



**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**KUVVET METOTU İLE İKİ KATLI HİPERSTATİK
BİR ÇERÇEVE SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ**

**Hazırlayan
Funda ÖZSOY AKBULUT**

**Danışman
Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ**

Yüksek Lisans Tezi

**Eylül 2014
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**KUVVET METODU İLE İKİ KATLI HİPERSTATİK
BİR ÇERÇEVE SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ**

(Yüksek Lisans Tezi)

**Hazırlayan
Funda ÖZSOY AKBULUT**

**Danışman
Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ**

**Eylül 2014
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

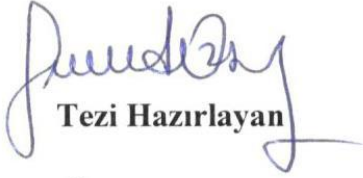
Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

Funda ÖZSOY AKBULUT



YÖNERGEYE UYGUNLUK

Kuvvet Metodu İle İki Katlı Hiperstatik Bir Çerçeve Sistemin Çözümü adlı Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi' ne uygun olarak hazırlanmıştır.



Tezi Hazırlayan

Funda ÖZSOY AKBULUT



Danışman

Cengiz Duran ATİŞ



İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Başkanı

Prof. Dr. Mehmet ARDIÇLIOĞLU

Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ danışmanlığında **Funda ÖZSOY AKBULUT** tarafından hazırlanan “**Kuvvet Metodu İle İki Katlı Hiperstatik Bir Çerçeve Sistemin Çözümü**” adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **İnşaat Mühendisliği** Anabilim Dalında **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

12 /09/2014

JÜRİ:

Danışman : Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ



Üye : Doç. Dr. Okan KARAHAN



Üye : Yrd. Doç. Dr. Bilal DEMİREL

**ONAY:**

Bu tezin kabulü Enstitü Yönetim Kurulunun 30/09/2014 tarih ve 2014/45-03. sayılı kararı ile onaylanmıştır.



30 / 09 / 2014.

Prof. Dr. Kâzım KEŞLİOĞLU

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans öğrenim hayatım boyunca yakın ilgilerini ve yardımlarını esirgemeyen, önerileri ve paylaşımları ile bu çalışmanın bitmesine büyük katkı sağlayan değerli hocam Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ'e en içten teşekkürlerimi sunmak isterim.

Çalışmalarım süresince beni daima destekleyen aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Funda Özsoy AKBULUT

Ağustos 2014, KAYSERİ

KUVVET METODU İLE İKİ KATLI HİPERSTATİK BİR ÇERÇEVE SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ

Funda ÖZSOY AKBULUT

**Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Ağustos 2014
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ**

ÖZET

Bu çalışmada iki katlı tek açıklıklı çerçeve çubuk sisteminin çözümü virtüel iş prensibine dayanan kuvvet metodu ile yapılmıştır. Çerçeve sistemi üçü içten üçü dıştan olmak üzere altıncı dereceden hiperstatiktir. Çerçeveye ait izostatik esas bir sistem seçilmiş olup, fazladan bağlar için birim yüklemeler yapılmış ve tüm sistem için birim yükleme sabitleri her bir fazladan bağ için bulunmuştur. Sisteme ait kapalı süreklilik denklemleri yazılmış olup, denklemler mathematica programıyla çözülmüştür. Fazladan bağların bulunmasıyla, moment, normal kuvvet ve kesme kuvveti diyagramları ilgili çubuk üzerinde çizilmiştir.

Anahtar kelimeler: Hiperstatik Çerçeve Sistem, Kuvvet Metodu, Virtüel İş Prensibi, Castigliano Teoremi

SOLUTION OF INDETERMINATE TWO STOREY FRAME SYSTEM BY FORCE METHOD

Funda ÖZSOY AKBULUT

Erciyes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences

MScThesis, August 2014

Advisor: Prof. Dr. Cengiz Duran ATİŞ

ABSTRACT

In the study, static solution of one span and two storey bar frame system is carried out by force method based on virtual work principle. Frame sistem was undeterminate of sixth degree from which three inner and three outer. First, isostatic primary structure was chosen, then for redundant inner and outer forces, unit force loading were made and corresponding displacements are obtained for each redundant force. Closed continuity equations between redundant force and displacements are obtained. The equations obtained were solved using matematica computer program. After finding redundant forces, moment, normal force and shear force function were obtained through equilibrium equations, then these functions were plotted a long with the corresponding bar (beam or column).

Keywords: Indeterminate Frame System, Force Medhod, Virtuel Work Principle, Theorem of Castigliano

İÇİNDEKİLER

KUVVET METODU İLE İKİ KATLI HİPERSTATİK BİR ÇERÇEVE SİSTEMİN ÇÖZÜMÜ

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK.....	i
YÖNERGEYE UYGUNLUK.....	ii
ONAY	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
TEŞEKKÜR	iv
KUVVET METODU İLE İKİ KATLI HİPERSTATİK.....	v
ÖZET.....	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
GİRİŞ	1

1. BÖLÜM GENEL BİLGİLER

2. BÖLÜM GEREÇ ve YÖNTEM

2.1. Problemin Tanımı	5
2.2. Problemin Çözümünde İzlenen Yol.....	6
2.2.1. İzostatik Esas Sistem (İES) Seçimi.....	6
2.2.2. İES üzerine (sadece dış yük) 0 nolu yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi	7
2.2.3. İES üzerinde 1nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi.....	7
2.2.4. İES üzerinde 2nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi.....	8
2.2.5. İES üzerinde 3nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi.....	9
2.2.6. İES üzerinde 4nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi.....	10
2.2.7. İES üzerinde 5nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi.....	11

2.2.8. İES üzerinde 6nolu bilinmeyen yönünde birim yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi	12
2.3. Tüm yüklemeler nedeniyle her bir bilinmeyen yönünde oluşan deplasman hesabı	14
2.3.1. 1nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	14
2.3.1.1. Birinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı	14
2.3.1.1.0. D10'ın hesabı	14
2.3.1.1.1. D11'in hesabı	15
2.3.1.1.2. D12'nin hesabı	16
2.3.1.1.3. D13'ün hesabı	17
2.3.1.1.4. D14'ün hesabı	18
2.3.1.1.5. D15'in hesabı	19
2.3.1.1.6. D16'nın hesabı	20
2.3.2. 2nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	21
2.3.2.1. İkinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı	22
2.3.2.1.0. D20'in hesabı	22
2.3.2.1.1. D21'in hesabı	23
2.3.2.1.2. D22'nin hesabı	23
2.3.2.1.3. D23'ün hesabı	24
2.3.2.1.4. D24'ün hesabı	24
2.3.2.1.5. D25'in hesabı	25
2.3.2.1.6. D26'nın hesabı	26
2.3.3. 3nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	27
2.3.3.1. Üçüncü süreklilik denklemi için katsayıların hesabı	28
2.3.3.1.0. D30'ın hesabı	28
2.3.3.1.1. D31'in hesabı	29
2.3.3.1.2. D32'nin hesabı	29
2.3.3.1.3. D33'ün hesabı	29
2.3.3.1.4. D34'ün hesabı	30
2.3.3.1.5. D35'in hesabı	30
2.3.3.1.6. D36'nın hesabı	31
2.3.4. 4nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	32

2.3.4.1. Dördüncü süreklilik denklemi için katsayıların hesabı	33
2.3.4.1.0. D40'ın hesabı	33
2.3.4.1.1. D41'in hesabı	34
2.3.4.1.2. D42'nin hesabı	34
2.3.4.1.3. D43'ün hesabı	34
2.3.4.1.4. D44'ün hesabı	34
2.3.4.1.5. D45'in hesabı	35
2.3.4.1.6. D46'nın hesabı	36
2.3.5. 5nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	37
2.3.5.1. Beşinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı.....	38
2.3.5.1.0. D50'ın hesabı	38
2.3.5.1.1. D51'in hesabı	39
2.3.5.1.2. D52'nin hesabı	39
2.3.5.1.3. D53'ün hesabı	39
2.3.5.1.4. D54'ün hesabı	40
2.3.5.1.5. D55'in hesabı	40
2.3.5.1.6. D56'nın hesabı	41
2.3.6. 6nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı	41
2.3.6.1. Altıncı süreklilik denklemi için katsayıların hesabı	42
2.3.6.1.0. D60'ın hesabı	42
2.3.6.1.1. D61'in hesabı	43
2.3.6.1.2. D62'nin hesabı	43
2.3.6.1.3. D63'ün hesabı	43
2.3.6.1.4. D64'ün hesabı	44
2.3.6.1.5. D65'in hesabı	44
2.3.6.1.6. D66'nın hesabı	44

3. BÖLÜM

BULGULAR VE TARTIŞMA

3.1. Elde edilen süreklilik denklemleri ve katsayıların toplu hale getirilmesi.....	46
3.2. Çubuklara ait iç kuvvetlerin hesabı	48

3.3. Çerçeve P yatay kuvvetinin etkidiğı noktanın yatay deplasmanının bulunması	54
--	-----------

4. BÖLÜM

SONUÇ ve ÖNERİLER

KAYNAKLAR	57
ÖZGEÇMİŞ.....	58

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Hesaplanan katsayılar ve süreklilik denklemleri.....	45
Tablo 3.2. Süreklilik denklemlerinin sadeleştirilmiş hali.....	47
Tablo 3.3. Süreklilik denklemlerinin çözümü sonucu bulunan bilinmeyenlerin değeri.....	47
Tablo 3.4. Çubuk elemanlara ait iç kuvvet genel ifadeleri.....	49
Tablo 3.5. Çubukların normal kuvvet ifadeleri	50
Tablo 3.6. Çubukların kesme kuvveti ifadeleri	51
Tablo 3.7. Çubukların moment ifadeleri	52

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. İki katlı ve tek açıklı çerçeve.....	5
Şekil 2.2. Seçilen izostatik esas sistem (solda) ve gevşetilen bağlar (sağda).....	6
Şekil 2.3. IES üzerinde sadece dış yük yüklemesine ait eğilme momenti grafiği M0 ...	7
Şekil 2.4. IES üzerinde 1nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M1.....	8
Şekil 2.5. IES üzerinde 2nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M2.....	9
Şekil 2.6. IES üzerinde 3nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M3.....	10
Şekil 2.7. IES üzerinde 4nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M4.....	11
Şekil 2.8. IES üzerinde 5nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M5.....	12
Şekil 2.9. IES üzerinde 6nolu bilinmeyen için birim yüklemeğe ait eğilme momenti grafiği M6.....	13
Şekil 2.10. D10 hesabı için M1 ve M0 moment diyagramları	15
Şekil 2.11. D11 hesabı için M1 ve M1 moment diyagramları	16
Şekil 2.12. D12 hesabı için M1 ve M2 moment diyagramları	17
Şekil 2.13. D13 hesabı için M1 ve M3 moment diyagramları	18
Şekil 2.14. D14 hesabı için M1 ve M4 moment diyagramları	19
Şekil 2.15. D15 hesabı için M1 ve M5 moment diyagramları	20
Şekil 2.16. D16 hesabı için M1 ve M6 moment diyagramları	21
Şekil 2.17. D20 hesabı için M2 ve M0 moment diyagramları	22
Şekil 2.18. D22 hesabı için M2 ve M2 moment diyagramları	23
Şekil 2.19. D23 hesabı için M2 ve M3 moment diyagramları	24

Şekil 2.20. D24 hesabı için M2 ve M4 moment diyagramları	25
Şekil 2.21. D25 hesabı için M2 ve M5 moment diyagramları	26
Şekil 2.22. D26 hesabı için M2 ve M6 moment diyagramları	27
Şekil 2.23. D30 hesabı için M3 ve M0 moment diyagramları	28
Şekil 2.24. D33 hesabı için M3 ve M3 moment diyagramları	29
Şekil 2.25. D34 hesabı için M3 ve M4 moment diyagramları	30
Şekil 2.26. D35 hesabı için M3 ve M5 moment diyagramları	31
Şekil 2.27. D36 hesabı için M3 ve M6 moment diyagramları	32
Şekil 2.28. D40 hesabı için M4 ve M0 moment diyagramları	33
Şekil 2.29. D44 hesabı için M4 ve M4 moment diyagramları	35
Şekil 2.30. D45 hesabı için M4 ve M5 moment diyagramları	36
Şekil 2.31. D46 hesabı için M4 ve M6 moment diyagramları	37
Şekil 2.32. D50 hesabı için M5 ve M0 moment diyagramları	38
Şekil 2.33. D55 hesabı için M5 ve M5 moment diyagramları	40
Şekil 2.34. D56 hesabı için M5 ve M6 moment diyagramları	41
Şekil 2.35. D60 hesabı için M6 ve M0 moment diyagramları	42
Şekil 2.36. D66 hesabı için M6 ve M6 moment diyagramları	44
Şekil 3.1. Çerçeve sistem iç kuvvetleri için serbest cisim diyagramı	48
Şekil 3.2. Çerçeveye ait normal kuvvet değişimi diyagramı	50
Şekil 3.3. Çerçeveye ait kesme kuvveti değişimi diyagramı	51
Şekil 3.4. Çerçeveye ait eğilme moment değişimi diyagramı	52

GİRİŞ

Bilindiği üzere, inşaat mühendisliğinde taşıyıcı sistem tasarımında bir ve iki boyutlu elemanlar kullanılır. Bir boyutlu elemanlarda elemanın bir boyutu diğer iki boyutu yanında çok büyüktür, örneğin kiriş, kolon ve eğrisel kemerler gibi. İki boyutlu elemanlarda ise bir boyut diğer iki boyut yanında çok küçüktür, örneğin düzlemsel eleman olan plak ve eğrisel eleman olan kabuk gibi. Bu çalışmada bir boyutlu elemanlar yani çubuk elemanlar üzerine çalışılmaktadır.

1. BÖLÜM

GENEL BİLGİLER

Çubuk sistemlerden oluşan taşıyıcı sistemlerin tasarımı yapılırken, malzeme ağırlıklarından kaynaklanan ölü yükler ve kullanımdan kaynaklanan hareketli yükler nedeniyle taşıyıcı sistem üzerinde yüklemeler oluşmaktadır. Tasarımda, yüklemeler nedeniyle taşıyıcı sistemde oluşan iç kuvvetler (gerilmeler), yer değiştirmeler (birim uzamalar) ve mesnet reaksiyonlarının hesabı gerekli olmaktadır. Mesnet reaksiyonları ve iç kuvvetler doğrudan denge denklemleri vasıtasıyla hesaplanabiliyorsa, bu tip taşıyıcı sistemler izostatik sistemler olarak adlandırılır. Mesnet reaksiyonları ve iç kuvvetler doğrudan denge denklemleri vasıtasıyla hesaplanamıyorsa, bu tip taşıyıcı sistemler fazladan bağlanmış hiperstatik sistemler olarak adlandırılır. Fazladan bağlanmış sistemin bağ kuvvetlerini ve iç kuvvetlerini hesaplamak için hiperstatik sistem çözümünde kullanılan yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler genel olarak ikiye ayrılır, birincisi kuvvet metodu diğeri ise deplasman metodudur. Kuvvet metodu 1864 te önce J. Maxwell tarafından geliştirilmiş olup, 1874 te O. C. Mohr (Wikipedia, 2014), tarafından daha da ileri götürülmüştür. Bu çalışmada hiperstatik çubuk sistemi hesaplarında, virtüel iş prensibine dayalı olarak kuvvet metodu göz önüne alınacaktır.

Hiperstatik bir sistemin kuvvet metoduyla çözümü esasen, dış kuvvet ve iç kuvvetlerin oluşturduğu herhangi bir noktadaki yer değiştirmelerin, ya da mesnetlerdeki mesnet reaksiyonlarının oluşturduğu mesnet noktasındaki yer değiştirmelerin toplamının süperpozisyonunun (toplamının) sıfıra ya da varsa dış yer değiştirmelere (mesnet çökmesi, sıcaklık etkisi) eşitlenmesi ile oluşturulan süreklilik denklemlerinin çözümüne dayanmaktadır. Buradaki yer değiştirmeler terimi doğrusal yer değiştirmeler ve açısal dönmeler için birlikte kullanılmaktadır.

Virtüel iş prensibine dayanan kuvvet metoduyla çözümde aşağıdaki adımlar izlenir. Hiperstatik çubuk sistemin kaçınıcı dereceden hiperstatik olduğu belirlenir. Hiperstatiklik derecesinin belirlenmesinde $hd = 3n - 3d + r$, formülü kullanılabilir, burada n çubuk eleman sayısı, d sistemde bulunan düğüm sayısı (mesnet noktaları da dahil, birleşme noktaları sayısı), r ise mesnetlerin durumuna göre mesnetlerde bulunan reaksiyon kuvvetlerinin toplam sayısıdır.

Fazladan bağlanmış hiperstatik çubuk sistemde, dış mesnet reaksiyonu ya da iç kuvvetlerden fazladan bağlama yapmış olanlar (gevşetilerek) kaldırılarak, izostatik esas bir sistem belirlenir. Burada seçilen sistemin taşıyıcı olmasına özen gösterilir, aksi takdirde seçilen izostatik sistem taşıyıcı değilse çözüme gidilemez. İzostatik esas sistem üzerine, var olan gerçek dış yükler yüklenerek sistemi izostatik hale getirmek üzere kaldırılan bağ kuvvetleri ya da iç kuvvetlerin olduğu noktalarda oluşan yer değiştirmeler hesaplanır. Buna dış yüklemenin neden olduğu yer değiştirmeler denir.

Benzer şekilde izostatik esas sistem üzerine, sistemi hiperstatik hale getiren (ve sistemi izostatik hale getirmek için kaldırılan) iç ve dış kuvvetler yerine, sırayla birim yük uygulanır ya da yüklenir. Bu arada sistem üzerine etkiyen gerçek dış yükler ve diğer bilinmeyen bağ veya iç kuvvetler sıfır olarak alınır. Söz konusu bilinmeyen için yüklenen birim yükün izostatik esas sistem üzerine yüklenmesiyle, hem kendi hem de kaldırılan diğer bağ veya iç kuvvetlerin yönünde oluşan yer değiştirmeler hesaplanır. Buna bağ kuvveti veya iç kuvvet yüklemesinin normalize edilmiş hali de denilebilir. Bu işlem bilinmeyen olarak belirlenen diğer bütün bağ kuvvetleri ve iç kuvvetler için sırayla yapılır. Bilinmeyen olarak seçilen tepki kuvvet ise hesaplanan yer değiştirme ötelenme şeklinde olan yer değiştirmedir. Bilinmeyen olarak seçilen tepki moment ise hesaplanan yer değiştirme dönme şeklinde olan açı yer değiştirmesi olarak hesaplanmış olur. Bütün bağ ve iç kuvvetler için yapılan yer değiştirme hesapları tamamlandıktan sonra süreklilik denklemlerinin yazımına sıra gelir, bu aşağıdaki gibi yapılır.

