

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ SORUNU OLAN DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN
GENELLEŞTİRİLMİŞ MAKSİMUM ENTROPİ TAHMİNİ

Sibel ÖRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2012

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ SORUNU OLAN DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN
GENELLEŞTİRİLMİŞ MAKSİMUM ENTROPİ TAHMİNİ

Sibel ÖRK

Danışman: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2012

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından Ekonometri Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK

(Danışman)

Üye: Yrd. Doç. Dr. Ebru ÖZGÜR GÜLER

Üye: Yrd. Doç. Dr. Mustafa ILDIRAR

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

...../...../2012

Prof. Dr. Azmi YALÇIN

Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ÖZET**ÇOKLU İÇ İLİŞKİ SORUNU OLAN DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN
GENELLEŞTİRİLMİŞ MAKSİMUM ENTROPİ TAHMİNİ****Sibel ÖRK****Yüksek Lisans Tezi, Ekonometri Anabilim Dalı****DANIŞMAN: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK****Aralık 2012, 62 sayfa**

Bu çalışmada $y = Xb + u$ şeklinde ifade edilen genel lineer regresyon modeli ele alınmıştır. Uygulamalarda açıklayıcı değişkenler matrisi X çoklu iç ilişkiye sahip olabilir. Bu iç ilişkinin varlığı durumunda klasik tahmin ediciler hatalı sonuçlar verir. Bu problemin çözümü için yanlı fakat kararlı tahmin ediciler kullanılabilir. Çalışmada genelleştirilmiş maksimum entropi (GME) tahmin edicisi, en küçük kareler (EKK) ve ridge tahmin edici ile hata kareler ortalamasına (HKO) göre karşılaştırılmıştır. Bu amaç için Kaliforniya yoksulluk veri kümesi (Ramanathan, 2002) üzerinde analiz yapılmıştır. Uygulamada HKO'ların elde edilmesinde bootstrap yöntemi kullanılmıştır. Sonuçta, en iyi tahmin edicinin GME olduğuna karar verilmiştir.

Anahtar kelimeler: Genel lineer model, çoklu iç ilişki, genelleştirilmiş maksimum entropi, bootstrap

ABSTRACT**GENERALIZED MAXIMUM ENTROPY ESTIMATION OF LINEAR
REGRESSION MODEL WITH MULTICOLLINEARITY PROBLEM****Sibel ÖRK****Master Thesis, Department of Econometrics****Supervisor: Prof. Dr. H. Altan ÇABUK****December 2012, 62 pages**

In this study, the linear regression model $y = Xb + u$ is considered. The explanatory variables matrix X may subject to multicollinearity in applications. In the presence of collinearity, classical estimators produce incorrect results. Biased but stable estimators can be used to overcome this problem. In this study, generalized maximum entropy (GME) estimator is compared with the ordinary least squares (OLS) and ridge estimators according to the mean squared error (MSE) criteria. For this purpose, California poverty data set (Ramanathan, 2002) is analysed. In the application section, the bootstrap method is used to obtain MSE values. In conclusion, GME estimator is decided as the best estimator.

Keywords: General linear model, multicollinearity, generalized maximum entropy, bootstrap

ÖNSÖZ

Ekonometrik bir model belli varsayımlar altında kurulur ve veriler toplanır. Fakat verilerin toplanması aşamasında varsayımlardan sapmalar görülebilir. Bu sapmalardan birisi olan çoklu iç ilişki durumunda model klasik regresyon yöntemleriyle tahmin edilemez. Bunun için geliştirilen çözüm yöntemlerinden günümüzde en ilgi çekici olanı genelleştirilmiş maksimum entropi yöntemidir.

Bu çalışma yukarıda bahsedilen durumu içeren bir genel lineer modelin genelleştirilmiş maksimum entropi yöntemiyle tahmin edilmesi amacıyla yapılmıştır. Bu tez çalışması genelleştirilmiş maksimum entropi yöntemini bize tanıtan Golan, Judge ve Miller'dan ve bölüm başkanımız hocam sayın Prof. Dr. H. Altan ÇABUK tarafından yapılan çalışmalardan önemli ölçüde etkilenecek yazılmıştır.

Andre Gide'nin *“İyi bir başlangıç, yarı yarıya başarı demektir”* sözünde olduğu gibi bilim dünyasına attığım ilk adımda iyi bir danışmanla yola başlamak benim için başarımın yarısıdır. Bunun için öncelikle gerek tez çalışmam sırasında benim için bir yol gösterici olup gösterdiği destek için gerekse yaşadığım zorluklar karşısında bana daima anlayış gösterdiği için ve danışmanım olmasından her zaman büyük bir onur ve mutluluk duyduğum hocam sayın Prof. Dr. H. Altan Çabuk'a çok teşekkür ederim. Eğer sayın hocam olmasaydı bu konuya eğilip böyle bir çalışma ortaya koymam mümkün olmayacaktı.

Ayrıca tez çalışmam sırasında benden yardımlarını esirgemeyip tezim için önemli katkılar sağlayan hocam sayın Öğr. Gör. Dr. Hüseyin GÜLER'e bu süreçte bana vermiş olduğu büyük destek ve yardımlardan dolayı çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimime başladığım andan itibaren tüm içtenliğiyle bana destek olup her zaman yanımda olduğunu ve olacağını hissettiren ve tez jürimde yer almasından büyük mutluluk duyduğum hocam sayın Yrd. Doç Dr. Ebru ÖZGÜR GÜLER'e teşekkür ederim.

Tez jürimde yer alan ve konuma duyduğu ilgisinden dolayı mutlu olduğum hocam sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa ILDIRAR'a teşekkür ederim.

Lisans eğitimim boyunca bana bilim ve akademisyenlik anlamında çok şey öğreten ve bu noktaya gelmemde büyük emekleri olan Çukurova Üniversitesi İstatistik

Bölümü'nden emekli hocam sayın Prof. Dr. Fikri Akdeniz'e ve Ankara Üniversitesi İstatistik Bölüm Başkan Yardımcı hocam sayın Prof. Dr. Olcay ARSLAN'a teşekkür ederim.

Aslında bu tez çalışması sırasında ve tüm ömrüm boyunca bana rahat bir hayat sunarak en büyük desteği veren ailemin hakkı yadsınamaz. Bunun için beni yetiştiren ve bu noktaya getiren, attığım her adımda yanımda olan, haklarını hiçbir zaman ödeyemeyeceğim ve ailem olmalarından daima gurur duyduğum annem Emine ÖRK'e, babam Bülent ÖRK'e ve kardeşim Orhan ÖRK'e teşekkür ederim.

Son olarak tez çalışmam sırasında bana sevgisiyle destek olan nişanlım Ahmet Özel'e de teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Bu çalışma İİBF2012YL5 numaralı proje kapsamında Ç. Ü. Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ.....	iii
KISALTMALAR LİSTESİ	viii
TABLolar LİSTESİ	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1.Çalışmanın Konusu.....	1
1.2. Çalışmanın Amacı.....	2
1.3. Çalışmanın Planı.....	2

BÖLÜM II

DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ

2.1. Doğrusal Regresyon Modelinin Tanımlanması.....	3
2.1.1. Doğrusal Regresyon Modelinin Varsayımları.....	4
2.1.2. Tahmin Edicinin Özellikleri.....	5

BÖLÜM III

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ SORUNU

3.1. Çoklu İç İlişki (Çoklu Doğrusal Bağlantı) Sorununun Tanımlanması.....	7
3.1.1. Tam Çoklu İç İlişki.....	7
3.1.2. Yaklaşık Çoklu İç İlişki.....	8
3.2. Çoklu İç İlişkinin Nedenleri.....	9
3.3. Çoklu İç İlişkinin Sonuçları.....	9
3.4. Çoklu İç İlişki Sorununu Tespit Etme Yöntemleri.....	11
3.5. Çoklu İç İlişki Sorununu Giderme Yöntemleri.....	13

BÖLÜM IV

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ OLMASI DURUMUNDA KULLANILAN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

4.1. Yanlı Tahmin Edicilerin Tanımlanması.....	14
4.2. Bazı Yanlı Tahmin Ediciler.....	15
4.2.1. Shrinkage Tahmin Edici.....	15
4.2.2. Ridge Tahmin Edici.....	15
4.2.2.1. Optimum k Seçimi.....	18
4.2.3. Temel Bileşenler Tahmin Edicisi.....	19
4.2.4. Liu Tahmin Edici.....	20
4.2.5. Liu-tipi Tahmin Edici.....	21
4.2.6. Kısıtlı EKK Tahmin Edicisi.....	21
4.2.7. Kısıtlı Ridge Tahmin Edicisi.....	22
4.2.8. Kısıtlı Liu Tahmin Edicisi.....	22

BÖLÜM V

GENELLEŞTİRİLMİŞ MAKSİMUM ENTROPİ (GME)

5.1. Entropinin Tarihsel Süreci.....	23
5.2. Maksimum Entropi (ME) Prensibi.....	25
5.2.1. Maksimum Entropi (ME) Tahmin Edicisi.....	26
5.3. Genelleştirilmiş Maksimum Entropi (GME) Prensibi.....	28
5.3.1. Genelleştirilmiş Maksimum Entropi (GME) Tahmin Edicisi.....	28

BÖLÜM VI

UYGULAMA

6.1. Yoksulluk Veri Kümesi İçin Uygulama.....	35
6.1.1. Parametrelerin EKK İle Tahmin Edilmesi.....	35
6.1.2. Parametrelerin GME İle Tahmin Edilmesi.....	41
6.1.3. Tahmin Edicilerin Karşılaştırılması.....	49

BÖLÜM VII

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

7.1. Sonuçlar ve Öneriler.....	53
KAYNAKÇA.....	56
ÖZGEÇMİŞ.....	62

KISALTMALAR LİSTESİ

- EKK : En Küçük Kareler
GLM : Genel Lineer Model
GME : Genelleştirilmiş Maksimum Entropi
HKO : Hata Kareler Ortalaması
ME : Maksimum Entropi
VIF : Varyans Şişirme Faktörü (Variance Inflation Factor)

TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1: (6.1) Modelindeki Bağımsız Değişkenler için Korelasyon Değerleri.....	36
Tablo 2: (6.1) Modeli için EKK Tahminleri ve VIF Değerleri.....	36
Tablo 3: (6.1) Modeli için ANOVA Tablosu.....	37
Tablo 4: (6.1) Modeli Hakkında Özet Bilgi.....	37
Tablo 5: (6.1) Modeli için Özdeğer ve Koşul Sayıları.....	37
Tablo 6: (6.1) Modelindeki Değişkenlere Ait Özet İstatistikler.....	37
Tablo 7: (6.2) Modelindeki Bağımsız Değişkenler için Korelasyon Değerleri.....	39
Tablo 8: (6.2) Modeli için EKK Tahminleri ve VIF Değerleri.....	39
Tablo 9: (6.2) Modeli için ANOVA Tablosu.....	40
Tablo 10: (6.2) Modeli Hakkında Özet Bilgi.....	40
Tablo 11: (6.2) Modeli için Özdeğer ve Koşul Sayıları.....	40
Tablo 12: (6.2) Modelindeki Değişkenlere Ait Özet İstatistikler.....	40
Tablo 13: Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok).....	42
Tablo 14: GME Tahminleri (Kısıt yok).....	42
Tablo 15: Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları geniş).....	43
Tablo 16: GME Tahminleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları geniş).....	43
Tablo 17: Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları dar).....	44
Tablo 18: GME Tahminleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları dar).....	44
Tablo 19: Parametre Destek Vektörleri (İşaret kısıtı var).....	45
Tablo 20: GME Tahminleri (İşaret kısıtı var).....	45
Tablo 21: Parametre Destek Vektörleri (İşaret ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında).....	46
Tablo 22: GME Tahminleri (İşaret ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında).....	47
Tablo 23: Parametre Destek Vektörleri (İşaret ve $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ kısıtları altında).....	47
Tablo 24: GME Tahminleri (İşaret ve $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ kısıtları altında).....	48
Tablo 25: Parametre Destek Vektörleri (İşaret, $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında).....	48
Tablo 26: GME Tahminleri (İşaret, $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)...	49

Tablo 27: Ridge Tahminleri.....	50
Tablo 28: (6.1) Modeli için Bootstrap Sonuçları.....	51
Tablo 29: (6.2) Modeli için Bootstrap Sonuçları.....	52

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1: Örneklem Dağılımına Göre Etkinlik Grafiği.....	5
Şekil 2: Çoklu İç İlişki Problemine Ballentine Bakışı.....	8
Şekil 3: Tahmin Edicide Yanlılık ve Varyans İlişkisi.....	14
Şekil 4: Ridge Tahmin Edici ve Özellikleri.....	18

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Konusu

Ekonometrinin temel amacı kullanılan örneklem için uygun yöntemleri uygulayarak gerekli bilgiyi elde etmek ve en uygun kararın alınmasını sağlamaktır. Bu amaçla yapılacak analizlerin temelinde genel lineer model (GLM) yer almaktadır. Kullanılacak olan GLM üzerinde klasik regresyon yöntemlerini uygulamak için gerekli varsayımların sağlanması gerekmektedir. Ancak bu her zaman mümkün değildir. Çoğu kez sağlanması gereken varsayımlardan sapmalar görülür. Bu sapmalar kullanılan örneklemde kaynaklanmaktadır. Kullanılacak olan örneklemin seçimi esnasında veya verileri oluştururken veri kümeleri bazı hataların etkisi altında kalabilir veya problemin doğası gereği varsayımlar sağlanamayabilir. Bu durumda çeşitli problemler meydana gelir. Karşılaşılabilecek en temel problemler çoklu iç ilişki, değişen varyans ve otokorelasyon problemleridir.

Çalışmada bu problemlerden çoklu iç ilişki sorunu ele alınmıştır. Doğrusal regresyon modelinin önemli varsayımlarından biri olan açıklayıcı değişkenler arasında ilişki olmaması varsayımından sapma durumunda çoklu iç ilişki sorunu meydana gelir. Bu durum parametre tahminlerinin oldukça kararsız olmasına neden olur. Fakat ekonometrik bir çalışmada kararsız tahmin ediciler değil kararlı tahmin ediciler elde edilmek istenir. Bu nedenle çoklu iç ilişki olması durumunda klasik regresyon yöntemlerini kullanmak uygun olmaz. Literatürde bu yöntemler yerine farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir.

Çoklu iç ilişki olması durumunda kullanılan çözüm yöntemleri ile yanlı fakat kararlı tahmin ediciler elde edilir. Çalışmada bu tahmin edicilerden genelleştirilmiş maksimum entropi (GME) tahmin edicisi ele alınmıştır. Golan, Judge ve Miller (1996) tarafından tanımlanan GME, Jaynes tarafından sunulan maksimum entropi (ME) yönteminin doğrusal regresyon çerçevesinde GLM için genelleştirilmiş halidir.

1.2. Çalışmanın Amacı

Bir GLM’de çoklu iç ilişki olması durumunda klasik regresyon tahmin yöntemleri yerine, alternatif olarak geliştirilen tahmin yöntemlerini kullanmak gerekir. Bu amaçla çoklu iç ilişkinin tespit edildiği Kaliforniya şehirlerine ait yoksulluk veri kümesi (Ramanathan, 2002) üzerinde en küçük kareler (EKK), ridge ve GME tahmin edicileri ile parametre tahmini yapılmıştır. Bu çalışmanın uygulama bölümünde GME tahmin edicisinin çoklu iç ilişki varlığında diğer tahmin edicilere göre nasıl etkin bir tahmin edici olduğunun gösterilmesi amaçlanmıştır.

1.3. Çalışmanın Planı

Çalışma giriş ve sonuç bölümleri de dahil olmak üzere toplam yedi bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm giriş kısmı olup çalışmanın konusu, çalışmanın amacı ve çalışmanın planını içermektedir. İkinci bölümde doğrusal regresyon modelinin tanımı yapılarak varsayımları açıklanmış ve tahmin edicilerin sağlaması gereken özellikleri ele alınmıştır.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, doğrusal regresyon modelinin varsayımları sağlanmadığı takdirde karşılaşılabilecek en önemli sorunlardan biri olan çoklu iç ilişki sorunu incelenmiştir. Bununla birlikte çoklu iç ilişki sorunu olduğunda ne gibi sonuçlarla karşılaşılabileceği, bu sorunun nasıl tespit edileceği ve sorunu gidermek için neler yapılabileceğinden bahsedilmiştir. Çalışmanın dördüncü bölümünde, çoklu iç ilişki sorununu gidermek için kullanılan yöntemler üzerinde durulmuştur. Beşinci bölümde ise çoklu iç ilişki sorununu gidermek için kullanılan yöntemlerden GME prensibine yer verilmiştir.

Çalışmanın altıncı bölümünde, çoklu iç ilişki varlığı tespit edilen Kaliforniya’nın 58 şehrine ait 1990 yılı yoksulluk veri kümesi için EKK, ridge ve GME tahmin edicileri hesaplanmış, bootstrap yöntemi kullanılarak elde edilen hata kareler ortalaması (HKO) ölçütüne göre karşılaştırmalar yapılmıştır. Son olarak çalışmanın yedinci bölümü, sonuç ve öneriler kısmını içermektedir. Bu bölümde çoklu iç ilişki sorunu olan bir doğrusal regresyon modelinin GME yöntemi kullanılarak tahmin edildiğinde nasıl sonuçlar elde edildiği ve çoklu iç ilişki sorunu olduğunda bu yöntemin kullanılmasının ne kadar etkili olduğundan söz edilmiştir.

BÖLÜM II

DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ

Bu bölümde öncelikle doğrusal regresyon modelinin tanımı yapılacak ve modelin varsayımları açıklanacaktır. Daha sonra tahmin edicilerin sağlaması gereken özelliklere yer verilecektir.

2.1. Doğrusal Regresyon Modelinin Tanımlanması

y bağımlı değişkeni ve $X_1, X_2, \dots, X_K$ K sayıda açıklayıcı değişkeni arasındaki ilişki;

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_K) \quad (2.1)$$

şeklinde gösterilir.

f fonksiyonu lineerse model;

$$y = X_1 b_1 + X_2 b_2 + \dots + X_K b_K + u \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir ve *doğrusal (linear) regresyon modeli* olarak adlandırılır.

Eğer f fonksiyonu lineer olmayan bir fonksiyon ise (2.1) denklemi *lineer olmayan regresyon modeli* olarak adlandırılır.

