

BELİRSİZLİK İÇİN KÜME TEORİLERİ VE KARAR VERME PROBLEMLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORHAN DALKILIÇ

**MERSİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİK
ANABİLİM DALI**

**MERSİN
ARALIK- 2019**

**BELİRSİZLİK İÇİN KÜME TEORİLERİ VE KARAR VERME
PROBLEMLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORHAN DALKILIÇ

**MERSİN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

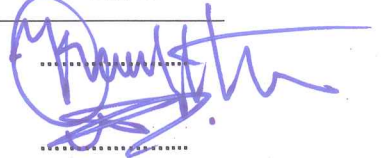
**MATEMATİK
ANABİLİM DALI**

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Naime DEMİRTAŞ**

**MERSİN
ARALIK- 2019**

ONAY

Orhan DALKILIÇ tarafından Dr. Öğr. Üyesi Naime DEMİRTAŞ danışmanlığında hazırlanan “Belirsizlik için Küme Teorileri ve Karar Verme Problemleri” başlıklı çalışma aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından 20/12/2019 tarihinde yapılan Tez Savunma Sınavı sonucunda oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Görevi	Ünvanı, Adı ve Soyadı	İmza
Başkan	Prof. Dr. Kemal AYDIN	
Üye	Dr. Öğr. Üyesi Naime DEMİRTAŞ	
Üye	Dr. Öğr. Üyesi Tuğba Han ŞİMŞEKLER DİZMAN	

Yukarıdaki Jüri kararı Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03/01/2020 tarih ve 2020/05 sayılı kararıyla onaylanmıştır.



Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, tablo ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir.

ETİK BEYAN

Mersin Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğinde belirtilen kurallara uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
 - Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlâk kurallarına uygun olarak sunduğumu,
 - Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
 - Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak kullandığımı,
 - Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
 - Bu tezin herhangi bir bölümünü Mersin Üniversitesi veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı,
 - Tezin tüm telif haklarını Mersin Üniversitesi'ne devrettiğimi
- beyan ederim.

ETHICAL DECLARATION

This thesis is prepared in accordance with the rules specified in Mersin University Graduate Education Regulation and I declare to comply with the following conditions:

- I have obtained all the information and the documents of the thesis in accordance with the academic rules.
- I presented all the visual, auditory and written informations and results in accordance with scientific ethics.
- I refer in accordance with the norms of scientific works about the case of exploitation of others' works.
- I used all of the referred works as the references.
- I did not do any tampering in the used data.
- I did not present any part of this thesis as an another thesis at Mersin University or another university.
- I transfer all copyrights of this thesis to the Mersin University.

20/12/ 2019

İmza / Signature

Orhan DALKILIÇ

ÖZET

BELİRSİZLİK İÇİN KÜME TEORİLERİ VE KARAR VERME PROBLEMLERİ

Tez beş bölümden oluşmuştur.

Birinci bölümde tez konusu tanıtılmış, ikinci bölümde ise tezde kullanılan kavramların literatür bilgileri verildi.

Üçüncü bölümde, bu çalışmada kullanılan ve literatürde yer alan temel tanım ve teoremler sunulmuştur.

Dördüncü bölüm tezin özgün kısmı olup üç alt bölüme ayrılmıştır. Birinci alt bölümde sabit bir parametre kümesi ile bir başlangıç evreninde tanımlı soft topolojik uzaylarda soft αA -küme, soft αB -küme, soft αC -küme ve soft αLC -küme kavramlarını tanımladık ve birbiriyle olan ilişkilerini inceledik. Aynı zamanda soft αA -süreklilik, soft αB -süreklilik, soft αC -süreklilik ve soft αLC -süreklilik kavramlarını çalıştık. Son olarak soft A -süreklilik ve soft α -sürekliliğin dağılımlarını elde ettik. İkinci alt bölümde, sabit bir parametre kümesi kullanılarak bir başlangıç evreni üzerinde tanımlı bipolar soft süzgeçler sunulmaktadır. Aynı zamanda bipolar soft süzgeç tabanı ve alt tabanı kavramları verilmektedir. Üçüncü alt bölümde ise belirsizlik problemlerinin çözümüne yönelik birçok farklı uygulama çalıştık.

Beşinci bölümde ise sonuçlar ve öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Soft küme, Bipolar soft süzgeç, Yapay sinir ağı, Çok kriterli karar verme yöntemleri.

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Naime Demirtaş, Mersin Üniversitesi, Matematik Anabilim Dalı, Mersin.

ABSTRACT

SET THEORIES FOR UNCERTAINTY AND DECISION MAKING PROBLEMS

The thesis was consisted of five chapters.

In the first section, the subject of the thesis is introduced, in the second section, literature knowledges of concepts used in thesis were given.

In the third section, the basic definitions and theorems which used in this thesis and taken place in the literature were presented without proof.

In the fourth section is the original part of thesis and is divided into three sub-sections. In the first sub-section, we introduce the concepts of soft αA -set, soft αB -set, soft αC -set and soft αLC -set in soft topological spaces which are defined over an initial universe with a fixed set of parameters and investigated their relationships with each other. We also introduce the concepts of soft αA -continuity, soft αB -continuity, soft αC -continuity and soft αLC -continuity. Finally, we obtain two decompositions of soft α -continuity and soft A -continuity. In the second sub-section, we present bipolar soft filters which are defined over an initial universe using a fixed parameter set. At the same time, bipolar soft filter base and sub-base concepts are given. In the third sub-section, we tried many different applications for the solution of the problem of uncertainty.

In the fifth section, the results and recommendations were presented.

Keywords: Soft set, Bipolar soft filter, Artificial neural network, Multicriteria decision making methods.

Advisor: Asst. Prof. Naime DEMİRTAŞ, Department of Mathematics, University of Mersin, Mersin.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimimin ilk yılında değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Doç. Dr. Özlem ACAR hocama, tez dönemi boyunca bana güvenen ve yol gösteren, karşılaştığım her türlü sorunda yardımlarını, değerli vakitlerini ve bilgilerini esirgemeyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Naime DEMİRTAŞ hocama, bu eğitimi almamda bana verdikleri destekten dolayı Prof. Dr. Erol YAŞAR hocama, tıp verilerini bizimle paylaşan Necmettin Erbakan Üniversitesi Meram Tıp Fakültesi öğretim üyesi Prof. Dr. Ünal Sert hocama teşekkür ederim. Ayrıca her anlamda desteklerini benden esirgemeyen aileme teşekkür ederim. Son olarak 2210-A Genel Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programı kapsamında sağlanan destekten ötürü TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı birimine teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇ KAPAK	ii
ONAY	iii
ETİK BEYAN	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
TABLOLAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
KISALTMALAR ve SİMGELER	xi
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM	5
3.1. Fuzzy Kümeler	5
3.2. Soft Kümeler	6
3.3. Soft Topolojik Uzaylar	7
3.4. Fuzzy Soft Kümeler	10
3.5. FP-Soft Kümeler	12
3.6. Fuzzy Parametrelili Soft Uzman Kümeler	13
3.7. Bipolar Soft Kümeler	14
4. BULGULAR ve TARTIŞMA	17
4.1. Soft α -Süreklilik ve Soft A-Süreklilik Dağılımları	17
4.2. Bipolar Soft Süzgeçler	24
4.3. Belirsizlik Problemlerinin Çözümü Üzerine Uygulamalar	28
4.3.1. Prostat Kanseri Riskinin Fuzzy TOPSIS Yöntemi Kullanılarak Değerlendirilmesi	28
4.3.1.1. Fuzzy TOPSIS Yöntemi	29
4.3.1.2. Fuzzy TOPSIS Yöntemini Sql Veri Tabanı Kullanarak Visual Studioda Uygulamak	33
4.3.1.3. Fuzzy TOPSIS Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçların YSA Kullanılarak Test Edilmesi	41
4.3.2. FP-Soft Kümeleri Kullanarak Araç Kiralama Konusunda Müşteriye Yardımcı Olabilecek Bir Uygulama	51
4.3.3. Fuzzy Parametrelili Soft Uzman Kümeleri Kullanarak Doktora Alımları için Karar Verici Gruba Yardımcı Olabilecek Bir Uygulama	55
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	61
KAYNAKLAR	62
ÖZGEÇMİŞ	66

TABLÖLER DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 4.3.1. Kriterlerin önem ağırlıkları için dilsel değişkenler ve fuzzy karşılığı	31
Tablo 4.3.2. Değerlendirmeler için dilsel değişkenler ve fuzzy karşılığı	31
Tablo 4.3.3. Belirtilerin önem ağırlıkları	34
Tablo 4.3.4. Birinci doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi	34
Tablo 4.3.5. İkinci doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi	35
Tablo 4.3.6. Üçüncü doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi	35
Tablo 4.3.7. <i>Katılıyorum – FPSES</i>	57
Tablo 4.3.8. <i>Katılmıyorum – FPSES</i>	57

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 4.3.1. Üç numaralı hastanın uzman doktorlarca belirlenmiş dilsel değişkenleri	36
Şekil 4.3.2. Veri tabanında $\tilde{Q}$ fuzzy ağırlık matrisinin hesaplanması	37
Şekil 4.3.3. Veri tabanı kullanarak üç numaralı hasta için adım 3,4,5,6'nın uygulanması	38
Şekil 4.3.4. Veri tabanı kullanarak üç numaralı hasta için adım 7,8,9'un uygulanması	40
Şekil 4.3.5. Fuzzy TOPSIS ana sayfası	41
Şekil 4.3.6. Çok katmanlı algılayıcı model	
https://images.app.goo.gl/SnFnYFjdH9YEZjR98 (Erişim Tarihi 15.06.2019)	43
Şekil 4.3.7. Sinir ağlarının temel çalışma mekanizması	
https://images.app.goo.gl/JnXLq6kjrRjdScwu6 (Erişim Tarihi 12.05.2019)	43
Şekil 4.3.8. Aktivasyon fonksiyon çeşitleri	
https://images.app.goo.gl/XonoxMgsKjGezEXp8 (Erişim Tarihi 17.08.2019)	44
Şekil 4.3.9. Temel bir yapay sinir ağının işleyiş planı	
https://images.app.goo.gl/aycuA8gT7RTuYFdt7 (Erişim Tarihi 21.11.2018)	45
Şekil 4.3.10. MATLAB'a tanıtılan yapay sinir ağının genel görüntüsü	45
Şekil 4.3.11. Yapay sinir ağına verilerin girişi	46
Şekil 4.3.12. Girilecek verilerin eğitim, değerlendirme ve test yapılma yüzdeleri	46
Şekil 4.3.13. Yapay sinir ağının eğitim sonucunun ekran görüntüsü	47
Şekil 4.3.14. Eğitim esnasında değerlendirme sonuçları	48
Şekil 4.3.15. MSE ve epoch grafiği	49
Şekil 4.3.16. Eğitim ve test aşamasındaki hata miktarları	50
Şekil 4.3.17. Ağ eğitim ve test regresyon grafiği	50
Şekil 4.3.18. Yapay sinir ağı sonuçlarının bir kısmı	51
Şekil 4.3.19. Çalışmamızda kullanılan araba çeşitleri	53
Şekil 4.3.20. Uygun araç kiralama ana sayfası	55
Şekil 4.3.21. Çalışmamızdan bir kesit	57
Şekil 4.3.22. Doktora değerlendirme formu ana sayfası	59

KISALTMALAR ve SİMGELER

Kısaltma/Simge	Tanım
X	Evren küme
E	Parametre kümesi
$P(X)$	X 'in güç kümesi
$\emptyset$	Boş küme
μ	Üyelik fonksiyonu
(F, E)	Soft küme
Φ	Boş soft küme
$\tilde{X}$	Tam soft küme
$\sqcup$	Soft birleşim
$\sqcap$	Soft kesişim
$\sqsubseteq$	Soft alt küme
$(F, E)^c$	(F, E) 'nin soft relatif tümleyeni
(X, τ, E)	Soft topolojik uzay
$cl(F, E)$	(F, E) soft kümesinin soft kapanışı
$int(F, E)$	(F, E) soft kümesinin soft içi
F_A	Fuzzy soft küme
$\tilde{F}$	Soft süzgeç
$\tilde{FG}$	Bipolar soft süzgeç
$(F, E)_D$	Fuzzy parametrelili soft uzman küme
(F, G, E)	Bipolar soft küme
$BS(X, E, \neg E)$	Bipolar soft küme ailesi
$SS(X)_E$	Soft küme ailesi
$FS(X)_E$	Fuzzy soft küme ailesi
$FPS(U)$	FP-soft küme ailesi
$\tilde{m}$	Üçgen fuzzy sayı
$\tilde{D}$	Fuzzy matris
$d(\cdot, \cdot)$	Uzaklık ölçümü
CC_i	Yakınlık katsayısı
$RMSE$	Hata kareleri ortalamasının karekökü
$MAPE$	Mutlak hata oranları ortalaması
MSE	Hata kareleri ortalaması
YSA	Yapay sinir ağı

1. GİRİŞ

Birçok araştırmacı tarafından günlük hayatta hemen hemen her alanda karşılaşılabilecek olan belirsizlik durumlarını belirgin bir şekilde ortaya koyma ihtiyacı meydana gelmiştir. Bu yüzden matematikçiler klasik matematiğin belirli ve kesin dünyasından çıkarak belirsiz durumları da içeren teoriler geliştirmeye yöneldiler. Bu teorilerden faydalanarak, günlük hayat problemlerinde sıklıkla karşımıza çıkan çok kriterli karar verme problemleri için çözüm yolları bulunabildi.

Bu tezde, sabit bir parametre kümesi ile bir başlangıç evreni üzerinde verilen bir soft topolojik uzayda soft αA -küme, soft αB -küme, soft αC -küme ve soft αLC -küme kavramlarını tanımladık. Aynı zamanda bir fonksiyonun soft αA -sürekli, soft αB -sürekli, soft αC -sürekli ve soft αLC -sürekli olma durumlarını inceledik ve soft α -süreklilik ve soft A-süreklilik dağılımlarını elde ettik. Daha sonra bipolar soft süzgeç kavramını tanımladık ve ilgili bazı temel özelliklerini inceledik. Ayrıca fuzzy soft küme [43] kavramını vererek fuzzy soft küme üzerinde fuzzy karar metodları kullanılarak uygulamalar yaptık ve FP-soft küme kavramı [4] ve fuzzy parametrelili soft uzman küme [1] kavramlarını vererek bu kümeler ile yapılabilecek uygulamalar üzerinde çalıştık. Tez içinde uygulamalarımızı yaparken “Visual Studio 2017, Microsoft Form App (.Net Framework)” Visual C# programlama dili, “Microsoft SQL Server Management Studio 17” veri tabanı, MATLAB R2013a programlarından faydalandık. Bu sayede belirsizliğin giderilmesine yönelik yapacağımız hataları en aza indirmeye çalıştık.

Günümüzde belirsizliğin ideale yaklaşımını teknolojiye faydalanarak programlamak önem taşımaktadır. Örneğin, birçok insan kullanmış olduğu cep telefonuna çeşitli uygulamalar indirir ve bu uygulamaların ne şekilde çalıştığını yani arka planda neler gerçekleştiğini bilmeseler bile bu uygulamalardan faydalanırlar. İşte biz de belirsiz durumlar için kullanılabilecek algoritmaları tüm insanların kullanabilmesi için yukarıda ifade ettiğimiz üzere çeşitli yazılım ve programlara ihtiyaç duyduk. Bu sayede sonuca dayalı bir belirsizlik sistemini her sınıftan insan kullanabilecektir. Bu amaca yönelik tezimizde üç farklı uygulama geliştirdik. Bunlardan bir tanesi doktorlara prostat kanseri teşhisinde yardımcı olabilecek, Fuzzy TOPSIS yöntemiyle [11] geliştirdiğimiz çalışmadır. Prostat kanseri erkeklerde en çok görülen ikinci kanser tipi olduğundan burada erken teşhis ve buna bağlı olarak erken tedavi çok önemlidir. Dahası bu kanser tipinin kesin teşhisi için biyopsi şarttır. Ancak her tıbbi tetkik ve girişim hem hastanın kendisine hem de ailesine değişik yönlerden külfet getirir (fiziksel, ruhsal ve ekonomik). Bu nedenle, hastalara biyopsi işlemini uygulamak önemli bir karardır. Biz çalışmamızda değerlendirmeyi yapacak olan doktora, her hasta için biyopsiye başvurma gereksiz olabileceğini belirten bir programla yardımcı olmayı hedeflemekteyiz. Tezimizde yer alan diğer

iki uygulama ise günlük hayatta karşılaşılabilecek durumlara birer örnek teşkil etmesi açısından teze eklenmiştir.



2. KAYNAK ARAŞTIRMALARI

Matematik kesin kavram ve sonuçlar üzerine çalışan bir mekanizmadır. Ancak sosyal hayatta özellikle insan faktörü etkisinin hissedildiği tıp, bilgisayar, mühendislik, eğitim gibi alanlardaki belirsizlik durumlarında karar verme problemi bir sorun teşkil etmektedir. Birçok araştırmacı tarafından belirsizliğe karşı bir teori ortaya konmaya çalışılmıştır. Bu teorilerin en ilgi çekeni 1965 yılında Zadeh [41] tarafından tanımlanan fuzzy küme teorisidir. Daha sonra 1982 yılında denklik ilişkilerinden yararlanan Pawlak [45] rough küme teorisini tanımladı. Molodsov [42] 1999 yılında yayınladığı çalışmasında soft küme teorisini tanımladı ve bu teori kısa zamanda pek çok alana uygulandı. 2001 yılında Maji vd. [43] melez bir model olan fuzzy soft küme kavramını tanımladılar. Böylece fuzzy kümeler mantığı soft kümeler ile birlikte incelenmeye başlandı. Ayrıca fuzzy soft küme teorisinin mühendislikte ve medikal bilimde uygulama alanı bulması birçok bilim insanının dikkatini çekmiştir ve bu konu üzerindeki çalışmalar günümüzde de halen devam etmektedir.

Fuzzy parametrelili soft küme kavramı (FP-soft küme) 2011 yılında Çağman vd. [4] tarafından tanımlandı. Fuzzy soft kümede her parametrenin görüntüsü bir fuzzy küme iken FP-soft kümede her parametre için bir soft görüntü bir de $[0,1]$ kapalı aralığında bir görüntü elde edilmektedir. Ayrıca Bashir ve Salleh [1] tarafından 2012 yılında fuzzy parametrelili soft uzman küme teorisine ortaya atılarak fuzzy karar metodları üzerinde uygulamalar yapılmıştır. Son yıllarda Shabir ve Naz [26] ile Karaaslan ve Karataş [46] tarafından bipolar soft küme kavramı farklı şekilde tanımlanmıştır. Açık ki belirsizliğe karşı bipolar soft küme teorisine soft küme teorisinden daha doğru sonuçlara bizi ulaştırır. Çünkü bipolar soft küme teorisinde birbirine zıt iki parametre kümesi kullanılarak belirsizlik durumlarına karşı daha ideal sonuçlar elde edilebildiği görülmektedir.

Küme teorilerinin topolojik yapısı üzerinde birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır. Shabir ve Naz [28] tarafından sabit bir parametre kümesi ile bir başlangıç evreni üzerinde soft topolojik uzay kavramı tanımlanmıştır ve onlar aynı zamanda soft topolojik uzaylar da soft nokta, soft açık küme, soft komşuluk gibi kavramları çalışmışlardır. Çağman ve arkadaşları [47] ise soft topolojik uzayı farklı bir şekilde tanımlamış ve soft housdorf uzay, soft limit noktası, soft kapanış gibi kavramları çalışmışlardır. Ayrıca Roy ve Samanta [48] tarafından soft topolojik uzay yapısı geliştirilmiştir. Topolojik uzay kurma soft kümeler dışında daha birçok küme teorisine de tanımlanmıştır. Örneğin; bipolar soft küme teorisine üzerinde bipolar soft topolojik yapısı Shabir ve Bahktawar [49] tarafından tanıtılmış ve bu topolojik uzayın bazı özellikleri Öztürk [50] tarafından çalışılmıştır.

Soft topolojik uzaylardaki çalışmalar hızla devam ederken birçok araştırmacı bazı küme teorileri üzerinde de çalışmıştır. Örneğin Kannan [51] tarafından soft genelleştirilmiş kapalı ve açık kümeler tanımlanarak ilgili bazı özellikler incelenmiştir. 2012 yılında Mahanta ve Das [35]

semi-açık ve semi-kapalı soft kümeler ile soft semi-sürekliliği incelemişlerdir. Daha sonra Kandil vd. [52] tarafından γ -işlem yardımıyla pre-açık, α -açık, semi-açık ve β -açık soft kümeler tanımlanmıştır ve aynı zamanda soft α -sürekli, soft pre-sürekli, soft semi-sürekli ve soft β -sürekli fonksiyon kavramları verilmiştir. 2013 yılında Chen [31] soft semi açık kümeleri tanımlayarak bazı özelliklerini incelemiştir. Arockiarani ve Arokialany [30] ise soft β -açık küme ve soft pre-açık küme kavramlarını çalışmışlardır. 2014 yılında ise Ergül vd. [53] tarafından soft genelleştirilmiş pre-regüler kapalı kümeler tanımlanmıştır.

Soft küme teorisi üzerinde sadece topolojik yapı kurulmamış süzgeç yapısı da çalışılmıştır. Yüksel vd. [27] sabit bir parametre kümesi ile bir başlangıç evreni üzerinde soft süzgeç kavramını tanımlamış ve ilgili bazı özellikleri incelemişlerdir. Aynı zamanda [27] soft süzgeç yapısından faydalanarak bir soft topolojik uzay tanımlamışlardır.

Günlük hayatta karşılaştığımız birçok belirsizlik problemine karşı geliştirilen küme teorileri en ideal çözüme mümkün olduğunca yaklaşabilmek için ortaya atılmıştır. Tıp alanında bu teorilerden faydalanılarak yapılan pek çok çalışma bu duruma örnek olarak verilebilir. Bu çalışmalardan bir tanesi Sarıtaş [55] tarafından verilen kural tabanlı fuzzy uzman sistemi (FES) dir. Bu sistemde hastanın yaş, prostat hacmi (PV) ve prostat spesifik antijen (PSA) verileri kullanılır ve sistem risk faktörünü hesaplamayı amaçlayarak uzman doktora biyopsinin uygulanıp uygulanmaması hakkında bir fikir vermeyi amaçlar. Ayrıca Benecci [57], hastaların PSA, serbest prostat spesifik antijen (fPSA) ve yaş verilerini kullanarak neuro-fuzzy sistemi geliştirmiştir. Keleş vd. [58] ise prostat kanserinin teşhisinde kullanılan neuro-fuzzy sınıflandırıcıyı yapmışlardır. Sarıtaş vd. [56] hastaların PSA, fPSA ve yaş verilerini kullanarak kanser olup olmadıklarının tahminini sağlayacak yapay sinirsel (neural) ağı geliştirmişlerdir. Yüksel vd. [59] hastaların PSA, prostat hacmi ve yaş faktörlerini kullanarak, fuzzy ve soft kümelere dayalı soft uzman sistem (SES) olarak adlandırılan bir tahmin sistemi oluşturmuşlardır. Yüksel vd. [60], Feng [61]'in soft küme tabanlı grup karar verme yönteminde soft örtü yaklaşımları kullanmış ve prostat kanser riski olan hastalara biyopsi uygulanıp uygulanmaması açısından en uygun seçimi elde etmeyi amaçlayan bir uygulama yapmışlardır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde, tezde yer alan bazı temel tanım ve teorilere yer verilmiştir.

3.1. Fuzzy Kümeler

X , elemanları “ x ” ile gösterilen bir evrensel küme olarak tanımlansın. Bir fuzzy küme, μ_x üyelik fonksiyonuyla ifade edilen elemanlardan oluşur öyle ki bu elemanlar; kümeye tam olarak aitse “1” üyelik derecesine, eğer hiç ait değillerse “0” üyelik derecesine ya da kısmi aitlik söz konusu ise “0 ile 1 arasında” üyelik derecesine sahiptirler [40].

Tanım 3.1.1. X boştan farklı bir küme ve $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ bir fonksiyon olmak üzere $A = \{(x, \mu_A(x)): x \in X\}$ kümesine X üzerinde bir fuzzy küme denir. Burada $\mu_A(x)$ değeri, x elemanının üyelik derecesini belirtir [41].

Tanım 3.1.2. A ve B , X üzerinde iki fuzzy küme olsun. Her $x \in X$ için $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ ise A fuzzy kümesi, B fuzzy kümesinin alt kümesidir denir ve $A \subseteq B$ ile gösterilir [41].

Tanım 3.1.3. A ve B , X üzerinde iki fuzzy küme olsun. Her $x \in X$ için $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ ise A ve B fuzzy kümeleri eşittir denir ve $A = B$ ile gösterilir [41].

Tanım 3.1.4. A ve B , X üzerinde iki fuzzy küme olsun. A ve B fuzzy kümelerinin birleşimi de bir C fuzzy kümesidir. Her $x \in X$ için

$$\mu_C(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (3.1)$$

ile tanımlanır ve $C = A \cup B$ ile gösterilir [41].

Tanım 3.1.5. A ve B , X üzerinde iki fuzzy küme olsun. A ve B fuzzy kümelerinin kesişimi de bir C fuzzy kümesidir. Her $x \in X$ için

$$\mu_C(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (3.2)$$

ile tanımlanır ve $C = A \cap B$ ile gösterilir [41].

3.2. Soft Kümeler

X bir başlangıç evreni ve E , X evrenine göre olası tüm parametrelerin kümesi olsun. Genellikle parametreler; çeşitli karakteristikler ya da X evrenindeki nesnelerin özellikleridir.

Tanım 3.2.1. $P(X)$, X 'in güç kümesini gösterebilir ve A , E 'nin boştan farklı bir alt kümesi olsun. $F: A \rightarrow P(X)$ bir dönüşüm olmak üzere $G = (F, A)$ ikilisine X üzerinde bir soft küme denir [42].

Diğer bir deyişle; X üzerinde bir soft küme, X evreninin alt kümelerinin parametrelenmiş bir ailesidir. $\varepsilon \in A$ için $F(\varepsilon)$, (F, A) soft kümesinin ε -tahmini elemanlarının kümesi gibi düşünülebilir [42].

