇLARI

Benzetim işlemlerinin ve tüm hesaplamaların yapıldığı bilgisayar ortamında kullanılan programlama platformu olarak MATHLAB programı seçilmiştir. Varsayımsal olarak matematiksel tasarımı yapılan farazi MBsat1 isimli bir ADY (LEO) uydusu için yörünge, zaman, yönelim, sensör ve hatalı ölçüm verilerinin; matematiksel modeller kullanılarak bilgisayar ortamında kodlama ile benzetimi yapılmıştır.

Benzetim aşamasında; yörünge, zaman, yönelim, sensör ve hatalı ölçüm verilerini oluşturmak için 10 ana program ve bunları destekleyen 25 alt fonksiyon hazırlanmıştır. Hesaplama aşamasında tez başlıkları içinde tanımlanan manyetometre ve güneş sensörü ölçümleri ile yörünge ve yönelim belirleme algoritmaları için program kodlaması yapılmıştır. GPS verilerinden NR ve GKF ile yörünge belirleme hesaplamalarına ilişkin sonuçlar kıyaslama amaçlı hesaplanmış ve bölüm 2’de özet tablolar halinde ilgili konu başlığı altında sunulmuştur. Tez konusu kapsamında yapılan hesaplamalar ilişkin sonuçlar bu bölümde paylaşılmıştır.

Tez çalışmasında; benzetim aşamasının oluşturulması detaylı olarak açıklanmamıştır. Gerçek durumda olduğu gibi Sensörlerin Uydu Cisim Koordinat Sisteminde (UCKS) verdiği ölçüm değerlerinin ve hata modeline uygun olarak oluşturulan hatalı ölçüm verilerinin elde edilebilmesi için; modeller yardımıyla hesaplanan veriler UCKS referans takımında ifade edilecek şekilde ardışık koordinat dönüşümleri yapılmıştır. Bu tür çalışmalarda gerçek uydu verilerinin temin edilmesi çok zor olduğu için, benzetim ortamının ve çalışmada kullanılacak tüm verilerin sıfırdan oluşturulması gerekir. Bu süreç doktora çalışmasının ciddi bir bölümünü oluşturmuştur. Bu alanda çalışmak isteyen araştırmacılar, benzetim kısmının hazırlanmasında yaşanacak zorlukları uzun zaman gereksinimlerini dikkate almalıdır.

### 5.1. Yörünge ve Yönelim Benzetiminde Kullanılan Tanımlamalar

Çalışmada kullanılmak üzere 3U birimlik bir uydu modeli oluşturulmuştur. Pratikte görülen hataları mümkün mertebe oluşturmaya çalışmak adına modele bir takım hata değerleri eklenmiştir. Uydunun geometrik merkezi ile kütle merkezi arasında tam

örtüşme olmadığı kabulü yapılarak, kütle atalet moment değerleri bu kabule uygun şekilde paralel eksen teoremi kullanılarak hesaplanmış ve çalışmada kullanılmıştır.

**Tablo 5.1: Varsayımsal Uyduya Ait Özellikler.**

Özellik	Birim	Değer
Kütle	kg	3.5
Kütle Dağılımı	-	Homojen Kütle Dağılım Kabulü
Boy	“x” mm	340.5 (0.3405 m)
Yükseklik	“y” mm	100 (0.1 m)
En	“z” mm	100 (0.1 m)
Kütle Merkezi (KM) ile Geometrik Merkez (GM) Arasındaki Konumsal Fark	“Δx” mm	1.5 (0.0015 m)
	“Δy” mm	3 (0.003 m)
	“Δz” mm	2 (0.002 m)
Yapı Türü	-	Katı Cisim kabulü
Kütle Atalet Momentleri	$kg \cdot m^2$	$I_{xx} = 0.0058788333333$
		$I_{yy} = 0.0367544479166$
		$I_{zz} = 0.0367719479166$

**Tablo 5.2: Dünya'nın Fiziki ve Yörüngesel Özellikleri.**

Parametre	Sembol	Değer	Parametre	Sembol	Değer
Kütle	$M_{\oplus}$	$5,9733328 \times 10^{24} kg$	Güneş Günü	$D_{\odot}$	86400 s
Kütle Çekim Sabiti	$\mu_{\oplus}$	$3,986004418 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$	Yıldız Günü	$D_{\star}$	86164,090517 s
Ekvatorial Ortalama Yarıçap	$R_{\oplus}$	$6,378137 \times 10^6 m$	Ortalama Yörünge Hızı	$v_{\oplus}$	29,79 km/s
Kutupsal Ortalama Yarıçap	$R_p$	$6.356752 \times 10^6 m$	Açısal Hızı (Kendi Ekseni Etrafındaki Dönme)	$\omega_{\oplus}$	$\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{D_{\star}} rad/s$ $\cong 7.29211586 \times 10^{-5}$
Dışmerkezliliği (Elips Şekline Uygun)	$\epsilon_{\oplus}$	0.081819190928906	Ortalama Dönme Ekseni Eğikliği (Yörünge Düzlemine Göre)	$\tilde{\alpha}_{\oplus}$	23,439291 derece
Basıklığı (Elips Şekline Uygun)	$f_{\oplus}$	$\frac{1}{298,257}$ $\cong 0,0033528132$	Birincil Yerçekimsel Bozuntu Sabiti	$J_2$	0,00108262668355
Yörünge Yarı Büyük Eksen Uzunluğu	$a_{\oplus}$	$149,60 \times 10^6 km$	Yörünge Dışmerkezliliği	$e_{\oplus}$	0,01671022
Kaçış Hızı	$v_{esc}$	11,186 km/s	Yörünge Eğimi	$i_{\oplus}$	0,00005 derece

Vallado (2013)'den uyarlanmıştır.

Tablo 5.1 ile varsayımsal uyduya ait özellikler, Tablo 5.2 ile benzetimde kullanılan Dünya'ya ait özellikler sunulmuştur.

**Tablo 5.3: Varsayımsal Uydunun Başlangıç Yörünge Bilgileri.**

Klasik Yörünge Elemanları (J2000)	Değer	Klasik Yörünge Elemanları (J2000)	Değer
$a$	6853.45 km	$a_A$	492.4514 km
$e$	0.005	$a_P$	458.17458 km
$i$	98 derece	$r$	6866.60 km
$AoP: \omega$	320 derece	$a(1 - e \cos \varphi_E)$	6866.60 km
RAAN: $\Omega$	179.591 derece	$v$	7.61169 km/s
$\varphi_M$	220 derece	$\sqrt{(2\mu/r - \mu/a)}$	7.61169 km/s
$\varphi_E$	219.908 derece	$p = a(1 - e^2)$	6853.41 km
$\varphi_T = \vartheta$	219.816 derece	$h = \sqrt{\mu p}$	5.22666x10 <sup>10</sup> m <sup>2</sup> /s
$\mathcal{T} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$	5646.44 s 94.1074 dk 1.5685 sa	$\xi = -\frac{\mu}{2a}$	-2.90803x10 <sup>7</sup> m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> veya J/kg
$n = \frac{2\pi}{\mathcal{T}} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$	0.001113 rad/s	<b>Yörünge Epoch:</b> 20 Mart 2020 Cuma 03:49 UTC (Hesaplama başlangıç tarihi) $JD_0 = 2458928.659027778$	
		J2000 Epoch için $JD(01 Ocak 2000 12: 00: 00)$ $JD = 2451545.0$	

$\mathbf{a}$ : Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu,  $e$ : Elips Dış Merkezlik Parametresi,  $i$ : Yörünge Eğim Açısı,  $\omega$ : Yerberi Açısı(AoP),  $\Omega$ : Yükselme Düğümü Açısı(RAAN),  $\varphi_M$ : Ortalama Anomali Açısı,  $\varphi_E$ : Eksantrik Anomali Açısı,  $\varphi_T = \vartheta$ :Gerçek Anomali Açısı  $\mathcal{T}$ : Yörünge Periyodu,  $n$ : Yörüngedeki Ortalama Açısal Hız,  $a_A$ : Yeröte Noktasındaki İrtifa,  $a_P$ : Yerberi Noktasındaki İrtifa,  $r$ : Konum Vektörü,  $v$ : Yörünge Hızı,  $p$ : Yörünge Öz Kirişi (Semi-Latus Rectum),  $h$ : Özgül Açısal Momentum,  $\xi$ : Özgül Mekanik Enerji

**Tablo 5.4: Uydu Yörünge Hareketi Başlangıç Değerleri.**

Konum ve Hız Başlangıç Değerleri		Değer (ECI, J2000)
$\vec{r}$	$x$	7109.5153 km
	$y$	9.976 km
	$z$	432.0887 km
$\ \vec{r}\ $		7122.641 km
$\vec{v}$	$v_x = \dot{x}$	0.21507635 km/s
	$v_y = \dot{y}$	-1.021567325 km/s
	$v_z = \dot{z}$	-7.257719879 km/s
$\ \dot{\mathbf{r}}\  = \ \vec{v}\ $		7.33242 km/s

Tablo 5.3 ile varsayımsal uyduya ait yörünge özellikleri, Tablo 5.4 ile benzetimde kullanılan yörünge hareketi başlangıç değerleri sunulmuştur.

