



**T.C.
SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI**

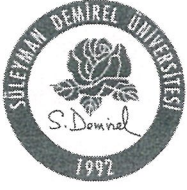
**MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ OYUNLARININ AFET
DURUMLARINA UYGULANMASI**

**Hatice YILDIRIM
1730201085**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DANIŞMAN
Dr. Öğr. Üyesi Osman PALANCI**

ISPARTA-2019



SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS TEZ SAVUNMA SINAV TUTANAĞI

Düzeltilme Sonrası Girecek Öğrenci

Öğrencinin Adı Soyadı	Hatice YILDIRIM
Anabilim Dalı	İşletme
Tez Başlığı	Oyun Teorisi ve Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunlar
Yeni Tez Başlığı ¹ (Eğer değişmesi önerildi ise)	Minimum Giderli Ağaç Oyunlarının Afet Durumlarına Uygulanması

Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği hükümleri uyarınca yapılan Yüksek Lisans Tez Savunma Sınavında Jürimiz 10/09/2019 tarihinde toplanmış ve yukarıda adı geçen öğrencinin Yüksek Lisans tezi için;

☒ OY BİRLİĞİ ☐ OY ÇOKLUĞU²

ile aşağıdaki kararı almıştır.

- ☒ Yapılan savunma sınavı sonucunda aday başarılı bulunmuş ve tez **KABUL** edilmiştir.
☐ Yapılan savunma sınavı sonucunda aday başarısız bulunmuş ve tezinin **REDDEDİLMESİ** kararlaştırılmıştır.

TEZ SINAV JÜRİSİ	Adı Soyadı/Üniversitesi	Kabul/Ret	İmza
Danışman	Dr. Öğr. Üyesi Osman PALANCI / SDÜ	☒ Kabul ☐ Ret	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Sırma Zeynep ALPARSLAN GÖK / SDÜ	☒ Kabul ☐ Ret	
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Fatma Gül ALTIN / MAKÜ	☒ Kabul ☐ Ret	
Jüri Üyesi		☐ Kabul ☐ Ret	
Jüri Üyesi		☐ Kabul ☐ Ret	

¹ Tez başlığının DEĞİŞTİRİLMESİ ÖNERİLDİ ise yeni tez başlığı ilgili alana yazılacaktır. Değişme yoksa çizgi (-) konacaktır.

² OY ÇOKLUĞU ile alınan karar için muhalefet gerekçesi raporu eklenmelidir.

YÖK LİSANSÜSTÜ EĞİTİM-ÖĞRETİM VE SINAV YÖNETMELİĞİ Madde 9- (7) Tezi başarısız bulunarak reddedilen öğrencinin yükseköğretim kurumu ile ilişkisi kesilir. (8) Tezi hakkında düzeltme kararı verilen öğrenci en geç üç ay içinde düzeltmeleri yapılan tezi aynı jüri önünde yeniden savunur. Bu savunma sonunda da başarısız bulunarak tezi kabul edilmeyen öğrencinin yükseköğretim kurumu ile ilişkisi kesilir.

T.C.



SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ

Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü



YEMİN METNİ

Yüksek Lisans tezi olarak sunduğum “Minimum Giderli Ağaç Oyunlarının Afet Durumlarına Uygulanması” adlı çalışmanın, tezin proje safhasından sonuçlanmasına kadarki bütün süreçlerde bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurulmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin Bibliyografya’da gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla beyan ederim.

Hatice YILDIRIM

10.09.2019

(YILDIRIM, Hatice, *Minimum Giderli Ağaç Oyunlarının Afet Durumlarına Uygulanması*, Yüksek Lisans Tezi, Isparta, 2019)

ÖZET

Çalışmada oyun teorisi genel hatlarıyla anlatılmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda öncelikle oyun teorisine ilişkin genel bilgilerden, tanımlardan ve varsayımlardan bahsedilmiştir. Bununla birlikte oyun teorisinin bilimsel bir disiplin olarak tarih sahnesinde ortaya çıkışı tüm yönleri ile açıklanmış ve oyun teorisi alanında çalışma yapan kişilerden ve çalışmalarından bahsedilmiştir. Çalışmanın devamında işbirlikçi olmayan oyun teorisi ve işbirlikçi oyun teorilerinden bahsedilmiştir. İşbirlikçi olmayan oyun teorisi içerisinde Nash dengesi, Suçlular çıkmazı, ağaç şeklinde oyunlar, stratejik oyunlar, sıfır toplamli oyunlar ve iki kişilik sıfır toplamli oyunlar açıklanmıştır. İşbirlikçi oyun teorisinde kullanılan oyunlar içerisinde ise eldiven oyunu, maliyet kurtarma oyunu, akış oyunu, permütasyon oyunu ve oybirliği oyunu örneklerle açıklanmıştır. Ayrıca işbirlikçi oyun teorisinin önemli çözüm yöntemlerinden olan kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri incelenmiştir.

Çalışmada minimum giderli ağaç durumları üzerinde durulmuştur. Bu kapsamda minimum giderli ağaç oyunlarının (MCST) uygulama alanları ve minimum giderli ağaç bulma algoritmaları olan Prim ve Kruskal algoritmaları örnekler yardımıyla açıklanmıştır. MCST algoritmaları MATLAB uygulaması üzerinde hesaplanmıştır.

Çalışmanın uygulama bölümünde afet durumu ele alınmıştır. Mahallelerdeki toplanma alanları düğümler olarak belirlenmiştir. Geçici barınma alanı ise kaynak olarak belirlenmiş ve minimum giderli ağaç oluşturulmuştur. Oyuncuların koalisyon değerleri de belirlendikten sonra kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri hesaplanmıştır. Bulunan çözümlerin hangi oyuncular için kaliteli olduğunu göstermek amacıyla Shapley değeri ve τ -değerine göre PMAS oluşturulmuştur. Çalışma sonucunda 1. ve 2. oyuncunun τ -değerini, 3. oyuncunun ise Shapley değerini seçmesi gerektiği belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Oyun Teorisi, İşbirlikçi Olmayan Oyun Teorisi, İşbirlikçi Oyun Teorisi, Minimum Giderli Ağaç Durumları, PMAS, Shapley Değeri, τ -değeri, Afet Durumları, Toplanma Alanları, Geçici Barınma Alanları

(YILDIRIM, Hatice, *An Application of Minimum Cost Spanning Tree Games to Disaster Situations*, Master Thesis, Isparta, 2019)

ABSTRACT

In this study, game theory is explained in general terms. In this context, firstly, general information, definitions and assumptions about game theory are mentioned. However, the emergence of game theory as a scientific discipline on the stage of history has been explained in all aspects and the people and their works have been mentioned in the field of game theory. In the continuation of the study, non-cooperative game theory and cooperative game theory are mentioned. In non-cooperative game theory, Nash equilibrium, Prisoner's dilemma, tree games, strategic games, zero-sum games and two-person zero-sum games are explained. In the games used in cooperative game theory, glove game, cost recovery game, flow game, permutation game and unanimity game are explained with examples. In addition, imputation set, core set, Shapley value and τ -value, which are important solution methods of cooperative game theory, are examined.

In this study, the minimum cost spanning tree situations are discussed. In this context, the application areas of minimum cost spanning tree games (MCST) and Prim and Kruskal algorithms, minimum cost spanning tree detection algorithms, are explained with examples. MCST algorithms are calculated on MATLAB application.

Disaster situation is discussed in the application part of the study. The gathering areas in the neighborhoods are determined as nodes. Temporary shelter area is determined as a source and a tree with minimum expense is created. After determining the coalition values of the players, imputation set, core set, Shapley value and τ -value are calculated. PMAS is created according to Shapley value and τ -value to show the quality of the solutions for which players. At the end of the study, it is determined that 1st and 2nd players should choose τ -value and 3rd player should choose Shapley value.

Keywords: Game Theory, Cooperative Game Theory, Non-Cooperative Game Theory, The Minimum Cost Spanning Tree Situations, PMAS, Core, Shapley Value, τ -Value, Disaster Situations, Gathering Areas, Temporary Shelter Areas

İÇİNDEKİLER

TEZ SAVUNMA SINAV TUTANAĞI	i
YEMİN METNİ.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT	iv
İÇİNDEKİLER	v
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
TEŞEKKÜR.....	xi
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM OYUN TEORİSİ

1.1. OYUN TEORİSİNE İLİŞKİN GENEL BİLGİLER	3
1.1.1. Oyun Teorisinin Tanımı.....	3
1.1.2. Oyun Teorisinin Varsayımları	4
1.1.3. Oyun Teorisinin Tarihçesi	5
1.2. İŞBİRLİKÇİ OLMAYAN OYUN TEORİSİ	8
1.2.1. Nash Dengesi.....	8
1.2.2. Suçlular Çıkamazı (Prisoner's Dilemma).....	13
1.2.3. Ağaç Şeklinde Oyunlar	13
1.2.4. Stratejik Oyunlar	20
1.2.5. Sıfır Toplamlı Oyunlar	27
1.2.5.1. Yazı-Tura Oyunu	28
1.2.5.2. Taş-Kâğıt-Makas Oyunu	28
1.2.6. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunlar	29
1.3. İŞBİRLİKÇİ OYUN TEORİSİ	31
1.3.1. Eldiven Oyunu	32
1.3.2. Maliyet Kurtarma Oyunu	33
1.3.3. Akış Oyunu.....	35
1.3.4. Permütasyon Oyunu.....	36
1.3.5. Oybirliği Oyunu.....	38
1.3.6. İşbirlikçi Oyun Teorisindeki Çözüm Yöntemleri	40
1.3.6.1. Kısıt Kümesi	41
1.3.6.2. Çekirdek Kümesi.....	43
1.3.6.3. Shapley Değeri	44
1.3.6.4. τ -Değeri.....	48
1.4. LİTERATÜR ÖZETİ	52

İKİNCİ BÖLÜM MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ DURUMLARI

2.1. MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ OYUNLARI (MİNİMUM COST SPANNING TREE GAME (MCST))	56
2.2. MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ ALGORİTMALARI	61
2.2.1. Prim Algoritması	61
2.2.2. Kruskal Algoritması	66
2.3. MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ ALGORİTMALARININ MATLAB UYGULAMALARI	70
2.4. POPULASYONA BAĞLI MONOTON GİDER PAYLAŞIM ŞEMALARI (PMAS)	74
2.4.1. Çıkarma (Subtraction) Algoritması	80

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM AFET DURUMUNDA TOPLANMA ALANLARI İLE GEÇİCİ BARINMA ALANLARI ARASINDAKİ BAĞLANTININ OYUN TEORİSİ İLE BELİRLENMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

3.1. AFET YÖNETİMİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER	84
3.1.1. Isparta'nın Afetselliği	84
3.2. AFET SONRASI TOPLANMA VE GEÇİCİ BARINMA ALANLARI	86
3.2.1. Toplanma Alanları	86
3.2.2. Geçici Barınma Alanları	87
3.3. UYGULAMANIN AMACI	89
3.4. YÖNTEM	90
3.5. UYGULAMA	92
3.6. UYGULAMANIN KISIT KÜMESİ İLE ÇÖZÜMÜ	93
3.7. UYGULAMANIN ÇEKİRDEK KÜMESİ İLE ÇÖZÜMÜ	94
3.8. UYGULAMANIN SHAPLEY DEĞERİ İLE ÇÖZÜMÜ	95
3.9. UYGULAMANIN τ -DEĞERİ İLE ÇÖZÜMÜ	105
SONUÇ	114
KAYNAKÇA	117
EKLER	124
ÖZGEÇMİŞ	125

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$C(v)$	: Çekirdek Kümesi
G^N	: Tüm İşbirlikçi Oyunların Kümesi
$I(v)$	: Kısıt Kümesi
MCST	: Minimum Giderli Ağaç
min	: Bir Kümenin Minimumu
$m^\sigma(v)$	: Marjinal Katkı Vektörü
$m(v)$	: Alt Vektör
$M(v)$	: Üst Vektör
$\pi(N)$	: N 'in Tüm Permütasyonlarının Kümesi
m_{jk}	: Rakip Firmanın Stratejileri
N	: Oyuncuların Kümesi
PMAS	: Populasyona Bağlı Monoton Paylaşım Şeması
$P^\sigma(i)$	: σ Permütasyonuna Göre i 'den Önce Gelenlerin Kümesi
$\mathbb{R}$	: Tüm Reel Sayıların Kümesi
R_D	: Düşük Reklam Harcaması
R_Y	: Yüksek Reklam Harcaması
u_T	: Oybirliği oyunu
vb.	: Ve benzeri
vd.	: Ve diğerleri
$v(S)$	: S Koalisyonunun Değeri
v	: Karakteristik Fonksiyon
X_i	: i Oyuncusuna Ait Strateji Kümesi
yy.	: Yüzyıl
$\Phi(v)$	: Shapley Değeri
τ	: τ -değeri
2^N	: N 'in Altkümelerinden Oluşan Küme
$\langle N, v \rangle$	: İşbirlikçi Oyun
$\langle N, c \rangle$	: İşbirlikçi Gider Oyunu
σ	: Permütasyon
π_0	: Endüstrinin Kar Payı
K_i	: i Oyuncusuna Ait Ödeme Fonksiyonu
$\setminus$	: Fark Sembolü
$\emptyset$	: Boş Küme
$\cup$	: İki Kümenin Birleşimi
$\cap$	: İki Kümenin Kesişimi
$\subset$	: Alt Küme İşareti
$\in$	: Elemanıdır

QB^N : Yarı-Dengeli Oyunların Sınıfı

* : Oyuncunun Oyuna Girmediği Durum



TABLolar DİZİNİ

Tablo 1.1. 2×2'lik Oyun Matrisinde Nash Dengesi Çözümü.....	10
Tablo 1.2. İlaç Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü.....	12
Tablo 1.3. Suçlular Çıkması.....	13
Tablo 1.4. Oyuncuların Stratejilerine Bağlı Ödemeler Matrisi.....	15
Tablo 1.5. İki Oyunculu Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejileri.....	17
Tablo 1.6. İki Oyunculu Ağaç Şeklinde Modellenen Oyununun Sonuç Matrisi.....	21
Tablo 1.7. Örnek 1.2.4.1.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları	21
Tablo 1.8. Örnek 1.2.4.2.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları	24
Tablo 1.9. Örnek 1.2.4.3.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları	26
Tablo 1.10. Taş-Kâğıt-Makas Oyunu	29
Tablo 1.11. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunun Sonuç Matrisi	30
Tablo 1.12. Kadın-Erkek Çekişmesi.....	31
Tablo 1.13. Marjinal Vektörler.....	47
Tablo 2.1. Kenarların Küçükten Büyüğe Doğru Sıralanması	67
Tablo 3.1. Marjinal Vektörler.....	98

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Örnek 1.2.3.1.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun	14
Şekil 1.2. Örnek 1.2.3.2.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun	16
Şekil 1.3. Örnek 1.2.3.3.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun	18
Şekil 1.4. Örnek 1.2.4.1.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu	20
Şekil 1.5. Örnek 1.2.4.2.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu	22
Şekil 1.6. Örnek 1.2.4.3.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu	25
Şekil 1.7. Minimum Giderli Ağaç Oyunu	34
Şekil 1.8. Akış Oyunu Örneği	35
Şekil 1.9. Kapasite Fazlası Akış Oyunu Örneği	36
Şekil 1.10. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Kısıt Kümesi.....	42
Şekil 1.11. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Çekirdek Kümesi	44
Şekil 1.12. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Shapley Değeri	48
Şekil 1.13. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde τ -Değeri	52
Şekil 2.1. Minimum Yayılma Ağaçları	57
Şekil 2.2. Minimum Giderli Ağaç Oyunu	58
Şekil 2.3. Graf Üzerinde Prim Algoritmasının Çözümü	63
Şekil 2.4. Graf Üzerinde Kruskal Algoritmasının Çözümü	67
Şekil 2.5. Örnek 2.2.1.1.'in MATLAB Üzerinde Gösterilmesi	71
Şekil 2.6. Maliyet Fonksiyonu.....	81
Şekil 3.1. Isparta İli Deprem Risk Alanları	85
Şekil 3.2. Isparta İli Toplanma Alanları.....	87
Şekil 3.3. Fuar Alanının Toplanma Alanlarına Konumu	89
Şekil 3.4. Minimum Giderli Ağaç Oyunu	92
Şekil 3.5. Minimum Giderli Ağaç Oyunu	93

TEŞEKKÜR

Tez konusunun belirlenmesinden çalışmanın tamamlanmasına kadar geçen süreçte ve akademik hayatımda her zaman desteğini gördüğüm değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Osman Palancı'ya, görüş ve önerileri ile çalışmama önemli katkılar sağlayan Prof. Dr. Nuri Ömürbek'e, Prof. Dr. Sırma Zeynep Alparslan Gök'e, Doç. Dr. Meltem Karaatlı'ya ve Dr. Öğr. Üyesi Fatma Gül Altın'a gönülden teşekkür ediyor ve saygılarımı sunuyorum.

Çalışma süreci boyunca her zaman yanımda olan kıymetli eşim Ömer'e göstermiş olduğu sabır ve fedakârlıktan dolayı özellikle teşekkür ediyorum. Zira onun desteği olmasaydı hiç kuşkusuz bu çalışmanın tamamlanması çok daha uzun bir zaman alacaktı. Ayrıca varlığıyla beni hep mutlu eden ve motivasyonumu arttıran biricik kızım Elif İnci'ye sevgilerimi sunuyorum. Son olarak hayatımın her döneminde maddi ve manevi her türlü desteğini sunan ve bugünlere gelmemde büyük emekleri olan aileme sonsuz teşekkür ediyorum.

GİRİŞ

Akademik araştırmalara bağlı olarak kullanım alanı yaygınlaşan oyun teorisinin önemi özellikle 1990'lerden itibaren anlaşılmış olup günümüzde başta matematik ve ekonomi olmak üzere neredeyse her alanda kullanılmaktadır. Özellikle ekonomi alanında rekabet analizi gibi geniş bir uygulama alanı ortaya çıkmıştır. Aslında modern oyun teorisi bugün karşımıza çıkan şekline uzun bir gelişme sürecinden sonra ulaşmıştır (Biçici, 2009: 1). Her ne kadar günlük hayatta doğrudan doğruya oyun teorisi ile karşılaşmak mümkün değilse de hiç şüphesiz söz konusu teori sayesinde geliştirilen uygulamaların yaşantımıza katkısı yadsınamaz. Dünyadaki gelişmelere paralel olarak Türkiye'de de oyun teorisi öncelikle akademik alanda ilgi odağı olmuş sonrasında ise uygulamaları ile birlikte birçok alanda kullanılmıştır.

Çalışmanın başlıca amacı, işbirlikçi olmayan ve işbirlikçi oyun teorisi kullanılarak çözümlenen bütün oyunları bütüncül bir yaklaşımla tek bir çatı altında toplayarak literatüre katkı sağlamaktır. Çalışmanın ilk bölümünde oyun teorisi genel hatlarıyla anlatılmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda öncelikle oyun teorisine ilişkin genel bilgilerden, tanımlardan ve varsayımlardan bahsedilmiştir. Bununla birlikte oyun teorisinin bilimsel bir disiplin olarak tarih sahnesinde ortaya çıkışı tüm yönleri ile açıklanmış ve oyun teorisi alanında çalışma yapan kişilerden ve çalışmalarından bahsedilmiştir.

Oyun teorisi oyuncuların anlaşıp anlaşmamasına göre işbirlikçi olmayan ve işbirlikçi olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İşbirlikçi olmayan oyun teorisi içerisinde Nash dengesi, Suçlular çıkmazı, ağaç şeklinde oyunlar, stratejik oyunlar, sıfır toplamlı oyunlar ve iki kişilik sıfır toplamlı oyunlar açıklanmıştır.

İşbirlikçi oyun teorisi içerisinde eldiven oyunu, maliyet kurtarma oyunu, akış oyunu, permütasyon oyunu ve oybirliği oyunu tanımlamaları yapılmış ve örnekler yardımıyla çözümlenmiştir. İşbirlikçi oyun teorisinin önemli çözüm yöntemlerinden olan kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri incelenmiştir.

Çalışmada minimum giderli ağaç durumları oyun teorisiyle birlikte ele alınmıştır. Bu kapsamda minimum giderli ağaç oyunlarının uygulama alanları ve minimum giderli ağaç bulma algoritmaları olan Prim ve Kruskal algoritmaları örneklerle açıklanmıştır. Daha sonra her minimum giderli ağaç oyununun çekirdek elemanını sağlayan popülasyona bağlı monoton paylaşım şeması (PMAS) olup olmadığı üzerinde durulmuştur. Her oyuncu kendisinden büyük koalisyona girdikçe daha fazla kazanıyorsa bu şema PMAS'tır. Eğer kendisinden büyük koalisyona girdikçe kazancı azalıyorsa bu şema PMAS değildir. Bu yüzden PMAS şeması teşvik edici ve kaliteli olmalıdır. Son olarak bir minimum giderli ağaç oyununun PMAS'ının hesaplanması için Çıkarma (Subtraction) algoritmasından yararlanılmıştır. Kaliteli olmayan çözümler Çıkarma algoritması kullanılarak kaliteli hale getirilmiştir.

Afet durumunda toplanma alanları ile geçici barınma alanları arasındaki bağlantının oyun teorisi ile belirlenmesi üzerine bir uygulama yapılmıştır. Çalışmanın bu bölümünde afet yönetimi hakkında genel bilgiler verilerek Isparta'nın afetselliği incelenmiştir. Devamında afet sonrası toplanma ve geçici barınma alanlarından bahsedilmiştir. Afet durumunda hızlı, etkili ve doğru karar verebilmek için afet sonrası toplanma ve geçici barınma alanlarının önceden belirlenmesi önemlidir. Söz konusu çalışma bu temeller üzerine kurulmuştur.

Uygulama Isparta ilinde gerçekleşmiştir. Uygulamada mahallelerdeki toplanma alanları düğümler olarak belirlenmiştir. Geçici barınma alanı ise kaynak olarak belirlenmiş ve minimum giderli ağaç oluşturulmuştur. Oyuncuların koalisyon değerleri de belirlendikten sonra kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri hesaplanmıştır. Bulunan çözümlerin hangi oyuncular için kaliteli olduğunu göstermek amacıyla Shapley değeri ve τ -değerine göre popülasyona bağlı monoton gider paylaşım şeması oluşturulmuştur. Shapley değerine göre oluşan bu şemanın kaliteli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. τ -değerine göre ise oluşan bu şema kaliteli değildir. Verilen çözümler sonucunda toplanma alanlarındaki afetzedelerin hangi koalisyonu seçmesinin daha avantajlı olduğu belirlenmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

OYUN TEORİSİ

1.1. OYUN TEORİSİNE İLİŞKİN GENEL BİLGİLER

Dünya çapında “Game Theory” olarak ifade edilen ve dilimize birebir çevrilen oyun teorisi genel olarak uygulamalı matematiğin anlaşmazlık ve işbirliği durumları ile ilgilenen bir alt dalı olarak tanımlanmaktadır. Yalnızca matematik alanına özgü olmayan oyun teorisi sosyal bilimler alanında başta ekonomi olmak üzere endüstri, biyoloji, yöneylem araştırması, mühendislik, politik bilimler, bilgisayar bilimleri (temel olarak yapay zekâ çalışmaları üzerine) ve felsefe olmak üzere birçok alanda da kullanılır. Ayrıca ürün kalitesinin belirlenmesi, reklam politikaları, satın alma süreçleri, yeni mamuller arasından seçim yapma, fiyatlama vb. işletme ve üretim yönetimi alanlarında da uygulamaları mevcuttur. Tüm bunlara ek olarak şirketlerin mali durumlarında, çalışanların incelenmesinde de kullanılmaktadır (Akdağ, 2005: 25).

1.1.1. Oyun Teorisinin Tanımı

Oyun teorisi bireyin başarısının diğerlerinin seçimlerine dayalı olduğu seçimler yapmasına bağlı olan stratejik durumların matematiksel olarak davranış biçimlerini yakalamaya çalışmaktadır.

Oyun teorisinin gelişmesi takriben 2. Dünya Savaşı sonrası yıllara denk gelmektedir. Soğuk savaş dönemi olarak adlandırılan söz konusu yıllarda oyun teorisi özellikle askeri stratejilerin belirlenmesi ve karar alma süreçlerinde uygulanmıştır. Oyun teorisinin uygulama alanı elbette askeri alanlar ile sınırlı kalmayıp çok sayıda bilim insanının katkıları sayesinde geliştirilmiş ve söz konusu alan yüzlerce yeni kavram ile tanışmıştır. Bununla birlikte oyun teorisi 20. yüzyılın en önemli bilimsel başarılarından biri olarak kabul edilmektedir. Zira oyun teorisi alanında çalışan bilim insanlarından kayda değer bir kısmı Nobel ödülü almıştır. Nash, Harsanyi ve Selten 1994 yılında, Vickrey 1996 yılında, Aumann ve Schelling 2005’te, Hurwicz, Myerson ve Maskin

2007’de, Roth ve Shapley 2012’de ve Tirole 2014 yılında ekonomi dalında Nobel Ödülünü almışlardır (Karabacak, 2016: 9).

Wentsell’e göre oyun teorisinin amacı “*bir çatışma ve işbirliği durumunda oyuncular için rasyonel hareket yollarını incelemektir.*” Rakibimiz en az bizim kadar akıllıdır ve bizi amacımıza ulaşmamızı engellemek için gücünün yettiği her şeyi yapacaktır. İşte oyun teorisi bu temeller üzerine kurulmuştur (Wentsell, 1965: 10).

Oyun teorisi karmaşık yararların mücadelesini açıklayan matematiksel bir yaklaşımdır. Yararların çatışması ekonomide (sendika yönetici arasındaki ücret görüşmeleri, oligopol piyasasındaki durumlar) yaygın olduğundan, son yıllarda oyun teorisine ilgi oldukça artmıştır. Hatta bazı iktisatçılar belirlenemeyen oligopolcü çözümler için başvurulabilecek en son aracın oyun teorisi modelinin olduğunu varsaymaktadırlar (Öztürk, 2014: 651).

1.1.2. Oyun Teorisinin Varsayımları

Teorinin uygulanması sırasında ortaya çıkabilecek karmaşık durumların etkilerinin azaltılabilmesi için oyunun modellenmesi sırasında yerine getirilmesi gereken bazı varsayımlar vardır. Bu varsayımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Esin ve Şahin, 2012: 405).

- Oyuna katılanlar (oyuncular veya firmalar) sonlu sayıda olmalıdır,
- Oyuna katılanların kullanabileceği stratejiler sonlu sayıda olmalıdır,
- Her oyuncu (veya firma) hem kendisi için hem de rakibi için olası stratejilerin neler olduğunu bilmekle beraber, rakiplerinin bu stratejilerden hangisini uygulayacağını bilmemelidir,
- Oyuncular (yani firmalar) hangi stratejiyi seçerlerse seçsinler her birinin kârı ya da zararı sınırlı olmalıdır,
- Oyuncuların kazançları ya da zararları kendi verecekleri kararlara bağlı olduğu kadar rakibinin vereceği karara da bağlı olmalıdır,

- Tüm mümkün davranışlar veya oynanacak stratejiler aynı ölçü biriminde hesaplanabilir nitelikte olmalıdır.

Yukarıdaki altı koşulun gerçekleştiği duruma oyun denir. Oyun, oyuncunun stratejisine ve faaliyeti esnasındaki şansına bağlıdır. Ayrıca tüm oyuncuların faaliyetleri veya kendilerine uygun olan seçenekleri/stratejileri ve verilen herhangi bir faaliyetin seçimi ile ilgili mücadele sonuçlarını bildiği kabul edilmektedir. Bununla birlikte oyuna katılan her oyuncunun kazancını en yüksek veya zararını en düşük yapmak için akılcı hareket etmesi gerektiği kabul edilmektedir (Öztürk, 2014: 651-652).

1.1.3. Oyun Teorisinin Tarihçesi

Oyun teorisi ilk olarak 2. Dünya savaşı döneminde, mücadele içeren olayların incelenmesinde matematiksel yöntemlerin uygulanması sonucunda ortaya çıkmış bir teoridir (Guseinov vd., 2014: vi).

13 Kasım 1713 tarihli bir mektupta J. Waldegrave, iki kişilik bir oyuna ilk bilinen minimaks strateji çözümünü uygulamıştır. Waldegrave'in çözümü minimaks karma bir strateji dengesi çözümüdür ancak sonucunu diğer oyunlara genişletmemiştir (Walker, 2012: 1).

Oyun teorisi açısından başka bir önemli çalışma da E. Zermelo tarafından 1913 yılında yapılmıştır (Zermelo, 1913). Bu çalışması ile satranç oyununu inceleyen Zermelo, oyuncularından birinin taşlar satranç tahtasının neresinde olursa olsun her zaman bir kazanma stratejisine sahip olduğunu bulmuştur. Bu nedenle satranç oyununun her zaman bir çözümünün olduğunu matematiksel olarak ortaya koymuştur. Bu çalışması ile oyun teorisinde günümüzde ağaç oyunu formunda olan geriye doğru çıkarım olarak adlandırılan yöntem bu çalışma ile oluşturulmuştur (Özer, 2004: 2).

Modern oyun teorisinin kurucusu olarak tanınan Macar asıllı Amerikalı von Neumann; satranç, poker, briç gibi oyunlarda oyuncuların davranışlarını modellemek ve akılcı strateji seçimleri üzerine çalışmıştır. 1928 yılında bütün iki kişilik sıfır toplamalı oyunlarda her oyuncu için birçok stratejinin belirlenmekte olduğunu “Stratejik Oyunlar Teorisi Üzerine” adlı makalesinde ortaya koymuştur. Aynı zamanda von Neumann, hidrojen bombası ve ilk bilgisayarın mucitlerinden sayılan, istatistik, soyut topoloji ve doğrusal programlama konularının içerdiği birçok alana önemli katkılar yapmış çok

yönlü bir bilim adamıdır. 1944 yılında von Neumann ve Oscar Morgenstern “İktisadi Davranış ve Oyunlar Teorisi” adlı kitabı yayımlayarak oyun teorisini ilk defa ekonomi alanına taşımışlardır (von Neumann ve Morgenstern, 1944). von Neumann ve Morgenstern bu kitapla oyunun kavramsal olarak şekillenmesine üç önemli katkıda bulunmuşlardır. Birincisi, oyuncuların oyunu oynamaktan ötürü elde edeceklerini açıklayan ve fayda teorisi temeline dayanan bir aksiyom; ikincisi, iki kişilik sıfır toplamlı oyunlar için optimal çözümlerin tanımlanması; üçüncüsü, işbirlikçi oyunların bir versiyonunun gösterilmesidir (Hücümen ve Koç, 2009: 20). Kitapta değinilen bazı düşüncelere XVIII. yy. sonlarında ve XIX. yy. başlarında Cournot (1838), Edgeworth (1881), Zeuthen (1930) gibi bazı ekonomistler tarafından da değinilmiştir. Ama oyun teorisi gerçek bir disiplin olarak von Neumann ve Morgenstern’in kitabından sonra anılmaya başlanmıştır (Kural, 2007: 5).

Oyun teorisi açısından dönüm noktası olan 1950 ve 1953 yılları arasında Nash, işbiriksiz oyunlar ve pazarlık teorisiyle ilgili dört temel çalışma yapmıştır. 1950 yılındaki “*N*-Kişilik Oyunlarda Denge Noktası” (Equilibrium Points in *N* Person Games) ve 1951 yılındaki “İşbiriksiz Oyunlar” (Non-Cooperative Games) ile Nash, işbiriksiz oyunlarda Nash dengesini sağlayan bir stratejinin varlığını kanıtlamıştır (Nash, 1950, Nash, 1951). 1950 yılında “Pazarlık Problemi” (Bargaining Problem) ve 1953 yılındaki “İki-Kişilik İşbirlikçi Oyunlar” (Two Person Cooperative Games) çalışmaları ile pazarlık teorisini ortaya koymuştur (Nash, 1950a, Nash, 1953). Söz konusu çalışmalar neticesinde Nash pazarlık çözümünün varlığını kanıtlamış ve ilk olarak Nash dengesinin uygulamasını yapmıştır (Aktan ve Bahçe, 2007: 6).

von Neumann-Morgenstern çözümlerini kullanarak bir oyunun basit bir hesabını vermek yine de zordur. Çünkü ortada sonsuz tane çözüm vardır. Bu karmaşıklığı engellemek ve bir oyunun değerini daha basit bir şekilde hesaplamak amacıyla, Shapley 1953 yılında Shapley değerini bulmuştur (Shapley, 1953). Shapley her oyuncuya büyük koalisyonun değerini belli oranda dağıtarak oyunu basite indirgemıştır. Bu değer zaman içinde işbirlikçi oyun teorisi için önemli çözüm kavramlarından biri haline gelmiştir.

Günümüzde oyun teorisi denildiği zaman ilk olarak akla von Neumann ve Morgenstern’ in 1944’te yazmış olduğu “Theory of Games and Economic Behavior” adlı kitap ve Nash’in 1950 yılında bulmuş olduğu Nash dengesi gelmektedir. Şu anda,

oyun teorisinin önemli bir yükünü “Theory of Games and Economic Behavior” adlı kitap, Nash dengesi ve Shapley değeri çekmektedir (Palancı, 2016: 3). Nash ve Shapley’den sonra da bilim adamlarının oyun teorisine katkıları devam etmiştir. Bu bilim adamlarından bazılarının yapmış oldukları katkıları kronolojik olarak şu şekilde sıralayabiliriz (Kural, 2007: 6):

- Martin Shubik, 1959’da yayınlanan “Strateji ve Pazar Yapısı: Rekabet, Oligopoli ve Oyun Teorisi” isimli kitabında rekabetçi oyun teorisini ilk defa oligopollere uygulamıştır (Shubik, 1959). Ayrıca Shapley ve Shubik 1971’de yayınlanan makaleyle atama oyunu için iki taraflı bir pazar modeli oluşturmuşlardır (Shapley ve Shubik, 1971).
- 1965’te Reinhard Selten (Selten, 1965), ikincil oyun Nash dengesi (Subgame Nash Equilibrium) kavramını kullanarak Nash dengesini yayvan biçimdeki oyunlarda (oyuncuların sıra ile stratejilerini seçtikleri oyunlar) kullanılabilecek şekilde geliştirmiştir.
- 1967-1968 yıllarında üç seri makalesi ile John C. Harsanyi (Harsanyi, 1967), teorisinin oyuncuların eksik bilgiye sahip olduğu oyunlara nasıl uygulanabileceğini göstermiştir.
- İsrailli matematikçi Robert Aumann 1981’de “Tekrarlı Oyunlar Üzerine Bir Çalışma” adlı kitabını yayımlamıştır (Aumann, 1981).
- Selten, oyuncuların sürekli aynı durumlar ile karşılaştığı tekrarlanan oyunlar üzerine strateji seçimleri ve yaptığı çalışmalar ile teoriye büyük katkıda bulunmuştur.

1980’li yıllardan sonra oyun teorisine çeşitli katkılarda bulunan araştırmacılar arasında, David M. Kreps, Robert Wilson, Elon Kohlberg, Jean-François Mertens, Drew Fudenberg ve Jean Tirole gibi isimler de yer almaktadır (Kafadar, 2002: 14).

Oyun modeli farklı seçeneklere sahip oyuncuların anlaşıp anlaşmamasına göre “işbirlikçi olmayan” ve “işbirlikçi olan oyunlar” olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Acar vd., 2013: 4).

İki tür oyun arasındaki temel fark, işbirlikçi (anlaşmalı) oyunlarda katılımcılar tarafından verilen taahhütlerin oyuncuyu bağlayıcı olması, işbirliksiz (anlaşmalı

olmayan) oyunlarda ise, oyuncunun herhangi bir tercihe yönelik taahhüdünün bağlayıcılığının olmamasıdır (Kural, 2007: 19).

1.2. İŞBİRLİKÇİ OLMAYAN OYUN TEORİSİ

İşbirliğine dayanmayan oyun teorisi yaklaşımına göre firmalar (oyuncular), kendilerini stratejik bir oyunun parçası olarak gördükleri ve her bir firma davranışının bir diğerini etkilediği ortamda, kendi kişisel karlarını maksimize etmeye çalışmaktadırlar (Akkaya, 2003: 3).