Bundan sonra, X kümesi üzerindeki bütün soft kümelerin ailesi $SS(X)_E$ ile gösterilecektir.

Tanım 3.2.2. (F, E) , X evreni üzerinde bir soft küme olsun.

- i) Eğer her $e \in E$ için $F(e) = \emptyset$ ise (F, E) boş soft küme olarak adlandırılır ve kısaca $\tilde{\emptyset}$ ile gösterilir [25].
- ii) Eğer her $e \in E$ için $F(e) = X$ ise (F, E) tam soft küme olarak adlandırılır ve kısaca $\tilde{X}$ ile gösterilir [25].

Tanım 3.2.3. (F, A) ve (G, B) , X evreni üzerinde soft kümeler olsun. Eğer $A \subseteq B$ ve her $e \in A$ için $F(e) \subseteq G(e)$ ise (F, A) , (G, B) 'nin bir soft alt kümesidir denir ve $(F, A) \sqsubseteq (G, B)$ şeklinde gösterilir. Eğer (G, B) , (F, A) 'nin bir soft alt kümesi ise (F, A) 'ya (G, B) 'nin bir soft süper kümesi denir ve $(F, A) \supseteq (G, B)$ ile gösterilir [25].

Tanım 3.2.4. (F, A) ve (G, B) , X evreni üzerinde soft kümeler olmak üzere; (F, A) , (G, B) 'nin bir soft alt kümesi ve (G, B) , (F, A) 'nin bir soft alt kümesi ise (F, A) , (G, B) 'ye soft eşittir denir [25].

Tanım 3.2.5. (F, E) soft kümesinin relatif tümleyeni $(F, E)^c$ ile gösterilir ve $(F, E)^c = (F^c, E)$ şeklinde tanımlanır öyle ki her $\alpha \in E$ için $F^c(\alpha) = X \setminus F(\alpha)$ ile verilen $F^c: A \rightarrow P(X)$ bir dönüşümdür [28].

Tanım 3.2.6. (F, A) ve (G, B) , X üzerinde iki soft küme olsun. (F, A) ve (G, B) kümelerinin birleşimi de bir (H, C) soft kümesidir. Burada $C = A \cup B$ olmak üzere (H, C) soft birleşim kümesi her $e \in C$ için $H(e) = F(e) \cup G(e)$ ile elde edilir ve $(H, C) = (F, A) \sqcup (G, B)$ ile gösterilir [25].

Tanım 3.2.7. (F, A) ve (G, B) , X üzerinde iki soft küme olsun. (F, A) ve (G, B) kümelerinin kesişimi de bir (H, C) soft kümesidir. Burada $C = A \cap B$ olmak üzere (H, C) soft kesişim kümesi her $e \in C$ için $H(e) = F(e) \cap G(e)$ ile elde edilir ve $(H, C) = (F, A) \cap (G, B)$ ile gösterilir [25].

3.3. Soft Topolojik Uzaylar

Tanım 3.3.1. X evren kümesi ve E parametre kümesi olsun. X üzerindeki E parametre kümesine bağlı soft kümelerin bir alt ailesi olan τ , aşağıdaki özellikleri sağlarsa, τ ailesine X evreni üzerinde bir soft topoloji denir.

- i) $\Phi, \check{X} \in \tau$,
- ii) τ ailesine ait sonlu ya da sonsuz çokluktaki soft kümelerin birleşimi τ ailesine aittir,
- iii) τ ailesine ait iki soft kümenin kesişimi τ ailesine aittir.

τ ailesinin her elemanına, soft açık küme ve (X, τ, E) üçlüsüne, soft topolojik uzay denir. X evreni üzerindeki (F, E) soft kümesinin relatif tümleyeni olan $(F, E)^c$ soft kümesi, τ ailesine ait ise (F, E) soft kümesine, soft kapalı küme denir. (X, τ, E) soft topolojik uzayındaki bütün soft açık kümelerin ailesini $SOS(X)$ ile göstereceğiz [28].

Tanım 3.3.2. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun.

- i) (F, E) soft kümesinin soft kapanışı $cl(F, E) = \cap \{(G, E) : (G, E) \text{ soft kapalı ve } (F, E) \sqsubseteq (G, E)\}$ soft kümesidir [28].
- ii) (F, E) soft kümesinin soft içi $int(F, E) = \sqcup \{(H, E) : (H, E) \text{ soft açık ve } (H, E) \sqsubseteq (F, E)\}$ soft kümesidir [39].

Açıktır ki, $cl(F, E)$, (F, E) soft kümesini içeren X üzerindeki soft kapalı kümelerin en küçüğüdür ve $int(F, E)$, (F, E) soft kümesinin içerdği X üzerindeki soft açık kümelerin en büyüğüdür.

Aksi belirtilmedikçe, X ve Y (ya da (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K)) uzayları, soft topolojik uzaylar anlamına gelecektir.

Tanım 3.3.3. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun. (F, E) soft kümesi için,

- i) eğer $(F, E) \sqsubseteq cl(int(F, E))$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft semi-açık küme [31],
- ii) eğer $(F, E) \sqsubseteq int(cl(F, E))$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft pre-açık küme [30],
- iii) eğer $(F, E) \sqsubseteq int(cl(int(F, E)))$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft α -açık küme [29]

olarak adlandırılır.

Bir soft semi-açık (soft pre-açık, soft α -açık) kümenin relatif tümleyeni bir soft semi-kapalı (soft pre-kapalı, soft α -kapalı) kümedir. Ayrıca (X, τ, E) soft topolojik uzayındaki bütün soft semi-açık (soft pre-açık, soft α -açık) kümelerin ailesini $SSOS(X)$ ($SPOS(X)$, $S\alpha OS(X)$) ile göstereceğiz.

Tanım 3.3.4. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun. (F, E) 'nin soft semi-kapanışı $cl_s(F, E) = \cap \{(H, E) : (H, E) \text{ soft semi - kapalı ve } (F, E) \sqsubseteq (H, E)\}$ olup $cl_s(F, E)$ soft semi-kapalı bir kümedir [31].

Teorem 3.3.1. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun. O halde $(F, E) \sqsubseteq cl_s(F, E) \sqsubseteq cl(F, E)$ dir [31].

Tanım 3.3.5. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun.

- i) Eğer $(F, E) = cl(int(F, E))$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft regüler kapalı küme [38],
- ii) Eğer (G, E) soft açık bir küme ve (H, E) soft regüler kapalı bir küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft A-küme [37],
- iii) Eğer $int(cl(F, E)) = int(F, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft t-küme [37],
- iv) Eğer (G, E) soft açık bir küme ve (H, E) soft t-küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft B-küme [37],
- v) Eğer $int(cl(int(F, E))) \sqsubseteq (F, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft α^* -küme [36],
- vi) Eğer (G, E) soft açık bir küme ve (H, E) soft α^* -küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft C-küme [36],
- vii) Eğer (G, E) soft açık bir küme ve (H, E) soft kapalı bir küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ ise (F, E) , X soft topolojik uzayı üzerinde soft lokal kapalı küme (kısaca soft LC-küme) [34]

olarak adlandırılır.

(X, τ, E) soft topolojik uzayındaki bütün soft regüler kapalı (soft A-, soft B-, soft C- ve soft LC-) kümelerin ailesini $SRCS(X)$ ($SAS(X)$, $SBS(X)$, $SCS(X)$, $SLCS(X)$) ile göstereceğiz.

Uyarı 3.3.1. (X, τ, E) soft topolojik uzayında;

- i) Her soft açık küme bir soft α -açık kümedir [29].
- ii) Her soft α -açık küme bir soft pre-açık ve soft semi-açık kümedir [29].
- iii) Her soft regüler kapalı küme bir soft kapalı kümedir [38].

- iv) Her soft açık küme bir soft A-kümedir [37].
- v) Her soft A-küme bir soft semi-açık kümedir [37].
- vi) Her soft A-küme bir soft LC-kümedir [34].
- vii) Her soft LC-küme bir soft B-kümedir [34].
- viii) Her soft B-küme bir soft C-kümedir [36].

Tanım 3.3.6. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve (F, E) , X üzerinde bir soft küme olsun. Eğer $cl(F, E) = \tilde{X}$ ise (F, E) soft yoğun küme olarak adlandırılır ve $int(cl(F, E)) = \Phi$ ise (F, E) hiçbir yerde soft yoğun küme değildir [2].

Teorem 3.3.2. $SS(X)_E$ ve $SS(Y)_K$ soft kümelerin iki ailesi olmak üzere $u: X \rightarrow Y$ ve $p: E \rightarrow K$ dönüşümleri verilsin. $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ dönüşümü aşağıda ifade edildiği şekilde tanımlanır:

- i) $(F, E) \in SS(X)_E$ olsun. f_{pu} altında (F, E) soft kümesinin görüntüsü her $y \in K$ için

$$f_{pu}(F)(y) = \begin{cases} \bigcup_{x \in p^{-1}(y) \cap A} u(F(x)) & , p^{-1}(y) \cap A \neq \emptyset \\ \emptyset & , \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilen $SS(Y)_K$ ailesine ait bir soft kümedir ve $f_{pu}(F, E) = (f_{pu}(F), p(E))$ olarak yazılır.

- ii) $(G, K) \in SS(Y)_K$ olsun. f_{pu} altında (G, K) soft kümesinin ters görüntüsü, her $x \in E$ için

$$f_{pu}^{-1}(G)(x) = \begin{cases} u^{-1}(G(p(x))) & , p(x) \in K \\ \emptyset & , \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilen $SS(X)_E$ ailesine ait bir soft kümedir ve $f_{pu}^{-1}(G, K) = (f_{pu}^{-1}(G), p^{-1}(K))$ olarak yazılır [33].

Tanım 3.3.7. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. Eğer her $(G, K) \in \vartheta$ için $f_{pu}^{-1}(G, K) \in \tau$ ise f_{pu} , soft sürekli fonksiyon olarak adlandırılır [39].

Tanım 3.3.8. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun.

- i) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K) \in SSOS(X)$ ise f_{pu} bir soft semi sürekli fonksiyon [35],
- ii) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K) \in S\alpha OS(X)$ ise f_{pu} bir soft α -sürekli fonksiyon [29],
- iii) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K) \in SPOS(X)$ ise f_{pu} bir soft pre-sürekli fonksiyon [29],

- iv) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K)$, X' 'de bir soft A-küme ise f_{pu} bir soft A-sürekli fonksiyon [37],
- v) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K)$, X' 'de bir soft B-küme ise f_{pu} bir soft B-sürekli fonksiyon [37],
- vi) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K)$, X' 'de bir soft C-küme ise f_{pu} bir soft C-sürekli fonksiyon [36],
- vii) Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K)$, X' 'de bir soft LC-küme ise f_{pu} bir soft LC-sürekli fonksiyon [34]

olarak adlandırılır.

Uyarı 3.3.2. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun.

- i) Her soft sürekli fonksiyon soft α -sürekli [29].
- ii) Her soft α -sürekli fonksiyon soft semi-sürekli ve soft pre-sürekli [29].
- iii) Her soft sürekli fonksiyon soft A-sürekli [38].
- iv) Her soft A-sürekli fonksiyon soft semi-sürekli [38].
- v) Her soft A-sürekli fonksiyon soft LC-sürekli [34].
- vi) Her soft LC-sürekli fonksiyon soft B-sürekli [34].
- vii) Her soft B-sürekli fonksiyon soft C-sürekli [36].

3.4. Fuzzy Soft Kümeler

Tanım 3.4.1. A, E parametre kümesinin bir alt kümesi ve

$$f: A \rightarrow I^X$$

bir fonksiyon olmak üzere (f, A) ikilisine X üzerinde bir fuzzy soft küme denir. Yani; her bir $e \in A$ için $f(e)$ 'yi, (f, A) fuzzy soft kümesinin e –yaklaşımli elemanlarının kümesi olarak düşünebiliriz [43].

Maji, Biswas ve Roy [43] tarafından verilen tanım operatörlerde kolaylık sağlaması için Roy ve Samanta [44] tarafından aşağıdaki şekilde genişletilmiştir.

Tanım 3.4.2. A, E parametre kümesinin bir alt kümesi olsun. Buna göre

$$F_A: E \rightarrow I^X, \quad F_A(e) = \begin{cases} F(e), & e \in A \\ 0_X, & e \notin A \end{cases} \quad (3.6)$$

bir fonksiyon olmak üzere F_A, X üzerinde bir fuzzy soft kümedir [44]. $FS(X)_E$ ile (X, E) üzerindeki tüm fuzzy soft kümelerin ailesi gösterilmektedir.

Tanımlardan anlaşılacağı üzere; Maji, Biswas ve Roy tarafından tanımlanan fuzzy soft küme tanımında parametrelerin tümü hakkında bilgiye ulaşamayabiliriz. Fakat Roy ve Samanta tarafından verilen fuzzy soft kümede evrensel parametre kümesindeki her bir eleman hakkında bilgiye sahip oluruz.

Tanım 3.4.3. $A, B \subset E$ olacak şekilde F_A ve G_B, X üzerinde iki fuzzy soft küme olsun. Eğer her $e \in E$ için $F_A(e) \subset G_B(e)$ sağlanıyorsa F_A, G_B 'nin bir fuzzy soft alt kümesidir ve $F_A \sqsubseteq G_B$ şeklinde gösterilir [44].

Eğer $F_A \sqsubseteq G_B$ ve $G_B \sqsubseteq F_A$ ise F_A ile G_B eşittir denir ve $F_A = G_B$ şeklinde gösterilir [44].

Tanım 3.4.4. $A \subset E$ olacak şekilde F_A, X üzerinde bir fuzzy soft küme olsun. Her $e \in E$ için $F_A(e) = 0_X$ ise F_A fuzzy soft kümesi boş fuzzy soft küme olarak adlandırılır ve Φ ile gösterilir [47].

Tanım 3.4.5. F_E, X üzerinde bir fuzzy soft küme olsun. Her $e \in E$ için $F_E(e) = 1_X$ ise F_E fuzzy soft kümesi evrensel fuzzy soft küme olarak adlandırılır ve $\tilde{E}$ ile gösterilir [44].

Tanım 3.4.6. $F_A, G_B \in FS(X)_E$ olsun. F_A ve G_B fuzzy soft kümelerinin birleşimi de bir H_C fuzzy soft kümesidir. Burada, $C = A \cup B$ olmak üzere H_C fuzzy soft birleşim kümesi her $e \in E$ için, $H_C(e) = F_A(e) \cup G_B(e)$ yardımıyla elde edilir ve $H_C = F_A \sqcup G_B$ şeklinde gösterilir [44].

Tanım 3.4.7. $F_A, G_B \in FS(X)_E$ olsun. F_A ve G_B fuzzy soft kümelerinin kesişimi de bir H_C fuzzy soft kümesidir. Burada, $C = A \cap B$ olmak üzere H_C fuzzy soft kesişim kümesi her $e \in E$ için, $H_C(e) = F_A(e) \cap G_B(e)$ yardımıyla elde edilir ve $H_C = F_A \sqcap G_B$ şeklinde gösterilir [44].

3.5. FP-Soft Kümeler

Bu alt bölüm boyunca U evrensel küme ve E parametre kümesi olarak kabul edilecektir.

Tanım 3.5.1. A, E parametre kümesinin bir alt kümesi ve X, E üzerinde bir fuzzy küme olsun. U evrensel kümesi üzerindeki bir F_X FP-soft kümesi

$$F_X = \{(\mu_X(x)/x, f_X(x)) : x \in E, f_X(x) \in P(U), \mu_X(x) \in [0,1]\} \quad (3.7)$$

ile elde edilir. Burada $f_X: E \rightarrow P(U)$ fonksiyonu yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır. $\mu_X: E \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ise FP- soft kümenin üyelik fonksiyonu olarak adlandırılır. Burada $\mu_X(x) = 0$ ise $f_X(x) = \emptyset$ dir. $\mu_X(x)$ değeri x parametresinin karar veren kişi için önemlilik derecesini belirtir [4].

U üzerinde tanımlanabilecek tüm FP-soft kümelerin kümesi $FPS(U)$ ile gösterilecektir.

Tanım 3.5.2. $F_X \in FPS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için $f_X(x) = \emptyset$ ise F_X, X –boş FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\emptyset_X}$ ile gösterilir. Eğer $X = \emptyset$ ise F_X boş FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\emptyset}$ ile gösterilir [4].

Tanım 3.5.3. $F_X \in FPS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için $f_X(x) = U$ ise F_X, X –evrensel FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\bar{X}}$ ile gösterilir. Eğer $X = E$ ise F_X, X –evrensel FP-soft kümesi evrensel FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\bar{E}}$ ile gösterilir [4].

Tanım 3.5.4. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. Eğer her $x \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subset f_Y(x)$ ise, o zaman F_X, F_Y nin FP-soft altkümesidir ve $F_X \sqsubseteq F_Y$ ile gösterilir [4].

Tanım 3.5.5. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. Eğer her $x \in E$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) = f_Y(x)$ ise, o zaman F_X ve F_Y kümeleri FP-soft eşittir denir ve $F_X = F_Y$ ile gösterilir [4].

Tanım 3.5.6. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X, F_Y FP-soft kümelerinin birleşimi her $x \in E$ için $\mu_{X \cup Y}(x) = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve üyelik fonksiyonu $f_{X \cup Y}(x) = f_X(x) \cup f_Y(x)$ yaklaşım fonksiyonu yardımıyla elde edilir ve $F_X \sqcup F_Y$ olarak gösterilir [4].

Tanım 3.5.7. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X, F_Y FP-soft kümelerinin kesişimi her $x \in E$ için $\mu_{X \cap Y}(x) = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve üyelik fonksiyonu $f_{X \cap Y}(x) = f_X(x) \cap f_Y(x)$ yaklaşım fonksiyonu yardımıyla elde edilir ve $F_X \sqcap F_Y$ olarak gösterilir [4].

3.6. Fuzzy Parametrelili Soft Uzman Kümeler

Bu alt bölüm boyunca U evrensel küme ve E parametre kümesi olarak kabul edilecektir.

Tanım 3.6.1. U evrensel küme, E evrensel parametrelerin kümesi, I^E E nin fuzzy alt kümelerinin kümesi, X uzmanların kümesi ve $O = \{1 = \textit{katılıyorum}, 0 = \textit{katılmıyorum}\}$ fikirlerin kümesi olsun. $D \subset I^E$ olmak üzere $Z = D \times X \times O$ olsun.

$$Z = \{(d, x, o) : d \in D, x \in X, o \in O\} \quad (3.8)$$

kümesine Z kartezyen çarpımı denir [1].

Tanım 3.6.2. $P(U)$, U nun kuvvet kümesi ve $D \subset I^E$, $A \subset Z$ olmak üzere $F, F_D : A \rightarrow P(U)$ şeklinde verilen bir dönüşüm olmak üzere $(F, A)_D$ çifti, U üzerinde fuzzy parametrelili soft uzman küme (FPSES) olarak adlandırılır [1].

Tanım 3.6.3. $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$, U üzerinde iki FPSES olsun. Eğer

i) $A \subset B$,

ii) Her $x \in U$ için $F_D(x) \subset G_K(x)$

koşulları sağlanıyorsa $(F, A)_D$, $(G, B)_K$ nin fuzzy parametrelili soft uzman alt kümesidir denir ve $(F, A)_D \sqsubseteq (G, B)_K$ ile gösterilir [1].

Tanım 3.6.4. $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$, U üzerinde iki FPSES olsun. $(F, A)_D \subset (G, B)_K$ ve $(G, B)_K \subset (F, A)_D$ ise $(F, A)_D$ ile $(G, B)_K$ eşittir denir ve $(F, A)_D = (G, B)_K$ ile gösterilir [1].

Tanım 3.6.5. $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$, U üzerinde iki FPSES olsun. R, D ile K fuzzy kümelerinin birleşimi ve $C = R \times X \times O$ olmak üzere $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$ nin birleşimi her $\varepsilon \in C$ için, $H_R(\varepsilon) = F_D(\varepsilon) \cup G_K(\varepsilon)$ yardımıyla elde edilir ve $(H, C)_R = (F, A)_D \sqcup (G, B)_K$ ile gösterilir [1].

Tanım 3.6.6. $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$, U üzerinde iki FPSES olsun. R, D ile K fuzzy kümelerinin kesişimi ve $C = R \times X \times O$ olmak üzere $(F, A)_D$ ve $(G, B)_K$ nin kesişimi her $\varepsilon \in C$ için, $H_R(\varepsilon) = F_D(\varepsilon) \cap G_K(\varepsilon)$ yardımıyla elde edilir ve $(H, C)_R = (F, A)_D \sqcap (G, B)_K$ ile gösterilir [1].

Tanım 3.6.7. $(F, A)_D$ bir FPSES olsun. Bütün uzmanların *katılıyorum* dediği FPSES,

$$(F, A)_{D_1} = \{F_D(\varepsilon) : \varepsilon \in D \times X \times \{1\}\} \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilir ve $(F, A)_D$ nin *katılıyorum – fuzzy parametrelili soft uzman kümesi* olarak adlandırılır [1].

Tanım 3.6.8. $(F, A)_D$ bir FPSES olsun. Bütün uzmanların *katılmıyorum* dediği FPSES,

$$(F, A)_{D_0} = \{F_D(\varepsilon) : \varepsilon \in D \times X \times \{0\}\} \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir ve $(F, A)_D$ nin *katılmıyorum – fuzzy parametrelili soft uzman kümesi* olarak adlandırılır [1].

3.7. Bipolar Soft Kümeler

Bu alt bölüm boyunca X bir başlangıç evreni ve E bir parametre kümesi olarak simgeleneyecektir. Ayrıca $P(X)$, X başlangıç evreninin güç kümesi ve A, B, C kümeleri ise E parametre kümesinin boştan farklı alt kümeleri olarak ifade edilecektir.

Tanım 3.7.1. $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ bir parametre kümesi olsun. E nin DEĞİL kümesi her i için $\neg e_i = \text{değil } e_i$ olmak üzere $\neg E = \{\neg e_1, \neg e_2, \dots, \neg e_n\}$ şeklinde tanımlanır ve $\neg E$ sembolü ile ifade edilir [25].

Tanım 3.7.2. (F, G, A) üçlüsü $F: A \rightarrow P(X)$ ve $G: \neg A \rightarrow P(X)$ dönüşümleri ile X üzerinde bir bipolar soft küme olarak adlandırılır. Burada her $e \in A$ için $F(e) \cap G(\neg e) = \emptyset$ olmalıdır [26].

Bundan sonra X kümesi üzerindeki bütün bipolar soft kümelerin ailesi $BS(X, E, \neg E)$ ile gösterilecektir.

Tanım 3.7.3. X başlangıç evreni üzerinde alınan bir (F, G, A) bipolar soft kümesi eğer her $e \in A$ için $F(e) = \emptyset$ ve her $\neg e \in \neg A$ için $G(\neg e) = X$ eşitliklerini gerçekleştiriyor ise (F, G, A) bipolar soft kümesine bağlı boş bipolar soft küme denir ve kısaca $(\Phi, \tilde{X}, A)$ ile gösterilir. Burada E parametre kümesini ele aldığımızda bağlı boş bipolar soft kümeye, X üzerinde bir boş bipolar soft küme denir ve kısaca $(\Phi, \tilde{X}, E)$ ile gösterilir.

Tanım 3.7.4. X başlangıç evreni üzerinde alınan bir (F, G, A) bipolar soft kümesi eğer her $e \in A$ için $F(e) = X$ ve her $\neg e \in \neg A$ için $G(\neg e) = \emptyset$ eşitliklerini gerçekleştiriyor ise (F, G, A) bipolar soft

kümesine bağlı tam bipolar soft küme denir ve kısaca $(\tilde{X}, \Phi, A)$ ile gösterilir. Burada E parametre kümesini ele aldığımızda bağlı tam bipolar soft kümeye, X üzerinde bir tam bipolar soft küme denir ve kısaca $(\tilde{X}, \Phi, E)$ ile gösterilir.

Tanım 3.7.5. (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) , X başlangıç evreni üzerinde iki bipolar soft küme olsun. (F, G, A) kümesinin (F_1, G_1, B) 'nin bipolar soft alt kümesi olması için aşağıda verilen iki koşulu gerçeklemesi gerekir:

- i) $A \subseteq B$
- ii) Her $e \in A$ için $F(e) \subseteq F_1(e)$ ve $G_1(\neg e) \subseteq G(\neg e)$

O halde bu ilişki $(F, G, A) \subseteq (F_1, G_1, B)$ şeklinde yazılır. Benzer şekilde (F_1, G_1, B) kümesi (F, G, A) 'nın bir bipolar soft alt kümesi ise $(F, G, A) \supseteq (F_1, G_1, B)$ şeklinde yazılır [26].

Tanım 3.7.6. X başlangıç evreni üzerinde (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) bipolar soft kümelerinin eşit olması için (F, G, A) , (F_1, G_1, B) 'nin bipolar soft alt kümesi ve (F_1, G_1, B) , (F, G, A) 'nın bipolar soft alt kümesi olmalıdır [26].

Tanım 3.7.7. (F, G, A) bipolar soft kümesinin tümleyeni, her $e \in A$ için $F^c(e) = G(\neg e)$ ve $G^c(\neg e) = F(e)$ olacak şekilde F^c ve G^c dönüşümleriyle $(F, G, A)^c = (F^c, G^c, A)$ şeklinde tanımlanır ve $(F, G, A)^c$ biçiminde gösterilir [26].

Tanım 3.7.8. X başlangıç evreni üzerindeki (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) bipolar soft kümelerinin genişletilmiş birleşimi her $e \in C$ için ve $C = A \cup B$ olmak üzere X üzerinde (H, I, C) bipolar soft kümesidir öyle ki;

$$H(e) = \begin{cases} F(e), & e \in A - B \\ F_1(e), & e \in B - A \\ F(e) \cup F_1(e), & e \in A \cap B \end{cases} \quad (3.11)$$

$$G(\neg e) = \begin{cases} G(\neg e), & \neg e \in A - B \\ G_1(\neg e), & \neg e \in B - A \\ G(\neg e) \cap G_1(\neg e), & \neg e \in A \cap B \end{cases} \quad (3.12)$$

Bu ifade $(F, G, A) \tilde{\cup} (F_1, G_1, B) = (H, I, C)$ şeklinde gösterilir [26].