**Tablo 5.5: Uydu Yönelim Hareketi Başlangıç Değerleri.**

Kuaterniyon ve Açısal Hız Başlangıç Değerleri		Değer (ECI, J2000)
$\vec{q}$	$q_1$	0.002
	$q_2$	0.001
	$q_3$	0.005
	$q_4$	$\sqrt{1 - \{(q_1)^2 + (q_2)^2 + (q_3)^2\}}$
$\vec{\omega}$	$\omega_x = \dot{x}$	0.002 rad/s
	$v_y = \dot{y}$	0.003 rad/s
	$v_z = \dot{z}$	0.004 rad/s

**Tablo 5.6: Güneş'in Fiziki ve Yörüngesel Özellikleri.**

Parametre	Sembol	Değer	Parametre	Sembol	Değer
Kütle	$M_{\odot}$	$1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$ $332946 \times M_{\oplus}$	Ortalama Yarıçap	$R_{\odot}$	$696000 \times 10^3 \text{ m}$ $696000 \text{ km}$
Kütle Çekim Sabiti	$\mu_{\odot}$	$1,32712428 \times 10^{11} \text{ km}^3 / (\text{solar sec})^2$ $1,32712428 \times 10^{20} \text{ m}^3 / (\text{solar sec})^2$	Dünya Merkezi ile Güneş Merkezi Arası Uzaklık, Astronomik Birim/AU	$AU$	$149597870,7 \times 10^3 \text{ m}$

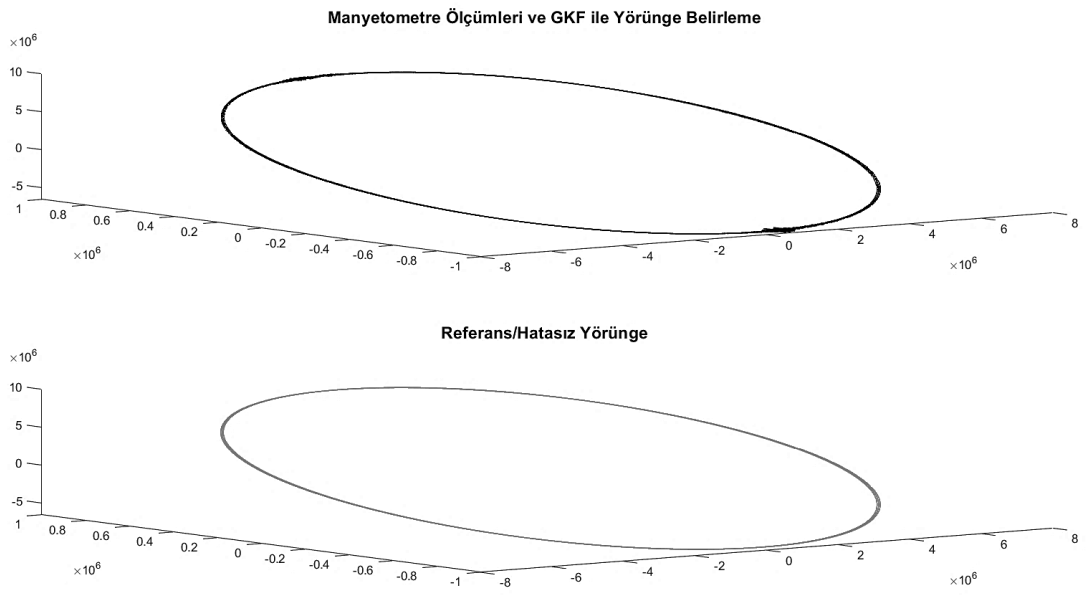
Vallado (2013)'den uyarlanmıştır.

Tablo 5.5 ile varsayımsal uyduya ait yönelim (açısal) hareket başlangıç değerleri, Tablo 5.6 ile benzetimde kullanılan Güneş'e ait özellikler sunulmuştur.

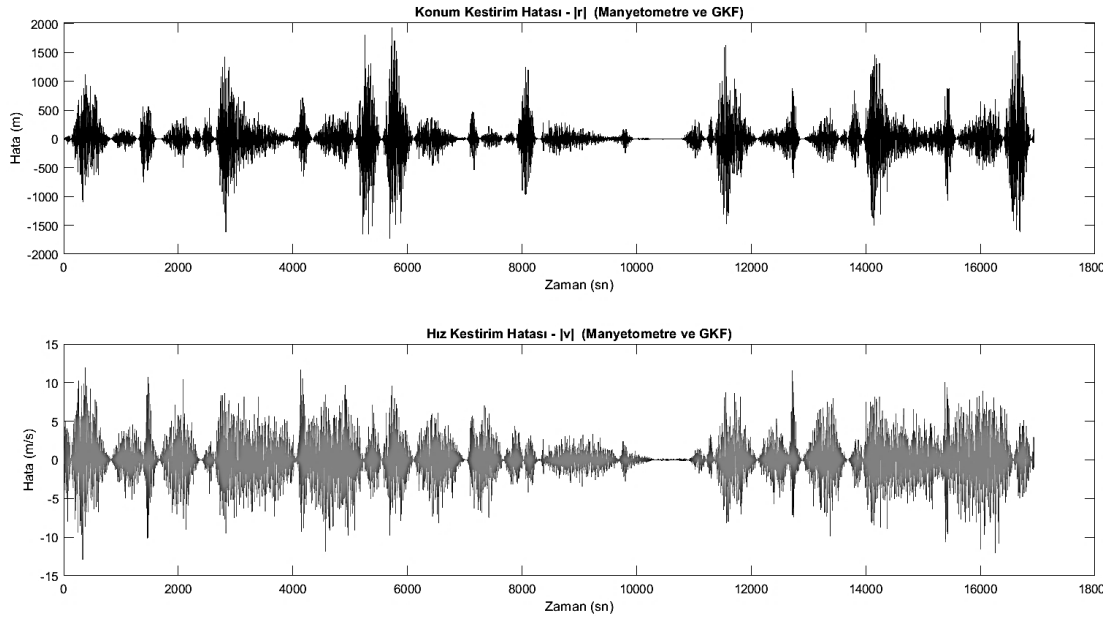
**Tablo 5.7: Benzetim Özellikleri.**

Özellik	Değer
Gözlenen Yörünge Tur Adedi	3
Gözlem Süresi	16939.3253 saniye
İterasyon Adım Büyüklüğü (örnekleme süresi)	1 saniye
Benzetim Başlangıç Tarihi	20 Mart 2020 Cuma 03:49 UTC 20 Mart 2020 Cuma 06:49 Yerel Saat/İstanbul
Benzetim Yapılan Bilgisayar Özellikleri	Intel(R) Core(TM) i7-4720HQ CPU 2.60 GHz, 16,0 GB RAM, 64 bit işletim sistemi (Win10pro)
Benzetim Yapılan Programlama Dili	MATLAB R2020b

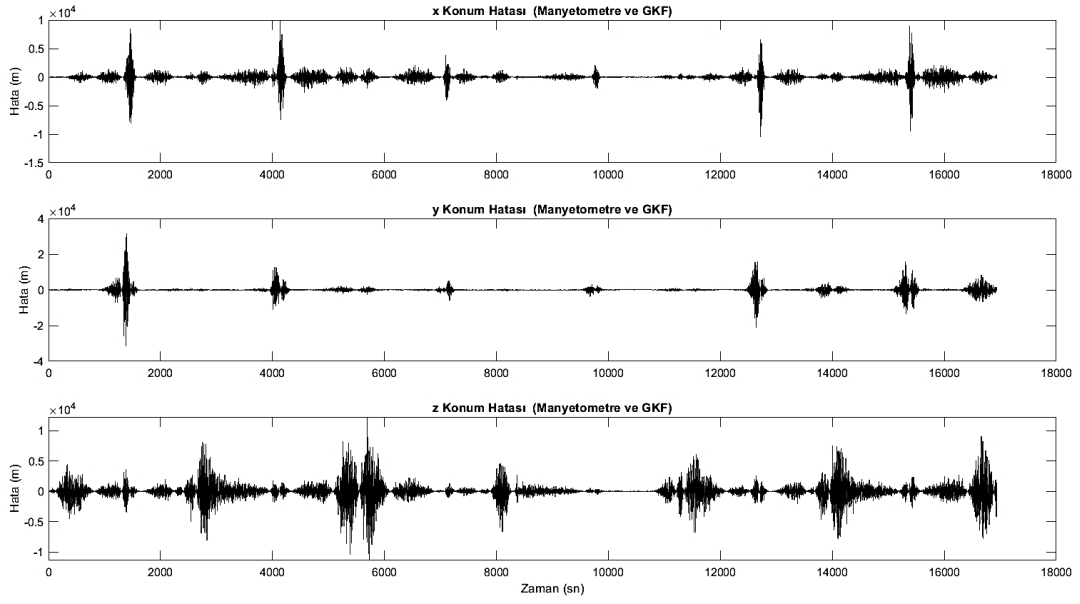
## 5.2. Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme



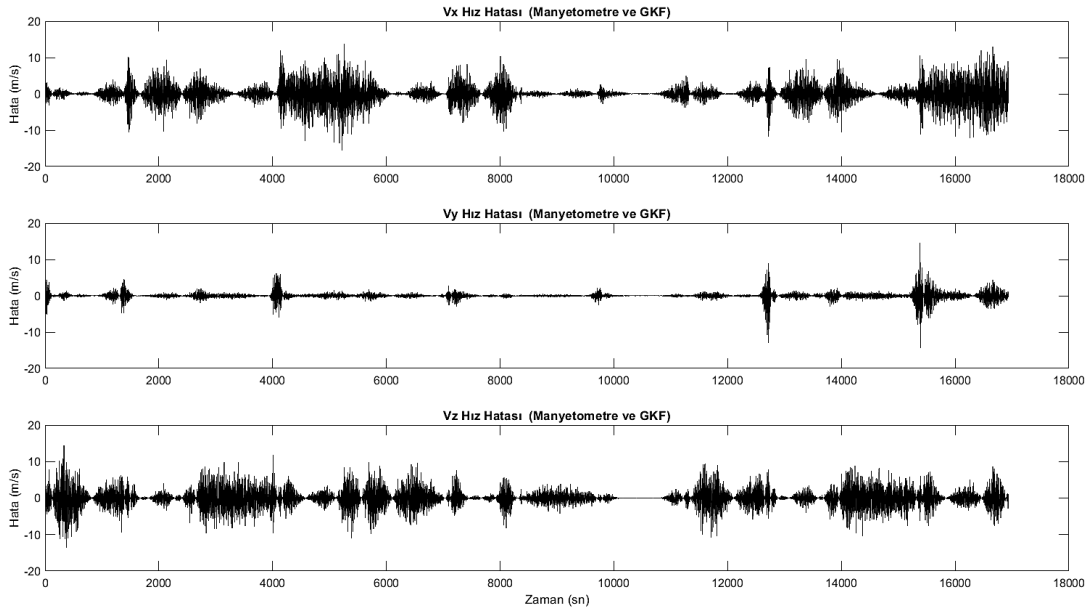
Şekil 5.1: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme



Şekil 5.2: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Konum ve Hız Kestirim Performansı.



**Şekil 5.3: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Konum Bileşenleri Kestirim Performansı.**

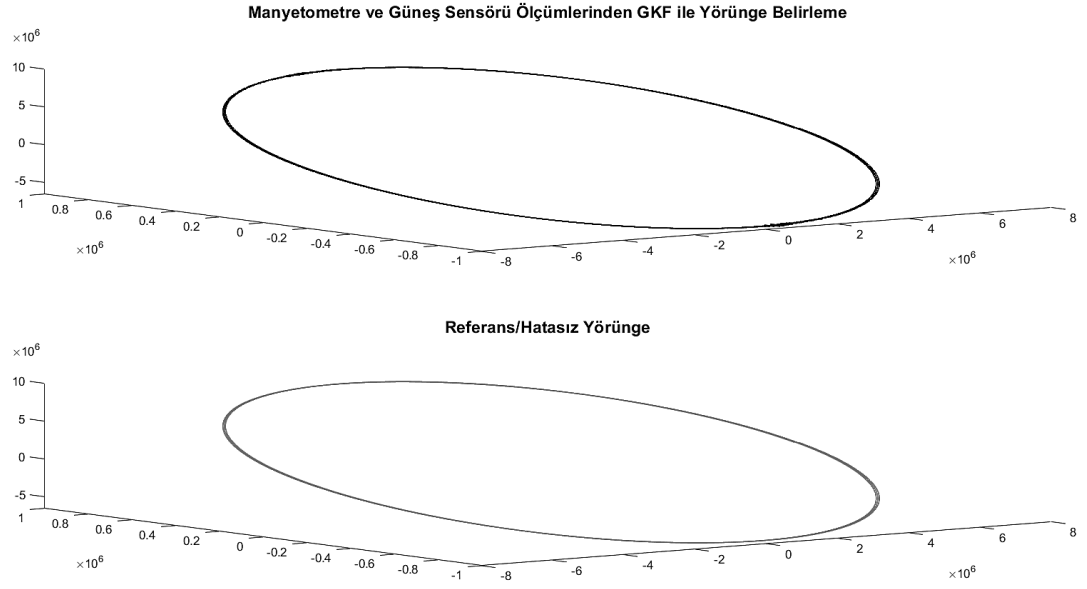


**Şekil 5.4: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Hız Bileşenleri Kestirim Performansı.**

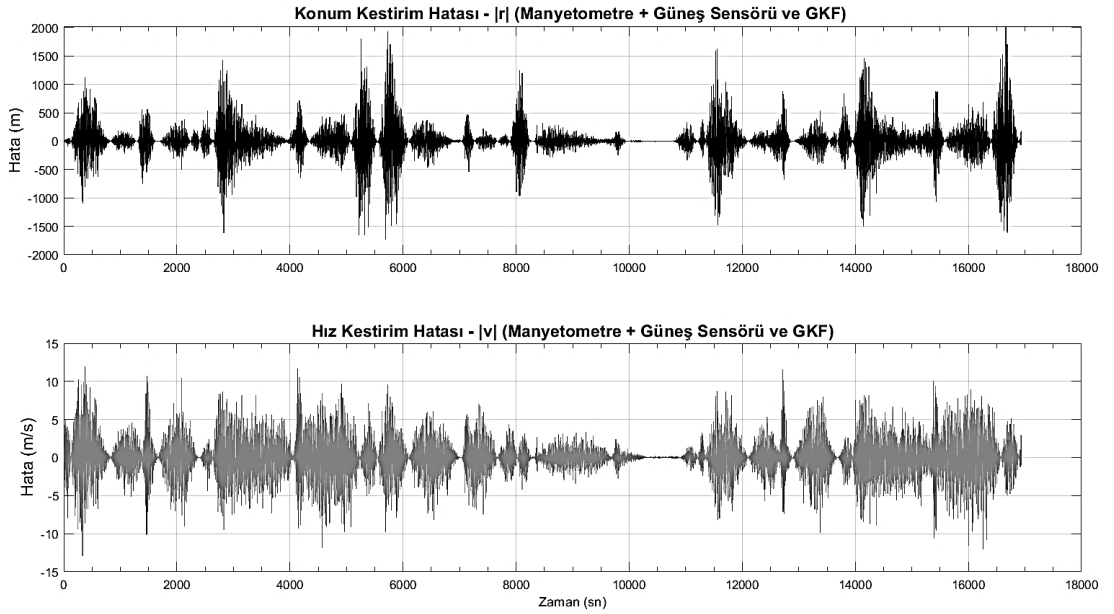
**Tablo 5.8: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri.**

Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası, m	493.8061	243840	2.09313	5226.5209	0
Hız Hatası, m/s	4.1849	17.5136	0.02016	28.1573	0

### 5.3. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme



Şekil 5.5: Manyetometre Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme.

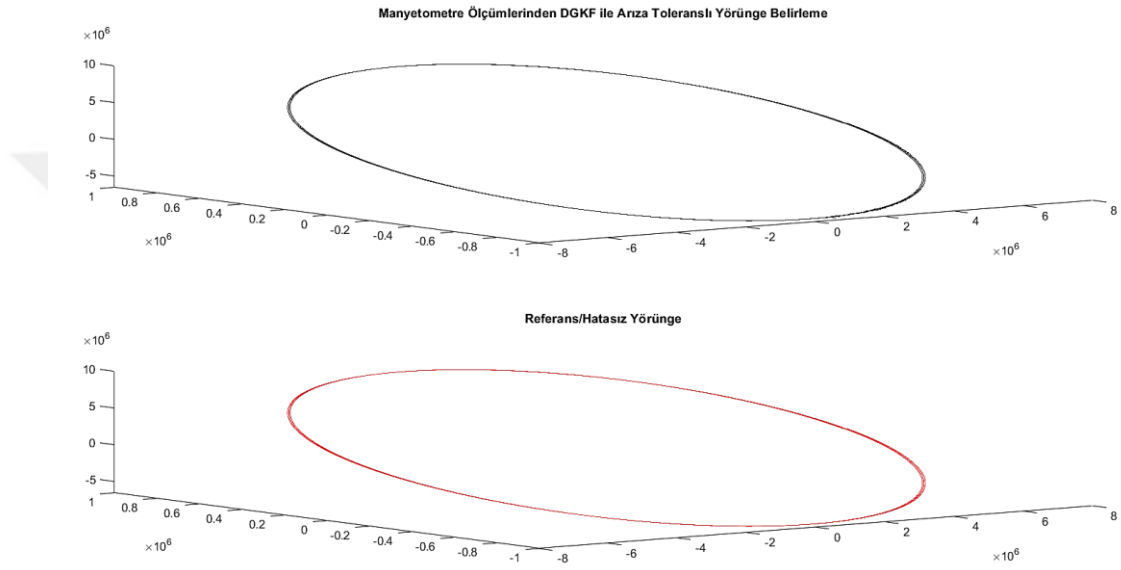


Şekil 5.6: Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Konum ve Hız Kestirim Performansı.

