

TC.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNE YÖNELİK
ORTAOKUL SINIFLARINDA CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN
GELİŞTİRİLMESİ EĞİTİMİNİN 7. SINIF
ÖĞRENCİLERİNİN İKNA EDİCİ MATEMATİKSEL
AÇIKLAMALARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EMİNE GÖKKURT

GAZİANTEP
OCAK 2026

TC.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNE YÖNELİK
ORTAOKUL SINIFLARINDA CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN
GELİŞTİRİLMESİ EĞİTİMİNİN 7. SINIF
ÖĞRENCİLERİNİN İKNA EDİCİ MATEMATİKSEL
AÇIKLAMALARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EMİNE GÖKKURT

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN

GAZİANTEP
OCAK 2026

TEZ ONAY SAYFASI**Öğrencinin Adı ve Soyadı:** Emine GÖKKURT**Üniversite:** Gaziantep Üniversitesi**Enstitü:** Eğitim Bilimleri Enstitüsü**Ana Bilim Dalı ve Bilim Dalı:** Matematik ve Fen Eğitimi ABD İlköğretim

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Adı: Matematik Öğretmenlerine Yönelik Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin 7. Sınıf Öğrencilerinin İkna Edici Matematiksel Açıklamalarına Etkisinin İncelenmesi**Tezin Savunma Tarihi:** 05/01/2026

Bu tezin yüksek lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Ali BOZKURT
Enstitü ABD Başkanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından bir yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleriİmzası

Doç. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN

Prof. Dr. Ali BOZKURT (Jüri Başkanı)

Dr. Öğr. Üyesi Işıl BOZKURT

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Onayı

Doç. İbrahim YILDIRIM
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde, bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu kabul ederim. Bu bilgiler doğrultusunda tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edilmesi halinde doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu onayladığımı beyan ederim.

İmza:

Adı ve Soyadı: Emine GÖKKURT

Öğrenci Numarası: 242619111015

Tezin Savunma Tarihi: 05/01/2026

ÖN SÖZ

Tez çalışma sürecim boyunca kıymetli bilgi ve birikimlerini hoşgörü ile ileten ve vakit ayıran danışmanım Doç. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN ve desteklerini hiç esirgemeyen Prof. Dr. Ali BOZKURT' a çok teşekkür ederim.

Aldığım her kararında yanımda olan ve sevgisini, şefkatini, desteğini eksik etmeyen biricik annem Ümmü GÖKKURT'a, bana güç veren sevgili babam Mustafa Gökkurt'a ve sevgisini, desteğini hiç esirgemeyen kardeşim İsmet Umut GÖKKURT'a çok teşekkür ederim.

Bu tez çalışmasında, 223K317 numaralı TÜBİTAK 1001 Projesi kapsamında elde edilen veriler kullanılmış olup sağlanan imkânlardan dolayı teşekkür ederim.

Emine GÖKKURT
GAZİANTEP, 2026

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNE YÖNELİK ORTAOKUL SINIFLARINDA CEBİRSEL DÜŞÜNMENİN GELİŞTİRİLMESİ EĞİTİMİNİN 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN İKNA EDİCİ MATEMATİKSEL AÇIKLAMALARINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

GÖKKURT, Emine

Yüksek Lisans Tezi,

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN

Ocak-2026 168 Sayfa

Bu tezin amacı ZCA temelli tasarlanan *Bir Mesleki Gelişim Programı İle Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi* isimli öğretim uygulamalarının 7. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözümlerinde yaptıkları ikna edici matematiksel açıklamalara etkisini incelemektir. Çalışmada yarı deneysel desen kullanılmıştır. Veriler TÜBİTAK 1001 Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı kapsamında yürütülen bir proje (Proje no: 223K317) kapsamında toplanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 10'u proje kapsamında eğitimlere katılan (deney grubu) 10'u ise eğitimlere katılmayan (kontrol grubu) olmak üzere toplam 20 öğretmenin dersine girdiği birer 7.sınıf şubesi olan toplam 412 öğrenci oluşturmaktadır. Deney grubu öğretmenlerine uygulanan 10 haftalık mesleki gelişim programı; cebirsel düşünmenin geliştirilmesi, ZCA bileşenlerinin öğretime entegrasyonu ve öğrencilerin ikna edici matematiksel açıklamalarını güçlendirmeye yönelik etkinliklerden oluşmaktadır. Çalışmada veri toplama aracı olarak altı sorudan oluşan Cebir Bilgi Testi (CBT) kullanılmıştır. Test, her iki gruba ön test ve son test olarak uygulanmış; öğrencilerin açıklamaları ikna edici matematiksel açıklama kategorilerine göre kodlanarak betimsel analizleri yapılmıştır. Her soruda tam ve ikna edici açıklamalara 4, eksik açıklamalara 3, hatalı/yanlış açıklamalara 2, hiç açıklama olmayanlara 1 puan verilerek gruplar içi ve gruplar arası karşılaştırmalı analizler yapılmıştır. Bulgular, hem deney hem kontrol grubunda son test puanlarının anlamlı biçimde yükseldiğini göstermiştir. Ancak deney grubundaki öğrenciler, çözüm süreçlerini gerekçelendirme, ilişkileri açıklama ve matematiksel dili doğru kullanma açısından kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde daha yüksek performans sergilemiştir. Sonuç olarak, ZCA temelli mesleki gelişim programı, katılımcıların öğretim uygulamalarını ve buna bağlı olarak öğrencilerin matematiksel açıklamalarını olumlu yönde etkilemiştir. Bulgular, cebir öğretiminde ZCA temelli öğretmen eğitimlerinin etkili bir model sunduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar sözcükler: Cebir Öğretimi, İkna Edici Matematiksel Açıklamalar, Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları, Mesleki Gelişim Programı

ABSTRACT

INVESTIGATING THE EFFECT OF A TRAINING PROGRAM AIMED AT DEVELOPING ALGEBRAIC THINKING IN MIDDLE SCHOOL CLASSES FOR MATHEMATICS TEACHERS ON 7TH GRADE STUDENTS' PERSUASIVE MATHEMATICAL EXPLANATIONS

GÖKKURT, Emine

Master Thesis

Mathematics and Science Education Department

Elementary Mathematics Education Discipline

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN

January-2026, 168 pages

This thesis investigates the effect of an instructional program titled *Developing Algebraic Thinking in Middle School Classrooms Through a Professional Development Program*, designed on the basis of Algebraic Habits of Mind (ZCA), on 7th-grade students' persuasive mathematical explanations in solving algebra problems. The study adopted a quasi-experimental design. Data were collected within a TÜBİTAK 1001 project (Project No: 223K317). The study group consisted of 412 seventh-grade students taught by 20 teachers, 10 of whom participated in the program (experimental group) and 10 who did not (control group). The ten-week professional development program included activities aimed at enhancing algebraic thinking, integrating ZCA components into teaching, and improving students' persuasive mathematical explanations. The Algebra Knowledge Test (CBT), composed of six open-ended items, was used as the data collection tool and administered as a pretest and posttest. Students' explanations were coded according to persuasive mathematical explanation categories. Responses were scored as follows: 4 for fully correct and persuasive explanations, 3 for partially correct explanations, 2 for incorrect explanations, and 1 for no explanation. Descriptive and comparative analyses were conducted within and between groups. Findings showed significant increases in posttest scores for both experimental and control groups. However, the experimental group outperformed the control group in justifying solution processes, explaining mathematical relationships, and using accurate mathematical language. The results demonstrate that the ZCA-based professional development program positively influenced teachers' instructional practices and, consequently, students' mathematical explanations. Overall, the study indicates that ZCA-oriented teacher training provides an effective model for supporting algebra instruction.

Keywords: Algebra Instruction, Convincing Mathematical Explanations, Algebraic Habits of Mind, Professional Development Program

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	i
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI	ii
ÖN SÖZ	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ	x
GRAFİKLER LİSTESİ.....	xiii
EKLER LİSTESİ	xiv
KISALTMALAR	xv

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.2.1. Araştırma Soruları	4
1.3. Araştırmanın Önemi.....	4
1.4. Sayıtlar	6
1.5. Sınırlılıklar	6
1.6. Tanımlar	6

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematik Öğretimi	7
2.2. Matematiksel Düşünme.....	9
2.3. Cebir Ve Cebirin Matematikteki Yeri.....	11
2.4. Cebirsel Düşünme	14
2.5. Cebir Öğretimi	15
2.6. Zihinsel Alışkanlıklar	18
2.6.1. Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları.....	19
2.6.2. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları ve Bileşenleri	19
2.6.2.1. Yapma- tersini yapma.	21
2.6.2.2. Fonksiyonlardan kural oluşturma.	23
2.6.2.3. Hesaplama soyutlama yapma.	24
2.7. Cebir Problemlerinin Çözümünde Matematiksel Açıklamalar ve Önemi	26
2.8. Konu İle İlgili Ulusal Ve Uluslararası Araştırmalar Ve Genel Değerlendirme.	30
2.8.1. Cebirsel Düşünme Üzerine Yapılan Araştırmalar.....	30

2.8.2. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Üzerine Yapılan Araştırmalar	34
2.8.3. Matematiksel Açıklamalar ve İkna Edici Gerekçelendirme Üzerine Yapılan Araştırmalar	38

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli	41
3.2. Çalışmanın Arka Planı	43
3.3. Çalışma Grubu	46
3.4. Veri Toplama Aracı.....	47
3.5. Veri Toplama Süreci	49
3.6. Veri Analiz Süreci.....	50

BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. CBT Genel Analizi ve Bulgular	59
4.1.1. Grupların CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin İncelenmesi.....	59
4.1.2. Grupların CBT Ön Test (Başlangıç) Puanlarının Karşılaştırılması.....	61
4.1.3. Grupların Kendi İçinde CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin İncelenmesi	62
4.1.4. Grupların GBT Son Test Puanlarının Karşılaştırılması	64
4.2. Her Bir Sorunun Çözümün Açıklaması Yönünden Betimsel İstatistikleri Ve Genel Gözlemler	66
4.2.1. Çevre Problemine İlişkin Bulgular	66
4.2.2. Tekerlek Problemine İlişkin Bulgular	71
4.2.3. Terazî Problemine İlişkin Bulgular	75
4.2.4. Yüzde Problemine İlişkin Bulgular	80
4.2.5. Ardışık Sayıların Toplamı Problemine İlişkin Bulgular	85
4.2.6. Örüntü Kareleri Problemine İlişkin Bulgular	101
4.3. Analizlerin Genel Değerlendirilmesi	114

BÖLÜM V

TARTIŞMA

5.1. CBT Genel Analizlerden Elde Edilen Bulguların Tartışılması.....	116
5.1.1. Grupların CBT Ön Test (Başlangıç) Puanlarının Tartışılması.....	116

5.1.2. Grupların Kendi İçinde CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin Tartışılması	117
5.1.3. Grupların GBT Son Test Puanlarının Tartışılması	117
5.2. Her Bir Sorunun Çözümün Açıklaması Yönünden Betimsel İstatistikleri ve Genel Gözlemlerinin Tartışılması	118
5.2.1. Çevre Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	118
5.2.2. Tekerlek Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	120
5.2.3. Terazî Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	122
5.2.4. Yüzde Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	125
5.2.5. Ardışık Sayıların Toplamı Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	127
5.2.6. Örüntü Kareleri Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması	134
5.3. Tüm Bulguların Genel Olarak Tartışılması	139

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Araştırmanın Sonuçları	143
6.2. Öneriler	145
6.2.1. Eğitim Uygulamalarına Dönük Öneriler	145
6.2.3. Sonraki Araştırmalar ve Çalışmalar İçin Öneriler	146
KAYNAKLAR	148
EKLER	159
ÖZGEÇMİŞ	168
VITAE	168

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 2. 1 İlkokul Düzeyinde Cebirsel Düşünme Çıktıları.....	16
Tablo 2. 2 Ortaokul Düzeyinde Cebirsel Düşünme Çıktıları.....	17
Tablo 2. 3 Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Kuramsal Çatısı (Eroğlu & Tanışlı 2017)	20
Tablo 3. 1 Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin Haftalık Öğretim Akışı.....	45
Tablo 3. 2 Çalışmaya Katılan Öğrenci Sayısı	46
Tablo 3. 3 CBT Sorularının İlişkili Olduğu Kazanımlar ve ZCA Bileşenleri	47
Tablo 3. 4 Çözümün Açıklanması Yönünden Kullanılan Kategorilerin Tanımları ...	50
Tablo 3. 5 Çevre Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği.....	51
Tablo 3. 6 Tekerlek Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği.....	52
Tablo 3. 7 Terazî Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği.....	52
Tablo 3. 8 Yüzde Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği.....	53
Tablo 3. 9 Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	53
Tablo 3. 10 Ardışık Sayıların Toplamı Problemi b-c Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	54
Tablo 3. 11 Ardışık Sayıların Toplamı Problemi d-e Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	54
Tablo 3. 12 Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	54
Tablo 3. 13 Örüntü Kareleri Problemi a Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	55
Tablo 3. 14 Örüntü Kareleri Problemi b Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği	55
Tablo 3. 15 Örüntü Kareleri Problemi c-d Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği ...	56
Tablo 4. 1 Çözümün Açıklanması Yönünden CBT Ortalama Puanlarının Değişimi	59
Tablo 4. 2 Deney Ve Kontrol Gruplarına Ait Çarpıklık (Skewness) ve Basıklık (Kurtosis) Değerleri	60
Tablo 4. 3 Deney ve Kontrol Grubu CBT Ön Test Ortalama Puanlarının Bağımsız Örneklemler t-testi Sonuçları	62
Tablo 4. 4 Deney Grubu Öğrencilerinin CBT İçin Ön Test-Son Test Ortalama Puanlarının Bağımlı Örneklem t-testi Sonuçları	63
Tablo 4. 5 Kontrol Grubu Öğrencilerinin CBT Ön Test-Son Test Ortalama Puanlarının Bağımlı örneklem t-testi Sonuçları	63
Tablo 4. 6 Deney ve Kontrol Grubu CBT Son Test Ortalama Puanlarının Bağımsız Örneklemler t-testi Sonuçları	65

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2. 1 Matematiksel Düşünmenin İşleyiş Yapısı (Alkan ve Güzel, 2005).....	10
Şekil 2. 2 Çalışmanın Kavramsal Çerçeve Haritası	29
Şekil 4. 1 Ö8 Numaralı Öğrenci Cevabı	68
Şekil 4. 2 Ö313 Numaralı Öğrenci Cevabı	68
Şekil 4. 3 Ö135 Numaralı Öğrenci Cevabı	69
Şekil 4. 4 Ö7 Numaralı Öğrenci Cevabı	69
Şekil 4. 5 Ö378 Numaralı Öğrenci Cevabı	69
Şekil 4. 6 Ö152 Numaralı Öğrenci Cevabı	69
Şekil 4. 7 Ö67 Numaralı Öğrenci Cevabı	70
Şekil 4. 8 Ö411 Numaralı Öğrenci Cevabı	70
Şekil 4. 9 Ö98 Numaralı Öğrenci Cevabı	71
Şekil 4. 10 Ö9 Numaralı Öğrenci Cevabı	73
Şekil 4. 11 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı	73
Şekil 4. 12 Ö29 Numaralı Öğrenci Cevabı	74
Şekil 4. 13 Ö135 Numaralı Öğrenci Cevabı	74
Şekil 4. 14 Ö33 Numaralı Öğrenci Cevabı	75
Şekil 4. 15 Ö157 Numaralı Öğrenci Cevabı	77
Şekil 4. 16 Ö72 Numaralı Öğrenci Cevabı	78
Şekil 4. 17 Ö195 Numaralı Öğrenci Cevabı	78
Şekil 4. 18 Ö256 Numaralı Öğrenci Cevabı	78
Şekil 4. 19 Ö263 Numaralı Öğrenci Cevabı	78
Şekil 4. 20 Ö402 Numaralı Öğrenci Cevabı	79
Şekil 4. 21 Ö245 Numaralı Öğrenci Cevabı	79
Şekil 4. 22 Ö247 Numaralı Öğrenci Cevabı	80
Şekil 4. 23 Ö397 Numaralı Öğrenci Cevabı	80
Şekil 4. 24 Ö42 Numaralı Öğrenci Cevabı	82
Şekil 4. 25 Ö236 Numaralı Öğrenci Cevabı	82
Şekil 4. 26 Ö162 Numaralı Öğrenci Cevabı	83
Şekil 4. 27 Ö374 Numaralı Öğrenci Cevabı	83
Şekil 4. 28 Ö117 Numaralı Öğrenci Cevabı	84
Şekil 4. 29 Ö392 Numaralı Öğrenci Cevabı	84

Şekil 4. 30 Ö58 Numaralı Öğrenci Cevabı	84
Şekil 4. 31 Ö197 Numaralı Öğrenci Cevabı	84
Şekil 4. 32 Ö358 Numaralı Öğrenci Cevabı	87
Şekil 4. 33 Ö173 Numaralı Öğrenci Cevabı	87
Şekil 4. 34 Ö85 Numaralı Öğrenci Cevabı	87
Şekil 4. 35 Ö261 Numaralı Öğrenci Cevabı	88
Şekil 4. 36 Ö283 Numaralı Öğrenci Cevabı	88
Şekil 4. 37 Ö193 Numaralı Öğrenci Cevabı	88
Şekil 4. 38 Ö3 Numaralı Öğrenci Cevabı	89
Şekil 4. 39 Ö78 Numaralı Öğrenci Cevabı	91
Şekil 4. 40 Ö89 Numaralı Öğrenci Cevabı	91
Şekil 4. 41 Ö176 Numaralı Öğrenci Cevabı	92
Şekil 4. 42 Ö294 Numaralı Öğrenci Cevabı	92
Şekil 4. 43 Ö405 Numaralı Öğrenci Cevabı	92
Şekil 4. 44 Ö387 Numaralı Öğrenci Cevabı	92
Şekil 4. 45 Ö99 Numaralı Öğrenci Cevabı	95
Şekil 4. 46 Ö162 Numaralı Öğrenci Cevabı	95
Şekil 4. 47 Ö293 Numaralı Öğrenci Cevabı	95
Şekil 4. 48 Ö182 Numaralı Öğrenci Cevabı	96
Şekil 4. 49 Ö26 Numaralı Öğrenci Cevabı	96
Şekil 4. 50 Ö134 Numaralı Öğrenci Cevabı	96
Şekil 4. 51 Ö293 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 52 Ö369 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 53 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 54 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 55 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 56 Ö253 Numaralı Öğrenci Cevabı	99
Şekil 4. 57 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı	100
Şekil 4. 58 Ö198 Numaralı Öğrenci Cevabı	101
Şekil 4. 59 Ö373 Numaralı Öğrenci Cevabı	101
Şekil 4. 60 Ö87 Numaralı Öğrenci Cevabı	103
Şekil 4. 61 Ö229 Numaralı Öğrenci Cevabı	103
Şekil 4. 62 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı	104
Şekil 4. 63 Ö178 Numaralı Öğrenci Cevabı	104
Şekil 4. 64 Ö256 Numaralı Öğrenci Cevabı	104

Şekil 4. 65 Ö392 Numaralı Öğrenci Cevabı	105
Şekil 4. 66 Ö384 Numaralı Öğrenci Cevabı	105
Şekil 4. 67 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı	105
Şekil 4. 68 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı	105
Şekil 4. 69 Ö167 Numaralı Öğrenci Cevabı	105
Şekil 4. 70 Ö147 Numaralı Öğrenci Cevabı	108
Şekil 4. 71 Ö85 Numaralı Öğrenci Cevabı	108
Şekil 4. 72 Ö412 Numaralı Öğrenci Cevabı	108
Şekil 4. 73 Ö113 Numaralı Öğrenci Cevabı	108
Şekil 4. 75 Ö301 Numaralı Öğrenci Cevabı	109
Şekil 4. 74 Ö295 Numaralı Öğrenci Cevabı	109
Şekil 4. 76 Ö72 Numaralı Öğrenci Cevabı	109
Şekil 4. 77 Ö50 Numaralı Öğrenci Cevabı	109
Şekil 4. 78 Ö224 Numaralı Öğrenci Cevabı	110
Şekil 4. 79 Ö261 Numaralı Öğrenci Cevabı	112
Şekil 4. 80 Ö176 Numaralı Öğrenci Cevabı	112
Şekil 4. 81 Ö27 Numaralı Öğrenci Cevabı	112
Şekil 4. 82 Ö397 Numaralı Öğrenci Cevabı	113
Şekil 4. 83 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı	113
Şekil 4. 84 Ö60 Numaralı Öğrenci Cevabı	114

GRAFİKLER LİSTESİ

Grafik 4. 1 Deney Grubu Öğrencilerinin Çevre Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	67
Grafik 4. 2 Kontrol Grubu öğrencilerinin Çevre Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	67
Grafik 4. 3 Deney Grubu Öğrencilerinin Tekerlek Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	72
Grafik 4. 4 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Tekerlek Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	72
Grafik 4. 5 Deney Grubu Öğrencilerinin Terazi Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	76
Grafik 4. 6 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Terazi Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	76
Grafik 4. 7 Deney Grubu Öğrencilerinin Yüzde Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	81
Grafik 4. 8 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Yüzde Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	81
Grafik 4. 9 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	85
Grafik 4. 10 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	86
Grafik 4. 11 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıları Toplamı Problemi b-c şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	89
Grafik 4. 12 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıları Toplamı Problemi b-c şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	90
Grafik 4. 13 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı problemi d-e şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	93
Grafik 4. 14 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi d-e şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	94
Grafik 4. 15 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	97
Grafik 4. 16 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları .	98
Grafik 4. 17 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	101
Grafik 4. 18 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	102
Grafik 4. 19 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi b şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları	106

Grafik 4. 20 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi b şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları..... 107

Grafik 4. 21 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi c-d şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları..... 110

Grafik 4. 22 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi c-d şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları..... 111

EKLER LİSTESİ

EK 1 Etik Kurul İzni 159

EK 2 Meb Araştırma İzin Belgesi 160

EK 3 Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin Haftalık Programı..... 161

EK 4 CBT..... 166

KISALTMALAR

akt.: Aktaran

bkz.: Bakınız

CBT: Cebir Bilgi Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teacher of Mathematics

TDK: Türk Dil Kurumu

TYMM: Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli

vb.: Ve benzeri

vd.: Ve diğerleri

ZCA: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Matematik soyut fikirlerimizi sistematik olarak ortaya koymamızı sağlayan evrensel bir dil, kültür ve yazılım teknolojisidir (Çekici & Yıldırım, 2011). Matematik, birçok disiplinin temeli ve kendine modern dünyada önemli bir yer bulmuş temel bir bilim dalıdır (Özcan, 2024). Günlük yaşantıda gereksinim duyulan işlem becerilerini kazandırmanın yanı sıra düşünmeyi geliştiren, ilişkilendirme, muhakeme yapma, tahmin etme ve problem çözme gibi üst düzey becerilerin geliştirilmesinde büyük katkılar sağlamaktadır. Bundan dolayı da matematik eğitimi temel eğitimin önemli yapı taşlarından birini oluşturur (Umay, 2003). Matematik eğitimi; temel kavrayış ve becerilerin yanı sıra günlük hayat problemlerine karşı matematiksel düşünebilmeyi, problem çözme stratejilerini kavrayabilmeyi ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunun farkındalığını gerekli kılar (Akkan, 2009). Matematiksel kavramların doğrudan gözlemlenemeyen, ancak zihinsel süreçlerle temsil edilen yapılar olması, bireylerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerin yanı sıra soyutlama yapmayı da zorunlu kılar (Baki, 2008). Bu özelliği ile matematik eğitiminde en temel ve soyutlama gücü yüksek alanlarından biri olan cebir ön plana çıkmaktadır (Altun, 2005). Akkan'a (2009) göre cebir karşılaştırma yapma, sayma, temel işlem yapma eylemlerini içeren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olarak karşımıza çıkar.

Matematiğin özel bir dalı olan cebir, cebirsel düşünme becerisinin yanında akıl yürütme ve muhakeme edebilme becerisini gerekli kılmaktadır. Üstelik çoğu zaman farkında olmadan bireyler günlük hayatta birçok bilgiyi ve durumu analiz ederken cebir ve cebirsel düşünmeyi kullanmaktadırlar (Çetin 2023).

Cebirsel düşünme, bilinmeyenden bilinene ulaşma, cebirsel ifadeleri aritmetiksel bir yaklaşımla anlamlandırma gibi kavramları içinde barındırmaktadır (Özaydın, Cevahir-Bolat ve Sezgin-Memnun, 2023). Bu bağlamda, cebirsel düşünme sağlam bir aritmetik altyapı gerektirir. Ancak, bireylerin aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişi kendiliğinden oluşmaz (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). NCTM (2000) bu geçişin ve ilişkilendirmenin ortaokul matematik programları aracılığıyla sağlanabileceğini vurgulamaktadır. Buna bağlı olarak programın sınıf içi uygulayıcısı konumunda olan öğretmenlerin cebirsel düşünmenin gelişimine katkısının büyük olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimini destekleyen ve pekiştiren yaklaşımlardan birisi Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarıdır (ZCA). Cebirsel düşünme; değişkenlerle çalışma, genelleme yapma, örüntüleri tanıma, denklemleri kurma ve çözme gibi temel becerileri içerirken (Kaput, 2008), ZCA bu düşünme biçimlerinin içselleştirilmesini ve sürdürülebilir hale gelmesini sağlayan zihinsel tutumları ifade eder (Driscoll, 1999). Driscoll (1999), çalışmasında Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarını tanımlayarak cebirsel düşünme sürecinde ve bu sürecin gelişiminde öğrencilere yardımcı olacak zihinsel alışkanlıkların neler olabileceğini belirlemiştir. Driscoll'e göre ZCA'nın üç temel bileşeni; Yapma-Tersini Yapma (Doing - Undoing), Fonksiyonel Kural Oluşturma (Building Rules to Represent Functions) ve Hesaplamadan Soyutlama (Abstraction from Computation)'dır (akt. Sezer ve Altun, 2020).

Öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişimi için cebir problemlerine verdikleri cevaplar kadar çözümlerini açıklamaları, sorunun çözümü hakkında geçerli argümanlar sunmaları da önem taşımaktadır. Cai (2003)'e göre öğrencilerin açık uçlu görevlere verdikleri yanıtlar, onların üst düzey düşünme ve akıl yürütme süreçlerini ortaya çıkarmada önemli bir veri kaynağıdır. Bu tür görevler aracılığıyla öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme düzeyleri; çözüm stratejilerinden yararlanma biçimleri, matematiksel alan bilgilerini kullanma yeterlikleri, çözüm süreçlerini temsil etme becerileri, akıl yürütmelerini, gerekçelendirme düzeyleri ve mevcut problem durumuna dayalı yeni problemler üretebilme yetileri üzerinden analiz edilebilir. Öğrencilerin çözümlerinde sundukları matematiksel gerekçeler, yalnızca onların düşünme süreçlerini değil, aynı zamanda matematiksel akıl yürütme ve iletişim becerilerini de anlamaya yönelik zengin ipuçları sunmaktadır (Cai, 2003). Öğrencilerin matematiksel ve cebirsel akıl yürütme becerilerinin zayıf olmasında

çözümüne açıklamalar sunamama ve ikna edici matematiksel bir dil kullanamamalarının etkisi büyüktür (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Öğrencilerin bahsedilen becerileri kazanması öğretmenlerin matematiksel bilgiyi iyi anlamlandırmaları ve öğrencilerine bu becerileri kazandırmadaki yetkinlikleri önem taşımaktadır (Toluk Uçar, 2011). Öğretmenler gerçekleştireceği öğretimler yoluyla öğrencilerin sezgisel algılarına dayanan açıklamalarını ikna edici matematiksel bir dile dönüştürebilirler (Driscoll vd., 2007).

Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünmelerinin geliştirilmesi, cebir problemleri üzerine derinlemesine düşünerek çözümlerini ikna edici matematiksel argümanlar ile ortaya koymaları; öğretmenlerin kullandıkları matematiksel dil, yöntem ve tekniklerle yakından ilişkilidir. Öğretmenlerin iyi bir pedagojik alan bilgisinin yanında matematiğin kavramsal yapıları anlamında da derin bir kavrayışa sahip olması gerekmektedir (Dokur, 2013). Bu amaçla hizmet içi eğitim programları ile öğretmenlerin yetkinlikleri artırılabilir. Hizmet içi eğitim, öğretmenlerin mesleki yeterliliklerini geliştirmeleri, yeni öğretim yöntemlerini öğrenmeleri ve değişen eğitim ihtiyaçlarına uyum sağlamaları açısından önemli görülmektedir (Guskey, 2002). Bu tür eğitimler, öğretmenlerin pedagojik bilgi ve becerilerini güncel tutmalarını sağlarken aynı zamanda öğrenci başarısını da olumlu yönde etkiler (Desimone, 2009). Matematik derslerinde soyut kavramların somutlaştırılması, öğrenci motivasyonunun artırılması ve problem çözme becerilerinin kazandırılması gibi hedeflere ulaşmada hizmet içi eğitimlerin rolü büyüktür (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Bu bağlamda, öğretmenlerin cebirsel düşünmenin gelişimini destekleyecek yaklaşımlara yönelik mesleki yeterliklerinin güçlendirilmesi, öğrencilerin cebir problemlerine verdikleri matematiksel açıklamaların niteliği üzerinde belirleyici bir etkiye sahiptir. Özellikle ZCA gibi kuramsal çerçevelere dayalı olarak tasarlanan mesleki gelişim programlarının, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarını zenginleştirerek öğrencilerin cebirsel düşünme ve ikna edici matematiksel açıklama becerilerini geliştirmesi beklenmektedir. Bu doğrultuda, bu araştırmada öğretmenlere sunulan ZCA temelli bir mesleki gelişim programının, ortaokul öğrencilerinin cebir problemlerine yönelik matematiksel açıklamalarına olan etkisi incelenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışma “*Bir mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi*” isimli, 223K317 numaralı TÜBİTAK 1001 Projesinin bir

ürünü olarak ortaya konulmuştur. Çalışmanın amacı ZCA temelli tasarlanan *Bir Mesleki Gelişim Programı İle Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi* isimli öğretim uygulamalarının 7. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözümlerinde yaptıkları ikna edici matematiksel açıklamalara etkisini incelemektir. Bu doğrultuda eğitimi alan ve almayan öğretmenlerin öğrencilerinin CBT testine verdikleri açıklamalar ikna edicilik düzeyleri açısından karşılaştırılmıştır.

1.2.1. Araştırma Soruları

Araştırmanın amacı ekseninde yanıt aranan problem cümlesi şu şekildedir:

- ZCA temelli tasarlanan *Bir mesleki gelişim programı ile ortaokul sınıflarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi* isimli öğretim uygulamalarının 7. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözümlerinde yaptıkları ikna edici matematiksel açıklamalara etkisi nedir?

Problem cümlesi temelinde araştırmanın alt problemleri şunlardır;

1. İki grubun öğrencilerinin çözümlerini açıklamaları yönünden ön test (başlangıç) puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Eğitimi alan öğretmenlerin öğrencilerinin (deney grubu) çözümlerin açıklaması yönünden ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Eğitimi almayan öğretmenlerin öğrencilerinin (kontrol grubu) çözümlerin açıklaması yönünden ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
4. İki grubun öğrencilerinin çözümlerini açıklamaları yönünden son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
5. Öğrencilerin cebir problemlerine yönelik yaptıkları matematiksel açıklamaların niteliği, ikna edici matematiksel açıklama kategorileri açısından ön test ve son testte nasıl farklılaşmaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi açısından öğrencilerin akıl yürütme ve problem çözme gibi becerileri geliştirmeleri önemli görülmektedir (Dokur, 2013). Buna bağlı olarak, matematiğin önemli ve aynı zamanda öğrenilmesi güç görülen alt öğrenme alanlarından biri olan cebirde, öğrencilerin zihinsel cebir alışkanlıkları geliştirmeleri, genellemelere ulaşmaları ve problem çözümlerinde ikna edici matematiksel gerekçeler

sunabilmeleri, cebir öğretiminin temel hedefleri arasında yer almaktadır (Driscoll, 1999; Kieran, 2004; Cai, 2003).

Cebirsel düşünme; akıl yürütme, gösterimleri kullanma ve farklı gösterimler arasında dönüşümler yapma, değişkenleri anlama ve modellerle ifade etme gibi becerileri içerisinde barındıran bir matematiksel alt düşünme alanıdır (Kaf, 2007). Cebirsel düşünmenin matematiğin tüm alanları ile ilişki içerisinde olduğu söylenebilir (Akkan, 2016). Öğrencilerin sahip olduğu cebirsel düşünme becerileri, çözümlerine mantıklı argümanlar sunma ve ikna edici bir dil kullanma becerileri ile yakından ilişkilidir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Cebir öğretimi ve cebirsel düşünmenin geliştirilmesi karmaşık bir faaliyet olup öğretmenin bu süreçlerde rolü büyüktür. Cebirin, matematik öğrenme alanları içinde en çok güçlük yaşanan konulardan biri olması, matematik eğitimcilerini bu alanın öğretimini daha verimli kılacak farklı yöntemler geliştirmeye yöneltmiştir (Palabıyık ve İspir, 2011). Bu doğrultuda meslek içi eğitim programları cebir öğretimi açısından önem arz etmektedir.

Matematikte ve özellikle cebir problemlerinde ikna edici matematiksel açıklamalar yapmak hem kavramsal öğrenmeler hem de akıl yürütme becerileri açısından kritik bir öneme sahiptir. Alan yazın incelendiğinde, öğrencilerin çözümlerini açıklama süreçlerini ele alan çalışmaların ve öğretmenlere verilen eğitimlerin öğrencilerin açıklamalarına etkisini doğrudan inceleyen deneysel araştırmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Bu araştırmada, farklı okullarda görev yapan ortaokul matematik öğretmenlerine yönelik bir mesleki gelişim programı kapsamında “Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi” eğitimleri düzenlenmiş; eğitimlere katılan öğretmenler deney grubunu, katılmayan öğretmenler ise kontrol grubunu oluşturulmuştur. Her iki grubun öğrencilerine Cebir Bilgi Testi (CBT) ön test ve son test olarak uygulanmış ve test sonuçları çözümde sunulan matematiksel açıklamalar bağlamında analiz edilerek iki grup karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

Bu araştırmanın sonuçlarının matematik eğitimine katkıda bulunacağı; cebir alt öğrenme alanının etkili biçimde nasıl öğretilbileceği, cebirsel düşünmenin nasıl geliştirilebileceği konusunda fikir vereceği düşünülmektedir. Çalışma, cebir öğretiminde ZCA temelli öğretmen eğitimlerinin, öğrenci açıklamaları üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır.

1.4. Sayıtlar

Araştırmada kullanılan veri toplama aracının (CBT), öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin göstergesi kabul edilen; açıklama yapma becerileri ve ikna edici matematiksel dil kullanma düzeylerini ölçmekte yeterli olduğu varsayılmaktadır.

Öğrencilerin cebir bilgi testindeki sorulara verdikleri cevapların gerçek bilgi ve becerilerini yansıttığı varsayılmaktadır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu çalışma, 2024-2025 eğitim öğretim yılı, Gaziantep ili, Şehitkâmil ve Şahinbey ilçelerinde görev yapan; 10'u proje kapsamında eğitimlere katılan (deney grubu) 10'u ise eğitimlere katılmayan (kontrol grubu) olmak üzere toplam 20 öğretmenin dersine girdiği birer 7.sınıf şubesi olan toplam 412 öğrenci ile sınırlıdır.

Çalışma yalnızca 7. sınıf düzeyindeki cebir kazanımlarıyla sınırlandırılmıştır.

1.6. Tanımlar

Cebir: Sayıların genel özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri ortaya koyan, genelleme yapmayı gerektiren; bilinmeyenler, semboller, formüller, örüntüler ve değişkenleri içeren matematiğin bir dalıdır (Akkan, 2009).

Cebirsel Düşünme: Örüntüleri keşfetme, değişkenler arasındaki ilişkileri fark edebilme, bu ilişkileri farklı temsil biçimleriyle açıklama, genellemeler yapabilme ve sembolik gösterimlerle bu genellemeleri ifade edebilme sürecidir (Driscoll, 1999).

ZCA: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (algebraic habits of mind) matematiksel durumlara çözüm aramanın yanı sıra onları sorgulama, ilişkileri arama ve genellemeler yapma biçiminde düşünmeyi sağlayan zihinsel yönelimler (Driscoll, 1999). Driscoll'e (1999) göre ZCA; Yapma–Tersini Yapma, Fonksiyonel Kural Oluşturma ve İşlemlerden Soyutlama olmak üzere üç temel bileşenden oluşmaktadır.

İkna Edici Matematiksel Açıklama: Probleme yalnızca doğru cevabı vermekle sınırlı kalmayıp, başkalarını da sonucun doğruluğuna ikna edecek şekilde gerekçelendirme, çözümünde mantıksal bir tutarlılık sergileme, kullanılan yöntemleri açıkça belirtme sürecidir (Cai, 2003).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematik Öğretimi

Matematik, tarih boyunca hem bağımsız bir bilim alanı olarak hem de eğitim kurumlarında okutulan temel derslerden biri olarak varlığını sürdürmüş ve insan yaşamında önemli bir yer edinmiştir (Karakoca, 2011).

Günümüzde ise bilim ve teknolojiye yaşanan hızlı gelişmelerde matematiğin belirleyici bir rol üstlenmesi, bu alana verilen değeri artırmış ve öğretimini daha da ön plana çıkarmıştır. Matematik öğretimi, öğretim sürecinde yürütülen etkinlikleri ve bu süreçte öğrencilere kazandırılması hedeflenen zihinsel becerileri içermektedir. Matematik öğretiminin temel hedefi, öğrencilere matematiksel düşünme sistemini kazandırmak; öğretim sürecinde problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme yapabilme, iletişim kurma gibi temel matematiksel becerilerin geliştirmektir. Ayrıca, öğrencilerin bu beceriler doğrultusunda kazandıkları bilgi ve yetenekleri, hem duyuşsal hem de psikomotor gelişimle destekleyerek gerçek yaşam problemlerine aktarabilmeleri hedeflenmektedir (sayı, 2018). Matematik öğretimi yalnızca temel bilgi ve becerilerin kazandırılmasıyla sınırlı kalmayıp, bireylerin düşünme biçimlerini, problem çözme yetilerini ve dünyaya bakış açılarını geliştiren önemli bir süreçtir (Karakoca, 2011).

Günümüzde matematik öğretimi, yalnızca bilgi aktarımına dayalı geleneksel anlayıştan ziyade öğrencilerin problem çözme, eleştirel düşünme, akıl yürütme ve iletişim becerilerini geliştirmeyi hedefleyen bir perspektifle ele alınmaktadır. Yapılandırmacı yaklaşımda öğrencilerin matematiksel bilgiyi kendi deneyimleri üzerinden inşa etmeleri, öğrenme sürecinde aktif katılım göstermeleri, farklı temsiller kullanarak matematiksel ilişkileri keşfetmeleri önemsenmektedir (NCTM, 2000).

Bununla birlikte güncel matematik öğretiminde teknoloji destekli öğrenme ortamları, işbirlikçi çalışmalar ve günlük yaşamla bağlantılı problem durumları da öne çıkmaktadır (Bozkurt ve Koyuncu, 2021). Bu bakış açısı, matematiğin öğrenciler için yalnızca soyut bir bilgi alanı olmaktan çıkıp yaşam becerilerine katkı sağlayan bir disiplin hâline gelmesine hizmet etmektedir.

Matematik öğrenme ve öğretme sürecinin hedeflerini, içeriğini, yöntemlerini ve değerlendirme ölçütlerini belirleyerek öğretim faaliyetlerine yön veren temel rehber öğretim programlarıdır. İyi yapılandırılmış bir öğretim programı, öğrencilerin yalnızca matematiksel bilgi edinmelerini değil; aynı zamanda problem çözme, akıl yürütme, modelleme ve iletişim gibi üst düzey bilişsel beceriler geliştirmelerini de amaçlamaktadır (Altun, 2020). Bu doğrultuda 2024 yılında yürürlüğe giren Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM, 2024) çerçevesinde Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında matematik öğretimi; sadece akademik bilgi aktarımı olarak değerlendirilmemiş, öğrencilerin yaşam becerilerini geliştirmeyi, eleştirel ve yaratıcı düşünmeyi desteklemeyi ve bilgiyi günlük yaşamla ilişkilendirmeyi hedefleyen bir yaklaşım benimsemiştir. TYMM Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında birey, çevre ve topluma ilişkin değerlerin desteklenmesi; matematik öğrenme-öğretme sürecinin bu değerlerle zenginleştirilerek bireye, topluma ve çevreye duyarlı bir niteliğe ulaşması hedeflenmektedir (MEB, 2024).

Türkiye Yüzyılı Maarif Modelinde (2024) Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı ile öğrencilerin;

1. Matematiksel muhakeme, problem çözme, temsil, veriyle çalışma ve veriye dayalı karar verme ile matematiksel araçları ve teknolojiyi etkili biçimde kullanma becerilerini geliştirmeleri,
2. Kavramsal bilgi, sosyal-duygusal öğrenme ve okuryazarlık becerilerini matematik alan becerileriyle bütünleştirerek hem öğrenme sürecine hem de sonuçlarına yansıtma becerileri,
3. Kazandıkları beceriler aracılığıyla matematiksel bilgiye ulaşmaları ve bilgilerini beceriye dönüştürmeleri,
4. Matematik öğrenmeye yönelik eğilimlerinin bilincine varmaları ve bu eğilimleri geliştirmeleri,
5. Sahip oldukları değerleri matematik öğrenme sürecine yansıtma becerileri ve matematik öğrenirken değerlerini zenginleştirmeleri,

6. Elde ettikleri bilgi, beceri, eğilim ve değerleri farklı öğrenme alanlarına, diğer derslere ve günlük yaşamlarına aktarabilmeleri amaçlanmaktadır. (MEB, 2024)

Programlar, öğretmenlere yol gösterici olması bakımından sınıf içi uygulamaların niteliğini artırırken, öğrencilerin öğrenme deneyimlerini de zenginleştirmektedir. Programların sınıf içi uygulayıcısı olan öğrenenler matemaik öğretiminde önemli bir role sahiptir. Öğrencilerin matematikte başarılı olmaları ve bu dersin etkili biçimde öğretilmesi, öğretmenlerin rol ve sorumluluklarıyla yakından ilişkilidir. Bu nedenle öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri, bu bilgilerin nasıl edinilip geliştirildiği, sınıf içi öğretimin niteliği ve öğretmenlerin mesleki yeterliklerini artırma yolları önemli bir araştırma alanı oluşturmaktadır (Agaç, 2018).

Etkili bir matematik öğretimi, öğrencilerin kavramsal bilgilerini yapılandırmalarına imkân tanırken, bu bilgiyi nasıl kullandıkları ise doğrudan onların *matematiksel düşünme* süreçleriyle ilişkilidir (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Bu sebeple matematik öğretiminin anlaşılması için, matematiksel düşünmeye değinmek değerli görülmüştür.

2.2. Matematiksel Düşünme

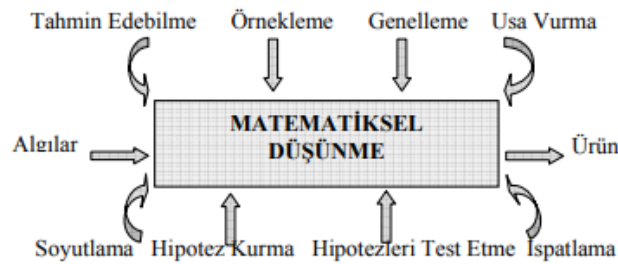
İnsanı diğer canlılardan ayıran temel özelliklerin başında gelişmiş düşünme yeteneği gelmektedir. Düşünme, bireyin yaşamını anlamlandırmasına, topluma uyum sağlamasına ve kişisel gelişimini sürdürmesine olanak tanıyan en önemli zihinsel süreçlerden biridir (Alkan ve Güzel, 2005).

Düşünme becerileri, bireyin zihinsel süreçlerinin temelini oluşturan ve düşünmenin yapı taşları olarak kabul edilen özel bilişsel işlemlerden meydana gelmektedir. Araştırmalarda ve kuramsal yazında güçlü bir yere sahip olan bu beceriler, eğitim sistemlerinin temel amaçları doğrultusunda öğrencilere kazandırılması gereken, öğretilabilir ve geliştirilebilir yapılar arasında görülmektedir. Özellikle mantığın en etkin biçimde işlediği alanlardan biri olan matematik, düşünme becerilerinin geliştirilmesinde ayrıcalıklı bir konuma sahiptir (Duran, 2005). Matematik, bireyin eleştirel, analitik ve yaratıcı düşünme becerilerini destekleyen en önemli araçlardan biri olarak tanımlanmaktadır (Marangoz, 2024).

Matematiksel düşünce, insanın varoluşuyla birlikte ortaya çıkan temel bir zihinsel kapasite olmakla birlikte, Antik Yunan uygarlığının filozofları tarafından belirli ilkeler doğrultusunda sistematik bir bilimsel alan haline getirilmiştir (Karakaya & Sekman 2019). Tall (1995)'a göre matematiksel düşünme “bireyin çevresindeki

nesneleri algılama ve onların aralarındaki ilişkileri anlamlı kılma çabası ile oluşmaya başlar. Bu bağlamda, üst düzey bilişsel süreçlere dayalı bir yapı olarak matematiksel düşünme, öğrenciler açısından bir süreç becerisi niteliği taşımaktadır. Öğrenciler zorlayıcı bir matematik problemiyle karşılaştıklarında, çoğu zaman hazır bir çözüm yoluna ulaşamazlar. Bu durumda matematiksel düşünme devreye girerek bireyin zihninde organize bir süreç başlatır. Bu süreç; problemin yeniden ele alınmasını, önceki matematiksel deneyimlerin hatırlanarak düzenlenmesini ve alternatif çözüm yolları üzerine yoğunlaşılmasını içerir. Sonuçta matematiksel düşünme, öğrenciyi problemi farklı açılardan değerlendirme, mantıksal çıkarımlar yapmaya ve probleme uygun bir çözüm üretme süreçlerine yönlendirir (Marangoz, 2024).

Alkan ve Güzel, (2005)'e göre matematiksel düşünmeyi diğer düşünme türlerinden ayıran en önemli özellik, bireyin sahip olduğu matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak yeni bilgi üretme sürecidir. Matematiksel düşünmenin işleyiş yapısına göre (Şekil 2.1) birey süreçte; tahmin etme, örnekleme, genelleme, akıl yürütme, soyutlama, hipotez kurma, hipotezleri test etme ve ispatlama gibi bilişsel becerileri etkin biçimde kullanır. Matematiksel düşünme sayesinde birey yalnızca mevcut bilgileri yeniden düzenlemekle kalmaz, aynı zamanda ulaştığı bilgileri olumlu ve olumsuz örneklerle açıklayarak öğrenmeyi derinleştirir. Sonuç olarak matematiksel düşünme, bireyin matematiksel ilişkileri anlamlandırmasını, yeni kavramlar geliştirmesini ve bu kavramları farklı durumlara transfer etmesini mümkün kılar.



Şekil 2. 1. Matematiksel Düşünmenin İşleyiş Yapısı (Alkan ve Güzel, 2005)

Matematiksel düşünme süreci, bireyin çevresindeki bir olay ya da olguyu algılaması ve bunu incelemeye yönelmesiyle başlamaktadır. Bu başlangıç aşamasında birey, uygun yaklaşımları belirler, gerekli bilgileri tanımlar ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurar. Ardından veri toplama sürecine geçilir; toplanan veriler düzenlenir, grafikler, tablolar veya şekiller aracılığıyla ifade edilerek anlamlı bir yapıya

dönüştürülür. Bu aşamadan elde edilen bilgiler, bireyin tahminler üretmesine, hipotezler kurmasına ve bu hipotezleri test etmesine olanak sağlar. Hipotezlerin doğrulanması ya da yanlışlanması, yeni çıkarımlar yapılmasına ve sürecin yeniden şekillendirilmesine zemin hazırlar. Böylece matematiksel düşünme, başarısızlık ve başarı durumlarını içeren döngüsel bir yapıya dönüşür. Başarılı sonuçlar mantıklı çıkarımların yapılmasına ve yeni düşüncelerin oluşmasına katkı sunarken, başarısızlıklar bireyi süreci yeniden değerlendirmeye yönlendirir. Bu bağlamda matematiksel düşünme, bireyin problem çözme, akıl yürütme ve yeni bilgi üretme süreçlerini bütüncül biçimde harekete geçiren dinamik bir yapı, sürekli bir fonksiyon olarak değerlendirilmektedir (Krutetskii, 1976; Mason, Burton & Stacey, 2010; NCTM, 2000; Alkan ve Güzel, 2005).

Matematik öğretimine yönelik hazırlanan program ve standartlarda, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesi temel bir amaç olarak öne çıkmaktadır. NCTM'nin (2000) ortaya koyduğu ilkelere, bireylerin günlük yaşamda matematiği anlama ve kullanma gereksinimlerinin giderek arttığı, bu nedenle problem çözme ve matematiksel düşünmenin geliştirilmesinin zorunlu olduğu vurgulanmaktadır (Kükey, 2008). Benzer şekilde, TYMM (2024) matematik öğretiminde; öğrencilerin eleştirel düşünme, akıl yürütme, problem çözme ve modelleme gibi üst düzey bilişsel becerilerini geliştirmeyi öncelikli hedefler arasında göstermektedir (MEB, 2024). TYMM'de (2024) Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, matematiksel düşünmenin sistematik, mantıksal, analitik, tutarlı ve ilişkisel yapısı temel alınarak tasarlanmıştır. Salt işlemsel bilgi ve performansa dayalı içerikler mümkün olduğunca sınırlandırılmış, bunun yerine problem çözme, varsayım geliştirme, genelleme yapma ve doğrulama gibi matematiksel düşünmenin temel unsurlarına yer verilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin matematiğin dilini ve sembollerini etkin biçimde kullanabilmeleri, programın bütüncül yaklaşımıyla uyumlu olarak öncelikli hedeflerinden biri olmuştur (MEB, 2024).

2.3. Cebir ve Cebirin Matematikteki Yeri

“Cebir” teriminin kökeni, Ortaçağ'da kullanılan *al-jabr wa'l muqabala* ifadesine dayanmaktadır. Bu ifadenin bir parçası olan Arapça *al-jabr* kelimesi, denklemlerin çözümünde çıkarılan terimlerin diğer tarafa taşınmasını ifade ederken; *al-muqabala* ise denklemin her iki tarafındaki benzer terimlerin sadeleştirilmesi ya da birleştirilmesi anlamına gelmektedir (Oaks & Alkhateeb, 2006). Bununla birlikte,

cebir yalnızca dilsel bir terim olmanın ötesinde tarihsel bir gelişim sürecinin ürünüdür. Hint matematik geleneğinin önemli eserlerinden olan *Siddhanta'nın* Arapçaya çevrilmesiyle birlikte *sıfır* kavramı ortaya çıkmış ve bu gelişme, cebir adı verilen yeni bir matematik alanının doğuşuna zemin hazırlamıştır. Cebir, Muhammed B. Musa el-Harizmi, Sind B. Ali ve Abdulhamid B. Vasi İbn Türk'ün yazdığı eserler aracılığıyla zenginleşmiş, bu eserler 'yeniden kurma ve karşılaştırma' anlamına gelen *Kitab el-Cebr vel-Mukabele* başlığını taşımıştır. Söz konusu çalışmalar, cebiri aritmetikten bağımsız bir disiplin haline getirerek önemli bir dönüm noktası oluşturmuştur. Harizmi'ye göre cebir düşüncesi, "mahluktan Halik'a gitme", yani bilinenden bilinmeyene ulaşma anlayışının sistematik bir biçimde şekillendiği bir alan olarak ortaya çıkmıştır (Karakaya & Sekman, 2019).

Tarihsel gelişim süreci içinde ayrı bir disiplin olarak ortaya çıkan ve matematikte geniş bir yere sahip olan cebirin basit ve tek bir tanımı yoktur (Usiskin, 1995). Cebire yönelik karşımıza çıkan bazı tanımlar şu şekildedir:

Kieran (1992), cebiri harfler aracılığıyla niceliklerin ve sayıların temsil edilmesini sağlayan bir araç olarak değerlendirmektedir. Reeuwijk (1995) cebirin, matematiğin tanımı en güç olan alt dallarından biri olduğunu ifade etmiş; cebirin kapsamına nelerin girdiğine ilişkin evrensel ölçütlerin bulunmadığını vurgulamıştır. Dede ve Argün (2003)'e göre cebir; bir dil, bir problem çözme yöntemi ve bir düşünme aracıdır. Aynı zamanda bir okul dersi olarak nitelendirilebilir. Bu farklı işlevleri nedeniyle cebire yönelik tanımlar çeşitlilik göstermektedir. Hollingdale (2006), cebiri sayıları harflerle ifade eden bir matematik dalı olarak tanımlar. Ona göre cebirsel denklem, ölçeğin bir tarafına yapılan işlemlerin diğer tarafına aynı şekilde uygulanmasını temsil etmektedir. Akkaya ve Durmuş (2006)'a göre cebir, sayı ve semboller kullanarak incelenen ilişki veya ilişkileri genelleştirilmiş denklemler şeklinde ifade eden bir matematik dalıdır. Kaput (2008), cebirin yalnızca semboller üzerinde işlem yapmaktan ibaret olmadığını vurgular. Ona göre cebir, genelleme yapma, ilişkileri ifade etme ve bu ilişkileri farklı temsiller aracılığıyla ortaya koyma sürecidir. Cebirsel düşünme ise öğrencilerin sayılar ve işlemler arasındaki örüntüleri keşfetmeleri, bunları genelleştirmeleri ve uygun biçimde temsil etmeleriyle gelişir. Van de Walle ve diğerlerine (2013) göre cebir ile sayılar arasında güçlü bir ilişki bulunmaktadır. Bu ilişki, öğrencilerin temel işlemler içerisindeki örüntüleri fark ederek bunları genelleştirmelerine aracılık etmektedir. Araştırmacılar bu süreci "cebir yapmak" olarak tanımlamaktadır (Döğer, 2024).

Cebir, farklı biçimlerde de olsa binlerce yıldır öğrenme konusu olmuştur. Tarihsel süreç içerisinde yalnızca bağımsız bir matematik disiplini olarak değil, aynı zamanda diğer matematik alanlarının gelişimine katkı sunan bir düşünme biçimi olarak da önem kazanmış, matematik eğitiminin temel yapı taşlarından birini oluşturmaktadır (Kieran, 1992; Usiskin, 1995). Bu bağlamda, cebirin matematikteki konumunun ve öneminin anlaşılması, hem disiplinin doğasını hem de eğitim süreçlerindeki rolünü anlamak açısından önem taşımaktadır. TYMM (2024) *İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı* incelendiğinde cebir erken dönemde kendini göstermektedir. Tematik bir yapı temelinde düzenlenen *İlkokul ve Ortaokul* matematik öğretim programında, matematiğe özgü beceriler, kavramlar, fikirler ve işlem ilişkilerinin bütüncül bir çerçevede sunulmasını amaçlamaktadır. Program, cebiri yalnızca ortaokul düzeyinde başlayan bir disiplin olarak değil, ilkokuldan itibaren işlem ilişkilerinin sorgulanması ve genellemeler yapılması yoluyla kazanılan bir düşünme biçimi olarak ele almaktadır. İlkokul düzeyinde program 5 temadan biri olan *İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye* teması ile matematiği yalnızca işlem pratiğine indirgemek yerine, öğrencilerin erken yaşlarda cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeleri amaçlanmıştır. *İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye* teması, ilkokul düzeyinde tüm sınıf kademelerinde (1-4. sınıflar) yer almakta olup, öğrencilerin matematiği yalnızca kurallar dizisi olarak değil; günlük yaşamla bağlantılı, sembolik, imgesel ve eylemsel bir süreç olarak kavramalarını hedeflemektedir. Böylece cebir, aritmetik öğrenmelerden soyut düşünmeye geçişi sağlayan bir köprü olarak görülmekte ve ortaokul düzeyinde cebir öğrenimine sağlam bir temel hazırlanmaktadır. *İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye* temasında dört işlem ile bu işlemler arasındaki ilişki; problem çözme, problem kurma, zihinden işlem, tahminde bulunma ve eşitlik kavramı ele alınarak işlemsel akıcılık becerisinin kazandırılması amaçlanmıştır. Benzer şekilde TYMM Ortaokul Matematik Programı'nda cebir, erken aritmetik becerilerin üzerine inşa edilen, üst düzey düşünme ve ispat süreçleriyle zenginleşen bir alan olarak, ortaokul düzeyinde de tüm sınıf kademelerinde (5-8. sınıflar) ele alınmıştır. Cebir kendini 5. Sınıf düzeyinde *işlemlerle cebirsel düşünmeye* teması ile, 6, 7 ve 8. Sınıf düzeylerinde ise *işlemlerle cebirsel düşünme ve değişimler* teması ile göstermektedir. Program, cebiri yalnızca işlem pratiği olarak değil; genelleme, ilişkilendirme, fonksiyonel düşünme ve algoritmik akıl yürütme bağlamında ele almakta; böylece öğrencilerin hem matematiksel hem de dijital çağın gerektirdiği becerilerle donatılmasını hedeflemektedir (MEB, 2024).

