

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ VE FIRAT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

JACKKNİFE VE BOOTSTRAP YÖNTEMLERİNE İLİŞKİN BİR UYGULAMA

Elif BİÇER

OCAK 2022

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

JACKKNİFE VE BOOTSTRAP YÖNTEMLERİNE İLİŞKİN BİR UYGULAMA

Hazırlayan
Elif BİÇER

Danışman

1. Danışman: Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU
2. Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Canan DEMİR

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Sıddık KESKİN

Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU

Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

OCAK 2022

ONAY

Elif BİÇER tarafından hazırlanan “**Jackknife ve Bootstrap Yöntemlerine İlişkin Bir Uygulama**” adlı tez çalışması 12/01/2022 tarihinde yapılan sınavla aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Prof. Dr. Sıddık KESKİN

(Başkan)

Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU

(Danışman)

Doç. Dr. Ayşe Metin KARAKAŞ

(Üye)

Ünvanı, Adı ve Soyadı

(Üye) (varsa)

Ünvanı, Adı ve Soyadı

(Üye) (varsa)

Bu tezin kabulü, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun .../.../...gün ve .../... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Doç. Dr. Mehmet Bakır ŞENGÜL

Enstitü Müdürü

BITLİS EREN ÜNİVERSİTESİ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Bitlis Eren Üniversitesi Lisanüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre hazırlamış olduğum “**Jackknife ve Bootstrap Yöntemlerine İlişkin Bir Uygulama**” adlı tezimin özgün bir çalışma olduğunu, tez hazırlanırken tüm aşamalarda bilimsel etik ilkelerine uygun davrandığımı, tez kapsamında sunulan tüm verileri bilimsel etik ilkelerine uygun elde ettiğimi, tezde faydalandığım tüm eserlere atıf yaptığımı ve kaynaklar kısmında bu eserleri gösterdiğimi beyan ederim.12/01/2022

Elif BİÇER

ÖZET

JACKKNİFE VE BOOTSTRAP YÖNTEMLERİNE İLİŞKİN BİR UYGULAMA

Elif BİÇER

Yüksek Lisans Tezi

Bitlis Eren Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Hamit MİRİTAGİOĞLU

İkinci Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Canan DEMİR

Ocak 2022, 70 sayfa

Örnekleme, ana kütle içerisinde ana kütleyi daha iyi temsil edecek şekilde tesadüfi olarak daha küçük örnek birimi seçme işlemine denir. Örnekleme yöntemlerinin genel olarak iki grupta inceleyebiliriz. Bunlar tesadüfi örnekleme yöntemleri ve tesadüfi olmayan örnekleme yöntemleridir. Tesadüfi örnekleme yöntemlerinde ana kütledeki bütün birimlerin örneğe girme şansının olduğu ve bütün şansların birbirine eşit olduğu homojen bir durum söz konusudur. Bu yöntemlere basit tesadüfi örnekleme, tabakalı tesadüfi örnekleme, sistematik örnekleme ve küme örnekleme verilebilir.

Son yıllarda ilerleyen teknoloji ile birlikte temel örnekleme yöntemlerinde bir takım eksiklikler ortaya çıkmıştır. Bu temel örnekleme yöntemlerindeki eksiklikler nedeniyle yeniden örnekleme yöntemlerinin kullanılmasına ihtiyaç duyuldu. Bu yöntemlere duyulan ihtiyacın nedeni klasik yöntemleri kullanan araştırmacıların bu yöntemi sürekli normale yaklaştırmaları ve merkezi limit teoreminden faydalanmalarıdır. Bu nedenle yeniden örnekleme yöntemleri hem parametrik hem de parametrik olmayan dağılımlar için temel yöntemlerle sınırlı kalmayıp, daha büyük veri setleri kullanarak iadeli ve iadesiz işlemler yapabilen bilgisayar yoğun yöntemler olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu yöntemlere permütasyon yöntemi, cross-validation, jackknife ve bootstrap yöntemleri örnek verilebilir.

Anahtar kelimeler: Basit Tesadüfi Örnekleme, Tabakalı Tesadüfi Örnekleme, Sistematik Örnekleme, Permütasyon Yöntemi, Çapraz Geçerlilik, Jackknife, Bootstrap, R Programı.

ABSTRACT

AN APPLICATION ON THE JACKKNIFE AND BOOTSTRAP METHOD

Elif BİÇER

Master Thesis

Bitlis Eren University Graduate Education Institute

Department of Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hamit MİRTAĞIOĞLU

Co-Supervisor: Asst. Prof. Dr. Canan DEMİR

January 2022, 70 pages

Sampling is the process of randomly selecting smaller sample units from the main mass to better represent the main mass. These are random sampling methods and non-random sampling methods. In random sampling methods, there is a homogenous situation in which all units in the main mass have a chance to enter the sample and all chances are equal to each other. Simple random sampling, stratified random sampling, systematic sampling and cluster sampling methods can be given as examples of these methods.

In recent years, with the advancing technology, some deficiencies have emerged in basic sampling methods. The use of resampling methods was required due to the flaws in these fundamental sampling methods. The necessity for these approaches arises from the fact that researchers who utilise traditional methods frequently approximate this method to the normal and employ the central limit theorem. As a result, resampling methods have been employed as computer-intensive approaches that can execute operations with and without return utilising bigger data sets, rather than being confined to basic methods for both parametric and non-parametric distributions. Permutation, cross-validation, jackknife, and bootstrap techniques are examples of these approaches.

Keywords: Simple Random Sampling, Stratified Random Sampling, Systematic Sampling, Permutation Method, Cross-Validation, Jackknife, Bootstrap, R Programme.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması sırasında, başta bilgisini benimle cömertçe paylaşan ve bana göstermiş olduğu sabırla her türlü teşvik ve desteğinin esirgemeyen, bundan sonraki çalışmalarımda ismini minnetle anacağım çok değerli hocam Prof. Dr. Sıddık KESKİN'e, tez konusunun belirlenmesinden başlayarak son aşamaya kadar her konuda benden yardımlarını esirgemeyen ve bana duyduğu güven ile her zaman destek olan hocam Doç. Dr. Hamit MİRTAGİOĞLU'na, istatistiki analizlerin yapılmasında yol gösteren ve bilgilerinden faydalandığım Arş. Gör. Duygu KORKMAZ hocama ayrıca tez yazımı ve düzeltilmesi aşamalarındaki çok değerli yardımlarından dolayı katkı sağlayan yardımcı danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Canan DEMİR çok teşekkür ediyorum.

Bu günlere gelmemde büyük emekleri olan babam Vahyettin, annem Döne'ye, varlığı ile birer motivasyon kaynağı olan ablam Leyla, kardeşlerim Zahide, Muhammed ve Yasin'e teşekkür ederim.

Son olarak da bu zorlu süreçte maddi ve manevi desteğini benden esirgemeyen tüm yakınlarıma ve beni Van'da evlerinde misafir olarak ağırlayan Teyzem'e ve Bitlis'teki Dayıma göstermiş oldukları sabırdan dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

ÖNSÖZ

Örnekleme, ana kütle içerisinde ana kütleyi daha iyi temsil edecek şekilde tesadüfi olarak daha küçük örnek birimi seçme işlemine denir. Örnekleme işlemi bilimsel bir araştırmanın vazgeçilmez aşamalarından biridir. Bütün örnekleme yöntemlerindeki amaç ana kütleden tesadüfi olarak örnek seçerek sonuca etki eden olumsuz faktörleri yok etmek veya bu faktörlerin oluşturmuş olduğu etkilerden dolayı meydana gelecek olan örnekleme varyanslarını azaltmaktır. Diğer bir ifadeyle örnekleme yapmaktaki amaç ana kütle hakkında tutarlı ve geçerli bir tahminde bulunmak için örnekleme hatasını minimuma indirmektir.

Örnekleme yöntemlerinin genel olarak iki grupta inceleyebiliriz. Bunlar tesadüfi örnekleme yöntemleri ve tesadüfi olmayan örnekleme yöntemleridir. Tesadüfi örnekleme yöntemlerinde ana kütlerdeki bütün birimlerin örneğe girme şansının olduğu ve bütün şansların birbirine eşit olduğu homojen bir durum söz konusudur. Bu yöntemlere basit tesadüfi örnekleme, tabakalı tesadüfi örnekleme, sistematik örnekleme ve küme örnekleme verilebilir.

Son yıllarda ilerleyen teknoloji ile birlikte temel örnekleme yöntemlerinde bir takım eksiklikler ortaya çıkmıştır. Bu temel örnekleme yöntemlerindeki eksiklikler nedeniyle yeniden örnekleme yöntemlerinin kullanılmasına ihtiyaç duyuldu. Bu yöntemlere duyulan ihtiyacın nedeni klasik yöntemleri kullanan araştırmacıların standart hata ve güven aralıklarını belirlemek için bu yöntemi sürekli normale yaklaştırmaları ve merkezi limit teoreminden faydalanmalarıdır. Çünkü bu yöntemler örnek dağılımlarının asimptotik olarak normal dağıldığı vakit geçerliliğini korumaktadır. Asimptotik olarak güvenilir standart hata ve test istatistiğinin elde edilmesinin zor olduğu durumlarda yeniden örnekleme yöntemlerinin kullanılması tercih edilebilir. Ayrıca bir istatistiğin dağılımının tahmini için asimptotik teoremin gerçekleşmesi durumu söz konusu olmayabilir. Bu nedenle yeniden örnekleme yöntemleri hem parametrik hem de parametrik olmayan dağılımlar için temel yöntemlerle sınırlı kalmayıp, daha büyük veri setleri kullanarak iadeli ve iadesiz işlemler yapabilen bilgisayar yoğun yöntemler olarak kullanılmaya başlanmıştır. Yeniden örnekleme yöntemlerine permütasyon yöntemi, cross-validation, jackknife ve bootstrap yöntemi örnek verilebilir.

Bu tez çalışmasının hazırlanmasında ve düzenlenmesinde yardımlarını esirgemeyen ve çalışmalarım boyunca değerli fikirlerinden ve tecrübelerinden yararlandığım, her aşamada yakın ilgi ve desteğini gördüğüm çok kıymetli hocam Sayın Prof. Dr. Sıddık KESKİN'ne teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	v
ÇİZELGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
SİMGELER DİZİNİ	viii
KISALTMALAR DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Örneklem Yöntemlerinin Genel Özellikleri, Örneklem Yapmanın Aşamaları, Verilerin elde Edilmesi, Örneklemenin Avantajları, Merkezi Limit Teoremi	5
1.1.1. Örneklem Yöntemlerinin Genel Özellikleri	5
1.1.2. Örneklem Süreci	6
1.1.3. Verilerin Elde Edilmesi	6
1.1.4. Örneklemenin Avantajları	7
1.1.5. Merkezi Limit Teoremi	7
1.2. Tahmin Edicinin Özellikleri	8
1.2.1. Küçük Örnek Özellikleri	8
1.2.1.1. Sapmasızlık (Yansızlık)	8
1.2.1.2. En Küçük Varyans	9
1.2.1.3. Etkinlik	9
1.2.1.4. Doğrusal En İyi Sapmasızlık (DEST)	9
1.2.1.5. Ortalama Kare Hata (OKH)	10
1.2.1.6. Yeterlilik	10
1.2.2. Büyük Örnek Özellikleri	10
1.2.2.1. Asimptotik Sapmasızlık	11
1.2.2.2. Tutarlılık	11
1.2.2.3. Asimptotik Etkinlik	11
2. MATERYAL VE YÖNTEM	12
2.1. Basit Tesadüfi Örneklem Yöntemi	12

2.1.1. Yerine Koyarak Seçim Yöntemi	12
2.1.2. Yerine Koymadan Seçim Yöntemi	12
2.2. SistematiK Örneklem	13
2.2.1. SistematiK Örneklem Süreci.....	14
2.2.2. SistematiK Örneklem Yapmanın Avantajları	15
2.2.3. SistematiK Örneklemenin Dezavantajları	15
2.3. Tabakalı Tesadüfi Örneklem	16
2.3.1. Tabakalı Örneklem Yönteminin Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması	16
2.3.2. Tabakalı Örneklemenin Avantajları.....	17
2.3.3. Tabakalı Örneklem Süreci	17
2.3.4. Tabakalar Arasında Örneklem Hacminin Paylaştırılmasında Kullanılan Yaklaşımlar	18
2.3.4.1. Eşit Paylaştırma	18
2.3.4.2. Orantılı Paylaştırma	18
2.3.4.3. En Uygun Paylaştırma	19
2.3.4.4. Neyman Paylaştırma	19
2.4. Küme Örneklemesi.....	19
2.4.1. Küme Örneklemesi Süreci	20
2.5. Yeniden Örneklem Yönteminin Genel Özellikleri.....	22
2.5.1 Yeniden Örneklem Yöntemi Kullanmanın Gerekçesi.....	22
2.5.1.1 Ampirik(Deneysel)	22
2.5.1.2 Tesadüfi Olmayan Örnek	23
2.5.1.3 Büyük Örnek.....	23
2.5.1.4 Küçük Örnek.....	23
2.5.1.5 Dağılım	23
2.5.1.6 Tekrarlanabilirlik	24
2.5.1.7 Varsayım	24
2.5.1.8 Genelleme	24
2.5.1.9 Doğruluk	24
2.5.1.10 Yanlılık ve Kötü Veri	24
2.6. Yeniden Örneklem Yöntemlerinin Tarihsel Gelişimi ve Çeşitleri	24
2.6.1. Permütasyon Yöntemi.....	26
2.6.2. Cross-Validation(Çapraz Geçerlilik) Yöntemi	30
2.6.3. Jackknife Yöntemi	33
2.6.3.1. Jackknife Yöntemi Nedir?	33

2.6.3.2. Jackknife Yönteminin Tanımı ve Standart Hatanın Jackknife Tahmini.....	34
2.6.3.3. Delete-d Jackknife	37
2.6.4. Bootstrap Yöntemi ve Temel Kavramlar	39
2.6.4.1. Bootstrap Yöntemi	39
2.6.4.2. Bootstrap Yönteminin İşleyiş Aşamaları	40
2.6.4.3. Bootstrap Dağılımının Standart Hata Tahmini	41
2.6.4.4. Bootstrap Yöntemi ile Güven Aralıklarının Oluşturulması	42
2.6.4.4.1. Normal Yaklaşım(Standart) ile Bootstrap Güven Aralığı Yöntemi	43
2.6.4.4.2. Bootstrap Yüzdelik Güven Aralığı Yöntemi	44
2.6.5. Jackknife ve Bootstrap Yöntemleri Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar.....	45
3. BULGULAR VE TARTIŞMA	48
4. SONUÇ	61
5. KAYNAKLAR.....	62
6. EKLER	67
ÖZGEÇMİŞ.....	70

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>ÇİZELGE</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. 100 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar	49
3.2. 200 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar	49
3.3. 300 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar	50
3.4. 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde Bootstrap (B) ve Jackknife (J) ile Gerçekleşen değer (G) farkları.....	60



ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. Ana kütlede örnek alınması	1
1.2. Toplam hata şeması	4
1.3. a-sapmasız ve büyük varyans (a), a-sapmalı ve küçük varyans (b).....	9
2.1. Küme örnekleme özeti	21
2.2. Jackknife yönteminin işleyiş şeması	37
2.3. Standart hata tahmini için bootstrap algoritması	42



SİMGELER DİZİNİ

μ	Ana kütle ortalamasının parametresi
σ	Ana kütle standart sapması
$\sigma_{\bar{x}}$	Örnek ortalaması istatistiğinin standart hatası
L	Ana kütledeki tabaka sayısı
θ	Parametre
α	Hata payı
L	Ana kütledeki tabaka (sil)



KISALTMALAR DİZİNİ

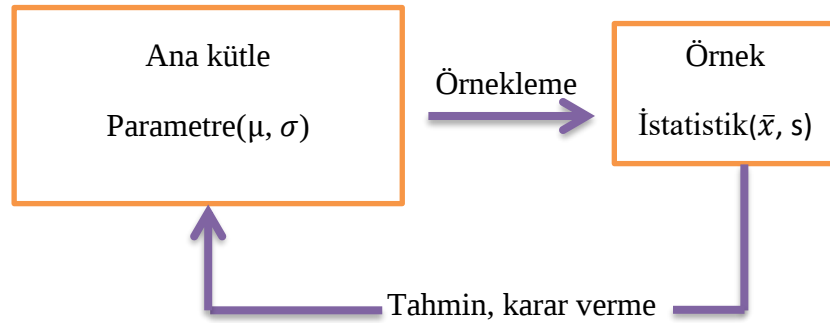
DEST	Doğrusal en iyi sapmasız tahminci
OKH	Ortalama kare hata
BTÖ	Basit tesadüfi örnekleme
TTÖ	Tabakalı tesadüfi örnekleme
BÖB	Birincil örnekleme birimi
İÖB	İkincil örnekleme birimi
ASL	Testin elde edilen anlamlılık düzeyi



1. GİRİŞ

İstatistik yöntemler, bir araştırmaya konu olan verilerin toplanması, toplanan verilerin düzenlenmesi ve özetlenmesiyle elde edilecek tablo ve grafiklerin yanı sıra, parametre tahmininde ve hipotez testlerinde kullanılmaktadır. Bilimsel araştırmalarda, elde edilen sonuçlara ve sonuçların raporlanmasına göre istatistik, tanımlayıcı istatistik ve çıkarımsal istatistik olmak üzere iki başlık altında incelenebilir. Tanımlayıcı istatistik, herhangi bir karşılaştırma içermeden ana kütleye veya örneğe ilişkin ortalama, standart sapma, sayı ve yüzde gibi tanımlayıcı istatistikleri sunar. Çıkarımsal istatistikte ise örnekten hesaplanan istatistiklerle, karşılaştırmalar (hipotez testleri) yapılır, ana kütle parametreleri tahmin edilir ve çıkarımsamalarda bulunulur.

İstatistik bilimi, başta muhasebe, işletme, ekonomi, biyoloji ve tıp olmak üzere hemen hemen bütün bilim dallarında yapılan bilimsel araştırmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bilimsel araştırmalarda, en önemli iki kısıtlayıcı olan zaman ve araştırma maliyeti nedeniyle, çoğunlukla Ana kütlein tamamı ile çalışma yapma mümkün olmamaktadır. Bunun yerine ana kütleyle temsil edebilen ve örneklem veya örnek olarak adlandırılan daha küçük bir grupta çalışılmaktadır. Bu durumda, çalışma sonuçlarının yüksek doğrulukla ana kütleyle temsil edebilmesi bakımından örnekleme'nin önemi oldukça büyüktür. İstatistikte N birimlik bir ana kütleden, n birimlik örnek alma sürecinde, deney ünitelerinin homojenliği ve rasgeleliği oldukça önemlidir. Ana kütleden örneklem alma süreci Şekil 1.1' deki gibi özetlenebilir.



Şekil 1.1. Ana kütleden örnek alınması

Günlük yaşamda çoğu zaman farkında olmadan bütünden parça alarak ya da ana kütleden örnek alarak bütünü daha iyi temsil edecek şekilde örnekleme yapılır. Pişmekte olan bir tencere yemekten tadım yapmak için alınan bir kaşık yemek veya kan gurubunu öğrenmek için alınan kan örneklemedir. Örnekleme işlemi veya süreci, bilimsel araştırma yapmanın en önemli aşamalarından birisidir. Örneklem yeterli büyüklükte değilse veya yeterli büyüklükte olduğu

halde uygun örnekleme yöntemi kullanılmamışsa ya da çalışmaya alınacak deney üniteleri homojen değilse araştırmadan elde edilecek sonuçlarda düşük güvenilirlik kaçınılmaz olacaktır. Bu nedenle bütün örnekleme yöntemlerinde amaç; ana kütleden rasgele alınan örnekten elde edilecek sonuca etki bakımından olumsuz faktörleri olabildiğince elemine etmek ve örnekleme varyanslarını azaltmaktır (Özdemir, Tekin, ve Esin, 2015; Topuz, 2002). Diğer bir ifade ile örneklemede, ana kütle hakkında tutarlı ve geçerli bir tahminde bulunmak için örnekleme hatsının minimuma indirgenmesi amaçlanır.

Örnekten ve elde edilen bilgilerin doğru olması her şeyden önce, örnekleme yönteminin ve uygulanan istatistik yöntemlerin iyi seçilmesine bağlıdır. Bütün örnekleme yöntemlerinin olumlu ve olumsuz yönleri mevcuttur. Bu nedenle probleme uygun bir örnekleme yönteminin seçimi önemlidir (Kabukçu, 1994).

Ana kütleden alınan örnekten hesaplanan istatistikler yardımıyla ana kütle parametreleri (ortalama, varyans ve standart sapma) tahmin edilmekte ve bu tahminler de nokta tahmini ve aralık tahmini olarak ikiye ayrılmaktadır. Ana kütleden rastgele alınan örneklerin tek bir sayısal değere göre yorumlanması nokta tahmini olarak ifade edilir. Parametrelerin belirli bir olasılıkla minimum ve maksimum değerlerinin bulunması yani alt sınır ve üst sınırlarının bulunması ise aralık tahmini olarak ifade edilebilir. Tahmin etme işlemini belirleyen formülasyona tahmin edici, formülasyon gerçek verilerle işlendiğinde ise ulaşılan sayıya tahmin adı verilmektedir (Püskülcü ve İkiz, 1986). Nokta tahmini için kullanılan yöntemler en küçük kareler yöntemi, en çok olabilirlik yöntemi ve momentler yöntemidir. Aralık tahmini için kullanılan yöntem güven aralığı yöntemidir.

Güven aralığı ile aralık tahmininde, $\bar{X}$ ortalamalı (bilinmeyen parametre) ve σ standart sapmalı bir ana kütle olduğu varsayılınsın. Normallik varsayımı üzerine kurulu merkezi limit teoreminden hareketle, (yeterince büyük ($n > 30$) örnekler için) standart hatanın elde edilmesi mümkün olabilmektedir. $\bar{X}$ i tahmin etmek için:

$\bar{x}$: Örnek ortalaması

$\sigma_{\bar{x}}$: Örnek ortalamasının standart hatası olduğunda;

$$Z = \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma_{\bar{x}}} \quad (1.1)$$

ifadesi asimptotik olarak, standart normal dağılım (Z dağılımı) olacaktır, Bu durumda, normal dağılım tablosunda %90'lık güven aralığında (Tabloda %90'lık güven aralığına karşılık gelen Z değeri 1.65'dir) Z değeri için:

$$P(-1.65 < \bar{Z} < 1.65) = 0.90$$

$$P(-1.65 < \frac{\bar{x} - \bar{X}}{\sigma_{\bar{x}}} < 1.65) = 0.90$$

$$P(\bar{x} - 1.65 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \bar{x} + 1.65 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0.90$$

olacaktır.

Böylece aralığın, bilinmeyen ana kütle ortalamasını kapsama olasılığı %90 olacaktır. İfade genelleştirilerek güven aralığı eşitliği;

$$P(\bar{x} - Z_{\sigma_{\bar{x}}} < \bar{X} < \bar{x} + Z_{\sigma_{\bar{x}}}) = 1 - \alpha \quad (1.2)$$

olarak yazılır.

İyi bir tahmin edicide aranılan ilk özellik; dağılımı, tahmin edilecek ana kütle parametresi etrafında yoğunlaşan bir tahmin edici olmasıdır. Örnek değeri (istatistik) ile tahmini yapılacak ana kütle parametresinin tam tamına aynı olması beklenemez (Yay, 2003). Amaç ana kütle parametresi ile örnek değeri arasındaki fark olarak ortaya çıkan toplam hatanın düşük olmasıdır.

Parametre tahmininde; parametrik yöntemlerin varsayımları bozulduğunda, parametrik olmayan yöntemler kullanılabilir. Tahmin ediciden hareketle ana kütle parametrelerinin tahmin edilmesinde nokta tahmini yöntemleri olarak, en küçük kareler, maksimum olabilirlik, Bayes ve momentler yöntemi kullanılmaktadır.

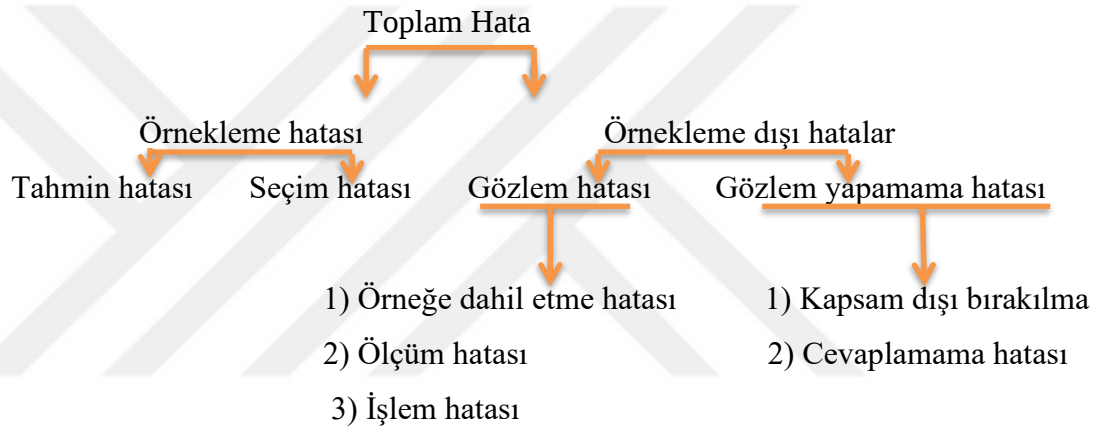
Tahminlerdeki toplam hata, örnekleme hatası ve örnekleme dışı hatalar olmak üzere iki başlık altında toplanır. Örnekleme hatası, bir araştırma için elde edilen örnekten hesaplanan tahmin değeri ile ana kütle parametresi değeri arasındaki farktır. Burada θ ana kütle parametresi olsun ve $\hat{\theta}$ ise θ parametresinin tahmin edicisi olarak ifade edilsin. Bu durumda, örnekleme hatası;

$$\text{Örnekleme hatası} = \hat{\theta} - \theta \quad (1.3)$$

(1.3) no'lu eşitlikteki parametreler arasındaki fark olarak ifade edilir. Ana kütlede, tamsayıyla bütün örneklerin incelenmesi durumunda örnekleme hatası ortadan kalkar. Diğer bir ifadeyle, örnekleme hatasının ortadan kalkması ancak tüm ana kütle alınması ile mümkündür. Örnekleme hatası, tahmin hatası ve seçim hatası olmak üzere ikiye ayrılabilir. Tahmin hatası, rastgele alınan örnekten kaynaklanan hatayı ifade eder ve tahmin hatasını azaltmak için örnek

hacmi artırılır. Seçim hatası ise yanlış seçim kriterlerinin kullanılması durumunda ortaya çıkar. (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015).

