

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PASTERNAK ZEMİNİ ÜZERİNE OTURAN
KİRİŞLERİN TRİGONOMETRİK KAYMA
DEFORMASYONU TEORİSİNE GÖRE
SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Barış TANRIVERDİ

Ekim, 2019
İZMİR

**PASTERNAK ZEMİNİ ÜZERİNE OTURAN
KİRİŞLERİN TRİGONOMETRİK KAYMA
DEFORMASYONU TEORİSİNE GÖRE
SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**

**Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Doktora Tezi
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Programı**

Barış TANRIVERDİ

**Ekim, 2019
İZMİR**

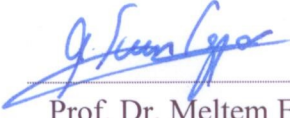
DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

BARIŞ TANRIVERDİ, tarafından **PROF. DR. HİKMET HÜSEYİN ÇATAL** yönetiminde hazırlanan “**PASTERNAK ZEMİNİ ÜZERİNE OTURAN KİRİŞLERİN TRİGONOMETRİK KAYMA DEFORMASYONU TEORİSİNE GÖRE SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir doktora tezi olarak kabul edilmiştir:



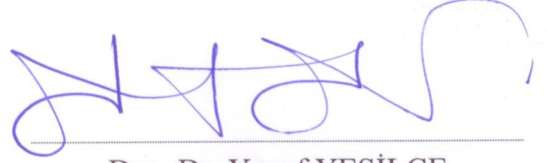
Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL

Yönetici



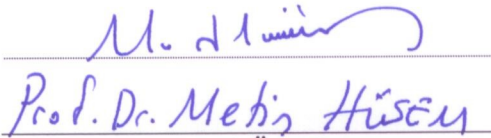
Prof. Dr. Meltem Evren TOYGAR

Tez İzleme Komitesi Üyesi



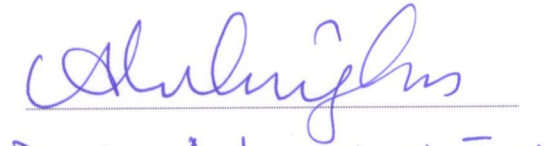
Doç. Dr. Yusuf YEŞİLCE

Tez İzleme Komitesi Üyesi



Prof. Dr. Melis Hüseyin

Jüri Üyesi



Doç. Dr. Ayhan NUHOĞLU

Jüri Üyesi



Prof. Dr. Kadriye ERTEKİN

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim süresince benden destek ve ilgilerini esirgemeyen, akademik bakış açısını kazanmamı sağlarken mühendislik nosyonunu bana aşıl原因; tecrübe, özveri ve bilgileri ile zorda kaldığım durumlardan çıkmamı sağlayan; öğrencisi olmaktan onur duyduğum değerli bilim insanı Sn. Prof. Dr. Hikmet Hüseyin ÇATAL' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Adeta ikinci bir tez danışmanım gibi her türlü kişisel notlarını, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen, tez konusunu belirleme aşamasından itibaren tezin sonlandırılmasına kadar beni yönlendiren değerli hocam Sn. Doç. Dr. Yusuf YEŞİLCE' ye; tez süresince değerli görüş ve katkılarından dolayı Sn. Prof. Dr. Meltem Evren TOYGAR' a ne kadar teşekkür etsem azdır.

Matematiksel olarak zorlandığım problemlerin çözümünde katkılarını sunan, telkinleriyle bana yol gösteren Sn. Prof. Dr. Seval ÇATAL' a ilgi ve destekleri için çok teşekkür ederim.

Her konuda olduğu gibi; çocukluğumdan bu yana eğitim hayatım ile yakından ilgilenen, insan üstü özveri ve emekleri ile bugüne kadar gelmemdeki en büyük dayanaklarım olan Annem Ayşe ve Babam Hakkı TANRIVERDİ' ye en derin şükranlarımı sunarım.

Doktora süreci boyunca desteği, bana göstermiş olduğu anlayışı ve özverisi için değerli hayat arkadaşım Dilek TANRIVERDİ' ye ve çalışmalarım yüzünden yeterince ilgilenemediğim oğlum Hakkı Dora'ya bu sürecin yükünü benimle birlikte üstlendikleri için minnettarım.

Bu tezi babam Hakkı TANRIVERDİ ve oğlum Hakkı Dora başta olmak üzere canım aileme ithaf ediyorum.

Barış TANRIVERDİ

PASTERNAK ZEMİNİ ÜZERİNE OTURAN KİRİŞLERİN TRİGONOMETRİK KAYMA DEFORMASYONU TEORİSİNE GÖRE SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZ

Elastik zemin üzerine oturan kirişlerin serbest titreşim analizi, ilgi çeken güncel araştırma konuları arasında yer almaktadır. Kirişin oturduğu zeminin Winkler hipotezine uygun olduğu kabulü yaygın bir tasarım yaklaşımı olsa da zemin ile kiriş arasındaki kayma etkileşimini dikkate alan Pasternak zemin modelinin kullanımı yapısal davranışı daha iyi temsil etmektedir. Pasternak zemin modelinin yanı sıra, Timoshenko ve Reddy-Bickford gibi polinomik kayma deformasyonu teorilerine kıyasla kinematik olarak daha kapsamlı bir yer değiştirme fonksiyonuna sahip olan Touratier kiriş teorisi bu çalışmada esas alınan hesap modelidir.

Sonlu elemanlar ve benzeri yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen dinamik analizlerden elde edilen sonuçlar, uzun analiz süreleri gerektiren çok sayıda düğüm noktası kullanılmasına rağmen analitik yöntem kullanılarak elde edilen sonuçlarla örtüşmeyebilmektedir. Daha az düğüm noktası kullanımı ile daha kısa sürelerde hassas sonuçlar veren dinamik rijitlik metodu (DRM), diferansiyel quadrature eleman metodu (DQEM), genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı (GDQK) Touratier kirişine uygulanmıştır. Ayrıca tez kapsamında geliştirilen varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM) kullanılarak analitik yöntem sonuçlarıyla örtüşen açısız frekans değerleri elde edilmiştir.

Bu çalışmada, Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki kirişlerin serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Tek açıklık için sabit en kesitli, uçlarından rijit veya yarı-rijit bağlantılı farklı sınır koşulları altında; çok açıklık için sabit veya değişken en kesitli ve uçlarından yarı-rijit bağlantılı olarak modellenen kirişlerin hareket denklemleri DRM, DQEM, GDQK ve VİRM kullanılarak çözülmüş, açısız frekans değerleri Wittrick-Williams algoritması (WWA) ile araştırılmıştır. Elde edilen değerler, analitik yöntem ve elastisite teorisi sonuçları ile tablolarda

karşılaştırılarak yöntemlerin etkinliği ve güvenilirliği ortaya konulmuştur. Düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti ile eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri grafikler ile gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Dinamik rijitlik metodu, diferansiyel quadrature eleman metodu, geliştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı, varyasyonel iteratif rijitlik metodu, touratier kiriş teorisi, serbest titreşim analizi



**FREE VIBRATION ANALYSIS OF BEAMS
RESTING ON PASTERNAK FOUNDATION BASED ON
TRIGONOMETRIC SHEAR DEFORMATION THEORY**

ABSTRACT

Free vibration analysis of beams resting on elastic foundation is among the current research topics of interest. Although it is a common design approach to assume that the foundation where the beam rested on conforms to the Winkler hypothesis, the use of the Pasternak foundation model, which takes into account the shear interaction between the soil and the beam represents the structural behavior better. In addition to Pasternak foundation model, Touratier beam theory, which has a kinematically more extensive displacement function compared to polynomial shear deformation theories such as Timoshenko and Reddy-Bickford, is the mathematical model based on in this study.

The results obtained from dynamic analyzes using finite elements method and similar may not coincide the results obtained by using analytical method, although a large number of nodes requiring long analysis periods are used. Dynamic stiffness method (DSM), differential quadrature element method (DQEM), generalized differential quadrature rule (GDQR), which give precise results in shorter periods with less nodes usage, are applied to Touratier beam. In addition, circular frequency values coincide with the analytical results are obtained by using variational iterative stiffness method (VISM) which has developed within the scope of this thesis.

In this study, free vibration analysis of beams, which are resting on Pasternak foundation, subjected to an axial compressive force is performed. Equation of motions of a Touratier beam resting on Pasternak foundation that have uniform cross-section with different boundary conditions for single-span model and both uniform and non-uniform cross-section with semi-rigid end connections for multi-span model are solved by DSM, DQEM, GDQR and VISM. Circular frequency values of beams are investigated by using Wittrick-Williams algorithm (WWA). The efficiency and

reliability of the methods are presented in tables by comparing the values with those obtained from analytical method and elasticity theory. Transverse displacements, beam slopes, section rotations, shear forces and bending moments according to the position parameter are represented in figures.

Keywords: Dynamic stiffness method, differential quadrature element method, generalized differential quadrature rule, variational iterative stiffness method, Touratier beam theory, free vibration analysis



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
DOKTORA TEZİ SINAV SONUÇ FORMU	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
TABLolar LİSTESİ	xxv

BÖLÜM BİR - GİRİŞ..... 1

1.1 Giriş	1
1.2 Amaç ve Kapsam	3
1.3 Daha Önceden Yapılan Çalışmalar	6
1.4 Yapılan Kabuller	22
1.5 Pasternak Zemin Modeli ve Eksenel Basınç Kuvvetine İlişkin Temel Yaklaşımlar	23
1.5.1 Pasternak Zemin Modeli.....	23
1.5.2 Eksenel Basınç Kuvveti.....	27

BÖLÜM İKİ - YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA DEFORMASYONU

TEORİLERİ..... 29

2.1 Eksenel Kuvvet Etkisindeki Pasternak Zeminine Oturan Touratier Kirişinin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	31
2.2 Eksenel Kuvvet Etkisindeki Pasternak Zeminine Oturan Touratier Kirişinin Hareket Denkleminin Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi.....	38
2.3 Dinamik Rijitlik Metodu (DRM)	40
2.4 Wittrick-Williams Algoritması (WWA)	42

BÖLÜM ÜÇ - DİFERANSİYEL QUADRATURE METODU (DQM) 44

- 3.1 Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Kuralı (GDQK) 46
3.2 Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM) 51
3.3 Diferansiyel Quadrature Metotlarının Touratier Kirişine Uygulanması 53

**BÖLÜM DÖRT - VARYASYONEL İTERATİF RİJİTLİK METODU (VİRM)
..... 60**

- 4.1 Varyasyonel İterasyon Metodu (VİM) 60
4.2 Varyasyonel İteratif Rijitlik Metodu (VİRM) ve Metodun Touratier Kirişine Uygulanması 61

BÖLÜM BEŞ - SAYISAL UYGULAMALAR 68

- 5.1 Örnek 1: Analitik Yöntem ve Dinamik Rijitlik Metoduna (DRM) İlişkin Sayısal Uygulamalar 68
5.2 Örnek 2: GDQK ve DQEM’na İlişkin Sayısal Uygulamalar 101
5.3 Örnek 3: Varyasyonel İteratif Rijitlik Metoduna (VİRM) İlişkin Sayısal Uygulamalar 130
5.4 Örnek 4: Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Tek Açıklıklı ve Sürekli Kirişlere İlişkin Sayısal Uygulamalar 159
5.4.1 Örnek 4.1: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Tek Açıklıklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama 159
5.4.2 Örnek 4.2: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı İki Açıklıklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama 161
5.4.3 Örnek 4.3: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Üç Açıklıklı Sürekli Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama 174
5.4.4 Örnek 4.4: Winkler Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Dört Açıklıklı Basamaklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama 183
5.4.5 Örnek 4.5: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Dört Açıklıklı Basamaklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama 192

BÖLÜM ALTI - SONUÇLAR.....	200
KAYNAKLAR	218
EKLER.....	242



ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Pasternak zeminine oturan temel kirişi ve hesap modeli.....	4
Şekil 1.2 Winkler zemin modeli.....	23
Şekil 1.3 Pasternak zemin modeli	24
Şekil 2.1 Eğilme öncesi ve sonrasında kiriş boy kesitleri.....	30
Şekil 2.2 Pasternak zeminine oturan aksenal basınç kuvveti etkisindeki kiriş	32
Şekil 5.1 Pasternak zeminine oturan aksenal yüklü kiriş modeli.....	69
Şekil 5.2 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	83
Şekil 5.3 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	83
Şekil 5.4 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	84
Şekil 5.5 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	84
Şekil 5.6 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	85
Şekil 5.7 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme	

momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$).....	85
Şekil 5.8 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$).....	86
Şekil 5.9 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h =$ $10; P_r = 0,5$).....	86
Şekil 5.10 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$).....	87
Şekil 5.11 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$).....	87
Şekil 5.12 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$).....	88
Şekil 5.13 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$).....	88
Şekil 5.14 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$).....	89
Şekil 5.15 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş	

	kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	89
Şekil 5.16	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	90
Şekil 5.17	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	90
Şekil 5.18	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	91
Şekil 5.19	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$).....	91
Şekil 5.20	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	92
Şekil 5.21	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	92
Şekil 5.22	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	93
Şekil 5.23	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş	

kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$)	93
Şekil 5.24 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$)	94
Şekil 5.25 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10; P_r = 0,5$)	94
Şekil 5.26 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$)	95
Şekil 5.27 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş giriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$)	95
Şekil 5.28 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$)	96
Şekil 5.29 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$)	96
Şekil 5.30 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5; P_r = 0,5$)	97
Şekil 5.31 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş	

	eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)	97
Şekil 5.32	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)	98
Şekil 5.33	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	98
Şekil 5.34	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	99
Şekil 5.35	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	99
Şekil 5.36	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	100
Şekil 5.37	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$).....	100
Şekil 5.38	Pasternak zeminine oturan, eksenel yüklü kiriş modeli	101
Şekil 5.39	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)	121

- Şekil 5.40 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş giriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 121
- Şekil 5.41 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 122
- Şekil 5.42 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 122
- Şekil 5.43 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 123
- Şekil 5.44 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 123
- Şekil 5.45 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 124
- Şekil 5.46 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş giriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 124
- Şekil 5.47 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 125

- Şekil 5.48 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 125
- Şekil 5.49 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 126
- Şekil 5.50 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 126
- Şekil 5.51 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 127
- Şekil 5.52 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 127
- Şekil 5.53 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 128
- Şekil 5.54 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 128
- Şekil 5.55 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$) 129

Şekil 5.56 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)	129
Şekil 5.57 Pasternak zeminine oturan, eksenel yüklü kiriş modeli	130
Şekil 5.58 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	150
Şekil 5.59 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	150
Şekil 5.60 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	151
Şekil 5.61 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	151
Şekil 5.62 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	152
Şekil 5.63 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	152
Şekil 5.64 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş	

	düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	153
şekil 5.65	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	153
şekil 5.66	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	154
şekil 5.67	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	154
şekil 5.68	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	155
şekil 5.69	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	155
şekil 5.70	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	156
şekil 5.71	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	156
şekil 5.72	Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmif kesit	

dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	157
Şekil 5.73 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	157
Şekil 5.74 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	158
Şekil 5.75 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)	158
Şekil 5.76 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı kiriş	159
Şekil 5.77 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı sürekli kiriş	161
Şekil 5.78 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	162
Şekil 5.79 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	163
Şekil 5.80 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	164
Şekil 5.81 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	165

Şekil 5.82 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	166
Şekil 5.83 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	167
Şekil 5.84 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	168
Şekil 5.85 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait giriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	169
Şekil 5.86 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	170
Şekil 5.87 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	171
Şekil 5.88 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	172
Şekil 5.89 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	173
Şekil 5.90 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı sürekli giriş.....	175
Şekil 5.91 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	177
Şekil 5.92 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait giriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi.....	178

Şekil 5.93 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	179
Şekil 5.94 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	180
Şekil 5.95 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi	181
Şekil 5.96 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi	182
Şekil 5.97 Winkler zeminine oturan, dört bölge, basamaklı kiriş	183
Şekil 5.98 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	186
Şekil 5.99 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	187
Şekil 5.100 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	188
Şekil 5.101 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi	189
Şekil 5.102 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi	190
Şekil 5.103 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi	191
Şekil 5.104 Pasternak zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kiriş	192

- Şekil 5.105 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi 194
- Şekil 5.106 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi 195
- Şekil 5.107 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi 196
- Şekil 5.108 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi 197
- Şekil 5.109 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi 198
- Şekil 5.110 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi 199
- Şekil 6.1 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin ($L/h = 7,5$) değeri için Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerinin, elastisite teorisi esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerine oranı 203
- Şekil 6.2 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin ($L/h = 10$) değeri için Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerinin, elastisite teorisi esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerine oranı 203
- Şekil 6.3 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen doğal açısız frekans değerlerinin, DRM kullanılarak elde edilen açısız frekans değerlerine oranı 206
- Şekil 6.4 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak

elde edilen doğal açısal frekans değerlerinin, DRM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerlerine oranı	206
Şekil 6.5 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen doğal açısal frekans değerlerinin, DRM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerlerine oranı.....	207
Şekil 6.6 Dört açıklıklı kirişlerin birinci moda ait düşey yer değiştirme değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	212
Şekil 6.7 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kiriş eğimi değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	213
Şekil 6.8 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kesit dönmesi değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	213
Şekil 6.9 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kesme kuvveti değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	214
Şekil 6.10 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait M_w eğilme momenti değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	215
Şekil 6.11 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait M_θ eğilme momenti değerlerinin konum parametresine göre değişimi.....	216

TABLULAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1.1 Zemin çökme katsayısı (C_s) için önerilen α ve β katsayıları.....	27
Tablo 3.1 İnterpolasyon Fonksiyonunun Sağlaması Gereken Şartlar.....	47
Tablo 5.1 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli, eksenel yük etkisinde olmayan ve zemin üzerine oturmayan Touratier kirişine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)	73
Tablo 5.2 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)	74
Tablo 5.3 Winkler zeminine oturan bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)	75
Tablo 5.4 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)	76
Tablo 5.5 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$).....	77
Tablo 5.6 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$).....	78
Tablo 5.7 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$).....	79
Tablo 5.8 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)	80
Tablo 5.9 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$).....	81

Tablo 5.10 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)	82
Tablo 5.11 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)	103
Tablo 5.12 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$).....	104
Tablo 5.13 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)	105
Tablo 5.14 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)	106
Tablo 5.15 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)	107
Tablo 5.16 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)	108
Tablo 5.17 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$).....	109
Tablo 5.18 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$).....	110
Tablo 5.19 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$).....	111

Tablo 5.20 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	112
Tablo 5.21 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	113
Tablo 5.22 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	114
Tablo 5.23 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	115
Tablo 5.24 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	116
Tablo 5.25 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	117
Tablo 5.26 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	118
Tablo 5.27 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	119
Tablo 5.28 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$).....	120
Tablo 5.29 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ�er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$)	132

Tablo 5.30 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)	133
Tablo 5.31 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)	134
Tablo 5.32 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ankastre ($\tilde{x} = 1$) mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$)	135
Tablo 5.33 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)	136
Tablo 5.34 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)	137
Tablo 5.35 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$).....	138
Tablo 5.36 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)	139
Tablo 5.37 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)	140
Tablo 5.38 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)	141
Tablo 5.39 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)	142

Tablo 5.40 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)	143
Tablo 5.41 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)	144
Tablo 5.42 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)	145
Tablo 5.43 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)	146
Tablo 5.44 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)	147
Tablo 5.45 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)	148
Tablo 5.46 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kay ıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)	149
Tablo 5.47 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek aç ıklıklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri	159
Tablo 5.48 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek aç ıklıklı kirişin ilk on moduna ait aç ısal frekans değ erleri	160
Tablo 5.49 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki aç ıklıklı, sabit en kesitli sürekli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri	161
Tablo 5.50 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki aç ıklıklı, sabit en kesitli kirişin ilk on moduna ait aç ısal frekans değ erleri	174
Tablo 5.51 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç aç ıklıklı, sabit en kesitli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri	174

Tablo 5.52 Pasternak zeminine oturan, üç açıklıklı, sabit en kesitli sürekli kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri.....	176
Tablo 5.53 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri	184
Tablo 5.54 Winkler zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri.....	185
Tablo 5.55 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri	192
Tablo 5.56 Pasternak zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri.....	193



BÖLÜM BİR

GİRİŞ

1.1 Giriş

Doğada bulunan elemanların hemen hepsi titreşim hareketi yapmaktadır. Bir eleman veya sistemin titreşim hareketi serbest ve zorlanmış titreşim olarak iki aşamaya ayrılabilir. Serbest titreşim aşaması mühendislik yapısının davranışını ortaya koyar. Bu davranış, belirli frekanslardaki mod şekilleri olarak ortaya çıkmaktadır. Mühendislik problemlerinin pek çoğu, bir diferansiyel denklem veya diferansiyel denklem takımı şeklinde ifade edilebilir. Titreşimin zorlanmış olması halinde sağ yanlı, serbest olması halinde ise sağ yansız diferansiyel denklem ile titreşim temsil edilir. Zorlanmış titreşimin diferansiyel denkleminin çözümü için öncelikle homojen kısmın çözülmesi gerekir. Bu açıdan serbest titreşim hareketinin çözümü, dinamik dış kuvvetler, deprem veya balast etkisi altında zorlanmış mühendislik yapısının dinamik hesabı açısından öncelikli bir aşamadır.

Dinamik analizde elemanın kütlesi, bir veya birden fazla düğüm noktasında toplanmış ayrık veya kütlesi eleman boyunca yayılı olarak modellenir. Kütlesi bir veya birden fazla düğüm noktasında toplanmış sistem modelinin (ayrık sistem modeli) analizi için sıklıkla sonlu elemanlar, sonlu farklar veya sınır elemanları metotları gibi yaklaşık metotlar kullanılmaktadır. Yaklaşık metotlarda sistem elemanlara ayrılarak, her bir elemanın özelliği (mekanik, reolojik vb.) elemana ait düğüm noktalarında tanımlanmaktadır. Analizi yapılan sistemin daha küçük elemanlara bölünmesi, elde edilecek sonuçların sürekli kütleli model sonuçlarına yakınsamasına olanak tanırken; kullanılan eleman sayısının fazlalığı çözüm süresini uzatmaktadır. Özellikle hassasiyet gereken karmaşık bir problemde kullanılacak eleman sayısının belirlenmesi; kullanılan elemanların özellikle cidar veya süreksizlik bölgelerinde ne kadar sıklaştırılması gerektiği, pratikte deneme yanılma yöntemi ile zaman alıcı bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir. Bu nedenle analizlerde, sürekli kütleli sistem modelinin kullanılması daha uygun olabilir.

Sürekli kütleli sistem modelinde, hareket denkleminin diferansiyel formu temel olarak üç ana prensiple elde edilmektedir. Bunlardan ilki küçük (dx) uzunlukta ele alınan elemanın dinamik denge denklemlerinin kullanılmasıdır. Euler-Bernoulli, Rayleigh ve Timoshenko kiriş teorilerinin hareket denklemleri bu yaklaşımla elde edilmiştir (Strutt, 1877; Timoshenko, 1921). İkinci yaklaşım olan integral yaklaşımı, doğrudan veya diferansiyel hareket denklemlerinden hareketle elde edilen yer değiştirme ve kesit dönmesinin integral denklemler aracılığıyla çözümünü konu almaktadır (Rao, 2007). Üçüncü yaklaşım olan varyasyonel prensipte ise, enerjinin ekstremumu bulunarak hareket denklemi ve sınır şartları elde edilir. Bu çalışmada varyasyonel prensip esas alınmıştır.

Serbest titreşim probleminin geleneksel çözümü için, sınır koşulları kullanılarak elde edilen katsayılar matrisinin determinantını sıfıra eşitleyen açısal frekans değerleri araştırılır (İnan, 1970; Çatal, 2006; Çatal, 2014; Çatal ve Yeşilce, 2017). Ancak bu yöntemde, özellikle karmaşık sistemlerin yüksek mertebeden cebirsel denklemlerinin çözümü zorlaşmaktadır. Bu sorunun üstesinden gelmek için sayısal sistemlerin hesabında Wittrick-Williams algoritması (WWA) geliştirilmiştir (Wittrick ve Williams, 1970; Williams ve Wittrick, 1970; Wittrick ve Williams, 1971). WWA, sistemin dinamik rijitlik matrisine uygulanan bir algoritma olması nedeniyle, sistemin rijitlik matrisi hesabını gerektirmektedir. Sistemin rijitlik matrisi dinamik rijitlik metodu (DRM) kullanılarak elde edilebilir (Banerjee ve Williams, 1985; Banerjee ve Williams, 1996).

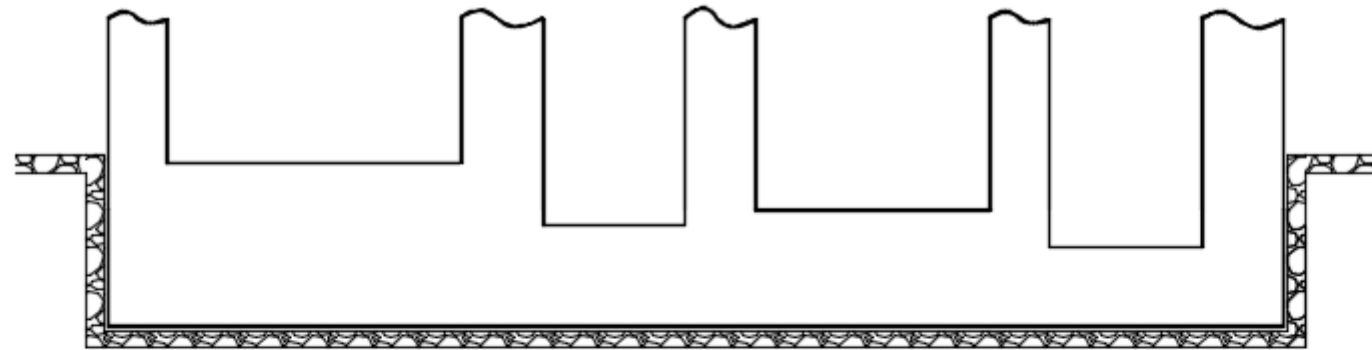
Titreşim probleminde analitik çözümün elde edilmesi için problemi ifade eden diferansiyel denklem takımının köklerinin bulunması gerekmektedir. Köklerin elde edilmesi matematiksel olarak bazı durumlarda oldukça güçtür. Köklerin elde edilmesinin güç olduğu durumlarda veya daha hızlı çözüme ulaşmak için yarı-analitik yöntemler geliştirilmektedir. Yarı-analitik yöntemlerde çözümü aranan bağımlı değişken, kendisini yansıtan çözüm fonksiyonunun belirlenen bir sayıda elemanla seriye açılmış hali olabileceği gibi, sınır şartlarının birbiri arasındaki ilişkileri dikkate alarak kurulan bir algoritma ile de belirlenebilmektedir (Yeşilce ve Çatal, 2009; Yeşilce 2010; Yeşilce ve Çatal, 2011; Yeşilce, 2011).

Sonlu elemanlar metodunun çok sayıda düğüm noktası gereksinimi, daha az elemanla daha hassas sonuçlar veren diferansiyel quadrature metotları (DQM) ile aşılabilmektedir (Civalek, 2003). Diferansiyel quadrature eleman metodu (DQEM) ve genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı (GDQK) bu çalışmada uygulanan diferansiyel quadrature metotlarıdır. Ayrıca bu çalışmada, analitik yöntemle iyi bir alternatif arayışı sırasında He'nin varyasyonel iterasyon metodu (VİM) Wittrick-Williams algoritması (WWA) ile geliştirilerek elde edilen varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM) tanıtılmıştır.

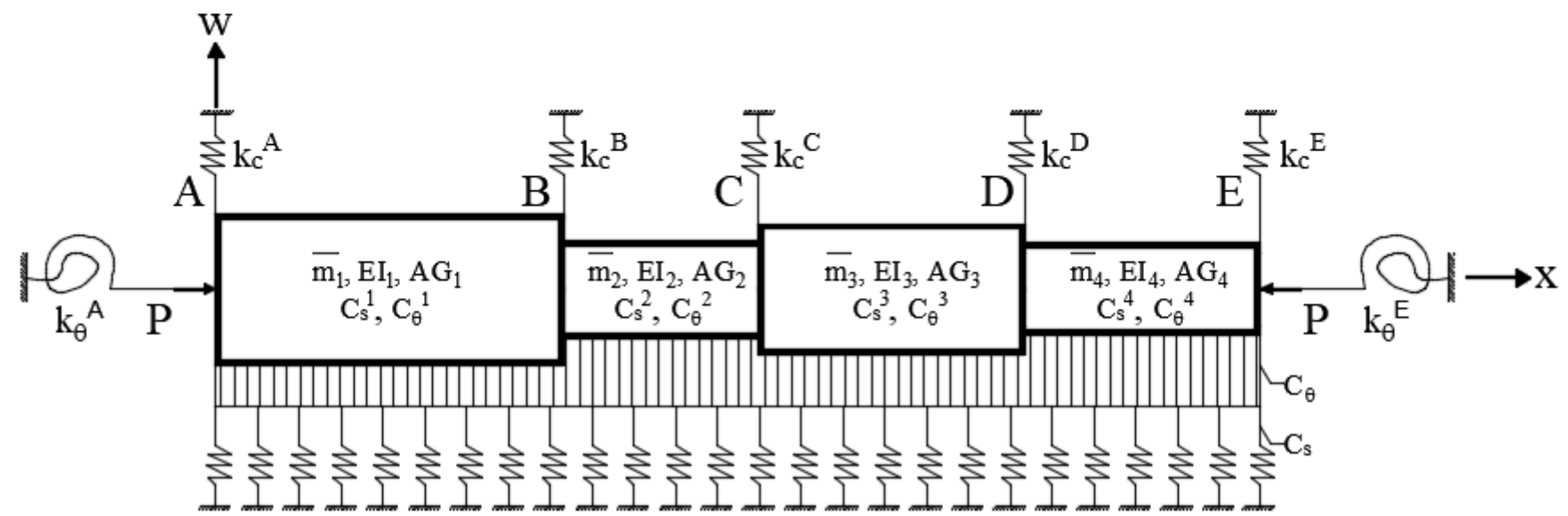
1.2 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmada, Şekil 1.1' de sunulan; Pasternak zeminine oturan, değişken en kesitli, uçları dönmeye karşı elastik yaylar ile mesnetlendirilmiş; trigonometrik kayma deformasyonu teorilerinden biri olan Touratier kirişinin açısal frekans değerleri ve mod şekillerinin bulunması amaçlanmıştır.

Şekil 1.1'de \bar{m}_1 , \bar{m}_2 , \bar{m}_3 ve \bar{m}_4 yayılı kütleleri; EI_1 , EI_2 , EI_3 ve EI_4 eğilme rijitliklerini; AG_1 , AG_2 , AG_3 ve AG_4 kayma rijitliklerini; L_1 , L_2 , L_3 ve L_4 kiriş uzunluklarını; k_c^1 , k_c^2 , k_c^3 ve k_c^4 çökmeye karşı elastik yay sabitlerini; k_θ^A ve k_θ^E sırasıyla kirişin A ve E düğüm noktalarındaki dönmeye karşı elastik yay sabitlerini; C_s^1 , C_s^2 , C_s^3 ve C_s^4 zemin yatak katsayıları kullanılarak elde edilen çökmeye karşı elastik yay sabitlerini; C_θ^1 , C_θ^2 , C_θ^3 ve C_θ^4 zeminin kayma tabakasını temsil eden dönmeye karşı elastik yay sabitlerini, P kirişe etkiyen eksenel basınç kuvvetini temsil etmektedir.



4



Şekil 1.1 Pasternak zeminine oturan temel kirişi ve hesap modeli

Şekil 1.1'deki kirişe bağlanan kolonların düşey rijitliğinin sonsuz alınması, kolonun gerçek davranışını temsil etmeyeceğinden; ilgili kolonların kirişe bağlandığı düğüm noktaları çökmeye, kiriş uçları ise dönmeye karşı elastik yaylarla modellenerek yapısal davranışa daha uygun mesnet koşulları oluşturulmuştur.

Çalışmada dinamik hareket denklemleri ve ilgili sınır şartları Touratier'in trigonometrik kayma deformasyonu teorisi dikkate alınarak elde edilmiştir. Elde edilen hareket denkleminin çözümü ile karışık sınır şartları (Dirichlet ve Neumann tipi) bulunarak, bu sınır şartlarından sıfıra özdeş determinant elde edilir. Determinantı sıfıra özdeş kılan açısal frekans değerleri hesaplanır.

Bu çalışma ile Pasternak zemini üzerine oturan, eksenel basınç yüklü Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizi DQEM ve GDQK kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ayrıca He'nin (1997) varyasyonel iterasyon metodu (VİM) Wittrick-Williams algoritması (WWA) ile geliştirilerek elde edilen varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM) bu çalışmada tanıtılmıştır.

Altı ana bölümden oluşan çalışmanın birinci bölümünde amaç ve kapsam sunulmuş olup konu ile ilgili literatüre yer verilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünü, yüksek mertebeden trigonometrik kayma deformasyonu teorilerinden biri olan Touratier kiriş teorisi oluşturmaktadır. Touratier kiriş teorisi esas alınarak frekans denklemleri ve iç kuvvetler elde edilmiş, DRM ve WWA tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde diferansiyel quadrature metodu (DQM) ve metodun geliştirilmiş versiyonları olan DQEM ile GDQK tanıtılarak yöntemler Touratier kirişine uygulanmıştır. Dördüncü bölümde VİM ve temel ilkeleri üzerine durularak VİRM tanıtılmıştır. VİRM'nun Touratier kirişine uygulanması için gerekli denklemler elde edilmiştir. Beşinci bölümde sayısal uygulamalara yer verilmiştir. Tek açıklıklı kirişlerin analitik yöntem, DRM, DQEM, GDQK ve VİRM ile açısal frekans değerleri hesaplanarak Touratier kirişine ait düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti ve eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri grafik gösterimi ile sunulmuştur. Beşinci bölümün son kısmında daha gerçekçi sınır şartlarını yansıtması amacıyla yarı-rijit bağlantılı, çok açıklıklı kirişler ile ilgili uygulamalara yer verilmiştir. Analitik ve yarı

analitik yöntemler kullanılarak elde edilen açısız frekans değerleri karşılaştırmalı olarak sunulmuş ve kirişlere ait grafikler elde edilmiştir. Altıncı bölüm, çalışmanın sonuç kısmını oluşturmaktadır. Çalışmada kullanılan teori ve yöntemler birbirleriyle karşılaştırılarak irdelemeler yapılmıştır. Ekler kısmında ise tez kapsamında hazırlanan bilgisayar algoritmalarının akış şemalarına yer verilmiştir.

1.3 Daha Önceden Yapılan Çalışmalar

Kirişlerin yapısal davranışının incelenmesi için XVII. yüzyıldan günümüze farklı kiriş teorileri geliştirilmiştir. Klasik kiriş teorisi olarak adlandırılan Euler-Bernoulli kiriş teorisi, uygulama kolaylığı ile basit mühendislik problemlerinin çözümünde günümüzde hala kullanılmaktadır. Jacob Bernoulli (1654-1705) kirişin herhangi bir kesitindeki eğriliğin o noktadaki eğilme momentiyle doğru orantılı olduğunu ileri sürmüştür. Daniel Bernoulli (1700-1782) ise kirişin diferansiyel hareket denklemini elde etmiştir. Jacob Bernoulli'nin teorisi, Leonhard Euler'in (1707-1783) çeşitli yükler altındaki kirişlerin elastik eğrilerini incelediği araştırmalarında kabul görmüş ve Euler'in teoriiyi geliştirmesi ile bugünkü halini almıştır (Timoshenko, 1953). Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılması suretiyle elde edilen açısız frekans değerleri, diğer kiriş teorileri kullanılarak elde edilen açısız frekans değerlerinden daha büyük çıkmaktadır. Özellikle yüksek modlarda bu fark, kayma etkilerinin öneminin artması sebebiyle ihmal edilemeyecek düzeylere ulaşmaktadır.

Kirişlerin eğilme probleminde kullanılan bir diğer teori ise Rayleigh kiriş teorisidir (Strutt, 1877). John Strutt (Lord III. Rayleigh/1842-1919) eğilme etkileri altındaki kirişlerin yalnızca ötelenmeye zıt yönde değil, aynı zamanda kesitte meydana gelen dönmeye karşı da direngenlik gösterdiğini fark ederek dönme ataletini dikkate alan ilk araştırmacıdır. Rayleigh kiriş teorisi, Euler-Bernoulli kiriş teorisine kıyasla kütlelin dönme ataletini de dikkate alması nedeniyle yapısal davranışa daha uygundur.

Timoshenko 1921-1922 yıllarında yaptığı çalışmalarında Euler-Benoulli kiriş teorisine ek olarak dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerini dikkate alan yeni bir kiriş teorisi önermiştir (Timoshenko, 1921; Timoshenko, 1922). Literatürde

Timoshenko kiriş teorisi olarak anılan bu teori, Euler-Bernoulli kiriş teorisine kıyasla özellikle narin olmayan kirişlerde yapısal davranışa daha uygun sonuçlar vermekle birlikte kirişlerin titreşim problemlerinde karşılaşılan yüksek modlardaki yakınsaklık problemini de gidermiştir.

Timoshenko kiriş teorisinin bir düzeltme katsayısına ihtiyaç duyması sebebiyle, herhangi bir düzeltme katsayısı gerektirmeyen yeni bir teoriye ihtiyaç duyulmuştur. Bu amaca yönelik geliştirilen yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorileri günümüz araştırmacılarının ilgisini çeken konulardandır. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerinin ortak özelliği, kiriş boy kesitinin alt ve üst cidarlardaki sıfıra özdeş kayma gerilmesi koşullarının sağlanmasıdır. Kruszewski (1949), Ambartsumian (1958), Jemielita (1975), Levinson (1980, 1981), Bickford (1982), Reddy (1984a, b) polinomik; Karama (2003), Mantari (2011), Mantari (2012a, b, c) eksponansiyel-trigonometrik; Touratier (1991), Soldatos (1992) ve Akavci (2007) trigonometrik kayma deformasyonu teorilerini geliştirmişlerdir.

Trigonometrik kayma deformasyonu teorilerinden biri olan Touratier kiriş teorisi, kirişin aksenal yer değiştirme fonksiyonunda yer alan sinüzoid terim ile polinomik teorilere kıyasla kinematik olarak daha kapsamlıdır (Idlbi, Karama ve Touratier, 1997; Liu, 2010). Touratier, plağın üst ve alt sınırlarında kayma deformasyonunu sıfıra özdeş şekilde dikkate aldığı kosinüs kayma gerilmesi dağılımı ile Timoshenko'nun kayma düzeltme faktörüne ihtiyaç duyulmayan yeni bir kayma deformasyonu teorisi geliştirmiştir (Touratier, 1991). Touratier'in plaklar üzerine geliştirdiği bu teori, diğer kayma deformasyonu teorilerinde olduğu gibi kirişlere de uygulanabilmektedir. Sinüs fonksiyonu ile tanımlanan normal deformasyon dağılımının kullanıldığı Touratier kayma deformasyonu teorisinin, diğer yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerine kıyasla daha etkili sonuçlar verdiği bazı araştırmacılar tarafından vurgulanmıştır (Idlbi ve diğer., 1997; Liu, 2010).

Reissner, Reddy ve Touratier kayma deformasyonu teorilerinin tabakalı plaklardaki etkinliğinin kıyaslandığı bir çalışmada elde edilen sonuçlar, Pagano'nun üç boyutlu elastisite çözümleri ile karşılaştırılmıştır (Idlbi ve diğer., 1997; Pagano, 1970).

Çalışmada, Touratier'in kullanmış olduğu sinüzoid normal deformasyon dağılımının tabakalar arası süreklilik gereksinimlerini daha iyi karşıladığı sonucuna varılmıştır.

Liu, Touratier kiriş teorisi kullanarak geliştirdiği sonlu eleman modelini, klasik kiriş teorisi ve elastisite teorisi sonuçları ile karşılaştırmıştır. Çalışmada elde edilen sonuçların, elastisite çözümü ve Petrolito'nun Reddy-Bickford kiriş teorisiyle yaptığı çalışma sonuçlarıyla uyumlu olduğu gösterilmiştir (Petrolito, 1995; Liu, 2010).

Tabakalı kirişler için geliştirilen bir sonlu elemanda, Touratier kiriş teorisi kullanılmıştır (Vidal ve Polit, 2008). Statik ve dinamik uygulamalardan elde edilen sonuçlar analitik yöntemle karşılaştırılarak kullanılan elemanın başarısı gösterilmiştir.

Kalın izotropik plakların serbest titreşiminin incelendiği bir çalışmada, Touratier'in plak teorisine ek olarak, düşey yer değiştirme fonksiyonuna kosinüslü bir terim eklenerek normal şekil değiştirme bileşeninde iyileştirmeye gidilmiştir. Teoride kullanılan trigonometrik fonksiyonların kuvvet serilerine açıldığında sonsuz sayıda terim içermesi nedeniyle, diğer teorilere kıyasla daha gerçekçi sonuç verdiği vurgulanmıştır (Ghugal ve Sayyad, 2011).

Borkari, Sayyad ve Ghumare (2013), Timoshenko kiriş teorisi, Touratier, Reddy-Bickford ve Ghugal'in iyileştirilmiş trigonometrik kayma deformasyonu teorilerini basit kiriş problemleri üzerinde karşılaştırmışlardır. Çalışmada, Touratier ve Reddy-Bickford kiriş teorileri birbirleriyle uyumlu sonuçlar verirken, Timoshenko kiriş teorisi ile Ghugal'in geliştirmiş olduğu iyileştirilmiş kayma deformasyonu teorisinin yer değiştirme değerlerinde beklenenden küçük, buna karşın gerilme değerlerinde ise büyük sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Sayyad, yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerini karşılaştırdığı bir çalışmada, kirişlerin serbest titreşimini incelemiştir (Sayyad, 2011). Basit bir kirişin serbest titreşiminin incelendiği çalışmanın sonuçlarına göre, elastisite teorisinden elde edilen dinamik düzeltme faktörünün Touratier kiriş teorisi ile elde edilenle özdeş olduğu vurgulanmıştır.

Ghugal ve Dahake yaptıkları çalışmalarında, ankastre mesnetli Touratier kirişinin kosinüs yüklemesi altındaki, bir başka çalışmalarında ise basit mesnetli, üçgen yayılı yük etkisindeki bir kirişin yer değiştirme ve gerilme değerlerini incelemiştir (Dahake ve Ghugal, 2013; Ghugal ve Dahake, 2013). Her iki çalışmadan da elde sonuçların diğer kayma deformasyonu teorilerinden elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu gösterilmiştir.

Pasternak zemini iki parametrelili zemin sınıfındadır. Serbest titreşim analizinde zeminin birinci parametresi elastik Winkler yayları, ikinci parametresi olarak anılan zeminin kayma tabakası elastik dönme yaylarıyla ilişkilendirilir. Literatürde eksenel kuvvet ve zeminin modellendiği birçok çalışma mevcuttur.

Kübik yer değiştirme fonksiyonları kullanılarak iki parametrelili zemin üzerine oturan Euler-Bernoulli kirişinin eleman rijitlik matrisinin elde edildiği bir çalışmada, elde edilen iç kuvvet ve yer değiştirme değerleri, analitik yöntemden elde edilen değerle karşılaştırılarak geliştirilen sonlu elemanın etkinliği gösterilmiştir (Zhaohua ve Cook, 1983). Çalışmada, zemin kayma parametresinin küçük olduğu durumlarda zeminin Pasternak veya Vlasov zeminleri gibi iki parametrelili zeminler yerine Winkler zemini olarak modellenebileceği, diğer durumlarda ise iki parametrelili zemin modeli olarak ele alınmasının yapısal davranışa daha uygun sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Vallabhan ve Das (1988) sonlu farklar metodunu kullanarak, Vlasov zeminine oturan Euler-Bernoulli kirişinin statik çözümünü yaptıkları çalışmalarında, kirişin elastisite modülünün zeminin elastisite modülüne oranının yer değiştirme karakteristikleri için en önemli faktör olduğunu belirterek, ilgili oranın artması ile birlikte yer değiştirme değerlerinin de arttığı sonucuna varmışlardır.

Vallabhan ve Das (1991), Vlasov zemini üzerine oturan Euler-Bernoulli kirişinin statik analizi üzerine yaptıkları bir diğer çalışmalarında, zemin elastisite modülünün zemin tabakasının derinliğine, yükleme biçimine, kirişin ve zeminin rijitliğine bağlı olduğunu; bir diğer ifade ile aynı tür zemin için tek bir değer alınamayacağı sonucuna varmışlardır.

İki parametrelili elastik zemin üzerine oturan Timoshenko kirişinin sonlu elemanlar metodu ile dinamik analizinin gerçekleştirildiği bir diğer çalışmada, Hamilton prensibi ile kirişin hareket denklemi elde edilerek açısal frekans değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen değerler, analitik yöntemden elde edilen değerler ile kıyaslanarak kiriş elemanının etkinliği gösterilmiştir (Yokoyama, 1995).

İki parametrelili elastik zemin üzerine oturan öngermeli üniform kirişlerin serbest titreşiminin incelendiği bir çalışmada, sonlu elemanlar metodu kullanılarak her iki ucundan basit ve ankastre mesnetli kirişler, değişik zemin ve yük parametreleri altında analiz edilmiştir (Naidu ve Rao, 1995). Çalışmada, ön germenin frekans parametresine olan katkısı incelenmiştir.

İki parametrelili elastik zemin üzerine oturan kirişlerle ilgili bir başka çalışmada, kayma deformasyonunun, kiriş derinliğinin ve dönme ataletinin açısal frekans değerleri ve burkulma gerilmelerine olan etkileri incelenmiştir (Matsunaga, 1999). Yer değiştirme bileşenlerinin kuvvet serisi açılımı yöntemi ile modellendiği çalışmada, aksenal gerilme altındaki ince dikdörtgen kirişlerin hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Kullanılan yöntem, bir diğer yaklaşık yöntemden elde edilen sonuçlar ile Timoshenko kirişi esas alınarak elde edilen sonuçlarla kıyaslanarak yöntemin geçerliliği ortaya konulmuştur.

Morfidis ve Avramidis (2002), düzgün yayılı yük ve doğrusal sıcaklık değişimleri etkisindeki, iki parametrelili zemin üzerine oturan Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişleri için yarı-rijit mesnet bağlantıları ve rijit dirsekler göz önüne alınarak sonlu eleman modelleri geliştirmişlerdir. Geliştirilen elemanların etkinliği, betonarme ve çelik yapı elemanlarının kullanıldığı uygulamalarla gösterilmiştir.

Çatal (2002), Winkler zeminine kısmi gömülü, serbest ucundan elastik yay ile bağlantılı, aksenal yüklü bir kazığın serbest titreşimini, transfer matris metodu ile incelemiştir. Çalışmada, birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi göz önüne alınmıştır.

İki parametrelili zemin üzerine oturan düzgün yayılı ve uçlarından tekil kuvvetler ile yüklü elastik bir temel kirişli, oturduğu zeminle arasında kısmi ve tam temas durumları dikkate alınarak statik analizler gerçekleştirilmiştir (Celep ve Demir, 2007). İteratif işlemler neticesinde belirlenen temas uzunluğu dikkate alınarak elde edilen bağıntılar ile çözüm yapılmıştır. Çalışmada, temel kirişli ve zemin arasında tam temas durumu dikkate alındığında problemin doğrusal, kısmi temas durumu dikkate alındığında ise yüksek mertebeden doğrusal olmayan bir problem olduğu vurgulanmıştır.

Yeşilce ve Demirdağ (2008) yaptıkları çalışmada, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, çeşitli yerlerinden yaylarla topaklanmış kütlelere bağlı bir Timoshenko kirişinin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Analizi gerçekleştirilen sürekli kirişe uygulanan eksenel basınç kuvvetinin açısal frekans değerlerine olan etkisi araştırılmıştır.

Yeşilce ve Çatal (2008) yaptıkları çalışmada, eksenel basınç kuvvetine maruz, Winkler zeminine kısmi gömülü kazıkların serbest titreşim analizini taşıma matrisi metodu ile incelemişlerdir.

İki parametrelili zemin üzerine oturan Euler-Bernoulli kiriş elemanlarının sıfır kalınlıklı zemin elemanları ile birlikte kullanıldığı bir çalışmada, elde edilen sonuçların analitik yöntem sonuçları ile uyumlu olduğu gösterilmiştir. Kullanılan matematiksel modelin, değişik parametrelere sahip zeminler ile farklı yük ve sınır şartlarına sahip kirişlere uygulanabilirliği ortaya konulmuştur (Torbacki, 2008).

Modifiye Vlasov zemin modelinin kullanıldığı bir çalışmada, Euler-Bernoulli kirişinin statik analizi, sonlu elemanlar metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Teodoru ve Muşat, 2010). Eleman rijitlik matrisinin, zeminin fleksibilite ve kayma etkileri dikkate alınarak geliştirildiği çalışmadan elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan bir diğer çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Dinev (2012) yaptığı bir çalışmada, iki parametrelili elastik zemin üzerine oturan Euler-Bernoulli kirişinin iç kuvvetler, yer değiştirme ve zemin basıncını tekillik

fonksiyonları kullanarak kiriş boyunca elde etmiştir. Kullanılan yöntemin diğer yapısal analizler için uygulanabilir olduğu belirtilirken, değişik yükler etkisindeki karmaşık geometrik şekillere sahip kirişler için bilgisayar çözümlerinin zorluğuna dikkat çekilmiştir. Yöntemin, değişken rijitliğe sahip ve düğüm noktalarından yaylarla mesnetlendirilmiş kirişlere uygulanamayacağı belirtilmiştir.

Pasternak zemini üzerine oturan Timoshenko kirişinin serbest titreşim ve stabilite analizinin DRM ile incelendiği bir çalışmada WWA kullanılarak çözüme gidilmiştir (Calio ve Greco, 2012). Elde edilen sonuçlar, Euler-Bernoulli kirişi esas alınarak yapılan çözüm ve literatürde yer alan başka bir çalışmanın sonuçları ile karşılaştırılarak, dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerinin önemi ortaya konulmuştur.

İki parametrelili zemin üzerine oturan, değişken en kesitli, aksel yükü Euler-Bernoulli kirişinin değişik sınır şartları altındaki statik ve dinamik analizleri, DQM kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Hassan ve Nassar, 2013). Yapılan çalışmada kritik aksel yük değerleri elde edilerek, elde edilen değerlerden daha küçük aksel yük değerleri için açılma frekans değerleri hesaplanmıştır. Uygulamalardan elde edilen bulgulara göre açılma frekans ve kritik yük değerlerinin kiriş ve zemin rijitlikleri ile doğru orantılı olarak arttığı görülmüştür.

Çatal (2014) çalışmasında, Winkler zeminine kısmi gömülü yarı-rijit bağlantılı bir kirişin burkulma analizini, diferansiyel transformasyon metodu (DTM) ile gerçekleştirmiştir. Kayma deformasyonlarının da dikkate alındığı çalışmada elde edilen sonuçlar analitik yöntemle karşılaştırılmıştır.

DRM ve WWA'nın kullanıldığı birçok yayın literatürde yer almaktadır. Williams ve Wittrick (1983), geliştirdikleri Wittrick-Williams algoritmasını (WWA), çerçeve elemanlarının burkulma ve titreşim problemlerine uygulamışlardır.

Banerjee ve Williams (1985) yaptıkları çalışmada, burulan konik Euler -Bernoulli kirişinin dinamik rijitlik matrisini, bir başka çalışmalarında tabakalı kompozit

Timoshenko kirişinin dinamik rijitlik matrisini analitik olarak elde etmişlerdir (Banerjee ve Williams, 1996). Dinamik rijitlik matrisini REDUCE adlı programla alfanümerik olarak elde eden araştırmacılar, ankastre bir kirişin açısai frekans değerlerini WWA kullanarak araştırmışlardır. Çalışmada, kayma deformasyonunun açısai frekans değerlerine olan etkileri incelenmiştir.

Banerjee (1991) yaptığı çalışmasında, Fortran programlama dili kullanarak Euler-Bernoulli kirişinin dinamik rijitlik matrisini elde eden bir bilgisayar algoritması geliştirmiştir.

Banerjee, Guo ve Howson (1996), eğilme ve burulma çifti etkisindeki bir kirişin dinamik rijitlik matrisini alfanümerik olarak elde etmişlerdir. Çalışmada, sürekli bir kirişin açısai frekans değerleri, çarpılmalı ve çarpılmasız burulma durumları için WWA kullanılarak elde edilirken, çarpılma etkilerinin ihmal edilemeyecek düzeylerde fark oluşturduğu sayısal değerler ile gösterilmiştir.

Burulmalı Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimi üzerine yapılan bir çalışmada, DRM kullanılarak türbin kollarının açısai frekans değerleri ve mod şekilleri araştırılmıştır (Banerjee, 2001).

Banerjee (2002) yaptığı bir başka çalışmasında, burulmalı Timoshenko kirişinin dinamik rijitlik matrisini alfanümerik olarak elde etmiş ve çerçeve elemanlarda kullanımını sağlamak için transformasyon matrisini oluşturmuştur.

Eisenberger (2003), Reddy-Bickford kirişinin açısai frekans değerlerini DRM ile WWA kullanarak elde etmiştir. Çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar, Timoshenko kirişinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Timoshenko kirişinin serbest titreşiminin DRM ve WWA kullanılarak incelendiği bir çalışmada, kayma etkilerinin önemi üzerine durulmuştur (Li ve Hua, 2010).

Winkler ve Pasternak zeminine oturan Timoshenko kirişlerinin serbest titreşiminin incelendiği bir çalışmada, DRM kullanılarak açısız frekans değerleri ve mod şekilleri karşılaştırılmalı olarak elde edilmiştir. Çalışmada açısız frekans değerleri, WWA kullanılarak araştırılmıştır (Calio ve Greco, 2012).

Tanrıverdi ve Çatal (2015), farklı sınır şartları altındaki plakların serbest titreşim analizini DRM kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Touratier plağının Levy çözümünün yapıldığı çalışmada, dönme ataleti ve kayma deformasyonunun etkileri üzerinde durulmuştur. WWA kullanılarak elde edilen açısız frekans değerleri, elastisite teorisi ve Mindlin plak teorisi kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Touratier plak teorisinden elde edilen sonuçların, Mindlin plak teorisine kıyasla elastisite teorisine daha yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Bozyiğit ve Yeşilce (2016a), farklı sınır şartları altındaki eksenel hızlı Reddy-Bickford kirişlerinin serbest titreşim analizini DRM ve DTM kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Açısız frekans değerlerinin WWA kullanılarak elde edildiği çalışmadan elde edilen değerler, analitik yöntem sonuçlarıyla karşılaştırılarak yöntemlerin etkinliği gösterilmiştir.

Bozyiğit ve Yeşilce (2016b), iki parametrelili zemin üzerine oturan, yarı-rijit bağlantılı Timoshenko bacasının serbest titreşim analizini DRM kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Yapı-zemin etkileşiminin dikkate alındığı çalışmada, farklı yatak katsayılarına sahip zeminler üzerine analizler gerçekleştirilmiştir. Bacaların modellenmesinde ankastre mesnet kabulünün, özellikle zayıf zeminlerde yüksek oranda hatalara yol açtığı gösterilmiştir.

Mühendislik problemleri, değişik sınır ve başlangıç değerleri altındaki kısmi diferansiyel denklem veya denklem sistemlerinin çözümü ile analiz edilmektedir. Touratier kirişi ve diğer yüksek mertebeden kayma deformasyonlarını esas alan kiriş problemleri, altıncı mertebeden bir kısmi diferansiyel denklemin çözümüyle gerçekleştirilebilmektedir. Diferansiyel denklemin çözümünün zorluğu yanı sıra, karmaşık geometri ve elemanda yer alan süreksizlikler de nümerik analiz yöntemlerini

zorunlu kılabilmektedir. Bu gibi zorlukların üstesinden gelmek için geliştirilen başlıca yöntemlerden; sonlu elemanlar metodu (SEM) ile sonlu farklar metodunun dışında, sonlu hacimler metodu ile Galerkin ve diğer kollokasyon yöntemleri gibi artık kalanlar yöntemleri bulunmaktadır (Yeşilce, 2009).

Her nümerik metodun kendine has avantaj ve dezavantajları bulunmaktadır. En çok tercih edilen nümerik metotların başında gelen SEM kullanılarak yapılan çözümlerde dahi elemanda süreksizlikler, tekillikler, gerilme yığılmaları ve büyük deformasyon kabulleri altında tutarsız sonuçlar elde edilebilmektedir (Wang, 2015). Bu gibi yöntemler ile yapılan çözümlerde, gerçekçi sonuçlar elde edebilmek için yüksek miktarda eleman kullanılması gerekliliği nedeniyle problemin çözüm süresi de oldukça uzayabilmektedir. Bahsedilen bu dezavantajları azaltmak adına yapılan yeni yöntem arayışları sırasında Bellman ve Casti, diferansiyel quadrature metodu (DQM) adı altında yeni bir yöntem geliştirmişlerdir (Bellman ve Casti, 1971; Bellman, Kashef ve Casti., 1972). DQM, düşük dereceli çözüm fonksiyonu ve düşük dereceli polinomlar kullanan SEM'na kıyasla tek bir elemanda dikkate aldığı yüksek dereceden çözüm fonksiyonu ile daha gerçekçi sonuçlar elde edilebilmesine olanak sağlayan bir yöntemdir. DQM'nda diferansiyel denklemde yer alan kısmi diferansiyeller, düğüm noktalarına ayrılan elemanın her bir düğüm noktası için alınan kısmi türevlerin toplamı şeklinde tanımlanmaktadır (Yeşilce, 2009).

Günümüz araştırmacılarının diferansiyel quadrature tabanlı metotlar kullanılarak yapılan çözümlere olan ilgileri gün geçtikçe artmaktadır. Basamaklı kirişlerin serbest titreşim probleminin incelendiği bir çalışmada, diferansiyel quadrature eleman metodu (DQEM) ile elde edilen sonuçlar, yüksek miktarda eleman kullanılan SEM ile karşılaştırılmıştır. DQEM'nun SEM'na kıyasla daha az eleman kullanılarak daha gerçekçi sonuçlar verdiği ve hesaplama süresinin dikkate değer ölçülerde kısaldığı belirtilmiştir (Wang X. ve Wang Y., 2013).

Fonksiyonel tabakalı, Winkler-Pasternak zeminine oturan çatlaklı ankastre kirişlerin serbest titreşiminin incelendiği bir çalışmada, çatlaklar çizgisel yaylar ile modellenmiştir. Açısal frekans değerlerinin hesabı için DQM'nun kullanıldığı

çalışmada ayrıca, düzensiz şekilli plakların serbest titreşimi de geometrik haritalandırma kullanılarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan bazı çalışmaların sonuçlarıyla kıyaslanarak yöntemin etkinliği gösterilmiştir (Mohamed N. ve Mohamed S. M., 2013).

Eksenel doğrultuda fonksiyonel dereceli ve tabakalı Timoshenko kirişlerinin serbest titreşim analizinin gerçekleştirildiği bir çalışmada, çözüm yöntemi olarak etki alanı ayrışması tekniği ile oluşturulan DQM uygulanmıştır. Her bir basamakta malzeme özelliklerinin değiştiği çalışmada, değişik mesnet şartları için dinamik rijitleşmenin etkisi araştırılmıştır (Bambill, Rossit ve Felix, 2015).

Parashar ve Sharma (2016), piezoelektrik malzemeden yapılmış fonksiyonel tabakalı Timoshenko kirişlerinin modal analizini gerçekleştirdikleri çalışmalarında, genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralını (GDQK) kullanarak açısız frekans değerlerini hesaplamışlardır. Malzeme özelliklerinin kuvvet dağılımına göre belirlendiği ve elektrik potansiyelinin sinüzoidal olarak kalınlık boyunca değiştiği kabulleri yapılan çalışmada elde edilen açısız frekans değerleri, COMSOL Multiphysics isimli bilgisayar programı kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlarla karşılaştırılmıştır. GDQK kullanılarak elde edilen sonuçların, COMSOL Multiphysics kullanılarak elde edilen sonuçlara oldukça yakın çıktığı belirtilmiştir.

Zhong ve Liao (2016), diferansiyel quadrature metotlarından biri olan zayıf form quadrature eleman metodunu, Timoshenko kirişlerinin doğrusal olmayan serbest titreşim analizinde üç farklı mesnet şartı için uygulamışlardır. Çalışmada, doğrusal olmayan açısız frekans değerlerinin doğrusal açısız frekans değerlerine göre değişimi, atalet yarıçapı ve narinlik oranı gibi parametreler göz önünde bulundurularak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan bazı çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak yöntemin etkinliği ve yakınsama hızı gösterilmiştir.

Modifiye çiftleşmiş gerilme (MÇG) teorisine göre fonksiyonel derecelenmiş konik, dönen mikro kirişlerin serbest titreşim analizinin DQEM ile gerçekleştirildiği bir çalışmada, malzeme boyut ölçeğinin değişkenliği, en kesit oranı, açısız hız ve

malzemenin gradyan indeksinin değişimi incelenerek yöntemin etkinliği irdelenmiştir (Ghadiri, Shafiei ve Mousavi, 2016). MÇG teorisine göre dönen konik mikro kirişlerin serbest titreşim analizinin GDQK kullanılarak incelendiği bir başka çalışmada, ankastre mesnet şartları altında özöme gidilmiştir (Shafiei, Kazemi ve Fatahi, 2017).

Jin ve Wang (2017), fonksiyonel derecelenmiş Timoshenko kirişlerinin serbest titreşim analizini DQEM ile gerçekleştirmişlerdir. Kullanılan quadrature elemanlarının kesme kilitsiz ve yakınsama oranı yüksek elemanlar olduğu belirtilen çalışmada yöntemin, az düğüm noktası ile ince veya kalın fark etmeksizin bütün kirişlerde yapısal davranışa uygun sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Wang ve Li (2018), dönen, boşluklu dairesel enkesitli, konik ankastre kirişlerin serbest titreşimini DQM kullanarak incelemişlerdir. Elde edilen sonuçların literatürde yer alan bazı çalışmalar ile uyumlu olduğu gösterilmiştir.

Joubaneh, Barry ve Oguamanam (2019) yaptıkları çalışmada, ucunda noktasal kütle bulunan sandviç kirişlerin serbest titreşim analizini GDQK kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Yüksek mertebeden sandviç panel teorisinin kullanıldığı çalışmada, GDQK kullanılarak hesaplanan ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin çalışma kapsamında gerçekleştirilen deney sonuçları ile uyumlu olduğu gösterilmiştir.

Karmaşık integral ve diferansiyellerden oluşan denklem veya denklem sistemlerinin sayısal yöntemler ile çözümünde kullanılan terim sayısı, günümüz bilgisayar teknolojisiyle eskiye kıyasla daha da artırılabilmekte ve böylece daha gerçekçi sonuçlara, daha kısa sürelerde ulaşmak mümkün hale gelmektedir. Literatürde neredeyse her türden denklem ve denklem sisteminin çözümünde etkin bir şekilde kullanılan varyasyonel iterasyon metodu (VİM) tez kapsamında geliştirilen varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM) ile sınır değer problemine indirgenen Touratier kirişinin serbest titreşim analizine uygulanarak bu çalışmada tanıtılmıştır.

VİM, fizik ve mühendislikte geniş uygulama alanı bulmuş ve kendini kanıtlamış başarılı bir matematiksel yöntemdir. Literatürde ilk defa He tarafından önerilen

VİM'nun temelleri, Inokuti'nin Lagrange çarpanları yönteminin matematiksel fizik üzerindeki genel kullanımı hakkında yaptıkları çalışma ile ortaya konulmuştur (Inokuti, Sekine, ve Mura, 1978; He, 1997, 1998a, 1998b, 1999a, 1999b). He yapmış olduğu çalışmasıyla geliştirdiği yöntemi, ısı temas problemine ve otonom diferansiyel denklem sistemlerine başarı ile uygulamıştır (He, 2000). Soliman (2005) VİM'nu, doğrusal olmayan dalga denklemlerine uygulayarak yöntemin etkinliğini ortaya koymuştur. Abdou ve Soliman (2005a) ise VİM'nu Burger ve çiftleşmiş Burger denklemlerine uygulayarak elde edilen sonuçları adomian dekompozisyon metodu (ADM) ile karşılaştırmıştır. Elde edilen sonuçlarla VİM'nun ADM'ye göre avantajları gösterilmiştir. Yine Abdou ve Soliman (2005b) VİM'nu, çiftleşmiş Shrodinger-KdV, genelleştirilmiş KdV ve sığ su denklemlerine uygulayarak yöntemin Adomian polinomlarını hesaplarken karşılaşılan zorlukların üstesinden geldiğini belirtmişlerdir.

Momani ve Abuasad (2006) VİM'nu, Helmholtz denklemlerine başarılı bir şekilde uygularken yine yöntemin ADM'ye göre üstünlüğünü göstermişlerdir. Momani, Abuasad ve Odibat (2006) VİM'nu, doğrusal olmayan sınır değer problemlerine başarı ile uygularken yöntemin, ADM'ye göre avantajlarını ele almışlardır. He ve Wu (2007), farklı tür diferansiyel denklemler için genelleştirilmiş Lagrange çarpanlarını tanıtmış ve diferansiyel denklemin mertebesini düşürmek suretiyle yaptıkları iyileştirmenin çözüm süresini kayda değer ölçülerde kısalttığını ileri sürmüşlerdir. Wazwaz (2007a), VİM ile ADM arasında bir karşılaştırma yaparak, VİM'nun ADM üzerine daha etkin bir yöntem olduğunu ortaya koymuştur.

Tatari ve Dehghan (2007) VİM'nu, varyasyonel problemlere uygulayarak yöntemin etkinliğini göstermişlerdir. Batiha, Noorani ve Hashim (2007) VİM'nu, genelleştirilmiş Huxley denklemine uygulamışlardır. Tari, Ganji ve Babazadeh (2007) VİM'nu, ısı transferi problemlerine ilk uygulayanlardandır. Sweilam ve Khader (2007) VİM'nu kullanarak bir boyutlu doğrusal olmayan termoelastisite problemini çözerlerken, Wazwaz (2007b) Laplace denklemlerinin kesin çözümünü elde etmiştir. Hemedda (2008), VİM'nu kullanarak farklı formlarda dalga denklemlerine çözüm getirmiştir. Noor ve Mohyud-Din (2008) VİM'nu kullanarak beşinci mertebeden sınır değer probleminin çözümünü gerçekleştirmişlerdir.

Das (2009) VİM'nu, kesirli difüzyon denklemine uygulayarak yöntemin etkinliği ve basitliğini göstermiştir. Xu (2009) VİM'nu, dördüncü mertebeden adi diferansiyel denklemlere uygulamıştır. Hemedda (2009), VİM'nu kullanarak doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümünü gerçekleştirmiştir. Zhu (2009) VİM'nu, Exp-Fonksiyon metoduyla birleştirerek, mKdV denkleminin çözümü için yeni bir uyarlama yapmıştır. Ali ve Raslan (2009) VİM'nu, dört boyutlu değişken katsayılı kısmi diferansiyel denklemlere uygulamıştır. Noor M. A., Noor K. I. ve Mohyud-Din (2009) VİM'nu kullanarak altıncı mertebeden sınır değer probleminin çözümünü, hesaplanmasının zor olduğunu belirttikleri Adomian polinomlarını çözüme katmadan elde etmişlerdir.

Altınhan ve Uğur (2009) ise VİM'nu, Sturm-Liouville özdeğer ve sınır değer problemlerine başarı ile uygulamışlardır. Ghorbani ve Saberi-Nadjafi (2009) VİM'nu geliştirerek, çözüm fonksiyonunun tahmin edilen ilk adımını iki fonksiyonun toplamı halinde ifade etmişlerdir. Wu (2009) ile Zhang (2009) VİM'nu kullanarak beşinci mertebeden, Ravi Kanth ve Aruna (2009) ise onikinci mertebeden sınır değer problemlerinin çözümünü başarılı bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Doğrusal olmayan yaş tabanlı popülasyon modelinin çözümü için kullanılan yöntemin etkinliği bir diğer çalışmada ele alınmıştır (Li, 2009).

Geng ve Lin (2009) VİM'nu, ters ısı kaynağı problemine başarılı bir şekilde uygulamışlardır. Abassy (2010) VİM'nu geliştirerek yöntemin hızını artırmıştır. İyileştirdiği yöntemi doğrusal olmayan homojen sınır değer problemine uygulayarak yöntemin etkinliğini göstermiştir. Jamshidi ve Ganji (2010) VİM'nu, sarkaç salınımının periyodunun belirlenmesinde kullanarak Enerji Dengesi Yöntemi ile bir karşılaştırma yapmışlardır. Wu ve Lee (2010), yöntemden yola çıkarak kesirli varyasyonel iterasyon metodunu (KVİM) geliştirmişlerdir. Modifiye Riemann-Liouville türeviyle geliştirdikleri yöntemin etkinliğini sayısal örneklerle göstermişlerdir.

Shang ve Han (2010) yöntem ile n . dereceden integro-diferansiyel denklemlerin çözümünü gerçekleştirerek elde ettikleri sonuçları homotopi pertürbasyon metodu

(HPM) ile karşılaştırmışlardır. Kanth ve Aruna (2010) yapmış oldukları çalışmalarında, doğrusal olmayan tekil sınır değer problemlerinin çözümünü gerçekleştirmişlerdir (Kanth ve Aruna, 2010). Geng (2010), geliştirmiş olduğu modifiye varyasyonel iterasyon metodunu (MVİM) Riccati diferansiyel denklemlerine uygulayarak yönteminin standart VİM'e göre etkinliğini göstermiştir. Guo ve Mei (2011), KVİM'nu iyileştirerek Jumarie'nin modifiye Riemann-Liouville türevli doğrusal olmayan zaman kesirli kısmi diferansiyel denklemlerini çözmüşlerdir.

Nawaz (2011) VİM ile, dördüncü mertebeden kesirli integro-diferansiyel denklemlerin çözümünü gerçekleştirmiş, yöntemden elde edilen sonuçları HPM ile karşılaştırarak VİM'nun bu gibi problemlerde de etkinliğini göstermiştir. Wu (2011), KVİM'nu kullanarak doğrusal olmayan kesirli diferansiyel denklemlerin çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Yang ve Chen (2011), dalga denklemlerinin çözümünde başlangıçta tahmin edilen çözüm fonksiyonun optimum seçimi ile ilgili bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Geng (2011), parçalı varyasyonel iterasyon metodunu (PVİM) kullanarak doğrusal olmayan sarkaç probleminin çözümünü başarı ile gerçekleştirmişlerdir. Abassy (2012), geliştirmiş olduğu MVİM'nu kullanarak homojen olmayan başlangıç değer problemlerinin çözümünden elde ettiği sonuçları, standart VİM kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırmıştır. Abassy çalışmasında yazmış olduğu VİM ve MVİM'e ait olan Mathematica dilindeki programlar ile okuyucuya çözüm süreleri ve sonuçlarını karşılaştırma imkanı sunmuştur.

Baghani, Fattahi ve Amjadian (2012) VİM'nu kullanarak konservatif sarkaçların doğrusal olmayan serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Ji, Zhang ve Dong (2012) KVİM'nu, Adomian serileri ile iyileştirerek yöntemin etkinliğini artırmışlardır. Wu (2013), Lagrange çarpanlarının belirlenmesinde Laplace transformasyonunu kullanarak geliştirdiği yeni bir yaklaşım ile VİM'e yeni bir katkı sağlamıştır. Ghaneai ve Hosseini (2015) yardımcı parametrelili VİM'nu, geniş etki alanlı, dalga ve ısı benzeri denklemlere başarılı bir şekilde uygulamışlardır. Siddiqi ve Iftikhar (2015) VİM'nu kullanarak, indüksiyon motorunun yedinci mertebeden diferansiyel denklem ile ifade edilen matematiksel modelini çözüme kavuşturmuşlardır. Salkuyeh ve Tavakoli (2016) yapmış oldukları çalışmalarında, interpolate varyasyonel iterasyon metodunu

(IVİM) tanıtarak yöntemin VİM'e göre üstünlüğünü Riccati diferansiyel denklemi ve başlangıç sınır değer problemiyle ilgili yaptıkları sayısal örneklerle göstermişlerdir.

VİM, akışkanlar mekaniğinde de etkili bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Odibat ve Momani (2009) VİM'nu, akışkanlar mekaniğinde sıklıkla karşılaşılan kesirli adi diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanmışlardır. Noor ve Mohyud-Din (2009) VİM'nu, gözenekli ortamdaki gaz akışı problemine, He'nin polinomları ve Pade yaklaşımı ile uygulayarak elde ettikleri sayısal sonuçları HPM'den elde edilen sayısal sonuçlar ile karşılaştırmışlardır. Moosavi, Momeni, Tavangar, Mohammadyari ve Rahimi-Esbo (2016) VİM'nu kullanarak, kollektör içindeyken hareketli bir kemer üzerinde yer alan Newtonyen olmayan akışkanın dinamik analizini gerçekleştirmişlerdir (Moosavi ve diğer., 2016).

VİM aynı zamanda biyomekanik ve tıp alanında da başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Hantavirüs enfeksiyonunun dinamiklerinin belirlendiği bir çalışmada VİM kullanılarak elde edilen sonuçlar, dördüncü mertebeden Runge-Kutta yönteminden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak yöntemin etkinliği gösterilmiştir (Goh, Noorani ve Hashim, 2009). Goh, Noorani ve Hashim (2010), enzim kinetiklerini inceledikleri çalışmalarında VİM'nu, dördüncü mertebeden Runge-Kutta yöntemi ile karşılaştırarak problemi başarılı bir şekilde çözmüşlerdir. Elsayed (2013) yapmış olduğu çalışmayla, tiksotropik sıvıların lazer radyasyonu varlığı nedeniyle biyolojik dokular boyunca termal difüzyonu ve difüzyonun termal etkilerini VİM kullanarak HPM ile karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Malvandi ve Ganji (2013) VİM'nu, Pade yaklaşımını kullanarak Amperometrik enzimlerin kinetiği problemine uygulayarak genel bir matematiksel ifade elde etmişlerdir.

Kirişlerin, statik, stabilite ve dinamik analizlerinin VİM kullanılarak gerçekleştirildiği bazı çalışmalar bulunmaktadır. Liu ve Gurram (2009) VİM'nu, değişik mesnet şartları altındaki Euler-Bernoulli kirişinin serbest titreşim analizine başarılı bir şekilde uygulamışlardır. Elde ettikleri sonuçları ADM ile karşılaştırarak yöntemin etkinliğini göstermişlerdir. Atay ve Coşkun (2009) VİM'nu, sürekli elastik mesnetli Euler kolonlarının elastik stabilite çözümünü gerçekleştirmek için

kullanmıştır. Elde edilen sonuçlar ile analitik yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Coşkun ve Atay (2009) VİM'nu kullanarak sabit ve değişken kesitli Euler kolonlarının kritik burkulma yükünü elde etmişlerdir. Chen ve diğerleri VİM'nu kullanarak, yalpalayarak eğilen dönen konik Euler-Bernoulli kirişi ve dönen konik Timoshenko kirişinin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir (Chen, Zhang J. Ve Zhang H. 2014; 2017). Martin (2016), viskoelastik Euler-Bernoulli kirişinin zorlanmış titreşim analizini VİM kullanarak gerçekleştirmiştir. Li ve Yang (2017), VİM'nu akışkan taşıyan boruların serbest titreşim analizine uygulamışlardır. Elde edilen sonuçlar, DTM ile karşılaştırılarak yöntemin en az DTM kadar hızlı bir şekilde yakınsadığı gösterilmiştir. El-Sayed ve El-Mongy (2018), MVİM'nu iki serbestlik dereceli kütle-yay-sönümleyici alt sistemlerine bağlı konik Euler-Bernoulli kirişinin serbest titreşim analizine uygulamışlardır. Konik oranının ve alt sistem parametrelerinin değişiminin dikkate alındığı çalışmada kayma etkilerinin öne çıktığı yüksek modlara kadar literatürdeki bazı analitik çözümlere oldukça yakınsandığı gösterilerek yöntemin etkinliği kanıtlanmıştır. Akışkan taşıyan çok açıklıklı boru sistemlerinin dinamik ve stabilite analizlerinin gerçekleştirildiği bir çalışmada, VİM'nun çok açıklıklı kirişlere uygulanabilmesi için transfer matris metodundan yararlanılmıştır. Yarı-rijit bağlantılı mesnet şartları ve konumlarının kritik hız ve stabiliteye etkileri VİM kullanılarak incelenmiştir (El-Sayed ve El-Mongy, 2018). Tian, Su, Zhou ve Hua (2018), dönen kirişlerin doğrusal olmayan titreşimlerini MVİM kullanarak incelemiştir. Çalışmada, koriolis etkisinin yanı sıra eğilme-uzama, eğilme-burulma ve burulma-uzama çiftleşmesinin doğrusal olmayan etkileri dikkate alınmıştır.

1.4 Yapılan Kabuller

Bu çalışmada, aşağıda sunulan kabuller yapılmıştır.

1. Kirişler doğru eksenlidir.
2. Kirişin yapıldığı malzeme ve zemin, homojen ve izotrop olup, doğrusal elastik davranmaktadır.
3. Kiriş en kesiti dikdörtgendir.
4. Kirişin kütlesi kiriş boyunca düzgün yayılıdır.

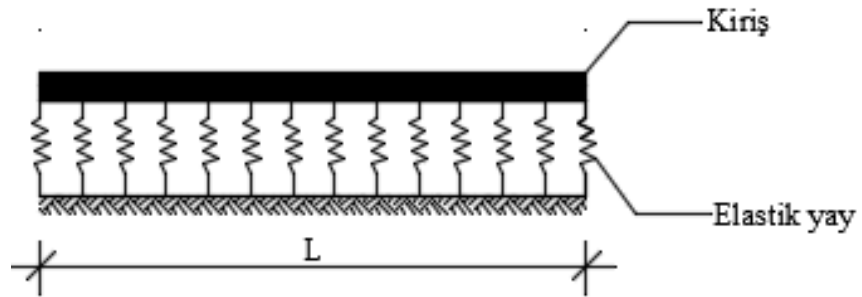
5. Kütlenin dönme ataletine katkısı hesaplara dahil edilmiştir.
6. Kirişe etkiyen aksenal basınç kuvveti kiriş boyunca sabittir.
7. Kirişin oturduğu zemin Pasternak zemini olarak kabul edilmiştir.
8. Kirişin ve zeminin sönüm etkileri ihmal edilmiştir.
9. Kirişin küçük deformasyonlar yaptığı kabul edilmektedir.

1.5 Pasternak Zemin Modeli ve Aksenal Basınç Kuvvetine İlişkin Temel Yaklaşımlar

Çalışmada kullanılan Pasternak zemin modeli ve aksenal basınç kuvvetine ilişkin temel yaklaşımlar aşağıda sunulmuştur.

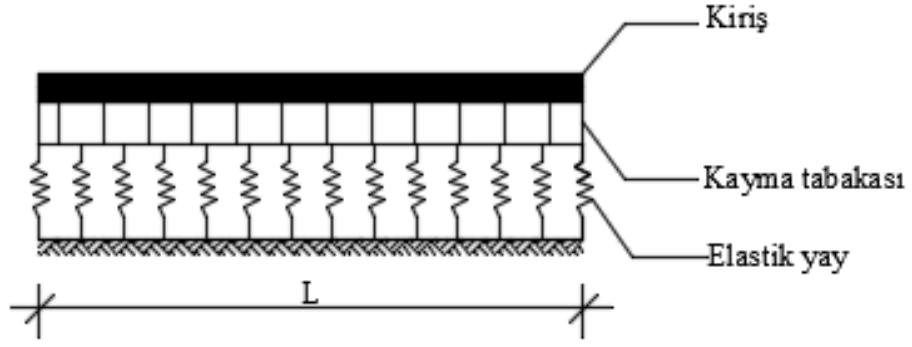
1.5.1 Pasternak Zemin Modeli

Zemine oturan kiriş problemlerinin çözümü için geliştirilmiş olan en basit yaklaşım Winkler zemin modelidir (Kerr, 1964). Winkler, zeminde meydana gelen çökmenin, üzerindeki yük ile doğru orantılı olduğu kabulünü yaparak, orantı sabitini yatak katsayısı olarak adlandırır (Birand, 2001). Bu davranışı temsilen temel tabakası birbirinden bağımsız çalışan elastik yaylarla modellenir (Şekil 1.2).