2.4. Cebirsel Düşünme

Cebir, eğitim sistemlerinde yer alan bir öğrenme alanı iken, cebirsel düşünme insan zihninin ortaya koyduğu bir etkinliktir (Kaput, 2008). Diğer bir ifadeyle cebirsel düşünme, cebirin hangi zihinsel süreçlerden doğduğunu yansıtmaktadır. Kaput (2008), cebirin eğitimdeki temel işlevinin öğrencilere soyutlama ve genelleme becerileri kazandırmak olduğunu vurgulamaktadır. Bu yönüyle cebir, öğrencilerin düşünme süreçlerini daha üst düzeye taşıyarak onların problem çözme yaklaşımlarına farklı bakış açıları kazandırmaktadır. Çelik (2007)'e göre cebirsel düşünme, yalnızca cebirle sınırlı kalmayan, matematiksel düşünmenin özel bir türüdür. Cebirsel düşünme, matematiksel yapı ve durumların cebirsel semboller aracılığıyla çeşitli biçimlerde temsil edilip incelenmesini; günlük hayatta karşılaşılan olaylardaki değişimlerin çözümlenmesini; nicel ilişkilerin kavranması ve bunların ifade edilebilmesi için matematiksel modellerden yararlanılmasını kapsamaktadır (NCTM, 2000).

Alanyazında farklı yönlerine vurgu yapılan cebirsel düşünmeye yönelik pek çok tanım görülmektedir (Döğer, 2024). Lins (1992), cebirsel düşünmeyi, bireylerin sembolleri anlamaları ve onları kullanma konusundaki yeterliliklerini kapsayan bir süreç; gerçek yaşam ya da matematiksel bağlamlardan daha soyut yapılara doğru gerçekleşen bir geçiş olarak tanımlamaktadır. Kieran (1996)'e göre cebirsel düşünme sadece cebirsel sembollerin manipülasyonu olarak değil, aynı zamanda genellemeler yapma, ilişkiler kurma ve bu ilişkileri farklı bağlamlarda kullanma sürecidir. Özellikle “erken cebir” bağlamında, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişteki akıl yürütme becerilerini vurgular. Kaf (2007)'a göre cebirsel düşünme; değişkenleri kavrayabilme, sembolik ifadeleri yorumlayabilme, matematiğe ilişkin becerileri geliştirmek amacıyla temsillerle çalışabilme ve modeller arasında dönüşüm yapabilme gibi farklı matematiksel fikirleri içerir. Cebirsel düşünmenin; genellemeler oluşturma, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma gibi temel becerilerden oluştuğu ifade edilebilir (Bağdat, 2013).

Alan yazında yapılan tanımlar da dikkate alındığında cebirsel düşünme; bireyin zihinsel süreçlerinin bir ürünü olarak sembollere anlam yükleme, cebirsel ilişkiler arasında bağlantı kurma, farklı temsil biçimlerini kullanarak düşüncelerini ortaya koyma, kavramlar arasında geçiş yapabilme ve bu ilişkilerden hareketle muhakeme yoluyla sonuca ulaşabilme biçiminde değerlendirilmektedir (Kaya, 2015). NCTM (2000), cebirsel düşünmeyi öğrencilerin günlük yaşam durumlarını analiz edebilme, değişimleri inceleyebilme ve nicel ilişkileri anlamak için matematiksel modeller

kurma süreci olarak tanımlar. Cebirsel düşünme, öğrencilerin genellemeleri formüle etme, matematiksel semboller kullanma ve farklı gösterimlerden yararlanarak problem çözme becerilerini kapsayan bir süreçtir (Cai, 2004). Bu tanımlar ışığında bu çalışmada cebirsel düşünme, öğrencilerin semboller ve değişkenler aracılığıyla matematiksel ilişkileri anlamlandırma, genellemeler yapma, farklı temsil biçimleri arasında bağlantı kurma ve bu süreçlerden hareketle muhakeme yoluyla sonuca ulaşma, sonucu gerekçelendirme becerilerini kapsayan bir düşünme biçimi olarak ele alınmıştır.

Öğretmenlerin, özellikle ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde cebirsel düşünme becerilerini bilmeleri büyük önem taşımaktadır. Öğrencilerin cebirsel olarak nasıl düşündüklerini ve akıl yürüttüklerini anlamak, öğretim sürecinin niteliğini doğrudan etkilemektedir. Dolayısıyla öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerini anlamak, matematikte öğrenmenin gelişimine katkı sağlamak açısından kritik bir unsur olarak değerlendirilmektedir (Kamol & Har, 2010; akt. Yılmaz, 2022).

2.5. Cebir Öğretimi

Matematik öğrenme alanları içinde öğrencilerin en fazla güçlük yaşadığı alanlardan birinin cebir olması, matematik eğitimcilerini cebir öğretimini daha etkili hâle getirebilecek alternatif yöntem ve yaklaşımlar aramaya teşvik etmiştir (Özcan, 2024). Cebir öğretimi zihinsel bir süreç olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin bilişsel gelişimlerini desteklemek için olabildiğince gerçek yaşam durumları ve problemleriyle ilişkilendirilmesi gerekmektedir (NCTM, 2000). Özellikle ilköğretim düzeyindeki öğrencilerin cebirle ilgili edindikleri bilgi ve beceriler, günlük yaşamlarında önemli katkılar sağlamaktadır. Cebir, yalnızca bir ders konusu olarak değil; bireylerin günlük hayatta karşılaştıkları problemleri anlamalarına ve çözüm üretmelerine yardımcı olan işlevsel bir araç olarak da görülmelidir (Akkaya, 2006).

Aritmetikten cebire geçiş süreci, literatürde erken cebir olarak adlandırılmaktadır. Kieran (1991), öğrencilerin aritmetik deneyimlerinin cebire temel oluşturduğu ve bu süreçte cebirsel düşünceler geliştirmeye başladıklarını ifade etmiştir. Erken cebir dönemi, aritmetik ortamda cebirsel akıl yürütmeyi, informal sembolleştirmeyi ve denklem çözümünde gerekli aritmetik bilgilerin pekiştirilmesini içermektedir (Van Amerom, 2002). Dolayısıyla erken cebir, aritmetik ile cebir arasında bir köprü işlevi görmektedir. NCTM (2000), öğrenciler tarafından güç

algılanan cebir alanında başarıyı artırmanın yolunun, cebir öğretimine okul yaşamının erken yıllarından itibaren başlanmasından geçtiğini vurgulamaktadır.

Cebire ilişkin temel kavramların doğru şekilde öğrenilmesi, öğrencilerin ilerleyen konularda başarılarını belirleyen önemli bir unsurdur. Bu noktada öğretmenlerin sahip oldukları matematiksel bilgi ve uygulamalar, cebir öğretiminde önemli bir rol oynamaktadır. Öğretmenler, öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecinde rehberlik ederek onların bireysel farklılıkları doğrultusunda öğrenmelerine destek olmaktadır. Erken cebir sürecinin matematik öğretimindeki önemi dikkate alındığında, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte ve ilerleyen öğrenim süreçlerinde zorlanmamaları için sınıf öğretmenlerinin bu süreçte dair yeterli bilgi ve becerilere sahip olmaları gerekmektedir (Turgut & Temur, 2017).

Cebirsel düşünmenin gelişimi, bireylerin cebir alt öğrenme alanında edindikleri deneyimlere bağlıdır. Bu nedenle, cebirsel düşünmenin ilerlemesi bireylerin söz konusu alanda aldıkları eğitimle ilişkilidir (Yenilmez & Teke, 2008). Öğrenciler eğitim yaşamlarının büyük bölümünde sayılar üzerinde aritmetik işlemler yaparak hem sayılarla çalışmayı hem de bilinmeyen değerleri ortaya çıkarmayı öğrenirler (Kaput, 2008). TYMM (2024) İlkokul matematik öğretim programında 6 temadan biri olarak yer alan *İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye*, bütün sınıf düzeylerinde sistematik bir biçimde işlenmekte ve her kademede farklı kazanımlara odaklanmaktadır. İlkokul düzeyinde cebirle ilişkisi çıktıların odağı ve cebirsel düşünme ile bağlantısı Tablo 2. 1’de verilmiştir.

Tablo 2. 1 *İlkokul Düzeyinde Cebirsel Düşünme Çıktıları*

Sınıf	Öğrenme Çıktısının Odağı	Cebirsel Düşünme Bağlantısı
1. Sınıf	Toplama ve çıkarma Eşitlik kavramı İşlemler arası ilişki	İşlem temelli düşünmeden cebirsel muhakemeye geçiş için başlangıç; eşitliği yorumlama ve ilişkileri fark etme
2. Sınıf	Toplama–çıkarma becerilerinin geliştirilmesi Çarpma ve bölmeye giriş Günlük yaşam problemleri	Dört işlemin anlamlandırılması; çarpma ve bölmeyi diğer işlemlerle ilişkilendirme; eşitliği farklı bağlamlarda yorumlama
3. Sınıf	Dört işlemi içeren karmaşık problem çözme Tahmin ve yönerge takibi Eşitlik kavramının farklı anlamları	İşlemler arası ilişkileri çözümleme; muhakeme yoluyla genellemelere ulaşma; problem çözme süreçlerini açıklama
4. Sınıf	Çok basamaklı sayılarla işlemler Kısa yol teknikleri (çarpma/bölme) Çok adımlı problemler	İşlemler arası ilişkileri derinleştirme; eşitliği çarpma–bölme bağlamında değerlendirme; genellemeleri kullanma

Tablo 2,1’de görüldüğü üzere öğrenciler ilkokulun son yılında, sembol ve değişken kavramlarına zemin hazırlayan bir öğrenme sürecinden geçerek ortaokul cebirine hazır hâle gelmektedir. Program, işlem becerilerini günlük yaşamla ilişkilendirerek anlamlandırmayı ve erken yaşlardan itibaren eşitlik, genelleme ve sembolleştirme gibi cebirsel düşünmenin temel bileşenlerini geliştirmeyi amaçlamaktadır (MEB, 2024).

TYMM (2024) Ortaokul Matematik Programında ise cebir, *İşlemlerle Cebirsel Düşünme ve Değişimler* teması altında yapılandırılmıştır. Bu tema, sayılarla ilgili önceki öğrenmeler üzerine inşa edilerek öğrencilerin örüntülerden cebirsel ifadelere, denklemlerden eşitsizliklere ve fonksiyon kavramına kademeli biçimde ilerlemelerini hedeflemektedir. Ortaokul düzeyinde cebire ilişkin öğrenme çıktıları ve cebirsel düşünme ile bağlantısı Tablo 2. 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. 2 Ortaokul Düzeyinde Cebirsel Düşünme Çıktıları

Sınıf	Öğrenme Çıktısı	Cebirsel Düşünme Bağlantısı
5. Sınıf	Eşitliğin korunumu İşlem özellikleri İşlem önceliği Sayı-şekil örüntüleri	İşlem özelliklerini kavrama; eşitliği koruma mantığını anlama; örüntülerden genelleme yapma; cebirsel ifadeler ve fonksiyonel düşünme için temel oluşturma
6. Sınıf	İşlem özellikleri üzerinden cebirsel ifadelerle muhakeme Örüntüleri yorumlama Algoritmaların cebirsel ifadelerle ilişkilendirilmesi	Cebirsel ifadeler üzerinde akıl yürütme; örüntülerle genellemeleri geliştirme; algoritmaları sembolik düşünmeyle bağlama
7. Sınıf	Cebirsel ifadeler Denklemler Eşitsizlikler Problem çözme, temsil, muhakeme, ispat	Denklemler ve eşitsizliklerle mantıksal gerekçelendirme; problem çözme süreçlerinde temsil ve muhakeme kullanma; ispat becerilerini geliştirme
8. Sınıf	Doğrusal fonksiyonlar ve grafikler, Algoritmaların fonksiyonel bağlamda kullanımı	Doğrusal ilişkileri analiz etme; fonksiyon kavramına hazırlık; çözümleme ve temsil becerilerini geliştirme; fonksiyonel düşünmeyi yapılandırma

Ortaokul düzeyinde öğrencilerin cebirsel düşünceleri eşitlikten fonksiyonlara, örüntülerden algoritmalara doğru ilerleyen bir bütünlük içinde gelişmekte; problem çözme, temsil, muhakeme matematiksel süreç becerileriyle desteklenmektedir (MEB, 2024).

Öğrencilerin öğrenmede güçlük yaşadığı cebir konularının öğretiminde, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimleri, benimsedikleri farklı yaklaşımlar, karşılaştıkları zorluklar ve yaşadıkları kavram yanılgıları hakkında bilgi sahibi olmaları büyük önem taşımaktadır. Bu farkındalık, öğretmenlerin kendi öğretim yöntemlerini öğrencilerin ihtiyaçlarına göre uyarlamalarını gerekli kılmaktadır (Baş, Erbaş & Çetinkaya, 2011). Ayrıca öğretmenlerin cebirin temel kavramlarına yönelik derinlemesine bir anlayış geliştirmeleri, bu kavram ve yöntemleri problem çözme sürecinde etkili biçimde kullanabilmeleri, cebiri hem işlemsel hem de yapısal boyutlarıyla bütüncül bir şekilde ele almaları kısacası cebirsel düşünme becerisine sahip olmaları kritik bir gereklilik olarak görülmektedir (Çelik, 2007).

2.6. Zihinsel Alışkanlıklar

Türk Dil Kurumu (TDK) Sözlüğü'nde alışkanlık “Bir şeye alışmış olma durumu, alışkınlık, huy, itiyat, meleke, ünsiyet” şeklinde tanımlanmıştır. Lim (2008)'e göre alışkanlık belli durumlar karşısında belirli bir biçimde zihinsel olarak davranma eğilimidir. Alışkanlıkların farklı türleri bulunmakla birlikte, eğitim ve öğrenme bağlamında söz konusu olduğunda özellikle zihinsel alışkanlıklara odaklanmak önemlidir (Sezer, 2019).

Cuoco ve diğerleri (1996)'ne göre zihinsel alışkanlık, bireyin karşılaştığı yeni problem durumlarında farklı çözüm yolları geliştirmesine imkân tanıyan bir düşünme becerisi ve eğilimler bütünüdür. Başka bir deyişle öğrencilerin değişik durumlarda karşılaştıkları sorunları çözmek için kullanabilecekleri genel sezgisel yaklaşımları ve düşünme yollarını geliştirmelerine yardımcı olan bilişsel eğilimlerdir. Leikin (2007), zihinsel alışkanlıkları problem çözme sürecinde bireyin farklı stratejiler arasından belirli bir çözüm yolunu seçme ve bunu uygulama eğilimi olarak tanımlar. Bu yaklaşıma göre zihinsel alışkanlıklar yalnızca bir düşünme eğilimi değil, aynı zamanda seçilen stratejiyi etkili biçimde kullanabilme becerisidir. Bireyin bir durum karşısında sergilediği davranış ve bu davranışın sonucunda aldığı dönüt, zihinsel alışkanlıkların gelişiminde belirleyici rol oynamaktadır. Bilişsel ve duyuşsal boyutları kapsayan zihinsel alışkanlıklar, bireylere problem çözme sürecinde esneklik, yaratıcı ve etkin düşünme ile başarılı sonuçlara ulaşma olanağı tanır (Sezer, 2019).

Eğitimde alışkanlık kavramı önemli bir yer tutsa da, matematik alanına özgü alışkanlıkların ayrıca değerlendirilmesi önemli görülmüştür. Bu bağlamda, izleyen kısımda zihinsel alışkanlıkların matematiksel boyutu ele alınacaktır.

2.6.1. Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları

Goldenberg (1996)'e göre, matematikte ulaşılan sonuçlardan ziyade, bireylerin bu sonuca ulaşırken kullandıkları zihinsel alışkanlıklar daha değerlidir. Cuoco ve diğerleri (1996)'ne göre Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları sürekli akıl yürütme, uç örnekleri değerlendirme, düşünce deneyleri gerçekleştirme ve matematikçilerin çalışmalarında başvurdukları soyutlama süreçlerini kullanabilme yetisidir.

Matematiksel düşüncenin gelişiminde problem çözme stratejileriyle ilişkili zihinsel alışkanlıkların öğrencilere kazandırılması büyük önem taşımaktadır. Bu nedenle öğretmenlerin bu alışkanlıklara yönelik farkındalıklarının artırılması, matematik öğretimi açısından kritik görülmektedir. Öğretmenlerin zihinsel alışkanlıklarını tanımaları ve bunları ders süreçlerine yansıtmaları, özellikle sınıf içinde daha az sergilenen zihinsel alışkanlıkların öğretim etkinlikleriyle desteklenmesine katkı sağlayabilir (Korkmaz, Dünder & Yaman, 2016). Gordon (2011), matematiksel zihin alışkanlıklarıyla zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiği daha anlamlı bir biçimde öğrenmelerine katkı sağladığını; bu süreçte yalnızca doğru cevaba ulaşmanın değil, aynı zamanda kavramsal öğrenmenin de gerçekleştiğini ifade etmektedir.

Zihnin matematiksel alışkanlıkları, özellikle matematiğin cebir ve geometri alanlarında daha belirgin bir biçimde ortaya çıkmakta ve bu bağlamda *zihnin cebirsel* ya da *geometrik alışkanlıkları* şeklinde alt kategorilere ayrılmaktadır (Driscoll, 1999; Mark ve diğerleri, 2009; akt. Köse ve Tanışlı, 2014). Matematiğe özgü bu zihinsel alışkanlıkların temel ilkeleri, Driscoll (1999) tarafından cebirsel boyutta, Driscoll ve diğerleri (2007) tarafından ise geometrik boyutta açıklanmıştır. Bu çalışmanın kapsamı ile ilişkili olduğundan, izleyen bölümde zihnin cebirsel alışkanlıkları ve bunların bileşenleri üzerinde durulacaktır.

2.6.2. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları ve Bileşenleri

Driscoll (1999) tarafından geliştirilen “Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları” (ZCA) kuramsal çerçevesi, cebirsel kavramları anlamlandırmada etkili olan verimli düşünme alışkanlıklarını vurgular. Zihnin cebirsel alışkanlıkları, bireyin cebirsel bir durumla karşılaştığında tercih ettiği çözüm adımlarıdır (Ünveren Bilgiç ve Argün, 2018). Bu alışkanlıklar öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlamakta ve farklı problem durumlarında nasıl çözüm üretebileceklerini öğrenmelerine imkân tanımaktadır (Poindexter, 2011). Driscoll (1999), ZCA ile

öğrencilerin cebir problemlerinde daha derin anlamlara ulaşmalarını, kavramları üst düzeyde değerlendirmelerini ve problem çözme sürecinde sergiledikleri davranışlarla görünür hâle geldiğini belirtmektedir.

Driscoll (1999) çalışmaları sonucunda zihnin cebirsel alışkanlıklarının üç temel bileşene sahip olduğunu belirlemiştir. Bunlar: *Doing–Undoing* (Yapma-Tersini Yapma), *Building Rules to Represent Functions* (Fonksiyonel Kural Oluşturma) ve *Abstracting from Computation* (Hesaplama Soyutlama yapabilme). Bu alışkanlıkların edinilmesi, cebirsel genellemeleri kurma, sembolik yapıları çözümleme ve matematiksel ilişkileri formüle etmede önemli bir katkı sağlar. Bu bileşenler, birbirinden bağımsız aşamalar şeklinde ilerleyen bir yapıdan ziyade, iç içe geçmiş süreçler olarak değerlendirilmektedir.

Eroğlu ve Tanışlı (2017) tarafından, Driscoll'un (1999) çalışması ile literatürdeki diğer araştırmalardan uyarlanan ZCA'nın bileşenlerinin bir arada gösterimi Tablo 2. 3'te sunulmuştur (akt. Sezer, 2019).

Tablo 2. 3 Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Kuramsal Çatısı (Eroğlu & Tanışlı 2017)

YAPMA-TERSİNİ YAPMA	YAPMA	
	<u>Problemi Anlama Becerisi</u>	
	• Problemi okuma, yorumlama ve problemin içindeki bağlamı anlama • Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama • Temsilleri oluşturma	
	FONKSONEL KURAL OLUŞTURMA	HESAPLAMADAN SOYUTLAMA
	<u>Örüntü Arama Becerisi</u>	<u>Yapı Üzerinde Çalışma Becerisi</u>
	• Örüntü durumunu ortaya çıkarma	• İşlemsel kısayolları bulma • Olası yararlı özelliği ortaya çıkarmak için ifadeleri tekrar yazma
	<u>Örüntü Tanıma Becerisi</u>	<u>İşlemler Hakkında Genelleme Becerisi</u>
	• Örüntünün nasıl çalıştığını ortaya koyan tekrarlayan bilgi yığınına arama • Çoklu temsil kullanımı • Örüntüyü tahmin etme • Değişimin analizi	• Sonucun farklı durumlarda çalışıp çalışmadığını deneme • Sayı sistemlerinin nasıl çalıştığını anlamaya yarayacak kısa yol hesaplamaları kullanma • Kullanılan sayılardan bağımsız olarak işlemleri düşünme • Örneklerin ötesinde genelleme • İşlemlerle ilgili genellemeleri matematiksel dili kullanarak açıklama • Kısa yolları doğrulama
	<u>Genelleme Becerisi</u>	
	• Kuralı tanıma • Kuralı doğrulama	
	TERSİNİ YAPMA	
	<u>Tersini Yapma Becerisi</u>	
	• Çıktılardan girdiye ulaşma becerisi • Geriye doğru çalışma becerisi	

Tablo 2. 3'te ZCA bileşenlerini incelediğimizde: “Yapma” boyutunda, öğrencilerin problem durumlarını anlamaları, nicelikler arası ilişkileri tanımlamaları ve temsiller oluşturmaları ön plana çıkmaktadır. Bu aşama, cebirsel düşünmenin temelini oluşturan problemi anlama ve temsil etme becerilerini kapsar. Bunun devamında, “fonksiyonel kural oluşturma” süreci örüntü arama, örüntü tanıma, genelleme ve kural doğrulama gibi alt becerileri içermektedir. Öğrenciler bu süreçte tekrar eden düzenlilikleri fark eder, çoklu temsillerden yararlanır, değişimi analiz eder ve genellemeleri kurallar aracılığıyla ifade ederler. “Hesaplamadan soyutlama” boyutu ise işlemleri doğrudan yapmaktan ziyade, işlemler hakkında kısa yollar geliştirme, eşdeğer ifadeler üretme ve işlemlerle ilgili genellemeleri sembolik dil kullanarak açıklama becerilerini kapsamaktadır. Bu aşamada öğrenciler, belirli sayılardan bağımsız düşünmeyi, işlemlerin yapısını keşfetmeyi ve kısa yolları gerekçelendirmeyi öğrenirler. Son olarak “tersini yapma” boyutu, çıktılarından girdilere ulaşma ve geriye doğru çalışma becerisini içerir. Öğrenciler, yalnızca çözüm sürecinin sonucuna odaklanmak yerine, ulaştıkları sonucu geriye doğru takip ederek başlangıç noktasına ulaşmayı öğrenirler. Böylece hem süreci hem de sonucu birlikte değerlendirebilme imkânı kazanırlar. Tablo 2. 3, zihnin cebirsel alışkanlıklarının birbirinden ayrı aşamalardan oluşmadığını, aksine problem çözme sürecinde sürekli iç içe geçmiş ve birbirini besleyen bilişsel süreçler olarak işlediğini ortaya koymaktadır. Yapma-tersini yapma alışkanlığının problem çözme sürecinin neredeyse her aşamasında etkili olduğu söylenebilir (Gürbüz, 2021).

Bu kısmın alt başlıklarında ZCA bileşenine değinilecektir.

2.6.2.1. Yapma- tersini yapma.

Etkili cebirsel düşünme, matematiksel süreçleri gerçekleştirebilmenin yanı sıra gerektiğinde bu süreçleri tersine çevirebilme becerisini de kapsamaktadır. Başka bir ifadeyle, birey hem bir işlemi başlangıç noktasından sonuca doğru ilerletebilmeli hem de ulaşılan sonuçtan geriye dönerek işlemleri ters yönde takip edebilmelidir (Karayağlı, 2023). Yapma–tersini yapma alışkanlığı, diğer cebirsel zihin alışkanlıklarını kapsayan temel bir çatı bileşeni olarak değerlendirilmektedir (Driscoll, 1999). Bu alışkanlık, öğrencilerin problem çözme sürecinin her aşamasında yer almakta, ancak yalnızca ortaya çıkış biçimlerinde farklılıklar görülmektedir. Yapma alışkanlığı, problemi anlama becerisi ve bu beceriye bağlı alt göstergelerle açıklanırken; tersini yapma alışkanlığı da benzer şekilde diğer alışkanlıkları kuşatıcı

bir nitelik taşımakta ve her problem çözümünde farklı formlarda kendini göstermektedir (Karayağlı, 2023).

Yapma- Tersini Yapma Alışkanlığının alt bileşenleri:

Girdiden çıktıyı bulma: Bir örüntüde başlangıç değerlerinden istenilen değere ulaşma.

Çıktıdan girdiyi bulma: Bir çözümünden başlangıç noktasına ulaşma.

Hesaplamalarda geriye doğru çalışma: Bir kuralın veya prosedürün adımlarını geriye doğru çalıştırma (Driscoll, 2001).

Bu alt alışkanlıklara sahip öğrenciler, matematiksel ifadeleri çözme, yeniden yazma veya yeniden yapılandırma süreçlerinde sembolik manipülasyon becerilerini kullanmaktadırlar. Öğrenciler, bir işlemi sonuca götürebildikleri gibi, elde edilen sonucu başlangıç noktasına dönerek de yorumlayabilmelidir. Böylece Yapma- Tersini Yapma ile öğrenciler yalnızca sonuca odaklanmak yerine çözüm sürecini de sorgular ve süreç üzerinde derinlemesine düşünceler gerçekleştirirler (Özmuş, 2024).

Bu süreçte öğrencilerin gerçekleştirdikleri iş ve işlemler, hem cevaba ulaşma sürecini hem de cevaptan geriye doğru izlenen yolu içerir. Öğrencilerin bu alışkanlık kapsamında sordukları içsel sorular genellikle “*Sondan başlarsam ne olur?*”, “*Bu işlemin tersi nasıl yapılabilir?*” veya “*Bu sayı ile önceki sayı arasında nasıl bir ilişki vardır?*” gibi ifadelerdir. Örneğin, bir sayıyı başka bir sayıya kalanlı olarak bölme işlemini geriye doğru düşünmek, öğrencilerin kullandıkları bölme algoritmalarını anlamalarını ve bu algoritmaları geliştirmelerini destekler (Sezer, 2019).

Driscoll (1999), öğrencilerde Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının (ZCA) geliştirilmesinde öğretmenin yönlendirici ve düşünmeye sevk eden sorularının belirleyici bir rol oynadığını vurgulamaktadır. Özellikle “yapma-tersini yapma” alışkanlığının kazandırılmasında, öğretmenlerin sorular yoluyla öğrencileri farklı düşünme yollarına yönlendirmesi gerekmektedir. Bu bağlamda Driscoll, öğretmenin sınıfta kullanabileceği örnek soruların bazılarını şu şekilde sıralamaktadır:

- “Bu işlem tersine nasıl işler?”
- “Verilen sayı ile ondan önce gelen sayı arasındaki ilişki nedir?”
- “Eğer çözüm sürecine sondan başlasaydım ne olurdu?”
- “Kullandığım işlemlerden hangisi tersine çevrilebilir?”
- “Bu sayıları ya da ifadeleri yardımcı bileşenlere ayırabilir miyim?”

2.6.2.2. Fonksiyonlardan kural oluşturma.

Driscoll'a (1999) göre fonksiyonlardan kural oluşturma, cebirsel düşünmenin önemli bir boyutu olan ilişkileri ortaya koyma, modelleri tanıma, bilgileri düzenleme ve bir problem durumuna ait giriş-çıkış ilişkilerini temsil edebilme becerilerini kapsamaktadır. Ayrıca, iyi tanımlanmış fonksiyonel kuralların girdileri ve ıktıları ile ilgili bilgileri düzenleyebilme kapasitesi de bu davranışın ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir.

Fonksiyonlardan Kural Oluşturma Alışkanlığının alt bileşenleri:

Bilgileri düzenleme: Bilgiyi; rntleri, ilişkileri ve bunları tanımlayan kuralları ortaya çıkarmak için yararlı bir şekilde organize edebilme.

zm ngrme: Belirli bir durumda düzenlilikleri keşfetme ve anlamlandırma.

Bilgileri parçalama: Bir ilişkinin veya örüntünün nasıl çalıştığını ortaya koyan bilgilerde tekrarlayan parçaları arama veya süreci yararlı bileşenlere ayırma.

Farklı temsiller kullanma: Farklı temsillerin (sözel, grafiksel, cebirsel, tablo...) bir durum veya problem hakkında ne gibi farklı bilgiler verebileceğini merak etmek ve ardından farklı temsilleri denemek.

Değişimi tanımlama: Bir süreçteki değişimi veya ilişkiyi değişkenler arasında işlevsel bir ilişki olarak açıkça tanımlayabilme.

Kuralı tanımlama: Belirli girdiler kullanmadan bir kuralın adımlarını tanımlama.

Kuralı gerekçelendirme: Bir kuralın neden herhangi bir sayı için çalıştığını gerekçelendirme (Driscoll, 2001).

Bu alt bileşenler, öğrencilerin cebir problemlerinde ilişkileri anlamlandırmaya çalışırken başvurdukları düşünme yollarını yansıtmaktadır. Öğrenciler bu süreçte, cebirsel düşünmenin temel unsurlarından biri olarak örüntüleri fark eder, bu örüntülere karşılık gelen temsilleri üretir ve matematiksel durumları fonksiyonel kurallar aracılığıyla tanımlamaya yönelirler. Daha ayrıntılı olarak, bu özellikler matematiksel bir bağlamda örüntüleri ve ilişkileri analiz etme, ardından bunları uygun kurallarla açıklama sürecinin altında işleyen bilişsel süreçlerdir (zmsul, 2024). Bu alışkanlık kapsamında öğrencilerin yönelttikleri içsel sorular çoğunlukla şunlardır: “Burada bir

kural ya da ilişki bulunuyor mu?”, “Adımlar tekrar edecek mi?”, “Sonraki adımda ne gerçekleşecek?”, “Bu durumu tahmin edebilir miyiz?”, “Aynı işlemleri farklı sayılarla yaptığımızda hangi özellikler sabit kalır, hangileri değişir?” (Sezer, 2019).

Driscoll (1999), öğretmenlerin sınıf ortamında fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını geliştirmeleri için yöneltebilecekleri bazı soruların şu şekildedir:

- “Burada bir kural ya da ilişki var mı?”
- “Elde ettiğin kural nasıl işler ve sana nasıl yardımcı olur?”
- “Kural neden bu biçimde çalışmaktadır?”
- “Değişkenlerin özellikleri nelerdir?”
- “Sonraki adımları tahmin etmeni sağlayacak bilgiler mevcut mu?”
- “Bu kural her durumda geçerli midir?”
- “Tekrar ettiğin adımlar nelerdir?”
- “Başlangıçtan sona kadar işlemi yürütecek mekanik bir kural yazabilir misin?”
- “Özel değerler kullanmadan bu adımları nasıl açıklayabilirsin?”
- “Aynı işlemleri farklı sayılarla yaptığında değişen nedir?”
- “Bir eşitlik yazdığında, eşitlikteki sayılar problemin bağlamıyla nasıl ilişkilidir?”

2.6.2.3. Hesaplamadan soyutlama yapama.

Soyutlama, cebirin temel karakteristik özelliklerinden biri olarak kabul edilmektedir. Cebirsel düşünmenin merkezinde yer alan bu özellik, öğrencinin süreçte kullandığı sayılardan bağımsız biçimde düşünme kapasitesini ifade eder. Bu bağlamda, hesaplamadan soyutlama alışkanlığı, öğrencinin yalnızca işlem sonuçlarına bağlı kalmaksızın daha genel ve soyut bir bakış geliştirmesini sağlayan bilişsel bir eğilimdir (Karayağlı, 2023). Hesaplamadan soyutlama alışkanlığına sahip olan bireyler; temel aritmetik işlemler (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) arasındaki bağlantıları kullanarak genellemeler yapabilme, çeşitli kısayollar geliştirebilme, sembollerin anlamlarını kavrayarak bunları etkin biçimde kullanabilme becerilerine sahiptir. Ayrıca ihtiyaç durumuna göre ifadeleri sadeleştirerek ya da daha karmaşık hâle getirerek eşdeğer biçimlerini oluşturabilir ve farklı sayı sistemleri üzerinde hesaplamalar yapabilirler. Dolayısıyla, bu alışkanlığa sahip bireyler işlemleri yalnızca sayılar üzerinden değil, daha soyut bir düzlemde düşünebilirler (Driscoll, 1999).

Hesaplama dan Soyutlama Yapama alışkanlığının alt bileşenleri:

Hesaplama da kısa yolları kullanma: İşlemlerin nasıl çalıştığı na dair bir anlayış a dayalı olarak hesaplama da kısa yollar arama.

İşlem yapma dan hesaplama: Kullanılan belirli sayılardan bağımsız olarak hesaplamalar hakkında düşünme.

Örneklerin ötesinde genelleme: Genelleştirilmiş ifadeler oluşturma, belirli matematiksel ifadelerin geçerli olduğu koşulları belirtme veya varsayımda bulunmak için birkaç örneğin ötesine geçme.

Eşdeğer ifadeler kullanma: İfadeler arasındaki denkl iği görme veya kullanma.

Farklı temsiller kullanma (sembolik ifadeler): İşlemlerle ilgili genellemeleri sembolik olarak ifade etme.

Kısa yolları gerekçelendirme: İşlemlerle ilgili kullandığı kısa yolları gerekçelendirme (Driscoll, 2001).

Bu alışkanlık, cebirsel yapıların anlaşılması temelinde, kullanılan sayılardan bağımsız olarak hesaplamalar üzerine düşünmeyi ve hesaplamalara ilişkin kısa yollar ile genellemeler geliştirmeyi kapsamaktadır. Dolayısıyla soyutlama, bu zihinsel alışkanlığın merkezinde yer almakta ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlamaktadır (Özmuşul, 2024).

Driscoll (1999)'a göre sınıf ortamında işlemlerden soyutlama yapma alışkanlığını geliştirmek isteyen öğretmenlerin kullanabileceği örnek sorular şunlardır:

- “Bu hesaplama durumu başka bir işleme benziyor mu, benziyorsa nasıl?”
- “Sonucu hesap yapmadan tahmin etmenin bir yolu var mı?”
- “Şu ana kadar hangi işlemleri gerçekleştirdin?”
- “İşlemlerin temel kurallarını nasıl ifade edebiliriz?”
- “Bu işlemin özelliği başka hangi işlemle benzerlik göstermektedir?”

NCTM (2000), hesaplama dan Soyutlama Yapama alışkanlığının, basit cebirsel ifadeler için eşdeğer formları tanımada, yeni ifadeler üretmede ve doğrusal denklemleri çözmeye önemli bir rol oynadığını vurgulamaktadır. Bu beceriyi kazanan bireylerin; belirli sayılardan bağımsız olarak hesaplamalar üzerine düşünebildikleri, işlemlerin işleyişini kavrayarak hesaplama da kısa yollar geliştirdikleri, işlemlerle ilgili genellemeleri sembolik biçimde ifade edebildikleri, bu kısa yolları gerekçelendirmek için işlemler hakkında genellemelerden yararlanabildikleri ve farklı ifadeler arasındaki denkl iği fark edebildikleri belirtilmektedir.

2.7. Cebir Problemlerinin Çözümünde Matematiksel Açıklamalar ve Önemi

Matematik eğitiminde açıklamalar, öğrencilerin matematiksel bir işlemi nasıl yapıldığını ifade etmelerine odaklanmaktadır. Ancak bu öğrenci ifadeleri çoğu zaman yalnızca çözüm sürecinin betimlenmesiyle sınırlı kalmakta ve çözümün ardındaki mantığın ortaya konulmasında yetersiz kalmaktadır (Bicknell, 1999). Matematiksel açıklama, öğrencilerin bir çözüm sürecini yalnızca işlem adımlarıyla değil, aynı zamanda neden ve nasıl sorularına yanıt vererek gerekçelendirmesidir. NCTM (2000), matematik öğretiminin yalnızca doğru cevaba ulaşmayı değil, aynı zamanda öğrencilerin çözüm süreçlerini gerekçelendirmelerini, matematiksel varsayımlar ve argümanlar oluşturup bunları eleştirel bir biçimde değerlendirmelerini sağlayacak şekilde akıl yürütmeye odaklanması gerektiğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin açıklamalarında gözlenen farklılıklar, öğretmenlere öğrencilerin öğrenme düzeylerini anlama fırsatlar sunmaktadır (Bicknell,1999). Cai (2003), çalışmasında Singapurlu öğrencilerin problem çözme ve problem kurma süreçlerindeki matematiksel düşünme biçimlerini araştırmış; problem çözme ve problem kurma süreçlerinde öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmalarını değil, aynı zamanda çözümlerini nasıl açıkladıklarını da incelemiştir. Bu yönüyle matematiksel açıklama, problem çözmenin merkezinde yer alır. Cai (2003), öğrencilerin problem çözme süreçlerinde açıklamalarının kalitesinin, onların matematiksel düşünme düzeylerini anlamada kritik bir rol oynadığını vurgulamıştır. Bu bağlamda öğrencilerin açıklamaları *tam ve ikna edici açıklama*, *eksik açıklama*, *hatalı/yanlış açıklama* ve *hiç açıklama yok* biçiminde kategorize etmiştir. Bu sınıflama, öğrencilerin yalnızca doğru cevaba ulaşmalarını değil, aynı zamanda matematiksel düşüncelerini nasıl gerekçelendirdiklerini de ortaya koymaktadır (Cai, 2003). Öğrencilerin açıklamalarının ikna edici gerekçeler olma yönüyle alt kategorileri şu şekildedir:

Tam ve İkna Edici Açıklama: Öğrenci doğru çözüme ulaşır, işlemlerini doğru sembol ve gösterimlerle ifade eder ve gerekçelerini açık, mantıklı, ikna edici biçimde sunar. Öğrenci, çözüm sürecini mantıklı, tutarlı ve gerekçeli bir biçimde açıklar. Açıklama, yalnızca sonucu doğrulamakla kalmaz; başkalarını ikna edici niteliktedir. Bu tür açıklamalar, matematiksel düşünmenin en üst düzeyini gösterir (Cai, 2003).

Öğrencilerin yaptıkları matematiksel açıklamaların ikna edici olup olmaması, yalnızca sahip oldukları matematiksel bilgi düzeyiyle değil, aynı zamanda açıklama yapma alışkanlıklarıyla da ilişkilidir (Cai, 2003). Bu nedenle, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde çözüm yollarını gerekçelendirmelerine, kullandıkları stratejileri

açıklamalarına ve düşüncelerini paylaşmalarına imkân tanınmalı; tam ve ikna edici açıklamalar yapmaları desteklenmelidir. Böylelikle öğrenciler yalnızca doğru cevaba ulaşmayı değil, aynı zamanda matematiksel düşüncelerini mantıklı, tutarlı ve başkalarını ikna edebilecek biçimde ifade etmeyi öğrenirler.

Eksik Açıklama: Eksik açıklama içeren matematik problem çözümlerinde bazı gerekçeler yer alsa da açıklama tam değildir. Öğrenci, çözüm yolunun bir kısmını sezgisel olarak doğru bulsa da bunu tam ifade edemeyebilir. Cai (2003)'nin bulgularında özellikle alt sınıflarda bazı öğrencilerin problemi çözdüğü halde, neden bu yolu seçtiklerini açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Burada öğrenci doğru ya da kısmen doğru çözüme ulaşır ancak açıklama yüzeyseldir. Gerekçeler tam değildir veya bazı adımlar belirsiz kalır.

Hatalı/Yanlış Açıklama: Bu tür açıklamalarda öğrenci, çözümünü yanlış gerekçelere dayandırır. Sonuç doğru olabilir; ancak verilen açıklama mantıksal açıdan hatalıdır. Bu durum, Cai'nin (2003) bulgularında da gözlenmiş, öğrencilerin kimi zaman doğru cevaba ulaştıkları halde yanlış gerekçeler sundukları rapor edilmiştir.

Öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde sundukları açıklamalar onların kavramsal öğrenmeleri hakkında öğretmenlere bilgiler verir. *İkna edici açıklamalar* matematiksel düşünmeyi derinleştirirken, *eksik ve hatalı/yanlış açıklamalar* öğrencilerin kavramsal eksikliklerine işaret etmektedir (Cai, 2003).

Hiç Açıklama Yok: Bu tür öğrenci cevapları yalnızca sonuç içerir ya da öğrenci soruyu cevapsız bırakır. Matematiksel gerekçelendirme ya da işlem basamakları sunulmaz.

Öğrencilerin matematik problemlerini çözerken yaptığı *tam ve ikna edici açıklamalar* soyutlama ve genelleme becerilerinin ve matematiksel düşünme süreçlerinin gelişmiş olduğunu, *eksik açıklamalar* kavramsal bağlantıların henüz tam kurulmadığını, *hatalı/ yanlış açıklamalar* kavram yanılgılarını, *hiç açıklama yapılmaması* ise öğrencinin düşünme sürecini ifade etmede zorlandığını ya da sorunun çözümüne ilgisiz kaldığını göstermektedir (Cai, 2003; Bingölbalı & Özmantar, 2009).

Öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde yaptıkları açıklamaları cebir problemleri özelinde incelemek değerli görülmüştür. Çünkü cebir öğretimi yalnızca sembolik işlemlerin uygulanmasını değil, bu işlemlerin ardındaki ilişkilerin anlaşılmasını da hedefler. Bu bağlamda öğrencilerin çözümlerini nasıl gerekçelendirdikleri büyük önem taşır. Matematiksel açıklamalar, bir öğrencinin cevaba ulaşırken izlediği düşünce yolunu ortaya koyar ve bu nedenle matematiksel

düşünme süreçlerinin özel olarak da cebirsel düşünme süreçlerinin değerlendirilmesinde temel bir ölçüt olarak kullanılır (Stylianides, 2007). Cebir öğretiminde öğrencilerin açıklama yapmaları teşvik edilmelidir. Çünkü açıklama, yalnızca işlemsel bilginin değil kavramsal bilginin de açığa çıkmasına olanak tanır (Kieran, 1992; Driscoll, 1999). İkna edici açıklamalar öğrencilerin kavramları derinlemesine anladığını ve matematiksel düşünme alışkanlıkları geliştirdiğini gösterirken; eksik ve hatalı açıklamalar öğretim sürecinde üzerinde durulması gereken noktaları işaret eder (Cai, 2003; Driscoll, 1999). Öğrencilerin matematiksel açıklamaları, cebir problemlerini çözme süreçlerinde onların soyutlama, genelleme ve kavramsal ilişkilendirme düzeylerini anlamak açısından kritik bir göstergedir. Bu nedenle cebir öğretiminde, öğrencilerin yalnızca doğru cevaba ulaşmış olmalarına değil, açıklamalarının niteliğine de odaklanmak; kavram yanlışlarının tespit edilmesi, giderilmesi ve matematiksel düşünmenin derinleştirilmesi için gerekli görülmektedir (Cai, 2003; Zembat, 2008; Bingölbalı & Özmantar, 2009).

Cai'nin (2003) ikna edici olma yönüyle kategorize ettiği çözüm açıklamalarının, Driscoll'un (1999) ortaya koyduğu ZCA bileşenleriyle ilişkişisini kurmak cebir öğretimi açısından önemlidir. *Tam ve ikna edici açıklamalar*, öğrencinin yalnızca cevabı vermekle kalmayıp süreci temellendirdiği, kuralları gerekçelendirdiği ve farklı temsillerle ilişkilendirdiği durumları yansıtır. Bu tür açıklamaları ZCA bileşenlerinden *Fonksiyonlardan Kural Oluşturma* ve *Hesaplamadan Soyutlama* yapma alışkanlıkları ile ilişkilendirmek mümkündür. Örneğin, bir örüntüyü fark eden öğrenci bunu genelleyip kural haline getirerek gerekçelendirdiğinde, hem kavramsal bilgisini açığa çıkarır hem de fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını sergiler (Driscoll, 1999; Sezer, 2019). Dolayısıyla ikna edici açıklama, öğrencinin kavramları derinlemesine anladığının bir göstergesidir. *Eksik açıklamalar*, öğrencinin çözüm sürecinde bazı adımları temellendirmemesi ya da yalnızca sonuca odaklanması durumunda ortaya çıkar. Bu durum çoğunlukla *Yapma-Tersini Yapma* alışkanlığında sürecin yalnızca "yapma" yönüne ağırlık verilmesi ve geriye dönük sorgulamaların göz ardı edilmesiyle ilişkilendirilebilir. Öğrenci işlemi doğru sonuca götürse bile, ters yönde düşünmediğinde ya da elde ettiği sonucu genelleştirmediğinde açıklamaları yüzeysel kalabilmektedir. *Hatalı/Yanlış açıklamalar* ise öğrencinin süreçte kavram yanlışına düştüğünü veya işlemleri hatalı soyutladığını gösterir. *Hesaplamadan soyutlamada* yapmada, hatalı bir kısa yol geliştirmek veya sembolik ifadeyi yanlış yorumlamak yanlış açıklamaların kaynağı olabilir (Zembat, 2008; Bingölbalı &

Özmantar, 2009). Öğrencilerin problemin çözümünde *hiç açıklama yapmadan* yalnızca cevabı paylaşımları, kavramsal düzeyde hangi alışkanlıkları kullanıp kullanmadıklarını görmeyi zorlaştırır. Ancak açıklama eksikliği çoğunlukla öğrencilerin soyutlama ya da genelleme süreçlerini işletmediklerinin işaretidir. Bu durum, öğretmenlerin Driscoll'un (1999) önerdiği türden sorularla öğrencileri açıklama yapmaya yönlendirmesini gerekli kılar (Cai, 2003; Driscoll, 1999).

Öğrencilerin cebir problemlerini çözerken sunduğu argüman ve açıklamalar öğretmenlerin matematiği nasıl kavradı ve öğrencilerine nasıl aktardıkları, başka bir deyişle ders içinde yaptıkları öğretimsel açıklamalar ile doğrudan ilişkilidir. Kinach (2002)'e göre öğretmen adaylarının anlam temelli ilişkisel açıklamaların geliştirilmesi için öğretmen yetiştirme sürecinde bu becerilere vurgu yapılması gerekmektedir. Kinach (2002) iyi bir öğretimsel açıklamanın yalnızca işlemin nasıl yapıldığını göstermekten ibaret olmadığını; aynı zamanda kavramın altında yatan anlamı açığa çıkarması ve öğrencilerin gerekçelendirme yapmalarına olanak tanınması gerektiğini vurgulamıştır (Kinach, 2002). Bu doğrultuda öğretmen ve öğrencilerin genellemelere ulaştığı, matematiksel gerekçeler sunabildiği ve ikna edici açıklamaların yapıldığı sınıf ortamlarının oluşturulması önerilmektedir (Dokur, 2013).

Bu bilgiler ışığında araştırmada benimsenen kavramsal çerçeve, matematik öğretiminden başlayarak cebirsel düşünmenin gelişimini ve bu sürecin öğrencilerin ikna edici matematiksel açıklamalarına yansımaları bütüncül bir yapı içinde ele almaktadır. Çalışmanın kavramsal çerçevesinin haritası Şekil 2.2'de sunulmuştur.



Şekil 2. 2 Çalışmanın Kavramsal Çerçeve Haritası

Çalışmanın kavramsal çerçeve haritasında, matematik öğretimi ve matematiksel düşünme genel çerçevesi içerisinde cebir ve cebirsel düşünme özel bir alt alan olarak ele alınmıştır. Cebirsel düşünmenin yapılandırılmasında Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) ve bu alışkanlıkların üç bileşeni temel bir kuramsal dayanak olarak benimsenmiş; cebirsel düşünmenin öğrencilerdeki görünür çıktısının ise ikna edici matematiksel açıklamalar olduğu kabul edilmiştir. Sürecin tamamında öğretmen, cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ve öğrencilerin matematiksel açıklama becerilerinin desteklenmesinde belirleyici bir rol üstlenmektedir.

2.8. Konu İle İlgili Ulusal Ve Uluslararası Araştırmalar Ve Genel Değerlendirme

Yapılan bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerine verilen *Ortaokul sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi* eğitiminin, ilgili öğretmenlerin öğrencilerinin özellikle ikna edici matematiksel açıklamaları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Mesleki gelişim eğitimin hazırlık ve uygulanması sürecinde hem cebirsel düşünme hem de zihnin cebirsel alışkanlıkların çatısı; analiz sürecinde de öğrencilerin matematiksel açıklamaları ve ikna edici gerekçelendirme çerçevesi kullanıldığından, bu kavramlara ilişkin alanda yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalar taranmıştır. Bu bölümde, alanda bu konular ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.8.1. Cebirsel Düşünme Üzerine Yapılan Araştırmalar

Literatür incelendiğinde Cebirsel düşünme üzerinde pek çok araştırmacının çalıştığı görülmektedir. Bu alt başlık kapsamında incelenen tezler, ortaokul ve ortaöğretim öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini inceleyen, öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerini karakterize eden, öğretim programlarının ya da belirli öğretim yaklaşımlarının cebirsel düşünme üzerindeki etkilerini araştıran araştırmalar öncelikli olarak dikkate alınmıştır. Bu ölçütler, hem araştırmanın amacına doğrudan katkı sunması hem de kavramsal çerçevenin tutarlı bir şekilde inşa edilmesini sağlamak amacıyla belirlenmiştir.

Dede ve Argün (2003) çalışmalarında, öğrencilerin cebiri öğrenmede karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerini incelemişlerdir. Araştırmada, öğrencilerin cebiri anlamada zorlanmalarının üç ana boyutta toplandığı belirtilmiştir: cebirin yapısına ilişkin zorluklar (sembolizmin soyutluğu, cebirin dilinin öğrenciler için anlamlı hale getirilememesi), öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazırbulunuşluk düzeyleri (özellikle eşitlik ve değişken kavramlarının yeterince anlaşılamaması), ve öğretimdeki

eksiklikler (geleneksel yöntemlere bağlı kalınması, işlemsel bilgiden yapısal kavrayışa geçişin sağlanamaması). Bulgular, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte “kültürel şok” yaşadıklarını, eşitlik ve değişken kavramlarındaki eksikliklerin cebirsel ifadeleri anlamalarını engellediğini ve öğretim süreçlerinde kullanılan geleneksel yöntemlerin öğrenmeyi yüzeysel bıraktığını ortaya koymuştur. Çalışmanın sonunda, cebir öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlayışını geliştirmek amacıyla elektronik tablolar yaklaşımı, fonksiyonel yaklaşım ve örüntü yaklaşımı gibi alternatif öğretim modelleri önerilmiştir.

Kieran (2004) çalışmasında, aritmetik düşünme ile cebirsel düşünme arasındaki farkları tartışarak erken sınıflarda cebirsel düşünmenin nasıl tanımlanabileceğini ele almıştır. Kieran, cebirsel düşünmeyi üç temel etkinlik üzerinden açıklamaktadır: ifade ve denklemler oluşturma, bunları dönüştürme ve eşdeğerlikleri koruma ve daha üst düzey meta-etkinlikler (ilişkileri analiz etme, genelleme, modelleme, gerekçelendirme). Bu üçlü model, cebirsel düşünmenin yalnızca sembollere indirgenemeyeceğini, ilişkiler, genellemeler ve problem çözme gibi daha geniş matematiksel süreçlerle bağlantılı olduğunu vurgulamaktadır. Kieran’a göre erken dönem cebirsel düşünme; nicel durumları analiz etme, yapı ve ilişkileri fark etme, değişimi inceleme, genelleme, modelleme, gerekçelendirme ve tahmin etme gibi etkinliklerde gelişen düşünme biçimidir. Bu süreçler başlangıçta sembollere bağlı olmaksızın yürütülse de, ilerleyen yıllarda sembolik cebir için bilişsel temel oluşturmaktadır.

Kaput (2008), *Algebra in the Early Grades* kitabındaki çalışmasında, cebirin ne olduğu ve cebirsel düşünmenin nasıl tanımlanabileceği sorularına yanıt aramış; erken yaşlarda cebir öğretiminin gerekçelerini ve olanaklarını tartışmıştır. Kaput, cebiri yalnızca sembolik işlemler olarak değil; genelleme, fonksiyonel ilişkiler kurma, yapıları fark etme ve modeller geliştirme süreçlerinin bütünü olarak tanımlamıştır. Bu çerçevede, erken sınıflarda cebirsel düşünmenin gelişimi için üç temel yaklaşımı öne çıkarmıştır. Bunlar: aritmetikten cebire geçişi destekleyen genellemeler, örüntü ve fonksiyon odaklı etkinlikler ve modelleme yoluyla cebirsel kavramların yapılandırılmasıdır. Bulgular ve tartışmalar, erken yaşta cebir öğretiminin öğrencilerin yalnızca sembolleri kullanma becerilerini değil; aynı zamanda analiz etme, gerekçelendirme ve farklı temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Kaput, cebirsel düşünmenin erken yaşlarda matematik öğretiminde yer bulmasının, ilerleyen yıllarda karşılaşılan öğrenme güçlüklerini azaltacağını ve

öğrencilerin daha esnek, üretken bir matematiksel düşünme geliştirmelerine katkı sağlayacağını vurgulamıştır.

Yenilmez ve Teke (2008) çalışmalarında, yenilenen ilköğretim matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırmada, Altun (2005) tarafından tanımlanan cebirsel düşünmenin dört düzeyini ölçmeye yönelik hazırlanan “Cebirsel Düşünmenin Gelişimi” testi uygulanmıştır. Bulgular, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde program sonrasında anlamlı bir gelişme olduğunu göstermiştir. Özellikle birinci, ikinci ve üçüncü düzeylerde öğrencilerin performanslarının belirgin şekilde arttığı, ancak dördüncü düzeyde (daha karmaşık cebirsel ifadeleri anlamlandırma) gelişmenin sınırlı kaldığı saptanmıştır. Ayrıca başarı düzeyi yüksek öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimlerinin daha fazla olduğu bulunmuş, cinsiyet ve matematik ilgisi değişkenlerine göre anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir. Araştırma sonucunda, yenilenen matematik programının öğrencilerin özellikle temel cebirsel düşünme düzeylerinde olumlu etkiler sağladığı; ancak daha üst düzey becerilerin gelişimi için ek etkinlikler ve uzun süreli öğretim süreçlerine ihtiyaç duyulduğu vurgulanmıştır.

Van den Kieboom, Magiera ve Moyer (2010) çalışmalarında, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kendi cebirsel düşünme becerileri ile ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerini fark etme ve yorumlama becerileri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Aramada, ABD’de büyük bir özel üniversitede öğrenim gören 18 öğretmen adayı bir dönem boyunca cebir temelli içerik dersleri almış, 130 cebirsel görev çözmüş, ayrıca ortaokul öğrencileriyle klinik mülakatlar yaparak onların çözümlerini analiz etmişlerdir. Bulgular, öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin özellikler arasında farklılık gösterdiğini; özellikle “kuralı gerekçelendirme” becerisinin en zayıf alan olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, adayların kendi cebirsel düşünme düzeyleri ile öğrencilerin düşüncelerini fark etme ve yorumlama başarıları arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Nitel analizler, yüksek cebirsel düşünme puanına sahip adayların öğrencilerin örüntü kurma ve kural geliştirme süreçlerini daha doğru ve derinlikli analiz edebildiklerini, düşük puanlıların ise çoğunlukla yalnızca öğrencilerin eylemlerini betimlemekle yetindiklerini göstermiştir. Araştırmacılar, öğretmen yetiştirme programlarında adaylara yalnızca cebirsel bilgi kazandırmanın değil; aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini tanıma ve yorumlama fırsatları sunan uygulamalara da ağırlık verilmesi gerektiğini önermişlerdir.

Şandır (2013) doktora tezinde, 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek amacıyla yapılandırmacı öğrenme ortamlarının etkisini incelemiştir. Uygulama sürecinde deney grubuna yapılandırmacı öğrenme ortamları tasarlanarak problem çözme, grup çalışmaları ve çoklu temsillere dayalı etkinlikler uygulanmış; kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Bulgular, deney grubundaki öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinde kontrol grubuna kıyasla anlamlı bir gelişim gösterdiğini ortaya koymuştur. Özellikle öğrencilerin örüntülerden genelleme yapma, sembolleri anlamlı kullanma ve ilişkileri analiz etme becerilerinde belirgin ilerlemeler kaydedilmiştir. Araştırmada, cebir öğretiminde yapılandırmacı temelli etkinliklerin öğrencilere daha derinlemesine öğrenme fırsatları sunduğu vurgulanmış ve öğretim programlarında bu tür etkinliklere daha fazla yer verilmesi önerilmiştir.

Akkan ve Baki (2016) çalışmasında, 5–8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçleri sembollerin kullanımı ve harflerin anlamı bağlamında incelenmiştir. Araştırmada, 285 ortaokul öğrencisine açık uçlu yazılı sınav uygulanmış, ayrıca 24 öğrenci ile klinik mülakatlar yürütülmüştür. Bulgular, öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça eşittir işaretinin ilişkisel anlamını kavramada ve harfleri değişken olarak yorumlamada olumlu gelişmeler gösterdiklerini; ancak sınıf düzeyleri arasındaki farkların oldukça sınırlı kaldığını ortaya koymuştur. Öğrencilerin çoğunun eşittir işaretini hâlen işlemsel olarak algıladığı, harfleri ise nesne veya etiket olarak yorumlama eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Araştırmacılar, aritmetikten cebire geçişte özellikle sembollerin ilişkisel anlamının ve harflerin değişken olarak kullanımının öğretimde daha güçlü şekilde vurgulanması gerektiğini önermiştir.