Genel olarak,

$$y_t = b_1 + b_2 X_{t2} + b_3 X_{t3} + \dots + b_K X_{tK} + u_t \quad (2.3)$$

şeklinde verilen doğrusal regresyon modelinde;

$\mathbf{y}$: $t \times 1$ boyutlu açıklanan değişken gözlemler vektörü (bağımlı değişken)

$\mathbf{X}$: $t \times K$ boyutlu açıklayıcı değişkenler matrisi (tasarı matrisi)

$\boldsymbol{\beta}$: $K \times 1$ boyutlu bilinmeyen parametreler vektörü

$\mathbf{u}$: $t \times 1$ boyutlu hata vektörü

dür. Burada b_1 sabit terim olarak ele alınmıştır.

$\mathbf{y}$ 'ye ilişkin $t = 1, 2, \dots, T$ sayıda gözlem alındığında her gözlem için model yeniden yazılırsa;

$$y_1 = b_1 + b_2 X_{12} + b_3 X_{13} + \dots + b_K X_{1K} + u_1$$

$$y_2 = b_1 + b_2 X_{22} + b_3 X_{23} + \dots + b_K X_{2K} + u_2$$

.

.

$$\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} \quad \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array}$$

$$y_T = b_1 + b_2 X_{T2} + b_3 X_{T3} + \dots + b_K X_{TK} + u_T \quad (2.4)$$

olur. Burada T gözlem sayısını ifade eder.

Matris notasyonu ile model;

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_T \end{bmatrix}_{T \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & X_{12} & \cdot & \cdot & X_{1K} \\ 1 & X_{22} & \cdot & \cdot & X_{2K} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_{T2} & \cdot & \cdot & X_{TK} \end{bmatrix}_{T \times K} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_K \end{bmatrix}_{K \times 1} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_T \end{bmatrix}_{T \times 1} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir.

2.1.1. Doğrusal Regresyon Modelinin Varsayımları

Doğrusal regresyon modeli bazı varsayımlar altında oluşturulur. Bu varsayımlar şu şekildedir:

1. Klasik doğrusal regresyon modeli (2.3)'de gösterildiği şekildedir. Matris formunda modelin yazılımı ise;

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2.6)$$

olup,

$\mathbf{y} : T \times 1$, $\mathbf{X} : T \times K$, $\boldsymbol{\beta} : K \times 1$, $\mathbf{u} : T \times 1$ boyutlu vektör ve matrislerdir.

2. $\mathbf{X}$ matrisi tam sütun ranklıdır.

3. $\mathbf{X}$ elemanları rassal olmayan (nonstokastik) bir matristir.

4. $E(\mathbf{u}) = \mathbf{0}_{T \times 1}$

$$E \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{u}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0}_{T \times 1} \quad (2.7)$$

5. Hataların varyansı sabit, kovaryansı sıfırdır.

$$E \left\{ [\mathbf{u} - E(\mathbf{u})][\mathbf{u} - E(\mathbf{u})]^\top \right\} = s^2 \mathbf{I}_T \quad (2.8)$$

6. $\mathbf{u}_T \sim \text{NID}(0, s^2 \mathbf{I}_T)$

Doğrusal regresyon modeli (2.6) da ifade edilen model olup GLM olarak adlandırılır.

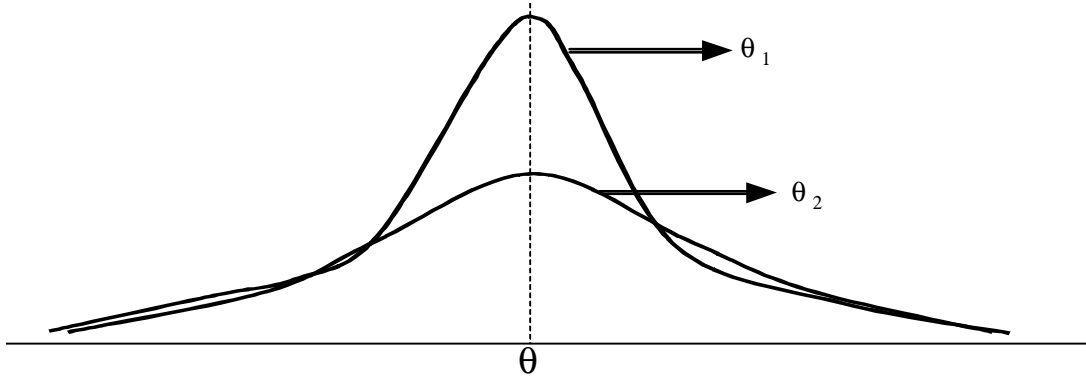
2.1.2. Tahmin Edicinin Özellikleri

Çoklu regresyon analizinde temel amaç parametre tahmini yapmaktır. Yani regresyon modelini tahmin edebilmek için açıklanan ve açıklayıcı değişkenlerin gözlemlerinden yararlanılarak bilinmeyen parametreler tahmin edilmek istenir.

Tahmin edicinin kullanımıyla elde edilen sayısal değere tahmin, kitle ilişkisinde yer alan bilinmeyen parametreleri tahmin etmede kullanılan örneklem istatistiğine tahmin edici denir. Tahmin edicide sağlanması gereken bazı özellikler vardır (Özdamar vd. , 1999, s. 125-128).

Yansızlık: Bir θ parametresinin tahmin edicisi olan $\hat{\theta}$ ’nın sapması sıfır yani beklenen değeri gerçek parametreye eşitse $\hat{\theta}$ θ için yansız bir tahmin edicidir. Koşul $E(\hat{\theta}) = \theta$ şeklinde ifade edilir. Yanlılık miktarı ise $E(\hat{\theta}) - \theta$ olur.

Etkinlik: Eğer aynı örneklem büyüklüğüne sahip iki yansız tahmin edici varsa bunlardan varyansı küçük olan tahmin edici etkindir.



Şekil 1. Örneklem dağılımına göre etkinlik grafiği

Kaynak: Yardımcı, 2002, s. 3

Bu şekle göre θ_1 tahmin edicisinin örneklem dağılımı θ_2 tahmin edicisinin örneklem dağılımına göre daha dar çizildiği için varyansında daha küçük olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle θ_1 tahmin edicisi θ_2 tahmin edicisinden daha etkindir.

En Küçük Varyans: Tahmin edicinin sadece yansız olması yeterli olmayabilir. Aynı zamanda en küçük varyansa sahip olması da istenir. Eğer $\hat{\theta}$ diğer yansız tahmin edicilere göre en küçük varyansa sahip ise en iyi tahmin edicidir.

$\hat{\theta}$ ve θ 'nın yansız iki tahmin edicisi olsun.

$$E\left[\left(\hat{\theta}-E(\hat{\theta})\right)^2\right]<E\left[\left(\theta-E(\theta)\right)^2\right] \quad (2.9)$$

(2.9) ile ifade edildiği gibi $Var(\hat{\theta})<Var(\theta)$ eşitsizliği tüm yansız θ için sağlanıyorsa $\hat{\theta}$ 'ya en küçük varyans (minimum varyans) yansız tahmin edici denir.

Tutarlılık: Örneklem hacmi artarken $\hat{\theta}$ tahmin edicisinin değeri θ değerine yakınsıyorsa $\hat{\theta}$ tahmin edicisi θ 'nın tutarlı bir tahmin edicisidir denir.

$\hat{\theta}$, θ için bir tahmin edici ve e çok küçük bir pozitif sayı olsun.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\hat{\theta}-\theta\right|<e\right)=1 \quad (2.10)$$

veya

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\hat{\theta}-\theta\right|\geq e\right)=0 \quad (2.11)$$

kriteri sağlanıyor ise $\hat{\theta}$ tahmin edicisi θ için tutarlı bir tahmin edicidir.

Yeterlilik: Tahmin edicinin tahmin edilecek parametre hakkında örneklemde bulunan tüm bilgiyi kullanmasına yeterlilik denir. Örneğin; mod, medyan ve aritmetik ortalama kıyaslandığında mod ve medyan örneklemdeki tüm bilgiyi kullanmazken aritmetik ortalama mevcut tüm bilgiyi kullandığından yeterli bir tahmin edicidir.

Modelin varsayımları sağlandığı takdirde EKK veya bu gibi tahmin yöntemleri kullanılarak model parametreleri tahmin edilir. Ancak modele veya tahmin ediciye ait bu temel varsayımlar gerçekleşmediği takdirde bazı problemler ortaya çıkabilir. Bu problemlerden birisi açıklayıcı değişkenler arasında kuvvetli bir ilişki olmasıdır. Bu problem çoklu iç ilişki problemi olarak adlandırılır.

BÖLÜM III

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ SORUNU

Bu bölümde çoklu iç ilişki sorununun tanımı yapılacak ve çoklu iç ilişki sorunu olduğunda ne gibi sonuçlarla karşılaşılacağı anlatılacaktır. Bu sorunun nasıl tespit edileceği ve sorunu gidermek için neler yapılabileceği ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

3.1. Çoklu İç İlişki (Çoklu Doğrusal Bağlantı) Sorununun Tanımlanması

Bir regresyon modelinde parametreleri tahmin etmek için teorik olarak ifade edilen varsayımlara uyan bir veriyle çok nadiren karşılaşılır. Uygulamada araştırmacıların karşısına çeşitli problemler çıkar. Bu problemlerden birisi çoklu iç ilişki problemidir. Eksik-sunum problemi olarak bilinen parametre sayısının gözlem sayısından daha çok olması yani durağan olmama problemi ve kötü-kışulluluk problemi olarak bilinen parametre tahminlerinin kararsız olma problemine oldukça sık rastlanılır. Parametre tahminlerinin oldukça kararsız olmasına neden olan bu tür problemlere *çoklu iç ilişki* problemi denir.

Başka bir şekilde açıklamak gerekirse (2.6) ile ifade edilen bir GLM’de açıklayıcı değişkenler arasında lineer bir ilişki yoktur veya açıklayıcı değişkenler bağımsızdır şeklinde bir varsayım yapılır. Ama bu varsayım her zaman geçerli olmaz. Bu durumda çoklu iç ilişki problemi ortaya çıkar. Açıklayıcı değişkenlerin tamamı veya tam olmasa da bir kısmı arasında doğrusal ilişki olması durumuna çoklu iç ilişki problemi denir. Bu terim ilk kez Ragnar Frish tarafından kullanılmıştır.

3.1.1. Tam Çoklu İç İlişki

Eğer $X'X$ matrisi tekil ve $(X'X)^{-1}$ ile $\hat{\beta}$ tanımlanamıyorsa X matrisinin sütunları lineer bağımlıdır. Bu durumda tam çoklu iç ilişki vardır (Hansen, 2012, s. 107).

Ayrıca standartlaştırılmış formda $|X'X|=0$ ise tam çoklu iç ilişki vardır denir (Rao ve Toutenburg, 1999, s. 58).

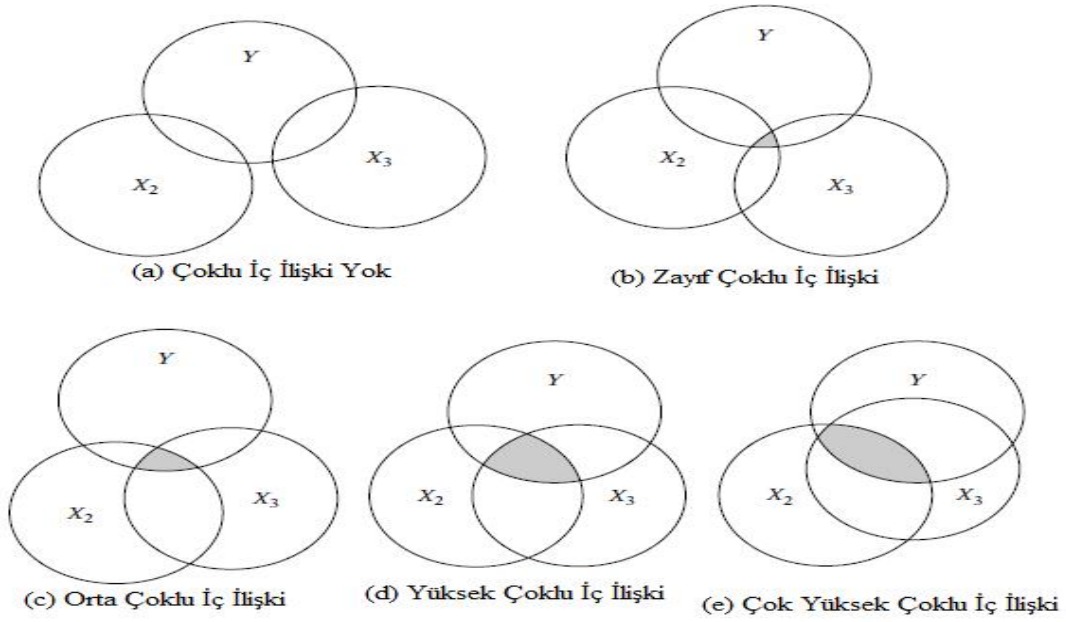
Uygulamada tam çoklu iç ilişki problemine pek sık rastlanılmaz. Genellikle tama yakın çoklu iç ilişki sorunu ile karşılaşılır.

3.1.2. Yaklaşık Çoklu İç İlişki

$X'X$ matrisi yaklaşık olarak tekil ve X matrisinin sütunları yaklaşık olarak lineer bağımlı ise bu durumda yaklaşık çoklu iç ilişki vardır denir (Hansen, 2012, s. 107).

Başka bir ifade ile standartlaştırılmış formda $|X'X| \approx 0$ ise yaklaşık (zayıf) çoklu iç ilişki vardır denir (Rao ve Toutenburg, 1999, s. 58).

Çoklu iç ilişki sorunu Ballentine tarafından grafiksel olarak Şekil 2'deki gibi gösterilmiştir.



Şekil 2. Çoklu iç ilişki problemine Ballentine bakışı

Kaynak: Gujarati, 2004, s. 344

Burada X_2 ve X_3 açıklayıcı değişkenleri, Y ise bağımlı değişkeni temsil eder. Çoklu iç ilişkinin derecesi X_2 ve X_3 açıklayıcı değişkenleri arasındaki taralı kısım tarafından ölçülebilir. Taralı kısım genişledikçe çoklu iç ilişkinin derecesi artmaktadır (Gujarati, 2004, s. 343).

3.2. Çoklu İç İlişkinin Nedenleri

Çoklu iç ilişkinin oluşmasına neden olan birkaç kaynak vardır. Bu nedenler şu şekilde sıralanır (Montgomery ve Peck, 1992, s. 526):

1. Kullanılan veri toplama metodunda kitledeki değişkenlerin değer aralığının dışında örneklem seçilmiş ise

2. Modelde ya da kitlede kısıtlamalar var ise: Örneğin değişkenleri gelir ve ev büyüklüğü olan elektrik tüketimini gösteren bir regresyon modelinde yüksek gelirli ailelerin genellikle düşük gelirli ailelerden daha büyük evlerde oturmaları bir kısıtlamadır.

3. Modelin tanımlanmasında hata var ise: Örneğin özellikle X değişkenlerinin değişim aralığı küçükken regresyon modeline polinom terimlerin eklenmesi modelin tanımlanmasında hata oluşturur.

4. Modelin aşırı belirlenmesi durumu söz konusu ise: Örneğin modelde gözlem sayısından çok açıklayıcı değişken olması durumunda model aşırı belirlenmiş olur. Bu durum genellikle hastalardan alınan bilginin hasta sayısından çok olmasını gerektiren tıbbi araştırmalarda ortaya çıkar.

Yukarıda sayılan nedenlere ek olarak özellikle zaman serisi verilerinde değişkenler zamanla artış ya da azalış gösterirler. Böylece tüketim harcaması veya gelir, refah, kitle modellerinde değişkenler az ya da çok aynı oranda büyümeye gösterirler. Bu durumda değişkenler arasında iç ilişki problemi meydana gelir.

3.3. Çoklu İç İlişkinin Sonuçları

Tam ya da yaklaşık çoklu iç ilişki aşağıda belirtilen istenmeyen bazı sonuçlara neden olur (Gujarati, 2004, s. 350).

1. Regresyon katsayılarının EKK tahmin edicileri hala lineer yansız tahmin ediciler olmalarına rağmen varyansı büyüktür.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (3.4)$$

$$Var(\hat{\beta}) = s^2 (X'X)^{-1} \quad (3.5)$$

Varyansın büyük olması sonuçların örneklemden örnekleme değişebilirliği anlamına gelecektir. Aynı zamanda kovaryans da değişiklik gösterecektir. Bu durumda tahmin edicinin güvenilirliği azalacaktır. Aynı şekilde sıfır ve alternatif hipotez için istatistiksel bir tahmin yapmak zor olacaktır.

2. Çoklu iç ilişki durumunda varyans ve kovaryansın büyük olması güven aralıklarının daha geniş olmasına, bunun sonucunda ise sıfır hipotezinin kabul edilmesine yol açacaktır. Böylece hipotez testlerinden elde edilen sonuçlarda güven eksikliği olacaktır.

3. $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisi yaklaşık tekilse yapılan hesaplamalardaki güvenilirlik azalacaktır. Yani yaklaşık çoklu iç ilişki durumunda katsayı tahminlerinde hatalı sonuçlar elde edilecektir.

İki açıklayıcı değişkene sahip sabit varyanslı lineer regresyon modeli,

$$y_i = X_{1i}b_1 + X_{2i}b_2 + u_i$$

şeklinde olsun. X ve y 'nin ortalamadan farkları alınmış olduğu kabul edilsin. Model,

$$\frac{1}{n}\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılırsa, tahmin edicilerin varyansı;

$$Var(\hat{\beta}/\mathbf{X}) = \frac{s^2}{n} \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{s^2}{n(1-r^2)} \begin{pmatrix} 1 & -r \\ -r & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

olur.

r olarak belirtilen korelasyon iç ilişkiyi gösterir ve r bire yaklaştıkça matris tekil olur. $|r| \rightarrow 1$ 'e yakınsadıkça $s^2 \left[n(1-r^2) \right]^{-1}$ sonsuza gider. Bu katsayı tahmininin varyansını incelendiğinde, yapılan tahminde iç ilişkinin etkileri gözlemlenebilir. Bu durumda açıklayıcı değişkenler arasındaki doğrusal ilişki ne kadar kuvvetli ise katsayı tahminleri o kadar hatalı sonuç verecektir (Hansen, 2012, s. 107).