İşbirlikçi olmayan oyunlar da oyuncular arasında işbirliği yapmanın kesin olarak yasak olduğu ve karşılıklı olarak rakiplerin birbirlerine karşı güvenlerinin olmadığı türde oynanan oyunlardır. Her oyuncu kendi çıkarına göre en iyisini yapma arzusu içindedir. Oyuncular arasında tam bir rekabet söz konusudur. İşbirlikçi olmayan oyunlara örnek olarak; serbest piyasada her şirket kendi ürününün fiyatını ve reklam stratejilerini bağımsız olarak belirleme hakkına sahip olmasını verebiliriz. Bu durumda şirketlerin rekabeti bozacak şekilde işbirliğine girmeleri kesinlikle yasaktır (İnci, 2009: 10).

1.2.1. Nash Dengesi

İşbirlikçi olmayan oyun teorisinin en önemli çözüm araçlarından biri Nash dengesidir. Nash dengesi oyuncuların belli özellikler taşıyan strateji seçimlerine verilen isimdir. Nash dengesine göre her birey ilişkide bulunduğu diğer bireylerin hareketlerini de göz önünde bulundurarak yapabileceğinin en iyisini yapmaya çalışmalıdır. Yani Nash dengesi, bireyin tercihlerini diğerinin tercihlerine bağlı olarak en iyi şekilde seçmesidir. Her oyuncu oyun içinde elinde olan eylemlerden birini seçmiş olsun ve tüm oyuncuların böyle bir seçim yaptığını düşünelim. 1. oyuncu için seçilmiş eylem diğer oyuncuların seçtikleri eyleme bakıldığında oynanabilecek en iyi eylemse bu özellik tüm oyuncular için sağlanıyorsa bu eylemler bir Nash dengesi oluşturur.

Nash dengesi oyun teorisi kavramına önemli katkıları olan Amerikalı matematikçi John Forbes Nash' in adı ile anılmaktadır. John Nash 1950 yılında yazdığı doktora bitirme tezinde bu dengenin oyuncuların fayda fonksiyonlarının belli özellikleri

sağladığı tüm oyunlarda var olduğunu ispatlayarak 1994 yılında Nobel Ekonomi Ödülünü kazanmıştır.

Nash dengesi, herhangi bir oyuncunun kendisi için olası mutlak en iyi seçeneği değil, rakibinin seçmiş olduğu strateji sonucunda kendisine en fazla kazancı sağlayacak olan stratejiyi seçmesi sonucunda oluşan dengedir. Örneğin, sınırlı sayıda talebi olan iki üründen sadece birisini, pazara giren her iki firmanın da üretmesi ikisinin de zararına olacaktır. Çünkü o ürün talepten fazla arz yaratır. Firmalardan birisinin bir ürünü üretirken diğerinin başka bir ürün üretmesi her ikisinin de kazancını arttıracaktır. Örneğin, tuzlu ve tatlı bisküvi talebinin olduğu bir piyasada pazara giren iki üreticinin de tuzlu bisküvi ürettiği düşünüldüğünde arz fazlasının oluşması kaçınılmaz olacaktır. Bu sebeple firmaların stoklarında âtıl mallar kalacak ve kar maksimizasyonu gerçekleşmeyecektir. Hatta firmaların bazı durumlarda zarar etmesi dahi söz konusu olabilecektir. Ancak bahsedilen olasılık yerine her iki firma da stratejik davranarak piyasadaki talep doğrultusunda farklı ürünler üretmiş olsaydı söz konusu ürünler için arz fazlası oluşmayacak ve kar maksimizasyonu gerçekleşmiş olacaktır. Görüldüğü üzere stratejik davranışlar neticesinde ortaya bir denge çıkmakta ve bu denge Nash dengesi olarak ifade edilmektedir (Çolak ve Bekmez, 2007: 11).

İki kişilik oyunların ödeme matrislerinde Nash Dengesini bulmak için aşağıdaki yol izlenir:

1. *Adım:* 1. oyuncu için sütunlardaki en büyük sayı işaretlenir.
2. *Adım:* 2. oyuncu için satırlardaki en büyük sayı işaretlenir.

İki adım sonunda her iki işaretin de var olduğu yer Nash Dengesidir.

Örnek 1.2.1.1. A ve B harfleri ile gösterilen oyuncular, iki kişilik bir statik oyun oynamaktadırlar. A oyuncusu, A_1 ve A_2 ; B oyuncusu ise, B_1 ve B_2 stratejilerine sahip olmaktadır. Oyuncuların, karşılıklı olarak seçebilecekleri stratejilere göre elde edecekleri faydalar, aşağıdaki ödemeler matrisinde belirtilmektedir (Koç ve Hücümen, 2008: 3).

Tablo 1.1. 2×2’lik Oyun Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

OYUNCU A	OYUNCU B		
		B ₁	B ₂
	A ₁	(<u>11</u> , 1)	(<u>6</u> , <u>3</u>)
	A ₂	(10, <u>2</u>)	(4, 1)

Kaynak: (Koç ve Hücümen, 2008: 3)

Yukarıdaki matriste gösterilen oyunun çözümünde, Nash dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, B oyuncusunun seçimlerine göre A oyuncusunun en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer sütun oyuncusu B₁ stratejisini tercih ederse, satır oyuncusu A₁ stratejisini seçecektir. Sütun oyuncusu B₂ stratejisini seçerse, satır oyuncusu yine A₁ stratejisini tercih edecektir. A oyuncusunun en iyi tepkileri bulunduğundan sonra, sırada A oyuncusunun tercihlerine göre B oyuncusunun en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer satır oyuncusu A₁ stratejisini tercih ederse, sütun oyuncusu B₂ stratejisini seçecektir. Satır oyuncusu A₂ stratejisini seçerse, sütun oyuncusu B₁ stratejisini tercih edecektir (Koç ve Hücümen, 2008:4).

Sonuç olarak, her bir oyuncunun aynı anda yaptığı en iyi seçimden oluşan strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Yukarıdaki kazanç matrisinde yer alan strateji kombinasyonu (A₁, B₂) Nash dengesine karşılık gelmektedir. Oyuncuların bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri neticesinde, A oyuncusu 6 ₺, B oyuncusu ise 3 ₺ kazanç sağlamaktadır. Bu analiz bir firma örneği ile güçlendirilebilir (Koç ve Hücümen, 2008: 4).

Örnek 1.2.1.2. İlaç sektöründe faaliyet gösteren iki rakip firma tam bilgili bir statik oyun oynamaktadır. Bu oyun modelinin varsayımları aşağıda belirtilmektedir (Hücümen, 2007: 76).

- Firmalar ürünlerini sabit bir fiyattan satmaktadırlar.
- Reklam, piyasadaki toplam talep düzeyini etkilememektedir.
- İlaç üretip satan firmalar, D ile gösterilen düşük reklam harcaması ve Y ile gösterilen yüksek reklam harcaması stratejilerini seçip uygulayabilirler.
- Firmaların piyasa payları, seçecekleri reklam harcaması düzeyine bağlıdır.

Oyunun kazanç matrisini oluşturabilmek için bazı ek değişkenlere gerek vardır. π_0 = endüstrinin kâr düzeyini, m_{jk} = rakip firma ($k = Y, k = D$) anlamına gelen k stratejisini seçtiğinde, diğer firmanın ($j = Y, j = D$) manasına gelen j stratejisini tercih etmesi durumunda ortaya çıkacak olan piyasa payını göstermektedir. Değişik reklam düzeyi seçimlerinde piyasa payı toplamı bire eşit olmakta ve $m_{jk} + m_{kj} = 1$ şeklinde yazılmaktadır. Bu oyunda $\pi_0 = 2000 \text{ ₺}$, yüksek reklam harcamasını ifade eden $R_Y = 800 \text{ ₺}$, düşük reklam harcamasını gösteren $R_D = 400 \text{ ₺}$ ve firmaların farklı reklam düzeyi seçimlerine göre elde ettikleri piyasa payları sırasıyla $m_{YY} = 1/2$, $m_{YD} = 4/5$, $m_{DY} = 1/5$, $m_{DD} = 1/2$ olmaktadır. Bu veriler yardımıyla A ve B firmasının kazancını hesaplayabilmek için aşağıya kazanç fonksiyonları yazılabilmektedir (Hücümen, 2007: 77).

$$\pi_A(R_Y, R_Y) = m_{YY}\pi_0 - R_Y = (1/2) \times 2000 - 800 = 200 \text{ ₺}$$

$$\pi_B(R_Y, R_Y) = m_{YY}\pi_0 - R_Y = (1/2) \times 2000 - 800 = 200 \text{ ₺}$$

$$\pi_A(R_Y, R_D) = m_{YD}\pi_0 - R_Y = (4/5) \times 2000 - 800 = 800 \text{ ₺}$$

$$\pi_B(R_D, R_Y) = m_{DY}\pi_0 - R_D = (1/5) \times 2000 - 400 = 0 \text{ ₺}$$

$$\pi_A(R_D, R_Y) = m_{DY}\pi_0 - R_D = (1/5) \times 2000 - 400 = 0 \text{ ₺}$$

$$\pi_B(R_Y, R_D) = m_{YD}\pi_0 - R_Y = (4/5) \times 2000 - 800 = 800 \text{ ₺}$$

$$\pi_A(R_D, R_D) = m_{DD}\pi_0 - R_D = (1/2) \times 2000 - 400 = 600 \text{ ₺}$$

$$\pi_B(R_D, R_D) = m_{DD}\pi_0 - R_D = (1/2) \times 2000 - 400 = 600 \text{ ₺}$$

Yukarıda gösterildiği gibi her iki firma yüksek reklam harcaması yaparsa, piyasayı yarı yarıya paylaşırlar. Bu durumda her bir firma 200 ₺ değerindeki net kâra sahip olabilmektedir. A firması yüksek reklam harcaması yaparken B firması düşük reklam harcaması yaparsa, 800 ₺ değerindeki net kârı elde eder. B firmasının ise sıfıra eşit olmaktadır. Eğer A firması düşük reklam harcaması yaparken B firması yüksek reklam harcaması yaparsa, A firmasının net kârı sıfıra eşit olur. B firması ise 800 ₺ değerindeki net kâra sahip olabilmektedir. Her iki firma düşük reklam harcaması yaparsa da piyasayı yarı yarıya paylaşırlar. Bu durumda her bir firma 600 ₺ değerindeki

net kârı elde edebilmektedir (Hücümen, 2007: 78). Oyunun kazanç matrisi Tablo 1.2.'de gösterilmiştir.

Tablo 1.2. İlaç Firmaları Matrisinde Nash Dengesi Çözümü

A FİRMASI	B FİRMASI		
		Düşük	Yüksek
	Düşük	(600, 600)	(0, <u>800</u>)
	Yüksek	(<u>800</u> , 0)	(<u>200</u> , <u>200</u>)

Kaynak: (Hücümen, 2007: 78)

Yukarıdaki ödemeler matrisinde, firmaların karşılıklı olarak tercih edebilecekleri stratejilerine bağlı sahip olacakları kârlar gösterilmektedir. Matriste yer alan sayısal değerler 1000 ₺' ye denk gelmektedir. Bu oyunun çözümünde, Nash Dengesi yöntemi kullanılmaktadır. İlk olarak, B firmasının seçimlerine göre A firmasının en iyi tepkileri bulunmaktadır. Eğer B firması ilk stratejisi olan düşük reklam harcaması yapma stratejisini tercih ederse, A firması yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçecektir. Eğer B oyuncusu yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçerse, A oyuncusu yine yüksek reklam harcaması yapma stratejisini tercih edecektir (Hücümen, 2007: 79).

A firmasının en iyi tepkileri bulunduktan sonra, A oyuncusunun tercihlerine göre B firmasının en iyi cevapları bulunmaya çalışılacaktır. Eğer A firması düşük reklam harcaması yapma stratejisini tercih ederse, B firması yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçecektir. Eğer A oyuncusu yüksek reklam harcaması yapma stratejisini seçerse, B oyuncusu yine yüksek reklam harcaması yapma stratejisini tercih edecektir (Hücümen, 2007: 79).

Sonuç olarak, kazanç matrisinde yer alan $\{Y, Y\}$ strateji kombinasyonu Nash dengesini vermektedir. Şirketlerin bu stratejileri karşılıklı olarak tercih etmeleri sonucunda, her ikisi de 200 ₺ kâr elde etmektedir. Ancak bu oyunda, her iki oyuncu için, Nash dengesinden daha iyi bir Pareto optimal sonuç vardır. Bahsedilen optimal sonuç, $\{D, D\}$ strateji kombinasyonuna karşılık gelmektedir. Eğer firmalar bu stratejileri karşılıklı olarak seçme konusunda bağlayıcı bir anlaşma yaparlarsa, her biri 600 ₺ kâra sahip olabilmektedir (Hücümen, 2007: 79).

1.2.2. Suçlular Çıkmazı (Prisoner's Dilemma)

İşbirlikçi olmayan oyun teorisinin en önemli örneği Suçlular Çıkmazı (Prisoner's Dilemma)'dır. İki zanlı (A ve B) aynı suçtan gözaltına alınıp farklı odalarda sorguya alınır ve herhangi bir şekilde iletişim kurmalarına izin verilmez.

- Her ikisi birden suçunu itiraf ederse 20 yıl,
- Her ikisi birden suçunu inkâr ederse veya sessiz kalırlarsa 10 yıl,
- Zanlılardan biri susar diğeri itiraf ederse konuşan şahit olarak kullanıldığından sessiz kalan 30 yıl, konuşan ise hiç hapis cezası almayacaktır.

Burada en mantıklı seçim A ve B'nin sessiz kalıp 10' ar yıl yatması olarak gözüktse de aynı yerde ve birbirlerinden haberdar olmadıklarından birinin diğerini ele vereceği düşüncesi olduğundan her ikisinin de 20 yıl hapis yatmasıdır. Tablo 1.3.'de bu oyun matris haline getirilerek Nash dengesi bulunmuştur.

Tablo 1.3. Suçlular Çıkmazı

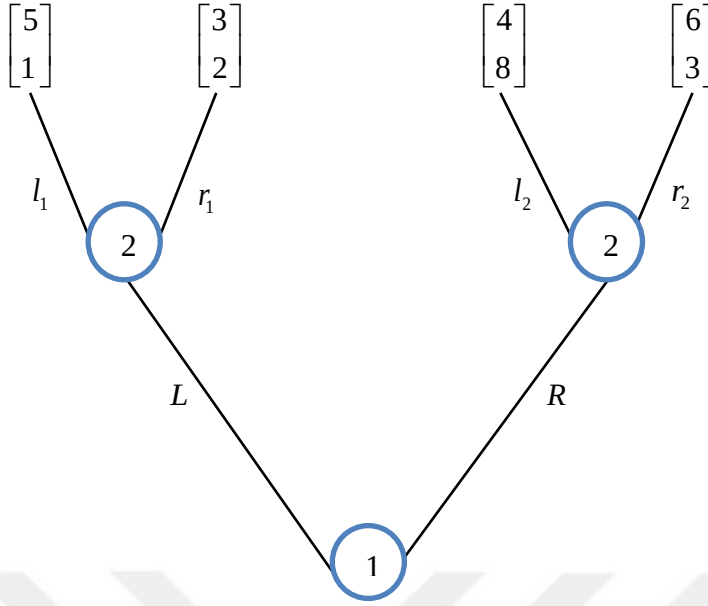
1. OYUNCU	2. OYUNCU		
		B sessiz kalırsa	B itiraf ederse
	A sessiz kalırsa	(-10, -10)	(-30, <u>0</u>)
	A itiraf ederse	(<u>0</u> , -30)	(<u>-20</u> , <u>-20</u>)

İşbirlikçi olmayan oyun teorisinin en önemli çözüm kavramı Nash dengesi'dir. Bu oyunun Nash Dengesi de her iki zanlının 20' şer yıl hapis yatmasını öngörmektedir.

1.2.3. Ağaç Şeklinde Oyunlar

Ağaç oyunları, bir oyundaki olası durumları ortaya döken bir ağaç uygulamasıdır. Herhangi bir anda yapılacak hamle için, ağaç oyununa bakılarak kazanmaya doğru gidecek en iyi durum seçilmeye çalışılır. Böylece iyi hazırlanmış bir ağaç oyunu her zaman kazanmaya götürür (Çölkesen, 2013: 346).

Örnek 1.2.3.1 Aşağıda iki oyunculu ağaç oyunu verilmiştir. Bu ağaç oyununun ödemeler matrisini ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.1. Örnek 1.2.3.1.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun

Yukarıdaki şekil iki oyunculu bir ağaç oyununu göstermektedir. Oyunumuz şu şekilde ilerlemektedir. 1.oyuncu büyük L ya da R 'ye gitmeyi tercih ederse 2. oyuncu da sol ya da sağa gitmeyi tercih edecektir. Yani oyunda ilk kararı 1.oyuncu vermektedir. 2. oyuncu kararını 1. oyuncu verdikten sonra vermektedir. Örneğin 1.oyuncu L 'yi seçerse, bunu takiben 2.oyuncu da küçük l_1 'i seçerse bu stratejiye göre 1.oyuncu 5 ₺ alırken, 2. oyuncu 1 ₺ alır.

$$1.\text{oyuncunun stratejileri} = \{L, R\}$$

$$2.\text{oyuncunun stratejileri} = \{l_1 l_2, l_1 r_2, r_1 l_2, r_1 r_2\}$$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilere bağlı oluşacak olan kazanç ya da kayıp miktarları Tablo 1.4.'deki ödemeler matrisinde gösterilmiştir.

Tablo 1.4. Oyuncuların Stratejilerine Bağlı Ödemeler Matrisi

1.oyuncu	2.oyuncu			
		$l_1 l_2$	$l_1 r_2$	$r_1 l_2$
	L	(<u>5</u> , 1)	(5, 1)	(3, <u>2</u>)
	R	(4, <u>8</u>)	(<u>6</u> , 3)	(<u>4</u> , <u>8</u>)

Bu ağaç oyununda iki oyuncunun da en iyi oynayabileceği strateji $(R, r_1 l_2)$ noktasıdır. Oyuncular bu stratejiyi seçerse Nash dengesi $(R, r_1 l_2)$ olur. Bu durumda 1. oyuncu 4 ₺ kazanırken 2. oyuncu 8 ₺ kazanmaktadır. Nash dengesinin neden $(R, l_1 l_2)$ olmadığını şu şekilde açıklayabiliriz. 1. oyuncu R 'yi seçtiğinde mantıken 2. oyuncu l_2 'yi seçer. 1. oyuncu L 'yi seçtiğinde mantıken 2. oyuncu r_1 'i seçer o yüzden Nash dengesi $(R, r_1 l_2)$ olur.

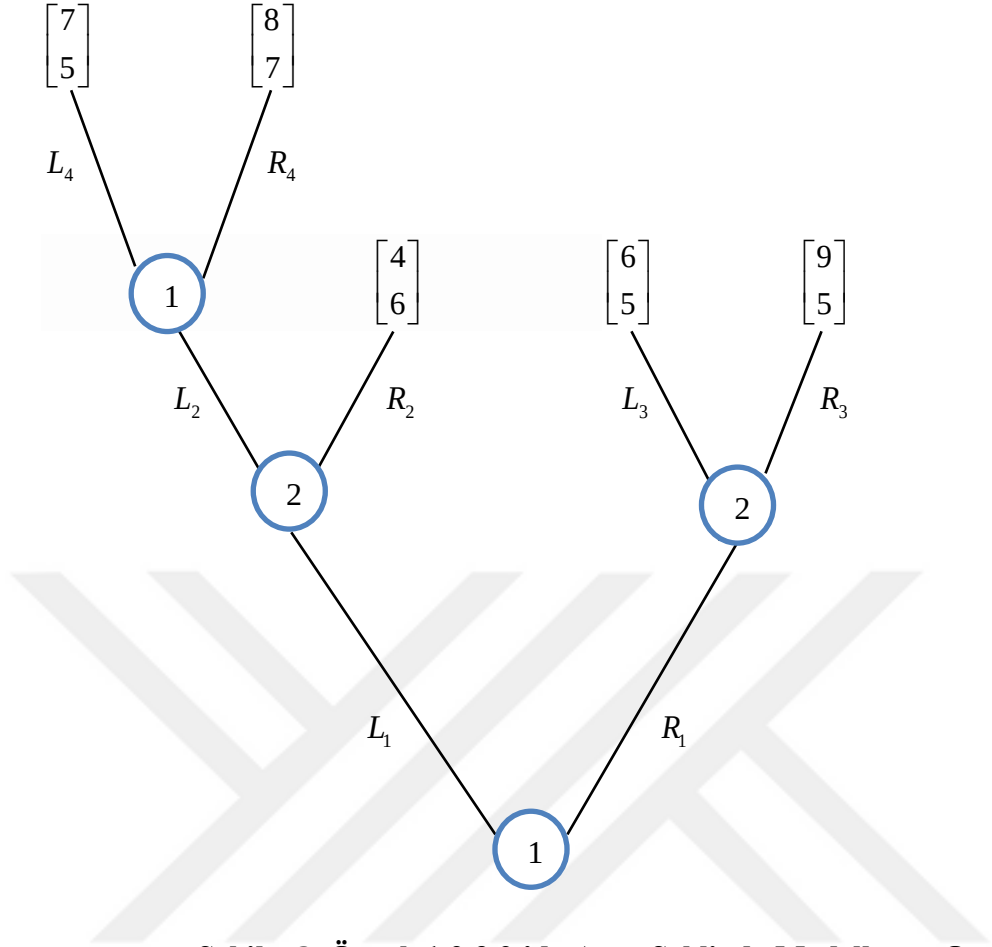
1. oyuncunun ödeme matrisi

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 & 3 \\ 4 & 6 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

2. oyuncunun ödeme matrisi

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 8 & 3 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Örnek 1.2.3.2 Aşağıda iki oyunculu ağaç şeklinde modellenen oyunun ödemeler matrisini ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.2. Örnek 1.2.3.2.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun

Yukarıdaki şekil iki oyunculu bir ağaç oyununu göstermektedir. Oyunumuz şu şekilde ilerlemektedir. İlk olarak 1. oyuncu sağa gitmeyi tercih ederse yani R_1 stratejisini seçerse 2. oyuncunun iki seçeneği vardır. Sağa ya da sola gitmeyi tercih edecektir. Burada ilk kararı 1. oyuncu vermektedir. 2. oyuncu kararını 1. oyuncu verdikten sonra vermektedir. 2. oyuncu sağa giderse de 5 ₺ kazanacaktır, sola giderse de 5 ₺ kazanacaktır. 1. oyuncu ise 2. oyuncunun seçimine bağlı kazanç sağlayacaktır.

1. oyuncu sola gitmeyi tercih ederse yani L_1 stratejisini seçerse 2. oyuncu da sol ya da sağa gitmeyi tercih edecektir. 2. oyuncu sağa gitmeyi tercih ederse yani R_2 stratejisini seçerse 2. oyuncu 6 ₺ kazanacaktır. 1. oyuncu ise 4 ₺ kazanacaktır. Böylece oyun sonlanacaktır. Eğer 2. oyuncu sola gitmeyi tercih ederse yani L_2 stratejisini seçerse karar verme sırası tekrar 1. oyuncuya geçecektir. Bu durumda 1. oyuncu L_4

stratejisini seçerse 7 ₺, R_4 stratejisini seçerse 8 ₺ kazanacaktır. R_4 stratejisini tercih etmek 1. oyuncu için daha fazla kazanç sağlayacaktır ve böylece oyun sonlanacaktır.

1. oyuncunun stratejileri

$$\{L_1 L_4, L_1 R_4, R_1 L_4, R_1 R_4\}$$

2. oyuncunun stratejileri

$$\{L_2 R_3, L_2 L_3, R_2 L_3, R_2 R_3\}$$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilere bağlı oluşacak olan kazanç ya da kayıp miktarları Tablo 1.5.'de gösterilmiştir.

Tablo 1.5. İki Oyunculu Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejileri

1. Oyuncu	2. Oyuncu				
		$L_2 R_3$	$L_2 L_3$	$R_2 L_3$	$R_2 R_3$
	$L_1 L_4$	(7, 5)	(7, 5)	(4, <u>6</u>)	(4, <u>6</u>)
	$L_1 R_4$	(8, <u>7</u>)	(<u>8</u> , <u>7</u>)	(4, 6)	(4, 6)
	$R_1 L_4$	(<u>9</u> , <u>5</u>)	(6, <u>5</u>)	(<u>6</u> , <u>5</u>)	(<u>9</u> , <u>5</u>)
	$R_1 R_4$	(<u>9</u> , <u>5</u>)	(6, <u>5</u>)	(<u>6</u> , <u>5</u>)	(<u>9</u> , <u>5</u>)

Bu oyunun dengede olduğu yedi tane strateji vardır. Nash dengesi matriste altına çizgi çekilerek gösterilmiştir. Sonlu sayıda bir oyunun birden fazla Nash dengesi olabilir. Oyuncular bu stratejileri tercih ederse en karlı sonuca ulaşmış olurlar.

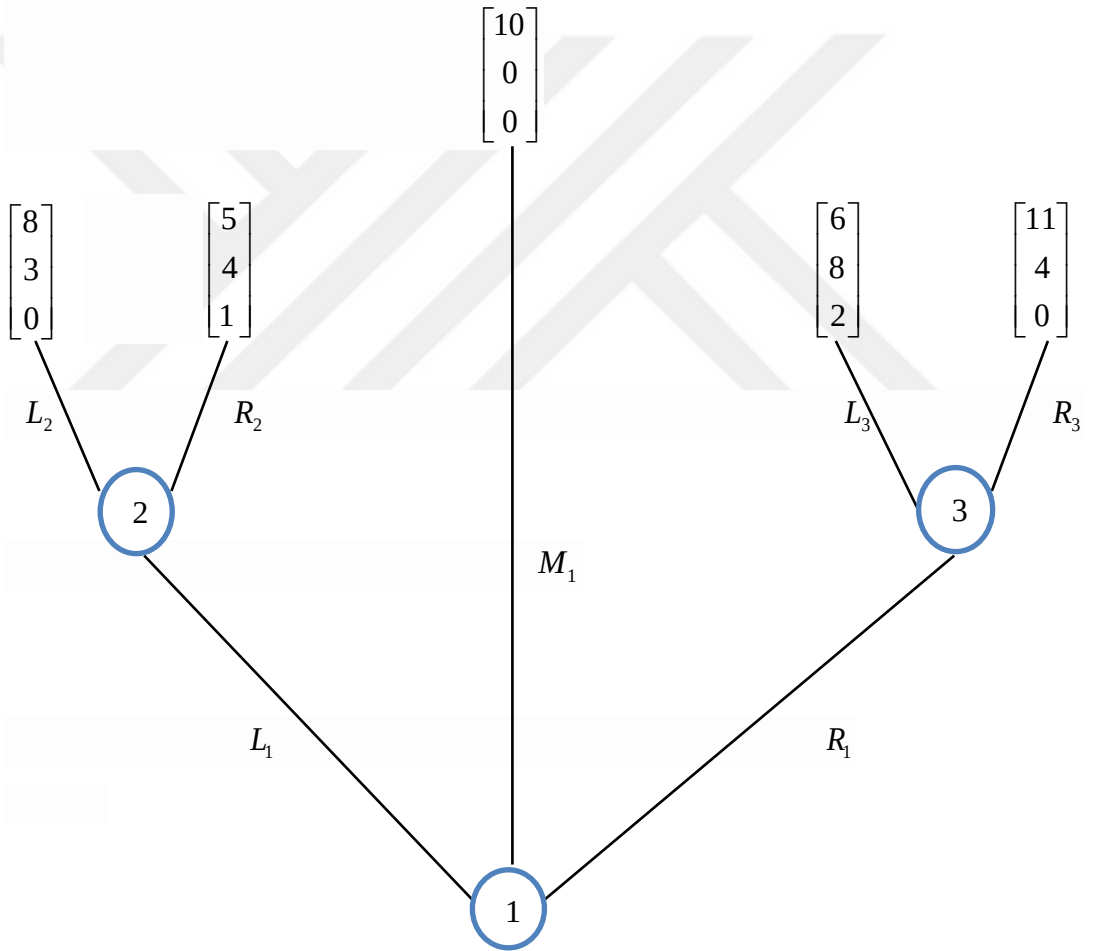
1.oyuncunun ödeme matrisi

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 4 & 4 \\ 8 & 8 & 4 & 4 \\ 9 & 6 & 6 & 9 \\ 9 & 6 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

2.oyuncunun ödeme matrisi

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 6 & 6 \\ 7 & 7 & 6 & 6 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Örnek 1.2.3.3. Aşağıda üç oyunculu ağaç şeklinde modellenen oyunun ödemeler matrisini ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.3. Örnek 1.2.3.3.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyun

Yukarıdaki şekilde üç oyunculu bir ağaç oyunu verilmiştir. Bu oyunda 1. oyuncunun üç tane stratejisi vardır. 1. oyuncu M_1 stratejisini tercih ederse 10 ₺ kazanır

2. oyuncu ve 3. oyuncunun bir kazancı olmaz. 1.oyuncu için en dengeli çözüm M_1 stratejisini seçmesidir.

Eğer 1.oyuncu sola gitmeyi tercih ederse yani L_1 stratejisini seçerse 2. oyuncunun iki tane seçim hakkı vardır, sola ya da sağa gitmeyi tercih edecektir. 2. oyuncu sağa gitmeyi tercih ederse yani R_2 stratejisini seçerse 4 ₺ kazanacaktır ve daha avantajlı olacaktır.

1. oyuncu sağa gitmeyi tercih ederse yani R_1 stratejisini seçerse 3. oyuncu da sola ya da sağa gitmeyi tercih edecektir. 3. oyuncu L_3 stratejisini tercih ederse daha kazançlı olacaktır.

1.oyuncunun stratejileri: $\{L_1, M_1, R_1\}$

2.oyuncunun stratejileri: $\{L_2, R_2\}$

3.oyuncunun stratejileri: $\{L_3, R_3\}$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilere bağlı oluşacak olan kazanç ya da kayıpları aşağıdaki ödemeler matrisi üzerinde gösterilmiştir. Bu oyun 3 oyunculu olduğu için diğer örneklerden farklı bir şekilde çözümlenmektedir.

$$\text{1.oyuncu } L_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (8,3,0) & (8,3,0) \\ R_2 & (5,4,1) & (5,4,1) \end{bmatrix}$$

$$\text{1.oyuncu } M_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (10,0,0) & (10,0,0) \\ R_2 & \underline{\underline{(10,0,0)}} & (10,0,0) \end{bmatrix}$$

$$\text{1.oyuncu } R_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (6,8,2) & (11,4,0) \\ R_2 & (6,8,2) & (11,4,0) \end{bmatrix}$$

Bu oyunun denge noktası yukarıdaki matris üzerinde gösterilmiştir. Nash dengesi $(M_1 R_2 L_3)$ stratejisi olarak bulunmuştur.

1.2.4. Stratejik Oyunlar

İki kişilik $\langle X_1, X_2, K_1, K_2 \rangle$ sıralı dörtlüsüne stratejik oyun denir.

X_i : i oyuncusuna ait boştan farklı strateji uzayı

K_i : $X_1 \times X_2 \rightarrow \mathbb{R}$: i oyuncusu için ödeme fonksiyonu

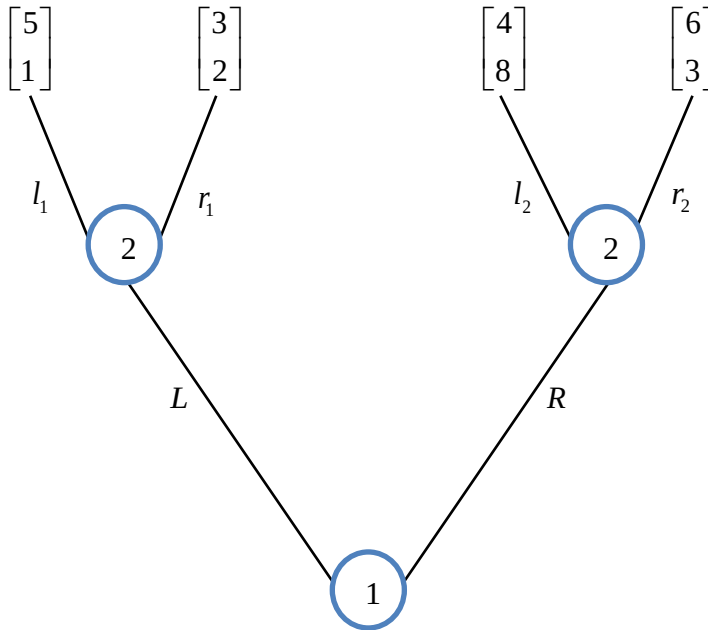
X_1 : 1.oyuncuya ait strateji kümesi

X_2 : 2.oyuncuya ait strateji kümesi

K_1 : 1.oyuncuya ait ödeme fonksiyonu

K_2 : 2.oyuncuya ait ödeme fonksiyonu

Örnek 1.2.4.1 Aşağıda Şekil 1.4.'de iki oyunculu ağaç oyunu verilmiştir. Bu ağaç oyununu stratejik formda ifade edelim ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.4. Örnek 1.2.4.1.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu

$$< X_1, X_2, K_1, K_2 >$$

$$X_1 = \{ L, R \}$$

$$X_2 = \{ l_1 l_2, l_1 r_2, r_1 l_2, r_1 r_2 \}$$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilere bağlı oluşacak olan kazanç ya da kayıp miktarları Tablo 1.6.'daki gibi ödemeler matrisi üzerinde gösterilmiştir.

Tablo 1.6. İki Oyunculu Ağaç Şeklinde Modellenen Oyununun Sonuç Matrisi

1.oyuncu	2.oyuncu				
		$l_1\ l_2$	$l_1\ r_2$	$r_1\ l_2$	$r_1\ r_2$
	L	(5,1)	(5,1)	(3,2)	(3,2)
	R	(4,8)	(6,3)	(4,8)	(6,3)

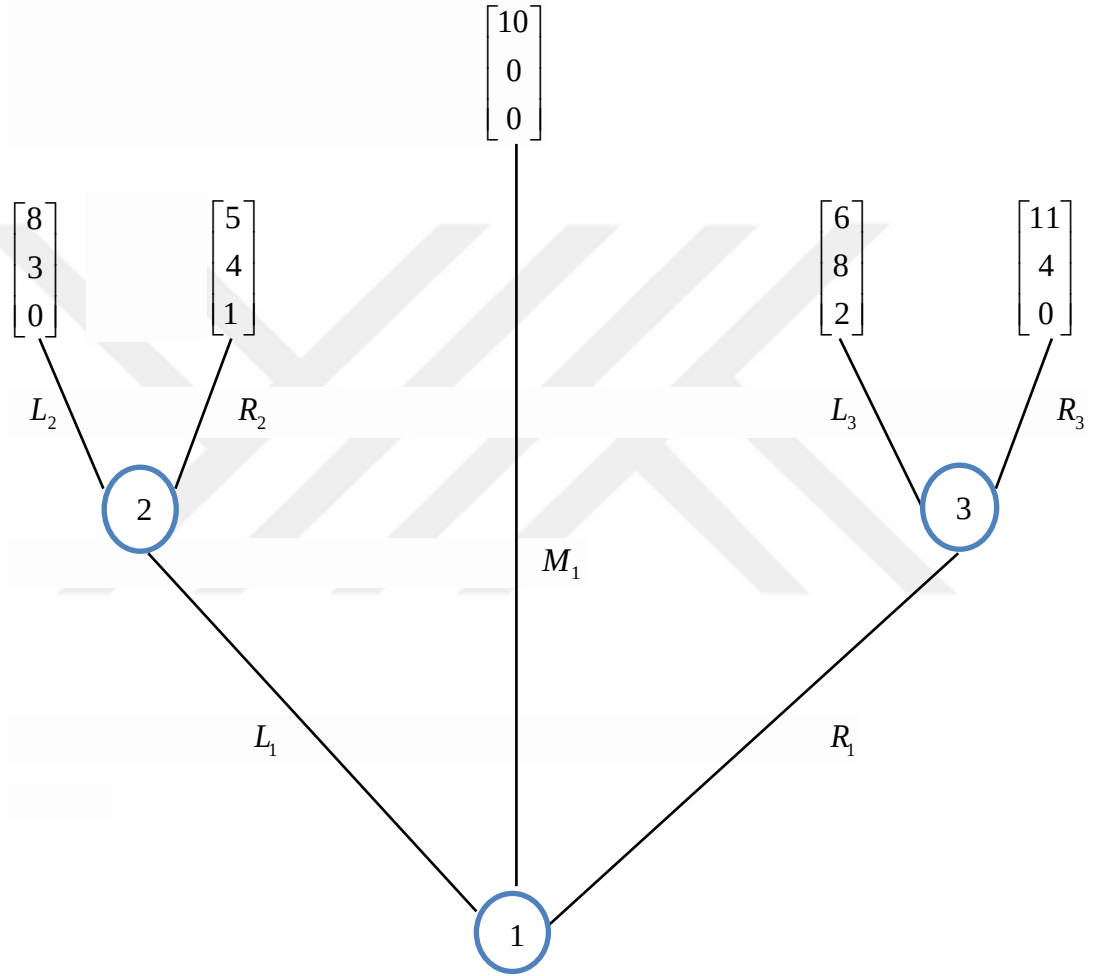
1.oyuncu ve 2.oyuncuya ait ödeme fonksiyonları aşağıda Tablo 1.7.'de gösterilmiştir. Bu oyunda 16 tane ödeme fonksiyonu bulunmaktadır. Her adım için teker teker doğru çözüm bulunmuştur.

