

**KAUÇUK TAKOZUN ORTA VEYA YÜKSEK FREKANS
CEVABININ TAHMİNİ İÇİN GERİLİM GEVŞEME
TESTLERİNE DAYALI OLARAK VİSKOELASTİK
MALZEME MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ.**



T.C.
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KAUÇUK TAKOZUN ORTA VEYA YÜKSEK FREKANS CEVABININ
TAHMİNİ İÇİN GERİLİM GEVŞEME TESTLERİNE DAYALI OLARAK
VİSKOELASTİK MALZEME MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ.**

GÖKSEL ÖNVER
ORCID: 0009-0005-8615-1663
502210117

Prof. Dr. Fatih KARPAT
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA – 2025
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans

KAUÇUK TAKOZUN ORTA VEYA YÜKSEK FREKANS CEVABININ TAHMİNİ İÇİN GERİLİM GEVŞEME TESTLERİNE DAYALI OLARAK VİSKOELASTİK MALZEME MODELİNİN GELİŞTİRİLMESİ Göksel ÖNVER

Bursa Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Fatih KARPAT

Yüksek frekanslı otomotiv (elektrikli araç) ya da endüstriyel uygulamalarda (iş makinaları) Kauçuk titreşim sönümleme elemanlarının yüksek frekanslı viskoelastik özelliklerinin belirlenmesi, birçok kauçuk üreticisi için önemli bir zorluk teşkil etmektedir. Bu çalışmada, düşük frekanslardan orta frekanslara kadar uzanan aralıklarda kauçuk parçacıklarının dinamik davranışını tahmin etmek için gerilme gevşeme testleri gibi daha düşük frekanslı viskoelastik testlerin potansiyelinin incelenmesi amaçlanmıştır. Deneysel gerilim gevşemesi (Sünme) testlerinde elde edilecek bir karşılaştırmalı yaklaşım, 200 Hz'e kadar harmonik olarak yüklenmiş frekanslarda kauçuğun dinamik davranışının tahmin edilmesini sağlayan Kesirli Zener modellerinin kullanımı ile mümkün olacağı düşünülmektedir. Bu sonuçları ekstrapole etmek için kullanılan doğrusal bir viskoelastik model ortaya çıkarmayı hedeflenecektir. Bu ekstrapolasyon prosedürünün doğrulanması, analitik ve numerik sonuçların aynı kauçuk numuneler üzerinde yapılan deneysel dinamik harmonik testlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmasıyla gerçekleştirilmiştir. Yüksek deformasyon oranlarına sahip sürünme testlerinin (harmonik dinamik testler) karşılaştırılması, Böylece, bu çalışma ile gerilim gevşeme (sürünme) testlerinin doğrusal viskoelastik malzemelerin frekans davranışının orta frekans aralığına kadar tanımlamak için yeterli veri sağlayıp sağlayamadığını göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Yüksek frekans yükleme, kauçuk takoz izolator ,viskoelastik özelliklik, standart doğrusal katı model (Zener). gerilim gevşeme ,dinamik katılık, kayıp açısı.
2025, xv + 51 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

DEVELOPMENT OF VISCOELASTIC MATERIAL MODEL BASED ON STRESS
RELAXATION TESTS FOR THE PREDICTION OF HIGH-FREQUENCY
RESPONSE OF RUBBER PUFFER.

Göksel ÖNVER

Bursa Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Fatih KARPAT

Determining the high-frequency viscoelastic properties of rubber vibration-damping elements in high-frequency automotive (electric vehicle) or industrial applications (construction machinery) represents a significant challenge for many rubber manufacturers. This study aims to examine the potential of lower-frequency viscoelastic tests, such as stress relaxation tests, to predict the dynamic behavior of rubber particles in the low to mid-frequency range. It is hypothesized that a comparative approach can be obtained in experimental stress relaxation (creep) tests through the use of Zener models, which allow the dynamic behavior of rubber to be predicted at harmonically loaded frequencies up to 200 Hz. The objective is to introduce a linear viscoelastic model that can be used to extrapolate the results. This extrapolation procedure was validated by comparing the analytical and numerical results with those obtained from experimental dynamic harmonic tests on identical rubber specimens. The comparison of stress relaxation tests (harmonic, dynamic tests) with high deformation rates demonstrates, with this study, whether stress relaxation tests can provide sufficient data to describe the frequency behavior of linear viscoelastic materials up to the mid-frequency range.

Key words: High-frequency loading, rubber mount isolator, viscoelastic behavior, standard linear solid model (Zener), stress relaxation, dynamic stiffness, loss angle **2025, xv + 51 pages.**

ÖNSÖZ ve/veya TEŞEKKÜR

Bu tezi hazırlarken, bana destek olan birçok kişi ve kuruma teşekkür etmek istiyorum. Öncelikle, tez danışmanım Prof. Dr. Fatih KARPAT'a, değerli görüşleri ve sürekli desteği için içtenlikle teşekkür ediyorum. Onun rehberliği, bu çalışmanın şekillenmesinde büyük bir rol oynamıştır. Kendisine teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, Uludağ Üniversitesindeki tüm öğretim üyelerine, özellikle Makine mühendisliği bölümündeki hocalarıma, bilgi ve deneyimlerini benimle paylaştıkları için minnettarım. Onların katkıları, akademik gelişimime önemli bir yön vermiştir. Kendilerine teşekkürlerimi sunarım.

Bu süreçte yanımda olan aileme, özellikle Zühre ÖNVER'e, bana her zaman destek oldukları ve motivasyon sağladılar. Onların sevgisi ve anlayışı, bu zorlu yolculukta bana güç verdi. Kendisine teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, bu tezde yer alan araştırmaların gerçekleştirilmesinde yardımcı olan Angst Pfister A.Ş. Ar-Ge Test laboratuvarı çalışanlarına ve üst yönetime, özellikle çalışma arkadaşlarımdan Ege ÖZDEMİRYÜREK'e ve Uğur ERARSLANA'a desteklerinden dolayı da teşekkür etmek istiyorum. Onların katkıları olmadan bu çalışma mümkün olamazdı. Hepsine ayrı ayrı teşekkürlerimi sunarım.

Göksel ÖNVER
26/06/2025.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ ve/veya TEŞEKKÜR	x
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI	2
2.1. Doğrusal Olmayan Modellerin Tarihsel Gelişimi.....	2
2.2. Fenomenolojik ve Klasik Yaklaşımlar.....	2
2.3. Strain-Energy Fonksiyonları ve Enerji Temelli Yaklaşımlar.....	2
2.4. Yeni Nesil ve Gelişmiş Modeller.....	3
2.5. Deneysel Yaklaşımlar ve Uygulamalar.....	3
2.6. Mevcut Literatürdeki Boşluklar	3
2.7. Neden Fractional Zener Model?.....	4
2.8. Elektrikli Mobilitede Vibroakustik Zorluklar ve Viskoelastik Malzeme Yaklaşımları: Kauçuk Takozların Modelleme Gereksinimi.	6
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	10
3.1 Materyal	10
3.2 Yöntem.....	13
4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....	22
5. SONUÇ	44
KAYNAKLAR	47
EKLER.....	50
ÖZGEÇMİŞ	51

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
α	: Bir yay potunun kesirli mertebesi
c	: Sönümleme katsayısı
E	: Elastisite modülü
F	: Yük
f	: Frekans
$\bar{f}$	: Kesim frekansı
Γ	: Gama fonksiyonu
k	: Yay katsayısı
k^*	: Karmaşık dinamik katılık
k'	: Depolama sertliği
k''	: Kayıp sertliği
LF	: Kayıp faktörü
m	: Bir yaylı noktanın doğrusal katsayısı
N	: Zaman ayırıklaştırması
δ	: Yer değiştirme
ψ	: Faz açısı
t	: Zaman
σ	: Gerilim

Kısaltmalar	Açıklama
BEV	: Bataryalı elektrikli araç
DMA	: Dinamik mekanik analizör
FCEV	: Yakıt hücresel elektrikli araç
LVDT	: Doğrusal değişken diferansiyel transformatör
MSE	: Ortalama karesel hata
NVH	: Gürültü titreşim sertlik
PID	: Orantısal bütünleşik-türevsel kontrol
ShA	: Shore A

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1.	9
Şekil 3.1.	10
Şekil 3.2.	11
Şekil 3.3.	12
Şekil 3.4.	14
Şekil 3.5.	16
Şekil 3.6.	17
Şekil 3.7.	19
Şekil 3.8.	20
Şekil 4.1.	22
Şekil 4.2.	23
Şekil 4.3.	25
Şekil 4.4.	25
Şekil 4.5.	26
Şekil 4.6.	27

Şekil 4.7.	Gerilim gevşeme testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması.....	29
Şekil 4.8.	Dinamik katılık testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması-1.....	30
Şekil 4.9.	Dinamik katılık testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması-2.....	31
Şekil 4.10.	Deneysel gerilim gevşeme datasından elde edilen eğriler ile model 1 Zener katsayılarına göre hesaplanmış gerinim gevşeme-zaman grafiği karşılaştırılması.....	39
Şekil 4.11.	Deneysel dinamik katılık-zaman test datasından elde edilen eğriler ile model 2 Zener katsayılarına göre hesaplanmış dinamik katılık -frekans karşılaştırılması.....	41
Şekil 4.12.	Deneysel dinamik test datasından elde edilen LF (Kayıp faktör) eğriler ile model 2 Zener katsayılarına göre hesaplanmış LF-Frekans grafiği karşılaştırılması.....	41
Şekil 4.13.	Kauçuk titreşim takozlarındaki dinamik testlerdeki tutarsızlıklar.....	43

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 4.1. Deneyde kullanılan titreşim takozları.....	23
Çizelge 4.2. Gevşeme testlerinden elde edilen kesirli Zener modelinin katsayıları -model 1	26
Çizelge 4.3. Dinamik harmonik katılık testinden elde edilen kesirli Zener modelinin katsayıları -Model-2.....	39



1. GİRİŞ

Kauçuk malzemelerin viskoelastik özellikleri, mühendislik sistemlerinde karşılaşılan dinamik yüklemeler altında malzemenin verdiği yanıtı doğru biçimde tanımlamak açısından hayati bir rol oynamaktadır. Bu tür malzemeler, sahip oldukları zamanla değişen mekanik davranışlar sayesinde, enerji sönümleme, titreşim izolasyonu ve darbeye karşı dayanım gibi fonksiyonlar için tercih edilmektedir. Özellikle otomotiv, raylı sistemler ve ağır iş makineleri gibi sektörlerde kullanılan kauçuk takozlar, sistemin hem konfor hem de dayanıklılık performansını doğrudan etkileyen elemanlardır.

Bu bağlamda, kauçuk bazlı enerji sönümleyicilerin orta ve yüksek frekans aralıklarındaki dinamik davranışlarının öngörülebilirliği, sadece deneysel testlerle değil, aynı zamanda viskoelastik modelleme yaklaşımlarıyla da desteklenmelidir. Bu modelleme çalışmaları sayesinde, malzemenin karmaşık yapısı matematiksel olarak temsil edilerek, sistem düzeyinde performans analizlerinin güvenilirliği artırılmaktadır.

Viskoelastik modelleme, malzeme davranışının frekans, sıcaklık ve zaman gibi değişkenlere karşı hassasiyetini dikkate alarak, mühendislik tasarımlarında kullanılabilecek parametrik yapılar sunar. Doğru modelin seçilmesi, yalnızca analiz doğruluğunu artırmakla kalmaz, aynı zamanda fiziksel yorum yapılabilmesine de olanak tanır. Özellikle frekans bağımlı modül değişimleri ile rezonans noktalarının tespiti gibi konular, modelleme çalışmalarının mühendislik uygulamalarına doğrudan katkı sunduğu alanlardandır.

Bu tez kapsamında, kauçuk esaslı sönümleyici elemanların dinamik viskoelastik karakteristiklerinin belirlenmesi ve bu verilerin parametrik modeller ile temsil edilmesi amaçlanmaktadır. Hedeflenen yaklaşım hem deneysel doğruluk hem de mühendislikte uygulanabilirlik ilkelerini esas alarak, tasarım süreçlerine entegre edilebilecek güvenilir bir hesaplama altyapısı oluşturmak üzerinedir. Elde edilen bulguların, özellikle titreşim izolasyonu ve yapısal dayanıklılık alanlarında daha etkin ürün geliştirilmesine katkı sağlayacağı öngörülmektedir.

2. KURAMSAL TEMELLER ve KAYNAK ARAŞTIRMASI

2.1. Doğrusal Olmayan Modellerin Tarihsel Gelişimi

Viskoelastik modelleme çalışmaları, özellikle doğrusal olmayan davranışların anlaşılması açısından 1970’li yıllarda önemli bir ivme kazanmıştır. Zhou, J., Jiang, L., & Khayat, R. E. (2018, May 27–30) tarafından sunulan “Modeling Viscoelastomers With Nonlinear Viscosity” adlı çalışma, doğrusal olmayan viskozite kavramını ortaya koyarak alanın temel taşlarından biri olmuştur. Aynı yıl Thakkar, R., & Czekanski, A. (2018), elastomerler için doğrusal olmayan visko-hyperelastik bir model geliştirmiştir. Her iki çalışma da viskoelastik malzemelerin hız bağımlı davranışlarının teorik temellerini oluşturmuştur.

2.2. Fenomenolojik ve Klasik Yaklaşımlar

2000’li yıllarda, fenomenolojik modeller ile deneysel doğrulama arasında köprü kurma çabaları artmıştır. Âmin, A. F. M. S., Lion, A., Sekita, S., & Okui, Y. (2006) doğal ve yüksek dampingli kauçukların hız bağımlı yanıtlarını hem sıkışma hem de kayma koşulları altında modellemiş ve bu bağlamda fenomenolojik bir model geliştirmiştir. Ancak bu modelin mikro yapısal etkileşimleri hesaba katmaması bir eksiklik olarak değerlendirilmektedir. Bunu takiben Ali, A., Hosseini, M., & Sahari, B. (2010), neo-Hookean, Yeoh, Mooney-Rivlin ve Ogden gibi klasik hiperelastik modelleri deneysel verilerle karşılaştırarak uygulama alanlarını netleştirmiştir.

2.3. Strain-Energy Fonksiyonları ve Enerji Temelli Yaklaşımlar

Destrade, M., Saccomandi, G., & Sgura, I. (2017), strain-energy fonksiyonlarına dayalı modelleri geliştirerek Mooney-Rivlin ve Ogden yaklaşımlarının deneysel verilerle uyumunu artırmayı hedeflemiştir. Bu modeller, elastomerik malzemelerin gerilme-gerinim davranışlarını daha doğru şekilde temsil etmektedir. Ancak modellerin çok fazla elastomerlerde yetersiz kaldığı görülmektedir.

2.4. Yeni Nesil ve Gelişmiş Modeller

2018 sonrası dönemde, daha karmaşık ve gerçekçi uygulamalara yönelik modeller literatürde yer almaya başlamıştır. Hesebeck, O. ve Wulf, A. (2018) büyük deformasyonlar altındaki viskoelastik yapıştırıcıları modellemiştir. Carleo, F., Barbieri, E., Whear, R., & Busfield, J. J. C. (2018) karbon siyahı ile güçlendirilmiş elastomerlerin viskoelastik özelliklerini incelemiştir; Parker, K. J., Szabo, T., & Holm, S. (2019) ise yumuşak dokular üzerinden viskoelastik model seçimine dair kriterleri tartışmıştır. Bonfanti, A., Kaplan, J. L., Charras, G., & Kabla, A. (2020) fraksiyonel viskoelastik modeller geliştirerek geniş frekans aralıklarında malzeme davranışını modellemiştir. Pierro, E., & Carbone, G. (2021) viskoelastik karakterizasyon için yeni bir deneysel-teorik yöntem önermiştir.

2.5. Deneysel Yaklaşımlar ve Uygulamalar

Calaf-Chica, J., Cea-González, V., García-Tárrago, M. J., & Gómez-Gil, F. J. (2023). gerilim gevşeme testleri temel alınarak frekans yanıt tahmini üzerine çalışmış ve farklı elastomer türleri için yöntemlerin genellenmesi gerektiğini vurgulamıştır. Öte yandan, Pashazadeh, J., Ostadrahimi, A., Baghani, M., & Choi, E. (2023) lif takviyeli visko-hyperelastik malzemelerin sonlu eleman analizini gerçekleştirmiş, ancak hesaplama verimliliği açısından sınırlı çözüm önerisi sunmuştur.

2.6. Mevcut Literatürdeki Boşluklar

Güncel literatür incelendiğinde, doğrusal olmayan modellerin çeşitli sınırlılıkları olduğu görülmektedir. Örneğin, Zhou J. ve diğerleri (2018) ve Thakkar, R., & Czekanski, A. (2018) tarafından geliştirilen modeller, yalnızca küçük deformasyon rejimlerine odaklanmakta ve çok boyutlu gerilme ile sıcaklık etkilerini kapsam dışı bırakmaktadır. Benzer şekilde, fenomenolojik yaklaşımlarda da mikro yapı ile makro mekanik davranış arasında bütüncül bir ilişki kurulamadığı dikkat çekmektedir; bu bağlamda Âmin, A. F. M. S. ve diğerleri, (2006) modeli, makro ölçekli deneysel verilerle uyumlu olsa da moleküler düzeyde bir açıklama sunamamaktadır.

Bunun yanı sıra, strain-energy temelli modellerin genellenebilirliği de sınırlıdır. Destrade, M. ve diğerleri (2017) tarafından önerilen modelin farklı malzeme türlerine uygulanabilirliği kısıtlı kalmakta, bu da modelin geniş malzeme spektrumuna adaptasyonunu zorlaştırmaktadır. Fraksiyonel modellerde ise çevresel faktörlerin etkisi yeterince dikkate alınmamaktadır; Bonfanti A. ve diğerleri (2020) tarafından geliştirilen modeller, özellikle gerçek uygulamalardaki çevresel değişkenlere karşı hassasiyeti göz ardı etmektedir.

Nümerik modelleme çalışmalarında ise endüstriyel uygulamalara yönelik optimizasyon eksikliği öne çıkmaktadır. Pashazadeh, J. ve diğerleri (2023) çalışmasında modelleme sonuçlarının pratik mühendislik uygulamalarına entegrasyonu için gerekli optimizasyon yaklaşımları sunulmamıştır. Son olarak, deneysel yöntemlerde standardizasyon eksikliği literatürde önemli bir boşluk olarak yer almaktadır. Calaf-Chica J. ve diğerleri (2023). tarafından yürütülen çalışmalar, test metodolojilerinin tutarlılık ve karşılaştırılabilirlik açısından standardize edilmesi gerekliliğine dikkat çekmektedir.