**Tablo 5.9: Manyetometre ve Güneş Sensörü Ölçümlerinden GKF ile Yörünge Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri.**

Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası	221.1824	48922	1.3293	2023.20185	0
Hız Hatası	2.1165	4.4795	0.0107	12.9038	0

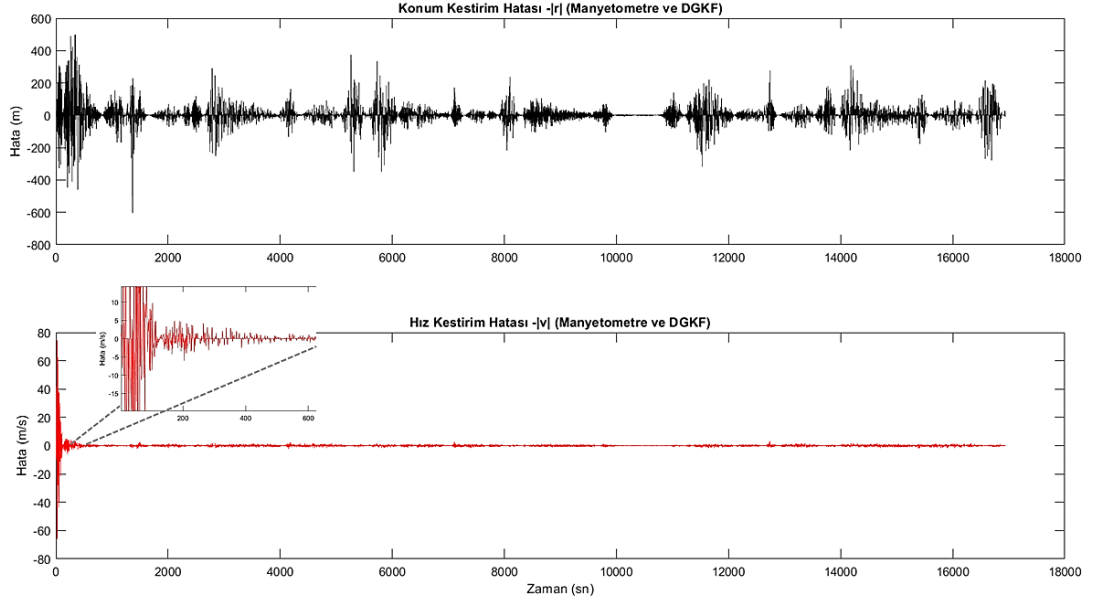
#### 5.4. Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme



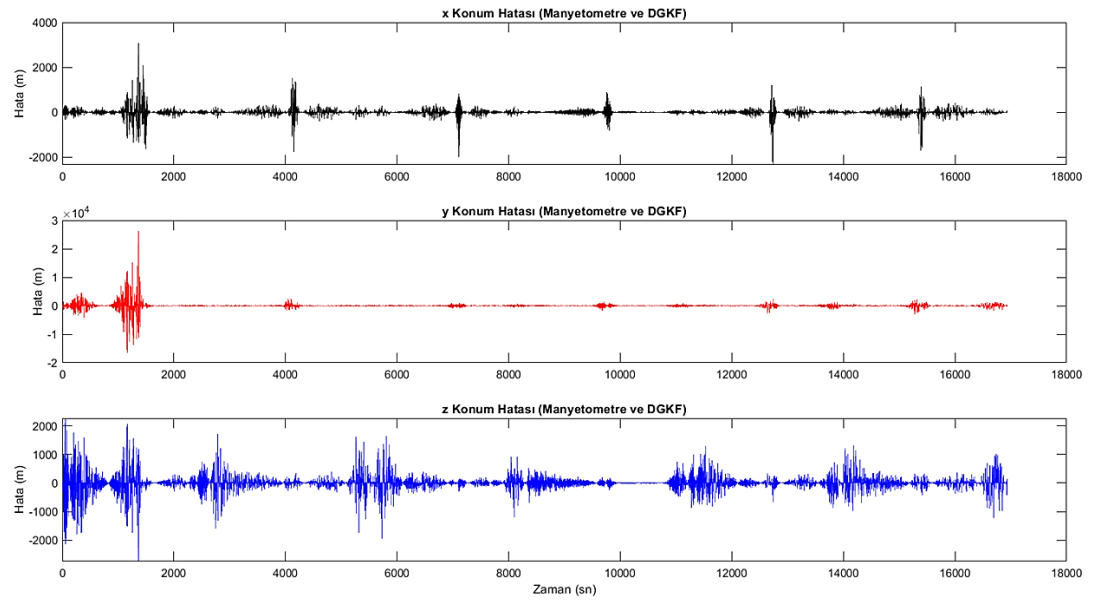
**Şekil 5.7: Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme.**

**Tablo 5.10: Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Yörünge Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri.**

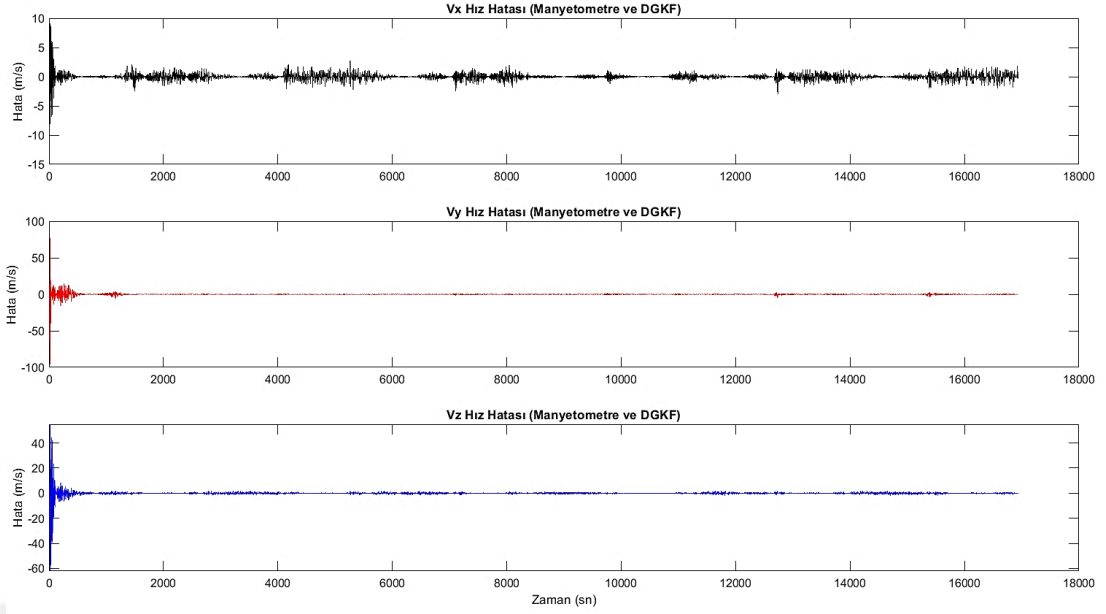
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası, m	36.2403	1.3134e+03	0.4148	603.8030	0
Hız Hatası, m/s	1.6474	2.7138	0.01	74.3085	0