Tanım 3.7.9. X başlangıç evreni üzerindeki (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) bipolar soft kümelerinin genişletilmiş kesişimi her $e \in C$ için ve $C = A \cup B$ olmak üzere X üzerinde (H, I, C) bipolar soft kümesidir öyle ki;

$$H(e) = \begin{cases} F(e), & e \in A - B \\ F_1(e), & e \in B - A \\ F(e) \cap F_1(e), & e \in A \cap B \end{cases} \quad (3.13)$$

$$G(\neg e) = \begin{cases} G(\neg e), & \neg e \in A - B \\ G_1(\neg e), & \neg e \in B - A \\ G(\neg e) \cup G_1(\neg e), & \neg e \in A \cap B \end{cases} \quad (3.14)$$

Bu ifade $(F, G, A) \tilde{\cap} (F_1, G_1, B) = (H, I, C)$ şeklinde gösterilir [26].

Tanım 3.7.10. X başlangıç evreni üzerindeki (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) bipolar soft kümelerinin kısıtlanmış birleşimi her $e \in C$ için ve $C = A \cap B$ olmak üzere X üzerinde (H, I, C) bipolar soft kümesidir öyle ki;

$$H(e) = F(e) \cup G(e), \quad (3.15)$$

$$I(\neg e) = F_1(\neg e) \cap G_1(\neg e). \quad (3.16)$$

Bu ifade $(F, G, A) \cup_{\mathfrak{R}} (F_1, G_1, B) = (H, I, C)$ şeklinde gösterilir [26].

Tanım 3.7.11. X başlangıç evreni üzerindeki (F, G, A) ve (F_1, G_1, B) bipolar soft kümelerinin kısıtlanmış kesişimi her $e \in C$ için ve $C = A \cap B$ olmak üzere X üzerinde (H, I, C) bipolar soft kümesidir öyle ki;

$$H(e) = F(e) \cap G(e), \quad (3.17)$$

$$I(\neg e) = F_1(\neg e) \cup G_1(\neg e). \quad (3.18)$$

Bu ifade $(F, G, A) \cap_{\mathfrak{R}} (F_1, G_1, B) = (H, I, C)$ şeklinde gösterilir [26].

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

4.1. Soft α -Süreklilik ve Soft A-Süreklilik Dağılımları

Tanım 4.1.1. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olsun. X üzerindeki bir (F, E) soft kümesine,

- i) eğer (G, E) soft α -açık ve (H, E) soft regüler kapalı küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \sqcap (H, E)$ ise bir soft αA -küme,
- ii) eğer (G, E) soft α -açık ve (H, E) soft t-küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \sqcap (H, E)$ ise bir soft αB -küme,
- iii) eğer (G, E) soft α -açık küme ve $\text{int}(cl(\text{int}(H, E))) \sqsubseteq (H, E)$ olmak üzere $(F, E) = (G, E) \sqcap (H, E)$ ise bir soft αC -küme,
- iv) eğer (G, E) soft α -açık ve (H, E) soft kapalı olmak üzere $(F, E) = (G, E) \sqcap (H, E)$ ise bir soft αLC -küme

denir.

Bir (X, τ, E) soft topolojik uzayındaki bütün soft αA -(soft αB -, soft αC - ve soft αLC -) kümelerin ailesini $S\alpha AS(X)$ ($S\alpha BS(X)$, $S\alpha CS(X)$ ve $S\alpha LCS(X)$) ile göstereceğiz.

Teorem 4.1.1. (X, τ, E) soft topolojik uzayı için aşağıda verilenler doğrudur.

- i) Her soft A-küme bir soft αA -kümedir.
- ii) Her soft B-küme bir soft αB -kümedir.
- iii) Her soft C-küme bir soft αC -kümedir.
- iv) Her soft LC-küme bir soft αLC -kümedir.

İspat. Her soft açık küme bir soft α -açık küme olduğundan ispat açıktır.

Örnek 4.1.1. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ evren kümesi ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametre kümesi verilmiş olsun. $(F, E) = \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2\})\}$, X üzerinde bir soft küme olmak üzere $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F, E)\}$ ailesini alalım. Bu aile X üzerinde bir soft topolojidir ve böylece (X, τ, E) , X üzerinde bir soft topolojik uzay belirtir.

Şimdi, X üzerinde $(G, E) = \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_2\})\}$ soft kümesini alalım. $(G, E) \sqsubseteq \text{int}(cl(\text{int}(G, E))) = \tilde{X}$ olduğundan (G, E) soft α -açık kümedir. Ayrıca $\tilde{X}$ regüler kapalı olduğu için $(G, E) = (G, E) \sqcap \tilde{X}$ şeklinde yazabiliriz. Böylece (G, E) soft αA -kümedir, fakat bir soft A-küme değildir.

Örnek 4.1.2. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametre kümesi ve $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F_1, E), (F_2, E), \dots, (F_{15}, E)\}$ ailesini alalım. Bu aile içindeki soft kümeler;

$$\begin{aligned}
(F_1, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2, x_3\}), (e_3, \{x_1, x_4\})\}, \\
(F_2, E) &= \{(e_1, \{x_2, x_4\}), (e_2, \{x_1, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2, x_4\})\}, \\
(F_3, E) &= \{(e_1, \emptyset), (e_2, \{x_3\}), (e_3, \{x_1\})\}, \\
(F_4, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2, x_4\}), (e_2, X), (e_3, X)\}, \\
(F_5, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_4\}), (e_3, \{x_2\})\}, \\
(F_6, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2\}), (e_3, \emptyset)\}, \\
(F_7, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2, x_4\})\}, \\
(F_8, E) &= \{(e_1, \emptyset), (e_2, \{x_4\}), (e_3, \{x_2\})\}, \\
(F_9, E) &= \{(e_1, X), (e_2, X), (e_3, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\
(F_{10}, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2\})\}, \\
(F_{11}, E) &= \{(e_1, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_2, X), (e_3, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\
(F_{12}, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2, x_4\})\}, \\
(F_{13}, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2, x_4\}), (e_3, \{x_2\})\}, \\
(F_{14}, E) &= \{(e_1, \{x_3, x_4\}), (e_2, \{x_1, x_2\}), (e_3, \emptyset)\}, \\
(F_{15}, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_2, x_3\}), (e_3, \{x_1\})\}
\end{aligned}$$

olacak şekilde verilsin. τ ailesi X üzerinde bir soft topoloji tanımlar ve böylece (X, τ, E) , X üzerinde bir soft topolojik uzaydır. $(H, E) = \{(e_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2\})\}$ soft kümesi X üzerinde bir soft α -açık kümedir, fakat soft açık küme değildir. Ayrıca $(F_{15}, E)^c$ soft kapalı bir küme olduğundan aynı zamanda bir soft t-kümedir. Böylece $(G, E) = (H, E) \sqcap (F_{15}, E)^c = \{(e_1, \{x_2, x_3\}), (e_2, \{x_4\}), (e_3, \{x_2\})\}$ bir soft αB -kümedir fakat bir soft B-küme değildir.

Örnek 4.1.3. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametre kümesini ele alalım. Örnek 4.1.2.'de X üzerinde tanımlanan τ topolojisini ve $(G, E) = \{(e_1, \{x_2, x_3\}), (e_2, \{x_4\}), (e_3, \{x_2\})\}$ soft kümesini alalım. (G, E) bir soft αC -kümedir fakat bir soft C-küme değildir.

Örnek 4.1.4. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametre kümesini ele alalım. Örnek 4.1.2.'de X üzerinde tanımlanan τ topolojisini ve $(H, E) = \{(e_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_3, x_4\}), (e_3, \{x_1, x_2\})\}$ soft kümesini alalım. $(G, E) = (H, E) \sqcap (F_5, E)^c = \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \{x_3\}), (e_3, \{x_1\})\}$ bir soft αLC -kümedir fakat bir soft LC-küme değildir.

Önerme 4.1.1. Bir (X, τ, E) soft topolojik uzayında her soft αA -küme bir soft αLC -kümedir.

İspat. Her soft regüler kapalı küme soft kapalı olduğundan ispat açıktır.

Örnek 4.1.5. $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2\}$ parametre kümesi ve $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F_1, E), (F_2, E), \dots, (F_{11}, E)\}$ ailesini alalım. Bu aile içindeki soft kümeler;

$$\begin{aligned}(F_1, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_1\})\}, \\(F_2, E) &= \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \{x_2\})\}, \\(F_3, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_2\})\}, \\(F_4, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (e_2, \{x_1, x_3\})\}, \\(F_5, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2, x_4\}), (e_2, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\(F_6, E) &= \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \emptyset)\}, \\(F_7, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (e_2, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\(F_8, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (e_2, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\(F_9, E) &= \{(e_1, X), (e_2, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\(F_{10}, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_2, x_3\})\}, \\(F_{11}, E) &= \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_3\})\}\end{aligned}$$

olacak şekilde verilsin. τ ailesi X üzerinde bir soft topoloji tanımlar ve böylece (X, τ, E) , X üzerinde bir soft topolojik uzaydır. X üzerinde $(G, E) = (F_9, E) \cap (F_{11}, E)^c = \{(e_1, \{x_3, x_4\}), (e_2, \{x_2\})\}$ soft kümesini alalım. (G, E) soft LC-küme olduğundan aynı zamanda soft αLC -kümedir fakat (G, E) bir soft αA -küme değildir.

Önerme 4.1.2. Bir (X, τ, E) soft topolojik uzayında her soft αB -küme bir soft αC -kümedir.

İspat. (F, E) bir soft αB -küme olsun. O halde $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ olacak şekilde en az bir (G, E) soft α -açık kümesi ve (H, E) soft t-kümesi vardır. (H, E) bir soft t-küme olduğundan $\text{int}(cl(H, E)) = \text{int}(H, E)$ eşitliğini sağladığını biliyoruz. Buradan $\text{int}(cl(\text{int}(H, E))) \subseteq \text{int}(cl(H, E)) = \text{int}(H, E) \subseteq (H, E)$ elde ederiz. Dolayısıyla (F, E) bir soft αC -kümedir.

Örnek 4.1.6. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2\}$ parametre kümesi ve $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F_1, E), (F_2, E), (F_3, E)\}$ ailesini alalım. Bu aile içindeki soft kümeler;

$$\begin{aligned}(F_1, E) &= \{(e_1, \{x_1\}), (e_2, \{x_1\})\}, \\(F_2, E) &= \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \{x_2\})\},\end{aligned}$$

$$(F_3, E) = \{(e_1, \{x_1, x_2\}), (e_2, \{x_1, x_2\})\}$$

olacak şekilde verilsin. τ ailesi X üzerinde bir soft topoloji tanımlar ve böylece (X, τ, E) , X üzerinde bir soft topolojik uzaydır. $(G, E) = \{(e_1, \{x_3\}), (e_2, \{x_1, x_3\})\}$ soft kümesini ele alalım. $\text{int}(cl(\text{int}(G, E))) = \text{int}(G, E)$ olduğundan (G, E) bir soft α^* -kümedir. Böylece aynı zamanda soft C-küme ve soft αC -kümedir fakat (G, E) bir soft αB -küme değildir.

Önerme 4.1.3. Bir (X, τ, E) soft topolojik uzayında her soft αLC -küme bir soft αB -kümedir.

İspat. $cl(H, E) = (H, E)$ ve (G, E) soft α -açık küme olmak üzere $(G, E) \sqcap (H, E)$ şeklinde bir soft αLC -kümesini ele alalım. Buradan $\text{int}(cl(H, E)) = \text{int}(H, E)$ yazılabileceğinden ispat açıktır.

Örnek 4.1.7. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ evren kümesi, $E = \{e_1, e_2\}$ parametre kümesi ve $\tau = \{\Phi, \tilde{X}, (F_1, E), (F_2, E), (F_3, E)\}$ ailesini alalım. Bu aile içindeki soft kümeler;

$$\begin{aligned}(F_1, E) &= \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \{x_2\})\}, \\(F_2, E) &= \{(e_1, \{x_3\}), (e_2, \{x_3\})\}, \\(F_3, E) &= \{(e_1, \{x_2, x_3\}), (e_2, \{x_2, x_3\})\}\end{aligned}$$

olacak şekilde verilsin. τ ailesi X üzerinde bir soft topoloji tanımlar ve böylece (X, τ, E) , X üzerinde bir soft topolojik uzaydır. $(G, E) = \{(e_1, \{x_2\}), (e_2, \{x_1, x_2\})\}$ bir soft αB -kümedir fakat bir soft αLC -küme değildir.

Lemma 4.1.1. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay, $(F, E) \in S\alpha OS(X)$ ve $(G, E) \in SSOS(X)$ olsun. O halde $(F, E) \sqcap (G, E) \in SSOS(X)$ elde edilir [32].

Önerme 4.1.4. Bir (X, τ, E) soft topolojik uzayında her soft αA -küme bir soft semi-açık kümedir.

İspat. $cl(\text{int}(H, E)) = (H, E)$ ve (G, E) soft α -açık küme olmak üzere $(G, E) \sqcap (H, E)$ şeklinde bir soft αA -kümesini ele alalım. Dolayısıyla (H, E) soft semi-açık kümedir. Lemma 4.1.1.'den $(G, E) \sqcap (H, E)$ 'nin soft semi-açık bir küme olduğu kolaylıkla görülür.

Teorem 4.1.2. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olmak üzere $SAS(X) = SSOS(X) \cap SLCS(X)$ eşitliği doğrudur [34].

Teorem 4.1.3. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olmak üzere $SAS(X) = S\alpha AS(X) \cap SLCS(X)$ eşitliği doğrudur.

İspat. Her soft αA -küme Önerme 4.1.4.'ten soft semi-açık bir küme olmakla birlikte Teorem 4.1.2.'den $SAS(X) = SSOS(X) \cap SLCS(X)$ eşitliğini de sağlar. Böylece $S\alpha AS(X) \cap SLCS(X) \subseteq SSOS(X) \cap SLCS(X) = SAS(X)$ ifadesi yazılabileceğinden $S\alpha AS(X) \cap SLCS(X) \subseteq SAS(X)$ elde edilir. Teorem 4.1.1.'den her soft A -kümenin bir soft αA -küme olduğunu biliyoruz. Bu durumda $SAS(X) = SSOS(X) \cap SLCS(X)$ eşitliği kullanılarak $SAS(X) \subseteq SLCS(X)$ elde edilir ve böylece $SAS(X) \subseteq S\alpha AS(X) \cap SLCS(X)$ ifadesi bulunur.

Önerme 4.1.5. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olsun. X üzerindeki (F, E) soft kümesinin bir soft α -açık kümesi olması için gerek yeter koşul (G, E) soft açık küme ve (H, E) hiçbir yerde yoğun olmayan soft küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \setminus (H, E)$ olmasıdır.

İspat. (F, E) bir soft α -açık küme olsun. O halde $(F, E) = \text{int} \left(\text{cl}(\text{int}(F, E)) \right) \setminus \left(\text{int} \left(\text{cl}(\text{int}(F, E)) \right) \setminus (F, E) \right)$ yazılabileceğinden $\text{int} \left(\text{cl}(\text{int}(F, E)) \right) \setminus (F, E)$ ifadesinin hiçbir yerde yoğun olmayan bir soft küme olduğu açıktır.

Tersine (G, E) soft açık bir küme ve (H, E) hiçbir yerde yoğun olmayan bir soft küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \setminus (H, E)$ olduğunu kabul edelim. Kolayca görülebilir ki $(G, E) \subseteq \text{cl}(\text{int}(F, E))$ ve sonuç olarak $\text{int} \left(\text{cl}(\text{int}(F, E)) \right) \supseteq (G, E) \supseteq (F, E)$ elde edilir. Böylece (F, E) bir soft α -açık kümedir.

Önerme 4.1.6. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olsun. X üzerindeki (F, E) soft kümesinin bir soft αB -küme olması için gerek yeter koşul (G, E) soft B -kümesi ve $\text{int}(H, E)$ soft yoğun kümesi için $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ olmasıdır.

İspat. (F, E) bir soft αB -küme olsun. O halde (G, E) bir soft α -açık küme ve (H, E) bir soft t -küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \cap (H, E)$ yazılabilir. Önerme 4.1.5. kullanılarak (G_1, E) soft açık bir küme ve $\text{int}(G_2, E)$ soft yoğun bir küme olmak üzere $(G, E) = (G_1, E) \cap (G_2, E)$ elde edilir. Böylece $(F, E) = (G, E) \cap (H, E) = ((G_1, E) \cap (G_2, E)) \cap (H, E) = ((G_1, E) \cap (H, E)) \cap (G_2, E)$ bulunur ki burada $(G_1, E) \cap (H, E)$ bir soft B -küme ve $\text{int}(G_2, E)$ bir soft yoğun kümedir.

Tersine (H, E) soft B -küme ve $\text{int}(G_2, E)$ bir soft yoğun küme olmak üzere $(F, E) = (H, E) \cap (G_2, E)$ olduğunu kabul edelim. (H, E) bir soft B -küme olduğu için $(H, E) = (G_1, E) \cap (H_1, E)$ olacak şekilde bir (G_1, E) soft açık kümesi ve bir (H_1, E) soft t -kümesi vardır. Böylece $(F, E) = (H, E) \cap (G_2, E) = ((G_1, E) \cap (H_1, E)) \cap (G_2, E) = ((G_1, E) \cap (G_2, E)) \cap (H_1, E)$ elde

edilir. Önerme 4.1.5.'ten $(G_1, E) \sqcap (G_2, E)$ bir soft α -açık küme ve (H_1, E) ise bir soft t-küme olduğundan (F, E) bir soft αB -kümedir.

Teorem 4.1.4. (X, τ, E) soft topolojik uzayında (F, E) soft kümesinin soft semi-kapalı olması için gerek ve yeter koşul $\text{int}(cl(F, E)) \sqsubseteq (F, E)$ olmasıdır [31].

Teorem 4.1.5. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay ve $(F, E) \in SS(X)_E$ olsun. (F, E) 'nin soft semi-kapalı olması için gerek ve yeter koşul $(F, E) = (F, E) \sqcup \text{int}(cl(F, E))$ olmasıdır [32].

Önerme 4.1.7. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olsun. (F, E) 'nin soft αB -küme olması için gerek ve yeter koşul bazı $(G, E) \in S\alpha OS(X)$ için $(F, E) = (G, E) \sqcap cl_s(F, E)$ olmasıdır.

İspat. (F, E) bir soft αB -küme olsun. O halde (G, E) soft α -açık küme ve (H, E) soft t-küme olmak üzere $(F, E) = (G, E) \sqcap (H, E)$ 'dir. Burada $(F, E) \sqsubseteq (G, E)$ ve $(F, E) \sqsubseteq (H, E)$ olduğundan Teorem 4.1.5. gereğince $cl_s(F, E) \sqsubseteq cl_s(H, E) = (H, E) \sqcup \text{int}(cl(H, E))$ elde edilir. Ayrıca (H, E) soft t-küme olduğundan $\text{int}(cl(H, E)) = \text{int}(H, E)$ 'dir. Dolayısıyla buradan

$$\begin{aligned} (F, E) &\sqsubseteq (G, E) \sqcap cl_s(H, E) = (G, E) \sqcap ((H, E) \sqcup \text{int}(cl(H, E))) = \\ &= (G, E) \sqcap ((H, E) \sqcup \text{int}(H, E)) = (G, E) \sqcap (H, E) = (F, E) \end{aligned}$$

elde edilir.

Tersine bazı $(G, E) \in S\alpha OS(X)$ için $(F, E) = (G, E) \sqcap cl_s(F, E)$ olduğunu kabul edelim. Burada $cl_s(F, E) = (H, E)$ olsun. (H, E) soft semi-kapalıdır ve Teorem 4.1.4. gereğince $\text{int}(cl(H, E)) \sqsubseteq (H, E)$ bulunur. Dolayısıyla $\text{int}(cl(H, E)) = (H, E)$ sağlandığından (H, E) bir soft t-kümedir. Sonuç olarak (F, E) bir soft αB -kümedir.

Teorem 4.1.6. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olmak üzere $S\alpha OS(X) = SPOS(X) \cap S\alpha BS(X)$ eşitliği geçerlidir.

İspat. $S\alpha OS(X) \subseteq SPOS(X) \cap S\alpha BS(X)$ olduğundan $S\alpha OS(X) \supseteq SPOS(X) \cap S\alpha BS(X)$ olduğunu göstermek yeterlidir. $(F, E) \in SPOS(X) \cap S\alpha BS(X)$ alalım. Burada $(F, E) \in SPOS(X)$ olduğundan $(F, E) \sqsubseteq \text{int}(cl(F, E))$ ve $(F, E) \in S\alpha BS(X)$ olduğundan Önerme 4.1.7. gereğince bazı $(G, E) \in S\alpha OS(X)$ için $(F, E) = (G, E) \sqcap cl_s(F, E)$ bulunur. Aynı zamanda Teorem 4.1.5. gereğince $cl_s(F, E) = (F, E) \sqcup \text{int}(cl(F, E)) = \text{int}(cl(F, E))$ elde edilir. Böylece $(G, E) \in S\alpha OS(X)$ ve $\text{int}(cl(F, E)) \in SOS(X) \subseteq S\alpha OS(X)$ 'den faydalanılarak $(F, E) = (G, E) \sqcap \text{int}(cl(F, E))$ bulunur. Sonuç olarak $(F, E) = (G, E) \sqcap \text{int}(cl(F, E)) \in S\alpha OS(X)$.

Teorem 4.1.7. (X, τ, E) bir soft topolojik uzay olmak üzere $S\alpha OS(X) = SPOS(X) \cap S\alpha LCS(X)$ eşitliği geçerlidir.

İspat. Her soft α -açık küme bir soft pre-açık kümedir ve aynı zamanda bir soft αLC -küme olduğundan $S\alpha OS(X) \subseteq SPOS(X) \cap S\alpha LCS(X)$ elde edilir. Teorem 4.1.6. gereğince de $S\alpha OS(X) = SPOS(X) \cap S\alpha BS(X)$ 'dir. Aynı zamanda her soft αLC -küme bir soft αB -küme olduğundan $SPOS(X) = SPOS(X) \cap S\alpha LC(X) \subseteq SPOS(X) = SPOS(X) \cap S\alpha BS(X) = S\alpha OS(X)$ elde edilir.

Tanım 4.1.2. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) iki soft topolojik uzay olsun. Aynı zamanda $u: X \rightarrow Y$ ve $p: E \rightarrow K$ dönüşümleri için $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ fonksiyonunu alalım. Eğer her $(G, K) \in SOS(Y)$ için $f_{pu}^{-1}(G, K)$, X 'de bir soft αA -küme (soft αB -küme, soft αC -küme ve soft αLC -küme) ise f_{pu} fonksiyonu bir soft αA -sürekli (soft αB -sürekli, soft αC -sürekli ve soft αLC -sürekli) fonksiyon olarak adlandırılır.

Teorem 4.1.8. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. O halde aşağıda verilenler doğrudur:

- i) Eğer f_{pu} soft A-sürekli ise soft αA -süreklidir.
- ii) Eğer f_{pu} soft B-sürekli ise soft αB -süreklidir.
- iii) Eğer f_{pu} soft C-sürekli ise soft αC -süreklidir.
- iv) Eğer f_{pu} soft LC-sürekli ise soft αLC -süreklidir.

İspat. Teorem 4.1.1. gereğince ispat açıktır.

Teorem 4.1.9. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. Her soft αA -sürekli fonksiyon soft semi-süreklidir.

İspat. Önerme 4.1.1. gereğince ispat açıktır.

Teorem 4.1.10. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. f_{pu} fonksiyonu soft αA -sürekli ve soft A-sürekli ise soft LC-süreklidir.

İspat. Teorem 4.1.3. gereğince ispat açıktır.

Teorem 4.1.11. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. f_{pu} fonksiyonu soft αLC -sürekli ve soft A-sürekli ise aynı zamanda soft αB -süreklidir.

İspat. Önerme 4.1.3. gereğince ispat açıktır.

Teorem 4.1.12. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. f_{pu} fonksiyonunun soft α -sürekli olması için gerek yeter koşul f_{pu} 'nun soft αLC -sürekli ve soft pre-sürekli olmasıdır.

İspat. Teorem 4.1.7. gereğince ispat açıktır.

Teorem 4.1.13. (X, τ, E) ve (Y, ϑ, K) soft topolojik uzaylar ve $f_{pu}: SS(X)_E \rightarrow SS(Y)_K$ bir fonksiyon olsun. f_{pu} fonksiyonunun soft α -sürekli olması için gerek yeter koşul f_{pu} 'nun soft αB -sürekli ve soft pre-sürekli olmasıdır.

İspat. Teorem 4.1.7. gereğince ispat açıktır.

4.2. BİPOLAR SOFT SÜZGEÇLER

Tanım 4.2.1. $\tilde{F} \subseteq SS(X)_E$ soft kümeler ailesini alalım. $\tilde{F}$ ailesinin X üzerinde bir soft süzgeç olabilmesi için $\tilde{F}$ ailesinin aşağıda verilen şartları sağlaması gerekir [27]:

$$f_1) \Phi \notin \tilde{F}$$

$$f_2) \forall (F, A), (G, B) \in \tilde{F} \Rightarrow (F, A) \cap (G, B) \in \tilde{F}$$

$$f_3) \forall (F, A) \in \tilde{F} \text{ ve } (F, A) \sqsubseteq (G, B) \Rightarrow (G, B) \in \tilde{F}$$

Tanım 4.2.2. $\widetilde{FG} \subseteq BS(X, E, \neg E)$ bipolar soft kümeler ailesi için aşağıda verilen koşullar sağlanır ise $\widetilde{FG}$ ailesine bir bipolar soft süzgeç denir.

$$f g_1) (\Phi, \tilde{X}, E) \notin \widetilde{FG}$$

$$f g_2) \forall (F, G, E), (F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG} \Rightarrow (F, G, E) \tilde{\cap} (F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG}$$

$$f g_3) \forall (F, G, E) \in \widetilde{FG} \text{ ve } (F, G, E) \tilde{\subseteq} (F_1, G_1, E) \Rightarrow (F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG}$$

Örnek 4.2.1. $\widetilde{FG} = \{(\tilde{X}, \Phi, E)\}$ ailesi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir.