2.7. Neden Fractional Zener Model?

Viskoelastik malzemelerin zaman bağımlı mekanik davranışlarını modellemek amacıyla kullanılan klasik modeller (Maxwell, Kelvin-Voigt, standart lineer solid vb.) belirli sınırlandırmalara sahiptir. Bu modeller, özellikle geniş zaman ve frekans aralıklarında karşılaşılan kompleks davranışları yansıtmakta yetersiz kalmakta, malzemenin uzun hafıza etkilerini ve mikro yapısal özelliklerini göz ardı etmektedir. Bu bağlamda, fraksiyonel türev kavramına dayanan Zener modeli (Fractional Zener Model), bu sınırlamaları aşmak ve daha gerçekçi simülasyonlar elde etmek adına önemli bir alternatif olarak öne çıkmaktadır.

Fractional Zener modelinin öne çıkan avantajları: Uzun hafıza etkilerinin temsili:Fraksiyonel türevler, klasik türev operatörlerine kıyasla daha geniş bir geçmiş zamana bağlılık (memory effect) tanımlayabilmekte ve malzemenin zamana yayılı viskoelastik davranışlarını daha isabetli bir şekilde modellemektedir. Bu özellik, özellikle

polimerler, biyomalzemeler ve elastomerler gibi karmaşık iç yapıya sahip malzemelerde önemli avantaj sağlar.

Mikro yapısal etkilerin yansıtılması: Klasik modeller genellikle makro ölçekte gözlemlenen davranışları açıklamaya odaklanırken, fraksiyonel modeller malzemenin mikro yapısal özelliklerini etkili bir biçimde ilişkilendirerek çok ölçekli (multiscale) analizlere olanak tanır. Bu sayede, moleküler düzeydeki enerji dağılımı ve iç sürtünme mekanizmaları daha doğru temsil edilir.

Geniş frekans aralıklarında doğru modelleme yeteneği: Malzemenin viskoelastik cevabı, özellikle yüksek frekanslı yükleme koşullarında klasik modellerle yeterince yakalanamazken, Fractional Zener modeli geniş bir frekans bandında gerilim-gevşeme (stress relaxation) ve sürünme (creep) davranışlarını yüksek doğrulukla temsil edebilmektedir. Bu durum, dinamik uygulamalarda modelin güvenilirliğini artırmaktadır. Sayısal çözümler ve gerçek uygulamalarıyla uyum: Günümüzde geliştirilen gelişmiş sayısal çözüm teknikleri ve hesaplama gücündeki artış sayesinde, fraksiyonel diferansiyel denklemler çözülerek gerçek dünya uygulamalarına entegre edilebilmektedir. Böylece, teorik modellerin deneysel verilerle uyumu sağlanmakta ve mühendislik tasarımlarında daha isabetli sonuçlar elde edilmektedir.

Gerilim gevşeme testlerinde yüksek doğruluk: Fractional Zener modeli, özellikle yüksek frekanslı gerilim gevşeme testlerinden elde edilen verilerin modellenmesinde klasik modellere kıyasla daha iyi uyum göstermektedir. Bu özellik, elastomerik malzemelerin titreşim sönümleme ve enerji dağılım özelliklerini inceleyen çalışmalarda modelin tercih edilmesini sağlamaktadır.

Klasik viskoelastik modellerin sunduğu sınırlı doğruluk, özellikle çok boyutlu gerilme, sıcaklık etkileri ve frekans bağımlı davranışların söz konusu olduğu uygulamalarda önemli kısıtlar oluşturur. Fractional Zener modeli ise, fraksiyonel türevlerin sunduğu esneklik ve fiziksel gerçekliğe daha yakın temsiliyet sayesinde, bu sınırlamaların aşılmasına katkı sağlar. Bu nedenle, hem akademik araştırmalarda hem de mühendislik

uygulamalarında viskoelastik malzemelerin daha gerçekçi modellenmesinde önemli bir yöntem olarak değerlendirilmektedir.

2.8. Elektrikli Mobilitede Vibroakustik Zorluklar ve Viskoelastik Malzeme Yaklaşımları: Kauçuk Takozların Modelleme Gereksinimi.

Modern otomotiv mühendisliğinde konfor olgusu, yalnızca estetik tasarım ve ergonomik iyileştirmelerden ibaret olmayıp, sürüş esnasında oluşan gürültü, titreşim ve sertlik (Noise, Vibration, Harshness - NVH) parametrelerinin etkin şekilde yönetilmesiyle doğrudan ilişkilidir. Araç içinde algılanan NVH fenomeni; güç aktarma organları, süspansiyon sistemi, motor bağlantıları ve şasi kaynaklı mekanik uyarımların yanı sıra, yol yüzeyi pürüzleri ve fren sistemlerinden kaynaklanan dinamik yüklemelerden de etkilenmektedir (Kumar, J., & Bhushan, G. 2023), (Belhocine, A., & Ghazaly, N. M. 2015) ve (Stojanovic, N., Belhocine, A., Abdullah, O. I., & Grujic, I. 2023). Bu nedenle, NVH optimizasyonu yalnızca konfor artırıcı bir unsur değil, aynı zamanda marka algısı, müşteri memnuniyeti ve uzun vadeli rekabetçilik için stratejik bir mühendislik alanıdır. (Belhocine, A., & Ghazaly, N. M. 2016), (Akmal, S. M. A., & Bharathiraja, G. 2022) ve (Wang, C. 2023).

Elektrikli mobilitenin getirdiği yeni vibroakustik dinamikler; Karbon emisyonlarının azaltılması hedefiyle birlikte, bataryalı elektrikli araçlar (BEV) ve hidrojen yakıt hücresel elektrikli araçlar (FCEV) (Arat, H. T. 2023) gibi alternatif tahrik sistemlerine yönelen otomotiv endüstrisi, çevresel faydaların ötesinde yeni mühendislik zorluklarıyla karşı karşıya kalmıştır. (Arnold, P., Kirsch, S., Kirchhoff, M. R., & Hanke-Rauschenbach, R. 2023) ve (Feitosa, F. E. B., & Costa, A. L. 2021). Elektrikli araçlarda motor sesi ve egzoz gürültüsünün ortadan kalkması, yol ve çevresel kaynaklı seslerin daha belirgin hale gelmesine neden olmuş, böylece titreşim ve akustik konfor üzerindeki talepleri daha da artırmıştır.

Elektrikli motorların yapısal karakteristikleri, içten yanmalı motorlara kıyasla daha geniş frekans spektrumunda titreşim üretmektedir. Geleneksel ICE motorlarında baskın titreşim frekansları 200 Hz. civarında sınırlanırken (Gejguš, T., Schröder, J., Loos, K., Lion, A.,

& Johlitz, M. 2022), BEV ve FCEV sistemlerinde bu değerler 2–3 kHz seviyelerine kadar çıkabilmektedir. (Schnell, M., Gradtke, M., & Gauterin, F. 2021). Bu frekans aralığındaki titreşimler, insan kulağı tarafından daha rahatsız edici algılanmakta ve yapı üzerinden yolcu kabinine daha etkin şekilde iletilmektedir. Bu durum, klasik izolasyon sistemlerinin sınırlarını zorlamakta ve yüksek frekanslı NVH problemleri için yeni nesil çözüm yaklaşımlarını zorunlu kılmaktadır. (Du, Y., Burdisso, R. A., Nikolaidis, E., & Tiwari, D. 2003) ve (Akbaba, Ö. M., Yıldırım, B., & Canbaloğlu, G. 2022)

Kauçuk takozların vibroakustik performansta kritik rolü; NVH optimizasyonunda enerji emici ve titreşim yalıtıcı komponentler arasında kauçuk takozlar (elastomer mounts, bushings) temel yapı taşları olarak öne çıkmaktadır. (Tárrago, M. J. G., Kari, L., Vinolas, J., & Gil-Negrete, N. 2007). Metal-elastomer-metal yapıdaki bu komponentler hem şok absorpsiyonu hem de titreşim izolasyonu işlevlerini yerine getirerek, güç aktarma organları ve süspansiyon sistemleri arasındaki kritik arayüzleri oluşturmaktadır. Çok eksenli rijitlik (stiffness anisotropy) ve yüksek sönümleme kapasitesine sahip olacak şekilde geometrik olarak optimize edilen kauçuk takozlar, uygulama bazlı taleplere göre özel olarak tasarlanmaktadır. (Cyril, S., & Manikandan, H. 2023) ve (Qatu, M. S. 2012). Elastomer malzemelerin viskoelastik doğası hem elastik enerji depolama hem de viskoz akışkanlık yoluyla enerji sönümleme özelliklerini bir arada barındırmaktadır. (Yoon, B., Kim, J. Y., Hong, U., Oh, M. K., Kim, M., Han, S. B., Nam, J. D., & Suhr, J. 2020) ve (Erenchun, B., Blanco, B., Gil-Negrete, N., Wang, B., & Kari, L. 2022). Bu çift karakterli davranış, özellikle yüksek frekanslı titreşimlerin sönümlenmesinde belirleyici rol oynamakta, sürüş konforu ve akustik kaliteyi doğrudan etkilemektedir. Ancak bu performansın öngörülebilir ve optimize edilebilir olması, kauçuk takozların dinamik karakterizasyonunun doğru ve detaylı şekilde yapılmasını zorunlu kılmaktadır. (Zhou, X. Q., Yu, D. Y., Shao, X. Y., Zhang, S. Q., & Wang, S. 2016).

Deneysel karakterizasyon yöntemleri ve sınırlamaları; Kauçuk takozların viskoelastik karakterizasyonunda gerilim gevşeme, sürünme ve dinamik mekanik analiz (DMA) testleri gibi temel deneysel yöntemler kullanılmaktadır. (Kim, W. D., Hur, S., Woo, C. S., Kim, W. S., & Lee, S. B. 2005). Gerilim gevşeme testleri sabit yer değiştirme altında zamanla azalan gerilimi, sürünme testleri sabit yük altında artan yer değiştirmeyi

gözlemlerken; DMA testleri ise malzemenin frekans bağımlı dinamik cevabını ortaya koymaktadır.

Ancak özellikle elektrikli araçlar için kritik olan 1–3 kHz üzeri frekans aralıklarında klasik DMA cihazları sınırlı hassasiyet sunmakta ve gerçek kullanım koşullarını yeterince temsil edememektedir. (Chartoff, R. P., Menczel, J. D., & Dillman, S. H. 2008). Öte yandan, yüksek frekanslı test sistemleri ise yüksek maliyetleri ve sınırlı erişilebilirlikleri nedeniyle yaygın kullanım alanı bulamamaktadır. Bu durum, mühendislik uygulamaları için pratik, maliyet etkin ve öngörücü modelleme yaklaşımlarının geliştirilmesini zorunlu kılmaktadır.

Araştırmanın amacı ve katkısı; bu tez çalışmasının temel amacı, düşük frekanslı deneysel veriler (özellikle gerilim gevşeme testleri) üzerinden orta-yüksek frekanslı viskoelastik davranışı öngörebilen matematiksel bir model geliştirmektir. Bu amaç doğrultusunda;

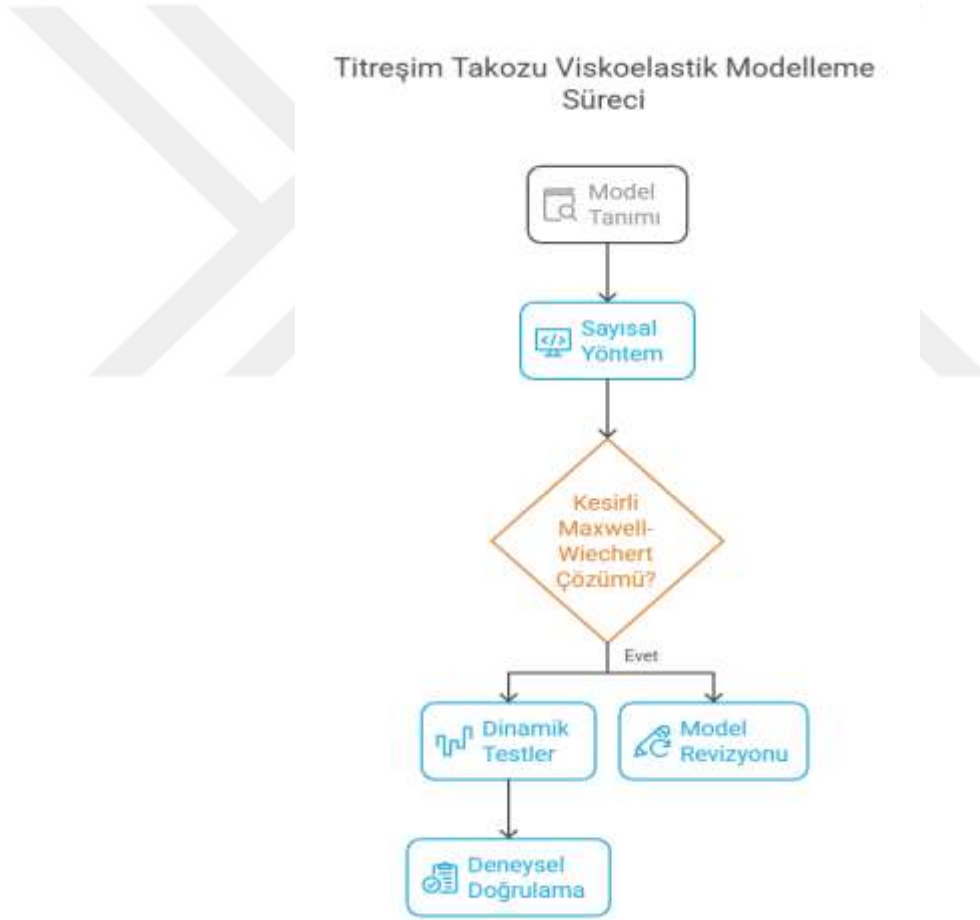
- 5–200 Hz. frekans aralığında gerilim gevşeme testleri gerçekleştirilmiş,
- Elde edilen veriler kesirli Zener modeli (Fractional Zener Model) temelinde yorumlanmış,
- Geliştirilen model, deneysel harmonik test sonuçlarıyla karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Bu yaklaşım sayesinde, yüksek maliyetli dinamik test cihazlarına olan bağımlılığın azaltılması, tasarım ve geliştirme süreçlerinin hızlandırılması ve maliyetlerin optimize edilmesi hedeflenmektedir. Ayrıca bu modelleme yaklaşımı, otomotiv endüstrisinde artan frekanslı NVH taleplerine yönelik yenilikçi ve uygulanabilir bir mühendislik çözümü olarak öne çıkmaktadır.

Bu çalışmanın yapısı, viskoelastik malzemelerin zamana bağlı mekanik davranışlarının anlaşılmasına yönelik kapsamlı bir kurgu çerçevesinde tasarlanmıştır. İlk bölümde, viskoelastik malzemelerin temel özellikleri, gerilim gevşeme fenomeninin analitik temelleri ve bu davranışların modellenmesinde yaygın olarak kullanılan teorik yaklaşımlar detaylandırılmaktadır. İkinci bölümde ise, kesirli Zener modeli ve Maxwell-Wiechert modelleri esas alınarak viskoelastik cevabın sayısal çözüm yöntemleri geliştirilmiş, özellikle düşük frekanslı karakterizasyon verilerinden yola çıkarak yüksek

frekanslı davranışların öngörülmesi hedeflenmiştir. Son bölümde ise geliştirilen modeller, düşük ve orta frekans aralığında gerçekleştirilen dinamik test sonuçlarıyla karşılaştırılarak doğrulanmış; modelin öngörü kabiliyeti, doğruluk düzeyi ve uygulama sınırları detaylı bir şekilde analiz edilerek tartışılmıştır (Bkz. Şekil 2.1). Bu bütüncül yaklaşım sayesinde, teorik altyapıdan sayısal modellemeye ve deneysel doğrulamaya uzanan sistematik bir metodoloji ortaya konulmuştur.

Bu çalışma, elektrikli mobilitenin getirdiği yüksek frekanslı vibroakustik zorluklara yönelik bilimsel temelli ve maliyet etkin bir çözüm sunarak, otomotiv endüstrisine doğrudan katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

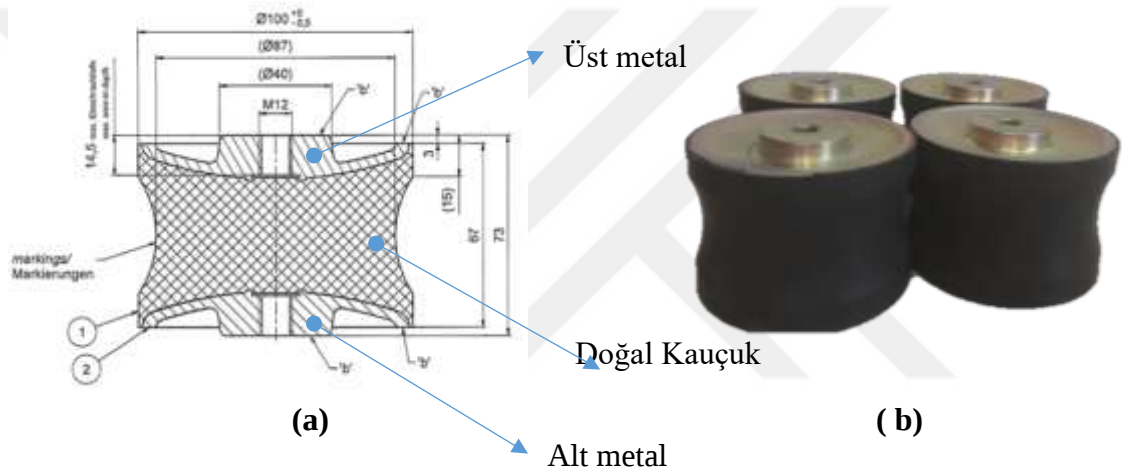


Şekil 2.1. Titreşim takozlarının viskoelastik modelleme sürecini gösteren akış diyagramı.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1 Materyal

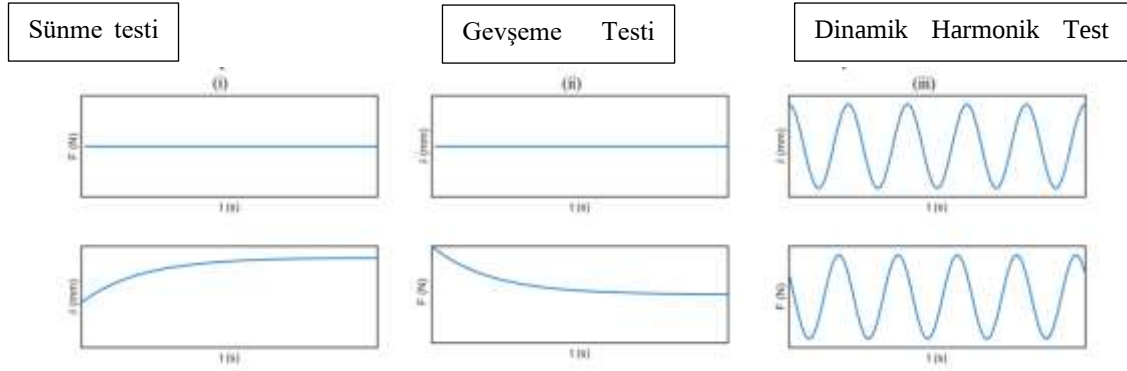
Bu çalışma, daha önce belirtildiği üzere, titreşim takozlarının dinamik harmonik uyarımlar altındaki davranışlarını, gevşeme testleri kullanarak düşük ve orta-yüksek frekans aralıklarında tahmin etmeyi amaçlamaktadır. Şekil 3.1. 'a ve Şekil 3.1.'b de, araştırmada kullanılan ve Angst+Pfister tarafından üretilen titreşim takozu alt bileşenlerine ait görseller sunulmaktadır.