Diğer hata ise örnekleme dışı hatadır. Bu hata ana kütlede alınabilecek bütün örneklerinin incelenmesi durumunda bile ortaya çıkabilir. Bilimsel çalışmalarda genellikle örnekleme dışı hataların küçük olması istenir. Örnekleme dışı hatalar da gözlem hatası ve gözlem yapamama hatası olarak ikiye ayrılır. Gözlem hatası, veriler elde edildiğinde ve kaydedilme esnasında ortaya çıkar. Bunlar, örneğe dahil etme hatası, ölçüm hatası ve işlem hatasıdır. Gözlem yapamama hatası ise birimlerden gerekli ölçümlerin yapılmaması durumunda ortaya çıkar. Bunlar, kapsam dışı bırakılma hatası ve anket formlarına cevap verilmeme hatasıdır. Toplam hatanın unsurlarına ayrılması şematik olarak Şekil 1. 2' de verilmiştir.



Şekil 1.2. Toplam hata şeması

Örnekleme yöntemleri, istatistik biliminin gelişmesi ve bilgisayar teknolojisinin ilerlemesiyle birlikte son 50-60 yıl içerisinde her geçen gün daha da kullanılmaya başlanmıştır. Hauser (1941), 1940'lerde yapılan nüfus sayımında, örnekleme yöntemleri kullanımının, gelecekteki nüfus sayımlarına öncülük edeceğini ve örnekleme yöntemleri kullanımının istatistikçiler ve sosyal bilimcilerin yanı sıra kamu ve özel sektör için de yararlı olduğunu belirtmiştir. Tarımsal ekonomi bürosu olasılıklı örneklemeyle dayalı büyük bir araştırmaya karar verdi. Böylece tüm ülkeyi kapsayacak olan “ana” örnek diye bilinen çalışmaya başlandı. Bu çalışma, 1945 yılında ana örnek geliştirmek için nüfus sayımı bürosu ile tarımsal ekonomi bürosunun birlikte çalışmasına neden oldu. Sonuç olarak ana örneğin kapsamı tüm ana kütleyi temsil edecek şekilde genişletildi (King ve Jessen, 1945). Nüfus sayımı bürosu genel amaçlı olarak kullanılacak olan genişletilmiş ve iyileştirilmiş örneği tanıttı (Sukhatme, 1954).

Modern çağın getirmiş olduğu kolaylıklar sayesinde bilgisayar kullanımının artmasıyla birlikte yeniden örnekleme yöntemleri ortaya çıkmıştır. Kullanılan paket programlarındaki artışla

birlikte, bir istatistiğin dağılımını tahmin etmek için normal dağılım şartı yerine, hem normal hem de normal olmayan dağılımlar için istenilen sonuçları sağlayan yeniden örnekleme yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır (Kelly, 2000). Efron (1979) bootstrap üzerine yapmış olduğu bir çalışmada; doğrudan kuramsal hesap, monte carlo ve taylor yöntemleri ile bootstrap dağılımını elde etmeyi açıklamıştır. Ayrıca örnek hacmini artırmadan ana kütle parametresi ile tahmin edici arasındaki sapmanın azalacağından bahsetmiştir.

Efron ve Tibshirani (1986) ise çalışmalarında; tahmin edicinin, parametre için doğru bilgi taşıyıp taşımadığına cevap aramak üzere, standart sapmanın bootstrap tahminini ele almışlardır. Ayrıca jackknife yöntemi ile bootstrap yöntemleri arasındaki ilişkiyi de incelemişlerdir. Bootstrapta güven aralığı yöntemlerine değinerek, bootstrap tekrar sayısının büyük olması gerektiğini vurgulamışlardır. Diccio ve Tibshirani (1987) ise farklı bootstrap güven aralıklarını ele almışlardır. Efron (1990) bootstrap tekrar sayısında azaltmaya giderek daha etkili bootstrap hesaplamaları yapmış ve bootstrap tekrar sayısında farklı görüşler bildirerek bu sayının 50 ile 200 arasında olmasının yeterli olduğunu belirtmiştir. Efron (1994) jackknife standart sapma değerlerinin nasıl tahmin edileceğini açıklamıştır.

Bu tez çalışmasında örneklemenin amacına ve literatürde var olan temel örnekleme yöntemlerine değinilerek, yeniden örnekleme yöntemleri incelenmiştir.

1.1. Örnekleme Yöntemlerinin Genel Özellikleri, Örnekleme Yapmanın Aşamaları, Verilerin Elde Edilmesi, Örneklemenin Avantajları, Merkezi Limit Teoremi

1.1.1. Örnekleme Yöntemlerinin Genel Özellikleri

Ana kütleliyi oluşturan tüm birimler üzerinde araştırma yapmak zaman ve maliyet açısından zordur. Bu nedenle örnekleme yapmak çoğu kereler zorunludur. Ana kütleliye alınan bir örneğin, ana kütleliyi temsil yeteneğinin ve büyüklüğünün yeterli olması gerekir (Tekin, 2014). Temsil yeteneğiyle anlatılmak istenen, ana kütlelinin bütün özelliklerini yansıtacak bir örnek olmasıdır. Örnek büyüklüğünün yeterli olması durumu ise güvenilir tahminler yapabilecek kadar büyüklükte örnek olmasıdır. Bu iki özelliği taşıyan bir örnekleme yapabilmek için kullanılan örnekleme yöntemleri; tesadüfi örnekleme yöntemleri (olasılıklı örnekleme) ve tesadüfi olmayan örnekleme yöntemleri (olasılıklı olmayan) olmak üzere iki başlık altında incelenir. Tesadüfi örnekleme yöntemlerinde, ana kütledeki her bir birimin örneğe girme şansı eşittir. Diğer bir ifade ile bu örnekleme yönteminde yanlılığa yol açabilecek faktörler elemine edilmekte ve araştırıcının iradesi örneklemeyle karışmamaktadır. Ana kütleliyi oluşturan birimler arasında herhangi bir

farkın gözetilmediği ve tamamen olasılık teorisine dayalı bir örnekleme yöntemidir. Basit Tesadüfi Örnekleme, Tabakalı Örnekleme, Sistematik Örnekleme ve Küme Örnekleme olasılıklı örnekleme yöntemleri grubunda yer almaktadır.

Tesadüfi olmayan örneklemede ise ana kütleden alınacak örneklem birimlerinin örneğe girme şansı eşit değildir. Bu yöntemlerde örneklem birimler araştırmacının kendi iradesine bağlı olarak belirlenir. Kota Örnekleme, Keyfi Örnekleme ve Kartopu Örnekleme Tesadüfi olmayan örnekleme yöntemlerindendir.

1.1.2. Örnekleme Süreci

Örnekleme süreci aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- 1) Amaç belirlenir (araştırma hangi amaç üzerine yapılacaktır).
- 2) Araştırmanın planı ortaya konulur.
- 3) Ana kütle tanımlanır.
- 4) Araştırma için gereken veri toplanır.
- 5) Araştırmanın yapılacağı güven seviyesi ve hata payı belirlenir.
- 6) Belirli bir çerçeve oluşturulur ve örneklem büyüklüğü belirlenir.
- 7) Örnekleme yöntemi seçilir.
- 8) Çözümleme ve istatistik değerlendirmeler yapılır.

1.1.3. Verilerin Elde Edilmesi

Veri toplamada kullanılan yöntemler, araştırmanın amacına ve araştırma için gerekli olan zaman, maliyet ve işgücüne bağlıdır. Veriler, birincil ve ikincil veri olmak üzere sınıflandırılabilir. Araştırmacının kendisinin toplamış olduğu veriye birincil veri denir. Anket (soru kağıdı) ve görüşme (mülakat) birincil veri toplama yöntemi arasında sayılabilir. İkincil veri ise başka bir araştırmacı tarafından daha önceden kullanılan veriler veya kurumlar tarafından önceden toplanıp yayınlanan verilerdir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Bu verilerin toplanması, tamsayım veya örnekleme yoluyla elde edilir. Tamsayım ana kütledeki tüm birimleri kullanarak ana kütle hakkında tam ve kesin bilgi elde edilse de; maliyet, zaman, işgücü, tüm birimlere ulaşamama ve verilerin güncelliğini yitirmesi gibi sorunlar nedeniyle tamsayım her zaman mümkün olmamaktadır (İşçil, 1977).

Verilerin örnekleme yoluyla elde edilmesinde ise örneklemin temsil yeteneğinin güçlü olması, yeterli büyüklükte olması ve deneklerin rasgele alınması gibi durumlara dikkat edilmelidir. (Yoğurtçugil, 1976).

1.1.4. Örneklemenin Avantajları

Ana kütleden bilgi toplamak yüksek maliyetli olabileceği gibi belirli bir zaman içerisinde gerçekleştirilmesi de mümkün olmayabilir. Bu nedenle örnekleme yapılması, zamandan ve işgücünden tasarruf sağlayarak çalışmanın maliyetini düşürür. Diğer yandan bazı araştırmalarda örnekleme yapmanın tek seçenek olması söz konusudur (Çil, 2000).

İstatistik yöntemlerin amaçlarından birisi de bilinmeyen ana kütle parametrelerini tahmin etmektir. Tahmini yapılan ana kütle parametresi nokta tahmini olarak kabul edilir. Örnekleme dağılımları ise bir ana kütleden çekilebilecek mümkün ve muhtemel tüm örneklerden yararlanılarak oluşturulan teorik dağılımlardır ve hipotez kontrolü için gereklidir. N sayıdaki bir ana kütleden iadeli (yerine koyarak) ve iadesiz (yerine koymadan) olarak alınan n sayıdaki mümkün olan tüm örneklerin sayısı, iadesiz örneklemede $C_n^N = \frac{N!}{n!(N-n)!}$ kombinasyonu şeklinde olurken, iadeli örnekleme N^n dir (İşçil, 1975). İstatistiklerden hareketle, ana kütle parametreleri hakkında genelleme yapmanın yolu örnekleme dağılımlarından geçmektedir. Ancak bu tür örnekleme dağılımlarının oluşturulması oldukça zor olduğundan uygulamada örnekleme dağılımları oluşturulmadan işlemler sürdürülür (Gürsaka, 1998).

1.1.5. Merkezi limit teoremi

Örnekleme dağılımları, ana kütleden n hacimli mümkün olan sayıda veya tüm örneklerin çekilmesi ile oluşturulur. (Çömlekçi, 1988). Ancak bilimsel araştırmalarda, ana kütleden n hacimli tüm örneklerin çekilmesi pratikte mümkün değildir. Bu nedenle, hesaplamalar için gerekli olan standart hata, normallik varsayımı üzerine kurulu merkezi limit teoremine dayanılarak elde edilebilir. Merkezi limit teoreminde, yeterince büyüklükteki örneklerde, birbirinden bağımsız ve aynı dağılımı gösteren tesadüfi değişkenlerin aritmetik ortalamasının, yaklaşık olarak normal dağılım gösterdiği varsayılır. n sayısı ne kadar artarsa, değişkenlerin ortalamalarının dağılımı da normal dağılıma o kadar yaklaşır. Aynı durum, standart sapma için de geçerlidir. Böylece Merkezi limit teoremi gereğince, ortalama μ ve varyansı σ^2 olan herhangi

bir ana kütleden iadeli (yerine koyarak) olarak alınan n hacimli örneklerin ortalaması, ortalama μ ve varyansı $\frac{\sigma^2}{n}$ olan normal dağılım göstermektedir (Serper, 1996).

1.2. Tahmin Edicilerin Özellikleri

Örnekleme teorisinde tahmin edici kavramı, parametre değerlerini hesaplama veya tahmin yöntemini ifade eder. Ana kütle parametrelerine ilişkin nokta tahmin edicilerin yanı sıra, parametrelerin gerçek değerine ilişkin güven aralığı da oluşturulmak istenir. Diğer yandan yapılacak olan tahminin, ana kütle parametresinin gerçek değerine yakın olması ya da parametre etrafında dar bir alanda değişim göstermesi istenir. Ana kütle parametresine yakınlık, örneklerin dağılımlarının ortalaması ve varyansı ile ölçülür (Tarı, 2014). İyi bir nokta tahmin edicisinde istenilen özellikler, örnek büyüklüğüne göre küçük ve büyük örnek özellikleri olmak üzere ikiye ayrılır.

Küçük örnekten elde edilen bir tahmin edicide istenilen özellikler; Sapmasızlık (sistemik hatasızlık, eğilimsizlik), En küçük varyans, Etkinlik ve Yeterliliklerdir.

Büyük örnekten elde edilen bir tahmin edicide istenilen özellikler ise; Asimptotik sapmasızlık, Tutarlılık ve Asimptotik etkinliktir.

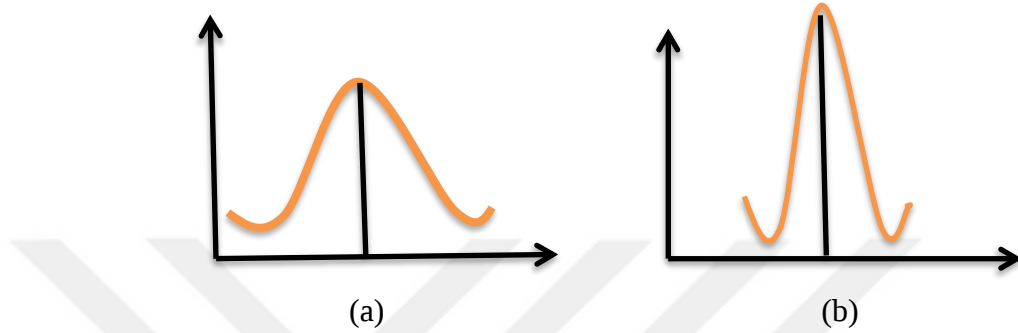
1.2.1. Küçük Örnek Özellikleri

1.2.1.1. Sapmasızlık (Yansızlık)

Sapma, bir tahmin edicinin beklenen değeri ile ana kütle parametresi arasındaki farktır. Sapmasızlık ise bir tahmin edicinin beklenen değeri için tahmin edilecek ana kütle parametresinin gerçek değerine olabildiğince yakın veya eşit olmasıdır. θ parametresinin tahmin edicisi $\hat{\theta}$ olduğunda, tahmin edicinin beklenen değeri, ana kütle parametresine eşit ($E(\hat{\theta}) = \theta$) ise $\hat{\theta}$, θ nın sapmasız tahmin edicisidir (Çakır, 2000). Sonsuz veya sonsuza yakın sayıda örnek alındığında, tahmin edici ortalama olarak ele alınır ve tahmin edicinin gerçek parametre değerine yaklaştığı söylenebilir.

1.2.1.2. En Küçük Varyans

Sapmasızlık yalnızca ortalamaya dayandığından yeterli olmayabilir. Ancak küçük bir varyans ile bir arada olduğunda anlamlı olabilir. Aynı parametre için tahmin edicilerden, en küçük varyanslı olan iyi bir tahmin edici olarak kabul edilir (Tarı, 2014).



Şekil 1.3. a-sapmasız ve büyük varyans (a), a-sapmalı ve küçük varyans (b)

Şekil 1.3’ de gösterilen tahmin ediciler tercih edilmez.

1.2.1.3. Etkinlik

Bir ana kütle parametresinin tahmini için aynı anda birden fazla sapmasız ve tutarlı tahmin ediciler oluşturulmuş olabilir. Bu tahmin ediciler içinde hangisinin seçileceği sorusunda cevap iyi bir tahmin edicide bulunması gereken “etkinlik” özelliğidir (İşyar, 1999). Etkinlik için sapmasızlık ve en küçük varyanslılık özelliklerine bakılır. $\hat{\theta}$ ’nın sapmasız ve en küçük varyanslı tahmin edici olması durumunda, $\hat{\theta}$ ’nın etkin bir tahmin edici olduğu varsayılır. Ayrıca etkin tahmin ediciye herhangi bir sapmasız tahmin edici arasında en düşük varyansa sahip tahmin edici de denir.

1.2.1.4. Doğrusal En İyi Sapmasızlık (DEST)

İyi bir tahmin edici, doğrusal sapmasız tahmin ediciler arasında en küçük varyanslı olmalıdır. Diğer bir ifade ile hem doğrusal hem sapmasız hem de diğer sapmasız tahmin ediciler arasında en küçük varyansa sahip olan bir tahmin edici doğrusal en iyi sapmasızdır (Tarı, 2014).

1.2.1.5. Ortalama Kare Hata (OKH)

Ortalama Kare Hata, tahmin edicinin, ana kütle parametresi (θ) ile olan farklarının karelerinin beklenen değeri olarak ifade edilir. Bu durum genelde sapmasızlık ve en küçük varyans özelliklerinin bir arada olmadığı durumlarda geçerlidir. Ortalama kare hata, sapmasızlık ve en küçük varyans özelliklerinin bileşimidir. Ortalama kare hata eşitlik (1.4)' de verilmiştir.

$$OKH(\hat{\theta})= E(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (1.4)$$

Sapmasız büyük varyanslı ve sapmalı küçük varyanslı tahmin ediciler arasında, Ortalama kare hatası en küçük olan tahmin edici seçilir. Ancak modelin amacı bağımlı değişken için yapılan tahminlere kesinlik sağlamak ise en düşük varyanslı ancak sapmalı tahmin edici tercih edilebilir (Tari, 2014).

1.2.1.6. Yeterlilik

Bu özellik tahmin edicinin, tahmini yapılacak ana kütle parametresi hakkında örnek üzerinde var olan bütün bilgiyi kullanmasıyla gerçekleşir. Yani tahmin edilmek istenen ana kütle parametresi hakkında daha fazla bilgi anlatılmayacağı, gelinen son noktaya ulaşıldığı anlamına gelir. Örneğin merkezi eğilim ölçülerinden parametrik ortalamalar (Aritmetik Ortalama) örnekteki tüm bilgiyi kullandığından bir tahmin edici için yeterli bir özelliğe sahipken, merkezi eğilim ölçülerinden parametrik olmayan ortalamalar (Mod, Medyan) ise serideki tüm bilgiyi kullanmadığından ana kütle ortalamasının yeterli bir tahmin edicisi değildir.

1.2.2. Büyük Örnek Özellikleri

Tahmin edicide istenilen özellik küçük örneklerde sağlanmadığı durumlarda, büyük örnek özelliklerine bakılır. Tahmin edici sapmalı olduğunda ve örnek büyüklüğü artırıldığında bu tahmin edicinin daha az sapmalı olmasını sağlar ve bu dağılımın ortalaması da ana kütle parametresinin değerine yaklaşır. Bu durum asimptotik dağılım olarak adlandırılır.

1.2.2.1. Asimptotik Sapmasızlık

$\hat{\theta}$ tahmin edicinin asimptotik ortalaması, ana kütle parametresi θ 'ya eşitse bu tahmin edici asimptotik sapmasız tahmin edici olur. Küçük örneklerin sapmasız olması aynı zamanda asimptotik sapmasız olarak da kabul edilir. Örnek büyüklüğü artırıldığında, sapmanın örnekleme dağılımındaki değişkenliği de azalır bu nedenle tersi geçerli olmaz. Sapmasızlık durumu büyük örneklerde zayıf bir durumdur.

1.2.2.2. Tutarlılık

$\hat{\theta}$ tahmin edicisi, asimptotik sapmasız ve örnek büyüklüğü sonsuza giderken varyansı da sıfıra yaklaşıyorsa bu tahmin edicinin tutarlılık özelliğini taşıdığı varsayılır. Bu özellik aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| \leq b) = 1 \quad (1.5)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Var(\hat{\theta}) = 0 \quad (1.6)$$

Eşitlik 1.5' de b , tahmin ediciyle gerçek değer arasındaki farkın b gibi küçük bir değerden küçük olma olasılığını ifade eder.

1.2.2.3. Asimptotik Etkinlik

Tutarlı tahmin ediciler arasında en küçük asimptotik varyanslı tahmin ediciye asimptotik tahmin edici denir. n sayısı arttıkça en küçük varyansa sahip tahminci, en etkin tahminci olur ve buna asimptotik olarak etkili hata kareler tahmini adı da verilir. Yani $\hat{\theta}$ 'nın asimptotik etkin bir tahmin edici olması için hem tutarlı hem de başka bir tutarlı tahmin ediciye göre daha düşük varyanslı olması istenir.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. Basit Tesadüfi Örneklem Yöntemi

Basit tesadüfi örneklem yöntemi, tesadüfi örneklem yöntemleri içerisinde yer alan en temel ve en çok kullanılan örneklem yöntemi olup, diğer örneklem yöntemlerinin de temelini oluşturur (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015; Yay, 2003; Yamane, 2010).

Basit tesadüfi örneklemede, ana kütleli oluşturulan her örneklem birimine eşit şans tanınır (Tekin, 2014). Diğer bir ifadeyle örnek oluşturmak için, örneğe alınacak birimlerin oluşturulmasında, birimler arasında herhangi bir fark gözletilmez. Basit tesadüfi örnekleme N çaplı ana kütleli alınacak n çaplı mümkün örneklerin her birinin örneğe girmede eşit seçilme şansına sahip olduğu seçme yöntemi de denir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Basit tesadüfi örneklemede örnek seçimi, yerine koyarak ve yerine koymadan yapılan seçme yöntemi olarak iki şekilde ifade edilir.

2.1.1. Yerine Koyarak Seçim Yöntemi

Bu seçme yönteminde N çaplı ana kütleli, n çaplı örnek, yerine koyarak yapılan seçme yöntemiyle seçildiğinde, seçilebilecek tüm mümkün örneklerin sayısı,

$$\underbrace{N * N * N * \dots * N}_{n \text{ tane}} = N^n \quad (2.1)$$

olarak ifade edilir. Böylece işlem yerine koyarak yapıldığında her bir n çaplı mümkün örneğin örneğe girme olasılığı $\frac{1}{N^n}$ olur (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015).

2.1.2. Yerine Koymadan Seçim Yöntemi

Yerine koymadan seçim yönteminde ise N çaplı bir ana kütleli, n hacimli örnek, yerine konmadan çekildiğinde, örnek birimlerinin seçilme sıraları göz ardı edilir. Bu durumda, örneği oluşturan n biriminin, n! kadar farklı bir sıralaması yapıldığından, mümkün olan örnek sayısı,

$$N*(N-1)*(N-2)*\dots*(N-n+1)*\frac{1}{n!} = \binom{N}{n} \quad (2.2)$$

olarak ifade edilir. Böylece her bir n hacimli örneğin alınma olasılığı $\frac{1}{\binom{N}{n}}$ olur. Diğer bir ifadeyle örneklem birimin alınması, yerine konmadan (iadesiz) yapıldığında, birinci birimin çekilme durumu $\frac{1}{N}$, ikinci birimin çekilme durumu $\frac{1}{N-1}$ ve üçüncü birimin çekilme durumu $\frac{1}{N-2}$ olarak gerçekleşir.

Örneklem birimi seçimi sırasında, yanlılıktan kaçınmak için sistemli ve bilinçli bir çaba gerekebilir. Örneğe girecek her birime eşit şans tanınmalıdır. Bunun için kura yöntemi veya tesadüfi sayılar tablosuna başvurulur (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2005). Farklı tesadüfi sayılar tablosu olmasına rağmen, büyüklük bakımından en uygun olanı Kendall ve Smith'in Tesadüfi sayılar tablosudur (Kendall ve Smith, 1954). Bilinen diğer iki tablo ise 105000 tesadüfi basmağa sahip Interstate commerce commission tablosu (1949) ile bir milyon basamağa sahip Rand Corporation (1955) tesadüfi sayılar tablosudur. Ayrıca on binlik ve yüz binlik tesadüfi sayılar tablosu da bazı istatistik kitaplarında mevcuttur.

Basit tesadüfi örnekleme yöntemi, tesadüfi örnekleme yöntemi olduğundan, bu yöntemde her birimin örneğe girme şansı eşittir. Ana kütle çok büyük olmadığında birimlerin örneğe alınması, istatistik değerlendirmeler ve sonuçların yorumlanması kolayca yapılabilmektedir. Basit tesadüfi örneklemede, örneklemeye başlamadan önce ana kütle birimlerinin listesi gerekir, listenin olmaması durumunda yeni bir listenin hazırlanması için araştırma yapılır. Ana kütle büyük olduğunda (örneğin 1000) birimleri listelemek ve seçim zorlaşabilir. Diğer yandan, araştırmada kullanılacak olan örneklem birimi, bireyler ise ve bu bireyler çok geniş ve farklı yerlerde yaşıyorsa, bunlara ulaşmak maliyet ve zaman açısından zor olabilir. Basit tesadüfi örnekleme yöntemini kullanmanın en önemli sakıncası, ana kütledeki birimlerin belirli özelliklere göre sınıflandırılmaması olarak düşünülebilir. Ayrıca basit tesadüfi örnekleme yöntemi ile seçilecek birimler, grupları eşit oranda temsil etmeyebilir. Bu gibi durumlarda tabakalı örnekleme yöntemini kullanmak daha uygun olabilir. (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2005).

2.2. Sistematik Örnekleme

Sistematik örnekleme yöntemi, tesadüfi olan örnekleme yöntemleri arasında yer alır. Birimlerin her birisinin eşit şansla örneğe girmesine olanak sağlar. Sistematik örnekleme yöntemi, aynı zamanda basit tesadüfi örnekleme yöntemiye alternatif olarak geliştirilen bir yöntemdir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015).