Tablo 1.7. Örnek 1.2.4.1.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları

$K_1(L, l_1 l_2) = 5$ $K_1(L, l_1 r_2) = 5$ $K_1(L, r_1 l_2) = 3$ $K_1(L, r_1 r_2) = 3$	$K_2(L, l_1 l_2) = 1$ $K_2(L, l_1 r_2) = 1$ $K_2(L, r_1 l_2) = 2$ $K_2(L, r_1 r_2) = 2$
$K_1(R, l_1 l_2) = 4$ $K_1(R, l_1 r_2) = 6$ $K_1(R, r_1 l_2) = 4$ $K_1(R, r_1 r_2) = 6$	$K_2(R, l_1 l_2) = 8$ $K_2(R, l_1 r_2) = 3$ $K_2(R, r_1 l_2) = 8$ $K_2(R, r_1 r_2) = 3$

1.oyuncu ve 2.oyuncuya ait ödeme fonksiyonları bulunmuştur. 1.oyuncu ve 2.oyuncu için oynanabilecek en iyi strateji Nash dengesini gösterir. Bu oyunun Nash dengesi $(R, r_1 l_2)$ stratejisidir.

Örnek 1.2.4.2. Aşağıdaki Şekil 1.5.'de üç oyunculu bir ağaç oyunu verilmiştir. Bu ağaç oyununu stratejik formda ifade edelim ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.5. Örnek 1.2.4.2.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu

$$\langle X_1, X_2, X_3, K_1, K_2, K_3 \rangle$$

Oyunculara ait stratejiler aşağıdaki şekilde olur.

$$X_1 = \{L_1, M_1, R_1\}$$

$$X_2 = \{L_2, R_2\}$$

$$X_3 = \{ L_3, R_3 \}$$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilere bağlı oluşacak olan kazanç veya kayıp değerleri aşağıda ödemeler matrisi üzerinde gösterilmiştir.

$$\text{1.oyuncu } L_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (8,3,0) & (8,3,0) \\ R_2 & (5,4,1) & (5,4,1) \end{bmatrix}$$

$$\text{1.oyuncu } M_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (10,0,0) & (10,0,0) \\ R_2 & \underline{(10,0,0)} & (10,0,0) \end{bmatrix}$$

$$\text{1.oyuncu } R_1 \text{ oynarsa} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (6,8,2) & (11,4,0) \\ R_2 & (6,8,2) & (11,4,0) \end{bmatrix}$$

Strateji kümesi $X_1 \times X_2 \times X_3$ 'dür.

$$\left\{ \begin{array}{cccc} L_1 L_2 L_3 & L_1 L_2 R_3 & L_1 R_2 L_3 & L_1 R_2 R_3 \\ M_1 L_2 L_3 & M_1 L_2 R_3 & M_1 R_2 L_3 & M_1 R_2 R_3 \\ R_1 L_2 L_3 & R_1 L_2 R_3 & R_1 R_2 L_3 & R_1 R_2 R_3 \end{array} \right\}$$

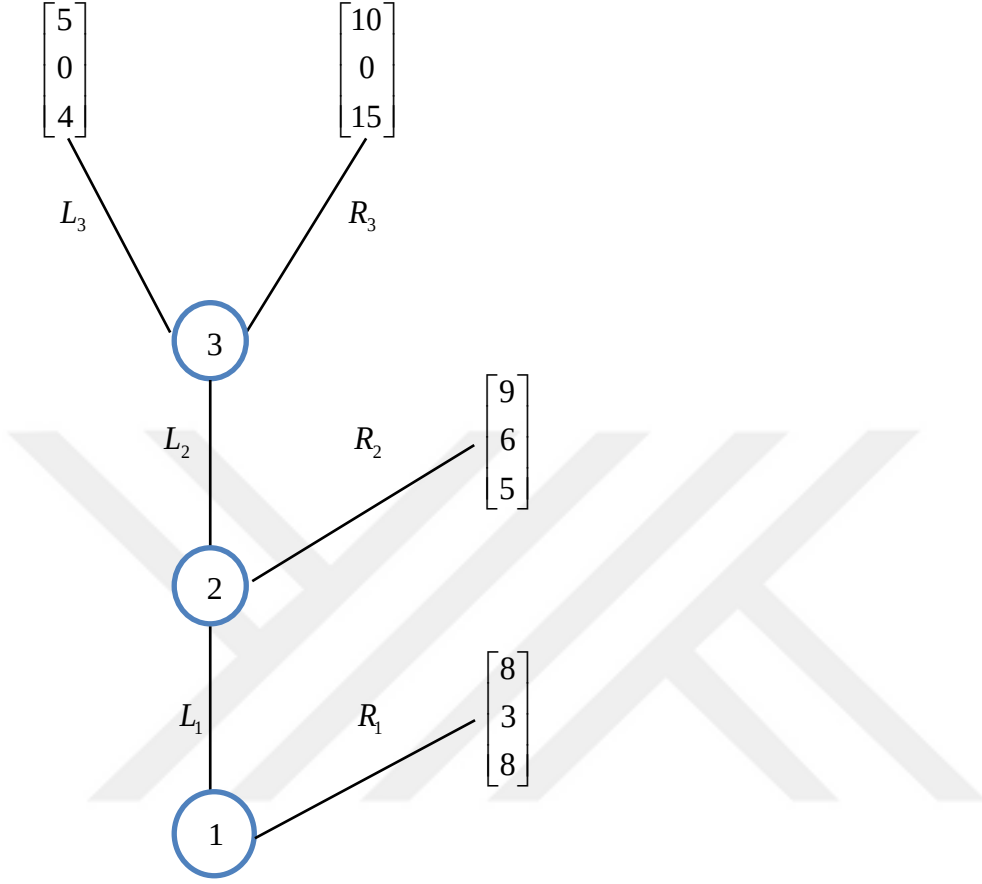
1.oyuncu, 2.oyuncu ve 3.oyuncuya ait ödeme fonksiyonları aşağıda Tablo 1.8.'de gösterilmiştir. Bu oyunda 36 tane ödeme fonksiyonu bulunmaktadır. Her adım için teker teker doğru çözüm bulunmuştur.

Tablo 1.8. Örnek 1.2.4.2.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları

$K_1(L_1 L_2 L_3) = 8$ $K_1(L_1 L_2 R_3) = 8$ $K_1(L_1 R_2 L_3) = 5$ $K_1(L_1 R_2 R_3) = 5$	$K_1(M_1 L_2 L_3) = 10$ $K_1(M_1 L_2 R_3) = 10$ $K_1(M_1 R_2 L_3) = 10$ $K_1(M_1 R_2 R_3) = 10$	$K_1(R_1 L_2 L_3) = 6$ $K_1(R_1 L_2 R_3) = 11$ $K_1(R_1 R_2 L_3) = 6$ $K_1(R_1 R_2 R_3) = 11$
$K_2(L_1 L_2 L_3) = 3$ $K_2(L_1 L_2 R_3) = 3$ $K_2(L_1 R_2 L_3) = 4$ $K_2(L_1 R_2 R_3) = 4$	$K_2(M_1 L_2 L_3) = 0$ $K_2(M_1 L_2 R_3) = 0$ $K_2(M_1 R_2 L_3) = 0$ $K_2(M_1 R_2 R_3) = 0$	$K_2(R_1 L_2 L_3) = 8$ $K_2(R_1 L_2 R_3) = 4$ $K_2(R_1 R_2 L_3) = 8$ $K_2(R_1 R_2 R_3) = 4$
$K_3(L_1 L_2 L_3) = 0$ $K_3(L_1 L_2 R_3) = 0$ $K_3(L_1 R_2 L_3) = 1$ $K_3(L_1 R_2 R_3) = 1$	$K_3(M_1 L_2 L_3) = 0$ $K_3(M_1 L_2 R_3) = 0$ $K_3(M_1 R_2 L_3) = 0$ $K_3(M_1 R_2 R_3) = 0$	$K_3(R_1 L_2 L_3) = 2$ $K_3(R_1 L_2 R_3) = 0$ $K_3(R_1 R_2 L_3) = 2$ $K_3(R_1 R_2 R_3) = 0$

Üç oyunculu oyunda oyunculara ait ödeme fonksiyonları bulunmuştur. 1.oyuncu, 2.oyuncu ve 3.oyuncu için oynanabilecek en iyi strateji Nash dengesini gösterir. Bu oyunun Nash dengesi $(M_1 R_2 L_3)$ stratejisidir.

Örnek 1.2.4.3. Aşağıda Şekil 1.6.'da üç oyunculu bir ağaç oyunu verilmiştir. Bu ağaç oyununu stratejik formda ifade edelim ve Nash dengesini bulalım.



Şekil 1.6. Örnek 1.2.4.3.'de Ağaç Şeklinde Modellenen Oyunun Stratejik Formu

$$\langle X_1, X_2, X_3, K_1, K_2, K_3 \rangle$$

$$X_1 = \{L_1, R_1\}$$

$$X_2 = \{L_2, R_2\}$$

$$X_3 = \{L_3, R_3\}$$

Oyuncuların seçmiş oldukları stratejilerine bağlı kayıp ya da kazanç değerleri aşağıda ödemeler matrisi üzerinde gösterilmiştir.

$$1.\text{oyuncu } L_1 \text{ seçerse} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (5,0,4) & (10,0,15) \\ R_2 & (9,6,5) & \underline{(9,6,5)} \end{bmatrix}$$

$$1.\text{oyuncu } R_1 \text{ seçerse} = \begin{bmatrix} & L_3 & R_3 \\ L_2 & (8,3,8) & (8,3,8) \\ R_2 & (8,3,8) & (8,3,8) \end{bmatrix}$$

Strateji kümesi $X_1 \times X_2 \times X_3$ 'dür.

$$\left\{ \begin{matrix} L_1 L_2 L_3 & L_1 L_2 R_3 & L_1 R_2 L_3 & L_1 R_2 R_3 \\ R_1 L_2 L_3 & R_1 L_2 R_3 & R_1 R_2 L_3 & R_1 R_2 R_3 \end{matrix} \right\}$$

1.oyuncu, 2.oyuncu ve 3.oyuncuya ait ödeme fonksiyonları Tablo 1.9.'da gösterilmiştir. Bu oyunda 24 tane ödeme fonksiyonu bulunmaktadır. Her adım için teker teker doğru çözüm bulunmuştur.

Tablo 1.9. Örnek 1.2.4.3.'de Oyunculara Ait Ödeme Fonksiyonları

$K_1(L_1 L_2 L_3) = 5$ $K_1(L_1 L_2 R_3) = 10$ $K_1(L_1 R_2 L_3) = 9$ $K_1(L_1 R_2 R_3) = 9$	$K_2(L_1 L_2 L_3) = 0$ $K_2(L_1 L_2 R_3) = 0$ $K_2(L_1 R_2 L_3) = 6$ $K_2(L_1 R_2 R_3) = 6$	$K_3(L_1 L_2 L_3) = 4$ $K_3(L_1 L_2 R_3) = 15$ $K_3(L_1 R_2 L_3) = 5$ $K_3(L_1 R_2 R_3) = 5$
$K_1(R_1 L_2 L_3) = 8$ $K_1(R_1 L_2 R_3) = 8$ $K_1(R_1 R_2 L_3) = 8$ $K_1(R_1 R_2 R_3) = 8$	$K_2(R_1 L_2 L_3) = 3$ $K_2(R_1 L_2 R_3) = 3$ $K_2(R_1 R_2 L_3) = 3$ $K_2(R_1 R_2 R_3) = 3$	$K_3(R_1 L_2 L_3) = 8$ $K_3(R_1 L_2 R_3) = 8$ $K_3(R_1 R_2 L_3) = 8$ $K_3(R_1 R_2 R_3) = 8$

Üç oyunculu oyunda oyunculara ait ödeme fonksiyonları bulunmuştur. 1.oyuncu, 2.oyuncu ve 3.oyuncu için oynanabilecek en iyi strateji Nash dengesini gösterir. Bu oyunun Nash dengesi $(L_1 R_2 R_3)$ stratejisidir.

1.2.5. Sıfır Toplamlı Oyunlar

$$< X_1, X_2, \dots, X_p, K_1, K_2, \dots, K_p >$$

Stratejik formda bir oyun verilsin. Eğer $\sum_{i \in p} K_i = 0$ ise bu oyuna sıfır toplamlı oyun denir.

Oyuncuların kazançları sıfır toplamlı olduğundan dolayı bu oyunlar sıfır toplamlı oyunlar olarak adlandırılır. Sıfır toplamlı oyunlarda her iki taraf için ayrı ayrı oluşturulacak olan matrisler birbirinin zıt işaretlisi olduğundan dolayı her iki matrisi de oluşturmaya gerek yoktur. Bu durumda sıfır toplamlı oyunlar matrisin yalnızca biri ile gösterilebilir (Demirci vd., 2017: 24-25).

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1,-1) & (2,-2) & (1,-1) \\ (0,0) & (1,-1) & (0,0) \\ (-1,1) & (-1,1) & (-1,1) \end{bmatrix}$$

Örnek:

$$\begin{bmatrix} (1,-3,4) & (1,0,4) & (-1,0,2) \\ (4,1,5) & (2,-3,6) & (7,1,-8) \\ (-6,2,7) & (4,-8,3) & (-12,10,-23) \end{bmatrix}$$

$$1. \text{ oyuncunun stratejilerinin toplamı } (1+1-1+4+2+7-6+4-12) = 0$$

$$2. \text{ oyuncunun stratejilerinin toplamı } (-3+0+0+1-3+1+2-8+10) = 0$$

$$3. \text{ oyuncunun stratejilerinin toplamı } (4+4+2+5+6-8+7+3-23) = 0$$

O halde bu oyun sıfır toplamlı bir oyundur.

1.2.5.1. Yazı-Tura Oyunu

Yazı-tura oyunu, oyuncuların stratejilerini bir defa seçmesiyle sonuçlanan oyunlardır. (Şayin, 2012: 18).

Elif ve arkadaşı zaman geçirmek için yazı-tura oynamaya karar veriyorlar. İki arkadaş eş zamanlı olarak bir madeni parayı fırlatıyor. Eğer her iki taraf yazı ya da her iki taraf tura gelirse 2. oyuncu 1. oyuncuya 1 ₺ ödüyor. Oyunculardan biri yazı diğeri tura atarsa 1. oyuncu 2. oyuncuya 1 ₺ ödüyor. Bu hikâyeyi ödeme matrisi şeklinde yazıp sıfır toplamı olup olmadığını gösterelim.

$$\begin{array}{c|cc} & Y & T \\ \hline Y & (1,-1) & (-1,1) \\ T & (-1,1) & (1,-1) \end{array}$$

1. oyuncunun stratejilerinin toplamı $(2-2)=0$

2. oyuncunun stratejilerinin toplamı $(2-2)=0$

1.2.5.2. Taş-Kâğıt-Makas Oyunu

İki arkadaş taş, kâğıt ve makas oyunu oynamak istemektedirler. Oyuncular aynı anda taş, kâğıt ya da makastan birini seçerler. Seçimlerinin sonuçları aşağıdaki kurallar tarafından belirlenir (Esen, 2008: 529).

- Taş makası yener.
- Makas kâğıdı yener.
- Kâğıt taşı yener.

Taş-kâğıt-makas oyunu, oyuncuların strateji seçimlerini aynı anda yaptıkları oyunlardır (Şayin, 2012: 18). Şimdi bu oyunu ödemeler matrisi şeklinde kuralım.

Tablo 1.10. Taş-Kâğıt-Makas Oyunu

1.oyuncu	2.oyuncu			
		Taş	Kâğıt	Makas
	Taş	0	-1	1
	Kâğıt	1	0	-1
	Makas	-1	1	0

Ödemeler matrisinde de görüldüğü gibi kazançlar 1 birim, kayıplar ise -1 birim olarak gösterilmiştir. İki oyuncunun da seçimleri aynı olursa kayıp ve kazanç durumu olmaz değeri 0'dır.

$$\begin{bmatrix} (0,0) & (-1,1) & (1,-1) \\ (1,-1) & (0,0) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) & (0,0) \end{bmatrix}$$

1.2.6. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunlar

İki kişilik sıfır toplamlı oyunlar genelde sıfır toplamlı olmayan oyunlardan daha etkileyici özelliğe sahiptir. Literatürde oyun teorisi ile ilgili çalışmaların tanıtılmasında en sık kullanılan oyun türü olarak iki kişilik sıfır toplamlı oyunlar yer almaktadır (Aplak, 2010: 42).

İki kişilik sıfır toplamlı oyunlar, iki rakip oyuncu arasında oynanmaktadır. Ancak ikiden fazla kişinin aralarında koalisyon yaparak oyuna katılmaları oyunun niteliğini bozmaz. Çünkü burada amaç çıkarları çatışan iki tarafın bulunmasıdır (Altan, 1998: 23).

İki kişilik sıfır toplamlı oyunlar, iki oyuncunun yer aldığı ve bir oyuncu kazanırken diğer oyuncunun kaybettiği oyunlardır. Yani bir oyuncunun kazancı, diğer oyuncunun cebinden çıkar ve diğer oyuncunun zararını ifade eder. Bu yüzden sıfır toplamlı oyunlarda bireylerin çıkarları çakışma içerisindedir. Bu durumda bireyler arasında işbirliğine gidilmesi mümkün değildir (Çubukçu, 2016: 10) .

İki takım arasında oynanan spor müsabakaları, satranç oyunu gibi oynanan oyunlar iki kişili oyunlara örnektir. Bir futbol maçında, her ne kadar toplamda 22

oyuncu var gibi görünse de her takım aynı amaç ve stratejiyle oynayacağından tek bir oyuncu gibi hareket etmektedir (Ünal, 2011: 27).

Teorem: $< X, Y, K, -K >$ sıfır toplamlı bir oyun olsun.

(x_1, y_1) ve (x_2, y_2) de bu oyunun Nash dengesi olsun.

- (x_1, y_2) ve (x_2, y_1) de yer değiştirme özelliğinden dolayı Nash Dengesi olur.
- $\forall i, j \in \{1, 2\}$ için $K(x_i, x_j) = K(x_i, y_j)$

Örnek 1.2.6.1. Aşağıda bir matris oyunu verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1, -1) & (2, -2) & (1, -1) \\ (0, 0) & (1, -1) & (0, 0) \\ (1, -1) & (1, -1) & (1, -1) \end{bmatrix}$$

Yukarıda ki örnek iki kişilik oynanan bir oyun matrisidir. Bu oyunda birinci oyuncunun kazancı ikinci oyuncunun kaybına eşittir. x_1, y_1 ve x_3, y_3 oyunun Nash dengesidir. x_1, y_3 ve x_3, y_1 yer değiştirme özelliğinden dolayı Nash dengesi olur.

Örnek 1.2.6.2. İki kişilik sıfır toplamlı oyun, A ve B oyuncuları arasında oynanmaktadır. Oyunda her bir oyuncu 3 stratejiye sahip olmakta ayrıca oyuncuların karşılıklı olarak seçeceği her strateji kombinasyonuna denk gelecek 9 farklı sonuç yer almaktadır (Hücümen, 2007: 32).

Tablo 1.11. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunun Sonuç Matrisi

Oyuncu A	Oyuncu B			
		B ₁	B ₂	B ₃
	A ₁	(8, -8)	(-2, 2)	(-9, 9)
	A ₂	(5, -5)	(4, -4)	(6, -6)
	A ₃	(-4, 4)	(3, -3)	(21, -21)

Kaynak: (Hücümen, 2007: 32)

Bu oyunda, oyuncu A'nın ve B'nin seçeceği her bir strateji kombinasyonu ile örtüşen ödemelerin her birinin toplamı sıfıra eşittir. Oyuncu A ne kazanırsa, rakibi olan oyuncu B o miktarı kaybetmektedir. Dolayısıyla oyuncu B ne kazanırsa, rakibi olan oyuncu A o miktarı kaybetmektedir. Oyuncu A'nın ve B'nin çıkarları tam olarak çatışır durumdadır (Hüçümen, 2007: 33).

Örnek 1.2.6.3. Evli bir çift akşamleyin maça ve sinemaya gitmek isterler. Kocasını maça gitmek isterken eşi sinemaya gitmek istiyor. Amaç birlikte bir yere gitmektir ama eşler karar vermekte zorlanmaktadırlar (Sıfır toplamı bir oyun değil).

Tablo 1.12. Kadın-Erkek Çekişmesi

BAYAN	BAY		
		Maç	Sinema
	Sinema	(0,0)	(2, <u>1</u>)
	Maç	(<u>1</u> , <u>2</u>)	(0,0)

Bu oyunda eşler için en iyi seçilebilecek strateji (x_1, y_2) ve (x_2, y_1) denge noktasıdır. Teoreme göre (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) Nash dengesi değil bundan dolayı oyun sıfır toplamı bir oyun değildir.

Not: Sıfır toplamı oyunlar Nash dengesine sahip olmayabilir. Tüm sonlu oyunlar en az bir tane Nash dengesine sahip olmak zorundadır.

1.3. İŞBİRLİKÇİ OYUN TEORİSİ

Bu bölümde, tez boyunca ihtiyaç duyulacak işbirlikçi oyun teorisini ilgilendiren temel kavramlardan bahsedilecektir. İşbirlikçi oyun teorisi ile ilgili olarak detaylı bilgi Shapley (1953), Curiel (1997), Tijs (2003) ve Branzei vd. (2008) referanslarından elde edilebilir.

İşbirlikçi oyun teorisi temel olarak oyuncuların hareketlerini kontrol eden ve kazançlarını paylaşan koalisyonlarla yani oyuncu gruplarıyla ilgilenir. Oyuncuların her S kümesi için, $v(S)$; oyuncuların koalisyona girdikleri zaman elde edeceği kazanç miktarını göstermektedir. İşbirlikçi oyun teorisinin önemli problemlerinden biri de bu

kazancın koalisyona giren oyuncular arasında nasıl paylaşılacağıdır. Bu sorunun cevabı tezin ilerleyen bölümlerinde gösterilecektir (Palancı, 2016: 4).

$N = \{1, \dots, n\}$ oyuncuların kümesi olmak üzere, N 'nin alt kümelerinden oluşan küme 2^N ile gösterilir. 2^N 'nin her bir elemanı da koalisyon olarak adlandırılır. N kümesi, farklı işbirlikçi olasılıklarının dikkate alındığı oyuncuların boştan farklı sonlu bir kümesi olsun. $\forall S \subset N$ alt kümesi, koalisyon olarak ve N ise büyük (grand) koalisyon olarak isimlendirilir. Bu koalisyonların kümesi yani N 'nin tüm alt kümelerinden oluşan küme 2^N ile gösterilir.

Karakteristik formda, işbirlikçi oyun $\langle N, v \rangle$ sıralı ikilisi ile gösterilir. Burada $N = \{1, \dots, n\}$ oyuncuların kümesi, $v(\emptyset) = 0$ olacak şekilde $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ karakteristik fonksiyondur.

Karakteristik formda işbirlikçi oyun genellikle transfer edilebilir fayda oyunu (TU-game) ya da kısaca TU-oyunu olarak dikkate alınır. Tüm işbirlikçi oyunların kümesi ise G^N ile gösterilir.

Tez boyunca işbirlikçi oyun $\langle N, v \rangle$ sıralı ikilisi ile ya da bu işbirlikçi oyununun karakteristik fonksiyonu olan v ile gösterilecektir.

Şimdi işbirlikçi oyun teorisinde kullanılan oyunlardan bahsedelim.

1.3.1. Eldiven Oyunu

Eldiven üreten 3 tane şirket vardır. Bu şirketlerin 1. ve 2. si sol el eldiven üretirken, 3. şirket ise sağ el eldiven üretmektedir. Sol ya da sağ eldiven üretmenin değeri sıfır iken bir çift eldiven üretmenin maliyeti 10 ₺' dir. Buna göre koalisyonel formda oyunu ifade edelim.

Burada, oyuncuların kümesi $N = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere karakteristik fonksiyonlar ise aşağıdaki şekilde olur.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	0	0	0	0	10	10	10

Not: Eğer oyunumuz kazanç oyunu ise “ v ” yi, oyunumuz maliyet oyunu ise “ c ” yi kullanmalıyız. Oyunda herhangi bir şey kazanılmıyor. Şirket 10 ₺’ yi üretim için veriyor. Dolayısıyla bu oyun maliyet oyunudur.

Sadece sağ veya sadece sol eldiven üretmek bir kazanç sağlamaz. Kazanç sağlamak için sol ve sağ eldiven birlikte üretilmelidir.

Bu oyunda 1. ve 2. oyuncu birlikte bir çift eldiven üretemeyecekleri için değeri 0 olur. 1. oyuncu ve 3. oyuncu koalisyon yaparlarsa bir çift eldiven üretebilirler ve bunun maliyeti 10 ₺’ dir. Aynı şekilde 2. oyuncu ve 3. oyuncu birlikte bir çift eldiven üretebilirler. Bunun maliyeti 10 ₺’ dir. Üç oyuncu birlikte koalisyon yaptıkları zaman da maliyet 10 ₺ olur.

İşbirlikçi oyun teorisinde eldiven oyunundan başka önemli oyunlar da vardır şimdi bunlardan bahsedeceğiz.

1.3.2. Maliyet Kurtarma Oyunu

$$\forall S \in 2^N \text{ için } \langle N, v \rangle \text{ oyununu } v(S) = \sum_{i \in S} c(\{i\}) - c(S)$$

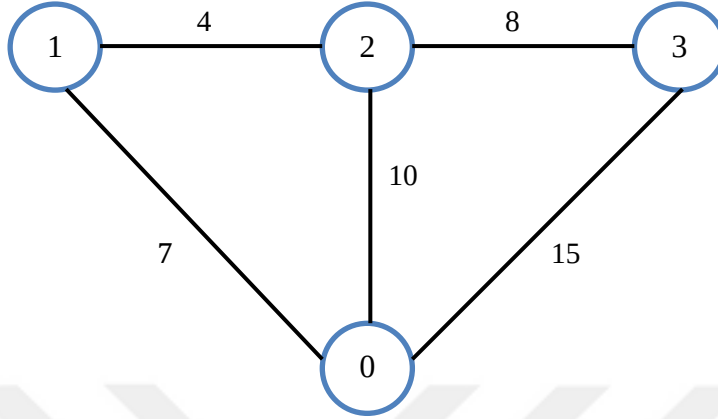
olarak tanımlanır.

Bu oyun $\langle N, c \rangle$ maliyet oyununu $\langle N, v \rangle$ kazanç oyununa çevirir.

Not: Tezin ilerleyen bölümlerinde kolaylık açısından $c(\{i\})$ yerine $c(i)$, $v(\{1,2\})$ yerine $v(12)$ şeklinde kısaltmalar kullanılacaktır.

Örnek 1.3.2.1. $\{1, 2, 3\}$ ile gösterilen üç yerleşim yeri ve $\{0\}$ ile gösterilen yerleşim yerini besleyen güç kaynağı verilmiştir. Bütün mümkün bağlantı hatları ve hatların

maliyetleri bağlantılar üzerinde şekilde gösterilmiştir (Olgun, 2017: 28). Şekil 1.7.’deki minimum giderli ağaç oyununu maliyet kurtarma oyununa çevirelim.



Şekil 1.7. Minimum Giderli Ağaç Oyunu

Burada, oyuncuların kümesi $N = \{1, 2, 3\}$ şeklindedir. Karakteristik fonksiyonlar ve maliyet kurtarma oyunu aşağıda tablo şeklinde verilmiştir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	7	10	15	11	22	18	19
$v(S)$	0	0	0	0	6	0	7	13

Maliyet kurtarma oyunundaki karakteristik değerler aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

- $$v(1) = \sum_{i \in \{1\}} c(i) - c(1)$$

$$= c(1) - c(1) = 0$$

- $$v(2) = v(3) = 0$$

- $$v(12) = \sum_{i \in \{1,2\}} c(i) - c(12)$$

$$= c(1) + c(2) - c(12)$$

$$=7+10-11=6$$

- $v(13) = c(1)+c(3)-c(13)$

$$=7+15-22=0$$

- $v(23) = c(2)+c(3)-c(23)$

$$=10+15-18=7$$

- $v(123) = c(1) + c(2) + c(3) - c(123)$

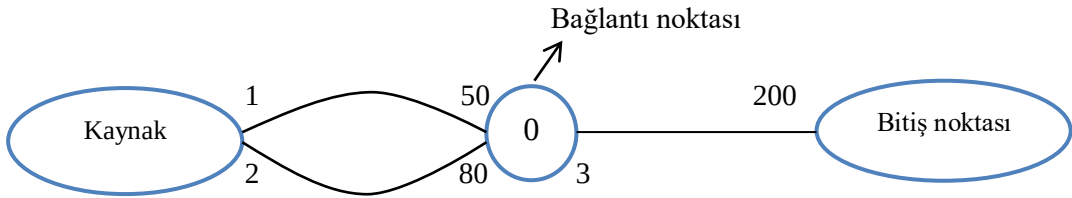
$$=7+10+15-19=13$$

şeklinde bulunur.

1.3.3. Akış Oyunu

Akış oyununda her bir ağın kapasitesi vardır ve her bir ağ bir oyuncuya aittir. Ağların kapasiteleri sınırlıdır. Kapasiteden fazlası geçiş yapamaz. S koalisyonunun değeri kaynaktan bitişe kadar ağdan geçebilecek maksimum miktardır.

Örnek 1.3.3.1. Aşağıda verilen akış oyununu modelleyelim.



Şekil 1.8. Akış Oyunu Örneği

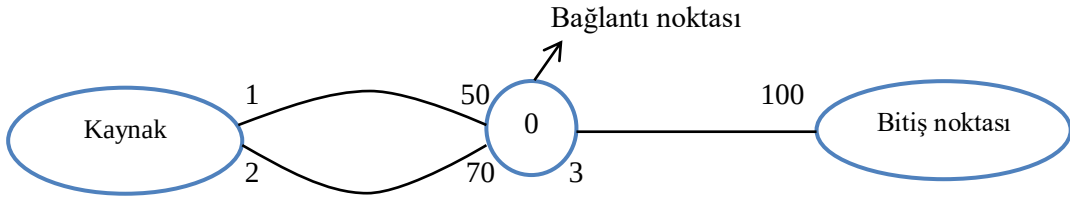
$N = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $\langle N, c \rangle$ oyununun karakteristik değerleri;

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	0	0	0	0	50	80	130

olarak bulunur.

Not: Kaynaktan başlayan akım bitişe ulaşamaz ise değeri “0” olur. Bağlantı noktasında kalmamalıdır.

Örnek 1.3.3.2. Aşağıda verilen akış oyununu modelleyelim.



Şekil 1.9. Kapasite Fazlası Akış Oyunu Örneği

$N = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $\langle N, c \rangle$ oyununun karakteristik değerleri;

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	0	0	0	0	50	70	0

olarak bulunur.

Not: Bitiş noktasına son varış durumunda kaynaktan çıkan akım son varış durumunun kapasitesinden fazla olamaz. Bu oyunda kapasite fazlalığı söz konusudur. Eğer kapasite fazla olursa geçemez ve değeri “0” olur.

1.3.4. Permütasyon Oyunu

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ oyunculu bir oyunda her bir $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ oyuncusuna ait bir makine M_i ve bu makineye ait bir iş J_i vardır.
- Herhangi bir M_j makinası bir J_i işini yapabilir.
- Herhangi bir J_i işini herhangi bir M_j makinasında yapmanın maliyeti k_{ij} ile gösterilir.

Yukarıdaki durum N oyuncu kümesi olmak üzere $\langle N, c \rangle$ maliyet oyunu olarak modellenabilir ve $\left| \forall S \in 2^N \setminus \emptyset \text{ için, } c(S) = \min \sum_{i \in S} k_{i\sigma(i)}, \sigma: S \rightarrow S \right|$ permütasyondur.

Örnek 1.3.4.1. 3 kişilik bir $\langle N, c \rangle$ permütasyon oyununun ödeme matrisi

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

olsun. Buna göre $\langle N, c \rangle$ permütasyon oyununu modelleyelim ve maliyet kurtarma oyununu bulalım. $\langle N, c \rangle$ oyununun karakteristik değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$c(1) = \min \sum_{i \in \{1\}} k_{i\sigma(i)} = k_{11} = 1$$

$$c(2) = \min \sum_{i \in \{2\}} k_{i\sigma(i)} = k_{22} = 6$$

$$c(3) = \min \sum_{i \in \{3\}} k_{i\sigma(i)} = k_{33} = 12$$

$$\begin{aligned} c(12) &= \binom{12}{12} \binom{12}{21} = \min \{k_{11} + k_{22}, k_{12} + k_{21}\} = \min \{1 + 6, 2 + 3\} \\ &= \min \{7, 5\} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(13) &= \binom{13}{13} \binom{13}{31} = \min \{k_{11} + k_{33}, k_{13} + k_{31}\} = \min \{1 + 12, 3 + 4\} \\ &= \min \{13, 7\} \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c(23) &= \binom{23}{23} \binom{23}{32} = \min \{k_{22} + k_{33}, k_{23} + k_{32}\} = \min \{12 + 6, 9 + 8\} \\
&= \min \{18, 17\} \\
&= 17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c(123) &= \binom{123}{123} \binom{123}{132} \binom{123}{213} \binom{123}{231} \binom{123}{312} \binom{123}{321} \\
&= \{k_{11} + k_{22} + k_{33}, k_{11} + k_{23} + k_{32}, k_{12} + k_{21} + k_{33}, k_{12} + k_{23} + k_{31}, \\
&\quad k_{13} + k_{21} + k_{32}, k_{13} + k_{22} + k_{31}\} \\
&= \min \{1 + 6 + 12, 1 + 9 + 8, 2 + 3 + 12, 2 + 9 + 4, 3 + 3 + 8, 3 + 6 + 4\} \\
&= \min \{19, 18, 17, 15, 14, 13\} \\
&= 13
\end{aligned}$$

$\langle N, c \rangle$ permütasyon oyununun maliyet kurtarma oyununu aşağıda verilmiştir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	1	6	12	5	7	17	13
$v(S)$	0	0	0	0	2	6	1	6

1.3.5. Oybirliği Oyunu

Her $T \in 2^N$ için oybirliği oyunu olan u_T

$$u_T(S) = \begin{cases} 1, & \text{eğer } T \subset S \text{ ise} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$$

olarak tanımlanır.

G^N kümesi toplama ve skalerle çarpma işlemlerine göre $2^{|N|} - 1$ boyutlu bir vektör uzayıdır.

$\{u_T \mid T \in 2^N \setminus \{\emptyset\}\}$ kümesi G^N lineer vektör uzayının bir tabanıdır. O halde herhangi bir $v \in G^N$ oyunu

$$c_T(v) = \sum_{R \subset T} (-1)^{|T|-|R|} v(R)$$

olacak şekilde

$$v = \sum_{\emptyset \neq T \subset N} c_T(v) u_T$$

olarak yazılabilir (Shapley, 1953). Burada, $c_T(v)$ katsayılarına Harsanyi kâr payları (Harsanyi dividends) da denir (Harsanyi, 1959).