**Şekil 5.8: Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Konum ve Hız Kestirim Performansı.**

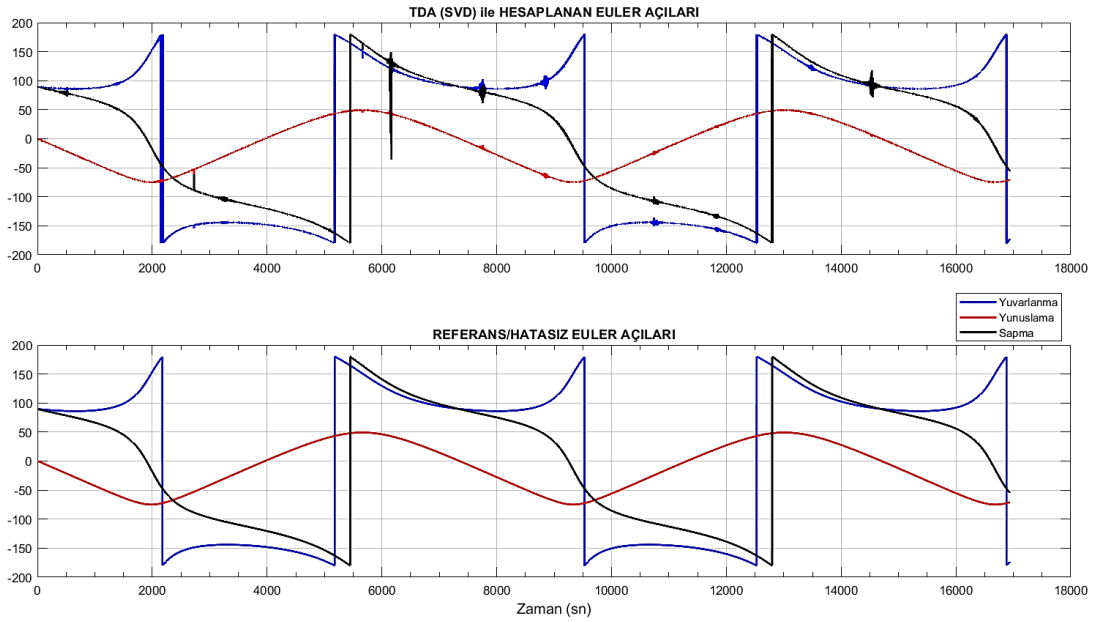


**Şekil 5.9: Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Konum Bileşenleri Kestirim Performansı.**



**Şekil 5.10: Manyetometre Ölçümlerinden DGKF ile Arıza Toleranslı Hız Bileşenleri Kestirim Performansı.**

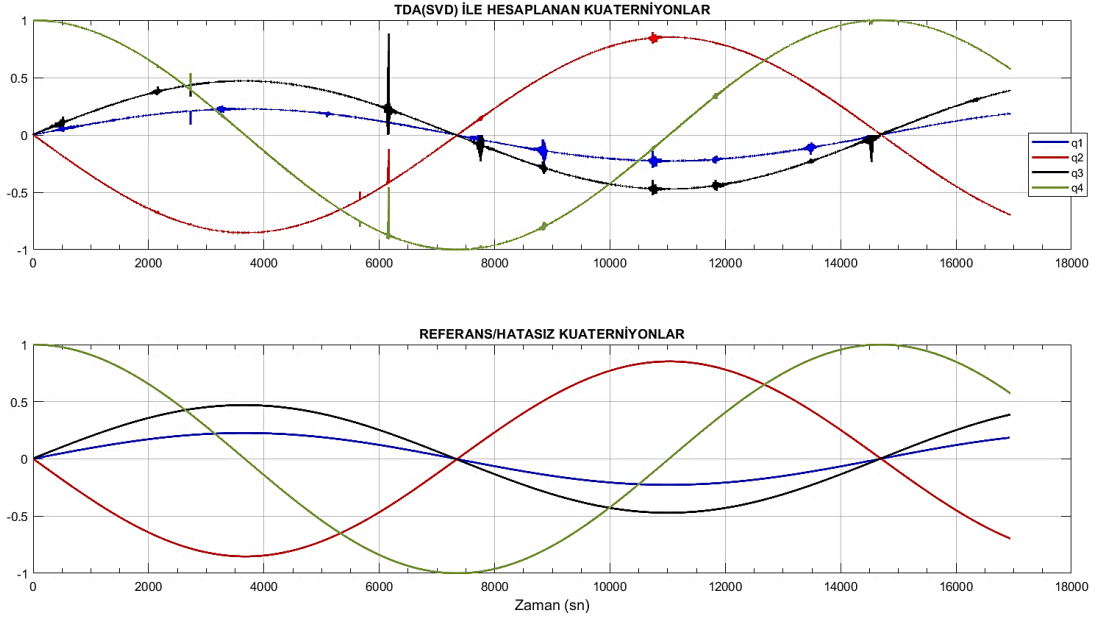
### 5.5. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme



**Şekil 5.11: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Hesaplanan Euler Açıları.**

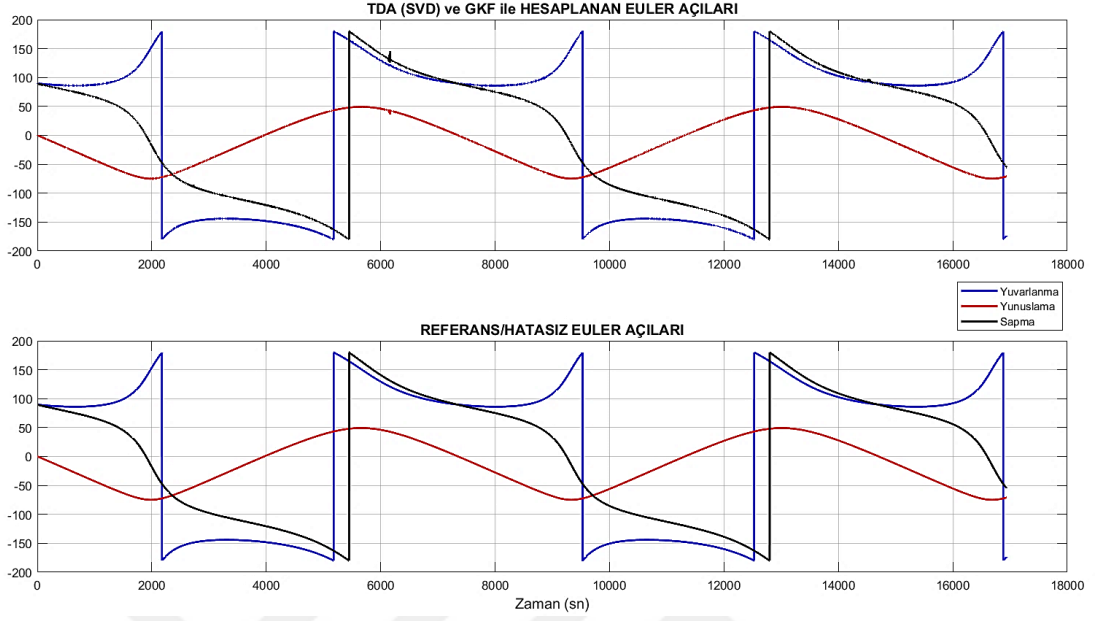
**Tablo 5.11: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Yönelim Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri.**

Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Yuvarlanma, °	13.2687	176.0592	0.0325	359.8644	-359.9214
Yunuslama, °	0.4892	0.2393	0.0023	39.0516	-5.8241
Sapma, °	7.1549	51.1929	0.0512	359.8308	-359.8308
$q_1$	0.0058	3.3122e-05	1.2660e-04	0.1222	-0.0974
$q_2$	0.0036	1.2709e-05	-4.2841e-05	0.0508	-0.2926
$q_3$	0.0102	1.0471e-04	1.4986e-04	0.2276	-0.6573
$q_4$	0.0045	2.0473e-05	-3.3933e-05	0.0453	-0.4195

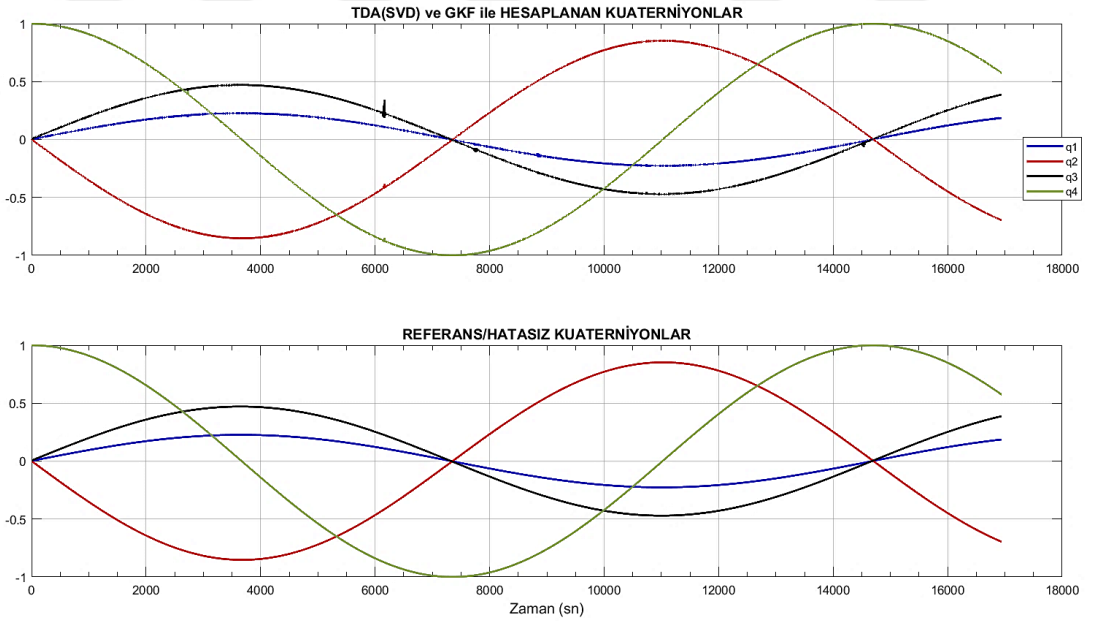


**Şekil 5.12: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ile Hesaplanan Kuaterniyonlar.**

## 5.6. Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme



Şekil 5.13: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Hesaplanan Euler Açılıarı.



Şekil 5.14: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Hesaplanan Kuaterniyonlar.

**Tablo 5.12: Manyetometre ve Güneş Sensörleri Ölçümlerinden SVD ve GKF ile Yönelim Belirleme Kestirim Hata İstatistikleri.**

Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Yuvarlanma, °	2.7678	7.6606	-0.0234	2.1111	-359.8636
Yunuslama, °	0.0885	0.0078	6.4348e-04	6.8944	-1.2881
Sapma, °	3.9173	15.3450	-0.0449	5.2248	-359.9833
$q_1$	9.4663e-04	8.9610e-07	2.0607e-05	0.0196	-0.0160
$q_2$	4.6342e-04	2.1476e-07	-5.5560e-06	0.0078	-0.0290
$q_3$	0.0018	3.0716e-06	2.3855e-05	0.0369	-0.1195
$q_4$	5.0108e-04	2.5108e-07	-5.0506e-07	0.0085	-0.0291

### 5.7. Hesaplama Sonuçlarının Analizi

Benzetim ve hesaplama sonuçları bu bölümde grafikler ve istatistiksel göstergeler kullanılarak sunulmuştur. Tez çalışması akışına uygun sıralamayla bulgular paylaşılmıştır. Öcelikle manyetometre ve güneş sensörler verilerinin kullanıldığı yörünge belirleme yöntemlerine ilişkin hesaplama sonuçları, devamında yönelim belirleme yöntemlerine ilişkin hesaplama sonuçları verilmiştir.