Şekil 3.1. Şematik gösterim titreşim takozu Angst Pfister A.Ş

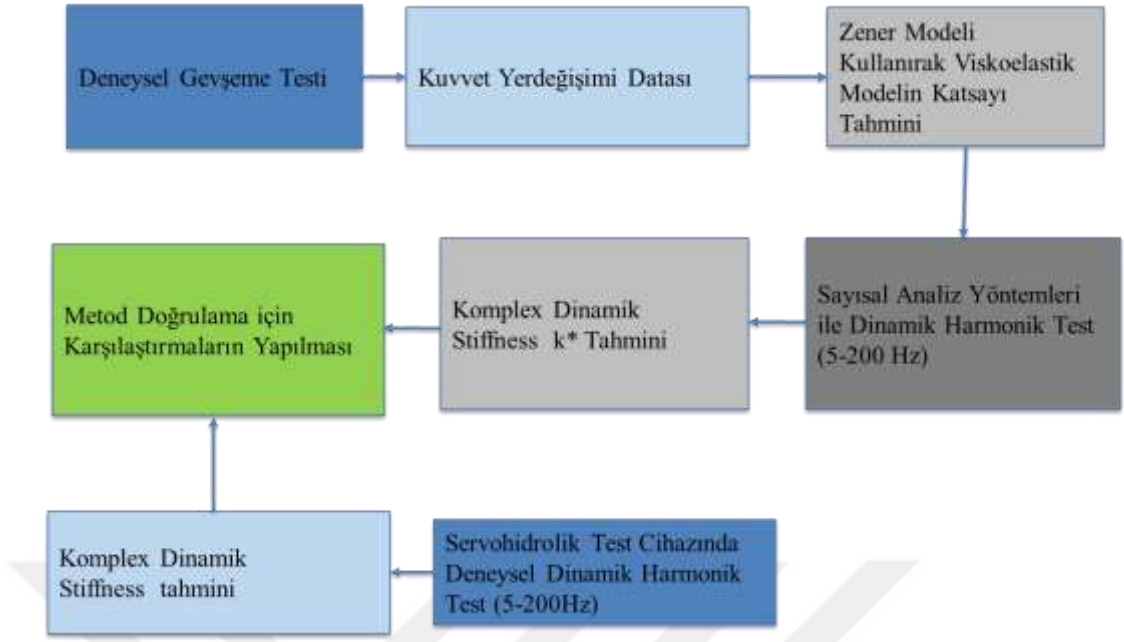
Malzemelerin viskoelastik davranışlarının güvenilir bir şekilde karakterize edilebilmesi için çeşitli mekanik test yöntemleri uygulanmaktadır. Bu yöntemler, özellikle zamana bağlı deformasyon ve gerilme-şekil değiştirme ilişkilerinin analizinde kritik rol oynamaktadır. Bu kapsamda, sünme testi, gerilme gevşeme testi ve dinamik harmonik test olmak üzere üç temel deney prosedürü yaygın olarak kullanılmaktadır. Sünme testi, sabit gerilme altında malzemenin zamanla gösterdiği şekil değiştirme davranışını incelerken; gerilme gevşeme testi ise sabit birim şekil değiştirme koşullarında gerilmenin zamana bağlı olarak azalmasını değerlendirmektedir. Öte yandan, dinamik harmonik testlerde ise malzemeye belirli bir frekansta sinüzoidal yükleme uygulanarak, frekans bağımlı rijitlik ve sönüm özellikleri elde edilmektedir. Bu testlerin her biri, viskoelastik

modellerin geliştirilmesinde ve gerçek malzeme davranışlarının öngörülmesinde temel veri kaynağı olarak kullanılmaktadır. (Şekil 3.2.).



Şekil 3.2. Malzemelerin viskoelastik karakterizasyonu için test prosedürleri (F : yük; δ : yer değiştirme; t : zaman): (i) sünme testi, (ii) gevşeme testi ve (iii) dinamik harmonik test.

Şekil 3.3.'de, ekstrapolasyon prosedürünün bir diyagramını göstermektedir. Mavi dikdörtgenler deneysel testleri, gri dikdörtgenler ise analitik-numerik prosedürleri göstermektedir. Düz çizgili dikdörtgenler test prosedürlerini (analitik veya deneysel), kesikli çizgili dikdörtgenler ise tahmin edilen veya kaydedilen verileri veya özellikleri temsil etmektedir. Ekstrapolasyon prosedürü titreşim takozunun gevşeme testlerinden elde edilen yük ve yer değiştirme deneysel verileri ile başlar. Bir viskoelastik modelin katsayıları, deneysel gevşeme testlerinden elde edilen yüke karşı yer değiştirme verilerini simüle etmeyi amaçlayan yinelemeli bir süreçle belirlenir. Daha sonra, tahmin edilen viskoelastik model, 5 ila 200 Hz. frekans aralığında dinamik bir harmonik testi simüle etmek için kullanılır. Simüle edilen dinamik katılık, bir giriş harmonik yük sinyali ile önceden tahmin edilen viskoelastik modelden elde edilen harmonik yer değiştirme arasındaki orandır. Öte yandan, aynı titreşim takozları için benzer bir frekans aralığında deneysel dinamik harmonik testler gerçekleştirilmiştir. Son olarak, deneysel olarak elde edilen ve ekstrapolasyon prosedürü ile tahmin edilen her iki dinamik katılık karşılaştırılır.



Şekil 3.3. Titreşim takozlarının dinamik frekans tepkisinin gevşeme testlerinden ekstrapole edildiği ekstrapolasyon sürecinin doğrulama diyagramı.

Elastomerik malzemelerin mekanik ve viskoelastik karakterizasyonuna yönelik bu çalışmada, ileri düzey bir servo-hidrolik test platformu olan MTS 834.150 Elastomer Test Sistemi kullanılmıştır. MTS Elastomer Test Sistemleri serisinin bir üst modeli olan bu sistem, yüksek yük kapasitesi, gelişmiş frekans yanıtı ve ölçüm doğruluğu ile dikkat çekmektedir. Sistem, elastomer malzemelerin hem düşük hem de yüksek frekanslı yükleme koşullarındaki davranışlarını hassasiyetle analiz edebilmek amacıyla optimize edilmiştir. 0.01 ila 200 Hz. aralığında çalışabilen cihaz, bu frekans bandı içerisinde rijitlik değişimini %5'in altında, faz kaymasını ise 0,5°'nin altında tutarak yüksek doğrulukta veri üretmektedir; bu performans, MTS dinamik standart referans ölçüm sistemleriyle doğrulanmıştır. ± 150 kN'a kadar yük uygulamalarına uygun olan sistem, ± 75 mm deplasman aralığına sahip olup, yüksek hassasiyetli ($\pm 0,5$) yük hücresi ve entegre LVDT yer değiştirme sensörü ile donatılmıştır. Kuvvet, deplasman ve birim şekil değişimi (strain) kontrollü testlere olanak tanıyan kapalı çevrim PID kontrol mekanizması sayesinde farklı test senaryoları kararlılıkla yürütülebilmekte; ≥ 10 kHz veri toplama hızı sayesinde ise hızlı yükleme koşullarında dahi detaylı dinamik yanıtlar güvenle elde edilebilmektedir. Test sırasında çerçeve esnemeleri (frame deflections) ve dinamik hatalar, sistem tarafından otomatik olarak ölçülmekte ve telafi edilmektedir. Bu sayede,

sensörlerden ve elektronik donanımdan kaynaklanabilecek ölçüm sapmaları en aza indirilmekte ve deneysel verilerin güvenilirliği artırılmaktadır.

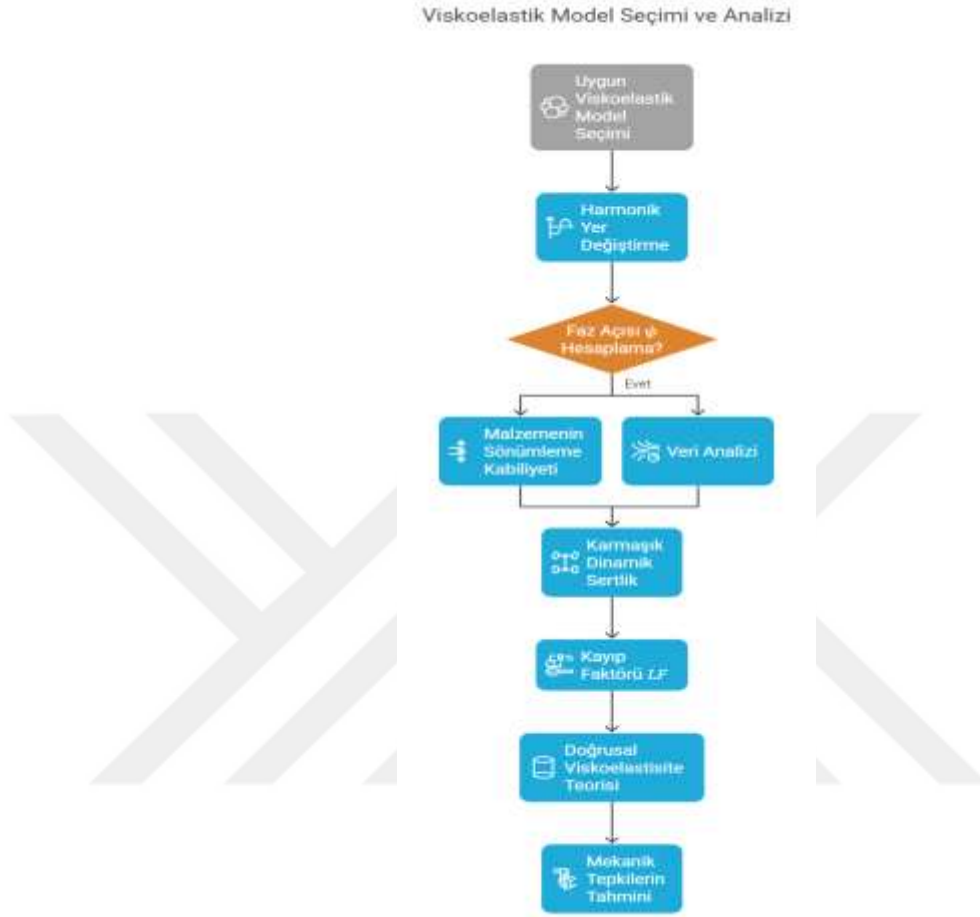
MTS 834.150, servohidrolik test cihazı özellikle titreşim sönümleme, NVH (Noise, Vibration, Harshness) analizleri ve viskoelastik davranış tayini gibi uygulamalarda tercih edilmektedir. Sistem aşağıdaki test türleri için uygundur:

- Kuvvet-deplasman eğrileri ile statik rijitlik tayini
- Histerezis eğrisi analizi ile enerji kaybı ölçümü
- Sünme (creep) ve gerilme gevşemesi (stress relaxation) testleri
- Harmonik yükleme altında frekans yanıt analizi
- Dinamik modül tayini (storage modulus ve loss modulus).

3.2 Yöntem

Literatürde, Fractional Zener modeli genellikle analitik çözümlerle ele alınmıştır. Ancak, yüksek frekanslarda numerik yöntemlerin uygulanabilirliği ve doğruluğu üzerine sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Uygun bir viskoelastik modelin seçimi, bu ekstrapolasyon prosedüründeki en kritik adımı oluşturmaktadır. (Bkz. Şekil 3.4.) Sonuç olarak, bu metodoloji en yaygın viskoelastik modellere kısa bir giriş sağlamakta ve seçilen modeli gerekçelendirmektedir. Viskoelastik bir malzeme $\delta = \delta_0 e^{i2\pi ft}$ harmonik bir yer değiştirmeye maruz kaldığında, kaydedilen yük aynı frekansı f gösterir, ancak faz açısında ψ , $F = F_0 e^{i(2\pi ft + \psi)}$, bir tutarsızlık vardır. Bu faz açısı $\psi(f)$, değeri f frekansına bağlı olarak malzemenin sönümleme kabiliyeti ile doğrudan bir korelasyon sergiler. Depolanan yükün uygulanan harmonik yer değiştirmeye oranı olan karmaşık dinamik katılık, bir titreşim takozunun sinüzoidal bir yer değiştirmeye viskoelastik tepkisinin bir ölçümünü sağlar. (Ooi, L. E., & Ripin, Z. M. 2011). Depolama sertliği olarak adlandırılan karmaşık dinamik katılığın gerçek bileşeni, elastik ve geri kazanılabilir enerjiyi temsil ederken, kayıp sertliği olarak adlandırılan karmaşık dinamik katılığın hayali bileşeni, saf viskoz davranışın dağılmış enerjisini temsil eder. (Ungar, E. E., & Kerwin, E. M. 1962). Kayıp faktörü (LF), kayıp sertliği ile depolama sertliği arasındaki

oran olarak tanımlanır. Titreşim takozu dinamik harmonik testinde kaydedilen verilerinden tahmin edilebilecek en önemli özellikler aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.4. Viskoelastik model seçimi ve analizi akış diyagramı.

Karmaşık rijitliğin mutlak değeri ($|k^{**}(f.)|$) ve aynı zamanda depolanan yük ile uyarma frekansında uygulanan harmonik yer değiştirme arasındaki fazın tanjantı olan kayıp faktörü (LF), bir titreşim takozu dinamik harmonik testinde kaydedilen verilerinden tahmin edilen en önemli özelliklerdendir. Doğrusal viskoelastisite teorisi, bir yer değiştirme spektrumu sırasında bir malzemenin veya parçanın mekanik tepkisini tahmin etmek için güçlü matematiksel araçlar sağlar. Karmaşık katılığın mutlak değeri ($|k^{**}(f.)|$) ve aynı zamanda depolanan yük ile uyarma frekansında uygulanan harmonik yer değiştirme arasındaki fazın tanjantı olan kayıp faktörü (LF) bu teoride önemli faktörlerdir. Doğrusal viskoelastisite teorisi, herhangi bir yer değiştirme spektrumu sırasında bir

malzemenin veya parçanın mekanik tepkisini tahmin etmek için güçlü matematiksel araçlar sağlar. Bkz. Şekil 3.5.

Arasındaki fazın tanjantı olan kayıp faktörü (LF) bu teoride önemli faktörlerdir. Doğrusal viskoelastisite teorisi, herhangi bir yer değiştirme spektrumu sırasında bir malzemenin veya parçanın mekanik tepkisini tahmin etmek için güçlü matematiksel araçlar sağlar.

$$F(t) = k\delta(t) \quad (3.1)$$

Newtonian dashpot aşağıdaki denklem (3.2) tarafından yönetilir:

Bu iki unsurun seri veya paralel olarak kombinasyonu daha karmaşık bir davranış sağlar ve her model değerlendirilen malzemeye bağlı olarak az ya da çok uygun olacaktır.

$$F(t) = c\dot{\delta}(t) \quad (3.2)$$

Bu iki unsurun seri veya paralel olarak kombinasyonu daha karmaşık bir davranış sağlar ve her bir modelin uygunluğu değerlendirilen malzemeye bağlıdır. Şekil 3.5.'de gösterildiği gibi, üç geleneksel viskoelastik malzeme modelinin özellikleri, dinamik sertliğin ($|k^*|$) ve kayıp faktörünün (LF) mutlak değeri, kurucu denklemleri ve harmonik uyarıma verdikleri yanıt açısından gösterilmektedir. (Bonfanti, A., Kaplan, J. L., Charras, G., & Kabla, A. 2020).

Bu üç geleneksel modelin Maxwell (Şekil 3.5.'a), Kelvin-Voigt (Şekil 3.5.'b) ve Zener modelleri (Şekil 3.5.'c) dinamik sertliğinin ($|k^*|$) ve kayıp faktörünün (LF) mutlak değerine karşılık gelen Şekil 3.5'teki denklemler Matlab®'da uygulanmış ve sonuçlar Şekil 3.6 'da karşılaştırılmıştır. (Calaf-Chica J ve diğerleri, 2023) Bu karşılaştırma için kullanılan katsayılar aşağıdaki gibidir: $k_0 = k_1 = k = 1000$ N/mm ve $c = c_1 = 1000$ N.s/mm. Şekil 3.6' da gösterildiği gibi, Maxwell ve Kelvin-Voigt modelleri, Maxwell modelinde monotonik bir azalma ve Kelvin-Voigt modelinde monotonik bir artış ile karakterize edilen bir güç fonksiyonuna benzer bir LF frekans bağımlılığı sergilemektedir. Buna karşılık, Maxwell modelinin dinamik sertliği $|k^*|$, frekansın $f = k / 2\pi c$ kesme frekansı olarak belirlenen belirli bir değerine ulaşana kadar bir güç

fonksiyonuna yaklaşan ve monotonik artışın k yayının belirli bir değerinde sona erdiği bir frekans bağımlılığı sergiler. Kelvin-Voigt modelinde, zıt bir davranış gözlenir: $k^*| = k$, f değerine yakın olana kadar sabit kalır, daha sonra Maxwell modelindeki ile aynı güç katsayısına sahip bir güç fonksiyonu ile monoton olarak artar. Zener modeli, bir yaklaşım olarak, Maxwell ve Kelvin-Voigt modellerinin birleşik bir davranışını gösterir. LF 'nin davranışı, f kesme frekansına yaklaştıkça Kelvin-Voigt modelinin davranışına benzer, bu noktada güç bağımlılığı Maxwell modelinin gücüne ulaşana kadar değişir.



Şekil 3.5. Geleneksel viskoelastik modeller: (a) Maxwell modeli (Denklem (3.3, 3.6 ve 3.9), (b) Kelvin-Voigt modeli (Denklem 3.4, 3.7 ve 3.10) ve (c) Zener modeli (Denklem 3.5, 3.8 ve 3.11).