Örnek 4.2.2. $(\Phi, \tilde{X}, E) \neq (F, G, E) \in BS(X, E, \neg E)$ alalım. O halde,

$$\widetilde{FG}_{(F, G, E)} = \{(F_1, G_1, E): (F, G, E) \tilde{\subseteq} (F_1, G_1, E) \in BS(X, E, \neg E)\}$$

ailisi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir ve bu süzgeç özel olarak “atomik bipolar soft süzgeç” olarak adlandırılır.

Örnek 4.2.3. $\mathbb{N}$ doğal sayılar kümesi ve E sonlu bir küme olsun. Bu durumda,

$$\widetilde{FG} = \{(F, G, E) : \cup_{e \in E} (\mathbb{N} \times \mathbb{N} \setminus (F(e), G(\neg e))) \text{ sonlu}\}$$

ailisi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir ve bu süzgeç özel olarak “bipolar soft Frechet süzgeç” olarak adlandırılır.

Örnek 4.2.4. X sonsuz bir küme ve E sonlu bir küme olsun. Bu durumda,

$$\widetilde{FG} = \{(F, G, E) : \cup_{e \in E} (X \times X \setminus (F(e), G(\neg e))) \text{ sonlu}\}$$

ailisi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir ve bu süzgeç özel olarak “bipolar soft sonlu tümleyen süzgeci” olarak adlandırılır.

Örnek 4.2.5. X sayılabilir bir küme ve E sayılabilir bir küme olsun. Bu durumda,

$$\widetilde{FG} = \{(F, G, E) : \cup_{e \in E} (X \times X \setminus (F(e), G(\neg e))) \text{ sayılabilir}\}$$

ailisi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir ve bu süzgeç özel olarak “bipolar soft sayılabilir tümleyen süzgeci” olarak adlandırılır.

Önerme 4.2.1. X kümesi üzerinde bir $\widetilde{FG}$ bipolar soft süzgecini alalım. Her $e \in E$ için,

$$\widetilde{F}_e = \{F(e) : (F, G, E) \in \widetilde{FG}\}$$

$$\widetilde{G}_{\neg e} = \{G(\neg e) : (F, G, E) \in \widetilde{FG}\}$$

ailileri genelde X üzerinde bir süzgeç tanımlamaz.

Örnek 4.2.6. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ kümelerini ele alalım. X kümesi üzerinde aşağıda verilen bipolar soft kümelerle tanımlı $\widetilde{FG} = \{(F_1, G_1, E), (F_2, G_2, E), (F_3, G_3, E)\}$ ailesi bir bipolar soft süzgeçtir.

$$(F_1, G_1, E) = \{(e_1, \emptyset, \{x_1\}), (e_2, \{x_2, x_3\}, \{x_2\}), (e_3, \{x_1, x_2\}, \{x_1\})\},$$

$$(F_2, G_2, E) = \{(e_1, \{x_1, x_2\}, \{x_1, x_3\}), (e_2, \{x_3\}, \{x_2\}), (e_3, \{x_2\}, \{x_1\})\},$$

$$(F_3, G_3, E) = \{(e_1, \emptyset, \{x_1, x_3\}), (e_2, \{x_3\}, \emptyset), (e_3, \{x_2\}, \{x_1\})\}$$

Ancak kolayca görülür ki

$$\widetilde{F}_{\neg e_1} = \{\emptyset, \{x_1, x_2\}, \emptyset\}$$

ve

$$\widetilde{G}_{\neg e_2} = \{\{x_2\}, \{x_2\}, \emptyset\}$$

ailileri X üzerinde bir süzgeç tanımlamazlar.

Tanım 4.2.3. $\widetilde{FG}$ ve $\widetilde{F_1G_1}$, X üzerinde iki bipolar soft süzgeç olsun. $\widetilde{FG} \subseteq \widetilde{F_1G_1}$ ise $\widetilde{F_1G_1}$ bipolar soft süzgeci $\widetilde{FG}$ 'den daha incedir. $\widetilde{F_1G_1} \subseteq \widetilde{FG}$ ise $\widetilde{F_1G_1}$ bipolar soft süzgeci $\widetilde{FG}$ den daha kabadır. Yani $\widetilde{FG} \subseteq \widetilde{F_1G_1}$ ya da $\widetilde{F_1G_1} \subseteq \widetilde{FG}$ ise $\widetilde{FG}$ ile $\widetilde{F_1G_1}$ bipolar soft süzgeçleri karşılaştırılabilir.

Teorem 4.2.1. X üzerinde bir $\{\widetilde{F_iG_i}\}_{i \in I}$ bipolar soft süzgeçler ailesi alalım. O halde $\widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ ifadesi X üzerinde bir bipolar soft süzgeçtir.

İspat.

f_{g_1}) Her $i \in I$ için $(\Phi, \tilde{X}, E) \notin \widetilde{F_iG_i}$ olduğundan $(\Phi, \tilde{X}, E) \notin \widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ 'dir.

f_{g_2}) $(F, G, E), (F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ olsun. Burada her $i \in I$ için $(F, G, E), (F_1, G_1, E) \in \widetilde{F_iG_i}$ dir. O halde her $i \in I$ için $(F, G, E) \subseteq (F_1, G_1, E) \in \widetilde{F_iG_i}$ olduğunda $(F, G, E) \subseteq (F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ ifadesi elde edilir.

f_{g_3}) $(F, G, E) \in \widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ ve $(F, G, E) \subseteq (F_1, G_1, E)$ olsun. Burada her $i \in I$ için $(F, G, E) \in \widetilde{F_iG_i}$ ve $(F, G, E) \subseteq (F_1, G_1, E)$ olduğundan her $i \in I$ için $(F_1, G_1, E) \in \widetilde{F_iG_i}$ elde edilir. Bundan dolayı $(F_1, G_1, E) \in \widetilde{FG} = \widetilde{\bigcap_{i \in I} F_iG_i}$ 'dir.

Uyarı 4.2.1. Teorem 4.2.1.'de ifade edilen $\widetilde{FG}$ bipolar soft süzgeci $\{\widetilde{F_iG_i}\}_{i \in I}$ ailesinin en büyük alt sınırır.

Uyarı 4.2.2. X üzerinde ifade edilen bipolar soft süzgeçlerin birleşimi X üzerinde bir bipolar soft süzgeç belirtmeyebilir.

Önerme 4.2.2. $\tilde{S} \subseteq BS(X, E - E)$ olarak ifade edilen bir bipolar soft kümeler ailesini alalım. O halde $\tilde{S}$ ailesindeki bipolar soft kümelerin tüm sonlu kesişimleri boş bipolar soft küme değil ise $\tilde{S}$ ailesini içeren en az bir tane $\widetilde{FG}$ bipolar soft süzgeci vardır.

İspat. $\tilde{S} = \{(F_i, G_i, E): \forall i \in J (J \text{ sonlu}), \bigcap_{i \in J} (F_i, G_i, E) \neq \Phi\}$ ailesini ve $\tilde{S}$ nin sonlu kesişimlerini içeren aileyi alalım;

$$\tilde{\beta} = \{(F_1, G_1, E): \forall i \in J (J \text{ sonlu}), (F_i, G_i, E) \in \tilde{S} \text{ ve } (F_1, G_1, E) = \bigcap_{i \in J} (F_i, G_i, E)\}.$$

Şimdi, $\widetilde{FG}(\tilde{S}) = \{(K, L, E): (F_1, G_1, E) \in \tilde{\beta} \text{ ve } (F_1, G_1, E) \subseteq (K, L, E)\}$ ailesinin X üzerinde bir bipolar soft süzgeç olduğunu gösterelim.

$fg_1) (\Phi, \tilde{X}, E) \notin \tilde{\beta}$ olduğundan her $(K, L, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ için $(K, L, E) \neq \Phi$ olup $\Phi \notin \widetilde{FG}(\tilde{S})$ 'dir.

$fg_2) (K_1, L_1, E), (K_2, L_2, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ bipolar soft kümelerini ele alalım. $(F_1, G_1, E) \subseteq (K_1, L_1, E)$ ve $(F_2, G_2, E) \subseteq (K_2, L_2, E)$ olacak şekilde $(F_1, G_1, E), (F_2, G_2, E) \in \tilde{\beta}$ bipolar soft kümeleri vardır. $\tilde{\beta}$ 'nin verilen tanımını kullanarak $(\Phi, \tilde{X}, E) \neq (F_1, G_1, E) \tilde{\cap} (F_2, G_2, E) \subseteq (K_1, L_1, E) \tilde{\cap} (K_2, L_2, E)$ elde edilir ve $(K_1, L_1, E) \tilde{\cap} (K_2, L_2, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ bulunur.

$fg_3) (K_1, L_1, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ ve $(K_1, L_1, E) \subseteq (K_2, L_2, E)$ olsun. $(F_1, G_1, E) \subseteq (K_1, L_1, E)$ olacak şekilde bir $(F_1, G_1, E) \in \tilde{\beta}$ bipolar soft kümesi vardır. $(K_1, L_1, E) \subseteq (K_2, L_2, E)$ olduğundan $(K_2, L_2, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ elde edilir.

Uyarı 4.2.3. Önerme 4.2.2., $\widetilde{FG}(\tilde{S})$ bipolar soft süzgecinin $\tilde{S}$ tarafından üretildiğini ifade eder. Ayrıca $\widetilde{FG}(\tilde{S})$ 'nin bipolar soft süzgeç alttabanı $\tilde{S}$ ailesidir. $\tilde{S} \subseteq \widetilde{FG}(\tilde{S})$ olduğu açıktır.

Önerme 4.2.3. $\tilde{S}$ tarafından üretilen $\widetilde{FG}(\tilde{S})$ bipolar soft süzgeci, $\tilde{S}$ ailesini içeren bipolar soft süzgeçlerin en kabasıdır.

İspat. Varsayalım ki, $\tilde{S} \subseteq \widetilde{F_1G_1}$ olsun. Uyarı 4.2.3.'ten her $(K, L, E) \in \widetilde{FG}(\tilde{S})$ için $(F_1, G_1, E) \subseteq (K, L, E)$ olacak şekilde bir $(F_1, G_1, E) \in \tilde{\beta}$ vardır. Ayrıca $\tilde{\beta} \subseteq \widetilde{F_1G_1}$ olduğundan $(F_1, G_1, E) \in \widetilde{F_1G_1}$ yazılabilir. $\widetilde{F_1G_1}$ bipolar soft süzgeç olduğu için Tanım 4.2.1.'de verilen $fg_3)$ özelliğinden $(K, L, E) \in \widetilde{F_1G_1}$ olur. Böylece $\widetilde{FG}(\tilde{S}) \subseteq \widetilde{F_1G_1}$ elde edilir.

Teorem 4.2.2. $(\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$, X üzerindeki bipolar soft süzgeçlerin bir ailesi olsun. $(\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ 'nin tüm sonlu $(\widetilde{F_iG_i})_{1 \leq i \leq n}$ alt aileleri ve tüm $(F_i, G_i, E) \in (\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ ($1 \leq i \leq n$) için $(F_1, G_1, E) \tilde{\cap} \dots \tilde{\cap} (F_n, G_n, E)$ kesişiminin boş bipolar soft kümeden farklı olması için gerek yeter koşul X üzerindeki $(\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ ailesinin en küçük üst sınır olmasıdır.

İspat.

$\Rightarrow (\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ ailesinin bir en küçük üst sınırı var olsun. Tanım 4.2.1.'de verilen $fg_1)$ ve $fg_2)$ özelliklerinden $(\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ 'nin her sonlu $(\widetilde{F_iG_i})_{1 \leq i \leq n}$ alt aileleri ve her $(F_i, G_i, E) \in (\widetilde{F_iG_i})_{i \in I}$ ($1 \leq i \leq n$) için $(F_1, G_1, E) \tilde{\cap} \dots \tilde{\cap} (F_n, G_n, E) \neq (\Phi, \tilde{X}, E)$ 'dir.

$\Leftarrow (\widetilde{F}_l \widetilde{G}_l)_{l \in I}$ 'nin her sonlu $(\widetilde{F}_l \widetilde{G}_l)_{1 \leq l \leq n}$ alt aileleri ve her $(F_i, G_i, E) \in (\widetilde{F}_l \widetilde{G}_l)_{l \in I}$ ($1 \leq i \leq n$) için $(F_1, G_1, E) \widetilde{\sim} \dots \widetilde{\sim} (F_n, G_n, E) \neq (\Phi, \widetilde{X}, E)$ olsun. O halde $\widetilde{S} = \cup_{l \in I} \widetilde{F}_l \widetilde{G}_l = \{(F, G, E) : (\exists i \in I)(F, G, E) \in \widetilde{F}_i \widetilde{G}_i\}$ tarafından üretilen $\widetilde{FG}(\widetilde{S})$ bipolar soft süzgeci Önerme 4.2.2. gereğince $(\widetilde{F}_l \widetilde{G}_l)_{l \in I}$ ailesinin en küçük üst sınırı olur.

Tanım 4.2.4. $\widetilde{\beta} \subseteq BS(X, E, \neg E)$ ailesinin X üzerinde bir bipolar soft süzgeç tabanı olması için aşağıda verilen iki özelliği sağlaması gerekir:

$$b_1) \widetilde{\beta} \neq \Phi \text{ ve } (\Phi, \widetilde{X}, E) \notin \widetilde{\beta},$$

$$b_2) \forall (F, G, E), (F_1, G_1, E) \in \widetilde{\beta} \text{ için } (K, L, E) \subseteq (F, G, E) \widetilde{\sim} (F_1, G_1, E) \text{ olacak şekilde bir } (K, L, E) \in \widetilde{\beta} \text{ vardır.}$$

Uyarı 4.2.4. Önerme 4.2.2.'de verilen $\widetilde{\beta}$ bir bipolar soft süzgeç tabanıdır.

Uyarı 4.2.5. Açıktır ki; her bipolar soft süzgeç bir bipolar soft süzgeç tabanıdır.

Örnek 4.2.7. $(\Phi, \widetilde{X}, E) \neq (F, G, E) \in BS(X, E, \neg E)$ olsun. $\widetilde{\beta} = \{(F, G, E)\}$ ailesi X üzerinde bir bipolar soft süzgeç tabanıdır.

4.3. Belirsizlik Problemlerinin Çözümü Üzerine Uygulamalar

4.3.1. Prostat Kanseri Riskinin Fuzzy TOPSIS Yöntemi Kullanılarak Değerlendirilmesi

Prostat kanseri erkeklerde en çok ölüme neden olan ikinci kanser türüdür. Prostat kanserine neden olan birçok faktör bulunmaktadır. Bunlara kalıtsallık, yaş, kandaki prostat spesifik antijen (PSA) miktarı gibi faktörler örnek olarak verilebilir. Kandaki PSA seviyesi prostat kanserinin teşhisi için kullanılan önemli yöntemlerden biridir [5-7]. Ancak PSA miktarı prostatın iltihaplanması veya prostatta iyi huylu büyümenin (BPH) sonucu olarak da artabilir. Bu yüzden teşhis için sadece PSA seviyesine bakmak yeterli olmayabilir. Ayrıca serbest prostat spesifik antijen (fPSA) seviyesi, hastanın yaşı ve prostat hacmi (PV) gibi veriler de doktora kanser riski açısından önemli bir kaynak oluşturabilir. Ancak kesin karar bunlara bakılarak verilemez. Bu kanser tipinin kesin teşhisi ise ancak biyopsi ile mümkündür. Fakat biyopsi işleminin bazı zorlukları vardır. Her tıbbi tetkik ve girişim hem hastanın kendisine hem de ailesine değişik yönlerden külfet getirir (fiziksel, ruhsal ve ekonomik). Bu nedenle, hastalara biyopsi işlemini

uygulamak önemli bir karardır ve düşük risk altındaki hastalara bu işlemin uygulanmasına dikkat edilmelidir.

Biyopsi işleminin hangi hastalara uygulanmasını belirleyebilecek bir yöntem olsaydı doktor daha kısa sürede hastaya teşhisi koyabilir ve tedaviye başlayabilirdi. Bu açıdan en ideal sonuca ulaşmak hayati önem taşımaktadır. Biz Fuzzy TOPSIS yöntemiyle bu amacı hedef edinerek bir çalışma geliştirdik. Çalışmanın ne kadar tutarlı sonuçlar verdiğini anlayabilmemiz için gerçek veriler kullandık. Veri olarak Necmettin Erbakan Üniversitesi Meram Tıp Fakültesine prostat şikayeti ile gelen 78 hasta seçilmiştir. Veri tabanı olarak "Microsoft SQL Server Management Studio" kullanarak çalışmamızı "Visual Studio 2017, Microsoft Form App (.Net Framework)" Visual C# programlama dilini kullanarak oluşturduk. Ayrıca yapılan çalışmayı "MATLAB" da bir yapay sinir ağı oluşturarak test ettik. Karşılaştırmalı sonuçlar tezimizin bu kesiminde mevcut olup gayet yakın sonuçlar elde edilmiştir. Yaklaşık sonuçların hata payı bırakmayacak şekilde değerlendirilmesi için hastalarımızı değerlendiren her doktorun, hastaları nasıl değerlendirmesi gerektiğini yöntemimizde belirttik. Şimdi ilgili uygulamamızı vermeden önce yöntemin çalışma mekanizması ile ilgili bilgileri verelim.

4.3.1.1. Fuzzy TOPSIS Yöntemi

Tanım 4.3.1.1.1.

- i) U evreni üzerindeki $\tilde{A}$ fuzzy kümesinin konveks olması için gerek yeter koşul $a, b \in U$ için $\alpha + \beta = 1$ olmak üzere $\mu_{\tilde{A}}(\alpha a + \beta b) \geq \mu_{\tilde{A}}(a) \wedge \mu_{\tilde{A}}(b)$ olmasıdır [8].
- ii) Eğer $\mu_{\tilde{A}}(a_i) = 1$ olacak şekilde bir $a_i \in U$ varsa U evreni üzerindeki $\tilde{A}$ fuzzy kümesi normal fuzzy küme olarak adlandırılır [8].
- iii) Bir fuzzy sayı U evreninin hem konveks hem de normal olan bir fuzzy alt kümesidir [8].

$\tilde{n}$ üçgen fuzzy sayısı (k, l, m) üçlüsü ile gösterilir. $\mu_{\tilde{n}}(x)$ üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır [8]:

$$\mu_{\tilde{n}}(x) = \begin{cases} 0, & x < k \\ \frac{x-k}{l-k}, & k \leq x \leq l \\ \frac{x-m}{l-m}, & l \leq x \leq m \\ 0, & x > m \end{cases} \quad (4.3.1)$$

$\tilde{m} = (m_1, m_2, m_3)$ ve $\tilde{n} = (n_1, n_2, n_3)$ üçgen fuzzy sayılar olsun. Bu durumda $\tilde{m}$ ve $\tilde{n}$ 'nin toplam ve çarpımı aşağıdaki şekildedir [8]:

$$\tilde{m} \oplus \tilde{n} = (m_1, m_2, m_3) \oplus (n_1, n_2, n_3) = (m_1 + n_1, m_2 + n_2, m_3 + n_3) \quad (4.3.2)$$

ve

$$\tilde{m} \otimes \tilde{n} = (m_1, m_2, m_3) \otimes (n_1, n_2, n_3) = (m_1 \times n_1, m_2 \times n_2, m_3 \times n_3) \quad (4.3.3)$$

Tanım 4.3.1.1.2. Eğer $\tilde{D}$ en azından bir giriş fuzzy sayı ise $\tilde{D}$, fuzzy matris olarak adlandırılır [9].

Tanım 4.3.1.1.3. Değerleri dilsel terimler olan değişkene dilsel değişken denir. Karmaşık durumları bilinen niceliksel ifadelerle mantıklı şekilde ifade etmede dilsel değişkenler oldukça faydalıdır [10].

Tanım 4.3.1.1.4. $\tilde{m} = (m_1, m_2, m_3)$ ve $\tilde{n} = (n_1, n_2, n_3)$ üçgen fuzzy sayılarının arasındaki uzaklık Vertex metodu ile şöyle hesaplanır [11]:

$$d(\tilde{m}, \tilde{n}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(m_1 - n_1)^2 + (m_2 - n_2)^2 + (m_3 - n_3)^2]} \quad (4.3.4)$$

Çok kriterli karar verme yöntemlerinden TOPSIS yöntemini Hwang ve Yoon vermiştir [12]. Yöntemin yapmak istediği pozitif ideal çözüme en yakın uzaklığa ve negatif ideal çözüme en fazla uzaklığa sahip olan alternatifi bulmaktır. Bu uzaklıkları karşılaştırarak bir tercih sıralaması yapar. Chen, TOPSIS yöntemini fuzzy alanına genişletmiştir [11]. Karşılaştırılacak alternatifler ile ilgili problemdeki karar kriterlerinin önem düzeylerini belirlemek için dilsel değişkenler kullanılır. Çünkü yargılarımız genelde net değildir. Bu yüzden daha gerçekçi bir yaklaşım, insan yargılarını sayısal değerlerle değil de dilsel değişkenlerle kullanmak ile olabilir. Fuzzy TOPSIS yöntemini uygulamak için karar verici uzman bir gruba, karar kriterlerine ve alternatiflere ihtiyaç vardır. Karar verici uzman grup, karar kriterleri ve alternatiflerle ilgili düşüncelerini sözel olarak ifade eder. Yöntemin temelinde, karar vericilerin alternatifleri değerlendirirken kullandıkları karar kriterlerinin farklı ağırlıklara sahip olabilmesi yer alır. Fuzzy TOPSIS yöntemi yardımıyla karar vericiler; karar kriterleri ve alternatifler hakkındaki değerlendirmeleri fuzzy sayılara dönüştürerek her bir alternatifin yakınsaklık katsayısını hesaplar. Bu katsayılar yardımıyla alternatifler sıralanır.

Fuzzy TOPSIS, dilsel belirsizliğin olduğu ve grup kararı vermeyi gerektiren problemlerin çözümünde oldukça kullanışlıdır. Karar vericiler, karar kriterlerinin önem düzeyini ve bu karar kriterlerine göre her bir alternatifi değerlendirirler. Fuzzy TOPSIS yönteminde, çeşitli araştırmacılar tarafından önerilen karar kriterlerinin değerlendirmesinde kullanılan dilsel

değerler ve üçgen fuzzy sayı karşılıkları, alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılan dilsel değerler ve üçgen fuzzy sayı olarak karşılıkları aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.3.1. Kriterlerin önem ağırlıkları için dilsel değişkenler ve fuzzy karşılığı

Çok düşük (ÇD)	(0, 0, 0.2)
Düşük (D)	(0, 0.2, 0.4)
Orta (O)	(0.3, 0.5, 0.7)
Yüksek (Y)	(0.8, 0.8, 1)
Çok Yüksek (ÇY)	(0.8, 1, 1)

Tablo 4.3.2. Değerlendirmeler için dilsel değişkenler ve fuzzy karşılığı

Çok düşük (ÇD)	(0, 0, 2)
Düşük (D)	(0, 2, 4)
Orta (O)	(3, 5, 7)
Yüksek (Y)	(6, 8, 10)
Çok Yüksek (ÇY)	(8, 10, 10)

Fuzzy TOPSIS Algoritması:

Adım 1: $\tilde{x}_{ij}^K = i$. alternatifin kriter değerini göstermek üzere, K tane karar vericiden oluşan bir grupta, alternatiflerin kriter değerleri,

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{x}_{ij}^1 + \tilde{x}_{ij}^2 + \dots + \tilde{x}_{ij}^K] \quad (4.3.5)$$

eşitliğinden hesaplanır.

Adım 2: $\tilde{w}_j^K = j$. karar kriterinin önem ağırlığını göstermek üzere, K tane karar vericiden oluşan bir grupta karar kriterlerinin önem ağırlıkları,

$$\tilde{w}_j = \frac{1}{K} [\tilde{w}_j^1 + \tilde{w}_j^2 + \dots + \tilde{w}_j^K] \quad (4.3.6)$$

şeklinde hesaplanır. Bir fuzzy çok kriterli karar verme probleminin matris olarak gösterimi,

$$\tilde{P} = \begin{matrix} & K_1 & K_2 & \dots & K_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \tilde{Q} = [\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \dots \quad \tilde{w}_n] \quad (4.3.7)$$

biçimindedir.

$\tilde{x}_{ij} (\forall i, j)$ ve $\tilde{w}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ dilsel değişkenler olmak üzere $A_1, A_2, \dots, A_m$ alternatifleri; $K_1, K_2, \dots, K_n$ karar kriterleri; $\tilde{x}_{ij}, K_j$ kriterine göre A_i alternatifinin fuzzy kriter değerini ve $\tilde{w}_j, K_j$ kriterinin fuzzy önem ağırlığını göstermektedir.

Buradaki dilsel değişkenler $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ ve $\tilde{w}_j = (a_{j1}, b_{j2}, c_{j3})$ şeklinde üçgen fuzzy sayılar ile ifade edilebilmektedir. $\tilde{P}$ matrisine fuzzy karar matrisi, $\tilde{Q}$ matrisine ise fuzzy ağırlıklar matrisi adı verilir.

Adım 3: Fuzzy karar matrisinden elde edilen normalize edilmiş karar matrisi,

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n} \quad (4.3.8)$$

olarak ifade edilir. Burada $\tilde{r}_{ij}$,

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B, c_j^* = \max_i c_{ij} \quad (4.3.9)$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır. B fayda kriter kümesini, C ise maliyet kriterini göstermektedir. Normalize edilmiş fuzzy karar matrisi, karar kriterinin fayda kriteri olması durumunda her sütundaki elemanların, bu sütundaki elemanların üçüncü bileşenleri bazında en büyük değere bölünmesiyle elde edilir.

Adım 4: Her bir karar kriterinin farklı ağırlıkları göz önünde bulundurularak ağırlıklı normalize edilmiş fuzzy karar matrisi,

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n} \quad (4.3.10)$$

şeklinde oluşturulur. Burada,

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j \quad (4.3.11)$$

eşitliğinden hesaplanır. Ağırlıklı normalize edilmiş fuzzy karar matrisi, normalize edilmiş fuzzy karar matrisi ile fuzzy ağırlıklar matrisinin çarpımıyla elde edilen matristir.