Örnek 1.3.5.1. $N = \{1, 2, 3\}$ oyuncuların kümesi ve koalisyon değerleri de

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	5	10	15	20	30	40	70

olarak verilsin. Şimdi $\langle N, v \rangle$ oyununu u_T oybirliği oyunu cinsinden ifade edelim. O halde,

$$v = au_{\{1\}} + bu_{\{2\}} + cu_{\{3\}} + du_{\{1,2\}} + eu_{\{1,3\}} + fu_{\{2,3\}} + gu_N$$

şeklinde yazılabilir. Buradan,

$$v = 5u_{\{1\}} + 10u_{\{2\}} + 15u_{\{3\}} + 5u_{\{1,2\}} + 10u_{\{1,3\}} + 15u_{\{2,3\}} + 10u_N$$

olarak yazılır.

Örnek 1.3.5.2. $N = \{1, 2, 3\}$ oyuncuların kümesi ve

$$v = 3u_1 + 4u_2 + 5u_3 - 2u_{12} + 3u_{13} - 4u_{23} + 7u_N$$

baz oyununu koalisyonel oyun şeklinde yazalım. O halde,

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	3	4	5	5	11	5	16

şeklinde bulunur.

Örnek 1.3.5.3. $N = \{1, 2, 3\}$ oyuncuların kümesi ve

$$v = 2u_{12} + 6u_{13}$$

baz oyununu koalisyonel oyun şeklinde yazalım. O halde,

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	0	0	0	2	6	0	8

olarak yazılır.

$\pi(N)$, N 'nin tüm permütasyonlarının $\sigma: N \rightarrow N$ kümesi olsun. $P^\sigma(i)$ kümesi ise

$$P^\sigma(i) := \{r \in N \mid \sigma^{-1}(r) < \sigma^{-1}(i)\}$$

şeklinde tanımlanır ve σ permütasyonuna göre i 'den önce gelenlerin kümesini gösterir.

Tanım 1 (Marjinal Katkı) $v \in G^N$ ve $\sigma \in \pi(N)$ olsun. $m^\sigma(v) \in \mathbb{R}^N$ marjinal katkı vektörü, $\forall i \in N$ için,

$$m_i^\sigma(v) := v(P^\sigma(i) \cup \{i\}) - v(P^\sigma(i))$$

ile gösterilir.

Kolaylık olsun diye tez boyunca $m_i^\sigma(v)$ ifadesinin yerine m_i^σ ifadesi kullanılacaktır.

1.3.6. İşbirlikçi Oyun Teorisindeki Çözüm Yöntemleri

İşbirlikçi oyun teorisindeki temel problemlerden biri olan “Tüm koalisyonlar oluşturulduğunda, elde edilen kazanç veya kayıp nasıl paylaşılır?” sorusunun cevabını

bulmaya çalışalım. Bu sorunun cevabı işbirlikçi oyun teorisindeki çözüm yöntemlerinde gizlidir. Bu çözüm yöntemleri von Neumann (1928) tarafından üretilen “von Neumann çözümü”, von Neumann ve Morgenstern (1944) tarafından bulunan “kararlı kümeler (stable sets)”, Shapley (1953)’nin bulduğu “Shapley değeri (Shapley value)”, Gillies (1959) tarafından bulunan “çekirdek (core)”, Tijs (1981) tarafından üretilen “ τ -değeri (τ -value)” vb. çözümlerdir. Çözüm yöntemleri yukarıda bahsettiğimiz sorunun cevabını bize verir. Böylece işbirlikçi oyun teorisinde bir çözüm yöntemleri, en azından bir $x = (x_i)_{i \in N} \in \mathbb{R}^N$ ödeme vektörüne karşılık gelir. O halde işbirlikçi oyun teorisinde çözüm denildiğinde aşağıdaki tanımlar akla gelmelidir (Palancı, 2016: 7).

Küme değerli çözüm: Küme değerli bir çözüm (set-valued function) $F:G^N \rightarrow \rightarrow \mathbb{R}^N$ çoklu dönüşümüdür (multisolution).

Tek nokta çözümü: Tek değerli bir çözüm (one-point solution) $f:G^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ dönüşümüdür.

Şimdi önemli çözüm kavramlarından bahsedelim. Bu bölümde önemli çözüm kavramları olan kısıt kümesi (imputation set), çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değerinden bahsedilecektir. Burada; kısıt kümesi ve çekirdek çözümü küme değerli çözümleri iken, Shapley değeri ve τ -değeri ise tek nokta çözümüdür (Palancı, 2016: 8).

1.3.6.1. Kısıt Kümesi

$\langle N, v \rangle$ oyunun kısıt kümesi, $\forall i \in N$ için

$$I(v) := \left\{ x \in \mathbb{R}^N \mid \sum_{i=1}^n x_i = v(N), x_i \geq v(\{i\}) \right\}$$

olarak tanımlanır.

$\langle N, v \rangle$ oyununun kısıtlarının kümesi $I(v)$ ile gösterilir.

Örnek 1.3.6.1. Eldiven oyununun karakteristik değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	0	0	0	0	10	10	10

Şimdi eldiven oyununun kısıt kümesini bulalım.

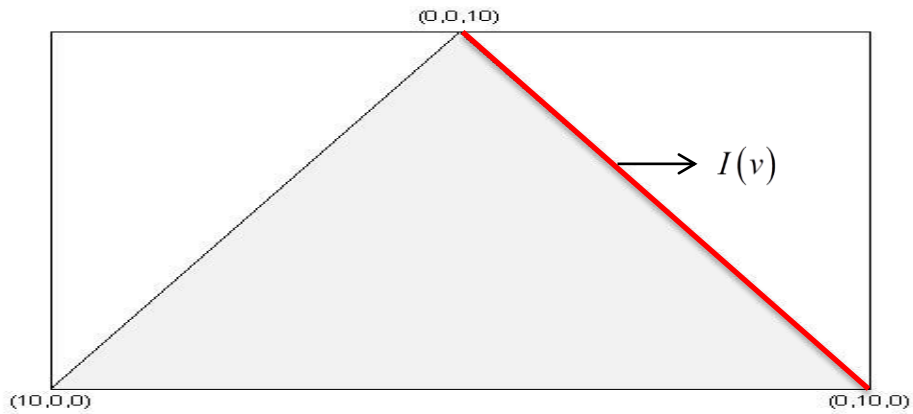
$$I(v) = \begin{cases} x_1 \geq v(1) \\ x_2 \geq v(2) \\ x_3 \geq v(3) \\ x_1 + x_2 + x_3 = v(N) \end{cases} = \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

olup

$$I(v) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 10\}$$

şeklinde bulunur.

Daha kolay anlaşılmasını sağlamak için kısıt kümesi MATLAB programı kullanılarak Şekil 1.10.'da iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1.10. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Kısıt Kümesi

1.3.6.2. Çekirdek Kümesi

$\langle N, v \rangle$ oyunun çekirdeği, $\forall S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}$ için

$$C(v) := \left\{ x \in I(v) \mid \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \right\}$$

olarak tanımlanır.

Örnek 1.3.6.2. Eldiven oyununun karakteristik değerleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	0	0	0	0	10	10	10

Şimdi eldiven oyununun çekirdek kümesini bulalım.

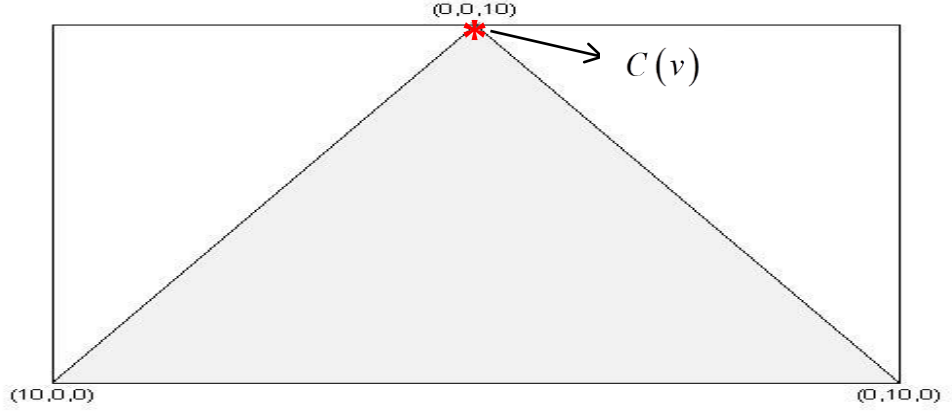
$$C(v) = \begin{cases} x_1 \geq v(1) \\ x_2 \geq v(2) \\ x_3 \geq v(3) \\ x_1 + x_2 \geq v(12) \\ x_1 + x_3 \geq v(13) \\ x_2 + x_3 \geq v(23) \\ x_1 + x_2 + x_3 = v(N) \end{cases} = \begin{cases} x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_3 \geq 10 \\ x_2 + x_3 \geq 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

olup

$$C(v) = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 \geq 0, x_1 + x_3 \geq 10, x_2 + x_3 \geq 10, x_1 + x_2 + x_3 = 10 \right\}$$

şeklinde bulunur.

Daha kolay anlaşılmasını sağlamak için çekirdek kümesi MATLAB programı kullanılarak Şekil 1.11.'de iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1.11. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Çekirdek Kümesi

Şimdi Shapley değerinin tanımını verebiliriz.

1.3.6.3. Shapley Değeri

$v \in G^N$ oyunun Shapley değeri olan $\Phi(v)$, bir oyunun marjinal vektörlerinin ortalamasıdır. Yani

$$\Phi(v) := \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in \Pi(N)} m^{\sigma}(v)$$

dir.

O halde, Shapley değeri, her $v \in G^N$ için $\mathbb{R}^N$ ’de bir tane ödeme vektörü karşılık getirir.

Shapley değeri, işbirlikçi oyun teorisindeki önemli çözüm kavramlarından biri olmakla birlikte günümüze gelene kadar işbirlikçi oyun teorisi çalışanlar arasında önemli ilgi alanlarından biri olmuştur (Shapley, 1953). Shapley değerinin önemli olmasının sebebi, oyun teorisinin göstermeye çalıştığı kompleks stratejik problemlere farklı bir bakış açısı sunmasıdır (Palancı, 2016: 1).

Örnek 1.3.6.3. 3 kişilik $\langle N, v \rangle$ oyununun karakteristik fonksiyonları

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	0	0	0	4	7	15	20

şeklinde verilsin. Şimdi marjinal vektörler hesaplanacaktır. Marjinal vektörleri hesaplamak için önemli noktalardan biri permütasyonlardır. $N=\{1,2,3\}$ kümesindeki elemanların permütasyonları,

$$\{\sigma_1 = (1, 2, 3), \sigma_2 = (1, 3, 2), \sigma_3 = (2, 1, 3), \sigma_4 = (2, 3, 1), \sigma_5 = (3, 1, 2), \sigma_6 = (3, 2, 1)\}$$

şeklindedir.

$\sigma_1 = (1, 2, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_1} = v(1) = 0,$$

$$m_2^{\sigma_1} = v(12) - v(1) = 4,$$

$$m_3^{\sigma_1} = v(123) - v(12) = 16$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_1} = (0, 4, 16)$ olarak bulunur.

$\sigma_2 = (1, 3, 2)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_2} = v(1) = 0,$$

$$m_2^{\sigma_2} = v(123) - v(13) = 13,$$

$$m_3^{\sigma_2} = v(13) - v(1) = 7,$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_2} = (0, 13, 7)$ olarak bulunur.

$\sigma_3 = (2, 1, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_3} = v(12) - v(2) = 4,$$

$$m_2^{\sigma_3} = v(2) = 0,$$

$$m_3^{\sigma_3} = v(123) - v(12) = 16,$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_3} = (4, 0, 16)$ olarak bulunur.

$\sigma_4 = (2, 3, 1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_4} = v(123) - v(23) = 5,$$

$$m_2^{\sigma_4} = v(2) = 0,$$

$$m_3^{\sigma_4} = v(23) - v(2) = 15,$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_4} = (5, 0, 15)$ olarak bulunur.

$\sigma_5 = (3, 1, 2)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_5} = v(13) - v(3) = 7,$$

$$m_2^{\sigma_5} = v(123) - v(13) = 13,$$

$$m_3^{\sigma_5} = v(3) = 0,$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_5} = (7, 13, 0)$ olarak bulunur.

Son olarak $\sigma_6 = (3, 2, 1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_6} = v(123) - v(23) = 5,$$

$$m_2^{\sigma_6} = v(23) - v(3) = 15,$$

$$m_3^{\sigma_6} = v(3) = 0,$$

şeklindedir. Buradan ise $m^{\sigma_6} = (5, 15, 0)$ olarak bulunur.

O halde marjinal vektörler Tablo 1.13.'deki gibi verilebilir.

Tablo 1.13. Marjinal Vektörler

σ	$m_1^\sigma(v)$	$m_2^\sigma(v)$	$m_3^\sigma(v)$
(1, 2, 3)	0	4	16
(1, 3, 2)	0	13	7
(2, 1, 3)	4	0	16
(2, 3, 1)	5	0	15
(3, 1, 2)	7	13	0
(3, 2, 1)	5	15	0

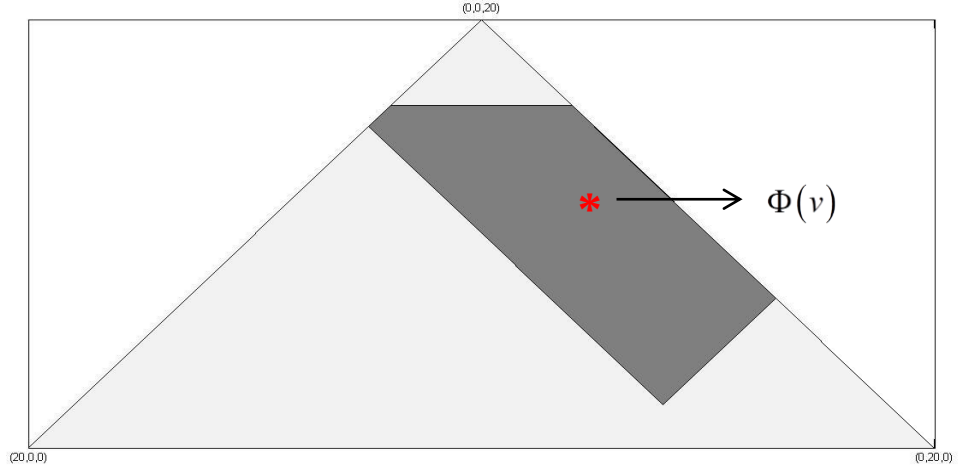
Kaynak: (Palancı, 2016: 11)

Shapley değeri de marjinal vektörlerin ortalaması olduğundan,

$$\begin{aligned}\Phi(v) &= \frac{1}{3!} \sum_{\sigma \in \Pi(3)} m^\sigma(v) \\ &= \frac{1}{6} (21, 45, 54)\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Daha kolay anlaşılmasını sağlamak için Shapley değeri MATLAB programı kullanılarak Şekil 1.12.'de iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1.12. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde Shapley Değeri

1.3.6.4. τ -Değeri

İşbirlikçi oyun teorisinin önemli çözüm kavramlarından biri de τ -değeridir. τ -değeri 1981 yılında Tijs tarafından bulunmuştur. Bu değeri elde edebilmek için iki tane vektöre ihtiyaç duyulmaktadır. Bu vektörler alt ve üst vektörler olarak adlandırılan vektörlerdir. τ -değeri bu iki vektörün konveks kombinasyonu şeklinde yazılabilen ve verimlilik koşulunu sağlayan değer olarak adlandırılır. τ -değeri yarı-dengeli (quasi-balanced) oyunlar sınıfında tanımlıdır (Palancı, 2016: 12).

Yukarıda bahsettiğimiz gibi τ -değerini tanımlamak için iki tane vektöre ihtiyacımız vardır. Bahsettiğimiz iki vektörü $m(v)$ ve $M(v)$ ile göstereceğiz. Burada $M(v)$ vektörü marjinal vektör veya üst vektör (utopia vector) olarak adlandırılırken, $m(v)$ vektörü ise alt vektör (minimal right vector) olarak adlandırılır. Şimdi bu vektörlerin matematiksel tanımlarını verelim (Palancı, 2016: 12).

Tanım 2 $\langle N, v \rangle$ oyunu verilsin. Bir oyuncunun marjinal vektörü (üst vektörü)

$$M_i(v) := v(N) - v(N \setminus \{i\})$$

olarak tanımlanır. Aynı şekilde oyuncunun alt vektörü ise

$$m_i(v) := \max_{S:i \in S} \left(v(S) - \sum_{j \in S \setminus \{i\}} M_j(v) \right)$$

olarak tanımlanır. Burada; $v(S) - \sum_{j \in S \setminus \{i\}} M_j(v)$ vektörü genelde $R_v(S, i)$ ile gösterilir. $R_v(S, i)$ fonksiyonu v oyunu verildiğinde S koalisyonundaki i oyuncusunun kalan fonksiyonu (remainder function) olarak adlandırılır.

τ -değerini tanımlayabilmek için özel bir sınıfa ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sınıfa yarı-dengeli sınıf diyeceğiz. Şimdi yarı dengeli oyunların tanımını verelim.

Tanım 3 (Yarı-dengeli oyun) $< N, v >$ oyunu verilsin. Eğer v oyunu

- $m(v) \leq M(v)$
- $\sum_{i=1}^n m_i(v) \leq v(N) \leq \sum_{i=1}^n M_i(v)$

şartlarını sağlıyorsa bu oyuna yarı-dengeli oyun denir.

N oyuncu kümeli yarı-dengeli oyunların sınıfı QB^N ile gösterilir. Burada;

$$QB^N := \left\{ v \in G^N \mid m(v) \leq M(v), \sum_{i=1}^n m_i(v) \leq v(N) \leq \sum_{i=1}^n M_i(v) \right\}$$

olarak gösterilir.

τ -değeri QB^N üzerinde tanımlı bir çözüm kavramı olup her $v \in QB^N$ oyununa $\tau(v) \in \mathbb{R}^N$ vektörü karşılık getirir. Aslında bakıldığında zaman, τ -değeri bir oyunun alt ve üst vektörleri arasındaki tahmin edilen bir değerdir. τ -değerini bu iki vektörün lineer birleşimi olarak yazılabilen ve verimlilik koşulunu sağlayan değer olarak görebiliriz. Ayrıca τ -değeri $\sum_{i=1}^n x_i = v(N)$ hiperdüzleminde bulunur.

Bu bilgilere dayanarak τ -değerinin formülü

$$\tau(v) := m(v) + \alpha_v (M(v) - m(v))$$

şeklinde verilir. Burada α_v değeri,

$$\begin{cases} 0, & \text{eğer } M(v) = m(v) \text{ ise,} \\ \frac{v(N) - \sum_{i \in N} m_i(v)}{\sum_{i \in N} M_i(v) - \sum_{i \in N} m_i(v)} & \text{aksi halde,} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır. τ -değerinin nasıl hesaplandığını göstermek amacıyla aşağıdaki örnek verilecektir.

Örnek 1.3.6.4. Oyuncuların kümesi $N = \{1, 2, 3\}$ ve koalisyon değerleri

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	1	1	0	4	1	3	5

olarak verilsin. Bu oyunun τ -değeri hesaplanacaktır. İlk olarak oyuncuların marjinal vektörleri bulunmalıdır.

$$M_1(v) = v(N) - v(\{2,3\}) = 5 - 3 = 2,$$

$$M_2(v) = v(N) - v(\{1,3\}) = 5 - 1 = 4,$$

$$M_3(v) = v(N) - v(\{1,2\}) = 5 - 4 = 1.$$

olup marjinal vektör $M(v) = (2, 4, 1)$ olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} m_1(v) &= \max \{v(1), v(12) - M_2, v(13) - M_3, v(N) - M_2 - M_3\} \\ &= \max \{1, 0, 0, 0\} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2(v) &= \max \{v(2), v(12) - M_1, v(23) - M_3, v(N) - M_1 - M_3\} \\ &= \max \{1, 2, 2, 2\} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3(v) &= \max \{v(3), v(13) - M_1, v(23) - M_2, v(N) - M_1 - M_2\} \\
&= \max \{0, -1, -1, -1\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$m(v) = (1, 2, 0)$ olarak elde edilir.

Biliyoruz ki,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(v) = v(N) = 5$$

olmalıdır. O zaman,

$$\begin{aligned}
\tau(v) &= m(v) + \alpha_v (M(v) - m(v)) \\
\sum_{i \in N} \tau_i(v) &= \sum_{i \in N} (m_i(v) + \alpha_v (M_i(v) - m_i(v))) \\
5 &= 1 + \alpha_v + 2 + 2\alpha_v + 0 + \alpha_v \\
\alpha_v &= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

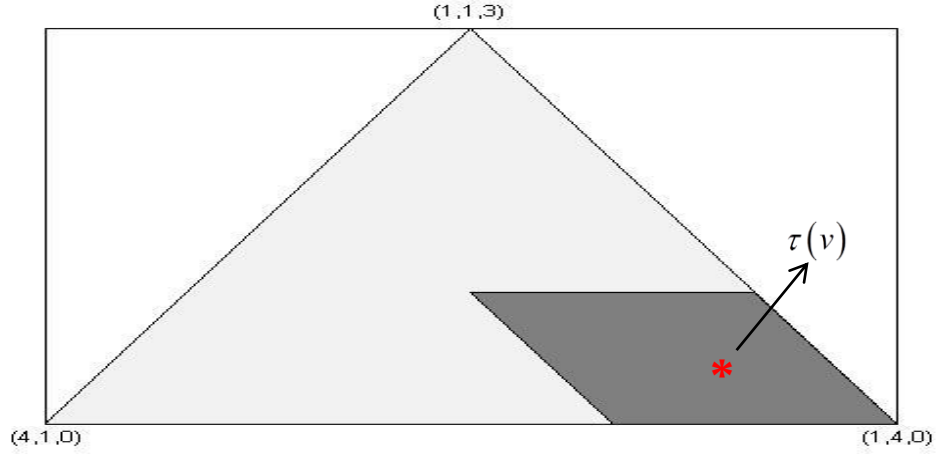
olarak bulunur.

O halde τ -değeri,

$$\begin{aligned}
\tau(v) &= m(v) + \alpha_v (M(v) - m(v)) \\
&= (1, 2, 0) + \frac{1}{2}(1, 2, 1) \\
&= \left(\frac{3}{2}, 3, \frac{1}{2}\right)
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Daha kolay anlaşılmasını sağlamak için τ -değeri MATLAB programı kullanılarak Şekil 1.13.'te iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1.13. İki Boyutlu Düzlem Üzerinde τ -Değeri

1.4. LİTERATÜR ÖZETİ

Oyun teorisi son yıllarda akademik alanda olduğu kadar günlük hayatta da kullanılmaya başlanmıştır. Çalışmanın bu aşamasında yapılan literatür taramasında oyun teorisinin kullanıldığı makale ve tezler verilmiştir. Çalışmada yer verilen makale ve tezlerden yararlanılmıştır.

Nash (1950: 48-49) çalışmasında oyuncuların fayda fonksiyonlarının belli özellikleri sağladığı tüm oyunlarda var olduğunu ispatlayarak 1994 yılında Nobel Ekonomi Ödülünü kazanmıştır.

Shapley (1953: 307-317) çalışmasında, Shapley değerini bulmuştur. Shapley her oyuncuya büyük koalisyonun değerini belli oranda dağıtarak oyunu basite indirgemıştır. Bu değer zaman içinde, işbirlikçi oyun teorisi için önemli çözüm kavramlarından biri haline gelmiştir.

Sprumont (1990: 378-394) çalışmasında, işbirlikçi oyun için her koalisyonun değerinin nasıl paylaştırılacağını paylaştırma şeması ile belirlemiştir. Her oyuncunun kazancı daha büyük koalisyona girdiğinde artıyorsa bu şemanın PMAS olduğunu belirlemiştir.

Norde, Moretti ve Tijs (2001: 1-20) çalışmalarında, her minimum giderli ağaç oyunlarının, paylaştırma şeması olan popülasyona bağlı monoton paylaşım şeması (PMAS) olup olmadığı üzerinde durmuşlardır. Minimum giderli ağaç bulmak için

algoritmalarından yararlanmışlardır. Her minimum giderli ağaç oyunları için bir PMAS hesaplayan Çıkarma (Subtraction) algoritması ele alınmıştır.

Moretti vd. (2002) çalışmalarında, dağların etrafında yaşayan insanların evlerindeki kirli suyu temizlemeleri için en az maliyetle su temizleyicisine nasıl bağlanması gerektiğini oyun teorisi ile modellemişlerdir.

Özer (2004) çalışmasında, oyun teorisini tarımda uygulamıştır. Çiftçinin tabiat koşulları nedeniyle üretimin ne şekilde olacağı konusunda yaşadığı belirsizlik ve bu belirsizlik altında çiftçi ve doğa arasında oynanan oyunlar ele alınmıştır.

Kural (2007) çalışmasında, oyun teorisinin karar alma süreçlerinde kullanılması üzerinde durmuştur. Türkiye-Avrupa Birliği ilişkilerini oyun teorisi çerçevesi ile incelemiş ve Türkiye-Avrupa Birliği ilişkilerinde her iki çıkar grubunun da şu an devam etmekte olan müzakere sürecinde ne tür stratejik kararlar alabileceğini araştıran bir model önermiştir.

Hüçümen (2007) çalışmasında, piyasada şirketler tarafından rekabet anlamında seçilen stratejilerin oyun teorisi çerçevesinde modellenmesi üzerinde durmuştur. Şirketler; reklam, pazarlama, dağıtım, teknoloji kullanımı, üretim miktarı ve fiyat stratejileri gibi çeşitli hareket tarzlarını benimseyebilmektedirler. Söz konusu stratejiler bu çalışmada, oyun teorisinden yararlanılarak geliştirilmiş olan modellerden hareketle matematiksel olarak ele alınmıştır.

Aktan ve Bahçe (2007: 1-16) çalışmalarında, kamu tercihi disiplini ile oyun teorisi disiplinleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Kamu tercihi disiplini içerisinde oyun teorisi perspektifinden yapılan analizler sorunları ve çözüm yollarını görmeye imkân sağlamıştır.

Alparslan Gök (2009) çalışmasında, işbirliğine ait aralık oyunlarını incelemiştir. Klasik işbirliğine ait oyun teorisini işbirliğine ait aralık oyun teorisine genişletmiştir. Aralık verili havaalanı, iflas ve sıralama gibi bazı ekonomik ve yöneylem araştırması durumları ve alakalı aralık oyunları üzerinde durmuştur.

Biçici (2009) çalışmasında, kâğıt ürününün 14 yıllık zamana ait aylık periyotlarla elde edilmiş fiyat ve miktar verileri kullanılarak oyun teorisi modellerini

kurmuştur. Yöntem olarak Cournot, Bertrand ve Stackelberg oyun teorisi modellerinden yararlanmıştır.

Aplak (2010) çalışmasında, karar verme sürecinde bulanık mantık ve oyun teorisi gibi yapay zekâ yöntemlerini kullanan bir yaklaşım oluşturmıştır. Çok amaçlı karar verme ve çok kriterli karar verme süreçleri birleştirilerek çok amaçlı ve kriterli karar verme süreci oluşturulmuştur. Bu süreç iki kişilik sabit toplamı olmayan oyun kapsamında ele alınmıştır. Oyun teorisi ve bulanık mantık temelli melez bir karar verme metodolojisi önerilmiştir. Önerilen metodolojinin her aşaması oyun teorisi kapsamında ele alınmıştır.

Moretti vd. (2011: 1638-1645) çalışmalarında, gider paylaşım probleminin pratik bir örneği üzerinde durmuşlardır. Bu örnekte, servis sağlayıcısına bağlanmak isteyen kullanıcıların telekomünikasyon ağının tasarımını incelemişlerdir. Acentalar kullanıcılar, kaynak ise servis sağlayıcısı olup herhangi bir bağlantının gider üzerindeki trafik yoğunluğu dikkate alınarak değerlendirme yapılmıştır. Ağ üzerindeki trafik yükünün değişmesinden dolayı bu gider tam olarak belirlenememiştir. Ayrıca tüm trafik yükünün zamanla değişmesi de belirsizliğe sebep olmuştur. Çalışma sonucunda optimal ağın gerçekleşmesinden önce ya da sonra kullanıcılar işbirliği yapma durumunda kalmışlardır.

Acar, Usul ve Ünal (2013: 1-17) çalışmalarında, müşteri ve denetçi işletme arasındaki ilişkide ortaya çıkan denetimin maliyetinin işbirlikçi oyun modeli ile nasıl en aza indirilebileceğini ortaya koymuşlardır.

Palancı (2016) çalışmasında, işbirlikçi oyun teorisindeki önemli çözüm kavramlarından biri olan Shapley değeri ve τ -değerini incelemiştir. τ -değerini aralık kavramı kullanılarak yeniden tanımlamıştır. Shapley değeri ve τ -değeri için aralık kavramını kullanarak yeni aksiyomatik karakterizasyonlar vermiştir. Ayrıca işbirlikçi oyunlar için bazı aralık çözümlerinden bahsetmiş ve her işbirlikçi oyunu bir aralık oyunu cinsinden yeniden ifade etmiştir. Yöneylem araştırmasının dağ durumları, minimum gider ağaç durumları ve taşıma durumları gibi uygulama alanlarını işbirlikçi aralık oyun teorisini kullanarak yeniden modellemiştir.

Çubukçu (2016) çalışmasında, Antalya–Atatürk hattında seferleri olan iki havayolu şirketinin kendilerine en fazla kazancı sağlayacak fiyat politikalarının oyun teorisi ile bulunmasını incelemiştir. Söz konusu iki havayolu şirketinin 2015 yılına ait Antalya–Atatürk seferlerinin günlük yolcu sayıları ve bilet fiyatlarından yararlanılarak oyun matrisini kurmuş ve en uygun denge noktasını bulmuştur.

Olgun (2017) çalışmasında, ilk defa gri Shapley değeri, gri çekirdek ve gri çekirdekçik çözüm yöntemlerini geliştirerek özelliklerini incelemiştir. Av silahı sektöründe faaliyet gösteren ve aynı ürünleri sipariş veren üç firma üzerinde uygulama yapmıştır. Çalışmada önerilen tüm dağıtım yöntemlerini karşılaştırılarak incelemiş olduğu firmalar için en uygun dağıtım kuralını belirlemiştir.

Demir (2017) çalışmasında, gri tahmin yöntemi ile oyun teorisi yöntemini birlikte kullanarak başarılı bir döviz kuru tahmini yapmıştır. Sekiz adet döviz kurunun Ocak 2010’dan Mart 2016’ya kadar olan haftalık kapanış verileri kullanılarak gri sistem teorisi ile döviz kuru tahmini yapmış ve oyun teorisi ile de yatırım kararı almıştır. Oyun teorisi diğer karar alma yöntemlerine göre bütün verileri değerlendirerek en uygun tercihi yapabildiği için tercih etmiştir. Çalışmanın sonunda, yöntemlerde kullanılan veri sayısı azaltıldıkça daha başarılı sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

İKİNCİ BÖLÜM

MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ DURUMLARI

Bir kaynağa direkt olarak veya acenteler vasıtasıyla bağlanmak isteyen bir grup acentenin varlığı sonucunda bağlantı durumu (connection situation) ortaya çıkar. Eğer acenteler arasındaki bağlantılar masraflıysa, o zaman her acenta giderlerini azaltmak için diğer acentelerle işbirliği yapmanın olanaklarını bulmaya çalışacaktır. Eğer bir grup acente işbirliği yapmaya karar verirse bağlantının tüm giderini minimize eden bağlantıların oluşumu minimum giderli ağaç (mcst) ile sağlanır.

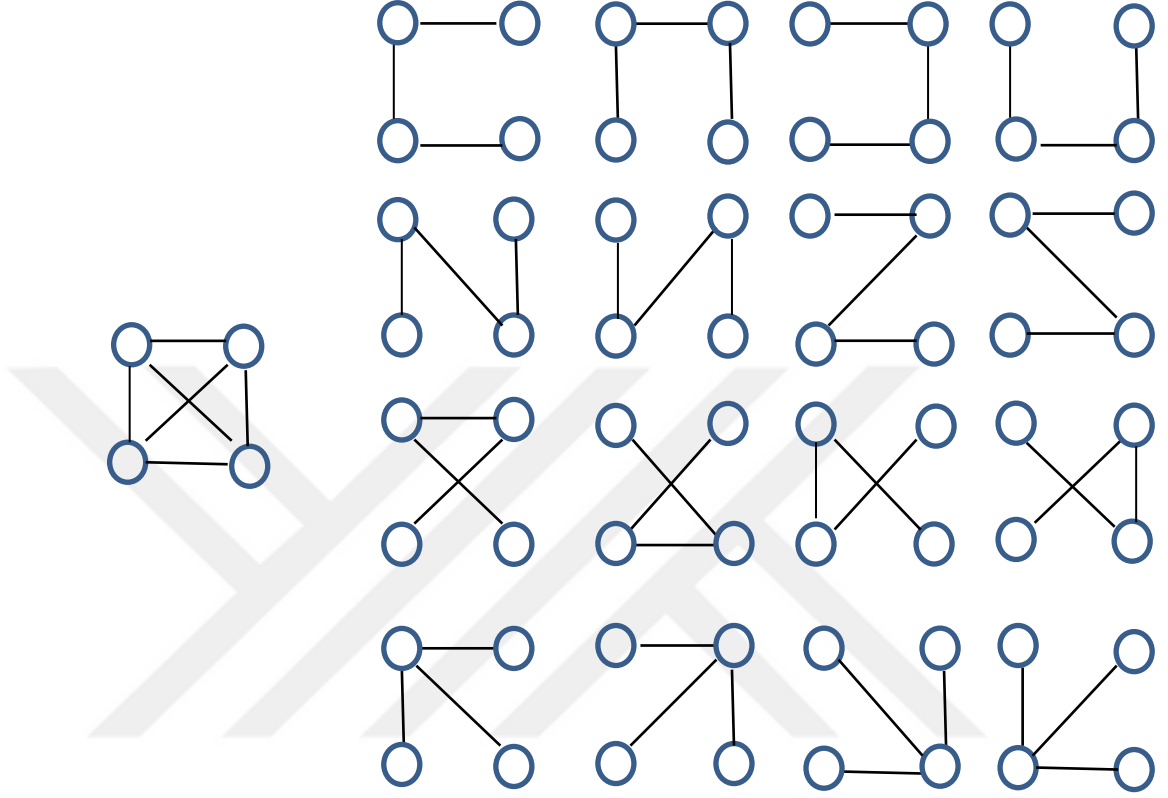
Minimum giderli ağaç bulma problemi literatürde önerilen farklı algoritmalar kullanılarak kolaylıkla çözülebilir (Graham ve Hell, 1985). Ancak mcst bulma herşeyin iyi gideceği anlamına gelmemektedir. Hali hazırda acenteler mcst'nin giderini desteklemeli ve gider paylaşım problemi çözülmelidir. Gider paylaşım problemi ilk olarak Claus ve Kleitman (1973) tarafından bahsedilmiş olup Bird (1976)'dan bu yana işbirlikçi oyun teorisinde çalışılmaya başlanmıştır (Palancı, 2016: 116).

2.1. MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ OYUNLARI (MİNİMUM COST SPANNING TREE GAME (MCST))

Minimum giderli ağaçtaki temel amaç, tüm düğümleri içermek koşuluyla iki nokta arasındaki mümkün yollardan en kısasının elde edilmesidir. Bu probleme örnek olarak, bütün şehirler arasında minimum uzaklıkta telefon bağlantısının aynı şehirden tekrar geçmeksizin inşa edilmesinde, ağ uygulamalarında ve entegre devrelerinin tasarımında minimum kablo uzunluğu ile bağlantının kurulması uygulamaları verilebilir (Nabiyev, 2013: 361). Ayrıca kanalizasyon sistemlerinin tasarımında en az uzunlukta boru kullanımı ve çok sayıdaki bilgisayar sitelerinin yüksek hızdaki hatlarla en düşük maliyetle birbirine bağlanması uygulamaları örnek olarak verilebilir (Mahmood, 2005: 3).

Minimum giderli ağacın elde edilmesinde en basit yöntem, tüm kapsayan ağaçların listesini çıkararak, bu listeden en minimumunun bulunmasıdır. Bu yöntem, diğer kaba kuvvet yöntemlerinde olduğu gibi, graf büyüdükçe minimum giderli ağacın

sayısı üssel olarak artacağından etkinliğini kaybedecektir. Örneğin bahsettiğimiz gibi, aşağıda verilen basit bir grafın (K_4 tam grafının) bile 16 yayılma ağacı söz konusudur (Nabiyev, 2013: 361).