Ana kütle büyük olduğunda, örneklem birimlerinin basit tesadüfi örnekleme yöntemiyle belirlenmesi zor olabilir. Bu durumda, basit tesadüfi örnekleme yapmak yerine sistematik örnekleme yapılabilir. Sistematik örnekleme, tabakalı örnekleme ve küme örnekleme yöntemleriyle birlikte de kullanılabilir. Daha çok abonelik kayıtlarında, alan araştırmalarında, özellikle anketörlerin profesyonel istatistikçiler olmaması durumunda ve örneğin çekilmesi güç ya da olanaksız olduğu durumlarda sistematik örnekleme kullanılabilir.

Sistematik örneklemede, birimler numaralandırılarak, başlangıç sayısı tesadüfi olarak belirlenir. Böylece ilk birim, ana kütleden tesadüfen alınmış olur. Diğer birimlerin alınma işlemi ise sistematik olarak yapılır. Örneğin, 40 bin üyenin olduğu bir halk kütüphanesinde, hizmet kalitesini artırmak amacıyla memnuniyet düzeyinin araştırılması istensin. 1000 üyeden oluşan bir örnek alınmak istendiğinde, basit tesadüfi örnekleme uygulamak zaman alıcı olabilir. Bunun yerine sistematik örnekleme kullanılabilir, n hacimli bir örnek için tek bir tesadüfi sayı kullanılarak örneklem birimleri alınabilir. Örneğin her 40 üye arasından 1 üye seçilebilir. İlk üye tesadüfi sayılar tablosu kullanılarak belirlenir ve bundan sonraki üyeler bu sayıya 40 eklenerek belirlenir. Tesadüfi olarak alınan ilk üyenin 15 no'lu üye olduğu varsayılırsa; 40 üye eklenerek; 15, 55, 95, 135,..., no'lu üyeler alınarak işlem yürütülür

Sistematik örneklemede, aralık büyüklüğü (sistematik örnek sayısı, k), ana kütle birim sayısının (N), olması istenilen örneklem büyüklüğüne (n) bölünmesiyle ($k=N/n$) ya da sistematik örnek sayısı verilmiş ise her bir sistematik örnekte olması gereken örnek çapı, ana kütledeki birim sayısının sistematik örnek sayısına bölünmesiyle elde edilir ($n=N/k$). Örneğin $2000/20=100$ yani her yüz birimden birisinin örneğe alınması işlemidir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Aynı zamanda bu yöntem ‘‘k’de 1 örnek’’ denilerek ifade edilebilir (100’de 1 örnek). Basitçe örnekleme kesrinin $\frac{1}{k}$ olduğu anlamına gelir.

2.2.1. Sistematik Örnekleme Süreci

Sistematik örnekleme süreci aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- İlk olarak n büyüklüğünde bir örnek hacmi belirlenir.
- N hacimli ana kütlede her biri $k=\frac{N}{n}$ tam sayıda birim içeren tabakaya veya kümeye bölünür.
- 1, 2,..., k sayı arasından $\frac{N}{n}=k$ tesadüfi olarak alınır. Bu birim, örneği oluşturacak birinci birimin sıra numarasını oluşturur.

- Bundan sonra örneğe girecek birimleri takip ederek oluşturulan sıra numaraları $a, a+k, a+2k, \dots, a+(n-1)k$ ifadedeki gibi örneğe alınarak istenilen n hacimli örnek oluşturulur.
- Oluşturulan örnekten elde edilen bilgiler kullanılarak gerekli istatistikler hesaplanır ve bu istatistikler yardımıyla ana kütle hakkında uygun değerlendirmelerde bulunulur.

Sistematik örneklemede, ana kütle birimleri tesadüfi olarak sıralandığında, basit tesadüfi örneklemeğe yakın duyarlılık düzeyi sağlanır. Uygulama alanlarından biri olan orantılı tabakalı örneklemede her tabakadaki örnekleme birimleri tesadüfi olarak sıralandığında, (örneğin işletmeler, büyük, orta ve küçük olarak tabakalandırılabilir) basit tesadüfi örnekleme yerine sistematik örnekleme de kullanılabilir. Böylece basit tesadüfi örneklemeğe yakın bir duyarlılık sistematik örnekleme ile sağlanabilir (Yamane, 2010). Diğer bir uygulamada ise harita, plan ve kroki üzerinde; her aşamada daha alt kümelerle ayrılarak, bunlar içerisinde örnekleme yapılabilir. Sistematik örnekleme, ayrıca çerçevenin bulunmadığı durumlarda ve hareketli ana kütle örneklemeğinde de kullanılabilir.

2.2.2. Sistematik Örnekleme Yapmanın Avantajları

Sistematik örneklemenin avantajlarını aşağıdaki gibi sayılabilir.

1. Sistematik örneklemede, birimlerin örneğe alınması kolaydır. Başlangıç noktası belirlendikten sonra, kolay uygulanan bir yöntem olup, basit tesadüfi örneklemeğe göre daha az uygulama hatası içerir.
2. Alınan örnek genel olarak ana kütle üzerinde geniş dağılım gösterir. Çerçeveye ihtiyaç duymaz. Bu nedenle ana kütleyle daha iyi temsil eder.
3. Maliyet ve zaman açısından, sistematik örnekleme, basit tesadüfi örneklemeğe göre avantaj sağlar.
4. Koşullar sağlandığında, sistematik örnekleme, basit tesadüfi örnekleme yerine kullanılabileceği gibi diğer örnekleme yöntemleri ile birlikte de kullanılabilir.

2.2.3. Sistematik Örneklemenin Dezavantajları

Sistematik örneklemenin dezavantajları ise aşağıdaki gibi sıralanır.

- a) Sistematik örneklemede, tek bir sistematik örnek ile ana kütle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı tahmin edilemez.
- b) Ana kütledeki birimler periyodik olarak değişim gösteriyorsa, (örneğin bir bankanın iş yükünü araştırmak için haftanın sadece bir günü incelensin ve başlangıç noktası çarşamba

olsun) her seferinde aynı döngü ortaya çıkar ve kısır döngü oluşur, böylece elde edilen sonuçların güvenilirliği azalır (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2005; Özdemir, Tekin ve Esin, 2015).

2.3. Tabakalı Tesadüfi Örneklem

Örneklemede, ana kütleden alınacak birimlerin, ana kütleyi en iyi şekilde temsil etmesi istenir. Ancak, bazı özellikler için ana kütle, ilgilenilen özellik bakımından homojen olmayabilir. Örneğin bireylerin yaşı, cinsiyeti, mesleği, sosyo-ekonomik durumu ve kültürel özellikleri ana kütlenin homojenliğini etkileyebilir. Böyle bir durumda basit tesadüfi örneklem ya da sistematik örneklem yerine tabakalı örneklem daha uygun olacaktır (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2005). Örneğin, çiftçilerin üretmiş oldukları ürünlere ilişkin yapılacak araştırmada, eğitim düzeyi etkili ise ve çiftçiler de eğitim düzeyi bakımından farklı ise Basit tesadüfi örneklem ile eğitim düzeyi yüksek ya da düşük olanların örnekte eşit oranda veya dengeli olması sağlanamayabilir. Bu durumda tabakalı örneklem yönteminin tercih edilmesi daha uygun olacaktır.

Tabakalı örneklemede ana kütle, homojenliği bozan faktöre göre kendi içerisinde homojen olan ve tabaka olarak adlandırılan gruplara ayrılmaktadır. Her bir tabaka, bir ana kütle gibi düşünülerek, birimler bağımsız olarak alınmakta ve tabakadan elde edilecek tahminler de ayrı ayrı yapılmaktadır. Tabakalı örneklemede hesaplanacak ana kütle ortalamalarının tahmin edicileriyle daha düşük varyanslar elde edilebilir. Diğer bir ifade ile tabakalamada yapılacak tahminlerin varyansları küçülecektir (Kish, 1965).

Ana kütleyi tabakalara ayırmada, homojenliği bozan faktörlerden hangisinin dikkate alınması gerektiği önemlidir. Örneğin kadınların işgücüne katılım oranının araştırılmak istendiği bir araştırmada; örneklem yapılırken, kadınların eğitim düzeyi, yaşı ve ya sosyo-ekonomik özelliklerinden hangisine göre tabakalama yapılacağına karar vermek önemlidir. (Yamane, 2010; Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Ana kütle tabakalara bölündükten sonra, her bir tabakadan tesadüfi olarak birimler alınır.

2.3.1. Tabakalı Örneklem Yönteminin Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması

Tabakalı örneklem ile basit tesadüfi örneklem ve sistematik örneklem karşılaştırıldığında; tabakalı örneklemin tüm bilgileri kullanması bakımından, diğer yöntemlere göre ana kütleyi daha iyi temsil edebilecek örnekler alınabilmesine olanak sağladığı

düşünülebilir. Ana kütle çok geniş olduğunda ve homojenliği bozan faktörler olduğunda, tabakalı örnekleme avantajlı olabilir. Ayrıca tabakalı örneklemede, basit tesadüfi örneklemeyle göre daha küçük örnek ve daha düşük maliyetle, daha yüksek temsil düzeyine ulaşılabilir (Tekin, 2014).

2.3.2. Tabakalı Örneklemenin Avantajları

1. Ana kütlede geniş dağılım göstermesi ve ilgilenilen özellik bakımından homojenliği bozan faktörlerin olması durumunda tabakalı örnekleme duyarlılığı artırır.
2. Her tabakaya ilişkin ayrı ayrı tahminler elde edilmek isteniyorsa, bu yöntem tercih edilebilir ve her tabaka içinde farklı örnekleme yöntemleri kullanılabilir.
3. Ana kütle homojen tabakalara ayrıldıktan sonra yapılacak olan herhangi bir tabakadan örnek seçimi sırasında belli bir grubun alınması önlenmiş olur.
4. Ana kütlede uç değerlerin olması halinde bunlar ayrı bir tabaka olarak gösterilir ve değişkenlik azaltılabilir.
5. Tabaka içi değişkenlik azalacağı için daha etkin tahminler elde edilebilir.
6. Birçok durumda tabakalama işlemi coğrafi bölgelere, idari gruplamaya, seçim bölgelerine veya doğal özelliklere göre tabakalara ayrılır. Bu durum genellikle maliyet ve kolaylık bakımından tercih edilebilir.

Tabakalı örnekleme, ana kütlede tabakalara ayrılması ve ayrılan her tabaka için farklı örnekleme yöntemlerinin kullanılabilmesi bakımından, zaman ve maliyetten tasarruf sağlayabilir. Nasıl tabakalama yapılacağına istatistikçi ve araştırmacı birlikte karar verebilir.

2.3.3. Tabakalı Örnekleme Süreci

Tabakalı örnekleme süreci aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- ✓ N hacimli ana kütle, ilgilenilen özellikler bakımından farklılık gösteren faktöre veya özelliğe göre kendi içinde homojen, $N_1, N_2, N_3, \dots, N_h$ büyüklüğünde tabakalara ayrılır. Tabaka hacimleri toplamı ana kütle hacmine eşittir.
- ✓ Hiçbir birim dışarıda birim kalmayacak şekilde birimler bir tabakaya atanır.
- ✓ Her tabakadan sırayla $n_1, n_2, n_3, \dots, n_h$ büyüklüğünde örnekler, basit tesadüfi örneklemeyle alınır ve işlemler yürütülür.

2.3.4. Tabakalar arasında örneklem hacminin paylaştırılmasında kullanılan yaklaşımlar

n birimlik örneğin tabakalara bölünmesiyle örnek çapları n_h ' lar ($h=1, 2, \dots, L$) bilinmediğinden ana kütle parametrelerine ilişkin tahmin edici ve varyans hesaplamalarına ulaşılamaz. Bu nedenle tabakalı örneklemede en önemli sorunlardan biri n çaplı örneği en doğru şekilde tabakalara paylaştırarak, her tabakadan kaç birimlik örnek çekileceğine karar vermektir (Yamane, 2010; Özdemir, Tekin ve Esin, 2015).

Ana kütle tahmin edicisinin duyarlılığı varyans ile ölçülmektedir ve duyarlılığın yüksek olması, tahmin edicinin varyansının küçük olmasıyla ilgilidir (Yamane, 2010).

Tabakalar arasında örneklem hacminin paylaştırılmasında kullanılan yaklaşımlar aşağıdaki gibidir.

1. Eşit Paylaştırma
2. Orantılı Paylaştırma
3. En Uygun Paylaştırma(optimum)
4. Neyman Paylaştırma

2.3.4.1. Eşit Paylaştırma

Eşit paylaştırma, her tabakadan eşit sayıda olacak şekilde örnek hacmi çekme yöntemine dayanır. Bilinen en basit ve en çok kullanılan yöntemidir. Bu yöntem, daha çok her bir tabaka çapı, tabaka varyansı ve her bir tabakadan çekilen örnek hacminin maliyetinin birbirine yakın olduğu durumlarda kullanılır.

2.3.4.2. Orantılı Paylaştırma

Orantılı paylaştırma yöntemi, ele alınan n birimlik örneğin tabaka çaplarıyla orantılı olarak paylaştırılmasına dayanır. Böylece, çapı büyük olan tabakadan daha fazla, küçük olan tabakadan daha az örneklem birimi alınmış olur. Örnekleme oranı $\frac{n}{N}$ her tabaka için eşittir. 1200 birimlik bir ana kütleden, 300 birimlik bir örnek alınmak istendiğinde; ($\frac{n}{N} = \frac{300}{1200} = 0,25$) örnekleme oranı 0,25 olacak ve böylece her tabakanın %25'lik kısmı örneğe girmiş olacaktır. Bu yöntem, daha çok tabaka çapları ve varyansları birbirinden farklı olduğu durumlarda kullanılabilir ve sadece tabaka çaplarına ihtiyaç duyar (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015; Yamane, 2010).

2.3.4.3. En Uygun Paylaştırma

En uygun paylaştırma yöntemi, n birimlik örneği belli bir maliyet fonksiyonu doğrultusunda varyansı minimum yapacak şekilde tabakalara paylaştırır. Tabaka çapı, tabaka varyansı ve her tabakadan birim seçme maliyetinin birbirinden farklı olduğu durumlarda kullanılır. Örneğin saha çalışmalarında, tabakalardan çekilen örnek birimlerin maliyetleri farklılık gösterebilir. Kırsal alandaki bir bireyle yapılan görüşme ile kentteki bireyle yapılan görüşme farklı maliyet içerebilir.

2.3.4.4. Neyman Paylaştırma

Neyman paylaştırma, En uygun paylaştırma yönteminin özel halidir. Bazı durumlarda, tabaka çapları ve tabaka varyansları birbirinden oldukça farklı olmasına rağmen, her tabakadan bir birim seçme maliyeti birbirinden büyük farklılık göstermeyebilir. Bu durumda bu yöntemin kullanılması önerilir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Örneklem hacmi sabit olup, örneklemeye alınacak birimlerin maliyetleri tabakadan tabakaya değişiklik göstermediği durumlarda uygulanır.

2.4. Küme Örneklemesi

Daha önce bahsedilen örneklem yöntemlerinde, ana kütleyle ait birimlerin listesinin mevcut olduğu ve ana kütle çapının mevcut bir alana yayıldığı varsayılmaktadır. Ana kütle büyük olduğunda ve geniş bir dağılım gösterdiğinde; geniş bölgeye yayılan birimleri ölçme maliyetinin yüksek olması ve uygun çerçeve bulma zorluğu gibi nedenlerle örneklem yapmak güç olabilir (Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Ana kütle kendi içinde belirli bir coğrafi bölgeye dağılmışsa veya ortak faktörler bakımından alt gruplara (kümelere) ayırmak mümkünse bu durumda küme örneklemesi kullanılabilir. Kümeler arasından tesadüfi örneklem ile belirli bir küme örneği oluşturulur. Örneğe alınacak küme birimlerinin benzer özellik göstermeleri, diğer bir ifade kümelerin kendi içerisinde homojen olması istenir (Armutlulu, 1999).

Küme örneklem yönteminde örneklem birimi kümelerden oluşan ana kütle içinden alınır (Tekin, 2014). Küme örneklem yöntemi, zaman ve maliyet açısından avantaj sağlamasına rağmen, diğer örneklem yöntemlerine göre daha büyük standart hatalar içerebilir. Küme örneklemesinde kümenin homojen ya da heterojen olması standart hatayı etkiler. Buna bağlı olarak standart hata büyükse, kümenin benzer özellikler içeren homojen birimlerden oluştuğu

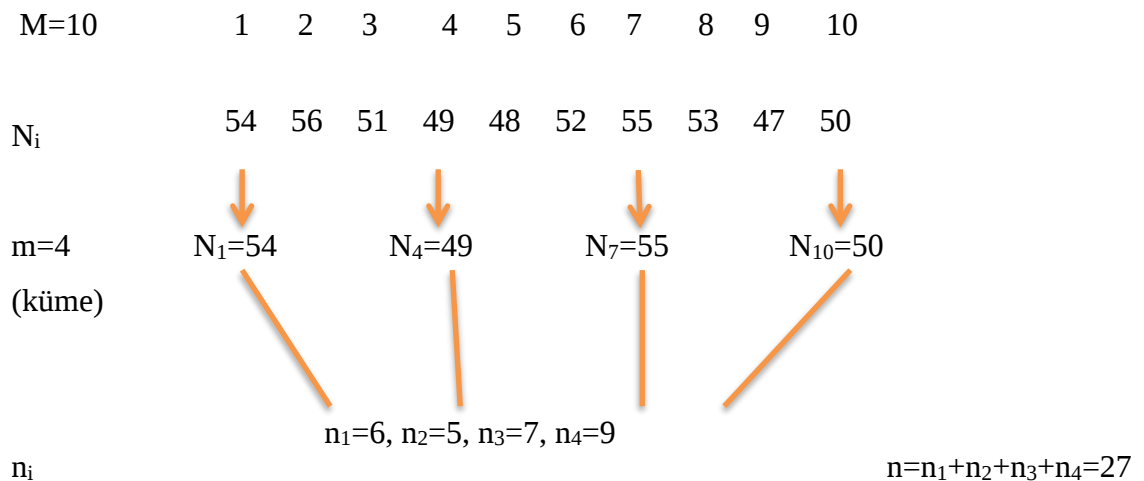
söylenbilir. Ancak küme farklı özellikler içeren heterojen birimlerden oluşuyorsa standart hatanın daha küçük olduğu söylenbilir (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2005). Bir kümede her yaş grubundan öğrenci varsa bu küme heterojen kabul edilir, sadece küçük ya da sadece büyük yaş gruplarını temsil eden kümeler varsa da bu kümeye homojen küme olarak kabul edilebilir.

2.4.1. Küme Örneklemesi Süreci

Küme örnekleme süreci aşağıdaki gibidir.

- Ana kütle, herhangi bir özelliğe göre değil de, coğrafi (konum) özelliklerine göre istenilen sayıda kümeye (gruba) ayrılır. Örneğin, aynı okulda öğrenim gören öğrenciler veya aynı okulda görev yapan öğretmenler ya da aynı mahallede yerleşim gösteren aileler. Ayrıca istenildiğinde her küme alt kümelere bölünür.
- Oluşturulan alt kümelerden istenilen sayıda (m) küme tesadüfen alınır.
- Alt kümelerdeki bütün birimler örneği oluşturur. Oluşturulan alt küme sayısına göre küme örnekleme yöntemi, tek aşamalı veya çok aşamalı örnekleme yöntemi olarak gruplandırılır. Tek aşamalı küme örneklemesinde örneğe alınacak “ m ” kümeye ait bilgilerin tamamı kullanılır. Çok aşamalı küme örnekleme ise “ m ” kümeden alınan birimlerin tekrardan yerine koymadan seçilmesiyle gerçekleştirilir.

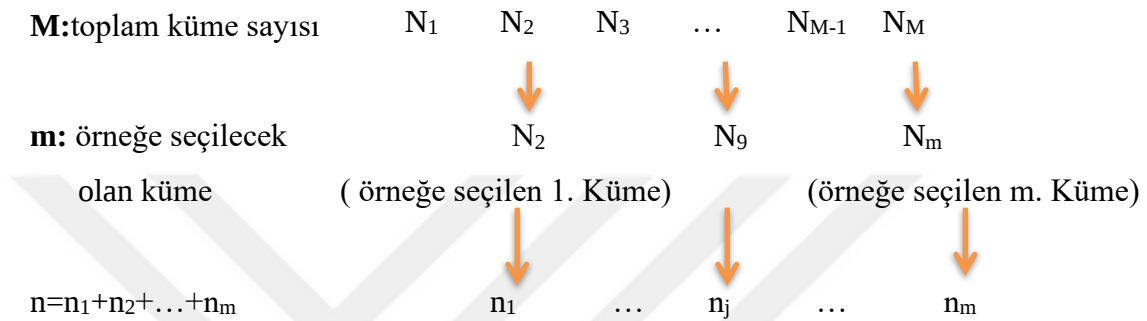
10 bölüm ve her bölümde yaklaşık 50 öğrenci olduğu varsayımı ile küme örnekleme aşağıdaki gibi yürütülebilir.



10 bölümden ($M=10$) örneğin $m=4$ bölüm (küme) alınsın. $M=10$, birincil örnekleme birimi (böb) olarak adlandırılır. Daha sonra; $N_1=54$, $N_4=49$, $N_7=55$, $N_{10}=50$ olan $m=4$ bölümden sırayla $n_1=6$, $n_2=5$, $n_3=7$, $n_4=9$ öğrenciden oluşan örnekler alınır. Bu öğrenciler (temel birimler) ikincil

örnekleme birimi (iöb) olarak adlandırılır. Burada $n_1=6$, $n_2=5$, $n_3=7$ ve $n_4=9$ olarak gösterilen öğrenci grupları, nihai küme olarak nitelendirilir

Küme örnekleme yönteminde, örnekleme alınacak birimler, yöntemin özelliği gereği iki aşamada gerçekleştirilir. İlk olarak M küme “birincil örnekleme birimi” olarak adlandırılır. M’den, ‘basit tesadüfi örnekleme ile yerine konmadan m örnekleme kümesi alınır. İkinci aşamada ise i’inci böl’den, n_i ($i=1,2,...,m$) tane ikincil örnekleme birimi (iöb) örneğe alınır. Bu süreç, Şekil 3’te özetlenmiştir.



Şekil 2.1. Küme Örnekleme Özeti

Küme örneklemeinde, ana kütle toplamının tahmini iki adımda gerçekleştirilir. Birincisi, ana kütle $N = N_1 + N_2 + \dots + N_m = \sum_{i=1}^m N_i$ olmak üzere, örnek seçiminde M küme içinden basit tesadüfi örnekleme ile yerine koymadan m tane küme toplamı tahmin edilir. Burada tahmin edilecek herhangi bir kümenin örneğe girme olasılığı $\frac{1}{M}$ ’dir ve $\binom{M}{m}$ tane küme örnek seçilme şansı elde eder. İkincisi ise, bu tahmin edilen m kümenin her birinden n_i birimin örneğe girmesidir. Yani örneğe alınacak m kümenin her birinden n_i iöb’ün seçilmesi ile M kümenin toplamını tahmin etmek için kullanılmasıdır. Aynı şekilde i’inci kümeden örneğe girme olasılığı $\frac{1}{N_i}$ olur ve i’inci kümeden $\binom{N_i}{n_i}$ tane birim örneğe çekilir. (Yamane,2010; Özdemir, Tekin ve Esin, 2015). Böylece toplam örnek çapı,

$$n = \sum_{i=1}^m n_i \quad (2.3)$$

olarak ifade edilmektedir.

2.5. Yeniden Örneklem Yönteminin Genel Özellikleri

Son yıllarda ilerleyen teknolojilerle birlikte; örneklem birimi ve örneklem seçimi ile ilgili hatalar, yanlış örneklem yöntemlerinin kullanılması, örneklem büyüklüğünün yeterli olmaması ve veri toplamada yapılan hatalar gibi temel örneklem yöntemlerinin bazı eksiklikleri gözlenmiştir (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 1997). Temel örneklem yöntemlerindeki bu eksikleri gidermek üzere, yeniden örneklem yöntemleri geliştirilmiş ve birçok alanda kullanılmaya başlamıştır.

Yeniden örneklem yöntemleri, elde edilen verilerin tekrarlı kullanıldığı, bilgisayara dayalı yöntemler olarak bilinir. Bu yöntemler; örneklem dağılımlarının asimptotik olarak normal dağılıma yaklaşmasını temel alarak, klasik analizleri kullanan araştırmacıların standart hata ve güven aralıklarını belirlemek için bu yöntemleri sürekli olarak normale yaklaştırma veya merkezi limit teoremini kullanma gereksinimlerinde esneklik sağlamıştır (Wang ve Gasser, 1998). Asimptotik olarak güvenilir standart hata, güven aralığı ve test istatistiklerinin elde edilmesinin zor olduğu durumlarda, yeniden örneklem yöntemleri tahmin teorisine alternatif olacak şekilde deneye dayalı (ampirik) bir yaklaşım olarak tercih edilmekte ve simülasyon gerektirmektedir (Davison ve Hinkley, 1994). Yeniden örneklem yöntemleri, asimptotik hesaplamalar aracılığıyla tahmin için bir örneklem dağılımı oluşturmakta ve geleneksel asimptotiklere göre daha doğru sonuçlar vermektedir (Efron ve Tibshirani, 1986; Beşer, 2006).

2.5.1. Yeniden Örneklem Yöntemi Kullanmanın Gerektirilmesi

Yeniden örneklem yöntemlerinin kullanım avantajları aşağıdaki gibi özetlenebilir (Yu, 2002).

2.5.1.1. Ampirik (Deneysellik)

Bilinen klasik yöntemler (temel yöntemler) daha çok teoriye dayanır ve varsayım gerektirir. Bu yöntemlerle, örnekten hareketle ana kütle hakkında yorum yapılabilir, ancak ana kütleyle ilişkin yeterli ve güvenilir bilgi elde edilemediği durumlarda bu yöntemlerin etkinliği azalabilir. Bu gibi durumlarda, deneysel (ampirik) yöntemlere dayalı yeniden örneklem yöntemlerinin kullanılması uygun olabilir (Diaconis ve Efron, 1983; Peterson, 1991).