Adım 5: Fuzzy pozitif ideal çözüm,

$$A^* = (\tilde{V}_1^*, \tilde{V}_2^*, \dots, \tilde{V}_n^*) \quad (4.3.12)$$

ve fuzzy negatif ideal çözüm,

$$A^- = (\tilde{V}_1^-, \tilde{V}_2^-, \dots, \tilde{V}_n^-) \quad (4.3.13)$$

olarak tanımlanır. Burada, $\tilde{v}_j^* = (1,1,1)$ ve $\tilde{v}_j^- = (0,0,0)$ 'dır. Her bir alternatifin fuzzy pozitif ve negatif ideal çözümlerden uzaklıkları sırasıyla,

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.3.14)$$

ve

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.3.15)$$

eşitliklerinden hesaplanır. Formüllerde kullanılan $d(.,.)$ iki fuzzy sayı arasındaki uzaklığın Vertex metoduyla hesaplandığı uzaklığı ifade eder.

Adım 6: Yakınsaklık katsayısı,

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.3.16)$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu hesaplanan katsayı ile alternatiflerin sıralaması yapılır. Yakınsaklık katsayısının büyük olması alternatifin karar vericiler tarafından tercih edilmesinin bir göstergesi olarak tanımlanabilir.

4.3.1.2. Fuzzy TOPSIS Yöntemini Sql Veri Tabanı Kullanarak Visual Studioda Uygulamak

Chen TOPSIS yöntemini fuzzy alanına genişletmek için sistematik bir yaklaşım vermiştir [11]. Bu yöntemi, herhangi bir hastaneye prostat kanseri şüphesi ile gelen bir hastanın biyopsi yapılmaksızın teşhisi için hastayı değerlendirecek doktorun karar vermesine yardımcı olmak için kullanacağız. Prostat kanser şüphesi ile X hastanesine başvuran hastaların kümesi $H = \{h_k: k = 1, \dots, 78\}$ olsun.

Adım 1: X hastanesinde hastane yönetimi tarafından alanında uzman bir karar verici grup oluşturulur ve kriterler olarak hastalık belirtileri tanımlanır. Bizim karar verici grubumuzda 3 uzman doktorumuz var. Doktorların kümesini $D = \{D_1, D_2, D_3\}$ ve belirtilerin kümesini $B = \{B_1 = PSA, B_2 = fPSA, B_3 = PV, B_4 = YAŞ\}$ olarak alalım.

Adım 2: Tablo 4.3.1. ve Tablo 4.3.2.'deki dilsel değişkenleri kullanılarak 3 uzman doktorumuza göre her bir belirtinin önem ağırlıkları ve belirtilere göre hastaların değerlendirmeleri belirlenir.

Tablo 4.3.3. Belirtilerin önem ağırlıkları

	D_1	D_2	D_3
PSA	(0.9, 1, 1)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.5, 0.7, 0.9)
fPSA	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1, 1)	(0.3, 0.5, 0.7)
PV	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.9, 1, 1)
YAŞ	(0.5, 0.7, 0.9)	(0.3, 0.5, 0.7)	(0.3, 0.5, 0.7)

Şimdi tüm belirtiler altında istenilen hastanın değerlendirilmesi için öncelikle uzman doktor grubunun hastane veri tabanına verdikleri verileri kullanmalıyız. Elimizde Tablo 4.3.2., Tablo 4.3.3. ve doktorların hastaların belirtilerine göre veri tabanına sundukları değerlendirmeleri var. Örneğin; birinci doktor D_1 'in fPSA belirtisi için değerlendirmesi şu şekildedir (Tablo 4.3.2.'yi dikkate alalım.):

Tablo 4.3.4. Birinci doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi

1.Doktor	(9,10,10)	Aşırı Yüksek	Yüksek	Orta	Düşük	Çok Düşük
fPSA=y	$y \geq 25$	$20 \leq y < 25$	$15 \leq y < 20$	$12 \leq y < 15$	$10 \leq y < 12$	$y < 10$

Tablo 4.3.4.'te olduğu gibi her uzman doktorun belirtiler hakkındaki görüşleri alınarak hastanenin veri tabanına kaydedilmiştir. Tahmin edileceği üzere her doktorun değerlendireceği 4 belirti olacağından toplamda veri tabanında 12 adet değerlendirme olacaktır. Tabi hastane yönetimi tarafından veri tabanına istenildiği kadar doktor görüşü kaydedilebilir. Bu durumun sonuçlardaki sapmaları azaltarak daha az hasta hakkında biyopsi kararı verileceği beklenmektedir. Ayrıca Tablo 4.3.4.'te görüldüğü üzere doktorlar hastaları değerlendirirken her belirti için 6 farklı dilsel değişken kullanmaktadır.

Başka bir örnek olarak 2. ve 3. doktorun fPSA belirtisi için değerlendirmelerine bakalım (Tablo 4.3.2.'yi dikkate alalım.):

Tablo 4.3.5. İkinci doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi

2.Doktor	(9,10,10)	Aşırı Yüksek	Yüksek	Orta	Düşük	Çok Düşük
fPSA=y	$y \geq 20$	$15 \leq y < 20$	$12 \leq y < 15$	$10 \leq y < 12$	$5 \leq y < 10$	$y < 5$

Tablo 4.3.6. Üçüncü doktorun fPSA belirtisini değerlendirmesi

3.Doktor	(9,10,10)	Aşırı Yüksek	Yüksek	Orta	Düşük	Çok Düşük
fPSA=y	$y \geq 25$	$23 \leq y < 25$	$20 \leq y < 23$	$15 \leq y < 20$	$12 \leq y < 15$	$y < 12$

Tablo 4.3.5. ve Tablo 4.3.6. incelediğinde uzman grubundaki doktor sayısı kadar değerlendirme yerine, her bir belirti için ortak bir değerlendirme sonucu alabilmenin hesap yapmayı kolaylaştıracağı görülecektir. Çünkü bu şekilde yaptığımızda toplam değerlendirme sayısı; uzman grubundaki doktor sayısı çarpı dört kadar değerlendirme yerine, sadece belirti sayısı kadar yani dört tane değerlendirme yapmak yeterli olacaktır. Bu da hesap yapmayı oldukça pratik kılar. Örneğin; Tablo 4.3.5. ve Tablo 4.3.6.'daki doktorların değerlendirmelerini ele alalım. Buradaki farklılık oluşturan yerler 25 ve üstü, 23 ve 25 arası, 23 ve 20 arası, 15 ve 20 arası, 12 ve 15 arası, 10 ve 12 arası, 5 ve 10 arası ve 5'ten küçük olanlar olmak üzere 8 farklı değerlendirme hesabı elde edilir. Böyle yapmazsak 12 değerlendirme hesabı yapacaktık. Bu yüzden de bazen aynı sonuçları hesaplayacak ve veri tabanında elde edilecek katsayıların bazen tekrarına sebep olacaktık.

Biz çalışmamızda Microsoft SQL Server Management Studio kullandık. SQL veri tabanında yaptığımız, yukarıdaki basit hesaplara benzer şekilde, uzman doktor grubumuzdan ortak bir payda çıkarmak oldu. Elde ettiğimiz sonuçlara göre PSA'dan 6, fPSA'dan 8, PV'den 7 ve son olarak YAŞ'tan 7 farklı değerlendirme hesabına verileri indirgedik. $6 \times 8 \times 7 \times 7 = 2352$ adet farklı veri elde edilerek veri tabanına kaydedildi. Bu verilerden elde ettiğimiz yakınsaklık katsayılarının ortalaması 0,437456137 bulundu.

Dikkat etmek gerekir ki, bu ortalama uzman doktor grubunun dilsel değişkenler kullanarak sadece kendi görüşlerine uygun olarak hesaplanan bir değerdir. Bir kez veri tabanında hesaplanır ve çalışmaya eklenir. Bu ortalama sadece bir şekilde yenilenebilir, bu da uzman doktor sayısını arttırmak ya da azaltmaktır, yani değerlendirilecek her hasta için aynı kalmaktadır. Çünkü, sadece doktorlardan alınan veriler kullanıldı. Ayrıca verileri indirgemeseydik toplamda $4 \times 6^4 = 5184$ adet veriyi veri tabanına tanıtacaktık. Bu da çalışmamızın işleyişini yavaşlatacaktı. Zamanın insan sağlığı için ne kadar çok önemli olduğunu düşünürsek yaptığımız işlemin ne kadar doğru olduğunu görmüş oluruz.

Şekil 4.3.1. Üç numaralı hastanın uzman doktorlarca belirlenmiş dilsel değişkenleri

Şekil 4.3.1. çalışmamızdan bir kesittir. Burada ilgili birimde çalışan herhangi bir doktor, hastasının verilerini programa girerek değerlendirebilir. Değerlendirdiği hastayı sarı renkli alana ekleyebilir, eklediğini değiştirebilir veya silebilir.

Şekil 4.3.1.'de 3 numaralı hasta değerlendirilmiştir. “Değerlendirilecek Olan Hastanın Veri tabanındaki Doktor Görüşleri” adlı panelde yer alan belirti görüşleri Tablo 4.3.4., Tablo 4.3.5. ve Tablo 4.3.6.’da örnek olarak gösterildiği gibi olup değerlendirme yapılırken otomatik olarak veri tabanından gelmektedir.

Şimdi “Değerlendirilecek Olan Hastanın Veri tabanındaki Doktor Görüşleri” adlı panelde yer alan Hasta-Belirti Matrisinin nasıl hesaplandığıyla ilgili aşağıdaki adımları takip etmeye devam edelim.

Adım 3: $\tilde{P} = [\tilde{p}_{ij}]_{78 \times 4}$ fuzzy karar matrisi yani Hasta-Belirti Matrisi oluşturulur. Burada $\tilde{p} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ bir üçgen fuzzy sayıdır. Örneğin; 3 numaralı hasta için $\tilde{p}_{3,1}$ değeri şöyle hesaplanır:

$$\tilde{p}_{3,1} = \frac{1}{3} [(3,5,7) + (0,2,4) + (0,2,4)] = (1,3,5).$$

Herhangi bir hasta için de $\tilde{p}_{ij}$ değeri benzer şekilde bulunur ve $\tilde{P}$ matrisi elde edilir.

Adım 4: Belirti-Ağırlık Matrisi olarak adlandırılan $\tilde{Q}$ fuzzy ağırlıklar matrisi oluşturulur. Örneğin; $\tilde{w}_1$ değeri Tablo 4.3.3.’ten şu şekilde hesaplanır:

$$\tilde{w}_1 = \frac{1}{3} [(0,9,1,1) + (0,5,0,7,0,9) + (0,5,0,7,0,9)] = (0,63,0,8,0,93).$$

1. Doktor için belirtilerin önem ağırlıkları

0,9	Belirtiler	1.bileşen	2.bileş...	3.bileşen
1	1	0,9	1	1
	2	0,5	0,7	0,9
1	3	0,3	0,5	0,7
	4	0,5	0,7	0,9

Düzenle

2. Doktor için belirtilerin önem ağırlıkları

0,5	Belirtiler	1.bileşen	2.bileş...	3.bileşen
0,7	1	0,5	0,7	0,9
	2	0,9	1	1
0,9	3	0,5	0,7	0,9
	4	0,3	0,5	0,7

Düzenle

3. Doktor için belirtilerin önem ağırlıkları

0,5	Belirtiler	1.bileşen	2.bileş...	3.bileşen
0,7	1	0,5	0,7	0,9
	2	0,3	0,5	0,7
0,9	3	0,9	1	1
	4	0,3	0,5	0,7

Düzenle

Tüm belirtilerin önem ağırlıklarını göster!

Belirti-Ağırlık Matrisi [Q] hesaplama

Belirti: 1

0,6333

0,8

0,9333

Hesapla

Belirtiler	W1	W2	W3
1	0,6333333	0,8	0,9333333
2	0,5666667	0,7333333	0,8666666
3	0,5666667	0,7333333	0,8666666
4	0,3666667	0,5666667	0,7666667

Ekle Sil Göster

Bilgilendirme

'1' nolu belirti "PSA" değerini ifade etmektedir.
 '2' nolu belirti "FPSA" değerini ifade etmektedir.
 '3' nolu belirti "PV" değerini ifade etmektedir.
 '4' nolu belirti "YAŞ" değerini ifade etmektedir.

Şekil 4.3.2. Veri tabanında $\tilde{Q}$ fuzzy ağırlık matrisinin hesaplanması

Adım 5: $\tilde{P}$ matrisinin her sütundaki elemanlarının, bu sütundaki elemanların üçüncü bileşenleri bazında en büyük değere bölünmesiyle normalize edilmiş hasta-belirti matrisi $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{78 \times 4}$ elde edilir. (Her bir belirti için sütundaki $\text{maksimum}(c_{ij}) = 10$ dur.) Örneğin; PSA belirtisi altında 3 numaralı hastanın $\tilde{r}_{3,1}$ değeri

$$\tilde{r}_{3,1} = \left(\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10} \right) = (0,1, 0,3, 0,5)$$

biçiminde hesaplanır.

Adım 6: Ağırlıklı normalize edilmiş hasta-belirti matrisi $\tilde{V}$ oluşturulur. Örneğin; $\tilde{v}_{3,1}$ değeri

$$\tilde{v}_{3,1} = \tilde{r}_{3,1} \times \tilde{w}_1 = (0,1, 0,3, 0,5) \times (0,63, 0,8, 0,93) = (0,063, 0,24, 0,466)$$

şeklinde bulunur.

The screenshot shows a software application with a menu bar at the top: "Temel Prensiptir", "Paneller Nasıl Çalışır?", "Hakkında". Below the menu bar is a sub-menu bar: "Veri Girişi", "Belirti-Ağırlık Matrisi [Q]", "V matrisi 1. sütun [PSA]", "V matrisi 2. sütun [FPSA]", "V matrisi 3. sütun [PV]", "V matrisi 4. sütun [YAS]", "Genel Hesaplama", "Kanser Riskine Göre Sınıflandırma".

The main area is divided into three panels, each for a different doctor's PSA values:

- 1. Doktor için PSA belirtsinin tüm hastalar için önem ağırlığı:**

Hastald	1.bilegen	2.bilegen	3.bilegen
3	2	3	5
3	3	5	7
5	4	6	8
7	4	6	10

Buttons: Ekle, Sil, Düzenle. Radio buttons: (9,10,10), Orta, Çok Yüksek, Düşük, Yüksek, Çok Düşük. Button: Uygun olan vektörü getir!
- 2. Doktor için PSA belirtsinin tüm hastalar için önem ağırlığı:**

Hastald	1.bilegen	2.bilegen	3.bilegen
0	2	0	2
3	0	2	4
2	4	3	5
4	3	5	7

Buttons: Ekle, Sil, Düzenle. Radio buttons: (9,10,10), Orta, Çok Yüksek, Düşük, Yüksek, Çok Düşük. Button: Uygun olan vektörü getir!
- 3. Doktor için PSA belirtsinin tüm hastalar için önem ağırlığı:**

Hastald	1.bilegen	2.bilegen	3.bilegen
0	3	0	2
4	3	5	7
2	5	0	2
4	3	5	7

Buttons: Ekle, Sil, Düzenle. Radio buttons: (9,10,10), Orta, Çok Yüksek, Düşük, Yüksek, Çok Düşük. Button: Uygun olan vektörü getir!

Below these panels is a section titled "Tüm doktorlar için PSA belirtsinin tüm hastalar için önem ağırlıklarını Göster". It contains a "Hasta-Belirti Matrisi [V] hesaplama (1.sütunu belirleme)" section with input fields for "Tüm hastalar için PSA belirtsini kullanalım:", "Yukarıda yapılan girdilerdeki 'max değeri' giriniz:" (10), "1.Dr için PSA değerlendirilmesi:" (0.1), "2.Dr için PSA değerlendirilmesi:" (0.3), "3.Dr için PSA değerlendirilmesi:" (0.5), and a "HESAPLA" button.

Next to it is the "Belirti-Ağırlık Matrisi" section with a "Göster" button and a table showing the resulting weighted PSA values:

Belirtiler	W1	W2	W3
1	0.63...	0.8	0.93...
2	0.56...	0.73...	0.86...
3	0.56...	0.73...	0.86...
4	0.36...	0.56...	0.76...

Below this table is a "Matristen PSA değeri seğiniz:" section with input fields for "0.6333", "0.8", "0.9333" and a "Göster" button.

On the right side of the interface is a "Hasta-Belirti Matrisi [V] hesaplama (1.sütunu belirleme)" section with a "Hastald:" input field (3) and a table showing the resulting weighted PSA values:

Hastald	V1a	V1b	V1c
2	0.06333...	0.24	0.4666
3	0.06333...	0.24	0.4666
4	0.25333...	0.48	0.7466
5	0.06333...	0.24	0.4666
6	0.25333...	0.48	0.7466
7	0.57	0.8	0.9333

Buttons: Ekle, Sil, Göster.

Şekil 4.3.3. Veri tabanı kullanarak üç numaralı hasta için adım 3,4,5,6'nın uygulanması

Şekil 4.3.3'te görüldüğü üzere yapılan işlemler veri tabanına kaydedilmiştir. Çalışmayı kullanan doktor ise tüm bu hesapları görmeksizin direkt sonuca odaklı çalışacaktır. Çünkü doktorun teşhis için sadece hastanın yakınsaklık katsayısını öğrenmesi yeterlidir. Ayrıca üst menüde her bir belirti için bu hesapların yapılması gerektiğini anlıyoruz. Biz sadece PSA belirtisi için hastayı değerlendirdik. Dolayısıyla ağırlıklı normalize edilmiş hasta-belirti matrisi $\tilde{V}$ 'nin 4 sütunu ve hasta sayısınca satırı olacaktır. Bunu birkaç adım sonra göstereceğiz.

Adım 7: Fuzzy pozitif ideal çözüm $A^* = [(1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1)]$ ve fuzzy negatif ideal çözüm $A^- = [(0,0,0), (0,0,0), (0,0,0), (0,0,0)]$ şeklinde tanımlanır.

Adım 8: Her bir hastanın fuzzy pozitif ve negatif ideal çözümlerden olan uzaklıkları hesaplanır. Örneğin; d_3^* ve d_3^- aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned}d_3^* &= \sqrt{\frac{1}{3}[(1 - 0.063)^2 + (1 - 0.24)^2 + (1 - 0.466)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(1 - 0)^2 + (1 - 0.048)^2 + (1 - 0.231)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(1 - 0.434)^2 + (1 - 0.684)^2 + (1 - 0.866)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(1 - 0.146)^2 + (1 - 0.34)^2 + (1 - 0.613)^2]} = 2.716\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}d_3^- &= \sqrt{\frac{1}{3}[(0 - 0.063)^2 + (0 - 0.24)^2 + (0 - 0.466)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(0 - 0)^2 + (0 - 0.048)^2 + (0 - 0.231)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(0 - 0.434)^2 + (0 - 0.684)^2 + (0 - 0.866)^2]} \\&+ \sqrt{\frac{1}{3}[(0 - 0.146)^2 + (0 - 0.34)^2 + (0 - 0.613)^2]} = 1.540\end{aligned}$$

Adım 9: Her hastanın yakınsaklık katsayısı hesaplanır. Örneğin; 3 numaralı hasta için CC_3 değeri

$$CC_3 = \frac{d_3^-}{d_3^* + d_3^-} = 0.361$$

şekilde hesaplanır.

Temel Prensiptir Paneller Nasıl Çalışır? Hakkında

Veri Girişi Belirti-Ağırlık Matrisi [Q] V matrisi 1. sütun [PSA] V matrisi 2. sütun [FPSA] V matrisi 3. sütun [PV] V matrisi 4. sütun [YAŞ] Genel Hesaplama Kansere Riskine Göre Sınıflandırma

Hasta-Belirti [V] MATRİSİ

Aşağıdaki her bir ekran Hasta-Belirti matrisi V'nin birer sütununu ifade etmektedir.

Hastald	V1a	V1b	V1c
2	0,06333...	0,24	0,4666
3	0,06333...	0,24	0,4666
4	0,25333...	0,48	0,7466
5	0,06333...	0,24	0,4666
6	0,25333...	0,48	0,7466
7	0,57	0,8	0,9333
8	0,06333...	0,24	0,4666
9	0,25333...	0,48	0,7466
10	0,06333...	0,24	0,4666

0,0633 0,24 0,4666

Hastald	V3a	V3b	V3c
2	0,51000...	0,73333...	0,8666
3	0,43444...	0,68444...	0,8666
4	0,17	0,36666...	0,6066
5	0,32111...	0,56222...	0,7799
6	0,49111...	0,73333...	0,8666
7	0,32111...	0,56222...	0,7799
8	0,32111...	0,56222...	0,7799
9	0,17	0,36666...	0,6066
10	0,17	0,36666...	0,6066

0,4344 0,6844 0,8666

Ağırlıklı normalize edilmiş hasta-belirti matrisi V'yi Göster!

Hastald	V2a	V2b	V2c
2	0,05666...	0,17111...	0,3755
3	0	0,04888...	0,2311
4	0,32111...	0,56222...	0,7799
5	0	0,04888...	0,2311
6	0,05666...	0,17111...	0,3755
7	0,51000...	0,73333...	0,8666
8	0,17	0,36666...	0,6066
9	0,32111...	0,56222...	0,7799
10	0,32111...	0,56222...	0,7799

0 0,0488 0,2311

Hastald	V4a	V4b	V4c
2	0,33	0,56666...	0,7666
3	0,14666...	0,34	0,6133
4	0,24444...	0,49111...	0,7666
5	0,14666...	0,34	0,6133
6	0,30555...	0,56666...	0,7666
7	0,03666...	0,17	0,3833
8	0,24444...	0,49111...	0,7666
9	0,30555...	0,56666...	0,7666
10	0,14666...	0,34	0,6133

0,1466 0,34 0,6133

Uzaklık Ölçümü ve Yakınsaklık Katsayısı Hesabı

Fuzzy pozitif ideal çözüm FPÇ=[(1,1,1),(1,1,1),(1,1,1),(1,1,1)] şeklinde tanımlanır.
Fuzzy negatif ideal çözüm FNÇ=[(0,0,0),(0,0,0),(0,0,0),(0,0,0)] şeklinde tanımlanır.
Bir hastanın FPÇ'den olan uzaklığına fPOZ diyelim.
Bir hastanın FNÇ'den olan uzaklığına fNEG diyelim.

Hastald	fPOZ	fNEG
2	2,38...	1,846
3	2,71...	1,540
4	2,33...	1,952
5	2,81...	1,440
6	2,18...	2,065
7	1,90...	2,329
8	2,43...	1,855
9	2,16...	2,117
10	2,55...	1,724
11	1,70...	2,587
12	3,13...	1,105
13	1,67...	2,666

Hastald	YAK. Katsayısı
2	0,4366783
3	0,3618149
4	0,4554794
5	0,3382143
6	0,4857337
7	0,5498362
8	0,32371329...
9	0,4327946
10	0,4944931
11	0,4034457
12	0,6025293
13	0,260779

Hastald: 3 Hastald: 3

2,716937 1,540350 0,361814

Uzaklık Ölçümünü Hesapla Yakınsaklık Katsayısını Hesapla

Ekle Sil Ekle Sil

Göster Göster

Şekil 4.3.4. Veri tabanı kullanarak üç numaralı hasta için adım 7,8,9'un uygulanması

Şekil 4.3.4.'te görüldüğü üzere yapılan işlemler veri tabanına kaydedilmiştir. Çalışmayı kullanan doktor ise tüm bu hesaplardan sadece yakınsaklık katsayısını görecektir. Bu şekilde değerlendirmeyi yapan doktor, teşhisi daha hızlı koyabilecek ve tedaviye daha erken başlayabilecektir.

Şekil 4.3.1.'de, çalışmamızdan sadece bir kesit verildi. Şekil 4.3.1.'de verilen "Değerlendirilecek Olan Hastanın Veri tabanındaki Doktor Görüşleri" adlı kısımda, uzman doktor grubunun belirtiler hakkındaki görüşleri ve ağırlıklı normalize edilmiş hasta-belirti matrisi $\tilde{V}$ verilmişti. Şimdi, aşağıda verilen şekilde çalışmamızın ana sayfasını görebilirsiniz.

Değerlendirilecek Olan Hastanın Veritabanındaki Doktor Görüşleri

Id= 3 PSA= 30 fPSA= 8 PV= 60 Yaş= 63

PSA Görüşleri

Doktor1= 3 5 7
Doktor 2= 0 2 4
Doktor 3= 0 2 4

Hasta-Belirti 1.Sütun
1. Bilegen= 0,06333333
2. Bilegen= 0,24
3. Bilegen= 0,46666666

fPSA Görüşleri

Doktor1= 0 0 2
Doktor 2= 0 2 4
Doktor 3= 0 0 2

Hasta-Belirti 2.Sütun
1. Bilegen= 0
2. Bilegen= 0,04888888
3. Bilegen= 0,23111111

PV Görüşleri

Doktor1= 6 8 10
Doktor 2= 8 10 10
Doktor 3= 9 10 10

Hasta-Belirti 3.Sütun
1. Bilegen= 0,43444444
2. Bilegen= 0,68444444
3. Bilegen= 0,86666666

YAŞ Görüşleri

Doktor1= 6 8 10
Doktor 2= 3 5 7
Doktor 3= 3 5 7

Hasta-Belirti 4.Sütun
1. Bilegen= 0,14666666
2. Bilegen= 0,34
3. Bilegen= 0,61333333

Kanser Riski Değerlendirme Paneli

ORT DrORT
0 0,437456137

Ortalama= 0,437456137

Veritabanından doktorların verdikleri belirtilere göre ortalamayı getir!

Kanser Riski Açısından Değerlendir!

R.A.O. R.A.O.M

Hastalad Hastalad

15 30
45 2
60 3
75 4
1 5

Bilgilendirme
R.A.O.=Risk Altında Olan Hastaların Listesi
R.A.O.M.=Risk Altında Olmayan Hastaların Listesi

Bütün Sınıflandırmayı Göster!