4. β parametresi ile $\hat{\beta}$ arasındaki uzaklık artar. Yani parametre tahminlerinde büyük sapmalar meydana gelir. Bu durum parametrelerin kararlı olmasını engeller.

5. EKK tahminleri gerçek değerinden uzaklaşır. Yani çoklu iç ilişki $\hat{\beta}$ 'nın boyunun büyümesine neden olur.

6. R^2 değeri yüksek olacağı için model hatalı olsa da modelin uygun bir model olduğu yanlışlamasına neden olacaktır.

Bu nedenlerden dolayı, uygulamalı ekonometri çalışmalarında çoklu iç ilişki probleminin oldukça iyi araştırılması gerekmektedir. Golan ve diğerleri (1996, s. 128) talep fonksiyonu tahmini çalışmalarında bu önemli problemi özellikle not etmişlerdir (Akdeniz, Çabuk ve Güler, 2011a):

Birbirleriyle tüketim ilişkisi içerisinde yer alan ürünlerin reel fiyat değişkenleri ve reel gelir değişkeni, tüketici talebi modellerinde sıklıkla yer alan açıklayıcı değişkenlerden bazılarıdır. Bu değişkenlerin zaman içerisinde birlikte hareketleri, birbirleriyle doğrusal ilişki içerisinde olmalarına, diğer bir ifadeyle çoklu bağlantı probleminin ortaya çıkmasına neden olur.

3.4. Çoklu İç İlişki Sorununu Tespit Etme Yöntemleri

Literatürde çoklu iç ilişkiyi tespit etmek için pek çok yöntem vardır. Bu yöntemlerden bazıları şu şekilde sıralanabilir:

1. Tahmin edilen doğrusal regresyon modelinde R^2 değerinin yüksek çıkmasına rağmen ya hiç ya da birkaç tane katsayının t istatistiklerinin anlamlı olarak sıfırdan farklı olması çoklu iç ilişkinin göstergesidir (Gujarati, 2004, s. 359).

2. Parametre tahminlerinin işaretlerinin beklenenden farklı çıkması, önemli açıklayıcı değişkenlerin t istatistiklerinin küçük olması, X matrisinin satır ya da sütununda bulunan bir değer silinmesinin regresyon sonuçlarını etkilemesi çoklu iç ilişkiyi belirlemek için bir göstergedir (Belsley, Kuh ve Welsch, 2004, s. 92).

3. Standartlaştırılmış formda $X'X$ matrisinin determinantı 0 ile 1 değerleri arasındadır ($0 \leq |X'X| \leq 1$). Determinant 0 ise tam çoklu iç ilişki vardır, determinant 1 ise çoklu iç ilişki yoktur denir. $X'X$ matrisinin determinantı sıfıra yaklaştıkça çoklu iç ilişkinin gücü artar (Farrar ve Glauber, 1967, s. 101).

4. Açıklayıcı değişkenler arasındaki ikişerli korelasyon katsayılarının yüksek olması çoklu iç ilişkinin bir göstergesidir (Farrar ve Glauber, 1967, s. 103). x_i ve x_j değişkenleri arasındaki kısmi korelasyon katsayısı;

$$r_{ij} = \frac{-r^{ij}}{\sqrt{r^{ii}} \sqrt{r^{jj}}} \quad (3.1)$$

şeklinde hesaplanır. Burada r^{ij} , $(X'X)^{-1}$ matrisinin ij -inci elemanını gösterir.

5. $X'X$ matrisinin öz değerlerinden biri ya da daha fazlasının sıfıra yakın olması çoklu iç ilişki hakkında bilgi verir (Vinod ve Ullah, 1981, s. 361).

6. Belsley (1991) tarafından önerilen koşul sayısı çoklu iç ilişkiyi belirlemek için kullanılır. λ_{max} en büyük özdeğer, λ_{min} en küçük özdeğer olmak üzere $k = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$ koşul sayısı;

- (i) 100'den küçük olduğunda çoklu iç ilişki yoktur.
- (ii) 100 ile 1000 arasında olduğunda çoklu iç ilişki vardır.
- (iii) 1000'den büyük olduğunda şiddetli çoklu iç ilişki vardır denir (Gujarati, 2004, s. 362).

Ayrıca $CI = \sqrt{k} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}$ şeklinde de gösterilir. Bu durumda $\sqrt{k}$;

- (i) 10 ile 30 arasında olduğunda orta veya güçlü çoklu iç ilişki vardır.
- (ii) 30'dan büyük olduğunda şiddetli çoklu iç ilişki vardır denir (Gujarati, 2004, s. 362).

7. $\mathbf{R}^{-1}$ 'in köşegen elemanları r^{ii} 'ler Chatterjee ve Price'ın (1977) belirttiği gibi varyans şişirme faktörü (variance inflation factor - VIF) olarak adlandırılırlar. VIF değerleri tahmin edilen çoklu doğrusal regresyon modelinde, katsayısı varyanslarının çoklu doğrusal bağlantıdan ne kadar etkilendiğini gösteren istatistiklerdir. R_i^2 , x_i 'nin çoklu belirleyicilik katsayısı olmak üzere VIF değeri;

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (3.2)$$

şeklinde hesaplanır (Belsley ve diğerleri, 2004, s. 93). Yüksek VIF değeri R_i^2 'nin 1'e yakın olduğunu gösterir ve bu da çoklu iç ilişkinin göstergesidir. VIF_i ve EKK tahmininin standart sapması arasında da doğrudan bir ilişki vardır.

$$SD(\hat{b}_i) = \frac{\sqrt{VIF_i} \left(\frac{s}{s_i} \right)}{\sqrt{n-1}} \quad (3.3)$$

8. Regresyonun önemliliği için hesaplanan F değeri regresyon katsayılarının eşanlı olarak sıfır olduğunu reddederken hesaplanan t değerleri regresyon katsayılarının tek tek sıfır olduğu sonucuna götürüyorsa çoklu iç ilişki vardır denir.

9. $\mathbf{X}$ matrisi tam sütun ranklı değilse $\mathbf{X}$ matrisinin kolonları lineer bağımlıdır (Vinod ve Ullah, 1981, s. 121). Bu durumda tam çoklu iç ilişki vardır. $X_1, X_2, \dots, X_K$ 'nin alt kümeleri için yaklaşık olarak lineer bağımlılık olması durumunda ise yaklaşık çoklu iç ilişki vardır denir.

10. Belsley ve diğerleri (2004, s. 95) tarafından bahsedildiği gibi Frish (1934) çoklu iç ilişkiyi belirlemek için bunch-map analizini (yelpaze analizi) geliştirmiştir. Bu teknikte grafiksel olarak aralarında ilişki olan veri setleri gözlemlenebilir.

3.5. Çoklu İç İlişki Sorununu Giderme Yöntemleri

Çoklu iç ilişki problemi bir örneklem sorunudur. Ortadan kaldırmak için kullanılan yöntemler şu şekildedir:

1. Çoklu iç ilişki problemi ile karşılaşıldığında uygulanabilecek ilk adım modelin yeniden belirlenmesidir. Bu işlem modelde ilişkili değişkenlerden birini çıkartmak veya modele yeni bir değişken eklemektir. Ancak bu durum model kurma hatasına yol açabileceğinden pek sağlıklı bir yöntem değildir.

2. Önsel bilgi kullanılarak çoklu iç ilişkinin etkisi azaltılır ya da tamamen yok edilir (Gujarati, 2004, s. 364). Örneğin Bir Cobb-Douglas türü üretim fonksiyonunda ölçeğe göre sabit getiri beklentisi önsel bilgi olarak kullanılabilir.

3. Ek veri toplayarak yani örneklem büyüklüğünü arttırarak çoklu iç ilişkinin etkisini azaltmak mümkündür (Silvey, 1969, s. 545). Fakat ek veri toplamak modeldeki kısıtlamalardan dolayı her zaman mümkün olmayabilir.

4. Özellikle zaman serisi verilerinde çoklu iç ilişkiyi gidermenin yolu değişkenlerin orijinal değerleri yerine dönüştürülmüş değerlerinin kullanılmasıdır. Değişkenlerin birinci farkları veya değişme oranları alınarak da çoklu iç ilişki problemi çözülmeye çalışılmaktadır (Tarı, 2010, s. 165).

5. Kesit verileriyle zaman serisi verilerini bir araya toplayarak yani karma (havuz) veri oluşturarak da çoklu iç ilişki problemi ortadan kaldırılabilir (Gujarati, 2004, s. 365).

6. Değişken değiştirme yöntemiyle çoklu iç ilişki sorunu ortadan kaldırılabilir.

7. Çoklu iç ilişkiyi hesaba katan yanlış tahmin ediciler kullanılabilir. Bu tahmin yöntemleri ile yanlış fakat kararlı tahmin ediciler elde edilir.

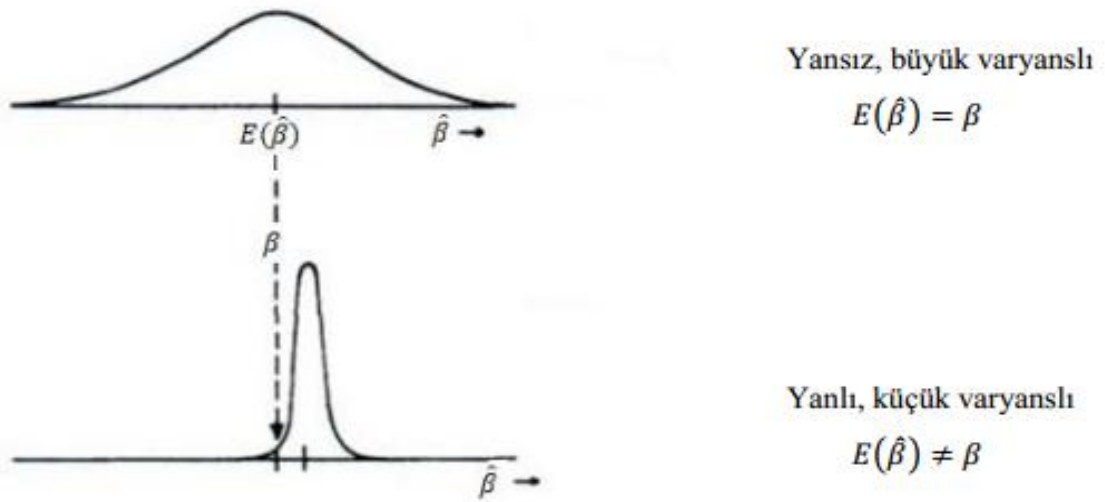
BÖLÜM IV

ÇOKLU İÇ İLİŞKİ OLMASI DURUMUNDA KULLANILAN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde bir önceki bölümde bahsedilen çoklu iç ilişki sorununu gidermek için kullanılan yöntemler üzerinde durulacaktır. Bu durumda kullanılan yanlış tahmin ediciler hakkında bilgi verilecek ve tahmin edicilerin özellikleri açıklanacaktır.

4.1. Yanlış Tahmin Edicilerin Tanımlanması

Çoklu iç ilişki olması durumunda EKK ile regresyon katsayılarını tahmin etmek yanlış bulgular elde etmeye yol açacaktır. Bu yüzden birbirleri ile ilişki gösteren bağımsız değişkenleri tahmin etmek için kararlı tahmin ediciler önerilmiştir. Bu tahmin ediciler EKK tahmin ediciye göre yanlış fakat küçük varyanslı tahmin edicilerdir.



Şekil 3. Tahmin edicide yanlışlık ve varyans ilişkisi

Kaynak: Marquardt ve Snee, 1975, s. 5

Şekil 3’de yansız ve yanlış tahmin ediciler arasındaki fark varyansları bakımından gösterilmiştir.

4.2. Bazı Yanlı Tahmin Ediciler

4.2.1. Shrinkage Tahmin Edici

1973 yılında Mayer ve Willke Shrinkage tahmin ediciyi

$$\hat{\beta}(r) = (1+r)^{-1} \mathbf{b}, \quad r \geq 0. \quad (4.1)$$

olarak EKK tahminini büzen tahmin edici şeklinde açıklamıştır. Farebrother (1978) yanlı tahmin ediciler sınıfında bulunan ridge tahmin edici, temel bileşenler tahmin edici gibi tahmin edicilerin shrinkage tahmin edici olarak adlandırıldığını göstermiştir. Tahmin edici;

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}(r)) &= (1+r)^{-1} \beta, \\ Bias(\hat{\beta}(r), \beta) &= -r(1+r)^{-1} \beta, \\ Var(\hat{\beta}(r)) &= s^2(1+r)^{-2} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}, \\ HKO(\hat{\beta}(r), \beta) &= (1+r)^{-2} (Var(\mathbf{b}) + r^2 \beta\beta'). \end{aligned} \quad (4.2)$$

özelliklerine sahiptir (Rao ve Toutenburg, 1999, s. 64).

4.2.2. Ridge Tahmin Edici

Çoklu iç ilişki problemi olduğunda EKK yönteminin kullanılması tahminlerin büyük varyansa sahip olmasına neden olur. Hoerl ve Kennard (1970) çoklu iç ilişki problemi olduğunda bu problemi gidermek için ridge tahmin ediciyi önermişlerdir. Böylelikle daha küçük varyanslı tahmin ediciler elde edilir. Çoklu iç ilişki problemi olduğunda $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisi tekil değildir. Hoerl ve Kennard ilk kez 1962 yılında $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisine k negatif olmayan çok küçük bir sayı olmak üzere, $k\mathbf{I}$ sabitini ekleyerek,

$$\begin{aligned} \hat{\beta}^* &= [\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}; k \geq 0 \\ &= \mathbf{W}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ile verilen ridge tahmin ediciyi tanımlamışlardır (Hoerl ve Kennard, 1970, s. 57).

Çoklu iç ilişki problemi olduğu zaman $\hat{\beta}$ ile β değeri arasında sapma meydana gelir. L_1 ; $\hat{\beta}$ ile β arasındaki uzaklık olsun. Sapmanın karesi;

$$L_1^2 = (\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta) \quad (4.4)$$

şeklindedir.

l_i $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisinin özdeğeri olmak üzere beklenen değer;

$$\begin{aligned}
E(L_1^2) &= E(\hat{\beta} - \beta)' (\hat{\beta} - \beta) \\
&= \sum_{i=1}^K E(\hat{b}_i - b_i)^2 \\
&= \sum_{i=1}^K \text{Var}(\hat{b}_i) \\
&= s^2 \text{tr}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\
&= s^2 \sum_{i=1}^K \frac{1}{l_i}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

olur. (4.5) de gösterilen ifadeye eşit bir şekilde;

$$\begin{aligned}
E(L_1^2) &= E(\hat{\beta} - \beta)' (\hat{\beta} - \beta) \\
&= E(\hat{\beta}'\beta - 2\hat{\beta}'\beta + \beta'\beta)
\end{aligned} \tag{4.6}$$

olarak da verilebilir.

Hoerl ve Kennard (1970, s. 58) $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ matrisinde çoklu iç ilişkiden dolayı bir ya da daha çok özdeğerin küçük olacağını ve bu nedenle $\hat{\beta}$ ile β değerleri arasındaki uzaklığın yüksek olacağını ifade etmiştir. Bu sorunun çözümü içinde en uygun tahmin edicinin ridge tahmin edici olduğunu söylemişlerdir.

Hoerl ve Kennard (1970, s. 58) ridge tahmin ediciyi şu şekilde elde etmişlerdir. $\mathbf{B}$, β vektörünün herhangi bir tahmini olmak üzere;

$$\begin{aligned}
\Phi &= (\mathbf{Y} - \mathbf{XB})' (\mathbf{Y} - \mathbf{XB}) \\
&= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})' (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) + (\mathbf{B} - \hat{\beta})' \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{B} - \hat{\beta}) \\
&= \Phi_{\min} + \Phi(\mathbf{B})
\end{aligned} \tag{4.7}$$

şeklinde yazılır.

$\mathbf{X}'\mathbf{X}$ kötü koşullu iken ve özdeğerler küçükken $\hat{\beta}$ ile β arasındaki uzaklık artmaya eğilimlidir. Eğer hata kareler toplamının belli bir noktası için uzaklığı minimum yaparsak regresyon vektörünün uzunluğunun kısılması mümkündür.

$\Phi_0 > 0$ hata kareler toplamı için verilen sabit bir değer olsun. $S(\hat{\beta}) = S(\mathbf{b}) + \Phi_0$ koşulunu sağlayan tahmin edicilerin $S\{\hat{\beta}\}$ kümesinde minimum uzunluktaki $\hat{\beta}$ tahmini

aşağıdaki ifade ile bulunur. Burada $\hat{\beta}$ herhangi bir tahmin edici ve $\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$ EKK tahmin edicidir.

$$\min_{\hat{\beta}} \left\{ \hat{\beta}'\hat{\beta} + \frac{1}{k} \left[(\mathbf{b} - \hat{\beta})' \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{b} - \hat{\beta}) - \Phi_0 \right] \right\} \quad (4.8)$$

Burada $\frac{1}{k}$ Lagrange çarpanıdır. $\hat{\beta}$ ' ya göre türevi;

$$\hat{\beta} + \frac{1}{k} (\mathbf{X}'\mathbf{X}) (\hat{\beta} - \mathbf{b}) = 0 \quad (4.9)$$

şeklindedir. Buradan;

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} (\mathbf{X}'\mathbf{X}) \mathbf{b} \\ &= \mathbf{G}_k \mathbf{X}'\mathbf{y} \end{aligned} \quad (4.10)$$

ve

$$\Phi_0 = (\mathbf{b} - \hat{\beta})' \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{b} - \hat{\beta}) \quad (4.11)$$

bulunur. (4.8) deki problemin çözümü (4.10) ile ifade edilen ridge tahmin edicidir. k ridge parametresi ise (4.11) eşitliği ile bulunur (Rao ve Toutenburg, 1999, s. 63-64).

Rao ve Toutenburg (1999) bu işlemi ridge tahmin edicisinin ve k parametresinin nasıl elde edildiğini göstermek amacıyla yapmışlardır.