Şekil 1.2 Winkler zemin modeli

Winkler'in bu yaklaşımı ile çözüm oldukça basit hale indirgense de zemin ile kiriş arasında oluşan kayma etkileşiminin ihmal edilmesi, yanıltıcı sonuçlar elde edilmesine sebep olmaktadır. Bu amaçla, farklı araştırmacılar tarafından iki parametrelili zemin modelleri geliştirilmiştir.



Şekil 1.3 Pasternak zemin modeli

İki parametrelili zemin modellerinin kıyaslandığı bir çalışmada, Şekil 1.2’de sunulan Pasternak zemin modelinin, geliştirilmiş iki parametrelili zemin modelini yansıtan en uygun model olduğu ileri sürülmüştür (Kerr, 1964). Pasternak zemin modeli, Winkler yayları ile yapı elemanı arasında sıkıştırılmaz ve yalnızca kesmeye karşı deforme olabilen bir kayma tabakası ile bağlı olduğu varsayımına dayanır. Söz konusu bu kayma tabakası, kiriş ile zemini birbirine bağlayan dönme yaylarıyla modellenir. Söz konusu bu dönme yaylarının kesit dönmesi ile orantılı olduğu kabulünün yapıldığı bazı çalışmalar mevcuttur (De Rosa, 1995). Kayma etkilerinin dikkate alınmadığı Euler-Bernoulli ve Rayleigh kiriş teorileri gibi klasik kiriş teorilerinde kesit dönmesi ile kesitin eğimi birbirine eşit kabul edildiğinden bu yaklaşım geçerli iken, kesit dönmesinin kiriş eğiminden farklı kabul edildiği Timoshenko veya yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerinde yapılan bu kabul ile farklı sonuçlara varılmaktadır (De Rosa, 1995). Kiriş ile zemin arasında kirişin eğilmesi sonrası tam temasın sağlandığı kabul edilecek olursa zeminin, kirişin elastik eğrisinin şeklini alacağı kolaylıkla görülmektedir. Bu sebeple, kayma tabakasını temsil eden dönme yaylarının, kirişin düşey yer değiştirme fonksiyonunun eğimi ile ilişkilendirileceği açıkça görülmektedir. De Rosa, iki parametrelili zemin üzerine oturan Timoshenko kirişinin serbest titreşimini ele aldığı bir çalışmada, zemin dönme parametresini kesit eğimi ve kesit dönmesi çarpanları olarak ayrı iki modelde ele almıştır. Çalışmadan elde edilen açısal frekans değerlerinin, bazı mesnet şartları için ihmal edilemeyecek düzeyde farklılıklar göstermesi, bahsi geçen bu durumun en iyi örneğidir (De Rosa, 1995).

Yukarıda anlatılan durum dikkate alınarak, Pasternak zemini üzerine oturan kirişler için zeminin potansiyel enerjiye katkısı (Π_s) (1.1) bağıntısında sunulmuştur (Yokoyama, 1996).

$$\Pi_s = \frac{1}{2} \int_0^L b \left[(k_s(w(x,t)))^2 + k_\theta \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (1.1)$$

Burada k_s ve k_θ sırasıyla, zemin yatak katsayısı ve kayma tabakasının dönmeye karşı direngenliğini simgeleyen katsayıları b , kiriş genişliğini L , kiriş uzunluğunu ve $w(x,t)$ kirişin çökmesini göstermekte olup x , konumu t , ise zaman değişkenini ifade etmektedir. (1.1) bağıntısının $w(x,t)$ 'ye göre varyasyonu alınarak Pasternak zemininin düşey tepki fonksiyonu $p_s(x,t)$ aşağıdaki gibi elde edilir (Selvadurai, 1979).

$$p_s(x,t) = \frac{\delta \Pi_s}{\delta w(x,t)} = bk_s w(x,t) - bk_\theta \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (1.2)$$

Biot, k_s düşey yay katsayıları ile ilgili (1.3) bağıntısını geliştirmiştir (Sall, Fall, Berthaud ve Ba, 2013).

$$k_s = 0,65 \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{E_s b^4}{E_b I} \right)^{\frac{1}{12}} \quad (1.3)$$

Vesic (1963), (1.3) bağıntısını geliştirerek, (1.4) bağıntısını önermiştir.

$$k_s = 0,95 \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{E_s b^4}{1 - \nu_s^2 E_b I} \right)^{0,108} \quad (1.4)$$

Burada E_s , zeminin elastisite modülünü ν_s , zeminin poisson oranını E_b , kirişin yapıldığı malzemenin elastisite modülünü I , ise kirişin alan atalet momentini belirtmektedir. Genel olarak, temellerin poisson oranı 0,15 ila 0,40 değerleri arasında değişmektedir. (1.4) bağıntısındaki $\left[\frac{1}{(1-\nu_s)^2} \right]^{0,108}$ terimi 1,0025 ila 1,0190 arasında

değerler aldığından, ilgili terimin ihmalı ile birlikte (1.5) bağıntısı elde edilir (Bund, 2009; Sall ve diğer., 2013).

$$k_s = 0,95 \frac{E_s}{1 - v_s^2} \left(\frac{E_s b^4}{E_b I} \right)^{0,108} \quad (1.5)$$

(1.3) ve (1.5) bağıntılarının genel hali (1.6) bağıntısında yazıldığı gibidir. (1.6) bağıntısı için farklı araştırmacıların elde ettiği α ve β katsayıları Tablo 1.1’de sunulmuştur (Sall ve diğer., 2013).

$$C_s = \alpha \frac{E_s}{1 - v_s^2} \left(\frac{E_s b^4}{E_b I} \right)^\beta \quad (1.6)$$

Vlasov, zemin tabakasının derinliğine bağlı olarak k_θ katsayısı için (1.7) bağıntısını önermiştir (Sall ve diğer., 2013).

$$k_\theta = \frac{E_s}{2(1 - v_s^2)(1 + v_s(1 - v_s))} \int_0^H \Phi^2 dz \quad (1.7)$$

Burada Φ , $w(x, t)$ fonksiyonunun z düşey eksenı boyunca değişimini H , ise zemin tabakasının derinliğini belirtmektedir. $\Phi(0)$ rijit zemin tabakasından, $\Phi(H)$ temel kirişinin altına kadar sırasıyla 1 ve 0 değerlerini alan $\Phi(z)$ fonksiyonunu Selvaduri (1979) (1.8) bağıntılarıyla iki farklı şekilde önermiştir.

$$\Phi(z) = \left(1 - \frac{z}{H} \right) \quad (1.8a)$$

$$\Phi(z) = \frac{\sinh \left[(H - z) \frac{\gamma}{L} \right]}{\sinh \left[\frac{\gamma H}{L} \right]} \quad (1.8b)$$

Tablo 1.1 Zemin çökme katsayısı (C_s) için önerilen α ve β katsayıları (Sal ve diğer., 2013)

Araştırmacı	α	β
Biot (1937)	0,65	1/12
Vesic (1963)	0,69	0,0868
Liu (2000)	0,74	0,0903
Daloğlu ve Vallabhan (2000)	0,78	0,0938
Fischer ve Gamsjäger (2000)	0,82	0,0973
Yang (2006)	0,95	0,1080
Henry (2007)	0,91	0,1043
Arul, Seetharaman ve Abraham (2008)	0,87	0,1008

$\Phi(z)$ fonksiyonunun doğrusal değiştiği varsayımıyla C_θ , (1.9) bağıntısında verildiği şekliyle yazılır (Sall ve diğer., 2013).

$$C_\theta = \frac{E_s b H}{6(1 - \nu_s^2)(1 + \nu_s(1 - \nu_s))} \quad (1.9)$$

1.5.2 Eksenel Basınç Kuvveti

Doğrusal elastik malzemedan yapılmış kirişin maruz kaldığı eksenel normal kuvvetin basınç olması halinde kirişte burkulma problemi de ortaya çıkmaktadır. Euler-Bernoulli kiriş teorisi, narin kirişlerin burkulmasında güvenli bir şekilde kullanılabilse de narin olmayan kirişlerin burkulma probleminde Timoshenko kiriş teorisi veya yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorileri ile yapısal davranışa daha uygun sonuçlar elde edilmektedir. Burkulma, ikinci mertebe etkilerinin dikkate alınmasını gerektiren bir problemdir. Eksenel basınç kuvvetinin, kirişin tarafsız eksenine göre eksantirisitesi dikkate alındığında kirişte, ikinci mertebe momenti meydana gelir. Bu nedenle basınç kuvvetine maruz kirişlerde normal kuvvet nedeniyle eğilme problemi ortaya çıkar (İnan, 1970).

Eksenel basınç kuvveti, Pasternak zemininin dönme katsayısı C_θ ile ters işaretli olmak üzere aynı etkiyi gösterdiği söylenebilir. Bir başka deyişle, zeminin kayma parametresi eksenel çekme kuvveti gibi davranmaktadır. (1.11) bağıntısında eksenel basınç kuvvetinin potansiyel enerjiye olan katkısı verilmiştir (Yokoyama, 1996).

$$\Pi_P = \frac{1}{2} \left[\int_0^L (-P) \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx \right] \quad (1.11)$$

Burada P , eksenel basınç kuvvetini temsil etmek üzere negatif işaretli olarak alınmıştır. Buna göre; P 'nin pozitif değerleri eksenel basınç, negatif değerleri eksenel çekme kuvveti olarak değerlendirilmelidir. Potansiyel enerjinin $w(x, t)$ 'ye göre varyasyonu olan eksenel basınç kuvveti P nedeniyle oluşan düşey tepki fonksiyonu (1.12) ifadesinde verildiği gibi elde edilir.

$$p_p(x, t) = \frac{\delta \Pi_P}{\delta w(x, t)} = P \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (1.12)$$

(1.2) ve (1.12) bağıntılarında verilen Pasternak zemini ve eksenel basınç kuvvetinin düşey tepki fonksiyonları kullanılarak elde edilen nihai düşey tepki fonksiyonu $p(x, t)$ aşağıda sunulmuştur.

$$p(x, t) = C_s w(x, t) + (P - C_\theta) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (1.13)$$

BÖLÜM İKİ

YÜKSEK MERTEBEDEN KAYMA DEFORMASYONU TEORİLERİ

Literatürde yer alan kiriş teorilerinden en basiti olan Euler-Bernoulli kiriş teorisi klasik kiriş teorisi adıyla da anılmaktadır. Euler-Bernoulli kiriş teorisinde kayma deformasyonları dikkate alınmadığından, kesit dönmesi kesit eğimine eşit olmakta ve eğilme öncesi tarafsız eksene dik ve düzlem olan kesitler eğilme sonrası da tarafsız eksene dik ve düzlem kalmaktadır. Şekil 2.1’de eğilme öncesi ve sonrası durumu görülen kirişin, Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre eğilme sonrası aldığı hal Şekil 2.1a’da sunulmuştur (Wang, Reddy ve Lee; 2000). Euler-Bernoulli kiriş teorisinde aksenal ve düşey yer değiştirmeler (2.1) bağıntılarında sunulmuştur (Timoshenko, 1937; Wang ve diğer., 2000).

$$u^E(x, z) = -z \frac{dw_0^E}{dx} \quad (2.1a)$$

$$w^E(x, z) = w_0^E(x) \quad (2.1b)$$

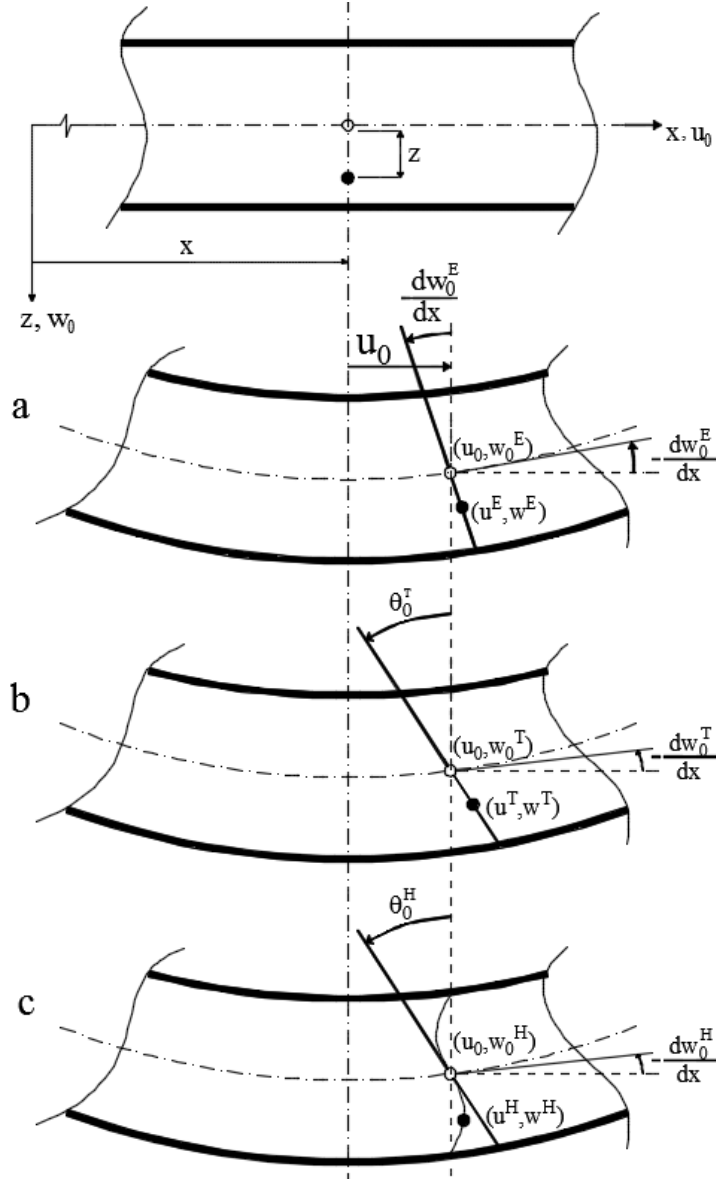
Burada x , kiriş eksenini z , kiriş eksenine dik olan düşey eksenini w , kirişin düşey yer değiştirmesini w_0 , kiriş ortasından geçtiği düşünülen eksenin $(x, 0)$ noktasındaki düşey yer değiştirmesini u , kirişin aksenal yer değiştirmesini göstermektedir. (2.1) bağıntılarında yer alan “E” indisleri, Euler-Bernoulli kiriş teorisini simgelemektedir.

Kayma deformasyonunun dikkate alındığı Timoshenko kiriş teorisinde ise eğilme öncesi asal eksenin normali yönündeki düzlemsel kesit, eğilme sonrası yine düzlem kalır, ancak kayma deformasyonları nedeniyle Şekil 2.1b’de görüldüğü gibi, asal eksenin normali doğrultusunda değildir (Yeşilce, 2009). Timoshenko kiriş teorisinde aksenal ve düşey yer değiştirmeler (2.2a) ile (2.2b) bağıntılarında sunulmuştur (Wang ve diğer., 2000).

$$u^T(x, z) = z\theta^T \quad (2.2a)$$

$$w^T(x, z) = w_0^T(x) \quad (2.2b)$$

Burada ϕ , kesit dönmesini “T” indisi, Timoshenko kiriş teorisini simgelemektedir.



Şekil 2.1 Eğilme öncesi ve sonrasında kiriş boy kesitleri (Wang ve diğer., 2000)

- Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yer değiştirme ve dönmeler
- Timoshenko kiriş teorisine göre yer değiştirme ve dönmeler
- Yüksek mertebeden kayma deformasyon teorilerine göre yer değiştirme ve dönmeler

Kirişte meydana gelen eğilme sonrası deformasyon halini Timoshenko kiriş teorisine kıyasla daha gerçekçi bir şekilde yansıtan birçok yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi geliştirilmiştir (Levinson, 1981; Bickford, 1982; Reddy, 1984a, 1984b; Heyliger ve Reddy, 1988; Touratier, 1991; Soldatos, 1992; Karama ve diğer, 2003; Akavci, 2007). Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorileri için aksel ve düşey yer değiştirmelerin genelleştirilmiş hali (2.3a) ile (2.3b) bağıntılarında sunulmuştur (Idlbi ve diğer., 1997; Sayyad, 2011a; 2011b).

$$u^H(x, z) = -z \frac{dw_0^H}{dx} + f(z) \left[\theta^H + \frac{dw_0^H}{dx} \right] \quad (2.3a)$$

$$w^H(x, z) = w_0^H(x) \quad (2.4b)$$

Burada “H” indisi yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerini belirtmektedir.

Yüksek mertebeden kayma deformasyonlarının dikkate alındığı kiriş teorilerinde, eğilme öncesi asal eksenin normal yönündeki düzlemsel kesit, eğilme sonrası; Şekil 2.1c’de görüldüğü üzere düzlemsel kalmamakla birlikte kayma deformasyonları nedeniyle asal eksenin normal doğrultusunda değildir (Yeşilce, 2009). Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinin hareket denklemlerinde dördüncü mertebeden, tez kapsamında ele alınan Touratier kiriş teorisinde ise altıncı mertebeden bir diferansiyel denklemin çözümü yapılmaktadır. Bu yüzden, Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerinin herhangi bir kesitinde düşey yer değiştirme ve kesit dönmesi olmak üzere iki serbestliği varken, Touratier kiriş teorisinde düşey yer değiştirme, kiriş eğimi ve kesit dönmesi olmak üzere üç adet serbestlik bulunmaktadır.

2.1 Aksel Kuvvet Etkisindeki Pasternak Zeminine Oturan Touratier Kirişinin Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

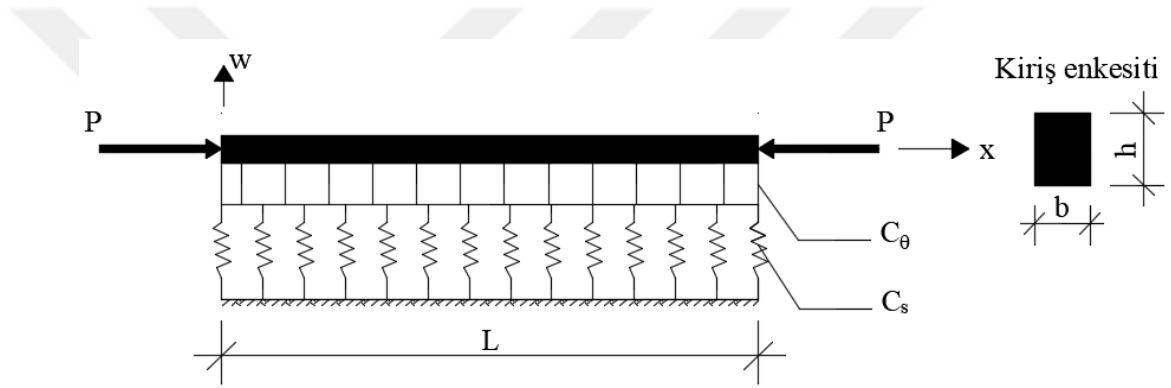
Şekil 2.2’de gösterilen kiriş modeli; Pasternak zeminine oturan, aksel basınç etkisindeki, tek açıklı ve b genişlikli, h yükseklikli bir kirişe ait olup aksel ve düşey

yer değişirme bileşenleri olan $u(x, z, t)$ ile $w(x, z, t)$ aşağıda sunulmuştur (Touratier, 1991; Touratier, 1992; Liu, 2010).

$$u(x, z, t) = -z \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[\theta(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] \quad (2.5a)$$

$$w(x, z, t) = w(x, t) \quad (2.5b)$$

Burada $w(x, t)$ ve $\theta(x, t)$ sırasıyla kirişin x konum ve t zaman değişkenlerine bağlı dūřey yer değişirme ve kesit dōnmesi fonksiyonlarını belirtmektedir.



şekil 2.2 Pasternak zeminine oturan aksel basınc kuvveti etkisindeki kiriş

(2.5a) ve (2.5b) bağıntıları kullanılarak birim şekil değişirme ile kayma deformasyonu ifadeleri (2.6a) ve (2.6b) bağıntıları şeklinde elde edilir.

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] \quad (2.6a)$$

$$\gamma_{xz} = \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[\theta(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] \quad (2.6b)$$

Burada E , kiriřin elastisite modūlünü G , kiriřin kayma modūlünü belirtmek üzere normal ve kayma gerilmesi ifadeleri, (2.7) baęıntıları ile sırasıyla verilmiřtir.

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} = -Ez \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + E \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] \quad (2.7a)$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = G \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[\theta(x,t) + \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right] \quad (2.7b)$$

L_g , Lagrangian yoğunluk fonksiyonunu belirtmek üzere, dinamik sistemlerin analizinde kullanılan Hamilton ilkesi (2.8)'de verilen bağıntı ile tanımlanır.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \delta L_g \, dx dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L (\delta \Pi - \delta V) \, dx dt = 0 \quad (2.8)$$

(2.8) bağıntısında yer alan Π , toplam potansiyel enerjiyi göstermek üzere (2.9a), $\delta \Pi$ ise virtüel toplam potansiyel enerjiyi göstermek üzere (2.9b) bağıntılarında açık haliyle sunulmuştur.

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} \left\{ \iiint [\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}] dV + \int_0^L C_s (w(x,t))^2 dx \right. \\ \left. + \int_0^L (C_\theta) \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^L (-P) \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right)^2 dx \right\} \end{aligned} \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} \delta \Pi = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint \left\{ \sigma_{xx} \left[-z \frac{\partial^2 \delta w(x,t)}{\partial x^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi z}{h} \left(\frac{\partial \delta \theta(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 \delta w(x,t)}{\partial x^2} \right) \right] \right. \\ \left. + \tau_{xz} \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \left[\delta \theta(x,t) + \frac{\partial \delta w(x,t)}{\partial x} \right] \right\} dV \\ + \int_0^L C_s w(x,t) \delta w(x,t) dx \\ \left. + \int_0^L (C_\theta - P) \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \delta w(x,t)}{\partial x} dx \right\} dt \end{aligned} \quad (2.9b)$$

(2.9) bağıntılarda yer alan C_s ve C_θ terimleri sırasıyla, zeminin düşey ve dönme yay sabitlerini P , aksel basınc kuvvetini belirtmektedir. V kinetik enerjii, δV ise virtüel kinetik enerjii tanımlamak üzere (2.10a) ile (2.10b) bağıntılarında sırasıyla sunulmuştur. Burada \bar{m} , kirişin yayılı kütesini göstermektedir.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \bar{m} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad (2.10a)$$

$$\delta V = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \bar{m} \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \delta u(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \delta w(x, t)}{\partial t} \right] dx dt \quad (2.10b)$$

(2.9b) numaralı bağıntı, (2.11), (2.12) ve (2.13) numaralı bağıntılar kullanılarak yeniden düzenlenip (2.10b) bağıntısı ile birlikte (2.8) bağıntısında yerine yazılmasıyla, (2.14) numaralı bağıntı ile Lagrangian yoğunluk fonksiyonunun çözümü elde edilir.

$$M_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{xx} z dy dz = -EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{24EI}{\pi^3} \left(\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sigma_{xx} \frac{h}{\pi} \sin \left(\frac{\pi z}{h} \right) dy dz \\ &= -\frac{24EI}{\pi^3} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{6EI}{\pi^2} \left(\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$Q = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \tau_{xz} \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) dy dz = \frac{AG}{2} \left(\theta(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \quad (2.13)$$

Burada M_1 ve M_2 eğilme momenti bileşenlerini, Q ise kesme kuvveti bileşenini EI , eğilme rijitliğini, AG ise kayma rijitliğini belirtmektedir.

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \delta L_g \, dx dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \left[-\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial x^2} - \frac{\partial Q}{\partial x} + C_s w(x, t) \right. \right. \\
&\quad - C_\theta \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - \rho C_0 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} \\
&\quad \left. \left. - \rho A_0 \frac{\partial^3 \theta(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right] \delta w(x, t) \right. \\
&\quad + \left[-\frac{\partial M_2}{\partial x} + Q_h + \rho A_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} \right. \\
&\quad \left. + \rho B_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} \right] \delta \theta(x, t) \Big\} dx dt \\
&\quad + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[\frac{\partial M_1}{\partial x} - \frac{\partial M_2}{\partial x} + Q - \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho C_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \rho A_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} + (C_\theta - P) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] \delta w(x, t) \Big|_0^L \right. \\
&\quad \left. + [M_2 - M_1] \delta \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_0^L + [M_2] \delta \theta(x, t) \Big|_0^L \right\} dt = 0
\end{aligned} \tag{2.14}$$

(2.14) bağıntısında yer alan A_0 , B_0 ve C_0 ifadeleri $I = bh^3/12$ olmak üzere aşağıda sunulmuştur.

$$A_0 = b \int_{-h/2}^{h/2} \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left(\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) - z\right) dz = \frac{6\pi - 24}{\pi^3} I \tag{2.15a}$$

$$B_0 = b \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)\right)^2 dz = \frac{6}{\pi^2} I \tag{2.15b}$$

$$C_0 = b \int_{-h/2}^{h/2} \left(\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) - z\right)^2 dz = \frac{(\pi^3 + 6\pi - 48)}{\pi^3} I \tag{2.15c}$$

(2.14) bağıntısında yer alan $\delta w(x, t)$ ve $\delta \theta(x, t)$ varyasyonlarının çarpanları, Touratier kirişinin iç kuvvet bileşenlerine bağlı olarak yazılan hareket denklemlerini belirtmekte olup (2.16a) ve (2.16b) bağıntılarında tanımlanmıştır.

$$-\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial x^2} - \frac{\partial Q}{\partial x} + C_s w(x, t) - C_\theta \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - \rho C_0 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} - \rho A_0 \frac{\partial^3 \theta(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.16a)$$

$$-\frac{\partial M_2}{\partial x} + Q_h + \rho A_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \rho B_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.16b)$$

(2.14) bağıntısında yer alan $\delta w(x, t)$, $\delta w'(x, t)$ ve $\delta \theta(x, t)$ varyasyonlarının doğal sınır şartları sırasıyla (2.17a), (2.17b) ve (2.17c) bağıntılarında sunulmuştur.

$$T(x, t) = \left(\frac{\partial M_1}{\partial x} - \frac{\partial M_2}{\partial x} + Q - \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho C_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \rho A_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} + (C_\theta - P) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \sin(\omega t) \quad (2.17a)$$

$$M_w(x, t) = (M_2 - M_1) \sin(\omega t) \quad (2.17b)$$

$$M_\theta(x, t) = (M_2) \sin(\omega t) \quad (2.17c)$$

Burada $T(x, t)$, Touratier kirişinin kesme kuvvetini, $M_w(x, t)$ ve $M_\theta(x, t)$ eğilme momentlerini göstermektedir. M_1 , M_2 ve Q ifadelerinin (2.16) bağıntılarında yerine yazılmasıyla (2.18) bağıntıları ile ifade edilen Touratier kirişinin hareket denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
& EC_0 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + EA_0 \frac{\partial^3 \theta(x, t)}{\partial x^3} - \frac{AG}{2} \left(\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \\
& - C_\theta \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - \rho C_0 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} \\
& - \rho A_0 \frac{\partial^3 \theta(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0
\end{aligned} \tag{2.18a}$$

$$\begin{aligned}
& -EA_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} - EB_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} + \frac{AG}{2} \left(\theta(x, t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \\
& + \rho A_0 \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x \partial t^2} + \rho B_0 \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2} = 0
\end{aligned} \tag{2.18b}$$

(2.18) bağıntıları, $\tilde{x} = x/L$ alınarak boyutsuzlaştırılır ve $w(\tilde{x}, t) = w(\tilde{x})\sin(\omega t)$, $\theta(\tilde{x}, t) = \theta(\tilde{x})\sin(\omega t)$ kabul edilerek değişkenlerine ayrılırsa Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış hareket denklemi elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
& \frac{EC_0}{L^4} \frac{d^4 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^4} + \frac{EA_0}{L^3} \frac{d^3 \theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}^3} - \frac{AG}{2L} \left(\frac{d\theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}} + \frac{1}{L} \frac{d^2 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} \right) \\
& + \frac{(P - C_\theta)}{L^2} \frac{d^2 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + C_s w(\tilde{x}) \\
& + \rho \omega^2 \left[\frac{C_0}{L^2} \frac{d^2 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + \frac{A_0}{L} \frac{d\theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}} - A w(\tilde{x}) \right] = 0
\end{aligned} \tag{2.19a}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{EA_0}{L^3} \frac{d^3 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^3} - \frac{EB_0}{L^2} \frac{d^2 \theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + \frac{AG}{2} \left(\theta(\tilde{x}) + \frac{1}{L} \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \right) \\
& - \rho \omega^2 \left(\frac{A_0}{L} \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} + B_0 \theta(\tilde{x}) \right) = 0
\end{aligned} \tag{2.19b}$$

Burada ω , kirişin açılmal frekansını belirtmektedir.

2.2 Eksenel Kuvvet Etkisindeki Pasternak Zeminine Oturan Touratier Kirişinin Hareket Denklemine Analitik Çözümü ve İç Tesirlerin Elde Edilmesi

Touratier kirişinin, boyutsuz hareket denkleminin çözümü için $w(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^6 F_i e^{is_i \tilde{x}}$ ve $\theta(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^6 H_i e^{is_i \tilde{x}}$ kabulleri yapılır ve (2.19) bağıntılarında gerekli düzenlemeler yapılarak yerlerine yazılırsa (2.20) bağıntıları elde edilir.

$$\left[\frac{EC_0}{L^4} s_i^4 + \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho\omega^2 C_0)}{2L^2} s_i^2 + (C_s - \bar{m}\omega^2) \right] F_i + \left[-\frac{EA_0}{L^3} is_i^3 + \frac{2\rho\omega^2 A_0 - AG}{2L} is_i \right] H_i = 0 \quad (2.20a)$$

$$\left[\frac{EA_0}{L^3} is_i^3 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 A_0}{2L} is_i \right] F_i + \left[\frac{EB_0}{L^2} s_i^2 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 B_0}{2} \right] H_i = 0 \quad (2.20b)$$

Burada s_i , (2.20) hareket denklemlerinin köklerini, F_i ve H_i ise belirsiz katsayıları göstermektedir ($i = 1, 2, \dots, 6$). (2.20) bağıntıları matris formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{bmatrix} \frac{EC_0}{L^4} s_i^4 + \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho\omega^2 C_0)}{2L^2} s_i^2 + (C_s - \bar{m}\omega^2) & -\frac{EA_0}{L^3} is_i^3 - \frac{AG - 2\rho\omega^2 A_0}{2L} is_i \\ \frac{EA_0}{L^3} is_i^3 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 A_0}{2L} is_i & \frac{EB_0}{L^2} s_i^2 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 B_0}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_i \\ H_i \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.21)$$

(2.21) numaralı matris denklemin sıfırdan farklı çözümü için katsayılar matrisinin determinantı sıfıra özdeş kılınmalıdır. Sıfıra özdeş olan determinanttan elde edilen bağıntının çözümü ile $w(\tilde{x}, t)$ ve $\theta(\tilde{x}, t)$ boyutsuz düşey yer değiştirme ve kesit dönmesi fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w(\tilde{x}, t) = (F_1 e^{is_1 \tilde{x}} + F_2 e^{is_2 \tilde{x}} + F_3 e^{is_3 \tilde{x}} + F_4 e^{is_4 \tilde{x}} + F_5 e^{is_5 \tilde{x}} + F_6 e^{is_6 \tilde{x}}) \sin(\omega t) \quad (2.22a)$$

$$\theta(\tilde{x}, t) = (H_1 e^{is_1 \tilde{x}} + H_2 e^{is_2 \tilde{x}} + H_3 e^{is_3 \tilde{x}} + H_4 e^{is_4 \tilde{x}} + H_5 e^{is_5 \tilde{x}} + H_6 e^{is_6 \tilde{x}}) \sin(\omega t) \quad (2.22b)$$

(2.20), (2.21) ve (2.22b) bağıntılarında yer alan H_i katsayılarını F_i katsayıları şeklinde ifade ederek bilinmeyen katsayıları azaltmak mümkündür. Bunun için, (2.20b) bağıntısında H_i katsayılarını yalnız bırakarak aşağıdaki bağıntı elde edilmiştir.

$$H_i = - \frac{\frac{EA_0}{L^3} is_i^3 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 A_0}{2L} is_i}{\frac{EB_0}{L^2} s_i^2 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 B_0}{2}} F_i \quad (2.23)$$

(2.23) bağıntısında yer alan F_i belirsiz katsayılarının çarpanı (2.24) bağıntısında verildiği gibidir.

$$\alpha_i = \frac{\frac{(24 - 6\pi)EI}{\pi^3 L^3} is_i^3 - \frac{AG - 2\rho\omega^2 A_0}{2L} is_i}{\frac{6EI}{\pi^2 L^2} s_i^2 + \frac{AG - 2\rho\omega^2 B_0}{2}} \quad (2.24)$$

(2.24) bağıntısı (2.22b) bağıntısında yerine yazılarak, kesit dönmesi fonksiyonu (2.25) bağıntısında sunulduğu gibi elde edilir.

$$\theta(\tilde{x}, t) = (\alpha_1 F_1 e^{is_1 \tilde{x}} + \alpha_2 F_2 e^{is_2 \tilde{x}} + \alpha_3 F_3 e^{is_3 \tilde{x}} + \alpha_4 F_4 e^{is_4 \tilde{x}} + \alpha_5 F_5 e^{is_5 \tilde{x}} + \alpha_6 F_6 e^{is_6 \tilde{x}}) \sin(\omega t) \quad (2.25)$$

(2.11), (2.12) ve (2.13) bağıntıları (2.17) bağıntılarında yerine yazılıp $\tilde{x} = x/L$ alınarak ifadeler boyutsuz hale getirilirse, iç kuvvet ifadeleri olan; kesme kuvveti ve eğilme momentleri (2.26) bağıntılarındaki gibi elde edilir.

$$T(\tilde{x}, t) = \left[-\frac{EC_0}{L^3} \frac{d^3 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^3} - \frac{EA_0}{L^2} \frac{d^2 \theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + \frac{AG}{2} \left(\theta(\tilde{x}) + \frac{1}{L} \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \right) - \frac{(P - C_\theta)}{L} \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} - \frac{\rho\omega^2 C_0}{L} \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} - \rho\omega^2 A_0 \theta(\tilde{x}) \right] \sin(\omega t) \quad (2.26a)$$

$$M_w(\tilde{x}, t) = \left[\frac{EC_0}{L^2} \frac{d^2 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + \frac{EA_0}{L} \frac{d\theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \right] \sin(\omega t) \quad (2.26b)$$

$$M_\theta(\tilde{x}, t) = \left[\frac{EA_0}{L^2} \frac{d^2 w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + \frac{EB_0}{L} \frac{d\theta(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \right] \sin(\omega t) \quad (2.26c)$$

Burada, $T(\tilde{x}, t)$ Touratier kirişinin boyutsuz kesme kuvvetini, $M_w(\tilde{x}, t)$ ve $M_\theta(\tilde{x}, t)$ ise boyutsuz eğilme momentlerini göstermektedir.

2.3 Dinamik Rijitlik Metodu (DRM)

Gerçekte yapılar, sürekli kütleli ve rijitlikli; sonsuz serbestlik derecesine ve titreşim frekanslarına sahiptirler (Williams ve Wittrick, 1970). Wittrick-Williams algoritması (WWA), bu gibi sonsuz serbestlik derecesine sahip sistemlerin dinamik rijitlik matrisine uygulanarak, açısal frekans değerlerini bulmaya yarayan güçlü bir algoritmadır (Williams ve Wittrick, 1970; Wittrick ve Williams, 1971).

WWA'nın uygulanmasına sistemin dinamik rijitlik matrisinin elde edilmesi ile başlanmaktadır. Yapısal bir elemanın serbest titreşimine ait hareket denklemi sembolik olarak (2.27) bağıntısıyla verilmiştir (Banerjee, 1997).

$$\bar{L}(u) = 0 \quad (2.27)$$

Burada, $\bar{L}(u)$ yer değiştirme vektörüne karşılık gelen diferansiyel operatörü belirtmektedir. (2.28) bağıntısında verilen hareket denkleminin genel çözümü ise aşağıdaki gibidir.

$$u = Ue^{i\omega t} \quad (2.28)$$

Burada U, belirsiz bir katsayı olmak üzere ω , açısal frekansı ve t ise zaman değişkenlerini göstermektedir. (2.28) bağıntısının (2.27) bağıntısında yerine yazılmasıyla aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$L_1(U, \omega) = 0 \quad (2.29)$$

Burada L_1 , diferansiyel operatörünü simgelemektedir. (2.29) bağıntısının genel çözümü (2.30) bağıntısında verildiği gibidir (Banerjee, 1997).

$$U = AC \quad (2.30)$$

Burada C, sabitler vektörünü, A frekansa bağlı kare matrisi simgelemektedir. (2.30) bağıntısına yer değiştirmelere bağlı sınır şartları uygulanarak aşağıdaki bağıntı elde edilir (Banerjee, 1997).

$$\delta = BC \quad (2.31)$$

Burada δ , düğüm noktasına karşılık gelen yer değiştirme vektörünü B, A matrisine sınır şartları uygulanmak kaydıyla elde edilen kare matrisi tanımlar. (2.30) bağıntısına benzer şekilde iç kuvvetler için genel çözüm aşağıdaki gibi elde edilir (Banerjee, 1997).

$$F = DC \quad (2.32)$$

Burada F, kuvvet vektörünü D, frekansa bağlı kare matrisi göstermektedir. (2.31) bağıntısında C yalnız bırakılıp, C'ye karşılık gelen ifade (2.32) bağıntısında yerine yazılarak dinamik rijitlik matrisi K aşağıdaki gibi elde edilir (Banerjee, 1997).

$$F = DB^{-1}\delta = K\delta \quad (2.33)$$

Dinamik rijitlik matrisi, frekansa bağılı yüksek dereceden düzensiz fonksiyonları içermektedir. Bu yüzden, açısal frekans değerlerinin bulunması için en güvenilir yöntemlerden biri WWA'nın dinamik rijitlik matrisine uygulanmasıdır. WWA, seçilen bir frekans değerinin altında kalan bütün modlara ait açısal frekans sayısını veren güvenilir bir algoritmadır (Williams ve diğer., 2004).

2.4 Wittrick-Williams Algoritması (WWA)

Wittrick-Williams algoritması (WWA), $[0, \lambda]$ aralığında mevcut olan özdeğerlerin sayısını bulmaya yarayan bir algoritmadır. WWA'na göre $[0, \lambda]$ aralığında mevcut olan özdeğerlerin sayısı (2.34) bağıntısı kullanılarak hesaplanır.

$$J(\lambda) = J_0(\lambda) + s\{K(\lambda)\} \quad (2.34)$$

Burada λ , özdeğeri $J(\lambda)$, $[0, \lambda]$ aralığında olan özdeğerlerin sayısını $s\{K(\lambda)\}$, dinamik rijitlik matrisinin Gauss-eliminasyon yöntemi ile elde edilen üst üçgen matrisinde yer alan köşegendeki negatif veya sıfıra özdeş elemanların toplam sayısını, $J_0(\lambda)$ ise sisteme sınır şartları uygulandığında elde edilen $J(\lambda)$ değerini belirtmektedir (Williams ve diğer., 2004).

Kirişlerde $J_0(\lambda)$, her iki ucu ankastre mesnetli bir kiriş için araştırılan bir λ frekans değerinin altında kalan frekansların sayısı demektir ki, bunu tek açıklıklı bir kiriş için bulmak oldukça zordur. Her iki ucundan ankastre bir kiriş ele alındığında, ankastrelik sınır şartlarının sıfıra özdeş olması nedeniyle satır-sütun silme işlemi ile dinamik rijitlik matrisinin ortadan kaybolacağı görülmektedir. Söz konusu bu elverişsiz durumu aşmak için kirişi yeterince çok alt elemanlara ayırarak; herhangi bir ankastrelik sınır şartı altında aşılacak frekansların sayısını sıfıra yaklaştırmak gerekir. Bu işlem ile $J_0(\lambda)$ değeri sıfıra yaklaşacağından $J(\lambda)$ değeri için aşağıdaki bağıntı geçerli olur.

$$J(\lambda) \cong s\{K_n(\lambda)\} \quad (2.35)$$

Burada K_n indisi, n adet elemana ayrılan kirişin sınır şartları uygulanmış olan sistem dinamik rijitlik matrisini belirtmektedir. Sistemin dinamik rijitlik matrisi, kodlama yöntemi ile kolaylıkla kurulabilmektedir (Çatal, 2014).



BÖLÜM ÜÇ

DİFERANSİYEL QUADRATURE METODU (DQM)

Tek boyutlu bir $f(x)$ fonksiyonu $[0,1]$ aralığında sürekli ve türevi alınabilir bir fonksiyon olmak kaydıyla birinci mertebeden türevi, fonksiyona diferansiyel quadrature kuralı uygulanarak aşağıdaki gibi ifade edilir (Wang, 2015).

$$\left(\frac{df(x)}{dx}\right)_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N A_{ij}f(x_j) \quad i = 1,2, \dots, N \quad (3.1)$$

Burada N , kirişin düğüm noktası sayısını A_{ij} , x' e göre birinci dereceden türevin ağırlık katsayılarını x_i ise düğüm noktasının koordinatını belirtmektedir. (3.1) bağıntısına benzer şekilde $f(x)$ fonksiyonunun ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden türevleri aşağıda verilen bağıntılarda sunulmuştur (Wang, 2015).

$$\left(\frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N B_{ij}f(x_j) \quad i = 1,2, \dots, N \quad (3.2a)$$

$$\left(\frac{d^3f(x)}{dx^3}\right)_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N C_{ij}f(x_j) \quad i = 1,2, \dots, N \quad (3.2b)$$

$$\left(\frac{d^4f(x)}{dx^4}\right)_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N D_{ij}f(x_j) \quad i = 1,2, \dots, N \quad (3.2c)$$

Burada B_{ij} , C_{ij} ve D_{ij} sırasıyla $f(x)$ fonksiyonunun ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden türevlerinin ağırlık katsayılarını ifade etmektedir. (3.1) ve (3.2) bağıntılarında yer alan x_j düğüm noktalarının (quadrature noktaları) belirlenmesinde eşit aralıklı ve eşit aralıklı olmayan düğüm noktaları dikkate alınır (Wang, 2015). Eşit aralıklı düğüm noktaları seçiminde (3.3) bağıntısı geçerlidir.

$$x_j = \frac{j-1}{N-1} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.3)$$

Burada N , düğüm noktası sayısını belirtmektedir. Bu çalışmada, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak aralıkları eşit olmayan düğüm noktası seçimi yapılmıştır (Wang, 2015). Burada x_j , $[0,1]$ aralığında kabul edilmiştir.

$$0, \quad x_j = 0,5 \left(1 - \cos \frac{(2j-3)\pi}{2N-4} \right), 1 \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3.4a)$$

$$x_j = 0,5 \left(1 - \cos \frac{(j-1)\pi}{N-1} \right) \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3.4b)$$

$$0, \quad x_j = 0,5 \left(1 - \cos \frac{(2j-1)\pi}{2N} \right), 1 \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (3.4c)$$

Yukarıda yer alan bağıntılar dışında Gauss quadrature noktaları, Gauss-Lobatto-Legendre quadrature noktaları seçimi de yapılabilir. Anizotropik plakların burkulma analizinin DQM kullanılarak yapıldığı bir çalışmada, düğüm noktası aralık seçiminin elde edilen sonuçlar üzerinde büyük etkisi olduğu sonucuna varılmıştır (Sherbourne ve Pandey, 1991). Bu çalışma kapsamında, (3.4b) bağıntısı ile $(N-1)$. dereceden Chebyshev polinomunun extremum noktalarını dikkate alan Chebyshev-Gauss-Lobatto düğüm noktası dağılımı dikkate alınmıştır. Düğüm noktalarının aralıklarının belirlenmesinden sonra birinci mertebeden kısmi türev operatörü olan A_{ij} ve A_{ii} ile belirtilen ağırlık katsayıları aşağıdaki gibi yazılır (Wang X., Wang Y. ve Zhou, 2004).

$$A_{ij} = \frac{\sigma'_N(x_i)}{(x_i - x_j)\sigma'_N(x_j)} \quad (i \neq j) \quad (3.5a)$$

$$A_{ii} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{x_i - x_j} \quad (i \neq j) \quad (3.5b)$$

(3.5a) bağıntısında yer alan $\sigma'_N(x)$ fonksiyonu $\sigma_N(x)$ fonksiyonunun birinci mertebeden x 'e göre türevi olup, her iki fonksiyon da aşağıda sunulmuştur (Wang, 2015).

$$\sigma_N(x_i) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_N) \quad (3.6a)$$

$$\sigma'_N(x_i) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_N) \quad (3.6b)$$

İkinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden türevlerin ağırlık katsayıları olan B_{ij} , C_{ij} ile D_{ij} aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir (Shu ve Richards, 1992; Wang ve diğer., 2004).

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik}A_{kj} \quad (3.7)$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N A_{ik}B_{kj} \quad (3.8)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N B_{ik}B_{kj} = \sum_{k=1}^N A_{ik}C_{kj} \quad (3.9)$$

Tez kapsamında, diferansiyel quadrature yöntemlerinden ağırlık katsayılarını Hermite interpolasyon fonksiyonları ile kuran genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı (GDQK) ve Lagrange interpolasyon fonksiyonları ile kuran diferansiyel quadrature eleman metodu (DQEM) üzerine çalışılmıştır.

3.1 Genelleştirilmiş Diferansiyel Quadrature Kuralı (GDQK)

N adet düğüm noktalı bir kiriş elemanının $w(x)$ düşey yer değiştirme fonksiyonu $[0,1]$ aralığında sürekli ve türevi alınabilir bir fonksiyon olsun. Diferansiyel quadrature kuralına göre,

$$\bar{L}\{w(x)\}_{x=x_i} = \sum_{j=1}^{N+2} E_{ij}u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir (Wang ve Gu, 1997; Wang ve diğer., 2004). Burada \bar{L} doğrusal operatörü, E_{ij} doğrusal operatöre karşılık gelen ağırlık katsayılarını, u_j ise $j = 1, 2, \dots, N$ değerleri için yer değiştirme fonksiyonu $w(x_j)$ 'yi, $j = N + 1, N + 2$ değerleri için yer değiştirme fonksiyonunun birinci mertebeden türevi olan kirişin eğimi $w'(x_j)$ 'yi belirtmektedir. Hermite interpolasyon fonksiyonlarına göre $w(x)$ ifadesi açılırsa (3.11) bağıntısı elde edilir (Zhong ve Yu, 2007, 2009; Zhong ve Gao, 2009; Zhong ve Wang, 2010; Wang, 2015).

$$\begin{aligned} w(x) &= \varphi_1(x)w(x_1) + \dots + \varphi_N(x)w(x_N) + \psi_1 w'(x_1) + \psi_N w'(x_N) \\ &= \sum_{j=1}^N \varphi_j(x)w(x_j) + \psi_1(x)w'(x_1) + \psi_N(x)w'(x_N) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Burada $\varphi_j(x)$ ile $\psi_j(x)$, $(N + 1)$. dereceden polinomlardır. $w(x)$ fonksiyonu Tablo 3.1'de verilen şartları sağlamalıdır (Wang, 2015).

Tablo 3.1 İnterpolasyon fonksiyonunun sağlaması gereken şartlar (Wang, 2015)

x	x_1	x_2	...	x_i	...	x_N
$w(x)$	$w(x_1)$	$w(x_2)$...	$w(x_i)$...	$w(x_N)$
$w^{[1]}(x)$	$w^{[1]}(x_1)$	-	-	-	-	$w^{[1]}(x_N)$

Tabloda yer alan $w^{[1]}(x)$ ifadesi düşey yer değiştirmelerin x konum değişkenine göre birinci mertebeden kısmi türevini belirtmektedir. Ağırlık katsayılarını hesaplamak için öncelikle $\varphi_j(x)$ ve $\psi_j(x)$ fonksiyonlarını elde etmek gerekir. $\psi_j(x)$ fonksiyonu (3.12) bağıntısıyla elde edilir (Wang, 2015).

$$\psi_j(x) = \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} l_j(x)(x - x_j)(x - x_{N-j+1}) \quad (j = 1, N) \quad (3.12)$$

(3.12) bağıntısında yer alan $l_j(x)$, Lagrange interpolasyon fonksiyonunu belirtmekte olup (3.13) bağıntısıyla verilmiştir (Wang, 2015).

$$l_j(x) = \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \quad (3.13)$$

(3.12) bağıntısının birinci mertebeden türevi alınarak (3.14) bağıntısına ulaşılır (Wang, 2015).

$$\begin{aligned} \psi_j^{[1]}(x) = \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \{ & l_j^{[1]}(x)(x - x_j)(x - x_{N-j+1}) \\ & + l_j(x)[(x - x_j) + (x - x_{N-j+1})] \} \\ & (j = 1, N) \end{aligned} \quad (3.14)$$

δ_{ij} Kronecker deltayı belirtmek üzere, $l_j(x_i) = \delta_{ij}$ olduğundan x_i değerleri (3.12) ve (3.14) bağıntılarında yerine yazıldığında (3.15) bağıntıları elde edilir (Wang, 2015).

$$\psi_j(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N; j = 1, N) \quad (3.15a)$$

$$\psi_1^{[1]}(x_1) = \psi_N^{[1]}(x_N) = 1 \quad (3.15b)$$

$$\psi_1^{[1]}(x_N) = \psi_N^{[1]}(x_1) = 0 \quad (3.15c)$$

Tablo 3.1’de yer alan bütün şartları sağlamak için $\varphi_j(x)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi kurulur (Wang, 2015).

$$\varphi_j(x) = \begin{cases} \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} l_j(x)(x - x_{N-j+1}) \left[l_j^{[1]}(x_j) + \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \right] \psi_j(x) & (j = 1, N) \\ \frac{1}{(x_j - x_1)(x_j - x_N)} l_j(x)(x - x_1)(x - x_N) & (j = 2, 3, \dots, N-1) \end{cases} \quad (3.16)$$

(3.16) bağıntısı, aşağıda sunulan şartları sağlamakla birlikte Tablo 3.1’de yer alan bütün şartları da yerine getirmiş olur (Wang, 2015).

$$\varphi_j(x_i) = \delta_{ij} \quad (3.17a)$$

$$\varphi_j^{[1]}(x_1) = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (3.17b)$$

$$\varphi_j^{[1]}(x_N) = 0 \quad (3.17c)$$

(3.11) bağıntısında sunulan çözüm fonksiyonunun diferansiyel quadrature kuralına göre k. mertebeden türevi aşağıdaki gibi elde edilir (Wang, 2015).

$$\begin{aligned} w^{[k]}(x_i) &= \sum_{j=1}^N \varphi_j^{[k]}(x_i) w(x_j) + \psi_1^{[k]}(x_i) w'(x_1) + \psi_N^{[k]}(x_i) w'(x_N) \\ &= \sum_{j=1}^{N+2} E_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (3.18)$$

(3.18) bağıntısında yer alan bilinmeyen ifadeler aşağıdaki bağıntılarda sunulmuştur (Wang, 2015).

$$\psi_j^{[k]}(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \left\{ l_j^{[1]}(x_i)(x_i - x_1)(x_i - x_N) + l_j(x_i)[(x_i - x_1)(x_i - x_N)] \right\} & (k = 1) \\ \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \left\{ l_j^{[k]}(x_i)(x_i - x_1)(x_i - x_N) + k l_j^{[k-1]}(x_i)[(x_i - x_1)(x_i - x_N)] \right. \\ \left. + k(k-1) l_j^{[k-2]}(x_i) \right\} & (k > 1) \end{cases} \quad (3.19)$$

(j = 1, N; i = 1, 2, ..., N)

$$\begin{aligned} \varphi_j^{[k]}(x_i) &= \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \left[l_j^{[k]}(x_i)(x_i - x_{N-j+1}) + kl_j^{[k-1]}(x_i) \right] \\ &\quad - \left[l_j^{[1]}(x_j) + \frac{1}{x_j - x_{N-j+1}} \right] \psi_j^{[k]}(x_i); \quad (j = 1, N; i \\ &\quad = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \varphi_j^{[k]}(x_i) &= \frac{1}{(x_j - x_1)(x_j - x_N)} \left\{ l_j^{[k]}(x_i)(x_i - x_1)(x_i - x_N) \right. \\ &\quad + kl_j^{[k-1]}(x_i)[(x_i - x_1) + (x_i - x_N)] \\ &\quad \left. + k(k-1)l_j^{[k-2]}(x_i) \right\} \\ &\quad (j = 2, 3, \dots, N-1; i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (3.21)$$

(3.19), (3.20) ve (3.21) bağıntılarında yer alan $l_j^{[1]}(x_i)$ ve $l_j^{[k]}(x_i)$ ifadeleri ise aşağıda sunulmuştur (Zhou ve Wang, 2010).

$$l_j^{[1]}(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{x_j - x_i} \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq i, j}}^N \frac{x_i - x_m}{x_j - x_m} & (i \neq j) \\ \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^N \frac{1}{x_i - x_m} & (i = j) \end{cases} \quad (3.22)$$

$$l_j^{[k]}(x_i) = \begin{cases} k \left[l_j^{[1]}(x_i) l_i^{[k-1]}(x_i) - \frac{l_j^{[k-1]}(x_i)}{x_i - x_j} \right] & (i \neq j) \\ \sum_{m=1}^N l_j^{[1]}(x_m) l_m^{[k-1]}(x_j) & (i = j) \end{cases} \quad (k > 1) \quad (3.23)$$

(3.22) bağıntısı yerine (3.5) kullanılabilirken; (3.23) bağıntısının $k=2,3,4$ değerleri için sırasıyla (3.7), (3.8) ve (3.9) bağıntıları da alternatif olarak kullanılabilir.

3.2 Diferansiyel Quadrature Eleman Metodu (DQEM)

DQEM’nda çözüm fonksiyonu, GDQK’ndan farklı olarak Hermite interpolasyon fonksiyonları yerine Lagrange interpolasyon fonksiyonları ile kurulmaktadır. Lagrange interpolasyon fonksiyonları, N düğüm noktası için $(N - 1)$. dereceden bir polinomla ifade edilmektedir. DQM tabanlı çözüm yöntemlerinde Lagrange interpolasyon fonksiyonları kullanılarak ağırlık katsayılarının kurulmasında birçok farklı teknik önerilmiştir (Bert, Jang ve Striz, 1988; Jang, Bert ve Striz, 1989; Bert ve Wang, 1993; Wang ve Bert, 1993; Wang, Gu ve Liu, 1996; Shu ve Du, 1997; Wang ve Gu, 1997; Karami ve Malekzadeh, 2002; Wang, Tan ve Zhou, 2003; Wang Y., Wang X. Ve Zhou, 2004; Wang X. ve Wang Y., 2004; Wang, 2005). Ancak bu çalışma kapsamında yalnızca çözüme gidilen teknik irdelenecektir.

Düşey yer değiştirme fonksiyonu $w(x)$ ’in birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü mertebeden x ’e göre türevleri sırasıyla \bar{A}_{ij} , \bar{B}_{ij} , \bar{C}_{ij} ve \bar{D}_{ij} olmak kaydıyla aşağıda sunulan bağıntılar geçerlidir (Wang, 2015).

$$w_i^{[1]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.24a)$$

$$w_i^{[2]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.24b)$$

$$w_i^{[3]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.24c)$$

$$w_i^{[4]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{D}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.24d)$$

(3.24) bağıntılarında yer alan u_j terimleri vektörel olarak aşağıda sunulduğu gibidir (Wang, 2015).

$$\{\mathbf{u}\}_{N+2}^T = \{w_1 \ w'_1 \ w_2 \ w_3 \ \dots \ w_{N-1} \ w_N \ w'_N\} \quad (3.25)$$

\bar{A}_{ij} ifadesinin w'_1 ve w'_N 'e karşılık gelen terimlerinin ağırlık katsayıları sıfır olmak kaydıyla w_1, w_2, \dots, w_N terimlerinin ağırlık katsayıları (3.5a) ve (3.5b) ile elde edilen A_{ij} ifadelerine karşılık gelmektedir. Düşey yer değiştirme fonksiyonunun ikinci mertebeden türevi ise elemanın başlangıç, bitiş ve iç düğüm noktalarında aşağıda verildiği gibi farklı biçimde hesaplanır (Wang, 2015).

$$w_1^{[2]} = \sum_{k=2}^N A_{1k} \sum_{j=1}^N A_{kj} w_j + A_{11} w_1^{[1]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{1j} u_j \quad (3.26a)$$

$$w_N^{[2]} = \sum_{k=1}^{N-1} A_{Nk} \sum_{j=1}^N A_{kj} w_j + A_{NN} w_N^{[1]} = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{Nj} u_j \quad (3.26b)$$

$$w_i^{[2]} = \sum_{k=1}^N A_{ik} \sum_{j=1}^N A_{kj} w_j = \sum_{j=1}^N B_{ij} w_j = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{ij} u_j \quad (i = 2, 3, \dots, N-1) \quad (3.26c)$$

(3.26c) bağıntısında yer alan B_{ij} ifadesi (3.7) bağıntısında tanımlandığı gibi iken $\bar{B}_{1(N+2)} = \bar{B}_{N2} = 0$ ve $\bar{B}_{ij} = 0$ ($i = 2, 3, \dots, N-1; j = 2, N+2$)'dir. Üçüncü ve dördüncü mertebeden türevlere ait ağırlık katsayılarının hesabı ise aşağıda sunulmuştur (Wang, 2015).

$$w_i^{[3]} = \sum_{k=1}^N A_{ik} w_k^{[2]} = \sum_{k=1}^N A_{ik} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{kj} u_j = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.27)$$

$$w_i^{[4]} = \sum_{k=1}^N B_{ik} w_k^{[2]} = \sum_{k=1}^N B_{ik} \sum_{j=1}^N \bar{B}_{kj} u_j = \sum_{j=1}^{N+2} \bar{D}_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.28)$$

3.3 Diferansiyel Quadrature Metotlarının Touratier Kirişine Uygulanması

Touratier kirişine diferansiyel quadrature kuralının uygulanabilmesi için kirişin yer değiştirme vektörü $\{u\}^T$ aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$\{u\}^T = \{w\}^T + \{\theta\}^T \quad (3.29)$$

(3.29) bağıntısında yer alan $\{w\}^T$ ile $\{\theta\}^T$ vektörleri aşağıda tanımlandığı gibidir.

$$\{w\}^T = \{w_1 \ w'_1 \ 0 \ w_N \ w'_N \ 0 \ w_2 \ 0 \ w_3 \ 0 \ \dots \ w_{N-1} \ 0\} \quad (3.30)$$

$$\{\theta\}^T = \{0 \ 0 \ \theta_1 \ 0 \ 0 \ \theta_N \ 0 \ \theta_2 \ 0 \ \theta_3 \ \dots \ 0 \ \theta_{N-1}\} \quad (3.31)$$

(3.30) bağıntısında yer alan $\{w\}^T$ vektörünün ağırlık katsayıları GDQK veya DQEM'nda anlatıldığı gibi hesaplanabilirken, (3.31) bağıntısında verilen $\{\theta\}^T$ 'nin ağırlık katsayıları ise (3.5), (3,7) ve (3.8) bağıntıları ile hesaplanabilmektedir. DQEM ile uyum sağlaması açısından, GDQK'nda yer alan $E_{ij}^{[k]}$ ifadeleri aşağıda sunulduğu gibi ifade edilecektir.

$$E_{ij}^{[1]} = \bar{A}_{ij}; \quad E_{ij}^{[2]} = \bar{B}_{ij}; \quad E_{ij}^{[3]} = \bar{C}_{ij}; \quad E_{ij}^{[4]} = \bar{D}_{ij}; \quad (3.32)$$

(2.19) bağıntılarıyla sunulan hareket denkleminde diferansiyel quadrature kuralı uygulanırsa (3.33) bağıntıları elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{EC_0}{L^4} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{D}_{ij} w_j + \frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^N C_{ij} \theta_j - \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{ij} w_j \\ - \frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \sum_{j=1}^N A_{ij} \theta_j = -(C_s - \bar{m} \omega^2) w_n \end{aligned} \quad (3.33a)$$

(i = 1, 2, ..., N; n = 2, 3, ..., N - 1)

$$\begin{aligned} -\frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{ij} w_j - \frac{EB_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{ij} \theta_j + \left[\frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \right] \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{ij} w_j \\ = - \left[\frac{(AG - 2\rho B_0 \omega^2)}{2} \right] \theta_n \quad (i = 1, 2, \dots, N; n \\ = 2, 3, \dots, N - 1) \end{aligned} \quad (3.33b)$$

Diferansiyel quadrature kuralı, kirişin yalnızca başlangıç ve bitiş düğüm noktalarında iç kuvvet ifadelerine uygulanmaktadır. Buna göre 1. ve N. düğüm noktalarındaki iç kuvvetler aşağıda sunulan bağıntılarda verilmiştir.

$$\begin{aligned} T_1 = \left[-\frac{EC_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{1j} w_j - \frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{1j} \theta_j \right. \\ \left. + \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{1j} w_j \right. \\ \left. + \frac{(AG - 2\rho A_0 \omega^2)}{2} \theta_1 \right] \end{aligned} \quad (3.34a)$$

$$M_{w,1} = \left[\frac{EC_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{1j} w_j + \frac{EA_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{1j} \theta_j \right] \quad (3.34b)$$

$$M_{\theta,1} = \left[\frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{1j} w_j + \frac{EB_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{1j} \theta_j \right] \quad (3.34c)$$

$$T_N = \left[-\frac{EC_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{Nj} w_j - \frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{Nj} \theta_j \right. \\ \left. + \frac{(AG - 2P + 2C_0 - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{Nj} w_j \right. \\ \left. + \frac{(AG - 2\rho A_0 \omega^2)}{2} \theta_N \right] \quad (3.35a)$$

$$M_{w,N} = \left[\frac{EC_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{Nj} w_j + \frac{EA_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{Nj} \theta_j \right] \quad (3.35b)$$

$$M_{\theta,N} = \left[\frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{Nj} w_j + \frac{EB_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{Nj} \theta_j \right] \quad (3.35c)$$

(3.33), (3.34) ve (3.35) bağıntılarının diferansiyel quadrature kuralına uygun şekilde düzenlenmesiyle aşağıdaki matris form elde edilir. Burada T_1 , $M_{w,1}$ ve $M_{\theta,1}$; kirişin 1 numaralı başlangıç düğüm noktasının kesme kuvveti ile eğilme momenti fonksiyonlarını; T_N , $M_{w,N}$ ve $M_{\theta,N}$, N numaralı bitiş düğüm noktasının kesme kuvveti ile eğilme momenti fonksiyonlarını ifade etmektedir.

$$\left(\begin{array}{c} \left[-\frac{EC_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{1j} w_j - \frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{1j} \theta_j + \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{1j} w_j + \frac{(AG - 2\rho A_0 \omega^2)}{2} \theta_1 \right] \\ \left[\frac{EC_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{1j} w_j + \frac{EA_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{1j} \theta_j \right] \\ \left[\frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{1j} w_j + \frac{EB_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{1j} \theta_j \right] \\ \left[-\frac{EC_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{Nj} w_j - \frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{Nj} \theta_j + \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{Nj} w_j + \frac{(AG - 2\rho A_0 \omega^2)}{2} \theta_N \right] \\ \left[\frac{EC_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{Nj} w_j + \frac{EA_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{Nj} \theta_j \right] \\ \left[\frac{EA_0}{L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{Nj} w_j + \frac{EB_0}{L} \sum_{j=1}^N A_{Nj} \theta_j \right] \\ \frac{EC_0}{L^4} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{D}_{2j} w_j + \frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^N C_{2j} \theta_j - \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{2j} w_j - \frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \sum_{j=1}^N A_{2j} \theta_j \\ - \frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{2j} w_j - \frac{EB_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{2j} \theta_j + \left[\frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \right] \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{2j} w_j \\ \vdots \\ \frac{EC_0}{L^4} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{D}_{(N-1)j} w_j + \frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^N C_{(N-1)j} \theta_j - \frac{(AG - 2P + 2C_\theta - 2\rho C_0 \omega^2)}{2L^2} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{B}_{(N-1)j} w_j - \frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \sum_{j=1}^N A_{(N-1)j} \theta_j \\ - \frac{EA_0}{L^3} \sum_{j=1}^{N+2} \bar{C}_{(N-1)j} w_j - \frac{EB_0}{L^2} \sum_{j=1}^N B_{(N-1)j} \theta_j + \left[\frac{AG - 2\rho A_0 \omega^2}{2L} \right] \sum_{j=1}^{N+2} \bar{A}_{(N-1)j} w_j \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} T_1 \\ M_{w,1} \\ M_{\theta,1} \\ T_N \\ M_{w,N} \\ M_{\theta,N} \\ -(C_s - \bar{m}\omega^2)w_2 \\ - \left[\frac{(AG - 2\rho B_0 \omega^2)}{2} \right] \theta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ -(C_s - \bar{m}\omega^2)w_{N-1} \\ - \left[\frac{(AG - 2\rho B_0 \omega^2)}{2} \right] \theta_{N-1} \end{array} \right) \quad (3.36)$$

(3.36) bağıntısı kapalı formda aşağıdaki gibi gösterilir (Yeşilce, 2009).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{ui}] \\ [K_{iu}] & [K_{ii}] \end{bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \{u_u\} \\ \{u_i\} \end{Bmatrix} \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} \{F_u\} \\ \left[(C_s - \bar{m}\omega^2)[J_1] + \frac{(2\rho B_0 \omega^2 - AG)}{2} [J_2] \right] \{u_i\} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Burada u indisi, kiriş elemanının başlangıç ve bitiş düğüm noktalarını i indisi ise ara düğüm noktalarını belirtmek için kullanılmıştır. $[K_{uu}]$, $[K_{ui}]$, $[K_{iu}]$ ve $[K_{ii}]$ alt matrislerinin elemanları (3.36) numaralı bağıntının sol tarafındaki terimlerin açılımından elde edilmektedir. $\{u_u\}$, uç düğüm noktalarına ait yer değiştirme vektörünü $\{u_i\}$, ara düğüm noktalarına ait yer değiştirme vektörünü $\{F_u\}$ ise uç düğüm noktalarına ait kuvvet vektörünü göstermektedir. Serbest titreşim analizinde $\{F_u\}$ sıfıra özdeşir. $\{F_u\}^T, \{u_u\}^T$ ve $\{u_i\}^T$ vektörleri sırasıyla (3.38), (3.39) ve (3.40) bağıntılarında; $[J_1]$ ve $[J_2]$ matrisleri (3.41) ve (3.42) bağıntılarında sunulmuştur.

$$\{F_u\}^T = \{T_1 M_{w,1} M_{\theta,1} T_N M_{w,N} M_{\theta,N}\} \quad (3.38)$$

$$\{u_u\}^T = \{w_1 w'_1 \theta_1 w_N w'_N \theta_N\} \quad (3.39)$$

$$\{u_i\}^T = \{w_2 \theta_2 w_3 \theta_3 \dots w_{N-1} \theta_{N-1}\}_{1 \times (2N-4)} \quad (3.40)$$

$$[J_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(2N-4) \times (2N-4)} \quad (3.41)$$

(3.37) bağıntısında geometrik sınır koşullarının sıfır olduğu ilgili satır ve sütun silme işleminden veya ilgili köşegen elemanına sonsuz büyüklükte bir sayı atanmasından sonra (3.43) bağıntılarında sunulduğu şekliyle matris gösteriminden denklem sistemi haline getirilir.

$$[J_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(2N-4) \times (2N-4)} \quad (3.42)$$

$$[K_{uu}]\{u_u\} + [K_{ui}]\{u_i\} = \{F_u\} \quad (3.43a)$$

$$[K_{iu}]\{u_u\} + [K_{ii}]\{u_i\} = \left[(\bar{m}\omega^2 - C_s)[J_1] + \left[\frac{(2\rho B_0\omega^2 - AG)}{2} \right] [J_2] \right] \{u_i\} \quad (3.43b)$$

(3.43a) bağıntısında $\{u_u\}$ yalnız bırakılarak (3.44) bağıntısına ulaşılır.

$$\{u_u\} = [K_{uu}]^{-1}\{\{F_u\} - [K_{ui}]\{u_i\}\} \quad (3.44)$$

(3.44) bağıntısı (3.43b) bağıntısında yerine yazılıp denklem düzenlenirse (3.45) bağıntısı elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} & [K_{iu}][K_{uu}]^{-1}\{\{F_u\} - [K_{ui}]\{u_i\}\} + [K_{ii}]\{u_i\} \\ & = \left[(m\omega^2 - C_s)[J_1] + \left[\frac{(2\rho B_0\omega^2 - AG)}{2} \right] [J_2] \right] \{u_i\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Serbest titreşim probleminde $\{F_u\}$ vektörü sıfır olduğundan, (3.45) bağıntısı aşağıdaki hale indirgenir (Yeşilce, 2009).

$$\begin{aligned} & \{[K_{ii}] - [K_{iu}][K_{uu}]^{-1}[K_{ui}]\}\{u_i\} \\ & = \left\{ (\bar{m}\omega^2 - C_s)[J_1] + \left[\frac{(2\rho B_0\omega^2 - AG)}{2} \right] [J_2] \right\} \{u_i\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

(3.46) bağıntısındaki $\{[K_{ii}] - [K_{iu}][K_{uu}]^{-1}[K_{ui}]\}$ matrisi $[\bar{K}]$ ile anılarak kirişin indirgenmiş global rijitlik matrisini belirtmektedir. Buradan, (3.46) bağıntısı yeniden düzenlenecek olursa (3.47) bağıntısına ulaşılır.

$$\left\{ [\bar{K}] - \left[(\bar{m}\omega^2 - C_s)[J_1] + \left[\frac{(2\rho B_0\omega^2 - AG)}{2} \right] [J_2] \right] \right\} \{u_i\} = 0 \quad (3.47)$$

(3.47) bağıntısında $\{u_i\}$ yer değiştirme vektörünün sol tarafındaki ifade kirişin indirgenmiş dinamik rijitlik matrisi olup (3.48) bağıntısında sunulmuştur.

$$[D] = [\bar{K}] - \left[(\bar{m}\omega^2 - C_s)[J_1] + \left[\frac{(2\rho B_0\omega^2 - AG)}{2} \right] [J_2] \right] \quad (3.48)$$

(3.47) bağıntısının çözümü için, (3.48) bağıntısında sunulan dinamik rijitlik matrisinin determinantını sıfıra özdeş kılan değerler araştırılarak açısız frekans değerleri hesaplanabilmekle birlikte bu çalışmada açısız frekans değerleri WWA kullanılarak elde edilmiştir.

BÖLÜM DÖRT

VARYASYONEL İTERATİF RİJİTLİK METODU (VİRM)

Varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM), He'nin varyasyonel iterasyon metodu (VİM) esas alınarak geliştirilmiştir (He, 1997). Bu nedenle, geliştirilen yöntemle geçmeden önce ilk bölümde varyasyonel iterasyon metodunun temel ilkelerinden bahsedilmiştir.

4.1 Varyasyonel İterasyon Metodu (VİM)

Varyasyonel iterasyon metodunda (VİM) aşağıda sunulan doğrusal olmayan genelleştirilmiş sistem ele alınmış olsun (He ve diğer., 2010):

$$\tilde{L}[u(\tilde{x})] + \tilde{N}[u(\tilde{x})] = 0 \quad (4.1)$$

Burada \tilde{L} , doğrusal operatörü \tilde{N} , doğrusal olmayan operatörü $u(\tilde{x})$, çözümü aranan fonksiyonu \tilde{x} ise bağımsız değişkeni belirtmektedir. (4.1) bağıntısının çözümünü bulmak için aşağıdaki gibi bir düzeltme fonksiyoneli kurmak gerekir (He ve diğer., 2010).

$$u_{r+1}(\tilde{x}) = u_r(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \{ \tilde{L}u_r(\xi) + \tilde{N}\tilde{u}_r(\xi) \} d\xi \quad (4.2)$$

Burada u_r , r . iterasyon adımıdaki yaklaşık çözümü \tilde{u}_r , kısıtlı varyasyonu belirtmekte olup, $\delta\tilde{u}_r = 0$ değerini almaktadır. (4.2) bağıntısında yer alan $\lambda(\xi)$ ise varyasyonel teoriyle belirlenebilen genel Lagrange çarpanıdır (Finlayson, 1972; Inokuti, Sekine ve Mura, 1978). (4.2) bağıntısına varyasyonel teori uygulanarak (4.3) bağıntısı elde edilir (He ve diğer., 2010). Burada ξ , $[0, \tilde{x}]$ aralığında değer alan konum değişkenini göstermektedir.

$$\delta u_{r+1}(\tilde{x}) = \delta u_r(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \{ L\delta u_r(\xi) + N\delta\tilde{u}_r(\xi) \} d\xi = 0 \quad (4.3)$$

(4.2) bağıntısında yer alan $\delta\tilde{u}_r$ ifadesi sıfıra özdeş olduğundan, (4.3) bağıntısı (4.4) bağıntısına indirgenebilmektedir.

$$\delta u_{r+1}(\tilde{x}) = \delta u_r(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \{L\delta u_r(\xi)\} d\xi = 0 \quad (4.4)$$

(4.4) bağıntısının çözümünden $\lambda(\xi)$ fonksiyonuna bağlı bir denklem ile denklemin sınır şartları elde edilir. Sınır şartları altında denklemin çözümünüyle birlikte Lagrange çarpanı bulunur. He ve Wu (2007), \tilde{s} . mertebeden bir diferansiyel denklemin Lagrange çarpanı için (4.5) bağıntısını önermişlerdir.

$$\lambda(\xi) = \frac{(-1)^{\tilde{s}} (\xi - \tilde{x})^{\tilde{s}-1}}{(\tilde{s} - 1)!} \quad (4.5)$$

He ve Wu'nun yapmış oldukları geliştirme ile (4.3) bağıntısı aşağıda sunulan bağıntıya indirgenir (He ve Wu, 2007).

$$u_{r+1}(\tilde{x}) = u_0(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \frac{(-1)^{\tilde{s}} (\xi - \tilde{x})^{\tilde{s}-1}}{(\tilde{s} - 1)!} \tilde{N}u_r(\xi) d\xi = 0 \quad (4.6)$$

(4.6) bağıntısında yer alan $u_0(\tilde{x})$ ifadesi, başlangıçta tahmin edilen çözüm fonksiyonunu belirtmek üzere belirli veya belirsiz katsayılı seçilebilmektedir. Belirli katsayılı seçim halinde $u_0(\tilde{x})$ ifadesinin sınır şartlarını sağlaması gerekmektedir.

4.2 Varyasyonel İteratif Rjtilik Metodu (VİRM) ve Metodun Touratier Kirişine Uygulanması

Touratier kirişinin (2.19) bağıntılarıyla verilen boyutsuz hareket denklemleri, düzenleme sonrası $w(\tilde{x})$ düşey deplasman fonksiyonuna bağlı olarak aşağıdaki formda elde edilir.

$$\frac{d^6w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^6} + a_1 \frac{d^4w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^4} + a_2 \frac{d^2w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^2} + a_3 w(\tilde{x}) = 0 \quad (4.7)$$

(4.7) bağıntısında yer alan a_1 , a_2 ve a_3 katsayıları aşağıda sunulmuştur.

$$a_1 = -\frac{4\rho\omega^2(B_0C_0 - A_0^2) + AG(2A_0 - C_0) + B_0(2P - 2C_0 - AG)}{2E(A_0^2 - B_0C_0)}L^2 \quad (4.8a)$$

$$a_2 = \frac{AG(P - C_0 - 2A_0\rho\omega^2 + C_0\rho\omega^2)}{2E^2(A_0^2 - B_0C_0)}L^4 \quad (4.8b)$$

$$+ \frac{B_0\rho\omega^2(AG + 2C_0 - 2P - 2C_0\rho\omega^2 + 2EA) + 2A_0^2\rho^2\omega^4 - 2EB_0C_s}{2E^2(A_0^2 - B_0C_0)}L^4$$

$$a_3 = \frac{(AG - 2B_0\rho\omega^2)(C_s - \rho A\omega^2)}{2E^2(A_0^2 - B_0C_0)}L^6 \quad (4.8c)$$

Kirişin kesit dönmesi $\theta(\tilde{x})$, (2.19) bağıntıları kullanılarak düşey yer değiştirme $w(\tilde{x})$ fonksiyonuna bağlı olarak aşağıda yazıldığı gibidir.

$$\theta(\tilde{x}) = b_1 \frac{d^5w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^5} + b_2 \frac{d^3w(\tilde{x})}{d\tilde{x}^3} + b_3 \frac{dw(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \quad (4.9)$$

(4.9) bağıntısında yer alan b_1 , b_2 ve b_3 katsayıları aşağıda sunulmuştur.

$$b_1 = \frac{4E^2B_0(A_0^2 - B_0C_0)}{AG(A_0 - B_0)(AG - 2B_0\rho\omega^2)L^5} \quad (4.10a)$$

$$b_2 = -\frac{2E[B_0^2(2P - 2C_0 - AG + 2C_0\rho\omega^2) + A_0(2AGB_0 - AGA_0 - 2A_0B_0\rho\omega^2)]}{AG(A_0 - B_0)(AG - 2B_0\rho\omega^2)L^3} \quad (4.10b)$$

$$b_3 = -\frac{AGA_0(AG - 2A_0\rho\omega^2 + 2B_0\rho\omega^2) + B_0(4EB_0C_s - AG^2 - 4EAB_0\rho\omega^2)}{AG(A_0 - B_0)(AG - 2B_0\rho\omega^2)L} \quad (4.10c)$$

(4.3) bağıntısında yer alan $\tilde{L}\delta u_r(\xi) + \tilde{N}\delta \tilde{u}_r(\xi)$ ifadesi yerine (4.7) bağıntısındaki eşitliğin sol tarafı yerleştirilirse $w(\tilde{x}) \cong w_{r+1}(\tilde{x})$ fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$w_{r+1}(\tilde{x}) = w_r(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \left(\frac{d^6 w_r(\xi)}{d\xi^6} + a_1 \frac{d^4 w_r(\xi)}{d\xi^4} + a_2 \frac{d^2 w_r(\xi)}{d\xi^2} + a_3 w_r(\xi) \right) d\xi; r = 2, 3, \dots \infty \quad (4.11)$$

Burada $\lambda(\xi)$, Lagrange çarpanı olup r , iterasyon adımını belirtmektedir. (4.11) bağıntısında yer alan $\lambda(\xi)$ 'nin hesaplanması için varyasyonel teori kullanılır (Finlayson, 1972; Unokuti ve diğer., 1978). (4.8) bağıntısının varyasyonu alınarak aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$\delta w_{r+1}(z) = \delta w_r(\tilde{x}) + \delta \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \left(\frac{d^6 w_r(\xi)}{d\xi^6} + a_1 \frac{d^4 \tilde{w}_r(\xi)}{d\xi^4} + a_2 \frac{d^2 \tilde{w}_r(\xi)}{d\xi^2} + a_3 \tilde{w}_r(\xi) \right) d\xi = 0 \quad (4.12)$$

(4.12) bağıntısında yer alan \tilde{w}_r ifadeleri kısıtlı varyasyon olarak dikkate alındığında problemin çözümü basitleştirilir. Bu durumda $\delta \tilde{w}_r(\xi) = 0$ olacağından, (4.12) bağıntısı (4.13) bağıntısına dönüşür.

$$\delta w_{r+1}(\tilde{x}) = \delta w_r(\tilde{x}) + \delta \int_0^{\tilde{x}} \lambda(\xi) \left(\frac{d^6 w_r(\xi)}{d\xi^6} \right) d\xi = 0 \quad (4.13)$$

(4.13) bağıntısına, $\delta w_r(0) = 0$ olduğu göz önüne alınarak varyasyonel teori uygulandığında, (4.14) bağıntısında sunulan diferansiyel denklem ile (4.15) bağıntılarında verilen sınır şartları elde edilir.

$$\frac{d^6\lambda(\xi)}{d\xi^6} = 0 \quad (4.14)$$

$$\delta w_r(\tilde{x}) \rightarrow \left[1 - \frac{d^5\lambda(\xi)}{d\xi^5} \right]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15a)$$

$$\delta w_r'(\tilde{x}) \rightarrow \left[\frac{d^4\lambda(\xi)}{d\xi^4} \right]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15b)$$

$$\delta w_r''(\tilde{x}) \rightarrow \left[-\frac{d^3\lambda(\xi)}{d\xi^3} \right]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15c)$$

$$\delta w_r'''(\tilde{x}) \rightarrow \left[\frac{d^2\lambda(\xi)}{d\xi^2} \right]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15d)$$

$$\delta w_r^{IV}(\tilde{x}) \rightarrow \left[-\frac{d\lambda(\xi)}{d\xi} \right]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15e)$$

$$\delta w_r^V(\tilde{x}) \rightarrow [\lambda(\xi)]_{\xi=\tilde{x}} = 0 \quad (4.15f)$$

(4.14) bağıntısıyla sunulan diferansiyel denklemin (4.15) bağıntılarında yer alan sınır şartlarını sağlayan Lagrange çarpanı aşağıda sunulmuştur.

$$\lambda(\xi) = \frac{\xi^5 - \tilde{x}^5}{120} + \frac{\xi\tilde{x}^4 - \xi^4\tilde{x}}{24} + \frac{\xi^3\tilde{x}^2 - \xi^2\tilde{x}^3}{12} = \frac{(\xi - \tilde{x})^5}{5!} \quad (4.16)$$

(4.16) bağıntısı, (4.6) bağıntısındaki formu dikkate alarak (4.11) bağıntısında yerine yazıldığında (4.17) bağıntısı elde edilir.

$$w_{r+1}(\tilde{x}) = w_0(\tilde{x}) + \int_0^{\tilde{x}} \frac{(\xi - \tilde{x})^5}{5!} \left(a_1 \frac{d^4 w_r(\xi)}{d\xi^4} + a_2 \frac{d^2 w_r(\xi)}{d\xi^2} + a_3 w_r(\xi) \right) d\xi \quad (4.17)$$

(4.17) bağıntısında yer alan $w_0(\tilde{x})$, başlangıçta tahmin edilen düşey yer değiştirme fonksiyonu olup aşağıda sunulduğu gibi Taylor serisinin ilk altı terimi şeklinde belirlenebilmektedir (He ve diğer., 2010).

$$w_0(\tilde{x}) = Ce^{\tilde{x}} \cong C_1 \frac{1}{0!} + C_2 \frac{\tilde{x}}{1!} + C_3 \frac{\tilde{x}^2}{2!} + C_4 \frac{\tilde{x}^3}{3!} + C_5 \frac{\tilde{x}^4}{4!} + C_6 \frac{\tilde{x}^5}{5!} \quad (4.18)$$

Burada $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ bilinmeyen katsayıları göstermektedir. (4.18) bağıntısını (4.19) bağıntısında sunulduğu şekliyle matris formunda yazılabilir.

$$w_0(\tilde{x}) = \left\{ 1 \quad \tilde{x} \quad \frac{\tilde{x}^2}{2!} \quad \frac{\tilde{x}^3}{3!} \quad \frac{\tilde{x}^4}{4!} \quad \frac{\tilde{x}^5}{5!} \right\}_{1 \times 6} \times \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{Bmatrix}_{6 \times 1} \quad (4.19)$$

(4.17) bağıntısında sunulan $w_{r+1}(\tilde{x})$ fonksiyonu, (4.19) bağıntısı yardımı ile $r + 1$. iterasyon adımına kadar istenilen hassaslıkta hesaplanabilmektedir. Düşey yer değiştirme fonksiyonu $w(\tilde{x}) \cong w_{r+1}$ hesaplandıktan sonra, $w'(\tilde{x}) \cong w'_{r+1}$ kiriş eğimi fonksiyonu ile (4.9) bağıntısında sunulan $\theta(\tilde{x}) \cong \theta_{r+1}$ kesit dönmesi fonksiyonu da (4.10) bağıntıları kullanılarak hesaplanır. Elde edilen yer değiştirme fonksiyonları ve bu fonksiyonların türevleri, (2.26) bağıntılarında verilen iç kuvvet fonksiyonlarında yerlerine yazılarak iç kuvvet fonksiyonları hesaplanır.