Maxwell modeli
$$\dot{F} + \frac{k}{c} F = k \dot{\delta} \quad (3.3)$$

Kelvin-Voigt modeli
$$F = c \dot{\delta} + k \delta \quad (3.4)$$

Zener modeli
$$\dot{F} + \frac{k_1}{c_1} F = (k_0 + k_1) \dot{\delta} + \frac{k_0 k_1}{c_1} \delta \quad (3.5)$$

Maxwell modeli
$$|k^*| = \frac{2\pi f k}{\sqrt{\left(\frac{k}{c}\right)^2 + (2\pi f)^2}} \quad (3.6)$$

Kelvin – Voigt modeli
$$|k^*| = \sqrt{k^2 + (2\pi f)^2 c^2} \quad (3.7)$$

Zener modeli
$$|k^*| = \frac{\sqrt{[k_0 k_1^2 + c_1^2 (2\pi f)^2 (k_0 + k_1)]^2 + [2\pi f c_1 k_1^2]^2}}{k_1^2 + (2\pi f)^2 c_1^2} \quad (3.8)$$

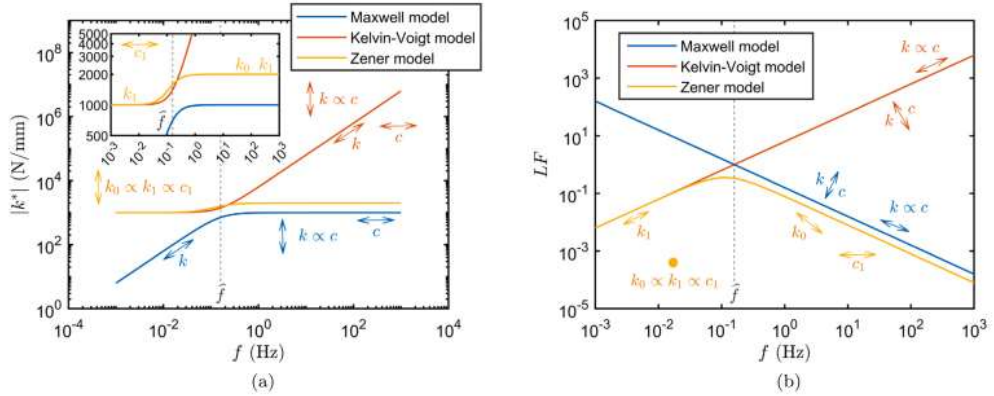
Maxwell modeli
$$LF = \frac{k}{2\pi f c} \quad (3.9)$$

Kelvin – Voigt modeli

$$LF = \frac{2\pi f c}{k} \quad (3.10)$$

Zener modeli

$$LF = \frac{2\pi f k_1^2}{\frac{k_0 k_1^2}{c_1} + (2\pi f)^2 c_1 (k_0 + k_1)} \quad (3.11)$$



Şekil 3.6. Maxwell modelinin Bir Maxwell modelinin ($k = 1000$ N/mm; $c = 1000$ N.s/mm), bir Kelvin-Voigt modelinin ($k = 1000$ N/mm; $c = 1000$ N. s/mm) ve bir Zener modeli ($k_0 = 1000$ N/mm; $k_1 = 1000$ N/mm; $c_1 = 1000$ N.s/mm); (a) dinamik sertliğin mutlak değeri ve (b) Şekil 3.2.2'de sunulan formülasyona göre kayıp faktörü. (Calaf-Chica, J., Cea-González, V., García-Tárrago, M. J., & Gómez-Gil, F. J. 2023)

Şekil 3.6. a ve b Zener modeli, k 'nın katsayılarındaki bir değişikliğin yatay çizgilerin dikey konumunu düzenlediği ve iki yatay seviye arasındaki bağlantıyı kurmak için kullanılan birincil türevlerde ihmal edilebilir değişiklikler sergilediği $|k^*|$ hariç, benzer bir eğilim göstermektedir. Değerlendirilen modellerin tüm katsayılarındaki orantılı bir değişim (Maxwell ve Kelvin-Voigt modelleri durumunda $k \propto c$ ve Zener modeli durumunda $k_0 \propto k_1 \propto c_1$), k^* durumunda eğrilerin dikey ötelenmesine neden olurken LF durumunda hiçbir değişiklik yaratmamaktadır. Geleneksel Zener modelinin viskoelastik davranışı en iyi temsil eden model olmasına rağmen, log-log gösteriminde eğrilerin belirli bir yönde ölçeklendirilmesi açıkça sınırlı olduğundan, frekans alanında gerçek bir viskoelastik malzemeye yaklaşımda önemli sınırlamalar sunmaktadır. Bu zayıflıkların üstesinden gelmek için, Maxwell modellerinin bir kombinasyonu Zener modeline paralel olarak bağlanabilir, böylece Maxwell-Wiechert modeline yol açar. (Babaei, B., Davarian, A., Pryse, K. M., Elson, E. L., & Genin, G. M. 2016). Her yeni

Maxwell dalı, $|k^*|$ ve LF gösteriminde, $|k^*|$ durumunda yeni k adımları ve her yeni kesim frekansında xLF durumunda yeni tepe noktaları ile yeni bir kesim frekansı üretir. Ayrıca, springpot elemanları gibi daha sofistike elemanların dahil edilmesi, viskoelastik malzemenin frekans bağımlılığının gelişmiş esneklik ve minimum sayıda parametre ile temsil edilmesini kolaylaştırır. (Shitikova, M. V., Kandu, V. V., & Krusser, A. I. 2023) ve (Freundlich, J. 2019).

Springpot elemanları, kurucu denklemlerinde kesirli türevleri kullanan özel bir doğrusal eleman türüdür (bkz. denklem 3.12). Bu elemanlar, doğrusal davranışı tanımlayan m ve 0 ile 1 arasında değişen bir değerle türevin kesirli mertebesini belirleyen α olmak üzere iki katsayı ile karakterize edilir. Bu eleman, daha önce analiz edilen modellerin dashpot elemanlarının yerini almak için sıklıkla kullanılır ve denklem 3.15 'te sunulanlara benzer bünye denklemleri ile sonuçlanır. Bu denklemlerin çözümü tipik olarak Grünwald-Letnikov kesirli türevine dayalı olan gibi sayısal yöntemlerle elde edilir.

Bu sistemin ilk denklemi aşağıdaki formül ile verilir:

$$F = mD^\alpha[\delta] \quad (3.12)$$

İkinci denklem kesirli Maxwell modelidir.

$$D^\alpha[F] + \frac{k}{m}F = kD^\infty[\delta] \quad (3.13)$$

Kesirli Kelvin-Voigt modeli:

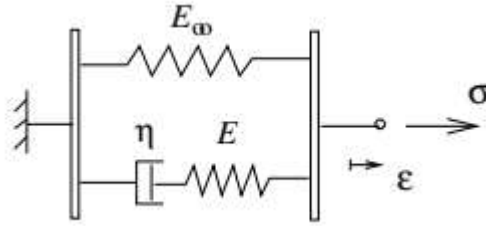
$$F = mD^\alpha[\delta] + k\delta \quad (3.14)$$

Kesirli Zener modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$D^\alpha[F] + \frac{k_1}{m_1}F = (k_0 + k_1)D^\alpha[\delta] + \frac{k_0k_1}{m_1}\delta \quad (3.15)$$

$$D^{\alpha}[f] = \lim_{N \rightarrow \infty} (\Delta t)^{-\alpha} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\Gamma(j-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(j+1)} f(t - j\Delta t) \quad (3.16)$$

Dashpot elemanlarının springpot elemanları ile değiştirilmesi, geleneksel viskoelastik modellerin önceden analiz edilmiş eğrilerine ek bir serbestlik derecesi getirmektedir türevin α mertebesine bağlıdır. Bu bağlamda α , k^* ve LF değerlerinin log-log gösterimindeki düz çizgilerin gradyanını yönetir. Bu iyileştirmenin getirdiği uyarlanabilirlik, yaylar, dashpotlar ve springpotlar üçlüsüne dayanan kurucu modellerin tasarlanmasına olanak sağlamıştır. Bu modeller, birçok polimer ve biyomalzemenin viskoelastik davranışını simüle etme kabiliyetini göstermiştir. (Tuwa, P. R. N., Molla, T., Noubissie, S., Kingni, S. T., & Rajagopal, K. 2021).



Şekil 3.7. Zener modeli. Bir maxwell elemanı ile paralel bağlanmış bir yay. (Karlsson, F., & Persson, A. 2003).

Zener model; Kelvin-Voigt modeli ile ilişkili problemden kaçınmak için, dashpot elemanı Şekil 3.2.4' e göre bir Maxwell elemanı ile değiştirilir. Bu model, katı gibi davranan Zener veya standart doğrusal katı modelidir. Zener modeli, gevşeme davranışının makul olması ve sürünme tepkisinin sınırlı olması anlamında gerçek katı malzemelerin davranışını yansıtan katı özelliklere sahip en basit viskoelastik modeldir. (Karlsson, F., & Persson, A. 2003).

Diferansiyel denklem

Yaydaki gerilmeyi σ_1 ve Maxwell elemanındaki gerilmeyi σ_2 ile gösterelim

İle σ_M . Zener modelindeki toplam gerilme σ , bkz. Şekil 3.7., daha sonra şu şekilde verilir

$$\sigma = \sigma_{\infty} + \sigma_m \quad (3.15)$$

Denklem (3.16) aşağıdaki ilişkiyi verir.

$$\begin{cases} \sigma_m = \sigma - \sigma_\infty \\ \sigma_m = \sigma - \sigma_\infty \end{cases} \quad (3.17)$$

Yukardaki 3.16 ve 3.17 nolu denklemleri ilişkilendirdiğimizde

$$\begin{cases} \sigma_\infty = E_\infty \epsilon \\ \dot{\sigma} + \frac{E}{n} \sigma = E \dot{\epsilon} + \frac{E}{n} \sigma_\infty + \dot{\sigma}_\infty \end{cases} \quad (3.18)$$

i.e

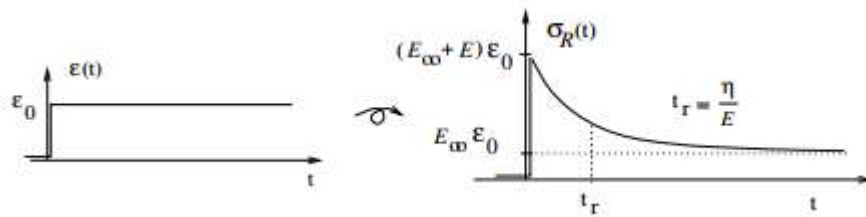
$$\dot{\sigma} + \frac{E}{n} \sigma = (E + E_\infty) \dot{\epsilon} + \frac{EE_\infty}{n} \epsilon \quad (3.19)$$

Zener için gerilme-şekil değiştirme ilişkisini tanımlayan diferansiyel denklem Modeli

Gevşeme modülü

Denklem (3.19) bir adım gerinim geçmişine çözüldüğünde aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\sigma_R(t) = E_\infty \epsilon_0 + E e^{-\frac{E}{n}t} \epsilon_0 \quad t > 0 \quad (3.20)$$



Şekil 3.8. Zener modelinin gevşeme davranışı; stres uzun vadeli bir değere gevşetilir. (Karlsson, F., & Persson, A. 2003)

Dolayısıyla, Zener modeli için gevşeme modülü

$$E_R(t) = E_\infty \left(1 + \frac{E}{E_\infty} e^{-t/tr} \right) \quad (3. 21)$$

Adım gerinim tepkisi (11) Şekil 3.8 'de gösterilmiştir. Anlık ve uzun vadeli yanıt

$$E_R = E_\infty + E \quad E_R(\infty) = E_\infty \quad (3.22)$$

Denklem (3.22)'e göre ve model her iki durum için de elastik davranış verir.

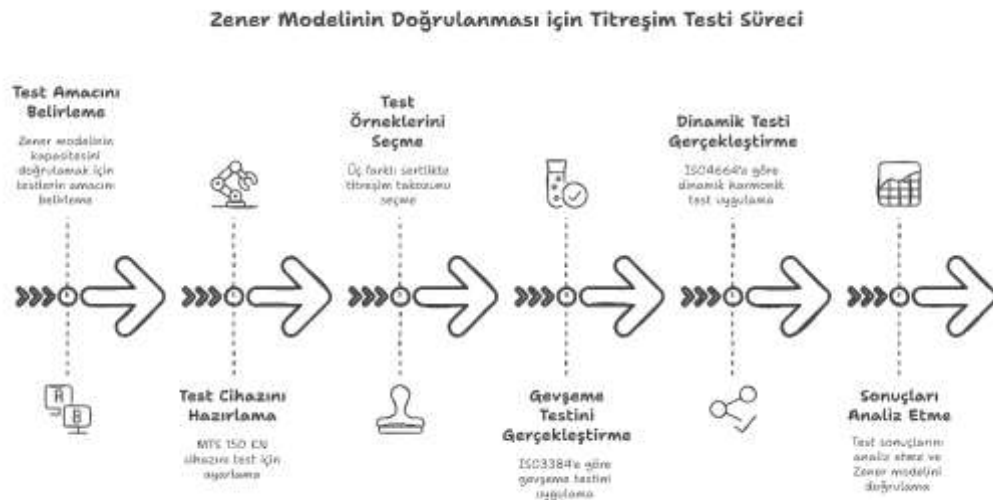


4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Giriş bölümünde belirtildiği üzere, 5 ila 200 Hz. aralığında — içten yanmalı motorlu araçlarda tipik olarak düşük, elektrikli araçlarda ise yüksek frekansların temsil edildiği bantta k^* ve LF parametrelerinin tahmini amacıyla kesirli Zener modelinin doğrulanması hedeflenmiştir. Bu kapsamda, gevşeme testleri ile dinamik harmonik testler birlikte uygulanmıştır.

Deneysel çalışmalar, Angst Pfister A.Ş. tarafından üretilmiş üç farklı katılık seviyesine sahip titreşim takozları üzerinde gerçekleştirilmiştir (bkz. Şekil 4.2 (a)). Bu örnekler, farklı katılık ve sönümleme kapasitelerini temsil edecek şekilde seçilmiştir. Çizelge 4.1.'de, her bir örneğe ait geometri (isimlendirme için bkz. Şekil 4.2'a) ve ilgili kauçuk bileşik sertliği sunulmuştur. NR32, N33 ve N69 kodlu bu parçalar, doğal kauçuk esaslı bileşiklerden oluşmakta olup, alt ve üst kısımlarında çelik plakalarla desteklenmiştir.

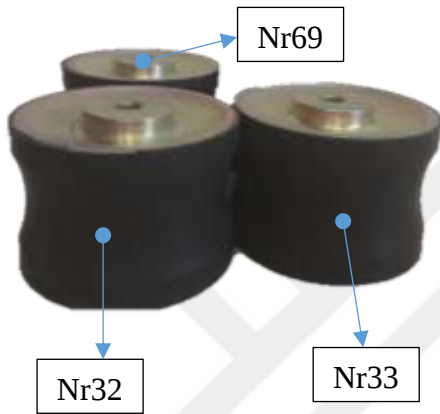
Gevşeme testleri ISO 3384 standardına uygun olarak, 6 saniyede 1 mm yer değiştirme ile gerçekleştirilen yükleme adımını takiben, 5 dakikalık gevşeme süresi boyunca ölçümler alınarak uygulanmıştır. Dinamik harmonik testler ise ISO 4664 standardı doğrultusunda, 5–200 Hz. frekans aralığında ve $\delta 0=1$ mm genlikli sinüzoidal eksenel yer değiştirme ile gerçekleştirilmiştir. Her iki test, MTS 150 kN kapasiteli servohidrolik test cihazı kullanılarak yürütülmüştür. (Bkz. Şekil 4.2).