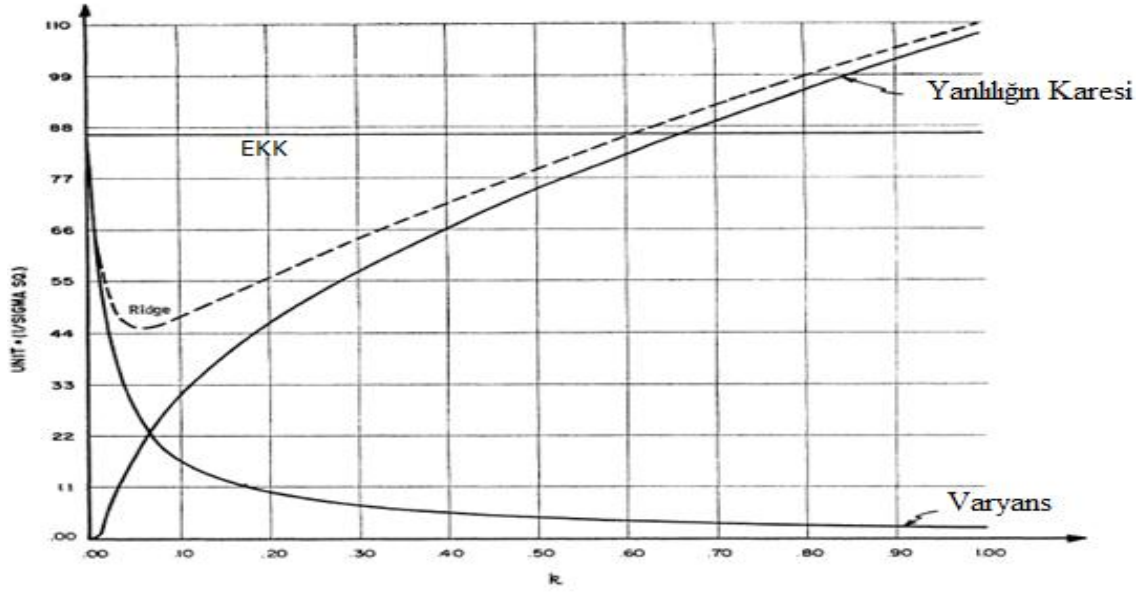
(4.3) ile ifade edilen Ridge tahmin edicisinin özellikleri;

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}^*) &= (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta \\ Var(\hat{\beta}^*) &= s^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \\ Bias(\hat{\beta}^*) &= E(\hat{\beta}^*) - \beta \\ &= -k (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \beta \end{aligned} \quad (4.12)$$

ve HKO,

$$\begin{aligned} HKO(\hat{\beta}^*) &= tr[Var(\hat{\beta}^*)] + [Bias(\hat{\beta}^*)]' [Bias(\hat{\beta}^*)] \\ &= s^2 tr[(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X} (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}] + k^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-2} \beta \\ &= s^2 \sum_{i=1}^K \frac{l_i}{(l_i + k)^2} + k^2 \beta' (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-2} \beta \end{aligned} \quad (4.13)$$

olarak ifade edilir.



Şekil 4. Ridge tahmin edici ve özellikleri

Kaynak: Hoerl ve Kennard, 1970, s. 61

Şekil 4'den anlaşıldığı üzere k , 0'dan büyükken yanlılık biraz artar fakat varyans büyük ölçüde azalır. Ayrıca şekilden EKK yansız bir tahmin ediciyken ridge tahmin edicinin yanlı bir tahmin edici olduğu anlaşılmaktadır.

4.2.2.1. Optimum k Seçimi

Ridge regresyonda k yanlılık parametresinin optimum seçimi için literatürde çeşitli yöntemler ileri sürülmüştür. Bu yöntemlerden bazıları şu şekilde sıralanabilir:

1. Ridge Trace (Ridge İzi) Yöntemi: Akdeniz ve Çabuk (2001) tarafından belirtildiği üzere ridge trace yöntemi çoklu iç ilişki probleminin etkilerini grafiksel olarak görebilmeye ve k parametresi için çözüm üretmede kullanılan bir yöntemdir. $X'X$ korelasyon matrisi çok sayıda büyük korelasyon içerdiği zaman basit korelasyon katsayılarının incelenmesi ile açıklayıcı değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya koymak zordur.

Regresyon katsayılarının ridge tahminleri düşey ekseninde, k değerleri yatay ekseninde olmak üzere iki boyutlu uzayda grafik elde edilir. Burada alınan ilk k değeri katsayıların kararlı olmaya başladığı noktadaki değerdir. Bu nedenle k 'nın çeşitli değerlerine göre regresyon katsayıları hesaplanıp çizilen grafikte hangi katsayıların

verilere göre hassas olduğu konusunda bilgi edinilebilir. Hoerl ve Kennard (1970, s. 58) k 'nın seçimi için ridge trace yöntemini önermişlerdir.

2. Hoerl, Kennard ve Baldwin (1975) ;

$$k_{HKB} = \frac{p\hat{s}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}} \quad (4.14)$$

eşitliğini önermişlerdir (Huh ve Olkin, 1984, s. 4). Burada p parametre sayısı, $\hat{s}^2$ ise EKK ile elde edilen s^2 tahminidir.

Hoerl, Kennard ve Baldwin (1975) simülasyon çalışması yaparak ridge tahmin edicisinin EKK tahmin edicisinden daha küçük HKO değerine sahip olduğunu göstermişlerdir.

3. Hoerl ve Kennard (1970, s. 63) k 'nın seçimi için $k_{HK} = \frac{\hat{s}^2}{\alpha_{maks}^2}$ şeklindeki

tahmin ediciyi önermişlerdir. Burada α^2 kanonik formdaki parametredir.

4. Genelleştirilmiş ridge tahminde Hoerl ve Kennard (1970, s. 63) k için

optimal seçimin $k_i = \frac{s^2}{a_i^2}$ ile yapıldığını belirtmişlerdir.

5. Lawless ve Wang (1976);

$$k_{LW} = \frac{p\hat{s}^2}{\sum_{i=1}^p l_i \hat{a}_i^2} \quad (4.15)$$

eşitliğini önermişlerdir.

4.2.3. Temel Bileşenler Tahmin Edicisi

İlk olarak Karl Pearson (1901) temel bileşenler ile ilgili çalışmalar yapmış ve Hotelling (1933) bu çalışmaları geliştirerek temel bileşenler tahmin edicisini ele almıştır. Temel bileşenler analizinde amaç temel bileşenlerin sayısını azaltarak varyansı küçültmek ve böylece daha iyi bir sonuç elde etmektir.

$$Z_j = w_{1j}X_1 + \dots + w_{Kj}X_K \quad (4.16)$$

şeklinde verilen modeli ele alalım. Burada W , $K \times K$ boyutlu matris olup Z_j değerlerine temel bileşenler denir. w_{Ki} sabitleri her bir Z_i ($i < j$) için ortogonallik kısıtlamasına bağlıdır. Z_j 'nin varyansının büyük olması istenir. Böylece atılacak temel

bileşen sayesinde varyansta azalma sağlanır. Bu temel bileşenlerin bulunma işlemine ise temel bileşenler analizi denir.

Temel bileşenler katsayılarına göre model yeniden yazılabilir. $\mathbf{Z}$ temel bileşenler katsayı matrisi olsun.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}\mathbf{W}$$

Böylece;

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\mathbf{W}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$= \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{u} \quad (4.17)$$

olur. Burada $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{W}'\boldsymbol{\beta}$ dönüşümü uygulanmıştır. $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$, $\boldsymbol{\alpha}$ 'nın EKK tahminini gösterebilir.

$\mathbf{W}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta}$ dönüşümü kullanılarak $\boldsymbol{\beta}$ için EKK tahmini $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{W}\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ şeklinde sağlanır.

$\boldsymbol{\beta}$ 'nın temel bileşenler tahminini sağlamak için bazı temel bileşenlerin modelden atılması gerekmektedir. $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*(i_1, \dots, i_L)$ $i_1, \dots, i_L$ temel bileşenler silinerek sağlanan temel bileşenler tahmin edicisini gösterebilir. $\mathbf{W}(i_1, \dots, i_L)$, $\mathbf{W}$ matrisinde $i_1, \dots, i_L$ sütunları silindiğinde yerine sıfır vektörlerinin konulduğu sütunu gösterebilir. Bu durumda $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*(i_1, \dots, i_L) = \mathbf{W}(i_1, \dots, i_L)\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ olur.

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}'\mathbf{Y} \sim N(\boldsymbol{\alpha}, s^2 (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}) \text{ olup burada } (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1} = \left(\frac{1}{N}\right) \boldsymbol{\Lambda} \text{ dir. } \boldsymbol{\Lambda}$$

köşegen bir matris olup $\Lambda_{ii} = \frac{1}{l_i}, i = 1, \dots, K$ 'dır. Burada

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{W}\hat{\boldsymbol{\alpha}} \sim N\left(\boldsymbol{\beta}, \left(s^2 \frac{1}{N}\right) \mathbf{W}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{W}'\right) \text{ olur. Bu durumda;}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^*(i_1, \dots, i_L) \sim N\left(\mathbf{W}(i_1, \dots, i_L)\boldsymbol{\alpha}, \left(s^2 \frac{1}{N}\right) \mathbf{W}(i_1, \dots, i_L)\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{W}(i_1, \dots, i_L)'\right) \quad (4.18)$$

olur (Cheng ve Iglarsh, 1976, s. 229-230).

4.2.4. Liu Tahmin Edici

Akdeniz ve diğerlerinin (2011a) bahsettiği gibi Liu'nun (1993) önerdiği bu tahmin edici Akdeniz ve Kaçıranlar (1995) tarafından Liu (**L**inear **U**nified) tahmin edici olarak adlandırılmıştır. Burada herhangi bir $d \in (0,1)$ parametresi için,

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_d = (\mathbf{S} + \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{X}'\mathbf{y} + d\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4.19)$$

şeklinde yazılan ifade $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$ ve $\mathbf{S} = \mathbf{X}'\mathbf{X}$ dir.

d parametresinin seçimi k parametresine nazaran daha kolaydır. Arslan ve Billor'un (2000, s. 43) bahsettiği gibi Liu d yanlılık parametresinin seçiminde,

$$\hat{d}_{OLS} = 1 - \hat{s}^2 \left[\sum_{i=1}^p \frac{1}{l_i (l_i + 1)} \right] / \left[\sum_{i=1}^p \frac{\hat{\mathbf{a}}_{OLS_i}^2}{(l_i + 1)^2} \right] \quad (4.20)$$

eşitliğini önermiştir. $d = 1$ için Liu tahmin edici EKK tahmin edicisine özdeştir. (3.18) ile belirtilen Liu tahmin edicisinin özellikleri Çoşkuntuncel'in (2010, s. 104) gösterdiği gibi,

$$\begin{aligned} E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_d) &= (\mathbf{S} + \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{S} + d\mathbf{I}) \boldsymbol{\beta} \\ \text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_d) &= s^2 (\mathbf{S} + \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{S} + d\mathbf{I}) \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{S} + d\mathbf{I}) (\mathbf{S} + \mathbf{I})^{-1} \\ \text{MSE}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_d) &= \sum_{i=1}^p \frac{(l_i + d)^2}{l_i (l_i + 1)^2} + (d - 1)^2 \sum_{i=1}^p \frac{\hat{\beta}_i^2}{(l_i + 1)^2} \end{aligned} \quad (4.21)$$

şeklindedir. Burada p parametre sayısıdır.

4.2.5. Liu-tipi Tahmin Edici

Liu (2003, s. 1011) tarafından çoklu iç ilişki problemini ortadan kaldırmak amacıyla ridge tahmin edicideki k parametresi kullanılarak Liu-tipi tahmin edici elde edilmiştir. Liu-tipi tahmin edici ridge tahmin edicinin durağan olmamasına karşın daha iyi HKO'ya sahiptir.

$\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\beta}$ 'nin herhangi bir tahmin edicisi olmak üzere Liu-tipi tahmin edici;

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{k,d} = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} (\mathbf{X}'\mathbf{y} - d\boldsymbol{\beta}), \quad k > 0, -\infty < d < \infty \quad (4.22)$$

şeklinde ifade edilir. $\boldsymbol{\beta} = \hat{\boldsymbol{\beta}}$ olursa Liu-tipi tahmin edicisi Liu tahmin edicisine dönüşür.

4.2.6. Kısıtlı EKK Tahmin Edicisi

(2.6) ile ifade edilen GLM'deki $\boldsymbol{\beta}$ parametresinin $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$ kısıtlaması altında tahmini;

$$\boldsymbol{\beta} = \hat{\boldsymbol{\beta}} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}' \left[\mathbf{R} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}' \right]^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilir. Bu tahmin edici kısıtlı EKK tahmin edicisi olarak adlandırılır. Kısıtlı EKK tahmin edicisinin beklenen değeri

$$E(\hat{\beta}) = E\left[\hat{\beta} + (X'X)^{-1}R'\left[R(X'X)^{-1}R'\right]^{-1}(r - R\hat{\beta})\right] \\ = \hat{\beta} \quad (4.24)$$

olup EKK tahmin edicisine eşittir fakat kısıt kullanıldığından varyans R 'ye bağlı olup her zaman $\hat{\beta}$ 'dan daha küçük olacaktır.

4.2.7. Kısıtlı Ridge Tahmin Edicisi

Sarkar (1992) (4.3) ile ifade edilen ridge tahmin edici ile (4.22) eşitliğinde ifade edilen kısıtlı EKK tahmin edicisini birleştirerek ilk kez,

$$\beta^*(k) = (I_p + k(X'X)^{-1})^{-1} \hat{\beta} \quad (4.25)$$

şeklindeki kısıtlı ridge regresyon tahmin ediciyi tanımlamıştır (Gross, 2003, s. 58). Fakat Gross (2003) $\beta^*(k)$ 'nın y 'nin her sonucu için bu kısıtı sağlamadığını söyleyerek Akdeniz ve diğerlerinin de (2011a) bahsettiği gibi;

$$\hat{\beta}_R^*(k) = \hat{\beta}^* + S_k^{-1}R'(RS_k^{-1}R')^{-1}(r - R\hat{\beta}^*) \quad (4.26)$$

şeklinde yeni bir kısıtlı ridge tahmin ediciyi tanımlamıştır. Burada $S_k = X'X + kI$ dir.

4.2.8. Kısıtlı Liu Tahmin Edicisi

Akdeniz ve diğerlerinin (2011a) bahsettiği gibi Akdeniz Duran (2011) β için;

$$\hat{\beta}_R(d) = \hat{\beta}_d + S_1^{-1}R'(RS_1^{-1}R')^{-1}(r - R\hat{\beta}_d) \quad (4.27)$$

kısıtlı Liu tahmin edicisini önerdi. Burada $S_1 = S + I$ dir.

Ayrıca çeşitli araştırmacılar tarafından temel bileşenler tahmin edicisi, ridge tahmin edicisi, EKK tahmin edicisi ve Liu tahmin edicisi birleştirilerek r-k ve r-d sınıf tahmin edicileri tanımlanmıştır.

Son olarak Golan ve diğerleri (1996) tarafından tanımlanan GME tahmincisi çoklu iç ilişki probleminin çözümü için sunulan bir yöntemdir.

BÖLÜM V

GENELLEŞTİRİLMİŞ MAKSİMUM ENTROPİ (GME)

Bu bölümde bir önceki bölümden hareketle yanlı tahmin edicilerden günümüzde en yaygın olanı GME tahmin edici hakkında ayrıntılı olarak bilgi verilecektir. Bunun için öncelikle entropinin tarihinden bahsedilecek, daha sonra maksimum entropinin (ME) tanımı yapılacaktır. ME prensibi anlatıldıktan sonra GME prensibi ele alınacaktır.

5.1. Entropinin Tarihsel Süreci

Entropi Yunanca kökenli bir kelime olup bir sistemin düzensizlik ölçüsü anlamına gelir. Aslında evrenin var oluşundan itibaren varlığı olan entropi günümüzde yeni bir görüş olarak karşımıza çıkmaktadır. Fizik, kimya, din, felsefe, ekonometri, istatistik gibi pek çok bilim alanında karşılaşılan entropi kelimesi ilk olarak ünlü bir Alman fizikçi ve matematikçi olan, termodinamiğin kurucularından biri olarak kabul edilen Rudolf Julius Emanuel Clausius tarafından 1864 yılında yayınlanan “Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie” adlı kitapta kullanılmıştır.

Entropi fizikte en önemli yasalardan biri olan termodinamik yasası ile açıklanmaktadır. Termodinamiğin birinci yasası evrendeki tüm enerjinin sabit olduğunu, onun ne yaratılabilir ne de yok edilebilir olduğunu söyler. Termodinamiğin ikinci yasası ve aslında entropi yasası olarak bilinen yasa ise enerjinin farklı enerji dağılımlarından eşit enerji dağılımına doğru aktığını yani kullanılabilir enerjinin kullanılamaz enerjiye ne ölçüde dönüştüğünü belirtir.

19. yüzyılın en önemli fizikçilerinden biri olarak kabul edilen Boltzmann (1872) termodinamiğin ikinci yasasına istatistiksel bir yorum getirmiştir (Eruygur, 2006, s. 54). Jaynes’in de (1965, s. 395) belirttiği gibi Boltzmann’ın ünlü denkleminde entropi;

$$S = k \log W \quad (5.1)$$

olarak ifade edilir. Burada S (entropi) ile bir sistemin girebileceği mikroskobik durumların sayısının olasılık şeklinde ifadesi olan W arasındaki ilişki gösterilir. Burada k Boltzmann sabitidir.

Kimyada ise entropi bir kimyasal sistemin bileşenlerinin rastgeleliği ve düzensizliği olarak tanımlanır. Burada da termodinamiğin ikinci yasası geçerlidir.

Batıda kaos kuramı ile doğuda Taoizm inancıyla kendini gösteren hatta Kızılderililerde ve Budizm inancında olan entropi aslında bütün dinlerde, bütün bilimlerde, hayatın içinde kendini göstermektedir. Felsefi anlamda entropiyi açıklamak gerekirse en basit örnekle “bir çocuğa ailesi tarafından baskı uygulandığında çocuk o baskıdan kurtulup rahat bir yaşam sürmek ister” şeklinde ifade edilebilir. Sezgisel olarak düzenden düzensizliğe geçme durumu entropi yasasının izlerini taşımaktadır.

Amerikalı matematikçi, elektronik mühendisi olan ve bilgi teorisinin (information theory) babası olarak adlandırılan Claude Elwood Shannon (1948, s. 393)

$$H = -K \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (5.2)$$

şeklindeki eşitliği tanımlamıştır. Burada K pozitif bir sayı olmak üzere teorem bilginin ölçüsü olarak ifade edilir. H entropiyi, p_i ise bir sistemde i – inci aşamadaki olasılığı ifade eder. Aslında belirsizliğin ölçüsü olan bu teorem entropinin matematiksel olarak gösterimidir ve bu yüzden von Neumann’ın önerisi ile entropinin ölçüsü olarak adlandırılmıştır.