Giriş bölümünde bahsedilen bazı çalışmalarda, yüksek mertebelerden değişik tür diferansiyel denklemlerden oluşan problemlerin çözümleri VİM ve benzeri yöntemlerle yapılmışsa da bu problemlerin hiçbirinin yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerindeki karmaşık sınır şartlarına sahip olmadıkları görülmektedir.

Bu gibi kiriş problemlerinin çözümünü, VİM kullanılarak oluşturulan yer değiştirme ve iç kuvvet fonksiyonları aracılığıyla dinamik rijitlik matrisini kurarak yapmak mümkündür. Oluşturulan dinamik rijitlik matrisinden hareketle aranılan açılal frekans değerleri, WWA kullanılarak hesaplanır.

Yeterince sayıda n adet elemana ayrılan $n + 1$ düğüm noktalı bir kirişin iki düğüm noktalı i . elemanın j ve k düğüm noktalarına ait düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesinden oluşan yer değiştirme ve kesme kuvveti ile eğilme momentlerinden oluşan iç kuvvet matrisleri sırasıyla (4.20) ile (4.21) bağıntılarında sunulmuştur.

$$[Q_i]_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \{w_j\}_{1 \times 6} \\ \{w'_j\}_{1 \times 6} \\ \{\theta_j\}_{1 \times 6} \\ \{w_k\}_{1 \times 6} \\ \{w'_k\}_{1 \times 6} \\ \{\theta_k\}_{1 \times 6} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \{q_i\}_{6 \times 6} \times \{C_i\}_{6 \times 1} \quad (4.20)$$

$$[F_i]_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \{T_j\}_{1 \times 6} \\ \{M_{w,j}\}_{1 \times 6} \\ \{M_{\theta,j}\}_{1 \times 6} \\ \{T_k\}_{1 \times 6} \\ \{M_{w,k}\}_{1 \times 6} \\ \{M_{\theta,k}\}_{1 \times 6} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \{f_i\}_{6 \times 6} \times \{C_i\}_{6 \times 1} \quad (4.21)$$

(4.20) bağıntısında yer alan $\{C_i\}_{6 \times 1}$ yalnız bırakılarak (4.22) bağıntısına ulaşılır.

$$\{C_i\}_{6 \times 1} = \{q_i\}_{6 \times 6}^{-1} \times [Q_i]_{6 \times 1} \quad (4.22)$$

(4.22) bağıntısı, (4.21) bağıntısında yerine yazılarak (4.23) bağıntısı elde edilir.

$$\{f_i\}_{6 \times 6} \times \{q_i\}_{6 \times 6}^{-1} \times [Q_i]_{6 \times 1} = [F_i]_{6 \times 1} \quad (4.23)$$

(4.23) bağıntısındaki $\{f_i\}_{6 \times 6} \times \{q_i\}_{6 \times 6}^{-1}$ ifadesine, i . elemanın dinamik rijitlik matrisi denir ve $[K_i]$ ile gösterilir. Böylece literatürde iyi bilinen $\{Q_i\}$ yerdeğiştirme, dönme ile $\{R_i\}$ iç kuvvetler arasındaki ilişkiyi gösteren (4.24) bağıntısı elde edilir.

$$[K_i]\{Q_i\} = \{R_i\} \quad (4.24)$$

(4.24) bağıntısının açık hali aşağıda sunulmuştur.

$$[K_i]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \{T_j\}_{1 \times 6} \\ \{M_{w,j}\}_{1 \times 6} \\ \{M_{\theta,j}\}_{1 \times 6} \\ \{T_k\}_{1 \times 6} \\ \{M_{w,k}\}_{1 \times 6} \\ \{M_{\theta,k}\}_{1 \times 6} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \times \begin{bmatrix} \{w_j\}_{1 \times 6} \\ \{w'_j\}_{1 \times 6} \\ \{\theta_j\}_{1 \times 6} \\ \{w_k\}_{1 \times 6} \\ \{w'_k\}_{1 \times 6} \\ \{\theta_k\}_{1 \times 6} \end{bmatrix}_{6 \times 6}^{-1} \quad (4.25)$$

Eleman rijitlik matrisleri kodlama yöntemi ile birleştirilerek kirişin dinamik rijitlik matrisi $[K]_{(3n+3) \times (3n+3)}$ oluşturulur. Burada n, kirişin düğüm noktası sayısını göstermektedir. Elde edilen dinamik rijitlik matrisinin negatif veya sıfıra özdeş özdeğerlerinin sayısı, araştırılan frekans değerinin altında kalan açısız frekans sayısını belirtmek üzere kirişin açısız frekans değerleri WWA kullanılarak elde edilir.

BÖLÜM BEŞ

SAYISAL UYGULAMALAR

Tez kapsamında teorisine yer verilen çalışmalar ile ilgili sayısal uygulamalar bu bölümde ele alınmıştır.

5.1 Örnek 1: Analitik Yöntem ve Dinamik Rijitlik Metoduna (DRM) İlişkin Sayısal Uygulamalar

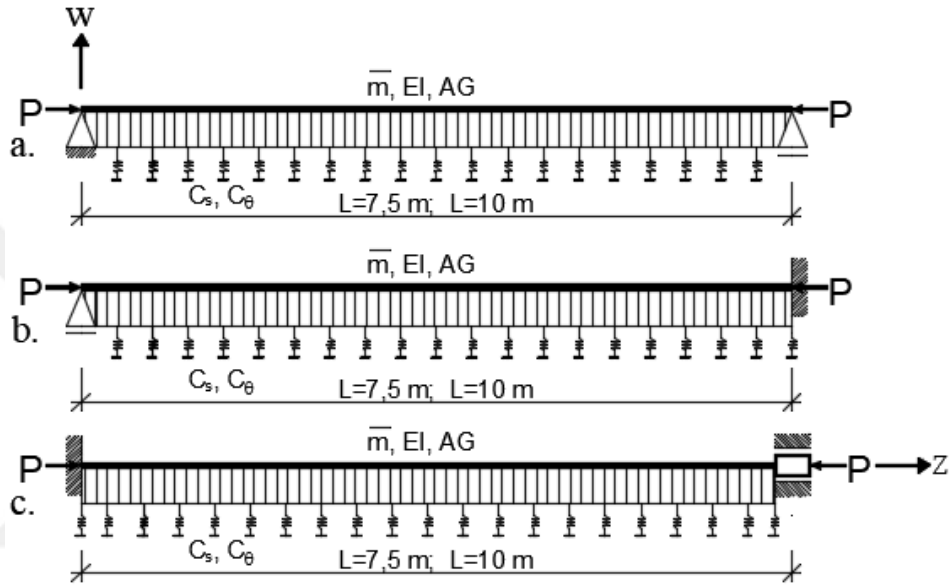
Bu bölümde, elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli kirişlerin serbest titreşim analizi, analitik yöntem ve dinamik rijitlik metodu (DRM) kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Touratier kirişinin DRM kullanılarak elde edilen boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri, analitik yöntem kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Yapılan hesaplardan elde edilen sonuçlar, Timoshenko kiriş teorisi esas alınarak elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Şekil (5.1a)'da bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli; Şekil (5.1b)'de bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre; Şekil (5.1c)'de bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli, dikdörtgen en kesitli, tek açıklıklı ve aksenal basınç kuvveti etkisindeki Pasternak zeminine oturan kirişler sunulmuştur.

Kirişlerin uzunluğu boyunca eni ve yüksekliği sabit kalmak üzere $b = h = 1$ m. alınarak kiriş uzunluğunun yüksekliğine oranının $(L/h) = 7,5$ ve $(L/h) = 10$ değerleri için sayısal analizler gerçekleştirilmiştir. Doğrusal elastik malzemeli kirişlerin birim uzunluğa düşen yayılı kütlesi $\bar{m} = 24$ kN/m ve elastisite modülü $E = 2,8 \times 10^7$ kN/m²'dir. Kirişlerin kayma modülü $G = 10769230,77$ kN/m² ve Poisson oranı $\nu = 0,3$ alınmıştır.

Zeminin elastisite modülünün $E_s = 17500$ kN/m² ve Poisson oranının $\nu_s = 0,22$ olarak ele alındığı analizlerde, zemin özelliklerinin kiriş boyunca aynı kaldığı ve masif

kaya bloklarına kadar ($H = 10$ m.) değişmediği varsayılmıştır. Daloğlu ve Vallabhan (2000) tarafından önerilen $\alpha = 0,78$ ve $\beta = 0,0938$ değerleri dikkate alınarak zeminin ötelenme ve dönme yay katsayıları olan C_s ve C_θ (1.10) bağıntıları kullanılarak $C_s = 9064,8154$ kN/m ve $C_\theta = 26160,9193$ kN olarak hesaplanmıştır. Pasternak zemin modeli için, $C_s = 9064,8154$ kN/m ve $C_\theta = 0$ alınarak Winkler zemin modeli ve zemin üzerine oturmayan kiriş ($C_s = C_\theta = 0$) için analizler gerçekteşirilmıştir.



şekil 5.1 Pasternak zeminine oturan eksenel yüklü kiriş modeli

- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş

Eksenel basınç kuvveti (P) için $P = P_r \times P_E$ şeklinde tanımlanıp; Euler'in basit kiriş için kritik burkulma yükü $P_E = \pi^2 EI / L^2$ alınarak, P_r 'nin 0; 0,25 ve 0,5 değerleri için açısıl frekans değerleri hesaplanmıştır. Timoshenko kirişi için düzeltme katsayısı değerleri $k = 5/6$ alınmıştır. Analiz sonuçları için boyutsuzlaştırılmış açısıl frekans değerleri ($\bar{\omega}$) kullanılmış olup, (5.1) bağıntısında tanımlanmıştır (Sayyad, 2011).

$$\bar{\omega} = \omega L^2 / h \sqrt{[\bar{m} / (EA)]} \quad (5.1)$$

Sınır şartları, düşey yer değiştirme, kiriş eğimi ve kesit dönmesi gibi yer değiştirmeler ile T kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momenti değerleri kullanılarak oluşturulmaktadır. Uçlarından rijit mesnetli tek açıklıklı bir Touratier kirişinin her bir ucunda bu altı adet sınır şartından üçü sıfıra eşittir. Serbest titreşim hareketinde sıfıra eşit olan yer değiştirme ve iç kuvvetler matris formunda düzenlenerek 6×1 'lik bir sıfır vektörüne eşitlenir. C_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) katsayılarını içeren bu matris forma frekans matrisi denir (İnan, 1970). Söz konusu bu bağıntının sıfırdan farklı çözümü için, C_i vektörünün 6×6 boyutundaki katsayılar matrisinin determinantının sıfıra eşit olması gerekmektedir. Analitik yöntemde, katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapan açısal frekans değerleri araştırılır.

Bu bölümde, Cowper'ın (1968) düzlem gerilme durumu için elde ettiği elastisite teorisine ait denklemler kullanılarak, zemin üzerine oturmayan ve aksenal yük uygulanmamış, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin (Şekil 5.1a) açısal frekans değerleri karşılaştırma yapmak amacıyla hesaplanmıştır. Cowper'ın elastisite teorisinden elde edilen açısal frekans değerleri, Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen sayısal değerler ile birlikte Tablo 5.1'de sunulmuştur.

Elastisite teorisi çözümü için kullanılan frekans denklemi aşağıda verilmiştir (Cowper, 1968).

$$2(1 - \nu)\alpha\beta \tanh(\alpha) - \left[\left(\frac{m\pi h}{2L} \right)^2 + \alpha^2 \right] \left[\left(\frac{2\beta L}{m\pi h} \right)^2 - \nu \right] \tanh(\beta) = 0 \quad (5.2)$$

$$m = 1, 2, \dots, \infty$$

(5.2) bağıntısında yer alan α ve β katsayıları aşağıda verilmiştir.

$$\alpha = \sqrt{\left[\left(\frac{m\pi h}{2L} \right)^2 - \frac{(1 + \nu)\rho\omega^2 h^2}{2E} \right]} \quad (5.3a)$$

$$\beta = \sqrt{\left[\left(\frac{m\pi h}{2L}\right)^2 - \frac{(1-\nu^2)\rho\omega^2 h^2}{4E}\right]} \quad (5.3b)$$

Şekil (5.1a)'da biri ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli; Şekil (5.1b)'de biri ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre, Şekil (5.1c)'de biri ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli, tek açıklıklı, dikdörtgen en kesitli, aksenal basınç yüklü kirişlerin, Touratier ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak hesaplanan ilk beş moduna ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri Tablo 5.3-5.10'da sunulmuştur. Zemin üzerine oturmayan kirişlerin Tablo 5.2, Tablo 5.5 ve Tablo 5.8'de; Winkler zeminine oturan kirişlerin Tablo 5.3, Tablo 5.6 ve Tablo 5.9'da; Pasternak zeminine oturan kirişlerin ise Tablo 5.4, Tablo 5.7 ve Tablo 5.10'da P_r 'nin 0; 0,25 ve 0,50 değerleri dikkate alınarak hesaplanan boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$), Şekil (5.1)'de gösterilen mesnet şartları için sırasıyla verilmiştir.

$P_r = 0,50$ durumu için Pasternak zeminine oturan, tek açıklıklı, dikdörtgen en kesitli Touratier kirişlerinin mod şekillerine ait grafikler Şekil 5.2-5.38'de sunulmuştur.

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin; kiriş uzunluğunun en kesit yüksekliğine oranının 7,5 olduğu durum için ($L/h = 7,5$) Şekil 5.2- 5.7'de; 10 olduğu durum için ($L/h = 10$) Şekil 5.8-5.13'de normalleştirilmiş düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre ilk beş moda ait değişimleri sunulmuştur.

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişin kiriş uzunluğunun en kesit yüksekliğine oranının 7,5 olduğu durum için ($L/h=7,5$) Şekil 5.14-5.19'da; 10 olduğu durum için ($L/h=10$) Şekil 5.20-5.25'te, normalleştirilmiş düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre ilk beş moda ait değişimleri sunulmuştur.

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş in kiriş uzunluğ unun en kesit yüksekliğ ine oranının 7,5 oldu ğ u durum için ($L/h=7,5$) Ş ekil 5.26-5.31'de; 10 oldu ğ u durum için ($L/h=10$) Ş ekil 5.32-5.37'de, normalleştirilmiş diş ey yer değ iç tirme, kiriş eğ imi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğ ilme momentlerinin boyutsuzlaş tırılmış konum parametresine göre ilk beş moda ait değ iç imleri sunulmuş tur.



Tablo 5.1 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli, eksenel yük etkisinde olmayan ve zemin üzerine oturmayan Touratier kirişine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

Mod	L/h =7,5				L/h =10			
	Cowper (1968)	Touratier (Analitik)	Reddy-Bickford (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Cowper (1968)	Touratier (Analitik)	Reddy-Bickford (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
1	2,7701	2,7679	2,7678	2,7678	2,8037	2,8024	2,8023	2,8023
2	10,2957	10,2691	10,2677	10,2662	10,7275	10,7101	10,7093	10,7087
3	21,0049	20,9111	20,9046	20,8928	22,6397	22,5702	22,5663	22,5613
4	33,5733	33,3759	33,3569	33,3118	37,3420	37,1754	37,1637	37,1427
5	47,1673	46,8549	46,8128	46,6943	53,8843	53,5834	53,5568	53,4968

Tablo 5.2 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	L/h =7,5			L/h =10		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	2,7679	2,7679	2,7678	2,8024	2,8024	2,8023
	2	10,2691	10,2691	10,2662	10,7101	10,7101	10,7087
	3	20,9111	20,9111	20,8928	22,5702	22,5702	22,5613
	4	33,3759	33,3759	33,3118	37,1754	37,1754	37,1427
	5	46,8549	46,8549	46,6943	53,5834	53,5834	53,4968
0,25	1	2,3788	2,3788	2,3787	2,4165	2,4165	2,4165
	2	9,8827	9,8827	9,8797	10,3346	10,3346	10,3332
	3	20,4989	20,4989	20,4800	22,1815	22,1815	22,1725
	4	32,9259	32,9259	32,8604	36,7650	36,7650	36,7318
	5	46,3591	46,3591	46,1954	53,1451	53,1451	53,0574
0,50	1	1,9122	1,9122	1,9120	1,9560	1,9560	1,9559
	2	9,4806	9,4806	9,4774	9,9449	9,9449	9,9434
	3	20,0782	20,0782	20,0587	21,7859	21,7859	21,7766
	4	32,4695	32,4695	32,4026	36,3499	36,3499	36,3161
	5	45,8577	45,8577	45,6910	52,7032	52,7032	52,6143

Tablo 5.3 Winkler zeminine oturan bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	$L/h = 7,5$			$L/h = 10$		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	2,9449	2,9449	2,9448	3,3265	3,3265	3,3265
	2	10,3168	10,3168	10,3140	10,8562	10,8562	10,8549
	3	20,9340	20,9340	20,9157	22,6384	22,6384	22,6296
	4	33,3900	33,3900	33,3259	37,2160	37,2160	37,1834
	5	46,8649	46,8649	46,7043	53,6112	53,6112	53,5247
0,25	1	2,5826	2,5826	2,5824	3,0087	3,0087	3,0086
	2	9,9323	9,9323	9,9293	10,4860	10,4860	10,4846
	3	20,5223	20,5223	20,5034	22,2509	22,2509	22,2419
	4	32,9402	32,9402	32,8747	36,8061	36,8061	36,7729
	5	46,3691	46,3691	46,2056	53,1732	53,1732	53,0856
0,50	1	2,1604	2,1604	2,1602	2,6530	2,6530	2,6529
	2	9,5323	9,5323	9,5291	10,1022	10,1022	10,1007
	3	20,1020	20,1020	20,0826	21,8566	21,8566	21,8473
	4	32,4840	32,4840	32,4171	36,3915	36,3915	36,3578
	5	45,8679	45,8679	45,7012	52,7315	52,7315	52,6427

Tablo 5.4 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	$L/h = 7,5$			$L/h = 10$		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	3,0305	3,0305	3,0304	3,4613	3,4613	3,4613
	2	10,4129	10,4129	10,4100	11,0204	11,0204	11,0191
	3	21,0380	21,0380	21,0197	22,8123	22,8123	22,8036
	4	33,5040	33,5040	33,4403	37,4008	37,4008	37,3684
	5	46,9907	46,9907	46,8309	53,8091	53,8091	53,7230
0,25	1	2,6798	2,6798	2,6797	3,1571	3,1571	3,1570
	2	10,0320	10,0320	10,0290	10,6558	10,6558	10,6544
	3	20,6283	20,6283	20,6096	22,4278	22,4278	22,4189
	4	33,0557	33,0557	32,9907	36,9929	36,9929	36,9600
	5	46,4964	46,4964	46,3336	53,3727	53,3727	53,2856
0,50	1	2,2757	2,2757	2,2756	2,8202	2,8202	2,8201
	2	9,6361	9,6361	9,6330	10,2783	10,2783	10,2769
	3	20,2103	20,2103	20,1910	22,0366	22,0366	22,0275
	4	32,6012	32,6012	32,5347	36,5805	36,5805	36,5470
	5	45,9965	45,9965	45,8307	52,9327	52,9327	52,8444

Tablo 5.5 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	$L/h = 7,5$			$L/h = 10$		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	4,1702	4,1702	4,1653	4,2850	4,2850	4,2828
	2	12,3168	12,3168	12,2760	13,0976	13,0976	13,0772
	3	23,0961	23,0961	22,9575	25,3989	25,3989	25,3227
	4	35,4403	35,4403	35,1275	40,1001	40,1001	39,9123
	5	48,7195	48,7195	48,1535	56,4065	56,4065	56,0408
0,25	1	3,8870	3,8870	3,8826	4,0057	4,0057	4,0037
	2	11,9800	11,9800	11,9403	12,7736	12,7736	12,7538
	3	22,7135	22,7135	22,5761	25,0431	25,0431	24,9677
	4	35,0093	35,0093	34,6966	39,7123	39,7123	39,5252
	5	48,2366	48,2366	47,6686	55,9844	55,9844	55,6187
0,50	1	3,5794	3,5794	3,5755	3,7034	3,7034	3,7017
	2	11,6332	11,6332	11,5947	12,4410	12,4410	12,4218
	3	22,3243	22,3243	22,1879	24,6820	24,6820	24,6075
	4	34,5728	34,5728	34,2601	39,3206	39,3206	39,1342
	5	47,7487	47,7487	47,1785	55,5590	55,5590	55,1933

Tablo 5.6 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açılal frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	L/h =7,5			L/h =10		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	4,2896	4,2896	4,2849	4,6445	4,6445	4,6425
	2	12,3567	12,3567	12,3161	13,2175	13,2175	13,1972
	3	23,1169	23,1169	22,9785	25,4597	25,4597	25,3837
	4	35,4536	35,4536	35,1410	40,1380	40,1380	39,9504
	5	48,7292	48,7292	48,1633	56,4331	56,4331	56,0676
0,25	1	4,0148	4,0148	4,0106	4,3881	4,3881	4,3863
	2	12,0210	12,0210	11,9816	12,8965	12,8965	12,8768
	3	22,7347	22,7347	22,5974	25,1047	25,1047	25,0296
	4	35,0228	35,0228	34,7102	39,7505	39,7505	39,5637
	5	48,2464	48,2464	47,6785	56,0112	56,0112	55,6457
0,50	1	3,7178	3,7178	3,7141	4,1140	4,1140	4,1124
	2	11,6754	11,6754	11,6371	12,5671	12,5671	12,5481
	3	22,3458	22,3458	22,2097	24,7445	24,7445	24,6703
	4	34,5865	34,5865	34,2740	39,3592	39,3592	39,1731
	5	47,7585	47,7585	47,1885	55,5860	55,5860	55,2206

Tablo 5.7 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

P_r	Mod	$L/h = 7,5$			$L/h = 10$		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	4,3568	4,3568	4,3519	4,7561	4,7561	4,7539
	2	12,4411	12,4411	12,4001	13,3607	13,3607	13,3402
	3	23,2136	23,2136	23,0749	25,6194	25,6194	25,5430
	4	35,5629	35,5629	35,2503	40,3128	40,3128	40,1249
	5	48,8518	48,8518	48,2864	56,6238	56,6238	56,2582
0, 25	1	4,0870	4,0870	4,0827	4,5066	4,5066	4,5047
	2	12,1077	12,1077	12,0680	13,0433	13,0433	13,0234
	3	22,8330	22,8330	22,6955	25,2667	25,2667	25,1911
	4	35,1334	35,1334	34,8209	39,9270	39,9270	39,7399
	5	48,3702	48,3702	47,8029	56,2033	56,2033	55,8378
0, 50	1	3,7961	3,7961	3,7923	4,2410	4,2410	4,2393
	2	11,7648	11,7648	11,7261	12,7178	12,7178	12,6986
	3	22,4459	22,4459	22,3094	24,9089	24,9089	24,8342
	4	34,6985	34,6985	34,3860	39,5375	39,5375	39,3510
	5	47,8837	47,8837	47,3142	55,7796	55,7796	55,4142

Tablo 5.8 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

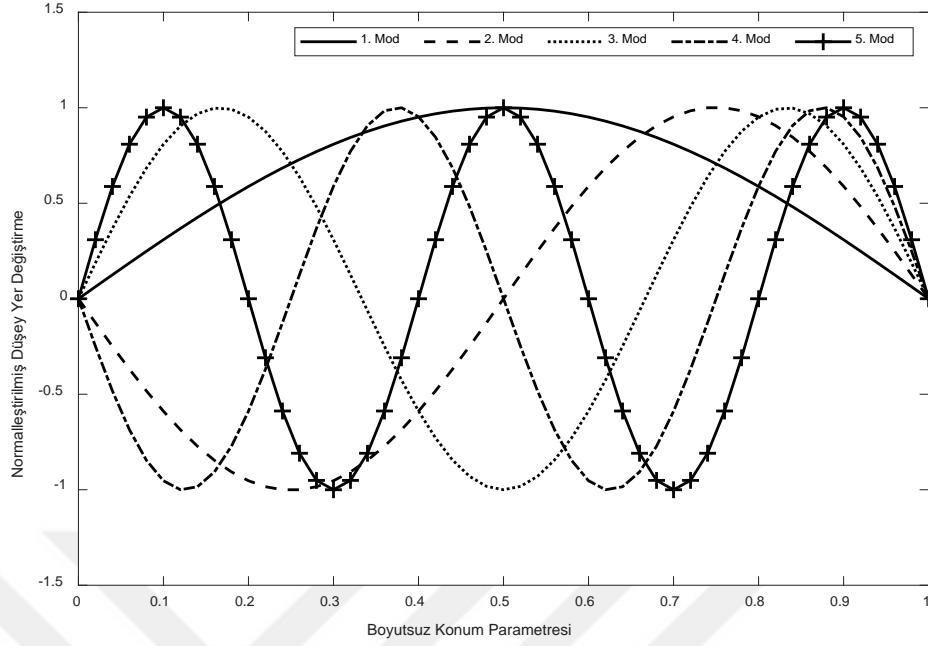
P_r	Mod	L/h =7,5			L/h =10		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	5,8061	5,8061	5,7894	6,0623	6,0623	6,0542
	2	14,3602	14,3602	14,2597	15,5687	15,5687	15,5154
	3	25,2134	25,2134	24,9253	28,2107	28,2107	28,0428
	4	37,4257	37,4257	36,8374	42,9554	42,9554	42,5824
	5	50,5218	50,5218	49,5322	59,1487	59,1487	58,4746
0,25	1	5,5981	5,5981	5,5826	5,8586	5,8586	5,8511
	2	14,0588	14,0588	13,9606	15,2830	15,2830	15,2310
	3	24,8543	24,8543	24,5686	27,8815	27,8815	27,7154
	4	37,0104	37,0104	36,4231	42,5864	42,5864	42,2152
	5	50,0501	50,0501	49,0592	58,7403	58,7403	58,0673
0,50	1	5,3807	5,3807	5,3665	5,6465	5,6465	5,6397
	2	13,7502	13,7502	13,6542	14,9913	14,9913	14,9406
	3	24,4898	24,4898	24,2065	27,5482	27,5482	27,3840
	4	36,5901	36,5901	36,0040	42,2142	42,2142	41,8447
	5	49,5737	49,5737	48,5815	58,3290	58,3290	57,6570

Tablo 5.9 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$)

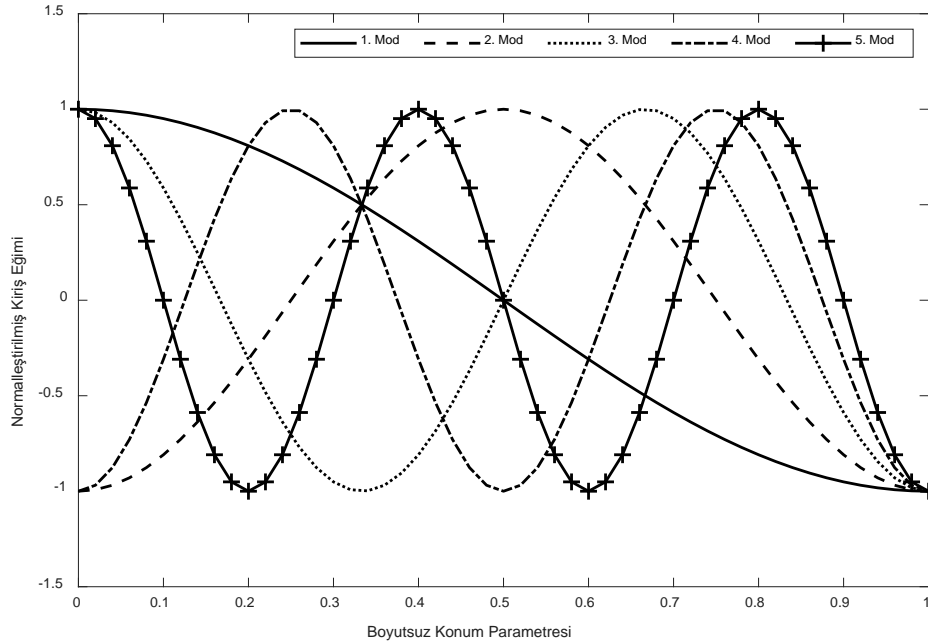
P_r	Mod	$L/h = 7,5$			$L/h = 10$		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	5,8926	5,8926	5,8762	6,3216	6,3216	6,3138
	2	14,3946	14,3946	14,2944	15,6697	15,6697	15,6168
	3	25,2326	25,2326	24,9448	28,2656	28,2656	28,0981
	4	37,4385	37,4385	36,8503	42,9909	42,9909	42,6183
	5	50,5311	50,5311	49,5418	59,1742	59,1742	58,5004
0,25	1	5,6877	5,6877	5,6725	6,1265	6,1265	6,1194
	2	14,0940	14,0940	13,9960	15,3859	15,3859	15,3343
	3	24,8738	24,8738	24,5884	27,9371	27,9371	27,7714
	4	37,0232	37,0232	36,4363	42,6223	42,6223	42,2514
	5	50,0595	50,0595	49,0689	58,7660	58,7660	58,0933
0,50	1	5,4739	5,4739	5,4600	5,9241	5,9241	5,9175
	2	13,7861	13,7861	13,6904	15,0962	15,0962	15,0459
	3	24,5096	24,5096	24,2266	27,6045	27,6045	27,4407
	4	36,6032	36,6032	36,0173	42,2503	42,2503	41,8813
	5	49,5832	49,5832	48,5912	58,3549	58,3549	57,6832

Tablo 5.10 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($\bar{\omega}$)

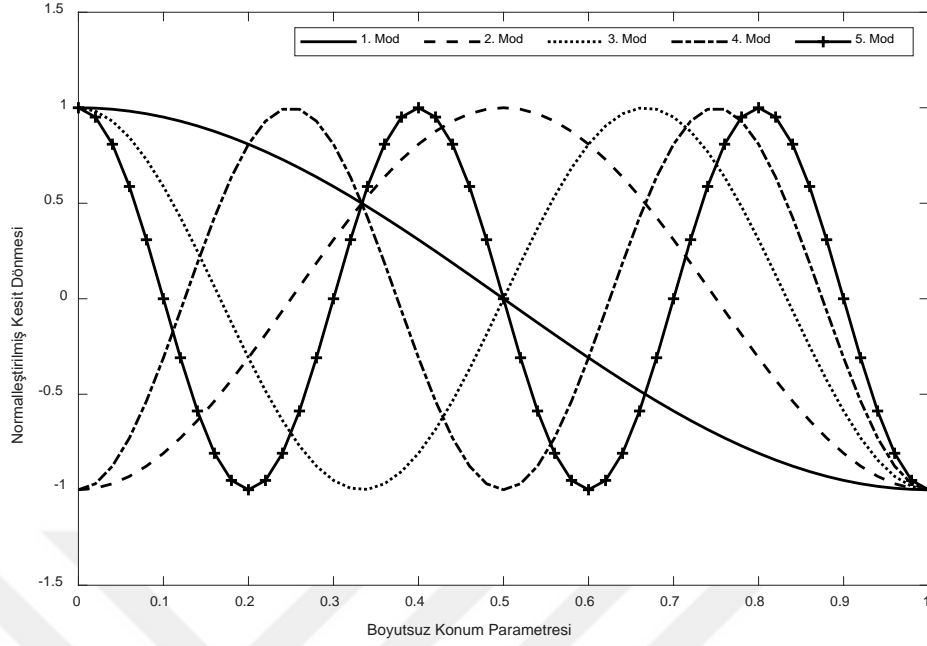
P_r	Mod	L/h =7,5			L/h =10		
		Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)	Touratier (DRM)	Touratier (Analitik)	Timoshenko (Analitik)
0	1	5,9437	5,9437	5,9269	6,4080	6,4080	6,3999
	2	14,4704	14,4704	14,3696	15,7969	15,7969	15,7433
	3	25,3235	25,3235	25,0350	28,4136	28,4136	28,2452
	4	37,5438	37,5438	36,9554	43,1574	43,1574	42,7839
	5	50,6509	50,6509	49,6619	59,3587	59,3587	58,6845
0,25	1	5,7409	5,7409	5,7254	6,2160	6,2160	6,2086
	2	14,1715	14,1715	14,0729	15,5156	15,5156	15,4634
	3	24,9660	24,9660	24,6800	28,0868	28,0868	27,9203
	4	37,1298	37,1298	36,5426	42,7902	42,7902	42,4185
	5	50,1805	50,1805	49,1902	58,9518	58,9518	58,2786
0,50	1	5,5295	5,5295	5,5152	6,0170	6,0170	6,0102
	2	13,8655	13,8655	13,7692	15,2286	15,2286	15,1777
	3	24,6033	24,6033	24,3196	27,7561	27,7561	27,5914
	4	36,7110	36,7110	36,1249	42,4197	42,4197	42,0499
	5	49,7054	49,7054	48,7138	58,5421	58,5421	57,8699



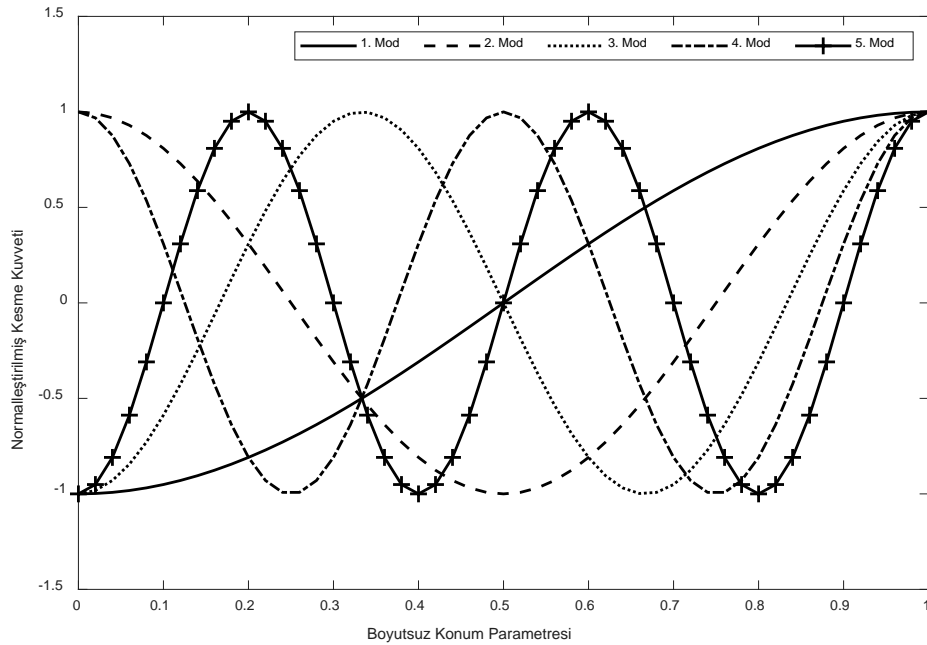
Şekil 5.2 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $Pr = 0,5$)



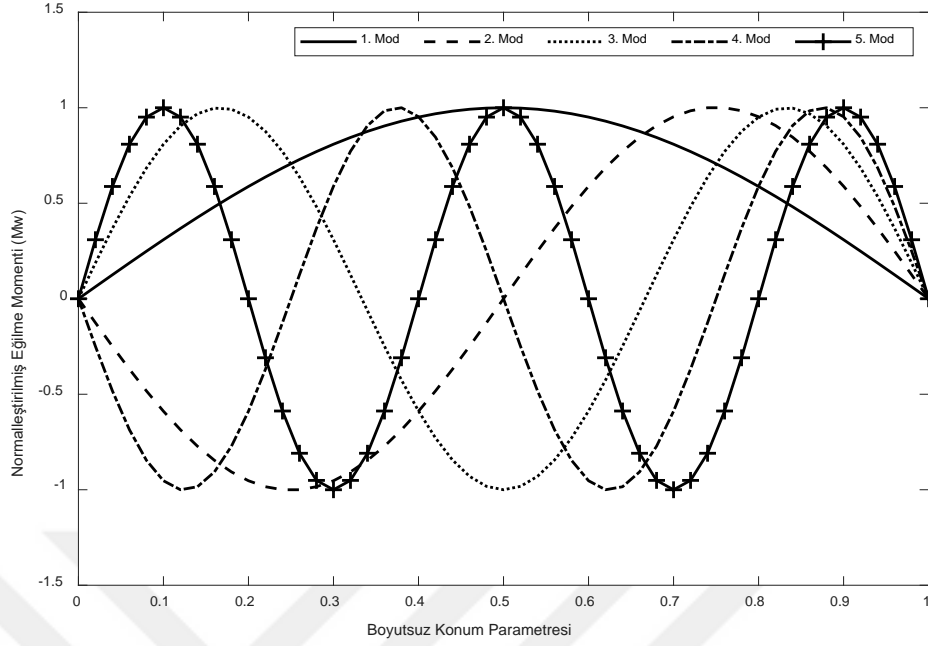
Şekil 5.3 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



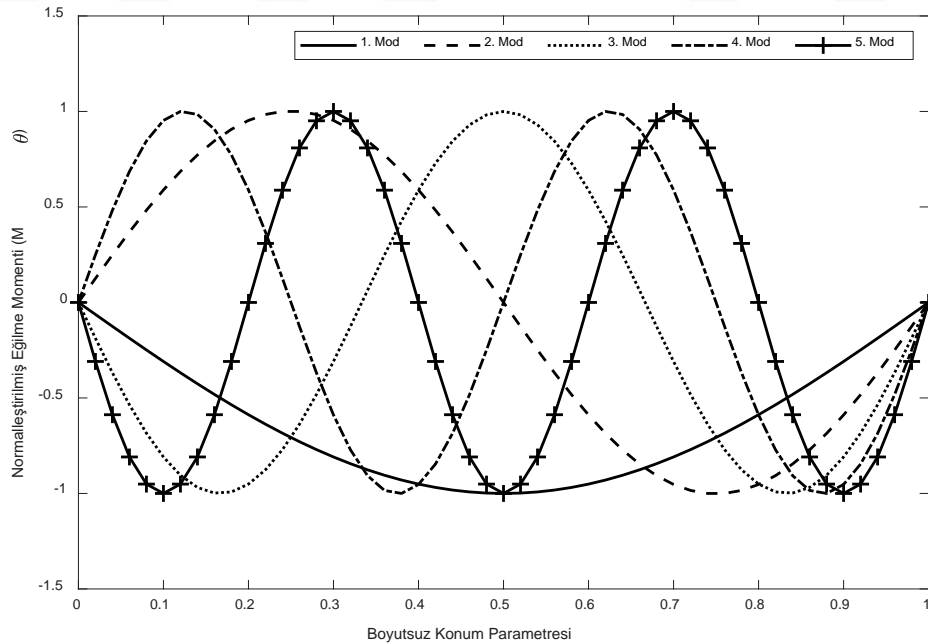
Şekil 5.4 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



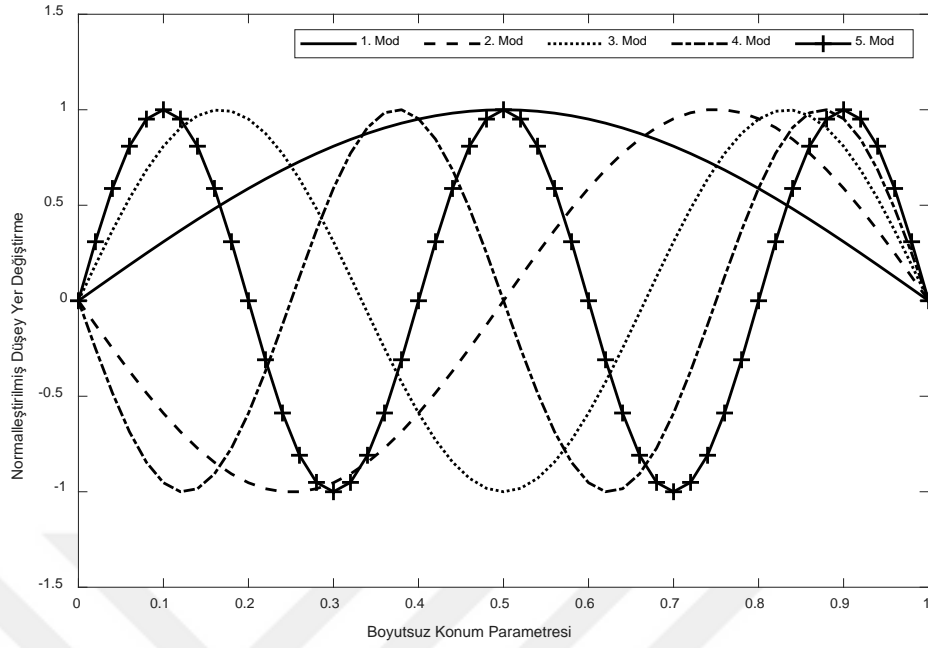
Şekil 5.5 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



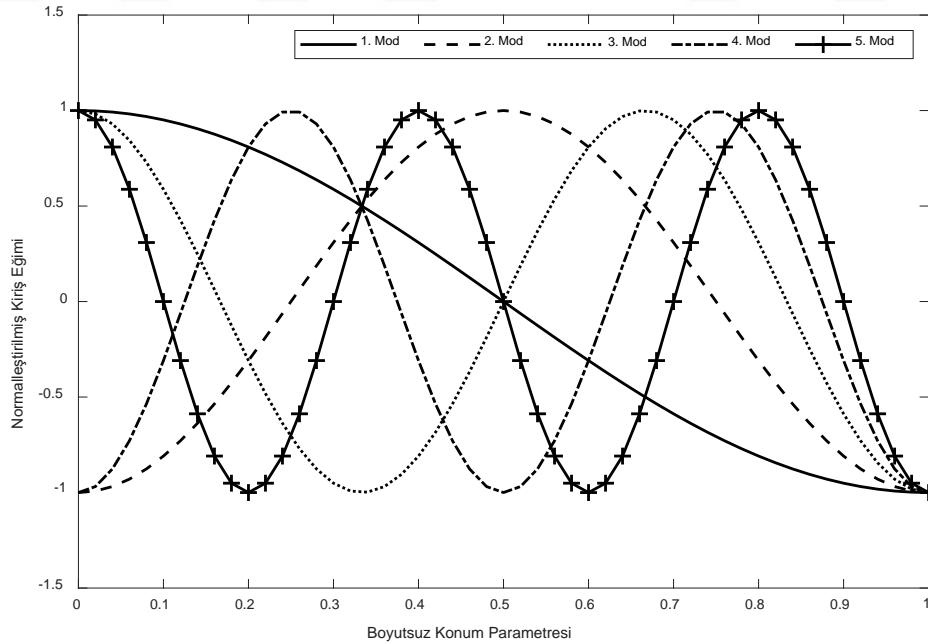
Şekil 5.6 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



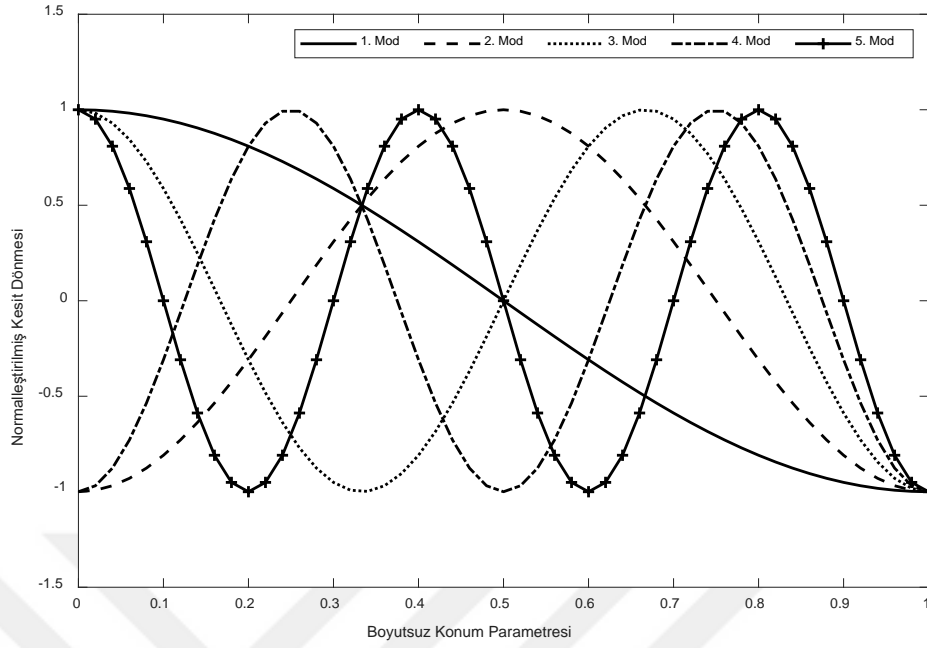
Şekil 5.7 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



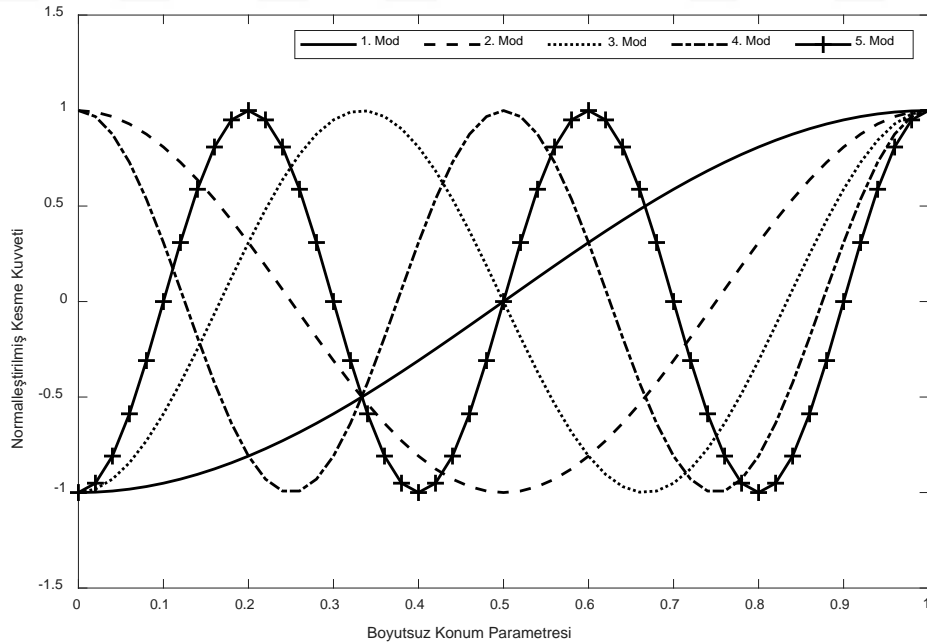
Şekil 5.8 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



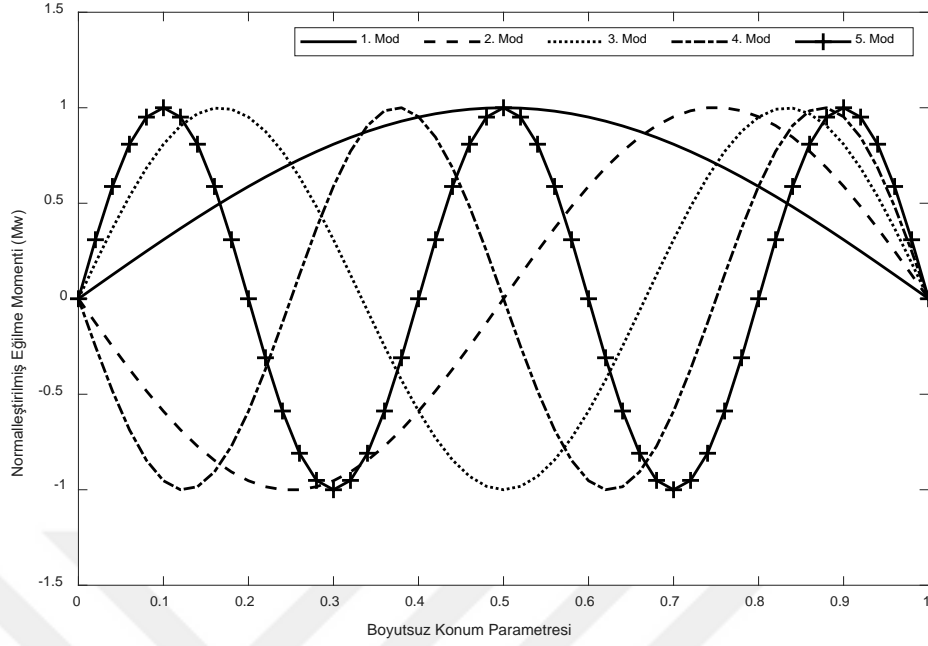
Şekil 5.9 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



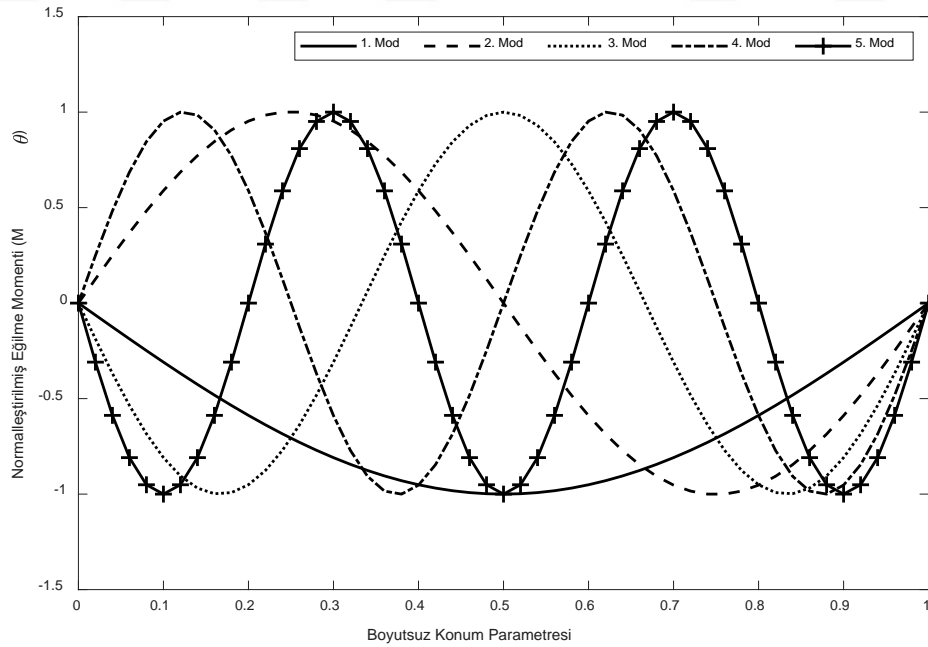
Şekil 5.10 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



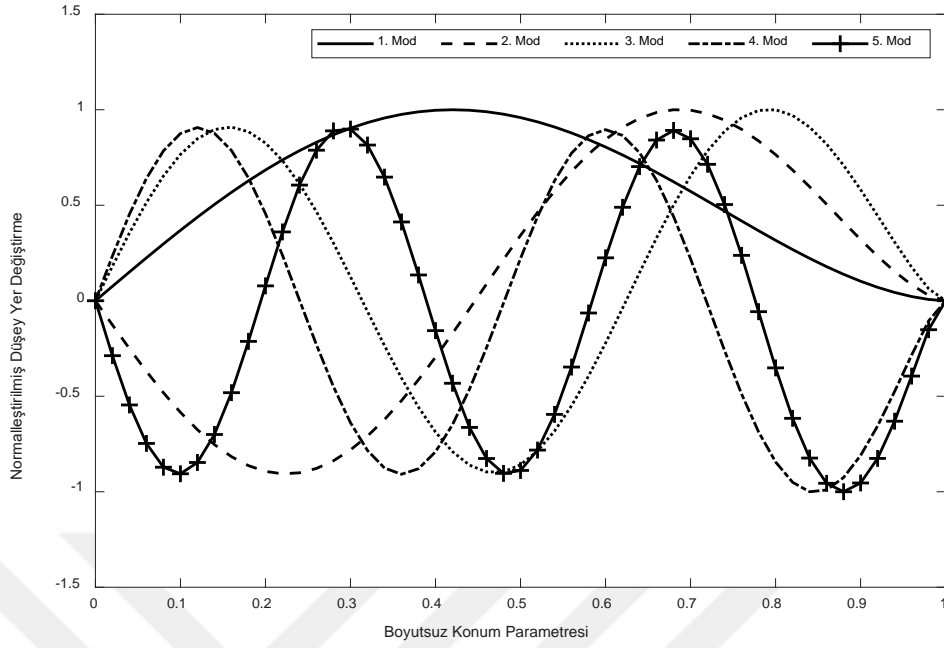
Şekil 5.11 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



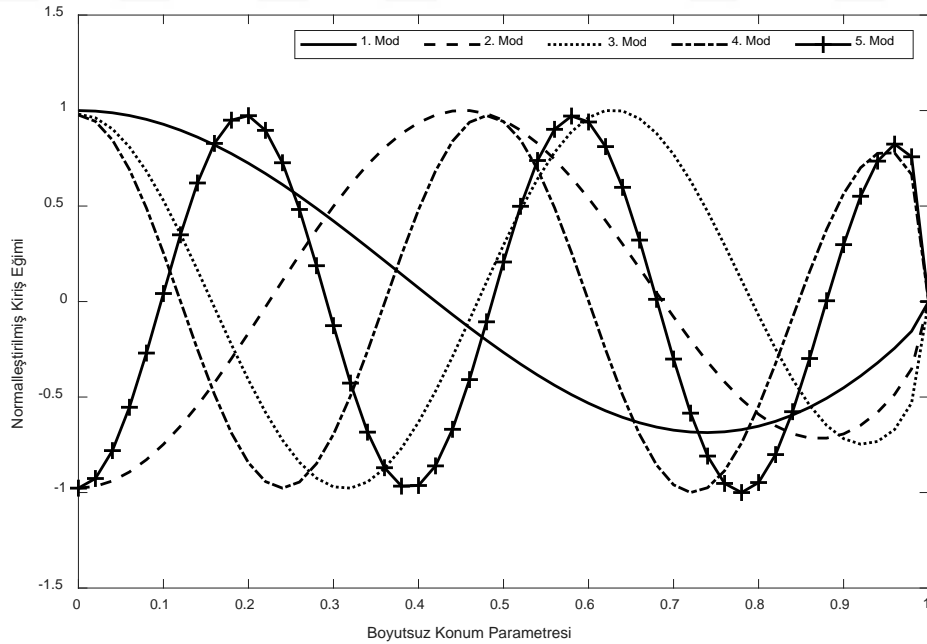
Şekil 5.12 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğeri ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



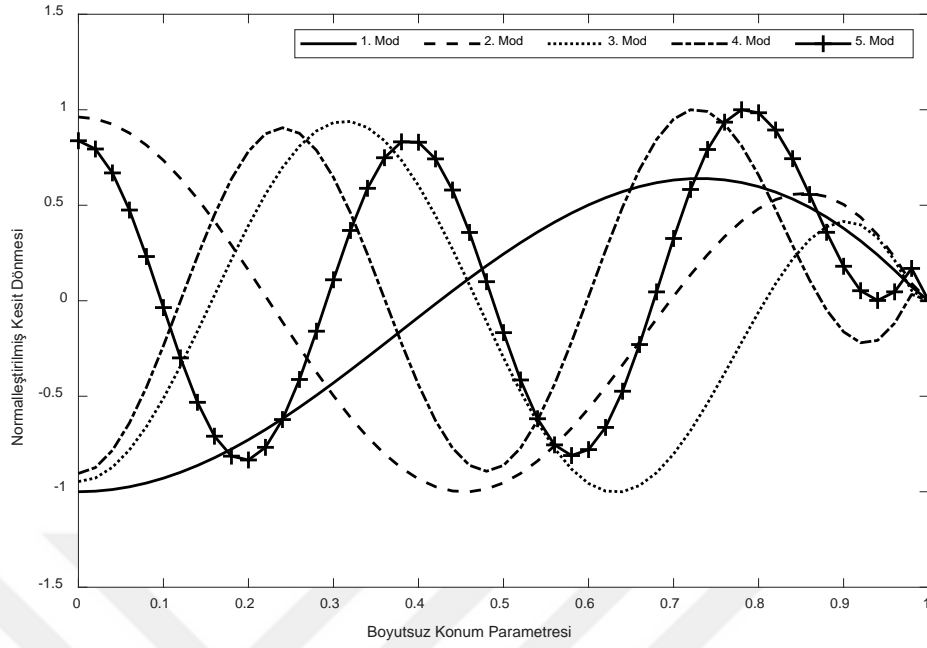
Şekil 5.13 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğeri ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



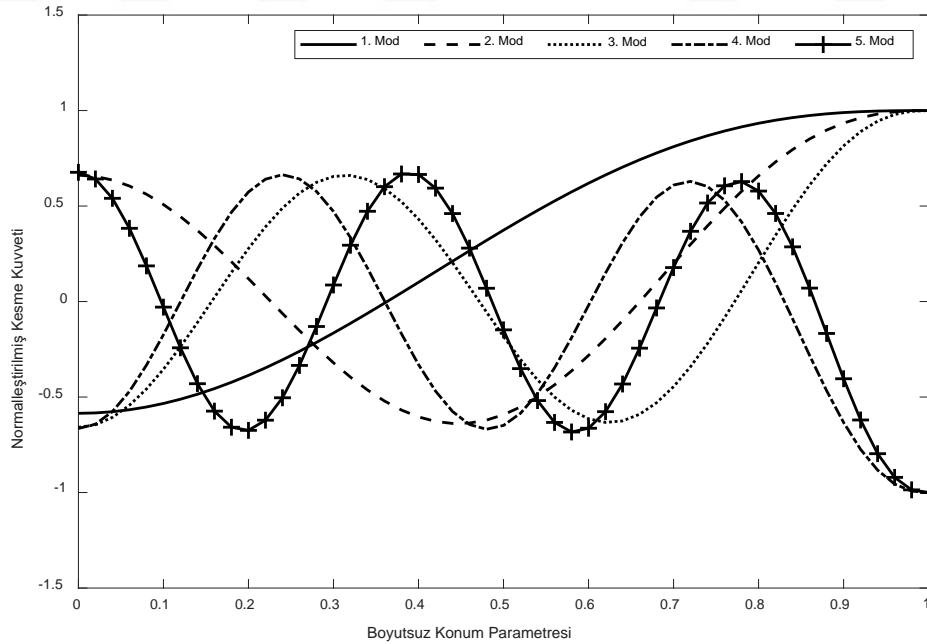
Şekil 5.14 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



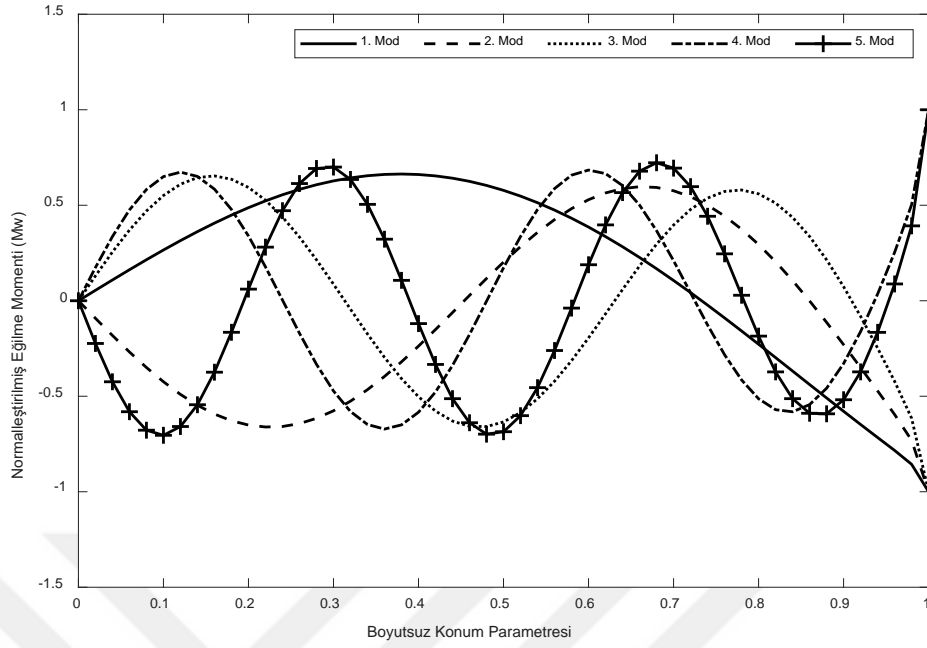
Şekil 5.15 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



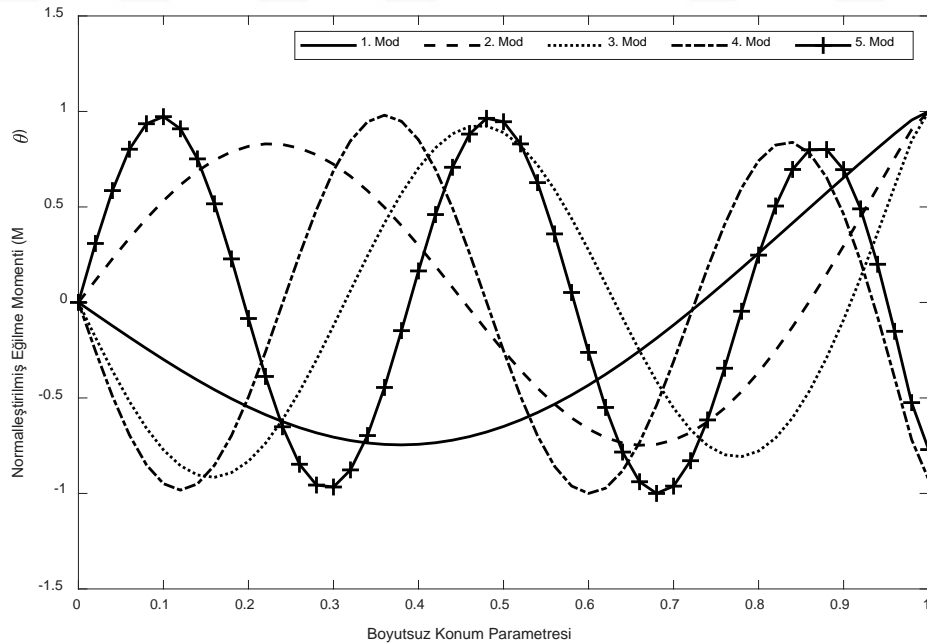
Şekil 5.16 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



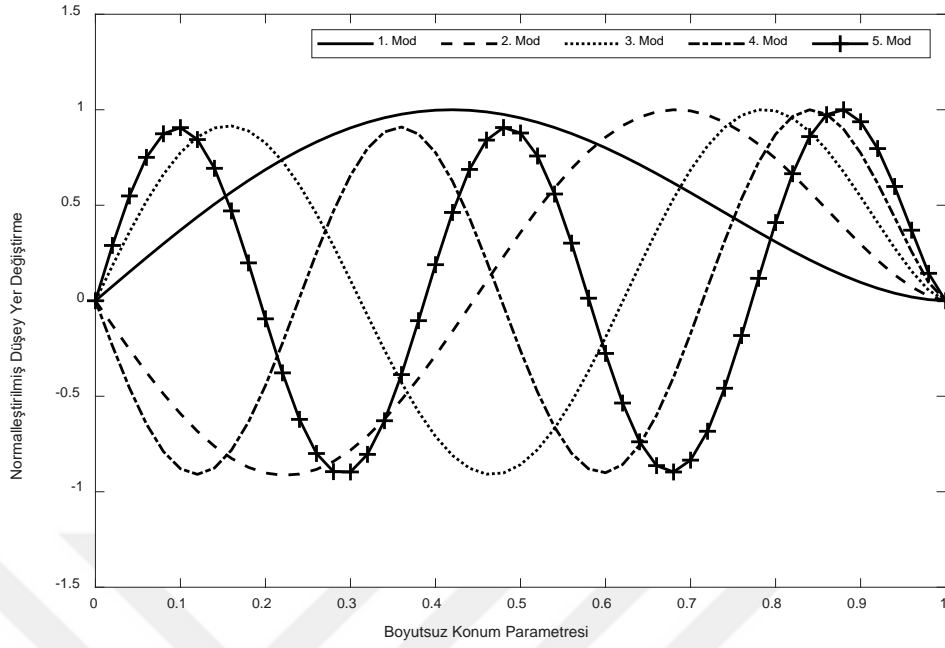
Şekil 5.17 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



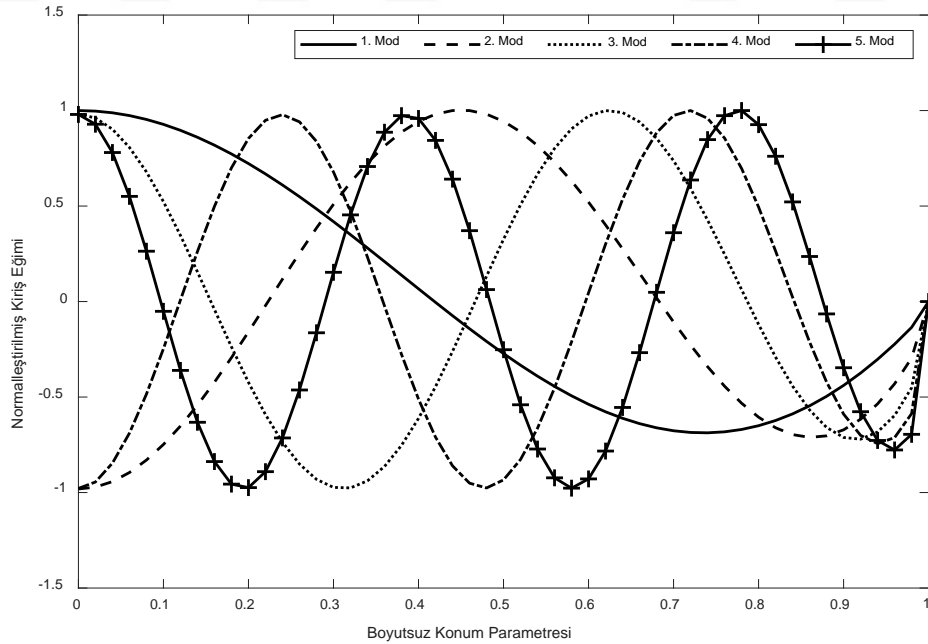
Şekil 5.18 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



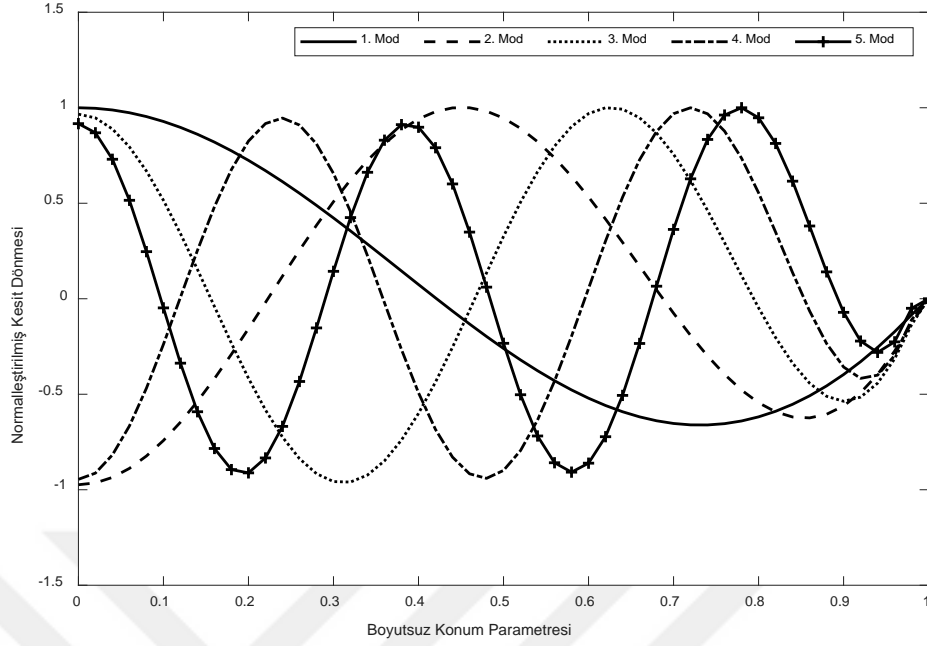
Şekil 5.19 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



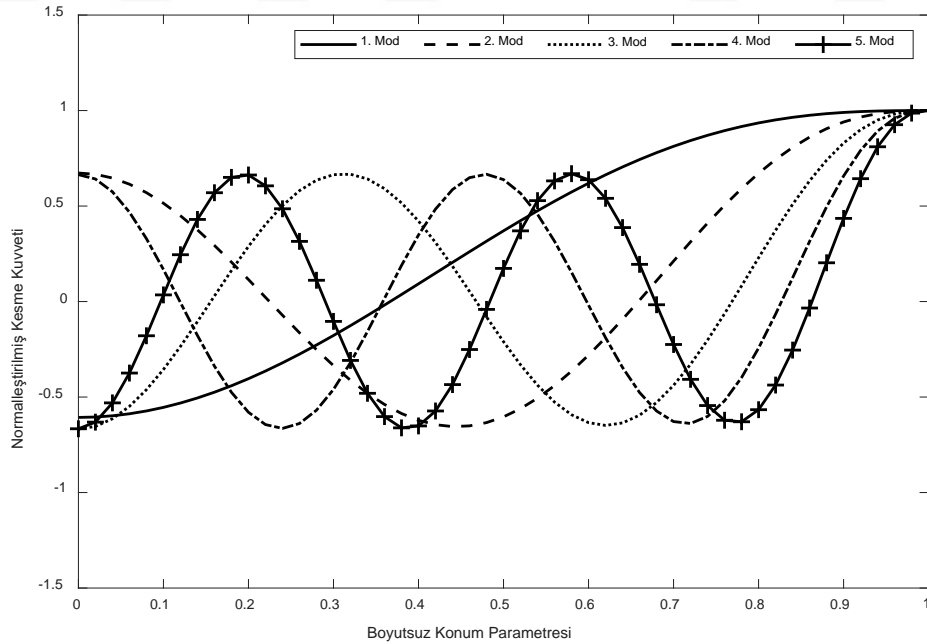
Şekil 5.20 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



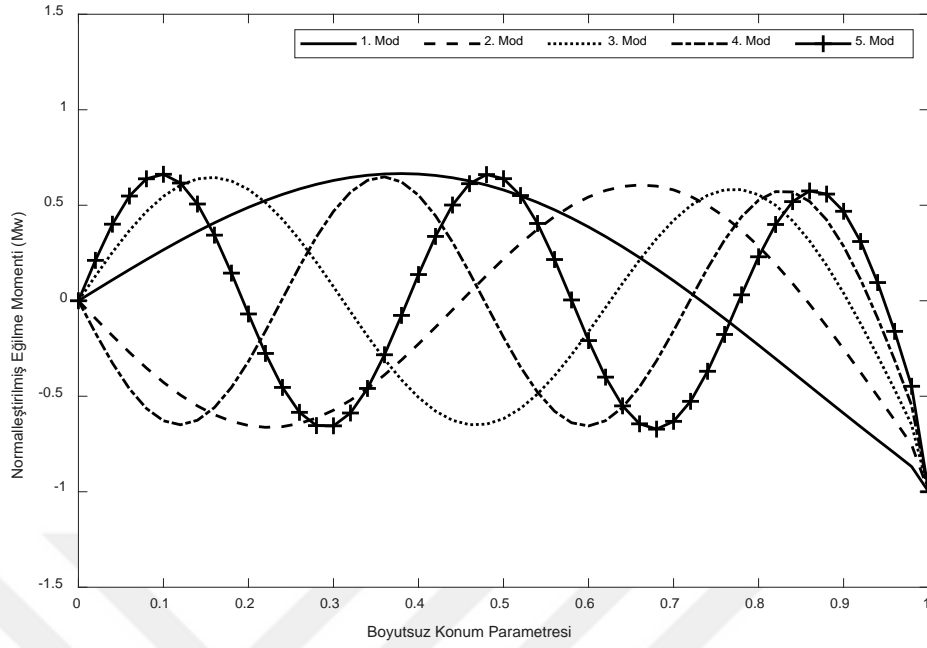
Şekil 5.21 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



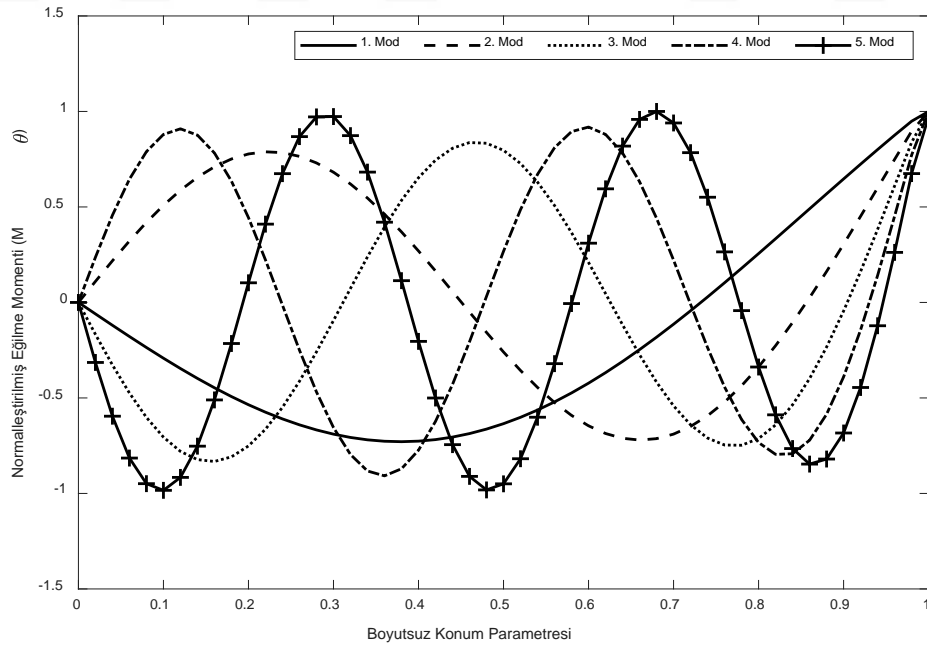
Şekil 5.22 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



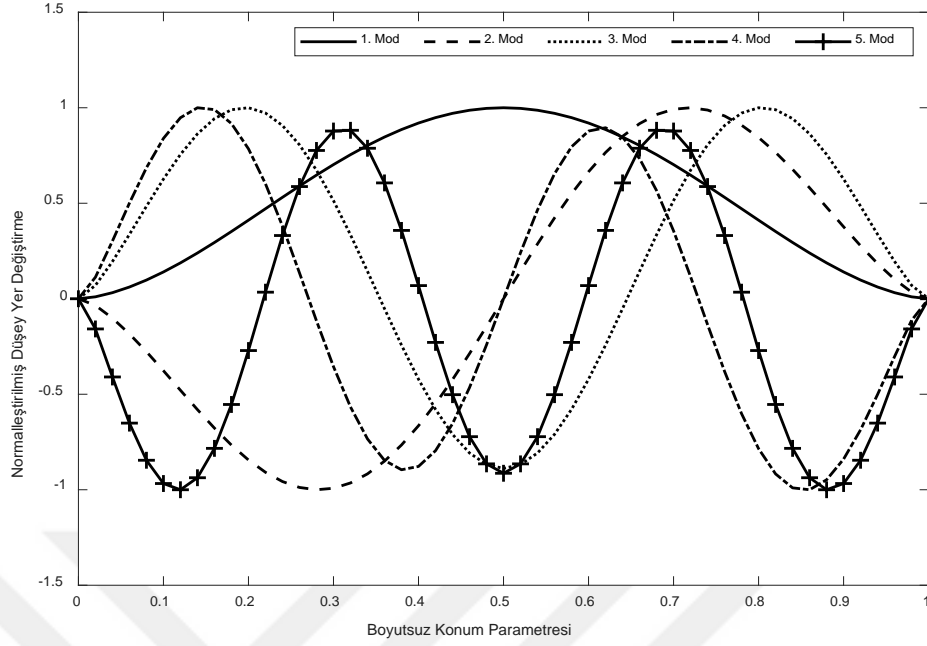
Şekil 5.23 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