Şekil 4.1. Zener modelinin doğrulanması için titreşim testi süreç akışı

Çizelge 4.1. Deneyde kullanılan titreşim takozları

ID	Örnek No	Shore A	Çap [mm]	Boy [mm]
Nr32	1	46	100	73
Nr33	1	45		
Nr69	1	50		
Nr32	2	46		
Nr33	2	45		
Nr69	2	50		



(a)



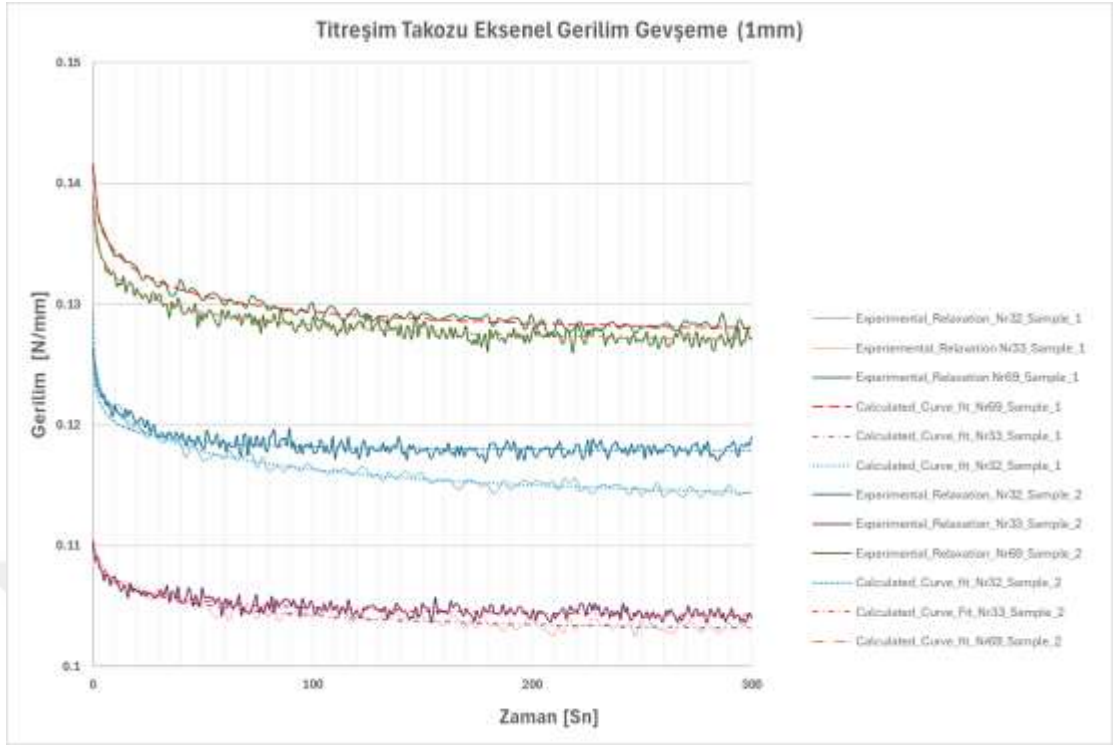
(b)

Şekil 4.2. (a) Angst Pfister A.Ş. tarafından üretilen deneysel testlerde kullanılan titreşim takozları (b) Servo hidrolik test makinasına montajlanmış test numunesi

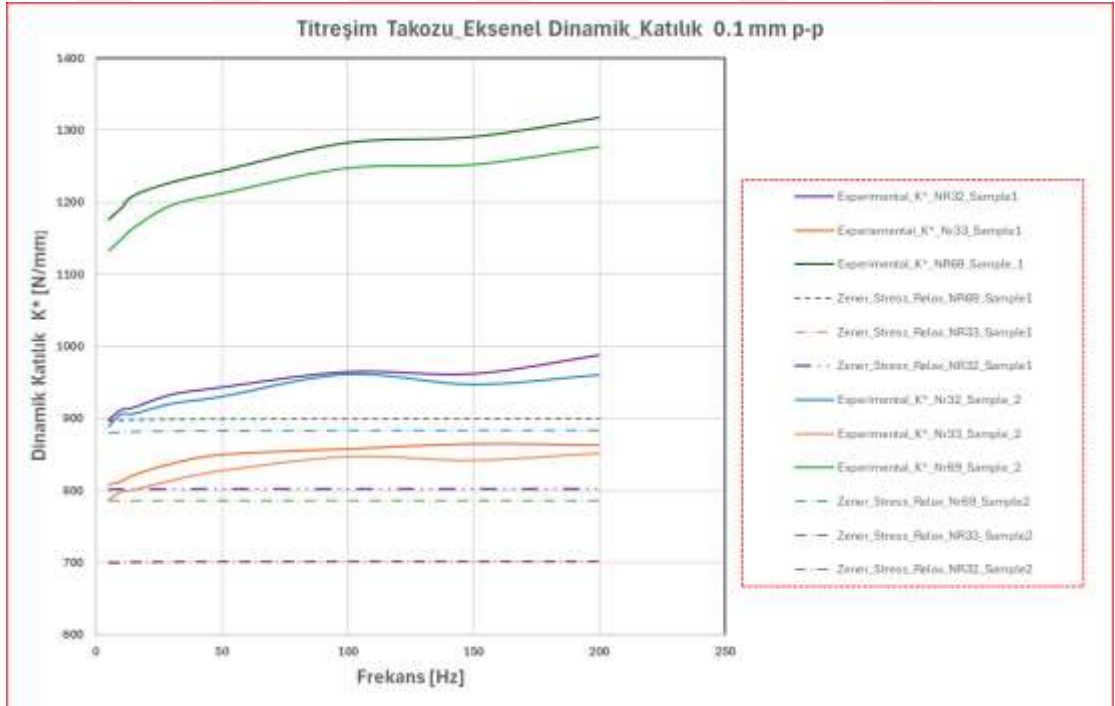
Şekil 4.1. de Zener modelinin doğrulaması süreci akış şeması olarak özetlemektedir.

Şekil 4.2. (b) Titreşim takozlarının test makinesine montajını ve test kurulumunu göstermektedir. Kauçuk Takozlara, uygulanan yer değiştirmeyi iletme için alt ve üst metaller adaptör yardımı test boyunca bağlı tutulur. Çizelge 4.1. Değerlendirilen kauçuk titreşim takozu geometrisi ve sertliği) Shore A sertliği verilmiştir. Şekil 4.2. (a), her parça numarası veya Takoz için 3 farklı sertlik ve her bir sertlikten 2 numune ile titreşim takozları için gevşeme testlerinin kayıtlı yükünü ve uygulanan yer değiştirmesini göstermektedir. Her vaka “NRXX” _ Örnek “x” ile etiketlenmiştir; burada “XX” her bir sertlik grup numarasını “x” ilgili grubun kaçınıcı numunesi olduğunu tanımlamaktadır. Takozlar sertliklerine göre bir sırayla tanımlanmıştır; her seri numarası için farklı gevşeme eğrileri gösterir, bu da bu kauçuk titreşim takozlarının üretim süreci değişkenliği

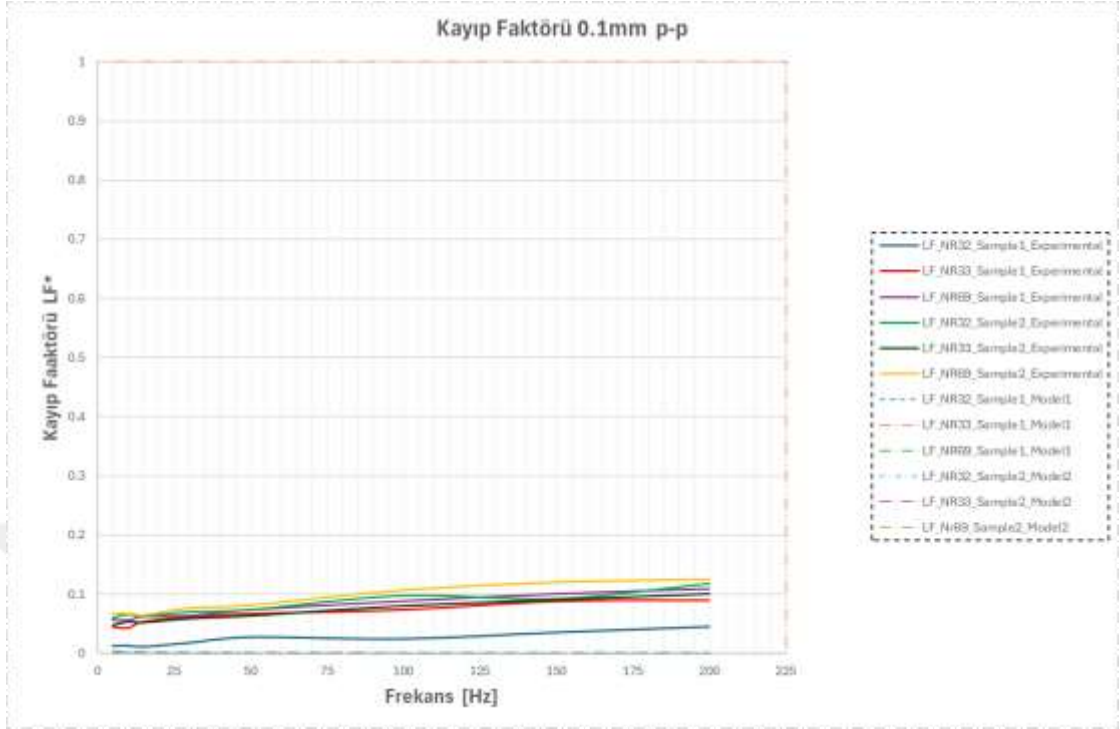
içinde ortak bir davranıştır. Şekil 4.4., grafiğinde dinamik sertliğin mutlak değerini (K^*) ve diğer grafiklerde Şekil 4.5., LF kayıp faktörünü f frekansı ile ilişkili olarak göstermektedir. Düz çizgiler harmonik deneysel testleri tanımlamaktadır: Kesikli eğriler, parametreleri deneysel gevşeme testinden elde edilen fraksiyonel Zener modelinin frekans bağımlılığını tanımlar. Bu tahmini kesirli Zener modellerinin katsayıları, her iteratif işlemde sonra ulaşılan minimum ortalama kare hatası (MSE) ile birlikte Çizelge 4.2.'de yer almaktadır. Dolayısıyla, yinelemeli süreç tüm durumlarda kesirli bir Kelvin-Voigt modeli öngörmektedir. Kesirli Zener modelleri deneysel gevşeme eğrilerine doğru bir şekilde yaklaşırsa da yüksek frekanslar için ekstrapole edilen bu özel modellerin dinamik testlerin gözlemlenen davranışını taklit etmediğini göstermektedir. Bu tutarsızlığın iki olası nedeni bulunmaktadır: (i) Neden 1, gevşeme testinin düşük ila orta frekanslarda titreşim takozunun davranışını doğru bir şekilde tahmin etmek için yeterli veriye sahip olmaması veya seçilen viskoelastik modelin gevşeme testlerinden (çok düşük gerinim oranı) dinamik testlere (düşük ila orta gerinim oranları) kadar gerinim oranı aralığı için gerçek kauçuk titreşim takozu ile aynı davranışı göstermemesidir.



Şekil 4.3. Gevşeme testi kaydedilen kuvvetlere göre hesaplanan gerilim ve yer değişimi -model 1



Şekil 4.4. Titreşim takozları 0.1mm genlikte dinamik sweep test, ile model 1 gerilim gevşeme datasından elde edilen Zener katsayılarına göre hesaplanmış dinamik katılık karşılaştırılması.



Şekil 4.5. Titreşim takozları 0.1mm genlikte dinamik sweep test, ile model 1 gerilim gevşeme datasından elde edilen Zener Katsayılarına göre hesaplanmış kayıp açısı (LF*) karşılaştırılması.

Çizelge 4.2. Gevşeme testlerinden elde edilen kesirli Zener modelinin katsayıları -model 1

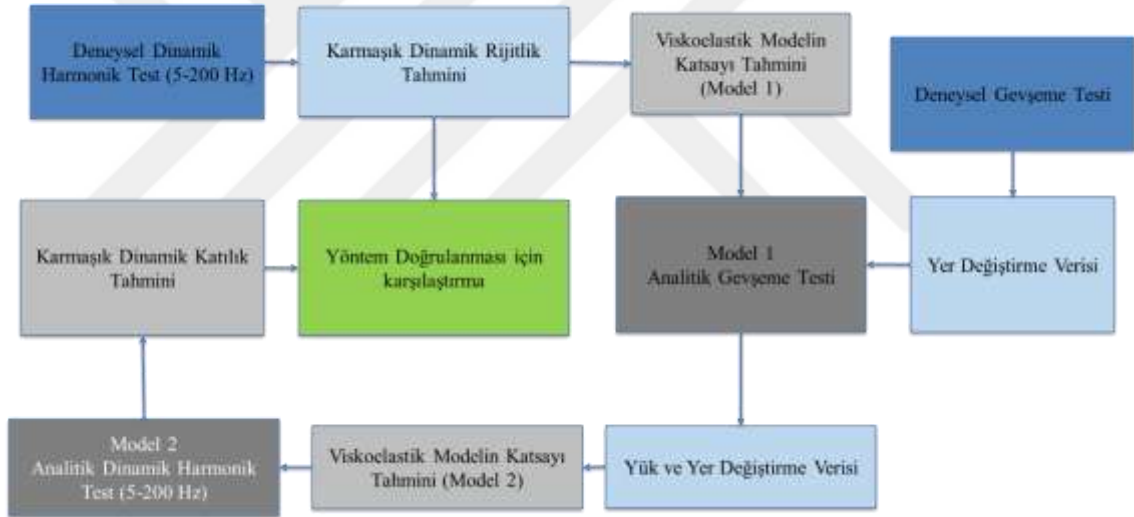
ID	Örnek No	ShA	k0 (N/mm)	k1 (N/mm)	m1 (N.s/mm)	$\alpha 1$	MSE(N2)
Nr32	1	46	0.11337	0.12627	44.4459	0.4842	1.2847E-07
Nr33	1	45	0.10269	0.11036	37.3404	0.48582	1.54E-07
Nr69	1	50	0.12751	0.14157	20.9554	0.44616	1.47E-07
Nr32	2	46	0.11787	0.12591	12.6845	0.5767	1.97E-07
Nr33	2	45	0.10397	0.11033	20.6473	0.4147	1.61E-07
Nr69	2	50	0.12644	0.13913	19.0425	0.4043	2.06E-07

(ii), Neden 2 ' ; Seçilen viskoelastik model, gevşeme testlerinden (çok düşük gerinim oranı) dinamik testlere (düşük ila orta gerinim oranları) kadar gerinim oranı aralığı için gerçek kauçuk Takozlarla aynı davranışı göstermemektedir. Neden1 en kritik olanıdır çünkü bu, gevşeme testlerine dayalı ekstrapolasyon prosedürü özellikleri hatalı tahmin edebilir. Doğrulama işlemi, aşağıdaki hususları göstermek için gerçekleştirilir. Şekil 4.3.

‘de sunulan tutarsızlıklar Neden 1’den kaynaklanmamaktadır ve burada sunulan ekstrapolasyon prosedürü, düşük ve orta frekanslarda titreşim takozu davranışını belirlemek için yeterli veriye sahiptir. Akış Şekil 4.6.’ da sunulan diyagram doğrulama prosedürü adımlarını göstermektedir. İlk olarak, kesirli Zener modelinin katsayıları aşağıdaki yöntemlerden tahmin edilebilir. (Gevşeme testinden ziyade deneysel dinamik harmonik testler) Bu nedenle, minimize edilmesi gereken *MSE* algoritması şu şekilde değiştirilmiştir.

Denklem (4.1),

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{LS_{exp}^{(i)} - LS_{num}^{(i)}}{LS_{exp}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{|k^*|^i exp - 1k^*|_{num}^{(i)}}{|k^*|^i exp} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$



Şekil 4.6. Viskoelastik bir malzemenin düşük-orta frekans davranışını tahmin etmek için gevşeme testinin kapasitesini doğrulamak için kullanılan akış diyagramı.

Deneysel $|k^*|$ ve LF 'nin yaklaşılmaması gereken hedefler olduğu bu yeni tanımlı göstermektedir. Bu prosedürle tahmin edilen kesirli Zener modeli model 1 olarak tanımlanmıştır. Deneysel gevşeme testlerinden elde edilen yer değiştirme verileri, model 1 ile gevşeme testini simüle etmek ve bu modelin yük tepkisini elde etmek için algoritmada giriş verileri olarak kullanılır. Bu yük-deplasman verileri model 1'in gevşeme testi altındaki tepkisini temsil etmektedir. Denklem (4.1)'da temsil edilen *MSE* ile orijinal algoritma, model 1'den elde edilen yük-deplasman verilerini kullanarak model 2'nin

katsayılarını tahmin etmek için kullanılır. Dinamik harmonik testler, karmaşık dinamik katılığı tahmin etmek için bu yeni model 2 ile simüle edilir. Bu prosedürden sonra, deneysel kompleks dinamik rijitlik tahmin edilenlerle karşılaştırılır. Denklem (4.2)

$$MSE \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(F_{exp}^{(i)} - F_{num}^{(i)} \right)^2 \quad (4.2)$$

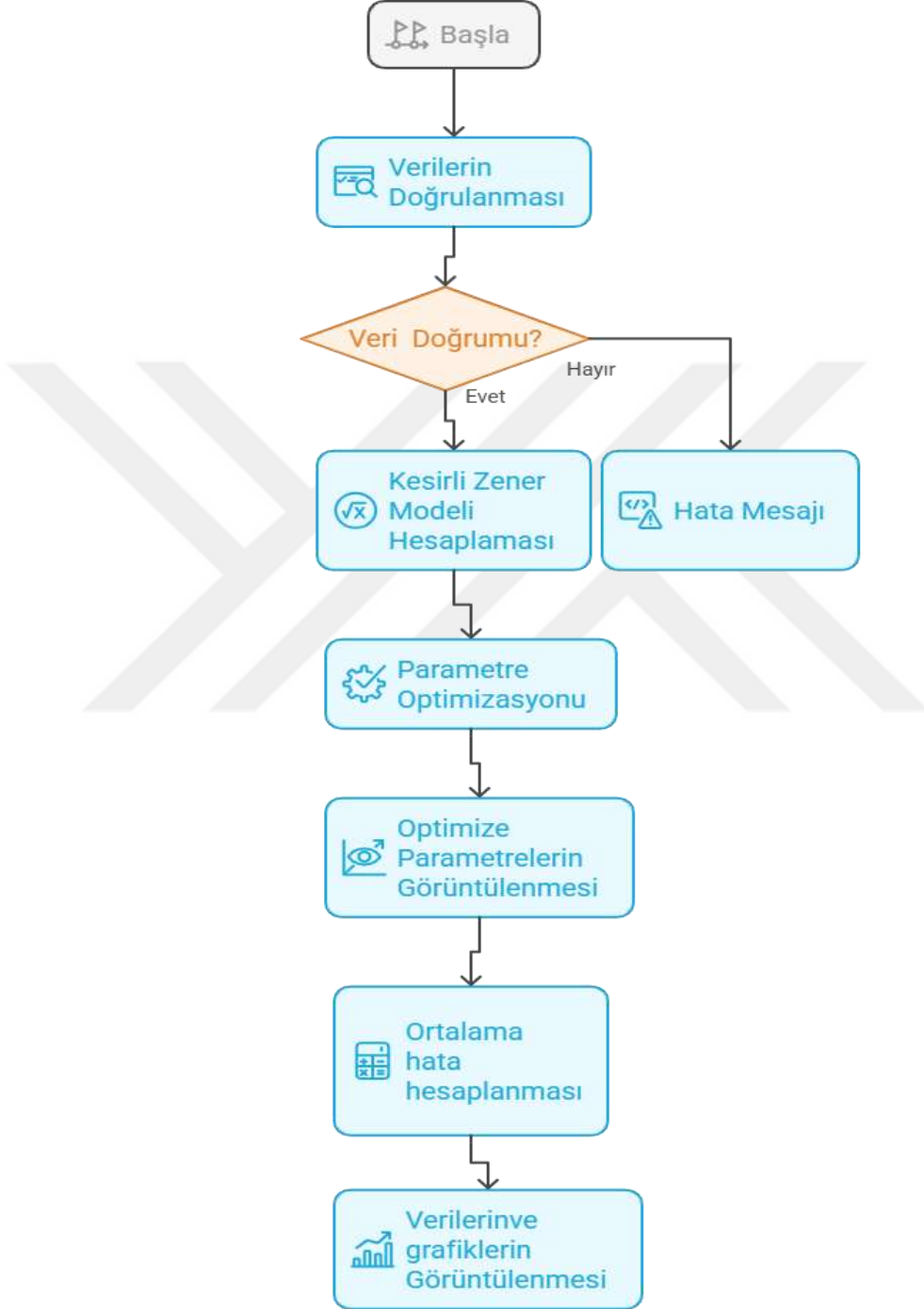
Viskoelastik malzemelerin zamana bağlı mekanik davranışlarını daha gerçekçi biçimde modellemek amacıyla kullanılan Kesirli Zener Modeli (Fractional Zener Model) parametrelerinin deneysel verilerden elde edilmesi süreci detaylı şekilde ele alınmaktadır. Bu kapsamda, özellikle gerilim gevşeme testlerinden elde edilen veriler üzerinden model parametrelerinin nasıl tahmin edildiği ve hesaplandığı açıklanmaktadır. İlgili yöntemlerin uygulanmasında MATLAB® ortamında geliştirilen hesaplama algoritmaları temel alınmış ve bu algoritmaların işleyişini adım adım gösteren akış diyagramları hazırlanmıştır. Şekil 4.7., Şekil 4.8. ve Şekil 4.9.'da sunulan bu akış diyagramları, sürecin mantıksal akışını, veri girişlerinden başlayarak nihai parametre tahminlerine kadar sistematik biçimde ortaya koymaktadır.