Bilinmeyen olarak belirlenen herhangi bir mesnet kuvveti ya da iç kuvvet yönünde oluşan yer değiştirmeler, fazladan bağlanmış her bir bilinmeyen için yer değiştirme katkısı hesaplanır. Her bir fazladan bağlı bilinmeyen için bulunan katkıların tamamı süperpozisyon kuralı (üst üste toplama) kullanılarak toplanır, toplam sıfıra ya da varsa sıcaklık etkisi de dahil dış mesnet yer değiştirmesine eşitlenir. Çünkü genellikle

mesnette yer değiştirme olmaz dolayısıyla yer değiştirme sıfırdır, ya da mesnette yer değiştirme olmuş ise buna mesnet çökmesi ya da dönmesi denir, yer değiştirmeler mesnet çökmesine eşitlenir. Fazladan bağlanmış her mesnet reaksiyonu ya da iç kuvvet için bir denklem yazılmış olur, toplamda ise fazladan bağlanmış bilinmeyen sayısı kadar denklem elde edilmiş olur. Bu denklemler birlikte çözüldüğünde hiperstatik sistem kuvvet metodu ile çözülmüş olur.

Benzer şekilde, kuvvet metodunda bilinmeyenler, bilinmeyen olarak değil de birim yük olarak izostatik sisteme etkilirlir, birim yükleme nedeniyle bulunan ve bilinmeyen olarak belirlenen mesnet tepkisi ya da iç kuvvetler yönünde bulunan yer değiştirmelere ise sisteme ait birim yükleme sabitleri denir. Bu birim yükleme sabitleri kendilerinin oluşmasına sebep olan bilinmeyenler ile (süperpozisyon kuralı) çarpılarak toplanır, üzerine dış kuvvetlerin oluşturduğu yer değiştirmeler de eklenirse süreklilik denklemleri elde edilir. Denklemlerin çözümü hiperstatik sistemin çözümü demektir. Bilinmeyenler bulunduktan sonra, bunlara bağlı olan diğer iç ve dış kuvvetlerde hesaplanarak, iç kuvvetlerin değişimi grafik olarak ta gösterilebilir.

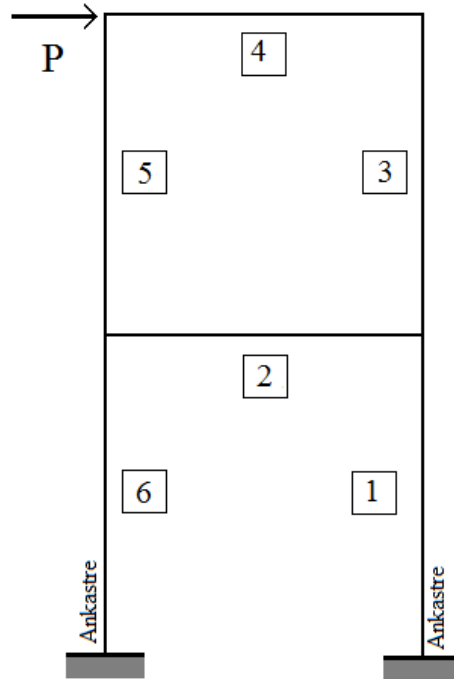
Genellikle kaynaklarda kuvvet metoduyla çözülmüş basit sürekli kirişler veya tek katlı çerçevelerin çözümleri sunulmuştur. İki veya daha çok katlı örnek bir çerçevenin kuvvet metoduyla çözümüne fazla rastlanmamakta, deplasman yöntemleri ile çözümüne rastlanmaktadır.

2. BÖLÜM

GEREÇ ve YÖNTEM

2.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada kuvvet metoduyla iki katlı tek açıklıklı basit bir çerçevenin çözümü yapılmaktadır. Aşağıda şekilde (Şekil 2.1) görülen çubuklardan oluşan iki katlı çerçeve sisteminin üst katından yanal P kuvveti etkimektedir. Çerçeve sistemin moment (M), kesme kuvveti (T) ve normal kuvvet (N) iç kuvvetlerinin çözümü aranmaktadır. Ayrıca, P kuvvetinin etkidiği noktanın yatay deplasmanının da bulunması istenmektedir. Hesap kolaylığı sağlaması açısından, çerçevenin bütün çubukları L boyuna sahip olup, eğilme rijitlikleri EI olarak verilmektedir. Çözümde sadece eğilme momenti etkisi göz önüne alınmakta, eksenel şekil değiştirme, kayma şekil değiştirmeleri ve çubuk ağırlıkları ihmal edilmektedir. Şekilde çubuklara verilen numaralar görülmektedir.



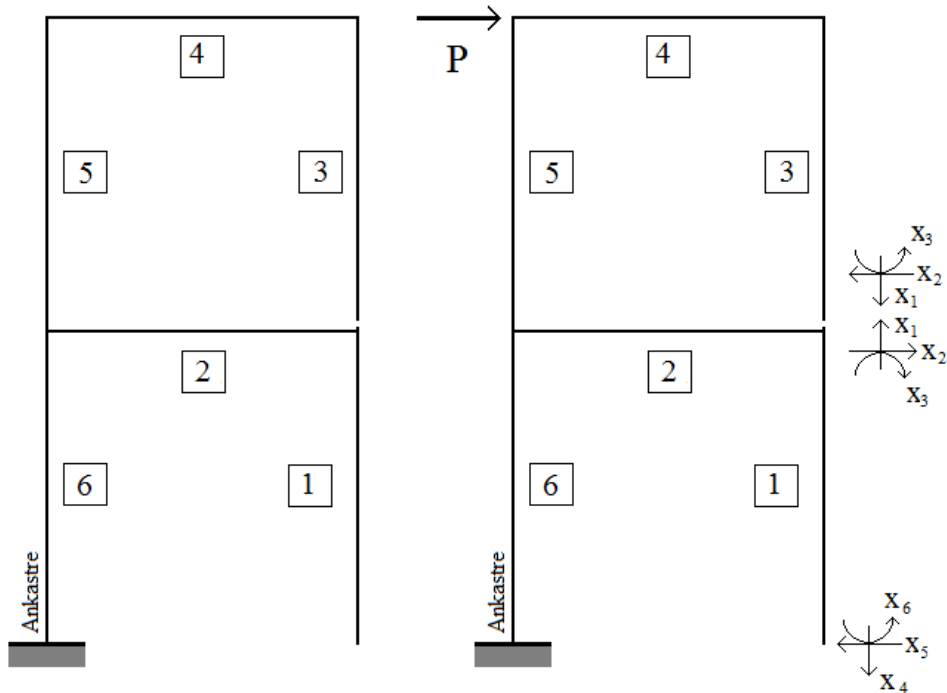
Şekil 2.1. İki katlı ve tek açıklı çerçeve

2.2. Problemin Çözümünde İzlenen Yol

Problemin çözümünde yukarıda belirtilen virtüel iş metoduna dayanan kuvvet metodu uygulanmaktadır. Aşağıda problemin çözümünde izlenen yol adım adım anlatılmaktadır.

2.2.1. İzostatik Esas Sistem (İES) Seçimi

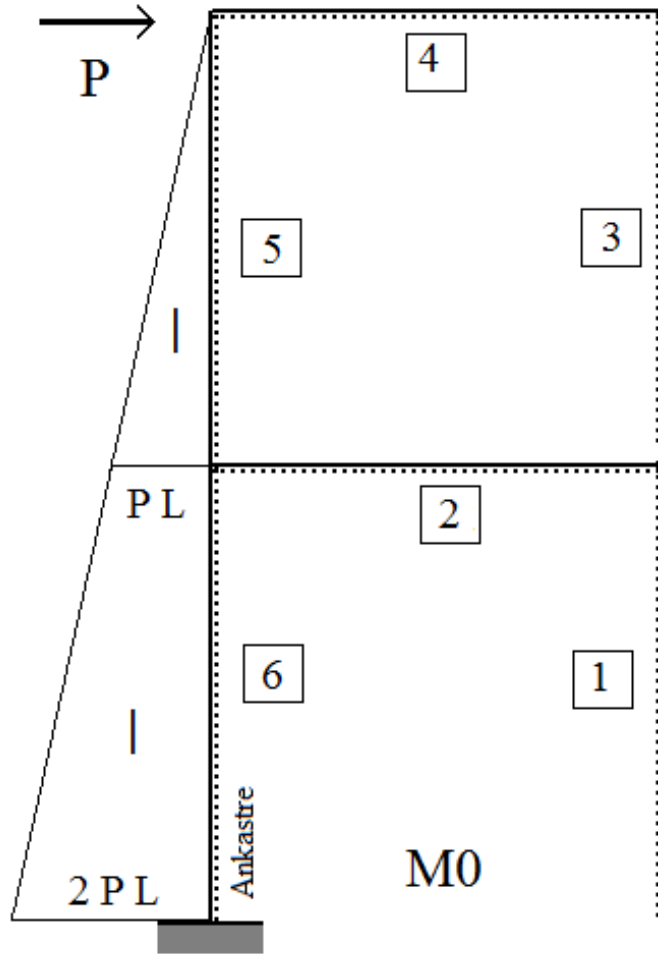
Yukarıda verilen çerçeve sistemin altı düğüm noktası ve altı elemanı bulunmakta olup, iki ankastre mesnedinde toplam altı reaksiyon kuvveti bulunmaktadır. Hiperstatiklik derecesini veren formül uygulandığında $hd=3*6-3*6+6$. Hiperstatiklik derecesi 6 olarak bulunur. Sistem altıncı dereceden fazladan bağlanmış. Denge denklemlerine ilaveten altı süreklilik denklemi yazılarak problemin çözümü gerekmektedir. Öncelikle sistemde altı adet bağ gevşetilerek izostatik esas sistem (İES) seçilmelidir. Yukarıda şekilde görülen 1nolu çubuğun ankastre ucu ile 3nolu çubuğun alt ucu gevşetilerek serbest bırakılmış ve böylece izostatik esas sistem seçilmiştir. İES hem tek başına ve hem de gevşetilen bağlarla beraber aşağıda şekilde (2.2) verilmektedir. Daha öncede belirtildiği üzere çubukların boyu, L , eğilme rijitliği, EI olarak verilmektedir. Bu değerler şekil üzerinde ayrıca verilmemiştir.



Şekil 2.2. Seçilen izostatik esas sistem (solda) ve gevşetilen bağlar (sağda)

2.2.2. İES üzerine (sadece dış yük) 0 nolu yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi

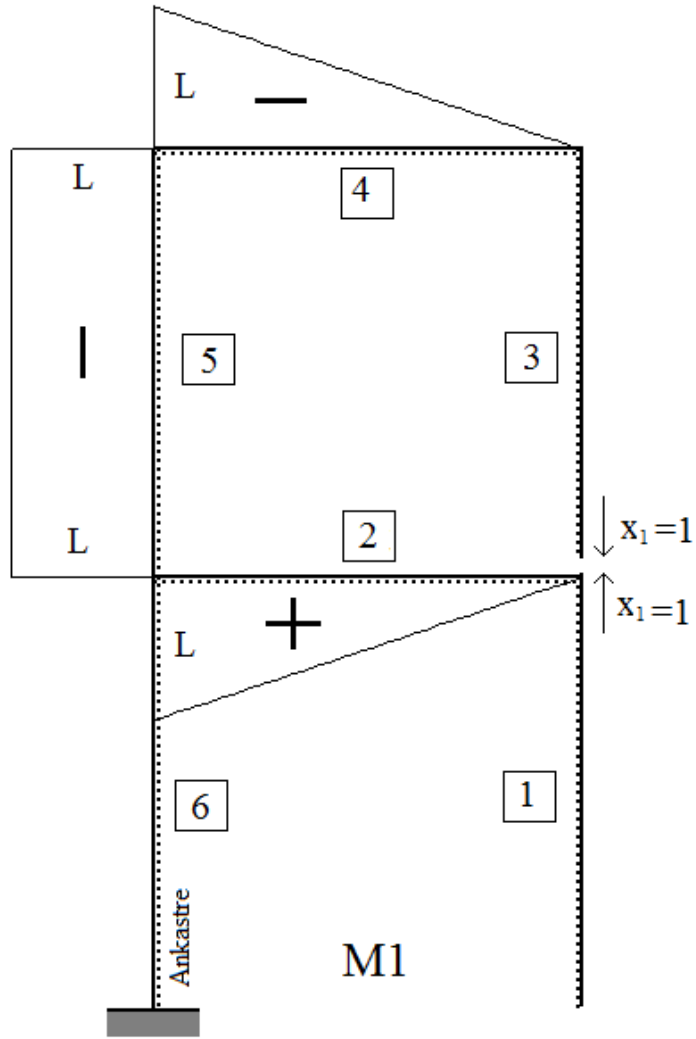
İlk olarak, izostatik esas sistem üzerine sadece dış yükler yüklenir, diğer fazlardan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Bu durumda elde edilen moment diyagramına M_0 adı verilir, M_0 aşağıda (2.3) verilmektedir.



Şekil 2.3. İES üzerinde sadece dış yük yüklemesine ait eğilme momenti grafiği M_0

2.2.3. İES üzerinde 1nolu bilinmeyen yönünde birim yük yüklemesi ve moment diyagramının elde edilmesi

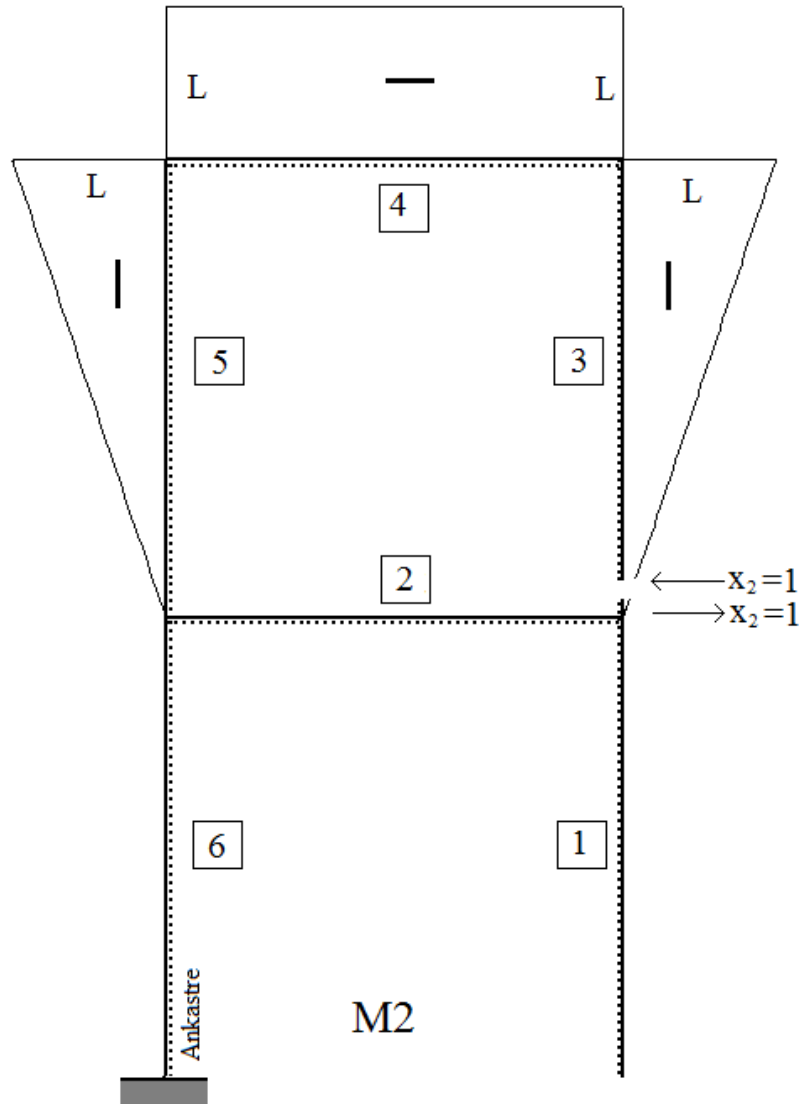
İzostatik esas sistem üzerinde 1nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazlardan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramı, M_1 olarak adlandırılır. Şekil 2.4 te M_1 görülmektedir.



Şekil 2.4. İES üzerinde 1nolu bilinmeyen için birim yüklemeye ait eğilme momenti grafiği M1

2.2.4. İES üzerinde 2nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi

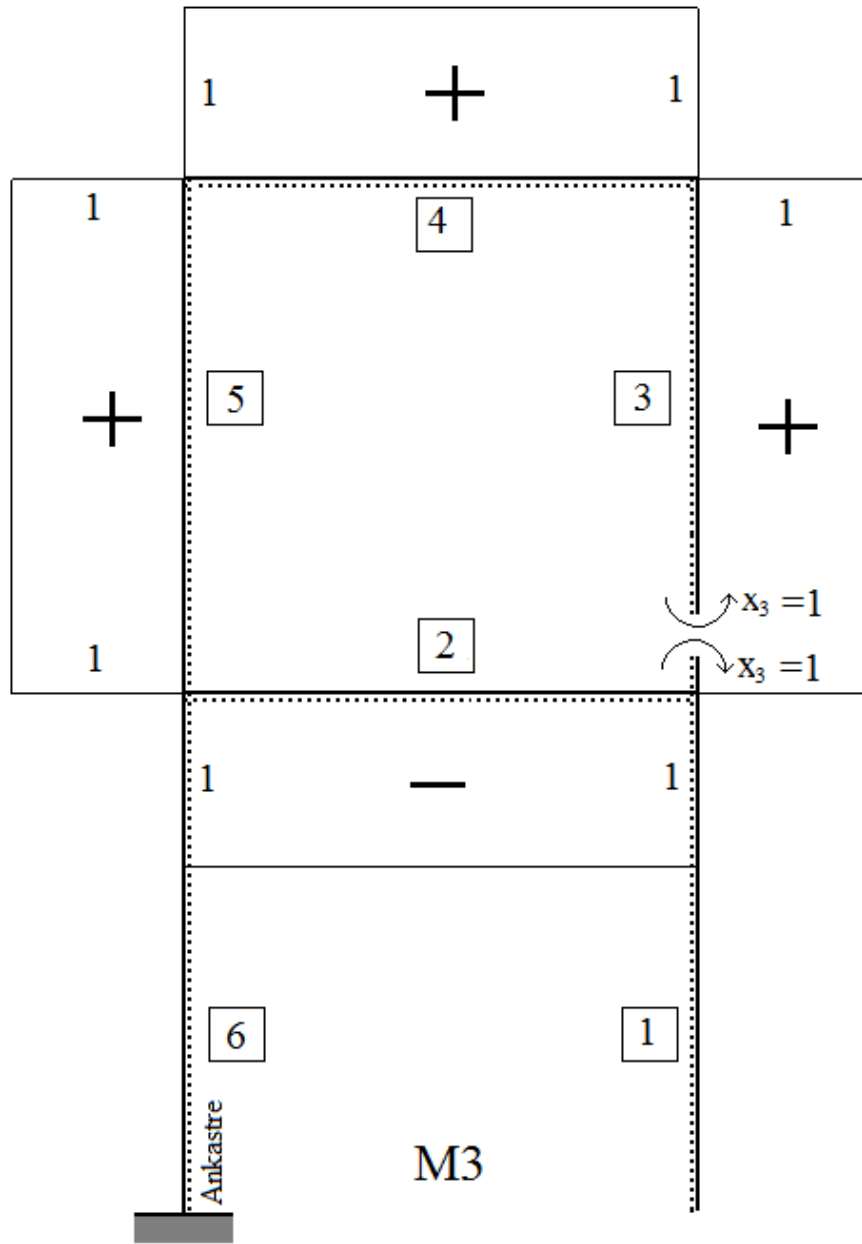
İzostatik esas sistem üzerinde 2nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazladan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramı M2 olarak adlandırılır. Şekil .2.5 te, M2 verilmektedir.