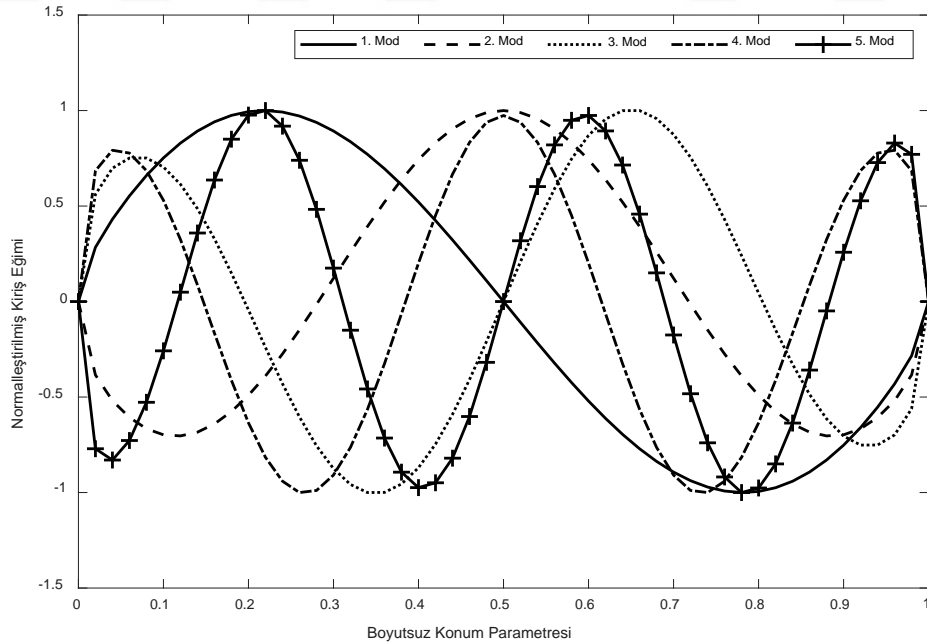
Şekil 5.24 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



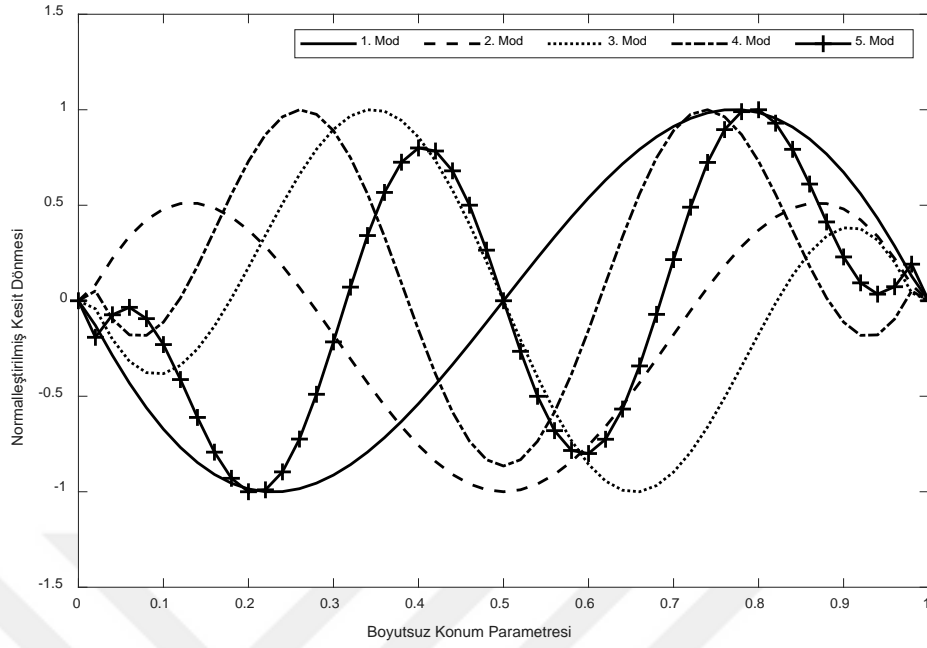
Şekil 5.25 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



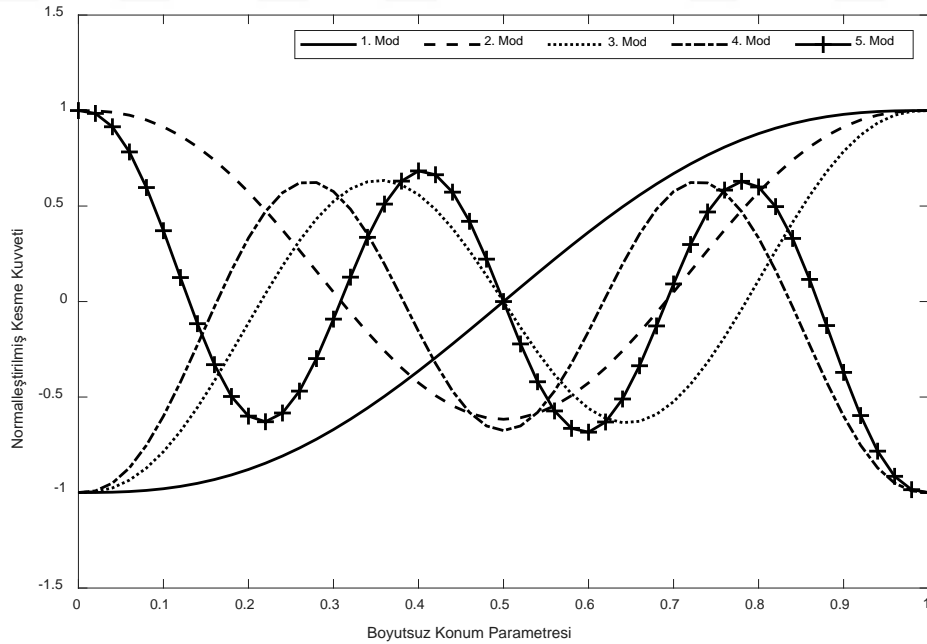
Şekil 5.26 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



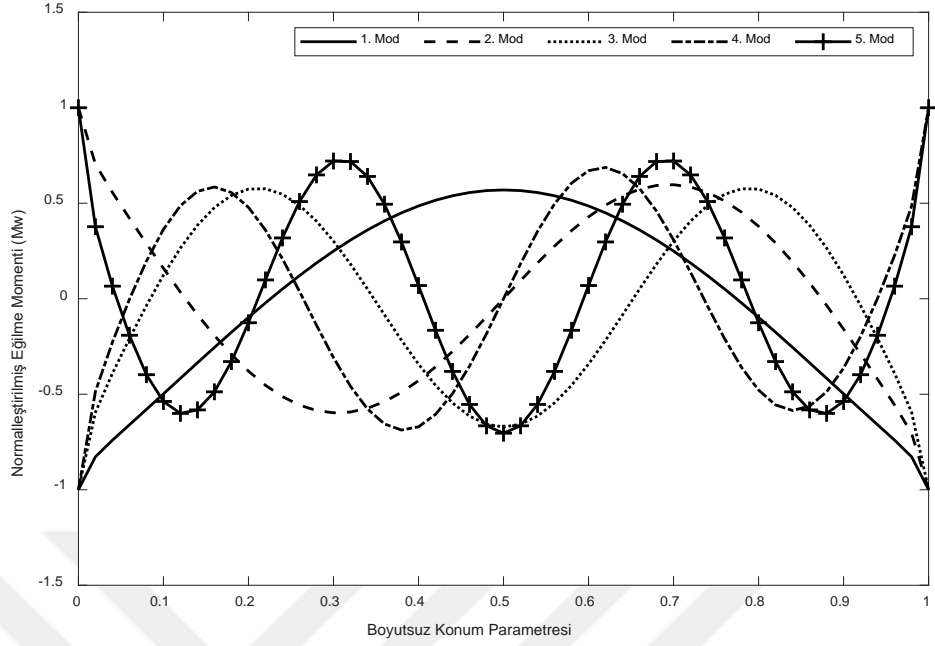
Şekil 5.27 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



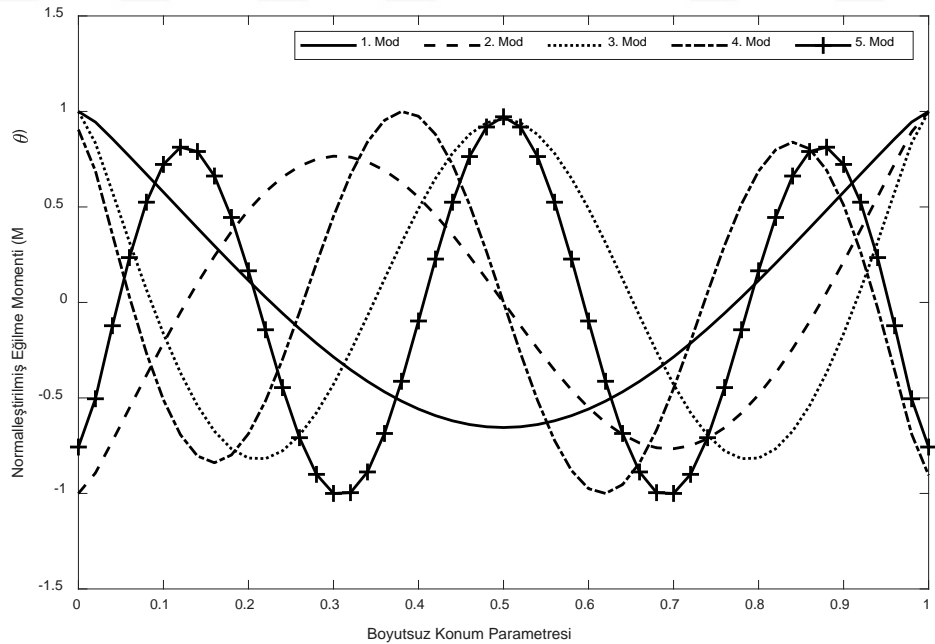
Şekil 5.28 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



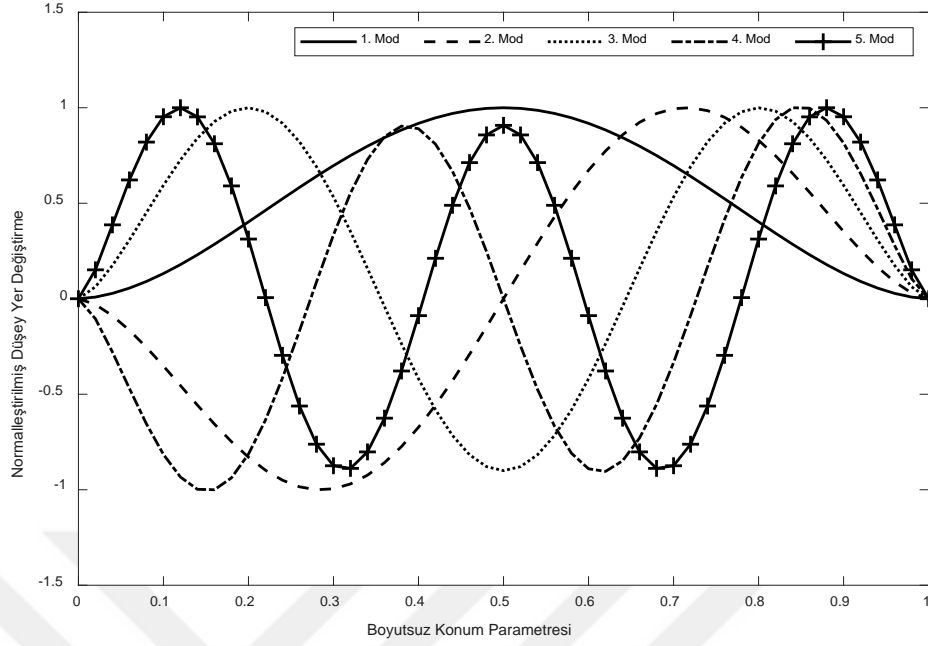
Şekil 5.29 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



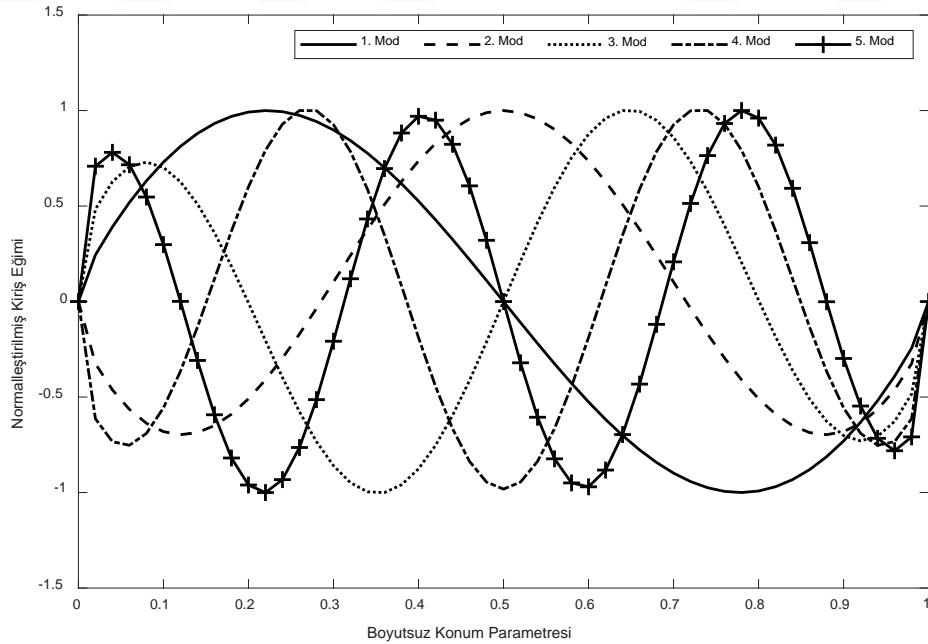
Şekil 5.30 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



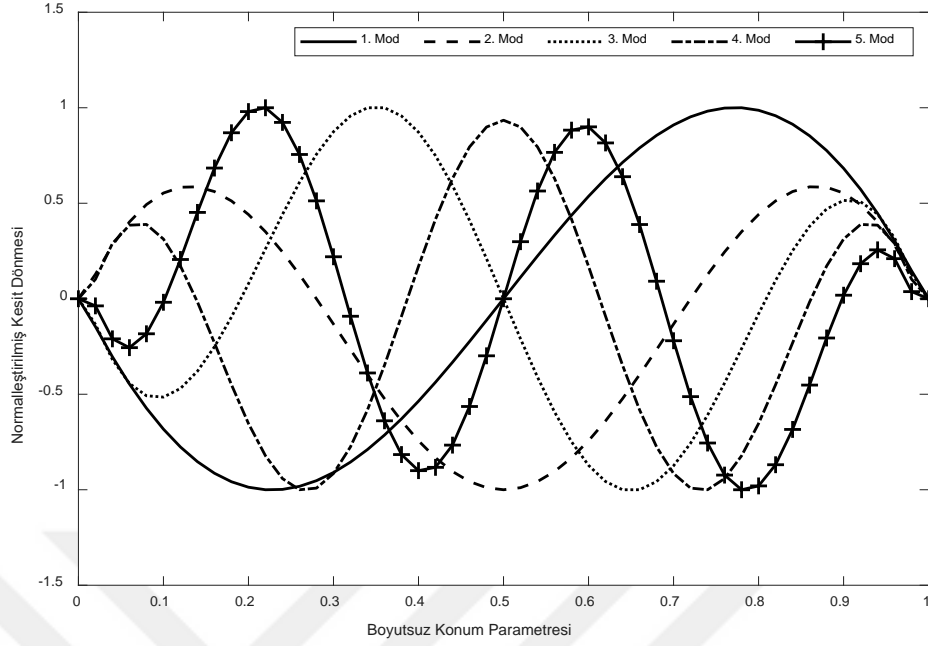
Şekil 5.31 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 7,5$; $P_r = 0,5$)



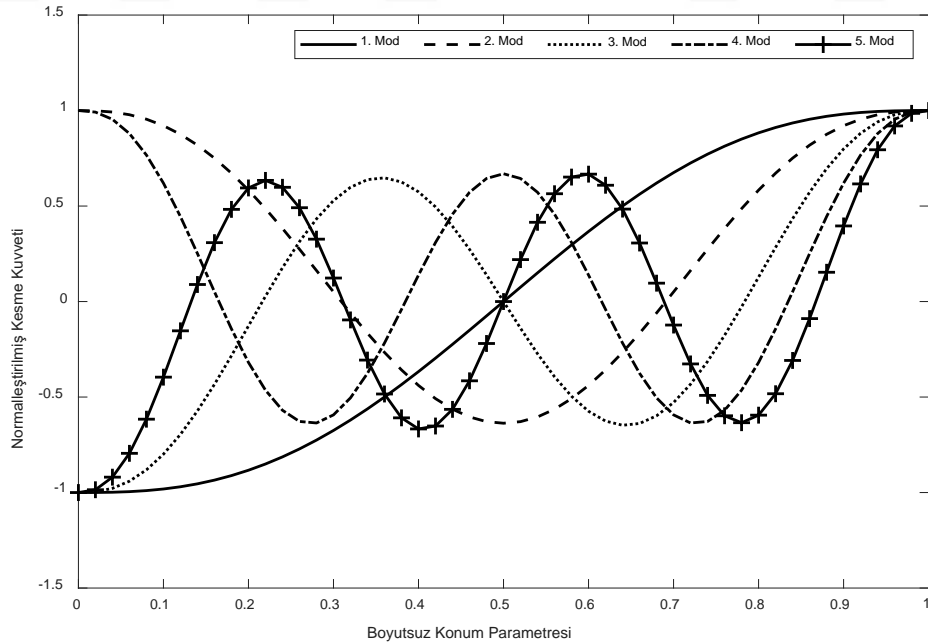
Şekil 5.32 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



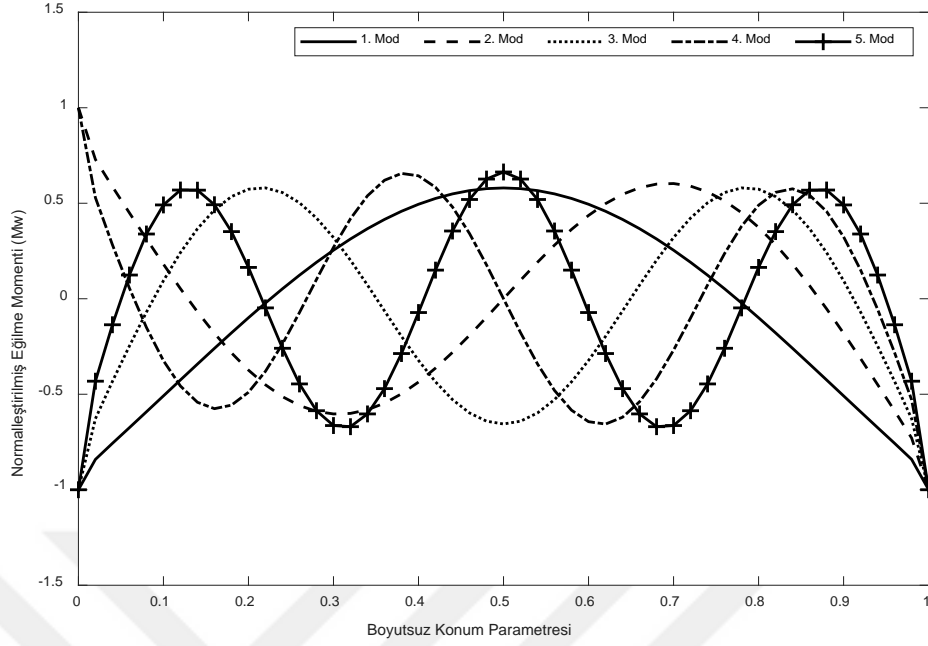
Şekil 5.33 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



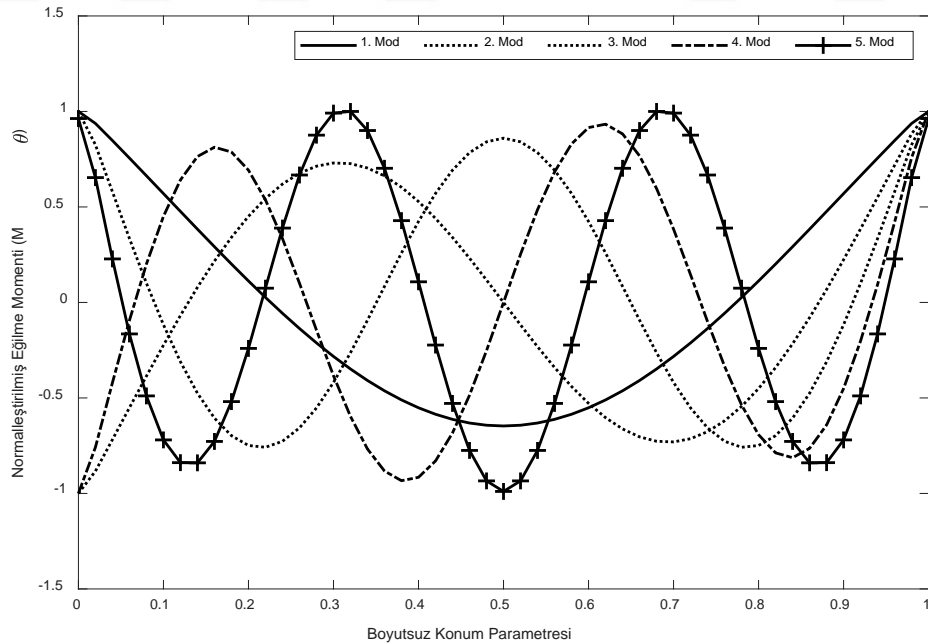
Şekil 5.34 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.35 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.36 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)

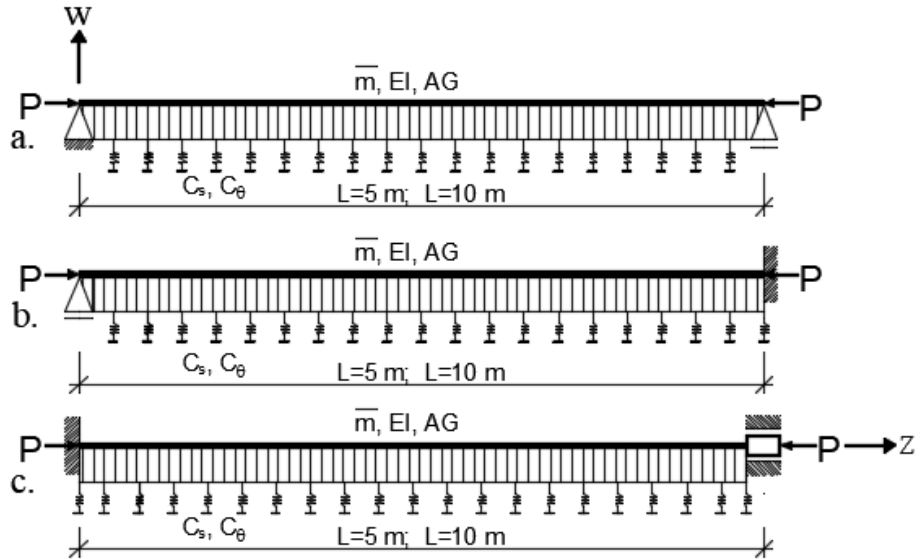


Şekil 5.37 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 10$; $P_r = 0,5$)

5.2 Örnek 2: GDQK ve DQEM’na İlişkin Sayısal Uygulamalar

Bu bölümde, genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı (GDQK) ve diferansiyel quadrature metodu (DQEM) kullanılarak elastik zemine oturan, aksenal basınç kuvveti altındaki tek açıklıklı, dikdörtgen en kesitli Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Kirişlerin ilk beş moduna ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ile normalleştirilmiş yer değiştirmeler ve iç kuvvetlerin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimleri elde edilmiştir. Kullanılan düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen açısal frekans değerleri, DRM kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Şekil (5.38a)’da bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli; Şekil (5.38b)’de bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre; Şekil (5.38c)’de biri ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli, dikdörtgen en kesitli, tek açıklıklı ve aksenal basınç kuvveti etkisi altındaki Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizleri $(L/h) = 5$ ve $(L/h) = 10$ oranları için gerçekleştirilmiştir. Kiriş ve zeminlerin diğer mekanik ve boyutsal özellikleri Örnek 1’deki verilerle aynıdır.



Şekil 5.38 Pasternak zeminine oturan, aksenal yüklü kiriş modeli

- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş

GDQK ve DQEM kullanılarak serbest titreşim analizi gerçekleştirilen Touratier kirişlerinden elde edilen ilk beş moda ait boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerleri, DRM kullanılarak elde edilen açısız frekans değerleri ile karşılaştırılmıştır.

Kirişlerin zemin üzerine oturmadığı durumda; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin Tablo 5.11 ve Tablo 5.20; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.14 ve 5.23; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.17 ve 5.26'da boyutsuz açısız frekans değerleri sırasıyla $(L/h) = 10$ ve $(L/h) = 5$ değerleri için verilmiştir. Kirişlerin Winkler zeminine oturduğu durumda; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin Tablo 5.12 ve 5.21; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.15 ve 5.24; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.18 ve 5.27'de; Kirişlerin Pasternak zeminine oturması durumunda; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.13 ve 5.22; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.16 ve 5.25; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişin Tablo 5.19 ve 5.28'de sırasıyla $(L/h) = 10$ ve $(L/h) = 5$ değerleri ve P_r 'nin 0; 0,25 ve 0,50 değerleri dikkate alınarak boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerleri sunulmuştur.

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kiriş için Şekil 5.39-5.44'te; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş için Şekil 5.45-5.50'de ve bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş için Şekil 5.51-5.56'da sırasıyla normalleştirilmiş düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimleri, $P_r = 0,50$ ve $(L/h) = 5$ durumları için gösterilmiştir.

Tablo 5.11 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri
($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
		11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
P_r	N											
	0	$\bar{\omega}_1$	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024	2,8024
$\bar{\omega}_2$		10,7101	10,7101	10,7101	10,7101	10,7101	10,7100	10,7101	10,7101	10,7101	10,7101	10,7101
$\bar{\omega}_3$		22,5680	22,5703	22,5702	22,5702	22,5702	22,5652	22,5704	22,5702	22,5702	22,5702	22,5702
$\bar{\omega}_4$		37,1726	37,1768	37,1753	37,1754	37,1754	37,2598	37,1720	37,1756	37,1754	37,1754	37,1754
$\bar{\omega}_5$		54,1323	53,5844	53,5851	53,5833	53,5834	53,6532	53,5327	53,5867	53,5832	53,5834	53,5834
0,25	$\bar{\omega}_1$	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165	2,4165
	$\bar{\omega}_2$	10,3346	10,3346	10,3346	10,3346	10,3346	10,3344	10,3346	10,3346	10,3346	10,3346	10,3346
	$\bar{\omega}_3$	22,1793	22,1816	22,1815	22,1815	22,1815	22,1765	22,1817	22,1815	22,1815	22,1815	22,1815
	$\bar{\omega}_4$	36,7619	36,7664	36,7649	36,7650	36,7650	36,8498	36,7616	36,7652	36,7650	36,7650	36,7650
	$\bar{\omega}_5$	53,6992	53,1463	53,1469	53,1450	53,1451	53,2198	53,0944	53,1485	53,1449	53,1451	53,1451
0,50	$\bar{\omega}_1$	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560	1,9560
	$\bar{\omega}_2$	9,9450	9,9449	9,9449	9,9449	9,9449	9,9448	9,9449	9,9449	9,9449	9,9449	9,9449
	$\bar{\omega}_3$	21,7836	21,7860	21,7859	21,7859	21,7859	21,7808	21,7861	21,7859	21,7859	21,7859	21,7859
	$\bar{\omega}_4$	36,3466	36,3514	36,3498	36,3499	36,3499	36,4352	36,3465	36,3501	36,3499	36,3499	36,3499
	$\bar{\omega}_5$	53,2626	52,7045	52,7049	52,7031	52,7032	52,7828	52,6524	52,7065	52,7029	52,7032	52,7032

Tablo 5.12 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri
($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
	0	$\bar{\omega}_1$	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265	3,3265
$\bar{\omega}_2$		10,8563	10,8562	10,8562	10,8562	10,8562	10,8561	10,8562	10,8562	10,8562	10,8562	10,8562
$\bar{\omega}_3$		22,6362	22,6385	22,6384	22,6384	22,6384	22,6334	22,6386	22,6384	22,6384	22,6384	22,6384
$\bar{\omega}_4$		37,2132	37,2175	37,2160	37,2160	37,2160	37,3004	37,2127	37,2162	37,2160	37,2160	37,2160
$\bar{\omega}_5$		54,1599	53,6122	53,6130	53,6111	53,6112	53,6811	53,5606	53,6145	53,6110	53,6112	53,6112
0,25	$\bar{\omega}_1$	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087	3,0087
	$\bar{\omega}_2$	10,4860	10,4860	10,4860	10,4860	10,4860	10,4858	10,4860	10,4860	10,4860	10,4860	10,4860
	$\bar{\omega}_3$	22,2487	22,2510	22,2509	22,2509	22,2509	22,2459	22,2511	22,2509	22,2509	22,2509	22,2509
	$\bar{\omega}_4$	36,8030	36,8076	36,8060	36,8061	36,8061	36,8909	36,8027	36,8063	36,8061	36,8061	36,8061
	$\bar{\omega}_5$	53,7271	53,1743	53,1750	53,1731	53,1732	53,2479	53,1225	53,1765	53,1730	53,1732	53,1732
0,50	$\bar{\omega}_1$	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530	2,6530
	$\bar{\omega}_2$	10,1022	10,1022	10,1022	10,1022	10,1022	10,1020	10,1022	10,1022	10,1022	10,1022	10,1022
	$\bar{\omega}_3$	21,8543	21,8567	21,8566	21,8566	21,8566	21,8514	21,8568	21,8565	21,8566	21,8566	21,8566
	$\bar{\omega}_4$	36,3882	36,3930	36,3914	36,3915	36,3915	36,4767	36,3881	36,3917	36,3915	36,3915	36,3915
	$\bar{\omega}_5$	53,2908	52,7328	52,7333	52,7314	52,7315	52,8112	52,6807	52,7349	52,7313	52,7315	52,7315

Tablo 5.13 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
	0	$\bar{\omega}_1$	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613	3,4613
$\bar{\omega}_2$		11,0204	11,0204	11,0204	11,0204	11,0204	11,0202	11,0204	11,0204	11,0204	11,0204	11,0204
$\bar{\omega}_3$		22,8101	22,8124	22,8123	22,8123	22,8123	22,8074	22,8125	22,8123	22,8123	22,8123	22,8123
$\bar{\omega}_4$		37,3981	37,4023	37,4008	37,4008	37,4008	37,4849	37,3975	37,4010	37,4008	37,4008	37,4008
$\bar{\omega}_5$		54,3554	53,8100	53,8108	53,8090	53,8091	53,8767	53,7585	53,8124	53,8088	53,8091	53,8091
0,25	$\bar{\omega}_1$	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571	3,1571
	$\bar{\omega}_2$	10,6558	10,6558	10,6558	10,6558	10,6558	10,6557	10,6558	10,6558	10,6558	10,6558	10,6558
	$\bar{\omega}_3$	22,4256	22,4279	22,4278	22,4278	22,4278	22,4228	22,4280	22,4278	22,4278	22,4278	22,4278
	$\bar{\omega}_4$	36,9900	36,9944	36,9929	36,9929	36,9929	36,0775	36,9896	36,9931	36,9929	36,9929	36,9929
	$\bar{\omega}_5$	53,9242	53,3738	53,3744	53,3726	53,3727	53,4452	53,3220	53,3760	53,3725	53,3727	53,3727
0,50	$\bar{\omega}_1$	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202	2,8202
	$\bar{\omega}_2$	10,2784	10,2783	10,2783	10,2783	10,2783	10,2782	10,2783	10,2783	10,2783	10,2783	10,2783
	$\bar{\omega}_3$	22,0344	22,0367	22,0366	22,0366	22,0366	22,0315	22,0368	22,0366	22,0366	22,0366	22,0366
	$\bar{\omega}_4$	36,5773	36,5819	36,5804	36,5805	36,5805	36,6655	36,5771	36,5807	36,5805	36,5805	36,5805
	$\bar{\omega}_5$	53,4895	52,9339	52,9344	52,9326	52,9327	53,0101	52,8820	52,9360	52,9324	52,9327	52,9327

Tablo 5.14 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	33	35	37	39	41	35	37	39	41	43	
0	$\bar{\omega}_1$	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850	4,2850
	$\bar{\omega}_2$	13,0977	13,0977	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976	13,0976
	$\bar{\omega}_3$	25,3989	25,3989	25,3989	25,3989	25,3989	25,3987	25,3989	25,3989	25,3989	25,3989	25,3989
	$\bar{\omega}_4$	40,1002	40,1001	40,1001	40,1001	40,1001	40,0999	40,1000	40,1001	40,1001	40,1001	40,1001
	$\bar{\omega}_5$	56,4064	56,4065	56,4065	56,4065	56,4065	56,4061	56,4064	56,4065	56,4065	56,4065	56,4065
0,25	$\bar{\omega}_1$	4,0056	4,0057	4,0057	4,0057	4,0057	4,0056	4,0057	4,0057	4,0057	4,0057	4,0057
	$\bar{\omega}_2$	12,7737	12,7737	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736	12,7736
	$\bar{\omega}_3$	25,0430	25,0430	25,0431	25,0431	25,0431	25,0429	25,0430	25,0430	25,0430	25,0431	25,0431
	$\bar{\omega}_4$	39,7123	39,7123	39,7123	39,7123	39,7123	39,7121	39,7122	39,7122	39,7122	39,7123	39,7123
	$\bar{\omega}_5$	55,9843	55,9843	55,9844	55,9844	55,9844	55,9839	55,9842	55,9843	55,9844	55,9844	55,9844
0,50	$\bar{\omega}_1$	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034	3,7034
	$\bar{\omega}_2$	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410	12,4410
	$\bar{\omega}_3$	24,6819	24,6819	24,6820	24,6820	24,6820	24,6818	24,6819	24,6819	24,6820	24,6820	24,6820
	$\bar{\omega}_4$	39,3207	39,3206	39,3206	39,3206	39,3206	39,3204	39,3205	39,3205	39,3206	39,3206	39,3206
	$\bar{\omega}_5$	55,5588	55,5589	55,5589	55,5589	55,5590	55,5585	55,5588	55,5589	55,5589	55,5590	55,5590

Tablo 5.15 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	33	35	37	39	41	35	37	39	41	43	
	0	$\bar{\omega}_1$	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445	4,6445
$\bar{\omega}_2$		13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175	13,2175
$\bar{\omega}_3$		25,4597	25,4597	25,4597	25,4597	25,4597	25,4595	25,4597	25,4597	25,4597	25,4597	25,4597
$\bar{\omega}_4$		40,1381	40,1380	40,1380	40,1380	40,1380	40,1378	40,1379	40,1379	40,1380	40,1380	40,1380
$\bar{\omega}_5$		56,4330	56,4331	56,4331	56,4331	56,4331	56,4327	56,4329	56,4331	56,4331	56,4331	56,4331
0,25	$\bar{\omega}_1$	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881	4,3881
	$\bar{\omega}_2$	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965	12,8965
	$\bar{\omega}_3$	25,1046	25,1047	25,1047	25,1047	25,1047	25,1045	25,1046	25,1047	25,1047	25,1047	25,1047
	$\bar{\omega}_4$	39,7506	39,7506	39,7505	39,7505	39,7505	39,7504	39,7505	39,7505	39,7505	39,7505	39,7505
	$\bar{\omega}_5$	56,0111	56,0111	56,0112	56,0112	56,0112	56,0107	56,0110	56,0111	56,0111	56,0112	56,0112
0,50	$\bar{\omega}_1$	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140	4,1140
	$\bar{\omega}_2$	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671	12,5671
	$\bar{\omega}_3$	24,7445	24,7445	24,7445	24,7445	24,7445	24,7444	24,7445	24,7445	24,7445	24,7445	24,7445
	$\bar{\omega}_4$	39,3593	39,3592	39,3592	39,3592	39,3592	39,3591	39,3591	39,3592	39,3592	39,3592	39,3592
	$\bar{\omega}_5$	55,5858	55,5859	55,5859	55,5860	55,5860	55,5855	55,5858	55,5859	55,5859	55,5860	55,5860

Tablo 5.16 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	33	35	37	39	41	35	37	39	41	43	
	0	$\bar{\omega}_1$	4,7560	4,7560	4,7561	4,7561	4,7561	4,7560	4,7560	4,7560	4,7561	4,7561
$\bar{\omega}_2$		13,3608	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607	13,3607
$\bar{\omega}_3$		25,6193	25,6194	25,6194	25,6194	25,6194	25,6192	25,6193	25,6194	25,6194	25,6194	25,6194
$\bar{\omega}_4$		40,3129	40,3128	40,3128	40,3128	40,3128	40,3126	40,3127	40,3128	40,3128	40,3128	40,3128
$\bar{\omega}_5$		56,6237	56,6238	56,6238	56,6238	56,6238	56,6234	56,6236	56,6237	56,6238	56,6238	56,6238
0,25	$\bar{\omega}_1$	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066	4,5066
	$\bar{\omega}_2$	13,0434	13,0434	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433	13,0433
	$\bar{\omega}_3$	25,2666	25,2666	25,2666	25,2667	25,2667	25,2665	25,2666	25,2666	25,2667	25,2667	25,2667
	$\bar{\omega}_4$	39,9271	39,9271	39,9271	39,9271	39,9270	39,9269	39,9270	39,9270	39,9270	39,9270	39,9270
	$\bar{\omega}_5$	56,2032	56,2033	56,2033	56,2033	56,2033	56,2029	56,2031	56,2032	56,2033	56,2033	56,2033
0,50	$\bar{\omega}_1$	4,2409	4,2410	4,2410	4,2410	4,2410	4,2409	4,2410	4,2410	4,2410	4,2410	4,2410
	$\bar{\omega}_2$	12,7179	12,7179	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178	12,7178
	$\bar{\omega}_3$	24,9088	24,9088	24,9088	24,9089	24,9089	24,9087	24,9088	24,9088	24,9088	24,9089	24,9089
	$\bar{\omega}_4$	39,5376	39,5375	39,5375	39,5375	39,5375	39,5374	39,5374	39,5375	39,5375	39,5375	39,5375
	$\bar{\omega}_5$	55,7795	55,7795	55,7796	55,7796	55,7796	55,7792	55,7794	55,7795	55,7796	55,7796	55,7796

Tablo 5.17 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	
	0	$\bar{\omega}_1$	6,0623	6,0623	6,0623	6,0623	6,0623	6,0622	6,0623	6,0623	6,0623	6,0623
$\bar{\omega}_2$		15,5687	15,5687	15,5687	15,5687	15,5687	15,5686	15,5686	15,5687	15,5687	15,5687	15,5687
$\bar{\omega}_3$		28,2106	28,2106	28,2107	28,2107	28,2107	28,2106	28,2107	28,2107	28,2107	28,2107	28,2107
$\bar{\omega}_4$		42,9553	42,9554	42,9554	42,9554	42,9554	42,9551	42,9553	42,9553	42,9553	42,9554	42,9554
$\bar{\omega}_5$		59,1483	59,1485	59,1486	59,1487	59,1487	59,1485	59,1486	59,1487	59,1487	59,1487	59,1487
0,25	$\bar{\omega}_1$	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586	5,8586
	$\bar{\omega}_2$	15,2830	15,2830	15,2830	15,2830	15,2830	15,2829	15,2829	15,2829	15,2830	15,2830	15,2830
	$\bar{\omega}_3$	27,8814	27,8814	27,8815	27,8815	27,8815	27,8814	27,8815	27,8815	27,8815	27,8815	27,8815
	$\bar{\omega}_4$	42,5864	42,5864	42,5864	42,5864	42,5864	42,5861	42,5863	42,5864	42,5864	42,5864	42,5864
	$\bar{\omega}_5$	58,7399	58,7402	58,7403	58,7403	58,7403	58,7402	58,7403	58,7403	58,7403	58,7403	58,7403
0,50	$\bar{\omega}_1$	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465	5,6465
	$\bar{\omega}_2$	14,9913	14,9913	14,9913	14,9913	14,9913	14,9912	14,9912	14,9913	14,9913	14,9913	14,9913
	$\bar{\omega}_3$	27,5481	27,5482	27,5482	27,5482	27,5482	27,5481	27,5482	27,5482	27,5482	27,5482	27,5482
	$\bar{\omega}_4$	42,2141	42,2141	42,2142	42,2142	42,2142	42,2139	42,2141	42,2141	42,2141	42,2142	42,2142
	$\bar{\omega}_5$	58,3286	58,3289	58,3290	58,3290	58,3290	58,3289	58,3290	58,3290	58,3290	58,3290	58,3290

Tablo 5.18 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	
0	$\bar{\omega}_1$	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216	6,3216
	$\bar{\omega}_2$	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697	15,6697
	$\bar{\omega}_3$	28,2655	28,2656	28,2656	28,2656	28,2656	28,2655	28,2656	28,2656	28,2656	28,2656	28,2656
	$\bar{\omega}_4$	42,9909	42,9909	42,9909	42,9909	42,9909	42,9906	42,9908	42,9909	42,9909	42,9909	42,9909
	$\bar{\omega}_5$	59,1738	59,1740	59,1741	59,1742	59,1742	59,1740	59,1741	59,1742	59,1742	59,1742	59,1742
0,25	$\bar{\omega}_1$	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265	6,1265
	$\bar{\omega}_2$	15,3859	15,3859	15,3859	15,3859	15,3859	15,3858	15,3859	15,3859	15,3859	15,3859	15,3859
	$\bar{\omega}_3$	27,9370	27,9370	27,9370	27,9370	27,9371	27,9370	27,9370	27,9370	27,9371	27,9371	27,9371
	$\bar{\omega}_4$	42,6222	42,6222	42,6223	42,6223	42,6223	42,6220	42,6221	42,6222	42,6222	42,6223	42,6223
	$\bar{\omega}_5$	58,7656	58,7658	58,7659	58,7660	58,7660	58,7658	58,7659	58,7660	58,7660	58,7660	58,7660
0,50	$\bar{\omega}_1$	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241	5,9241
	$\bar{\omega}_2$	15,0962	15,0962	15,0962	15,0962	15,0962	15,0961	15,0962	15,0962	15,0962	15,0962	15,0962
	$\bar{\omega}_3$	27,6044	27,6044	27,6044	27,6045	27,6045	27,6044	27,6044	27,6044	27,6045	27,6045	27,6045
	$\bar{\omega}_4$	42,2503	42,2503	42,2503	42,2503	42,2503	42,2500	42,2502	42,2503	42,2503	42,2503	42,2503
	$\bar{\omega}_5$	58,3545	58,3547	58,3548	58,3549	58,3549	58,3547	58,3548	58,3549	58,3549	58,3549	58,3549

Tablo 5.19 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 10$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	
	0	$\bar{\omega}_1$	6,4080	6,4080	6,4080	6,4080	6,4080	6,4079	6,4080	6,4080	6,4080	6,4080
$\bar{\omega}_2$		15,7969	15,7969	15,7969	15,7969	15,7969	15,7968	15,7968	15,7969	15,7969	15,7969	15,7969
$\bar{\omega}_3$		28,4135	28,4136	28,4136	28,4136	28,4136	28,4135	28,4136	28,4136	28,4136	28,4136	28,4136
$\bar{\omega}_4$		43,1573	43,1573	43,1574	43,1574	43,1574	43,1571	43,1572	43,1573	43,1573	43,1574	43,1574
$\bar{\omega}_5$		59,3583	59,3586	59,3587	59,3587	59,3587	59,3586	59,3587	59,3587	59,3587	59,3587	59,3587
0,25	$\bar{\omega}_1$	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160	6,2160
	$\bar{\omega}_2$	15,5156	15,5156	15,5156	15,5156	15,5156	15,5155	15,5156	15,5156	15,5156	15,5156	15,5156
	$\bar{\omega}_3$	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868	28,0868
	$\bar{\omega}_4$	42,7901	42,7902	42,7902	42,7902	42,7902	42,7899	42,7901	42,7901	42,7902	42,7902	42,7902
	$\bar{\omega}_5$	58,9514	58,9517	58,9518	58,9518	58,9518	58,9517	58,9518	58,9518	58,9518	58,9518	58,9518
0,50	$\bar{\omega}_1$	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170	6,0170
	$\bar{\omega}_2$	15,2286	15,2286	15,2286	15,2286	15,2286	15,2285	15,2286	15,2286	15,2286	15,2286	15,2286
	$\bar{\omega}_3$	27,7560	27,7561	27,7561	27,7561	27,7561	27,7560	27,7561	27,7561	27,7561	27,7561	27,7561
	$\bar{\omega}_4$	42,4197	42,4197	42,4197	42,4197	42,4197	42,4195	42,4196	42,4197	42,4197	42,4197	42,4197
	$\bar{\omega}_5$	58,5417	58,5419	58,5420	58,5420	58,5421	58,5419	58,5420	58,5420	58,5421	58,5421	58,5421

Tablo 5.20 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
0	$\bar{\omega}_1$	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775	2,6775
	$\bar{\omega}_2$	9,2939	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938	9,2938
	$\bar{\omega}_3$	17,7874	17,7880	17,7879	17,7879	17,7879	17,7864	17,7880	17,7879	17,7879	17,7879	17,7879
	$\bar{\omega}_4$	27,0742	27,0684	27,0679	27,0679	27,0679	27,0913	27,0675	27,0679	27,0679	27,0679	27,0679
	$\bar{\omega}_5$	36,5758	36,6870	36,6920	36,6920	36,6920	36,3872	36,6743	36,6923	36,6920	36,6920	36,6920
0,25	$\bar{\omega}_1$	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789	2,2789
	$\bar{\omega}_2$	8,8763	8,8763	8,8763	8,8763	8,8763	8,8762	8,8763	8,8763	8,8763	8,8763	8,8763
	$\bar{\omega}_3$	17,3116	17,3122	17,3122	17,3122	17,3122	17,3107	17,3122	17,3122	17,3122	17,3122	17,3122
	$\bar{\omega}_4$	26,5236	26,5179	26,5174	26,5174	26,5174	26,5406	26,5170	26,5174	26,5174	26,5174	26,5174
	$\bar{\omega}_5$	35,9416	36,0527	36,0577	36,0577	36,0577	35,7550	36,0402	36,0580	36,0577	36,0577	36,0577
0,50	$\bar{\omega}_1$	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938	1,7938
	$\bar{\omega}_2$	8,4380	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379	8,4379
	$\bar{\omega}_3$	16,8221	16,8227	16,8227	16,8227	16,8227	16,8211	16,8227	16,8227	16,8227	16,8227	16,8227
	$\bar{\omega}_4$	25,9608	25,9552	25,9546	25,9547	25,9547	25,9778	25,9543	25,9547	25,9547	25,9547	25,9547
	$\bar{\omega}_5$	35,2954	35,4064	35,4114	35,4114	35,4114	35,1109	35,3940	35,4117	35,4114	35,4114	35,4114

Tablo 5.21 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açılal frekans değ erleri ($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
		11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
0	$\bar{\omega}_1$	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141	2,7141
	$\bar{\omega}_2$	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040	9,3040
	$\bar{\omega}_3$	17,7926	17,7932	17,7931	17,7931	17,7931	17,7916	17,7932	17,7931	17,7931	17,7931	17,7931
	$\bar{\omega}_4$	27,0776	27,0718	27,0713	27,0713	27,0713	27,0947	27,0709	27,0713	27,0713	27,0713	27,0713
	$\bar{\omega}_5$	36,5783	36,6895	36,6945	36,6945	36,6945	36,3897	36,6768	36,6948	36,6945	36,6945	36,6945
0,25	$\bar{\omega}_1$	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218	2,3218
	$\bar{\omega}_2$	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869	8,8869
	$\bar{\omega}_3$	17,3170	17,3176	17,3175	17,3175	17,3175	17,3160	17,3176	17,3175	17,3175	17,3175	17,3175
	$\bar{\omega}_4$	26,5271	26,5214	26,5208	26,5208	26,5208	26,5441	26,5205	26,5209	26,5208	26,5208	26,5208
	$\bar{\omega}_5$	35,9441	36,0553	36,0603	36,0603	36,0603	35,7576	36,0427	36,0605	36,0602	36,0603	36,0603
0,50	$\bar{\omega}_1$	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479	1,8479
	$\bar{\omega}_2$	8,4492	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491	8,4491
	$\bar{\omega}_3$	16,8276	16,8282	16,8282	16,8282	16,8282	16,8266	16,8282	16,8282	16,8282	16,8282	16,8282
	$\bar{\omega}_4$	25,9644	25,9587	25,9582	25,9582	25,9582	25,9813	25,9578	25,9582	25,9582	25,9582	25,9582
	$\bar{\omega}_5$	35,2980	35,4090	35,4140	35,4140	35,4140	35,1135	35,3966	35,4143	35,4140	35,4140	35,4140

Tablo 5.22 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri
($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	11	13	15	17	19	11	13	15	17	19	
		0	$\bar{\omega}_1$	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551	2,7551
$\bar{\omega}_2$	9,3502		9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502	9,3502
$\bar{\omega}_3$	17,8458		17,8464	17,8463	17,8463	17,8463	17,8448	17,8464	17,8463	17,8463	17,8463	17,8463
$\bar{\omega}_4$	27,1394		27,1336	27,1331	27,1331	27,1331	27,1565	27,1327	27,1331	27,1331	27,1331	27,1331
$\bar{\omega}_5$	36,6496		36,7608	36,7658	36,7658	36,7658	36,4608	36,7481	36,7661	36,7658	36,7658	36,7658
0,25	$\bar{\omega}_1$	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696	2,3696
	$\bar{\omega}_2$	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353	8,9353
	$\bar{\omega}_3$	17,3717	17,3723	17,3722	17,3722	17,3722	17,3707	17,3723	17,3722	17,3722	17,3722	17,3722
	$\bar{\omega}_4$	26,5902	26,5845	26,5839	26,5840	26,5840	26,6072	26,5836	26,5840	26,5840	26,5840	26,5840
	$\bar{\omega}_5$	36,0168	36,1279	36,1329	36,1329	36,1329	35,8300	36,1332	36,1332	36,1329	36,1329	36,1329
0,50	$\bar{\omega}_1$	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077	1,9077
	$\bar{\omega}_2$	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000	8,5000
	$\bar{\omega}_3$	16,8839	16,8845	16,8845	16,8845	16,8845	16,8830	16,8845	16,8845	16,8845	16,8845	16,8845
	$\bar{\omega}_4$	26,0289	26,0233	26,0227	26,0228	26,0228	26,0459	26,0224	26,0228	26,0228	26,0228	26,0228
	$\bar{\omega}_5$	35,3720	35,4831	35,4880	35,4880	35,4881	35,1873	35,4707	35,4883	35,4880	35,4881	35,4881

Tablo 5.23 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	21	23	25	27	29	23	25	27	29	31	
	0	$\bar{\omega}_1$	3,8920	3,8921	3,8922	3,8922	3,8922	3,8920	3,8921	3,8922	3,8922	3,8922
$\bar{\omega}_2$		10,7391	10,7389	10,7389	10,7389	10,7388	10,7386	10,7388	10,7388	10,7388	10,7388	10,7388
$\bar{\omega}_3$		19,0869	19,0871	19,0872	19,0873	19,0873	19,0862	19,0870	19,0872	19,0873	19,0873	19,0873
$\bar{\omega}_4$		28,1750	28,1749	28,1748	28,1748	28,1748	28,1738	28,1745	28,1747	28,1747	28,1748	28,1748
$\bar{\omega}_5$		37,6521	37,6523	37,6524	37,6524	37,6524	37,6509	37,6520	37,6523	37,6524	37,6524	37,6524
0,25	$\bar{\omega}_1$	3,5970	3,5970	3,5971	3,5971	3,5971	3,5969	3,5970	3,5971	3,5971	3,5971	3,5971
	$\bar{\omega}_2$	10,3651	10,3649	10,3649	10,3649	10,3648	10,3646	10,3648	10,3648	10,3648	10,3648	10,3648
	$\bar{\omega}_3$	18,6341	18,6343	18,6344	18,6344	18,6344	18,6335	18,6341	18,6344	18,6344	18,6344	18,6344
	$\bar{\omega}_4$	27,6388	27,6387	27,6387	27,6387	27,6387	27,6377	27,6384	27,6386	27,6386	27,6387	27,6387
	$\bar{\omega}_5$	37,0304	37,0306	37,0307	37,0307	37,0307	37,0293	37,0303	37,0306	37,0307	37,0307	37,0307
0,50	$\bar{\omega}_1$	3,2727	3,2728	3,2728	3,2728	3,2728	3,2727	3,2728	3,2728	3,2728	3,2728	3,2728
	$\bar{\omega}_2$	9,9768	9,9766	9,9766	9,9765	9,9765	9,9763	9,9765	9,9765	9,9765	9,9765	9,9765
	$\bar{\omega}_3$	18,1696	18,1699	18,1699	18,1699	18,1699	18,1691	18,1697	18,1699	18,1700	18,1700	18,1700
	$\bar{\omega}_4$	27,0915	27,0914	27,0913	27,0913	27,0913	27,0905	27,0911	27,0912	27,0913	27,0913	27,0913
	$\bar{\omega}_5$	36,3971	36,3972	36,3973	36,3973	36,3973	36,3960	36,3969	36,3972	36,3973	36,3973	36,3973

Tablo 5.24 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri
($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	21	23	25	27	29	23	25	27	29	31	
	0	$\bar{\omega}_1$	3,9173	3,9174	3,9174	3,9174	3,9174	3,9172	3,9174	3,9174	3,9174	3,9174
$\bar{\omega}_2$		10,7480	10,7478	10,7478	10,7477	10,7477	10,7474	10,7476	10,7477	10,7477	10,7477	10,7477
$\bar{\omega}_3$		19,0918	19,0920	19,0921	19,0922	19,0922	19,0911	19,0918	19,0921	19,0921	19,0921	19,0922
$\bar{\omega}_4$		28,1782	28,1781	28,1781	28,1780	28,1780	28,1770	28,1777	28,1780	28,1780	28,1780	28,1780
$\bar{\omega}_5$		37,6546	37,6548	37,6548	37,6549	37,6549	37,6533	37,6544	37,6547	37,6548	37,6549	37,6549
0,25	$\bar{\omega}_1$	3,6243	3,6244	3,6244	3,6244	3,6244	3,6242	3,6244	3,6244	3,6244	3,6244	3,6244
	$\bar{\omega}_2$	10,3743	10,3742	10,3741	10,3741	10,3741	10,3738	10,3740	10,3740	10,3741	10,3741	10,3741
	$\bar{\omega}_3$	18,6391	18,6393	18,6394	18,6395	18,6395	18,6385	18,6392	18,6394	18,6394	18,6395	18,6395
	$\bar{\omega}_4$	27,6422	27,6421	27,6420	27,6420	27,6420	27,6411	27,6412	27,6419	27,6420	27,6420	27,6420
	$\bar{\omega}_5$	37,0329	37,0331	37,0332	37,0332	37,0332	37,0318	37,0327	37,0331	37,0332	37,0332	37,0332
0,50	$\bar{\omega}_1$	3,3027	3,3028	3,3028	3,3028	3,3028	3,3027	3,3028	3,3028	3,3028	3,3028	3,3028
	$\bar{\omega}_2$	9,9863	9,9862	9,9861	9,9861	9,9861	9,9859	9,9860	9,9861	9,9861	9,9861	9,9861
	$\bar{\omega}_3$	18,1748	18,1750	18,1751	18,1751	18,1751	18,1742	18,1748	18,1750	18,1751	18,1751	18,1751
	$\bar{\omega}_4$	27,0949	27,0948	27,0948	27,0947	27,0947	27,0939	27,0945	27,0947	27,0947	27,0947	27,0947
	$\bar{\omega}_5$	36,3996	36,3998	36,3998	36,3998	36,3998	36,3985	36,3994	36,3997	36,3998	36,3998	36,3998

Tablo 5.25 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 5$)

$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	21	23	25	27	29	23	25	27	29	31	
	0	$\bar{\omega}_1$	3,9491	3,9492	3,9492	3,9492	3,9492	3,9490	3,9492	3,9492	3,9492	3,9492
$\bar{\omega}_2$		10,7896	10,7894	10,7894	10,7893	10,7893	10,7891	10,7893	10,7893	10,7893	10,7893	10,7893
$\bar{\omega}_3$		19,1425	19,1428	19,1429	19,1429	19,1429	19,1418	19,1426	19,1428	19,1429	19,1429	19,1429
$\bar{\omega}_4$		28,2385	28,2383	28,2383	28,2383	28,2383	28,2372	28,2379	28,2382	28,2382	28,2383	28,2383
$\bar{\omega}_5$		37,7245	37,7247	37,7247	37,7248	37,7248	37,7232	37,7243	37,7246	37,7247	37,7248	37,7248
0,25	$\bar{\omega}_1$	3,6589	3,6589	3,6590	3,6590	3,6590	3,6588	3,6589	3,6590	3,6590	3,6590	3,6590
	$\bar{\omega}_2$	10,4175	10,4173	10,4172	10,4172	10,4172	10,4169	10,4171	10,4172	10,4172	10,4172	10,4172
	$\bar{\omega}_3$	18,6911	18,6913	18,6914	18,6914	18,6915	18,6905	18,6912	18,6914	18,6914	18,6915	18,6915
	$\bar{\omega}_4$	27,7036	27,7035	27,7035	27,7035	27,7034	27,7025	27,7032	27,7034	27,7034	27,7034	27,7034
	$\bar{\omega}_5$	37,1041	37,1043	37,1044	37,1044	37,1044	37,1029	37,1039	37,1043	37,1044	37,1044	37,1044
0,50	$\bar{\omega}_1$	3,3409	3,3410	3,3411	3,3411	3,3411	3,3409	3,3410	3,3411	3,3411	3,3411	3,3411
	$\bar{\omega}_2$	10,0312	10,0310	10,0310	10,0310	10,0309	10,0307	10,0309	10,0309	10,0309	10,0309	10,0309
	$\bar{\omega}_3$	18,2282	18,2284	18,2284	18,2285	18,2285	18,2276	18,2282	18,2284	18,2285	18,2285	18,2285
	$\bar{\omega}_4$	27,1577	27,1576	27,1575	27,1575	27,1575	27,1566	27,1572	27,1574	27,1575	27,1575	27,1575
	$\bar{\omega}_5$	36,4721	36,4723	36,4724	36,4724	36,4724	36,4711	36,4720	36,4723	36,4724	36,4724	36,4724

Tablo 5.26 Zemin üzerine oturmayan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($L/h = 5$)

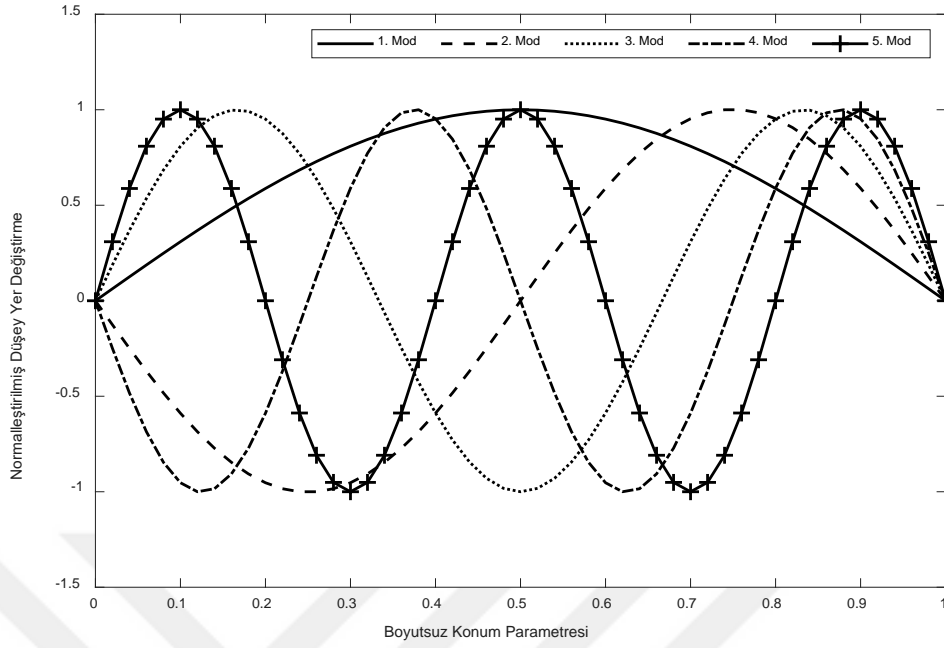
$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	19	21	23	25	27	23	25	27	29	31	
		0	$\bar{\omega}_1$	5,2360	5,2360	5,2360	5,2360	5,2360	5,2359	5,2360	5,2360	5,2360
$\bar{\omega}_2$	12,0981		12,0981	12,0981	12,0981	12,0981	12,0966	12,0976	12,0980	12,0981	12,0981	12,0981
$\bar{\omega}_3$	20,3245		20,3249	20,3250	20,3250	20,3250	20,3242	20,3248	20,3250	20,3250	20,3250	20,3250
$\bar{\omega}_4$	29,2335		29,2337	29,2337	29,2337	29,2337	29,2302	29,2326	29,2334	29,2336	29,2337	29,2337
$\bar{\omega}_5$	38,5958		38,5968	38,5971	38,5972	38,5972	38,5958	38,5968	38,5971	38,5972	38,5972	38,5972
0,25	$\bar{\omega}_1$	5,0136	5,0136	5,0136	5,0136	5,0136	5,0135	5,0136	5,0136	5,0136	5,0136	5,0136
	$\bar{\omega}_2$	11,7526	11,7526	11,7526	11,7526	11,7526	11,7513	11,7522	11,7525	11,7526	11,7526	11,7526
	$\bar{\omega}_3$	19,8899	19,8902	19,8903	19,8903	19,8904	19,8896	19,8901	19,8903	19,8903	19,8904	19,8904
	$\bar{\omega}_4$	28,7100	28,7101	28,7102	28,7102	28,7102	28,7069	28,7091	28,7099	28,7101	28,7102	28,7102
	$\bar{\omega}_5$	37,9857	37,9867	37,9870	37,9870	37,9871	37,9858	37,9867	37,9870	37,9870	37,9871	37,9871
0,50	$\bar{\omega}_1$	4,7791	4,7791	4,7791	4,7791	4,7791	4,7790	4,7791	4,7791	4,7791	4,7791	4,7791
	$\bar{\omega}_2$	11,3958	11,3958	11,3958	11,3958	11,3958	11,3946	11,3954	11,3957	11,3958	11,3958	11,3958
	$\bar{\omega}_3$	19,4451	19,4454	19,4455	19,4455	19,4455	19,4448	19,4453	19,4455	19,4455	19,4455	19,4455
	$\bar{\omega}_4$	28,1759	28,1761	28,1761	28,1761	28,1761	28,1730	28,1751	28,1758	28,1760	28,1761	28,1761
	$\bar{\omega}_5$	37,3642	37,3652	37,3654	37,3655	37,3655	37,3644	37,3652	37,3655	37,3655	37,3655	37,3655

Tablo 5.27 Winkler zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($L/h = 5$)

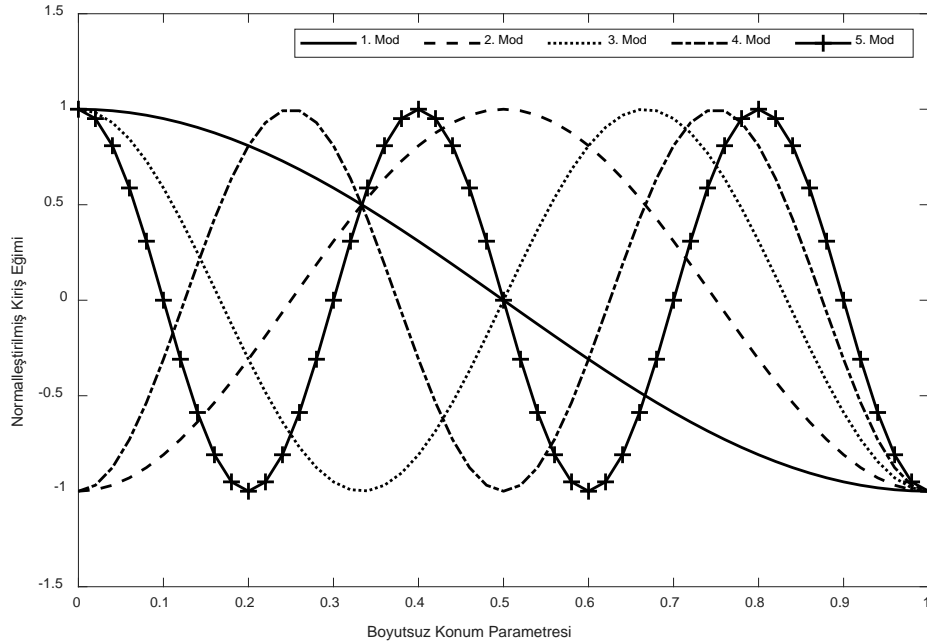
$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	19	21	23	25	27	23	25	27	29	31	
0	$\bar{\omega}_1$	5,2549	5,2550	5,2550	5,2550	5,2550	5,2548	5,2549	5,2549	5,2550	5,2550	5,2550
	$\bar{\omega}_2$	12,1060	12,1061	12,1061	12,1061	12,1061	12,1046	12,1056	12,1059	12,1060	12,1061	12,1061
	$\bar{\omega}_3$	20,3291	20,3295	20,3296	20,3296	20,3297	20,3288	20,3294	20,3296	20,3296	20,3297	20,3297
	$\bar{\omega}_4$	29,2367	29,2368	29,2368	29,2368	29,2369	29,2333	29,2357	29,2365	29,2368	29,2369	29,2369
	$\bar{\omega}_5$	38,5981	38,5992	38,5995	38,5996	38,5996	38,5982	38,5992	38,5995	38,5996	38,5996	38,5996
0,25	$\bar{\omega}_1$	5,0334	5,0334	5,0334	5,0334	5,0334	5,0332	5,0333	5,0334	5,0334	5,0334	5,0334
	$\bar{\omega}_2$	11,7608	11,7608	11,7608	11,7608	11,7608	11,7594	11,7604	11,7607	11,7608	11,7608	11,7608
	$\bar{\omega}_3$	19,8946	19,8949	19,8950	19,8951	19,8951	19,8943	19,8949	19,8950	19,8951	19,8951	19,8951
	$\bar{\omega}_4$	28,7132	28,7133	28,7134	28,7134	28,7134	28,7101	28,7123	28,7131	28,7133	28,7134	28,7134
	$\bar{\omega}_5$	37,9881	37,9891	37,9894	37,9894	37,9895	37,9882	37,9891	37,9894	37,9894	37,9895	37,9895
0,50	$\bar{\omega}_1$	4,7999	4,7999	4,7999	4,7999	4,7999	4,7998	4,7998	4,7999	4,7999	4,7999	4,7999
	$\bar{\omega}_2$	11,4043	11,4043	11,4043	11,4043	11,4043	11,4030	11,4039	11,4042	11,4042	11,4043	11,4043
	$\bar{\omega}_3$	19,4499	19,4502	19,4503	19,4504	19,4504	19,4497	19,4502	19,4503	19,4504	19,4504	19,4504
	$\bar{\omega}_4$	28,1792	28,1793	28,1794	28,1794	28,1794	28,1763	28,1784	28,1791	28,1793	28,1794	28,1794
	$\bar{\omega}_5$	37,3667	37,3676	37,3679	37,3680	37,3680	37,3668	37,3677	37,3679	37,3680	37,3680	37,3680

Tablo 5.28 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kiriş inin boyutsuzlaştırılmış aç isal frekans değ erleri ($L/h = 5$)

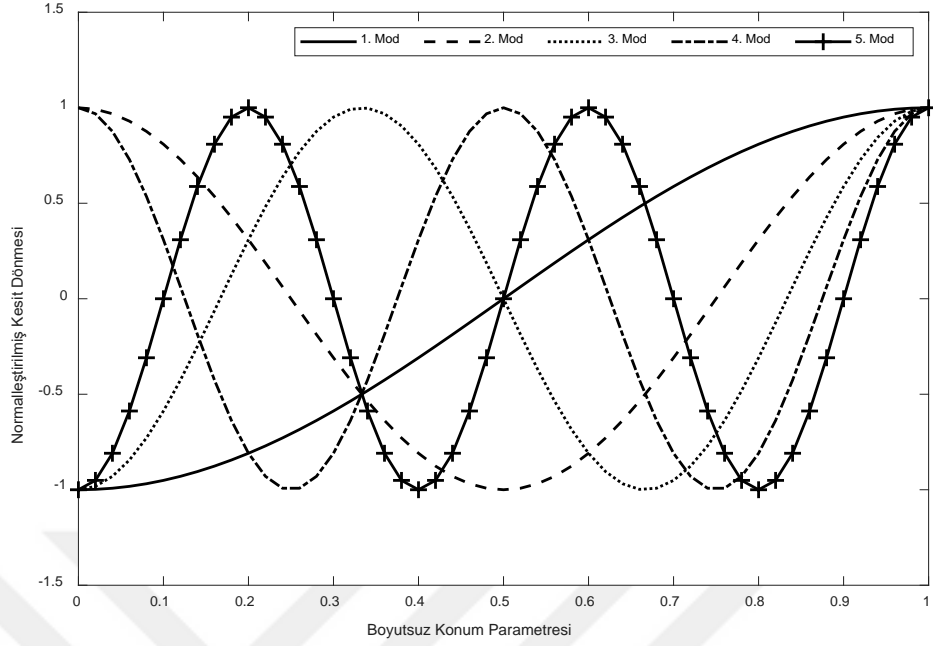
$\bar{\omega}$ (rad/sn)		GDQK					DQEM					DRM
P_r	N	19	21	23	25	27	23	25	27	29	31	
		0	$\bar{\omega}_1$	5,2794	5,2794	5,2794	5,2794	5,2794	5,2793	5,2794	5,2794	5,2794
$\bar{\omega}_2$	12,1446		12,1446	12,1446	12,1446	12,1446	12,1431	12,1441	12,1445	12,1446	12,1446	12,1446
$\bar{\omega}_3$	20,3779		20,3783	20,3784	20,3784	20,3784	20,3775	20,3782	20,3783	20,3784	20,3784	20,3784
$\bar{\omega}_4$	29,2955		29,2956	29,2957	29,2957	29,2957	29,2921	29,2945	29,2953	29,2956	29,2957	29,2957
$\bar{\omega}_5$	38,6667		38,6678	38,6681	38,6682	38,6682	38,6668	38,6678	38,6681	38,6682	38,6682	38,6682
0,25	$\bar{\omega}_1$	5,0591	5,0591	5,0591	5,0591	5,0591	5,0590	5,0591	5,0591	5,0591	5,0591	5,0591
	$\bar{\omega}_2$	11,8006	11,8006	11,8006	11,8006	11,8006	11,7992	11,8002	11,8005	11,8006	11,8006	11,8006
	$\bar{\omega}_3$	19,9444	19,9448	19,9449	19,9449	19,9450	19,9442	19,9447	19,9449	19,9449	19,9450	19,9450
	$\bar{\omega}_4$	28,7732	28,7733	28,7734	28,7734	28,7734	28,7701	28,7723	28,7731	28,7733	28,7734	28,7734
	$\bar{\omega}_5$	38,0579	38,0589	38,0592	38,0593	38,0593	38,0580	38,0590	38,0592	38,0593	38,0593	38,0593
0,50	$\bar{\omega}_1$	4,8270	4,8271	4,8271	4,8271	4,8271	4,8269	4,8270	4,8271	4,8271	4,8271	4,8271
	$\bar{\omega}_2$	11,4454	11,4454	11,4454	11,4454	11,4454	11,4441	11,4450	11,4453	11,4453	11,4454	11,4454
	$\bar{\omega}_3$	19,5010	19,5013	19,5014	19,5014	19,5014	19,5007	19,5012	19,5014	19,5014	19,5014	19,5014
	$\bar{\omega}_4$	28,2404	28,2406	28,2406	28,2406	28,2406	28,2375	28,2396	28,2403	28,2405	28,2406	28,2406
	$\bar{\omega}_5$	37,4379	37,4388	37,4391	37,4392	37,4392	37,4380	37,4388	37,4391	37,4392	37,4392	37,4392



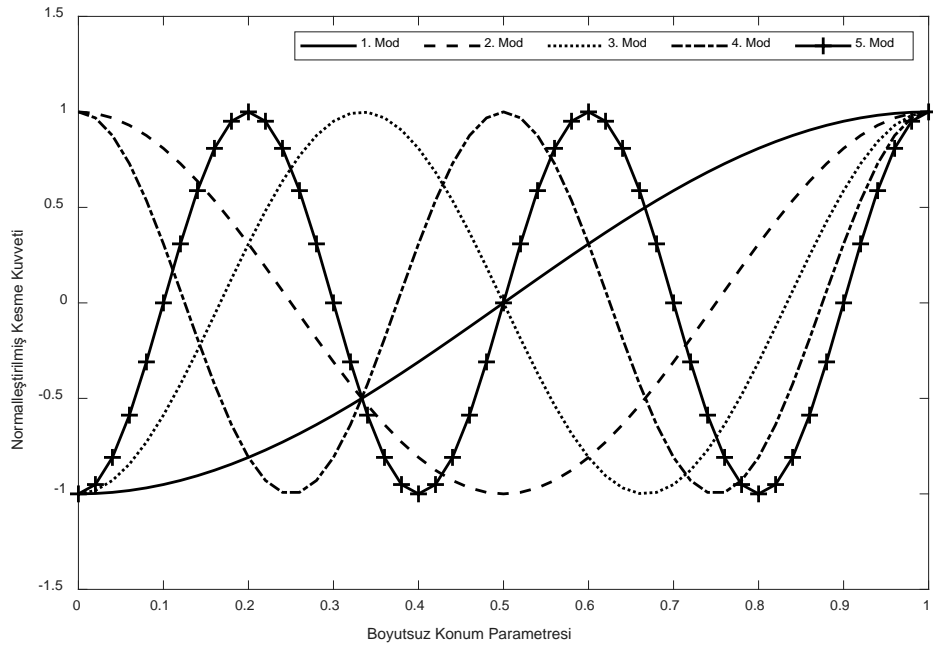
Şekil 5.39 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



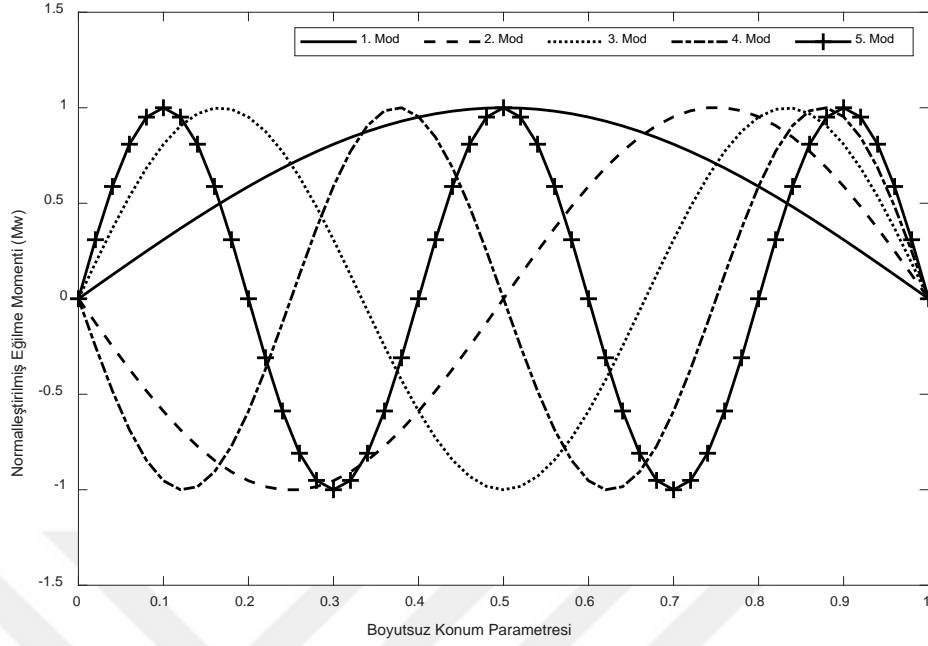
Şekil 5.40 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



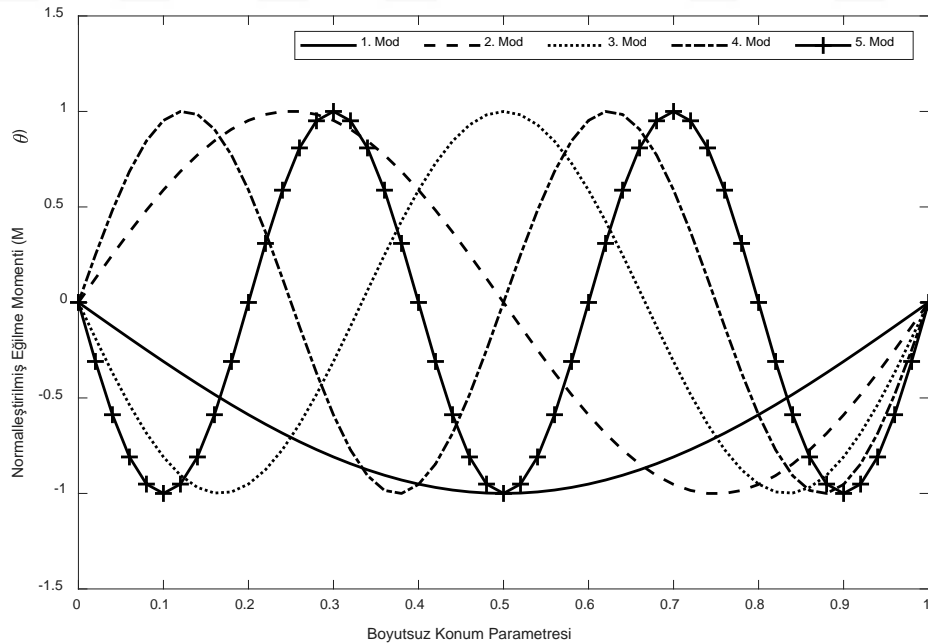
Şekil 5.41 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



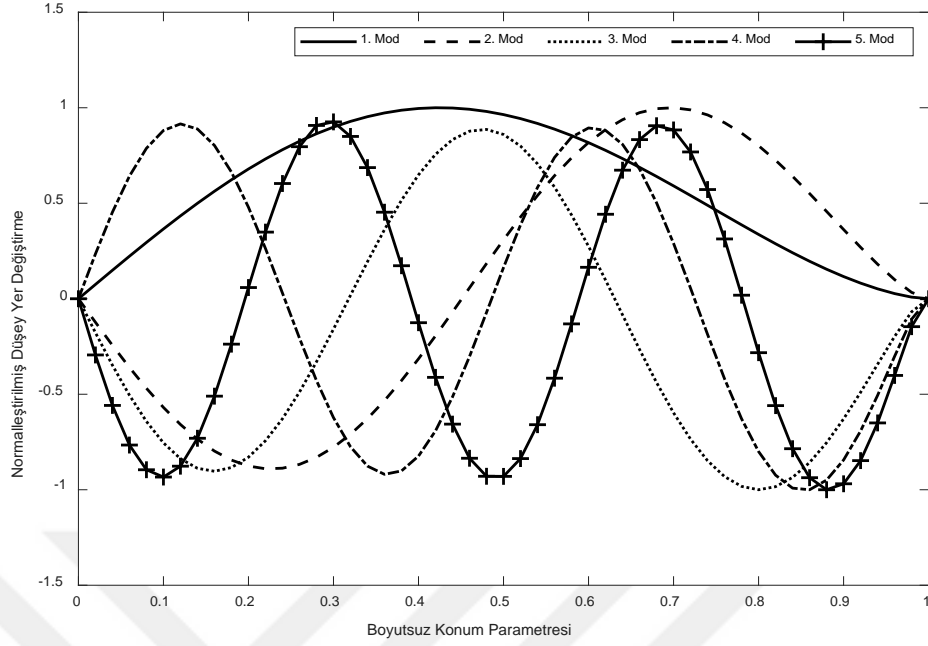
Şekil 5.42 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