Yılmaz Tıgılı (2023) yaptığı çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünceleri hakkındaki bilgilerini incelemiştir. Bulgular, öğretmenlerin öğrencilerin cebir öğrenmeden önce sahip olması gereken önkoşul bilgiler konusunda sınırlı bilgiye sahip olduklarını göstermiştir. Öğretmenler, öğrencilerin sözel ifadelerden sembolik ifadelere geçiş ve denklem çözme performanslarını öngörebilmiş, fakat eşitlik kavramının ilişkisel anlaşılması, değişken kavramı ve fonksiyonel düşünme gerektiren görevlerde öğrencilerin performanslarını doğru tahmin edememişlerdir. Araştırmacı, öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini daha iyi tanıyabilmeleri için mesleki gelişim programlarının,

değişken, eşitlik ve fonksiyonel düşünme gibi kavramlara vurgu yapacak şekilde tasarlanmasını önermiştir.

Erdoğan (2023) doktora tezinde, ortaokul sonu itibarıyla öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine ait yetkinlik profillerini tanılamayı amaçlamıştır. Bu doğrultuda, Bilişsel Tanı Modelleri (BTM) çerçevesinde çok boyutlu, çoktan seçmeli tanı testleri geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Bulgular, cebirsel düşünmenin alt boyutları arasında hiyerarşik bir yapının bulunduğunu ortaya koymuştur (Nicel muhakeme → genelleştirilmiş aritmetik → fonksiyonel düşünme ilişkisi; ayrıca temsil → genelleme → gerekçelendirme sıralaması). Öğrencilerin çoğunun temel düzeylerde yetkinlik gösterdiği, ancak fonksiyonel düşünme ve gerekçelendirme gibi üst düzey becerilerde zorluk yaşadıkları görülmüştür. Araştırmacı, bu sonuçlara dayanarak öğretim programlarının öğrencilerin genelleme, fonksiyonel ilişkilendirme ve gerekçelendirme becerilerini geliştirecek etkinliklerle zenginleştirilmesini önermektedir.

2.8.2. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Üzerine Yapılan Araştırmalar

Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) çalışmalarında, matematik müfredatlarının yalnızca sonuçlara değil, matematikçilerin kullandıkları “zihinsel alışkanlıklara” (habits of mind) da odaklanması gerektiğini vurgulamışlardır. Çalışmada Yazarlar, matematiksel zihinsel alışkanlıkları üç kategoride incelemişlerdir: genel alışkanlıklar (örüntü arama, deneme-yanılma, açıklama yapma, tahmin ve görselleştirme gibi), matematiğe özgü yaklaşımlar (örneğin fonksiyonel düşünme, çoklu temsiller kullanma, tümevarım ve tümdengelim süreçlerini birlikte yürütme), ve alan-özel alışkanlıklar (geometrik ve cebirsel düşünme biçimleri). Özellikle cebirsel alışkanlıklar, hesaplamalardan soyutlama, kurallar inşa etme, algoritmik düşünme, sistemleri parçalara ayırma ve genellemeler oluşturma gibi süreçlerle tanımlanmıştır. Çalışmada, bu alışkanlıkların öğrencilere kazandırılmasının, onların matematiksel anlamda daha üretken, esnek ve yaratıcı olmalarını sağladığı; ayrıca matematiksel araştırma deneyimine yaklaşımlarına yardımcı olduğu ileri sürülmüştür.

Driscoll (1999) çalışmasında, 6. sınıftan 10. sınıfa kadar geçen süreçte öğrencilere cebiri öğretmenin ileri öğrenmeler için kritik bir öneme sahip olduğundan hareketle, Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) kavramını tanımlamıştır. Çalışmada ZCA'nın üç temel bileşeni olarak yapma–tersini yapma (doing–undoing), fonksiyonel kural oluşturma (building rules to represent functions) ve hesaplamadan soyutlama

(abstraction from computation) öne çıkarılmıştır. Driscoll, bu alışkanlıkların gelişimi için öğrencilerin işlemleri yalnızca uygulamaları değil, aynı zamanda tersini düşünmeleri, çoklu temsillerle kuralları yapılandırmaları ve hesaplamalardan soyutlamalar yapabilmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Ayrıca, öğretmenlerin süreci yönlendiren ders içi öğrenme sorularının bu alışkanlıkların kazandırılmasında kritik bir rol oynadığı belirtilmiştir. Çalışmada, söz konusu alışkanlıkların birbirinden bağımsız değil, iç içe geçmiş süreçler olduğu; özellikle yapma–tersini yapma alışkanlığının diğer alışkanlıkların gelişiminde sıkça ortaya çıktığı ifade edilmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin sınıf ortamlarında bu alışkanlıkları besleyecek görevler ve problemler sunmaları gerektiği, öğrencilerin kavramsal düşünme becerilerini destekleyecek etkinliklerle ZCA’nın geliştirilebileceği önerilmiştir.

Eroğlu ve Tanışlı (2017) araştırmalarında, zihnin cebirsel alışkanlıklarının (ZCA) sınıf ortamına nasıl entegre edilebileceğini incelemişlerdir. Yapılan ZCA çerçevesine göre betimsel analizler sonucunda öğrencilerin başlangıçta örüntü aramada ve çoklu temsil kullanımında zorlandıklarını; ancak süreç ilerledikçe tablo ve sembolik temsilleri kullanarak genellemelere ulaşabildiklerini gözlemlenmiştir. Öğrencilerin, sözel olarak ifade ettikleri ilişkisel düşüncelerini zamanla sembolik ifadelere dönüştürmeleri, kavramsal cebirin gelişimini desteklemiştir. Ayrıca, öğretmenin sorgulama sürecindeki yönlendirmelerinin öğrencilerin “yapma–tersini yapma”, “fonksiyonel kural oluşturma” ve “işlemlerden soyutlama” gibi ZCA bileşenlerini geliştirmede kritik rol oynadığı belirlenmiştir. Çalışmada, cebirsel alışkanlıkların kısa sürede kazandırılmayacağı, ancak uzun soluklu etkinlikler, çoklu temsiller ve sorgulama odaklı öğretimle öğrencilerin bu alışkanlıkları geliştirebileceği sonucuna ulaşılmış; ileride daha uzun süreli araştırmalara ihtiyaç olduğu önerilmiştir.

Ünveren-Bilgiç ve Argün (2018) çalışmalarında, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının problem çözme bağlamında Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarını (ZCA) nasıl kullandıklarını incelemişlerdir. Bulgular, öğretmen adaylarının çoğunlukla verilenleri ve istenenleri açıkça belirtmeden ezbere dayalı çözümler ürettiklerini; özellikle soyutlama ve kural oluşturma aşamalarında zorlandıklarını ortaya koymuştur. Görüşmeler, dördüncü sınıf adaylarının birinci sınıflara kıyasla öğrencilerin mevcut bilgilerini yapılandırmaya daha çok önem verdiklerini, birinci sınıf öğrencilerinin ise problemlerin sadece çözümüne odaklandıklarını göstermiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının eğitim süreçleri boyunca ZCA kullanımında gelişim kaydettikleri, ancak pedagojik bağlamda hâlâ eksiklikler bulunduğu

vurgulanmış; bu nedenle matematik öğretim bilgisi ile cebirsel alışkanlıklar arasındaki ilişkiyi ortaya koyacak daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğu önerilmiştir.

Sezer (2019) doktora tezinde, ortaokul öğrencilerinin zihinsel alışkanlıklarının (özellikle zihnin cebirsel alışkanlıkları ve zihnin geometrik alışkanlıkları) gelişimi boylamsal bir bakış açısıyla incelenmiştir. Araştırma, 2016–2018 yılları arasında bir ortaokulda öğrenim gören, biri pilot diğeri asıl uygulama grubu olmak üzere toplam 58 öğrenci ile yürütülmüştür. Tasarım araştırması modeline dayalı olan çalışmada, öğrencilerin mevcut ZCA ve ZGA düzeylerini belirlemek amacıyla “ZCA ve ZGA Belirleme Testleri” uygulanmış; ardından geliştirilen ders planları ve öğrenme ortamları öğrencilerle paylaşılmış ve süreç sonunda ikinci testlerle gelişim ölçülmüştür. Ayrıca, seçilen öğrencilerle gerçekleştirilen odak grup görüşmeleri video kayıtları üzerinden ayrıntılı içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Bulgular, üç yıl boyunca öğrencilerin zihinsel alışkanlıklarında belirgin gelişmeler yaşandığını göstermiştir. Özellikle ZCA kapsamında yapma–tersini yapma ve fonksiyonel kural oluşturma alışkanlıklarında ileri düzey gelişim görülmüş; hesaplama soyutlama alışkanlığında ise “kısa yollar geliştirme” ve “kısa yolları doğrulama” boyutlarında gelişme kaydedilmiştir.

Sezer ve Altun (2020) çalışmalarında, ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) düzeylerini geliştirmeyi amaçlamışlardır. Çalışmaya, bir devlet ortaokulunda öğrenim gören öğrenciler katılmış; süreçte araştırmacılar tarafından hazırlanan özel ders planları ve öğrenme ortamı kullanılmıştır. Veriler “ZCA Testi 1 ve 2” ile odak grup görüşmeleri aracılığıyla toplanmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin ZCA düzeylerinde anlamlı bir gelişim olduğunu göstermiş; özellikle yapma–tersini yapma ve fonksiyonel kural oluşturma alışkanlıklarında belirgin ilerleme kaydedildiği belirlenmiştir. Buna karşın, hesaplama soyutlama alışkanlığında sınırlı bir gelişme olduğu saptanmıştır. Araştırmada, kısa süreli etkinliklerin bu alışkanlıkların tamamını geliştirmede yeterli olmadığı, öğrencilerin farklı sınıf düzeylerinde uzun soluklu etkinliklerle desteklenmesi gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca, derslerde öğrencilerin ilgisini çekecek somut ve günlük yaşamdan problem durumlarına yer verilmesinin, özellikle soyutlama alışkanlığının gelişimine katkı sağlayacağı önerilmiştir.

Gürbüz (2021) doktora tezinde, ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçleri ayrıntılı olarak incelenmiştir. Araştırma süreci iki aşamada tasarlanmıştır: İlk aşamada tasarım tabanlı araştırma modeli kullanılarak öğrencilerin

“denge/denklem” ve “değişken” kavramlarını soyutlama süreçlerine odaklanılmış, ikinci aşamada ise durum çalışmasıyla elde edilen bulgular derinleştirilmiştir. Araştırmada, RBC+C soyutlama teorisi (Recognizing, Building-with, Constructing, Consolidation) ile tahmini öğrenme yörüngeleri (learning trajectories) çerçevesi birlikte kullanılmıştır. Bulgular, öğrencilerin başlangıçta cebirsel kavramları daha çok aritmetik temelli düşündüklerini; ancak süreç içerisinde aritmetik stratejilerden cebirsel stratejilere geçiş yaptıklarını ortaya koymuştur. Özellikle “denge” kavramının anlaşılmasıyla birlikte öğrencilerin cebirsel ifade oluşturma, eşitlik korunumunu kavrama ve fonksiyonel ilişkilere dayalı genellemeler yapma becerilerinde gelişmeler gözlenmiştir. Çalışmada ayrıca öğrencilerin soyutlama becerileri ile Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) arasında sıkı bir ilişki olduğu belirlenmiş; işlemlerden soyutlama, yapma–tersini yapma ve fonksiyonel kural oluşturma alışkanlıklarının soyutlama sürecini kolaylaştırıcı rol oynadığı görülmüştür. Sonuç bölümünde, etkili bir cebir öğretimi için öğrencilere uzun soluklu öğrenme yörüngeleri, çoklu temsil imkânları ve sorgulama odaklı etkinlikler sunulması önerilmiş; ayrıca öğretmenlere hizmet içi eğitimlerde soyutlama mekanizmasının nasıl destekleneceğine yönelik uygulamalara yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Özmuşul (2024) doktora tezinde, Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) çerçevesinde probleme dayalı cebir öğretiminin, öğretmen adaylarının cebir öğretim bilgilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve öğretim yeterlik inançlarına etkisini incelemiştir. Çalışma, 2021–2022 öğretim yılında bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 66 ilköğretim matematik öğretmeni (deney (n=31) ve kontrol (n=35)) adayıyla yürütülmüştür. Bulgular başlangıçta orta ve düşük düzeyde cebir öğretim bilgisine sahip olan adayların süreç sonunda yeterli düzeye ulaştığını ortaya koymuştur. Çalışmada, ZCA çerçevesinde probleme dayalı öğretimin öğretmen adaylarının ZCA düzeylerini geliştirmede, cebirsel düşünmelerini derinleştirmede ve pedagojik alan bilgilerini zenginleştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öneriler arasında, öğretmen yetiştirme programlarında ZCA’ya dayalı etkinliklerin sistematik olarak ders içeriklerine entegre edilmesi, öğretmen adaylarının hem kavramsal bilgi hem de pedagojik içerik bilgisi bağlamında desteklenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

2.8.3. Matematiksel Açıklamalar ve İkna Edici Gerekçelendirme Üzerine Yapılan Araştırmalar

Cai'nin (2003) çalışması, Singapur'daki öğrencilerin problem çözme ve problem kurma süreçlerindeki matematiksel düşüncelerini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmaya toplam 472 öğrenci katılmış ve bu öğrenciler farklı başarı düzeylerini temsil eden dört ilkokuldan seçilmiştir. Araştırmada öğrencilerin çözüm stratejileri, matematiksel gerekçelendirmeleri, kullandıkları temsil biçimleri ve problem kurma becerileri olacak şekilde dört farklı görev üzerinden değerlendirilmiştir. Matematiksel gerekçelendirmeler tam ve ikna edici açıklama, eksik açıklama, hatalı/yanlış açıklama ve hiç açıklama yok biçiminde ele alınmıştır. Öğrencilerin gerekçelendirme düzeyleri incelendiğinde, büyük bir kısmının tam ve ikna edici açıklamalar sunabilmiştir.

Chick (2003) tarafından yürütülen çalışmada, Avustralya'da eğitim görmekte olan sınıf ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının iki temel matematiksel kavrama ilişkin açıklamaları incelenmiştir. Katılımcılara yazılı olarak iki soru yöneltilmiştir: Birincisi: bir tam sayıyı 10 ile çarparken “sona sıfır ekleme” işleminin gerekçelendirilmesidir. İkinci soru: $\frac{3}{8}$ kesri ile %37,5 arasındaki eşitliğin nasıl açıklanabileceği sorusudur. Çalışmanın bulgularında, yalnızca az sayıda katılımcı ikna edici açıklama sunabildiği görülmüştür. Çalışmada, öğretmen adaylarının hem işlemsel bilgiye hem de kavramsal temsillere dayalı çoklu açıklamalar geliştirebilmesi için eğitim programlarında temel matematiksel kavramların pedagojik açıdan nasıl açıklanacağına odaklanan deneyimlere daha fazla yer verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) yaptıkları çalışmada, ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve ikna edici açıklama yapma süreçleri incelemişlerdir. Çalışmada farklı başarı düzeylerinden seçilen öğrencilere açık uçlu matematiksel problemler yöneltilmiş ve verdikleri yanıtlar gerekçelendirme düzeyleri bakımından analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin önemli bir kısmının yalnızca sonuca odaklandığını ve çözüm süreçlerine ilişkin ikna edici açıklamalar sunmakta yetersiz kaldığını göstermiştir. Alt sınıf düzeylerindeki öğrencilerin açıklamalarının daha yüzeysel ve eksik olduğu, üst sınıflarda ise kısmen daha güçlü gerekçeler oluşturulabildiği belirlenmiştir. Araştırmada, öğrencilerin ikna edici açıklamalar yapabilmesi için sınıf ortamlarında matematiksel akıl yürütmeye dayalı tartışmalara

ağırlık verilmesi gerektiği; öğretmenlerin öğrencileri yalnızca doğru cevaba ulaşmaya değil, çözüm süreçlerini gerekçelendirmeye yönlendirmeleri gerektiği önerilmiştir.

Toluk Uçar (2011) tarafından yürütülen araştırmada, sınıf ve ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel durumlara yönelik öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Katılımcılara kesirler, sıfırın tek/çiftliği, çemberin çevre formülü, iki negatif sayının çarpımı ve sıfır faktöriyel değeri gibi konulara ilişkin sorular yöneltilmiş; yanıtları Kinach'ın anlama düzeyleri çerçevesinde analiz edilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının açıklamalarının çoğunlukla işlemsel düzeyde kaldığını (%69) ve yalnızca küçük bir kısmının (%5) yeterli ve ikna edici açıklama içerdiğini göstermiştir. Özellikle sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerle işlemleri açıklamada yetersiz kaldığı, matematik öğretmeni adaylarının ise kısmen daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının matematiği işlemsel düzeyde öğrenmiş olmalarının açıklamalarının niteliğini olumsuz etkilediği vurgulanmış; öğretmen yetiştirme programlarının adaylara kavramsal düzeyde açıklamalar geliştirmeye, gerekçelendirmeler yapmaya ve derin matematiksel anlamaya yönelik deneyimler kazandırması gerektiği önerilmiştir.

Dokur (2013) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, somut materyal (SM) ve Geometer's Sketchpad (GSP) destekli eğitimlerin matematik öğretmenliği öğrencilerinin başarılarına ve çözümlerini açıklamalarına etkisi incelenmiştir. Araştırmaya 139 birinci sınıf ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencisi katılmış ve uygulama süreci on hafta sürmüştür. Bulgular, öğrencilerin eğitim öncesinde açıklama yapma ve gerekçe sunmada zorlandıklarını, ancak eğitim sonrasında tam ve ikna edici açıklamalarında belirgin bir artış olduğunu ortaya koymuştur. Nicel analizler, SM ve GSP grupları arasında anlamlı bir farklılık bulunmadığını, fakat her iki yöntemin de öğrencilerin genelleme yapma, gerekçelendirme ve ikna edici matematiksel ifadeler geliştirme becerilerine katkı sağladığını göstermiştir.

Aktaş ve Yavuz Mumcu (2024) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, matematik öğretmenleri ile öğretmen adaylarının kesirlerle bölme öğretiminde yaptıkları öğretimsel açıklamalar ve kullandıkları matematiksel modeller incelenmiştir. Bulgular, açıklamaların çoğunlukla doğru ve anlaşılır olmakla birlikte her zaman bütün yönleriyle yeterli olmadığını göstermiştir. Özellikle öğretmen adaylarının açıklamalarında epistemik boyutun zayıf kaldığı, öğretmenlerin ise deneyimlerine bağlı olarak öğrencilerin anlamasını kolaylaştıracak stratejilere başvurdukları belirlenmiştir. Araştırmada, öğretmen yetiştirme programlarında

öğretimsel gerekçelendirmeyi güçlendirecek uygulamalara yer verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Literatürde öğrenci açıklamalarını inceleyen çalışmalar bulunsa da, ortaokul matematik öğretmenlerine yönelik bir mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının öğrenci açıklamaları üzerindeki etkisini deneysel biçimde ele alan araştırmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Çalışma, bu boşluğu doldurarak öğretmenlerin aldığı eğitimin öğrencilerin cebir özelinde cebirsel düşünmelerine ve matematiksel akıl yürütmelerine nasıl yansıdığını ortaya koymayı hedeflemektedir. Bu çalışmada matematiksel açıklamalar, öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmalarının ötesinde, çözüm süreçlerini gerekçelendirme, ikna edebilme ve mantıksal tutarlılık sergileme biçimleri olarak ele alınacaktır. Öğretmenlere yönelik geliştirilen eğitim programının etkililiğinin öğrenci çıktıları üzerinden test edilmesi, bulguların yalnızca teorik değil, uygulamaya dönük bir değer de taşımasını sağlamaktadır. Dolayısıyla bu tez, cebirsel düşünmenin geliştirilmesi konusunda öğretmen eğitime odaklanarak, ileride hazırlanacak öğretmen yetiştirme ve hizmet içi eğitim programlarına katkı sağlayacak çıktılar sunmayı hedeflemektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Çalışmanın bu bölümünde araştırma modeli, çalışmanın arka planı, çalışma grubu, kullanılan veri toplama aracı, veri toplama süreci ve elde edilen verilerin analiz süreci hakkında bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bilimsel araştırmalarda kullanılan yöntemler, araştırmanın amacına, doğasına ve incelenen grubun özelliklerine göre değişiklik gösterebilmektedir. Genel olarak nitel ve nicel olmak üzere iki temel yaklaşım bulunmaktadır. Bu yöntemler veri toplama biçimi, analiz süreci, örneklem seçimi ve araştırmacının rolü açısından farklılaşmaktadır. Ancak bazı durumlarda araştırma probleminin kapsamlı bir biçimde ele alınabilmesi için bu iki yöntemin bir arada kullanılması gerekebilmektedir. Bu noktada, üçüncü bir paradigma olarak kabul edilen karma araştırma yöntemi kullanılabilir. Karma araştırma, tek bir çalışmada nitel ve nicel verilerin birlikte toplanmasını, analiz edilmesini ve yorumlanmasını içermekte; böylece iki yaklaşım arasında bir köprü kurarak araştırma sonuçlarının daha bütüncül ve derinlemesine değerlendirilmesine imkân tanımaktadır (Büyüköztürk vd., 2008; Onwuegbuzie & Leech, 2004). Bu çalışmada *Ortaokul sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi*'ni alan ve almayan öğretmenlerin öğrencilerine Cebir Bilgi Testi (CBT) uygulanmış; öğrencilerin açık uçlu cebir sorularına verdikleri açıklamalar analiz edilmiştir. Araştırma sürecinde, ön test ve son testlerden elde edilen veriler öncelikle nicel olarak değerlendirilmiş, ardından öğrencilerin açıklamalarının niteliği incelenmiştir. Araştırmanın nicel boyutunda öğrencilerin CBT puanları karşılaştırılırken; nitel boyutta, öğrencilerin her bir sorunun çözümünde sundukları açıklamalar ikna edici matematiksel argüman oluşturma açısından değerlendirilmiştir.

Nicel veriler, ön test ve son test sonuçlarındaki başarı düzeyleri ile bu farkın anlamlı olup olmadığını ortaya koyarken; nitel veriler, öğrencilerin çözümlerinde kullandıkları matematiksel açıklamaların niteliğine ilişkin bulgular sağlamaktadır. Bu yöntemle, hem etkiyi ölçebilmek hem de bu etkinin nasıl ortaya çıktığını derinlemesine anlamlandırabilmek amaçlanmıştır (Creswell & Plano Clark, 2011).

Deneysel araştırmalar, araştırmacıya bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkenler üzerindeki etkilerini inceleme olanağı sunar. Bu süreçte örneklemin seçimi, kullanılacak materyaller, uygulama süreci ve araştırmanın kapsamı araştırmacı tarafından belirlenebilmektedir (Karasar, 1999). Ancak uygulamanın doğasına bağlı olarak katılımcıların gruplara rastgele atanması her zaman mümkün olmayabilir. Özellikle eğitim araştırmalarında mevcut sınıfların korunması gerektiğinde rastgele atama yapılamamakta ve araştırmacılar hazır gruplar üzerinde çalışmak durumunda kalmaktadır. Böyle durumlarda, deneysel yöntemin sınırlılıklarını aşmak amacıyla ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen tercih edilmektedir.

Yarı deneysel desen, deneysel kontrolün tam olarak sağlanamadığı koşullarda kullanılmakta; buna rağmen bağımsız değişkenin etkilerini inceleme imkânı vererek araştırmacılara uygulamaya dönük değerli veriler sunmaktadır. Bu tür desenlerde genellikle mevcut sınıflar ya da gruplar üzerinde çalışılır ve araştırmacı, müdahalenin etkisini ön test-son test sonuçlarını karşılaştırarak inceler (Büyüköztürk vd., 2008). Bu araştırmada, eğitime katılan ve katılmayan öğretmenler ile CBT'nin uygulanacağı öğrenciler rastgele seçilmemiş, öğretmenlerin var olan sınıfları kullanılmıştır. Yarı deneysel desene uygun olarak; eğitime katılmayan öğretmenlerin öğrencileri kontrol grubu, eğitime katılan öğretmenlerin öğrencileri ise deney grubu olarak belirlenmiştir. Araştırmanın bağımsız değişkeni, öğretmenleri ortaokul sınıflarında bir Mesleki Gelişim Programı kapsamında yürütülen *Ortaokul sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi*'ne katılım durumudur. Bağımlı değişken ise söz konusu öğretmenlerin öğrencilerinin cebir bilgi testindeki cebirsel düşünmenin göstergesi kabul edilen açık uçlu soruların çözümünde sundukları matematiksel açıklama düzeyleridir. Öğrencilerin ön test ve son test sonuçları çözümlerinde kullandıkları açıklamalar ikna edici matematiksel dil kullanımı açısından değerlendirilmiş ve Cai'nin (2003) ortaya koyduğu kategorilere göre analiz edilmiştir.

3.2. Çalışmanın Arka Planı

Bu çalışma, “*Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi*” başlıklı ve 223K317 numaralı, TÜBİTAK 1001 Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı kapsamında yürütülmüştür. Bu projenin temel amacı, cebirsel düşünme alışkanlıklarının kazandırılmasına dayalı bir mesleki gelişim programı aracılığıyla ortaokul matematik sınıflarında öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesidir. Bu kapsamda yürütülen eğitimlerin, katılımcı öğretmenlerin cebir öğretim bilgisi, cebirsel düşünceleri ve ikna edici matematiksel açıklama yapma becerilerindeki gelişimlerin yanı sıra sınıf içi uygulamalarının öğrencilerin cebir bilgi düzeyleri ve cebirsel düşünme biçimleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Böylelikle, cebirsel düşünmenin gelişimini destekleyen bir sınıf kültürünün oluşturulması hedeflenmiştir.

Araştırma kapsamında verilen eğitimin katılımcıları, 2024-2025 eğitim-öğretim yılında Gaziantep il merkezinde yer alan devlet okullarında görev yapan ve eğitimlere katılmaya gönüllü olan ortaokul matematik öğretmenlerinden seçilmiştir. Öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programı 10 haftadan oluşmaktadır. Programın ilk haftası ön test uygulamalarına, son haftası ise son test uygulamalarına yönelik planlanmıştır. 8 hafta süren eğitim akışı ise haftada 3 saatlik oturumlar halinde gerçekleştirilmiştir. Proje kapsamında hazırlanan etkinlikler aracılığıyla öğretmenlerin; öğrencilerde cebirsel düşünmenin geliştirilmesi, ZCA bileşenlerinin öğretime entegrasyonu ve öğrencilerin ikna edici matematiksel açıklamalarını güçlendirmeye yönelik farkındalık kazanmaları amaçlanmıştır. Eğitimler, matematik eğitimi alanında uzman bir profesör tarafından Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesi bünyesinde yürütülmüştür. Araştırmacı, eğitimin başlangıcından tamamlanmasına kadar süreci yakından takip etmiş ve öğretim ortamlarına ilişkin gözlemlerini kayıt altına almıştır.

Proje kapsamında elde edilen verilerin bir bölümü bu araştırmanın inceleme konusunu oluşturmaktadır. Çalışmanın odak noktası, projenin planlanan çıktılarından hareketle, projeye katılan ortaokul matematik öğretmenlerine yönelik “*Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi*”nin, öğretmenlerin öğrencilerinin cebir problemlerini çözerken ortaya koydukları ikna edici matematiksel açıklamalar üzerindeki etkisini incelemektir.

Bu araştırmaya 20 öğretmen ve 412 öğrenci dâhil edilmiştir. Öğretmenlerin 10 tanesi eğitimlere katılmış ve tamamlamış deney grubu öğretmenleri, 10 tanesi ise herhangi söz konusu eğitime katılmayan kontrol grubu öğretmenleridir. Öğrenciler ise deney grubu öğretmenlerinin 208 öğrencisi ile kontrol grubu öğretmenlerinin 204 öğrencisinden oluşmaktadır. Süreçte kontrol grubunda yer alan öğretmenlere yönelik herhangi bir müdahalede bulunulmamış, öğretmenler kendi mevcut öğretim uygulamalarına devam etmişlerdir.

Öğrencilere CBT ön testi 7. Sınıf cebir konularını işlemeden önce, son testi ise cebir konularını işledikten sonra uygulanmıştır. İki uygulama arasında kontrol grubu öğretmenlerine herhangi bir eğitim uygulanmamış, deney grubu öğretmenleri ise *Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi* verilmiştir. Araştırmanın tüm süreçleri için gerekli resmi izinler alınmış ve ekler kısmında sunulmuştur (EK 1 ve EK 2).

Eğitimlerin genel çerçevesi ve ölçme aracı olan Cebir Bilgi Testi (CBT), literatürde yer alan ilgili kaynaklardan (Driscoll'un *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6–10* (1999) adlı eseri ve Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan ortaokul matematik ders kitapları) yararlanılarak proje yürütücüleri tarafından geliştirilmiştir. Hazırlanan ders içerikleri, öğretmenlerin daha üst düzeyde cebirsel düşüncelerini, akıl yürütmelerini, ikna edici matematiksel bir dil kullanabilmelerini, genellemeler yapabilmelerini ve çözümlerine gerekçeler sunabilmelerini destekleyecek şekilde yapılandırılmıştır. Ayrıca, bu süreçte öğretmenlerin öğrencilerde söz konusu becerileri geliştirmeye yönelik ders içerikleri ve etkinlikler tasarımları hedeflenmiştir. CBT, 7. sınıf düzeyine uygun olarak hazırlanmış ve hem kontrol grubundaki hem de deney grubundaki öğretmenler tarafından ön test ve son test şeklinde uygulanarak araştırmacıya teslim edilmiştir. Araştırmacı, bu testlerden elde edilen veriler doğrultusunda çalışmanın genel çerçevesini oluşturmuştur.

Eğitimlerde araştırmacı eğitimleri daha çok gözlemci olarak takip etmiş, zaman zaman sınıf tartışmalarına katılmış ve etkinlikleri kendisi de gerçekleştirmiştir. Tablo 3.1'de "*Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin*" 8 haftalık öğretim akışını göstermektedir.

Tablo 3. 1 Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin Haftalık Öğretim Akışı

Hafta	Konu	Kazanım
1. Hafta	Kavramsal olarak cebir ve tarihsel gelişimi	– Kavramsal olarak cebir ve cebirin temel kavramlarını tanımlar. – Cebirin aritmetik ile ilişkisini açıklar. – Cebirin tarihsel gelişimini ve farklı tanımlarını yorumlar. – Cebirin öğretim programındaki yeri ve ağırlığını belirler.
2. Hafta	Cebirsel düşünme ve ilgili teorik çerçeveler	– Cebirsel düşünme ve gelişim aşamalarını açıklar. – ZCA'nın boyut ve bileşenlerini, cebir öğrenimindeki önemini ve süreçte karşılaşılabileceği zorlukları bilir. – Sınıf içi uygulamalarda cebirsel düşünme gelişimini destekleyici rehberlik soruları geliştirir.
3. Hafta	Algoritmik düşünceden cebire geçiş	– Algoritmik ve cebirsel düşünme arasındaki farkları bilir. – Algoritmik düşünceden cebirsel düşünmeye yumuşak geçiş stratejileri geliştirir ve uygular. – Öğrenci çözümleri üzerinden cebirsel düşünme süreçlerini analiz eder.
4. Hafta	Temel sayı teorisini kullanarak cebirsel düşünmeyi ortaya çıkarma	– Sayı hissi ve sayı teorisi ile cebirsel düşünme ilişkisini açıklar. – Sayı hissinden cebire geçişi sağlayan öğretim uygulamaları tasarlar ve öğrencilerde uygulamaya yönelik örnekler geliştirir.
5. Hafta	Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme	– Genellemenin cebirsel düşünmedeki rolünü kavrar. – Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeler yapar ve gerekçelendirir. – Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeler yapmanın zorluklarını bilir. – Gerekçelendirmelerin (İkna edici açıklamalar) özelliklerini bilir. – Genellemelerin gerekçelendirilmesinde ikna edici açıklamalar geliştirir. – Öğretimsel süreçte ikna edici argümanları destekleme yollarını bilir.
6. Hafta	İşlemler ve Yapılara dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme	– Cebirin işlem ve yapılarak dair genelleme kapasitesini geliştiren bilişsel talepleri de kapsadığını bilir. – İşlem ve yapılar dair genelleme yaklaşımları geliştirir. – Öğrencilerin işlem ve yapılar dair genelleme yaparken karşılaşılabileceği zorlukları bilir. – Öğrencilerin işlem ve yapılar dair genelleme yapma becerilerini geliştirecek öğretim yaklaşımlarını kullanır.
7. Hafta	Cebirsel düşünmede sembol hissini ortaya çıkarma	– Sembolik harf kullanımının cebirsel düşünmedeki önemini kavrar. – Sembol kullanma alışkanlığı kazandırmada yaşanan zorlukları analiz eder. – Öğrencilerin sembollerini anlamlandırma ve kullanma sürecine yönelik stratejiler geliştirir.
8. Hafta	Cebirsel düşünmenin gelişiminde çoklu temsiller arasında bağıntı kurma	– Çoklu temsiller arasında bağlantı kurmanın cebirsel düşünmedeki önemini kavrar. – Çoklu temsiller arası geçişin matematiksel kavramların derinlemesine anlaşılmasına katkısını fark eder. – Öğrencilerin temsilleri yorumlama ve bağlama ilişkilendirme sürecindeki zorlukları yorumlar. – Teknoloji destekli ortamları çoklu temsiller oluşturmak için kullanır.

Tablo 3. 1 haftalık yapılan eğitimlerin özet akışını göstermekte olup eğitim uygulamalarının daha detaylı bir sunumu EK 3’de verilmiştir. Eğitimlerin sonunda tüm katılımcıların cebir öğretim bilgisi, cebirsel düşünme alışkanlıkları, ikna edici açıklamalar yapabilmelerini geliştirmelerinin yanı sıra sınıf içi uygulamalarında cebirsel düşünmenin gelişimini destekleyen bir sınıf kültürünün oluşturabilmeleri amaçlanmıştır.

3.3. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, Gaziantep ilinin Şehitkâmil ve Şahinbey ilçelerinde görev yapan 10’u proje kapsamında eğitimlere katılan (deney grubu) 10’u ise eğitimlere katılmayan (kontrol grubu) olmak üzere toplam 20 öğretmenin dersine girdiği birer 7.sınıf şubesi olan toplam 412 öğrenci oluşturmaktadır. Deney grubunda yer alan 10 öğretmenin toplam 208 öğrencisi (105 kız, 103 erkek); kontrol grubunda yer alan 10 öğretmenin ise toplam 204 öğrencisi (103 kız, 101 erkek) bulunmaktadır. Çalışmada katılımcılar uygun örnekleme yöntemiyle seçilmiş; bu kapsamda öğretmenlerin görev yaptığı okullardaki mevcut sınıflar araştırmaya dâhil edilmiştir. Çalışma grubunun 7. sınıf düzeyinden seçilmesinde gerekçeleri; cebir kazanımlarının bu sınıf düzeyinde yoğun olarak işlenmesi, bu düzeydeki kazanımların cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye elverişli olması ve uygulanan Cebir Bilgi Testi’nin (CBT) 7. sınıf öğrencilerine uygunluk göstermesidir.

Kontrol ve deney grubundaki her bir öğretmenin öğrenci sayılarına ilişkin bilgiler Tablo 3. 2’de sunulmuştur. Araştırmada yer alan öğretmenler, gizlilik esasına bağlı olarak araştırmacı tarafından Ö1, Ö2, ... , Ö10 şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 3. 2 Çalışmaya Katılan Öğrenci Sayısı

Öğretmen	Deney Grubu			Kontrol Grubu		
	Öğrenci		Toplam	Öğrenci		Toplam
	Kız	Erkek		Kız	Erkek	
Ö1	9	8	17	12	8	20
Ö2	11	14	25	10	10	20
Ö3	9	8	17	14	16	30
Ö4	12	12	24	13	8	21
Ö5	11	11	22	13	16	28
Ö6	13	6	19	11	12	23
Ö7	7	15	22	7	8	15
Ö8	12	11	23	8	5	13
Ö9	12	10	22	9	8	17
Ö10	9	8	17	7	10	17
Toplam	105	103	208	103	101	204

Hem deney grubunda eğitime katılan öğretmenlerin hem de kontrol grubunda yer alan öğretmenlerin seçiminde gönüllülük esas alınmıştır. Benzer şekilde, CBT'nin uygulanacağı öğrencilerin belirlenmesinde de katılımcıların gönüllü olmaları temel ölçüt olarak dikkate alınmıştır.

3.4. Veri Toplama Aracı

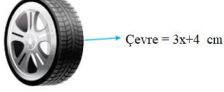
Araştırmanın verileri, 2024–2025 eğitim-öğretim yılında Gaziantep ilinin Şehitkâmil ve Şahinbey ilçelerinde öğrenim görmekte olan 7. sınıf öğrencilerinden elde edilmiştir. Deney ve kontrol grubunda yer alan öğretmenlerin öğrencilerine yönelik olarak, öğretmen eğitimlerinin öncesinde ve sonrasında cebir problemlerine ilişkin sundukları açıklamalardaki değişimi incelemek amacıyla Cebir Bilgi Testi (CBT) uygulanmış ve veriler bu yolla toplanmıştır.

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan CBT, öğrencilerin cebirsel düşünme alışkanlıklarını kullanmalarını, akıl yürütmelerini geliştirmelerini, gerekçeler sunmalarını ve açıklamalar yapmalarını gerektiren 6 sorudan oluşmakta, bazı sorular alt maddelere ayrılmaktadır. CBT'nin soruları, mesleki gelişim programını yürüten uzman araştırmacı tarafından, literatürdeki ilgili kaynaklardan (Driscoll'un (1999) *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6–10* adlı çalışması, MEB ortaokul matematik ders kitapları) yararlanılarak MEB 7. Sınıf kazanımlarına uygun olacak şekilde geliştirilmiştir. 1-4 numaralı sorular MEB ortaokul matematik ders kitaplarından, 5-6 numaralı sorular Driscoll'un (1999) ilgili kitabından faydalanılarak hazırlanmıştır. Ayrıca araştırmacı, okuyucu kolaylığını sağlamak amacıyla her bir soruya isim vermiştir. CBT içerisindeki her bir sorunun 7. Sınıf MEB kazanımlarından hangisi ile ilişkili olduğu ve hangi ZCA alt bileşenleriyle ilişkilendirildiği Tablo 3. 3'te verilmiştir. CBT'nin tam metni EK 4'de bölümünde sunulmaktadır.

Tablo 3. 3 CBT Sorularının İlişkili Olduğu Kazanımlar ve ZCA Bileşenleri

Sorular	İlişkili Olduğu 7. Sınıf MEB Kazanımı	İlişkili Olduğu ZCA ve Alt Bileşeni
1. Çevre Problemi: Kısa kenar uzunluğu x birim, uzun kenar uzunluğu y birim olan bir dikdörtgen ile bir kenar uzunluğu x birim olan bir kare verilmiştir. Verilen bu dikdörtgenin çevre uzunluğu, karenin çevre uzunluğundan kaç birim fazladır?	M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar	Fonksiyonel Kural oluşturma alışkanlığı (Bilgileri düzenleme) Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı (Eşdeğer ifadeler kullanma, Sembolik ifadeler)

Tablo 3. 3 (Devamı)

2. Tekerlek Problemi: Şekilde verilen lastiğin çevre uzunluğu $3x+4$ cm dir.	M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarp.	Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı (Eşdeğer ifadeler kullanma)
 Bu lastik kendi çevresi etrafında 12 tur döndüğünde aldığı yolun uzunluğunu gösteren cebirsel ifade hangisidir? Çözümünüzü yazınız. A) $12x+48$ B) $36x+24$ C) $24x+36$ D) $36x+48$	M.7.2.2.1.Eşitliğin korunumu ilkesini anlar	Fonksiyonel Kural oluşturma alışkanlığı (Farklı temsiller kullanma)
3. Terazî Problemi: Aşağıda dengede olan iki terazi verilmiştir. Terazilerdeki daire, üçgen ve dörtgen şeklindeki cisimler kendi aralarında özdeşdir.  Buna göre <i>daire</i> şeklindeki cismin ağırlığının <i>üçgen</i> şeklindeki cismin ağırlığına oranı kaçtır?	M.7.2.2.2. Verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. M.7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı (Hesaplamada kısa yolları kullanma, Kısa yolları gerektelendirme)
4. Yüzde Problemi: Yedi milyonun %5'i, beş milyonun yüzde kaçına eşittir? Bu soruyu orantı kurarak çözmek yerine daha kısa yoldan çözebilmek için bir yol bulabilir misiniz? Bu kısa yolunuzun doğruluğunun gerekçesini yazınız. 5. Ardışık Sayıların Toplamı Problemi: Aşağıda ardışık üç sayının toplamlarına dair örnekler verilmiştir: $1+2+3=6$ $12+13+15=40$ $101+102+103=306$ Verilen bu örnek işlemleri dikkatlice inceleyiniz. Bu örneklerden yola çıkarak aşağıda verilen soruları cevaplayınız. a) Farklı sayılar deneyerek siz de üç ardışık sayıyı toplayınız. Bulduğunuz sonuçlar ile toplanan ardışık sayılar arasında bir ilişki var mı, yorumlayınız. b) $499+500+501=?$ İşleminin sonucunu elde etmek için kısa bir yol bulunuz. c) Bulduğunuz kısa yol yardımıyla, üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bir kural geliştiriniz. Bu kuralınızı detaylıca açıklayınız. d) Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. e) Neden bu kuralın doğru olduğunu açıklayınız. f) 296 sayısı üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabilir mi? Neden? Açıklayınız.	M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur. Driscoll'un (1999) <i>Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6–10</i> adlı kitanbındaki <i>Sums of Consecutive Numbers</i> (Ardışık Sayıların Toplamı) etkinliğinden uyarlanmıştır (Sayfa 37).	Fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığı (Bilgileri düzenleme, Çözümü öngörme, Farklı temsiller kullanma, Kuralı tanımlama, Kuralı gerektelendirme) Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı (Hesaplamada kısa yolları kullanma, Örneklerin ötesinde genelleme, Farklı temsiller kullanma, Kısa yolları gerektelendirme) Yapma - tersini yapma alışkanlığı (Girdiden çıktıyı bulma, Çıktıdan girdiyi bulma, Hesaplamalarda geriye doğru çalışma)

Tablo 3. 3 (Devamı)

6. Örüntü Kareleri Problemi: Aşağıda içi taralı karelerden kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk 3 adımı verilmiştir.	M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.	Fonksiyonel Kural oluşturma alışkanlığı
 1. adım 2. adım 3. adım 4. adım	Günlük hayat durumlarında veya şekil örüntülerindeki ilişkileri örüntüye dönüştürerek kuralı bulmaya yönelik çalışmalara da yer verilir. Driscoll'un (1999) <i>Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6–10</i> adlı kitanbındaki Toothpick Squares (Kürdan Kareleri) etkinliğinden esinlenerek hazırlanmıştır (Sayfa 9).	(Bilgileri düzenleme, Değişimi tanımlama, Çözümü öngörme, Farklı temsiller kullanma, Kuralı gerekçelendirme)
a) Dördüncü adımdaki şeklin kaç tane taralı kareden oluşacağını bulunuz? Çözümünüzü detaylı olarak yazınız.	Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı	Hesaplamadan soyutlama alışkanlığı
b) Adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkiyi verilen görsel dışında farklı bir şekilde nasıl ifade edilebilir?	(Eşdeğer ifadeler kullanma)	(Eşdeğer ifadeler kullanma)
c) Herhangi bir adımda kullanılacak taralı karelerin sayısını bulmanızı sağlayacak kuralı yazınız.		
d) Bu kuralın neden doğru olduğunu açıklayınız.		

CBT'nin uygulanabilirliğini ve anlaşılabilirliğini değerlendirmek amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Pilot uygulama, 30 yedinci sınıf öğrencisi (17 kız, 13 erkek) ile bir ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada temel amaç, soruların öğrenciler tarafından açık ve anlaşılır bulunup bulunmadığını, ayrıca öğrencilerin çözümlerinde gerekçeler sunmalarını teşvik etmede yeterli olup olmadığını test etmektir. Uygulama sürecinde öğrencilere, açık uçlu sorularda anlamadıkları noktaları belirtmeleri ve çözümlerinde matematiksel açıklama ve gerekçelere yer vermeleri yönünde yönergeler verilmiştir. Pilot uygulama sonucunda CBT, öğrencilerin cebirsel düşünme alışkanlıklarını ortaya koymalarını, akıl yürütme süreçlerini yansıtmalarını ve çözümlerini açıklamaya odaklanmalarını sağlayacak biçimde yapılandırılmıştır.

3.5. Veri Toplama Süreci

CBT, öğrencilere 7. sınıf cebir konularının başlangıcında ön test ve cebir konularının tamamlanmasının ardından son test olarak uygulanmıştır. Bu süreçte deney grubundaki öğretmenler, proje kapsamında geliştirilen eğitime katılırken; kontrol grubundaki öğretmenler söz konusu eğitime dâhil olmamıştır. Her iki öğretmen grubunun öğrencilerine test uygulaması bir ders saati süreyle gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden CBT çözülürken yalnızca doğru cevabı bulmaları değil, aynı zamanda çözüm süreçlerini açıklamaları yönünde yönergelerle vurgulanarak istenmiştir. Tüm uygulamalarda test yönergesi ve süre sabit tutulmuştur.

Ön test ve son testten elde edilen veriler, öğrencilerin çözümlerinde sundukları açıklamalar açısından incelenmiş ve belirlenen kategorilere uygun şekilde puanlanmıştır. Bu bağlamda, ZCA temelli tasarlanan *Bir Mesleki Gelişim Programı İle Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi* isimli öğretim uygulamalarının 7. sınıf öğrencilerinin cebir problemlerinin çözümlerinde sundukları matematiksel açıklamaları üzerinde anlamlı bir etkisinin olup olmadığı araştırılmıştır.

3.6. Veri Analiz Süreci

Bu araştırmada CBT sorularına verilen öğrenci yanıtları analiz edilmiştir. Açık uçlu sorulara öğrencilerin verdikleri yanıtları Cai (2003) tarafından önerilen çerçeve doğrultusunda üç boyutta incelenebilir: cevapların doğruluğu, çözümün gösterimi ve çözümün açıklanması. Bu tez çalışmasında öğrenci cevapları *çözümün açıklanması* boyutuyla analiz edilmiştir. Bu amaçla, öğrenci yanıtları çözümün matematiksel açıklanma düzeyine göre dört kategoriye ayrılarak puanlanmıştır: Tam ve İkna Edici Açıklama (4 Puan), Eksik Açıklama (3 Puan), Hatalı/Yanlış Açıklama (2 Puan), Hiçbir Açıklama Yok (1 Puan).

Veri analiz süreci boyunca araştırmacı ile mesleki gelişim eğitimlerini yürüten öğretim üyeleri sürekli işbirliği içinde çalışmış; kodlamalarda ve kategorilerin belirlenmesinde görüş birliği sağlanmıştır. Öğrenci cevaplarının çözümün açıklanması yönünden puanlanmasına ilişkin kategoriler ve bunların genel tanımları araştırmacı tarafından oluşturularak Tablo 3. 4'te sunulmuştur.

Tablo 3. 4 Çözümün Açıklanması Yönünden Kullanılan Kategorilerin Tanımları

Kategori	Tanım	Puan
Tam ve İkna Edici Açıklama	Sorunun doğru olarak çözülmesinin yanında çözüm doğru matematiksel gösterim ve sembollerle ifade eder. Açıklamalarını yeterli matematiksel gerekçelerle destekler. Akıl yürütme biçimini net olarak ifade eder. Eksiksiz ve ikna edici argüman sunar.	4
Eksik Açıklama	Sorunun doğru veya kısmen doğru çözülmesine rağmen belirsiz ifadeler vardır. Matematiksel gerekçelere, yeterli sembol ve gösterimlere yer vermemiştir. Belirsiz veya eksik argüman sunar.	3
Hatalı/Yanlış Açıklama	Soru yanlış çözülmüştür. İşlem hatası veya kavramsal yanlışlıklar yapılmıştır. Soruda istenene çözüm olamayan ilgisiz ifade ve açıklamalar sunulmuştur. Yanlış veya anlaşılmaz argüman sunar.	2
Hiç Açıklama Yok	Çözümde matematiksel bir gösterim ve ifadenin bulunmaz. Sorunun cevapsız bırakılır. Argüman sunmaz.	1

Analizler gerçekleştirilirken, deney ve kontrol gruplarındaki öğretmenler Ö1, Ö2, ... Ö10 şeklinde kodlanmıştır. Bu öğretmenlerin öğrencileri ise, öğretmen koduna bağlı olacak şekilde Ö1Ö1, Ö1Ö2, ... biçiminde kodlanmıştır. Böylece her bir öğrencinin ön test ve son test puanları sistematik olarak kaydedilmiştir.

Analiz sürecinde öğrencilerin tekrarlayan yanıtları ve sık karşılaşılan hataları belirlenmiş, “Her Bir Sorunun Çözümün Açıklaması Yönünden Betimsel İstatistikleri ve Genel Gözlemler” başlığı altında sunulmuştur. Analizlerin şeffaflığını ve güvenilirliğini artırmak amacıyla, CBT’de yer alan her bir sorunun matematiksel açıklamalarının değerlendirilmesine yönelik rubrikler tablolar halinde hazırlanmıştır. Bu tablolarda, öğrenci yanıtları araştırmacı tarafından öngörülerek belirlenmiştir.

Sorulara ilişkin kategoriler ile öngörülen örnek öğrenci yanıtları aşağıda sunulmuş; farklı kategorilere ait ayrıntılı öğrenci cevapları ise bulgular bölümünde kapsamlı biçimde ele alınmıştır. Verilerin analizine başlanmadan önce araştırmacı matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesi ile birlikte analiz çerçevesi üzerinde görüş birliğine varmıştır. Bu doğrultuda her bir soruya ait cevapların hangi kategoriye dâhil edileceği ve gerekçeleri tartışılmış, elde edilen sonuçlar ışığında tablolar oluşturulmuştur. Araştırmacı, belirlenen kategori ve tanımlara uygun olarak her bir öğrencinin verilerini kodlama aşamasına geçmiştir. Öğrencilerin CBT’den alabilecekleri en yüksek puan 44, en düşük puan ise 11’dir.

Çevre Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine Yönelik Rubrik

Çevre probleminin analizinde kullanılan bilgiler tablo 3. 5’te sunulmuştur.

Tablo 3. 5 Çevre Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Öğrenci doğru işlemleri yapar. Karenin çevresi = $4X$; Dikdörtgenin çevresi = $2X + 2Y$; Fark = $(2X + 2Y) - 4X = 2Y - 2X$. Neden bu işlemleri yaptığını matematiksel olarak doğru şekilde açıklar.
Eksik Açıklama	Öğrenci doğru cevaba yakın hesaplamalar yapar, ancak açıklamalar eksik, genel geçer ya da yüzeyseldir. Çevreler doğru, sonuç eksik verilmiş olabilir. Fark açıklanmamış veya yüzeysel. Neden bu işlemi yaptığı net değil.
Hatalı/ Yanlış Açıklama	Öğrencinin işlem basamaklarında hatalar vardır veya açıklama matematiksel olarak tutarsızdır. İşlemler karışık ve anlaşılmaz; açıklama yanlış veya mantıksızdır. Örneğin karenin çevresi $4 + X$
Hiç Açıklama Yok	Açıklama veya işlem basamağı yok. Sadece “ $2Y - 2X$ ” yazılmış, hiç açıklama yapılmamıştır. Sadece şekiller çizilmiş başka hesaplama ya da argüman yok. Soru cevapsız bırakılmıştır.

***Tekerlek Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine
Yönelik Rubrik***

Tekerlek probleminin analizinde kullanılan bilgiler tablo 3. 6’da sunulmuştur.

Tablo 3. 6 Tekerlek Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Öğrenci doğru işlemi yapar ve tüm adımları açık, mantıklı ve matematiksel olarak tutarlı bir biçimde açıklar “Lastik her turda $3X + 4$ cm gider.” “12 turda alınan yol = $12.(3X + 4).$ ” Dağılma özelliğini kullanır ($36X + 48$) İşlemlerin neden yapıldığı açıkça belirtilmiş.
Eksik Açıklama	Genel işlem doğru ama açıklama yüzeysel veya bazı adımlar eksik. “12 ile çarpıyoruz çünkü 12 tur atıyor.” demiş ama işlem yok. İşlem: $12(3X + 4)$ doğru, ama açıklama yok ya da <i>dağıtma özelliğini</i> kullanmamış. Öğrenci açıklamalarında neden-sonuç ilişkisi eksiktir.
Hatalı/ Yanlış Açıklama	İşlemlerde hata var ve açıklamalar kafa karıştırıcı. $3X + (4 \times 12)$ gibi yanlış işlemler. Sonuç: $3X + 48$ (yanlış) Neden bu şekilde yaptığı belli değil.
Hiç Açıklama Yok	Sadece doğru veya yanlış cevap yazılmış, açıklama yoktur. Sadece “ $36X + 48$ ” yazılmış. Soru cevapsız bırakılmıştır.

***Terazi Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine
Yönelik Rubrik***

Terazi probleminin analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 7’de sunulmuştur.

Tablo 3. 7 Terazi Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Öğrenci doğru işlemi yapar ve tüm adımları mantıklı ve matematiksel olarak tutarlı bir biçimde açıklar. 2 terazi denklemi doğru şekilde kurulur. $2D=4K$ ve $3Ü=2K$ eşitlikleri çıkarılır. $D=2K$ ve $D = 3Ü$ ise $D/Ü=3$
Eksik Açıklama	Öğrenci genel olarak doğru cevaba ulaşır, ancak bazı adımlar eksik veya yüzeysel/kısıtlı açıklanır. $D=2K$ ve $D=3Ü$, sonuç yok ya da açıklamalar yetersiz.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Öğrenci yanlış işlem yapar veya açıklama kafa karıştırıcı olur Denklemler yanlış kurulmuş olabilir (örneğin: $3Ü=4K$) Daire ve üçgenin oranı yanlış hesaplanmış ve yanlış açıklanmıştır.
Hiç Açıklama Yok	Sadece “3” cevabı verilmiş. Cevabın nedenini açıklanmamıştır. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamıştır.

Yüzde Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine Yönelik Rubrik

Yüzde probleminin analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 8’de sunulmuştur.

Tablo 3. 8 Yüzde Probleminin Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Öğrenci kısa yolu bulur, doğru işlem yapar. Kısa yolun doğruluğu açıkça gerekçelendirir. Yedi milyonun %5'i doğru hesaplanır: 350,000 Beş milyonun yüzdesi doğru bulunur: 7 Çarpma işleminin değişme özelliğini açıklar.
Eksik Açıklama	Öğrenci doğru cevaba yakın bir çözüm bulur ama açıklama veya adımlar eksiktir. 350,000 bulunmuş ancak sonuç açıklanmamış veya yüzeysel. Kısa yol kullanılmış fakat gerekçelendirme eksik. %7 bulmuş, açıklama eksik.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Oran yanlış hesaplanmış ya da yüzdeler karıştırılmış. Kısa yolun mantığı yanlış. Açıklama kafa karıştırıcı olmuştur.
Hiç Açıklama Yok	Cevap verilmiş ancak gerekçe veya işlem yok Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamış.

Ardışık Sayıların Toplamı Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine Yönelik Rubrik

Ardışık sayıların toplamı problemi, altı alt maddeden (a–f) oluşmaktadır. Bu alt maddelerden bazıları, bir önceki seçeneğin gerekçesini istemektedir. Bu nedenle b–c ve d–e şıkları bütüncül olarak değerlendirilmiş ve birlikte puanlanmıştır. Söz konusu alt maddelerin temel amacı, öğrencileri ZCA bileşenlerinden olan *Yapma–Tersini Yapma*, *Fonksiyonel Kural Oluşturma* ve *İşlemlerden Soyutlama* gibi becerileri kullanmalarına ve çözümlerini açıklamaya teşvik etmektir.

Ardışık sayıların toplamı problemi a şıkkının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 9’de sunulmuştur.

Tablo 3. 9 Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Ardışık sayılarla yapılan toplama işlemlerini doğru şekilde yapar. Ardışık üç sayının toplamının ortadaki sayının 3 katı olduğunu açıklar.
Eksik Açıklama	İşlemler doğru yapılmış, örnek verilmiş ancak örüntü tam olarak açıklanmamış. Kısmi açıklamalar veya eksik adımlar olabilir.
Hatalı / Yanlış Açıklama	İşlemler yanlış yapılmış (örneğin 3 ardışık sayıyı toplama hataları). İlişki hakkında yanlış akıl yürütmeler gerçekleştirir. Örüntü anlaşılmaz veya yanlış şekilde açıklanmış.
Hiç Açıklama Yok	Sadece ardışık sayıları toplamış ya da ilişki verilmiş. Herhangi bir açıklama yok. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamış.

Ardışık sayıların toplamı problemi b-c şıklarının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 10'da sunulmuştur.