Geleneksel entropi formülasyonu Shannon (1948), Jaynes (1957a; 1957b), Kullback (1959), Gokhale ve Kullback (1978), Levine (1980), Jaynes (1984), Shore ve Johnson (1980), Denzau, Gibbons ve Greenberg (1989), Skilling (1989), Csiszar (1991), Soofi (1992, 1994) ve Golan ve diğerleri (1996) tarafından tanımlanmıştır (Golan, Karp ve Perloff, 1999, s. 7).

Birçok bilim açısından önemli olan entropinin ME olarak gelişmesine katkı sağlayan ilk bilim adamı Shannon (1948) olmuştur. Onun tarafından belirsizlik ölçüsü olarak geliştirilen entropi dokuz yıl sonra Jaynes (1957a) tarafından inverse problemlerin çözümü için tahmin yöntemi olarak kullanılmaya başlanmıştır. Inverse problemler yetersiz gözlem olması durumunda bu gözlemleri kullanarak bilinmeyen parametreleri belirlemektedir. Bu tahmin yöntemi ME olarak adlandırılmıştır. Kullback ve Leibler (1951) ME yönteminin genelleştirilmiş şekli olan minimum çapraz entropi yöntemini önermişlerdir. Bu yöntem birçok bilim dalının uygulama alanında kullanılmıştır. Golan ve diğerleri (1996) ME prensibini doğrusal regresyon çerçevesinde geliştirerek GME tahmincisini önermişlerdir.

5.2. Maksimum Entropi (ME) Prensibi

1957 yılında Jaynes tarafından geliştirilen ME prensibi tüm olasılık dağılımları içinde ME'ye sahip dağılımı seçmeyi ve verinin modelde söz sahibi olmasını hedefler. Bunun için verilmiş olan normalleştirme ve moment kısıtlarını kullanır. Eksik-sunum inverse problemleri kullanarak bilinmeyen parametreleri belirler.

1957 yılından beri ME kullanımı fizikçilere, istatistikçilere, gök bilimcilere, mühendislere, tıp doktorlarına ve polisler büyük avantajlar sağlamıştır. Örneğin; çok hızlı giden bir aracın fotoğrafında plakasının tamamen odak dışı ve seçilmesi zorken ME algoritması kullanılarak plaka seçilebilir hale getirilir. Tıbbi görüntülemelerde ME algoritması ile x-ray ışınları bilgisayarlı tomografi taramasının negatif filmlerine dönüştürülebilir. Ayrıca gök bilimciler ME tekniğini kusurlu teleskoplarla elde ettikleri galaksi resimlerinin sonuçlarını netleştirmek için kullanırlar (Howitt ve Paris, 1998, s. 124).

Fraser'ın (2000) belirttiği gibi ME kullanımına ve uygulamalarına katkıda bulunan bilim adamları çoktur. Bunlardan bazıları Theil (1967), Zellner ve Highfield (1988), Ryu (1993), Buchen ve Kelly (1996) olarak sıralanabilir.

(5.2) ile verilen eşitlik geliştirilerek $p_1, p_2, \dots, p_K$ olasılık değerleri olmak üzere $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_K)'$ olasılıkları dağılımının entropisi;

$$H(\mathbf{p}) = - \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k \quad (5.3)$$

ile tanımlandı.

Entropi ölçümü ile ilgili olarak Fadeev (1957) tarafından belirtilen özellikler;

(i) $H(p_1, p_2, \dots, p_K)$ $K = 2, 3, \dots$ için simetrik bir fonksiyondur.

(ii) $H(p, 1-p)$ $0 \leq p \leq 1$ için sürekli fonksiyondur.

(iii) $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = 1$

şeklinde sıralanır (Renyi, 1961, s. 547).

Shannon (1948) tarafından tanımlanan entropi yaklaşımının geliştirilmesi amacıyla bir denemenin N kez yapıldığı ve K farklı sonucun her birinin $N_1, N_2, \dots, N_K$ defa elde edildiği kabul edilirse;

$$\sum_{k=1}^K N_k = N, \quad N_k \geq 0 \quad \text{ve} \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.4)$$

yazılabilir.

$k = 1, 2, \dots, K$ farklı sonucun her birinin olma olasılığı ise;

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (5.5)$$

dir.

N_k frekans kümesinin kaç değişik şekilde ortaya çıkabileceği çok terimli dağılım katsayısı W olarak;

$$W = \frac{N!}{Np_1! Np_2! \dots Np_K!} \quad (5.6)$$

eşitliği ile bu ifadenin monoton fonksiyonu ise,

$$\ln W = \ln N! - \sum_{k=1}^K \ln N_k! \quad (5.7)$$

eşitliği ile ifade edilir (Golan ve diğerleri, 1996, s. 8).

Stirling yaklaşımı kullanılarak (5.7) eşitliğinin ilk parçası için,

$$\ln N! \approx N \ln N - N \quad (5.8)$$

ve ikinci parça için,

$$\sum_{k=1}^K \ln N_k! \approx \sum_{k=1}^K N_k \ln N_k - \sum_{k=1}^K N_k \quad (5.9)$$

eşitlikleri elde edilir.

Bu durumda;

$$\ln W \approx N \ln N - \sum_{k=1}^K N_k \ln N_k \quad (5.10)$$

olur. (5.5) eşitliği kullanılarak,

$$N^{-1} \ln W \approx - \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k = H(\mathbf{p}) \quad (5.11)$$

şeklinde elde edilen çözüm Shannon'un entropi ölçümü olup, $p_k = 0$ iken sıfır,

$p_1, p_2, \dots, p_K = 1/K$ iken $\ln K$, yani maksimum değerini alır (Golan ve diğerleri, 1996, s. 9).

5.2.1. Maksimum Entropi (ME) Tahmin Edicisi

ME prensibi, bilinmeyen $\mathbf{p}$ olasılıkları dağılımını maksimize etmeyi amaçlar. Bunun için kısıt fonksiyonunun karmaşık bir halde olması ya da kısıt fonksiyonunun artması durumunda analitik açıdan diğer yöntemlere göre üstün olan Lagrange yöntemi

kullanılır. Lagrange yöntemi herhangi bir fonksiyonun maksimum ya da minimum noktalarının bulunmasında kullanılır. Maksimum entropi problemi için eşitlik;

$$\max H(\mathbf{p}) = -\sum_{k=1}^K p_k \ln p_k \quad (5.12)$$

şeklinde ifade edilir. Golan ve diğerlerinin (1996, s. 22) gösterdiği gibi (5.12) ile verilen problem için kısıtlar;

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k), \quad t=1, 2, \dots, T \\ \sum_{k=1}^K p_k &= 1 \end{aligned} \quad (5.13)$$

olup Lagrange fonksiyonu;

$$L = -\sum_{k=1}^K p_k \ln p_k + \sum_{t=1}^T l_t \left[y_t - \sum_{k=1}^K p_k f_t(x_k) \right] + m \left[1 - \sum_{k=1}^K p_k \right] \quad (5.14)$$

şeklinde dir. Eruygur'un (2006, s. 61) gösterdiği gibi $f_t(x_k)$ ifadesi x_{tk} olarak ifade edilerek birinci sıra koşullar;

$$\frac{\partial L}{\partial p_k} = -\ln \hat{p}_k - 1 - \sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk} - \hat{m} = 0, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = y_t - \sum_{k=1}^K \hat{p}_k x_{tk} = 0, \quad t=1, 2, \dots, T \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m} = 1 - \sum_{k=1}^K \hat{p}_k = 0 \quad (5.17)$$

şeklinde yazılır.

(5.15) ifadesinden;

$$\hat{p}_k = \exp(-1 - \sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk} - \hat{m}), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (5.18)$$

eşitliği elde edilir. Başka bir ifadeyle;

$$\hat{p}_k = \exp(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}) \exp(-1 - \hat{m}) \quad (5.19)$$

şeklinde yazılır. (5.17) eşitliğinde (5.18) ifadesi yerine konulursa;

$$\sum_{k=1}^K \exp(-1 - \sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk} - \hat{m}) = 1 \quad (5.20)$$

çözümü elde edilir. Bu durumda;

$$\sum_{k=1}^K \exp(-1 - \hat{m}) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{\sum_{k=1}^K \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}\right)} \quad (5.21)$$

olur. Buradan;

$$\exp(-1 - \hat{m}) = \frac{1}{\sum_{k=1}^K \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}\right)} \quad (5.22)$$

eşitliği elde edilir. (5.22) eşitliği (5.19) da yerine konulursa;

$$\hat{p}_k = \frac{\exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}\right)}{\sum_{k=1}^K \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}\right)} = \frac{e^{-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t x_{tk}}}{\Omega(\hat{l}_1, \dots, \hat{l}_T)} \quad (5.23)$$

ME tahmin edicisine ulaşılır.

5.3. Genelleştirilmiş Maksimum Entropi (GME) Prensibi

1996 yılında Golan ve diğerleri tarafından önerilen GME yöntemi Jaynes tarafından sunulan ME yönteminin GLM için genelleştirilmiş halidir. GME aralarında yüksek oranda iç ilişki bulunan ve bu yüzden geleneksel yöntemlerle tahmini güvenilir olmayan açıklayıcı değişkenler arasındaki iktisadi ilişkiyi tahmin ederek açıklar (Fraser, 2000, s. 45). GME yönteminin avantajı; ME yöntemi sadece eksik-sunumlu inverse problemlerin çözümü için kullanılırken GME yönteminin hem eksik-sunumlu hem de kötü-köşüllü inverse problemlerin çözümü için kullanılmasıdır. GME ile ilgili yapılan çalışmalardan birkaçı Howitt ve Paris (1998), Fernandez (1997), Lence ve Miller (1998), Fraser (2000), Paris (2001), Perloff ve Shen (2001), Campbell ve Hill (2006), Akdeniz ve Çabuk (2007), Akdeniz, Çabuk ve Güler (2011b) şeklinde sıralanabilir.

5.3.1. Genelleştirilmiş Maksimum Entropi (GME) Tahmin Edicisi

Parametre desteklerinin öncelikli belirlenmesi önsel bilgiye ya da iktisat teorisine dayanır. Her bir parametre ya da hata terimi için en küçük ve en büyük değerleri belirlemek kolay bir iş değildir, çünkü iktisat teorisi genellikle bu bilgiyi sağlamayabilir. Bir parametre için doğru önsel bilgi olmadığında, parametre destekleri sıfır orta değer olacak şekilde geniş tutulur (Akdeniz ve Çabuk, 2007, s. 4).

Golan ve diğerleri (1996, s. 86) (2.6) ile belirtilen GLM ifadesindeki β parametrelerini kompakt (tıkız) desteklerle birlikte kesikli rassal olasılık değişkenleri kullanarak yeniden parametrelendirmişlerdir. Kompakt destek kümesi M sayıda destek değerini içerir. b_k 'nın uygun alt ve üst sınırlarını gösteren uç değerler sırasıyla z_{k1} ve z_{kM} ($2 \leq M \leq \infty$) olmak üzere, bu iki noktanın konveks kombinasyonu olarak ifade edilebilir.

$M = 2$, $p_k \in [0,1]$ için bu konveks kombinasyon (5.24) eşitliğindeki gibi tanımlanır.

$$b_k = p_k z_{k1} + (1 - p_k) z_{kM} \quad (5.24)$$

Burada $\mathbf{p}_k = [p_{k1}, \dots, p_{kM}]'$ toplamaları bir olan pozitif ağırlıklı M boyutlu kesikli rassal olasılık değişkenleridir. Bu eşitliğin genel hali $k = 1, 2, \dots, K$ ve $M \geq 2$ için;

$$b_k = \sum_{m=1}^M z_{km} p_{km} \quad (5.25)$$

eşitliği ile tanımlanır.

$$\mathbf{p}_k = [p_{k1}, \dots, p_{kM}]' \text{ ve } \mathbf{z}_k = [z_{k1}, \dots, z_{kM}]' \text{ olup eşitlik,}$$

$$b_k = \mathbf{z}_k' \mathbf{p}_k \quad (5.26)$$

veya

$$\beta = \mathbf{Z} \mathbf{p} \quad (5.27)$$

şeklindedir. Burada;

β : $K \times 1$ boyutlu parametreler vektörü

$\mathbf{Z}$: $K \times KM$ boyutlu kompakt destek matrisi

$\mathbf{p}$: $KM \times 1$ boyutlu ağırlıklar vektörü

olmak üzere matris notasyonu ile

$$\beta = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \\ \vdots \\ b_K \end{bmatrix}_{K \times 1}, \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1' & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{z}_2' & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \mathbf{0} & \mathbf{z}_k' & \mathbf{0} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \mathbf{z}_K' \end{bmatrix}_{K \times KM}, \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{p}_K \end{bmatrix}_{KM \times 1}$$

ve

$$\beta = Zp = \begin{bmatrix} z'_1 & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & z'_2 & 0 & . & . & . & . & . \\ . & 0 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & 0 & z'_k & 0 & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & z'_K \end{bmatrix}_{K \times KM} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ p_K \end{bmatrix}_{KM \times 1} \quad (5.28)$$

olarak ifade edilir.

Her bir hata için $J \geq 2$ destek noktaları kümesi tanımlansın. $\Pr[v_{t1} < u_t < v_{tJ}]$ keyfi olarak seçilen ve yeterince küçük olacak şekilde her u_t için v_{t1} ve v_{tJ} hata sınırlarını oluşturmak mümkündür (Golan ve diğerleri, 1996, s. 87). $J = 2$ için u_t hata terimi (5.29) eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$u_t = w_t v_{t1} + (1 - w_t) v_{tJ} \quad (5.29)$$

Burada v_t 'ler hata için destek vektörü, w_t 'ler destek noktaları için ağırlıklar vektörünü göstermektedir.

$\mathbf{u} : T \times 1$ boyutlu rastgele hatalar vektörü

$\mathbf{V} : T \times TJ$ boyutlu destek noktaları matrisi

$\mathbf{w} : TJ \times 1$ boyutlu bilinmeyen ağırlıklar vektörü

olmak üzere bilinmeyen hata vektörü matris notasyonu ile

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ u_t \\ . \\ . \\ u_T \end{bmatrix}_{T \times 1}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v'_1 & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & v'_2 & 0 & . & . & . & . & . \\ . & 0 & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & 0 & v'_t & 0 & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & v'_T \end{bmatrix}_{T \times TJ}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ . \\ . \\ w_t \\ . \\ . \\ w_T \end{bmatrix}_{TJ \times 1}$$

ve

$$\mathbf{u} = \mathbf{V}\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}'_1 & \mathbf{0} & . & . & . & . & . & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{v}'_2 & \mathbf{0} & . & . & . & . & . \\ . & \mathbf{0} & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & \mathbf{0} & \mathbf{v}'_t & \mathbf{0} & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & . & . & \mathbf{0} & . & . & \mathbf{v}'_T \end{bmatrix}_{T \times TJ} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ . \\ . \\ \mathbf{w}_t \\ . \\ . \\ \mathbf{w}_T \end{bmatrix}_{TJ \times 1} \quad (5.30)$$

olarak ifade edilir.

Ayrıca Golan ve diğerleri (1996, s. 88) hata bileşenlerinin sınırlarının Pukelsheim (1994) tarafından önerilen *üç sigma kuralı* ile bulunmasını önermişlerdir. (2.6) ile verilen GLM yeniden parametrelendirilmiş model olarak;

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} = \mathbf{XZ}\mathbf{p} + \mathbf{V}\mathbf{w} \quad (5.31)$$

şeklinde yazılır.

Yeniden parametrelendirilen model GME problemi olarak;

$$\max H(\mathbf{p}, \mathbf{w}) = -\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M p_{km} \ln p_{km} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J w_{tj} \ln w_{tj} \quad (5.32)$$

şeklinde formüleştirebilir.

Eruygur'un (2006, s. 71-72) gösterdiği gibi verilen problem için kısıtlar;

$$y_t = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{tk} z_{km} p_{km} + \sum_{j=1}^J w_{tj} v_{tj} \quad , t = 1, 2, \dots, T \quad (5.33)$$

$$\sum_{m=1}^M p_{km} = 1 \quad , k = 1, 2, \dots, K \quad (5.34)$$

$$\sum_{j=1}^J w_{tj} = 1 \quad , t = 1, 2, \dots, T \quad (5.35)$$

olup Lagrange fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L = & -\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M p_{km} \ln p_{km} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J w_{tj} \ln w_{tj} \\ & + \sum_{t=1}^T l_t \left[y_t - \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{tk} z_{km} p_{km} - \sum_{j=1}^J w_{tj} v_{tj} \right] \\ & + \sum_{k=1}^K g_k \left[1 - \sum_{m=1}^M p_{km} \right] + \sum_{t=1}^T d_t \left[1 - \sum_{j=1}^J w_{tj} \right] \end{aligned} \quad (5.36)$$

şeklinde ifade edilir. (5.36) ile verilen Lagrange fonksiyonu için birinci sıra koşullar;

$$\frac{\partial L}{\partial p_{km}} = -\ln \hat{p}_{km} - 1 - \sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk} - \hat{g}_k = 0, k = 1, 2, \dots, K \text{ ve } m = 1, 2, \dots, M \quad (5.37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{tj}} = -\ln \hat{w}_{tj} - 1 - \hat{l}_t v_{tj} - \hat{d}_t = 0, t = 1, 2, \dots, T \text{ ve } j = 1, 2, \dots, J \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = y_t - \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{tk} z_{km} \hat{p}_{km} - \sum_{j=1}^J \hat{w}_{tj} v_{tj} = 0, t = 1, 2, \dots, T \quad (5.39)$$

$$\frac{\partial L}{\partial g_k} = 1 - \sum_{m=1}^M \hat{p}_{km} = 0, k = 1, 2, \dots, K \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial L}{\partial d_t} = 1 - \sum_{j=1}^J \hat{w}_{tj} = 0, t = 1, 2, \dots, T \quad (5.41)$$

şeklinde yazılır.