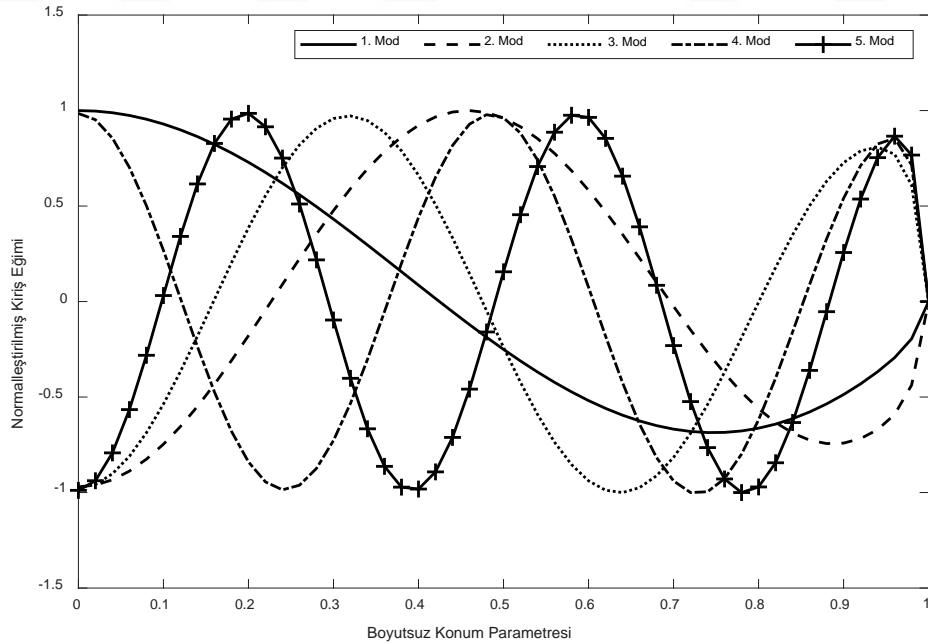
Şekil 5.43 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



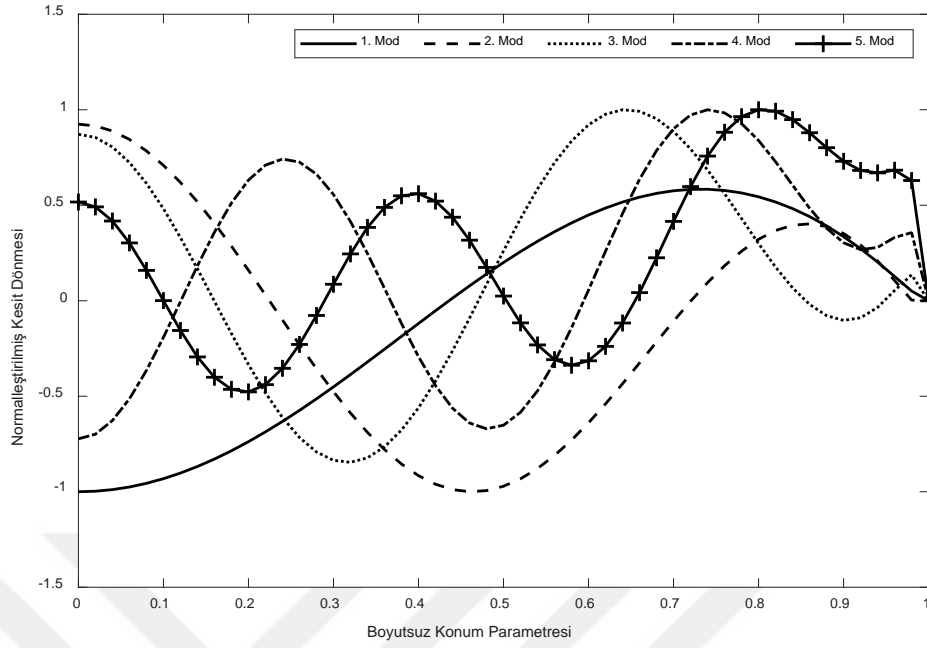
Şekil 5.44 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



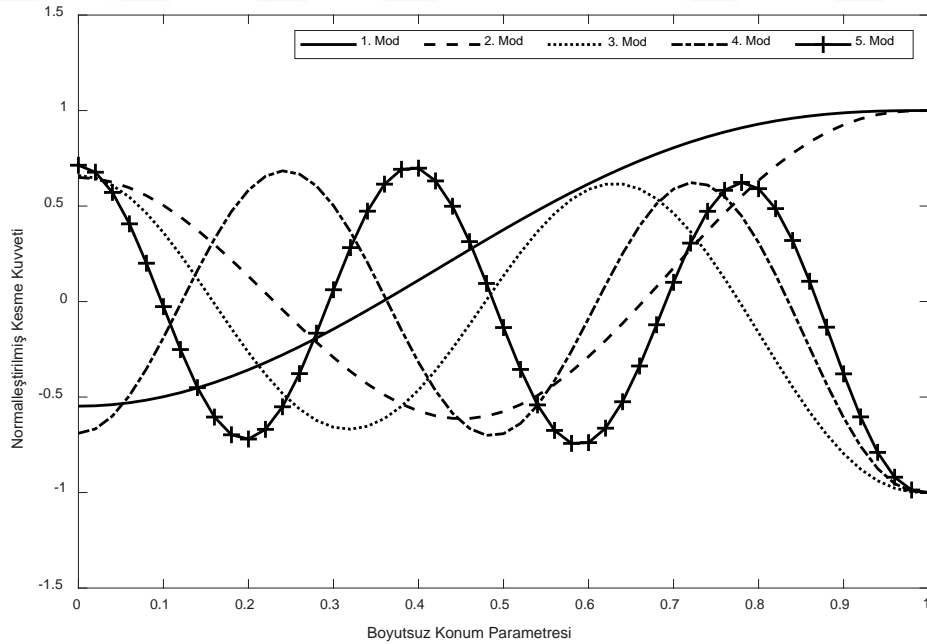
Şekil 5.45 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



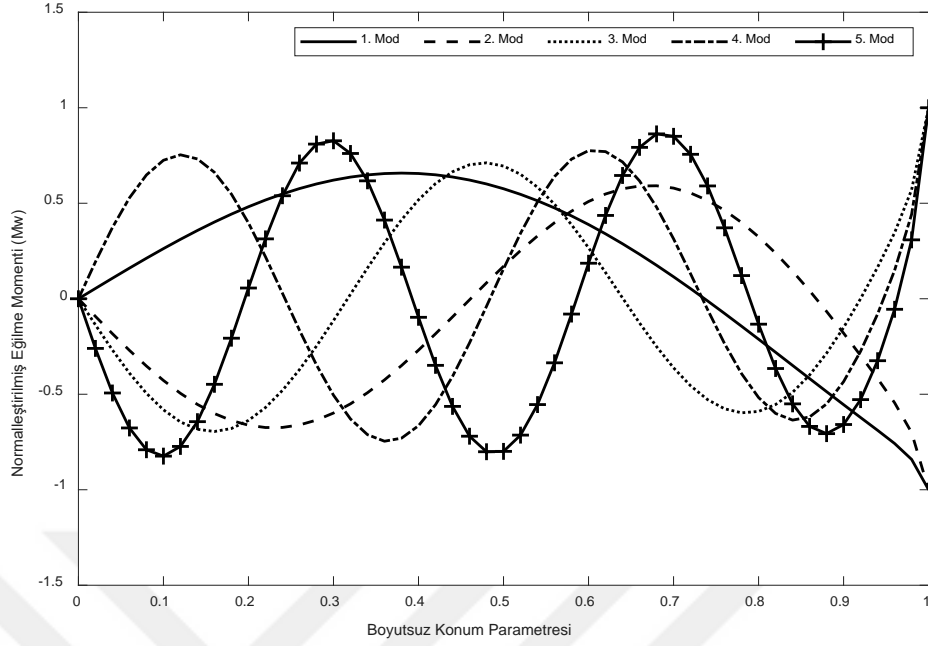
Şekil 5.46 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



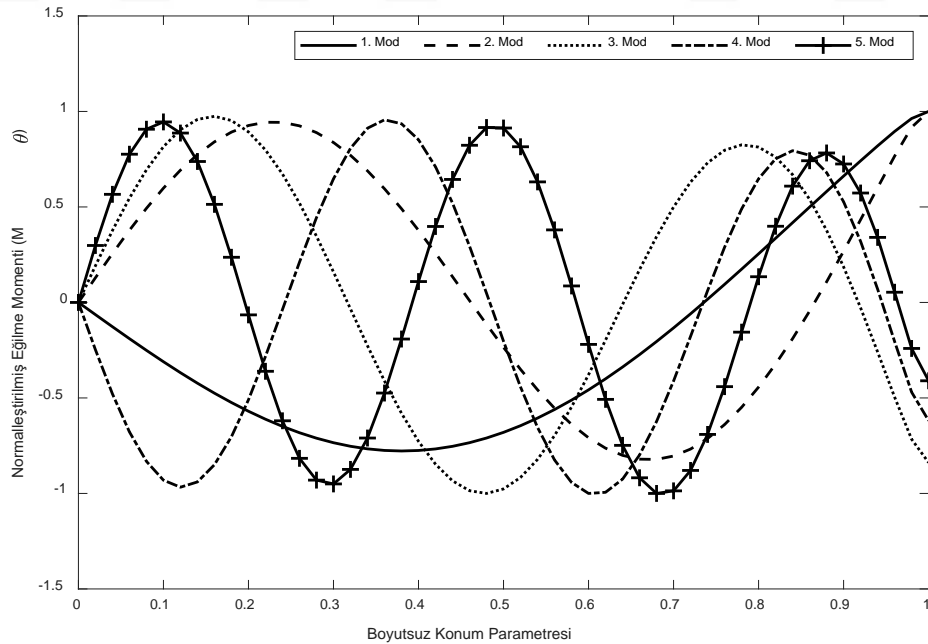
Şekil 5.47 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



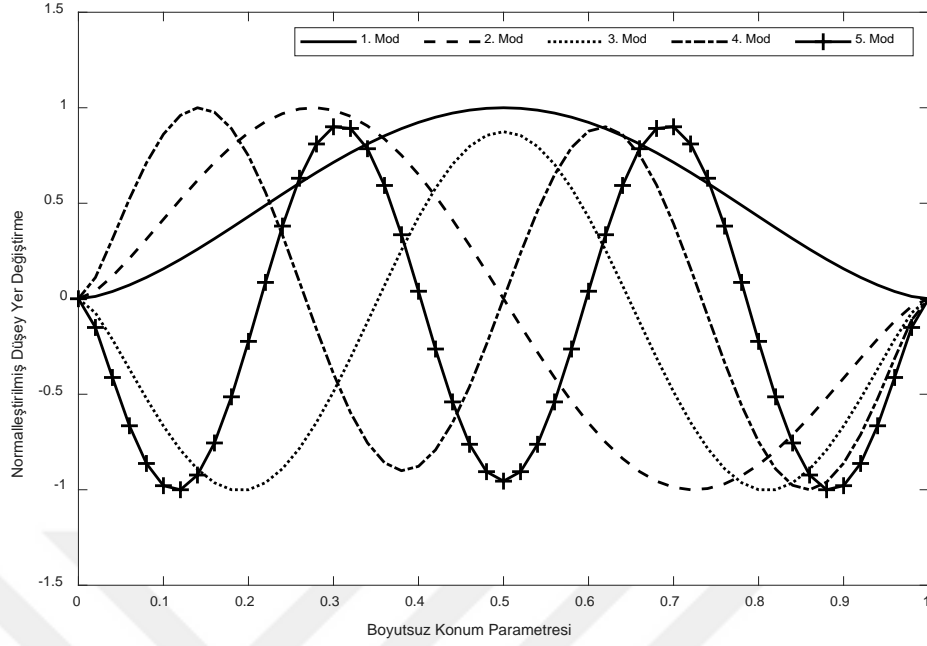
Şekil 5.48 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



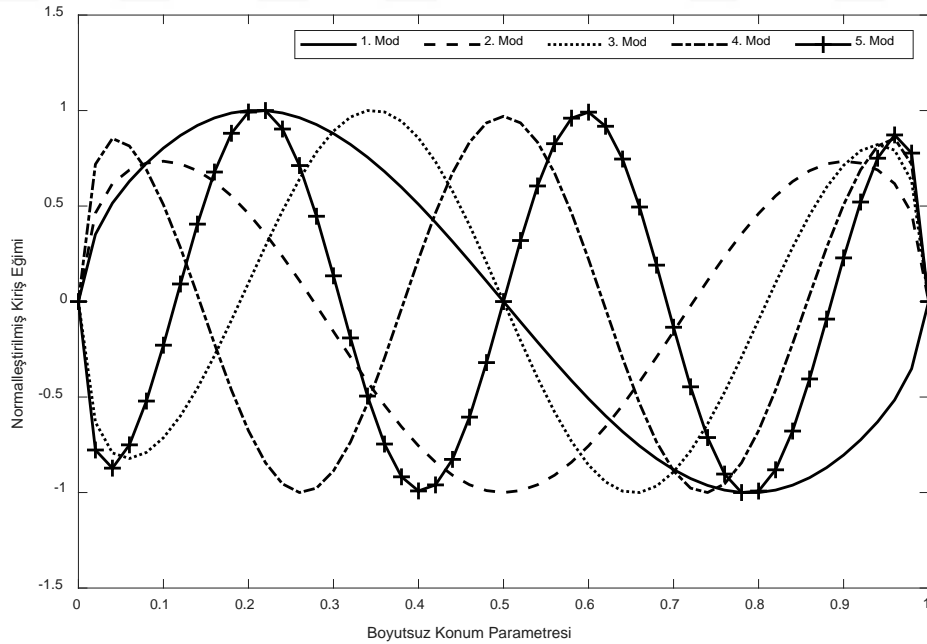
Şekil 5.49 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



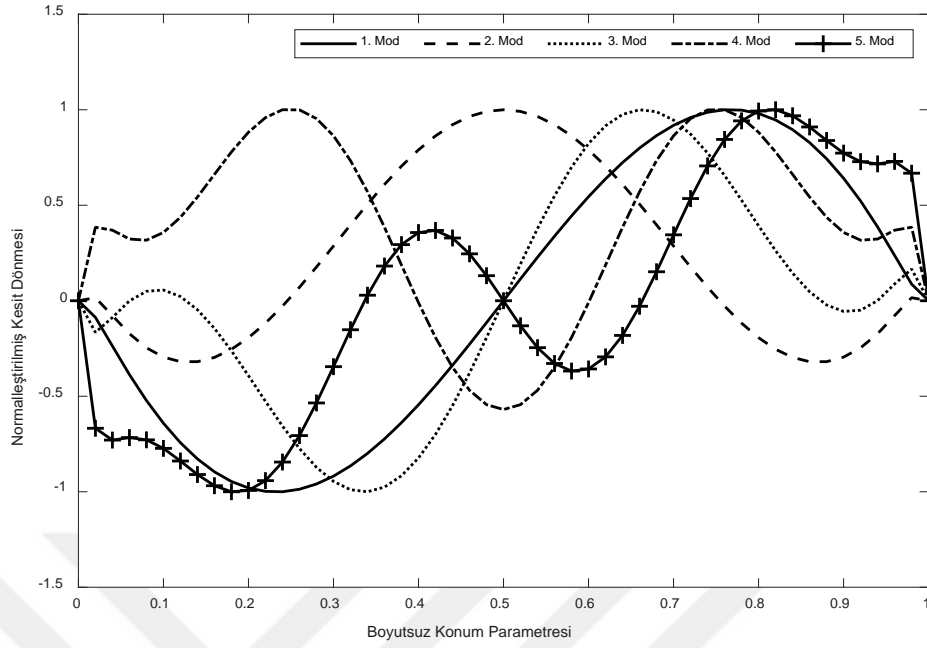
Şekil 5.50 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



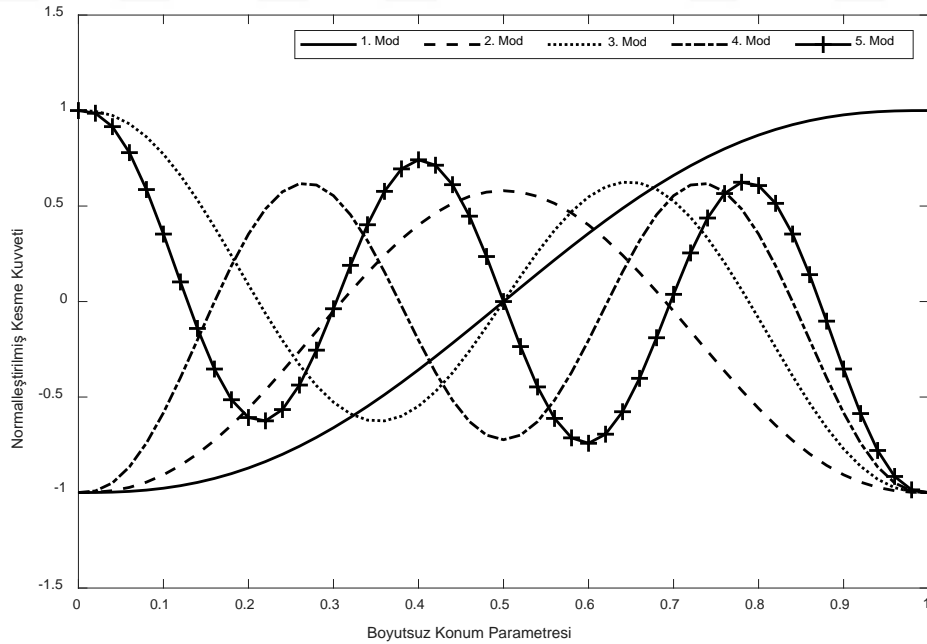
Şekil 5.51 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



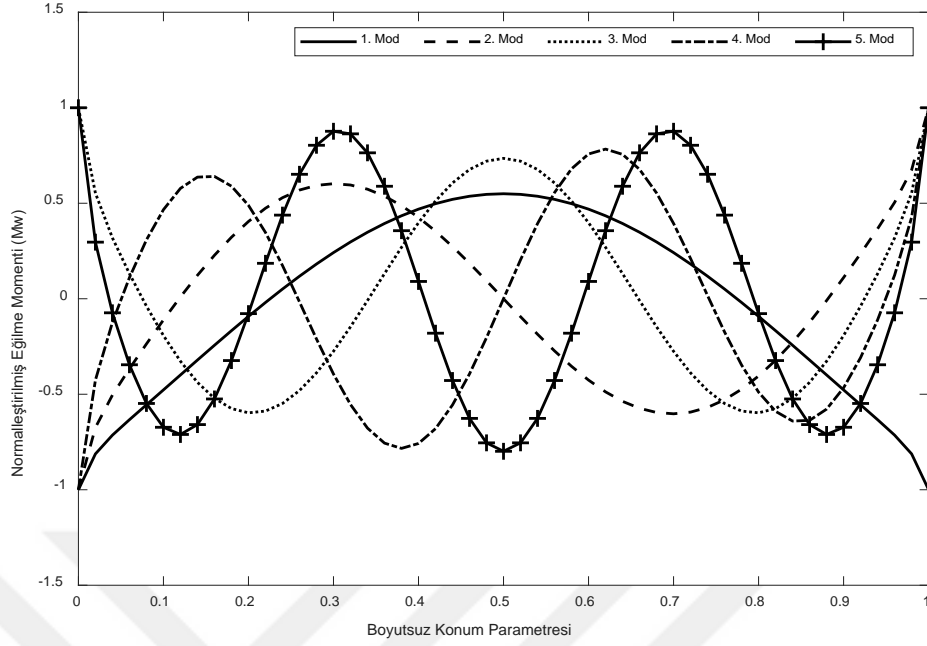
Şekil 5.52 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



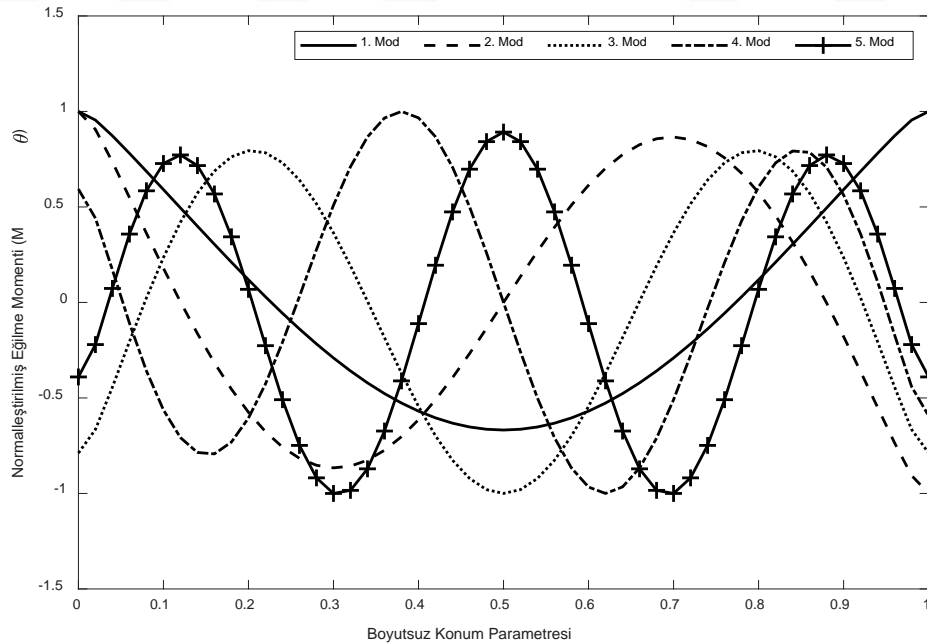
Şekil 5.53 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.54 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.55 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)

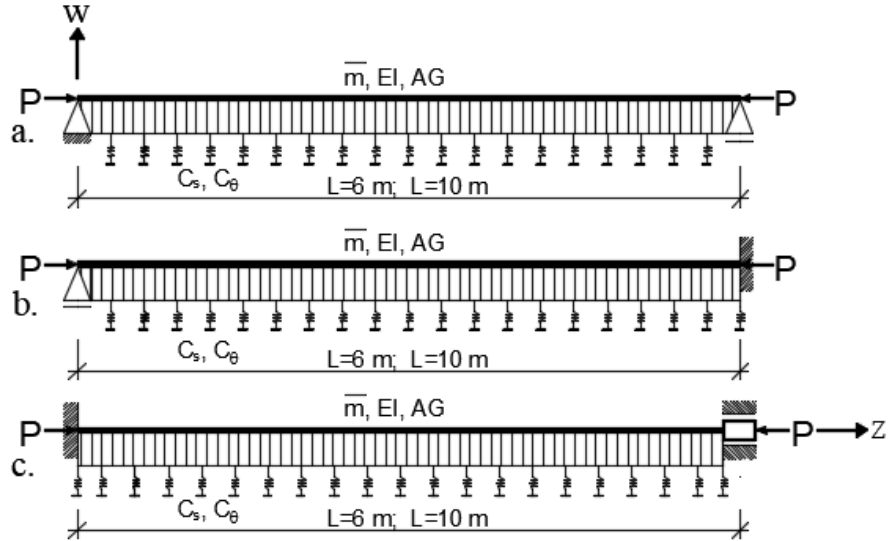


Şekil 5.56 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 5$; $P_r = 0,5$)

5.3 Örnek 3: Varyasyonel İteratif Rijitlik Metoduna (VİRM) İlişkin Sayısal Uygulamalar

Bu bölümde, varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM) kullanılarak Pasternak zeminine oturan, aksenal basınç kuvveti etkisindeki, dikdörtgen en kesitli ve tek açıklıklı Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Kirişlerin ilk beş moduna ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ile normleştirilmiş yer değiştirmeler ve iç kuvvetlerin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimleri elde edilmiştir. İterasyon adımı sayısına bağlı olarak elde edilen açısal frekans değerleri DRM kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Şekil (5.57a)'da bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli; Şekil (5.57b)'de bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre; Şekil (5.57c)'de bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli, dikdörtgen en kesitli, tek açıklıklı ve aksenal basınç kuvveti etkisi altındaki Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizleri $(L/h) = 6$ ve $(L/h) = 10$ oranları için gerçekleştirilmiştir. Kiriş ve zeminlerin diğer mekanik ve boyutsal özellikleri Örnek 1'deki verilerle aynıdır.



Şekil 5.57 Pasternak zeminine oturan, aksenal yüklü kiriş modeli

- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş
- Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kiriş i esas alınarak elde edilen boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($\bar{\omega}$), $(L/h) = 10$ değ eri için Tablo 5.29-5.31'de verilirken, $(L/h) = 6$ değ eri için Tablo 5.38-5.40'da; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kiriş inden elde edilen boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri $(L/h) = 10$ değ eri için Tablo 5.32-5.34'te verilirken, $(L/h) = 6$ değ eri için Tablo 5.41-5.43'te; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kiriş inden elde edilen boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($\bar{\omega}$), $(L/h) = 10$ değ eri için Tablo 5.35-5.37'de verilirken, $(L/h) = 6$ değ eri için Tablo 5.44-5.46'da P_r 'nin sırasıyla 0; 0,25 ve 0,50 değ erleri için elde edilmiştir.

Pasternak zeminine oturan kiriş lerin $P_r = 0,5$ ve $(L/h) = 6$ durumlarındaki yer değ iştirmeler ve iç kuvvetlerin boyutsuz konum parametresine göre değ iştirmeleri Ş ekil 5.58-5.75'te verilmiştir. Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kiriş için Ş ekil 5.58-5.63'te; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş için Ş ekil 5.64-5.69'da ve bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş için Ş ekil 5.70-5.75'te sırasıyla normalleştirilmiş düş ey yer değ iştirme, kiriş eğ imi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğ ilme momentlerinin boyutsuz konum parametresine göre değ iştirmeleri sunulmuştur.

Tablo 5.29 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	0,0926	0,1852	-	-	-
	6	2,8024	10,7100	22,5698	37,1741	53,5807
	7	2,8024	10,7101	22,5702	37,1753	53,5832
	8	2,8024	10,7101	22,5702	37,1754	53,5834
	9	2,8024	10,7101	22,5702	37,1754	53,5834
	10	2,8024	10,7101	22,5702	37,1754	53,5834
	DRM	2,8024	10,7101	22,5702	37,1754	53,5834
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,4813	-	-	-
	6	3,3265	10,8562	22,6380	37,2148	53,6086
	7	3,3265	10,8562	22,6384	37,2160	53,6111
	8	3,3265	10,8562	22,6384	37,2160	53,6112
	9	3,3265	10,8562	22,6384	37,2160	53,6112
	10	3,3265	10,8562	22,6384	37,2160	53,6112
	DRM	3,3265	10,8562	22,6384	37,2160	53,6112
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0926	0,4629	-	-	-
	6	3,4613	11,0203	22,8119	37,3995	53,8064
	7	3,4613	11,0204	22,8123	37,4008	53,8089
	8	3,4613	11,0204	22,8123	37,4008	53,8091
	9	3,4613	11,0204	22,8123	37,4008	53,8091
	10	3,4613	11,0204	22,8123	37,4008	53,8091
	DRM	3,4613	11,0204	22,8123	37,4008	53,8091

Tablo 5.30 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-
	6	2,4165	10,3345	22,1811	36,7638	53,1426
	7	2,4165	10,3346	22,1815	36,7649	53,1450
	8	2,4165	10,3346	22,1815	36,7650	53,1451
	9	2,4165	10,3346	22,1815	36,7650	53,1451
	10	2,4165	10,3346	22,1815	36,7650	53,1451
	DRM	2,4165	10,3346	22,1815	36,7650	53,1451
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,5739	-	-	-
	6	3,0086	10,4859	22,2505	36,8049	53,1706
	7	3,0087	10,4860	22,2509	36,8060	53,1731
	8	3,0087	10,4860	22,2509	36,8061	53,1732
	9	3,0087	10,4860	22,2509	36,8061	53,1732
	10	3,0087	10,4860	22,2509	36,8061	53,1732
	DRM	3,0087	10,4860	22,2509	36,8061	53,1732
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,6665	-	-	-
	6	3,1570	10,6557	22,4274	36,9917	53,3701
	7	3,1571	10,6558	22,4278	36,9929	53,3725
	8	3,1571	10,6558	22,4278	36,9929	53,3727
	9	3,1571	10,6558	22,4278	36,9929	53,3727
	10	3,1571	10,6558	22,4278	36,9929	53,3727
	DRM	3,1571	10,6558	22,4278	36,9929	53,3727

Tablo 5.31 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-
	6	1,9560	9,9449	21,7855	36,3487	52,7007
	7	1,9560	9,9449	21,7859	36,3498	52,7030
	8	1,9560	9,9449	21,7859	36,3499	52,7032
	9	1,9560	9,9449	21,7859	36,3499	52,7032
	10	1,9560	9,9449	21,7859	36,3499	52,7032
	DRM	1,9560	9,9449	21,7859	36,3499	52,7032
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,4813	-	-	-
	6	2,6530	10,1021	21,8562	36,3903	52,7290
	7	2,6530	10,1022	21,8565	36,3914	52,7314
	8	2,6530	10,1022	21,8566	36,3915	52,7315
	9	2,6530	10,1022	21,8566	36,3915	52,7315
	10	2,6530	10,1022	21,8566	36,3915	52,7315
	DRM	2,6530	10,1022	21,8566	36,3915	52,7315
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,2039	-	-	-
	6	2,8202	10,2783	22,0362	36,5793	52,9301
	7	2,8202	10,2783	22,0366	36,5804	52,9325
	8	2,8202	10,2783	22,0366	36,5805	52,9327
	9	2,8202	10,2783	22,0366	36,5805	52,9327
	10	2,8202	10,2783	22,0366	36,5805	52,9327
	DRM	2,8202	10,2783	22,0366	36,5805	52,9327

Tablo 5.32 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ankastre ($\bar{x} = 1$) mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	0,0926	-	-	-
	6	4,2848	13,0963	25,3957	40,0945	56,3983
	7	4,2850	13,0976	25,3988	40,0998	56,4061
	8	4,2850	13,0976	25,3989	40,1001	56,4065
	9	4,2850	13,0976	25,3989	40,1001	56,4065
	10	4,2850	13,0976	25,3989	40,1001	56,4065
	DRM	4,2850	13,0976	25,3989	40,1001	56,4065
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,1111	-	-	-
	6	4,6443	13,2161	25,4565	40,1324	56,4249
	7	4,6445	13,2174	25,4596	40,1377	56,4327
	8	4,6445	13,2175	25,4597	40,1380	56,4331
	9	4,6445	13,2175	25,4597	40,1380	56,4331
	10	4,6445	13,2175	25,4597	40,1380	56,4331
	DRM	4,6445	13,2175	25,4597	40,1380	56,4331
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,5740	-	-	-
	6	4,7558	13,3593	25,6161	40,3071	56,6154
	7	4,7560	13,3607	25,6193	40,3125	56,6234
	8	4,7561	13,3607	25,6194	40,3128	56,6238
	9	4,7561	13,3607	25,6194	40,3128	56,6238
	10	4,7561	13,3607	25,6194	40,3128	56,6238
	DRM	4,7561	13,3607	25,6194	40,3128	56,6238

Tablo 5.33 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kiriş inin serbest titreş imine ait boyutsuzlaştırılmı ş ağı sal frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-
	6	4,0054	12,7724	25,0400	39,7069	55,9764
	7	4,0056	12,7736	25,0429	39,7120	55,9840
	8	4,0057	12,7736	25,0431	39,7122	55,9844
	9	4,0057	12,7736	25,0431	39,7123	55,9844
	10	4,0057	12,7736	25,0431	39,7123	55,9844
	DRM	4,0057	12,7736	25,0431	39,7123	55,9844
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,2964	-	-	-
	6	4,3878	12,8952	25,1017	39,7452	56,0032
	7	4,3881	12,8964	25,1046	39,7503	56,0108
	8	4,3881	12,8965	25,1047	39,7505	56,0112
	9	4,3881	12,8965	25,1047	39,7505	56,0112
	10	4,3881	12,8965	25,1047	39,7505	56,0112
	DRM	4,3881	12,8965	25,1047	39,7505	56,0112
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,4814	-	-	-
	6	4,5064	13,0420	25,2635	39,9216	56,1952
	7	4,5066	13,0433	25,2665	39,9268	56,2029
	8	4,5066	13,0433	25,2667	39,9270	56,2033
	9	4,5066	13,0433	25,2667	39,9270	56,2033
	10	4,5066	13,0433	25,2667	39,9270	56,2033
	DRM	4,5066	13,0433	25,2667	39,9270	56,2033

Tablo 5.34 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kiriş inin serbest titreş imine ait boyutsuzlaştırılmı ş ağı sal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	-	-	-	-	-
	6	3,7032	12,4398	24,6791	39,3154	55,5513
	7	3,7034	12,4409	24,6818	39,2303	55,5586
	8	3,7034	12,4410	24,6820	39,3206	55,5589
	9	3,7034	12,4410	24,6820	39,3206	55,5590
	10	3,7034	12,4410	24,6820	39,3206	55,5590
	DRM	3,7034	12,4410	24,6820	39,3206	55,5590
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,3888	-	-	-
	6	4,1138	12,5659	24,7416	39,3541	55,5783
	7	4,1140	12,5670	24,7444	39,3590	55,5856
	8	4,1140	12,5671	24,7445	39,3592	55,5859
	9	4,1140	12,5671	24,7445	39,3592	55,5860
	10	4,1140	12,5671	24,7445	39,3592	55,5860
	DRM	4,1140	12,5671	24,7445	39,3592	55,5860
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	1,5739	-	-	-
	6	4,2407	12,7166	24,9059	39,5323	55,7718
	7	4,2409	12,7178	24,9087	39,5373	55,7792
	8	4,2410	12,7178	24,9089	39,5375	55,7796
	9	4,2410	12,7178	24,9089	39,5375	55,7796
	10	4,2410	12,7178	24,9089	39,5375	55,7796
	DRM	4,2410	12,7178	24,9089	39,5375	55,7796

Tablo 5.35 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,1875	16,0475	29,2670	44,7698	61,8909
	7	6,0673	15,5891	28,2575	43,0371	59,2712
	8	6,0625	15,5697	28,2129	42,9593	59,1547
	9	6,0623	15,5687	28,2108	42,9555	59,1489
	10	6,0623	15,5687	28,2107	42,9554	59,1487
	DRM	6,0623	15,5687	28,2107	42,9554	59,1487
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,4417	16,1455	29,3199	44,8041	61,9156
	7	6,3264	15,6900	28,3123	43,0726	59,2966
	8	6,3218	15,6707	28,2679	42,9949	59,1802
	9	6,3216	15,6698	28,2657	42,9911	59,1744
	10	6,3216	15,6697	28,2656	42,9909	59,1742
	DRM	6,3216	15,6697	28,2656	42,9909	59,1742
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,5361	16,2965	29,5153	45,0482	62,2169
	7	6,4130	15,8179	28,4617	43,2414	59,4846
	8	6,4082	15,7979	28,4159	43,1614	59,3649
	9	6,4080	15,7969	28,4137	43,1575	59,3590
	10	6,4080	15,7969	28,4136	43,1574	59,3587
	DRM	6,4080	15,7969	28,4136	43,1574	59,3587

Tablo 5.36 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	5,9674	15,7140	28,8427	44,2449	61,2478
	7	5,8631	15,3019	27,9253	42,6631	58,8555
	8	5,8588	15,2839	27,8836	42,5901	58,7459
	9	5,8586	15,2830	27,8816	42,5866	58,7405
	10	5,8586	15,2830	27,8815	42,5864	58,7403
	DRM	5,8586	15,2830	27,8815	42,5864	58,7403
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,2306	15,8141	28,8965	44,2795	61,2727
	7	6,1309	15,4047	27,9807	42,6989	58,8811
	8	6,1267	15,3868	27,9391	42,6260	58,7716
	9	6,1265	15,3859	27,9371	42,6224	58,7662
	10	6,1265	15,3859	27,9371	42,6223	58,7660
	DRM	6,1265	15,3859	27,9371	42,6223	58,7660
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,3271	15,9646	29,0879	44,5159	61,5616
	7	6,2206	15,5351	28,1319	42,8691	59,0702
	8	6,2162	15,5165	28,0890	42,7940	58,9576
	9	6,2160	15,5156	28,0869	42,7903	58,9521
	10	6,2160	15,5156	28,0868	42,7902	58,9519
	DRM	6,2160	15,5156	28,0868	42,7902	58,9518

Tablo 5.37 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısıl frekans değerleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 10$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	5,7412	15,3805	28,4256	43,7345	60,6287
	7	5,6506	15,0088	27,5891	42,2861	58,4373
	8	5,6467	14,9921	27,5501	42,2176	58,3342
	9	5,6465	14,9913	27,5483	42,2143	58,3292
	10	5,6465	14,9913	27,5482	42,2142	58,3290
	DRM	5,6465	14,9913	27,5482	42,2142	58,3290
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,0143	15,4827	28,4801	43,7695	60,6538
	7	5,9279	15,1136	27,6453	42,3223	58,4631
	8	5,9242	15,0970	27,6064	42,2538	58,3601
	9	5,9241	15,0962	27,6045	42,2505	58,3551
	10	5,9241	15,0962	27,6045	42,2503	58,3549
	DRM	5,9241	15,0962	27,6045	42,2503	58,3549
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	0,0000	-	-	-	-
	6	6,1133	15,6334	28,6686	43,9996	60,9323
	7	6,0211	15,2466	27,7982	42,4938	58,6534
	8	6,0172	15,2294	27,7581	42,4233	58,5474
	9	6,0170	15,2286	27,7562	42,4199	58,5423
	10	6,0170	15,2286	27,7561	42,4198	58,5421
	11	6,0170	15,2286	27,7561	42,4197	58,5421
	DRM	6,0170	15,2286	27,7561	42,4197	58,5421

Tablo 5.38 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	2,7259	9,7872	19,2898	29,9865	41,2605
	6	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2626
	7	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2627
	8	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2627
	9	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2627
	10	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2627
	DRM	2,7259	9,7872	19,2900	29,9871	41,2627
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	2,8003	9,8074	19,2999	29,9929	41,2651
	6	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2672
	7	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2673
	8	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2673
	9	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2673
	10	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2673
	DRM	2,8003	9,8075	19,3000	29,9935	41,2673
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	2,8578	9,8713	19,3711	30,0734	41,3563
	6	2,8578	9,8713	19,3713	30,0740	41,3584
	7	2,8578	9,8713	19,3713	30,0741	41,3585
	8	2,8578	9,8713	19,3713	30,0741	41,3585
	9	2,8578	9,8713	19,3713	30,0741	41,3585
	10	2,8578	9,8713	19,3713	30,0741	41,3585
	DRM	2,8578	9,8713	19,3713	30,0741	41,3585

Tablo 5.39 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	2,3325	9,3867	18,8483	29,4892	40,6985
	6	2,3325	9,3867	18,8485	29,4897	40,7004
	7	2,3325	9,3867	18,8485	29,4898	40,7004
	8	2,3325	9,3867	18,8485	29,4898	40,7004
	9	2,3325	9,3867	18,8485	29,4898	40,7004
	10	2,3325	9,3867	18,8485	29,4898	40,7004
	DRM	2,3325	9,3867	18,8485	29,4898	40,7004
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	2,4191	9,4078	18,8586	29,4956	40,7032
	6	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
	7	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
	8	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
	9	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
	10	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
	DRM	2,4191	9,4079	18,8587	29,4962	40,7051
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	2,4855	9,4744	18,9315	29,5776	40,7957
	6	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976
	7	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976
	8	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976
	9	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976
	10	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976
	DRM	2,4855	9,4744	18,9316	29,5782	40,7976

Tablo 5.40 Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	1,8577	8,9683	18,3960	28,9830	40,1282
	6	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1299
	7	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1300
	8	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1300
	9	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1300
	10	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1300
	DRM	1,8577	8,9684	18,3962	28,9836	40,1300
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	1,9653	8,9904	18,4065	28,9896	40,1330
	6	1,9653	8,9905	18,4067	28,9901	40,1347
	7	1,9653	8,9905	18,4067	28,9902	40,1347
	8	1,9653	8,9905	18,4067	28,9902	40,1347
	9	1,9653	8,9905	18,4067	28,9902	40,1347
	10	1,9653	8,9905	18,4067	28,9902	40,1347
	DRM	1,9653	8,9905	18,4067	28,9902	40,1347
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	2,0464	9,0600	18,4812	29,0730	40,2268
	6	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286
	7	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286
	8	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286
	9	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286
	10	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286
	DRM	2,0464	9,0601	18,4814	29,0736	40,2286

Tablo 5.41 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kiriş inin serbest titreş imine ait boyutsuzlaştırılmı ş açıs al frekans değ erleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	8,3745	-	-	-	-
	5	4,0367	11,5136	20,9669	31,4719	42,5607
	6	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
	7	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
	8	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
	9	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
	10	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
	DRM	4,0369	11,5141	20,9676	31,4724	42,5613
Winkler	4	0,0000	0,6336	-	-	-
	5	4,0874	11,5309	20,9762	31,4780	42,5652
	6	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
	7	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
	8	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
	9	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
	10	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
	DRM	4,0876	11,5314	20,9769	31,4785	42,5658
Pasternak	4	0,0000	0,6264	40,6679	-	-
	5	4,1319	11,5876	21,0434	31,5560	42,6546
	6	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552
	7	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552
	8	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552
	9	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552
	10	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552
	DRM	4,1321	11,5881	21,0440	31,5565	42,6552

Tablo 5.42 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	4,1614	-	-	-	-
	5	3,7484	11,1600	20,5516	30,9906	42,0100
	6	3,7485	11,1604	20,5521	30,9911	42,0105
	7	3,7485	11,1604	20,5522	30,9911	42,0105
	8	3,7485	11,1604	20,5522	30,9911	42,0105
	9	3,7485	11,1604	20,5522	30,9911	42,0105
	10	3,7485	11,1604	20,5522	30,9911	42,0105
	DRM	3,7485	11,1604	20,5522	30,9911	42,0105
Winkler	4	4,2153	-	-	-	-
	5	3,8029	11,1778	20,5610	30,9968	42,0145
	6	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
	7	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
	8	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
	9	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
	10	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
	DRM	3,8030	11,1783	20,5616	30,9973	42,0151
Pasternak	4	4,9071	-	-	-	-
	5	3,8510	11,2364	20,6296	31,0760	42,1051
	6	3,8511	11,2368	20,6302	31,0765	42,1057
	7	3,8511	11,2369	20,6302	31,0765	42,1057
	8	3,8511	11,2369	20,6302	31,0765	42,1057
	9	3,8511	11,2369	20,6302	31,0765	42,1057
	10	3,8511	11,2369	20,6302	31,0765	42,1057
	DRM	3,8511	11,2369	20,6302	31,0765	42,1057

Tablo 5.43 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kiriş inin serbest titreş imine ait boyutsuzlaştırılmış aç ısal frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)

Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	3,3348	-	-	-	-
	5	3,4335	10,7945	20,1274	30,5014	41,4515
	6	3,4336	10,7949	20,1279	30,5018	41,4520
	7	3,4336	10,7949	20,1280	30,5018	41,4520
	8	3,4336	10,7949	20,1280	30,5018	41,4520
	9	3,4336	10,7949	20,1280	30,5018	41,4520
	10	3,4336	10,7949	20,1280	30,5018	41,4520
	DRM	3,4336	10,7949	20,1280	30,5018	41,4520
Winkler	4	3,3957	-	-	-	-
	5	3,4929	10,8130	20,1371	30,5077	41,4561
	6	3,4930	10,8134	20,1376	30,5081	41,4566
	7	3,4930	10,8134	20,1377	30,5081	41,4566
	8	3,4930	10,8134	20,1377	30,5081	41,4566
	9	3,4930	10,8134	20,1377	30,5081	41,4566
	10	3,4930	10,8134	20,1377	30,5081	41,4566
	DRM	3,4930	10,8134	20,1377	30,5081	41,4566
Pasternak	4	-	-	-	-	-
	5	3,5456	10,8735	20,2071	30,5883	41,5480
	6	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485
	7	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485
	8	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485
	9	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485
	10	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485
	DRM	3,5457	10,8740	20,2076	30,5887	41,5485

Tablo 5.44 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerleri ($P_r = 0$; $L/h = 6$)

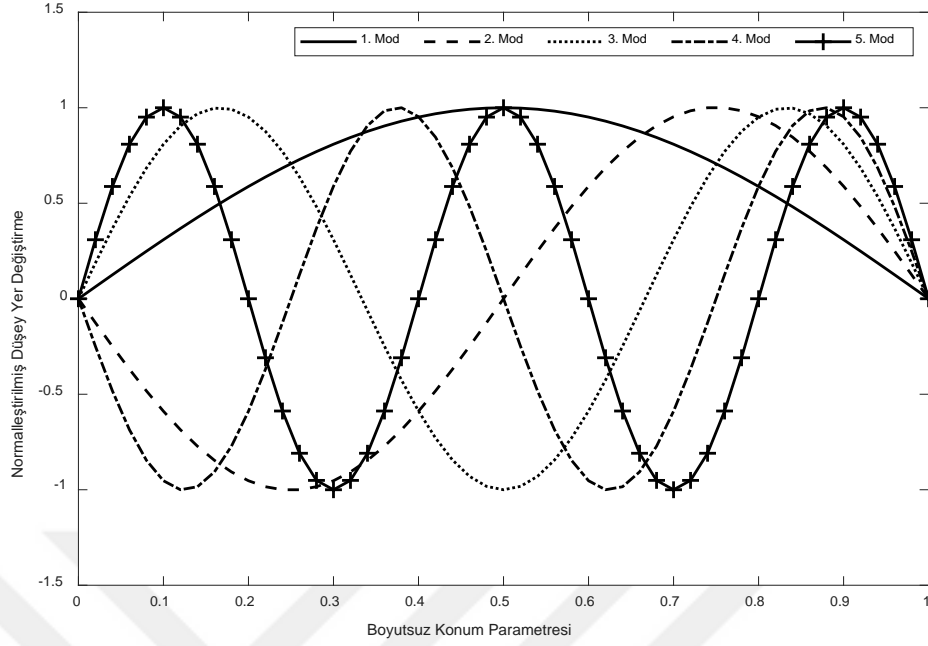
Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	0,0000	39,9380	-	-	-
	5	5,5370	13,2246	22,6564	33,0368	44,0507
	6	5,5253	13,1840	22,5736	32,8989	43,8296
	7	5,5249	13,1827	22,5709	32,8945	43,8226
	8	5,5249	13,1827	22,5708	32,8944	43,8224
	9	5,5249	13,1827	22,5708	32,8944	43,8224
	10	5,5249	13,1827	22,5708	32,8944	43,8224
	DRM	5,5249	13,1827	22,5708	32,8944	43,8224
Winkler	4	0,0000	39,9359	-	-	-
	5	5,5741	13,2397	22,6651	33,0427	44,0551
	6	5,5625	13,1992	22,5823	32,9048	43,8339
	7	5,5622	13,1979	22,5796	32,9003	43,8269
	8	5,5622	13,1979	22,5795	32,9002	43,8267
	9	5,5622	13,1979	22,5795	32,9002	43,8267
	10	5,5622	13,1979	22,5795	32,9002	43,8267
	DRM	5,5622	13,1979	22,5795	32,9002	43,8267
Pasternak	4	0,0000	39,6546	-	-	-
	5	5,6084	13,2925	22,7309	33,1218	44,1484
	6	5,5965	13,2510	22,6462	32,9808	43,9218
	7	5,5961	13,2497	22,6435	32,9762	43,9146
	8	5,5961	13,2497	22,6435	32,9761	43,9145
	9	5,5961	13,2497	22,6435	32,9761	43,9145
	10	5,5961	13,2497	22,6435	32,9761	43,9145
	DRM	5,5961	13,2497	22,6435	32,9761	43,9145

Tablo 5.45 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($P_r = 0,25$; $L/h = 6$)

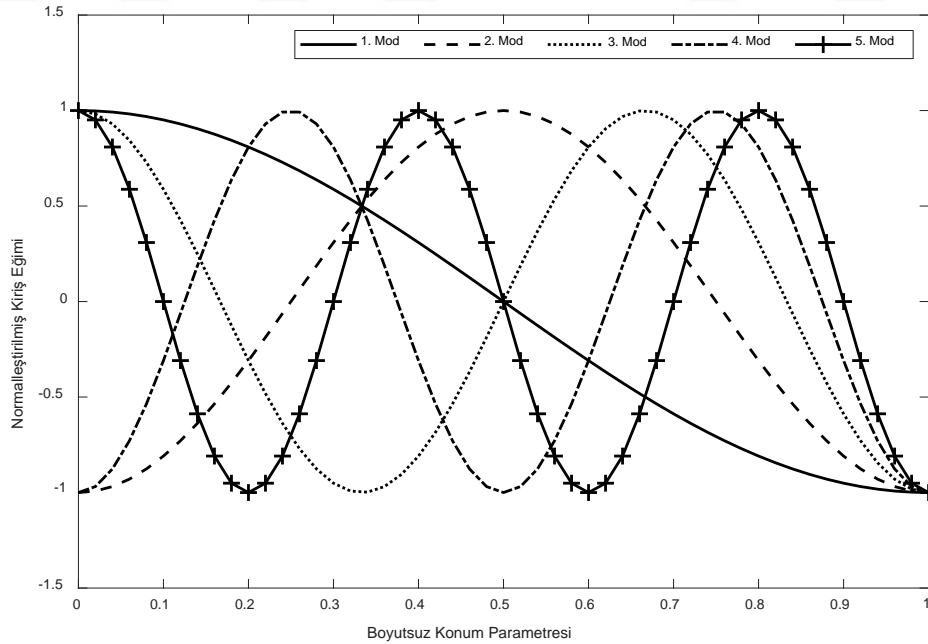
Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	0,0000	41,6523	-	-	-
	5	5,3207	12,8973	22,2505	32,5504	43,4790
	6	5,3109	12,8622	22,1782	32,4302	43,2881
	7	5,3106	12,8611	22,1759	32,4264	43,2821
	8	5,3106	12,8610	22,1759	32,4263	43,2819
	9	5,3106	12,8610	22,1759	32,4263	43,2819
	10	5,3106	12,8610	22,1759	32,4263	43,2819
	DRM	5,3106	12,8610	22,1759	32,4263	43,2819
Winkler	4	0,0000	41,6505	-	-	-
	5	5,3594	12,9129	22,2594	32,5564	43,4834
	6	5,3497	12,8778	22,1871	32,4362	43,2925
	7	5,3494	12,8767	22,1848	32,4324	43,2865
	8	5,3493	12,8766	22,1848	32,4323	43,2863
	9	5,3493	12,8766	22,1848	32,4323	43,2863
	10	5,3493	12,8766	22,1848	32,4323	43,2863
	DRM	5,3493	12,8766	22,1848	32,4323	43,2863
Pasternak	4	0,0000	41,3709	-	-	-
	5	5,3951	12,9669	22,3262	32,6363	43,5771
	6	5,3851	12,9309	22,2522	32,5133	43,3815
	7	5,3848	12,9298	22,2499	32,5094	43,3754
	8	5,3848	12,9298	22,2498	32,5093	43,3752
	9	5,3848	12,9298	22,2498	32,5093	43,3752
	10	5,3848	12,9298	22,2498	32,5093	43,3752
	DRM	5,3848	12,9298	22,2498	32,5093	43,3752

Tablo 5.46 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğ er ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin serbest titreşimine ait boyutsuzlaştırılmış açıs al frekans değ erleri ($P_r = 0,50$; $L/h = 6$)

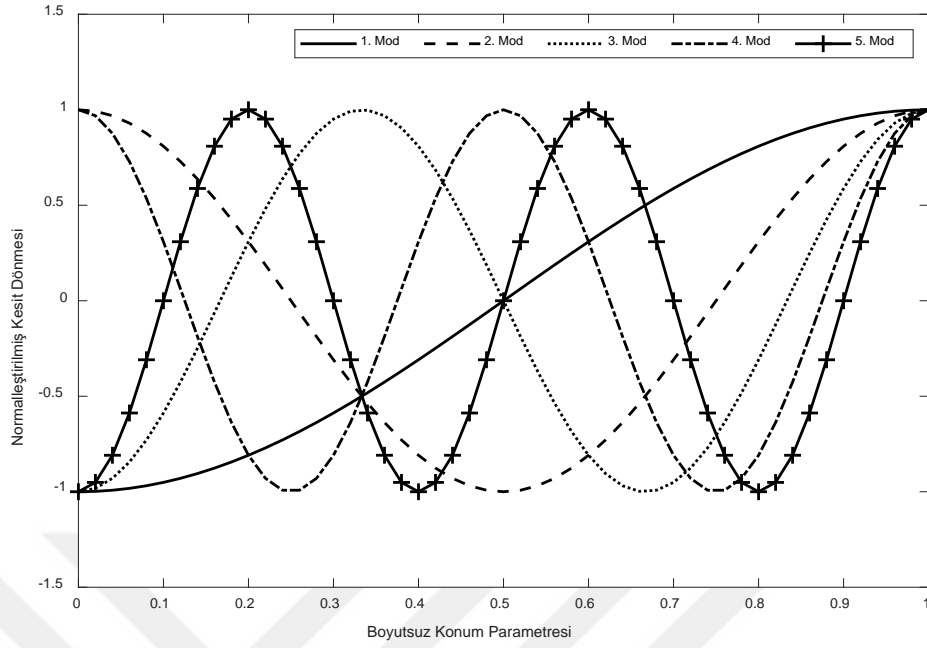
Zemin Modeli	Adım sayısı	1. mod	2. mod	3. mod	4. mod	5. mod
Zemine oturmayan kiriş	4	-	-	-	-	-
	5	5,0942	12,5618	21,8385	32,0591	42,9041
	6	5,0860	12,5314	21,7755	31,9545	42,7393
	7	5,0858	12,5304	21,7736	31,9512	42,7342
	8	5,0858	12,5304	21,7735	31,9511	42,7341
	9	5,0858	12,5304	21,7735	31,9511	42,7341
	10	5,0858	12,5304	21,7735	31,9511	42,7341
	DRM	5,0858	12,5304	21,7735	31,9511	42,7341
Winkler	4	-	-	-	-	-
	5	5,1345	12,5777	21,8475	32,0651	42,9086
	6	5,1265	12,5474	21,7846	31,9605	42,7438
	7	5,1262	12,5464	21,7826	31,9573	42,7387
	8	5,1262	12,5464	21,7826	31,9572	42,7386
	9	5,1262	12,5464	21,7826	31,9572	42,7386
	10	5,1262	12,5464	21,7826	31,9572	42,7386
	DRM	5,1262	12,5464	21,7826	31,9572	42,7386
Pasternak	4	0,0000	43,0737	-	-	-
	5	5,1721	12,6332	21,9153	32,1458	43,0029
	6	5,1637	12,6021	21,8509	32,0388	42,8341
	7	5,1635	12,6011	21,8489	32,0355	42,8288
	8	5,1635	12,6011	21,8489	32,0354	42,8287
	9	5,1635	12,6011	21,8489	32,0354	42,8287
	10	5,1635	12,6011	21,8489	32,0354	42,8287
	DRM	5,1635	12,6011	21,8489	32,0354	42,8287



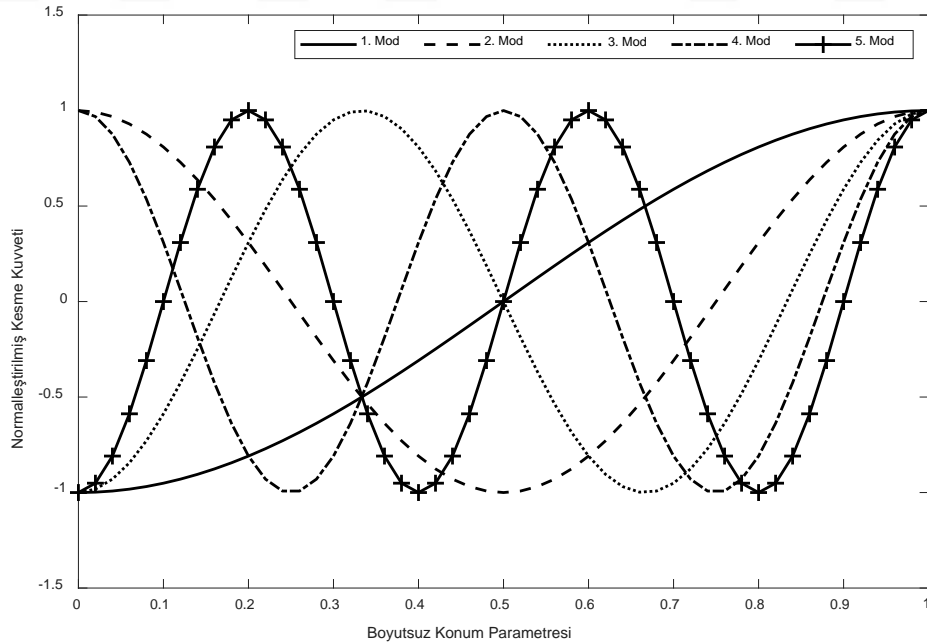
Şekil 5.58 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



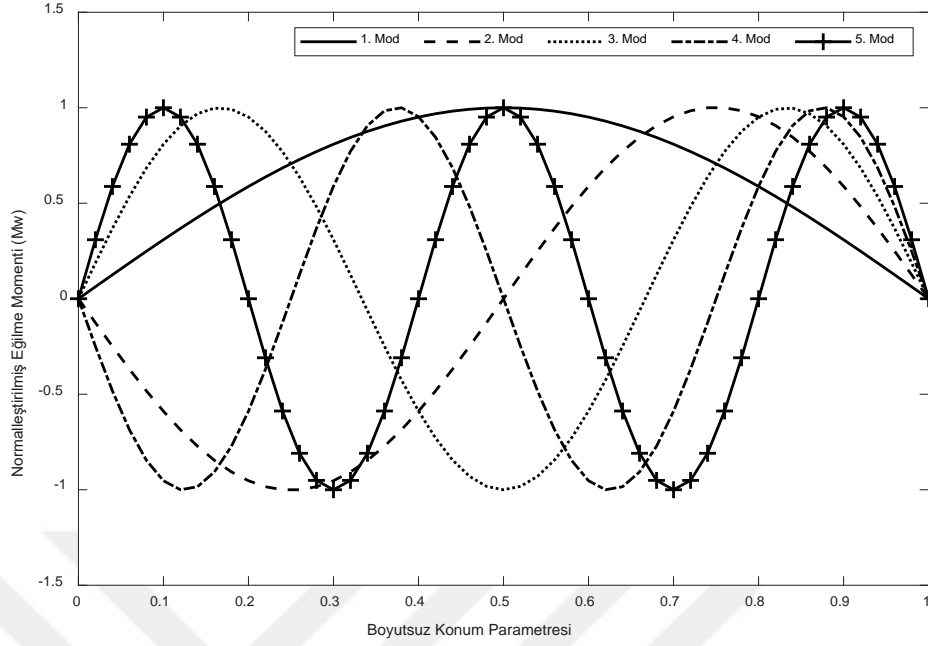
Şekil 5.59 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli, mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



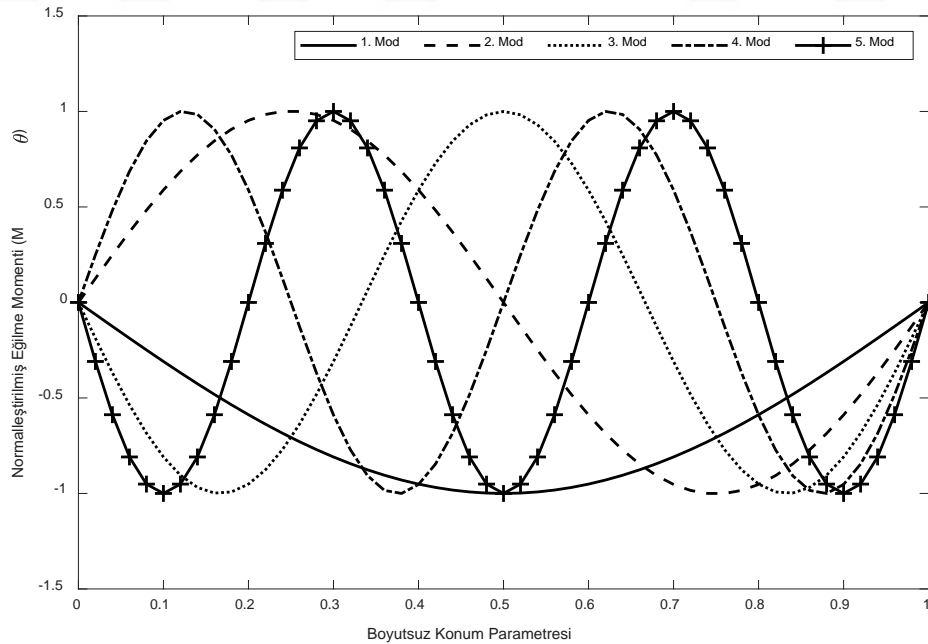
Şekil 5.60 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



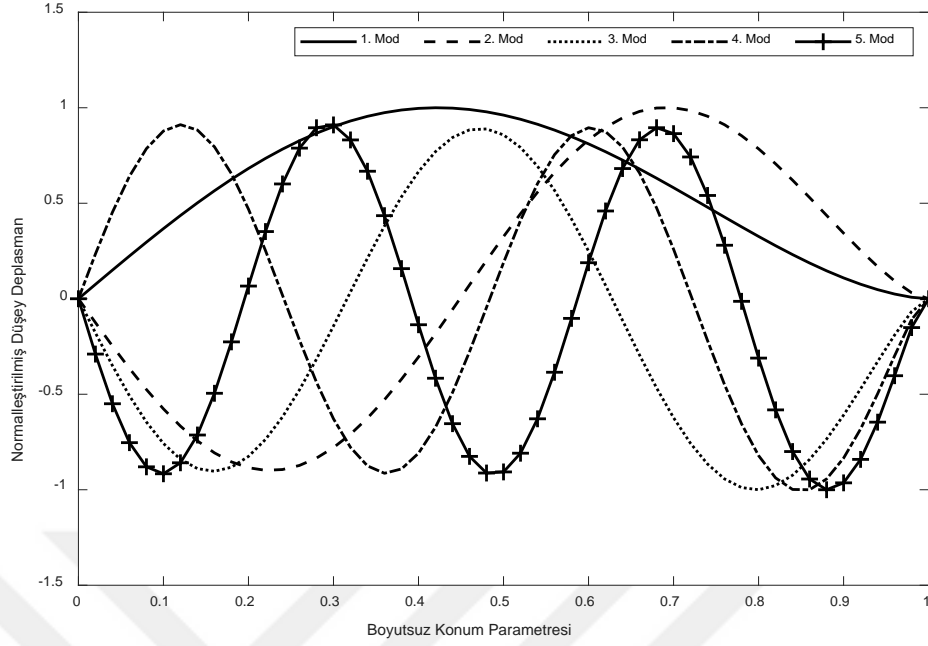
Şekil 5.61 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



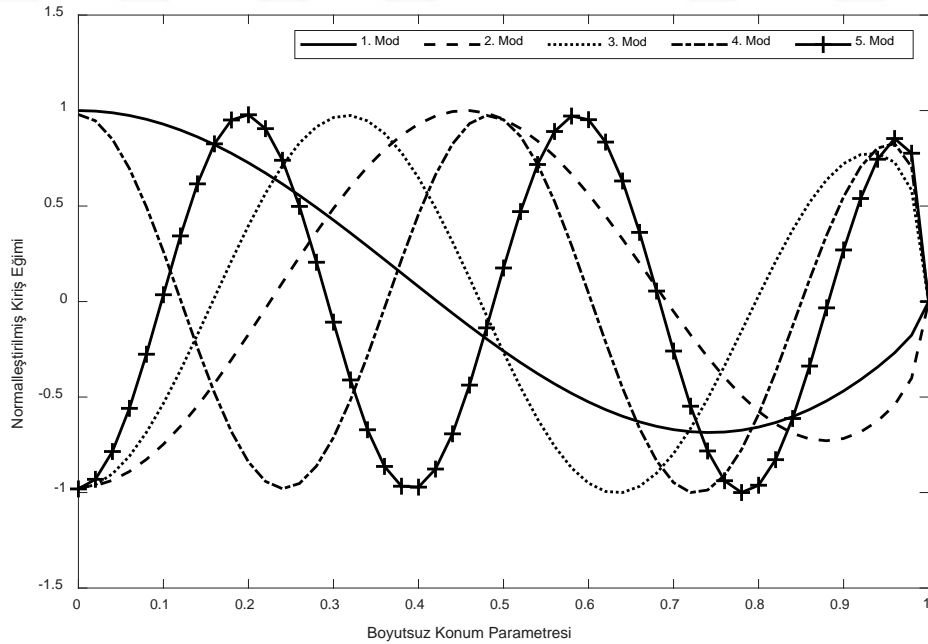
Şekil 5.62 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



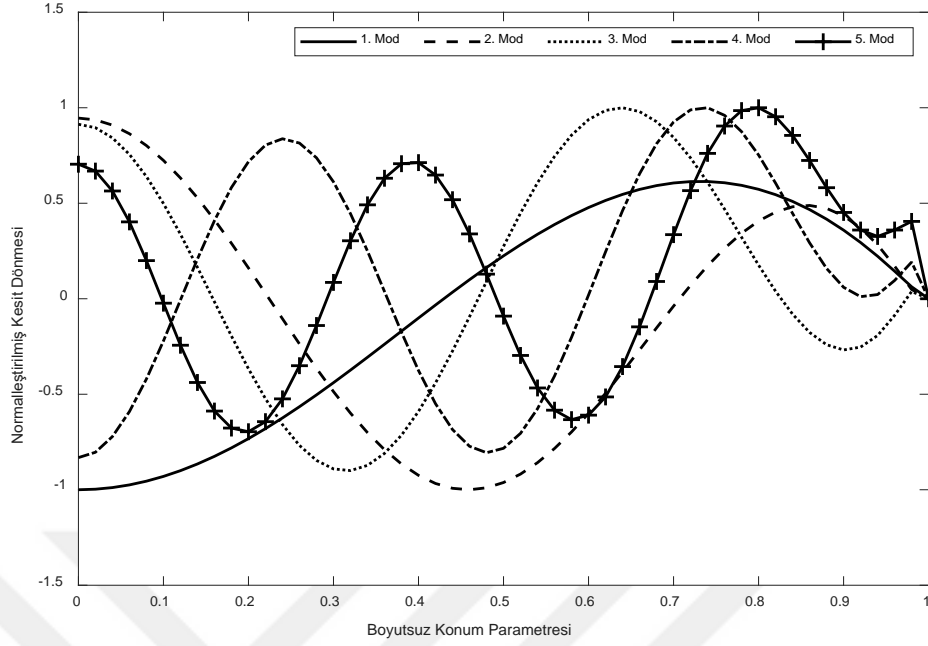
Şekil 5.63 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



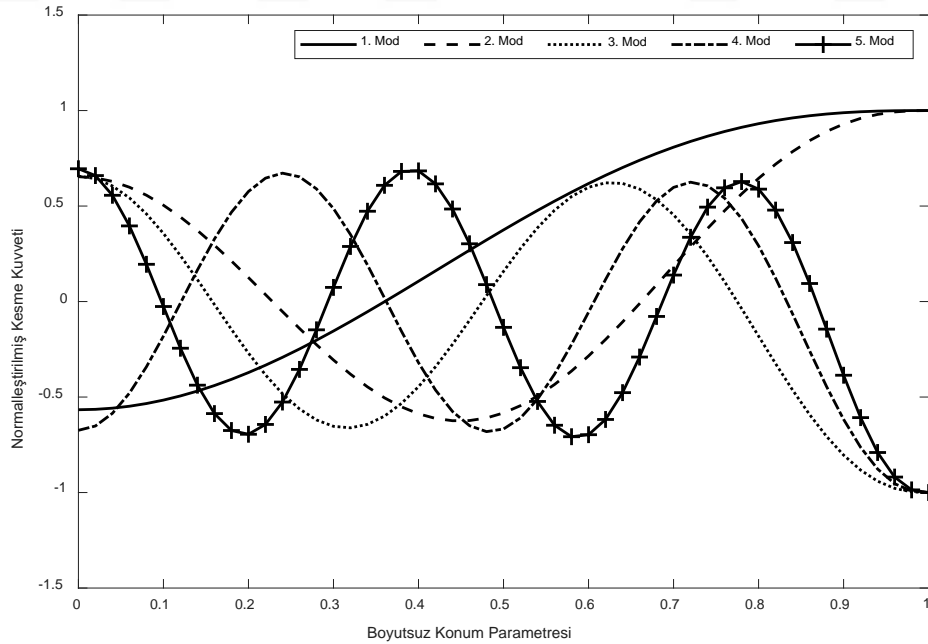
Şekil 5.64 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



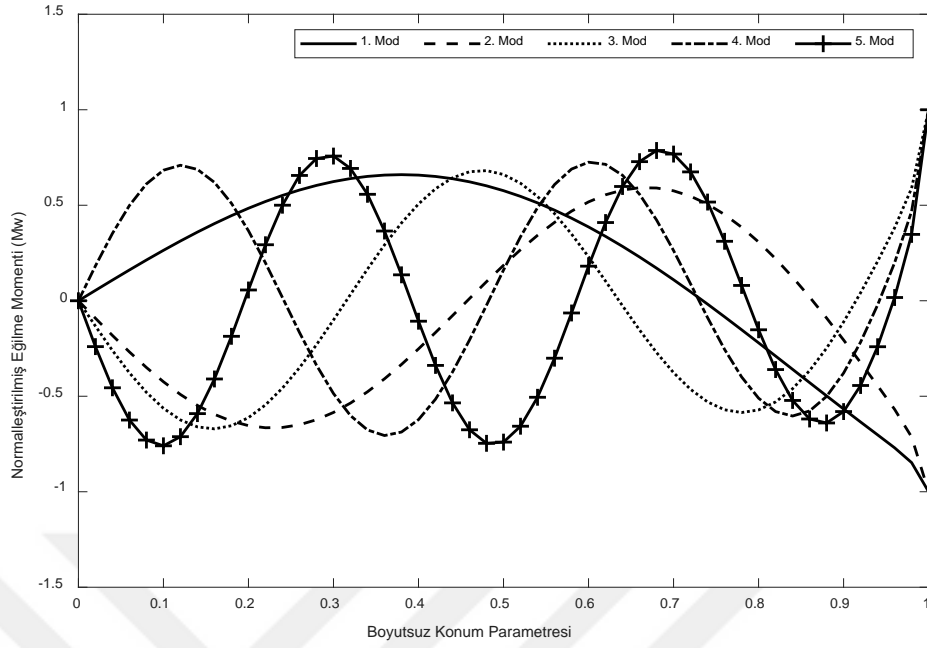
Şekil 5.65 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



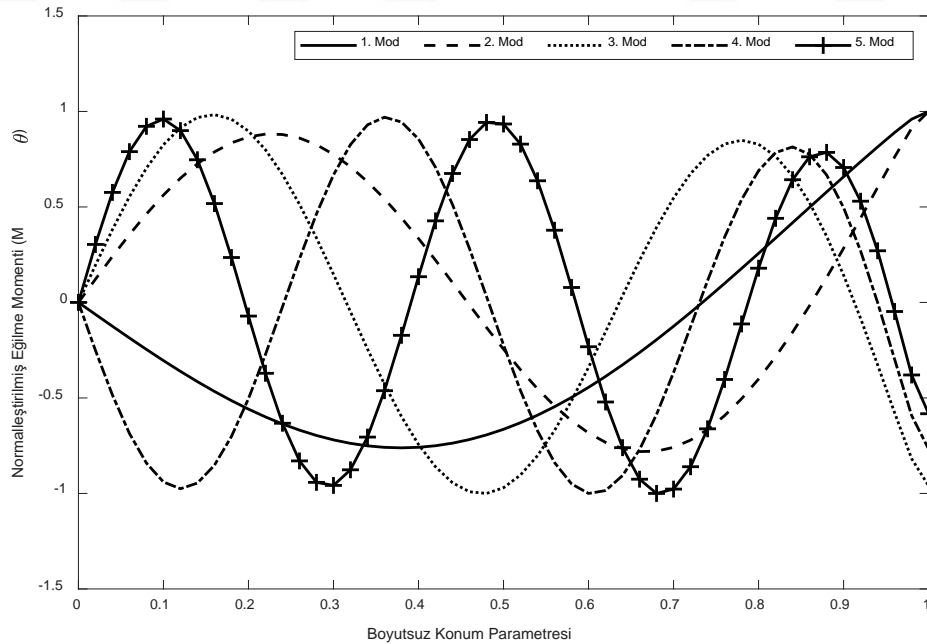
Şekil 5.66 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



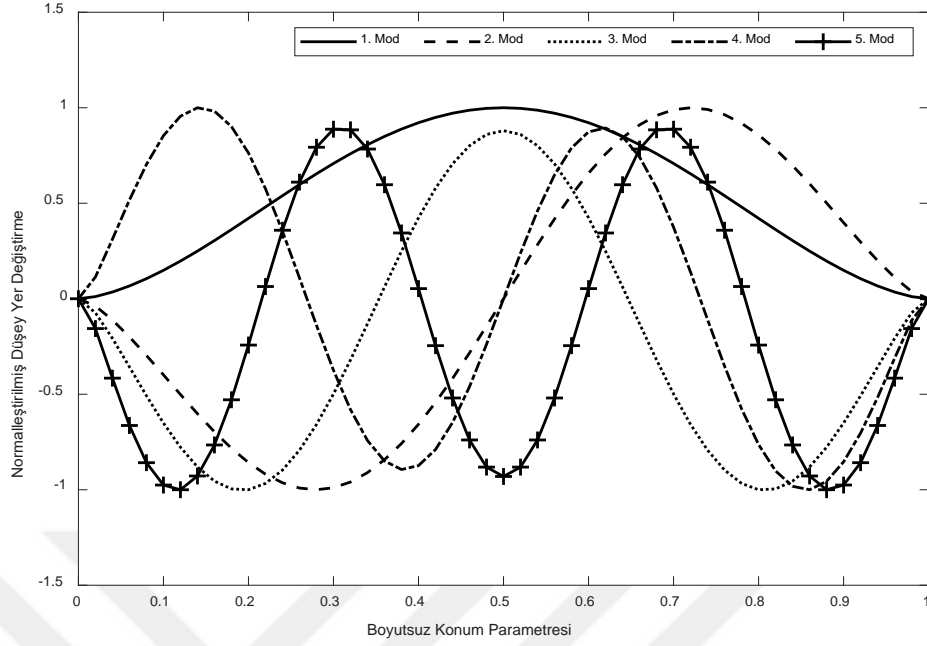
Şekil 5.67 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



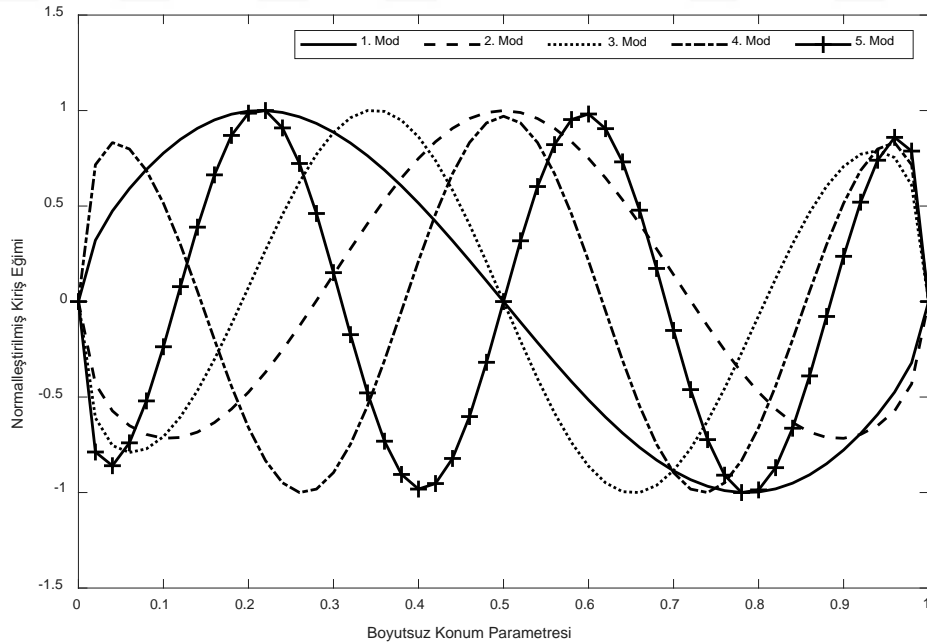
Şekil 5.68 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



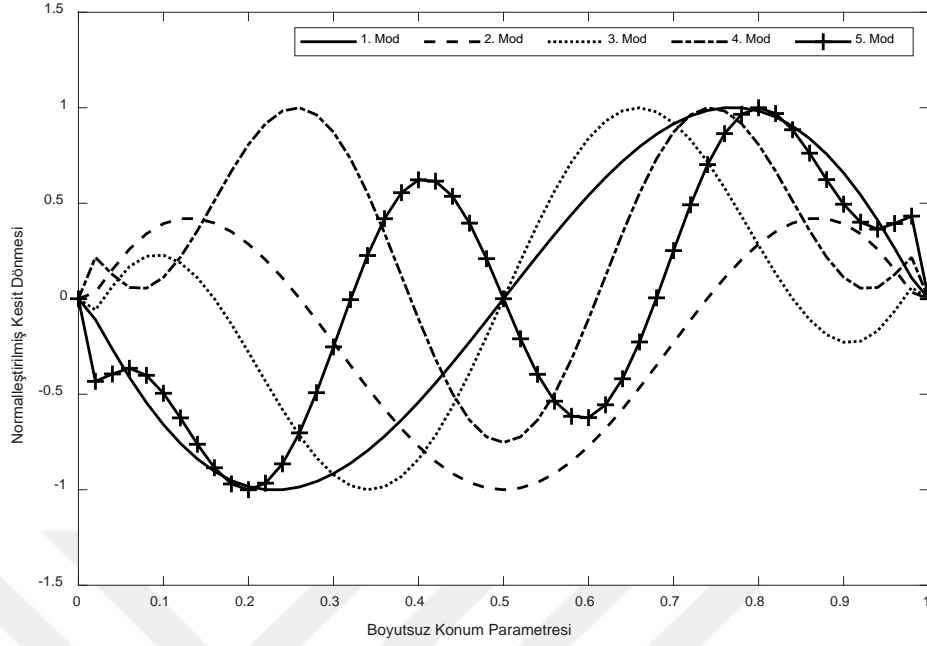
Şekil 5.69 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



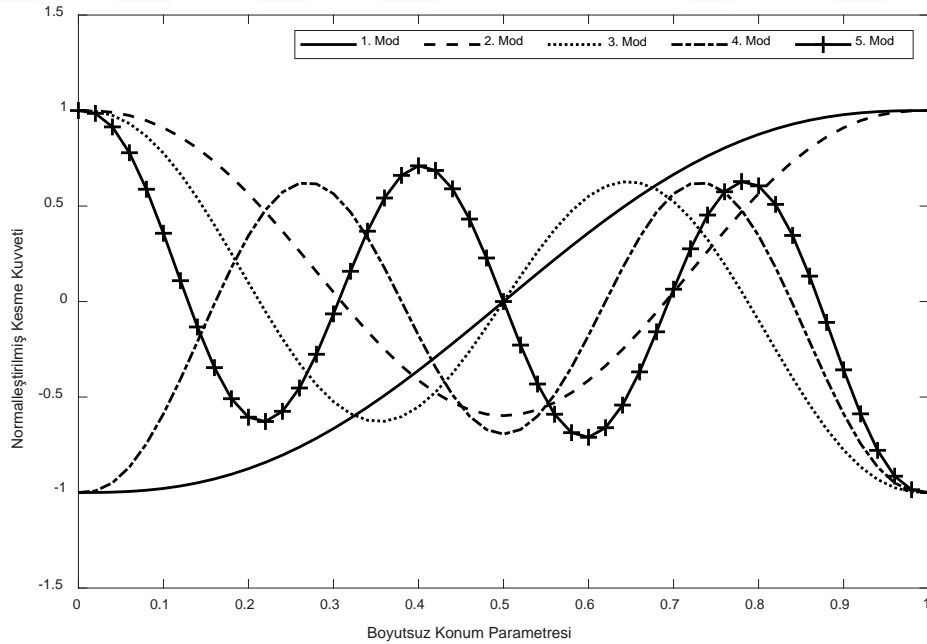
Şekil 5.70 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş düşey yer değiştirmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



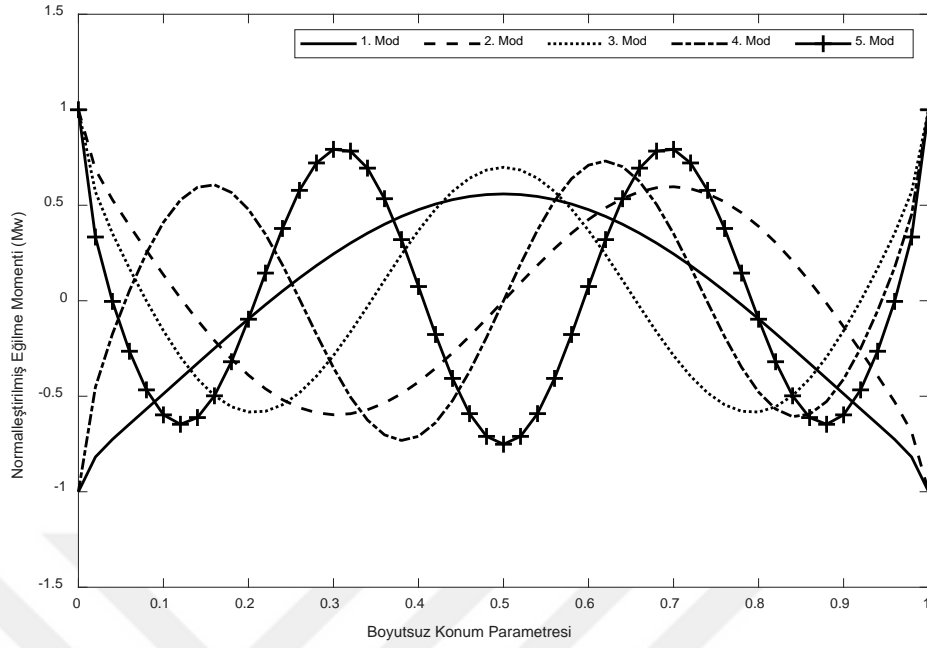
Şekil 5.71 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalize edilmiş kiriş eğimlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



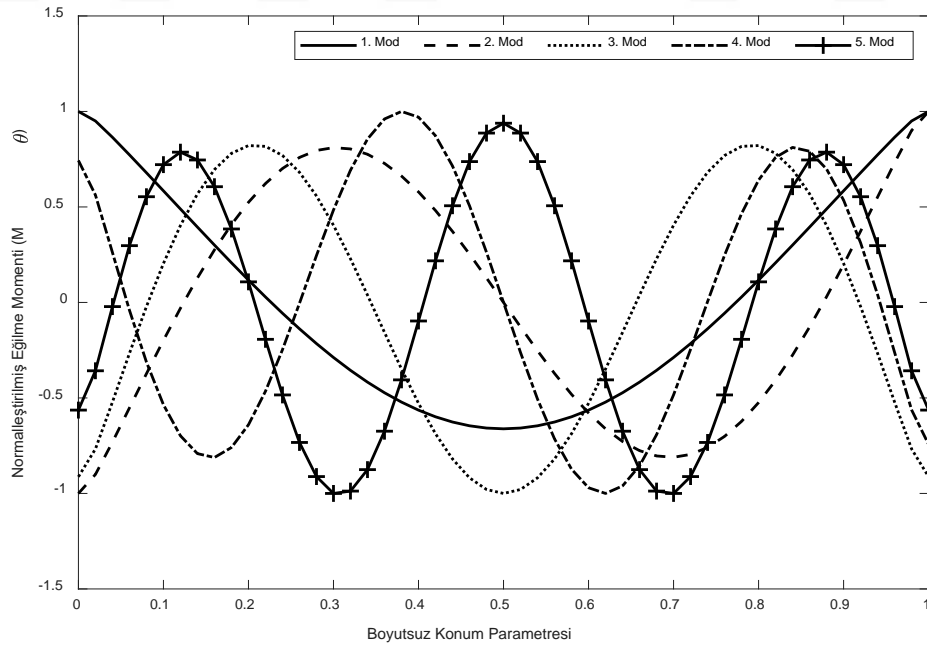
Şekil 5.72 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesit dönmelerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.73 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş kesme kuvvetlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



Şekil 5.74 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)



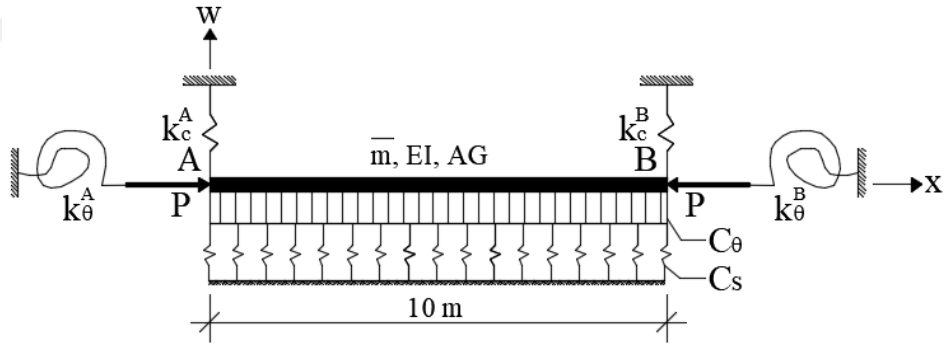
Şekil 5.75 Pasternak zeminine oturan, bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre Touratier kirişinin ilk beş moduna ait normalleştirilmiş eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimi ($L/h = 6$; $P_r = 0,5$)

5.4 Örnek 4: Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Tek Açıklıklı ve Sürekli Kirişlere İlişkin Sayısal Uygulamalar

Taşıyıcı sistemlerin yapısal davranışına daha uygun olması amacıyla, uçlarından kolonlara yarı-rijit bağlantılı, elastik zemine oturan, dikdörtgen en kesitli, tek açıklıklı ve sürekli kirişlere ait sayısal uygulamalara bu bölümde yer verilmiştir. Serbest titreşim analizi gerçekleştirilen kirişlerin elastisite modülleri $E = 3 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, Poisson oranları $\nu = 0,2$ ve kayma modülleri $G = 1,25 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ alınmıştır.