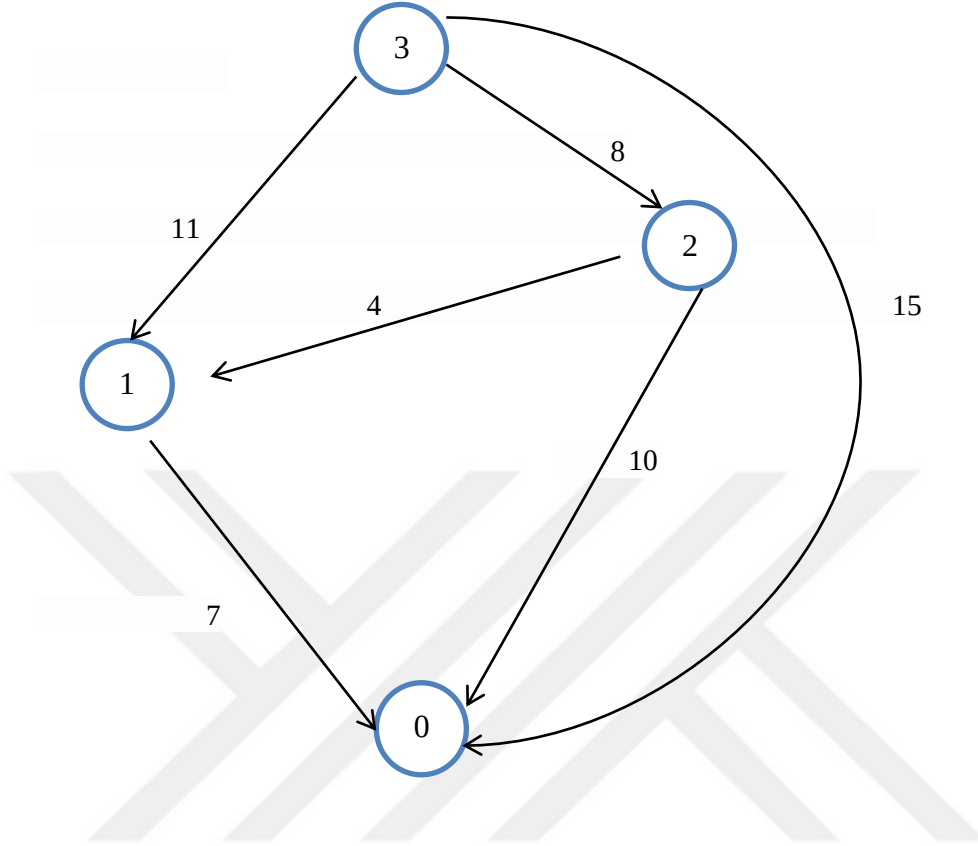


Şekil 2.1. Minimum Yayılma Ağaçları

Kaynak: (Nabiyev, 2007: 361)

Şekil 2.1.'den de görüldüğü gibi bütün durumların incelenmesi minimum yayılma ağacının bulunmasında en kötü yaklaşımdır. Diğer taraftan tüm ağaçların oluşturulması da ayrıca problem teşkil etmektedir. Mest' nin bulunulması için daha iyi bir yaklaşım her seferinde yalnız bir kenar bilgisinin kullanılması olabilir. Bu yaklaşıma dayalı olan Prim ve Kruskal algoritmaları aşağıda verilmiştir. Algoritmaların hepsinde bir benzerlik söz konusudur; çözüm sırasında her seferinde kenarlar kümesi içerisinde en iyileri seçilmektedir. Bu açıdan söz konusu algoritmalar, aç gözlü algoritmalar sınıfına dahil olmaktadır (Nabiyev, 2013: 362).

Örnek 2.1.1.



Şekil 2.2. Minimum Giderli Ağaç Oyunu

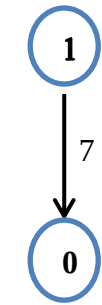
Minimum giderli ağaç probleminde, her bir oyuncunun kaynağa bağlanması gerekmektedir. Son oyuncu olarak koalisyon dışında kalanlar bu bağlantıları kullanamaz. Her bir koalisyon üyesinin kaynağa olan bağlantılarının en küçük maliyet fonksiyonu aşağıda gösterilmektedir (Olgun ve Özdemir, 2015: 75).

$N = \{1, 2, 3\}$ oyuncuların kümesi ve koalisyon değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	7	10	15	11	18	18	19

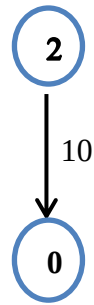
Minimum giderli ağaç oyununun koalisyon değerleri aşağıdaki gibi bulunur. Burada amaç minimum değeri bulmaktır. Koalisyon değerlerinin nasıl bulunduğu aşağıda şekilsel ve ayrıntılı olarak ifade edilmiştir.

• $S = \{1\}$ için



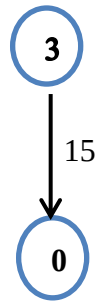
$$v(1) = 7$$

$S = \{2\}$ için



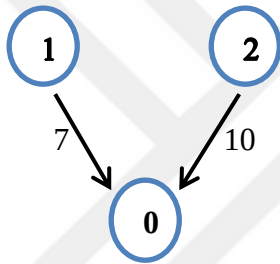
$$v(2) = 10$$

$S = \{3\}$ için



$$v(3) = 15$$

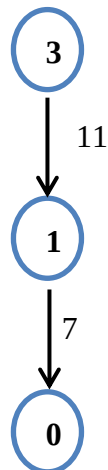
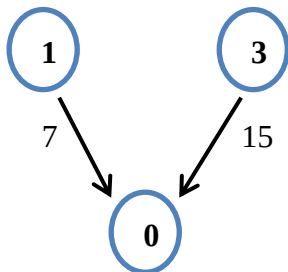
• $S = \{1, 2\}$ için



$$\min\{17, 11\} = 11$$

$$v(12) = 11$$

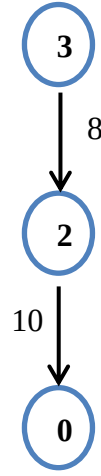
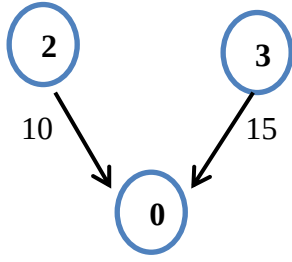
• $S = \{1, 3\}$ için



$$\min\{22, 18\} = 18$$

$$v(13) = 18$$

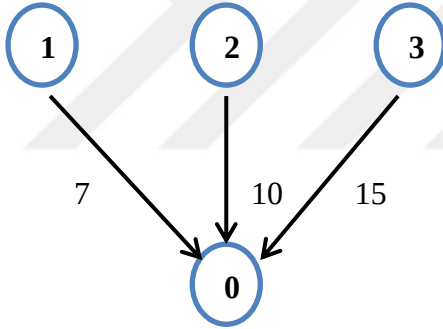
- $S = \{2, 3\}$ için



$$\min \{25, 18\} = 18$$

$$v(23) = 18$$

- $S = \{1, 2, 3\}$ için



$$\min \{32, 19\} = 19$$

$$v(123) = 19$$

Yukarıdaki minimum giderli ağaç oyununda kaynağa giden bütün koalisyonlar tek tek incelenmiştir. Düğümleri birbirine bağlayan bütün yollar denenmiş ve tüm koalisyonlar için minimum değerler bulunmuştur. Bu oyun yönlü graf olduğu için

çözüm biraz daha kolaylaşmıştır. Oyun yönsüz graf olsaydı $S = \{1, 2, 3\}$ için yalnızca $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ yolu değil birbirini bağlayan bütün yollar denenecekti.

2.2. MINIMUM GİDERLİ AĞAÇ ALGORİTMALARI

Graflar, hemen hemen tüm bilim dallarında çok farklı problemlerin modellenmesi için bir yaklaşım şekli olmuştur. Dolayısıyla graf veri modeli ve onun üzerine geliştirilen algoritmalar grafın ilk tanımlanmasından bu zamana kadar bilim adamlarının ve araştırmacıların yoğun ilgisi altındadır. Bu durumun gelecekte de devam edeceği öngörülmektedir (Çölkesen, 2013: 416).

Bir ağaç ya da grafta bütün düğümleri kapsayacak minimum giderli ağacı bulmak için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Burada varsayım olarak graf bağlı ve kenarları da ağırlıklı olmalıdır. Minimum giderli ağacı kenarların ağırlıkları ile ilişkilendirirsek en az maliyet en az ağırlıkta görülür (Yumuşak ve Adak, 2016: 421).

Graflar üzerine tasarlanan algoritmalar, saymakla bitmez ancak bazıları var ki hem belirli problemlerin doğrudan çözümünü sağlamakta hem de birçok problemin çözümünde ara işlem olarak yardımcı olmaktadır (Çölkesen, 2013: 416).

Minimum giderli ağaç oyunlarının belirlenmesi için iki önemli algoritma vardır. Bu algoritmalar Prim (1957) algoritması ve Kruskal (1956) algoritmasıdır. Her iki algoritmayı kısaca tanımlamak için v bir maliyet fonksiyonu olsun ve

$$S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}$$

dir. S için bir minimum giderli ağaç elde edebilmek iki şekilde olur (Norde vd., 2001: 11).

2.2.1. Prim Algoritması

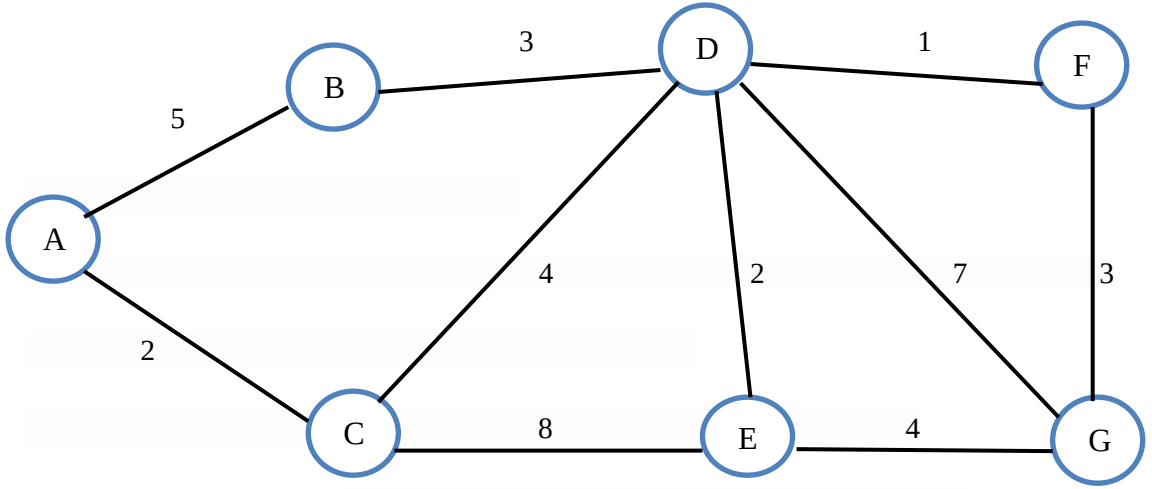
Prim algoritması 1930 yılında matematikçi bilim adamı Vojtěch Jarník tarafından ortaya atılmıştır (Jarník, 1930). Daha sonra bilgisayar bilimcisi Robert C. Prim (1957) ve Edsger W. Dijkstra (1959) tarafından tekrar bulunmuştur.

Prim algoritmasında her adımda kapsama ağacına bir düğüm ve bir kenar eklenir. Eklenen kenar kapsama ağacı içerisinde bulunan düğümlere eklenen düğümü en az ağırlıkla bağlayan kenardır. Eklenen kenar daha önce kapsama ağacında bulunmamaktadır. Algoritma komşu kenarlardan minimum ağırlıklı olanı seçerek kapsama ağacını oluşturduğundan açgözlü (Greedy) yaklaşımla geliştirilen algoritmalar sınıfındadır (Yumuşak ve Adak, 2016: 422).

Prim algoritmasının işleyişi aşağıdaki şekilde olur (Nabiyev, 2011: 346).

1. Herhangi (veya minimum) değerli düğümden başlanılır. Düğümler sayısını hesaplayan i sayacı 1'e eşitlenir: $i = 1$
2. Seçilen düğümden kenar uzaklığı en küçük ve döngü oluşturmayan yeni düğüm seçilir. Bu düğüm P kümesine eklenir. Minimum uzaklıklı kenarlar kümesi T listesinde tutulur.
3. Seçilen yeni düğüm N düğümler kümesinden silinir.
4. $i = i + 1$ olur. Eğer $i < n - 1$ ise adım 2'ye geri dönülür. $i = i - 1$ ise son seçilen kenar T listesine eklenerek minimum giderli yayılma ağacına uygun gelen sonuç elde edilir.

Örnek 2.2.1.1. Aşağıda 7 düğümlü bir graf, dağlık bir alandaki köyler arasında elektrik hatları çekilebilecek yerleri ve maliyetleri göstermektedir. Tüm köylere hat çekilmek istenmekte ve bu işin en az maliyetle yapılması gerekmektedir. Buna göre en az maliyeti verecek hat bağlantılarını Prim algoritmasını kullanarak minimum giderli ağacı bulalım (Çölkesen, 2013: 417).

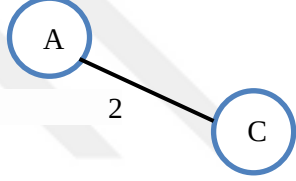


Şekil 2.3. Graf Üzerinde Prim Algoritmasının Çözümü

Kaynak: (Yumuşak ve Adak, 2016: 422)

1. Adım:

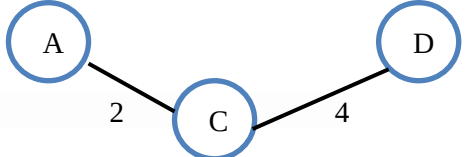
Düğüm	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	0	5	2	∞	∞	∞	∞
Hangi Düğüm		A	A				



Örneğimizde başlangıç düğümü olarak A düğümünden başlandığı varsayılırsa bağlantı yapılabilecek düğümler B veya C olacaktır. Bu iki düğümün A'ya olan maliyetleri dikkate alınırsa, C düğümü daha avantajlı olduğundan A düğümüne bağlanacaktır (Küçükkoç, 2017).

2. Adım:

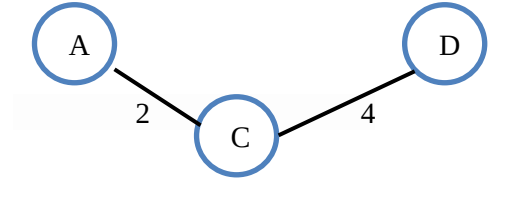
Düğüm	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	0	∞	0	4	8	∞	∞
Hangi Düğüm				C	C		



A ve C düğümleri birbirine bağlandıktan sonra, artık bu iki düğümden tüm komşularına yapılabilecek bağlantılar (C–D, C–E) aramaya dahil olacaktır. Bu bağlantılar arasında en ucuz maliyet C–D bağlantısı olduğundan C düğümü D düğümüne bağlanır.

3. Adım:

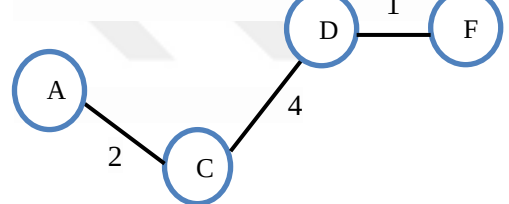
Düğüm	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	∞	3	0	0	2	1	7
Hangi Düğüm		D			D	D	D



C ve D düğümleri birbirine bağlandıktan sonra, bu iki düğümden komşularına yapılabilecek bağlantılar (B–D, D–E, D–F, D–G) aramaya dâhil olacaktır.

4. Adım:

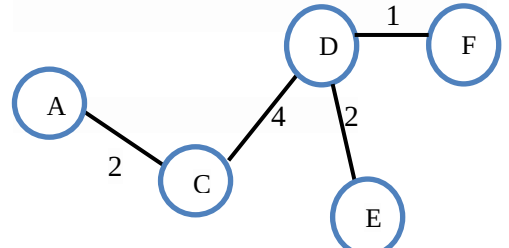
Düğüm	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	∞	3	0	0	2	1	7
Hangi Düğüm		D			D	D	D



Bu bağlantılar arasında en ucuz maliyet D–F bağlantısı olduğundan D düğümü F düğümüne bağlanır. D ve F düğümleri birbirine bağlandıktan sonra, bu iki düğümden en ucuz maliyet aranmaya devam edilir.

5. Adım:

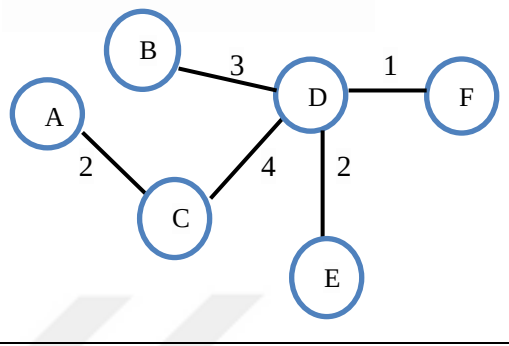
Düğüm	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	∞	3	∞	0	2	0	3
Hangi Düğüm		D			D		F



Bağlantılar arasında en ucuz maliyet D–E bağlantısı olduğundan D düğümü E düğümüne bağlanır. Bu iki düğümden komşularına yapılabilecek bağlantılar aranmaya devam edilir.

6. Adım:

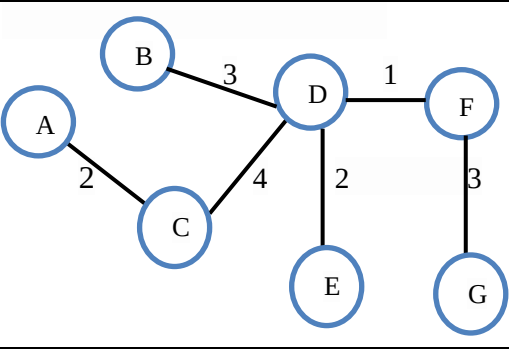
Düğümler	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	∞	3	0	0	0	0	3
Hangi Düğüm		D					F



Bu adımda en ucuz maliyet B–D ve F–G bağlantısı olduğundan tercihen B düğümü D düğümüne bağlanır.

7. Adım:

Düğümler	A	B	C	D	E	F	G
Uzaklık	0	0	0	0	0	0	3
Hangi Düğüm							F



B ve D düğümü birbirine bağlandıktan sonra F–G bağlantısı ağaca eklenir ve 7. adımın sonunda algoritma sonlanır. Prim algoritmasına göre minimum giderli ağaca ulaşılmış olur. Görüldüğü üzere, $7 - 1 = 6$ adet bağlantı yapılmıştır. Minimum toplam maliyet $2 + 4 + 1 + 2 + 3 + 3 = 15$ olarak bulunur. Algoritmanın çözümündeki tablolarda Yumuşak ve Adak (2016) kitabından yararlanılmıştır.

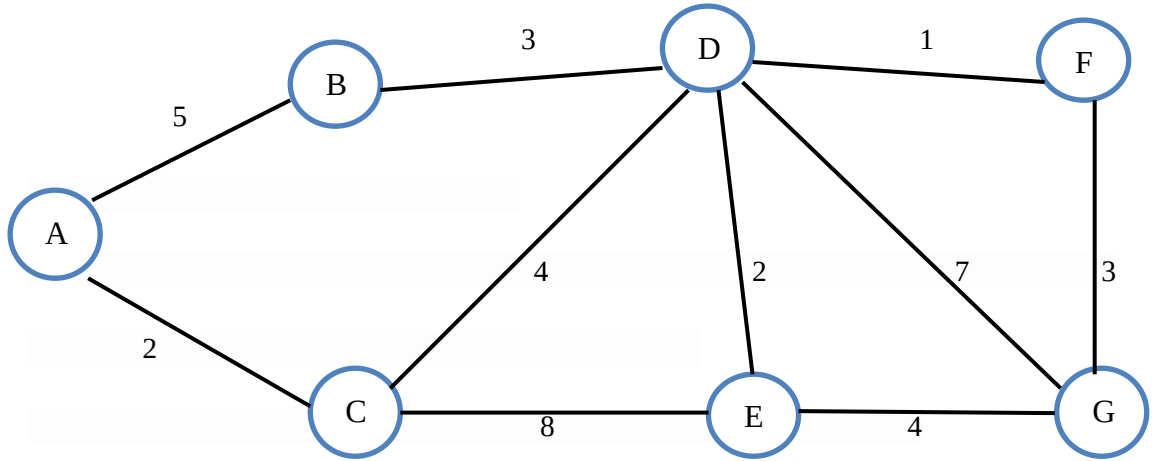
2.2.2. Kruskal Algoritması

Minimum giderli ağaç bulma algoritmasının bir diğeri Kruskal algoritmasıdır. Kruskal algoritması da yapısı gereği açgözlü (Greedy) yaklaşımı ile geliştirilmiş bir algoritmadır. Çalışma şekli graftaki en küçük ağırlıklı kenarı bularak başlamadır. Graftaki kısmi minimum kapsama ağaçları belirleyerek işleyişe devam eder. Oluşan bu farklı kısmi kapsama ağaçlarından iki düğüm seçer bu düğümler farklı kapsama ağaçlarındandır ve bu düğümleri bağlayan kenar grafta en küçük ağırlığa sahip olan düğümlerdir. İşleyiş bu şekilde bütün düğümleri kapsayacak bir ağaç elde edilene kadar devam eder (Yumuşak ve Adak, 2016: 425).

Kruskal algoritmasının işleyişi aşağıdaki şekilde olur (Nabiyev, 2011: 344).

1. Grafın kenarlarına uygun olarak bir kuyruk oluştur ve kenar bilgilerini bu kuyruğa sıralı olarak gir.
2. En küçük değerli kenarı kuyruktan al ve yeni S ağacına ekle.
3. Alınan kenar S grafında döngü oluşturursa onu kabul etme.
4. Döngü oluşturmayan kenarları S 'ye ekle.
5. Tüm kenarlar için bu işlemleri (Adım 2-4) tekrarla. Eğer kuruk boşsa son.

Örnek 2.2.2.1 Aşağıda 7- düğümlü bir graf, dağlık bir alandaki köyler arasında elektrik hatları çekilebilecek yerleri ve maliyetleri göstermektedir. Tüm köylere hat çekilmek istenmekte ve bu işin en az maliyetle yapılması gerekmektedir. Buna göre en az maliyeti verecek hat bağlantılarını Kruskal algoritmasını kullanarak minimum giderli ağacı bulalım (Çölkesen, 2013: 417).



Şekil 2.4. Graf Üzerinde Kruskal Algoritmasının Çözümü

Kaynak: (Yumuşak ve Adak, 2016: 426)

İlk olarak bütün kenarlar ağırlıklarına göre küçükten büyüğe doğru sıralanır.

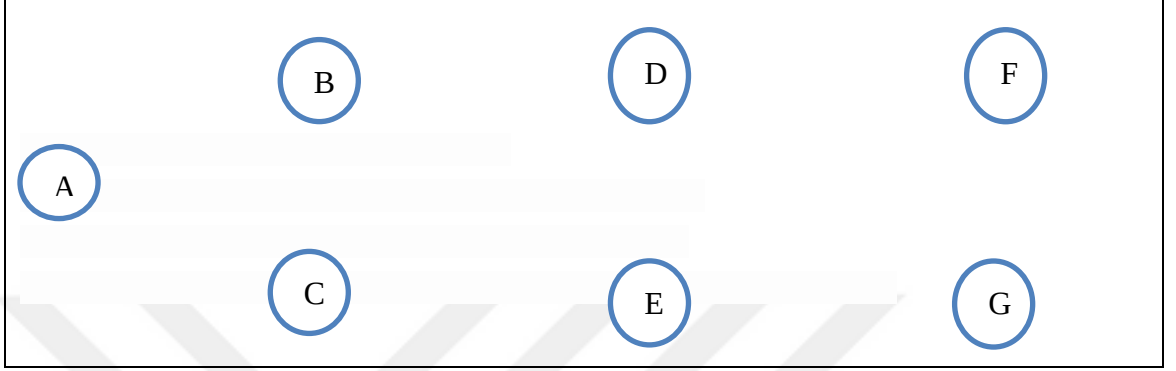
Tablo 2.1. Kenarların Küçükten Büyüğe Doğru Sıralanması

Kenar Numarası	Kenar	Ağırlık
6	(D, F)	1
2	(A, C)	2
8	(D, E)	2
3	(B, D)	3
10	(F, G)	3
4	(C, D)	4
9	(E, G)	4
1	(A, B)	5
7	(D, G)	7
5	(C, E)	8

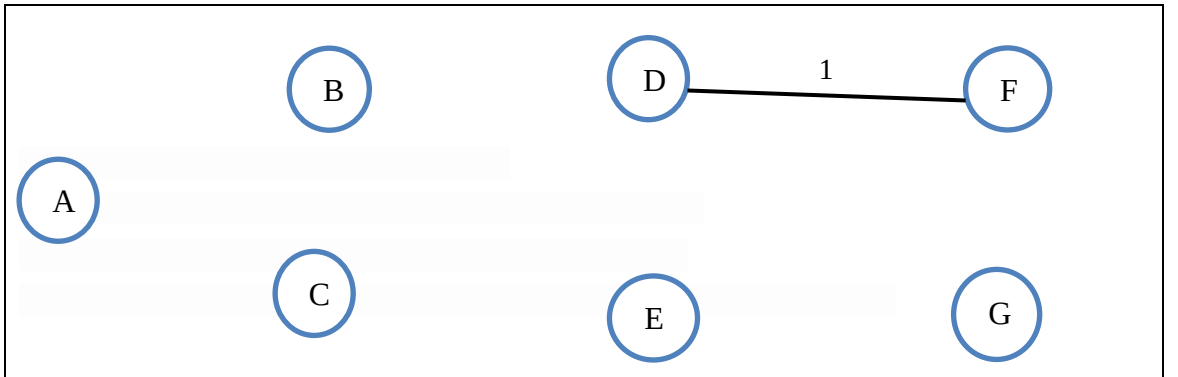
Kaynak: (Yumuşak ve Adak, 2016: 426)

Kenarlar sıraya göre ağaca eklenir.

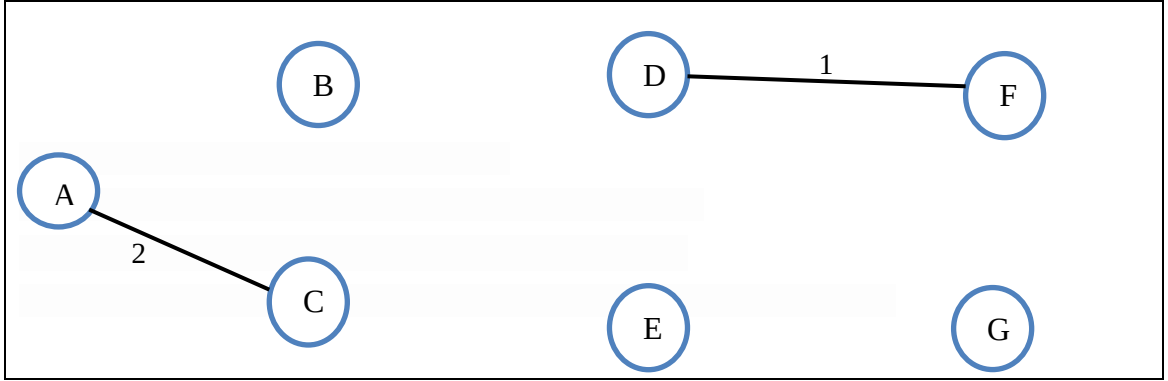
1. *Adım:* Başlangıçta düğümler arasında bir bağlantı yok gibi düşünülür ve ardından düğümler tek tek ve çevrim oluşturmayacak şekilde bağlanır; eğer bir düğüm çevrim oluştuyorsa o düğüm atlanır (Çölkesen, 2013: 403).



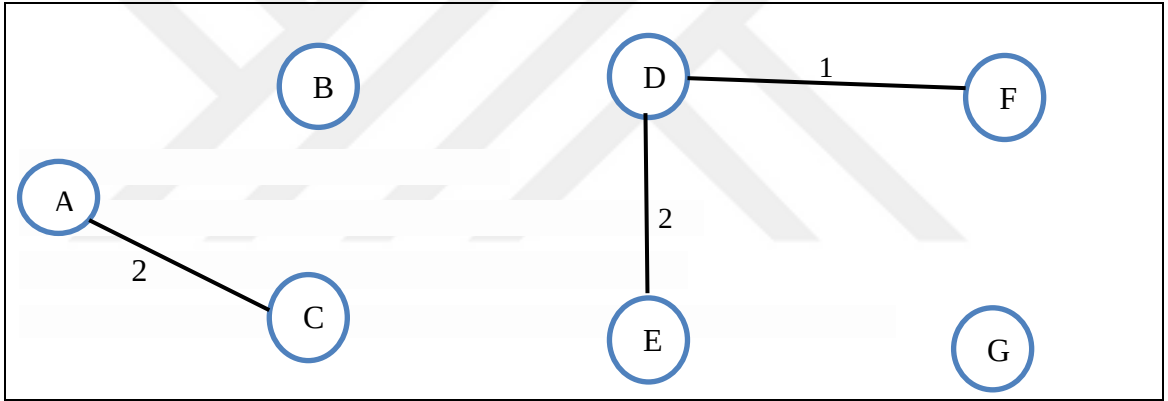
2. *Adım:* En küçük kenar D–F bağlantısı olduğundan D düğümü F düğümüne bağlanır. Diğer adımlarda da aynı şekilde kenarlar küçükten büyüğe doğru grafa eklenir.



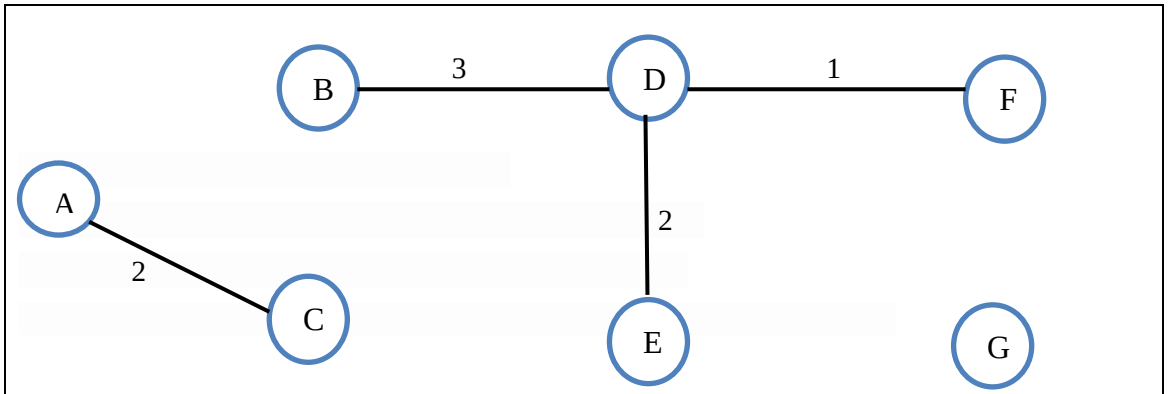
3. *Adım:* Bu adımda A düğümü C düğümüne bağlanır.



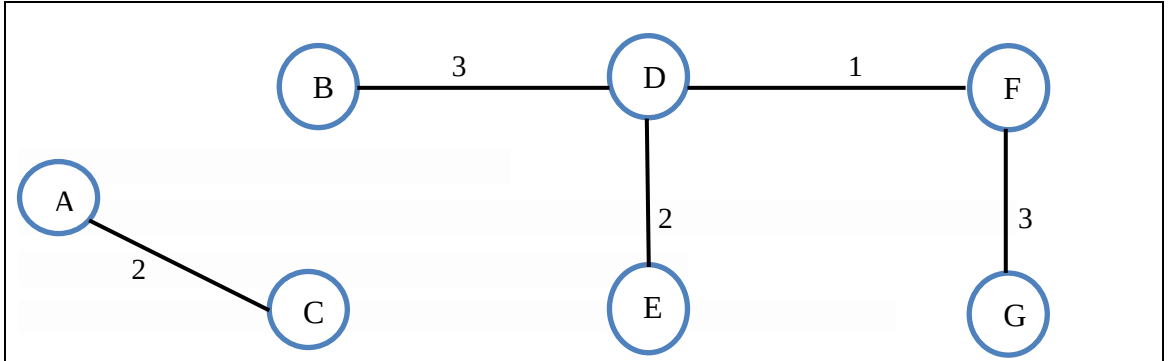
4. *Adım:* D düğümü E düğümüne bağlanır. Bağlantılar aranmaya devam eder.



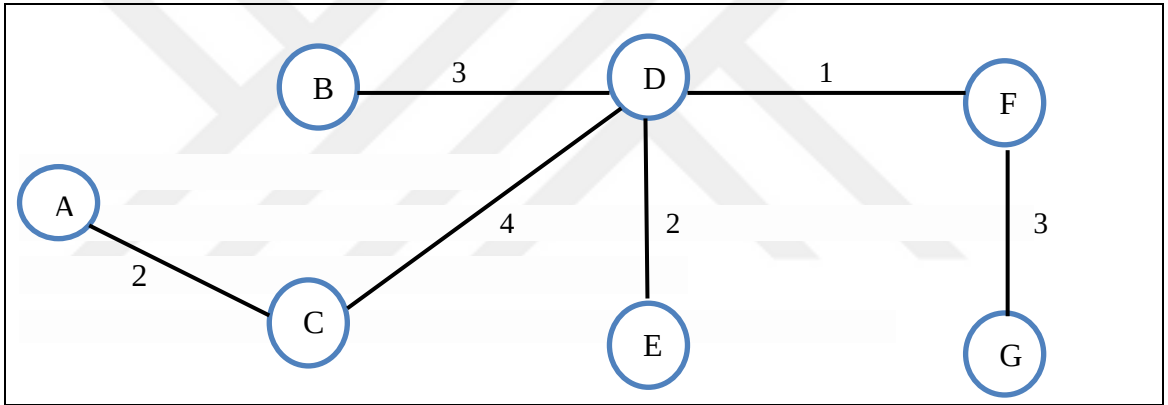
5. *Adım:* Bu adımda B düğümü D düğümüne bağlanır.



6. *Adım:* F düğümü G düğümüne bağlanır.



7. *Adım:* Bu adımda C düğümü D düğümüne bağlanır.

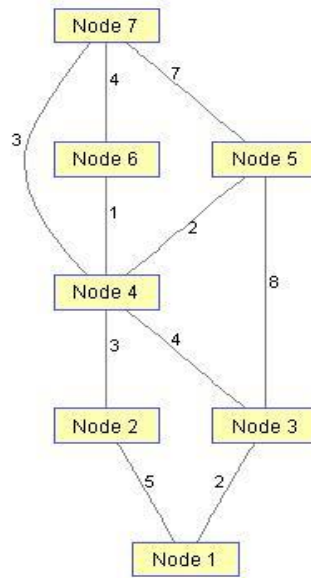


7. adımdan sonra bütün düğümler gezildiği için tabloya artık bakılmaz ve algoritma sonlanmış olur. Görüldüğü üzere Kruskal algoritmasından elde ettiğimiz minimum giderli ağaçla Prim algoritmasından elde ettiğimiz ağaç aynıdır. Zaten aynı olması gerekmektedir (Yumuşak ve Adak, 2016: 428). Algoritmanın çözümündeki tablolarda Yumuşak ve Adak (2016) kitabından yararlanılmıştır.

2.3. MİNİMUM GİDERLİ AĞAÇ ALGORİTMALARININ MATLAB UYGULAMALARI

Bu bölümde öncelikle MATLAB programı hakkında bilgi verilip, daha sonra çalışmanın minimum giderli ağaç algoritmaları bölümündeki örnekler üzerinde MATLAB uygulaması yapılmıştır.

MATLAB sayısal analizci Cleve Moler ve N. Little tarafından kurulan Mathworks Inc. Şirketi'nin yazılımıdır. MATLAB, ilk olarak bir matris laboratuvarı olarak geliştirilmiştir. Günümüzde de MATLAB'ın en önemli elemanı matrislerdir. Matrisler yardımıyla matematiksel işlemler daha kolay ve hızlı bir şekilde çözümlenebilir. MATLAB, bu matris işlemlerine çeşitli sayısal fonksiyonlar, sembollerle hesaplamalar ve görüntüleme araçları eklemiştir. MATLAB'ın en yeni versiyonu oldukça kapsamlı bir teknik hesap ortamı sunmaktadır (Chapra ve Canale, 2008: 44). Bu çalışmada MATLAB'ın R2014a versiyonu kullanılmıştır.