R.A.O. SİL R.A.O.M. SİL

Uygulamayı Sonlandır!

Id	Yak. Katsayısı
15	0,5858579
30	0,1958001
45	0,558354
60	0,5678567
75	0,5961251
1	0,4846045
2	0,4366783
3	0,3618149
4	0,4554794
5	0,3382143
6	0,4857337
7	0,5498362

Tüm Hesaplanan Yakınsaklık Katsayılarını Göster!

Yakınsaklık Katsayısını Hesapla!

0,3618149

EKLE SİL

Kullanıcı Doktorun Dikkat Etmesi Gerekli Kısımlar

Şekil 4.3.5. Fuzzy TOPSIS ana sayfası

Yukarıdaki şekilde kullanılan ortalamanın nasıl hesaplandığı Adım 2’de anlatılmıştı. Bu ortalama sadece Uzman doktor grubu ile oluşturulmuştur. Gelen hastalardan bağımsızdır ve veri tabanından kullanıcı doktorun çağırması ile otomatik olarak gelmektedir. Şekil 4.3.5.’te görüldüğü üzere 3 numaralı hastanın yakınsaklık değeri ortalamanın altında kaldığından kanser riski altında değildir ve biyopsi yapılması önerilmez. Fakat belirsiz bir sistem için kesin çözüme ancak yaklaşabiliriz, ona ulaştığımızı net bir şekilde hiçbir zaman söyleyemeyiz. Bu yüzden buradaki amacımız değerlendirmeyi yapan doktorun vereceği karar konusunda ona yardımcı olmaktır.

Şekil 4.3.5.’te çalışmanın ana sayfasının sağ alt kısmında bir doktorun programı kullanırken dikkat etmesi gereken kısımları ve veri tabanında bulunan uzman grubun programa girdikleri dilsel değişkenleri bulabilmesi için ayrı bir pencere ekledik. Bu şekilde doktor, değerlendirmek istediği hastanın verilerini veri tabanında kullandığını öğrenebilecektir.

Şimdi ise Fuzzy TOPSIS yöntemiyle elde edilen sonuçların ne kadar tutarlı olduğunu test edelim.

4.3.1.3. Fuzzy TOPSIS Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçların YSA Kullanılarak Test Edilmesi

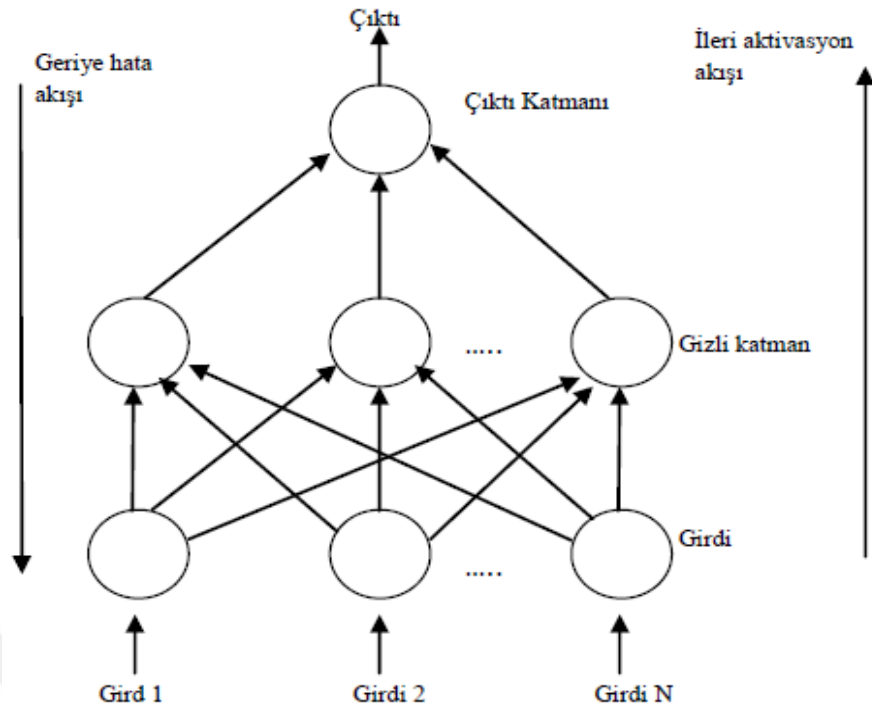
Yapay Zeka öğrenme, gerekçeleme, problem çözme v.b. gibi insanoğlunun davranışlarını gösterebilen sistemlerle ilgilenen bir bilgisayar bilimidir. Yapay zeka, insanın düşünme yöntemlerini analiz ederek bunların benzeri yapay yönergeleri geliştirmeye çalışır. Günümüzde

yaygın olarak kullanılan başlıca yapay zeka yöntemleri: uzman sistemler fuzzy mantık ve yapay sinir ağlarıdır.

Yapay sinir ağları (YSA), insan beyninin özelliklerinden olan öğrenme yolu ile yeni bilgiler türetebilme, yeni bilgiler oluşturabilme ve keşfedebilme gibi yetenekleri herhangi bir yardım almadan otomatik olarak gerçekleştirmek amacı ile geliştirilen bilgisayar sistemleridir [13]. Yapay sinir ağları (YSA) beynin bilişsel öğrenme sürecinin simülasyonu ile geliştirilmiş bir yöntem olarak bilinmektedir. Tahminleme, sınıflandırma, kümeleme gibi birçok probleme çözüm bulabilmektedir. Sinir ağlarının en önemli özelliği karmaşık sistemlerin geçmiş bilgilerinden yola çıkarak örnek üzerinde öğrenme yolu ile probleme çözüm getirebilmesidir [14].

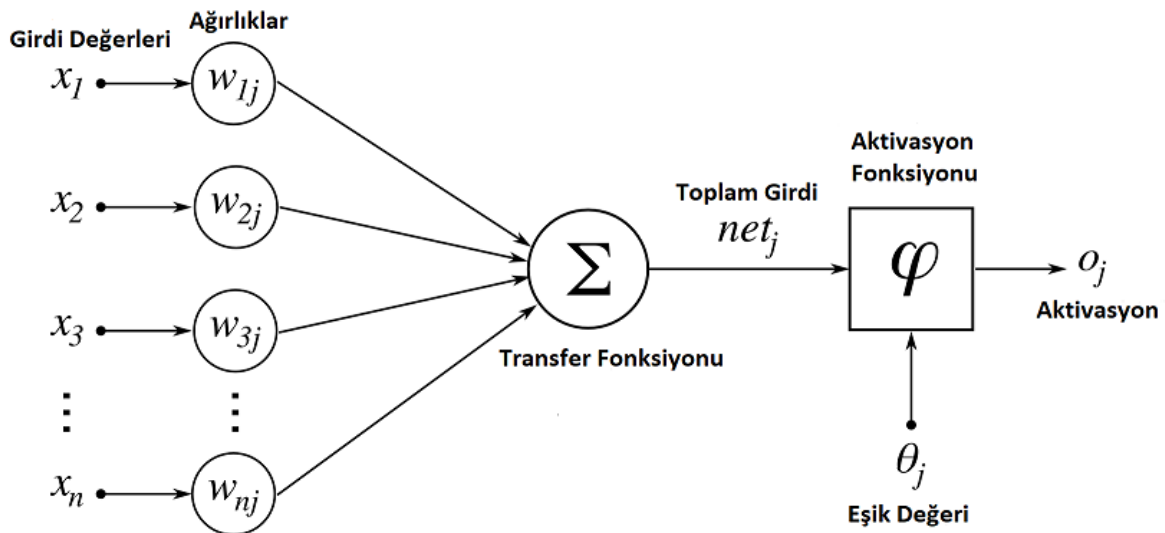
Yapay sinir ağlarında her problemin çözümüne yönelik farklı ağ yapıları kullanılmaktadır. Hangi problem tipine hangi ağın daha uygun olduğu karar verici tarafından belirlenir. Bu çalışmada ise Çok Katmanlı Algılayıcı Model (ÇKA) kullanılmıştır. Çünkü bu ağ yapısı özellikle sınıflandırma, tahmin etme gibi problemlerde oldukça sık kullanılmaktadır.

ÇKA modelinde geriye yayılım algoritması kullanılmaktadır. Bu algoritma, ara katman içeren yapay sinir ağlarının karmaşık, doğrusal olmayan ve işlem parametreleri arasındaki ilişkinin öğrenilmesinde kullanılmasını mümkün kılmaktadır [15]. Biyolojik sinir hücrelerini taklit ederek oluşturulan yapay sinir hücreleri bir araya gelerek üç katman halinde yapay sinir ağını oluşturmaktadırlar [16]. Bu katmanlar girdi, çıktı ve ara katmanlardır. Öğrenme sürecinde doğru çıktılar elde etmek için ağ ağırlıkları ayarlanmalıdır [17]. ÇKA ağının öğrenme kuralı, en küçük kareler yöntemine dayalı Delta Öğrenme Kuralının genelleştirilmiş halidir. Geri yayılım algoritmasında kullanılan “delta kuralı” na göre bir nöronun gerçek çıktı değeri ile istenilen çıktı değeri arasındaki farkı azaltmak için giriş bağlantılarını yani ağırlıkları sürekli ayarlama ve geliştirme fikrine dayalı bir kuraldır [18]. Öğrenmede hedef çıktı değerleriyle ilişkilendirilen her bir vektör, ağın öğrenmesi için ağa sunulur. Ağırlıklar, belirtilen öğrenme kuralına dayanarak düzeltilir [19]. Şekil 4.3.6.’da ÇKA modeline bir örnek verilmiştir [19].



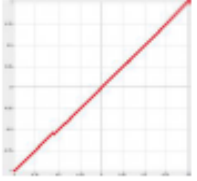
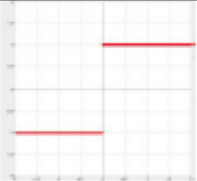
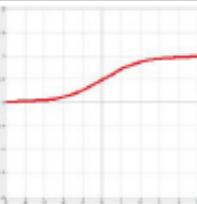
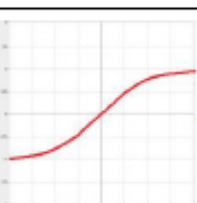
Şekil 4.3.6. Çok katmanlı algılayıcı model

Yapay sinir ağları, istatistiksel yöntemlerin aksine veri kümesi üzerinde herhangi bir ön varsayıma gerek duymaz [20]. Yapay sinir ağları, doğrusal olmayan, çok boyutlu, karmaşık, kesin olmayan, eksik, kusurlu verilerin olması durumunda ve problemin çözümü için özellikle bir matematik modelin ve algoritmanın bulunmaması halinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

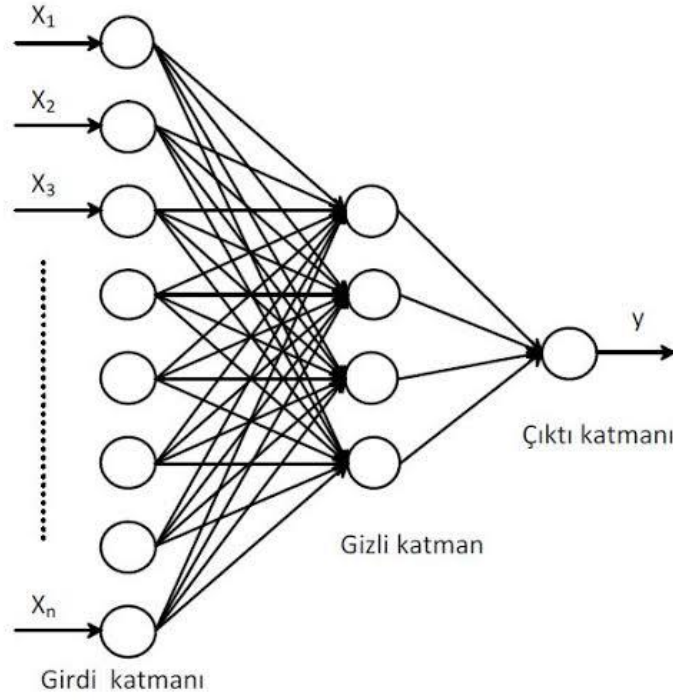


Şekil 4.3.7. Sinir ağlarının temel çalışma mekanizması

Burada x_i 'ler girdi (input) değerlerini, w_{nj} 'ler ise yapay sinir ağına girilen girdilerin ne kadar önemli olduğunu belirlemeye yarayan ağırlıklardır. Her bir girdi ile ona ait ağırlık çarpılıp, tüm bu değerler toplanarak bir sayı elde edilir. Bu sayının atamasını 0 ile 1 arasında yapmaya yarayan bir aktivasyon fonksiyonu kullanılır. Birçok aktivasyon fonksiyonu var olmakla birlikte sigmoid fonksiyonunun kullanımı yaygındır.

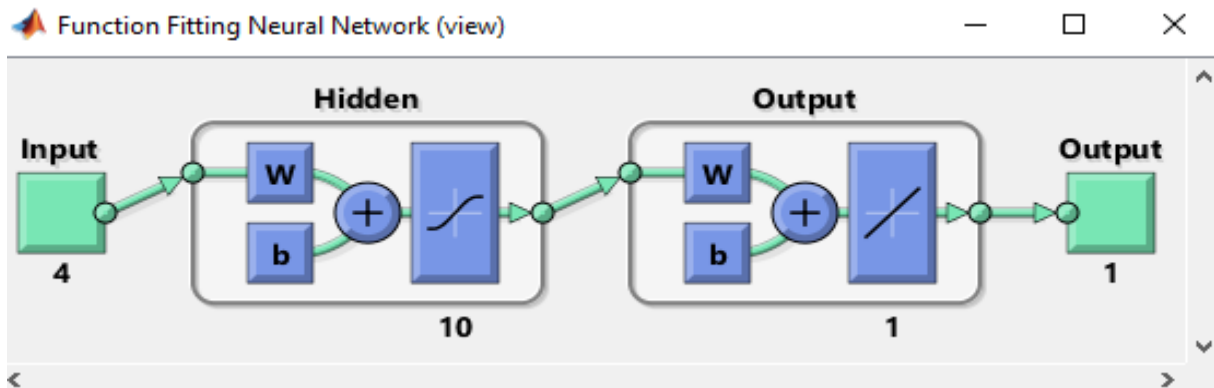
Doğrusal (Lineer) Aktivasyon Fonksiyonu		$F(Net) = A * Net$ (A sabit bir sayı)	Doğrusal problemler çözmek amacıyla aktivasyon fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon olarak seçilebilir. Toplama fonksiyonundan çıkan sonuç, belli bir katsayı ile çarpılarak hücrenin çıktısı olarak hesaplanır.
Adım (Step) Aktivasyon Fonksiyonu		$F(Net) = \begin{cases} 1 & \text{if } Net > \text{Eşik Değer} \\ 0 & \text{if } Net \leq \text{Eşik Değer} \end{cases}$	Gelen Net girdinin belirlenen bir eşik değerin altında veya üstünde olmasına göre hücrenin çıktısı 1 veya 0 değerini alır.
Sigmoid Aktivasyon Fonksiyonu		$F(Net) = \frac{1}{1 + e^{-Net}}$	Sigmoid aktivasyon fonksiyonu sürekli ve türevi alınabilir bir fonksiyondur. Doğrusal olmayışı dolayısıyla yapay sinir ağı uygulamalarında en sık kullanılan fonksiyondur. Bu fonksiyon girdi değerlerinin her biri için 0 ile 1 arasında bir değer üretir.
Tanjant Hiperbolik Aktivasyon Fonksiyonu		$F(Net) = \frac{e^{Net} + e^{-Net}}{e^{Net} - e^{-Net}}$	Tanjant hiperbolik fonksiyonu, sigmoid fonksiyonuna benzer bir fonksiyondur. Sigmoid fonksiyonunda çıkış değerleri 0 ile 1 arasında değişirken hiperbolik tanjant fonksiyonunun çıkış değerleri -1 ile 1 arasında değişmektedir.
Eşik Değer Fonksiyonu		$F(Net) = \begin{cases} 0 & \text{if } Net \leq 0 \\ Net & \text{if } 0 < Net < 1 \\ 1 & \text{if } Net \geq 1 \end{cases}$	Gelen bilgilerin 0 dan küçük-eşit olduğunda 0 çıktısı, 1 den büyük-eşit olduğunda 1 çıktısı, 0 ile 1 arasında olduğunda ise yine kendisini veren çıktılar üretilebilir.
Sinüs Aktivasyon Fonksiyonu		$F(Net) = \sin(Net)$	Öğrenilmesi düşünülen olayların sinüs fonksiyonuna uygun dağılım gösterdiği durumlarda kullanılır.

Şekil 4.3.8. Aktivasyon fonksiyon çeşitleri



Şekil 4.3.9. Temel bir yapay sinir ağının işleyiş planı

Yapay Sinir Ağlarını, Matlab üzerinde Fuzzy TOPSIS yönteminde 78 hasta için bulduğumuz yakınsaklık katsayılarının ne kadar tutarlı olduğunu ölçmede kullanacağız. Bu şekilde Fuzzy TOPSIS yönteminde elde edilen sonuçların ne kadar doğru ya da ne kadar yanlış olduğuyla ilgili bir kaniya varacağız. 4 belirtimizi girerek ve Fuzzy TOPSIS yöntemiyle elde ettiğimiz yakınsaklık katsayılarımızı tahmin etmeye çalışan bir yapay sinir ağı kurmaya başlayalım.



Şekil 4.3.10. MATLAB'a tanıtılan yapay sinir ağın genel görüntüsü

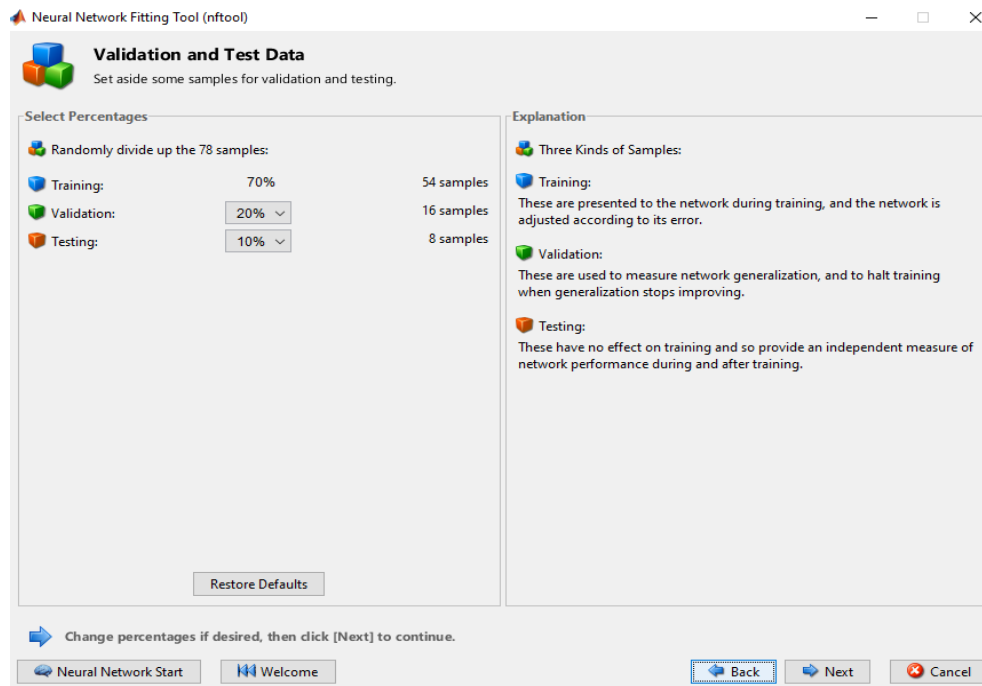
Ayrıca, verilerin daha iyi analizi için 10 adet ara katman (Gizli Katman) kullandık.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	76	17	30	65	0.4846				
2	2	40	10	78	82	0.4367				
3	3	30	8	60	63	0.3618				
4	4	75	16	34	73	0.4555				
5	5	39	7	48	64	0.3382				
6	6	50	11	72	79	0.4857				
7	7	100	25	44	58	0.5498				
8	8	48	13	41	69	0.4328				
9	9	76	19	33	76	0.4945				
10	10	32	15	39	63	0.4034				
11	11	90	20	43	71	0.6025				
12	12	31	6	27	54	0.2608				

Şekil 4.3.11. Yapay sinir ağına verilerin girişi

Yukardaki şekilde ilk sütun hasta numarası, sonraki sütunlar sırayla PSA, fPSA, PV, YAŞ ve Yakınsaklık Katsayısı verilerini içermektedir. Burada iki, üç, dördüncü ve beşinci sütunları input yani yapay sinir ağına girilen değerler olarak tanıttık. Altıncı sütunu yani hastaların yakınsaklık katsayılarını ise output yani çıkış değeri olarak tanıttık.

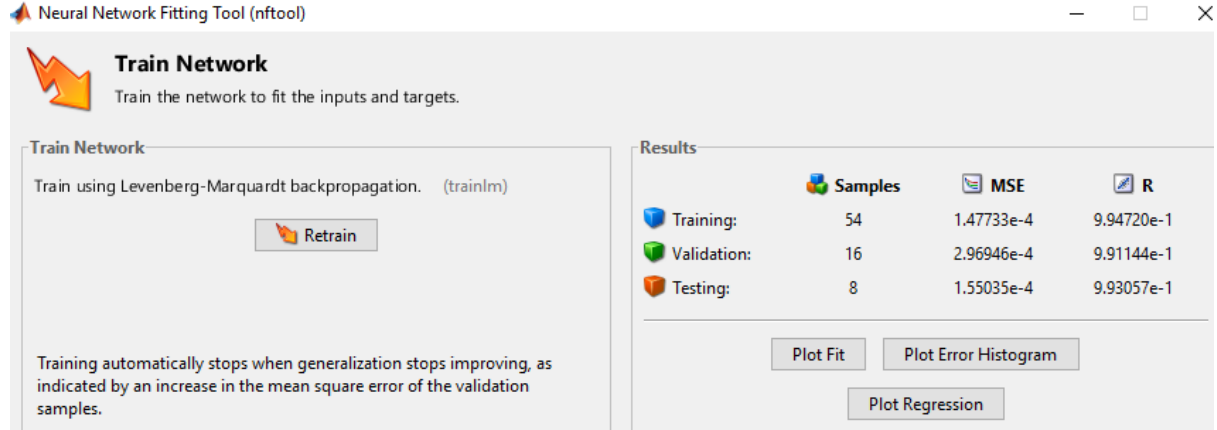
Verilerimizi eğitim ve test olmak üzere iki kısma ayıracağız. Önce eğitim verilerimizle ağı eğitip, sonra eldeki gerçek test verilerinin ağ üzerinde doğru sonuç verip vermeyeceklerini deneyeceğiz. Böylece Fuzzy TOPSIS yönteminin ne kadar tutarlı olduğunu ya da olmadığını tespit etmiş olacağız.



Şekil 4.3.12. Girilecek verilerin eğitim, değerlendirme ve test yapılma yüzdeleri

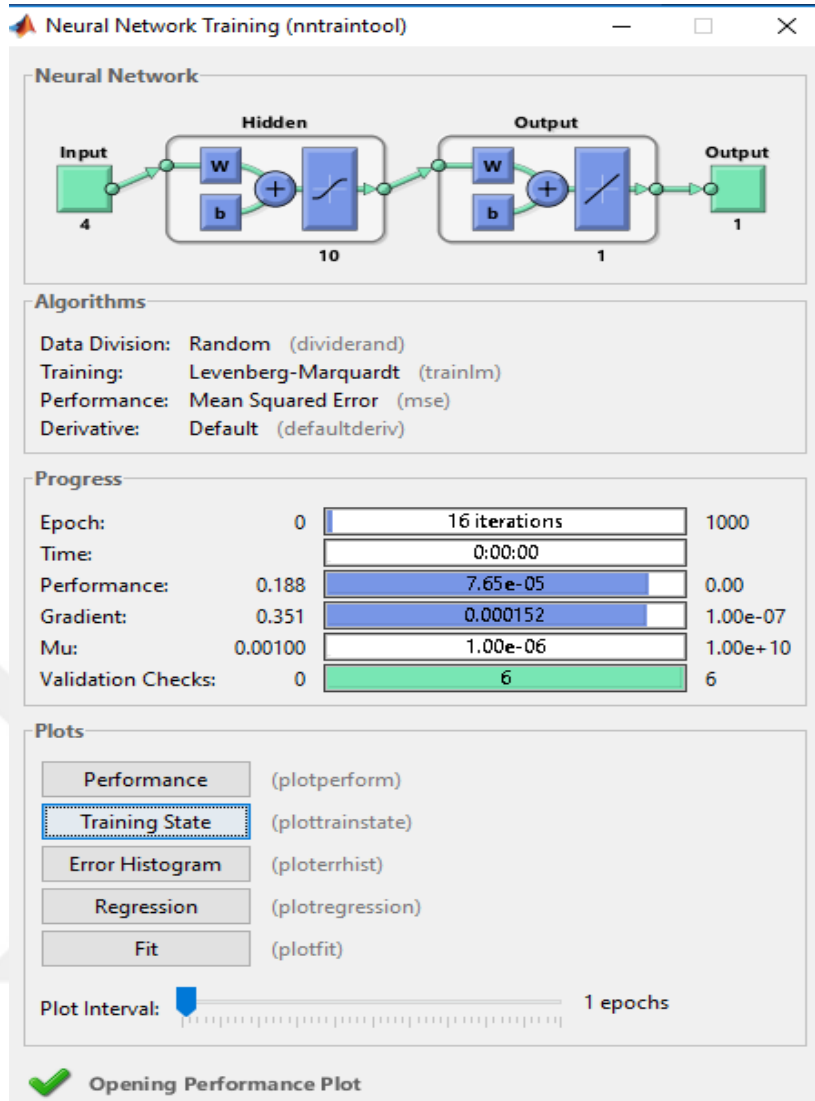
Her hasta için Fuzzy TOPSIS yönteminde bulunan yakınsaklık katsayılarının tahmini yapılırken, veri grubununun %70'inin öğrenme, %30'unun test verisi şeklinde rassal olarak gruplandırmasını istedik.