5.4.1 Örnek 4.1: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Tek Açıklıklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama

Şekil 5.76’da gösterilen, Pasternak zeminine oturan, dikdörtgen en kesitli, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri Tablo 5.47’de sunulmuştur.



Şekil 5.76. Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı kiriş

Tablo 5.47 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri

\bar{m} (t)	L(m)	h(m)	b(m)	C_s (kN/m)	C_θ (kN)
2,5	10	1	1	30000	100000
k_c^A (kN/m)	k_θ^A (kN/rad)	k_c^B (kN/m)	k_θ^B (kN/rad)	P(kN)	
150000	200000	50000	100000	80000	

Uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı, dikdörtgen en kesitli Touratier kirişinin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen açısal frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.48’de sunulmuştur. Touratier kiriş teorisi ile DRM kullanılarak hesaplanan açısal frekans değerlerine, GDQK ve DQEM kullanılarak 52 düğüm noktası ile yakınsama sağlanırken, VİRM kullanılarak yakınsamaya 11. iterasyon adımında ulaşılmıştır.

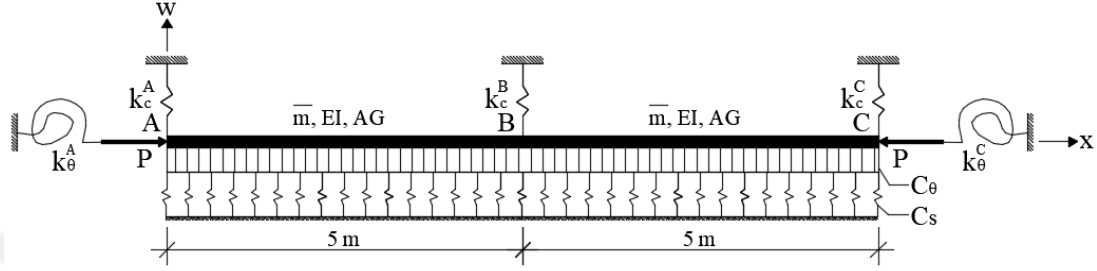
Tablo 5.48 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri

Mod Sayısı	Timoshenko (DRM)	Reddy-Bick. (DRM)	Touratier (DRM)	Touratier (DQEM) (N=52)	Touratier (GDQK) (N=52)	Touratier (VİRM) (r+1=11)
1	127,2164	127,1774	127,1699	127,1699	127,1699	127,1699
2	181,3526	181,3512	181,3508	181,3508	181,3508	181,3508
3	319,4688	319,4572	319,4505	319,4505	319,4505	319,4505
4	623,5333	623,4091	623,4066	623,4066	623,4066	623,4066
5	1073,8446	1073,8696	1073,9835	1073,9835	1073,9835	1073,9835
6	1613,2691	1613,9409	1614,3454	1614,3454	1614,3454	1614,3454
7	2207,9682	2210,1070	2211,0482	2211,0482	2211,0482	2211,0482
8	2836,4685	2841,2451	2843,0413	2843,0413	2843,0413	2843,0413
9	3484,7798	3493,6979	3496,7329	3496,7329	3496,7329	3496,7329
10	4143,2771	4158,1146	4162,8238	4162,8238	4162,8238	4162,8238

Tek açıklıklı kirişin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri Şekil 5.78-5.83’te sunulmuştur.

5.4.2 Örnek 4.2: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı İki Açıklıklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama

Şekil 5.77’de gösterilen, Pasternak zeminine oturan, sabit dikdörtgen en kesitli, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı sürekli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri Tablo 5.49’da sunulmuştur.



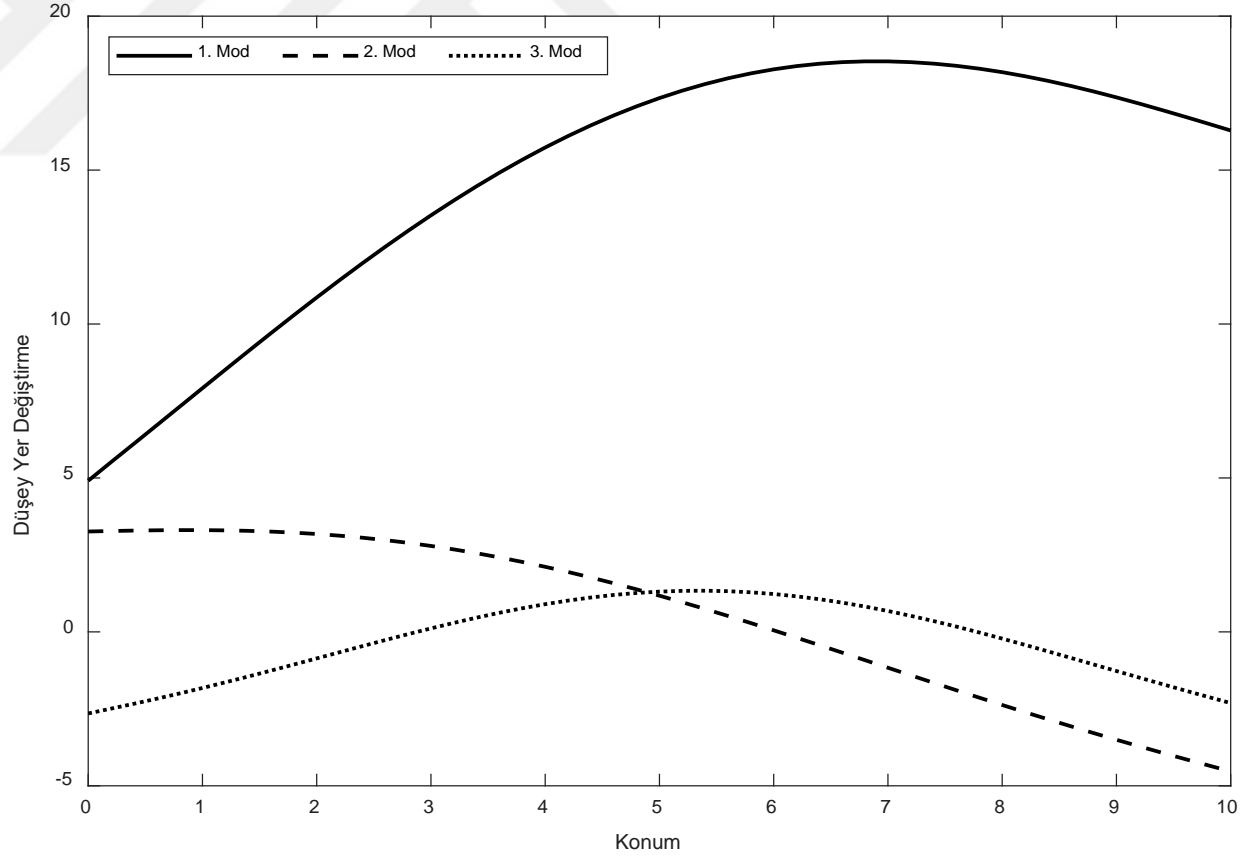
Şekil 5.77. Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı sürekli kiriş

İki açıklıklı Touratier kirişinin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen açısal frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.50’de sunulmuştur. Touratier kiriş teorisinden DRM kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, DQEM kullanılarak her bir açıklık için 42 düğüm noktası ile yakınsanırken, GDQK kullanılarak en iyi sonuca 45 düğüm noktası ile ulaşılmıştır. VIRM kullanılarak gerçekleştirilen dinamik analizlerde 11 iterasyon adımı yeterli olmuştur.

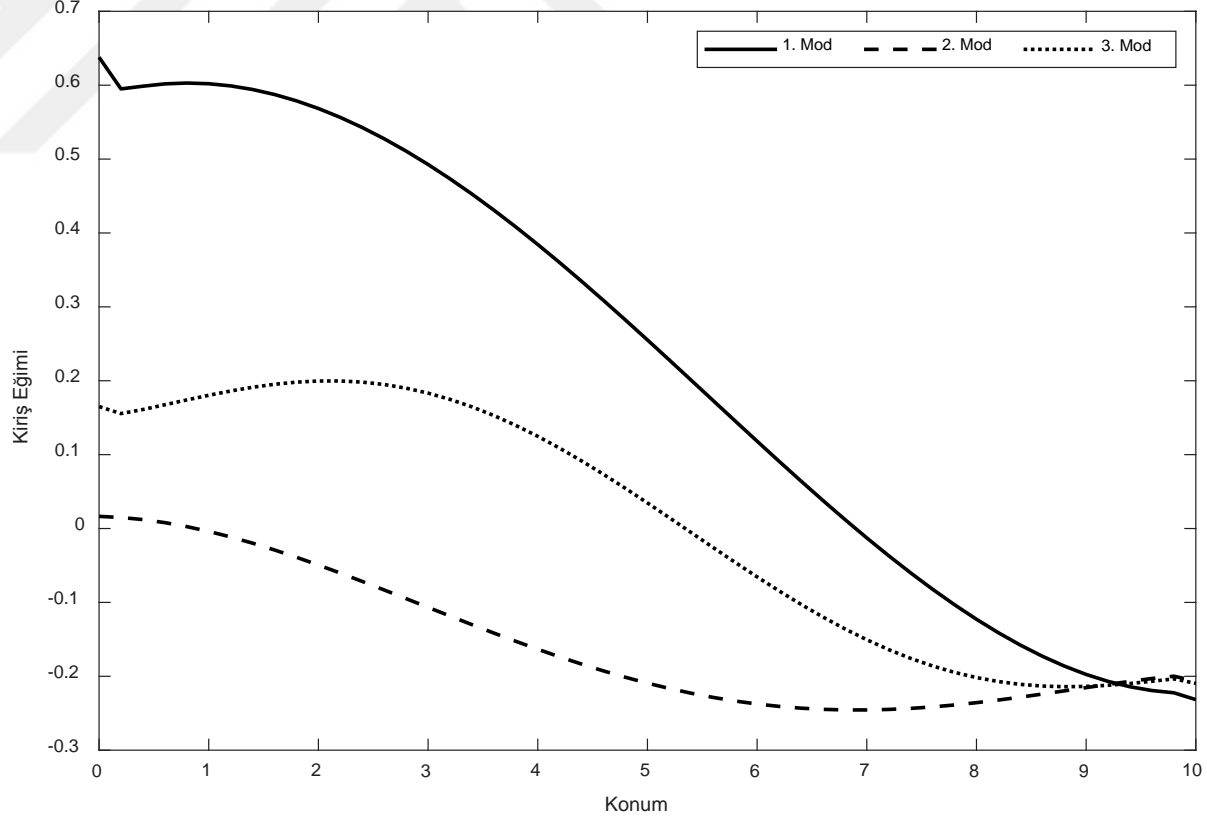
Tablo 5.49 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı, sabit en kesitli sürekli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri

\bar{m} (t)	$L_1 = L_2$ (m)	h (m)	b (m)	C_s (kN/m)	C_θ (kN)
1,7125	5	0,7	1	10000	40000
k_c^A (kN/m)	k_θ^A (kN/rad)	k_c^B (kN/m)	k_c^C (kN/m)	k_θ^C (kN/rad)	P (kN)
100000	200000	150000	100000	200000	50000

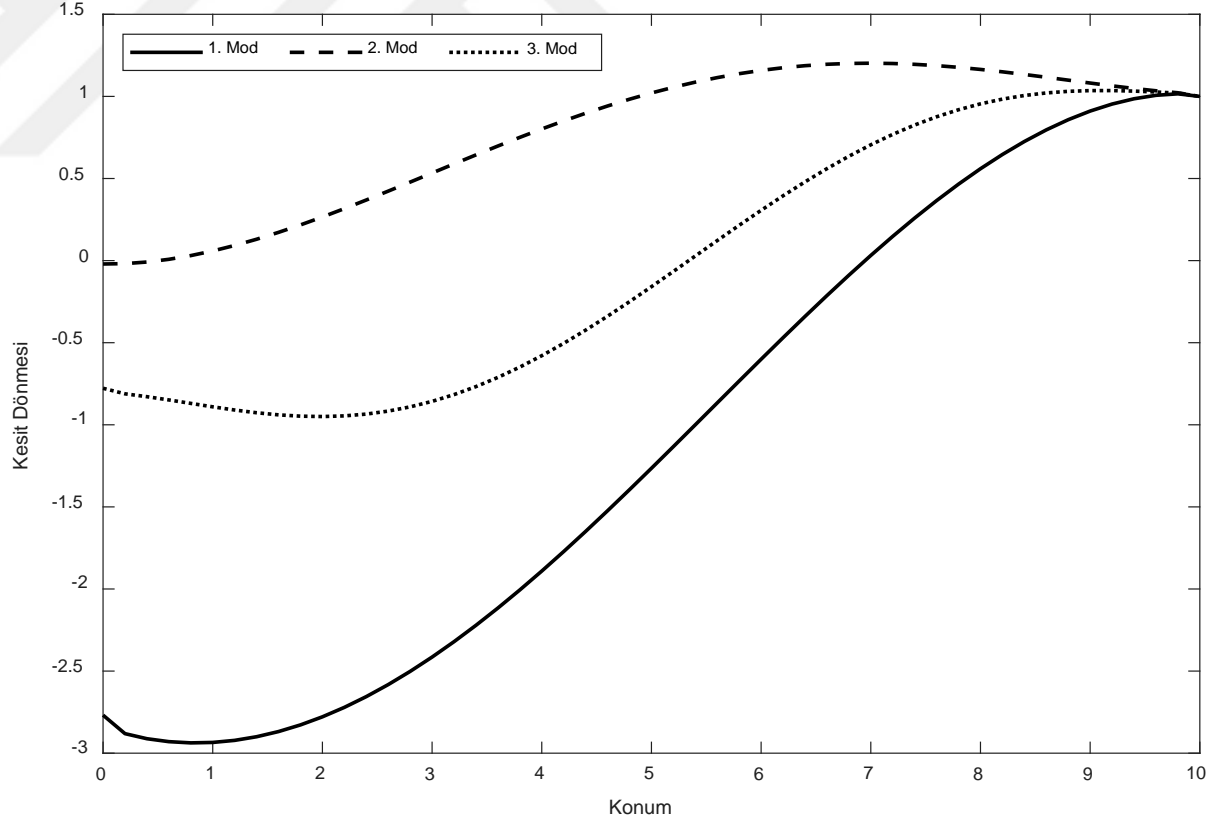
İki açıklıklı kirişin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri Şekil 5.84-5.89’da sunulmuştur.



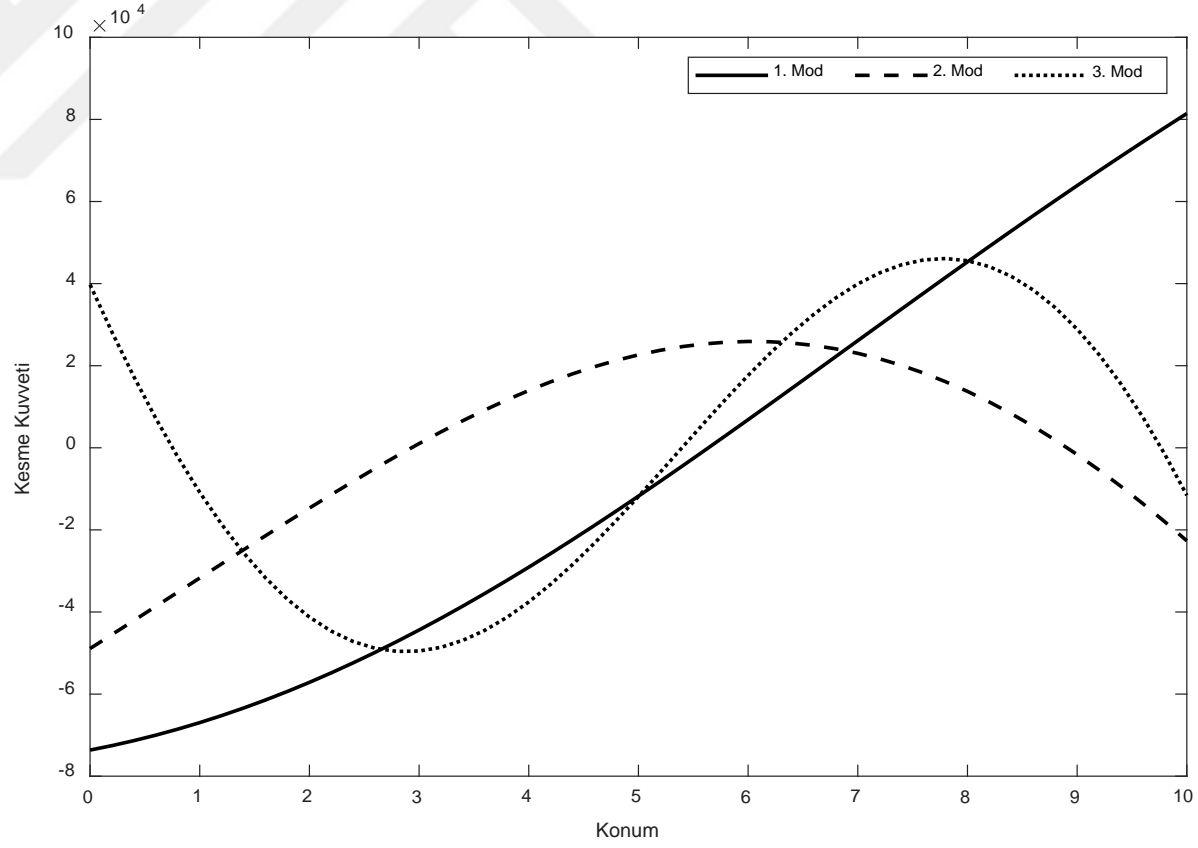
Şekil 5.78 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



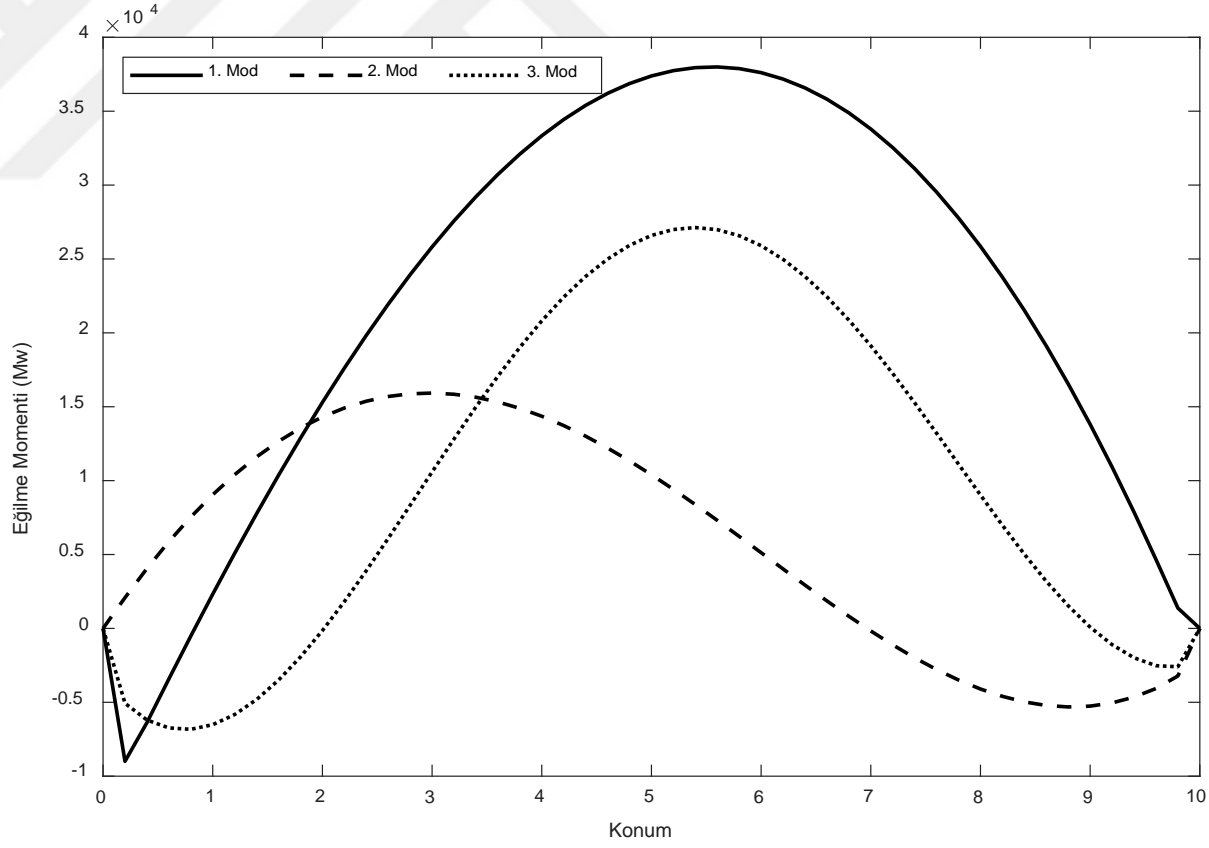
Şekil 5.79 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



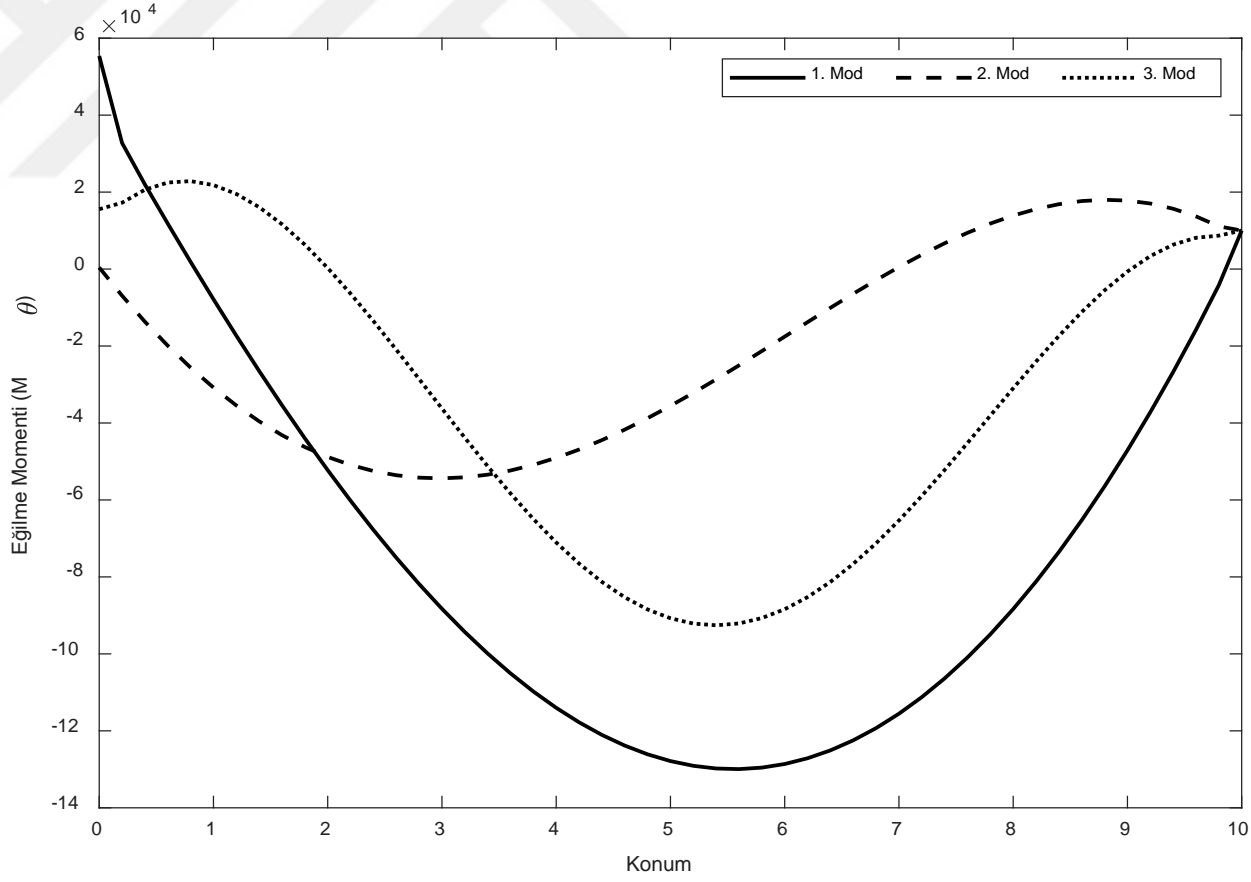
Şekil 5.80 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



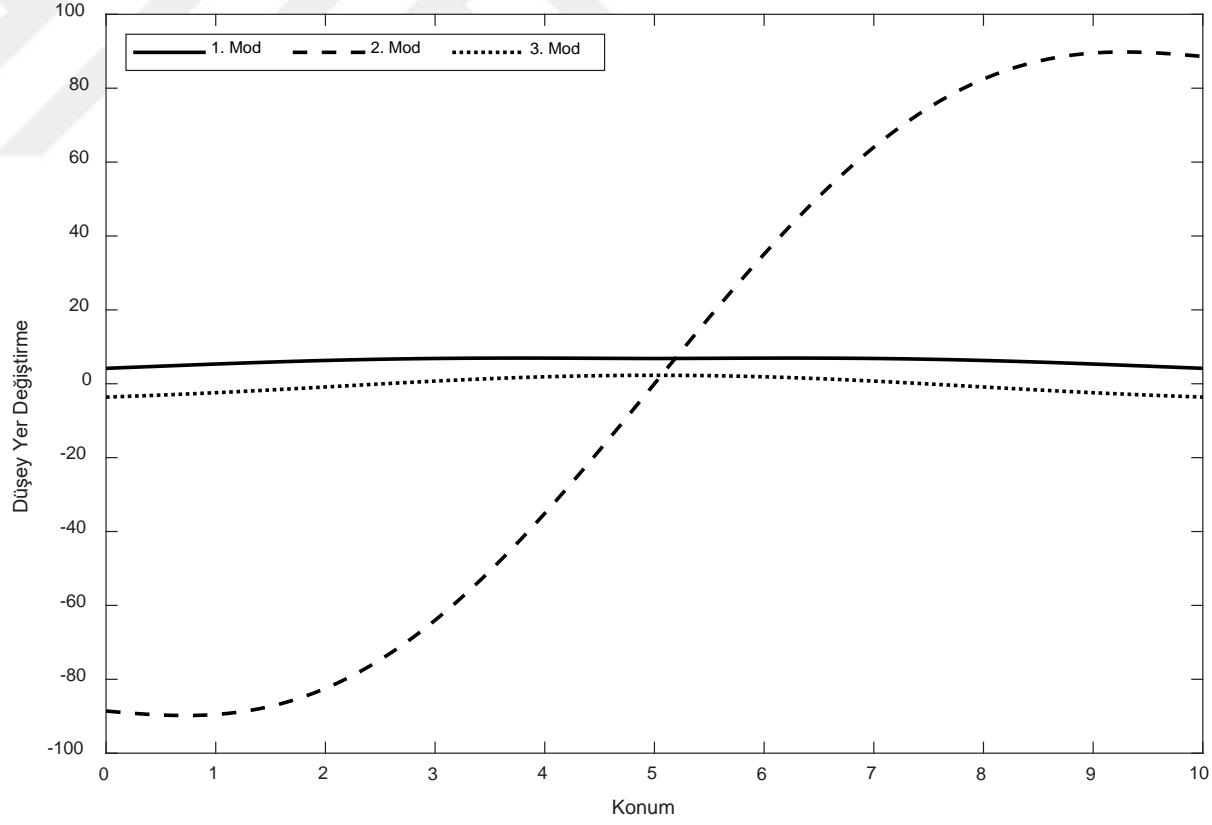
Şekil 5.81 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



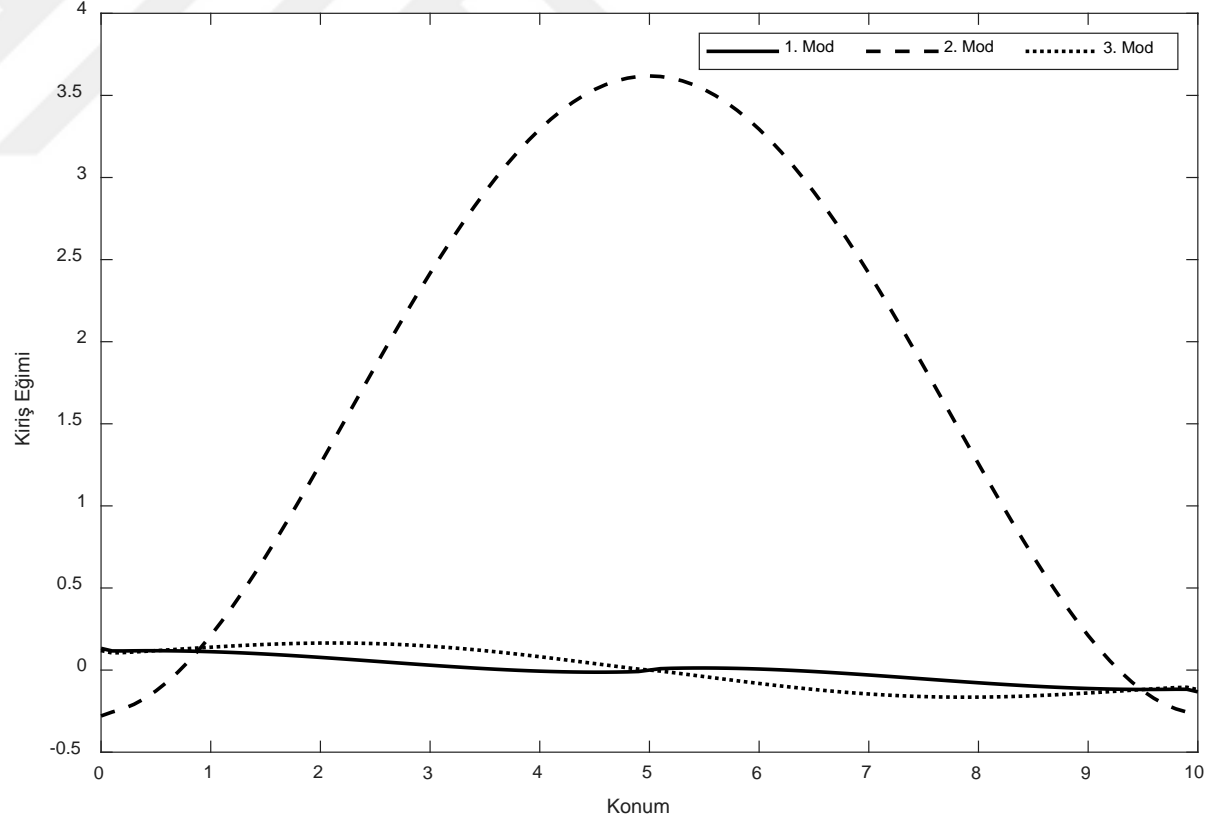
Şekil 5.82 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



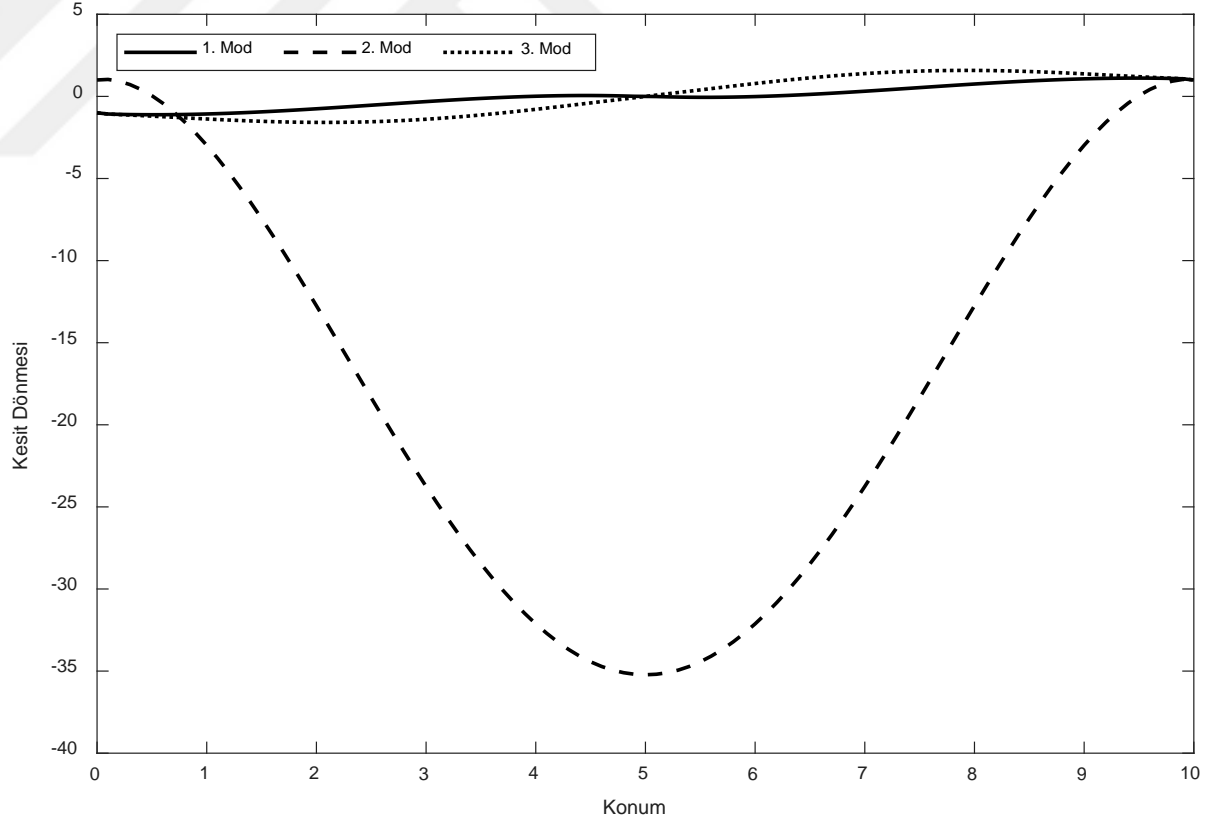
Şekil 5.83 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



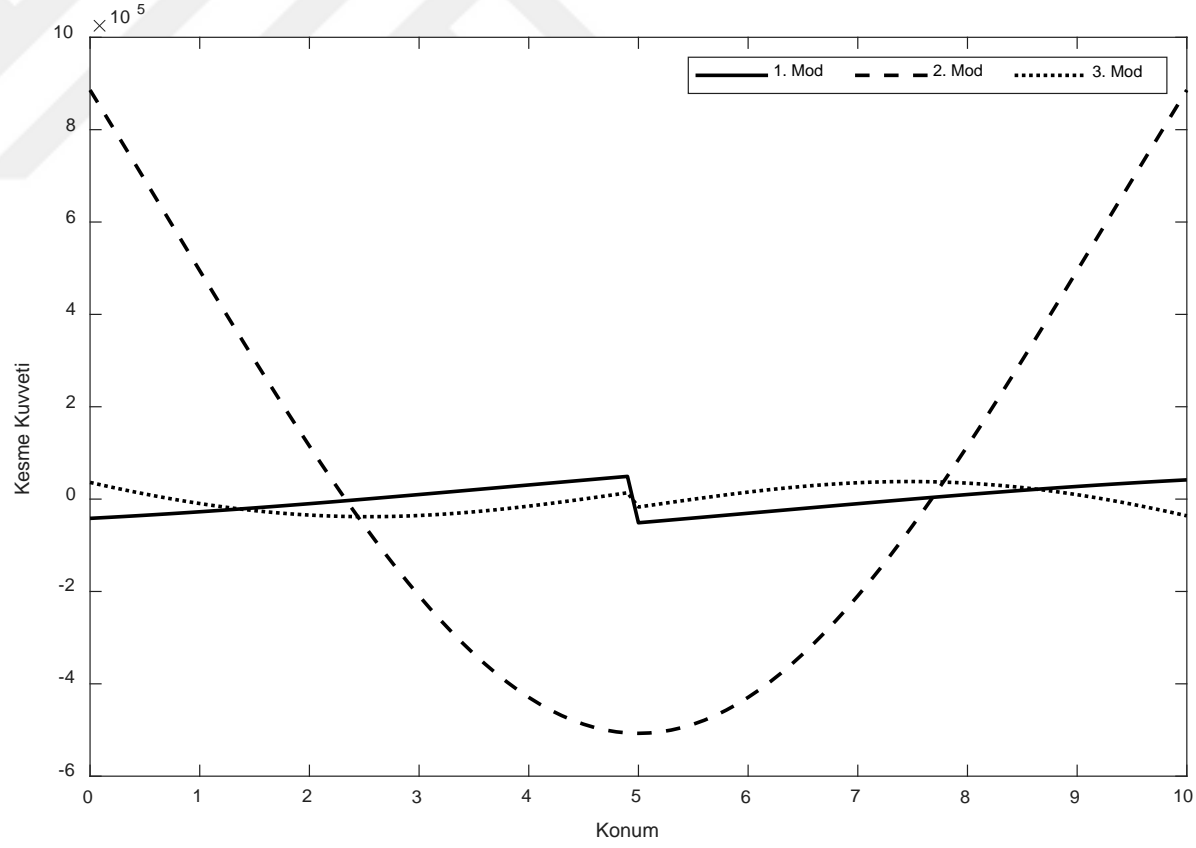
Şekil 5.84 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



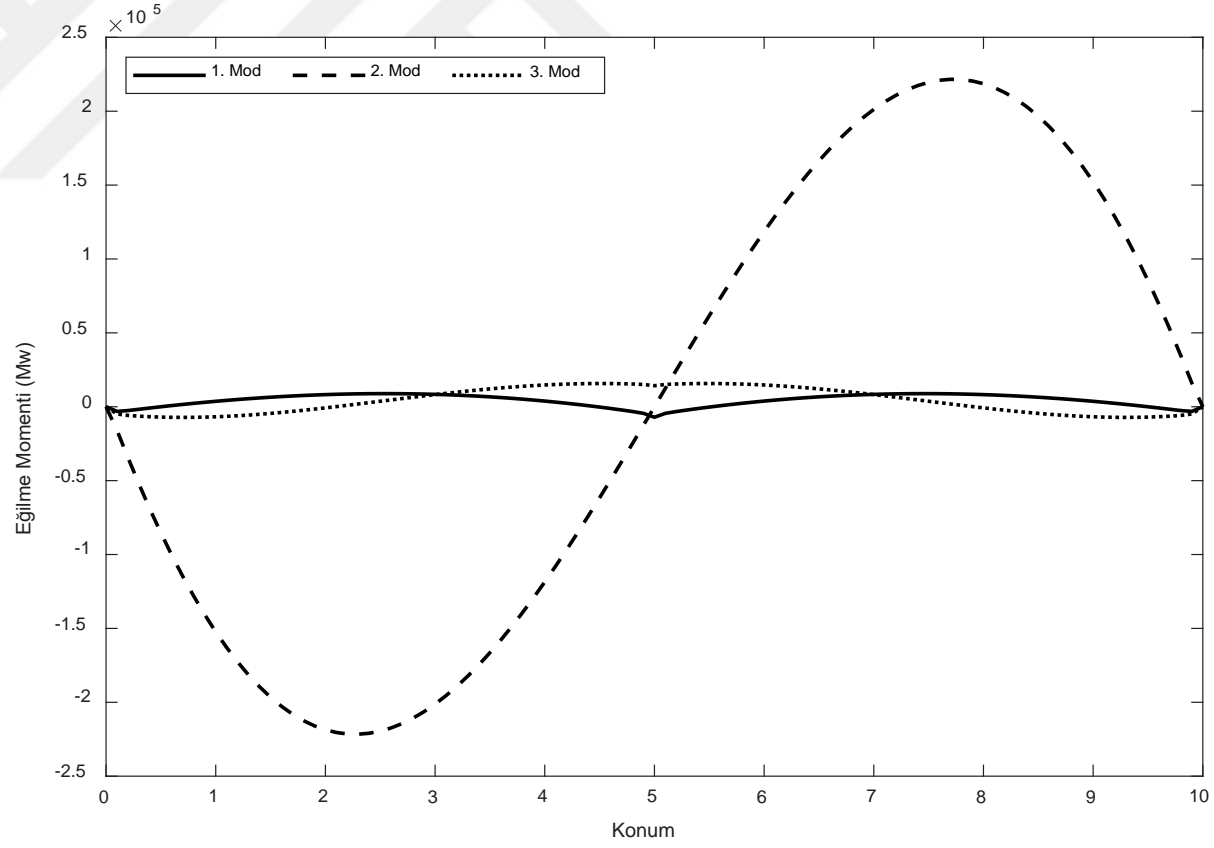
Şekil 5.85 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



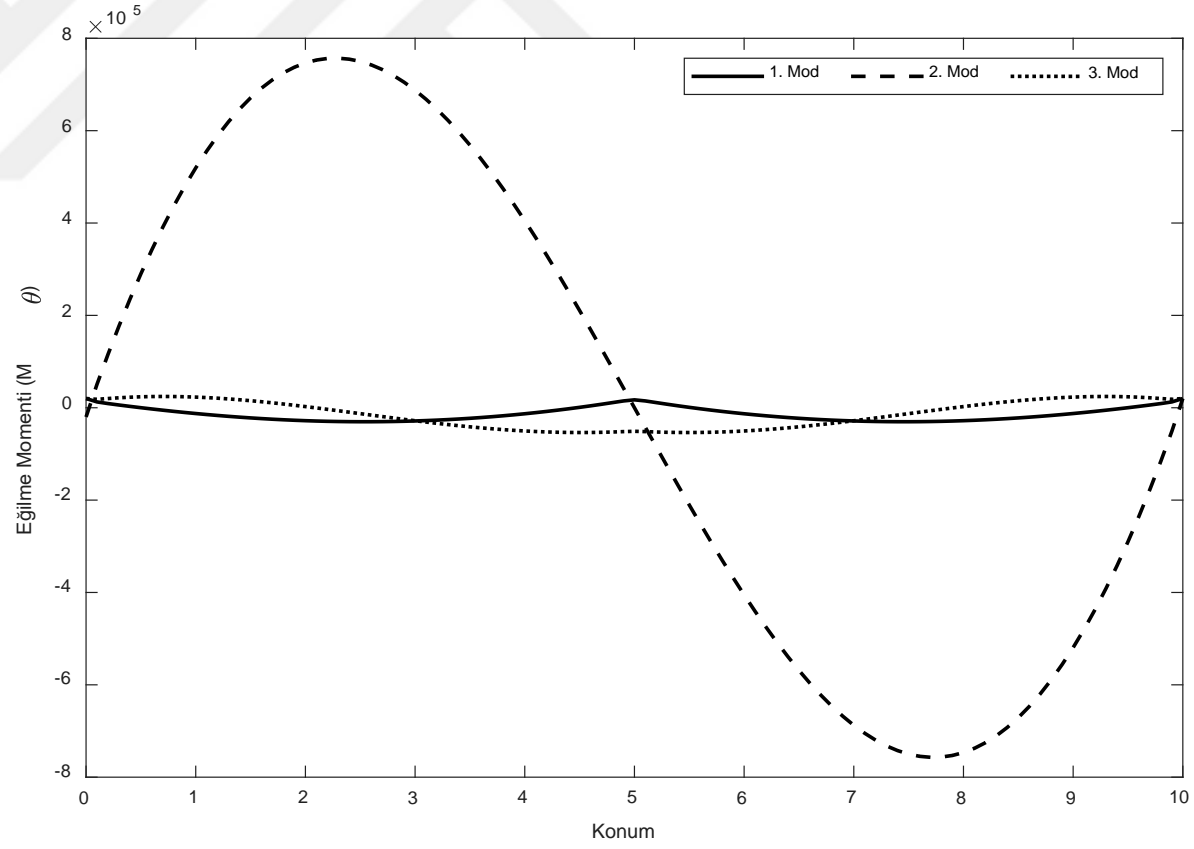
Şekil 5.86 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.87 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.88 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.89 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi

Tablo 5.50 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı, sabit en kesitli kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri

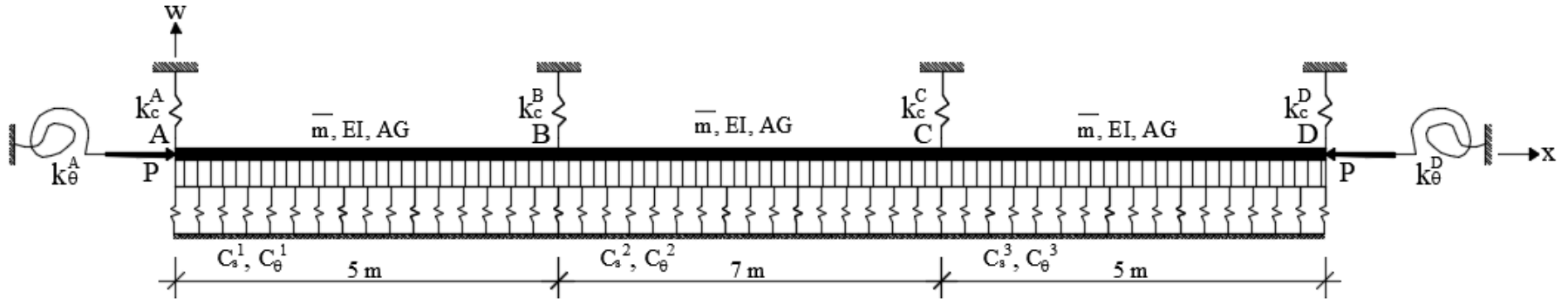
Mod Sayısı	Timoshenko (DRM)	Reddy-Bickford (DRM)	Touratier (DRM)	Touratier (DQEM) N=42	Touratier (GDQK) N=45	Touratier (VIRM) r+1=11
1	152,9084	152,7686	152,7410	152,7410	152,7410	152,7410
2	177,1167	177,1070	177,1070	177,1070	177,1070	177,1070
3	305,8995	305,6703	305,6079	305,6079	305,6079	305,6079
4	507,7254	506,8220	506,6216	506,6216	506,6216	506,6216
5	863,9227	862,6117	862,3629	862,3629	862,3628	862,3629
6	1296,5318	1295,1382	1294,9519	1294,9519	1294,9519	1294,9519
7	1812,4157	1811,3194	1811,3208	1811,3208	1811,3208	1811,3208
8	2370,0007	2369,6610	2370,0005	2370,0005	2370,0005	2370,0005
9	2971,5238	2972,5643	2973,4239	2973,4239	2973,4239	2973,4239
10	3594,2125	3597,4379	3599,0415	3599,0415	3599,0415	3599,0415

5.4.3 Örnek 4.3: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Üç Açıklıklı Sürekli Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama

Şekil 5.90'da sunulan; Pasternak zeminine oturan, sabit dikdörtgen en kesitli, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı, $P = 3000$ t eksenel basınç kuvveti etkisindeki sürekli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri Tablo 5.51'de sunulmuştur.

Tablo 5.51 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı, sabit en kesitli kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri

$\bar{m}_1(t)$	$L_1(m)$	$h_1(m)$	$b_1(m)$	$C_s^1(kN/m)$	$C_\theta^1(kN)$
1,7125	5	0,7	1	10000	20000
$\bar{m}_2(t)$	$L_2(m)$	$h_2(m)$	$b_2(m)$	$C_s^2(kN/m)$	$C_\theta^2(kN)$
1,7125	7	0,7	1	15000	30000
$\bar{m}_3(t)$	$L_3(m)$	$h_3(m)$	$b_3(m)$	$C_s^3(kN/m)$	$C_\theta^3(kN)$
1,7125	5	0,7	1	10000	20000
$k_c^A(kN/m)$	$k_\theta^A(kN/rad)$	$k_c^B(kN/m)$	$k_c^C(kN/m)$	$k_c^D(kN/m)$	$k_\theta^D(kN/rad)$
75000	150000	100000	100000	75000	150000



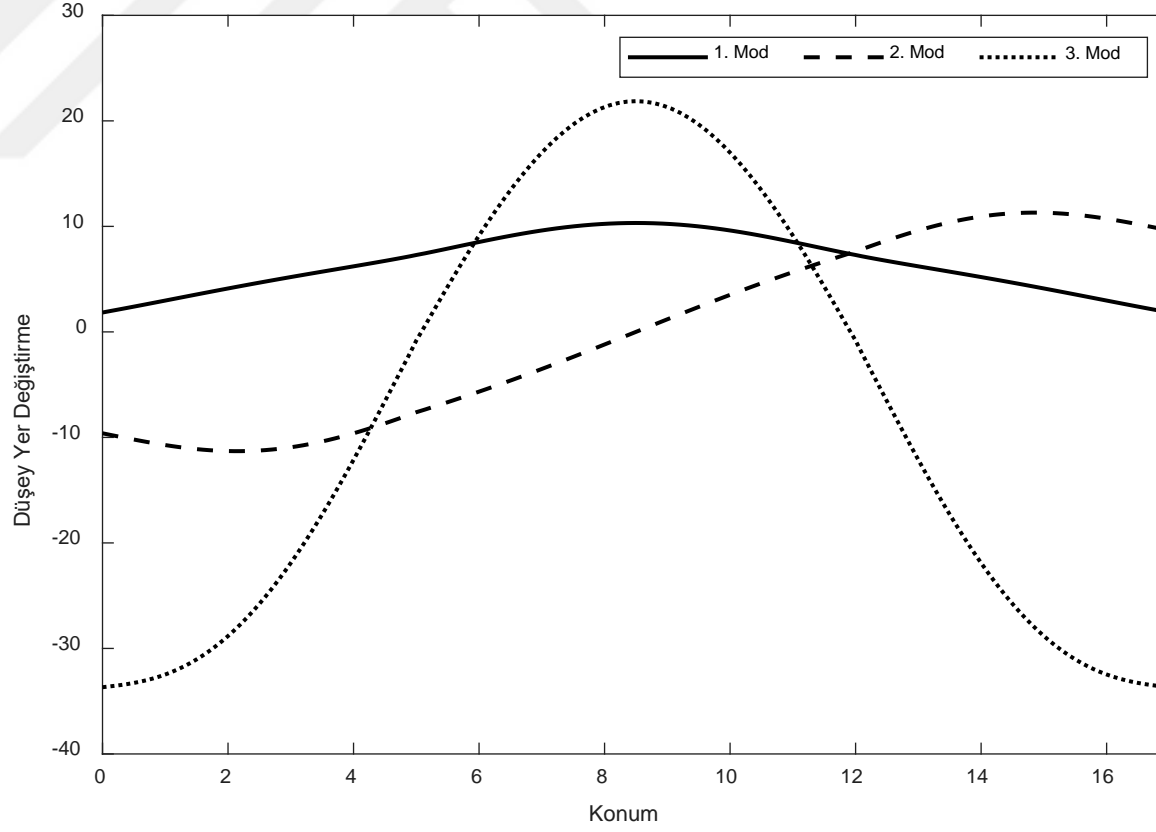
Şekil 5.90 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, uç açıklıklı sürekli kiriş

Şekil 5.90’da sunulan Touratier kirişinin DRM kullanılarak elde edilen ilk on moduna ait açısıl frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen açısıl frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.52’de sunulmuştur. DQEM ve GDQK kullanılarak yapılan analizlerde, her bir açıklık için 45 düğüm noktası kullanılmıştır. VİRM kullanılarak yapılan analizlerde 12 iterasyon adımı yeterli olmuştur.

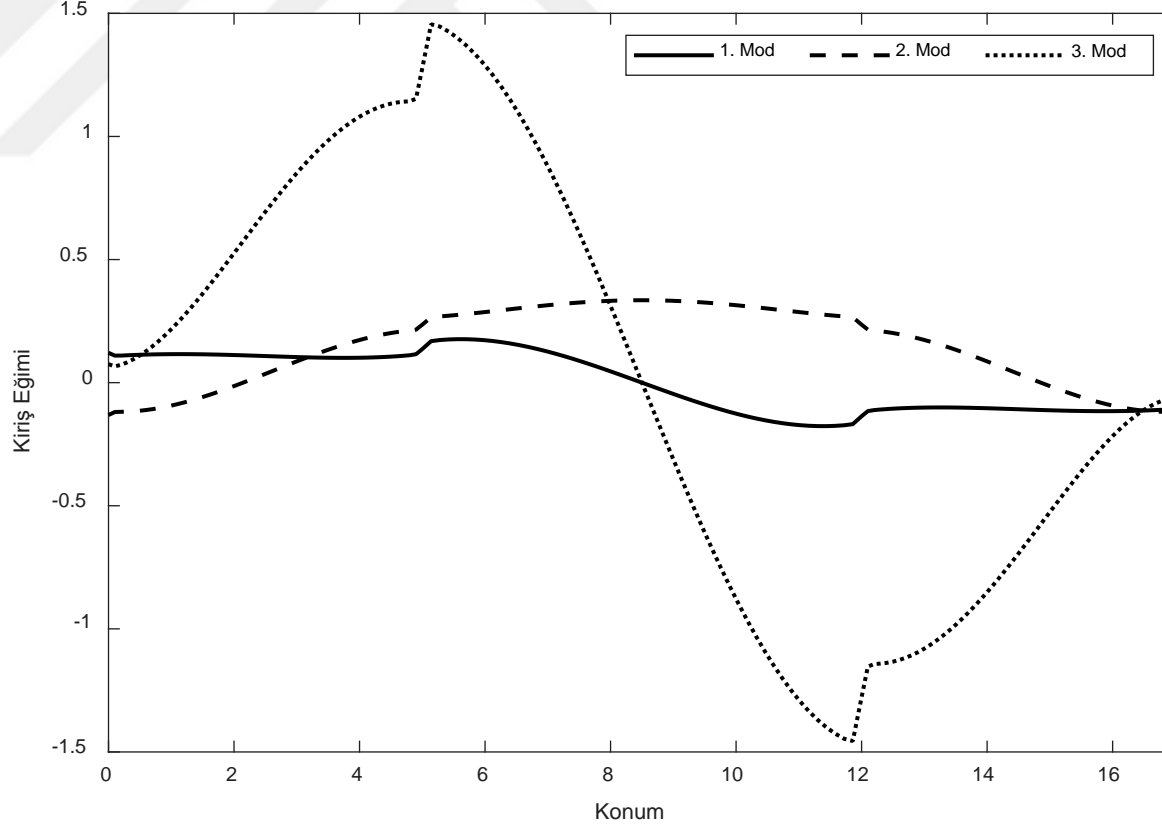
Tablo 5.52 Pasternak zeminine oturan, üç açıklıklı, sabit en kesitli sürekli kirişin ilk on moduna ait açısıl frekans değerleri

Mod Sayısı	Timoshenko (DRM)	Reddy-Bickford (DRM)	Touratier (DRM)	Touratier DQEM N=45	Touratier GDQK N=45	Touratier (VİRM) r+1=12
1	129,1749	129,2726	129,2813	129,2813	129,2813	129,2813
2	143,8667	143,8190	143,8124	143,8124	<u>143,8122</u>	143,8124
3	164,2330	164,0731	164,0541	164,0541	164,0541	164,0541
4	250,9531	250,3172	250,2229	250,2229	<u>250,2230</u>	250,2229
5	356,0280	357,0440	357,1518	<u>357,1517</u>	357,1518	357,1518
6	510,1282	509,3240	509,1956	509,1956	509,1956	509,1956
7	722,3547	719,8486	719,5189	719,5189	719,5189	719,5189
8	961,0214	962,8325	963,1039	963,1039	963,1039	963,1039
9	1224,2619	1225,1102	1225,3103	1225,3103	1225,3103	1225,3103
10	1518,4339	1514,4683	1514,1263	1514,1263	<u>1514,1264</u>	1514,1263

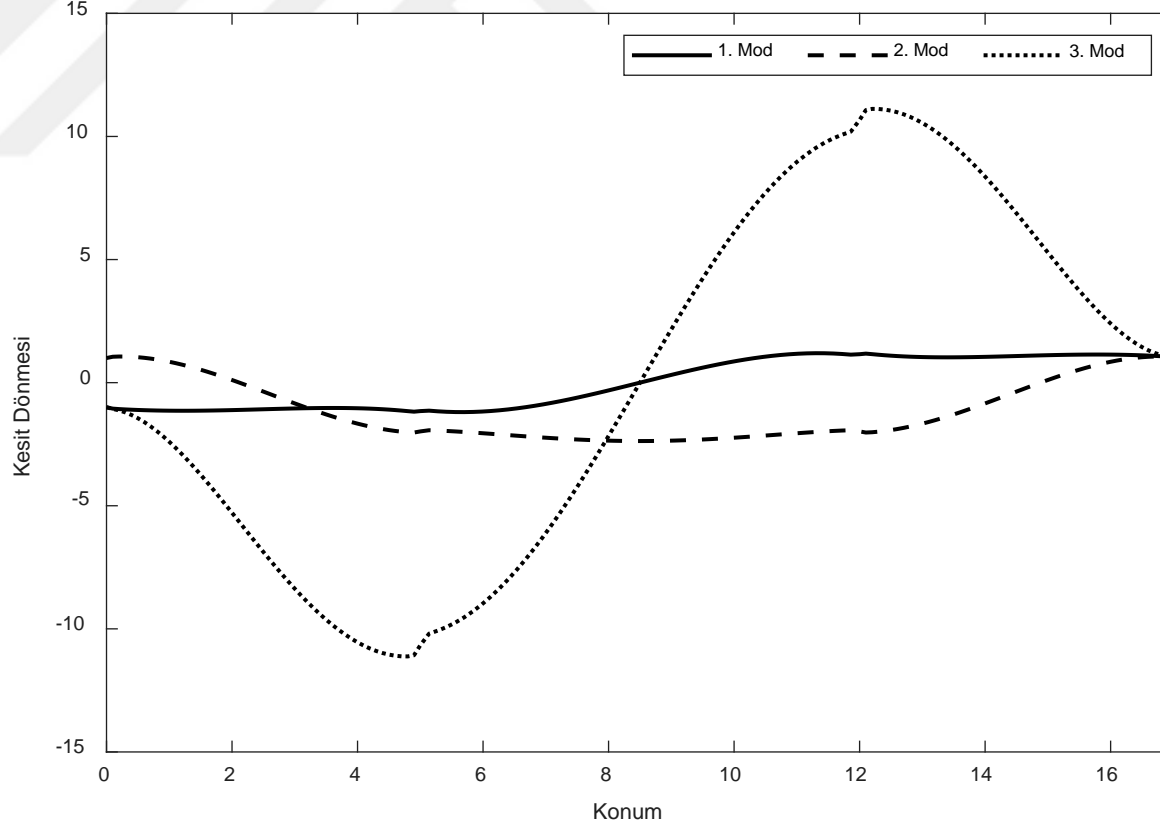
Üç açıklıklı kirişin ilk beş moduna ait düşey deplasman, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri Şekil 5.84-5.89’da sunulmuştur.



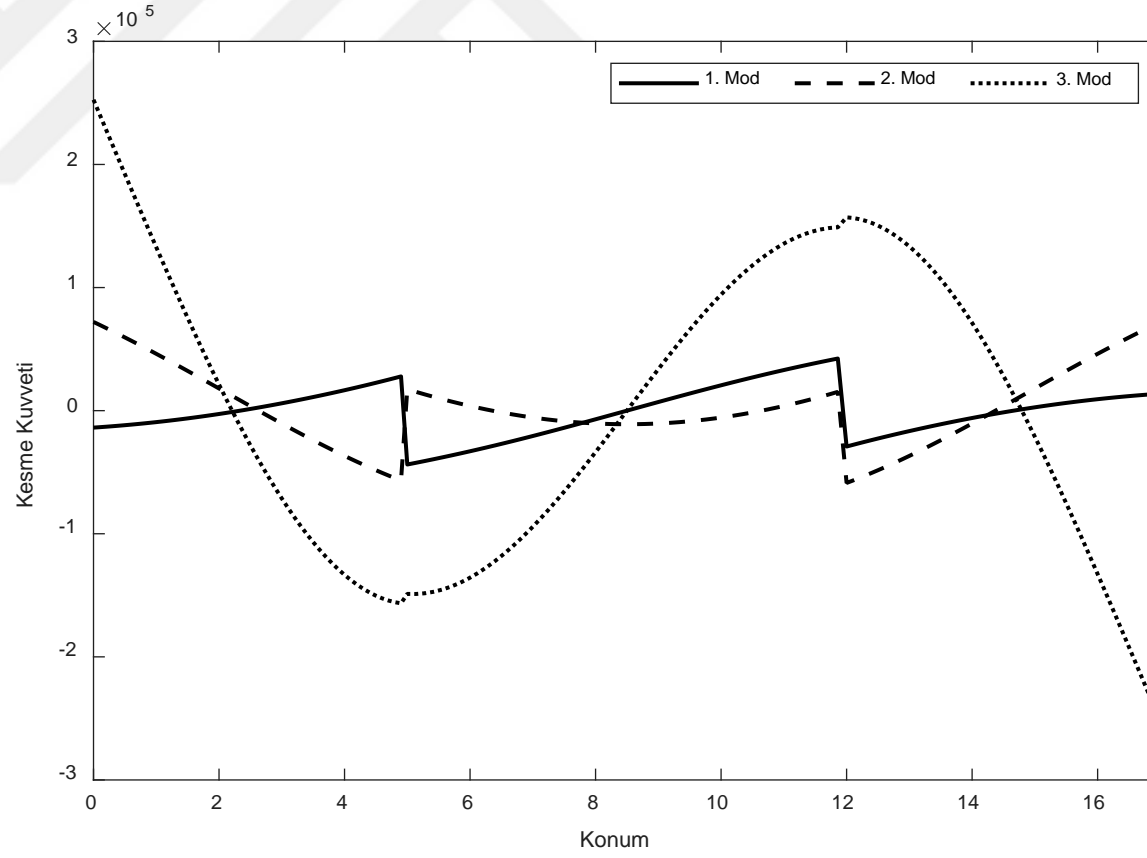
Şekil 5.91 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



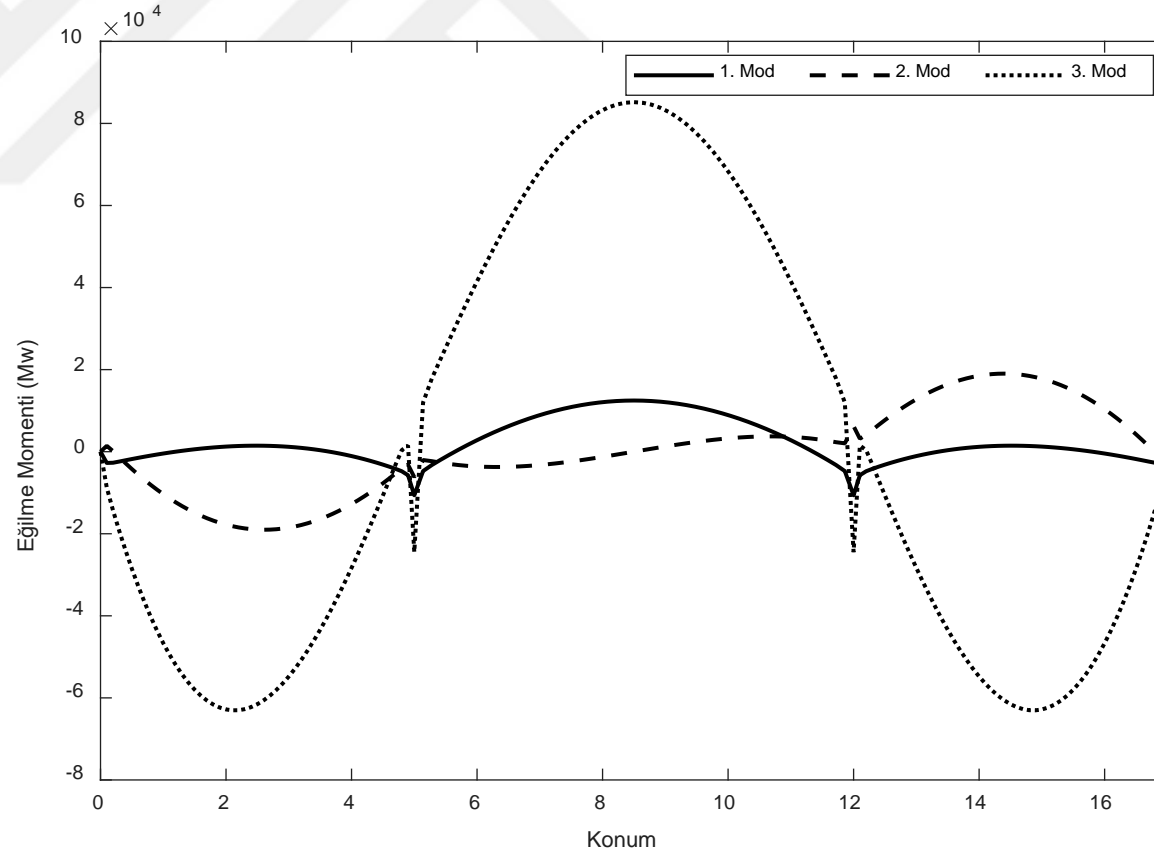
Şekil 5.92 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



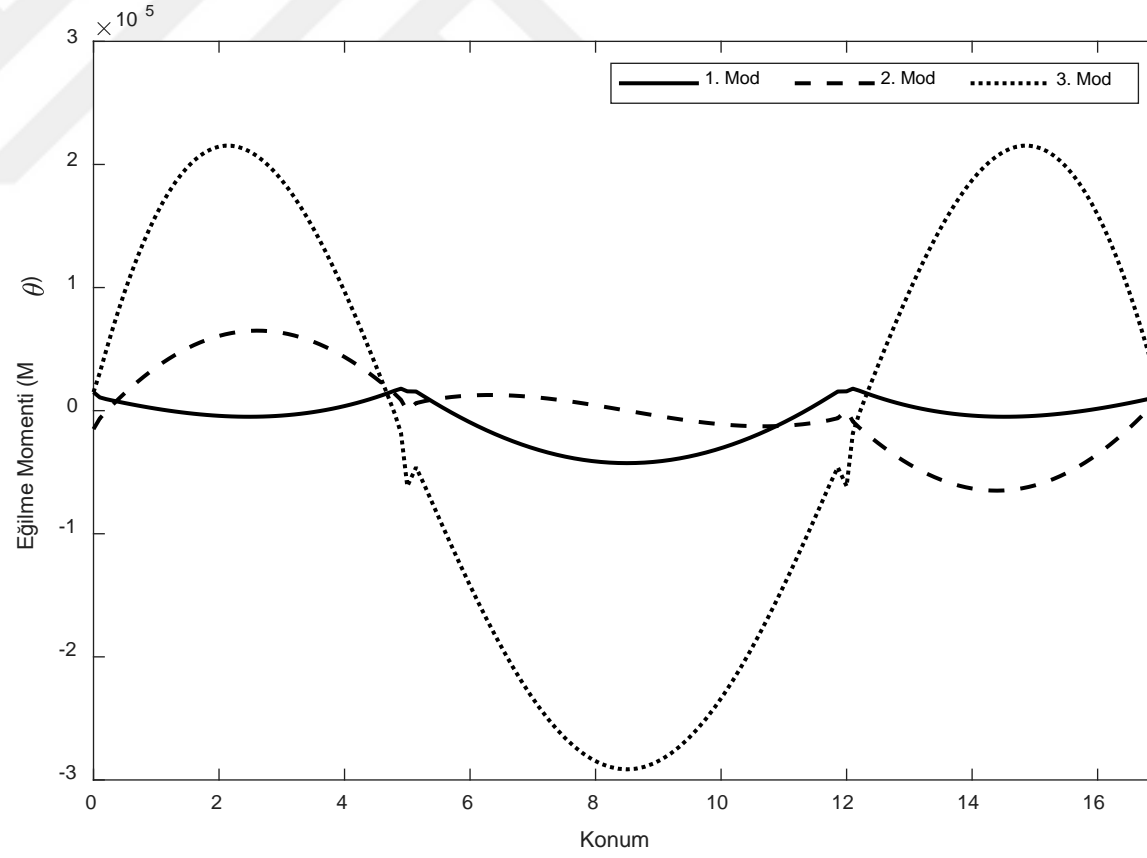
Şekil 5.93 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.94 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



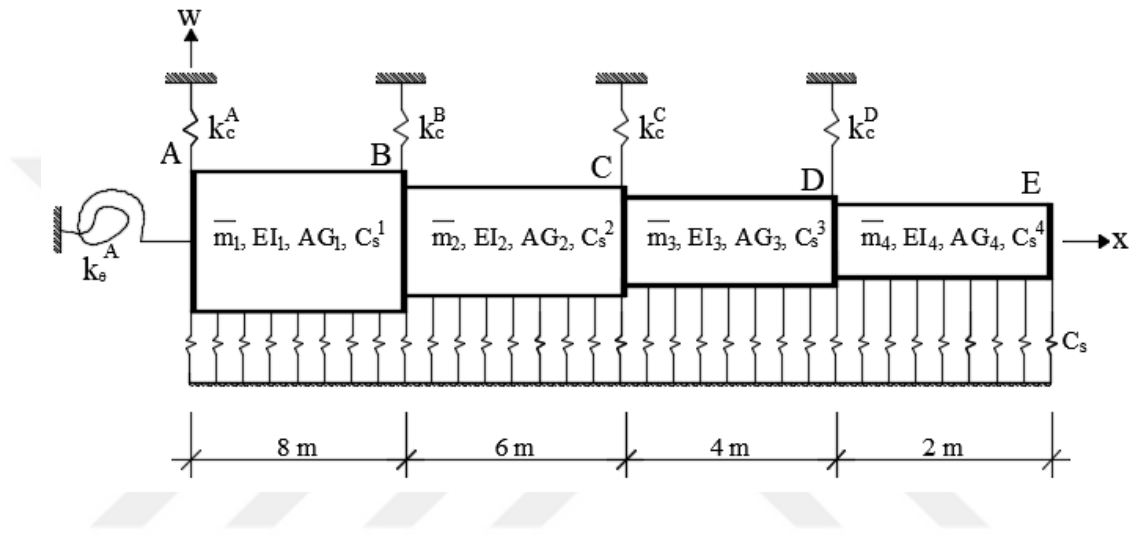
Şekil 5.95 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.96 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi

5.4.4 Örnek 4.4: Winkler Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Dört Açıklıklı Basamaklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama

Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, Şekil 5.97’de sunulan dört açıklıklı, en kesiti basamaklı olarak değişen kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri Tablo 5.53’te sunulmuştur.



Şekil 5.97. Winkler zeminine oturan, dört bölge, basamaklı kiriş

Dört açıklıklı Touratier kirişinin DRM kullanılarak elde edilen ilk on moduna ait açısal frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen açısal frekans değerleri ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.54’te sunulmuştur. Ayrıca karşılaştırma yapmak için, Sap2000 v20 paket programı ile de serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Sonlu elemanlar analizi yapan Sap2000 paket programı ile gerçekleştirilen dinamik analizlerde, eksenel kuvvet etkisi veya zeminin kayma parametresi dinamik modele dahil edilememektedir. Aynı zamanda Sap2000 paket programı ile, Euler ve kütlelerin dönme eylemsizliğinin dikkate alınmadığı Timoshenko kiriş teorileri başarı ile modellenenilmekte iken, kütlelerin dönme eylemsizliğini dikkate alan Rayleigh kiriş teorisi veya herhangi bir yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi modellenememektedir. Bu nedenlerle bu örnekte, Winkler zemin modeli dikkate alınarak, eksenel basınç kuvveti ihmal edilmiştir. Sap2000 paket programından elde edilen açısal frekans değerlerinin yanı sıra, kütlelerin dönme

eylemsizliğinin dikkate alınmadığı Timoshenko kiriş teorisinden DRM kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 5.54'te sunulmuştur. DQEM kullanılarak gerçekleştirilen analizlerde her bir açıklık için 40 düğüm noktası kullanılırken, GDQK kullanılarak gerçekleştirilen analizler için 41 düğüm noktası ile yakınsama sağlanmıştır. VİRM kullanılarak gerçekleştirilen analizlerde 12 iterasyon adımı yeterli olmuştur.

Tablo 5.53 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri

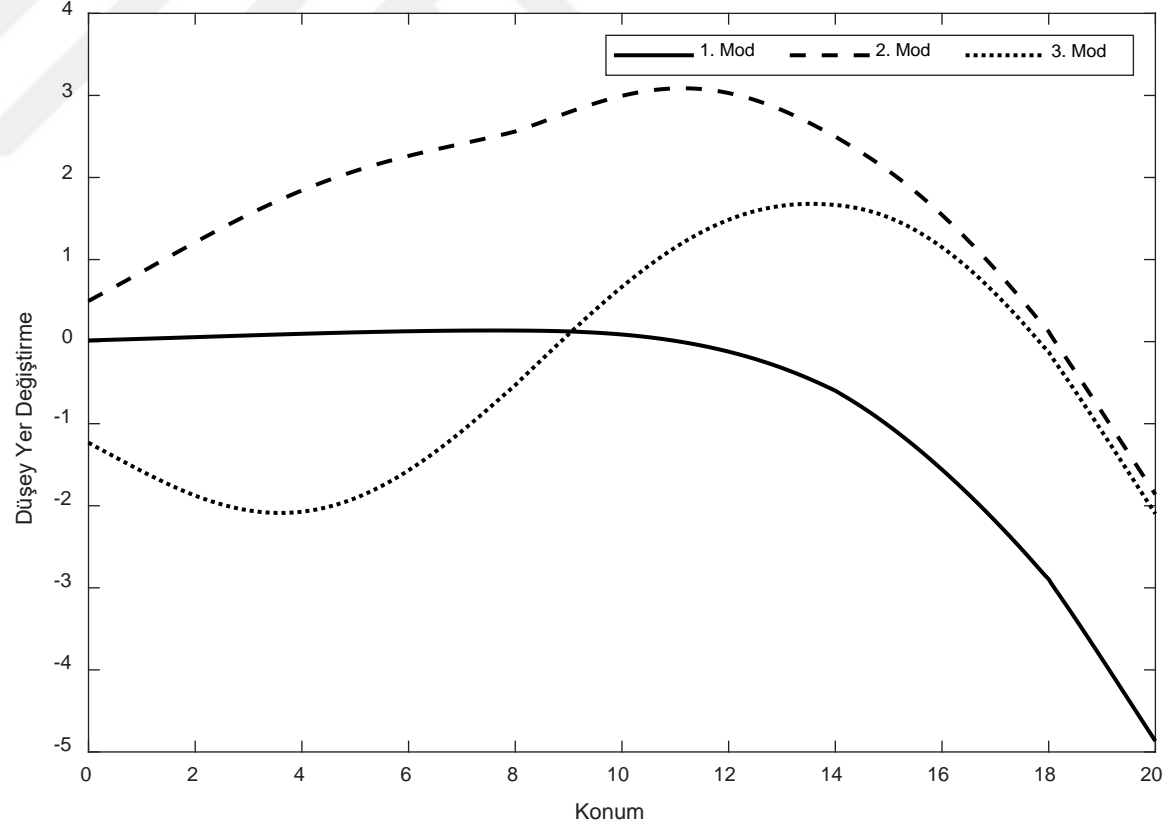
$\bar{m}_1(t)$	$L_1(m)$	$h_1(m)$	$b_1(m)$	$C_s^1(kN/m)$
2,5	8	1	1	40000
$\bar{m}_2(t)$	$L_2(m)$	$h_2(m)$	$b_2(m)$	$C_s^2(kN/m)$
2,2	6	0,9	1	30000
$\bar{m}_3(t)$	$L_3(m)$	$h_3(m)$	$b_3(m)$	$C_s^3(kN/m)$
2,0	4	0,8	1	20000
$\bar{m}_4(t)$	$L_4(m)$	$h_4(m)$	$b_4(m)$	$C_s^4(kN/m)$
1,7	2	0,7	1	10000
$k_c^A(kN/m)$	$k_\theta^A(kN/rad)$	$k_c^B(kN/m)$	$k_c^C(kN/m)$	$k_c^D(kN/m)$
200000	400000	150000	100000	50000

Winkler zeminine oturan, dört açıklıklı basamaklı kirişin ilk üç moduna ait düşey deplasman, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri Şekil 5.98-5.103'de sunulmuştur.