2.5.1.2. Tesadüfi Olmayan Örnek

Klasik örnekleme yöntemleri, örneklemin tesadüfi alınması ilkesine dayanır. Yeniden örnekleme yöntemleri, rasgele veya tesadüfi örnekleme koşullarında kullanılabileceği gibi tesadüfi olmayan koşullarda da kullanılabilir (Edgington,1995) Böylece, yeniden örnekleme yöntemlerini kullanmak daha avantajlı olabilir (Lunneborg, 2000).

2.5.1.3. Büyük Örnek

Yeniden örnekleme yöntemleri çoğu zaman küçük örnekler için belirgin kolaylık sağlar. Aynı zamanda bu yöntemler, büyük örnek genişliklerine de uygulanabilir. Ana kütle alt gruplara ayrılarak çapraz geçerlik (cross-validation) ya da bootstrap yöntemleri uygulanabilir. Buna bağlı olarak, büyük örnek göz önüne alındığında, testi yapan araştırmacı hiç reddedilmemesi gereken bir sıfır hipotezini reddedebilir (Helberg, 1996). Oysaki büyük veri seti, alt gruplara bölünerek elde edilecek sonuçlar kullanabilir.

2.5.1.4. Küçük Örnek

Yeniden örnekleme yöntemlerinin bir amacı da simülasyon yapmaktır. Bu yöntemler, küçük örnekler kullanıldığında, daha fazla gözlem oluşturma gücüne sahip olmaları nedeniyle avantajlı olabilir (Peddada and Chang, 1996). Ancak, küçük örnekler de her ne kadar parametrik varsayımları sağlasa da yeterli sonuçlar elde edilemeyebilir.

2.5.1.5. Dağılım

Klasik yöntemler, genellikle büyük örneklem genişliklerinde işlem gördüğünden fazla varsayım gerektirir. Ancak örneklem küçük olduğunda, yani yeterli büyüklükte olmadığında ve parametrik varsayımlar sağlanmadığında yeniden örnekleme yöntemlerinin kullanımı önerilebilir (Diaconis & Efron,1983). Böylece az varsayım gerektiren yeniden örnekleme yöntemleri daha avantajlı olabilir.

2.5.1.6. Tekrarlanabilirlik

İstatistikte tekrarlanabilirlik, çoğunlukla güven veren bir durumdur. Ancak, çoğu kez araştırmacılar tarafından tercih edilmez. Zira tekrarlanabilirlik; daha çok güç, maliyet, zaman ve işgücü gerektirebilir. Yeniden örneklemedeki çapraz geçerlilik ve bootstrap gibi tekrarlı yöntemler içsel tekrarlardır (Thompson ve Synder, 1997).

2.5.1.7. Varsayım

Her teori ve yöntem belirli varsayımlara dayanır. Klasik yöntemler, yeniden örnekleme yöntemlerine göre daha fazla varsayım içerir.

2.5.1.8. Genelleme

Yeniden örnekleme yöntemleri, tek bir örneğe dayalı olması ve sonuçların tek bir örnek üzerinden değerlendirilmesi nedeniyle genelleme için yeterli olmadığı yönünde eleştirilmektedir. Ancak, Fan ve Wang (1996) test sonuçlarının kararlılığının değerlendirilmesinin çıkarımsal değil tanımlayıcı olduğunu belirtmiştir.

2.5.1.9. Doğruluk

Yeterli deneysel çalışmanın yapılmadığı durumlarda, yeniden örnekleme tahminlerinin doğruluğunun düşük olduğu belirtilmektedir. Ancak, günümüz koşullarında yüksek hızlı bilgisayarlarla bu durumun üstesinden gelinebilir.

2.5.1.10. Yanlılık

Bosch (2002), yanlılığın büyük örnekler ile azaltılabileceğini belirtmiştir. Ancak bootstrap yöntemi ile elde edilen güven aralıkları daima yanlılık gösterir. n örnek büyüklüğü olmak üzere, normal dağılım gösteren bir ana kütleden örnek alındığında; güven aralığı için yanlılık en az $n/(n-1)$ olacaktır. Ancak daha karmaşık bootstrap yöntemleri ile bu yanlılık azaltılabilir. Yanlılığın azaltılması konusunda, klasik yöntemler belirgin bir çözüm sunamazken, yeniden örneklemeyle yapılan tekrarlar, bu sorunu kısmen de olsa giderebilmektedir.

2.6. Yeniden Örneklem Yöntemlerinin Tarihsel Gelişimi ve Çeşitleri

Bilgisayara dayalı yoğun yöntemler olarak bilinen yeniden örneklem yöntemleri, örnek verilerini tekrar tekrar işleme tabi tutarak istatistik bilgiler veren yöntemlerdir. Yeniden örneklem yöntemlerinin elle hesaplanabilmesi, zaman ve maliyet bakımından oldukça zahmetli olduğundan, 1990'larda hızla gelişen teknolojiyle birlikte bu yöntemler, bilgisayar tabanlı yöntemler olarak uygulamadaki yerini almıştır. Bu yöntemler, tahminin yanlılığı, güven aralığı oluşumu ve tahmin edilen parametreyle ilgili istatistik hipotezleri test eder. Geleneksel yöntemlerde, normallik ve sabit varyanslılık varsayımları göz ardı edilemeyen kavramlardır. Veriler parametrik testlerin varsayımlarını sağlamadığında, yeni yöntemlerin kullanımında çekinceli davranılmakta ve geleneksel yöntemlerin kullanımı tercih edilmektedir. Ancak son yıllarda, ilerleyen teknolojilerin getirmiş olduğu kolaylıklarla birlikte, yeni yöntemlerin kullanımında artış olduğu söylenebilir. Bu yöntemler kısaca aşağıda özetlenmiştir.

- **Permütasyon Testi:** Permütasyon testi, R. A Fisher (1935) ve E.J.G. Pitman'ın (1937) çalışmalarıyla geliştirilen en eski yeniden örneklem yöntemidir. Örnek genişliği değiştirilmeden, gözlemlerin tesadüfi olarak yeniden düzenlenmesine dayanır. Edgington (1995) permütasyon ve randomizasyon testlerini sıklıkla birbirinin yerine kullanmıştır. Ancak Ernst (2004) bu terimlerin farkını kısaca açıklamış, Onghena (2018) ise bu kavramların hem tarihsel hem de kavramsal açıdan farklılık gösterdiğini vurgulamıştır.
- **Çapraz Geçerlilik:** Basit çapraz geçerlilik yöntemi ilk olarak Kurtz (1948) tarafından Rorschach testine bir öneri olarak geliştirilmiştir. Buna bağlı olarak Mosier (1951), bu yöntemi geliştirerek çift çapraz geçerlilik yöntemini önermiştir. Daha sonrada Krus ve Fuller (1982), çift çapraz geçerlilik yöntemini genişleterek çoklu çapraz geçerlilik yöntemini önermişlerdir. Bu yöntemde, verilerin yeterliliğini değerlendirmek için örneklem ikiye bölünür. Bunlardan birisi analiz için kullanılırken, diğeri modelin doğruluğunu test etmek için kullanılır (Binzat, 2017).
- **Jackknife:** Jackknife yöntemi ilk olarak Maurice Quenouille (1949,1956) tarafından, istatistik yanlılığı ortadan kaldırmak için önerilmiş daha sonra John W. Tukey (1958) tarafından hipotez testi ve güven aralığı oluşturmak için genişletilmiştir.
- **Bootstrap:** Bootstrap yöntemi, Bradley Efron (1979) tarafından, Jackknife yöntemine alternatif olarak önerilmiş, daha sonra Efron ve Tibshirani (1993) tarafından geliştirilmiştir. Çapraz geçerlilikte amaç, sonuçların tekrarlanabilirliğini doğrulamak, Jackknife yönteminde aykırı değerleri tespit etmek ve Bootstrap yönteminde çıkarım

yapmaktır. Bootstrap yöntemi, gözlemlerin rastgele yer değiştirilerek yerine konulması ile test edilir.

2.6.1. Permütasyon Yöntemi

Permütasyon testi 1930'ların başında Fisher (1935,1960) ve Pitman (1937) tarafından geliştirildi. Fisher (1930) tarafından daha çok Student-t testini destekleyen bir argüman olarak kullanılmış ancak daha sonra kendi başına bir istatistik yöntem haline gelmiştir. Bu yöntem, örnek gözleminin değiştirilmeden rastgele yeniden düzenlenmesine dayanır. Rastgele veya kesin testler olarak bilinen en eski örnekleme yöntemi olarak da bilinir. Edgington (1995) tarafından "permutation test" ve "randomization test" terimleri sıklıkla birbiri yerine kullanılırken, Ernst (2004) tarafından ayrıma tabi tutulmuştur (Binzat, 2017). Permütasyon testi, örnek veri seti üzerinde bootstrap gibi yerine konarak örnekleme yapmak yerine, daha çok veriye ilişkin tüm olası permütasyonları hesaplar ve verilerin çok sayıda yeniden düzenlenmesini yapar. Diğer bir ifadeyle permütasyon testi, yerine koymadan örnekleme yaparak rastgele yeni veri setleri oluşturur.

Permütasyon testlerinde önemli kavramlardan birisi tesadüfi ya da rastgele atamadır. Bu testte rastgele atama ile çok sayıda yeni örnek oluşturulur ve örnekten hesaplanan test istatistiği ile rastgele oluşturulan test istatistiği karşılaştırılır (Doğan, 2019).

Regresyon analizlerinde, hata terimlerinin normal dağılım göstermediği ve örnek büyüklüğünün yeterli olmadığı durumlarda, EKK tahmin edicisinin t dağılımı göstermemesi ve t-testinin önemlilik (anlamlılık) için uygun olmadığı durumlarda permütasyon testleri önerilir. Parametrik testlerin ihtiyaç duyduğu varsayımlardan ve veri kümesinin göstermiş olduğu dağılımdan etkilenmeden, varsayımların oluşmadığı veya konu hakkında yeterli bilginin oluşturulmadığı durumlarda permütasyon testleri kullanılabilir (Önder, 2007).

Permütasyon testinin adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir (Good, 2001).

1. Problem analiz edilir (sıfır ve alternatif hipotez belirlenir).
2. Test istatistiği seçilir.
3. Orijinal örneklerden test istatistiği hesaplanır.
4. Gözlemler yeniden düzenlenir.
5. Yeniden düzenlenen gözlemler için test istatistiği hesaplanır.
6. Oluşturulan test istatistikleri karşılaştırılarak sonuç elde edilir.

İlk olarak problem çözülür ve problem doğrultusunda hipotezler belirlenir. Orijinal gözlemler için test istatistiği hesaplanır. Daha sonra da gözlemler yeniden düzenlenir ve

olabilecek tüm düzenlemeler işleme dahil edilir. Yeni düzenlemeler için tekrardan yeni bir test istatistiği hesaplanır. Test istatistiğinin yeni değeri, orijinal gözlemler için elde edilen test istatistiği değeri ile karşılaştırılır. Karar verilene kadar yukarıdaki adımlar tekrarlanır. Bu işlemlerin tekrarlanması ve örneklerin yeniden etiketlenerek düzenlenmesi ile permütasyon testi gerçekleştirilmiş olur. N gözlem sayısı ve n örnek büyüklüğü olmak üzere, $\binom{N}{n}$ tane farklı kombinasyon ile rastgele etiketlenmiş gözlemler elde edilir ve bunlardan gerekli hesaplamalar yapılarak sonuca varılır (Good, 1997).

Parametrik olmayan birçok test, permütasyon testi olarak uygulanabilir. Bu yöntemin en yaygın kullanım alanı iki örnek problemleridir. Örneğin iki ana kütle için sıfır hipotezinin doğru olduğu varsayımı altında (iki bağımsız ana kütlelerin ortalaması birbirine eşittir) gözlemler gruplar arasında rastgele yeniden örneklerle atanır. Böylece istenen istatistik, tüm olası düzenlemeler için yeniden örnek işleminin tekrarlanmasıyla hesaplanır. Tüm olası permütasyonların hesaplanması, makul örneklem büyüklükleri için zaman alıcı olabilir. Hesaplanacak çok sayıda rastgele permütasyon alınarak tahmin yapılabilir. Permütasyon sayısı ile ilgili olarak Davison ve Hinkley (1997) 999 permütasyonun yeterli olacağını belirtmişlerdir.

İki örnek probleminde (two-sample problem); iki farklı olasılık dağılımı içeren F ve G dağılımlarından, iki bağımsız rastgele örnek aşağıdaki gibi tanımlanır:

F dağılımından

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$$

G dağılımından

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (2.4)$$

gözlemleri alınsın. H_0 hipotezi: F ve G dağılımları arasında bir fark yoktur ($H_0: F = G$) olarak ifade edilir. Bu dağılımlar arasında farkın olmadığı ayrıca $\text{Prob}_F\{A\} = \text{Prob}_G\{A\}$ olduğunu göstermek için A'nın, z ve y'nin ortak örnek uzayının herhangi bir alt kümesi olduğunu göstermesi gerekir.

Hipotezin test edilmesi, $\hat{\theta}$ 'nın hesaplanması ile başlar. Sıfır hipotezi ret edildiğinde hesaplanan test istatistiği $\hat{\theta}$ 'nın, kabul olması durumunda hesaplanan $\hat{\theta}$ 'dan daha büyük olması

beklenir. Bu durumda gözlemlenen $\hat{\theta}$ 'nın değerinin büyük olması, sıfır hipotezinin alternatifini daha da kuvvetlendirir.

Gözlemlenen $\hat{\theta}$ değeri için, testin elde edilen anlamlılık düzeyi (ASL); sıfır hipotezi doğru kabul edildiğinde, $\hat{\theta}$ 'dan büyük olan en az bir tane değerin gözlemlenmesi olasılığı olarak tanımlanır. Bu ifade aşığıdaki gibi tanımlanır:

$$ASL = \text{Prob}_{H_0} \{ \hat{\theta}^* \geq \theta \} \quad (2.5)$$

(2.5) no'lu eşitlikte, $\hat{\theta}$ kendi gözlem değeri ile ilişkilidir ve rastgele değişen $\hat{\theta}^*$, sıfır hipotezi doğru iken $\hat{\theta}$ 'nın dağılımını ifade eden sıfır hipotezi dağılımına bağlanır. $\hat{\theta}^*$, gerçek gözlem $\hat{\theta}$ ile H_0 hipotezine göre üretilen varsayımsal bir $\hat{\theta}^*$ arasında ayırım yapar. Böylece ASL değerlerinin hesaplanması, H_0 hipotezinin kabul ya da ret edildiğini bildiren karar mekanizmasını ortaya çıkarır. Daha çok küçük olasılıklı (yani 0.01 veya 0.05) α değeri seçilir. ASL'nin değeri α 'dan küçükse H_0 ret, büyük ise H_0 kabul edilir.

Fisher'ın permütasyon testinde sıfır hipotezi $F = G$ olduğunda, ASL'yi hesaplamanın kolay bir yolu vardır. Gözlemlerin m ve n olmak üzere iki gruba ayrıldığı varsayılın. Buna bağlı olarak her iki grupta “ $m + n$ ” kadar gözlem toplansın. Birinci grubu temsil etmek için yerine koymadan m boyutlu örnek alınır, geri kalan n gözlem de ikinci grubu oluşturur. Grup ortalamaları arasındaki fark hesaplanarak bu işlem çok sayıda tekrarlanır. Grup ortalamaları arasındaki bu orijinal fark, farkların oluşturduğu dağılımın % 95'inin dışında kalırsa, iki taraflı permütasyon testine göre % 95'lik bir güven seviyesinde H_0 hipotezi reddedilir.

Permütasyon testleri, iki örnek probleminden elde edilen verilerin $x = (z, y)$ sıra istatistik gösterimlerine dayanır. Farklı olasılık dağılımları olan F ve G 'den alınan z ve y örnek veri setinden, z 'den n büyüklüğünde, y 'den de m büyüklüğünde örnek çekildiği ve $m+n=N$ gözlem sayısının birleştirilip örneklem büyüklüğüne eşit olduğu kabul edilir. v vektörü “ $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ” olarak tanımlansın. $n+m=N$ gösteriminde ifade edilen N değerlerinin sıralanmış hali v vektörü olsun. Ayrıca $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ her bir sıralı gözlemin hangi gruba ait olduğunu gösteren bir grup üyeliği vektörü tanımlanmış olsun; v ve g vektörü $x=(z, y)$ ile aynı bilgileri paylaşır. Bu durumda g vektörü;

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!m!} \quad (2.6)$$

olmak üzere z 'den n tane, m 'den de y tane oluşturulur. Böylece N elemanları, n ve m boyutunda iki alt kümeye ayırmak üzere tüm olası yollara karşılık gelen vektörler vardır. Ayrıca $H_0: F = G$ sıfır hipotezi altında, g vektörünün olası değerlerinden herhangi biri için $\frac{1}{\binom{N}{n}}$ olasılığına sahip olduğu söylenebilir. Diğer bir ifadeyle $F = G$ ise z ve y 'lerin tüm permütasyonları eşit olasılığa sahiptir. $\hat{\theta}$ test istatistiği, g ve v 'nin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\hat{\theta} = S(g, v) \quad (2.7)$$

z 'lerden n ve y 'lerden m büyüklüğünde olmak üzere $\binom{N}{n}$ adet olası vektörün her biri g^* ile gösterilirse, $\hat{\theta}$ 'nın permütasyon tekrarı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\hat{\theta}^* = \hat{\theta}(g^*) = S(g^*, v) \quad (2.8)$$

$\hat{\theta}$ 'ın $\binom{N}{n}$ tekrarı için bunların her birine $\frac{1}{\binom{N}{n}}$ olasılığı veren dağılıma $\hat{\theta}$ 'nın ya da $\hat{\theta}^*$ 'ın permütasyon dağılımı denir.

Permütasyonun ASL'si ise daha önce belirtildiği gibi $\hat{\theta}^*$ 'ın $\hat{\theta}$ 'yı aşan permütasyon olasılığı olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned} \text{ASL}_{\text{perm}} &= \text{Prob}_{\text{perm}} \{ \hat{\theta}^* \geq \hat{\theta} \} \\ &= \# \{ \hat{\theta}^* \geq \hat{\theta} \} / \binom{N}{n} \end{aligned} \quad (2.9)$$

İki örnekli permütasyon test istatistiğinin hesaplanması kısaca aşağıdaki gibi ifade edilir:

- 1) Her biri z ve y 'den sırayla alınan n ve m büyüklüğünde olmak üzere ve $\binom{N}{n}$ tane olası vektörün oluşturduğu rastgele alınmış olan B tane bağımsız $g^*(1), g^*(2), \dots, g^*(B)$ vektörü söz konusu olsun ve en az $B \leq 1000$ olmalıdır.
- 2) Her bir permütasyon vektörüne karşılık gelen $\hat{\theta}$ 'nın permütasyon tekrarları hesaplanır. Bu ifade aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\hat{\theta}^*(b) = S(g^*(b), v), b=1, 2, \dots, B \quad (2.10)$$

- 3) Aşağıdaki ifade ile ASL_{perm} 'e bir yaklaşım sergilendiği gösterilir (Efron ve Tibshirani, 1993).

$$\widehat{ASL}_{perm} = \# \{ \hat{\theta}^*(b) \geq \hat{\theta} \} / B \quad (2.11)$$

Parametrik testlerin güçlü varsayımlar içermesi, bazı parametrik testlerin parametrik olmayan alternatiflerinin olmaması ve kolayca hesaplanamaması, her geçen gün permütasyon testinin kullanımına ve yeniden örnekleme yöntemlerine olan önemi daha da bir artırmıştır.

2.6.2. Çapraz Geçerlilik (Cross-Validation) Yöntemi

Çapraz geçerlilik, ilk olarak Kurtz (1948) tarafından önerilmiş ve Mosier (1951) bu yöntemi daha ileri bir aşamaya taşıyarak çift kat çapraz geçerlilik yöntemi haline getirmiştir. Bir algoritma üzerinde çalışmak ve aynı veriler üzerinde durağan performansını değerlendirmek aşırı iyimser bir sonuç verir gibi gözükabilir. Çapraz geçerlilik ise bu sorunu gidermek için geliştirilmiştir. Algoritmanın çıktısının, yeni veriler üzerinde test edilmesinin, daha iyi bir tahmin vereceğine dikkat çekilmiştir (Mosteller ve Tukey, 1968; Stone, 1974). Daha sonra Krus ve Fuller (1982), çapraz geçerliliğin bir başka yöntemini geliştirmişlerdir. Bu yöntem çoklu çapraz geçerlilik yöntemi olarak bilinmektedir.

Çapraz geçerlilik (cross-validation) yöntemi tahmin edicinin performansını değerlendirmede kullanılan bir yöntemdir (Zhang, 2011). Diğer bir ifade ile bir modelin tahmin performansını değerlendirmek üzere yapılacak tahminin, (tahmin) hatasını tahmin etmede kullanılır. Yöntem, istatistik model oluşturmada, modelin sırasına karar vermede, zaman serilerinde, regresyon modellerinde ve diskriminant modellerinde de kullanılır (Chernick, 2008).

Çapraz geçerlilik yönteminde, veriler rastgele iki alt kümeye ayrılır. En iyi modeli bulmak için ilk kümeye en uygun istatistik işlemler uygulanır. Daha sonra istatistik işlemler uygulanan model ikinci alt kümede test edilir (Chernick, 2008). Diğer bir ifadeyle çapraz geçerlik yönteminde, en iyi modeli oluşturmak üzere verilerin iki veya daha fazla alt gruplara bölünmesi ve ortaya çıkan test sonuçlarının alt gruplar içerisinde çapraz olarak karşılaştırılması yapılır. Daha sonra ortaya çıkan bu sonuçlar bir takım aday gruplar arasında karşılaştırılır ve en düşük tahmin hatasını veren bir model tercih edilir.

Çapraz geçerlik, doğrusal regresyon, diskriminant analizi, sınıflandırma ve en küçük kareler yöntemlerinde ve alternatif modeller içerisinde kestirim performansı en yüksek (kestirim hatası en düşük) olan model seçiminde kullanılmaktadır. (Uludağ, 2005). Çapraz geçerlik, model seçim kritiği olarak bilinir (Yay, 2003). Bunun en önemli sebebi, model seçiminde hangi modelin daha uygun olabileceği ve en küçük hataya sahip olan modeli belirlemede kullanılıyor olmasıdır.

Çapraz geçerlik, ortalama kare hata gibi sürekli hata fonksiyonlarında iyi çalışırken, sürekli olmayan hata fonksiyonlarında, diğer bir ifade ile sınıflandırılmamış ve geniş örneklemeler için eksik kalabilir. Bu durumda, k-kat çapraz geçerlik önerilir. k-kat çapraz geçerlikte, grup sayısı olan “k” çok küçük belirlenirse, yapılması gereken örnekleme analizi ile çapraz geçerlik arasında ortaya çıkan küme büyüklüğünden dolayı hata tahmini yanlışlık gösterebilir. Bunu için genel olarak k=10 tercih edilir.

Daha küçük veri kümeleri ile ilgilenen k-kat çapraz geçerlik, mevcut bilgileri daha verimli kullanır. K-kat çapraz geçerlik için aşağıdaki adımlar takip edilir (Efron ve Tibshirani, 1993; Yay, 2003):

- Veriler, kabaca her biri aynı boyutta olan k eşit parçaya bölünür.
- Bu parçalar k kez işleme konur. k’ıncı kısım için model, diğer k-1 kısma uygulanır ve verinin k’ıncı kısmını tahmin ederken uygulanan modelin tahmin hatası hesaplanır. Yapılan bu işlemde her seferinde bir gözlem dışarıda bırakılır.
- $k = n$ olduğunda bu yöntem leave one out (bir gözlemi dışarıda bırak) çapraz geçerlilik olarak isimlendirilir (n, örnek büyüklüğü). “Leave one out cross-validation” yöntemiyle her seferinde dışarıda bırakılan gözlem, yöntemi oldukça maliyetli hale getirir.

Çapraz geçerlilik yöntemi, istatistiksel modellerde ve modellere daha yakın ya da alternatifi olacak yöntemlerin seçimi doğrultusunda kullanılan tekrarlı örnekleme yöntemidir. Bu yöntemde en önemli noktalardan biri doğruluk veya geçerlilik değerlendirmesi için verilerin nasıl gruplandırılacağı ya da kaç tane verinin dışarıda bırakılacağıdır. Bu yöntemin performansı, dışarıda bırakılan gözlem sayısına bağlıdır. İlk olarak veri kümesi iki alt gruba ayrılarak modelleme yapılır. Ayrılan bu gruplardan biri eğitim seti (training set), diğeri ise değerlendirme veya test seti (assessment set) olarak adlandırılır (Bishop, 1995). Çapraz geçerlilik için temel fikir, ilk olarak verilerin rastgele olarak iki alt kümesini almaktır. Daha sonra ilk modele uygun veya çeşitli istatistik yöntemler uygulanır ve bunlar ikinci alt kümede test edilir.