Bu şemalar aracılığıyla.

- Şekil 4.7.'de, deneysel gerilim gevşeme verilerinin ön işlenmesi ve uygun veri aralıklarının seçimi,
- Şekil 4.8.'de, kesirli türev operatörlerinin sayısal çözüm yöntemleriyle modellenmesi ve doğrusal olmayan regresyon teknikleriyle model parametrelerinin tahmin edilmesi,
- Şekil 4.9.'da ise, elde edilen model parametrelerinin geçerliliğinin kontrol edilmesi ve sonuçların analiz edilmesi süreçleri ayrıntılı olarak sunulmaktadır.

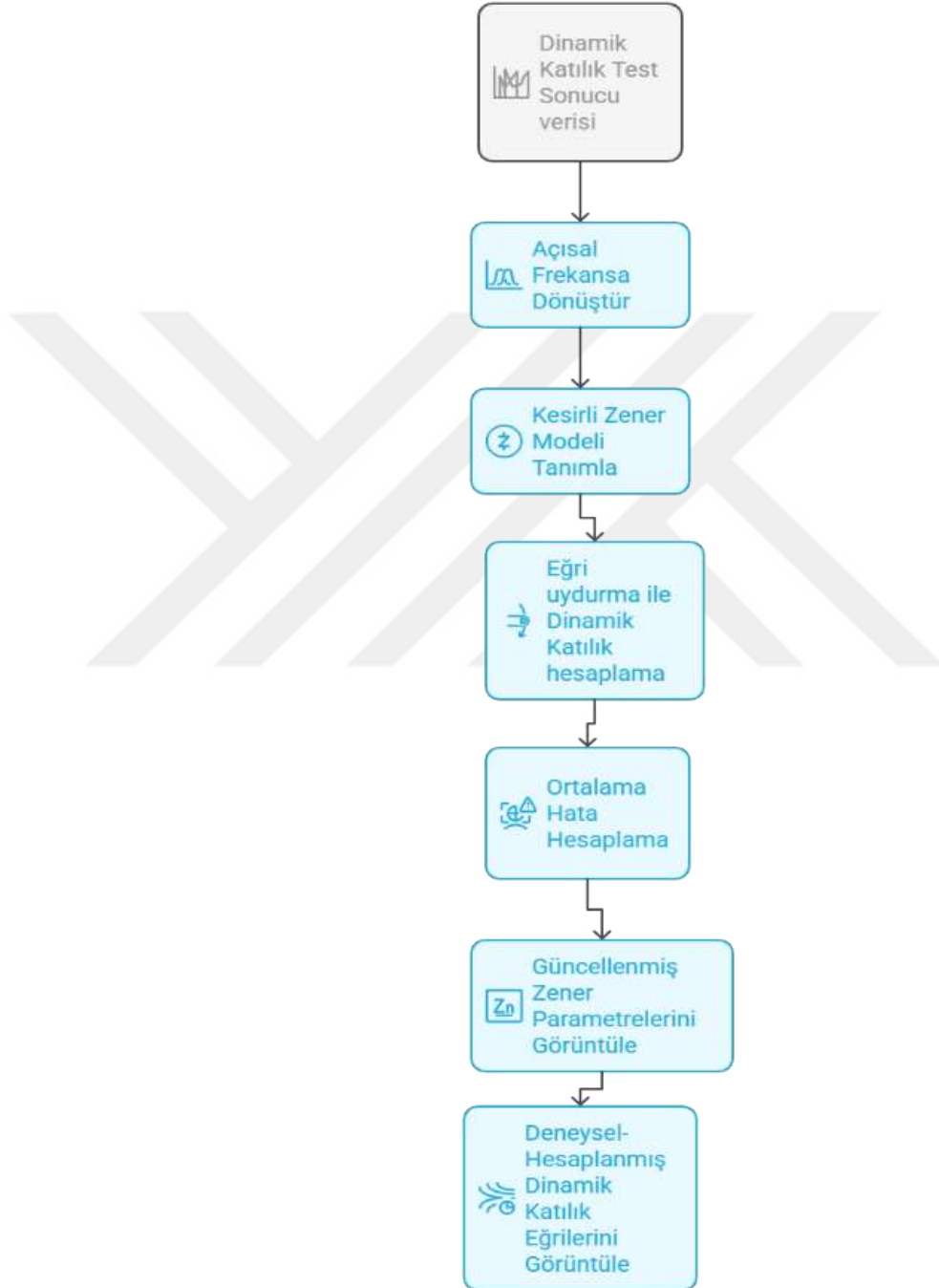
Böylece, deneysel verilerden kesirli Zener modeli parametrelerinin elde edilmesine yönelik bütünlük bir süreç yönetimi yaklaşımı ortaya konulmaktadır. Bu yaklaşım, hem teorik modellemelerin deneysel verilerle örtüşmesini sağlamakta hem de uygulamalı hesaplamaların sistematik olarak yürütülmesini mümkün kılmaktadır.

Gerilim Gevşeme Testi Verisinde Zener Katsayılarının Hesaplanması



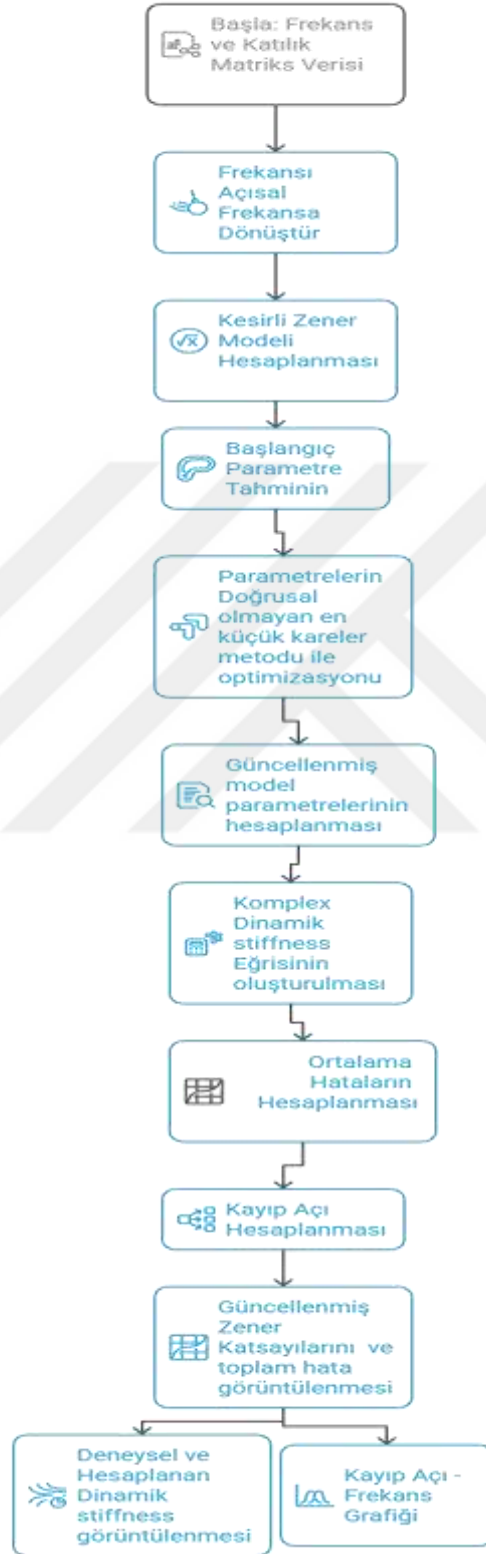
Şekil 4.7. Gerilim gevşeme testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması.

Deneysel Verilerden Dinamik Katılık Hesaplanması



Şekil 4.8. Dinamik katılık testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması

Kesirli Zener Model Parametrelerinin Tahmini



Şekil 4.9. Dinamik katılık testi verilerinden Zener katsayılarının hesaplaması algoritması.

Gerilim gevşeme testi verisinde Kesirli Zener Modeli parametrelerinin hesaplanmasına yönelik süreç yönetimi; Polimerik ve elastomerik malzemelerin viskoelastik davranışlarının modellenmesinde sıklıkla kullanılan yaklaşımlardan biri olan kesirli (fraksiyonel) Zener modeli, zamanla değişen mekanik tepkilerin doğru biçimde yakalanabilmesine olanak tanımaktadır. Bu kapsamda gerçekleştirilen gerilim gevşeme deneyleri, belirli bir deformasyon altında zamanla azalan gerilme yanıtını ölçerek bu tür modellerin parametrelerinin tayininde temel veri kaynağını oluşturur. Bu bağlamda, akış şemasında sunulan metodoloji, deney verilerinin kesirli Zener modeli çerçevesinde sayısal olarak işlenmesi ve modellenmesine yönelik adım adım sistematik bir yaklaşım içermektedir.

Süreç, kullanıcı girişli veya sensör destekli olarak toplanan deneysel gerilim gevşeme verilerinin sistem içerisine alınması ile başlar. Ardından, ilk adım olarak verilerin doğruluğu değerlendirilir. Bu adım, eksik veri, ölçüm hatası, sensör sapmaları veya tutarsızlık gibi durumların tespiti amacıyla kritik öneme sahiptir. Tipik olarak burada uygulanacak kontroller, örnekleme aralığına göre zaman serilerinin istatistiksel analizleri, fiziksel tutarlılık testleri (örneğin negatif gerilim değeri olmamalıdır) ve veri yapısının bütünlüğünü içermektedir.

Veri doğrulama adımı bir karar noktası niteliğindedir. Eğer veriler geçerli ve yeterliyse süreç bir sonraki adıma geçer. Ancak veriler hatalıysa, sistem kullanıcıya bir hata mesajı döndürerek süreci sonlandırır ya da veri iyileştirmesi yapılana kadar durdurur.

Bu yaklaşım, sonraki hesaplamaların güvenilirliğini sağlamaya yönelik kritik bir kalite kontrol mekanizmasıdır.

Doğrulanmış veriler ışığında, kesirli Zener modeline ait temel denklemler uygulanarak ilk parametrik tahminler hesaplanır. Bu model, klasik Zener modelinden farklı olarak türevleri kesirli mertebelerde tanımlanmış diferansiyel denklemler içerir. Böylece model, lineer olmayan, zamana bağlı viskoelastik davranışları daha gerçekçi biçimde temsil edebilir. Bu aşamada, modelin temel bileşenleri olan elastik modül, viskoz modül ve kesirli türev derecesi ilk değer olarak belirlenir.

Başlangıç parametrelerinin tahmin edilmesini takiben, modelin deneysel verilerle daha iyi örtüşmesini sağlamak amacıyla optimizasyon süreci başlatılır. Bu işlem genellikle, deneysel veriler ile model çıktıları arasındaki hata fonksiyonunun minimize edilmesi esasına dayanır. En yaygın kullanılan yöntemler arasında Levenberg–Marquardt algoritması, genetik algoritmalar veya gradyan iniş temelli yöntemler bulunmaktadır. Başarıyla optimize edilen parametre seti, hem modelin fiziksel anlamlılığı hem de mühendislik uygulamalarına uygunluğu açısından kullanıcıya sunulur. Bu parametrelerin sınır değerler dahilinde olup olmadığı kontrol edilerek modelin geçerliliği teyit edilir.

Modelin başarımlı düzeyi, optimize edilen parametrelerin kullanımıyla hesaplanan model sonuçları ile deneysel veriler arasındaki farkların istatistiksel analiziyle değerlendirilir. Genellikle kareler ortalaması hatası (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE) veya korelasyon katsayısı (R^2) gibi metrikler bu analizde kullanılır. Bu metrikler modelin doğruluğu hakkında kantitatif bilgi sağlar.

Sürecin son adımı, elde edilen verilerin ve model çıktılarının grafiksel biçimde sunulmasıdır. Bu görselleştirme, hem modelin deneysel verilere ne ölçüde uyduğunu değerlendirme hem de kullanıcıya yorum kolaylığı sağlama açısından önemlidir. Tipik olarak, gerilim-zaman eğrileri, hata dağılımları ve parametre duyarlılık analizleri bu görseller arasında yer alır.

Bu sistematik yaklaşım, malzeme karakterizasyon süreçlerinde yüksek doğrulukla viskoelastik modelleme yapılmasına olanak sağlayarak, özellikle otomotiv, biyomedikal ve havacılık gibi yüksek güvenilirlik gerektiren alanlarda simülasyon tabanlı tasarım süreçlerinin doğruluğunu artırmaktadır. Ayrıca kesirli modelin kullanımı, klasik modellerin sınırlılıklarını aşarak geniş frekans ve zaman aralıklarında daha isabetli tahminlere imkân tanır.

Deneysel verilerden dinamik katılık hesaplanması süreci: Kesirli Zener modeli tabanlı bir Yaklaşımdır. Özellikle otomotiv, havacılık ve raylı sistemler gibi titreşim yalıtımı gerektiren alanlarda malzemenin dinamik koşullar altındaki tepki davranışı, sistem performansını doğrudan etkilemektedir. Bu bağlamda, malzemenin frekans bağımlı

rijitlik (katılık) özelliklerinin doğru şekilde tanımlanması ve modellenmesi, sistem tasarımının en kritik aşamalarından birini oluşturur. Ekte sunulan akış şeması, dinamik katılık testlerinden elde edilen deneysel verilerin kesirli (fraksiyonel) Zener modeli çerçevesinde analiz edilerek dinamik katılık değerlerinin belirlenmesine yönelik sistematik ve doğrulanabilir bir süreci ortaya koymaktadır.

Sürecin başlangıç noktası, deneysel olarak elde edilen dinamik katılık testi sonuçlarıdır. Bu veriler, genellikle sinusoidal zorlamalar altında elde edilen kuvvet-deformasyon veya stres-gerinim yanıtlarının genlik ve faz farkı bilgilerini içerir. Testler, belirli bir frekans aralığında (örneğin 5 Hz.- 200 Hz.) gerçekleştirilmekte ve bu aralıkta sistemin hem elastik hem de viskoz bileşenlerine dair bilgi sağlamaktadır.

Elde edilen veriler genellikle Hz. cinsinden tanımlandığından, bu verilerin modellenenebilir forma dönüştürülmesi için açısal frekansa ($\omega = 2\pi f$) çevrilmesi gereklidir. Açısal frekans, viskoelastik modellerde temel değişkenlerden biri olup, modelin karmaşık modül bileşenleriyle ilişkilendirilmesinde kullanılır. Bu dönüşüm, sonraki hesaplamalarda frekans bağımlı parametre analizine olanak sağlar.

Kesirli Zener modeli, klasik viskoelastik modellerin (örneğin Maxwell veya standart Zener modelleri) yetersiz kaldığı durumlarda kullanılmak üzere geliştirilmiş, türevlerin kesirli derecelerini içeren bir modeldir. Bu modelde elastik ve viskoz davranışlar, zamana bağlı olarak kesirli türev mertebeleriyle temsil edilir. Modelin kompleks modül ifadesi, elastik modül E_1 , viskoz bileşen E_2 viskozite katsayısı η ve kesirli türev derecesi α parametreleri ile tanımlanır. Bu parametreler, modelin frekansa bağlı dinamik katılık tepkisini açıklamasında belirleyicidir.

Model tanımlandıktan sonra, deneysel veriler ile teorik modelin örtüşmesi sağlanmalıdır. Bu aşamada eğri uydurma (curve fitting) yöntemi uygulanır. Bu işlem, modelin karmaşık modül fonksiyonunun deneysel veriye en uygun hale getirilmesini sağlayan optimizasyon sürecini içerir. Tipik olarak, karmaşık dinamik modül $E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega)$ bileşenleri üzerinden hata fonksiyonu tanımlanarak, bu farkın minimize edilmesiyle

optimal parametre seti elde edilir. Bu süreçte genellikle Levenberg–Marquardt algoritması gibi doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemleri kullanılır.

Optimizasyon sonrası, modelin başarı düzeyinin kantitatif olarak değerlendirilmesi gerekir. Bu değerlendirme, genellikle ortalama hata (Mean Error, RMSE veya MAE) üzerinden gerçekleştirilir. Hata hesaplaması, deneysel ve hesaplanmış dinamik modül değerleri arasındaki farkların karelerinin ortalaması veya mutlak farkların ortalaması olarak tanımlanabilir. Düşük hata değeri, modelin yüksek doğrulukla deneysel verileri temsil ettiğini gösterir.

Modelin eğri uyurma süreci sonucunda elde edilen optimize edilmiş parametre seti kullanıcıya sunulur. Bu parametreler hem modelin doğruluğu hem de malzeme davranışının fiziksel olarak anlamlandırılması açısından kritik öneme sahiptir. Ayrıca bu veriler, sayısal simülasyonlarda, sistem modellerinde veya sonlu eleman analizlerinde kullanılmak üzere temel girdi olarak hizmet eder.

Sürecin son aşamasında hem deneysel hem de hesaplanmış dinamik katılık verileri görsel olarak karşılaştırılır. Bu görselleştirme, modelin doğruluğunun kullanıcı tarafından kolayca değerlendirilmesini sağlarken, eğriler arası sapmaların da tespitine olanak verir. Elde edilen grafikler, modelin pratik mühendislik uygulamalarındaki geçerliliğini ortaya koymak adına önem taşır. Özellikle tasarım süreçlerinde kullanılan bu grafikler, parametrik çalışmaların ve duyarlılık analizlerinin temelini oluşturur.

Bu süreç, deneysel verilerin ileri düzey matematiksel modelleme teknikleri ile analiz edilerek malzemenin dinamik karakteristiklerinin ayrıntılı şekilde anlaşılmasına olanak sağlamaktadır. Kesirli Zener modeli, klasik modellerin ötesine geçerek, özellikle geniş frekans aralıklarında daha doğru sonuçlar sunmakta ve viskoelastik malzemelerin mühendislik tasarımlarına entegre edilmesini kolaylaştırmaktadır. Bu metodoloji, yalnızca doğrusal modelleme için değil, aynı zamanda nonlineer davranışların da incelenmesine temel oluşturabilecek yüksek doğrulukta bir yapı sunar.

Kesirli Zener model parametrelerinin tahmini: Dinamik test verileri üzerinden gelişmiş bir modelleme yaklaşımı (bkz Şekil 4.7.)