(5.40) ifadesinden;

$$\sum_{m=1}^M \hat{p}_{km} = 1 \quad (5.42)$$

elde edilir. (5.37) ifadesinden;

$$\ln \hat{p}_{km} = -1 - \hat{g}_k - \sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk} \quad (5.43)$$

elde edilen eşitlik,

$$\hat{p}_{km} = \exp(-1 - \hat{g}_k) \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk}\right) \quad (5.44)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitliğin ilk parçası için;

$$\exp(-1 - \hat{g}_k) = \frac{\sum_{m=1}^M \hat{p}_{km}}{\sum_{m=1}^M \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk}\right)} \quad (5.45)$$

yazıldığında (5.42) ifadesinden,

$$\exp(-1 - \hat{g}_k) = \frac{1}{\sum_{m=1}^M \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk}\right)} \quad (5.46)$$

eşitliği elde edilir. (5.44) ile belirtilen denklemde (5.46) yerine yazıldığında;

$$\Omega_k^p(\hat{\lambda}) = \sum_{m=1}^M \exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk}\right) \quad (5.47)$$

olmak üzere,

$$\hat{p}_{km} = \frac{\exp\left(-\sum_{t=1}^T \hat{l}_t z_{km} x_{tk}\right)}{\Omega_k^p(\hat{\lambda})} \quad (5.48)$$

GME tahmin edicisi elde edilir.

Benzer şekilde (5.41) ifadesinden;

$$\sum_{j=1}^J \hat{w}_{tj} = 1 \quad (5.49)$$

elde edilir.

(5.38) ifadesinden;

$$\ln \hat{w}_{tj} = -1 - \hat{l}_t v_{tj} - \hat{d}_t \quad (5.50)$$

elde edilen eşitlik,

$$\hat{w}_{tj} = \exp(-1 - \hat{d}_t) \exp(-\hat{l}_t v_{tj}) \quad (5.51)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitliğin ilk parçası için;

$$\exp(-1 - \hat{d}_t) = \frac{\sum_{j=1}^J \hat{w}_{tj}}{\sum_{j=1}^J \exp(-\hat{l}_t v_{tj})} \quad (5.52)$$

yazıldığında (5.49) ifadesinden,

$$\exp(-1 - \hat{d}_t) = \frac{1}{\sum_{j=1}^J \exp(-\hat{l}_t v_{tj})} \quad (5.53)$$

eşitliği elde edilir. (5.51) ile belirtilen denklemde (5.53) yerine yazıldığında;

$$\Psi(\hat{\lambda}) = \sum_{j=1}^J \exp(-\hat{l}_t v_{tj}) \quad (5.54)$$

olmak üzere

$$\hat{w}_{tj} = \frac{\exp(-\hat{l}_t v_{tj})}{\Psi(\hat{\lambda})} \quad (5.55)$$

GME tahmin edicisi ve elde edilen tahmin ediciler yerlerine yazıldığında,

$$\hat{\beta} = Z\hat{p} \quad (5.56)$$

$$\hat{u} = V\hat{w} \quad (5.57)$$

GME tahmin edicilerine ulaşılır.

(5.32) ile verilen GME probleminin kısıtları $\otimes$:Kronoker çarpımı ile

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} &= \mathbf{XZp} + \mathbf{Vw} \\
(\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{i}'_M) \mathbf{p} &= \mathbf{i}_K \\
(\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{i}'_J) \mathbf{w} &= \mathbf{i}_T
\end{aligned} \tag{5.58}$$

şeklinde ifade edilebilir (Akdeniz ve Çabuk, 2007, s. 5). Burada $\mathbf{i}'_M = [1, 1, \dots, 1]$ ve $\mathbf{i}'_J = [1, 1, \dots, 1]$ dir.

Bu durumda Akdeniz ve diğerlerinin (2011b, s. 14) belirttiği gibi Lagrange fonksiyonu;

$$\begin{aligned}
L = & -\mathbf{p}' \ln \mathbf{p} - \mathbf{w}' \ln \mathbf{w} + \lambda' (\mathbf{y} - \mathbf{XZp} - \mathbf{Vw}) + \gamma' [\mathbf{i}_K - (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{i}'_M) \mathbf{p}] \\
& + \delta' [\mathbf{i}_T - (\mathbf{I}_T \otimes \mathbf{i}'_J) \mathbf{w}]
\end{aligned} \tag{5.59}$$

şeklinde olup (5.36) ile verilen eşitliğe denktir. (5.59) nolu langrange denkleminin p, w, l, g, d değişkenlerine göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenerek çözülürse kısıtlı optimizasyon çözümüne ulaşılır. Kısıtlı optimizasyon çözümü ile (5.56) ve (5.57)'deki eşitlikler elde edilir.

Ayrıca Wu'nun (2009, s. 921) gösterdiği üzere bu kısıtlı optimizasyon problemi amaç fonksiyonunun sadece l değişkenine bağlı olduğu kısıtsız optimizasyon problemi ile ifade edilebilir.

$$L(\lambda) = \mathbf{y}' \lambda - \sum_{k=1}^K \log(\Omega_k^p(\lambda)) - \sum_{t=1}^T \log(\Psi(\lambda)) \equiv M(\lambda) \tag{5.60}$$

Minimal değer fonksiyonu olan $M(\lambda)$, kısıtlı beklenen log-olabilirlik fonksiyonu olarak yorumlanabilir. GME probleminin dual uyarlaması olarak bilinen bu eşitlik oldukça sadeleştirilebilir. Bu dual problemin analitik gradienti;

$$\nabla_{\lambda} M(\lambda) = \mathbf{y} - \mathbf{XZp} - \mathbf{Vw} \tag{5.61}$$

olan model tutarlılık kısıtıdır. $M(\lambda)$ Hessian matrisi (5.62) ile ifade edilen şekildedir.

$$\nabla_{\lambda\lambda'} M(\lambda) = -\mathbf{XZ} \nabla_{\lambda} \mathbf{p}(\lambda) - \mathbf{V} \nabla_{\lambda} \mathbf{w}(\lambda) = -\mathbf{X} \Sigma_Z(\lambda) \mathbf{X}' - \Sigma_V(\lambda) \tag{5.62}$$

Burada $\Sigma_Z(\lambda)$ ve $\Sigma_V(\lambda)$ sırası ile $\mathbf{p}(\lambda)$ ve $\mathbf{w}(\lambda)$ dağılımlarının kovaryans matrisleridir. Her iki kovaryans matrisi pozitif tanımlı olduklarından $(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{w}})$ için tek çözüm vardır.

BÖLÜM VI

UYGULAMA

6.1. Yoksulluk Veri Kümesi İçin Uygulama

Çalışmamda Ramanathan'ın (2002, s. 653) kitabında yer alan ve Campbell ve Hill'in (2001) ele aldığı Kaliforniya'ya ait yoksulluk veri kümesi kullanılmıştır. Bu veri kümesi 1980 ve 1990 yılları için 58 vilayete ait verilerden oluşmaktadır. Çalışmada 58 gözlemden oluşan 1990 yılına ait veri seti ele alınmıştır. Uygulamada SPSS ve Gauss 10 programları kullanılmıştır.

6.1.1. Parametrelerin EKK İle Tahmin Edilmesi

Bu bölümde SPSS programından yararlanılarak parametrelerin EKK tahmini yapılmış ve böylelikle kullanılacak modelin çoklu iç ilişki problemini içerdiğini göstermek amaçlanmıştır. Çalışmada kullanılan (6.1) nolu model yoksulluk oranı modelidir.

$$Y = b_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + b_5X_5 + b_6X_6 + b_7X_7 + u \quad (6.1)$$

Modelde yer alan değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

Y = geliri yoksulluk düzeyinin altında olan ailelerin oranı

X_2 = ortalama hanehalkı büyüklüğü

X_3 = işsizlik oranı

X_4 = lise diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesi

X_5 = en az 4 yıllık üniversite diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesi

X_6 = hanehalkı medyan geliri

X_7 = şehirleşme oranı

Model parametreleri $b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7$ şeklinde tanımlanmıştır.

Bu veri kümesi için (6.1) ile verilen çoklu doğrusal regresyon modelinin parametre işaretleri ile hakkındaki önsel bilgi $b_4, b_5, b_6, b_7 < 0$ ve $b_2, b_3 > 0$ şeklindedir.

(6.1) modeline ait veri kümesi ile ilgili istatistiksel bilgiler SPSS programı kullanılarak elde edilmiş olup Tablo 1, Tablo 2, Tablo 3, Tablo 4, Tablo 5 ve Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 1

(6.1) Modelindeki Bağımsız Değişkenler için Korelasyon Değerleri

	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
X_2 r	1	0,485**	-0,508**	-0,300*	-0,035	0,350**
p değeri		0,000	0,000	0,011	0,397	0,004
X_3 r	0,485**	1	-0,109	-0,757**	-0,714**	0,110
p değeri	0,000		0,208	0,000	0,000	0,206
X_4 r	-0,508**	-0,109	1	-0,358**	-0,280*	0,211
p değeri	0,000	0,208		0,003	0,017	0,056
X_5 r	-0,300*	-0,757**	-0,358**	1	0,848**	-0,358**
p değeri	0,011	0,000	0,003		0,000	0,003
X_6 r	-0,035	-0,714**	-0,280*	0,848**	1	-0,084
p değeri	0,397	0,000	0,017	0,000		0,264
X_7 r	0,350**	0,110	0,211	-0,358**	-0,084	1
p değeri	0,004	0,206	0,056	0,003	0,264	

*. 0,05 anlamlılık düzeyinde anlamlı ilişkiyi gösterir.

**. 0,01 anlamlılık düzeyinde anlamlı ilişkiyi gösterir.

Tablo 2

(6.1) Modeli için EKK Tahminleri ve VIF Değerleri

Model			t	p değeri	Doğrusallık İstatistikleri	
	$\hat{b}$	Standart Hata			Hata Payı	VIF
Sabit	16,818	8,503	1,978	0,053		
X_2	6,092	1,881	3,238	0,002	0,245	4,074
X_3	-0,012	0,119	-0,099	0,922	0,228	4,393
X_4	-0,119	0,068	-1,741	0,088	0,280	3,566
X_5	0,171	0,098	1,743	0,087	0,088	11,367
X_6	-0,536	0,070	-7,619	0,000	0,149	6,727
X_7	-0,019	0,015	-1,270	0,210	0,608	1,645

Tablo 3

(6.1) Modeli için ANOVA Tablosu

Değişim Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Ortalama Kare	F	p değeri
Regresyon	745,708	6	124,285	43,387	0,000
Rezidü	146,091	51	2,865		
Toplam	891,799	57			

Tablo 4

(6.1) Modeli Hakkında Özet Bilgi

R	R^2	Düzeltilmiş R^2	Tahminin Standart Hatası
0,914 ^a	0,836	0,817	1,69249

Tablo 5

(6.1) Modeli için Özdeğer ve Koşul Sayıları

Boyut	Özdeğer	Koşul Sayısı
1	6,450	1,000
2	0,325	4,455
3	0,182	5,958
4	0,029	14,985
5	0,009	26,396
6	0,004	38,082
7	0,000	118,497

Tablo 6

(6.1) Modelindeki Değişkenlere Ait Özet İstatistikler

	Ortalama	Standart Sapma
Y	9,9034	3,95545
X_2	2,6909	0,24054
X_3	9,9517	3,93323
X_4	57,5655	6,21601
X_5	18,7914	7,69945
X_6	35,3377	8,26424
X_7	34,1017	19,48169

Tablo 2’de verilen EKK tahminleri incelendiğinde parametre tahminlerinden $\hat{b}_3$ ’nın pozitif işaretli olması gerekirken negatif işaretli olduğu ve $\hat{b}_5$ ’nin negatif işaretli olması gerekirken pozitif işaretli olduğu, diğer parametrelerin ise beklenen işaretleri taşıdığı görülmektedir. Bu durumun çoklu iç ilişki sorunundan kaynaklandığı düşünüldüğünden Tablo 5’de $X'X$ matrisinin koşul sayısı hesaplanmıştır. Elde edilen 118,497 değeri çoklu iç ilişki probleminin göstergesidir. Bu göstergeye ek olarak VIF değerleri hesaplanmış ve Tablo 2’de verilmiştir. VIF değerlerinin 10’a eşit ya da 10’dan büyük olması da çoklu iç ilişki probleminin varlığını işaret etmektedir (Albayrak, 2005, s. 110). $\hat{b}_5$ ’ya ait VIF değeri 10’dan büyük olduğundan çoklu iç ilişki probleminin varlığından söz edilebilir. Son olarak Tablo 1’de verilen açıklayıcı değişkenlerin birbirleri arasındaki korelasyon değerlerinden $r_{24} = -0,508$, $r_{35} = -0,757$, $r_{36} = -0,714$ ve $r_{56} = 0,848$ ’in büyük ve anlamlı olduğu görülmektedir.

Vazquez, Panudulkitti, Timofeev (2009) tarafından ele alınan çalışmada şehirleşme ve yoksulluk seviyesinin U biçiminde bir ilişki gösterdiği sonucu elde edilmiştir. Yani başlangıçta şehirleşmenin artması yoksulluğu azaltırken, belirli bir noktadan sonra şehirleşmedeki artış yoksulluk seviyesinin artmasına neden olur. Bu nedenle yoksulluk seviyesi incelenirken şehirleşme oranının karesinin hesaba katılmasının daha sağlıklı sonuçlar vereceği söylenebilir.

Bu nedenle (6.2) numaralı model ele alınmış olup modelde yer alan değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$Y = b_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + b_5X_5 + b_6X_6 + b_7X_7 + b_8X_8 + u \quad (6.2)$$

Y = geliri yoksulluk düzeyinin altında olan ailelerin oranı

X_2 = ortalama hanehalkı büyüklüğü

X_3 = işsizlik oranı

X_4 = lise diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesi

X_5 = en az 4 yıllık üniversite diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesi

X_6 = hanehalkı medyan geliri

X_7 = şehirleşme oranı

X_8 = şehirleşme oranının karesi

58 gözlemden oluşan veri setine X_8 ile ifade edilen değişken eklenmiş olup (6.1) ile verilen modelin parametrelerine b_8 parametresi eklenmiştir.

Bu veri kümesi için (6.2) ile verilen çoklu doğrusal regresyon modelinin parametre işaretleri ile hakkındaki önsel bilgi $b_4, b_5, b_6, b_7 < 0$ ve $b_2, b_3, b_8 > 0$ şeklindedir. Model ile ilgili istatistiksel bilgiler SPSS programı kullanılarak elde edilmiş olup Tablo 7, Tablo 8, Tablo 9, Tablo 10, Tablo 11 ve Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 7

(6.2) Modelindeki Bağımsız Değişkenler için Korelasyon Değerleri

	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_2 r	1	0,485**	-0,508**	-0,300*	-0,035	0,350**	0,236
p değeri		0,000	0,000	0,022	0,795	0,007	0,075
X_3 r	0,485**	1	-0,109	-0,757**	-0,714**	0,110	0,054
p değeri	0,000		0,417	0,000	0,000	0,413	0,689
X_4 r	-0,508**	-0,109	1	-0,358**	-0,280*	0,211	0,260*
p değeri	0,000	0,417		0,006	0,033	0,113	0,048
X_5 r	-0,300*	-0,757**	-0,358**	1	0,848**	-0,358**	-0,299*
p değeri	0,022	0,000	0,006		0,000	0,006	0,023
X_6 r	-0,035	-0,714**	-0,280*	0,848**	1	-0,084	-0,045
p değeri	0,795	0,000	0,033	0,000		0,529	0,735
X_7 r	0,350**	0,110	0,211	-0,358**	-0,084	1	0,951**
p değeri	0,007	0,413	0,113	0,006	0,529		0,000
X_8 r	0,236	0,054	0,260*	-0,299*	-0,045	0,951**	1
p değeri	0,075	0,689	0,048	0,023	0,735	0,000	

Tablo 8

(6.2) Modeli için EKK Tahminleri ve VIF Değerleri

Model			t	p değeri	Doğrusallık İstatistikleri	
	$\hat{b}$	Standart Hata			Hata Payı	VIF
Sabit	16,852	8,518	1,978	0,053		
X_2	6,509	1,941	3,354	0,002	0,232	4,320
X_3	-0,028	0,121	-0,233	0,817	0,223	4,494
X_4	-0,121	0,068	-1,767	0,083	0,280	3,570
X_5	0,170	0,098	1,729	0,090	0,088	11,369
X_6	-0,544	0,071	-7,657	0,000	0,146	6,835

(Tablo 8'in Devamı)

X_7	-0,055	0,043	-1,283	0,205	0,073	13,759
X_8	0,000	0,000	0,901	0,372	0,082	12,147

Tablo 9

(6.2) Modeli için Anova Tablosu

Değişim Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Ortalama Kare	F	p değeri
Regresyon	748,041	7	106,863	37,168	0,000
Rezidü	143,758	50	2,875		
Toplam	891,799	57			

Tablo 10

(6.2) Modeli Hakkında Özet Bilgi

R	R^2	Düzeltilmiş R^2	Tahminin Standart Hatası
0,916 ^a	0,839	0,816	1,69563

Tablo 11

(6.2) Modeli için Özdeğer ve Koşul Sayıları

Boyut	Özdeğer	Koşul Sayısı
1	7,019	1,000
2	0,667	3,245
3	0,255	5,247
4	0,029	15,504
5	0,017	20,045
6	0,009	28,709
7	0,004	43,081
8	0,000	123,760

Tablo 12

(6.2) Modelindeki Değişkenlere Ait Özet İstatistikler

	Ortalama	Standart Sapma
Y	9,9034	3,95545
X_2	2,6909	0,24054

(Tablo 12'nin devamı)

X_3	9,9517	3,93323
X_4	57,5655	6,21601
X_5	18,7914	7,69945
X_6	35,3377	8,26424
X_7	34,1017	19,48169
X_8	1535,9202	1635,35641

(6.1) modeline X_8 değişkeni eklendiğinde elde edilen (6.2) modelinin Tablo 8 ile belirtilen EKK tahminleri incelendiğinde parametre işaretleri için (6.1) modeli ile aynı sonuçlar elde edilmiştir. Tablo 11'de verilen $X'X$ matrisinin koşul sayısı 123,760 olarak elde edilmiş olup önceki modelde elde edilen değerden daha yüksek çıkmıştır. Bu göstergeye ek olarak Tablo 8 ile verilen VIF değerleri (6.1) modeli için elde edilen değerlerden daha yüksek çıkmıştır. Son olarak Tablo 7'de verilen açıklayıcı değişkenlerin birbirleri arasındaki korelasyon değerlerinden de (6.2) ile verilen modelin çoklu iç ilişki problemini barındırdığı anlaşılmaktadır.