Tablo 3. 10 *Ardışık Sayıların Toplamı Problemi b-c Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği*

Tam ve İkna Edici Açıklama	Doğru sonucu bulunmuş ve kısa yolu bulmuş (ortadaki sayının 3 katı) (a şıkkı). Kısa yolu doğru bir şekilde açıklamış (b şıkkı). İlk sayıya +1, son sayıya -1 eklemiş ve 500×3 işlemini yaparak sonucu açıklamış.
Eksik Açıklama	Ortakdaki sayıyı 3 ile çarptığına dair bir açıklama yapılmış, ancak neden olduğu net değil. Kuralın dayandığı mantık eksik İlk sayıya +1, son sayıya -1 eklemiş ancak 500×3 işlemine yönelik bir çıkarımda bulunamamış. Uyuşan sayılar yöntemini kısa yol olarak kullanmış (önce $499 + 501$ işlemini yapma).
Hatalı / Yanlış Açıklama	Ortakdaki sayı 3 ile çarpılmamış İşlemden bir hata yapılmış. Kural doğru şekilde açıklanmamış.
Hiç Açıklama Yok	Sadece "1500" cevabı verilmiştir. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamıştır.

Ardışık sayıların toplamı problemi d-e şıklarının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 11'de sunulmuştur.

Tablo 3. 11 *Ardışık Sayıların Toplamı Problemi d-e Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği*

Düzye	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Cebirsel ifade doğru şekilde kurulur. $(x-1)+x+(x+1) = 3x$ (d şıkkı). Kuralın doğruluğu matematiksel gerekçeyle net bir şekilde açıklanır (e şıkkı).
Eksik Açıklama	Cebirsel ifade doğru yapılmış, ancak neden doğru olduğu yeterince açık değildir. Kural doğru verilmiş fakat gerekçelendirme eksik olabilir.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Cebirsel ifade yanlış yapılmış ya da eksiktir. Kuralın doğruluğu açıklanmamış ya da yanlış bir açıklama yapılmış.
Hiç Açıklama Yok	Cevap verilmiş ancak cebirsel ifade veya matematiksel açıklama yok. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamış.

Ardışık sayıların toplamı problemi f şıkkının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 12'de sunulmuştur.

Tablo 3. 12 *Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f Şıkkı Matematiksel Açıklama*

Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Cevaba “yazılamaz” demiş ve doğru bir şekilde açıklamış. 296'nın 3'e bölünmediği doğru şekilde açıklanmış. Cebirsel ifadeler kullanmış ve 296'nın 3'e bölünmediği sonucuna varılmış.
Eksik Açıklama	296'nın üç ardışık sayının toplamı olup olmadığını tartışırken eksik veya belirsiz bir açıklama yapılmış. Deneyerek doğru bulmuş ancak eksik açıklamış.
Hatalı / Yanlış Açıklama	296'nın 3'e bölünemez olduğu söylemiş ancak yanlış açıklamış. 296'nın 3'e bölünebilir olduğunu açıklamaya çalışmış. “Yazılır” demiş ve hatalı cevabını açıklamaya çalışmıştır.
Hiç Açıklama Yok	"Hayır" cevabı verilmiş, ancak neden yazılmadığına dair açıklama yapılmamış. Soru cevapsız bırakılmıştır.

Örüntü Kareleri Problemi İçin Matematiksel Açıklamaların Değerlendirilmesine Yönelik Rubrik

Örüntü kareleri Problemi, ardışık sayıların toplamı problemine benzer biçimde ve aynı gerekçelerle alt maddelerden oluşmaktadır. Dört alt maddeden (a–d) meydana gelen bu soruda, bazı maddeler bir önceki seçeneğin gerekçesini talep etmektedir. Bu nedenle c–d maddeleri bütüncül olarak ele alınmış ve birlikte puanlanmıştır.

Örüntü kareleri problemi a şikkının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 13'te sunulmuştur.

Tablo 3. 13 Örüntü Kareleri Problemi a Şikkı Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Örüntüde artış miktarının doğru şekilde belirtilmiş (3'er artar demiş) Örüntüyü doğru bir şekilde analiz eder. 3. adımdan 4. adıma geçerken 3 eklenmiş ve 13 bulunmuş.
Eksik Açıklama	Artış miktarının 3 olduğu doğru bir şekilde belirtilmiş ancak çözümdeki mantık eksik veya belirsiz olabilir. 13'ü şekli çizerek bulmuş ancak örüntünün artık miktarını açıklamamış.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Artış miktarını yanlış hesaplayarak yanlış bir sonuç elde edilmiş. Örüntünün kuralı yetersiz ya da hatalı açıklanmış. Şekil çizerek açıklamaya çalışmış ama kullanılan argümanlar yanlış
Hiç Açıklama Yok	"13" cevabı verilmiş, ancak neden bu sonucun çıktığı açıklanmamış. Soru cevapsız bırakılmış.

Örüntü kareleri problemi b şikkının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 14'te sunulmuştur.

Tablo 3. 14 Örüntü Kareleri Problemi b Şikkı Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
----------	-------------

Tam ve İkna Edici Açıklama	Adım sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişki mantıklı bir şekilde açıklanmış. Açıklamasına dayanarak örüntüyü ifade etmek için farklı yöntemler kullanmış (Cebirsel ifade, sözel ifade, ...).
Eksik Açıklama	Cebirsel ifade ya da sözel ifade doğru verilmiş ancak açıklamalar belirsiz ve eksiktir.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Cebirsel ifade yanlış verilmiş. Artış miktarı hatalı olabilir. Yine şekille göstermeye çalışmış.
Hiç Açıklama Yok	Cevap verilmiş ancak nedeni açıklanmamış. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamıştır.

Örüntü kareleri problemi c-d şıklarının analizinde kullanılan bilgiler Tablo 3. 15’te sunulmuştur.

Tablo 3. 15 Örüntü Kareleri Problemi c-d Şıkkı Matematiksel Açıklama Rubriği

Kategori	Göstergeler
Tam ve İkna Edici Açıklama	Kural doğru şekilde $3n+1$ olarak yazılmış (c şıkkı). Kuralın doğruluğu adım adım ve gerekçeleriyle açıklanmış (d şıkkı).
Eksik Açıklama	Kural doğru verilmiş ancak açıklama ya da örüntü ile ilgili açıklamalar eksik veya belirsiz olabilir.
Hatalı / Yanlış Açıklama	Kural yanlış verilmiş. Hatalı açıklamalarla kurala ulaşmaya çalışmış.
Hiç Açıklama Yok	Cevap verilmiş ancak herhangi bir açıklama yok. Hiçbir işlem veya açıklama yapılmamıştır.

Araştırmanın güvenilirliğini sağlamak amacıyla, matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapmakta olan bir diğer araştırmacı ile birlikte çalışılmıştır. Bu amaçla, rastgele seçilen 20 cevap kâğıdı (10’u ön test, 10’u son test) iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmış ve elde edilen frekanslar tablo hâlinde düzenlenmiştir. Kodlamalar karşılaştırılarak “görüş birliği” ve “görüş ayrılığı” durumları belirlenmiş, bu veriler üzerinden uyuşum yüzdesi hesaplanmıştır. Araştırmacıların aynı kodu verdikleri durumlar görüş birliği, farklı kodlar verdikleri durumlar ise görüş ayrılığı olarak değerlendirilmiştir. Daha sonra iki araştırmacı bir araya gelerek kodlamaları gözden geçirmiş, anlaşmazlıkların gerekçelerini tartışmış ve fikir birliğine varmıştır.

Uyuşum yüzdesi, Robson’un (1993) formülü kullanılarak hesaplanmış ve böylece güvenilirlik katsayısı elde edilmiştir.

$$P (\text{Uyuşum Yüzdesi}) = \frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} \times 100$$

İlk aşamada incelenen 20 öğrenci kâğıdına göre (10 ön test – 10 son test) yapılan kodlamaların karşılaştırılmış, iki araştırmacı arasındaki uyuşum oranı 0,55 olarak bulunmuştur. Bu oranın 0,80’in altında olması nedeniyle kodlamalar yeniden

ele alınmıştır (Miles & Huberman, 1994). Farklı kodlamaların nedenleri tartışılmış ve ortak bir bakış açısı geliştirilmiştir. Ardından, ilk aşamadakilerden farklı olarak yine 20 cevap kâğıdı (10 ön test – 10 son test) bağımsız biçimde analiz edilmiştir. İkinci aşamanın sonunda hesaplanan uyuşum oranının yükselmiş; 0,90 olarak belirlenmiştir. Bu oran, Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği ölçütler doğrultusunda araştırmanın güvenilirliği açısından kabul edilebilir bir düzeyde değerlendirilmiştir. Güvenirlik sürecinde ayrıca iki matematik eğitimi uzmanı ile görüşmeler yapılmış; görüş farklılığı bulunan kod ve kategoriler tartışılarak nihai fikir birliğine ulaşılmıştır.

Güvenirlik çalışmasının tamamlanmasının ardından, CBT'den elde edilen ön test ve son test verileri belirlenen kategorilere göre araştırmacı tarafından sayısal olarak kodlanmış; veriler önce elektronik tablo ortamına, ardından SPSS programına aktarılmış ve gerekli analizler gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın nicel analiz sürecinde, öncelikle 1 ile 4 arasında değişen derecelendirilmiş puanlama anahtarı kullanılarak öğrencilerin ön test ve son test puanları hesaplanmıştır. Daha sonra verilerin çözümlenmesi aşamasında, gruplar arasında karşılaştırmalar yapabilmek için uygun analiz yöntemi tespit edilmiştir. Veriler için uygun analiz türünün belirlenmesinde öncelikle verilerin türü dikkate alınmıştır. Çünkü kullanılacak analiz yöntemleri (parametrik ya da parametrik olmayan) verilerin özelliklerine bağlı olarak seçilmektedir (Eymen, 2007). Parametrik testlerin kullanılması için; elde edilen verilerin normal dağılıma sahip olması, varyanslarının homojen olması, örneklemin evrenden yansız olarak seçilmesi ve örneklem büyüklüğünün yeterli olması gerekmektedir (Tüzer, 2022). SPSS programı ile yapılacak istatistiksel analizlere karar vermek amacıyla normallik testi uygulanmıştır. Normallik testinde verilerin çarpıklık (skewness) ile basıklık (kurtosis) değerleri dikkate alınmıştır. Varyans homojenliği Levene's testi ile test edilmiş ve gerekli ön koşullarda sunularak veriler bağımlı (ilişkili) ve bağımsız (ilişkisiz) örneklem t testi ile analiz edilerek sunulmuştur. Veri analiz sürecinde anlamlılık düzeyi .05 olarak kabul edilmiştir. Grupların başlangıç düzeylerini (ön test) karşılaştırmak adına bağımsız örneklem t-testi ve grupların kendi içindeki değişimlerini (ön test–son test) inceleyebilmek için bağımlı örneklem t-testi uygulanmıştır. Öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programı destekli eğitim uygulamalarının öğrenciler üzerindeki etkisini ortaya koyabilmek adına grupların son test puanları bağımsız örneklem t-testi ile karşılaştırılmıştır. Nitel analizlerde ise tüm katılımcıların yanıtları ayrıntılı biçimde incelenmiş; her bir soru için *tam ve ikna edici açıklama, eksik açıklama, hatalı/yanlış açıklama ve hiçbir*

açıklama yok kategorilerine göre öğrenci cevapları değerlendirilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin tekrarlayan yanıtları, sundukları açıklamalar ve gerekçeler ile kullandıkları matematiksel dil dikkate alınarak genel yorumlar yapılmış ve elde edilen bulgular frekanslarla desteklenmiştir. Nitel verilerin betimlenmesinde içerik analizinden ve betimsel istatistiklerden yararlanılmıştır. İçerik analizi, yazılı, sözlü veya görsel materyallerin sistematik bir şekilde incelenerek anlamlı kategorilere ayrılması ve bu kategorilerden sonuçlar çıkarılması sürecidir (Krippendorff, 2004).



BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. CBT Genel Analizi ve Bulgular

Bu bölümde, araştırma kapsamında ön test ve son test olarak uygulanan CBT'den elde edilen verilerin analizi sunulmaktadır. Analiz sürecinde öğrencilerin çözüm süreçlerinde sundukları açıklamaların niteliği, ikna edici açıklama olma yönüyle, belirtilen kategorilere (tam ve ikna edici açıklama, eksik açıklama, hatalı/yanlış açıklama, hiç açıklama yok) göre incelenmiş ve puanlanmıştır. Bulgular, mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamaları çerçevesinde öğretmenlere verilen eğitimin, bu öğretmenlerin öğrencilerin cebir problemlerine yönelik açıklamalarına olan etkisini ortaya koymak amacıyla değerlendirilmiştir. Bulguların sunumunda deney ve kontrol grupları arasındaki karşılaştırmalar ayrıntılı olarak ele alınmış, öğrenci açıklamaları hem nicel hem de nitel açıdan tartışılmıştır.

4.1.1. Grupların CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin İncelenmesi

Araştırma kapsamında kontrol ve deney gruplarının CBT ön test ve son test verilerinin betimsel analizi yapılmıştır. Çözümün açıklanması yönünden CBT ortalama puanlarının gruplara göre nasıl değiştiğinin incelenebilmesi için yapılan betimsel istatistiklerin sonuçları Tablo 4. 1'de görülmektedir.

Tablo 4. 1 *Çözümün Açıklanması Yönünden CBT Ortalama Puanlarının Değişimi*

Çözümün Açıklanması*	Ön Test Ortalama Puanları			Son Test Ortalama Puanları		
	$\bar{X}$	Ss	N	$\bar{X}$	Ss	N
Tüm Gruplar	16,53	4,12	412	20,20	6,22	412
Deney Grubu	16,18	4,32	208	21,32	6,80	208
Kontrol Grubu	16,89	3,89	204	19,05	5,33	204

*Ön test ve son test ortalama puanları 44 puan üzerinden değerlendirilmiştir.

Tablo 4. 1 incelendiğinde, çözümün açıklanması boyutuna ilişkin elde edilen bulgulara göre hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin CBT ortalama puanlarının ön testten son teste yükseldiği görülmektedir. Deney grubunda,

öğretmenlere verilen eğitimler öncesinde öğrencilerin ön test ortalama puanı 16,18 iken, eğitim sonrasında bu değer 21,32'ye ulaşmıştır. Bu artış yaklaşık 5.16 puanlık bir gelişime karşılık gelmektedir. Kontrol grubunda ise ön testte 16,89 olan ortalama puan, son testte 19,05'e yükselmiştir. Bu yaklaşık 2,16 puanlık bir artışı ifade etmektedir. Genel ortalama ön testte 16,53 iken, son testte 20,20'ye yükselmiştir. Bu durum, genel olarak öğrencilerin cebir konularının sonunda sorulara verdikleri açıklama düzeylerinde gelişme olduğunu ortaya koymaktadır. Sonuçlar, her iki grupta da öğrencilerin açıklama puanlarında artış olduğunu göstermektedir. Ancak deney grubundaki artışın kontrol grubuna kıyasla daha yüksek olduğu dikkat çekmektedir. Bu farkın anlamlı olup olmadığı izleyen bölümde incelenmiştir.

Uygun Analiz Türünün Belirlenmesi İçin Normal Dağılıma Uygunluk

Eymen (2007)'e göre, uygun analiz türünün belirlenmesinde öncelikle veri türü dikkate alınmalıdır. Çünkü kullanılacak analiz yöntemleri (parametrik ya da parametrik olmayan) verilerin özelliklerine bağlı olarak seçilmektedir. Bu nedenle, uygun analiz yöntemine karar verebilmek için öncelikle verilerin normal dağılıma sahip olup olmadığı ve varyansların homojenlik durumları incelenmelidir. Bu varsayımların ihlal edilmesi durumunda parametrik testlerin kullanımı uygun değildir. Ancak, her parametrik testin bir parametrik olmayan (non-parametrik) karşılığı bulunduğundan, veriler bu varsayımları karşılamadığında non-parametrik testlerin tercih edilmesi önerilmektedir (Altunışık vd., 2007).

Bu araştırmada elde edilen verilerin analizinde IBM SPSS Statistics 22 programı kullanılmıştır. Uygulanacak istatistiksel analizlere karar vermek amacıyla normallik testi yapılmıştır. Normalliğin değerlendirilmesinde çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri dikkate alınmıştır. Tabachnick ve Fidell (2013), çarpıklık ve basıklık katsayılarının -1.5 ile $+1.5$ aralığında bulunması durumunda verilerin normal dağıldığı kabul edilmektedir. Araştırma kapsamında incelen tüm verilerin çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri Tablo 4. 2'de verilmiştir.

Tablo 4. 2 *Deney Ve Kontrol Gruplarına Ait Çarpıklık (Skewness) ve Basıklık (Kurtosis) Değerleri*

Grup	Test Türü	N	Min	Max	X	ss	Kurtosis	Skewness
Deney Grubu	Ön Test	208	11	30	16.18	4.32	0.82	1.03
	Son Test	208	11	41	21.32	6.80	-0.12	0.58
Kontrol Grubu	Ön Test	204	11	27	16.89	3.89	-0.75	0.31
	Son Test	204	11	33	19.05	5.33	-0.63	0.33

Tablo 4. 2 incelendiğinde araştırma kapsamında analiz edilecek verilerin çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerlerinin -1.5 ile +1.5 olduğu yani normal dağılım olduğu kabul edilmektedir (Tabachnick & Fidell, 2013). Bu bağlamda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test karşılaştırmak için parametrik testlerden bağımsız (ilişkisiz) örneklem t-testi; grupların kendi içinde ön test ve son test puanlarını karşılaştırmak için parametrik testlerden bağımlı (ilişkili) örneklem t-testi kullanılmıştır. Öğretmenlere sunulan eğitimlerin öğrenciler üzerindeki etkisini incelemek için son olarak deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test sonuçlarını karşılaştırmak için testlerden bağımsız (ilişkisiz) örneklem t-testi kullanılmıştır. Yapılan bu analizler sonucunda elde edilen bulgular, aşağıda ilgili tablolarla birlikte sunulmuştur.

4.1.2. Grupların CBT Ön Test (Başlangıç) Puanlarının Karşılaştırılması

Bu kısımda deney ve kontrol grubu öğrencilerin ön test puanları çözümün açıklanması yönünden karşılaştırılmış ve istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Araştırmaya katılan 412 öğrencinin (208 deney, 204 kontrol) ön test verileri karşılaştırmak amacıyla bağımsız örneklem için t-testi kullanılmıştır.

İlgili verilerin normal dağılıma sahip olduğu çarpıklık ve basıklık değerleri üzerinden gösterilmişti. Ek olarak bağımsız örneklem t-testi, iki bağımsız grubun ortalamalarını karşılaştırır yani her grup için ayrı katılımcılar olmalıdır. Bu araştırmada deney ve kontrol grupları ayrı katılımcı kümelerinden oluşmakta, hiçbir katılımcı birden fazla grupta yer almamaktadır. Ölçümler bireysel düzeyde toplanmış, gruplar arasında doğrudan etkileşim veya veri paylaşımı söz konusu olmamıştır. Bağımsız örneklem t-testi gibi parametrik testlerde bir ön koşul da gruplar arasındaki varyansların eşit (homojen) olmasıdır. Gruplar arası varyansların homojenliği, bağımsız örneklem t-testinin temel varsayımlarından biridir (Büyüköztürk, 2018; Field, 2013). Bu varsayımı test etmek amacıyla Levene's Test for Equality of Variances uygulanmıştır. Test sonucunda $F(1, 410) = 0.227$, $p = 0.634 > 0.05$ olarak bulunmuştur. Bu bulgu, varyansların eşit olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, bağımsız örneklem t-testine ilişkin sonuçlar "Equal variances assumed" koşulu altında değerlendirilmiştir (Field, 2013; Tabachnick & Fidell, 2013; Büyüköztürk, 2018). Bu koşullar altında bağımsız örneklem için t-testi kullanılmıştır.

Çözümün açıklanması yönünden deney ve kontrol gruplarının ön test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklem t-testi sonuçları Tablo 4. 3'te gösterilmiştir.

Tablo 4. 3 Deney ve Kontrol Grubu CBT Ön Test Ortalama Puanlarının Bağımsız Örneklem t-testi Sonuçları

Cebir Testi	Bilgi	N	$\bar{X}$	Ss	Df	t	P
Deney Grubu		208	16,18	4,32	410	-1,76	.079
Kontrol Grubu		204	16,89	3,89			

Tablo 4. 3'e göre kontrol grubu öğrencilerinin ortalama puanları ($\bar{X} = 16,89$) deney grubu öğrencilerinin ortalama puanlarından ($\bar{X} = 16,18$) daha yüksektir. Deney ve kontrol grubu öğrencilerin çözümün açıklanması yönüyle ön test ortalama puanlarında anlamlı bir fark yoktur. $t_{(410)} = -1,76$; $p > 0,05$. Bu bağlamda CBT ön test sonuçlarına göre çözümün açıklanması yönünden kontrol grubu puanları deney grubundan daha yüksektir ancak bu fark anlamlı düzeyde değildir.

4.1.3. Grupların Kendi İçinde CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin İncelenmesi

Bu kısımda deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kendi içinde ön test ve son test verileri çözümün açıklanması yönünden değerlendirilmiştir. Gruptaki öğrencilerinin kendi içinde çözümün açıklanması yönünden aldıkları ortalama puanlar ilişkili örneklem t-testi yapılarak incelenmiştir. İlişkili örneklem t-testi için kullanılacak verilerin normal dağılıma sahip olduğu çarpıklık ve basıklık değerleri üzerinden gösterilmiştir. Yapılan test, “eğitim alan öğretmenlerin sınıfları kendi içinde gelişti mi?” ve “eğitim almayan öğretmenlerin sınıflarında anlamlı bir artış var mı?” sorularını yanıtlamaktadır.

Deney Grubu Öğrencilerinin Çözümlerin Açıklaması Yönünden Ön Test ve Son Test Puanlarının Karşılaştırılması

Deney grubu öğrencilerinin (208 öğrenci) ön test ve son test ortalama puanları arasında farkın olup olmadığı ve varsa bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının belirlenmesi için yapılan bağımlı örneklem t-testi sonuçları Tablo 4. 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. 4 Deney Grubu Öğrencilerinin CBT İçin Ön Test-Son Test Ortalama Puanlarının Bağımlı Örneklem t-testi Sonuçları

Cebir Bilgi Testi	N	$\bar{X}$	Ss	Sd	T	P
Ön Test	208	16,18	4,32	207	14,49	.000*
Son Test	208	21,32	6,80			

(*p<0.01 düzeyinde anlamlı bir farklılık vardır)

Tablo 4. 4 incelendiğinde deney grubu öğrencilerinin ön test puan ortalamaları $\bar{X}=16,18$ iken son test puan ortalamaları $\bar{X}=21,32$ 'ye yükselmiştir. Deney grubu öğrencilerin son test çözümün açıklanması yönünden ortalama puanlarında 5,14 puanlık anlamlı bir artış olduğu görülmüştür, $t_{(207)}= 14,49$ $p<.05$.

Kontrol Grubu Öğrencilerinin Çözümlerin Açıklaması Yönünden Ön Test ve Son Test Puanlarının Karşılaştırılması

Kontrol grubu öğrencilerinin (214 öğrenci) ön test ve son test ortalama puanları arasında farkın olup olmadığı ve varsa bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının belirlenmesi için yapılan bağımlı örneklem t-testi sonuçları Tablo 4. 5'te sunulmuştur.

Tablo 4. 5 Kontrol Grubu Öğrencilerinin CBT Ön Test-Son Test Ortalama Puanlarının Bağımlı örneklem t-testi Sonuçları

Cebir Bilgi Testi	N	$\bar{X}$	Ss	Sd	T	P
Ön Test	204	16,89	3,89	203	7,131	.000**
Son Test	204	19,05	5,33			

(** p<0.01 düzeyinde anlamlı bir farklılık vardır)

Tablo 4. 5 incelendiğinde kontrol grubu öğrencilerin ön test puan ortalamaları $\bar{X}=16,89$ iken son test puan ortalamaları $\bar{X}= 19,05$ 'e yükselmiştir. Kontrol grubu öğrencilerin son test çözümün açıklanması yönünden ortalama puanlarında 2,16 puanlık anlamlı bir artış olduğu görülmüştür, $t_{(203)}= 7,131$ $p<.05$. Bu bulgu *Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi* almayan kontrol grubu öğretmenlerin öğrencilerinde CBT puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir artış olduğunu göstermektedir.

Deney ve kontrol gruplarının kendi içinde yapılan ön test–son test karşılaştırmalarına yönelik ilişkili örneklem t-testi sonuçları, her iki grupta da son test puanlarında istatistiksel olarak anlamlı düzeyde artışlar olduğunu göstermektedir (bkz. Tablo 4. 4 ve Tablo 4. 5). Deney grubunda 5,14 puanlık, kontrol grubunda ise 2,16 puanlık bir artış gözlemlenmiştir. Bu bulgular, her iki grubun da “çözümün açıklanması” boyutunda CBT (Cebirsel Bilgi Testi) puan ortalamalarının anlamlı bir şekilde yükseldiğini ortaya koymaktadır. Gruplar arasında başlangıç (ön test) puan ortalamaları incelemek için yapılan bağımsız örneklem t-testi sonuçlarına göre ise kontrol grubu puanlarının deney grubu puanlarından daha yüksek olduğu ancak bu fark anlamlı bir düzeyde olmadığı belirtilmiştir.

Bir sonraki analizde, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test ortalama puanlarının anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği bağımsız örneklem t-testi ile incelenmiştir. Bu analiz, deney grubu öğretmenlerine uygulanan “*Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi*” eğitim programının, ilgili öğretmenlerin öğrencilerinin açıklama yapma becerilerine olan etkisinin daha net ortaya konulmasını amaçlamaktadır.

4.1.4. Grupların GBT Son Test Puanlarının Karşılaştırılması

Grupların her ikisinde de CBT puan ortalamalarının çözümün açıklanması yönünden anlamlı biçimde yükseldiği Tablo 4. 4 ve Tablo 4. 5’te görülmektedir. Bu bölümde, öğretmenlere sunulan “*Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi*” eğitiminin öğrenciler üzerindeki etkisini ortaya koymak ve bu puan artışının gruplar arasında anlamlı bir farklılık oluşturup oluşturmadığını belirlemek amaçlanmıştır. Bu doğrultuda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test puan ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını incelemek üzere bağımsız örneklem t-testi uygulanmıştır.

İlgili verilerin normal dağılıma sahip olduğu çarpıklık ve basıklık değerleri üzerinden gösterilmiştir. Araştırmada deney ve kontrol grupları ayrı katılımcı kümelerinden oluşmakta, hiçbir katılımcı birden fazla grupta yer almamaktadır. Ölçümler bireysel düzeyde toplanmış, gruplar arasında doğrudan etkileşim veya veri paylaşımı söz konusu olmamıştır. Gruplar arası varyansların eşitliği Levene’s Test for Equality of Variances ile incelenmiş, test sonucunda $F(1, 410) = 9.719, p = .002 < .05$ bulunmuştur. Bu durum varyansların homojen olmadığını göstermektedir. Ancak, bağımsız örneklem t-testi varyans eşitliği varsayımının sağlanmadığı durumda veriler

“Equal variances not assumed” koşulunda incelenmiştir (Field, 2013). Çözümün açıklanması yönünden deney ve kontrol gruplarının CBT son test ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla yapılan bağımsız örneklem t-testi sonuçları Tablo 4. 6’da gösterilmiştir.

Tablo 4. 6 Deney ve Kontrol Grubu CBT Son Test Ortalama Puanlarının Bağımsız Örneklem t-testi Sonuçları

Cebir Bilgi Testi	N	$\bar{X}$	Ss	Sd	T	P
Deney Grubu	208	21,32	6,80	391,16	3,77	.000***
Kontrol Grubu	204	19,05	5,33			

(***p<0.01 düzeyinde anlamlı bir farklılık vardır.)

Tablo 4. 6’ya göre deney grubunu öğrencilerinin son test ortalama puanları ($\bar{X}$ =21,32), kontrol grubunu öğrencilerinin son test ortalama puanlarından ($\bar{X}$ =19,05) istatistiksel olarak anlamlı düzeyde yüksek bulunmuştur ($t_{(391,16)} = 3,77, p < .05$). Elde edilen bu sonuç, deney grubu öğretmenlerine uygulanan *Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin*, ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde CBT ortalama puanlarında anlamlı bir artış sağladığını göstermektedir.

Araştırmadan elde edilen nicel bulgular bütüncül olarak değerlendirildiğinde hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinin CBT ön test ve son test puan ortalamalarında anlamlı artışlar olduğu görülmüştür. Ancak bu artış, deney grubunda kontrol grubuna kıyasla anlamlı biçimde daha yüksektir. Deney grubundaki öğrenciler, öğretmenlerine sunulan *Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi* sonrasında, çözümün açıklanması yönünden daha yüksek puanlarına ulaşmışlardır. Buna karşılık, kontrol grubunda gözlenen artışın, öğrencilerin doğal müfredat sürecinde kazandıkları rutin öğrenmelere bağlı olduğu düşünülmektedir. Grupların son test puanları için yapılan bağımsız örneklem t-testi sonuçları, gruplar arasındaki son test puan ortalaması farkının istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermiştir. Bu sonuç, mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamasının, öğretmenlerin sınıf içi öğretim yaklaşımlarına yansarak öğrencilerin cebir problemlerinin çözümünde sundukları matematiksel açıklamaların niteliğini geliştirdiğini göstermektedir.

4.2. Her Bir Sorunun Çözümün Açıklaması Yönünden Betimsel İstatistikleri Ve Genel Gözlemler

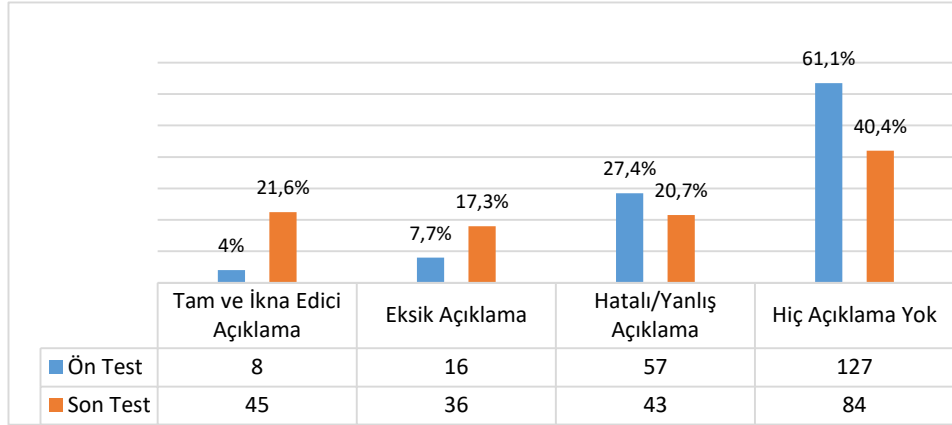
Nicel analizlerden elde edilen bulgular, deney ve kontrol grubu öğrencileri arasında son testte çözümü açıklama düzeyleri yönünden istatistiksel olarak anlamlı farklar bulunduğunu göstermiştir. Bu bölümde, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini daha derinlemesine inceleyebilmek amacıyla her bir CBT sorusuna ilişkin betimsel ve nitel analiz sonuçlarına yer verilmiştir.

Analizinde, öğrencilerin çözüm açıklamaları önceden belirlenmiş kategori ve tanımlar doğrultusunda değerlendirilmiş; elde edilen bulgular deney ve kontrol grupları için ayrı grafiklerle sunulmuştur. Bu grafikler, öğrencilerin çözümlerini açıklama yönünden belirlenen kategorilerin frekans ve yüzde dağılımlarını yansıtmaktadır. Ayrıca, her bir soru için öğrencilerin dâhil olduğu grup ve ön test-son testte ayrımı yapmaksızın, seçilen tipik ve dikkat çekici öğrenci cevaplarına yer verilmiştir. Bu örnekler, belirlenen kategorilere göre öğrenci cevaplarının nitel örüntülerini somutlaştırmak amacıyla sunulmuş; her bir örneğin ilgili kategoriye hangi gerekçelerle dâhil edildiği ayrıntılı biçimde açıklanmıştır. Bu bölümde öğrenci cevapları grup ayrımı yapmadan sunulduğu için öğrenciler araştırmacı tarafından Ö1, Ö2, ..., Ö412 biçiminde yeniden kodlanmıştır.

4.2.1. Çevre Problemine İlişkin Bulgular

CBT’de yer alan çevre problemi, cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemlerinin kullanımına yöneliktir. Bu soruda öğrencilerden, verilen verilerden hareketle kare ve dikdörtgenin çevre uzunluklarını belirlemeleri ve ardından bu uzunlukların farkını bulmaları beklenmektedir. Öğrencilerden yalnızca doğru sonucu elde etmeleri değil, aynı zamanda çözüm sürecinde geometrik çizim yapmaları ve matematiksel açıdan geçerli, ikna edici açıklamalara yer vermeleri beklenmektedir.

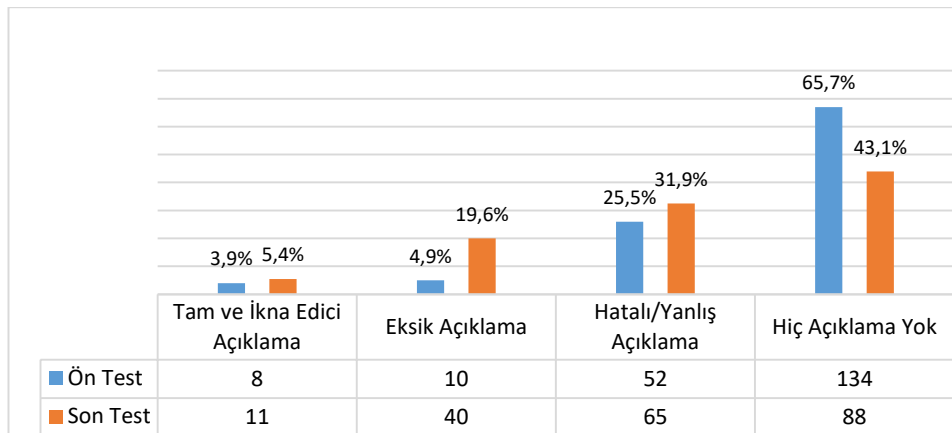
Deney Grubu Analizleri



Grafik 4. 1 Deney Grubu Öğrencilerinin Çevre Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 1 incelendiğinde ön testte deney grubu öğrencilerinin %4'ünün tam ve ikna edici açıklama, %7,7'sinin eksik açıklama, %27,4'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %61,1'inin hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Son testte ise deney grubu öğrencilerinden %21,6'sı tam ve ikna edici açıklama, %17,3'ü eksik açıklama, %20,7'si hatalı/yanlış açıklama yapmış %40,4'ü ise hiç açıklama yapmamıştır. Elde edilen bulgular, öğretmenlere sunulan Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimi sonrasında ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde tam ve ikna edici açıklamalarda %17,6 puanlık bir artış, eksik açıklamalarda %9,6 puanlık bir artış olduğunu göstermektedir. Buna karşın hatalı/yanlış açıklama yapanların ve hiç açıklama yapmayan öğrenci yüzdelerinde azalma olduğu gözlemlenmiştir.

Kontrol Grubu Analizleri



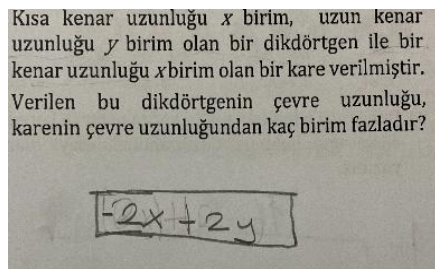
Grafik 4. 2 Kontrol Grubu öğrencilerinin Çevre Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 2 incelendiğinde, kontrol grubunda ön testte öğrencilerin %3,9'unun tam ve ikna edici açıklama, %4,9'unun eksik açıklama, %25,5'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %65,7'sinin ise hiç bir açıklama yapmadığı görülmektedir. Son testte ise öğrencilerin %5,4'ünün tam ve ikna edici açıklama, %19,6'sının eksik açıklama, %31,9'unun hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %43,1'inin hiç açıklama yapmadığı gözlemlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %1,5'lik sınırlı bir artış olduğunu göstermektedir. Bunun yanında eksik açıklama yapan öğrencilerde %14,7'lik bir artış gözlenirken, hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencinin oranında %6,4 artış olmuştur. Hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında ise %22,6'lık bir azalma gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar, kontrol grubunda öğrencilerin açıklama yapma eğilimlerinde kısmi bir artış olduğunu, ancak bu artışın çoğunlukla eksik açıklamalar yönünde olduğunu göstermektedir.

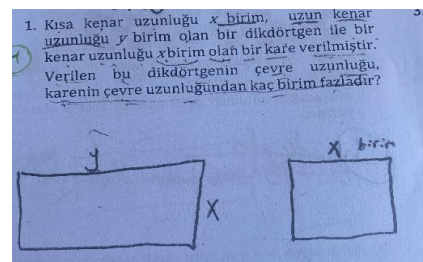
Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları

CBT çevre probleminde öğrencilerden kare ve dikdörtgenin çevre uzunluklarını cebirsel ifadelerle göstererek, bu iki ifadenin farkını bulmaları ve işlemlerini ikna edici matematiksel bir dille açıklamaları beklenmiştir.

Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca şekilleri çizdikleri ya da yalnızca doğru/ yanlış cevabı verdikleri görülmüştür. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 1 ve Şekil 4. 2'de sunulmuştur.



Şekil 4. 1 08 Numaralı Öğrenci Cevabı

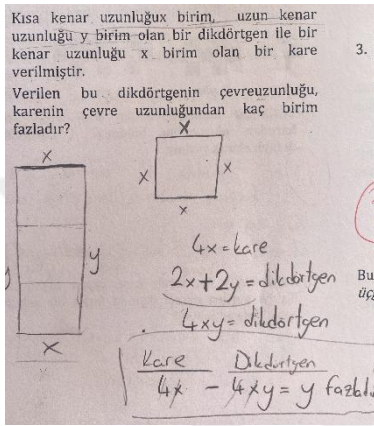


Şekil 4. 2 0313 Numaralı Öğrenci Cevabı

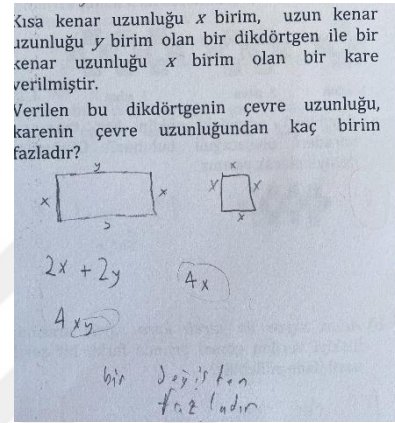
Öğrenci cevapları incelendiğinde, 08 numaralı öğrenci soruya direkt doğru cevabı sunarak işlemleri hakkında herhangi bir açıklama yapmamıştır. 0313 numaralı öğrenciler ise yalnızca şekli çizmiş, sonuca yönelik herhangi bir matematiksel işlem

veya açıklamalarda bulunmamışlardır. Buna bağlı olarak öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

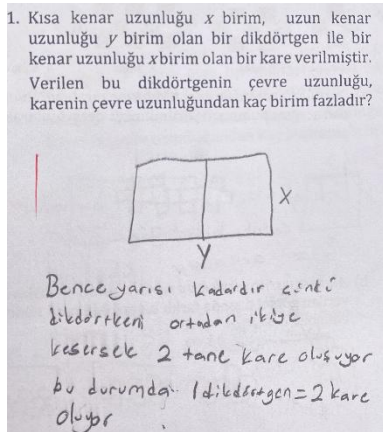
Çevre probleminin analizi sonucu karşılaşılan durumlardan birisi de öğrencilerin şekillerin çevresini hesaplarken ya da cebirsel ifadelerin farkını bulurken yanlış/hatalı işlemler yapmasıdır. Bazı öğrenciler ise işlemlerini yanlış/hatalı matematiksel argümanlar ile açıklamıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 3, Şekil 4. 4, Şekil 4. 5 ve Şekil 4. 6’da sunulmuştur.



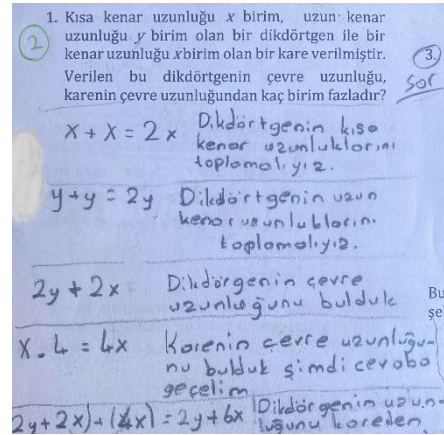
Şekil 4. 3 Ö135 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 4 Ö7 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 5 Ö378 Numaralı Öğrenci Cevabı

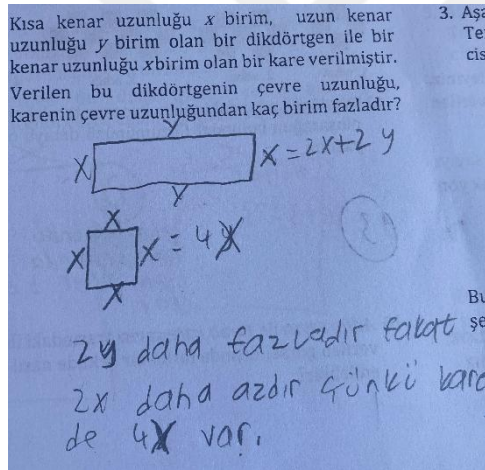


Şekil 4. 6 Ö152 Numaralı Öğrenci Cevabı

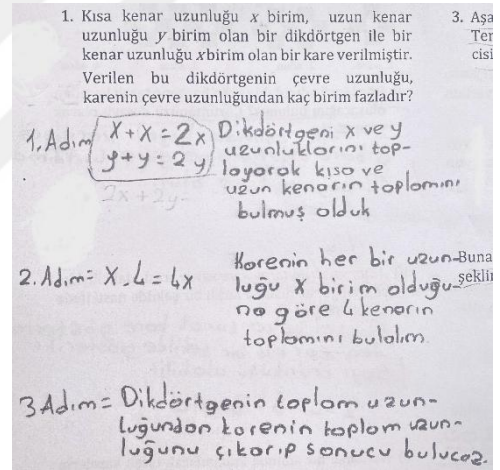
Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö135, Ö7 numaralı öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yaparken benzer terimleri dikkate almadıkları ve farklı değişkenlere sahip terimleri de toplayıp çıkarmaya çalıştıkları görülmüştür. Ö135 çevre farkını “ y ” biçiminde bulurken, Ö7 dikdörtgenin çevresinin karenin

çevresinden “sadece bir değişken fazla” olduğunu ifade etmiştir. Ö378, bu cevaplardan farklı olarak, “ $y = 2x$ ” kabul etmiş ve dikdörtgenin çevresinin karenin çevresinin iki katı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ö152 ise cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemini doğru biçimde yapmış, şekillerin çevrelerini doğru şekilde hesaplayarak açıklamıştır. Ancak, sonucu bulurken çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yaparak hatalı bir sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin bu hatayı yapma nedeninin, soruda geçen “fazladır” ifadesini yanlış yorumlaması olabileceği düşünülmektedir. Bu öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Yanlış/Hatalı Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları çevre probleminde doğru sonuca ulaşmış ancak çözümü açıklamalarında eksik kalmıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 7 ve Şekil 4. 8’de sunulmuştur.



Şekil 4. 7 Ö67 Numaralı Öğrenci Cevabı

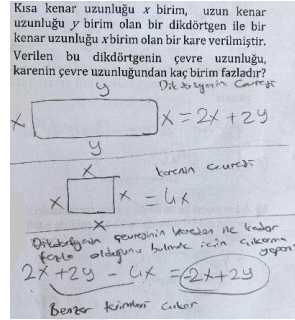


Şekil 4. 8 Ö411 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö67 numaralı öğrencinin şekillerin çevrelerini doğru bir şekilde bulduğu ve sonuç için “ $2y$ fazladır fakat $2x$ azdır çünkü karede $4x$ var” ifadesini kullandığı görülmüştür. Bu ifade, cebirsel olarak $2y - 2x$ biçimine karşılık gelmektedir. Ancak öğrenci, doğru cebirsel işlemleri ve çıkarma işleminin özelliklerini kullanarak sonuca ulaşmamış; ulaştığı cevabı cebirsel ifade biçiminde tam olarak yazamamıştır. Bu nedenle, öğrencinin cevabı “Eksik Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır. Ö411 ise karenin çevre uzunluğunu doğru biçimde bulmuş, ancak dikdörtgenin çevresini tam olarak “ $2x + 2y$ ” şeklinde ifade edememiştir. Üçüncü adımda sonuca ilişkin doğru bir çıkarım yapmasına rağmen,

işlemlerini eksik bırakmıştır. Bu öğrenci cevabı da “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları çevre probleminde beklenen işlemleri doğru bir şekilde yapmış, doğru sonuca ulaşmış ve cevabını ikna edici matematiksel argümanlarla desteklemiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 9’da sunulmuştur.



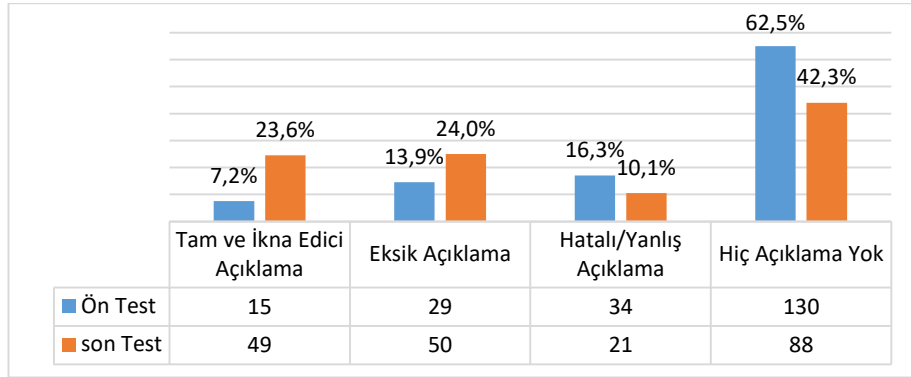
Şekil 4. 9 Ö98 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö98 numaralı öğrencinin şekilleri doğru çizdiği ve cebirsel ifadelerle toplama işlemini kullanarak şekillerin çevre uzunluklarını doğru bir şekilde hesapladığı görülmüştür. Ö98, dikdörtgenin çevre uzunluğunun ne kadar fazla olduğunu belirlemek için çıkarma işlemi yapması gerektiğini ifade etmiş; çıkarma işleminde benzer terimleri işleme tabi tuttuğunu belirterek doğru sonuca ulaşmıştır. Buna tür öğrenci cevapları “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

4.2.2. Tekerlek Problemine İlişkin Bulgular

Cebir Bilgi Testi’nde yer alan tekerlek problemi, Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpma kazanımıyla ilişkilidir. Soruda öğrencilerden, cebirsel ifade cinsinden çevre uzunluğu verilen tekerleğin 12 tur dönmesiyle aldığı yolu bulmaları beklenmektedir. Öğrencilerin cevabı sadece işaretlemeleri değil matematiksel açıdan geçerli, ikna edici açıklamalara yer vermeleri beklenmektedir.

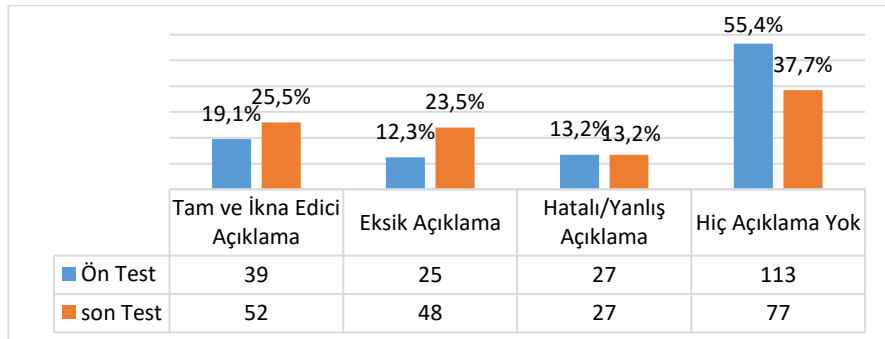
Deney Grubu Analizi



Grafik 4. 3 Deney Grubu Öğrencilerinin Tekerlek Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 3 incelendiğinde, tekerlek problemine ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin %7,2'sinin tam ve ikna edici açıklama, %13,9'unun eksik açıklama, %16,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %62,5'inin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %23,6'sının tam ve ikna edici açıklama, %24'ünün eksik açıklama, %10,1'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı; %42,3'ünün ise herhangi bir açıklama sunmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının, ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde özellikle tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %16,4; eksik açıklama yapan öğrencilerin oranında ise %10,1 puanlık bir artış gözlenmiştir. Hatalı/yanlış açıklama yapan ve hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında azalma gözlemlenmiştir.

Kontrol Grubu Analizi



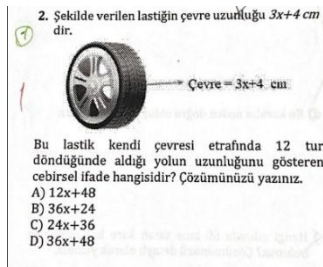
Grafik 4. 4 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Tekerlek Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 4 incelendiğinde, kontrol grubuna ait ön test sonuçlarında öğrencilerin %19,1'inin tam ve ikna edici açıklama, %12,3'ünün eksik açıklama, %13,2'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %55,4'ünün ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Son testte ise öğrencilerin %25,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %23,5'inin eksik açıklama, %13,2'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %37,7'sinin hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %6,4, eksik açıklama yapan öğrencilerin oranında ise %11,2 artış olduğunu göstermektedir. Öte yandan, hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin oranında herhangi bir değişim olmazken hiç açıklama yapmayan öğrencilerde %17,7 oranında bir azalma saptanmıştır. Bu sonuçlar, kontrol grubundaki öğrencilerin açıklama yapma eğilimlerinde kısmi bir gelişim yaşandığını ortaya koymaktadır. Ancak bu gelişim genellikle eksik açıklama yönünde olmuştur.

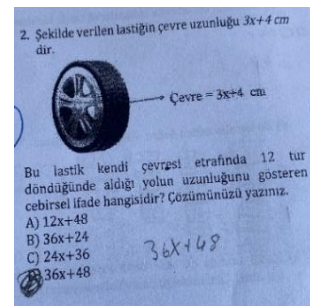
Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları

CBT tekerlek probleminde öğrencilerden lastiğin kendi çevresi etrafında 12 tur dönmesi durumunda alınan yolun uzunluğunu belirlemek için çevre uzunluğunu ifade eden cebirsel ifadeyi 12 ile çarpmaları beklenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin, bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarparken çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini kullanmaları ve çözüm süreçlerini de matematiksel olarak ikna edici biçimde açıklamaları beklenmiştir.

Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, sadece doğru veya yanlış cevabı işaretledikleri, çözüm sürecine dair herhangi bir gerekçelendirme sunmadıkları görülmüştür. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevapları Şekil 4. 10 ve Şekil 4. 11'de sunulmuştur.



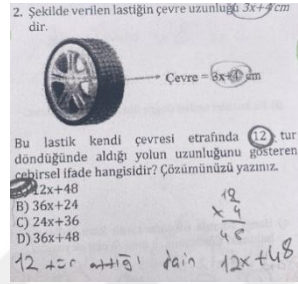
Şekil 4. 10 Ö9 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 11 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö9'un soruyu boş bıraktığı, Ö81'in ise yalnızca doğru cevabı yazarak işaretlediği, ancak sonuca yönelik herhangi bir matematiksel işlem ya da açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bu tip öğrenci yanıtları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

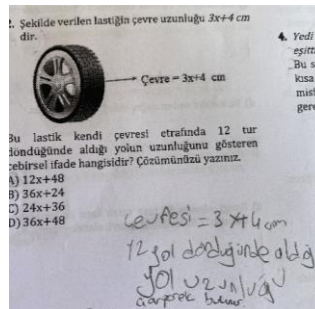
CBT tekerlek probleminde bazı öğrencilerin bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarparken hatalı işlemler yaptıkları; çözümlerinde hatalı/yanlış açıklamalara yer verdikleri görülmüştür. Bu durumun örneği Şekil 4. 12’de sunulmuştur.



Şekil 4. 12 Ö29 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö29 numaralı öğrenci tekerleğin çevresi ile tur sayısını çarpması gerektiğini kısmen kavradığı; ancak sadece sabit terim olan 4 sayısı ile 12’yi çarptığı gözlemlenmiştir. Değişkenin katsayısını çarpma işlemi yapmadan 12 olması gerektiğinin düşünerek hatalı cevap bulmuştur. Bu gibi öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

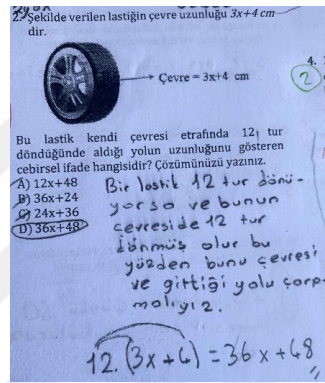
Buna karşılık, tekerlek probleminde doğru sonuca ulaşmasına rağmen çözümünü gerekçelendirmede yetersiz kalan ya da doğru çözüm yolunu sözlü olarak açıklayıp sayısal/cebirsel işlemlerde eksik kalan öğrenciler de bulunmaktadır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 13’de sunulmuştur.



Şekil 4. 13 Ö135 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö135 numaralı öğrenci cevabı bulmak için tekerleğin çevre uzunluğu olan $3x+4$ ifadesi ile 12 sayısının çarpılarak aldığı toplam yolu bulabileceğinin ifade etmiş ancak bahsettiği işlemleri yaparak sonuca ulaşmamıştır. Yani sonucu bulmada eksik kalmıştır. Bu öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, CBT tekerlek probleminde bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, doğru sonuca ulaştığı ve çözümlerini ikna edici matematiksel gerekçelerle desteklediği belirlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 14’de sunulmuştur.



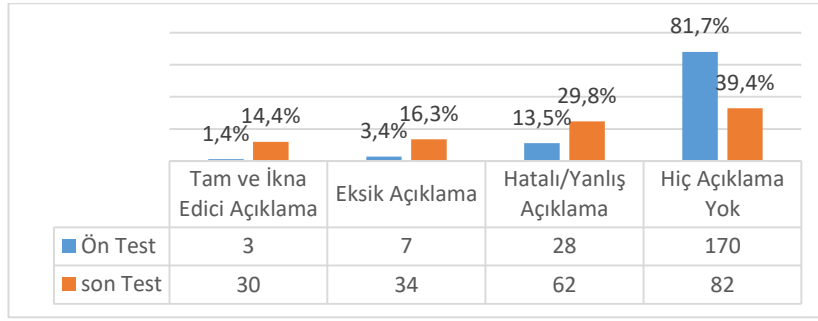
Şekil 4. 14 Ö33 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö33 numaralı öğrenci “lastik 12 tur döndüyorsa çevresi de 12 tur dönmüş olur” ifadesini kullanarak çarpma işlemi yapılması gerektiğini gerekçelendirmiştir. Ardından çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğini oklar yardımıyla görsel olarak gösterdiği ve bu yolla doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu gibi öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

4.2.3. Terazî Problemine İlişkin Bulgular

Cebir Bilgi Testi terazî problemi öğrencilerin eşitliğin korunumu ilkesini ne ölçüde kavradıklarını belirlemeye yöneliktir. Soruda, öğrencilerden, verilen durumu eşitliğin korunumu ilkesini kullanarak analiz etmeleri ve daire biçimindeki cismin ağırlığının, üçgen biçimindeki cismin ağırlığına oranını bulmaları beklenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin özdeş cisimleri cebirsel ifadelerle temsil etmeleri, eşitliği ifade eden denklemler oluşturmaları ve bu denklemleri çözerek istenen oranı elde etmeleri amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin yalnızca sonucu belirtmeleri değil, çözüm süreçlerini matematiksel ve sözel gerekçelerle destekleyerek ikna edici biçimde açıklamaları beklenmiştir.

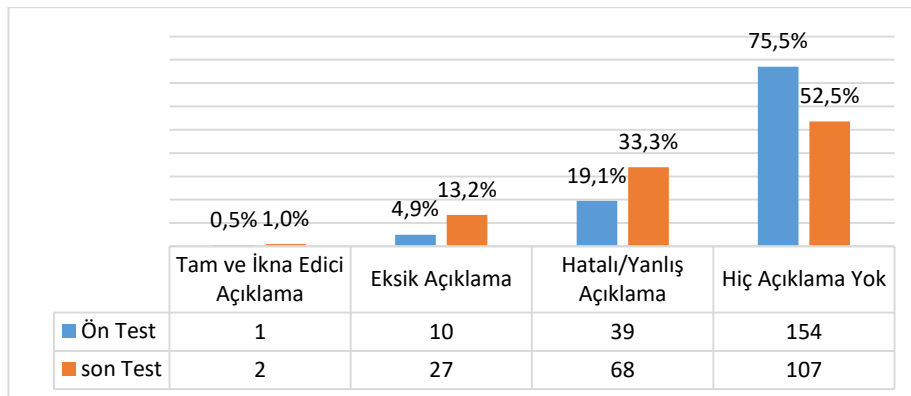
Deney Grubu Analizi



Grafik 4. 5 Deney Grubu Öğrencilerinin Terazi Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 5 incelendiğinde, Terazi problemine ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin %1,4'ünün tam ve ikna edici açıklama, %3,4'ünün eksik açıklama, %13,5'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %81,7'sinin ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin ön testte terazi probleminde düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %14,4'ünün tam ve ikna edici açıklama, %16,3'ünün eksik açıklama, %29,8'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %39,4'ünün hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bu veriler, öğretmenlere sunulan ortaokul sınıflarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi eğitimi sonrasında ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %10; eksik açıklama yapanların oranında %12,9 ve hatalı/yanlış açıklama yapanların oranında %16,3 artış olduğunu göstermektedir. Buna karşılık hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %42,3 puanlık bir azalma gerçekleşmiştir.