Şimdi yapay sinir ağının elde ettiği sonuçları inceleyelim:



Şekil 4.3.13. Yapay sinir ağının eğitim sonucunun ekran görüntüsü

Burada görüldüğü üzere korelasyon katsayıları 1'e oldukça yakındır. Eğitim için ezberlediği veriler için bu normaldir. Fakat test ettiği verilerde de 1'e oldukça yakın bir değer verdiği için Fuzzy TOPSIS yöntemindeki yakınsaklık katsayısı değerlerinin oldukça başarılı olduğu söylenebilir.



Şekil 4.3.14. Eğitim esnasında değerlendirme sonuçları

Ağ yapılarının karar verirken tahmin performans ölçümlerine bakılmıştır. Tahmin performans ölçümleri için literatürde en çok kullanılan formüller; *RMSE* (Hata Kareleri Ortalamasının Karekökü), *MAPE* (Mutlak Hata Oranları Ortalaması), *MSE* (Hata kareleri Ortalaması)'dır [21-23].

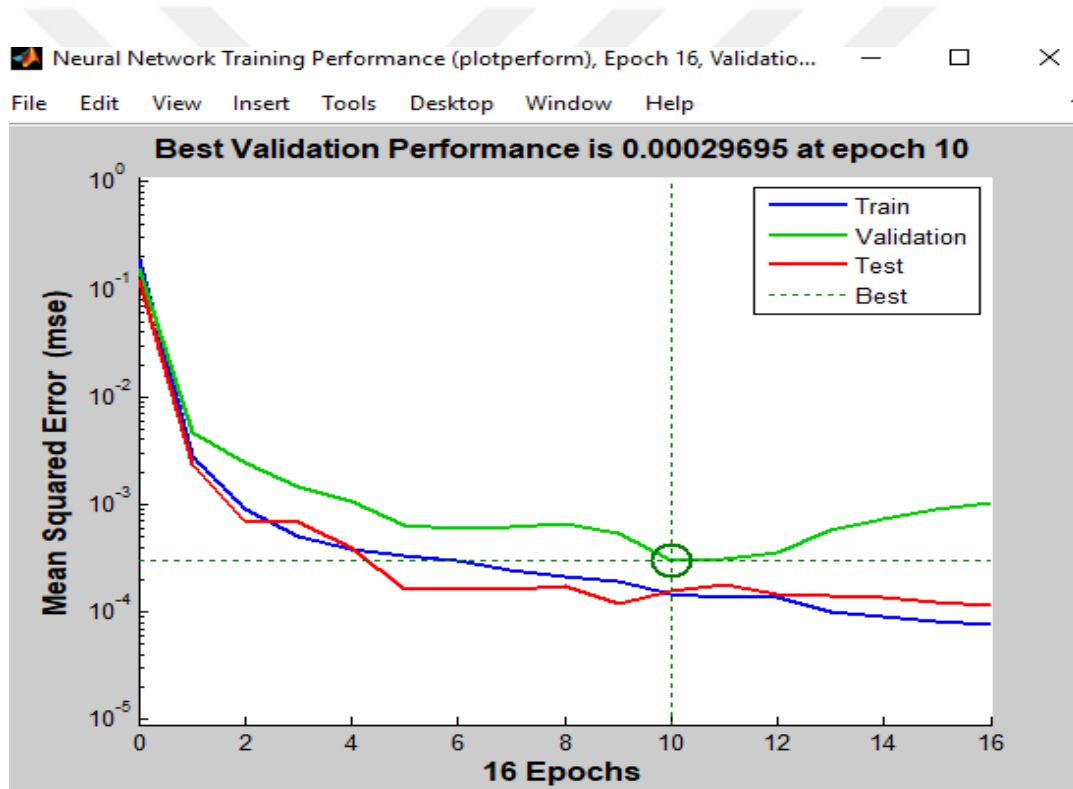
Ağlar değerlendirilirken tahmin performans ölçümleri küçük olan ağ tercih edilmiştir. Ölçümlere göre Witt (2000) MAPE değerleri %10'un altında olan tahmin modellerini "yüksek doğruluk", %10 ile %20 arasında olan modelleri ise "doğru tahminler" olarak sınıflandırmıştır. Lewis (2002) ise MAPE değerleri %10'un altında olan modelleri "çok iyi", %10 ile %20 arasında olan modelleri "iyi", %20 ile %50 arasında olan modelleri "kabul edilebilir" ve %50'nin altında olan modelleri ise "yanlış ve hatalı" olarak sınıflandırmıştır [24].

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{T}} \quad (4.17)$$

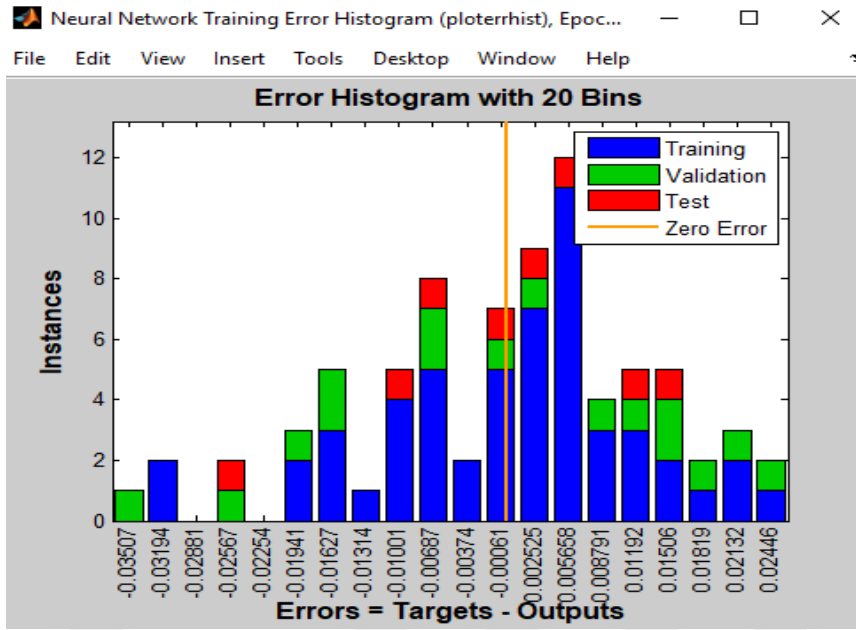
$$MAPE = \frac{1}{T} \sum \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \times 100 \quad (4.18)$$

$$MSE = \frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{T} \quad (4.19)$$

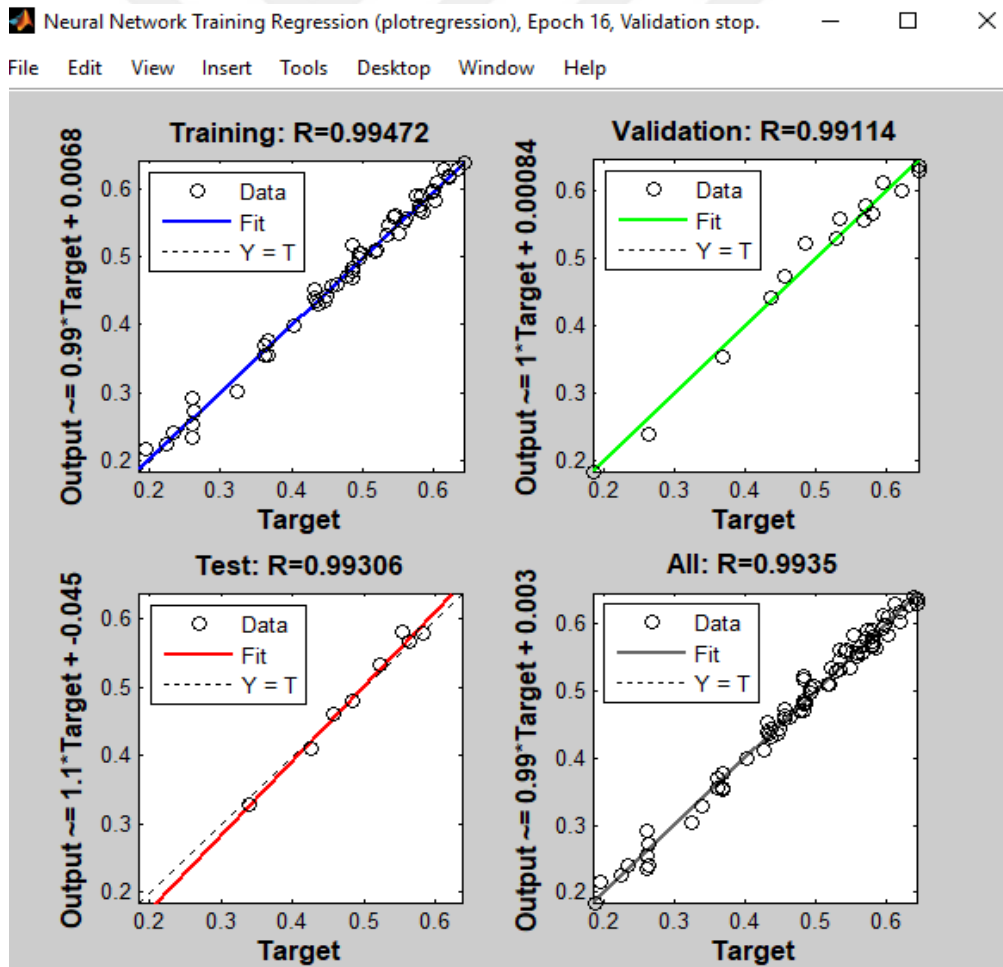
Burada " y_t " gerçek gözlem değerleri, " $\hat{y}_t$ " tahmin edilen değerler ve " T " tahmin sayısıdır. Belirlenen en iyi ağ yapısına göre bu ölçümlerin değerleri $MSE = 0.000179091$, $RMSE = 0.01338247$, $MAPE = 0.024873$ olarak bulunmuştur. Bu çalışmada MAPE değeri %2.4873 olarak hesaplandığı için tahmin "yüksek doğruluk" sınıfına girmektedir.



Şekil 4.3.15. MSE ve epoch grafiği

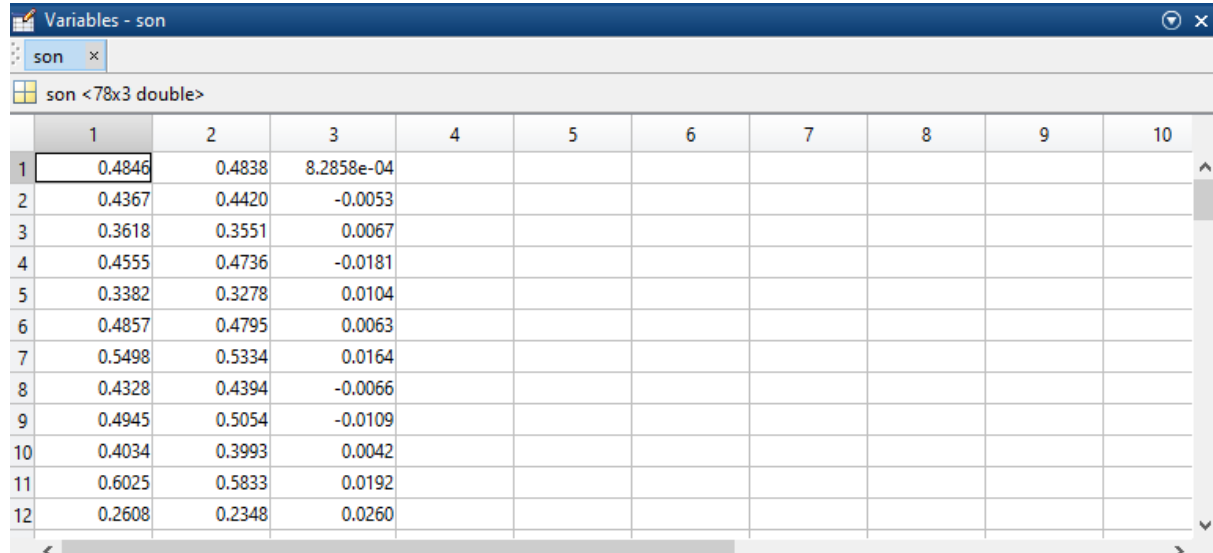


Şekil 4.3.16. Eğitim ve test aşamasındaki hata miktarları



Şekil 4.3.17. Ağ eğitim ve test regresyon grafiği

Şekil 4.3.17.'de tüm sonuçlara bakılırsa hata payının 0.003 olduğunu ve regresyonun bire oldukça yakın olduğunu görüyoruz. $Y = T$ doğrusuna oldukça yakın çizimlere ulaşmamız, Fuzzy TOPSIS yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçların gayet başarılı olduğunu bize göstermektedir.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.4846	0.4838	8.2858e-04							
2	0.4367	0.4420	-0.0053							
3	0.3618	0.3551	0.0067							
4	0.4555	0.4736	-0.0181							
5	0.3382	0.3278	0.0104							
6	0.4857	0.4795	0.0063							
7	0.5498	0.5334	0.0164							
8	0.4328	0.4394	-0.0066							
9	0.4945	0.5054	-0.0109							
10	0.4034	0.3993	0.0042							
11	0.6025	0.5833	0.0192							
12	0.2608	0.2348	0.0260							

Şekil 4.3.18. Yapay sinir ağı sonuçlarının bir kısmı

Şekil 4.3.18.'de ilk sütunda Fuzzy TOPSIS yönteminin hesapladığı yakınsaklık katsayıları, ikinci sütunda MATLAB'da kurduğumuz Yapay Sinir Ağı'nın tahmin ettiği katsayılar vardır. Üçüncü sütunda ise iki veri arasındaki hata miktarları verilmiştir. Görüldüğü üzere Yapay Sinir Ağı oldukça yakın sayıları bulabilmiştir.

Böylece Fuzzy TOPSIS yöntemiyle elde edilen yakınsaklık katsayılarının tutarlı olduğunu, doktorun biyopsi yapma kararı verirken çalışmamızı yardımcı bir uygulama olarak kullanabileceğini tespit ederiz.

4.3.2. FP-Soft Kümeleri Kullanarak Araç Kiralama Konusunda Müşteriye Yardımcı Olabilecek Bir Uygulama

Burada 2011 yılında Çağman, Çıtak ve Enginoğlu [4] tarafından tanımlanmış bir FP-soft kümenin fuzzy karar kümesine ve uygulamasına yer verilmiştir.

Tanım 4.3.2.1. $F_X \in FPS(U)$ olsun. F_X FP-soft kümesinin fuzzy karar kümesi

$$F_X^d = \{\mu_{F_X^d}(u)/u : u \in U\} \quad (4.20)$$

ile elde edilir ve F_X^d ile gösterilir. Burada $\mu_{F_X^d}$ üyelik fonksiyonu, U üzerinde bir fuzzy kümedir ve

$$\mu_{F_X^d} : U \rightarrow [0,1] \quad (4.21)$$

$$\mu_{F_X^d}(u) = \frac{1}{|supp(X)|} \sum_{x \in supp(X)} \mu_X(x) \chi_{f_X(x)}(u) \quad (4.22)$$

ile elde edilir [4]. Burada $supp(x)$, X kümesinin destekleyici kümesidir ve $\chi_{f_X(x)}$ fonksiyonu

$$\chi_{f_X(x)}(u) = \begin{cases} 1, & u \in f_X(x) \\ 0, & u \notin f_X(x) \end{cases} \quad (4.23)$$

ile bulunur [4].

Algoritma Bir FP-soft kümenin fuzzy karar kümesi kullanılarak birçok seçenek arasından en iyi olan ya da en uygun olan seçenek tercih edilecektir. Bunun için aşağıdaki algoritma kullanılacaktır [4].

Adım 1: U üzerindeki F_X FP-soft kümesini hesaplayınız.

Adım 2: F_X yardımıyla F_X^d fuzzy karar kümesini hesaplayınız.

Adım 3: $\max \mu_{F_X^d}(u)$ üyelik derecesine sahip olan alternatifi seçiniz.

Şimdi bu alt başlık altında vereceğimiz uygulamayı yukarıda belirtilen algorithmadan faydalanarak oluşturalım:

Kiralık araç sektöründe kişilerin tercihlerini yönlendiren birçok unsur bulunmaktadır [54]. Bu unsurlar tüketicilerin tercihlerini belirlemekle birlikte dolaylı olarak firmaların tercihlerini de etkilemektedir [54]. 2017 yılında araba kiralama sektörünün büyüklüğü 29 milyar TL'yi aşmış durumda [54]. Bununla birlikte kişilerin tercihleri de belirli araçlar üzerine yönelmiş ve o araçların kiralama rakamları oldukça ön plana çıkmıştır [54]. 2017 yılında en çok dizel ve manuel vitesli araçlar tercih edilmiştir [54]. 2017 yılında yakıta göre araç kiralamada %94,5 dizel, %5,4 benzin ve geri kalan %0,1 lik küçük kısımda diğer olarak tercih edilmiştir [54]. Yine 2017 yılında vites tipine göre araç kiralama oranlarına bakarsak %51,9 manuel ve %48,1 otomatik vites tercihi yapıldığını görüyoruz [54]. Ayrıca 2017 yılında araç kiralama sektöründe en çok kiralanan araç markaları arasında liderliği Renault eline almış durumda [54]. Renault'u araç kiralama da takip eden araçlar ise Volkswagen, Ford, Fiat [54]. Özellikle Volkswagen, Polo ve Golf

modeli araçlarıyla gençler tarafından en çok tercih edilen araçlar arasında yerini almış durumda [54]. Bunun yanı sıra da Jetta ve Passat gibi modelleri de kiralanan bir marka [54].

Bir galeri sahibi bu istatistiklere dayanarak araç filosunu 2018 yılında daha tercih edilebilir hale getirmek istemiştir. Bu sebepten galeri sahibi müşteriler tarafından uygun olan aracın kolayca bulunabilmesi için 2017 yılı verilerini kullanarak her bir özelliğe bir değer ataması yapmıştır. Örneğin, Renault Volkswagen'den daha fazla tercih edilebilir olduğundan Renault markasının önem derecesi Volkswagen'den fazla olmalıdır. Biz yaptığımız projede bu hususu dikkate alarak parametrelerin önem derecesini belirledik. Çalışmamız "Visual Studio 2017, Microsoft Form App (.Net Framework)" Visual C# programlama dili kullanılarak oluşturulmuştur. Ayrıca programda kullanılan arabalar "Microsoft SQL Server Management Studio 17" veri tabanına kaydedilmiştir. Müşteriye uygun olan arabanın bu veri tabanından istenildiğinde çağırılabilmesi sağlanmıştır.

Araç kiralamak için bu galeriye gelen her müşteriye 16 adet birbirinden farklı özelliklere sahip araç sunulmuştur. Bu seçenekler (arabalar kümesi) $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_{16}\}$ olsun. Bu arabalarda günlük araç kiralama bedeli (pahalı, orta, ucuz), yakıt durumu (dizel, benzin), vites tipi (manuel, otomatik) ve araç markası (Renault, Volkswagen, Ford, Fiat) olmak üzere dört özellik belirtilsin. Her ana parametrenin kendi içinde parametreleri var olduğundan toplam parametre sayısı ara parametre toplamı kadar olacaktır. Bu durumda 'araç kiralama bedeli' x_{1a} ($a = 1,2,3$) ile, 'yakıt durumu' x_{2b} ($b = 1,2$) ile, 'vites tipi' x_{3c} ($c = 1,2$) ile ve son olarak 'araç markası' x_{4d} ($d = 1,2,3,4$) ile gösterilmek üzere evrensel parametre kümesi $E = \{x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44}\}$ olarak gösterilecektir.

Galerideki araba çeşitlerini aşağıda verdiğimiz çalışmamızdaki kesitten inceleyebilirsiniz:

ID	FİYAT	YAKIT	VİTES	MARKA
1	170	Dizel	Manuel	Renault
2	160	Dizel	Manuel	Volkswagen
3	150	Dizel	Manuel	Ford
4	140	Dizel	Manuel	Fiat
5	130	Dizel	Otomatik	Renault
6	120	Dizel	Otomatik	Volkswagen
7	110	Dizel	Otomatik	Ford
8	100	Dizel	Otomatik	Fiat
9	160	Benzin	Manuel	Renault
10	150	Benzin	Manuel	Volkswagen
11	140	Benzin	Manuel	Ford
12	130	Benzin	Manuel	Fiat
13	120	Benzin	Otomatik	Renault
14	110	Benzin	Otomatik	Volkswagen
15	100	Benzin	Otomatik	Ford
16	90	Benzin	Otomatik	Fiat

Arabaları Göster

Şekil 4.3.19. Çalışmamızda kullanılan araba çeşitleri

Şimdi ilk gelen müşterimizin parametre tercihi ucuz, dizel, otomatik, Ford olup kendisi için bu parametrelerin önem derecesini sırasıyla 0.6, 0.6, 0.4, 0.5 olarak belirlediğini varsayalım. Buradan X fuzzy kümesi

$$X = \{0.6/x_{13}, 0.6/x_{21}, 0.4/x_{32}, 0.5/x_{43}\}$$

olarak yazılır.

Şimdi, kiralanabilecek en uygun arabayı algoritma kullanarak seçelim:

Adım 1: Müşteri istediği kriterleri göz önünde bulundurarak seçenekleri değerlendirir. Böylece uygun FP-soft kümesi oluşturulur.

$$F_X = \{(0.6/x_{13}, \{u_7, u_8, u_{14}, u_{15}, u_{16}\}), (0.6/x_{21}, \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8\}), \\ (0.4/x_{32}, \{u_5, u_6, u_7, u_8, u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16}\}), (0.5/x_{43}, \{u_3, u_7, u_{11}, u_{15}\})\}$$

Adım 2: F_X FP-soft kümesinin fuzzy karar kümesi aşağıda verilen işlemler yapılarak bulunur. Bazı arabalar için

$$\mu_{F_X^d}(u_1) = \frac{1}{4}(0.6 \times 0 + 0.6 \times 1 + 0.4 \times 0 + 0.5 \times 0) = 0.15$$

$$\mu_{F_X^d}(u_7) = \frac{1}{4}(0.6 \times 1 + 0.6 \times 1 + 0.4 \times 1 + 0.5 \times 1) = 0.525$$

$$\mu_{F_X^d}(u_{12}) = \frac{1}{4}(0.6 \times 0 + 0.6 \times 0 + 0.4 \times 0 + 0.5 \times 0) = 0$$

işlemleri yapıldıktan sonra fuzzy karar kümesini yazabiliriz. Fuzzy karar kümesini yazabilmek için her arabaya yukarıda bazı arabalar için yaptığımız işlemler benzer şekilde yapılmalıdır. Böylece fuzzy karar kümesi

$$F_X^d = \{0.15/u_1, 0.15/u_2, 0.275/u_3, 0.15/u_4, 0.25/u_5, 0.25/u_6, 0.525/u_7, 0.4/u_8, 0/u_9, \\ 0/u_{10}, 0.125/u_{11}, 0/u_{12}, 0.1/u_{13}, 0.25/u_{14}, 0.375/u_{15}, 0.25/u_{16}\}$$

elde edilir.

Adım 3: En büyük üyelik derecesine sahip olan araba seçilir.

$$\max_{u \in U} \mu_{F_X^d}(u) = 0.525$$

olduğundan u_7 arabası seçilir.

Şimdi çalışmamızın ana sayfasını inceleyelim:

UYGUN ARACI KİRALAMA

ID	FİYAT	YAKIT	VİTES	MARKA
4	140	Dizel...	Manu...	Fiat
5	130	Dizel...	Otom...	Renaul...
6	120	Dizel...	Otom...	Volksw...
7	110	Dizel...	Otom...	Ford
8	100	Dizel...	Otom...	Fiat
9	160	Ben...	Manu...	Renaul...
10	150	Ben...	Manu...	Volksw...
11	140	Ben...	Manu...	Ford

Kullanıcı Tercihi

Fiyat: ☐ Pahalı ☐ Orta ☒ Ucuz

Yakıt: ☒ Dizel ☐ Benzinli

Marka: ☐ Renault ☐ Volkswagen ☒ Ford ☐ Fiat

Vites Tipi: ☐ Manuel ☒ Otomatik

Fiyat=
Yakıt=
Vites Tipi=
Araç Markası=

Uygun olan aracı bul!

Arabaları Göster

Günlük Kiralama Bedeli=110 TL

Bulanık Karar Kümesi

u1=	0,150000	u5=	0,250000	u9=	0	u13=	0,100000
u2=	0,150000	u6=	0,250000	u10=	0	u14=	0,250000
u3=	0,275000	u7=	0,525000	u11=	0,125	u15=	0,375000
u4=	0,150000	u8=	0,400000	u12=	0	u16=	0,250000



Focus-1.6 tdc

Şekil 4.3.20. Uygun araç kiralama ana sayfası

Galeriye gelen her müşteriye programda yer alan ‘Kullanıcı Tercihi’ adlı panelde uygun olan tercihi yapması istenir. Tercihe uygun olarak program, FP-soft küme oluşturur. Daha sonra oluşturulan FP-soft kümenin fuzzy karar kümesi için gerekli olan işlemler her araba için program tarafından hesaplanır. Bu işlemlerin sonucu ‘Fuzzy Karar Kümesi’ adlı panelde gösterilir. Böylece bu sonuçlardan en büyük olanı kullanıcının yaptığı tercihe uygun olan en tutarlı arabayı gösterir.

4.3.3. Fuzzy Parametrelili Soft Uzman Kümeleri Kullanarak Doktora Alımları için Karar Verici Gruba Yardımcı Olabilecek Bir Uygulama

Burada 2012 yılında Bashir ve Salleh tarafından tanımlanmış bir FPSES üzerindeki karar verme problemlerine dair algoritma ve buna dair uygulamaya yer verilecektir [1].

Yöntem (F, A), FPSES olsun. *Katılıyorum* – FPSES yi tablo üzerinde göstermek için

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & u_i \in F_1(\varepsilon) \\ 0, & u_i \notin F_1(\varepsilon) \end{cases} \quad (4.24)$$

dönüşümü ve *Katılmıyorum* – FPSES yi tablo üzerinde göstermek için

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & u_i \in F_0(\varepsilon) \\ 0, & u_i \notin F_0(\varepsilon) \end{cases} \quad (4.25)$$

dönüşümü kullanılır ve u_{ij} değerleri tabloya yazılır [1].