Şekil 2.5. İES üzerinde 2nolu bilinmeyen için birim yüklemeyle ait eğilme momenti grafiği M2

2.2.5. İES üzerinde 3nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi

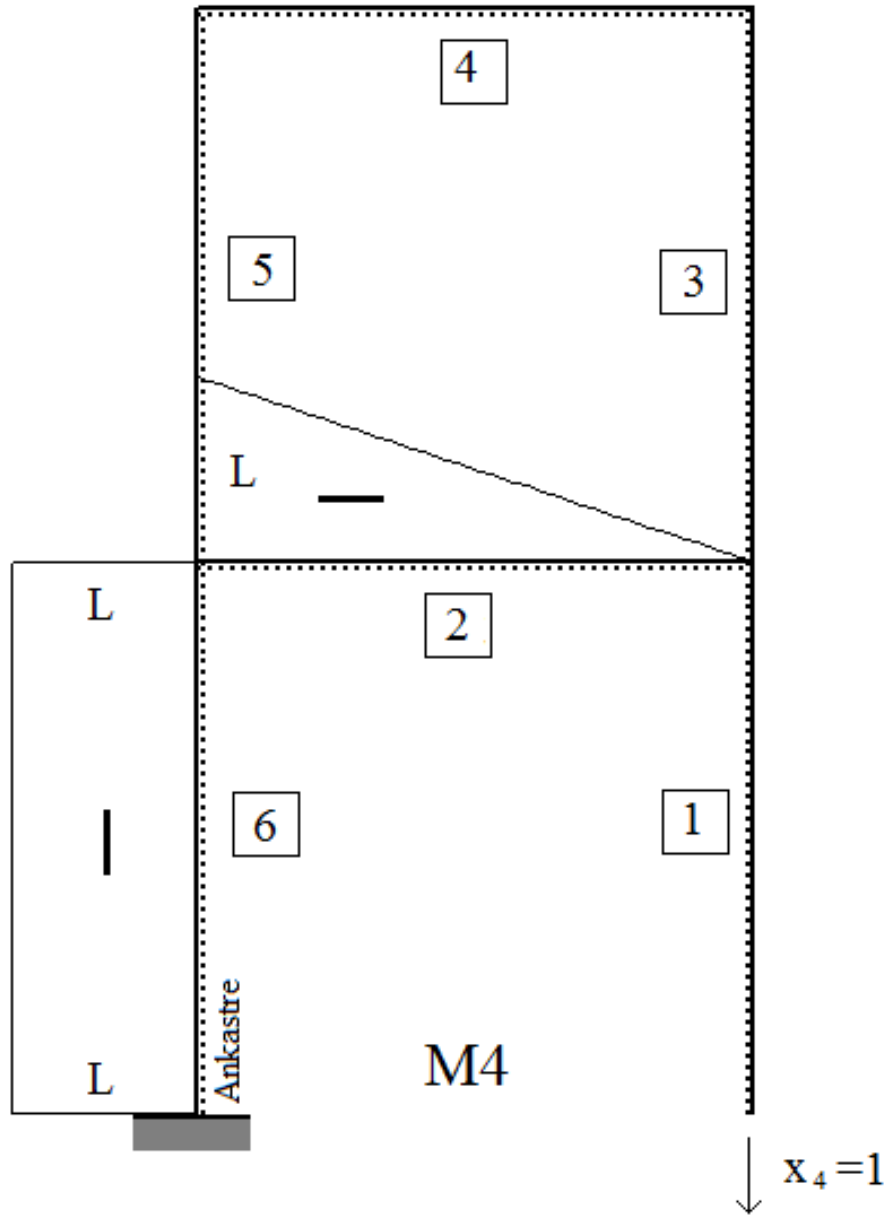
İzostatik esas sistem üzerinde 3nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazladan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramına M3 adı verilir. Şekil 2.6 da, M3 verilmektedir.



Şekil 2.6. İES üzerinde 3nolu bilinmeyen için birim yüklemeye ait eğilme momenti grafiği M_3

2.2.6. İES üzerinde 4nolu bilinmeyen yönünde birim yük yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi

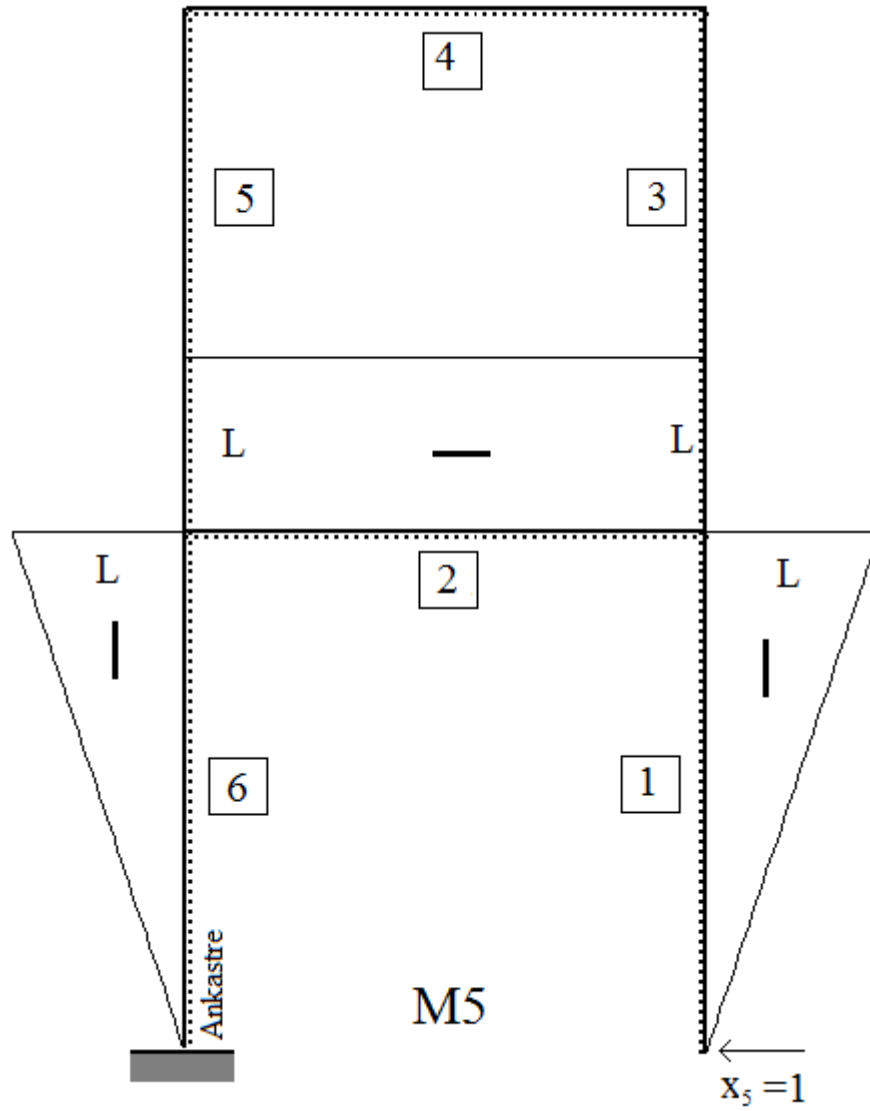
İzostatik esas sistem üzerinde 4nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazladan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramına M_4 adı verilir. Şekil 2.7 de M_4 verilmektedir.



Şekil 2.7. İES üzerinde 4nolu bilinmeyen için birim yüklemeye ait eğilme momenti grafiği M4

2.2.7. İES üzerinde 5nolu bilinmeyen yönünde birim yük yüklemesi ve moment diyagramının elde edilmesi

İzostatik esas sistem üzerinde 5nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazladan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramına M5 adı verilir. Şekil 2.8 de M5 verilmektedir.



Şekil 2.8. İES üzerinde 5nolu bilinmeyen için birim yükleme ait eğilme momenti grafiği M5

2.2.8. İES üzerinde 6nolu bilinmeyen yönünde birim yükleme ve moment diyagramının elde edilmesi

İzostatik esas sistem üzerinde 6nolu bilinmeyen için birim yükleme yapılır, dış yükler ve diğer fazladan bağ oluşturan bilinmeyenler sıfır olarak alınır. Elde edilen moment diyagramına M6 adı verilir. Şekil 2.9 da M6 verilmektedir.

2.3. Tüm yüklemeler nedeniyle her bir bilinmeyen yönünde oluşan deplasman hesabı

2.3.1. 1nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D10 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D11 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D12 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D13 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D14 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D15 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D16 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 1nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek birinci süreklilik denklemin elde edilir. Elde edilen süreklilik denkleminin formu aşağıda verilmektedir.

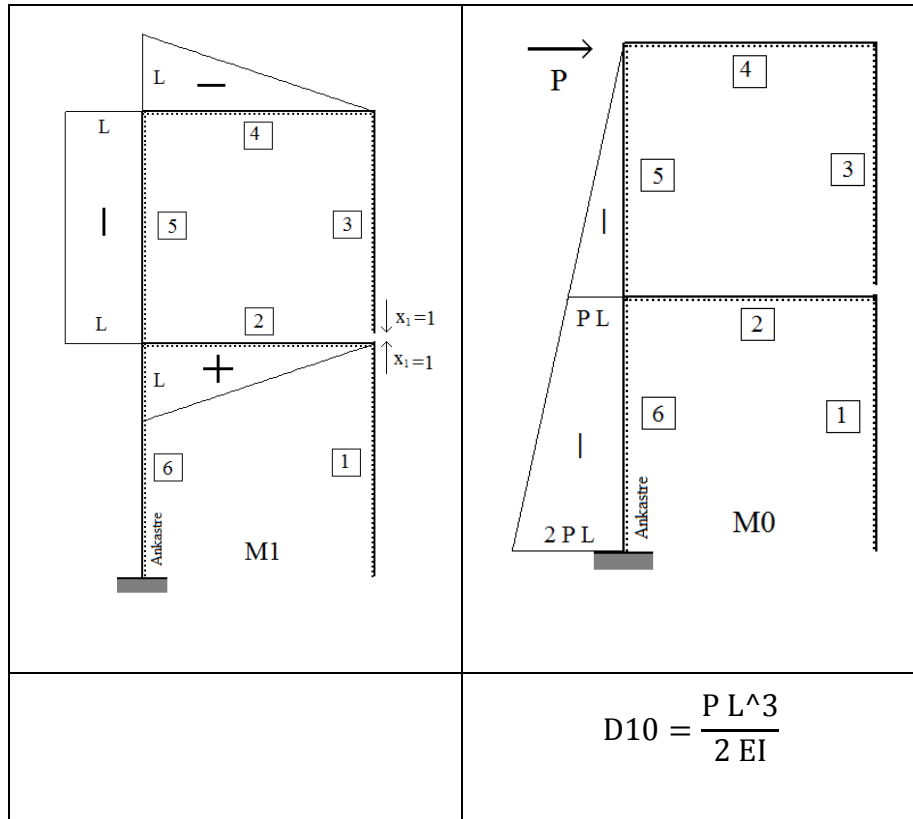
$$D10 + D11 \times 1 + D12 \times 2 + D13 \times 3 + D14 \times 4 + D15 \times 5 + D16 \times 6 = 0 \quad (2.1)$$

2.3.1.1. Birinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.1.1.0. D10'ın hesabı

D10'ın hesabı, $\int \frac{M_1 M_0}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpım tablosu Özbek'in Mukavemet veya Yapı Statiği kitaplarında verilmektedir (Özbek, T, 1996, Omurtag, MH, 2007, Çakıroğlu ve Çetmeli, 2000).

Aşağıdaki şekilde (2.10) D10'ın hesabı için M1 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 5nolu elemanın üzerindeki çarpım sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M1 de dikdörtgen, M0 da üçgendir. Dörtgen ve üçgen çarpımı çarpım tablosu vasıtasıyla (L.i.k/2) hesaplanır. İki momentin işareti de eksidir, ikisinin çarpım sonucu artı olur. Hesap sonucu D10 bulunur. D10 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



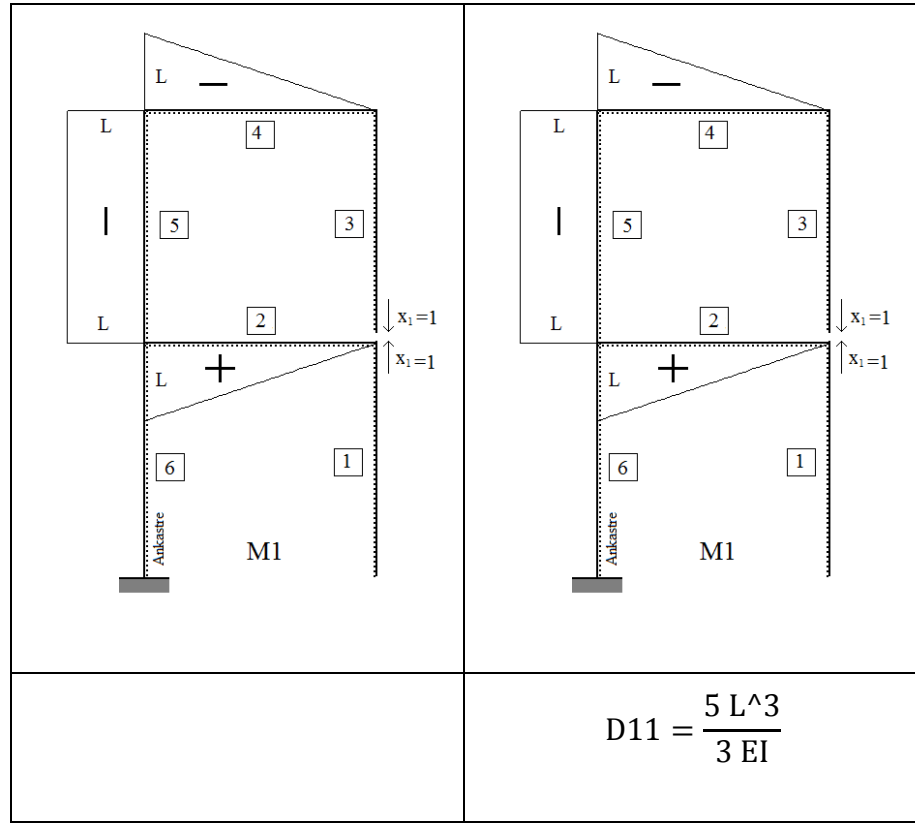
Şekil 2.10. D10 hesabı için M1 ve M0 moment diyagramları

2.3.1.1.1. D11'in hesabı

D11'in hesabı, $\int \frac{M1 M1}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M1 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.11) D11'in hesabı için M1 ve M1 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 2,4, ve 5nolu elemanın üzerindeki çarpımlar sıfırdan farklıdır. M1'in kendi ile çarpımı karesi olduğundan sonuç artı olacaktır. 2 ve 4nolu elemanlar üzerinde işaretleri

farklı da olsa, üzerinde üçgen vardır. Üçgenin karesi alınırken $(L \cdot \dot{L} \cdot k/3)$ formülü. Bir üçgen çarpılıp iki katı alınırsa 2 ve 4nolu elemanların katkısı hesaplanmış olur. Ayrıca, 5nolu eleman için dikdörtgenin karesi alınarak $(L \cdot \dot{L} \cdot k)$ gerekli katkı hesaplanır. Tüm katkılar toplanınca D11 bulunur. D11 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



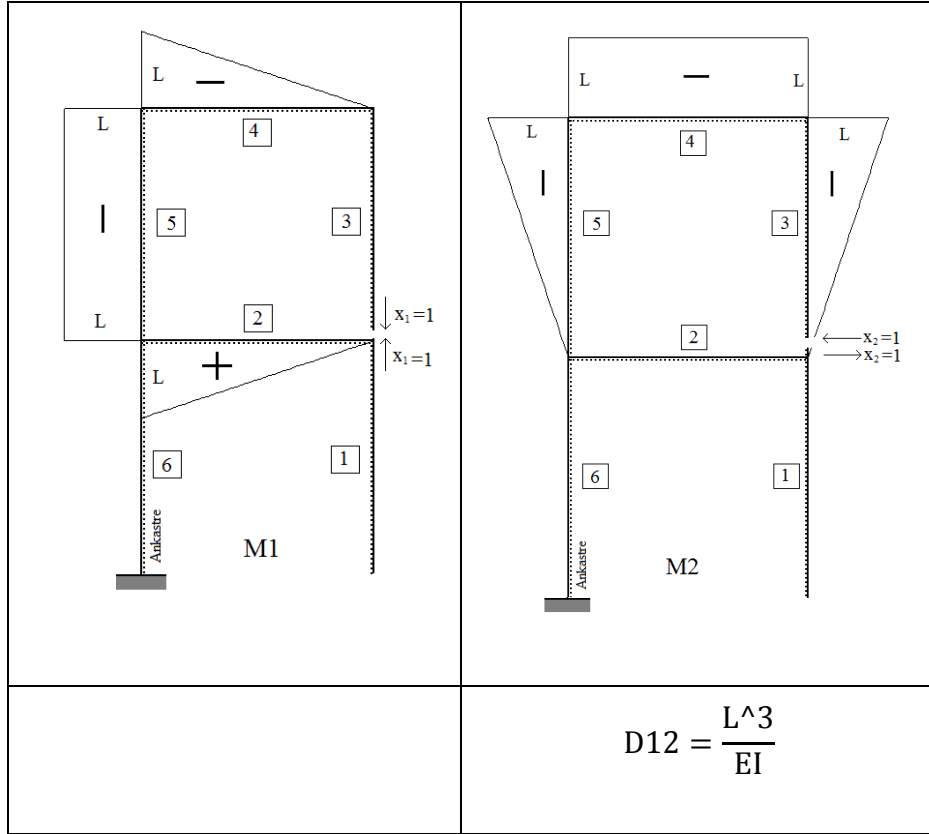
Şekil 2.11. D11 hesabı için M1 ve M1 moment diyagramları

2.3.1.1.2. D12'nin hesabı

D12'nin hesabı $\int \frac{M1 M2}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M2 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.12) D12'nin hesabı için M1 ve M2 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 4 ve 5nolu elemanın üzerindeki çarpımlar sıfırdan farklıdır. Elemanların üzerindeki momentler karşılıklı çapraz olarak bir üçgen ve bir dikdörtgen oluşmaktadır. Çarpılacak değerler karşılıklı eksi olduğundan sonuç artı olacaktır. Bir dörtgen ve bir

üçgenin çarpımı yapıp, iki katı alındığında D12 bulunur. D12 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