Viskoelastik malzemelerin frekans bağımlı mekanik davranışlarının modellenmesinde, klasik modellerin ötesine geçen matematiksel yaklaşımlar ihtiyaç haline gelmiştir. Bu bağlamda, kesirli Zener modeli, özellikle geniş frekans aralıklarında daha yüksek doğrulukta sonuçlar sağlayarak günümüzde sıklıkla tercih edilen bir yöntem haline gelmiştir. Elastomerik malzemeler gibi zamanla değişen ve karmaşık mekanik özellikler sergileyen yapıların modellenmesinde, bu yaklaşım, malzeme karakterizasyonunun temel bir bileşenidir. Bu bağlamda, ekte sunulan akış şeması, kesirli Zener modelinin parametrelerinin deneysel dinamik veriler üzerinden sayısal olarak nasıl tahmin edildiğini detaylı ve sistematik bir biçimde ortaya koymaktadır.

Sürecin başlangıç noktası, frekansa bağlı olarak ölçülen dinamik katılık değerlerinden oluşan deneysel bir veri setidir. Bu veriler, genellikle harmonik yükleme altında elde edilen kuvvet ve yer değiştirme sinyallerinden türetilmiş rijitlik değerlerini içerir. Veriler, geniş bir frekans aralığını kapsayacak biçimde toplanmalıdır, çünkü modelin güvenilirliği frekans spektrumundaki temsil kabiliyeti ile doğrudan ilişkilidir.

Modelleme süreci başlamadan önce, eldeki frekans (Hz) verisi, matematiksel modellemelerde kullanılmak üzere açısal frekans ($\omega=2\pi f$) cinsine dönüştürülür. Açısal frekans, karmaşık modül hesaplamalarında doğrudan yer alan temel parametredir ve model fonksiyonlarının türetilmesinde merkezi rol oynar.

Bu adımda, malzemenin elastik ve viskoz bileşenlerinin birlikte tanımlandığı kesirli Zener modelinin matematiksel formu oluşturulur. Bu model, klasik Zener modelinin genelleştirilmiş bir biçimi olup, kesirli türevler (örneğin Caputo türevleri) aracılığıyla zamana bağlı davranışları çok daha hassas bir şekilde tanımlar. Modelin temel parametreleri elastik modüller (E_1, E_2) viskozite katsayısı (η) ve kesirli türev derecesi (α) gibi büyüklüklerden oluşur.

Sayısal optimizasyona geçmeden önce modelin parametreleri için makul bir başlangıç noktası belirlenir. Bu başlangıç değerleri, deneysel verilere yakınsadığı bilinen geçmiş çalışmalardan türetilbilir veya literatürde önerilen tahmini değerler kullanılarak elde edilebilir. Uygun başlangıç, optimizasyon sürecinin başarısı için oldukça kritiktir.

Başlangıç parametrelerine dayanarak model, doğrusal olmayan en küçük kareler (nonlinear least squares) algoritmasıyla optimize edilir. Bu işlem, modelin karmaşık modül fonksiyonu ile deneysel veriler arasındaki farkın karelerinin toplamını minimize edecek şekilde parametrelerin güncellenmesini sağlar. Bu noktada kullanılan algoritmalar arasında Levenberg–Marquardt gibi hibrit yöntemler sıklıkla tercih edilmektedir. Optimizasyon işlemi tamamlandıktan sonra, nihai parametre seti elde edilir. Bu güncellenmiş parametreler, malzemenin viskoelastik davranışını en iyi temsil eden değerlerdir. Elde edilen bu parametreler, modelin mühendislik uygulamalarında veya sonlu eleman analizlerinde kullanılmasına olanak tanır. Güncellenmiş parametreler ışığında, modelin karmaşık katılık fonksiyonu yeniden hesaplanır. Burada elde edilen kompleks eğriler, hem depolama modülü (elastik bileşen) hem de kayıp modül (viskoz bileşen) olmak üzere iki ayrı bileşen olarak değerlendirilir. Bu eğriler, teorik model ile deneysel veriler arasındaki uyumu görsel olarak değerlendirmeye olanak tanır.

Modelin doğruluğunu kantitatif olarak değerlendirebilmek için, ortalama hata (örneğin RMSE veya MAE) hesaplanır. Bu hata metrikleri, modelin ne ölçüde deneysel veriyi temsil ettiğini göstermek açısından önemli bir kıstastır.

Dinamik analizlerde kritik öneme sahip olan bir diğer büyüklük ise kayıp açısıdır. (δ). Bu açı, malzemenin enerji yutma kabiliyetini tanımlar ve şu şekilde hesaplanır:

$$\tan\delta=E''(\omega)/E'(\omega)\backslash \quad (4.3)$$

Burada E'' , kayıp modül; E' , depolama modülünü temsil eder. Kayıp açısı, aynı zamanda titreşim sönümleme kabiliyetinin değerlendirilmesinde de kullanılır.

Son olarak hem deneysel hem de hesaplanmış verilerin kıyaslandığı görselleştirme adımı gerçekleştirilir. Bu adımda dinamik katılık eğrileri, hata dağılımı grafikleri ve kayıp açı – frekans ilişkisi gibi grafikler sunularak modelin fiziksel geçerliliği değerlendirilir.

Bu kapsamlı metodoloji, elastomer ve polimer gibi zamanla değişen malzeme davranışlarının yüksek doğrulukla modellenmesini sağlamaktadır. Kesirli Zener modeli, klasik modellerin yetersiz kaldığı frekans bağımlı davranışların temsilde güçlü bir araç olarak öne çıkmakta, bu sayede hem akademik araştırmalarda hem de mühendislik tasarım süreçlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Sürecin optimizasyon ve görselleştirme adımları sayesinde, parametrelerin güvenilirliği ve modelin deneysel veriye uyumu objektif biçimde değerlendirilmekte, böylece ileri düzey malzeme karakterizasyonu sağlanmaktadır.

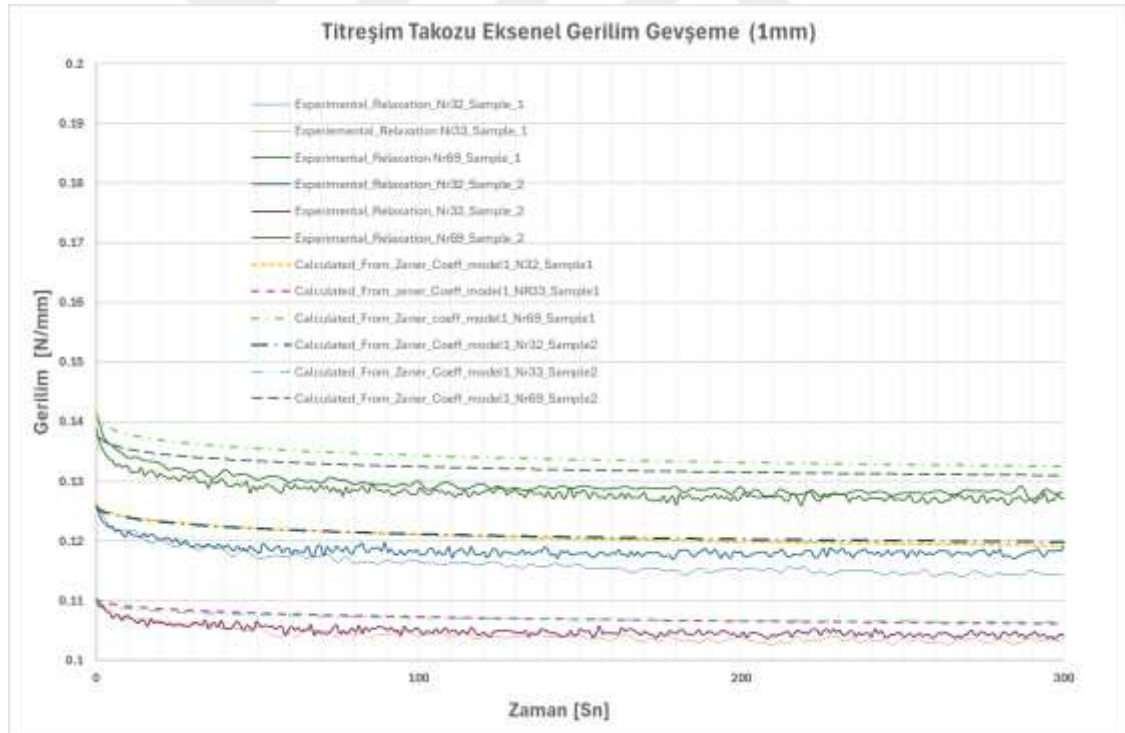
Bu çalışmanın temel amacı, model 1 kullanılarak analitik yöntemlerle elde edilen gerilim gevşeme verilerinden yola çıkarak yeni bir viskoelastik temsil olan model 2'yi geliştirmek ve bu model aracılığıyla dinamik katılık değerlerini hesaplamaktır. Gevşeme testi, frekans tepkisini tahmin etmek için yeterli veriyi sunmuyorsa, model 2 tarafından hesaplanan dinamik katılık ile deneysel değerler arasında uyumsuzluk gözlemlenebilir. Bu durum, ekstrapolasyon sürecinde belirli kritik bilgilerin kaybolduğunu ve modelin sınırlarını ortaya koyar.

Buna karşın, model 2 ile hesaplanan dinamik katılık değerlerinin deneysel bulgularla örtüşmesi, hem gevşeme testlerinin düşük ve orta frekans aralığında güvenilir öngörüler sunduğunu hem de ekstrapolasyonun doğru biçimde uygulandığını gösterir. Bu sayede önerilen modelin geçerliliği ve güvenilirliği değerlendirilebilir. Bkz. Çizelge 4.3.

Çizelge 4.3. Dinamik harmonik katılık testinden elde edilen kesirli Zener modelinin katsayıları -Model-2

ID	Örnek No	Shore A	k0 (N/mm)	k1 (N/mm)	m1 (N.s ^a /mm)	α_1	MSE(N2)
Nr32	1	46	0.12945	0.36246	5.01E-08	0.21509	2.34E+01
Nr33	1	45	0.12638	0.14618	0.005755	0.92132	1.37E+00
Nr69	1	50	0.15235	0.50811	1.33E-08	0.15571	2.71E+01
Nr32	2	46	0.13875	0.15282	4.40E-03	0.75656	3.58E+01
Nr33	2	45	0.12318	0.13476	4.31E-03	0.83704	9.10E+00
Nr69	2	50	0.16826	0.2175	2.36E-03	0.48024	1.87E+01

Şekil 4.10.'da model 1 ile öngörülen gevşeme eğrileri kesikli çizgilerle, deneysel veriler ise sürekli çizgilerle gösterilmiştir. Model 1'in öngördüğü katılık düzeyi, deneysel sonuçlara göre daha düşük olup, kauçuk takozların frekansa duyarlı mekanik özelliklere sahip olduğunu işaret eder.

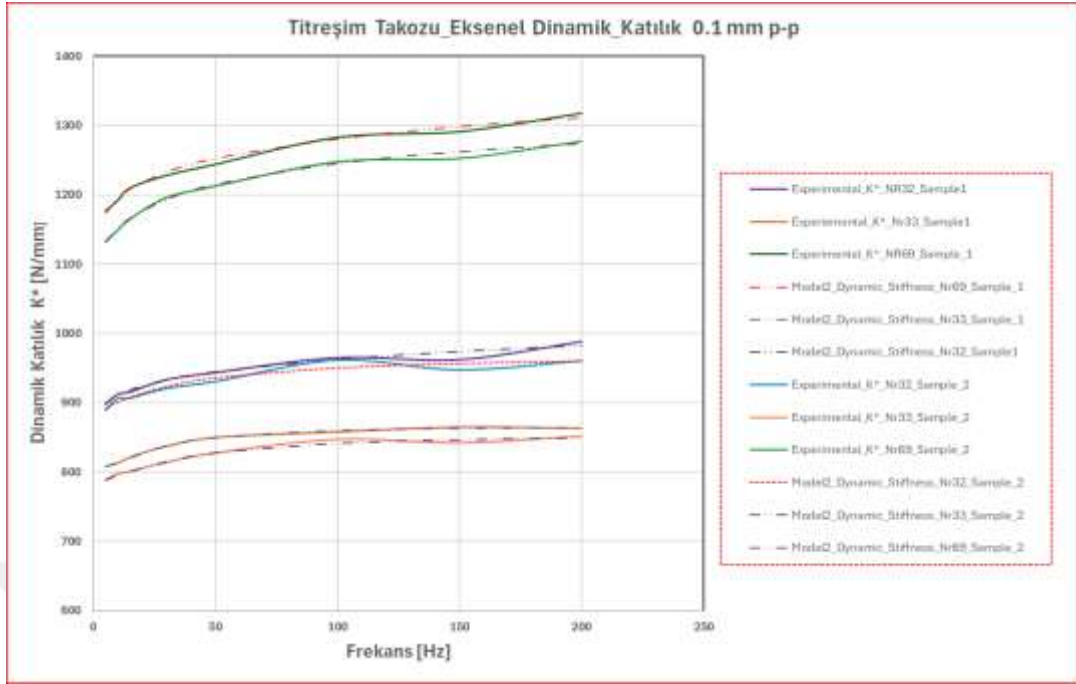


Şekil 4.10. Deneysel gerilim gevşeme datasından elde edilen eğriler ile model 1 Zener katsayılarına göre hesaplanmış gerilim gevşeme-zaman grafiği karşılaştırılması.

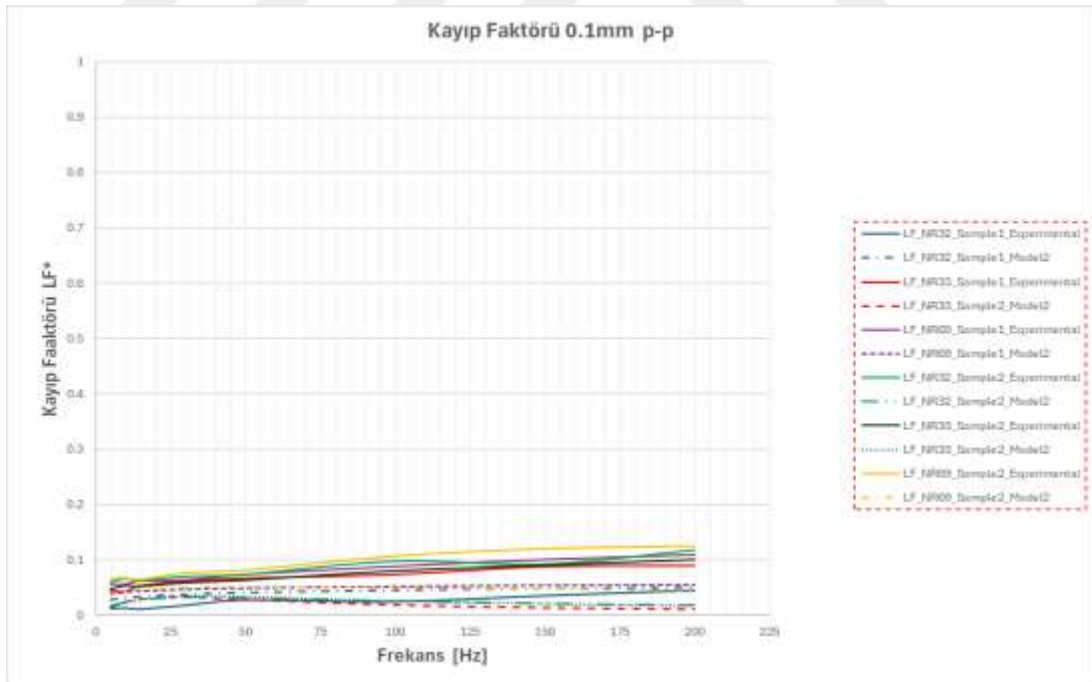
Özellikle dikkat çeken husus, gevşeme testlerinin düşük deformasyon hızlarında gerçekleştirilmesine karşın, bu tür takozların gerçek uygulamalarda 10–200 Hz. aralığında değişen yüksek deformasyon oranlarına maruz kalmasıdır. Bu geniş frekans spektrumunu temsil etmede Kesirli Zener modeli yetersiz kalmakta; dolayısıyla gevşeme testlerinden elde edilen bulgular, dinamik koşulların tümünü kapsayacak tahminler sunamamaktadır.

Sonuç olarak, mevcut model düşük deformasyon oranlarındaki davranışı tam olarak temsil etse de dinamik test koşullarıyla tam uyum sağlayamamaktadır. Bu durum, mevcut modelin geliştirilmesi gerektiğini veya daha kapsayıcı bir mekanik temsil sistemine ihtiyaç duyulduğunu açıkça ortaya koymaktadır.

Şekil 4.11. ve Şekil 4.12.' de, deneysel olarak elde edilen (k^*) ve (LF) verileri ile model 2 kullanılarak tahmin edilen eğrilerin karşılaştırmasını sunmaktadır. Analizler, üç farklı kauçuk takoz için hem deneysel hem de modelleme sonuçlarının oldukça iyi bir uyum sağladığını ortaya koymaktadır. Bu durum, gevşeme testlerinden elde edilen verilerin düşük ve orta frekans aralığında kauçuk takozların mekanik davranışını yeterli doğrulukla temsil edebildiğini göstermektedir.



Şekil 4.11. Deneysel dinamik katılık-zaman test datasından elde edilen eğriler ile model 2 Zener katsayılarına göre hesaplanmış dinamik katılık -frekans karşılaştırılması.



Şekil 4.12. Deneysel dinamik test datasından elde edilen LF (Kayıp faktör) eğriler ile model 2 Zener katsayılarına göre hesaplanmış LF-Frekans grafiği karşılaştırılması.