Şekil 2.5. Örnek 2.2.1.1.'in MATLAB Üzerinde Gösterilmesi

Örnek 2.2.1.1. 7-düğümlüdür. MATLAB üzerinde düğümler ve dallar oluşturulup, dalların değerleri girilmiştir. Daha sonra komutlar verilerek adım adım çözüme gidilmiştir. Bu adımlar aşağıdaki şekilde gerçekleşmektedir.

```

>> W = [5 2 3 4 8 2 1 7 4 3]

W =

     5     2     3     4     8     2     1     7     4     3

>> DG = sparse([1 1 2 3 4 4 4 4 5 6], [2 3 4 5 3 5 6 7 7 7], W)

DG =

(1,2)     5
(1,3)     2
(4,3)     8
(2,4)     3
(3,5)     4
(4,5)     2
(4,6)     1
(4,7)     7
(5,7)     4
(6,7)     3

```

```

>> UG = tril(DG + DG')
Error using +.
Matrix dimensions must agree.

>> DG = sparse([1 1 2 3 3 4 4 5 6 7], [2 3 4 4 5 5 6 7 7 4], W)

DG =

(1,2)     5
(1,3)     2
(2,4)     3
(3,4)     4
(7,4)     3
(3,5)     8
(4,5)     2
(4,6)     1
(5,7)     7
(6,7)     4

>> UG = tril(DG + DG')

```

```

>> UG = tril(DG + DG')

UG =

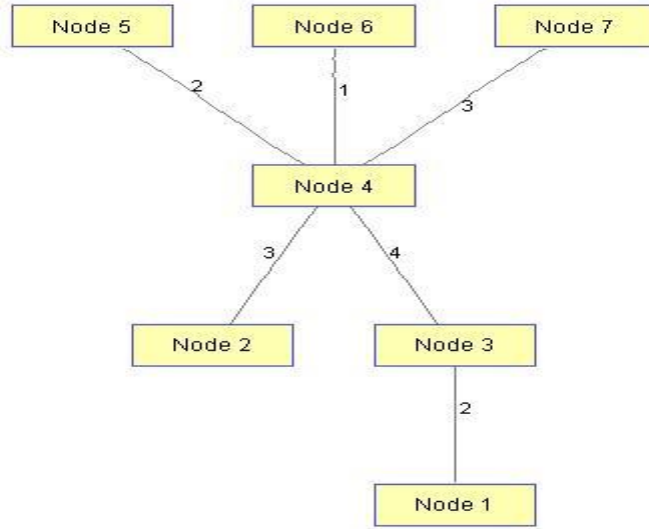
(2,1)     5
(3,1)     2
(4,2)     3
(4,3)     4
(5,3)     8
(5,4)     2
(6,4)     1
(7,4)     3
(7,5)     7
(7,6)     4

>> view(biograph(UG, [], 'ShowArrows', 'off', 'ShowWeights', 'on'))
>> [ST, pred] = graphminspantree(UG)

ST =

```

Bu şekilde adım adım ilerleyerek çözüme ulaşılmıştır. Minimum giderli ağa aşağıdaki şekilde sonuçlanmıştır.



Şekilden de görüldüğü üzere MATLAB uygulaması ile ve el ile çözüldüğü zaman sonuçlar aynı çıkmıştır. Minimum toplam maliyet 15 olarak bulunmuştur. Bu örnek basit bir şekilde sonuçlanmıştır. Ancak daha karmaşık ağ yapılarında düğüm sayısı da artacağı için el ile çözmek imkânsızdır. Bu yüzden MATLAB'ı tercih etmek her zaman kullanıcıya avantaj sağlar. Ayrıca kullanıcı kendisine dosya oluşturarak çalışmalarını saklayabilir.

2.4. POPULASYONA BAĞLI MONOTON GİDER PAYLAŞIM ŞEMALARI (PMAS)

Bu bölümde her minimum giderli ağaç oyunlarının çekirdek elemanı sağlayan bir paylaştırma şeması olan popülasyona bağlı monoton paylaşım şeması (PMAS) olup olmaması üzerinde durulacaktır. Ayrıca her minimum giderli ağaç oyunları için bir PMAS hesaplayan Çıkarma (Subtraction) algoritması kullanılmıştır. Çıkarma algoritması, her bir minimum giderli ağaç oyununun 0–1 maliyet fonksiyonu ile minimum giderli ağaç oyunlarının negatif olmayan bir kombinasyonu olarak yazılabileceğini gösteren bir ayrışım teoremini temel alır (Norde vd., 2001: 3).

Populasyona bağlı monoton paylaşım şemaları ilk olarak Sprumont (1990) tarafından gösterilmiştir. $\langle N, c \rangle$ gider oyunu için popülasyona bağlı monoton paylaşım şeması $\left[\alpha_{S,i} \right]_{S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}, i \in S}$ ile gösterilir (Thomson, 1995). Burada

$$\forall S, T \in 2^N \text{ ve } i \in S \subset T \text{ olmak üzere } \forall i \in N \text{ için } \alpha_{S,i} \geq \alpha_{T,i},$$

monotonluk şartı sağlanır.

Kazanç oyununda, her oyuncu kendisinden büyük bir koalisyona girdikçe daha fazla kazanırsa bu şema PMAS'tır. Aksi halde koalisyon büyüdükçe kazanç azaldığı zaman PMAS değildir. Gider oyununda ise her oyuncu kendisinden büyük bir koalisyona girdikçe gideri azalıyorsa PMAS'tır. Aksi halde koalisyon büyüdükçe gider arttığı zaman PMAS değildir. Gider paylaşım şemalarının kazanç ve gider oyunu üzerinde örneklerle gösterilmesi konunun daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacaktır.

Not: Tezin ilerleyen bölümlerinde kolaylık açısından $v(\{i, j\})$ yerine $v(i, j)$ kullanılacaktır.

Örnek 2.4.1. $\langle N, v \rangle$ 3 kişilik bir oyun olsun. Karakteristik fonksiyonları aşağıda tablo şeklinde verilmiştir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	10	20	30	50	50	50	102

Shapley değerinin kaliteli bir çözüm olduğunu gösterelim.

S	1	2	3
123	29	34	39
23	*	20	30
13	15	*	35
12	20	30	*
3	*	*	30
2	*	20	*
1	10	*	*

Not: * işareti oyuncunun koalisyona girmediğini gösterir.

PMAS olması için 1. 2. ve 3. koalisyonlara adım adım bakılır. 3 oyuncuda da en yüksek kazanç 3. koalisyonda ise kaliteli çözümdür. PMAS şeması teşvik edici olmalı o yüzden kaliteli olmalıdır.

$\{1, 2\}$ koalisyonu için;

$$v(1)=10$$

$$v(2)=20$$

$$v(12)=50$$

	1	2
12	10	40
21	30	20
	$40/2=20$	$60/2=30$

$\{1,3\}$ koalisyonu için;

$$v(1)=10$$

$$v(3)=30$$

$$v(13)=50$$

	1	3
13	10	40
31	20	30
	$30 \setminus 2 = 15$	$70 \setminus 2 = 35$

$\{2,3\}$ koalisyonu için;

$$v(2)=20$$

$$v(3)=30$$

$$v(23)=50$$

	2	3
23	20	30
32	20	30
	$40 \setminus 2 = 20$	$60 \setminus 2 = 30$

$\{1,2,3\}$ koalisyonu için;

$$v(1)=10$$

$$v(2)=20$$

$$v(3)=30$$

$$v(12)=50$$

$$v(13)=50$$

$$v(23)=50$$

$$v(123)=102$$

	1	2	3
123	10	40	52
132	10	52	40
213	30	20	52
231	52	20	30
312	20	52	30
321	52	20	30
	$174 \setminus 6 = 29$	$204 \setminus 6 = 34$	$234 \setminus 6 = 39$

Bu şema PMAS'tır ve Shapley değeri kaliteli çözümdür. 1. 2. ve 3. oyuncuların her biri için oyun kalitelidir.

Örnek 2.4.2. Aşağıdaki şemada Shapley değerinin kaliteli çözüm olup olmadığını gösterelim.

S	1	2	3
123	15	25	40
23	*	30	30
13	10	*	25
12	15	20	*
3	*	*	30
2	*	20	*
1	10	*	*

Koalisyon büyüdükçe kazanç artması gerekiyor.

- 1.oyuncu PMAS'tır.
- 2.oyuncu PMAS değildir. Çünkü 2.oyuncu, 3.oyuncu ile koalisyona girdiği zaman 30₺ kazanırken hep birlikte koalisyona girdiklerinde 25 ₺ kazanıyor. PMAS olması için kendisinden büyük koalisyona girdikçe daha fazla kazanması gerekiyor.

$$\{2,3\} < \{1,2,3\}$$

$$30 \not\geq 25$$

- 3.oyuncu PMAS değildir. Çünkü 3.oyuncu, tek başına oyuna girdiği zaman 30₺ kazanırken 1.oyuncu ile koalisyona girdiklerinde 25 ₺ kazanıyor. Koalisyon büyüdükçe kazanç azaldığı için PMAS değildir.

$$\{3\} < \{1,3\}$$

$$30 \not\geq 25$$

Bu şema PMAS değildir. Kaliteli bir çözüm değildir. Çünkü 1. 2. ve 3. oyuncuların her biri için oyunun kaliteli olması gerekir. Bu şema da 1.oyuncu için oyun kalitelidir ancak 2. ve 3.oyuncu için oyun kaliteli değildir.

Örnek 2.4.3. Aşağıdaki şema bir gider oyunudur. Bu şemada Shapley değerinin kaliteli çözüm olup olmadığını gösterelim.

S	1	2	3
123	5	15	26
23	*	15	28
13	7	*	25
12	8	20	*
3	*	*	30
2	*	20	*
1	10	*	*

Koalisyon büyüdükçe giderin azalması gerekiyor.

- Koalisyon büyüdükçe gider azaldığı için 1.oyuncu ve 2.oyuncu PMAS'tır.
- 3.oyuncu PMAS değildir. Çünkü 3.oyuncunun, 1.oyuncu ile koalisyona girdiği zaman 25 ₺'lik gideri olurken hep birlikte koalisyona girdiklerinde 26 ₺'lik gideri oluyor. Koalisyon büyüdükçe gider arttığı için PMAS değildir.

$$\{1,3\} > \{1,2,3\}$$

$$25 > 26$$

Örnek 2.4.4. $\langle N, c \rangle$ oyununun karakteristik fonksiyonları aşağıda tablo şeklinde verilmiştir.

S	$\emptyset$	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
$c(S)$	0	0	4	4	4	4	6	6

Bu tabloda Shapley değerin kaliteli çözüm olup olmadığını gösterelim.

S	1	2	3
123	0	3	3
23	*	3	3
13	0	*	4
12	0	4	*
3	*	*	4
2	*	4	*
1	0	*	*

$\{1,2\}$ koalisyonu için;

$$c(1)=0$$

$$c(2)=4$$

$$c(12)=4$$

	1	2
12	0	4
21	0	4
	$0 \setminus 2 = 0$	$8 \setminus 2 = 4$

$\{1,3\}$ koalisyonu için;

$$c(1)=0$$

$$c(3)=4$$

$$c(13)=4$$

	1	3
13	0	4
31	0	4
	$0 \setminus 2 = 0$	$8 \setminus 2 = 4$

$\{2,3\}$ koalisyonu için;

$$c(2)=4$$

$$c(3)=4$$

$$c(23)=6$$

	2	3
23	4	2
32	2	4
	$6/2=3$	$6/2=3$

$\{1,2,3\}$ koalisyonu için;

$$c(1)=0$$

$$c(2)=4$$

$$c(3)=4$$

$$c(12)=4$$

$$c(13)=4$$

$$c(23)=6$$

$$c(123)=6$$

	1	2	3
123	0	4	2
132	0	2	4
213	0	4	2
231	0	4	2
312	0	2	4
321	0	2	4
	$0/6=0$	$18/6=3$	$18/6=3$

Bu şema PMAS'tır ve Shapley değeri kaliteli çözümdür. 1. 2. ve 3. oyuncuların her biri için oyun kaliteli.

2.4.1. Çıkarma (Subtraction) Algoritması

Bir minimum giderli ağaç oyununun PMAS'ının hesaplanması için Çıkarma (Subtraction) algoritmasından yararlanılır (Norde vd., 2001: 13-14). Çıkarma algoritmasının kaba kodu aşağıdaki gibidir.

Initialisation: Let $\langle N, v \rangle$ be a complete weighted graph and let $\pi \in P_N$.

Define $x = \{x_{S,i}\}_{S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}, i \in S}$ by $x_{S,i} := 0$ for every $S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}, i \in S$.

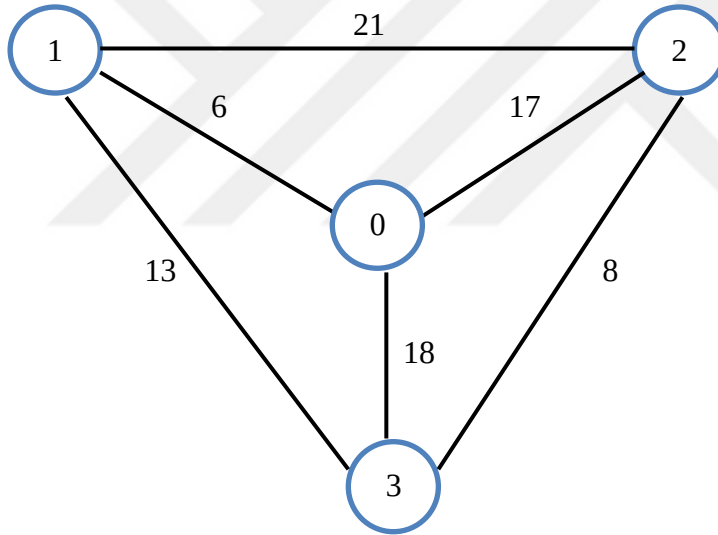
```

Algorithm: WHILE  $v \neq 0$ 
DO  $\alpha := \min \{v(l) : l \in E, v(l) > 0\}$ 
   for every  $S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}, i \in S$  :
       IF  $0 \notin C_i(v, S)$  and
           $\pi(i) = \min_{j \in C_i(v, S)} \pi(j)$ 
       THEN  $x_{S,i} := x_{S,i} + \alpha$ 
       END
   for every  $l \in E$  with  $v(l) > 0$  :
        $v(l) := v(l) - \alpha$ 
END

```

Çıkarma algoritmasını aşağıda örnek üzerinde açıklayalım (Norde vd., 2001: 14).

Örnek 2.4.1.1.



Şekil 2.6. Maliyet Fonksiyonu

Kaynak: (Norde vd., 2001: 12).

Çıkarma algoritmasının her adımında $x_{S,i}$ katsayılarının bazıları α miktarı kadar yükseltilir. Eğer kaynak 0' dan i 'ye $(0 \notin C_i(v, S))$ sıfır maliyetli $S \cup \{0\}$ 'a bir yol yoksa ve eğer $\pi(j) < \pi(i)$ ile $j(S)$ düğümünden i 'ye sıfır maliyetli $S \cup \{0\}$ 'a bir yol yoksa $x_{S,i}$ katsayısı yükselecektir.

Kenar $\{0,1\}$ 'in maliyeti olan $\alpha = 6$ algoritmanın birinci adımında kullanılır. Bütün kenarlar pozitif maliyetli $x_{s,i}$ katsayısına sahip olduğu için 6 br yükseltilir. Birinci adımın sonunda her kenarın maliyeti 6 br düşürülür. Böylece $v(1) = 0$ olur.

Kenar $\{2,3\}$ 'ün maliyeti $\alpha = 2$ algoritmanın ikinci adımındır. Kenar $\{0,1\}$, sıfır maliyetli $x_{s,1}$ katsayısının kaynak 0' dan 1'e bir yolu olduğu için $1 \in S$ ile bu adımda ve bundan sonraki diğer adımlarda yükseltilmeyecektir. Diğer bütün katsayılar 2 br yükseltilecektir. İkinci adımın sonunda pozitif maliyetli olan her kenarın maliyeti 2 br düşürülecektir. Böylece $v(23) = v(1) = 0$ olur.

Kenar $\{1,3\}$ 'ün maliyeti $\alpha = 5$ algoritmanın üçüncü adımındır. Kenar $\{3,2\}$, $\pi(\pi(2) < \pi(3))$ 'e göre daha düşük indekse sahip olan oyuncu 2 ve oyuncu 3'ü bağlayan sıfır maliyetli bir yoldur. $x_{123,3}$ ve $x_{23,3}$ katsayıları bu ve daha ileri adımlar da arttırılmayacaktır. Yükseltilmeye devam eden bütün katsayılar, 5 br yükseltilecek ve üçüncü adımın sonunda sıfır maliyetli olan her bir kenarın maliyeti 5 br düşürülecektir. Böylece $v(13) = v(23) = v(1) = 0$ olur.

Dördüncü adımda kenar $\{0,2\}$ 'nin maliyeti $\alpha = 4$ 'e sahibiz. $\{2,3\}, \{3,1\}, \{1,0\}$ yolu ile kaynağa bağlı olan ikinci oyuncunun $(v, 123)$ ve $\{3,1\}, \{1,0\}$ yolu ile kaynağa bağlı olan üçüncü oyuncunun $(v, \{1,3\})$ katsayıları daha fazla artmayacaktır. Yükseltilmeye devam eden bütün katsayılar 4 br yükseltilir. Dördüncü adımın sonunda pozitif maliyete sahip olan bütün kenarların maliyeti 4 br düşürülür. Böylece $v(02) = v(13) = v(23) = v(1) = 0$ olur.

Beşinci adımda kenar $\{0,3\}$ 'ün maliyeti $\alpha = 1$ 'dir. Kenar $\{2,0\}$, sıfır maliyetli kaynak 0' dan 2' ye bir yol olduğu için $x_{12,2}$, $x_{23,2}$ ve $x_{2,2}$ katsayıları daha fazla yükseltilmeyecektir. Yükseltilmeye devam eden tek katsayı, $x_{3,3}$ 1 br yükseltilir. Beşinci adımın sonunda pozitif maliyete sahip olan her kenar 1 ile düşürülür. Böylece $v(2) = 0$ olur.

Altıncı adımda kenar $\{1,2\}$ 'nin maliyeti $\alpha = 3$ 'dir. Kenar $\{3,0\}$, sıfır maliyetli kaynak 0 ' dan 3 ' e bir yolu olduğu için $x_{3,3}$ katsayısı artık yükseltilmeyecektir. Pozitif maliyetli olan tek kenarın maliyeti, kenar $\{1,2\}$, 3 br düşürülecektir.

Altıncı adımın sonunda algoritma sonlanır. Çıkarma algoritması ile oluşturulan minimum giderli ağaç oyunlarına karşılık gelen PMAS aşağıda tablo üzerinde gösterilmiştir.

S	1	2	3
123	6	6+2+5	6+2
12	6	6+2+5+4	*
13	6	*	6+2+5
23	*	6+2+5+4	6+2
1	6	*	*
2	*	6+2+5+4	*
3	*	*	6+2+5+4+1

S	1	2	3
123	6	13	8
12	6	17	*
13	6	*	13
23	*	17	8
1	6	*	*
2	*	17	*
3	*	*	18

Kaynak: ((Norde vd., 2001: 15).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

AFET DURUMUNDA TOPLANMA ALANLARI İLE GEÇİCİ BARINMA ALANLARI ARASINDAKİ BAĞLANTININ OYUN TEORİSİ İLE BELİRLENMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Afet, toplumun tamamı veya belli kesimleri için fiziksel, ekonomik ve sosyal kayıplar doğuran, normal hayatı ve insan faaliyetlerini durduran veya kesintiye uğratan, etkilenen toplumun baş etme kapasitesinin yeterli olmadığı doğa, teknoloji veya insan kaynaklı olaylardır. Afet bir olayın kendisi değil, doğurduğu sonuçtur (Açıklamalı Afet Terimleri Sözlüğü, 2014: 23).

3.1. AFET YÖNETİMİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER

Afet yönetim faaliyetlerinin hedefi, afet öncesinde, afet anında ve afet sonrasında hızlı, etkili ve koordineli bir şekilde afetin etkilerini azaltmaya ve hayatı kaldığı yerden normal haline getirmeye yöneliktir (Köseoğlu, 2015: 15).

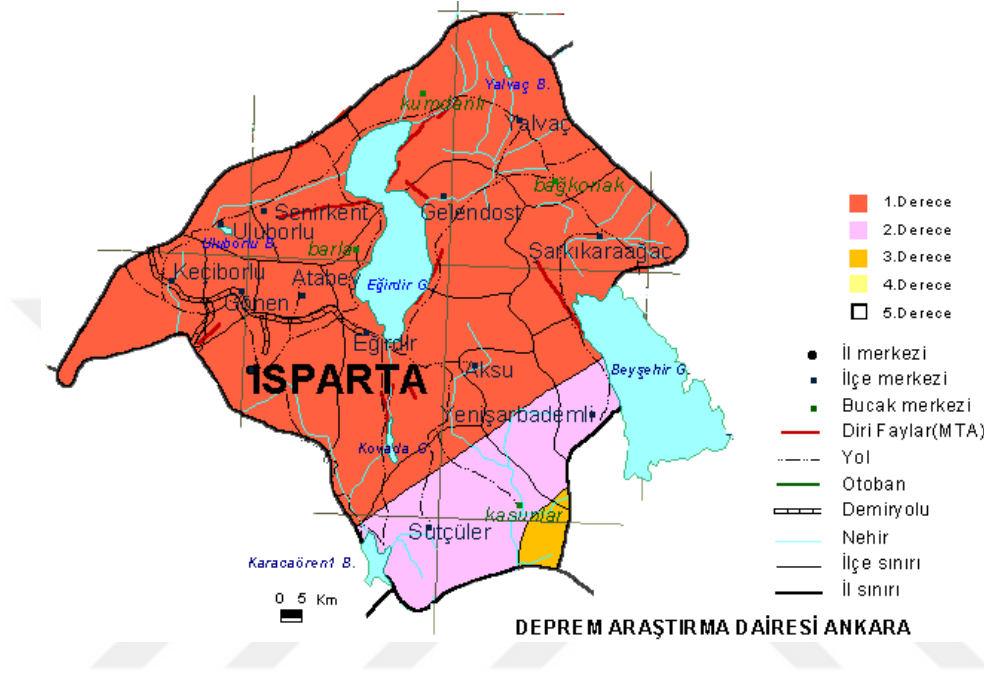
Afet sırasında alınacak olan kararların doğru biçimde verilmesi çok da mümkün olamayacağı için afetlerden önce hazırlanan eylem planları doğrultusunda daha hızlı bir şekilde koordinasyon sağlanabilir (Aslan vd., 2015: 120).

Afetler meydana gelmeden önce yapılması gereken hazırlıkların önemi ülkemizde 2000’li yılların başında anlaşılmıştır. Zira ülkemiz 17 Ağustos 1999’da tarihinin en ağır depremlerinden birini yaşamıştır. Geçmişteki depremler sınırlı alanlarda etkisini gösterirken, Marmara Depremi öncekilerden farklı olarak, çok geniş bir alanda etkili olması ve bu bölgenin ülkenin en gelişmiş üretim merkezi niteliği taşıması sebebiyle depremi önemli hale getirmiştir (Aktel ve Çağlar, 2007: 148).

3.1.1. Isparta’nın Afetselliği

Isparta ili Akdeniz Bölgesi’nin kuzeyinde yer alan Göller Bölgesi’nde yer almaktadır. İl, 300 20' ve 310 33' doğu boylamları ile 370 18' ve 380 30' kuzey enlemleri arasında bulunmaktadır. 8.933 km²'lik yüzölçümüne sahip olan Isparta İli, kuzey ve kuzeybatıdan Afyon İli’nin Sultandağı, Çay, Şuhut, Dinar ve Dazkırı, batıdan

ve güneybatıdan Burdur İli'nin Merkez, Ağlasun ve Bucak, güneyden Antalya İli'nin Serik ve Manavgat, doğu ve güneydoğudan ise Konya İli'nin Akşehir, Doğanhisar ve Beyşehir ilçeleri ile çevrilmiştir. Rakımı ortalama 1050 metredir (T.C. Isparta Valiliği İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü Isparta İl Afet Müdahale Plan Taslağı, 2014: 8).



Şekil 3.1. Isparta İli Deprem Risk Alanları

Kaynak: (T.C. Isparta Valiliği İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü Isparta İl Afet Müdahale Plan Taslağı, 2014: 15)

Isparta İli Türkiye'nin deprem riski dağılım haritasında genel olarak birinci derecedeki deprem kuşağı üzerinde yer almaktadır. İl, Isparta-Dinar-Çivril-Uşak deprem hattı üzerindedir. Sadece Sütçüler ve Yenışarbademli ilçelerinde ikinci derece ve Sütçüler'in doğu sınırındaki dar bir alanda üçüncü derece deprem riski taşıyan bir dağılım bulunmaktadır. Nüfus olarak ise Isparta nüfusunun yaklaşık % 93'ünden fazlası 1. derece deprem bölgesinde, % 5-7 civarında bir oranı da 2. derece deprem bölgesinde yaşamaktadır (Isparta İl Kültür ve Turizm Müdürlüğü, <https://isparta.ktb.gov.tr/TR-71017/jeolojik-yapi.html>, Erişim Tarihi:20.07.2019).

Isparta ili ve çevresinde tarih içinde birçok deprem meydana gelmiştir. 03-05 Mayıs 1875 tarihlerinde 6.9, 02-14 Mayıs 1890 tarihlerinde 5.2, 1901 yılında 6.4 büyüklüğünde çeşitli depremler olmuştur. Bu tarihsel depremler içinde en fazla can

kaybı ve hasara neden olanı ise 03 Ekim 1914 tarihinde 7.1 büyüklüğünde meydana gelen depremdir. Bu deprem başta Isparta olmak üzere Burdur, Dinar, Gönen ve Atabey ilçelerinde ve deprem merkezine yakın diğer birçok yerleşim merkezinde oldukça etkili olmuştur. 1914 depreminde 2000'den fazla kişi ölmüş ve 10.000 civarında aile evsiz kalmıştır. 1914 yılından sonra Isparta ve çevresinde meydana gelen onlarca depremden bazıları ise; 1925'te 5.9, 1933'te 6.0, 1964'te 5.7, 1971'de 5.9, 1995'te 6.1, 2002'de 6.4 büyüklüğündeki depremlerdir (T.C. Isparta Valiliği İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü Isparta İl Afet Müdahale Plan Taslağı, 2014: 15).

Isparta tarihindeki doğal afetler incelendiğinde deprem, feyezan, yangın, toprak kayması, kaya düşmesi, sel afetlerinin kayda geçtiği görülmektedir. Isparta İli genelinde 1986 yılından bu yana adı geçen afetlerde ortaya çıkan can kaybı sayısı, 74'ü Senirkent feyezanında, 5'i Sütçüler su baskınında, 2'si Yalvaç su baskınında olmak üzere toplam 81'dir (Isparta İl Kültür ve Turizm Müdürlüğü, <https://isparta.ktb.gov.tr/TR-71017/jeolojik-yapi.html>, Erişim Tarihi:20.07.2019).

3.2. AFET SONRASI TOPLANMA VE GEÇİCİ BARINMA ALANLARI

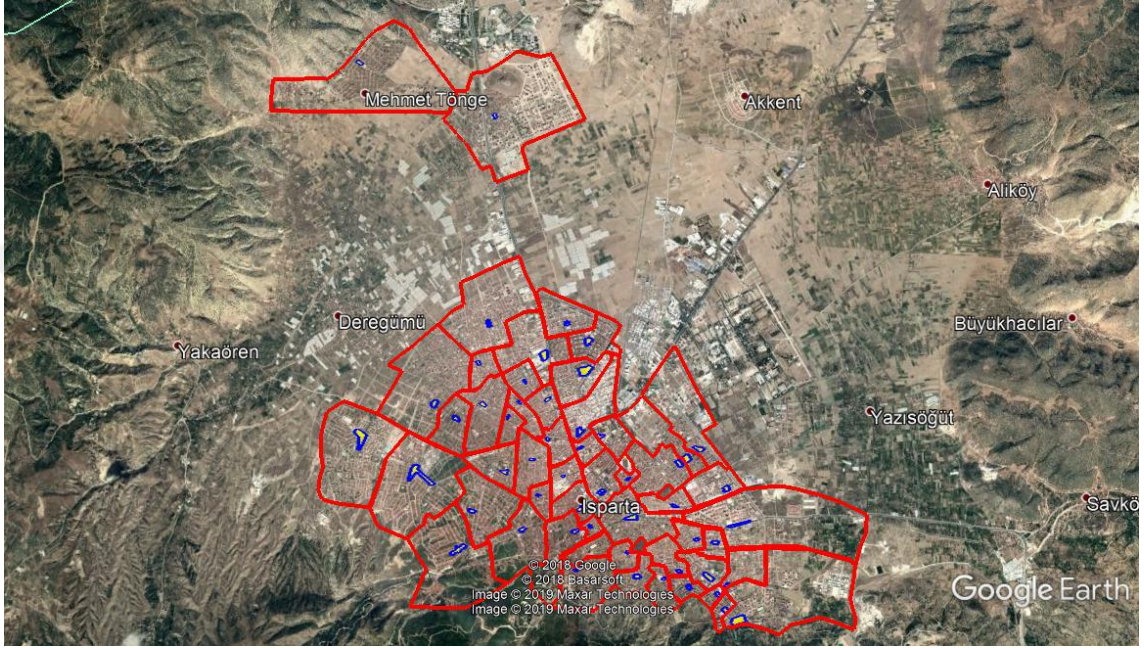
3.2.1. Toplanma Alanları

Afet ve acil durumlar sonrasında geçici barınma merkezleri hazır olana kadar geçecek süre içerisinde yaşanacak paniği önlemek ve sağlıklı bilgi alışverişini sağlamak amacıyla halkın tehlikeli bölgeden uzaklaşarak toplanabileceği güvenli alanlardır (T. C. İçişleri Bakanlığı Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı, https://www.afad.gov.tr/upload/Node/39521/xfiles/toplanma_alanlari.pdf, Erişim Tarihi: 01.08.2019).

Olası bir afet durumunda, müdahaleye ihtiyaç duyan afetzedelerin acil yardıma daha hızlı ulaşabilmeleri, etkili biçimde organize olabilmeleri, mahallelerde eksik olan kişilerin tespiti ve bunun sonucunda gerekli arama kurtarma faaliyetlerinin yönlendirilmesi açısından acil toplanma alanlarının ulusal ve uluslararası ölçütlere uygun olarak belirlenmesi çok önemlidir. Bu nedenle risk dağılımı açısından en riskli mahalleler başta olmak üzere, öncelikle acil toplanma alanlarının belirlenmesi, afetzedelerin bu alanlara ulaşılabilirliği, alanların kullanılabilirliği, kişi sayısına göre

alan kapasitelerinin göz önünde tutularak gerekli önlemlerin alınması gerekmektedir (Çınar vd., 2018: 195).

Isparta merkeze bağlı 50 mahalle içerisinde 55 adet toplanma yeri Isparta İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü tarafından belirlenmiştir. Isparta merkezde bulunan toplanma alanları aşağıda Şekil 3.2.'de Google Earth üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Isparta İli Toplanma Alanları

Kaynak: (Isparta İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü)

3.2.2. Geçici Barınma Alanları

Konutu afet ve acil durum nedeniyle kullanılamaz hâle gelen veya konutun kullanılmasının riskli olması sebebiyle açıkta kalan afetzedeler ile tahliye tabi olanların bulundukları yerlerde veya başka yerlerde münferit veya toplu hâlde geçici olarak barınmalarının sağlanması olarak tanımlanmaktadır (Açıklamalı Afet Terimleri Sözlüğü, 2014: 76).

Barınma, her büyük depremi izleyen önemli bir sorundur. Toplumsal ve ekonomik yaşam üzerindeki etkisi sebebiyle deprem sonrasında barınma sorununun en kısa zamanda çözülmesi önemli bir konudur. Toplanma alanları ve geçici barınma alanlarının kurulmasındaki temel amaç, afetzedelerin günlük yaşam ihtiyaçlarını en kısa

sürede sağlayarak ekonomik ve sosyal yaşamın normalleşmesini sağlayabilmektir (Şengül ve Turan, 2012: 113).

Geçici barınma alanlarının seçiminde çeşitli ölçütler kullanılarak uzman kişiler tarafından seçim çalışmaları yapılır. Planlama ve yer seçimi, afet öncesi hazırlık aşamasında yapılan başlıca çalışmalardır. Uygun olmayan alanların seçimi afet sonrasında güvenlik sorunu ve hizmet eksikliği, ikincil afetler, salgın hastalıklar, sosyal ve kültürel sorunlar, barınak temininde yaşanabilecek sorunlar gibi istenmeyen durumların ortaya çıkmasına sebep olabilir. Bu yüzden afetlerin ortaya çıkardığı olumsuzlukların en aza indirilebilmesi ve tamamen ortadan kaldırılabilmesi için etkili bir Afet Yönetim Sisteminin önemi büyüktür (Şahin ve Altın, 2016: 326).

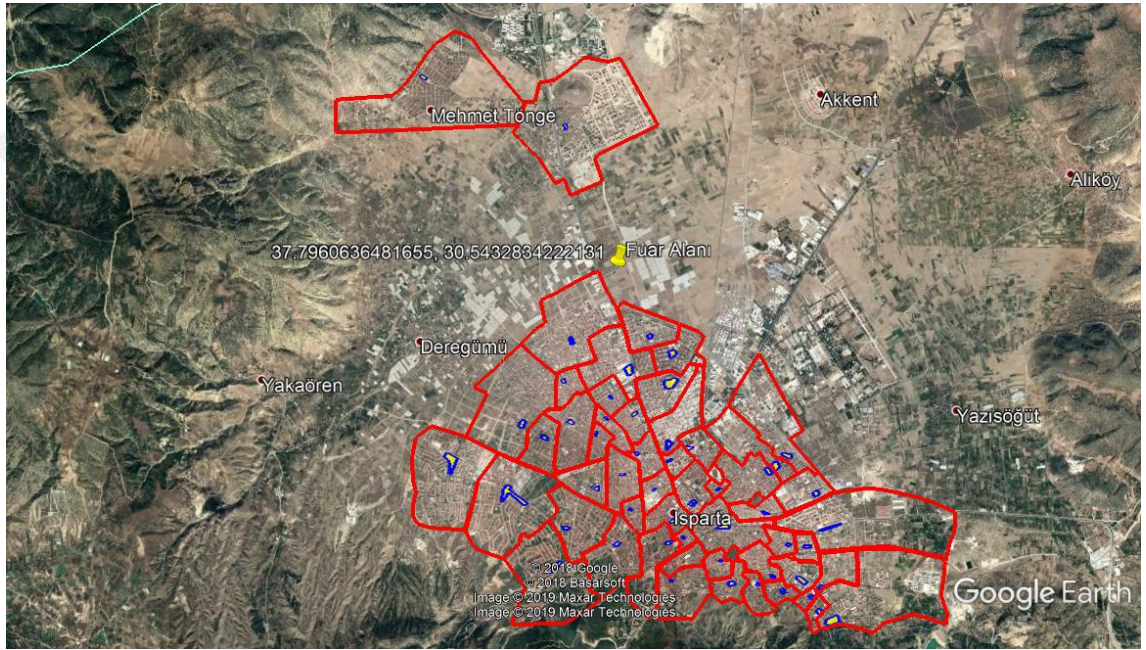
Mevzuat gereği geçici barınma merkezlerinin yer seçimi yapılırken aşağıdaki hususlara dikkat edilmesi gerekmektedir (Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı, 2015: 2).