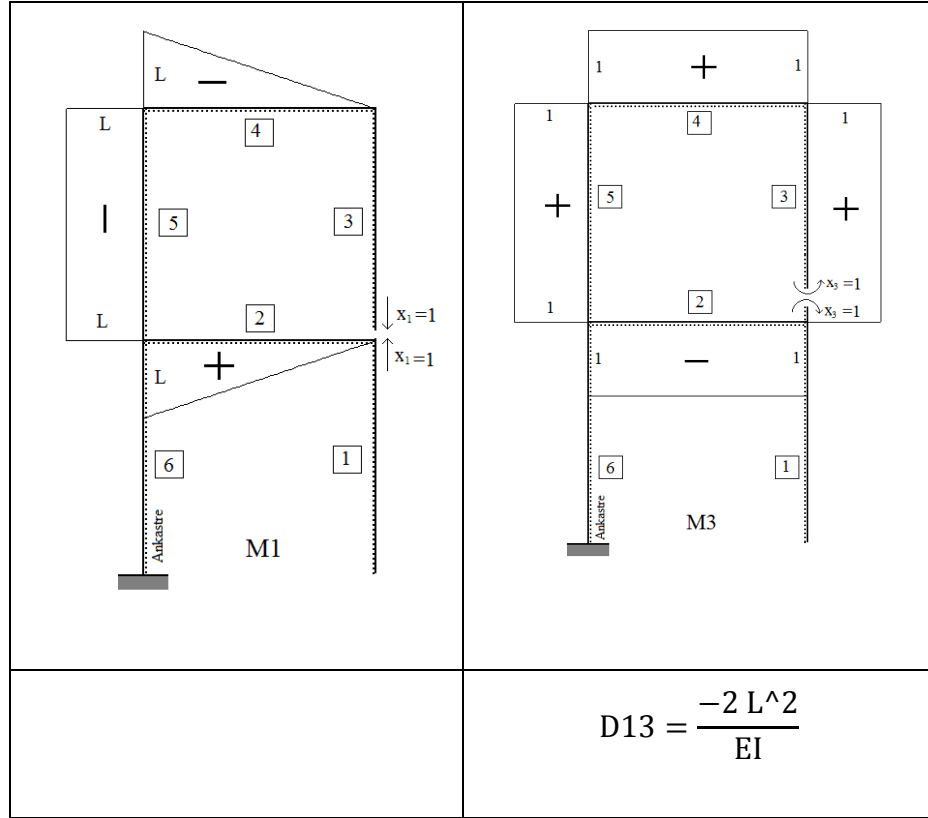
Şekil 2.12. D12 hesabı için M1 ve M2 moment diyagramları

2.3.1.1.3. D13'ün hesabı

D13'ün hesabı $\int \frac{M1 M3}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M3 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.13) D13'ün hesabı için M1 ve M3 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 2, 4 ve 5nolu elemanın üzerindeki çarpımlar sıfırdan farklıdır. 2 ve 4nolu elemanların üzerindeki momentler karşılıklı çapraz olarak bir üçgen ve bir dikdörtgen oluşmaktadır. 5nolu elemanın üzerinde ise karşılıklı dikdörtgen bulunmaktadır. Çarpılacak değerlerin biri artı diğeri eksi olduğundan sonuç eksi olacaktır. 2 ve 4nolu

elemanlar için bir dörtgen ve bir üçgenin çarpımı yapıлып, iki katı alınacak, bu değere 5nolu eleman için iki dörtgenin çarpımı ilave edilecektir. D13 bulunur. D13 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

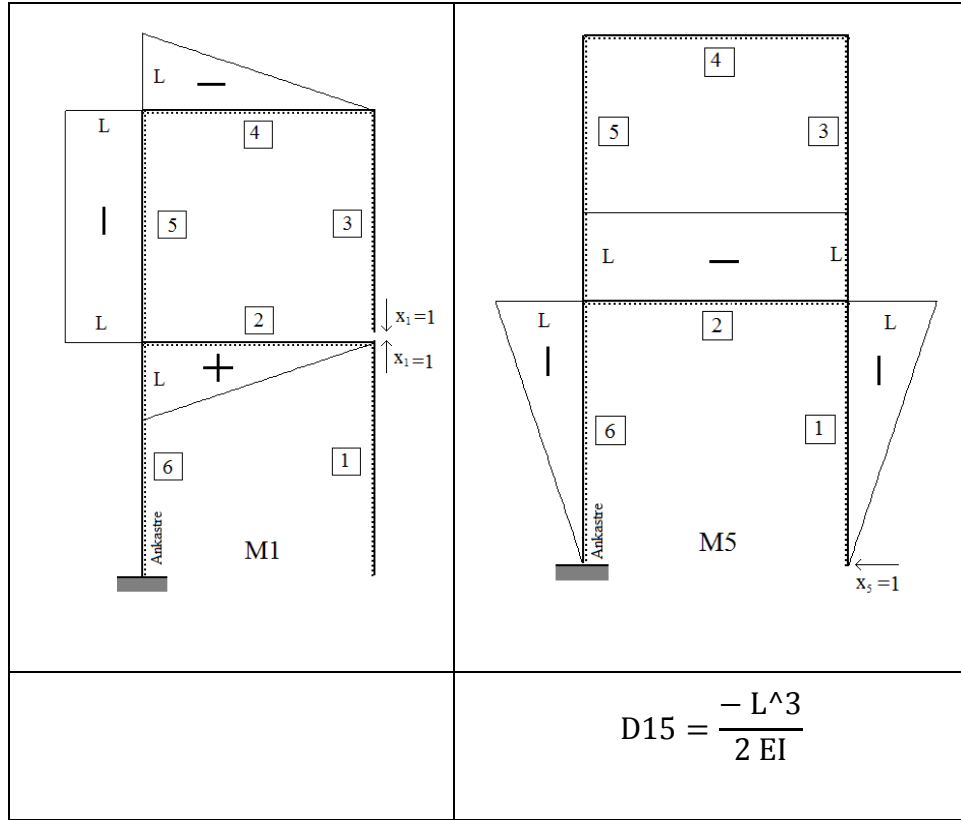


Şekil 2.13. D13 hesabı için M1 ve M3 moment diyagramları

2.3.1.1.4. D14'ün hesabı

D14'ün hesabı $\int \frac{M1 M4}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M4 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.14) D14'ün hesabı için M1 ve M4 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 2nolu elemanın üzerindeki çarpımlar sıfırdan farklıdır. Elemanın üzerindeki momentler karşılıklı olarak aynı yöne bakan üçgendir. Çarpılacak değerler biri artı diğeri eksi olduğundan sonuç eksi olacaktır. Aynı yöne bakan iki üçgenin çarpımı (L.i.k/3) sonucu D14 bulunur. D14 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

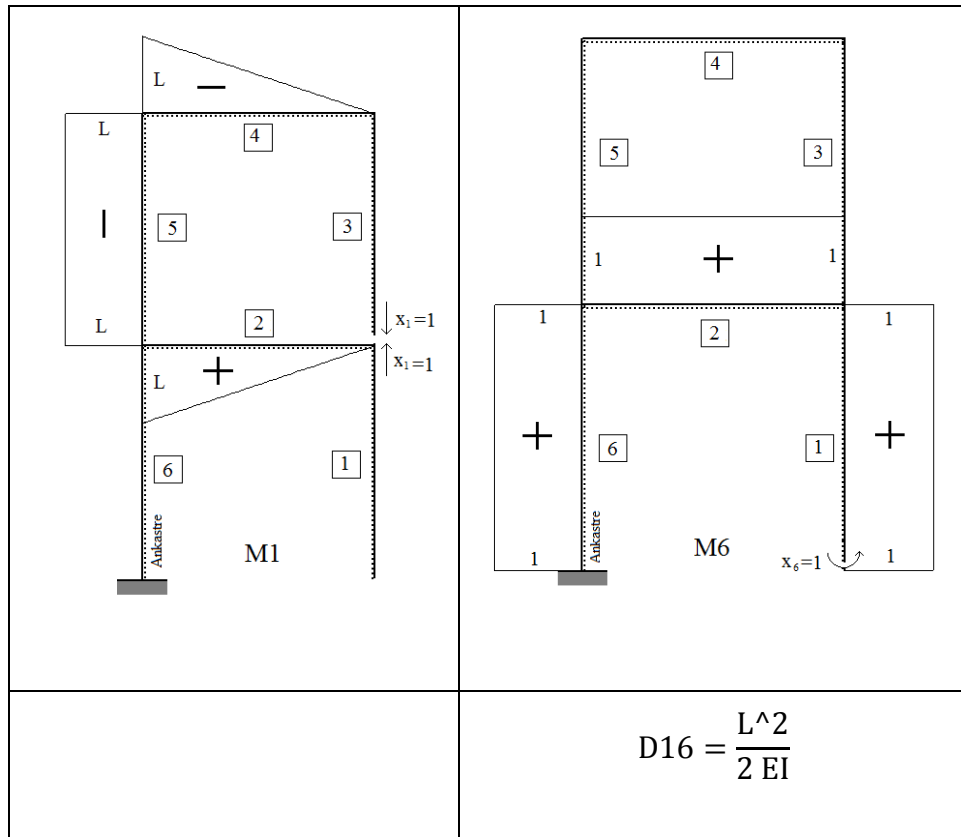


Şekil 2.15. D15 hesabı için M1 ve M5 moment diyagramları

2.3.1.1.6. D16'nın hesabı

D16'nın hesabı $\int \frac{M1 M6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M1 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.16) D16'nın hesabı için M1 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 2nolu elemanın üzerindeki çarpımlar sıfırdan farklıdır. Elemanın üzerindeki momentler biri dikdörtgen diğeri ise üçgendir. Çarpılacak değerlerin ikisi artı olduğundan sonuç artı olacaktır. Dörtgen ve üçgenin çarpımı sonucu D16 bulunur. D16 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.16. D16 hesabı için M1 ve M6 moment diyagramları

2.3.2. 2nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D20 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D21 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D22 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D23 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D24 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D25 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D26 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 2nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek ikinci süreklilik denklemi elde edilir.

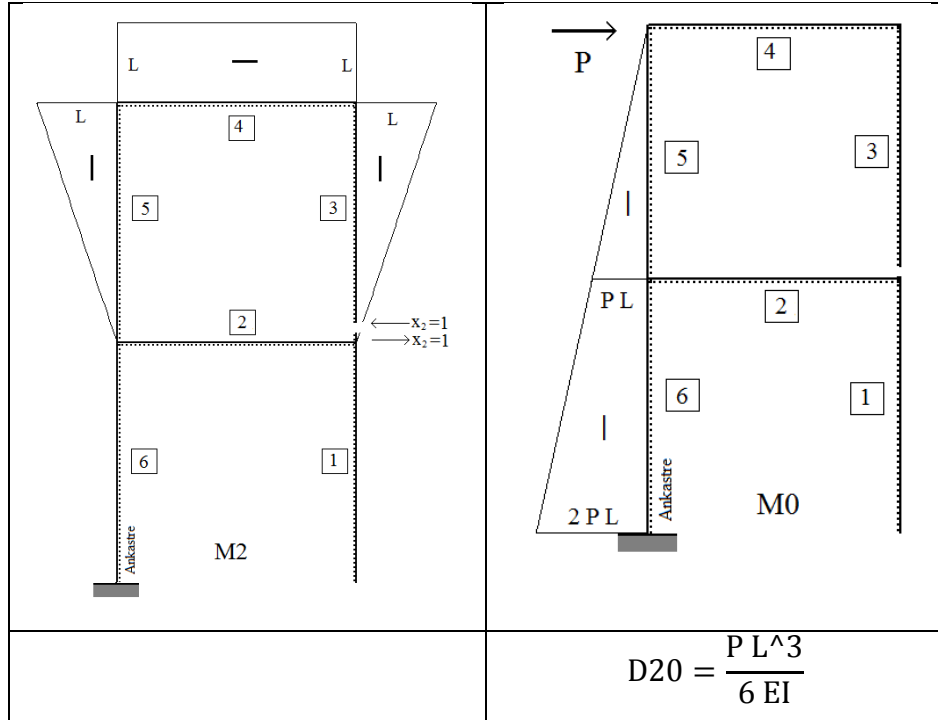
$$D20 + D21 x_1 + D22 x_2 + D23 x_3 + D24 x_4 + D25 x_5 + D26 x_6 = 0 \quad (2.2)$$

2.3.2.1. İkinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.2.1.0. D20'nin hesabı

D20'nin hesabı $\int \frac{M_2 \cdot M_0}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.17) D20'nin hesabı için M2 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 5nolu elemanın üzerinde sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M1 ve M0 da birbirine ters yönde duran üçgenlerdir. Ters yönde duran üçgen çarpımı ise $(L \cdot i \cdot k / 6)$ formülü ile hesaplanır. İki momentin işareti de eksidir, ikisinin çarpım sonucu artı olur. Hesap sonucu D20 bulunur. D20 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.17. D20 hesabı için M2 ve M0 moment diyagramları

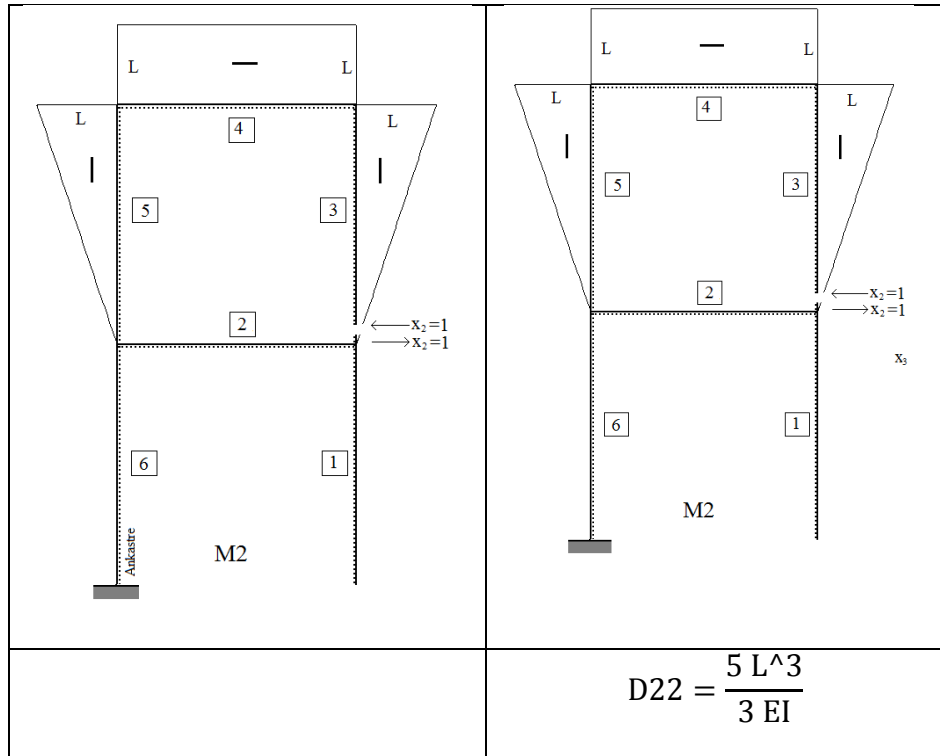
2.3.2.1.1. D21'in hesabı

D21'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M1 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D21 değeri D12 ile eşittir. D12 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.2.1.2. D22'nin hesabı

D22'in hesabı $\int \frac{M2.M2}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M2 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.18) D22'nin hesabı için M2 ve M2 moment diyagramları verilmiştir. Burada M2 momentinin karesi alındığından sonuç artı olacaktır. Şekil incelendiğinde 3, 4 ve 5nolu elemanların momentleri sıfırdan farklıdır. Bir üçgenin karesi alınıp, iki katı hesaplanıp, daha sonra dikdörtgenin karesi ilave edilecektir. Sonuç olarak D22 hesaplanır, D22 şeklin en altında verilmektedir.

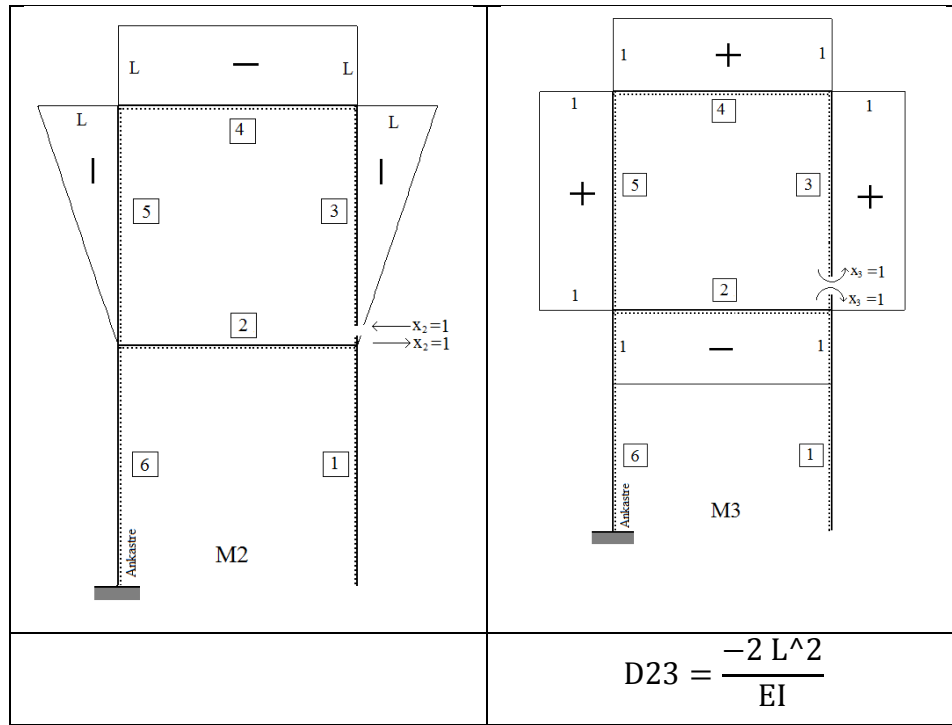


Şekil 2.18. D22 hesabı için M2 ve M2 moment diyagramları

2.3.2.1.3. D23'ün hesabı

D23'ün hesabı $\int \frac{M_2.M_3}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M3 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.19) D23'ün hesabı için M2 ve M3 moment diyagramları verilmiştir. M2 momentinin işareti eksi, M3 ün ise artıdır. Çarpım sonucu eksi olacaktır. Burada 3, 4 ve 5nolu elemanların momentleri sıfırdan farklıdır. Bir üçgen ile bir dörtgen çarpılıp, iki katı hesaplanır, daha sonra dikdörtgenin dikdörtgen ile çarpımı ilave edilir. Sonuç olarak D23 hesaplanır, D23 şeklin en altında verilmektedir.