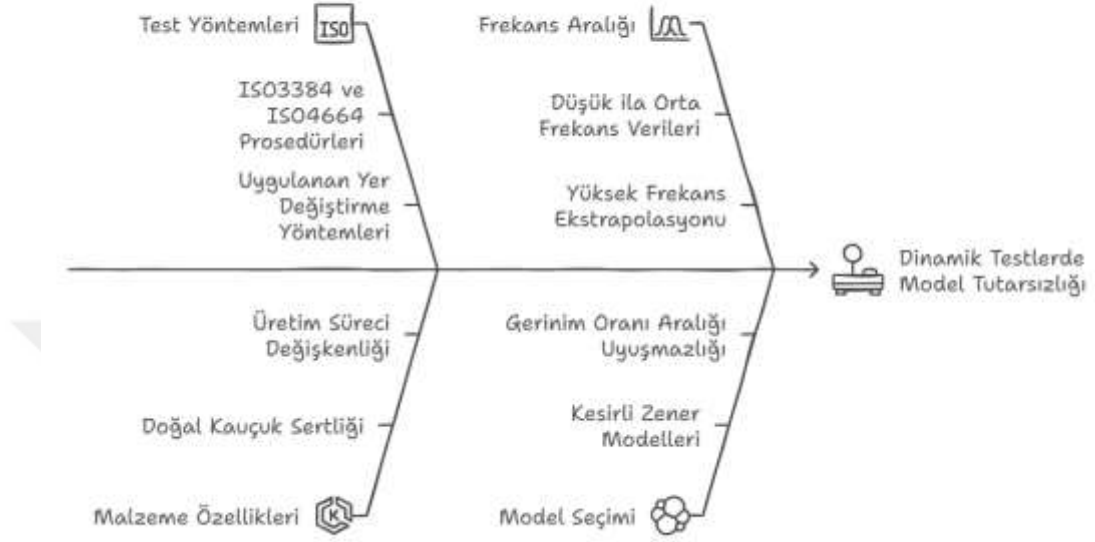
Dolayısıyla, daha önce öne sürülen "gevşeme testi, düşük ve orta frekanslarda kauçuk takozun davranışını doğru bir şekilde tahmin etmek için yeterli veriye sahip değildir" şeklindeki gerekçenin geçerli olmadığı anlaşılmaktadır. Gevşeme verileri, sistemin frekans bağımlı özelliklerini anlamak ve dinamik katılık tahminlerini desteklemek için uygun bir temel sağlamaktadır.

Ancak, viskoelastik malzemelerin geniş bir deformasyon aralığındaki davranışlarını tutarlı bir şekilde temsil edebilen analitik-nümerik bir model geliştirmek halen önemli bir zorluk olarak karşımıza çıkmaktadır. Mevcut modelleme yaklaşımlarının, çok düşük deformasyon oranlarından yüksek deformasyon oranlarına geçiş sürecini yeterince kapsayabilmesi için parametre optimizasyonu ve ekstrapolasyon tekniklerinin daha hassas bir şekilde uygulanması gerekmektedir. Bu gereksinim, özellikle kauçuk takozların mekanik özelliklerinin yüksek frekans rejiminde doğru bir şekilde öngörülmesini sağlamak için kritik önem taşımaktadır.

Böylece, çalışmanın bulguları, gevşeme testlerinin belirli frekans aralıklarında güvenilir tahminler sunduğunu ve seçilen viskoelastik modelin doğruluk sınırlarının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olduğunu ortaya koymaktadır. Modelin geliştirilmesine yönelik gelecekteki çalışmalar, farklı deformasyon oranları ve frekans aralıklarını daha hassas temsil edebilecek yeni parametrik yaklaşımlar ve doğrulama yöntemleri içermelidir. (Denklem 4.3)

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{LS_{exp}^{(i)} - LS_{num}^{(i)}}{LS_{exp}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{|k^*|_{exp}^{(i)} - |k^*|_{num}^{(i)}}{|k^*|_{exp}^{(i)}} \right)^2 \right] \quad (4.3)$$

Kauçuk Titreşim Takozlarının Dinamik Testlerdeki Tutarsızlıkları



Şekil 4.13. Kauçuk titreşim takozlarındaki dinamik testlerdeki tutarsızlıklar.

Kauçuk titreşim takozlarının dinamik testlerindeki tutarsızlığın olası nedenleri yukarıdaki Şekil 4.13. 'de özetlenmiştir.

5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, elastomer esaslı titreşim sönümleyici takozların orta ve yüksek frekanslardaki dinamik yanıtlarını tahmin etmeye yönelik olarak, gerilim gevşeme testlerine dayalı bir viskoelastik modelleme yaklaşımı geliştirilmiştir. Yapılan deneysel çalışmalar ve sayısal analizler sonucunda, düşük frekanslı gerilim gevşeme testlerinden elde edilen verilerin, uygun parametrik modeller aracılığıyla daha yüksek frekans aralığına ekstrapole edilebileceği gösterilmiştir. Özellikle Fractional Zener modeli kullanılarak oluşturulan bu yaklaşım hem teorik hem de deneysel dinamik test sonuçlarıyla yüksek uyum göstermiş ve viskoelastik karakterizasyonun alternatif bir yöntemle gerçekleştirilmesine olanak sağlamıştır.

Bu çalışmadaki gerilim gevşeme testleri standart kauçuk takozların frekans cevabını tahmin etmek için yapılmıştır. Bu hedefe ulaşmak için bir numerik analiz metotları kullanılarak kurgulanan ekstrapolasyon prosedürü tasarlanmıştır. Gerilme gevşeme testlerinin, yüksek frekansta kauçuk takozların viskoelastik tepkisinin tahmin edilmesi ile ilgili zorluklar ve gelecekte bu konuda yapılacak çalışmaların önünü açmaktır.

İlk olarak, kesirli bir Zener modelinin parametreleri deneysel bir gevşeme testinden tahmin edilmiştir. Daha sonra, 5 ila 200 Hz. frekans aralığındaki dinamik katılık bu kesirli Zener modeli ile tahmin edilmiş ve sonuçlar bir servo-hidrolik test makinesinde deneysel olarak elde edilenlerle karşılaştırılmıştır. Bu araştırma aşağıdaki sonuçları ortaya çıkarmıştır:

- a) Kesirli Zener modelinin, kauçuk takozların çok düşük deformasyon hızlarından (tipik gevşeme testi) düşük ila orta deformasyon hızlarına (dinamik harmonik test) kadar olan gerçek davranışını tam olarak simüle edemediği aşıkardır. Bu model, belirli sınırlar içinde çalışırken bazı eksiklikler sergileyebilir.
- b) Gevşeme testlerinin uygulanması, viskoelastik bir malzemenin frekans yanıtını belirlemede ve dolayısıyla ekstrapolasyonun doğruluğunu sağlamada etkili bir yöntemdir. Bu testler, malzemenin zaman-mekanik davranışını gözlemlemeye olanak tanır.

- c) Ekstrapolasyon süreci, kauçuk takozların frekans yanıtının gevşeme testleri aracılığıyla öngörülmesini kolaylaştırır. Bu süreç, çok düşük deformasyonlardan orta dereceli deformasyonlara kadar olan gerçek davranışı simüle edebilir ve analitik ile sayısal viskoelastik modellerin geliştirilmesini ve tasarlanmasını gerektirir.
- d) Bazı elastomerlerde, özellikle karbon bağları içerenlerde gözlenen genlik bağımlılığı (Payne etkisi) ekstrapolasyon sürecini etkileyebilir. Dinamik harmonik testlerin her döngüsünde, maksimum genliklere ulaşılan kadar bir deformasyon taraması gerçekleştirilirken, gevşeme testleri takozu test süresinin büyük bir kısmında en yüksek deformasyon değerine maruz bırakır. Bu testlerde, elastomerin zamanla gerilme gevşemesi gözlemlenir. Bu, elastomerin iç yapısındaki moleküler hareketlerin ve yeniden düzenlenmelerin bir sonucudur.

Yukarıdaki sonuçlar, gelecekteki araştırmalar için aşağıdaki potansiyel çalışma alanlarını ortaya koymaktadır:

- i. Çok düşük frekans değerlerinden başlayarak, gevşeme testlerinde kullanılan şekil değiştirme hızlarına benzer hızlarla, orta ve yüksek frekans aralığına kadar uzanan bir spektrumda, standart kauçuk takozların davranışını temsil edebilecek yeni viskoelastik modellerin tasarlanması. Bu analitik-numerik modellerin kullanımı, yalnızca bir gevşeme testi ile frekans yanıtının tahmin edilmesini sağlayan ekstrapolasyon prosedürlerinin uygulanmasına olanak tanıyacaktır.
- ii. Bu çalışmada sunulan ekstrapolasyon prosedürü üzerinde Payne etkisinin daha ayrıntılı şekilde incelenmesi.
- iii. 200 Hz üzerindeki yüksek frekans yanıtını tahmin edebilmek amacıyla, düşükten orta frekansa kadar gerçekleştirilen dinamik harmonik test verilerinin kullanılması ve mevcut ekstrapolasyon prosedürünün daha yüksek frekanslara genişletilmesi.

- iv. Dinamik katılık, kayıp açı, sürünme ve gerilim gevşemesi gibi parametrelerin, dinamik mekanik analiz (DMA) testlerinden elde edilecek viskoelastik modellerle doğrulanması.



KAYNAKLAR

- Akbaba, Ö. M., Yıldırım, B., & Canbaloğlu, G. (2022). Vibration based fatigue analysis of a structure integrated on an air vehicle by using experimental and theoretical methods. *Results in Engineering*, 15, 100549. doi: 10.1016/j.rineng.2022.100549.
- Akmal, S. M. A., & Bharathiraja, G. (2022). Analysis of engine mount material for automotive vibration and noise reduction. *Materials Today: Proceedings*, 62, 2235–2239. doi: 10.1016/j.matpr.2022.03.462.
- Ali, A., Hosseini, M., & Sahari, B. (2010). A review and comparison of some rubber elasticity models. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 3(1), 232–239. doi:10.3844/ajeassp.2010.232.239.
- Arat, H. T. (2023). Recycling and reusing batteries: A significant way for effective sustainability of FCEVs and EVs. *International Journal of Hydrogen Energy*. doi: 10.1016/j.ijhydene.2023.01.189.
- Arnold, P., Kirsch, S., Kirchhoff, M. R., & Hanke-Rauschenbach, R. (2023). Startup optimization of an automotive polymer electrolyte membrane fuel cell system with dynamic hydrogen reference electrodes. *Journal of Power Sources*, 558, 232604. doi: 10.1016/j.jpowsour.2022.232604.
- Babaei, B., Davarian, A., Pryse, K. M., Elson, E. L., & Genin, G. M. (2016). Efficient and optimized identification of generalized Maxwell viscoelastic relaxation spectra. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 55, 32–41. doi: 10.1016/j.jmbbm.2015.10.008.
- Belhocine, A., & Ghazaly, N. M. (2015). Effects of material properties on generation of brake squeal noise using finite element method. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 12, 1432–1447. doi:10.1590/1679-78251520.
- Belhocine, A., & Ghazaly, N. M. (2016). Effects of Young's modulus on disc brake squeal using finite element analysis. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 21, 292–300. doi:10.20855/IJAV.2016.21.3423.
- Bonfanti, A., Kaplan, J. L., Charras, G., & Kabla, A. (2020). Fractional viscoelastic models for power-law materials. *Soft Matter*, 16(26), 6002–6020. doi:10.1039/D0SM00354A.
- Calaf-Chica, J., Cea-González, V., García-Tárrago, M. J., & Gómez-Gil, F. J. (2023). Fractional viscoelastic models for the estimation of the frequency response of rubber bushings based on relaxation tests. *Results in Engineering*, 20, 101465. doi: 10.1016/j.rineng.2023.101465.
- Carleo, F., Barbieri, E., Whear, R., & Busfield, J. J. C. (2018). Limitations of viscoelastic constitutive models for carbon-black reinforced rubber in medium dynamic strains and medium strain rates. *Polymers*, 10(9), 988. doi:10.3390/polym10090988.
- Chartoff, R. P., Menczel, J. D., & Dillman, S. H. (2008). Dynamic mechanical analysis (DMA). In *Thermal analysis of polymers: Fundamentals and applications* (pp. 387–495).
- Cyril, S., & Manikandan, H. (2023). Optimization of engine and transmission mounting system for a V6 front wheel drive vehicle. *Materials Today: Proceedings*, 72, 2564–2568. doi: 10.1016/j.matpr.2022.10.028.
- Destrade, M., Saccomandi, G., & Sgura, I. (2017). Methodical fitting for mathematical models of rubber-like materials. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical*,

- Du, Y., Burdisso, R. A., Nikolaidis, E., & Tiwari, D. (2003). Effects of isolators internal resonances on force transmissibility and radiated noise. *Journal of Sound and Vibration*, 268, 751–778. doi:10.1016/S0022-460X(03)00036-1.
- Erenchun, B., Blanco, B., Gil-Negrete, N., Wang, B., & Kari, L. (2022). Effect of lubrication on the mechanical behavior of magnetorheological elastomers in compression mode. *Polymer Testing*, 111, 107617. doi: 10.1016/j.polymertesting.2022.107617.
- Feitosa, F. E. B., & Costa, A. L. (2021). Application of a multicriteria methodology for evaluation of energy alternatives for hydrogen production for the automotive sector – case study. *International Journal of Hydrogen Energy*, 46, 20799–20814. doi: 10.1016/j.ijhydene.2021.03.209.
- Freundlich, J. (2019). Transient vibrations of a fractional Kelvin-Voigt viscoelastic cantilever beam with a tip mass and subjected to a base excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 438, 99–115. doi: 10.1016/j.jsv.2018.09.006.
- Gejguš, T., Schröder, J., Loos, K., Lion, A., & Johlitz, M. (2022). Advanced characterization of soft polymers under cyclic loading in context of engine mounts. *Polymers*, 14, 429. doi:10.3390/polym14030429.
- Hesebeck, O., & Wulf, A. (2018). Hyperelastic constitutive modeling with exponential decay and application to a viscoelastic adhesive. *International Journal of Solids and Structures*, 141–142, 60–72. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2018.02.011.
- Karlsson, F., & Persson, A. (2003). *Modeling non-linear dynamics of rubber bushings: Parameter identification and validation* (Master's thesis, Division of Structural Mechanics, Lund University, Sweden). <https://www.byggmek.lth.se/fileadmin/byggnadsmekanik/publications/tvsm5000/web5119.pdf>.
- Kim, W. D., Hur, S., Woo, C. S., Kim, W. S., & Lee, S. B. (2005). A study of the static and dynamic characteristics for automotive rubber mount by FEA and experiment. *Key Engineering Materials*, 297–300, 299–304. doi:10.4028/.
- Kumar, J., & Bhushan, G. (2023). Modeling a semi-active vibration absorber with adjustable stiffness and damping using magnetorheological materials. *Materials Today: Proceedings*, 84, 275–280. doi: 10.1016/j.matpr.2023.04.005.
- Ooi, L. E., & Ripin, Z. M. (2011). Dynamic stiffness and loss factor measurement of engine rubber mount by impact test. *Materials & Design*, 32, 1880–1887. doi: 10.1016/j.matdes.2010.12.015.
- Parker, K. J., Szabo, T., & Holm, S. (2019). Towards a consensus on rheological models for shear waves in soft tissues [arXiv preprint]. *arXiv:1906.08612*. <https://arxiv.org/abs/1906.08612>.
- Pashazadeh, J., Ostadrahimi, A., Baghani, M., & Choi, E. (2023). Finite bending of fiber-reinforced visco-hyperelastic material: Analytical approach and FEM. *Materials*, 17(1), 5. doi:10.3390/ma17010005.
- Pierro, E., & Carbone, G. (2021). A new technique for the characterization of viscoelastic materials: Theory, experiments, and comparison with DMA. *Journal of Sound and Vibration*, 515, 116462. doi: 10.1016/j.jsv.2021.116462.

- Qatu, M. S. (2012). Recent research on vehicle noise and vibration. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 8, 289–301. doi:10.1504/IJNVN.2012.051536.
- Schnell, M., Gradtke, M., & Gauterin, F. (2021). Fixture for high-frequency viscoelastic transfer path analysis in application to elastomer sealing rings in electric motors. *Vibration*, 4, 414–421. doi:10.3390/vibration4020027.
- Shitikova, M. V., Kandu, V. V., & Krusser, A. I. (2023). On nonlinear vibrations of an elastic plate on a fractional viscoelastic foundation in a viscoelastic medium in the presence of the one-to-one internal resonance. *Journal of Sound and Vibration*, 549, 117564. doi: 10.1016/j.jsv.2023.117564.
- Stojanovic, N., Belhocine, A., Abdullah, O. I., & Grujic, I. (2023). The influence of the brake pad construction on noise formation, people's health and reduction measures. *Environmental Science and Pollution Research*, 30, 15352–15363. doi:10.1007/s11356-022-23291-3.
- Thakkar, R., & Czekanski, A. (2018, May 27–30). A novel finite strain visco-hyperelasticity based constitutive model for elastomers. In *Proceedings of the Canadian Society for Mechanical Engineering International Congress* (Toronto, Canada). doi:10.25071/10315/35253.
- Tuwa, P. R. N., Molla, T., Noubissie, S., Kingni, S. T., & Rajagopal, K. (2021). Analysis of a quarter car suspension based on a Kelvin–Voigt viscoelastic model with fractional-order derivative. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 137, 103818. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103818.
- Tárrago, M. J. G., Kari, L., Vinolas, J., & Gil-Negrete, N. (2007). Frequency and amplitude dependence of the axial and radial stiffness of carbon-black filled rubber bushings. *Polymer Testing*, 26, 629–638. doi: 10.1016/j.polymertesting.2007.03.011.
- Ungar, E. E., & Kerwin, E. M. (1962). Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts. *Journal of the Acoustical Society of America*, 34, 954–957. doi:10.1121/1.1918227.
- Wang, C. (2023). Sound transmission loss of an automotive floor panel section with cross members. *Applied Acoustics*, 202, 109177. doi: 10.1016/j.apacoust.2022.109177.
- Yoon, B., Kim, J. Y., Hong, U., Oh, M. K., Kim, M., Han, S. B., Nam, J. D., & Suhr, J. (2020). Dynamic viscoelasticity of silica-filled SBR/BR elastomer composites. *Composites Part B: Engineering*, 187, 107865. doi: 10.1016/j.compositesb.2020.107865.
- Zhou, J., Jiang, L., & Khayat, R. E. (2018, May 27–30). Modeling viscoelastomers with nonlinear viscosity. In *Proceedings of the Canadian Society for Mechanical Engineering International Congress* (Toronto, Canada). doi:10.25071/10315/35423.
- Zhou, X. Q., Yu, D. Y., Shao, X. Y., Zhang, S. Q., & Wang, S. (2016). Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review. *Composite Structures*, 136, 460–480. doi: 10.1016/j.compstruct.2015.10.014.
- Âmin, A. F. M. S., Lion, A., Sekita, S., & Okui, Y. (2006). Nonlinear dependence of viscosity in modeling the rate-dependent response of natural and high damping rubbers in compression and shear: Experimental identification and numerical verification. *International Journal of Plasticity*, 22(9), 1610–1657. doi: 10.1016/j.ijplas.2005.

EKLER

- EK 1** Tez onayı.
- EK 2** B.U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygunluk beyanı.
- EK 3** Tez yayınlanma mülkiyet hakları beyanı.
- EK 4** Bursa Uludağ Üniversitesi lisansüstü tez tanıtımı öğrenci ve danışman formu.
- EK 5** Birleşmiş Milletler sürdürülebilir kalkınma hedefleri.