6.1.2. Parametrelerin GME İle Tahmin Edilmesi

Çalışmanın giriş bölümünde bahsedildiği gibi çoklu iç ilişki problemi olduğu zaman modelin parametre tahminlerinde kararsızlıklar meydana gelecek ve parametre tahminleri yanlış işaretli çıkabilecektir. Bu kararsızlıkları ortadan kaldırmak ve kararlı tahmin ediciler elde etmek için kullanılan yanlış tahmin edicilerden GME kullanılarak parametre tahmini yapılacaktır.

Daha önce ifade edildiği üzere GME tahminleri elde edilirken parametre destek matrisi işaret kısıtları dikkate alınarak Campbell ve Hill'in (2001) çalışmasına istinaden oluşturulmuştur. GME tahminleri Gauss 10 programı kullanılarak elde edilmiştir.

Öncelikle iyi bir önsel bilgi olmadığında ya da yok denecek kadar az miktarda önsel bilgiye sahip olunduğu varsayıldığında destekler için ortalaması sıfır olan sınırlar seçilir. Bu nedenle (6.1) modeli için X_3, X_4, X_5 değişkenlerinin yoksulluk oranına etkisinin az olacağı düşünülerek bu değişkenler için desteklerinin ortalaması sıfır olan dar aralıklar seçilmiştir. Hata desteklerinin belirlenmesinde ise tüm durumlar için hataların standart sapması kullanılarak $\pm 3s$ kuralı uygulanmıştır. Kısıt olmaksızın seçilen parametre destekleri Tablo 13'de ve elde edilen GME tahminleri Tablo 14'de verilmiştir.

Tablo 13

Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
<i>Sabit</i>	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0

Tablo 14

GME Tahminleri (Kısıt yok)

Değişken	GME Tahmini	%95'lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	17,75791	10,64724	23,66612
X_2	4,16903	2,48836	5,16087
X_3	0,12806	-0,03576	0,32738
X_4	-0,10961	-0,18940	-0,02928
X_5	0,16722	0,00385	0,32390
X_6	-0,47648	-0,61617	-0,30931
X_7	-0,01083	-0,03942	0,01765

(6.1) ile ifade edilen doğrusal regresyon modelinin GME tahminlerini incelediğimizde $\hat{b}_5$ 'nin hala beklenen işareti taşımadığı görülmektedir. Daha önceden de ifade edildiği gibi Vazquez ve diğerleri (2009) tarafından açıklandığı üzere şehirleşmenin yoksulluk oranına etkisini araştırırken şehirleşme oranının karesinin modelde yer alması gerekmektedir. GME tahminlerinin beklenen işaretleri sağlamamasının nedeni budur. Bu nedenle kurulan (6.2) modeli için yine kısıt olmaksızın parametre destekleri seçilmiştir. X_7 ve X_8 değişkenleri için konulan parametre destek aralıklarının sonuçları değiştirip değiştirmediğini görmek adına

öncelikle bu iki değişken için konulan aralık geniş daha sonra dar tutulmuştur. Sonuçlar sırası ile Tablo 15, Tablo 16, Tablo 17 ve Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 15

Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları geniş)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
<i>Sabit</i>	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0

Tablo 16

GME Tahminleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları geniş)

Değişken	GME Tahmini	%95’lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	14,88871	0,00000	17,94180
X_2	2,68857	-0,00355	3,56954
X_3	0,29244	-0,01334	0,47059
X_4	-0,06969	-0,12970	0,15664
X_5	0,20635	-0,03997	0,32072
X_6	-0,44252	-0,54822	0,00000
X_7	0,05591	-0,28652	1,02583
X_8	-0,00097	-0,01920	0,00561

Tablo 17

Parametre Destek Vektörleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları dar)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
Sabit	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$	0
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0

Tablo 18

GME Tahminleri (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları dar)

Değişken	GME Tahmini	%95'lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	17,84319	9,77837	23,39601
X_2	4,20016	2,10547	5,24626
X_3	0,12681	-0,04028	0,34009
X_4	-0,11055	-0,18785	-0,03354
X_5	0,16608	-0,00447	0,31325
X_6	-0,47657	-0,61240	-0,29391
X_7	-0,01684	-0,11596	0,13016
X_8	0,00007	-0,00178	0,00111

Tablo 16 incelendiğinde (6.2) ile ifade edilen doğrusal regresyon modelinin GME tahminlerinden $\hat{b}_5, \hat{b}_7, \hat{b}_8$ 'in beklenen işaretlere uymadığı gözlemlenmiştir. Parametre destek aralıkları daraltıldığında elde edilen sonuçlar Tablo 18'de verilmiş ve $\hat{b}_5$ 'nın beklenen işarete sahip olmadığı gözlemlenmiştir.

Bu sonuçlardan anlaşıldığı üzere işaret kısıtı konulmadığında parametre destek aralıkları dar tutularak daha sağlıklı sonuçlar elde edilmekle birlikte hala istenilen sonuçlara ulaşılamamaktadır. Katsayıların beklenen işaretleri dikkate alınarak parametre

destekleri değiştirildiğinde, daha dar parametre sınırları konulabilir. Bu nedenle her bir katsayının beklenen işaretleri düşünülerek parametre destekleri daha dar seçilmelidir.

Campbell ve Hill (2001, s. 3) tarafından belirtildiği üzere X_2 ve X_3 değişkenlerine ait katsayı işaretlerinin pozitif X_4, X_5, X_6 değişkenlerine ait katsayı işaretlerinin ise negatif olması beklenmektedir. Bu işaret kısıtlarına göre seçilen parametre destekleri Tablo 19’da ve elde edilen GME tahminleri Tablo 20’de verilmiştir. Önsel ortalamaların sıfırdan farklı olduğu Tablo 19’da görülmektedir.

Tablo 19

Parametre Destek Vektörleri (İşaret kısıtı var)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
Sabit	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{0, 2.5, 5, 7.5, 10\}$	5
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	1
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -7.5, -5, -2.5, 0\}$	-5
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0

Tablo 20

GME Tahminleri (İşaret kısıtı var)

Değişken	GME Tahmini	%95’lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	17,02513	15,16030	25,73506
X_2	4,61192	3,43450	4,92196
X_3	0,35618	0,13133	0,39431
X_4	-0,32995	-0,36159	-0,14063
X_5	-0,25108	-0,29328	-0,03759
X_6	-1,45665	-1,52203	-0,16615
X_7	-0,05456	-0,24469	0,06053
X_8	0,00041	-0,00100	0,00274

Tablo 20'den anlaşılacağı üzere GME tahminlerinin tamamı beklenen işaretlere uygun olarak elde edilmiştir. Eğer daha güçlü kısıtların konulması isteniyorsa Campbell ve Hill (2001, s. 4) tarafından da uygulanan kısıt eklenebilir. En az 4 yıllık üniversite diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinin yoksulluk oranına etkisinin lise diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinden daha düşük olacağı kısıtını koyarak GME tahminleri elde edilebilir. Bu bulgulara dayanarak elde edilen kısıt matematiksel olarak $b_5 < b_4 < 0$ şeklinde ifade edilebilir. Bu kısıt düşünüldüğünde parametreler için;

$$\begin{bmatrix} b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = Z^* \begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z'_4 & 0 \\ z'_4 & z'_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

eşitliği yazılabilir. Burada $Z: 2 \times 2M$, b_4, b_5 parametreleri ve p_4, p_5 bilinmeyen olasılıkları ile ilgili destek noktalarının matrisleridir. $b_5 < b_4 < 0$ ve işaret kısıtı ile verilen parametre destek vektörleri Tablo 21'de, elde edilen GME tahminleri Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 21

Parametre Destek Vektörleri (İşaret ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
<i>Sabit</i>	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{0, 2.5, 5, 7.5, 10\}$	5
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	1
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	$\hat{b}_4 - 1$
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -7.5, -5, -2.5, 0\}$	-5
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	0

Tablo 22

GME Tahminleri (İşaret ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)

Değişken	GME Tahmini	%95'lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	11,81974	6,16267	18,59982
X_2	4,89131	3,64393	5,31029
X_3	0,38006	0,13915	0,41751
X_4	-0,30629	-0,32242	-0,03912
X_5	-0,52732	-0,56102	-0,06986
X_6	-1,51914	-1,52202	-0,10331
X_7	-0,04951	-0,25607	0,07879
X_8	0,00027	-0,00150	0,00265

Tablo 22'den görüleceği üzere GME tahminlerinin yine tamamı beklenen işaretlere uygun olarak elde edilmiştir. Tablo 19'da verilen işaret kısıtına, şehirleşme oranının yoksulluk oranına etkisinin negatif, şehirleşme oranının karesinin yoksulluk oranına etkisinin pozitif olduğu kısıtı eklenebilir (Vazquez ve diğerleri, 2009, s. 16). Bu durumda oluşturulan yeni parametre destek vektörleri Tablo 23'te ve elde edilen GME tahminleri Tablo 24'de verilmiştir.

Tablo 23

Parametre Destek Vektörleri (İşaret ve $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ kısıtları altında)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
<i>Sabit</i>	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{0, 2.5, 5, 7.5, 10\}$	5
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	1
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -7.5, -5, -2.5, 0\}$	-5
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	1

Tablo 24

GME Tahminleri (İşaret ve $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ kısıtları altında)

Değişken	GME Tahmini	%95'lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	22,62281	17,66232	27,81708
X_2	4,39582	3,79709	5,04096
X_3	0,18769	0,12174	0,33132
X_4	-0,19610	-0,26354	-0,14194
X_5	-0,08600	-0,18935	-0,04237
X_6	-0,29779	-0,37910	-0,17224
X_7	-0,14959	-0,35458	-0,07373
X_8	0,00138	0,00057	0,00407

Tablo 24'den görüldüğü gibi GME tahminlerinin tamamı beklenen işaretlere uygun olarak elde edilmiştir. X_7 ve X_8 'e kısıt konulduğunda tüm değişkenler işaret kısıtına sahip olmakla birlikte elde edilen sonuçlar yoksulluk oranına hangi değişkenin ne ölçüde etki ettiği konusunda daha sağlıklı bilgiler vermiştir. $b_5 < b_4 < 0$ kısıtı da bu işaret kısıtlarına eklenerek sonuçlar tekrar elde edilebilir. Bu durumda oluşturulan yeni parametre destek vektörleri Tablo 25'de ve elde edilen GME tahminleri Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 25

Parametre Destek Vektörleri (İşaret, $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)

Değişken	Katsayı	Parametre Desteği	Önsel Ortalama
Sabit	$\hat{b}_1$	$z_1 = \{-50, -25, 0, 25, 50\}$	0
X_2	$\hat{b}_2$	$z_2 = \{0, 2.5, 5, 7.5, 10\}$	5
X_3	$\hat{b}_3$	$z_3 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	1
X_4	$\hat{b}_4$	$z_4 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	-1
X_5	$\hat{b}_5$	$z_5 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	$\hat{b}_4 - 1$
X_6	$\hat{b}_6$	$z_6 = \{-10, -7.5, -5, -2.5, 0\}$	-5
X_7	$\hat{b}_7$	$z_7 = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0\}$	0
X_8	$\hat{b}_8$	$z_8 = \{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$	0

Tablo 26

GME Tahminleri (İşaret, $b_7 < 0$, $b_8 > 0$ ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)

Değişken	GME Tahmini	%95'lik Güven Aralığı	
		Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	14,80827	9,20682	20,55863
X_2	4,74872	4,03248	5,42809
X_3	0,20454	0,11729	0,35228
X_4	-0,09599	-0,17303	-0,04413
X_5	-0,13533	-0,25004	-0,07917
X_6	-0,23753	-0,32326	-0,10567
X_7	-0,14990	-0,34348	-0,07401
X_8	0,00118	0,00043	0,00354

Tablo 26'dan görüldüğü üzere doğrusal regresyon modelinin GME tahminlerinin tamamı beklenen işaretlere uygun olarak elde edilmiştir. Beklenen işaretler dışında daha kesin sonuçlar elde edilmek istendiğinde yapılan değişik uygulamalardan da anlaşılabacağı üzere farklı kısıtlar konularak işlemler tekrarlanabilir. Buna ilaveten tüm tabloların incelenmesi sonucunda GME tahmin edicinin EKK'dan daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

6.1.3. Tahmin Edicilerin Karşılaştırılması

Yapılan uygulama sonrasında beklenen işaret açısından GME tahmin edicinin EKK tahmin ediciden daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Yanlı tahmin ediciler arasında en çok kullanılanlardan biri olan Ridge tahmin edici ile de tahmin sonuçları elde edilecek HKO tahmin ölçütüne göre hangi tahmin edicinin daha sağlıklı sonuçlar verdiği karşılaştırılacaktır. Bu karşılaştırma için bootstrap yöntemi kullanılacaktır. Bootstrap yöntemi Efron (1979) tarafından geliştirilmiş ve adlandırılmıştır.

Bu yöntemin aşamaları şu şekildedir: Parametrelerin herhangi bir tahmini $\hat{b}$ olmak üzere, çoklu doğrusal regresyon modeli için $y = Xb + e$ denkleminde rezidüleri $e = y - X\hat{b}$ eşitliği ile hesaplanır. Daha sonra j-inci bootstrap denemesinde e 'nin elemanlarından n tanesi yerine konularak rasgele çekilir. Çekilen bu rezidüleri oluşturduğu vektör e_j^* , X ve $\hat{b}$ kullanılarak j-inci deneme için bağımlı değişken vektörü y_j^* hesaplanır. Böylece bağımlı değişkene ait yeni bir örneklem elde edilmiş

olur. Bu aşamada y_j^* ve X kullanılarak j-inci deneme için b 'nın tahmini olan $\hat{b}_j$ hesaplanır. (Akdeniz ve diğerleri, 2011a, s. 12-13).

EKK, Ridge ve GME tahmin edicileri için HKO değerlerini elde etmek üzere bu işlem 400 kez tekrarlanmıştır. Böylece oluşturulan 400 örneklem aracılığıyla EKK, Ridge ve GME tahmin edicileri için HKO tahminleri elde edilmiştir.

Öncelikle EKK ve GME tahmin edicileri ile Ridge tahmin ediciyi işaret bakımından kıyaslamak açısından (6.1) ve (6.2) modeli için Ridge tahminleri bulunmuştur. Bu tahminler bulunurken optimum k seçimi için (4.14) ve (4.15)'de ifade edilen kriterler kullanılmıştır. (4.14) ile ifade edilen kriter HKB, (4.15) ile ifade edilen kriter LW olarak adlandırılmıştır. (6.1) modeli için yapılan Ridge HKB tahmini Ridge1, Ridge LW tahmini Ridge2, (6.2) modeli için yapılan Ridge HKB tahmini Ridge3, Ridge LW tahmini Ridge4 olarak adlandırılmış olup sonuçlar Tablo 27'de sunulmuştur.

Tablo 27

Ridge Tahminleri

Değişken	Ridge1	Ridge2	Ridge3	Ridge4
Sabit	7,35339	15,67367	6,98689	15,55809
X_2	7,58691	6,28852	7,99289	6,72847
X_3	0,04567	-0,00625	0,03599	-0,02173
X_4	-0,04562	-0,10987	-0,04417	-0,11078
X_5	0,24776	0,18032	0,25013	0,18049
X_6	-0,55627	-0,53897	-0,56337	-0,54735
X_7	-0,02053	-0,01902	-0,05272	-0,05501
X_8	—	—	0,00038	0,00043

Tablo 27'de verilen sonuçlar incelendiğinde $\hat{b}_5$ hariç tüm Ridge tahminlerinin ve $\hat{b}_3$ hariç tüm Ridge LW tahminlerinin beklenen işarete sahip olduğu görülmektedir.

Beklenen işaretlerin yanı sıra hangi tahmin edicinin daha iyi olduğuna karar vermek için hesaplanan HKO tahminleri Tablo 28 ve Tablo 29'da sunulmuştur.

Tablo 28

(6.1) Modeli için Bootstrap Sonuçları

Tahmin Yöntemi	Hesaplanan k Değeri	HKO Tahminleri
EKK	—	70,41895
Ridge HKB	0,06261	184,31503
Ridge LW	0,00312	59,50772
GME	—	17,29407

Tablo 29

(6.2) Modeli için Bootstrap Sonuçları

Tahmin Yöntemi	Hesaplanan k Değeri	HKO Tahminleri
EKK	—	72,07552
Ridge HKB	0,07040	191,05802
Ridge LW	0,00357	61,36033
GME (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları geniş)	—	149,13753
GME (Kısıt yok ve parametre destek aralıkları dar)	—	19,91157
GME (İşaret kısıtı var)	—	26,93885
GME (İşaret ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)	—	29,04592
GME (İşaret ve $b_7 < 0$ ve $b_8 > 0$ kısıtları altında)	—	46,49154
GME (İşaret, $b_7 < 0$ ve $b_8 > 0$ ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtları altında)	—	16,01474

Tablo 28 incelendiğinde $HKO_{GME} < HKO_{RIDGE LW} < HKO_{EKK} < HKO_{RIDGE HKB}$ sonucu elde edilmiştir. Yani (6.1) modeli için en iyi tahmin edicinin GME tahmin edici olduğu görülmektedir.

(6.2) modeli için Tablo 29’da verilen tahminler incelendiğinde GME için hiçbir kısıt olmadan ve parametre destek aralıkları geniş tutularak yapılan tahminde $HKO_{RIDGE LW} < HKO_{EKK} < HKO_{GME} < HKO_{RIDGE HKB}$ sıralaması elde edilmiştir. Zaten parametre destek aralıkları geniş tutularak yapılan parametre tahminlerinde beklenen işaretler elde edilememiş bu durumda aralıklar daraltılarak diğer tahminler yapılmıştır. Bulunan sonuç da bu durumu desteklemektedir. Diğer durumların hepsinde

$HKO_{GME} < HKO_{RIDGE LW} < HKO_{EKK} < HKO_{RIDGE HKB}$ sonucu elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar GME tahmin edicinin en iyi tahmin edici olduğu kanısını desteklemektedir. HKO_{GME} değerlerine bakıldığında en küçük değerin 16,01474 ile son durum olarak incelenen tüm değişkenlere işaret kısıtı ve $b_5 < b_4 < 0$ kısıtı konularak yapılan tahminden elde edildiği gözlemlenmiştir.