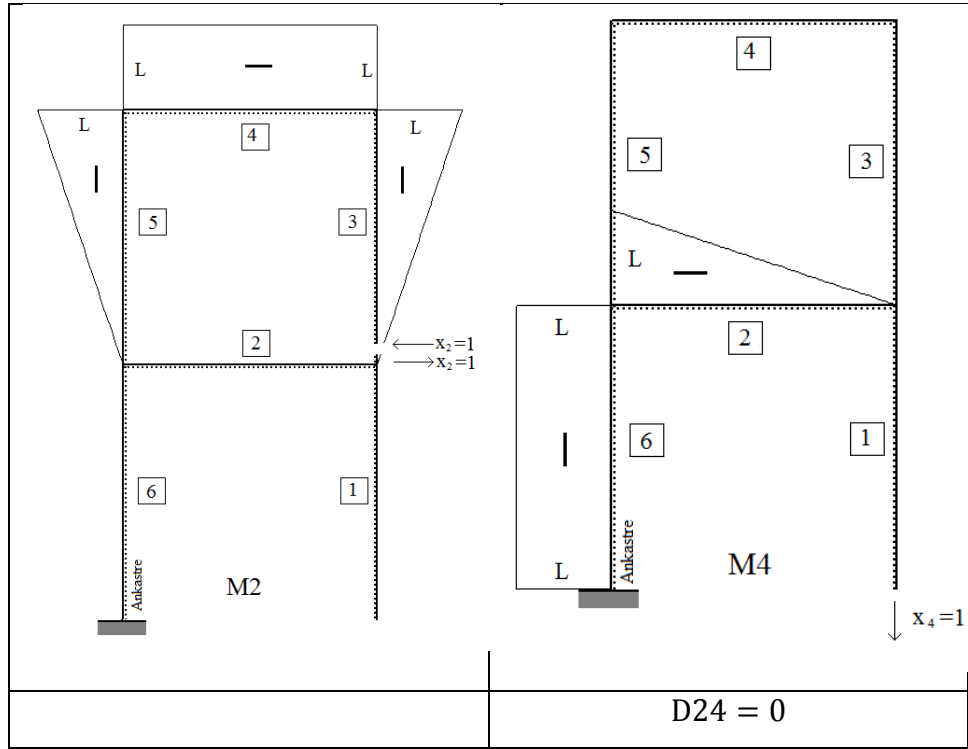


Şekil 2.19. D23 hesabı için M2 ve M3 moment diyagramları

2.3.2.1.4. D24'ün hesabı

D24'ün hesabı $\int \frac{M_2.M_4}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M4 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.20) D24'ün hesabı için M2 ve M4 moment diyagramları verilmiştir. M2 ve M4 momentleri karşılıklı çarpılacak elemanlardan birinde sıfır olduğundan, çarpım sonucu sıfırdır. Sonuç olarak D24 değeri sıfır olarak hesaplanır, D24 şeklin en altında verilmektedir.

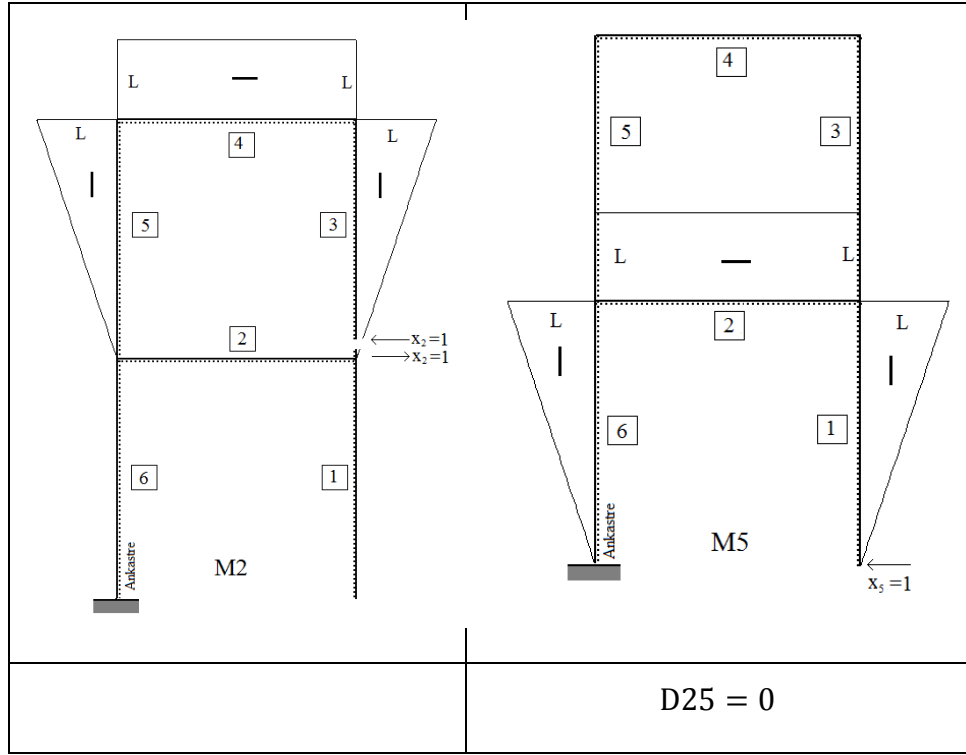


Şekil 2.20. D24 hesabı için M2 ve M4 moment diyagramları

2.3.2.1.5. D25'in hesabı

D25'in hesabı $\int \frac{M_2 \cdot M_5}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M5 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.21) D25'in hesabı için M2 ve M5 moment diyagramları verilmiştir. M2 ve M5 momentleri karşılıklı çarpılacak elemanlardan birinde sıfır olduğundan, çarpım sonucu sıfırdır. Sonuç olarak D25 değeri sıfır olarak hesaplanır, D25 şeklin en altında verilmektedir.

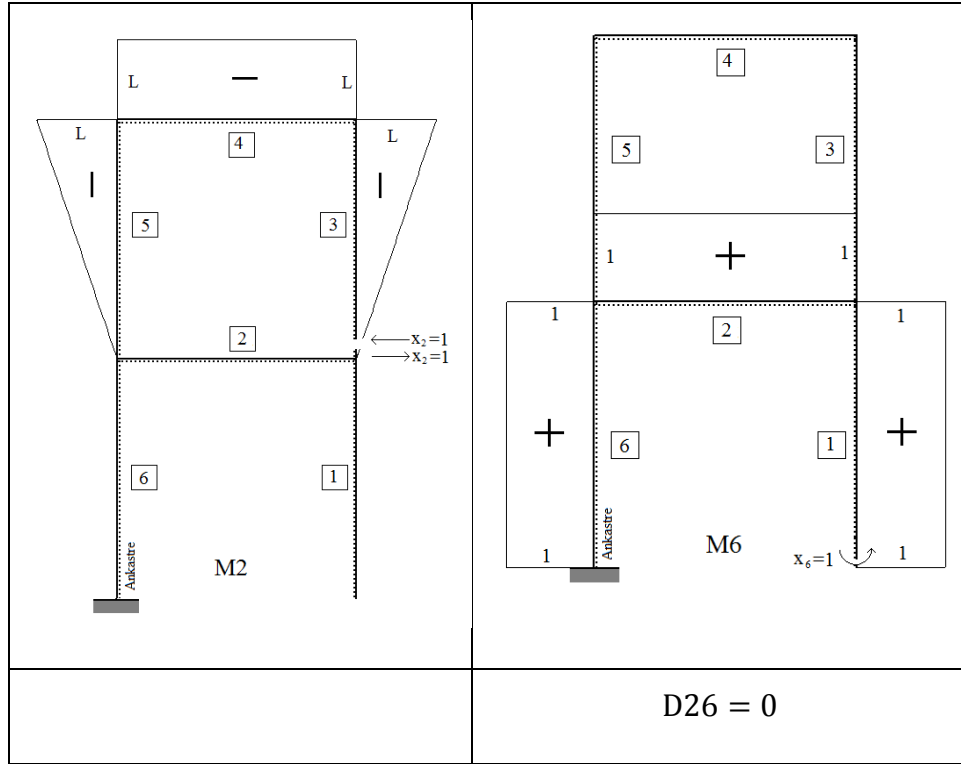


Şekil 2.21. D25 hesabı için M2 ve M5 moment diyagramları

2.3.2.1.6. D26'nın hesabı

D26'nın hesabı $\int \frac{M_2 \cdot M_6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M2 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.22) D26'nın hesabı için M2 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. M2 ve M6 momentleri karşılıklı çarpılacak elemanlardan birinde sıfır olduğundan, çarpım sonucu sıfırdır. Sonuç olarak D26 değeri sıfır olarak hesaplanır, D26 şeklin en altında verilmektedir.



Şekil 2.22. D26 hesabı için M2 ve M6 moment diyagramları

2.3.3. 3nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D30 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D31 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D32 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D33 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D34 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D35 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D36 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 3nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek üçüncü süreklilik denklemi elde edilir.

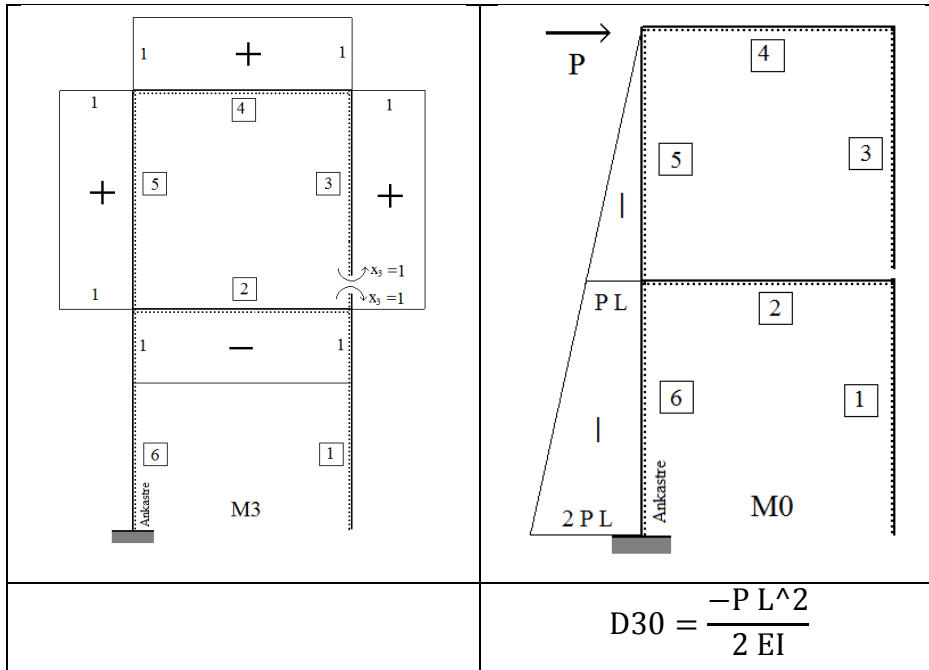
$$D30 + D31 x_1 + D32 x_2 + D33 x_3 + D34 x_4 + D35 x_5 + D36 x_6 = 0 \quad (2.3)$$

2.3.3.1. Üçüncü süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.3.1.0. D30'ın hesabı

D30'ın hesabı $\int \frac{M3.M0}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.23) D30'ın hesabı için M3 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 5nolu elemanın üzerinde sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M3 de dikdörtgen, M0 da üçgendir. Dörtgen ve üçgen çarpımı hesaplanır. Bir momentin işareti eksi, diğeri ise artıdır, ikisinin çarpım sonucu eksi olur. Hesap sonucu D30 bulunur. D30 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.23. D30 hesabı için M3 ve M0 moment diyagramları

2.3.3.1.1. D31'in hesabı

D31'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M1 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D31 değeri D13 ile eşittir. D13 daha önceki kısımda yapılmıştır.

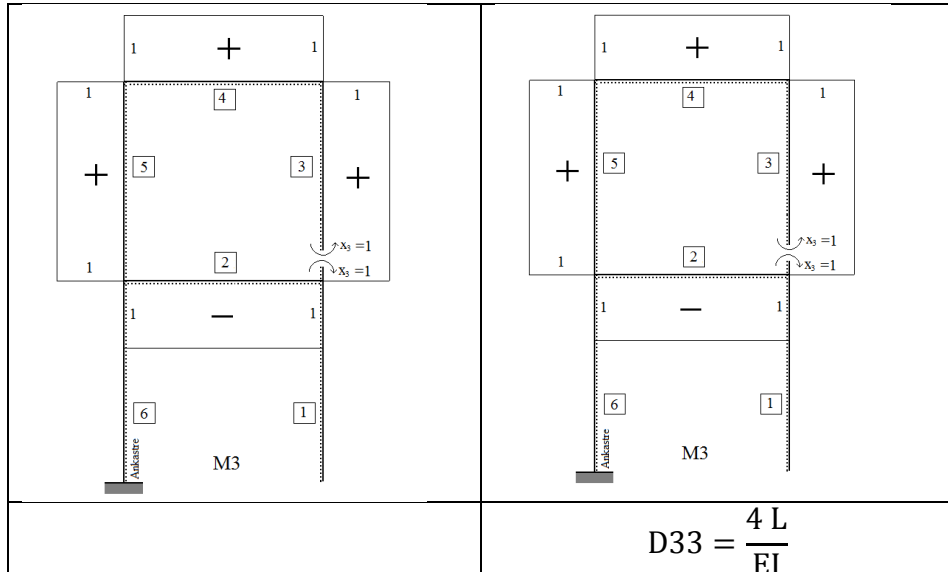
2.3.3.1.2. D32'nin hesabı

D32'nin hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M2 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D32 değeri D23 ile eşittir. D23 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.3.1.3. D33'ün hesabı

D33'ün hesabı $\int \frac{M3.M3}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M3 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.24) D33'ün hesabı için M3 ve M3 moment diyagramları verilmiştir. Burada M3 momentinin karesi alınacağından sonuç işareti artı olacaktır. Aşağıdaki dikdörtgenler birbirine eşdeğer olduğundan, bir dikdörtgenin karesi alınıp, dört katı hesaplanırsa, hesap sonucu D33 bulunur. D33 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

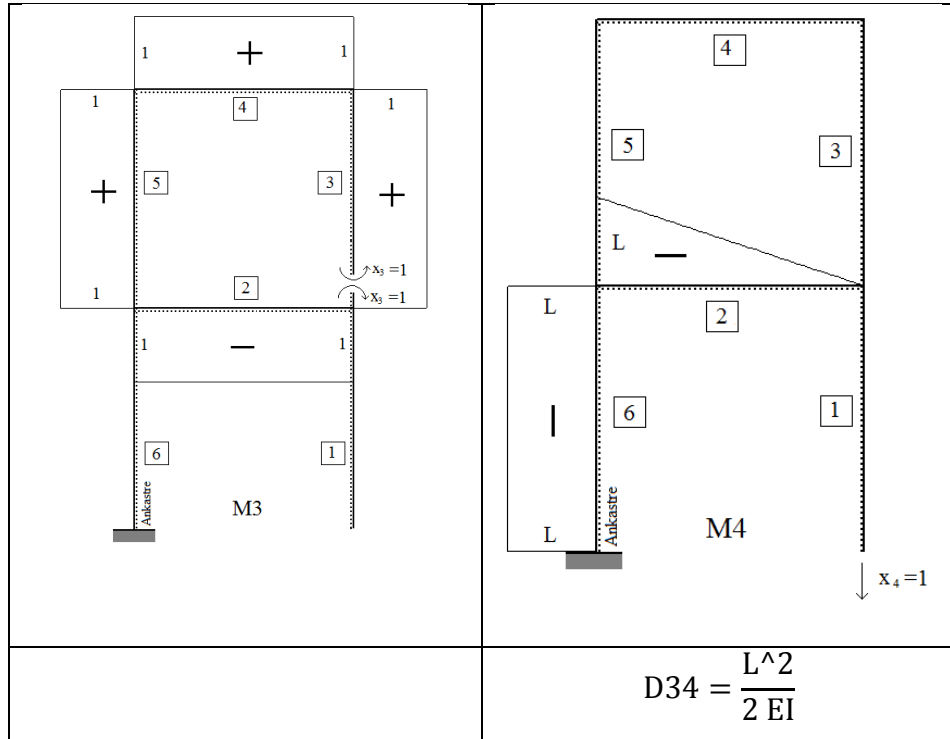


Şekil 2.24. D33 hesabı için M3 ve M3 moment diyagramları

2.3.3.1.4. D34'ün hesabı

D34'ün hesabı $\int \frac{M_3.M_4}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M4 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.25) D34'ün hesabı için M3 ve M4 moment diyagramları verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere, sadece 2nolu elemanın çarpımı sıfırdan farklıdır. Bir dörtgen ve bir üçgen çarpımı bulunacak, karşılıklı işaretleri eksi olduğundan sonuç artıdır. D34 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

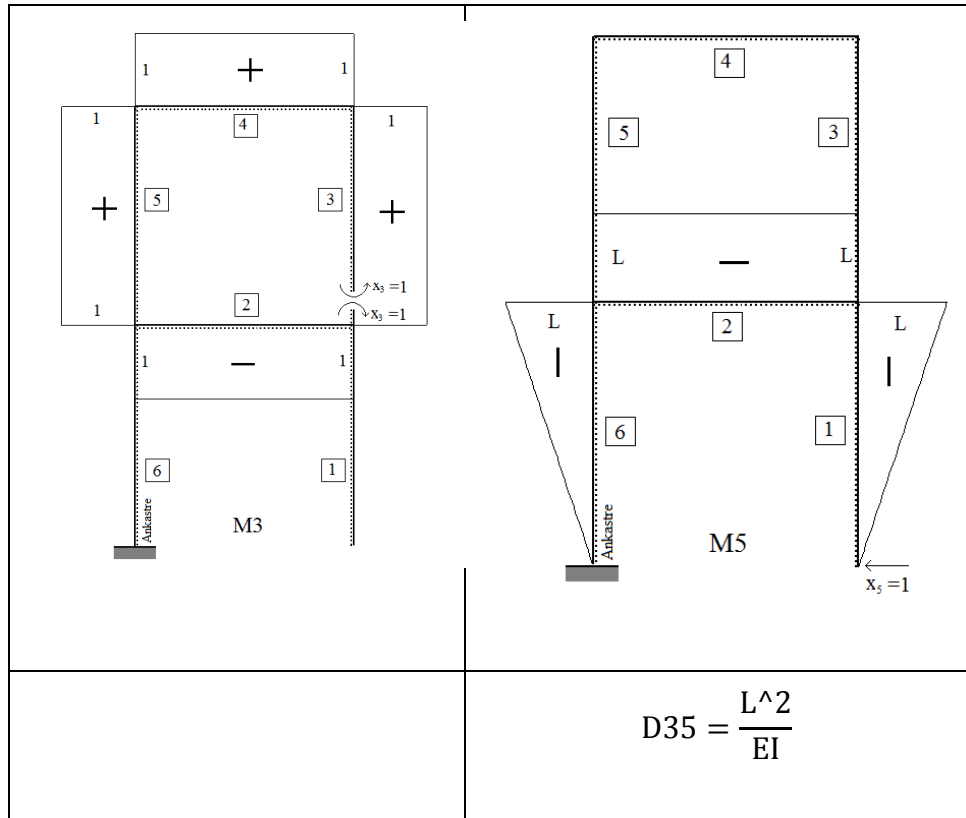


Şekil 2.25. D34 hesabı için M3 ve M4 moment diyagramları

2.3.3.1.5. D35'in hesabı

D35'in hesabı $\int \frac{M_3.M_5}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M5 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.26) D35'in hesabı için M3 ve M5 moment diyagramları verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere, sadece 2nolu elemanın çarpımı sıfırdan farklıdır. İki dörtgenin çarpımı bulunacaktır, karşılıklı işaretleri eksi olduğundan sonuç artıdır. D35 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

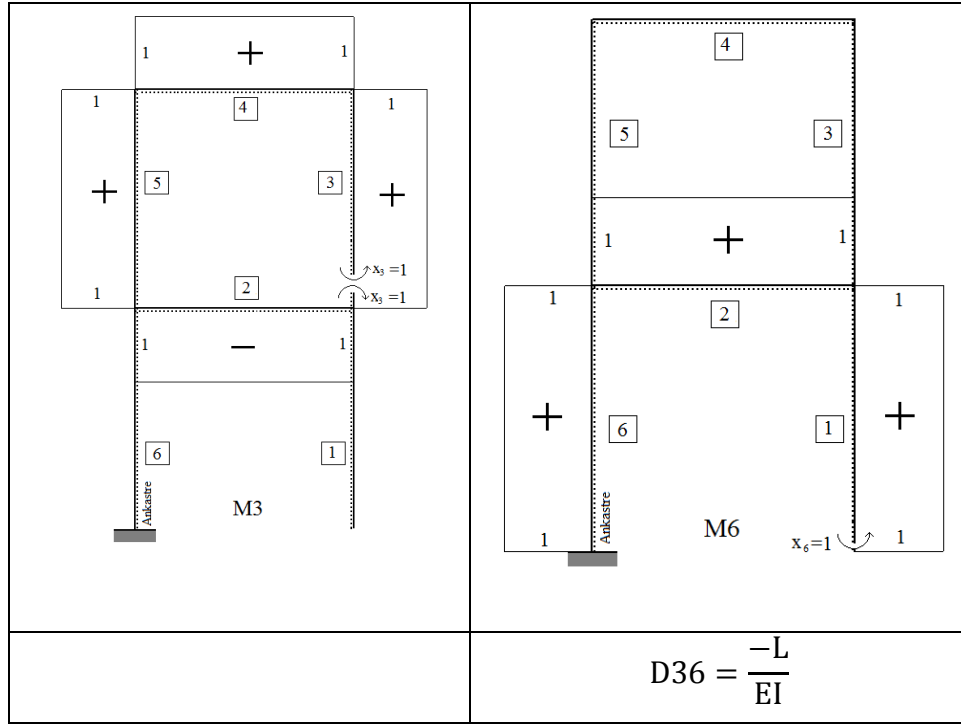


Şekil 2.26. D35 hesabı için M3 ve M5 moment diyagramları

2.3.3.1.6. D36'nın hesabı

D36'nın hesabı $\int \frac{M3.M6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M3 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.27) D36'nın hesabı için M3 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere, sadece 2nolu elemanın çarpımı sıfırdan farklıdır. İki dörtgenin çarpımı bulunacaktır, karşılıklı işaretleri biri eksi diğeri artı olduğundan çarpım sonucu eksidir. D36 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.27. D36 hesabı için M3 ve M6 moment diyagramları

2.3.4. 4nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D40 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D41 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D42 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D43 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D44 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D45 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D46 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 4nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek dördüncü süreklilik denklemi elde edilir.