Örnek büyüklüğü n olduğunda n-1 tane gözlemi kullanan bir eğitim seti oluşturulur ve geriye kalan tek gözlem test edilir. Bu işlem her seferinde bir gözlem dışarıda bırakılarak n kez tekrar edilir. Diğer bir ifadeyle, eğitim kümesinde model oluşturulur ve daha sonra oluşturulan bu modelin tahmin performansının test edilmesi de test kümesi aracılığıyla gerçekleştirilir. Özellikle model oluşturma aşamasında, bilinmeyen tahmin edilmesi ya da doğru tahmin yapılması, eldeki verilerle en uygun yöntemin modele en iyi uyacak şekilde uygulanması için iyi bir tahmin performansı göstermesi istenir. Literatürde, yaygın olan çapraz geçerlilik yöntemleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Leave-one-out cross-validation yöntemi (birini dışarıda bırak)

2. Leave-many-out cross-validation yöntemi (birden fazlasını dışarıda bırakma)

- a) Multi-fold cross-validation (çok kat çapraz geçerlilik)
- b) Monte Carlo çapraz geçerlilik yöntemi

Çapraz geçerlilikte, iki küme vardır. Bunlar: eğitim seti (training set), $\{(x_j, y_j): j \in S_t\}$ ve test verisi (assessment set) $\{(x_j, y_j): j \in S_a\}$ dir. Bu kümeler sırayla $\hat{F}_t$ ve $\hat{F}_a$ ile gösterilir ve n-1 büyüklüğünde bir eğitim kümesi alınır. Daha sonra eğitim kümesindeki gözlemlerin tümü kullanılır. Buna bağlı olarak her bir yanıtın veya değişkenin değeri, verilerin geri kalanından tahmin edildiğinden yöntemin ne kadar iyi işlediği belirlenmiş olur. F_{-j} , “ $\{(x_k, y_k): k \neq j\}$ ” olarak gösterilen “n-1” gözlemi ifade etsin. Buna bağlı olarak $\mu(x_j, \hat{F}_{-j})$ de $\hat{F}_{-j}$ ’ye dayanarak y_j için tahmini değeri gösterdiği varsayalım. Böylece çapraz geçerlilik yöntemine göre tahmin hatası; ifade edilme şekli,

$$\hat{\Delta}_{CV} = n^{-1} \sum_{j=1}^n c\{y_j, \mu(x_j, \hat{F}_{-j})\} \quad (2.12)$$

olarak yazılır (Davison ve Hinkley, 1997).

Çapraz geçerlilik (cross-validation) birkaç şekilde sınıflandırılır. Bunlar basit çapraz geçerlilik, çift kat çapraz geçerlilik ve çok kat çapraz geçerliliğdir. Basit çapraz geçerlilikte, modelin belli bir dilimi test verisi olarak kullanılır. Geri kalan dilimler ise modelin kurulma aşamasında kullanılır ve modelin geçerliliği (doğruluğu) hesaplanır.

Çift kat çapraz geçerlilikte, modelleme aşamasında veri setleri her iki alt kümede üretilir. Bunların bir bölümü; eğitim setinde, diğer bölümü ise test setinde olacak şekilde rastgele iki eşit parçaya bölünür ve geçerlilik (doğruluk) hesaplaması yapılır. Daha sonra eğitim seti ve test seti yer değiştirilerek başka bir geçerlilik (doğruluk) hesaplamasına gidilir. Hesaplanan geçerlilik (doğruluk) değerlerinin ortalaması alınarak modelin geçerlilik (doğruluk) oranına ulaşılır.

Çok kat çapraz geçerlilikte, her bir veri bir defa eğitim seti bir defada test seti olmak üzere kullanılır. Buna bağlı olarak veri setleri 1, 2,...,(n-1), n olmak üzere n eşit gruba ayrılır. n gruptan oluşan veriler içerisinde rastgele alınacak bir grup test seti olarak, diğer (n-1) grup ise eğitim seti olarak kullanılır. Bu işlem n kez tekrar edilerek yöntem gerçekleştirilir. Ek-1’de gösterilmiştir.

2.6.3. Jackknife Yöntemi

2.6.3.1. Jackknife Yöntemi Nedir?

Örneklemenin en önemli özelliği, ana kütle hakkında geçerli ve doğru tahminlere ulaşmak için en küçük standart hatayı elde etmektir. Ancak örneklem sayısı az olduğunda parametrik tahmin etme yöntemleri güvenilir sonuçlar vermemektedir (Yay, 2003). Verilere parametrik yöntemlerin uygulanmasının mümkün olmadığı durumlarda yeniden örnekleme yöntemlerine ihtiyaç duyulmuştur. Bunlardan biriside jackknife yöntemidir. Jackknife yöntemi bir istatistiğin yanlılık miktarını, standart hatasını ve parametrelerin güven aralıklarını tahmin etme olanağı sağlar.

Jackknife yöntemi, parametrik olmayan yöntemler altında, parametrenin dağılımı hakkında herhangi bir bilginin olmadığı koşulu varsayımı altında daha güçlü ve güvenilir sonuçlar verdiği ve aynı zamanda dağılım hakkında bir bilgi sahibi olduğu takdirde parametrik yöntemlere benzer sonuçlar vereceği ileri sürülen bir yeniden örnekleme yöntemidir (Şahin, 1993).

Çapraz geçerlilik yönteminin daha da ileriye taşınmış bir hali olarak kabul edilir. Jackknife yöntemi her seferinde bir veriyi veya gözlemi dışarıda bırakarak aynı testin tekrarlanmasına neden olur. Bu nedenle, yönteme birini dışarıda bırak (leave-one-out) yöntemi de denir. Bu şekilde yapılan tekrarlar yanlılığı (sapmayı) azaltmada etkili olur (Yu, 2003). Böylece birden fazla gözlemin dışarıda bırakılarak işleminden alıkonulması söz konusu olabilir, bu duruma ise jackknife'ın daha da genelleştirilmiş hali olan "delete-d jackknife" adı verilir (Friedl ve Stampfer, 2001).

Jackknife yöntemi ilk olarak Maurice Quenouille (1949;1956) tarafından yanlılığı ortadan kaldırmak için önerilmiş daha sonra John W. Tukey tarafından (1958) hipotez testi ve güven aralığının istatistik olarak anlamlılığını test etmek üzere geliştirilmiştir.

Jackknife yöntemi, bir defada bir veya daha fazla gözlemi dışarıda bırakarak oluşturduğu veri setleriyle ana kütle parametrelerinin güven aralıklarının tahminini yapar ve bu veri setleriyle istatistik testler yaparak yanlılık ve standart hatalarının kestirimini yapar.

Genellikle ana kütle dağılımının geniş yayılım gösterdiği ya da veri setinde aşırı uç değerlerin varlığı halinde kullanılır (Yu, 2002). Jackknife, yöntem gereği veri setinde aşırı uç değerlerin olması halinde, bu uç değerlerin etkisini yok eder ve bu da yöntemin bir başarısı olarak kabul edilebilir. Böylece yeni bir olası örnek oluşturmadan her seferinde örnekten bir gözlem alarak tekrarlama yapar bu işlemi defalarca kez gerçekleştireceğinden verilerdeki uç

noktalara karşı oldukça hassas bir yöntem olduğunu gösterir. Bu yöntemde böylece tüm veriler dikkate alınır ve örneğe giren bütün verilerin yanlışlığı (bias) ortadan kaldırılır (Bekiroğlu, Konyalıoğlu ve Karahan, 2013).

Veri setinde her bir gözlem değeri dışarıda bırakılarak model eksiltilmiş örneklemden tahmin edilir ve bunun sonucunda sahte (sözde, pseudo-values) gözlem değerleri elde edilir. Elde edilen bu sahte gözlem değerleri bir veri dönüşümü olarak bağımsız ve aynı dağılıma sahipmiş gibi düşünülebilir. Son olarak jackknife yöntemi ana kütle parametrelerinin tahmininde güven aralıkları elde ederek standart hatayı en aza düşürecek şekilde geliştirilmiştir. Ayrıca bu yöntem, bootstrap gibi parametrik varsayımları kullanmak yerine, örnek değişkenliğinin açıklanması yoluyla yani birini dışarıda bırakarak tahmin edicilerin güvenilirliğini artırmaya yönelik kullanılan bir yöntemdir (Topuz, 2002).

2.6.3.2. Jackknife Yönteminin Tanımı ve Standart Hatanın Jackknife Tahmini

Jackknife yönteminin esası, veri setinde her bir gözlem değerini bir kez dışarıda bırakarak geriye kalan gözlemlerden sözde değerler hesaplamaya dayanmaktadır. Bu şekilde n tane gözlemde her biri $(n-1)$ büyüklüğünde n tane farklı örnek elde edilebilir. Jackknife yöntemini tanımlamak için, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ile gösterilen orijinal veri kümesi olduğu varsayalım. Bu örnekte yer alan tüm verilerin, aynı dağılımdan alınan, bağımsız, eşit dağılım gösterdiği varsayalım ve tahmin edici $\hat{\theta} = s(x)$ ile ifade edilsin. Jackknife yönteminde amaç $\hat{\theta}$ 'nın standart hatasını ve yanlışlığını (bias) tahmin etmektir. Yöntemde i . gözlem dışarıda bırakıldığında elde edilen örneklem aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$x_{(i)} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (2.13)$$

Burada $i = 1, 2, \dots, n$ olup, jackknife örnekleri olarak adlandırılır. i . jackknife örneği orijinal veri kümesinden gözlemi kaldırılmış olarak ayarlanmış olan verilerden oluşur. Böylece orijinal veri kümesinin ortalaması $\bar{x}$ ve i . gözlem değeri dışarıda bırakılarak elde edilen ortalama $\bar{x}_i$ olarak ifade edildiğinde i . gözlem değerini eşitlik (2.13) deki gibi hesaplamak mümkündür (Walsh, 2000; Yay, 2003).

$$x_i = n\bar{x} - \bar{x}_i(n-1) \quad (2.14)$$

Yeni örneğe dayalı tahmin edici ise $\hat{\theta}_i = s(x_i)$ şeklinde ifade edilebilir. $\hat{\theta}$ 'nın i. jackknife tekrarı olarak düşünüldüğünde, ilk olarak yanlılık miktarı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{yanlılık} = (\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}) \quad (2.15)$$

Buradan da yanlılığın jackknife tahmini aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\widehat{bias}_{jack} = (n-1) (\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}) \quad (2.16)$$

Eşitlik (2.16) teki ifade, θ 'nın yanlılığı azaltılmış jackknife tahmini olarak adlandırılır. Ayrıca aradaki fark ise sözde değerler olarak ifade edilir.

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \widehat{bias}_{jack}(\hat{\theta}) \\ &= n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_{(.)} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Eşitlik (2.17)' te $\hat{\theta}_{(.)}$ ile gösterilen ifade, her defasında dışarıda bırakılan değerleri ifade eder. Yani orijinal veri kümesinden silinen değerler üzerinden alınan ortalamadır ve aşağıdaki gibi açıklanabilir (Friedl ve Stampfer, 2001).

$$\hat{\theta}_{(.)} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\theta}_{(i)}}{n} \quad (2.18)$$

Jackknife'ın aynı zamanda bir diğer amacı da $\hat{\theta}$ 'nın standart hatasını tahmin etme işlemidir ve eşitlik (2.19) deki gibi hesaplanır.

$$\widehat{se}_{jack} = \left[\frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

Ayrıca $\hat{\theta}$ 'nın jackknife nokta tahmini; sözde değerlerin hesaplanacak ortalamasına karşılık gelir. Jackknife bir başka şekilde sözde değerler olarak, Eşitlik (2.20)'deki gibi tanımlanır.

$$\tilde{\theta} = n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_{(i)} \quad (2.20)$$

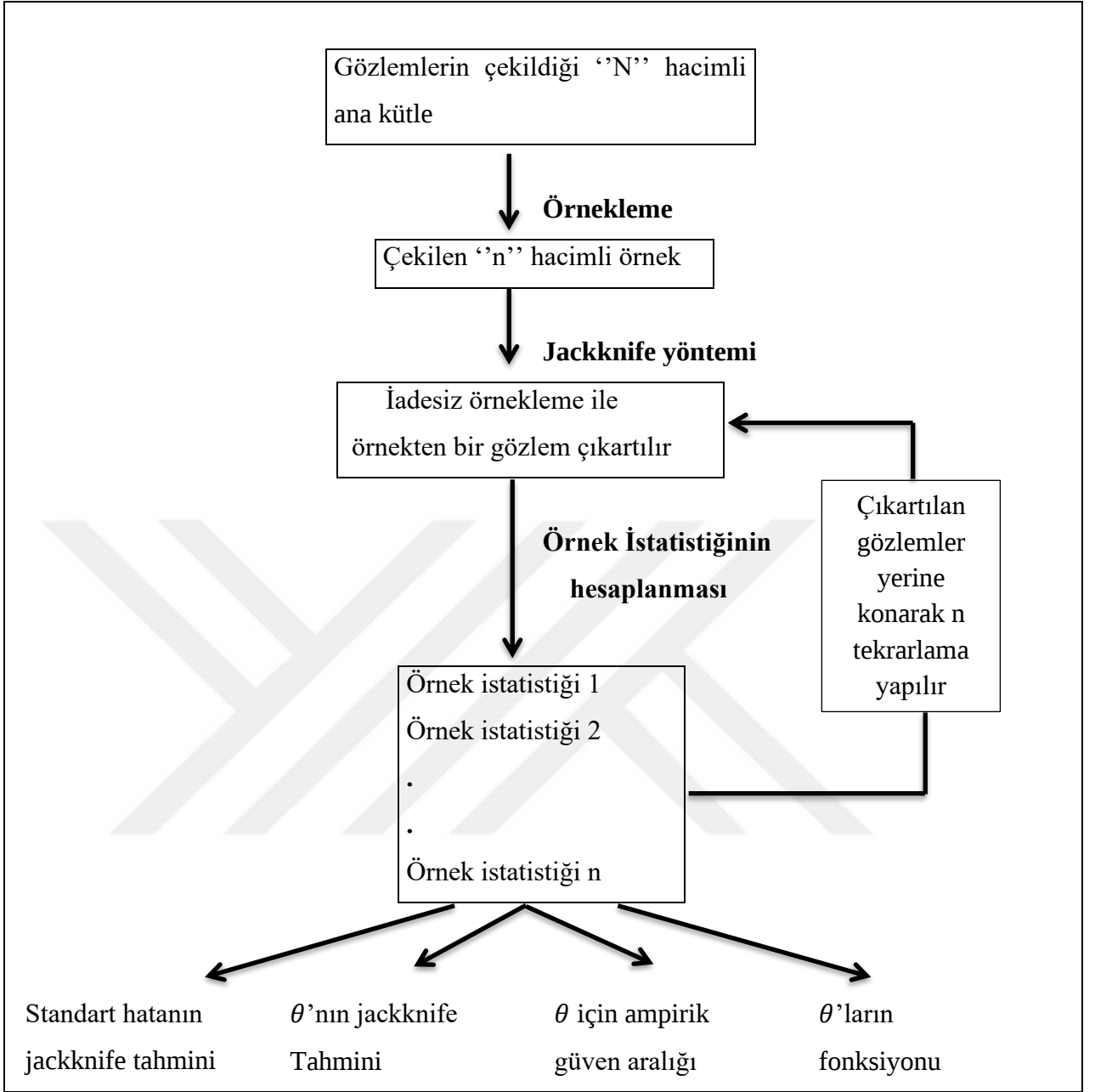
Özel bir durumda $\hat{\theta} = \bar{x}$ olduğunda, sözde değerlerin i. gözlem değeri de, $\tilde{\theta} = x_i$ 'yi karşıladığı söylenebilir. Herhangi bir $\hat{\theta}$ için sözde değerler cinsinden başka bir $\widehat{se}_{jack}$ eşitliği de

$$\widehat{se}_{jack} = [\sum_1^n (\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta})^2 / \{(n-1) n \}]^{1/2} \quad (2.21)$$

olarak tanımlanabilir. Eşitlik (2.21) da $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_i / n$ olarak hesaplanır. Aynı zamanda ortalamanın standart hatasının tahminine benzemektedir olup, n tane sözde değerin, jackknife tahmin değerlerin ortalamasını gösterir. $\tilde{\theta}_{(i)}$, $i=1, 2, \dots, n$ jackknife'ın sözde değerlerinden oluşan örnekleri ifade eder. Ayrıca sözde değerleri (bkz.2.20), destekleyen temel fikir, n verilerinin bağımsız veri değerleri gibi davranması gerektiğidir. Buradan hareketle, sözde değerlerden bir güven aralığı oluşturulabilir. İlk olarak t-dağılımının yüzdesi $1-\alpha$ ve serbestlik derecesi (n-1) olan bir güven aralığı elde edilerek aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Efron ve Tibshirani, 1993).

$$\tilde{\theta} = t_{n-1}^{1-\alpha} \cdot \widehat{se}_{jack} \quad (2.22)$$

Aşağıdaki şekilde jackknife yönteminin işleyiş şeması gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Jackknife yönteminin işleyiş şeması

2.6.3.3. Delete - d Jackknife

Miller (1974) tarafından tanımlanan, Quenouille-Tukey jackknife yöntemi, her seferinde bir gözlemi dışarıda bırakmaya dayanarak birçok kez yanlılığı (bias) azaltma ve varyans tahmini yapmada etkili olduğu bilinen bir yöntemdir. Birçok durumda, $\hat{\theta}$ tahmin edicisinin dağılımı hakkında aralık tahmini ve çıkarım yapmak istendiğinde yeterli bilgi sağlamayabilir. Bu nedenle jackknife yaklaşımı dağılımın tahmin edilmesi amacıyla kullanılmaktadır. Ayrıca örnek nitelikleri (sample quantiles) gibi (örneğin, medyan gibi) düzgün olmayan $\hat{\theta}$ için tutarlı bir

varyans tahmincisi vermediğinde, jackknife yukarıdaki her iki durumu da içine alan eksik yanları gidermek için, Shao ve Wu (1989) jackknife yönteminin genel bir modifikasyonu olan delete-d jackknife yöntemini önermişlerdir. İlk olarak Wu (1986), her iki sorunda da gözlem aralığını geniş tutarak her seferde daha fazla gözlemin silinmesiyle çözüm getirilebileceğini önermiştir. İkinci problem için ise Shao ve Wu (1989) jackknife varyans tahmininin tutarlılığının $\hat{\theta}$ tahmincisinin düzgünlüğünün bir ölçüsüne bağlı olarak d ile bir delete-d jackknife kullanarak geri yüklendiğini gösterdi (Wu, 1990). Böylelikle $\hat{\theta}$ daha az düzgün olduğunda d artar. Delete-d jackknife, varyans tahmin etmede ve jackknife histogramı oluşturmada da kullanılabilir. Jackknife histogramı, $\hat{\theta}$ 'nın örnekleme dağılımının tutarlı bir tahmincisini sağlar. Bu kestirimde r ve d nin sonsuza doğru sarması durumunda tutarlılık artar (Shao ve Dongsheng, 1995).

Düğüün olmayan istatistik (non-smooth statistics) için jackknife'ın tutarsızlığı, delete-d jackknife ile giderilebilir. Tek seferde bir gözlemi yok etmek yerine d gözlemi dışlayarak delete-d jackknife medyan için tutarlı hale gelebilir (Shao ve Wu, 1989; Efron ve Tibshirani, 1993). Delete-d jackknife yöntemi, d tane gözlem dışlanarak delete-one jackknife yönteminden ayrılır (Wu, 1990).

s, (1, 2..., n) olmak üzere içerisinde alınan d boyutunda bir küme olsun, ve $\hat{\theta}_{(s)}$, alt kümeleri kaldırılmış (s) veri kümesine uygulanan θ 'yı ifade etsin. $\hat{\theta}_{(s)} = \hat{\theta}_{(x)}$, x orijinal veri kümesinden $\{x_i, i \in s\}$ dışarıda bırakılmak amacıyla geriye kalanlar bir delete-d jackknife örneğinin boyutunu temsil eden n-d tane veri noktasını gösterebilir. Standart hatanın delete-d jackknife tahmini aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$se_{jack-d} = \left\{ \frac{n-d}{\binom{n}{d}} \sum (\hat{\theta}_{(s)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \right\}^{1/2} \quad (2.23)$$

Eşitlik (2.23) de, $\hat{\theta}_{(.)} = \sum \hat{\theta}_{(s)} / \binom{n}{d}$ ve $x_1, x_2, \dots, x_n$ içerisinde değiştirilmeden alınan (n-d) boyutunda tüm alt küme s'lerin toplamıdır. $\binom{n}{d}$ ise bir seferde kaç gözlem dışarıda bırakmaya karşılık gelen alt küme örneklerini gösterir. Eğer n büyükse ve $\sqrt{n} < d < n$ ise, jackknife örneklerinin alt küme $\binom{n}{d}$ sayıları da büyük olabilir (Efron ve Tibshirani, 1993).

Bu alt kümelerin tümü için $\hat{\theta}$ hesaplamak yerine, rastgele bir alt küme örneği çizilebilir. Delete-d jackknife yönteminin en önemli avantajı, $\hat{\theta}$ 'nın örnek dağılımının uygun bir tahmininin yorumlanmasına yardımcı olmasıdır. Bu da delete-d jackknife'ın (yani d silme değerinin) bootstrap'a göre standart hataya daha yakın bir değer olduğunu gösterir. Böylece delete-d jackknife'ın bootstrap'a daha çok benzemesini sağlar.

$n^{1/2}/d \rightarrow 0$ veya $n-d \rightarrow \infty$ olduğunda delete-d jackknife değerinin medyan için tutarlı olduğu söylenebilir. Bu durumda jackknife'ın standart hatasının tahmini için tutarlılık elde etmek, $d = \sqrt{n}$ 'den daha fazla gözlemi dışarıda bırakmak ve n gözleminden daha az gözlem dışarıda bırakılmasıyla gerçekleştirilir (Efron ve Tibshirani, 1993).

2.6.4. Bootstrap Yöntemi ve Temel Kavramlar

Uygulamalı istatistikte, belirli bir anakütle parametresi için bir tahmin edicinin belirlenmesi ve bu tahmin edicinin doğruluğunun testi için, tahmin edicinin, standart hata tahminleri üzerinden değerlendirilmesi ve parametre için güven aralıklarının belirlenmesi gerekir (Chernick, 2008). Bu problemler doğrultusunda yeniden örnekleme yöntemleri istatistik ve diğer bilimsel çevrelerce genel kabul gören bir teknik olma yolunda ilerlemiştir. 1979 yılında Efron'un yazdığı makale bunun başlangıcı olarak kabul edilmiştir (Chernick, 1999). Carver bir yazısında "Tekrar, bilimin köşe taşıdır." diyerekten tekrarlamamanın önemine değinmiş ve tekrarlama ile elde edilen sonuçların güvenilirliğini test ederek yeniden örnekleme yöntemlerine olan güveni daha da artırmıştır (Carver, 1978). Birçok istatistikçiye göre ilgili anakütle parametresinin tahmin sonuçlarının benzerdir ve bunun anakütle için de genelleştirilebileceğini incelemenin bir diğer yolunun yeni bir örnek grubuyla çalışarak var olan çalışmanın tekrarlanmasıdır. Ancak bu durum; zaman, maliyet ve personel ihtiyacını yineleyeceğinden tercih edilmeyebilir. Bu durumda yeniden örnekleme yöntemleri kullanılarak, yeni bir örnek oluşturmada daha önce çalışılan örnek üzerinde tekrarlanabilirlik sağlanabilir. Böylece oluşturulan örneklerin anakütle içinde genelleştirilebilir güvenli tahminler elde edilebilen yöntemler olduğu da söylenilebilir.

2.6.4.1. Bootstrap Yöntemi

Bootstrap yöntemi 1979 yılında bir yeniden örnekleme yöntemi olarak ileri sürülmüş ve bootstrap tahmin edicilerini kullanarak bir tahmin edicinin dağılımını tahmin etmek amacıyla geliştirilmiştir (Bülbül ve Altaş, 1998). Yöntem, tek örnekten hareketle ana kütle parametresi hakkında karar vermek yerine, örnekten elde edilen değerleri ana kütle değeri olarak varsayar ve tekrardan yerine koyarak (iade) örnek alıp, ana kütle parametresini tahmin eder.

Bootstrap yöntemi, ana kütle parametreleri hakkında bilgi sahibi olunmadığı ve sadece o ana kütleyle ait bir örneklemin gözlemlenebilir olduğu durumlarda, ana kütlenin bilinmeyen parametrelerine ilişkin tahminlerin yapılması, güven aralıklarının oluşturulması ve istatistik hipotezlerin test edilmesi işlemlerini kapsar. Bu durumda Efron'un bootstrap yöntemi, bilinen bir

ana kütleden gözlemlenmiş olan bir örneklemin birbirinden bağımsız ve aynı dağılımlı olması koşulu ile analitik olarak elde edilmesi güç olan çeşitli tahmin edicilerin örneklem dağılımlarına yaklaşımda bulunarak elverişli bir yöntem olarak kullanılır (Duman, 2006).

Yöntem, bir başka yeniden örnekleme yöntemi olan jackknife yöntemine alternatif olarak ve söz konusu yöntemden daha kolay uygulanabilir ve çok daha güvenilir olduğu belirtilerek ileri sürülmüştür (Efron, 1979). Yöntemin önemi, gözlenen örnek verilerinden hareketle, tahminin standart hatasını minimuma indirerek ana kütle parametrelerinin tahmin edildiği istatistiksel yöntemler aşamasında ortaya çıkmaktadır.

Literatürde birkaç farklı bootstrap'a rastlanılabilir. Bunlar arasında, basit bootstrap, çift bootstrap, ağırlıklı bootstrap, tekrarlamalı bootstrap, doğal (wild) bootstrap ve ardışık bootstrap, sayılabilir (Şengün, 1999).

Ana kütle parametresinin tahmin edicisi olan $\hat{\theta}$ 'nın örnekleme dağılımının oluşturulmasının amacı, söz konusu ana kütle parametresinin tahmin edilmesi ya da test edilmesidir. Ancak, teorik olarak mümkün olan bu yöntemin uygulanabilirliği konusunda kuşku bulunmaktadır. Tahmin edicinin örnekleme dağılımını oluşturmak imkansız olmasa da son derece güç ve zaman alıcı bir iştir. Ancak, tahmin edicinin deneysel örnekleme dağılımını oluşturmak amacıyla ortaya atılan bootstrap yöntemi bu sakıncayı ortadan kaldırmaktadır.