Kontrol Grubu Analizi



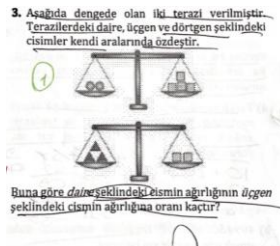
Grafik 4. 6 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Terazi Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 6 incelendiğinde, kontrol grubuna ait terazi problemi ön test sonuçlarına göre öğrencilerin %0,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %4,9'unun eksik açıklama, %19,1'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %75,5'inin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin tıpkı deney grubunda olduğu gibi ön testte terazi probleminde düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %1'inin tam ve ikna edici açıklama, %13,2'sinin eksik açıklama, %33,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı; %52,5'inin ise hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %0,5, eksik açıklama yapanlarda %8,3; hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %14,2 yüzde puanlık artış olduğunu göstermektedir. Buna karşın hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %23 azalma gerçekleşmiştir. Bu sonuçlar, kontrol grubundaki öğrencilerin açıklama yapma eğilimlerinde kısmi bir gelişim yaşandığını ancak bu gelişimin eksik ve hatalı/yanlış açıklama kategorilerinde yoğunlaştığı göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin önemli bir kısmının son testte de sorunun çözümüne yönelik hiç açıklama yapmamıştır.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları

CBT terazi probleminde öğrencilerden dengede bulunan iki adet eşit kollu teraziden yararlanarak ilgili cebirsel denklemleri oluşturmaları ve bu denklemler aracılığıyla dairenin ağırlığının üçgenin ağırlığına oranını belirlemeleri istenmiştir. Ayrıca öğrencilerin çözüm süreçlerini mantıksal tutarlılığa dayalı ve ikna edici bir matematiksel dille açıklamaları beklenmektedir.

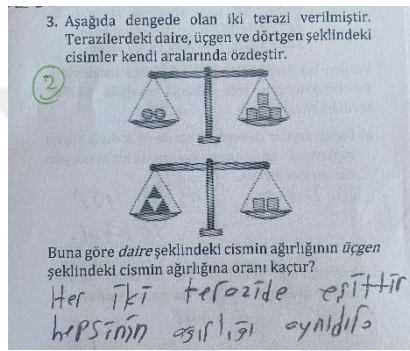
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca şekilleri çizdikleri ya da yalnızca doğru/ yanlış cevabı verdikleri, çözüm süreçlerine ilişkin açıklama yapmadıkları görülmüştür. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 15'de sunulmuştur.



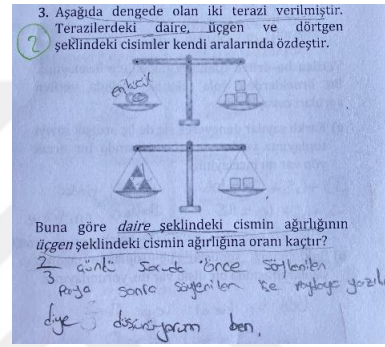
Şekil 4. 15 Ö157 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö157'nin soru cevapsız bıraktığı, herhangi bir matematiksel işlem veya açıklamalarda bulunmadığı görülmektedir. Bu gibi öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

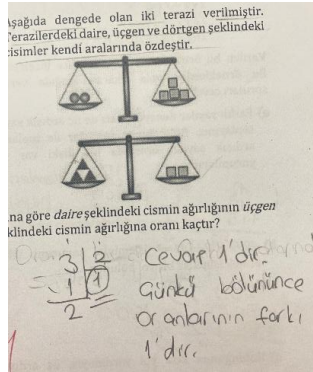
Terazi problemi öğrenci yanıtları incelendiğinde karşılaşılan durumlardan birisi de öğrencilerin eşitliğin korunumu ilkesini yanlış kavradıkları ve istenen cisimlerin oranını bulurken hatalı/yanlış açıklama ve işlemlerde bulundukları gözlemlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 16, Şekil 4. 17, Şekil 4. 18 ve Şekil 4. 19'da sunulmuştur.



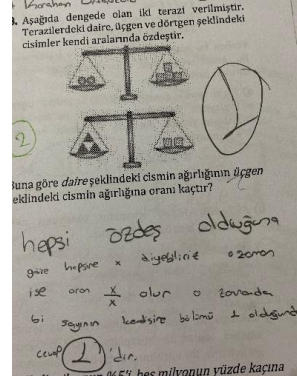
Şekil 4. 16 Ö72 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 17 Ö195 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 18 Ö256 Numaralı Öğrenci Cevabı

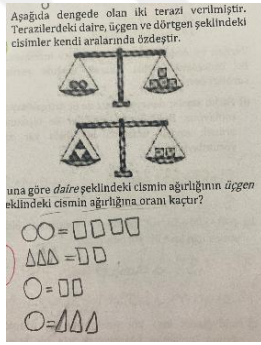


Şekil 4. 19 Ö263 Numaralı Öğrenci Cevabı

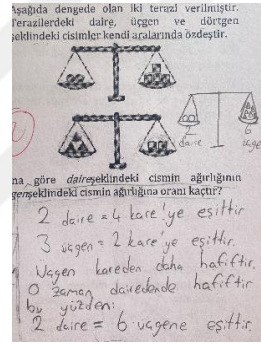
Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö72 “her iki terazide eşittir, hepsinin ağırlığı aynıdır” ifadesini kullanmış ve hatalı açıklamada bulunmuştur. Öğrenci terazilerin dengede olmasını cisimleri her birinin eşit ağırlığa sahip olması gerektiğini şeklinde yorumlamıştır. Ö256 ise oran kelimesini bölme işlemiyle ilişkilendirerek 3 adet üçgen 2 adet daire olduğu için 3 sayısını 2 sayısına bölmüş kalan 1 sayısının cevap olduğunu

ifade etmiştir. Ö195 istenilen cisimlerin ağırlıklarını değil sayılarını oranlamış ve hatalı cevaba ulaşmıştır. Ö263 ise cisimlerin ağırlıkları kendi içinde özdeşdir ifadesini yanlış yorumlamış ve tüm cisimlerin özdeş olduğunu varsaymıştır. Öğrenci bu hatalı düşünmenin ürünü olarak her bir cismin ağırlığını “x” değişkeniyle temsil ederek oranı 1 bulmuştur. Öğrencilerin birçoğunun bu soruda eşitliğin korunumu ilkesini yanlış yorumladığı, cebirsel ifadeleri kullanmayı ihmal ettiği ve oran kavramına yönelik kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı /Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları terazi probleminde doğru sonuca çok yakın değerlere ulaşmış ancak çözümü açıklamalarında eksik kalmıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 20 ve Şekil 4. 21’de sunulmuştur.



Şekil 4. 20 Ö402 Numaralı Öğrenci Cevabı

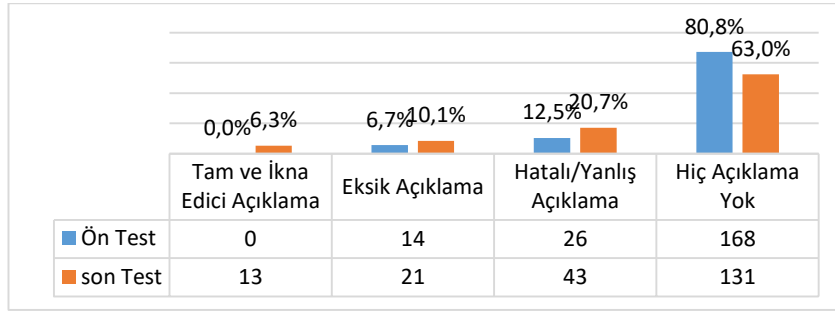


Şekil 4. 21 Ö245 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö402 eşitlikleri cebirsel ifadeler kullanarak değil şekillerle modellemiştir. Öğrenci şekilleri kullanarak yazdığı eşitlikler sonucunda 1 dairenin 3 üçgene eşit olduğunu bulmuş ancak oranı 3 olarak ifade edememişlerdir. Ayrıca çözüm süreçlerini cebirsel ifadelerle destekleme ve matematiksel olarak açıklama aşamasında da eksiklikleri bulunmaktadır. Ö245 ise eşitliğin korunumu ilkesini dilsel ifadelerle modellemiş, cebirsel ifadelere yer vermemiştir. Öğrenci 2 dairenin 6 üçgene eşit olduğu sonucunu bulmuş ancak oranı 3 olarak ifade edememiştir. Bu öğrenciler farklı yöntemlerle doğru sonuca yaklaşmış ancak süreçlerini açıklama yönünden eksik olarak değerlendirmeye alınmışlardır. Bu öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, terazi probleminde bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, doğru sonuca ulaştığı ve çözümlerini ikna edici

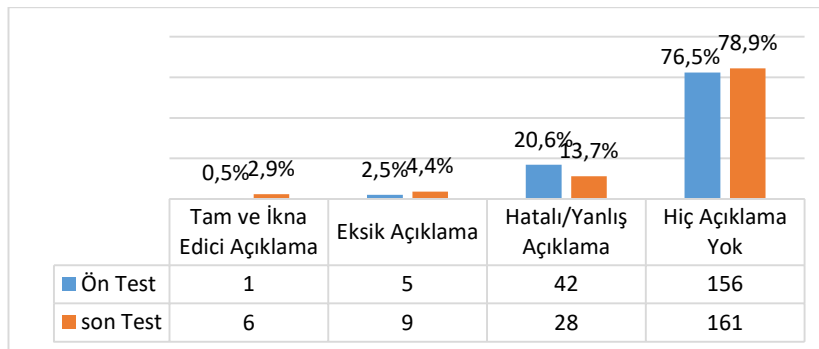
Deney Grubu Analizi



Grafik 4. 7 Deney Grubu Öğrencilerinin Yüzde Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 7 incelendiğinde, yüzde problemine ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin hiçbirinin tam ve ikna edici açıklama yapmadığı; %6,7'sinin eksik açıklama, %12,5'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %80,8'inin ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin ön testte dördüncü soruda çoğunlukla soruyu boş bıraktıklarını göstermektedir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinden hiçbiri ön testte ilgili soruya tam ve ikna edici bir açıklama sunamamıştır. Son testte ise öğrencilerin %6,3'ünün tam ve ikna edici açıklama, %10,1'inin eksik açıklama, %20,7'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %63'ünün hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgulara göre özellikle tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %6,3, eksik açıklama yapanlarda %3,7, hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %8,2 puanlık artış gerçekleşmiştir. Buna karşılık hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %17,8 puanlık bir azalma gözlenmiştir. Sonuçlar, deney grubu öğrencilerinin çözüm süreçlerini açıklamaya yöneldiklerini ve işlem adımlarını gerekçelendirme eğilimlerinin güçlendiğini göstermektedir.

Kontrol Grubu Analizi



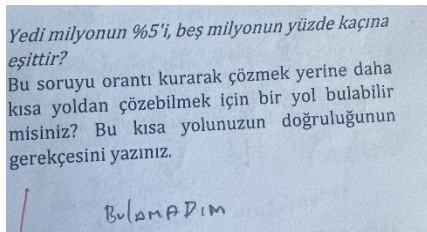
Grafik 4. 8 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Yüzde Problemine Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 8 incelendiğinde, kontrol grubuna ait yüzde probleminin ön test sonuçlarına göre öğrencilerin %0,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %2,5'inin eksik açıklama, %20,6'sının hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %76,5'inin ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin tıpkı deney grubunda olduğu gibi ön testte yüzde probleminde düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun çözüm sürecine ilişkin herhangi bir açıklama yapamadıklarını göstermektedir. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %2,9'unun tam ve ikna edici açıklama, %4,4'ünün eksik açıklama, %13,7'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %78,9'unun hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %2,4; eksik açıklama yapanlarda %1,9 yüzde puanlık artış, hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %6,9 oranında azalma olduğunu göstermektedir. Buna karşın hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %2,4 oranında bir artış gerçekleş; kontrol grubu öğrencilerinin açıklama yapma eğilimlerindeki gelişim sınırlı düzeyde kalmıştır.

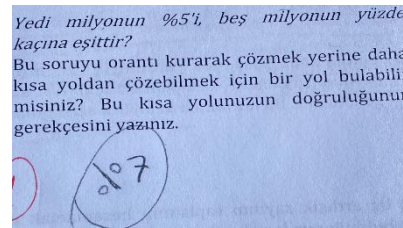
Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları

CBT yüzde problemi incelendiğinde, öğrencilerden verilen ifadeye uygun orantı oluşturarak denklem kurmaları ve sonucu bulmaları; sonuca yönelik kısa bir yol geliştirmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçlerini matematiksel olarak ikna edici biçimde açıklamaları gerekmektedir.

Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin yüzde probleminin cevabına ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca cevabı yazdıkları ya da soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Öğrenciler çözüm sürecine dair herhangi bir gerekçelendirme sunmamıştır. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevapları Şekil 4. 24 ve Şekil 4. 25'de sunulmuştur.



Şekil 4. 24 Ö42 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 25 Ö236 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö42'nin “bulamadım” ifadesini yazarak soru cevapsız bıraktığı, Ö236'nın ise yalnızca doğru cevabı yazıp sonuca yönelik herhangi bir matematiksel işlem veya açıklamalarda bulunmadığı görülmektedir. Bu nedenle, söz konusu öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

Yüzde problemi için öğrenci yanıtları incelendiğinde bazı öğrencilerin istenilen denklemi yanlış kurarak yanlış yüzde bulduğu ya da kısa yol hakkında hatalı akıl yürütmelerde bulunduğu görülmüştür. Öğrenciler hatalı/yanlış açıklama ve işlemle soruyu çözmeye çalışmıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 26 ve Şekil 4. 27'de sunulmuştur.

Yedi milyonun %5'i, beş milyon yüzde kaçına eşittir?
Bu soruyu orantı kurarak çözmek yerine daha kısa yoldan çözebilme için bir yol bulabilir misiniz? Bu kısa yolunuzun doğruluğunun gerekçesini yazınız.

$$7000000 - 5000000 = 2000000$$

$$\frac{2000000}{100} = 20000$$

$$20000 \times 7 = 140000$$

$$20000 \times 5 = 100000$$

$$140000 + 100000 = 240000$$

Ölk önce yedi milyonun %5'ini bulurum. %5'e 5'in arasını da ekli fark 2 olduğu için %5'e 2 ekliyorum ve 5 milyonun %5'ini bulurum ve cevabı çıkarıyorum.

Şekil 4. 27 Ö374 Numaralı Öğrenci Cevabı

Yedi milyonun %5'i, beş milyon yüzde kaçına eşittir?
Bu soruyu orantı kurarak çözmek yerine daha kısa yoldan çözebilme için bir yol bulabilir misiniz? Bu kısa yolunuzun doğruluğunun gerekçesini yazınız.

$$\frac{7m}{5m} = \frac{5m}{x}$$

$$7m \cdot x = 25m$$

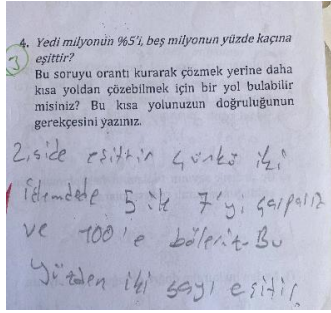
$$x = \frac{25m}{7}$$

Ölk önce yedi milyonun %5'ini bulurum. %5'e 5'in arasını da ekli fark 2 olduğu için %5'e 2 ekliyorum ve 5 milyonun %5'ini bulurum ve cevabı çıkarıyorum.

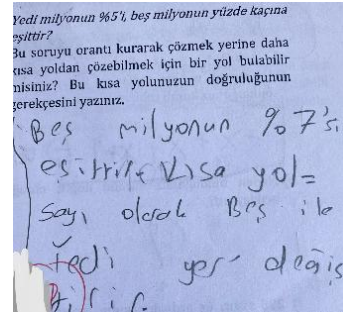
Şekil 4. 26 Ö162 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö374 doğru işlemlerle cevabı doğru bir şekilde bulduğu ancak çözümünü ve kısa yolu açıklama aşamasında oranla toplama/çıkarma işlemini ilişkilendirdiğini görülmektedir. Öğrenci 7 ve 5 sayısının arasındaki farkın 2 olduğunu bilgisinden yola çıkarak %7 ifadesine ulaştığını belirtmiştir. Yani öğrenci sonucu doğru bulmuş ancak yanlış yöntem ve açıklamayalar kullanmıştır. Ö162 numaralı öğrenci ise bilinmeyene “x” diyerek ve oranlardan faydalanarak denklem kurmaya çalışmış ancak orantıyı yanlış kullanarak hatalı sonuca ulaşmıştır. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “hatalı/yanlış açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları yüzde probleminde doğru yüzdeyi belirlemiş ancak çözümü açıklama ve kısa yolu açıklama aşamalarında eksik kalmışlardır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 28 ve Şekil 4. 29'da sunulmuştur.



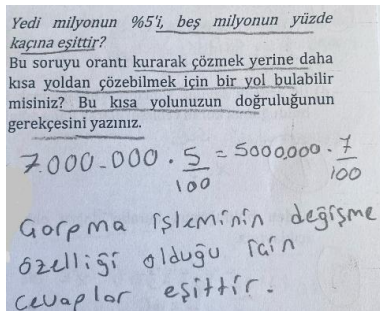
Şekil 4. 28 Ö117 Numaralı
Öğrenci Cevabı



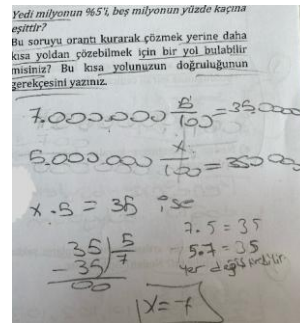
Şekil 4. 29 Ö392 Numaralı
Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö117 ve Ö392 sonucu doğru bir şekilde bulmuş ancak eksik açıklamalara yer vermişlerdir. Ö117 her iki işlemde de 5 ve 7 sayılarının çarpılacağını ifade ederek çözümün kısa yoluna ilişkin akıl yürütmeye bulunmuş ancak yeterli matematiksel argümanlarla açıklayamamıştır. Benzer şekilde Ö393 çarpmanın değişme özelliğine ilişkin ifadeye yer vermiş ancak çözümünü açık bir şekilde ortaya koyamamıştır. Bu öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, ilgili soruda bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, doğru sonuca ulaştığı ve çözümlerini ikna edici matematiksel gerekçelerle desteklediği belirlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 30 ve Şekil 4. 31’de sunulmuştur.



Şekil 4. 30 Ö58 Numaralı
Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 31 Ö197 Numaralı
Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde her bir öğrencinin doğru sonuca ulaştığı, kısa yol hakkında akıl yürütmelerde buldukları ve çözüm süreçlerini açıkladıkları gözlemlenmektedir. Ö58 numaralı öğrenci önce çözümü yaparak cevabı bulmuş, ardından çarpma işleminin değişme özelliği ile kısa yoldan bulunabileceğini ifade

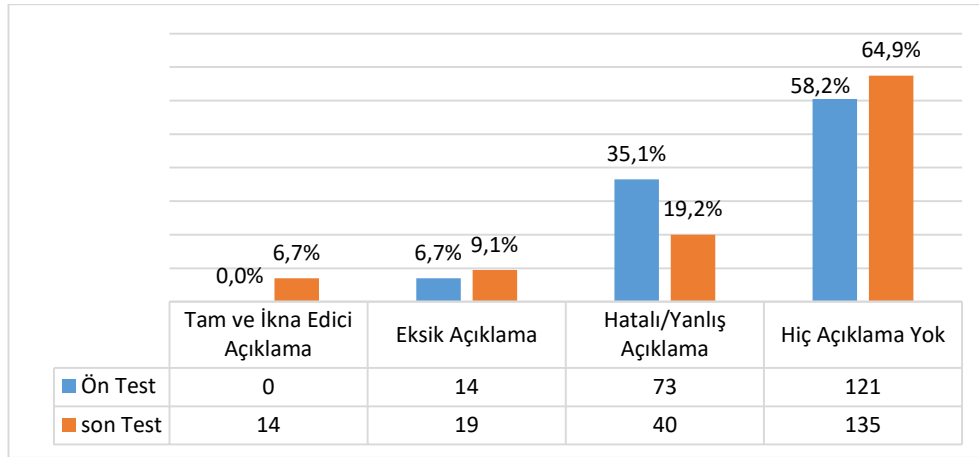
etmiştir. Ö197 çözümü cebirsel ifadeler ile ilerletmiş ve ilgili denklemi kurmuştur. Doğru sonuca ulaşan öğrenci kısa yol için de çarpma işleminin değişme özelliğine vurgu yapan “yer değiştiriyor” ifadesini kullanarak sayılarla ifadesini örneklemiştir. Bu öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

4.2.5. Ardışık Sayıların Toplamı Problemine İlişkin Bulgular

Cebir Bilgi Testi’nde yer alan ardışık sayıların toplamı problemi, öğrencilerin cebirsel ifadelerle yardımıyla kısa yollar oluşturma, kural ortaya koyma ve genelleme yapmalarına imkân tanımaktadır. Ardışık sayıların toplamı problemi, altı alt maddeden (a–f) oluşmaktadır. Bu alt maddelerden bazıları, bir önceki seçeneğin gerekçesini istemektedir. Bu nedenle b–c ve d–e şıkları bütüncül olarak değerlendirilmiş ve birlikte puanlanmıştır. Bu şıklar, öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmalarını değil, çözüm süreçlerini açıklamaya yönlendirilmesini de hedeflemektedir.

Ardışık sayıların toplamı probleminin her bir şikkına ait analizler aşağıda verilmiştir. Birlikte değerlendirilen şıkların (b-c ve d-e şıkları) analizi de birlikte verilmiştir.

Deney Grubu Analizi (a Şikkı)

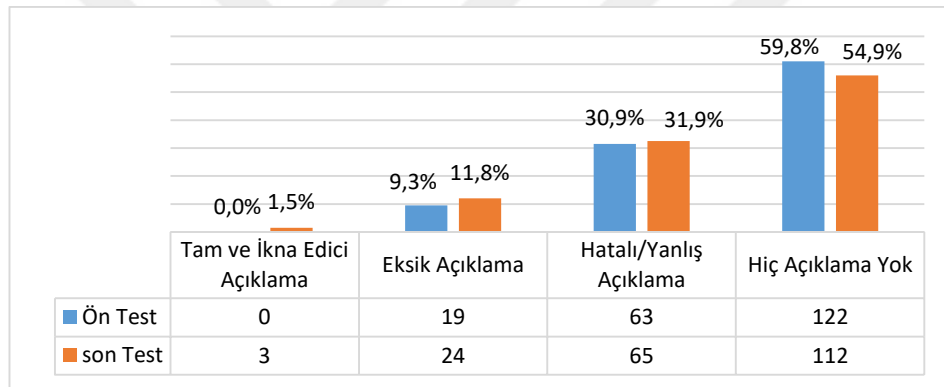


Grafik 4. 9 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a Şikkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 9 incelendiğinde, deney grubu ön testlerinde ardışık sayıların toplamı problemi a şikkına öğrencilerinin %0’ının tam ve ikna edici açıklama, %6,7’sinin eksik açıklama, %35,1’inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %58,2’sinin ise herhangi

bir açıklama sunmadığı görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin ön testte ilgili sorunun a şikkını çoğunlukla boş bıraktıklarını veya çözüm sürecine ilişkin herhangi bir açıklama geliştiremediklerini göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinden hiçbiri ön testte ilgili soruya tam ve ikna edici bir açıklama sunamamıştır. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %6,7'sinin tam ve ikna edici açıklama, %9, 1'inin eksik açıklama, %19,2'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %64,9'unun hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Son testlerde tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %6,7 artış olurken eksik açıklama yapanlarda %2,4 oranında kısıtlı artış olmuştur. Buna karşı hatalı/yanlış açıklama yapanların oranı %15,9 yüzde puanlık bir azalma gösterirken hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %6,7 yüzde puanlık bir azalma olduğu tespit edilmiştir.

Kontrol Grubu Analizi (a Şikkı)



Grafik 4. 10 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi a şikkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

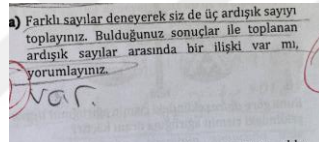
Grafik 4. 10 incelendiğinde, kontrol grubuna ait ön test sonuçlarına göre ardışık sayıların toplamı problemi a şikkında öğrencilerin %0'ının tam ve ikna edici açıklama, %9,3'ünün eksik açıklama, %30,9'unun hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %59,8'inin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin tıpkı deney grubunda olduğu gibi ön testte ardışık sayıların toplamı problemi a şikkında düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun çözüm sürecine ilişkin herhangi bir açıklama yapamadıklarını göstermektedir. Ek olarak kontrol grubu öğrencilerinde hiçbiri tıpkı deney grubu öğrencileri gibi ilgili sorunun a şikkına ön testte tam ve ikna edici bir açıklama sunamamıştır. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %1,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %11,8'inin eksik açıklama, %30,9'unun hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %54,9'unun hiç açıklama yapmadığı

belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %1,5; eksik açıklama yapanlarda %2,5 yüzde puanlık bir artış gerçekleşmiştir. Hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %1 oranında artış, hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında ise %4,9 oranında azalma gerçekleşmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (a Şıkkı)

Ardışık sayıların toplamı problemi a şıkkı incelendiğinde, öğrenciler ardışık 3 sayının toplamı verilmiş ve verilen örneklerden yola çıkarak kenelerinin de örnek vermesi istenmiştir. Soru maddesinin devamında öğrencilerden bulduğu sonuç ile topladığı ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi yorumlamaları beklenmektedir.

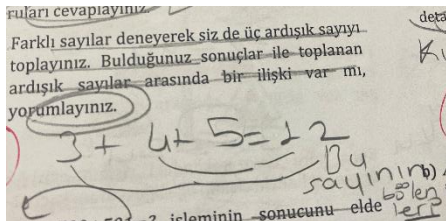
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin sorunun a şıkkına ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca cevabı yazdıkları ya da soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Öğrenciler çözüm sürecine dair herhangi bir gerekçelendirme sunmamıştır. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevabı Şekil 4. 32’de sunulmuştur.



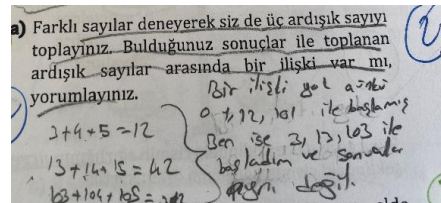
Şekil 4. 32 Ö358 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö358’in ilişki hakkında sadece “var” ifadesini kullanarak herhangi bir açıklamayla desteklemediği görülmüştür. Bu tür öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

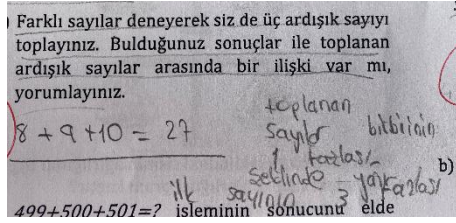
Ardışık sayıların toplamı problemi a şıkkı için bazı öğrencilerin toplanan ardışık sayılar ile sonuç arasında bir ilişki olmadığını açıkladıkları gözlemlenmiştir. Bazı öğrenciler ise sayılar ile sonuç arasında yanlış ilişkiler bulmuştur. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 33, Şekil 4. 34, Şekil 4. 35 ve Şekil 4. 36 ’da sunulmuştur.



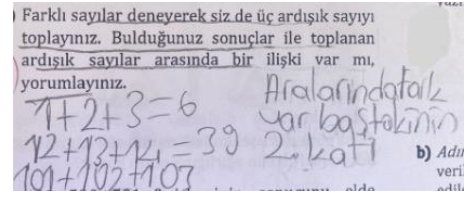
Şekil 4. 33 Ö173 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 34 Ö85 Numaralı Öğrenci Cevabı



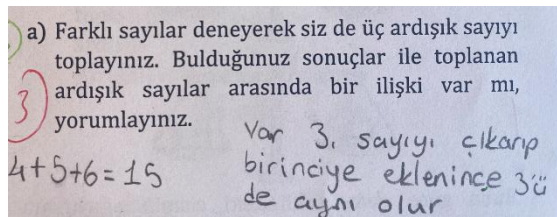
Şekil 4. 35 Ö261 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 36 Ö283 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö173 numaralı öğrenci 3 ardışık sayıyı toplamış ve toplamı doğru bir şekilde yazmıştır ancak sayılar ve sonuç arasındaki ilişkiyi; toplanan sayıların hepsinin sonucun bir böleni olduğu şeklinde hatalı yorumlamıştır. Ö85 ise hem üç ardışık sayıyı toplarken bazı işlem hataları yapmış hem de ilişki hakkında yanlış ifadeler sunmuştur. İlişkinin olmadığını düşünmüş, yanlış argümanlarla desteklemiştir. Ö261 ise yine ardışık sayıları toplamış ancak toplanan ardışık sayılar arasındaki ilişkiden yola çıkarak şu yanlış açıklamayı yapmıştır: “toplanan sayılar birbirinin 1 fazlası şeklinde, yani ilk sayının 3 fazlası”. Ö283 ise ardışık sayıları toplayarak ilişkiyi “baştağının iki katı” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenciler çözümlerini ve ilişkiyi yanlış ifadelerle açıklamaya çalışmıştır. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları sorunun a şıkında 3 ardışık sayının toplamından yola çıkarak ilişkiyi doğru bulmuş ancak yeterli matematiksel açıklamalarla çözümün destekleyememiştir. Öğrenciler ilişkiyi denemeler sonucu sezgisel olarak fark etmiş ancak açıklama aşamalarında eksik kalmışlardır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 37 ’de sunulmuştur

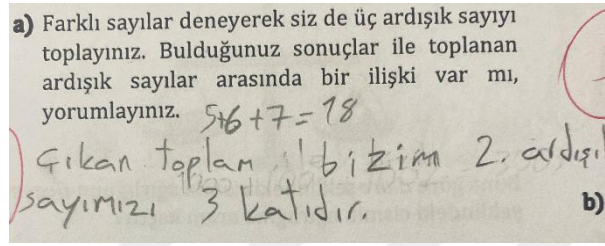


Şekil 4. 37 Ö193 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö193 numaralı öğrenci 3 ardışık sayıyı toplarken üçüncü sayıdan 1 çıkarıp birinci sayıya eklersek her bir sayının eşit olacağını ifade etmiş, çözüme yönelik bir kısa yol geliştirmiştir. Ancak elde ettiği bu üç eşit sayıyı toplamı için bir tanesini 3 ile çarpması gerektiğini ifade etmemiştir. Bu tür

öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır. Bu tür öğrenciler ilişkiyi fark etmekle birlikte bunu genelleyici bir matematiksel dille tam ve ikna edici şekilde sunamamıştır.

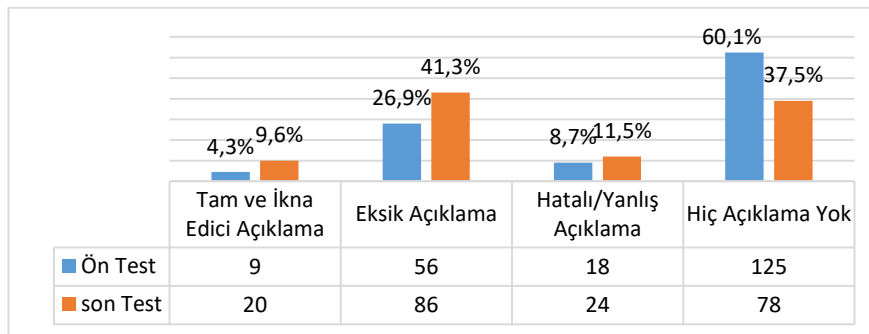
Ardışık sayıların toplamı problemi a şıkkı için bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, doğru sonuca ulaştığı ve çözümlerini ikna edici matematiksel gerekçelerle desteklediği belirlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 38’de sunulmuştur.



Şekil 4. 38 Ö3 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö3 numaralı öğrenci cevabında öğrencinin kendi verdiği 3 ardışık sayının toplanması örneğini doğru çözdüğü. Ardından ilişki hakkında toplamın toplanan sayılardan ortadakinin 3 katı olması gerektiğini doğru bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Bu tarz öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Deney Grubu Analizi (b-c Şıkkı)

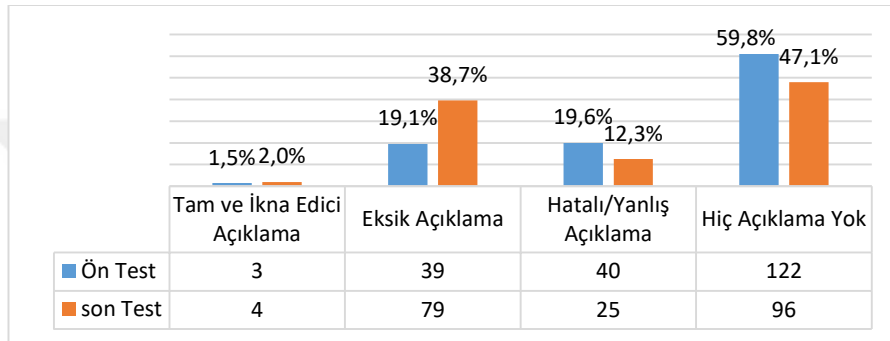


Grafik 4. 11 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıları Toplamı Problemi b-c şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik incelendiğinde, deney grubu ön testlerinde ardışık sayıların toplamı probleminin birlikte analiz edilen b ve c şıkkına öğrencilerinin %4,3’ünün tam ve ikna edici açıklama, %26,9’unun eksik açıklama, %8,7’sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı

ve %60,1'inin ise herhangi bir açıklama sunmadığı görülmektedir. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %9,6'sının tam ve ikna edici açıklama, %41,3'ünün eksik açıklama, %11,5'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %37,5'inin hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgulara göre tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %5,3; eksik açıklama yapanlarda %14,4; hatalı/yanlış açıklama yapanların oranı %2,8 oranında artış gözlemlenmiştir. Hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında ise %25,6 yüzde puanlık bir azalma olduğu tespit edilmiştir.

Kontrol Grubu Analizi (b-c Şıkkı)



Grafik 4. 12 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıları Toplamı Problemi b-c şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

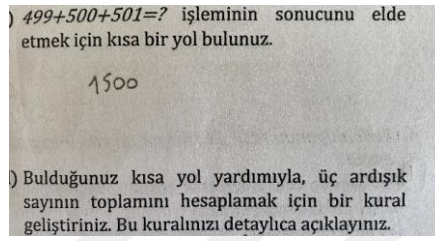
Grafik 4. 12 incelendiğinde, sorunun birlikte incelenen b ve c şıkkında ön test sonuçlarına göre kontrol grubu öğrencilerinin %1,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %19,1'inin eksik açıklama, %19,6'sının hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %59,8'inin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Son test sonuçlarına bakıldığında ise kontrol grubu öğrencilerin %2'sinin tam ve ikna edici açıklama, %38,7'si eksik açıklama, %12,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %47,1'inin hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerde %0,5 oranında kısıtlı bir artış, eksik açıklama yapan öğrencilerde %16,6 oranında bir artış gerçekleşmiştir. Hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %7,3; hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %12,7 oranında azalma gerçekleşmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (b-c Şıkkı)

CBT ardışık sayılar probleminin b şıkkında öğrencilerden $499+500+501$ işleminin çözümü için kısa bir yol bulmaları istenmiştir. Sorunun c şıkkında ise buldukları bu kısa yoldan yararlanarak üç ardışık sayının toplamına ilişkin bir kural

ortaya geliştirmeleri istenmiştir. Öğrencilerden buldukları sonuçları ikna edici matematiksel bir dille açıklamaları beklenmektedir. Bu iki şık birbirine matematiksel açıklama yönüyle tamamladıkları için öğrenci cevapları iki şıkta bütüncül değeriendirilmiştir.

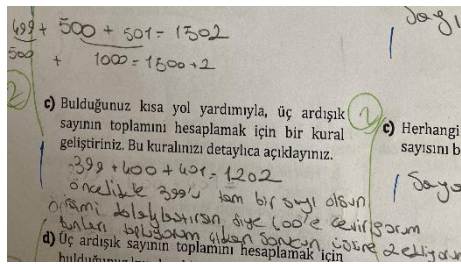
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin b-c şıkkına ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca cevabı yazdıkları ya da soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevabı şekil 4. 39’da sunulmuştur.



şekil 4. 39 Ö78 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö78 numaralı öğrenci b şıkkında sadece sayıların toplamını yazmış, herhangi bir kısa yol ya da işlem basamağı ortaya koymamıştır. Sorunun c şıkkını ise boş bırakmıştır. Bu tür öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

Ardışık sayılar probleminin b ve c şıkkı için bazı öğrenciler kısa yol ya da kural için yanlış fikirler ortaya koymuşlardır. Bazı öğrenciler ise çözüm süreçlerini hatalı/yanlış matematiksel gerekçeliendirmeler ile ortaya koymuştur. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı şekil 4. 40’da sunulmuştur.

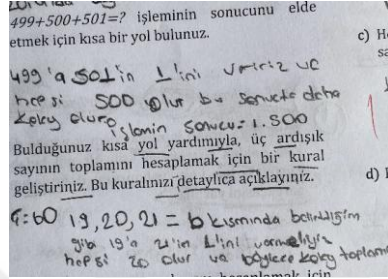


şekil 4. 40 Ö89 Numaralı Öğrenci Cevabı

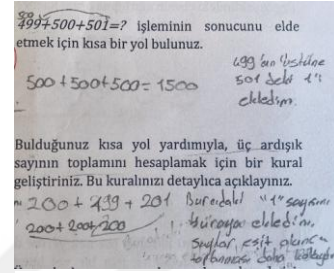
Ö89 numaralı öğrenci b şıkkında 499, 500 ve 501 ardışık sayılarını kısa yoldan toplayabilmek için ilk sayıya 1 eklediği, ancak son sayıdan 1 çıkarmadığı görülmektedir. Öğrenci hatalı işlemlerle sonucu hatalı bulmuş c şıkkında da farklı ardışık sayılar üzerinden kendi geliştirdiği yanlış kısa çözüm yolunu açıklamaya

çalışmıştır. Bu tür hatalı açıklama ve işlemler içeren öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları sorunun b şıkında verilen 3 ardışık sayının toplamına ilişkin kısmen kısa yollar geliştirmiş, ancak c şıkında bu kısa yoldan hareketle herhangi 3 ardışık sayının toplanmasına ilişkin bir kural açıklamada eksik kalmışlardır. Eksik ifadeler içeren örnek öğrenci cevapları Şekil 4. 41 ve Şekil 4. 42’de sunulmuştur.



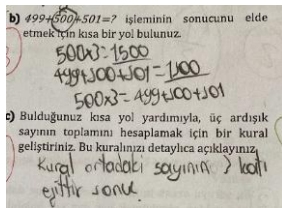
Şekil 4. 41 Ö176 Numaralı Öğrenci Cevabı



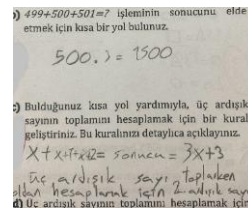
Şekil 4. 42 Ö294 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö176 ve Ö294 verilen 3 ardışık sayıyı kısa yoldan toplamak için sondaki sayıdan 1 eksiltip baştaki sayıya eklenmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu yolla hepsinin 500 sayısına eşit olacağını ve daha kısa yoldan toplanacağını ifade etmiş sorunun c şıkında ise benzer işlemleri farklı sayılarla yaparak sonuca ulaşmışlardır. Ancak öğrencilerin her ikisi de sayıları eşitledikten sonra toplamın “ortadaki sayının 3 katı” olacağını belirleyememiş, eşitlenen sayıları toplayarak doğru cevabı bulmuşlardır. Yani öğrenciler üç ardışık sayının toplamına ilişkin kısa yol geliştirmiş olmaya çalışmış ancak kural bulma ve açıklama aşamasında eksik kalmışlardır. Bu tür öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, b ve c şıkına yönelik bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, doğru sonuca ulaştığı ve çözümlerini ikna edici matematiksel gerekçelerle desteklediği görülmüştür. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 43 ve Şekil 4. 44’de sunulmuştur.



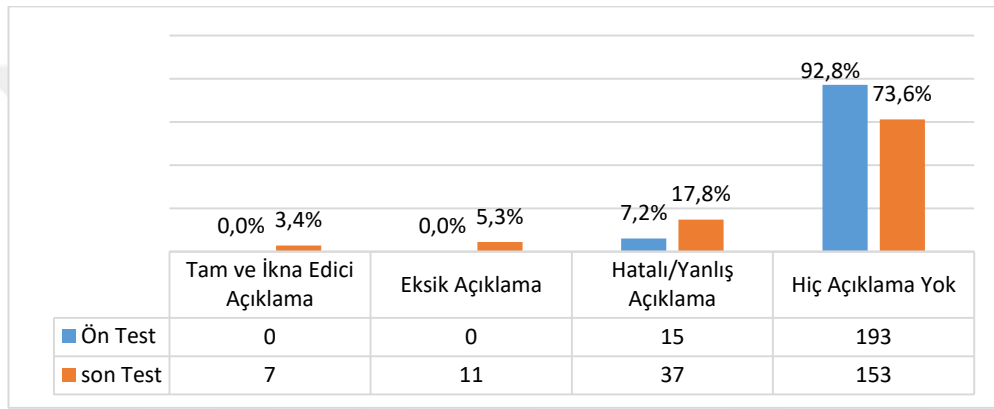
Şekil 4. 44 Ö387 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 43 Ö405 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde Ö387 numaralı öğrenci b şıkkının cevabını kısa yolla bulmuş, kullandığı kısa yolu “ortadaki sayının 3 katı” şeklinde c şıkkında ifade etmiştir. Ö405 ise benzer şekilde b şıkkını kısa yol ile bulmuş ve c şıkkında ardışık sayılar yerine bunlara karşılık gelecek cebirsel ifadeler kullanarak kısa yolu kurallandırmıştır. Öğrenci “ $x+x+1+x+2=3x+3$ ” ifadesi üzerinden üç ardışık sayı toplanırken sonucun ortadaki sayının 3 katı olması gerektiğini açıklamıştır. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Deney Grubu Analizi (d-e Şıkkı)

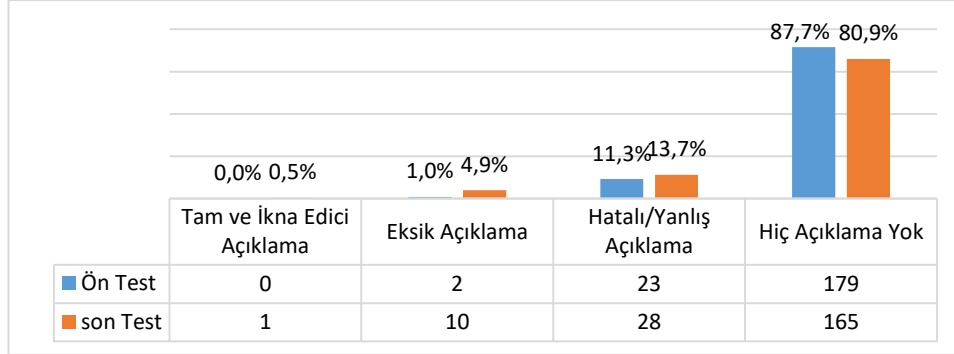


Grafik 4. 13 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı problemi d-e şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 13 incelendiğinde, deney grubu ön testlerinde ardışık sayılar probleminin birlikte analiz edilen d ve e şıkkına öğrencilerinin hiçbirisi tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama içeren çözüm sunamamışlardır. Öğrencilerin %7,2’si çözümüne hatalı/yanlış açıklama yapmış, %92,8’i ise hiç açıklama yok kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu bağlamda deney grubu ön testinde öğrenciler düşük performansa sergilemiş, öğrencilerin büyük bölümü soruyu yanıtsız bırakmıştır. Öğretmenlere sunulan Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi eğitimlerinin ardından ilgili öğretmenlerin öğrenci cevapları incelendiğinde d ve e şıklarına öğrencilerin %3,4 tam ve ikna edici açıklama, %5,3’ü eksik açıklama %17,8’i hatalı/yanlış açıklama sunmuştur. Son testte hiç açıklama sunmayan öğrenciler %73,6’dır. Elde edilen bulgulara göre tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerde %3,4; eksik açıklama yapan öğrencilerde %5,3 oranında bir artış olmuş, hatalı/yanlış açıklama yapan

öğrenci oranı %10,6 yükselmiş; hiç açıklama yapmayan öğrenci oranı ise %19,2 azalmıştır.

Kontrol Grubu Analizi (d-e Şıkkı)



Grafik 4. 14 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi d-e şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 14 incelendiğinde, kontrol grubuna öğrencileri ardışık sayılar probleminin birlikte incelenen d ve e şıkkında ön testlerde tıpkı deney grubu öğrencileri gibi %0 oranında tam ve ikna edici açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin %1'i eksik açıklama, %11,3'ü hatalı/yanlış açıklama sunmuştur. Öğrencilerin %87,7'sinin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Son test sonuçlarına bakıldığında ise kontrol grubu öğrencilerin %0,5'i tam ve ikna edici açıklama, %4,9'u eksik açıklama, %13,7'si hatalı/yanlış açıklama sunmuş ve %80,9'u ise hiç açıklama sunamamıştır. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %0,5; eksik açıklama yapan öğrencilerin oranında %3,9; hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin oranında ise %2,4 artış gerçekleşmiştir. Sorunun çözümüne hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %5,1 oranında azalma gerçekleşmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (d-e Şıkkı)

Ardışık sayılar probleminin d şıkkında öğrencilerden daha önceki şıklarda buldukları üç ardışık sayının toplamını hesaplamak kullanılabilecek kısa yolu cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmiştir. Soruda d şıkkı ile birlikte incelenen e şıkkında ise cebirsel ifadeyle ortaya koydukları kuralın doğruluğunu açıklamaları, matematiksel gerekçeler sunmaları beklenmiştir.

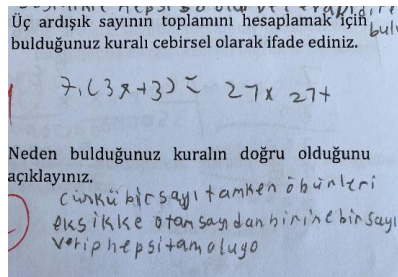
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin d-e şıkkına ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca cevabı yazdıkları ya da soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Öğrenciler çözüm sürecine dair herhangi bir gerekçelendirme sunmamıştır. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevabı Şekil 4. 45’de sunulmuştur.

- d) Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.
- e) Neden bulduğunuz kuralın doğru olduğunu açıklayınız.

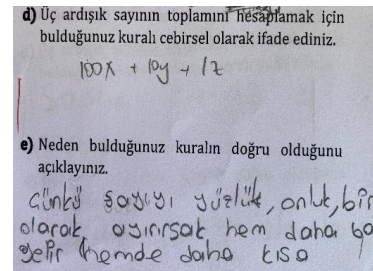
Şekil 4. 45 Ö99 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö99’un soruyu tamamen boş bıraktığı, çözüme yönelik herhangi bir matematiksel işlem ya da açıklamalarda bulunmadığı görülmüştür. Bu tür öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

Ardışık sayıların toplamı problemi d şıkkında için bazı öğrencilerin üç ardışık sayının toplanmasına ilişkin kısa yolu yanlış cebirsel ifadelerle göstermeye çalıştığı, e şıkkında ortaya koydukları cebirsel ifadeleri yanlış matematiksel gerekçelerle açıklamaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 46 ve Şekil 4. 47’de sunulmuştur.



Şekil 4. 46 Ö162 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 47 Ö293 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö162 numaralı öğrenci d şıkkında üç ardışık sayının toplamını hesaplamaya yönelik yanlış bir cebirsel ifade yazmış; e şıkkında ise yazdığı cebirsel ifadeyi üç sayıdan ilkinin 1 arttırıp sonuncuyu 1 eksiltme kısa yolunu yanlış ilişkilendirerek açıklamaya çalışmıştır. Ö293 ise kurala ilişkin cebirsel ifadenin “ $100x + 10y + 1z$ ” olduğunu ifade etmiş açıklamasında ise sayıyı “yüzlük, önlük ve birlik” olarak ayırmanın toplama işlemini daha kolay hale getireceğini açıklamıştır. Bu

tür hatalı açıklama ve işlemler içeren öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları d şıkında 3 ardışık sayının toplamına ilişkin kısa yolu cebirsel olarak doğru/kısmen doğru ifade etmiş, e şıkında çözüme ilişkin ancak eksik açıklamalarda bulunmuştur. Çözüme ilişkin eksik ifadeler içeren örnek öğrenci cevabı Şekil 4. 48’de sunulmuştur.

Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

$$x+1 \quad x+2 \quad x+3$$

Neden bu kuralın doğru olduğunu açıklayınız.

Paylaştırarak sayıları 2'ye bölüp toplayarak toplama kolaylaştırdığı için doğru.

Şekil 4. 48 Ö182 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö182 numaralı öğrenci d şıkında 3 ardışık sayıyı cebirsel ifadelerle ($x+1$, $x+2$, $x+3$) temsil ederek üçüncü sayıyı 1 eksiltip ilk sayıyı 1 arttırdığını göstermiştir. Ancak toplam işlemini yaparak sonucu açık bir şekilde yazmamıştır. Açıklamasında yaptığı işlemi doğru bir şekilde açıklamış ama kısa yolun ortadaki sayının 3 katı olduğunu belirtmemiştir. Bu öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, d ve e şıkına yönelik bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, d şıkında istenen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde ortaya koyarak e şıkında ikna edici matematiksel açıklamalarla desteklediği gözlemlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 49 ve Şekil 4. 50’de sunulmuştur.

d) Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

$$(n) + (n+1) + (n+2) = ?$$

$$3 \cdot (n+1) = \text{Sonuç}$$

e) Neden bulduğunuz kuralın doğru olduğunu açıklayınız.

Çünkü 3 sayı var ve ortadaki 3 kat sonuç veriyor.

Şekil 4. 49 Ö26 Numaralı Öğrenci Cevabı

Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.

$$h+x+b$$

$$h+b=2x$$

$$2x+x=3x$$

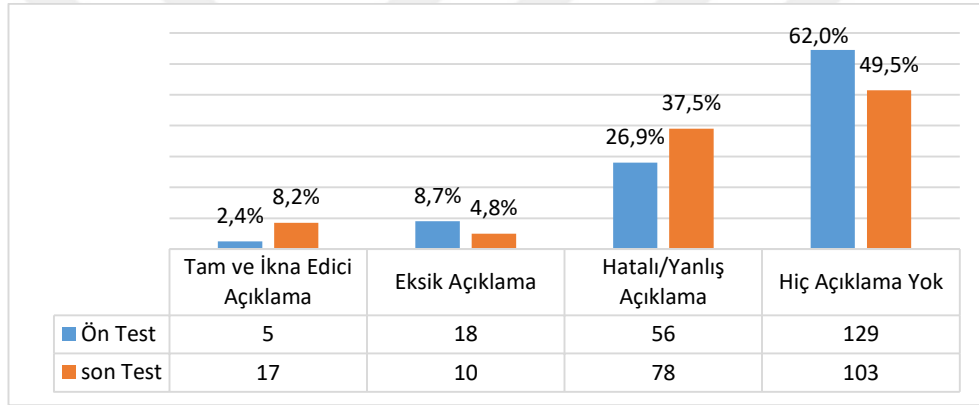
Neden bu kuralın doğru olduğunu açıklayınız.

Çünkü ortadaki sayının 1 dişi ve 1 farkları ile toplanıyor. Yani her türlü ortadaki sayının 3 katı.

Şekil 4. 50 Ö134 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde Ö26 numaralı öğrenci d şıkında 3 ardışık sayının toplamını “ $n+(n+1) + (n+2) = 3.(n+1)$ ” cebirsel ifadesiyle doğru bir şekilde göstermiş e şıkında çözümünü açıklarken sonucun ortadaki sayının 3 katı olduğunu söyleyerek yazdığı ifadeyi gerekçelendirmiştir. Ö134 ise d şıkında istenen ifadeyi “ $h+x+b$ ” şeklinde temsil etmiş, ifadenin üzerine yazdığı “ $-1, +1$ ” şeklindeki açıklamaları ile h, x ve b sayılarının ardışık 3 sayı olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrenci “ $h+b=2x$ ”, “ $2x+x=3x$ ” cebirsel ifadeler ile istenen kuralı doğru ifade etmiştir. Öğrenci e şıkında yaptığı açıklama kısa yola ilişkin bulduğu kuralı ve yazdığı cebirsel ifadeyi gerekçelendirmiştir. Bu tarz öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Deney Grubu Analizi (f Şıkkı)

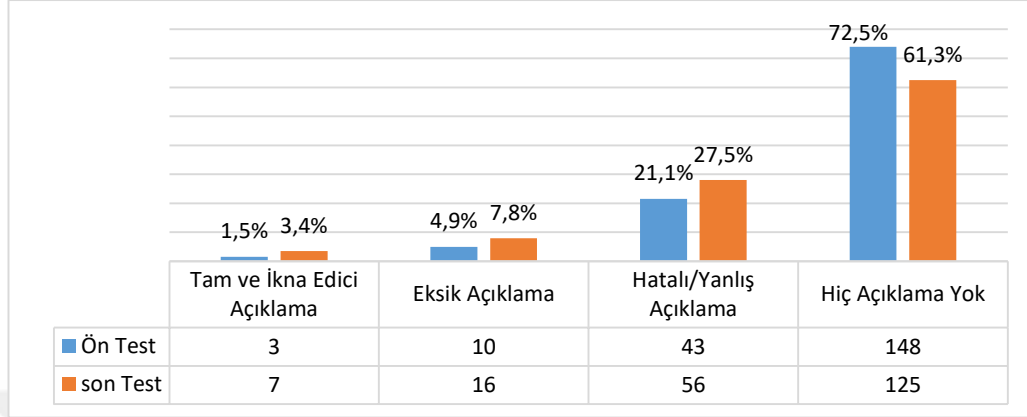


Grafik 4. 15 Deney Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f şıkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4.15 incelendiğinde, CBT ardışık sayılar probleminin f şıkında deney grubu öğrencileri ön testte %2,4 oranında tam ve ikna edici açıklama, %8,7 oranında eksik açıklama, %26,9 oranında hatalı/yanlış açıklama yapmışlardır. Öğrencilerin %69’si ise sorunun çözümüne ilişkin hiç açıklama sunmamıştır. Bu bulgu, öğrencilerin ön testte ardışık sayılar probleminin f şıkında düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %8,2’sini tam ve ikna edici açıklama, %4,82’inin eksik açıklama, %37,5’inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %69,7’sinin hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlere sunulan ortaokul sınıflarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi eğitimi sonrasında ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında

%5,8 artış olduğunu göstermiştir. Ayrıca eksik açıklama yapanların oranında %3,9 azalma; hatalı/yanlış açıklama yapanların oranında %10,6 artış ve hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %12,5 azalma gerçekleşmiştir.

Kontrol Grubu Analizi (f Şıkkı)



Grafik 4. 16 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Ardışık Sayıların Toplamı Problemi f şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

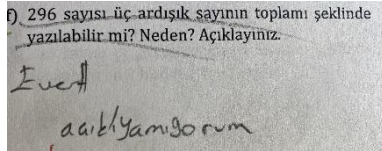
Grafik 4. 16 incelendiğinde, ardışık sayılar problemi f şıkkının çözümünde kontrol grubu öğrencilerinden %1,5'i tam ve ikna edici açıklama, %4,9'u eksik açıklama, %21,1'i hatalı/yanlış açıklama sunmuştur. %72,5'i ise hiç açıklama yapmamıştır. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin deney grubu öğrencilerine benzer bir performans sergilediğini göstermektedir. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %3,4'ü tam ve ikna edici açıklama, %7,8'i eksik açıklama, %27,5'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı; %61,3'ünün ise hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %1,9; eksik açıklama yapanlarda %2,9; hatalı/yanlış açıklama yapanlarda ise %6,4 oranında artışlar ve hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %11,2 oranında bir azalma gerçekleştiği gözlemlenmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (f Şıkkı)

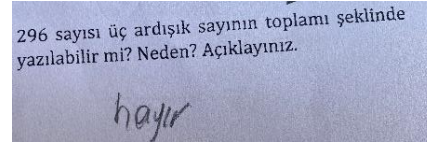
CBT'nin ardışık sayıların toplamı problemi f şıkkı incelendiğinde, öğrencilerden 296 sayısının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılıp yazılamayacağını belirlemeleri beklenmektedir. Burada öğrenciler daha önceki şıklarda farklı ardışık sayılarla ve cebirsel ifadelerle buldukları kuralı bir sayı üzerinden tersten yapmaları gerektirmektedir. Soruda özellikle “neden? Açıklayınız” ifadeleri ile öğrencileri çözümü açıklama sürecine girmeleri için teşvik edilmeye

çalışılmıştır. Öğrencilerden sadece “yazılır/yazılmaz” şeklinde cevabı sunmak yerine işlemlerini ikna edici matematiksel bir dille açıklamaları beklenmiştir.

Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları ya da yalnızca “evet/hayır” ifadelerini kullandığı, öğrencilerin çözüm sürecine ilişkin hiçbir açıklama yapmadıkları görülmüştür. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 51 ve Şekil 4. 52’de sunulmuştur.



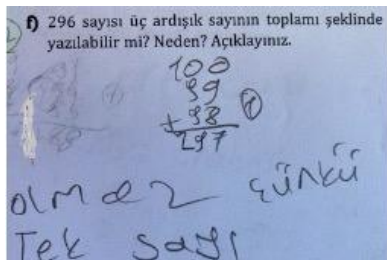
Şekil 4. 51 Ö293 Numaralı Öğrenci Cevabı



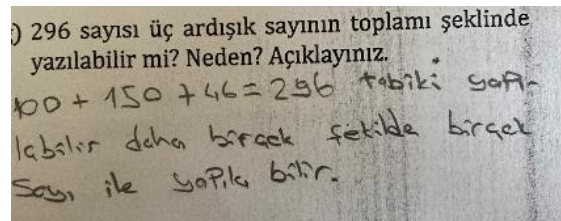
Şekil 4. 52 Ö369 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö293 ve Ö369 numaraları öğrencilerin yalnızca “evet/hayır” ifadelerini kullanarak çözüme ilişkin hiçbir matematiksel açıklama ve argüman sunmadıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle, söz konusu öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

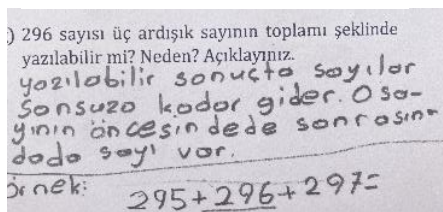
Ardışık sayılar problemi f şikkı öğrenci cevaplarında karşılaşılan durumlardan birisi de öğrencilerin 296 sayısının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılıp yazılamayacağını hatalı/yanlış matematiksel açıklamalarla desteklemeye çalışmasıdır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 53, Şekil 4. 54, Şekil 4. 55 ve Şekil 4. 56’da sunulmuştur.



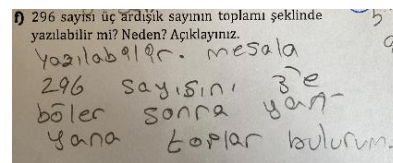
Şekil 4. 53 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 54 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 56 Ö253 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 55 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö81 numaralı öğrenci 100, 99 ve 98 ardışık sayıları toplayarak 296 sayısını elde etmeye çalışmış ancak sayının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını tespit etmiştir. Ancak öğrenci yazılamama sebebini “tek sayı” olmasından dolayı olduğunu düşünerek hatalı bir açıklama yapmıştır. Ö143 numaralı öğrenci ise ardışık sayı bilgisini göz ardı ederek 296 sayısını herhangi üç sayının toplamı şeklinde yazmış, yanlış gerekçelendirmelerde bulunmuştur. Buna karşın Ö253 üç ardışık sayı bilgisini göz ardı etmemiş ancak yanlış yorumlamıştır. 296 sayısı ortadaki sayı olmak koşulu ile üç ardışık sayı yazarak bu sayıları toplamış, “sayılar sonsuz olduğu için yazılabilir” ifadesini kullanmıştır. Ö97 kuralı doğru yorumlamış (üç ile bölünme) ancak 256 sayısının denemeden üç sayısına bölünebileceğini varsayarak “yazılabilir” demiştir. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları sorunun f şıkında doğru sonuca ulaşmış, 256 sayısının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını tespit etmiştir. Ancak öğrenciler bunu deneme yanılma yoluyla keşfetmiş, kuralı açıklamada eksik kalmıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 57’de sunulmuştur.

Öğrenci soruyu üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabılır mı? Neden? Açıklayınız.

38 + 39 + 40 = 117

100 + 99 + 98 = 297

107 + 100 + 93 = 300

57 + 58 + 59 = 174

Eksik kalıyor 100 + 99 + 98 = 297 bir sayı eksik

Şekil 4. 57 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö97 numaralı öğrenci farklı ardışık sayıların toplamını deneyerek 296 sayısına ulaşmaya çalışmış ancak bulabildiği en yakın değerin 257 olduğunu ifade etmiştir. Öğrenci verilen sayının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını denemeleriyle beraber göstermiş ancak kuralı açıklama kısmında eksik kalmıştır. Bu tür öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları f şıkında beklenen işlemleri doğru bir şekilde yapmış, doğru sonuca ulaşmış ve cevabını ikna edici matematiksel argümanlarla desteklemiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 58 ve Şekil 4. 59’da sunulmuştur.

Ö 296 sayısı üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabilir mi? Neden? Açıklayınız.

$$x + (x+1) + (x+2) = 3x+3 = 296$$

tan bölünmez

$$\begin{array}{r} 296 \\ 3 \overline{) 296} \\ \underline{27} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

Şekil 4. 58 Ö198 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö 296 sayısı üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabilir mi? Neden? Açıklayınız. H.Ş.Ö.

3 ile bölünmez

$$\begin{array}{r} 296 \\ 3 \overline{) 296} \\ \underline{27} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

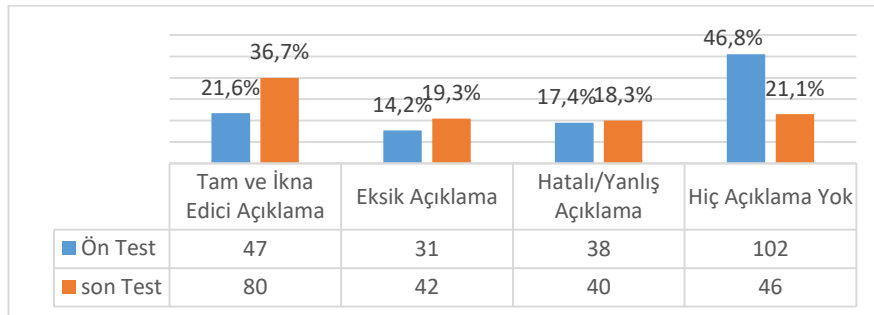
Şekil 4. 59 Ö373 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö198 cebirsel ifadeler ile üç ardışık sayının toplamını modellemiş, sonuç olan $3x+3$ cebirsel ifadesini 296 sayısına eşitlemiştir. Öğrenci buradan hareketle 296 sayısının üçe tam bölünmediğini ifade etmiş, verilen sayının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını matematiksel gerekçelerle desteklemiştir. Ö373 ise verilen sayının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılamayacağını ifade ederek sayının üçe tam bölünmediğini işlemleriyle göstermiş, sayının üçe bölünme “kuralına aykırı” olduğunu söylemiştir. Bu öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

4.2.6. Örüntü Kareleri Problemine İlişkin Bulgular

Cebir Bilgi Testi’nde yer alan örüntü kareleri problemi, şekil örüntülerindeki ilişkileri tespit ederek sayı örüntüsüne dönüştürme, örüntünün istenilen adımlarını ve kuralı bulmaya yöneliktir. Örüntü kareleri problemi dört alt maddeden (a–d) oluşmaktadır. Bu alt maddelerden bazıları, bir önceki seçeneğin gerekçesini istemektedir. Bu nedenle c–d şıkları bütüncül olarak değerlendirilmiş ve birlikte puanlanmıştır. Bu şıklar, öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmalarını değil, çözüm süreçlerini açıklamaya yönlendirilmesini de hedeflemektedir.

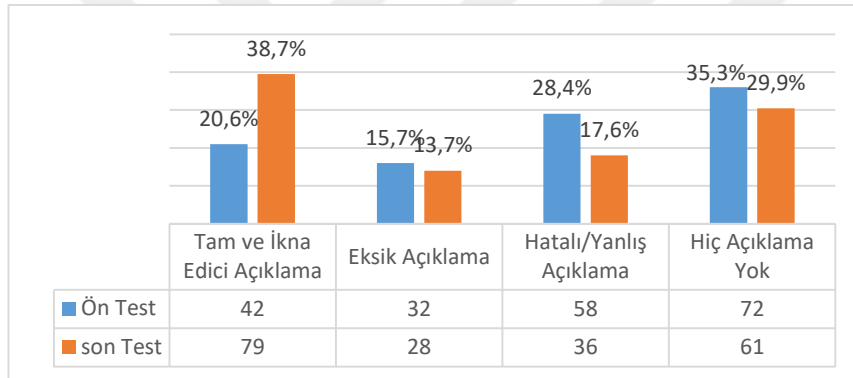
Deney Grubu Analizi (a şıkkı)



Grafik 4. 17 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 17 incelendiğinde, örüntü kareleri probleminin a şıkkına ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin %21,6'sının tam ve ikna edici açıklama, %14,2'sinin eksik açıklama, %17,4'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %46,8'inin ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Öğretmenlere verilen eğitimler sonucunda ilgili öğretmenlerin öğrencilerinin son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %36,7'sinin tam ve ikna edici açıklama, %19,3'ünün eksik açıklama, %18,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %21,1'ininde hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %15,1; eksik açıklama yapanlarda ise %5,1 oranında artış olduğunu göstermektedir. Hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin oranı %0,9 artmış; hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranı %25,7 azalmıştır.

Kontrol Grubu Analizi (a şıkkı)



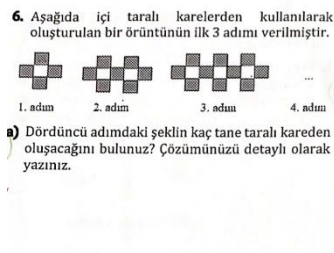
Grafik 4. 18 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi a şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 18 incelendiğinde, örüntü kareleri problemi a şıkkı ön test sonuçlarında kontrol grubu öğrencilerinin %20,6'sı tam ve ikna edici açıklama, %15,7'si eksik açıklama, %28,4'ü hatalı/yanlış açıklama yapmış ve %35,3'ü ise hiç açıklama yapmadığı görülmüştür. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %38,7'sinin tam ve ikna edici açıklama, %13,7'sinin eksik açıklama, %17,6'sının yanlış açıklama yaptığı; %29,9'unun ise hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %18,1 artış olduğunu göstermiştir. Eksik açıklama yapan öğrenci sayısında %2 oranında, hatalı/yanlış açıklama yapan öğrenci sayısında %10,8 oranında, hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında ise %5,4 oranında bir azalma gözlemlenmiştir.

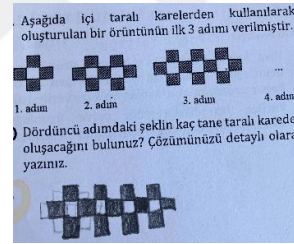
Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (a Şıkkı)

CBT örüntü kareleri problemi a şıkkı incelendiğinde, öğrencilerden ilk üç adımı verilen şekil örüntüsünden yararlanarak dördüncü adımda kaç tane taralı kare oluşacağını tespit etmeleri ve çözümlerini detaylıca açıklamaları beklenmektedir. Öğrenciler dördüncü adımdaki taralı kare sayısını örüntünün kuralını tespit ederek, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürerek ya da verilen şekilde artış miktarından yola çıkarak tespit edebilirler. Soruda öğrencilerden sadece doğru cevabı bulmaları değil işlemlerini ikna edici matematiksel bir dille açıklamaları beklenmiştir.

Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları ya da sadece sorunun doğru cevabını yazıp çözüm sürecine ilişkin hiçbir açıklama yapmadıkları görülmüştür. Öğrencilerden bazıları ise sadece şeklin dördüncü adımını çizmeye çalışmış, herhangi bir sonuç ya da matematiksel gerekçelendirme ortaya koyamamıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 60 ve Şekil 4. 61’de sunulmuştur.



Şekil 4. 60 Ö87 Numaralı Öğrenci Cevabı

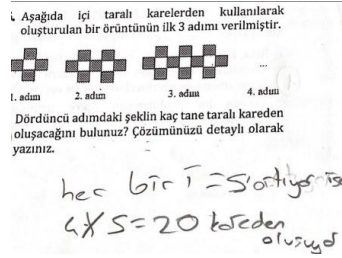


Şekil 4. 61 Ö229 Numaralı Öğrenci Cevabı

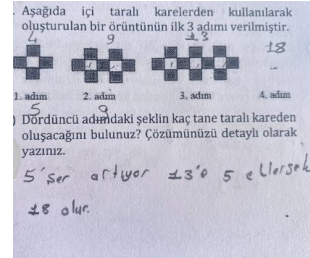
Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö87 numaralı öğrencinin sonucu yanıtsız bıraktığını soruya, Ö229 ise direkt dördüncü adımı çizmiş, dördüncü adımda kaç kare olacağına ya da nasıl bulabileceğine, örüntünün artış miktarına dair bir açıklama sunmamıştır. Bu nedenle, söz konusu öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

Sorunun a şıkkı öğrenci cevaplarına bakıldığında karşılaşılan durumlardan birisi de öğrencilerin dördüncü adımdaki taralı kare sayısını bulmaya yönelik hatalı/yanlış argümanlar ortaya koymasıdır. Bazı öğrenciler verilen şekil örüntüsünün artış miktarını yanlış bulmuş, bazı öğrenciler ise “taralı kare” ifadesini yanlış yorumlamıştır. Dördüncü adımı örüntünün kuralını yazarak bulmaya çalışan

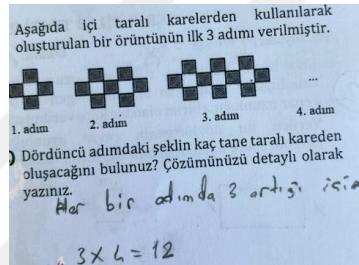
öğrencilerden bazıları ise kuralı yanlış bulmuşlardır. Bu durumları örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 62, Şekil 4. 63 ve Şekil 4. 64’de sunulmuştur.



Şekil 4. 62 Ö81 Numaralı Öğrenci Cevabı



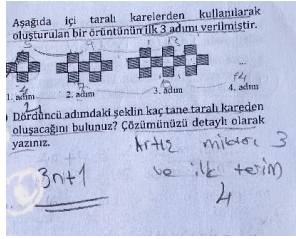
Şekil 4. 63 Ö178 Numaralı Öğrenci Cevabı



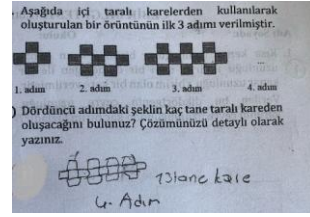
Şekil 4. 64 Ö256 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö81 ve Ö 178 numaralı öğrencilerin artış miktarını hatalı bir şekilde 5 tespit ettiği görülmektedir. Ö81 sorudaki “taralı kare” ifadesini ihmal ederek her adımda kare sayısının 5 arttığını ifade ederek dördüncü adım sorulduğu için “4x5” işlemini yaparak cevabı 20 bulmuştur. Ö178 ise farklı olarak ilk üç adımdaki taralı kare sayısını doğru bir şekilde tespit etmiş (4, 9,13) ancak dördüncü adımı bulmak için “5’er artıyor, 13’e 5 eklersek 18 olur” şeklindeki yanlış açıklamasıyla sonucu yanlış bulmuştur. Ö256 taralı kare sayısının her adımda üçer arttığını doğru bir şekilde ifade etmiş ancak ilk terimi göz ardı ederek dördüncü adım sorulduğu için “3x4=12” işlemiyle sonucu yanlış bulmuştur. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin sorunun a şıkında doğru sonuca ulaşmış ancak bu sonuca nasıl ulaştığını tam olarak ifade edememiş yani çözümü açıklamalarında eksik kalmıştır. Bazı öğrenciler ise çözüme çok yaklaşmış ancak birtakım eksik açıklamalar yüzünden tam sonuca ulaşamamışlardır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 65 ve Şekil 4. 66 ’da sunulmuştur.



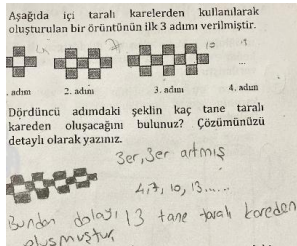
Şekil 4. 66 Ö384 Numaralı Öğrenci Cevabı



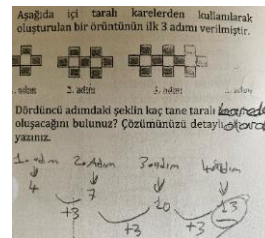
Şekil 4. 65 Ö392 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö384 numaralı öğrencinin örüntünün genel terimini doğru bir şekilde $(3n+1)$ bulmuş ve nasıl bulduğunu açıklamıştır. Ancak öğrenci bulduğu ifadeye n yerine dört koyarak dördüncü adımı bulmamış, sonucu bulmada eksik kalmıştır. Ö392 ise sonucu dördüncü adımın şeklini çizerek doğru bulmuştur. Ancak öğrencinin şeklinde bazı eksiklikler vardır. Örneğin taralı kareleri göstermemiştir. Ayrıca öğrenci açıklaması kısıtlıdır, artış miktarı gibi bazı kavramları, bu şekli nasıl ortaya koyduğunu yeterince açıklamamıştır. Bu öğrenci cevabı da “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

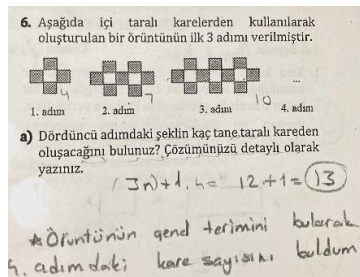
Bazı öğrenciler ise sorunun a şikkında sonucu doğru bir şekilde bulmuş ve cevabını ikna edici matematiksel argümanlarla desteklemiştir. Öğrenciler doğru sonucu örüntünün genel terimini yazma, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürme gibi farklı yöntemlerle bulmuşlardır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 67 Şekil 4. 68 ve Şekil 4. 69 'da sunulmuştur.



Şekil 4. 68 Ö97 Numaralı Öğrenci Cevabı



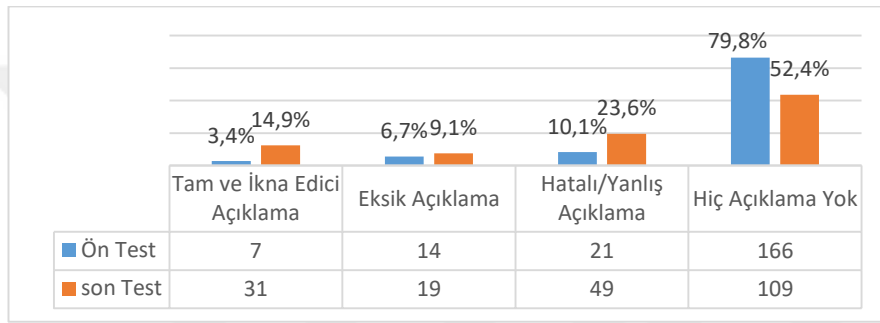
Şekil 4. 67 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 69 Ö167 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö97 numaralı öğrenci dördüncü adımın şeklini çizmiş, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürmüş ve artış miktarını 3 olarak ortaya koymuştur. Öğrenci doğru cevabı bu matematiksel argümanlarla destekleyerek açıklamıştır. Ö143 sayı örüntüsünün her bir adımına karşılık gelen taralı kare sayısını yazarak örüntüyü sayı örüntüsüne dönüştürmüş, artış miktarını ifade ederek doğru sonuca ulaşmıştır. Ö167 ise örüntünün genel terimini bularak doğru sonuca ulaşmıştır. Bu öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

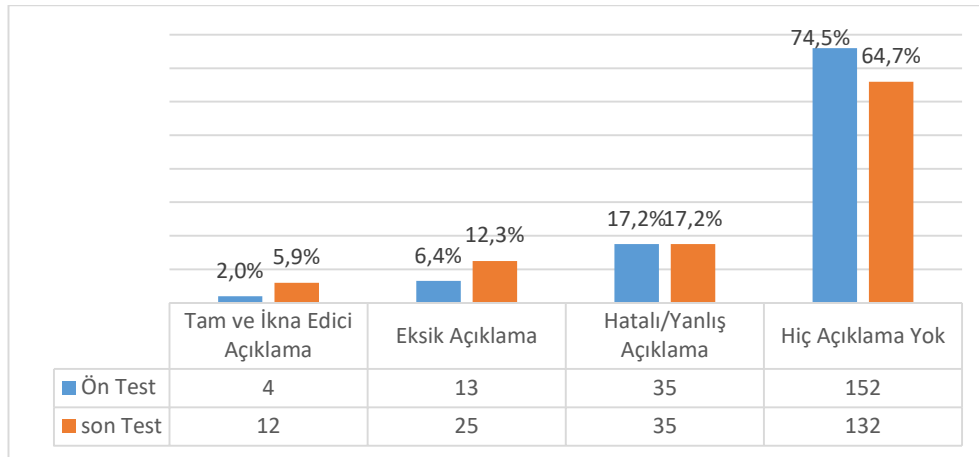
Deney Grubu Analizi (b şıkkı)



Grafik 4. 19 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi b şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 19 incelendiğinde, örüntü kareleri probleminin b şıkkına ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin %3,4'ünün tam ve ikna edici açıklama, %6,7'sinin eksik açıklama, %10,1'inin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %79,8'inin ise hiç açıklama sunmadığı görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin ön testin b şıkkında düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %14,9'unun tam ve ikna edici açıklama, %9,1'inin eksik açıklama, %23,6'sının hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %52,4'ünün hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlere sunulan ortaokul sınıflarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi eğitimi sonrasında ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %11,5; eksik açıklama yapanlarda %2,4 ve hatalı/yanlış açıklama yapanlarda %13,5 yüzde puanlık artış gözlenmiştir. Buna karşılık hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %27,4 puanlık bir azalma gerçekleşmiştir.

Kontrol Grubu Analizi (b şıkkı)



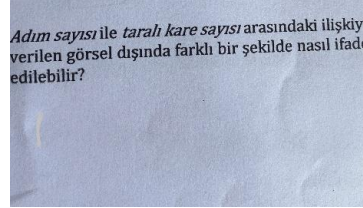
Grafik 4. 20 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi b şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 20 göre kontrol grubuna örüntü kareleri probleminin b şıkkında incelendiğinde ön testte öğrencilerin %2'sinin tam ve ikna edici açıklama, %6,4'ünün eksik açıklama, %17,2'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %74,5'inin ise hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Son test sonuçlarına göre ise kontrol grubu öğrencilerinin %5,9'u tam ve ikna edici açıklama, %12,3'ü eksik açıklama, %17,2'si hatalı/yanlış açıklama yapmış; %64,7'si ise hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %3,9; eksik açıklama yapan öğrencilerin oranında %5,9 artış olduğunu göstermektedir. Hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin oranında herhangi bir değişim olmazken hiç açıklama yapmayan öğrencilerde ise %9,8 oranında bir azalma gerçekleşmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (b Şıkkı)

CBT örüntü kareleri probleminin b şıkkı incelendiğinde, öğrencilerden adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkinin verilen görsel dışında farklı bir şekilde nasıl ifade edilebileceğine yönelik akıl yürütmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin sayı örüntüsü yazma, örüntünün sözel ifadesini, kuralını yazma ve örüntünün genel terimini bulma gibi yollarından birisini ya da birkaçını ifade etmeleri beklenmektedir. Bu işlemleri matematiksel bir dille açıklamaları beklenmiştir.

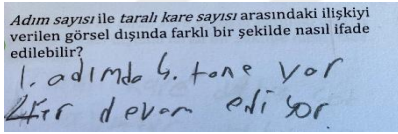
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin soruya ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, çözüme ilişkin hiçbir açıklama sunmadıkları görülmüştür. Bu durumu örnekleyen öğrenci kâğıdı Şekil 4. 70’de sunulmuştur.



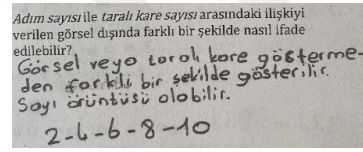
Şekil 4. 70 Ö147 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö147 numaralı öğrencinin sonucu yanıtsız bırakmıştır. Bu gibi öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

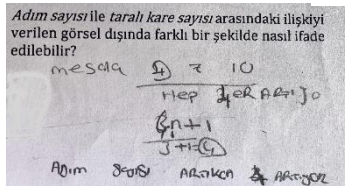
Sorunun b şıkkı öğrenci cevaplarına bakıldığında karşılaşılan durumlardan birisi de öğrencilerin şekil örüntüsünü farklı şekilde ifade etmeye çalışırken yanlış gösterimler ve hatalı/yanlış matematiksel açıklamalar sunmasıdır. Bu durumları örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 71, Şekil 4. 72 ve Şekil 4. 73’de sunulmuştur.



Şekil 4. 71 Ö85 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 72 Ö412 Numaralı Öğrenci Cevabı

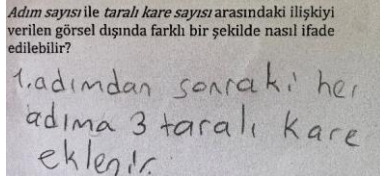


Şekil 4. 73 Ö113 Numaralı Öğrenci Cevabı

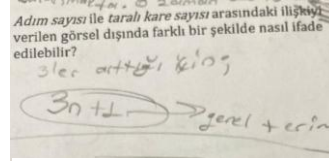
Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö85 numaralı öğrenci örüntüyü sözel ifade kullanarak yazmaya çalışmış, birinci adımda 4 taralı kare olduğunu doğru bir şekilde ifade etmiş ancak artık miktarını yanlış belirlediği için hatalı/yanlış açıklamalarda bulunmuştur. Ö412 ise verilen şekil örüntüsünün sayı örüntüsü ile temsil edilebileceğini ifade etmiştir ancak verdiği sayı örüntüsünün şekille bir ilişkisi yoktur. Ö113 ise verilen şekil örüntüsünde taralı kare ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi örüntünün genel terimi bularak ifade etmeye çalışmıştır. Ancak öğrenci artış miktarını

yanlış belirlemiş; genel terimi yanlış yazmıştır. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yatalı Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Öğrencilerin bazıları sorunun b şıkında adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkiyi ifade edecek yolu doğru bir şekilde tespit etmiş ancak bu yolu eksik ya da kasıtlı açıklamakla gerekçelendirmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 74 ve Şekil 4. 75’de sunulmuştur.



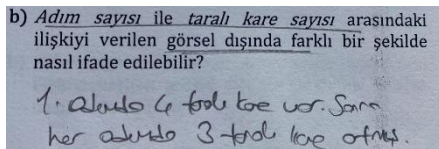
Şekil 4. 75 Ö295 Numaralı Öğrenci Cevabı



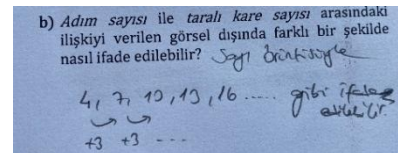
Şekil 4. 74 Ö301 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö295 numaralı öğrencinin adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkiyi örüntünün sözel ifadesini yazarak açıklamaya çalıştığı görülmektedir. İlişkiyi ortaya koymak için doğru bir yöntem kullanmış ve “1. Adımdan sonraki her adımda 3 taralı kare eklenir” diyerek artış miktarını ortaya koymuştur. Burada öğrencinin eksik bıraktığı bilgi ilk adımın kaç taralı kareden oluştuğu bilgisidir. Ö301 ise istenen ilişkiyi örüntünün genel terimi ile ifade etmiş, genel terimi bulurken artış miktarından bahsetmiş ancak Ö295 gibi ilk adımdaki taralı kare sayısı hakkında bilgi sunmamıştır. Bu öğrenci cevabı da “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

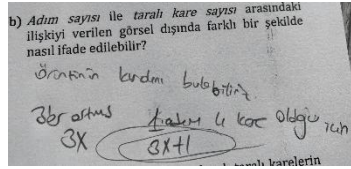
Bazı öğrenciler ise sorunun b şıkında adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkiyi ifade etmek için doğru bir yöntem belirleyip, bu yöntemi tam ve ikna edici bir biçimde açıklamıştır. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 76, Şekil 4. 77 ve Şekil 4. 78’de sunulmuştur.



Şekil 4. 76 Ö72 Numaralı Öğrenci Cevabı



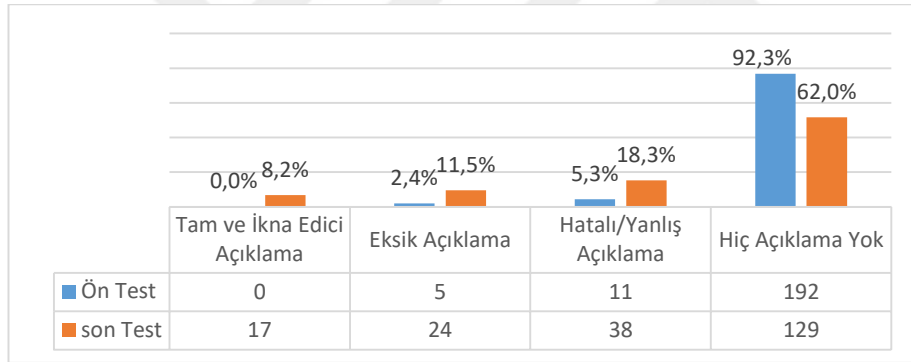
Şekil 4. 77 Ö50 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 78 Ö224 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde Ö72 numaralı öğrenci örüntüyü “sözel ifade” ile doğru bir şekilde ifade etmiştir. Ö50 numaralı öğrenci istenilen ilişkinin “sayı örüntüsü” ile ifade edilebileceğini söyleyerek göstermiştir. Öğrenci ilk adımdan başlayarak sayı örüntüsünü ve artış miktarını da doğru bir şekilde yazmıştır. Ö224 numaralı öğrenci ise ilk terim ve artış miktarından yola çıkarak ilişkiyi “cebirsal ifade” ile göstermiştir. Bu tür öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

Deney Grubu Analizi (c-d şıkkı)

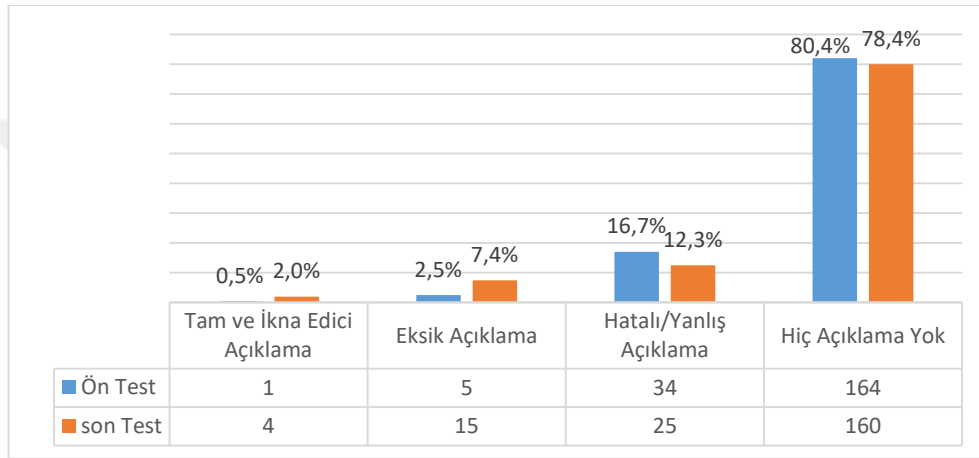


Grafik 4. 21 Deney Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi c-d şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 21 incelendiğinde, örüntü kareleri probleminin birlikte analiz edilen c ve d şıklarına ilişkin ön test sonuçlarına göre deney grubu öğrencilerinin cevaplarından %0'ı tam ve ikna edici açıklama, %2,4'ü eksik açıklama, %5,3'ü hatalı/yanlış açıklama şeklinde kodlanmıştır. Öğrencilerden %92,3'ü ise çözüme dair herhangi bir açıklama sunmamıştır. Bu bulgu, deney öğrencilerinin CBT örüntü kareleri problemi c ve d şıkkında; ön testte düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Ön testte deney grubu öğrencilerinin hiçbir soruya ilişkin tam ve ikna edici açıklama sunamamıştır. Öğretmenlere verilerin eğitimler sonrasında deney grubu öğrencilerinin son test sonuçları incelendiğinde ise öğrencilerin %8,2'sinin tam ve ikna edici açıklama,

%11,5'inin eksik açıklama, %18,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %62'sinin hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlere sunulan ortaokul sınıflarında cebirsel düşünmenin geliştirilmesi eğitimi sonrasında ilgili öğretmenlerin öğrencilerinde tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %8,2; eksik açıklama yapanların oranında %9,1 ve hatalı/yanlış açıklama yapanlarda %13 oranında artış gözlenmiştir. Buna karşılık hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %30,3 oranında bir azalma gerçekleşmiştir.

Kontrol Grubu Analizi (c-d şıkkı)



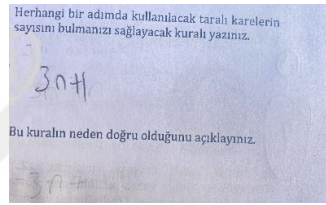
Grafik 4. 22 Kontrol Grubu Öğrencilerinin Örüntü Kareleri Problemi c-d şıkkına Yaptıkları Açıklamaların Ön Test ve Son Test Frekans ve Yüzde Oranları

Grafik 4. 22 incelendiğinde, örüntü kareleri problemi birlikte analiz edilen c ve d şıkkında kontrol grubu ön test sonuçlarına göre öğrencilerin %0,5'inin tam ve ikna edici açıklama, %2,5'iinin eksik açıklama, %16,7'sinin hatalı/yanlış açıklama yaptığı ve %80,4'ünün hiç açıklama yapmadığı görülmektedir. Bu bulgu, kontrol grubu öğrencilerinin tıpkı deney grubunda olduğu gibi ön testte düşük bir performans sergilediklerini ve çoğunluğunun açıklama yapmaktan kaçındıklarını göstermektedir. Son test sonuçlarına göre ise öğrencilerin %2'si tam ve ikna edici açıklama, %7,4'ü eksik açıklama, %12,3'ünün hatalı/yanlış açıklama yaptığı; %78,4'ünün ise hiç açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bulgular, kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrencilerin oranında %1,5; eksik açıklama yapan öğrencilerin oranında %4,9 artmış olduğunu göstermektedir. Hatalı/yanlış açıklama yapanların oranında ise %4,4 azalma gerçekleşmiştir. Sorunun çözümüne dair hiç açıklama yapmayan öğrencilerin oranında %2 şeklinde bir azalma gerçekleşmiştir.

Kategorilere Uygun Örnek Öğrenci Cevapları (c-d Şıkkı)

CBT örüntü kareleri problemi c şıkkında herhangi bir adımda oluşacak taralı kare sayısını veren genel ifadeyi bulmaları d şıkkında ise bu kuralın nasıl bulunduğunu ve doğruluğunu gerekçelendirmeleri istenmektedir.

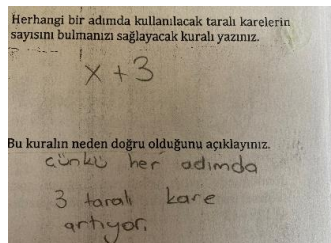
Öğrenci yanıtları incelendiğinde, bazı öğrencilerin sorunun c ve d şıkkına ilişkin herhangi bir işlem yapmadıkları, yalnızca cevabı yazdıkları ya da soruyu boş bıraktıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler nasıl bulduğunu açıklamadan c şıkkında kuralı yazmış, d şıkkında ise kurala ilişkin bir açıklamaya yer vermemiştir. Bu duruma örnek teşkil eden öğrenci cevabı Şekil 4. 79’da sunulmuştur.



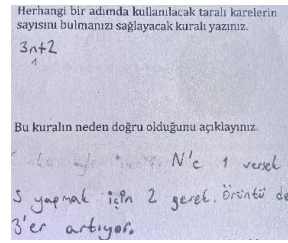
Şekil 4. 79 Ö261 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö253 numaralı öğrenci c şıkkında örüntünün genel terimini hiçbir açıklama yapmadan yazmış; kuralın doğruluğunun açıklanması istenen d şıkkında ise herhangi bir açıklamaya yer vermemiştir. Bu tür öğrenci cevapları “Hiç Açıklama Yok” kategorisinde kodlanmıştır.

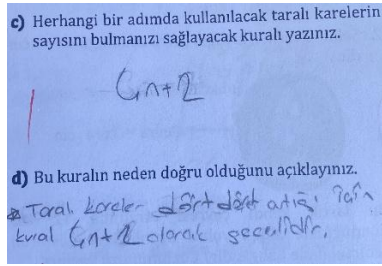
Örüntü kareleri problemi c-d şıkkında öğrenci cevapları incelendiğinde bazı öğrencilerin c şıkkında istenilen kuralı hatalı bulduğu ve d şıkkında da nasıl bulunduğunu yine yanlış ifadeler kullanarak açıkladığı gözlemlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevapları Şekil 4. 80, Şekil 4. 81 ve Şekil 8. 82 ’de sunulmuştur.



Şekil 4. 81 Ö27 Numaralı Öğrenci Cevabı



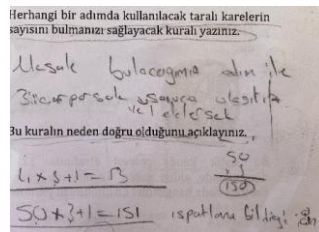
Şekil 4. 80 Ö176 Numaralı Öğrenci Cevabı



Şekil 4. 82 Ö397 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, öğrencilerin c şıkkında kuralı açıklayan cebirsel ifadeyi yanlış tespit ettikleri, d şıkkında ise yanlış açıklamalarda bulundukları görülmektedir. Ö27 artış miktarını 3 olarak doğru bir şekilde tespit etmiş ancak kuralı “ $x+3$ ” şeklinde hatalı bulmuştur. Ö176 artış miktarını doğru bir şekilde bularak n değişkeninin katsayısı olarak yazmış ancak cebirsel ifadedeki sabit terimi bulurken hata yapmış ve kuralı “ $3n+2$ ” bulmuştur. Bunun nedeni öğrenci sorudaki “taralı kare” ifadesini göz ardı ederek ilk terimde 5 kare var şeklinde hatalı bir düşünce geliştirmiştir. Ö397 ise taralı karelerin dörder arttığını düşünerek kuralı “ $4n+2$ ” şeklinde hatalı bulmuştur. Bu tür hatalı açıklama ve işlemler içeren öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

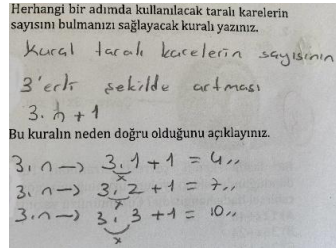
Öğrencilerin bazıları soruda kuralı doğru ya da kısmen doğru bir şekilde bulmuş ancak nasıl bulduğunu ya da kuralın neden doğru olduğunu eksik ifadelerle açıklamıştır. Bu duruma öğrenci cevabı Şekil 4. 83 'de sunulmuştur.



Şekil 4. 83 Ö143 Numaralı Öğrenci Cevabı

Öğrenci cevapları incelendiğinde, Ö143 c şıkkında “bulacağımız adım ile 3’ü çarparsak ve sonuca 1 eklersek ulaşırız” şeklinde örüntünün kuralını açıklamış ancak cebirsel ifadelerle kuralı genel terimini ortaya koyamamıştır. Öğrenci d şıkkında söylediği kuralın doğruluğunu birkaç adımı örnek göstererek ortaya koymuştur. Bu tür öğrenci cevapları “Eksik Açıklama” şeklinde kodlanmıştır.

Buna karşılık, c ve d şıkkına yönelik bazı öğrencilerin beklenen matematiksel işlemleri eksiksiz gerçekleştirdiği, c şıkkında örüntünün genel terimini nasıl bulduğunu açıklayarak doğru bir şekilde yazdığı ve d şıkkında neden doğru olduğunu ikna edici matematiksel açıklamalarla desteklediği gözlemlenmiştir. Bu durumu örnekleyen öğrenci cevabı Şekil 4. 84’de sunulmuştur.



Şekil 4. 84 Ö60 Numaralı Öğrenci Cevabı

Ö60 numaralı öğrencinin c şıkkında örüntünün genel terimini artış miktarını belirterek doğru bir şekilde yazdığı; d şıkkında ise kuralı ilk üç adımda deneyerek doğruluğunu gösterdiği görülmektedir. Bu tarz öğrenci cevapları, belirlenen ölçütlere göre “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde kodlanmıştır.

4.3. Analizlerin Genel Değerlendirilmesi

Araştırmada, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Cebir Bilgi Testi (CBT) sorularına verdikleri yanıtlar hem nicel hem nitel olarak analiz edilmiş; öğrencilerin çözüm süreçleri, açıklama düzeyleri ve çözümün açıklaması yönünden başarı puanları üzerinden mesleki gelişim programı destekli eğitim uygulamasının etkileri incelenmiştir.

Araştırmanın nicel analizlerinde, her iki grubun öğrencilerinin ortalama puanlarının arttığı görülmüştür. Ön test puanlarının bağımsız örneklem t-testi analizine göre grupların başlangıç seviyeleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı ortaya konmuştur. Son test puanlarının bağımsız örneklem t-testi sonuçlarına göre ise deney grubu öğrencilerinin ortalama puanları kontrol grubu öğrencilerinden anlamlı düzeyde yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Grupların kendi içinde ön test ve son test ortalama puanları bağımlı örneklem t-testi ile karşılaştırıldığında ise her iki grubun da son test puanlarında istatistiksel olarak anlamlı artışlar olduğu görülmüştür.

Nitel analizlerde her bir sorunun çözümün açıklaması yönünden öğrenci cevapları değerlendirilmiş, kategorilere uygun tekrar eden ve tip öğrenci cevapları

verilmiş; ilgili betimsel istatistikler içeren grafikler sunulmuştur. Öğrencilerin açıklamaları incelendiğinde bazı sorularda her iki grupta da “Tam ve İkna Edici Açıklama” kategorisinde yer alan yanıtların oranı belirgin biçimde artmıştır, birçok soruda deney grubundaki artış oranının kontrol grubundan yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Soruların birçoğunda “Eksik Açıklama” ve “Hatalı/Yanlış Açıklama” kategorilerinde azalma gözlenirken, “Hiç Açıklama Yok” kategorisindeki öğrenci oranı büyük ölçüde düşmüştür.

Tüm bu bulgular bir arada değerlendirildiğinde proje kapsamında tasarlanan ZCA temelli Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitimini alan öğretmenlerin öğrencileri CBT uygulaması sonucunda çözümlerini gerekçelendirme ve matematiksel açıklama yapma yönünden gelişimleri hakkında bilgi vermektedir. Bu bağlamda bir sonraki bölümde elde edilen bulgular kuramsal çerçeveye ilişkilendirilerek tartışılmıştır.

BÖLÜM V

TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırmanın nicel bulguları ile öğrencilerin çözüm açıklamalarına ilişkin nitel değerlendirmeler birlikte tartışılmıştır.

5.1. CBT Genel Analizlerden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

Bu araştırmada deney ve kontrol grubu öğrencilerinin Cebir Bilgi Testi'ndeki (CBT) altı açık uçlu cebir sorusuna verdikleri yanıtlar, Cai'nin (2003) çözümün açıklanmasına yönelik çerçevesi ve benzer çalışmaların sentezi ile belirlenen kategorilerine göre kodlanarak puanlanmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin CBT matematiksel açıklama puanları analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlere verilen mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının; öğrencilerin çözümlerini açıklama becerilerine etkisini değerlendirme açısından önemli veriler sunmaktadır (Borko vd, 2005).

5.1.1. Grupların CBT Ön Test (Başlangıç) Puanlarının Tartışılması

CBT ön test sonuçlarına uygulanan bağımsız örneklem t-testi, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin başlangıç düzeylerinin istatistiksel olarak anlamlı bir fark göstermediğini ortaya koymuştur. Bu bağlamda deney grubu öğrencileri ile kontrol grubu öğrencilerin CBT başlangıç seviyelerinin aynı düzeyde olduğu söylenebilir. Bu durumun; örneklemin benzer sosyo-kültürel bölgelerden seçilmesi (Gaziantep ili Şahinbey ve Şehitkâmil ilçeleri) ve 7. sınıf cebir konuları işlenmede önce ölçme yapılmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. İki grubun da aynı başlangıç noktasından sürece dâhil olması, deney grubuna sunulan mesleki gelişim programının etkisinin daha net gözlemlenmesine olanak sağlamıştır (Büyüköztürk, 2018).

NCTM (2000) ve MEB (2024) öğretim programları, cebirsel düşünmenin temellerinin ancak sistematik öğretim ve uygun öğrenme deneyimleri ile gelişebileceğini vurgulamaktadır. Benzer biçimde, öğretmenlerin cebirsel düşünmeye yönelik pedagojik farkındalıklarının öğrencilerin erken cebirsel akıl yürütme gelişimini doğrudan etkilediği belirtilmiştir (Tian, Giacomone & Godino, 2020). Dolayısıyla öğretim öncesi yapılan ölçümlerde gruplar arasında anlamlı bir fark olmaması yarı deneysel uygulamanın etkisinin daha güvenilir bir biçimde test edilmesini sağlamıştır (Büyüköztürk, 2018).

5.1.2. Grupların Kendi İçinde CBT Ortalama Puanlarındaki Değişimin Tartışılması

Grupların kendi içinde ön test ve son test puanları karşılaştırıldığında her iki gruptaki öğrencilerin CBT son test ortalama puanlarının yükseldiği, öğrencilerin süreç boyunca cebirsel açıklama düzeylerinde gelişim gösterdikleri görülmüştür (deney grubu: 16,18→21,32; 5,14 puan artış, kontrol grubu: 16,89 → 19,05; 2,16 puan artış). Grupların kendi içinde yapılan bağımlı örneklem t-testi sonuçlarına göre her iki gruptaki artış istatistiksel olarak anlamlı görülmüştür. Kontrol grubundaki bu artışın nedeni 7. sınıf cebir konularının öğretim süreci öğrencilerin doğal olarak açıklama yapma ve gerekçelendirme becerilerini bir ölçüde geliştirmesi olduğu söylenebilir. Ancak grupların kendi içinde puan değişimine bakıldığında deney grubunun gelişiminin kontrol grubundan daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum, yalnızca öğretim sürecinin değil, mesleki gelişim programına katılan öğretmenlerin uygulamalarının da öğrencilerin açıklama niteliğini artırmada etkili olduğunu düşündürmektedir. Program kapsamında öğretmenlerin Driscoll'un (1999) ZCA ve cebirsel düşünme; Cai'nin (2003) ikna edici matematiksel açıklama çerçevelerine dayalı uygulamalar yapmış olması, öğrencilerin çözümü açıklama becerilerini dolaylı olarak desteklemiştir.

5.1.3. Grupların GBT Son Test Puanlarının Tartışılması

Öğretmenlere verilen eğitimin etkisini daha güçlü yorumlayabilmek adına deney ve kontrol grubu son test puanları bağımsız örneklem t-testi ile karşılaştırılmış, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubuna göre anlamlı düzeyde daha yüksek puan aldığını görülmüştür. Bu bulguya dayalı olarak deney grubu öğretmenlerine sunulan eğitim uygulamalarının, öğrencilerin CBT sorularına verdikleri cevapları ikna edici

matematiksel dille açıklama becerilerini arttırmada etkili olduğu söylenebilir. Öğretmenlerin mesleki gelişim programına katılımının öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve açıklama becerileri üzerinde dolaylı fakat anlamlı bir etki yarattığını görülmüştür. Bu durum, öğretmen eğitiminin yalnızca bilgi düzeyini değil, öğretim uygulamalarını da dönüştürerek öğrenci öğrenmesini derinleştirdiğini ortaya koymaktadır. Literatürde de cebirsel düşünme alışkanlıklarının öğretmen yoluyla sınıfa taşınmasının öğrenci performansını doğrudan etkilediği vurgulanmıştır (Cuoco, Goldenberg & Mark, 1996; Driscoll, 1999). Öğrencilere açıklama yapma, farklı temsiller, işlem tersine çevirme gibi ZCA bileşenlerini içeren görevler sunulmasının matematiksel açıklamaları güçlendirdiği ortaya konulmuştur (Cai, 2003; Chick, 2003).

Sonuç olarak öğretmenlere ZCA boyut ve bileşenleri; sınıf içi uygulamalarda cebirsel düşünme gelişimi gibi kazanımlar çerçevesinde tasarlanan eğitimin verilmesi öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ve uygulama becerilerinin gelişimini arttırdığı, sunulan mesleki gelişim programının öğretmen aracılığıyla öğrencilere olumlu yansıdığı düşünülmektedir. Bu sonuç, öğretmen eğitiminin öğrenci başarısına etkisini inceleyen çeşitli araştırmalarla paralellik göstermektedir. Desimone (2009) öğretmenlerin yapılandırılmış mesleki gelişim programlarına katılımının öğrencilerin kavramsal anlayışını doğrudan güçlendirdiğini belirtmiştir. Benzer biçimde Guskey (2002), öğretmenlerin pedagojik bilgi ve uygulama becerilerindeki gelişimin öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme düzeylerinde anlamlı artışlar yarattığını vurgulamaktadır. Bu bulgular, mevcut araştırmada gözlemlenen deney grubu lehine anlamlı farkla örtüşmektedir.

5.2. Her Bir Sorunun Çözümün Açıklaması Yönünden Betimsel İstatistikleri ve Genel Gözlemlerinin Tartışılması

Bu kısımda çözümün açıklanması yönünden her bir sorunun analizinden elde edilen bulgular tartışılacaktır.

5.2.1. Çevre Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

CBT'nin çevre problemine ilişkin analizler, öğrencilerin çözüm açıklamalarında anlamlı bir gelişme olduğunu göstermektedir. Deney grubunda tam ve ikna edici açıklama oranı belirgin biçimde artarken, eksik açıklama oranında da sınırlı bir artış gözlenmiştir. Buna karşılık, hatalı/yanlış açıklama yapan veya hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında azalma olmuştur. Bulgular mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının, öğrencilerin matematiksel açıklama

yapma düzeylerine anlamlı bir katkı sağladığını göstermektedir. Eğitim sürecinde öğretmenlerle birlikte ikna edici açıklamaları destekleyen sınıf içi uygulama örneklerinin paylaşılması, öğrencilerin gerekçelendirme ve yazılı açıklama becerilerine olumlu yansımıştır. Benzer biçimde, Bicknell (1999), öğretmenlerin öğrencilerden daha karmaşık düşünce yollarını yazılı açıklamalar aracılığıyla ifade etmelerini istemelerinin, gerekçelendirme süreçlerini derinleştirdiğini ve öğrenci açıklamalarında anlamlı gelişmeler sağladığını belirtmiştir. Bu bağlamda Kennedy (2016)'da belirtildiği gibi mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının öğrenci öğrenmesini dolaylı biçimde dönüştürdüğü söylenebilir.

Kontrol grubunda hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında azalma olmuştur. Artış ise büyük ölçüde eksik veya hatalı/yanlış açıklama kategorilerinde gerçekleşmiştir. Bu bulgu, mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamaları olmadan yapılan geleneksel öğretimin, öğrencilerin açıklama yapma isteğini artırsa da açıklamaların niteliğini geliştirmede yetersiz kaldığını göstermektedir. Dolayısıyla bu durum, açıklama düzeyinin öğretmenlerin yönlendirme ve geribildirim stratejileriyle yakından ilişkili olduğunu gösteren Schoenfeld (2016) bulgularını destekler niteliktedir. Ayrıca, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerine yönelik farkındalık kazandıklarında, daha üst düzey açıklama ve gerekçelendirme davranışlarını teşvik ettikleri bulunmuştur (Hunter, Anthony & Burghes, 2018).

CBT çevre probleminin çözüm süreci, öğrencilerin dikdörtgen ve kare arasındaki çevre farkını cebirsel olarak temsil etmelerini gerektirmiştir. Öğrencilerin bu soruda cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi bilgilerini kullanmaları gerekmektedir. Bu süreçte tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenciler, şekilleri doğru şekilde çizmiş, çevre uzunluklarını doğru belirlemiş ve farkı doğru işlemlerle bulmuşlardır. Ayrıca çözüm adımlarını açık biçimde gerekçelendirmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin şekil–sembol ilişkisini kurabilme, verilen bilgileri cebirsel ifadeye dönüştürebilme ve işlemleri mantıksal sırayla açıklayabilme becerilerinde ilerleme kaydettiklerini göstermektedir. Dolayısıyla bu bulgu, öğrencilerin ZCA'nın alt bileşenleri olan *bilgileri düzenleme*, *sembolik ifadeler kullanma* ve *değişimi tanımlama* becerilerinin (Driscoll, 1999) geliştiğini göstermektedir.

Eksik açıklama yapan öğrenciler çoğunlukla çevre uzunluklarını doğru biçimde hesaplamış, ancak fark işlemini sonuçlandırmadan bırakmış veya gerekçelendirmeyi eksik yapmışlardır. Hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin bir kısmı dikdörtgenin uzun kenarını karenin iki katı olarak varsaymış, bazıları ise benzer

terimleri değil tüm terimleri aynı anda işlemeye çalışmıştır. Bu durum, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte sembollerin anlamı ve değişken kavramının ilişkisel doğası konusunda zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Nitekim Akkan ve Baki (2016) aritmetikten cebire geçiş sürecinde özellikle harflerin değişken olarak kullanımının öğretimde daha açık biçimde vurgulanması gerektiğini belirtmiştir.

Sonuç olarak, çevre probleminden elde edilen bulgular, öğretmenlerin cebirsel düşünmeyi destekleyici pedagojik stratejilerle donatılmasının, öğrencilerin çözüm açıklama kalitesini artırmada önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, mevcut bulgu, öğretmen öğrenmesinin öğrenci öğrenmesini dönüştürdüğüne ilişkin literatürdeki genel eğilimi (Desimone, 2009; Borko, 2004) destekler niteliktedir.

5.2.2. Tekerlek Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

CBT tekerlek problemine ilişkin analizler, her iki grubun öğrencilerinin de çözüm açıklama düzeylerinde bir gelişme olduğunu göstermektedir. Deney grubunda tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama oranı belirgin biçimde artarken, hatalı/yanlış açıklama yapan veya hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında azalma olmuştur. Deney grubu öğrencilerinin yarısından fazlası (%62,5) ön testte çözüme ilişkin hiçbir açıklama sunmamış, bu oran son testte düşmüştür. Kontrol grubu öğrencilerinin de açıklama niteliği hiç açıklama yok kategorisinden tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama kategorilerine doğru yönelmiştir. Ancak kontrol grubu öğrencilerde ön test ve son test sonuçlarında hatalı/yanlış açıklama şeklinde kodlanan öğrenci sayılarda bir değişiklik yaşanmamıştır. Tam ve ikna edici açıklama sunan öğrencilerin oranı ise deney grubundaki kadar yükselmemiştir. Bu durum, öğretmenlerin mesleki gelişim programlarına katılımının öğrencilerin matematiksel açıklama ve gerekçelendirme becerilerine dolaylı katkı sağladığını vurgulayan araştırmalarla paralellik göstermektedir (Borko, 2004; Kennedy, 2016).

Tekerlek probleminde öğrencilerden “Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpıp (MEB, 2018)” kazanımına uygun olarak çevre uzunluğu verilen tekerleğin 12 tur döndüğünde alacağı yolu cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Sorunun altında şıklar verilmiş ancak soru köküne özellikle “çözümünüzü açıklayınız” ifadesi eklenmiş; ayrıca uygulama sırasında öğretmenler öğrencilere çözümlerini gerekçeleriyle yazmaları gerektiğini vurgulamıştır. Tekerlek probleminin çözümünde tam ve ikna edici açıklama sunan öğrenciler sorunun çözümü için, cebirsel ifade ile

doğal sayıyı çarpması gerektiğini nedenleriyle açıklayarak ortaya koymuş ve çarpma işleminin toplama işlemi üzerindeki dağıma özelliğini göstererek uygulamıştır. Bu durum, öğrencilerin ZCA çerçevesinde hesaplama soyutlamaya alışkanlığının *eşdeğer ifadeler* kullanma alt bileşeninde (Driscoll, 1999) geliştiğini göstermektedir. Ayrıca, öğretmenlerin cebirsel genelleme etkinliklerini sistematik biçimde sınıfa taşınması, öğrencilerin işlemleri sembolik düzlemde açıklama becerilerini desteklemiştir (Hunter, Anthony & Burghes, 2018). Buna ek olarak öğrenciler işlemlerin özelliklerini kullanabilme ve işlemleri mantıksal sırayla açıklayabilme becerilerinde ilerleme göstermişlerdir.

Eksik açıklama yapan öğrenciler çoğunlukla yapmaları gereken adımları doğru bir şekilde belirlemiş, birkaç aşama ilerlemiş ancak tam sonuca ulaşamamışlardır. Bazı öğrenciler ise sonuca ulaşmış ancak sonuçlarını eksik açıklamalarla desteklemişlerdir. Bu öğrenciler, birkaç işlem veya açıklama basamağı sunmayı yeterli görmüşlerdir. Bu bulgu, Bicknell'in (1999) öğrencilerin çoğunun iyi bir açıklamanın unsurlarını tanımlayamadıkları ve gerekçelendirmeyi işlemsel düzeyde tuttıkları yönündeki tespitleriyle örtüşmektedir. Hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenciler ise çoğunlukla çarpma işlemini yaparken tekerleğin çevre uzunluğunu veren cebirsel ifadenin yalnızca ilk terimi ile 12 sayısını çarpmış, işlem önceliği ve çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılması gibi özellikleri göz ardı etmiştir.