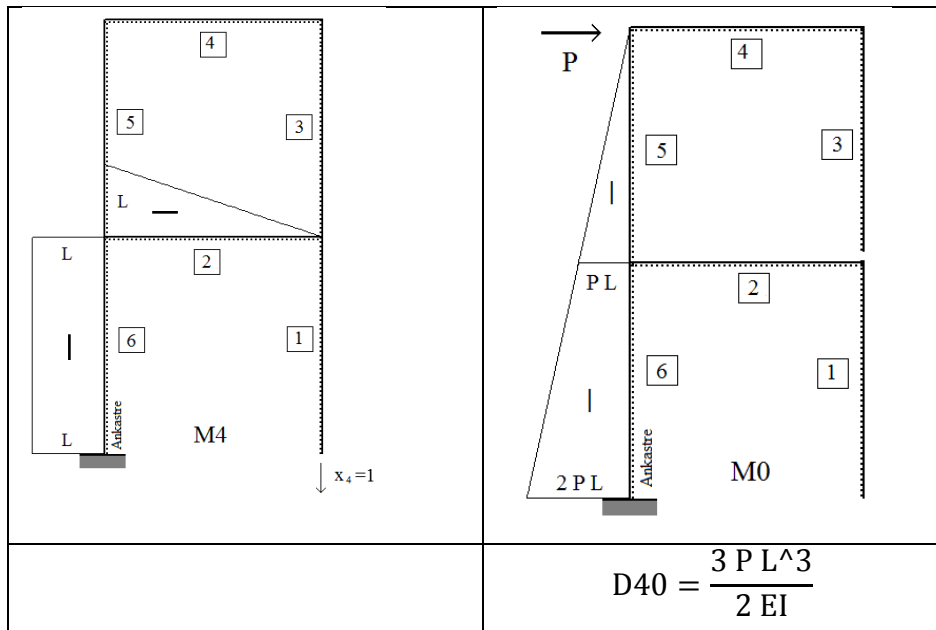
$$D40 + D41 x_1 + D42 x_2 + D43 x_3 + D44 x_4 + D45 x_5 + D46 x_6 = 0 \quad (2.4)$$

2.3.4.1. Dördüncü süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.4.1.0. D40'ın hesabı

D40'ın hesabı $\int \frac{M4.M0}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.28) D40'ın hesabı için M4 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 6nolu elemanın üzerindeki çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M4 de dikdörtgen, M0 da yamuktur. Dikdörtgen ve yamuk çarpımı L.i.(k1+k2)/2 formülü ile hesaplanır. İki momentin işareti de eksi olduğundan çarpım sonucu artı olur. Hesap sonucu D40 bulunur. D40 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.28. D40 hesabı için M4 ve M0 moment diyagramları

2.3.4.1.1. D41'in hesabı

D41'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M1 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D41 değeri D14 ile eşittir. D14 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.4.1.2. D42'nin hesabı

D42'nin hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M2 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D42 değeri D24 ile eşittir. D24 daha önceki kısımda yapılmıştır.

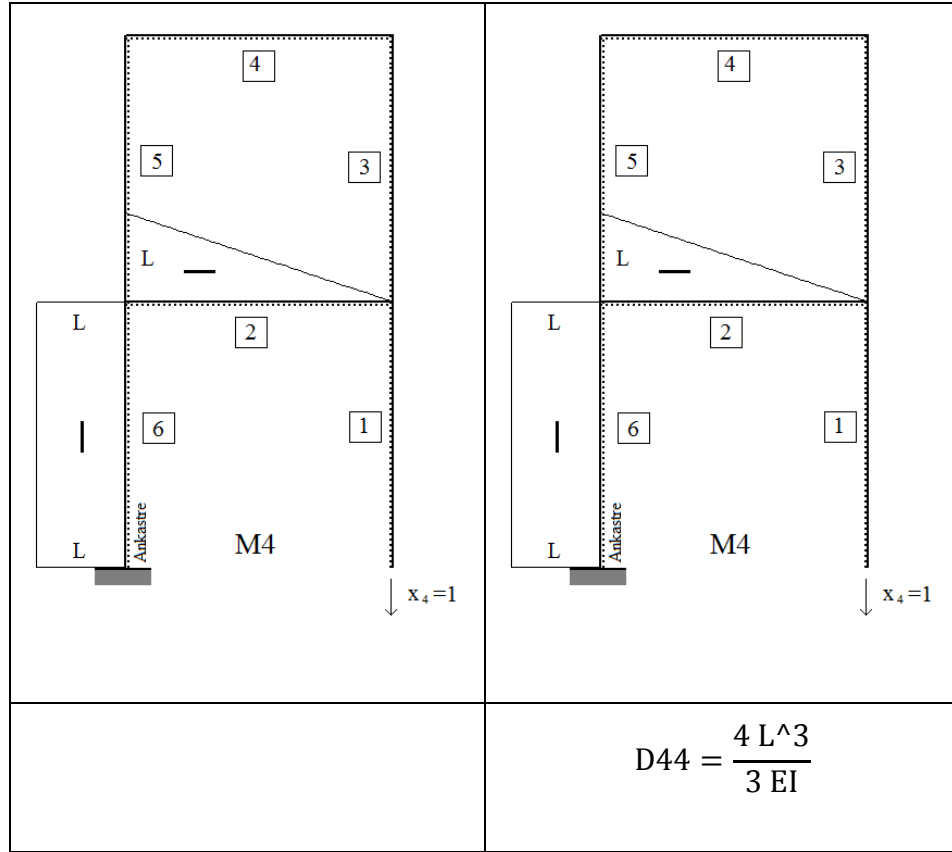
2.3.4.1.3. D43'ün hesabı

D43'ün hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M3 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D43 değeri D34 ile eşittir. D34 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.4.1.4. D44'ün hesabı

D44'ün hesabı $\int \frac{M4.M4}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M4 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.29) D44'ün hesabı için M4 ve M4 moment diyagramları verilmiştir. Burada M4 ün karesi alınmaktadır, dolayısıyla sonuç işareti artıdır. Şekil incelendiğinde 2nolu elemanda üçgen momentin karesi alınacaktır, 6nolu elemanda ise dörtgen momentin karesi alınıp, toplanacaktır. Bu işlem sonucu, D44 değeri hesaplanır, D44 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

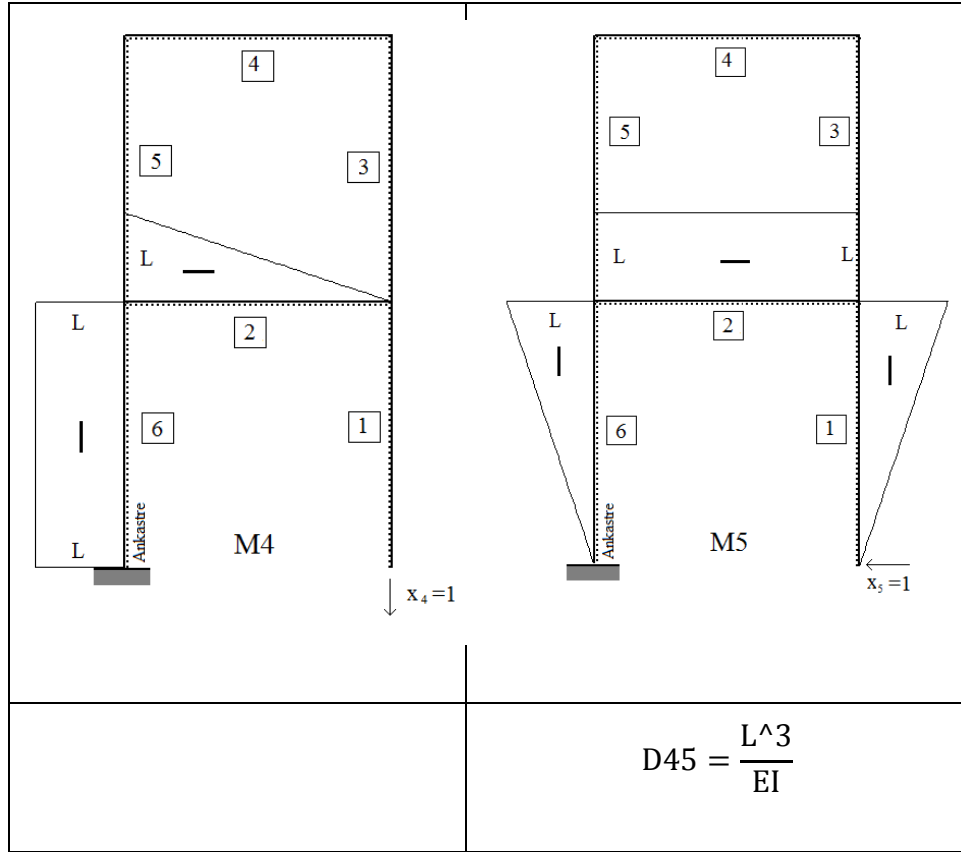


Şekil 2.29. D44 hesabı için M4 ve M5 moment diyagramları

2.3.4.1.5. D45'in hesabı

D45'in hesabı $\int \frac{M4.M5}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M5 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.30) D45'in hesabı için M4 ve M5 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde sadece 2 ve 6nolu elemanın çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Bir üçgen ve dörtgenin çarpımının iki katı alınması sonuç için yeterlidir, çarpım için karşılıklı işaretler biri artı diğeri eksi olduğundan sonuç eksidir. Bu işlem sonucu, D45 değeri hesaplanır, D45 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

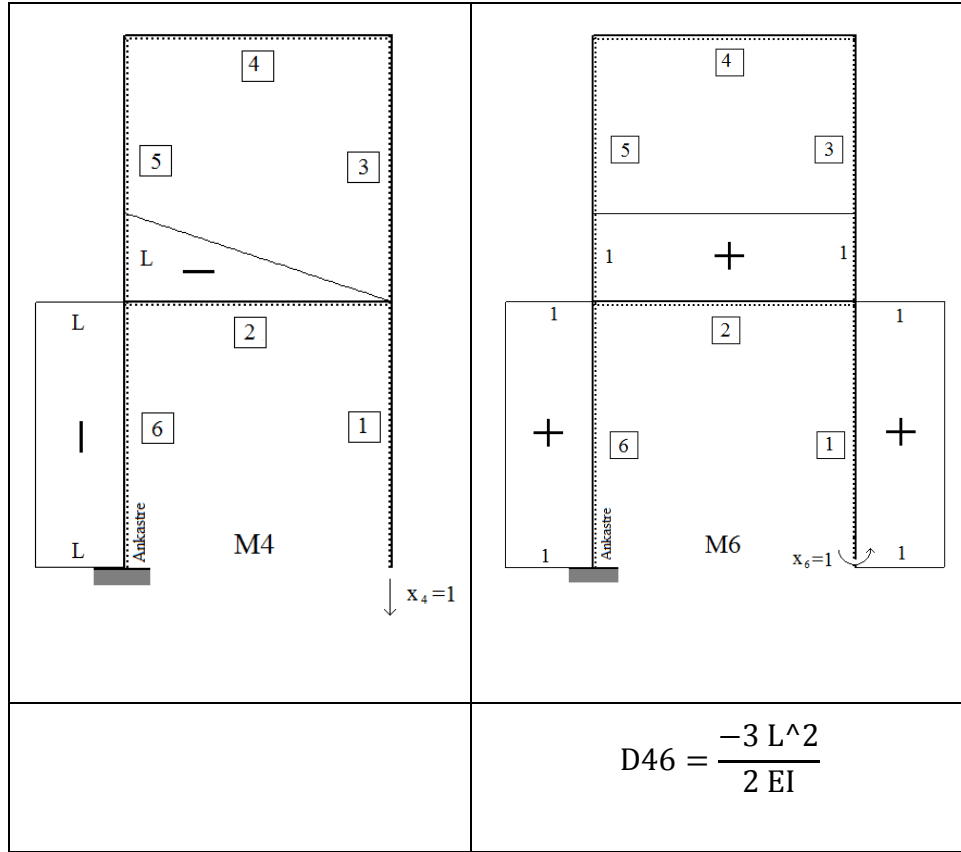


Şekil 2.30. D45 hesabı için M4 ve M5 moment diyagramları

2.3.4.1.6. D46'nın hesabı

D46'nın hesabı $\int \frac{M4.M6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M4 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.31) D46'nın hesabı için M4 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde sadece 2 ve 6nolu elemanın çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Bir üçgen ve dörtgenin çarpımı ve dikdörtgenin dikdörtgenle çarpımı hesaplanması gerekmektedir. Çarpım için işaretler karşılıklı biri artı diğeri eksi olduğundan sonuç eksi olacaktır. Bu işlem sonucu, D46 değeri hesaplanır, D46 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.31. D46 hesabı için M4 ve M6 moment diyagramları

2.3.5. 5nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D50 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D51 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D52 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D53 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D54 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D55 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D56 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 5nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek beşinci süreklilik denklemi elde edilir.

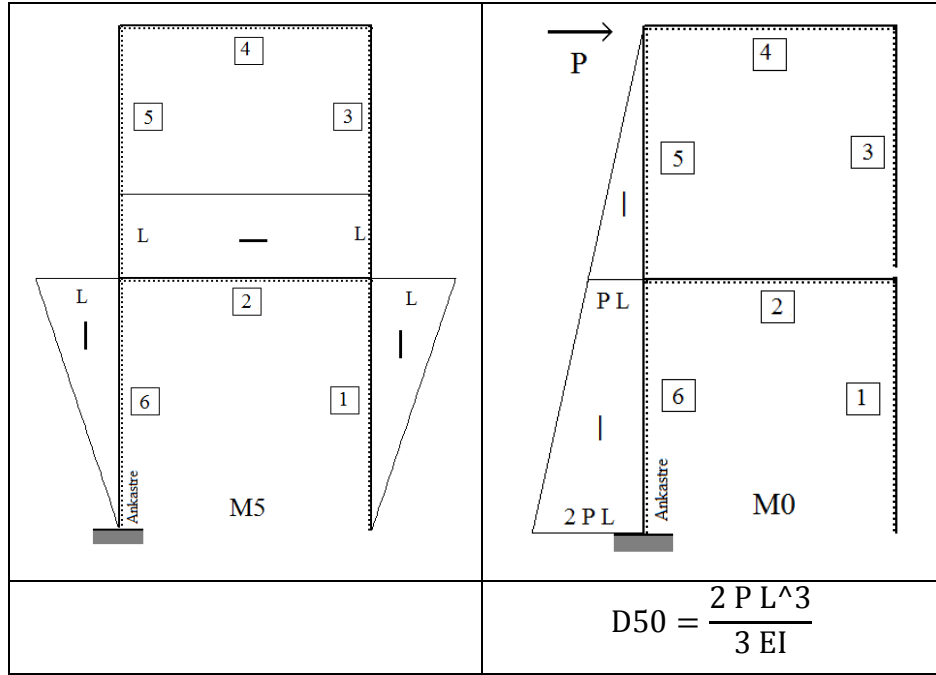
$$D50 + D51 x1 + D52 x2 + D53 x3 + D54 x4 + D55 x5 + D56 x6 = 0 \quad (2.5)$$

2.3.5.1. Beşinci süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.5.1.0. D50'ın hesabı

D50'ın hesabı $\int \frac{M5.M0}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.32) D50'ın hesabı için M5 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 6nolu elemanın üzerindeki çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M5 de üçgen, M0 da yamuktur. Üçgen ve yamuk çarpımı $L.i.(k1+2k2)/6$ formülü ile üçgenin yönüne dikkat edilerek hesaplanır. İki momentin işareti de eksi olduğundan çarpım sonucu artı olur. Hesap sonucu D50 bulunur. D50 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.32. D50 hesabı için M5 ve M0 moment diyagramları

2.3.5.1.1. D51'in hesabı

D51'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M1 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D51 değeri D15 ile eşittir. D15 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.5.1.2. D52'nin hesabı

D52'nin hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L)ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M2 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D52 değeri D25 ile eşittir. D25 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.5.1.3. D53'ün hesabı

D53'ün hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L)ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M3 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D53 değeri D35 ile eşittir. D35 daha önceki kısımda yapılmıştır.