2.6.4.2. Bootstrap Yönteminin İşleyiş Aşamaları

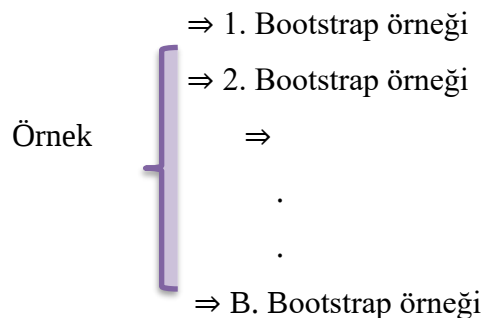
Bootstrap algoritması, aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Fox, 1997):

1) Ana kütleden n hacimlik bir örnek alınır.

ana kütle $\Rightarrow$ örnek

Bu örnek kullanılarak ana kütle parametresinin tahmin edicisi hesaplanır.

2) Ana kütle ile ilgili başka hiçbir bilgi olmadığından, elde edilen bu örnek, ana kütle için en iyi tahmin edicisi kabul edilir. Bu nedenle bu örnek ana kütle gibi kabul edilerek her defasında iadeli seçimle her bir gözlemin örneğe girme olasılığı $1/n$ alınarak n hacimlik bir örneğin yeniden elde edilmesi ve bu sürecin B kez tekrarlama yapılır.



- 3) Her bootstrap örneği için ilgilenilen tahmin edici hesaplanır,
- 4) B sayıda örnekten hareketle bu tahmin edicilerin örnekleme dağılımı elde edilir.
- 5) Elde edilen bu dağılımdan, dağılımla ilgili ortalama, standart sapma ve standart hata gibi önemli tahmin ediciler ile parametre tahmin değerleri elde edilir.
- 6) Sonuçta bu tahminler kullanılarak ana kütle hakkında yorumlar yapılır.

Yukarıdaki algoritma, bootstrap yönteminin işleyiş mantığını genel olarak açıklayan bir algoritmadır (Topuz, 2002). Yeniden örnekleme sayısı olan B, uygulamaya bağlıdır. Aslında n hacimlik bir örnekten teorik olarak n^n sayıda bootstrap örneği oluşturmak mümkünse de bu hem gereksizdir hem de zaman kaybına neden olmaktadır (Stine, 1990). Bootstrap yönteminde amaç, var olan temel mevcut veri setindeki gözlemlerin tesadüfi olarak yer değiştirilerek yeniden örneklenmesi ile yeni veri setleri oluşturmaktır. Yeniden örnek oluşturmaındaki amaç daha çok veri elde ederek tahminlerin standart hatasını küçültmek ve bunun bir sonucu olarak da daha güvenilir ve doğru tahminlere ulaşabilmektir.

2.6.4.3. Bootstrap Dağılımının Standart Hata Tahmini

Elde dağılımı bilinmeyen rastgele bir örnek olduğu varsayılın ve $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ olan veri setinden oluşan gözlemlerden bootstrap'ın standart hatasını aşağıdaki algoritmayla bulunabilir.

1. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ veri setinden, n birimlik yerine koyma yöntemiyle seçilmiş B tane birbirinden bağımsız $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$ bootstrap örneği oluşturulur.
2. Her bir örnek için standart sapma hesaplanır.

$$\hat{\theta}^*(b) = s(x^{*b}) \quad b=1,2, \dots, B$$

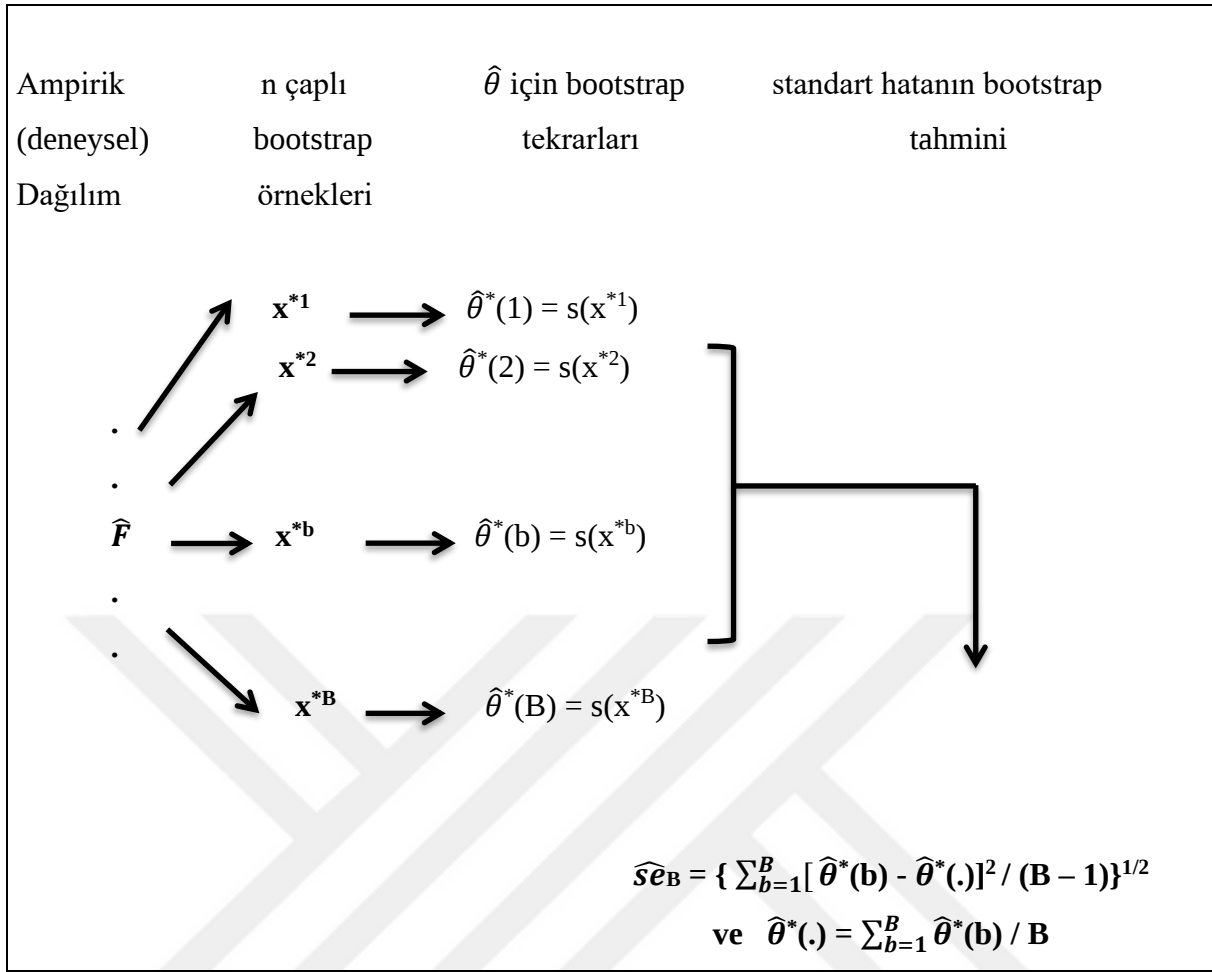
burada “s” ile gösterilen standart sapmadır.

3. Standart hata ise her bir standart sapma kullanılarak hesaplanır.

$$\widehat{se}_B = \{ \sum_{b=1}^B [\hat{\theta}^*(b) - \hat{\theta}^*(.)]^2 / (B - 1) \}^{1/2} \quad (2.24)$$

Burada $\widehat{se}_B$, bootstrap örneklerinin örnek standart hatası olarak adlandırılır ve

$$\hat{\theta}^*(.) = \sum_{b=1}^B \hat{\theta}^*(b) / B \text{’dir.}$$



Şekil 2.3. Standart hata tahmini için bootstrap algoritması

Şekil 2.3’ de gösterilen algoritmada, bootstrap yöntemi kullanılarak standart hatanın hesaplanması açık bir şekilde gösterilmiştir. İlk aşamada gözlemlenmiş değerlerden bootstrap örnekleri oluşturulmuş ve her bir örnek için standart hata tahmin değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra hesaplanan standart hata tahminlerinin ortalaması bulunmuştur. Ve her bir standart hata tahmin değerinden, hesaplanan ortalama standart hata değerler farkının karesi alınarak sapma miktarı elde edilmiştir ve son olarak sapmaların kareleri bootstrap örnek sayısının bir eksiğine bölünerek karekökü alınmış ve standart hata değerleri elde edilmiştir (Atabey, 2010).

2.6.4.4. Bootstrap Yöntemi ile Güven Aralıklarının Oluşturulması

Bootstrap güven aralıkları; normal yaklaşım yöntemi ve yüzdelik yöntem olmak üzere iki yöntemle elde edilir. Günümüzde standart bootstrap güven aralıklarının yerine parametrik olmayan birçok güven aralığı oluşturma yöntemleri de bulunmaktadır. Bu yöntemler bootstrap-t

aralığı, sapması düzeltilmiş (BCa) aralığı ve yaklaştırılmış (ABC) aralığı olarak ifade edilir. Bu yöntemler yeniden örnekleme yaparak örneğin ampirik dağılımını elde eder.

Tahmin edicinin örnekleme dağılımının tahmin edilebilmesi için ana kütle parametresi ile ilgili güven aralıklarının oluşturulması gerekir. Örnekleme yönteminde $F(\hat{\theta})$ 'nın normal ya da t dağılımına sahip olduğu varsayılabilir. Bu varsayım doğrultusunda ana kütle parametresinin $1-\alpha$ anlamlılık düzeyinde güven sınırları oluşturulmak istensin. Ana kütle varyansı biliniyorken, θ için güven aralığı ($n > 30$);

$$p(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \theta < \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha \quad (2.25)$$

olarak yazılır. Bu aralık, $\hat{\theta}$ 'nin örnekleme dağılımının şekli konusundaki varsayım geçerli olduğunda % $(1-\alpha)$ anlamlılık düzeyinde ana kütle parametresini içerecektir. Ancak söz konusu varsayım her zaman doğru olmayabilir. Böyle bir durumda örnekleme yöntemleri geçerliliğini kaybedecektir (Mooney ve Duvall, 1993). Bootstrap güven aralıkları, örnekleme yöntemlerindeki bu güçsüz yönleri gidermek amacıyla kullanılabilecektir (Hall, 1986).

2.6.4.4.1. Normal Yaklaşım (Standart) ile Bootstrap Güven Aralığı Yöntemi

Parametre tahminlerinin ampirik dağılımı olan örnekleme dağılımının elde edilebilir olması durumunda güven aralıkları oluşturulabilmektedir (Beşer, 2006). Normal yaklaşım ile bootstrap güven aralığı yönteminin, parametrik yöntemle büyük benzerlik gösterdiği söylenebilir. Bir güven aralığının belirleyicileri, örnekten elde edilen tahmin ve elde edilen bu tahminin standart hatası olduğu belirtilmektedir (Mooney ve Duvall, 1993). Bu yöntem, ilgili istatistiğin standart hatasının bilinmediği ancak örnekleme dağılımının normal dağılım gösterdiği varsayımı altında kullanım göstermektedir (Yıldıztepe ve Özdemir, 2013). Aynı zamanda bootstrap yaklaşımı standart hatanın bir tahminini sağlar. Bununla beraber hem örnekleme dağılımının türetilmesi hem de bu dağılımın standart hatasının kullanılması bootstrap yönteminin sağladığı yararlarından bir tanesi olarak söylenebilir. Normal yaklaşım yöntemi ile bootstrap güven aralığı;

$$P[\hat{\theta} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \widehat{se}_{boot} < \theta < \hat{\theta} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \widehat{se}_{boot}] = 1 - \alpha \quad (2.26)$$

olarak yazılır.

$$\text{Alt sınır} = \hat{\theta} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \widehat{se}_{boot} \quad (2.27)$$

$$\text{Üst sınır} = \hat{\theta} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \widehat{se}_{boot} \quad (2.28)$$

olarak ifade edilir.

Bootstrap yöntemi parametrik olmayan bir yöntem olarak hazırlanmıştır. Ancak normal yaklaşımla elde edilen bootstrap güven aralığı yöntemi ise güçlü bir normallik varsayımı üzerine kurulmuştur. Bu yöntemin altında yatan varsayım sağlanmadığı durumda normal yaklaşımla elde edilen güven aralığı yöntemi, parametrik olmayan yöntemlerle elde edilen güven aralıklarından daha iyi sonuç vermez. Bu nedenle, yöntemin altında yatan varsayım nedeniyle çok tercih edilmez. Bunun yerine yüzdelik yöntemiyle elde edilen bootstrap güven aralıkları tercih edilir.

2.6.4.4.2. Bootstrap Yüzdelik Güven Aralığı Yöntemi

Bootstrap yönteminin en önemli avantajı, parametrenin güven aralıklarının oluşturulması için ampirik dağılımın kullanılması olarak gösterilmektedir (Beşer, 2006). Bootstrap algoritmasındaki yinelemeler tekrar edilerek bootstrap yöntemi ile tahmin edilmiş parametre tahminlerinin vektörü oluşturulmakta ve dağılımın yüzdelik değerleri ortaya çıkarılmaktadır. Yani bu yaklaşımda $\hat{\theta}$ için elde edilen bootstrap tekrarlarından oluşan örnekleme dağılımı kullanılarak $1-\alpha$ güven seviyesinde dağılımın alt ve üst $\frac{\alpha}{2}$ yüzdeleri güven sınırlarını oluşturmaktadır. Yani alt sınır $\frac{\alpha}{2}$, üst sınır ise $1-\frac{\alpha}{2}$ 'lık yüzdelere karşılık gelmektedir (Atalay ve İnal, 1999).

Bootstrap yüzdelik güven aralığı yöntemi daha çok parametrik varsayımların olmadığı durumlarda sıklıkla kullanılır. Standart normal güven aralığı yönteminin aksine bu yöntemde bilinmeyen parametrelerin dağılımı ya da bootstrap dağılımı için herhangi bir normallik varsayımı istenmez.

Bootstrap yüzdelik güven aralığı yönteminde örnekleme dağılımının parametrelerini tahmin etmek için bootstrap örnekleme dağılımının oluşturulması yeterlidir. Bu yöntemde güven aralığının sınırları $\hat{\theta}$ 'nın bootstrap dağılımı ile belirlenir. Ancak bu yöntem çarpık dağılımlarda oldukça doğru sonuçlar vermekte, örnek hacminin küçük olduğu durumlarda performansı düşmektedir (DiCiccio ve Romano, 1988). Böyle bir durumda da sıfır hipotezinin ret edilme olasılığının artma ihtimali ortaya çıkmaktadır.

Bootstrap dağılımının asimetrik olduğu sonlu örnek problemlerinde, yüzdelik güven aralığı metodunun diğer yönteme nazaran daha doğru güven aralığı sağladığı söylenebilir. Zira örnek sayısının veya bootstrap tekrar sayısının artması, güven aralıklarının gerçek ana kütle parametresini kapsama olasılığını nispi bir şekilde artıracaktır. Bu durum daha doğru güvenilir bir aralık sağlamış olacaktır (Beşer, 2006). Ayrıca bootstrap tekrar sayısının sonsuza yaklaştırılmasıyla istenilen bootstrap güven aralığı elde edilebilir. Ancak uygulamada bu tekrar sayısının sonsuza yaklaştırılması durumu söz konusu olmayabilir. Buna bağlı olarak sonlu bir B tekrar sayısı ve $\hat{\theta}^*$ 'ın dağılımı için aşağıdaki gibi adımlar kullanılarak yüzdelik bootstrap güven aralığı tercih edilebilir. Bootstrap yüzdelik güven aralığı hesaplama adımları;

- 1) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ örnekleminde hareketle tesadüfi olarak örnek çekilerek bootstrap örneklemleri $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*$ 'leri elde edilir.
- 2) θ parametresine ilişkin bootstrap tahmini $\hat{\theta}^*$ hesaplanır.
- 3) Her iki adım B kez tekrarlanır. B tekrardan elde edilen $\hat{\theta}^{*1}, \hat{\theta}^{*2}, \dots, \hat{\theta}^{*B}$ tahminleri kullanılarak bootstrap dağılımının $\hat{G}$ kümülatif dağılım fonksiyonu elde edilir.
- 4) $\hat{G}, \hat{\theta}^*$ 'nın kümülatif dağılım fonksiyonu olduğu varsayımı altında, $1-2\alpha$ yüzdelik aralığı $\hat{G}$ 'nin α 'ıncı ve $1-\alpha$ 'ıncı yüzdelik dilimleri ile aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$[\hat{\theta}_{\%alt}, \hat{\theta}_{\%üst}] = [\hat{G}^{(-1)}(\alpha), \hat{G}^{(-1)}(1 - \alpha)] \quad (2.29)$$

- 5) Bootstrap dağılımının 100α ' ıncı yüzdeliği $\hat{\theta}^*$ olduğu için $\hat{G}^{(-1)}(\alpha) = \hat{\theta}^*$ şeklinde de ifade edilebilir.
- 6) Bootstrap yüzdelilerine ait aralık aşağıdaki şekilde de gösterilebilir:

$$[\hat{\theta}_{\%alt}, \hat{\theta}_{\%üst}] = [\hat{\theta}^*(\alpha), \hat{\theta}^*(1-\alpha)]$$

2.6.5. Jackknife ve Bootstrap Yöntemleri Arasındaki Benzerlikler ve Farklılıklar

Jackknife ve bootstrap yöntemlerinin her ikisi de aynı veri kümesinden tekrarlama yaparak örnekler elde etme temeline dayanır. Bununla birlikte bootstrap standart hata tahmininde, sapma değerleri $\frac{1}{n-1}$ veya $\frac{1}{n}$ ile çarpılırken jackknife tahmininde $\frac{n-1}{n}$ çarpanı kullanılır. $\frac{n-1}{n}$ değeri, $\frac{1}{n-1}$ veya $\frac{1}{n}$ 'den çok daha büyüktür. Bunun için bir etki faktörüne gerek vardır. jackknife sapmaları

$$(\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \quad (2.30)$$

Bootstrap sapmalarından

$$[\hat{\theta}_{(B)}^* - \hat{\theta}_{(.)}^*]^2 \quad (2.31)$$

daha küçük olma eğilimindedir (Efron ve Tibshirani, 1993; Avşar, 2006).

Jackknife yöntemi, bootstrap yöntemine göre hem kolay hem de oldukça başarılı bir yaklaşım sunar. Ancak bu yöntem $\hat{\theta}$ istatistiği düzgün olmadığında (non-smooth) iyi sonuçlar sağlamaz. Düzgün olmayan istatistiğe verilebilecek en iyi örnek ‘‘medyan’’ olarak gösterilir. İstatistiksel ölçümler açısından medyanın güvenilirliği jackknife yöntemine göre güvenilir sonuçlar vermez. Zira jackknife yöntemi aşırı uç değerlerden etkilenir böylece duyarlı ölçümler yapmak için aşırı uç değerleri de veri setine dahil eder. Medyan ise aşırı uç değerlerden etkilenmez bu da jackknife için kabul edilemez. Tüm bunlara bağlı olarak düzgünlüğün olmaması örneğin medyan gibi hesaplanacak olan örnekleme hatasının jackknife tahmininde istenmeyen tutarsız durumlara neden olacaktır. Ancak böyle bir durumun bootstrap yönteminde söz konusu olduğu söylenemez. Zira bootstrap yönteminin jackknife yönteminden, medyan için daha tutarlı bir durum sergilediği bilinmektedir.

$\hat{\theta}$ ’nın sadece n jackknife veri kümeleri için hesaplanması gerektiğinde, n ’nin standart hata tahmini, bootstrap tarafından yapılan tekrarlar yönteminden az ise jackknife’in tercih edilmesi daha bir mantıklı olur. Ancak sadece n jackknife örneklerine bakarak, jackknife θ hakkında sadece sınırlı bilgiye ulaşır. B nedenle jackknife’in bootstrap’tan daha az etkili olduğu söylenebilir. Bu da jackknife’in bootstrap yöntemine yakın bir tahmine dönüştüğü olarak yorumlanabilir (Efron ve Tibshirani, 1993).

Bootstrap yönteminde ise B tekrarlamayla N^n tane yeniden örnek oluşturulduğunda yapılan bootstrap tekrarlamayla elde edilecek birden fazla örneğin oldukça büyük işlemler gerektirdiği ayrıca zaman, maliyet ve kalifiyeli eleman durumlarını ortaya çıkaracağından verilerle ilgili bazı güncellikler zamanla önemini yitirecektir. Ayrıca jackknife yöntemi sadece n tane gözlem kullanarak elde edeceği sınırlı bilgiye rağmen bootstrap N^n tane örnek elde ederek jackknife göre daha küçük örnekleme hatası elde eder. Bu durumda bootstrap yönteminin, jackknife yöntemine nazaran daha etkili olduğu söyleyenebilir.

Bazı paket programların geliştirilmesi ile çoğu araştırmacı jackknife yönteminin bootstrap yönteminden sonra kullanılan kontrol amaçlı bir yeniden örnekleme yöntemi olduğunu ileri sürmüştür (Yay, 2003).

Son olarak jackknife yöntemi, dağılımı tahmin etmek amacıyla kullanılırken bootstrap yönteminde böyle bir durumdan söz edilemez. Bootstrap yöntemiyle elde edilen yeniden örneklerde zaten yeni bir bootstrap dağılımı oluşturulur. Jackknife ve bootstrap yöntemlerinde ana kütle dağılımı normal dağılım göstermiyorsa bu iki yöntem;

- Standart hatayı azaltır,
- Herhangi bir dağılım olmadan güven aralığı verir,
- Yeniden bir örnek üzerinde çalışma imkanı sağlar.

Jackknife ve bootstrap yöntemlerinden hangisinin daha kullanışlı olabileceğini anlamak için aşağıdaki tabloda bir karşılaştırma yapmak uygun olabilir. Bu karşılaştırmaya göre uygulamayı yapan kişinin elde edeceği sonuca göre hangi yöntemin kullanılabilirlik açısından uygun olduğuna karar verilir.

JACKKNİFE	BOOTSTRAP
Yeniden örnekleme yapılıma şekli; belli bir gözlemden birinin dışarıda bırakılmasıyla yapılır.	Yeniden örnekleme yapılıma şekli: elimizdeki gözlemleri yerine koyarak örnekleme yapılmasıdır.
İadesiz seçim yapar.	İadeli seçim yapar.
En fazla örnek genişliği kadar örneklem elde eder.	Örnek türetme konusunda herhangi bir limit yoktur
Normal dağılım varsayımını gerektirir.	Herhangi bir dağılımdan bağımsız üretilir.
Daha az algoritma ve hesaplama içerir.	Daha fazla algoritma ve hesaplama içerir.
Her zaman aynı sonuçları sağlar.	Aynı verilerin yinelenmesiyle zaman zaman farklı sonuçlar sağlar.
Örnek büyüklüğü n tane gözlemden birinin dışarıda bırakılmasıyla geriye kalan $n-1$ tane gözlemden oluşur.	Bootstrap'taki örnek büyüklüğü n 'dir.
Tekrar sayısı n iken,	Tekrar sayısı N^n 'dir.
Herhangi bir dağılımın tahmin edilmesi amaçlanmazken daha çok doğrulama amacıyla iyi sonuçlar verir.	Temelde bilinmeyen bir dağılımın tahmin edilmesi ve hesaplanması için tavsiye edilir.
Esasen temel istatistik çıkarsamalarda iyi sonuç verir.	Yoğun hesaplamalarda iyi sonuç sağlar.

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasının materyal bölümünde belirtilen yeniden örnekleme yöntemlerinden olan jackknife ve bootstrap yöntemleriyle; 100, 200 ve 300 tekrarlamayla oluşturulan örneklem genişliklerinde, elde edilen n birimlik örneklemelerde; ortalama, varyans, varyasyon katsayısı ve güven aralığı değerleri incelendi.

İlk olarak ele alınan 100 lük örneklemde; $n = 10$ dan 80 ' e kadar çekilen bootstrap ve jackknife örneklemelerine ait ortalama, varyans, varyasyon katsayısı ve güven aralıkları Çizelge 3.1' de verilmiştir. Daha sonra ele alınan 200' lük örneklemde; $n = 10$ dan 80 ' e kadar çekilen bootstrap ve jackknife örneklemelerinde; ortalama, varyans, varyasyon katsayısı ve güven aralıkları Çizelge 3.2' de verilmiştir.

Son olarakta Çizelge 3.3' te, ele alınan 300 lük örneklem genişliğinde; $n = 10$ dan 80 ' e kadar çekilen bootstrap ve jackknife örneklemelerinde; ortalama, varyans, varyasyon katsayısı ve güven aralıkları verilmiştir.

100 birimlik örneklem genişliğinde ortalama: Ortalaması 10 olan ana kütleden 100'lük örneklemde alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen ortalama 10.058 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife ortalamaları sırasıyla, 10.065 ve 10.058 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife ortalamasının gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın da yaklaşık %1'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu görülmüştür.

- $n = 20$ lik bootstraplar incelendiğinde, her üç (gerçekleşen ortalama, jackknife ortalaması ve bootstrap ortalaması) ortalamasının da birbiri ile aynı olduğu gözlenmiştir.
- $n = 30$ luk bootstraplarda, gerçekleşen ortalama değeri, 10.049 iken, bootstrap ortalaması 10.031 ve jackknife ortalaması da 10.049 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş, bootstrap ise yaklaşık 0.018 birimlik fark göstermiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda; gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla; 10.127, 10.123 ve 10.127 olarak bulunmuştur. Buna göre önceki örneklem genişliklerine benzer şekilde jackknife, gerçekleşen ortalama değerle aynı sonucu vermiş, bootstrap ise gerçekleşen değere oldukça yakın bulunmuştur.