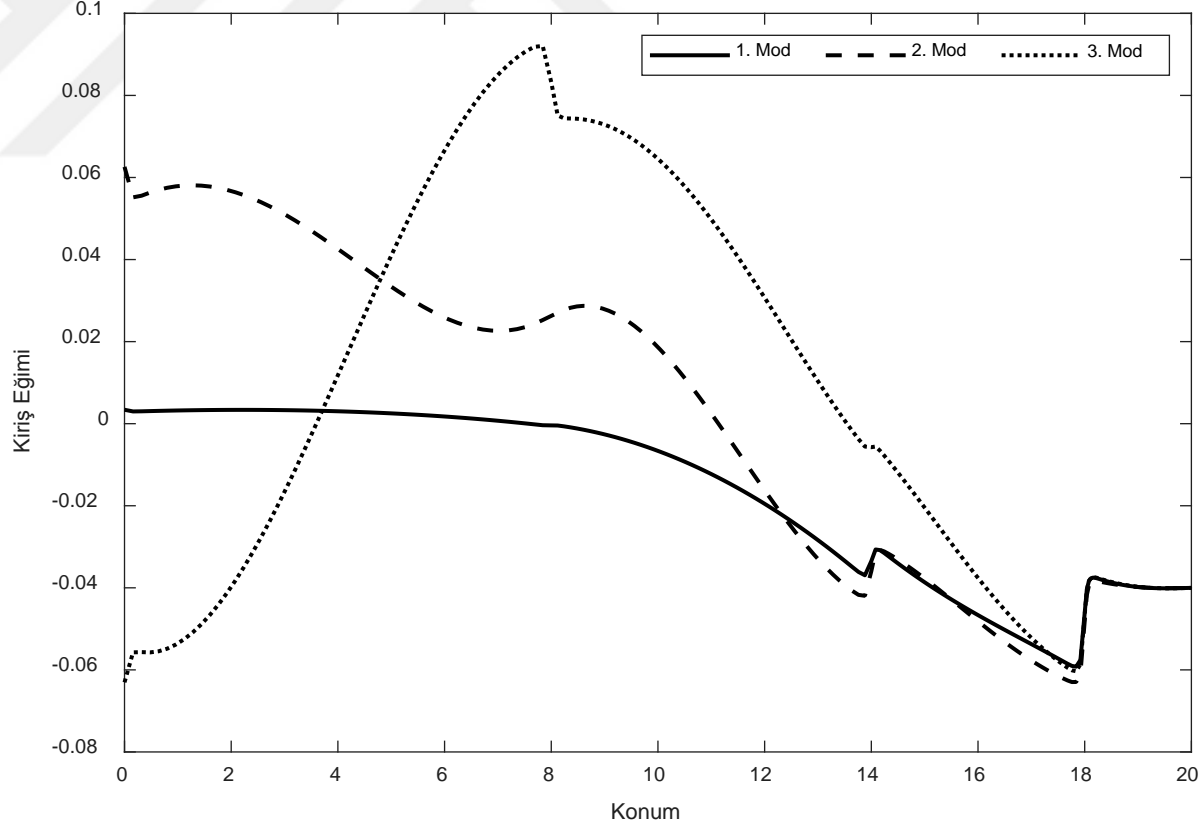
Tablo 5.54 Winkler zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kirişin ilk on moduna ait açısal frekans değerleri

Mod Sayısı	Timoshenko* (SAP2000) (N=100)	Timoshenko* (SAP2000) (N=1000)	Timoshenko* (DRM)	Timoshenko (DRM)	Reddy- Bickford (DRM)	Touratier (DRM)	Touratier DQEM (N=40)	Touratier GDQK (N=41)	Touratier (VİRM) (r+1=12)
1	122,8899	122,8903	122,8904	122,6765	121,5511	121,4026	121,4026	<u>121,4025</u>	121,4026
2	153,7417	153,7416	153,7417	153,5771	153,3309	153,2954	153,2954	153,2954	153,2954
3	171,4152	171,4148	171,4149	170,8816	170,2666	170,1820	170,1820	<u>170,1819</u>	170,1820
4	241,3836	241,3859	241,3862	239,6380	238,7956	238,6870	238,6870	238,6870	238,6870
5	331,8477	331,8568	331,8572	327,9594	325,8526	325,5712	<u>325,5713</u>	<u>325,5714</u>	325,5712
6	486,7690	486,7937	486,7947	477,9492	474,8393	474,4476	<u>474,4477</u>	<u>474,4477</u>	474,4476
7	672,5424	672,5880	672,5899	656,1400	653,3600	653,0336	<u>653,0335</u>	653,0336	653,0336
8	887,9201	888,0261	888,0294	860,3651	861,6985	861,9395	861,9395	861,9395	861,9395
9	1142,0822	1142,2185	1142,2236	1101,4783	1100,8538	1100,8895	<u>1100,8896</u>	<u>1100,8897</u>	1100,8895
10	1411,6643	1411,9011	1411,9089	1354,0962	1357,1160	1357,7064	<u>1357,7065</u>	<u>1357,7065</u>	1357,7064

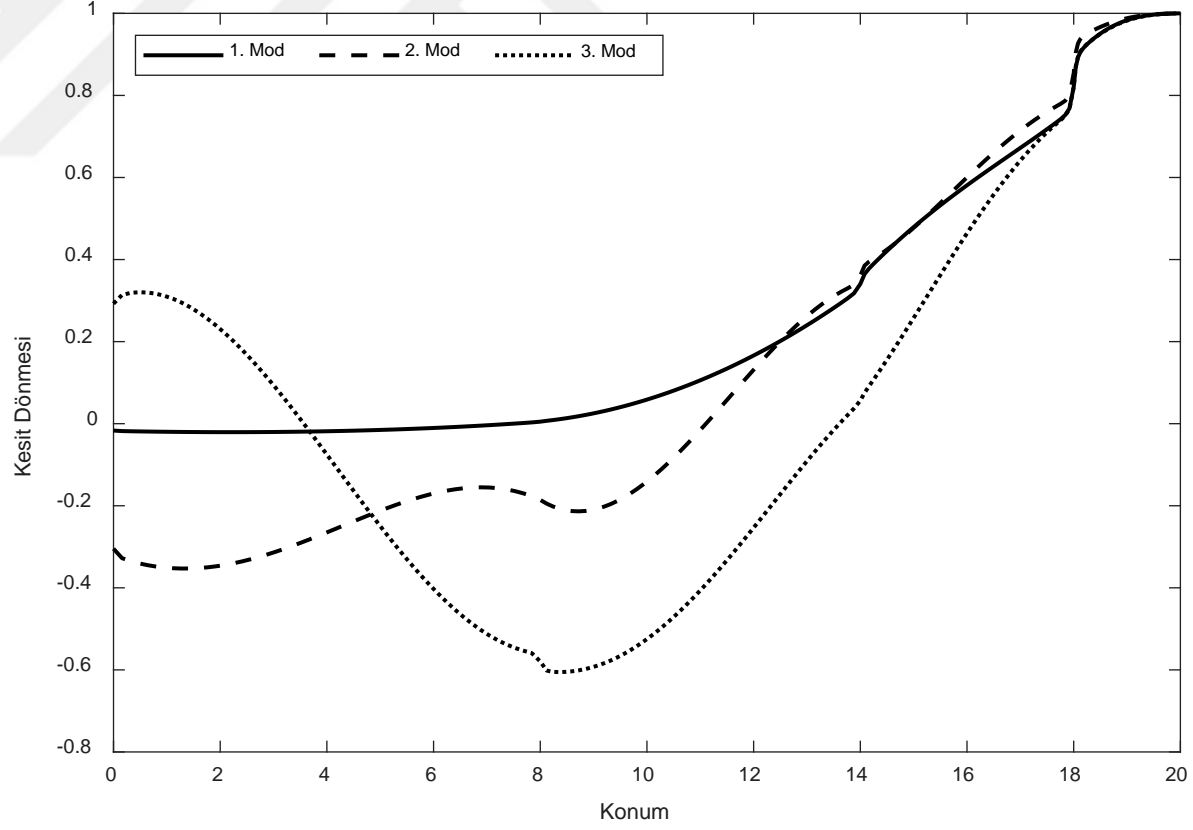
* Kütlenin dönme eylemsizliği ihmal edilmiştir.



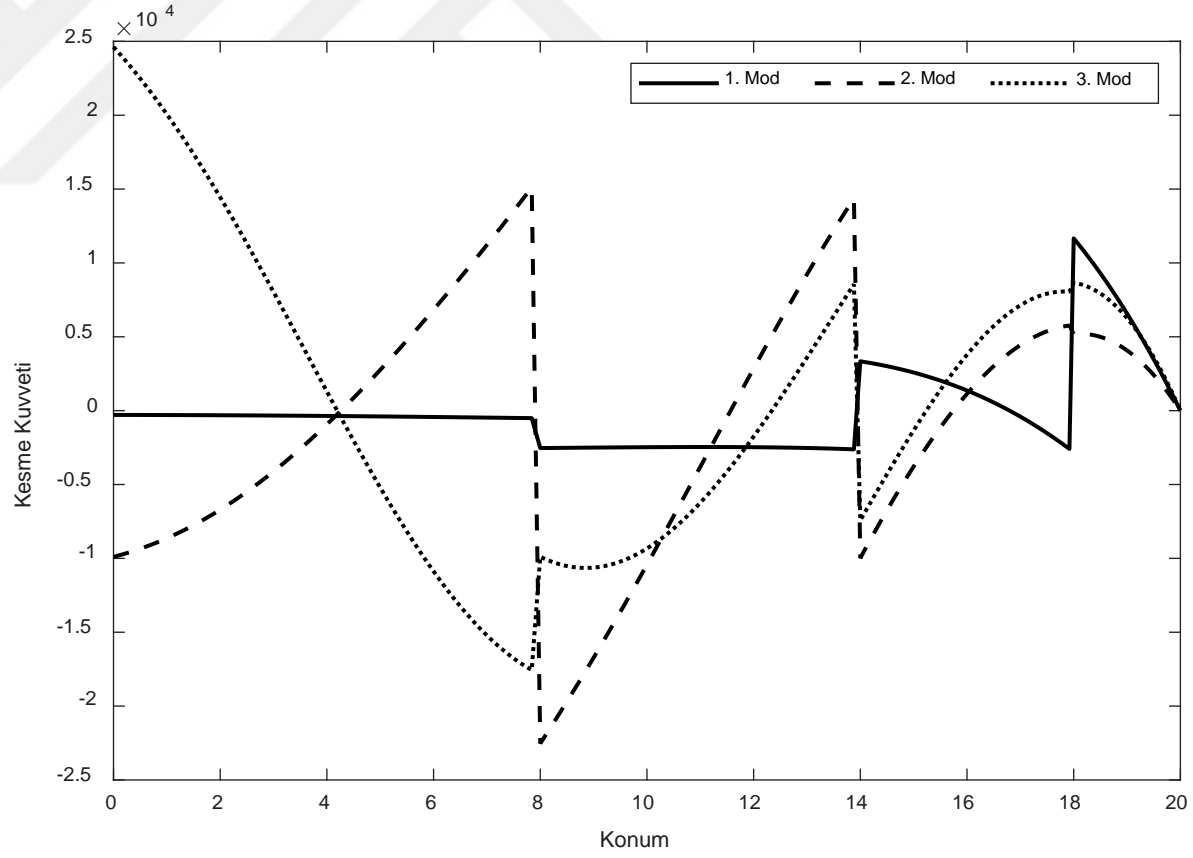
Şekil 5.98 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



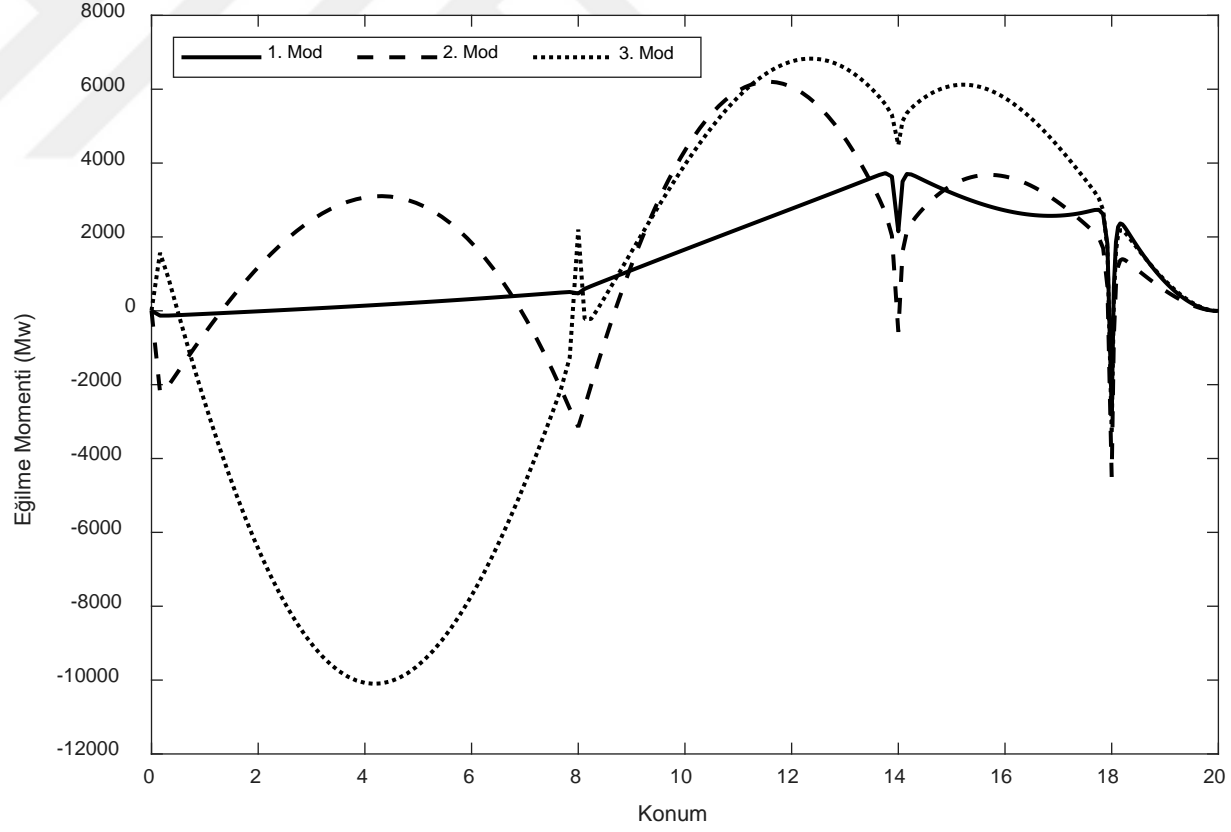
Şekil 5.99 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



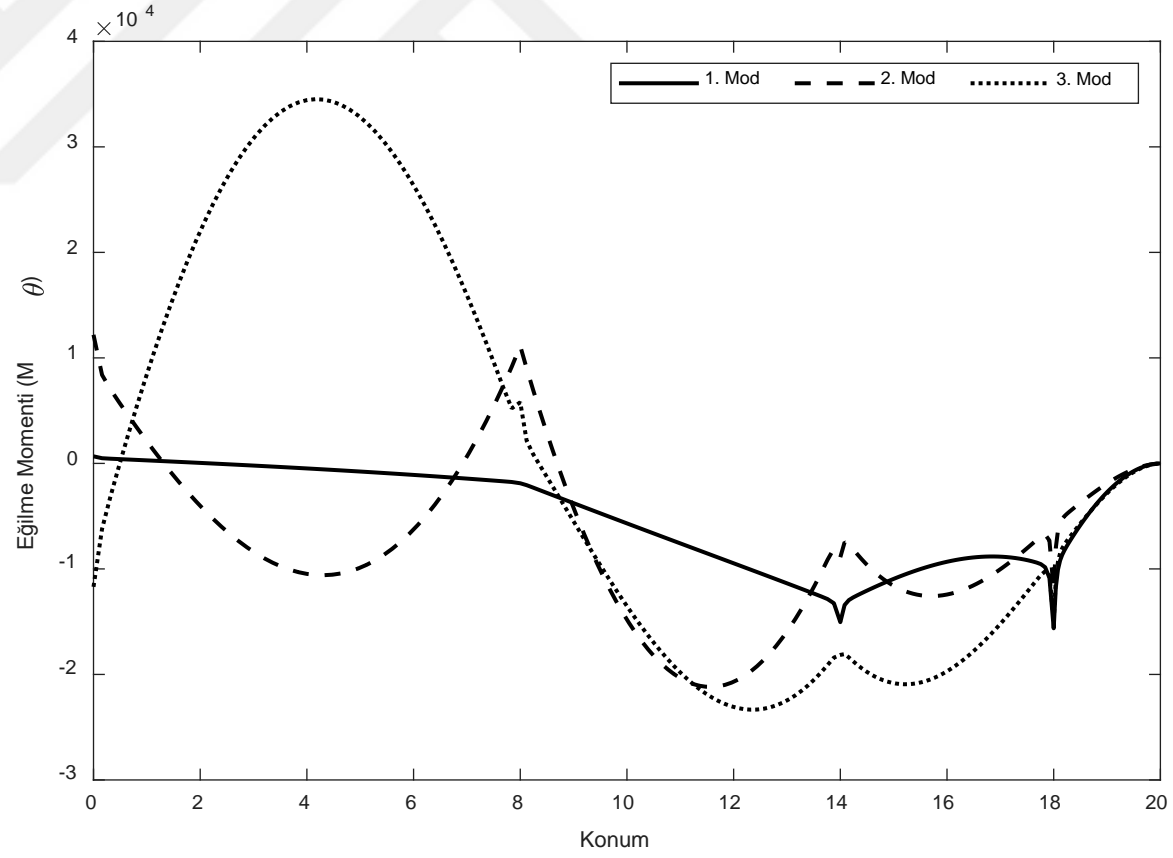
Şekil 5.100 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.101 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



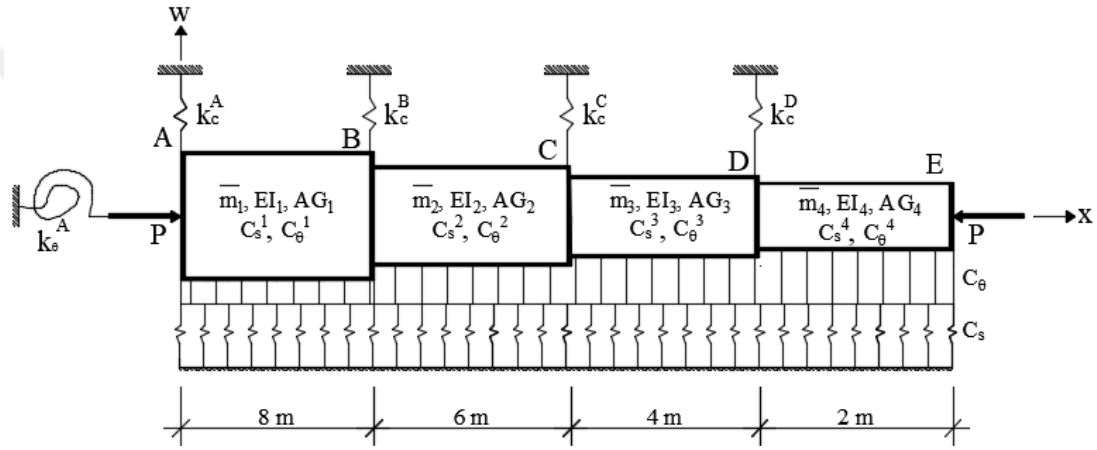
Şekil 5.102 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.103 Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi

5.4.5 Örnek 4.5: Pasternak Zeminine Oturan Uçlarından Yarı-Rijit Bağlantılı Dört Açıklıklı Basamaklı Kirişe İlişkin Sayısal Uygulama

Uygulamada, Örnek 4.4'te verilen kirişin oturduğu zeminin, Pasternak zemini kabul edilmesi ve eksenel basınç kuvvetinin de hesaplara dahil edilmesi ile dinamik analiz gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. Kolonlara yarı-rijit bağlantılı, Şekil 5.104'te sunulan dört açıklıklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri Tablo 5.55'te sunulmuştur.



Şekil 5.104 Pasternak zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kiriş

Tablo 5.55 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı kirişin mekanik ve boyutsal özellikleri

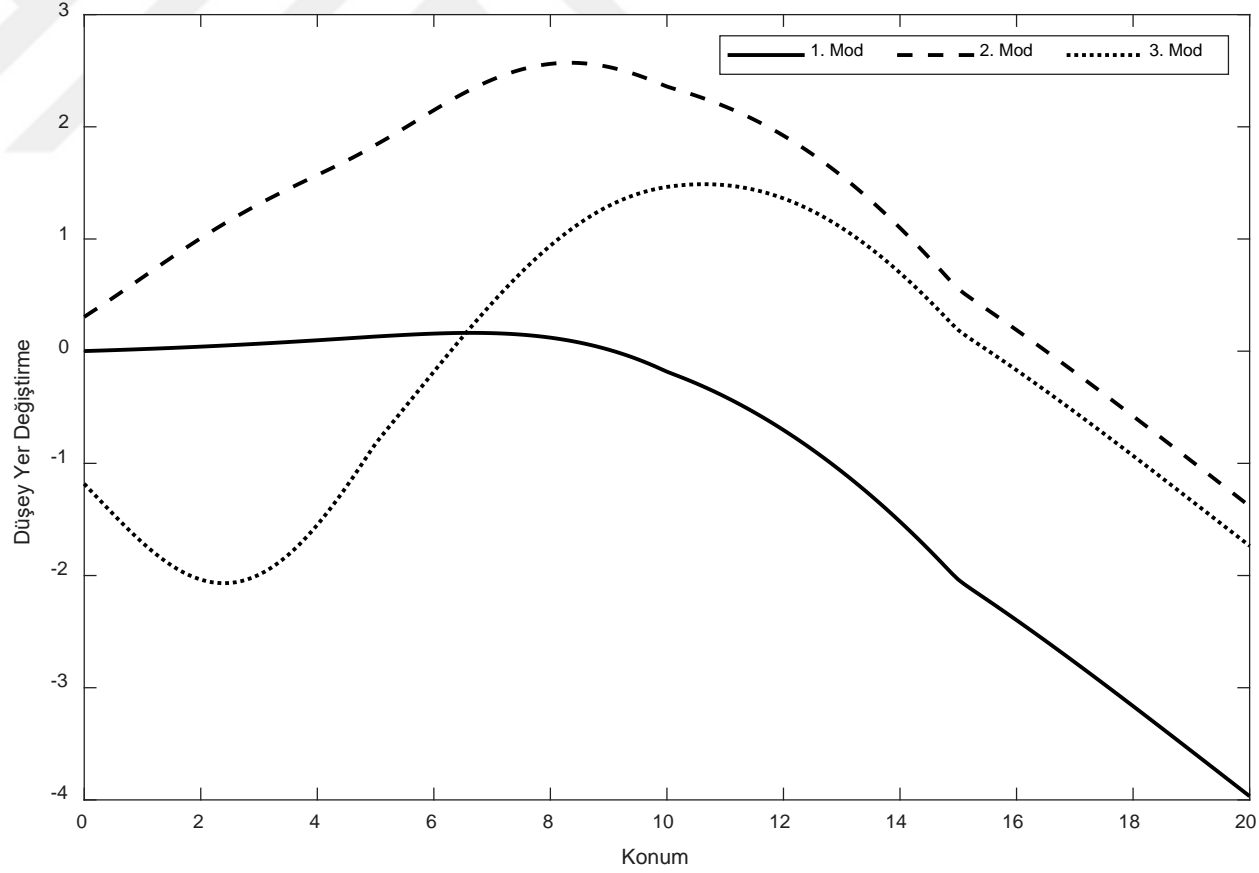
$\bar{m}_1(t)$	$L_1(m)$	$h_1(m)$	$b_1(m)$	$C_s^1(kN/m)$	$C_\theta^1(kN)$
2,5	8	1	1	40000	120000
$\bar{m}_2(t)$	$L_2(m)$	$h_2(m)$	$b_2(m)$	$C_s^2(kN/m)$	$C_\theta^2(kN)$
2,2	6	0,9	1	30000	90000
$\bar{m}_3(t)$	$L_3(m)$	$h_3(m)$	$b_3(m)$	$C_s^3(kN/m)$	$C_\theta^3(kN)$
2,0	4	0,8	1	20000	60000
$\bar{m}_4(t)$	$L_4(m)$	$h_4(m)$	$b_4(m)$	$C_s^4(kN/m)$	$C_\theta^4(kN)$
1,7	2	0,7	1	10000	30000
$k_c^A(kN/m)$	$k_\theta^A(kN/rad)$	$k_c^B(kN/m)$	$k_c^C(kN/m)$	$k_c^D(kN/m)$	$P(kN)$
200000	400000	150000	100000	50000	75000

Şekil 5.104'te gösterilen Touratier kirişinin DRM kullanılarak elde edilen ilk on moduna ait açısız frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen açısız frekans değerleri ile karşılaştırılmalı olarak Tablo 5.56'da sunulmuştur. DQEM kullanılarak gerçekleştirilen analizlerde, her bir açıklık için 42 düğüm noktası kullanılırken, GDQK kullanılarak 39 düğüm noktası ile analitik değerlere yakınsama sağlanmıştır. VİRM kullanılarak gerçekleştirilen analizlerde 12 iterasyon adımı yeterli olmuştur.

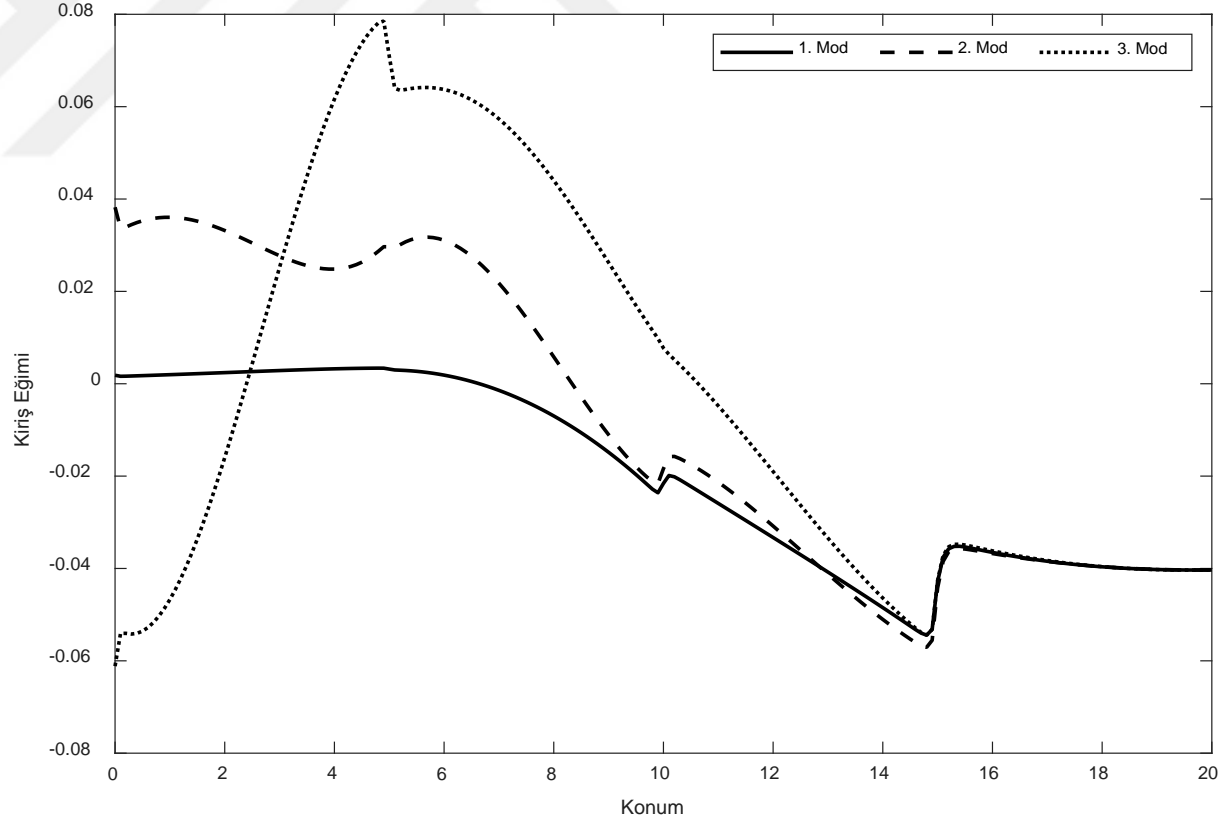
Tablo 5.56 Pasternak zeminine oturan, dört açıklıklı, basamaklı kirişin ilk on moduna ait açısız frekans değerleri

Mod Sayısı	Timoshenko (DRM)	Reddy-Bickford (DRM)	Touratier (DRM)	Touratier DQEM (N=41)	Touratier GDQK (N=39)	Touratier (VİRM) (r+1=12)
1	116,8043	114,6210	114,3243	<u>114,3244</u>	114,3243	114,3243
2	152,2996	151,8497	151,7882	<u>151,7883</u>	151,7882	151,7882
3	169,9083	169,1612	169,0605	169,0605	169,0605	169,0605
4	236,7161	235,3970	235,2262	235,2262	235,2262	235,2262
5	327,9280	325,4068	325,0759	325,0759	<u>325,0764</u>	325,0759
6	477,4894	474,4783	474,1054	474,1054	<u>474,1056</u>	474,1054
7	655,7024	653,4028	653,1387	653,1387	<u>653,1390</u>	653,1387
8	860,8209	862,2320	862,4833	862,4833	<u>862,4835</u>	862,4833
9	1101,9012	1101,6348	1101,7156	<u>1101,7157</u>	<u>1101,7160</u>	1101,7156
10	1354,9973	1358,2342	1358,8537	1358,8537	<u>1358,8540</u>	1358,8537

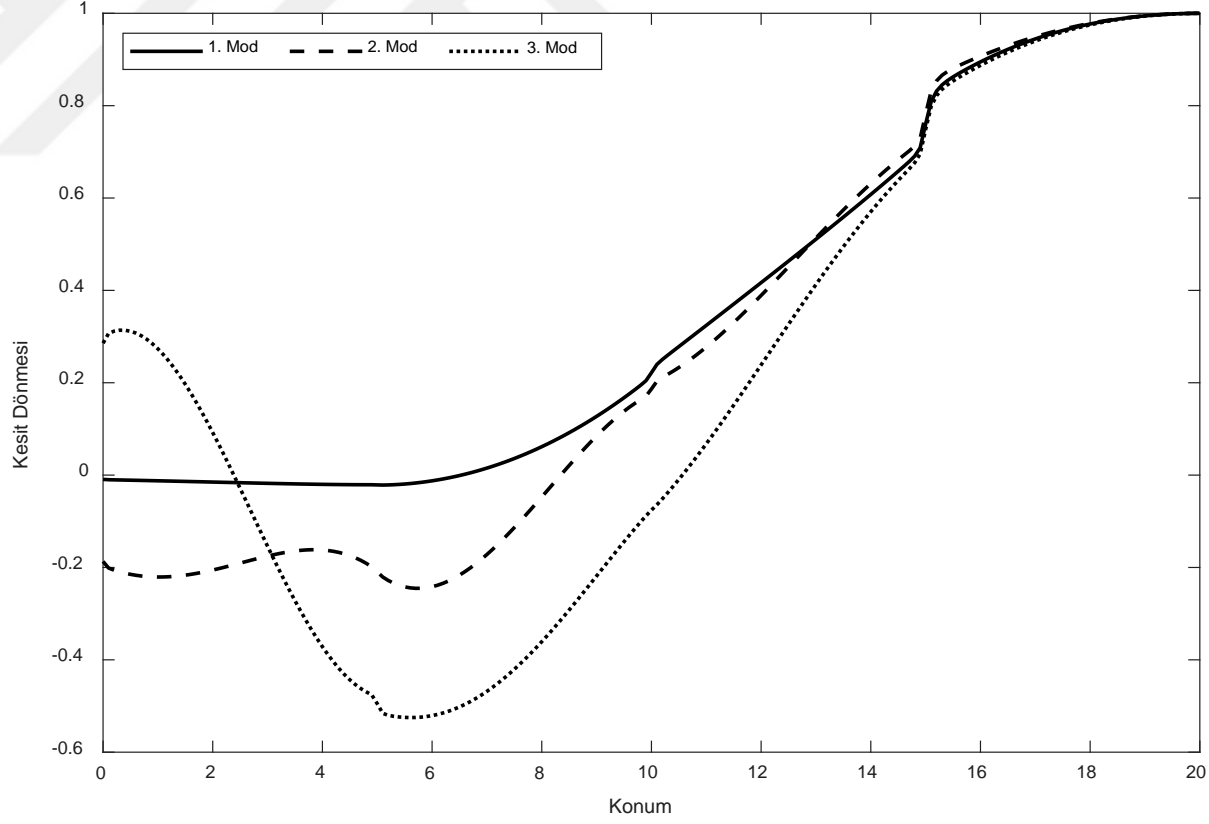
Pasternak zeminine oturan, dört açıklıklı basamaklı kirişin ilk üç moduna ait düşey deplasman, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değişimleri Şekil 5.105-5.110'da sunulmuştur.



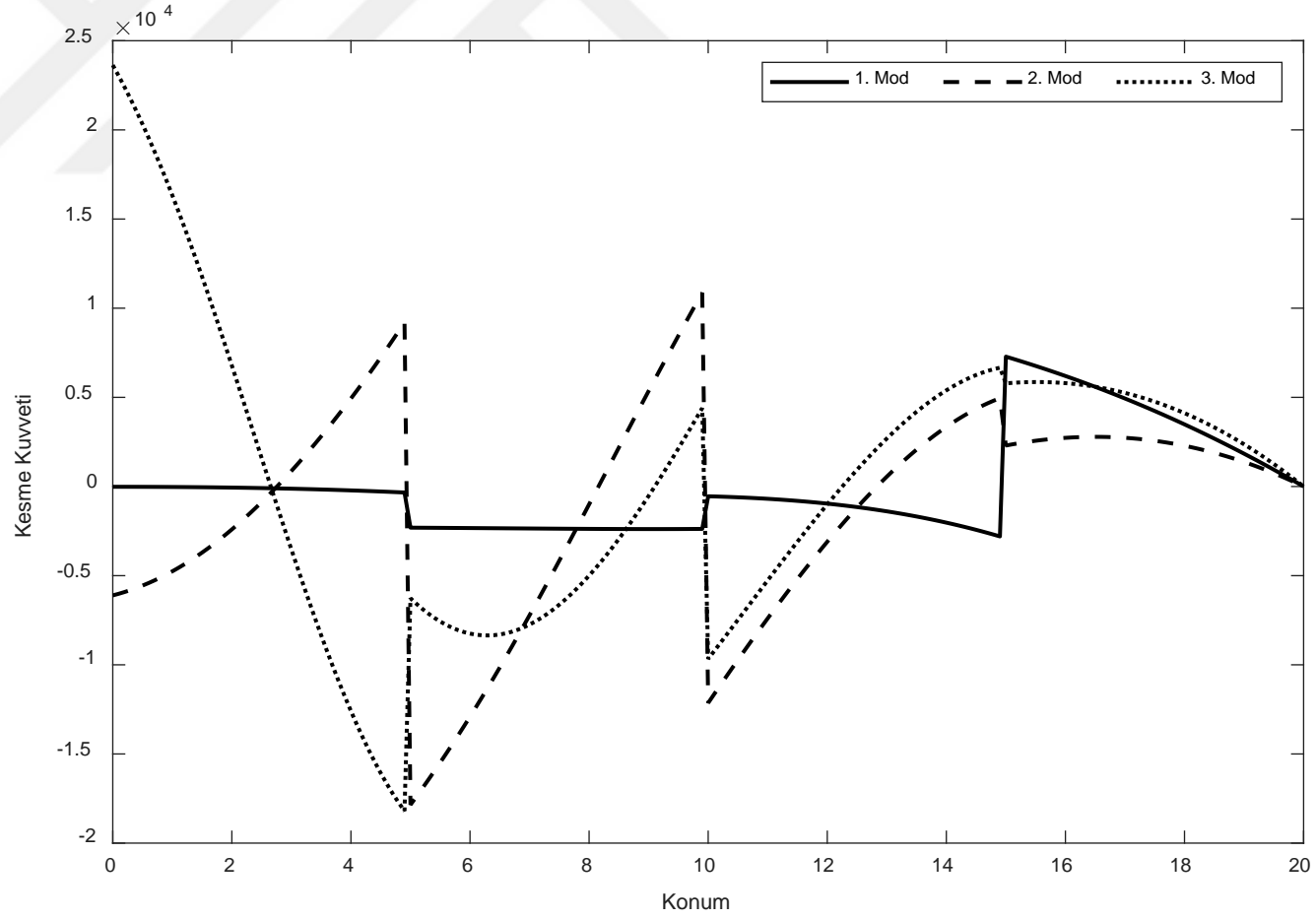
Şekil 5.105 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait düşey yer değiştirmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



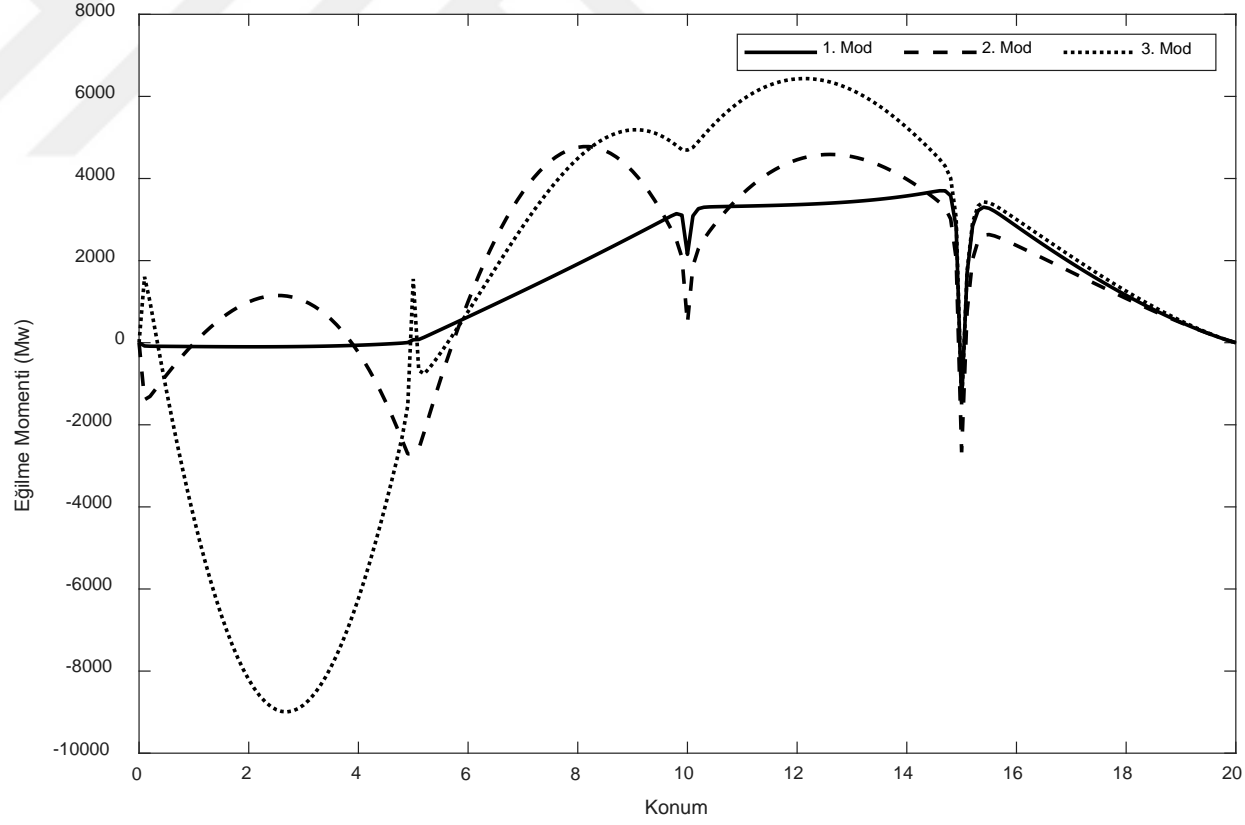
Şekil 5.106 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kiriş eğimlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



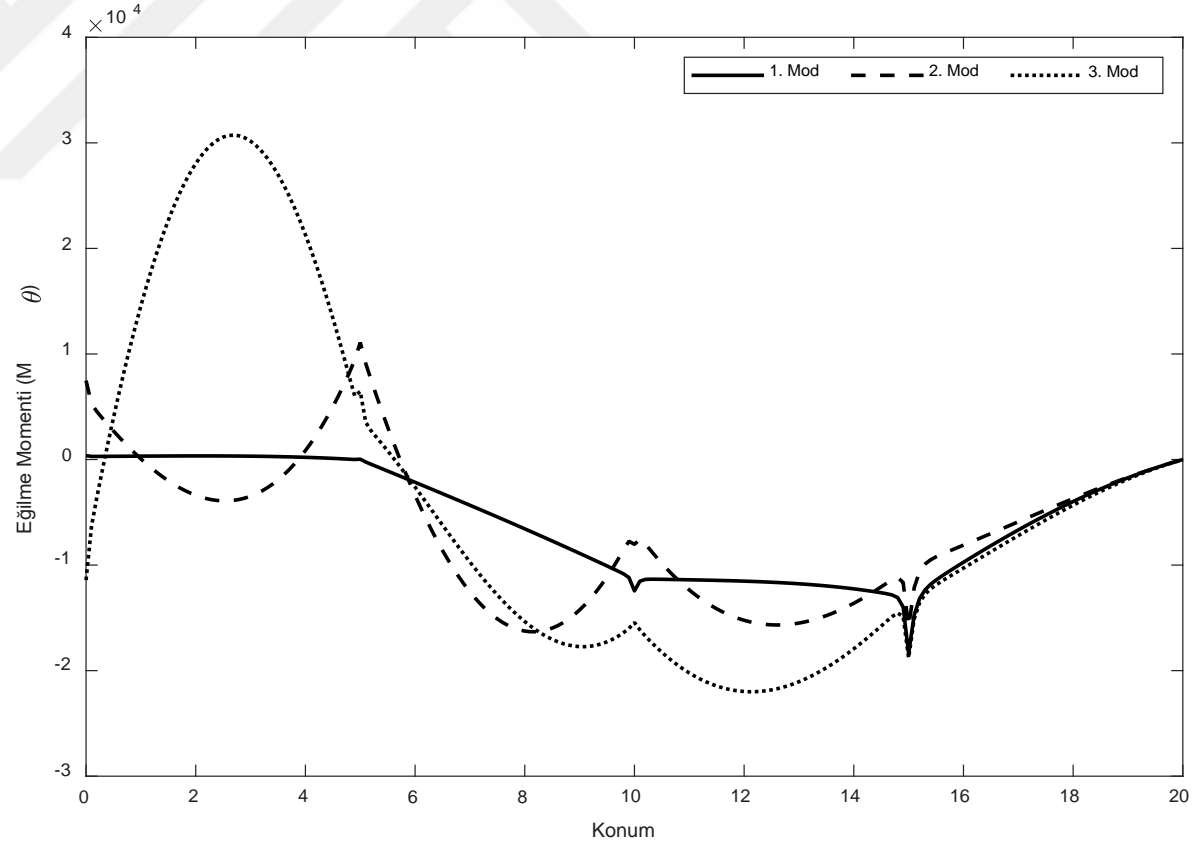
Şekil 5.107 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesit dönmelerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.108 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait kesme kuvvetlerinin boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.109 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_w) boyutsuz konum parametresine göre değişimi



Şekil 5.110 Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlı, dört açıklıklı, basamaklı Touratier kirişinin ilk üç moduna ait eğilme momentlerinin (M_θ) boyutsuz konum parametresine göre değişimi

BÖLÜM ALTI

SONUÇLAR

Mühendislik problemlerinde kullanılan hesap modeli, problemi tam kavramıyla ele alan ve gerçeğe olabildiğince yakın bir şekilde seçilmelidir. Hesap modeline uygun; hızlı ve doğru sonuç veren bir çözüm yönteminin belirlenmesi de son derece önemlidir. Yapıların dinamik analizinde, sürekli kütleli bir modelin tercih edilmesi, kayma etkilerinin ve kütlelerin dönme eylemsizliğinin dikkate alınması, sistemin yapısal davranışına uygun sonuçların elde edilmesine olanak sağlayacaktır. Kütlelerin dönme eylemsizliği, matematiksel hesap modelinde dikkate alınan aksel yer değiştirme fonksiyonuyla ilişkilidir. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorilerinde dikkate alınan aksel yer değiştirme fonksiyonu ile eleman boy kesitinin alt ve üst cidarlarındaki sıfıra özdeş deformasyon şartları sağlanarak, Timoshenko'nun birinci mertebeden kayma deformasyonu teorisinin düzeltme katsayısı problemini ortadan kaldırmaktadır. Touratier'in trigonometrik bir aksel yer değiştirme fonksiyonu kullanarak geliştirdiği yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi, diğer polinomik kayma deformasyonu teorilerine kıyasla kinematik olarak daha kapsamlı bir hesap modelidir. Bu nedenle tez kapsamında, sürekli kütleli sistem modeli olarak Touratier giriş teorisi esas alınmıştır. Yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorileri ile modellenen yapı elemanlarının serbest titreşim analizinde kullanılan analitik çözüm yöntemi, bazı durumlarda ortaya çıkan; frekansların atlanması veya bulunamaması gibi problemler nedeniyle tamamen güvenilir değildir. Açıl frekans değerleri ve mod şekillerinin araştırıldığı serbest titreşim analizinde güvenilir bir algoritma olan Wittrick-Williams algoritması (WWA), dinamik rijitlik matrisine (DRM) uygulanarak bu sorunu ortadan kaldırmaktadır.

Mühendislik problemlerinin statik ve dinamik analizinde sıklıkla tercih edilen sonlu elemanlar, sonlu farklar ve sınır elemanlar yöntemleri gibi nümerik metotlarda yakınsama problemleri yaşanmakta; yüksek duyarlılık sağlamak için kullanılan düğüm noktası sayısındaki artış sebebiyle de çözüm süreleri oldukça uzamaktadır. Bu gibi olumsuzlukları en aza indirmek amacıyla genelleştirilmiş diferansiyel quadrature kuralı (GDQK) ve diferansiyel quadrature eleman metodu (DQEM) geliştirilmiştir.

Tez kapsamında, varyasyonel iterasyon metodu (VİM) esas alınarak geliştirilen varyasyonel iteratif rijitlik metodu (VİRM); Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç kuvveti etkisindeki, tek açıklıklı, farklı sınır koşullarına sahip, sabit dikdörtgen en kesitli Touratier kirişleri ve Şekil 1.1’de sunulan; çok açıklıklı, değişken en kesitli, eksenel basınç kuvveti etkisindeki Touratier kirişlerinin serbest titreşim analizine uygulanmıştır. Karşılaştırma yapmak amacıyla Touratier kirişine uyarlanan yarı-analitik yöntemlerden DQEM ve GDQK ile analitik bir yöntem olan DRM kullanılarak, Touratier kirişinin serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir.

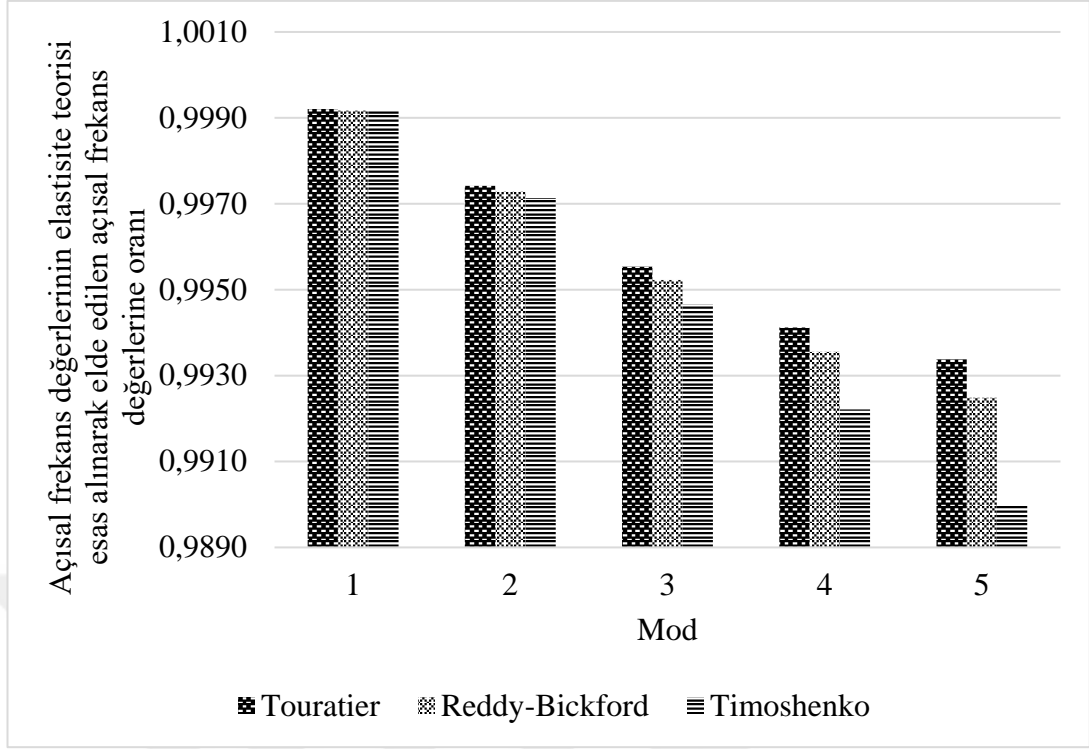
Eksenel basınç kuvvetinin Touratier kirişinin serbest titreşimine etkilerini kıyaslamak amacıyla, kritik Euler burkulma yükünün farklı oranlarının dikkate alındığı sayısal uygulamalarda; Pasternak zemin modelinin etkilerini kıyaslamak amacıyla da Winkler zemin modeli ve herhangi bir zemin modelinin kullanılmadığı durumlar dikkate alınmıştır. Gerçekleştirilen serbest titreşim analizlerinde, kütlelin dönme eylemsizliği hesaplara dahil edilmiştir.

Touratier kiriş teorisinin etkinliğini kıyaslamak amacıyla ayrıca; Timoshenko ve Reddy-Bickford kiriş teorilerinden elde edilen açısal frekans değerleri, elastisite teorisinden elde edilen değerler ile Tablo 5.1’de karşılaştırılmıştır. Bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli sınır şartlarının dikkate alındığı kirişler için yapılan karşılaştırmada, eksenel basınç kuvveti veya herhangi bir zemin modeli dikkate alınmamıştır. Tablo 5.1’de sunulan açısal frekans değerlerinde analitik yöntemin, kullanılan diğer veriler ile birlikte kiriş uzunluğunun kiriş yüksekliğine oranının ($L/h=7,5$) ve ($L/h=10$) değerleri için herhangi bir frekansın atlanması, yanlış frekans değerlerinin bulunması veya bazı frekans değerlerini saptayamama gibi sorunlarla karşılaşmadan; güvenilir bir şekilde sonuca ulaştığını göstermektedir. İlk beş moda ait açısal frekans değerlerinin gösterildiği tabloda, elastisite teorisi esas alınarak hesaplanan açısal frekans değerlerinin, diğer kiriş teorilerine kıyasla daha büyük sayısal sonuçlar verdiği görülmektedir. Elastisite teorisine en yakın sonuçları Touratier kiriş teorisinin verdiği tabloda, Timoshenko kiriş teorisi en ıraksak kalan teori olmuştur. Bu durum, Touratier kiriş teorisinin Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorilerine kıyasla daha gerçekçi sonuçlar verdiğinin bir göstergesi sayılabilir.

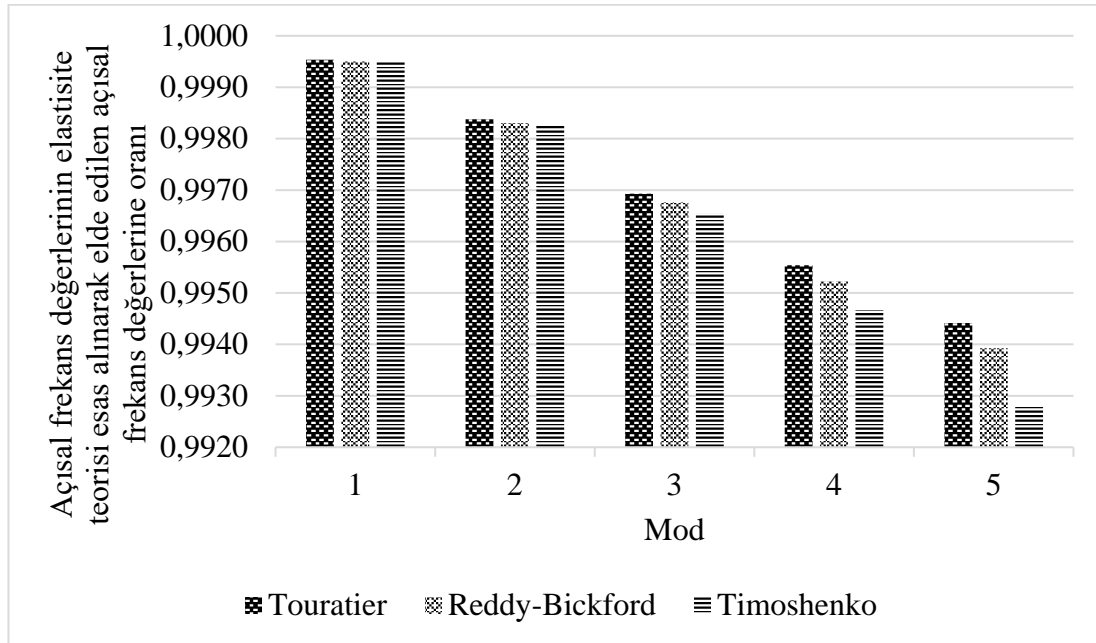
Tablo 5.1 incelendiğinde, kiriş uzunluğunun yüksekliğine oranının artması; bir diğer değişle kiriş boyunun uzamasıyla birlikte açısız frekans değerlerinin arttığı gözlenmektedir. Şekil 6.1’de ($L/h = 7,5$); Şekil 6.2’de ($L/h = 10$) değerleri için Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin, Cowper’ın elastisite teorisi çözümünden elde edilen açısız frekans değerlerine oranı sütun grafik gösterimi ile sunulmuştur.

DRM kullanılarak elde edilen sayısal değerlerin (Tablo 5.2-5.10), analitik yöntem kullanılarak elde edilen sayısal değerler ile örtüştüğü görülmektedir. Touratier kiriş teorisi esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerinin, Timoshenko kiriş teorisi esas alınarak elde edilen açısız frekans değerleriyle kıyaslandığı tablolarda Tablo 5.1’e benzer şekilde; Touratier kirişinin ilk beş moduna ait açısız frekans değerlerinin, Timoshenko kirişi esas alınarak elde edilen açısız frekans değerlerine kıyasla büyük çıktığı görülmektedir. Tablolardan yola çıkarak; ankastre sınır şartları ile birlikte açısız frekans değerlerinin büyüdüğü sonucuna varılmaktadır.

Pasternak zemin modeli, Winkler zemin modelinin düşey yaylarına ek olarak kayma tabakası içermektedir. (1.13) bağıntısında verilen tepki fonksiyonu ile (2.19a) bağıntısındaki serbest titreşime ait hareket denkleminde görüldüğü üzere kayma tabakası, aksel basınç kuvveti ile $\partial^2 w / \partial x^2$ ’nin çarpanı olmakla birlikte birbirinin ters işaretlisidir. Buradan anlaşılacağı üzere kayma tabakası kirişe, aksel basınç kuvvetinin ters işaretlisi olan aksel çekme kuvveti etkisi katmaktadır. Tablolara bakıldığında, Winkler zemini üzerine oturan kirişlerden elde edilen açısız frekans değerleri, zemin üzerine oturmayan kirişlere göre daha büyük iken, Pasternak zemini üzerine oturan kirişlerden daha küçüktür. Buradan, zemin modelinin düşey elastik yaylarının yanı sıra, kayma tabakasının da açısız frekans değerlerini arttırdığı sonucu çıkarılabilir. Yukarıda anlatılan nedenlerle beklendiği üzere; aksel basınç kuvvetinin artmasıyla birlikte açısız frekans değerlerinin azaldığı da ilgili tablolarda görülmektedir.



Şekil 6.1 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğeri ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin ($L/h = 7,5$) değeri için Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen açısal frekans değerlerinin elastisite teorisi esas alınarak elde edilen açısal frekans değerlerine oranı



Şekil 6.2 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğeri ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişin ($L/h = 10$) değeri için Touratier, Reddy-Bickford ve Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak elde edilen açısal frekans değerlerinin elastisite teorisi esas alınarak elde edilen açısal frekans değerlerine oranı

Sayısal uygulamalarda yer alan tek açıklıklı kirişlere ait örneklerde; Pasternak zeminine oturan, $P_r = 0,5$ yük çarpanı ile eksenel basınç yüklü, sabit dikdörtgen en kesitli, tek açıklıklı, bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli; bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre; bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişlere ait, kiriş uzunluğunun kiriş yüksekliğine oranı ($L/h = 5; 6; 7,5; 10$) alınarak; ilk beş moda ait düşey yer değiştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti, M_w ve M_θ eğilme momentlerinin boyutsuzlaştırılmış konum parametresine göre değişimleri elde edilmiştir. Düşey yer değiştirme grafikleri, (mod sayısı-1) kere tarafsız ekseni kesmekte iken, kiriş eğimi ve kesit dönmesi grafikleri mod sayısı kadar tarafsız ekseni kesmektedir. Bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişlerin kiriş eğimi ile kesit dönmesi grafikleri arasında bir benzerlik bulunurken; M_w ile M_θ eğilme momentleri grafikleri arasında tarafsız eksene göre bir simetri görülmektedir. Aynı zamanda, düşey yer değiştirme ile M_w eğilme momenti grafikleri ve kesit dönmesi ile kesme kuvveti grafikleri birbirine benzer grafikler olarak göze çarpmaktadır.

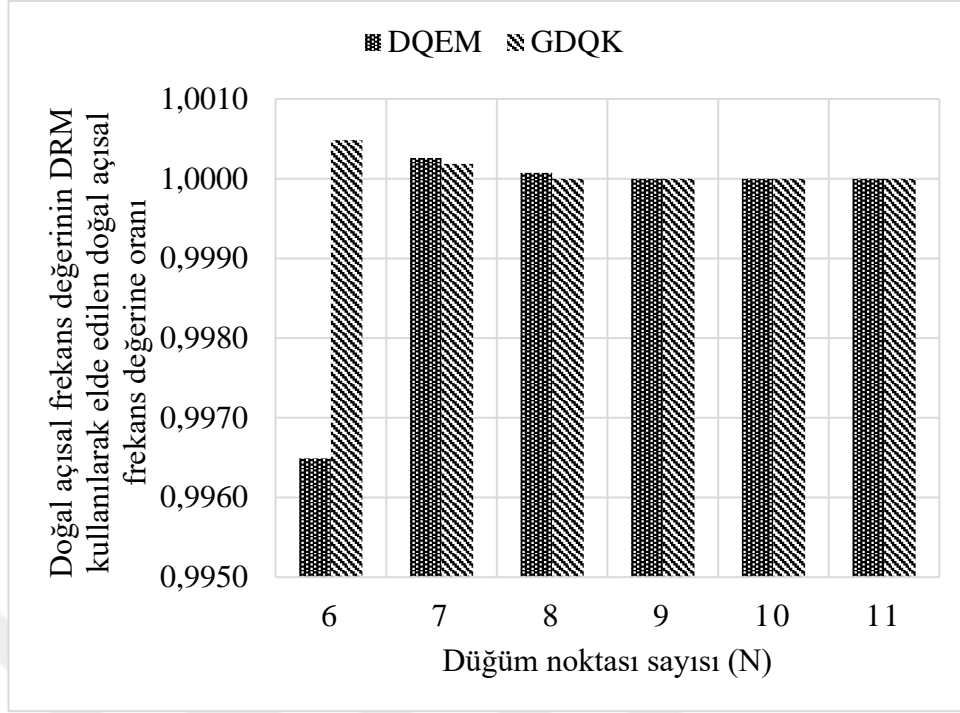
Tek açıklıklı, farklı sınır şartlarına sahip Touratier kirişlerinin GDQK ve DQEM kullanılarak hesaplanan boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerleri ($\bar{\omega}$), kiriş uzunluğunun yüksekliğine oranı ($L/h = 5; 10$) değerleri için, Tablo 5.11-5.28'de DRM kullanılarak hesaplanan sayısal değerler ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. GDQK ve DQEM kullanılarak elde edilen dört duyarlıklı, ilk beş moda ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerlerinin DRM kullanılarak elde edilen değerler ile örtüştüğü görülmektedir.

Tablo 5.11-5.28 incelendiğinde; aynı mesnet şartlarına sahip kirişlerin ilk beş moduna ait boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerlerinin bulunmasında kullanılan düğüm noktası sayısında, ($L/h = 5; 10$) oranındaki değişimin belirleyici olduğu görülmüştür. Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin GDQK ve DQEM kullanılarak yapılan analizlerden elde edilen ilk beş modunun boyutsuzlaştırılmış açısal frekans değerlerini dört duyarlıklı olarak elde etmek için; ($L/h = 5$) alındığında 17 düğüm noktası yeterli olurken, ($L/h = 10$) alındığında 19 düğüm noktası gerekmiştir (Tablo 5.11-5.13; Tablo 5.20-5.22). Bu

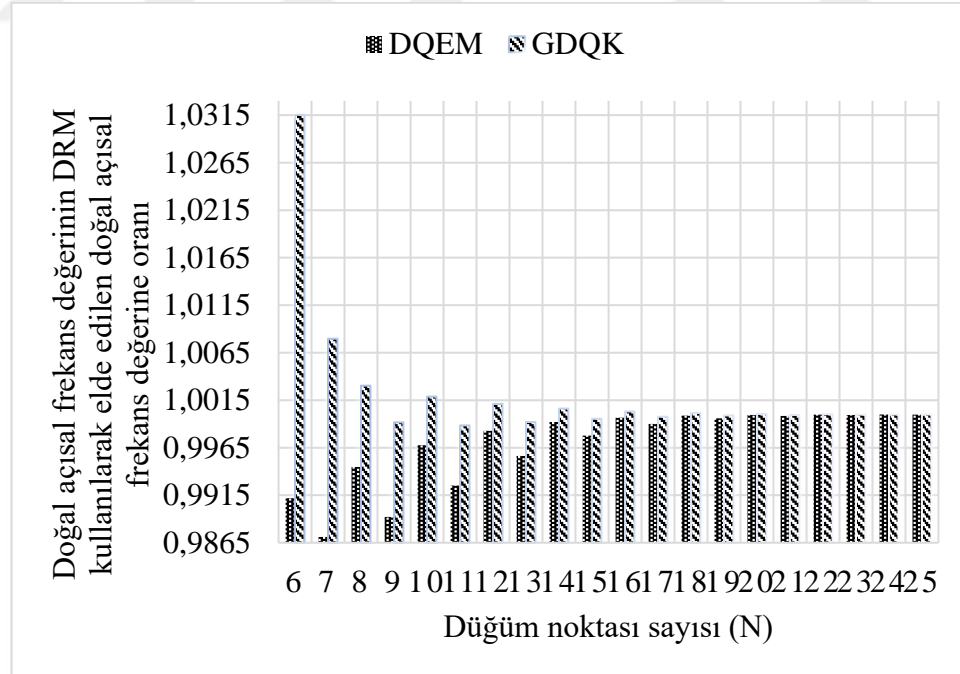
durumun tek istisnası; Pasternak zeminine oturan kirişin ($L/h = 5$) ve ($P_r = 0,50$) değerleri kullanılarak hesaplanan beşinci moduna ait boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerini elde etmek için 19 düğüm noktasına ihtiyaç duyulmasıdır (Tablo 5.22).

GDQK ve DQEM kullanılmak suretiyle bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişlerin boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerlerinin, (L/h) oranının artması ile birlikte analitik değerler ile örtüşen değerleri elde etmek için kullanılan düğüm noktası sayısının arttığı açık bir şekilde görülmektedir (Tablo 5.14-5.16; Tablo 5.23-5.25). GDQK kullanılarak yapılan analizlerde, ($L/h = 5$) alındığında 29 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 31 düğüm noktası gerekmektedir. ($L/h = 10$) alındığında, GDQK kullanılarak yapılan analizlerde 41 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 43 düğüm noktası gerekmektedir. Benzer bir durum, bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişler için de geçerlidir (Tablo 5.17-5.19; Tablo 5.26-5.28). GDQK kullanılarak yapılan analizlerde, ($L/h = 5$) alındığında 27 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 31 düğüm noktası gerekmektedir. ($L/h = 10$) alındığında ise, GDQK kullanılarak yapılan analizlerde 35 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 45 düğüm noktası gerekmektedir.

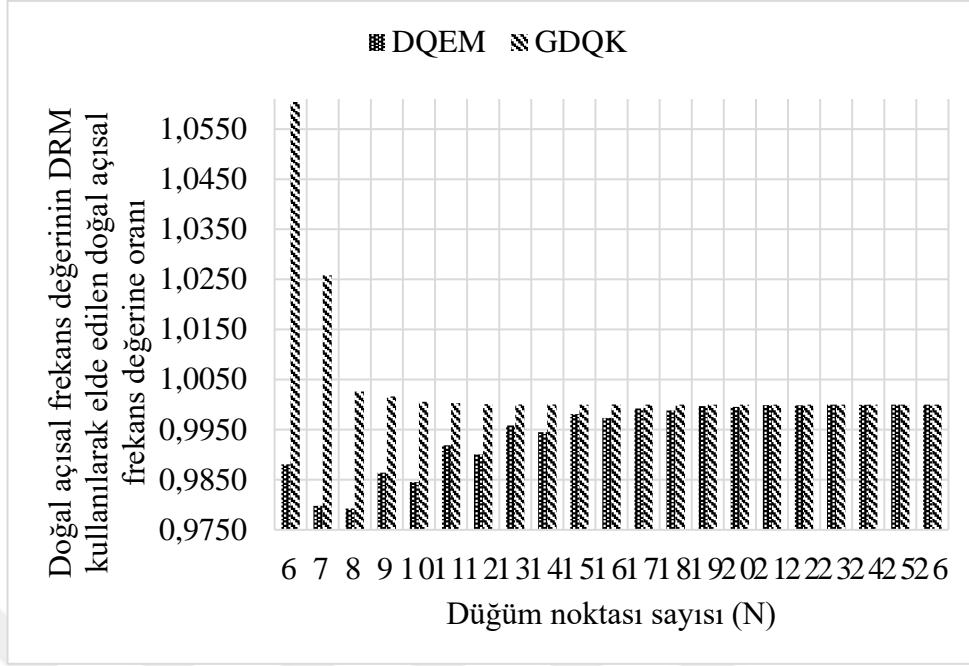
GDQK ve DQEM’nda, ankastre mesnet şartları ile birlikte kullanılan düğüm noktası sayısında bir artış gözlenmektedir. Zemin modeli ve aksel basınç kuvveti ile düğüm noktası sayısı arasında herhangi bir düzenli ilişki saptanamamıştır. Bu sebeple, GDQK ve DQEM kullanılarak hesaplanan birinci moda ait boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerlerinin DRM kullanılarak hesaplanan değerlere oranı, herhangi bir zemin üzerine oturmayan kiriş, ($L/h = 5$) ve ($P_r = 0$) değerleri için; bir ucu $\tilde{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kiriş için Şekil 6.3’te; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kiriş için Şekil 6.4’te; bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kiriş için Şekil 6.5’te sunulmuştur.



Şekil 6.3 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) sabit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen doğal açısal frekans değerinin, DRM kullanılarak elde edilen doğal açısal frekans değerine oranı



Şekil 6.4 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen doğal açısal frekans değerinin, DRM kullanılarak elde edilen doğal açısal frekans değerine oranı



Şekil 6.5 Bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli Touratier kirişinin DQEM ve GDQK kullanılarak düğüm noktası sayısına bağlı olarak elde edilen doğal açısız frekans değerinin, DRM kullanılarak elde edilen doğal açısız frekans değerine oranı

Yukarıda sunulan grafikler incelendiğinde; bir ucu ($\bar{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) hareketli mesnetli Touratier kirişinin analitik yöntem kullanılarak yapılan analizlerden elde edilen doğal açısız frekans değerinin dört duyarlılık olarak elde edilmesi için; GDQK kullanılarak yapılan analizlerde 8 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 9 düğüm noktası; bir ucu ($\bar{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişte GDQK kullanılarak yapılan analizlerde 22 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerde 24 düğüm noktası; bir ucu ($\bar{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\bar{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişte GDQK kullanılarak yapılan analizlerinde 13 düğüm noktası yeterli olurken, DQEM kullanılarak yapılan analizlerinde 25 düğüm noktası gerekmektedir. Bu veriler altında; tek açıklıklı, rijit bağlantılı kirişlerin doğal açısız frekans değerlerinin hesabında GDQK'ın DQEM'e kıyasla daha az sayıda düğüm noktası kullanarak analitik değerler ile örtüştüğü görülmektedir.

Tek açıklıklı, farklı sınır şartlarına sahip Touratier kirişlerinin VİRM kullanılarak hesaplanan boyutsuzlaştırılmış açısız frekans değerleri ($L/h = 6; 10$) alınarak, Tablo

5.29-5.46'da DRM kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) basit, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) hareketli mesnetli kirişlerin ($L/h = 6$) oranı için VİRM kullanılarak hesaplanan doğal açısız frekans değerleri 5, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 7 iterasyon adımında elde edilirken, ($L/h = 10$) oranı için doğal açısız frekans değerleri 6, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 8 iterasyon adımında elde edilmiştir (Tablo 5.29-5.32; Tablo 5.38-5.40).

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) hareketli, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) ankastre mesnetli kirişlerin ($L/h = 6$) oranı için VİRM kullanılarak hesaplanan doğal açısız frekans değeri 6, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 7 iterasyon adımında elde edilirken, ($L/h = 10$) oranı için doğal açısız frekans değeri 7, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 9 iterasyon adımında elde edilmiştir (Tablo 5.33-5.35; Tablo 5.41-5.43).

Bir ucu ($\tilde{x} = 0$) ankastre, diğer ucu ($\tilde{x} = 1$) kayıcı ankastre mesnetli kirişlerin ($L/h = 6$) oranı için VİRM kullanılarak hesaplanan doğal açısız frekans değeri 7, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 8 iterasyon adımında elde edilirken, ($L/h = 10$) oranı için doğal açısız frekans değeri 9, Tablo 5.37'de Pasternak zeminine oturan kirişin dördüncü modunun 11 adımda elde edilmesi haricinde, ilk beş moda ait açısız frekans değerlerinin tamamı 10 iterasyon adımında elde edilmiştir (Tablo 5.36-5.38; Tablo 5.44-5.46).

VİRM kullanılarak gerçekleştirilen serbest titreşim analizinde incelenen örnekler için yeterli iterasyon adımının 11 olduğu ve gerekli iterasyon adım sayısının ankastre mesnet etkileri ile birlikte artış gösterdiği görülmüştür. DQ yöntemlerine benzer şekilde; VİRM kullanılarak gerçekleştirilen serbest titreşim analizinde kiriş uzunluğu arttıkça, iterasyon adımı sayısında artış görülmekteyken, zemin etkileri veya yük faktörünün değişimi ile birlikte iterasyon adımı sayısında düzenli bir değişim saptanamamıştır.

Gerçekte yapılar, mesnet noktalarından yarı-rijit bağlantılıdır. Bu sebeple kirişleri, bağlantı noktalarından dönmeye ve çökmeye karşı direngenlik gösteren

elastik yaylarla modellemek, rijit bağlantılı modellemeye kıyasla daha gerçekçi bir yaklaşımdır. Bu durumu yansıtmak amacıyla Bölüm 5.4'te; yarı-rijit bağlantılı, tek ve çok açıklıklı kirişlere ait örneklere yer verilmiştir. DRM kullanılarak analitik hesapların gerçekleştirdiği uygulamalarda, Touratier kiriş teorisiyle karşılaştırma yapmak için Reddy-Bickford ile Timoshenko kiriş teorileri esas alınarak gerçekleştirilen analizlerden elde edilen açıl frekans değerleri kullanılmıştır.

Şekil 5.76'da sunulan; uçlarından yarı-rijit bağlantılı, tek açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli kirişin serbest titreşim analizi yapılarak ilk on moduna ait açıl frekans değerleri dört duyarlılık olarak Tablo 5.48'de sunulmuştur. Touratier kirişine ait açıl frekans değerleri, DQEM ve GDQK kullanılarak yapılan analizlerde 52 düğüm noktası ile elde edilirken; VİRM kullanılarak yapılan analizlerde 11 iterasyon adımıyla elde edilmiştir. Touratier kiriş teorisinden elde edilen açıl frekans değerleri, Reddy-Bickford ve Timoshenko teorilerine kıyasla dördüncü moda kadar daha küçük değerlerde iken, sekizinci moddan itibaren en büyük değerleri vermiştir.

Şekil 5.77'de sunulan; uçlarından yarı-rijit bağlantılı, iki açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli kirişin serbest titreşim analizi yapılarak ilk on moduna ait açıl frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen değerler ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.50'de sunulmuştur. Touratier kirişine ait açıl frekans değerleri, DQEM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 42 düğüm noktası ile elde edilirken, GDQK kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 45 düğüm noktası gerekmiştir. VİRM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 11 iterasyon adımı yeterli olmuştur. Touratier kiriş teorisi esas alınarak elde edilen açıl frekans değerleri, altıncı moda kadar diğer teorilere kıyasla daha küçük değerler almıştır. Yedi ve sekizinci modlarda en büyük açıl frekans değerleri Reddy-Bickford kiriş teorisi esas alınarak, dokuz ve onuncu modlarda ise Timoshenko kiriş teorisi esas alınarak gerçekleştirilen dinamik analizlerden elde edilmiştir.

Şekil 5.90'da sunulan; Pasternak zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, üç açıklıklı, sabit dikdörtgen en kesitli Touratier kirişinin serbest titreşim analizi yapılarak ilk on moduna ait açıl frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford

kirişleri kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.52’de sunulmuştur. Touratier kirişine ait açısal frekans değerleri, DQEM ve GDQK kullanılarak yapılan analizlerde her bir açıklık için 45 düğüm noktası ile elde edilirken, VİRM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 12 iterasyon adımı ile elde edilmiştir.

Şekil 5.97’de sunulan; Winkler zeminine oturan, uçlarından yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, değişken en kesitli Touratier kirişinin serbest titreşim analizi yapılarak ilk on moduna ait açısal frekans değerleri, Timoshenko ve Reddy-Bickford kirişleri esas alınarak elde edilen değerler ile karşılaştırmalı olarak Tablo 5.54’te sunulmuştur ($P_r = 0$). Kütlenin dönme eylemsizliğinin dikkate alınmadığı Timoshenko kiriş teorisi esas alınan sonlu elemanlar modeli, Sap2000 v20 hazır paket programı aracılığıyla kurulmuştur. Her bir açıklık 100 ve 1000’er elemana bölünerek iki ayrı analiz yapılmıştır. Sap2000 paket programından elde edilen açısal frekans değerlerini karşılaştırmak amacıyla, kütlenin dönme eylemsizliğinin dikkate alınmadığı Timoshenko kiriş teorisi esas alınarak DRM analizi gerçekleştirilmiştir. DQEM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 40 düğüm noktası ile elde edilen açısal frekans değerleri, GDQK kullanılarak yapılan analizde 41 düğüm noktası ile elde edilmiştir. VİRM kullanılarak yapılan analizde, her bir açıklık için 12 iterasyon adımı yeterli olmuştur.

Tablo 5.54 incelendiğinde, Sap2000 kullanılarak elde edilen açısal frekans değerleri, her bir açıklık 1000 elemana bölündüğünde ilk üç moda ait açısal frekans değerlerinde yakınsarken, dördüncü moddan itibaren fark açılmaya başlamış; onuncu modda 0,0078 fark ile analitik yöntemden oldukça ıraksamıştır. Her bir açıklık 100 elemana bölündüğünde elde edilen açısal frekans değerleri ise oldukça ıraksak kalmaktadır. Touratier kiriş teorisinden elde edilen açısal frekans değerleri, yedinci moda kadar diğer teorilere kıyasla küçük kalırken, sekizinci moddan itibaren en büyük değerleri vermektedir.

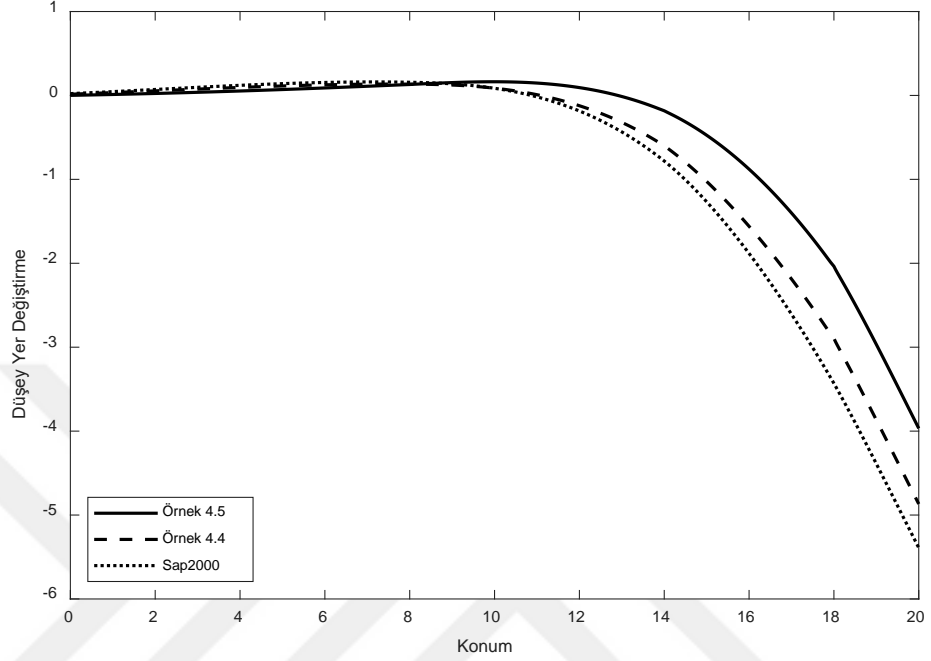
Pasternak zeminine oturan, yarı-rijit bağlantılı, dört açıklıklı, değişken en kesitli; Şekil 5.104’te gösterilen Touratier kirişi, tez kapsamında çözülmesi hedeflenen nihai

kiriş modelidir. Touratier kirişine ait açılal frekans değeri, DQEM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 42 düğüm noktası ile elde edilirken ve GDQK kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 39 düğüm noktası ile elde edilmiştir. VİRM kullanılarak yapılan analizde her bir açıklık için 12 iterasyon adımı yeterli olmuştur. Touratier kiriş teorisinden elde edilen açılal frekans değeri, yedinci moda kadar diğeri teorilere kıyasla küçük kalırken, sekizinci moda en büyük değeri almıştır (Tablo 5.56).