Tekerlek probleminde özellikle “çözümü açıklayınız” ifadesine karşın çözüme hiç açıklama sunmayan öğrencilerin bir bölümünün sadece şıkkı işaretlemeyi yeterli gördüğü düşünülmektedir. Bu durum, öğrencilerin sınav odaklı eğitim geçmişlerinden kaynaklanan doğru cevaba hızlı ulaşma ve test içerikli soruları çözme alışkanlıklarının bir yansıması olabilir. Dolayısıyla, açıklama becerilerini geliştirmeye yönelik öğretim uygulamalarının yalnızca içerik bilgisini değil, matematiksel gerekçelendirme ve açıklama becerilerini de hedeflemesi gerektiği söylenebilir. Benzer şekilde, Karakoca (2011) ve Yeşildere (2006)'de öğrencilerin doğru sonuca ulaşmalar bile çözüm gerekçelerini ifade etmede zorlandıklarını rapor etmiştir. Bu durum yazılı açıklamaların sistematik öğretiminin önemine işaret etmektedir. Bingölbalı ve Bingölbalı (2021)'ye göre açık uçlu sorular öğrencilerin yalnızca doğru cevabı bulmalarına değil, çözüm sürecini ifade etmelerine, mantık yürütmelerine ve sonuçlarını açıklamalarına fırsat tanımaktadır. Bicknell (1999), öğretmenlerin öğrencileri daha karmaşık düşünme yollarına yönlendirmek için yazılı açıklama ve gerekçelendirme görevlerine daha sık yer vermesi gerektiğini, açıklamaların

değerlendirme kriterlerinin açıkça belirtilmesi ve öğrencilere düzenli geribildirim verilmesinin önemli olduğunu vurgulamıştır.

5.2.3. Terazi Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

CBT terazi problemine ilişkin analizler, her iki gruptaki öğrencilerin özellikle ön testlerde oldukça düşük performans gösterdiğini ortaya koymaktadır. Deney grubundaki öğrencilerden yalnızca 3'ü tam ve ikna edici açıklama, 7'si ise eksik açıklama sunmuştur. Öğrencilerin büyük çoğunluğu (%81,7) sorunun çözümüne yönelik herhangi bir açıklama yapmamıştır. Deney grubu son testlerinde ise tam ve ikna edici açıklama, eksik açıklama ve hatalı/yanlış açıklama kategorilerinde kodlanan öğrenci sayılarında artış, “hiç açıklama yok” kategorisinde kodlanan cevaplarda ise belirgin bir azalma gözlenmiştir. Deney grubu öğrencilerinin sorunun çözümüne dair açıklama yapma eğilimleri artsa da açıklamaların niteliği istenen düzeye ulaşmamıştır.

Kontrol grubu öğrencileri de ön testin terazi probleminde oldukça düşük performans göstermiştir. Öğrencilerden yalnızca 1'i tam ve ikna edici açıklama, 10'u ise eksik açıklama sunmuştur. Kontrol grubundaki öğrencilerin yarısından fazlası (%75,5) soruya herhangi bir açıklama yapmamıştır. Son testte hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısı azalsa da öğrencilerin yarısından fazlası (%52,5) yine açıklama yapmamıştır. Ayrıca artış, büyük ölçüde hatalı/yanlış açıklama kategorisinde olmuştur. Kontrol grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenci oranında sınırlı düzeyde bir artış (%0,5) gerçekleşmiştir. Her ne kadar deney grubu öğrencilerinin açıklama niteliği istenen düzeyde olmasa da kontrol grubuna göre önemli bir gelişme göstermişlerdir. Bu bulgu, öğretmenlerin mesleki gelişim deneyimlerinin sınıf içi uygulamalar yoluyla öğrencilerin öğrenme süreçlerine katkı sağladığını vurgulayan araştırmalarla örtüşmektedir (Schoenfeld, 2014).

CBT terazi probleminde öğrencilerden, eşitlik kavramına odaklanarak verilen iki adet eşit kollu terazideki birbirine özdeş cisimlerden daire biçimindeki cismin ağırlığının, üçgen biçimindeki cismin ağırlığına oranını bulmaları istenmiştir. Burada öğrencilerden, cisimlerin ağırlıklarını değişkenler yardımıyla ifade ederek ilgili denklemleri kurmaları ve istenilen oranı bulmaları beklenmiştir. Öğrencilerin şekillerin ağırlıklarını değişkenlerle temsil ederek somut nesnelerden soyut cebirsel yapılara geçiş yapmaları, Driscoll'un (1999) tanımladığı ZCA alt bileşenlerinden *farklı temsiller kullanma* becerisinin bir örneği olarak değerlendirilebilir. Sembolik temsillerin anlamlandırılması, öğrencilerin cebirsel düşünme gelişiminde kritik bir

role sahiptir; özellikle sembollerle görsel temsillerin ilişkilendirilmesi öğrencilerin denklemler ve eşitlik kavramı arasındaki ilişkiyi derinleştirmektedir (Ünal, Ala & Kartal, 2023). Deney grubu öğretmenlerine sunulan eğitim sürecinde sembol kullanmanın önemi, öğrencilerin sembol kullanma alışkanlığı kazanmada yaşadığı zorlukların fark edilmesi ve sembollerini anlamlandırmaya yönelik stratejilerin geliştirilmesi gibi kazanımların vurgulanması, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubuna kıyasla daha fazla ilerleme göstermesinin nedeni olabilir. Bu bulguya paralel olarak, Özmuş (2024) çalışmasında öğretmen yetiştirme programlarında ZCA'ya dayalı etkinliklerin sistematik biçimde ders içeriklerine entegre edilmesi gerektiği, bu yaklaşımın öğretmen adaylarını hem kavramsal bilgi hem de pedagojik içerik bilgisi açısından desteklediği vurgulanmıştır.

CBT'nin terazi probleminde tam ve ikna edici açıklama sunan öğrenciler, her bir şeklin ağırlığını bir değişkenle göstererek ilgili denklemleri kurmuş ve çözüm sürecini açıklamıştır. Eksik açıklama yapan öğrenciler ise sezgisel düşüncelerle doğru sonuca ulaşmış ancak ilgili denklemleri yazmamış ya da eşitlik kavramını tam olarak ortaya koyamamıştır. Bu durum, aritmetikten cebire geçiş sürecinde sembollerin ilişkisel anlamı ve değişken kavramının temsil gücü konusundaki zorluklara işaret etmektedir (Akkan & Baki, 2016; Kieran, 1996). Deney grubu son testinde öğrenciler, tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama kategorilerinde yoğunlaşırken; kontrol grubu öğrencileri, eksik açıklama ve hatalı/yanlış açıklama kategorilerinde toplanmıştır. Bu duruma, öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarında yer alan “gerekçelendirmelerin (ikna edici açıklamaların) özelliklerini bilir; genellemelerin gerekçelendirilmesinde ikna edici açıklamalar geliştirir; öğretim sürecinde ikna edici argümanları destekleme yollarını bilir.” kazanımlarının etkisi olduğu düşünülmektedir.

Soruya hatalı/yanlış açıklama sunan öğrencilerin en sık karşılaştığı hata türlerine bakıldığında, birçok öğrencinin terazilerin dengede olmasından yola çıkarak cisimlerin ağırlıklarının eşit olduğunu düşündüğü görülmektedir. Bu durum, öğrencilerin “eşitlik” kavramını tam olarak anlamadıklarını ya da yanlış kavrayışlara sahip olduklarını göstermektedir. Bazı öğrenciler “kendi aralarında özdeş” ifadesini yanlış yorumlayarak tüm cisimlerin özdeş olduğu fikrine sahip olmuş, bazıları ise yalnızca “oran” kavramına odaklanarak cisimlerin sayılarını birbirine bölmüşlerdir. Bu bulgular, hatalı/yanlış açıklama kategorisinde yer alan öğrencilerin kavramsal eksiklikler yaşadıklarını ve cebirsel ifadeleri yanlış yorumladıklarını göstermektedir.

Bu durum, öğrencilerin kavramları karıştırdıklarını ve matematiksel dili kullanmada yeterli özeni göstermediklerini ortaya koymaktadır. Nicel verilerle desteklenen bulgular, öğrencilerin eşitlik ve değişken kavramlarına ilişkin kavramsal eksikliklerinin; açıklama kalitesini sınırladığını göstermektedir. Benzer şekilde, Yeşildere (2003) matematiksel dil ve terminolojiyi yeterince kullanamamanın kavram bilgisindeki eksikliklerle ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Dede ve Argün (2003) ise çalışmalarında öğrencilerin cebiri öğrenirken karşılaştıkları güçlükleri şöyle sıralamıştır: Cebirin yapısına ilişkin zorluklar, öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazırbulunuşluk düzeyleri (özellikle eşitlik ve değişken kavramlarının yeterince anlaşılabilmesi) ve öğretimdeki eksiklikler (geleneksel yöntemlere bağlı kalınması, işlemsel bilgiden yapısal kavrayışa geçişin sağlanabilmesi). Ayrıca, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte “kültürel şok” yaşadıklarını, eşitlik ve değişken kavramlarındaki eksikliklerin cebirsel ifadeleri anlamalarını engellediğini belirtmiştir. Araştırmacılar öğretim süreçlerinde kullanılan geleneksel yöntemlerin öğrenmeyi yüzeysel bıraktığını vurgulamışlardır.

Sonuç olarak, terazi probleminden elde edilen bulgular, öğrencilerin cebirsel temsilleri anlamlandırma ve eşitlik kavramını ilişkisel biçimde ele alma konusunda önemli zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Deney grubundaki ilerleme, öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programlarının öğrencilerin sembolik düşünme ve gerekçelendirme becerilerine dolaylı ancak anlamlı bir katkı sunduğunu göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin sembolik temsiller ve gerekçelendirme becerilerine yönelik mesleki gelişim deneyimlerinin öğrencilere dolaylı yansıması olarak değerlendirilebilir (Kennedy, 2016; Driscoll, 1999). Elde edilen sonuç, literatürdeki benzer araştırma bulgularıyla da örtüşmektedir. Yılmaz Tıgılı (2023) çalışmasında öğretmenlerin, öğrencilerin sözel ifadelerden sembolik ifadelere geçiş ve denklem çözme performanslarını öngörebildikleri; ancak eşitlik kavramının ilişkisel anlaşılması, değişken kavramı ve fonksiyonel düşünme gerektiren görevlerde öğrencilerin performanslarını doğru tahmin edemedikleri belirtilmiştir. Araştırmacı, öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini daha iyi tanıyabilmeleri için mesleki gelişim programlarının değişken, eşitlik ve fonksiyonel düşünme kavramlarına vurgu yapacak biçimde tasarlanmasını önermektedir. Buna ek olarak, öğrencilerin çözüm sürecini açıklama konusunda zorlanmaları, Cai'nin (2003) belirttiği gibi, öğrencilerin matematiksel fikirlerini yazılı biçimde ifade etme konusundaki sınırlılıklarından da kaynaklanmaktadır.

5.2.4. Yüzde Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

CBT yüzde problemi analizlerinden elde edilen bulgulara göre, deney grubundaki öğrencilerin büyük çoğunluğu (%80,8) ön testte “hiç açıklama yok” kategorisinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrencilerden hiçbiri ön testte tam ve ikna edici bir açıklama sunmamıştır. Son testlerde ise bu kategorideki öğrenci sayısı azalırken diğer kategorilerde artış gözlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin hem açıklama yapma eğilimlerinin hem de açıklamalarının niteliğinin arttığını göstermektedir. Bu bulgu, öğretmenlerin cebirsel düşünmeyi destekleyici pedagojik stratejilerle donatılmasının, öğrencilerin çözüm açıklama kalitesini artırmada önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, mevcut bulgu, öğretmen öğrenmesinin öğrenci öğrenmesini dönüştürdüğüne ilişkin literatürdeki genel eğilimle (Desimone, 2009; Borko, 2004) örtüşmektedir.

Kontrol grubundaki öğrenciler ise hem ön testlerde hem de son testlerde oldukça düşük performans göstermiştir. Öğrencilerden tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama yapanların sayısı sınırlı düzeyde artarken, hatalı/yanlış açıklama yapan öğrenci sayısında bir miktar azalma olmuştur. Ancak bu soruda dikkat çeken bulgulardan biri, kontrol grubu öğrencilerinin son testte “hiç açıklama yok” kategorisinde yer alan öğrenci sayısının ön teste göre artış göstermesidir. Bu bulgu, öğrencilerin sorunun çözümüne dair gerekçelendirme sunamadıklarını ya da açıklama yapmayı gerekli görmediklerini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar, Karakoca (2011) ve Yeşildere'nin (2006) çalışmalarında belirttikleri, öğrencilerin problem çözümünü açıklamada zorlandıklarına ilişkin bulgularla paralellik göstermektedir.

Yüzde probleminde öğrencilerden “Yedi milyonun %5'i, beş milyonun yüzde kaçına eşittir?” sorusunu çözmek için orantıya alternatif kısa bir yol bulmaları istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden, buldukları kısa yolun doğruluğunu gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Bu soru, öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurarak kısa yolu keşfetmelerini gerektirmektedir. Aynı zamanda Driscoll'un (1999) tanımladığı ZCA bileşenlerinden *hesaplamadan soyutlama yapma* alışkanlığının *hesaplamada kısa yolları kullanma* ve *kısa yolları gerekçelendirme* alt becerilerini içermektedir. Öğrencilerin yalnızca işlem sonuçlarına bağlı kalmaksızın daha genel ve soyut bir bakış açısı geliştirmeleri beklenmektedir (Karayağlı, 2023). Hesaplamadan soyutlama alışkanlığına sahip bireyler; temel aritmetik işlemler (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) arasındaki ilişkileri kullanarak

genellemeler yapabilme, çeşitli kısa yollar geliştirebilme ve sembolleri anlamlı biçimde kullanabilme becerilerine sahiptir (Driscoll, 1999). Bu süreci başarıyla yürüterek son testte tam ve ikna edici açıklama sunabilen bazı deney grubu öğrencileri, ilgili denklemi kurarak kısa yolu çarpma işleminin değişme özelliğiyle ilişkilendirmiş ve çözümlerini gerekçeleriyle desteklemişlerdir. Bu öğrenciler işlemleri yalnızca sayılar üzerinden değil, aynı zamanda soyut sembolik düzeyde de düşünebilmişlerdir (Driscoll, 1999). Buna paralel olarak, Gürbüz (2021) öğretmenlere yönelik hizmet içi eğitimlerde soyutlama mekanizmasının nasıl desteklenebileceğine ilişkin uygulamalara yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Eksik açıklama yapan öğrenciler, kısa yolu sezgisel olarak belirlemiş ancak biçimselleştirememiş veya çözüm sürecinin son adımını yazmamışlardır. Hatalı/yanlış açıklama yapan öğrenciler ise orantı kurma ve yüzde hesaplama gibi temel kavramlardaki hatalar nedeniyle çözümü yanlış açıklamalarla desteklemişlerdir. Kısa yol bulma, soyutlama, cebirsel akıl yürütme ve gerekçelendirme becerilerini içeren bu soruda öğrencilerin büyük ölçüde başarısız olmaları, hatta son testte dahi çözüm sürecine yönelik açıklama sunamamaları, bu becerilerde eksiklik yaşadıklarını göstermektedir. Bu bulgu, Kartal'ın (2004) çalışmasında belirtilen, öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren sorularda daha başarılı oldukları ancak derin kavramsal anlam gerektiren soruları yanıtsız bıraktıkları sonucuyla örtüşmektedir.

Yüzde probleminden elde edilen bulgular, öğrencilerin kısa yol bulma, soyutlama ve gerekçelendirme gibi becerileri gerektiren görevlerde ikna edici açıklama sunmada zorlandıklarını göstermektedir. Buna karşın, deney grubu öğrencilerinin ilerlemesinin kontrol grubuna göre daha yüksek olması, sunulan mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının öğrenciler üzerindeki olumlu etkisini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, Van den Kieboom, Magiera ve Moyer'in (2010) çalışmasında öğretmen adaylarının kendi cebirsel düşünme düzeyleri ile öğrencilerin düşüncelerini fark etme ve yorumlama başarıları arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Araştırmacılar, öğretmen yetiştirme programlarında adaylara yalnızca cebirsel bilgi kazandırmanın değil; aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini tanıma ve yorumlama fırsatları sunan uygulamalara da ağırlık verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu sonuçlar, Kaput'un (2008) cebirsel akıl yürütmeyi soyutlama ve genelleme süreçlerinin bir bütünü olarak ele alan yaklaşımıyla tutarlıdır. Öğretmenlerin bu süreçlere yönelik farkındalıkları, öğrencilerin sembolik düşünme ve gerekçelendirme becerilerinin gelişiminde belirleyici rol oynayabilir.

5.2.5. Ardışık Sayıların Toplamı Probleminden Elde Edilen Bulguların Tartışılması

Driscoll'un (1999) çalışmasında “*Sums of Consecutive Numbers*” (*Ardışık Sayıların Toplamı*) etkinliğinden uyarlanarak hazırlanan soru, kendi içinde altı alt maddeden oluşmaktadır. Sorunun analizlerinde, bazı alt maddelerin bir önceki maddenin gerekçesini açıklamayı içermesi nedeniyle maddeler bütüncül biçimde ele alınmıştır. Bu yaklaşımın temel nedeni, çalışmanın odağının öğrencilerin gerekçelendirme (ikna edici matematiksel açıklama) ve cebirsel düşünme süreçlerindeki gelişimlerini bütüncül biçimde incelemek olmasıdır. Ardışık sayıların toplamı probleminin CBT'ye bu biçimde eklenmesi, öğrencilerin Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) çerçevesinde yer alan üç temel bileşen (*Yapma–Tersini Yapma, Fonksiyonel Kural Oluşturma ve Hesaplamadan Soyutlama*) açısından düşünme yollarını görünür kılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin gerekçelendirme sunmaktan kaçınabilecekleri bazı maddelerde özellikle gerekçe istenmesi, onların çözüm süreçlerini açıklamaya yönelmelerine katkı sağlamıştır. Driscoll (1999), öğrencilerde Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının geliştirilmesinde öğretmenin yönlendirici ve düşünmeye sevk eden sorularının belirleyici rolüne dikkat çekmektedir. Bu bağlamda, ardışık üç doğal sayının toplanmasına yönelik soru, öğrencilerin ilişki kurma, kural oluşturma, soyutlama ve gerekçelendirme gibi üst düzey becerilerini bir arada kullanmalarına fırsat vermesi bakımından önemlidir. Alt maddelerden elde edilen nicel ve nitel bulgular aşağıda tartışılmıştır.

Ardışık sayıların toplamı problemi a şikkı bulguların tartışılması

CBT ardışık sayıların toplamı problemi a maddesinde öğrencilerden, üç ardışık sayının toplamı ile toplanan sayılar arasındaki ilişkiyi keşfetmeleri beklenmiştir. Bu yönüyle soru, ZCA bileşenlerinden (Driscoll, 1999) *fonksiyonel kural oluşturma* ve *hesaplamadan soyutlama* alışkanlığıyla doğrudan ilişkilidir. Öğrencilerden yalnızca işlemi yapmaları değil, elde ettikleri sonucu anlamlandırmaları ve genelleştirmeleri istenmiştir.

Grupların analiz sonuçlarına bakıldığında, her iki grubun da ön testte oldukça düşük performans gösterdiği, hem deney hem de kontrol grubu öğrencilerinden hiçbirinin soruya tam ve ikna edici açıklama sunmadığı belirlenmiştir. Ancak son testte deney grubu öğrencilerinde “tam ve ikna edici açıklama” oranında artış, hatalı/yanlış açıklamalarda azalma gözlenmiştir. Bu bulgu, mesleki gelişim

programına katılan öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında öğrencileri açıklamaya yönlendiren sorular ve görevler kullandıklarını düşündürmektedir. Deney grubu öğretmenlerine eğitimler esnasında Driscoll (1999)'un ilgili etkinliklerinin sunulması ve öğrencilerin olası ikna edici matematiksel açıklamalarına odaklanması, öğretmenlere gerekçelendirme süreçlerinin önemini deneyimleme fırsatı sunmuştur. Öğrencilerde gözlenen bu ilerleme de programın sınıf içi yansımalarından biri olarak değerlendirilebilir. Araştırmanın dikkat çekici bulgularından biri, hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenci sayısının azalmasına karşın hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısının artmasıdır. Kontrol grubunda ise kodlanan kategorilerdeki öğrenci sayılarında önemli bir değişiklik görülmemiştir. Bu durumun, Driscoll (1999)'den uyarlanan ardışık sayıların toplamı problemi öğrencilerin alışık oldukları rutin problem türlerinden farklı, rutin olmayan bir problem olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin çoğu bu şıkta yalnızca üç ardışık sayıyı toplayıp sonucu yazmakla yetinmiş, sayılar arasındaki ilişkiyi açıklamaya veya akıl yürütmeye yönelmemiştir. Bu bulgu, bazı öğrencilerin geçmiş öğrenme deneyimlerinden kaynaklanan işlemsel alışkanlıklarını sürdürme eğiliminde olduklarını yönünde yorumlanmıştır. Bu doğrultuda, Peretz (2006) kavramsal öğrenmelerin kazandırılmasında akıl yürütmeye dayalı düşünme alışkanlıklarının geliştirilmesi gerektiğini vurgulamış; Mistretta (2000) ise bu becerilerin gelişiminde iyi tasarlanmış öğrenme ortamlarının belirleyici olduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Yeşildere ve Tümnüklü'nün (2007) çalışmasında da öğrencilerin, bilgilerin doğrudan uygulanarak çözülebildiği problemler karşısında, yorum ve akıl yürütme gerektiren problemlere kıyasla daha başarılı oldukları belirtilmiştir.

Ardışık sayıların toplamı problemi (a) şıkına ilişkin nitel analiz bulgularına göre birçok öğrencinin üç ardışık sayının toplamını doğrudan hesaplayarak yazdığı, ancak sonuç ile sayılar arasındaki ilişkiyi açıklamada yetersiz kaldığı görülmüştür. Bazı öğrenciler ilişkiyi bulmaya çalışsa da yanlış genellemelere ulaşmışlardır. Son testlerde, kontrol grubuna kıyasla daha fazla “tam ve ikna edici açıklama” sunan deney grubu öğrencilerinin, ilişkiyi doğru şekilde kurdukları görülmüştür. Deney grubundaki bu gelişim her ne kadar sınırlı olsa da, kontrol grubuna göre daha ileri düzeyde bir soyutlama ve gerekçelendirme becerisi ortaya koydukları söylenebilir. Bu bulgu, aynı zamanda öğrencilerin ikna edici açıklama geliştirme becerilerinin artmakta olduğunu göstermektedir. Eğitimde öğretmenlere sunulan “fonksiyonel ilişkilere dair genellemeleri gerekçelendirme” konusunun, öğretmenlerin öğrencilerden açıklama

talep etme ve gerekçelendirmeleri tartışma becerilerini geliştirdiği düşünülmektedir. Bu nedenle deney grubu öğrencilerinin açıklama düzeylerindeki gelişim, öğretmenlerin eğitim sürecinde kazandıkları ZCA temelli sorgulama becerilerinin sınıf içi yansımalarıyla açıklanabilir. Bu öğrencilerin, Driscoll'un (1999) tanımladığı ZCA bileşenlerinden özellikle "hesaplamadan soyutlama yapma" boyutunda ilerleme gösterdikleri değerlendirilebilir. Sonuç olarak, ardışık sayıların toplamı probleminin (a) maddesine ilişkin bulgular, öğrencilerin işlem süreçlerinden soyutlama ve genelleme yapma yönünde sınırlı da olsa gelişim gösterdiklerini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin açıklama düzeylerindeki ilerleme, Driscoll (1999) ve Cai (2004)'nin cebirsel düşünmenin önemli süreçlerinden birini "nedenini açıklama ve genelleme yapma" olarak tanımladıkları görüşlerle paralellik göstermektedir.

Ardışık sayıların toplamı problemi b ve c şıkki bulguların tartışılması

Ardışık sayıların toplamı probleminin bütüncül olarak incelenen b ve c şıklarında öğrencilerden $499 + 500 + 501$ işlemi için kısa bir yol bulmaları ve bu kısa yolu bir kural hâlinde açıklamaları istenmiştir. Bu madde, öğrencilerin yalnızca işlemi yapmalarını değil, işlemdeki örüntüyü keşfetmelerini, genelleme yapmalarını ve ilişkileri gerekçelendirmelerini gerektirmektedir. Dolayısıyla bu sorular, ZCA alt bileşenlerinden *hesaplama kısa yolları kullanma, örneklerin ötesinde genelleme, farklı temsiller kullanma ve kısa yolları gerekçelendirme becerileri* ile doğrudan ilişkilidir.

Grupların analiz sonuçlarına göre, deney grubunda tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama kategorilerinde yer alan öğrenci sayısında artış gözlenirken, hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında belirgin bir azalma yaşanmıştır. Kontrol grubunda ise gelişmelerin büyük ölçüde eksik açıklama kategorisinde yoğunlaştığı, tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenci oranının ise önemli ölçüde artmadığı belirlenmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin işlemin sonucunu doğru biçimde belirleyebilmelerine rağmen kural oluşturma ve gerekçelendirme alışkanlıklarında eksiklikler bulunduğunu göstermektedir. Deney grubundaki öğrencilerin kural oluşturma ve açıklama düzeylerindeki gelişim ise öğretmenlerin bu eğitimde kazandıkları ZCA temelli pedagojik yaklaşımların sınıf ortamına yansımaları olarak yorumlanabilir.

Nitel analiz bulgularına göre birçok öğrenci yalnızca üç ardışık sayıyı toplayarak sonucu yazmış, ancak kısa yol veya kural geliştirmemiştir. Hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenciler, işlemin sonucuna ilişkin hatalı bir kural geliştirmiş ve bu

nedenle yanlış sonuca ulaşmıştır. Eksik açıklama yapan öğrenciler genellikle kısa yolu “üçüncü sayıyı 1 eksiltip birinci sayıya 1 eklerim, hepsi eşitlenir” biçiminde açıklamış, kurala yaklaşmış ancak biçimselleştirememiştir. Tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenciler ise önce işlemi kısa yoldan çözmüş, ardından kısa yolu sözel veya cebirsel biçimde ifade ederek açıklamıştır. Bu durum, ilgili öğrencilerin Driscoll’un (1999) tanımladığı ZCA bileşenlerinden özellikle *hesaplamadan soyutlama yapma* ve *fonksiyonel kural oluşturma* bileşenlerinde ilerleme kaydettiklerini göstermektedir. Bu öğrenciler işlemleri yalnızca sayılar üzerinden değil, daha soyut bir düzlemde düşünmüş; örüntüleri ve ilişkileri analiz ederek bunları uygun kurallarla açıklayıp gerekçelendirmiştir. Bu bağlamda, elde edilen bulgular öğretmenlere sunulan mesleki gelişim eğitimlerinde yer alan cebirsel düşünmeyi destekleyici teorik çerçevelerin ve sınıf içi uygulamaların, öğrencilerin açıklama niteliğine ve düşünme süreçlerine olumlu yansıdığını ortaya koymaktadır. Bazı deney grubu öğrencilerini işlem odaklı yaklaşımdan ilişkisel ve kavramsal düşünme biçimine geçmeleri, çalışmanın temel hedeflerinden biri olan cebirsel düşünme ve ikna edici matematiksel açıklama becerilerinin geliştiğini göstermektedir. Kavramsal çerçeve açısından değerlendirildiğinde, bu bulgular cebirsel düşünmenin temel bileşenleriyle de örtüşmektedir. Kieran (1996) ve Kaput (2008), cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik işlemlerle sınırlı olmayıp, örüntü tanıma, genelleme yapma ve bu genellemeleri matematiksel temsillerle ifade etme süreçlerini içerdiğini vurgulamaktadır. Benzer biçimde, öğrencilerin kısa yolu kuralla ifade etme çabaları, “ikna edici matematiksel açıklama” kavramıyla da ilişkilidir; çünkü öğrenciler yalnızca cevabı değil, cevabın “neden doğru olduğunu” gerekçelendirmeye yönelmişlerdir. Bu durum, Cai (2004)’ün ikna edici açıklamaları “matematiksel düşünmenin derinleşmesi” olarak tanımladığı yaklaşımla uyumludur.

Ardışık sayıların toplamı problemi d-e şikkı bulguların tartışılması

Ardışık sayıların toplamı problemi d ve e şıklarında öğrencilerden, önceki alt maddelerde keşfettikleri üç ardışık sayının toplamına ilişkin kuralı cebirsel biçimde ifade etmeleri ve bu kuralın “neden” doğru olduğunu gerekçelendirmeleri istenmiştir. Bu maddeler, öğrencilerin yalnızca örüntüyü fark etmelerini değil, aynı zamanda bu örüntünün altında yatan matematiksel yapıyı formülleştirme ve açıklama becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır. Bu yönüyle sorular, Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) çerçevesinde *hesaplamadan soyutlama yapma* ve *fonksiyonel kurallar oluşturma* alışkanlıklarıyla doğrudan ilişkilidir. Matematiksel düşünmenin gelişiminde,

öğrencilerin yalnızca *nasıl* sorusuna değil, aynı zamanda *neden* sorusuna da yanıt verebilmeleri kritik bir göstergedir (Cai, 2003; Chick, 2003). Bu nedenle, gerekçelendirme süreçlerinin değerlendirilmesi, öğrencilerin derin kavramsal anlamaları ve ikna edici açıklama becerilerinin gelişimi açısından önem taşımaktadır. Sandborg (1998), gerekçeli düşünmenin öğrencilerin matematiksel anlam oluşturma süreçlerini güçlendirdiğini belirtirken; Cai (2003) bu tür açıklamaların öğrencilerin akıl yürütme becerileriyle doğrudan ilişkili olduğunu vurgulamıştır.

Grupların analiz sonuçları, hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin kuralı cebirsel biçimde ifade etme ve bu kuralın doğruluğunu açıklama konusunda ön testte oldukça düşük bir performans sergilediklerini göstermiştir. Deney grubu öğrencilerinin hiçbirisi ön testte tam ve ikna edici ya da eksik açıklama sunamamış; öğrencilerin neredeyse tamamı *hiç açıklama yok* kategorisinde yer almıştır. Kontrol grubu öğrencileri de benzer bir performans sergilemiştir. Son testte, kontrol grubunun açıklama düzeyleri büyük ölçüde sabit kalırken, deney grubunda “hiç açıklama yok” kategorisinde kodlanan öğrenci sayısında azalma olmuştur. Artış ise daha çok “eksik açıklama” ve “hatalı/yanlış açıklama” kategorilerinde gerçekleşmiştir. Bu sonuç, öğrencilerin işlemi artık sezgisel biçimde açıklayabildiklerini, ancak gerekçelendirme ve soyutlama gerektiren durumlarda zorlandıklarını göstermektedir. Bu bulgu, öğretmenlere sunulan mesleki gelişim programındaki “fonksiyonel ilişkilerde genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme” konusunda sunulan etkinliklerin, öğrencilerin genelleme yapma, kuralı doğrulama ve gerekçelendirme süreçlerini nasıl yönlendirebileceklerini deneyimlemelerini sağlamış olabilir. Bu nedenle, deney grubundaki öğrencilerin son testte sezgisel ve kısmen gerekçeli açıklamalara yönelmesi, öğretmenlerin bu eğitimde kazandıkları ZCA temelli rehberlik becerilerinin sınıf ortamına taşındığını göstermektedir.

Nitel analiz sonuçları da nicel bulgularla paralellik göstermektedir. Öğrencilerin önemli bir bölümü her iki şıkkı da boş bırakmış veya yalnızca d şıkkında kuralı cebirsel biçimde ifade etmiş, e şıkkında “neden doğru olduğunu” açıklayamamıştır. Eksik açıklama yapan öğrenciler genellikle “ortadaki sayıyı alırım, iki yandaki sayılar birbirini dengeler” gibi sezgisel açıklamalar sunmuş, fakat bunu sembolik dile dönüştürmekte güçlük yaşamıştır. Tam ve ikna edici açıklama sunabilen az sayıdaki öğrenci ise kuralı hem cebirsel olarak doğru biçimde göstermiş hem de neden doğru olduğunu matematiksel gerekçelerle açıklayabilmiştir. Bu durum, öğrencilerin sınırlı da olsa kavramsal genelleme düzeyine ulaşabildiklerini

göstermektedir. Kontrol grubunun açıklama niteliğinin artmaması, deney grubunda ise yalnızca sınırlı bir gelişim görülmesi, çalışmadaki öğrencilerin bir kısmının kuralları sezgisel düzeyde fark edebildiklerini ancak bu kuralları cebirsel biçimde ifade etmede ve gerekçelendirmede zorlandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin bu becerilerdeki eksikliklerinin, öğrenme ortamlarında benzer türde görevlerle yeterince karşılaşmamalarından kaynaklandığı düşünülebilir. Buna karşılık deney grubunda gözlenen sınırlı ilerleme, öğretmenlerin mesleki gelişim sürecinde edindikleri “neden” sorusu sorma, gerekçelendirme talep etme ve açıklamayı tartışma becerilerinin sınıf ortamında kullanılmaya başlandığına işaret etmektedir. Yeşildere ve Türnüklü (2007) çalışmada, ikna edici açıklama becerilerinin gelişebilmesi için sınıf ortamında akıl yürütmeye dayalı tartışmalara sistematik biçimde yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu bağlamda, mevcut bulgular, öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin öğretim sürecinde sistematik olarak desteklenmesinin, eğitim ortamlarında “neden” sorusunun yer verilmesinin önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.

Ardışık sayıların toplamı problemi f şıkkı bulguların tartışılması

Ardışık sayıların toplamı problemi f şıkkında, öğrencilerden, 296 sayısının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılıp yazılamayacağını nedenleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Bu madde, öğrencilerin önceki alt maddelerde ileriye dönük işlem yapma biçiminde geliştirdikleri düşünme süreçlerini tersine çevirmelerini gerektirmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerden ulaşılan bir sonuçtan yola çıkarak başlangıç koşullarını yeniden kurmaları beklenmiştir. Başka bir ifadeyle, öğrenciler bu aşamada sonuçtan yola çıkarak başlangıçta toplanan sayılar üzerine düşünülmelidir. Bu bilişsel süreç, Driscoll (1999) tarafından tanımlanan ZCA çerçevesinde *Yapma–Tersini Yapma* alışkanlığından *çıktıdan girdiyi bulma* ve *hesaplamalarda geriye doğru çalışma* becerileri ile doğrudan ilişkilidir. Bu alışkanlıkta öğrencilerin, bir işlemi yalnızca sonuca götürebilme değil, aynı zamanda ulaşılan sonucu başlangıç noktasına dönerek yeniden yorumlayabilme becerisine sahip olmaları beklenir. Etkili cebirsel düşünme, matematiksel süreçleri gerçekleştirme kadar, gerektiğinde bu süreçleri tersine çevirebilme becerisini de içerir. Nitekim Karayağlı (2023), cebirsel düşünmenin önemli bir boyutunun, bireyin işlemleri ileri ve geri yönlü zihinsel olarak takip edebilme esnekliği olduğunu vurgulamaktadır.

Grupların nicel analiz sonuçlarına göre, deney grubu öğrencilerinin son testlerinde “hiç açıklama yok” kategorisinde azalma, buna karşılık “tam ve ikna edici

açıklama” ile “hatalı/yanlış açıklama” kategorilerinde artış olduğunu göstermektedir. Bu durum, deney grubundaki öğrencilerin bir kısmının işlemi tersine çevirme ve sonucu gerekçelendirme yönünde çaba gösterdiğini ortaya koymaktadır. Kontrol grubunda da “hiç açıklama yok” kategorisinde azalma görülmüşse de, bu artışın büyük ölçüde “eksik açıklama” ve “hatalı/yanlış açıklama” düzeylerinde yoğunlaştığı belirlenmiştir. Bu sonuçlar, öğrencilerin genelde sonuçtan yola çıkarak akıl yürütme konusunda zorlandıklarını göstermektedir.

Nitel analiz bulgularına göre, hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenciler genel olarak iki grupta toplanmıştır: (1) 296 sayısının üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabileceğini düşünenler ve (2) yazılamayacağını düşünenler. İlk gruptaki öğrenciler, “üç ardışık sayının toplamı” ifadesini yanlış yorumlayarak “ $296 + 297 + 298$ ” gibi doğrudan toplama örnekleri vermiştir. Bazı öğrenciler ise doğru kurala ulaşmalarına ve uygulamalarına rağmen, sayının 3’e bölünebilirliğini yanlış tespit ederek hatalı sonuca ulaşmıştır. Eksik açıklama sunan öğrenciler, deneme-yanılma yoluyla doğru cevaba ulaşmış ancak çözümlerini herhangi bir kural ya da genel yapıya dayandıramamıştır. Buna karşın, tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenciler, sayının 3’e tam bölünemediğini fark ederek 296’nın üç ardışık sayının toplamı olarak ifade edilemeyeceğini, mantıksal bir gerekçelendirmeye açıklamışlardır. Bu öğrenciler, işlemi tersine çevirme, ilişkileri sembolik düzlemde temsil etme ve gerekçelendirme becerilerinde yüksek performans göstermiştir. Tam ve ikna edici açıklama sunabilen öğrenciler ZCA’nın alt bileşenleri olan *çıktıdan girdiyi bulma* ve *hesaplamalarda geriye doğru çalışma* becerilerinin (Driscoll, 1999) geliştiğini göstermektedir.

Sonuç olarak, bu bulgular, son testlerde de birçok öğrencinin işlemi tersine çevirme ve sonuçtan yola çıkarak genelleme yapma konusunda sistematik bir strateji geliştiremediklerini göstermektedir. Ancak deney grubundaki kısmi gelişme, öğretmenlere verilen eğitimlerde ZCA bileşenlerinin sistematik biçimde vurgulanmasının, öğrencilerin tersine düşünme ve gerekçelendirme becerilerini destekleyebileceğine işaret etmektedir. Benzer şekilde, Mason, Graham ve Johnston-Wilder (2020)’da öğrencilerin cebirsel süreçleri ileri ve geri yönlü düşünme esnekliğini kazanmalarının, genelleme ve soyutlama becerilerini önemli ölçüde güçlendirdiğini belirtmiştir. Ayrıca Cai (2003) öğrencilerin çözüm açıklamalarında ikna edici gerekçeler sunmalarının, onların cebirsel düşünme biçimlerini yansıttığını belirtmektedir. Kaput (2008) cebirsel düşünmenin geliştirilmesi için öğretim

ortamlarının, sembolik temsillerin, genellemelerin ve gerekçelendirmelerin sistematik olarak kurgulanmasının gerektiğini savunur (kaput, 2008).

5.2.6. Örüntü Kareleri Probleminden Elde Edilen Bulguların

Tartışılması

Driscoll'un (1999) çalışmasında yer alan "Toothpick Squares (Kürdan Kareleri)" etkinliğinden uyarlanarak geliştirilen örüntü kareleri problemi, öğrencilerin örüntüleri keşfetme, genelleme yapma ve gerekçelendirme becerilerini değerlendirmek amacıyla hazırlanmıştır. Dört alt maddeden oluşan bu soru, öğrencilerin yalnızca işlemsel düşünme biçimlerini değil, aynı zamanda ilişkisel ve kavramsal düşünme süreçlerini de ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. Tıpkı ardışık sayıların toplamı probleminde olduğu gibi, analizlerde bazı alt maddelerin bir önceki maddenin gerekçesini açıklamayı içermesi nedeniyle, sorunun ilgili alt maddeleri bütüncül biçimde ele alınmıştır. Öğrencilerin gerekçelendirme sunmaktan kaçınabilecekleri maddelerde özellikle "neden" sorularının yer alması, onların yalnızca sonuca değil, çözüm süreçlerine açıklama getirmelerine katkı sağlamıştır. Bu yönüyle soru, öğrencilerin bir şekil örüntüsünü matematiksel ilişkilere dönüştürme, kural oluşturma ve oluşturduğu kuralın geçerliliğini gerekçelendirme süreçlerini ortaya koyan üst düzey bilişsel bir değerlendirme aracı olarak işlev görmüştür (Tanışlı, Köse & Camcı, 2017). Bu kapsamda, alt maddelerden elde edilen nicel ve nitel bulgular aşağıda tartışılmıştır.

Örüntü kareleri problemi a şıkkı bulguların tartışılması

Örüntü kareleri problemi a maddesinde öğrencilerden, ilk üç adımı verilen bir şekil örüntüsünün dördüncü adımındaki taralı kare sayısını belirlemeleri ve çözüm süreçlerini ayrıntılı biçimde açıklamaları istenmiştir. Bu madde, öğrencilerin örüntü tanıma, artış miktarını belirleme, kural oluşturma ve gerekçelendirme becerilerini aynı anda kullanmalarını gerektirmektedir. Dolayısıyla, soru ZCA çerçevesinde özellikle *fonksiyonel kural oluşturma* alışkanlığı ile ilişkilidir.

Grupların nicel analiz sonuçları, her iki grubun da son testte gelişme gösterdiğini ortaya koymuştur. Deney grubunda tam ve ikna edici açıklama yapan öğrenci sayısında belirgin bir artış, buna paralel olarak hiç açıklama yapmayan öğrenci sayısında anlamlı bir azalma gözlenmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin yalnızca örüntüyü görsel olarak takip etmediklerini, aynı zamanda artış miktarını ve ilişkileri açıklama eğilimi kazandıklarını göstermektedir. Buradan yola çıkarak deney grubu

öğrencilerinin hem açıklama sunma eğilimleri hem de açıklamalarının niteliğinin arttığı yorumu yapılabilir. Kontrol grubunda ise hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenci sayısı azalmış ancak hiç açıklama sunmayan öğrenci sayısı kısıtlı düzeyde azalmıştır. Deney grubundaki gelişme, öğretmenlere yönelik mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamaları çerçevesinde sunulan “fonksiyonel ilişkilere dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme” konusunda edindikleri pedagojik stratejilerin sınıf ortamına yansımaları olarak değerlendirilebilir (Lee & Lee, 2023). Bu konuda öğretmenler, öğrencilerden “bir örüntüdeki artış miktarını belirleme, genel kuralı sözel ve sembolik olarak ifade etme ve nedenini açıklama” gibi becerileri talep eden etkinlikler üzerinde çalışmışlardır.

Örüntü kareleri probleminin a şıkkına ilişkin nitel analiz bulgularına göre hatalı/yanlış açıklama sunan öğrencilerin büyük bölümünün “taralı kare” ifadesine dikkat etmeyerek örüntüdeki tüm kareler üzerinden dördüncü adımdaki kare sayısını hesapladığı gözlemlenmiştir. Bazı öğrenciler ise “taralı kare” ifadesini doğru anlayarak artış miktarını 3 olarak doğru bir şekilde bulmuş ancak 3 sayısını eklemek yerine dördüncü adım sorulduğu için direk “3x4” işlemi ile hatalı sonuca ve açıklamalara ulaşmıştır. Bu soruda eksik açıklama yapan öğrenciler, dördüncü adımdaki taralı kare sayısını doğru belirlemelerine karşın, artış miktarını belirleme veya kuralı gerekçelendirmede eksik kalmışlardır. Bazıları ise bu gerekçelendirmeleri ve örüntünün kuralını doğru bir şekilde ortaya koymuş ancak nihai sonucu yazamamıştır. Tam ve ikna edici açıklama sunan öğrenciler ise çoğunlukla şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürmüş, artış miktarını ve dördüncü adımdaki taralı kare sayısını doğru bir şekilde bularak açıklamıştır. Hatta bazı öğrenciler oluşturdukları sayı örüntüsünün genel terimini sembolik biçimde açıklamıştır. Bu durum ilgili öğrencilerin soyutlama ve genelleme becerilerinde ilerleme kaydettiklerini göstermektedir. Bulgulara göre, öğrencilerin şekil örüntülerinden sayı örüntüsüne geçişte ilişkileri fark etme ve kural oluşturma yönünde gelişim gösterdikleri söylenebilir. Bu gelişimin mesleki gelişim programında vurgulanan ZCA temelli öğretim yaklaşımlarının sınıf içi yansımalarıyla desteklendiğini düşünülmektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin örüntüleri sözel düzeyden sembolik düzeye taşıma ve açıklamalarını gerekçelendirme becerileri desteklenmelidir. Çünkü cebirsel düşünme, yalnızca örüntüleri fark etmekten ibaret olmayıp, bu örüntüleri sembolik ve genelleştirilmiş biçimlerde ifade edebilme kapasitesini de içermektedir (Kieran, 1996; Kaput, 2008).

Örüntü kareleri problemi b şıkta bulguların tartışılması

Örüntü kareleri problemi b şıkta öğrencilerden verilen şekil örüntüsünde adım sayısı ile taralı kare sayısı arasındaki ilişkiyi farklı biçimlerde (örneğin sayı örüntüsü, cebirsel ifade veya sözel açıklama) göstermeleri istenmiştir. Bu madde, öğrencilerin bir ilişkiyi yalnızca tek bir temsilde değil, farklı temsiller arasında bağlantı kurarak ifade etmelerini gerektirmektedir. Dolayısıyla, bu beceri Driscoll (1999)'un tanımladığı ZCA çerçevesinde yer alan *fonksiyonel kurallar oluşturma* ve *hesaplama soyutlama yapma* alışkanlıklarıyla doğrudan ilişkilendirilebilir. Örüntü kareleri probleminin bu maddesi, cebirsel düşünmenin çoklu temsiller arasında geçiş ve ilişkisel anlam oluşturma yönüyle kavramsal çerçeveye doğrudan ilişkilidir. Kaput (2008) ve Kieran (2004), cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik manipülasyondan ibaret olmadığını; öğrencilerin farklı temsiller arasındaki ilişkileri fark etme, genelleme yapma ve bu genellemeleri farklı biçimlerde ifade edebilme becerilerini kapsadığını vurgulamaktadır.

Analiz sonuçlarına göre, her iki grubunda ön testte bu şıkta, a şıkına kıyasla daha düşük performans gösterdiği ve son testlerdeki gelişimlerin de bir önceki şıkta göre daha düşük olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum öğrencilerin verilen örüntünün istenen adımı bulabildikleri ancak örüntüde keşfettikleri ilişkiyi farklı şekilde ifade edemediklerini göstermektedir. Deney grubu öğrencilerinin son testte hiç açıklama yok kategorisindeki cevapları azalırken diğer kategorilerdeki cevapları artmıştır. En çok artış tam ve ikna edici açıklama ile hatalı/yanlış açıklama kategorilerinde olmuştur. Bu bulgu, öğrencilerin ilişkiyi farklı temsil biçimlerinde ifade etme çabası içine girdiklerini, ancak zaman zaman bu temsilleri doğru ilişkilendirmekte zorlandıklarını göstermektedir. Kontrol grubunda ise hiç açıklama yok kategorisindeki öğrenci sayısı bir miktar azalırken tam ve ikna edici açıklama ile eksik açıklama kategorisindeki öğrenci cevapları kısıtlı düzeyde artmıştır. Hatalı/yanlış kategorisinde değerlendirilen öğrenci cevap sayısı ise değişmemiştir. Bu durum öğrencilerin ilişkiyi farklı bir şekilde ifade etmelerini gerektiren bu soruda öğrencilerin açıklama sunamadıktan kaçındıklarını göstermektedir.

Deney grubu öğrencilerin kontrol grubuna kıyasla açıklama yapma eğilimlerindeki artış; deney grubu öğretmenlerine eğitimler esnasında sunulan “cebirsel düşünmenin gelişiminde çoklu temsiller arasında bağlantı kurma” ve “fonksiyonel ilişkilere dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme” konularındaki uygulamalarla ilişkilendirilebilir. Bu konulardaki etkinlikler ile öğretmenler bir ilişkiyi

tablo, şekil, sözel açıklama ve cebirsel ifade biçiminde göstermeye yönelik pedagojik stratejiler geliştirmişlerdir. Bu durum sınıf ortamına yansımıştır. Öğrencilerin bu süreçte “neden” sorularına cevap verme eğiliminde olmaları, ikna edici açıklama becerilerinin de desteklendiğini göstermektedir. Kinach (2002), öğretim sürecinde anlam temelli ilişkisel açıklamalara ağırlık verilmesinin, öğrencilerin gerekçelendirme becerilerini geliştirmede kritik rol oynadığını ifade etmektedir

Nitel bulgular, öğrencilerin büyük bölümünün ilişkiyi yalnızca tek bir temsil biçiminde (çoğunlukla sayı örüntüsü) ifade ettiklerini göstermektedir. Hatalı/yanlış açıklama yapan öğrencilerin çoğu, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürürken “taralı kare” yerine tüm kareleri dikkate almış ve bu nedenle hatalı örüntüler oluşturmuşlardır. Eksik açıklama yapan öğrenciler, ilişkiyi sözel olarak açıklarken önemli ifadeleri atlamış veya örüntünün cebirsel ifadesini yazmış, ancak sürecin nasıl kurulduğunu açıklamada yetersiz kalmışlardır. Buna karşılık, tam ve ikna edici açıklama sunan öğrenciler, farklı temsiller arasında geçiş yaparak ilişkiyi açık ve tutarlı biçimde ifade etmişlerdir.

Sonuç olarak, örüntü kareleri probleminin b maddesi, öğrencilerin yalnızca örüntüdeki ilişkiyi tanıma değil, bu ilişkiyi farklı temsiller arasında dönüştürerek açıklama kapasitesini ölçmektedir. Deney grubundaki gelişim, hem ZCA temelli çoklu temsil öğretimi stratejilerinin hem de mesleki gelişim programında yer alan sembolleştirme ve genelleme etkinliklerinin öğrencilerin düşünme biçimlerine yansıdığını göstermektedir. Buna karşın, öğrencilerin çoklu temsiller arasında geçiş yapma ve bu temsillerdeki anlamı koruma becerilerinin hâlâ sınırlı olduğu görülmüştür. Bu bulgu, öğrencilerin temsiller arası dönüşüm sürecinde kavramsal sürekliliği sağlamada güçlük yaşadıklarını, dolayısıyla öğretim sürecinde rehberlik ve yapılandırılmış öğretimsel desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Nitekim Eroğlu ve Tanışlı (2017)’da çalışmalarında öğrencilerin örüntüleri başlangıçta yalnızca görsel biçimde değerlendirdiklerini, ancak süreç içinde tablo ve sembolik temsiller kullanarak genellemelere ulaşabildiklerini belirtmiştir. Bu doğrultuda, öğrenciler temsiller arası geçişte sistematik öğretimsel rehberliğe ihtiyaç duymaktadırlar.

Örüntü kareleri problemi c-d şıkkı bulguların tartışılması

Örüntü kareleri problemi d şıkkında öğrencilerden herhangi bir adımda oluşacak taralı kare sayısını bulmaları c şıkkında ise bu kuralın “neden” doğru olduğunu açıklamaları istenmiştir. Yani öğrencilerin, bütüncül analiz edilen bu iki

şıktaki örüntünün genel terimini gerekçeleri ve işlem adımlarıyla birlikte bulmaları gerekmektedir. Sorular ZCA çerçevesinde özellikle *hesaplama*dan *soyutlama* ve *fonksiyonel kural oluşturma* alışkanlıklarıyla doğrudan ilişkilidir. Öğrencilerden burada *bilgileri düzenleme*, *değişimi tanımlama*, *çözümü öngörme*, *farklı temsiller kullanma* kuralı *gerekçelendirme*, *eşdeğer ifadeler kullanma* gibi becerileri kullanmaları beklenmektedir.

Nitel bulgular, öğrencilerin bu becerilerde genel olarak zorlandıklarını göstermektedir. Ön testte her iki grupta da tam ve ikna edici açıklama sunan öğrenci bulunmazken, öğrencilerin büyük çoğunluğu “hiç açıklama yok” kategorisinde yer almıştır. Son testlerde deney grubunda kısmi bir gelişme gözlenmiş; “hiç açıklama yok” kategorisindeki öğrenci sayısı azalmış, buna karşın eksik ve kısmen ikna edici açıklamaların oranı artmıştır. Ancak bu gelişmeye rağmen öğrencilerin yarısından fazlasının son testlerde açıklama sunmaması, genelleme ve gerekçelendirme süreçlerinde önemli güçlüklerin devam ettiğini göstermektedir. Kontrol grubunda ise kategori dağılımı büyük ölçüde sabit kalmıştır.

Nitel bulgulara göre, hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenciler genellikle örüntünün yalnızca artış miktarına odaklanarak, ilk terim bilgisini göz ardı etmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin genel terim oluşturma sürecini tam olarak kavrayamadıklarını göstermektedir. Eksik açıklama sunan öğrenciler ise kuralı sözel olarak doğru biçimde ifade etmiş fakat bu kuralın neden doğru olduğunu gerekçelendirmede yetersiz kalmışlardır. Son testlerinde tam ve ikna edici açıklama sunabilen öğrenciler kuralı yazarak neden doğru olduğunu gerekçeleriyle göstermiştir. Bu tür açıklamalar, öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi genelleme ve sembolik olarak ifade etme becerilerinin gelişmekte olduğunu göstermektedir. Bulgulara göre deney grubu öğretmenlerine sunulan mesleki gelişim programında yer alan “işlem ve yapılara dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme” ile “sembolleştirme sürecini destekleyici öğretim stratejileri” başlıklarının öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarına yansıdığı söylenebilir. Deney grubunda kısıtlı da olsa kontrol grubuna kıyasla gözlemlenen ilerlemenin öğretmenlerin söz konusu etkinliklerde kazandıkları pedagojik farkındalığın sınıf içi uygulamalara yansımından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer biçimde Driscoll (1999) ve Cai (2003) de öğrencilerin genelleme ve gerekçelendirme süreçlerinde öğretmen rehberliğinin belirleyici olduğunu, bu tür açıklamaların ikna edici matematiksel açıklama gelişimiyle yakından ilişkili olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin örüntü kareleri probleminin a şıkında yüksek performans gösterirken diğer şıklarda düşük performans göstermeleri, bir örüntünün istenilen adımını bulabildiklerini ancak örüntüdeki ilişkiyi farklı temsillerle ifade etme, genel bir kural oluşturma ve kuralı gerekçelendirme süreçlerinde zorlandıklarını göstermektedir. Başka bir ifadeyle, öğrenciler örüntü tanıma düzeyinde başarılı olurken, bu ilişkiyi soyutlama ve genelleme düzeyine taşıyamamaktadır. Buna paralel olarak Kieran (1996) cebirsel düşünmenin yalnızca örüntü tanıma değil, bu örüntüleri sembolik biçimlerde ifade etme ve genelleme süreci olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin işlemsel düzeyde kalmaları, onların “aritmetik örüntü” düzeyinden “cebirsel düşünme” düzeyine geçemediklerini göstermektedir. Kaput (2008) da erken cebir öğretiminde, örüntülerin genelleştirilmesi sürecinde öğrencilerin “neden” sorusuna dayalı açıklamalar yapmalarının cebirsel düşünmenin temel göstergelerinden biri olduğunu belirtmiştir.

5.3. Tüm Bulguların Genel Olarak Tartışılması

Bu araştırmada, deney grubu öğretmenlerine sunulan “Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi” eğitiminin, bu öğretmenlerin öğrencilerinin cebir sorularına verdikleri matematiksel açıklamalara etkisi incelenmiştir. Altı sorudan oluşan Cebir Bilgi Testi (CBT)’nden elde edilen bulgular, her iki grupta da son test puanlarının istatistiksel olarak anlamlı biçimde yükseldiğini ve öğrencilerin açıklamalarında genel bir gelişim yaşandığını göstermektedir. Deney grubundaki açıklama niteliğindeki artış, beklenen yönde bir sonuçtur. Bununla birlikte kontrol grubunda da doğal müfredat akışında cebir konularının işlenmesi öğrencilerin açıklama becerilerinde gelişmeye yol açmıştır. Ancak iki grubun ön test puanları arasında anlamlı bir fark bulunmazken, son test puanlarında deney grubu öğrencilerinin anlamlı biçimde daha yüksek performans göstermesi, mesleki gelişim programının etkisini ortaya koymaktadır. Sonuçlar öğretmen mesleki gelişim programlarının; öğretmenlerin öğrencilerin düşünme biçimlerini fark etme ve buna uygun stratejiler geliştirme becerilerini güçlendirdiğini gösteren çalışmalarla paralellik göstermiştir (Chauraya & Brodie, 2018).

Öğrencilerin son testlerde genel olarak daha fazla gerekçelere yer verdikleri ve açıklamalarında ikna edici matematiksel dil kullanımının arttığı gözlemlenmiş ancak öğrencilerin önemli bir kısmı hâlâ bazı sorularda istenen açıklamaları tam olarak gerçekleştirememiştir. Bazı öğrenciler son testlerde de yalnızca işlem yapark sonuç

bulma veya sonucu çizimle göstermeyi yeterli görmüştür. Öğrencilerin, özellikle rutin olmayan ve zihinsel uğraş gerektiren problemler karşısında soruları boş bırakma veya ilgisiz yanıt verme eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin geçmiş öğrenme deneyimlerinde çoktan seçmeli ve sonuç odaklı görevlerle yoğun biçimde karşılaşmalarının bir sonucu olarak değerlendirilebilir. Nitekim Cai (2003), açık uçlu soruların ve öğrencilerin “neden” sorusuna yanıt aramalarını gerektiren görevlerin akıl yürütme ve gerekçelendirme becerilerini geliştirmede kritik rol oynadığını belirtmektedir. Bu bağlamda, öğretmenin öğrencilerin düşünmelerine olanak sağlayacak uygun yöntemleri seçmesi ve rehberlik etmesi önemlidir (Dokur, 2013).