Çizelge 3.1. 100 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar

	n	Ort _G	Ort _B	Ort _J	Var _G	Var _B	Var _J	CV _G	CV _B	CV _J	CI _G	CI _B	CI _J
100	10	10.058	10.065	10.058	0.736	0.021	1.205	0.085	0.081	0.742	8.376	9.781	7.906
											11.740	10.349	12.210
	20	10	10.000	10	0.971	0.037	2.403	0.098	0.092	0.818	8.068	9.620	6.961
											11.931	10.380	13.038
	30	10.049	10.031	10.049	0.887	0.014	1.866	0.093	0.080	0.788	8.203	9.793	7.371
											11.895	10.270	12.727
	40	10.127	10.123	10.127	1.012	0.015	2.516	0.099	0.071	0.810	8.155	9.882	7.018
											12.099	10.364	13.236
	50	10.104	10.107	10.104	0.988	0.011	2.368	0.098	0.054	0.790	8.155	9.900	7.088
											12.053	10.315	13.121
	60	10.107	10.115	10.107	0.992	0.008	2.405	0.098	0.051	0.799	8.155	9.933	7.067
											12.060	10.297	13.147
	70	10.077	10.071	10.077	1.022	0.008	2.965	0.100	0.046	0.868	8.096	9.887	6.702
											12.059	10.255	13.452
	80	10.052	10.053	10.052	1.059	0.005	2.754	0.102	0.038	0.803	8.034	9.904	6.799
											12.070	10.201	13.305

Çizelge 3.2. 200 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar

	n	Ort _G	Ort _B	Ort _J	Var _G	Var _B	Var _J	CV _G	CV _B	CV _J	CI _G	CI _B	CI _J
200	10	9.980	9.985	9.980	0.739	0.044	2.280	0.086	0.142	1.071	8.294	9.570	7.020
											11.666	10.399	12.940
	20	9.901	9.893	9.901	1.004	0.044	3.239	0.101	0.100	0.933	7.937	9.479	6.373
											11.865	10.307	13.429
	30	9.990	9.984	9.990	0.909	0.026	2.577	0.095	0.093	0.917	8.120	9.668	6.843
											11.859	10.300	13.136
	40	10.007	10.002	10.007	0.849	0.013	2.084	0.092	0.072	0.878	8.200	9.778	7.177
											11.814	10.226	12.836
	50	9.942	9.943	9.942	0.907	0.010	1.902	0.095	0.056	0.782	8.075	9.739	7.239
											11.809	10.147	12.645
	60	9.932	9.924	9.932	0.887	0.006	1.721	0.094	0.048	0.753	8.085	9.767	7.360
											11.778	10.082	12.503
	70	9.928	9.931	9.928	0.904	0.004	1.675	0.095	0.040	0.729	8.064	9.797	7.391
											11.792	10.066	12.465
	80	9.960	9.955	9.960	0.968	0.004	1.733	0.098	0.036	0.696	8.031	9.826	7.379
											11.888	10.083	12.540

- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen ortalama 10.104 olarak bulunurken, bootstrap ortalaması 10.107 ve jackknife ortalaması ise 10.104 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu verirken, bootstrapta 0.003'lük fark gözlenmiştir.

Çizelge 3.3. 300 birimlik örneklem genişliklerinde elde edilen sonuçlar

	n	Ort _G	Ort _B	Ort _J	Var _G	Var _B	Var _J	CV _G	CV _B	CV _J	CI _G	CI _B	CI _J
300	10	9.960	9.954	9.960	1.038	0.051	3.064	0.102	0.111	0.870	7.963	9.508	6.529
											11.958	10.400	13.391
	20	10.042	9.960	10.042	1.098	0.035	2.814	0.104	0.088	0.783	7.988	9.589	6.753
											12.096	10.332	13.330
	30	10.079	10.083	10.079	1.053	0.037	3.576	0.101	0.084	0.916	8.067	9.704	6.372
											12.091	10.461	13.785
	40	10.028	10.022	10.028	0.999	0.021	2.926	0.099	0.069	0.872	8.069	9.735	6.675
											11.987	10.309	13.381
	50	9.947	9.947	9.947	1.028	0.012	2.652	0.101	0.057	0.805	7.959	9.727	6.755
											11.935	10.166	13.139
	60	10.003	10.007	10.003	1.019	0.008	2.472	0.100	0.046	0.787	8.024	9.824	6.921
											11.983	10.191	13.086
	70	10.006	10.007	10.006	1.049	0.006	2.306	0.102	0.035	0.737	7.997	9.849	7.029
											12.014	10.164	12.983
	80	9.995	9.990	9.995	1.009	0.005	2.171	0.100	0.037	0.744	8.025	9.843	7.106
											11.964	10.137	12.883

- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda ise gerçekleşen ortalama 10.107, bootstrap ortalaması 10.115 ve jackknife ortalaması 10.107 olmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş, bootstrapta ise yaklaşık 0.008'lik fark gözlenmiştir.
- n = 70'lik bootstrap örnekleri incelendiğinde, gerçekleşen ortalama 10.077 iken bootstrap ortalaması 10.071 ve jackknife ortalaması 10.077'dir. Buna göre jackknife'ın gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın yaklaşık 0.006'lık farkla, gerçekleşen ortalamaya oldukça yakın olduğu görülmüştür.
- Bootstrap örneklem genişliği n = 80 olduğunda gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalamasının sırasıyla; 10.052, 10.053 ve 10.052 olduğu görülmektedir. Buna göre önceki örneklem genişliklerine benzer şekilde, jackknife'ın gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş olduğu, bootstrapın ise gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu gözlenmiştir.

200 birimlik örneklem genişliğinde ortalama: Ortalaması 10 olan ana kütleden, 200' lük örnekleminden alındığı varsayılan n = 10 luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen ortalama 9.980 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife ortalamaları sırasıyla 9.985 ve 9.980 olarak bulunmuştur.

Buna göre jackknife ortalamasının gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın da yaklaşık 0.005'lik farkla gerçekleşen ortalamaya oldukça yakın olduğu görülmüştür.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen ortalama değer 9.901 iken bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla 9.893 ve 9.901 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş, bootstrapta ise 0.008'lik fark gözlenmiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 30$ olduğunda; gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla 9.990, 9.984 ve 9.990 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu verirken, bootstrapta 0.006'lık fark gözlenmiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği 40 olduğunda ise gerçekleşen ortalama 10.007 olarak bulunurken, bootstrap ortalaması 10.002 ve jackknife ortalaması ise 10.007 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu verirken, bootstrapta 0.005'lik fark gözlenmiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen ortalama 9.942, bootstrap ortalaması 9.943 ve jackknife ortalaması 9.942 olmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş, bootstrap ise yaklaşık 0.005'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 60$ olduğunda gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla 9.932, 9.924 ve 9.932 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife'ın gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş olduğu, bootstrapın ise gerçekleşen değerden yaklaşık 0.008 birimlik fark gösterdiği görülmüştür.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen ortalamanın 9.928, bootstrap ortalamasının 9.931 ve jackknife ortalamasının da 9.928 olduğu görülmektedir. Buna göre jackknife'ın gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın 0.003'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu söylenebilir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla; 9.960, 9.955 ve 9.960 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu vermiş olmakla birlikte, bootstrapın da yaklaşık 0.005'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu söylenebilir.

300 birimlik örneklem genişliğinde ortalama: Ortalaması 10 olan ana kütleden 300'lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemlerinde; gerçekleşen ortalama 9.960 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife ortalamaları sırasıyla 9.954 ve 9.960 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife ortalamasının gerçekleşen ortalama ile aynı olduğu, bootstrapın da yaklaşık 0.006'lık farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu görülmüştür.

- $n = 20$ 'lik bootstrap örneklemlerinde, gerçekleşen ortalama 10.042 iken, bootstrap ortalaması 9.960 ve jackknife ortalaması da 10.042 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife'nin gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş olduğu görülmekle birlikte, bootstrapın ise gerçekleşen değerden yaklaşık 0.082 birimlik fark gösterdiği görülmüştür.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen ortalama 10.079 iken, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla 10.038 ve 10.079 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife ortalama değeri, gerçekleşen değerle aynı olurken bootstrap, 0.041'lik fark göstermiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda; gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla; 10.028, 10.022 ve 10.128 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife, gerçekleşen ortalama aynı sonucu verirken bootstrap, yaklaşık 0.006 birimlik fark göstermiştir.
- $n = 50$ lik bootstraplar incelendiğinde, her üç (gerçekleşen ortalama, jackknife ortalaması ve bootstrap ortalaması) ortalamasının da birbiri ile aynı olduğu gözlenmiştir.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda, gerçekleşen ortalama 10.003 iken, bootstrap ortalaması 10.007 ve jackknife ortalaması ise 10.003 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife gerçekleşen ortalama ile aynı sonucu verirken, bootstrapta 0.004'lük fark gözlenmiştir.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen ortalama 10.006 iken bootstrap ortalamasının 10.007, jackknife ortalamasının ise 10.006 olduğu görülmektedir. Buna göre jackknife ortalamasının gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın da yaklaşık 0.001'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu görülmüştür.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda, gerçekleşen ortalama, bootstrap ortalaması ve jackknife ortalaması sırasıyla 9.995, 9.990 ve 9.995 olarak bulunmuştur. Buna göre jackknife'nin gerçekleşen değerle aynı sonucu vermiş olduğu gözlenmekle birlikte, bootstrapın da yaklaşık 0.005'lik farkla gerçekleşen değere oldukça yakın olduğu görülmüştür.

100 birimlik örneklem genişliğinde varyans değerleri: Ortalaması 10 olan ve 100 lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyans değeri 0.736 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 0.021 ve 1.205 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen varyans değeri 0.971 olurken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırası ile 0.037 ve 2.403 olmuştur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyans değeri, 0.887 iken bootstrap varyans değeri 0.014 ve jackknife varyans değeri de 1.866 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 1.012, 0.015 ve 2.516 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyans değeri 0.988 olarak bulunurken, bootstrap varyans değeri 0.011 ve jackknife varyans değeri ise 2.368 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda ise gerçekleşen varyans değeri 0.992, bootstrap varyans değeri 0.008 ve jackknife varyans değeri 2.405 olmuştur.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyans değeri 1.022 iken, bootstrap varyans değeri 0.008 ve jackknife varyans değeri de 2.965' tir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda, gerçekleşen bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 1.059, 0.005 ve 2.754 olmuştur.
- Buna göre örneklem genişliğinden bağımsız olarak, gerçekleşen değere göre bootstrap varyans değerlerinin oldukça küçük, jackknife varyans değerinin ise oldukça büyük olduğu gözlenmiştir. Diğer bir ifadeyle önceki örneklem genişliklerinde olduğu gibi bootstrapla elde edilen varyans değerinin, diğer yöntemle göre oldukça küçük olduğu söylenebilir.

200 birimlik örneklem genişliğinde varyans değerleri: Ortalaması 10 olan 200'lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyans değeri 0.739 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 0.044 ve 2.280 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyans değeri 1.004 olurken, bootstrapta 0.044, jackknife ise 3.239 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk örneklemelerde ise gerçekleşen varyans değeri 0.909 iken bootstrap varyans değeri 0.026 ve jackknife varyans değeri de 2.577 olarak bulunmuştur.

- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 0.849, 0.013 ve 2.084 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyans değeri 0.907 olarak bulunurken, bootstrap varyans değeri 0.010 ve jackknife varyans değeri de 1.902 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliğinin 60 olduğu durumda ise gerçekleşen varyans değerinin 0.887, bootstrap varyans değerinin 0.006 ve jackknife varyans değerinin de 1.721 olduğu görülmektedir.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen varyans değeri 0.904 iken bootstrap varyans değerinin 0.004 ve jackknife varyans değerinin de 1.675 olduğu görülmektedir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda, gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 0.968, 0.004 ve 1.733 olmuştur.
- Buna göre örneklem genişliğinden bağımsız olarak gerçekleşen değere göre bootstrap varyans değerlerinin oldukça küçük, jackknife varyans değerinin ise oldukça büyük olduğu gözlenmiştir. Diğer bir ifadeyle bootstrapla elde edilen varyans değerinin, diğer yönteme göre daha küçük değerler olduğu söylenebilir.

300 birimlik örneklem genişliğinde varyans değerleri: Ortalaması 10 olan 300'lük örnekleminden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyans değeri 1.038 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 0.051 ve 3.064 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyans değeri 1.098 iken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırası ile 0.035 ve 2.814 olmuştur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyans değeri 1.053 iken bootstrap varyans değeri 0.037 ve jackknife varyans değeri de 3.517 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla; 0.099, 0.069 ve 2.926 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyans değeri 1.028 olurken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırası ile 0.012 ve 2.652 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda; gerçekleşen varyans değeri 1.019 iken, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırası ile 0.008 ve 2.472' dir.

- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemeleri incelendiğinde, gerçekleşen varyans değerinin 1.049, bootstrap varyans değerinin 0.006 ve jackknife varyans değerinin ise 2.306 olduğu görülmektedir.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyans değerleri sırasıyla 1.009, 0.005 ve 2.171 olmuştur.

Buna göre örneklem genişliğinden bağımsız olarak gerçekleşen değere göre bootstrap varyans değerlerinin oldukça küçük, jackknife varyans değerlerinin ise oldukça büyük olduğu gözlenmiştir. Diğer bir ifadeyle önceki örneklem genişliklerinde olduğu gibi bootstrapın, diğer yönteme göre oldukça küçük varyans değerleri ürettiği söylenebilir.

100 birimlik örneklem genişliğinde varyasyon katsayısı: Ortalaması 10 olan 100'lük örneklemde alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.085 olarak bulunurken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.081 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.742 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.098, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayısı ise sırası ile 0.092 ve 0.818 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk bootstraplarda, gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.093 iken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.080 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.788 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayısı değerleri sırasıyla 0.099, 0.071 ve 0.810 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.098 olarak bulunurken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.054 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.790 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda gerçekleşen varyasyon katsayısının 0.098, bootstrap varyasyon katsayısının 0.051 ve jackknife varyasyon katsayısının 0.797 olduğu görülmüştür.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.100 iken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.046 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.868 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 80$ olduğunda; gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları sırasıyla 0.102, 0.038 ve 0.803 olarak bulunmuştur.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde jackknife varyasyon katsayısının, gerçekleşen değerden belirgin farklılık gösterdiği, bootstrap varyasyon katsayısının ise gerçekleşen değere daha yakın olduğu gözlenmiştir.

200 birimlik örneklem genişliğinde varyasyon katsayısı: Ortalaması 10 olan 200 lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.086 olarak bulunurken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.142 ve jackknife varyasyon katsayısı ise 1.071 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstraplar incelendiğinde, gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.101, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları ise sırası ile 0.100 ve 0.933 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk bootstraplarda, gerçekleşen varyasyon katsayısı ile bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları sırası ile 0.095, 0.093 ve 0.917 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen varyasyon katsayısı, bootstrap varyasyon katsayısı ve jackknife varyasyon katsayısı sırasıyla 0.092, 0.072 ve 0.878 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.095 olarak bulunurken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.056 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.782 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliğinin 60 olduğu durumda ise gerçekleşen varyasyon katsayısının 0.094, bootstrap varyasyon katsayısının 0.048 ve jackknife varyasyon katsayısının da 0.753 olduğu görülmüştür.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.095 iken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.040 ve jackknife varyasyon katsayısı da 0.729 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliğinin $n = 80$ olması durumunda; gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayılarının sırasıyla 0.098, 0.036 ve 0.696 'dır.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde jackknife varyasyon katsayısının, gerçekleşen değerden belirgin farklılık gösterdiği, bootstrap varyasyon katsayısının ise gerçekleşen değere daha yakın olduğu gözlenmiştir.

300 birimlik örneklem genişliğinde varyasyon katsayısı: Ortalaması 10 olan 300 lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.102 olarak bulunurken, bootstrap varyasyon katsayısı 0.111 ve jackknife varyasyon katsayısı ise 0.870 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.104 iken, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları ise sırası ile 0.088 ve 0.783 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları sırası ile 0.101, 0.084 ve 0.916 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen varyasyon katsayısı, bootstrap varyasyon katsayısı ve jackknife varyasyon katsayısı sırasıyla 0.099, 0.069 ve 0.872 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen varyasyon katsayısının 0.101, bootstrap varyasyon katsayısının 0.057 ve jackknife varyasyon katsayısının da 0.805 olduğu gözlenmiştir.
- $n = 60$ 'lık bootstrap örneklemelerinde gerçekleşen varyasyon katsayısı 0.100 iken, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları sırası ile 0.046 ve 0.787 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 70$ olduğunda, gerçekleşen, bootstrap ve jackknife varyasyon katsayıları sırası ile 0.102, 0.035 ve 0.737 olarak gözlenmiştir.
- Bootstrap örneklem genişliğinin $n = 80$ olması durumunda ise gerçekleşen varyasyon katsayısı, bootstrap varyasyon katsayısı ve jackknife varyasyon katsayısı sırasıyla 0.100, 0.037 ve 0.744 olarak bulunmuştur.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde jackknife varyasyon katsayısının, gerçekleşen değerden belirgin farklılık gösterdiği, bootstrap varyasyon katsayısının ise gerçekleşen değere daha yakın olduğu gözlenmiştir.

100 birimlik örneklem genişliğinde güven aralığı: Ortalaması 10 olan 100' lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde güven aralıkları incelendiğinde; gerçekleşen güven aralığı 8.376 ile 11.740 aralığında bulunurken, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırasıyla; 9.781-10.349 ve 7.906-12.210 aralığında bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstraplar örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı; 8.068-11.931 iken bootstrap güven aralığı 9.620-10.380 ve jackknife güven aralığı 6.961-13.038 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı, 8.203-11.895 iken, bootstrap ve jackknife güven aralığı sırası ile 9.793-10.270 ve 7.371-12.727 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırasıyla; 8.155-12.099, 9.882-10.364 ve 7.018-13.236 olarak bulunmuştur.

- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen güven aralığı 8.155-12.053 olarak bulunurken, bootstrap güven aralığı 9.900-10.315 ve jackknife güven aralığı da 7.088-13.121 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda ise gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırası ile 8.155-12.060, 9.933-10.297 ve 7.067-13.147 olmuştur.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı 8.096-12.059, bootstrap güven aralığı 9.887-10.255 ve jackknife güven aralığı 6.702-13.452'dir
- Bootstrap örneklemelerinde $n = 80$ olduğunda; gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırası ile 8.034-12.070, 9.904-10.201 6.799-13.305 olarak bulunmuştur.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde jackknife güven aralıklarının, gerçekleşen değere göre oldukça geniş olduğu, bootstrap güven aralıklarının ise daha dar olduğu gözlenmiştir.

200 birimlik örneklem genişliğinde güven aralığı değerleri: Ortalaması 10 olan 200' lük örneklemden alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemelerinde; gerçekleşen güven aralığı 8.294-11.666 iken, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırasıyla 9.570-10.399 ve 7.020-12.940 olmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı 7.937-11.865 iken, bootstrap güven aralığı 9.479-10.307 ve jackknife güven aralığı da 6.373-13.429 olarak bulunmuştur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı, 8.120-11.859, bootstrap güven aralığı 9.668-10.300 ve jackknife güven aralığı da 6.843-13.136'dır.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen güven aralığı, bootstrap güven aralığı ve jackknife güven aralığı sırasıyla 8.200-11.814, 9.778-10.226 ve 7.177-12.836 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen güven aralığı 8.075-11.809 olurken, bootstrap ve jackknife güven aralıkları 9.739-10.147 ve 7.239-12.645 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda ise gerçekleşen güven aralığının 8.085-11.778, bootstrap güven aralığının 9.767-10.082 ve jackknife güven aralığının 7.360-12.503 olduğu görülmüştür.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemelerinde, gerçekleşen güven aralığı 8.064-11.792 iken, bootstrap ve jackknife güven aralığı sırası ile 9.797-10.066 ve 7.391-12.465'tir.
- Bootstrap örneklemelerinde $n = 80$ olduğunda, gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırası ile 8.031-11.888, 9.826-10.083 ve 7.379-12.540 olarak gözlenmiştir.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde jackknife güven aralığı değerlerinin, gerçekleşen değere göre oldukça geniş bir aralıkta, bootstrap güven aralıklarının ise daha dar bir aralıkta olduğu gözlenmiştir.

300 birimlik örneklem genişliğinde güven aralığı değerleri: Ortalaması 10 olan ana kütleden alınan 300'lük örneklemde alındığı varsayılan $n = 10$ luk bootstrap örneklemde gerçekleşen güven aralığı 7.963-11.958 olarak bulunurken, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırasıyla 9.508-10.400 ve 6.529-13.391 olarak bulunmuştur.

- $n = 20$ lik bootstrap örneklemde, gerçekleşen güven aralığı 7.988-12.096 iken, bootstrap güven aralığı 9.589-10.332 ve jackknife güven aralığı da 6.753-13.330'dur.
- $n = 30$ luk bootstrap örneklemde, gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırası ile 8.067-12.091, 9.704-10.461 ve 6.372-13.785 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği $n = 40$ olduğunda gerçekleşen güven aralığı, bootstrap güven aralığı ve jackknife güven aralığı değerleri sırasıyla; 8.069-11.987, 9.735-10.309 ve 6.675-13.381 olarak bulunmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 50 olduğunda ise gerçekleşen güven aralığı 7.959-11.935, bootstrap güven aralığı 9.727-10.166 ve jackknife güven aralığı 6.755-13.139 olmuştur.
- Bootstrap örneklem genişliği 60 olduğunda gerçekleşen güven aralığı 8.024-11.983 olurken, bootstrap güven aralığı 9.824-10.191 ve jackknife güven aralığı da 6.921-13.086 olmuştur.
- $n = 70$ 'lik bootstrap örneklemde, gerçekleşen güven aralığı 7.997-12.014, bootstrap güven aralığı 9.849-10.164 ve jackknife güven aralığı 7.029-12.983'tür.
- Bootstrap örneklemde $n = 80$ olduğunda, gerçekleşen, bootstrap ve jackknife güven aralıkları sırası ile 8.025-11.964, 9.843-10.137 ve 7.106-12.883 olarak gözlenmiştir.

Buna göre tüm örneklem genişliklerinde, jackknife güven aralıklarının, gerçekleşen değere göre oldukça geniş bir aralıkta olduğu, bootstrap güven aralıklarının ise daha dar bir aralıkta olduğu gözlenmiştir.

Çalışmada ele alınan örneklem genişliklerinde; ortalama, varyans ve varyasyon katsayısı için jackknife ve bootstrap yöntemleri ile gerçekleşen değerler arasındaki farklar Çizelge 3.4'te verilmiştir. Çizelge 3.4'te görüldüğü üzere, 100, 200 ve 300 birimlik örneklemde, örneklem genişliğinin 10'dan 80'e kadar değişmesinden etkilenmeden, jackknife ortalamaları ile gerçekleşen ortalamalar arasındaki farklılıklar sıfır (0) olarak bulunmuşken, bootstrap ortalamaları ile gerçekleşen ortalamalar arasında küçük farklılıklar gözlenmiştir.

Çizelge 3.4. 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde Bootstrap (B) ve Jackknife (J) ile Gerçekleşen değer (G) farkları

		100		200		300	
	n	B-G	J-G	B-G	J-G	B-G	J-G
Ortalama	10	0,007	0	0,005	0	-0,006	0
	20	0	0	-0,008	0	-0,082	0
	30	-0,018	0	-0,006	0	0,004	0
	40	-0,004	0	-0,005	0	-0,006	0
	50	0,003	0	-0,001	0	0	0
	60	0,008	0	-0,008	0	0,004	0
	70	-0,006	0	0,003	0	0,001	0
	80	0,001	0	-0,005	0	-0,005	0
Varyans	10	-0,715	0,469	-0,695	1,541	-0,987	2,026
	20	-0,934	1,432	-0,96	2,235	-1,063	1,716
	30	-0,873	0,979	-0,883	1,668	-1,016	2,523
	40	-0,997	1,504	-0,836	1,235	-0,978	1,927
	50	-0,977	1,38	-0,897	0,995	-1,016	1,624
	60	-0,984	1,413	-0,881	0,834	-1,011	1,453
	70	-1,014	1,943	-0,9	0,771	-1,043	1,257
	80	-1,054	1,695	-0,964	0,765	-1,004	1,162
Varyasyon Katsayısı	10	-0,004	0,657	0,056	0,985	0,009	0,768
	20	-0,006	0,72	-0,001	0,832	-0,016	0,679
	30	-0,013	0,695	-0,002	0,822	-0,017	0,815
	40	-0,028	0,711	-0,02	0,786	-0,03	0,073
	50	-0,044	0,692	-0,039	0,687	-0,044	0,704
	60	-0,047	0,701	-0,046	0,659	-0,054	0,687
	70	-0,054	0,768	-0,055	0,634	-0,067	0,635
	80	-0,064	0,701	-0,062	0,598	-0,063	0,644

Dolayısıyla 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde, ortalama için jackknife'ın, n sayısının 10'dan 80'e kadar değişmesinden etkilenmediği söylenebilir. Jackknife'ın ise gerçekleşen varyanstan olan farkı, bootstrap a göre biraz daha büyük bulunmuş ve bu durum 200 ve 300 birimlik örneklerde de aynı olmuştur.

Çizelge 3.4, varyasyon katsayısı bakımından incelendiğinde ise bootstrap ile gerçekleşen varyasyon katsayıları arasındaki farkın, 100, 200 ve 300 birimlik örneklerden ve örneklem büyüklüğü artışından bağımsız olarak, jackknife'den daha düşük olduğu gözlenmiştir. Buna göre ortalamanın haricinde, varyans ve varyasyon katsayısı bakımından gerçekleşen değerle karşılaştırıldığında, bootstrap'ın jackknife göre gerçekleşen değere daha yakın sonuçlar verdiği söylenebilir. Ortalama bakımından ise jackknife bir miktar daha ön plana çıkmıştır. Ancak, bootstrapın, ortalama için de gerçekleşen değerden küçük farklılıklar göstermiş olduğu göz önüne alındığında, genel olarak bootstrap yönteminin performansının, jackknife yöntemine göre bir miktar daha iyi olduğu söylenebilir.