Algoritma Fuzzy parametrelili soft uzman kümesinin *Katılıyorum – FPSES* ve *Katılmıyorum – FPSES* yardımıyla birçok seçenek arasından en iyi olanı tercih edilecektir. Bunun için aşağıdaki algoritma kullanılacaktır [1].

Adım 1: $(F, A)_D$ FPSES giriniz.

Adım 2: *Katılıyorum – FPSES* ve *Katılmıyorum – FPSES* bulunuz.

Adım 3: *Katılıyorum – FPSES* için $c_j = \sum_{x \in X} \sum_i u_{ij}(\mu_E(x_i))$ hesaplayınız.

Adım 4: *Katılmıyorum – FPSES* için $k_j = \sum_{x \in X} \sum_i u_{ij}(\mu_E(x_i))$ hesaplayınız.

Adım 5: $s_j = c_j - k_j$ bulunuz.

Adım 6: $s_t = \max s_j$ olan t 'yi seçiniz. t birden fazla değere sahipse bu koşulu sağlayan herhangi bir seçenek tercih edilebilir [1].

Şimdi bu alt başlık altında vereceğimiz uygulamayı yukarıda belirtilen algorithmadan faydalanarak oluşturalım:

Mersin Üniversitesi Matematik Bölümü Doktora programına başvuran adaylardan daha önceden belirtilen dört parametre için başarılı olmaları istenmiştir. Bu parametreler yabancı dil (İngilizce en az yüz üzerinden 65), ALES sınavı (en az yüz üzerinden 70), ders başarı notu (GANO en az dört üzerinden 3.00) ve son olarak yapılan mülakat (en az yüz üzerinden 70) değerlendirmeleridir ve sırasıyla x_1, x_2, x_3, x_4 olarak gösterilsin. Başvuran adaylar arasından yabancı dil, ALES ve ders başarı notu istenilen seviyede olanlar jüri önüne çıkmaktadırlar. Jüride yer alan her bir jüri üyesinin bu dört parametre için önem ağırlıkları farklı olabilir. Böyle bir durumda objektif olmayan bir değerlendirme yapılmış olacaktır. Biz yaptığımız çalışmayla bu tutarsızlığı en aza indirmeyi hedefledik. Çalışmamız “Visual Studio 2017, Microsoft Form App (.Net Framework)” Visual C# programlama dili kullanılarak oluşturulmuştur. Ayrıca mülakat yapılmadan önce üç parametrede başarılı olan adaylar Mersin Üniversitesi yönetimi tarafından “Microsoft SQL Server Management Studio 17” veri tabanına kaydedilmiş ve jüri tarafından istenildiğinde görülebilir durumda çalışmaya eklenmiştir. Mülakat yapılmadan önce üç parametrede başarılı olan adaylar kümesi $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_{10}\}$ olsun. Jüri üyelerinin kümesi ise $J = \{p, q, r\}$ olsun.

Çalışmamızda U kümesi jüri tarafından istenildiğinde veri tabanından çağırılabilir. Aşağıda çalışmamızdan bir kesitle U kümesini belirledik (Çalışmamızdaki kesitte veri tabanında başarılı olan adaylar ‘Göster’ tıklanarak çağırılabilir.):

ID	DİL	ALES	GANO	SINAV
1	65	80	75	80
2	68	75	78	85
3	72	90	80	90
4	80	85	82	88
5	88	91	85	70
6	70	95	75	85
7	78	88	87	92
8	90	95	75	95
9	69	85	77	93
10	65	75	80	90

Ekle SİL Göster

Şekil 4.3.21. Çalışmamızdan bir kesit

Adım1: $(F, A)_D =$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, p, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.70}, q, 1 \right), \{u_3, u_4, \dots, u_8\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, r, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_2}{0.80}, p, 1 \right), \{u_1, u_3, u_4, \dots, u_9\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.85}, q, 1 \right), \{u_3, u_4, \dots, u_9\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.90}, r, 1 \right), \{u_3, u_5, u_6, u_8\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, p, 1 \right), \{u_3, u_4, u_5, u_7, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.75}, q, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, r, 1 \right), \{u_3, u_4, u_5, u_7, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_4}{0.90}, p, 1 \right), \{u_3, u_7, u_8, u_9, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, q, 1 \right), \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, \dots, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, r, 1 \right), \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, \dots, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, p, 0 \right), \emptyset \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.70}, q, 0 \right), \{u_1, u_2, u_9, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, r, 0 \right), \emptyset \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_2}{0.80}, p, 0 \right), \{u_2, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.85}, q, 0 \right), \{u_1, u_2, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.90}, r, 0 \right), \{u_1, u_2, u_4, u_7, u_9, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, p, 0 \right), \{u_1, u_2, u_6, u_8, u_9\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.75}, q, 0 \right), \emptyset \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, r, 0 \right), \{u_1, u_2, u_6, u_8, u_9\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_4}{0.90}, p, 0 \right), \{u_1, u_2, u_4, u_5, u_6\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, q, 0 \right), \{u_5\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, r, 0 \right), \{u_5\} \right\}
\end{aligned}$$

Adım 2: *Katılıyorum – FPSES:*

$$\begin{aligned}
(F, A)_{D_1} = & \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, p, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.70}, q, 1 \right), \{u_3, u_4, \dots, u_8\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, r, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.80}, p, 1 \right), \{u_1, u_3, u_4, \dots, u_9\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.85}, q, 1 \right), \{u_3, u_4, \dots, u_9\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_2}{0.90}, r, 1 \right), \{u_3, u_5, u_6, u_8\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, p, 1 \right), \{u_3, u_4, u_5, u_7, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.75}, q, 1 \right), \{u_1, u_2, \dots, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, r, 1 \right), \{u_3, u_4, u_5, u_7, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.90}, p, 1 \right), \{u_3, u_7, u_8, u_9, u_{10}\} \right\}, \\
& \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, q, 1 \right), \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, \dots, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, r, 1 \right), \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, \dots, u_{10}\} \right\}
\end{aligned}$$

Katılmıyorum – FPSES:

$$(F, A)_{D_0} = \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, p, 0 \right), \emptyset \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.70}, q, 0 \right), \{u_1, u_2, u_9, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_1}{0.65}, r, 0 \right), \emptyset \right\}, \\ \left\{ \left(\frac{x_2}{0.80}, p, 0 \right), \{u_2, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.85}, q, 0 \right), \{u_1, u_2, u_{10}\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_2}{0.90}, r, 0 \right), \{u_1, u_2, u_4, u_7, u_9, u_{10}\} \right\}, \\ \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, p, 0 \right), \{u_1, u_2, u_6, u_8, u_9\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.75}, q, 0 \right), \emptyset \right\}, \left\{ \left(\frac{x_3}{0.80}, r, 0 \right), \{u_1, u_2, u_6, u_8, u_9\} \right\}, \\ \left\{ \left(\frac{x_4}{0.90}, p, 0 \right), \{u_1, u_2, u_4, u_5, u_6\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, q, 0 \right), \{u_5\} \right\}, \left\{ \left(\frac{x_4}{0.80}, r, 0 \right), \{u_5\} \right\}$$

Adım 3: u_9 adayı için *Katılıyorum – FPSES*'yi hesaplayalım:

Tablo 4.3.7. *Katılıyorum – FPSES*

U	u_9
$(x_1/0.65, p)$	1
$(x_2/0.80, p)$	1
$(x_3/0.80, p)$	0
$(x_4/0.90, p)$	1
$(x_1/0.70, q)$	0
$(x_2/0.85, q)$	1
$(x_3/0.75, q)$	1
$(x_4/0.80, q)$	1
$(x_1/0.65, r)$	1
$(x_2/0.90, r)$	0
$(x_3/0.80, r)$	0
$(x_4/0.80, r)$	1
$c_9 = \sum_{x \in J} \sum_i u_{i9}(\mu_E(x_i))$	6.299

Adım 4: u_9 adayı için *Katılmıyorum – FPSES* 'i hesaplayalım:

Tablo 4.3.8. *Katılmıyorum – FPSES*

U	u_9
$(x_1/0.65, p)$	0
$(x_2/0.80, p)$	0

$(x_3/0.80, p)$	1
$(x_4/0.90, p)$	0
$(x_1/0.70, q)$	1
$(x_2/0.85, q)$	0
$(x_3/0.75, q)$	0
$(x_4/0.80, q)$	0
$(x_1/0.65, r)$	0
$(x_2/0.90, r)$	1
$(x_3/0.80, r)$	1
$(x_4/0.80, r)$	0
$k_9 = \sum_{x \in J} \sum_i u_{i9}(\mu_E(x_i))$	3.199

Adım 5: $s_9 = c_9 - k_9 = 3.099$ olarak bulunur. Biz sadece u_9 ile gösterilen öğrenci için hesapladık. Diğer tüm başvuran öğrenciler için de benzer şekilde hesaplanır. Diğer tüm sonuçlar için çalışmamızın ana sayfasını inceleyelim:

 Doktora Değerlendirme Formu

Yapılan Başvuru Listesi



ID=

DİL=

ALES=

GANO=

Sınav=

ID	DİL	ALES	GANO	SINAV
1	65	80	75	80
2	68	75	78	85
3	72	90	80	90
4	80	85	82	88
5	88	91	85	70
6	70	95	75	85
7	78	88	87	92
8	90	95	75	95
9	69	85	77	93
10	65	75	80	90

Ekle Sil Göster

Her bir Jürinin değerlendirme katsayısı ve adayın başvuru şartlarından geçme durumu

	J1	J2	J3
DİL=	0.65	0.7	0.65
ALES=	0.8	0.85	0.9
GANO=	0.8	0.75	0.8
Sınav=	0.9	0.8	0.8

	J1	J2	J3
DİL=	1	0	1
ALES=	1	1	0
GANO=	0	1	0
Sınav=	1	1	1

IDK	D1	A1	G1	S1	D2	A2	G2	S2	D3	A3	G3	S3
0	0.65	0.8	0.8	0.9	0.7	0.85	0.75	0.8	0.65	0.9	0.8	0.8

Katsayı ID= Ekle Sil Göster

Sonuç Ekranı

+FPSES= Sonuç=

-FPSES=

Öğrencinin genel sonucunu hesapla!

ID	Sonuç
1	-0.4000000...
2	-2.0000000...
3	9.3999999...
4	5.9000000...
5	4.3000000...
6	4.3999999...
7	7.6999999...
8	6.1999999...
9	3.0999999...
10	2.9999999...

Ekle Sil Göster

Şekil 4.3.22. Doktora değerlendirme formu ana sayfası

Jüride yer alanların her bir parametre için belirledikleri önem katsayıları istendiğinde değişebilir ve veri tabanına kaydedilebilir. Böylece jürideki kişilerin değişmesi programın kullanılabilirliğini etkilemeyecektir.

Adım 6: $s_t = \max \{s_1, s_2, \dots, s_{10}\}$ koşulunu sağlayan t değeri Şekil 4.3.22.'den 3 olarak bulunur. Bu duruma göre jürilerin her bir parametre için belirledikleri önem katsayısına göre en iyi seçilecek doktora aday öğrencisi u_3 adaydır.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tezde soft αA - küme, soft αB - küme, soft αC -küme ve soft αLC -kümeler tanımlanarak soft αA - süreklilik, soft αB - süreklilik, soft αC -süreklilik ve soft αLC -süreklilik kavramları verilmiştir ve ilgili özellikleri incelenmiştir. Daha sonra, bipolar soft kümelerden faydalanılarak bipolar soft süzgeç yapısı tanımlanmıştır. Burada farklı kümelerden faydalanılarak çeşitli yapıların çalışılabileceğini ve bu çalışmayla belirsizliğe yönelik daha ideal bir yaklaşım bulunabileceğini düşünüyoruz. Ayrıca tezimizde belirsizliği en az hatayla en ideal çözüme yaklaştırmak amacıyla birçok araştırmacı tarafından çeşitli teoriler ortaya atıldığı için belirsizlik problemlerinin çözümüne yönelik uygulamalara yer verilmiştir. Bu kısımda farklı küme teorilerinden faydalanılarak çeşitli alanlarda karşılaşılan belirsizliğe yönelik problemlerin çözülmesi adına yeni yaklaşımlar sunulmuştur. Dahası “MATLAB”, “Microsoft SQL Server Management Studio” ve “Visual Studio 2017, Microsoft Form App (.Net Framework)” Visual C# programlama dilinden faydalanılarak belirsizliğe karşı yapılabilecek olan insan hatalarını minimum düzeyde tutmaya çalışılmıştır. Uygulamalardaki amacımız belirsizliğe yönelik en tutarlı sonuçları elde etmek ve böylece insanların bu tip durumlarda karar verebilmesini kolaylaştırmaktır. Bu tezde verilen uygulamaların belirsizliğe yönelik çalışmalar yapan araştırmacılara yeni bir çalışma alanı kazandıracağını umuyoruz.

KAYNAKLAR

- [1] Bashir, M.; Salleh, A. R., Fuzzy Parameterized Soft Expert Set. *Hindawi Publishing Corporation Abstract and Applied Analysis* **2012**, Article ID 258361, 15 pages.
- [2] Sekar, C.; Subhashinin, J., Related properties of soft dense and soft pre-open sets in soft topological spaces. *International Journal of Innovative and Applied Research* **2014**, 2 (9), 34-48.
- [3] Çağman, N.; Enginoğlu, S.; Çıtak, F., Fuzzy Set Theory and its Applications. *Iranian Journal of Fuzzy Systems* **2011**, 8, 137-147.
- [4] Çağman, N.; Çıtak, F.; Enginoğlu, S., 2011, FP-soft Set Theory and Its Applications. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics* **2011**, 2, 219-226.
- [5] Catolona, W.J.; Partin, A.W.; Slawin, K.M.; Brawer, M.K.; Flanigan, R.C.; Patel, A., Use of the percentage of free prostate-specific antigen to enhance differentiation of prostate cancer from benign prostatic disease: A prospective multicenter clinical trial. *Journal of American Medical Association (JAMA)* **1998**, 279, 1542-1547.
- [6] Shin Egawa, M.D.; Shigehiro Soh, M.D.; Makoto Otori, M.D.; Toyooki Uchida, M.D.; Kazuo Gohji, M.D.; Akio Fujii, M.D., The ratio of free to total serum prostate specific antigen and its use in differential diagnosis of prostate carcinoma in Japan. *Cancer* **1997**, 79, 90-98.
- [7] Van Cangh, P.J.; De Nayer, P.; De Vischer, L.; Sauvage, P.; Tombal, B.; Lorge, F., Free to total prostate-specific antigen (PSA) ratio is superior to total PSA in differentiating benign prostate hypertrophy from prostate cancer. *The prostate* **1996**, 29, 30-34 .
- [8] Kaufmann, A.; Gupta, M.M., Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. *Van Nostrand Reinhold* **1985**, New York.
- [9] Buckley, J.J., Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets and Systems* **1985**, 17, 233-247.
- [10] Zadeh, L.A., The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Inform. Sci.* **1975**, 8, 199-249(I), 301-357(II).
- [11] Chen-Tung, C., Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems* **2000**, 114, 1-9.
- [12] Hwang, C.L.; Yoon, K., Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications. *Springer* **1981**, Berlin Heidelberg.
- [13] Öztemel, E., *Yapay sinir ağları*. İstanbul: Papatya Yayınları, 2003.
- [14] Efendigil, T.; Önüt, S.; Kahraman, C., A decision support system for demand forecasting with artificial neural networks and neuro-fuzzy models: A comparative analysis. *Expert Systems with Applications* **2009**, 36, 6697-6707.
- [15] Şen, Z., *Yapay sinir ağları ilkeleri*. İstanbul: Su Vakfı Yayınları, 2004.
- [16] Palmer, A.; Montano, J. J.; Sese, A., Designing an artificial neural network for forecasting tourism time series. *Tourism Management* **2006**, 27, 781-790.
- [17] Werbos, P. J., Generalization of backpropagation with application to a recurrent gas market models. *Neural Network* **1998**, 339-356.

- [18] Kartalopoulos, S. V., *Understanding neural network and fuzzy logic*, Newyork: IEEE Press, 1996.
- [19] Hamid, S. A.; Iqbal, Z., Using neural networks for forecasting volatility of s and p 500 index futures prices. *Journal of Business Research* **2004**, 57, 1116-1125.
- [20] Kaynar, O.; Taştan, S., Zaman serileri tahmininde arıma-mlp melez modeli. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi* **2009**, 23, (3), 141-149.
- [21] Zhang, G.; Hu, M. Y., Neural network forecasting of the british pound/US Dollar exchange rate. *Omega International Journal of Management Science* **1998**, 26, (4), 495-506.
- [22] Cho, V., A comparison of three different approaches to tourist arrival forecasting. *Tourism Management* **2003**, 24, 323-330.
- [23] De Lurgio, A. S., *Forecasting principles and applications*, Singapore: Irwin McGraw-Hill, 1998.
- [24] Çuhadar, M.; Kayacan, C., Yapay sinir ağları kullanılarak konaklama işletmelerinde doluluk oranı tahmini: Türkiye'deki konaklama işletmeleri üzerine bir deneme. *Anatolia: Turizm Araştırmaları Dergisi* **2005**, 16, (1), 24-30.
- [25] Maji, P.K.; Biswas, R.; Roy, A.R., Soft set theory. *Computers and Mathematics with Applications* **2003**, 45, (4-5), 555-562.
- [26] Shabir, M.; Naz, M., On Bipolar Soft Sets. arXiv: 1303.1344v1 [math.LO] (2013).
- [27] Yüksel, Ş.; Tozlu, N.; Ergül, G.Z., Soft Filter. *Math Sci.* **2014**, 8, 119.
- [28] Shabir, M.; Naz, M., On soft topological spaces. *Comput. Math. Appl.* **2011**, 61, 1786-1799.
- [29] Akdağ, M., Özkan, A., Soft α -Open Sets and Soft α -Continuous Functions. *Abstr. Appl. Anal.* **2014**, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/891341>.
- [30] Arockiarani, I.; Arokialancy, A., Generalized soft $g\beta$ -closed sets and soft $gs\beta$ -closed sets in soft topological spaces. *International Journal of Mathematical Archive* **2013**, 4, (2), 1-7.
- [31] Chen, B., Soft semi-open sets and related properties in soft topological spaces. *Appl. Math. Inf. Sci.* **2013**, 7, (1), 287-294.
- [32] Kandil, A.; Tantawy, O.A.E.; El-Sheikh, S.A.; Abd El-Latif, A.M., γ -operation and decompositions of some forms of soft continuity in soft topological spaces. *Ann. Fuzzy Math. Inform.* **2014**, 7, (2), 181-196.
- [33] Kharal, A.; Ahmad, B., Mappings on Soft Classes. *New Math. Nat. Comput.* **2011**, 7, (3), 471-481.
- [34] Kocaman A.H.; Tozlu, N., Soft locally closed sets and decompositions of soft continuity. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics* **2016**, 11, (2), 173-181.
- [35] Mahanta, J.; Das, P.K., On soft topological space via semi-open and semi-closed soft sets. Cornell University Library arXiv:1203.4133, (2012).

- [36] Tozlu, N.; Yüksel, Ş.; Ergül, Z.G., Soft C-Sets and a Decomposition of Soft Continuity in soft Topological Spaces. *International Journal of Mathematics Trends and Technology* **2014**, 16, (1), 58-69.
- [37] Tozlu, N.; Yüksel, Ş., Soft A-sets and soft B-sets in Soft Topological spaces. *Mathematical Sciences and Applications E-Notes* **2017**, 5, (2), 17-25.
- [38]. Yüksel, Ş.; Tozlu, N.; Ergül, Z.G., Soft regular generalized closed sets in soft topological spaces. *International Journal of Mathematical Analysis* **2014**, 8, (8), 355-367.
- [39] Zorlutuna, I.; Akdağ, M.; Min, W.K.; Atmaca, S., Remarks on soft topological spaces. *Ann. Fuzzy Math. Inform.* **2012**, 3, (2), 171-185.
- [40] Ural, G.F., Bulanık doğrusal programlama metodu kullanılarak bir sanayi kuruluşunda üretim planlama çalışmasının gerçekleştirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kocaeli, 2006.
- [41] Zadeh, L. A., Fuzzy sets. *Information and Control* **1965**, 8, 338-353.
- [42] Molodtsov, D., Soft set theory-first results. *Comput. Math. Appl.* **1999**, 37, 19-31.
- [43] Maji, P. K.; Roy, A. R.; Biswas, R., Fuzzy soft sets. *Journal of Fuzzy Mathematics* **2001**, 9, (3), 589-602.
- [44] Roy, S.; Samanta, T. K., A note on fuzzy soft topological spaces. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics* **2012**, 3, 305-311.
- [45] Pawlak, Z., Rough sets. *Int. J. Comput. Inf. Sci.* **1982**, 11, 341-356.
- [46] Karaaslan, F.; Karatas, S., A new approach to bipolar soft sets and its applications. *Discrete Math. Algorithm. Appl.* **2015**, 07, 1550054.
- [47] Çağman, N.; Karataş, S.; Enginoğlu, S., Soft topology. *Comput. Math. Appl.* **2011**, 62, 351-358.
- [48] Roy, S.; Samanta, T.K., *An Introduction of a Soft Topological Spaces Proceeding of UGC sponsored National seminar on Recent trends in Fuzzy set Theory, Rough set theory and Soft set theory at Uluberia College on 23rd and 24th September, 2011* ISBN 978-81-922305-5-9, pp. 9-12.
- [49] Shabir, M.; Bakhtawar, A., Bipolar soft connected, bipolar soft disconnected and bipolar soft compact spaces. *Songklanakari J. Sci. Technol.* **2017**, 39, 3, 359-371.
- [50] Öztürk, Y.T., On Bipolar Soft Topological Space. *Journal of New Theory* **2018**, 20, 64-75.
- [51] Kannan, K., Soft Generalized Closed Sets in Soft Topological Spaces. *Journal of Theoretical and Appl. Inform. Technology* **2012**, 37, (1), 17-21.
- [52] Kandil, A.; Tantawy, O.A.E.; El-Sheikh, S.A.; Abd El-latif, A.M., γ -operation and decompositions of some forms of soft continuity in soft topological spaces. *Ann. Fuzzy Math. Inform.* **2014**, 7, (2), 181-196.
- [53] Güzel Ergül, Z.; Yüksel, Ş.; Tozlu, N., On soft generalized preregular closed and open sets in soft topological spaces. *Applied Mathematical Sciences* **2014**, 8, (158), 7875-7884.

- [54] Rentiva Online, RENTİVA, <https://rentiva.com/blog/kategori/2017-yilinda-en-cok-kiralan-arac-markalari-ve-diger-ozellikler>, (20.03.2018)
- [55] Saritas, I.; Allahverdi, N.; Sert, U., *A fuzzy expert system design for diagnosis of prostate cancer*, International Conference on Computer Systems and Technologies-CompSysTech, 19-20 Haziran 2003, pp. 345-351.
- [56] Saritas, I.; Ozkan, I.A.; Sert, U., Prognosis of prostate cancer by artificial neural networks, *Expert Systems with Applications* **2010**, 37, 6646-6650.
- [57] Benecchi, L., Neuro-fuzzy system for prostate cancer diagnosis, *Urology* **2006**, 68, (2), 357-361.
- [58] Keles, A.; Hasiloglu, A.S.; Keles, A.; Aksoy, Y., Neuro-fuzzy classification of prostate cancer using NEFCLASS-J, *Computers in Biology and Medicine* **2007**, 37, 1617-1628.
- [59] Yuksel, S.; Dizman, T.; Yıldızdan, G.; Sert, U., Application of soft sets to diagnose the prostate cancer risk, *J. Inequal. Appl.* **2013**, 229.
- [60] Yüksel, Ş., Güzel Ergül, Z., Tozlu, N., Soft Covering Based Rough Sets and Their Application, *The Scientific World Journal* **2014**, Article ID 970893, 9 pages, <http://dx.doi:10.1155/2014/970893>.
- [61] Feng, F., Soft rough sets applied to multicriteria group decision making, *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, **2011**, 2, (1), 69-80.

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı : Orhan DALKILIÇ

Doğum Tarihi : 15.08.1995

E-mail : orhandlk952495@hotmail.com

Öğrenim Durumu :

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	Matematik	Marmara	2013-2016
Yüksek Lisans	Matematik	Mersin	2017-

Görevler :

Görev Ünvanı	Görev Yeri	Yıl
Sağlık Memuru	T.C. SAĞLIK BAKANLIĞI SBÜ ŞİŞLİ ETFAL EĞİTİM VE ARAŞTIRMA HASTANESİ	28/04/2014-22/09/2017
Sağlık Memuru	T.C. SAĞLIK BAKANLIĞI MERSİN ŞEHİR HASTANESİ	23/09/2017-

ESERLER (Makaleler ve Bildiriler)

Bu tez çalışmasından, 4 (dört) adet uluslararası makale ile, 1 (bir) adet uluslararası bildiri ve 1 (bir) adet ulusal bildiri üretilmiştir. Bu üretilen çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

Demirtaş N.; Dalkılıç O., Selecting the patients with prostate cancer risk using Fuzzy TOPSIS Method, Submitted 2019.

Demirtaş N.; Dalkılıç O., Consistency measurement using the artificial neural network of the results obtained with Fuzzy TOPSIS Method for the diagnosis of prostate cancer, Submitted 2019.

Demirtaş N.; Dalkılıç O., Decompositions of soft α –continuity and soft A –continuity, Submitted 2019.

Dalkılıç O.; Demirtaş N., Bipolar soft filter, Submitted 2019.

Dalkılıç O.; Demirtaş N., Bipolar soft filter, 6th International IFS and Contemporary Mathematics Conference IFSCOM-MERSİN 2019, MERSİN 7-10 Haziran 2019, pp. 63-64.

Demirtaş N.; Yüksel Ş.; Ergül Güzel Z.; Dalkılıç O., Evaluation of patients with prostate cancer risk using Fuzzy TOPSIS Method and artificial neural network, 6. Kadın Matematikçiler Derneği Çalıştayı TKMD-KONYA 2019, KONYA 26-28 Nisan 2019, pp. 13.