BÖLÜM VII

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

7.1. Sonuçlar ve Öneriler

Lineer regresyon modellerinde parametre tahmini yapmak için geçerli olan varsayımların sağlanması durumunda EKK yöntemi uygulanır. Açıklayıcı değişkenler arasında önemli derecede çoklu iç ilişki olması durumunda ise bu varsayımlardan en önemlisi ihlal edilmiş olup EKK ile parametre tahminleri yapılırken kararsızlıklar meydana gelir. Ancak ekonometrik bir çalışmada kararsız tahmin ediciler değil kararlı tahmin ediciler elde edilmek istenildiğinden bu çalışma çoklu iç ilişki sorunu olan bir modelde kararlı tahminleri bulmayı amaçlamıştır.

Bu amaç doğrultusunda öncelikle çoklu iç ilişki sorunu olan Ramanathan (2002, s. 653) verisi ele alınarak 58 gözlem için EKK tahmini yapılmış, EKK'nın çoklu iç ilişki varlığında kullanılacak bir yöntem olmadığını göstermek amaçlanmıştır. Sonuçta, önsel bilgiler doğrultusunda beklenen işaretlerin EKK parametre tahminlerine uymadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle geliştirilmiş yanlı tahmin edicilerden Ridge tahmin edicisine ek olarak son yıllarda ekonomi kaynaklarında sıklıkla kullanılan GME tahmin edicisi kullanılmış ve HKO ölçütüne göre karşılaştırma yapılmıştır. Teoriyle uyumlu olarak işaret kısıtları ve eşitsizlik kısıtları kullanılarak GME tahminleri elde edilmiştir.

Yine elde edilen teorik bilgi doğrultusunda yoksulluk oranı modeli için şehirleşme oranı tek başına düşünülemeyeceğinden değişkenlere şehirleşme oranının karesi eklenmiş ve yorumlar (6.1) modeli için değil (6.2) modeli için yapılmıştır. Bu kanıyı desteklemek adına her iki model içinde tablo sonuçlarına yer verilmiştir.

Tüm tablolar incelendiğinde Ridge tahmin edicinin de EKK tahmin edici gibi parametre tahminlerinde önsel bilgiler doğrultusunda beklenen işaretleri sağlamadığı ancak GME tahmin edicinin çoğunlukla hem beklenen işaretleri sağladığı hem de büyüklük bakımından daha doğru sonuçlar verdiği görülmüştür.

Daha sonra tahmin edicilerin karşılaştırılması için HKO değerleri hesaplanmıştır. HKO değerlerine bakıldığında işaret kısıtı olmaksızın parametre destek aralıkları geniş tutularak yapılan tahminde GME tahmin edicinin HKO değeri 149,13753 olarak bulunmuş olup EKK tahmin edicinin HKO değeri olan 72,07552'den

oldukça yüksek bir rakam elde edilmiştir. Beklenen işaretlere bakıldığında bu durum için $\hat{b}_5, \hat{b}_7, \hat{b}_8$ 'in beklenen işaretleri sağlamadığı gözlemlenmiştir. Bu iki durum birbirini desteklemektedir. Daha sonra parametre destek aralıkları daraltılmış bu durumda GME tahmin edicinin HKO değeri 19,91157 olarak elde edilmiştir. Bu değer GME'nin EKK'dan daha iyi bir tahmin edici olduğu desteklemekle birlikte hala $\hat{b}_5$ 'nin beklenen işarete sahip olmadığı görülmektedir. Önsel bilgiler kullanılarak daha sağlıklı sonuçlar elde etmek için şehirleşme oranı ve şehirleşme oranının karesi hariç tüm değişkenlere işaret kısıtı konulmuş bu durumda tüm parametre tahminlerinin beklenen işaretleri sağlamakla birlikte GME tahmin edicinin HKO değeri 26,93885 olarak elde edilmiştir. Bu duruma ek olarak en az 4 yıllık üniversite diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinin yoksulluk oranına etkisinin lise diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinden daha az etkileyeceği kısıtı eklenmiş, yine tüm parametre tahminlerinin beklenen işaretleri sağladığı ve bu durumda GME tahmin edicinin HKO değerinin 29,04592 olduğu gözlemlenmektedir. Daha sonra tüm değişkenlere işaret kısıtı konularak tahmin yapılmış yine tüm parametre tahminlerinin beklenen işaretleri sağladığı ve bu durumda GME tahmin edicinin HKO değerinin 46,49154 olduğu görülmüştür.

Son olarak bütün önsel bilginin kullanıldığı yani tüm değişkenlere işaret kısıtı konulup en az 4 yıllık üniversite diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinin yoksulluk oranına etkisinin lise diplomasına sahip 25 yaş ve üzeri kişilerin yüzdesinden daha az etkileyeceği kısıtı eklenmiş ve parametre tahmini yapılmıştır. Bu durumda yine tüm parametre tahminlerinin beklenen işaretleri sağladığı ve GME tahmin edicinin HKO değerinin 16,01474 olup tüm durumlarda elde edilen değerden daha küçük olduğu görülmektedir.

Sonuçlardan anlaşılabileceği üzere çoklu iç ilişki problemi olduğunda EKK tahmin edicisi kullanmak bizi yanlış sonuçlara götürecektir. EKK tahmin edici yerine çoklu iç ilişki durumunda kullanılması gereken yanlı tahmin edicilerle parametre tahmini yapılmalıdır.

İncelenen yanlı tahmin edicilerden Ridge ve GME tahmin edici kıyaslandığında GME tahminlerinin daha küçük HKO değerine sahip olduğu görülmektedir. Önsel bilgilerin tamamı kullanıldığında elde edilen sonucun diğerlerine göre daha iyi olmasından dolayı önsel bilgilerin varlığının bizi daha sağlıklı sonuçlara götüreceği

söylenebilir. HKO değerleri düşünüldüğünde GME tahmin edicinin Ridge tahmin ediciden daha iyi olduğu söylenebilir.

KAYNAKÇA

- Albayrak, A. S. (2005). Çoklu Doğrusal Bağlantı Halinde Enküçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Yanlı Tahmin Teknikleri ve Bir Uygulama. *ZKÜ Sosyal Bilimler Dergisi*, Cilt 1, Sayı 1, s. 105-126.
- Akdeniz Duran, E. (2011). *Regresyon Analizinde Çoklu Bağlantı: Parametrik ve Semiparametrik Tahmin*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Akdeniz, F. ve Çabuk, H. A. (2001, Eylül). Ridge Regresyon Teorisinde 1970-2001 Arasındaki Gelişmeler. *V. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*. Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Akdeniz, F. ve Çabuk, H. A. (2007, Aralık). İç İlişki ve Genelleştirilmiş Maksimum Entropi Tahmin Edicileri. *İstatistik Araştırma Dergisi*, Vol. 5, No. 2, 1-19.
- Akdeniz, F., Çabuk, H. A. ve Güler, H. (2011a). GME ve En Küçük Ayrım Bilgi Prensibi (MDI) nin İstatistiksel Özellikleri ve Ağırlıklı GME (W-GME) Tahmincisi. *12. Uluslararası Ekonometri, Yöneylem Araştırması ve İstatistik Sempozyumu*. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Akdeniz, F., Çabuk, H. A. ve Güler, H. (2011b). Generalized Maximum Entropy Estimators: Applications to the Portland Cement Dataset. *The Open Statistics & Probability Journal*, Vol. 3, 13-20.
- Akdeniz, F. ve Kaçıranlar, S. (1995). On The Almost Unbiased Generalized Liu Estimator and Unbiased Estimation of The Bias and MSE. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 24 (7), 1789-1797.
- Arslan, O. ve Billor, N. (2000). Robust Liu Estimator for Regression Based on an M-estimator. *Journal of Applied Statistics*, Vol. 27, No. 1, 39-47.
- Belsley, D. A. (1991). *Conditioning Diagnostics: Collinearity and Weak Data in Regression*. John Wiley and Sons, New York.
- Belsley, D. A., Kuh, E., & Welsch, R. E. (2004). *Regression Diagnostics Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*. John Wiley and Sons, New York.
- Buchen, P. W., & Kelly, M. (1996, March). The Maximum Entropy Distribution of an Asset Inferred from Option Prices. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 31, No. 1, 143-159.

- Campbell, R. C., & Hill, C. R. (2001). Maximum Entropy Estimation in Economic Models with Linear Inequality Restrictions. *Departmental Working Papers*. Department of Economics, Louisiana State University, 1-29.
- Campbell, R. C., & Hill, C. R. (2006, November). Imposing Parameter Inequality Restrictions Using the Principle of Maximum Entropy. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 76, No. 11, 985-1000.
- Chatterjee, S., & Price, B. (1977). *Regression Analysis by Example*. Wiley, New York.
- Cheng, D. C., & Iglarsh, H. J. (1976, May). Principal Component Estimators in Regression Analysis. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 58, No. 2, 229-234.
- Clausius, R. (1864). *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie*. Braunschweig.
- Csiszar, I. (1991, December). Why Least Squares and Maximum Entropy? An Axiomatic Approach to Inference for Linear Inverse Problems. *The Annals of Statistics*, Vol. 19, No. 4, 2032-2066.
- Çoşkuntuncel, O. (2010, Kış). Sosyal Bilimlerde Yanlı Regresyon Tahmin Edicilerinin Kullanılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 1 (2), 100-108.
- Denzau, A. T., Gibbons, P. C., & Greenberg E. (1989). Bayesian Estimation of Proportions with a Cross-Entropy Prior. *The Annals of Statistics*, Vol 18, No. 5, 1843-1861.
- Efron, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*, Vol. 7, No. 1, 1-26.
- Eruygur, H. O. (2006). *Impacts of Policy Changes on Turkish Agriculture: An Optimization Model with Maximum Entropy*. Yayınlanmamış doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Fadeev, D. K. (1957). Zum Begriff der Entropie einer endlichen Wahrscheinlichkeitsschemas, *Arbeiten zur Informationstheorie*, Berlin, *Deutcher Verlag der Wissenschaften*, 85-90.
- Farebrother, R. W. (1978). A Class of Shrinkage Estimators. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 40, 1, 47-49.
- Farrar, D. E., & Glauber, R. R. (1967). Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited. *The Review of Economics and Statistics*, 49(1), 101-104.

- Fernandez, L. (1997). Estimation of Wastewater Treatment Objectives through Maximum Entropy. *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 32, No. 3, 293-308.
- Fraser, I. (2000). An Application of Maximum Entropy Estimation: The Demand for Meat in The United Kingdom. *Applied Economics*, Vol. 32, 45-59.
- Frisch, R. (1934). *Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems*. Universitets Okonomiske Institut, Oslo.
- Gokhale, D. V., & Kullback, S. (1978). *The Information in Contingency Tables*. Marcel Decker, New York.
- Golan, A., Judge, G., & Miller, D. (1996). *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- Golan, A., Karp, L. S., & Perloff, J. M. (2000, October). Estimating Coke and Pepsi's Price and Advertising Strategies. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 18, No. 4, 398-409. Prepublication PDF Version: Pepsi. <http://are.berkeley.edu/~jperloff/PDF/Pepsi.pdf> (Erişim Tarihi: 15.10.2012)
- Gross, J. (2003). Restricted Ridge Estimation. *Statistics and Probability Letters*, Vol. 65, No. 1, 57-64.
- Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics*. 4th edition, McGraw Hill, New York.
- Hansen, B. E. (2012). *Econometrics*. <http://www.ssc.wisc.edu/~bhansen/econometrics/> (Erişim Tarihi: 06.06.2012)
- Hoerl, A. E., & Kennard, R. W. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, Vol. 12, No. 1, 55-67.
- Hoerl, A. E., Kennard, R.W., & Baldwin, K. F. (1975). Ridge Regression: Some Simulation. *Communication in Statistics*, 4, 105-123.
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a Complex of Statistical Variables Into Principal Components. *Journal of Educational Psychology*, 24, 417-441 and 498-520.
- Howitt, R. E., & Paris, Q. (1998, February). An Analysis of Ill-Posed Production Problems Using Maximum Entropy. *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 80, No. 1, 124-128.
- Huh, M., & Olkin, I. (1984, April). Asymptotic Aspects of Ridge Regression. *Technical Report*, No. 196, 1-18.
- Jaynes, E. T. (1957a). Information Theory and Statistical Mechanics. *Physics Review*, Vol. 106, No. 4, 620-630.

- Jaynes, E. T. (1957b). Information Theory and Statistical Mechanics II. *Physics Review*, Vol. 108, No. 2, 171-190.
- Jaynes, E. T. (1965). Gibbs vs Boltzmann Entropies. *American Journal of Physics*, Vol. 33, No. 5, 391-398.
- Jaynes, E. T. (1984). Prior Information and Ambiguity in Inverse Problem. In D. W. McLaughlin (Ed.), *Inverse Problems*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island (pp. 151-166).
- Kullback, S. (1959). *Information Theory and Statistics*. John Wiley and Sons, New York.
- Kullback, S., & Liebler, R. A. (1951). On Information and Sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 22, No. 1, 79-86.
- Lawless, J. F., & Wang, P. (1976). A Simulation Study of Ridge and Other Regression Estimators. *Communications in Statistics- Theory and Methods*, 14, 1589-1604.
- Lence, S. H., & Miller, D. J. (1998). Estimation of Multi-Output Production Functions with Incomplete Data: A Generalised Maximum Entropy Approach. *European Review of Agricultural Economics*, Vol. 25, 188-209.
- Levine, R. D. (1980). An Information Theoretical Approach to Inversion Problems. *Journal of Physics, A: Math. Gen.*, 13, 91-108.
- Liu, K. (1993). A New Class of Biased Estimate in Linear Regression. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 22(2), 393-402.
- Liu, K. (2003). Using Liu-Type Estimator to Combat Collinearity. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 32, No. 5, 1009-1020.
- Marquardt, D. W., & Snee, R. D. (1975, February). Ridge Regression in Practice. *The American Statistician*, Vol. 29, No. 1, 3-20.
- Mayer, L. S., & Willke, T. A. (1973, August). On Biased Estimation in Linear Models. *Technometrics*, Vol. 15, No. 3, 497-508.
- Montgomery, D. C., & Peck, E. A. (1992). *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley and Sons, New York.
- Özdamar, K., Odabaşı, Y., Hoşcan, Y., Bir, A. A., Kırcaali-İftar, G., Özmen, A. vd. (1999). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*. Anadolu Üniversitesi Yayınları. <http://w2.anadolu.edu.tr/aos/kitap/ioltp/2294/unite07.pdf> (Erişim Tarihi: 12. 11. 2012)
- Paris, Q. (2001, April). MELE: Maximum Entropy Leuven Estimators. University of California Davis, *Working Paper*, 1-33.

- Pearson, K. (1901). On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space. *Philosophical Magazine* 2, London, 559–572.
- Perloff, J. M., & Shen, C. Z. (2001, September). Maximum Entropy and Bayesian Approaches to the Ratio Problems. *Journal of Econometrics*, Vol. 104, No. 2, 289-313.
- Pukelsheim, F. (1994, May). The Three Sigma Rule. *The American Statistician*, Vol. 48, No. 2, 88-91.
- Ramanathan, R. (2002). *Introductory Econometrics With Applications*. Fifth Edition, Harcourt College Publishers.
- Rao, C. R., & Toutenburg, H. (1999). *Linear Models: Least Squares and Alternatives*. Springer, Second Edition, New York.
- Renyi, A. (1961). On Measures of Entropy and Information. *Proceedings of Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 1, University of California Press, Berkeley, 547-561.
- Ryu, H. K. (1993). Maximum Entropy Estimation of Density and Regression Functions. *Journal of Econometrics*, Vol. 56, No. 3, 397-440.
- Sarkar, N. (1992). A New Estimator Combining The Ridge Regression and The Restricted Least Squares Methods of Estimation. *Communications in Statistics, Theory and Methods*, Vol. 21, No. 7, 1987-2000.
- Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*, Vol. 27, No. 3, 379-423.
- Shore, J. E., & Johnson, R. W. (1980). Axiomatic Derivation of the Principle of Maximum Entropy and the Principle of Minimum Cross-Entropy. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 26, No. 1, 26-37.
- Silvey, S. D. (1969). Multicollinearity and Imprecise Estimation. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, Vol. 31, No. 3, 539-552.
- Skilling, J. (1989). Classic Maximum Entropy. In Skilling, J (Ed.), *Maximum Entropy and Bayesian Methods in Science and Engineering*, Kluwer Academic, Dordrecht, 45-52.
- Soofi, E. S. (1992). A Generalizable Formulation of Conditional Logit with Diagnostics. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87, 812-816.
- Soofi, E. S. (1994). Capturing the Intangible Concept of Information. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, 1243-1254.
- Tarı, R. (2010). *Ekonometri*. Genişletilmiş 6. Baskı, Umuttepe Yayınları, Kocaeli.

- Theil, H. (1967). *Economics and Information Theory*. North Holland: Amsterdam.
- Vazquez, J. M., Panudulkitti, P. & Timofeev, A. (2009, October). Urbanization and the Poverty Level. *International Studies Program Working Paper 9-14 (updated)*, Georgia State University.
- Vinod, H. D., & Ullah, A. (1981). *Recent Advances in Regression Methods*. Marcel Dekker, New York.
- Wu, X. (2009). A Weighted Generalized Maximum Entropy Estimator with a Data-driven Weight. *Entropy*, Vol. 11, 917-930.
- Yardımcı, A. (2002). Nokta Tahmini. <http://www.vizirvizir.net/dersnotu/istatistik/> (Erişim Tarihi: 01.06.2012)
- Zellner, A., & Highfield, R. (1988). Calculation of Maximum Entropy Distributions and Approximation of Marginal Posterior Distributions. *Journal of Econometrics*, Vol. 37, No. 2, 195-209.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Sibel ÖRK
Doğum Yeri : Seyhan, Adana
Doğum Tarihi : 04.11.1988
Medeni Hali : Bekar
Adres : Çukurova Üniversitesi İ.İ.B.F. Dekanlık Binası, Ekonometri Bölümü
Oda: 312, Sarıçam, ADANA
E-mail : sork@cu.edu.tr
Telefon : (0322) 3387254-166

EĞİTİM DURUMU

Lise : 2002-2006, İsmail Safa Özler Anadolu Lisesi, Adana
Lisans : 2006-2010, Çukurova Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Adana (Bölüm İkincisi)
2009-2010, Universidade de Lisboa, Lizbon (Erasmus)
Yüksek Lisans : 2010-2012, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Adana

MESLEKİ DENEYİM

2011- : Araştırma Görevlisi, Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, Adana

YABANCI DİL

İngilizce : İyi düzeyde
Almanca : Orta düzeyde
Portekizce : Başlangıç düzeyinde