**Tablo 5.13: Yörünge Belirleme Kestirim Hatalarının Kıyaslaması.**

<b>Manyetometre ve GKF</b>					
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası, m	493.8061	243840	2.09313	5226.5209	0
Hız Hatası, m/s	4.1849	17.5136	0.02016	28.1573	0
<b>Manyetometre + Güneş Sensörü ve GKF</b>					
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası, m	221.1824	48922	1.3293	2023.20185	0
Hız Hatası, m/s	2.1165	4.4795	0.0107	12.9038	0
<b>Manyetometre ve DGKF</b>					
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Konum Hatası, m	36.2403	1.3134e+03	0.4148	603.8030	0
Hız Hatası, m/s	1.6474	2.7138	0.01	74.3085	0

Tez çalışmasında işlenen yörünge belirleme (orbit determination) yöntemlerine ait kıyaslama Tablo 13 ile sunulmuştur. Bu çizelgede gösterilen veriler incelendiğinde; en iyi sonuçların Manyetometre ve DGKF ile yörünge belirleme yönteminden elde edildiği görülmektedir. Manyetometre ve Güneş sensörlerinin birlikte kullanıldığı yöntemlere göre daha iyi performans oluşmasının nedeni olarak güneş sensörü ile sağlanan güneş yön vektörü bilgisinin ölçüm ve model ile hesaplama aşamalarında

hata potansiyelinin yüksek olması olarak değerlendirilmiştir. Çıkışı birim vektör olan güneş yön sensöründe gürültü kaynaklı rassal hataların etkisinin de yüksek olduğu düşünülmektedir. Ayrıca güneş yön vektörünün model yardımıyla tahmini olarak oluşturulması aşamasında kullanılan çok büyük sayılar (AU, vb.) nedeniyle hesaplama hassasiyetinde kayıplar yaşanmasının muhtemel olduğu değerlendirilmektedir. Uydu üzerinde kullanılan en ucuz sensör türünün güneş Sensörleri olduğu ve ölçme hatalarının pratikte de yüksek olduğu değerlendirildiğinde elde edilen sonuçların tutarlı olduğu değerlendirilmiştir. Bununla beraber manyetometre ölçümlerinin GKF ile birlikte kullanıldığı yöntem en kötü performansı sergilemiştir. Bu tespitlerden hareketle; dünya gölgesine girdiğinde ölçüm veremeyen güneş sensörü yerine, sürekli ölçüm verisi sağlayabilecek başka bir doğal kaynağa yönelik ölçüm yapan sensör tercihi ve DGKF'nin bu iki sensör ölçümleri ile birlikte kullanılmasının çok daha iyi sonuçlar verebileceği değerlendirilmektedir.

**Tablo 5.14: Yönelim Belirleme Kestirim Hatalarının Kıyaslaması.**

<b>Manyetometre + Güneş Sensörü ve TDA (SVD)</b>					
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Yuvarlanma, °	13.2687	176.0592	0.0325	359.8644	-359.9214
Yunuslama, °	0.4892	0.2393	0.0023	39.0516	-5.8241
Sapma, °	7.1549	51.1929	0.0512	359.8308	-359.8308
$q_1$	0.0058	3.3122e-05	1.2660e-04	0.1222	-0.0974
$q_2$	0.0036	1.2709e-05	-4.2841e-05	0.0508	-0.2926
$q_3$	0.0102	1.0471e-04	1.4986e-04	0.2276	-0.6573
$q_4$	0.0045	2.0473e-05	-3.3933e-05	0.0453	-0.4195
<b>Manyetometre + Güneş Sensörü ve TDA (SVD) + GKF</b>					
Veri/İstatistik	std	var	mean	max	min
Yuvarlanma, °	2.7678	7.6606	-0.0234	2.1111	-359.8636
Yunuslama, °	0.0885	0.0078	6.4348e-04	6.8944	-1.2881
Sapma, °	3.9173	15.3450	-0.0449	5.2248	-359.9833
$q_1$	9.4663e-04	8.9610e-07	2.0607e-05	0.0196	-0.0160
$q_2$	4.6342e-04	2.1476e-07	-5.5560e-06	0.0078	-0.0290
$q_3$	0.0018	3.0716e-06	2.3855e-05	0.0369	-0.1195
$q_4$	5.0108e-04	2.5108e-07	-5.0506e-07	0.0085	-0.0291

Tez çalışmasında işlenen yönelim belirleme (attitude determination) yöntemlerine ait kıyaslama Tablo 14 ile sunulmuştur. TDA (SVD) yöntemine ait sonuçlar ve grafikler incelendiğinde; belirli hesaplama adımlarında çok yüksek hata değerlerinin

oluşmasına rağmen doğrusal ölçme verisinin oluşturulabilmesi veri bütünü açısından sağlanabilmiştir. Bu kapsamda; Tek kare yöntemlerinden biri olan TDA (SVD) yönteminin ön işlem bloğu olarak yönelim belirleme stratejisinde kullanılmasının doğru bir tercih olacağı değerlendirilmiştir. Manyetometre ve Güneş Sensörlerinden alınan ölçüm verilerinin TDA (SVD) bloğunda ön hesaplama alındıktan sonra doğrusal ölçüm verisi olarak GKF algoritmasında kullanılması ile görece iyi sonuçlar alındığı söylenebilir. Hata değerleri incelendiğinde TDA ve GKF'nin birlikte kullanıldığı yöntemde en yüksek standart sapma değerinin Sapma (Yaw,  $\psi$ ) açısının kestiriminde olduğu görülmüştür. TDA(SVD) yöntemine göre 2 kata kadar iyileştirme sağlanarak standart sapma değeri 3.9 derece civarında elde edilmiştir. Kuaterniyon kestirim performansı ise ciddi derecede iyileştirilmiştir. Filtre algoritmasında daha fazla geliştirme/modifikasyon ve hassas parametre ayarlamaları (precise tuning) ile sonuçların daha da iyileştirilebileceği değerlendirilmektedir. Ağır türevli ifadelerin cebirsel olarak hesaplanması ve iteratif hesaplama öncesi programa tanıtılması ile hesaplama süreleri bir tur için 0.01 saniye civarında ölçülmüştür. Daha yüksek işlemci gücü, yeni nesil donanımlar ve verimli kodlama teknikleri (efficient coding techniques) kullanılarak sürenin daha da iyileştirilebileceği değerlendirilmektedir.

Tez konusu dışında; 2'nci bölümde GPS ölçümlerinin NR ve DGKF ortak kullanımı ile yörünge belirleme yöntemi sunulmuş ve hesaplama sonuçları kıyaslama amacıyla paylaşılmıştır. GPS tabanlı yörünge belirleme yöntemi ile verilen sonuçlar incelendiğinde; konum kestiriminde 2 metre civarı standart sapma, hız kestiriminde 0.2 m/s civarı standart sapma değerlerinin elde edildiği görülmektedir. Bu çalışmada manyetometre ve DGKF uygulaması ile elde edilen en iyi sonuçlar konum kestiriminde 36 metre civarında standart sapma ve hız kestiriminde 1.6 m/s civarı standart sapma değerleri elde edilebilmiştir. Bu değerler kıyaslanırsa; konum kestiriminde yaklaşık 18 kat ve hız kestiriminde yaklaşık 8 kat daha iyi performans gösteren GPS tabanlı yörünge belirleme yönteminin, uydu tabanlı konum belirleme sistemlerinin ADY uyduları için birincil yörünge belirleme yöntemi olarak kullanılmasının sebebini açıklamaktadır. Diğer taraftan doğal kaynaklardan ölçüm yaparak yörünge belirleme probleminin kabul edilebilir doğrulukta uygulanabileceği projeler için çalışma ile önerilen yönteminin uygulanmasının avantajlı olacağı değerlendirilmektedir.

## 6. SONUÇ

Tez çalışması kapsamında: Manyetometre ve Güneş Sensör ölçümleri kullanılarak arıza toleranslı yörünge ve yönelim belirleme yöntemleri geliştirilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulguların kıyaslanabilmesi için tez içeriğinde bir bölüm GPS ile yörünge belirleme yöntemlerine ayrılmıştır. 2'nci Bölüm içeriğinde; yörünge belirleme hesaplamalarına, koordinat sistemleri tanımlamalarına, kalman filtre algoritmasına ve matematiksel modellere geniş yer ayrılarak devamında gelen bölümlerde tekrara düşülmeden konu ve akış bütünlüğünün sağlanması amaçlanmıştır.