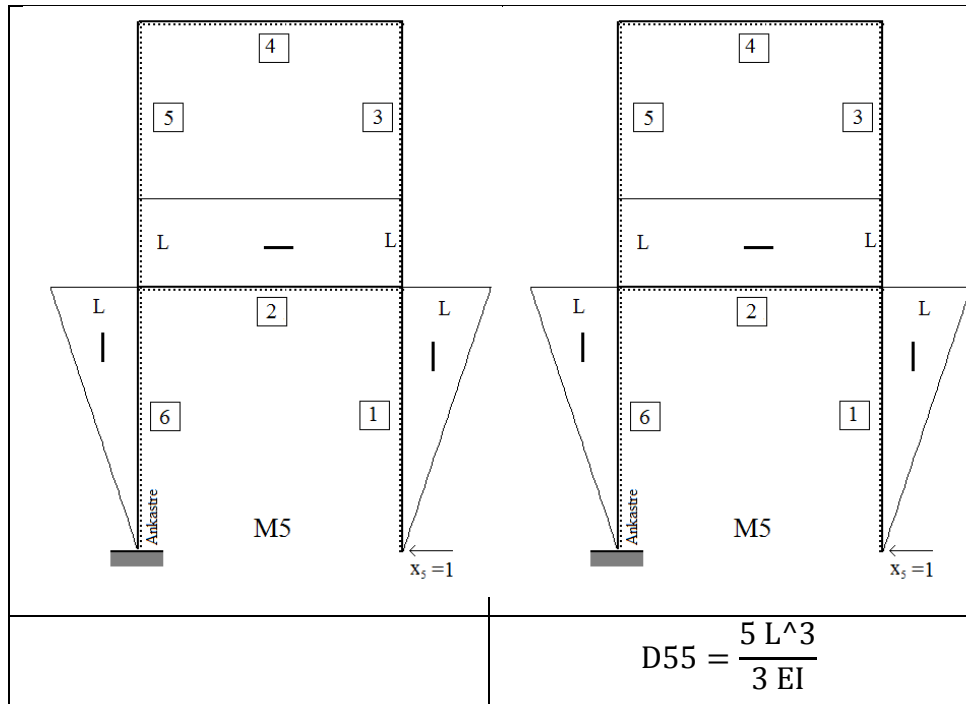
2.3.5.1.4. D54'ün hesabı

D54'ün hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L)ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M4 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D54 değeri D45 ile eşittir. D45 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.5.1.5. D55'in hesabı

D55'in hesabı $\int \frac{M5.M5}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M5 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.33) D55'in hesabı için M5 ve M5 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 1, 2 ve 6nolu elemanın üzerindeki çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. M5'in karesi alındığından sonuç artıdır. Bir üçgenin karesi alınıp, iki katı hesaplanır, bu değere dikdörtgenin karesi ilave edilir. Hesap sonucu D55 bulunur. D55 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.

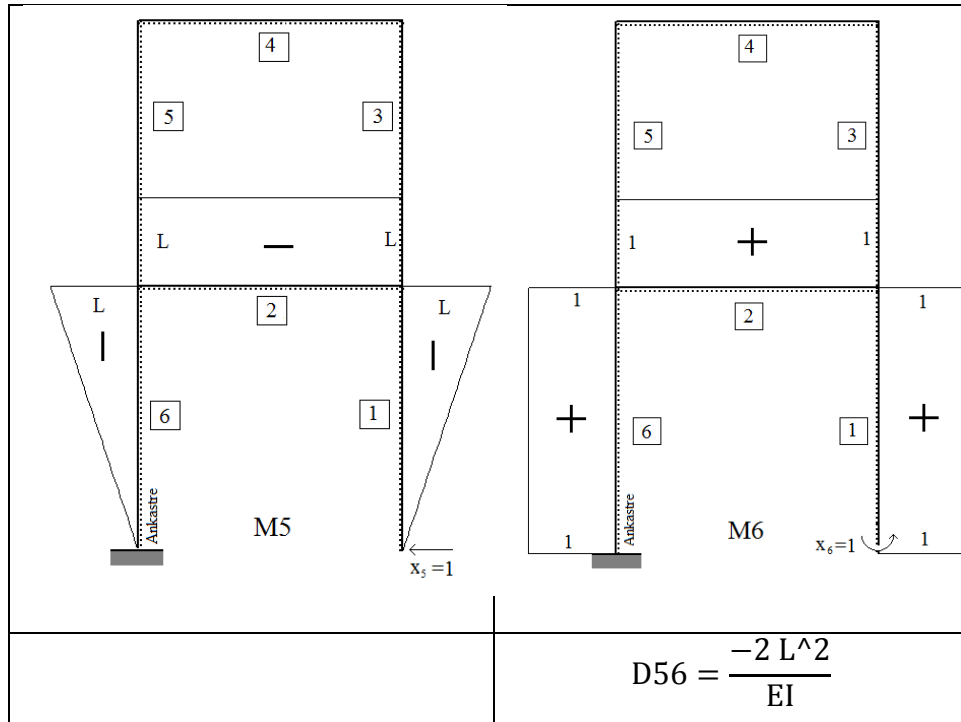


Şekil 2.33. D55 hesabı için M5 ve M5 moment diyagramları

2.3.5.1.6. D56'nın hesabı

D56'nın hesabı $\int \frac{M_5 \cdot M_6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M5 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.34) D56'nın hesabı için M5 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 1, 2 ve 6nolu elemanın üzerindeki çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Karşılıklı çarpılacak işaretler biri artı diğeri eksi olduğundan sonuç eksidir. Burada bir üçgen ve dikdörtgen çarpımının iki katı alınıp, üzerine dikdörtgen ile dikdörtgen çarpımı ilave edilecektir. Hesap sonucu D56 bulunur. D56 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.34. D56 hesabı için M5 ve M6 moment diyagramları

2.3.6. 6nolu bilinmeyen yönünde her bir birim yükleme nedeniyle oluşan deplasmanların hesabı

Burada dış yükten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D60 olarak adlandırılmaktadır. 1nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemeden dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D61 olarak adlandırılmaktadır. 2nolu

bilinmeyen yönündeki birim yüklemekten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D62 olarak adlandırılmaktadır. 3nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemekten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D63 olarak adlandırılmaktadır. 4nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemekten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D64 olarak adlandırılmaktadır. 5nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemekten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D65 olarak adlandırılmaktadır. 6nolu bilinmeyen yönündeki birim yüklemekten dolayı 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasman D66 olarak adlandırılmaktadır.

İES üzerine yapılan tüm yüklemeler nedeniyle 6nolu bilinmeyen yönünde oluşan deplasmanların toplamı bulunup, sıfıra eşitlenerek altıncı süreklilik denklemi elde edilir.

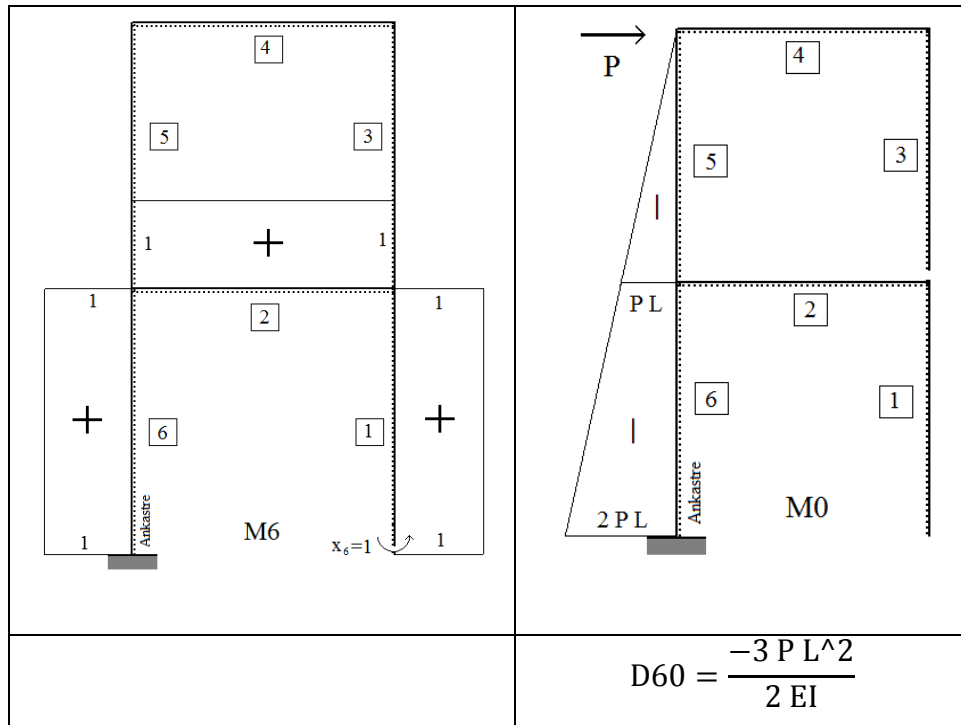
$$D60 + D61 \cdot x1 + D62 \cdot x2 + D63 \cdot x3 + D64 \cdot x4 + D65 \cdot x5 + D66 \cdot x6 = 0 \quad (2.6)$$

2.3.6.1. Altıncı süreklilik denklemi için katsayıların hesabı

2.3.6.1.0. D60'ın hesabı

D60'ın hesabı $\int \frac{M6 \cdot M0}{EI} dz$ ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M0 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.35) D60'ın hesabı için M6 ve M0 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 6nolu elemanın üzerindeki çarpım sonucu sıfırdan farklıdır. Bu çubukta ise moment grafikleri M6 da dikdörtgen, M0 da yamuktur. Dikdörtgen yamuk çarpımı formülü daha önce verilmiştir. Momentin biri eksi işaretli, diğeri artı işaretli olduğundan, çarpım sonucu eksidir. Hesap sonucu D60 bulunur. D60 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.35. D60 hesabı için M6 ve M0 moment diyagramları

2.3.6.1.1. D61'in hesabı

D61'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M1 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D61 değeri D16 ile eşittir. D16 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.6.1.2. D62'nin hesabı

D62'nin hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M2 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D62 değeri D26 ile eşittir. D26 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.6.1.3. D63'ün hesabı

D63'ün hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M3 moment diyagramları çarpım tablosu

vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D63 değeri D36 ile eşittir. D36 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.6.1.4. D64'ün hesabı

D64'ün hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M4 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D64 değeri D46 ile eşittir. D46 daha önceki kısımda yapılmıştır.

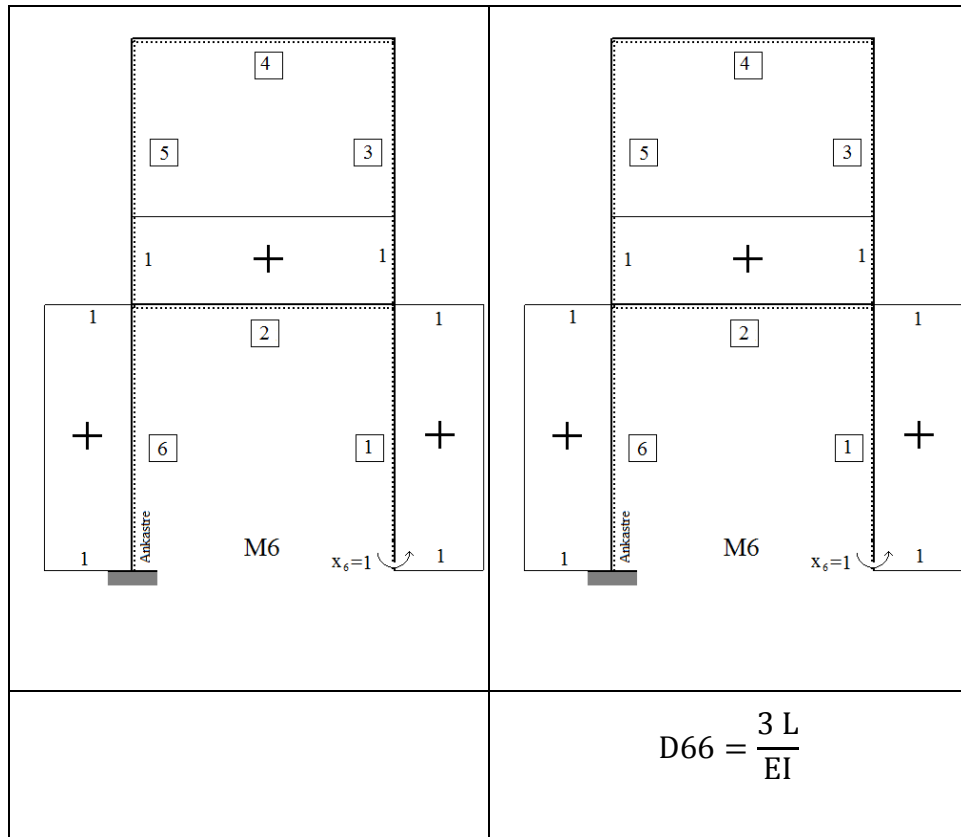
2.3.6.1.5. D65'in hesabı

D65'in hesabı yine integral formül ile yapılır. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M5 monemt diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır. Çarpmada yer değiştirme özelliği olduğundan, D65 değeri D56 ile eşittir. D56 daha önceki kısımda yapılmıştır.

2.3.6.1.6. D66'nın hesabı

D66'nın hesabı $\int \frac{M6.M6}{EI} dz$, ifadesi ile bulunur. Çalışmada çubuk boyu (L) ve eğilme rijitliği (EI) sabit olduğundan, M6 ve M6 moment diyagramları çarpım tablosu vasıtasıyla çarpılır.

Aşağıdaki şekilde (2.26) D66'nın hesabı için M6 ve M6 moment diyagramları verilmiştir. Şekil incelendiğinde birçok çubuğun üzerinde eğilme momenti sıfırdır. Sadece 3 elemanda değerler sıfırdan farklıdır. M6 'nın karesi alındığından sonuç artıdır. Momentlerin tamamı dikdörtgen olduğundan, bir dikdörtgenin karesi alınıp, üç katı hesaplanırsa D66 bulunur. D66 aşağıdaki şeklin hemen altında verilmiştir.



Şekil 2.36. D66 hesabı için M6 ve M6 moment diyagramları

3. BÖLÜM

BULGULAR VE TARTIŞMA

3.1. Elde edilen süreklilik denklemleri ve katsayıların toplu hale getirilmesi

Daha önce ikinci bölümde altı adet süreklilik denklemi yazılmış olup, ayrıca süreklilik denklemini oluşturan katsayılar tek tek hesaplanmıştır. Aşağıda Tablo 3.1 de elde edilen katsayılar ve hemen peşinden süreklilik denklemleri toplu halde verilmektedir.

Tablo 3.1. Hesaplanan Katsayılar ve Süreklilik Denklemleri

$D10=P L^3/(2EI)$
$D20=P L^3/(6 EI)$
$D30=-P L^2/(2 EI)$
$D40=3P L^3/(2 EI)$
$D50=2P L^3/(3 EI)$
$D60=-3P L^2/(2 EI)$
$D11=5 L^3/(3 EI)$
$D12=L^3/EI$
$D13=-2 L^2/EI$
$D14=-L^3/(3 EI)$
$D15=-L^3/(2 EI)$
$D16=L^2/(2 EI)$
$D21=D12$
$D22=5 L^3/(3 EI)$
$D23=-2 L^2/EI$
$D24=0$
$D25=0$

Tablo 3.1. Hesaplanan Katsayılar ve Süreklilik Denklemleri (Devamı)
$D_{26}=0$
$D_{31}=D_{13}$
$D_{32}=D_{23}$
$D_{33}=4 L/EI$
$D_{34}=L^2/(2 EI)$
$D_{35}=L^2/EI$
$D_{36}=-L/EI$
$D_{41}=D_{14}$
$D_{42}=D_{24}$
$D_{43}=D_{34}$
$D_{44}=4 L^3/(3 EI)$
$D_{45}=L^3/EI$
$D_{46}=-3 L^2/(2 EI)$
$D_{51}=D_{15}$
$D_{52}=D_{25}$
$D_{53}=D_{35}$
$D_{54}=D_{45}$
$D_{55}=5 L^3/(3 EI)$
$D_{56}=-2 L^2/EI$
$D_{61}=D_{16}$
$D_{62}=D_{26}$
$D_{63}=D_{36}$
$D_{64}=D_{46}$
$D_{65}=D_{56}$
$D_{66}=3 L/EI$
$D_{10}+D_{11} x_1+D_{12} x_2+D_{13} x_3+D_{14} x_4+D_{15} x_5+D_{16} x_6=0$
$D_{20}+D_{21} x_1+D_{22} x_2+D_{23} x_3+D_{24} x_4+D_{25} x_5+D_{26} x_6=0$
$D_{30}+D_{31} x_1+D_{32} x_2+D_{33} x_3+D_{34} x_4+D_{35} x_5+D_{36} x_6=0$
$D_{40}+D_{41} x_1+D_{42} x_2+D_{43} x_3+D_{44} x_4+D_{45} x_5+D_{46} x_6=0$
$D_{50}+D_{51} x_1+D_{52} x_2+D_{53} x_3+D_{54} x_4+D_{55} x_5+D_{56} x_6=0$
$D_{60}+D_{61} x_1+D_{62} x_2+D_{63} x_3+D_{64} x_4+D_{65} x_5+D_{66} x_6=0$

Yukarıda Tablo 3.1 de verilen katsayılar süreklilik denklemlerinde yerine konulup, gerekli kısaltma ve sadeleştirmeler yapıldığında, süreklilik denklemleri aşağıdaki son şeklini alır (Tablo 3.2).

Tablo 3.2. Süreklilik Denklemlerinin Sadeleştirilmiş Hali

$L(3P + 10x_1 + 6x_2 - 2x_4 - 3x_5) + 3(-4x_3 + x_6) = 0$
$L(P + 6x_1 + 10x_2) - 12x_3 = 0$
$-8x_3 + L(P + 4x_1 + 4x_2 - x_4 - 2x_5) + 2x_6 = 0$
$L(9P - 2x_1 + 8x_4 + 6x_5) + 3(x_3 - 3x_6) = 0$
$L(4P - 3x_1 + 6x_4 + 10x_5) + 6(x_3 - 2x_6) = 0$
$L(3P - x_1 + 3x_4 + 4x_5) + 2(x_3 - 3x_6) = 0$

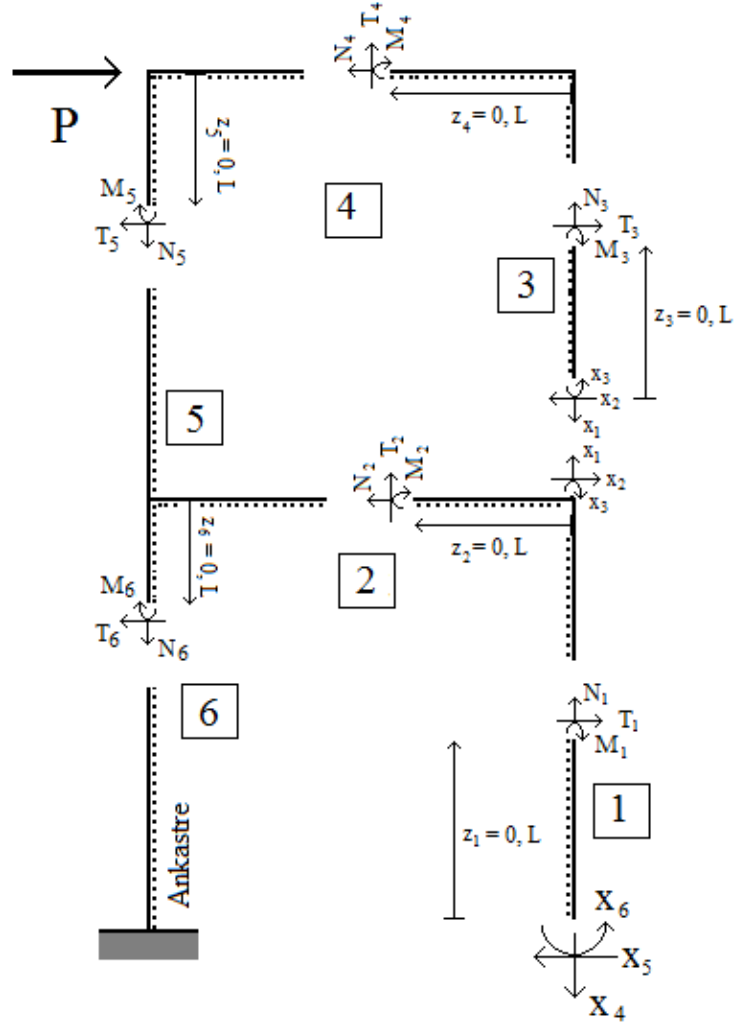
Bu denklemler el yardımı veya bilgisayar ile çözüldüğünde, bilinmeyenler hesaplanmış olur. Yerine konma ve sadeleştirme işlemleri ve çözüm Mathematica programı ile yapılmıştır. Hesaplanan bilinmeyenler aşağıda Tablo 3.3 te verilmektedir.