- Geçici barınma merkezlerinin, dış tehdit ve tehlikelere karşı korunabileceği ayrıca kontrol ve koordinasyonun kolaylıkla sağlanabileceği yerleşim yerlerine yeterli yakınlıkta olması,
- Geçici barınma merkezlerinin kurulacağı alanların; elektrik, su ve kanalizasyonunun şehir şebekesine bağlanmasına elverişli bölgelerde olması,
- Geçici barınma merkezlerinde; okul, kreş, market, ibadet alanları, sağlık merkezleri, psikososyal destek hizmet merkezi, spor tesisleri, çamaşırhane, içme suyu ve atık su arıtma tesisleri, oyun parkları, kurs alanları gibi tesislerin kurulumu için merkezin kapasitesine ve hizmet ölçeğine göre yer planlamasının yapılması esastır.
- Geçici barınma merkezlerinin kurulacağı alan seçilirken nüfusun artması halinde yeni konteynerlerin veya çadırların yerleştirilebilmesi amacıyla kapasite genişletmeye uygun planlama yapılır.
- Geçici barınma merkezi kurulacak alanlarda ivedi bir şekilde zemin etüdü yapılır.
- Geçici barınma merkezinin kurulacağı alan seçilirken tarıma elverişli olmayan alanların seçilmesi ve yağmur mevsiminde birikmesi beklenen yağmur su

havzasından en az 3 metre yüksek, % 2 ile % 6 oranında meyilli arazi olması esastır.

- Çadırkent yer seçiminde hâkim rüzgâr unsuru dikkate alınır.
- Geçici barınma merkezi kurulacak alanların yer seçimine ilişkin iş ve işlemler il müdürlüğü tarafından yerine getirilir.

Aşağıdaki Şekil 3.3.'de geçici barınma alanı olarak belirlenen fuar alanının konumu ve koordinatları gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Fuar Alanının Toplanma Alanlarına Konumu

Kaynak: (Isparta İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü)

3.3. UYGULAMANIN AMACI

- Isparta ilinde olası bir afet durumunda afetzedelerin önceden belirlenmiş olan en yakın, en geniş ve güvenli bölgelerde toplanmalarını sağlamak.
- Afet sonrası oluşan panik havasını en aza indirmek ve afet sonrasını en verimli şekilde değerlendirmek.
- İnsanların toplanma alanlarından barınma alanlarına tahliyesinde en iyi rotayı belirlemek.

- İnsanları toplandıkları bölgelerden kaynak adını verdiğimiz alana ulaşmalarını sağlayabilmek için en iyi rotayı kullanarak en kısa mesafeyi hesaplayabilmek.
- Kaynağa ulaşan insanlara gerekli yardımı ulaştırmak ve ihtiyaç malzemelerini sağlamak.
- Kaynaktaki insanların kısa yoldan evlerine geri ulaşmasını sağlamak.
- İnsanların güvenliğini ön planda tutarak bu işlemleri uygulamak.
- Oyun teorisinin günlük hayatta kullanılmasına olanak sağlamak ve oyun teorisine olan ilgiyi en üst seviyelere çıkarmak.
- Geleceğe yönelik hedef ise, bu çalışmanın Türkiye'nin afet açısından riskli olan diğer bölgelerine genişlemesini sağlamak.

3.4. YÖNTEM

Oyun teorisi, çıkarları çatışan kişiler söz konusu olduğunda, herkes için en iyi olan durumu belirleyebilmek için nasıl düşünülüp ne şekilde hareket edilmesi gerektiğinin cevabını veren matematiksel bir tekniktir.

Oyun teorisinin yaşam üzerinde sayısız yansımalarının olması bu uygulamanın ortaya çıkma sebebidir. Oyun teorisi tekniklerinin günlük yaşamımızı kolaylaştıran çalışmaları ve bu yöntemlerin hayatımızdaki yerini keşfetmek bu alana olan ilgiyi arttırmaktadır.

Moretti vd. (2002) çalışmalarında, dağların etrafında yaşayan insanların evlerindeki kirli suyu temizlemeleri için en az maliyetle su temizleyicisine nasıl bağlanması gerektiğini oyun teorisi ile modellemişlerdir. Bu çalışma sayesinde uygulama ortaya çıkmıştır.

Oyun teorisi, işbirlikçi olmayan ve işbirlikçi olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Uygulama bir problemin çözümüne yönelik olduğundan uygulama boyunca işbirlikçi oyun teorisindeki temel çözüm yöntemleri kullanılacaktır.

Uygulamada Isparta ilinde olası bir afet durumunda afetzedelerin toplanma alanlarından, jeolojik bakımdan güvenli olan alanlarda kurulacak olan geçici barınma alanlarına en hızlı ve en kısa şekilde transfer edilmesini sağlamak hedeflenmiştir. Kısacası afetzedelerin belirli bölgelerden kaynağa nasıl ulaşması gerektiği

amaçlanmıştır. Kaynak seçimi çeşitli opsiyonlar dikkate alınarak yapılmıştır. Çeşitli opsiyonlar arasında Fuar Alanının aradığımız kriterlere uygun olduğu saptanmıştır. Fuar Alanını kaynak olarak seçmemizin diğer sebepleri ise hem yol üzerinde olması ve havaalanına yakın olması hem de Isparta'nın şehir merkezinde olup geniş ve insanların kolay sığınabileceği fiziki imkânları olan bir yer olmasındandır.

Yukarıda bahsedilen Moretti vd. (2002) çalışmalarındaki dağ durumları koşulları tekrar düzenlenerek çalışma konusu problemde uygulanmaya çalışılmıştır. Daha sonra çözümün kaliteli olması için işbirlikçi oyun teorisindeki temel çözüm yöntemleri kullanılmıştır. Söz konusu yöntemlerin uygulanabilmesi için öncelikle toplanma noktalarının barınma alanına uzaklıkları ve ayrı ayrı kendi aralarındaki mesafenin bulunması gerekmektedir. Bu mesafeler Google Maps yardımıyla bulunmuştur. Ayrıca Isparta İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğünden yardım alınarak Fuar Alanının koordinatlarına ulaşılmış ve böylece en kısa rota hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar sonucunda minimum giderli ağaç oluşturulmuştur. Ardından kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri çözümleri bu mesafeler baz alınarak hesaplanmıştır. En kaliteli çözüme ulaşabilmek hedeflenmiştir.

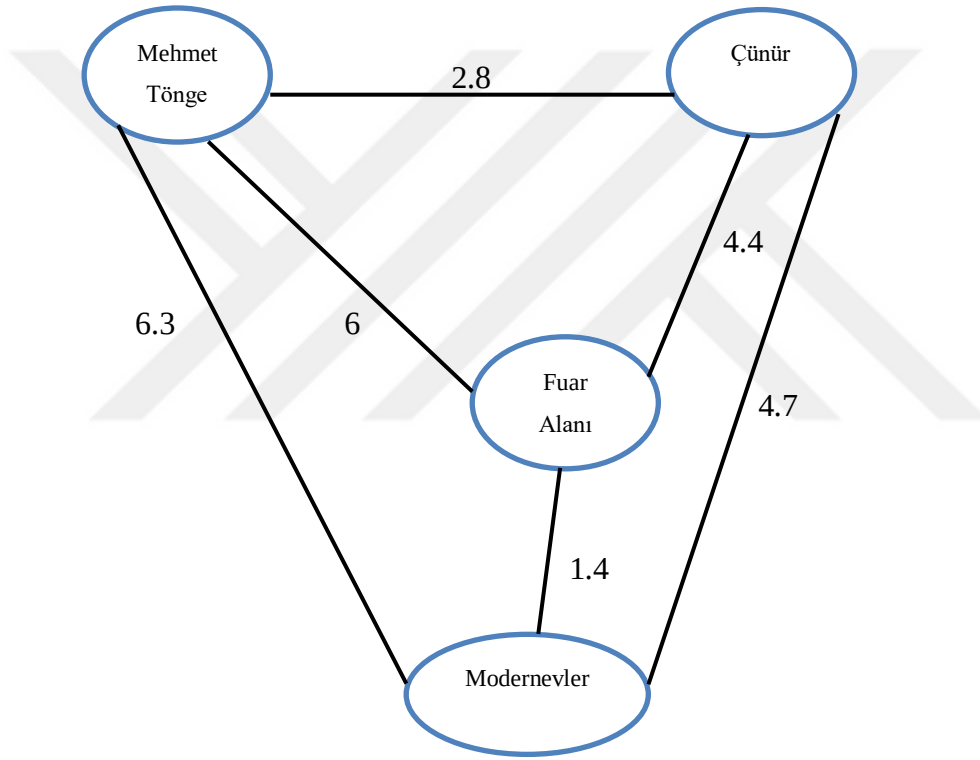
Bulunan çözümlerin kaliteli olup olmadığını test etmenin yollarından birisinin de bu çözümlerden oluşan şemanın PMAS olup olmadığının kontrol edilmesidir. Bu yöntemi kullanarak çözümlerin hangi oyuncu için kaliteli hangi oyuncu için kaliteli olmadığı ortaya çıkmıştır. Daha sonra Shapley değeri ve τ -değerinden oluşan çözümler karşılaştırılarak hangi çözümün uygulamaya daha uygun olduğuna karar vermeye çalışılmıştır.

Sonuç olarak, bu çalışmada oyun teorisi kullanılarak bir dağ durumu oluşturulmuştur. Bu dağ durumunda kaynak Fuar Alanı, oyuncular da mahallelerde bulunan toplanma alanlarıdır. Daha sonra bu dağ durumu oyun olarak yeniden düzenlenmiştir. Elde edilen oyun için iki farklı çözüm bulunmuştur ve bu çözümlerin kaliteli olup olmadığı karşılaştırılmıştır.

Kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değerinin bulunmasında MATLAB programından yararlanılmaktadır. Çözümleri yapılan problemlerin MATLAB üzerinde sağlaması da yapılmıştır.

3.5. UYGULAMA

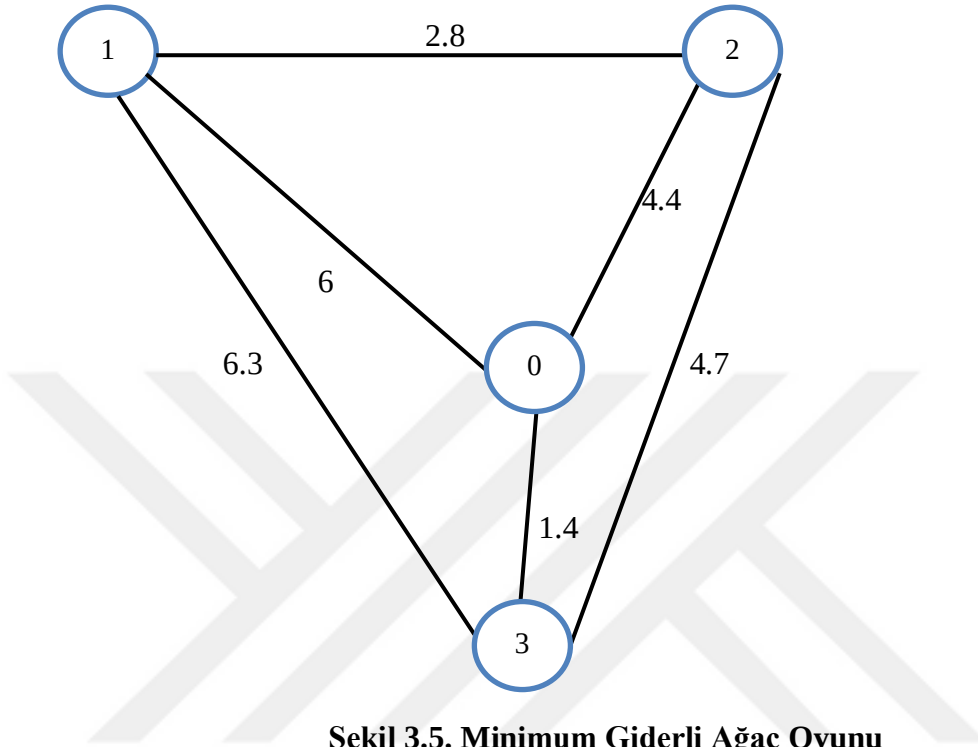
Şahin ve Altın (2016) çalışmasında, 21 mahallenin fuar alanına atamasını öngörmüştür. Bu çalışmada ise Binbirevler ve Keçeci mahallelerinde toplanma alanları olmadığı için 19 mahalle dikkate alınmıştır. Fuar alanına ulaşımı sağlanacak olan 3 mahallenin seçimi minimum giderli ağaç oyunları ile belirlenmiştir. Ekler kısmında verilen bilgiler kullanılarak çalışma diğer mahallelerdeki toplanma alanları üzerinde de uygulanabilir. Bu uygulama da gider olarak belirlenen mesafeler ulaşım giderleri, taşıma giderleri vb. baz alınarak hesaplanmıştır.



Şekil 3.4. Minimum Giderli Ağaç Oyunu

Çalışmada kaynak olarak Isparta’da afet durumunda barınma alanlarından biri olan fuar alanı seçilmiştir. Düğümler de toplanma alanları olarak belirlenmiştir. Düğümler Mehmet Töngre Mahalle Parkı, Çünür Şevket Demirel Anaokulu bahçesi ve Modernevler Mahallesi Sağlık Parkı olarak belirlenmiştir. Böylece minimum giderli ağaç yukarıdaki Şekil 3.4.’deki gibi oluşmuştur. Kaynak ile düğümler arasındaki mesafe şekil üzerinde gösterilmiştir. Her mahallede bulunan toplanma alanlarından kaynağa

yapılacak olan ulaşımın nasıl sağlanması gerektiği ile ilgili bilgiler aşağıda Şekil 3.5.'de verilmiştir.



Şekil 3.5. Minimum Giderli Ağaç Oyunu

Yukarıda verilen minimum giderli ağaç oyununun karakteristik fonksiyonları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	6	4.4	1.4	7.2	7.4	5.8	8.6

3.6. UYGULAMANIN KISIT KÜMESİ İLE ÇÖZÜMÜ

$< N, c >$ oyunun kısıt kümesi, $\forall i \in N$ için

$$I(c) := \left\{ x \in \mathbb{R}^N \mid \sum_{i=1}^n x_i = c(N), x_i \leq c(\{i\}) \right\}$$

olarak tanımlanır.

$\langle N, c \rangle$ oyununun kısıtlarının kümesi $I(c)$ ile gösterilir.

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	6	4.4	1.4	7.2	7.4	5.8	8.6

Şimdi yukarıda karakteristik fonksiyonu verilen oyunun kısıt kümesini bulalım.

$$I(c) = \begin{cases} x_1 \leq c(1) \\ x_2 \leq c(2) \\ x_3 \leq c(3) \\ x_1 + x_2 + x_3 = c(N) \end{cases} = \begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 4.4 \\ x_3 \leq 1.4 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8.6 \end{cases}$$

olup

$$I(c) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \leq 6, x_2 \leq 4.4, x_3 \leq 1.4, x_1 + x_2 + x_3 = 8.6\}$$

şeklinde bulunur.

Kısıt kümesi kümesel çözüm yöntemlerinden biridir. Kısıt kümesinin önemi, oyuncu ne olursa olsun kısıt kümesinde ise asla kaybetmez. En azından gideri kadar kazanır.

3.7. UYGULAMANIN ÇEKİRDEK KÜMESİ İLE ÇÖZÜMÜ

$\langle N, c \rangle$ oyunun çekirdeği, $\forall S \in 2^N \setminus \{\emptyset\}$ için

$$C(c) := \left\{ x \in I(c) \mid \sum_{i \in S} x_i \leq c(S) \right\}$$

olarak tanımlanır.

$$C(c) = \begin{cases} x_1 \leq c(1) \\ x_2 \leq c(2) \\ x_3 \leq c(3) \\ x_1 + x_2 \leq c(12) \\ x_1 + x_3 \leq c(13) \\ x_2 + x_3 \leq c(23) \\ x_1 + x_2 + x_3 = c(N) \end{cases} = \begin{cases} x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 4.4 \\ x_3 \leq 1.4 \\ x_1 + x_2 \leq 7.2 \\ x_1 + x_3 \leq 7.4 \\ x_2 + x_3 \leq 5.8 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8.6 \end{cases}$$

olup

$$C(c) = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \leq 6, x_2 \leq 4.4, x_3 \leq 1.4, x_1 + x_2 \leq 7.2, x_1 + x_3 \leq 7.4, x_2 + x_3 \leq 5.8, x_1 + x_2 + x_3 = 8.6\}$$

şeklinde bulunur.

3.8. UYGULAMANIN SHAPLEY DEĞERİ İLE ÇÖZÜMÜ

$c \in G^N$ oyunun Shapley değeri olan $\Phi(c)$, bir oyunun marjinal vektörlerinin ortalamasıdır. Yani

$$\Phi(c) := \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in \Pi(N)} m^{\sigma}(c)$$

dir.

3 kişilik $\langle N, c \rangle$ oyununun karakteristik fonksiyonları

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	6	4.4	1.4	7.2	7.4	5.8	8.6

şeklinde verilsin. Şimdi marjinal vektörler hesaplanacaktır. Marjinal vektörleri hesaplamak için önemli noktalardan biri permütasyonlardır. $N = \{1, 2, 3\}$ kümesindeki elemanların permütasyonları,

$$\{\sigma_1 = (1, 2, 3), \sigma_2 = (1, 3, 2), \sigma_3 = (2, 1, 3), \sigma_4 = (2, 3, 1), \sigma_5 = (3, 1, 2), \sigma_6 = (3, 2, 1)\}$$

şeklindedir.

$\sigma_1 = (1, 2, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_1} = c(1) = 6,$$

$$m_2^{\sigma_1} = c(12) - c(1) = 7.2 - 6 = 1.2,$$

$$m_3^{\sigma_1} = c(123) - c(12) = 8.6 - 7.2 = 1.4$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_1} = (6, 1.2, 1.4)$ olarak bulunur.

$\sigma_2 = (1, 3, 2)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_2} = c(1) = 6,$$

$$m_2^{\sigma_2} = c(123) - c(13) = 8.6 - 7.4 = 1.2,$$

$$m_3^{\sigma_2} = c(13) - c(1) = 7.4 - 6 = 1.4$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_2} = (6, 1.2, 1.4)$ olarak bulunur.

$\sigma_3 = (2, 1, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_3} = c(12) - c(2) = 7.2 - 4.4 = 2.8,$$

$$m_2^{\sigma_3} = c(2) = 4.4,$$

$$m_3^{\sigma_3} = c(123) - c(12) = 8.6 - 7.2 = 1.4$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_3} = (2.8, 4.4, 1.4)$ olarak bulunur.

$\sigma_4 = (2, 3, 1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_4} = c(123) - c(23) = 8.6 - 5.8 = 2.8,$$

$$m_2^{\sigma_4} = c(2) = 4.4,$$

$$m_3^{\sigma_4} = c(23) - c(2) = 5.8 - 4.4 = 1.4$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_4} = (2.8, 4.4, 1.4)$ olarak bulunur.

$\sigma_5 = (3, 1, 2)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_5} = c(13) - c(3) = 7.4 - 1.4 = 6,$$

$$m_2^{\sigma_5} = c(123) - c(13) = 8.6 - 7.4 = 1.2,$$

$$m_3^{\sigma_5} = c(3) = 1.4$$

şeklindedir. Buradan $m^{\sigma_5} = (6, 1.2, 1.4)$ olarak bulunur.

Son olarak $\sigma_6 = (3, 2, 1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_6} = c(123) - c(23) = 8.6 - 5.8 = 2.8,$$

$$m_2^{\sigma_6} = c(23) - c(3) = 5.8 - 1.4 = 4.4,$$

$$m_3^{\sigma_6} = c(3) = 1.4$$

şeklindedir. Buradan ise $m^{\sigma_6} = (2.8, 4.4, 1.4)$ olarak bulunur.

O halde marjinal vektörler Tablo 3.1.'deki gibi verilebilir.

Tablo 3.1. Marjinal Vektörler

σ	$m_1^\sigma(v)$	$m_2^\sigma(v)$	$m_3^\sigma(v)$
(1,2,3)	6	1.2	1.4
(1,3,2)	6	1.2	1.4
(2,1,3)	2.8	4.4	1.4
(2,3,1)	2.8	4.4	1.4
(3,1,2)	6	1.2	1.4
(3,2,1)	2.8	4.4	1.4

Shapley değeri de marjinal vektörlerin ortalaması olduğundan,

$$\begin{aligned}\Phi(c) &= \frac{1}{3!} \sum_{\sigma \in \Pi(3)} m^\sigma(c) \\ &= \frac{1}{6} (26.4, 16.8, 8.4) \\ &= (4.4, 2.8, 1.4)\end{aligned}$$

olarak bulunur.

Shapley değerini bulduktan sonra $\{1,2,3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için popülasyona bağlı monoton paylaşım şemasını (PMAS) oluşturalım.

N koalisyonu için Shapley değeri,

$$\Phi(c) = (4.4, 2.8, 1.4)$$

şeklindedir. O zaman şemanın N koalisyonu için satırı sırasıyla; 4.4, 2.8, 1.4 olur.

Şimdi $\{1,2\}$ koalisyonu için Shapley değerini bulalım. 3. oyuncu koalisyona girmedikinden şemada * işareti kullanılmıştır. Yani, * işareti oyuncunun koalisyona girmedikini göstermektedir. $\{1,2\}$ kümesindeki elemanların permütasyonları,

$$\sigma_1=(1,2), \sigma_2=(2,1)$$

şeklindedir.

$\sigma_1=(1,2)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_1}(c)=c(1)=6,$$

$$m_2^{\sigma_1}(c)=c(12)-c(1)=7.2-6=1.2$$

şeklindedir.

$\sigma_2=(2,1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_2}(c)=c(12)-c(2)=7.2-4.4=2.8,$$

$$m_2^{\sigma_2}(c)=c(2)=4.4$$

şeklindedir.

O halde marjinal vektörleri tablo olarak gösterelim.

σ	$m_1^{\sigma}(c)$	$m_2^{\sigma}(c)$
$(1,2)$	6	1.2
$(2,1)$	2.8	4.4

Shapley değeri marjinal vektörlerin ortalaması olduğundan,

$$\Phi(c)=\frac{1}{2!} \sum_{\sigma \in \Pi(2)} m^{\sigma}(c)$$

$$=\frac{1}{2}(8.8,5.6)$$

$\{1, 2\}$ koalisyonu için Shapley değeri,

$$\Phi(c) = (4.4, 2.8)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{1, 2\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; 4.4, 2.8, * olur.

Aynı şekilde $\{1, 3\}$ koalisyonu için Shapley değerini bulalım. 2. oyuncu koalisyona girmediğinden şemada * işareti kullanılmıştır. $\{1, 3\}$ kümesindeki elemanların permütasyonları,

$$\sigma_1 = (1, 3), \sigma_2 = (3, 1)$$

şeklindedir.

$\sigma_1 = (1, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_1}(c) = c(1) = 6,$$

$$m_3^{\sigma_1}(c) = c(13) - c(1) = 7.4 - 6 = 1.4$$

şeklindedir.

$\sigma_2 = (3, 1)$ için marjinal vektörler,

$$m_1^{\sigma_2}(c) = c(13) - c(3) = 7.4 - 1.4 = 6,$$

$$m_3^{\sigma_2}(c) = c(3) = 1.4$$

şeklindedir.

O halde marjinal vektörleri tablo olarak gösterelim.

σ	$m_1^{\sigma}(c)$	$m_3^{\sigma}(c)$
(1, 3)	6	1.4
(3, 1)	6	1.4

Shapley değeri marjinal vektörlerin ortalaması olduğundan,

$$\begin{aligned}\Phi(c) &= \frac{1}{2!} \sum_{\sigma \in \Pi(2)} m^{\sigma}(c) \\ &= \frac{1}{2}(12, 2.8)\end{aligned}$$

$\{1, 3\}$ koalisyonu için Shapley değeri,

$$\Phi(c) = (6, 1.4)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{1, 3\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; 6, *, 1.4 olur.

Aynı şekilde $\{2, 3\}$ koalisyonu için Shapley değerini bulalım. 1. oyuncu koalisyona girmediğinden şemada * işareti kullanılmıştır. $\{2, 3\}$ kümesindeki elemanların permütasyonları,

$$\sigma_1 = (2, 3), \sigma_2 = (3, 2)$$

şeklindedir.

$\sigma_1 = (2, 3)$ için marjinal vektörler,

$$m_2^{\sigma_1}(c) = c(2) = 4.4,$$

$$m_3^{\sigma_1}(c) = c(23) - c(2) = 5.8 - 4.4 = 1.4$$

şeklindedir.

$\sigma_2 = (3, 2)$ için marjinal vektörler,

$$m_2^{\sigma_2}(c) = c(23) - c(3) = 5.8 - 1.4 = 4.4,$$

$$m_3^{\sigma_2}(c) = c(3) = 1.4$$

şeklindedir.

O halde marjinal vektörleri tablo olarak gösterelim.

σ	$m_2^\sigma(c)$	$m_3^\sigma(c)$
(2,3)	4.4	1.4
(3,2)	4.4	1.4

Shapley değeri marjinal vektörlerin ortalaması olduğundan,

$$\begin{aligned}\Phi(c) &= \frac{1}{2!} \sum_{\sigma \in \Pi(2)} m^\sigma(c) \\ &= \frac{1}{2} (8.8, 2.8)\end{aligned}$$

$\{2,3\}$ koalisyonu için Shapley değeri,

$$\Phi(c) = (4.4, 1.4)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{2,3\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; *, 4.4, 1.4 olur.

Şimdi de $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için Shapley değerini bulalım. Tek koalisyonlu durumlarda Shapley değeri direkt o koalisyon değerine eşit olduğundan, $\{1\}$ koalisyonu için Shapley değeri $c(1)$ 'e, $\{2\}$ koalisyonu için Shapley değeri $c(2)$ 'ye ve $\{3\}$ koalisyonu için de Shapley değeri $c(3)$ 'e eşittir.

O zaman şemanın $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için satırları sırasıyla; $(6, *, *)$, $(*, 4.4, *)$, $(*, *, 1.4)$ şeklindedir.

Bu bilgilere dayanarak gider paylaşım şeması aşağıda verimiştir.

S	1	2	3
123	4.4	2.8	1.4
12	4.4	2.8	*
13	6	*	1.4
23	*	4.4	1.4
3	*	*	1.4
2	*	4.4	*
1	6	*	*

Verilen çözümlerin hangi oyuncular için kaliteli olduğunu göstermek amacıyla hazırlanan şema yukarıda gösterilmiştir. Shapley değerini dikkate alarak hazırlanan gider dağıtım şemasının her bir oyuncu için PMAS olup olmadığını kontrol edelim. 3 oyuncu için verilen gider paylaşım şemasının çözümünün kaliteli olup olmadığı ayrı ayrı hesaplanmaktadır. Oyunculardan birinin çözümü koalisyon yapmaya teşvik edici olmadığı zaman bu gider paylaşım şeması kaliteli değildir.

Oyun gider oyunu olduğu için koalisyon büyüdükçe giderin de azalması gerekir. Koalisyon büyüdükçe gider azaldığı için 1. oyuncu PMAS'tır. 1. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 6 km mesafededir. 1. oyuncu, 3. oyuncu ile koalisyona girdiği zaman bu mesafe değişmemektedir. 1. oyuncu, 2. oyuncu ile koalisyona girdiğinde ise bu mesafe 4.4 km'ye düşmektedir. Koalisyon büyüdükçe gider azalacağı için 1. oyuncunun 2. oyuncu ile birleşerek kaynağa ulaşması tek başına kaynağa ulaşmasından daha avantajlıdır. 1. oyuncu, 2. oyuncu ve 3. oyuncu birlikte koalisyona girdikleri zaman da mesafe değişmemektedir. Sonuç olarak oyuncular kendisinden büyük koalisyona girdikçe gider azalmaktadır. Bu yüzden 1. oyuncu için bu şema PMAS'tır.

Koalisyon büyüdükçe gider azaldığı için 2. oyuncu da PMAS'tır. 2. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 4.4 km mesafededir. 2. oyuncu, 3. oyuncu ile koalisyona girdiği zaman mesafe değişmemektedir. 2. oyuncu, 1. oyuncu ile koalisyona girdiğinde ise mesafe 2.8 km'ye düşmektedir. 2. oyuncu, 1. oyuncu ve 3. oyuncu ile

koalisyona girdiği zaman da mesafe 2.8 km olmaktadır. Sonuç olarak 2. oyuncunun 1. oyuncu ile veya hep birlikte birleşerek kaynağa ulaşması tek başına kaynağa ulaşmasından daha avantajlıdır. Bu durumda gider paylaşım şeması 2. oyuncu için PMAS'tır.

Koalisyon büyüdükçe gider azaldığı için 3. oyuncu da PMAS'tır. 3. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 1.4 km mesafededir. 3. oyuncu, 2. oyuncu ve 1. oyuncu ile koalisyona girdiği zaman mesafe değişmemektedir. 3. oyuncu hep birlikte koalisyona girdiği zaman da mesafe değişmemektedir. Bu durumda gider paylaşım şeması 3. oyuncu için de PMAS'tır.

Sonuç olarak Mehmet Töngre Mahalle Parkından Fuar alanına olan mesafe 6 km'dir. Olası bir afet durumunda Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerin ve Çünür Şevket Demirel Anaokulu bahçesinde toplanan afetzedelerle Fuar alanına gitmeleri Shapley değerine göre kalitelidir. Shapley değerine göre Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerin, Çünür Şevket Demirel Anaokulu ve Modernvler Mahallesi Sağlık Parkında toplanan afetzedelerle fuar alanına gitmeleri de kalitelidir.

Çünür Şevket Demirel Anaokulundan Fuar alanına olan mesafe 4.4 km'dir. Olası bir afet durumunda Çünür Şevket Demirel Anaokulunda toplanan afetzedelerin Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerle birlikte Fuar alanına gitmeleri Shapley değerine göre kalitelidir.

Modernevler Mahallesi Sağlık Parkından Fuar alanına olan mesafe 1.4 km'dir. Olası bir afet durumunda Modernvler Mahallesi Sağlık Parkında toplanan afetzedelerin Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerle ve Çünür Şevket Demirel Anaokulu bahçesinde toplanan afetzedelerle birlikte fuar alanına gitmesi Shapley değerine göre kalitelidir.

Shapley değerine göre bulunan çözümler afet durumunda hızlı, etkili ve doğru karar verebilmek için önemlidir. Zira afet durumunda gerek yardım malzemelerinin dağıtılması olsun ve gerekse toplanma alanlarından geçici barınma alanlarına her türlü ulaşım imkânının sağlanması olsun çoğu zaman hayati bir önem taşımaktadır. Ayrıca arama kurtarma çalışmalarının en kısa zamanda yapılabilmesi, kayıp olan kişilere

ulaşılması, bireylerin güvenliğinin en kısa zamanda ve en iyi şekilde sağlanması, sınırlı kaynak ve imkânların olduğu ve hızlı bir şekilde hareket edilmesi gereken bir zamanda ancak kaliteli çözüm yöntemleri ile mümkün hale gelecektir. Görüldüğü üzere bulunan çözüm yöntemlerinin kullanılması başta insanların can ve mal güvenliği olmak üzere birçok alanda fayda sağlayacaktır.

3.9. UYGULAMANIN τ -DEĞERİ İLE ÇÖZÜMÜ

Oyuncuların kümesi $N = \{1, 2, 3\}$ ve koalisyon değerleri

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$c(S)$	0	6	4.4	1.4	7.2	7.4	5.8	8.6

şeklindedir. Bu oyunun τ -değeri hesaplanacaktır. İlk olarak oyuncuların marjinal vektörleri bulunmalıdır.

$\langle N, c \rangle$ oyunu verilsin. Bir oyuncunun marjinal vektörü (üst vektörü)

$$M_i(c) := c(N) - c(N \setminus \{i\})$$

olarak tanımlanır. Aynı şekilde oyuncunun alt vektörü ise

$$m_i(c) := \max_{S: i \in S} \left(c(S) - \sum_{j \in S \setminus \{i\}} M_j(c) \right)$$

olarak tanımlanır.

$$M_1(c) = c(N) - c(\{2, 3\}) = 8.6 - 5.8 = 2.8,$$

$$M_2(c) = c(N) - c(\{1, 3\}) = 8.6 - 7.4 = 1.2,$$

$$M_3(c) = c(N) - c(\{1, 2\}) = 8.6 - 7.2 = 1.4$$

olup marjinal vektör $M(c) = (2.8, 1.2, 1.4)$ olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} m_1(c) &= \max \{c(1), c(12) - M_2, c(13) - M_3, c(N) - M_2 - M_3\} \\ &= \max \{6, 7.2 - 1.2, 7.4 - 1.4, 8.6 - 1.2 - 1.4\} \\ &= \max \{6, 6, 6, 6\} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2(c) &= \max \{c(2), c(12) - M_1, c(23) - M_3, c(N) - M_1 - M_3\} \\ &= \max \{4.4, 7.2 - 2.8, 5.8 - 1.4, 8.6 - 2.8 - 1.4\} \\ &= \max \{4.4, 4.4, 4.4, 4.4\} \\ &= 4.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3(c) &= \max \{c(3), c(13) - M_1, c(23) - M_2, c(N) - M_1 - M_2\} \\ &= \max \{1.4, 7.4 - 2.8, 5.8 - 1.2, 8.6 - 2.8 - 1.2\} \\ &= \max \{1.4, 4.6, 4.6, 4.6\} \\ &= 4.6 \end{aligned}$$

$m(c) = (6, 4.4, 4.6)$ olarak elde edilir.

Biliyoruz ki,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(c) = c(N) = 8.6$$

olmalıdır. O zaman,

$$\begin{aligned} \tau(c) &= \alpha.m + (1 - \alpha)M \\ &= \alpha(6, 4.4, 4.6) + (1 - \alpha)(2.8, 1.2, 1.4) \\ &= (6\alpha, 4.4\alpha, 4.6\alpha) + (2.8 - 2.8\alpha, 1.2 - 1.2\alpha, 1.4 - 1.4\alpha) \\ &= (2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha, 1.4 + 3.2\alpha) \end{aligned}$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
c(N) &= \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \\
8.6 &= 2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha, 1.4 + 3.2\alpha \\
8.6 &= 5.4 + 9.6\alpha \\
3.2 &= 9.6\alpha \\
\alpha &= 0.33
\end{aligned}$$

O halde τ -değeri,

$$\begin{aligned}
\tau(c) &= (2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha, 1.4 + 3.2\alpha) \\
&= (2.8 + 1.056, 1.2 + 1.056, 1.4 + 1.056) \\
&= (3.856, 2.256, 2.456)
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

τ -değerini bulduktan sonra $\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için popülasyona bağlı monoton paylaşım şemasını (PMAS) oluşturalım.

N koalisyonu için τ -değeri,

$$\tau(c) = (3.856, 2.256, 2.456)$$

şeklindedir. O zaman şemanın N koalisyonu için satırı sırasıyla; 3.856, 2.256, 2.456 olur.

Şimdi $\{1, 2\}$ koalisyonu için τ -değerini bulalım. 3. oyuncu koalisyona girmedikinden şemada * işareti kullanılmıştır. Yani, * işareti oyuncunun koalisyona girmedikini göstermektedir. $\{1, 2\}$ kümesindeki elemanların marjinal vektörleri,

$$M_1(c) = c(N) - c(2) = 7.2 - 4.4 = 2.8,$$

$$M_2(c) = c(N) - c(1) = 7.2 - 6 = 1.2$$

olup marjinal vektör $M(c) = (2.8, 1.2)$ olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
m_1(c) &= \max \{c(1), c(12) - M_2\} \\
&= \max \{6, 7.2 - 1.2\} \\
&= \max \{6, 6\} \\
&= 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2(c) &= \max \{c(2), c(12) - M_1\} \\
&= \max \{4.4, 7.2 - 2.8\} \\
&= \max \{4.4, 4.4\} \\
&= 4.4
\end{aligned}$$

$m(c) = (6, 4.4)$ olarak elde edilir.

Biliyoruz ki,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(c) = c(N) = 7.2$$

olmalıdır. O zaman,

$$\begin{aligned}
\tau(c) &= \alpha m + (1 - \alpha)M \\
&= \alpha(6, 4.4) + (1 - \alpha)(2.8, 1.2) \\
&= (6\alpha, 4.4\alpha) + (2.8 - 2.8\alpha, 1.2 - 1.2\alpha) \\
&= (2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha)
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

$$\begin{aligned}
c(N) &= \tau_1 + \tau_2 \\
7.2 &= 2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha \\
7.2 &= 4 + 6.4\alpha \\
\alpha &= 0.5
\end{aligned}$$

O halde τ -değeri,

$$\begin{aligned}
\tau(c) &= (2.8 + 3.2\alpha, 1.2 + 3.2\alpha,) \\
&= (2.8 + 1.6, 1.2 + 1.6) \\
&= (4.4, 2.8)
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

$\{1, 2\}$ koalisyonu için τ -değeri,

$$\tau(c) = (4.4, 2.8)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{1, 2\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; 4.4, 2.8, * olur.