Manyetometre ve Güneş sensör ölçümlerini kullanarak yörünge belirlenmesi amacıyla uygun olarak üç temel yaklaşımda bulunulmuştur. İlk yöntemde; sadece manyetometre ölçümleri ve Genişletilmiş Kalman Filtresi (GKF) algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları yapılmıştır. İkinci yöntemde; manyetometre ve güneş sensörü ölçümleri ile GKF algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları oluşturulmuştur. Üçüncü yöntemde; tez konusuna uygun olarak manyetometre ölçümleri ile arıza/hata toleranslı DGKF algoritması kullanılarak yörünge belirleme hesaplamaları yapılmıştır.

Yönelim belirleme amacıyla manyetometre ve güneş sensör ölçümlerine dayanan iki temel yöntem tez kapsamında incelenmiştir. İlk yöntemde; tek kare (single frame) yönelim belirleme yaklaşımlarından Tekil Değer Ayırıştırma, TDA (singular value decomposition) metodu kullanılmıştır. Manyetometre ve Güneş sensöründen sağlanan birim vektörler TDA algoritması içinde kullanılarak yönelim matrisinin kaba hesaplaması yapılmıştır. İkinci yöntemde; TDA (SVD) hesaplama bloğunun üzerine GKF algoritması eklenerek tümleştirilmiş bir yönelim belirleme çözümü oluşturulmuştur. GKF algoritmasının ölçme kanalına, TDA (SVD) ile hesaplanan kuaterniyonlar doğrusal ölçme verisi olarak yönlendirilerek metodun temel mimarisi oluşturulmuştur. TDA ve GKF tümleşik kullanımı ile uydunun belirli bir referans takımına göre yönelimini ifade eden açısal değerler maksimum 3.9 derece civarında standart sapma ile elde edilmiştir.

Yörünge hareket modeli; J2 yörünge bozucu istenmeyen ivme etkisi ile oluşturulmuştur. Yönelim (açısal) hareket modeli; yerçekimi gradyan tork değeri uyduya etki eden bozucu net harici tork olarak kabul edilerek, açısal momentum ve tork arasındaki matematiksel ilişki ile oluşturulmuştur. Yönelim tanımlaması için kuaterniyon temsili tercih edilmiştir. Yörünge hareketini ifade etmek için Kartezyen koordinat sisteminde tanımlı konum ve hız vektörlerinden oluşan durum vektörü kullanılmıştır. Yönelim (açısal) hareketini ifade etmek için ise kuaterniyon ve açısal hız vektörlerinden oluşan durum vektörü kullanılmıştır.

Ölçüm ifadelerin doğrusal olarak filtreye aktarıldığı yöntemlerde ölçme matrisi için birinci türevli ifadeler yerine, Kalman filtre algoritması içindeki matris operasyonlarının yapılmasını sağlayan adaptasyon matrisleri kullanılmıştır.

Kalman filtre algoritmaları içinde yer alan sistem geçiş ve ölçme matrislerinin gerektirdiği birinci dereceden kısmi türev hesaplamaları yapılarak cebirsel ifadeler şeklinde tanımlanmıştır. Özellikle manyetometre nedeniyle hesaplanması gereken manyetik alan modeli ve ölçümlerine yönelik türev hesaplamaları detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Gerçek duruma olabildiğince yakın senaryolar oluşturabilmek adına matematiksel modellere uygun hesaplanan referans sensör ölçüm verileri, sıfır ortalamalı normal (Gauss) dağılıma sahip rassal gürültü değerleri eklenerek, hatalı sensör ölçümlerinin benzetimi yapılmıştır. Ayrıca, manyerometre ölçümleri IGRF-13 modelinin tam seri açılımı ile hesaplanan manyetik alan vektörü ile oluşturulmuştur. Buna karşın çalışmada açıklandığı üzere, algortimanın türevli ifadelerinde Dipol manyetik alan modeli hesaplamalarda kolaylık ve algortimada hız sağlanabilmesi için tercih edilmiştir.

Arıza/hata toleranslı Kalman filtre algoritması olarak Dayanıklı Genişletilmiş Kalman Filtresi DGKF (Robust Extended Kalman Filter) tercih edilmiştir. Bu yöntemde Kalman algoritmasında tanımlı ölçme hata kovaryans matrisi bir ölçekleme çarpanı kullanılarak iteratif hesaplama adımlarında güncellenmiştir. Hata tespiti için ölçülen değerler ile model yoluyla tahmini olarak üretilen ölçüm değerlerinin matematiksel ifadeleri yoluyla ki-kare (chi-square) dağılımına sahip hipotez test fonksiyonu anlamlamaları yapılmıştır. Tablo değerleri ve model yapısı kullanılarak belirlenen eşik değerinin üzerinde gelene ölçüm verisi hatalı ölçme

olarak kabul edilerek filtre algoritmasının DGKF formunda çalışması sağlanmıştır. Eşik değerin altında gelen ölçüm verileri için algortima GKF formunda çalışmaya devam edecek şekilde düzenleme yapılmıştır.

Yüksek doğrulukta konum ve zaman bilgisi dağıtmak için tasarlanmış Küresel Konumlama Sistemlerinin sağladığı navigasyon bilgisi ile yörünge belirlemeye alternatif olarak doğal kaynakların ucuz ve kolay bulunabilir sensörler ile ölçümüne dayalı çözüm önerileri oluşturulmaya gayret gösterilmiştir. Önerilen yöntemler, uydu projeleri kapsamında GPS tabanlı mimarinin yedeği olarak projeye dâhil edilebilir. Ayrıca daha başka doğal kaynak ölçümü prensibiyle çalışan sensör kullanılarak ölçüm sayısı ve dolayısıyla doğruluk seviyesi artırılabilir.

Bu alanda çalışma yapmayı düşünen araştırmacıların; özellikle benzetim ortamının kodlama ile bilgisayar ortamında oluşturulması aşamasına ciddi zaman ayırması tavsiye edilir. Yörünge mekaniği ve Yönelim Dinamiği alanları çok geniş kapsamlı sahalar olduğu, hesaplama aşamalarında pek çok alt ve ara hesaplama yapılması gerekebileceği, gerçek duruma yaklaşmak istendikçe matematiksel modellemenin çok karmaşık bir hal almaya başlayacağı akıldan çıkarılmamalıdır. Basitten zora, sadeden karmaşığa doğru adım adım gitmenin ve çok fazla açıklama notu kullanımının özellikle bilgisayar kodlama aşaması için iyi bir strateji olduğu görülmüştür. Açısal değer hesaplamalarına çok dikkat etmek gerekmektedir. Algoritmanın uyarı vermeden çalışmasının, hatasız çalıştığı anlamına gelmeyeceği kabulü yapılmalıdır.

Araştırma sorusu ile başlayan inceleme ve yoğun çalışma döneme sonrasında hedeflenen çözüm yöntemleri oluşturulmuştur.

## KAYNAKÇA

- Abdelrahman, M. & Park, S. (2011). Simultaneous Spacecraft Attitude and Orbit Estimation using Magnetic Field Vector Measurements. *Aerospace Science and Technology*, C. 15, (2011): 653-669.
- Alken, P., ve diğ. (2021). International Geomagnetic Reference Field: the thirteenth generation. *Earth, Planets and Space*, C. 73, S. 49, (2021): 1-25.
- Amin, A.A. & Hasan, K. M. (2019). A review of Fault Tolerant Control Systems: Advancements and Applications. *Measurement*, C. 143, (2019): 58-68.
- Abid, M. M. (2005). *Spacecraft Sensors first edition*. California: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- Babcock, E. P. (2011). CubeSat Attitude Determination via Kalman Filtering of Magnetometer and Solar Cell Data. *25th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2011.
- Bagci M. & Hajiyev, C. (2015). Performance Analysis of GPS Based Orbit Determination via Numerical Methods for a LEO Satellite. *7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, İstanbul, (2015): 731-735.
- Bagci M. & Hajiyev, C. (2016). Integrated NRM/EKF for LEO satellite GPS based orbit determination. *IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace)*, Florence, 462-467.
- Bagci M. & Hajiyev, C. (2017). Comparison of linear and nonlinear measurements based orbit estimation EKFs. *8th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2017): 433-438.
- Bagci M. & Hajiyev, C. (2019). Measurement Conversion Based RKF for Satellite Localization via GPS. *9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2019): 861-868.
- Beer F. P., Johnston Jr. E. R., Mazurek D. F., & Cornwell P. J. (2013). *Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics Tenth Edition*. New York: McGraw-Hill Education, 2013.
- Boulet, D. L. (1991). *Methods of Orbit Determination for the Micro Computer*. Virginia: Willmann-Bell, Inc., 1991.
- Brown, C. D. (2002). *Elements of Spacecraft Design*. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics(AIAA), 2002.
- Cilden, D. , Kaymaz, Z. and Hajiyev, C. (2015). Comparison of Geomagnetic Field from Models and Satellite Observations for Attitude Determination Purposes. *7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2015): 483-487.