Tablo 3.3. Süreklilik denklemlerinin çözümü sonucu bulunan bilinmeyenlerin değeri

$x_1 = -\frac{6P}{11}$	$x_2 = \frac{P}{2}$	$x_3 = \frac{5LP}{22}$	$x_4 = -\frac{15P}{11}$	$x_5 = \frac{P}{2}$	$x_6 = \frac{7LP}{22}$
------------------------	---------------------	------------------------	-------------------------	---------------------	------------------------

3.2. Çubuklara ait iç kuvvetlerin hesabı

Aşağıda Şekil 3.1 de çerçeve sistem üzerine bilinmeyenler de birlikte konularak, serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Ayrıca, her bir çubuk için kesit alınarak, çubuklar üzerinde oluşan iç kuvvetlerin (Moment (M), kesme kuvveti (T) ve normal kuvvet (N) ifadelerinin), çubuk boyunca değişimi, bilinmeyen mesnet reaksiyonlarına ve bilinmeyen iç kuvvetlere göre yazılmıştır.



Şekil 3.1. Çerçeve sistem iç kuvvetleri için serbest cisim diyagramı

Bir numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. İki numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. Üç numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. Dört numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. Beş numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. Altı numaralı elemanın üzerinde alınan kesit göz önüne alınır, serbest cisim diyagramına göre kesit tesirleri hesaplanır. Böylece aşağıda tabloda (3.4) verilen iç kuvvet genel ifadeleri elde edilir.

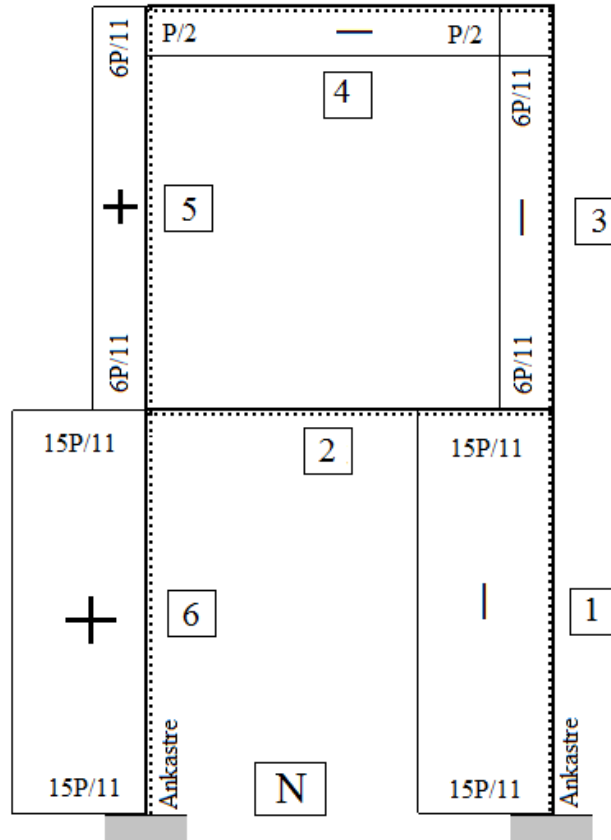
Tablo 3.4. Çubuk elemanlara ait iç kuvvet genel ifadeleri

$N1=x4$
$T1=x5$
$M1=x6-x5*z1$
$N2=x2-x5$
$T2=x4-x1$
$M2=(x6-x3)-x5 L-(x4-x1)*z2$
$N3=x1$
$T3=x2$
$M3=x3-x2*z3$
$N4=-x2$
$T4=x1$
$M4=x3-x2*L-x1*z4$
$N5=-x1$
$T5=P-x2$
$M5=x3-x1*L-x2(L-z5)-P*z5$
$N6=-x4$
$T6=P-x5$
$M6=x6-x5(L-z6)-x4*L-P*(L+z6)$

Tablo 3.4 ten de görüleceği üzere, iç kuvvetlerin ifadeleri içinde, $z1, z2, z3, z4, z5, z6$ çubuk boyu değişkenleri mevcuttur, bu değişkenler ise sıfır ile L boyu arasında değişmektedir. Ayrıca, iç kuvvetlerin değişimi içinde çözülmesi gereken bilinmeyenlerde bulunmaktadır. Bu bilinmeyenler daha önce çözüldüğünden, iç kuvvet ifadelerinde yerine konulup, sadeleştirildiğinde iç kuvvetlerin sadeleşmiş hali elde edilir. Bunlar aşağıdaki tabloda (Tablo 3.5, Tablo 3.6, Tablo 3.7) hem ifadeleri hem de çubuk uçlarındaki değerleri ile birlikte verilmiştir. Tablolardan görüleceği üzere, normal kuvvet ve kesme kuvveti ifadeleri sabit, moment ifadeleri ise doğrusal olarak değişmektedir. Bu değerler vasıtasıyla tüm sistemin iç kuvvetlerinin grafikleri çizilebilir. Aşağıdaki şekillerde (Şekil 3.2, Şekil 3.3, Şekil 3.4) sırasıyla normal kuvvet, kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramları verilmektedir.

Tablo 3.5. Çubukların normal kuvvet ifadeleri

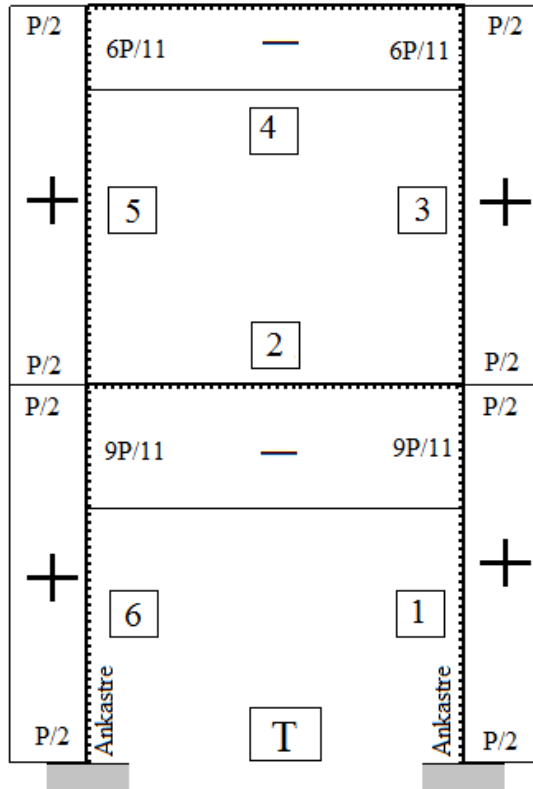
Kesit Tesiri	İfadesi	İ ucundaki değeri $z_i=0$	J ucundaki değeri $z_i=L$
N1	$-\frac{15P}{11}$	$-\frac{15P}{11}$	$-\frac{15P}{11}$
N2	0	0	0
N3	$-\frac{6P}{11}$	$-\frac{6P}{11}$	$-\frac{6P}{11}$
N4	$-\frac{P}{2}$	$-\frac{P}{2}$	$-\frac{P}{2}$
N5	$\frac{6P}{11}$	$\frac{6P}{11}$	$\frac{6P}{11}$
N6	$\frac{15P}{11}$	$\frac{15P}{11}$	$\frac{15P}{11}$



Şekil 3.2. Çerçeveye ait normal kuvvet değişimi diyagramı

Tablo 3.6. Çubukların kesme kuvveti ifadeleri

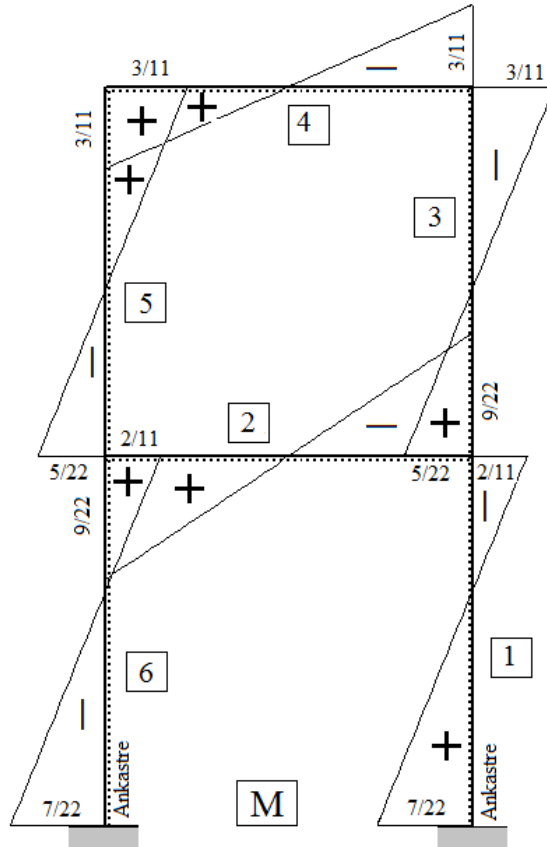
Kesit Tesiri	İfadesi	İ ucundaki değeri $z_i=0$	J ucundaki değeri $z_i=L$
T1	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$
T2	$-\frac{9P}{11}$	$-\frac{9P}{11}$	$-\frac{9P}{11}$
T3	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$
T4	$-\frac{6P}{11}$	$-\frac{6P}{11}$	$-\frac{6P}{11}$
T5	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$
T6	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$



Şekil 3.3. Çerçeveye ait kesme kuvveti değişimi diyagramı

Tablo 3.7. Çubukların moment ifadeleri

Kesit Tesiri	İfadesi	İ ucundaki değeri $z_i=0$	J ucundaki değeri $z_i=L$
M1	$\frac{7LP}{22} - \frac{P \cdot z1}{2}$	$\frac{7LP}{22}$	$-\frac{2LP}{11}$
M2	$-\frac{9LP}{22} + \frac{9P \cdot z2}{11}$	$-\frac{9LP}{22}$	$\frac{9LP}{22}$
M3	$\frac{5LP}{22} - \frac{P \cdot z3}{2}$	$\frac{5LP}{22}$	$-\frac{3LP}{11}$
M4	$-\frac{3LP}{11} + \frac{6P \cdot z4}{11}$	$-\frac{3LP}{11}$	$\frac{3LP}{11}$
M5	$\frac{17LP}{22} - \frac{1}{2}P(L - z5) - P \cdot z5$	$\frac{3LP}{11}$	$-\frac{5LP}{22}$
M6	$\frac{37LP}{22} - \frac{1}{2}P(L - z6) - P(L + z6)$	$\frac{2LP}{11}$	$-\frac{7LP}{22}$



Şekil 3.4. Çerçeveye ait eğilme moment değişimi diyagramı (PL ile çarpılacaktır)

3.3. Çerçeve P yatay kuvvetinin etkidiği noktanın yatay deplasmanının bulunması

İki katlı tek açıklıklı çerçevenin üst katından etkiyen P kuvveti nedeniyle, kuvvetin etkidiği noktanın yatay deplasmanının bulunmasında Castigliano teoreminden faydalanılmaktadır. Teorem tüm sisteme ait enerji denkleminin P kuvvetine göre türevi, P nin bulunduğu noktanın P yönündeki deplasmanı vereceğini öngörmektedir. Burada sözü geçen teoremin ayrıntılarına girilmeden yapılması gereken verilmektedir. Castigliano teoremine göre (Wang, CK, 1974), sistemde bulunan çubuklar boyunca her bir çubuğa ait moment ile bu momentin P ye göre kısmi türevinin çarpımının eğilme rijitliğine oranının integrallerinin toplamı P'nin bulunduğu noktanın P yönündeki deplasmanı yani yatay deplasmanı verir. Bunun integral ifadesi aşağıda Çizelge 3.8 de verilmektedir.

Çizelge 3.8. P noktasının Yatay deplasmanının İntegral İfadesi

$$dP_x = \int_0^{L_1} \frac{M_1}{EI} \frac{\partial M_1}{\partial P} dz_1 + \int_0^{L_2} \frac{M_2}{EI} \frac{\partial M_2}{\partial P} dz_2 + \int_0^{L_3} \frac{M_3}{EI} \frac{\partial M_3}{\partial P} dz_3 + \int_0^{L_4} \frac{M_4}{EI} \frac{\partial M_4}{\partial P} dz_4 + \int_0^{L_5} \frac{M_5}{EI} \frac{\partial M_5}{\partial P} dz_5 + \int_0^{L_6} \frac{M_6}{EI} \frac{\partial M_6}{\partial P} dz_6$$

İntegraldeki her bir çubuk için olan ifadeye deplasmana olan katkı ayrı ayrı hesaplanır ve sonunda toplanırsa aranan deplasman bulunur. Bunlar aşağıdaki Çizelge 3.9 da toplu olarak verilmektedir.

Çizelge 3.9. P noktasının yatay deplasmanlarının her bir eleman için katkısı ve toplamı

$dP_{x1} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(\frac{7LP}{22} - \frac{P.z_1}{2} \right) \left(\frac{7L}{22} - \frac{z_1}{2} \right) dz_1 = \frac{37L^3P}{1452EI}$
$dP_{x2} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(-\frac{9LP}{22} + \frac{9P.z_2}{11} \right) \left(-\frac{9L}{22} + \frac{9z_2}{11} \right) dz_2 = \frac{27L^3P}{484EI}$
$dP_{x3} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(\frac{5LP}{22} - \frac{P.z_3}{2} \right) \left(\frac{5L}{22} - \frac{z_3}{2} \right) dz_3 = \frac{31L^3P}{1452EI}$
$dP_{x4} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(-\frac{3LP}{11} + \frac{6P.z_4}{11} \right) \left(-\frac{3L}{11} + \frac{6z_4}{11} \right) dz_4 = \frac{3L^3P}{121EI}$
$dP_{x5} = \int_0^L \frac{1}{EI} \left(\frac{17LP}{22} - \frac{1}{2}P(L - z_5) - P.z_5 \right) \left(\frac{17L}{22} - \frac{1}{2}(L - z_5) - z_5 \right) dz_5 = \frac{31L^3P}{1452EI}$
$dP_{x6} = \int_0^L \frac{1}{EI} * \left(\frac{37LP}{22} - \frac{1}{2}P(L - z_6) - P(L + z_6) \right) \left(\frac{37L}{22} - \frac{1}{2}(L - z_6) - (L + z_6) \right) dz_6 = \frac{37L^3P}{1452EI}$
$dP_x = dP_{x1} + dP_{x2} + dP_{x3} + dP_{x4} + dP_{x5} + dP_{x6}$

Burada tek tek integrallerin alımı gösterilmemiştir. Yukarıda verilen integral ifadeler Mathematica programına kodlanmış ve çözüm yapılmıştır. Yapılan çözüm sonucu dPx1, dPx2, dPx3, dPx4, dPx5 ve dPx6 değerleri bulunmuş olup, çözüm yukarıda verilmiştir. Tamamının toplamı dPx ise aşağıda (Denklem 7) verilmiştir.

$$dPx = \frac{23}{132} \frac{P L^3}{EI} \quad (3.1)$$

Bulunan bu sonuç diğer yöntemlerle (örneğin rijitlik matrisi çözümü) teyit edilmiştir.

4. BÖLÜM

SONUÇ ve ÖNERİLER

Sonuç olarak virtüel iş prensibi ve süperpozisyon ilkesi kullanılarak, tek açıklıklı ve iki katlı bir çerçevenin çözümü adım adım yapılmıştır. Çözüm el hesabı ile yapılmıştır, çözümüm oldukça zaman alıcı ve zahmetli olduğu görülmüştür. Ayrıca, çözüm aşamalarından görüleceği üzere çözüm adımları belirli bir sisteme bağlıdır. Belirli bir sistematığe bağlı olan işler genellikle bilgisayar programlamasına uygun olmakla birlikte, virtüel iş prensibi ve süperpozisyon kuralının birlikte neden programlanmadığı düşünülebilir. Programlama zorluğu izostatik esas seçiminden kaynaklanmaktadır. Çünkü bir problemin çözümünde oldukça çok sayıda İES seçilebilir.

Normal kuvvetlerin etkisinin de hesaba katılması ve etki mertebesinin görülmesi ek bir çalışma olarak yürütülebilir. Kolon giriş birleşim noktalarına guse yaparak, kesit değişimi olan çubuklarında çözümü yapılabilir. Guselerin iç kuvvet dağılımında nasıl rol aldığı gözlemlenebilir.

İES seçimi gerektirmeyen bir algoritma bulunması üzerinde çalışılabilir. Böyle bir algoritma kuvvet metodunun bilgisayar programı haline getirilmesinde önemli bir rol oynayacaktır.

KAYNAKLAR

1. Özbek, T., (1996). Mukavemet, Birsen Yayınevi, İstanbul.
2. Omurtag MH, Mukavemet I-II, Yayınevi, 2007, İstanbul.
3. Çakıroğlu ve Çetmeli, Yapı Statiği I-II, 2000, Beta yayın Dağıtım A.Ş., İstanbul.
4. Wang, Chu-Kia, Yapı Statiği (Hiperstatik), Çeviri, Tercüme, Tanrıkulu, M.K., Güven Kitabevi, 1974, Ankara.
5. http://en.wikipedia.org/wiki/Christian_Otto_Mohr. (Erişim Tarihi Haziran 2013).

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı, Soyadı : Funda ÖZSOY
 Uyruğu : Türkiye (TC)
 Doğum Tarihi ve Yeri: 20 Ocak 1984, Kayseri
 Tel : +90 352 222 89 84 / 252
 Fax : +90 352 222 89 89
 e-mail : ozsoyfunda_@hotmail.com
 Yazışma Adresi : Çevre ve Şehircilik İl Müdürlüğü
 Mevlana Mah. Kocasinan Bulv. No:155 Kocasinan/KAYSERİ

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü	2009-...
Lisans	Erciyes Üniversitesi Müh. Fak. İnşaat Müh.	2009
Lise	Behice Yazgan Kız Lisesi, Kayseri	2003

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görev
2010- 2011	Ali Buran Proje Ofisi	Proje Mühendisi
2011-2014	Çevre ve Şehircilik İl Müdürlüğü	Proje Mühendisi
2014-Halen	Çevre ve Şehircilik İl Müdürlüğü	Alt Yapı ve Kentsel Dön. Şube Müdürü

YABANCI DİL

İngilizce