4. SONUÇ

Ortalama için 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde, örneklem genişliğinin 10' dan 80'e kadar artırılması ile jackknife ortalamalarının, gerçekleşen ortalama ile aynı sonuçları verdiği, bootstrap ortalamalarının ise gerçekleşen değerlerden küçük farklılıklar gösterdiği gözlenmiştir.

Varyans için ise 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde, yine örneklem genişliğinin 10' dan 80'e kadar artmasıyla, bootstrap varyansları ile gerçekleşen varyanslar arasındaki farkların, jackknife varyansı ile gerçekleşen varyanslar arasındaki farklardan bir miktar düşük olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla varyansın da örneklem genişliğinden etkilenmediği söylenebilir. Varyasyon katsayısı için de bootstrap varyasyon katsayıları ile gerçekleşen varyasyon katsayıları arasındaki farkların, Jackknife varyasyon katsayısı ile gerçekleşen varyasyon katsayısı arasındaki farklardan belirgin bir şekilde düşük olduğu gözlenmiştir. Diğer bir ifade varyasyon katsayısı bakımından jackknife'e göre bootstrap, gerçekleşen varyasyon katsayısına daha yakın sonuçlar vermiştir.

Güven aralığı bakımından; 100, 200 ve 300 birimlik örneklerde, gerçekleşen güven aralığına göre jackknife güven aralıklarının, bootstrap'a göre daha geniş olduğu gözlenmiştir. Ayrıca gerek örneklem biriminin 100, 200 ve 300 olarak alınmasından, gerekse de örneklem genişliklerinin 10'dan 80'e kadar artırılmasından her iki yöntemin de belirgin şekilde etkilenmediği gözlenmiştir.

Sonuç olarak, bootstrapın gerçekleşen değere yakın sonuçlar vermesi ve bu sonuçların da örneklem genişliğinin 10'dan 80'e kadar değişmesinden etkilenmemiş olması ve sonuçların 200 ile 300 birimlik örneklerde de birbirine oldukça yakın olması bootstrapı bir miktar daha ön plana çıkarmaktadır. Ancak çalışmanın kısıtlılıkları dikkate alındığında, daha kapsamlı çalışmaların yapılması gerekliliği de göz önünde bulundurulmalıdır.

5. KAYNAKLAR

- Aktükün A, 2005. Asal Bileşenler Analizinde Bootstrap Yaklaşımı. Ekonomi ve İstatistik Dergisi, 1: 15-05.
- Armutlulu İH, 1999. İşletme İstatistiğine Giriş. Alfa Basım Yayım Dağıtım. İstanbul.
- Atabey Ö, 2010. Lojistik Regresyon Modeli ve Geriye Doğru Eliminasyon Yöntemiyle Değişken Seçiminin Hipertansiyon Riski Üzerine Uygulamasında Bootstrap Yöntemi. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Atalay U, İnal C, 1999. Geometrik ve İki Terimli Dağılımların parametrelerinin Bootstrap Tahminleri. İstatistik Konferansı, 26-27 Ekim 1998, Gazi Üniversitesi, İstatistik Bölümü Devlet İstatistik Enstitüsü Matbaası, Ankara, s: 37-67.
- Avşar PE, 2006. Bootstrap Yönteminin Regresyon Analizinde Kullanımına İlişkin Olarak Türkiye İnşaat Sektöründe Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Beşer MK, 2006. Zaman Serilerinde Bootstrap Çözümlemeleri ve Türkiye’de Tanzi Etkisine Uygulaması. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Bekiroğlu N, Konyalıoğlu R, Karahan D, 2013. Çoklu Doğrusal Regresyon Sonuçlarının Jackknife Tekniği ile Tekrarlanabilirliğinin Değerlendirilmesi, Marmara Medical Journal, 26: 63-7.
- Bishop CM, 1995. Neural Networks for Pattern Recognition, Clarendon Press, Oxford.
- Binzat U, 2017. Resampling Methods in Hypothesis Testing. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Bülbül Ş, Altaş D, 1998. Bootstrap Yönteminin Model Seçiminde Kullanılması. III. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 14-16 Mayıs 1997, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, s: 1037-1049.
- Carver RP, 1978. The Case Against Statistical Significance Testing. Harvard Educational Review, 48: 378-99.
- Chernick MR, 1999. Bootstrap Methods, John Wiley and Sons, New Jersey.
- Chernick MR, 2008. Bootstrap Methods: A Guide for Practitioners and Researchers. John Wiley and Sons Inc, New York.
- Çakır F, 2000. Sosyal Bilimlerde İstatistik, Alfa Basım Yayım Dağıtım. İstanbul.
- Çiçek AD, 2008. Zaman Serilerinde Bootstrap Çözümleri. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çil B, 2000. İstatistik. Detay Yayıncılık. Ankara.

- Çömlekçi N, 1998. Temel İstatistik İlke ve Teknikleri. Bilim Teknik Yayınevi. İstanbul.
- Davison AC, Hinkley DV, 1994. Bootstrap Methods and Their Application. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press. Cambridge.
- Davison AC, Hinkley DV, 1997. Bootstrap Methods and Their Application. Cambridge University Press. Cambridge.
- Diaconis P, Efron B, 1983. Computer-Intensive Methods in Statistics. Scientific American, 248 (5): 116-131.
- Diciccio TJ, Tibshirani RJ, 1987. Bootstrap confidence Intervals and Bootstrap Approximations. Journal of the American Statistical Association, 82 (397): 163-170.
- Diciccio TJ, Romano JP, 1988. A Review of Bootstrap Confidence Intervals. Journal of the Royal Statistical Society, 50 (3): 338-354.
- Duman S, 2006. Markow Zincirlerinde Bootstrap. Yüksek Lisan Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Doğan CD, 2019. Yeniden Örnekleme Yöntemleri: Kavram ve R Uygulamaları. Kastamonu Eğitim Dergisi, 27 (6): 2747-2766.
- Edgington ES, 1995. Randomization Tests (3rd ed.). Taylor & Francis. New York
- Efron B, 1979. Bootstrap Methods: Another Look at The Jackknife, The Annals of Statistics, 7 (1): 1-50.
- Efron B, 1981. Nonparametric Estimates of Standart Error The Jackknife, The Bootstrap and Other Methods, Biometrika, 63: 589-599.
- Efron B, 1982. The Jackknife, The Bootstrap and Others Resampling Plans. Society of Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia.
- Efron B, Tibshirani RJ, 1986. Bootstrap Methods for Standart Errors, Confidence Intervals and Other Measures of Statistical Accurarcy. Statistical Science, 1 (1): 54-77.
- Efron B, 1990. More Efficient Bootstrap Computations. Journal of the American statistical association, 85: 79-89.
- Efron B, Tibshirani RJ, 1993. An Introduction to The Bootstrap, Chapman and Hall, New York.
- Ekiz U, Ekiz M, (2010). Normal ve Karma-Normal Dağılımlı Veri Grupları İçin İlişki Katsayılarının Eşitliğinde Permütasyon Testi. Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesi Fen Dergisi, 2 (36): 95-98.
- Ernst MD, 2004. Permutation Methods: A Basis for Exact Inference. Statistical Science, 19 (4): 676-685.
- Fan X, Wang L, 1996. Comparability of Jackknife and Bootstrap Results: An Investigation For a Case of Canonical Correlation Analysis, Journal of Experimental Education, 64: 173-189.

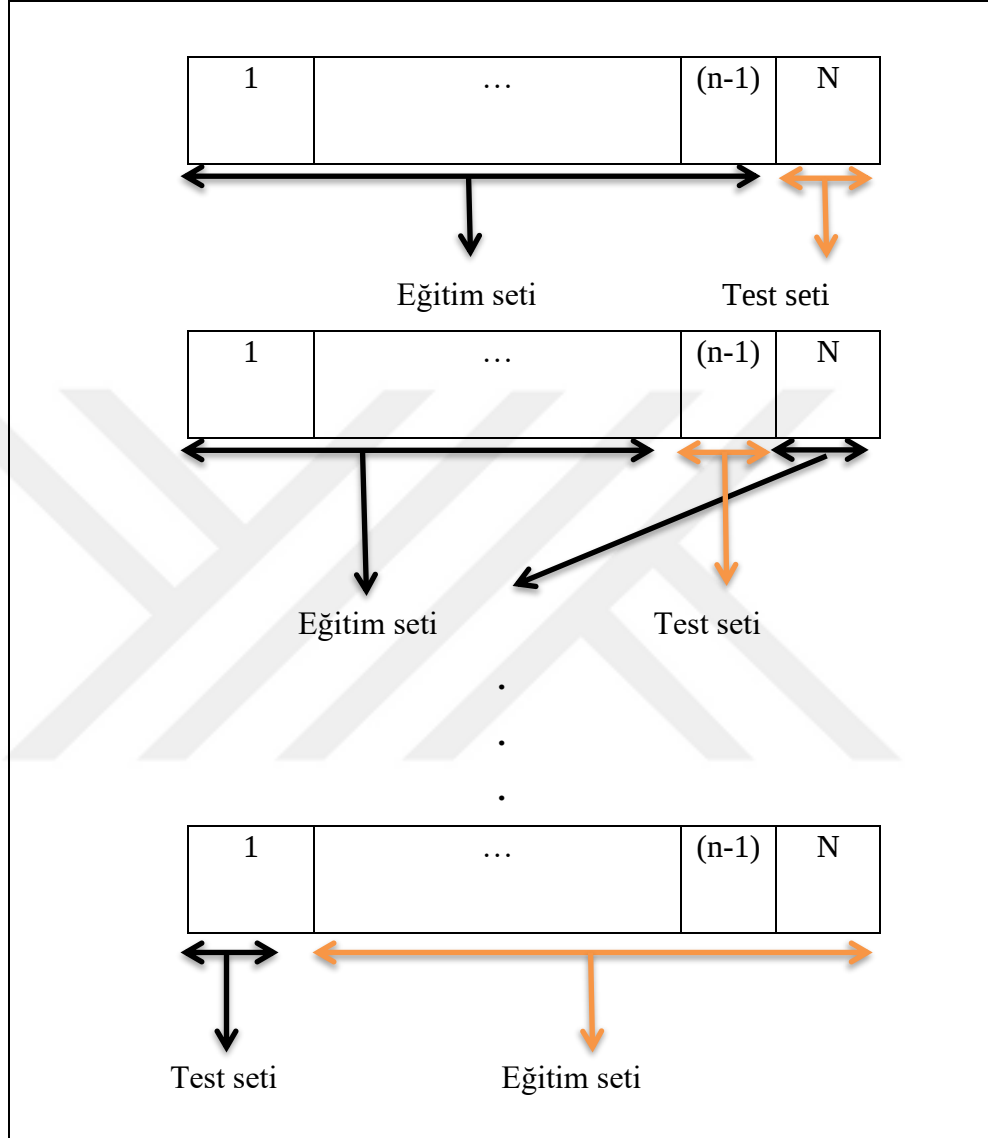
- Fisher RA, 1935. The Design of Experiments. Oliver and Body. Edinburgh.
- Fisher RA, 1960. The Design of Experiments. Hafner Publication. New York.
- Fox J, 1997. Applied Regression Analysis, Linear Models and Related Methods. London.
- Good P, 1979. Resampling Methods. Springer and Verlag. New York.
- Good P, 2001. Resapling Methods: A Practical Guide to Data Analysis. Springer Science & Business Media. New York.
- Gürsakal N, 1998. Bilgisayar Uygulamalı İstatistik II. Marmara Kitabevi Yayınları. Bursa.
- Hahn GJ, Meeker WQ, 1991. Statistical Intervals. John Wiley and Sons. New York.
- Hall P, 1986. On The Bootstrap and Confidence Intervals. The Annals of Statistics, 14 (4): 1431-1452.
- Hauser PM, 1941. The Use of Sampling in The Census. Journal of The American Statistical Association, 36: 369-375.
- Horowitz JL, 2001. The Bootstrap Handbook of Econometrics. Elsevier Science, 5: 1359-3228.
- İşçil N, 1975. İstatistiksel Kalite Kontrolü. Ankara İktisadi ve Ticari Bilimler Akademisi Yayını, 88: 36-55.
- İşçil N, 1977. Örneklem Yöntemleri. Kalite Matbaası. Ankara.
- İşyar Y, 1999. Ekonometrik Modeller. Vipaş. Bursa.
- Kabukçu MA, 1994. Sağlık Sosyal ve Fen Bilimlerinde Uygulamalı İstatistik. Selçuk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Yayınları. Konya.
- Kendall MG, Smith BB, 1954. Tables of Random Sampling Numbers. Cambridge University Press. Cambridge.
- King AJ, Jessen RJ, 1945. The Master Sample of Agriculture. Journal of the American Statistical Association, 40: 38-56.
- Kish L, 1965. Survey Sampling. John Wiley and Sons. New York.
- Krus DJ, Fuller EA, 1982. Computer-Assisted Multicross-Validation in Regression Analysis. Educational and Psychological Measurement, 42: 187-193.
- Kurtz AK, 1948. A Research Test of The Rorschach Test. Personnel Psychology, 1: 41-53.
- Lunneborg CE, 2000. Data Analysis by Resampling: Concepts and Applications. Pacific Groove, California, USA, Brooks.
- Miller RG, 1974. The Jackknife – A Review, Biometrika 61: 1–15.
- Mosier CI, 1951. Problems and Designs of Cross-Validation. Educational and Psychological Measurement, 11: 5-11.
- Mooney CZ, Duvall RD, 1993. Bootstrapping: A Nonparametric Approach to Statistical Inference. Sage University Papers. London.

- Önder H, 2007. Permütasyon Testlerinin Doğrusal Regresyonda Kullanılabilirliğinin İrdelenmesi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, OMÜ Ziraat Fakültesi Dergisi, 22 (2): 157-161.
- Özdemir YA, Şahin Tekin ST, Esin A, 2015. Çözümlü Örneklem Yöntemlerine Giriş. Seçkin Yayıncılık. Ankara.
- Peddada SD, Chang T, 1996. Bootstrap Confidence Region Estimation of The Motion of Rigid Bodies. Journal of the American Statistical Association, 91 (433): 231-241.
- Pitman EJG, 1937. Significance Tests Which May be Applied to Samples from any Population. Supplement to the Journal of Royal Statistical Society, 4 (1): 119-130.
- Püskülcü H, İkiz F, 1986. İstatistiğe Giriş. Ege Üniversitesi Matbaası. İzmir.
- Quenouille MH, 1949. Approximate Tests of Correlation in Time Series. Journal of the Royal Statistical Society, 11: 18-44.
- Quenouille MH, 1956. Notes on Bias in Estimation. Biometrika, 61: 353-360
- Serper Ö, 1985. Uygulamalı İstatistik. Ezgi Kitabevi. Bursa.
- Serper Ö. 1996. Uygulamalı İstatistik II. Filiz Kitabevi. İstanbul.
- Sukhatme PV, 1954. Sampling Theory of Surveys With Applications. Iowa State College Press. Iowa.
- Sümbüloğlu K, Sümbüloğlu K, 1997. Biyoistatistik. Hatiboğlu Yayınevi. Ankara.
- Sümbüloğlu V, Sümbüloğlu K, 2005. Klinik ve Saha Araştırmalarında Örneklem Yöntemleri ve Örneklem Büyüklüğü. Alp Ofset Matbaacılık. Ankara.
- Shao J, Wu C, 1989. A General Theory for Jackknife Variance Estimation. The Annals of Statistics, 17 (3): 1176-1197.
- Shao J. & Dongsheng T, 1995. The Jackknife and The Bootstrap. Springer-Verlag. New York.
- Stine R, 1990. Modern Methods of Data Analysis. Sage Publication. Newbury.
- Stone M, 1974. Cross-Validatory Choice and Assesment of Statistical Predictions. Royal Statistical Society, 36: 111-147.
- Şahin F, 1993. Jackknife ve Bootstrap Parametre Tahmin Yöntemlerinin Etkinliğinin Araştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Şengün M, 1999. Yeniden Örneklem Metodu Nonparametrik Yaklaşım. IV. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 14-16 Mayıs 1999, Antalya, s: 1027-1035.
- Tarı R, 2014. Ekonometri. Umuttepe Yayınları. Kocaeli.
- Tekin V, 2014. İstatistiğe Giriş. Seçkin Yayıncılık. Ankara.

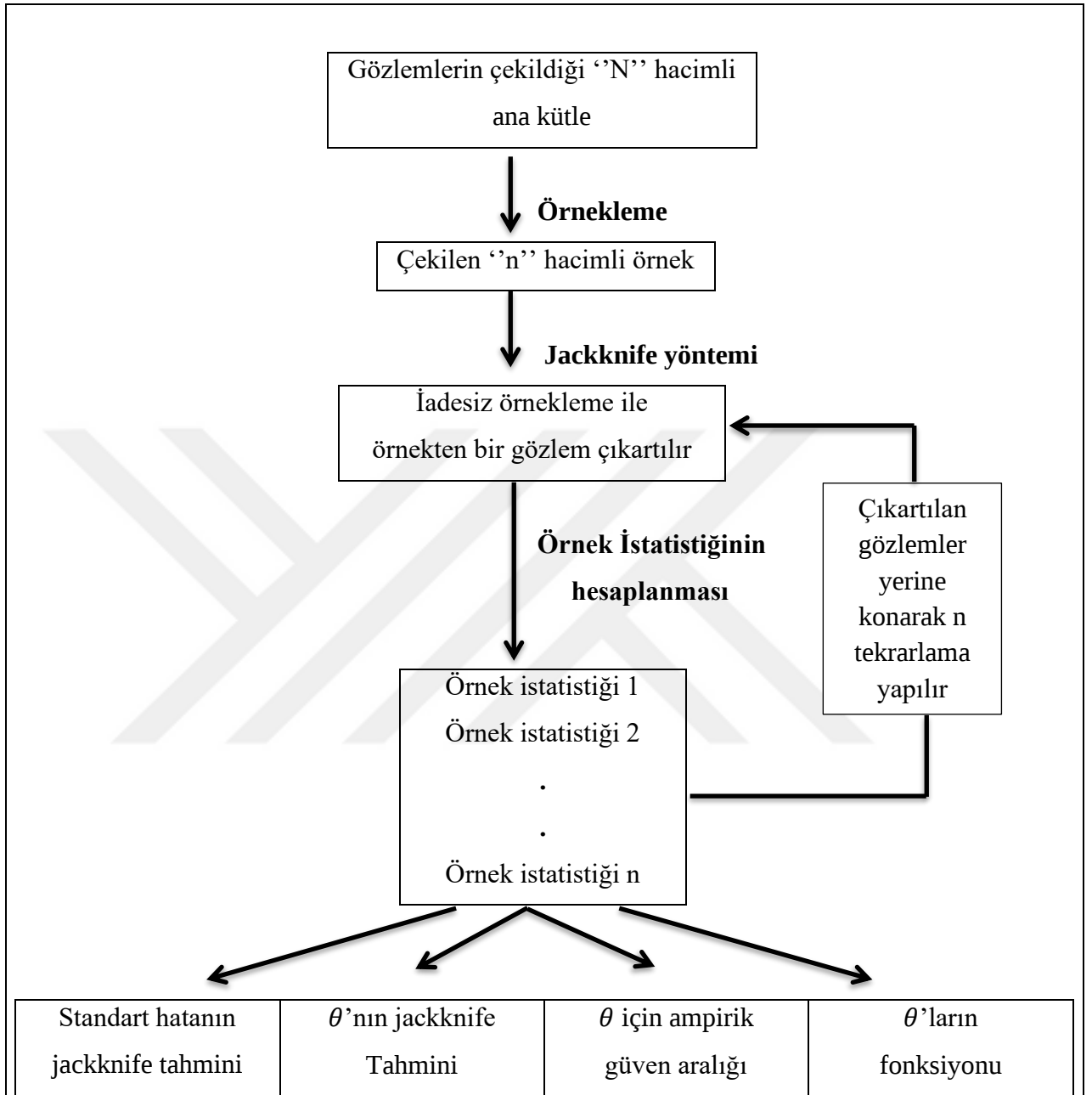
- Topuz D, 2002. Regresyonda Yeniden Örnekleme Yöntemlerinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi. Yüksek lisans Tezi, Niğde Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Niğde.
- Tukey JW, 1958. Bias and Confidence in Not-Quite Large Samples. The Annals of Mathematical Statistics, 29: 614.
- Thompson B, Snyder PA, 1997. Statistical Significance Testing Practices. In The Journal of Experimental Education, 60: 75-83.
- Uludağ AK, 2005. Doğrusal Regresyon Modellerinde Çapraz Geçerlilik Yöntemleri. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Wang K, Gasser T, 1998. Asymptotic and Bootstrap Confidence Bounds For The Structural Average of Curvers. Annals of Statistics, 26 (3): 973.
- Wu CFJ, 1986. Jackknife, Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis. The Annals of Statistics, 14 (4): 1261–1350.
- Wu CFJ, 1990. On the Asymptotic Properties of the Jackknife Histogram. The Annals of Statistics, 18 (3): 1438–1452.
- Yamane T, 2010. Temel Örnekleme Yöntemleri. Literatür Yayıncılık. İstanbul.
- Yay M, 2003. Bootstrap ve Jackknife Yöntemlerinin Otomotiv Sanayi Üzerine Uygulanması. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Yıldıztepe E, Özdemir AF, 2015. Asimetrik ve Ağır Kuyruklu Dağılımların Konum Parametresinin Bootstrap Güven Aralıkları İçin Bir Benzetim Çalışması. Anadolu University Journal of Science and Technology A - Applied Sciences and Engineering, 14 (3): 213-229
- Yoğurtçugil MK, 1976. Örnekleme. Sermet Matbaası. İstanbul.
- Zhang F, 2011. Cross-validation and Regression Analysis in High-dimensional Sparse Linear Models. Stanford University. California.

6. EKLER

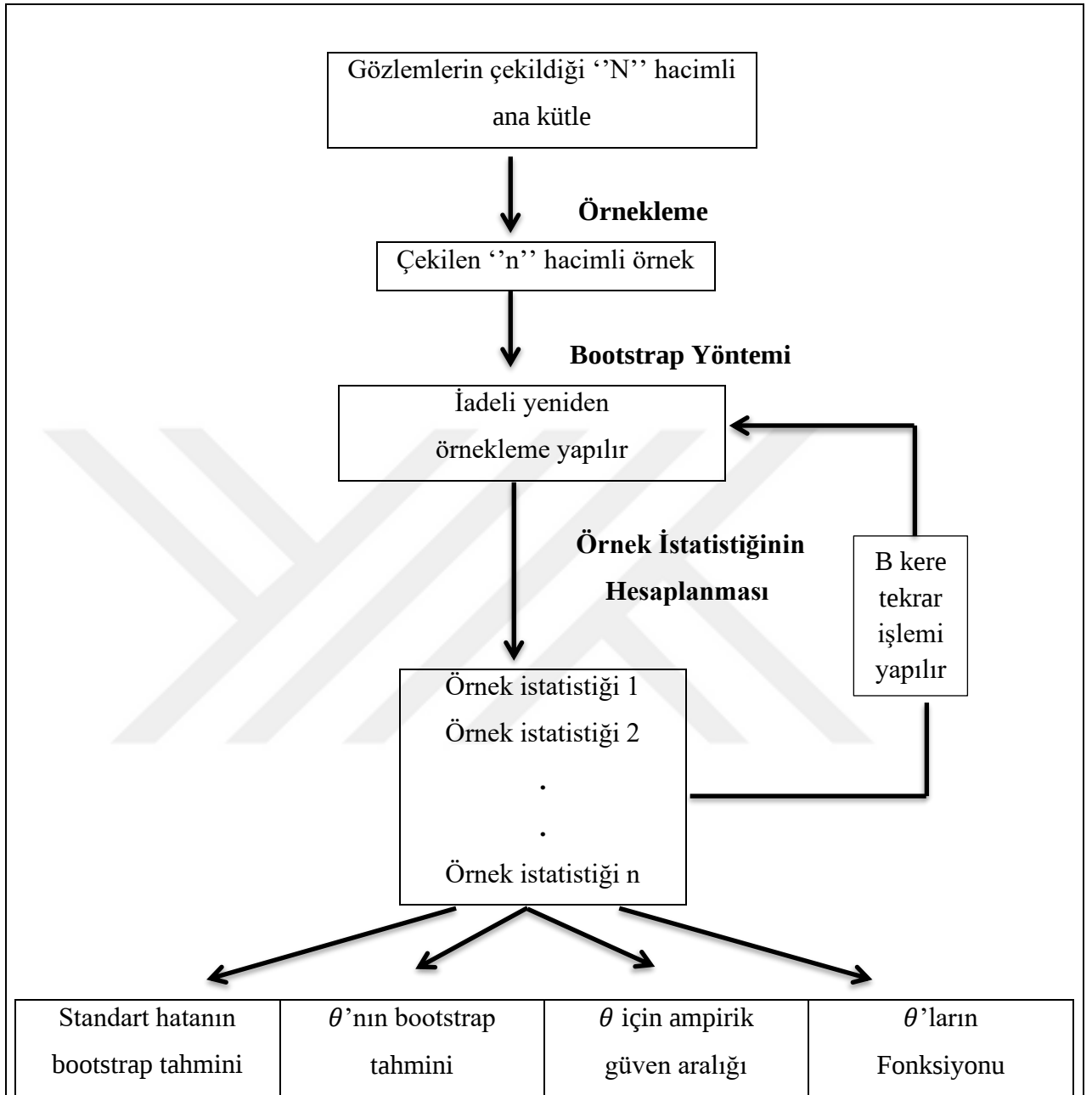
EK 1. Çoklu çapraz geçerlilik şeması gösterimi



EK 2. Jackknife yönteminin işleyiş şeması



EK 3. Bootstrap yönteminin işleyiş şeması



ÖZGEÇMİŞ

.....'da yılında doğmuştur. İlk ve ortaöğretimini
.....'nda ve liseyi 'nde tamamlamıştır.
..... İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İktisat Bölümü'nden
ortalama ile mezun olmuştur. yılında Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisansa başlamış ve 'de yüksek lisansını
tamamlamıştır. Yabancı dili İngilizce'dir

Elif BİÇER