- Chapra, S. C. (2012). *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Third Edition*. New York: McGraw-Hill, 2012
- Chin A., Coelho R., Nugent R., Munakata R. & Puig-Suari J. (2008). "The CubeSat: The picosatellite Standard for Research and Education." *AIAA SPACE 2008 Conference & Exposition, 9-11 September 2008*. San Diego:2008, 7734.
- Chulliat, A., Brown, W. ve diğ. (2020). The US/UK World Magnetic Model for 2020-2025: Technical Report. *National Centers for Environmental Information*, (NOAA, 2020)
- Crassidis, J. L. & Junkins, J. L. (2012). *Optimal Estimation of Dynamic Systems, Second Edition*. New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2012.
- Curtis, H. D. (2014). *Orbital Mechanics for Engineering Students Third Edition*. Waltham: Butterworth-Heinemann Elsevier, 2014.
- Delpozzo S. & Williams C. (2020). *Nano/Micro Satellite Market Forecast Tenth Edition*. Atlanta: Spaceworks Enterprise Inc., 2020.
- Deutschmann, J. & Bar-Itzhack, I. (1996). Attitude and Trajectory Estimation using Earth Magnetic Field Data. *AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego*, (1996):554-562.
- Dorides, C. (2019). GNSS Market Report. *The European GNSS Agency (GSA)*, S. 6.
- Fortescue, P., Swinerd G. & Stark J. (2011). *Spacecraft Systems Engineering Fourth Edition*. California: John Wiley & Sons Ltd., 2011.
- Grewal, M. S. & Andrews A.P. (2010). Applications of Kalman Filtering in Aerospace 1960 to the Present. *IEEE Control System Magazine* C. 30, S. 3 (2010): 69-78.
- Grewal, M. S. & Andrews, A. P. (2015). *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Fourth Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons Ltd., 2015.
- Guler, D. C., Kaymaz, Z. and Hajiyev, C. (2018). Evaluation of Geomagnetic Field Models using Magnetometer Measurements for Satellite Attitude Determination System at Low Earth Orbits: Case Studies. *Advances in Space Research*, C. 61, S. 1, (2018):513-529.
- Haghighi, A. M. & Wickramasinghe I. (2021). *Probability, Statistics, and Stochastic Processes for Engineers and Scientists*. New York: CRC Press, 2021.
- Hajiyev, C. & Caliskan, F. (2003). *Fault Diagnosis and Reconfiguration in Flight Control Systems*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- Hajiyev, C., Soken, H. E. and Vural, S. Y. (2015). *State Estimation and Control for Low-Cost Unmanned Aerial Vehicles*. Switzerland: Springer, 2015.
- Hajiyev, C., Cilden, D. and Somov, Y. (2015). Integrated SVD/EKF for Small Satellite Attitude Determination and Rate Gyro Bias Estimation. *IFAC-PapersOnLine*, C. 48, S. 9, (2015): 233-238.
- Hajiyev, C & Guler, D. C. (2017). Review on Gyroless Attitude Determination Methods for Small Satellites. *Progress in Aerospace Sciences*, C. 90, (2017): 54-66.

- Hibbeler, R. C. (2016) *Engineering Mechanics: Dynamics, Fourteen Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2016.
- Hua, B., Zhang, Z. Wu, Y. and Chen, Z. (2018). Autonomous Navigation Algorithm Based on AUKF Filter About Fusion of Geomagnetic and Sunlight Directions. *International Journal of Computing and Cybernetics*, C. 11, S. 4, (2018): 471-485.
- Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Seri D, C. 82 (1960): 35–45.
- Kalman, R. E. & Bucy, R. S. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Seri D, C. 83 (1961): 95–108.
- Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics, Tenth Edition*. New Jersey: ohn Wiley & Sons Ltd., 2011.
- Kupiers, J. B. (1999). *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. New jersey: Princeton University Press, 1999.
- Larson, W. J. & Wertz, J. R. (1999). *Space Mission Analysis and Design, Third Edition*. California: Microcosm Press, 1999.
- Markley, F. L. & Crassidis, J. L. (2014). *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. New York: Springer Science+Business Media, 2014.
- Mehra, R. K. & Peschon, J. (1971). An Innovations Approach to Fault Detection and Diagnosis in Dynamic Systems. *Automatica*, C. 7, S. 5, (1971): 637-640.
- Montenbruck, O. & Gill, E. (2001). *Satellite Orbits: Models, Methods and Applications Second Edition*. New York: Springer, 2001.
- Morton, B. P., Köprübaşı, K. and Thein, M. L. (2004). Attitude Determination and Orbital Estimation Using Earth Position and Magnetic Field Vector Measurements. *Proceedings of the 2004 American Control Conference, Boston*, (2004): 4084-4089.
- Ogata, K. (2014). *System Dynamics, Fouth Edition*. Essex: Pearson, 2014.
- Petersen, I. R. & Savkin, A. V. (1999). *Robust Kalman Filtering For Signals and Systems with Large Uncertainties*. Boston: Birkhäuser, 1999.
- Psiaki, L. M. (1999). Autonomous Low-Earth-Orbit Determination from Magnetometer and Sun Sensor Data. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, C. 22, S. 2, (1999):296-304.
- Schaub, H. & Junkins, J. L. (2009). *Analytical Mechanics of Space Systems Second Edition*. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2009.
- Sebestyen G., Fujikawa S., Galassi N. and Chuchra A. (2018). *Low Earth Orbit Satellite Design*. Switzerland: Space Technology Library, Springer, 2018.
- Singh A. K. & Singh A. K. (2018). *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations with Programs*. Oxford: Alpha Science International, Ltd., 2018.

- Soken H. E. & Hajiyev C. (2010). Pico satellite attitude estimation via robust unscented Kalman filter in the presence of measurement faults. *ISA Transactions*, C. 49, S. 3, (2010): 249-256.
- Springmann, J. C. (2013). *Satellite Attitude Determination with Low-Cost Sensors* (Doktora Tezi). University of Michigan, Aerospace Engineering, Ann Arbor.
- Stepanov, O. A. (2011). Kalman filtering: Past and present. An outlook from Russia. (On the occasion of the 80th birthday of Rudolf Emil Kalman). *Gyroscopy Navigation* C. 2, S. 2 (2011): 99–110.
- Stuelpnagel, J. C. & Farrell, J. L. (1966). A Least Squares Estimate of Satellite Attitude. *SIAM Review*, C. 8, S. 3, (1966): 384-386.
- Tapley B. D., Schutz B. E., & Born G. H. (2004). *Statistical Orbit Determination*. California: Elsevier Inc. Academic Press, 2004.
- Vallado, D. A. (2013). *Fundamentals of Astrodynamics and Applications Fourth Edition*. California: Microcosm Press, 2013.
- Vetter, J.R. (2007). Fifty Years of Orbit Determination: Development of Modern Astrodynamics Methods. *Johns Hopkins APL Technical Digest* C. 27 S. 3 (2007): 239-252.
- Wahba, G. (1965). A Least Squares Estimate of Satellite Attitude. *SIAM Review*, C. 7, S. 3, (1965):409.
- Webster, J. G. & Eren H. (2014). *Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook: Spatial, Mechanical, Thermal and Radiation Measurement Second Edition*. New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2014.
- Wertz, J. R. (1978). *Spacecraft Attitude Determination and Control*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1978.
- Wiegand, M. (1996). Autonomous Satellite Navigation via Filtering of Magnetometer Data. *Acta Astronautica*, C. 38, S. 4, (1996):395-403.
- Zarchan, P. & Musoff, H. (2009). *Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach, Third Edition*. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics(AIAA), 2009.

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : BAĞCI, Murat  
Uyruğu : Türkiye Cumhuriyeti  
Doğum tarihi ve yeri :  
Telefon :  
e-mail :

### Eğitim

Derece	Üniversite ve Bölüm	Mezuniyet tarihi
<b>Yüksek lisans</b>	MSÜ Hezârfen HUTEN Uzay Bilimleri	Haziran 2010
<b>Lisans</b>	Hava Harp Okulu Elektronik Mühendisliği	31Ağustos 2005

### Yabancı Dil

İngilizce

### Yayınları

- Bağcı, M. & Günel T. (2011). Sürekli Parametrelili Genetik Algoritma ile Uydu Link Tasarımı. Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi, C.5, S.2, (2011): 43-58.
- Bagci M. & Hajiyev, C. (2015). Performance Analysis of GPS Based Orbit Determination via Numerical Methods for a LEO Satellite. *7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, İstanbul, (2015): 731-735.

- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2016). Integrated NRM/EKF for LEO satellite GPS based orbit determination. *IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), Florence*, 462-467.
- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2017). Comparison of linear and nonlinear measurements based orbit estimation EKFs. *8th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2017): 433-438.
- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2019). Measurement Conversion Based RKF for Satellite Localization via GPS. *9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2019): 861-868.

### **Tezden Türetilen Yayınları/Sunumları**

- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2015). Performance Analysis of GPS Based Orbit Determination via Numerical Methods for a LEO Satellite. *7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST), İstanbul*, (2015): 731-735.
- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2016). Integrated NRM/EKF for LEO satellite GPS based orbit determination. *IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), Florence*, 462-467.
- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2017). Comparison of linear and nonlinear measurements based orbit estimation EKFs. *8th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2017): 433-438.
- Bagci M. & Hajiyeu, C. (2019). Measurement Conversion Based RKF for Satellite Localization via GPS. *9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, (2019): 861-868.