Şimdi $\{1, 3\}$ koalisyonu için τ -değerini bulalım. 2. oyuncu koalisyona girmedikten şemada * işareti kullanılmıştır. Yani, * işareti oyuncunun koalisyona girmedikini göstermektedir. $\{1, 3\}$ kümesindeki elemanların marjinal vektörleri,

$$M_1(c) = c(N) - c(3) = 7.4 - 1.4 = 6,$$

$$M_3(c) = c(N) - c(1) = 7.4 - 6 = 1.4$$

olup marjinal vektör $M(c) = (6, 1.4)$ olarak elde edilir.

$$\begin{aligned} m_1(c) &= \max \{c(1), c(13) - M_3\} \\ &= \max \{6, 7.4 - 1.4\} \\ &= \max \{6, 6\} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_3(c) &= \max \{c(3), c(13) - M_1\} \\ &= \max \{1.4, 7.4 - 6\} \\ &= \max \{1.4, 1.4\} \\ &= 1.4 \end{aligned}$$

$m(c) = (6, 1.4)$ olarak elde edilir.

Biliyoruz ki,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(c) = c(N) = 7.4$$

olmalıdır. O zaman,

$$\begin{aligned}
\tau(c) &= \alpha.m + (1-\alpha)M \\
&= \alpha(6,1.4) + (1-\alpha)(6,1.4) \\
&= (6\alpha, 1.4\alpha) + (6-6\alpha, 1.4-1.4\alpha) \\
&= (6, 1.4)
\end{aligned}$$

olarak bulunur.

$\{1,3\}$ koalisyonu için τ -değeri,

$$\tau(c) = (6, 1.4)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{1,3\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; 6, *, 1.4 olur.

Şimdi $\{2,3\}$ koalisyonu için τ -değerini bulalım. 1. oyuncu koalisyona girmediğinden şemada * işareti kullanılmıştır. Yani, * işareti oyuncunun koalisyona girmediğini göstermektedir. $\{2,3\}$ kümesindeki elemanların marjinal vektörleri,

$$M_2(c) = c(N) - c(3) = 5.8 - 1.4 = 4.4,$$

$$M_3(c) = c(N) - c(2) = 5.8 - 4.4 = 1.4$$

olup marjinal vektör $M(c) = (4.4, 1.4)$ olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
m_2(c) &= \max \{c(2), c(23) - M_3\} \\
&= \max \{4.4, 5.8 - 1.4\} \\
&= \max \{4.4, 4.4\} \\
&= 4.4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3(c) &= \max \{c(3), c(23) - M_2\} \\
&= \max \{1.4, 5.8 - 4.4\} \\
&= \max \{1.4, 1.4\} \\
&= 1.4
\end{aligned}$$

$m(c) = (4.4, 1.4)$ olarak elde edilir.

Biliyoruz ki,

$$\sum_{i \in N} \tau_i(c) = c(N) = 5.8$$

olmalıdır. O zaman,

$$\begin{aligned} \tau(c) &= \alpha.m + (1-\alpha)M \\ &= \alpha(4.4, 1.4) + (1-\alpha)(4.4, 1.4) \\ &= (4.4\alpha, 1.4\alpha) + (4.4 - 4.4\alpha, 1.4 - 1.4\alpha) \\ &= (4.4, 1.4) \end{aligned}$$

olarak bulunur.

$\{2, 3\}$ koalisyonu için τ -değeri,

$$\tau(c) = (4.4, 1.4)$$

olarak bulunur. Böylece şemanın $\{2, 3\}$ koalisyonu için satırı sırasıyla; *, 4.4, 1.4 olur.

Şimdi de $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için τ -değerini bulalım. Tek koalisyonlu durumlarda τ -değeri direkt o koalisyon değerine eşit olduğundan, $\{1\}$ koalisyonu için τ -değeri $c(1)$ 'e, $\{2\}$ koalisyonu için τ -değeri $c(2)$ 'ye ve $\{3\}$ koalisyonu için ise τ -değeri $c(3)$ 'e eşittir.

O zaman şemanın $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ koalisyonları için satırları sırasıyla; $(6, *, *)$, $(*, 4.4, *)$, $(*, *, 1.4)$ şeklindedir.

Bu bilgilere dayanarak gider paylaşım şeması aşağıda vermiştir.

S	1	2	3
123	3.856	2.256	2.456
12	4.4	2.8	*
13	6	*	1.4
23	*	4.4	1.4
3	*	*	1.4
2	*	4.4	*
1	6	*	*

τ -değeri hesaplanarak bulunan çözümlerin hangi oyuncular için kaliteli olduğunu göstermek amacıyla hazırlanan şema yukarıda gösterilmiştir. Gider dağıtım şemasının her bir oyuncu için PMAS olup olmadığını kontrol edelim. Oyunculardan birinin çözümü koalisyon yapmaya teşvik edici olmadığı zaman bu gider paylaşım şeması kaliteli değildir. PMAS olması için bu şemanın koalisyon yapmaya teşvik edici olması gerekmektedir.

Oyun gider oyunu olduğu için oyuncular kendisinden büyük koalisyona girdikçe giderin azalması gerekir. 1. oyuncu kendisinden büyük koalisyona girdikçe gideri azaldığı için PMAS'tır. 1. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 6 km mesafededir. 1. oyuncu ile 3. oyuncu koalisyona girdiği zaman bu mesafe değişmemektedir. 1. oyuncu ile 2. oyuncu koalisyona girdiğinde ise bu mesafe 4.4 km'ye düşmektedir. Bu durumda 1. oyuncunun 2. oyuncu ile koalisyona girmesi tek başına oyuna girmesinden daha avantajlıdır. Ancak τ -değerine göre 1. oyuncu, 2. oyuncu ve 3. oyuncunun birlikte koalisyona girmesi 1. oyuncunun mesafesini daha da azaltacaktır. Bu koalisyondan 1. oyuncunun kaynağa olan mesafesi 3.856 km'ye düşecektir. Sonuç olarak oyuncular kendisinden büyük koalisyona girdikçe gider azalmaktadır. Bu yüzden 1. oyuncu için bu şema PMAS'tır.

Kendisinden büyük koalisyona girdikçe gideri azaldığı için 2. oyuncu da PMAS'tır. 2. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 4.4 km mesafededir. 2. oyuncu ile 3. oyuncu koalisyona girdiği zaman bu mesafe değişmemektedir. 2. oyuncu ile 1. oyuncu koalisyona girdiğinde ise bu mesafe 2.8 km'ye düşmektedir. Bu durumda 2. oyuncunun 1. oyuncu ile koalisyona girmesi tek başına oyuna girmesinden daha avantajlıdır. Ancak τ -değerine göre 1. oyuncu, 2. oyuncu ve 3. oyuncunun birlikte

koalisyonu girmesi 2. oyuncunun mesafesini daha da azaltacaktır. Bu koalisyonda 2. oyuncunun kaynağa olan mesafesi 2.256 km'ye düşecektir. Gider paylaşım şeması 2. oyuncu için de PMAS'tır.

Bu şema 3. oyuncu için PMAS değildir. Çünkü kendisinden büyük koalisyona girdikçe gideri artmaktadır. 3. oyuncu tek başına oyuna girdiği zaman kaynağa 1.4 km mesafededir. 3. oyuncu ile hem 2. oyuncu hem de 1. oyuncu koalisyona girdiği zaman bu değer değişmemektedir. Ancak hep birlikte koalisyona girdiklerinde 3. oyuncunun gideri artmaktadır. 3. oyuncunun kaynağa olan mesafesi 2.456 km olmaktadır. Bunun sonucunda hep birlikte koalisyona girmeleri 3. oyuncu için avantajlı değildir ve çözüm kaliteli değildir.

Sonuç olarak Shapley değerine ve τ -değerine göre oyuncuların $\{12\}, \{13\}$ ve $\{23\}$ koalisyon değerleri aynıdır. Toplanma alanlarından kaynağa ulaşmak için yapılacak olan koalisyonlar Shapley değeri çözümünde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

Şimdi hangi oyuncunun hangi çözüm yöntemini seçmesi gerektiğini söyleyebiliriz. Shapley değeri çözümünün 1. oyuncu, 2 oyuncu ve 3. oyuncu için uygun bir çözüm olduğu sonucuna ulaşılmıştır. τ -değeri çözümünün 1. oyuncu ve 2. oyuncu için uygun olduğu 3. oyuncu için uygun bir çözüm olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. 1.oyuncu τ -değerini seçerse kaynağa Shapley değerine göre daha az giderle bağlanacaktır. 2. oyuncu da τ -değerini seçerse kaynağa Shapley değerine göre daha az giderle bağlanacaktır. 3. oyuncu ise Shapley değerini seçerse kaynağa τ -değerine göre daha az giderle bağlanacaktır.

Olası bir afet durumunda;

- Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerin τ -değerini seçmeleri gerekir.
- Çünür Şevket Demirel Anaokulunda toplanan afetzedelerin τ -değerini seçmeleri gerekir.
- Modernevler Sağlık Parkında toplanan afetzedelerin Shapley değerini seçmeleri gerekir.

SONUÇ

Çalışmada ilk olarak oyun teorisine ilişkin genel bilgiler verilmiştir. Daha sonra işbirlikçi olmayan oyun teorisi ve işbirlikçi oyun teorisinden bahsedilmiştir. İşbirliğine dayalı olmayan oyunlarda şahıslar veya şirketler her zaman kendi kişisel kârlarını maksimize etmeye çalışmaktadırlar. Bu bağlamda işbirlikçi olmayan oyun teorisinin en önemli çözüm araçlarından biri olan Nash dengesi de bireyin tercihlerini diğerinin tercihlerine bağlı olarak en iyi şekilde seçmesini sağlar. Ağaç şeklinde modellenen oyunlar ise iyi hazırlandığı takdirde kazanmaya doğru gidecek en iyi durumu seçmeye yarar ve dolayısıyla her zaman kazanç sağlar. Birinci oyuncunun kazancı diğer oyuncunun kaybına eşit olduğu durumlar sıfır toplamlı oyunlardır. Sıfır toplamlı oyunlarda oyuncuların çıkarları çakışır durumdadır. Bu durumda oyuncular arasında işbirliğine gitmek imkânsızdır.

İşbirlikçi oyun teorisinde ise oyuncular işbirliği yaparak kazançlarını daha çok arttırabilecekler ya da kayıplarını daha aza indirebileceklerdir. İşbirliği yapmak isteyen şahıslar veya şirketlerin nasıl koalisyon oluşturacağı, oluşturulan koalisyonların üyeleri arasında kazançların ve kayıpların adaletli bir şekilde nasıl dağıtılacağı ile ilgili çözüm yöntemleri verilmiştir. İşbirlikçi oyun teorisinin en önemli çözüm yöntemlerinden olan kısıt kümesi, çekirdek kümesi, Shapley değeri ve τ -değeri MATLAB programı kullanılarak iki boyutlu düzlem üzerinde gösterilmiştir. Zira MATLAB'ın en önemli elemanı matrislerdir. Matrisler yardımıyla matematiksel işlemler daha kolay ve hızlı bir şekilde çözümlenmektedir.

Bu çalışmada minimum giderli ağaç oyunu uygulamaları oyun teorisi kullanılarak modellenmiş ve minimum giderli ağaç oyunlarının kullanım alanlarından bahsedilmiştir. Minimum giderli ağaç bulmak için önemli algoritmalar olan Prim ve Kruskal algoritması kullanılmış ve bu algoritmalar örnekler üzerinde çözümlenmiştir. Program yardımı olmadan çözülen örneklerde sonuca basit bir şekilde ulaşabilmek için 7-düğümlü ağ yapısı (graf) kullanılmıştır. Daha fazla düğüm sayısına sahip karmaşık ağ yapılarında çözüme kolay ve hızlı bir şekilde ulaşabilmek için MATLAB uygulamasından yararlanmak gerekmektedir. Bu sebeple çalışmamızda yer verilen örnekler ayrıca MATLAB uygulaması üzerinde de gösterilmiştir.

Yapılan bu çalışmada her minimum giderli ağaç oyununun çekirdek elemanını sağlayan popülasyona bağlı monoton paylaşım şeması (PMAS) incelenmiştir. Kazanç oyununda ve maliyet oyununda PMAS farklı şekillerde çözülmektedir. Her iki tür oyunda da örnekler verilerek PMAS hesaplaması yapılmıştır. Kazanç oyununda her oyuncu kendisinden büyük koalisyona girdikçe kazancını arttırmalıdır. Gider oyununda ise kendisinden büyük koalisyona girdikçe giderini azaltmalıdır. Sonuç olarak PMAS şeması kaliteli ve teşvik edici olmalıdır. Kaliteli olmayan çözümler ise Çıkarma (Subtraction) algoritması kullanılarak kaliteli hale getirilmiştir.

Çalışmanın uygulama kısmında afet durumu ele alınmıştır. Bu kapsamda afet sonrasında bireylerin kendilerini güvende hissedecekleri toplanma yerleri ile sonrasında yerleşecekleri geçici barınma yerleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Çalışmada da belirtildiği üzere afet durumunda öncelik her zaman bireylerin can ve mal güvenliğinin sağlanmasıdır. Söz konusu amaca ulaşabilmek için hızlı, etkili ve doğru karar vermek gerekmektedir. Bu çerçevede minimum zarar veya maksimum kâr elde etmeyi hedefleyen oyun teorisinin afet durumuna da uygulanması söz konusu amaçların gerçekleşmesinde hiç şüphesiz büyük faydalar sağlayacaktır.

Uygulamada belirlenen toplanma alanlarının geçici barınma yerleri ile bağlantısının oluşturulması neticesinde minimum giderli ağaç elde edilmiştir. Verilen çözümlerin hangi oyuncular için kaliteli olduğunu göstermek amacıyla ilk olarak Shapley değeri ve τ -değerine göre popülasyona bağlı monoton gider paylaşım şeması oluşturulmuştur. Shapley değerine göre ortaya çıkan sonuçta çözümün kaliteli olduğu görülmüştür. Örneğin Mehmet Töngü Mahalle Parkında toplanan afetzedelerin ve Çünür Şevket Demirel Anaokulu bahçesinde toplanan afetzedelerle Fuar alanına gitmeleri Shapley değerine göre kalitelidir. Ya da söz konusu üç toplanma yeri arasında kurulacak bir ağda Modernler Mahallesi Sağlık Parkının da koalisyona dâhil edilmesi kaliteli bir çözüm olacaktır.

τ -değerine göre 3. oyuncunun çözümü koalisyon yapmaya teşvik edici olmadığı için gider paylaşım şeması kaliteli değildir. Ancak 1. oyuncu ve 2. oyuncu kendisinden büyük koalisyona girdikçe gideri azaldığı için PMAS'tır. Örneğin τ -değerine göre Mehmet Töngü Mahalle Parkı ve Çünür Şevket Demirel Anaokulunun sonucu Shapley değerine göre daha az giderli çıkmıştır. Onlar için hep birlikte koalisyon yapmak daha

avantajlı olacaktır. Sonuç olarak τ -değerine göre Modernvler Mahallesi Sağlık Parkının hep birlikte koalisyona girmemesinin daha avantajlı olacağı öngörülmektedir.

Yapılan çalışmalar sonucunda olası bir afet durumunda;

- Mehmet Töngre Mahalle Parkında toplanan afetzedelerin τ -değerini seçmeleri gerekir.
- Çünür Şevket Demirel Anaokulunda toplanan afetzedelerin τ -değerini seçmeleri gerekir.
- Modernvler Sağlık Parkında toplanan afetzedelerin Shapley değerini seçmeleri gerekir.



KAYNAKÇA

- Acar, Durmuş-Usul, Hayrettin-Ünal, Güler Ferhan, “Bağımsız Denetim Maliyetinin İşbirlikçi Oyun Modeli Yaklaşımıyla Minimizasyonu”, *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 2013, c. 9, S. 18, ss. 1-17.
- Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı, Açıklamalı Afet Terimleri Sözlüğü, 2014, Ankara.
- Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı, Geçici Barınma Merkezlerinin Kurulması, Yönetimi Ve İşletilmesi Hakkında Yönerge, 04.11.2015, S. 34202324-020/23796.
- Akdağ, Yeşim, “Oyun Teorisi Yaklaşımı İle Reklam Aracı Seçim Sürecinin Ekonomiye Etkileri: Bulanık TOPSIS Yöntemiyle Vakıf Üniversitelerinin Eğitim Sektörü Üzerine Bir Uygulama”, İstanbul Aydın Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 2015.
- Aktan, Coşkun Can-Bahçe, Abdullah Burhan, “Kamu Tercihi Perspektifinden Oyun Teorisi” içinde: C.C.Aktan-Dilek Dileyici, *Modern Politik İktisat: Kamu Tercihi*: Ankara: Seçkin Yayınları, 2007, ss. 1-16.
- Aktel, Mehmet-Çağlar, Nedret, “İsparta İli Afet (Kriz) Yönetim Yapılanması Üzerine Bir Çalışma”, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 2007, C. 12, S. 3 ss. 147-162.
- Alparslan Gök, Sırma Zeynep, “Cooperative Interval Games”, Middle East Technical University, Institute of Applied Mathematics, PhD Dissertation Thesis, Ankara, 2009.
- Alptekin, Esin-Şahin, S. Tuğba, *Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri*, 5. Baskı, Gazi Kitabevi, Ankara, Haziran, 2012.
- Altan, Senem, “Oyun Teorisi”, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1998.
- Aplak, Hakan Soner, “Karar Verme Sürecinde Bulanık Mantık Bazlı Oyun Teorisi Uygulamaları”, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Ankara, 2010.
- Aslan, Hakan Murat-Yıldız, Mehmet Selami-Uysal, H.Tezcan, “Afet İstasyonlarının Kuruluş Yeri Seçiminde Bulanık TOPSIS Yönteminin Uygulanması: Düzce’de Bir Lokasyon Analizi”, *Siyaset, Ekonomi ve Yönetim Araştırmaları Dergisi*, 2015, Yıl:3, C. 3, S. 2, ss. 111-128.

- Aumann, Robert, “Survey of Repeated Games”, in Essays in Game Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern, *Bibliographisches Institut*, Mannheim, 1981, ss. 11-42.
- Bağış Akkaya, Meltem, “Gizli Anlaşma: Oyun Teorisi Yaklaşımı”, Rekabet Kurumu, Uzmanlık Tezleri Serisi No:24, Ankara, 2003.
- Biçici, Ümit, “Dağıtım Kanallarında Oyun Teorisi Yaklaşımının Kullanımı ve Bir Uygulama”, Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 2009.
- Bird, C. G., “On Cost Allocation for a Spanning Tree: A Game Theoretic Approach”, *Networks*, C. 6, S. 4, ss. 335-350.
- Branzei, Rodica-Dimitrov, Dinko-Tijs, Stef, *Models in Cooperative Game Theory*, Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- Chapra, Steven C.-Canale, Raymond P., *Yazılım ve Programlama Uygulamalarıyla Mühendisler İçin Sayısal Yöntemler*, Çev: Heperkan, Hasan-Kesgin, Uğur, Literatür Yayınları: 82, 4. Baskı, İstanbul, 2008.
- Claus, A.-Kleitman, D. J., “Cost Allocation for a Spanning Tree”, 1973, *Networks*, C. 3, S. 4, ss. 289-304.
- Cournot, Augustin, *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, 1838, Çev. Bacon, Nathaniel, New York: Macmillan, 1897.
- Curiel, Imma, *Cooperative Game Theory and Applications: Cooperative Games Arising from Combinatorial Optimization Problems*, Springer-Verlag, 1997.
- Çınar, Ali Kemal-Akgün, Yenal-Maral, Hüseyin, “Afet Sonrası Acil Toplanma ve Geçici Barınma Alanlarının Planlanmasındaki Faktörlerin İncelenmesi: İzmir-Karşıyaka Örneği”, *TMMOB Şehir Plancıları Odası Planlama Dergisi*, 2018, 28(2), ss. 179-200.
- Çolak, Ömer Faruk-Bekmez, Selahattin, *Kayıtdışı Ekonomi ve Siyasal Tercihler: Bir Oyun Teorisi Analizi*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, 2007.
- Çölkesen, Rifat, *Bilgisayar Mühendisliği ve Yazılım Tasarımında Veri Yapıları ve Algoritmalar*, Papatya Yayıncılık, 8. Basım, İstanbul, 2013.
- Çubukçu, Hüseyin Avni, “Oyun Teorisi ve Bir Uygulama”, Akdeniz Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Antalya, 2016.
- Demir, Fatih, “Gri Sistem Teorisi ve Oyun Teorisi İle Döviz Yatırım Stratejisi Belirlemeye Yönelik Bir Uygulama” Karadeniz Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Trabzon, 2017.

- Demirci, Merve-Şahinkul, Vesile-Eren, Tamer, “Oyun Teorisi Yaklaşımı ile Portföy Yönetimi Optimizasyonu Hisse Yatırımı Uygulaması”, *Bankacılık ve Finansal Araştırmalar Dergisi (BAFAD)*, 2017, C.4, S.1, ss. 21-37.
- Dijkstra, Edsger W., “A Note On Two Problems In Connexion With Graphs”, *Numeriche Mathematik* 1, 1959, ss. 269-271.
- Edgeworth, F. Ysidro, *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, London: Kegan Paul & Co., 1881.
- Esen, H. Öner, *Uygulamalı Yöneylem Araştırması: Yöneticiler İçin Bilgisayar Destekli Karar Modelleri*, Çağlayan Kitabevi, Birinci Baskı, İstanbul, 2008.
- Gillies, Donald, “Solutions to General Non-Zero-Sum Games” In: Tucker, A.W. and Luce, R.D. (Eds.), Contributions to theory of games IV, *Annals of Mathematical Studies* 40, Princeton University Press, Princeton, 1959, ss. 47-85.
- Graham, Ronald L.-Hell, Pavol, “On the History of the Minimum Spanning Tree Problem”, *Annals of the History of Computing*, 1985, C. 7, S. 1, ss. 43-57.
- Guseinov, Khalik G.-Akyar, Emrah-Düzce, Serkan A., *Oyun Teorisi: Çatışma ve Anlaşmanın Ekonomik Modelleri*, Seçkin Yayıncılık, Gözden Geçirilmiş 3. Baskı, Ankara, 2014.
- Harsanyi, John C., “A bargaining model for the cooperative N-person game”. In Contributions to the Theory of Games Vol. 4, eds. A. W. Tucker and R. D. Luce, *Princeton: Princeton University Press*, 1959, ss. 325-355.
- Harsanyi, John C., “Games with Incomplete Information Played by “Bayesian” Players, I-III”, *Management Science*, C. 14, S. 3, 1967, ss. 159-182.
- Hücümen, Murat, “Oyun Teorisi ve Firmaların Stratejik Davranışlarının Modellenmesi”, Kocaeli Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli, 2007.
- Hücümen, Murat-Koç, Şevket Alper, “Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Örneklerle Oligopol Piyasasında Denge Analizi” , *Mevzuat Dergisi*, 2009,Yıl: 12, S. 136, ss. 1-21.
- Isparta İl Kültür ve Turizm Müdürlüğü, <https://isparta.ktb.gov.tr/TR-71017/jeolojik-yapi.html>, (Erişim Tarihi: 20.07.2019).
- İnci, Çiğdem, “Oyun Teorisi”, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Van, 2009.
- Kafadar, Tahir, “Stratejik Dış Ticaret Politikaları ve Teknoloji Transferi”, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek lisans Tezi, İstanbul, 2002.

- Karabacak, Hakan, *Herkes İçin Oyun Teorisi: Oyunlar-Kavramlar-Stratejiler*, Seçkin Yayıncılık, Birinci Baskı, Ankara, 2016.
- Koç, Şevket Alper-Hücümen, Murat, “Oyun Teorisi Modelleri Çerçevesinde Firmaların Stratejik Davranışlarının Analizi, *Mevzuat Dergisi*, 2008, Yıl:11, S. 121, ss. 1-15.
- Köseoğlu, Murat, *Afet Yönetimi ve İnsani Yardım “Lojistik Süreçler ve Uygulamalar”*, Nobel Yayıncılık, 1. Basım, Ankara, 2015.
- Kruskal, J. B., 1956, “On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem”, *Proceedings of the American Mathematical Society*, C. 7, S. 1, ss. 48-50.
- Kural, Hakan, “Karar Verme Sürecinde Oyun Teorisi ve Sektörel Uygulamalar”, Dokuz Eylül Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İzmir, 2007.
- Küçükkoç, İbrahim, Arama Algoritması: Minimum Yayılan Ağaç, 2017-2018 Güz Yarıyılı Balıkesir Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü Ders Notları, <http://ikucukkoc.baun.edu.tr/lectures/BMM3101/BMM3101-S4.pdf>, (Erişim Tarihi: 05.04.2019).
- Mahmood, Hani Sh., “Derece Kısıtlı Minimum Yayılan Ağaç Problemi İçin Genetik Algoritmalar”, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2005.
- Moretti, Stefano vd., “Connection Problems in Mountains and Monotonic Allocation Schemes”, *TOP*, 2002, C.10, S.1, ss. 83-99.
- Moretti, Stefano vd., “Connection Situations under Uncertainty and Cost Monotonic Solutions”, *Computers and Operations Research*, 2011, C. 38, S.11, ss. 1638-1645.
- Nabiyev, Vasif Nagifoğlu, *Algoritmalar: Teoriden Uygulamalara*, Seçkin Yayıncılık, Gözden Geçirilmiş Ve Genişletilmiş 3. Baskı, Ankara, 2011.
- Nabiyev, Vasif Nagifoğlu, *Algoritmalar: Teoriden Uygulamalara*, Seçkin Yayıncılık, Gözden Geçirilmiş Ve Genişletilmiş 4. Baskı, Ankara, 2013.
- Nash, John F., “Equilibrium Points in n-Person Games”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1950, C. 36, S. 1, ss. 48-49.
- Nash, John F., “Non-Cooperative Games”, *The Annals of Mathematics*, Second Series, 1951, C. 54, S. 2, ss. 286-295.

- Nash, John F., “The Bargaining Problem”, *Econometrica*, 1951, C. 18, S. 2, ss. 155-162.
- Nash, John F., “Two-Person Cooperative Games”, *Econometrica*, 1953, C. 21, S. 1, ss. 128-140.
- Norde, Henk-Moretti, Stefano-Tijs, Stef, “Minimum Cost Spanning Tree Games and Population Monotonic Allocation Schemes”, *CentER Discussion Paper*, Tilburg University, Tilburg, The Netherlands, 2001, C.18, ss. 1-18.
- Olgun, Mehmet Onur, “İşbirlikçi Gri Stok Oyunları”, Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Isparta, 2017.
- Olgun, Mehmet Onur-Özdemir, Gültekin, İşbirlikçi Stok Oyunları, *Süleyman Demirel Üniversitesi Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 3(1), 2015, ss. 71-75.
- Özer, Osman Orkan, “Oyun Teorisi ve Tarımda Uygulanması”, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Semineri, Ankara, 2004.
- Öztürk, Ahmet, *Yöneylem Araştırması*, Ekin Yayınevi, 15. Baskı, Bursa, 2014.
- Palancı, Osman, “İşbirlikçi Aralık Oyunları: Aralık Çözümlerinin Aksiyomatik Karakterizasyonları ve Bazı Uygulamalar”, Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Isparta, 2016.
- Prim, Robert C., (1957), “Shortest Connection Networks and Some Generalizations”, *Bell System Technical Journal*, C. 36, S. 6, ss. 1389-1401.
- Schmeidler, David, “The Nucleolus of a Characteristic Function Game”. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, John Wiley&Sons, New York, 1969, C. 17, S. 6, ss. 1163-1170.
- Shapley, Lloyd S., “A Value for n-Person Games”, *Annals of Mathematics Studies*, 1953, C. 28, ss. 307-317.
- Shapley, Lloyd S.-Shubik, Martin, “The Assignment Game I: The Core”, *International Journal of Game Theory*, 1971, C. 1, S. 1, ss. 111-130.
- Shubik, Martin, “Strategy and Market Structure: Competition Oligopoly and the Theory of Games, New York, 1959.
- Sprumont, Yves, “Population Monotonic Allocation Schemes for Cooperative Games with Transferable Utility”, *Games and Economic Behavior*, 1990, C. 2, S. 4, ss. 378-394.

- Şahin, Yusuf-Altın, Fatma Gül, “Çadırkent Yer Seçimi Problemi İçin Bir Atama Modeli: Isparta Örneği”, *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 2016, c. 8, S. 16, ss. 323-336.
- Şayin, Cevat, “Toplu Pazarlık Stratejisinin Geliştirilmesinde Oyun Teorisinin Kullanılabilirliği”, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, İstanbul, 2012.
- Şengül, Mihriban-Turan, Menaf, “Erciş Depremi Örneğinde Afet Sonrası Geçici Yerleşim Alanlarında Yönetim Uygulamaları ve Sorunları”, *Mülkiye Dergisi*, 2012, C. XXXVI, S. 274, ss. 113-148.
- T.C. İçişleri Bakanlığı Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı, https://www.afad.gov.tr/upload/Node/39521/xfiles/toplanma_alanlari.pdf, (Erişim Tarihi: 01.08.2019).
- T.C. Isparta Valiliği İl Afet ve Acil Durum Müdürlüğü Isparta İl Afet Müdahale Plan Taslağı, Ocak, 2014.
- Thomson, William, “Population-Monotonic Solutions to the Problem of Fair Division When Preferences are Single-Peaked”, *Economic Theory*, Springer-Verlag, 1995, C. 5, ss. 229-246.
- Tijs, Stef, “Bounds For The Core of a Game and The τ -Value”, In: Moeschlin O., Pallaschke D. (Eds.), *Game Theory and Mathematical Economics*, North Holland, Amsterdam, 1981, ss. 123-132.
- Tijs, Stef, *Introduction to Game Theory*, Hindustan Book Agency, India, 2003.
- Ünal, Güler Ferhan, “Risk Altında Denetim Maliyetini Minimize edecek Stratejilerin Oyun Teorisi Yaklaşımı ile Belirlenmesi”, Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, Isparta, 2011.
- von Neumann, John- Morgenstern, Oskar, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1944.
- Walker, Paul, A Chronology of Game Theory, 2012, http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm, (Erişim Tarihi: 01.08.2019).
- Wentzell, E. S., *Oyunlar Teorisine Giriş*, Çev.Halil Yüksel, Türk Matematik Derneği, S. 27, İstanbul, 1965.
- Yıldız, Derya-Piroğlu, E. Filiz, “Sekizinci Ulusal Deprem Mühendisliği Konferansı”, 11-15 Mayıs 2015, İstanbul, ss. 1601-1611.

Yumuşak, Nejat-Adak, M. Fatih, *C / C+ + ile Veri Yapıları ve Çözümlü Uygulamalar*, Seçkin Yayıncılık, Kod Anlatımlarıyla Zenginleştirilmiş 2. Baskı, Ankara, 2016.

Zermelo, Ernst, “On an Application of Set Theory to the Theory of the Game of Chess”, Çev: Paul B. Larson, Collected Works, Set Theory, *Springer Science & Business Media*, 2010, C. 1, ss. 269-273.

Zeuthen, Frederik, *Problems of Monopoly and Economic Warfare*, London, Routledge & Kegan Paul Ltd., 1930.



EKLER

Ek 1: Fuar Alanı İle Mahallelerdeki Toplanma Alanları Arasındaki Mesafe

	AKKENT	ANADOLU	BAĞLAR	BAHÇELİEVLER	BATIKENT	ÇÜNÜR	FATİH	GÜLİSTAN	HIZIRBEY	İŞİKKENT	İSKENDER	M. TÖNGE	MODERNEVLER	M. TÜRKEŞ	PİRİMEHMET	SANAYİ	TURAN	YEDİŞEHİTLER	ZAFER	FUAR ALANI
AKKENT	0	7	9,2	8,9	12	5,7	9,8	9,4	10,4	10,9	10,3	8,6	8,5	11	8,8	7,9	9,7	9,2	10	8,3
ANADOLU	7	0	2,9	0,9	5,1	4,9	2,5	2,6	3,5	4	3,6	7,7	0,9	3,2	2,4	1,1	3,3	1,6	2,1	2,3
BAĞLAR	9,2	2,9	0	2,7	3,4	6,7	3,2	0,8	1,6	2,2	2,3	9,1	3,4	2,7	0,6	1,4	1,1	1,8	2,6	4,1
BAHÇELİEVLER	8,9	0,9	2,7	0	4,2	4,6	1,6	2,4	2,9	3,4	3,4	6,8	1	2	3,9	1,5	3,1	1,1	1,2	1,6
BATIKENT	12	5,1	3,4	4,2	0	8	3,3	3,1	2,6	2	5,7	9,2	4,7	2	2,4	2,3	4,2	3	6	5,4
ÇÜNÜR	5,7	4,9	6,7	4,6	8	0	5	7,2	8,2	0	8,2	2,8	3,1	2	1,1	2,9	7,9	4,7	1	4,4
FATİH	9,8	2,5	3,2	1,6	3,3	5	0	3,2	3,5	3,6	4,9	6,3	3,9	2	2,4	2,3	4,7	1,4	2,7	2,7
GÜLİSTAN	9,4	2,6	0,8	2,4	3,1	7,2	3,2	0	1,2	1,7	3	8,9	4	1,3	1,5	8,5	3,6	1,4	2,2	3,9
HIZIRBEY	10,4	3,5	1,6	2,9	2,6	8,2	3,5	1,2	0	1,2	3,4	9,8	3,9	2,4	2,3	1,8	2,7	2,2	3	4,6
İŞİKKENT	10,9	4	2,2	3,4	2	8,2	3,6	1,7	1,2	0	4,6	9,1	4	1,3	1,5	2,3	1	2,7	2,4	4,7
İSKENDER	10,3	3,6	2,3	3,4	5,7	8,2	4,9	3	3,4	4,6	0	9,6	9,1	4,2	1,5	8,5	3,6	1,4	2,2	4,6
M. TÖNGE	8,6	7,7	9,1	6,8	9,2	2,8	6,3	8,9	9,8	9,1	9,6	0	6,3	8	2,9	1,1	1,9	1,5	0	6
MODERNEVLER	8,5	0,9	3,4	1	4,7	4,7	2	3,1	3,9	4	3,9	6,3	0	3	2,9	1,8	3,6	1,8	2	1,4
M. TÜRKEŞ	11	3,2	2,7	2	1,7	6,9	2	2,4	2,4	1,3	4,2	8	3	0	2,9	3	0	1,5	2,5	3,7
PİRİMEHMET	8,8	2,4	0,6	2,2	3,9	7	3,3	1,1	2,3	2,8	1,5	8,5	2,9	2,9	0	1	1,1	2,3	3,7	3,7
SANAYİ	7,9	1,1	1,4	1,5	4,2	7	2,9	2	2,9	3,4	2,3	7,9	1,8	3	1	0	1,9	1,4	2,2	3,1
TURAN	9,7	3,3	1,1	3,1	4,2	7,9	4,7	1,8	2,2	3,1	1	9,4	3,8	3,6	1,1	1,9	0	2,5	3,5	5
YEDİŞEHİTLER	9,2	1,6	1,8	1,1	3,5	5,9	1,4	1,4	2,2	2,7	2,9	7,4	1,9	1,8	1,5	1,4	2,5	0	1	2,8
ZAFER	10	2,1	2,6	1,2	3	6	1	2,2	3	2,4	3,7	7,1	2	1,4	2,3	2,2	3,5	1	0	2,5
FUAR ALANI	8,3	2,3	4,1	1,6	5,4	4,4	2,7	3,9	4,6	4,7	4,6	6	1,4	3,7	3,7	3,1	5	2,8	2,5	0

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler :

Adı ve Soyadı : Hatice Yıldırım
Doğum Yeri ve Yılı : Bucak-1991
Medeni Hali : Evli

Eğitim Durumu :

Lisans Öğrenimi : Kocaeli Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi-
İşletme Bölümü 2015

Yüksek Lisans Öğrenimi : Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

Yabancı Diller ve Düzeyi :

1. İngilizce-56,75 (YÖKDİL)