Çalışmada, eğitime katılan öğretmenlerin mesleki gelişim programı sürecinde kendi pedagojik yaklaşımları üzerine düşünceleri, çözümlerini doğru matematiksel dil ve ikna edici gerekçelerle ifade etmeleri sayesinde öğrencilerde olumlu bir dönüşüm yaşandığını görülmüştür. Öğretmenlere sunulan program, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ve matematiksel açıklama yapma becerilerini anlamlı biçimde geliştirmiştir. Bu sonuç, cebir öğretiminde kavramsal öğrenmeyi destekleyen ortamların gerekliliğini vurgulayan Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996)’nın görüşleriyle uyumludur. Araştırmacılar, cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik becerilere indirgenemeyeceğini; genelleme, örüntü fark etme ve ilişkileri temsil etme alışkanlıklarının bu sürecin temel bileşenleri olduğunu ifade etmişlerdir. Bununla birlikte, öğrencilerin bazı sorularda hâlen yüzeysel veya sezgisel açıklamalarda bulunmaları, kavramsal anlamlandırmanın kalıcı hale gelebilmesi için öğretmen rehberliğinde uzun soluklu öğrenme ortamlarının gerekliliğine işaret etmektedir.

Geleneksel öğretim uygulamalarında öğretmen ve öğrenciler çoğu zaman matematik öğrenmeyi sadece işlemsel bazı adımları takip etme, formül kullanarak sayısal sonuç bulma şeklinde gerçekleştirmekte ve bu nedenle de kavramsal anlamalar geri planda kalmaktadır (Fuchs vd., 1997). Öğrencilerin yalnızca işlem odaklı düşünceleri, onların genellemelere ulaşamamalarına ve açıklama sunmaktan kaçınmalarına yol açmaktadır (Baki & Kartal, 2004). Buna karşın, deney grubu öğretmenlerinin aldığı eğitimlerde ikna edici argümanları destekleyen öğretim stratejilerinin tartışılması ve öğrencilerde açıklama yapma sunmaya teşvik eden sınıf uygulamalarının geliştirilmesi, bu grubun öğrencilerinde daha belirgin bir ilerleme sağlamıştır.

Bulgular öğrencilerin “eksik” ve “hatalı/yanlış açıklama” oranlarında da artış olduğunu göstermektedir. Bu artış, öğrencilerin açıklama yapma eğilimlerinin arttığını

ancak bu açıklamaların niteliksel olarak henüz hedeflenen düzeye ulaşmadığını göstermektedir. Özellikle “eksik açıklama” yapan öğrencilerin ilişkiyi sezgisel olarak fark ettikleri ancak biçimselleştiremedikleri, gerekçe ile sonuç arasında bilişsel köprü kuramadıkları gözlenmiştir. Hatalı/yanlış açıklama sunan öğrenciler ise genellikle kavram yanlışlarından veya doğrusal olmayan ilişkileri doğrusal varsayma gibi düşünme hatalarından kaynaklı yanlışlıklar yapmışlardır. Erdoğan (2023), cebirsel düşünmenin alt boyutları arasında hiyerarşik bir ilişki bulunduğunu (nicel muhakeme → genelleştirilmiş aritmetik → fonksiyonel düşünme; temsil → genelleme → gerekçelendirme) belirtmiş ve öğrencilerin özellikle fonksiyonel düşünme ve gerekçelendirme boyutlarında zorlandıklarını saptamıştır. Bu sonuç, mevcut araştırmadaki bulgularla tutarlıdır ve öğretim programlarının genelleme, fonksiyonel ilişkilendirme ve gerekçelendirme becerilerini geliştirecek etkinliklerle zenginleştirilmesi gerektiğini desteklemektedir.

Öğrencilerin açıklama yapabilme becerilerinin gelişiminde akademik dilin önemi de vurgulanmalıdır. Driscoll ve arkadaşları (2007), öğrencilerin sahip oldukları sınırlı dilsel ifadelerin, açıklama yapmalarını zorlaştırabileceğini ve bu becerinin etkinlikler yoluyla geliştirilebileceğini belirtmiştir. Aynı doğrultuda Bicknell (1999), açıklama yazma ve gerekçelendirme süreçlerinin öğrencilerin analiz ve akıl yürütme becerilerinin gelişimine katkı sağladığını ifade etmiştir. Yackel ve Cobb (1996) ise öğrencilerin fikirlerini savunabildikleri, matematiksel çözüm yollarını tartışabildikleri ortamların oluşturulmasının ikna edici açıklamaları güçlendirdiğini ortaya koymuştur.

Öğrenme ortamlarının niteliği bu süreçte belirleyici bir unsurdur. Mistretta (2000), öğrencilerin çoğu zaman anlamadan formül ezberlediklerini ve işlemsel bilgiyi yüzeysel biçimde kullandıklarını; Baki ve Kartal (2004) ise kural ve işlemlere aşırı odaklanmanın işlemsel bilginin de yüzeysel öğrenilmesine yol açtığını ifade etmiştir. Bu nedenle, öğrenme ortamlarının düşünme becerilerini teşvik eden, öğrencilerin genelleme ve gerekçelendirme yapmalarına fırsat tanıyan zengin matematiksel görevlerle desteklenmesi gerekmektedir.

Araştırma sonuçları öğrenci açıklamalarının niteliğinin öğretmenlere verilen hizmet içi eğitimden dolayı ve olumlu biçimde etkilendiğini göstermektedir. Öğrencilerin cebirsel düşünme alışkanlıklarının gelişiminde öğretmenlerin pedagojik yeterliklerinin kritik bir rol oynamaktadır. Bu durum Türkiye Yüzyılı Maarif Modelinde (MEB, 2024) öne çıkan, öğrencilerin yalnızca işlemsel becerilerde değil, aynı zamanda genelleme, ilişki kurma, sembolleştirme ve gerekçelendirme gibi üst

düzey düşünme becerilerinde derinleşmelerini hedefleyen “İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye” teması ile uyum göstermektedir.

Araştırmanın bulguları ZCA temelli tasarlanan mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarının; öğrencilerin gerekçelendirme, sembolleştirme, genelleme ve tersine düşünme gibi becerilerinin gelişmesinde etkili olduğunu göstermiştir. Ancak bu becerilerin kalıcı hale gelmesi için öğretimsel destek ve uzun süreli uygulamalara gereksinim duyulduğu düşünülmektedir. Özellikle öğretmenlerin mesleki gelişim sürecinde edindikleri pedagojik bilgi ve uygulamaların sınıf içi yansımalarının, öğrencilerin ikna edici açıklama yapma ve cebirsel akıl yürütme düzeylerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Sonuçlar, cebir öğretiminde geleneksel yaklaşımlardan uzaklaşarak öğrencilerin düşünme süreçlerine, açıklama ve gerekçelendirme becerilerine odaklanan öğrenme ortamlarının gerekliliğini bir kez daha vurgulamaktadır. Dolayısıyla, araştırmanın genel bulguları, öğretmen eğitimi, öğrenci başarısı ve cebirsel düşünmenin gelişimi arasında güçlü bir etkileşim olduğunu göstermiştir. İzleyen bölümde bu bulgulardan hareketle ortaya konan genel sonuçlar ve önerilere yer verilmiştir.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, öncelikle araştırma kapsamında elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlar sunulmakta; ardından eğitimciler, program geliştiriciler ve araştırmacılara yönelik önerilere yer verilmektedir.

6.1. Araştırmanın Sonuçları

Bu araştırmada, elde edilen bulgular, mesleki gelişim programı destekli eğitim uygulamalarının, öğretmenlerin öğrencilerinin açıklama yapma becerilerinde anlamlı düzeyde etkisi olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmenlere yönelik mesleki gelişim programları, pedagojik alan bilgilerini derinleştirmekte ve sınıf içi uygulamalarda öğrencilerin akıl yürütme süreçlerine olumlu yansımaktadır (Desimone, 2009; Guskey, 2002). Araştırma bulgularına dayalı olarak ulaşılan temel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

- Mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarına katılan öğretmenlerin öğrencilerinde, ikna edici matematiksel açıklama yapma becerilerinde anlamlı gelişmeler meydana gelmiştir. Bu durum, eğitim programının öğretmen sınıf içi uygulamalarına ve öğrenci performansına olumlu yansıdığını göstermektedir. Öğrencilerin ZCA bileşenlerde ve bu bileşenlerin alt becerilerinde anlamlı gelişmeler kaydettiği belirlenmiştir. Bununla birlikte bazı öğrencilerin genelleme yapma ve ikna edici açıklama üretme konularında hâlâ güçlük yaşadıkları saptanmıştır.
- Mesleki gelişim programı destekli öğretim uygulamalarına katılmayan öğretmenlerin öğrencilerinde de açıklama yapma becerileri

açısından anlamlı bir gelişim izlenmiştir; ancak söz konusu gelişim, eğitim alan öğretmenlerin öğrencilerinde gözlemlenen artışa kıyasla istatistiksel olarak anlamlı düzeyde daha düşük kalmıştır.

– Her iki gruptaki öğrencilerin “neden?” sorularına yanıt verme ve çözüm süreçlerini açıklama yönündeki eğilimlerinin arttığı gözlenmiştir. Öğrenci çözümlerinde eksik açıklamalardaki artış kavramsal bir eksiklikten ziyade gerekçelendirme pratiğinin yeterince gelişmemiş olmasından kaynaklanmıştır.

– Öğrencilerin açıklama yapma becerilerinde genel bir artış gözlenmiş olsa da, özellikle daha önce karşılaşmadıkları problem türleriyle karşılaştıklarında açıklama yapmaktan kaçındıkları belirlenmiştir. Bazı öğrenciler çözümün yalnızca işlem basamaklarını sunmayı “ikna edici açıklama” olarak değerlendirmiş; bu durum hem matematiksel gerekçe sunma hem de geçerli matematiksel dil kullanma konusundaki yetersizlikleri ortaya koymuştur. Son test sonuçları, öğrencilerin önemli bir kısmının hâlâ eksik ya da hatalı/yanlış açıklamalar sunduğunu göstermektedir. Bu bulgu, öğrencilerin önceki öğrenme deneyimlerinin ve karşılaştıkları problem biçimlerinin, yeni problem durumlarında ikna edici matematiksel açıklama yapma becerilerini doğrudan etkilediğini ortaya koymaktadır.

– Öğrenciler, işlem ve kurallara dayalı rutin cebir problemlerinde daha başarılı olurken; kavramsal bilgi gerektiren, ilişkilendirme ve akıl yürütme becerisi isteyen problemlerde daha fazla zorlanmış, çözümün açıklanmasını yönünden düşük performans göstermişlerdir. Bu bulgu, öğrencilerin işlem odaklı bir yaklaşımı tercih ettiklerini ve kavramsal düşünme gerektiren durumlarda desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

– Mesleki gelişim programının öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarına yansıdığı ve öğrencilerin açıklama kalitesini olumlu etkilediği görülmüştür. Öğretmenlerin ZCA temelli eğitim uygulamalarına katılması, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin derinleşmesine katkı sağlamıştır. Bununla birlikte programın sürdürülebilirliğinin izlenmesi ve uzun vadeli etkilerinin değerlendirilmesi gerektiği düşünülmektedir.

6.2. Öneriler

Bu araştırmanın bulguları, öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ile matematiksel gerekçelendirme ve ikna edici açıklama düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki bulunduğunu göstermektedir. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) çerçevesi, öğrencilerin cebirsel düşüncelerini yapılandıran ve bu düşünmenin matematiksel açıklamalara yansımaları sağlayan temel bir kuramsal dayanak sunmaktadır. Bu doğrultuda, öğretmenlerin ZCA bileşenlerini tanıma, sınıf içi uygulamalara entegre etme ve öğrencilerin açıklamalarını bu bileşenler doğrultusunda değerlendirme becerilerinin geliştirilmesi önemli görülmektedir.

Öğrencilerin cebirsel kavramları ilköğretimden itibaren kademeli olarak yapılandırdıkları dikkate alındığında, erken cebir öğretiminde ZCA bileşenlerine dayalı öğretmen müdahalelerinin, aritmetikten cebire geçiş sürecini desteklemede kritik bir rol üstlendiği söylenebilir. Araştırma sonuçları, ZCA temelli mesleki gelişim programına katılan öğretmenlerin öğrencilerinde cebirsel düşünme ve ikna edici matematiksel açıklama düzeylerinde belirgin gelişmeler olduğunu ortaya koymuştur. Bu durum, öğretmenlerin ZCA odaklı mesleki gelişim süreçlerine katılımının, öğrenci öğrenmelerine dolaylı fakat güçlü bir biçimde yansıdığını göstermektedir.

6.2.1. Eğitim Uygulamalarına Dönük Öneriler

Araştırma bulguları, bazı öğrencilerin özellikle ön testlerde çözüm süreçlerinde gerekçe sunmada zorlandıklarını ve genelleme yapmada yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Sorularda “açıklayınız” ve “gerekçenizi yazınız” gibi yönlendirici ifadelerle yer verilmesine karşın, bazı öğrencilerin yalnızca işlemsel adımları sunmayı matematiksel gerekçe olarak yeterli gördükleri tespit edilmiştir. Ek olarak öğrencilerin ZCA’nın temel bileşenleri olan yapma–tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve hesaplama soyutlama alışkanlıklarını yeterince kullanamadıkları görülmüştür. Bu durum, cebir öğretiminde “neden?” ve “nasıl?” sorularına daha fazla yer verilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Matematiksel açıklama yapma fırsatlarının artması, öğrencilerin kavramsal düşüncelerini teşvik eden sınıf ortamlarının oluşturulmasıyla mümkündür (Yackel & Cobb, 1996). Dolayısıyla ilköğretim düzeyinden itibaren öğrencilerin matematiksel açıklama yapma becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmeli; yalnızca sonuca odaklanan, işlemsel bilgiye dayalı öğretim yaklaşımları yerine öğrencilerin düşünme süreçlerini ifade edebilecekleri ve matematiksel olarak geçerli bir dil kullanabilecekleri öğrenme ortamları tasarlanması önerilmektedir. Bu

bağlamda, öğretmenlerin ders planlarını ZCA bileşenlerini dikkate alarak yapılandırmaları ve öğrencilerin açıklamalarını bu çerçevede değerlendirmeleri önerilmektedir.

Matematik ve özellikle cebir öğretiminde öğretmenlerin önemli bir bölümünün, kazanımları yetiştirme kaygısı nedeniyle öğrencilere düşüncelerini ifade etme fırsatı veremediği literatürde sıklıkla vurgulanmaktadır (Baki & Kartal, 2004). Bu durum, öğrencilerin çoğu zaman kısa, yüzeysel ve işlemsel sonuca odaklı çözümler üretmelerine yol açmakta; gerekçelendirme yapma ve matematiksel dil kullanma konusunda güçlük yaşamalarına neden olmaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin daha fazla düşünme fırsatı bulabilecekleri öğrenme ortamlarının oluşturulması ve kazanımlara ayrılan sürelerin artırılması, ikna edici açıklamalar geliştirmelerine katkı sağlayacaktır.

Matematik eğitiminde yeni yaklaşım ve uygulamaların sınıf ortamına taşınmasında öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ve sınıf içi uygulama becerileri kritik öneme sahiptir (Yackel & Cobb, 1996). Bu doğrultuda öğretmenlerin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitimlerle desteklenmesi gerekmektedir. Öğretmen yetiştirme programlarında ZCA bileşenlerine dayalı uygulamalara yer verilmesi; hizmet içi eğitimlerle öğretmenlerin öğrencilerin açıklamalarını değerlendirme, gerekçelendirme süreçlerini analiz etme ve açıklama kalitesini artırmaya yönelik atölye çalışmalarının planlanması önerilmektedir.

ZCA çerçevesi dikkate alındığında, cebir kavramlarının öğretiminde düşünme alışkanlıklarını temel alan açık uçlu problem çözme etkinlikleri ve bu problemlere yönelik tartışmaların, öğrencilerin akıl yürütme, ilişkiler keşfetme, genelleme yapma ve matematiksel gerekçeler sunma becerilerinin gelişiminde yararlı olacağı söylenebilir.

6.2.3. Sonraki Araştırmalar ve Çalışmalar İçin Öneriler

Bu araştırmada, öğrencilerin cebirsel açıklamalarındaki değişimi değerlendirmek amacıyla açık uçlu cebir sorularından oluşan Cebir Bilgi Testi (CBT) kullanılmıştır. Benzer nitelikte yapılacak çalışmalarda, açıklamalardaki değişimin daha ayrıntılı bir biçimde ortaya konulabilmesi için öğrenci görüşmelerinden yararlanılması önerilebilir. Mülakatlar aracılığıyla öğrencilerin düşünme süreçleri daha derinlemesine incelenebilir; gruplar arasında karşılaştırmalar yapılabilir ve

öğrencilerin materyal kullanımı, açıklama yapmaya yönelik tutumları veya gerekçelendirme pratikleri çok yönlü olarak değerlendirilebilir.

Bu araştırma yalnızca 7. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Benzer çalışmaların farklı sınıf düzeylerinde gerçekleştirilebilmesi, cebirsel düşünme ve ikna edici açıklama becerilerinin gelişiminin sınıf düzeyine göre nasıl farklılaştığının belirlenmesine katkı sağlayacaktır. Farklı kademelerde yapılacak araştırmalar, elde edilen sonuçların genellenebilirliğinin sınanmasına da olanak tanıyacaktır.

Bu araştırmanın bulguları, cebir öğretiminde kavramsal anlamayı, akıl yürütmeyi ve düşünme süreçlerini ön plana çıkaran yaklaşımların önemini vurgulamakta; öğretmen eğitimlerinin öğrenci gelişimi açısından belirleyici bir unsur olduğunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle, gelecekte yapılacak çalışmaların, farklı mesleki gelişim modellerinin etkililiğini karşılaştırmalı olarak incelemesi ve uzun vadeli izleme çalışmalarına yer vermesi yararlı olacaktır.

Bu çalışmada odak öğrenci çıktılarıdır. Sonraki araştırmalar, öğretmenlerin cebirsel düşünmeye yönelik bilgi türleri, sınıf içi uygulamaları, açıklama isteme ve akıl yürütme teşvik etme pratikleri gibi değişkenler incelenebilir.

Benzer çalışmalar cebir dışında farklı matematik alanlarında da yürütülebilir.

KAYNAKLAR

- Agaç, G. (2018). *Etkili Matematik Öğretimine İlişkin Öğretim Elemanlarının Perspektifleri Ve Bilgi Kaynakları Üzerine Bir İnceleme*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Gaziantep Üniversitesi.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Akkan, Y. (2016). Cebirsel Düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan Ve İ. Ö. Zembat (Editörler), Ss. 43-65 *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde. Pegem Akademi.
- Akkan, Y., & Baki, A. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin İncelenmesi: Sembollerin Kullanımı ve Harflerin Anlamı. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2).
- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2011). *Aritmetik İle Cebir Arasındaki Farklılıklar: Cebir Öncesinin Önemi*. İlköğretim Online, 10(3), 812-823.
- Akkaya, Recai (2006). *İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Karşılaşılan Kavram Yanılgılarının Giderilmesinde Etkinlik Temelli Yaklaşımın Etkililiği*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Aktaş, E., & Yavuz Mumcu, H. (2024). Matematik Öğretmenleri ile Öğretmen Adaylarının Öğretimsel Açıklamalarının Matematiksel Modeller Bağlamında İncelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 175-198. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.1443293>
- Alkan, H. Ve Güzel, Eb (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademe Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Akademi.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 Ve 8.Sınıflarda) Matematik Öğretimi* (10.Baskı). Aktüel Yayıncılık.
- Altun, M. (2020). *Matematik Öğretimi*. Aktüel Yayınları.
- Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S., & Yıldırım, E. (2007). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri: SPSS uygulamalı* (5. baskı). Sakarya Yayıncılık.

- Ateş, H. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Doktora tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Aydoğan, A. (2007). *The effect of dynamic geometry use together with open-ended explorations in sixth grade students' performances in polygons and similarity and congruency of polygons*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomisi İle İncelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A. & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). *Content Knowledge For Teaching: What Makes It Special?* Journal Of Teacher Education, 59(5), 389–407.
- Baş, S., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2011). *Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri*. Eğitim Ve Bilim, 36(159), 41-55.
- Bicknell, B. (1999). *The writing of explanations and justifications in mathematics: Differences and dilemmas*. In J. Truran & K. Truran (Eds.), *Making the difference*, (proceedings of the 22nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Adelaide, pp. 75-83). Sydney: MERGA.
- Bingölbalı, E. & Özmantar, M. F. (2009). *Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları*. E. Bingölbalı & M. F. Özmantar (Editörler). Pegem Akademi.
- Bingölbalı, H., & Bingölbalı, E. (2021). *An examination of open-ended mathematics questions' affordances*. Journal of Education and Learning, 10(5), 90–105. DOI: <https://doi.org/10.29329/ijpe.2021.366.1>
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing A Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.
- Borko, H. (2004). Professional Development And Teacher Learning: Mapping The Terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3–15. <https://doi.org/10.3102/0013189X033008003>
- Borko, H., Frykholm, J. A., Pittman, M., Eiteljorg, E., Nelson, M., Jacobs, J., Koellner-Clark, K., & Schneider, C. (2005). *Preparing teachers to foster algebraic thinking*. ZDM, 37, 43–52.

- Bozkurt, A., & Koyuncu, İ. (2021). Matematik Öğretiminde Çağdaş Yaklaşımlar ve Dijital Dönüşüm. *Eğitim Teknolojisi Kuram Ve Uygulama*, 11(2), 45-62.
- Büyüköztürk, Ş. (2018). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum* (24. baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cai, J. (2003). *Singaporean Students' Mathematical Thinking In Problem Solving And Problem Posing: An Exploratory Study*, International Journal Of Mathematics Education İn Science And Technology, 34(5), 719-737.
- Cai, J. (2004). *Developing Algebraic Thinking İn The Earlier Grades: A Case Study Of The Chinese Elementary Curriculum*. The Mathematics Educator, 8(1), 107-130.
- Chauraya, M., & Brodie, K. (2018). *Conversations in a professional learning community: An analysis of teacher learning opportunities in mathematics. Pythagoras*.
- Chick, H. L.(2003). *Pre-service teachers' explanations of two mathematical concepts*. Proc. 2003 annual conference of the Australian Association for
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing And Conducting Mixed Methods Research* (2nd Ed.). Sage Publications.
- Cuoco, A. (2008). *Mathematical habits of mind: An organizing principle for curriculum design*. Paper presented at a Project Next Session on Helping Students Develop.
- Cuoco, A., Goldenberg, E. P , ve Mark, J (1996). Habits of mind: an organizing principle for a mathematics curriculum. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402.
- Çekici, E., & Yıldırım, H. (2011). Matematik Eğitimi Üzerine Bir İnceleme. *Marmara Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Dergisi*, 31(2), 175-196.
- Çelik, Derya (2007). *Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi*. (Yayınlanmamış doktora tezi), Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Çetin, Y. (2023). *Cebir Öğrenme Alanında Matematik Öğretmenlerinin Pedagogik Alan Bilgilerinin Öğrencilerin Matematik Başarısına Ve İnancına Etkisi: 7. Ve 8. Sınıf Örneği*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi.
- Dede, Y. Ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Desimone, L. M. (2009). *Improving impact studies of teachers' professional development: Toward better conceptualizations and measures*. Educational Researcher, 38(3), 181-199. <https://doi.org/10.3102/0013189X08331140>

- Dokur, N. (2013). *Somut Materyal Ve Geometers Sketchpad Destekli Eğitimlerin Matematik Öğretmenliği Öğrencilerinin Başarılarına ve Çözümlerini Açıklamalarına Etkilerinin İncelenmesi* (Master's Thesis, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Döğer, B. (2024). *Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Değerlendirme Sorularının Cebirsel Düzeylerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide For Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, Nh: Heinemann.
- Driscoll, M. (2001). *Fostering Algebraic Thinking Toolkit: A Guide For Staff Development*.
- Driscoll, M., Wing Dimatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. Ve Kelemanik, G. (2008). *The Fostering Geometric Thinking Toolkit*. Porstmouth, Nh: Heinemann.
- Duran, N. (2005). *Matematiksel Düşünme Becerilerine İlişkin Bir Araştırma*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi.
- Erdoğan, M. (2023). *Cebirsel Düşünme Becerilerine Ait Yetkinlik Profillerinin Bilişsel Tanı Modelleri İle Tanılanması*. (Doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi.
- Eroğlu, D., & Tanışlı, D. (2017). *Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Sınıf Ortamına Entegrasyonu*. İlköğretim Online, 16(2), 566-583. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.304717>
- Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS Statistics* (4th ed.). Sage Publications.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Phillips, N. B., Karns, K. ve Dutka, S. (1997). Enhancing Students' helping behavior during peer-mediated instruction with conceptual mathematics explanations. *Elementary School Journal*, 97, 223-250.
- Goldenberg, E. P. (1996). "Habits Of Mind" As An Organizer For The Curriculum. *Journal Of Education*, 178(1), 13-34.
- Gordon, M. (2011). *Mathematical Habits Of Mind: Promoting Students' Thoughtful Considerations*. Journal Of Curriculum Studies, 43(4), 457-469. <https://doi.org/10.1080/00220272.2011.578664>
- Greenes, C. Ve Findell, C. (1998). *Algebra Puzzles And Problems (Grade 7)*, Mountain View, Ca: Creative Publications
- Guskey, T. R. (2002). *Professional Development And Teacher Change*. Teachers And Teaching: Theory And Practice, 8(3), 381-391.
- Gürbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Kavramları Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi.

- Güven, B. ve Karataş, İ. (2009). Dinamik geometri yazılımı Cabri' nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerindeki başarılarına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 42(1): 1-31.
- Hollingdale, S. (2006). *Makers Of Mathematics*. Courier Corporation.
- Hunter, J., Anthony, G., & Burghes, D. (2018). *Scaffolding teacher practice to develop early algebraic reasoning*.
- İspir, O. Ve Palabıyık, U. (2011). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrenci Cebirsel Düşünme Becerileri Ve Matematiğe Karşı Tutumlarına Etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 111-123.
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). *Mixed methods research: A research paradigm whose time has come*. Educational Researcher, 33(7): 14-26.
- Jones, K. (2000). *Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations*. Educational Studies in Mathematics, 44, 55-85.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte Model Kullanmanın 6.Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi.
- Kamol, N., & Har, Y. B. (2010). *Upper Primary School Students' Algebraic Thinking*. In L. Sparrow, B. Kissane, Ve C. Kurst (Eds.), *Proceedings Of The 33rd Annual Conference Of The Mathematics Education Research Group Of Australasia* (Issue July, Pp. 3-7).
- Kaput, J. J. (2008). *What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?* In J. J. Kaput, D. W. Carraher, Ve M. L. Blanton (Eds.), *Algebra In The Early Grades*. Taylor Ve Francis Group.
- Karakaya, V. & Sekman, D. (2019). Matematiksel Düşüncenin Tarihi Gelişimi Ve Eğitimde Konumlanması. *Tanhan, F. (Ediör). Matematiksel Düşüncenin Tarihi Gelişimi Ve Eğitimde Konumlanması*. Pegem.
- Karakoca, A. (2011). *Altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözmede matematiksel düşünmeyi kullanma durumları*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Karasar, N. (1999). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Dokuzuncu Basım. Nobel Yayın Dağıtım.
- Karyağdı, F (2023). *7. Sınıf Öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Belirlenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat
- Kaya, D. (2015). Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Muhakeme Becerilerine, Cebirsel Düşünme Düzeylerine Ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi Üzerine Bir İnceleme. . (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi.

- Kennedy, M. M. (2016). *How does professional development improve teaching?* Review of Educational Research, 86(4), 945-980. <https://doi.org/10.3102/0034654315626800>
- Kieran, C. (1991). *A Procedural-Structural Perspective On Algebra Research*. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings Of The Fifteenth International Conference For The Psychology Of Mathematics Education* (Pp. 245-253), Genoa, Italy.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). Macmillan. <https://www.jstor.org/stable/749750>
- Kieran, C. (1996). The Changing Face Of School Algebra. In C. Kieran & F. Hitt (Eds.), *Research Issues In The Learning And Teaching Of Algebra* (Pp. 1-17). Hillsdale, Nj: Lawrence Erlbaum.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). *Prealgebra: The Transition From Arithmetic To Algebra*. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas For The Classroom: Middle Grades Mathematics* (Pp. 119-139). New York: Macmillan.
- Kinach, B. M. (2002). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics “methods” course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(2), 153-186. <https://doi.org/10.1023/A:1015822104536>
- Korkmaz, S., Dündar, S., & Yaman, H. (2016). Problem Çözmede Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 7(1), 35-61. <https://doi.org/10.16949/Turcomat.77154>
- Köse, N. & Tanışlı, D. (2014). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrideki Zihinsel Alışkanlıkları*. *Kuram Ve Uygulamada Eğitim Bilimleri (Kuyeb)*, 14(3), 1-28.
- Krippendorff, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology* (2nd ed.). Sage.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology Of Mathematical Abilities In Schoolchildren*. Chicago: The University Of Chicago Press.
- Kükey, E. (2028). *Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Biçimleri İle Öğretmen Ve Öğretmen Adaylarının Bu Konudaki Görüşlerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora lisans tezi). İnönü Üniversitesi.
- Lacampagne, C. B. (1995). *The Algebra Initiative Colloquium*. Volume 2: Working Group Papers. Washington: Office Of Educational Research And Improvement
- Lee, M. Y., & Lee, J. E. (2023). The relationship between preservice elementary teachers' solutions to a pattern generalization problem and difficulties they anticipate in teaching it. *The Journal of Mathematical Behavior*.

- Linchevski, L. (1995). Algebra With Numbers And Arithmetic With Letters: A Definition Of Pre-Algebra. *The Journal Of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.
- Lins, R. C. (1992). *A Framework For Understanding What Algebraic Thinking Is*. (Yayınlanmamış doktora tezi). University Of Nottingham.
- Magiera, M., Moyer, J., & van den Kieboom, L. A. (2019). *Pre-service Middle School Teachers' Knowledge of Algebraic Thinking*. AERA Online Paper Repository.
- Marangoz, D. (2024). *4. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Düzeylerinin Belirlenmesine Yönelik Ölçme Araçları Geliştirilmesi ve Uygulanması*. (Yayınlanmamış doktora lisans tezi). İstanbul Üniversitesi.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2nd Ed.). London: Pearson.
- Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2020). *Developing algebraic thinking: Teaching algebra in the middle years*. Routledge.
- MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı* (İlkokul ve ortaokul 1–8. sınıflar). Millî Eğitim Bakanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr>
- MEB, (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*. Millî Eğitim Bakanlığı. [Www.Meb.Gov.Tr](http://www.Meb.Gov.Tr)
- MEB. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli: İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı*. Millî Eğitim Bakanlığı. [Www.Meb.Gov.Tr](http://www.Meb.Gov.Tr)
- MEB. (2024a). *Öğretim Programları Ortak Metin*. [Www.Meb.Gov.Tr](http://www.Meb.Gov.Tr)
- Miles, M. B., ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. Second Edition. Sage Publications.
- Mistretta, R.M: (2000). *Enhancing Geometric Reasoning*. *Adolescence*, 35(138):365-379.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston/VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Oaks, J.A. Alkhateeb, H.M. (2006). *Simplifying Equations In Arabic Algebra, Historia Mathematica*, Doi:10.1016/J.Hm.2006.02.006
- Özaydın, Z., Cevahir Bolat, R., & Sezgin Memnun, D. (2023). Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Ve Yansıtıcı Düşünme Becerilerinin İncelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 21(3), 1638-1659. <https://doi.org/10.37217/Tebd.1303217>
- Özcan, H. (2024). *Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Verilen Cebir Öğrenme Alanına Dair Etkinliklerin Matematiksel Potansiyelleri*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi.

- Özmuşul, B. (2024). *Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları Çerçevesinde Probleme Dayalı Cebir Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Cebir Öğretim Bilgilerine Etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Gaziantep Üniversitesi.
- Peretz, D. (2006). Enhancing reasoning attitudes of prospective elementary school mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9, 381-400.
- Poindexter, C. (2011). *Teaching "Habits Of Mind": Impact On Students' Mathematical Thinking And Problem Solving Self-Efficacy*. In L. Mc Coy (Ed.), *Studies In Teaching 2011 Research Digest* (S. 97-102). Winston-Salem, Nc: Wake Forest University.
- Polat, V. (2023). *Cebirsel İfadeler Konusunun Öğretiminde Web 2.0 Araçları Kullanımıyla Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarısına Ve Tutumuna Etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi.
- Reeuwijk, M. Van. (1995). *The Role Of Realistic Situations In Developing Tools For Solving Systems Of Equations*. Aera Conference - The Learning And Teaching Of Algebra, 1-11. <http://Www.Fisme.Uu.Nl/Publicaties/Literatuur/3781.Pdf>
- Ribeiro, A. J., Aguiar, M., Trevisan, A., & Elias, H. R. (2024). *Exploring learning opportunities for primary teachers: The case of knowledge for teaching early algebra*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Robson, C. (1993). *Real World Research*. Oxford: Blackwell Publishers Ltd.
- Sandborg, D. (1998). *Mathematical explanation and theory of Why-Questions*. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 49(4), 603-624.
- Sandborg, D. (1998). Mathematical explanation: Why it matters. *Mathematics Magazine*, 71(1), 3-12.
- Sayı, M. Ş. (2018). *Ortaokul Öğrencilerinin Problem Kurma Becerileri İle Cebirsel Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişki*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Schoenfeld, A. H. (2014). *What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them?* *Educational Researcher*, 43(8), 404-412. <https://doi.org/10.3102/0013189X1455>
- Schoenfeld, A. H. (2016). *Learning to think mathematically ... (Commentary)*. *ZDM Mathematics Education*, 48(2), 239-246. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0762-2>
- Sezer, N. (2019). *Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Süreç Ve Becerilerinin Boylamsal İncelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Sezer, N., & Altun, M. (2020). 6. Sınıf Öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Geliştirilmesi Üzerine Bir Çalışma. *Journal Of Uludag*

University Faculty Of Education, 33(2), 446-476.
<https://doi.org/10.19171/Uefad.568737>

- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289–321.
- Şandır, H. (2013). *Yapılandırmacı öğrenme ortamlarının 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine etkisi*. (Doktora tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (6th ed.). Pearson Education.
- Tall, D.(1995), *Cognitive Growth In Elementary And Advanced Mathematical Thinking, Proceedings Of The International Conference For The Psychology Of Mathematics Education*, Recife, Brazil: I, 161-175.
- Tanışlı, D., Köse, N. Y., & Camcı, F. (2017). *Preservice mathematics teachers' knowledge of generalization and justification about patterns*. *Journal of Research in Education and Society*, 5(1), 1–28.
- Tian, G., Giacomone, B., & Godino, J. (2020). *In-service teachers' didactic-mathematical knowledge on elementary algebraic reasoning: The case of Shanxi Province of China*. *Acta Scientiae*, 22, 38–60.
- Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Toluk Uçar, Z. (2013). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgileri: Öğretimsel Açıklamalar. *Türkiye Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi (TURCOMAT)*, 2(2), 88-102.
- Turgut, S., & Doğan Timur, Ö. (2017). *Sınıf Öğretmenlerinin Erken Cebire Yönelik Düşüncelerinin Belirlenmesi*. *İlköğretim Online*, 16(4), 1469-1490.
<https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.342968>
- Türk Dil Kurumu. (t.y.). *Alışkanlık*. Güncel Türkçe Sözlük. Türk Dil Kurumu.
<https://sozluk.gov.tr>
- Tüzer, F. (2022). *Siber Aylaklık Ölçeğine İlişkin Bir Araştırma*. (Yayımlanmış yüksek lisans tezi). Sakarya Üniversitesi.
- Umay, A. (2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234–243.
- Usiskin, Z. (1995). *Why Is Algebra Important To Learn?* *American Educator*, Spring(January 1995), 30–37.

- Usta, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin İncelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(3), 427-453.
- Ünal, Z. E., Ala, A. M., Kartal, G., Özel, S., & Geary, D. (2023). *Visual and symbolic representations as components of algebraic reasoning. Journal of Numerical Cognition.*
- Ünveren-Bilgiç, E.N., & Argün, Z. (2018). Examining Middle School Mathematics Teacher Candidates' Algebraic Habits Of Mind In The Context Of Problem Solving. *International E- Journal Of Educational Studies (Iejas)*, 2 (4), 64-80.
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention Of Early Algebra: Developmental Research On The Transition From Arithmetic To Algebra (Doctoral Dissertation)*. University Of Utrecht, The Netherlands.
- Yackel, E. ve Cobb. P. (1996). Sociomathematical norms, argumentatiton, and autonomy in matehematics. *Journal for Researach in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yenilmez, K. Ve Avcu, T. (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programının Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yeşildere, S. & Tümnüklü, E. B.(2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 181-213.
- Yeşildere, S. (2003). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlilikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61 70.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7, ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi.* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (12. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz Tıgılı, N. (2023). *Middle school mathematics teachers' knowledge of eighth-grade students' algebraic thinking.* (Doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Yılmaz, A. (2022). *Ortaokul 7. Ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin İncelenmesi.* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi.

Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram Yanılgısı Nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri. Pegem Akademi.



EKLER

EK 1 Etik Kurul İzni

T.C.
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU TOPLANTI TUTANAĞI

Toplantı No : 05
Toplantı Tarihi : 05.05.2023
Toplantı Saati : 11:00

Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu 05.05.2023 tarihinde toplanarak yapılan başvuruları değerlendirdi ve aşağıdaki kararları aldı:

- 17) Gaziantep Eğitim Fakültesi'nin 11.04.2023 tarih, 317539 sayılı ve "Başvurular ve Proje Önerileri /Prof.Dr.Ali BOZKURT" konulu yazısı incelenmiş olup Üniversitemiz Gaziantep Eğitim Fakültesi Öğretim Üyesi Prof. Dr. Ali BOZKURT'un "Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi" başlıklı bilimsel araştırma çalışmasının Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu'nca değerlendirilmesi istenmektedir. Kurula yapılan başvuru; çalışmanın amacı, yöntemi, veri kaynakları ve veri toplama araçları açısından değerlendirilmiştir. Kurulumuza beyan edilen belgelere dayalı olarak yapılan incelemeler sonucunda başvuruya ilişkin etik aykırılık tespit edilmemiş olup adı geçen öğretim üyesinin söz konusu bilimsel araştırma çalışmasını yapabilmesinin uygun görülmesine;

Toplantıya katılanların oy birliğiyle karar verildi.

EK 2 Meb Araştırma İzin Belgesi



T.C.
GAZİANTEP VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı: E-34659092-605.01-94803810

19/01/2024

Konu : Araştırma İzin Talebi
(Ali BOZKURT)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Ali BOZKURT'un 11.01.2024 tarihli ve 94195591 sayılı dilekçesi.

Gaziantep Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitiminde görevli Prof. Dr. Ali BOZKURT'un yürüttüğü “Bir Mesleki Gelişim Programı ile Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi” konulu TÜBİTAK 1001 Projesi kapsamında, İlimiz Şehitkamil ve Şahinbey İlçesine bağlı bulunan ortaokul Matematik Öğretmenlerine ve öğrenim gören öğrencilere yönelik Anket Uygulama İsteği, ilgi yazıda belirtilmektedir.

Bu kapsamda bahsi geçen Anket Uygulama İsteği, Bakanlığımız Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi kapsamında değerlendirilmiş olup; araştırmacının, araştırmasının bitiminden itibaren 15 gün içerisinde araştırma sonuçlarını 2 kopya halinde CD içerisinde Müdürlüğümüze bildirmesi şartıyla, İlimiz Şehitkamil ve Şahinbey İlçesine bağlı bulunan ortaokul Matematik Öğretmenlerine ve öğrenim gören öğrencilere yönelik anket uygulama isteğinin, eğitim öğretimi aksatmayacak şekilde gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüz Ar-Ge bürosu bünyesinde oluşturulan komisyonun uygunluk raporu doğrultusunda uygun mütalaa edilmektedir. Makamınızca da uygun görüldüğü takdirde; Olurlarınıza arz ederim.

Yasin TEPE
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
Murat AKYÜZ
Vali a.
Vali Yardımcısı

EK 3 Ortaokul Sınıflarında Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi Eğitiminin Haftalık Programı

	Konu	Kazanım	İçerik	Öğrenme- Öğretme Durumu	Ölçe- Değerlendirme
1	Ön test uygulaması yapılmıştır.				
2	Kavramsal olarak cebir ve tarihsel gelişimi	- Kavramsal olarak cebir ve cebirin temel kavramlarını tanımlar. - Cebirin aritmetik ile ilişkisini açıklar. - Cebirin tarihsel gelişimini ve farklı tanımlarını yorumlar. - Cebirin öğretim programındaki yeri ve ağırlığını belirler.	- Cebir tanımı, ayırt edici özellikleri ve tarihsel gelişimi - Aritmetik ile cebir arasındaki ilişki - Cebirin temel kavramları(bilinmeyen, değişken, sabit terim, parametre vb) - Öğretim programında cebirin yeri ve ağırlığı	- Bilgilendirme sunumu ve öğretmen katılımını teşvik eden tartışma soruları - Aritmetik-cebir ilişkisinin örnekler üzerinden tartışılması	- Tanılayıcı açık uçlu sorularla başlangıç bilgi düzeyinin ölçülmesi - Sınıf içi tartışmaların biçimlendirici değerlendirme amacıyla izlenmesi
3	Cebirsel düşünme ve ilgili teorik çerçeveler	- Cebirsel düşünme ve gelişim aşamalarını açıklar. - ZCA'nın boyut ve bileşenlerini, cebir öğrenimindeki önemini ve süreçte karşılaşılabilecek zorlukları bilir. - Sınıf içi uygulamalarda cebirsel düşünme gelişimini destekleyici rehberlik soruları geliştirir.	- Cebirsel düşünme kavramı ve gelişim aşamaları, - Cebirsel düşünmeye dair teorik çerçeveler - ZCA çerçevesinin boyutları (Yapma/Geri alma, Fonksiyonları temsil eden kurallar oluşturma, Hesaplama dan soyutlama), bileşenleri ve önemi - ZCA'ya yönelik öğretmen rehberlik sorularının işlevi - ZCA kazandırma sürecinde karşılaşılabilecek öğrenci zorlukları	- Bilgilendirme sunumu ve açık uçlu sorularla sınıf içi tartışmalar - Öğrenci yanıtları ve öğretmen sorularının birlikte analiz edilmesi - Rehberlik edici soruların sınıf içi diyalog örnekleriyle çalışılması	- Öğretmenlerin yansıtıcı düşünceleri ve örnek sorular üzerinden çözümleri analizleri - Sınıf içi tartışmaların biçimlendirici değerlendirme amacıyla izlenmesi - Hazırlanan rehberlik sorularının ZCA boyutlarına göre analiz edilmesi
4	Algoritmik düşünceden cebire geçiş	- Algoritmik ve cebirsel arasındaki farkları bilir. - Algoritmik düşünceden	- Algoritmik düşünme ile cebirsel düşünmenin karşılaştırılması - Algoritmik düşünceden	- Grup çalışması şeklinde Golden Elma ve Posta Pulu	- Biçimlendirici değerlendirme kapsamında öğretmen düşüncelerinin analizi

		cebirsel düşünmeye yumuşak geçiş stratejileri geliştirir ve uygular. - Öğrenci çözümleri üzerinden cebirsel düşünme süreçlerini analiz eder.	cebirsel düşünmeye yumuşak geçiş stratejileri - Öğrenci çözümlerinin üzerinden zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesinde analizi	etkinlikleri yapılması - Etkileşimli tartışma ortamı ile etkinlik yönergeleri nin talep ettiği düşünme süreçlerinin analiz edilmesi - Farklı çözüm yollarının ZCA bağlamında değerlendirilmesi	- Öğrenci cevapları üzerinden grup tartışmaları ile cebirsel düşünmeyi ve algoritmik düşünceden cebirsel düşünmeye geçişi destekleyen stratejilerin analizi
5	Temel sayı teorisini kullanarak cebirsel düşünmeyi ortaya çıkarma	- Sayı hissi ve sayı teorisi ile cebirsel düşünme ilişkisini açıklar. - Sayı hissinden cebire geçişi sağlayan öğretim uygulamaları tasarlar ve öğrencilerde uygulamaya yönelik örnekler geliştirir.	- Cebirsel düşünme için gerekli temel beceriler - Sayı hissi ile cebir ilişkisi - Nu Fonksiyonu etkinliği ile sayıların çarpanları üzerinden sayı hissinden cebire geçiş	- Nu Fonksiyonu ve Koyun Eric etkinliklerinin yapılması - Etkileşimli tartışma ortamı ile sayı hissinden cebire geçişin tartışılması - Her bir etkinliğin yönergelerini n zihnin cebirsel alışkanlıkları açısından yorumlanması	- Nu Fonksiyonu etkinliği sürecine yönelik öğretmen gözlemlerinin değerlendirilmesi - Sayı hissinden cebire geçiş uygulaması tasarlama - Katılımcı geri bildirimleriyle iyileştirme döngüsü.
6	Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme	- Genellemenin cebirsel düşünmedeki rolünü kavrar. - Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeler yapar ve gerekçelendirir. - Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeler yapmanın zorluklarını bilir. - Gerekçelendirmelerin (İkna	- Genelleme ve matematik ilişkisi - Fonksiyonel ilişkilere dair genellemeler - Fonksiyonel ilişkilere dair genelleme sürecinde yaşanan zorluklar - Gerekçelendirmeleri n (İkna edici açıklamalar) özellikleri - Genellemelerin matematiksel olarak gerekçelendirilmesi	- Locker etkinliğiyle öğretmenlerin öğrencilerin zorlandığı noktaları deneyimlemesi - Bu süreçlerin öğretmen bakışıyla analiz edilmesi - Öğrencilerde ikna edici açıklamaları	- Açık uçlu sorularla öğretmenlerin genelleme yapmaya dair öğretimsel stratejiler geliştirme düzeylerinin değerlendirilmesi - “Bir açıklamanın ikna edici olup olmadığına nasıl karar verirsiniz?”

		edici açıklamalar) özelliklerini bilir. - Genellemelerin gerekçelendirilmesinde ikna edici açıklamalar geliştirir. - Öğretimsel süreçte ikna edici argümanları destekleme yollarını bilir.	- Locker ve Kürdandan kareler etkinlikleri - İkna edici matematiksel açıklamaların özellikleri	teşvik edecek öğretim uygulamalarının örneklerle tartışılması - Öğretmenlerin açıklamalarını analiz ederek gerekçelendirme örnekleri geliştirmesi	sorusuna verilen yanıtların analiz edilmesi - Kürdandan kareler etkinliğiyle öğretmenlerin öğrencilerin zorlandığı noktaları bulmalarının istenmesi
7	İşlemler ve Yapılara dair genellemeleri keşfetme ve gerekçelendirme	- Cebirin işlem ve yapılarak dair genelleme kapasitesini geliştiren bilişsel talepleri de kapsadığını bilir. - İşlem ve yapılarak dair genelleme yaklaşımları geliştirir. - Öğrencilerin işlem ve yapılarak dair genelleme yaparken karşılaşılabileceği zorlukları bilir. - Öğrencilerin işlem ve yapılarak dair genelleme yapma becerilerini geliştirecek öğretim yaklaşımlarını kullanır.	- ZCA çerçevesine göre genelleme yaklaşımları - İşlemler ve yapılarak dair genellemeleri keşfetme - Hesaplama kısa yol arayışları - Öğrencilerin genelleme yaparken karşılaşılabileceği zorluklar - Öğrencilerin genelleme yapma becerilerini geliştirecek öğretim yaklaşımları	- Tablodaki Değerleri Bulma etkinliğiyle öğretmenlerin genelleme sürecini deneyimlemesi - Genelleme yapmaya dair zorluklara karşı çözüm stratejileri geliştirme üzerine grup tartışmaları - Örneklerin ötesine geçen genellemeleri hedefleyen problemlerle uygulama	- Skyland Binasının Pencereleri etkinliğiyle öğretmenlerin genelleme yapmalarının istenmesi - Açık uçlu sorularla öğretmenlerin öğretimsel stratejiler geliştirme düzeylerinin değerlendirilmesi
8	Cebirsel düşünmede sembol hissini ortaya çıkarma	- Sembolik harf kullanımının cebirsel düşünmedeki önemini kavrar. - Sembol kullanma alışkanlığı kazandırmada yaşanan	- Sembol kullanımının matematiksel düşünmedeki rolü - Ardışık Sayıların Toplamı ve Fiyat Bulma etkinlikleri ile sembol kullanımının kavramsal inşası - Sembolleri anlamlandırma	- Ardışık Sayıların Toplamı etkinliği üzerinden sembol kullanımına geçişi kolaylaştırıcı öğretim stratejilerini içeren	- Öğretmenlerin sembolleşme sürecini doğrudan deneyimleyerek yansıtıcı düşünme faaliyetleri gerçekleştirilmesi - Fiyat Bulma etkinliği

		zorlukları analiz eder. - Öğrencilerin sembolleri anlamlandırma ve kullanma sürecine yönelik stratejiler geliştirir.	sürecinde öğretmen rehberliğinin önemi - Doğal dil ile cebirsel semboller arasındaki farklılıklar - Harf sembollerinin farklı bağlamlardaki çoklu anlamları - Cebirsel ifadeler yazarken yaşanan zorluklara örnekler (Örn. LGS soruları) - Görsel temsillerin sembolleştirme sürecindeki işlevi ("Fiyat Bulma" etkinliği) - Sembollerle çalışma sürecini destekleyici öğretim fırsatlarının belirlenmesi	tartışmalar yürütülmesi - Sembol kullanımının matematiksel düşünmeyi nasıl desteklediğinin tartışılması - Etkileşimli öğrenme ortamı içinde sembolik ifadelerle geçiş sürecinde öğretmen rolüne yönelik sınıf içi tartışmalar - Öğretmenlerle birlikte örnek bir LGS sorusu ve benzeri sorular üzerinden zorlukların analiz edilmesi ve tartışılması	üzerinden sembol kullanımına geçişi kolaylaştırıcı öğretim stratejilerini kullanmalarının istenmesi - Öğretmenlerin, sembollerle çalışmayı kolaylaştıran stratejileri uygulamaya dönük değerlendirme sorularıyla incelemesi
9	Cebirsel düşünmenin gelişiminde çoklu temsiller arasında bağıntı kurma	- Çoklu temsiller arasında bağlantı kurmanın cebirsel düşünmedeki önemini kavrar. - Çoklu temsiller arası geçişin matematiksel kavramların derinlemesine anlaşılmasına katkısını fark eder. - Öğrencilerin temsilleri yorumlama ve bağlamla ilişkilendirme sürecindeki zorlukları yorumlar.	- Çoklu temsillerin türleri (tablo, model, grafik, cebirsel ifade vb.) - Fonksiyon kavramı örneğinde çoklu temsiller - Çoklu temsillerin cebirsel düşünmeye ve problem çözmeye katkısı - Temsiller arası geçişlerin cebirsel düşünmeye etkisi - Matematiğin farklı alanları (aritmetik, cebir, geometri) arasında çoklu temsiller yoluyla ilişki kurmanın önemi - Temsilleri yorumlamanın öğrenci açısından kavramsal hata ve zorluklar	- Fonksiyon kavramını farklı temsiller üzerinden karşılaştırarak derin kavramayı örnekleyen sınıf içi tartışmalar yürütme - Cape Horn'un Etrafından Dolanma etkinliğiyle çoklu temsilleri uygulamalı deneyimleme - Grafik ve tablo yorumlama ya yönelik	- Açık uçlu sorular ile öğretmenlerin çoklu temsillere ilişkin görüş ve farkındalıklarını ölçme - Etkinlik sonrası yansıtıcı değerlendirme çalışmaları - Ardışık sayılarla genelleme etkinliğiyle çoklu temsilleri deneyimleme - Teknoloji destekli uygulamalar sonrası öğretmenlerin

		- Teknoloji destekli ortamları çoklu temsiller oluşturmak için kullanır.	- Grafik hesap makineleri, elektronik tablolar, dinamik grafik yazılımları gibi teknolojik araçların cebir öğretimindeki kullanımı	öğrenci hata örneklerini öğretmenlerle birlikte inceleme ve tartışma - Teknoloji destekli etkinliklerle (örneğin GeoGebra, grafik hesap makineleri) farklı temsilleri karşılaştırarak kavramsal ilişkileri sınıfta keşfetme ve tartışma	kazanımlarına yönelik açık uçlu sorular ve sınıf içi tartışmalar
10	Son test uygulaması yapılmıştır.				

EK 4 CBT

CEBİR BİLGİ TESTİ (Lütfen çözümlerinizi detaylı yazınız)

Adı Soyadı:

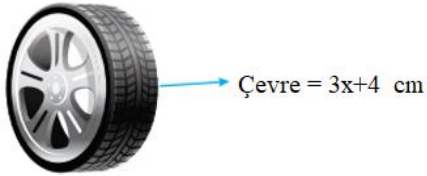
Okulu:

Sınıfı:

1. Kısa kenar uzunluğu x birim, uzun kenar uzunluğu y birim olan bir dikdörtgen ile bir kenar uzunluğu x birim olan bir kare verilmiştir.

Verilen bu dikdörtgenin çevre uzunluğu, karenin çevre uzunluğundan kaç birim fazladır?

2. Şekilde verilen lastiğin çevre uzunluğu $3x+4$ cm'dir.



Bu lastik kendi çevresi etrafında 12 tur döndüğünde aldığı yolun uzunluğunu gösteren cebirsel ifade hangisidir?
Çözümünüzü yazınız.

- A) $12x+48$
- B) $36x+24$
- C) $24x+36$
- D) $36x+48$

3. Aşağıda dengede olan iki terazi verilmiştir. Terazilerdeki daire, üçgen ve dörtgen şeklindeki cisimler kendi aralarında özdeştir.



Buna göre *daire* şeklindeki cismin ağırlığının *üçgen* şeklindeki cismin ağırlığına oranı kaçtır?

4. Yedi milyonun %5'i, beş milyonun yüzde kaçına eşittir?

Bu soruyu orantı kurarak çözmek yerine daha kısa yoldan çözebilmek için bir yol bulabilir misiniz? Bu kısa yolunuzun doğruluğunun gerekçesini yazınız.

5. Aşağıda ardışık üç sayının toplamlarına dair örnekler verilmiştir:

$$1+2+3=6$$

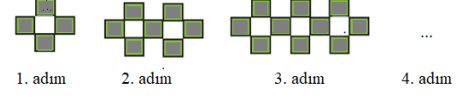
$$12+13+15=40$$

$$101+102+103=306$$

Verilen bu örnek işlemleri dikkatlice inceleyiniz. Bu örneklerden yola çıkarak aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

- a) Farklı sayılar deneyerek siz de üç ardışık sayıyı toplayınız. Bulduğunuz sonuçlar ile toplanan ardışık sayılar arasında bir ilişki varmı, yorumlayınız.
- b) $499+500+501$ işleminin sonucunu elde etmek için kısa bir yol bulunuz.
- c) Bulduğunuz kısa yol yardımıyla, üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bir kural geliştiriniz. Bu kuralınızı detaylıca açıklayınız.
- d) Üç ardışık sayının toplamını hesaplamak için bulduğunuz kuralı cebirsel olarak ifade ediniz.
- e) Neden bu kuralın doğru olduğunu açıklayınız.
- f) 296 sayısı üç ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabilir mi? Neden? Açıklayınız.

6. Aşağıda içi taralı karelerden kullanılarak oluşturulan bir örüntünün ilk 3 adımı verilmiştir.



- a) Dördüncü adımdaki şeklin kaç tane taralı kareden oluşacağını bulunuz? Çözümünüzü detaylı olarak yazınız.
- b) *Adım sayısı ile taralı kare sayısı* arasındaki ilişkiyi verilen görsel dışında farklı bir şekilde nasıl ifade edilebilir?
- c) Herhangi bir adımda kullanılacak taralı karelerin sayısını bulmanızı sağlayacak kuralı yazınız.
- d) Bu kuralın neden doğru olduğunu açıklayınız.

ÖZGEÇMİŞ

Emine GÖKKURT, ilk ve orta öğrenimini Antalya’da tamamladı. 2018 yılında Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde lisans eğitime başladı. 2022 yılında mezun oldu. 2023 yılında Gaziantep’e öğretmen olarak atandı. 2024 yılında Gaziantep Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi programında yüksek lisans eğitime başladı. Halen Gaziantep’te Milli Eğitim Bakanlığı’na bağlı bir ortaokulda öğretmen olarak görevine devam etmektedir.

VITAE

Emine GÖKKURT completed her primary and secondary school education in Antalya. In 2018, she began her undergraduate studies in the Department of Elementary Mathematics Education at Pamukkale University, Faculty of Education, and graduated in 2022. She was appointed as a mathematics teacher to Gaziantep in 2023. In 2024, she commenced her master’s studies in the Elementary Mathematics Education program at Gaziantep University. She is currently working as a mathematics teacher at a public middle school affiliated with the Ministry of National Education in Gaziantep.