Eksenel basınç ve kayma tabakasının mod şekilleri üzerine etkilerini göstermek amacıyla Şekil 5.104'te sunulan (Örnek 5.5); Pasternak zeminine oturan, eksenel yüklü sürekli kiriş ile Şekil 5.97'de sunulan (Örnek 5.4); Winkler zeminine oturan sürekli kirişin birinci modlarına ait düşey yer değıştirme, kiriş eğimi, kesit dönmesi, kesme kuvveti ile M_w ve M_θ eğilme momentlerinin konum parametresine göre değışimleri karşılaştırmalı olarak sırasıyla Şekil 6.6-6.11'de sunulmuştur. Ayrıca, kütlelin dönme eylemsizliğinin ihmal edildiğı Timoshenko kiriş modeli esas alınarak; Sap2000 hazır paket programı aracılığıyla gerçekleştirilen serbest titreşim analizi sonucu elde edilen; düşey yer değıştirme, kesit dönmesi, kesme kuvveti ile eğilme momentinin konum parametresine göre değışimleri Matlab programına aktarılarak; Örnek 4.4'e ait grafikler çizdirilmiştir. Dört açıklıklı kirişlerin doğal açılal frekans değeri bakıldığında, daha küçük değerde olan; Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç yüklü kirişin, Winkler zeminine oturan kirişe kıyasla eğilme bakımından daha az rijit olduğı sonucuna varılmaktadır. Bu durum, eksenel basınç yükünün kiriş üzerinde, zemin etkilerine kıyasla daha etkin olduğunu göstermektedir.

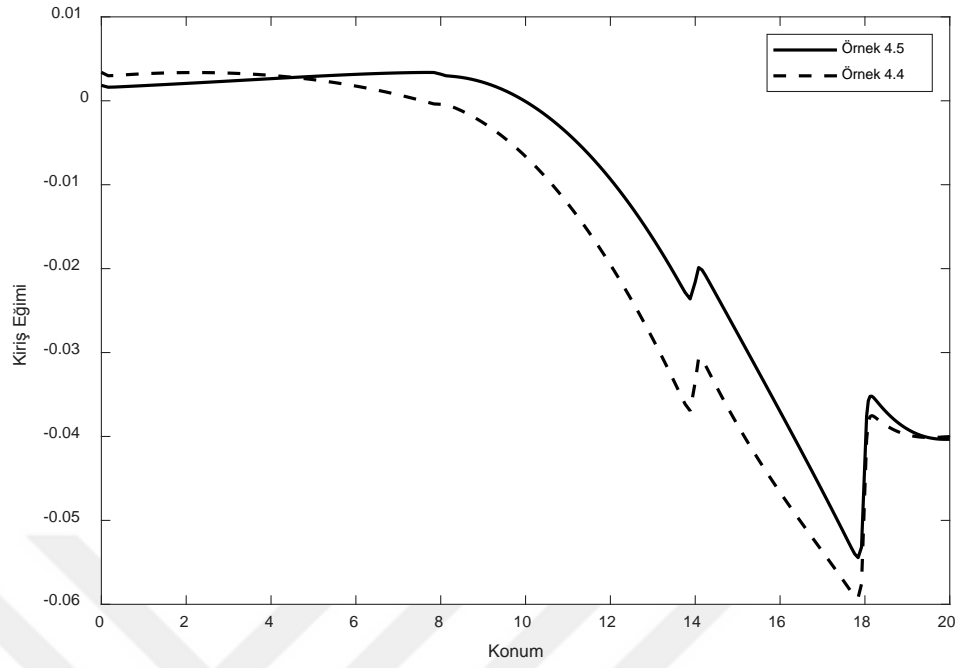
Şekil 6.6'da sunulan düşey yer değıştirme değeri bakıldığında; Winkler zeminine oturan kirişin açıklık boyunca daha çok yer değıştirme yaptığı, her iki kirişin ($x = 20m.$) konumunda maksimum yer değıştirme değeri ulaştığı görülmektedir. Bu durum, ele alınan kirişin bir ucu ($x = 0$) ankastre, diğeri ucu ($x = 20$) serbest bağlantılı kiriş eğilimi göstermesinden kaynaklanmaktadır. Sap2000 paket programından elde edilen düşey yer değıştirme değeri ise ($x = 0 - 10m.$) aralığında pozitif değeri iken, ($x = 10 - 20m.$) aralığında negatiftir. En büyük yer değıştirme

değeri Sap2000 paket programı kullanılarak gerçekleştirilen analiz sonucunda elde edilmiştir.

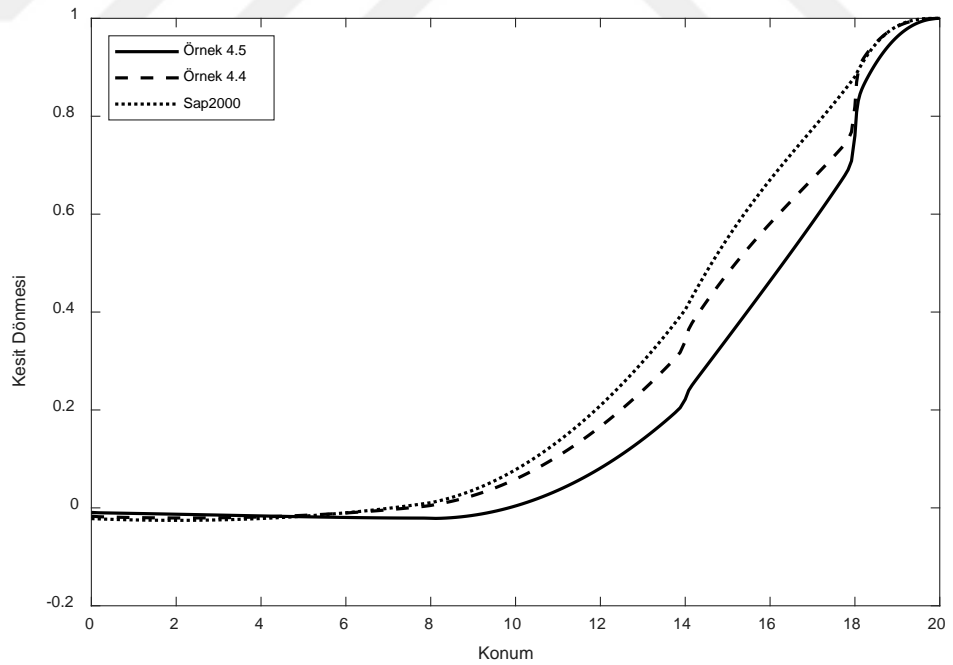


Şekil 6.6 Dört açıklıklı kirişlerin birinci moda ait düşey yer değiştirme değerlerinin konum parametresine göre değişimi

Şekil 6.7'de sunulan kiriş eğimlerine bakıldığında, ($x = 0 - 4,5$ m.) aralığında Pasternak zeminine oturan, aksel basınç yüklü kirişin daha küçük, ($x = 4,5 - 20$ m.) aralığında ise Winkler zeminine oturan kirişe kıyasla büyük değerler aldığı görülmektedir. Her iki kiriş modelinin de ($x = 14$ m.) ve ($x = 18$ m.) konumlarındaki mesnetlerde ani değişim gösterdiği; maksimum eğim değerinin ($x = 18$ m.) konumunda olduğu görülmektedir. Kirişlerin ($x = 20$ m.) konumunda her iki zemin modeli de benzer değerler almıştır. Kiriş eğimlerinin mutlak değeri alındığında, Pasternak zeminine oturan, aksel basınç yüklü kirişin, Winkler zeminine oturan kirişe kıyasla genel olarak daha küçük değerler aldığı görülmektedir.

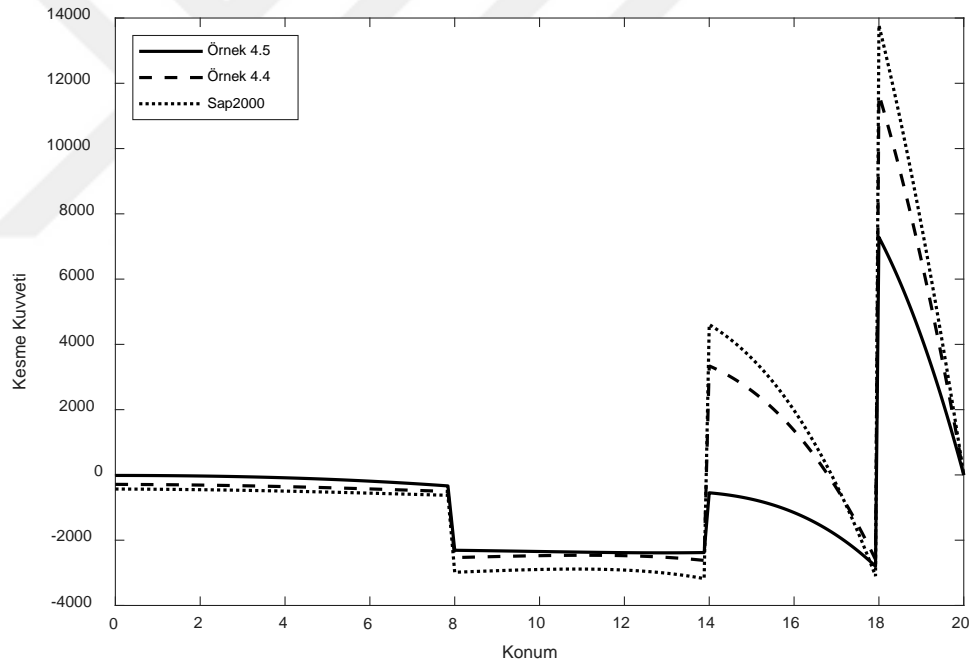


Şekil 6.7 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kiriş eğimi değerlerinin konum parametresine göre değişimi



Şekil 6.8 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kesit dönmesi değerlerinin konum parametresine göre değişimi

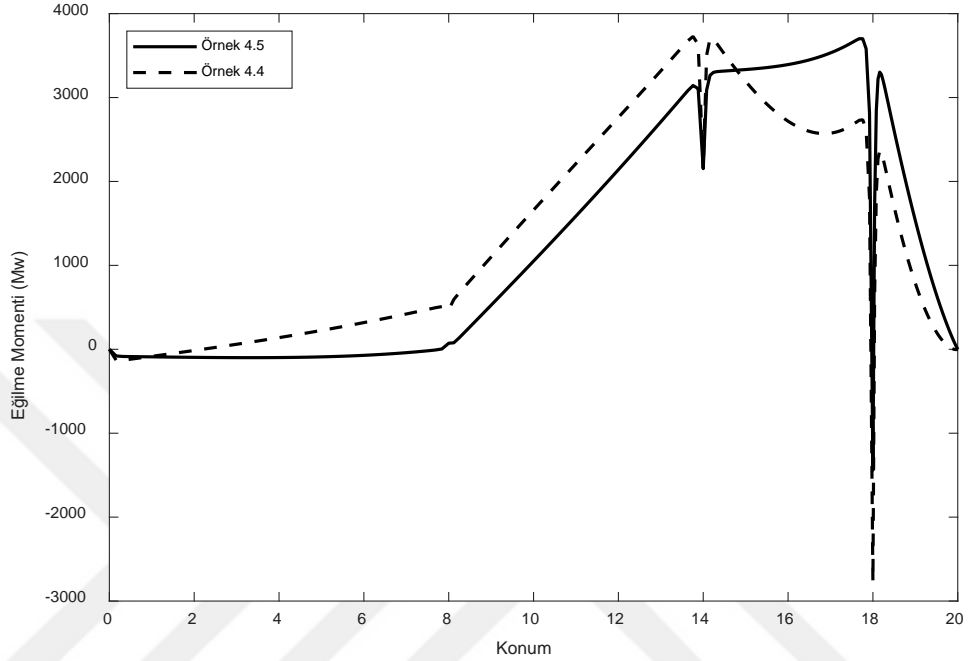
Şekil 6.8’de sunulan kesit dönmelerine ait grafikler incelendiğinde; Winkler zeminine oturan kiriş ($x = 0 - 7\text{m.}$), Pasternak zeminine oturan kiriş ise ($x = 0 - 10\text{m.}$) aralığında negatif değerler alırken, sırasıyla ($x = 7 - 20\text{m.}$) ve ($x = 10 - 20\text{m.}$) aralığında pozitif değerler almaktadır. Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç yüklü kirişin kesit dönmeleri ($x = 0 - 5\text{m.}$) aralığında daha büyük iken, ($x = 5 - 20\text{m.}$) aralığında daha küçüktür. Kesit dönmelerinin mutlak değeri alındığında, kiriş eğimlerine benzer bir şekilde; Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç yüklü kirişin, Winkler zeminine oturan kirişe kıyasla genel olarak daha küçük değerler aldığı; en büyük değerlerin ise Sap2000 programı kullanılarak gerçekleştirilen analizlerden elde edildiği görülmektedir. Her üç modelin de ($x = 20\text{m.}$) konumunda kesit dönmeleri 1 değerine ulaşmıştır.



Şekil 6.9 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait kesme kuvveti değerlerinin konum parametresine göre değişimi

Şekil 6.9’da sunulan grafikler incelendiğinde; ($x = 8; 14; 18\text{m.}$) konumlarında yer alan mesnet noktalarında kesme kuvvetlerinin ani bir değişim yaptığı görülmektedir. Kesme kuvvetlerinin mutlak değeri alındığında; Pasternak zeminine oturan, eksenel basınç yüklü kirişin, Winkler zemine oturan kirişe kıyasla daha küçük değerler aldığı

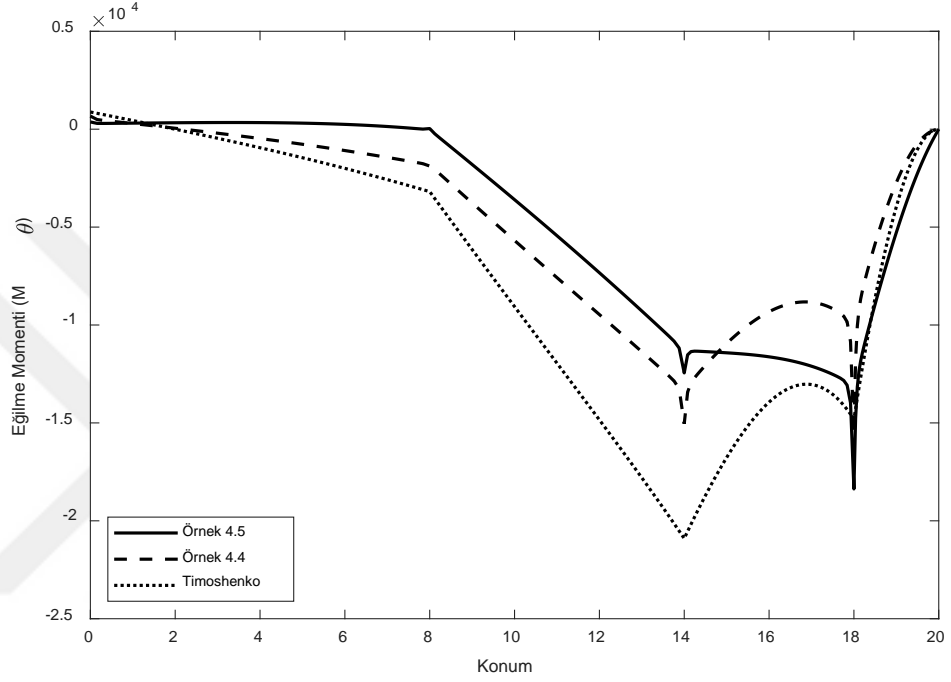
ve en büyük değerlerin Sap2000 paket programı kullanılarak gerçekleştirilen analizlerden elde edildiği görülmektedir. Her üç modelin en büyük kesme kuvveti değerlerinin, (x = 16 m.) konumundaki mesnette oluştuğu gözlenmektedir.



Şekil 6.10 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait M_w eğilme momenti değerlerinin konum parametresine göre değişimi

Şekil 6.10 ve 6.11' de sırasıyla M_w ve M_θ eğilme momentlerinin birinci moduna ait grafikleri sunulmuştur. Kiriş eğiminden dolayı meydana gelen eğilme momenti M_w ile kesit dönmesinden dolayı meydana gelen M_θ eğilme momentleri arasında, kiriş eğimi ve kesit dönmesi arasındaki ilişkiye benzer şekilde; zıt işaretli bölgede bulunmaktadır. M_w eğilme momenti, kiriş boyunca genelde pozitif bölgede yer alırken, (x = 14 m.) konumunda pozitif bölgede kalmak kaydıyla ani bir azalma, (x = 18 m.) konumunda negatif bölgeye doğru ani bir değişim göstermektedir. M_θ eğilme momenti ise genel olarak kiriş boyunca negatif bölgede yer almaktadır. M_w eğilme momenti grafiğine bakıldığında, Winkler zeminine oturan kiriş için maksimum moment değeri pozitif ve (x = 14 m.) konumundaki mesnetin solunda oluşurken, Pasternak zeminine oturan, aksenal basınç yüklü kiriş için (x = 18 m.) konumundaki mesnetin solunda oluşmaktadır. M_θ eğilme momenti grafiği incelendiğinde, özellikle

bazı kritik bölgelerde M_w eğilme momentinin altı katına varan değerler verdiği görülmektedir. M_θ eğilme momentinin maksimum değeri, her iki örnek için de ($x = 18$ m.) konumundaki mesnette meydana gelmiş olup negatif değerli olmasına karşın Sap2000 paket programından elde edilen maksimum moment değeri ($x = 14$ m.) konumundaki mesnette meydana gelmiştir.



Şekil 6.11 Dört açıklıklı kirişlerin birinci modlarına ait M_θ eğilme momenti değerlerinin konum parametresine göre değişimi

DQEM ve GDQK kullanılarak yapılan analizlerden elde edilen sonuçların, tek açıklıklı kirişlerde, rijit veya yarı-rijit mesnet şartları altında analitik yöntem kullanılarak elde edilen değerler ile örtüştüğü görülmektedir. Her iki yöntemin, çok açıklıklı yarı-rijit bağlantılı kirişlere ait analizlerinden elde edilen üç duyarlılık açısı frekans değerlerinin, analitik yöntem kullanılarak yapılan analizden elde edilen değerler ile örtüştüğü ancak dördüncü duyarlılıkta bazı açısı frekans değerlerinde %2 oranında sapmalar meydana geldiği; buna rağmen sonlu elemanlar metoduna kıyasla oldukça başarılı sonuçlar verdiği görülmektedir.

Yapılan bu çalışmanın sonucunda, tez kapsamında geliştirilen ve programlanması kolay bir yöntem olan varyasyonel iteratif rijitlik metodunun (VİRM), diferansiyel quadrature metotlarına göre daha etkin bir yöntem olduğu görülürken; düşük iterasyon sayısı ve analitik değerlerle örtüşen sonuçları ile analitik bir yöntem olan DRM'ye iyi bir alternatif olduğu kanıtlanmıştır.

Touratier giriş teorisi esas alınarak DRM, GDQK, DQEM ve VİRM'na ait program Matlab (7.0a, 2015b) kullanılarak hazırlanmıştır. Programa ait değişkenler listesi EK 1'de, akış şeması ise EK 2'de sunulmuştur.



KAYNAKLAR

- Abassy, T. A. (2010). Modified variational iteration method (nonlinear homogeneous initial value problem). *Computers and Mathematics with Applications*, 59(2), 912-918.
- Abassy, T. A. (2012). Modified variational iteration method (non-homogeneous initial value problem). *Mathematical and Computer Modelling*, 55(3-4), 1222-1232.
- Abbasbandy, S. (2007). Numerical solutions of nonlinear Klein-Gordon equation by variational iteration method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70, 876-881.
- Abdou, M. A. ve Soliman, A. A. (2005a). Variational iteration method for solving Burger's and coupled Burger's equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 181(2), 245-251.
- Abdou, M. A. ve Soliman, A. A., (2005b). New applications of variational iteration method. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 211(1-2), 1-8.
- Akavci S. S. (2007). Buckling and free vibration analysis of symmetric and antisymmetric laminated composite plates on an elastic foundation. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 26(18), 1907-1919.
- Ali, A. H. A. ve Raslan, K. R. (2009). Variational iteration method for solving partial differential equations with variable coefficients. *Chaos, Solitons and Fractals*, 40(3), 1520-1529.
- Altıntan, D. ve Uğur, Ö. (2009). Variational iteration method for Sturm–Liouville differential equations. *Computers and Mathematics with Applications*. 58(2), 322-328.

- Ambartsumyan, S. A. (1958). On the theory of bending plates. *Izv Otd Tech Nauk AN SSSR*, 5, 69–77.
- Arul, S., Seetharaman, S. ve Abraham, S. (2008). Simple formulation for the flexure of plates on nonlinear foundation. *Journal of Engineering Mechanics*, 134(1), 110.
- Atay, M. T. ve Coşkun, S. B. (2009). Elastic stability of Euler columns with a continuous elastic restraint using variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11–12), 2528-2534.
- Baghani, M., Fattahi, M. ve Amjadian, A. (2012). Application of the variational iteration method for nonlinear free vibration of conservative oscillators. *Scientia Iranica*, 19(3), 513-518.
- Bambill D. V., Rossit, C. A., Felix, D. H. (2015). Free vibrations of stepped axially functionally graded Timoshenko beams. *Meccanica*, 50(4), 1073-1087.
- Banerjee, J. R. ve Williams, F. W. (1985). Exact Bernoulli–Euler dynamic stiffness matrix for a range of tapered beams. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 21(12), 2289-2302.
- Banerjee, J. R. (1991). A Fortran routine for computation of coupled bending-torsional dynamic stiffness matrix of beam elements. *Advances in Engineering Software*, 13(1), 17-24.
- Banerjee, J.R. (1997). Dynamic stiffness formulation for structural elements: a general approach. *Computers and Structures*, 63(1), 101-103.
- Banerjee, J. R. (2001). Free vibration analysis of a twisted beam using the dynamic stiffness method. *International Journal of Solid and Structures*, 38, 6703-6722.

- Banerjee, J. R. (2004). Development of an exact dynamic stiffness matrix for free vibration analysis of a twisted Timoshenko beam. *Journal of Sound and Vibration*, 270, 379-401.
- Banerjee, J. R. ve Williams, F. W. (1996). Exact dynamic stiffness matrix for composite timoshenko beams with applications. *Journal of Sound and Vibration*, 194(4), 573-585.
- Banerjee, J. R., Guo, S. Ve Howson, W. P. (1996). Exact dynamic stiffness matrix of a bending-torsion coupled beam including warping. *Computers and Structures*, 59(4), 613-621.
- Batiha, B., Noorani, M. S. M. ve Hashim, I. (2007). Numerical simulation of the generalized Huxley equation by He's variational iteration method. *Applied Mathematics and Computation*, 186(2), 1322-1325.
- Bellman, R.E., Casti, J., (1971). Differential quadrature and long-term integration. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 34, 235-238.
- Bellman, R. E., Kashef, B. G., Casti, J. (1972) Differential quadrature: a technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 10, 40-52.
- Bert, C. W., Jang, S. K., Striz, A. G., (1988). Two new approximate methods for analyzing free vibration of structural components. *AIAA Journal*, 26, 612-618.
- Bert, C. W., Wang, X., Striz, A. G. (1993). Differential quadrature for static and free vibration analyses of anisotropic plates. *International Journal of Solid Structures*, 30, 1737-1744.
- Bickford, W. B. (1982). A consistent higher order beam theory. *Development in Theoretical and Applied Mechanics*, 11, 137-150.

- Biot, M. A. (1937). Bending of an infinite beam on an elastic foundation. *Journal of Applied Physics*, 12(2), 155-164.
- Birand, A. A. (2001). *Kazıklı Temeller*. Ankara: Teknik Yayınevi.
- Borkari, R. R., Sayyad, A. S. ve Ghumare, S. M. (2013). Assessment of refined beam theories for the bending analysis of composite beam. *International Journal of Advanced Technology in Civil Engineering*, 2(1).
- Bozyiğit, B. ve Yeşilce, Y. (2016a). Dynamic stiffness approach and differential transformation for free vibration analysis of a moving Reddy-Bickford beam. *Structural Engineering and Mechanics*, 58(5), 847-868.
- Bozyiğit, B. ve Yeşilce, Y. (2016b). Effects of soil-structure interaction on free vibrations of industrial chimneys via dynamic stiffness formulations. *Eurasian Journal of Civil Engineering and Architecture*, 2(2), 79-85.
- Bund, H., (2009). An improved method for foundation modulus in highway engineering. *EJGE*, 14.
- Calio, I. ve Greco, A. (2012). Free vibrations of Timoshenko beam-columns on Pasternak foundations. *Journal of Vibration and Control*, 19(5), 686-696.
- Celep, Z. ve Demir, F. (2007). Symmetrically loaded beam on a two-parameter tensionless foundation. *Structural Engineering and Mechanics*, 27(5), 555-574.
- Chen, W. L., Striz, A. G. ve Bert, C. W. (1997). A new approach to the differential quadrature method for fourth-order equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, 1941-1956.

- Chen, Y., Zhang, J. ve Zhang, H. (2014). Flapwise bending vibration of rotating tapered beams using variational iteration method. *Journal of Vibration and Control*, 22(15), 3384-3395.
- Chen, Y., Zhang, J. ve Zhang, H. (2017). Free vibration analysis of rotating tapered Timoshenko beams via variational iteration method. *Journal of Vibration and Control*, 23(2), 220-234.
- Civalek, Ö. (2003). *Çok serbestlik dereceli sistemlerin harmonik diferensiyel quadrature (HDQ) metodu ile lineer ve lineer olmayan dinamik analizi*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Coşkun, S. B. ve Atay, M. T. (2009). Determination of critical buckling load for elastic columns of constant and variable cross-sections using variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*. 58(11-12), 2260-2266.
- Cowper, G. R. (1968). On the accuracy of Timoshenko's beam theory. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 94, 1447-1453.
- Çatal, H. H., (2002). Free vibration of partially supported piles with the effects of bending moment, axial and shear force. *Engineering Structures*, 24(12), 1615-1622.
- Çatal, H. H. ve Yeşilce, Y., (2017). *Yapı Dinamiği*. İstanbul: Birsen Yayınevi.
- Çatal, H. H., (2006). Free vibration of semi-rigid connected and partially embedded piles with the effects of the bending moment, axial and shear force. *Engineering Structures*, 28, 1911-1918.
- Çatal, H. H., (2014). *Yapı ve Deprem Mühendisliğinde Matris Yöntemler*. 3. Baskı, İzmir: DEÜ Mühendislik Fakültesi Yayınları, No:294.

- Çatal, S., (2014). Buckling analysis of semi-rigid connected and partially embedded pile in elastic soil using differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, 52, 971-995.
- Dahake, A. G. ve Ghugal, Y. M. (2013). A trigonometric shear deformation theory for flexure of thick beam. *Procedia Engineering*, 51, 1-7.
- Daloğlu, A.T. ve Vallabhan C. V. G. (2000). Values of k for slab on Winkler Foundation. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 12, 463-471.
- Das, S. (2009). Analytical solution of a fractional diffusion equation by variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 57(3), 483-487.
- De Rosa, M. A. (1995). Free vibrations of Timoshenko beams on two-parameter elastic foundation. *Computers and Structures*, 57(1), 151-156.
- Dinev, D. (2012). Analytical solution of beam on elastic foundation by singularity functions. *Engineering Mechanics*, 19(6), 381–392
- Eisenberger, M. (2003). Dynamic stiffness vibration analysis using a high-order beam model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57, 1603-1614.
- El-Sayed, A. F. (2013). Comparison between variational iteration method and homotopy perturbation method for thermal diffusion and diffusion thermo effects of thixotropic fluid through biological tissues with laser radiation existence. *Applied Mathematical Modelling*, 37(6), 3660-3673.
- El-Sayed, T. A. ve El-Mongy, H. H. (2018). Application of variational iteration method to free vibration analysis of a tapered beam mounted on two-degree of freedom subsystems. *Applied Mathematical Modelling*, 58, 349-364.

- El-Sayed, T. A. ve El-Mongy, H. H. (2019). Free vibration and stability analysis of a multi-span pipe conveying fluid using exact and variational iteration methods combined with transfer matrix method. *Applied Mathematical Modelling*, 71, 173-193.
- Finlayson, B. A. (1972). *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*. London: Academic Press.
- Fischer, F. D. ve Gamsjäger, E. (2008). Beams on foundation, Winkler bedding or half-space: A comparison. *Technische Mechanik*, 2, 152-155.
- Geng, F. ve Lin, Y. (2009). Application of the variational iteration method to inverse heat source problems. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2098-2102.
- Geng, F. (2010). A modified variational iteration method for solving Riccati differential equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 60(7), 1868-1872.
- Geng, F., (2011). A piecewise variational iteration method for treating a nonlinear oscillator of a mass attached to a stretched elastic wire. *Computers and Mathematics with Applications*, 62(4), 1641-1644.
- Ghadiri, M., Shafiei, N. ve Mousavi, S. A. (2016). Vibration analysis of a rotating functionally graded tapered microbeam based on the modified couple stress theory by DQEM. *Applied Physics A-Materials Science & Processing*, 122(9), 837.
- Ghorbani, A. ve Saberi-Nadjafi, J. (2009). An effective modification of He's variational iteration method. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(5), 2828-2833.

- Ghugal, Y. M. ve Dahake, A. G. (2013). Flexure of cantilever thick beams using trigonometric shear deformation theory. *International Journal of Mechanical, Industrial Science and Engineering*, 7(5).
- Ghugal, Y. M. ve Sayyad, A. S. (2011). Free vibration of thick isotropic plates using trigonometric shear deformation theory. *Journal of Solid Mechanics*, 3(2), 172-182.
- Ghugal, Y. M. ve Sharma, R. (2011). A refined shear deformation theory for flexure of thick beams. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 8, 183-195.
- Ghugal, Y. M. ve Shimpi, R. P. (2001). A review of refined shear deformation theories for isotropic and anisotropic laminated beams. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 20(3), 255-272.
- Goh, S. M., Ismail, A. I. M., Noorani, M. S. M. ve Hashim, I., (2009). Dynamics of the Hantavirus infection through variational iteration method. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(4), 2171-2176.
- Goh, S. M., Noorani, M. S. M. ve Hashim, I. (2010). Introducing variational iteration method to a biochemical reaction model. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 11(4), 2264-2272.
- Guo, S. ve Mei, L. (2011). The fractional variational iteration method using He's polynomials. *Physics Letters A*, 375(3), 309-313.
- Hassan, M. T. ve Nassar, M. (2013). Static and dynamic behavior of tapered beams on two-parameter foundation. *International Journal of Recent Research and Applied Studies*, 14(1), 176-187.
- He, J. H., (1997). A new approach to nonlinear partial differential equations. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2, 230-235.

- He, J. H. (1998a). Approximate analytical solution for seepage flow with fractional derivatives in porous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 167, 57-68.
- He, J. H. (1998b). Approximate solution of nonlinear differential equations with convolution product nonlinearities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 167, 69-73.
- He, J. H. (1999a). Approximate analytical solution of Blasius' equation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 4(1). 75-78.
- He, J. H. (1999b). Variational iteration method, a kind of nonlinear analytical technique, some examples. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 34(4), 699-708.
- He, J. H., (2000). Variational iteration method for autonomous ordinary differential systems. *Applied Mathematics and Computation*, 114(2-3), 115-123.
- He J. H. ve Wu X. H., (2007). Variational iteration method: new development and applications. *Computers and Mathematics with Applications*, 54, 881-894.
- He, J. H., Wu, G. C., ve Austin, F. (2010). The variational iteration method which should be followed. *Nonlinear Science Letters A: Mathematics, Physics and Mechanics*, 1, 1-30.
- Hemeda, A. A. (2008). Variational iteration method for solving wave equation. *Computers and Mathematics with Applications*, 56(8), 1948-1953.
- Hemeda, A. A. (2009). Variational iteration method for solving non-linear partial differential equations. *Chaos, Solitons and Fractals*, 39(3), 1297-1303.

- Henry, M. T., (2007). *Train-induced dynamic response of railway track and embankments on soft peaty foundations*. Canada: University of Saskatchewan.
- Heyliger, P. R. ve Reddy, J. N. (1988). A higher-order beam finite element for bending and vibration problems. *Journal of Sound and Vibration*, 126, 309-326.
- Idlbi, A., Karama, M. ve Touratier, M. (1997). Comparison of various laminated plate theories. *Composite Structures*, 37, 173-184.
- Inokuti, M., Sekine, H. ve Mura, T. (1978). General use of the lagrange multiplier in nonlinear mathematical physics. *Variational Method in the Mechanics of Solids Pergamon*, 156-162.
- İnan, M. (1970). *Cisimlerin Mukavemeti*. İstanbul: Ofset Matbaacılık.
- Jamshidi, N. ve Ganji, D. D. (2010). Application of energy balance method and variational iteration method to an oscillation of a mass attached to a stretched elastic wire. *Current Applied Physics*, 10(2), 484-486.
- Jang S. K., Bert, C.W. ve Striz, A. G. (1989). Application of differential quadrature to deflection and buckling of structural components. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28, 561-577.
- Jemielita, G. (1975). Technical theory of plates with moderate thickness. *Engineering Transactions, Polska Akademia Nauk*, 23(3), 483-499.
- Ji, J., Zhang, J. ve Dong, Y. (2012). The fractional variational iteration method improved with the Adomian series. *Applied Mathematics Letters*, 25(12), 2223-2226.
- Jin, C. ve Wang, X. (2017). Quadrature element method for vibration analysis of functionally graded beams. *Engineering Computations*, 34(4), 1293-1313.

- Joubaneh, E. F., Barry, O. R. ve Oguamanam, D. C. D. (2019). Vibrations of sandwich beams with tip mass: Numerical and experimental investigations. *Composite Structures*, 210, 628-640.
- Karama M., Afaq K. S., ve Mistou S. (2003). Mechanical behavior of laminated composite beam by new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal of Solids and Structures*, 40, 1525-1546.
- Karami, G. ve Malekzadeh, P. (2002). A new differential quadrature methodology for beam analysis and the associated differential quadrature element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, 3509-3526.
- Kerr A. D. (1964). Elastic and viscoelastic foundation models. *J. of Appl. Mech.*, 31(3), 491-498.
- Kruszewski, E. T. (1949). Effect of transverse shear and rotatory inertia on the natural frequency of a uniform beam. *NACAT*.
- Lee, U., JooHong, K., Shin, J., ve Leung, A. Y. T. (2002). Development of a Wittrick-Williams algorithm for the spectral element model of elastic-piezoelectric two-layer active beams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 44, 305-318.
- Lee, W-H., Han, S-C. ve Park, W-T. (2015). A refined higher order shear and normal deformation theory for E-, P-, and S-FGM plates on Pasternak elastic foundation. *Composite Structures*, 122, 330-342.
- Levinson, M., (1980). An accurate, simple theory of the static and dynamics of elastic plates. *Mechanics Research Communications*, 7(6), 343-350.
- Levinson, M. (1981). A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration*, 74(1), 81-87.

- Li, J. ve Hua, H. (2010). The effects of shear deformation on the free vibration of elastic beams with general boundary conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering*, 71(1), 71-84.
- Li, J. ve Hua, H. (2009). The effects of shear deformation on the free vibration of elastic beams with general boundary conditions. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 224(C), 71-84.
- Li, X. (2009). Variational iteration method for nonlinear age-structured population models. *Computers & Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2177-2181.
- Li, Y. ve Yang Y. (2017). Vibration analysis of conveying fluid pipe via He's variational iteration method. *Applied Mathematical Modelling*, 43, 409-420.
- Liao, M. ve Zhong, H. (2016). A weak form quadrature element method for nonlinear free vibrations of Timoshenko beams. *Engineering Computations*, 33(1), 274-287.
- Liu, F. L. (2000). Rectangular thick plates on winkler foundation: Differential quadrature element solution. *International Journal of Solids and Structures*, 37(12), 1743-1763.
- Liu, G. R. ve Wu, T. Y. (2001). Vibration analysis of beams using the generalized differential quadrature rule and domain decomposition. *Journal of Sound and Vibration*, 246, 461- 481.
- Liu, Y. ve Gurrarn, C. S. (2009). The use of He's variational iteration method for obtaining the free vibration of an Euler–Bernoulli beam. *Mathematical and Computer Modelling*, 50(11–12), 1545-1552.
- Liu, Y. (2010). A beam element using Touratier theory. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, 11(3), 142-145.

- Malvandi, A. ve Ganji, D. D. (2013). A general mathematical expression of amperometric enzyme kinetics using He's variational iteration method with Padé approximation. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 711, 32-37.
- Mantari, J. L., Oktem, A. S. ve Guedes Soares, C. (2011). Static and dynamic analysis of laminated composite and sandwich plates and shells by using a new higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 94, 37-49.
- Mantari, J. L., Oktem, A. S. ve Guedes Soares, C. (2012a). A new trigonometric deformation theory for isotropic, laminated composite and sandwich plates. *International Journal of Solids and Structures*, 49, 43-53.
- Mantari, J. L., Oktem, A. S. ve Guedes Soares C. (2012b). Bending response of functionally graded plates by using a new higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 94, 714-723.
- Mantari, J. L. ve Guedes Soares C. (2012c). Bending analysis of thick exponentially graded plates using a new trigonometric higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 94, 1991–2000.
- Matsunaga, H. (1999). Vibration and buckling of deep beam-columns on two-parameter elastic foundations. *Journal of Sound and Vibration*, 228(2), 359-376.
- Mohamed, N., Mohamed, S. M. ve Ola, R. (2013). Vibration analysis of structural elements using differential quadrature method. *Journal of Advanced Research*, 4(1), 93-102.
- Momani, S. ve Abuasad, S. (2006). Application of He's variational iteration method to Helmholtz equation. *Chaos, Solitons and Fractals*, 27(5), 1119-1123.

- Momani, S., Abusad, S. ve Odibat, Z. (2006). Variational iteration method for solving nonlinear boundary value problems. *Applied Mathematics and Computation*, 183(2), 1351-1358.
- Moosavi, M., Momeni, M., Tavangar, T., Mohammadyari, R. ve Rahimi-Esbo, M. (2016). Variational iteration method for flow of non-Newtonian fluid on a moving belt and in a collector. *Alexandria Engineering Journal*, 55(2), 1775-1783.
- Morfidis, K. ve Avramidis, I. E. (2002). Formulation of a generalized beam element on a two-parameter elastic foundation with semi-rigid connections and rigid offsets. *Computers and Structures*, 80, 1919–1934.
- Naidu, N.R. ve Rao, G.V. (1995). Vibrations of initially stressed uniform beams on a two-parameter elastic foundation. *Computers and Structures*, 57(5), 941-943.
- Nawaz, Y. (2011). Variational iteration method and homotopy perturbation method for fourth-order fractional integro-differential equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(8), 2330-2341.
- Noor, M. A. ve Mohyud-Din, S. T., (2008). Variational iteration method for solving fifth-order boundary value problems using He's polynomials. *Mathematical Problems in Engineering*, 954794.
- Noor, M. A. ve Mohyud-Din, S. T. (2009). Variational iteration method for unsteady flow of gas through a porous medium using He's polynomials and Pade approximants. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2182-2189.
- Noor, M. A., Noor, K. I. ve Mohyud-Din, S. T. (2009). Variational iteration method for solving sixth-order boundary value problems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14(6), 2571-2580.

- Odibat, Z. ve Momani, S. (2009). The variational iteration method: An efficient scheme for handling fractional partial differential equations in fluid mechanics. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2199-2208.
- Pagano, N. J. (1970). Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates. *Journal of Composite Materials*, 4, 20-34.
- Parashar, S. P. ve Sharma, P. (2016). Modal analysis of shear-induced flexural vibration of FGPM beam using generalized differential quadrature method. *Composite Structures*, 139, 222-232.
- Petrolito, J. (1995). Stiffness analysis of beams using a higher-order theory. *Computers and Structures*, 55(1), 33-39.
- Rao, S. S (2007). *Vibration of continous systems*. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley and Sons Inc.
- Ravi Kanth, A. S. V. ve Aruna, K., (2009). Variational iteration method for twelfth-order boundary-value problems. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2360-2364.
- Ravi Kanth, A. S. V. ve Aruna, K. (2010). He's variational iteration method for treating nonlinear singular boundary value problems. *Computers and Mathematics with Applications*, 60(39), 821-829.
- Reddy, J. N. (1984a). A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics*, 51, 745-752.
- Reddy, J. N. (1984b). *Energy and variational methods in applied mechanics*. New York: John Wiley.

- Reissner, E. (1985). Reflections on the theory of elastic plates. *Applied Mechanics Reviews*, 38, 1453-1464.
- Sall, O. A., Fall, M., Berthaud, Y. ve Ba, M. (2013). Influence of the elastic modulus of the soil and concrete foundation on the displacements of a mat foundation. *Open Journal of Civil Engineering*, 3, 228-233.
- Sayyad, A. S. (2011). Comparison of various refined beam theories for the bending and free vibration analysis of thick beams. *Applied and Computational Mechanics*, 5, 217-230.
- Sayyad, A. S. ve Ghugal, Y. M. (2011). Effect of transverse shear and transverse normal strain on bending analysis of cross-ply laminated beams. *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 7(12), 85-118.
- Selvadurai, A. P. S. (1979). Elastic Analysis of soil-foundation interaction. *Developments in Geotechnical Engineering*, 17, 7-9.
- Shafiei, N., Kazemi, M. ve Fatahi, L. (2017). Transverse vibration of rotary tapered microbeam based on modified couple stress theory and generalized differential quadrature element method. *Mechanics of Advanced Materials And Structures*, 24, 240-252.
- Shang, X. ve Han, D. (2010). Application of the variational iteration method for solving th-order integro-differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(5), 1442-1447.
- Sherbourne, A.N. ve Pandey, M.D., (1991). Differential quadrature method in the buckling analysis of beams and composite plates. *Computers & Structures*, 40(4), 903-913.

- Shu, C. ve Du, H. (1997). A generalized approach for implementing general boundary conditions in the GDQ free vibration analysis of plates. *International Journal of Solid Structures*, 34, 837-846.
- Shu, C. ve Richards, B. E., (1992). Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier–Stokes equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 15, 791-798.
- Si, Y., Ye, K., Williams, F. W. ve Kennedy, D. (2003). Recursive second order convergence method for natural frequencies and modes when using dynamic stiffness matrices. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56, 1795-1814.
- Siddiqi, S. S. ve Iftikhar, M. (2015). Variational iteration method for the solution of seventh order boundary value problems using He's polynomials. *Journal of the Association of Arab Universities for Basic and Applied Sciences*, 18, 60-65.
- Soldatos, K. P. (1992). A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica*, 94, 195–200.
- Soliman, A. A. (2005). Numerical simulation of the generalized regularized long wave equation by He's variational iteration method. *Mathematics and Computers in Simulation*, 70(2), 119-124.
- Striz, A. G., Chen, W. L., Bert, C. W. (1994). Static analysis of structures by the quadrature element method (QEM). *International Journal of Solid Structures*, 31, 2807-2818.
- Strutt, J. W. (1877). *The theory of sound*. London: Macmillan and Co.

- Sweilam, N. H. ve Khader, M. M. (2007). Variational iteration method for one dimensional nonlinear thermoelasticity. *Chaos, Solitons and Fractals*, 32(1), 145-149.
- Tanrıverdi, B. ve Çatal, H. H. (2015). Touratier plağının dinamik rijitlik matrisi yöntemi ile Wittrick-Williams algoritması kullanarak serbest titreşim analizi. XIX. *Ulusal Mekanik Kongresi*, 926-940, Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Tari, H., Ganji, D. D. ve Babazadeh, H. (2007). The application of He's variational iteration method to nonlinear equations arising in heat transfer. *Physics Letters A*, 363(3), 213-217.
- Teodoru, I-B. ve Muşat, V. (2008). Beam elements on linear variable two-parameter elastic foundation. *Buletinul Institutului Politehnic Din Iaşi, Tomul LIV (LVIII)*, 2, 69-78.
- Teodoru, I-B. ve Muşat, V. (2010). The modified vlasov foundation model: An attractive approach for beams resting on elastic supports. *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 15.
- Tian, J., Su, J., Zhou, K. ve Hua, H. (2018). A modified variational method for nonlinear vibration analysis of rotating beams including Coriolis effects. *Journal of Sound and Vibration*, 426, 258-277.
- Timoshenko, S. P. (1921). On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of bars of uniform cross-section. *Philosophical Magazine*, 744-746.
- Timoshenko, S. P. (1922). On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section. *Philosophical Magazine*, 125-131.

- Timoshenko, S. P. (1937). *Vibration problems in engineering*. New York: D. Van Nostrand Company, Inc.
- Timoshenko, S. P. (1953). *History of strength of materials*. New York: Dover Publications Inc.
- Torbacki, W. (2008). Numerical analysis of beams on unilateral elastic foundation. *Archives of Materials Science and Engineering*, 29(2), 109-112.
- Touratier, M. (1991). An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science*, 29(8), 901-916.
- Vallabhan, C. V. G. ve Das, Y. C. (1988). An improved model for beams on elastic foundations. *ASME Pressure Vessel and Piping Conference*, Pittsburgh, Pa.
- Vallabhan, C. V. G. ve Das, Y. C. (1991). Modified Vlasov model for beams on elastic foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, 117, 956-966.
- Vesic, A. B. (1963). Beams on elastic subgrade and the Winkler's hypothesis. *Proceedings of 5th International Conference of Soil Mechanics*, 845-850.
- Vidal, P. ve Polit, O. (2008). A family of sinus finite elements for the analysis of rectangular laminated beams. *Composite Structures*, 84, 56-72.
- Wang, C. M., Reddy, J. N. ve Lee, K. H. (2000). *Shear deformable beams and plates: relationships with classical solutions*. The Netherlands: Elsevier Science Ltd.
- Wang, X ve Wang, Y., (2004). Free vibration analyses of thin sector plates by the new version of differential quadrature method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, 3957-3971.

- Wang, X. ve Wang, Y. (2013). Free vibration analysis of multiple-stepped beams by the differential quadrature element method. *Applied Mathematics and Computation*, 219(11), 5802-5810.
- Wang, X. (2015). *Differential quadrature and differential quadrature based element methods: Theory and applications*. Elsevier Inc., 1. Baskı, 408 sf.
- Wang, X. ve Bert, C.W. (1993). A new approach in applying differential quadrature to static and free vibration analyses of beams and plates. *Journal of Sound and Vibration*, 162(3), 566-572.
- Wang, X. ve Gu, H. (1997). Static analysis of frame structures by the differential quadrature element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, 759-772.
- Wang, X., Gu H. Ve Liu, B. (1996). On buckling analysis of beams and frame structures by the differential quadrature element method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1, 382-385.
- Wang, X., Liu, F., Wang, X. ve Gan, L. (2005). New approaches in application of differential quadrature method for fourth-order differential equations. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 21(2), 61-71.
- Wang, X., Tan, M. ve Zhou, Y. (2003). Buckling analyses of anisotropic plates and isotropic skew plates by the new version differential quadrature method. *Thin-Walled Structures*, 41, 15-29.
- Wang, X., Wang, Y. ve Zhou, Y., (2004). Application of a new differential quadrature element method to free vibrational analysis of beams and frame structures. *Journal of Sound and Vibration*, 269, 1133-1141.

- Wang, Y., Wang, X. ve Zhou, Y. (2004). Static and free vibration analyses of rectangular plates by the new version of differential quadrature element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59(9), 1207-1226.
- Wang, Z. ve Li, R. (2018). Transverse vibration of rotating tapered cantilever beam with hollow circular cross-section. *Shock and Vibration*, 2018.
- Wazwaz, A. M. (2007a). A comparison between the variational iteration method and Adomian decomposition method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 207(1): 129-136.
- Wazwaz, A. M. (2007b). The variational iteration method for exact solutions of Laplace equation. *Physics Letters A*, 363(4), 260-262.
- Williams, F. W. ve Wittrick, W. H. (1970). An automatic computational procedure for calculating natural frequencies of skeletal structures. *International Journal of Mechanical Sciences*, 12, 781-791.
- Williams, F. W. ve Wittrick, W. H. (1983). Exact buckling and frequency calculations surveyed. *Journal of Structural Engineering*, 109, 169-187.
- Williams, F. W., Howson, W. P. ve Watson, A. (2004). Application of the Wittrick-Williams algorithm to the Sturm-Liouville problem on homogeneous trees: a structural mechanics analogy. *Proceedings of the Royal Society of London*, 460, 1243-1268.
- Wittrick, W. H. ve Williams, F. W. (1971). A general algorithm for computing natural frequencies of elastic structures. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 24(3), 263-284.

- Wu, T. Y. ve Liu, G.R. (2001). The generalized differential quadrature rule for fourth-order differential equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50, 1907-1929.
- Wu, Z. C. (2009). Approximate analytical solutions of fifth-order boundary value problems by the variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11–12), 2514-2517.
- Wu, G. C. ve Lee, E. W. M. (2010). Fractional variational iteration method and its application. *Physics Letters A*, 374(25), 2506-2509.
- Wu, G. C. (2011). A fractional variational iteration method for solving fractional nonlinear differential equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(8), 2186-2190.
- Wu, G. C. (2013). Challenge in the variational iteration method – A new approach to identification of the Lagrange multipliers. *Journal of King Saud University-Science*, 25(2), 175-178.
- Xu, L. (2009). The variational iteration method for fourth order boundary value problems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 39(3), 1386-1394.
- Yang, K. (2006). *Analysis of laterally loaded drilled shafts in rock*. University of Akron, OH, Amerika.
- Yang, G. ve Chen, R. (2011). Choice of an optimal initial solution for a wave equation in the variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(8), 2053-2057.
- Yeşilce, Y. (2010). Differential transform method for free vibration analysis of a moving beam. *Structural Engineering and Mechanics*, 35(5), 645-658.

- Yeşilce, Y. (2011). DTM and DQEM for free vibration of axially loaded and semi-rigid-connected reddy-bickford beam. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 27(5), 666-693.
- Yeşilce, Y. ve Çatal, H. H. (2008). Free vibration of piles embedded in soil having different modulus of subgrade reaction. *Applied Mathematical Modelling*, 32, 889-900.
- Yeşilce, Y. ve Çatal, H. H. (2011). Solution of free vibration equations of semi-rigid connected reddy-bickford beams resting on elastic soil using the differential transform method. *Archive of Applied Mechanics*, 81(2), 199-213.
- Yeşilce, Y. ve Çatal, S. (2009). Free vibration of axially loaded Reddy-Bickford beam on elastic soil using the differential transform method. *Structural Engineering and Mechanics*, 31(4), 453-476.
- Yeşilce, Y. ve Demirdağ, O. (2008). Effect of axial force on free vibration of Timoshenko multi-span beam carrying multiple spring-mass systems. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50, 995-1003.
- Yeşilce, Y. (2009). *Yayılı kütleli sistemlerin yüksek mertebeden kesme deformasyonu teorisi diferansiyel quadrature (DQM) ve diferansiyel transformasyon (DTM) yöntemleri kullanılarak dinamik analizi*. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Yokoyama, T. (1996). Vibration analysis of Timoshenko beam-columns on two-parameter elastic foundations. *Computers and Structures*, 61(6), 995-1007.
- Zhang, J. (2009). The numerical solution of fifth-order boundary value problems by the variational iteration method. *Computers and Mathematics with Applications*, 58(11-12), 2347-2350.

Zhaohua, F. ve Cook, R.D. (1983). Beam elements on two-parameter elastic foundations. *Journal of Engineering Mechanics*, 109, 1390-1402.

Zhong, H. ve Gao, M. (2010). Quadrature element analysis of planar frameworks. *Archive of Applied Mechanics*, 80, 1391-1405.

Zhong, H. ve Yu, T. (2007). Flexural vibration analysis of an eccentric annular Mindlin plate. *Archive of Applied Mechanics*, 77, 185-195.

Zhu, J. M. (2009). New explicit exact solutions of the mKdV equation using the variational iteration method combined with Exp-function method. *Chaos, Solitons and Fractals*, 40(2), 952-957.

EKLER

DRM, GDQK, DQEM ve VİRM uygulamaları için Matlab (v7, 2014b, 2016b, 2018a, 2018b) programlama dilinde geliştirilen bilgisayar programlarına ait değişkenler listesi ve akış şeması aşağıda sunulmuştur.

EK 1: DRM, GDQK, DQEM ve VİRM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programına Ait Değişkenler Listesi

Tablo A.1 DRM, GDQK, DQEM ve VİRM uygulamaları için geliştirilen bilgisayar programına ait değişkenler listesi

el	:	Kirişin açıklık sayısı
n	:	Alt elemanlara ayrılmamış girişin düğüm noktası sayısı
elm	:	Her bir açıklığın bölündüğü eleman sayısı
Li	:	i. açıklığın uzunluğu
L	:	Açıklık uzunluğu vektörü (1x l boyutunda)
L0	:	Kiriş açıklıklarının eleman uzunluğu vektörü ($el \times 1$ boyutunda)
kc	:	Mesnet noktasının düşey rijitliği
kt	:	Mesnet noktasının dönme rijitliği
mes	:	Mesnetlerin rijitlik matrisi ($2 \times n$ boyutunda)
H	:	Malzeme özellikleri matrisi ($1 \times l$ boyutunda)
m	:	Kirişin birim uzunluğunun kütlesi
v	:	Kirişin Poisson oranı
h	:	Kirişin kesit yüksekliği
b	:	Kirişin kesit genişliği
Cs	:	Zemin yatak katsayısı ile temel genişliğinin çarpımından elde edilen katsayı
Ct	:	Zemin kayma parametresi ile temel genişliğinin çarpımından elde edilen katsayı
E	:	Kirişin elastisite modülü
G	:	Kirişin kayma modülü
EA	:	Kirişin uzama rijitliği
EI	:	Kirişin eğilme rijitliği
AG	:	Kirişin kayma rijitliği
A	:	Kirişin kesit alanı
I	:	Kirişin atalet momenti
g	:	Kirişin birim hacim ağırlığı
P	:	Eksenel basınç kuvveti
wson	:	Araştırılacak son açısal frekans değeri
R	:	Elemanın yer değiştirme matrisi (6×6 boyutunda)
Q	:	Elemanın iç kuvvet matrisi (6×6 boyutunda)

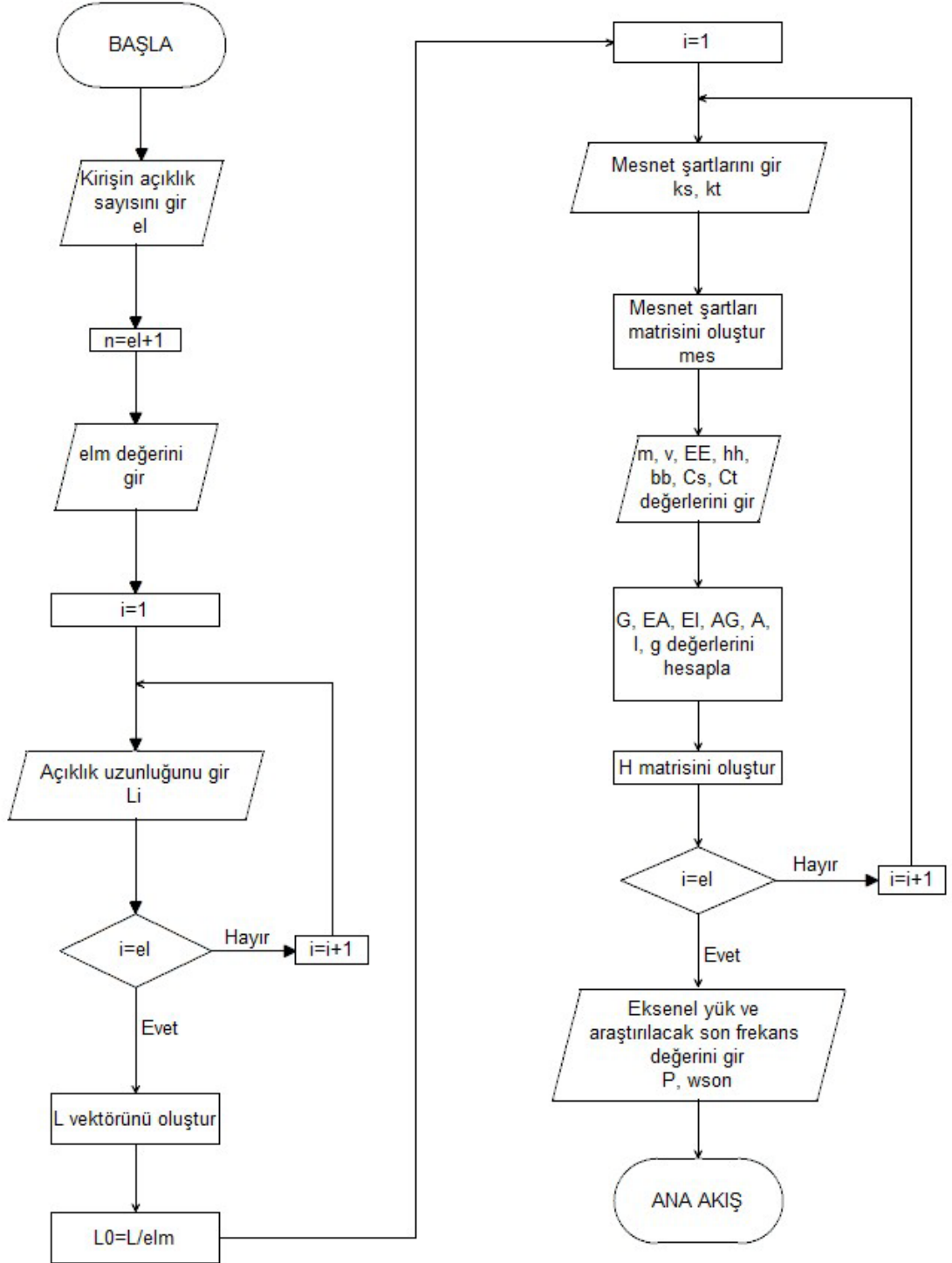
Tablo A.1 devamı

K_i	:	Kiriş elemanının dinamik rijitlik matrisi ($3n \times 3n$ boyutunda)
K	:	Kirişin global dinamik rijitlik matrisi ($6e \times 6e$ boyutunda)
K_{ind}	:	Kirişin sınır şartları uygulanmış global dinamik rijitlik matrisi
w_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının düşey yer değiştirme değeri
dw_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının eğimi
d_2w_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre ikinci mertebeden kısmi türevi
d_3w_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre üçüncü mertebeden kısmi türevi
d_4w_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre dördüncü mertebeden kısmi türevi
w_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının düşey yer değiştirme değeri
dw_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının eğimi
d_2w_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre ikinci mertebeden kısmi türevi
d_3w_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre üçüncü mertebeden kısmi türevi
d_4w_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının düşey yer değiştirme değerinin konum parametresine göre dördüncü mertebeden kısmi türevi
f_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının kesit dönmesi değeri
df_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının kesit dönmesi değerinin konum parametresine göre birinci mertebeden kısmi türevi
d_2f_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının kesit dönmesi değerinin konum parametresine göre ikinci mertebeden kısmi türevi
f_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının kesit dönmesi değeri
df_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının kesit dönmesi değerinin konum parametresine göre birinci mertebeden kısmi türevi
d_2f_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının kesit dönmesi değerinin konum parametresine göre ikinci mertebeden kısmi türevi
T_0	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının kesme kuvveti değeri
M_{w0}	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının M_w eğilme momenti değeri
M_{t0}	:	Kiriş elemanının sol düğüm noktasının M_θ eğilme momenti değeri
T_1	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının kesme kuvveti değeri
M_{w1}	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının M_w eğilme momenti değeri
M_{t1}	:	Kiriş elemanının sağ düğüm noktasının M_θ eğilme momenti değeri
s_i	:	Kirişin (2.22) bağıntılarında yer alan kökleri ($i=1,2,3,\dots,6$)
α_{fai}	:	(2.24) bağıntısında sunulan katsayılar ($i=1,2,3,\dots,6$)
J_{lmd}	:	Belirlenen bir frekans değerinin altında kalan frekans sayısı
w	:	Açısal frekans değeri
w_{son}	:	Araştırılacak son açısal frekans değeri
x_j	:	DQEM ve GDQK için düğüm noktalarının koordinatı
A_{ij}	:	DQEM’nda kullanılan birinci mertebeden kısmi türev operatörü
B_{ij}	:	DQEM’nda kullanılan ikinci mertebeden kısmi türev operatörü
C_{ij}	:	DQEM’nda kullanılan üçüncü mertebeden kısmi türev operatörü
D_{ij}	:	DQEM’nda kullanılan dördüncü mertebeden kısmi türev operatörü
K_{uu}	:	İndirgenmiş dinamik rijitlik matrisinin alt matris elemanı

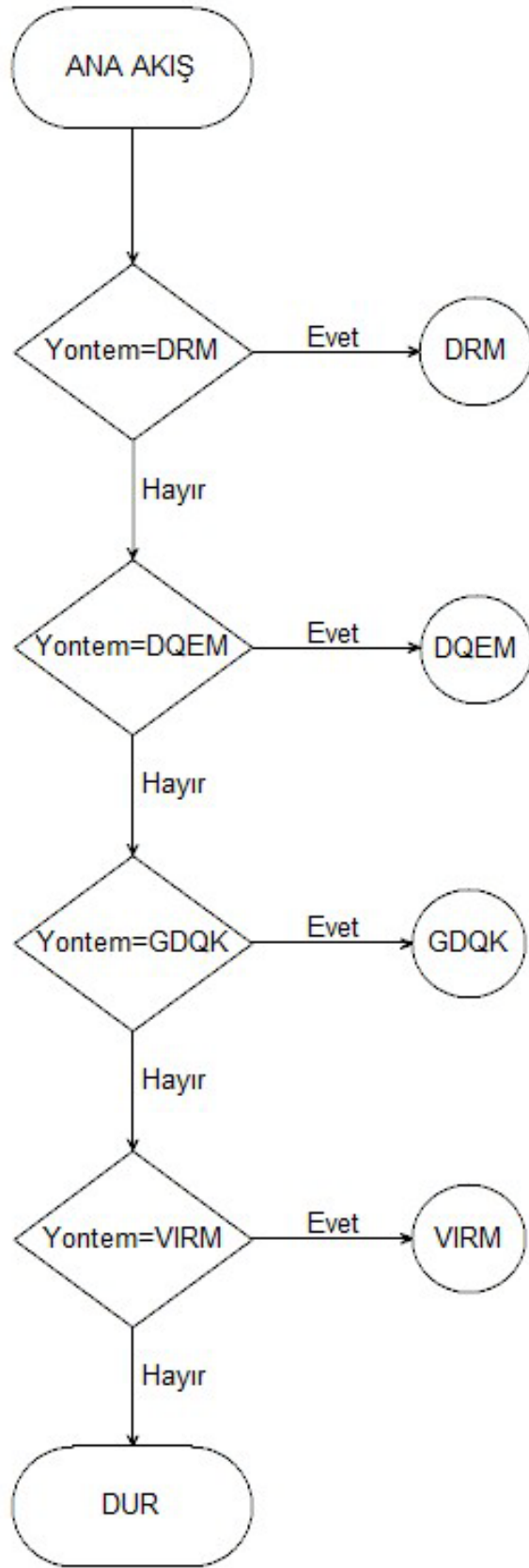
Tablo A.1 devamı

K _{ui}	:	İndirgenmiş dinamik rijitlik matrisinin alt matris elemanı
K _{ii}	:	İndirgenmiş dinamik rijitlik matrisinin alt matris elemanı
K _{iu}	:	İndirgenmiş dinamik rijitlik matrisinin alt matris elemanı
D	:	(3.48) bağıntısında sunulan global dinamik rijitlik matrisi
A _{1ij}	:	GDQK'nda kullanılan birinci mertebeden kısmi türev operatörü
B _{1ij}	:	GDQK'nda kullanılan ikinci mertebeden kısmi türev operatörü
C _{1ij}	:	GDQK'nda kullanılan üçüncü mertebeden kısmi türev operatörü
D _{1ij}	:	GDQK'nda kullanılan dördüncü mertebeden kısmi türev operatörü
a ₁	:	(4.8a) bağıntısı ile sunulan fonksiyon
a ₂	:	(4.8b) bağıntısı ile sunulan fonksiyon
a ₃	:	(4.8c) bağıntısı ile sunulan fonksiyon
b ₁	:	(4.10a) bağıntısı ile sunulan fonksiyon
b ₂	:	(4.10b) bağıntısı ile sunulan fonksiyon
b ₃	:	(4.10c) bağıntısı ile sunulan fonksiyon

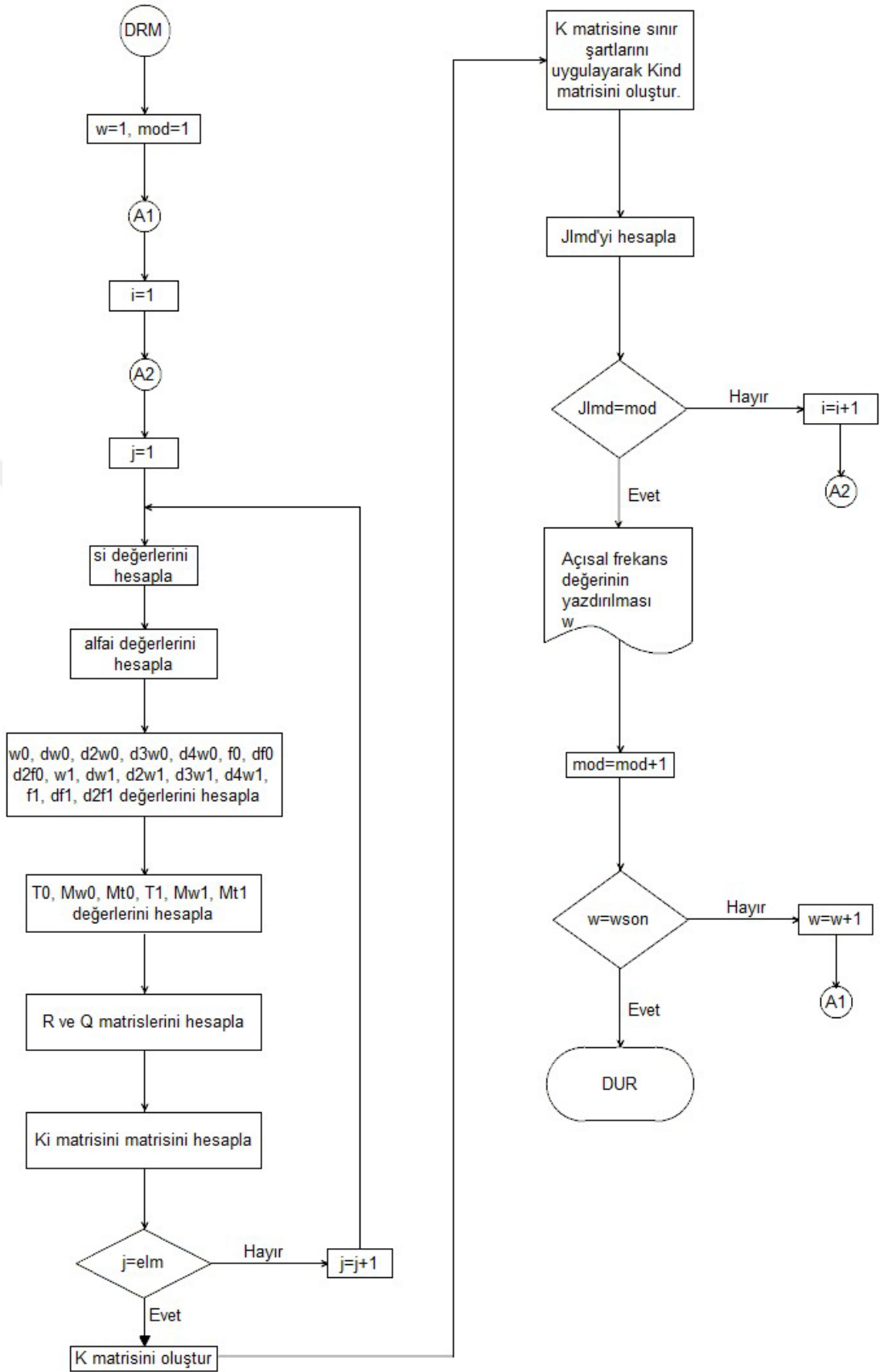
EK 2: DRM, GDQK, DQEM ve VİRM Uygulamaları İçin Geliştirilen Bilgisayar Programına Ait Akış Şeması



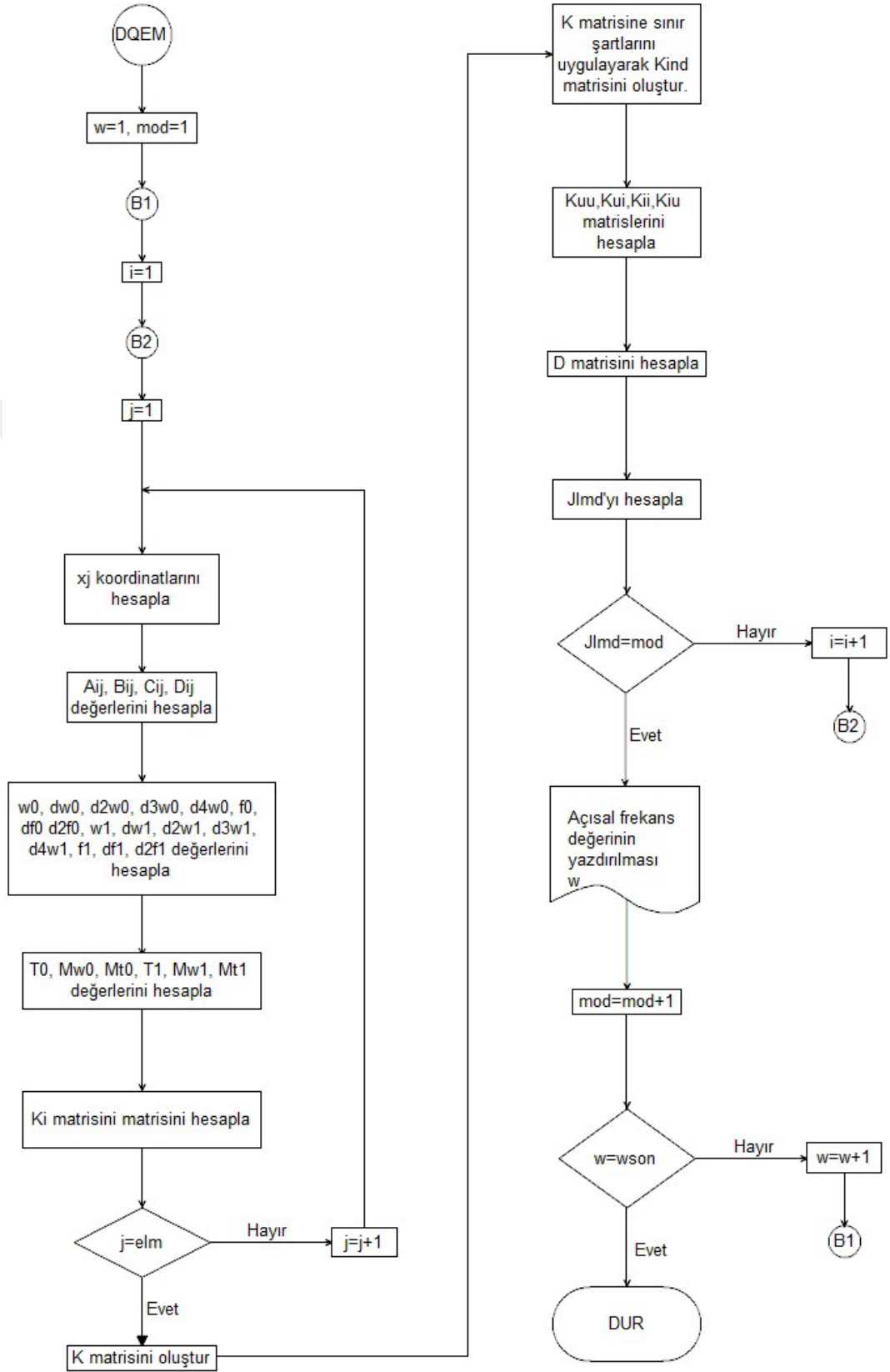
Şekil A.1 DRM, GDQK, DQEM ve VİRM uygulamaları için geliştirilen bilgisayar programına ait akış şeması



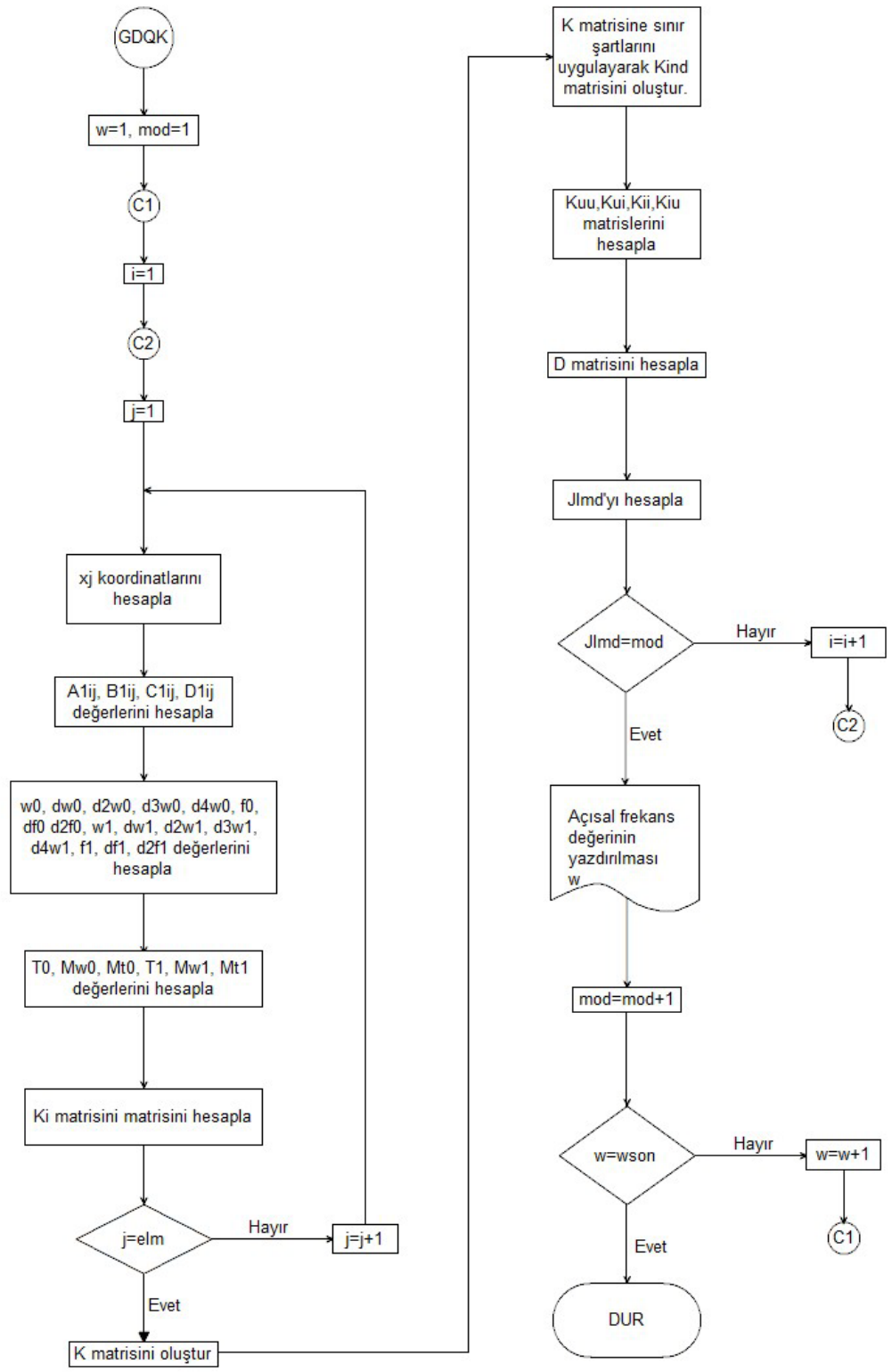
Şekil A.1 devamı



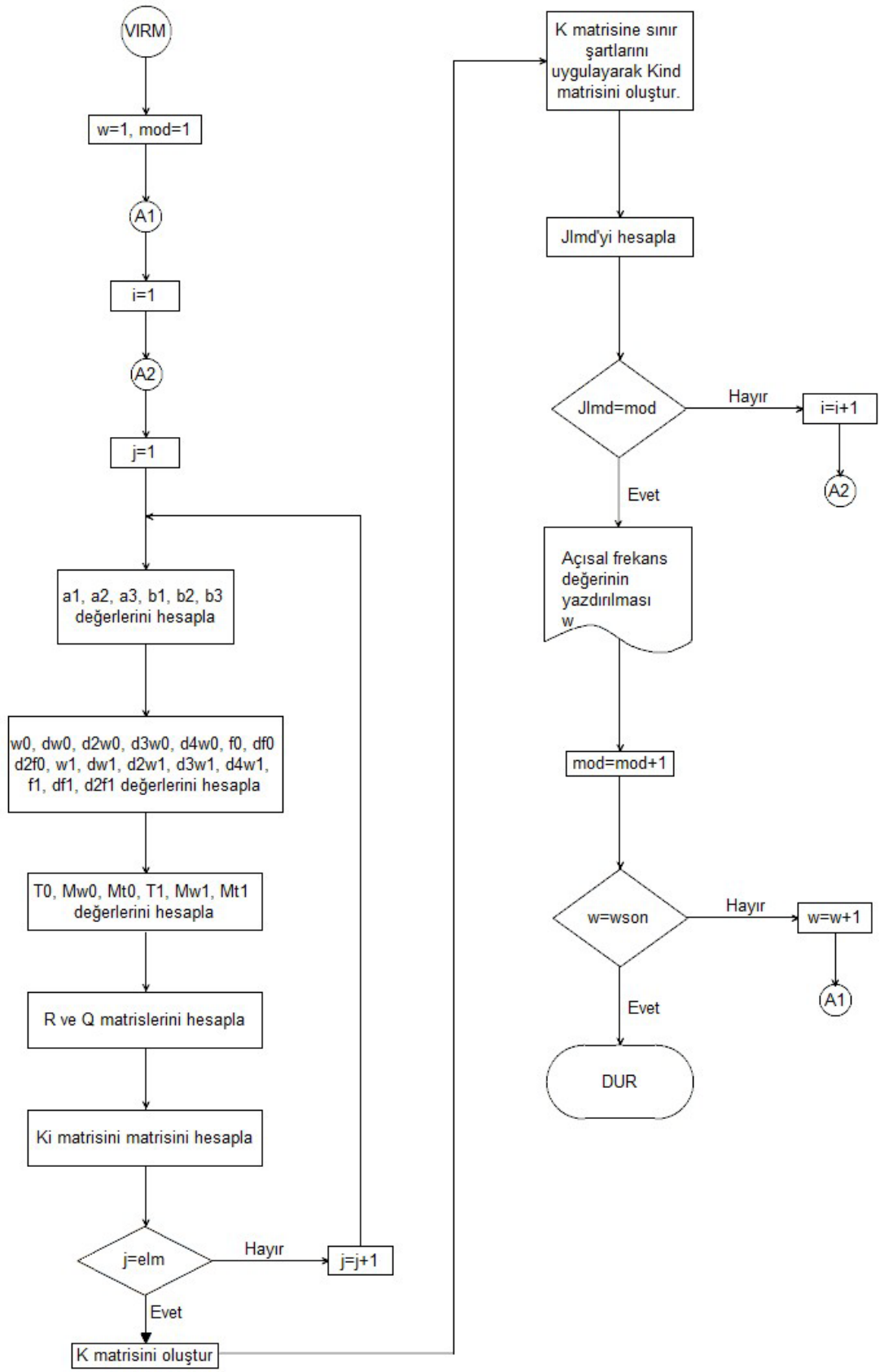
Şekil A.1 devamı



Şekil A.1 devamı



Şekil A.1 devamı



Şekil A.1 devamı